



**HAL**  
open science

# Quantification de l'apport de l'information de surveillance dans la prise de décision en maintenance

Khac Tuan Huynh

► **To cite this version:**

Khac Tuan Huynh. Quantification de l'apport de l'information de surveillance dans la prise de décision en maintenance. Automatique / Robotique. Université de Technologie de Troyes, 2011. Français. NNT : 2011TROY0013 . tel-00788661

**HAL Id: tel-00788661**

**<https://theses.hal.science/tel-00788661>**

Submitted on 14 Feb 2013

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Khac Tuan HUYNH  
Doctorat : Optimisation et Sûreté des Systèmes  
Année 2011

### Quantification de l'apport de l'information de surveillance dans la prise de décision en maintenance

La surveillance de l'état d'un système peut fournir des informations utiles pour la prise de décision en maintenance, mais peu d'outils de modélisation permettent de les intégrer correctement dans le processus de décision. L'originalité des travaux présentés ici réside dans la construction de nouveaux modèles probabilistes quantitatifs dont l'objectif est d'évaluer l'apport de l'information de surveillance en fonction de sa qualité et des grandeurs observées, dans un contexte d'optimisation de la maintenance.

Les modèles stochastiques de défaillance et de mesure proposés intègrent à la fois les données capteurs relatives à la dégradation/défaillance du système à maintenir, les informations de surveillance sur l'impact de l'environnement opérationnel, et les caractéristiques des techniques de contrôle. En s'appuyant sur ces modèles, on propose des politiques de maintenance et on développe des modèles de coût associés pour étudier les meilleures méthodes d'exploitation de l'information de surveillance.

L'ensemble des études menées montrent l'intérêt de développer des structures de décision de maintenance qui permettent d'intégrer l'information de surveillance et d'en évaluer l'impact sur les performances de la maintenance.

Mots clés : détérioration, modèles mathématiques - entretien, modèles mathématiques - fiabilité - statistique mathématique - processus stochastiques - dépendance (statistique) - prévision, théorie de la - contrôle technique - simulation, méthodes de.

### Value of Condition Monitoring Information for Maintenance Decision-Making

Condition and health monitoring can bring out useful information for the maintenance decision-making but few models allow their integration in the decision process. This thesis aims to construct new probabilistic quantitative models to evaluate the value of this kind of information depending on its quality and on the nature of the observed variables.

The proposed stochastic failure and measurement models take into account the degradation/failure sensor data, the impact of operational environment on the degradation, as well as the nature of control techniques. Based on these models, we propose different maintenance policies and we develop the associated cost model to study the best methods for the exploitation of monitoring information.

The studies in this thesis show the advantage of developing quantitative maintenance decision framework which allows integrating and evaluating the impact of condition monitoring information on the performance of maintenance operations.

Keywords: deterioration, mathematical models - maintenance, mathematical models - reliability - mathematical statistics - stochastic processes - dependence (statistics) - prediction theory - engineering inspection - simulation methods.

Thèse réalisée en partenariat entre :



Khac Tuan HUYNH

# Quantification de l'apport de l'information de surveillance dans la prise de décision en maintenance

Spécialité :  
Optimisation et Sûreté des Systèmes

---

---

# THESE

*pour l'obtention du grade de*

**DOCTEUR de l'UNIVERSITE  
DE TECHNOLOGIE DE TROYES  
Spécialité : OPTIMISATION ET SURETE DES SYSTEMES**

*présentée et soutenue par*

**Khac Tuan HUYNH**

*le 14 novembre 2011*

---

---

**Quantification de l'apport de l'information de surveillance  
dans la prise de décision en maintenance**

---

---

## JURY

|                        |                            |                    |
|------------------------|----------------------------|--------------------|
| M. O. GAUDOIN          | PROFESSEUR DES UNIVERSITES | Président          |
| Mme A. BARROS-LEFEBVRE | PROFESSEUR DES UNIVERSITES | Directeur de thèse |
| M. C. BÉRENGUER        | PROFESSEUR DES UNIVERSITES | Directeur de thèse |
| M. B. CASTANIER        | MAITRE ASSISTANT           | Examineur          |
| Mme I. T. CASTRO       | ASSOCIATE PROFESSOR        | Examineur          |
| M. A. GRALL            | PROFESSEUR DES UNIVERSITES | Examineur          |
| Mme S. MERCIER         | PROFESSEUR DES UNIVERSITES | Rapporteur         |
| M. J. RAGOT            | PROFESSEUR DES UNIVERSITES | Rapporteur         |

## THÈSE

présentée pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE TECHNOLOGIE DE TROYES

*Spécialité : Optimisation et Sûreté des Système*

présentée et soutenue publiquement par

**Khắc Tuấn HUỖNH**

le 14 novembre 2011

*Titre :*

### QUANTIFICATION DE L'APPORT DE L'INFORMATION DE SURVEILLANCE DANS LA PRISE DE DÉCISION EN MAINTENANCE

*Jury :*

|      |                      |                            |               |
|------|----------------------|----------------------------|---------------|
| Mme. | Sophie MERCIER       | Professeur des universités | Rapporteur    |
| M.   | José RAGOT           | Professeur des universités | Rapporteur    |
| Mme. | Inma T. CASTRO       | Maître de conférences      | Examineur     |
| M.   | Olivier GAUDOIN      | Professeur des universités | Examineur     |
| M.   | Bruno CASTANIER      | Maître de conférences      | Examineur     |
| M.   | Antoine GRALL        | Professeur des universités | Examineur     |
| Mme. | Anne BARROS          | Professeur des universités | Co-directrice |
| M.   | Christophe BÉRENGUER | Professeur des universités | Co-directeur  |



# Remerciements

*Ce mémoire marque la fin de trois années de préparation de thèse de doctorat au sein du laboratoire de Modélisation et Sécurité des Systèmes (M2S) - Pôle Recherche Opérationnelle, Statistiques Appliquées et Simulation - Institut Charles Delaunay et STMR UMR CNRS 6279 - Université de Technologie de Troyes. Les travaux de thèse sont réalisés avec le soutien financier du Conseil Régional de Champagne-Ardenne, France. Je remercie l'ensemble des membres de l'équipe M2S pour m'avoir accueilli au sein de leur laboratoire.*

*Je tiens à remercier vivement Anne BARROS et Christophe BÉRENGUER, mes directeurs de thèse, pour la qualité de leur encadrement et leur disponibilité. Anne et Christophe, merci, pour m'avoir fait confiance, écouté, guidé, encouragé, conseillé et pour les nombreuses relectures. Pendant ces trois années de thèse, j'ai beaucoup appris et progressé, et c'est en partie grâce à vous. J'ai eu la chance et le plaisir de travailler sous votre direction.*

*J'adresse mes remerciements à Sophie MERCIER et José RAGOT pour avoir accepté d'être rapporteurs de mes travaux et membres du jury et pour les nombreux commentaires qu'ils ont apporté. Je remercie également Inma T. CASTRO, Olivier GAUDOIN, Antoine GRALL et Bruno CASTANIER qui ont accepté d'évaluer ce travail en tant que membres du jury.*

*Je voudrais remercier très sincèrement tous mes collègues (en particulier Inma T. CASTRO, Igor NIKIFOROV et Mitra FOULADIRAD), et tous mes amis (en particulier Phuc DO VAN et Elias KHOURY) avec qui j'ai partagé une excellente ambiance de recherche et d'enseignement.*

*Mes derniers remerciements sont pour ma famille. Tout ceci ne serait rien sans mes parents, mes petites sœurs et mon petit frère. Un énorme merci à ma famille pour m'avoir toujours laissé libre de faire ce qui me plaisait et pour m'avoir encouragé dans mes choix.*

*Khắc Tuấn HUỖNH*



# Résumé

La surveillance de l'état d'un système peut fournir des informations utiles pour la prise de décision en maintenance, mais peu d'outils de modélisation permettent de les intégrer correctement dans le processus de décision. L'originalité des travaux présentés ici réside dans la construction de nouveaux modèles probabilistes quantitatifs dont l'objectif est d'évaluer l'apport de l'information de surveillance en fonction de sa qualité et des grandeurs observées, dans un contexte d'optimisation de la maintenance.

Les modèles stochastiques de défaillance et de mesure proposés intègrent à la fois les données capteurs relatives à la dégradation/défaillance du système à maintenir, les informations de surveillance sur l'impact de l'environnement opérationnel, et les caractéristiques des techniques de contrôle. En s'appuyant sur ces modèles, on propose des politiques de maintenance et on développe des modèles de coût associés pour étudier les meilleures méthodes d'exploitation de l'information de surveillance.

L'ensemble des études menées montrent l'intérêt de développer des structures de décision de maintenance qui permettent d'intégrer l'information de surveillance et d'en évaluer l'impact sur les performances de la maintenance.





# Abstract

Condition and health monitoring can bring out useful information for the maintenance decision-making but few models allow their integration in the decision process. This thesis aims to construct new probabilistic quantitative models to evaluate the value of this kind of information depending on its quality and on the nature of the observed variables.

The proposed stochastic failure and measurement models take into account the degradation/failure sensor data, the impact of operational environment on the degradation, as well as the nature of control techniques. Based on these models, we propose different maintenance policies and we develop the associated cost model to study the best methods for the exploitation of monitoring information.

The studies in this thesis show the advantage of developing quantitative maintenance decision framework which allows integrating and evaluating the impact of condition monitoring information on the performance of maintenance operations.



# Table des matières

|  |           |
|--|-----------|
| <b>Introduction générale</b>   | <b>1</b>  |
| <b>I Cadre de l'étude</b>  | <b>3</b>  |
| <b>Résumé de la première partie</b>  | <b>5</b>  |
| <b>1 Évaluation quantitative des stratégies de maintenance : problématique</b> | <b>7</b>  |
| 1.1 Introduction . . . . .   | 7         |
| 1.2 Modèles de défaillance . . . . .   | 8         |
| 1.2.1 Modèles de durée de vie . . . . .  | 8         |
| 1.2.2 Modèles de dégradation . . . . .   | 8         |
| 1.2.3 Problèmes de modélisation du processus de défaillance . . . . .          | 8         |
| 1.3 Stratégies de maintenance . . . . .  | 9         |
| 1.3.1 Stratégies de maintenance calendaire . . . . .                           | 9         |
| 1.3.2 Stratégies de maintenance conditionnelle . . . . .                       | 10        |
| 1.3.3 Problèmes de construction des stratégies de maintenance . . . . .        | 10        |
| 1.4 Évaluation des stratégies de maintenance . . . . .                         | 11        |
| 1.5 Conclusion et problème posé . . . . .                                      | 12        |
| <b>2 Analyse bibliographique</b>   | <b>13</b> |
| 2.1 Introduction . . . . .   | 13        |
| 2.2 Modélisation stochastique de la dégradation continue . . . . .             | 13        |
| 2.2.1 Outils de modélisation stochastique de la dégradation continue . . . . . | 13        |
| 2.2.2 Modèle d'influence de covariables . . . . .                              | 15        |
| 2.2.3 Enseignements . . . . .  | 17        |
| 2.3 Stratégies de maintenance conditionnelle . . . . .                         | 18        |
| 2.3.1 Nature et caractéristiques des interventions . . . . .                   | 18        |
| 2.3.2 Indicateurs de décision conditionnels . . . . .                          | 19        |
| 2.3.3 Planification d'interventions . . . . .                                  | 20        |
| 2.3.4 Enseignements . . . . .  | 22        |
| 2.4 Évaluation économique des stratégies de maintenance . . . . .              | 23        |
| 2.4.1 Critères économiques . . . . .   | 23        |

|   |  |           |
|---|--|-----------|
| 2.4.2   | Méthodes d'évaluation . . . . .  | 24        |
| 2.4.3   | Enseignements . . . . .  | 26        |
| 2.5   | Cadre de l'étude . . . . .   | 26        |
| 2.5.1   | Objectifs des travaux et démarche d'étude . . . . .                            | 26        |
| 2.5.2   | Problèmes étudiés . . . . .  | 27        |
| 2.6   | Conclusion . . . . .   | 28        |
| <br><b>II Utilisation de l'information de surveillance directe dans la prise de décision en maintenance</b> |  | <b>31</b> |
| <b>Résumé de la deuxième partie</b>   |  | <b>33</b> |
| <br><b>3 Construction du modèle de défaillances concurrentes dépendantes</b>                                |  | <b>35</b> |
| 3.1   | Introduction . . . . .   | 35        |
| 3.2   | Modélisation du mécanisme de défaillance . . . . .                             | 35        |
| 3.2.1   | Modélisation de la défaillance liée à la dégradation . . . . .                 | 36        |
| 3.2.2   | Modélisation de la défaillance liée au choc . . . . .                          | 37        |
| 3.2.3   | Date de défaillance dans le modèle <i>DTDS</i> . . . . .                       | 39        |
| 3.3   | Caractéristiques de l'information de surveillance . . . . .                    | 40        |
| 3.4   | Caractéristiques fiabilistes du système non maintenu . . . . .                 | 40        |
| 3.4.1   | Fiabilité du modèle <i>DT</i> . . . . .  | 41        |
| 3.4.2   | Fiabilité du modèle <i>DS</i> . . . . .  | 43        |
| 3.4.3   | Fiabilité du modèle <i>DTDS</i> . . . . .                                      | 44        |
| 3.4.4   | Impact des paramètres du modèle sur les caractéristiques fiabilistes . . . . . | 44        |
| 3.5   | Conclusion et perspectives . . . . .   | 48        |
| 3.5.1   | Conclusion . . . . .   | 48        |
| 3.5.2   | Perspectives . . . . .   | 49        |
| <br><b>4 Information de surveillance et prise de décision en maintenance préventive</b>                     |  | <b>51</b> |
| 4.1   | Introduction . . . . .   | 51        |
| 4.2   | Hypothèses sur le système maintenu . . . . .                                   | 52        |
| 4.2.1   | Inspections . . . . .  | 52        |
| 4.2.2   | Remplacements . . . . .  | 52        |
| 4.3   | Politique et modèle de maintenance conditionnelle . . . . .                    | 53        |
| 4.3.1   | Politique $(\Delta T, M)$ . . . . .  | 53        |
| 4.3.2   | Critère de performance économique . . . . .                                    | 54        |
| 4.3.3   | Modèle mathématique d'évaluation de la maintenance . . . . .                   | 55        |
| 4.3.4   | Un exemple d'optimisation de la politique . . . . .                            | 58        |

---

|          |   |           |
|----------|---|-----------|
| 4.4      | Politique et modèle de maintenance calendaire . . . . .                           | 59        |
| 4.4.1    | Politique <i>BR</i> . . . . .   | 59        |
| 4.4.2    | Modèle mathématique d'évaluation de la maintenance . . . . .                      | 59        |
| 4.4.3    | Un exemple d'optimisation de la politique . . . . .                               | 60        |
| 4.5      | Analyse des performances des modèles de maintenance . . . . .                     | 60        |
| 4.5.1    | Sensibilité aux coûts d'interventions . . . . .                                   | 61        |
| 4.5.2    | Sensibilité aux caractéristiques du système . . . . .                             | 65        |
| 4.5.3    | Discussion générale . . . . .   | 67        |
| 4.6      | Conclusion et perspectives . . . . .  | 68        |
| 4.6.1    | Conclusion . . . . .  | 68        |
| 4.6.2    | Perspectives . . . . .  | 68        |
| <b>5</b> | <b>Information de surveillance et prise de décision en maintenance corrective</b> | <b>71</b> |
| 5.1      | Introduction . . . . .  | 71        |
| 5.2      | Hypothèses sur le système maintenu . . . . .                                      | 71        |
| 5.2.1    | Inspections . . . . .   | 72        |
| 5.2.2    | Remplacements et réparations . . . . .  | 72        |
| 5.3      | Maintenance corrective par une réparation minimale . . . . .                      | 72        |
| 5.3.1    | Politique <i>PAR</i> . . . . .  | 73        |
| 5.3.2    | Introduction des réparations minimales dans la politique <i>PAR</i> . . . . .     | 73        |
| 5.4      | Réparation minimale dépendante de l'âge du système . . . . .                      | 74        |
| 5.4.1    | Politique $(\tau, T)$ . . . . .   | 74        |
| 5.4.2    | Critère de performance économique . . . . .                                       | 75        |
| 5.4.3    | Modèle mathématique d'évaluation de la maintenance . . . . .                      | 76        |
| 5.4.4    | Un exemple d'optimisation de la politique . . . . .                               | 78        |
| 5.5      | Réparation minimale dépendante de la dégradation . . . . .                        | 79        |
| 5.5.1    | Politique $(A, T)$ . . . . .  | 79        |
| 5.5.2    | Critère de performance économique . . . . .                                       | 80        |
| 5.5.3    | Modèle mathématique d'évaluation de la maintenance . . . . .                      | 81        |
| 5.5.4    | Un exemple d'optimisation de la politique . . . . .                               | 82        |
| 5.6      | Analyse des performances des politiques . . . . .                                 | 83        |
| 5.6.1    | Analyse numérique des performances de la politique $(\tau, T)$ . . . . .          | 84        |
| 5.6.2    | Analyse numérique des performances de la politique $(A, T)$ . . . . .             | 85        |
| 5.6.3    | Comparaison des performances des politiques $(\tau, T)$ et $(A, T)$ . . . . .     | 86        |
| 5.7      | Conclusion et perspectives . . . . .  | 88        |
| 5.7.1    | Conclusion . . . . .  | 88        |
| 5.7.2    | Perspectives . . . . .  | 88        |

|            |   |            |
|------------|---|------------|
| <b>6</b>   | <b>Information de surveillance et construction d'un indicateur de décision en maintenance</b>       | <b>89</b>  |
| 6.1        | Introduction . . . . .  | 89         |
| 6.2        | Durée de vie résiduelle moyenne conditionnelle . . . . .  | 90         |
| 6.3        | Politique et modèle de maintenance basé sur <i>MRL</i> . . . . .                                    | 93         |
| 6.3.1      | Politique $(\Delta T, m)$ . . . . .   | 93         |
| 6.3.2      | Modèle mathématique d'évaluation de la maintenance . . . . .  | 93         |
| 6.3.3      | Analyse de l'équivalence des politiques $(\Delta T, m)$ et $(\Delta T, M)$ . . . . .                | 95         |
| 6.4        | Analyse des performances du modèle de maintenance . . . . .   | 96         |
| 6.4.1      | Résultats numériques . . . . .  | 97         |
| 6.4.2      | Analyse numérique et discussion . . . . .   | 100        |
| 6.5        | Conclusion et perspectives . . . . .  | 100        |
| 6.5.1      | Conclusion . . . . .  | 100        |
| 6.5.2      | Perspectives . . . . .  | 101        |
| <b>III</b> | <b>Utilisation d'information de surveillance indirecte dans la prise de décision en maintenance</b> | <b>103</b> |
|            | <b>Résumé de la troisième partie</b>  | <b>105</b> |
| <b>7</b>   | <b>Construction du modèle de défaillance à partir de l'information de surveillance indirecte</b>    | <b>107</b> |
| 7.1        | Introduction . . . . .  | 107        |
| 7.2        | Modélisation du mécanisme de la défaillance . . . . .   | 107        |
| 7.2.1      | Modèle de défaillance en absence de l'influence de l'environnement . . . . .                        | 108        |
| 7.2.2      | Modélisation de l'influence de l'environnement stressant . . . . .                                  | 110        |
| 7.3        | Caractéristiques d'information de surveillance . . . . .  | 115        |
| 7.4        | Estimation du niveau de dégradation du système . . . . .  | 115        |
| 7.4.1      | Motivation pour l'utilisation du filtrage particulière . . . . .                                    | 116        |
| 7.4.2      | Méthodes de Monte Carlo pour l'estimation . . . . .   | 116        |
| 7.4.3      | Algorithme du filtrage particulière pour l'estimation en-ligne . . . . .                            | 120        |
| 7.5        | Conclusion et perspectives . . . . .  | 122        |
| 7.5.1      | Conclusion . . . . .  | 122        |
| 7.5.2      | Perspectives . . . . .  | 123        |
| <b>8</b>   | <b>Modèles de maintenance dynamiques adaptatifs au niveau de dégradation</b>                        | <b>125</b> |
| 8.1        | Introduction . . . . .  | 125        |
| 8.2        | Hypothèses sur le système maintenu . . . . .  | 126        |
| 8.2.1      | Inspections . . . . .   | 126        |

|          |  |            |
|----------|--|------------|
| 8.2.2    | Remplacements . . . . .  | 126        |
| 8.3      | Développement analytique des modèles de maintenance . . . . .                      | 126        |
| 8.3.1    | Politique et modèle de maintenance non-conditionnel dynamique . . . . .            | 127        |
| 8.3.2    | Politique et modèle de maintenance conditionnel adaptatif . . . . .                | 130        |
| 8.4      | Solution numérique des modèles de maintenance . . . . .                            | 133        |
| 8.4.1    | Méthode numérique d'optimisation en-ligne . . . . .                                | 133        |
| 8.4.2    | Méthode numérique d'optimisation hors-ligne . . . . .                              | 135        |
| 8.5      | Analyse des performances des modèles de maintenance . . . . .                      | 138        |
| 8.5.1    | Comparaison des structures des politiques de maintenance . . . . .                 | 138        |
| 8.5.2    | Sensibilité aux incertitudes des mesures . . . . .                                 | 139        |
| 8.5.3    | Sensibilité aux caractéristiques du système et aux coûts d'interventions . . . . . | 141        |
| 8.6      | Conclusion et perspectives . . . . .   | 144        |
| 8.6.1    | Conclusion . . . . .   | 144        |
| 8.6.2    | Perspectives . . . . .   | 145        |
| <b>9</b> | <b>Modèles de maintenance dynamiques adaptatifs à l'environnement</b> . . . . .    | <b>147</b> |
| 9.1      | Introduction . . . . .   | 147        |
| 9.2      | Décisions adaptatives à l'environnement : motivations . . . . .                    | 147        |
| 9.3      | Politique et modèle multi-périodes de maintenance . . . . .                        | 148        |
| 9.3.1    | Politique $(\Delta T_k, M)$ . . . . .  | 148        |
| 9.3.2    | Évaluation et optimisation de la politique $(\Delta T_k, M)$ . . . . .             | 149        |
| 9.4      | Politique et modèle multi-seuils de maintenance . . . . .                          | 152        |
| 9.4.1    | Politique $(\Delta T, M_k)$ . . . . .  | 152        |
| 9.4.2    | Évaluation et optimisation de la politique $(\Delta T, M_k)$ . . . . .             | 153        |
| 9.5      | Analyse des performances des politiques . . . . .                                  | 154        |
| 9.5.1    | Sensibilité aux coûts d'interventions . . . . .                                    | 155        |
| 9.5.2    | Sensibilité aux caractéristiques dynamiques de l'environnement . . . . .           | 158        |
| 9.5.3    | Discussion générale . . . . .  | 162        |
| 9.6      | Conclusion et perspectives . . . . .   | 162        |
| 9.6.1    | Conclusion . . . . .   | 162        |
| 9.6.2    | Perspectives . . . . .   | 163        |
|          | <b>Conclusion générale</b> . . . . .   | <b>165</b> |
|          | <b>Perspectives générales</b> . . . . .  | <b>167</b> |
| <b>A</b> | <b>Formulations pour le chapitre 4</b> . . . . .                                   | <b>169</b> |
| A.1      | Longueur moyenne d'un cycle de renouvellement . . . . .                            | 169        |
| A.2      | Probabilité de remplacement préventif . . . . .                                    | 171        |



|          |  |            |
|----------|--|------------|
| A.3      | Longueur moyenne d'indisponibilité . . . . .         | 172        |
| <b>B</b> | <b>Formulations pour le chapitre 5</b>               | <b>175</b> |
| B.1      | Formulations pour la politique $(\tau, T)$ . . . . . | 175        |
| B.2      | Formulations pour la politique $(A, T)$ . . . . .    | 176        |
| <b>C</b> | <b>Démonstration du lemme 6.2</b>                    | <b>179</b> |
|          | <b>Bibliographie</b>                                 | <b>181</b> |

# Introduction générale

L'objectif de la maintenance est de prévenir, éviter ou corriger les dysfonctionnements de systèmes très divers et souvent complexes. L'automatisation des systèmes de production, les enjeux économiques et industriels croissants, les règlements stricts pour la protection de l'individu et de l'environnement imposent un rôle de plus en plus actif des activités de maintenance au sein de l'organisation et l'exploitation des processus industriels. En effet, la maintenance est passée d'un service improductif à un statut de fonction essentielle et stratégique du système productif [277], à tel point que dans certains cas, on y accorde plus d'importance qu'à la production elle-même directement [199].

Dans le contexte actuel de la maintenance, une des problématiques importantes est de pouvoir prendre des décisions sur une base de données de nature de plus en plus quantitative en mettant en œuvre des méthodes rigoureuses capables de considérer à la fois les mécanismes de l'évolution du système, leurs effets et l'efficacité des actions entreprises. Il s'agit d'apporter encore plus de rationalité dans les choix effectués en prévoyant au mieux les résultats des stratégies de maintenance pour faire face aux impératifs de sûreté, de sécurité, de disponibilité, de développement durable et surtout d'efficacité économique. Aujourd'hui, le progrès des systèmes de contrôle et de surveillance permet d'avoir à disposition des informations de plus en plus diversifiées, ce qui permet de caractériser en temps réel le fonctionnement, le comportement ou les structures complexes de systèmes. La capacité à exploiter de manière pertinente ces informations pour la prise de décision en maintenance constitue désormais un enjeu important.

Dans cette optique, les travaux de cette thèse portent sur la quantification de l'apport de l'information de surveillance selon la manière dont elle est utilisée dans la prise de décision en maintenance, avec deux objectifs principaux. Le premier objectif insiste sur le développement des modèles de fiabilité permettant de synthétiser des indicateurs de fiabilité "dynamiques" prenant en compte l'ensemble des informations de surveillance disponibles sur le système. Nous explicitons comment la nature des informations de surveillance (type d'information, méthode de mesure, etc.) peut être intégrée dans les modèles de fiabilité du système. Ensuite, nous nous attachons à montrer comment les indicateurs de fiabilité synthétisés permettent de caractériser l'état courant du système et de prévoir son évolution mieux que les modèles de fiabilité classiques. Le second objectif consiste à proposer des procédures de décision de maintenance basées sur ces indicateurs et à développer des modèles de coût pour la quantification des performances associées. Ces stratégies doivent être à la fois suffisamment sophistiquées pour assurer un intérêt économique et suffisamment simples pour permettre leur utilisation dans une application pratique. Nous cherchons également à déterminer les conditions d'applicabilité de chacune de ces stratégies de maintenance dans le but de réduire au plus les coûts des interventions.

Ce mémoire est organisé en trois grandes parties.

La première partie présente la problématique des travaux en définissant les enjeux, les objectifs et la démarche d'étude de la thèse. Pour cela, les étapes fondamentales de la modélisation en maintenance sont décrites et une étude bibliographique des méthodes de modélisation de la maintenance est proposée.

La deuxième partie du mémoire est consacrée à l'étude des problèmes de maintenance conditionnelle basés sur une information de surveillance directe. Pour ce faire, nous développons un modèle de défaillance d'un système soumis aux risques concurrents et dépendants de choc et de dégradation. En s'appuyant sur ce modèle, plusieurs possibilités d'utilisation de l'information de surveillance pour l'aide à la décision en maintenance conditionnelle sont proposées : maintenance préventive, maintenance corrective et construction d'un indicateur de décision robuste. L'ensemble des études dans cette partie permet de montrer des résultats préliminaires sur les gains apportés par des informations de surveillance.

La troisième partie du mémoire est une étude plus approfondie sur la valeur ajoutée et les meilleures méthodes d'exploitation des informations de surveillance en maintenance. Un modèle conjoint de défaillance et de mesure, représentant les caractéristiques physiques et stochastiques du phénomène de dégradation, et les informations de surveillance indirectes (l'état de l'environnement opérationnel et les mesures bruitées de dégradation), est développé. En se basant sur ce modèle, plusieurs politiques de maintenance conditionnelle et dynamique sont proposées : politiques adaptatives à la condition propre du système, politiques adaptatives à l'état de l'environnement opérationnel, etc. L'analyse des performances de ces politiques permet de compléter et parachever les conclusions sur l'apport des informations de surveillance énoncées dans la deuxième partie.

Les travaux présentés dans ce mémoire de thèse ont fait l'objet de 1 publication en revue internationale à comité de lecture [139], 2 publications en révision à European Journal of Operational Research [138] et à IEEE Transaction on Reliability [131], 8 communications en conférence internationale [52, 128, 129, 130, 133, 135, 136, 137] (la communication à la conférence IEEE RAMS en janvier 2010 [135] a reçu le 1<sup>er</sup> prix de la Tom Fagan Reliability & Maintainability Symposium Student Paper Competition), et 2 communications en conférence nationale [132, 134].

Première partie

Cadre de l'étude



# Résumé de la première partie

La maintenance est définie selon la norme européenne NF EN 13306 X60-319 [207] comme “l’ensemble de toutes les actions techniques, administratives et de management durant le cycle de vie d’un bien, destinées à le maintenir ou à le rétablir dans un état dans lequel il peut accomplir la fonction requise”. Depuis les années 50, la maintenance joue un rôle très important dans la garantie du bon fonctionnement des systèmes industriels. Aujourd’hui, le désir de mieux maîtriser l’exploitation des systèmes industriels et de gagner en compétitivité renforce l’intérêt que portent les entreprises à la maintenance, et les pousse à y investir de plus en plus. Dans ce contexte, cette thèse est consacrée à utiliser l’approche stochastique pour traiter des problèmes liés à la décision en maintenance. Pour cela, nous commençons, dans cette première partie, à étudier les étapes fondamentales de la modélisation en maintenance, les modèles de défaillance existants, ainsi que les politiques de maintenance déjà développées. L’ensemble de ces études a pour but de mettre en évidence la problématique de la thèse, le cadre de notre étude, et les objectifs des travaux de recherche réalisés.

Le chapitre 1 est une introduction générale à la modélisation en maintenance calendaire et conditionnelle. L’étude dans ce chapitre nous permet d’identifier la problématique générale de cette thèse, à savoir la quantification des gains apportés par l’information de surveillance dans la décision en maintenance conditionnelle.

Dans le chapitre 2, nous présentons tout d’abord une étude bibliographique plus ciblée sur la modélisation en maintenance conditionnelle afin de resserrer le cadre de notre problématique et de justifier les choix de modélisation effectués. Nous précisons ensuite les objectifs précis à atteindre, et proposons une démarche générale de travail qui s’articule autour de deux axes principaux : les problèmes de modélisation et de décision en maintenance liés d’une part aux informations de surveillance directes (cf. partie II) et d’autre part aux informations de surveillance indirectes (cf. partie III).



## Chapitre 1

# Évaluation quantitative des stratégies de maintenance : problématique

### 1.1 Introduction

Dans le cadre d'un marché ouvert, la problématique d'une entreprise est de fournir, dans les meilleures conditions de coûts et les délais les plus courts, des produits de qualité pour une clientèle de plus en plus exigeante. Ce défi donne un rôle de plus en plus important à l'activité de maintenance au sein de l'organisation de production : celle-ci est passée d'un service improductif à un statut de fonction essentielle et stratégique du système productif [277]. En effet, on observe un intérêt accru pour l'investissement dans les opérations de maintenance. Par exemple, entre 1979 et 1989, la dépense pour la maintenance d'un groupe d'entreprises américaines a augmenté de 200 billion US. dollars à 600 billions US. dollars [298], et ce chiffre aurait doublé en 20 ans [123]. En 1990, le coût de maintenance varie de 15% à 40% du coût total de production suivant le type d'industrie [195], et cette portion atteint de 15% à 70% en 2000 [34]. Cette tendance est similaire dans beaucoup d'autres pays dont l'Australie [123], le Suède [3, 4], la Norvège [124, 163], etc. Face à une dépense de plus en plus importante, la capacité de réduction du coût de maintenance peut apporter un avantage compétitif aux entreprises. Dans cette optique, depuis les années 60, un grand nombre de stratégies de maintenance a été développé [77, 141, 222, 241, 253, 268, 280]. De manière générale, ces stratégies ont progressé de la maintenance curative, à la maintenance calendaire préventive, puis à la maintenance conditionnelle préventive, et récemment vers la maintenance conditionnelle prédictive [123]. Malgré ces efforts, un tiers à un demi du budget de maintenance est gaspillé à cause d'interventions inefficaces [196]. La raison est que le choix des stratégies de maintenance se base essentiellement sur les analyses qualitatives, et par conséquent ne peut pas exploiter au mieux leurs avantages [9]. Pour apporter encore plus de rationalité dans la décision face à ce problème, il est nécessaire de disposer d'outils permettant une évaluation quantitative des performances de différentes stratégies de maintenance [237, 317]. C'est sur ce dernier point et par des approches stochastiques que se concentrent les travaux de cette thèse.

Plus concrètement, notre étude portera sur des composants ou des systèmes mono-composants pour lesquels nous nous intéressons à des stratégies de maintenance calendaire et conditionnelle qui sont les deux classes les plus utilisées dans l'industrie [102, 103]. Nous visons alors à développer des modèles quantitatifs pour examiner l'efficacité réelle de ces stratégies, et à proposer des méthodes pour améliorer leurs performances. Ceci revient à proposer et optimiser des stratégies de maintenance conditionnelle, et les comparer aux stratégies calendaires. Il faut donc, dans un premier temps, pouvoir s'appuyer sur un modèle stochastique du système qui prend en compte son comportement aléatoire. L'enjeu ici est de construire des modèles de défaillance qui représentent correctement la nature "physico-stochastique" du système et qui permettent de prédire au mieux sa condition future. Les problèmes liés à la construction d'un tel modèle seront présentés dans la section 1.2. Il faut ensuite pouvoir



proposer des règles de décision en maintenance et évaluer leurs performances. Pour ce faire, nous présentons et comparons tout d'abord les grands types de stratégies de maintenance (calendaire et conditionnelle), nous examinons ensuite les méthodes d'évaluation des performances, et proposons des axes d'étude. Ces points seront développés dans les sections 1.3 et 1.4 respectivement. L'ensemble de ces études préliminaires permet d'une part de limiter le cadre d'étude de cette thèse, et d'autre part d'énoncer plus en détail dans la section 1.5 la problématique posée.

## 1.2 Modèles de défaillance

La modélisation d'une politique de maintenance repose bien évidemment sur un modèle de défaillance du système non maintenu. Pour construire un tel modèle de défaillance du point de vue fiabiliste, on définit un espace d'états dans lequel le système est susceptible de se trouver et on doit préciser comment le système passe d'un état à un autre. Il existe dans la littérature deux grandes classes de modèles pour rendre compte de l'évolution d'un système : les modèles de durée de vie et les modèles de dégradation.

### 1.2.1 Modèles de durée de vie

On appelle modèle de durée de vie, le cas simple où l'ensemble des états que peut parcourir le système se réduit à l'état de panne et à l'état de marche. Ces modèles sont largement utilisés dans la littérature [22, 23] et particulièrement appropriés pour modéliser des formes de défaillances de type "cataleptique", pour lesquelles le passage de l'état de marche à l'état de panne est immédiat, sans qu'on puisse observer de phénomène de dégradation ou de vieillissement [24]. Ainsi, pour ce type de modèles, il est nécessaire de déterminer une loi de l'instant de panne qui peut être directement fonction de la durée de fonctionnement du système. On trouve dans le cadre des modèles de durée de vie des méthodes statistiques classiques de type inférence paramétrique, semi-paramétrique et non-paramétrique [79].

### 1.2.2 Modèles de dégradation

On appelle modèle de dégradation, les modèles pour lesquels l'espace des états se compose non seulement des états de marche et de panne, mais aussi d'états intermédiaires appelés "états dégradés". Les états de dégradation permettent de transiter successivement entre l'état neuf ou le moins dégradé et l'état de panne, et une défaillance se produit lorsque le niveau de dégradation atteint un certain seuil. Dans ce cas, il faut trouver les lois de dégradation qui vont donner les dates d'entrée dans ces différents états intermédiaires et le temps passé dans chaque état. Selon la nature du système, on distingue deux grandes classes de dégradation [47] : les modèles à dégradation discrète et les modèles à dégradation continue.

### 1.2.3 Problèmes de modélisation du processus de défaillance

On peut constater que les modèles de durée de vie sont assez simples, et leur mise en œuvre nécessite de n'avoir que des informations de type marche/panne sur le système (par exemple les dates de défaillance). Par rapport aux modèles de durée de vie, les modèles de dégradation peuvent donner de meilleurs résultats sur l'analyse de fiabilité [247], dans la mesure où ils permettent une description plus fine du processus de défaillance. Néanmoins, leur mise en

œuvre est plus complexe et nécessite d’avoir des connaissances sur le niveau de dégradation du système qui est parfois très difficile à surveiller. Les progrès des systèmes de contrôle et de surveillance d’aujourd’hui permettent de développer davantage ce type de modèles. Comme par ailleurs, un niveau de dégradation continue est souvent plus porteur d’information pour l’ingénieur de maintenance ou pour l’expert du système qu’un état discret “fictif” [29], on s’intéresse essentiellement, dans cette thèse, au modèle de dégradation graduelle continue.

Dans la littérature, les modèles de dégradation continue existants sont bien souvent caractérisés par un unique processus stochastique [2, 47]. De tels modèles peuvent s’avérer cependant très pénalisants en pratique [79] parce qu’un système fonctionnant dans un contexte industriel est soumis également à divers facteurs (appelés covariables) tels que l’environnement opérationnel, les modes de fonctionnement, les différentes causes de défaillance, etc. Afin de faire un pas en avant vers les situations pratiques, il est nécessaire d’essayer de prendre en compte l’impact de ces facteurs dans la modélisation de la dégradation. Ainsi, l’évolution du système ne peut plus être décrite par un seul processus de dégradation, mais par plusieurs processus en interaction. À ce titre, l’article “fondateur” de Singpurwalla [245] a bien mis en évidence l’intérêt de combiner les approches classiques basées sur la durée de vie et les approches basées sur la modélisation de la dégradation pour décrire le comportement du système lorsque les covariables représentent une information complémentaire à celle qui concerne l’évolution de dégradation. On peut également utiliser des processus multivariés (par exemple des processus bivariés [203, 192] ou des processus de Markov additifs [67]) pour décrire un phénomène de dégradation avec des covariables. De telles approches permettent d’avoir un modèle de défaillance plus complet et réaliste, et d’apporter des éléments de construction d’un indicateur efficace pour la prise de décision en maintenance. Ceci est l’orientation que nous envisageons pour construire notre modèle de dégradation/défaillance.

La modélisation du modèle requis est étroitement liée aux questions suivantes :

- Quels sont les outils pour modéliser de manière stochastique le comportement continu de dégradation d’un système ?
- Quels sont les impacts des covariables sur le comportement du fonctionnement d’un système ?
- Comment peut-on modéliser les interactions entre les covariables et la progression vers la panne ?

L’étude bibliographique dans la section 2.2 du chapitre 2 permet d’apporter des éléments pour répondre à ces questions.

## 1.3 Stratégies de maintenance

Après avoir construit un modèle de défaillance, l’étape suivante de la modélisation en maintenance consiste en la détermination des stratégies de maintenance. Selon la nature des informations prises en compte dans la décision en maintenance, on distingue les stratégies calendaires des stratégies conditionnelles. Dans la suite de cette section, on présente les notions de base et la différence fondamentale entre ces deux classes de stratégies, et l’on présente les problèmes liés à la construction des stratégies de maintenance efficaces.

### 1.3.1 Stratégies de maintenance calendaire

Les stratégies de maintenance calendaire sont classiques et largement appliquées dans l’industrie [280]. Puisque les règles de décision s’appuient essentiellement sur la connaissance du

temps de fonctionnement du système, ces stratégies sont particulièrement appropriées pour les modèles de durée de vie. Suivant les différentes façons de prendre en compte l'histoire des défaillances du système dans la détermination des instants pour les actions de maintenance, on différencie deux familles de stratégies calendaires [227] : maintenance par blocs et maintenance basée sur l'âge. Les politiques de maintenance par blocs se basent uniquement sur un calendrier d'interventions. L'indicateur de décision pour la date d'intervention est le temps calendaire. Ainsi, aucune information de surveillance en-ligne n'est prise en compte au niveau des dates d'intervention. Les politiques de maintenance basée sur l'âge sont les politiques pour lesquelles l'indicateur de décision est l'âge du système (c-à-d. le temps écoulé depuis la dernière date de mise en route du système). Cet âge constitue plus ou moins une information de surveillance en-ligne, même si elle est très sommaire [24]. Ces politiques, y compris leurs extensions les plus récentes [221, 280], peuvent toute être qualifiées de "statiques" dans le sens où les décisions de maintenance sont établies hors-ligne sur la base d'informations à priori.

### 1.3.2 Stratégies de maintenance conditionnelle

Le développement des technologies et des méthodes de surveillance conditionnelle ont permis d'obtenir une mesure de la condition de santé sur des systèmes de plus en plus variés [226]. En conséquence, les décisions de maintenance peuvent être prises sur la base d'une information plus riche sur la condition de santé du système. On parle alors de maintenance conditionnelle. En effet, selon la norme européenne NF EN 13306 X60-319 [207], la classe des stratégies de maintenance conditionnelle regroupe l'ensemble des politiques préventives pour lesquelles les décisions de maintenance se prennent sur la base d'une observation de l'état du système à maintenir. Cette classe de politiques requiert donc un effort important de modélisation, de façon à pouvoir rendre compte de l'évolution de l'état d'un système soumis à une politique de maintenance.

En regardant la structure de décision, il est raisonnable de penser qu'une stratégie de maintenance conditionnelle présente des performances supérieures à celles des stratégies calendaires [103] car elle permet d'intégrer, dans le processus de décision, les conditions courantes du système. Les interventions conditionnelles s'adaptent donc mieux au comportement réel du système et offrent un éventail de choix plus large [214]. Néanmoins, il faut noter que les travaux de modélisation consacrés aux stratégies de maintenance conditionnelle restent encore moins nombreux que les études sur les stratégies calendaires.

Il existe de nombreuses façons pour classifier des politiques de maintenance conditionnelle. Selon la qualité de l'information utilisée, on peut distinguer les politiques basées sur la surveillance parfaite des politiques basées sur la surveillance imparfaite [141]. On peut également différencier les politiques conditionnelles statiques et dynamiques dépendant de la structure de décision [24]. Et enfin, on peut diviser les politiques conditionnelles selon les types de modèles de dégradation [47, 79, 281]. Ces classifications permettent une meilleure compréhension de la nature des interventions conditionnelles, et donc d'identifier des pistes d'amélioration des performances des politiques conditionnelles.

### 1.3.3 Problèmes de construction des stratégies de maintenance

À partir des analyses précédentes, on peut constater qu'il existe une littérature très importante sur la maintenance des systèmes qui fait référence à des stratégies calendaires. Néanmoins, comme ces stratégies, basées uniquement sur le temps calendaire ou sur l'âge

du système, peuvent conduire à des interventions trop précoces ou trop tardives par rapport à l'état réel des dégradations, elles ne sont plus toujours optimales par rapport à la demande des entreprises. Les stratégies conditionnelles construites sur une anticipation de la dégradation sont beaucoup moins développées mais semblent plus adaptées pour éviter une perte économique. Leur étude est donc très prometteuse et reste un enjeu majeur pour les années à venir. C'est la raison pour laquelle nous nous intéressons à la construction et à l'évaluation des stratégies de maintenance conditionnelle dans cette thèse.

La capacité de prise en compte des informations de surveillance sur l'état actuel du système dans les règles de décision en maintenance est le facteur principal qui engendre un avantage pour les stratégies conditionnelles par rapport à celles qui sont calendaires. Pourtant, comme ces informations ne sont pas toujours parfaites, mais peuvent être entachées d'erreurs (mesures bruitées, défaillances non détectées, etc.) ou indirectes et censurées sur la dégradation (états de l'environnement opérationnel, covariables explicatives, etc.), elles peuvent entraîner des décisions d'interventions "sous-optimales" et par conséquent diminuer les performances des stratégies conditionnelles. D'ailleurs, une décision de maintenance basée sur des informations conditionnelles nécessite de mettre en oeuvre une politique d'inspection qui peut être onéreuse. C'est pour ces raisons qu'il est nécessaire de développer d'évaluation de performances des stratégies de maintenance pour quantifier l'intérêt de la surveillance et de la maintenance conditionnelle.

La construction d'une stratégie de maintenance conditionnelle revient à répondre aux questions principales suivantes :

- Quelle est la nature des interventions que l'on peut optimiser : le niveau de remise à neuf des actions de maintenance (complet ou partiel), la qualité de l'action de maintenance et d'inspection (parfaite ou imparfaite), la durée des interventions, etc. ?
- Comment peut-on choisir ou synthétiser un indicateur conditionnel à partir des informations de surveillance disponibles sur le système à un instant donné ?
- Comment peut-on planifier les interventions (inspection, remplacement, réparation, etc.) pour éviter au mieux les dépenses inopportunes ?

Les réponses seront représentées dans la section 2.3 du chapitre 2 à travers une étude bibliographique.

## 1.4 Évaluation des stratégies de maintenance

L'étape finale dans la modélisation en maintenance est de quantifier les performances des stratégies. Comme les objectifs d'un programme de maintenance sont souvent variés et peuvent mener à des situations contradictoires, il faut tout d'abord définir le critère de choix qui permet d'optimiser ces performances. Différents types de critères peuvent être envisagés, comme par exemple, un critère économique [118], un critère de disponibilité [178], un critère de sécurité [125], un critère mixte [97, 173], etc. Les préoccupations économiques étant sans conteste une des motivations majeures pour les études d'optimisation de maintenance, nous nous intéressons, dans le cadre de cette thèse, un critère de coût. Pour déterminer si (et sous quelles conditions) une stratégie conditionnelle est plus rentable et plus appropriée au système étudié qu'une stratégie calendaire, il est nécessaire de disposer un modèle mathématique du coût de maintenance. De manière générale, l'approche d'évaluation de ce modèle peut être analytique ou numérique. La recherche bibliographique dans la section 2.4 du chapitre 2 montrera des critères économiques souvent utilisés et des méthodes pour évaluer les modèles du coût associés.

## 1.5 Conclusion et problème posé

Ce chapitre souligne la nécessité de considérer des modèles mathématiques pour évaluer et optimiser la maintenance d'un système industriel. La construction d'un tel modèle se compose de trois étapes principales : développement d'un modèle de défaillance, proposition des stratégies de maintenance et évaluation de leurs performances. L'analyse des problèmes rencontrés dans chacune des étapes montre que la structure d'une politique de maintenance calendaire est assez simple et l'optimisation de son critère économique est presque toujours assurée théoriquement [22]. Mais, ce n'est pas le cas pour une décision conditionnelle en maintenance. En effet, la modélisation et l'optimisation d'une politique conditionnelle réaliste est plus complexe et nécessite à la fois :

- de disposer d'un modèle de défaillance qui prend en compte correctement le comportement dynamique du système en s'appuyant sur la dégradation (continue) et les impacts de covariables,
- de déterminer la nature et les caractéristiques d'interventions, de pouvoir construire des indicateurs conditionnels sur la base des données de surveillance de plus en plus diverses, de planifier et prendre des décisions de maintenance à partir de tels indicateurs,
- de pouvoir développer des modèles de coûts pour évaluer les performances des politiques proposées en les comparant à celles plus classiques de type calendaire.

Ces points seront explicités par une analyse bibliographique dans le chapitre 2.

L'étude préliminaire dans ce chapitre montre que la manière dont on est capable de prendre en compte l'information de surveillance dans la modélisation et l'optimisation des politiques de maintenance est déterminante. Dans cette thèse, nous avons décidé de quantifier l'apport de l'information de surveillance en considérant différents types et en confrontant les performances des politiques conditionnelles et calendaires.

## Chapitre 2

# Analyse bibliographique

### 2.1 Introduction

Après avoir souligné l'intérêt de développer des modèles mathématiques pour évaluer les performances réelles des stratégies de maintenance conditionnelle, nous proposons de faire une étude bibliographique de ces modèles. Cette étude permet, d'une part, de préciser les problèmes liés à la modélisation de maintenance conditionnelle, énoncés dans le chapitre 1, et d'autre part, d'identifier les objectifs concrets et la démarche d'étude de cette thèse.

Dans la section 2.2, nous mettons en avant les outils les plus utilisés pour la modélisation stochastique de la dégradation continue, et des modèles représentant l'influence de covariables sur ce type de dégradation. Un aperçu des éléments fondamentaux d'une stratégie de maintenance conditionnelle est proposé dans la section 2.3. Une telle stratégie de maintenance se compose du choix de la nature des interventions, de la construction d'un indicateur de décision conditionnelle, et de la planification des interventions. La section 2.4 est consacrée à la construction des modèles de coût pour évaluer les performances des stratégies de maintenance : critères économiques et méthodes d'évaluation. Après cela, dans la section 2.5, nous explicitons les objectifs des travaux, nous proposons une démarche d'étude générale, et nous précisons les problèmes concrets à traiter dans cette thèse. Finalement, nous concluons ce chapitre dans la section 2.6.

### 2.2 Modélisation stochastique de la dégradation continue

L'objectif de cette section est de fournir des éléments pour construire un modèle de défaillance approprié au contexte industriel en se basant sur la dégradation continue. Pour ce faire, comme indiqué dans la section 1.2.3 du chapitre 1, on cherche, dans un premier temps, les outils pour la modélisation stochastique de dégradation continue, et dans un second temps, les modèles représentant l'impact de covariables sur le comportement du système. Une analyse conjointe des points précédents précisera l'orientation de la construction des modèles à examiner dans cette thèse.

#### 2.2.1 Outils de modélisation stochastique de la dégradation continue

En pratique, de nombreux systèmes industriels sont soumis une dégradation physique continue due à des phénomènes d'érosion (digues, ouvrages de protection hydraulique, [71]), de corrosion (structures métalliques, oléoducs [209]), de propagation de fissure (pales de compresseur, structures en béton [275]), d'usure par enlèvement de matière (garnitures de frein, pneus, rails, paliers, inducteurs de four [66]), de perte de propriétés spécifiques (outils d'usinage [143]), de perte de compression (réacteur), de consommation d'huile, etc. Ces

phénomènes peuvent être considérés par nature comme aléatoires. Il est alors préférable de les décrire par un processus stochastique [171]. Dans le cadre de la modélisation stochastique, la classe des modèles généraux de trajectoire et la classe des processus de Lévy sont les deux approches les plus utilisées [13, 145, 242].

### Modèle général de trajectoire

Le modèle général de trajectoire (*general path model*), aussi appelé modèle d'effet mixte (*mixed effect model* [185]) ou modèle de régression (*regression-based model* [242]), est couramment utilisé dans l'industrie ainsi que dans les domaines académiques pour décrire un phénomène de dégradation continue [176, 177, 191]. Ce modèle a pour but d'ajuster les mesures de dégradation par un modèle de régression à coefficients aléatoires et/ou fixés. Lu et Meeker [185] ont été les premiers à proposer un tel modèle sous la forme générale suivante :

$$z_t = g(t, \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\theta}) + \varepsilon, \quad (2.1)$$

où  $z_t$  correspond à la mesure de dégradation à l'instant  $t$ ,  $\boldsymbol{\lambda}$  et  $\boldsymbol{\theta}$  sont respectivement les vecteurs des coefficients d'effet aléatoires et des coefficients d'effet fixés,  $g$  est une fonction déterministe continue représentant la dégradation sous-jacente,  $\varepsilon$  est un bruit de mesure (qui suit, par exemple, une loi normale  $\mathcal{N}(0, \sigma_\varepsilon^2)$ ). En fonction de la présence des coefficients d'effet dans l'équation (2.1), on obtient des cas spéciaux du modèle général de trajectoire : modèle d'effet aléatoire (*random effect model*) et modèle d'effet fixe (*fixed effect model*) [53]. Les différentes formes de la fonction  $g$  (linéaires, convexes et concaves) donnent diverses catégories de dégradation [191].

À partir du premier modèle de Lu et Meeker, de nombreuses applications du modèle général de trajectoire ont été mises en œuvre [186, 191, 228, 259, 260, 319], et sa théorie est de plus en plus perfectionnée. En effet, les hypothèses fondamentales du modèle d'effet aléatoire sont énumérées par Wang [283]. On peut trouver dans le livre de Meeker et Escobar [191] divers méthodes pour modéliser la dégradation à partir des données, des méthodes statistiques pour l'analyse des données et l'inférence statistique des données de la dégradation. Haghghi *et al.* synthétisent dans [121] différentes approches (paramétrique, semi-paramétrique et non-paramétrique) pour estimer la fonction de survie sur la base des modèles généraux de trajectoires. L'article de Si *et al.* [242] et la série des travaux de Gebraeel *et al.* [98, 99, 100, 101] synthétisent plusieurs modèles d'effet aléatoire et modèles de régression pour prédire la durée de vie résiduelle du système.

L'analyse des travaux précédents montre que le modèle général de trajectoire est relativement simple à construire et peut s'adapter facilement à plusieurs catégories de dégradation en modifiant sa fonction sous-jacente  $g$ . Les paramètres du modèle peuvent être estimés de manière efficace par des méthodes statistiques classiques [191]. Un autre avantage de cette approche est l'application directe des mesures de dégradation dans l'analyse statistique. Des grandeurs fiabilistes (telles que la fiabilité ou la vie résiduelle) calculées à partir du modèle sont souvent obtenues sous forme analytique.

### Processus de Lévy

La classe des processus de Lévy est un autre outil pour modéliser l'évolution de la dégradation d'un système. Selon la définition dans [70], un processus stochastique  $\{x_t\}_{t \geq 0}$  est appelé processus de Lévy si :

1.  $x_0 = 0$ ,
2. ses incréments sont indépendants : pour toute suite strictement croissante d'instants  $t_0, t_1, \dots, t_{n-1}, t_n$ , les variables aléatoires  $x_{t_0}, x_{t_1} - x_{t_0}, \dots, x_{t_n} - x_{t_{n-1}}$  sont indépendantes,
3. il vérifie la propriété de continuité stochastique : pour tout  $\epsilon > 0$ ,

$$\lim_{h \rightarrow 0} P(|x_{t+h} - x_t| \geq \epsilon) = 0.$$

Si de plus les incréments sont stationnaires, il s'agit d'un processus de Lévy homogène [6]. Dans le cas contraire, le processus est non-homogène [156]. Il faut noter que la troisième propriété du processus de Lévy n'implique pas qu'il est toujours un processus continu. En effet, contrairement au modèle général de trajectoire, le processus de Lévy donne un processus de dégradation à partir d'une infinité de sauts microscopiques indépendants. Ceci rend la modélisation et la simulation plus flexibles et appropriées notamment à un environnement opérationnel dynamique [216, 245, 242], car il peut prendre en compte l'incertitude temporelle dans la modélisation de dégradation. L'inconvénient du processus est le calcul théorique parfois inaccessible. Dans la littérature, le choix de modélisation d'un phénomène de dégradation continue par la classe des processus de Lévy se base souvent sur un processus Gamma ou un processus de Wiener.

Dans le cas des processus Gamma, les incréments dans un intervalle de temps  $\Delta t$  sont identiquement distribués selon une loi Gamma de paramètre de forme  $\alpha(\Delta t) > 0$  et de paramètre d'échelle  $\beta > 0$  [268]. La forme de  $\alpha$  définit la trajectoire moyenne du processus. Si  $\alpha(t)$  est une fonction linéaire en temps  $t$ , on obtient un processus Gamma homogène [40, 118, 147, 178]. Sinon, il s'agit d'un processus Gamma non-homogène [95, 209, 273, 291]. Comme ces processus ont des trajectoires strictement croissantes, leur choix pour modéliser la dégradation d'un système est principalement motivé par une volonté de considérer des systèmes qui ne peuvent pas s'améliorer sans action de maintenance majeure. En effet, depuis la première proposition de Abdel-Hameed [1] en 1975, le processus Gamma a été largement appliqué pour modéliser le mécanisme aléatoire de la dégradation continue dans le temps [35, 51, 270, 275]. On peut également trouver une synthèse très complète de van Noortwijk [268] sur l'application des processus Gamma en maintenance. Cette synthèse montre que les processus Gamma se présentent bien à la modélisation de la dégradation (voir aussi [73, 82, 90, 113, 209, 216]). Les processus exponentiels utilisés pour modéliser le phénomène de dégradation dans [31, 48, 81] sont aussi des cas particuliers du processus Gamma.

Lorsque les trajectoires de dégradation du système sont non-monotones, on peut avoir recours aux processus de Wiener [73, 83, 296]. Ceci est un processus de Lévy dont les incréments dans un intervalle de temps  $\Delta t$  suivent une loi normale  $\mathcal{N}(\Lambda(\Delta t), \sigma^2 \Lambda(\Delta t))$ .  $\sigma > 0$  est le coefficient de diffusion et  $\Lambda(t)$  est la dérive définissant la forme moyenne et la propriété d'homogénéité du processus. Ce processus est dit homogène et non-homogène respectivement si  $\Lambda(t)$  est linéaire ou non-linéaire en temps  $t$  [292, 293]. Étant donnée la propriété de non-monotonie des trajectoires, le processus de Wiener est beaucoup utilisé pour décrire la dégradation continue sous l'effet des actions de maintenance [113, 203, 204, 205].

### 2.2.2 Modèle d'influence de covariables

Les covariables sont des quantités observables qui sont corrélées à l'état du système mais ne le définissent pas directement ou complètement [24]. Dans le cadre des systèmes industriels, il s'agit souvent des grandeurs relatives à l'environnement opérationnel (vibration, température, humidité ambiante, etc.), aux conditions d'utilisation (charge, niveau de production requis,



etc.), ou à des phénomènes physiques ou aléatoires sous-jacents expliquant l'évolution de l'état du système (modes de dégradation, modes de défaillance, etc.). De telles variables sont considérées comme des facteurs éventuels à l'origine de modification du comportement d'un système. Ainsi, l'étude de leurs effets sur le système étudié constitue un enjeu important dans la modélisation des phénomènes de dégradation. Partant de ce point de vue, de nombreux modèles représentant l'influence de covariables ont été développés [13, 80, 81, 114, 115, 146, 151, 152, 154, 157, 167, 170, 213, 219, 224, 245, 246, 308, 310, 314]. À travers ces modèles, on voit que l'évolution de covariables est souvent décrite par un processus stochastique et les impacts de covariables sur la dégradation continue peuvent se diviser en quatre types principaux (cf. figure 2.1).

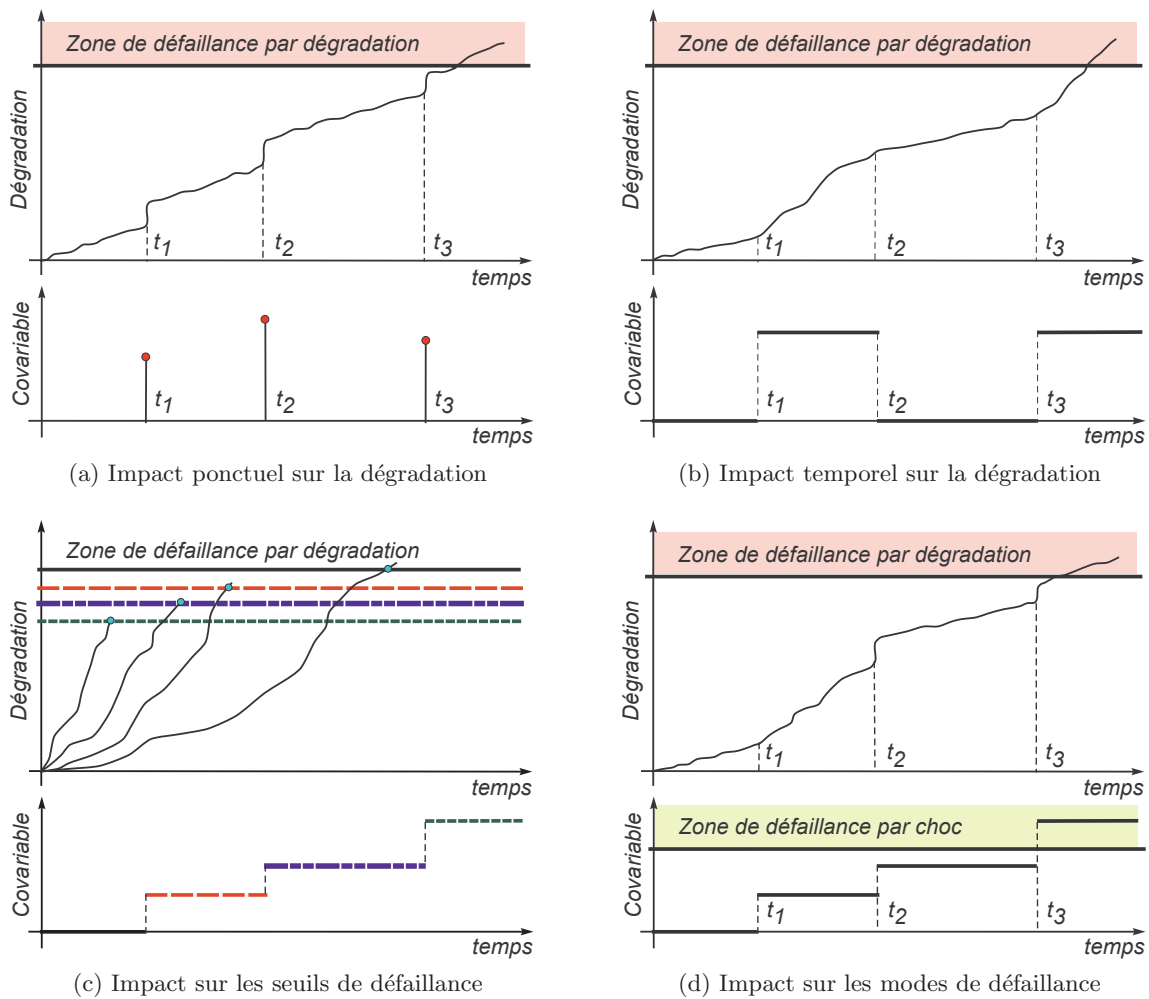


Figure 2.1 – Illustration des impacts de covariables sur un modèle de dégradation

Pour le premier type, l'évolution de covariables peut engendrer un impact ponctuel sur la dégradation (cf. sous-figure 2.1a). Dans ce cas, un changement brusque des états de covariables entraîne une augmentation soudaine dans le niveau de dégradation du système. Ce type d'impact est considéré dans [80, 81, 219, 236, 294].

Pour le deuxième type, les covariables ont un impact temporel sur la dégradation (cf. sous-figure 2.1b). Très souvent, dans ce cas, la vitesse et/ou la variance du processus de dégradation sont pilotées par des covariables. Ainsi, pour modéliser ce phénomène, on représente les

paramètres liés à la vitesse et à la variance de la dégradation comme une fonction de covariables. Dans la littérature, le modèle des hasards proportionnels de Cox [72] et ses dérivations (modèle des covariables proportionnelles, modèle des hasards explicites, etc. [114, 115]) sont les plus utilisés pour exprimer cette relation. Ces approches de modélisation sont étudiées dans [314, 315]. Bagdonavičius et Nikulin [14], Lawless et Crowder [167] proposent d'intégrer des covariables dans un processus Gamma soit par le biais du paramètre de forme, soit par le biais du paramètre d'échelle. D'autres exemples peuvent être trouvés dans [73, 170, 224, 245]. La classe des processus de Markov déterministes par morceaux (*piecewise deterministic Markov processes*) est aussi un bon outil pour décrire ce type d'impact [59, 60, 61, 62].

Contrairement aux approches précédentes, le troisième type d'impact ne modifie pas l'état de dégradation du système, mais son seuil de défaillance (cf. sous-figure 2.1c). Cette influence est souvent considérée dans la phase de conception d'un produit adapté à des clients avec différentes conditions d'usage [261, 308], et dans la situation où la qualité de l'élément est hétérogène ou l'information de surveillance est imparfaite [8, 168]. Dans ce cas, le seuil de défaillance n'est plus fixé, mais représenté comme une variable aléatoire de distribution dépendant de covariables. Comme indiqué par Lu et Meeker dans [185], les distributions les plus utilisées sont uniformes, normales ou log-normales. Par exemple, Wang et Coit développent dans [282] un modèle de dégradation dont le seuil de défaillance est distribué selon une loi normale, alors que Feng *et al.* [94] proposent une loi log-normale pour modéliser le seuil. Zacks synthétise dans [312] l'ensemble de ses travaux sur le développement des modèles de dégradation avec seuil de défaillance croissant.

Le dernier type d'impact considère que les covariables peuvent engendrer un mode de défaillance supplémentaire sur le système (cf. sous-figure 2.1d). Étant donné que la défaillance d'un système peut se diviser en défaillance par choc et défaillance par dégradation [79], on s'intéresse à des modèles représentant à la fois ces deux modes de défaillance. De tels modèles sont appelés modèle *DTS* (*Degradation-Threshold-Shock* [170]). On considère qu'un système tombe en panne dès que le niveau de dégradation dépasse un seuil critique ou une défaillance liée au choc survienne. Ce modèle a été proposé pour la première fois par Lemoine et Wenocur [172]. Après cela, un grand nombre d'extensions et d'applications sont développées [37, 81, 126, 127, 165, 170, 174, 175, 219, 274, 295, 319]. L'analyse de ces références permet d'identifier que le problème majeur actuel de ces modèles est comment modéliser la dépendance entre les modes de défaillance. Les modèles *DTS* avec covariables [170, 171] peuvent être considérés comme un modèle général qui combine les types d'impacts précédents.

### 2.2.3 Enseignements

Le phénomène de dégradation d'un système est souvent modélisé par une approche stochastique en se basant sur une description déterministe qui représente des caractéristiques physiques et chimiques du phénomène (processus sous-jacent). Dans le cadre stochastique, les processus de Lévy et les modèles généraux de trajectoire sont les deux classes les plus utilisées. Dans cette thèse, on s'appuie principalement sur la classe des processus de Lévy pour construire des modèles de défaillance.

Par ailleurs, la prise en compte de l'impact de covariables constitue une perspective très large et importante dans la modélisation de la dégradation continue. L'étude bibliographique ci-dessus montre qu'il existe quatre approches principales pour modéliser cet impact. À partir de ces approches, on constate que l'impact temporel de covariables et les modes de défaillance par choc et par dégradation attirent l'attention de plusieurs auteurs et peuvent refléter de nombreux phénomènes pratiques.

## 2.3 Stratégies de maintenance conditionnelle

La construction d'une stratégie de maintenance conditionnelle est liée étroitement à la détermination de natures des interventions, à la construction d'indicateurs de décision conditionnels (à partir des données de surveillance de plus en plus diverses), et à la planification des interventions (cf. section 1.3.3 du chapitre 1). La recherche bibliographique dans cette section a pour but de donner une revue de ces points, et d'éclairer les choix qui ont été faits pour construire des stratégies de maintenance dans cette thèse.

### 2.3.1 Nature et caractéristiques des interventions

Dans cette section, on s'intéresse à étudier la nature et les caractéristiques des interventions que l'on peut appliquer sur le système. Dans le cadre de la maintenance conditionnelle, ceci correspond à l'exploration de la qualité des inspections et du niveau de restauration pour des actions de maintenance.

#### Qualité des inspections

L'hypothèse de surveillance parfaite est largement utilisée dans la littérature de maintenance conditionnelle, on peut citer ici les travaux dans [18, 48, 82, 118, 126, 190, 204, 205, 206, 283]. Selon cette hypothèse, on considère que les informations de surveillance peuvent refléter exactement l'état réel du système. Ces informations sont souvent le résultat de mesures directes [64, 65]. Son avantage est la simplicité de modélisation. Cependant, malgré l'hypothèse de surveillance parfaite, l'utilisation directe de ces informations de surveillance dans la décision en maintenance peut entraîner des performances "sous-optimales" car les techniques de mesures directes ne sont pas systématiques en pratique, et les informations de surveillance sont toujours entachées d'erreurs. D'ailleurs, même si on est capable d'inspecter correctement l'état du système, les techniques de contrôle peut être très complexes et très coûteuses.

Une hypothèse plus réaliste est la surveillance imparfaite. En effet, sous l'influence de l'environnement opérationnel, les limites de la technologie et la contrainte des objectifs économiques, les indicateurs l'état du système ne sont pas mesurés de manière directe. Ainsi seule une information corrélée à l'état réel du système (information indirecte, information partielle, etc.) est observable [43, 44, 45, 66, 198, 218, 304, 305]. Dans ce cas, il est nécessaire de développer des modèles de maintenance qui prennent en compte ce type d'information. Ceci permet d'apporter un avantage dans la décision en maintenance conditionnelle. Néanmoins, l'hypothèse de surveillance imparfaite peut entraîner plusieurs difficultés notamment dans la modélisation des processus de dégradation et la construction des indicateurs de décision.

La littérature des modèles de maintenance conditionnelle traitant la surveillance imparfaite est assez abondante. Jardine *et al.* [141] propose une synthèse des politiques de maintenance avec surveillance partielle. Des travaux plus récents peuvent être trouvés dans [43, 45, 201, 316]. À travers de ces travaux, on peut identifier deux pistes de recherche liées aux informations de surveillance imparfaites. Premièrement, il est possible de considérer qu'on n'observe qu'un processus corrélé au processus de dégradation. Dans ce cas, il faut reconstruire l'état réel du système à partir des observations, et prendre une décision de maintenance sur la base des états estimés [43, 239]. Deuxièmement, on peut considérer un processus de dégradation dont les paramètres sont inconnus, et sont estimés en-ligne à partir des nouvelles observations [180, 201].

### Niveau de restauration pour les actions de maintenance

Concernant la nature des actions de maintenance, on peut distinguer, selon leur niveau de restauration, la maintenance parfaite, la maintenance minimale et la maintenance imparfaite [221].

Une action de maintenance est dite parfaite, lorsqu'après maintenance, le système est ramené dans un état "aussi bon que neuf". En pratique, cette action de maintenance correspond à un remplacement complet ou une réparation à neuf d'un système. On peut appliquer cette opération en maintenance préventive ou corrective. Dans le cadre de la maintenance conditionnelle, l'hypothèse de maintenance parfaite rend assez facile la modélisation et l'évaluation des politiques de maintenance (en utilisant, par exemple, le théorème de renouvellement [11]). Quelques modèles conditionnelles utilisant la maintenance parfaite peuvent être trouvés dans [82, 96, 118, 224].

Contrairement à la maintenance parfaite, la maintenance minimale (aussi appelée réparation minimale) est bien souvent appliquée pour des opérations correctives dans le but de remettre le système en marche dans l'état où il était juste avant la panne. Un tel état est dit "aussi mauvais que vieux". Un exemple pratique de la réparation minimale est le changement d'un pneu crevé d'une voiture, car le taux de défaillance global de la voiture n'est pas modifié après la réparation [221]. Une telle opération est souvent facile et moins chère. Elle est alors particulièrement appropriée au besoin impérieux de fonctionnement du système. Barlow and Proshan [22] sont les premiers à avoir considéré la réparation minimale; dès lors, elle a été largement appliquée dans des stratégies de maintenance calendaire [221, 280]. Dans le cadre de la maintenance conditionnelle, elle est beaucoup moins utilisée [210, 249]. Une synthèse récente et complète des modèles de maintenance avec réparation minimale peut être trouvée dans le livre [253].

Enfin, la maintenance imparfaite est une action d'intervention qui améliore l'état du système sans pour autant le remettre dans un état neuf. C'est donc une intervention intermédiaire les deux actions de maintenance ci-dessus. Comme la maintenance imparfaite demande un temps pour diagnostiquer le défaut et pour réparer, elle prend souvent plus de temps qu'un remplacement ou une réparation minimale. Ce type d'intervention peut être utilisé en maintenance préventive ou corrective. Ses inconvénients résident dans la difficulté de modélisation de l'effet de la maintenance sur le système, et donc de l'évaluation de son coût. On peut se référer aux articles [209, 223, 249, 311] pour des stratégies conditionnelles impliquant des actions maintenance imparfaite.

Dans la littérature, il existe plusieurs modèles qui associent les différents types d'interventions précédentes pour profiter au mieux des points forts de chacun [181, 210].

#### 2.3.2 Indicateurs de décision conditionnels

La plupart de règles de décision en maintenance conditionnelle sont de type limite de contrôle, c-à-d. une action de maintenance est effectuée dès qu'une grandeur critique atteint un seuil donné [141, 280]. Cette grandeur, qui est construite à partir des informations de surveillance collectés en temps réel, est considérée comme un indicateur de décision conditionnel. La construction d'un tel indicateur joue un rôle très important pour assurer la pertinence d'une intervention en maintenance. Une synthèse des articles [141, 220, 242, 243, 262] montre qu'un bon indicateur devrait non seulement bien caractériser les états passés et courants du système, mais aussi refléter le plus précisément possible ses états futurs. Dans le cadre des politiques conditionnelles, on identifie que les indicateurs potentiels sont le niveau de

dégradation, le taux de défaillance conditionnel et la durée de vie résiduelle conditionnelle.

Le niveau de dégradation est largement utilisé dans la littérature pour prendre une décision en maintenance conditionnelle [48, 49, 80, 82, 95, 96, 118, 224, 281]. Son avantage réside dans le fait qu'il est pris en compte directement dans la décision sans aucune transformation supplémentaire, lorsque les informations de surveillance sont parfaites. Néanmoins, en pratique, la dégradation observée d'un système est souvent le résultat d'une surveillance indirecte [304, 305], soumise à des erreurs de détection [279], ou bruitée [43, 44]. Dans ce cas, il n'est pas toujours simple ni immédiat d'utiliser ces informations dans leur état brut pour prendre une décision de maintenance. Il faut donc avoir recours, par exemple, à des méthodes d'estimation de dégradation et prendre des décisions sur la base des états estimés. Une synthèse complète de ces méthodes (filtrage stochastique, modèle des hasards basé sur des covariables, modèle de Markov caché, etc.) est représentée dans [242].

Le taux de défaillance construit à partir des données de surveillance est un autre indicateur de décision conditionnel. Cet indicateur permet de tenir compte de divers types d'informations (niveau de dégradation, variables d'environnement, mesures bruitées, etc.) dans la décision de maintenance [179]. Son utilisation, d'un point de vue théorique, est donc plus profitable que l'utilisation du seul niveau de dégradation, notamment pour les systèmes dans un environnement opérationnel dynamique. Néanmoins, les stratégies de maintenance considérant le taux de défaillance conditionnel (voir par exemple [17, 19, 256, 302]) restent encore beaucoup moins nombreuses que celles basées sur le niveau de dégradation. La raison est que le taux de défaillance est souvent inaccessible car il n'est pas une grandeur physique, et que son utilisation nécessite des calculs relativement complexes.

Les deux indicateurs ci-dessus permettent d'intégrer des informations sur les états passés et/ou courants du système, mais pas ses états futurs. Afin d'intégrer ce type d'information dans la décision en maintenance, on peut calculer la durée de vie résiduelle conditionnelle à partir des données de surveillance [16, 105]. Comme montré par Wang et Zhang [289], cet indicateur peut caractériser l'état du système de façon beaucoup plus précise que celui classique (la durée de vie résiduelle "non-conditionnelle" [27, 33, 41, 200, 255]) qui ignore les informations de surveillance dans le calcul. La durée de vie résiduelle conditionnelle est considérée comme une grandeur importante à estimer dans le domaine du pronostic [160, 220, 242, 243], ou elle est jugée comme un indicateur très prometteur en maintenance conditionnelle prédictive [42, 89, 141]. Toutefois, il est surprenant que très peu de stratégies considérant la durée de vie résiduelle conditionnelle soient développées, malgré l'abondance des méthodes d'estimation [89, 220, 242]. Les raisons, à notre avis, sont que sa définition reste encore floue (on peut trouver dans [243] une dizaine de définitions possibles de la durée de vie résiduelle!), les calculs probabilistes associés sont relativement complexes, et qu'il n'existe pas encore une structure standard des stratégies de maintenance prédictive. Quelques politiques de maintenance utilisent de manière indirecte cet indicateur peuvent être trouvées dans [45, 46, 153, 284, 286, 288].

### 2.3.3 Planification d'interventions

Après avoir choisi un indicateur de décision, on s'intéresse à la planification des interventions. Dans le cadre des stratégies de maintenance conditionnelle, il s'agit de déterminer les dates de surveillances et de maintenances d'un système. Selon la fréquence des observations, on distingue la surveillance continue de la surveillance discrète [108, 109, 118, 225]. Pour la surveillance continue, l'état du système est surveillé à tout instant et une alarme est déclenchée dès qu'un état anormal est détecté. Ce type de surveillance est alors approprié

pour des systèmes critiques et/ou pour des coûts de surveillance moins élevés. Souvent dans le cas de surveillance continue, l'instant de maintenance n'est pas tenu de coïncider avec une inspection, mais avec un délai et/ou une durée de maintenance non nulle [32, 111, 223]. Pour la surveillance discrète, la condition du système n'est accessible qu'à des instants discrets. Ce type de surveillance est alors souvent moins chers que dans le cas de surveillance continue. Néanmoins, comme ce type de surveillance n'autorise des interventions qu'à des instants discrets, il peut omettre certaines défaillances survenues entre deux inspections successives [96, 110].

Dans le cadre de cette thèse, on ne considère que la surveillance discrète, il est alors nécessaire de disposer des stratégies de planification pour éviter au mieux des interventions inopportunes et raccourcir des durées d'indisponibilité du système. Dans le reste de cette section, on présente deux types de stratégies : planification statique et planification dynamique [24].

### Planification statique

On parle de planification statique lorsque les dates d'interventions d'une stratégie sont fixées a priori. Pour ce type de planification, les actions d'inspection/maintenance sont périodiques, c-à-d. la période d'inter-inspections est constante et les dates de maintenance sont tenues de coïncider avec des inspections [57, 148, 254]. L'avantage d'une telle stratégie est lié à sa facilité de planification. Néanmoins, le fait d'inspecter à intervalles de temps réguliers est parfois inopportun et parfois insuffisant pour garantir un niveau requis de disponibilité du système, car pour la même période d'inter-inspection, des inspections peuvent être trop précoces ou trop tardives par rapport aux dates de défaillance [308]. Pour surmonter ce problème, on peut avoir recours à de la planification dynamique [24].

### Planification dynamique

Lorsque les dates d'interventions (inspections et/ou maintenances) peuvent s'adapter au fur et à mesure aux conditions du système, on parle de planification dynamique. Dans le cadre de ce type de planification, plusieurs méthodes pour déterminer une séquence de dates d'interventions ont été proposées.

La première méthode définit les durées d'inter-inspection en fonction des niveaux de dégradation observés lors de la précédente inspection. En effet, les auteurs de [82, 118] ont choisi une fonction linéaire et strictement décroissante pour dire que plus le système est dégradé, plus il est inspecté fréquemment. Barker et Newby [20] étendent ce modèle en considérant des formes convexes et concave de la fonction de planification. Zhao *et al.* [314] appliquent le modèle de Barker et Newby pour programmer des actions de maintenance conditionnelle. En partageant la même idée, les auteurs de [31, 48, 49, 117] présentent une structure d'inspection multi-seuils. Du point de vue théorique, la méthode d'adaptation au niveau de dégradation peut apporter plus d'avantage économique par rapport à une stratégie périodique [153]. Néanmoins, ces inconvénients résident dans la difficulté d'optimisation de plusieurs paramètres.

Une autre possibilité est de définir les dates d'inspection/remplacement en se basant sur la disponibilité du système. Les dates d'inspection sont établies pour garantir une valeur de disponibilité maximum du système. Yang et Klutke ont été les premiers à proposer une telle stratégie et ils l'appellent stratégie d'inspection basée sur le quantile (*quantile-based inspection*) [308, 307, 309]. Cui *et al.* [74] généralisent le modèle de Yang et Klutke au cas où la fonction de survie du système n'est pas connue. Zequeira et Bérenguer [313] utilisent

ce modèle dans le cadre des système de sécurité de façon à garantir un niveau d'intégrité de sécurité. En comparant à la planification dynamique ci-dessus, cette stratégie peut réduire le nombre de paramètres à optimiser. Cependant, l'évaluation analytique d'une politique de maintenance conditionnelle (même très simple) associée à ce schéma d'inspection semble inaccessible.

On peut penser également à une stratégie d'intervention dépendant de taux de défaillance du système. Il est bien évident qu'un taux de défaillance élevé nécessite des interventions plus fréquentes qu'un taux de défaillance faible. Un exemple d'une telle stratégie est le plan d'inspection basée sur l'intensité de défaillance (*intensity-based inspection scheme*) proposé dans [7]. Ce plan, comme argumenté par l'auteur, est similaire à celui basé sur le quantile. D'autres stratégies sont développées par les auteurs des articles [224, 234, 235], dans lesquelles les périodes d'inter-inspection s'adaptent au mode nominal et accéléré de la dégradation du système. Le plan, dont les périodes d'inter-inspection s'adaptent aux états de l'environnement opérationnel [79], est une variante de la stratégie précédent car l'état de l'environnement conditionne le taux de défaillance du système. L'avantage de ces stratégies est la capacité de prendre en compte des covariables faciles à surveiller dans la décision d'interventions. Et ses inconvénients, comme dans la première méthode, résistent dans la difficulté d'optimisation d'un grand nombre de paramètres.

La quatrième approche de planification dynamique s'appuie sur un niveau de risque du système. Ainsi lorsque le risque est élevé, on intervient plus fréquemment que si le risque est faible. Newby et Dagg [206] s'intéressent à une stratégie d'inspection basée sur le risque de défaillance dans le cas où l'état d'un système est décrit par un processus stochastique multi-variables. Dans [65, 284], les auteurs utilisent un critère économique pour déterminer les dates d'inspection. En effet, la prochaine date d'inspection est sélectionnée de manière à ce que le coût total de maintenance par unité de temps sur l'intervalle entre l'inspection actuelle et la prochaine inspection soit minimal. L'avantage de ces approches est la prise en compte, dans la planification, non seulement des informations liées à la condition propre du système, mais aussi aux conséquences induites par des interventions. Pourtant, dans certains cas, l'identification de ces conséquences est assez difficile.

Toutes les stratégies dynamiques précédentes considèrent que des actions de maintenance sont toujours tenues de coïncider avec des inspections. Dans le paragraphe suivant, on montre que ces interventions peuvent être effectuées séparément. En effet, les auteurs des articles [43, 285, 287] proposent des modèles dont les actions de maintenance peuvent être mises en œuvre entre deux inspections successives. Dans [285, 287], la date de remplacement est choisie comme l'instant optimal pour minimiser un coût moyen de maintenance par unité de temps calculé sur l'intervalle entre deux inspections. Dans [43], le système est inspecté périodiquement, le coût moyen asymptotique est recalculé à chaque inspection, et un remplacement est effectué si l'instant correspondant au coût optimal tombe avant la prochaine date d'inspection.

### 2.3.4 Enseignements

Dans cette section, nous avons distingué trois éléments constitutifs d'une stratégie de maintenance conditionnelle : nature des interventions, indicateur de décision conditionnel, et planification des interventions, et nous avons proposé d'étudier la littérature en relation avec chacun de ces éléments pour en dégager des perspective de recherche.

À propos de la nature des interventions, l'effet de la qualité des inspections est considérée comme la problématique principale traverse à tous les chapitres de la thèse. La simplicité

de l'hypothèse de surveillance parfaite permet de développer des modèles analytiques pour étudier mieux les problèmes liés aux indicateurs de décision et aux niveaux de restauration pour des actions de maintenance. L'hypothèse de surveillance imparfaite est plus réaliste mais pose des problèmes de modélisation importants. Dans ce cas, il faudrait avoir recours à des méthodes numériques relativement élaborées pour appuyer la réflexion sur les aspects quantitatifs.

Concernant les indicateurs de décision présentés précédemment, les discussions sur le choix entre niveau de dégradation et durée de vie résiduelle conditionnelle s'avèrent prometteurs. Le niveau de dégradation peut être préférable d'un point de vue pratique car il est simple à construire et à utiliser. Du point de vue théorique, la durée de vie résiduelle conditionnelle est plus "riche" car elle permet de prendre en compte divers types d'information : elle est le reflet non seulement des conditions passées et actuelles du système, mais aussi de ses futurs états potentiels. Dans cette thèse, on utilise successivement ces deux indicateurs dans la décision en maintenance.

Les limites technologiques et les contraintes économiques nous amènent à nous intéresser ici uniquement à de la surveillance discrète (opposition à de la surveillance continue). Dans ce contexte, les problèmes d'optimisation de la planification des actions de maintenance sont d'autant plus critiques. Au niveau des stratégies de planification statique, les pistes de recherche identifiées ici concernent la choix des indicateurs de décision et la nature des interventions. Au niveau des stratégies de planification dynamique, l'enjeu consiste à définir des stratégies suffisamment simples à mettre en œuvre et à optimiser qui restent pertinentes par rapport au cas statique.

## 2.4 Évaluation économique des stratégies de maintenance

Dans cette section, on s'intéresse à la construction des modèles pour évaluer les performances des stratégies de maintenance. Ceci revient à déterminer des critères de performance et leurs méthodes d'évaluation. Le critère économique est le plus utilisé pour optimiser les performances des stratégies de maintenance [268, 280]. On présente alors tout d'abord des différents critères de coût disponibles dans la littérature, et ensuite des méthodes pour les évaluer. Finalement, on montre le critère choisi et les méthodes d'évaluation appliquées dans cette thèse.

### 2.4.1 Critères économiques

Les critères du coût peuvent être évalués sur un horizon fini ou infini, selon la durée d'exploitation d'un système [47, 223, 273]. L'exploitation à long terme des systèmes mène à utiliser des critères sur un horizon infini. En effet, Wanger [278] a donné deux raisons pour choisir ces critères. La première est qu'il vaut mieux évaluer les décisions d'investissements itératifs (tels les actions de maintenance) sur un horizon infini plutôt qu'ignorer les situations futures. La deuxième est que la modélisation mathématique liée à un horizon infini est moins complexe, mais peut satisfaire les besoins de plusieurs applications pratiques. C'est donc sur cette approche asymptotique que s'appuie toute la thèse.

Dans le cadre des critères sur un horizon infini, on distingue le critère de coût moyen asymptotique, le critère de coût amorti asymptotique, et le critère de coût équivalent asymptotique [272, 278]. Le critère du coût moyen asymptotique est simplement le coût total de maintenance cumulé à long terme par unité de temps [30]. Ce critère est adapté aux situa-



tions pour lesquelles la valeur de l'argent est plus ou moins stable en temps et aucun grand investissement n'est ajouté sur le système à maintenir. Barlow et Proschan [22] montrent que le coût moyen asymptotique a souvent été utilisé pour optimiser la maintenance dans le génie mécanique et le génie électrique. Néanmoins, lorsqu'il existe un changement dans la stratégie d'investissement ou une grande variation de valeur de l'argent, il faut avoir recours aux deux critères restants [265]. D'après la définition dans [272], le critère du coût amorti asymptotique est déterminé par la valeur d'escompte du coût de maintenance sur un horizon infini (sous forme mathématique, la valeur d'escompte du coût  $C_t$  dans  $t$  unité de temps est définie par  $\eta^t C_t$ , où  $\eta = (1 + \frac{r}{100})^{-1}$ ,  $r > 0$  est le taux d'escompte réel). Le critère de coût équivalent relie les deux critères précédents, ce qui est calculé par le coût amorti asymptotique par unité de temps. Les deux derniers critères se justifient par le fait que la valeur de l'agent diminue en temps (*a dollar today is worth more than a dollar tomorrow* [252]). Ces critères peuvent donc prendre en compte les fonds financiers nécessaires initiaux et les dépenses pour les futures actions de maintenance, et ils semblent adéquats pour évaluer conjointement les coûts du cycle de vie (coûts d'investissement initial, coûts de conception, coûts de maintenance, etc.) plutôt que ceux de maintenance [266].

En dehors des critères présentant une valeur moyenne sur un horizon infini, quelques auteurs s'intéressent aussi à la variance associée [56, 106, 116, 267]. Cette variance est optimisée conjointement avec la valeur moyenne du coût de maintenance pour minimiser non seulement le coût total payé, mais aussi le risque d'utiliser une stratégie de maintenance [232].

## 2.4.2 Méthodes d'évaluation

Une fois le choix du critère fait, il faut évaluer la politique de maintenance. De nombreuses méthodes d'évaluation existent dans la littérature. Cette section a pour but de présenter des méthodes d'évaluation stochastiques les plus utilisées (un aperçu complet peut être trouvé dans [223]). Toutes les méthodes sont présentées en considérant le critère de coût moyen asymptotique, bien qu'elles soient applicables aux autres critères.

### Évaluation analytique

L'évaluation analytique du critère de performance d'une politique de maintenance se base essentiellement sur les propriétés de régénération et de semi-régénération du processus d'évolution du système maintenu [32, 212] (cf. figure 2.2).

Lorsque les modèles de maintenance sont suffisamment simples (dégradation monotone, règles de décision statiques, inspection périodique, remplacement parfait, réparation minimale, etc.), il est possible d'identifier des instants de renouvellement (ou instants de régénération), c-à-d. des instants auxquels le système se retrouve exactement dans le même état (et avec les mêmes lois qui régissent son évolution) avec une probabilité de 1 au bout d'un temps fini. Les instants de renouvellement correspondent en général aux dates de remise à neuf du matériel (préventivement ou correctivement). Si la durée de l'intervention pour la remise à neuf est négligeable, et si le système est effectivement neuf à l'instant initial, on parlera de processus de renouvellement simple pour les dates de remise à neuf [69]. Dans ce cas, on peut utiliser la propriété de régénération du processus de renouvellement pour calculer le coût moyen asymptotique  $C_\infty$  [11, 257]. En particulier,  $C_\infty$  est égal au rapport de l'espérance du coût sur un cycle de renouvellement et de la longueur moyenne du cycle :

$$C_\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{C(t)}{t} = \frac{E[C(S)]}{E[S]}, \quad (2.2)$$

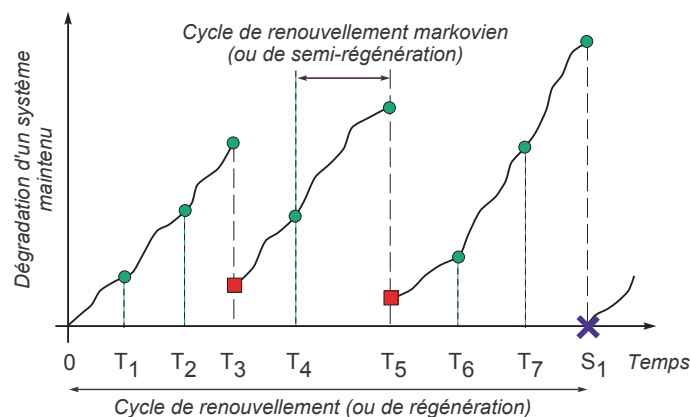


Figure 2.2 – Évolution schématique de la dégradation d’un système maintenu - inspections (⊙), réparations (□) et remplacement à neuf (×) - avec mise en évidence des cycles de renouvellement (régénération) et cycles de renouvellement markovien (semi-régénération)

où  $C(t)$  est le coût de maintenance cumulé à l’instant  $t$ ,  $S$  est l’instant de premier renouvellement. Ce résultat très important permet de ramener l’étude du système sur un horizon infini en régime stationnaire, à l’étude sur un cycle de renouvellement, ce qui présente un grand intérêt quant aux développements analytiques pour le calcul des indicateurs de décision probabilistes. La formule (2.2) est largement utilisée dans la littérature pour optimiser les coûts de maintenance [80, 81, 164, 174, 265].

