



HAL
open science

Description statistique de la surface océanique et mesures conjointes micro-ondes : une analyse cohérente

Alexandra Bringer

► **To cite this version:**

Alexandra Bringer. Description statistique de la surface océanique et mesures conjointes micro-ondes : une analyse cohérente. Autre [cond-mat.other]. Université de Toulon, 2012. Français. NNT : 2012TOUL0009 . tel-00794381

HAL Id: tel-00794381

<https://theses.hal.science/tel-00794381>

Submitted on 25 Feb 2013

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ECOLE DOCTORALE SCIENCES FONDAMENTALES ET APPLIQUÉES
(364)

INSTITUT MÉDITERRANÉEN D'OCÉANOLOGIE (MIO)

Thèse présentée par :

Alexandra Bringer

soutenue le : **18 Septembre 2012**

pour obtenir le grade de Docteur en Physique
Spécialité : Télédétection et Océanographie

**Description statistique de la surface
océanique
et mesures conjointes micro-ondes : une
analyse cohérente**

Thèse dirigée par :

M. GUERIN Charles-Antoine	Professeur, MIO
M. CHAPRON Bertrand	Directeur, LOS

Jury :

Mme. HAUSER Danièle	Rapporteur	Directrice de recherche CNRS
M. CAUDAL Gérard	Rapporteur	Professeur
M. FORGET Philippe	Examineur	Directeur de recherche CNRS, MIO
M. SORIANO Gabriel	Examineur	Maître de conférence, Institut Fresnel
M. CHAPRON Bertrand	Examineur	Directeur du laboratoire LOS
M. GUERIN Charles-Antoine	Examineur	Professeur, MIO
M. HURTAUD Yvonick	Membre invité	Direction Générale de l'Armement

« À toi, papy Pierrot... »

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier les membres du jury qui ont participé à ma soutenance et particulièrement Danièle Hauser et Gérard Caudal pour l'intérêt qu'ils ont porté à mon manuscrit et les remarques constructives dont ils m'ont fait part.

Je voudrais ensuite remercier mon directeur de thèse Charles-Antoine Guerin pour m'avoir encadrée tout au long de ma thèse et guidée dans mes recherches. Je le remercie également pour sa disponibilité et sa patience.

Cette thèse n'aurait sûrement pas abouti aux mêmes résultats sans les observations de Bertrand Chapron. Je le remercie pour m'avoir accueillie à l'Ifremer durant mes séjours à Brest. Ses explications parfois déconcertantes mais toujours constructives m'ont permis de découvrir la complexité des phénomènes physiques qui se produisent à la surface de la mer et dont je n'avais pas conscience auparavant. Certains voient la mer agitée, infinie ou calme, moi je résonne dorénavant en termes de skewness, kurtosis et mss. Pour cela, un grand Merci !

Je remercie également toutes les personnes du bâtiment F pour leur accueil. Je tiens à remercier plus particulièrement Fabienne Chan Wai Hong qui a fait preuve d'une grande patience à mon égard. Je remercie également mes collègues de bureau Sara Dubosq et Karen Guihou qui m'ont soutenue tout au long de ma thèse. Encore merci à Karen pour son aide et ses conseils avisés en latex !

Enfin, je voudrais remercier sincèrement ma famille qui m'a toujours poussée et remotivée au cours de ces années de thèse. Un grand merci à mon frère pour son soutien. Je voudrais remercier mon père pour avoir un jour en Corse évoqué le métier d'océanographe, ce qui est devenu un objectif pour moi. Un grand merci à ma maman qui a su trouver les mots pour m'aider à avancer. Je voudrais également remercier Hugo, mon mari, pour m'avoir écoutée, conseillée et surtout soutenue tout au long de ces trois années.

Table des matières

1	Introduction	11
2	Modèles de diffusion océanique	15
2.1	Modèles électromagnétiques	16
2.1.1	Théories Asymptotiques	17
2.1.1.1	Méthode des Petites Perturbations	17
2.1.1.2	L'approximation de Kirchhoff	17
2.1.2	Modèles unifiés	17
2.2	Modèles spectraux	18
2.2.1	Le spectre et ses moments	18
2.2.2	Contraintes sur les mss et msc	20
2.2.3	Spectres de référence	20
2.2.3.1	Elfouhaily	20
2.2.3.2	Kudryavtsev	22
2.2.3.3	Kosnik	23
2.2.3.4	Courbure omnidirectionnelle	25
2.2.3.5	Mss des spectres de référence	27
2.2.3.6	Estimation de la courbure des spectres existants	29
3	Description non gaussienne de la surface	31
3.1	Moments et Cumulants	31
3.2	Développement Gram-Charlier unidimensionnel	35
3.2.1	Distribution des hauteurs	35
3.3	Développement Gram-Charlier bidimensionnel	38
3.3.1	Distribution des pentes	38
3.4	Analyse de Cox et Munk	40
3.5	Fonction à deux points	44
3.6	Fonction de Structure	44
3.7	Fonction de Skewness	45
3.8	La fonction de Kurtosis	47
3.9	Conclusion	49
4	Modèles de diffusion au nadir	51
4.1	Champ diffracté	51
4.2	Approximation de Kirchhoff	53
4.3	Optique Géométrique	55

4.4	Statistiques non gaussiennes de la surface de la mer	57
4.5	Comparaison entre les modèles de diffusion gaussiens et non gaussien	62
4.6	Etude de la NRCS en fonction de la vitesse du vent	63
4.7	Conclusion	63
5	Modèle de diffusion à grandes incidences	67
5.1	Choix du modèle unifié	67
5.2	WCA gaussien	70
5.3	WCA non gaussien	72
5.4	Comparaison gaussien/non gaussien	75
5.5	Variation de la NRCS avec la vitesse du vent	77
5.6	Conclusion	77
6	Comparaison expérimentale au nadir	81
6.1	Présentation Données	81
6.1.1	VALPARESO	81
6.1.2	TRMM	82
6.1.3	SOWEX	82
6.2	Comparaison Nadir	83
6.2.1	Comparaison expérimentale des modèles de diffusion gaussien	83
6.2.2	Comparaison expérimentale des modèles non gaussiens	84
6.2.3	Ajustement du coefficient de kurtosis	87
6.2.4	Étude de la variation de la NRCS avec la vitesse du vent	91
6.3	Conclusion	91
7	Grande incidence	95
7.1	Présentation des données	95
7.1.1	NSCAT	95
7.1.2	ASAR	95
7.2	Traitement des données	96
7.2.1	NSCAT	96
7.2.2	ASAR	97
7.3	Comparaison avec les modèles	98
7.3.1	Sous hypothèse gaussienne	98
7.3.2	Sous hypothèse non gaussienne	101
7.3.3	Étude de la NRCS en fonction de la vitesse du vent	104
7.4	Polarisation horizontale	104
7.5	Rapports de Polarisation	107
7.6	Conclusion	110
8	Vers un spectre de mer de télédétection	111
8.1	Construction du nouveau spectre	111
8.1.1	Partie grandes vagues ou basse fréquence	111
8.1.2	Partie vagues courtes	112
8.2	Inversion du spectre	113
8.3	MSS	116
8.4	Reconstruction	116

8.5	Polarisation Horizontale	121
8.6	Rapport de Polarisation	122
8.7	Conclusion	124
9	Conclusion	125
10	Annexes	127
10.1	Calcul du corrélateur : $\langle (\nabla\eta)^2 (\mathbf{r} \cdot \nabla\nabla\eta \cdot \mathbf{r}) \rangle$	127
10.2	Articles Publiés	128

Chapitre 1

Introduction

La télédétection a connu un essor important depuis une vingtaine d'années avec le développement de nouveaux instruments, notamment dans le domaine spatial. Des mesures radar en nombre croissant sont acquises dans une gamme étendue de fréquences électromagnétiques et pour des incidences variées. Un grand nombre de données, de mieux en mieux calibrées et résolues, sont maintenant disponibles. Cette diversité ouvre de nouvelles perspectives pour l'analyse et l'exploitation des données. En effet, il est dorénavant possible d'utiliser de manière conjointe des jeux de données différents pour améliorer l'interprétation des phénomènes observés.

Dans le même temps, sur le plan théorique, les modèles de diffusion des ondes électromagnétiques ont été fortement améliorés, grâce notamment à la prise en compte de l'aspect multi-échelles de la surface de mer. La présence des vagues à la surface de la mer influe de manière complexe sur le mécanisme de diffusion électromagnétique étant données leur géométrie et leurs échelles caractéristiques. Les recherches récentes ont abouti à des modèles approchés dits "unifiés" ((Wright, 1968), (Voronovich, 1994a), (Elfouhaily et al., 2003), (Mouche, 2007), (Soriano and Guérin, 2008)), c'est à dire capables de prendre en compte de manière suffisamment simple et précise les mécanismes de diffusion par les plus grandes vagues aussi bien que par les plus petites rides de la surface. Ces modèles fournissent une bonne estimation de la section efficace radar en polarisation verticale. Toutefois, ils sont, pour la plupart, encore insuffisants pour la modélisation en polarisation horizontale où le signal rétrodiffusé mesuré est plus fort que ce que prévoit les modèles.

La description de la surface de mer joue un rôle primordial dans les modèles de diffusion. Elle est généralement basée sur une représentation spectrale. Or, si le spectre des vagues longues est maintenant bien maîtrisé au vu des nombreuses études réalisées, le spectre des vagues courtes est en constante évolution. En effet, de nouvelles techniques (imagerie laser et optique, stéréo-vision, mesures radar) permettent aujourd'hui d'accéder à une connaissance plus fine de la surface aux petites échelles. Par ailleurs, les modèles physiques ont également progressé avec une meilleure caractérisation des termes d'apport et de dissipation d'énergie dans les équations d'évolution. Ainsi, de nouveaux modèles de spectres théoriques ou expérimentaux ont été proposés récemment dans les régimes de gravité-capillarité et de

capillarité ((Caudal, 2002), (Kosnik and Dulov, 2011) par exemple). Des écarts significatifs avec les modèles de spectres existants ont alors été observés et ont montré le besoin de corriger les modèles actuels.

D'autre part, les expressions de la section efficace radar sont le plus souvent obtenues en considérant la surface de la mer comme une superposition de vagues indépendantes et décrite par un processus aléatoire gaussien, en vertu du théorème central limite. Ainsi, les distributions de hauteurs, pentes et courbures de la surface suivent également des lois gaussiennes. L'hypothèse gaussienne, acceptable en première approximation, est adoptée pour les besoins du calcul. Cependant, les théories hydrodynamiques montrent que les vagues sont sujettes à des interactions non-linéaires au cours de leur propagation. Ces couplages ont un impact sur la statistique de la surface ainsi que sur la rétrodiffusion du signal radar. Les mécanismes non-linéaires, lorsqu'ils sont forts, sont à l'origine de phénomènes comme le déferlement et peuvent causer des échos radar très élevés par rapport aux niveaux habituellement prédits, notamment en polarisation horizontale où le niveau moyen du signal est plus faible. Cependant, la description des phénomènes non-linéaires et leur prise en compte dans les modèles de rétrodiffusion est encore aujourd'hui un verrou scientifique. La modélisation est aujourd'hui principalement limitée aux faibles ordres de non-linéarités, c'est à dire aux surfaces faiblement non-gaussiennes et hors déferlement, obtenues pour des vents modérés. Dans ce contexte, des travaux ont été réalisés pour prendre en compte les effets de skewness et kurtosis, responsables de l'asymétrie verticale et horizontale des vagues, dans les modèles de diffusion. Ainsi, des formes paramétriques des fonctions de skewness ((Mouche et al., 2007), (Bourlier, 2004)) ont été ajoutées à des modèles de diffusion (RCA et SSA respectivement) afin de reproduire l'asymétrie upwind/crosswind observées sur les données radar. Le même type d'études a été réalisé pour la fonction de kurtosis ((Chapron et al., 2000), (Bourlier, 2004)). Toutefois, les formes des fonctions de skewness et de kurtosis n'étant pas connues, seules des hypothèses sur leur comportement sont émises. Des recherches sont actuellement menées ((Mironov et al.,), (Caulliez and Guérin,))) afin de déterminer les statistiques de la surface directement à partir d'images de la surface et ainsi déduire des formes paramétriques des fonctions de skewness et kurtosis.