Dans la mesure où les modèles de maintenance sont plus élaborés (règles de décision conditionnels et/ou dynamiques, réparation imparfaite, etc.), les instants de renouvellement peuvent être difficiles à identifier car ils sont aléatoires et forment un processus stochastique dépendant du processus d’évolution du système maintenu. Dans ce cas, il est intéressant de chercher à réduire d’autant plus le domaine de l’étude en mettant à profit la propriété de semi-régénération [11, 69]. Ainsi, au lieu de déterminer des instants de renouvellement, on cherche à identifier des instants de renouvellement markoviens (ou instants de semi-régénération) auxquels le système ne se retrouve pas dans l’état initial, mais “oublie” son passé. Cela revient à dire que la connaissance de l’état du système maintenu à l’instant de semi-régénération seul suffit pour prédire la suite de son évolution. En d’autres termes, l’évolution du système après une intervention ne dépend que du niveau de la dégradation après cette intervention. On considère donc que le processus d’évolution naturelle n’est pas affecté par l’intervention de maintenance/inspection et que l’évolution de la détérioration avant et après l’intervention est régie par la même loi. Par conséquent, il est possible de calculer l’espérance du coût de maintenance sur un horizon infini en ne s’intéressant qu’à un cycle de semi-régénération [30] :

$$C_{\infty} = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{C(t)}{t} = \frac{E_{\pi}[C(T)]}{E_{\pi}[T]}, \quad (2.3)$$

où  $T$  correspond à la longueur d’un cycle de semi-régénération en régime stationnaire, et  $\pi$  est la loi stationnaire de la chaîne de Markov immergée. On peut se référer aux articles [48, 49, 82, 118, 224] pour l’application de la formule (2.3) en optimisation de la maintenance.

### Évaluation numérique

Lorsque les calculs analytiques du coût moyen asymptotique sont “insolubles” (règles de décision conditionnelles avec problème de détection, modèle de dégradation complexe,

observations bruitées, etc.), il faut avoir recours aux méthodes numériques. Dans le but d'utilisation une approche stochastique, on s'intéresse à la simulation de Monte Carlo. Cette méthode consiste à simuler un grand nombre d'histoires indépendantes décrivant chacune une trajectoire possible de la dégradation du système, de l'instant initial et pour un temps donné ou jusqu'à un critère donné (par exemple, l'atteinte d'un seuil de panne). Pour chaque histoire, les dates d'occurrence des différents événements possibles, comme l'évolution d'une dégradation, sont identifiées, en effectuant un tirage aléatoire. Ainsi, on peut récrire le coût moyen asymptotique sous la forme :

$$C_\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{C_\infty(t)}{t} = \frac{E[C(S)]}{E[S]} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N C(S_n)}{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N S_n} \simeq \frac{\sum_{n=1}^{N_h} C(S_n)}{\sum_{n=1}^{N_h} S_n}, \quad (2.4)$$

où  $N_h$  représente un nombre suffisamment grand d'histoires,  $S_n$  correspond à la longueur du premier cycle de renouvellement de la  $n^{\text{ème}}$  histoire. Puisque cette méthode nécessite l'observation d'un grand nombre d'histoires afin de converger vers la solution optimale, elle nécessite souvent un long temps de calcul. Quelques modèles de maintenance évalués par simulation Monte Carlo se trouvent dans [55, 68, 96, 95, 189, 314].

### 2.4.3 Enseignements

Les analyses précédentes montrent que plusieurs critères de coût sont possibles pour optimiser les performances de politiques de maintenance, parmi lesquels le coût moyen asymptotique que l'on utilisera dans toute la thèse.

Le critère de coût moyen asymptotique peut être évalué analytiquement ou numériquement. Les approches analytiques sont appliquées pour les modèles de maintenance relativement simples, alors que les approches numériques sont appropriées aux problèmes plus complexes. Dans cette thèse, on utilise alternativement ces deux approches (notamment le modèle de régénération (cf. équation (2.2)) et la simulation Monte Carlo (cf. équation (2.4))) pour évaluer des modèles de maintenance proposés.

## 2.5 Cadre de l'étude

Après avoir analysé la littérature de la modélisation en maintenance, dans cette section, nous explicitons tout d'abord les objectifs de cette thèse, nous proposons ensuite une démarche générale pour les examiner, et finalement nous précisons les problèmes concrets à traiter dans cette thèse.

### 2.5.1 Objectifs des travaux et démarche d'étude

Le sujet auquel nous nous intéressons est la quantification de l'apport de l'information de surveillance dans la prise de décision en maintenance. Répondre à cette problématique demande de s'intéresser aux deux axes principaux suivants. Le premier axe concerne le développement de modèles de fiabilité permettant de synthétiser des indicateurs de fiabilité dynamiques prenant en compte l'ensemble des informations de surveillance disponibles sur le système. Le second axe consiste à proposer des procédures de décision de maintenance basées sur ces indicateurs et à développer des modèles de coût pour la quantification des performances associées.

Afin d'examiner les objectifs précédents, nous nous appuyons sur la démarche d'étude, qui consiste à :

1. Construire un modèle d'évolution dynamique de la dégradation,
2. Caractériser les informations de surveillance dont on dispose,
3. Analyser les caractéristiques fiabilistes du système non-maintenu,
4. Énoncer les hypothèses sur le système à maintenir,
5. Envisager une politique de maintenance conditionnelle,
6. Spécifier le critère de performance associé,
7. Calculer les indicateurs de décision probabilistes pour la maintenance,
8. Étudier les performances de la politique de maintenance en les comparant aux politiques de référence plus classiques.

Ceci, à notre avis, est la démarche standard de la modélisation de maintenance conditionnelle. Nous verrons plus tard que malgré les différentes problématiques à traiter dans cette thèse, nous adoptons la même démarche d'étude ci-dessus.

## 2.5.2 Problèmes étudiés

Afin de répondre à la problématique posée, nous décidons d'organiser les travaux de cette thèse en étudiant les deux grands axes précédents et en séparant les cas d'information de surveillance directe et d'information de surveillance indirecte. L'étude bibliographique dans les sections précédentes permet d'identifier les problèmes liés à chaque cas.

### Problèmes liés à l'information de surveillance directe

L'information de surveillance directe est celle des données représentant parfaitement et directement l'état sous-jacent du système [141, 242]. Cette hypothèse apporte plusieurs avantages dans la modélisation et l'évaluation de la maintenance conditionnelle. Dans le cadre de cette thèse, les problèmes liés à l'information de surveillance directe qui seront étudiés sont les suivants :

- Modèle de défaillance : nous nous intéressons à l'impact de covariables sur les modes de défaillance. Pour ce faire, nous généralisons le modèle *DTS* [170] en considérant la dépendance entre les processus de choc et de dégradation. La modélisation de cette dépendance, qui donne des avantages dans la décision en maintenance, est la contribution principale de notre modèle. En se basant sur ce modèle de défaillance, nous examinons les problèmes ci-dessous.
- Possibilité d'intégration de l'information de surveillance en maintenance : nous nous attachons à répondre à la question : "Quelles actions de maintenance peut-on effectuer vis-à-vis des informations de surveillance disponibles?". Nous prenons en compte alors ces informations dans la prise de décision en maintenance préventive et corrective.
- Qualité des actions de maintenance : nous développons un modèle considérant l'effet de la réparation minimale sur la performance des politique de maintenance. De plus, nous étudions les gains apportés par les différentes approches de décision en réparation minimale : conditionnelles ou calendaires.
- Construction de l'indicateur de décision en maintenance : nous nous intéressons à un indicateur de décision robuste pour la décision de maintenance conditionnelle. Pour ce faire, nous étudions la durée de vie résiduelle conditionnelle et le niveau de dégradation

du système. Des modèles de maintenance conditionnelle sur ces indicateurs sont proposés et comparés pour évaluer la pertinence de la durée de vie résiduelle conditionnelle.

- Évaluation analytique : nous utilisons des approches analytiques pour étudier les problèmes de maintenance ci-dessus. Ainsi, en nous appuyant sur le théorème de renouvellement [11], nous développons les modèles mathématiques du coût de toutes les politiques de maintenance proposés dans cette partie.

L'ensemble des études dans cette partie permet de donner un aperçu des possibilités de la prise en compte des informations de surveillance dans la décision en maintenance, et de montrer des résultats préliminaires sur les gains apportés par ces informations.

### Problème liés à l'information de surveillance indirecte

L'information de surveillance indirecte est celle des données qui sont corrélées à l'état du système mais ne le définissent pas directement ou complètement [141, 242]. Cette hypothèse rend plus difficile la modélisation et l'évaluation de la maintenance conditionnelle. Néanmoins, il est indispensable de chercher à la modéliser pour quantifier la valeur ajoutée des informations de surveillance. Dans le cadre de cette thèse, les problèmes liés à l'information de surveillance imparfaite sont les suivants :

- Modèle de défaillance et de mesure : nous nous intéressons aux informations de surveillance indirectes qui sont l'état de l'environnement opérationnelle et les mesures bruitées de dégradation du système. Pour ce faire, nous généralisons le modèle de défaillance proposé dans [44] en considérant l'impact temporel de l'environnement stressant sur la vitesse et la variance de la dégradation. Nous étudions le cas d'une technique de contrôle non destructif par ultrason pour mesurer le niveau de dégradation du système. Il en résulte que nous ne pouvons avoir accès qu'à des mesures bruitées. En se basant sur ce modèle de défaillance et de mesure, nous examinons les problèmes liées à la structure des politiques de maintenance ci-dessous.
- Structure des politiques de maintenance : nous nous intéressons à l'intérêt de l'aspect conditionnel et l'aspect dynamique d'une politique de maintenance. Nous envisageons de proposer et comparer des politiques représentant respectivement les aspects suivants : non-conditionnel/non-dynamique, conditionnel/non-dynamique, non-conditionnel/dynamique et conditionnel/dynamique. Cette étude permet de déterminer des orientations pour construire une politique de maintenance performante dans un contexte donné, et de montrer différentes façons d'exploiter efficacement les informations de surveillance indirectes.
- Évaluation numérique : l'approche analytique étant difficile pour traiter les problèmes de maintenance posés, il faut avoir recours aux méthodes numériques. Nous utilisons alors des outils de simulation relativement élaborés pour estimer le niveau réel de dégradation à partir des mesures bruitées, et pour optimiser des politiques de maintenance.

L'ensemble des études dans cette partie permet de mieux modéliser des situations complexes et de donner des conclusions plus précises sur les gains apportés par des informations de surveillance dans un contexte que nous semble plus réaliste.

## 2.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons fait une recherche bibliographique pour identifier au mieux les enjeux liés à la problématique énoncée dans le chapitre 1. Cette recherche consiste à

---

présenter et analyser les modèles de maintenance conditionnelle déjà développés dans la littérature, et de donner les grandes lignes de réflexion de cette thèse. En effet, répondre à la problématique posée revient à quantifier les gains apportés par l'information de surveillance dans les deux cas : surveillance parfaite et surveillance imparfaite. Bien que les modèles de dégradation, les politiques de maintenance conditionnelle, les méthodes d'évaluation dans ces deux cas soient différents, nous avons proposé une démarche générale identique pour les étudier.

La partie **II** est dédiée à l'étude des problèmes liés à la surveillance parfaite. La partie **III** est consacrée aux cas de surveillance imparfaite.



## Deuxième partie

# Utilisation de l'information de surveillance directe dans la prise de décision en maintenance





# Résumé de la deuxième partie

L'étude bibliographique qui précède a montré que les informations de surveillance disponibles en-ligne permettent de mieux caractériser l'état de santé d'un système par rapport aux informations sur son état marche/panne. De telles informations peuvent aider à prendre des décisions plus efficace en maintenance. Dans cette partie, nous introduisons et évaluons les différentes possibilités de prise en compte de l'information de surveillance dans des politiques de maintenance conditionnelles. Pour simplifier le problème, les informations de surveillance ici sont supposées directes (c-à-d. les données représentent parfaitement et directement l'état sous-jacent du système [141, 242]). Notre objectif principal est de développer des modèles mathématiques permettant une évaluation quantitative des performances des politiques de maintenance proposées.

Nous développons tout d'abord, dans le chapitre 3, un modèle de défaillance d'un système mono-composant soumis aux risques concurrents et dépendants de dégradation accumulée et des événements de choc. Un processus Gamma homogène couplé avec un processus de Poisson non-homogène est utilisé pour traduire la progression vers la panne du système. Le niveau de dégradation et le type de défaillance (par dégradation ou par choc) surveillés en-ligne sont les informations significatives pour l'aide de décision en maintenance.

En nous appuyant sur le modèle de défaillance défini, nous cherchons à introduire, dans le chapitre 4, l'information de surveillance dans la prise de décision en maintenance *préventive*. Ceci est bien sûr une approche classique dans le cadre des stratégies de maintenance conditionnelle. Le modèle mathématique du coût d'une politique d'inspection/remplacement périodique conditionnée par le niveau de dégradation est développé et comparé à celui d'une politique de remplacement par bloc. Cette étude montre l'intérêt d'une prise de décision préventive intégrant l'information de surveillance, et justifie ses conditions d'application appropriées.

Contrairement au problème de décision classique en maintenance conditionnelle, le chapitre 5 considère les informations de surveillance dans la décision en maintenance *corrective*. Le remplacement à neuf et la réparation minimale sont supposées des opérations correctives possibles lorsque le système est en défaillance par choc. Le choix d'une de ces opération pourrait se faire suivant un critère calendaire (au moyen de l'âge du système) ou conditionnel (au moyen du niveau de dégradation surveillé). Trois politiques de maintenance basées sur l'âge avec ou sans réparations minimales sont proposées et comparées pour examiner les performances de politiques utilisant ces différents critères.

Les décisions conditionnelles proposées dans les chapitres précédents s'appuient essentiellement sur le niveau de dégradation. Dans le chapitre 6, nous nous intéressons à chercher un indicateur conditionnel plus robuste pour la prise de décision en maintenance. Un tel indicateur devrait caractériser précisément l'état de santé courant et futur du système. Il s'agit de la durée de vie résiduelle moyenne estimée à partir de la dégradation du système. Pour évaluer la performance du nouvel indicateur, nous construisons le modèle du coût d'une stratégie de maintenance conditionnelle périodique basée sur la vie résiduelle moyenne, et nous le comparons au modèle de maintenance conditionnelle développé dans le chapitre 4.

Les études de cette partie montrent qu'une décision conditionnelle peut fournir un

avantage économique considérable, et que la performance d'une politique de maintenance conditionnelle peut toujours être améliorée en exploitant rationnellement des informations de surveillance disponibles. Néanmoins, la décision conditionnelle n'est pas toujours plus intéressante économiquement par rapport à la décision calendaire. Le choix d'investissement dans la surveillance de l'état de santé et dans la maintenance conditionnelle mérite donc d'être évalué et devrait s'appuyer sur une évaluation quantitative des performances.

## Chapitre 3

# Construction du modèle de défaillances concurrentes dépendantes

### 3.1 Introduction

L'objectif principal de ce chapitre est la construction d'un modèle de défaillance pour un système à deux modes de défaillance concurrents dépendants des phénomènes de dégradation graduelle et de chocs soudains. Ces phénomènes sont généralement soumis à de nombreux aléas. Une approche classique pour les modéliser est d'assimiler l'évolution de la dégradation et les dates d'occurrence de chocs à des processus stochastiques à espace d'état continu et discret fini respectivement. Le système est considéré en état panne dès que le niveau de dégradation dépasse un seuil critique ou un événement de choc survient. Notre enjeu ici consiste notamment dans la modélisation de la dépendance de deux modes de défaillance du système. Cette modélisation permet de rendre compte correctement de son comportement dynamique. Le niveau de dégradation et le type de défaillance sont les informations que nous pouvons acquérir au cours de la période de fonctionnement du système. Ces informations sont supposées parfaitement observables par une surveillance en ligne. Les travaux suivants se concentrent sur l'analyse des caractéristiques fiabilistes du modèle à partir des informations de surveillance. Cette analyse fournit des éléments très importants pour développer un modèle de maintenance efficace et approprié au système étudié.

La suite de ce chapitre est organisée de la manière suivante. La modélisation du mécanisme de la défaillance du système est présentée dans la section 3.2. Les caractéristiques de l'information de surveillance sont déterminées dans la section 3.3. La section 3.4 est consacrée à l'évaluation des caractéristiques fiabilistes du système. Enfin, dans la section 3.5, nous présentons des conclusions issues de cette étude et ses perspectives.

### 3.2 Modélisation du mécanisme de défaillance

On considère un système soumis à deux modes concurrents de défaillance : défaillance graduelle et défaillance soudaine. Ces modes de défaillance peuvent résulter respectivement d'un phénomène de dégradation et d'un événement traumatique. Le système tombe en panne dès qu'un de ces deux modes de défaillance survient. À titre d'exemple, on peut prendre un système *MEMS* (*Micro Electro Mechanical System*) dont la défaillance peut être "prévue" ou prématurée [193]. La défaillance "prévue" est due à l'usure, la délamination, les frottements sur les parties mobiles, les capacités parasites, etc. alors que la défaillance prématurée est souvent provoquée par les fractures mécaniques, les problèmes dûs à l'environnement (vibrations, chocs, humidité, radiations, particules, température, décharges électrostatiques), le stress (thermique et résiduel), etc. [78]. Le mécanisme de défaillance d'un tel système peut

s'expliquer par deux processus stochastiques différents. Le premier processus résulte d'un niveau excessif de dégradation cumulée qui entraîne alors soit un arrêt complet du système, soit un niveau de performance non acceptable. Le second processus est assimilable à un processus de type choc caractérisé par un événement, un stress, dont l'occurrence entraîne la perte immédiate de la fonction principale du système. Ce genre de modèle de défaillance s'appelle modèle *DTS* (*Degradation-Threshold-Shock model*) [170]. Comme Singpurwalla l'a précisé dans [245], un modèle *DTS* peut être vu comme une extension plus flexible et réaliste de modèles classiques qui sont basés uniquement soit sur la détérioration, soit sur des distributions paramétriques de la durée de vie. La littérature des modèles de type *DTS* est assez abondante, on peut citer ici les travaux [37, 81, 126, 127, 165, 170, 172, 174, 175, 219, 274, 295, 319]. Il est à noter également que la majorité de ces références correspondent à l'indépendance mutuelle de deux modes de défaillance. Cependant, dans plusieurs applications pratiques, par exemple le système *MEMS* que l'on a mentionné précédemment, la dépendance entre les modes de défaillance est importante et ne peut pas être négligée dans la modélisation [219]. C'est la raison pour laquelle on va se consacrer dans ce qui suit à expliciter la dépendance entre le processus de chocs et l'évolution de la dégradation pour le modèle *DTS*. Pour mettre l'accent sur cette dépendance dans notre modèle, on l'appelle modèle *DTDS* (*Degradation-Threshold-Dependent Shock model*).

### 3.2.1 Modélisation de la défaillance liée à la dégradation

Dans cette section, on cherche à modéliser le mode de défaillance liée à la dégradation du système. Soit  $x_t$  le niveau de dégradation du système à l'instant  $t$ ,  $L$  le seuil de panne du système, le modèle de défaillance basée sur la dégradation est complètement caractérisé par le processus de dégradation  $\{x_t\}_{t \geq 0}$  et le paramètre  $L$ . Afin d'insister sur la caractéristique de "type seuil" du modèle, on l'appelle modèle *DT* (*Degradation-Threshold model*).

#### Processus de dégradation

Une manière classique de décrire d'un système se dégradant graduellement est de modéliser sa dégradation à l'aide d'un processus Gamma [1]. Si de plus l'évolution moyenne de phénomène de dégradation est linéaire en temps, on peut utiliser la forme homogène de ce processus. Le processus Gamma homogène  $\{x_t\}_{t \geq 0}$  est défini par [32], de la manière suivante :

**Définition 3.1.**  $\{x_t\}_{t \geq 0}$  est un processus Gamma homogène de paramètre de forme  $\alpha > 0$  et de paramètre d'échelle  $\beta > 0$  s'il vérifie les propriétés suivantes :

1.  $x_0 = 0$ , ce qui signifie que le système est aussi bon que neuf à  $t = 0$ ,
2. les incréments de  $\{x_t\}_{t \geq 0}$  sont stationnaires et indépendants,
3. pour tout  $0 \leq s < t$ , la variable aléatoire  $x_t - x_s$  suit une loi Gamma de paramètre  $\alpha \cdot (t - s)$  et  $\beta$ , et de densité de probabilité :

$$f_{\alpha \cdot (t-s), \beta}(u) = \frac{1}{\Gamma(\alpha \cdot (t-s))} \beta^{\alpha \cdot (t-s)} u^{\alpha \cdot (t-s)-1} e^{-\beta u} \cdot 1_{\{u \geq 0\}}, \quad (3.1)$$

où  $1_{\{\cdot\}}$  correspond à la fonction indicatrice, et  $\Gamma(\cdot)$  désigne la fonction Gamma telle que :

$$\Gamma(y) = \int_0^{\infty} u^{y-1} e^{-u} du, \quad \text{pour } y > 0. \quad (3.2)$$

Les paramètres  $\alpha$  et  $\beta$  permettent de modéliser des comportements de dégradation très divers, quasiment déterministes ou très chaotiques. Ces deux paramètres sont estimés à partir des données de dégradation par les méthodes statistiques classiques. On pourra se référer à l'article de Van Noortwijk [268] pour les différentes méthodes d'estimation de ces paramètres (telles que la méthode du maximum de vraisemblance, la méthode de moments, etc.). Pour ce processus, la moyenne par unité de temps et la variance par unité de temps d'une variable de dégradation aléatoire sont calculées respectivement par  $m = \frac{\alpha}{\beta}$  et  $\sigma^2 = \frac{\alpha}{\beta^2}$ .

Étant donné que la loi Gamma est une loi à support positif, les trajectoires du processus Gamma homogène sont monotones croissantes. D'autre part, la loi Gamma a pour particularité d'être infiniment divisible, dans le sens où toute variable aléatoire de loi Gamma de paramètres  $\alpha$  et  $\beta$  peut s'écrire comme la somme de  $n$  variables aléatoires indépendantes de même loi Gamma de paramètre  $\frac{\alpha}{n}$  et  $\beta$ . En outre, le processus Gamma est un processus de sauts (donc à trajectoires discontinues) qui a pour particularité d'avoir une infinité de sauts sur tout intervalle de temps fini. Toutes ces propriétés montrent que le processus Gamma est approprié pour modéliser une dégradation aléatoire et monotone croissante. En effet, on peut trouver nombre d'applications de ce processus, notamment sur des structures en Génie Civil, par exemple sur une digue de protection des inondations aux Pays-Bas [269, 270], des fissures longitudinales sur des routes [50], etc. En particulier, le système ne peut pas s'améliorer sans action de maintenance majeure et ne revient donc pas spontanément à un niveau de dégradation inférieur. Ainsi le processus Gamma est largement utilisé dans la modélisation de maintenance [268]. Un autre intérêt à l'utiliser comme modèle de dégradation est l'existence d'une fonction de densité de probabilité explicite qui permet de mener plus loin possible les développements analytiques.

### Défaillance liée au niveau de dégradation

Le système est considéré comme défaillant dès que son niveau de dégradation dépasse un seuil de défaillance  $L$  (c-à-d.  $x_t \geq L$ ) et tout autre mode de défaillance est exclu (cf. figure 3.1). Soit  $\tau_L$  la date de défaillance du système liée à la dégradation, elle est définie par l'expression :

$$\tau_L = \inf \{t \geq 0, x_t \geq L\}. \quad (3.3)$$

Le seuil  $L$  constitue un paramètre du modèle de dégradation et n'est en aucun cas une variable de décision de maintenance. Il est à remarquer que les défaillances dues à un niveau de détérioration trop élevé ne se manifestent pas toujours comme panne évidente du système (arrêt intempestif, rupture, etc.). On peut par exemple considérer une structure comme défaillante dès que son niveau de dégradation ne lui permet plus de résister avec une marge de sécurité suffisante à la contrainte maximale qui peut lui être appliquée. Dans le cas d'un système de production, le seuil de défaillance peut être déterminé à partir de la proportion de pièces conformes en sortie de ligne et le système peut être considéré comme défaillant dès qu'il ne peut plus produire avec une qualité ou une quantité suffisante.

#### 3.2.2 Modélisation de la défaillance liée au choc

Au-delà de défaillance par la dégradation, le système est aussi soumis à des défaillances traumatiques de type choc. Dans cette section, on s'intéresse à modéliser ce mode de défaillance. Comme il existe une dépendance de l'intensité d'occurrence de chocs sur le niveau de dégradation dans le modèle, on l'appelle modèle *DS* (*Dependent Shock model*).

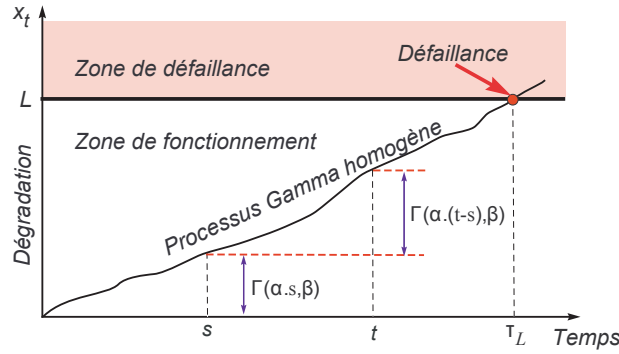


Figure 3.1 – Evolution schématique de la dégradation d'un système non maintenu

### Processus de chocs

Une hypothèse fréquente du processus de chocs est de considérer que les chocs surviennent selon un processus de Poisson d'intensité  $r$  [58, 157, 299]. Lorsque cette intensité est définie comme une fonction du temps  $r(t)$ ,  $t \geq 0$ , on parle alors de processus de Poisson non-homogène. Soit  $N_t$  le nombre d'événements de choc survenus sur l'intervalle de temps  $[0, t]$ . Comme proposé dans [230], un processus de Poisson non-homogène est défini de la manière suivante :

**Définition 3.2.** Un processus de comptage  $\{N_t\}_{t \geq 0}$  est un processus de Poisson non-homogène s'il vérifie les propriétés suivantes :

1.  $N_0 = 0$ , ce qui précise que l'événement de comptage démarre à  $t = 0$ ,
2.  $\{N_t\}_{t \geq 0}$  a des incréments indépendants,
3.  $P(N_{t+\Delta t} - N_t \geq 2) = o(\Delta t)$ <sup>1</sup>, ce qui signifie que l'occurrence de chocs ne peut pas survenir plus d'une fois au même moment,
4.  $P(N_{t+\Delta t} - N_t = 1) = r(t) \Delta t + o(\Delta t)$ .

Pour ce processus, les instants d'inter-occurrences ne sont généralement ni indépendants ni identiquement distribués. Les techniques statistiques, alors utilisées pour des données indépendantes et identiquement distribuées, ne sont plus applicables. La propriété non-stationnaire du processus signifie que le choc du système peut avoir plus de chance de survenir à certain moments qu'à d'autres. Cette propriété est pertinente pour décrire une influence intensive d'un facteur quelconque sur la vitesse d'occurrence des chocs.

En se basant sur le processus de Poisson non homogène, notre objectif est de caractériser la dépendance entre le processus de chocs et l'évolution de la dégradation du système. Cet objectif est principalement motivé par une volonté de décrire précisément l'évolution vers la panne du système et d'approcher au mieux son comportement physique. Dans la littérature, plusieurs auteurs s'intéressent à modéliser cette dépendance. On peut citer ici par exemple les modèles proposés dans [80, 152, 157, 219, 245]. La plupart de ces modèles considèrent que le processus de chocs entraîne un dommage supplémentaire dans la dégradation du système. Ici, on introduit une dimension inverse en examinant l'impact de la dégradation sur l'évolution du processus de chocs. En outre, puisque plus le système est dégradé, plus il est vulnérable aux chocs, on peut modéliser cette dépendance en représentant l'intensité de choc en fonction

1. Une fonction  $f$  est dite  $o(\Delta t)$  si  $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{f(\Delta t)}{\Delta t} = 0$ , ceci revient à dire que lorsque  $f$  est  $o(\Delta t)$ , si  $\Delta t$  prend de très petites valeurs,  $f(\Delta t)$  reste très petit par rapport à  $\Delta t$ .

du niveau de dégradation  $x_t$  et du temps opérationnel  $t$  par :

$$r(t, x_t) = r_1(t) 1_{\{x_t < M_s\}} + r_2(t) 1_{\{x_t \geq M_s\}} \quad (3.4)$$

où  $1_{\{\cdot\}}$  correspond à la fonction indicatrice,  $r_1(t)$  et  $r_2(t)$  sont des fonctions continues non-décroissantes en temps qui représentent l'intensité de choc à l'instant  $t$  avec  $r_2(t) \geq r_1(t)$ .  $M_s$  correspond à un niveau de dégradation fixé a priori. Ces quantités sont des paramètres du modèle et peuvent être déterminées par des méthodes d'estimation proposées dans [159, 194, 233, 250]. L'égalité (3.4) signifie que l'évolution de la dégradation affecte le taux d'occurrence des événements traumatiques de type choc, c'est-à-dire que le système devient plus sensible à la panne liée au choc quand le niveau de dégradation augmente et dépasse un seuil fixé. On peut distinguer donc deux modes de fonctionnement du processus de chocs. Le premier mode, qui correspond à l'intensité  $r_1(t)$  et au niveau de dégradation  $x_t < M_s$ , s'appelle *mode nominal de choc*, et la deuxième mode, qui correspond l'intensité  $r_2(t)$  et au niveau de dégradation ( $x_t \geq M_s$ ), s'appelle *mode accéléré de choc*. Le processus de Poisson non-homogène dont l'intensité  $r(t, x_t)$  est donnée par (3.4) est aussi connu comme un processus de Cox<sup>2</sup> [107].

### Défaillance liée au choc

Dans la littérature, il existe plusieurs conceptions possibles pour une défaillance liée au processus de chocs [187]. À titre d'exemple, on peut citer ici les modèles : *cumulative shock model* [119], *extreme shock model* [120], *run shock model* [187] et  *$\delta$ -shock model* [166]. Ce sont des modèles de "type seuil" de chocs, dans lesquels le système tombe en panne lorsque une grandeur quelconque liée au processus de chocs dépasse un seuil. Dans notre système, le mécanisme de défaillance liée au processus de chocs est une défaillance soudaine qui cause une rupture complète du système. On considère simplement que le système tombe en panne dès qu'un choc survient même quand le niveau de dégradation du système ne dépasse pas encore un seuil critique. La date de défaillance du système liée au choc,  $\tau_s$ , est définie par l'expression :

$$\tau_s = \inf \{t \geq 0, N_t = 1\}, \quad (3.5)$$

où  $N_t$  correspond au nombre d'événements de choc survenus avant l'instant  $t$ .

### 3.2.3 Date de défaillance dans le modèle DTDS

Comme le système étudié est soumis aux risques concurrents dépendants de type dégradation ou chocs, une défaillance totale survient dès que le niveau dégradation  $x_t$  dépasse le seuil  $L$  ou qu'un choc arrive même quand  $x_t$  est encore inférieur au seuil  $L$ . Ainsi, la date de panne totale du système peut être interprétée par l'expression :

$$\tau_f = \min \{\tau_L, \tau_s\} = \inf \{t \geq 0, x_t \geq L \text{ ou } N_t = 1\}. \quad (3.6)$$

La figure 3.2 illustre deux modes de défaillance du système. Dans la sous-figure 3.2a, une défaillance suite à un dépassement de seuil survient avant un événement de choc, la date de panne totale du système est la date de panne liée à la dégradation  $\tau_f = \tau_L$ . Dans la sous-figure 3.2b, la défaillance totale du système est liée au choc (le niveau de dégradation à instant  $\tau_s$  n'atteint pas encore le seuil  $L$ ,  $x_{\tau_s} < L$ ), ainsi la date de panne totale du système est la date d'occurrence de choc  $\tau_f = \tau_s$ .

---

2. Aussi appelé doubly stochastic Poisson process.



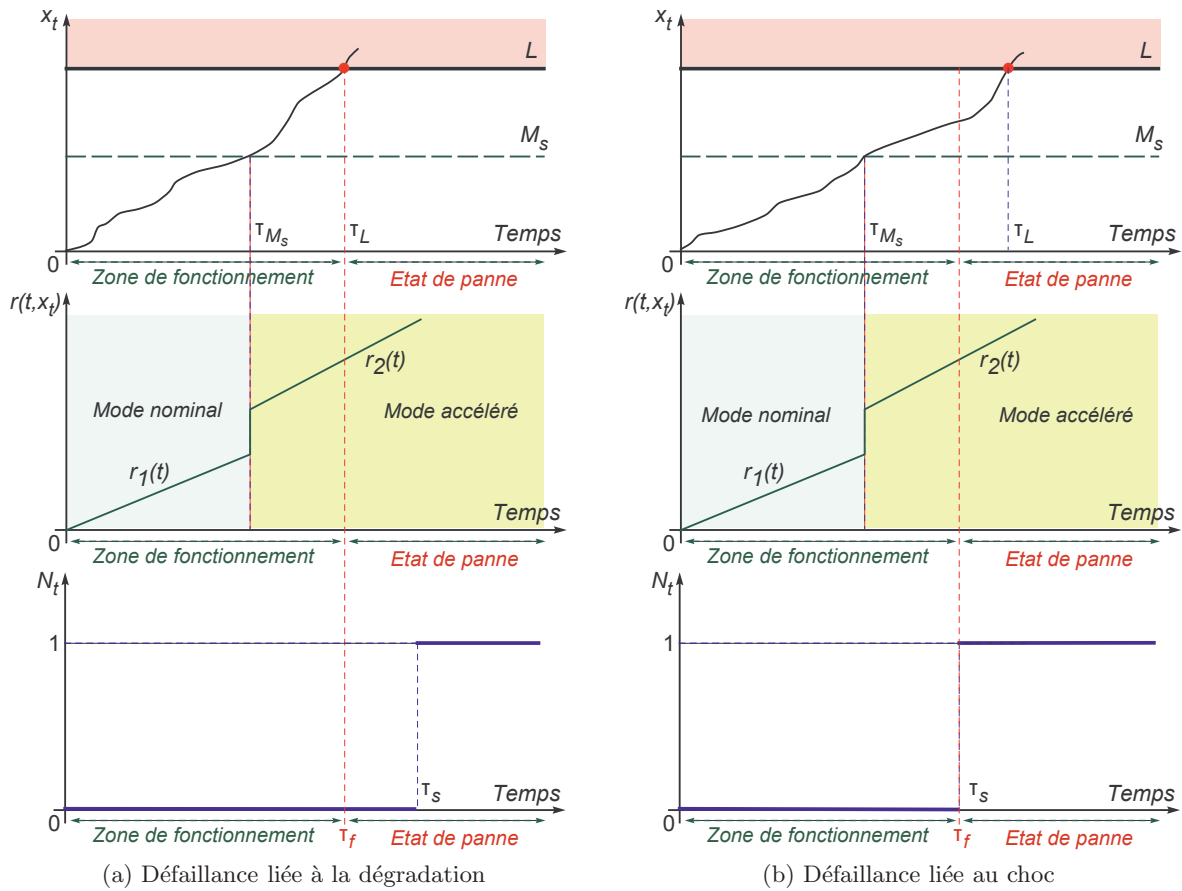


Figure 3.2 – Illustration des modes de défaillance du système

### 3.3 Caractéristiques de l'information de surveillance

Pour le modèle *DTDS*, on suppose que les informations de surveillance sont directes [141, 242]. Les grandeurs observables ici sont le niveau de dégradation  $x_t$  et le type de défaillance (défaillance liée à la dégradation ou liée au choc). Le niveau de dégradation représente une variable vis-à-vis de la dégradation et une covariable vis-à-vis des événements traumatiques de type choc, et de ce fait est un indicateur de décision en maintenance très prometteur. Ces grandeurs sont observées en-ligne lors d'inspection, les erreurs de mesure et les problèmes de détection sont considérées comme négligeables. L'enjeu ici est donc d'intégrer l'information sur le niveau de dégradation et le type de défaillance dans la prise de décision, et de mesurer le gain apporté par une telle stratégie de maintenance. Plus précisément, l'information sur  $x_t$  est utilisée dans les chapitres 4 et 6 pour, respectivement, la prise de décision en maintenance préventive et la construction d'un indicateur de fiabilité plus robuste pour l'aide à décision en maintenance. Dans le chapitre 5, non seulement l'information sur  $x_t$  mais l'information sur le type de défaillance sont utilisées dans la prise de décision en maintenance corrective.

### 3.4 Caractéristiques fiabilistes du système non maintenu

Le niveau de la dégradation et le type de défaillance étant parfaitement observables, on les utilise directement dans l'analyse fiabiliste du système considéré. Il s'agit de caractériser

la fiabilité du système et la distribution de ses dates de défaillance. Pour cela, on développe tout d'abord les formules mathématiques de la fiabilité des modèles  $DT$ ,  $DS$  et  $DTDS$ . Ces formules analytiques nous permettent d'analyser ensuite l'impact des paramètres du modèle sur les caractéristiques fiabilistes du système.

### 3.4.1 Fiabilité du modèle $DT$

La caractérisation de la défaillance liée à la dégradation nécessite une étude sur les temps d'atteinte d'un niveau de dégradation du processus Gamma homogène. Deux types de temps d'atteinte sont présentés dans cette section :  $\tau_A$  et  $\tau_B - \tau_A$ .

#### Fonction de survie du temps d'atteinte $\tau_A$

Soit  $\tau_A$  temps d'atteinte du niveau de dégradation  $A$  ( $\tau_A = \inf \{t \geq 0, x_t \geq A\}$ ), sa fonction de survie  $\bar{F}_{\tau_A}(t)$  à l'instant  $t \geq 0$  est calculée par :

$$\bar{F}_{\tau_A}(t) = 1 - F_{\tau_A}(t) = 1 - P(\tau_A \leq t) = 1 - P(x_t \geq A) = 1 - \frac{\Gamma(\alpha t, A\beta)}{\Gamma(\alpha t)}, \quad (3.7)$$

où  $\Gamma(\alpha, x) = \int_x^\infty z^{\alpha-1} e^{-z} dz$  correspond à la fonction Gamma incomplète pour  $x \geq 0$  et  $\alpha \geq 0$ ,  $F_{\tau_A}$  est la fonction de distribution de  $\tau_A$ . Sa densité s'écrit :

$$f_{\tau_A}(t) = \frac{\partial}{\partial t} F_{\tau_A}(t) = \frac{\alpha}{\Gamma(\alpha t)} \int_{A\beta}^\infty \{\log(z) - \psi(\alpha t)\} z^{\alpha t-1} e^{-z} dz, \quad (3.8)$$

avec  $\psi(\alpha) = \frac{\Gamma'(\alpha)}{\Gamma(\alpha)} = \frac{\partial \log \Gamma(\alpha)}{\partial \alpha}$  est la fonction Digamma.

Étant donné que la date de défaillance liée à la dégradation  $\tau_L$  est le temps d'atteinte du seuil  $L$ , la fiabilité du modèle  $DT$  à l'instant  $t \geq 0$  peut être calculée selon l'expression (3.7) :

$$\bar{F}_{\tau_L}(t) = 1 - \frac{\Gamma(\alpha t, L\beta)}{\Gamma(\alpha t)}. \quad (3.9)$$

#### Fonction de survie du temps d'atteinte $\tau_B - \tau_A$

Étant donné un deuxième niveau de dégradation  $B > A$ , on cherche à déterminer la fonction de survie du temps d'atteinte  $\tau_B - \tau_A$  à l'instant  $t \geq 0$ ,  $\bar{F}_{\tau_B - \tau_A}(t)$ . On pourrait trouver dans la suite que  $\bar{F}_{\tau_B - \tau_A}(t)$  est très utile dans les calculs, mais difficile à traiter à cause du comportement de dépassement du processus Gamma [208] (c-à-d.  $x_{\tau_A} \neq A$  et  $\tau_B - \tau_A \neq \tau_{B-A}$ ). La fonction de survie exacte du  $\tau_B - \tau_A$  a été proposée dans [32] par l'expression :

$$\bar{F}_{\tau_B - \tau_A}(t) = \bar{F}_{(\tau_A, \tau_B)}(t, x, y) 1_{\{y > x > 0\}} + \bar{F}_d(t, x, y) 1_{\{y = x > 0\}}, \quad (3.10)$$

dans la quelle  $1_{\{\cdot\}}$  correspond à la fonction indicatrice,

$$\begin{aligned} \bar{F}_{(\tau_A, \tau_B)}(t, x, y) &= - \int \int_{A < x < B, 0 < x+y < L, 0 < y} \left( \int_0^\infty f_{\alpha u, \beta}(x) du \right) \frac{\partial f_{\alpha t, \beta}(y)}{\partial t} dx dy, \\ \bar{F}_d(t, x, y) &= \int_t^\infty \int_0^{y-t} \alpha \int_0^A f_{\alpha x, \beta}(w) dw \left( \int_{L-y}^\infty \frac{e^{-\beta z}}{z} dz \right) dx dy. \end{aligned}$$

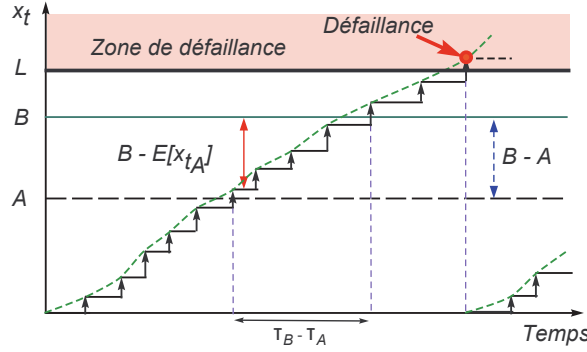


Figure 3.3 – Comportement de dépassement du processus Gamma

L'expression (3.10) est difficile à implémenter en raison des calculs numériques complexes. Pour cela, on en cherche dans [32] une approximation. Si le processus Gamma homogène  $\{x_t\}_{t \geq 0}$  était continu, la loi de probabilité de  $\tau_B - \tau_A$  serait identique à celle de  $\tau_{B-A}$ . Pourtant ce n'est pas le cas du fait que le processus Gamma est un processus de saut (même s'il est utilisé pour représenter une détérioration continue),  $x_{\tau_A} \geq A$  et donc le niveau moyen de dégradation à l'instant  $\tau_A$  est plus grand ou égal à  $A$ ,  $E[x_{\tau_A}] \geq A$  (cf. figure 3.3). On remplacera donc  $A$  par  $E[x_{\tau_A}]$  dans l'approximation. À ce stade, toute la difficulté réside dans le calcul  $E[x_{\tau_A}]$ . En utilisant le théorème d'arrêt pour les martingales [69, 122] pour le temps d'arrêt  $\tau_A$ , on peut montrer que :

$$E[x_{\tau_A}] = \frac{\alpha}{\beta} E[\tau_A], \quad (3.11)$$

dans lequel,  $E[\tau_A]$  est donnée dans [32] par l'expression :

$$E[\tau_A] = \frac{1}{\alpha} \left( \beta A + \frac{1}{2} - \int_{\beta A}^{\infty} (\rho(y) - 1) dy \right), \quad (3.12)$$

avec  $\rho(y) = \int_0^{\infty} f_{u,1}(y) du$ , où  $f_{u,1}(y)$  est donné par (3.1). La fonction  $\rho(y)$  satisfait les propriétés suivantes (cf. figure 3.4) :

1.  $\rho(y)$  est une fonction décroissante de la variable  $y$  et  $\lim_{y \rightarrow \infty} \rho(y) = 1$ . Cela implique  $\rho(y) > 1$ . En raison de sa décroissance très rapide,  $\rho(y)$  s'approche de la valeur 1 quand  $y \geq 1$ .
2.  $\int_0^{\infty} (\rho(y) - 1) dy = \frac{1}{2}$ .

Les deux propriétés ci-dessus de  $\rho(\cdot)$  permettent d'approcher le temps moyen d'atteinte du niveau de dégradation  $A$ ,  $E[x_{\tau_A}]$ , par :

$$E[\tau_A] \simeq \frac{1}{\alpha} \left( \beta A + \frac{1}{2} \right). \quad (3.13)$$

quand la valeur du produit  $\beta A$  est suffisamment grande (au moins supérieur à 1). De (3.11) et (3.13), une approximation de  $E[x_{\tau_A}]$  peut être donnée par l'expression :

$$E[x_{\tau_A}] \simeq A + \frac{1}{2\beta}. \quad (3.14)$$

En tant que tel, on propose donc une approximation qui consiste à remplacer la loi de probabilité de  $\tau_B - \tau_A$  par celle de  $\tau_{B-A - \frac{1}{2\beta}}$ . Cette approximation est valable quand  $1 < \beta A < \beta B - \frac{1}{2}$ .

En d'autres mots, la fonction de survie de  $\tau_B - \tau_A$  donnée par l'équation (3.10) est approchée par :

$$\bar{F}_{\tau_B - \tau_A}(t) \simeq \bar{F}_{\tau_{B-A-\frac{1}{2\beta}}}(t), \quad (3.15)$$

ainsi sa densité s'écrit par :

$$f_{\tau_B - \tau_A}(t) \simeq f_{\tau_{B-A-\frac{1}{2\beta}}}(t), \quad (3.16)$$

où  $\bar{F}_{\tau_{B-A-\frac{1}{2\beta}}}$  et  $f_{\tau_{B-A-\frac{1}{2\beta}}}$  sont calculés à partir de (3.7) et (3.8).

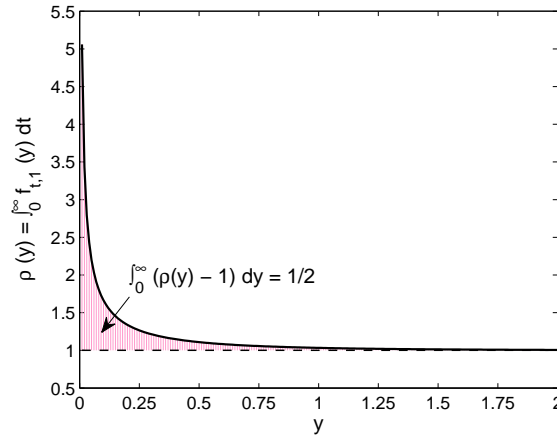


Figure 3.4 – Illustration des propriétés de la fonction  $\rho(\cdot)$

### 3.4.2 Fiabilité du modèle *DS*

Soient  $\bar{F}_1(t)$  et  $\bar{F}_2(t)$  respectivement les fonctions de survie à l'instant  $t \geq 0$  associé à l'intensité  $r_1(t)$  et  $r_2(t)$  de choc, on obtient :

$$\bar{F}_i(t) = \exp \left\{ - \int_0^t r_i(u) du \right\}, \quad i = 1, 2. \quad (3.17)$$

Étant donné que la date de défaillance liée au choc et son intensité sont données par (3.5) et (3.4), la fiabilité du modèle *DS* à l'instant  $t \geq 0$  peut s'exprimer sous la forme :

$$\begin{aligned} \bar{F}_s(t) &= P(\tau_s > t) = P(N_t = 0) \\ &= P(x_t < M_s, N_t = 0) + P(N_t = 0, x_t \geq M_s) \\ &= \bar{F}_1(t) \bar{F}_{\tau_{M_s}}(t) + \bar{F}_2(t) \int_0^t a(u) du, \end{aligned} \quad (3.18)$$

dans laquelle

$$a(u) = \frac{\bar{F}_1(u)}{\bar{F}_2(u)} f_{\tau_{M_s}}(u), \quad (3.19)$$

$\bar{F}_{\tau_{M_s}}$  et  $f_{\tau_{M_s}}$  correspondent à la fonction de survie et à la densité du temps d'atteinte  $\tau_{M_s}$  du niveau de dégradation  $M_s$  calculées par (3.7) et (3.8) respectivement,  $\bar{F}_1$  et  $\bar{F}_2$  sont données par (3.17).

### 3.4.3 Fiabilité du modèle *DTDS*

On cherche à déterminer la fiabilité du système non maintenu considéré. En l'absence de maintenance, la date de défaillance totale du système  $\tau_f$  est donnée par l'équation (3.6), alors la fiabilité du système  $\bar{F}_f(t)$  à l'instant  $t \geq 0$ , qui représente la probabilité que le niveau de dégradation  $x_t$  ne dépasse pas encore le seuil critique  $L$  et qu'aucun choc ne survienne dans l'intervalle de temps  $[0, t]$  (c-à-d.  $N_t = 0$ ), s'écrit comme suit :

$$\begin{aligned} \bar{F}_f(t) &= P(x_t < L, N_t = 0) \\ &= P(x_t < M_s, N_t = 0) + P(M_s \leq x_t < L, N_t = 0) \\ &= \bar{F}_1(t) \bar{F}_{\tau_{M_s}}(t) + \bar{F}_2(t) \int_0^t a(u) \bar{F}_{\tau_L - \tau_{M_s}}(t - u) du, \end{aligned} \quad (3.20)$$

où  $a(u)$  est calculé par (3.19),  $\bar{F}_{\tau_{M_s}}$ ,  $\bar{F}_1$  et  $\bar{F}_2$  sont donnés par (3.7) et (3.17),  $\bar{F}_{\tau_L - \tau_{M_s}}$  est calculé exactement par (3.10) ou est approché par (3.15).

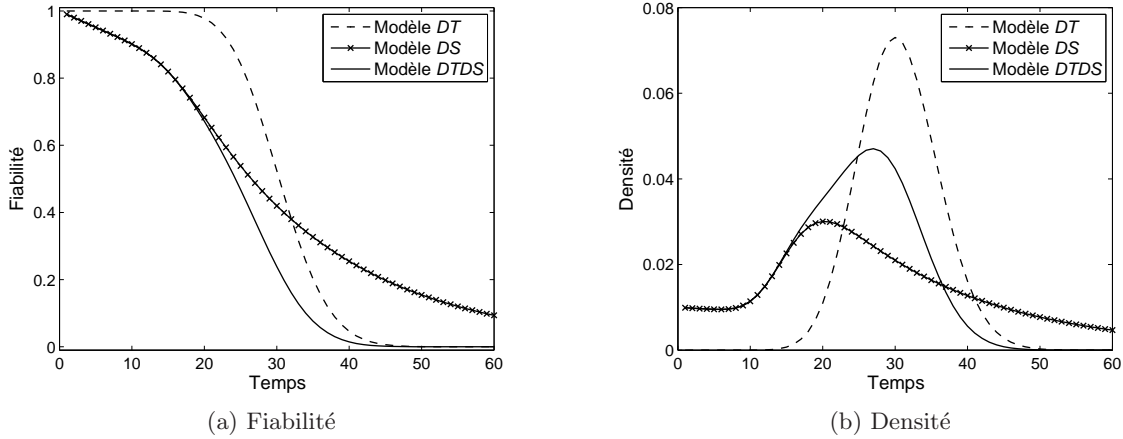


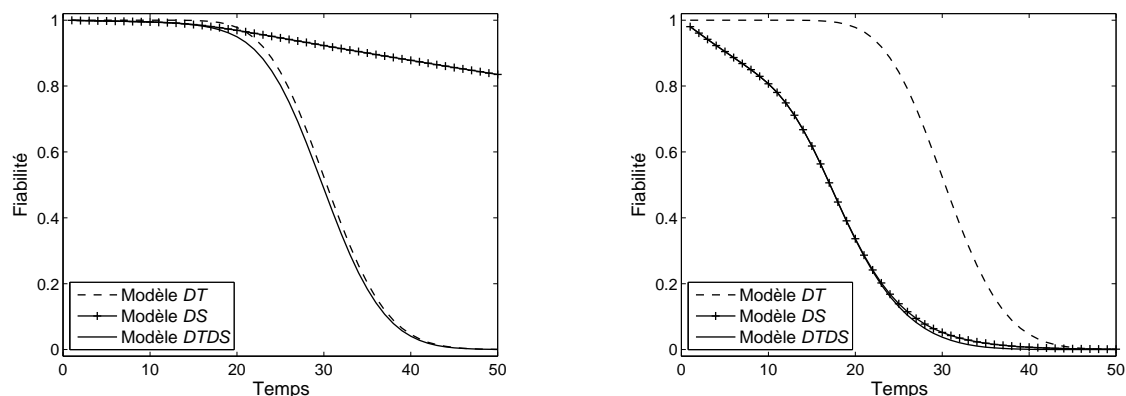
Figure 3.5 – Illustration des grandeurs fiabilistes du système non maintenu pour  $\alpha = 1$ ,  $\beta = 1$ ,  $L = 30$ ,  $r_1(t) = 0.01$ ,  $r_2(t) = 0.05$ ,  $M_s = 15$

Pour une illustration numérique des caractéristiques fiabilistes des modèles *DT*, *DS* et *DTDS*, on s'appuie sur l'ensemble de paramètres  $\alpha = 1$ ,  $\beta = 1$ ,  $L = 30$ ,  $r_1(t) = 0.01$ ,  $r_2(t) = 0.05$ ,  $M_s = 15$ . Les temps moyen à la défaillance de ces modèles sont  $E[\tau_L] \simeq \frac{1}{1} (1 \cdot 30 + \frac{1}{2}) = 30.5$ ,  $E[\tau_s] = \int_0^\infty \bar{F}_s(t) dt = 31.0739$  et  $E[\tau_f] = \int_0^\infty \bar{F}_f(t) dt = 23.2323$  respectivement. La sous-figure 3.5a représente les courbes de fiabilité des modèles *DT* (cf. équation (3.9)), *DS* (cf. équation (3.18)) et *DTDS* (cf. équation (3.20)) en fonction du temps. La sous-figure 3.5b présente les courbes de densité des dates de défaillance correspondantes à chacun des modèles précédents (la densité est la fonction opposée de la dérivée en fonction du temps de la fiabilité associée). On peut observer sur la figure 3.5 que la variance des dates de défaillance due au choc est grande, alors que les dates de défaillance due à la dégradation sont moins chaotiques.

### 3.4.4 Impact des paramètres du modèle sur les caractéristiques fiabilistes

Le modèle *DTDS* proposé est un cas général des modèles classiques qui sont basés uniquement soit sur la détérioration, soit sur des distributions paramétriques de la durée de vie.

En effet, le modèle *DTDS* peut se ramener au modèle *DT* ou au modèle *DS* en modifiant les paramètres reliés au processus de dégradation ou au processus de choc. Une illustration de cette modification est donnée dans la figure 3.6. Dans cet exemple, on ne fait varier que



(a) Fiabilité du système non maintenu pour  $\alpha = 1$ ,  $\beta = 1$ ,  $L = 30$ ,  $r_1(t) = 0.0005$ ,  $r_2(t) = 0.005$ ,  $M_s = 15$  (b) Fiabilité du système non maintenu pour  $\alpha = 1$ ,  $\beta = 1$ ,  $L = 30$ ,  $r_1(t) = 0.02$ ,  $r_2(t) = 0.2$ ,  $M_s = 15$

Figure 3.6 – Illustration la flexibilité du modèle *DTDS*

l'intensité du processus de choc et on fixe les autres paramètres. Quand l'intensité de choc est relativement petite par rapport au taux de dégradation, la fiabilité du modèle *DTDS* approche celle du modèle *DT* (cf. sous-figure 3.6a), autrement dit le modèle *DTDS* se transforme en modèle *DT*. Dans le cas contraire, le modèle *DTDS* devient un modèle *DS* (cf. sous-figure 3.6b) car les événements de choc sont le facteur principal qui cause la défaillance du système. Ainsi comprendre l'impact des paramètres du modèle sur la fiabilité (et/ou sur la densité des dates de défaillance) du système est très important pour identifier et prédire son comportement. C'est la raison pour laquelle, on cherche dans la suite de cette section à analyser la tendance des caractéristiques fiabilistes du modèle *DTDS* sous l'influence de ses paramètres. Bien que les formules mathématiques requises soient bien établies, il semble inadéquat d'étudier analytiquement les impacts de ces paramètres, à cause de la complexité des formules. On décide alors d'avoir recours à une approche numérique. La méthode d'analyse est de varier ces paramètres les uns par rapport aux autres et observer les évolutions associées de la fiabilité du système et de la densité des dates de défaillance correspondantes.

### Impact des paramètres du processus de dégradation

Le paramètre  $L$  représente le seuil de défaillance liée à la dégradation du système. Bien que ce paramètre n'influence pas l'évolution du processus de chocs (cf. équation (3.18)), sa variation détermine directement les caractéristiques de la date de défaillance totale du système (cf. équation (3.20)). On peut observer dans les sous-figures 3.7a et 3.7b que la fiabilité du système et la variance des dates de défaillance augmentent avec l'augmentation de  $L$ . Ceci peut s'expliquer par le fait que la variance de la dégradation est une fonction croissante du temps ( $var(x_t) = \sigma^2 t = \frac{\alpha}{\beta^2} t$ ) et que l'augmentation de  $L$  entraîne une augmentation du temps moyen de défaillance.

Un couple de paramètres  $(\alpha, \beta)$  fixe le comportement du processus de dégradation. Un changement du couple  $(\alpha, \beta)$ , qui modélise les incréments de dégradation, a un impact aussi bien sur la probabilité de défaillance liée à un niveau excessif de dégradation que sur la

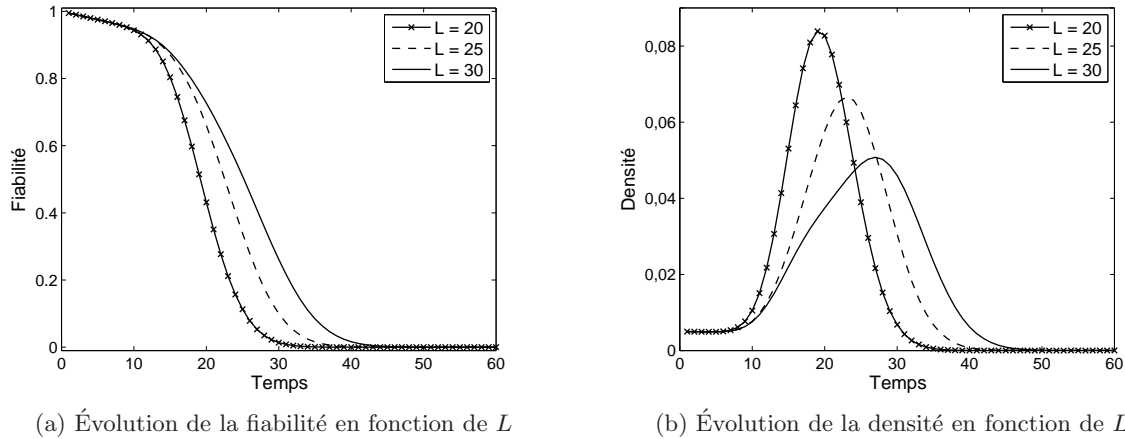


Figure 3.7 – Impact du seuil de défaillance  $L$  pour  $\alpha = 1$ ,  $\beta = 1$ ,  $r_1(t) = 0.005$ ,  $r_1(t) = 0.05$ ,  $M_s = 15$

défaillance liée au choc (cf. équations (3.9) et (3.18)). En effet, la vitesse d'évolution et la variance de la dégradation sont directement liées à ce couple par la moyenne par unité de temps  $m = \frac{\alpha}{\beta}$  et par la variance par unité de temps  $\sigma^2 = \frac{\alpha}{\beta^2}$ . Lorsque  $m$  augmente ( $\sigma^2$  reste constant), les accroissements élémentaires augmentent, le système atteint alors plus rapidement le seuil de défaillance  $L$  et le processus de choc entre aussi plus vite dans le mode accéléré. Ainsi, la fiabilité du système diminue (cf. sous-figure 3.8a). Par ailleurs, comme la

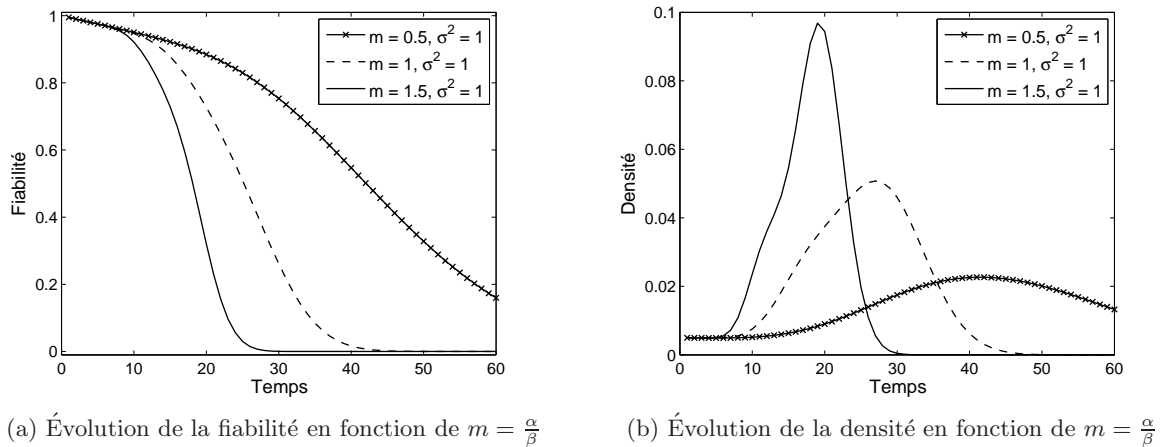


Figure 3.8 – Impact de la moyenne de dégradation  $m$  pour  $L = 30$ ,  $r_1(t) = 0.005$ ,  $r_1(t) = 0.05$ ,  $M_s = 15$

variance de la distribution des dates de défaillance par choc est inversement proportionnelle à son intensité (car il s'agit d'un processus de Poisson), entrer plus vite dans le mode accéléré signifie que la date de panne liée au choc est moins variée. Par conséquent, la variance totale du système diminue quand  $m$  augmente même si la variance de dégradation  $\sigma^2$  reste constante (cf. sous-figure 3.8b). Quand  $m$  est constant et  $\sigma^2$  varie, la vitesse moyenne de la dégradation ne change pas mais son comportement n'est pas stable. De plus, l'évolution moyenne du processus de choc n'est pas vraiment influencée par la variation de  $\sigma$ . La variance

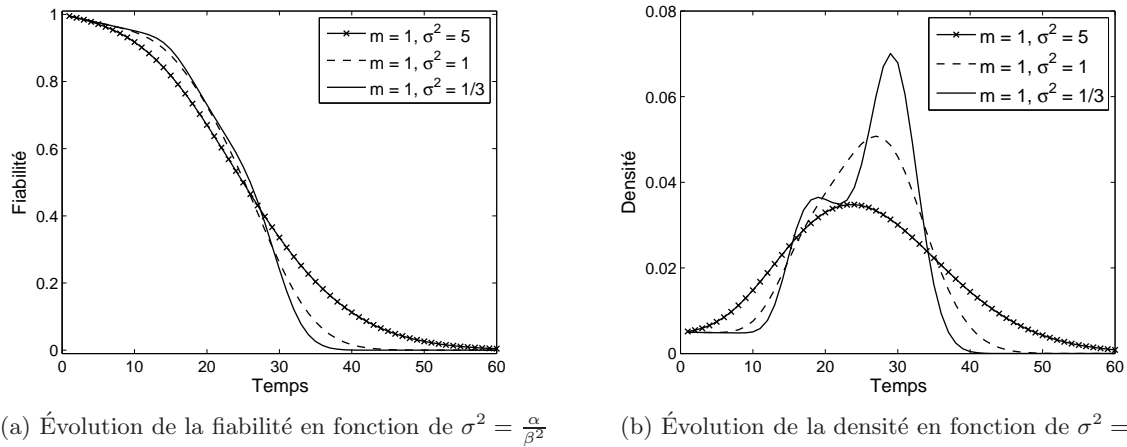


Figure 3.9 – Impact de la variance de dégradation  $\sigma^2$  pour  $L = 30$ ,  $r_1(t) = 0.005$ ,  $r_1(t) = 0.05$ ,  $M_s = 15$

des dates de panne totale du système dépend étroitement de la comportement du processus de dégradation. En effet, quand la variance de la dégradation augmente ( $\sigma^2$  augmente), la date moyenne de défaillance du système ne change pas et la fiabilité du système décroît plus lentement (cf. sous-figure 3.9a). Ceci signifie également que la variance totale du système est en harmonie avec la variance de la dégradation (cf. sous-figure 3.9b).

### Impact des paramètres du processus de chocs

Comme la dépendance dans le modèle *DTDS* est “unilatérale” dans le sens où la dégradation affecte le processus de choc (mais pas le contraire) (cf. équation (3.4)), les paramètres du processus de choc (c-à-d.  $r_1(t)$ ,  $r_2(t)$  et  $M_s$ ) n’ont aucune influence sur l’évolution de la dégradation.

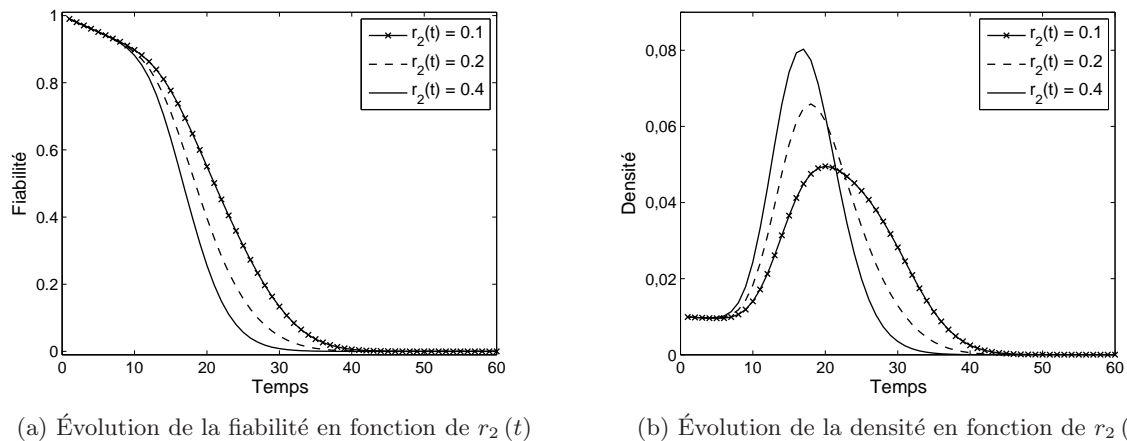


Figure 3.10 – Impact de l’intensité de choc pour  $\alpha = 1$ ,  $\beta = 1$ ,  $L = 30$ ,  $r_1(t) = 0.01$ ,  $M_s = 15$

Les paramètres  $r_1(t)$  et  $r_2(t)$  imposent le même rôle dans les caractéristiques fiabilistes du système, on analyse ici l’impact du paramètre  $r_2(t)$ , l’impact de  $r_1(t)$  est donc similaire.



Par ailleurs, pour plus de commodité dans l'analyse, on considère  $r_2(t)$  comme une fonction constante. On constate dans la sous-figure 3.10a que la fiabilité du système diminue avec l'augmentation de  $r_2(t)$ . Ceci est évidemment car la croissance de  $r_2(t)$  fait augmenter la probabilité de défaillance du système. En outre, l'accroissement dans  $r_2(t)$  peut diminuer également la variance de la date de défaillance (cf. sous-figure 3.10b), car la variance de la distribution des dates de défaillance par choc est inversement proportionnelle à son intensité.

Quand on s'intéresse à l'impact du paramètre  $M_s$ , on peut observer que plus la valeur de  $M_s$  est petite, plus la fiabilité du système et la variance de la date de défaillance diminuent (cf. sous-figures 3.11a et 3.11b). Cela peut s'expliquer par le fait que le processus de chocs entre plus rapidement dans le mode accéléré, ce qui fait augmenter la probabilité de défaillance par choc et entraîne une variance faible des dates de défaillance associées.

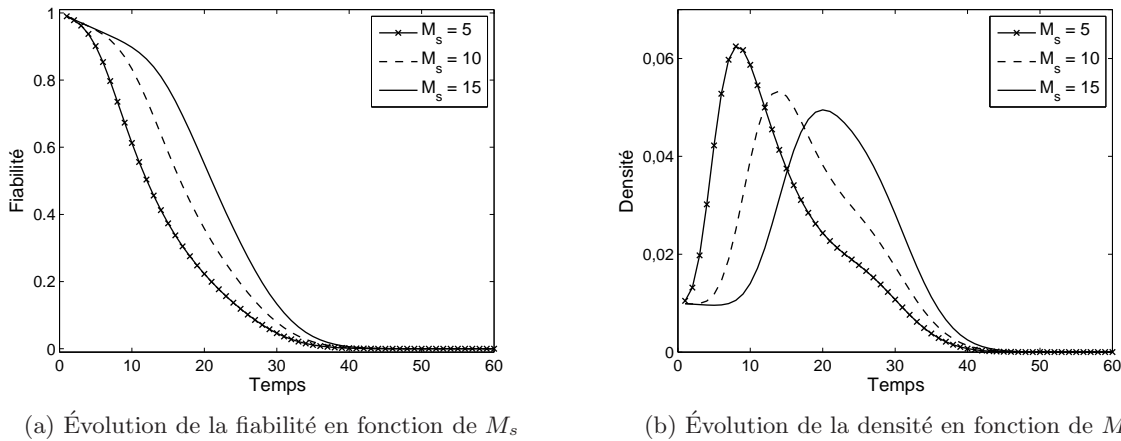


Figure 3.11 – Impact du paramètre  $M_s$  pour  $\alpha = 1$ ,  $\beta = 1$ ,  $L = 30$ ,  $r_1(t) = 0.01$ ,  $r_2(t) = 0.1$ ,

## 3.5 Conclusion et perspectives

### 3.5.1 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé un modèle de défaillance, nommé modèle *DTDS*, pour un système soumis aux risques concurrents dépendants de dégradation graduelle et d'événements traumatiques de type choc soudain. Notre modèle est une extension du modèle *DTS* avec la prise en compte de la dépendance entre l'intensité d'occurrence de chocs et le niveau de dégradation du système. L'avantage de la prise en compte de cette dépendance est de caractériser plus précisément l'évolution vers la défaillance du système et d'approcher plus efficacement les comportements pratiques du mécanisme de défaillance.

Nous avons déterminé ensuite les caractéristiques de l'information de surveillance. Supposons pour le modèle *DTDS* que la surveillance est parfaite, le niveau de dégradation et le type de défaillance (liée à la dégradation ou au choc) peuvent être détectés en ligne et sans erreur lors d'inspection. Nous verrons dans les chapitres suivants comment ces informations seront utilisées dans la prise de décision en maintenance (chapitre 4 et 5) et dans la construction un indicateur de fiabilité pertinent pour la décision en maintenance (chapitre 6).

Après avoir caractérisé l'information de surveillance, nous avons développé le formalisme

mathématique associé à notre modèle, et nous avons cherché à analyser de manière numérique l'impact de chacun des paramètres sur les caractéristiques fiabilistes du système. Cette analyse montre que le modèle d'évolution utilisé pour le système a le mérite d'être assez générique et de combiner un phénomène de dégradation graduel avec des événements traumatiques de type chocs : il peut se transformer en des modèles classiques en modifiant ses paramètres.

### 3.5.2 Perspectives

Suite au modèle de défaillance développé dans ce chapitre, plusieurs perspectives liées à la fois aux sujets à traiter dans les chapitres suivants et au développement supplémentaire du modèle peuvent être envisagées.

Les sujets à traiter dans les chapitres suivants sont énoncés comme suit.

Maintenant que nous disposons d'un modèle de défaillance pour le système considéré, ainsi que des informations de surveillance, l'enjeu suivant est de chercher à les utiliser de manière efficace dans la prise de décision en maintenance. Les chapitres 4, 5 et 6 se consacrent à développer des modèles de maintenance permettant d'évaluer le coût moyen de maintenance à long terme pour ce système soumis à différentes politiques de maintenance.

L'environnement opérationnel a souvent un impact significatif sur le mécanisme de fonctionnement d'un système. L'intégration de ces impacts dans le développement du modèle *DTDS* est une direction très prometteuse pour mieux expliquer le phénomène de défaillance. Nous pouvons penser à modifier la vitesse ou la variance du processus de défaillance en fonction de l'état courant de l'environnement, ou simplement à considérer le seuil de défaillance comme une variable aléatoire à la place d'une valeur fixée. Ces approches nous permettent de décrire correctement le comportement d'un système fonctionnant dans un environnement dynamique (cf. chapitre 7).

Les perspectives liées au développement supplémentaire du modèle sont les suivants.

Bien que nous ayons mentionné précédemment quelques méthodes statistiques classiques pour estimer les paramètres du modèle, il n'est pas toujours simple ni efficace d'appliquer ces méthodes. C'est dû à la propriété non-homogène du processus de Poisson, à la dépendance entre les modes de défaillance, et au grand nombre de paramètres à estimer. Donc, une procédure d'estimation (hors-ligne et/ou en-ligne) de ces paramètres à partir des données collectées devient un enjeu important de nos futurs travaux.

La plupart des travaux dans la littérature ainsi que notre travail actuel considèrent la dépendance de deux modes de défaillance (liée à la dégradation ou au choc) dans un sens unique. C'est-à-dire que soit le processus de chocs entraîne un dommage supplémentaire dans la dégradation du système, soit le niveau de dégradation conduit le comportement du processus de chocs. Cependant, dans plusieurs applications réalistes, la dépendance mutuelle entre des modes de défaillance est significative dans la caractérisation du mécanisme de défaillance du système. Nous envisageons alors étendre notre modèle *DTDS* en mettant l'accent sur l'interdépendance du processus de dégradation et du processus de chocs.

Une autre perspective du modèle *DTDS* est d'étendre le mode de défaillance liée au phénomène de dégradation en définissant différents processus d'évolution vers la panne du système. Ceci est motivé par le fait que plusieurs fissures peuvent exister en parallèle sur un composant mécanisme [36], nous pouvons modéliser, à titre exemple, chacune de ces propagations par un processus Gamma. Le système sera considéré en panne dès qu'un des processus atteint un seuil de sécurité ou le nombre de fissures dépasse un nombre critique.



## Chapitre 4

# Information de surveillance et prise de décision en maintenance préventive

### 4.1 Introduction

Nous avons développé dans le chapitre précédent un modèle de défaillance qui permet de prendre en compte d'éventuelles interactions entre le vieillissement du système modélisé par un processus de dégradation continue et l'événement traumatique soudain modélisé par un processus de chocs. Dans ce chapitre, nous mettons en évidence l'intégration de ces interactions dans le processus de décision en maintenance préventive. Étant donné les informations sur le niveau de dégradation disponibles au cours de la période de fonctionnement du système, une approche prometteuse de maintenance préventive est la structure conditionnelle [188]. Cependant, une telle structure n'est pas toujours efficace en point de vue économique car elle dépend forcément du comportement dynamique du système et nécessite de mettre en œuvre une stratégie d'inspection qui peut être onéreuse. Il faut alors être capable de déterminer si une structure conditionnelle de maintenance basée sur des informations relatives au niveau de dégradation est rentable et appropriée au système étudié ou si une structure classique basée sur le temps calendaire est meilleure en terme de coûts [238]. Pour ce faire, nous avons développé des modèles qui permettent de quantifier les performances d'une structure conditionnelle de maintenance et de mesurer les gains qu'elle apporte par rapport aux coûts supplémentaires de surveillance qu'elle induit. Une politique d'inspection/remplacement périodique, qui est facile à implémenter dans la pratique, relève des politiques conditionnelles, alors que la politique calendaire considérée est la politique de remplacement par bloc [227]. Les modèles de coût de ces politiques sont développés, leurs coûts moyens asymptotiques sont optimisés et comparés en fonction des coûts d'interventions et des caractéristiques dynamiques du système. Les résultats de la comparaison montreront les avantages et les situations d'application privilégiée de chacun de ces types de maintenance. Ceux-ci nous permettent également de conclure de manière très générale sur l'efficacité d'intégration des informations de surveillance dans la prise en compte en maintenance préventive.

Dans la section 4.2, nous présentons les hypothèses du modèle de maintenance. La section 4.3 (resp. 4.4) est consacrée à la construction du modèle mathématique permettant de quantifier les effets de la politique de maintenance conditionnelle (resp. calendaire) proposée. Nous allons expliciter dans chacune de ces sections la structure de la politique de maintenance et la méthode pour développer son modèle mathématique de coût. Une fois le modèle analytique du coût des politiques de maintenance établi, nous évaluons leurs performances dans la section 4.5. La comparaison des coûts moyens asymptotiques des politiques conditionnelle et calendaire est effectuée lorsque les coûts d'interventions et les caractéristiques du système varient. Enfin, dans la dernière section 4.6, nous présentons quelques conclusions issues de cette étude et ses perspectives.

## 4.2 Hypothèses sur le système maintenu

On s'est placé dans la configuration d'un système mono-composant non-réparable dont le mécanisme de défaillance est décrit et modélisé dans le chapitre 3. On suppose que le système est mis en marche à l'instant  $t = 0$ . Deux types d'interventions peuvent être réalisés sur le système : inspection et remplacement.

### 4.2.1 Inspections

On suppose que le niveau de dégradation du système est caché et sa défaillance n'est pas auto-décelable, ce qui nécessite une inspection pour les identifier. Une inspection permet de connaître d'une part l'état du système (en fonctionnement ou défaillant) et d'autre part l'information sur son niveau de dégradation. Ces hypothèses sont vérifiées par de nombreux systèmes industriels ou structures dont le niveau de dégradation n'est pas observable directement. De plus, en faisant référence au fait que les défaillances dues à un niveau de dégradation trop élevé ne se manifestent pas toujours comme panne évidente du système (arrêt intempestif, rupture), aucun indicateur ne peut se montrer l'état de panne du système à l'exception d'effectuer une inspection. On peut donner l'exemple d'un pont ou d'une digue [271] : la défaillance sera déclarée dès qu'une inspection révélera qu'il n'est plus en mesure de soutenir sa charge, l'effondrement de la structure ne sera pas attendu pour déclarer la défaillance.

L'inspection est également supposée non destructive, dans le sens où le niveau de dégradation, l'intensité des chocs et l'état du système ne sont pas modifiés, à l'inverse des inspections destructives qui altèrent le système. Comme illustration d'inspections non destructives, on peut citer le cas des pipelines, pour lesquels plusieurs techniques de détection non destructive des ruptures par fissuration ou corrosion existent, par exemple, par tomographie d'impédance (technique d'imagerie), par vibrations et par ondes ultra-sonores [184]. Finalement, on suppose que l'inspection prend une durée négligeable, est parfaite et coûte un coût unitaire  $C_{id}$ .

### 4.2.2 Remplacements

De manière très classique, deux actions de maintenance sont possibles sur le système : un remplacement préventif et un remplacement correctif. On peut effectuer un remplacement préventif selon le niveau de dégradation du système et un remplacement correctif suite à la détection d'une défaillance (due au choc ou à la dégradation). Dans tous les cas, le remplacement est instantané (plus précisément, le temps d'intervention en remplacement est négligeable par rapport à la durée de vie du système). On suppose ici le remplacement parfait dans le sens où, après un remplacement, le système est "aussi bon que neuf" (c-à-d. le niveau de dégradation du système et l'intensité du processus de chocs sont remis en valeur 0).

Les coûts unitaires de remplacement préventif et correctif sont notés par  $C_p$  et  $C_c$  respectivement. Ces coûts sont évidemment plus grands que le coût d'inspection ( $C_p > C_{id}$  et  $C_c > C_{id}$ ), et ne sont pas forcément identiques dans la pratique, bien que ce soient des remplacements. Un remplacement correctif est imprévu, effectué sur un système plus dégradé et son coût peut également comprendre tous les autres coûts engendrés par la défaillance tels que les dommages à l'environnement. Un remplacement correctif est probablement plus coûteux que celui préventif ( $C_c > C_p$ ).

Enfin, étant donné que l'état du système n'est identifié qu'à l'inspection, on ne peut pas intervenir immédiatement lorsqu'une défaillance survient. On se laisse donc la possibilité de prendre en compte un coût unitaire d'indisponibilité  $C_d$  qui correspond à l'intervalle de temps entre la défaillance et l'intervention de maintenance.

### 4.3 Politique et modèle de maintenance conditionnelle

Étant donnée les opérations de maintenance disponibles, il faut introduire une politiques appropriée pour assurer l'efficacité de ces opérations. Dans cette section, on s'est placé dans le cadre d'une stratégie de maintenance conditionnelle à inspections périodiques. La performance de la politique d'inspection périodique (au sens de la minimisation d'un coût de maintenance à long terme par unité de temps) pour des systèmes à taux de défaillance croissant est montré par divers travaux [57, 148, 158, 164, 254, 263]. À titre d'exemple, cette stratégie présente certains avantages comparée à une politique d'inspections non périodiques qui d'un point de vue mathématique serait optimale [74]. Dans un contexte industriel, l'implémentation d'une politique périodique reste plus facile comparée à celle non périodique. En outre, le bénéfice d'une telle hypothèse est de réduire le nombre de paramètres de décision, seule la période d'inspection doit être optimisée. Ensuite, sachant que le niveau de dégradation est l'information dont nous pouvons disposer en ligne lors d'une inspection au cours de la période de fonctionnement du système, on l'utilisera directement comme un indicateur conditionnel pour prendre une décision de remplacement préventif. En effet, ceci est un indicateur prometteur car il fournit lui-même l'information sur la dégradation, et reflète de manière indirecte l'information sur le processus de chocs (il existe une dépendance entre le processus de dégradation et le processus de choc); il peut donc représenter de manière assez complète l'état de santé courant du système. Dans la suite, on explicite les règles de décisions en maintenance, et le développement mathématique du modèle de coût de la politique conditionnelle périodique.

#### 4.3.1 Politique $(\Delta T, M)$

On propose une politique d'inspection/remplacement conditionnelle périodique adaptée au système décrit dans le chapitre 3 et aux hypothèses énoncées dans la section 4.2. La structure de cette politique dans un cycle de renouvellement (la durée entre deux remplacements successifs) est interprétée de manière suivante. Le système est inspecté périodiquement (la période inter-inspection est notée  $\Delta T$ ). À une inspection  $T_i = i\Delta T$ ,  $i = 1, 2, \dots$ , on adopte la règle de décision conditionnée par l'état du système et le niveau de dégradation inspecté  $x_{T_i}$  comme suit :

- Si  $x_{T_i} \geq L$  (défaillance due à la dégradation) ou  $N_{T_i} \geq 1$  (défaillance due au choc), la système défaillant est remplacé correctivement avec un coût unitaire  $C_c$  et la durée d'indisponibilité du système engendre un coût au taux  $C_d$ . Après remplacement, le système est aussi bon que neuf et un nouveau cycle de renouvellement commence.
- Si  $M \leq x_{T_i} < L$  et  $N_{T_i} = 0$ , le système encore en fonctionnement mais trop dégradé est remplacé préventivement avec un coût unitaire  $C_p$ . Après remplacement, le système est aussi bon que neuf et un nouveau cycle de renouvellement commence.
- Si  $x_{T_i} < M$  et  $N_{T_i} = 0$ , aucun remplacement n'est réalisé sur le système et une inspection est prévue à la date  $T_{i+1} = T_i + \Delta T$ , où on applique la même règle de décision.

La période d'inter-inspection  $\Delta T$  et le seuil de remplacement préventif  $M$  sont les deux variables de décision de cette politique de maintenance. Les variables  $\Delta T$  et  $M$  représentent respectivement un indicateur de décision calendaire et un indicateur de décision conditionnel

du politique de maintenance. Pour insister sur le rôle de ces variables dans cette politique de maintenance, on l'appelle politique  $(\Delta T, M)$ . La figure 4.1 présente une réalisation du processus de dégradation et de chocs du système maintenu en adoptant la politique  $(\Delta T, M)$ .

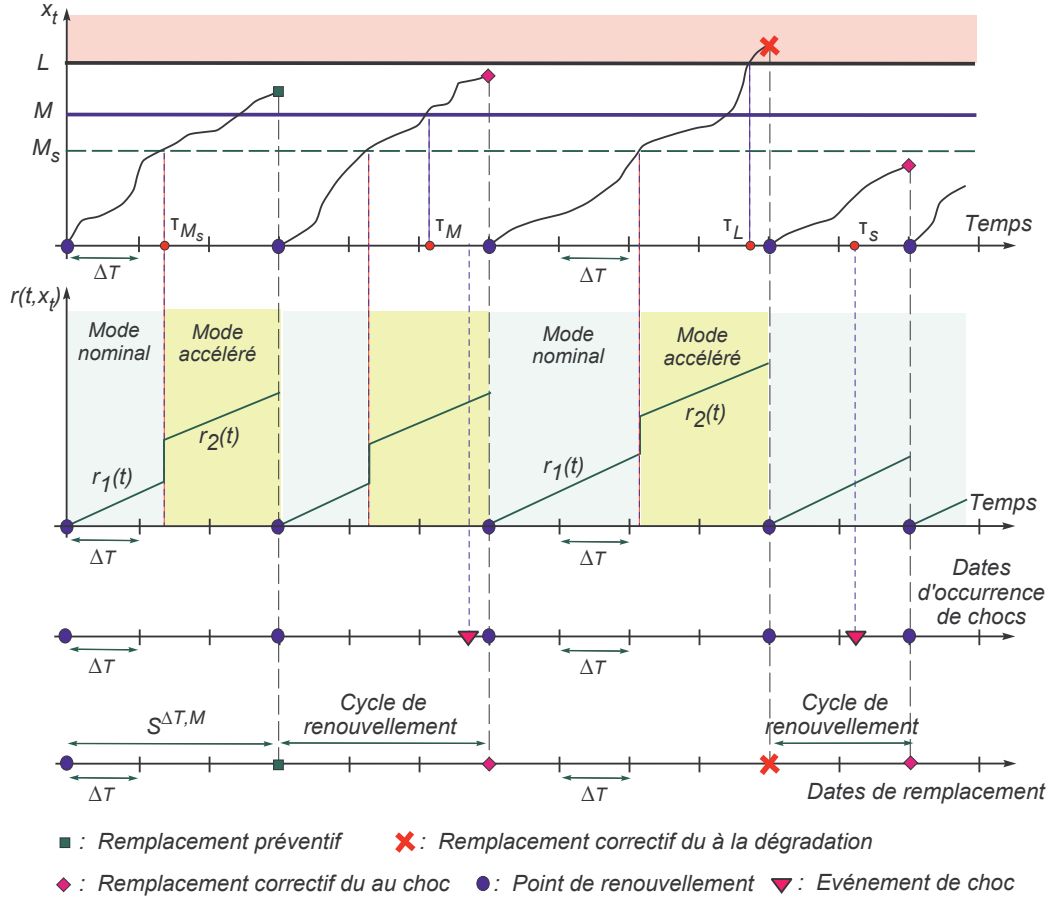


Figure 4.1 – Illustration la règle de décision de la politique  $(\Delta T, M)$

### 4.3.2 Critère de performance économique

La structure de la politique de maintenance  $(\Delta T, M)$  étant fixée, on cherche à en optimiser les paramètres. Comme le but fondamental de l'optimisation est de trouver un compromis entre la durée de fonctionnement du système et la dépense totale en maintenance, le critère de performance retenu ici est le coût global par unité de temps engendré par non seulement les opérations de maintenance, mais aussi l'indisponibilité du système sur un horizon infini (on l'appelle ultérieurement coût moyen asymptotique) :

$$C_{\infty}^{\Delta T, M}(\Delta T, M) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{C^{\Delta T, M}(t)}{t}, \quad (4.1)$$

où  $C^{\Delta T, M}(t)$  est le coût de maintenance cumulé au temps  $t$ , qui s'exprime de la façon suivante :

$$C^{\Delta T, M}(t) = C_{id} N_i^{\Delta T, M}(t) + C_p N_p^{\Delta T, M}(t) + C_c N_c^{\Delta T, M}(t) + C_d W_d^{\Delta T, M}(t), \quad (4.2)$$

avec :

- $N_i^{\Delta T, M}(t)$  représente le nombre d'inspections sur l'intervalle de temps  $[0, t]$ ,
- $N_p^{\Delta T, M}(t)$  (resp.  $N_c^{\Delta T, M}(t)$ ) correspond au nombre de remplacements préventifs (resp. remplacements correctifs) sur  $[0, t]$ ,
- $W_d^{\Delta T, M}(t)$  est la durée cumulée d'indisponibilité jusqu'à l'instant  $t$ .

Le choix des variables de décision de la politique  $(\Delta T, M)$  (c-à-d. la période d'inter-inspection  $\Delta T$  et le seuil de remplacement préventif  $M$ ) influe directement sur le nombre et la nature des opérations d'interventions et donc sur le coût  $C_\infty^{\Delta T, M}(\Delta T, M)$ . L'optimisation de la politique  $(\Delta T, M)$  revient à chercher les valeurs  $\Delta T_{opt}$  et  $M_{opt}$  qui minimisent la fonction  $C_\infty^{\Delta T, M}(\Delta T, M)$  :

$$C_\infty^{\Delta T, M}(\Delta T_{opt}, M_{opt}) = \min_{\Delta T, M} \{C_\infty^{\Delta T, M}(\Delta T, M), \Delta T > 0, 0 < M < L\}. \quad (4.3)$$

### 4.3.3 Modèle mathématique d'évaluation de la maintenance

L'évaluation de  $C_\infty^{\Delta T, M}(\Delta T, M)$  nécessite la connaissance du comportement du système soumis à la politique en régime stationnaire. Mais, le système étant aussi bon que neuf après chaque remplacement, son évolution redémarre de façon indépendante du passé et présente d'un comportement probabiliste identique. L'évolution du système maintenu est donc un processus régénératif et les instants de remplacement du système constituent des points de renouvellement (cf. figure 4.1). Ainsi la connaissance sur un seul cycle de renouvellement permet de décrire l'évolution globale du système maintenu. On peut alors, en appliquant les théorèmes de renouvellement [11], évaluer le coût moyen asymptotique  $C_\infty^{\Delta T, M}(\Delta T, M)$  comme le quotient du coût moyen sur un cycle de renouvellement divisé par la longueur moyenne du cycle [258] :

$$\begin{aligned} C_\infty^{\Delta T, M}(\Delta T, M) &= \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{C^{\Delta T, M}(t)}{t} = \frac{E[C^{\Delta T, M}(S^{\Delta T, M})]}{E[S^{\Delta T, M}]} \\ &= \frac{C_{id}E[N_i^{\Delta T, M}(\Delta T, M)] + C_pE[N_p^{\Delta T, M}(\Delta T, M)]}{E[S^{\Delta T, M}(\Delta T, M)]} \\ &\quad + \frac{C_cE[N_c^{\Delta T, M}(\Delta T, M)] + C_dE[W_d^{\Delta T, M}(\Delta T, M)]}{E[S^{\Delta T, M}(\Delta T, M)]} \end{aligned} \quad (4.4)$$

en notant  $S^{\Delta T, M}(\Delta T, M)$  la longueur d'un cycle de renouvellement. Comme une date de renouvellement correspond soit à un remplacement préventif, soit à un remplacement correctif, le nombre moyen de remplacements sur un cycle est exactement la probabilité de l'événement de remplacement (c-à-d.  $E[N_p^{\Delta T, M}(\Delta T, M)] = P_p^{\Delta T, M}(\Delta T, M)$  et  $E[N_c^{\Delta T, M}(\Delta T, M)] = P_c^{\Delta T, M}(\Delta T, M)$ ), et de plus  $P_p^{\Delta T, M}(\Delta T, M) + P_c^{\Delta T, M}(\Delta T, M) = 1$ . L'expression (4.4) peut être réécrite de la façon plus simple suivante :

$$\begin{aligned} C_\infty^{\Delta T, M}(\Delta T, M) &= \frac{C_{id}E[N_i^{\Delta T, M}(\Delta T, M)] + C_pP_p^{\Delta T, M}(\Delta T, M)}{E[S^{\Delta T, M}(\Delta T, M)]} \\ &\quad + \frac{C_c(1 - P_p^{\Delta T, M}(\Delta T, M)) + C_dE[W_d^{\Delta T, M}(\Delta T, M)]}{E[S^{\Delta T, M}(\Delta T, M)]} \end{aligned} \quad (4.5)$$

où  $P_p^{\Delta T, M}(\Delta T, M)$  est la probabilité de remplacement préventif sur le cycle  $S^{\Delta T, M}(\Delta T, M)$ .



À ce stade du développement du modèle, toute la difficulté réside dans le calcul des quatre grandeurs  $E \left[ N_i^{\Delta T, M} (\Delta T, M) \right]$ ,  $P_p^{\Delta T, M} (\Delta T, M)$ ,  $E \left[ W_d^{\Delta T, M} (\Delta T, M) \right]$  et  $E \left[ S^{\Delta T, M} (\Delta T, M) \right]$  intervenant dans l'expression (4.5). Leur évaluation est relativement complexe car il faut tenir compte du changement d'intensité pour le processus de chocs, distinguer les cas  $M < M_s$  et  $M \geq M_s$ , et calculer les lois de variables du type  $\tau_L - \tau_{M_s}$  ou  $\tau_M - \tau_{M_s}$  (voir aussi la section 3.4 du chapitre 3). Ces points relèvent de calculs probabilistes relativement laborieux mais classiques : on décrit tous les scénarios possibles, et on s'appuie sur le fait que les processus de dégradation  $\{x_t\}_{t \geq 0}$  et de chocs  $\{N_t\}_{t \geq 0}$  sont indépendants conditionnellement au temps d'atteinte  $\tau_s$  du seuil  $M_s$ . Le détail des calculs est donné dans l'annexe A (voir aussi l'article [139]), ici on ne représente que les formules finales de ces grandeurs.

### Longueur moyenne d'un cycle de renouvellement

La longueur moyenne d'un cycle de renouvellement  $E \left[ S^{\Delta T, M} (\Delta T, M) \right]$  correspond au temps moyen pour le premier remplacement. Comme un remplacement n'est possible qu'à une date d'inspection, on peut supposer sans perte de généralité que la date du premier remplacement est  $(k + 1) \Delta T$ . Ainsi, sa valeur moyenne est donnée par :

$$E \left[ S^{\Delta T, M} (\Delta T, M) \right] = \sum_{k=0}^{\infty} (k + 1) \Delta T \left( P_{s,1}^{\Delta T, M} (k) 1_{\{M_s \leq M\}} + P_{s,2}^{\Delta T, M} (k) 1_{\{M_s > M\}} \right), \quad (4.6)$$

où  $P_{s,1}^{\Delta T, M} (k)$  correspond à la probabilité d'un remplacement à la date  $(k + 1) \Delta T$  lorsque  $M_s \leq M$

$$\begin{aligned} P_{s,1}^{\Delta T, M} (k) &= \bar{F}_1 (k \Delta T) \bar{F}_{\tau_{M_s}} (k \Delta T) - \bar{F}_1 ((k + 1) \Delta T) \bar{F}_{\tau_{M_s}} ((k + 1) \Delta T) \\ &\quad + \bar{F}_2 (k \Delta T) \int_0^{k \Delta T} a(u) \bar{F}_{\tau_M - \tau_{M_s}} (k \Delta T - u) du \\ &\quad - \bar{F}_2 ((k + 1) \Delta T) \int_0^{(k+1) \Delta T} a(u) \bar{F}_{\tau_M - \tau_{M_s}} ((k + 1) \Delta T - u) du, \end{aligned}$$

et  $P_{s,2}^{\Delta T, M} (k)$  correspond à la probabilité d'un remplacement à la date  $(k + 1) \Delta T$  lorsque  $M_s > M$

$$P_{s,2}^{\Delta T, M} (k) = \bar{F}_1 (k \Delta T) \bar{F}_{\tau_M} (k \Delta T) - \bar{F}_1 ((k + 1) \Delta T) \bar{F}_{\tau_M} ((k + 1) \Delta T),$$

dans lesquels,  $a(u)$  est calculé par (3.19),  $\bar{F}_{\tau_{M_s}}$ ,  $\bar{F}_{\tau_M}$ ,  $\bar{F}_1$  et  $\bar{F}_2$  sont donnés par (3.7) et (3.17),  $\bar{F}_{\tau_M - \tau_{M_s}}$  est calculé exactement par (3.10) ou est approché par (3.15).

### Probabilité de remplacement préventif

Un remplacement préventif est déclenché si le niveau de dégradation détecté à une date d'inspection tombe dans l'intervalle  $[M, L)$ . La probabilité qu'un cycle s'achève par un remplacement préventif est alors calculée par l'expression :

$$\begin{aligned} P_p^{\Delta T, M} (\Delta T, M) &= \sum_{k=0}^{\infty} P (k \Delta T < \tau_M \leq (k + 1) \Delta T < \tau_L, N_{(k+1)\Delta T} = 0) \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} \left( P_{p,1}^{\Delta T, M} (k) 1_{\{M_s \leq M\}} + P_{p,2}^{\Delta T, M} (k) 1_{\{M_s > M\}} \right), \quad (4.7) \end{aligned}$$

où  $P_{p,1}^{\Delta T, M}(k)$  correspond à la probabilité d'un remplacement préventif à la date  $(k+1)\Delta T$  lorsque  $M_s \leq M$

$$P_{p,1}^{\Delta T, M}(k) = \bar{F}_2((k+1)\Delta T) \times \left( \int_0^{k\Delta T} \int_{k\Delta T-u}^{(k+1)\Delta T-u} a(u) f_{\tau_M-\tau_{M_s}}(v) \bar{F}_{\tau_L-\tau_M}((k+1)\Delta T-u-v) dv du + \int_{k\Delta T}^{(k+1)\Delta T} \int_0^{(k+1)\Delta T-u} a(u) f_{\tau_M-\tau_{M_s}}(v) \bar{F}_{\tau_L-\tau_M}((k+1)\Delta T-u-v) dv du \right),$$

et  $P_{p,2}^{\Delta T, M}(k)$  correspond à la probabilité d'un remplacement préventif à la date  $(k+1)\Delta T$  lorsque  $M_s > M$

$$P_{p,2}^{\Delta T, M}(k) = \bar{F}_1((k+1)\Delta T) \int_{k\Delta T}^{(k+1)\Delta T} f_{\tau_M}(u) \bar{F}_{\tau_{M_s}-\tau_M}((k+1)\Delta T-u) du + \bar{F}_2((k+1)\Delta T) \left( \int_{k\Delta T}^{(k+1)\Delta T} \int_0^{(k+1)\Delta T-u} f_{\tau_M}(u) f_{\tau_{M_s}-\tau_M}(v) \times \bar{F}_{\tau_L-\tau_{M_s}}((k+1)\Delta T-u-v) \frac{\bar{F}_1(u+v)}{\bar{F}_2(u+v)} dv du \right),$$

dans lesquels,  $a(u)$  est calculé par (3.19),  $\bar{F}_1$  et  $\bar{F}_2$  sont donnés par (3.17),  $f_{\tau_M}$ ,  $f_{\tau_{M_s}-\tau_M}$  et  $f_{\tau_M-\tau_{M_s}}$  sont donnés respectivement par (3.8) et (3.16),  $\bar{F}_{\tau_L-\tau_M}$ ,  $\bar{F}_{\tau_L-\tau_{M_s}}$  et  $\bar{F}_{\tau_M-\tau_{M_s}}$  sont calculés exactement par (3.10) ou sont approchés par (3.15).

### Longueur moyenne d'indisponibilité sur un cycle de renouvellement

Si le système est en panne à l'instant  $t$  entre deux dates d'inspections  $k\Delta T$  et  $(k+1)\Delta T$ , il est indisponible sur l'intervalle  $(t, (k+1)\Delta T)$ . Alors, la longueur moyenne d'indisponibilité du système dans un cycle de renouvellement  $E[W_d^{\Delta T, M}(\Delta T, M)]$  est calculée par :

$$E[W_d^{\Delta T, M}(\Delta T, M)] = \sum_{k=0}^{\infty} \int_{k\Delta T}^{(k+1)\Delta T} P(\tau_f < t) dt = \sum_{k=0}^{\infty} \int_{k\Delta T}^{(k+1)\Delta T} (P_{d,1}(t, k) 1_{\{M_s \leq M\}} + P_{d,2}(t, k) 1_{\{M_s > M\}}) dt, \quad (4.8)$$

avec  $\tau_f$  est la date de la première défaillance dans un cycle de renouvellement,  $P_{d,1}(t, k)$  correspond à la probabilité que le système tombe en panne à  $t \in (k\Delta T, (k+1)\Delta T]$  lorsque  $M_s \leq M$

$$P_{d,1}(t, k) = \bar{F}_1(k\Delta T) \bar{F}_{\tau_{M_s}}(k\Delta T) - \bar{F}_1(t) \bar{F}_{\tau_{M_s}}(t) - \bar{F}_2(t) \int_0^t a(u) \bar{F}_{\tau_L-\tau_{M_s}}(t-u) du + \bar{F}_2(t) \int_0^{k\Delta T} \int_0^{k\Delta T-u} a(u) f_{\tau_M-\tau_{M_s}}(v) \bar{F}_{\tau_L-\tau_M}(t-u-v) dv du + \bar{F}_2(k\Delta T) \int_0^{k\Delta T} a(u) \bar{F}_{\tau_M-\tau_{M_s}}(k\Delta T-u) du,$$

et  $P_{d,2}(t, k)$  correspond à la probabilité que le système tombe en panne à  $t \in (k\Delta T, (k+1)\Delta T]$  lorsque  $M_s > M$

$$P_{d,2}(t, k) = \bar{F}_1(k\Delta T) \bar{F}_{\tau_M}(k\Delta T) - \bar{F}_1(t) \bar{F}_{\tau_M}(t) - \bar{F}_1(t) \int_{k\Delta T}^t f_{\tau_M}(u) \bar{F}_{\tau_{M_s}-\tau_M}(t-u) du \\ - \bar{F}_2(t) \int_{k\Delta T}^t \int_0^{t-u} f_{\tau_M}(u) f_{\tau_{M_s}-\tau_M}(v) \frac{\bar{F}_1(u+v)}{\bar{F}_2(u+v)} \bar{F}_{\tau_L-\tau_{M_s}}(t-u-v) dv du,$$

dans lesquels,  $a(u)$  est calculé par (3.19),  $\bar{F}_1$  et  $\bar{F}_2$  sont donnés par (3.17),  $\bar{F}_{\tau_M}$  et  $\bar{F}_{\tau_{M_s}}$  sont calculés par (3.7),  $f_{\tau_M}$ ,  $f_{\tau_{M_s}-\tau_M}$  et  $f_{\tau_M-\tau_{M_s}}$  sont donnés respectivement par (3.8) et (3.16),  $\bar{F}_{\tau_L-\tau_M}$ ,  $\bar{F}_{\tau_L-\tau_{M_s}}$ ,  $\bar{F}_{\tau_M-\tau_{M_s}}$  et  $\bar{F}_{\tau_{M_s}-\tau_M}$  sont calculés exactement par (3.10) ou sont approchés par (3.15).

### Nombre moyen d'inspections sur un cycle de renouvellement

Comme la politique d'inspections est périodique, le nombre moyen d'inspections sur le premier cycle de renouvellement  $S^{\Delta T, M}$ ,  $E[N_i^{\Delta T, M}(\Delta T, M)]$ , est obtenue comme suit :

$$E[N_i^{\Delta T, M}(\Delta T, M)] = \frac{E[S^{\Delta T, M}(\Delta T, M)]}{\Delta T}, \quad (4.9)$$

où  $E[S^{\Delta T, M}(\Delta T, M)]$  est donné par (4.6).

#### 4.3.4 Un exemple d'optimisation de la politique

Pour illustrer l'optimisation de la politique  $(\Delta T, M)$ , on considère un système caractérisé par l'ensemble des paramètres suivants. La dégradation est définie par  $\alpha = 0.1$  et  $\beta = 0.1$

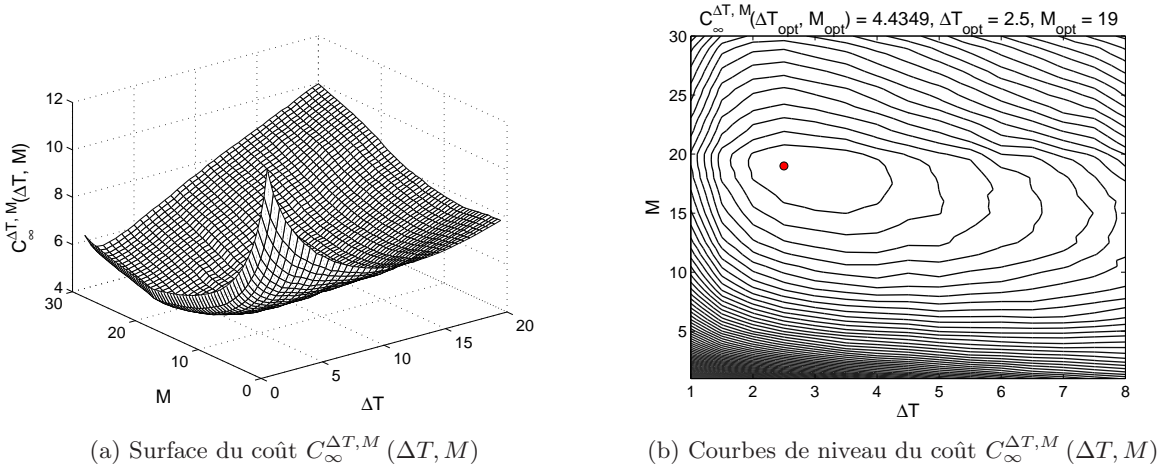


Figure 4.2 – Illustration d'optimisation de la politique  $(\Delta T, M)$

(une vitesse de détérioration moyenne par unité de temps égale à  $\frac{\alpha}{\beta} = 1$  et une grande variance par unité de temps  $\frac{\alpha}{\beta^2} = 10$ ). Le seuil limite de défaillance due à la dégradation est égal à  $L = 30$ . Le processus de choc est défini par  $M_s = 20$ ,  $r_1(t) = 0.01$ ,  $r_2(t) = 0.1$ . Les opérations de maintenance engendrent les coûts unitaires suivants :  $C_{id} = 2$ ,  $C_p = 50$ ,  $C_c = 100$  et  $C_d = 25$ . Pour ce système, la forme et les courbes de niveau du coût moyen

asymptotique  $C_{\infty}^{\Delta T, M}(\Delta T, M)$  sont respectivement montrés par les sous-figures 4.2a et 4.2b. La convexité de la courbe  $C_{\infty}^{\Delta T, M}(\Delta T, M)$  montre l'existence d'un réglage optimal des valeurs  $\Delta T$  et  $M$ . En effet, il semble que le coût moyen asymptotique soit sensible aux valeurs de  $M$  aussi bien qu'aux valeurs de  $\Delta T$ . Il est indispensable alors de les régler conjointement. Une méthode d'optimisation classique conduit aux valeurs optimales  $\Delta T_{opt} = 2.5$  et  $M_{opt} = 19$  qui correspondent à un coût optimal  $C_{\infty}^{\Delta T, M}(\Delta T_{opt}, M_{opt}) = 4.4349$  (en unités arbitraires de coût).

## 4.4 Politique et modèle de maintenance calendaire

Conformément aux hypothèses énoncées dans la section 4.2, une politique de maintenance calendaire appropriée est la politique de remplacement par bloc (noté politique  $BR$ ) [227]. Bien qu'on ait montré dans [102, 103] qu'une politique de remplacement basée sur l'âge [227] est préférable en terme du coût par rapport à une politique  $BR$ , elle n'est pas utilisée ici car le système n'est remplacé qu'à des dates préfixées même s'il tombe en panne entre ces dates. La politique  $BR$  sera utilisée dans ce chapitre comme référence afin de fournir un niveau de référence pour les performances de la politique  $(\Delta T, M)$ .

### 4.4.1 Politique $BR$

Selon la politique  $BR$ , le système est remplacé à intervalles de temps réguliers  $T$ , soit préventivement (coût  $C_p$ ) s'il est toujours en marche, soit correctivement (coût  $C_c$ ) s'il est en panne. Après remplacement, le système est aussi bon que neuf et un nouveau cycle de renouvellement recommence. Si le système tombe en panne avant la fin de la période d'inter-remplacement, il reste en panne jusqu'au prochain remplacement avec un coût d'indisponibilité par unité de temps  $C_d$ . Le choix de la période de remplacement  $T$  correspond à un compromis entre remplacements préventifs et correctifs, elle est la seule variable de décision de la politique  $BR$ .

### 4.4.2 Modèle mathématique d'évaluation de la maintenance

De la même manière que dans la politique conditionnelle  $(\Delta T, M)$ , le critère économique utilisé pour évaluer la performance de la politique  $BR$  est le coût moyen asymptotique. La période de remplacement  $T$  est une variable de décision de la politique  $BR$ , le coût moyen asymptotique est une fonction de  $T$ ,  $C_{\infty}^{BR}(T)$ . Comme le système est aussi bon que neuf après chaque remplacement, la théorie de renouvellement reste applicable, et on obtient le coût moyen asymptotique de la politique  $BR$  par l'expression :

$$C_{\infty}^{BR}(T) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{C^{BR}(t)}{t} = \frac{C_p \bar{F}_f(T) + C_c (1 - \bar{F}_f(T)) + C_d \int_0^T (1 - \bar{F}_f(t)) dt}{T}, \quad (4.10)$$

où  $\bar{F}_f$  est donné par (3.20). Optimiser la politique  $BR$  revient à déterminer la valeur optimale de la période de remplacement  $T_{opt}$  pour minimiser la fonction  $C_{\infty}^{BR}(T)$  :

$$C_{\infty}^{BR}(T_{opt}) = \min_T \{C_{\infty}^{BR}(T), T > 0\}. \quad (4.11)$$

### 4.4.3 Un exemple d'optimisation de la politique

Pour illustrer l'optimisation de la politique, on réutilise les données représentées dans l'exemple d'optimisation de la politique  $(\Delta T, M)$  (cf. section 4.3.4). La sous-figure 4.3a illustre la courbe du coût moyen asymptotique  $C_{\infty}^{BR}(T)$  en fonction de la période de remplacement  $T$ . L'optimisation de  $T$  par une méthode d'optimisation classique conduit à la valeur optimale  $T_{opt} = 14$  qui correspond à un coût optimal  $C_{\infty}^{BR}(T_{opt}) = 7.1099$  (en unités arbitraires de coût). La sous-figure 4.3b présente l'évolution simulée du comportement du système maintenu à l'optimum.

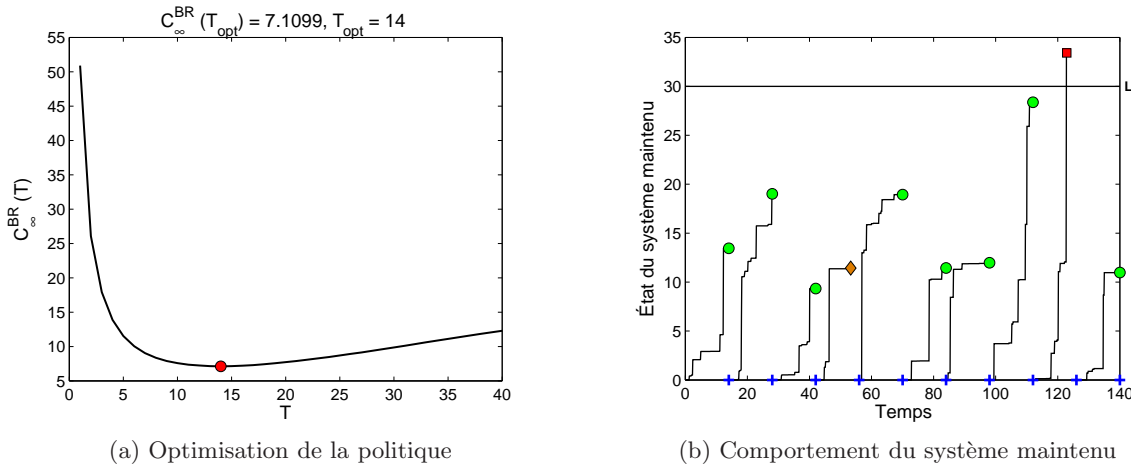


Figure 4.3 – Illustration numérique de la politique  $BR$  - + : Dates de remplacement,  $\odot$  : remplacement préventif,  $\square$  : remplacement correctif dû à la dégradation,  $\diamond$  : remplacement correctif dû au choc

## 4.5 Analyse des performances des modèles de maintenance

Nous avons développé dans la section précédente les modèles mathématiques permettant d'optimiser le coût moyen asymptotique des politiques  $(\Delta T, M)$  et  $BR$ . L'objectif principal de cette section consiste dans l'analyse des performances de ces deux politiques en se basant sur leurs coûts moyens asymptotiques optimaux. Ces études sont numériques, nous n'avons donc pas accès à des résultats analytiques qui sont difficiles à exécuter mais permettraient d'identifier des configurations génériques dans lesquelles telle ou telle politique de maintenance est meilleure. Néanmoins, les résultats présentés ci-dessous sont représentatifs des situations type que l'on peut rencontrer, des réflexions que l'on peut mener au sujet du choix d'une politique, et de la nécessité de mener des études quantitatives au cas par cas.

Pour une meilleure analyse des résultats et afin de limiter le nombre d'essais numériques on considère les hypothèses suivantes :

- Les coûts unitaires de maintenance sont considérés constants par rapport à l'âge du système ou au niveau de dégradation.
- Nous étudierons les performances de la politique de maintenance en faisant varier les coûts unitaires de maintenance les uns par rapport aux autres.
- Les caractéristiques du système sont considérées comme des données d'entrée du problème et nous étudierons les performances de la politique de maintenance lorsque

les caractéristiques du système varient.

Tout au long de ce chapitre, nous prendrons soin de bien différencier les variables de décision  $\Delta T$ ,  $M$ ,  $T$  des données du problème de maintenance (les caractéristiques du système ainsi que les coûts unitaires de maintenance).

### 4.5.1 Sensibilité aux coûts d'interventions

On commence par s'intéresser aux performances des politiques  $(\Delta T, M)$  et  $BR$  en fonction des coût d'intervention. Pour cela, on fait varier respectivement un des coûts d'interventions (c-à-d. coût d'inspection  $C_{id}$ , coût de remplacement préventif  $C_c$  et coût d'indisponibilité par unité de temps  $C_d$ ) et on observe les évolutions correspondantes des variables de décision et du coût moyen asymptotique. Le coût de remplacement correctif  $C_c$  n'entraîne pas une disparité considérable dans les performances des politiques  $(\Delta T, M)$  et  $BR$ , on fixe donc  $C_c = 100$ . La contrainte pratique des coûts d'intervention  $C_{id} < C_p < C_c$  nous mène à étudier les trois cas d'étude suivants :

1. Coût de remplacement préventif variable :  $C_{id} = 2$ ,  $C_c = 100$ ,  $C_p$  varie de 2 à 100 avec un pas égal à 1, et  $C_d = 25$ .
2. Coût d'inspection variable :  $C_{id}$  varie de 2 à 90 avec un pas égal à 1,  $C_c = 100$ ,  $C_p = 90$ , et  $C_d = 25$ .
3. Coût d'indisponibilité par unité de temps variable :  $C_{id} = 5$ ,  $C_p = 50$ ,  $C_c = 100$ , et  $C_d$  varie de 5 à 150 avec un pas égal à 1.

Dans lesquels, le deuxième cas d'étude est le plus important, car il permet de mettre en évidence la "valeur" de l'information de surveillance. Ces cas d'étude sont appliqués à un système caractérisé par l'ensemble des paramètres :  $\alpha = 0.1$ ,  $\beta = 0.1$ ,  $L = 30$ ,  $M_s = 20$ ,  $r_1(t) = 0.01$ ,  $r_2(t) = 0.1$ . Ceci est le système décrit dans l'exemple d'optimisation de la politique  $(\Delta T, M)$  et  $BR$ . Pour une analyse plus simple des résultats, on a choisi les intensités constantes du processus de chocs même si ce n'est pas nécessaire pour établir le modèle (c-à-d. les intensités  $r_1(t)$  et  $r_2(t)$  de choc peuvent suivre n'importe quelle loi).

### Comparaison des politiques lorsque le coût de remplacement préventif varie

Afin d'avoir un cas représentatif pour l'étude de l'influence de  $C_p$  sur l'évolution des variables de décision et du coût moyen asymptotique, on a choisi un  $C_{id}$  faible et un  $C_d$  intermédiaire,  $C_p$  varie dans un intervalle de coût assez large (cf. cas d'étude 1). Le résultat de ce cas d'étude est illustré par la figure 4.4. La sous-figure 4.4a montre que la période d'inter-inspection optimale  $\Delta T_{opt}$  de la politique  $(\Delta T, M)$  est constante quel que soit le coût de remplacement préventif  $C_p$ , tandis que la valeur optimale du seuil préventif  $M_{opt}$  de la politique  $(\Delta T, M)$  et celle de la période de remplacement  $T_{opt}$  de la politique  $BR$  sont croissantes en fonction de  $C_p$ . Ceci signifie que les politiques ont tendance à limiter le nombre de remplacements préventifs quand le coût associé est grand. Il reflète également la différence fondamentale dans les règles de décision de remplacement préventif entre les deux politiques : remplacement conditionnel pour la politique  $(\Delta T, M)$  et remplacement calendaire pour la politique  $BR$ . Pour la politique  $(\Delta T, M)$ ,  $M_{opt}$  est le seul paramètre sensible à la variation du coût  $C_p$ . Donc pour adapter la politique à cette variation, il suffit de régler le seuil remplacement préventif  $M$ . La faible durée d'inter-inspection optimale induite par un coût d'inspection relativement faible permet de surveiller finement l'évolution de l'état de détérioration du système pour déclencher un remplacement préventif juste à temps et éviter, au moindre coût, les défaillances et ainsi l'indisponibilité du système. La politique  $(\Delta T, M)$

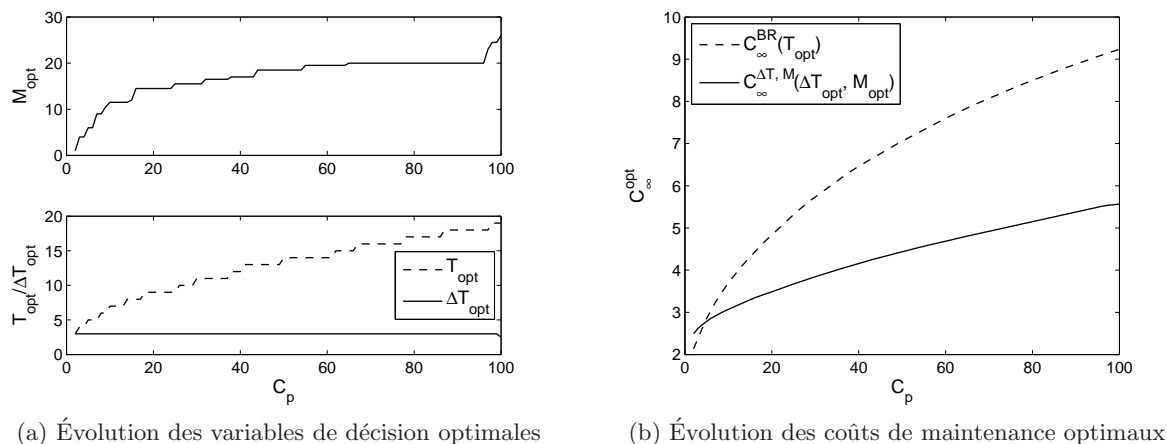


Figure 4.4 – Coût de remplacement préventif variable

est alors quasiment toujours plus rentable que la politique  $BR$  dans le cas considéré (cf. sous-figure 4.4b).

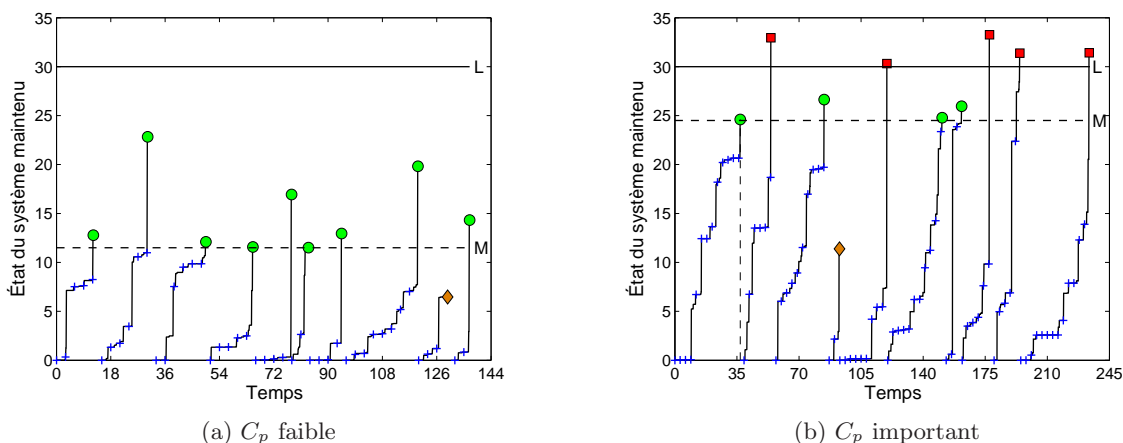
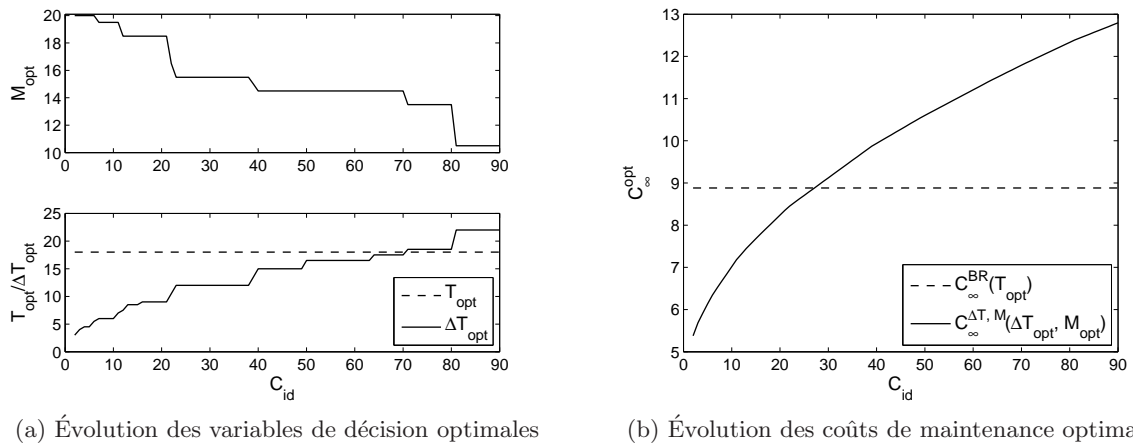


Figure 4.5 – Évolution simulée du comportement du système maintenu - + : inspection,  $\odot$  : remplacement préventif,  $\square$  : remplacement correctif dû à la dégradation,  $\diamond$  : remplacement correctif dû au choc

Afin de mieux comprendre l'impact du coût  $C_p$  sur les actions d'intervention de la politique  $(\Delta T, M)$ , on considère encore l'évolution du comportement du système maintenu pour deux configurations du coût  $C_p$ . La première configuration correspond au coût  $C_p$  faible ( $C_p = 10$ ,  $\Delta T_{opt} = 3$ ,  $M_{opt} = 11.5$ ), dans ce cas la plupart des interventions sont des remplacements préventifs (cf. sous-figure 4.5a). La deuxième configuration correspond au coût  $C_p$  important ( $C_p = 98$ ,  $\Delta T_{opt} = 3$ ,  $M_{opt} = 24.5$ ). Dans cette configuration, le coût  $C_p$  étant quasiment égal au coût  $C_c$ , la politique  $(\Delta T, M)$  autorise plusieurs remplacements correctifs des défaillances par dégradation (cf. sous-figure 4.5b) dans le but de prolonger la durée de fonctionnement du système en encourageant un coût supplémentaire assez faible de défaillances et d'indisponibilité du système.

### Comparaison des politiques lorsque le coût d'inspection varie

Afin de mieux comprendre l'influence du coût d'inspection  $C_{id}$  sur les variables de décision et sur le coût moyen asymptotique des deux politiques de maintenance considérées, on étudie leurs évolutions sur un intervalle de variation assez large de  $C_{id}$ . Pour cela, on a choisi un coût important de remplacement préventif  $C_p$  et on varie le coût  $C_{id}$  d'une petite valeur à la valeur de  $C_p$ , le coût d'indisponibilité par unité de temps  $C_d$  est pris une valeur intermédiaire (cf. cas d'étude 2). La figure 4.6 représente les résultats pour ce cas d'étude.



(a) Évolution des variables de décision optimales

(b) Évolution des coûts de maintenance optimaux

Figure 4.6 – Coût d'inspection variable

Comme les règles de décision dans la politique  $BR$  ne se basent pas sur les informations de surveillance, il est évident que  $T_{opt}$  et  $C_{\infty}^{BR}(T_{opt})$  sont des fonctions constantes de  $C_{id}$ . Pour la politique  $(\Delta T, M)$ , il n'est pas surprenant que la période d'inter-inspection optimale  $\Delta T_{opt}$  et le seuil de remplacement préventif optimal  $M_{opt}$  tendent à augmenter et à diminuer respectivement lorsque le coût d'inspection augmente (cf. sous-figure 4.6a). La valeur croissante de  $\Delta T_{opt}$  vise à éviter un grand nombre d'inspections, alors que le seuil préventif  $M_{opt}$  décroissant va limiter la probabilité de défaillance du système. Un compromis entre la fréquence d'inspection et le seuil préventif peut fournir une économie intéressante sur le coût total de la maintenance du système. On peut remarquer aussi que la politique  $(\Delta T, M)$  permet des inspections très fréquentes (cf. sous-figure 4.7a) quand le coût d'inspection est faible ( $C_{id} = 2$ ,  $\Delta T_{opt} = 3$ ,  $M_{opt} = 20$ ). Ce fait a pour but de pouvoir surveiller précisément l'état du système afin de déclencher un remplacement préventif dès que nécessaire et d'éviter une panne, ainsi la politique  $(\Delta T, M)$  est plus profitable que la politique  $BR$ . Néanmoins, elle peut devenir moins avantageuse quand le coût d'inspection augmente (cf. sous-figure 4.6b). Cela s'explique par le fait que la politique  $(\Delta T, M)$  s'appuie sur une période d'inter-inspection  $\Delta T_{opt}$  large et un seuil de remplacement préventif  $M_{opt}$  bas quand l'inspection est onéreuse (cf. sous-figure 4.7b,  $C_{id} = 85$ ,  $\Delta T_{opt} = 22$ ,  $M_{opt} = 10.5$ ). C'est à dire que la probabilité de remplacement du système à la première date d'inspection vaut quasiment 1 ( $E[\tau_{M_{opt}}] \simeq \frac{1}{\alpha} (\beta \cdot M_{opt} + \frac{1}{2}) = \frac{1}{0.1} (0.1 \cdot 10.5 + \frac{1}{2}) = 15.5 < T_{opt} = 22$ ), et en conséquence la politique  $(\Delta T, M)$  optimisée tend vers une politique  $BR$ . Cependant, elle supporte non seulement les coûts de remplacement et d'indisponibilité comme dans la politique  $BR$ , mais encore un coût de surveillance de l'état du système (coût de surveillance est inutile dans ce cas de figure). C'est la raison pour laquelle la politique  $BR$  est préférable quand les inspection sont chères.



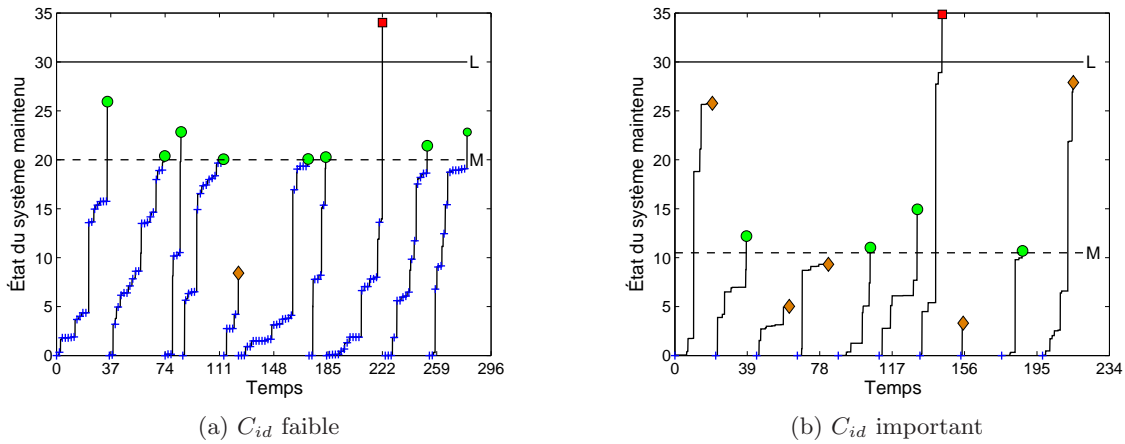


Figure 4.7 – Évolution simulée du comportement du système maintenu - + : inspection,  $\odot$  : remplacement préventif,  $\square$  : remplacement correctif dû à la dégradation,  $\diamond$  : remplacement correctif dû au choc

### Comparaison des politiques lorsque le coût d'indisponibilité par unité de temps varie

Étant donné que ce paragraphe est consacré à l'analyse de l'impact du coût d'indisponibilité par unité de temps  $C_d$  du système sur l'évolution des variables de décision et du coût moyen asymptotique des politique de maintenance, on a choisi un coût d'inspection  $C_{id}$  faible, un coût de remplacement préventif  $C_p$  intermédiaire (dans le sens où ces coûts n'influencent pas beaucoup sur les résultats) et on fait varier  $C_d$  d'une petite valeur à une grande valeur (cf. cas d'étude 3). La figure 4.8 représente les résultats de ce cas d'étude. On peut observer

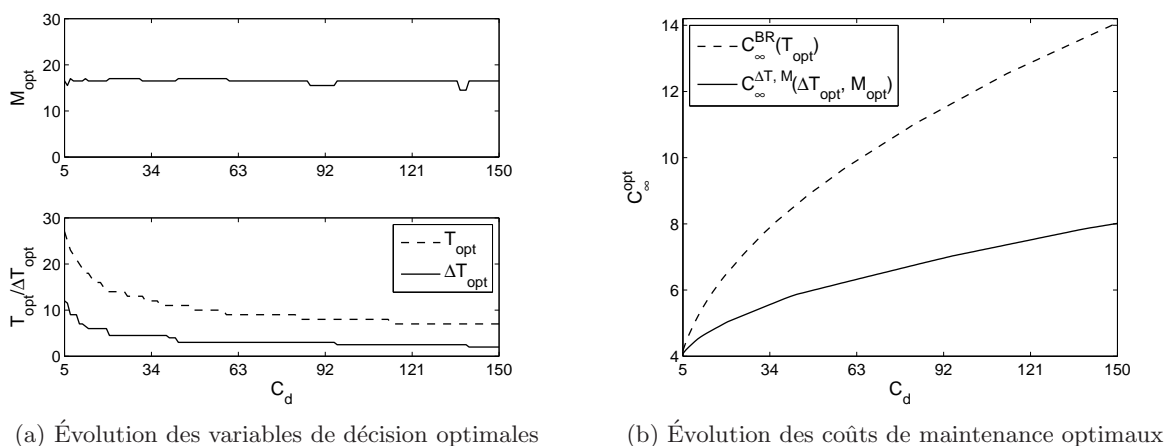


Figure 4.8 – Coût d'indisponibilité par unité de temps variable

sur la sous-figure 4.8a que la période d'inter-inspection  $\Delta T_{opt}$  de la politique  $(\Delta T, M)$ , ainsi que la période de remplacement régulier  $T_{opt}$  de la politique  $BR$  diminuent lorsque le coût d'indisponibilité par unité de temps  $C_d$  augmente afin de raccourcir la durée d'inactivité du système. Le seuil de remplacement préventif  $M_{opt}$  reste quant à lui plus ou moins constant.

Ceci signifie que  $\Delta T_{opt}$  est la variable de décision la plus sensible à la variation de  $C_d$  dans la politique  $(\Delta T, M)$ . Alors pour adapter cette politique au coût  $C_d$ , il est suffisant de rectifier la valeur de  $\Delta T_{opt}$ . Quand  $C_d$  est faible, la valeur  $\Delta T_{opt}$  est relativement grande ( $C_d = 5$ ,  $\Delta T_{opt} = 12$ ,  $M_{opt} = 16.5$ ), ce qui veut dire que la politique autorise les défaillances et la durée d'inactivité assez large (cf. sous-figure 4.9a), en vue de garder un bon compromis entre les différentes interventions et les durées d'indisponibilité du système pour assurer au mieux l'avantage du coût total de maintenance. Quand le coût par unité de temps  $C_d$  est grand, le système est inspecté plus fréquemment même quand le coût d'inspection n'est pas trop petit (cf. sous-figure 4.9b,  $C_d = 150$ ,  $\Delta T_{opt} = 2$ ,  $M_{opt} = 16.5$ ). Ce fait permet de surveiller précisément l'état du système et de limiter sa durée d'inactivité. On peut remarquer dans la sous-figure 4.8b que la courbe  $C_\infty^{\Delta T, M}(\Delta T_{opt}, M_{opt})$  se situe presque toujours au dessous que la courbe  $C_\infty^{BR}(T_{opt})$ , ceci veut dire que la politique  $(\Delta T, M)$  peut prévenir de manière plus efficace une longue durée d'indisponibilité du système par rapport à la politique  $BR$ .

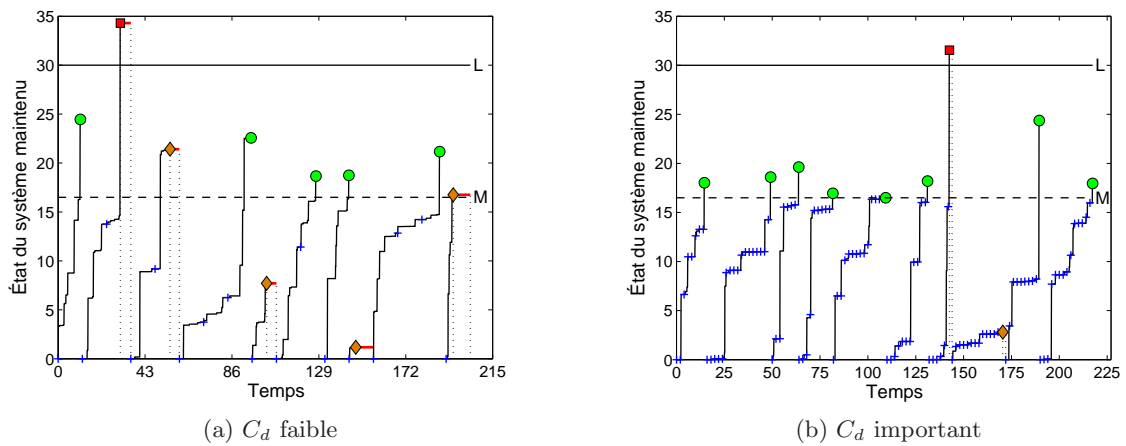


Figure 4.9 – Évolution simulée du comportement du système maintenu - + : inspection,  $\odot$  : remplacement préventif,  $\square$  : remplacement correctif dû à la dégradation,  $\diamond$  : remplacement correctif dû au choc

**Remarque 4.1.** Les trois cas d'étude précédents montrent que la politique  $(\Delta T, M)$  est susceptible de bien s'adapter aux différents coûts d'interventions (c'est-à-dire coût d'inspection, coût de remplacement préventif, coût de remplacement correctif et coût d'indisponibilité par unité de temps du système). Ils fournissent également des indicateurs pour choisir une politique de maintenance convenable. Dans le cas où les inspections sont coûteuses, une politique  $BR$  peut être préconisée à la place de la politique  $(\Delta T, M)$ . Dans les autres cas, la politique  $(\Delta T, M)$  est préférable.

#### 4.5.2 Sensibilité aux caractéristiques du système

Cette section met l'accent sur l'étude des performances de la politique  $(\Delta T, M)$  en fonction de caractéristiques du système. La structure de décision des politiques de maintenance considérées, ainsi que les analyses numériques de la section précédente montrent que les inspections sont le facteur principal causant les différences entre les performances des politiques  $(\Delta T, M)$  et  $BR$ . Une question se pose donc naturellement : sous quelles conditions, l'information de surveillance de l'état peut-elle apporter un avantage économique pour la politique

$(\Delta T, M)$ , ou la politique  $BR$  dont les règles de décision sont indépendantes des inspections est meilleure en terme de coûts ? Pour y répondre, on fait varier le coût d'inspection et on examine l'évolution du coût moyen asymptotique de ces deux politiques dans différentes configurations de caractéristiques du système. Cette étude nous permet de mesurer les gains apportés grâce à l'intégration de l'information de surveillance par rapport aux coûts supplémentaires qu'elle induit.

On s'intéresse à l'impact de la variance de la dégradation et de l'intensité de processus de chocs sur les performances des politiques considérées. Alors, les quatre configurations suivantes sont examinées :

1. Variance faible de la dégradation et événements de choc rares :  $\alpha = \beta = 1$  ( $m = 1, \sigma^2 = 1$ ),  $r_1(t) = 0.001$  et  $r_2(t) = 0.01$ ,
2. Variance importante de la dégradation et événements de choc rares :  $\alpha = \beta = 0.1$  ( $m = 1, \sigma^2 = 10$ ),  $r_1(t) = 0.001$  et  $r_2(t) = 0.01$ ,
3. Variance faible de la dégradation et événements de choc fréquents :  $\alpha = \beta = 1$  ( $m = 1, \sigma^2 = 1$ ),  $r_1(t) = 0.01$  et  $r_2(t) = 0.1$ ,
4. Variance importante de la dégradation et événements de choc fréquents :  $\alpha = \beta = 0.1$  ( $m = 1, \sigma^2 = 10$ ),  $r_1(t) = 0.01$  et  $r_2(t) = 0.1$ ,

et les autres paramètres sont choisis par  $L = 30$ ,  $M_s = 20$ . Les coûts d'interventions sont  $C_c = 100$ ,  $C_p = 50$  and  $C_d = 25$ .

On donne sur la figure 4.10 une illustration des résultats que l'on peut obtenir avec les données ci-dessus. La sous-figure 4.10a reflète le cas des événements de choc "rares", alors que la sous-figure 4.10b représente le cas des événements de choc "fréquents". Sur chacune des figures, les courbes du coût sont liées à deux configurations de la dégradation, une avec une variance faible ( $\sigma^2 = 1$ ) et une avec une variance importante ( $\sigma^2 = 10$ ). Les vitesses de dégradation pour ces configurations sont égales à  $m = 1$ . L'étude de ces figures permet de montrer que le gain apporté par l'information de surveillance via une maintenance conditionnelle préventive peut dépendre étroitement du coût d'inspection, et de la nature du processus de dégradation et de chocs.

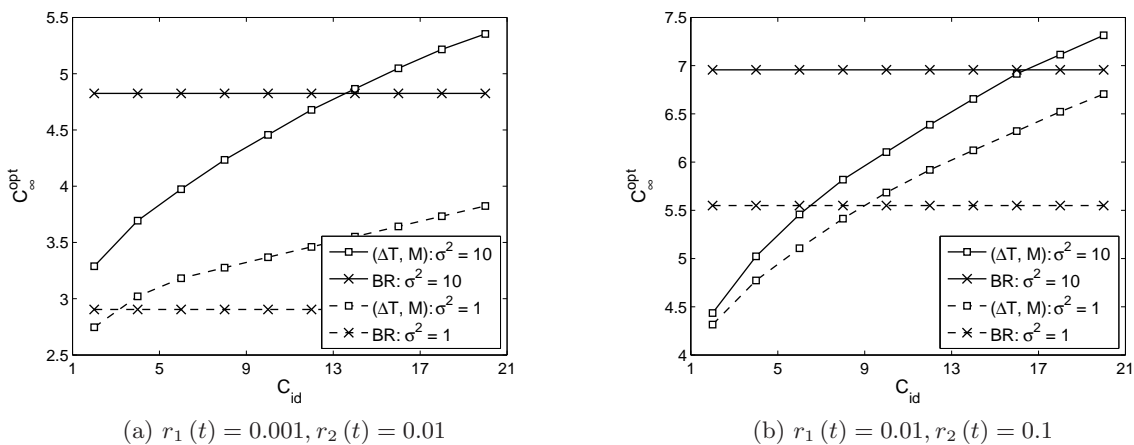


Figure 4.10 – Comparaison de politiques de maintenance sous différentes configurations de caractéristiques du système

Dans le cas de la sous-figure 4.10a, les événements de choc restant rares, les défaillances du système seront dues essentiellement au phénomène de dégradation. Si par ailleurs, on

se place dans une configuration pour laquelle le comportement moyen du système est très représentatif de son comportement réel (i.e. quand la variance du processus de dégradation est faible), tous les éléments sont réunis pour rendre les inspections, et l'information de surveillance, peu utiles : la connaissance du niveau réel de dégradation n'apporte pas beaucoup d'information par rapport à la connaissance de son niveau moyen, et comme l'essentiel des défaillances est dû à la dégradation, la connaissance de sa loi est suffisante. Dans ce contexte, les inspections ne sont pas rentables et entraînent un sur-coût que l'on peut observer sur les courbes avec des carrés. Une politique  $BR$  est donc plus rentable. En revanche, dès que la variance du processus devient significative, la connaissance du niveau réel de dégradation permet de réduire considérablement les coûts de maintenance et le gain est manifeste.

Dans le cas de la sous-figure 4.10b, les événements de choc étant plus fréquents, et les causes de pannes se répartissent assez équitablement entre dégradation et chocs. On observe alors un autre phénomène pour les variances faibles : bien que le niveau moyen soit très représentatif du niveau réel de dégradation, la connaissance du niveau réel permet de diminuer significativement le coût de maintenance si les coûts d'inspection ne sont pas trop importants. Cela s'explique par le fait que l'intensité du processus de chocs dépend de la dégradation (cf. section 3.2.2 du chapitre 3), ainsi la connaissance du niveau réel de dégradation permet de mieux prévenir les événements de choc et de les éviter via un remplacement préventif conditionnel. L'avantage de la politique  $(\Delta T, M)$  par rapport à la politique  $BR$  est notamment clair lorsque la variance de la dégradation est forte et l'occurrence de chocs devient plus fréquente.

### 4.5.3 Discussion générale

Les résultats numériques analysés dans les sections précédentes nous permettent de fournir quelque conclusions sur les performances des politiques conditionnelles et calendaires comme suit. Une politique conditionnelle dans plusieurs configurations est plus flexible qu'une politique calendaire car elle permet de régler finement des variables de décision afin de tenir compte de l'évolution du système dans une zone optimale où l'efficacité des interventions de maintenance est maximale. En effet, la politique conditionnelle peut être beaucoup plus intéressante économiquement quand le comportement du système est assez variable : il est en effet avantageux dans ce cas de suivre l'évolution réelle de la trajectoire de dégradation pour adapter les décisions de maintenance aux états réels du système, au lieu de se baser sur l'évolution moyenne de la dégradation et de se limiter à des politiques de maintenance calendaire. Bien sûr, cela reste vrai à condition que la surveillance ne soit pas trop onéreuse : quand le coût d'inspection augmente, la maintenance conditionnelle peut perdre son intérêt et devenir moins avantageuse. Quand le comportement du système est stable dans le sens où son état moyen est représentatif de son état réel, la politique calendaire devient plus rentable. L'étude du coût de ces deux types de maintenance permet donc de préconiser l'une ou l'autre des stratégies, en fonction des caractéristiques de la surveillance et de la dégradation. Elle permet de montrer, sur un modèle de dégradation relativement complet, la nécessité de quantifier l'impact des actions de maintenance et de la prise en compte d'information de surveillance. En conséquence, le gain apporté par une politique d'inspection et la mise en oeuvre d'une politique de maintenance conditionnelle peut être très variable, selon les différents coûts d'intervention, et la dynamique du phénomène de défaillance. La prise en compte des informations de surveillance dans la décision de maintenance préventive peut créer des avantages économiques, cependant il faut toujours être prudent en décision d'investissement dans les techniques de surveillance de l'état et dans les règles de maintenance

conditionnelle préventive.

## 4.6 Conclusion et perspectives

### 4.6.1 Conclusion

Dans ce chapitre, une politique de maintenance facilement implémentable a été proposée pour organiser les interventions de maintenance sur un système soumis aux risques concurrents dépendants de dégradation graduelle et chocs soudains. Cette politique s'appuie sur un schéma d'inspection périodique pour détecter les informations du niveau réel de dégradation du système. Ces informations sont utilisées dans la prise de décision en remplacement préventif afin de limiter les répercussions liés au niveau de dégradation excessif et à l'occurrence des événements traumatiques de choc. Cette politique de maintenance permet de réduire le critère du coût moyen à long terme.

L'évaluation analytique du critère de coût moyen asymptotique pour cette politique a été développée. Les propriétés du renouvellement ont été utilisées pour limiter l'horizon d'étude à un cycle de renouvellement défini entre deux remplacements consécutifs.

Le modèle analytique de la politique de maintenance proposée étant établi, nous avons cherché ensuite à illustrer ses performances. Pour cela, nous avons comparé les coûts optimaux de cette politique avec ceux de la politique de remplacement par bloc. Les comparaisons sont numériques et effectuées en fonction des différentes configurations : les caractéristiques du système et les coûts unitaires de maintenance. Les résultats montrent l'intérêt de développer des structures de décision de maintenance qui permettent d'intégrer l'information de surveillance et d'en évaluer l'impact sur les performances de la maintenance.

### 4.6.2 Perspectives

La politique de maintenance proposée étant assez simple, ses perspectives sont très diverses et peuvent se distinguer en deux grands axes : les règles de décision et les informations de surveillance.

Au niveau des règles de décision, nous envisageons de prendre en compte une réparation imparfaite (niveau de remise à neuf intermédiaire) qui est dans quelques situations plus efficace qu'un remplacement total. Nous nous intéressons également à la structure dynamique de la politique dans le sens où les règles de décision peut s'adapter au fur et à mesure à l'état de santé du système (schéma d'inspection non-périodique, remplacement n'est pas tenu de coïncider avec des inspections, etc.). Une telle règle de décision peut éviter des interventions inopportunes, ainsi apporter un avantage économique.

Au niveau des informations de surveillance, nous pensons tenir compte de plusieurs types d'information de surveillance différents dans la décision de maintenance. Ces informations ne sont pas nécessairement les grandeurs représentant directement ou complètement l'état de santé du système, mais peuvent être des données relatives à des covariables. S'agissant des systèmes industriels, les covariables sont souvent des grandeurs relatives à l'environnement (charge, sollicitation, température, pression, etc.), ou sont le résultat de mesures indirectes ou erronées. Dans ces cas, il faut être en mesure de reconstruire un indicateur de l'état réel du système à partir d'observations sur les covariables.

Les travaux qui suivent dans cette thèse vont dans le sens de ces deux axes de réflexion.

Par ailleurs, nous pouvons tenir compte de la durée considérable des interventions, ou les coûts d'intervention qui sont une fonction de l'âge ou du niveau de dégradation du système. Ces extensions sont relativement laborieuses mais peuvent renforcer significativement l'aspect pratique de la politique de maintenance proposée dans ce chapitre.



## Chapitre 5

# Information de surveillance et prise de décision en maintenance corrective

### 5.1 Introduction

La maintenance conditionnelle standard est définie par la norme européenne NF EN 13306 X60-319 [207] comme étant une maintenance *préventive* basée sur une surveillance du fonctionnement du système. Dans ce chapitre, nous essayons de généraliser la conception standard de la maintenance conditionnelle en mettant en évidence la prise des informations de surveillance en maintenance *corrective*. Pour cela, nous proposons des politiques de maintenance pour le modèle *DTDS* (cf. chapitre 3), dans lesquelles le remplacement à neuf et la réparation minimale sont des opérations possibles de maintenance corrective. Nous supposons qu'il est possible d'effectuer une réparation minimale dans le cas de défaillance par choc. Le choix entre la réparation minimale et le remplacement devrait se baser sur l'ensemble des informations de surveillance et pourrait se faire suivant un critère calendaire ou conditionnel. Pour évaluer les performances de ces politiques, leurs modèles mathématiques du coût sont développés, les coûts moyens asymptotiques sont optimisés et comparés à une politique classique dont le remplacement est la seule opération possible de maintenance corrective. L'analyse des résultats de comparaisons montre l'avantage de la prise en compte des informations de surveillance dans la décision en maintenance corrective et ainsi, justifie le choix de chacun des critères de réparation minimale (calendaire ou conditionnel) et de sa condition d'application.

Ce chapitre s'organise de la manière suivante. La section 5.2 présente les hypothèses sur le système maintenu. Dans la section 5.3, on présente les motivations pour introduire des opérations de réparation minimale dans la famille des politiques de remplacement basé sur l'âge. La section 5.4 (resp. 5.5) est dédiée à la construction du modèle mathématique de coût de la politique de maintenance basée sur l'âge avec réparation minimale dépendante de l'âge (resp. du niveau de dégradation) du système. Dans la section 5.6, nous évaluons les performances des politiques de maintenance proposées en effectuant des comparaisons des gains relatifs des coûts moyens asymptotiques optimaux. Finalement, nous présentons dans la section 5.7 quelques conclusions et perspectives issues de cette étude.

### 5.2 Hypothèses sur le système maintenu

On reprend le système mono-composant décrit dans le chapitre 3 et on propose de construire des politiques de maintenance avec réparation minimale adaptées à ce système. On suppose que la système est mis en marche à l'instant  $t = 0$  et que trois types d'interventions sont disponibles : inspection, remplacement et réparation minimale.



### 5.2.1 Inspections

En pratique, une défaillance peut mener à des phénomènes anormaux dans le comportement du système. S'agissant des systèmes de production, ces phénomènes correspondent à la diminution de la qualité ou de la quantité des produits, à la perte d'une fonction ou à l'arrêt intempestif de fonctionnement du système. Les instants d'apparition de ces phénomènes sont souvent faciles à identifier. Néanmoins, leur cause est normalement très difficile à déterminer par une observation directe, notamment quand le système est soumis à plusieurs risques de défaillance. C'est pourquoi, on suppose, dans ce chapitre, que la date de défaillance est détectée immédiatement dès que le système tombe en panne sans besoin d'intervention, et qu'une action d'inspection permet de connaître le type de défaillance. En outre de la même façon que dans le chapitre 4, on considère que la dégradation du système reste cachée. Ceci veut dire que la connaissance sur le niveau de dégradation nécessite une inspection sur le système. On distingue alors deux types d'inspection dépendant de l'information sur le système dont on a besoin. Le premier type d'inspection (coût unitaire  $C_{id}$ ) permet de connaître à la fois le type de défaillance du système et son niveau de dégradation, alors que le deuxième type (coût unitaire  $C_{if}$ ) permet de connaître uniquement le type de défaillance. Comparé au premier type, le deuxième type apporte évidemment moins d'information sur le système, on peut supposer qu'il est plus facile à mettre en place, plus rapide, et de ce fait moins coûteux,  $C_{if} < C_{id}$ . Ces deux types d'inspection sont supposés instantanés, parfaits et non destructifs. Comme les inspections ne sont effectuées qu'aux dates de défaillance, on peut les considérer comme une politique d'inspection discrète aléatoire.

### 5.2.2 Remplacements et réparations

Le système en fonctionnement peut être entretenu préventivement par un remplacement (coût unitaire  $C_p$ ). Une intervention corrective est effectuée suite à la détection d'une défaillance. Quand la défaillance est due à un niveau excessif de dégradation, on effectue toujours un remplacement avec le coût unitaire  $C_c > C_p$  (cf. section 4.2 du chapitre 4). Quand la défaillance est due à l'occurrence d'un choc, il est possible d'effectuer soit un remplacement (le coût unitaire  $C_c$ ) soit une réparation minimale (coût unitaire  $C_m$ ). Un remplacement (soit préventif soit correctif) correspond à une remise à neuf, et une réparation minimale consiste à remettre le système en marche exactement dans l'état dans lequel il était avant la panne [21]. Changer un pneu crevé d'une voiture est un exemple de la réparation minimale, car le taux de défaillance global de la voiture n'est pas modifié. La réparation minimale est relativement simple et rapide, elle est alors moins coûteuse qu'un remplacement  $C_m < C_p < C_c$ . Pour notre modèle *DTDS*, la réparation minimale consiste à remettre le système en marche en gardant le niveau de dégradation et l'intensité du processus de chocs aux mêmes niveaux qu'ils avaient juste avant la défaillance due au choc. On suppose encore que les interventions de maintenance sont instantanées et peuvent être effectuées immédiatement, le système n'est donc jamais en inactivité.

## 5.3 Maintenance corrective par une réparation minimale

Pour un système réparable, la réparation minimale est une opération d'intervention corrective naturelle afin d'assurer son fonctionnement au moindre coût. Néanmoins, une telle réparation n'est pas toujours rentable par rapport à un remplacement, car elle ne remet pas le système à l'état neuf et elle nécessite des connaissances sur le type de défaillance et/ou le

niveau de dégradation. Il faut alors être capable de déterminer sous quelles conditions une réparation minimale peut réellement créer un avantage économique. Pour ce faire, on permet des interventions correctives par des réparations minimales dans une politique de remplacement “pure”, et on quantifie leur gain apporté. Dans ce chapitre, la politique “pure” est celle de remplacement sur l’âge [227] (on la note ultérieurement *PAR - Pure Age-based Replacement*), et l’objectif est d’y introduire des règles de décision en réparation minimale dans le cas de défaillance du système.

### 5.3.1 Politique *PAR*

La politique *PAR* est représentative de la famille des politiques de maintenance sans réparation minimale. Selon cette politique, le système est systématiquement remplacé à l’âge  $T$  ou lors d’une panne (due au choc ou à la dégradation) si celle ci survient avant  $T$ . Les coûts unitaires de remplacements préventifs et correctifs sont respectivement  $C_p$  et  $C_c$ . Après chaque remplacement, le système est aussi bon que neuf et un nouveau cycle de renouvellement commence. La grandeur  $T$  est la seule variable à optimiser de la politique *PAR*.

En appliquant le théorème de renouvellement [11], le coût moyen asymptotique  $C_\infty^{PAR}(T)$  de la politique *PAR* est calculé par [258] :

$$C_\infty^{PAR}(T) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{C^{PAR}(t)}{t} = \frac{C_c(1 - \bar{F}_f(T)) + C_p \bar{F}_f(T)}{\int_0^T \bar{F}_f(t) dt}, \quad (5.1)$$

où  $C^{PAR}(t)$  est le coût de maintenance cumulé jusqu’à l’instant  $t$  et  $\bar{F}_f$  est donné par (3.20). Optimiser la politique *PAR* revient à chercher la valeur optimale de l’âge  $T_{opt}$  qui minimise la fonction  $C_\infty^{PAR}(T)$  :

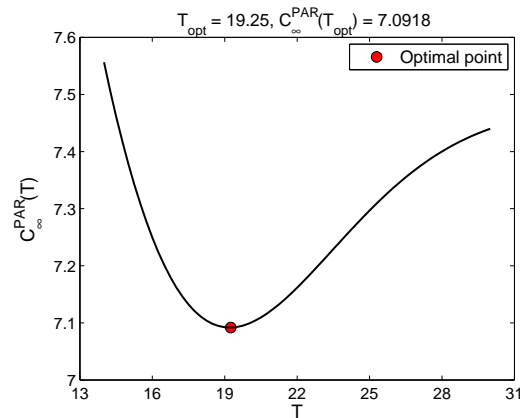
$$C_\infty^{PAR}(T_{opt}) = \min_T \{C_\infty^{PAR}(T), T > 0\}. \quad (5.2)$$

Pour une illustration d’optimisation de la politique *PAR*, on considère un système défini par l’ensemble des paramètres :  $\alpha = \beta = 1$  ( $m = 1$  et  $\sigma^2 = 1$ ),  $L = 30$ ,  $M_s = 20$ ,  $r_1(t) = 0.05$  et  $r_2(t) = 0.5$ . Les coûts de remplacement sont  $C_p = 50$ ,  $C_c = 100$ . La figure 5.1 représente la courbe du coût moyen asymptotique en fonction de l’âge de remplacement préventif  $T$ ,  $C_\infty^{PAR}(T)$ . L’optimisation de  $T$  par une méthode d’optimisation classique (par exemple, l’algorithme *PIA - Policy-Iteration Algorithm* [258]) conduit à la valeur optimale  $T_{opt} = 19.25$  et à un coût optimal  $C_\infty^{PAR}(T_{opt}) = 7.0918$  (en unités arbitraires de coût).

### 5.3.2 Introduction des réparations minimales dans la politique *PAR*

À propos du système considéré, une défaillance peut être liée au choc ou à la dégradation. On peut distinguer deux degrés de défaillances : “lourd” et “léger”. Une défaillance par la dégradation correspond toujours à une défaillance “lourde”, alors qu’une défaillance par choc correspond à l’un ou l’autre degré selon le niveau de la dégradation ou de l’âge aux moments de choc. En effet, aux dates d’occurrence de choc, si le niveau de dégradation ou l’âge du système est inférieur à un seuil, il s’agit de défaillance “légère”. Dans le cas contraire, la défaillance est considérée comme “lourde”.

Selon la politique *PAR*, une opération de maintenance corrective correspond à un remplacement quels que soient les degrés de défaillance du système. Ceci peut mener à des dépenses inutiles car un remplacement coûteux doit être toujours effectué même si le système est en

Figure 5.1 – Illustration d’optimisation de la politique *PAR*

défaillance “légère”. Il est plus raisonnable d’adapter les opérations de maintenance corrective au degré de défaillance du système. En effet, lorsque le système tombe en défaillance “lourde”, il est préférable de l’entretenir correctivement par un remplacement complet. Mais s’il est juste dans l’état de défaillance “légère”, c’est une opportunité pour effectuer une réparation minimale. Une réparation minimale étant beaucoup moins chère qu’un remplacement, une telle adaptation au degré de défaillance peut conduire à une réduction des coûts de maintenance.

## 5.4 Réparation minimale dépendante de l’âge du système

Dans cette section, on s’intéresse à construire une politique de maintenance basée sur l’âge en envisageant un indicateur de décision calendaire de réparation minimale. Une réparation minimale est déclenchée à la date d’occurrence de choc si l’âge du système est inférieur à un seuil  $\tau$ . Ainsi, le type de défaillance est la seule information de surveillance dont on a besoin pour la prise de décision, le type d’inspection de coût unitaire  $C_{if}$  est donc utilisé.

### 5.4.1 Politique $(\tau, T)$

On s’est placé dans le cadre de la politique de maintenance basée sur l’âge avec réparation minimale dépendante de l’âge du système. La structure de cette politique dans un cycle de renouvellement est énoncée comme suit. On effectue un remplacement préventif (coût unitaire  $C_p$ ) à l’âge  $T$  du système, ou une maintenance corrective à une date de défaillance si le système tombe en panne avant  $T$ . La nature de la maintenance corrective dépend du type de défaillance et de l’âge  $\tau$  du système à la date de défaillance :

- Quand une défaillance survient avant l’âge  $\tau < T$ , une inspection (coût unitaire  $C_{if}$ ) est effectuée pour vérifier le type de défaillance.
  - ▷ Si c’est une défaillance par la dégradation (c-à-d. défaillance “lourde”), on effectue un remplacement (coût unitaire  $C_c$ ).
  - ▷ Si c’est une défaillance par choc (c-à-d. défaillance “légère”), on effectue une réparation minimale (coût unitaire  $C_m$ ).
- Quand une défaillance survient entre  $\tau$  et  $T$ , elle est par définition une défaillance “lourde”, et on effectue un remplacement (coût unitaire  $C_c$ ) sans se soucier du type de défaillance (c-à-d. sans inspection).

Les âges  $T$  et  $\tau$  sont les variables de décision de cette politique de maintenance, ainsi on l'appelle ultérieurement la politique  $(\tau, T)$ . Les conditions pratiques définissent la contrainte des variables de décision et des coûts d'intervention par  $\tau \geq 0$ ,  $T > 0$ ,  $C_{if} < C_p < C_c$  et  $C_m < C_p < C_c$ . La figure 5.2 illustre une réalisation du comportement du système maintenu par la politique  $(\tau, T)$ .

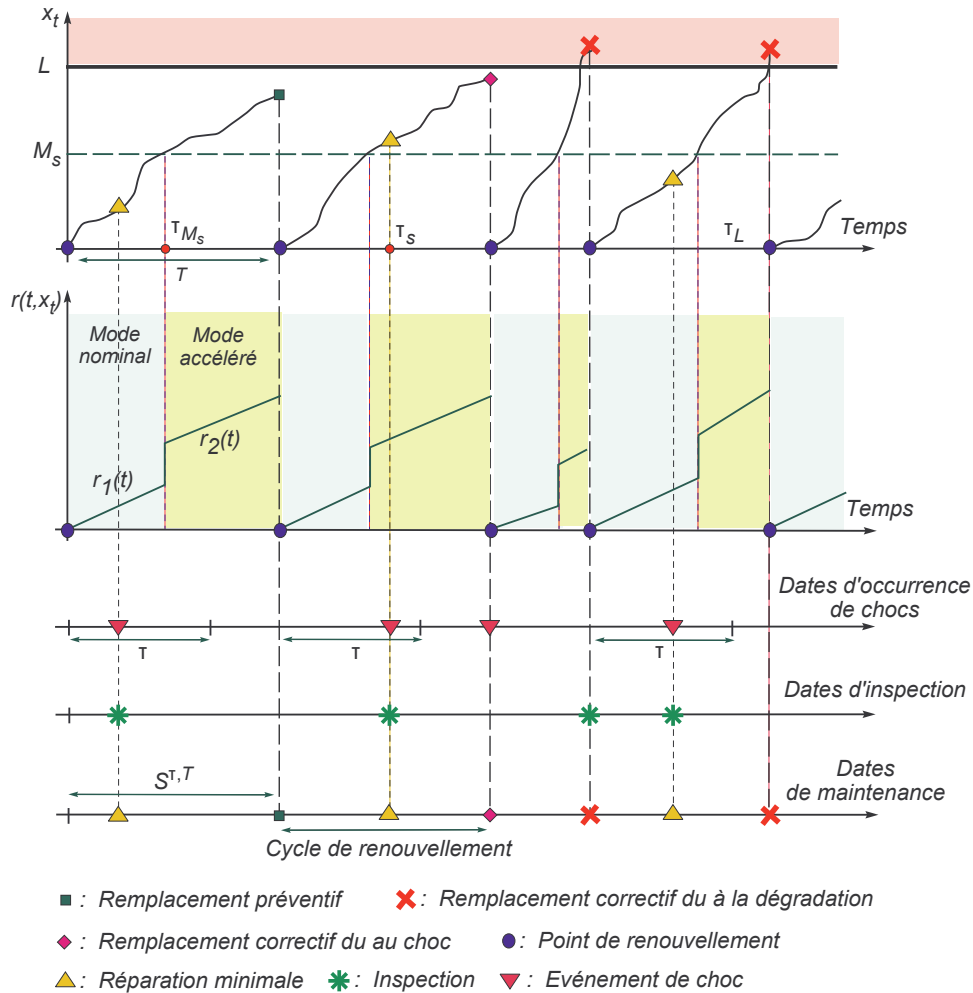


Figure 5.2 – Illustration la règle de décision de la politique  $(\tau, T)$

**Remarque 5.1.** En comparant à la politique PAR, la politique  $(\tau, T)$  doit faire face à une perte à cause des coûts supplémentaires pour inspecter le type de défaillance, et à un gain grâce à des réparations minimales moins coûteuses que des remplacements complets. Un compromis entre ces deux aspects peut créer un avantage économique considérable pour la politique  $(\tau, T)$ . En effet, la politique  $(\tau, T)$  se transforme en politique PAR quand  $\tau = 0$ . Cette politique est donc flexible, plus générale et toujours plus efficace que la politique PAR.

### 5.4.2 Critère de performance économique

De la même façon qu'au chapitre précédent, on utilise un critère économique pour évaluer la performance de la politique  $(\tau, T)$ . Le critère de performance retenu ici est le coût moyen

asymptotique :

$$C_{\infty}^{\tau,T}(\tau, T) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{C^{\tau,T}(t)}{t}, \quad (5.3)$$

où  $C^{\tau,T}(t)$  est le coût de maintenance cumulé au temps  $t$  qui s'exprime de la façon suivante :

$$C^{\tau,T}(t) = C_{if} N_i^{\tau,T}(t) + C_p N_p^{\tau,T}(t) + C_c N_c^{\tau,T}(t) + C_m N_m^{\tau,T}(t), \quad (5.4)$$

avec :

- $N_i^{\tau,T}(t)$  représente le nombre nombre d'inspections sur l'intervalle de temps  $[0, t]$ ,
- $N_p^{\tau,T}(t)$  (resp.  $N_c^{\tau,T}(t)$ ) correspond au nombre de remplacements préventifs (resp. remplacements correctifs) sur  $[0, t]$ ,
- $N_m^{\tau,T}(t)$  est nombre de réparations minimales effectué jusqu'à l'instant  $t$ .

L'optimisation de la politique  $(\tau, T)$  consiste à chercher les valeurs  $\tau_{opt}$  et  $T_{opt}$  qui minimisent la fonction  $C_{\infty}^{\tau,T}(\tau, T)$  :

$$C_{\infty}^{\tau,T}(\tau_{opt}, T_{opt}) = \min_{\tau, T} \{C_{\infty}^{\tau,T}(\tau, T), \tau \geq 0, T > 0\}. \quad (5.5)$$

### 5.4.3 Modèle mathématique d'évaluation de la maintenance

Dans la mesure où le système est neuf à l'état initial, où les actions de remplacement sont toutes immédiates, parfaites et que le niveau de mise à neuf est complet, les instants de remplacements forment un processus de renouvellement simple (voir aussi la section 4.3.3 du chapitre 4). On peut alors, en appliquant les théorèmes de renouvellement [11], récrire la formule (5.3) comme le quotient du coût moyen sur un cycle de renouvellement divisé par la longueur moyenne du cycle [258] :

$$C_{\infty}^{\tau,T}(\tau, T) = \frac{E[C^{\tau,T}(S^{\tau,T})]}{E[S^{\tau,T}]} = \frac{C_{if} E[N_i^{\tau,T}(\tau, T)] + C_c (1 - P_p^{\tau,T}(\tau, T))}{E[S^{\tau,T}(\tau, T)]} + \frac{C_p P_p^{\tau,T}(\tau, T) + C_m E[N_m^{\tau,T}(\tau, T)]}{E[S^{\tau,T}(\tau, T)]} \quad (5.6)$$

où  $P_p^{\tau,T}(S^{\tau,T})$  est la probabilité de remplacement préventif sur un cycle de renouvellement  $S^{\tau,T}$ . Le détail de calculs des grandeurs  $E[N_i^{\tau,T}(\tau, T)]$ ,  $P_p^{\tau,T}(\tau, T)$ ,  $E[N_m^{\tau,T}(\tau, T)]$  et  $E[S^{\tau,T}(\tau, T)]$  est donnée dans la section B.1 de l'annexe B (voir aussi l'article [138]). Dans la suite, on ne représente que leur résultat.

#### Probabilité de remplacement préventif

Selon la politique  $(\tau, T)$ , la probabilité de remplacement préventif du système dans un cycle de renouvellement est la probabilité qu'aucune défaillance "lourde" ne se produise avant l'âge de remplacement préventif  $T$ . On obtient alors

$$P_p^{\tau,T}(\tau, T) = P(\tau_{f,l}^{\tau,T} > T) = \bar{F}_{f,l}^{\tau,T}(T), \quad (5.7)$$

où  $\tau_{f,l}^{\tau,T}$  est le temps pour la première défaillance "lourde",  $\bar{F}_{f,l}^{\tau,T}$  est sa fonction de survie qui est donné par l'expression :

$$\bar{F}_{f,l}^{\tau,T}(t) = \bar{F}_{f,l,1}^{\tau,T}(t) 1_{\{t \leq \tau\}} + \bar{F}_{f,l,2}^{\tau,T}(t) 1_{\{t > \tau\}}. \quad (5.8)$$

$\bar{F}_{f,l,1}^{\tau,T}(t)$  et  $\bar{F}_{f,l,2}^{\tau,T}(t)$  sont calculées par :

$$\bar{F}_{f,l,1}^{\tau,T}(t) = \bar{F}_{\tau_L}(t), \quad (5.9)$$

$$\begin{aligned} \bar{F}_{f,l,2}^{\tau,T}(t) &= \frac{\bar{F}_1(t)}{\bar{F}_1(\tau)} \bar{F}_{\sigma_{M_s}}(t) + \frac{\bar{F}_2(t)}{\bar{F}_1(\tau)} \int_{\tau}^t a(u) \bar{F}_{\sigma_L - \sigma_{M_s}}(t-u) du \\ &+ \frac{\bar{F}_2(t)}{\bar{F}_2(\tau)} \int_0^{\tau} \bar{F}_{\sigma_L - \sigma_{M_s}}(t-u) f_{\sigma_{M_s}}(u) du, \end{aligned} \quad (5.10)$$

dans lesquels,  $a(u)$  est calculé par (3.19),  $\bar{F}_1$  et  $\bar{F}_2$  sont donnés par (3.17),  $\bar{F}_{\tau_L}$ ,  $\bar{F}_{\tau_{M_s}}$  et  $f_{\tau_{M_s}}$  sont donnés respectivement par (3.7) et (3.8),  $\bar{F}_{\tau_L - \tau_{M_s}}$  est calculé exactement par (3.10) ou est approché par (3.15).

### Longueur moyenne d'un cycle de renouvellement

La longueur moyenne d'un cycle de renouvellement  $E[S^{\tau,T}(\tau, T)]$  est le temps moyen pour le premier remplacement du système. À partir de l'équation (5.8), on peut la calculer par l'expression :

$$E[S^{\tau,T}(\tau, T)] = \int_0^T \bar{F}_{f,l}^{\tau,T}(t) dt = E[S_1^{\tau,T}] \mathbf{1}_{\{T \leq \tau\}} + E[S_2^{\tau,T}] \mathbf{1}_{\{T > \tau\}}, \quad (5.11)$$

dans laquelle  $E[S_1^{\tau,T}]$  et  $E[S_2^{\tau,T}]$  sont donnés par

$$\begin{aligned} E[S_1^{\tau,T}] &= \int_0^T \bar{F}_{f,l,1}^{\tau,T}(t) dt, \\ E[S_2^{\tau,T}] &= \int_0^{\tau} \bar{F}_{f,l,1}^{\tau,T}(t) dt + \int_{\tau}^T \bar{F}_{f,l,2}^{\tau,T}(t) dt, \end{aligned}$$

avec  $\bar{F}_{f,l,1}^{\tau,T}$  et  $\bar{F}_{f,l,2}^{\tau,T}$  sont obtenues à partir de (5.9) et (5.10).

### Nombre moyen de réparations minimales sur un cycle de renouvellement

Selon la politique  $(\tau, T)$ , le nombre de réparations minimales correspond au nombre de défaillances liées au choc sur l'intervalle  $(0, \tau]$ . Son espérance sur un cycle de renouvellement est alors s'écrit par :

$$E[N_m^{\tau,T}(\tau, T)] = E[N_m^{\tau,T}(T)] \cdot \mathbf{1}_{\{T \leq \tau\}} + E[N_m^{\tau,T}(\tau)] \cdot \mathbf{1}_{\{T > \tau\}}, \quad (5.12)$$

où  $E[N_m^{\tau,T}(\cdot)]$  est donné par l'expression :

$$E[N_m^{\tau,T}(t)] = \int_0^t r_1(u) \bar{F}_{\sigma_{M_s}}(u) du + \int_0^t f_{\sigma_{M_s}}(u) \left( \int_u^t r_2(v) \bar{F}_{\sigma_L - \sigma_M}(v-u) dv \right) du, \quad (5.13)$$

dans laquelle,  $t \leq \tau$ ,  $\bar{F}_{\tau_{M_s}}$  et  $f_{\tau_{M_s}}$  sont donnés respectivement par (3.7) et (3.8),  $\bar{F}_{\tau_L - \tau_M}$  est calculé exactement par (3.10) ou est approché par (3.15).

### Nombre moyen d'inspections sur un cycle de renouvellement

Selon la politique  $(\tau, T)$ , le nombre d'inspections correspond au nombre de défaillances (liées au choc ou à la dégradation) sur l'intervalle  $(0, \tau]$ . Il est alors égal au nombre d'inspection plus le nombre de défaillances dues au niveau excessif de la dégradation avant l'âge  $\tau$ . Son espérance sur un cycle de renouvellement est calculé par :

$$E \left[ N_i^{\tau, T}(\tau, T) \right] = E \left[ N_i^{\tau, T}(T) \right] \cdot 1_{\{T \leq \tau\}} + E \left[ N_i^{\tau, T}(\tau) \right] \cdot 1_{\{T > \tau\}}, \quad (5.14)$$

où  $E \left[ N_i^{\tau, T}(\cdot) \right]$  est donné par l'expression :

$$E \left[ N_i^{\tau, T}(t) \right] = E \left[ N_m^{\tau, T}(t) \right] + F_{\tau_L}(t), \quad t \leq \tau, \quad (5.15)$$

dans laquelle,  $F_{\sigma_L}$  est calculé par (3.9), et  $E \left[ N_m^{\tau, T}(t) \right]$  est donné (5.13).

**Remarque 5.2.** Si l'on remplace  $\tau = 0$  dans les équations (5.7), (5.11), (5.14), (5.12) et (5.6), on obtient exactement l'expression du coût moyen asymptotique de la politique PAR (cf. équation (5.1)). Ceci vérifie encore une fois que la politique  $(\tau, T)$  est une extension de la politique PAR.

#### 5.4.4 Un exemple d'optimisation de la politique

Pour illustrer numériquement la forme et l'optimisation de la politique  $(\tau, T)$ , on reprend le système et les coûts de remplacements dans l'exemple de la politique PAR en ajoutant

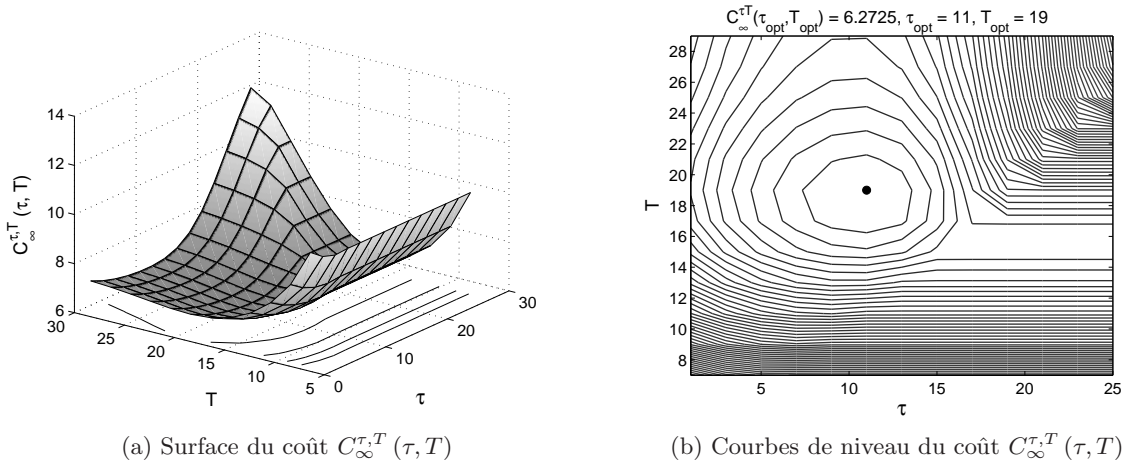


Figure 5.3 – Illustration d'optimisation de la politique  $(\tau, T)$

le coût unitaire d'inspection  $C_{if} = 20$  et le coût unitaire de réparation minimale  $C_m = 40$ . Les résultats numériques sont illustrés dans la figure 5.3. La surface du coût moyen asymptotique de la politique  $(\tau, T)$  en fonction des variables de décision  $T$  et  $\tau$ ,  $C_{\infty}^{\tau, T}(\tau, T)$ , est donnée sur la sous-figure 5.3a. La convexité de cette surface montre l'existence d'un réglage optimal des valeurs de décision  $T$  et  $\tau$ . On peut observer également que le coût asymptotique  $C_{\infty}^{\tau, T}(\tau_{opt}, T_{opt})$  est peu sensible aux valeurs importantes de l'âge  $\tau$ . Ceci est évident car dans cette configuration, très peu de (voire aucune) réparations minimales ne sont déclenchées. La valeur de  $T$  est alors a un rôle décisif dans l'optimisation du coût

quand  $\tau$  est grand. Néanmoins, en général les valeurs de ces deux variables sont liées et il est indispensable de les régler conjointement. La sous-figure 5.3b montre les courbes de niveau du  $C_{\infty}^{\tau,T}(\tau, T)$ . On peut observer sur cette figure que l'optimisation des variables de décision de la politique  $(\tau, T)$  pour le système décrit ci-dessus conduit aux valeurs optimales  $\tau_{opt} = 11$  et  $T_{opt} = 19$  qui correspondent à un coût optimal  $C_{\infty}^{\tau,T}(\tau_{opt}, T_{opt}) = 6.2725$  (en unités arbitraires de coût). Ce coût optimal est évidemment plus petit que celui de la politique  $PAR$  ( $C_{\infty}^{\tau,T}(\tau_{opt}, T_{opt}) = 6.2725$  vs.  $C_{\infty}^{PAR}(T_{opt}) = 7.0918$ ).

## 5.5 Réparation minimale dépendante de la dégradation

La politique  $(\tau, T)$  développée dans la section 5.4 est assez efficace dans le sens où les réparations minimales dépendantes de l'âge du système peuvent créer un avantage économique par rapport à un remplacement complet. Cependant, la décision de réparation minimale de cette politique est toujours une décision calendaire qui est dans plusieurs situations moins efficace qu'une décision conditionnelle (voir le chapitre 4 et [139, 188]). C'est pour cette raison que l'objectif de cette section est d'introduire dans la politique  $PAR$  une règle de décision conditionnelle de la décision de réparation minimale. Pour cela, on autorise une réparation à la date d'occurrence de choc si le niveau de dégradation correspondant est inférieur à un seuil  $A$ . Dans ce cas, non seulement le type de défaillance mais aussi le niveau de dégradation sont nécessaires pour la prise de décision, et le type d'inspection de coût unitaire  $C_{id}$  est donc utilisé.