De nouveaux modèles de surface tels le "Choppy Wave Model" (Nouguier et al., 2009), (Nouguier et al., 2010) ont été incorporés récemment dans les modèles de diffusion, mais sont encore insuffisants pour prendre en compte tous les aspects non-linéaires.

L'objectif de cette thèse est d'avancer dans les deux directions évoquées : amélioration des spectres de vagues courtes et meilleure prise en compte du caractère non-gaussien de la surface. Nous établissons deux résultats principaux :

- Nous montrons, à partir d'une analyse conjointe de jeux de données multi-bande, l'incapacité des théories gaussiennes à modéliser correctement l'écho radar de la surface de la mer. Nous développons un modèle dédié, basé sur la méthode récente Weighted Curvature Approximation (WCA), pour prendre en compte les statistiques non-gaussiennes.
- Nous proposons une nouvelle paramétrisation du spectre omnidirectionnel des

vagues courtes basé sur une inversion des données multi-bande de télédétection dans le cadre du modèle WCA.

Le manuscrit est organisé de la manière suivante. Après avoir présenté les modèles classiques de diffusion électromagnétique sur la surface océanique et les principaux spectres de mer dans le chapitre 2, nous rappelons au cours du chapitre 3 des notions statistiques essentielles pour la description non gaussienne de la surface. Les chapitres 4 et 5 décrivent notre démarche pour le développement des modèles de diffusion prenant en compte les statistiques non gaussiennes de la surface au nadir (l'Approximation de Kirchhoff) et aux grandes incidences (WCA). Nous comparons ensuite, dans les chapitres 6 et 7, la NRCS ainsi modélisée à plusieurs jeux de données multi-bande. Des différences notables entre la modélisation et les données expérimentales étant toujours observées, le dernier chapitre est consacré à la description d'une nouvelle paramétrisation du spectre de mer.

Chapitre 2

Modèles de diffusion océanique

L'objectif des modèles de diffusion océanique est de calculer la section efficace radar normalisée (SERN) de la surface de mer pour différentes vitesses de vent et différents angles d'incidence. Nous utiliserons plutôt dans la suite du manuscrit l'acronyme anglais NRCS (Normalized Radar Cross Section) généralement plus employé pour désigner la SERN. Afin de modéliser la NRCS précisément, il est nécessaire de développer des modèles unifiés qui prennent en compte l'aspect multiéchelle de la surface de mer dans le calcul de la diffusion des ondes électromagnétique. Dans ce chapitre, nous présentons un bref état de l'art sur les modèles de télédétection micro-onde. Nous rappelons les principaux modèles unifiés développés ces dernières années.

Les modèles de diffusion sont en général basés sur une représentation spectrale de la surface de mer. Nous décrivons et comparons dans une seconde partie les principaux spectres utilisés pour la télédétection.

En préambule de ce chapitre, une table des notations est présentée afin de faciliter la lecture et la compréhension du manuscrit.

Notations	Quantité physique
η	Hauteur de la surface de la mer
\mathbf{R}	Vecteur position
\mathbf{r}	Composante horizontale du vecteur position
z	Composante verticale du vecteur position
\mathbf{K}	Vecteur d'onde
\mathbf{k}	Composante horizontale du vecteur d'onde
q	Composante verticale du vecteur d'onde
k	Nombre d'onde
ϕ	Azimut
θ	Angle d'incidence

TABLE 2.1 – Tableau regroupant les notations des grandeurs principales utilisées dans la suite du manuscrit

2.1 Modèles électromagnétiques

Le calcul du champ diffusé par les surfaces rugueuses nécessite la résolution des équations de Maxwell. Les solutions de ce problème se regroupent en deux catégories :

1. Solutions rigoureuses, requérant la résolution exacte des équations de Maxwell en utilisant les conditions limites à la surface
2. Solutions approchées ou "asymptotiques", basées sur les propriétés physiques générales du champ diffracté (par exemple (Voronovich, 1994b), (Elfouhaily and Guérin, 2004))

L'utilisation des solutions rigoureuses est très limitée notamment par l'impossibilité de mailler finement toutes les échelles de la surface de la mer. Le calcul du champ diffusé par la surface de la mer est en général réalisé pour des vents faibles et pour des longueurs d'onde suffisamment grandes. Cependant, son estimation, même pour ces cas plus simples, requiert de gros temps de calcul rendant son utilisation difficile.

Les solutions exactes sont basées sur un calcul du champ diffracté par une surface de mer déterministe. Ces solutions n'emploient donc pas de formulation statistique de la surface. La détermination du champ diffracté est alors réalisée à partir de la Méthode de Monte Carlo, ce qui nécessite également de lourds calculs numériques.

Les méthodes approchées présentent l'avantage d'être rapides et analytiques. Contrairement aux solutions exactes, elles utilisent une formulation statistique de la surface de mer. Cependant, en général, chaque modèle ne peut être employé que pour un domaine de validité particulier qu'il est important de bien cerner. La télédétection de la surface de la mer repose sur quelques méthodes approchées de base : l'approximation de Kirchhoff (KA) (Beckmann and Spizzichino,) utilisée pour la diffusion des grandes échelles de la surface, l'optique géométrique ((Barrick, 1968b), (Barrick, 1968a), (Valenzuela, 1978)), Méthode SPM (pour Small Perturbation Method) également appelée théorie de "Bragg" valable pour des rugosités dont la hauteur est relativement petite par rapport à la longueur d'onde radar ((Rayleigh, 1896)). Cette théorie s'applique en général pour la diffusion des ondes électromagnétiques dans la gamme HF mais reste très limitée en micro-ondes.

Les modèles unifiés sont construits afin qu'ils tendent vers ces deux théories asymptotiques : l'approximation de Kirchhoff et la théorie de Bragg. Ces modèles ont été développés ces dernières années adoptant des expressions plus ou moins simples de la NRCS. Nous pouvons citer : le modèle Small Slope Approximation (SSA) (Voronovich, 1994a) (Voronovich, 1994b) (Voronovich, 1985), le modèle Deux-échelles (Wright, 1968), le modèle GO-SSA (Soriano and Guérin, 2008), Local Curvature Approximation (LCA) et Weighted Curvature Approximation (Elfouhaily et al., 2003), (Guérin et al., 2004), (Guérin et al., 2010) et le modèle Resonant Curvature Approximation (RCA) (Mouche, 2007).

Des revues des théories portant sur la diffusion électromagnétique par surfaces rugueuses peuvent être trouvées dans les ouvrages suivants : (Ogilvy and Merklinger, 1991), (Voronovich, 1994b), (Elfouhaily and Guérin, 2004).

2.1.1 Théories Asymptotiques

Les théories asymptotiques de la télédétection sont les premières à avoir été développées. Deux théories fondamentales contraignent les modèles de diffusion dans la limite des grandes (Kirchhoff) et petites (SPM) rugosités devant la longueur d'onde. Nous nous référons à ces modèles par théories asymptotiques puisque les modèles unifiés qui ont été établis par la suite sont contraints de tendre vers ces deux théories dans les limites petites et grandes échelles.

2.1.1.1 Méthode des Petites Perturbations

La méthode SPM consiste à supposer que la hauteur des vagues $z = \eta(\mathbf{r})$ est petite devant la longueur d'onde radar par rapport au plan moyen de la surface de la mer $z = 0$. Sous cette hypothèse, un développement perturbatif de l'amplitude de diffraction peut être réalisé en considérant que la contribution principale provient du terme d'ordre 0 qui est la réflexion spéculaire par le plan moyen. Les termes d'ordre supérieur sont des corrections de diffusion. Au premier ordre correctif, il peut être montré que le champ diffusé est proportionnel à la transformée de Fourier de la surface.

2.1.1.2 L'approximation de Kirchhoff

L'approximation de Kirchhoff est la méthode de référence dans le domaine micro-onde et aux angles d'incidence faibles.

Dans cette approximation, le champ diffusé par la surface de la mer est assimilé au champ réfléchi par le plan tangent, autrement dit il provient de la réflexion spéculaire du champ incident local. L'approximation de Kirchhoff s'applique à des surfaces dont le rayon de courbure est très grand devant la longueur d'onde radar. Le champ diffusé est une solution locale, car le champ en un point de la surface ne dépend pas des autres points de la surface. Cette approximation n'est donc pas valable en présence de diffusion multiple. Elle est également insensible à la courbure et à la polarisation. Le champ diffracté dans l'approximation de Kirchhoff s'exprime comme :

$$\mathbb{S}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) = \frac{\mathbb{K}}{Q_z} \frac{1}{(2\pi)^2} \int_A d\mathbf{r} e^{i\mathbf{Q}_H \mathbf{r}} e^{-iQ_z \eta(\mathbf{r})} \quad (2.1.1)$$

où \mathbb{K} est un noyau qui dépend de la longueur d'onde électromagnétique, de la permittivité de l'eau de mer et des angles d'incidence et de diffusion et A représente l'aire éclairée par le radar. \mathbb{S} est en fait une matrice 2×2 dont chaque terme correspond à un état de polarisation. L'intégrale 2.1.1, appelée "intégrale de Kirchhoff", est omniprésente dans les modèles approchés unifiés.

2.1.2 Modèles unifiés

Un modèle unifié doit permettre la modélisation de la NRCS diffusée par les plus grandes vagues de la surface comme les plus petites et doit nécessairement englober les deux théories limites présentées : l'Approximation de Kirchhoff pour les petites longueurs d'onde radar et SPM pour les plus grandes. L'amplitude de diffraction

est souvent cherchée comme une intégrale de Kirchhoff classique multipliée par un noyau \mathbb{N} propre à chaque développement :

$$S(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) = \frac{1}{Q_z} \int_{\mathbb{R}^2} \mathbb{N}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0, \eta(\mathbf{r})) e^{-iQ_z \eta(\mathbf{r})} e^{-i\mathbf{Q}_H \mathbf{r}} d\mathbf{r} \quad (2.1.2)$$

\mathbf{Q}_H et Q_z sont les composantes du vecteur d'Elwad. Les modèles unifiés adoptant cette forme sont assez nombreux : SSA, le modèle LCA, pour des surfaces 2D conductrices, WCA et RCA par exemple. Cette liste n'est pas exhaustive et donne quelques exemples de modèles unifiés qui peuvent être utilisés dans le cadre de notre analyse.

Pour la suite de notre étude, nous choisissons deux modèles de diffusion robustes, efficace et simples numériquement : l'approximation de Kirchhoff pour la modélisation de la NRCS dans la zone proche nadir et WCA pour les incidences faibles à modérées. Les incidences rasantes ne sont pas étudiées dans ce manuscrit.

2.2 Modèles spectraux

2.2.1 Le spectre et ses moments

Les modèles de diffusion électromagnétique reposent en grande partie sur les spectres de mer. Historiquement, les premiers spectres de mer (Pierson Moskowitz (Pierson Jr and Moskowitz, 1964), JONSWAP (Hasselmann, 1973)) ont été développés pour les vagues longues. Plus récemment, ils ont été complétés pour la partie vagues courtes par des modèles unifiés prenant en compte différents types de mesures fines de la surface (mesures optiques, jauges, laser).

De nombreux modèles ont été proposés sur ce principe (par exemple, les spectres Donelan et Pierson (Donelan and Pierson Jr, 1987), Bjerkaas et Riedel (Bjerkaas and Riedel, 1979), Apel (Apel, 1994)). L'un des spectres les plus utilisés aujourd'hui dans les études de télédétection est celui d'Elfouhaily et al. car c'est un spectre unifié et paramétrique. Plus récemment, Kudryavtsev et al. (Kudryavtsev et al., 1999) proposent un spectre construit sur l'équilibre d'énergie entre les vagues de gravité et de capillarité, ce qui permet de tenir compte des phénomènes de déferlement qui jouent un rôle important dans la dissipation d'énergie. Kosnik et al. (Kosnik and Dulov, 2011) ont estimé un spectre expérimental grâce à un procédé de stéréovision. La configuration des mesures limite ce spectre aux vagues courtes.

Les différents spectres de mer sont généralement paramétrés par la vitesse du vent, l'âge des vagues, le fetch et la direction du vent. Ils se mettent alors sous la forme :

$$S(k, \phi) = \frac{B_{\text{omni}}(k)}{2\pi k^4} f(k, \phi) \quad (2.2.3)$$

où $B_{\text{omni}}(k)$ représente la courbure du spectre omnidirectionnel et $f(k, \phi)$ est la fonction d'étalement angulaire ("spreading function"). Le spectre directionnel correspond par définition à la transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation bidimensionnelle :

$$S(k, \phi) = \int \rho(\mathbf{r}) e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} d\mathbf{r} \quad (2.2.4)$$

Il est à noter que la fonction d'autocorrélation ρ est une fonction réelle et paire. Cette caractéristique impose des propriétés de symétrie sur la fonction d'étalement par rapport à l'origine. Partant de ces constats, le développement en séries de Fourier de la fonction d'étalement contient seulement des harmoniques pairs :

$$f(k, \phi) = \frac{1}{2\pi} \left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} a_{2n} \cos(2n\phi) \right] \quad (2.2.5)$$

Le spectre omnidirectionnel est défini par :

$$S_{\text{omni}}(k) = k^{-3} B_{\text{omni}}(k) \quad (2.2.6)$$

C'est une quantité facilement accessible expérimentalement (à la différence de la fonction d'étalement) pour les plus grandes échelles (supérieures à 1 m) mais reste toujours difficilement estimable pour les plus petites malgré certaines améliorations dans les techniques de mesure (stéréo-imagerie).

Les premiers moments du spectre de mer peuvent être associés à des grandeurs mesurables expérimentalement et imposent quelques contraintes a priori. Le moment d'ordre 0 du spectre de mer est proportionnel au carré de la hauteur significative de la surface H_s :

$$\frac{1}{16} H_s^2 = \int_{\mathbb{R}} S(k, \phi) k dk d\phi = \int_0^{\infty} S_{\text{omni}}(k) dk \quad (2.2.7)$$

Ce paramètre est très utilisé pour qualifier l'état de mer. La hauteur significative est accessible par la mesure des variations de hauteur d'une sonde placée en un endroit donné. Ainsi, grâce à la facilité de mesures, elle est très bien paramétrée en fonction de la vitesse du vent, du fetch et de la houle. Le moment d'ordre deux du spectre directionnel de mer permet de calculer la variance des pentes ou "mean square slope" (mss) totale :

$$\text{mss} = \int_{\setminus} k^2 S(k, \phi) k dk d\phi = \int_0^{\infty} k^2 S_{\text{omni}}(k) dk \quad (2.2.8)$$

La mss est un paramètre essentiel tant sur le plan hydrodynamique que sur le plan électromagnétique. En effet, elle joue un rôle important dans la description des interactions air-océan puisqu'elle contrôle la surface d'échange entre les deux milieux. Elle permet également de caractériser la pente des vagues de la surface. Elle est donc fortement liée à la notion de déferlement. Sur le plan électromagnétique, la NRCS dépend de la mss notamment aux incidences faibles (proches nadir). En effet, dans le cas de l'optique géométrique, la NRCS est modélisée par une gaussienne dont la largeur est fonction de la mss totale. Il est donc nécessaire d'estimer correctement ce paramètre.

Une mss filtrée peut aussi être obtenue par une intégration partielle du spectre des pentes :

$$\text{mss}_{\text{filtree}} = \int_{k_1}^{k_2} k^2 S(k, \phi) dk d\phi = \int_{k_1}^{k_2} k^2 S_{\text{omni}}(k) dk \quad (2.2.9)$$

Le moment d'ordre 4 du spectre de mer correspond à la variance des courbures ou "mean square curvature" (msc). Elle se calcule donc par :

$$\text{msc} = \int_{\setminus} k^4 S(k, \phi) dk d\phi = \int_0^{\infty} 2\pi k^4 S_{\text{omni}}(k) dk \quad (2.2.10)$$

2.2.2 Contraintes sur les mss et msc

L'analyse du scintillement à la surface de la mer a été réalisée dès 1822 par Spooner ((Spooners, 1822)) puis repris bien plus tard par Scoley (Schooley, 1954). Cox et Munk (que nous référençons par CM pour la suite du manuscrit) (Cox and Munk, 1954) ont effectué des mesures suivant le même principe par avion. Leurs mesures de pentes font référence.

D'autres mesures optiques de mss filtrées peuvent également venir compléter notre étude. Il s'agit de mesures réalisées à partir de trois lasers disposés en triangle équilatéral d'un mètre de côté à bord d'un avion pointant vers la surface. Ainsi, grâce à cette disposition, Vandemark et al. (et al., 2004) ont mesuré des pentes de segments de la surface de longueur 1m. Ils ont ensuite interprété ces mesures comme des mss partielles pour des grandes vagues dont la longueur d'onde est donc nécessairement supérieure à 1 – 2 m. Ils ne peuvent pas établir avec précision le nombre d'onde de coupure. Ainsi, théoriquement nous choisissons de calculer la mss grandes vagues pour $k_s = \frac{2\pi}{1}$.

Aucune donnée expérimentale n'est actuellement disponible comme mesure de la courbure de la surface. Toutefois, en supposant une forme de type Student pour la NRCS, Guimbard (Guimbard, 2012) a établi une relation entre la msc et le paramètre de Student. Ces travaux n'ont pas encore été publiés.

2.2.3 Spectres de référence

Nous présentons trois modèles de spectre de mer unifiés différents : le spectre développé par Elfouhaily et al. (Elfouhaily et al., 1997), par Kudryavtsev et al. (Kudryavtsev et al., 1999) et plus récemment par Kosnik et al. (Kosnik and Dulov, 2011).

Pour plus de simplicité dans la suite du manuscrit, nous nommons les spectres par le nom de l'auteur référence de l'article dans lequel ils sont présentés.

2.2.3.1 Elfouhaily

Le spectre d'Elfouhaily est l'un des plus utilisés en télédétection océanique. Il se base sur les spectres antérieurs ((Donelan and Pierson Jr, 1987) , (Bjerkaas and Riedel, 1979) et (Apel, 1994)) et améliore certains aspects. Il incorpore notamment les contraintes optiques de mss de CM et les mesures de bassin de Jähne ((Jähne and Riemer, 1990)).

Ce spectre directionnel s'écrit :

$$S(k, \phi) = \int \frac{B_{\text{omni}}(k)}{2\pi k^4} [1 + \Delta(k) \cos(2\phi)] \quad (2.2.11)$$

où $\Delta(k)$ est défini comme le rapport upwind/crosswind :

$$\Delta(k) = \frac{f(k, 0) - f(k, \pi/2)}{f(k, 0) + f(k, \pi/2)} \quad (2.2.12)$$

La courbure omnidirectionnelle du spectre est composée de la somme d'une courbure omnidirectionnelle basse fréquence et haute fréquence. Autrement dit, le spectre de courbures omnidirectionnel s'exprime simplement de la façon suivante :

$$B = B_l + B_h \quad (2.2.13)$$

La partie basse fréquence s'écrit :

$$B_l = \frac{1}{2} \alpha_p \frac{c_p}{c} F_p \quad (2.2.14)$$

Elle est proportionnelle à un paramètre sans dimension $\alpha_p = 610^{-3} \sqrt{\Omega}$ (Phillips, 1977) où Ω est l'inverse de l'âge des vagues : $\Omega = \frac{U_{10}}{c_p}$, U_{10} la vitesse du vent mesurée à 10 m au dessus de la surface de mer et c_p est la vitesse de phase de la vague de pic. F_p est une fonction s'exprimant à partir des fonctions de pic des spectres de Pierson Moskovich (Pierson Jr and Moskowitz, 1964) (L_{PM}) et JONSWAP (Hasselmann, 1973) (J_p) :

$$F_p = L_{PM} J_p e^{\frac{\Omega}{\sqrt{10}} \left[\sqrt{\frac{k}{k_p}} - 1 \right]} \quad (2.2.15)$$

Le terme exponentiel est une fonction de coupure qui permet de limiter l'énergie contenue dans la partie du spectre à $10 k_p$ où k_p est le nombre d'onde de la vague de pic.

La partie vagues courtes est caractérisée par un pic centré autour d'un nombre d'onde particulier $k_m = 363 \text{ rad.m}^{-1}$. Cette forme caractéristique s'inspire des travaux de (Bjerkaas and Riedel, 1979). Ce pic est justifié physiquement par une accumulation d'énergie au minimum de la vitesse de phase. La courbure omnidirectionnelle pour les nombres d'onde élevés s'exprime par :

$$B_h = \frac{1}{2} \alpha_m \frac{c_m}{c} F_m \quad (2.2.16)$$

où α_m est le paramètre d'équilibre généralisé de Phillips-Kitaigorodskii pour les vagues courtes dépendant du paramètre sans dimension $\frac{u_*}{c_m}$, où u_* est la vitesse de friction à la surface de la mer et c la vitesse de phase des vagues courtes. c_m correspond à la vitesse de phase minimum associée au nombre d'onde k_m . F_m est une fonction de coupure exponentielle :

$$F_m = \exp -\frac{1}{4} \left[\left(\frac{k}{k_m} \right)^2 - 1 \right] \quad (2.2.17)$$

Cette fonction permet de tenir compte de l'amortissement visqueux des vagues courtes.

Tous les paramètres ont été calculés à partir de mesures en bassin ou de façon à retrouver les mesures optiques de mss de CM. Ces propriétés sont détaillées dans la suite du manuscrit. L'évolution du spectre de courbures omnidirectionnel avec les échelles et le vent est illustrée dans la figure 2.1.

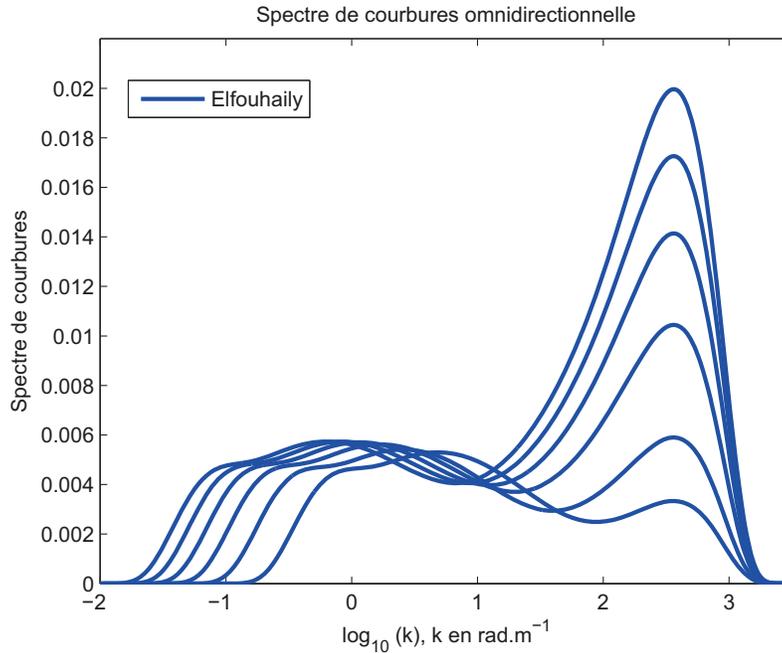


FIGURE 2.1 – Spectre des courbures omnidirectionnel paramétrisé par Elfouhaily et al. pour des vitesses de vent de 5 ms^{-1} à 15 ms^{-1} par pas de 2 ms^{-1}

2.2.3.2 Kudryavtsev

Le spectre de courbures de Kudryavtsev est construit sur le même principe que le spectre d'Elfouhaily (cf. equation 2.2.13). La partie basse fréquence du spectre est identique au spectre basse fréquence d'Elfouhaily (Elfouhaily et al., 1997) et Kudryavtsev et al. ((Kudryavtsev et al., 1999)) proposent une nouvelle paramétrisation du spectre de mer des vagues courtes.

La forme du spectre des vagues courtes repose sur la solution de l'équation qui caractérise l'équilibre d'énergie. L'équilibre des sources et des puits d'énergie provient de la tension du vent sur la surface de la mer, des effets visqueux, de la dissipation d'énergie par déferlement, l'interaction vagues-vagues et de la génération de petites vagues capillaires par déferlement. Une attention particulière des auteurs a été portée sur la caractérisation du spectre dans les échelles des vagues de capillarité. Kudryavtsev et al. (Kudryavtsev et al., 1999) supposent que le spectre de ces échelles est régi par le mécanisme de génération des capillarités qui provient du transfert d'énergie des vagues de gravité aux capillarités. Ce spectre résulte donc de l'équilibre entre la génération des capillarités et de leur dissipation visqueuse. Le spectre des vagues de gravité provient de l'équilibre entre la tension du vent et la dissipation de ces vagues par déferlement.