### 5.5.1 Politique $(A, T)$

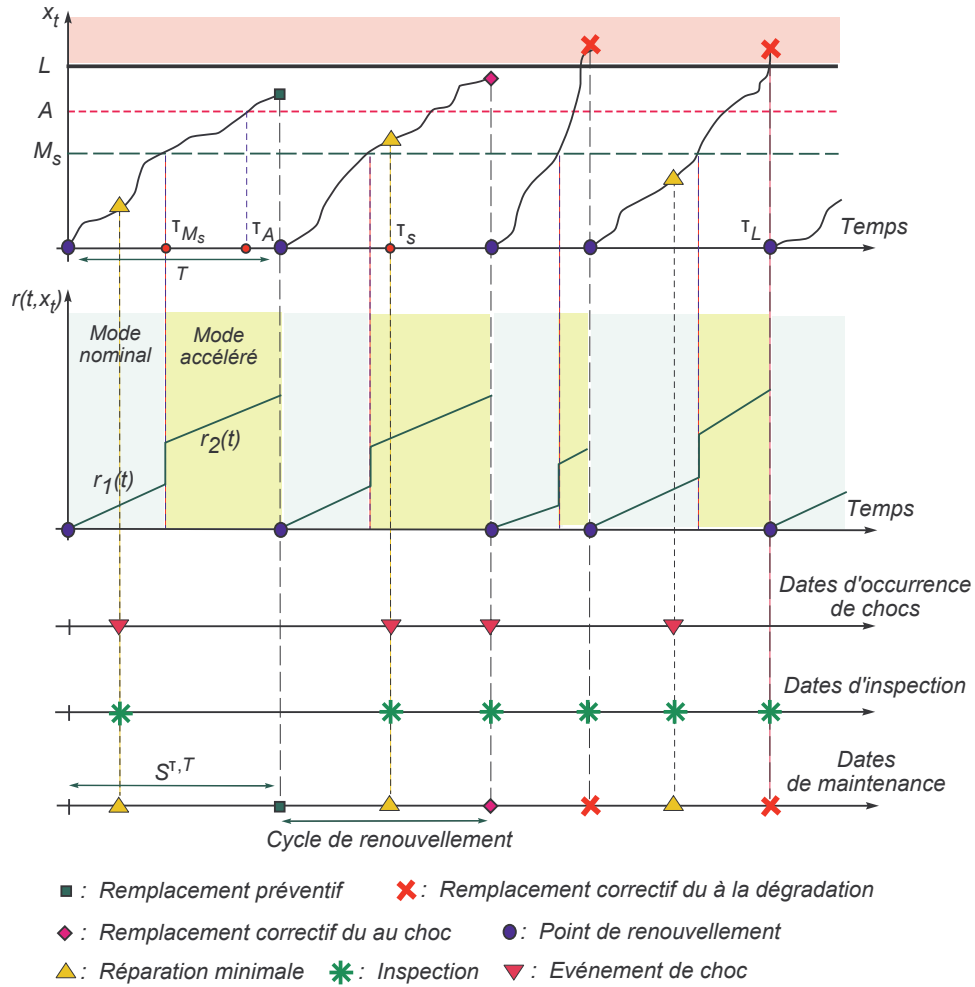
On s'intéresse à la politique de maintenance basée sur l'âge avec réparation minimale dépendante du niveau de dégradation du système. La structure de cette politique dans un cycle de renouvellement s'énonce de manière suivante. On effectue un remplacement préventif (coût unitaire  $C_p$ ) à l'âge  $T$  du système, ou une maintenance corrective à une date de défaillance si celle-ci survient avant  $T$ . Une inspection (coût unitaire  $C_{id}$ ) est effectuée sur le système défaillant pour vérifier le type de défaillance et son niveau de dégradation.

- Si la défaillance est due à la dégradation ou due au choc mais le niveau de dégradation supérieur à un seuil  $A$ , il s'agit d'une défaillance "lourde", et le système est remplacé correctivement à un coût unitaire  $C_c$ .
- Si la défaillance est due au choc et le niveau de dégradation inférieur à un seuil  $A$ , il s'agit d'une défaillance "légère", et on effectue une réparation minimale à un coût unitaire  $C_m$ .

L'âge  $T$  et le niveau de dégradation  $A$  sont les variables de décision de cette politique, ainsi on l'appelle ultérieurement la politique  $(A, T)$ . Les conditions pratiques définissent les contraintes sur les variables de décision et les coûts d'intervention par  $0 \leq A \leq L$ ,  $T > 0$ ,  $C_{if} \leq C_{id} < C_p < C_c$  et  $C_m < C_p < C_c$ . La figure 5.4 représente une réalisation du comportement du système maintenu par la politique  $(A, T)$ .

**Remarque 5.3.** *La politique  $PAR$  n'est pas un cas spécial de la politique  $(A, T)$ . La raison est que la structure de la politique  $(A, T)$  se transforme en celle de la politique  $PAR$  quand  $A = 0$ , mais toujours avec de même coûts d'inspection. Il existe donc des situations où la politique  $(A, T)$  est moins avantageuse que la politique  $PAR$ . En comparant à la politique  $(\tau, T)$ , la politique  $(A, T)$  met en œuvre des inspections plus onéreuses ( $C_{id} > C_{if}$ ), mais elle obtient les informations plus précises sur l'état de santé courant du système pour pouvoir*



Figure 5.4 – Illustration la règle de décision de la politique  $(A, T)$ 

prendre une décision pertinente de réparation minimale.

### 5.5.2 Critère de performance économique

La performance de la politique  $(A, T)$  peut être quantifiée par un coût global moyen par unité de temps engendré par les opérations d'inspection et de maintenance. On note  $N_i^{A,T}(t)$  le nombre d'inspections sur l'intervalle de temps  $[0, t]$ ,  $N_p^{A,T}(t)$  (resp.  $N_c^{A,T}(t)$ ) le nombre de remplacements préventifs (resp. remplacements correctifs) sur  $[0, t]$  et  $N_m^{A,T}(t)$  le nombre de réparations minimales effectuées jusqu'à l'instant  $t$ . Le coût cumulé  $C^{\tau,T}(t)$  au temps  $t$  de la politique  $(A, T)$  s'exprime de la façon suivante :

$$C^{A,T}(t) = C_{id}N_i^{A,T}(t) + C_pN_p^{A,T}(t) + C_cN_c^{A,T}(t) + C_mN_m^{A,T}(t). \quad (5.16)$$

Comme dans cette politique le nombre d'inspections est la somme du nombre de remplacements correctifs et du nombre de réparations minimales  $N_i^{A,T}(t) = N_c^{A,T}(t) + N_m^{A,T}(t)$ ,  $C^{A,T}(t)$  peut être récrit par l'expression

$$C^{A,T}(t) = C_pN_p^{A,T}(t) + (C_c + C_{id})N_c^{A,T}(t) + (C_m + C_{id})N_m^{A,T}(t). \quad (5.17)$$

Le choix des variables de la politique de maintenance  $A$  et  $T$  influe directement sur le nombre et la nature des opérations d'interventions et donc le coût cumulé  $C^{A,T}(t)$ . Le coût moyen asymptotique  $C_{\infty}^{A,T}$  est alors une fonction de  $A$  et  $T$ , qui est calculé par

$$C_{\infty}^{A,T}(A, T) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{C^{A,T}(t)}{t}. \quad (5.18)$$

L'optimisation de la politique  $(A, T)$  consiste à chercher les valeurs  $A_{opt}$  et  $T_{opt}$  qui minimisent la fonction  $C_{\infty}^{A,T}(A, T)$  :

$$C_{\infty}^{A,T}(A_{opt}, T_{opt}) = \min_{A, T} \{C_{\infty}^{A,T}(A, T), 0 \leq A \leq L, T > 0\}. \quad (5.19)$$

### 5.5.3 Modèle mathématique d'évaluation de la maintenance

Étant donné que le système est neuf à l'état initial et qu'il est remis à neuf après chaque remplacement, on peut utiliser le théorème de renouvellement [11] pour évaluer le coût moyen asymptotique  $C_{\infty}^{A,T}$  comme le quotient du coût moyen sur un cycle de renouvellement divisé par la longueur moyenne d'un cycle [258] :

$$C_{\infty}^{A,T}(A, T) = \frac{E[C^{A,T}(S^{A,T})]}{E[S^{A,T}]} = \frac{(C_c + C_{id})(1 - P_p^{A,T}(A, T))}{E[S^{A,T}(A, T)]} + \frac{C_p P_p^{A,T}(A, T) + (C_m + C_{id}) E[N_m^{A,T}(A, T)]}{E[S^{A,T}(A, T)]} \quad (5.20)$$

où  $P_p^{A,T}(A, T)$  est la probabilité de remplacement préventif sur un cycle de renouvellement  $S^{A,T}$ . Les expressions analytiques des grandeurs  $P_p^{A,T}(S^{A,T})$ ,  $E[N_m^{A,T}(S^{A,T})]$  et  $E[S^{A,T}(A, T)]$  sont dérivées en détail dans la section B.2 de l'annexe B (voir aussi l'article en soumission [138]). Ici, on ne représente que leurs résultats finaux.

#### Probabilité de remplacement préventif

La probabilité de remplacement préventif du système dans un cycle de renouvellement est la probabilité qu'aucune défaillance "lourde" ne se produise avant l'âge de remplacement préventif  $T$  :

$$P_p^{A,T}(A, T) = P(\tau_{f,l}^{A,T} > T) = \bar{F}_{f,l}^{A,T}(T), \quad (5.21)$$

où  $\tau_{f,l}^{A,T}$  est le temps pour la première défaillance "lourde" dans la politique  $(A, T)$ , et  $\bar{F}_{f,l}^{A,T}(\cdot)$  sa fonction de survie qui est donnée par :

$$\bar{F}_{f,l}^{A,T}(t) = P(\tau_{f,l}^{A,T} > t) = \bar{F}_{f,l,1}^{A,T}(t) 1_{\{A < M_s\}} + \bar{F}_{f,l,2}^{A,T}(t) 1_{\{A \geq M_s\}}. \quad (5.22)$$

$\bar{F}_{f,l,1}^{A,T}(t)$  et  $\bar{F}_{f,l,2}^{A,T}(t)$  sont donnés respectivement par les expressions :

$$\begin{aligned} \bar{F}_{f,l,1}^{A,T}(t) &= \bar{F}_2(t) \int_0^t \int_u^t \bar{F}_{\tau_L - \tau_{M_s}}(t-v) \frac{\bar{F}_1(v)}{\bar{F}_1(u) \bar{F}_2(v)} f_{\tau_{M_s} - \tau_A}(v-u) f_{\tau_A}(u) dv du \\ &+ \bar{F}_{\tau_A}(t) + \bar{F}_1(t) \int_0^t \frac{\bar{F}_{\tau_{M_s} - \tau_A}(t-u)}{\bar{F}_1(u)} f_{\tau_A}(u) du, \end{aligned} \quad (5.23)$$

$$\bar{F}_{f,l,2}^{A,T}(t) = \bar{F}_{\tau_A}(t) + \bar{F}_2(t) \int_0^t \frac{\bar{F}_{\tau_L - \tau_A}(t-u)}{\bar{F}_2(u)} f_{\tau_A}(u) du, \quad (5.24)$$

dans lesquels,  $\bar{F}_1$  et  $\bar{F}_2$  sont donnés par (3.17),  $\bar{F}_{\tau_A}$  et  $f_{\tau_A}$  sont donnés respectivement par (3.7) et (3.8),  $f_{\tau_{M_s} - \tau_A}$  est donné (3.16),  $\bar{F}_{\tau_L - \tau_{M_s}}$ ,  $\bar{F}_{\tau_{M_s} - \tau_A}$  et  $\bar{F}_{\tau_L - \tau_A}$  sont calculés exactement par (3.10) ou sont approchés par (3.15).

### Longueur moyenne d'un cycle de renouvellement

La longueur moyenne d'un cycle de renouvellement  $E[S^{A,T}(A, T)]$  correspond au temps moyen pour le premier remplacement du système. On peut le calculer par l'expression :

$$E[S^{A,T}(A, T)] = \int_0^T \bar{F}_{f,l}^{A,T}(t) dt, \quad (5.25)$$

où  $\bar{F}_{f,l}^{A,T}(t)$  est donné par l'équation (5.22).

### Nombre moyen de réparations minimales sur un cycle de renouvellement

Selon la politique  $(A, T)$ , le nombre de réparations minimales correspond au nombre d'occurrence de choc quand le niveau de dégradation du système ne dépasse pas encore le seuil  $A$ . Son espérance sur un cycle de renouvellement est calculée par l'expression :

$$E[N_m^{A,T}(A, T)] = E[N_{m,1}^{A,T}] 1_{\{A < M_s\}} + E[N_{m,2}^{A,T}] 1_{\{A \geq M_s\}}, \quad (5.26)$$

dans laquelle  $E[N_{m,1}^{A,T}]$  et  $E[N_{m,2}^{A,T}]$  s'expriment respectivement par :

$$E[N_{m,1}^{A,T}] = \int_0^T r_1(u) \bar{F}_{\tau_A}(u) du, \quad (5.27)$$

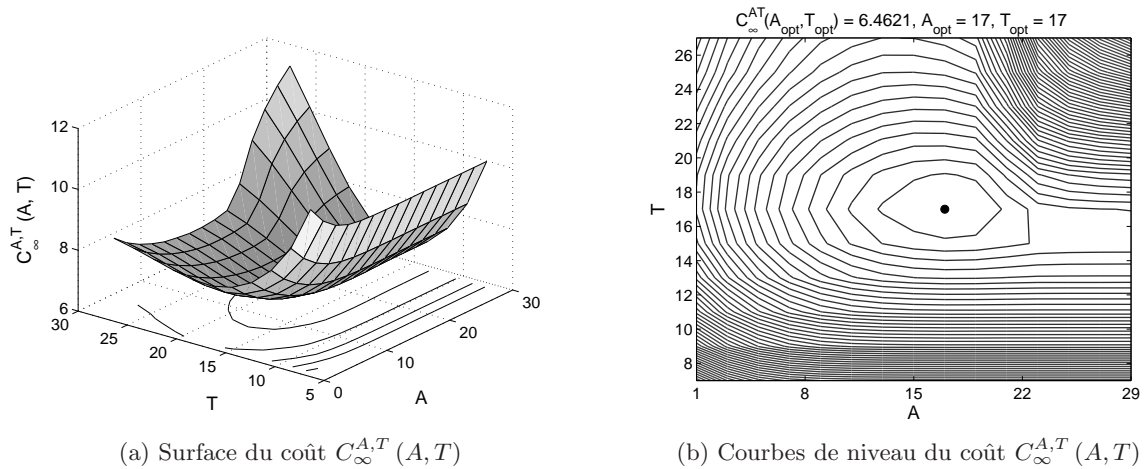
$$E[N_{m,2}^{A,T}] = \int_0^T r_1(u) \bar{F}_{\tau_{M_s}}(u) du + \int_0^T \int_u^T r_2(v) \bar{F}_{\tau_A - \tau_{M_s}}(v-u) f_{\tau_{M_s}}(u) dv du, \quad (5.28)$$

dans lesquels,  $\bar{F}_{\tau_A}$ ,  $\bar{F}_{\tau_{M_s}}$  et  $f_{\tau_{M_s}}$  sont donnés respectivement par (3.7) et (3.8),  $f_{\tau_{M_s} - \tau_A}$  est donné (3.16),  $\bar{F}_{\tau_A - \tau_{M_s}}$  est calculé exactement par (3.10) ou est approché par (3.15).

**Remarque 5.4.** Si l'on remplace  $A = 0$  dans les équations (5.22) et (5.26), on obtient  $\bar{F}_{f,l}^{A,T}(t) = \bar{F}_f(t)$  et  $E[N_m^{A,T}(A, T)] = 0$ . Ceci signifie que la structure de la politique  $(A, T)$  se transforme en politique PAR quand  $A = 0$ . Pourtant son expression du coût moyen asymptotique (5.20) ne revient pas à celle de la politique PAR (cf. équation (5.1)). En effet, si  $A = 0$  et  $C_{id} > 0$ , la politique  $(A, T)$  devient moins avantageuse. Ce fait vérifie encore une fois que la politique PAR ne peut pas être considérée comme un cas particulier de la politique  $(A, T)$ .

#### 5.5.4 Un exemple d'optimisation de la politique

Afin d'illustrer numériquement la forme et l'optimisation de la politique  $(A, T)$ , on reprend le même système et les mêmes coûts d'interventions énoncés dans l'exemple de la politique  $(\tau, T)$  (cf. section 5.4.4). Pour avoir une estimation préliminaire sur le gain apporté par la politique  $(A, T)$  par rapport à la politique  $(\tau, T)$ , on pose le coût d'inspection  $C_{id}$  égal au coût

Figure 5.5 – Illustration d'optimisation de la politique  $(A, T)$ 

$C_{if}$ . Figure 5.5 représente le coût moyen asymptotique  $C_{\infty}^{A,T}(A, T)$  de la politique  $(A, T)$  en fonction des variables de décision  $T$  et  $A$ . La surface du coût moyen asymptotique  $C_{\infty}^{A,T}(A, T)$  est illustrée sur la sous-figure 5.5a. La convexité de cette surface montre l'existence d'un réglage optimal des valeurs de décision  $T$  et  $A$ . Le coût asymptotique  $C_{\infty}^{A,T}(A_{opt}, T_{opt})$  ne dépend que des valeurs de  $T$  lorsque  $A$  est grand. Ceci s'explique par le fait que dans cette configuration, très peu de (voire aucune) réparations minimales sont déclenchées ; la valeur de  $T$  a alors un rôle décisif dans l'optimisation du coût. Néanmoins, en général les valeurs de ces deux variables sont liées et il est indispensable de les régler conjointement. La sous-figure 5.5b montre les courbes de niveau du  $C_{\infty}^{A,T}(A, T)$ . On peut observer sur cette figure que pour l'ensemble des paramètres ci-dessus, la politique  $(A, T)$  obtient un coût optimal  $C_{\infty}^{A,T}(A_{opt}, T_{opt}) = 6.4621$  (en unités arbitraires de coût) aux valeurs optimales  $A_{opt} = 17$  et  $T_{opt} = 17$ .

Le fait que  $C_{\infty}^{A,T}(A_{opt}, T_{opt}) = 6.4621 < C_{\infty}^{PAR}(T_{opt}) = 7.0918$  signifie que la politique  $(A, T)$  est plus efficace que la politique  $PAR$  dans cette configuration. En comparant à la politique  $(\tau, T)$ , même si les mêmes coûts d'inspections sont supportés ( $C_{id} = C_{if}$ ), la politique  $(A, T)$  peut être moins efficace ( $C_{\infty}^{A,T}(A_{opt}, T_{opt}) = 6.4621$  vs.  $C_{\infty}^{\tau,T}(\tau_{opt}, T_{opt}) = 6.2725$ ). Ceci montre que l'avantage de la politique  $(A, T)$  par rapport à la politique  $(\tau, T)$  dépend étroitement non seulement des coûts d'interventions, mais aussi des caractéristiques du système étudié. Une analyse détaillée sur le gain apporté de chacune des politiques dans les différentes configurations des coûts d'interventions et des caractéristiques du système est donc très importante pour choisir une politique de maintenance adéquate. Ce point va être évalué en détail dans la section suivante.

## 5.6 Analyse des performances des politiques

Cette section est consacrée à l'évaluation des politiques de maintenance  $(\tau, T)$  et  $(A, T)$  afin de mieux comprendre leurs performances, leurs conditions d'utilisation, ainsi que l'efficacité de l'intégration des informations de surveillance dans la prise de décision dans la maintenance corrective. Pour ce faire, nous utilisons la politique  $PAR$  comme référence, et nous introduisons le gain relatif du coût moyen asymptotique optimal (abrégié ultérieurement par "gain relatif") comme un critère de performance économique pour préconiser l'une ou

l'autre politique de maintenance. Soit  $P1$  et  $P2$  deux politiques de maintenance, le gain relatif de la politique  $P1$  par rapport à la politique  $P2$ , noté  $GR_{P1/P2}$ , s'exprime par :

$$GR_{P1/P2} = \frac{C_{\infty}^{P2,opt} - C_{\infty}^{P1,opt}}{C_{\infty}^{P2,opt}}, \quad (5.29)$$

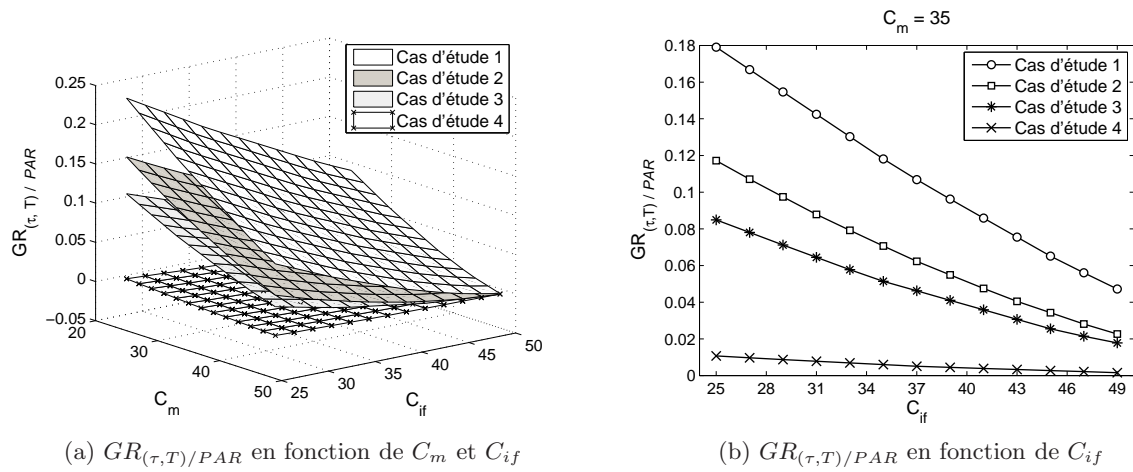
où  $C_{\infty}^{P1,opt}$  et  $C_{\infty}^{P2,opt}$  sont respectivement les coûts moyens asymptotiques optimaux des politiques  $P1$  et  $P2$ . Si  $GR_{P1/P2} > 0$ , la politique  $P1$  est plus profitable que la politique  $P2$ ; si  $GR_{P1/P2} = 0$ , on dit que les politiques  $P1$  et  $P2$  ont le même profit; et si  $GR_{P1/P2} < 0$ , la politique  $P1$  est moins avantageuse que la politique  $P2$ . On verra plus tard que le gain relatif est très commode pour illustrer les résultats de comparaison des différentes politiques de maintenance.

### 5.6.1 Analyse numérique des performances de la politique $(\tau, T)$

La maintenance corrective peut faire appel à une réparation minimale déclenchée en fonction de l'âge du système au moment de la défaillance. Pour évaluer son efficacité, on s'appuie sur les politiques  $(\tau, T)$  et  $PAR$  et on étudie l'évolution du gain relatif de la politique  $(\tau, T)$  par rapport à la politique  $PAR$ ,  $GR_{(\tau,T)/PAR}$ . Comme montré dans la section 5.4, la politique  $PAR$  est un cas spécial de la politique  $(\tau, T)$ ,  $GR_{(\tau,T)/PAR} \geq 0$  et bien sûr que la politique  $(\tau, T)$  est toujours préférable. Le but principal de cette section consiste donc dans la détermination des configurations où la politique  $(\tau, T)$  peut créer au mieux un avantage économique. Comme on s'intéresse à l'influence de la variance et de la vitesse de la dégradation, et de l'intensité du processus de chocs sur  $GR_{(\tau,T)/PAR}$ , quatre configurations type suivantes sont étudiées :

1. Dégradation lente et stable, événements de choc fréquents :  $\alpha = \beta = 1$  ( $m = 1, \sigma^2 = 1$ ),  $r_1(t) = 0.1$  et  $r_2(t) = 0.5$ ,
2. Dégradation lente et chaotique, événements de choc fréquents :  $\alpha = \beta = 0.1$  ( $m = 1, \sigma^2 = 10$ ),  $r_1(t) = 0.1$  et  $r_2(t) = 0.5$ ,
3. Dégradation rapide et chaotique, événements de choc fréquents :  $\alpha = 0.4, \beta = 0.2$  ( $m = 2, \sigma^2 = 10$ ),  $r_1(t) = 0.1$  et  $r_2(t) = 0.5$ ,
4. Dégradation rapide et chaotique, événements de choc rares :  $\alpha = 0.4, \beta = 0.2$  ( $m = 2, \sigma^2 = 10$ ),  $r_1(t) = 0.01$  et  $r_2(t) = 0.05$ .

Ces quatre configurations représentent une combinaison complète des caractéristiques du système. Les autres paramètres du modèle sont choisis par  $M_s = 20$  et  $L = 30$ . Les coûts unitaires de remplacement préventif et correctif ne causent pas une disparité considérable dans les performances des politiques  $(\tau, T)$  et  $PAR$ , ils sont fixés alors à  $C_p = 50$  et  $C_c = 100$  respectivement. Figure 5.6 représente les évolutions de  $GR_{(\tau,T)/PAR}$  pour les cas d'études ci-dessus. Dans la sous-figure 5.6a,  $GR_{(\tau,T)/PAR}$  évolue en fonction du coût d'inspection  $C_{if}$  et du coût de réparation minimale  $C_m$ , alors que dans la sous-figure 5.6b, il évolue selon  $C_{if}$  quand le coût de réparation minimale est fixé à  $C_m = 35$ . Il est facile de montrer que  $GR_{(\tau,T)/PAR}$  est une fonction décroissante monotone de  $C_{if}$  et  $C_m$ . La politique  $(\tau, T)$  est d'autant plus efficace pour les valeurs faibles de  $C_{if}$  et/ou  $C_m$ . On peut remarquer également que plus les événements de choc sont fréquents, plus la dégradation est lente et stable, plus la politique  $(\tau, T)$  est rentable par rapport à la politique  $PAR$ . La raison est que dans cette configuration, les événements de choc sont le facteur principal qui cause la défaillance totale du système, et donc la majorité des actions de maintenance corrective sont des réparations minimales. En outre, comme la somme des coûts d'inspection  $C_{if}$  et de réparation minimale

Figure 5.6 – Évolution du gain relatif  $GR_{(\tau,T)/PAR}$ 

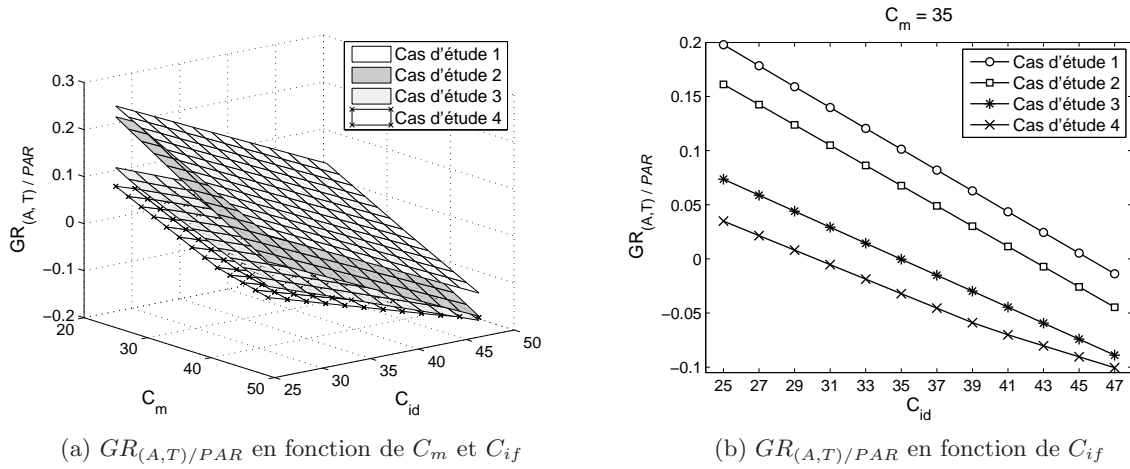
$C_m$  est souvent beaucoup plus petite que le coût de remplacement correctif  $C_c$ , la politique  $(\tau, T)$  est alors plus profitable que la politique  $PAR$  (cf. cas d'étude 2 vs. cas d'étude 3, et cas d'étude 3 vs. cas d'étude 4). Par ailleurs, la décision de réparation minimale dans la politique  $(\tau, T)$  étant basée sur l'âge du système, elle est donc très appropriée à un phénomène de dégradation peu chaotique. C'est la raison pour laquelle le gain de la politique  $(\tau, T)$  est particulièrement clair quand la variance de la dégradation est faible (cf. cas d'étude 1 vs. cas d'étude 2).

### 5.6.2 Analyse numérique des performances de la politique $(A, T)$

Une réparation minimale dépendante du niveau de dégradation est aussi très prometteuse pour une opération de maintenance corrective. Afin de montrer l'intérêt de ce type de réparation, on étudie dans cette section l'évolution du gain relatif de la politique  $(A, T)$  par rapport à la politique  $PAR$ ,  $GR_{(A,T)/PAR}$ . Les études sont menées sur différentes situations de coûts d'intervention et de caractéristiques du système. De la même manière que dans la section précédente, on s'intéresse à l'impact de la variance et de la vitesse de la dégradation, et de l'intensité du processus de chocs sur  $GR_{(A,T)/PAR}$ , on considère alors les quatre configurations type suivantes :

1. Dégradation lente et chaotique, événements de choc fréquents :  $\alpha = \beta = 0.1$  ( $m = 1, \sigma^2 = 10$ ),  $r_1(t) = 0.1$  et  $r_2(t) = 0.5$ ,
2. Dégradation lente et stable, événements de choc fréquents :  $\alpha = \beta = 1$  ( $m = 1, \sigma^2 = 1$ ),  $r_1(t) = 0.1$  et  $r_2(t) = 0.5$ ,
3. Dégradation lente et chaotique, événements de choc rares :  $\alpha = \beta = 1$  ( $m = 1, \sigma^2 = 1$ ),  $r_1(t) = 0.0375$  et  $r_2(t) = 0.1875$ ,
4. Dégradation rapide et stable, événements de choc rares :  $\alpha = 4, \beta = 2$  ( $m = 2, \sigma^2 = 1$ ),  $r_1(t) = 0.0375$  et  $r_2(t) = 0.1875$ .

Les autres paramètres et coûts d'interventions sont choisis par  $M_s = 20$  et  $L = 30$ ,  $C_p = 50$  et  $C_c = 100$ . La figure 5.7 montre les évolutions de  $GR_{(A,T)/PAR}$  correspondantes aux cas d'études ci-dessus. Les sous-figures 5.7a et 5.7b représentent respectivement les évolutions de  $GR_{(\tau,T)/PAR}$  en fonction de  $C_{id}$  et  $C_m$ , et en fonction de  $C_{id}$  quand le coût  $C_m$  est fixé à  $C_m = 35$ .  $GR_{(A,T)/PAR}$  étant une fonction décroissante monotone de  $C_{id}$  et/ou  $C_m$ , la

Figure 5.7 – Évolution du gain relatif  $GR_{(A,T)/PAR}$ 

politique  $(A, T)$  peut être plus rentable que la politique  $PAR$  lorsque les inspections et ou les réparations sont moins onéreuses. En effet, on peut constater que si de plus l'intensité du processus de chocs est grande et/ou la vitesse de dégradation est petite, la politique  $(A, T)$  est vraiment profitable (cf. cas d'étude 2 vs. cas d'étude 3 et cas d'étude 3 vs. cas d'étude 4). L'intérêt de la politique  $(A, T)$  devient plus évident quand l'évolution de la dégradation devient plus chaotique (cf. cas d'étude 1 vs. cas d'étude 2), car dans cette configuration le comportement moyen du système n'est plus représentatif et la connaissance du niveau réel de dégradation permet de réduire considérablement les coûts de maintenance. Dans ce cas, il peut alors être utile d'investir dans les techniques de surveillance de l'état, et de suivre étroitement l'évolution de la dégradation pour prendre décision de réparation minimale. Cependant, quand les coûts de réparation et d'inspection augmentent, la politique  $(A, T)$  peut perdre son intérêt et la politique  $PAR$  devient plus avantageuse. Ceci représente clairement dans le cas des événements de chocs rares et le processus de dégradation stable. C'est pourquoi, même si la politique  $(A, T)$  peut créer un avantage économique significatif, il nous faut toujours être prudent en décision de réparation minimale conditionnelle.

### 5.6.3 Comparaison des performances des politiques $(\tau, T)$ et $(A, T)$

On a montré dans les sections précédentes que les politiques  $(\tau, T)$  et  $(A, T)$  ont des avantages économiques considérables par rapport à la politique  $PAR$ . Dans cette section, on examine les conditions d'utilisation appropriées de chacune de ces politiques. Pour ce faire, on étudie l'évolution du gain relatif  $GR_{(A,T)/(\tau,T)}$  en fonction de  $C_{if}$  et  $\Delta C_i = C_{id} - C_{if}$  en faisant varier le coût  $C_m$  et le comportement dynamique du système l'un après l'autre.

#### Sensibilité au comportement dynamique

Pour étudier la sensibilité aux caractéristiques du système des politiques  $(\tau, T)$  et  $(A, T)$ , on fixe le coût de réparation minimale  $C_m = 30$ , et considère les configurations type suivantes :

1. Dégradation chaotique, événements de choc fréquents :  $\alpha = \beta = 0.1$  ( $m = 1, \sigma^2 = 10$ ),  $r_1(t) = 0.1$  et  $r_2(t) = 0.5$ ,
2. Dégradation stable, événements de choc fréquents :  $\alpha = \beta = 1$  ( $m = 1, \sigma^2 = 1$ ),  $r_1(t) =$

0.1 et  $r_2(t) = 0.5$ ,

- Dégradation chaotique, événements de choc rares :  $\alpha = \beta = 1$  ( $m = 1, \sigma^2 = 1$ ),  $r_1(t) = 0.025$  et  $r_2(t) = 0.125$ .

Les autres paramètres et les coûts de remplacements sont choisis par  $M_s = 20$  et  $L = 30$ ,  $C_p = 50$  et  $C_c = 100$ . Les sous-figures 5.8a et 5.8b montrent les évolutions de  $GR_{(A,T)/(\tau,T)}$  correspondantes à ces configurations. Comme  $GR_{(A,T)/(\tau,T)}$  est une fonction décroissante

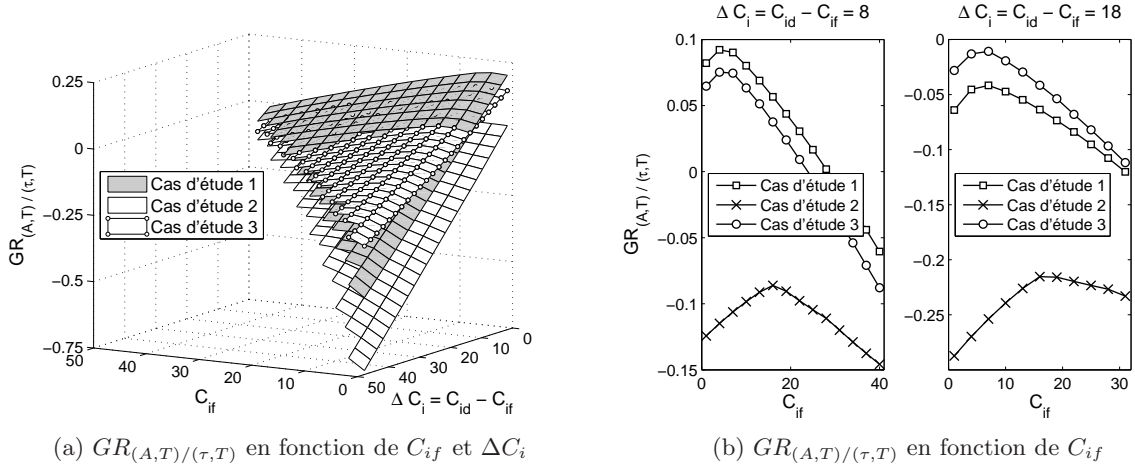


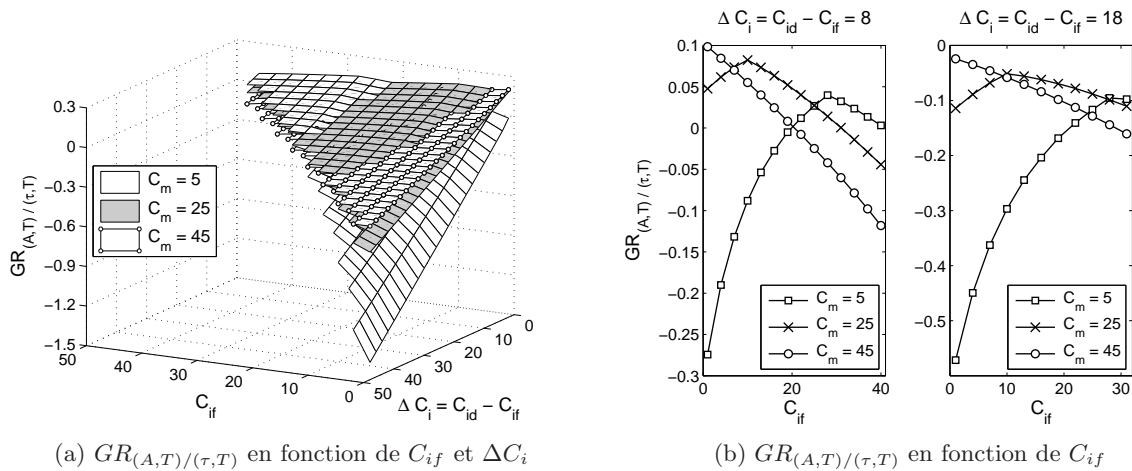
Figure 5.8 – Évolution du gain relatif  $GR_{(A,T)/(\tau,T)}$

monotone de  $\Delta C_i$ , la politique  $(A, T)$  peut être meilleure en terme du coût par rapport à la politique  $(\tau, T)$  lorsque  $\Delta C_i$  est faible. De plus  $GR_{(A,T)/(\tau,T)}$  est une fonction concave de  $C_{if}$ , cet intérêt n'est valable que pour les valeurs intermédiaires de  $C_{if}$ . Il est donc difficile de dire quelle politique est plus efficace dans le cas général. Malgré cela, on peut montrer le profit de chacune des politiques dans des cas spécifiques en analysant leurs gains relatifs. À titre exemple, on peut voir sur la figure 5.8 que la politique  $(A, T)$  peut être plus rentable lorsque  $\Delta C_i$  et  $C_{if}$  sont suffisamment petits et la variance du processus de dégradation est grande. Une des raisons est qu'une décision conditionnelle de réparation peut mieux s'adapter au vrai état du système que ne peut le faire une décision calendaire. Ainsi plus la dégradation est chaotique, plus la politique  $(A, T)$  est avantageuse. Dans le cas de  $\Delta C_i$  important (c-à-d lorsque le coût supplémentaire payé pour la surveillance de la dégradation est trop grand), la politique  $(\tau, T)$  est toujours plus profitable quelles que soient les autres conditions (cf. sous-figure 5.8b).

### Sensibilité au coût de réparation minimale

Cette analyse porte sur le système défini par l'ensemble des paramètres  $\alpha = \beta = 0.1$  ( $m = 1, \sigma^2 = 10$ ),  $r_1(t) = 0.1$ ,  $r_2(t) = 0.5$ ,  $M_s = 20$  et  $L = 30$ . Les coûts de remplacements sont fixés par  $C_p = 50$  et  $C_c = 100$ , et le coût de réparation minimale varie  $C_m = 5, 25$  et  $45$  respectivement. La figure 5.9 représente les évolutions du gain relatif  $GR_{(A,T)/(\tau,T)}$  pour les différents coûts  $C_m$ . Comme dans l'analyse de la sensibilité au comportement dynamique, on peut voir qu'il est impossible de conclure de manière générale sur le profit de chacune des politiques  $(A, T)$  et  $(\tau, T)$  en examinant la sensibilité au coût  $C_m$ . Les résultats numériques montrent qu'il existe des situations où la politique  $(A, T)$  est meilleure en terme du coût. Quand  $\Delta C_i$  est important, la politique  $(\tau, T)$  est toujours plus rentable (cf. sous-figure 5.9b).



Figure 5.9 – Évolution du gain relatif  $GR_{(A,T)/(\tau,T)}$ 

## 5.7 Conclusion et perspectives

### 5.7.1 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé deux nouvelles politiques de maintenance et nous avons développé les modèles mathématiques de coût associés qui peuvent être vus comme des extensions du modèle classique de la politique de remplacement basé sur l'âge. Ces modèles permettent d'évaluer l'intérêt de la prise en compte des informations de surveillance en maintenance corrective. Pour les nouvelles politiques, une maintenance corrective possible soit un remplacement à neuf, soit une réparation minimale. La décision de réparation minimale de la première politique dépend d'un seuil de l'âge (c-à-d. critère calendaire), alors que celle de la seconde politique dépend d'un seuil de dégradation (c-à-d. critère conditionnel). Les performances de ces politiques sont comparées à celles de la politique classique sur la base des coûts moyens asymptotiques optimaux de maintenance. Les résultats numériques montrent que dans de nombreuses configurations, la réparation minimale (selon le critère calendaire ou conditionnel) peut créer un avantage économique considérable par rapport au remplacement à neuf. Ceci veut dire que la prise en compte des informations de surveillance dans la maintenance corrective peut s'avérer réellement rentable. Néanmoins, l'utilisation d'un critère de réparation minimale et le choix d'investissement dans la surveillance doivent rester prudents et devraient se décider sur la base de l'analyse de coûts.

### 5.7.2 Perspectives

La suite des travaux dans ce chapitre s'intéresse à l'intégration des interventions imparfaites (niveau de remise à neuf se situe entre l'état "aussi bon que neuf" et l'état "aussi mauvais que vieux") dans une politique conditionnelle. Ces actions peuvent être appliquées en maintenance préventive ou corrective. Concernant la maintenance imparfaite, on peut prendre en compte une durée de réparation non nulle dans la modélisation de maintenance. L'ensemble de ces perspectives promet un modèle de maintenance plus réaliste. Pourtant, la difficulté majeure d'un tel modèle réside dans l'évaluation analytique du coût moyen asymptotique. Des théories probabilistes sophistiquées ou une méthode numérique élaborée peuvent être utilisées pour surmonter ce problème.

## Chapitre 6

# Information de surveillance et construction d'un indicateur de décision en maintenance

### 6.1 Introduction

Dans le cadre de politiques de maintenance conditionnelle, l'indicateur de décision conditionnel est un élément essentiel. Un bon indicateur devrait caractériser précisément l'état de santé courant et futur du système. Dans les chapitres précédents, nous pouvons constater que le niveau de dégradation du système est un indicateur potentiel pour l'aide de décision en maintenance. En effet, il est un indicateur traditionnel sur lequel s'appuient la plupart des stratégies de maintenance conditionnelle développées dans la littérature [141, 268]. Néanmoins, comme le niveau de dégradation ne contient que les informations sur l'état actuel du système, il ne suffit pas d'être un bon indicateur. Ceci est d'autant plus vrai pour les systèmes dont la défaillance est due non seulement à la dégradation mais aussi à d'autres causes : le niveau de dégradation devient rapidement insuffisant pour refléter complètement l'état de santé du système. Cela nous mène à construire dans ce chapitre un nouvel indicateur conditionnel plus pertinent que le niveau de dégradation pour la prise de décision en maintenance.

Un tel indicateur est possible la durée de vie résiduelle moyenne (*MRL - Mean Residual Life*) du système estimée à partir des informations sur la dégradation. Cet indicateur reflète non seulement l'état de santé actuel mais aussi l'état futur du système. En réalité, la *MRL* a des répercussions significatives sur la planification des opérations de maintenance, la provision des pièces de rechange, la performance opérationnelle, etc., ainsi sa prédiction est considérée comme l'élément moteur dans le domaine de maintenance conditionnelle [141] et de pronostic [242, 243]. Toutefois, il est surprenant que très peu de stratégies de maintenance considérant la *MRL* soient développées. Alors, une question se pose naturellement si la prédiction de *MRL* est vraiment nécessaire lorsque le niveau de dégradation est déjà un indicateur plus ou moins efficace, et si la prise en compte de *MRL* dans la décision en maintenance peut réduire les coûts d'interventions. Pour répondre à cette question, nous développons tout d'abord des formules analytiques permettant de calculer la *MRL* et nous montrons comment la *MRL* est capable de mieux caractériser l'état courant du système et de mieux prévoir son évolution que le niveau de dégradation. Par la suite, afin d'apprécier le gain apporté par la *MRL*, nous construisons le modèle du coût d'une stratégie de maintenance conditionnelle périodique basée sur la *MRL*, et nous le comparons au modèle  $(\Delta T, M)$  (cf. chapitre 4). Toutes ces études sont portées sur le modèle *DTDS* considéré dans le chapitre 3. Les résultats obtenus nous permettent de conclure à l'efficacité de *MRL* et de justifier le choix entre la *MRL* et le niveau de dégradation.

La section 6.2 est dédiée à la construction des expressions mathématiques permettant de prédire la *MRL* et de déterminer ses propriétés. Dans la section 6.3, nous proposons une politique de maintenance simple basée sur *MRL*, et nous construisons son modèle mathématique du coût. Dans la section 6.4, nous effectuons des études numériques pour évaluer les performances de la nouvelle politique, et de ce fait quantifier le gain apporté par la prise en compte

de *MRL* dans la décision en maintenance. Enfin, nous concluons ce chapitre et proposons quelques perspectives issues de cette étude dans la section 6.5.

## 6.2 Durée de vie résiduelle moyenne conditionnelle

La durée de vie résiduelle (*RUL* - *Remaining Useful Life*) d'un système correspond au temps restant avant que le système ne puisse plus réaliser avec succès ses fonctions requises et doive être remplacé [92]. De manière générale, la *RUL* à la date  $t$  s'exprime par [141] :

$$\tau_f - t \mid \tau_f > t, \mathbf{Z}_{0:t}, \quad (6.1)$$

où  $\tau_f$  est la date de défaillance du système,  $\mathbf{Z}_{0:t}$  correspond à l'ensemble des covariables corrélées à la condition du système collecté jusqu'à l'instant  $t$ . De nombreux travaux dans la littérature estiment la *RUL* suivant une méthode non-conditionnelle dans le sens où des informations de surveillance ne sont pas prises en compte dans l'estimation,  $\tau_f - t \mid \tau_f > t$ , [27, 33, 41, 200, 255]. Cette méthode d'estimation est souvent moins précise car elle fournit une valeur de *RUL* de variance relativement large. Cette *RUL* n'est pas donc très utile, notamment dans le but de planifier les opérations de maintenance au meilleur moment [15]. Cependant, lorsqu'il est possible d'avoir accès à des informations reliées à la condition de santé du système  $\mathbf{Z}_{0:t}$ , il est intéressant de les intégrer dans l'estimation, car la variance de *RUL* peut être ainsi sensiblement réduite [16, 289]. Ceci est la méthode conditionnelle d'estimation de *RUL*. Le mérite de cette méthode nous amène à calculer la *MRL* en nous appuyant sur l'équation (6.1). De plus, étant donné la surveillance parfaite et la propriété d'absence de mémoire du processus de dégradation,  $\mathbf{Z}_{0:t} = x_t$ ; la *MRL* à la date  $t$ , sachant le niveau de dégradation  $x_t$ , est calculée par l'expression :

$$m_{x_t}(t) = E[\tau_f - t \mid \tau_f > t, x_t] = \int_t^\infty R(u \mid x_t) du, \quad (6.2)$$

où  $R(u \mid x_t)$  est la fiabilité conditionnelle du système à l'instant  $u$ , sachant le niveau de dégradation  $x_t$  et que le système est encore en marche à  $t$ .

Pour le modèle *DTDS*, le système est soumis aux risques concurrents dépendants de type dégradation ou chocs. Le système tombe en panne dès que le niveau de dégradation dépasse un seuil  $L$  ou un choc survient. Dans ce cas, sa date de défaillance  $\tau_f$  est exprimée par (3.6) :

$$\tau_f = \min\{\tau_L, \tau_s\} = \inf\{t \geq 0, x_t \geq L \text{ ou } N_t = 1\},$$

et sa fiabilité conditionnelle  $R(u \mid x_t)$  est alors calculée par :

$$\begin{aligned} R(u \mid x_t) &= P(u < \tau_f \mid x_t) = P(x_u < L, N_u = 0 \mid x_t) \\ &= R_1(u \mid x_t) 1_{\{x_t < M_s\}} + R_2(u \mid x_t) 1_{\{x_t \geq M_s\}}, \end{aligned} \quad (6.3)$$

où  $R_1(u \mid x_t)$  et  $R_2(u \mid x_t)$  sont donnés respectivement par :

$$\begin{aligned} R_1(u \mid x_t) &= \bar{F}_{\tau_{M_s - x_t}}(u - t) \frac{\bar{F}_1(u)}{\bar{F}_1(t)} \\ &+ \int_t^u \bar{F}_{\tau_L - \tau_{M_s}}(u - v) \frac{\bar{F}_1(v) \bar{F}_2(u)}{\bar{F}_1(t) \bar{F}_2(v)} f_{\tau_{M_s - x_t}}(v - t) dv \end{aligned} \quad (6.4)$$

$$R_2(u \mid x_t) = \bar{F}_{\tau_L - x_t}(u - t) \frac{\bar{F}_2(u)}{\bar{F}_2(t)}, \quad (6.5)$$

dans lesquels,  $\bar{F}_1$  et  $\bar{F}_2$  sont donnés par (3.17),  $\bar{F}_{\tau_{M_s-x_t}}$ ,  $\bar{F}_{\tau_{L-x_t}}$  et  $f_{\tau_{M_s-x_t}}$  sont calculés respectivement par (3.7) et (3.8),  $\bar{F}_{\tau_L-\tau_{M_s}}$  est calculé exactement par (3.10) ou est approché par (3.15). Ainsi, la *MRL* du modèle *DTDS* à l'instant  $t$ , sachant le niveau de dégradation  $x_t$ , est calculée selon les équations (6.2) et (6.3).

En particulier, lorsque le taux de défaillance par choc  $r(t, x_t) = 0$  ( $r_1(t) = r_2(t) = 0$ , cf. équation (3.4)), le modèle *DTDS* revient au modèle *DT*. Dans ce cas, la *MRL* peut s'exprimer explicitement par l'expression :

$$\begin{aligned} m_{x_t}(t) &= \int_t^\infty \bar{F}_{\tau_{L-x_t}}(u-t) du = \int_0^\infty \bar{F}_{\tau_{L-x_t}}(w) dw = E[\tau_{L-x_t}] \\ &= \frac{1}{\alpha} \left( \beta(L-x_t) + \frac{1}{2} - \int_{\beta(L-x_t)}^\infty (\rho(y) - 1) dy \right), \end{aligned} \quad (6.6)$$

où  $\rho(y) = \int_0^\infty f_{u,1}(y) du$ , et la densité  $f_{u,1}(y)$  est donnée par 3.1 (voir aussi la section 3.4 du chapitre 3).

La figure 6.1 montre une illustration des surfaces de *MRL* en fonction du niveau de dégradation  $x_t$  et la date  $t$  pour les cas de taux de défaillance par choc  $r_1(t)$  et  $r_2(t)$  égaux 0 (cf. sous-figure 6.1a), constants (cf. sous-figure 6.1b), et linéaires par rapport au temps  $t$  (cf. sous-figure 6.1c). Les commentaires sur ces figures sont donnés par la remarque 6.1.

**Lemme 6.1.** *Pour un niveau de dégradation  $x_t$  fixé,  $0 \leq x_t \leq L$ , la durée de vie résiduelle  $m_{x_t}(t)$  est une fonction non-croissante du temps  $t$ .*

*Démonstration.* On doit montrer que sachant  $t_1 \leq t_2$  et un niveau de dégradation  $x$  fixé,  $m_x(t_1) \geq m_x(t_2)$ . Pour ce faire, on distingue les deux cas  $x < M_s$  et  $x \geq M_s$ .

Lorsque  $x < M_s$ , la *MRL* du modèle *DTDS* s'exprime par :

$$\begin{aligned} m_x(t) &= \int_t^\infty R_1(u|x) du = \int_0^\infty \bar{F}_{\tau_{M_s-x}}(u) \frac{\bar{F}_1(u+t)}{\bar{F}_1(t)} du \\ &+ \int_0^\infty \int_0^\infty \bar{F}_{\tau_L-\tau_{M_s}}(v) \frac{\bar{F}_1(u+t) \bar{F}_2(u+v+t)}{\bar{F}_1(t) \bar{F}_2(u+t)} f_{\tau_{M_s-x}}(u) dudv. \end{aligned} \quad (6.7)$$

Étant donné que  $r_1(t)$  et  $r_2(t)$  sont des fonctions non-décroissantes en temps  $t$ , les fonctions  $\frac{\bar{F}_1(u+t)}{\bar{F}_1(t)}$  et  $\frac{\bar{F}_2(u+v+t)}{\bar{F}_2(u+t)}$  sont non-croissantes en temps  $t$ . Ainsi, on obtient  $m_x(t_1) \geq m_x(t_2)$ .

Lorsque  $x \geq M_s$ , la *MRL* du modèle *DTDS* s'exprime par :

$$m_x(t) = \int_t^\infty R_2(u|x) du = \int_0^\infty \bar{F}_{\tau_{L-x}}(u) \frac{\bar{F}_2(u+t)}{\bar{F}_2(t)} du. \quad (6.8)$$

$\frac{\bar{F}_2(u+t)}{\bar{F}_2(t)}$  est non-croissante en temps  $t$  pour  $r_2(t)$  non-décroissante,  $m_x(t_1) \geq m_x(t_2)$ . ■

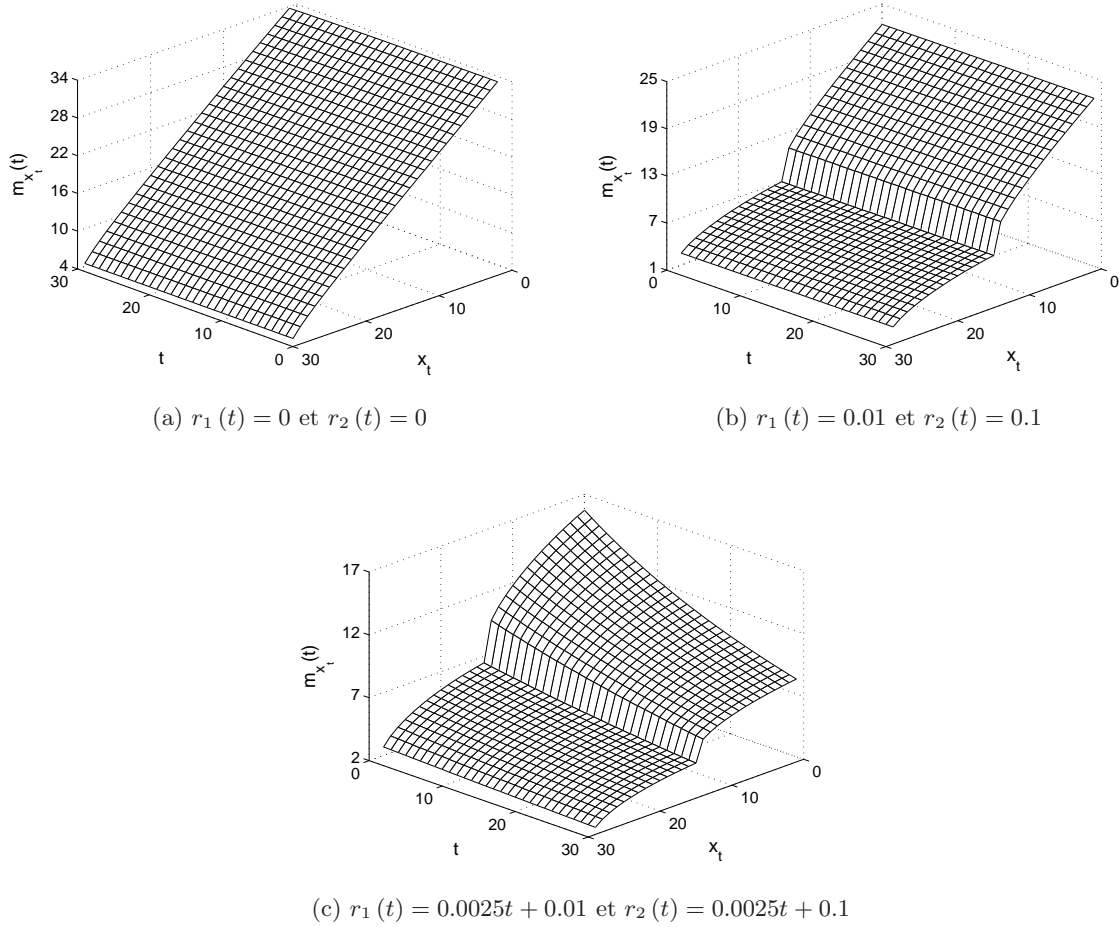


Figure 6.1 – MRL du modèle DTDS -  $\alpha = 0.1$ ,  $\beta = 0.1$ ,  $L = 30$ ,  $M_s = 15$ .

**Lemme 6.2.** Pour un temps  $t$  fixé,  $0 \leq t$ , la durée de vie résiduelle  $m_{x_t}(t)$  est une fonction non-croissante du niveau de dégradation  $x_t$ .

*Démonstration.* Une démonstration détaillée du lemme 6.2 est représenté dans l'annexe C. ■

Les lemmes 6.1 et 6.2 impliquent le corollaire suivant.

**Corollaire 6.1.** Pour tous les temps  $0 \leq u \leq v$  et les niveaux de dégradation  $0 \leq x \leq y \leq L$ , les MRLs du modèle DTDS ont les propriétés suivantes :

$$m_x(u) \geq m_x(v) \geq m_y(v),$$

$$m_x(u) \geq m_y(u) \geq m_y(v).$$

**Remarque 6.1.** La MRL du modèle DTDS,  $m_{x_t}(t)$ , dépend à la fois de deux variables  $x_t$  et  $t$ , elle représente non seulement le niveau de dégradation  $x_t$  du système mais aussi le taux de défaillance par choc  $r(t, x_t)$ .

- Lorsque la fonction  $r(t, x_t)$  est constante en temps  $t$ ,  $m_{x_t}(t)$  et  $x_t$  apportent les mêmes connaissances sur le système (cf. figures 6.1a et 6.1b). Ainsi, l'étape de prédiction de MRL devient inutile et le niveau de dégradation est déjà suffisant pour la prise de décision en maintenance.

- Lorsque la fonction  $r(t, x_t)$  dépend du temps  $t$ ,  $m_{x_t}(t)$  contient plus d'informations sur l'état de santé du système que le niveau de dégradation (cf. figure 6.1c). Dans ce cas, il est intéressant de prédire la MRL et de l'introduire dans la décision de maintenance.

### 6.3 Politique et modèle de maintenance basé sur MRL

L'objectif de cette section est de développer un modèle de maintenance conditionnelle permettant de quantifier le gain apporté par la prise en compte de MRL dans la décision en remplacement préventif. Pour ce faire, on propose une politique de maintenance conditionnelle périodique basée sur MRL et on la compare à la politique  $(\Delta T, M)$  proposée dans le chapitre 4. Le coût moyen asymptotique est utilisé comme un critère de performance et les hypothèses sur le système maintenu sont données dans la section 4.2 du chapitre 4.

#### 6.3.1 Politique $(\Delta T, m)$

Nous nous sommes placés dans le cadre des politiques d'inspection/remplacement conditionnelles périodiques, en envisageant un indicateur de décision calendaire au niveau des dates d'interventions et conditionnel au niveau de la nature des interventions. Dans un cycle de renouvellement, les règles de décision d'une telle politique s'énoncent de manière suivante. L'état de santé du système est inspecté périodiquement (la période inter-inspection est notée  $\Delta T$ ) à un coût unitaire  $C_{id}$ . À la date d'inspection  $T_i = i \cdot \Delta T$ ,  $i = 1, 2, \dots$ ,

- Si le système est tombé en panne due à la dégradation ( $x_{T_i} \geq L$ ) ou due au choc ( $N_{T_i} \geq 1$ ), il est remplacé correctivement pour un coût unitaire  $C_c$ , et la durée d'indisponibilité du système engendre un coût au taux  $C_d$ . Après remplacement, le système est aussi bon que neuf et un nouveau cycle de renouvellement commence.
- Sinon, on estime la MRL,  $m_{x_{T_i}}(T_i)$ , à partir du niveau de dégradation surveillé  $x_{T_i}$  selon l'équation (6.2) et on prend une décision conditionnée par la valeur de MRL comme suit :
  - ▷ Si  $m_{x_{T_i}}(T_i) \leq m$ , on effectue un remplacement préventif pour un coût unitaire  $C_p$ . Après remplacement, le système est aussi bon que neuf et un nouveau cycle de renouvellement commence.
  - ▷ Si  $m_{x_{T_i}}(T_i) > m$ , aucune intervention supplémentaire n'est réalisée à cette date, et la même règle de décision est appliquée à la date d'inspection suivante  $T_{i+1} = T_i + \Delta T$ .

La période d'inter-inspection  $\Delta T$  et le seuil de remplacement préventif  $m$  sont les deux variables de décision. Pour insister sur la structure périodique conditionnée par la MRL de cette politique, on l'appelle politique  $(\Delta T, m)$ . La structure de politique  $(\Delta T, m)$  est similaire à celle de la politique  $(\Delta T, M)$  (cf. section 4.3 du chapitre 4) excepté le fait que la MRL est prise en compte dans la décision en remplacement préventif à la place du niveau de dégradation surveillé. Comparer ces deux politiques peut fournir des résultats représentatifs pour évaluer la performance de deux indicateurs de décision en maintenance : la MRL et le niveau de dégradation. Il faut noter que ces deux indicateurs ne sont pas équivalents pour le modèle DTDS (cf. remarque 6.1).

#### 6.3.2 Modèle mathématique d'évaluation de la maintenance

Le critère de performance retenu est le coût moyen asymptotique  $C_\infty^{\Delta T, m}(\Delta T, m)$ . Dans la mesure où le système est neuf à l'état initial et est remis à neuf après chaque remplacement,

on peut appliquer le théorème de renouvellement [11] pour évaluer ce coût comme le quotient du coût moyen sur un cycle de renouvellement divisé par la longueur moyenne du cycle [258] :

$$C_{\infty}^{\Delta T, m}(\Delta T, m) = \frac{C_{id}E[N_i^{\Delta T, m}(\Delta T, m)] + C_p P_p^{\Delta T, m}(\Delta T, m)}{E[S^{\Delta T, m}(\Delta T, m)]} + \frac{C_c(1 - P_p^{\Delta T, m}(\Delta T, m)) + C_d E[W_d^{\Delta T, m}(\Delta T, m)]}{E[S^{\Delta T, m}(\Delta T, m)]}, \quad (6.9)$$

où  $N_i^{\Delta T, m}(\Delta T, m)$ ,  $P_p^{\Delta T, m}(\Delta T, m)$  et  $W_d^{\Delta T, m}(\Delta T, m)$  sont respectivement le nombre d'inspections, la probabilité de remplacement préventif et la durée d'indisponibilité sur un cycle de renouvellement  $S^{\Delta T, m}(\Delta T, m)$  en adoptant la politique  $(\Delta T, m)$ .

À ce stade, toute la difficulté restante réside dans le calcul des grandeurs  $E[N_i^{\Delta T, m}(\Delta T, m)]$ ,  $P_p^{\Delta T, m}(\Delta T, m)$ ,  $E[W_d^{\Delta T, m}(\Delta T, m)]$  et  $E[S^{\Delta T, m}(\Delta T, m)]$ . Le principe du calcul est de transformer les *MRLs* considérées aux niveaux de dégradation associés, et de décrire tous les scénarios possibles sur la base des niveaux de dégradation transformés en faisant attention au fait que les processus de dégradation  $\{x_t\}_{t \geq 0}$  et de chocs  $\{N_t\}_{t \geq 0}$  sont indépendants conditionnellement au temps d'atteinte  $\tau_{M_s}$  du seuil  $M_s$ . Pourtant, comme l'évaluation analytique est relativement longue et complexe, on ne la présente pas ici.

La figure 6.2 illustre le coût moyen asymptotique  $C_{\infty}^{\Delta T, m}(\Delta T, m)$  de la politique  $(\Delta T, m)$  pour l'ensemble de paramètres  $\alpha = 0.5$ ,  $\beta = 0.5$ ,  $M_s = 15$ ,  $L = 30$ ,  $r_1(t) = 0.0025t + 0.01$ ,  $r_2(t) = 0.0025t + 0.1$ ,  $C_{id} = 5$ ,  $C_p = 50$ ,  $C_c = 100$  et  $C_d = 25$ . La surface de coût et les

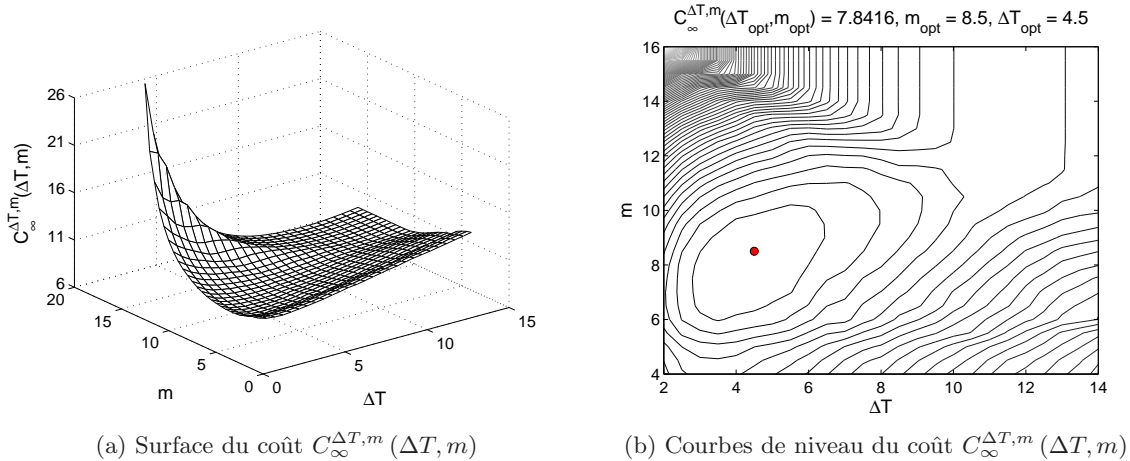


Figure 6.2 – Illustration du coût moyen asymptotique de la politique  $(\Delta T, m)$

courbes de niveau du coût  $C_{\infty}^{\Delta T, m}(\Delta T, m)$  sont respectivement tracées dans les sous-figures 6.2a et 6.2b. La convexité de sa forme montre l'existence d'un réglage optimal des valeurs de la période d'inter-inspection  $\Delta T$  et de la durée de vie résiduelle moyenne "seuil"  $m$ . En effet, pour l'ensemble de paramètres ci-dessus, l'optimisation des variables de décision conduit aux valeurs optimales  $\Delta T_{opt} = 4.5$  et  $m_{opt} = 8.5$  qui correspondent à un coût optimal  $C_{\infty}^{\Delta T, m}(\Delta T_{opt}, m_{opt}) = 7.8416$ .

### 6.3.3 Analyse de l'équivalence des politiques $(\Delta T, m)$ et $(\Delta T, M)$

La politique  $(\Delta T, M)$  est une politique d'inspection/remplacement périodique basée sur le niveau de dégradation observé du système (cf. section 4.3 du chapitre 4). Les structures des politiques  $(\Delta T, m)$  et  $(\Delta T, M)$  montrent que leur différence réside dans la façon dont est prise la décision de remplacement préventif. Pour analyser leur équivalence, il suffit d'étudier les probabilités de remplacement préventif de ces deux politiques. Ces études portent sur deux cas de figures du modèle *DTDS* :  $r(t, x_t)$  indépendant du temps, et  $r(t, x_t)$  dépendant du temps.

#### Cas de figure de $r(t, x_t)$ indépendant du temps

Lorsque le taux  $r(t, x_t)$  est indépendant du temps  $t$ , la valeur de *MRL* du modèle *DTDS* dépend seulement du niveau de dégradation, alors on la note plus simple  $m_x$ . Soit  $X_m$  la valeur minimale du niveau de dégradation  $x$  pour laquelle la *MRL* du système est inférieure au seuil  $m$  :

$$X_m = \inf \{0 \leq x \leq L, m_x \leq m\}. \quad (6.10)$$

La structure de la politique  $(\Delta T, m)$  et l'indépendance de *MRL* par rapport au temps nous amènent à représenter l'événement de remplacement préventif  $E_p$  à la date  $(k+1)\Delta T$  comme suit :

$$\begin{aligned} E_p &\triangleq \left\{ m_{x_{k\Delta T}} > m \geq m_{x_{(k+1)\Delta T}}, (k+1)\Delta T < \tau_L, N_{(k+1)\Delta T} = 0 \right\} \\ &\Leftrightarrow \left\{ x_{k\Delta T} < X_m \leq x_{(k+1)\Delta T}, (k+1)\Delta T < \tau_L, N_{(k+1)\Delta T} = 0 \right\} \\ &\Leftrightarrow \left\{ k\Delta T < \tau_{X_m} \leq (k+1)\Delta T < \tau_L, N_{(k+1)\Delta T} = 0 \right\}, \end{aligned} \quad (6.11)$$

où  $\tau_{X_m}$  est le temps d'atteinte du niveau de dégradation  $X_m$ . Cet événement est semblable à celui de la politique  $(\Delta T, M)$  (cf. équation (4.7)). De plus, comme  $X_m$  est indépendant du temps, les lois de probabilité de  $\tau_{X_m}$  et de  $\tau_M$  dans (4.7) sont identiques. Ainsi, la probabilité de remplacement préventif de la politique  $(\Delta T, m)$  est calculé selon :

$$P_p^{\Delta T, m}(\Delta T, m) \equiv P_p^{\Delta T, M}(\Delta T, X_m), \quad (6.12)$$

où  $P_p^{\Delta T, M}$  est donnée par (4.7).

**Remarque 6.2.** Pour le modèle *DTDS*, dans le cas de taux de défaillance par choc indépendant du temps, les politiques de maintenance  $(\Delta T, M)$  et  $(\Delta T, m)$  sont équivalentes.

#### Cas de figure de $r(t, x_t)$ dépendant du temps

Lorsque le taux  $r(t, x_t)$  est dépendant du temps  $t$ , la *MRL* du modèle *DTDS* dépend des deux variables  $x_t$  et  $t$ . Ainsi, étant donné  $X_{t,m}$  la valeur minimale du niveau de dégradation  $x$  pour laquelle la *MRL* du système est inférieure au seuil  $m$  pour un temps  $t$  fixé :

$$X_{t,m} = \inf \{0 \leq x \leq L, m_x(t) \leq m\}, \quad (6.13)$$

$X_{t,m}$  dépend du temps  $t$ . La loi de probabilité de  $\tau_{X_{t,m}}$  (le temps d'atteinte du niveau de dégradation  $X_{t,m}$ ) n'est pas ressemblable à celle de  $\tau_M$  dans (4.7). En outre, selon la politique



$(\Delta T, m)$ , le système est remplacé préventivement si :

$$\begin{aligned}
E_p &\triangleq \left\{ m_{x_{k\Delta T}}(k\Delta T) > m \geq m_{x_{(k+1)\Delta T}}((k+1)\Delta T), (k+1)\Delta T < \tau_L, N_{(k+1)\Delta T} = 0 \right\} \\
&\Leftrightarrow \left\{ x_{k\Delta T} < X_{k\Delta T, m}, X_{(k+1)\Delta T, m} \leq x_{(k+1)\Delta T}, (k+1)\Delta T < \tau_L, N_{(k+1)\Delta T} = 0 \right\} \\
&\Leftrightarrow \left\{ k\Delta T < \tau_{X_{k\Delta T, m}}, \tau_{X_{(k+1)\Delta T, m}} \leq (k+1)\Delta T < \tau_L, N_{(k+1)\Delta T} = 0 \right\}. \quad (6.14)
\end{aligned}$$

Cet événement est complètement différent de celui de remplacement préventif de la politique  $(\Delta T, M)$  (cf. équation (4.7)). Ainsi, quand le taux  $r(t, x_t)$  est dépendant du temps, on obtient alors :

$$P_p^{\Delta T, m}(\Delta T, m) \neq P_p^{\Delta T, M}(\Delta T, X_{t, m}), \quad (6.15)$$

où  $P_p^{\Delta T, M}$  est donnée par (4.7). En effet, la probabilité  $P_p^{\Delta T, m}$  est soumise à plus de contraintes que  $P_p^{\Delta T, M}$ , la décision de remplacement préventif dans la politique  $(\Delta T, m)$  est plus précise que celle dans la politique  $(\Delta T, M)$  dans le sens où elle permet des interventions préventives plus opportunes. C'est la raison pour laquelle la politique  $(\Delta T, m)$  est plus performante que la politique  $(\Delta T, M)$ .

**Remarque 6.3.** *Pour le modèle DTDS, dans le cas de taux de défaillance par choc dépendant du temps, les politiques de maintenance  $(\Delta T, M)$  et  $(\Delta T, m)$  ne sont plus équivalentes.*

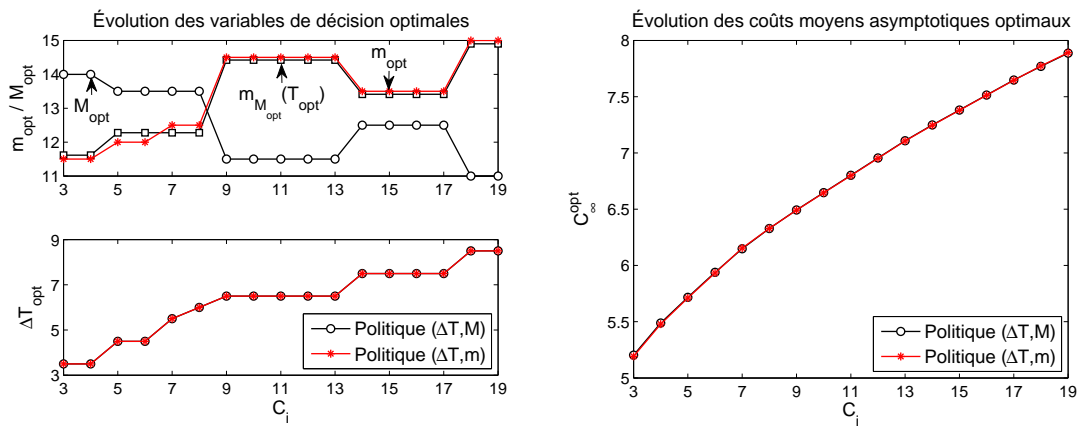
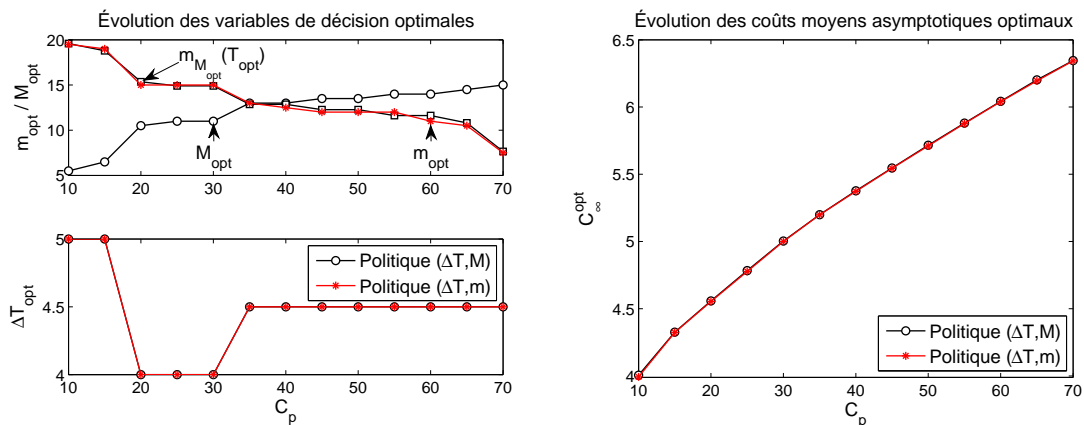
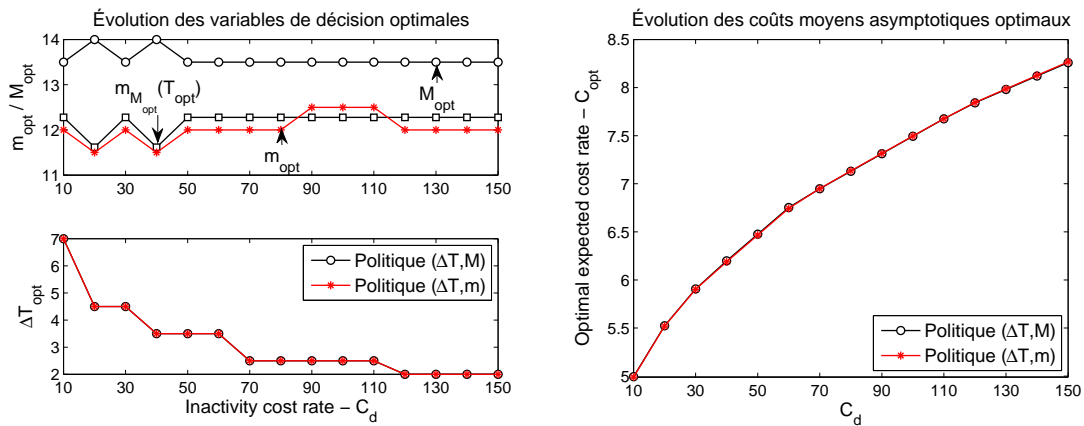
Pour illustrer l'équivalence des politiques  $(\Delta T, M)$  et  $(\Delta T, m)$ , on s'appuie sur le modèle DTDS caractérisé par les paramètres énoncés dans les sous-figures 6.1b et 6.1c. Puis, on observe et compare les évolutions de leur coût moyen asymptotique optimal et leurs variables de décision optimales dans les différentes configurations de coûts d'interventions. Les résultats sont représentés respectivement dans les figures 6.3 et 6.4. Dans la figure 6.3, les courbes d'évolution sont presque identiques, ceci montre l'équivalence de ces deux politiques quand le taux de défaillance par choc est indépendant du temps. Les petits écarts dans les courbes optimales des variables de décision sont engendrés par la zone optimale relativement plate du coût de maintenance, c'est à dire que plusieurs valeurs de décision peuvent être choisies comme l'optimum en ne pas modifiant le coût moyen asymptotique optimal. Dans la figure 6.4, les courbes d'évolution sont différentes, alors ces deux politiques ne sont pas équivalentes dans le cas de taux de défaillance par choc dépendant du temps.

Les remarques 6.2 et 6.3 impliquent le corollaire suivant.

**Corollaire 6.2.** *Pour le modèle DTDS, la politique  $(\Delta T, M)$  est un cas spécial de la politique  $(\Delta T, m)$ , qui correspond au taux de défaillance par choc indépendant du temps.*

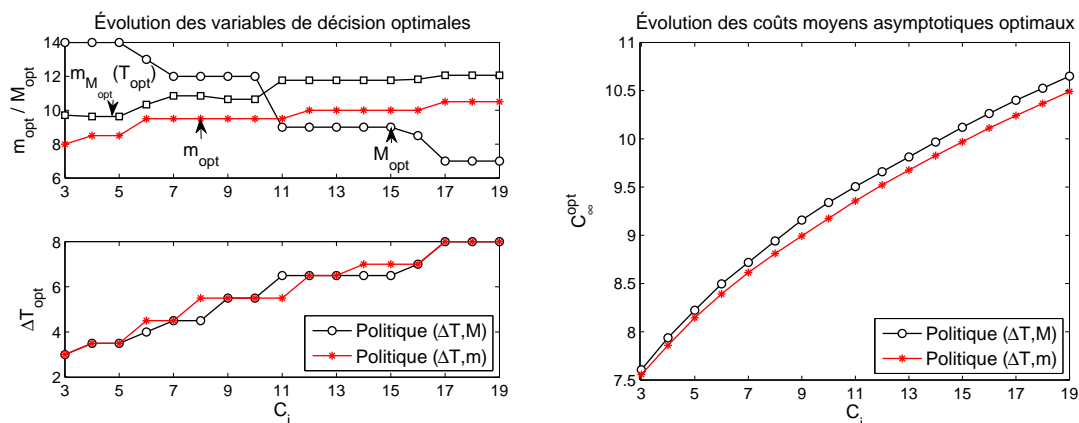
## 6.4 Analyse des performances du modèle de maintenance

Nous avons montré dans la section précédente que les politiques  $(\Delta T, M)$  et  $(\Delta T, m)$  sont équivalentes (resp. différentes) si le taux de défaillance par choc du modèle DTDS,  $r(t, x_t)$ , est indépendant (resp. dépendant) du temps. Le but de cette section est d'examiner en détail les performances de la politique  $(\Delta T, m)$  dans le cas où  $r(t, x_t)$  dépend du temps  $t$ , et de montrer ses conditions d'utilisation appropriées. Pour ce faire, nous comparons les coûts moyens asymptotiques des politiques  $(\Delta T, M)$  et  $(\Delta T, m)$  dans différentes configurations de coûts d'interventions et de la variance du processus de dégradation. Les résultats de ces comparaisons nous permettent de justifier le choix de la prise en compte de la MRL ou du niveau de dégradation dans la décision en maintenance.

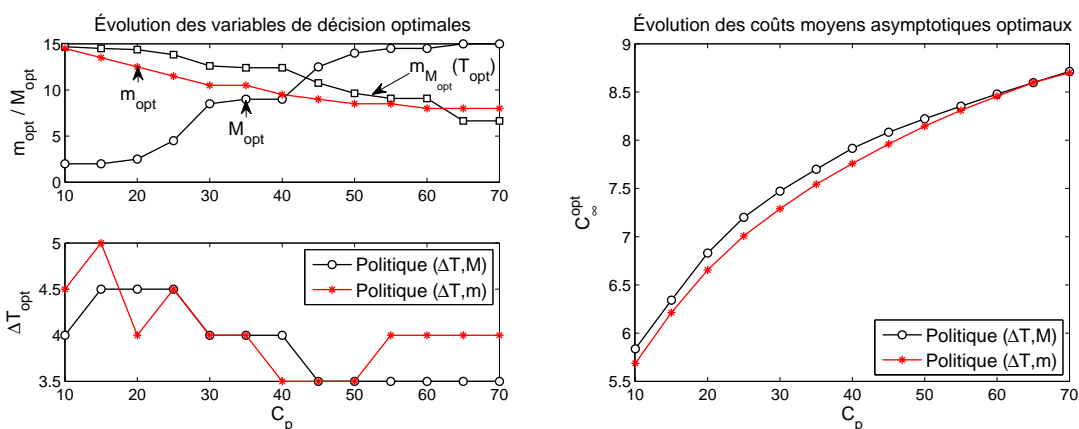
(a) Coût d'inspection variable -  $C_p = 50$ ,  $C_c = 100$  et  $C_d = 25$ (b) Coût de remplacement préventif variable -  $C_{id} = 5$ ,  $C_c = 100$  et  $C_d = 25$ (c) Coût d'inactivité par unité de temps variable -  $C_{id} = 5$ ,  $C_p = 50$  et  $C_c = 100$ Figure 6.3 – Illustration de l'équivalence des politiques  $(\Delta T, M)$  et  $(\Delta T, m)$ 

### 6.4.1 Résultats numériques

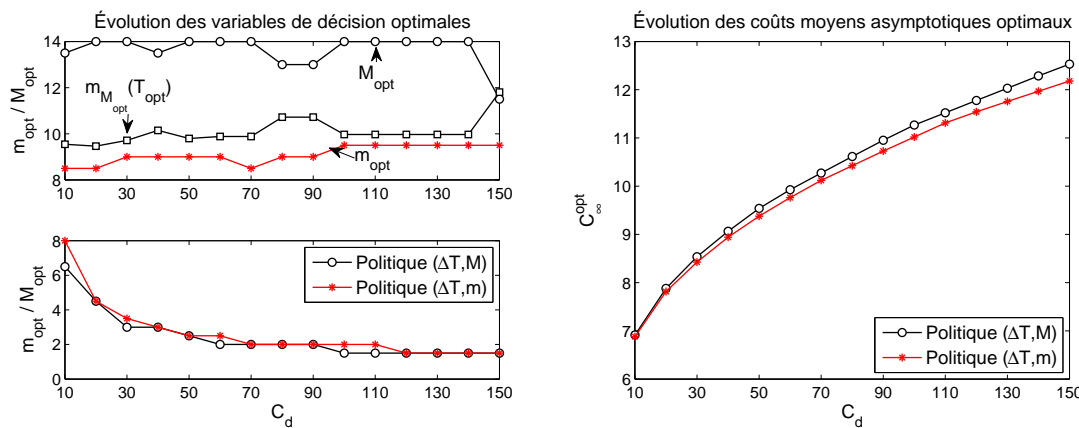
Nous nous sommes placés dans la situation où les taux de défaillance par choc sont dépendants du temps, ces taux sont caractérisés par  $r_1(t) = 0.0025t + 0.01$  et  $r_2(t) = 0.0025t + 0.1$  respectivement. Trois cas de figures du coût d'interventions sont étudiés :



(a) Coût d'inspection variable -  $C_p = 50$ ,  $C_c = 100$  et  $C_d = 25$



(b) Coût de remplacement préventif variable -  $C_{id} = 5$ ,  $C_c = 100$  et  $C_d = 25$



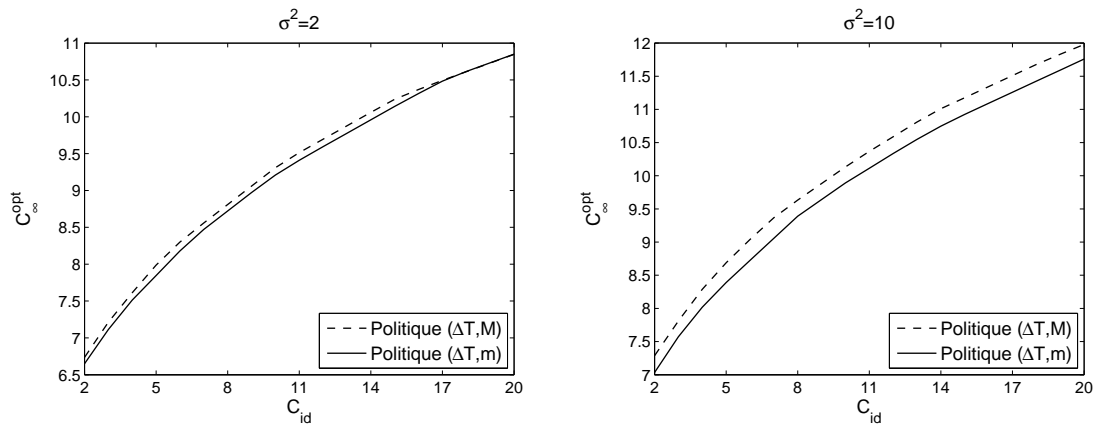
(c) Coût d'indisponibilité par unité de temps variable -  $C_{id} = 5$ ,  $C_p = 50$  et  $C_c = 100$

Figure 6.4 – Illustration de l'inéquivalence des politiques  $(\Delta T, M)$  et  $(\Delta T, m)$

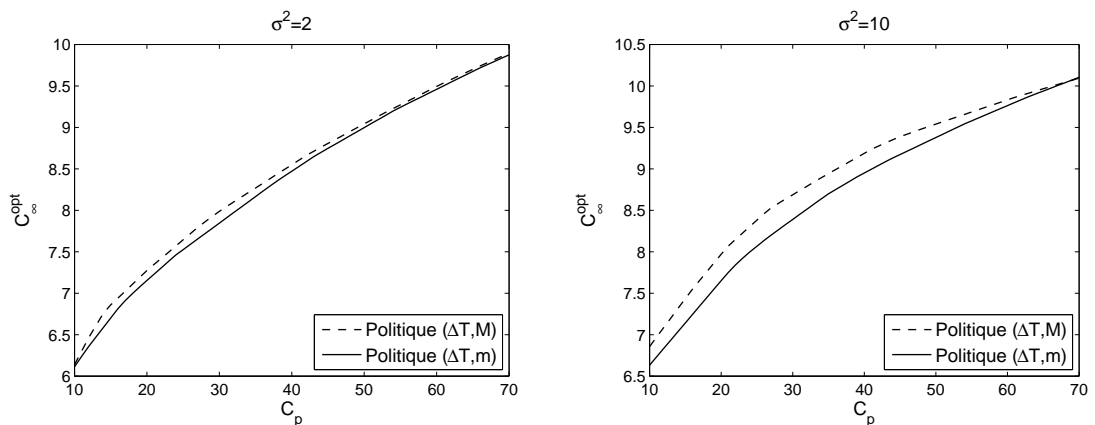
1. Coût d'inspection variable :  $C_{id}$  varie de 2 à 20 avec un pas égal à 1,  $C_c = 100$ ,  $C_p = 30$ , et  $C_d = 50$ .
2. Coût de remplacement préventif variable :  $C_{id} = 5$ ,  $C_c = 100$ ,  $C_p$  varie de 10 à 70 avec un pas égal à 1, et  $C_d = 50$ .
3. Coût d'indisponibilité par unité de temps variable :  $C_{id} = 5$ ,  $C_p = 30$ ,  $C_c = 100$ , et  $C_d$

varie de 10 à 150 avec un pas égal à 1.

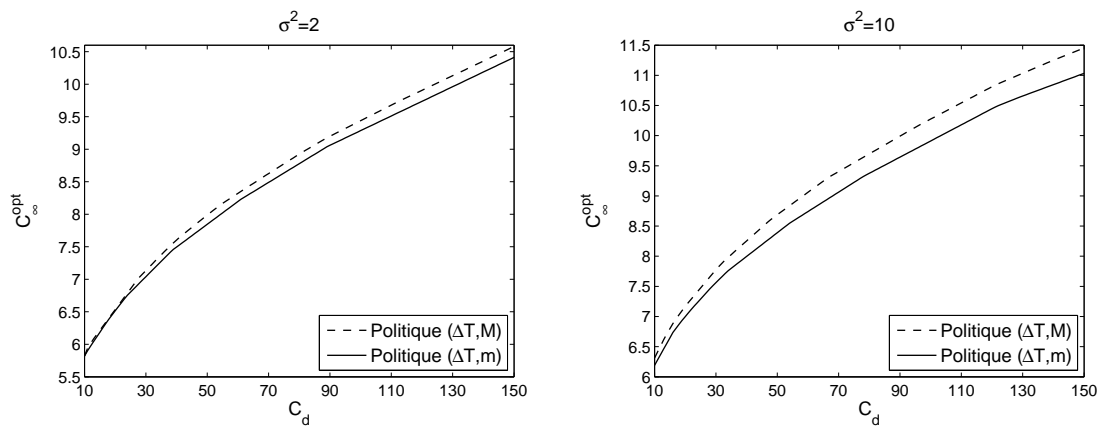
Ces coûts d'interventions sont appliqués pour les deux configurations de dégradation :  $\alpha = \beta = 0.5$  (dégradation stable  $\sigma^2 = 2$ ,  $m = 1$ ) et  $\alpha = \beta = 0.1$  (dégradation chaotique  $\sigma^2 = 10$ ,  $m = 1$ ). Les autres paramètres du modèle sont  $L = 30$  et  $M_s = 15$ . Les résultats numériques sont représentés dans la figure 6.5.