Deux mécanismes différents entrent en jeu selon la taille de la vague déferlante. En raison des effets de tension superficielle à la surface de la mer, les vagues dont la longueur d'onde est inférieure à 30 cm ne se brisent pas mais forment des trains de capillaires parasites se dissipant après par amortissement visqueux. Le déferlement des vagues de gravité va provoquer des perturbations mécaniques de la surface de

mer. Ce phénomène génère alors des rugosités à la surface qui peuvent également grossir sous l'action du vent. Ces deux aspects sont pris en compte dans la modélisation du spectre de mer des vagues courtes.

L'expression du spectre de courbure omnidirectionnel décrivant la partir des vagues courtes (vagues de gravité et capillarité) s'écrit de la façon suivante :

$$B_H(k) = \frac{\alpha(k)}{2^{1/n(k)}} \left[\beta_\nu^2(k) + \left[\beta_\nu^2(k) + 4I_{pc}(k)/\alpha(k) \right]^{1/2} \right]^{1/n(k)} \quad (2.2.18)$$

où β_ν représente le paramètre de taux de croissance dû au vent. Il est défini par :

$$\beta_\nu(k) = \left(C_\beta \frac{u_*^2}{c^2} - \frac{4\nu k^2}{\omega} \right) e^{-\phi^2} \quad (2.2.19)$$

où u_*^2 la vitesse de friction, ν la viscosité de l'eau, c est la vitesse de phase des vagues ω est défini à partir de la relation de dispersion $\omega^2 = gk + \gamma k^3$ avec g la gravité et γ la tension superficielle, ϕ est l'angle entre le vecteur d'onde et la vitesse du vent. C_β , coefficient de croissance s'exprime par : $C_{beta} = 1.5 \frac{\rho_{air}}{\rho_{eau}} \left(\frac{1}{\kappa} \ln \left(\frac{\pi}{k z_0} \right) - \frac{c}{u_*} \right)$, avec $\rho_{air/eau}$ la densité de l'air ou de l'eau, κ la constante de Von Karman. Et le terme I_{pc} caractérise le transfert d'énergie des vagues de gravité courtes vers les vagues de capillarité :

$$I_{pc} = \beta_\nu(k_g) B_{res}(k_g) \Phi(k/k_\gamma) \quad (2.2.20)$$

où $k_g = k_\gamma^2/k$ et $k_\gamma = \sqrt{\frac{g}{\gamma}}$

$$B_{res}(k_g) = \alpha \beta_\nu(k_g) + B_{LF}(k_g) \quad (2.2.21)$$

Le terme $B_{LF}(k_g)$ est nul dans le cas d'une mer pleinement développée (fetch infini) et n'intervient donc que dans le cas d'un fetch limité. Il reste à définir l'exposant n :

$$1/n(k) = (1 - 1/(n_g)) f(k/k_\gamma) + 1/n_g \quad (2.2.22)$$

avec

$$f(k/k_g) = \int_0^{k/k_\gamma} [U(k/k_\gamma - 2) - U(k/k_\gamma - 10)] d(k/k_\gamma) \quad (2.2.23)$$

et $U(x) = 1/2(erf(2x) + 1)$. Finalement, α s'exprime comme :

$$\log \alpha(k) = \log(2.5 \cdot 10^{-3}) - (1/n(k)) \log(0.03) \quad (2.2.24)$$

Afin d'avoir une meilleure appréciation de la répartition de l'énergie en fonction des échelles, le spectre de courbures est présenté dans la figure 2.2 en fonction du vent.

2.2.3.3 Kosnik

Contrairement aux deux autres spectres précédemment cités, le spectre de mer établi par Kosnik et al. (Kosnik and Dulov, 2011) est un spectre de mer purement

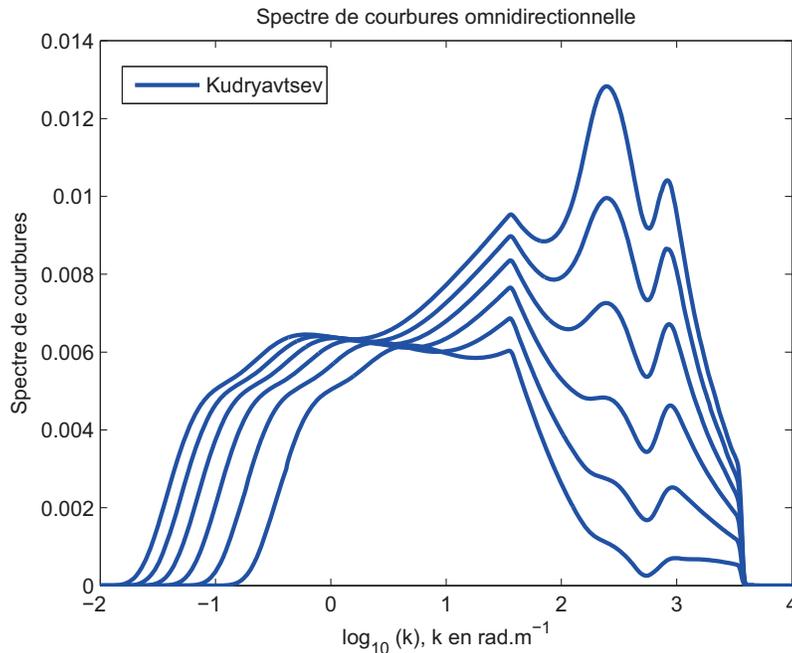


FIGURE 2.2 – Spectre des courbures omnidirectionnel paramétrisé par Kudryavtsev et al. pour des vitesses de vent de 5 m s^{-1} à 15 m s^{-1} par pas de 2 m s^{-1}

expérimental. Il résulte du traitement d'images acquises en stéréovision. La campagne de mesures s'est déroulée pendant les mois d'Octobre et Novembre 2009 sur la plateforme de recherche de la Mer Noire de l'Institut de Marine Hydrophysique de Sebastopol. La plateforme est située à 500 m au large des côtes où la profondeur d'eau est d'environ 30 m.

Le système de stéréovision est composé de deux caméras installées à 4.5 m au dessus du plan moyen de la surface. Les caméras sont séparées d'une distance de 1.5 m et inclinées de 30° par rapport à la verticale afin que la surface recouverte par les deux caméras soit la plus grande. La résolution spatiale de la surface est de 1 mm. Le temps d'exposition entre deux prises d'image est suffisamment petit pour que le déplacement des vagues de capillarité soit observé. La taille de la surface interceptée est de $3 \times 4 \text{ m}^2$. Un grand nombre de séries de mesures est réalisé. Cependant, au cours d'une série, le temps de mesure est assez court ($\sim 20 \text{ min}$) pour considérer qu'il n'y a pas de changement significatif des conditions extérieures.

Le spectre de mer est déduit de ces images par la mesure de la topographie de la surface. Pour ce faire, il faut d'abord associer les points correspondants de l'image d'une caméra à la même image prise par l'autre caméra. C'est le problème principal de cette méthode. La topographie de la surface est estimée de la variation de brillance induite par les plus petites vagues.

La surface d'observation étant réduite, le spectre ne peut être obtenu que pour des échelles comprises entre 30 cm et quelques millimètres.

La figure 2.3 regroupe le spectre de courbures mesuré en stéréo-vision pour les vitesses de vent de 5 m s^{-1} , 7 m s^{-1} , 10 m s^{-1} , 13 m s^{-1} et 15 m s^{-1} .

Étant donnée la gamme de fréquences spatiales réduite, la mss totale ne peut

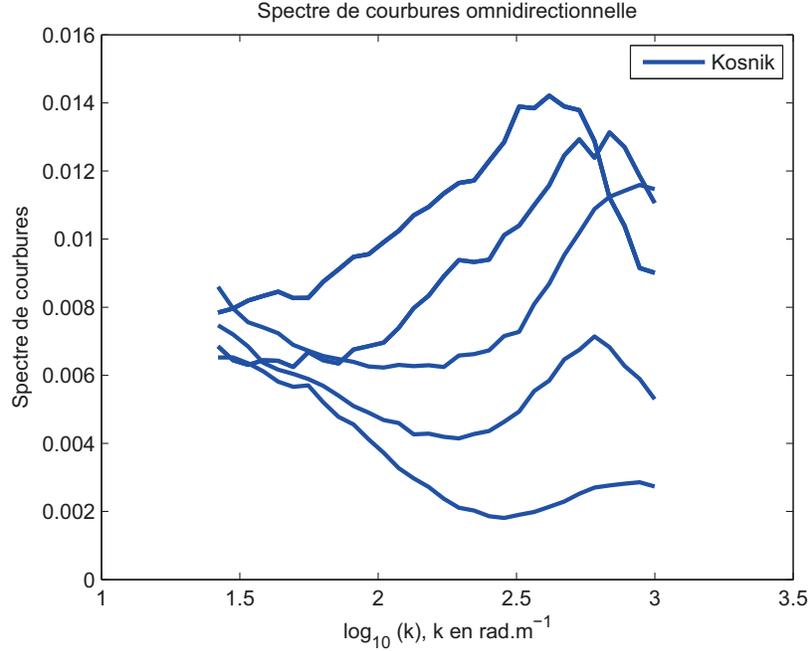


FIGURE 2.3 – Spectre des courbures omnidirectionnel estimé par Kosnik et al. à partir des données stéréo-vision pour des vitesses de vent de 5 m s^{-1} , 7 m s^{-1} , 10 m s^{-1} , 13 m s^{-1} et 15 m s^{-1}

être estimée. En revanche, nous pouvons calculer une mss partielle entre les échelles limites accessibles (entre 30 cm et 1 mm) :

$$\delta_{\text{mss}} = \int_{k_1}^{k_2} dk k^2 S(k, \phi), \quad (2.2.25)$$

Ce δ_{mss} peut être comparé aux mesures de CM.

2.2.3.4 Courbure omnidirectionnelle

Afin de visualiser les différences de paramétrisation des spectres, nous avons tracé dans la figure 2.4, la courbure omnidirectionnelle du spectre de mer des petites vagues pour les trois spectres que nous venons de présenter. Elles sont représentées pour trois différentes vitesses de vent : 5 m s^{-1} , 10 m s^{-1} et 15 m s^{-1} . Il peut déjà être observé que de façon générale, les niveaux des courbures omnidirectionnelles des trois spectres sont assez proches. Cependant, nous pouvons observer quelques différences majeures. En effet, il apparaît que dans ces gammes d'échelles où Elfouhaily et al. (Elfouhaily et al., 1997) ont placé le pic du spectre, Kudryavstev et al. (Kudryavtsev et al., 1999) ont plutôt choisi une paramétrisation où le niveau du spectre décroît pour décaler le pic secondaire vers les échelles de capillarité. Le spectre expérimental de Kosnik et al. (Kosnik and Dulov, 2011) semble confirmer un décalage du pic vers les plus petites échelles. Il faut également noter que, pour le spectre de Kosnik, l'observation de la surface de mer en seul endroit impose un âge des vagues et un fetch spécifiques liés à la zone étudiée. Cela peut être une raison