(a) Coût d'inspection variable



(b) Coût de remplacement préventif variable



(c) Coût d'indisponibilité par unité de temps variable

Figure 6.5 – Comparaison des politiques  $(\Delta T, M)$  et  $(\Delta T, m)$

Les sous-figures 6.5a, 6.5b et 6.5c représentent les évolutions de coûts moyens asymptotiques optimaux des politiques  $(\Delta T, M)$  et  $(\Delta T, m)$  pour les trois cas d'étude précédents. Sur chacune des sous-figures, la figure à gauche (resp. à droite) correspond au cas de dégradation stable (resp. chaotique). Dans tous les cas, la ligne continue et la ligne en pointillés reflètent respectivement la politique  $(\Delta T, m)$  et la politique  $(\Delta T, M)$ . Enfin, la courbe du coût se située la plus basse signifie que la politique correspondante est la plus performante.

### 6.4.2 Analyse numérique et discussion

Les résultats numériques montrent que la politique  $(\Delta T, m)$  est toujours plus rentable que la politique  $(\Delta T, M)$ . Ceci est dû au fait que la *MRL* contient plus d'informations sur l'état de santé du système que son niveau de dégradation, ainsi la prise en compte de *MRL* en maintenance préventive peut créer un avantage économique par rapport à la prise en compte directe du seul niveau de dégradation. Ce fait renforce la généralité de la politique  $(\Delta T, m)$  par rapport à la politique  $(\Delta T, M)$  : dans le pire cas, la politique  $(\Delta T, m)$  revient à la politique  $(\Delta T, M)$ . De plus, ce phénomène est plus clair si la variance de la dégradation est importante. La raison est que le niveau de dégradation ne reflète que l'état actuel du système tandis que la *MRL* représente à la fois sa condition actuelle et future. De cette manière, plus la dégradation est chaotique, plus le niveau de dégradation devient moins avantageux par rapport à la *MRL* dans la caractérisation de la comportement de fonctionnement du système.

Néanmoins, au point de vue pratique, la politique  $(\Delta T, m)$  n'est pas toujours pertinente en comparant à la politique  $(\Delta T, M)$ . On peut observer dans la figure 6.5 que les coûts moyens asymptotiques de ces deux politiques sont plus ou moins identiques lorsque le processus de dégradation est peu chaotique, le remplacement préventif est onéreux, et/ou les inspections et la durée d'indisponibilité correspondent à des coûts faibles. Dans ces situations, il est préférable d'appliquer la politique  $(\Delta T, M)$ , car la prédiction de *MRL* prend du temps mais s'avère peu efficace. Cela est d'autant plus vrai si la prédiction de *MRL* engendre un coût supplémentaire (ce n'est pas notre cas d'étude ici). Cette étude permet de montrer la nécessité de développer des modèles quantitatifs pour le choix de la prise en compte de *MRL* ou du niveau de dégradation dans la décision en maintenance.

## 6.5 Conclusion et perspectives

### 6.5.1 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons construit, à partir des informations sur la dégradation du système, un indicateur pour la prise de décision conditionnelle en maintenance préventive : la durée de vie résiduelle (*MRL*) conditionnelle. En s'appuyant sur le modèle *DTDS* (cf. chapitre 3), nous avons montré que cet indicateur est plus robuste que le niveau de dégradation du système seul qui est connu comme un indicateur traditionnel en maintenance conditionnelle. Nous avons proposé ensuite une politique de maintenance basée sur la *MRL* nommée politique  $(\Delta T, m)$ , et nous l'avons comparée à la politique  $(\Delta T, M)$  (cf. chapitre 4). Les résultats analytiques et numériques montrent que la politique  $(\Delta T, m)$  peut être considérée comme plus générale que la politique  $(\Delta T, M)$  : la première est plus performante que la dernière si le taux de défaillance par choc est dépendant du temps, et la première revient à la dernière si ce taux est constant en temps. Néanmoins, pour mieux profiter des performances d'une politique de maintenance, le choix de l'indicateur *MRL* ou du niveau de dégradation doit être prudent et devrait se décider sur la base de l'analyse de coûts.

### 6.5.2 Perspectives

Les études effectuées dans ce chapitre et leurs résultats confirment de nombreux problèmes existants et ouvrent plusieurs perspectives très prometteuses dans le domaine de maintenance conditionnelle.

Les résultats de ce chapitre montrent que la *MRL* estimée selon la méthode conditionnelle est vraiment efficace. Ceci nous encourage à appliquer la durée de vie résiduelle (*RUL* qui est plus générale que la *MRL*), obtenue à partir de nombreuses méthodes de prédiction développées dans la littérature [123, 220, 242, 243]), dans la prise de décision en maintenance, ainsi à développer les nouveaux modèles qui permettent de prédire plus précisément la *RUL* du système. En effet, nous pouvons penser à une politique de maintenance conditionnelle basée sur un quantile de la *RUL*. Une telle politique promet une performance supérieure à celle basée sur la *MRL*, car le quantile représente une grandeur probabiliste plus flexible et plus générale qu'une grandeur moyenne. Pourtant, il n'est pas trivial de proposer une nouvelle politique permettant une comparaison significative avec la politique considérée dans ce chapitre, et de l'évaluer analytiquement. Ce sont des difficultés majeures de cette direction de réflexion.

Développer des nouvelles politiques de maintenance en se basant sur autres informations de pronostic est également une direction prometteuse pour améliorer la performance des politiques de maintenance. On peut trouver dans le chapitre 8 deux politiques de maintenance développées selon cette direction.

Les études de ce chapitre nous engagent à développer encore des nouveaux indicateurs de décision en maintenance pour mieux caractériser le comportement du système, de ce fait à poursuivre la réflexion en s'affranchissant des anciennes méthodes de prise de décision en maintenance.



## Troisième partie

# Utilisation d'information de surveillance indirecte dans la prise de décision en maintenance





## Résumé de la troisième partie

Jusqu'à présent, les modèles de maintenance proposés s'appuient essentiellement sur des règles de décision à structure assez simple (conditionnelle périodique ou basée sur l'âge) et la plupart du temps statiques. Dans cette partie, nous nous intéressons aux modèles de maintenance conditionnels dynamiques capables d'adapter la décision de maintenance en fonction du diagnostic de l'état courant ou d'un pronostic associé à différentes contraintes opérationnelles prévisionnelles. Puisque l'hypothèse de surveillance parfaite peut s'avérer irréaliste en pratique, dans la mesure où le niveau de dégradation d'un système est rarement mesuré de manière directe, les règles de décision proposées doivent pouvoir tenir compte d'informations de surveillance indirectes (ce sont des données indiquant partiellement ou indirectement l'état sous-jacent du système [141, 242], telles que les résultats de techniques de mesure indirectes, ou des grandeurs relatives à l'environnement). Néanmoins, la prise en compte conjointe de règles de décision dynamiques et d'informations de surveillance indirectes peuvent entraîner rapidement une complexité telle qu'une modélisation analytique complète n'est pas possible. Cette partie montre comment utiliser des outils de simulation relativement élaborés pour traiter ce type de problème.

Nous commençons à décrire, dans le chapitre 7, le comportement d'un système soumis à un environnement stressant. Notre objectif est de prendre en compte les deux types d'informations de surveillance indirectes (c-à-d. état de l'environnement opérationnel, et mesures bruitées de dégradation) dans la construction d'un modèle de défaillance et de surveillance du système. Deux modèles de dégradation/défaillance correspondant à deux types d'environnement (statique ou dynamique) sont donc proposés. Dans tous les cas, l'état de l'environnement est parfaitement observable, alors que l'on ne peut avoir accès qu'à des mesures bruitées du niveau de dégradation via une technique de contrôle non destructive par ultrason. L'enjeu consiste donc à reconstruire le niveau de dégradation du système à partir de ces données. Une méthode numérique appelée filtrage particulière est appliquée dans ce but.

Nous nous sommes placés ensuite dans le cadre d'un système évoluant dans un environnement statique, et pour lequel les mesures bruitées du niveau de dégradation sont la seule information de surveillance indirecte disponible sur le système. Nous nous attachons alors à proposer et à évaluer, dans le chapitre 8, des structures de maintenance dynamiques adaptatives à l'évolution propre du système. Deux stratégies de maintenance (conditionnelle dynamique et non-conditionnelle dynamique) sont proposées et comparées à celles plus classiques (conditionnelle non-dynamique et non-conditionnelle non-dynamique). Les comparaisons sont effectuées sur la base d'essais numériques menés dans un objectif de discussion précis (effet des incertitudes des mesures, de la variance de la dégradation, etc.). Les résultats des comparaisons nous permettent de compléter les conclusions sur les performances de règles de décisions conditionnelles (cf. chapitre 4) dans le cas de surveillance imparfaite, et de montrer l'intérêt de la prise en compte l'aspect dynamique dans les règles de décision en maintenance.

Dans le chapitre 9, notre étude porte sur un système fonctionnant dans un environnement dynamique. Dans ce cas, les conditions environnementales peuvent fournir une connaissance significative sur l'état de santé du système. Nous visons alors des structures de décision de maintenance adaptatives intégrant cette information en plus des mesures bruitées de

dégradation, et étudions leur intérêt pour les performances de maintenance. Deux extensions dynamiques du modèle de maintenance conditionnelle proposé dans le chapitre 4, comprenant des adaptations calendaire et conditionnelle à l'environnement stressant, sont proposées. L'analyse sur les coûts moyens asymptotiques optimaux de ces politiques permet d'évaluer la pertinence des approches d'adaptation, et de quantifier l'intérêt de la prise en compte des informations environnementales.

L'ensemble des études de cette partie montre la nécessité de considérer et d'optimiser conjointement le système de surveillance et la maintenance. Les politiques de maintenance de nature dynamique permettent d'exploiter au mieux l'information de surveillance imparfaite ou partielle du système et de son environnement de fonctionnement, et donc peuvent fournir un avantage économique considérable par rapport aux politiques de maintenance statiques.

## Chapitre 7

# Construction du modèle de défaillance à partir de l'information de surveillance indirecte

### 7.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous nous intéressons à un système à dégradation graduelle évoluant dans un environnement stressant. Le but principal est de prendre en compte les deux types d'informations de surveillance indirectes (c-à-d. état de l'environnement opérationnel, et mesures bruitées de dégradation) dans la construction d'un modèle de défaillance et de surveillance du système. La propagation de fissures dans les composants passifs de centrales nucléaires (tuyauterie, réservoirs) [36] est un exemple du phénomène de dégradation graduelle. Cette propagation peut être décrite par un modèle physique de la loi de Paris-Erdogan [217] dans lequel on introduit un aléa qui est censé représenter la variabilité du phénomène de dégradation. Le système est considéré en panne dès que la taille réelle de la fissure dépasse un seuil critique. L'environnement opérationnel engendre un impact temporel sur l'évolution du système : ceci entraîne une variabilité de la vitesse et de la variance de la propagation de fissure. Bien que l'état de l'environnement opérationnel soit parfaitement observable, ce n'est pas le cas pour la taille de la fissure, et elle doit être surveillée par une technique de contrôle non destructif (ultrason). Par conséquent, cette technique de contrôle donne accès à une fonction bruitée et non linéaire de la taille réelle de la fissure. Comme les mesures ne donnent pas une information précise sur l'état du système, l'enjeu consiste donc à l'estimer la taille réelle de la fissure à partir des mesures bruitées et de l'information de l'environnement opérationnel. La complexité des modèles de dégradation et de surveillance rend impossible une estimation analytique. Nous utilisons alors une méthode numérique appelée filtrage particulaire [88] pour reconstruire l'état de dégradation du système.

La modélisation du mécanisme de la défaillance du système est présentée dans la section 7.2. Dans cette section, on introduit un chemin de construction d'un modèle physico-stochastique de dégradation et des modèles présentant l'impact de différents types d'environnement (statique ou dynamique) sur la dégradation. Les caractéristiques de l'information de surveillance sont déterminées ensuite dans la section 7.3. La section 7.4 est consacrée à l'estimation de la dégradation du système par la méthode filtrage particulaire. Enfin, dans la section 7.5, nous présentons des conclusions issues de cette étude et ses perspectives.

### 7.2 Modélisation du mécanisme de la défaillance

L'objectif principal de cette section réside dans la construction d'un modèle de défaillance d'un système évoluant dans un environnement stressant. Afin de bien mettre en évidence la

nouvelle hypothèse concernant l'impact de l'environnement opérationnel sur la dégradation, nous proposons ici de restreindre l'étude à un système présentant un seul mode de défaillance résultant du niveau de dégradation excessif. Ainsi, nous ne considérons plus dans ce chapitre les défaillances liées au choc (cf. chapitre 3). Le phénomène de dégradation de type propagation de fissure est un cas d'application de notre étude. Des tests menés en laboratoire montrent que l'évolution de fissure peut être caractérisée par les trois phases suivantes [38] : incubation, propagation et rupture (cf. figure 7.1). La phase d'incubation est la période

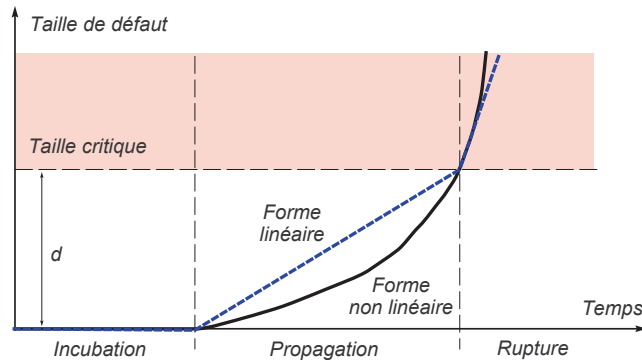


Figure 7.1 – Evolution schématique de la propagation de fissure

pendant laquelle rien n'est encore apparu et qui se termine quand l'environnement devient propice à l'initiation d'une fissure, alors que la phase de rupture est la période pendant laquelle au moins une fissure atteint une vitesse de propagation plus importante et mène à la rupture du composant. Ces deux phases correspondent à des périodes trop précoces ou trop tardives pour prendre une décision de maintenance. La phase de propagation correspond à la période pendant laquelle la fissure est initialisée et augmente lentement jusqu'à l'atteinte d'un seuil critique. Durant cette phase, on peut détecter une fissure et/ou la mesurer. C'est donc la phase pertinente pour effectuer des opérations de maintenance préventive. Ce sont les raisons pour lesquelles, nous nous sommes intéressés dans ce chapitre à la modélisation de la phase de propagation de l'évolution de fissure.

### 7.2.1 Modèle de défaillance en absence de l'influence de l'environnement

Le modèle de dégradation proposé dans cette section décrit un phénomène de propagation de fissures. Selon les différents politiques de suivi des fissures du composant étudié, on constate deux cas de figures [36] : l'un relatif au suivi de toutes les fissures d'un seul composant, et l'autre relatif au suivi de la plus grande fissure de plusieurs composants indépendants. Ceci est justifié par les données de retour d'expérience issues de contrôles non destructifs de la propagation de fissures dans les composants passifs des centrales nucléaires d'Électricité de France (EDF) [35]. On s'intéresse à la seconde configuration. Dans ce cas, en l'absence d'influence de l'environnement, la propagation de fissure la plus grande peut être modélisée par un seul processus de dégradation. Ce processus peut être définie de manière déterministe [28, 75] ou de manière stochastique [245, 268]. Une raison pour modéliser la dégradation de manière déterministe est de connaître la physique du phénomène de dégradation. Cette connaissance permet de construire un modèle de dégradation explicite. L'approche stochastique est motivée par la nature aléatoire du phénomène de dégradation. Cette approche demande souvent un grand nombre de données pour bien décrire la propagation réelle de la fissure. Ici, on vise à un modèle physico-stochastique de dégradation qui présente une approche hybride des deux approches précédentes. Pour ce faire, on propose de construire notre modèle de dégradation

selon le principe suivant. On part d'une description déterministe de la propagation sous-jacente de fissure à travers des lois physiques et chimiques, puis on y introduit un aléa pour préserver la nature stochastique du processus de dégradation [290].

### Processus de dégradation

Si l'évolution moyenne du processus de dégradation est linéaire en temps, un processus Gamma homogène est pertinent pour modéliser ce phénomène (cf. chapitre 3, [36, 51]). Pour notre modèle, on décide de ne pas se limiter au cas linéaire de la dégradation, mais plutôt au cas non-linéaire (cf. figure 7.1). En effet, la trajectoire moyenne non-linéaire de la dégradation est plus générale que celle linéaire, et peut être engendrée par plusieurs raisons telles que la non-homogénéité du matériau ou l'influence de l'environnement opérationnel. Dans ce contexte, la loi de Paris-Erdogan, qui présente une forme convexe en temps et est largement utilisée dans la littérature [162, 202, 248], est choisie pour assimiler la propagation sous-jacente de fissure (cf. figure 7.1). Ainsi, le taux de propagation en profondeur d'une fissure de taille  $x$  peut s'exprimer de la manière suivante [217] :

$$\frac{dx}{dt} = C (\Delta K)^n \quad (7.1)$$

où  $t$  est le temps,  $C$  et  $n$  sont les grandeurs relatives aux propriétés des matériaux [162],  $K$  représente le facteur d'intensité de tension du matériau,  $\Delta K$  s'exprime alors comme l'amplitude de la sollicitation. On peut montrer que  $\Delta K$  peut être définie en fonction d'un paramètre de stress (ou état de tension) noté  $\beta$  et en fonction de la taille de la fissure  $x$  par la relation [198]  $\Delta K(x) = \beta\sqrt{x}$ . La grandeur  $\beta$  est considérée comme constante dans le cas d'absence de l'influence de l'environnement [297].

Afin de rendre compte de l'aspect aléatoire de la propagation de la fissure, l'équation (7.1) est discrétisée et randomisée. On a proposé dans la littérature de randomiser la propagation déterministe de la fissure par un processus stochastique [182] ou par une randomisation des paramètres caractéristiques (c-à-d.  $C$ ,  $n$  ou  $\beta$ ) du modèle [161]. L'approche de randomisation utilisée ici est un cas spécial du modèle de la loi de puissance de Yang (*Yang's power law model* [182, 306]), dans lequel une variable aléatoire suivant une loi log-normale est introduite. La pertinence de cette approche a été analysée dans [303, 306] et a été justifiée sur la base de données empiriques dans [300, 301]. En tant que tel, pour un pas de temps  $\Delta t$  suffisamment petit, on propose de discrétiser l'équation (7.1) et y rajouter un facteur multiplicatif qui suit une loi log-normale de la manière suivante [198] :

$$x_{t_i} = x_{t_{i-1}} + e^{\omega_{t_i}} C (\beta\sqrt{x_{t_{i-1}}})^n \Delta t \quad (7.2)$$

où les  $\omega_{t_i}$ , avec  $i = 1, 2, \dots$ , sont indépendants et identiquement distribués selon une loi normale  $\mathcal{N}(0, \sigma_\omega^2)$ ,  $0 < x_{t_{i-1}} < x_{t_i} < +\infty$ . Le modèle discrétisé et randomisé permet de déterminer récursivement la taille de la fissure  $x_{t_i}$  à chaque instant  $t_i = i\Delta t$ , sachant la taille  $x_{t_{i-1}}$  et les paramètres du modèle. Comme la taille actuelle de la fissure  $x_{t_i}$  dépend uniquement du dernier état  $x_{t_{i-1}}$ , l'équation (7.2) représente un processus Markovien non-linéaire à accroissements conditionnellement indépendants et non-stationnaires. En effet, sachant  $x_{t_{i-1}}$ , son taux d'accroissement  $\Delta x_{t_i} = \frac{x_{t_i} - x_{t_{i-1}}}{\Delta t}$  suit une loi log-normale

$$\Delta x_{t_i} \sim \log \mathcal{N}(\ln(C(\beta\sqrt{x_{t_{i-1}}})^n), \sigma_\omega^2). \quad (7.3)$$

Ainsi, sa moyenne et sa variance sont calculées par  $E[\Delta x_{t_i}] = C(\beta\sqrt{x_{t_{i-1}}})^n e^{\frac{\sigma_\omega^2}{2}}$  et  $\text{var}[\Delta x_{t_i}] = E^2[\Delta x_{t_i}] \cdot (e^{\sigma_\omega^2} - 1)$  respectivement.

### Défaillance liée au niveau de dégradation

Soit  $d$  la taille critique de la fissure au dessus de laquelle son évolution tombe dans la phase de rupture (cf. figure 7.1). Bien que le composant ne soit pas encore cassé et le système soit encore en fonctionnement, cette phase peut déjà être trop critique par rapport aux exigences de sécurité (voir par exemple [35, 51]). Le composant est alors considéré être en panne dès que son niveau de dégradation dépasse la taille critique  $d$ . La figure 7.2 illustre le modèle de dégradation/défaillance du système.

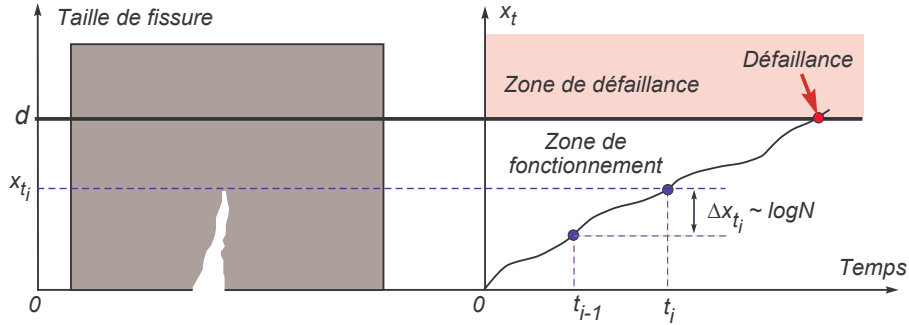


Figure 7.2 – Évolution schématique de la dégradation d'un système non maintenu

#### 7.2.2 Modélisation de l'influence de l'environnement stressant

Dans la section 7.2.1, on a proposé un modèle de dégradation/défaillance pour la propagation de fissure, qui est indépendant du contexte opérationnel. Néanmoins, un système fonctionne toujours dans un environnement opérationnel qui peut avoir un impact fort sur le système et ainsi affecter l'évolution de sa dégradation et sa défaillance. Les études ci-dessous visent à identifier les types d'environnement, et à examiner leurs effets sur le système étudié.

La littérature de la modélisation des effets environnementaux sur le comportement d'un système est assez abondante, on peut citer ici les travaux [13, 80, 81, 115, 151, 154, 167, 170, 213, 224, 245, 246, 308, 310, 314]. À travers l'étude bibliographique effectuée dans le chapitre 2, on peut distinguer quatre façons principales d'intégrer l'impact de l'environnement dans un modèle de dégradation/défaillance de type seuil. Le cas d'étude présenté ici correspond à l'impact temporel de l'environnement, c'est à dire que la vitesse et/ou la variance de la dégradation en dépendent. Ce type d'influence peut entraîner non seulement une variabilité de la dégradation entre les composants, mais aussi une variabilité dans le temps de la dégradation pour un composant donné. Une méthode simple pour tenir compte de l'impact temporel de l'environnement dans le modèle de dégradation (7.2) est de représenter ses paramètres (c-à-d.  $C$ ,  $n$  et  $\beta$ ) en fonction de l'état de l'environnement. Soit  $e_{t_i}$  l'état de l'environnement opérationnel à l'instant  $t_i$ .  $C$  et  $n$  étant les paramètres du matériau du composant, ils ne dépendent pas de  $e_{t_i}$  et ils restent constants. Cependant,  $\beta$  est relatif aux sollicitations et à la géométrie de la structure, il dépend forcément du niveau de stress appliqué ; ainsi on peut le considérer comme une fonction  $\beta(e_{t_i})$  de  $e_{t_i}$ . Le modèle de la propagation de fissure en cas de présence de l'impact de l'environnement opérationnel s'exprime de manière suivante :

$$x_{t_i} = x_{t_{i-1}} + e^{\omega t_i} C (\beta(e_{t_i}) \sqrt{x_{t_{i-1}}})^n \Delta t. \quad (7.4)$$

Ainsi, sachant  $x_{t_{i-1}}$  et  $e_{t_i}$ , le taux d'accroissement  $\Delta x_{t_i}$  suit une loi log-normale :

$$\Delta x_{t_i} \sim \log \mathcal{N} (\ln (C (\beta(e_{t_i}) \sqrt{x_{t_{i-1}}})^n), \sigma_\omega^2). \quad (7.5)$$

Sa moyenne et sa variance sont données respectivement par :

$$E[\Delta x_{t_i}] = C (\beta(e_{t_i}) \sqrt{x_{t_{i-1}}})^n e^{\frac{\sigma_\omega^2}{2}} \quad \text{et} \quad \text{var}[\Delta x_{t_i}] = E^2[\Delta x_{t_i}] \cdot (e^{\sigma_\omega^2} - 1). \quad (7.6)$$

La vitesse et la variance du processus de la dégradation dépendent non seulement des paramètres caractéristiques du modèle, mais aussi de l'état de l'environnement.

Dans le reste de cette section, on considère deux types d'environnement : statique et dynamique, et on explicite également l'effet de chacun sur le fonctionnement du système.

### Environnement statique - modèle *SED*T

Une hypothèse classique du contexte opérationnel est de considérer que le système évolue dans un environnement statique, c'est-à-dire que cet environnement n'a aucun impact ou a un impact invariable sur le système. Les composants à tester dans un laboratoire d'une entreprise sont un exemple de la survie d'un système dans un environnement statique. Ainsi, pour modéliser l'impact de ce type d'environnement sur notre composant, on peut représenter  $\beta(e_{t_i})$  dans (7.4) comme une fonction constante :

$$\beta(e_{t_i}) = \beta_b, \quad (7.7)$$

où  $\beta_b$  est le niveau de stress de base du système. On appelle notre modèle (défini par les équations (7.4) et (7.7)) *SED*T (*Static Environment-Degradation-Threshold model*). Ce modèle est similaire à celui considéré dans [43, 44, 198, 318]. Des politiques dynamiques de maintenance proposées pour ce modèle sont introduites dans le chapitre 8. Figure 7.3 illustre le comportement du système évoluant dans un environnement statique, et la densité de probabilité correspondante des dates de défaillance.

Pour ce modèle, les paramètres  $C$ ,  $n$ ,  $\beta_b$  et  $\sigma_\omega$  influencent conjointement la vitesse et la variance du processus de la dégradation (cf. équation (7.6)), et de ce fait les dates de pannes du système. Malgré cela, chacun de ces paramètres a un impact particulier sur le comportement du système. Pour illustrer ces particularités, en s'appuyant sur les données dans la figure 7.3, on fait varier ces paramètres l'un après l'autre, et on observe le comportement de la dégradation et la densité correspondante des dates de panne. À travers le comportement de la dégradation, la position et la forme de la densité, on étudie la forme sous-jacente de fissure, la variabilité et la vitesse de la propagation, ainsi que la variance des dates de défaillance. La figure 7.4 montre les résultats de cette étude. En comparant les sous-figures 7.4a et 7.4c à la figure 7.3, on peut remarquer que la forme de base de la propagation ne dépend pas beaucoup de  $C$  et  $\beta_b$ , et que ces paramètres ne modifient que la vitesse et la variance de la dégradation. En effet, plus  $C$  et  $\beta_b$  sont importants ( $\beta_b$  plus grand signifie que l'environnement opérationnel est plus stressant), plus la dégradation est rapide et chaotique. La sous-figure 7.4b et la figure 7.3 montrent que le paramètre  $n$  détermine la forme non-homogène sous-jacente du phénomène de dégradation et que cette forme devient plus convexe lorsque  $n$  augmente. La vitesse et la variance de la dégradation croissent avec la valeur de  $n$ . En outre, ces caractéristiques de la dégradation sont liées évidemment à la valeur de  $\sigma_\omega^2$  : plus cette valeur est faible, plus la dégradation est lente et stable (cf. sous-figure 7.4d et figure 7.3). Enfin, on peut constater que la date de défaillance du système est moins variable pour les grandes valeurs de  $C$ ,  $n$ ,  $\beta_b$  et la valeur peu importante de  $\sigma_\omega^2$ . Toutes les propriétés ci-dessus peuvent également être vérifiées en étudiant les formules de  $E[\Delta x_{t_i}]$  et  $\text{var}[\Delta x_{t_i}]$  (cf. équation (7.6)).



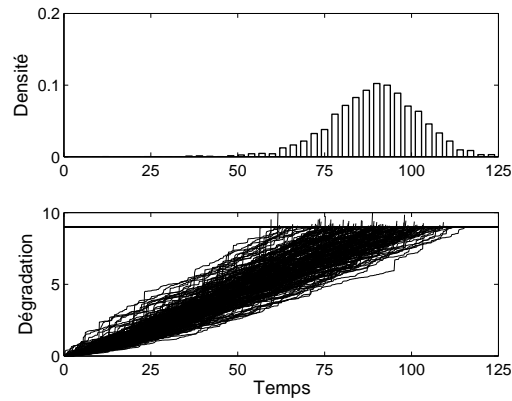
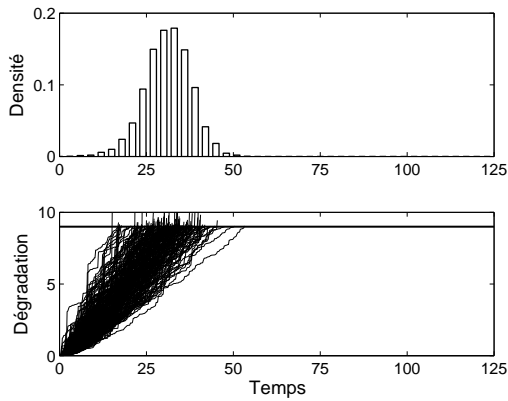
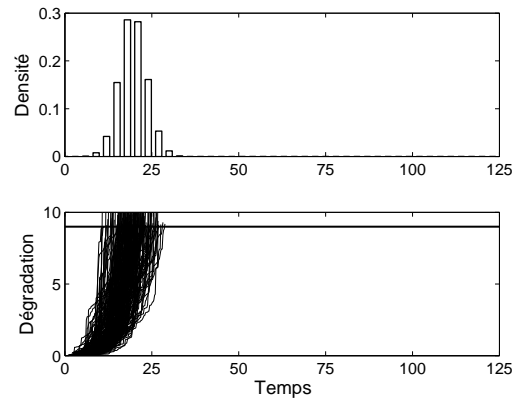


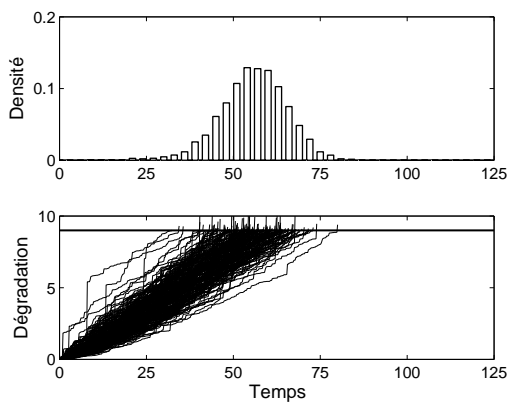
Figure 7.3 – Évolution de la dégradation dans un environnement statique -  $C = 0.015$ ,  $n = 0.35$ ,  $\beta_b = 3.9$ ,  $\sigma_\omega^2 = 2.53$ ,  $\Delta t = 0.2$  et le seuil de défaillance est  $d = 9$



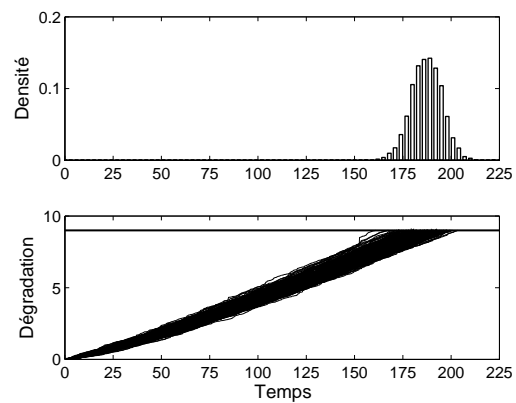
(a)  $C = 0.045$ ,  $n = 0.35$ ,  $\beta_b = 3.9$  et  $\sigma_\omega^2 = 2.53$



(b)  $C = 0.015$ ,  $n = 1.5$ ,  $\beta_b = 3.9$  et  $\sigma_\omega^2 = 2.53$



(c)  $C = 0.015$ ,  $n = 0.35$ ,  $\beta_b = 11.7$  et  $\sigma_\omega^2 = 2.53$



(d)  $C = 0.015$ ,  $n = 0.35$ ,  $\beta_b = 3.9$  et  $\sigma_\omega^2 = 1$

Figure 7.4 – Illustration de l'effet des paramètres du modèle *SEDT* -  $\Delta t = 0.2$ ,  $d = 9$

### Environnement dynamique - modèle *DEDT*

La plupart des modèles de défaillance dans la littérature sont développés sous l'hypothèse d'environnement statique. Cependant, cette hypothèse est plus ou moins irréaliste dans un

contexte industriel où les systèmes évoluent souvent dans un environnement variable. À titre d'exemple, l'environnement opérationnel peut être sujet à de brusques changements (température, pression, taux d'humidité, etc.), ou les systèmes peuvent être soumis à des conditions d'usage évolutives au cours du temps (changement de fréquence de production ou de fréquence d'utilisation). Ce type d'environnement, dit dynamique, peut avoir des impacts différents sur la dégradation des systèmes et aboutir à son accélération. La prise en compte de l'environnement dynamique permet une modélisation plus réaliste de la dégradation et ouvre des perspectives quant à la stratégie de maintenance à adopter [245]. Cette considération est donc une des améliorations majeures qui permettraient à de nombreux modèles existants d'être mis en oeuvre dans l'industrie.

Dans un tel contexte, on s'intéresse dans cette section à un environnement markovien [151, 215, 314], dont l'état évolue selon un processus de Markov homogène à espace d'états discret et fini. Le choix de ce type d'environnement est justifié par le fait que ses impacts sur le comportement du système sont souvent continus, et que leurs répercussions sont significatives lorsque les états de l'environnement sont réellement différents. Par exemple, dans le cas du béton, les influences d'un environnement de 25°C et de celui de 30°C peut être presque similaires, alors que un environnement de 120°C entraîne une dégradation plus rapide que celui de 25°C (voir aussi [63, 197] pour les influences de la température sur le comportement du béton). De plus, le nombre d'états de l'environnement est fini : le nombre de changements de fréquence de production, de charge ou de situation d'usage sont souvent limités et dénombrables. Soit  $\Xi = \{1, 2, \dots, m\}$  l'espace d'états de l'environnement, l'évolution de la variable environnementale  $e_{t_i}$  dans  $\Xi$  peut s'exprimer à travers la matrice de transition  $\mathcal{T}_\alpha$  du processus de Markov  $\{e_{t_i}\}_{t_i \geq 0}$  :

$$\mathcal{T}_\alpha = (\tau_{kh})_{1 \leq k \leq m, 1 \leq h \leq m}, \quad (7.8)$$

où  $\tau_{kh} = P(e_{t_i} = h \mid e_{t_{i-1}} = k)$ ,  $\forall i = 1, 2, \dots$ , correspond à la probabilité de transition du processus d'un état  $k$  à l'instant  $t_{i-1}$  à un état  $h$  à l'instant  $t_i$ , la valeur de  $\alpha \in [0, 1]$  détermine la vitesse de transition entre les états de l'environnement.

Pour décrire précisément l'influence de  $e_{t_i}$  sur le niveau de dégradation  $x_{t_i}$ , on utilise un modèle semblable au modèle des hasards proportionnels proposé par Cox [72]. En effet, le modèle de Cox est largement utilisé pour modéliser cette influence : Ansell et Phillips résument dans [5] des applications faites du modèle de Cox, Elsayed et Chan [91] qui utilisent le modèle de Cox pour estimer le taux de défaillance d'une fine couche d'oxyde dans un dispositif semi-conducteur, etc. Dans ce chapitre, la dépendance de entre  $e_{t_i}$  et  $x_{t_i}$  s'exprime via  $\beta(e_{t_i})$  de la manière suivante :

$$\beta(e_{t_i}) = \beta_b \cdot \exp\left(\gamma_1 1_{\{e_{t_i}=1\}} + \gamma_2 1_{\{e_{t_i}=2\}} + \dots + \gamma_m 1_{\{e_{t_i}=m\}}\right) = \beta_b \cdot e^{\gamma_{e_{t_i}}} \quad (7.9)$$

où  $\beta_b$  est le niveau de stress de base du système, la valeur de  $\gamma_k \geq 0$ ,  $k = 1, 2, \dots, m$ , détermine le niveau de stress supplémentaire relié à l'état  $k \in \Xi$  de l'environnement,  $\gamma_{e_{t_i}} \in \{\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_m\}$ , et  $1_{\{\cdot\}}$  correspond à la fonction indicatrice. Si on définit  $e_{t_i} = 1$  et  $e_{t_i} = m$  respectivement comme l'état normal et l'état le plus stressant de l'environnement,  $0 = \gamma_1 < \gamma_2 < \dots < \gamma_m$ ; l'équation (7.9) signifie que plus l'environnement est stressant, plus la dégradation est rapide et chaotique (cf. équation (7.6)). Les équations (7.4), (7.8) et (7.9) définissent le modèle de défaillance d'un système à dégradation graduelle évolution dans l'environnement dynamique, et on l'appelle le modèle *DEDT* (*Dynamic Environment-Degradation-Threshold model*). Dans le chapitre 9, on propose des politiques de maintenance s'adaptant aux états de l'environnement pour ce modèle.

Les paramètres  $C$ ,  $n$ ,  $\beta_b$  et  $\sigma_\omega$  du modèle *DEDT* partagent les mêmes propriétés que ceux du modèle *SEDT*. Le facteur faisant la différence entre ces deux modèles est le paramètre de transition  $\alpha$ . Lorsque l'état de l'environnement varie beaucoup trop lentement, le modèle *DEDT* revient au modèle *SEDT*, ainsi le second est un cas spécial du premier. Afin d'illustrer l'impact de la vitesse de transition, on s'appuie sur l'ensemble de paramètres :  $C = 0.015$ ,  $n = 0.35$ ,  $b_b = 3.9$ ,  $\sigma_\omega^2 = 2.53$ ,  $\Delta t = 0.2$ ,  $d = 9$ . Un processus de Markov de 2 états  $\Xi = \{1, 2\}$ ,  $e_{t_0} = 1$ , est choisi. Les états 1 et 2 correspondent respectivement à une condition normale ( $\gamma_1 = 0$ ) et à une condition stressante ( $\gamma_2 = 6$ ) de l'environnement. Sa matrice de transition est définie par :

$$\mathcal{T}_\alpha = \begin{pmatrix} 1 - \alpha & \alpha \\ \alpha & 1 - \alpha \end{pmatrix}. \quad (7.10)$$

Selon cette manière de définition, plus la valeur de  $\alpha$  est grande, plus le changement de l'état est rapide. La figure 7.5 montre les résultats d'étude pour les cas  $\alpha = 0.003$  et  $\alpha = 0.12$ . Les

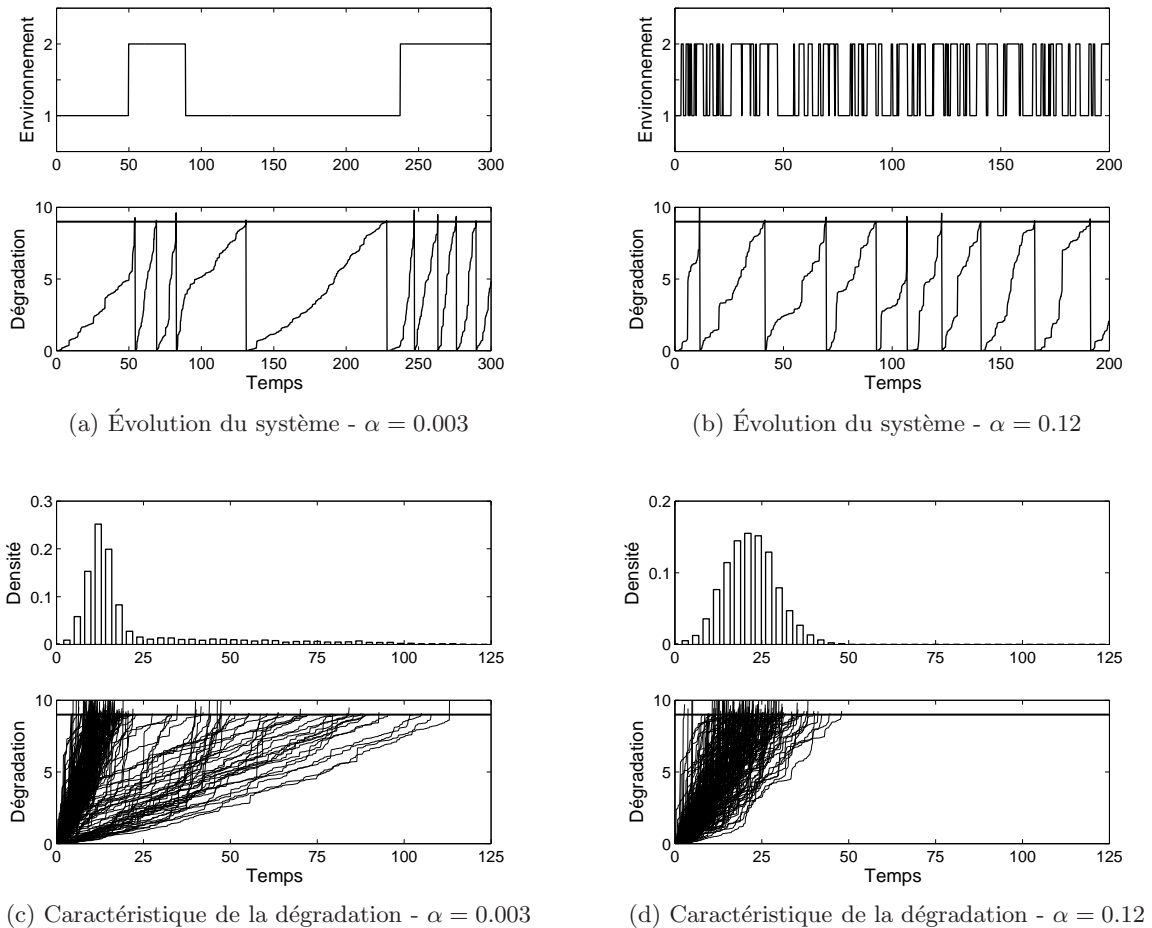


Figure 7.5 – Illustration de l'effet la vitesse de transition de l'environnement

sous-figures 7.5a et 7.5b illustrent l'évolution de la dégradation du système sous les différentes vitesses de changement de l'état de l'environnement opérationnel. On peut remarquer que plus cette vitesse est grande, moins la dégradation et les dates de défaillance sont chaotiques (cf. sous-figures 7.5c et 7.5d).

### 7.3 Caractéristiques d'information de surveillance

On s'intéresse à des informations de surveillance indirectes qui sont corrélées à l'état de dégradation du système mais ne le définissent pas directement ou complètement [141, 242]. Pour notre modèle de dégradation/défaillance, les mesures bruitées de dégradation et l'état de l'environnement opérationnel sont des informations indirectes.

Les conditions environnementales difficiles (haute pression, haute température, champ d'irradiation, etc.), et les exigences de sécurité ne permettent pas une mesure directe de l'état de dégradation. Il est donc nécessaire d'avoir recours à des techniques de surveillance indirectes telles que l'analyse de la vibration, de l'huile, de la thermographie, du courant de moteur, etc. [285]. Dans notre cas, on utilise l'ultrason pour mesurer la taille de fissure. Il en résulte que l'on ne peut avoir accès qu'à des covariables bruitées qui ont la forme suivante (c-à-d. modèle Logit [198, 244]) :

$$\ln \frac{z_{t_i}}{d - z_{t_i}} = \beta_0 + \beta_1 \ln \frac{x_{t_i}}{d - x_{t_i}} + v_{t_i}, \quad (7.11)$$

où  $z_{t_i}$  est la mesure bruitée,  $d$  est la taille critique de la fissure,  $\beta_0 \in \mathbb{R}$  et  $\beta_1 > 0$  sont des paramètres constants et  $v_{t_i}$  est un bruit blanc Gaussien (loi normale  $\mathcal{N}(0, \sigma_v^2)$ ). L'équation (7.11) représente à la fois une mesure indirecte et bruitée. Ce modèle de mesure est valable pour tout  $x_{t_i}$  qui appartient à l'intervalle  $(0, d)$ . Hors de celui-ci, le composant tombe en panne et aucune inspection n'est effectuée. Sachant  $x_{t_i} \in (0, d)$ , la mesure  $z_{t_i}$  est alors une variable aléatoire qui est définie sur le domaine  $0 < z_{t_i} < d$ . Dans les politiques de maintenance proposées dans les chapitres 8 et 9, la taille de fissure est surveillée en-ligne selon des politiques d'inspection discrètes. Partant de l'équation (7.11), la relation entre  $z_{t_i}$  et  $x_{t_i}$  peut aussi être représentée sous la forme de densité de probabilité conditionnelle [44] :

$$f(z_{t_i} | x_{t_i}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_v^2}} e^{-\frac{1}{2\sigma_v^2} \left( \ln \frac{z_{t_i}}{d - z_{t_i}} - \beta_0 - \beta_1 \ln \frac{x_{t_i}}{d - x_{t_i}} \right)^2} \frac{d}{z_{t_i} (d - z_{t_i})} \cdot 1_{\{0 < z_{t_i} < d\}} \quad (7.12)$$

où  $1_{\{\cdot\}}$  correspond à la fonction indicatrice qui est égale à 1 si l'argument est vrai et égale à 0 sinon. On verra plus tard que cette densité est utilisée pour mettre à jour les poids d'importance dans l'algorithme du filtrage particulaire.

Si l'environnement a un impact considérable sur l'évolution du système, il est intéressant de connaître son état courant. Pour le modèle *SED*T, cet impact est invariable, il est donc inutile de surveiller l'environnement opérationnel. Cependant, pour le modèle *DED*T, l'état courant de l'environnement peut fournir des informations significatives sur la vitesse et la variance de la dégradation. Il est alors nécessaire de le surveiller en-ligne et de l'intégrer dans la prise de décision en maintenance. L'état de l'environnement peut être plus facile à identifier. C'est le cas notamment lorsqu'il s'agit de suivre l'évolution de la température ou des cadences de production. Ainsi, on peut supposer dans de nombreuses situations que l'état de l'environnement et le niveau de stress correspondant sont parfaitement et continûment observables avec un coût négligeable.

### 7.4 Estimation du niveau de dégradation du système

Le modèle de défaillance/dégradation et les caractéristiques de surveillance étant bien établis, on souhaiterait évaluer la fiabilité du système et proposer les stratégies de maintenance en s'appuyant sur ces informations. Néanmoins, les mesures  $z_{t_i}$ ,  $i = 1, 2, \dots$ , sont les variables

bruitées qui ne reflètent pas précisément l'état de dégradation courant du système, et donc ne sont pas pertinentes pour être utilisées directement dans la détermination de la fiabilité, ni dans la prise de décision en maintenance. Comme par ailleurs on connaît explicitement la relation mesure/dégradation réelle cachée (cf. équation (7.11)), il peut être intéressant de reconstruire le niveau réel de la dégradation et de calculer la fiabilité ou d'arranger des opérations de maintenance sur la base de ces estimations. Cependant, cette relation étant complexe, il est souvent impossible de trouver une expression analytique exacte pour la loi conditionnelle de  $x_{t_i}$  sachant  $z_{t_i}$ . Comme proposé dans [43], on utilise une méthode numérique nommée *filtrage particulière* pour surmonter cette difficulté.

### 7.4.1 Motivation pour l'utilisation du filtrage particulière

Le modèle du filtrage stochastique (*stochastic filtering model* [142]), le modèle de Markov caché (*hidden Markov model* [25]), et le modèle des hasards basé sur des covariables (*proportional covariates model* [251]) sont les trois approches les plus utilisées pour estimer l'état d'un système dynamique (c-à-d. évoluant au cours du temps) à partir des observations partielles, généralement bruitées [242]. Par rapport aux autres modèles, le premier a des avantages tels que l'utilisation de variables d'état continues (le deuxième modèle est relié à l'espace d'états discrète) et l'indépendance de l'hypothèse de proportion (ceci est l'hypothèse fondamentale du troisième modèle). En outre, comme son estimation s'appuie sur toute l'histoire des mesures collectées, le filtrage stochastique fournit souvent de meilleures performances que les autres [45, 242, 286].

Le filtrage particulière est un cas spécial du filtrage stochastique, ce qui convient spécifiquement à des systèmes dont l'équation d'état est non linéaire. Il s'agit d'une méthode numérique de simulation séquentielle de type Monte Carlo. En comparant aux autres méthodes standards dans la famille des filtrages stochastiques telles que le filtre de Kalman étendu (*extended Kalman filter* [169]) et le filtre de Kalman sans biais (*Unscented Kalman filter* [150]), le filtrage particulière est plus flexible car il ne recourt à aucune technique de linéarisation locale ou aucune approximation fonctionnelle. Le prix à payer pour cette flexibilité est sa mise en œuvre assez lourde. Néanmoins, avec le développement des techniques de calcul, ceci n'est plus forcément un inconvénient majeur. En effet, les applications pratiques du filtrage particulière sont maintenant nombreuses : on en trouvera dans l'ouvrage collectif [86] quelques exemples du traitement de signal et d'image, et dans [183] des applications dans d'autres domaines tels que biologie, dynamique moléculaire, etc. Notons que la qualité de l'estimation par filtrage particulière diminue pour les mesures multi-dimensionnelles [123], pourtant ça ne pose pas le problème pour notre étude car les mesures ici sont mono-dimensionnelles (cf. équation (7.11)).

### 7.4.2 Méthodes de Monte Carlo pour l'estimation

En général, les mesures seules ne permettent pas d'estimer les états cachés de dégradation, il est nécessaire de disposer d'un modèle *a priori*, suffisamment réaliste, pour décrire l'évolution du système entre deux instants d'observation. Les modèles de dégradation et de mesure considérés ici sont définis par les équations (7.4) et (7.11). La taille initiale de fissure  $x_{t_0}$  et l'état initial de l'environnement  $e_{t_0}$  sont supposés connus. Notons  $\mathbf{x}_{t_{0:i}} = \{x_{t_0}, x_{t_1}, \dots, x_{t_i}\}$  et  $\mathbf{z}_{t_{0:i}} = \{z_{t_0}, z_{t_1}, \dots, z_{t_i}\}$  respectivement les états réels de dégradation et les mesures bruitées collectées jusqu'à l'instant actuel  $t_i$ . La construction de la densité conditionnelle de  $\mathbf{x}_{t_{0:i}}$  sachant  $\mathbf{z}_{t_{0:i}}$ ,  $f(\mathbf{x}_{t_{0:i}} | \mathbf{z}_{t_{0:i}})$ , donne la connaissance statistique complète de

$\mathbf{x}_{t_{0:i}}$ . L'estimation de  $\mathbf{x}_{t_{0:i}}$  consiste donc à donner les valeurs  $\hat{\mathbf{x}}_{t_{0:i}}$  qui soient les plus proches possibles de leurs valeurs réelles en se basant sur  $f(\mathbf{x}_{t_{0:i}} | \mathbf{z}_{t_{0:i}})$ . C'est le but de plusieurs estimateurs bayésiens [276] tels que : estimateur de maximum de vraisemblance (*maximum-likelihood estimator*), estimateur à minimum de variance (*minimum mean square error estimator*), estimateur du maximum a posteriori (*maximum a posteriori estimator*), etc. Afin de minimiser l'erreur quadratique moyenne ( $E_{f(\mathbf{x}_{t_{0:i}} | \mathbf{z}_{t_{0:i}})} [(\hat{\mathbf{x}}_{t_{0:i}} - \mathbf{x}_{t_{0:i}})^2]$ ) de l'estimation, on a choisi l'estimateur à minimum de variance [229] :

$$E_{f(\mathbf{x}_{t_{0:i}} | \mathbf{z}_{t_{0:i}})} [\mathbf{x}_{t_{0:i}}] = \int \mathbf{x}_{t_{0:i}} f(\mathbf{x}_{t_{0:i}} | \mathbf{z}_{t_{0:i}}) d\mathbf{x}_{t_{0:i}}. \quad (7.13)$$

Cet estimateur correspond à la moyenne de la densité de probabilité  $f(\mathbf{x}_{t_{0:i}} | \mathbf{z}_{t_{0:i}})$ . Le principe du filtrage particulaire est alors introduit pour calculer cet estimateur. Comme l'idée principale est de procéder par échantillonnages des Monté Carlo standard et pondéré, la suite de cette section est consacrée dans un premier temps à l'introduction de ces deux méthodes.

### Échantillonnage Monte Carlo standard

L'idée de la méthode Monte Carlo standard est de calculer approximativement les intégrales de grande dimension dans (7.13) par la simulation de variables aléatoires. Ainsi, supposons que l'on soit capable de générer  $N_s$  particules  $\{\mathbf{x}_{t_{0:i}}^{(k)}\}_{k=1}^{N_s}$  indépendantes et identiquement distribuées (i.i.d.) issues de la densité  $f(\mathbf{x}_{t_{0:i}} | \mathbf{z}_{t_{0:i}})$ , une estimation empirique de cette densité est donnée par [149] :

$$\hat{f}(\mathbf{x}_{t_{0:i}} | \mathbf{z}_{t_{0:i}}) = \frac{1}{N_s} \sum_{k=1}^{N_s} \delta(\mathbf{x}_{t_{0:i}} - \mathbf{x}_{t_{0:i}}^{(k)}), \quad (7.14)$$

où  $\delta(\cdot)$  est la fonction delta de Dirac. À partir de (7.13) et (7.14), on peut approcher  $x_{t_i}$  de manière suivante :

$$\hat{\mathbf{x}}_{t_{0:i}} = \int \mathbf{x}_{t_{0:i}} \cdot \frac{1}{N_s} \sum_{k=1}^{N_s} \delta(\mathbf{x}_{t_{0:i}} - \mathbf{x}_{t_{0:i}}^{(k)}) d\mathbf{x}_{t_{0:i}} = \frac{1}{N_s} \sum_{k=1}^{N_s} \mathbf{x}_{t_{0:i}}^{(k)}. \quad (7.15)$$

La loi des grands nombres assure que, presque sûrement (p.s.), la moyenne empirique (7.15) tend vers l'espérance (7.13) :

$$\hat{\mathbf{x}}_{t_{0:i}} \xrightarrow[N_s \rightarrow +\infty]{p.s.} E_{f(\mathbf{x}_{t_{0:i}} | \mathbf{z}_{t_{0:i}})} [\mathbf{x}_{t_{0:i}}]. \quad (7.16)$$

La variance de  $\hat{\mathbf{x}}_{t_{0:i}}$  vaut :

$$\text{var} [\hat{\mathbf{x}}_{t_{0:i}}] = \frac{\eta}{N_s}, \quad (7.17)$$

avec

$$\eta^2 = \int \left( \mathbf{x}_{t_{0:i}} - E_{f(\mathbf{x}_{t_{0:i}} | \mathbf{z}_{t_{0:i}})} [\mathbf{x}_{t_{0:i}}] \right)^2 f(\mathbf{x}_{t_{0:i}} | \mathbf{z}_{t_{0:i}}) d\mathbf{x}_{t_{0:i}}.$$

Le théorème central limite donne la loi de l'erreur de  $\mathbf{x}_{t_{0:i}} - E_{f(\mathbf{x}_{t_{0:i}} | \mathbf{z}_{t_{0:i}})} [\mathbf{x}_{t_{0:i}}]$  quand  $N_s$  tend vers l'infini :

$$\frac{\sqrt{N_s}}{\eta} \left( \mathbf{x}_{t_{0:i}} - E_{f(\mathbf{x}_{t_{0:i}} | \mathbf{z}_{t_{0:i}})} [\mathbf{x}_{t_{0:i}}] \right) \xrightarrow[N_s \rightarrow +\infty]{} \mathcal{N}(0, 1), \quad (7.18)$$

avec  $\mathcal{N}(0, 1)$  est la loi normale centrée réduite. Ceci montre que l'erreur moyenne d'une quadrature Monte Carlo est de l'ordre de  $\frac{\eta}{\sqrt{N_s}}$ . Ainsi, l'erreur de l'approximation Monte Carlo est peu dépendante de la dimension de l'état, et la vitesse de convergence ne dépend que de  $N_s$  [87].

L'avantage de cette méthode est évident. Malheureusement, il est souvent impossible d'échantillonner efficacement la vraie densité  $f(\mathbf{x}_{t_0:i} | \mathbf{z}_{t_0:i})$  en pratique, à cause de sa complexité. La méthode d'échantillonnage Monte Carlo pondéré peut être utilisée pour surmonter ce problème.

### Échantillonnage Monte Carlo pondéré

L'échantillonnage Monte Carlo pondéré peut être vu comme une généralisation de la méthode d'échantillonnage Monte Carlo standard. Supposons que l'on sache simuler selon la loi de densité  $\pi(\mathbf{x}_{t_0:i} | \mathbf{z}_{t_0:i})$ . Puisqu'il est impossible d'échantillonner des particules directement à partir de  $f(\mathbf{x}_{t_0:i} | \mathbf{z}_{t_0:i})$ , on cherche à les générer en utilisant  $\pi(\mathbf{x}_{t_0:i} | \mathbf{z}_{t_0:i})$ . Dans ce cas, la densité  $\pi(\mathbf{x}_{t_0:i} | \mathbf{z}_{t_0:i})$  est appelée la probabilité d'importance (*proposal density*). Ainsi, l'équation (7.13) peut se mettre sous la forme :

$$\begin{aligned} E_{f(\mathbf{x}_{t_0:i} | \mathbf{z}_{t_0:i})}[\mathbf{x}_{t_0:i}] &= \int \mathbf{x}_{t_0:i} \frac{f(\mathbf{x}_{t_0:i} | \mathbf{z}_{t_0:i})}{\pi(\mathbf{x}_{t_0:i} | \mathbf{z}_{t_0:i})} \pi(\mathbf{x}_{t_0:i} | \mathbf{z}_{t_0:i}) d\mathbf{x}_{t_0:i} \\ &= \int \mathbf{x}_{t_0:i} \frac{f(\mathbf{z}_{t_0:i} | \mathbf{x}_{t_0:i}) f(\mathbf{x}_{t_0:i})}{f(\mathbf{z}_{t_0:i}) \pi(\mathbf{x}_{t_0:i} | \mathbf{z}_{t_0:i})} \pi(\mathbf{x}_{t_0:i} | \mathbf{z}_{t_0:i}) d\mathbf{x}_{t_0:i} \\ &= \frac{1}{f(\mathbf{z}_{t_0:i})} \int \mathbf{x}_{t_0:i} w_{t_i} \pi(\mathbf{x}_{t_0:i} | \mathbf{z}_{t_0:i}) d\mathbf{x}_{t_0:i}, \end{aligned} \quad (7.19)$$

où les pondérations  $w_{t_i} \triangleq w(\mathbf{x}_{t_0:i})$ <sup>1</sup> sont appelées les poids non normalisés :

$$w_{t_i} = \frac{f(\mathbf{z}_{t_0:i} | \mathbf{x}_{t_0:i}) f(\mathbf{x}_{t_0:i})}{\pi(\mathbf{x}_{t_0:i} | \mathbf{z}_{t_0:i})}. \quad (7.20)$$

Estimer  $\mathbf{x}_{t_0:i}$  selon l'équation (7.19) demande la connaissance de la densité  $f(\mathbf{z}_{t_0:i})$  qui est souvent difficile à obtenir. Pour s'en débarrasser, on écrit cette densité sous la forme suivante :

$$f(\mathbf{z}_{t_0:i}) = \int f(\mathbf{z}_{t_0:i} | \mathbf{x}_{t_0:i}) f(\mathbf{x}_{t_0:i}) d\mathbf{x}_{t_0:i} = \int w_{t_i} \pi(\mathbf{z}_{t_0:i} | \mathbf{x}_{t_0:i}) d\mathbf{x}_{t_0:i} \quad (7.21)$$

En utilisant (7.21), l'équation (7.19) se récrit par :

$$E_{f(\mathbf{x}_{t_0:i} | \mathbf{z}_{t_0:i})}[\mathbf{x}_{t_0:i}] = \frac{\int \mathbf{x}_{t_0:i} w_{t_i} \pi(\mathbf{x}_{t_0:i} | \mathbf{z}_{t_0:i}) d\mathbf{x}_{t_0:i}}{\int w_{t_i} \pi(\mathbf{x}_{t_0:i} | \mathbf{z}_{t_0:i}) d\mathbf{x}_{t_0:i}} = \frac{E_{\pi(\mathbf{x}_{t_0:i} | \mathbf{z}_{t_0:i})}[\mathbf{x}_{t_0:i} w_{t_i}]}{E_{\pi(\mathbf{x}_{t_0:i} | \mathbf{z}_{t_0:i})}[w_{t_i}]}. \quad (7.22)$$

Si les particules i.i.d.  $\{\mathbf{x}_{t_0:i}^{(k)}\}_{k=1}^{N_s}$  sont générées suivant la densité  $\pi(\mathbf{x}_{t_0:i} | \mathbf{z}_{t_0:i})$ , de (7.22), une estimation empirique de  $\mathbf{x}_{t_0:i}$  est donnée par :

$$\hat{\mathbf{x}}_{t_0:i} = \frac{\frac{1}{N_s} \sum_{k=1}^{N_s} w_{t_i}^{(k)} \mathbf{x}_{t_0:i}^{(k)}}{\frac{1}{N_s} \sum_{k=1}^{N_s} w_{t_i}^{(k)}} = \sum_{k=1}^{N_s} \tilde{w}_{t_i}^{(k)} \mathbf{x}_{t_0:i}^{(k)}, \quad (7.23)$$

---

1.  $A \triangleq B$  signifie que  $A$  est défini par  $B$ .

où les pondérations  $\tilde{w}_{t_0:i}$  sont les poids normalisés :

$$\tilde{w}_{t_i}^{(k)} = \frac{w_{t_i}^{(k)}}{\sum_{k=1}^{N_s} w_{t_i}^{(k)}}. \quad (7.24)$$

La méthode d'échantillonnage Monte Carlo pondéré donne une estimation biaisée, car elle résulte du rapport de deux estimations (cf. équation (7.23)). Malgré cela, elle est toujours consistante par la loi des grands nombres [104] :  $\hat{\mathbf{x}}_{t_0:i} \xrightarrow[N_s \rightarrow +\infty]{p.s.} E_f(\mathbf{x}_{t_0:i} | \mathbf{z}_{t_0:i})[\mathbf{x}_{t_0:i}]$ . Cette méthode semble pratique, mais assez lourde pour des applications en-ligne, car tous les états passés  $\mathbf{x}_{t_0:i-1}$  sont toujours pris en compte à chaque nouvelle estimation (cf. équation (7.20)). La section suivante montre comment modifier cette méthode pour être appliquée en-ligne.

### Échantillonnage Monte Carlo pondéré séquentiel

L'échantillonnage Monte Carlo pondéré séquentiel est simplement la version récursive de la méthode d'échantillonnage Monte Carlo ci-dessus. L'idée de cette méthode est de permettre un calcul itératif des poids en ne modifiant pas les états passés de dégradation  $\mathbf{x}_{t_0:i-1}$ . Pour ce faire, on interprète la probabilité d'importance sous la forme :

$$\begin{aligned} \pi(\mathbf{x}_{t_0:i} | \mathbf{z}_{t_0:i}) &= \pi(x_{t_i} | \mathbf{x}_{t_0:i-1}, \mathbf{z}_{t_0:i}) \pi(\mathbf{x}_{t_0:i-1} | \mathbf{z}_{t_0:i}) \\ &= \pi(x_{t_i} | \mathbf{x}_{t_0:i-1}, \mathbf{z}_{t_0:i}) \pi(\mathbf{x}_{t_0:i-1} | \mathbf{z}_{t_0:i-1}), \end{aligned} \quad (7.25)$$

dans laquelle l'hypothèse que l'état courant de dégradation ne dépend pas des futures mesures est utilisée. La propriété d'absence de mémoire du modèle de *DEDT* et du modèle de surveillance mène à :

$$f(\mathbf{x}_{t_0:i}) = f(x_{t_i} | \mathbf{x}_{t_0:i-1}) f(\mathbf{x}_{t_0:i-1}) = f(x_{t_i} | x_{t_{i-1}}) f(\mathbf{x}_{t_0:i-1}), \quad (7.26)$$

$$f(\mathbf{z}_{t_0:i} | \mathbf{x}_{t_0:i}) = f(z_{t_i} | x_{t_i}) f(\mathbf{z}_{t_0:i-1} | \mathbf{x}_{t_0:i-1}). \quad (7.27)$$

En utilisant les équations (7.25), (7.26) et (7.27), l'expression des poids non normalisés (7.20) s'écrit par :

$$\begin{aligned} w_{t_i} &= \frac{f(z_{t_i} | x_{t_i}) f(\mathbf{z}_{t_0:i-1} | \mathbf{x}_{t_0:i-1}) f(x_{t_i} | x_{t_{i-1}}) f(\mathbf{x}_{t_0:i-1})}{\pi(x_{t_i} | \mathbf{x}_{t_0:i-1}, \mathbf{z}_{t_0:i}) \pi(\mathbf{x}_{t_0:i-1} | \mathbf{z}_{t_0:i-1})} \\ &= w_{t_{i-1}} \frac{f(z_{t_i} | x_{t_i}) f(x_{t_i} | x_{t_{i-1}})}{\pi(x_{t_i} | \mathbf{x}_{t_0:i-1}, \mathbf{z}_{t_0:i})}. \end{aligned} \quad (7.28)$$

L'équation (7.28) fournit un mécanisme pour mettre à jour récursivement des poids non normalisés sachant une approximation de la probabilité d'importance  $\pi(x_{t_i} | \mathbf{x}_{t_0:i-1}, \mathbf{z}_{t_0:i})$ . En effet, le choix de cette probabilité est au coeur du compromis qualité-facilité de la méthode. Comme on peut évaluer  $f(x_{t_i} | x_{t_{i-1}})$  et  $f(z_{t_i} | x_{t_i})$  à partir de (7.4) et (7.12), et générer des particules  $\{\mathbf{x}_{t_0:i}^{(k)}\}_{k=1}^{N_s}$  suivant  $\pi(x_{t_i} | \mathbf{x}_{t_0:i-1}, \mathbf{z}_{t_0:i})$ , le travail qui reste est de calculer récursivement des poids  $w_{t_i}$  et estimer les  $\mathbf{x}_{t_0:i-1}$  selon (7.23).

### Choix de la densité d'importance, dégénérescence et ré-échantillonnage

Le choix de la probabilité d'importance  $\pi(x_{t_i} | \mathbf{x}_{t_0:i-1}, \mathbf{z}_{t_0:i})$  conditionne le bon fonctionnement de l'algorithme d'estimation [88]. En général, cette probabilité doit être choisie de préférence de façon à minimiser la variance des poids et doit satisfaire les conditions suivantes [85] :



- Le support de la probabilité d'importance doit recouvrir le support de la loi de densité conditionnelle,
- La probabilité d'importance doit tenir compte de l'observation récente.

En effet, comme montrée dans [88], la probabilité choisie selon  $\pi(x_{t_i} | \mathbf{x}_{t_{0:i-1}}, \mathbf{z}_{t_{0:i}}) \doteq f(x_{t_i} | x_{t_{i-1}}, z_{t_i})$  est la solution optimale ( $A \doteq B$  signifie que  $A$  est choisi égal à  $B$ ). Néanmoins, pour des raisons de coût de calcul, il n'est pas toujours possible de construire une telle probabilité d'importance. Un autre choix très courant est de prendre la densité a priori  $\pi(x_{t_i} | \mathbf{x}_{t_{0:i-1}}, \mathbf{z}_{t_{0:i}}) \doteq f(x_{t_i} | x_{t_{i-1}})$  [12, 26, 112, 140, 155]. L'expression des poids non normalisés (7.28) s'écrit :

$$w_{t_i} = w_{t_{i-1}} f(z_{t_i} | x_{t_i}). \quad (7.29)$$

Dans ce chapitre, on utilise ce choix simple. Comme la densité  $f(z_{t_i} | x_{t_i})$  est dérivée à partir de l'équation (7.4), les particules  $\left\{ \mathbf{x}_{t_{0:i}}^{(k)} \right\}_{k=1}^{N_s}$  peuvent être générées de manière récursive : sachant  $x_{t_{i-1}}^{(k)}$  et  $e_{t_i}^{(k)}$ , la particule  $x_{t_i}^{(k)}$  est calculée par :

$$x_{t_i}^{(k)} = x_{t_{i-1}}^{(k)} + e^{\omega_{t_i}} C \left( \beta \left( e_{t_i}^{(k)} \right) \sqrt{x_{t_{i-1}}} \right)^n \Delta t. \quad (7.30)$$

Comme la récente observation  $z_{t_i}$  n'est pas prise en compte dans l'échantillonnage des  $\left\{ \mathbf{x}_{t_{0:i}}^{(k)} \right\}_{k=1}^{N_s}$ , la méthode d'échantillonnage Monte Carlo pondéré séquentiel entraîne une dégénérescence rapide des particules. Ceci est un phénomène où la variance des poids augmente au cours du temps [88] : après plusieurs itérations, un faible nombre de particules a un poids très important et les particules pondérées ne représentent plus fidèlement la distribution a posteriori. On dit alors que les particules dégèrent. Afin de remédier à ce problème, on applique une procédure dite de ré-échantillonnage. L'idée est d'éliminer les particules de poids négligeable et de dupliquer les particules de fort poids. Ainsi, sans altérer la qualité de l'approximation particulaire, et sans modifier le nombre total de particules, on assure qu'un maximum de particules seront présentes dans les zones de forte densité de probabilité. Après avoir ré-échantillonné (redistribué), on obtient alors un nouvel ensemble de particules de même poids. Bien que de nombreuses techniques de ré-échantillonnage existent [84], la technique exploitée dans ce chapitre est celle du ré-échantillonnage dit déterministe (*deterministic re-sampling*), introduite par Kitagawa dans [155]. Le calcul rapide rend cette technique particulièrement adaptée aux contextes contraints en temps de calcul (c-à-d. des applications en-ligne).

Nous avons introduit le principe des filtrages particulaires. La prochaine section détaille l'algorithme proposé pour l'estimation en-ligne.

### 7.4.3 Algorithme du filtrage particulaire pour l'estimation en-ligne

En appliquant le principe précédent, le filtrage particulaire consiste à approcher  $p(x_{t_i} | \mathbf{z}_{t_{0:i}})$  au moyen de la distribution empirique d'un ensemble de particules caractérisées par des positions  $\left\{ \hat{x}_{t_i}^{(k)} \right\}_{k=1}^{N_s}$  et des poids  $\left\{ \hat{w}_{t_i}^{(k)} \right\}_{k=1}^{N_s}$  en trois étapes : prédiction, correction et ré-échantillonnage [10]. Dans l'étape de prédiction, les particules prédictives  $\left\{ x_{t_i}^{(k)} \right\}_{k=1}^{N_s}$  sont générées en utilisation de l'équation (cf. équation (7.30)). Elles sont corrigées ou pondérées par des poids normalisés  $\left\{ \tilde{w}_{t_i}^{(k)} \right\}_{k=1}^{N_s}$  (cf. équations (7.29) et (7.24)) lorsqu'une nouvelle mesure  $z_{t_i}$  est disponible (c.-à-d. l'étape de correction). Dans la procédure de prédiction et

correction, le phénomène de dégénérescence peut provoquer la divergence du filtre, on applique alors la technique du ré-échantillonnage déterministe [155] pour pallier à ce problème. Après l'étape de ré-échantillonnage, le nuage pondéré  $\left\{ \left( x_{t_i}^{(k)}, \tilde{w}_{t_i}^{(k)} \right) \right\}_{k=1}^{N_s}$  se transforme en un nuage équivalent au sens où les particules ont le même poids  $\left\{ \left( \hat{x}_{t_i}^{(k)}, \frac{1}{N_s} \right) \right\}_{k=1}^{N_s}$ . Les étapes de prédiction, correction et ré-échantillonnage fournissent une procédure simple qui est répétée récursivement à chaque instant  $t_i = i\Delta t$ .

L'algorithme du filtrage particulaire précédent est valable pour une surveillance continue (c-à-d. les nouvelles mesures sont disponibles à chaque pas de temps  $\Delta t$ ). Malheureusement, ce type de surveillance peut être très coûteuse et parfois impossible à réaliser [141]. C'est pourquoi, dans plusieurs applications industrielles, la surveillance n'est pas effectuée en continu mais à des instants discrets malgré la possibilité de manquer certaines défaillances survenues entre deux inspections successives [96, 110]. C'est la configuration la plus réaliste pour les techniques de contrôle par ultrason envisagées dans ce chapitre. La mise à jour des poids est alors effectuée seulement à des instants d'inspection discrets (c-à-d. le poids reste constant à tous les autres instants [43, 44]). Notons  $\mathbf{Z}_{T_0:i} = \{z_{T_1}, z_{T_2}, \dots, z_{T_i}\}$  la série des mesures jusqu'à l'instant d'inspection  $T_i$ . La procédure d'estimation en-ligne de l'état réel de dégradation du système (la taille de fissure) utilisant le filtrage particulaire est résumée par l'algorithme 1.

---

**Algorithme 1** Estimation de l'état réel de dégradation

---

1. Initialisation :  $\forall k = 1, \dots, N_s$   
Poser  $\hat{w}_{t_0}^{(k)} = \frac{1}{N_s}$  et générer  $x_{t_0}^{(k)} \sim f(x_{t_0})$
  2. Sachant  $\left\{ \hat{x}_{t_{i-1}}^{(k)}, \frac{1}{N_s} \right\}_{k=1}^{N_s}$ , à  $t_i > 0$ , faire
    - (a) Prédiction : Générer  $N_s$  particules  $x_{t_i}^{(k)}$  à partir de (7.30)
    - (b) Si  $t_i \neq T_i$  ( $t_i$  n'est pas un instant d'inspection)  
Poser  $\left\{ \hat{x}_{t_i}^{(k)}, \hat{w}_{t_i}^{(k)} \right\}_{k=1}^{N_s} = \left\{ x_{t_i}^{(k)}, \frac{1}{N_s} \right\}_{k=1}^{N_s}$
    - (c) Si  $t_i = T_i$  ( $t_i$  est un instant d'inspection)  
Correction :  $\tilde{w}_{t_i}^{(k)} \propto f(z_{T_i} | x_{t_i}^{(k)})$  (cf. équations (7.29) et (7.24)),  
Ré-échantillonnage :  $\{x_{t_i}^{(k)}, \tilde{w}_{t_i}^{(k)}\}_{k=1}^{N_s} \rightarrow \{\hat{x}_{t_i}^{(k)}, \frac{1}{N_s}\}_{k=1}^{N_s}$   
Poser  $\left\{ \hat{x}_{T_i}^{(k)}, \hat{w}_{T_i}^{(k)} \right\}_{k=1}^{N_s} = \left\{ \hat{x}_{t_i}^{(k)}, \frac{1}{N_s} \right\}_{k=1}^{N_s}$
  3. Estimation à l'instant d'inspection  $T_i$  :  
Densité :  $\hat{p}(x_{T_i} | \mathbf{Z}_{T_0:i}) = \frac{1}{N_s} \sum_{i=1}^{N_s} \delta(x_{T_i} - \hat{x}_{T_i}^{(k)})$   
État de dégradation :  $\hat{x}_{T_i} = \frac{1}{N_s} \sum_{i=1}^{N_s} \hat{x}_{T_i}^{(k)}$
- 

Pour montrer la robustesse de l'estimation de la dégradation selon l'algorithme 1, on prend un nombre de particules  $N_s = 3000$  et on considère deux configurations de mesures pour un même modèle *DEDT* dont les paramètres sont définis dans la section 7.2.2. L'une correspond à une erreur faible de mesure  $\sigma_v = 0.5$  et l'autre correspond à une erreur importante de mesure  $\sigma_v = 1.5$  (voir les courbes associées de l'écart type relatif de mesure  $\epsilon_{t_i} = \frac{\|z_{t_i} - x_{t_i}\|}{x_{t_i}} \times 100$  en fonction du temps dans les sous-figures 7.6a et 7.6b). Dans ces deux cas de figures, les états estimés de la dégradation aux instants d'inspections  $T_i$  vont être comparés aux états réels

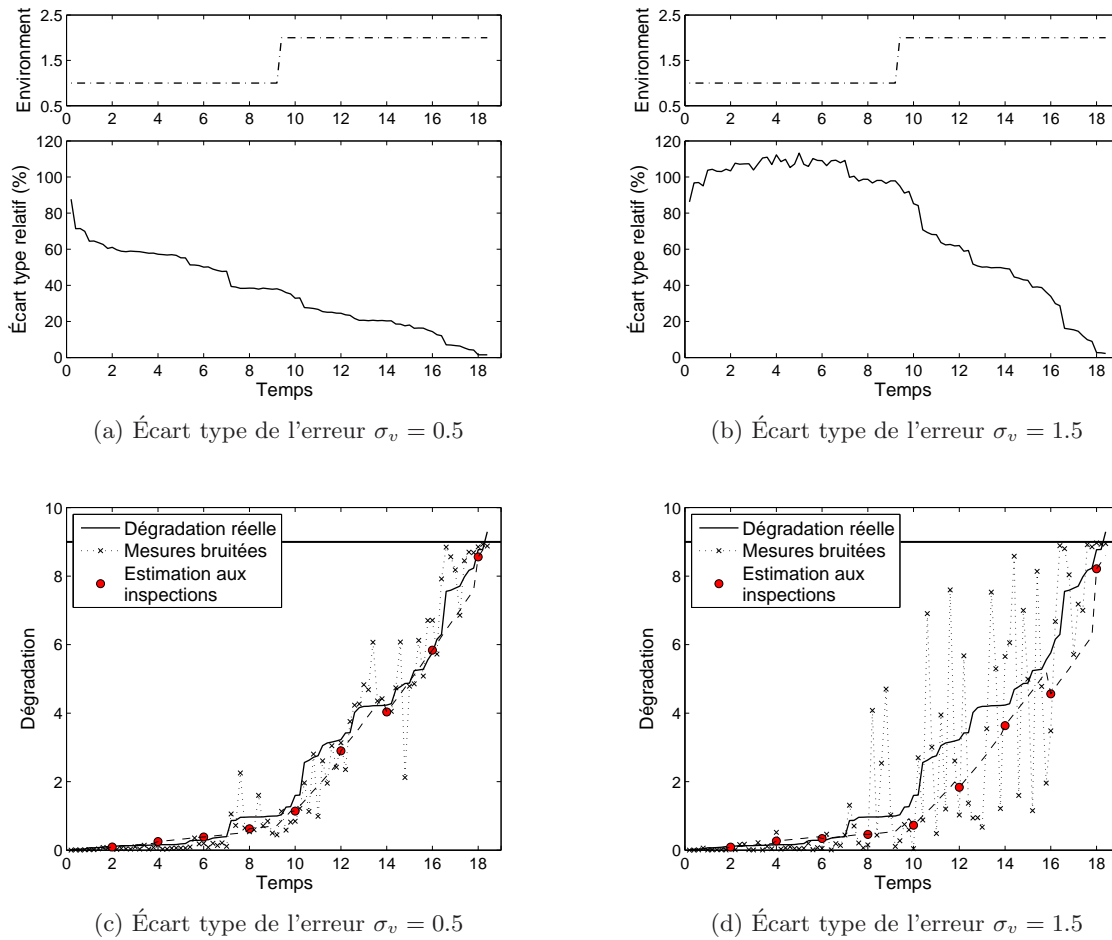


Figure 7.6 – Estimation de la taille de fissure par l'algorithme 1

$x_{T_i}$  et aux mesures  $z_{T_i}$ . Les résultats de l'estimation sont illustrés dans les sous-figures 7.6c et 7.6d. On retrouve une erreur dans l'estimation car la dégradation réelle est assimilée à sa valeur moyenne, et le filtrage particulière fournit un résultat approché de cette valeur. En outre, plus la variance des mesures est grande, moins l'estimation est précise (sous-figure 7.6c vs. sous-figure 7.6d). Ceci illustre le fait que la précision des mesures a un rôle clé dans les performances de l'estimation. L'objectif est d'analyser ses influences dans la prise de décision en maintenance dans le chapitre 8. On peut cependant insister sur le fait que les valeurs estimées sont toujours plus proches des valeurs réelles que les mesures. C'est la raison pour laquelle, en l'absence de connaissance sur l'état réel (dégradation cachée), une prédiction ou une décision se basant sur les états estimés peut être bénéfique.

## 7.5 Conclusion et perspectives

### 7.5.1 Conclusion

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés à un système à dégradation graduelle évoluant dans un environnement pouvant influencer les performances du système. Nous avons étudié un modèle stochastique qui décrit la propagation de fissure en s'appuyant sur la loi

physique et déterministe de Paris-Erdogan. Deux modèles de défaillance/dégradation correspondant respectivement à un environnement statique et dynamique sont aussi introduits. Dans chacun des modèles, nous explicitons l'influence de l'environnement sur la vitesse et la variabilité de la propagation de fissure. En effet, décrire clairement cette influence permet d'expliquer mieux le phénomène de dégradation et de bien s'adapter à certaines applications pratiques. Les impacts de chacun des paramètres de ces modèles sont aussi illustrés afin de comprendre le comportement du phénomène de dégradation, ainsi que les caractéristiques du système.

Nous avons défini ensuite les caractéristiques de l'information de surveillance de type indirect. Les grandeurs surveillées sont l'état courant de l'environnement et la taille de fissure. Nous supposons que l'environnement est parfaitement observable avec un coût nul, alors que la fissure doit être inspectée par une technique de contrôle non destructif par ultrason. Il en résulte que nous ne pouvons avoir accès qu'à des mesures bruitées via un modèle Logit de surveillance.

Les informations de surveillance ne pouvant pas refléter correctivement la condition du système, nous avons cherché à estimer en-ligne l'état réel de dégradation. La technique de filtrage particulière est utilisée dans ce but. Nous avons, dans un premier temps, présenté en détail le principe de cette technique et, dans un second temps, présenté un algorithme d'estimation de l'état à des instants discrets.

## 7.5.2 Perspectives

Les perspectives sur le sujet concernent à la fois des sujets d'étude de chapitres suivants et des développements supplémentaires pour justifier ou améliorer l'efficacité du modèle proposé dans ce chapitre.

Les modèles caractérisant le comportement du système étant bien établis, les travaux des chapitres suivants résident dans la mise en œuvre de politiques de maintenance permettant de minimiser le coût moyen asymptotique pour ce système. Dans le chapitre 8, des politiques dynamiques adaptatives au niveau de dégradation du système sont développées, alors que dans le chapitre 9, nous envisageons des politiques dynamiques adaptatives à l'environnement opérationnel.

À propos des développements supplémentaires pour justifier ou améliorer l'efficacité du modèle proposé, les perspectives sont les suivantes.

La première perspective consiste dans la mise en œuvre du modèle en applications pratiques. Il s'agit d'estimer les paramètres du modèle à partir de bases de données réelles.

La date d'apparition d'une fissure est une information importante pour la prise de décision en maintenance, notamment quand il existe plusieurs fissures dans un composant [51]. Dans ce contexte, il est intéressant de modéliser conjointement la phase d'incubation et celle de la propagation de fissure, ainsi que prendre en compte l'erreur de détection de l'initiation d'une fissure et l'erreur de mesures.

Regardant l'estimation par filtrage particulière, la méthode utilisée dans ce chapitre est assez simple. Nous envisageons d'améliorer encore ses performances en utilisant des filtres plus sophistiqués telles que le filtrage particulière sans biais (*Unscented particle filter* [264]), le filtrage particulière Rao-Blackwellisé (*Rao-Blackwellised Particle Filtering* [76]) ou en développant un nouveau algorithme plus efficace pour l'estimation et la prédiction. Cette amélioration permet une décision en maintenance conditionnelle plus précise.

Dans ce chapitre, l'environnement opérationnel est supposé parfaitement observable, cependant dans quelques applications pratique cette hypothèse n'est pas valable. Dans ce contexte, nous pensons à un environnement caché, et l'enjeu ici est de reconstruire à la fois les états cachés de dégradation et de l'environnement à partir des mesures bruitées, et les intégrer dans la prise de décision en maintenance.

## Chapitre 8

# Modèles de maintenance dynamiques adaptatifs au niveau de dégradation

### 8.1 Introduction

Nous nous sommes placés dans le cadre des systèmes mono-composant dont la dégradation peut être assimilée au modèle *SEDT* (cf. chapitre 7). L'objectif de ce chapitre est de développer des modèles de maintenance dynamiques pour prévenir leur défaillance à moindre coût. Les mesures bruitées de la dégradation étant la seule information indirecte disponible en-ligne, nous étudions des politiques de maintenance qui s'adaptent à l'état de dégradation estimé. Ainsi, deux politiques de maintenance dynamiques sont introduites : l'une est non-conditionnelle dynamique, l'autre est conditionnelle dynamique. L'aspect dynamique désigne ici le fait que les dates d'interventions dépendent de l'état courant du système et l'aspect conditionnel, le fait que la nature des actions de maintenance dépend de l'état courant du système. Ces politiques sont par nature plus performantes que celles qui sont non-conditionnelle et/ou non-dynamique, mais leur coût peut être disproportionné car il dépend fortement de la qualité des mesures, des coûts d'interventions, des caractéristiques dynamiques du phénomène de dégradation, etc. Il est donc indispensable de disposer d'outils de quantification efficaces qui permettent de justifier leur mise en oeuvre. Pour ce faire, nous développons des modèles mathématiques de coût de maintenance, nous optimisons et étudions leurs coûts moyens asymptotiques. Ces études permettent de répondre à plusieurs problématiques rencontrées lors de la mise en oeuvre d'une politique de maintenance :

- Impact de l'incertitude des mesures et intérêt de la prise en compte de ces erreurs dans la décision en maintenance.
- Réflexion sur le choix optimal d'une structure de règle de décision (conditionnelle et/ou dynamique) dans un contexte de surveillance donné.

La complexité de la situation considérée rend impossible, à notre avis, une modélisation analytique complète. La démarche présentée ici consiste donc à appliquer des outils de simulation relativement élaborés permettant de calculer la loi conditionnelle de l'état réel sachant les mesures et d'optimiser les politiques de maintenance.

Le reste du chapitre s'organise de la manière suivante. La section 8.2 présente les hypothèses sur le système maintenu. Les sections 8.3 et 8.4 sont dédiées à la construction des modèles de maintenance dynamiques. Dans ces sections, nous introduisons les règles de décision en maintenance, le développement théorique et numérique de leur modèle du coût. Dans la section 8.5, l'apport de l'information de pronostic en-ligne, l'impact de l'erreur de mesures, ainsi que les performances des structures de décision dynamiques et/ou conditionnelles sont discutés sur la base d'essais numériques. Enfin, dans la section 8.6, nous concluons et proposons quelques perspectives issues de cette étude.

## 8.2 Hypothèses sur le système maintenu

On suppose que le système est non-réparable et est mis en marche à l'instant  $t = 0$ . Deux types d'interventions peuvent être réalisés sur le système : inspection et remplacement.

### 8.2.1 Inspections

Bien que l'état de dégradation du composant (c-à-d. la taille de la fissure) ne soit pas directement observable, on suppose que la défaillance peut l'être. Cela veut dire que si le composant est en marche, la connaissance de son état actuel nécessite une inspection, alors que s'il est en panne, on le détecte sans inspection (coût nul). La surveillance continue effectuée à chaque pas de temps  $\Delta t$  peut être très coûteuse et parfois impossible à réaliser [141]. Dans ce contexte, il est plus raisonnable d'appliquer une politique de surveillance discrète dont la longueur entre deux instants d'inspections successives est un multiple de  $\Delta t$ . Comme montré dans le chapitre précédent, une technique de contrôle non destructif par ultrason est utilisée pour inspecter l'état de dégradation. Il en résulte que les mesures bruitées  $z_{T_i}$  sont immédiatement collectées aux instants discrets  $T_i$ ,  $i = 1, 2, \dots$  avec un coût unitaire  $C_{id}$ , et qu'une étape de filtrage est nécessaire pour reconstruire la dégradation réelle (cf. chapitre 7).

### 8.2.2 Remplacements

De manière très classique, deux actions de maintenance sont possibles sur le système : un remplacement préventif (coût unitaire  $C_p > C_{id}$ ) et un remplacement correctif (coût unitaire  $C_c > C_p$ ). Chaque remplacement (préventif ou correctif) est considéré comme instantané (le temps d'intervention est négligeable par rapport à la durée de vie du système) et correspond à une remise à neuf. La succession des dates d'intervention de maintenance forme donc un processus de renouvellement simple. On envisage également l'éventualité qu'on ne puisse pas intervenir immédiatement lorsque une défaillance survient, bien qu'elle soit auto-décelable. En effet, on peut considérer le cas d'un système qui se situe hors de portée directe des équipes de maintenance. C'est typiquement le cas des installations "offshores" ou difficiles d'accès (éoliennes, barrages, ...) [144, 211, 231, 240]. Cela veut dire qu'une intervention (inspection, remplacement, etc.) est possible seulement à des dates prédéterminées, qu'une défaillance peut arriver entre deux dates d'intervention successives et par conséquent que le système s'arrête de fonctionner entre la date de panne et l'intervention. On se laisse donc la possibilité de prendre en compte un coût d'indisponibilité par unité de temps  $C_d$  qui correspond à l'intervalle de temps entre la défaillance et l'intervention de maintenance.

## 8.3 Développement analytique des modèles de maintenance

On présente ici deux modèles de maintenance dynamiques utilisant du pronostic en-ligne dans la décision. Dans le premier, la règle de décision sera dite dynamique, alors que dans le second, elle sera à la fois dynamique et conditionnelle. Puisque les informations de surveillance sont perturbées par les bruits, les règles de décision en maintenance se basent sur l'état estimé de la dégradation à la place des mesures bruitées. La complexité du modèle complet dégradation/maintenance ne permet pas des expressions analytiques complètes. On développe alors, de manière préliminaire, des modèles mathématiques du coût de maintenance et on montre les raisons pour lesquelles, ces modèles ne peuvent pas être évalués analytiquement.

### 8.3.1 Politique et modèle de maintenance non-conditionnel dynamique

Une première façon très naturelle d'intégrer de l'information de surveillance en ligne pour passer d'un modèle statique à un modèle dynamique est de remettre en cause le schéma d'inspection/remplacement périodique où des interventions ne sont effectuées qu'à des périodes prédéterminés  $T_i = i\Delta T$ ,  $i = 1, 2, \dots$  ( $\Delta T$  est un multiple du pas de temps  $\Delta t$ ). Cela revient à autoriser un remplacement à un instant  $T_{Pred}^{(i)}$ <sup>1</sup> quelconque entre deux inspections  $T_i$  et  $T_{i+1}$ , en fonction des mesures collectées jusqu'à  $T_i$ ,  $\mathbf{Z}_{T_{0:i}} = \{z_{T_1}, z_{T_2}, \dots, z_{T_i}\}$ . L'instant de remplacement  $T_{Pred}^{(i)}$  adapté à la condition courante du composant a pour principal intérêt de réduire potentiellement sa durée d'indisponibilité. Une telle structure de maintenance est appelée politique *DR* (*Dynamic Replacement*).

#### Politique *DR*

Plus précisément, la règle de décision de la politique *DR* dans un cycle de renouvellement est interprétée de la manière suivante. Le fonctionnement du système est surveillé à des intervalles de temps réguliers de période  $\Delta T$  (la première surveillance d'un cycle de renouvellement est à  $T_1 = \Delta T$ ). Lors d'une surveillance à la date  $T_i = i\Delta T$ ,  $i = 1, 2, \dots$ ,

- Si le système est trouvé en panne ( $x_{T_i} \geq d$ ), il est remplacé correctivement pour un coût unitaire  $C_c$ , et sa durée d'indisponibilité engendre un coût au taux  $C_d$ . Après remplacement, un nouveau cycle de renouvellement recommence.
- Si le système est encore en fonctionnement ( $x_{T_i} < d$ ), une inspection (coût unitaire  $C_{id}$ ) est effectuée pour évaluer son niveau de dégradation, et une date de remplacement prédictif  $T_{Pred}^{(i)}$  adaptée à la dégradation courante du système est optimisée. En s'appuyant sur  $T_{Pred}^{(i)}$ , on adopte la règle de décision comme suit :
  - ▷ Si  $T_{Pred}^{(i)} \leq T_{i+1}$ , le système est remplacé à  $T_{Pred}^{(i)}$  soit préventivement (coût unitaire  $C_p$ ) soit correctivement (coût unitaire  $C_c$ ) selon son état de marche ou panne à cette date. Dans le cas de défaillance, on prend en compte un coût supplémentaire (taux  $C_d$ ) correspondant à l'intervalle d'indisponibilité. Après remplacement, un nouveau cycle de renouvellement recommence.
  - ▷ Si  $T_{Pred}^{(i)} > T_{i+1}$ , aucune intervention n'est effectuée à  $T_{Pred}^{(i)}$ , et la même démarche de décision est renvoyée à  $T_{i+1} = (i+1)\Delta T$ .

Puisque la politique *DR* permet un remplacement avant la date  $T_{i+1}$  quand le risque conjoint de défaillance et de coût est important, elle mène à des interventions opportunes, et par conséquent, garantit une meilleure disponibilité du système. L'instant de remplacement prédictif  $T_{Pred}^{(i)}$  et la période d'inter-inspection  $\Delta T$  sont les deux variables de décision de cette politique de maintenance. On peut voir plus tard que ces variables sont optimisées avec des critères de coût. Optimiser en-ligne  $T_{Pred}^{(i)}$  donne une date de remplacement prédictif qui correspond à un compromis entre les coûts d'interventions et la fiabilité du système.

#### Modèle mathématique d'optimisation en-ligne

L'objectif de ce paragraphe est de développer un modèle du coût qui permet d'optimiser de manière dynamique le temps de remplacement prédictif  $T_{Pred}^{(i)}$  à chaque inspection  $T_i$ , sachant  $\mathbf{Z}_{T_{0:i}}$  et que le système est encore en fonctionnement à  $T_i$ . L'idée de base de la structure dynamique est inspirée par le travail de Cadini *et al.* dans [43] et Fan *et al.* dans

1. L'index  $i$  de  $T_{Pred}^{(i)}$  correspond à la  $i^{\text{ème}}$  inspection  $T_i$



[93], mais un nouveau critère de coût  $C^{Pred}$  est proposé ici pour s'accorder aux règles de décision et aux hypothèse de la politique  $DR$ . Ceci est évalué comme le quotient du coût moyen de maintenance sur le cycle courant de renouvellement divisé par la longueur moyenne du cycle.

Le coût d'inspection  $C_{id}$  décide la longueur de  $\Delta T$ , et donc la valeur de  $T_{Pred}^{(i)}$ . Ce coût doit être pris en compte dans le critère  $C^{Pred}$ . En effet, Wang a montré dans [284] que l'intégration du coût d'inspection et le calcul de  $C^{Pred}$  sur l'ensemble du cycle courant de renouvellement (à la place de l'intervalle de temps entre inspection actuelle et remplacement prédictif) peut mener à moindre coût de maintenance. De plus, comme les connaissances sur la future condition du système ne sont pas disponibles, une décision calendaire est convenable pour optimiser  $T_{Pred}^{(i)}$ . En effet, les hypothèses sur le système maintenu nous mènent à appliquer une règle de décision similaire à celle de la politique  $BR$  (cf. section 4.4 du chapitre 4) à chaque  $T_i$  ( $T_i$  est la  $i^{\text{ème}}$  inspection depuis le dernier renouvellement) : à l'instant  $T_i + l\Delta t$  dans l'avenir, le système est remplacé, soit préventivement (coût unitaire  $C_p$ ) s'il est encore en marche, soit correctivement (coût unitaire  $C_c$ ) s'il est en panne. Lorsque le système est en panne, on prend en compte un coût supplémentaire de taux  $C_d$  correspondant à l'intervalle d'indisponibilité. Ainsi, le critère  $C^{Pred}$  pour optimiser le temps de remplacement prédictif  $T_{Pred}^{(i)}$  est calculé par :

$$C^{Pred}(T_i + l\Delta t) = \frac{iC_{id} + C_c(1 - P_p^{Pred}(T_i + l\Delta t))}{T_i + l\Delta t} + \frac{C_p P_p^{Pred}(T_i + l\Delta t) + C_d E[W_d^{Pred}(T_i + l\Delta t)]}{T_i + l\Delta t}, \quad (8.1)$$

où  $T_i + l\Delta t$ ,  $l = 1, 2, \dots$ , est la longueur du cycle courant de renouvellement,  $P_p^{Pred}(T_i + l\Delta t)$  et  $W_d^{Pred}(T_i + l\Delta t)$  correspondent respectivement à la probabilité de remplacement préventif et à la durée d'indisponibilité du système sur  $(T_i, T_i + l\Delta t]$ . La probabilité  $P_p^{Pred}(T_i + l\Delta t)$  s'exprime par l'expression :

$$P_p^{Pred}(T_i + l\Delta t) = P(x_{T_i + l\Delta t} < d \mid x_{T_i} < d, \mathbf{Z}_{T_{0:i}}) \triangleq R(T_i + l\Delta t, \mathbf{Z}_{T_{0:i}}) \quad (8.2)$$

dans laquelle,  $R(T_i + l\Delta t, \mathbf{Z}_{T_{0:i}})$  est la fiabilité conditionnelle du système à un instant dans le futur  $T_i + l\Delta t$  sachant la série des mesures jusqu'à  $T_i$ ,  $\mathbf{Z}_{T_{0:i}}$ , et que le système est encore en marche à cet instant. La relation complexe entre  $x_{T_i + l\Delta t}$ ,  $x_{T_i}$  et  $\mathbf{Z}_{T_{0:i}}$  ne permet pas une formule analytique complète de  $R(T_i + l\Delta t, \mathbf{Z}_{T_{0:i}})$ . On utilise plus tard le filtrage particulaire pour approximer ce type de fiabilité. La longueur moyenne de la durée d'indisponibilité peut être approchée par :

$$E[W_d^{Pred}(T_i + l\Delta t)] \simeq \Delta t \left( l - \sum_{j=1}^l R(T_i + j\Delta t, \mathbf{Z}_{T_{0:i}}) \right). \quad (8.3)$$

En conséquence, l'instant optimal de remplacement prédictif  $T_{Pred}^{(i)}$  est choisi parmi un des futurs instants  $T_i + l\Delta t$ ,  $l \geq 1$ , tel que le coût moyen par unité de temps  $C^{Pred}$  soit minimum :

$$C^{Pred}(T_{Pred}^{(i)}) = \min_l \{C_{Pred}(T_i + l\Delta t), l \geq 0\}. \quad (8.4)$$

Ce temps prédictif dépend de la période d'inter-inspection  $\Delta T$  et de la série des mesures  $\mathbf{Z}_{T_{0:i}}$  collectées jusqu'à  $T_i$ . L'équation (8.4) signifie que si aucune connaissance supplémentaire sur la condition du système n'est disponible,  $T_{Pred}^{(i)}$  sera le meilleur instant de remplacement qui assure un coût de maintenance minimal sur un cycle de renouvellement.

### Modèle mathématique d'optimisation hors-ligne

Afin d'optimiser la période d'inter-inspection  $\Delta T$  de la politique  $DR$ , on prend en compte comme critère de performance le coût moyen asymptotique. Étant donné que le système est mis à neuf après chaque remplacement, le théorème de renouvellement permet d'évaluer ce critère sur un cycle de renouvellement [11] :

$$C_{\infty}^{DR}(\Delta T) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{C^{DR}(t)}{t} = \frac{E[C^{DR}(S^{DR})]}{E[S^{DR}]} = \frac{C_{id}E[N_i^{DR}(\Delta T)]}{E[S^{DR}(\Delta T)]} + \frac{C_p P_p^{DR}(\Delta T) + C_c(1 - P_p^{DR}(\Delta T)) + C_d E[W_d^{DR}(\Delta T)]}{E[S^{DR}(\Delta T)]} \quad (8.5)$$

où  $P_p^{DR}(\Delta T)$ ,  $N_i^{DR}(\Delta T)$  et  $W_d^{DR}(\Delta T)$  sont respectivement la probabilité de remplacement préventif, le nombre d'inspections et la durée d'indisponibilité sur un cycle de renouvellement  $S^{DR}$  en adoptant la politique  $DR$ . Ainsi, la valeur optimale  $\Delta T_{opt}$  de la période d'inter-inspection est obtenue par :

$$C_{\infty}^{DR}(\Delta T_{opt}) = \min_{\Delta T} (C_{\infty}^{DR}(\Delta T), \Delta T > 0). \quad (8.6)$$

Il est noté que le coût asymptotique  $C_{\infty}^{DR}$  ne dépend pas des mesures, car la probabilité  $P_p^{DR}(\Delta T)$ , et les grandeurs moyennes  $E[N_i^{DR}(\Delta T)]$ ,  $E[W_d^{DR}(\Delta T)]$  et  $E[S^{DR}(\Delta T)]$  sont calculées sur la base de la loi des  $Z_{T_{0:i}}$ . Optimiser selon la critère  $C_{\infty}^{QIR}$  revient donc à faire une optimisation hors-ligne.

### Longueur moyenne d'un cycle de renouvellement

Soit  $T_d = \inf \{t \geq 0, x_t \geq d\}$  la date de défaillance du système. Comme le système est remplacé à une inspection ou à une date de remplacement prédictif, on peut supposer sans perte de généralité que la date de remplacement est  $T_{i+1}$  ou  $T_{Pred}^{(i)}$ . Ainsi la longueur d'un cycle de renouvellement est donnée par :

$$S^{DR}(\Delta T) = \sum_{i=0}^{\infty} T_{i+1} \cdot 1_{\{T_i < T_d < T_{i+1} < T_{Pred}^{(i)}\}} + \sum_{i=0}^{\infty} T_{Pred}^{(i)} \cdot 1_{\{T_i < T_{Pred}^{(i)} < T_{i+1}\}},$$

où  $1_{\{\cdot\}}$  correspond à la fonction indicatrice. Son espérance est obtenue comme suit :

$$E[S^{DR}(\Delta T)] = \sum_{i=0}^{\infty} T_{i+1} \cdot P(T_i < T_d < T_{i+1} < T_{Pred}^{(i)}) + \sum_{i=0}^{\infty} E\left[T_{Pred}^{(i)} \cdot 1_{\{T_i < T_{Pred}^{(i)} < T_{i+1}\}}\right]. \quad (8.7)$$

### Probabilité de remplacement préventif

Selon la politique  $DR$ , le système est remplacé préventivement si la date  $T_{Pred}^{(i)}$  tombe dans l'intervalle  $(T_i, T_{i+1})$  et si le système n'est pas tombé pas en panne avant cette date. Ainsi, la probabilité de remplacement préventif est calculée par :

$$P_p^{DR}(\Delta T) = \sum_{i=0}^{\infty} P(T_i < T_{Pred}^{(i)} < T_{i+1}, T_d > T_{Pred}^{(i)}). \quad (8.8)$$

### Nombre moyen d'inspections sur un cycle de renouvellement

À partir de la dernière inspection, la politique  $DR$  permet un remplacement (préventif ou correctif) sans effectuer d'inspection supplémentaire, le nombre d'inspections sur un cycle de renouvellement peut s'exprimer par :

$$N_i^{DR}(\Delta T) = \sum_{i=0}^{\infty} i \cdot \left( 1_{\{T_i < T_d < T_{i+1} < T_{Pred}^{(i)}\}} + 1_{\{T_i < T_{Pred}^{(i)} < T_{i+1}\}} \right).$$

Le nombre moyen d'inspections sur  $S^{DR}$  est calculé par :

$$E[N_i^{DR}(\Delta T)] = \sum_{i=0}^{\infty} i \cdot \left( P(T_i < T_d < T_{i+1} < T_{Pred}^{(i)}) + P(T_i < T_{Pred}^{(i)} < T_{i+1}) \right). \quad (8.9)$$

### La durée moyenne d'indisponibilité sur un cycle de renouvellement

La durée de dysfonctionnement du système sur le cycle  $S^{DR}$  est donnée par :

$$W_d^{SR}(\Delta T) = \sum_{i=0}^{\infty} (T_{Pred}^{(i)} - T_d) \cdot 1_{\{T_i < T_d < T_{Pred}^{(i)} < T_{i+1}\}} + \sum_{i=0}^{\infty} (T_{i+1} - T_d) \cdot 1_{\{T_i < T_d < T_{i+1} < T_{Pred}^{(i)}\}}.$$

Par conséquent, son espérance est obtenue de manière suivante :

$$\begin{aligned} E[W_d^{SR}(\Delta T)] &= \sum_{i=0}^{\infty} E \left[ (T_{Pred}^{(i)} - T_d) \cdot 1_{\{T_i < T_d < T_{Pred}^{(i)} < T_{i+1}\}} \right] \\ &\quad + \sum_{i=0}^{\infty} E \left[ (T_{i+1} - T_d) \cdot 1_{\{T_i < T_d < T_{i+1} < T_{Pred}^{(i)}\}} \right]. \end{aligned} \quad (8.10)$$

Pour l'évaluation des quantités  $P_p^{DR}(\Delta T)$ ,  $E[N_i^{DR}(\Delta T)]$ ,  $E[W_d^{SR}(\Delta T)]$  et  $E[S^{DR}(\Delta T)]$ , il est nécessaire de connaître les lois marginales et conjointes des variables aléatoires dépendantes  $T_d$  et  $T_{Pred}^{(i)}$ . Mais, il nous paraît impossible de trouver une expression analytique exacte pour ces lois, à cause de la complexité des modèles de dégradation et de maintenance. On s'appuie, dans la section 8.4, sur l'approche de simulation Monte carlo pour chercher la solution optimale  $\Delta T_{opt}$ .

### 8.3.2 Politique et modèle de maintenance conditionnel adaptatif

La politique  $DR$  proposée dans la section précédente semble performante pour garantir la disponibilité du système grâce à une décision dynamique de remplacement. Néanmoins, la décision de maintenance préventive peut être moins efficace qu'une conditionnelle qui savait dans quelques configurations (voir le chapitre 4 et [39, 139, 188]). Dans ce contexte, notre objectif est de proposer dans cette section une politique qui peut assurer à la fois l'aspect dynamique et l'aspect conditionnel de la structure de décision en maintenance. Une façon simple est de casser complètement la structure périodique du schéma d'inspection et d'autoriser une décision conditionnelle de remplacement à chaque instant d'inspection. On verra plus tard que les instants d'inspection s'adaptent à l'état de dégradation du système via un quantile  $\alpha$ . Pour mettre en évidence le fait que le quantile  $\alpha$  détermine le caractère dynamique de la politique, on l'appelle politique  $QIR$  (*Quantile-based Inspection/Replacement*).

### Politique *QIR*

La règle de décision de la politique *QIR* dans un cycle de renouvellement est construite de la manière suivante. Le fonctionnement du système est surveillé selon un schéma non-périodique établi à partir d'un quantile  $\alpha \in (0, 1)$ . Lors d'une surveillance à la date  $T_i$ ,  $i = 1, 2, \dots$ ,

- Si le système est trouvé en panne ( $x_{T_i} \geq d$ ), il est remplacé correctivement pour un coût unitaire  $C_c$ , et sa durée d'indisponibilité engendre un coût au taux  $C_d$ . Après remplacement, un nouveau cycle de renouvellement recommence.
- Si le système est encore en fonctionnement ( $x_{T_i} < d$ ), une inspection par ultrason (coût unitaire  $C_{id}$ ) est effectuée pour mesurer le niveau de dégradation, et une estimation du niveau réel de dégradation à partir des mesures bruitées  $\mathbf{Z}_{T_{0:i}}$  est réalisée par la méthode filtrage particulière (cf. algorithme 1). On adopte ensuite la règle de décision conditionnée par le niveau de dégradation estimé  $\hat{x}_{T_i}$  suivante :
  - ▷ Si  $\hat{x}_{T_i} \geq M$ , un remplacement préventif (coût unitaire  $C_p$ ) est effectué à  $T_i$ , et un nouveau cycle de renouvellement recommence.
  - ▷ Si  $\hat{x}_{T_i} < M$ , la prochaine date d'inspection  $T_{i+1}$  est optimisée en-ligne sur la base du quantile  $\alpha$ , et la même démarche de décision est renvoyée à cette date.

Pour cette politique, la prochaine date d'inspection  $T_{i+1}$ , le seuil de remplacement préventif  $M$  et le quantile  $\alpha$  sont les trois variables de décision. On peut voir dans les paragraphes suivants que  $T_{i+1}$  est optimisé en-ligne par un critère de fiabilité, et que  $M$  et  $\alpha$  sont optimisées hors-ligne grâce à un critère de coût.

### Modèle mathématique d'optimisation en-ligne

L'objectif de ce paragraphe est de développer un critère de fiabilité qui permet d'optimiser de façon dynamique la prochaine date d'inspection  $T_{i+1}$  à chaque inspection  $T_i$ , sachant  $\mathbf{Z}_{T_{0:i}}$  et le système est encore en fonctionnement à  $T_i$ . L'idée de base de la structure dynamique ici est inspirée par le schéma d'inspection basée sur le quantile (*quantile-based inspection*) proposée par Yang et Klutke dans [307] et généralisée par Cui *et al.* dans [74]. Ces auteurs supposent que les informations de surveillance sont parfaites. Ici, on étend ce schéma d'inspection pour la configuration des mesures bruitées et de la décision conditionnelle en-ligne.

Sachant la série des mesures bruitées collectées jusqu'à l'inspection actuelle  $T_i$  et que le système est encore en fonctionnement à cette date, la prochaine date d'inspection est définie par l'expression suivante :

$$T_{i+1} = \sup_j \{T_i + j\Delta t, R(T_i + j\Delta t, \mathbf{Z}_{T_{0:i}}) \geq \alpha\}, \quad (8.11)$$

où la fiabilité conditionnelle  $R(T_i + j\Delta t, \mathbf{Z}_{T_{0:i}})$  est donnée par l'équation (8.2). L'équation (8.11) garantit un niveau de disponibilité du système : sa fiabilité entre les deux inspections successives est toujours supérieure à un quantile  $\alpha \in (0, 1)$ . Comme  $R(T_i + j\Delta t, \mathbf{Z}_{T_{0:i}})$  est actualisée lorsqu'une nouvelle mesure est disponible à chaque inspection  $T_i$ ,  $i = 1, 2, \dots$ , les dates d'inspection peuvent s'adapter à l'état du système, et ce schéma d'inspection assure bien une structure dynamique de la politique *QIR*.

### Modèle mathématique d'optimisation hors-ligne

Dans ce paragraphe, on évalue la performance de la politique *QIR* par le coût moyen asymptotique de maintenance. Dans la mesure où le système est neuf à l'état initial et est

remis à neuf après chaque remplacement, on peut appliquer le théorème de renouvellement simple pour calculer ce coût [11] :

$$C_{\infty}^{QIR}(\alpha, M) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{C^{QIR}(t)}{t} = \frac{E[C^{QIR}(S^{QIR})]}{E[S^{QIR}]} = \frac{C_{id}E[N_i^{QIR}(\alpha, M)]}{E[S^{QIR}(\alpha, M)]} + \frac{C_p P_p^{QIR}(\alpha, M) + C_c (1 - P_p^{QIR}(\alpha, M)) + C_d E[W_d^{QIR}(\alpha, M)]}{E[S^{QIR}(\alpha, M)]}. \quad (8.12)$$

où  $P_p^{QIR}(\alpha, M)$ ,  $N_i^{QIR}(\alpha, M)$  et  $W_d^{QIR}(\alpha, M)$  sont respectivement la probabilité de remplacement préventif, le nombre d'inspection et la durée d'indisponibilité sur un cycle de renouvellement  $S^{QIR}$  en adoptant la politique  $QIR$ . L'optimisation de la politique consiste à déterminer les valeurs  $\alpha_{opt}$  et  $M_{opt}$  qui permettent conjointement de minimiser le coût moyen asymptotique  $C_{\infty}^{QIR}$  :

$$C_{\infty}^{QIR}(\alpha_{opt}, M_{opt}) = \min_{\alpha, M} (C_{\infty}^{QIR}(\alpha, M), 0 < \alpha < 1, 0 < M < L). \quad (8.13)$$

On peut voir ci-dessous que la probabilité  $P_p^{QIR}(\alpha, M)$ , et les grandeurs moyennes  $E[N_i^{QIR}(\alpha, M)]$ ,  $E[W_d^{SR}(\alpha, M)]$  et  $E[S^{QIR}]$  sont calculées sur la base de la loi des  $\mathbf{Z}_{T_{0:i}}$ , le coût asymptotique  $C_{\infty}^{QIR}$  ne dépend pas des mesures bruitées. Optimiser selon la critère  $C_{\infty}^{QIR}$  est donc une optimisation hors-ligne.

### Longueur moyenne d'un cycle de renouvellement

En adoptant la politique  $QIR$ , un remplacement du système n'est effectué qu'à une date d'inspection. Ainsi, on peut supposer sans perte de généralité que la date de remplacement est  $T_{i+1}$  donnée par l'équation (8.11). La longueur d'un cycle de renouvellement est donnée par :

$$S^{QIR}(\alpha, M) = \sum_{i=0}^{\infty} T_{i+1} \cdot 1_{\{T_i < T_M < T_{i+1}\}},$$

où  $T_M = \inf \{t \geq 0, \hat{x}_t \geq M\}$  correspond à la date de remplacement préventif du système, et  $1_{\{\cdot\}}$  est la fonction indicatrice. Son espérance est obtenue comme suit :

$$E[S^{QIR}(\alpha, M)] = \sum_{i=0}^{\infty} E[T_{i+1} \cdot 1_{\{T_i < T_M < T_{i+1}\}}]. \quad (8.14)$$

### Probabilité de remplacement préventif

Le système est remplacé préventivement à  $T_{i+1}$ , selon la politique  $QIR$ , si le niveau estimé de dégradation à  $T_{i+1}$  dépasse le seuil  $M$  et si le système ne tombe pas en panne avant cette date. De cette manière, la probabilité de remplacement préventif peut être calculée par l'expression :

$$P_p^{QIR}(\alpha, M) = \sum_{i=0}^{\infty} P(T_i < T_M < T_{i+1} < T_d). \quad (8.15)$$

### *Nombre moyen d'inspections sur un cycle de renouvellement*

Étant donnée que la défaillance du système est auto-décelable, aucune inspection n'est nécessaire avant de réaliser un remplacement correctif, alors qu'un remplacement préventif se base sur la condition du système, il nécessite toujours une inspection pour relever son niveau de dégradation. De cette manière, le nombre d'inspections sur un cycle de renouvellement  $N_i^{QIR}$  peut s'exprimer par :

$$N_i^{QIR}(\alpha, M) = \sum_{i=0}^{\infty} (i+1) \cdot 1_{\{T_i < T_M < T_{i+1} < T_d\}} + i \cdot 1_{\{T_i < T_M < T_d < T_{i+1}\}}.$$

Alors, son espérance est calculée par :

$$\begin{aligned} E \left[ N_i^{QIR}(\alpha, M) \right] &= \sum_{i=0}^{\infty} (i+1) \cdot P(T_i < T_M < T_{i+1} < T_d) \\ &\quad + \sum_{i=0}^{\infty} i \cdot P(T_i < T_M < T_d < T_{i+1}). \end{aligned} \quad (8.16)$$

### *La durée moyenne d'indisponibilité sur un cycle de renouvellement*

La durée de dysfonctionnement du système sur le cycle  $S^{QIR}$  est donnée par :

$$W_d^{QIR}(\alpha, M) = \sum_{i=0}^{\infty} (T_{i+1} - T_d) \cdot 1_{\{T_i < T_M < T_d < T_{i+1}\}}.$$

En conséquence, son espérance est obtenue de manière suivante :

$$E \left[ W_d^{QIR}(\alpha, M) \right] = \sum_{i=0}^{\infty} E \left[ (T_{i+1} - T_d) \cdot 1_{\{T_i < T_M < T_d < T_{i+1}\}} \right]. \quad (8.17)$$

Bien que tous les scénarios possibles pour calculer des grandeurs précédentes soient bien analysés, il n'est pas trivial de construire les expressions analytiques des coûts associés à cause notamment des lois marginales et conjointes des variables  $T_{i+1}$ ,  $T_M$  et  $T_d$ . La section suivante a pour but d'introduire des approches numérique pour surmonter ce problème.

## **8.4 Solution numérique des modèles de maintenance**

La complexité du modèle complet dégradation/maintenance rend difficile l'obtention d'expressions analytiques complètes pour optimiser leurs variables de décision. Des méthodes numériques peuvent être utilisées dans ce but. On introduit ici le filtrage particulière pour l'optimisation en-ligne, et la simulation de Monte Carlo pour l'optimisation hors-ligne.

### **8.4.1 Méthode numérique d'optimisation en-ligne**

Comme montré dans la section précédente, la fiabilité conditionnelle  $R(T_i + l\Delta t, \mathbf{Z}_{T_0:i})$  est l'élément clé pour optimiser en-ligne, à la date  $T_i$ , le temps de remplacement prédictif  $T_{Pred}^{(i)}$  dans la politique  $DR$  et la prochaine date d'inspection  $T_{i+1}$  dans la politique  $QIR$ . Dans

ce paragraphe, on introduit une méthode numérique pour déterminer  $R(T_i + l\Delta t, \mathbf{Z}_{T_{0:i}})$ . La détermination de cette grandeur relève du pronostic, car elle est liée aux conditions futures du système [123, 242, 243].

Si les mesures sont parfaites (c-à-d.  $\mathbf{Z}_{T_{0:i}} = \{z_{T_1}, z_{T_2}, \dots, z_{T_i}\}$  reflète exactement la dégradation réelle du système), la formule analytique de  $R(T_i + j\Delta t, \mathbf{Z}_{T_{0:i}})$  peut être dérivée car la loi de l'accroissement de dégradation (cf. équation (7.5)) est connue. Cependant, ces mesures sont bruitées (cf. équation (7.11)), de ce fait ne mènent pas à une forme analytique de  $R(T_i + j\Delta t, \mathbf{Z}_{T_{0:i}})$ . Pourtant, ces informations sont utiles pour reconstruire l'état réel de dégradation (cf. algorithme 1), de plus on connaît une relation entre les conditions courante et future du système grâce à son modèle sous-jacent. Partant des travaux dans [43, 44, 54, 305, 318], on propose alors une approximation de cette fiabilité conditionnelle à partir de l'état estimé à l'instant  $T_i$  et du modèle sous-jacent comme suit. La première étape est de générer récursivement l'ensemble de  $N_s$  particules  $\tilde{x}_{T_i+j\Delta t}^{(k)}$  à partir de  $\hat{x}_{T_i}$  (ou  $N_s$  particules  $\hat{x}_{T_i}^{(k)}$ ) en utilisant l'équation (7.4). Étant donné que les particules  $\hat{x}_{T_i}^{(k)}$  ont le même poids  $\frac{1}{N_s}$ , les poids des particules  $\tilde{x}_{T_i+j\Delta t}^{(k)}$  sont aussi égaux à  $\frac{1}{N_s}$ . Ensuite, on approche la fiabilité  $R(T_i + j\Delta t, \mathbf{Z}_{T_{0:i}})$  par l'expression :

$$R(T_i + j\Delta t, \mathbf{Z}_{T_{0:i}}) = \frac{P\{x_{T_i+j\Delta t} < d \mid \mathbf{Z}_{T_{0:i}}\}}{P\{x_{T_i} < d \mid \mathbf{Z}_{T_{0:i}}\}} \simeq \frac{\sum_{m=1}^{N_s} \mathbb{1}\{\tilde{x}_{T_i+j\Delta t}^{(m)} < d\}}{\sum_{n=1}^{N_s} \mathbb{1}\{\hat{x}_{T_i}^{(n)} < d\}}. \quad (8.18)$$

Le numérateur (resp. dénominateur) de la formule (8.18) correspond au nombre des particules qui sont encore inférieures à la taille critique  $d$  de la fissure à l'instant  $T_i + j\Delta t$  (resp.  $T_i$ ).

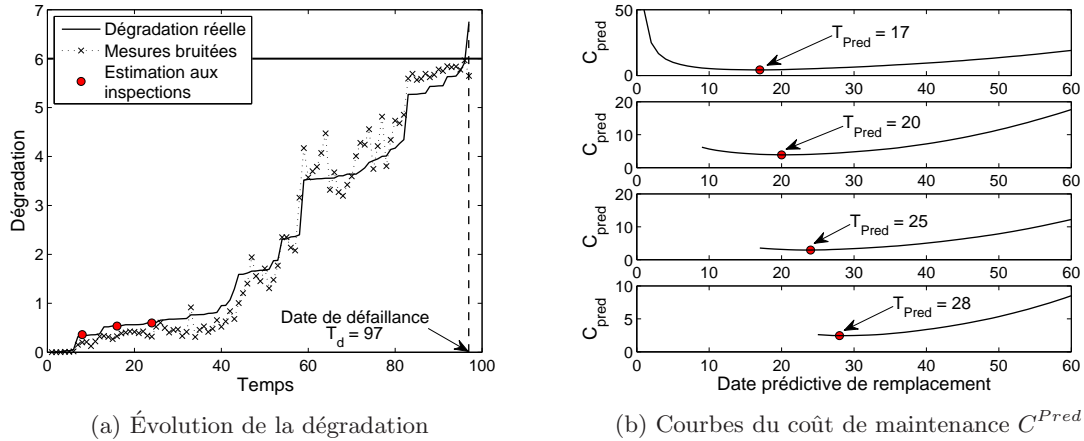


Figure 8.1 – Temps de remplacement prédictif dans la politique  $DR - \Delta T = 8$ ,  $C_c = 100$ ,  $C_p = 50$ ,  $C_d = 250$ ,  $C_i = 3$

Sachant l'approximation de  $R(T_i + j\Delta t, \mathbf{Z}_{T_{0:i}})$ , on peut déterminer en temps réel le temps de remplacement prédictif  $T_{Pred}^{(i)}$  et la prochaine date d'inspection  $T_{i+1}$  à partir des équations (8.4) et (8.11) respectivement. Pour une illustration, on s'appuie sur l'ensemble des paramètres  $C = 0.0047$ ,  $n = 0.35$ ,  $\beta = 3.9$ ,  $\sigma_\omega^2 = 4.8326$ ,  $\Delta t = 1$ ,  $\beta_0 = 0.06$ ,  $\beta_1 = 1.25$ ,  $\sigma_v^2 = 0.0625$ , seuil de défaillance  $d = 6$ , nombre des particules  $N_s = 3000$ . La sous-figure 8.1b donne les courbes du coût (cf. équation (8.1)) pour optimiser les temps de remplacement prédictif pour la trajectoire tracée sur la sous-figure 8.1a. La courbe en haut correspond à la

situation où aucune information sur le système n'est disponible, alors que les courbes en bas sont obtenues lorsque les nouvelles informations sont disponibles à chaque inspection  $T_i$ . La convexité des courbes de coût montre qu'il existe toujours une solution optimale de  $T_{Pred}^{(i)}$ . La sous-figure 8.2b montre les courbes du fiabilité conditionnelle (cf. équation (8.18)) pour prédire les dates d'inspection lorsqu'une nouvelle mesure est disponible pour la trajectoire tracée sur la sous-figure 8.2a. On peut remarquer que l'intervalle d'inter-inspection diminue avec l'accroissement du niveau de dégradation, ceci justifie une fois de plus le schéma non-périodique d'inspection.

Dans tous les cas, la durée pour optimiser  $T_{pred}^{(i)}$  et  $T_{i+1}$  est négligeable (environ quelques secondes).

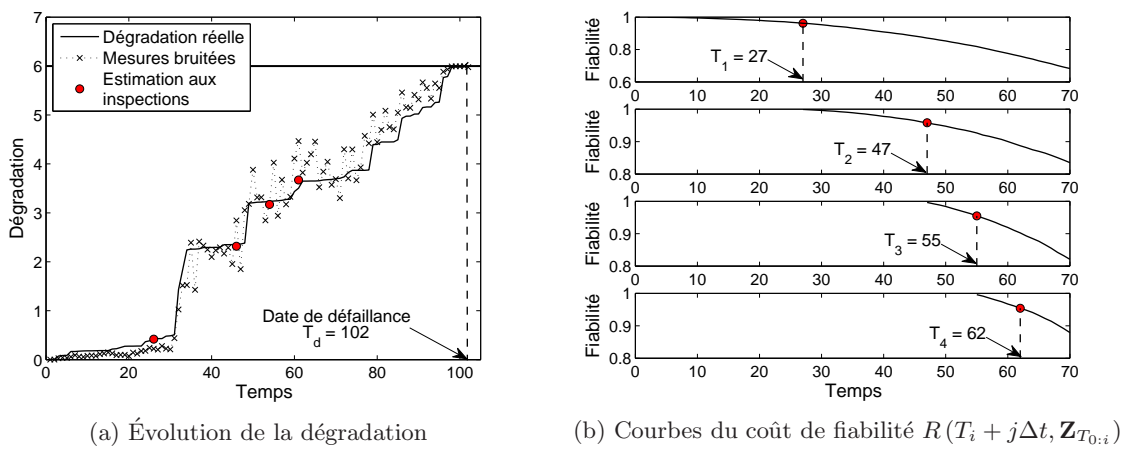


Figure 8.2 – Dates d'inspection dans la politique  $QIR$  -  $\alpha = 0.96$

### 8.4.2 Méthode numérique d'optimisation hors-ligne

La simulation de Monte Carlo est utilisée pour optimiser hors-ligne des variables de décision. Ainsi, on réécrit le coût moyen asymptotique sous la forme :

$$C^\infty = \frac{E[C(S)]}{E[S]} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N C(S_n)}{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N S_n} \simeq \frac{\sum_{n=1}^{N_h} C(S_n)}{\sum_{n=1}^{N_h} S_n}, \quad N_h \text{ suffisamment grand,} \quad (8.19)$$

où  $N_h$  est le nombre des histoires simulées et  $S_n$  est le premier cycle de renouvellement de la  $n^{\text{ème}}$  histoire. L'algorithme 2 décrit la procédure de simulation Monte Carlo suivant l'équation (8.19) afin d'obtenir le coût moyen asymptotique  $C^\infty$  pour les valeurs fixées des variables de décision.

Dans le reste de cette section, les illustrations numériques portent sur le même système défini dans l'exemple de la section 8.4.1 et les paramètres supplémentaires : les coûts d'interventions  $C_p = 50$ ,  $C_c = 100$  et  $C_d = 250$ , et le nombre des histoires simulées  $N_h = 4000$  (la valeur de  $C^\infty$  est convergente dès  $N_h = 4000$ ).

### Solution numérique pour le modèle $DR$

On introduit dans ce paragraphe une procédure de simulation pour déterminer la longueur du premier cycle de renouvellement  $S_n^{DR}$  de la  $n^{\text{ème}}$  histoire et le coût total de maintenance



$C^{DR}(S_n^{DR})$  sur ce cycle en adoptant les règles de décision de la politique  $DR$ . Cette procédure est décrite par l'algorithme 3.

---

**Algorithme 2** Procédure de simulation pour obtenir  $C_\infty$  selon l'équation (8.19)

---

1. **Initialisation** :  $S = 0, C = 0$ .
  2. **Étape 1** : Générer d'une histoire (par exemple la  $n^{\text{ème}}$  histoire) de dégradation et de mesures selon le modèle  $SED T$  et le modèle Logit respectivement (cf. chapitre 7).
  3. **Étape 2** : Déterminer la longueur du premier cycle de renouvellement  $S^{(n)}$  de la  $n^{\text{ème}}$  histoire et le coût de maintenance total correspondant  $C(S^{(n)})$  (voir aussi les algorithmes 3 et 4).
  4. **Étape 3** : Calculer  $C = C + C(S^{(n)})$ ,  $S = S + S^{(n)}$ ,  $C_\infty = \frac{C}{S}$  et décider
    - Si  $C_\infty$  converge, arrêter la procédure de simulation,
    - Sinon, retourner à **Étape 1**.
  5. **Sortie** : Valeur convergente de  $C_\infty$ .
- 

---

**Algorithme 3** Procédure de simulation pour obtenir  $S_n^{DR}$  et  $C^{DR}(S_n^{DR})$

---

1. **Initialisation** :  $T, T_i = 0, \mathbf{Z}_{T_{0:i}} = 0$ .
  2. **Étape 1** : Décider à une date  $T_i$ 
    - Si le système est en panne, remplacer correctivement  $C^{DR}(S_n^{DR}) = (i-1)C_{id} + C_c + C_d(T_i - T_{d,n})$  où  $T_{d,n}$  est la première date de défaillance pour la  $n^{\text{ème}}$  histoire,  $S_n^{DR} = T_i$ , et arrêter la procédure de simulation,
    - Sinon, passer à **Étape 2**.
  3. **Étape 2** : Inspecter le système pour obtenir  $\mathbf{Z}_{T_{0:i}}$ , calculer le temps de remplacement prédictif  $T_{pred}^{(i)}$  utilisant les équations (8.4), (8.1), (8.3), (8.18) et l'algorithme 1, et décider
    - Si  $T_{pred}^{(i)} > T_i + T$ , poser  $T_i := T_i + \Delta T$  et retourner à **Étape 1**,
    - Sinon, passer à **Étape 3**.
  4. **Étape 3** : Décider à  $T_{pred}^{(i)}$ 
    - Si le système est en panne, remplacer correctivement  $C^{DR}(S_n^{DR}) = (i-1)C_{id} + C_c + C_d(T_{pred}^{(i)} - T_{d,n})$ ,  $S_n^{DR} = T_{pred}^{(i)}$ , et arrêter la procédure de simulation,
    - Sinon, remplacer préventivement le système  $C^{DR}(S_n^{DR}) = (i-1)C_{id} + C_p$ ,  $S_n^{DR} = T_{pred}^{(i)}$  et arrêter la procédure de simulation.
  5. **Sortie** : Les valeurs de  $S_n^{DR}$  et  $C^{DR}(S_n^{DR})$ .
- 

En appliquant les algorithmes 2 et 3 sur l'ensemble des paramètres sélectionnés, les courbes du coût de la politique  $DR$  en fonction de la période d'inter-inspection  $\Delta T$  sont tracées sur la figure 8.3 selon différentes valeurs du coût d'inspection. La convexité des courbes dans tous les cas montre qu'il existe une solution optimale. La durée pour une optimisation de  $\Delta T$  est environ 24 heures. Il faut noter que toutes les courbes du coût de la politique  $DR$  convergent vers la même valeur lorsque la période  $\Delta T$  est suffisamment grande. Ceci s'exprime par le fait que cette politique est presque identique à une politique  $BR$  (cf. section 4.4 du chapitre 4) quand la période  $\Delta T$  est grande : dans un cycle de renouvellement, un remplacement (préventif ou correctif) est effectué presque sûrement avant ou à la première

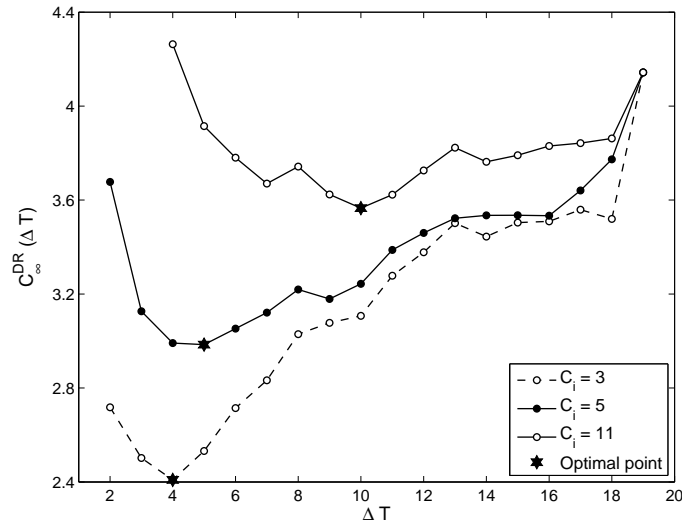


Figure 8.3 – Coût moyen asymptotique de la politique  $DR$  la période d'inter-inspection  $\Delta T$

inspection  $T_1 = \Delta T$  car le risque de défaillance à cette date est important. En conséquence, la valeur convergente du coût est exactement le coût moyen asymptotique optimal de la politique  $BR$  qui partage la même configuration.

### Solution numérique pour le modèle $QIR$

Dans ce paragraphe, on présente la procédure de simulation pour déterminer la longueur du premier cycle de renouvellement  $S_n^{SIR}$  et le coût total de maintenance  $C^{QIR}(S_n^{QIR})$  sur ce cycle en appliquant les règles de décision de la politique  $QIR$  sur la  $n^{\text{ième}}$  histoire. Cette procédure est décrite par l'algorithme 4.

---

**Algorithme 4** Procédure de simulation pour obtenir  $S_n^{QIR}$  et  $C^{QIR}(S_n^{QIR})$

---

1. **Initialisation** :  $\alpha, M, T_i = 0, \mathbf{Z}_{T_{0:i}} = 0$ .
  2. **Étape 1** : Décider à une date  $T_i$ 
    - Si le système est en panne, remplacer correctivement  $C^{QIR}(S_n^{QIR}) = (i-1)C_{id} + C_c + C_d(T_i - T_{d,n})$  où  $T_{d,n}$  est la première date de défaillance pour la  $n^{\text{ième}}$  histoire,  $S_n^{QIR} = T_i$ , et arrêter la procédure de simulation,
    - Sinon, passer à **Étape 2**.
  3. **Étape 2** : Inspecter le système pour obtenir  $\mathbf{Z}_{T_{0:i}}$ , estimer le niveau de dégradation réel du système  $\hat{x}_{T_i}$  selon l'algorithme 1, et décider
    - Si  $\hat{x}_{T_i} > M$ , remplacer préventivement le système  $C^{QIR}(S_n^{QIR}) = (i-1)C_{id} + C_p$ ,  $S_n^{QIR} = T_i$ , et arrêter la procédure de simulation,
    - Sinon, calculer le nouveau  $T_i$  (la prochaine date d'inspection) utilisant les équations (8.11), (8.18) et l'algorithme 1, et retourner à **Étape 1**.
  4. **Sortie** : Les valeurs de  $S_n^{QIR}$  et  $C^{QIR}(S_n^{QIR})$ .
-

Figure 8.4 montre une illustration numérique de l'optimisation hors-ligne des paramètres de décision de la politique  $QIR$  en appliquant les algorithmes 2 et 4 sur l'ensemble des paramètres sélectionnés. La surface et les courbes de niveau du coût moyen asymptotique  $C_{\infty}^{QIR}$  en fonction de  $M$  et  $\alpha$  sont tracées respectivement dans les sous-figures 8.4a et 8.4b. La convexité de la surface de  $C_{\infty}^{QIR}$  indique l'existence d'un réglage optimal des valeurs  $M$  et  $\alpha$ . En effet, les valeurs optimales sont  $\alpha_{opt} = 0.9915$  et  $M_{opt} = 2.5$ , ce qui correspond à un coût optimal  $C_{\infty}^{QIR}(\alpha_{opt}, M_{opt}) = 2.8008$  (en unités arbitraires de coût).

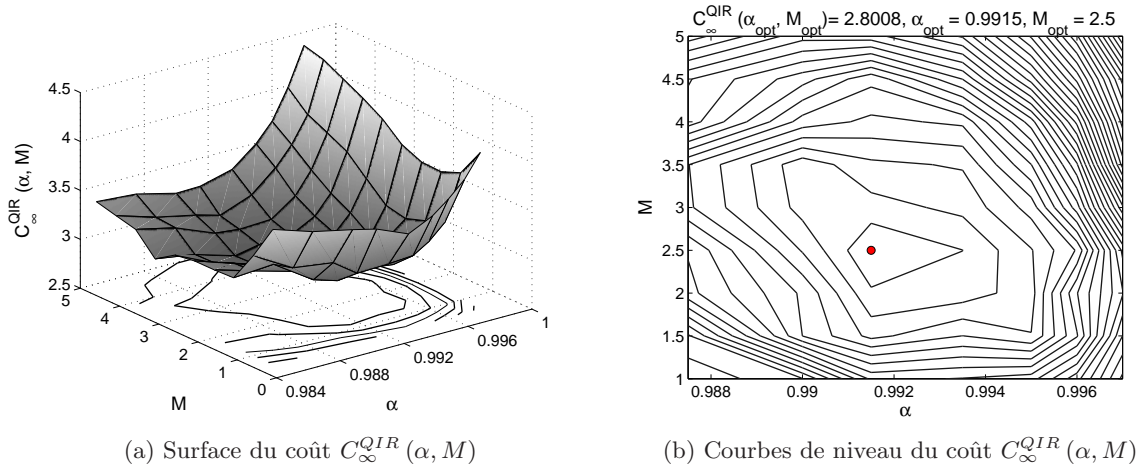


Figure 8.4 – Illustration d'optimisation de la politique  $QIR$  -  $C_{id} = 5$

## 8.5 Analyse des performances des modèles de maintenance

On s'intéresse dans cette section à analyser la performance des modèles de maintenance dynamiques  $DR$  et  $QIR$  en les comparant aux modèles de maintenance plus classiques. Les modèles  $BR$  et  $(\Delta T, M)$  considérés dans le chapitre 4 sont utilisés comme référence. En effet, selon les définitions données au début du chapitre, la politique  $BR$  présente une structure de décision non-conditionnelle non-dynamique, alors que la politique  $(\Delta T, M)$  présente une structure conditionnelle non-dynamique.

### 8.5.1 Comparaison des structures des politiques de maintenance

Un récapitulatif des structures de décision des quatre politiques  $QIR$ ,  $DR$ ,  $(\Delta T, M)$  et  $BR$  est présenté dans le tableau 8.1.

On peut remarquer que la différence fondamentale entre les politiques dynamiques (c-à-d. politiques  $QIR$  et  $DR$ ) et les politiques statiques (c-à-d. politiques  $(\Delta T, M)$  et  $BR$ ) est l'optimisation en-ligne. En effet, l'optimisation en-ligne utilise une information supplémentaire sur l'état futur du système, et par conséquent, fait adapter les règles de décision en maintenance pour déclencher des interventions plus opportunes. Au point de vue de la structure de décision en maintenance, les politiques dynamiques sont donc plus efficaces que les politiques statiques. Néanmoins leur coût de maintenance peut être disproportionné car il dépend encore de la qualité des mesures, des coûts d'interventions, ainsi que des caractéristiques dynamiques du phénomène de dégradation. Les paragraphes suivants ont pour but d'étudier les

| Politique | Type de remplacement<br>préventif | Date de remplacement |               | Date d'inspection |
|-----------|-----------------------------------|----------------------|---------------|-------------------|
|           |                                   | Préventif            | Correctif     |                   |
| D-M       | Calendaire                        | Dynamique            | Dépendant     | Non dynamique     |
| Q-I/R     | Conditionnel                      | Dynamique            | Dynamique     | Dynamique         |
| B-R       | Calendaire                        | Non dynamique        | Non dynamique | $\emptyset$       |
| P-I/R     | Conditionnel                      | Non dynamique        | Non dynamique | Non dynamique     |

| Politique | Optimisation en-ligne |                                | Optimisation hors-ligne |                   |
|-----------|-----------------------|--------------------------------|-------------------------|-------------------|
|           | Paramètres            | Critères                       | Paramètres              | Critères          |
| D-M       | $T_{pred}^{(i)}$      | Coût $C^{Pred}$                | $T$                     | Coût $C_{\infty}$ |
| Q-I/R     | $T_{i+1}$             | Fiabilité sur $(T_i, T_{i+1})$ | $\alpha, M$             | Coût $C_{\infty}$ |
| B-R       | $\emptyset$           | $\emptyset$                    | $T$                     | Coût $C_{\infty}$ |
| P-I/R     | $\emptyset$           | $\emptyset$                    | $T, M$                  | Coût $C_{\infty}$ |

Tableau 8.1 – Sommaire des politiques de maintenance considérées

configurations pour lesquelles les politiques dynamiques sont plus avantageuses en terme du coût.

### 8.5.2 Sensibilité aux incertitudes des mesures

On a montré dans le chapitre 7 que les erreurs de mesure causent des écarts importants dans l'estimation de l'état réel de dégradation, et de ce fait peuvent entraîner une réduction des performances des politiques de maintenance de type conditionnel. Dans ce contexte, les questions suivantes se posent naturellement :

- Est-ce que les politiques de maintenance conditionnelles conservent encore leurs avantages par rapport aux politiques de maintenance calendaires ?
- Comment peut on limiter l'impact négatif de l'incertitude de mesures dans la prise de décision en maintenance ?

Pour répondre à ce genre de questions, on compare les coûts moyens asymptotiques optimaux de quatre politiques  $QIR$ ,  $DR$ ,  $(\Delta T, M)$  et  $BR$  en fonction des écarts types de l'erreur de mesures  $\sigma_v$ . Afin de quantifier l'intérêt de la prise en compte de ces erreurs dans la décision en maintenance, on considère trois configurations suivantes :

1. La décision du remplacement préventif se base sur l'état réel de dégradation. Cette configuration est forcément irréaliste, mais est considérée comme référence.
2. La décision du remplacement préventif se base sur l'état estimé de dégradation. Ceci correspond à une utilisation normale de notre modèle.
3. La décision du remplacement préventif se base directement sur la mesure de dégradation. Dans cette configuration, les mesures sont considérées comme parfaites et leur incertitude n'est pas prise en compte dans la décision en maintenance.

La politique  $BR$  ne dépend pas des informations de surveillance, et est considérée comme référence pour évaluer l'impact des mesures bruitées et pour indiquer quel type de maintenance (conditionnel ou calendaire) devrait être utilisé en accord avec les différents niveaux de l'incertitude de mesures.

## Résultats numériques

Afin de mieux examiner l'influence de la qualité de mesures sur la décision en maintenance, on fixe les caractéristiques du système et les coûts d'interventions par  $C = 0.015$ ,  $n = 0.35$ ,  $\beta = 3.9$ ,  $\sigma_\omega^2 = 2.53$ ,  $\Delta t = 1$ ,  $\beta_0 = 0.06$ ,  $\beta_1 = 1.25$ ,  $d = 6$ ,  $C_{id} = 5$ ,  $C_p = 50$ ,  $C_c = 100$  et  $C_d = 250$ . Le nombre des particules et le nombre des histoires simulées sont  $N_s = 3000$  et  $N_h = 4000$  respectivement. On fait varier ensuite la valeur de l'écart type de mesures  $\sigma_v$  de 0 à 3.5 avec un pas égal à 0.5, et on observe l'évolution du coût moyen asymptotique optimal des politiques de maintenance considérées. Notons que  $\sigma_v = 3.5$  correspond déjà à un niveau d'erreur très grand et irréaliste (cf. figure 7.6). Les résultats de cette étude sont montrés dans les sous-figures 8.5a, 8.5b et 8.5c. Dans chacune de ces sous-figures, on représente les courbes du coût moyen asymptotique optimal de trois configurations ci-dessous d'une même politique de maintenance conditionnelle ( $QIR$ ,  $DR$  ou  $(\Delta T, M)$ ) et de la politique  $BR$ .

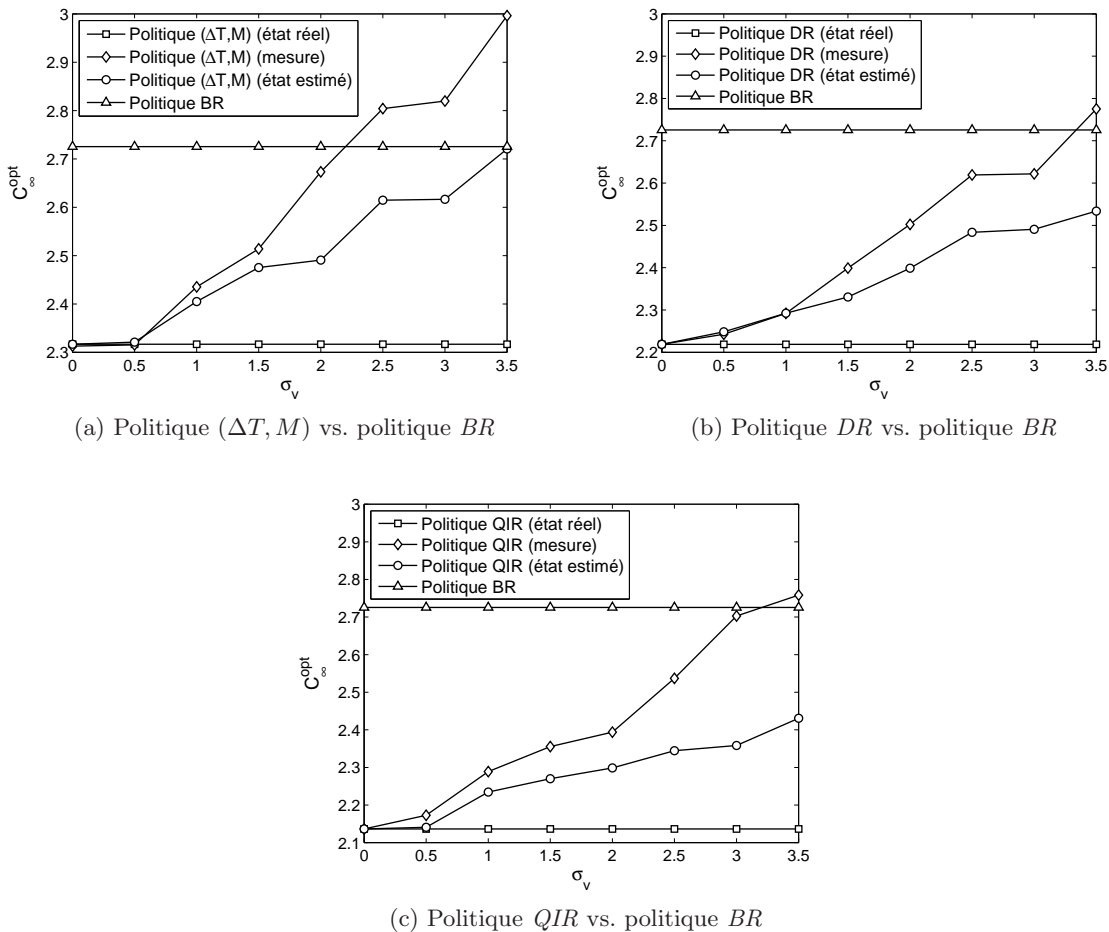


Figure 8.5 – Impact de l'incertitude de mesures sur la prise de décision en maintenance

## Analyses numériques et discussions

Les résultats numériques montrent que, pour les politiques de maintenance dont la décision se base sur l'état estimé de dégradation ou sur la mesure, leurs coûts moyens asymptotiques

optimaux de maintenance augmentent avec l'accroissement de l'écart type de mesures (cf. figure 8.5). La raison est que la mesure et l'état estimé ne peuvent pas refléter précisément l'état réelle du système, et que cet écart devient de plus en plus important lorsque l'incertitude de mesures augmente.

En considérant la configuration où la décision de remplacement préventif se base directement sur la mesure de dégradation, pour un écart type de mesures raisonnable, les politiques *QIR*, *DR* et  $(\Delta T, M)$  peuvent mener à un avantage économique considérable par rapport à la politique *BR*. Bien sûr, cela n'est plus vrai quand cette erreur devient plus importante, car la mesure ne peut plus représenter correctement l'état de dégradation du système. Ceci entraîne une décision conditionnelle inadaptée, et la politique *BR* indépendante de l'information de surveillance est plus efficace. Cette étude permet de compléter et parachever les conclusions sur l'intérêt des politiques conditionnelles et calendaires énoncées dans le chapitre 4 : une décision de maintenance conditionnelle est plus rentable qu'une décision calendaire si l'incertitude des informations de surveillance n'est pas importante. Il faut noter également que ce phénomène est d'autant plus marqué dans le cas de la politique  $(\Delta T, M)$  que dans le cas des politiques *QIR* et *DR*. Cette situation indique que l'aspect dynamique de la structure de décision peut limiter l'impact négatif des mesures bruitées.

Dans la configuration où la décision de remplacement préventif se base sur l'état estimé de dégradation, les politiques *QIR*, *DR* et  $(\Delta T, M)$  restent toujours plus rentables que la politique *BR*, malgré leurs performances décroissantes en fonction de l'erreur de mesures. Ces politiques sont aussi plus rentables que celles basées sur la mesure. Ceci signifie que la prise de décision en maintenance se basant sur l'état estimé peut limiter efficacement l'impact négatif de l'erreur de mesures. Il est en effet avantageux de reconstruire l'état de dégradation du système à partir des mesures bruitées et d'adapter les décisions de maintenance aux états estimés.

En conclusion, ces cas d'études montrent que l'incertitude des informations de surveillance peut réduire les performances des politiques de maintenance conditionnelles, et qu'une politique calendaire peut être plus convenable si cet écart est grand. Un moyen efficace pour surmonter ce problème est de prendre en compte l'erreur de mesures dans l'estimation de dégradation et d'adapter les règles de décision aux états estimés. Passer d'une structure de décision statique à une structure dynamique peut aussi être une manière performante de limiter l'impact négatif des mesures bruitées.

### 8.5.3 Sensibilité aux caractéristiques du système et aux coûts d'interventions

Cette section se concentre sur l'évaluation des performances des politiques de maintenance dynamiques proposées et sur la quantification du gain obtenu par la prise en compte de l'information de pronostic en-ligne dans la décision en maintenance. Pour ce faire, on effectue des comparaisons entre les coûts moyens asymptotiques optimaux des quatre politiques de maintenance *QIR*, *DR*,  $(\Delta T, M)$  et *BR*. Les structures de ces politiques montrent que les coûts d'inspection et la durée d'indisponibilité sont les facteurs principaux déterminant leurs performances. Les comparaisons sont effectuées alors sur la base d'essais numériques menés pour des caractéristiques différentes du système en faisant varier le coût d'inspection et le taux du coût d'indisponibilité.

## Résultats numériques

Les essais numériques présentés ci-dessous correspondent aux paramètres suivants :  $C_p = 50$ ,  $C_c = 100$ ,  $\Delta t = 1$ ,  $\beta_0 = 0.06$ ,  $\beta_1 = 1.25$ ,  $\sigma_v^2 = 0.0625$ ,  $d = 6$ ,  $N_h = 4000$  et  $N_s = 3000$ . Pour mettre l'accent sur le comportement du système et la variance de la dégradation, nous envisageons les deux configurations suivantes :

1. Dégradation avec variance faible :  $C = 0.015$ ,  $n = 0.35$ ,  $\beta = 3.9$ ,  $\sigma_\omega^2 = 2.53$ ,
2. Dégradation avec variance importante :  $C = 0.0047$ ,  $n = 0.35$ ,  $\beta = 3.9$ ,  $\sigma_\omega^2 = 4.8326$ .

La variance de la dégradation dans la seconde configuration est 10 fois supérieure pour la même vitesse de dégradation. Les coûts de remplacement préventif  $C_p$  et correctif  $C_c$  ne causent pas une disparité considérable dans les performances des politiques considérées, on les fixe alors aux valeurs  $C_p = 50$  et  $C_c = 100$ , et on examine les deux cas d'étude suivants :

1. Coût d'inspection variable :  $C_{id}$  varie de 3 à 19 avec un pas égal à 2,  $C_c = 100$ ,  $C_p = 50$  et  $C_d = 250$ .
2. Coût d'indisponibilité par unité de temps variable :  $C_{id} = 7$ ,  $C_c = 100$ ,  $C_p = 50$  et  $C_d$  varie de 50 à 350 avec un pas égal à 50.

Les coût d'interventions satisfont la contrainte :  $C_{id} < C_p < C_c$ .

Les figures 8.6 et 8.7 montrent respectivement les coûts asymptotiques par unité de temps des politiques  $QIR$ ,  $DR$ ,  $(\Delta T, M)$  et  $BR$  en fonction du coût d'inspection et du taux de coût d'indisponibilité.

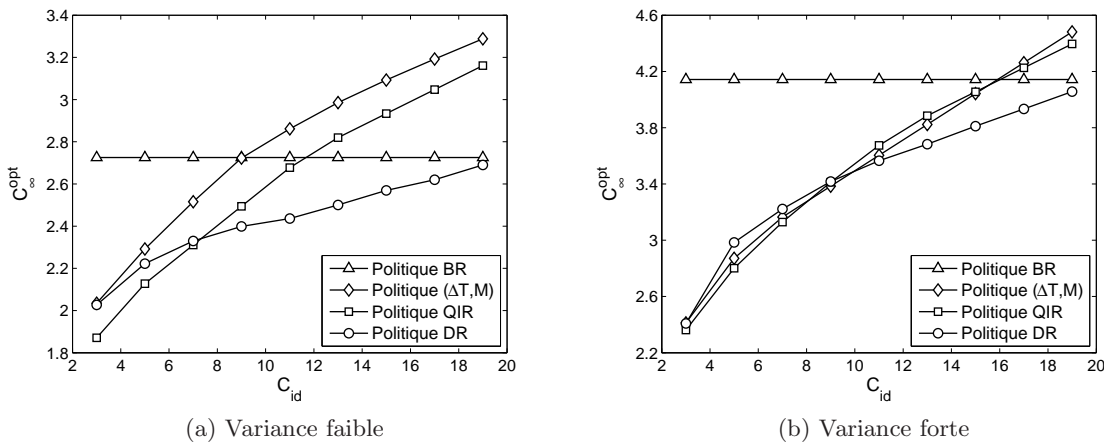
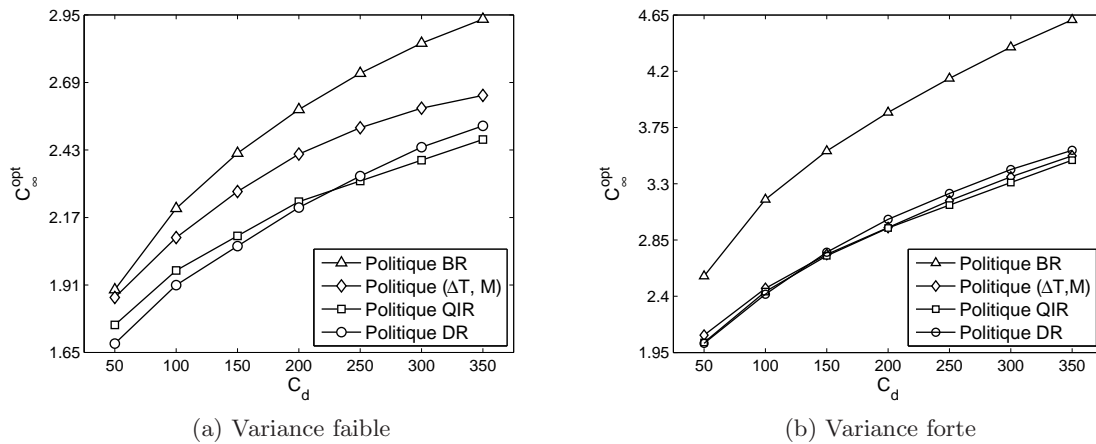


Figure 8.6 – Coût d'inspection variable -  $C_d = 250$

## Analyses numériques et discussions

Les figures 8.6 et 8.7 montrent que la politique  $DR$  est toujours plus rentable que la politique  $BR$ . Cela s'explique par le fait que la politique  $DR$  peut adapter le temps de remplacement à l'état du système. De plus, elle peut être considérée comme une politique plus générale que la politique  $BR$  : quand le coût d'inspection devient trop grand, la politique  $DR$  tend vers une politique  $BR$ . En comparant la politique  $DR$  et la politique  $(\Delta T, M)$ , on peut voir que les performances de la politique  $DR$  dépendent des coûts d'interventions et des caractéristiques dynamiques du système. Quand la variance de la dégradation est assez faible

Figure 8.7 – Coût d'indisponibilité par unité de temps variable -  $C_i = 7$ 

(cf. sous-figures 8.6a et 8.7a), les inspections deviennent moins utiles pour le même coût  $C_i$ . Cette situation est plus avantageuse pour la politique  $DR$  que la politique  $(\Delta T, M)$ , car à l'instant de remplacement prédictif  $T_{pred}^{(i)}$ , aucune inspection n'est effectuée pour déclencher un remplacement. En outre, comme la politique  $DR$  permet une intervention entre deux inspections successives (à  $T_{pred}^{(i)}$ ) et que la date  $T_{pred}^{(i)}$  peut s'adapter à l'état courant du système à  $T_i$ , la politique  $DR$  peut garantir une bonne disponibilité du système par rapport à la politique  $(\Delta T, M)$ . Elle est donc plus rentable en fonction de coût d'indisponibilité par unité de temps (cf. sous-figure 8.7a). Ainsi, la politique  $DR$  est plus appropriée et toujours plus profitable que la politique  $(\Delta T, M)$  et l'aspect dynamique semble plus rentable que l'aspect conditionnel lorsque la variance de la dégradation est assez faible. Cela n'est plus vrai quand la variance de la dégradation est forte (cf. sous-figures 8.6b et 8.7b), parce que la trajectoire moyenne de la dégradation n'est plus représentative de son comportement réel, et les informations d'inspection deviennent alors plus utiles. La politique  $(\Delta T, M)$  peut être plus intéressante que la politique  $DR$  particulièrement quand l'inspection est moins onéreuse (cf. sous-figure 8.6b). Ces deux politiques sont plus ou moins équivalentes pour n'importe quel coût d'indisponibilité du système quand  $C_i = 7$  (cf. sous-figure 8.7b). Dans ce contexte, il est difficile de dire si l'aspect dynamique peut vraiment être plus avantageux que l'aspect conditionnel ou non. Ce point va être étudié davantage en regardant à les politiques  $QIR$  et  $(\Delta T, M)$ .

À propos de la politique  $QIR$ , la figure 8.6 montre qu'elle est plus avantageuse que la politique  $BR$  quand les inspections sont moins onéreuses, parce que la date d'inspection/remplacement peut s'adapter à l'état du système. Quand le coût d'inspection augmente, la politique  $QIR$  peut perdre son intérêt : cela est d'autant plus vrai quand la variance de la dégradation est faible (cf. sous-figure 8.6a). En effet, la politique  $QIR$  tend vers une politique  $BR$  dans ce cas, mais elle est plus chère à cause du coût d'inspection supplémentaire de surveillance de l'état qui est peu utile. Quand on compare la politique  $QIR$  et la politique  $(\Delta T, M)$ , la politique  $QIR$  permet toujours de diminuer le coût de maintenance, particulièrement quand la variance de la dégradation est faible (cf. sous-figures 8.6a et 8.7a), car le schéma d'inspection/remplacement non périodique peut être considéré comme un cas général du cas périodique. Cela montre que l'aspect dynamique de la décision en maintenance est vraiment efficace pour assurer un avantage économique. Cependant, cet avantage n'est pas très clair quand la variance de la dégradation est forte (cf. sous-figures 8.6b et 8.7b).



Ceci veut dire que l'aspect dynamique et l'aspect conditionnel peut être équivalents dans ce contexte (voir les politiques  $QIR$ ,  $DR$  et  $(\Delta T, M)$ ). Cette phénomène peut s'expliquer par le fait que, bien que la qualité de l'estimation de l'état courant reste la même, la qualité du pronostic chute : on prévoit une évolution moyenne de la dégradation future à partir de la fiabilité conditionnelle qui n'est pas représentative. Dans ce contexte, l'aspect dynamique n'apporte pas des informations significatives, et les structures de décision des politiques  $QIR$ ,  $DR$  et  $(\Delta T, M)$  deviennent équivalentes. Dans cette situation, une politique conditionnelle non-dynamique (politique  $(\Delta T, M)$ ) peut être préférable grâce à sa facilité de mise en œuvre en pratique.

En comparant les politiques dynamiques, l'avantage de la politique  $QIR$  par rapport à la politique  $DR$  dépend des coûts d'interventions et des caractéristiques dynamiques du système. D'une manière générale, la politique  $QIR$  est plus pertinente si les inspections sont moins chères et/ou l'indisponibilité du système engendre un coût d'important. Cela est d'autant plus vrai quand la variance du processus de dégradation est assez faible (cf. sous-figures 8.6a et 8.7a). Ceci veut dire que une politique conditionnelle dynamique n'est pas toujours plus efficace qu'une politique purement dynamique en terme de coût de maintenance, et que la façon de prise ne compte de l'aspect dynamique est un facteur d'importance qui décide l'avantage économique d'une politique.

En résumé, les politiques de maintenance dynamiques utilisant des informations de pronostic en-ligne, dans plusieurs situations, sont plus rentables que des politiques statiques. Mais de manière générale, si on peut remarquer qu'il peut être réellement avantageux de suivre l'évolution de dégradation pour effectuer une prédiction et intégrer ces informations de pronostic dans des stratégies de maintenance, il est très difficile, exception faite de quelques cas "extrême", de dire *a priori* quel type de maintenance (c.-à-d. dynamique ou dynamique et conditionnelle) est meilleure en termes de coût. L'intérêt relatif de ces types de maintenance dépend très fortement des caractéristiques dynamiques du système et des coûts d'intervention et une étude quantitative des coûts associées est indispensable pour préconiser l'une ou l'autre des stratégies.

## 8.6 Conclusion et perspectives

### 8.6.1 Conclusion

Ce chapitre montre l'intérêt de développer des modèles quantitatifs qui permettent d'intégrer de l'information de surveillance imparfaite et de pronostic pour construire des politiques de maintenance dynamique, et d'en évaluer l'impact sur les performances de la maintenance.

En effet, nous avons proposé deux politiques de maintenance dynamique nommés  $DR$  et  $QIR$ , et développé les modèles associés de coût de maintenance. La complexité de la situation considérée ne permet pas d'obtenir un modèle analytique complet, et nous avons utilisé une technique de filtrage particulière et de la simulation Monte Carlo pour optimiser en-ligne et hors-ligne les variables de décisions des politiques. Ces méthodes numériques s'avèrent être des outils efficaces pour faire face à des problèmes complexes et plus pratiques (c.-à-d. des phénomènes de dégradation non-stationnaires, des informations de surveillance indirectes et bruitées, des politiques de maintenance sophistiquées de type dynamique et/ou conditionnel).

Les politiques de maintenance dynamiques  $DR$  et  $QIR$  ont été comparées à des politiques de maintenance statiques  $(\Delta T, M)$  et  $BR$  sous différentes configurations d'erreur de me-

sure, de caractéristiques dynamiques du système et de coûts d'interventions. Les résultats numériques montrent que la prise en compte de la qualité des informations de surveillance et de l'aspect dynamique dans la décision de maintenance peut engendrer des économies de coûts considérables, mais doit être guidées par une analyse conjointe des différents coûts (coûts de remplacement, d'indisponibilité, de surveillance notamment).

### 8.6.2 Perspectives

Les perspectives identifiées sur le sujet se situent essentiellement au niveau des incertitudes dans l'estimation de l'état et des covariables représentant une information complémentaire sur la condition du système dans la prise de décision en maintenance.

Dans les modèles de maintenance étudiés, les incertitudes résident non seulement dans les informations de surveillance imparfaite, mais aussi dans l'étape de reconstruction de la dégradation réelle à partir des mesures bruitées. L'incertitude de l'estimation peut entraîner une réduction de performance des politiques de maintenance conditionnelle. Nous envisageons alors d'intégrer cette incertitude dans les règles de décision pour mieux évaluer le gain des politiques conditionnelles par rapport aux politiques calendaires.

En plus des mesures de dégradation, des covariables relatives à l'environnement opérationnel peuvent fournir des informations complémentaires pour expliquer au mieux le phénomène de dégradation. On peut envisager des politiques de maintenance de type conditionnel et dynamique en intégrant à la fois des informations de mesures bruitées et de covariables d'environnement dans des règles de décision. Le chapitre suivant explicite cet axe de réflexion.



## Chapitre 9

# Modèles de maintenance dynamiques adaptatifs à l'environnement

### 9.1 Introduction

Les modèles de maintenance conditionnelle proposés dans les chapitres précédents se concentrent essentiellement sur l'information de surveillance indirecte de type mesures bruitées de dégradation. Dans ce chapitre, nous montrons comment utiliser toute nouvelle information disponible sur le système, en plus des mesures bruitées de dégradation, pour mettre en avant des stratégies de maintenance plus efficaces. Notre étude porte sur le modèle *DEDT* considéré dans le chapitre 7. Puisque l'analyse de ce modèle met en évidence l'influence de l'environnement dynamique, il est naturel de chercher à intégrer cette nouvelle information dans le processus de décision en maintenance. Quelques modèles de maintenance portant sur cet aspect ont été développés [80, 81, 95, 96, 224, 235, 314], néanmoins très peu de travaux s'intéressent à la nature de décisions adaptatives à l'environnement. Ce chapitre examine les adaptations calendaire et conditionnelle à un environnement stressant tout en portant davantage la réflexion sur la mise en œuvre de politiques de maintenance dynamiques et leur optimisation. Ainsi, en partant de la politique  $(\Delta T, M)$  (cf. chapitre 4), nous développons deux nouvelles politiques de maintenance considérant ces aspects d'adaptation. Afin d'évaluer les performances de ces politiques, nous optimisons leurs modèles asymptotiques du coût et les comparons à celui de la politique de référence  $(\Delta T, M)$ . L'analyse sur les résultats de comparaison nous permet de justifier l'intérêt de l'intégration des covariables, représentant une information complémentaire à celle qui concerne l'évolution de l'état du système, dans la décision en maintenance, et de montrer les conditions d'application appropriées.

Nous débuterons ce chapitre par la présentation, dans la section 9.2, des motivations pour la décision dynamique en maintenance en partant de la politique  $(\Delta T, M)$ . Les sections 9.3 et 9.4 sont consacrées à la construction de politiques de maintenance dynamique à multi-périodes d'inspection et à multi-seuils de remplacement préventif. La méthode numérique de simulation Monte Carlo est utilisée pour optimiser leurs modèles du coût. Dans la section 9.5, nous cherchons à analyser les performances de ces politiques en les comparant à la politique  $(\Delta T, M)$ . Enfin, nous concluons et proposons quelques perspectives issues de cette étude dans la section 9.6.

### 9.2 Décisions adaptatives à l'environnement : motivations

On s'intéresse à la construction de politiques de maintenance dynamique pour le modèle *DEDT* (cf. chapitre 7). L'idée principale des règles dynamiques adaptatives à l'environnement découle de la politique  $(\Delta T, M)$  considérée dans le chapitre 4. Selon cette politique, le système est inspecté régulièrement avec une périodicité  $\Delta T$ . Lors d'une inspection, si l'état estimé

de la dégradation à partir des mesures bruitées  $\mathbf{Z}_{T_{0:i}} = \{z_{T_0}, z_{T_1}, \dots, z_{T_i}\}$  dépasse un seuil de dégradation  $M$ , le système est remplacé préventivement. Mais si le système est trouvé en panne, il est remplacé correctivement. La période d'inspection  $\Delta T$  et le seuil de remplacement préventif  $M$  sont les deux variables de décision de la politique  $(\Delta T, M)$ . L'avantage de cette politique est lié à la facilité de modélisation et à la réduction du nombre de variables à optimiser. En appliquant le modèle *DEDT*, la décision d'intervention repose indirectement sur l'état actuel de la dégradation et sur les caractéristiques moyennes de l'environnement opérationnel (se manifestant à travers l'évolution de dégradation). Une telle structure de décision n'est pas encore optimale au point de vue économique car elle ne tient pas compte de l'état courant de l'environnement qui peuvent contenir plusieurs informations significatives sur l'état du système [79].

Pour intégrer cette information dans le procédure de décision de la politique  $(\Delta T, M)$ , une méthode simple est de remettre en cause ses paramètres de décision. En effet, pour le modèle *DEDT*, plus l'environnement est stressant, plus la dégradation du système est rapide et chaotique. Il est donc nécessaire d'intervenir plus fréquemment (en raccourcissant la période d'inter inspection  $\Delta T$ ) et/ou de garder une marge de sécurité plus large (en baissant le seuil de remplacement préventif  $M$ ). Ainsi, les variables de décision  $\Delta T$  et  $M$  ne sont plus fixées pour toute la durée de vie du système, mais devraient s'adapter aux différents états de l'environnement. Conformément à cette idée, on propose dans la suite deux politiques de maintenance : la première représente une structure multi-seuils de remplacement préventif, alors que la seconde représente une structure multi-périodes d'inspection. Ces politiques reflètent respectivement les aspects conditionnel et calendaire de la méthode d'adaptation. Il faut noter qu'une politique de maintenance dont toutes les variables de décision (c-à-d. le niveau de remplacement préventif et la période d'inspection) évoluent en fonction de l'état courant de l'environnement peut être plus intéressante et plus générale que celles proposées. Néanmoins, une telle politique rend plus difficile l'optimisation à cause du grand nombre de variables de décision, et nous nous sommes contentés ici de considérer l'un des deux aspects séparément à chaque fois.

### 9.3 Politique et modèle multi-périodes de maintenance

Supposons que le système à maintenir est caractérisé par le modèle *DEDT* (cf. chapitre 7). Afin de bien mettre en évidence l'aspect calendaire d'adaptation à l'environnement, on propose dans cette section une politique de maintenance dynamique  $(\Delta T_k, M)$  qui représente une structure multi-périodes d'inspection. Une telle politique est similaire à la politique  $(\Delta T, M)$ , excepté le fait que ses périodes d'inter-inspection peuvent s'adapter aux différents états de l'environnement stressant. Pour un même niveau de stress, par exemple  $e_{t_i} = k$ ,  $k \in \{1, 2, \dots, m\}$ , ces durées restent toujours constantes et sont égales à  $\Delta T_k$ .

#### 9.3.1 Politique $(\Delta T_k, M)$

Dans le cadre d'un cycle de renouvellement, la structure de la politique  $(\Delta T_k, M)$  est interprétée de manière suivante. Le système est inspecté régulièrement pour un coût unitaire  $C_{id}$  avec une périodicité dépendante de l'état de l'environnement opérationnel. Une inspection donne le niveau de stress courant de l'environnement, la mesure sur le niveau de dégradation, ainsi que l'état marche/panne du système. Lors d'une inspection à la date  $T_i$ ,  $i = 1, 2, \dots$ ,

- Si le système est trouvé en panne ( $x_{T_i} \geq d$ ), il est remplacé correctivement pour un

coût unitaire  $C_c$ , et sa durée d'indisponibilité engendre un coût au taux  $C_d$ . Après remplacement, le système est aussi bon que neuf et un nouveau cycle de renouvellement recommence.

- Si le système est encore en fonctionnement ( $x_{T_i} < d$ ), on estime le niveau réel de dégradation à partir du niveau de stress observé de l'environnement et de la série des mesures bruitées collectées jusqu'à la date  $T_i$  (cf. algorithme 1). On adopte ensuite la règle de décision conditionnée par le niveau de dégradation estimé  $\hat{x}_{T_i}$  comme suit :
  - ▷ Si  $\hat{x}_{T_i} \geq M$ , un remplacement préventif (coût unitaire  $C_p$ ) est effectué à  $T_i$ . Après remplacement, le système est aussi bon que neuf et un nouveau cycle de renouvellement recommence.
  - ▷ Si  $\hat{x}_{T_i} < M$ , aucun remplacement n'est réalisé sur le système et la même décision se renvoie à la prochaine date d'inspection  $T_{i+1}$ , qui dépend du niveau de stress observé à  $T_i$ ,  $e_{T_i}$ , (par exemple,  $T_{i+1} = T_i + \Delta T_k$  si  $e_{T_i} = k$ ).

Pour cette politique, le seuil de remplacement préventif  $M$  et les périodes d'inter-inspection  $\Delta T_1, \dots, \Delta T_m$  sont les variables de décision. La figure 9.1 illustre une réalisation du processus de dégradation du système maintenu en adoptant la politique  $(\Delta T_k, M)$ . L'espace d'état de l'environnement opérationnel est  $\Xi = \{1, 2\}$ .

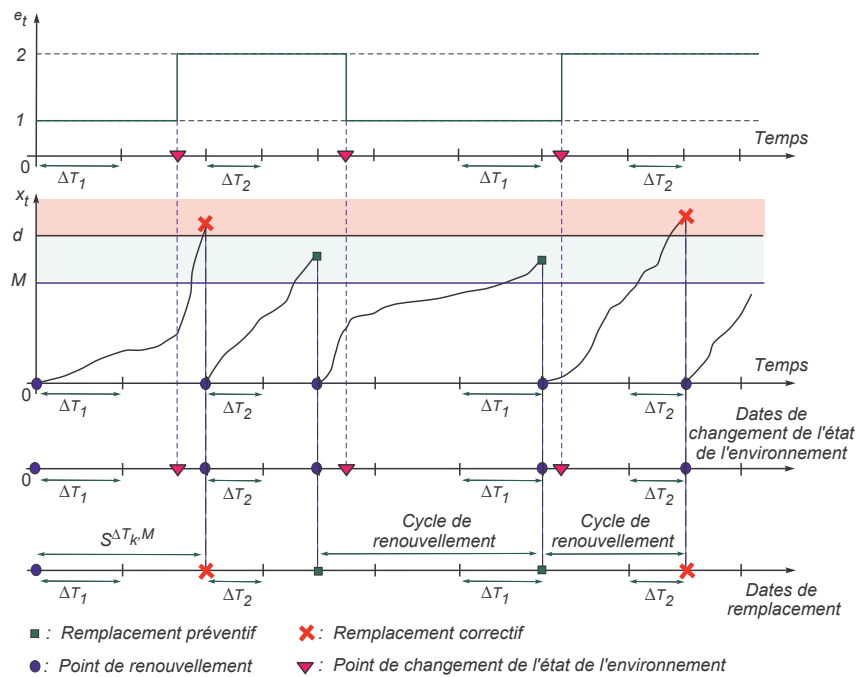


Figure 9.1 – Illustration la règle de décision de la politique  $(\Delta T_k, M)$

**Remarque 9.1.** Comme la politique  $(\Delta T_k, M)$  revient à la politique  $(\Delta T, M)$  lorsque les périodes d'inter-inspection  $\Delta T_k$ ,  $k = 1, 2, \dots, m$ , sont égales, la première est plus générale, et donc toujours plus performante économiquement que la seconde. Les périodes d'inspection adaptatives à l'état de l'environnement de la politique  $(\Delta T_k, M)$  reflètent bien une adaptation calendaire.

### 9.3.2 Évaluation et optimisation de la politique $(\Delta T_k, M)$

Les performances de cette politique peuvent être quantifiées par un coût moyen asymptotique engendré par les opérations d'interventions (c-à-d. inspection et remplacement) et par

l'indisponibilité du système,  $C_\infty^{\Delta T_k, M}(\Delta T_1, \dots, \Delta T_m, M)$ . L'évaluation de ce coût en vue de l'optimisation des variables de décision nécessite la caractérisation probabiliste de l'évolution de l'état de dégradation du système maintenu. Néanmoins, de même que dans le chapitre 8, la complexité du modèle complet dégradation/maintenance (qui est due à la fois à la loi de Paris-Erdogan, à la nature de la fonction qui constitue les observations, et à la nature de la règle de décision choisie) rend impossible une évaluation analytique complète. On utilise alors, dans un premier temps, le filtrage particulière pour estimer le niveau de dégradation réel à partir des informations de surveillance (cf. chapitre 7), et dans un second temps, la simulation Monte Carlo pour optimiser le critère du coût. Ainsi, le coût moyen asymptotique de la politique  $(\Delta T_k, M)$  s'écrit sous la forme :

$$C_\infty^{\Delta T_k, M}(\Delta T_1, \dots, \Delta T_m, M) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{C^{\Delta T_k, M}(t)}{t} \simeq \frac{\sum_{n=1}^{N_h} C^{\Delta T_k, M}(S_n^{\Delta T_k, M})}{\sum_{n=1}^{N_h} S_n^{\Delta T_k, M}}, \quad (9.1)$$

où  $C^{\Delta T_k, M}(t)$  correspond au coût de maintenance cumulé au temps  $t$ ,  $N_h$  suffisamment grand est le nombre des histoires simulées, et  $S_n^{\Delta T_k, M}$  est la longueur du premier cycle de renouvellement de la  $n^{\text{ème}}$  histoire. L'optimisation de la politique consistent à déterminer les variables  $M \in (0, L)$  et  $\Delta T_1, \dots, \Delta T_m > 0$  qui permettent conjointement de minimiser ce coût :

$$C_\infty^{\Delta T_k, M}(\Delta T_{1, \text{opt}}, \dots, \Delta T_{m, \text{opt}}, M_{\text{opt}}) = \min_{\Delta T_1, \dots, \Delta T_m, M} \{C_\infty^{\Delta T_k, M}(\Delta T_1, \dots, \Delta T_m, M)\}. \quad (9.2)$$

La procédure de simulation globale pour évaluer l'équation (9.1) est déjà représentée dans l'algorithme 2 du chapitre 8. Les travaux restants résident dans la détermination de la longueur  $S_n^{\Delta T_k, M}$  et du coût de maintenance associé  $C^{\Delta T_k, M}(S_n^{\Delta T_k, M})$  en adoptant la politique  $(\Delta T_k, M)$ . Ces grandeurs sont donnés par l'algorithme 5. Les algorithmes 2 et 5 fournissent une évaluation numérique complète de  $C_\infty^{\Delta T_k, M}(\Delta T_1, \dots, \Delta T_m, M)$ .