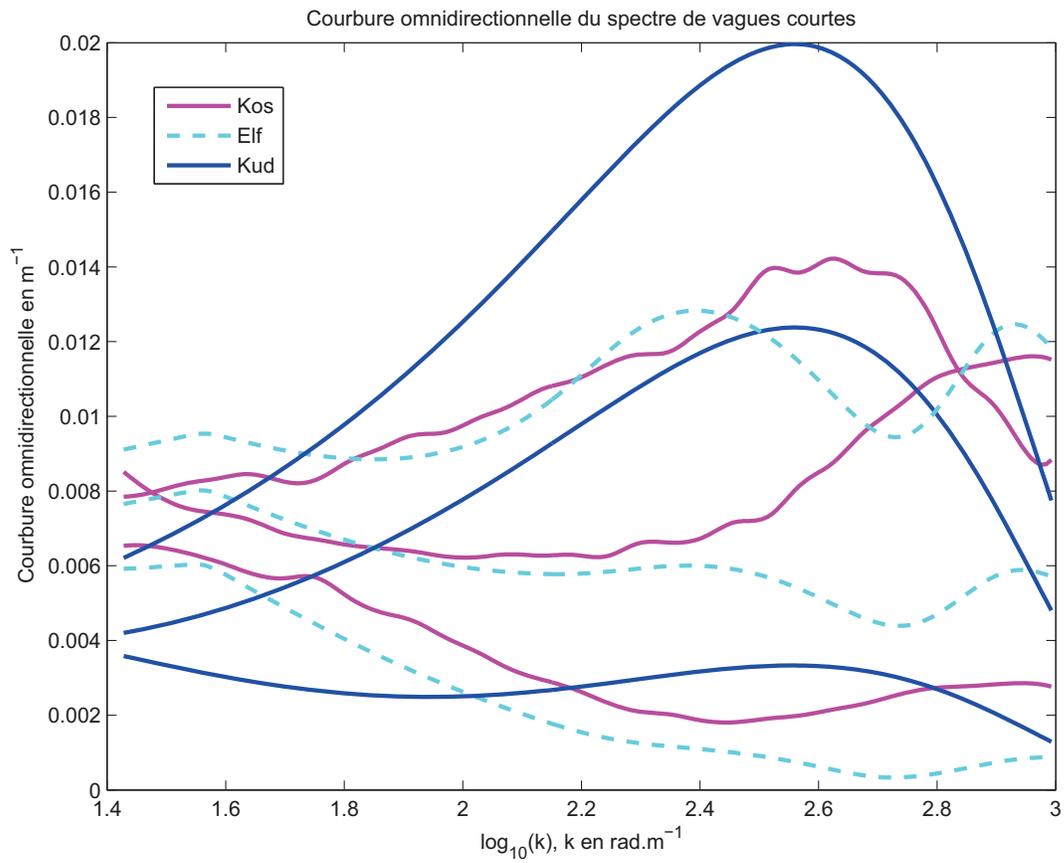


FIGURE 2.4 – Comparaison des courbures omnidirectionnelles des spectres de référence pour trois vitesses de vent différentes : 5 m s^{-1} , 10 m s^{-1} et 15 m s^{-1}

qui peut expliquer les différences avec les autres spectres.

2.2.3.5 Mss des spectres de référence

La comparaison des mss totales et filtrées des spectres de référence et des mss expérimentales peut donner une idée sur la qualité des spectres à modéliser correctement la répartition de l'énergie en fonction des échelles de vagues.

Les données de référence pour la mss totale sont les mesures de CM. Toutefois pour la mss dite slick qui est la mss filtrée des échelles plus petites que 30 cm, Elfouhaily et al. se reposent plutôt sur l'analyse des mesures de CM réalisée par Phillips (Phillips, 1977). Il montre qu'un comportement logarithmique de cette mss en fonction de la vitesse du vent mesurée à 10 m au dessus de la surface peut être mis en évidence, à la différence des analyses de CM qui, pour ces échelles, ont conclu à une variation linéaire de la mss filtrée en fonction de la vitesse du vent :

$$\text{mss}_{SL} = 4.610^{-3} \log \left(\frac{k_s}{k_0} \right) \quad (2.2.26)$$

où $k_s = \frac{2\pi}{0.3}$ et $k_0 = \frac{g}{U_{10}}$, g représentant la constante de gravité. Les mesures expérimentales réalisées par Vandemark et al. ((et al., 2004)) sont interprétées comme la mss partielle des vagues de longueur d'onde supérieures à 1 m (mss vagues longues) et sont utilisées comme valeurs référence lors la comparaison avec la mss basse fréquence théorique (calculées à partir des spectres de mer de référence).

La figure 2.5 regroupe les mss totales et filtrées calculées pour les spectres omnidirectionnels d'Elfouhaily et de Kudryavtsev. De façon générale, nous pouvons observer que chacun de ces deux spectres tend à surestimer les différentes mss expérimentales même s'il semble que les mss estimées à partir du spectre d'Elfouhaily soient plus proches des mss mesurées.

Nous pouvons également remarquer que malgré la forme très différente de chaque spectre, les résultats restent relativement proches. Les mss ne sont donc pas des contraintes suffisantes pour déterminer de façon unique la forme du spectre de mer.

Afin de comparer les performances du spectre omnidirectionnel de Kosnik, nous comparons le δmss pour chacun des spectres de référence avec le δmss expérimental que nous obtenons de la différence des mss totales et slick de CM et Phillips respectivement. Les résultats peuvent être visualisés dans la figure 2.6.

De cette figure, il peut être observé que le spectre de Kudryavtsev, alors qu'il surestime les deux mss totale et slick, semble satisfaire ce critère. A l'inverse, le spectre d'Elfouhaily dont la mss totale est plus proche des données expérimentales surestime ce δmss . Enfin, le spectre de Kosnik tend plutôt à surestimer ce critère à vents faibles et le sous estimer fortement à vents plus forts.

Les contraintes optiques sur les mss totales et filtrées constituent un premier test sur la vraisemblance des modèles de spectres. Elles sont, cependant, insuffisantes pour déterminer le niveau précis du spectre de courbure.

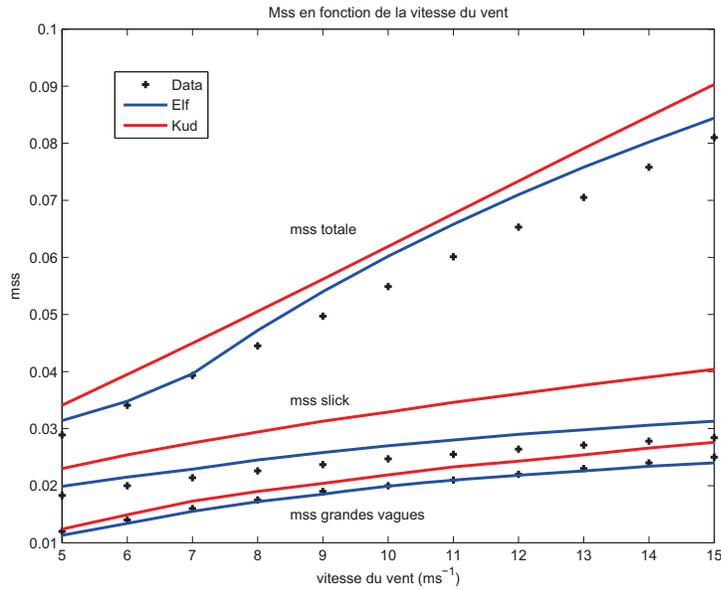


FIGURE 2.5 – Mss totale et filtrées pour les spectres d’Elfouhaily et de Kudryavstev en fonction de la vitesse du vent

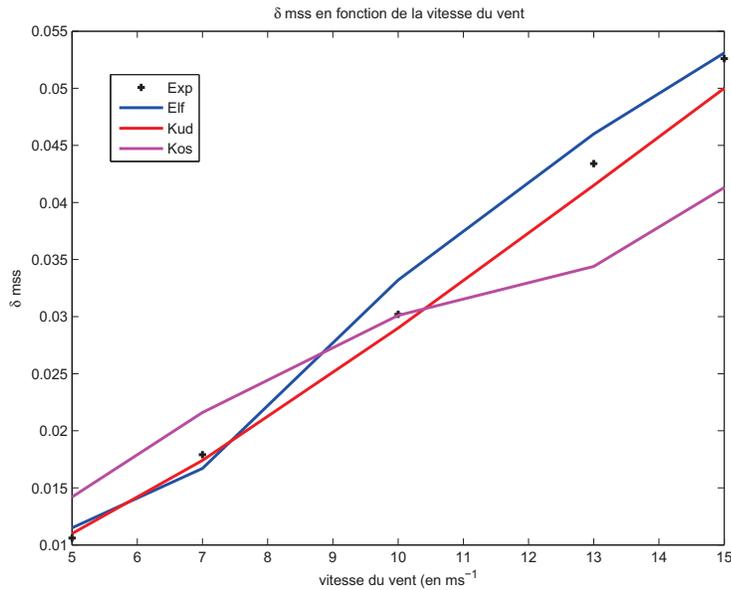


FIGURE 2.6 – Comparaison du δ mss pour les spectres d’Elfouhaily, de Kudryavstev et de Kosnik avec les données expérimentales

ws	Elf	Kud
5	1.616×10^3	4.155×10^3
7	2.852×10^3	1.009×10^4
9	5.047×10^3	1.796×10^4
11	6.831×10^3	2.585×10^4
13	8.337×10^3	3.443×10^4
15	9.643×10^3	4.304×10^4

TABLE 2.2 – Courbure des spectres de mer en fonction de la vitesse du vent

2.2.3.6 Estimation de la courbure des spectres existants

Nous avons défini le moment 4 du spectre de mer qui peut s'interpréter comme la courbure de la surface de mer. Il n'existe pas encore de jeux de données expérimentaux qui fournissent des mesures précises de la courbure de la surface. Ce paramètre ne peut alors pas être utilisé pour contraindre les spectres lors de la construction de nouvelles paramétrisations de spectres de mer. Cette constatation permet d'expliquer pourquoi tant de différences sont observées entre les estimations des courbures omnidirectionnelles des spectres. Le tableau 2.2 regroupe les courbures des deux spectres unifiés présentés précédemment pour quelques vitesses du vent. Si les variations de m_{ss} d'un spectre à l'autre sont faibles, en revanche les niveaux de m_{sc} diffèrent grandement (jusqu'à un facteur 4).

Chapitre 3

Description non gaussienne de la surface

La surface de la mer est généralement décrite comme un processus aléatoire centré $z = \eta(x, y)$ représentant la hauteur par rapport à un plan de référence. Le processus est supposé stationnaire et homogène spatialement. Cette hypothèse permet de simplifier les calculs de statistiques à deux points puisqu'alors les fonctions statistiques à deux points (fonction de structure, de skewness et kurtosis par exemple) ne dépendent que de la distance mutuelle et plus des positions respectives.

De nombreuses observations ont montré que les distributions des hauteurs (par exemple, (Burling, 1955), (Kinsman et al., 1960), (Toffoli et al.,)) et des pentes (par exemple, (Cox and Munk, 1954), (Cox and Munk, 1956), (Huang et al., 1984), (Bréon and Henriot, 2006), (Walsh et al., 2008)) s'écartent de la loi gaussienne.

Certaines formes analytiques ont été proposées pour les distributions des hauteurs (e.g. (Tayfun, 1980) , (Socquet-Juglard et al., 2005)) et des pentes (e.g. (Cox and Munk, 1954), (Cox and Munk, 1956) (Liu et al., 1997), (Nouguier et al., 2009)). Chapron et al. (Chapron et al., 2000) abordent le problème de l'inhomogénéité spatiale en décrivant les pentes par un processus aléatoire composite. La distribution des pentes est alors localement gaussienne, mais de variance fluctuante. Cette approche permet d'expliquer les forts niveaux de kurtosis observés par CM. Dans notre étude, nous ne suivrons pas encore cette piste et supposerons une hypothèse d'homogénéité sur les statistiques de la surface.

Dans ce chapitre, nous présentons les outils mathématiques classiquement utilisés pour représenter les distributions déviant légèrement des statistiques gaussiennes.

3.1 Moments et Cumulants

Dans cette partie, nous rappelons certaines notions élémentaires sur les moments cumulants d'une variable aléatoire.

Soit X une variable aléatoire de densité de probabilité p_X , sa fonction caracté-

ristique est définie par :

$$\phi_X(t) = \int_{\mathbb{R}} p_X(x) e^{itx} dx = \langle e^{itX} \rangle \quad (3.1.1)$$

où $\langle \rangle$ représente la moyenne d'ensemble. La fonction ϕ_X est aussi appelée fonction génératrice des moments puisque le développement en séries de l'exponentielle fait apparaître les moments de la distribution. En effet, le moment M_n d'ordre n de la variable aléatoire X , s'il existe, est défini par :

$$M_n = \int_{\mathbb{R}} x^n p_X(x) dx, \quad (3.1.2)$$

Ce qui permet d'écrire :

$$\phi_X(t) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(it)^n}{n!} M_n \quad (3.1.3)$$

La fonction génératrice des cumulants est définie par :

$$\log \phi_X(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(it)^n}{n!} K_n \quad (3.1.4)$$

Cette fonction peut s'écrire à partir des moments de la variable aléatoire X en prenant le logarithme de l'expression (3.1.3). Pour établir les relations simples entre cumulants et moments, le logarithme doit être développé en série entière :

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(it)^n}{n!} K_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(it)^n}{n!} M_n - \frac{1}{2} \left(\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(it)^n}{n!} M_n \right)^2 + \dots \quad (3.1.5)$$

Les cumulants peuvent être identifiés successivement en égalant les séries terme à terme. En général, seuls les 4 premiers cumulants sont analysés :

$$\begin{aligned} K_1 &= M_1 \\ K_2 &= M_2 - M_1^2 \\ K_3 &= M_3 - 3M_2M_1 \\ K_4 &= M_4 - 3M_2^2 - 4M_1M_3 \end{aligned} \quad (3.1.6)$$

Ce système simplifie dans le cadre de variables aléatoires centrées ($M_1 = 0$) :

$$\begin{aligned} K_1 &= 0 \\ K_2 &= M_2 \\ K_3 &= M_3 \\ K_4 &= M_4 - 3M_2^2 \end{aligned} \quad (3.1.7)$$

Il est important de noter que dans le cas de variables aléatoires gaussiennes, les cumulants d'ordre supérieur à 2 sont nuls ($K_3 = K_4 = 0$). Ces cumulants sont alors utilisés pour les corrections non gaussiennes.