---

**Algorithme 5** Procédure de simulation pour obtenir  $S_n^{\Delta T_k, M}$  et  $C^{\Delta T_k, M}(S_n^{\Delta T_k, M})$

---

1. **Initialisation** :  $M, \Delta T_1, \dots, \Delta T_m, T_i = 0, \mathbf{Z}_{T_{0:i}} = 0, e_{T_i} = 1$ .
  2. **Étape 1** : Décider à une date  $T_i$ 
    - Si le système est en panne, remplacer correctivement  $C^{\Delta T_k, M}(S_n^{\Delta T_k, M}) = iC_{id} + C_c + C_d(T_i - T_{d,n})$  où  $T_{d,n}$  est la première date de défaillance pour la  $n^{\text{ème}}$  histoire,  $S_n^{\Delta T_k, M} = T_i$ , et arrêter la procédure de simulation,
    - Sinon, passer à **Étape 2**.
  3. **Étape 2** : Inspecter le système pour obtenir  $\mathbf{Z}_{T_i}$  et  $e_{T_i}$ , estimer le niveau de dégradation réel du système  $\hat{x}_{T_i}$  selon l'algorithme 1 du chapitre 7, et décider
    - Si  $\hat{x}_{T_i} \geq M$ , remplacer préventivement le système  $C^{\Delta T_k, M}(S_n^{\Delta T_k, M}) = iC_{id} + C_p$ ,  $S_n^{\Delta T_k, M} = T_i$ , et arrêter la procédure de simulation,
    - Sinon, déterminer le nouveau  $T_i$  (la prochaine date d'inspection) dépendant de  $e_{T_i}$  (c-à-d.  $T_i := T_i + \Delta T_k$  si  $e_{T_i} = k$ ), et retourner à **Étape 1**.
  4. **Sortie** : Les valeurs de  $S_n^{\Delta T_k, M}$  et  $C^{\Delta T_k, M}(S_n^{\Delta T_k, M})$ .
- 

Pour une illustration d'optimisation de la politique  $(\Delta T_k, M)$ , on s'appuie sur le système caractérisé par l'ensemble des paramètres suivants. Ceux du modèle de dégradation sont

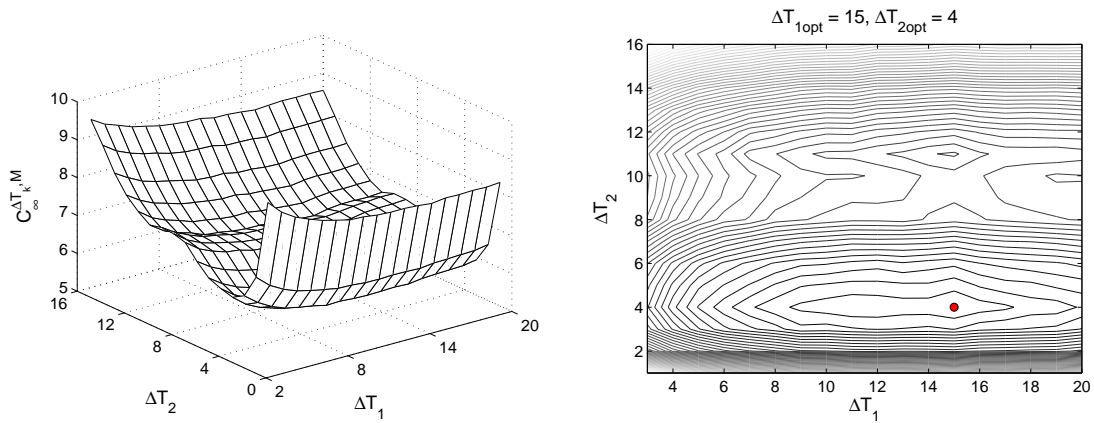


Figure 9.2 – Coût moyen asymptotique  $C_\infty^{\Delta T_k, M}(\Delta T_1, \Delta T_2, M)$  quand  $M$  est fixé à  $M_{opt} = 5$

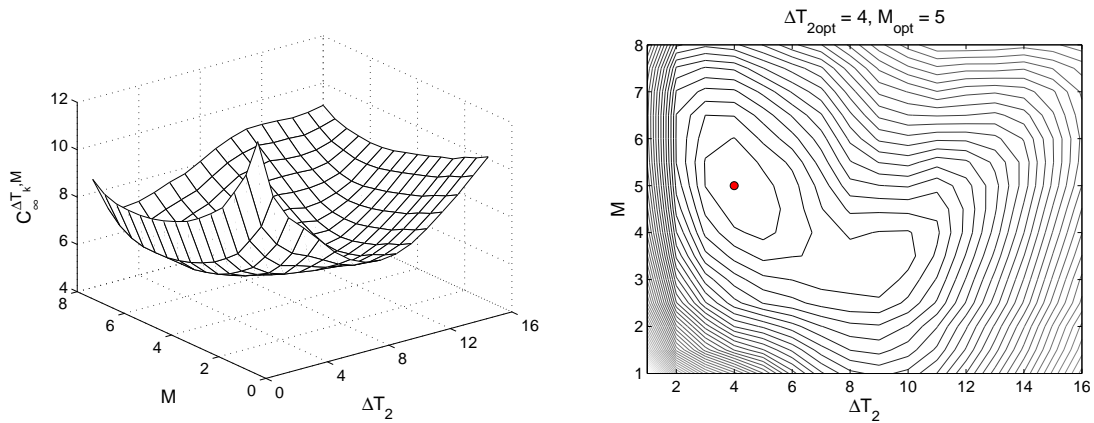


Figure 9.3 – Coût moyen asymptotique  $C_\infty^{\Delta T_k, M}(\Delta T_1, \Delta T_2, M)$  pour  $\Delta T_1$  fixé à  $\Delta T_{1,opt} = 15$

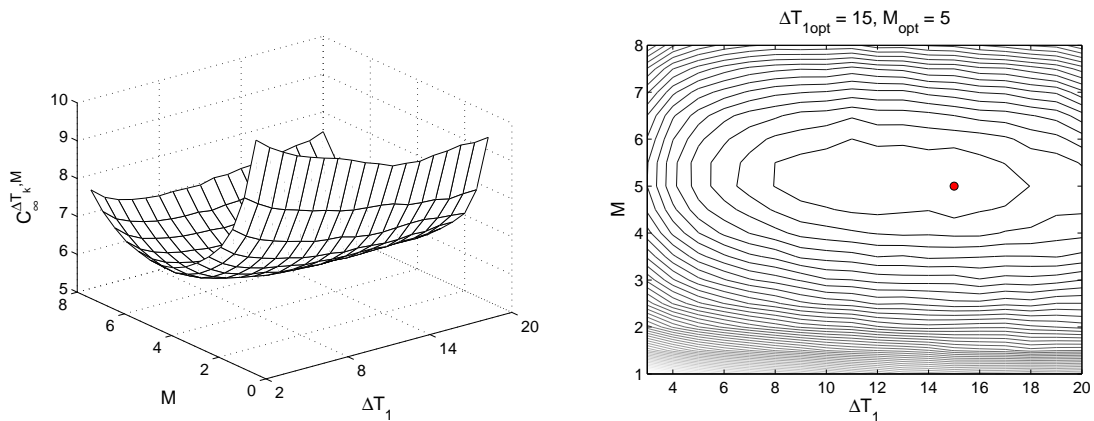


Figure 9.4 – Coût moyen asymptotique  $C_\infty^{\Delta T_k, M}(\Delta T_1, \Delta T_2, M)$  pour  $\Delta T_2$  fixé à  $\Delta T_{2,opt} = 4$

$C = 0.015$ ,  $n = 0.35$ ,  $b_b = 3.9$ ,  $\sigma_\omega^2 = 2.53$ ,  $\Delta t = 0.2$ , et  $d = 9$ . Ceux du modèle de mesure sont  $\beta_0 = 0.06$ ,  $\beta_1 = 1.25$ , et  $\sigma_v^2 = 0.16$ . Un environnement Markovien de 2 états est choisi :  $\Xi = \{1, 2\}$ ,  $e_{t_0} = 1$ ,  $\gamma_1 = 0$ ,  $\gamma_2 = 6$ ,  $\alpha = 0.003$ , et  $\mathcal{T}_\alpha = \begin{pmatrix} 1 - \alpha & \alpha \\ \alpha & 1 - \alpha \end{pmatrix}$ . Le comportement d'un tel système est représenté par la sous-figure 7.5a dans le chapitre



7. Les coûts d'interventions sont  $C_c = 100$ ,  $C_p = 50$ ,  $C_{id} = 8$  et  $C_d = 25$ . Les figures 9.2, 9.3 et 9.4 montrent les courbes du coût moyen asymptotique de la politique  $(\Delta T_k, M)$ ,  $C_\infty^{\Delta T_k, M}(\Delta T_1, \Delta T_2, M)$ , lorsqu'une des variables de décision est fixée à sa valeur optimale. Dans chacune des figures, la sous-figure à gauche (resp. à droite) affiche la surface (resp. les courbes de niveau) du coût  $C_\infty^{\Delta T_k, M}(\Delta T_1, \Delta T_2, M)$ . La convexité de la surface indique l'existence d'un réglage optimal des valeurs  $\Delta T_1$ ,  $\Delta T_2$  et  $M$ . En effet, les valeurs optimales des variables de décision sont  $\Delta T_{1,opt} = 15$ ,  $\Delta T_{2,opt} = 4$  et  $M_{opt} = 5$  qui correspondent à un coût optimal  $C_\infty^{\Delta T_k, M}(\Delta T_{1,opt}, \Delta T_{2,opt}, M_{opt}) = 5.6354$ .

## 9.4 Politique et modèle multi-seuils de maintenance

Pour bien mettre en évidence l'aspect conditionnel d'adaptation à l'environnement, on propose dans ce paragraphe une politique multi-seuils de remplacement préventif  $(\Delta T, M_k)$ . Pour cette politique, la longueur des périodes d'inter-inspection est invariable, alors que les seuils de remplacement préventif peuvent s'adapter aux différents états de l'environnement stressant. Pour un même niveau de stress, par exemple  $e_{t_i} = k$ ,  $k \in \{1, 2, \dots, m\}$ , ces seuils restent toujours constants et sont égaux à  $M_k$ .

### 9.4.1 Politique $(\Delta T, M_k)$

Dans le cadre d'un cycle de renouvellement, la structure de la politique  $(\Delta T, M_k)$  s'exprime de manière suivante. Le système est inspecté à intervalles de temps réguliers de période constant  $\Delta T$  pour coût unitaire  $C_{id}$ . Une inspection permet de connaître le niveau de stress courant de l'environnement, la mesure sur le niveau de dégradation, ainsi que l'état marche/panne du système. Lors d'une inspection à la date  $T_i = i\Delta T$ ,  $i = 1, 2, \dots$ ,

- Si le système est trouvé en panne ( $x_{T_i} \geq d$ ), il est remplacé correctivement pour un coût unitaire  $C_c$  et sa durée d'indisponibilité engendre un coût au taux  $C_d$ . Après remplacement, le système est aussi bon que neuf et un nouveau cycle de renouvellement recommence.
- Si le système est encore en fonctionnement ( $x_{T_i} < d$ ), on estime son niveau de dégradation réel à partir du niveau de stress observé de l'environnement et de la série des mesures bruitées collectées jusqu'à la date  $T_i$  (cf. algorithme 1). On adopte ensuite la règle de décision conditionnée à la fois par le niveau de dégradation estimé  $\hat{x}_{T_i}$  et par l'état de l'environnement observé à  $T_i$ ,  $e_{T_i}$ , comme suit :
  - ▷ Si  $e_{T_i} = k$  et  $\hat{x}_{T_i} \geq M_k$ , un remplacement préventif (coût unitaire  $C_p$ ) est effectué à  $T_i$ . Après remplacement, le système est aussi bon que neuf et un nouveau cycle de renouvellement recommence.
  - ▷ Si  $e_{T_i} = k$  et  $\hat{x}_{T_i} < M_k$ , aucun remplacement n'est réalisé sur le système et la même décision se renvoie à la date d'inspection  $T_{i+1} = (i+1)\Delta T$ .

Pour cette politique, les seuils de remplacement préventif  $M_1, \dots, M_m$  et la période d'inter-inspection  $\Delta T$  sont les variables de décision. La figure 9.5 illustre une réalisation du processus de dégradation du système maintenu en adoptant la politique  $(\Delta T_k, M)$ . L'environnement opérationnel est défini par 2 états  $e_{t_i} \in \Xi = \{1, 2\}$ .

**Remarque 9.2.** Comme la politique  $(\Delta T, M_k)$  revient à la politique  $(\Delta T, M)$  lorsque les seuils de remplacement préventif  $M_k$ ,  $k = 1, 2, \dots, m$ , sont égaux, la première est plus générale, et donc toujours plus rentable que la seconde. Les seuils de remplacement préventif adaptatifs à l'état de l'environnement de la politique  $(\Delta T, M_k)$  indiquent bien une adaptation

conditionnelle.

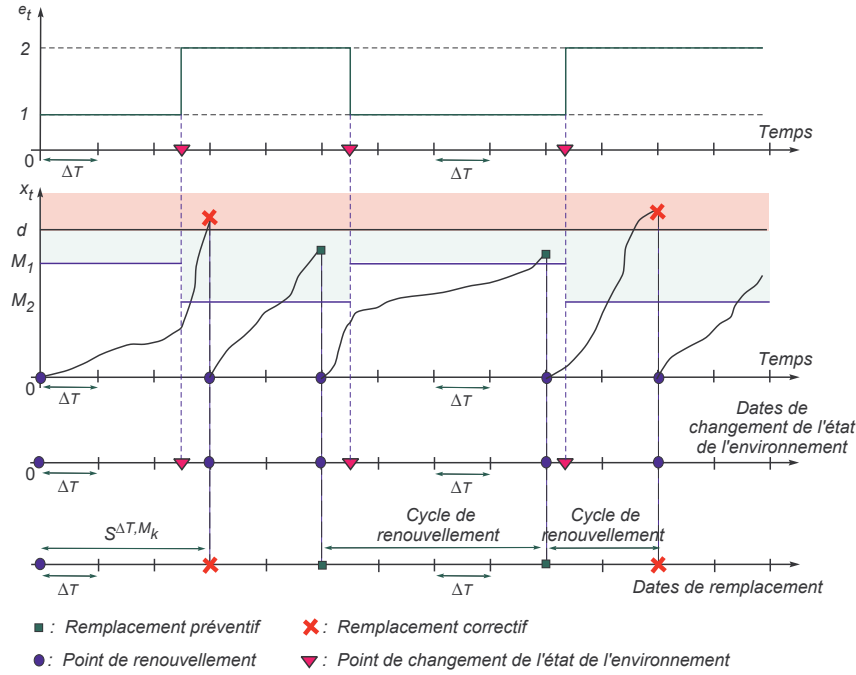


Figure 9.5 – Illustration la règle de décision de la politique  $(\Delta T, M_k)$

### 9.4.2 Évaluation et optimisation de la politique $(\Delta T, M_k)$

Le critère de performance retenu ici est le coût moyen asymptotique engendré à la fois par les opérations d'intervention (c-à-d. inspection et remplacement) et par l'indisponibilité du système,  $C_\infty^{\Delta T, M_k}(\Delta T, M_1, \dots, M_m)$ . Comme dans la politique précédente, on s'appuie sur des méthodes numériques du filtrage particulière et de la simulation Monte Carlo pour optimiser ce critère du coût. Alors, on exprime le  $C_\infty^{\Delta T, M_k}(\Delta T, M_1, \dots, M_m)$  sous la forme :

$$C_\infty^{\Delta T, M_k}(\Delta T, M_1, \dots, M_m) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{C^{\Delta T, M_k}(t)}{t} \simeq \frac{\sum_{n=1}^{N_h} C^{\Delta T, M_k}(S_n^{\Delta T, M_k})}{\sum_{n=1}^{N_h} S_n^{\Delta T, M_k}}, \quad (9.3)$$

où  $C^{\Delta T, M_k}(t)$  correspond au coût de maintenance cumulé au temps  $t$ ,  $N_h$  suffisamment grand est le nombre des histoires simulées, et  $S_n^{\Delta T, M_k}$  est la longueur du premier cycle de renouvellement de la  $n^{\text{ème}}$  histoire. L'optimisation de la politique revient à déterminer les variables  $M_1, \dots, M_m \in (0, L)$  et  $\Delta T > 0$  qui permettent conjointement de minimiser ce coût :

$$C_\infty^{\Delta T, M_k}(\Delta T_{opt}, M_{1,opt}, \dots, M_{m,opt}) = \min_{\Delta T, M_1, \dots, M_m} \{C_\infty^{\Delta T, M_k}(\Delta T, M_1, \dots, M_m)\}. \quad (9.4)$$

La procédure pour évaluer l'équation (9.3) est déjà énoncée dans l'algorithme 2 du chapitre 8. On introduit ici, dans l'algorithme 6, une procédure de simulation pour obtenir la longueur  $S_n^{\Delta T, M_k}$  et le coût total de maintenance  $C^{\Delta T, M_k}(S_n^{\Delta T, M_k})$  relié à  $n^{\text{ème}}$  histoire. Les algorithmes 2 et 6 fournissent donc une évaluation numérique complète de  $C_\infty^{\Delta T, M_k}(\Delta T, M_1, \dots, M_m)$ .

---

**Algorithme 6** Procédure de simulation pour obtenir  $S_n^{\Delta T, M_k}$  et  $C^{\Delta T, M_k}(S_n^{\Delta T, M_k})$

---

1. **Initialisation** :  $M_1, \dots, M_m, \Delta T, T_i = 0, \mathbf{Z}_{T_0:i} = 0, e_{T_i} = 1$ .
  2. **Étape 1** : Décider à une date  $T_i$ 
    - Si le système est en panne, remplacer correctivement  $C^{\Delta T, M_k}(S_n^{\Delta T, M_k}) = iC_{id} + C_c + C_d(T_i - T_{d,n})$  où  $T_{d,n}$  est la première date de défaillance pour la  $n^{\text{ème}}$  histoire,  $S_n^{\Delta T, M_k} = T_i$ , et arrêter la procédure de simulation,
    - Sinon, passer à **Étape 2**.
  3. **Étape 2** : Inspecter le système pour obtenir  $\mathbf{Z}_{T_i}$  et  $e_{T_i}$ , estimer le niveau de dégradation réel du système  $\hat{x}_{T_i}$  selon l'algorithme 1 du chapitre 7, et décider
    - Si  $e_{T_i} = k$  et  $\hat{x}_{T_i} \geq M_k$ , remplacer préventivement le système  $C^{\Delta T, M_k}(S_n^{\Delta T, M_k}) = iC_{id} + C_p, S_n^{\Delta T, M_k} = T_i$ , et arrêter la procédure de simulation,
    - Sinon, poser  $T_i := T_i + \Delta T$ , et retourner à **Étape 1**.
  4. **Sortie** : Les valeurs de  $S_n^{\Delta T, M_k}$  et  $C^{\Delta T, M_k}(S_n^{\Delta T, M_k})$ .
- 

Pour une illustration d'optimisation de la politique  $(\Delta T, M_k)$ , on s'appuie sur le même système et les mêmes coûts d'intervention représenté dans la section 9.3.2. Les figures 9.6, 9.7 et 9.8 montrent les courbes du coût moyen asymptotique de la politique  $(\Delta T, M_k)$ ,  $C_\infty^{\Delta T, M_k}(\Delta T, M_1, M_2)$ , lorsqu'une des variables de décision est fixée à sa valeur optimale. Dans chacune des figures, la sous-figure à gauche (resp. à droite) affiche la surface (resp. les courbes de niveau) du coût  $C_\infty^{\Delta T, M_k}(\Delta T, M_1, M_2)$ . La convexité de la surface reflète l'existence d'un réglage optimal des valeurs  $\Delta T, M_1$  et  $M_2$ . En effet, on obtient un coût moyen asymptotique optimal  $C_\infty^{\Delta T, M_k}(\Delta T_{opt}, M_{1,opt}, \dots, M_{m,opt}) = 5.1607$  aux valeurs optimales  $\Delta T_{opt} = 8, M_{1,opt} = 7.5$  et  $M_{2,opt} = 1.5$ .

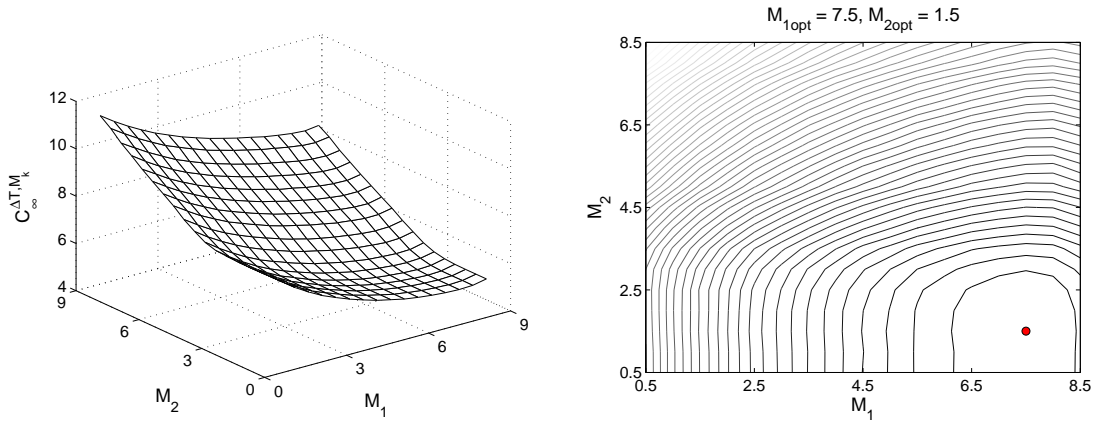


Figure 9.6 – Coût moyen asymptotique  $C_\infty^{\Delta T, M_k}(\Delta T, M_1, M_2)$  pour  $\Delta T$  fixé à  $\Delta T_{opt} = 8$

## 9.5 Analyse des performances des politiques

L'objectif de cette section est d'examiner les performances des politiques  $(\Delta T_k, M)$  et  $(\Delta T, M_k)$  en comparant à la politique plus classique  $(\Delta T, M)$ . On va étudier les influences des coûts d'interventions et des caractéristiques de l'environnement stressant sur les évolutions des

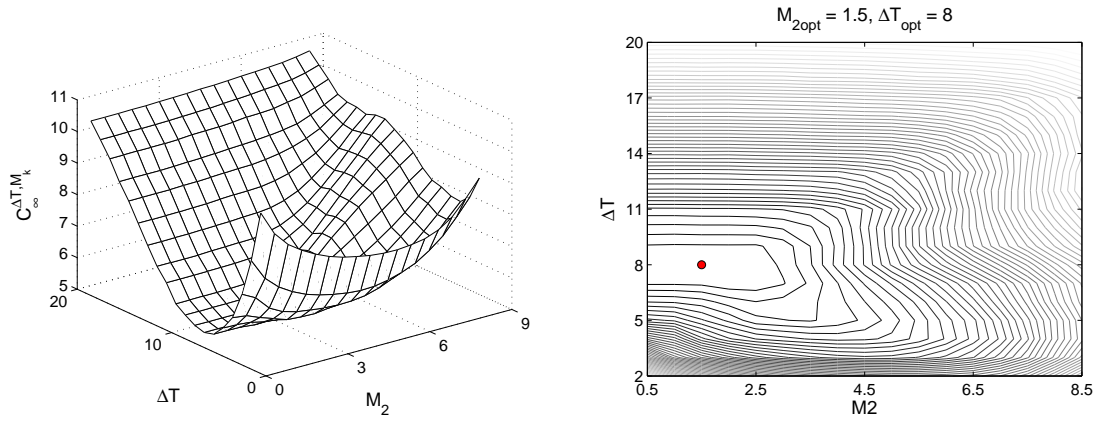


Figure 9.7 – Coût moyen asymptotique  $C_\infty^{\Delta T, M_k}(\Delta T, M_1, M_2)$  pour  $M_1$  fixé à  $M_{1,opt} = 7.5$

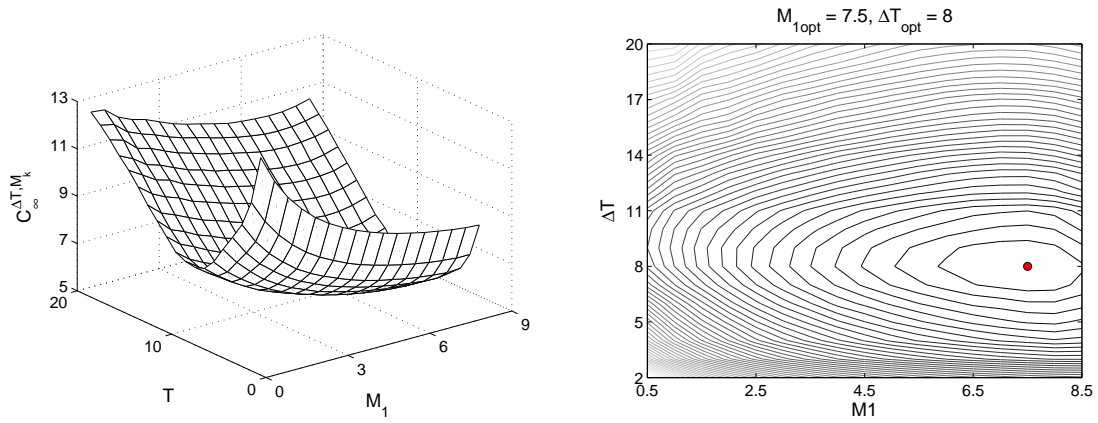


Figure 9.8 – Coût moyen asymptotique  $C_\infty^{\Delta T, M_k}(\Delta T, M_1, M_2)$  pour  $M_2$  fixé à  $M_{2,opt} = 1.5$

coûts moyens asymptotiques optimaux et des variables de décision optimales de ces politiques. L'étude du coût nous permet d'une part de montrer les conditions d'utilisation appropriées de chacune des politiques proposées, et d'autre part de quantifier l'avantage des aspects calendaire et conditionnel d'adaptation. L'analyse de l'évolution des variables de décision donne un indicateur pour ajuster une politique de maintenance vers une nouvelle solution optimale lorsque les coûts d'interventions varient.

### 9.5.1 Sensibilité aux coûts d'interventions

Afin d'analyser la sensibilité des politiques de maintenance aux coûts d'interventions, on fait varier respectivement le coût de remplacement préventif  $C_p$ , le coût d'inspection  $C_{id}$  et le coût d'indisponibilité par unité de temps  $C_d$ , et on observe les évolutions correspondantes des variables de décision et des coûts moyens asymptotiques. Les études portent sur le même système et le même environnement opérationnel que dans l'exemple de la section 9.3.2 :  $C = 0.015$ ,  $n = 0.35$ ,  $b_b = 3.9$ ,  $\sigma_\omega^2 = 2.53$ ,  $\Delta t = 0.2$ ,  $d = 9$ ,  $\beta_0 = 0.06$ ,  $\beta_1 = 1.25$ ,  $\sigma_v^2 = 0.16$ ,  $\Xi = \{1, 2\}$ ,  $e_{t_0} = 1$ ,  $\gamma_1 = 0$ ,  $\gamma_2 = 6$ ,  $\alpha = 0.003$ , et  $\mathcal{T}_\alpha = \begin{pmatrix} 1 - \alpha & \alpha \\ \alpha & 1 - \alpha \end{pmatrix}$ . Il faut noter qu'un environnement de 2 états est choisi pour une meilleure analyse, mais un environnement plus complexe (par exemple, plus de 2 état avec des vitesses de transition différentes) est facilement

obtenu en modifiant la dimension et les positions de la matrice  $\mathcal{T}_\alpha$ .

### Comparaison des politiques lorsque le coût de remplacement préventif varie

Afin d'avoir un cas représentatif pour l'étude de l'influence de  $C_p$  sur l'évolution des variables de décision et du coût moyen asymptotique, on a choisi  $C_c = 100$ ,  $C_{id} = 4$ ,  $C_d = 25$ , et on fait varier  $C_p$  dans un intervalle assez large de  $C_{id}$  à  $C_c$  avec un pas égal à 1. Les résultats de ce cas d'étude sont illustrés dans la figure 9.9. Les sous-figures 9.9a et 9.9b représentent

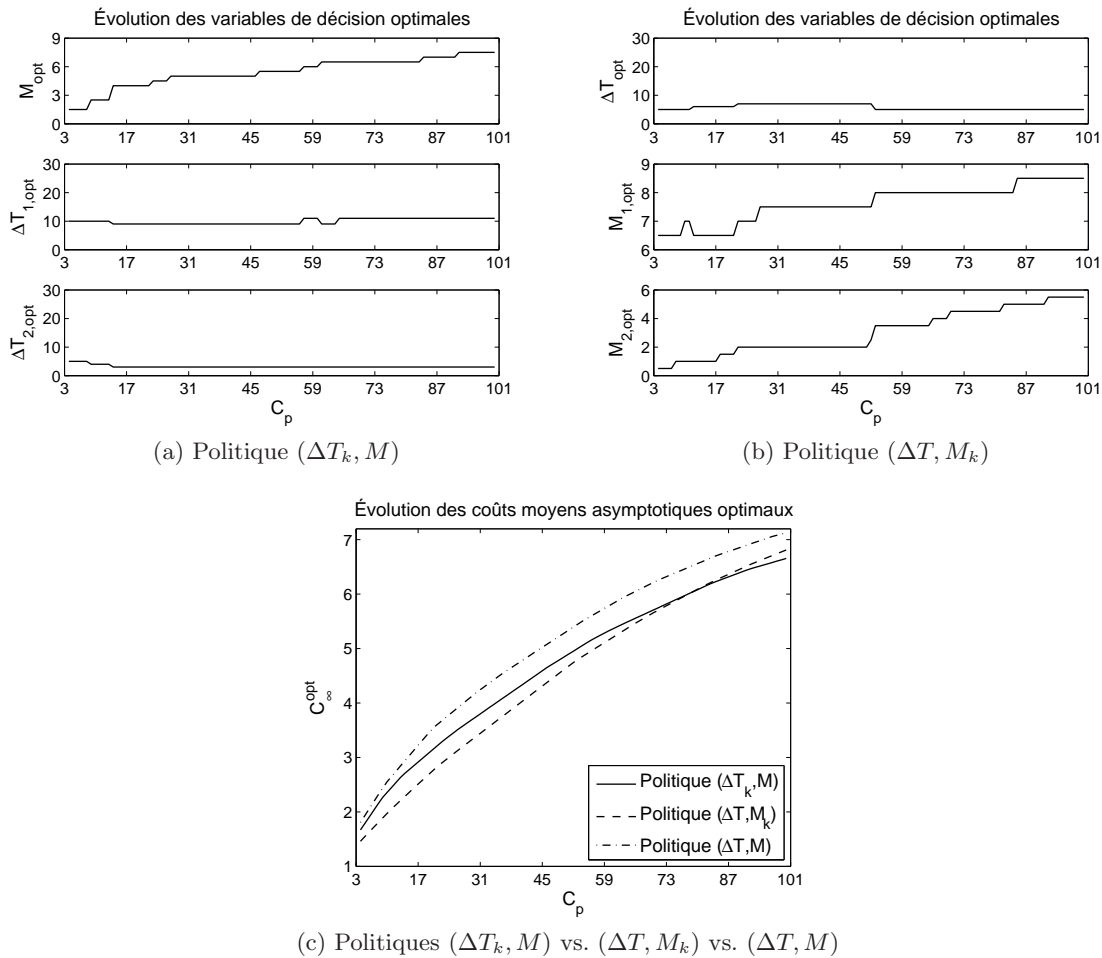


Figure 9.9 – Coût de remplacement préventif variable

respectivement les évolutions des variables de décision optimales des politiques  $(\Delta T_k, M)$  et  $(\Delta T, M_k)$ , et la sous-figure 9.9c montre les évolutions des coûts moyens asymptotiques de trois politiques considérées. On peut remarquer que les valeurs optimales des périodes d'inspection des politiques  $(\Delta T_k, M)$  et  $(\Delta T, M_k)$  sont plus ou moins invariables en fonction de  $C_p$ , alors que celles des seuils de remplacement préventif sont toujours croissantes. Ce phénomène est similaire à celui que l'on a observé dans la politique  $(\Delta T, M)$ . Ainsi, les conclusions dans la section 4.5.1 du chapitre 4 sur la politique  $(\Delta T, M)$  peuvent être généralisées pour les politiques de maintenance conditionnelles multi-seuils ou multi-périodes. Pourtant, comme les dernières peuvent s'adapter à la variation de l'environnement pour régler plus finement les variables de décision, elles sont toujours plus rentables que la première (cf. sous-figure

9.9c).

La sous-figure 9.9c montre également que la politique  $(\Delta T, M_k)$  est plus profitable que la politique  $(\Delta T_k, M)$  lorsque le remplacement préventif n'est pas trop onéreux, car dans cette situation la prise d'une décision d'adaptation basée sur les seuils de dégradation est plus appropriée que celle basée sur le temps. Mais, lorsque le coût  $C_p$  devient plus important et approche le coût  $C_c$ , la politique  $(\Delta T, M_k)$  perd son intérêt et devient moins avantageuse. La raison est que ces politiques peuvent autoriser une défaillance du système quand le remplacement préventif est onéreux ; la longueur des périodes d'inter-inspection devient plus significative en vue de garder la durée d'indisponibilité du système à une valeur minimale. De cette manière, la politique  $(\Delta T_k, M)$  avec une adaptation dépendante du temps est plus rentable.

### Comparaison des politiques lorsque le coût d'inspection varie

On peut remarquer sur la sous-figure 9.9c que les coûts moyens asymptotiques optimaux des politiques  $(\Delta T_k, M)$  et  $(\Delta T, M_k)$  sont identiques lorsque  $C_p = 75$ . Ainsi en se basant sur la configuration de coûts énoncée dans l'étude précédente, pour examiner la sensibilité des politiques de maintenance au coût d'inspection  $C_i$ , on fixe  $C_c = 100$ ,  $C_p = 75$ ,  $C_d = 25$ , et on fait varier  $C_{id}$  d'une valeur égale à 2 au coût  $C_p$  avec un pas égal à 1. Les évolutions des variables de décision optimales et des coûts moyens asymptotiques optimaux pour ce cas d'étude sont montrées respectivement dans les sous-figures 9.10a, 9.10b et 9.10c. Comme dans la politique  $(\Delta T, M)$ , les périodes d'inspection optimales des politiques  $(\Delta T_k, M)$  et  $(\Delta T, M_k)$  tendent à augmenter en fonction du coût  $C_{id}$  pour éviter un grand nombre d'inspections. Pourtant, leurs seuils de remplacement préventif optimaux ne sont pas toujours décroissants. En effet, on peut observer sur les sous-figures 9.10a et 9.10b que  $M_{opt}$  et  $M_{2,opt}$  augmentent légèrement quand  $C_i$  devient important. C'est parce que les périodes d'inspection sont très larges dans cette situation, le remplacement (préventif ou correctif) est presque toujours effectué à la première inspection ; les valeurs optimales  $M_{opt}$  et  $M_{2,opt}$  sont alors rajustées pour limiter la fréquence de remplacement. En tant que tel, les politiques  $(\Delta T_k, M)$  et  $(\Delta T, M_k)$  sont plus flexibles que la politique  $(\Delta T, M)$ , et ce n'est pas surprenant qu'elles soient toujours plus performantes (cf. sous-figure 9.10c).

On peut constater que la politique  $(\Delta T_k, M)$  devient plus avantageuse que la politique  $(\Delta T, M_k)$  lorsque les inspections sont onéreuses. Cela s'exprime par le fait que la politique  $(\Delta T_k, M)$  permet de mieux gérer le nombre d'inspections en fonction de l'environnement. En outre, comme la durée d'indisponibilité du système est plus longue dans cette configuration, une adaptation de périodes d'inspection est plus rentable qu'une adaptation de seuils.

### Comparaison des politiques lorsque le coût d'indisponibilité par unité de temps varie

De la même manière que l'étude ci-dessus, afin d'examiner l'impact du coût d'indisponibilité par unité de temps  $C_d$  sur les caractéristiques des politiques de maintenance considérées, on fixe  $C_c = 100$ ,  $C_{id} = 4$ ,  $C_p = 75$ , et on fait varier  $C_d$  dans un intervalle assez large de 5 à 150 avec un pas égal à 1. Les résultats sont présentés dans la figure 9.11. On obtient dans ce cas d'étude un phénomène similaire au cas de la politique  $(\Delta T, M)$  (cf. sous-figure 4.8a du chapitre 4) : les seuils de remplacement préventif optimaux sont plus ou moins invariables, alors que les périodes d'inspection optimales diminuent en fonction de  $C_d$  pour raccourcir la durée d'indisponibilité du système (cf. sous-figures 9.11a et 9.11b). Ceci veut dire que pour

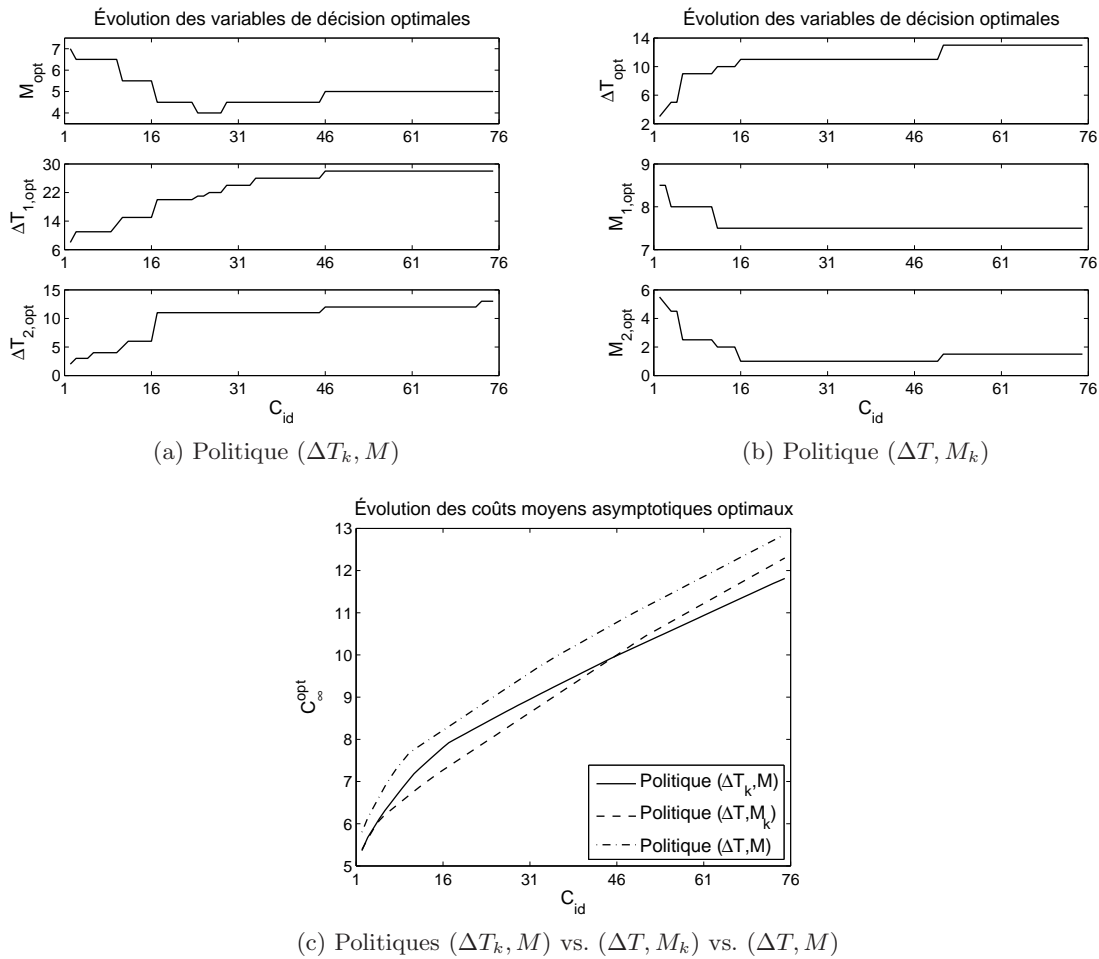


Figure 9.10 – Coût d'inspection variable

adapter ces politiques à la variation de  $C_d$ , il suffit de régler les périodes d'inspection car elles sont les grandeurs les plus sensibles à cette variation.

En étudiant la sous-figure 9.11c, on constate tout d'abord l'intérêt de l'adaptation des règles décisions suivant l'état courant de l'environnement dynamique : les politiques  $(\Delta T_k, M)$  et  $(\Delta T, M_k)$  présentent presque toujours un avantage économique considérable par rapport à la politique  $(\Delta T, M)$ . Ensuite, comme argumenté dans les deux paragraphes précédents, la politique  $(\Delta T_k, M)$  permet de réduire l'indisponibilité du système mieux que la politique  $(\Delta T, M_k)$ , ce n'est pas surprenant que la politique  $(\Delta T_k, M)$  soit plus rentable quand le coût d'indisponibilité par unité de temps  $C_d$  devient plus important.

### 9.5.2 Sensibilité aux caractéristiques dynamiques de l'environnement

Étant donné que les différences entre les politiques de maintenance considérées sont dues à la capacité et à la nature d'adaptation à la variation de l'environnement opérationnel, il est naturel d'étudier leur sensibilité aux caractéristiques de l'environnement. Notre étude porte toujours sur le système étudié dans la section 9.5.1, cependant pour cette fois, les caractéristiques de l'environnement sont variables. Les coûts d'intervention sont  $C_c = 100$ ,  $C_p = 50$ ,  $C_{id} = 8$  et  $C_d = 25$ .

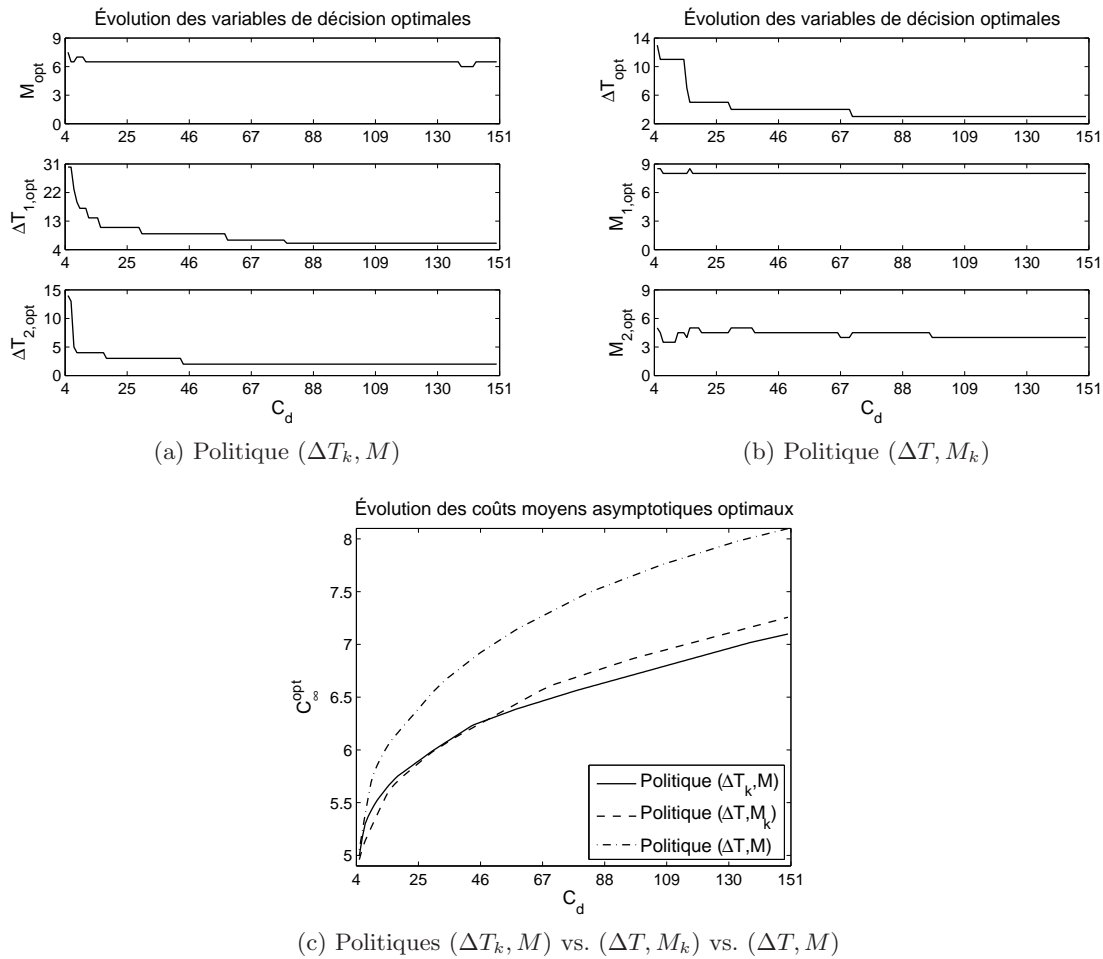


Figure 9.11 – Coût d’indisponibilité par unité de temps variable

### Comparaison des politiques lorsque le niveau de stress de l’environnement varie

Considérons un environnement Markovien de 2 états dont la fréquence de changement entre des états est définie par  $\alpha = 0.003$  (c-à-d. une faible vitesse de transition). On fixe le niveau du stress de l’état  $e_{t_i} = 1$  (c-à-d. condition normale) à la valeur  $\gamma_1 = 0$ , et on varie le niveau du stress de l’état  $e_{t_i} = 2$  (c-à-d. condition stressante) dans l’intervalle de valeurs  $\gamma_2 = 2, 3, 4, 5, 6, 7$ . Ainsi, l’écart du niveau de stress entre les deux états  $e_{t_i} = 1$  et  $e_{t_i} = 2$  est  $\Delta\gamma = \gamma_2 - \gamma_1 = 2, 3, 4, 5, 6, 7$ . On étudie ici les évolutions des variables de décision et du coût moyen asymptotique des politiques  $(\Delta T_k, M)$ ,  $(\Delta T, M_k)$  et  $(\Delta T, M)$  en fonction de cet écart. Figure 9.12 montre les résultats du cas d’étude.

Les évolutions des variables de décision optimales de la politique  $(\Delta T_k, M)$  sont tracées sur la sous-figure 9.12a. On constate que les valeurs de  $M_{opt}$  et  $\Delta T_{1,opt}$  sont presque constantes, alors que la seule valeur de  $\Delta T_{2,opt}$  est strictement décroissante quand  $\Delta\gamma$  augmente. La raison est que seulement le niveau de stress de l’état  $e_{t_i} = 2$  varie, et que la décroissance de  $\Delta T_{2,opt}$  a pour but de faire inspecter fréquemment l’état de santé du système pour limiter le nombre de défaillances et raccourcir la durée d’indisponibilité. La sous-figure 9.12b montre les évolutions des variables de décision optimales de la politique  $(\Delta T, M_k)$ . Pour cette politique, les valeurs de  $\Delta T_{opt}$  et  $M_{2,opt}$  décroissent afin d’intervenir plus fréquemment et/ou de garder



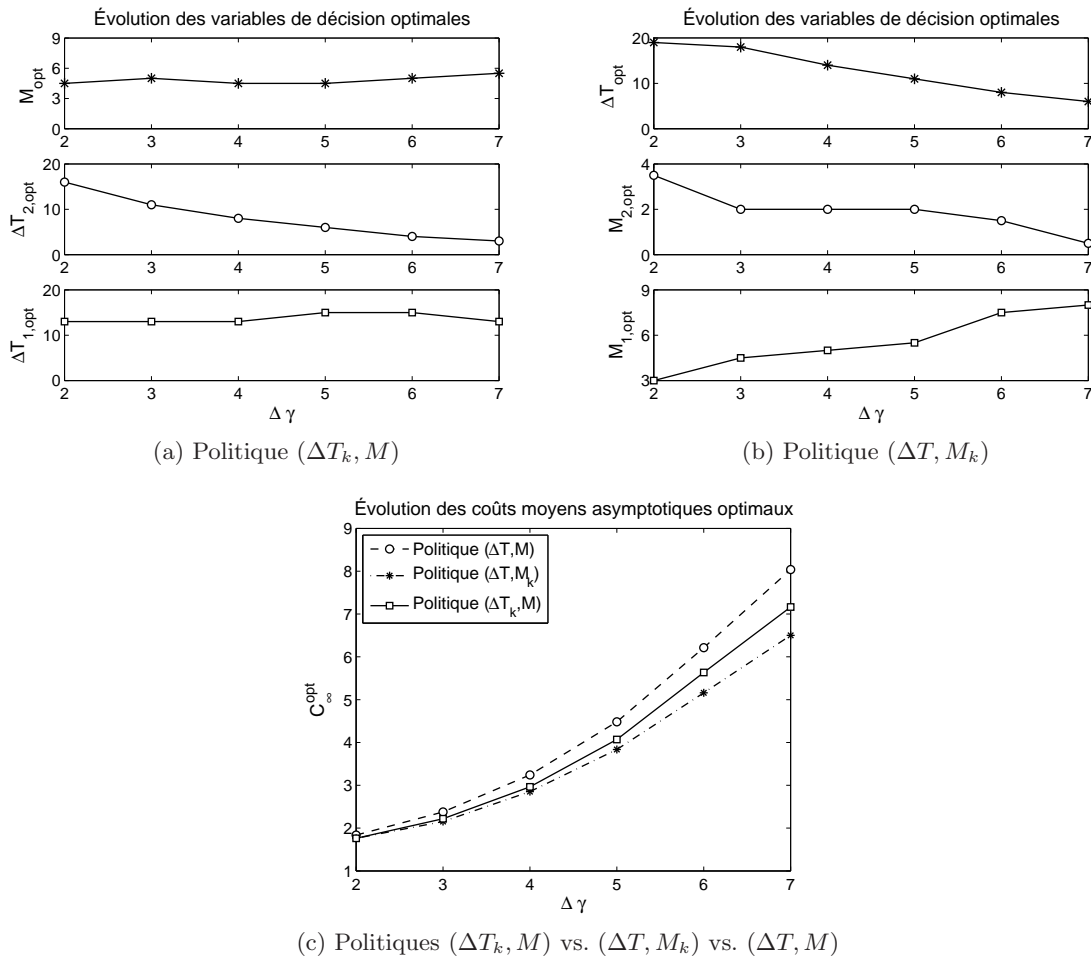


Figure 9.12 – Sensibilité au niveau de stress de l'environnement

une marge de sécurité plus large quand l'environnement est de plus en plus stressant. La croissance de  $M_{1,opt}$  vise à créer un compromis entre les opérations d'interventions afin d'assurer une meilleure performance de la politique. Ces analyses montrent que la politique  $(\Delta T, M_k)$  est plus flexible que la politique  $(\Delta T_k, M)$ , il n'est pas donc surprenant qu'elle soit plus avantageuse que les autres politiques (cf. sous-figure 9.12c). En effet, les politiques  $(\Delta T_k, M)$  et  $(\Delta T, M_k)$  sont plus profitables que la politique  $(\Delta T, M)$ , et ces gains augmentent selon le niveau de stress. Plus précisément, plus la différence entre les niveaux de stress est grande, plus le gain apporté par la politique  $(\Delta T, M_k)$  est large par rapport à celui apporté par la politique  $(\Delta T_k, M)$ . Ces résultats peuvent également s'expliquer par le fait que la vitesse et la variance de dégradation augmentent en fonction de niveau de stress, une adaptation basée sur le niveau de dégradation est plus convenable que celle basée sur le temps. La politique  $(\Delta T, M_k)$  est donc la plus performante.

### Comparaison des politiques lorsque la vitesse de changement de l'environnement varie

Pour ce cas d'étude, les niveaux de stress des états  $e_{t_i} = 1$  et  $e_{t_i} = 2$  sont fixés aux valeurs  $\gamma_1 = 0$  et  $\gamma_2 = 6$  respectivement. On fait varier la vitesse de transition entre les

états de l'environnement (c-à-d.  $\alpha = 0.003, 0.03, 0.06, 0.09, 0.12$ ) et on examine les évolutions correspondantes des variables de décision et du coût moyen asymptotique des politiques  $(\Delta T_k, M)$ ,  $(\Delta T, M_k)$  et  $(\Delta T, M)$ . Il faut noter que plus la valeur de  $\alpha$  est grande, plus le changement de l'état est rapide. Les résultats sont représentés dans la figures 9.13.

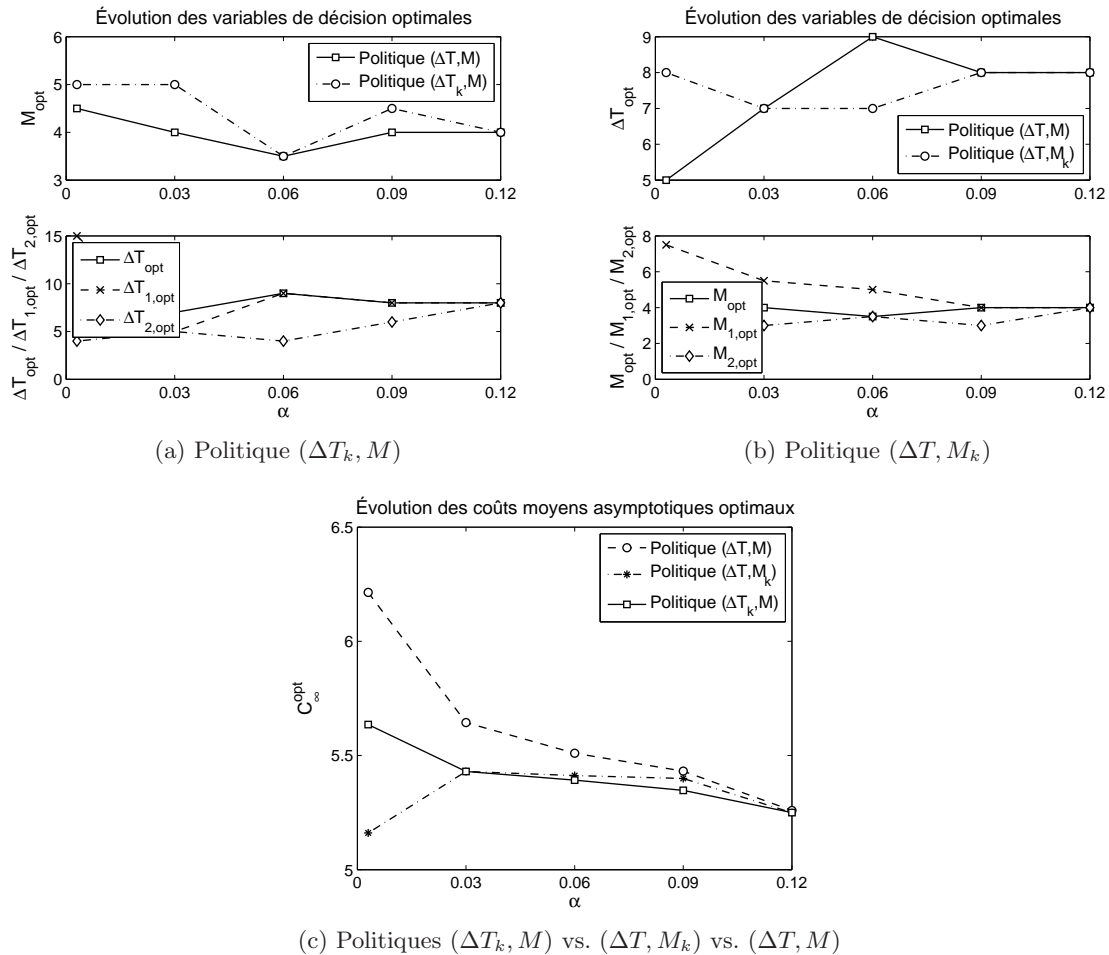


Figure 9.13 – Sensibilité à la vitesse de changement de l'état d'environnement

On peut observer sur la sous-figure 9.13c que les politiques dynamiques peuvent créer un avantage économique considérable par rapport à la politique  $(\Delta T, M)$  quand le changement de l'état de l'environnement est lent. Néanmoins, lorsque cette vitesse augmente, leur gain diminue et leurs coûts moyens asymptotiques optimaux convergent exactement vers celui de la politique  $(\Delta T, M)$  (voir aussi les sous-figures 9.13a et 9.13b pour les évolutions de leurs variables de décision optimales). Ce phénomène est compréhensible quand on observe le comportement de la dégradation du système, qui est tracé dans la figure 7.5 du chapitre 7. Quand le changement de l'environnement est lent (cf. sous-figure 7.5a), les politiques dynamiques peuvent s'adapter à sa variation et les états actuels de l'environnement sont réellement pris en compte dans la décision en maintenance. Puisque ces états contiennent plusieurs informations corrélées à l'état courant de dégradation du système, les politiques  $(\Delta T_k, M)$  et  $(\Delta T, M_k)$  sont plus rentables que la politique  $(\Delta T, M)$ . Dans le cas contraire, quand la vitesse de transition est très grande (c-à-d. l'état de l'environnement change plusieurs fois dans un cycle de vie du système - cf. sous-figure 7.5b), les règles de décision des politiques

dynamiques ne peuvent pas s'accorder avec l'état courant de l'environnement, mais doivent se baser sur ses caractéristiques moyennes. En d'autres termes, les politiques  $(\Delta T_k, M)$  et  $(\Delta T, M_k)$  reviennent exactement à la politique  $(\Delta T, M)$ , et leurs coûts moyens asymptotiques sont donc identiques. En outre, le changement rapide de l'environnement dans un cycle de renouvellement peut faire que la dégradation du système est moins chaotique (cf. sous-figures 7.5c et 7.5d). C'est pourquoi, le coût moyen asymptotique de la politique  $(\Delta T, M)$  diminue quand le paramètre  $\alpha$  augmente. Ceci justifie également la raison pour laquelle la politique  $(\Delta T_k, M)$  est moins avantageuse que la politique  $(\Delta T, M_k)$  quand  $\alpha$  est faible, et elle devient plus profitable quand  $\alpha$  est important.

### 9.5.3 Discussion générale

À partir des résultats numériques analysés dans les sections précédentes, et de la structure des politiques de maintenance considérées, on peut tirer les quelques conclusions suivantes. Les politiques de maintenance représentant une structure multi-seuils et une structure multi-périodes sont plus flexibles, plus générales, et donc plus rentables que la politique d'inspection/remplacement conditionnelle périodique classique. Cet intérêt est dû à leur capacité d'adaptation à un environnement dynamique. En effet, les caractéristiques de l'environnement ainsi que les configurations des coûts d'interventions déterminent les performances des différentes techniques d'adaptation. Une règle de décision avec adaptation calendaire est appropriée pour un système qui évolue dans un environnement dont sa vitesse de transition est rapide, et qui engendre des coûts d'inspections ou de remplacements préventifs élevés. Mais quand l'environnement est plus stressant, quand la vitesse de transition devient plus faible, ou quand les inspections et les remplacements préventifs sont moins onéreux, et quand l'indisponibilité du système engendre un coût important, une adaptation conditionnelle aux états de l'environnement peut fournir un avantage économique considérable.

## 9.6 Conclusion et perspectives

### 9.6.1 Conclusion

Dans ce chapitre, en s'appuyant sur le modèle *DEDT* représentant le comportement d'un système soumis à un environnement dynamique, nous avons proposé des extensions de la politique  $(\Delta T, M)$  considérée dans le chapitre 4 pour prendre en compte en temps réel les données acquises sur les conditions de l'environnement. Deux politiques de maintenance dynamique de structure multi-périodes et multi-seuils sont développées. La politique multi-périodes avec des périodes d'inspection adaptatives à l'état courant de l'environnement présente une adaptation calendaire, alors que la politique multi-seuils avec des seuils de remplacement préventif variables suivant l'état courant de l'environnement permet une adaptation conditionnelle.

Dans le but d'étudier l'intérêt de la prise en compte des informations sur l'environnement opérationnel et des différentes natures d'adaptation dans la décision en maintenance, nous avons effectué des comparaisons sur les coûts moyens asymptotiques optimaux des politiques précédentes. Les résultats obtenus nous ont permis de montrer les bénéfices engendrés par la capture de toute nouvelle information, en plus des mesures bruitées de dégradation, dans le modèle de décision en maintenance. L'utilisation judicieuse des différentes possibilités d'adaptation dans les différentes situations permet d'améliorer encore les performances des opérations de maintenance. Néanmoins, il n'est pas trivial d'indiquer quel type de règle de

décision nature est approprié pour une situation quelconque en général, et une analyse du coût de maintenance peut aider à justifier un choix.

### 9.6.2 Perspectives

Les perspectives d'extensions possibles qui se dégagent des travaux de ce chapitre sont les suivantes.

Dans ce chapitre, ainsi que les chapitres précédents, la prise de décision en maintenance s'appuie seulement sur les informations objectives acquises à partir des techniques de contrôle. A part des informations objectives, des informations subjectives (par exemple, les avis d'experts ou les commentaires des clients, etc.) sont des connaissances significatives qui indiquent la condition de santé d'un système. Nous nous intéresserons à la prise en compte également de ce type d'informations pour mettre en avant des stratégies de maintenance plus efficaces.

Les modèles développés dans ce chapitre ne considèrent pas les instants de changement de l'état de l'environnement qui peut fournir des informations utiles pour la décision en maintenance. Du point de vue de l'amélioration des politiques de maintenance dynamiques proposées, on envisage d'appliquer des méthodes de détection pour déterminer précisément les instants de changement de l'état de l'environnement, et afin de les intégrer dans les règles de décision.

Une combinaison des décisions dynamiques adaptatives à la fois à l'environnement opérationnel et au niveau de dégradation est aussi une direction prometteuse.



# Conclusion générale

Dans ce mémoire, nous nous sommes intéressés à l'utilisation des approches stochastiques pour quantifier l'apport de l'information de surveillance dans la prise de décision en maintenance. Cette préoccupation nous a amenés à construire des modèles de défaillance sur la base des processus de dégradation graduelle continue, à proposer des politiques de maintenance conditionnelle, et à développer des modèles mathématiques de coût pour évaluer leurs performances en comparant aux politiques plus classiques de type calendaire. Ces travaux contribuent à l'amélioration de performances d'une politique de maintenance conditionnelle d'une part, et à l'aide au bon choix entre des décisions conditionnelles et calendaires en maintenance d'autre part.

Suite au constat sur la nécessité de disposer de modèles mathématiques pour optimiser et évaluer une stratégie de maintenance conditionnelle, nous avons proposé une analyse bibliographique dans le chapitre 2, qui nous a permis de retenir les aspects suivants. La modélisation en maintenance conditionnelle est composée de trois étapes : construction d'un modèle de défaillance, proposition d'une stratégie de maintenance conditionnelle, et évaluation de ses performances. Un modèle de défaillance réaliste peut nécessiter de prendre en compte l'impact de covariables sur la dégradation continue. Pour construire une stratégie de maintenance efficace, il faut faire attention au choix de l'indicateur de décision conditionnelle, à la planification des interventions, ainsi qu'à leur nature. Et l'évaluation des stratégies de maintenance se base souvent sur un modèle de coût moyen asymptotique. L'étude bibliographique montre également que, pour répondre à la problématique posée, il faut traiter les cas d'information de surveillance directe et d'information de surveillance indirecte. Ainsi, nous avons divisé les travaux de cette thèse en deux parties correspondant chacun de ces deux cas.

La première partie est consacrée à l'étude des problèmes liés à l'information de surveillance directe. Nous avons proposé un modèle de défaillance pour un système soumis aux risques concurrents et dépendants de choc et de dégradation dans le chapitre 3. En se basant sur ce modèle, quatre modèles de maintenance conditionnelle :  $(\Delta T, M)$ ,  $(\tau, T)$ ,  $(A, T)$  et  $(\Delta T, m)$  ont été développés et comparés aux modèles plus classiques : *BR* et *PAR*. Ces modèles montrent les différentes façons de prendre en compte les informations de surveillance en maintenance conditionnelle. En effet, nous les avons introduit en maintenance préventive (cf. chapitre 4), en maintenance corrective (cf. chapitre 5), et dans la construction d'un nouvel indicateur conditionnel robuste pour la décision en maintenance (cf. chapitre 6). À travers ces modèles, nous avons montré qu'il peut être vraiment avantageux de prendre en compte l'information parfaite de surveillance dans la décision en maintenance. Ceci nous encourage à examiner de manière plus complète la valeur ajoutée des informations de surveillance dans le cas où elles sont "indirectes", et à développer davantage des nouvelles règles de décision en maintenance conditionnelle dans la seconde partie.

La seconde partie se concentre sur le développement de modèles de maintenance conditionnelle qui s'appuient sur une information de surveillance indirecte. Nous avons construit un modèle conjoint de défaillance et de mesure représentant à la fois les caractéristiques physiques et stochastiques d'un phénomène de dégradation, l'impact de l'environnement et la nature des techniques de contrôle (cf. chapitre 7). En s'appuyant sur ce modèle, nous avons

développé quatre modèles de maintenance dynamique :  $DR$ ,  $QIR$ ,  $(\Delta T_k, M)$  et  $(\Delta T, M_k)$ . À travers ces modèles, plusieurs études ont été effectuées. Dans le chapitre 8, nous avons examiné l'aspect conditionnel et/ou dynamique d'une stratégie de maintenance, et l'impact de l'incertitude de surveillance sur la prise de décision en maintenance. Nous avons étudié différentes approches pour l'adaptation d'une stratégie de maintenance à l'environnement opérationnel dans le chapitre 9. L'ensemble de ces études montre l'intérêt de modéliser conjointement la dégradation, la mesure et l'environnement opérationnel, et d'intégrer diverses informations dans les règles de décision en maintenance. Il permet également de donner des indicateurs pour compléter des conclusions sur l'apport de l'information de surveillance, et pour améliorer la performance d'un modèle de maintenance conditionnelle.

Les travaux de cette thèse étudient de nombreuses méthodes qui permettent d'exploiter efficacement les informations de surveillance en maintenance. Ces travaux montrent que le choix d'investir dans des techniques de contrôle et de surveillance doit rester éclairé par des évaluations quantitatives, car il est impossible de conclure a priori, dans une configuration générale, si une politique conditionnelle ou une politique calendaire est meilleure en terme du coût, et quelle règle de décision dans la classe des politiques conditionnelles est la plus rentable. L'analyse de coûts de maintenance sur la base des modèles quantitatifs nous aide à la décision.

# Perspectives générales

Suite aux travaux réalisés dans le cadre de cette thèse, plusieurs perspectives à court et long termes peuvent être envisagées. Les perspectives à court terme les travaux proches du cadre de cette thèse, alors que celles à long terme désignent les objectifs que nous souhaitons atteindre dans l'avenir.

## Perspectives à court terme

Au-delà des perspectives énoncées à la fin de chaque chapitre, les travaux à court terme concernent des aspects nouveaux sur la maintenance conditionnelle associée à un système mono-composant (niveau composant).

Tout d'abord, nous identifions qu'une modélisation en maintenance plus réaliste doit pouvoir prendre en compte à la fois les hypothèses de surveillance et de maintenance imparfaites. Pour cela, nous pouvons penser à un modèle paramétrique de dégradation dont les paramètres peuvent être estimés en-ligne suivant les informations de surveillance et les actions de maintenance disponibles. Un tel modèle de dégradation, qui peut être non-monotone, non-stationnaire et non-markovien, promet de bien caractériser le comportement dynamique réel du système. Dans ce cas, la décision en maintenance conditionnelle peut être prise directement à partir d'un niveau de dégradation retiré du modèle.

De plus, en pratique, les actions de maintenance dépendent étroitement du plan de production, du budget d'investissement, des équipements disponibles, etc. Alors, les décisions de maintenance doivent être prises en cohérence avec les différents modes d'exploitation du système. Ainsi, il peut être profitable de développer des modèles de maintenance hybrides permettant d'optimiser les décisions de maintenance, tout en intégrant dans la procédure de décision divers facteurs affectant la vie du système (périodes de production ou de disponibilité prioritaires, état des stocks de produits ou de pièces de rechanges, contraintes réglementaires imposant en permanence un niveau de maintenance minimal, possibilité d'exploitation en mode "dégradé", etc.). Dans ce cas, le critère d'évaluation des performances sur un horizon fini est préférable, car les objectifs d'utilisation d'un système industriel sont très souvent définis à court ou moyen terme. D'ailleurs, l'hypothèse d'horizon fini permet des réflexions intéressantes liés à l'exploitation d'un système.

## Perspectives à long terme

Les perspectives à long terme portent essentiellement sur des systèmes multi-composants à dégradation graduelle continue. En effet, un système industriel réaliste est constitué de divers composants, parfois très nombreux. La contrainte "mono-composant" s'avère alors très pénalisante en pratique. En outre, les optima de maintenance au niveau composant n'entraînent pas l'optimum au niveau système. Ainsi, dès que nous souhaitons appliquer un modèle de maintenance à des problèmes pratiques, il peut être indispensable de considérer des systèmes multi-composants.



Nous constatons que l'étude de la maintenance conditionnelle des systèmes multi-composants reste encore très rare dans la littérature. Nos futurs travaux se concentreront sur cette direction. Dans ce contexte, les problèmes rencontrés dans la modélisation de maintenance conditionnelle des systèmes mono-composants (tels que la modélisation réaliste de la dégradation, la construction d'un indicateur conditionnel robuste de décision, la planification optimale des interventions, la nature des interventions, etc.) peuvent être repris dans le cadre des systèmes multi-composants, mais avec un niveau de difficulté bien supérieur. C'est-à-dire que nous devons faire attention en plus aux dépendances stochastiques, aux dépendances économiques et aux dépendances structurelles entre les composants.

## Annexe A

# Formulations pour le chapitre 4

L'annexe A a pour but de donner le détail de calculs des grandeurs  $E [S^{\Delta T, M} (\Delta T, M)]$ ,  $P_p^{\Delta T, M} (\Delta T, M)$  et  $E [W_d^{\Delta T, M} (\Delta T, M)]$  intervenant dans l'expression du coût moyen asymptotique de la politique  $(\Delta T, M)$  (cf. équation (4.5)). Leur évaluation est relativement complexe car il faut tenir compte du changement d'intensité pour le processus de chocs, distinguer les cas  $M < M_s$  et  $M \geq M_s$ , et calculer les lois de variables du type  $\tau_L - \tau_{M_s}$  ou  $\tau_M - \tau_{M_s}$  (voir aussi la section 3.4 du chapitre 3). Ces points relèvent de calculs probabilistes relativement laborieux mais classiques : on décrit tous les scénarios possibles, et on s'appuie sur le fait que les processus de dégradation  $\{x_t\}_{t \geq 0}$  et de chocs  $\{N_t\}_{t \geq 0}$  sont indépendants conditionnellement au temps d'atteinte  $\tau_s$  du seuil  $M_s$ .

### A.1 Longueur moyenne d'un cycle de renouvellement

La longueur moyenne d'un cycle de renouvellement  $E [S^{\Delta T, M} (\Delta T, M)]$  correspond au temps moyen pour le premier remplacement. Un remplacement peut être lié au dépassement du niveau de dégradation du seuil  $M$  et/ou à l'occurrence d'un événement de choc (le cas du dépassement du seuil  $L$  est inclus dans celui de  $M$  étant donnée que  $M < L$ ). Par ailleurs, le système étant remplacé uniquement aux dates d'inspections, on peut supposer sans perte de généralité que la date de remplacement est  $(k + 1) \Delta T$ . Ainsi, la longueur d'un cycle de renouvellement  $S^{\Delta T, M} (\Delta T, M)$  est donnée par

$$S^{\Delta T, M} (\Delta T, M) = \sum_{k=0}^{\infty} (k + 1) \Delta T (1_{\{B\}} + 1_{\{C\}} + 1_{\{D\}}),$$

et son espérance est calculée par :

$$E [S^{\Delta T, M} (\Delta T, M)] = \sum_{k=0}^{\infty} (k + 1) \Delta T (P(B) + P(C) + P(D)),$$

où  $B$ ,  $C$  et  $D$  sont les trois scénarios possibles pour d'un remplacement à  $(k + 1) \Delta T$  :

1.  $B := \{k\Delta T \leq \tau_M \leq (k + 1) \Delta T, N_{(k+1)\Delta T} = 0\}$  : remplacement par un niveau excessif de dégradation dans l'intervalle  $[k\Delta T, (k + 1) \Delta T]$ ,
2.  $C := \{(k + 1) \Delta T < \tau_M, N_{k\Delta T} = 0, N_{(k+1)\Delta T} > 0\}$  : remplacement par une ou plusieurs occurrence de chocs dans l'intervalle  $[k\Delta T, (k + 1) \Delta T]$ ,
3.  $D := \{k\Delta T \leq \tau_M \leq (k + 1) \Delta T, N_{k\Delta T} = 0, N_{(k+1)\Delta T} > 0\}$  : remplacement par un niveau excessif de dégradation et par une ou plusieurs occurrence de chocs dans l'intervalle  $[k\Delta T, (k + 1) \Delta T]$ ,

dans lesquels,  $\tau_M$  est le temps d'atteinte du seuil  $M$ ,  $N_t$  est le nombre de chocs survenus avant  $t$ .

En présence du seuil  $M_s$ , on distingue encore deux situations  $M_s \leq M$  et  $M_s > M$ , et les scénarios précédents peuvent se diviser encore en sous-scénarios. Le scénario  $B$  est décomposé en quatre sous-scénarios exclusifs suivants :

1.  $B_1 := \{\tau_{M_s} \leq k\Delta T \leq \tau_M \leq (k+1)\Delta T, N_{(k+1)\Delta t} = 0\}$ ,
2.  $B_2 := \{k\Delta T < \tau_{M_s} \leq \tau_M \leq (k+1)\Delta T, N_{(k+1)\Delta t} = 0\}$ ,
3.  $B_3 := \{k\Delta T \leq \tau_M < \tau_{M_s} \leq (k+1)\Delta T, N_{(k+1)\Delta t} = 0\}$ ,
4.  $B_4 := \{k\Delta T \leq \tau_M \leq (k+1)\Delta T < \tau_{M_s}, N_{(k+1)\Delta t} = 0\}$ .

Ainsi, leurs probabilités sont données par :

1.  $P(B_1) = \bar{F}_2((k+1)\Delta T) \int_0^{k\Delta T} a(u) \left( \int_{k\Delta T-u}^{(k+1)\Delta T-u} f_{\tau_M-\tau_{M_s}}(v) dv \right) du$ ,
2.  $P(B_2) = \bar{F}_2((k+1)\Delta T) \int_{k\Delta T}^{(k+1)\Delta T} a(u) F_{\tau_M-\tau_{M_s}}((k+1)\Delta T - u) du$ ,
3.  $P(B_3) = \bar{F}_2((k+1)\Delta T) \int_{k\Delta T}^{(k+1)\Delta T} f_{\tau_M}(u) \left( \int_0^{(k+1)\Delta T-u} f_{\tau_{M_s}-\tau_M}(v) \frac{\bar{F}_1(u+v)}{\bar{F}_2(u+v)} dv \right) du$ ,
4.  $P(B_4) = \bar{F}_1((k+1)\Delta T) \int_{k\Delta T}^{(k+1)\Delta T} f_{\tau_M}(u) \bar{F}_{\tau_{M_s}-\tau_M}((k+1)\Delta T - u) du$ ,

où  $a(u)$  est calculé par (3.19),  $\bar{F}_1$  et  $\bar{F}_2$  sont donnés par (3.17),  $f_{\tau_M}$ ,  $f_{\tau_{M_s}-\tau_M}$  et  $f_{\tau_M-\tau_{M_s}}$  sont donnés respectivement par (3.8) et (3.16),  $\bar{F}_{\tau_{M_s}-\tau_M}$  et  $F_{\tau_M-\tau_{M_s}}$  sont calculés exactement par (3.10) ou sont approchés par (3.15).

De façon analogue, le scénario  $C$  est décomposé en quatre sous-scénarios exclusifs :

1.  $C_1 := \{\tau_{M_s} \leq k\Delta T < (k+1)\Delta T < \tau_M, N_{k\Delta t} = 0, N_{(k+1)\Delta t} > 0\}$ ,
2.  $C_2 := \{k\Delta T < \tau_{M_s} \leq (k+1)\Delta T < \tau_M, N_{k\Delta t} = 0, N_{(k+1)\Delta t} > 0\}$ ,
3.  $C_3 := \{(k+1)\Delta T < \tau_{M_s} \leq \tau_M, N_{k\Delta t} = 0, N_{(k+1)\Delta t} > 0\}$ ,
4.  $C_4 := \{(k+1)\Delta T < \tau_M < \tau_{M_s}, N_{k\Delta t} = 0, N_{(k+1)\Delta t} > 0\}$ ,

et leurs probabilités sont données par :

1.  $P(C_1) = (\bar{F}_2(k\Delta T) - \bar{F}_2((k+1)\Delta T)) \int_0^{k\Delta T} a(u) \bar{F}_{\tau_M-\tau_{M_s}}((k+1)\Delta T - u) du$ ,
2.  $P(C_2) = \bar{F}_1(k\Delta T) \int_{k\Delta T}^{(k+1)\Delta T} f_{\tau_{M_s}}(u) \bar{F}_{\tau_M-\tau_{M_s}}((k+1)\Delta T - u) du$   
 $- \bar{F}_2((k+1)\Delta T) \int_{k\Delta T}^{(k+1)\Delta T} a(u) \bar{F}_{\tau_M-\tau_{M_s}}((k+1)\Delta T - u) du$ ,
3.  $P(C_3) = \bar{F}_{\tau_{M_s}}((k+1)\Delta T) (\bar{F}_1(k\Delta T) - \bar{F}_1((k+1)\Delta T))$ ,
4.  $P(C_4) = \bar{F}_{\tau_M}((k+1)\Delta T) (\bar{F}_1(k\Delta T) - \bar{F}_1((k+1)\Delta T))$ ,

où  $a(u)$  est calculé par (3.19),  $\bar{F}_1$  et  $\bar{F}_2$  sont donnés par (3.17),  $f_{\tau_{M_s}}$  est donné par (3.8),  $\bar{F}_{\tau_M}$  et  $\bar{F}_{\tau_{M_s}}$  sont calculés par (3.7),  $\bar{F}_{\tau_M-\tau_{M_s}}$  est calculé exactement par (3.10) ou est approché par (3.15).

Le scénario  $D$  est décomposé en quatre sous-scénarios exclusifs suivant :

1.  $D_1 := \{\tau_{M_s} \leq k\Delta T \leq \tau_M \leq (k+1)\Delta T, N_{k\Delta t} = 0, N_{(k+1)\Delta t} > 0\}$ ,
2.  $D_2 := \{k\Delta T < \tau_{M_s} \leq \tau_M \leq (k+1)\Delta T, N_{k\Delta t} = 0, N_{(k+1)\Delta t} > 0\}$ ,
3.  $D_3 := \{k\Delta T < \tau_M < \tau_{M_s} \leq (k+1)\Delta T, N_{k\Delta t} = 0, N_{(k+1)\Delta t} > 0\}$ ,
4.  $D_4 := \{k\Delta T < \tau_M \leq (k+1)\Delta T < \tau_{M_s}, N_{k\Delta t} = 0, N_{(k+1)\Delta t} > 0\}$ ,

et leurs probabilités sont données par :

1.  $P(D_1) = (\bar{F}_2(k\Delta T) - \bar{F}_2((k+1)\Delta T)) \int_0^{k\Delta T} a(u) \left( \int_{k\Delta T-u}^{(k+1)\Delta T-u} f_{\tau_M-\tau_{M_s}}(v) dv \right) du$ ,

2.  $P(D_2) = \bar{F}_1(k\Delta T) \int_{k\Delta T}^{(k+1)\Delta T} f_{\tau_{M_s}}(u) F_{\tau_M - \tau_{M_s}}((k+1)\Delta T - u) du$   
 $- \bar{F}_2((k+1)\Delta T) \int_{k\Delta T}^{(k+1)\Delta T} a(u) F_{\tau_M - \tau_{M_s}}((k+1)\Delta T - u) du,$
  3.  $P(D_3) = \bar{F}_1(k\Delta T) \int_{k\Delta T}^{(k+1)\Delta T} f_{\tau_M}(u) \int_0^{(k+1)\Delta T - u} f_{\tau_{M_s} - \tau_M}(v) \left(1 - \frac{\bar{F}_1(u+v)}{F_2(u+v)} \frac{\bar{F}_2((k+1)\Delta T)}{F_1(k\Delta T)}\right) dudv,$
  4.  $P(D_4) = (\bar{F}_1(k\Delta T) - \bar{F}_1((k+1)\Delta T)) \int_{k\Delta T}^{(k+1)\Delta T} f_{\tau_M}(u) \bar{F}_{\tau_{M_s} - \tau_M}((k+1)\Delta T - u) du,$
- où  $a(u)$  est calculé par (3.19),  $\bar{F}_1$  et  $\bar{F}_2$  sont donnés par (3.17),  $f_{\tau_M}$ ,  $f_{\tau_{M_s}}$ ,  $f_{\tau_{M_s} - \tau_M}$  et  $f_{\tau_M - \tau_{M_s}}$  sont donnés respectivement par (3.8) et (3.16),  $\bar{F}_{\tau_{M_s} - \tau_M}$ ,  $F_{\tau_{M_s} - \tau_M}$ ,  $F_{\tau_M - \tau_{M_s}}$  sont calculés exactement par (3.10) ou sont approchés par (3.15).

En groupant des probabilités correspondant à  $M_s \leq M$  et à  $M_s > M$ , on obtient :

1.  $P_{s,1}^{\Delta T, M}(k) = \sum_{i=1}^2 (P(B_i) + P(D_i)) + \sum_{i=1}^3 P(C_i)$ , pour  $M_s \leq M$ ,
2.  $P_{s,2}^{\Delta T, M}(k) = P(C_4) + \sum_{i=3}^4 (P(B_i) + P(D_i))$ , pour  $M_s > M$ .

Après quelques transformations, la longueur moyenne d'un cycle de renouvellement est donnée par (4.6). ■

## A.2 Probabilité de remplacement préventif

Selon la politique  $(\Delta T, M)$ , un remplacement préventif est déclenché si le niveau de dégradation détecté à une date d'inspection tombe dans l'intervalle  $[M, L)$ . La probabilité qu'un cycle s'achève par un remplacement préventif est alors calculée par l'expression :

$$P_p^{\Delta T, M}(\Delta T, M) = \sum_{k=0}^{\infty} P(H),$$

où  $H := \{k\Delta T < \tau_M \leq (k+1)\Delta T < \tau_L, N_{(k+1)\Delta T} = 0\}$  est le scénario d'un remplacement préventif à  $(k+1)\Delta T$ .

En tenant compte des situations  $M_s \leq M$  et  $M_s > M$ , le scénario  $H$  est décomposé en quatre sous-scénarios exclusifs suivant :

1.  $H_1 := \{\tau_{M_s} < k\Delta T < \tau_M < (k+1)\Delta T < \tau_L, N_{(k+1)\Delta T} = 0\}$ ,
2.  $H_2 := \{k\Delta T < \tau_{M_s} < \tau_M < (k+1)\Delta T < \tau_L, N_{(k+1)\Delta T} = 0\}$ ,
3.  $H_3 := \{k\Delta T < \tau_M < \tau_{M_s} < (k+1)\Delta T < \tau_L, N_{(k+1)\Delta T} = 0\}$ ,
4.  $H_4 := \{k\Delta T < \tau_M < (k+1)\Delta T < \tau_{M_s}, N_{(k+1)\Delta T} = 0\}$ .

Leurs probabilités sont donc calculées par :

1.  $P(H_1) = \bar{F}_2((k+1)\Delta T) \int_0^{k\Delta T} a(u)$   
 $\times \left( \int_{k\Delta T - u}^{(k+1)\Delta T - u} f_{\tau_M - \tau_{M_s}}(v) \bar{F}_{\tau_L - \tau_M}((k+1)\Delta T - u - v) dv \right) du,$
2.  $P(H_2) = \bar{F}_2((k+1)\Delta T) \int_{k\Delta T}^{(k+1)\Delta T} a(u)$   
 $\times \left( \int_0^{(k+1)\Delta T - u} f_{\tau_M - \tau_{M_s}}(v) \bar{F}_{\tau_L - \tau_M}((k+1)\Delta T - u - v) dv \right) du,$
3.  $P(H_3) = \bar{F}_2((k+1)\Delta T) \int_{k\Delta T}^{(k+1)\Delta T} f_{\tau_M}(u)$   
 $\times \left( \int_0^{(k+1)\Delta T - u} f_{\tau_{M_s} - \tau_M}(v) \bar{F}_{\tau_L - \tau_{M_s}}((k+1)\Delta T - u - v) \frac{\bar{F}_1(u+v)}{F_2(u+v)} dv \right) du,$
4.  $P(H_4) = \bar{F}_1((k+1)\Delta T) \int_{k\Delta T}^{(k+1)\Delta T} f_{\tau_M}(u) \bar{F}_{\tau_{M_s} - \tau_M}((k+1)\Delta T - u) du,$

où  $a(u)$  est calculé par (3.19),  $\bar{F}_1$  et  $\bar{F}_2$  sont donnés par (3.17),  $f_{\tau_M}$ ,  $f_{\tau_{M_s}-\tau_M}$  sont donnés respectivement par (3.8) et (3.16),  $\bar{F}_{\tau_{M_s}-\tau_M}$ ,  $\bar{F}_{\tau_L-\tau_M}$ ,  $\bar{F}_{\tau_L-\tau_{M_s}}$  sont calculés exactement par (3.10) ou sont approchés par (3.15).

Ainsi,  $P_{p,1}^{\Delta T,M}(k) = P(H_1) + P(H_2)$  pour  $M_s \leq M$ ,  $P_{p,2}^{\Delta T,M}(k) = P(H_3) + P(H_4)$  pour  $M_s > M$ , et on obtient l'expression de remplacement préventif dans (4.7). ■

### A.3 Longueur moyenne d'indisponibilité

Suivant la politique  $(\Delta T, M)$ , si le système est en panne à l'instant  $t$  entre deux dates d'inspections  $k\Delta T$  et  $(k+1)\Delta T$ , il est indisponible sur l'intervalle  $(t, (k+1)\Delta T)$ . Alors, la longueur moyenne d'indisponibilité du système dans un cycle de renouvellement  $E[W_d^{\Delta T,M}(\Delta T, M)]$  est calculée par :

$$\begin{aligned} E[W_d^{\Delta T,M}(\Delta T, M)] &= \sum_{k=0}^{\infty} \int_{k\Delta T}^{(k+1)\Delta T} P(\tau_f < t) dt \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} \int_{k\Delta T}^{(k+1)\Delta T} (P(E) + P(F) + P(G)) dt \end{aligned}$$

où,  $E$ ,  $F$  et  $G$  sont les scénarios possibles d'une défaillance à l'instant  $t \in (k\Delta T, (k+1)\Delta T]$  :

1.  $E := \{k\Delta T < \tau_M < \tau_L < t, N_t = 0\}$  : défaillance par un niveau excessif de dégradation à  $t$ ,
2.  $F := \{k\Delta T < \tau_M, t < \tau_L, N_{k\Delta T} = 0, N_t > 0\}$  : défaillance par une ou plusieurs occurrence de choc à  $t$ ,
3.  $G := \{k\Delta T < \tau_M < \tau_L < t, N_{k\Delta T} = 0, N_t > 0\}$  : défaillance par un niveau excessif de dégradation et par une ou plusieurs occurrence de choc à  $t$ .

Le scénario  $E$  peut être décomposé en trois sous-scénarios exclusifs suivant :

1.  $E_1 := \{\tau_{M_s} < k\Delta T < \tau_M < \tau_L < t, N_t = 0\}$ ,
2.  $E_2 := \{k\Delta T < \tau_{M_s} < \tau_M < \tau_L < t, N_t = 0\}$ ,
3.  $E_3 := \{k\Delta T < \tau_M < \tau_{M_s} < \tau_L < t, N_t = 0\}$ .

Leurs probabilités sont donc calculées par :

1.  $P(E_1) = \bar{F}_2(t) \int_0^{k\Delta T} a(u) \left( \int_{k\Delta T-u}^{t-u} f_{\tau_M-\tau_{M_s}}(v) F_{\tau_L-\tau_M}(t-u-v) dv \right) du$ ,
2.  $P(E_2) = \bar{F}_2(t) \int_{k\Delta T}^t a(u) \left( \int_0^{t-u} f_{\tau_M-\tau_{M_s}}(v) F_{\tau_L-\tau_M}(t-u-v) dv \right) du$ ,
3.  $P(E_3) = \bar{F}_2(t) \int_{k\Delta T}^t f_{\tau_M}(u) \left( \int_0^{t-u} f_{\tau_{M_s}-\tau_M}(v) F_{\tau_L-\tau_{M_s}}(t-u-v) \frac{\bar{F}_1(u+v)}{F_2(u+v)} dv \right) du$ ,

où  $a(u)$  est calculé par (3.19),  $\bar{F}_1$  et  $\bar{F}_2$  sont donnés par (3.17),  $f_{\tau_M}$ ,  $f_{\tau_{M_s}-\tau_M}$  et  $f_{\tau_M-\tau_{M_s}}$  sont donnés respectivement par (3.8) et (3.16),  $F_{\tau_L-\tau_M}$ ,  $F_{\tau_L-\tau_{M_s}}$  sont calculés exactement par (3.10) ou sont approchés par (3.15).

Le scénario  $F$  peut être décomposé en huit sous-scénarios exclusifs suivant :

1.  $F_1 := \{\tau_{M_s} < k\Delta T < \tau_M < t < \tau_L, N_{k\Delta T} = 0, N_t > 0\}$ ,
2.  $F_2 := \{k\Delta T < \tau_{M_s} < \tau_M < t < \tau_L, N_{k\Delta T} = 0, N_t > 0\}$ ,
3.  $F_3 := \{k\Delta T < \tau_M < \tau_{M_s} < t < \tau_L, N_{k\Delta T} = 0, N_t > 0\}$ ,
4.  $F_4 := \{k\Delta T < \tau_M < t < \tau_{M_s}, N_{k\Delta T} = 0, N_t > 0\}$ ,

5.  $F_5 := \{\tau_{M_s} < k\Delta T < t < \tau_M, N_{k\Delta T} = 0, N_t > 0\}$ ,
6.  $F_6 := \{k\Delta T < \tau_{M_s} < t < \tau_M, N_{k\Delta T} = 0, N_t > 0\}$ ,
7.  $F_7 := \{k\Delta T < t < \tau_{M_s} < \tau_M, N_{k\Delta T} = 0, N_t > 0\}$ ,
8.  $F_8 := \{k\Delta T < t < \tau_M < \tau_{M_s}, N_{k\Delta T} = 0, N_t > 0\}$ .

Leurs probabilités sont donc calculées par :

1.  $P(F_1) = (\bar{F}_2(k\Delta T) - \bar{F}_2(t)) \int_0^{k\Delta T} a(u) \int_{k\Delta T-u}^{t-u} f_{\tau_M-\tau_{M_s}}(v) \bar{F}_{\tau_L-\tau_M}(t-u-v) dvdu$ ,
2.  $P(F_2) = \bar{F}_1(k\Delta T) \int_{k\Delta T}^t f_{\tau_{M_s}}(u) \int_0^{t-u} f_{\tau_M-\tau_{M_s}}(v) \bar{F}_{\tau_L-\tau_M}(t-u-v) \left(1 - \frac{\bar{F}_1(u)}{\bar{F}_1(k\Delta T)} \frac{\bar{F}_2(t)}{\bar{F}_2(u)}\right) dvdu$ ,
3.  $P(F_3) = \bar{F}_1(k\Delta T) \int_{k\Delta T}^t f_{\tau_M}(u) \int_0^{t-u} f_{\tau_{M_s}-\tau_M}(v) \bar{F}_{\tau_L-\tau_{M_s}}(t-u-v) \left(1 - \frac{\bar{F}_1(u+v)}{\bar{F}_1(k\Delta T)} \frac{\bar{F}_2(t)}{\bar{F}_2(u+v)}\right) dvdu$ ,
4.  $P(F_4) = (\bar{F}_1(k\Delta T) - \bar{F}_1(t)) \int_{k\Delta T}^t f_{\tau_M}(u) \bar{F}_{\tau_{M_s}-\tau_M}(t-u) du$ ,
5.  $P(F_5) = (\bar{F}_2(k\Delta T) - \bar{F}_2(t)) \int_0^{k\Delta T} a(u) \bar{F}_{\tau_M-\tau_{M_s}}(t-u) du$ ,
6.  $P(F_6) = \bar{F}_1(k\Delta T) \int_{k\Delta T}^t f_{\tau_{M_s}}(u) \bar{F}_{\tau_M-\tau_{M_s}}(t-u) \left(1 - \frac{\bar{F}_1(u)}{\bar{F}_1(k\Delta T)} \frac{\bar{F}_2(t)}{\bar{F}_2(u)}\right) du$ ,
7.  $P(F_7) = \bar{F}_{\tau_{M_s}}(t) (\bar{F}_1(k\Delta T) - \bar{F}_1(t))$ ,
8.  $P(F_8) = \bar{F}_{\tau_M}(t) (\bar{F}_1(k\Delta T) - \bar{F}_1(t))$ ,

où  $a(u)$  est calculé par (3.19),  $\bar{F}_1$  et  $\bar{F}_2$  sont donnés par (3.17),  $f_{\tau_M}$ ,  $f_{\tau_{M_s}}$ ,  $f_{\tau_{M_s}-\tau_M}$  et  $f_{\tau_M-\tau_{M_s}}$  sont donnés respectivement par (3.8) et (3.16),  $\bar{F}_{\tau_L-\tau_M}$ ,  $\bar{F}_{\tau_L-\tau_{M_s}}$ ,  $\bar{F}_{\tau_{M_s}-\tau_M}$ ,  $\bar{F}_{\tau_M-\tau_{M_s}}$  sont calculés exactement par (3.10) ou sont approchés par (3.15).