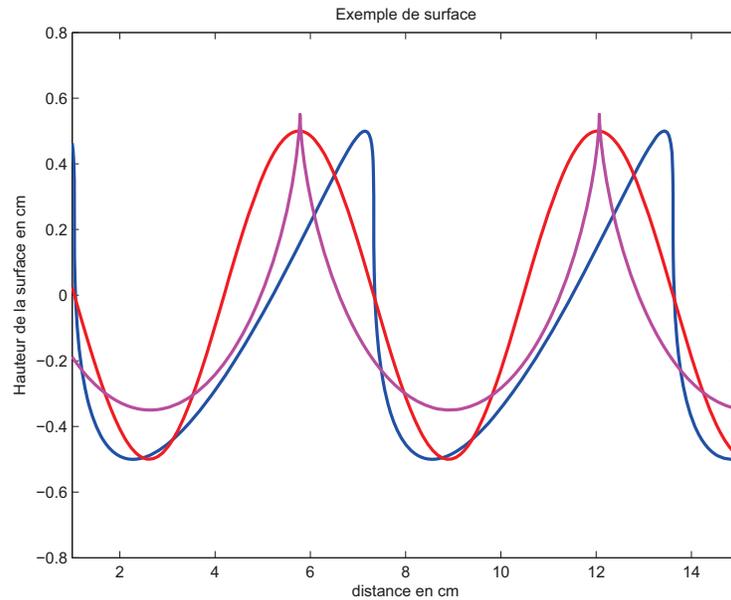


FIGURE 3.1 – Effet de la Skewness et du kurtosis sur la hauteur des vagues (courbe magenta) et sur les pentes (courbe bleue)

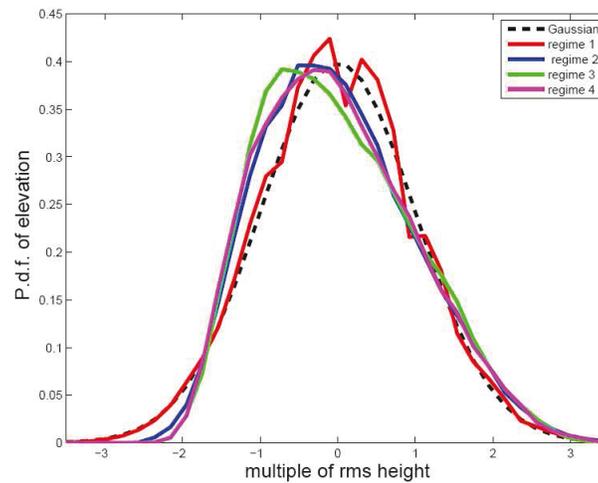


FIGURE 3.2 – Influence de la skewness sur la distribution des hauteurs, image extraite de l'article (Caulliez and Guérin,). Ces distributions sont obtenues à partir de mesures optiques du profil de la surface pour des vagues courtes générées en soufflerie. Différents régimes sont étudiés correspondant à des formes et tailles de vagues particulières (vagues de gravité capillarité et capillarité) générées à partir de plusieurs vitesses de vent et de fetch. Les valeurs de skewness de la distribution des hauteurs sont $\lambda_3 = 0.06, 0.38, 0.42, 0.43$ pour les régimes de 1 à 4 respectivement. Les valeurs de kurtosis estimées sont $\lambda_4 = 0, -0.28, -0.44, -0.33$

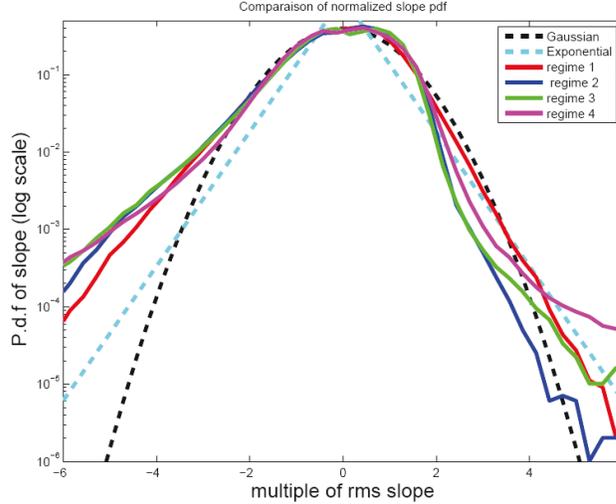


FIGURE 3.3 – Influence de la skewness sur la distribution des pentes, image extraite de l'article (Caulliez and Guérin,). Ces distributions sont obtenues à partir de mesures optiques du profil de la surface pour des vagues courtes générées en soufflerie. Différents régimes sont étudiés correspondant à des formes et tailles de vagues particulières (vagues de gravité capillarité et capillarité) générées à partir de plusieurs vitesses de vent et de fetch. Les valeurs de skewness de la distribution des pentes sont $\lambda_3 = -0.4, -0.8, -0.6, -0.3$ pour les régimes de 1 à 4 respectivement. Les valeurs de kurtosis estimées sont $\lambda_4 = 1.0, -1.3, -0.8, -0.3$

Le premier cumulatif (K_1) représente la moyenne de la variable aléatoire X , le deuxième (K_2) sa variance. Le troisième (K_3) est relié au coefficient de "Skewness" ou d'asymétrie :

$$\lambda_3 = \frac{K_3}{K_2^{3/2}} \quad (3.1.8)$$

D'un point de vue géométrique, la fonction de skewness permet de traduire l'asymétrie horizontale des vagues autrement dit, la différence entre l'aspect pointu des crêtes et les creux plus longs observés sur la figure 3.1. Cette figure n'a pas pour objectif de représenter une surface de mer réaliste mais de présenter l'effet de skewness. Cet effet a été accentué sur la figure 3.1 afin d'en visualiser l'impact de cette fonction sur la géométrie des vagues.

La skewness des pentes quant à elle, marque l'asymétrie verticale des vagues (figure 3.1). En effet, sous l'action du vent, les vagues ont tendance à être penchées sur le front arrière par rapport à la direction de propagation des vagues. Ainsi, les pentes dites sous le vent sont adoucies, alors que les pentes du front avant sont bien plus fortes. Ce phénomène est lié à l'asymétrie "upwind/downwind" des mesures du signal rétrodiffusé comme l'illustre la figure 3.5.

D'un point de vue statistique, une skewness non nulle peut correspondre à deux propriétés de la distribution : décalage du maximum et/ou asymétrie des queues de la distribution. Les effets de la skewness sur les distributions des hauteurs et des pentes sont illustrés sur les figures 3.2 et 3.3.

Le cumuland d'ordre 4 est relié au coefficient d'excès de kurtosis :

$$\lambda_4 = \frac{K_4}{K_2^2} \quad (3.1.9)$$

De façon plus générale, les coefficients λ_n sont définis par :

$$\lambda_n = \frac{K_n}{K_2^{n/2}} \quad (3.1.10)$$

Les effets de kurtosis sont visibles sur la distribution des hauteurs et des pentes (cf. figures 3.2 et 3.3) en les rendant plus piquées autour de 0 et en allongeant les queues des distributions. Ce phénomène peut être interprété de la façon suivante : les creux des vagues, étant en général plus grands que la hauteur moyenne des vagues, engendrent de très faibles pentes et donc une probabilité plus grande d'avoir de très faibles pentes. Ceci permet d'expliquer que la distribution des pentes est plus piquée autour de 0 dans le cas d'une surface non linéaire. Dans le même temps, l'aspect d'autant plus piqué des vagues introduit des pentes d'autant plus fortes et donc une probabilité d'avoir des pentes fortes plus importantes que pour une surface de mer linéaire. En ce qui concerne la distribution des hauteurs, la présence de kurtosis va impliquer une décroissance plus rapide de la distribution pour les grands événements négatifs (les creux des vagues) indiquant qu'il y en a moins que pour une distribution gaussienne. Ceci se traduit par une remontée des creux des vagues par rapport au creux des vagues d'une surface gaussienne (courbe magenta).

3.2 Développement Gram-Charlier unidimensionnel

Les déviations de la distribution des hauteurs à la loi gaussienne sont généralement représentées par des lois de type Gram-Charlier.

3.2.1 Distribution des hauteurs

La densité de probabilité $p(h)$ est définie de façon unique par ses moments. Elle se calcule à partir de la fonction caractéristique par une transformée de Fourier inverse de la fonction caractéristique. Elle s'écrit donc :

$$p(h) = \frac{1}{2\pi} \int \phi(t) e^{-ith} dt \quad (3.2.11)$$

En injectant la définition (3.1.4) de la fonction caractéristique, nous obtenons :

$$p(h) = \frac{1}{2\pi} \int \exp\left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(it)^n}{n!} K_n\right) e^{-ith} dt \quad (3.2.12)$$

En développant la somme jusqu'à l'ordre 4 :

$$p(h) = \frac{1}{2\pi} \int e^{it(K_1-h)} e^{\frac{(it)^2 K_2}{2} + \frac{(it)^3 K_3}{6} + \frac{(it)^4 K_4}{24}} dt \quad (3.2.13)$$

Longuet Higgins (Longuet-Higgins, 1963) propose de se ramener par un changement de variable à deux variables sans dimension :

$$t = \frac{s}{K_2^{1/2}} \quad (3.2.14)$$

et

$$h - K_1 = f K_2^{1/2}, \quad (3.2.15)$$

ce qui permet d'écrire la densité de probabilité des hauteurs en fonction des nouvelles variables s et f comme :

$$p(f) = \frac{1}{2\pi K_2^{1/2}} \int e^{if s + \frac{(is)^2}{2} + \lambda_3 \frac{(is)^3}{6} + \lambda_4 \frac{(is)^4}{24}} ds \quad (3.2.16)$$

où λ_3 et λ_4 sont les coefficients de skewness et kurtosis respectivement précédemment introduits (cf. les équations (3.1.8) et (3.1.9)).

En supposant ces paramètres suffisamment petits, il est possible de linéariser l'exponentielle :

$$p(f) = \frac{1}{2\pi K_2^{1/2}} \int e^{if s + \frac{-s^2}{2}} \left(1 + \lambda_3 \frac{(is)^3}{6} + \lambda_4 \frac{(is)^4}{24} \right) ds \quad (3.2.17)$$

Or :

$$p(f) = \frac{1}{(2\pi)^{1/2}} \int e^{if s - \frac{s^2}{2}} (is)^n ds = \frac{(-1)^n}{(2\pi)^{1/2}} \frac{d^n}{df^n} \int e^{if s - \frac{s^2}{2}} ds \quad (3.2.18)$$

Et par ailleurs :

$$\frac{1}{(2\pi)^{1/2}} \int e^{if s - \frac{s^2}{2}} ds = e^{-\frac{f^2}{2}} \quad (3.2.19)$$

Ainsi, la distribution des hauteurs de la surface de mer peut s'écrire, de manière approchée :

$$p(f) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2\pi)^{1/2} K_2^{1/2}} \frac{d^n}{df^n} \int e^{if s + \frac{-s^2}{2}} ds = \frac{(-1)^n}{(2\pi)^{1/2} K_2^{1/2}} \frac{d^n}{df^n} e^{-\frac{f^2}{2}} \quad (3.2.20)$$

Les dérivées nième de la gaussienne peuvent être exprimés simplement à l'aide des polynômes d'Hermite H_n , définis de la façon suivante :

$$H_n(f) = f^n - \frac{n(n-1)}{1!} \frac{f^{n-2}}{2} + \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{2!} \frac{f^{n-4}}{2^2}, n \geq 4 \quad (3.2.21)$$

Pour $n \leq 3$, les polynômes d'Hermit se limitent aux deux premiers termes de l'expression 3.2.21. H_3 et H_4 s'écrivent alors :

$$H_3 = f^3 - 3f \quad (3.2.22)$$

et

$$H_4 = f^4 - 6f^2 + 3 \quad (3.2.23)$$

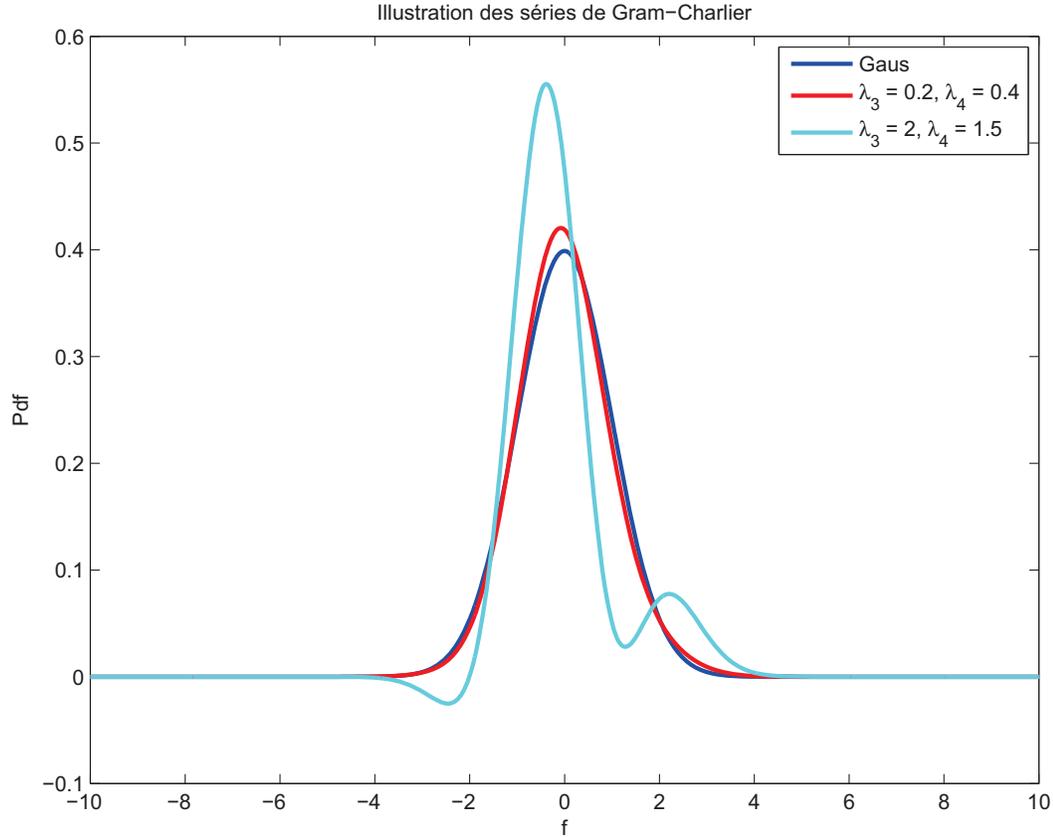


FIGURE 3.4 – Comparaison des séries de Gram-Charlier pour une distribution faiblement non gaussienne ($\lambda_3 = 0.2$ et $\lambda_4 = 0.4$) et une distribution fortement non gaussienne ($\lambda_3 = 2$ et $\lambda_4 = 1.5$)

L'expression (3.2.17) se réduit donc à :

$$p(f) = \frac{(1)}{(2\pi)^{1/2} K_2^{1/2}} e^{-\frac{f^2}{2}} \left[1 + \frac{\lambda_3}{6} H_3(f) + \frac{\lambda_4}{24} H_4(f) \right] \quad (3.2.24)$$

Ce développement en polynômes d'Hermite, ici tronqué à l'ordre 4, peut être poussé à un ordre arbitrairement grand. Une telle série est appelée série de Gram-Charlier. Aucune hypothèse particulière n'a été émise sur la hauteur, mais il faut tout de même supposer que la distribution est faiblement non gaussienne sinon le développement en série de Gram-Charlier donne des valeurs aberrantes et non positives. Ce phénomène est illustré par la figure (3.4).

De plus, pour $\lambda_3 = 0$ et $\lambda_4 = 0$, nous retrouvons bien la distribution gaussienne. Ce développement est donc cohérent avec le cas gaussien.

La même approche peut être appliquée au calcul de la distribution des pentes. Cependant, les calculs sont plus compliqués puisque nous devons définir des pentes directionnelles et donc utiliser des variables jointes. Cette étude fait l'objet de la partie suivante.

3.3 Développement Gram-Charlier bidimensionnel

3.3.1 Distribution des pentes

Soient (X, X') deux variables aléatoires de densité jointe de probabilité $p(u, u')$. La fonction caractéristique associée est alors définie par :

$$\phi(t, t') = \int \int p(u, u') e^{itu+it'u'} du du' \quad (3.3.25)$$

Cette fonction peut également s'écrire en fonction des moments joints, soit :

$$\phi(t, t') = \sum_{j,k} \frac{M_{jk}}{j!k!} (it)^j (it')^k \quad (3.3.26)$$

où

$$M_{jk} = \int u^j u'^k p(u, u') du du' \quad (3.3.27)$$

De la fonction caractéristique, nous pouvons également déduire la fonction génératrice des cumulants qui est donnée par :

$$\log \phi(t, t') = \sum_{(j,k) \neq (0,0)}^{\infty} \frac{K_{jk}}{j!k!} (it)^j (it')^k \quad (3.3.28)$$

Ainsi des relations similaires entre moments et cumulants peuvent être établies en égalisant les termes $(it)^j (it')^k$. Nous obtenons les relations suivantes si nous nous limitons à l'ordre 4 :

$$\begin{aligned} K_{01} &= M_{01} \\ K_{10} &= M_{10} \\ K_{02} &= M_{02} - M_{01}^2 \\ K_{20} &= M_{20} - M_{10}^2 \\ K_{03} &= M_{03} - 3M_{02}M_{01} \\ K_{30} &= M_{30} - 3M_{20}M_{10} \\ K_{04} &= M_{04} - 3M_{02}^2 - 4M_{01}M_{03} \\ K_{40} &= M_{40} - 3M_{20}^2 - 4M_{10}M_{30} \end{aligned} \quad (3.3.29)$$

Et des relations croisées :

$$\begin{aligned} K_{11} &= M_{11} \\ K_{12} &= M_{12} + M_{10}M_{02} \\ K_{21} &= M_{21} + M_{01}M_{20} \\ K_{22} &= M_{22} - 2M_{11}^2 \\ K_{31} &= M_{31} - 3M_{10}M_{21} \\ K_{13} &= M_{13} - 3M_{01}M_{12} \end{aligned} \quad (3.3.30)$$

En écrivant la distribution jointe comme la transformée de Fourier inverse de la fonction caractéristique jointe à 2 points :

$$p(u, u') = \frac{1}{(2\pi)^2} \int \int \phi(t, t') e^{-i(ut+u't')} dt dt' \quad (3.3.31)$$

et en remplaçant la fonction caractéristique par son développement en cumulants, nous pouvons réécrire :

$$p(u, u') = \frac{1}{(2\pi)^2} \int \int \exp \left(-i(ut + u't') + \sum_{(j,k) \neq (0,0)} \frac{K_{jk}(it)^j (it')^k}{j!k!} \right) dt dt' \quad (3.3.32)$$

Si nous limitons le développement aux termes d'ordre 4, la distribution jointe peut alors s'écrire :

$$\begin{aligned} p(u, u') &= \frac{1}{(2\pi)^2} \int \int e^{(K_{10}-u)it + (K_{10}-u')it' - \frac{1}{2}[K_{20}t^2 + 2K_{11}tt' + K_{02}t'^2]} \\ &+ e^{\frac{1}{6}[K_{30}(it)^3 + 3K_{21}(it)^2(it') + 3K_{12}(it)(it')^2 + K_{03}(it')^3]} \\ &+ e^{\frac{1}{24}[K_{40}(it)^4 + 4K_{31}(it)^3(it') + 6K_{22}(it)^2(it')^2 + 4K_{13}(it)(it')^3 + K_{04}(it')^4]} dt dt' \end{aligned} \quad (3.3.33)$$

En suivant la même démarche que dans le cas unidimensionnel, Longuet-Higgins propose le changement de variable suivant pour introduire des variables sans dimension :

$$t = \frac{u}{K_{20}^{1/2}}, \quad t' = \frac{u'}{K_{02}^{1/2}} \quad (3.3.34)$$

$$(3.3.35)$$

$$u - K_{10} = fK_{20}^{1/2}, \quad u' - K_{01} = f'K_{02}^{1/2} \quad (3.3.36)$$

$$(3.3.37)$$

Tout comme nous avons défini les coefficients de skewness et de kurtosis pour l'élévation de la surface, nous pouvons introduire le même type de coefficients pour les pentes :

$$\lambda_{jk} = \frac{K_{jk}}{(K_{20}^j K_{02}^k)^{1/2}} \quad (3.3.38)$$

En considérant ces nouvelles variables, nous pouvons réécrire la densité de probabilité jointe de la façon suivante :

$$\begin{aligned} p(f, f') &= \frac{1}{(2\pi)^2 ((K_{20}(K_{02})^1 / 2)} \int \int e^{-i(fu+f'u') - \frac{1}{2}[u^2 + 2\lambda_{11}uu' + u'^2]} \\ &+ e^{\frac{1}{6}[\lambda_{30}(iu)^3 + 3\lambda_{21}(iu)^2(iu') + 3\lambda_{12}(iu)(iu')^2 + \lambda_{03}(iu')^3]} \\ &+ e^{\frac{1}{24}[\lambda_{40}(iu)^4 + 4\lambda_{31}(iu)^3(iu') + 6\lambda_{22}(iu)^2(iu')^2 + 4\lambda_{13}(iu)(iu')^3 + \lambda_{04}(iu')^4]} du du' \end{aligned} \quad (3.3.39)$$

En supposant que λ_{jk} restent assez petits, le terme exponentiel dans l'expression (3.3.39) peut alors se linéariser. Par ailleurs :

$$\begin{aligned} p(f, f') &= \frac{1}{(2\pi)} \int \int e^{-i(fu+f'u')} e^{-\frac{1}{2}(u^2 + 2\lambda_{11}uu' + u'^2)} (iu)^j (iu')^k du du' \\ &= \frac{(-1)^{j+k}}{(2\pi)} \frac{d^j}{df^j} \frac{d^k}{df'^k} \int \int e^{-i(fu+f'u')} e^{-\frac{1}{2}(u^2 + 2\lambda_{11}uu' + u'^2)} du du' \end{aligned} \quad (3.3.40)$$

L'intégrale double correspond à la transformée de Fourier d'une gaussienne à deux dimensions.