De façon analogue, le scénario  $G$  peut être décomposé en trois sous-scénarios exclusifs suivant :

1.  $G_1 := \{\tau_{M_s} < k\Delta T < \tau_M < \tau_L < t, N_{k\Delta T} = 0, N_t > 0\}$ ,
2.  $G_2 := \{k\Delta T < \tau_{M_s} < \tau_M < \tau_L < t, N_{k\Delta T} = 0, N_t > 0\}$ ,
3.  $G_3 := \{k\Delta T < \tau_M < \tau_{M_s} < \tau_L < t, N_{k\Delta T} = 0, N_t > 0\}$ .

Leurs probabilités sont donc calculées par :

1.  $P(G_1) = (\bar{F}_2(k\Delta T) - \bar{F}_2(t)) \int_0^{k\Delta T} a(u) \int_{k\Delta T-u}^{t-u} f_{\tau_M-\tau_{M_s}}(v) F_{\tau_L-\tau_M}(t-u-v) dvdu$ ,
2.  $P(G_2) = \bar{F}_1(k\Delta T) \int_{k\Delta T}^t f_{\tau_{M_s}}(u) \int_0^{t-u} f_{\tau_M-\tau_{M_s}}(v) F_{\tau_L-\tau_M}(t-u-v) \left(1 - \frac{\bar{F}_1(u)}{\bar{F}_1(k\Delta T)} \frac{\bar{F}_2(t)}{\bar{F}_2(u)}\right) dvdu$ ,
3.  $P(G_3) = \bar{F}_1(k\Delta T) \int_{k\Delta T}^t f_{\tau_M}(u) \int_0^{t-u} f_{\tau_{M_s}-\tau_M}(v) F_{\tau_L-\tau_{M_s}}(t-u-v) \left(1 - \frac{\bar{F}_1(u+v)}{\bar{F}_1(k\Delta T)} \frac{\bar{F}_2(t)}{\bar{F}_2(u+v)}\right) dvdu$ ,

où  $a(u)$  est calculé par (3.19),  $\bar{F}_1$  et  $\bar{F}_2$  sont donnés par (3.17),  $f_{\tau_M}$ ,  $f_{\tau_{M_s}}$ ,  $f_{\tau_{M_s}-\tau_M}$  et  $f_{\tau_M-\tau_{M_s}}$  sont donnés respectivement par (3.8) et (3.16),  $F_{\tau_L-\tau_M}$  et  $F_{\tau_L-\tau_{M_s}}$  sont calculés exactement par (3.10) ou sont approchés par (3.15).

En groupant des probabilités correspondant à  $M_s \leq M$  et à  $M_s > M$ , on obtient :

1.  $P_{d,1}(t, k) = \sum_{i=1}^2 (P(E_i) + P(F_i) + P(G_i)) + \sum_{i=5}^7 P(F_i)$ , pour  $M_s \leq M$ ,
2.  $P_{d,2}(t, k) = P(E_3) + P(F_3) + P(F_4) + P(F_8) + P(G_3)$ , pour  $M_s > M$ .

Après quelques transformations, la longueur moyenne d'indisponibilité sur un cycle de renouvellement est donnée par (4.8). ■



## Annexe B

# Formulations pour le chapitre 5

L'annexe B a pour but de formuler les modèles mathématiques de coût des politiques  $(\tau, T)$  et  $(A, T)$  énoncées dans le chapitre 5.

### B.1 Formulations pour la politique $(\tau, T)$

Dans cette section, on donne le détail de calculs des grandeurs  $P_p^{\tau, T}(\tau, T)$ ,  $E[S^{\tau, T}(\tau, T)]$ ,  $E[N_m^{\tau, T}(\tau, T)]$  et  $E[N_i^{\tau, T}(\tau, T)]$  intervenant dans l'expression du coût moyen asymptotique de la politique  $(\tau, T)$  (cf. équation (5.6)). Le principe d'évaluation de ces grandeurs est de distinguer les cas  $T \leq \tau$  et  $T > \tau$ , et de décrire tous les scénarios possibles en s'appuyant sur le fait que les processus de dégradation  $\{x_t\}_{t \geq 0}$  et de chocs  $\{N_t\}_{t \geq 0}$  sont indépendants conditionnellement au temps d'atteinte  $\tau_{M_s}$  du seuil  $M_s$ .

On cherche tout d'abord la fonction de survie  $\bar{F}_{f,l}^{\tau, T}$  du temps pour la première défaillance "lourde"  $\tau_{f,l}^{\tau, T}$ . En utilisant le principe ci-dessus, cette fonction de survie à l'instant  $t$  est donnée par :

$$\bar{F}_{f,l}^{\tau, T}(t) = P\left(\tau_{f,l}^{\tau, T} > t\right) = \begin{cases} P(\tau_L > t) & \text{si } t \leq \tau \\ P(\tau_L > t, N_{(\tau, t)} = 0) & \text{si } t > \tau \end{cases}.$$

Ainsi, l'expression générale de  $\bar{F}_{f,l}^{\tau, T}(t)$  est exprimée par (5.8).

La probabilité de remplacement préventif du système dans un cycle de renouvellement est la probabilité qu'aucune défaillance "lourde" ne se produise avant l'âge de remplacement préventif  $T$ ,  $P_p^{\tau, T}(\tau, T) = P\left(\tau_{f,l}^{\tau, T} > T\right)$ . Elle est alors calculée par (5.7).

La longueur moyenne d'un cycle de renouvellement  $E[S^{\tau, T}(\tau, T)]$  est le temps moyen pour le premier remplacement du système. À partir de l'équation (5.8), on peut la calculer par l'expression  $E[S^{\tau, T}(\tau, T)] = \int_0^T \bar{F}_{f,l}^{\tau, T}(t) dt$ . Par conséquent, sa forme générale est donnée par (5.11).

Le nombre de réparations minimales correspond au nombre de défaillances liées au choc sur l'intervalle  $(0, \tau]$ . Soit  $E[N_i^{\tau, T}(t)]$  le nombre moyen réparations minimales effectuées jusqu'à l'instant  $t \leq \tau$ , alors :

$$\begin{aligned} E[N_m^{\tau, T}(t)] &= E\left[N_t 1_{\{t < \tau_{M_s}\}} + N_t 1_{\{\tau_{M_s} < t < \tau_L\}} + N_t 1_{\{\tau_{M_s} < \tau_L < t\}}\right] \\ &= E\left[N_{1,t} 1_{\{t < \tau_{M_s}\}}\right] + E\left[\left(N_{1, \tau_{M_s}} + N_{2, (\tau_{M_s}, t)}\right) 1_{\{\tau_{M_s} < t < \tau_L\}}\right] \\ &\quad + E\left[\left(N_{1, \tau_{M_s}} + N_{2, (\tau_{M_s}, t)}\right) 1_{\{\tau_{M_s} < \tau_L < t\}}\right], \end{aligned}$$



où  $N_t$  et  $N_{\tau_{M_s}, t}$  représentent respectivement le nombre d'événements de choc survenus avant l'instant  $t$  et dans l'intervalle de temps  $(\tau_{M_s}, t)$ , le nombre d'événements  $N_{1,(\cdot)}$  et  $N_{2,(\cdot)}$  correspondent au mode nominale et accéléré de choc (cf. section 3.2.2 du chapitre 3).  $E \left[ N_i^{\tau, T}(t) \right]$  est développé sous la forme :

$$\begin{aligned} E \left[ N_i^{\tau, T}(t) \right] &= \bar{F}_{\tau_{M_s}}(t) \int_0^t r_1(z) dz \\ &+ \int_0^t f_{\tau_{M_s}}(u) \bar{F}_{\tau_L - \tau_{M_s}}(t-u) \left( \int_0^u r_1(z) dz + \int_u^t r_2(z) dz \right) du \\ &+ \int_0^t f_{\tau_{M_s}}(u) \int_u^t f_{\tau_L - \tau_{M_s}}(v-u) \left( \int_0^u r_1(z) dz + \int_u^v r_2(z) dz \right) dv du, \end{aligned}$$

où  $\bar{F}_{\tau_{M_s}}$  et  $f_{\tau_{M_s}}$  sont donnés respectivement par (3.7) et (3.8),  $f_{\tau_L - \tau_{M_s}}$  est calculé (3.16),  $\bar{F}_{\tau_L - \tau_{M_s}}$  est calculé exactement par (3.10) ou est approché par (3.15). En utilisant l'intégration par parties, l'expression  $E \left[ N_m^{\tau, T}(t) \right]$  est réduite à (5.13). Et le nombre moyen de réparations minimales sur un cycle de renouvellement  $E \left[ N_m^{\tau, T}(\tau, T) \right]$  est donné par (5.12).

Le nombre d'inspections est égal à la somme du nombre de réparations minimales et du nombre de défaillances dues au niveau excessif de la dégradation avant l'âge  $\tau$ . Alors, le nombre moyen des inspections effectuées jusqu'à l'instant  $t \leq \tau$ ,  $E \left[ N_i^{\tau, T}(t) \right]$ , est calculé par :

$$E \left[ N_i^{\tau, T}(t) \right] = E \left[ N_m^{\tau, T}(t) + 1_{\{\tau_L < t\}} \right] = E \left[ N_m^{\tau, T}(t) \right] + F_{\tau_L}(t).$$

Ainsi, le nombre moyen d'inspections sur un cycle de renouvellement  $E \left[ N_i^{\tau, T}(\tau, T) \right]$  est donné par (5.14). ■

## B.2 Formulations pour la politique $(A, T)$

Cette section est consacré à donner le détail de calculs des grandeurs  $P_p^{A, T}(A, T)$ ,  $E \left[ S^{A, T}(A, T) \right]$  et  $E \left[ N_m^{A, T}(A, T) \right]$  intervenant dans l'expression du coût moyen asymptotique de la politique  $(A, T)$  (cf. équation (5.20)). Le principe d'évaluation est de distinguer les cas  $A < M_s$  et  $A \geq M_s$ , et de décrire tous les scénarios possibles en se basant sur le fait que les processus de dégradation  $\{x_t\}_{t \geq 0}$  et de chocs  $\{N_t\}_{t \geq 0}$  sont indépendants conditionnellement au temps d'atteinte  $\tau_{M_s}$  du seuil  $M_s$ .

Selon la politique  $(A, T)$ , le temps de défaillance "lourde" due au choc s'exprime par :

$$\tau_{s,l} = \inf \{ t \geq 0, N_t - N_{\tau_A} = 1, x_t > A \},$$

où  $\tau_A$  est le temps d'atteinte du seuil de dégradation  $A$ . Le temps pour la première défaillance lourde dans la politique  $(A, T)$  est alors  $\tau_{f,l}^{A, T} = \min(\tau_{s,l}, \tau_L)$ . On commence par calculer la fonction de survie de  $\tau_{f,l}^{A, T}$  :

$$\bar{F}_{f,l}^{A, T}(t) = P \left( \tau_{f,l}^{A, T} > t \right) = E \left[ 1_{\{\tau_A > t\}} + 1_{\{\tau_L > t\}} \exp \left\{ - \int_{\tau_A}^t r(s, x_s) ds \right\} \right],$$

En introduisant  $r(s, x_s)$  donné par (3.4) dans l'équation précédente,  $\bar{F}_{f,l}^{A,T}(t)$  s'écrit :

$$\begin{aligned} \bar{F}_{f,l}^{A,T}(t) = & E \left[ 1_{\{\tau_A < t < \tau_{M_s}\}} \exp \left\{ - \int_{\tau_A}^t r_1(s) ds \right\} + 1_{\{\tau_{M_s} < \tau_A < t < \tau_L\}} \exp \left\{ - \int_{\tau_A}^t r_2(s) ds \right\} \right. \\ & \left. + 1_{\{\tau_A < \tau_{M_s} < t < \tau_L\}} \exp \left\{ - \int_{\tau_A}^{\tau_{M_s}} r_1(s) ds \right\} \exp \left\{ - \int_{\tau_{M_s}}^t r_2(s) ds \right\} + 1_{\{\tau_A > t\}} \right]. \end{aligned}$$

Ainsi,

1. lorsque  $A < M_s$ ,

$$\begin{aligned} \bar{F}_{f,l}^{A,T}(t) = & E \left[ 1_{\{\tau_A > t\}} + 1_{\{\tau_A < t < \tau_{M_s}\}} \exp \left\{ - \int_{\tau_A}^t r_1(s) ds \right\} \right. \\ & \left. + 1_{\{\tau_A < \tau_{M_s} < t < \tau_L\}} \exp \left\{ - \int_{\tau_A}^{\tau_{M_s}} r_1(s) ds \right\} \exp \left\{ - \int_{\tau_{M_s}}^t r_2(s) ds \right\} \right] \\ = & \bar{F}_{\tau_A}(t) + \bar{F}_1(t) \int_0^t \frac{\bar{F}_{\tau_{M_s} - \tau_A}(t-u)}{\bar{F}_1(u)} f_{\tau_A}(u) du \\ & + \bar{F}_2(t) \int_0^t \int_u^t \bar{F}_{\tau_L - \tau_{M_s}}(t-v) \frac{\bar{F}_1(v)}{\bar{F}_1(u) \bar{F}_2(v)} f_{\tau_{M_s} - \tau_A}(v-u) f_{\tau_A}(u) dv du, \end{aligned}$$

2. lorsque  $A \geq M_s$ ,

$$\begin{aligned} \bar{F}_{f,l}^{A,T}(t) = & E \left[ 1_{\{\tau_A > t\}} + 1_{\{\tau_{M_s} < \tau_A < t < \tau_L\}} \exp \left\{ - \int_{\tau_A}^t r_2(s) ds \right\} \right] \\ = & \bar{F}_{\tau_A}(t) + \bar{F}_2(t) \int_0^t \frac{\bar{F}_{\tau_L - \tau_A}(t-u)}{\bar{F}_2(u)} f_{\tau_A}(u) du, \end{aligned}$$

dans lesquels,  $\bar{F}_1$  et  $\bar{F}_2$  sont donnés par (3.17),  $\bar{F}_{\tau_A}$  et  $f_{\tau_A}$  sont donnés respectivement par (3.7) et (3.8),  $f_{\tau_{M_s} - \tau_A}$  est donné (3.16),  $\bar{F}_{\tau_L - \tau_{M_s}}$ ,  $\bar{F}_{\tau_{M_s} - \tau_A}$  et  $\bar{F}_{\tau_L - \tau_A}$  sont calculés exactement par (3.10) ou sont approchés par (3.15). Ainsi, l'expression générale de  $\bar{F}_{f,l}^{A,T}(t)$  est donnée par (5.22).

La probabilité de remplacement préventif du système dans un cycle de renouvellement est la probabilité qu'aucune défaillance "lourde" ne se produise avant l'âge de remplacement préventif  $T$ ,  $P_p^{A,T}(A, T) = P(\tau_{f,l}^{A,T} > T)$ . Elle est alors calculée par (5.21).

La longueur moyenne d'un cycle de renouvellement  $E[S^{\tau,T}(\tau, T)]$  est le temps moyen pour le premier remplacement du système. À partir de l'équation (5.22), on peut la calculer par l'expression  $E[S^{A,T}(A, T)] = \int_0^T \bar{F}_{f,l}^{A,T}(t) dt$ .

Selon la politique (A, T), le nombre de réparations minimales correspond au nombre d'occurrence de choc quand le niveau de dégradation du système ne dépasse pas encore le seuil  $A$ . Le nombre moyen de réparations minimales jusqu'à l'instant  $t$  est alors donné par :

$$E[N_m^{A,T}(t)] = E[N_t 1_{\{\tau_A > t\}} + N_{\tau_A} 1_{\{\tau_A \leq t\}}].$$

Ainsi, le nombre moyen de réparations minimales dans un cycle de renouvellement est calculé par

1. lorsque  $A < M_s$ ,

$$\begin{aligned} E \left[ N_{m,1}^{A,T} \right] &= E \left[ N_m^{A,T} (T) \right] = E \left[ N_{1,T} 1_{\{\tau_A > T\}} \right] + E \left[ N_{1,\tau_A} 1_{\{\tau_A \leq T\}} \right] \\ &= \bar{F}_{\tau_A} (T) \int_0^T r_1 (s) ds + \int_0^T f_{\tau_A} (u) \int_0^u r_1 (s) ds \\ &= \int_0^T r_1 (u) \bar{F}_{\tau_A} (u) du, \end{aligned}$$

2. lorsque  $A \geq M_s$ ,

$$\begin{aligned} E \left[ N_{m,2}^{A,T} \right] &= E \left[ N_m^{A,T} (T) \right] = E \left[ \left( N_{1,\tau_{M_s}} + N_{2,(\tau_{M_s},\tau_A)} \right) 1_{\{\tau_{M_s} < \tau_A < T\}} \right. \\ &\quad \left. + \left( N_{1,\tau_{M_s}} + N_{2,(\tau_{M_s},T)} \right) 1_{\{\tau_{M_s} < T < \tau_A\}} + N_{1,T} 1_{\{\tau_{M_s} > T\}} \right] \\ &= \int_0^T f_{\tau_{M_s}} (u) \int_u^T f_{\tau_A - \tau_{M_s}} (v - u) \left( \int_0^u r_1 (s) ds + \int_u^v r_2 (s) ds \right) dv du \\ &\quad + \int_0^T f_{\tau_{M_s}} (u) \bar{F}_{\tau_A - \tau_{M_s}} (T - u) \left( \int_0^u r_1 (s) ds + \int_u^T r_2 (s) ds \right) du \\ &\quad + \bar{F}_{\tau_{M_s}} (T) \int_0^T r_1 (s) ds \\ &= \int_0^T r_1 (u) \bar{F}_{\tau_{M_s}} (u) du + \int_0^T \int_u^T r_2 (v) \bar{F}_{\tau_A - \tau_{M_s}} (v - u) f_{\tau_{M_s}} (u) dv du, \end{aligned}$$

où le nombre d'événements  $N_{1,(\cdot)}$  et  $N_{2,(\cdot)}$  correspondent au mode nominale et accéléré de choc (cf. section 3.2.2 du chapitre 3),  $\bar{F}_{\tau_A}$ ,  $\bar{F}_{\tau_{M_s}}$  et  $f_{\tau_{M_s}}$  sont donnés respectivement par (3.7) et (3.8),  $f_{\tau_{M_s} - \tau_A}$  est donné (3.16),  $\bar{F}_{\tau_A - \tau_{M_s}}$  est calculé exactement par (3.10) ou est approché par (3.15). Par conséquent, l'expression générale du nombre moyen de réparations minimales dans un cycle de renouvellement  $E \left[ N_m^{A,T} (A, T) \right]$  est donnée par (5.26). ■

## Annexe C

# Démonstration du lemme 6.2

On doit montrer que sachant un temps  $t$  fixé et  $x_1 \leq x_2$ ,  $m_{x_1}^{DTDS}(t) \geq m_{x_2}^{DTDS}(t)$ . On distingue alors les trois cas  $M_s \leq x_1 \leq x_2$ ,  $x_1 < M_s < x_2$  et  $x_1 \leq x_2 \leq M_s$ .

1. Lorsque  $M_s \leq x_1 \leq x_2$ , les *MRLs* du modèle *DTDS* s'expriment par :

$$m_{x_1}^{DTDS}(t) = \int_0^\infty \bar{F}_{\tau_{L-x_1}}(u) \frac{\bar{F}_2(u+t)}{\bar{F}_2(t)} du \quad \text{et} \quad m_{x_2}^{DTDS}(t) = \int_0^\infty \bar{F}_{\tau_{L-x_2}}(u) \frac{\bar{F}_2(u+t)}{\bar{F}_2(t)} du.$$

Comme  $x_1 \leq x_2$ ,  $\bar{F}_{\tau_{L-x_1}}(u) \geq \bar{F}_{\tau_{L-x_2}}(u)$ , et donc  $m_{x_1}^{DTDS}(t) \geq m_{x_2}^{DTDS}(t)$ .

2. On considère le cas  $x_1 < M_s < x_2$ . La fiabilité  $R^{DTDS}(u | x_1)$  est donnée par :

$$R^{DTDS}(u | x_1) = \bar{F}_{\tau_{M_s-x_1}}(u-t) \frac{\bar{F}_1(u)}{\bar{F}_1(t)} + \int_t^u \bar{F}_{\tau_{L-\tau_{M_s}}}(u-v) \frac{\bar{F}_1(v) \bar{F}_2(u)}{\bar{F}_1(t) \bar{F}_2(v)} f_{\tau_{M_s-x_1}}(v-t) dv.$$

Comme  $r_1(t) \leq r_2(t)$ ,  $\frac{\bar{F}_1(u)}{\bar{F}_1(t)} \geq \frac{\bar{F}_2(u)}{\bar{F}_2(t)}$ , et donc :

$$R^{DTDS}(u | x_1) \geq \frac{\bar{F}_2(u)}{\bar{F}_2(t)} \underbrace{\left( \bar{F}_{\tau_{M_s-x_1}}(u-t) + \int_t^u \bar{F}_{\tau_{L-\tau_{M_s}}}(u-v) f_{\tau_{M_s-x_1}}(v-t) dv \right)}_{\bar{F}_{\tau_{L-x_1}}(u-t)}.$$

Vu que  $x_1 \leq x_2$ ,  $\bar{F}_{\tau_{L-x_1}}(u-t) \geq \bar{F}_{\tau_{L-x_2}}(u-t)$ , et ainsi

$$R^{DTDS}(u | x_1) \geq \frac{\bar{F}_2(u)}{\bar{F}_2(t)} \bar{F}_{\tau_{L-x_2}}(u-t) = R^{DTDS}(u | x_2), \quad x_1 < M_s < x_2.$$

Finalement, on obtient

$$m_{x_1}^{DTDS}(t) = \int_t^\infty R^{DTDS}(u | x_1) du \geq \int_t^\infty R^{DTDS}(u | x_2) du = m_{x_2}^{DTDS}(t).$$

3. On considère la dernière configuration  $x_1 \leq x_2 \leq M_s$ . Dans ce cas, la fiabilité  $R^{DTDS}(u | x_t)$  est réécrit sous la forme :

$$\begin{aligned} R^{DTDS}(u | x_t) &= R_1^{DTDS}(u | x_t) = \frac{\bar{F}_1(u)}{\bar{F}_1(t)} - \\ &\quad \int_t^u f_{\tau_{M_s-x_t}}(v-t) \left( \frac{\bar{F}_1(u)}{\bar{F}_1(t)} - \frac{\bar{F}_1(v) \bar{F}_2(u)}{\bar{F}_1(t) \bar{F}_2(v)} \bar{F}_{\tau_{L-\tau_{M_s}}}(u-v) \right) dv. \end{aligned}$$

Ainsi

$$\begin{aligned} m_{x_1}^{DTDS}(t) - m_{x_2}^{DTDS}(t) &= \int_t^\infty R^{DTDS}(u | x_1) - R^{DTDS}(u | x_2) du \\ &= \int_t^\infty \left( f_{\tau_{M_s-x_2}}(u-t) - f_{\tau_{M_s-x_1}}(u-t) \right) \int_0^\infty \left( \frac{\bar{F}_1(w+u)}{\bar{F}_1(t)} \right. \\ &\quad \left. - \frac{\bar{F}_1(u)\bar{F}_2(w+u)}{\bar{F}_1(t)\bar{F}_2(u)} \bar{F}_{\tau_L-\tau_{M_s}}(w) \right) dw du. \end{aligned}$$

Pour montrer  $m_{x_1}^{DTDS}(t) - m_{x_2}^{DTDS}(t) \geq 0$ , on utilise le lemme proposé dans [23], page 120 :

**Lemme C.1.** Soit  $W(u)$  la mesure Lebesgue-Stieltje, qui n'est pas nécessairement positive, et  $h(u)$  une fonction non-négative. Si  $\int_0^t dW(u) \geq 0$  pour tous  $t \geq 0$  et si  $h(u)$  est décroissante,

$$\int_t^\infty h(u) dW(u) \geq 0, \quad \forall t.$$

Dans notre cas<sup>1</sup>,  $dW(u)$  et  $h(u)$  sont données respectivement par :

$$\begin{aligned} dW(u) &= f_{\tau_{M_s-x_2}}(u-t_1) - f_{\tau_{M_s-x_1}}(u-t_1), \quad u \geq t_1. \\ h(u) &= \int_0^\infty \left( \frac{\bar{F}_1(w+u)}{\bar{F}_1(t)} - \frac{\bar{F}_1(u)\bar{F}_2(w+u)}{\bar{F}_1(t)\bar{F}_2(u)} \bar{F}_{\tau_L-\tau_{M_s}}(w) \right) dw. \end{aligned}$$

Le travail restant est de montrer  $\int_0^t dW(u) \geq 0$ , et  $h(u) \geq 0$  décroissante.

En effet,

$$\begin{aligned} \int_0^t dW(u) &= F_{\tau_{M_s-x_2}}(t-t_1) - F_{\tau_{M_s-x_1}}(t-t_1) \geq 0. \\ h(u) &\geq \int_0^\infty \frac{\bar{F}_1(w+u)}{\bar{F}_1(t)} \bar{F}_{\tau_L-\tau_{M_s}}(w) dw \geq 0. \end{aligned}$$

Pour montrer  $h(u)$  décroissante en  $u$ , on calcule sa dérivée :

$$\begin{aligned} \frac{\partial h(u)}{\partial u} &= -\frac{\bar{F}_1(u)}{\bar{F}_1(t)} + \frac{f_1(u)}{\bar{F}_2(u)\bar{F}_1(t)} \int_0^\infty \bar{F}_{\tau_L-\tau_{M_s}}(w) \bar{F}_2(w+u) dw \\ &\quad + \frac{\bar{F}_1(u)}{\bar{F}_2(u)\bar{F}_1(t)} \int_0^\infty \bar{F}_{\tau_L-\tau_{M_s}}(w) f_2(w+u) dw \\ &\quad - \frac{\bar{F}_1(u)f_2(u)}{\bar{F}_1(t)\bar{F}_2^2(u)} \int_0^\infty \bar{F}_{\tau_L-\tau_{M_s}}(w) \bar{F}_2(w+u) dw \end{aligned}$$

Comme  $r_1(t) \leq r_2(t)$ , on obtient :

$$\begin{aligned} \frac{\bar{F}_1(u)}{\bar{F}_2(u)\bar{F}_1(t)} \int_0^\infty \bar{F}_{\tau_L-\tau_{M_s}}(w) f_2(w+u) dw - \frac{\bar{F}_1(u)}{\bar{F}_1(t)} &\leq \frac{\bar{F}_1(u)}{\bar{F}_1(t)} \left( \frac{\int_0^\infty f_2(w+u) dw}{\bar{F}_2(u)} - 1 \right) \leq 0, \\ \frac{f_1(u)}{\bar{F}_2(u)\bar{F}_1(t)} \int_0^\infty \bar{F}_{\tau_L-\tau_{M_s}}(w) \bar{F}_2(w+u) dw - \frac{\bar{F}_1(u)f_2(u)}{\bar{F}_1(t)\bar{F}_2^2(u)} \int_0^\infty \bar{F}_{\tau_L-\tau_{M_s}}(w) \bar{F}_2(w+u) dw \\ &= \left( \frac{r_1(u)\bar{F}_1(u)}{\bar{F}_2(u)\bar{F}_1(t)} - \frac{\bar{F}_1(u)r_2(u)}{\bar{F}_1(t)\bar{F}_2(u)} \right) \int_0^\infty \bar{F}_{\tau_L-\tau_{M_s}}(w) \bar{F}_2(w+u) dw \\ &= (r_1(u) - r_2(u)) \frac{\bar{F}_1(u)}{\bar{F}_2(u)\bar{F}_1(t)} \int_0^\infty \bar{F}_{\tau_L-\tau_{M_s}}(w) \bar{F}_2(w+u) dw \leq 0 \end{aligned}$$

En conséquence,  $\frac{\partial h(u)}{\partial u} \leq 0$  et  $h(u)$  est donc décroissante en  $u$ . En appliquant le lemme C.1, le lemme 6.2 est démontré. ■

1. Pour une présentation compréhensible, on remplace  $t$  par  $t_1$ .

# Bibliographie

- [1] ABDEL-HAMEED, M. A gamma wear process. *IEEE Transactions on Reliability* 24, 2 (1975), 152–153.
- [2] ABDEL-HAMEED, M. Degradation processes : An overview. In *Advances in Degradation Modeling*, Springer series in Statistics for Industry and Technology. Birkhäuser Boston, 2010, pp. 17–25.
- [3] ALSYOUF, I. The role of maintenance in improving companies' productivity and profitability. *International Journal of Production Economics* 105, 1 (2007), 70–78.
- [4] ALSYOUF, I. Maintenance practices in swedish industries : Survey results. *International Journal of Production Economics* 121, 1 (2009), 212–223.
- [5] ANSELL, J., AND PHILIPPS, M. Practical aspects of modelling of repairable systems data using proportional hazards models. *Reliability Engineering & System Safety* 58, 2 (1997), 165–171.
- [6] APPLEBAUM, D. *Lévy processes and stochastic calculus, Second Edition*. Cambridge University Press, 2009.
- [7] ARAL, B. *Scheduling screening inspections for replaceable and non-replaceable systems*. PhD thesis, Texas A&M university, 2008.
- [8] ARJAS, E., HANSEN, C., AND THYREGOD, P. Heterogeneous part quality as a source of reliability improvement in repairable systems. *Technometrics* (1991), 1–12.
- [9] ARTHUR, N. Optimization of vibration analysis inspection intervals for an offshore oil and gas water injection pumping system. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part E : Journal of Process Mechanical Engineering* 219, 3 (2005), 251–259.
- [10] ARULAMPALAM, M., MASKELL, S., GORDON, N., AND CLAPP, T. A tutorial on particle filters for online nonlinear/non-gaussian bayesian tracking. *Signal Processing, IEEE Transactions on* 50, 2 (2002), 174–188.
- [11] ASMUSSEN, S. *Applied probability and queues*. Springer Verlag, 2003.
- [12] AVITZOUR, D. Stochastic simulation bayesian approach to multitarget tracking. *Radar, Sonar and Navigation, IEE Proceedings* 142, 2 (1995), 41–44.
- [13] BAGDONAVIČIUS, V., AND NIKULIN, M. Statistical models to analyze failure, wear, fatigue, and degradation data with explanatory variables. *Communications in Statistics-Theory and Methods* 38, 16 (2009), 3031–3047.
- [14] BAGDONAVIČIUS, V., AND NIKULIN, M. Estimation in degradation models with explanatory variables. *Lifetime Data Analysis* 7, 1 (2001), 85–103.
- [15] BANJEVIC, D. Remaining useful life in theory and practice. *Metrika* 69, 2 (2009), 337–349.
- [16] BANJEVIC, D., AND JARDINE, A. Calculation of reliability function and remaining useful life for a markov failure time process. *IMA Journal of Management Mathematics* 17, 2 (2006), 115.

- [17] BANJEVIC, D., JARDINE, A., MAKIS, V., AND ENNIS, M. A control-limit policy and software for condition-based maintenance optimization. *INFOR* 39, 1 (2001), 32–50.
- [18] BARATA, J., SOARES, C., MARSEGUERRA, M., AND ZIO, E. Simulation modelling of repairable multi-component deteriorating systems for on condition maintenance optimisation. *Reliability Engineering & System Safety* 76, 3 (2002), 255–264.
- [19] BARBERA, F., SCHNEIDER, H., AND KELLE, P. A condition based maintenance model with exponential failures and fixed inspection intervals. *The Journal of the Operational Research Society* 47, 8 (1996), 1037–1045.
- [20] BARKER, C., AND NEWBY, M. Optimal non-periodic inspection for a multivariate degradation model. *Reliability Engineering & System Safety* 94, 1 (2009), 33–43.
- [21] BARLOW, R., AND HUNTER, L. Optimum preventive maintenance policies. *Operations Research* 8, 1 (1960), 90–100.
- [22] BARLOW, R., AND PROSCHAN, F. *Mathematical theory of reliability*. John Wiley & Sons, New York, 1965.
- [23] BARLOW, R., AND PROSCHAN, F. *Statistical Theory of Reliability and Life Testing : Probability Models*. Holt, Rinehart and Winston, New York., 1975.
- [24] BARROS, A. *De l'information de surveillance à la construction d'indicateurs de décision en fiabilité et en maintenance : contribution par approches stochastiques*. HDR thesis, Université de technologie de Compiègne, France, 2010.
- [25] BARUAH, P., AND CHINNAM, R. Hmms for diagnostics and prognostics in machining processes. *International Journal of Production Research* 43, 6 (2005), 1275–1293.
- [26] BEADLE, E., AND DJURIC, P. A fast-weighted bayesian bootstrap filter for nonlinear model state estimation. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems* 33, 1 (1997), 338–343.
- [27] BEBBINGTON, M., LAI, C., AND ZITIKIS, R. Reduction in mean residual life in the presence of a constant competing risk. *Applied Stochastic Models in Business and Industry* 24, 1 (2008), 51–63.
- [28] BEDEN, S., ABDULLAH, S., AND ARIFFIN, A. Review of fatigue crack propagation models for metallic components. *European Journal of Scientific Research* 28, 3 (2009), 364–397.
- [29] BÉRENGUER, C. *Contribution au développement de modèles stochastiques pour la fiabilité et la maintenance des systèmes*. HDR thesis, Université de technologie de Compiègne, France, 2003.
- [30] BÉRENGUER, C. On the mathematical condition-based maintenance modelling for continuously deteriorating systems. *International Journal of Materials and Structural Reliability* 6, 2 (2008), 133–151.
- [31] BÉRENGUER, C., CHU, C., AND GRALL, A. Inspection and maintenance planning : An application of semi-markov decision processes. *Journal of Intelligent Manufacturing* 8, 5 (1997), 467–476.
- [32] BÉRENGUER, C., GRALL, A., DIEULLE, L., AND ROUSSIGNOL, M. Maintenance policy for a continuously monitored deteriorating system. *Probability in the Engineering and Informational Sciences* 17, 02 (2003), 235–250.
- [33] BERGER, R., BOOS, D., AND GUESS, F. Tests and confidence sets for comparing two mean residual life functions. *Biometrics* 44, 1 (1988), 103–115.

- [34] BEVILACQUA, M., AND BRAGLIA, M. The analytic hierarchy process applied to maintenance strategy selection. *Reliability Engineering & System Safety* 70, 1 (2000), 71–83.
- [35] BLAIN, C. *Modélisation des dégradations de composants passifs par processus stochastiques et prise en compte des incertitudes*. PhD thesis, Université de technologie de Troyes, France, 2008.
- [36] BLAIN, C., BARROS, A., GRALL, A., AND LEFEBVRE, Y. Modelling of stress corrosion cracking with stochastic processes—application to steam generators. In *Risk, Reliability and Societal Safety (Eds T. Aven and JE Vinnem), Proceedings of the European Safety and Reliability Conference (2007)*, pp. 2395–2400.
- [37] BOCCHETTI, D., GIORGIO, M., GUIDA, M., AND PULCINI, G. A competing risk model for the reliability of cylinder liners in marine diesel engines. *Reliability Engineering & System Safety* 94, 8 (2009), 1299–1307.
- [38] BOURSIER, J., DESJARDINS, D., AND VAILLANT, F. The influence of the strain-rate on the stress corrosion cracking of alloy 600 in high temperature primary water. *Corrosion Science* 37, 3 (1995), 493–508.
- [39] BOUVARD, K., ARTUS, S., BÉRENGUER, C., AND COCQUEMPOT, V. Maintenance cost study for deteriorating systems : age-replacement policy vs. condition-based maintenance policy. In *SSARS 2008 - Summer Safety and Reliability Seminars (2008)*.
- [40] BOUVARD, K., ARTUS, S., BERENQUER, C., AND COCQUEMPOT, V. Condition-based dynamic maintenance operations planning & grouping. application to commercial heavy vehicles. *Reliability Engineering & System Safety* 96, 6 (2011), 601–610.
- [41] BRADLEY, D., AND GUPTA, R. Limiting behaviour of the mean residual life. *Annals of the Institute of Statistical Mathematics* 55, 1 (2003), 217–226.
- [42] BYINGTON, C., ROEMER, M., AND GALIE, T. Prognostic enhancements to diagnostic systems for improved condition-based maintenance. In *Aerospace Conference Proceedings, 2002. IEEE (2002)*, pp. 2815–2824.
- [43] CADINI, F., ZIO, E., AND AVRAM, D. Model-based monte carlo state estimation for condition-based component replacement. *Reliability Engineering & System Safety* 94, 3 (2009), 752–758.
- [44] CADINI, F., ZIO, E., AND AVRAM, D. Monte carlo-based filtering for fatigue crack growth estimation. *Probabilistic Engineering Mechanics* 24, 3 (2009), 367–373.
- [45] CARR, M., AND WANG, W. A case comparison of a proportional hazards model and a stochastic filter for condition-based maintenance applications using oil-based condition monitoring information. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part O : Journal of Risk and Reliability* 222, 1 (2008), 47–55.
- [46] CARR, M., AND WANG, W. An approximate algorithm for prognostic modelling using condition monitoring information. *European Journal of Operational Research* 211, 1 (2011), 90–96.
- [47] CASTANIER, B. *Modélisation stochastique et optimisation de la maintenance conditionnelle de systèmes à dégradation graduelle*. PhD thesis, Université de Technologie de Troyes, France, 2001.
- [48] CASTANIER, B., BÉRENGUER, C., AND GRALL, A. A sequential condition-based repair/replacement policy with non-periodic inspections for a system subject to continuous wear. *Applied Stochastic Models in Business and Industry* 19, 4 (2003), 327–347.



- [49] CASTANIER, B., GRALL, A., AND BERENQUER, C. A condition-based maintenance policy with non-periodic inspections for a two-unit series system. *Reliability Engineering & System Safety* 87, 1 (2005), 109–120.
- [50] CASTANIER, B., AND YEUNG, T. Optimal highway maintenance policies under uncertainty. In *Annual Reliability and Maintainability Symposium* (2008). doi :10.1109/RAMS.2008.4925764.
- [51] CASTRO, I., BARROS, A., AND GRALL, A. Age-based preventive maintenance for passive components submitted to stress corrosion cracking. *Mathematical and Computer Modelling* 54, 1-2 (2011), 598–609.
- [52] CASTRO, I., HUYNH, K., BARROS, A., AND BÉRENGUER, C. Maintenance strategies in dynamic environment for repairable systems with minimal repairs dependent on their deterioration level. In *Proc Reliability, Risk and Safety - Ale, Papazoglou & Zio (eds), Proceedings of the European Safety and Reliability Conference* (2010), pp. 1459–1465.
- [53] CHAO, M. Degradation analysis and related topics : some thoughts and a review. *Proceedings of the National Science Council, Republic of China. Part A, Physical science and engineering* 23, 5 (1999), 555–566.
- [54] CHEN, M., ZHOU, D., AND LIU, G. A new particle predictor for fault prediction of nonlinear time-varying systems. *Developments in Chemical Engineering and Mineral Processing* 13, 3-4 (2005), 379–388.
- [55] CHEN, T., AND POPOVA, E. Maintenance policies with two-dimensional warranty. *Reliability Engineering & System Safety* 77, 1 (2002), 61–69.
- [56] CHEN, Y., AND JIN, J. Cost-variability-sensitive preventive maintenance considering management risk. *IIE Transactions* 35, 12 (2003), 1091–1101.
- [57] CHIANG, J., AND YUAN, J. Optimal maintenance policy for a markovian system under periodic inspection. *Reliability Engineering & System Safety* 71, 2 (2001), 165–172.
- [58] CHIEN, Y., AND SHEU, S. Extended optimal age-replacement policy with minimal repair of a system subject to shocks. *European Journal of Operational Research* 174, 1 (2006), 169–181.
- [59] CHIQUET, J., AND LIMNIOS, N. Estimating stochastic dynamical systems driven by a continuous-time jump markov process. *Methodology and Computing in Applied Probability* 8, 4 (2006), 431–447.
- [60] CHIQUET, J., AND LIMNIOS, N. A method to compute the transition function of a piecewise deterministic markov process with application to reliability. *Statistics & Probability Letters* 78, 12 (2008), 1397–1403.
- [61] CHIQUET, J., AND LIMNIOS, N. Reliability of stochastic dynamical systems applied to fatigue crack growth modeling. In *Mathematical Methods in Survival Analysis, Reliability and Quality of Life*, Springer Series in Reliability Engineering. Springer London, 2010, pp. 163–177.
- [62] CHIQUET, J., LIMNIOS, N., AND EID, M. Piecewise deterministic markov processes applied to fatigue crack growth modelling. *Journal of Statistical Planning and Inference* 139, 5 (2009), 1657–1667.
- [63] CHOINSKA, M. *Effet de la température, du chargement mécanique et de leurs interactions sur la perméabilité de béton de structure*. PhD thesis, Université de Nantes, France, 2006.
- [64] CHRISTER, A., AND WANG, W. A model of condition monitoring of a production plant. *International Journal of Production Research* 30, 9 (1992), 2199–2211.

- [65] CHRISTER, A., AND WANG, W. A simple condition monitoring model for a direct monitoring process. *European Journal of Operational Research* 82, 2 (1995), 258–269.
- [66] CHRISTER, A., WANG, W., AND SHARP, J. A state space condition monitoring model for furnace erosion prediction and replacement. *European Journal of Operational Research* 101, 1 (1997), 1–14.
- [67] ÇINLAR, E. Shock and wear models and markov additive processes. *The theory and applications of reliability* 1 (1977), 193–214.
- [68] CLAVAREAU, J., AND LABEAU, P. Maintenance and replacement policies under technological obsolescence. *Reliability Engineering & System Safety* 94, 2 (2009), 370–381.
- [69] COCOZZA-THIVENT, C. *Processus stochastiques et fiabilité des systèmes*. Springer, 1997.
- [70] CONT, R., AND TANKOV, P. *Financial modelling with jump processes*. Chapman & Hall, 2004.
- [71] COOKE, R., MENDEL, M., AND VRIJLING, H. *Engineering probabilistic design and maintenance for flood protection*. Kluwer Academic Publishers, 1997.
- [72] COX, D. Regression models and life-tables. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)* 34, 2 (1972), 187–220.
- [73] CROWDER, M., AND LAWLESS, J. On a scheme for predictive maintenance. *European Journal of Operational Research* 176, 3 (2007), 1713–1722.
- [74] CUI, L., XIE, M., AND LOH, H. Inspection schemes for general systems. *IIE Transactions* 36, 9 (2004), 817–825.
- [75] CUI, W. A state-of-the-art review on fatigue life prediction methods for metal structures. *Journal of Marine Science and Technology* 7, 1 (2002), 43–56.
- [76] DE FREITAS, N. Rao-blackwellised particle filtering for fault diagnosis. In *Aerospace Conference Proceedings, IEEE* (2002), vol. 4, pp. 1767–1772.
- [77] DEKKER, R. Applications of maintenance optimization models : a review and analysis. *Reliability Engineering & System Safety* 51, 3 (1996), 229–240.
- [78] DELAUCHE, F. *Optimisation statistique du rendement paramétrique de microsystèmes (MEMS)*. PhD thesis, Université Joseph Fourier, France, 2004.
- [79] DELOUX, E. *Politiques de maintenance conditionnelle pour un système à dégradation continue soumis à un environnement stressant*. PhD thesis, Université de Nantes, France, 2008.
- [80] DELOUX, E., CASTANIER, B., AND BÉRENGUER, C. Maintenance policy for a deteriorating system evolving in a stressful environment. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part O : Journal of Risk and Reliability* 222, 4 (2008), 613–622.
- [81] DELOUX, E., CASTANIER, B., AND BÉRENGUER, C. Predictive maintenance policy for a gradually deteriorating system subject to stress. *Reliability Engineering & System Safety* 94, 2 (2009), 418–431.
- [82] DIEULLE, L., BERENGER, C., GRALL, A., AND ROUSSIGNOL, M. Sequential condition-based maintenance scheduling for a deteriorating system. *European Journal of Operational Research* 150, 2 (2003), 451–461.
- [83] DOKSUM, K., AND HÓYLAND, A. Models for variable-stress accelerated life testing experiments based on wiener processes and the inverse gaussian distribution. *Technometrics* 34, 1 (1992), 74–82.

- [84] DOUC, R., CAPPÉ, O., AND MOULINES, E. Comparison of resampling schemes for particle filtering. In *Image and Signal Processing and Analysis, 2005. ISPA 2005. Proceedings of the 4th International Symposium on* (2005), pp. 64–69.
- [85] DOUCET, A. *Monte Carlo methods for Bayesian estimation of hidden Markov models : application to radiation signals*. PhD thesis, University Paris-Sud, Orsay, France, 1997.
- [86] DOUCET, A., DE FREITAS, N., AND GORDON, N. *Sequential Monte Carlo methods in practice*. Springer Verlag, New York, 2001.
- [87] DOUCET, A., GODSILL, S., AND ANDRIEU, C. On sequential simulation-based methods for bayesian filtering. Tech. rep., CUED/F-INFENG/TR 310, Signal Processing group, Department of Engineering, University of Cambridge, 1998.
- [88] DOUCET, A., GODSILL, S., AND ANDRIEU, C. On sequential monte carlo sampling methods for bayesian filtering. *Statistics and computing* 10, 3 (2000), 197–208.
- [89] DRAGOMIR, E., GOURIVEAU, R., DRAGOMIR, F., MINCA, E., AND ZERHOUNI, N. Review of prognostic problem in condition-based maintenance. In *Proc. of European Control Conference* (2009).
- [90] EBRAHIMI, N. The mean function of a repairable system that is subjected to an imperfect repair policy. *IIE Transactions* 41, 1 (2009), 57–64.
- [91] ELSAYED, E., AND CHAN, C. Estimation of thin-oxide reliability using proportional hazards models. *IEEE Transactions on Reliability* 39, 3 (1990), 329–335.
- [92] ENGEL, S., GILMARTIN, B., BONGORT, K., AND HESS, A. Prognostics, the real issues involved with predicting life remaining. In *Aerospace Conference Proceedings, 2000 IEEE* (2000), vol. 6, pp. 457–469.
- [93] FAN, H., HU, C., CHEN, M., AND ZHOU, D. Predictive condition-based replacement and spare ordering policy for dynamic systems suffering hidden degradation. In *7th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes* (2009). doi :10.3182/20090630-4-ES-2003.00265.
- [94] FENG, Q., PENG, H., AND COIT, D. A degradation-based model for joint optimization of burn-in, quality inspection, and maintenance : a light display device application. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 50, 5 (2010), 801–808.
- [95] FOULADIRAD, M., AND GRALL, A. Condition-based maintenance for a system subject to a non-homogeneous wear process with a wear rate transition. *Reliability Engineering & System Safety* 96, 06 (2011), 611–618.
- [96] FOULADIRAD, M., GRALL, A., AND DIEULLE, L. On the use of on-line detection for maintenance of gradually deteriorating systems. *Reliability Engineering & System Safety* 93, 12 (2008), 1814–1820.
- [97] FRANGOPOL, D., AND LIU, M. Multiobjective optimization for risk-based maintenance and life-cycle cost of civil infrastructure systems. In *System Modeling and Optimization*, IFIP International Federation for Information Processing. Springer Boston, 2006, pp. 123–137.
- [98] GEBRAEEL, N. Sensory-updated residual life distributions for components with exponential degradation patterns. *Automation Science and Engineering, IEEE Transactions on* 3, 4 (2006), 382–393.
- [99] GEBRAEEL, N., ELWANY, A., AND PAN, J. Residual life predictions in the absence of prior degradation knowledge. *IEEE Transactions on Reliability* 58, 1 (2009), 106–117.

- [100] GEBRAEEL, N., LAWLEY, M., LI, R., AND RYAN, J. Residual-life distributions from component degradation signals : A bayesian approach. *IIE Transactions* 37, 6 (2005), 543–557.
- [101] GEBRAEEL, N., AND PAN, J. Prognostic degradation models for computing and updating residual life distributions in a time-varying environment. *IEEE Transactions on Reliability* 57, 4 (2008), 539–550.
- [102] GERTSBAKH, I. *Models of Preventive Maintenance*. North-Holland Pub. Co., 1977.
- [103] GERTSBAKH, I. *Reliability theory : with applications to preventive maintenance*. Springer Verlag, 2000.
- [104] GEWEKE, J. Bayesian inference in econometric models using monte carlo integration. *Econometrica : Journal of the Econometric Society* (1989), 1317–1339.
- [105] GHASEMI, A., YACOUT, S., AND OUALI, M. Evaluating the reliability function and the mean residual life for equipment with unobservable states. *IEEE Transactions on Reliability* 59, 1 (2010), 45–54.
- [106] GIRI, B., AND DOHI, T. Quantifying the risk in age and block replacement policies. *Journal of the Operational Research Society* 61, 7 (2009), 1151–1158.
- [107] GNEDENKO B.V., KOROLEV, V. *Random summation : limit theorems and applications*. CRC Press, 1996.
- [108] GOFFAUX, G., VANDE WOUWER, A., AND BERNARD, O. Continuous-discrete interval observers for monitoring microalgae cultures. *Biotechnology Progress* 25, 3 (2009), 667–675.
- [109] GOFFAUX, G., VANDE WOUWER, A., AND BERNARD, O. Improving continuous-discrete interval observers with application to microalgae-based bioprocesses. *Journal of Process Control* 19, 7 (2009), 1182–1190.
- [110] GOLDMAN, S. *Vibration spectrum analysis : a practical approach*. Industrial Press, New York, 1999.
- [111] GOPALAN, M., AND SIMHAN, S. Analysis of monitoring policies. *Microelectronics and reliability* 32, 12 (1992), 1681–1686.
- [112] GORDON, N., SALMOND, D., AND SMITH, A. Novel approach to nonlinear/non-gaussian bayesian state estimation. *IEE Proceedings F, Radar and Signal Processing* 140, 2 (1993), 107–113.
- [113] GORJIAN, N., MA, L., MITTINTY, M., YARLAGADDA, P., AND SUN, Y. A review on degradation models in reliability analysis. In *Proceedings of the 4th World Congress on Engineering Asset Management* (2009).
- [114] GORJIAN, N., MA, L., MITTINTY, M., YARLAGADDA, P., AND SUN, Y. A review on reliability models with covariates. In *Proceedings of the 4th World Congress on Engineering Asset Management* (2009).
- [115] GORJIAN, N., MA, L., MITTINTY, M., YARLAGADDA, P., AND SUN, Y. The explicit hazard model - part 1 : Theoretical development. In *Prognostics and Health Management Conference* (2010). 10.1109/PHM.2010.5414565.
- [116] GOSAVI, A. A risk-sensitive approach to total productive maintenance. *Automatica* 42, 8 (2006), 1321–1330.
- [117] GRALL, A., BERENQUER, C., AND DIEULLE, L. A condition-based maintenance policy for stochastically deteriorating systems. *Reliability Engineering & System Safety* 76, 2 (2002), 167–180.

- [118] GRALL, A., DIEULLE, L., BERENGUER, C., AND ROUSSIGNOL, M. Continuous-time predictive-maintenance scheduling for a deteriorating system. *IEEE Transactions on Reliability* 51, 2 (2002), 141–150.
- [119] GUT, A. Cumulative shock models. *Advances in Applied Probability* 22, 2 (1990), 504–507.
- [120] GUT, A., AND HÜSLER, J. Extreme shock models. *Extremes* 2, 3 (1999), 295–307.
- [121] HAGHIGHI, F., NOORAEI, N., AND RAD, N. On the general degradation path model : Review and simulation. In *Advances in Degradation Modeling*, Statistics for Industry and Technology. Birkhäuser Boston, 2010, pp. 147–155.
- [122] HARRISON, J. *Brownian motion and stochastic flow systems*. Wiley New York, 1985.
- [123] HENG, A., ZHANG, S., TAN, A., AND MATHEW, J. Rotating machinery prognostics : State of the art, challenges and opportunities. *Mechanical Systems and Signal Processing* 23, 3 (2009), 724–739.
- [124] HOLGEID, K., KROGSTIE, J., AND SJOEBERG, D. A study of development and maintenance in Norway : Assessing the efficiency of information systems support using functional maintenance. *Information & Software Technology* 42, 10 (2000), 687–700.
- [125] HOPP, W., AND KUO, Y. An optimal structured policy for maintenance of partially observable aircraft engine components. *Naval Research Logistics* 45, 4 (1998), 335–352.
- [126] HOSSEINI, M., KERR, R., AND RANDALL, R. An inspection model with minimal and major maintenance for a system with deterioration and poisson failures. *IEEE Transactions on Reliability* 49, 1 (2000), 88–98.
- [127] HUANG, W., AND ASKIN, R. Reliability analysis of electronic devices with multiple competing failure modes involving performance aging degradation. *Quality and Reliability Engineering International* 19, 3 (2003), 241–254.
- [128] HUYNH, K., BARROS, A., AND BÉRENGUER, C. Assessment of prognostic in maintenance decision-making for a deteriorating system under indirect condition monitoring. In *Proc Reliability, Risk and Safety - Ale, Papazoglou & Zio (eds), Proceedings of the European Safety and Reliability Conference* (2010), pp. 1385–1393.
- [129] HUYNH, K., BARROS, A., AND BÉRENGUER, C. A dynamic maintenance policy based on prognostic for a single-unit system under indirect condition monitoring. In *Proc 38th ESReDA Seminar and 3rd joint ESReDA/ESRA seminar on Advanced Maintenance Modelling* (2010).
- [130] HUYNH, K., BARROS, A., AND BÉRENGUER, C. Adaptive condition-based maintenance models for deteriorating systems operating under variable environment and indirect condition monitoring. In *Proc of the European Safety and Reliability Conference* (2011).
- [131] HUYNH, K., BARROS, A., AND BÉRENGUER, C. Maintenance decision-making for systems operating under indirect condition monitoring : value of online information and impact of measurement uncertainty. *IEEE Transaction on Reliability* (2011). Submitted TR2010221.
- [132] HUYNH, K., BARROS, A., AND BÉRENGUER, C. Modèles de maintenance pour un système indirectement observable : apport de l'information de pronostic en-ligne. In *Proc of 4èmes Journées Doctorales/Journées Nationales MACS* (2011).
- [133] HUYNH, K., BARROS, A., BÉRENGUER, C., AND CASTRO, I. Value of condition monitoring for a single-unit system subject to competing failure modes due to wear

- and traumatic events. In *6th International Conference on Mathematical Methods in Reliability : Theory, Methods, Applications* (2009), pp. 293–297.
- [134] HUYNH, K., BARROS, A., BÉRENGUER, C., AND CASTRO, I. Quantification de l'apport de l'information de surveillance dans la prise de décision en maintenance. In *Proc 17e Congrès de Maîtrise des Risques et de Sécurité de Fonctionnement* (2010).
- [135] HUYNH, K., BARROS, A., BÉRENGUER, C., AND CASTRO, I. Value of condition monitoring information for maintenance decision-making. In *Proc. Ann. Reliability & Maintainability Symp* (2010), pp. 543–548.
- [136] HUYNH, K., BARROS, A., BÉRENGUER, C., AND CASTRO, I. Age-based maintenance policies with minimal repairs for single unit systems subject to competing failure modes due to degradation and shocks. In *7th International Conference on Mathematical Methods in Reliability : Theory, Methods, Applications* (2011), pp. 793–800.
- [137] HUYNH, K., BARROS, A., BÉRENGUER, C., AND CASTRO, I. Degradation-based maintenance or mean residual life-based maintenance? In *Proceedings of 7th IMA International Conference on the Modelling in Industrial Maintenance and Reliability* (2011).
- [138] HUYNH, K., BARROS, A., BÉRENGUER, C., AND CASTRO, I. Modeling age-based maintenance strategies with minimal repairs for systems subject to competing failure modes due to degradation and shocks. *European Journal of Operational Research* (2011). doi :10.1016/j.ejor.2011.10.025.
- [139] HUYNH, K., BARROS, A., BÉRENGUER, C., AND CASTRO, I. A periodic inspection and replacement policy for systems subject to competing failure modes due to degradation and traumatic events. *Reliability Engineering & System Safety* 96, 04 (2011), 497–508.
- [140] ISARD, M., AND BLAKE, A. Contour tracking by stochastic propagation of conditional density. In *Computer Vision - ECCV96*, Lecture Notes in Computer Science. Springer Berlin, Heidelberg, 1996, pp. 343–356.
- [141] JARDINE, A., LIN, D., AND BANJEVIC, D. A review on machinery diagnostics and prognostics implementing condition-based maintenance. *Mechanical Systems and Signal Processing* 20, 7 (2006), 1483–1510.
- [142] JAZWINSKI, A. *Stochastic processes and filtering theory*. Academic Press, New York, 1970.
- [143] JEANG, A. Tool replacement policy for probabilistic tool life and random wear process. *Quality and reliability engineering international* 15, 3 (1999), 205–212.
- [144] JESSEN NIELSEN, J., AND DALSGAARD SØRENSEN, J. On risk-based operation and maintenance of offshore wind turbine components. *Reliability Engineering & System Safety* 96, 1 (2011), 218–229.
- [145] JIANG, R. Optimization of alarm threshold and sequential inspection scheme. *Reliability Engineering & System Safety* 95, 3 (2010), 208–215.
- [146] JIANG, R., AND JARDINE, A. Health state evaluation of an item : A general framework and graphical representation. *Reliability Engineering & System Safety* 93, 1 (2008), 89–99.
- [147] KALLEN, M., AND VAN NOORTWIJK, J. Optimal maintenance decisions under imperfect inspection. *Reliability Engineering & System Safety* 90, 2-3 (2005), 177–185.
- [148] KALLEN, M., AND VAN NOORTWIJK, J. Optimal periodic inspection of a deterioration process with sequential condition states. *International Journal of Pressure Vessels and Piping* 83, 4 (2006), 249–255.

- [149] KALOS, M., AND WHITLOCK, P. *Monte Carlo methods : basics*. Wiley, New York, 1986.
- [150] KANDEPU, R., FOSS, B., AND IMSLAND, L. Applying the unscented kalman filter for nonlinear state estimation. *Journal of Process Control* 18, 7-8 (2008), 753–768.
- [151] KHAROUFEH, J. Explicit results for wear processes in a markovian environment. *Operations Research Letters* 31, 3 (2003), 237–244.
- [152] KHAROUFEH, J., FINKELSTEIN, D., AND MIXON, D. Availability of periodically inspected systems with markovian wear and shocks. *Journal of Applied Probability* 43, 2 (2006), 303–317.
- [153] KHOURY, E., GRALL, A., AND BÉRENGUER, C. A comparison of rul-based and deterioration-based maintenance policies for gradually deteriorating systems. In *Proc Reliability, Risk and Safety - Ale, Papazoglou & Zio (eds), Proceedings of the European Safety and Reliability Conference* (2010), pp. 530–537.
- [154] KIM, Y., AND THOMAS, L. Repair strategies in an uncertain environment : Markov decision process approach. *Journal of the Operational Research Society* 57, 8 (2006), 957–964.
- [155] KITAGAWA, G. Monte carlo filter and smoother for non-gaussian nonlinear state space models. *Journal of computational and graphical statistics* 5, 1 (1996), 1–25.
- [156] KLUGE, W. *Time-inhomogeneous Lévy processes in interest rate and credit risk models*. PhD thesis, Albert-Ludwigs-Universität Freiburg, Germany, 2005.
- [157] KLUTKE, G., AND YANG, Y. The availability of inspected systems subject to shocks and graceful degradation. *IEEE Transactions on Reliability* 51, 3 (2002), 371–374.
- [158] KOLESAR, P. Minimum cost replacement under markovian deterioration. *Management Science* 12, 9 (1966), 694–706.
- [159] KONECNY, F. Maximum likelihood estimation for doubly stochastic poisson processes with partial observations. *Stochastics* 18, 1-2 (1986), 51–63.
- [160] KOTHAMASU, R., HUANG, S., AND VERDUIN, W. System health monitoring and prognostics - a review of current paradigms and practices. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 28, 9 (2006), 1012–1024.
- [161] KOZIN, F., AND BOGDANOFF, J. A critical analysis of some probabilistic models of fatigue crack growth. *Engineering Fracture Mechanics* 14, 1 (1981), 59–89.
- [162] KOZIN, F., AND BOGDANOFF, J. Probabilistic models of fatigue crack growth : results and speculations. *Nuclear Engineering and Design* 115, 1 (1989), 143–171.
- [163] KROGSTIE, J., JAHR, A., AND SJOBERG, D. A longitudinal study of development and maintenance in norway : Report from the 2003 investigation. *Information and Software Technology* 48, 11 (2006), 993–1005.
- [164] LAM, C., AND YEH, R. Optimal maintenance-policies for deteriorating systems under various maintenance strategies. *IEEE Transactions on Reliability* 43, 3 (1994), 423–430.
- [165] LAM, T., AND YEH, R. Optimal replacement policies for multistate deteriorating systems. *Naval Research Logistics* 41, 3 (1994), 303–315.
- [166] LAM, Y., AND ZHANG, Y. A shock model for the maintenance problem of a repairable system. *Computers & Operations Research* 31, 11 (2004), 1807–1820.
- [167] LAWLESS, J., AND CROWDER, M. Covariates and random effects in a gamma process model with application to degradation and failure. *Lifetime Data Analysis* 10, 3 (2004), 213–227.

- [168] LEE, B., KANG, C., KIM, S., AND BAE, S. A continuous-wear limit replacement-policy with random threshold under periodic inspections. In *Advanced reliability modeling II : reliability testing and improvement* (2006), pp. 267–274.
- [169] LEE, J., AND RICKER, N. Extended kalman filter based nonlinear model predictive control. *Industrial & Engineering Chemistry Research* 33, 6 (1994), 1530–1541.
- [170] LEHMANN, A. Joint modeling of degradation and failure time data. *Journal of Statistical Planning and Inference* 139, 5 (2009), 1693–1706.
- [171] LEHMANN, A. Failure time models based on degradation processes. In *Advances in Degradation Modeling*, Statistics for Industry and Technology. Birkhäuser Boston, 2010, pp. 209–233.
- [172] LEMOINE, A., AND WENOCUR, M. On failure modeling. *Naval Research Logistics quarterly* 32, 3 (1985), 497–508.
- [173] LI, C., XU, M., GUO, S., AND WANG, R. Multiobjective maintenance optimization of the continuously monitored deterioration system. *Journal of Systems Engineering and Electronics* 21, 5 (2010), 791–795.
- [174] LI, W., AND PHAM, H. An inspection-maintenance model for systems with multiple competing processes. *IEEE Transactions on Reliability* 54, 2 (2005), 318–327.
- [175] LI, W., AND PHAM, H. Reliability modeling of multi-state degraded systems with multi-competing failures and random shocks. *IEEE Transactions on Reliability* 54, 2 (2005), 297–303.
- [176] LI, Y., KURFESS, T., AND LIANG, S. Stochastic prognostics for rolling element bearings. *Mechanical Systems and Signal Processing* 14, 5 (2000), 747–762.
- [177] LI, Y., AND NILKITSARANONT, P. Gas turbine performance prognostic for condition-based maintenance. *Applied Energy* 86, 10 (2009), 2152–2161.
- [178] LIAO, H., ELSAYED, E., AND CHAN, L. Maintenance of continuously monitored degrading systems. *European Journal of Operational Research* 175, 2 (2006), 821–835.
- [179] LIN, D., BANJEVIC, D., AND JARDINE, A. Using principal components in a proportional hazards model with applications in condition-based maintenance. *Journal of the Operational Research Society* 57, 8 (2005), 910–919.
- [180] LIN, D., AND MAKIS, V. On-line parameter estimation for a failure-prone system subject to condition monitoring. *Journal of Applied Probability* 41, 1 (2004), 211–220.
- [181] LIN, Y., CHEN, J., AND CHEN, Y. The impact of inspection errors imperfect maintenance and minimal repairs on an imperfect production system. *Mathematical and Computer Modelling* 53, 9–10 (2011), 1680–1691.
- [182] LIN, Y., AND YANG, J. On statistical moments of fatigue crack propagation. *Engineering Fracture Mechanics* 18, 2 (1983), 243–256.
- [183] LIU, J. *Monte Carlo strategies in scientific computing*. Springer Verlag, New York, 2008.
- [184] LOUATI, K. *Modèles mathématiques pour l’inspection non-destructive des pipelines*. PhD thesis, Ecole Polytechnique, France, 2006.
- [185] LU, C., AND MEEKER, W. Using degradation measures to estimate a time-to-failure distribution. *Technometrics* 35, 2 (1993), 161–174.
- [186] LU, J., PARK, J., AND YANG, Q. Statistical inference of a time-to-failure distribution derived from linear degradation data. *Technometrics* 39, 4 (1997), 391–400.



- [187] MALLOR, F., AND SANTOS, J. Classification of shock models in system reliability. In *Monografías Del Semin Matem. GarcÍA De Galdeano 27* (2003), pp. 405–412.
- [188] MANN, L., SAXENA, A., AND KNAPP, G. Statistical-based or condition-based preventive maintenance? *Journal of Quality in Maintenance Engineering 1*, 1 (1995), 46–59.
- [189] MARSEGUERRA, M., AND ZIO, E. Optimizing maintenance and repair policies via a combination of genetic algorithms and monte carlo simulation. *Reliability Engineering & System Safety 68*, 1 (2000), 69–83.
- [190] MARSEGUERRA, M., ZIO, E., AND PODOFILLINI, L. Condition-based maintenance optimization by means of genetic algorithms and monte carlo simulation. *Reliability Engineering & System Safety 77*, 2 (2002), 151–165.
- [191] MEEKER, W., AND ESCOBAR, L. *Statistical methods for reliability data*. Wiley, New York, 1998.
- [192] MERCIER, S., MEIER-HIRMER, C., AND ROUSSIGNOL, M. Bivariate gamma wear processes for track geometry modelling, with application to intervention scheduling. *Structure and Infrastructure Engineering* (2011). doi :10.1080/15732479.2011.563090.
- [193] MILLER, S., RODGERS, M., LA VIGNE, G., SNIEGOWSKI, J., CLEWS, P., TANNER, D., AND PETERSON, K. Failure modes in surface micromachined microelectromechanical actuation systems. *Microelectronics and Reliability 39*, 8 (1999), 1229–1237.
- [194] MISRA, P., AND SORENSON, H. Statistical theory of estimation in doubly-stochastic poisson processes. *Information Sciences 6* (1973), 343–358.
- [195] MOBLEY, R. *An introduction to predictive maintenance, First Edition*. Van Nostrand Reinhold, New York, 1990.
- [196] MOBLEY, R. *An introduction to predictive maintenance, Second Edition*. Elsevier Inc., New York, 2002.
- [197] MSAAD, Y. *Analyse des mécanismes d'écaillage du béton soumis à des températures élevées*. PhD thesis, École nationale des ponts et chaussées, France, 2005.
- [198] MYÖTYRI, E., PULKKINEN, U., AND SIMOLA, K. Application of stochastic filtering for lifetime prediction. *Reliability Engineering & System Safety 91*, 2 (2006), 200–208.
- [199] NAKAGAWA, T. *Maintenance theory of reliability*. Springer Series in Reliability Engineering. Springer Verlag, 2005.
- [200] NAVARRO, J., AND RYCHLIK, T. Comparisons and bounds for expected lifetimes of reliability systems. *European Journal of Operational Research 207*, 1 (2010), 309–317.
- [201] NEVES, M., SANTIAGO, L., AND MAIA, C. A condition-based maintenance policy and input parameters estimation for deteriorating systems under periodic inspection. *Computers & Industrial Engineering* (2011). doi :10.1016/j.cie.2011.04.005.
- [202] NEWBY, M. Estimation of paris-erdogan law parameters and the influence of environmental factors on crack growth. *International Journal of Fatigue 13*, 4 (1991), 291–301.
- [203] NEWBY, M., AND BARKER, C. A bivariate process model for maintenance and inspection planning. *International Journal of Pressure Vessels and Piping 83*, 4 (2006), 270–275.
- [204] NEWBY, M., AND DAGG, R. Optimal inspection and maintenance for stochastically deteriorating systems i : average cost criteria. *Journal of the Indian Statistical Association 40*, 2 (2002), 169–198.
- [205] NEWBY, M., AND DAGG, R. Optimal inspection and maintenance for stochastically deteriorating systems ii : discounted cost criterion. *Journal of the Indian Statistical Association 41*, 1 (2003), 9–27.

- [206] NEWBY, M., AND DAGG, R. Optimal inspection and perfect repair. *IMA Journal of Management Mathematics* 15, 2 (2004), 175.
- [207] NF-EN-13306-X-60-319. *Terminologie de la maintenance*. Norme AFNOR, 2001.
- [208] NICOLAI, R. *Maintenance models for systems subject to measurable deterioration*. PhD thesis, Erasmus University Rotterdam - Timbergen Institute, The Netherlands, 2008.
- [209] NICOLAI, R., FRENK, J., AND DEKKER, R. Modelling and optimizing imperfect maintenance of coatings on steel structures. *Structural Safety* 31, 3 (2009), 234–244.
- [210] OHNISHI, M., MORIOKA, T., AND IBARAKI, T. Optimal minimal-repair and replacement problem of discrete-time markovian deterioration system under incomplete state information. *Computers & Industrial Engineering* 27, 1-4 (1994), 409–412.
- [211] ONOUFRIOU, T. Reliability based inspection planning of offshore structures. *Marine Structures* 12, 7-8 (1999), 521–539.
- [212] OUALI, M., TADJ, L., YACOUT, S., AND AIT-KADI, D. A survey of replacement models with minimal repair. In *Replacement Models with Minimal Repair*, Springer Series in Reliability Engineering. Springer London, 2011, pp. 3–100.
- [213] ÖZEKICI, S. Optimal maintenance policies in random environments. *European Journal of Operational Research* 82, 2 (1995), 283–294.
- [214] ÖZEKICI, S. Complex systems in random environments. In *Reliability and Maintenance of Complex Systems*, NATO ASI Series F154. Springer, 1996, pp. 137–157.
- [215] ÖZEKICI, S. Markov modulated bernoulli process. *Mathematical Methods of Operations Research* 45, 3 (1997), 311–324.
- [216] PANDEY, M., YUAN, X., AND VAN NOORTWIJK, J. The influence of temporal uncertainty of deterioration on life-cycle management of structures. *Structure and Infrastructure Engineering* 5, 2 (2009), 145–156.
- [217] PARIS, P., AND ERDOGAN, F. A critical analysis of crack propagation laws. *Journal of Basic Engineering* 85, 4 (1963), 528–534.
- [218] PEDREGAL, D., AND CARMEN CARNERO, M. Vibration analysis diagnostics by continuous-time models : A case study. *Reliability Engineering & System Safety* 94, 2 (2009), 244–253.
- [219] PENG, H., FENG, Q., AND COIT, D. Reliability and maintenance modeling for systems subject to multiple dependent competing failure processes. *IIE Transactions* 43, 1 (2011), 12–22.
- [220] PENG, Y., DONG, M., AND ZUO, M. Current status of machine prognostics in condition-based maintenance : a review. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 50, 1–4 (2010), 1–17.
- [221] PHAM, H., AND WANG, H. Imperfect maintenance. *European Journal of Operational Research* 94, 3 (1996), 425–438.
- [222] PIERSKALLA, W., AND VOELKER, J. A survey of maintenance models : the control and surveillance of deteriorating systems. *Naval Research Logistics Quarterly* 23, 3 (1976), 353–388.
- [223] PONCHET, A. *Modèles stochastiques pour l'évaluation de politiques de maintenance sur des systèmes à dégradation graduelle*. PhD thesis, Université de technologie de Troyes, France, 2010.
- [224] PONCHET, A., FOULADIRAD, M., AND GRALL, A. Assessment of a maintenance model for a multi-deteriorating mode system. *Reliability Engineering & System Safety* 95, 11 (2010), 1244–1254.

- [225] QUATTROCCHI, F., CANTUCCI, B., CINTI, D., GALLI, G., PIZZINO, L., SCIARRA, A., AND VOLTATTORNI, N. Continuous/discrete geochemical monitoring of co2 natural analogues and of diffuse degassing structures (dds) : Hints for co2 storage sites geochemical monitoring protocol. *Energy Procedia* 1, 1 (2009), 2135–2142.
- [226] RAO, B. *Handbook of Condition Monitoring*. Elsevier Science, 1996.
- [227] RAUSAND, M., AND HØYLAND, A. *System Reliability Theory : Models, Statistical Methods and Applications, Second Edition*. Wiley-Interscience, 2004.
- [228] ROBINSON, M., AND CROWDER, M. Bayesian methods for a growth-curve degradation model with repeated measures. *Lifetime Data Analysis* 6, 4 (2000), 357–374.
- [229] ROSS, S. *A First Course in Probability, Fifth Edition*. Prentice Hall, New York, 1998.
- [230] ROSS, S. M. *Introduction to Probability Models, Tenth Edition*. Academic Press, 2009.
- [231] ROUHAN, A., AND SCHOEFS, F. Probabilistic modeling of inspection results for offshore structures. *Structural Safety* 25, 4 (2003), 379–399.
- [232] RUEFLI, T., COLLINS, J., AND LACUGNA, J. Risk measures in strategic management research : auld lang syne? *Strategic Management Journal* 20, 2 (1999), 167–194.
- [233] RYDÉN, T. An EM algorithm for estimation in markov-modulated poisson processes. *Computational Statistics & Data Analysis* 21, 4 (1996), 431–447.
- [234] SAASSOUH, B., DIEULLE, L., AND GRALL, A. A suitable inspection policy definition for system with two modes of degradation. In *Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes 2006* (2006), pp. 789–794.
- [235] SAASSOUH, B., DIEULLE, L., AND GRALL, A. Online maintenance policy for a deteriorating system with random change of mode. *Reliability Engineering & System Safety* 92, 12 (2007), 1677–1685.
- [236] SANCHEZ-SILVA, M., KLUTKE, G., AND ROSOWSKY, D. Life-cycle performance of structures subject to multiple deterioration mechanisms. *Structural Safety* 33, 3 (2011), 206–217.
- [237] SCARF, P. On the application of mathematical models in maintenance. *European Journal of Operational Research* 99, 3 (1997), 493–506.
- [238] SCARF, P. A framework for condition monitoring and condition based maintenance. *Quality Technology & Quantitative Management* 4, 2 (2007), 301–312.
- [239] SCHIRRU, A., PAMPURI, S., AND DE NICOLAO, G. Particle filtering of hidden gamma processes for robust predictive maintenance in semiconductor manufacturing. In *Automation Science and Engineering (CASE), 2010 IEEE Conference on* (2010), pp. 51–56.
- [240] SHABAKHTY, N. System failure probability of offshore jack-up platforms in the combination of fatigue and fracture. *Engineering Failure Analysis* 18, 1 (2011), 223–243.
- [241] SHERIF, Y., AND SMITH, M. Optimal maintenance models for systems subject to failure—a review. *Naval Research Logistics Quarterly* 28, 1 (1981), 47–74.
- [242] SI, X., WANG, W., HU, C., AND ZHOU, D. Remaining useful life estimation - a review on the statistical data driven approaches. *European Journal of Operational Research* 213, 1 (2011), 1–14.
- [243] SIKORSKAA, J., HODKIEWICZ, M., AND MA, L. Prognostic modelling options for remaining useful life estimation by industry. *Mechanical Systems and Signal Processing* 25, 5 (2011), 1803–1836.
- [244] SIMOLA, K., AND PULKKINEN, U. Models for non-destructive inspection data. *Reliability Engineering & System Safety* 60, 1 (1998), 1–12.

- [245] SINGPURWALLA, N. Survival in dynamic environments. *Statistical Science* 10, 1 (1995), 86–103.
- [246] SINGPURWALLA, N. On competing risk and degradation processes. *Lecture Notes-Monograph Series* 49 (2006), 229–240.
- [247] SINGPURWALLA, N. *Reliability and risk : a Bayesian perspective*. Wiley Series in Probability and Statistics. Wiley, 2006.
- [248] SOBCZYK, K. Modelling of random fatigue crack growth. *Engineering fracture mechanics* 24, 4 (1986), 609–623.
- [249] SORO, I., NOURELFATH, M., AND AIT-KADI, D. Performance evaluation of multi-state degraded systems with minimal repairs and imperfect preventive maintenance. *Reliability Engineering & System Safety* 95, 2 (2010), 65–69.
- [250] STREIT, R. *Poisson Point Processes : Imaging, Tracking, and Sensing*. Springer Verlag, 2010.
- [251] SUN, Y., MA, L., MATHEW, J., WANG, W., AND ZHANG, S. Mechanical systems hazard estimation using condition monitoring. *Mechanical Systems and Signal Processing* 20, 5 (2006), 1189–1201.
- [252] SUNSTEIN, C. Cost benefit default principles. *Michigan Law Review* 99, 7 (2001), 1651–1723.
- [253] TADJ, L., OUALI, M., AIT-KADI, D., AND YACOUT, S. *Replacement models with minimal repair*. Springer Series in Reliability Engineering. Springer Verlag, 2011.
- [254] TAGHIPOUR, S., BANJEVIC, D., AND JARDINE, A. Periodic inspection optimization model for a complex repairable system. *Reliability Engineering & System Safety* 95, 9 (2010), 944–952.
- [255] TANG, L., LU, Y., AND CHEW, E. Mean residual life of lifetime distributions. *IEEE Transactions on Reliability* 48, 1 (1999), 73–78.
- [256] TIAN, Z., AND LIAO, H. Condition based maintenance optimization for multi-component systems using proportional hazards model. *Reliability Engineering & System Safety* 96, 5 (2011), 581–589.
- [257] TIJMS, H. *Stochastic models : an algorithmic approach*. John Wiley & Sons, New York, 1994.
- [258] TIJMS, H. *A first course in stochastic models*. Wiley, New York, 2003.
- [259] TSENG, S., HAMADA, M., AND CHIAO, C. Using degradation data to improve fluorescent lamp reliability. *Journal of Quality Technology* 27, 4 (1995), 363–369.
- [260] UPADHYAYA, B., NAGHEDOLFEIZI, M., AND RAYCHAUDHURI, B. Residual life estimation of plant components. *Periodic and Predictive Maintenance Technology* 7, 3 (1994), 22–29.
- [261] USYNIN, A., HINES, J., AND URMANOV, A. Uncertain failure thresholds in cumulative damage models. In *Proc. Ann. Reliability & Maintainability Symp* (2008), pp. 334–340.
- [262] VAIDYA, P., AND RAUSAND, M. Remaining useful life, technical health, and life extension. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part O : Journal of Risk and Reliability* 225, 2 (2011), 219–231.
- [263] VALDEZ-FLORES, C., AND FELDMAN, R. A survey of preventive maintenance models for stochastically deteriorating single-unit systems. *Naval Research Logistics (NRL)* 36, 4 (1989), 419–446.

- [264] VAN DER MERWE, R., DOUCET, A., DE FREITAS, N., AND WAN, E. The unscented particle filter. *Advances in Neural Information Processing Systems* (2001), 584–590.
- [265] VAN DER WEIDE, J., PANDEY, M., AND VAN NOORTWIJK, J. Discounted cost model for condition-based maintenance optimization. *Reliability Engineering & System Safety* 95, 3 (2010), 236–246.
- [266] VAN NOORTWIJK, J. Cost-based criteria for obtaining optimal design decisions. In *Proceedings of the Eighth International Conference on Structural Safety and Reliability* (2001).
- [267] VAN NOORTWIJK, J. Explicit formulas for the variance of discounted life-cycle cost. *Reliability Engineering & System Safety* 80, 2 (2003), 185–195.
- [268] VAN NOORTWIJK, J. A survey of the application of gamma processes in maintenance. *Reliability Engineering & System Safety* 94, 1 (2009), 2–21.
- [269] VAN NOORTWIJK, J., COOKE, R., AND KOK, M. A bayesian failure model based on isotropic deterioration. *European Journal of Operational Research* 82, 2 (1995), 270–282.
- [270] VAN NOORTWIJK, J., AND KLATTER, H. Optimal inspection decisions for the block mats of the eastern-scheldt barrier. *Reliability Engineering & System Safety* 65, 3 (1999), 203–211.
- [271] VAN NOORTWIJK, J., KOK, M., AND COOKE, R. Optimal maintenance decisions for the sea-bed protection of the eastern-scheldt barrier. In *Engineering probabilistic design and maintenance for flood protection*. Boston : Kluwer Academic (1997), R. Cooke, M. Mendel, and H. Vrijling, Eds., pp. 25–51.
- [272] VAN NOORTWIJK, J., AND PEERBOLTE, E. Optimal sand nourishment decisions. *Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering* 126, 1 (2000), 30–38.
- [273] VAN NOORTWIJK, J., AND VAN DER WEIDE, J. Applications to continuous-time processes of computational techniques for discrete-time renewal processes. *Reliability Engineering & System Safety* 93, 12 (2008), 1853–1860.
- [274] VAN NOORTWIJK, J., VAN DER WEIDE, J., KALLEN, M., AND PANDEY, M. Gamma processes and peaks-over-threshold distributions for time-dependent reliability. *Reliability Engineering & System Safety* 92, 12 (2007), 1651–1658.
- [275] VAN NOORTWIJK, J., AND VAN GELDER, P. Optimal maintenance decisions for berm breakwaters. *Structural Safety* 18, 4 (1996), 293–309.
- [276] VASEGHI, S. *Advanced digital signal processing and noise reduction, Fourth Edition*. John Wiley & Sons, 2008.
- [277] WAEYENBERGH, G., AND PINTELON, L. A framework for maintenance concept development. *International Journal of Production Economics* 77, 3 (2002), 299–313.
- [278] WAGNER, H. *Principles of Operations Research, Second Edition*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J, 1975.
- [279] WALSH, B., BALDWIN, G., AND FARRELL, R. Physical component performance degradation detection based on error probability analysis. In *IEEE 18th International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications* (2007). doi :10.1109/PIMRC.2007.4394524.
- [280] WANG, H. A survey of maintenance policies of deteriorating systems. *European Journal of Operational Research* 139, 3 (2002), 469–489.

- [281] WANG, L., CHU, J., AND MAO, W. A condition-based replacement and spare provisioning policy for deteriorating systems with uncertain deterioration to failure. *European Journal of Operational Research* 194, 1 (2009), 184–205.
- [282] WANG, P., AND COIT, D. Reliability and degradation modeling with random or uncertain failure threshold. In *Proc. Ann. Reliability & Maintainability Symp* (2007), pp. 392–397.
- [283] WANG, W. A model to determine the optimal critical level and the monitoring intervals in condition-based maintenance. *International Journal of Production Research* 38, 6 (2000), 1425–1436.
- [284] WANG, W. Modelling condition monitoring intervals : A hybrid of simulation and analytical approaches. *Journal of the Operational Research Society* 54, 3 (2003), 273–282.
- [285] WANG, W. Condition-based maintenance modelling. In *Complex System Maintenance Handbook*, Springer Series in Reliability Engineering. Springer London, 2008, pp. 111–131.
- [286] WANG, W. Overview of a semi-stochastic filtering approach for residual life estimation with applications in condition based maintenance. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part O : Journal of Risk and Reliability* 225, 2 (2011), 185–197.
- [287] WANG, W., AND CARR, M. J. Component level replacements : Estimating remaining useful life. In *Complex Engineering Service Systems*, Decision Engineering. Springer London, 2011, pp. 297–314.
- [288] WANG, W., AND CHRISTER, A. Towards a general condition based maintenance model for a stochastic dynamic system. *Journal of the Operational Research Society* 51, 2 (2000), 145–155.
- [289] WANG, W., AND ZHANG, W. A model to predict the residual life of aircraft engines based upon oil analysis data. *Naval Research Logistics (NRL)* 52, 3 (2005), 276–284.
- [290] WANG, X. Physical degradation models. In *Encyclopedia of Statistics in Quality and Reliability* (Eds F. Ruggeri, R. Kenett and F. W. Faltin) (2007), pp. 1356–1361.
- [291] WANG, X. A pseudo-likelihood estimation method for nonhomogeneous gamma process model with random effects. *Statistica Sinica* 18, 1 (2008), 1153–1163.
- [292] WANG, X. Semiparametric inference on a class of wiener processes. *Journal of Time Series Analysis* 30, 2 (2009), 179–207.
- [293] WANG, X. Wiener processes with random effects for degradation data. *Journal of Multivariate Analysis* 101, 2 (2010), 340–351.
- [294] WANG, Y., AND PHAM, H. Imperfect preventive maintenance policies for two-process cumulative damage model of degradation and random shocks. *International Journal of Systems Assurance Engineering and Management* 2, 1 (2011), 66–77.
- [295] WANG, Z., HUANG, H., AND DU, L. Reliability analysis on competitive failure processes under fuzzy degradation data. *Applied Soft Computing* 11, 3 (2011), 2964–2973.
- [296] WHITMORE, G., AND SCHENKELBERG, F. Modelling accelerated degradation data using wiener diffusion with a time scale transformation. *Lifetime Data Analysis* 3, 1 (1997), 27–45.
- [297] WHITTAKER, I., AND SAUNDERS, S. Application of Reliability Analysis to Aircraft Structures Subject to Fatigue Crack Growth and Periodic Structural Inspection. Tech. Rep. AFML-TR-73-92, Air Force Material Laboratories, 1973.

- [298] WIREMAN, T. *World class maintenance management*. Industrial Press, New York, 1989.
- [299] WORTMAN, M., KLUTKE, G., AND AYHAN, H. A maintenance strategy for systems subjected to deterioration governed by random shocks. *IEEE Transactions on Reliability* 43, 3 (1994), 439–445.
- [300] WU, W., AND NI, C. A study of stochastic fatigue crack growth modeling through experimental data. *Probabilistic Engineering Mechanics* 18, 2 (2003), 107–118.
- [301] WU, W., AND NI, C. Probabilistic models of fatigue crack propagation and their experimental verification. *Probabilistic Engineering Mechanics* 19, 3 (2004), 247–257.
- [302] WU, X., AND RYAN, S. M. Optimal replacement in the proportional hazards model with semi-markovian covariate process and continuous monitoring. *IEEE Transactions on Reliability* (2011). 10.1109/TR.2011.2161049.
- [303] XING, J., ZHONG, O., AND HONG, Y. A simple log normal random process approach of the fatigue crack growth considering the distribution of initial crack size and loading condition. *International Journal of Pressure Vessels and Piping* 74, 1 (1997), 7–12.
- [304] XU, Z., JI, Y., AND ZHOU, D. Real-time reliability prediction for a dynamic system based on the hidden degradation process identification. *IEEE Transactions on Reliability* 57, 2 (2008), 230–242.
- [305] XU, Z., JI, Y., AND ZHOU, D. A new real-time reliability prediction method for dynamic systems based on on-line fault prediction. *IEEE Transactions on Reliability* 58, 3 (2009), 523–538.
- [306] YANG, J., AND MANNING, S. A simple second order approximation for stochastic crack growth analysis. *Engineering Fracture Mechanics* 53, 5 (1996), 677–686.
- [307] YANG, Y., AND KLUTKE, G. Improved inspection schemes for deteriorating equipment. *Probability in the Engineering and Informational Sciences* 14, 04 (2000), 445–460.
- [308] YANG, Y., AND KLUTKE, G. Lifetime-characteristics and inspection-schemes for levy degradation processes. *IEEE Transactions on Reliability* 49, 4 (2000), 377–382.
- [309] YANG, Y., AND KLUTKE, G. A distribution-free lower bound for availability of quantile-based inspection schemes. *IEEE Transactions on Reliability* 50, 4 (2001), 419–421.
- [310] YASHIN, A., AND MANTON, K. Effects of unobserved and partially observed covariate processes on system failure : a review of models and estimation strategies. *Statistical Science* 12, 1 (1997), 20–34.
- [311] YOU, M., LI, H., AND MENG, G. Control-limit preventive maintenance policies for components subject to imperfect preventive maintenance and variable operational conditions. *Reliability Engineering & System Safety* 96, 5 (2011), 590–598.
- [312] ZACKS, S. Deterioration processes with increasing thresholds. In *Advances in Degradation Modeling*, Springer series in Statistics for Industry and Technology. Birkhäuser Boston, 2010, pp. 195–208.
- [313] ZEQUEIRA, R., AND BÉRENGUER, C. On the inspection policy of a two-component parallel system with failure interaction. *Reliability Engineering & System Safety* 88, 1 (2005), 99–107.
- [314] ZHAO, X., FOULADIRAD, M., BÉRENGUER, C., AND BORDES, L. Condition-based inspection/replacement policies for non-monotone deteriorating systems with environmental covariates. *Reliability Engineering & System Safety* 95, 8 (2010), 921–934.

- 
- [315] ZHOU, Y., MA, L., MATHEW, J., KIM, H., AND WOLFF, R. Asset life prediction using multiple degradation indicators and lifetime data : a gamma-based state space model approach. In *Reliability, Maintainability and Safety, 2009. ICRMS 2009. 8th International Conference on* (2009), pp. 445–449.
- [316] ZHOU, Y., MA, L., MATHEW, J., SUN, Y., AND WOLFF, R. Maintenance strategy optimization using a continuous-state partially observable semi-markov decision process. *Microelectronics Reliability* 51, 2 (2010), 300–309.
- [317] ZILLE, V., BÉRENGUER, C., GRALL, A., DESPUJOLS, A., AND LONCHAMPT, J. Modelling and performance assessment of complex maintenance programs for multi-component systems. In *Proc 32nd ESReDA Seminar and 1st joint ESReDA/ESRA seminar on Maintenance Modelling and Applications* (2007).
- [318] ZIO, E., AND PELONI, G. Particle filtering prognostic estimation of the remaining useful life of nonlinear components. *Reliability Engineering & System Safety* 96, 03 (2011), 403–409.
- [319] ZUO, M., JIANG, R., AND YAM, R. Approaches for reliability modeling of continuous-state devices. *IEEE Transactions on Reliability* 48, 1 (1999), 9–18.