De la même façon que les dérivées nième de la loi gaussienne dans le cas unidimensionnel peuvent s'écrire à partir des polynômes d'Hermite, les dérivées jième et kième peuvent s'exprimer à partir de polynômes qui peuvent s'apparenter à des polynômes d'Hermite bidimensionnels :

$$p(f, f') = \frac{(-1)^{j+k}}{(1 - \lambda_{11}^2)^{1/2}} H_{jk}(f, f'; \lambda_{11}) e^{-\frac{1}{2} \frac{[f^2 + 2\lambda_{11} f f' + f'^2]}{(1 - \lambda_{11}^2)}} \quad (3.3.41)$$

où H_{jk} sont définis par :

$$\begin{aligned} H_{00} &= 1 \\ H_{10} &= \frac{f - \lambda_{11} f'}{(1 - \lambda_{11}^2)^{1/2}} \\ H_{01} &= \frac{f' - \lambda_{11} f}{(1 - \lambda_{11}^2)^{1/2}} \\ H_{11} &= \frac{(f - \lambda_{11} f')(f' - \lambda_{11} f)}{(1 - \lambda_{11}^2)^{1/2}} + \lambda_{11} \\ H_{20} &= \frac{(f - \lambda_{11} f')^2}{(1 - \lambda_{11}^2)} - 1 \\ H_{02} &= \frac{(f' - \lambda_{11} f)^2}{(1 - \lambda_{11}^2)} - 1 \end{aligned} \quad (3.3.42)$$

Il est intéressant de noter que si $\lambda_{11} = 0$ alors $H_{jk}(f, f'; 0) = H_j(f)H_k(f')$. L'expression finale de la distribution jointe pour deux variables aléatoires s'écrit ainsi :

$$\begin{aligned} p(f, f') &= \frac{1}{(2\pi)} \frac{1}{(K_{20}K_{02})^{1/2}} \frac{1}{(1 - \lambda_{11}^2)^{1/2}} e^{-\frac{1}{2} \frac{[f^2 + 2\lambda_{11} f f' + f'^2]}{(1 - \lambda_{11}^2)}} \\ &\quad \left[1 + \frac{1}{6} [\lambda_{30} H_{30} + 3\lambda_{21} H_{21} + 3\lambda_{12} H_{12} + \lambda_{03} H_{03}] \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{24} [\lambda_{40} H_{40} + 4\lambda_{31} H_{31} + 6\lambda_{22} H_{22} + 4\lambda_{13} H_{13} + \lambda_{04} H_{04}] \right] \end{aligned} \quad (3.3.43)$$

Ces résultats ont été établis par Longuet-Higgins (Longuet-Higgins, 1963) dans le cas général d'une distribution jointe faiblement non gaussienne.

3.4 Analyse de Cox et Munk

En amont de cette étude, CM montrent déjà que la distribution des pentes de la surface peut s'écrire à partir d'un développement en série de Gram-Charlier en deux dimensions d'après l'analyse des photographies de la surface de mer.

L'expression (3.3.43) est similaire à celle que CM utilisent pour la distribution des pentes qu'ils écrivent en déterminant les axes de référence à partir de la direction du vent. Ils définissent alors des pentes "crosswind" et "upwind" que nous notons s_x s_y respectivement. Des simplifications peuvent être réalisées à partir des propriétés

de symétrie supposées de la surface de mer. Ainsi, les auteurs montrent qu'il est toujours possible d'annuler le coefficient λ_{11} par une rotation adéquate des axes de référence. La distribution des pentes s'écrit alors :

$$p(s_x, s_y) = \frac{1}{2\pi\sigma_c\sigma_u} e^{-\frac{1}{2}[s_x^2+s_y^2]} \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\lambda_{jk}}{j!k!} H_j(s_x) H_k(s_y) \quad (3.4.44)$$

où σ_c et σ_u sont les mss "crosswind" et "upwind" respectivement.

De plus, dans une première étude des photographies, CM observent qu'il n'existe pas d'asymétrie des pentes dans la direction perpendiculaire à la direction du vent (configuration "crosswind"). Ce phénomène implique nécessairement que l'expression (3.4.44) ne compte pas de puissance impaire de s_x . Cette constatation permet de simplifier de façon importante de la distribution jointe des pentes puisqu'elle induit finalement que : $\lambda_{30} = \lambda_{12} = \lambda_{31} = \lambda_{13} = 0$.

Il est communément établi que les pentes moyennes de la surface de mer mesurées sur une grande surface par rapport à la taille des plus longues vagues sont très faibles ($\sim 10^{-5}$). CM négligent la moyenne des pentes dans chaque direction. Ainsi, $M_{10} = M_{01} = 0$ et nécessairement $\lambda_{10} = \lambda_{01} = 0$. Les cumulants K_{20} et K_{02} s'expriment finalement seulement à partir des moments M_{20} et M_{02} qui sont donc égaux aux mss crosswind et upwind respectivement. En calculant ces deux moments de la distribution, il vient facilement : $\lambda_{20} = \lambda_{02} = 0$.

L'expression de la distribution des pentes, elle peut ainsi se simplifier de la façon suivante :

$$p(s_x, s_y) = \frac{1}{2\pi\sigma_c\sigma_u} e^{-\frac{1}{2}[(s_x)^2+(s_y)^2]} \left[1 + \frac{1}{6} \left[3\lambda_{21} (s_x^2 - 1) s_y \right] + \frac{1}{24} \left[\lambda_{40} (s_x^4 - 6s_x^2 + 3) + 6\lambda_{22} (s_x^2 - 1) (s_y^2 - 1) + \lambda_{04} (s_y^4 - 6s_y^2 + 3) \right] \right] \quad (3.4.45)$$

Ces premiers résultats amènent donc à la recherche de cinq coefficients seulement : $\lambda_{21}, \lambda_{03}, \lambda_{40}, \lambda_{22}$ et λ_{04} ainsi que les deux mss σ_c et σ_u .

A partir des photographies de la surface de mer, Cox et Munk sont capables d'établir la distribution des pentes. Par la comparaison des formes logarithmiques des distributions théoriques et expérimentales, ils déterminent l'expression de chaque coefficient en fonction de la vitesse du vent mesurée à 12.5 m au dessus de la surface de la mer. Les expressions des coefficients sont rappelées ci-après. Tout d'abord, les mss crosswind et upwind s'écrivent :

$$\sigma_c^2 = 0.003 + 1.9010^{-3} \times U_{12.5} \pm 0.002 \quad (3.4.46)$$

$$\sigma_u^2 = 3.1610^{-3} \times U_{12.5} \pm 0.004 \quad (3.4.47)$$

Ils déterminent également l'expression de la mss totale :

$$\sigma_c^2 + \sigma_u^2 = 0.003 + 5.12 \times 10^{-3} U_{12.5} \pm 0.004 \quad (3.4.48)$$

En ce qui concerne les deux coefficients de skewness, une dépendance linéaire avec la vitesse du vent est mise en évidence :

$$\begin{cases} \lambda_{21} = 0.01 - 0.86 \times 10^{-2} U_{12.5} \pm 0.03 \\ \lambda_{03} = 0.04 - 3.3 \times 10^{-2} U_{12.5} \pm 0.12 \end{cases} \quad (3.4.49)$$

Les coefficients de kurtosis sont plutôt trouvés constants :

$$\begin{cases} \lambda_{40} = 0.40 \pm 0.23 \\ \lambda_{22} = 0.12 \pm 0.06 \\ \lambda_{04} = 0.23 \pm 0.41 \end{cases} \quad (3.4.50)$$

L'incertitude sur les coefficients de skewness et de kurtosis est très importante et souvent du même ordre de grandeur que le coefficient lui-même. Cox et Munk apportent des pistes concernant la source des erreurs. Ils stipulent qu'une grande partie des erreurs commises se produit lors de la soustraction de la luminosité de fond, qui influe beaucoup sur la détermination des coefficients de kurtosis.

Lors de la campagne de mesures où les photographies de la surface sont effectuées, CM réalisent une autre expérience. Ils déversent un mélange d'huiles (pétroles, huile de sardine et huile de vidange) sur la surface afin d'empêcher la formation des petites vagues c'est à dire de longueurs d'onde inférieures à 30 cm. Ils renouvellent la mesure de la distribution des pentes et déterminent des nouvelles expressions pour les mss "crosswind" et "upwind" et les coefficients de skewness et de kurtosis. Ces résultats permettent de quantifier le rôle qu'ont les petites vagues de la surface dans les mss et si elles influent sur les propriétés de la surface (skewness et kurtosis). Nous rappelons ici les expressions obtenues dans le cadre des mesures sur la surface dite huilée ("slick") :

$$\sigma_{c,SL}^2 = 0.003 + 0.8410^{-3} U_{12.5} \pm 0.002 \quad (3.4.51)$$

$$\sigma_{u,SL}^2 = 0.005 + 0.7810^{-3} U_{12.5} \pm 0.002 \quad (3.4.52)$$

La mss totale que nous référons par slick est donnée par :

$$\sigma_{c,SL}^2 + \sigma_{u,SL}^2 = 0.008 + 1.5610^{-3} U_{12.5} \pm 0.004 \quad (3.4.53)$$

Cette mss peut être interprétée comme la mss filtrée d'une surface standard. En effet, elle correspond à la mss de la surface privée de toutes les petites vagues. Il est normal de trouver que la mss slick soit plus faible que la mss totale. La différence entre ces deux mss permet d'estimer le poids des petites vagues dans les mss. Après calcul, il peut être mis en évidence que les vagues dont la longueur d'onde est inférieure à 30 cm sont responsables d'environ 30 % de la mss totale.

Les coefficients de skewness obtenus n'ont plus de variations avec le vent et sont quasiment nuls. Ce résultat indique que les petites vagues sont les principales responsables de l'asymétrie des pentes :

$$\begin{cases} \lambda_{21} = 0 \pm 0.23 \\ \lambda_{03} = 0.02 \pm 0.05 \end{cases} \quad (3.4.54)$$

Quant aux coefficients de kurtosis, les différences entre les mesures sur surface propre et huilée sont moins marquées que pour les coefficients de skewness. En prenant en compte les erreurs de mesures, nous pouvons considérer que les petites vagues n'accroissent pas les effets du kurtosis sur la surface puisque les trois coefficients sont constants à travers les échelles.

$$\begin{cases} \lambda_{40} = 0.36 \pm 0.24 \\ \lambda_{22} = 0.10 \pm 0.05 \\ \lambda_{04} = 0.26 \pm 0.31 \end{cases} \quad (3.4.55)$$

Ces expressions des coefficients de skewness et de kurtosis servent de référence pour la suite de notre étude. Les résultats de CM ont été vérifiés et affinés récemment à l'aide de données spatiales (Bréon and Henriot, 2006). Des données issues de mesures colocalisées du diffusiomètre NSCAT et du radiomètre POLDER sont utilisées dans cette nouvelle étude. La variation linéaire de la mss totale avec la vitesse du vent est confirmée. Cependant, le comportement du coefficient λ_{21} apparaît être quadratique avec la vitesse du vent plutôt que linéaire établi par CM (3.4.49) et le coefficient λ_{03} adopte plutôt la forme d'une sigmoïde :

$$\begin{cases} \lambda_{21} = -910^{-4}U_{10}^2 \pm 10^{-2} \\ \lambda_{03} = -0.45 \left[1 + e^{7-U_{10}}\right]^{-1} \pm 10^{-2} \end{cases} \quad (3.4.56)$$

Quant aux coefficients de kurtosis, des différences de comportement de ces coefficients sont également mises en évidence. Alors que CM trouvent des coefficients de kurtosis des pentes plutôt constants avec la vitesse de vent, (Bréon and Henriot, 2006) observe que les λ_{40} et λ_{04} n'ont pas un comportement monotone avec la vitesse du vent entre entre 5 m s^{-1} et 15 m s^{-1} . Les coefficients décroissent avec la vitesse de vent jusqu'à atteindre un minimum pour une vitesse de 12 m s^{-1} . Cependant, aucune fonction simple n'a été trouvée pour décrire ce comportement. Au vu des faibles variations des coefficients, les valeurs retenues sont constantes :

$$\begin{cases} \lambda_{40} = 0.3 \pm 0.05 \\ \lambda_{22} = 0.12 \pm 0.03 \\ \lambda_{04} = 0.4 \pm 0.1 \end{cases} \quad (3.4.57)$$

L'étude de Bréon et Henriot (Bréon and Henriot, 2006) semble donc confirmer les résultats de CM. Cependant, cette étude nous amène à considérer la possibilité que le coefficient de kurtosis peut varier avec la vitesse du vent. Nous pouvons également remarquer que ces travaux ont amélioré significativement l'erreur sur les coefficients.

Enfin, une étude récente, (Caulliez and Guérin,), effectuée en soufflerie pour analyser les statistiques non gaussiennes de la surface pour des champs de vagues courtes peut être associée à la discussion sur les variations des coefficients de kurtosis à travers les échelles. Les statistiques de la surface sont déduites par une technique d'imagerie optique des profils de la surface. Les auteurs étudient l'impact de la troncature de la distribution sur les variations du coefficient de kurtosis. Ils montrent alors que des différences significatives entre les coefficients de kurtosis sont à noter en fonction du seuil de troncature de la distribution. Ainsi, lorsque toute la distribution des pentes est considérée, le kurtosis peut prendre des valeurs relativement

importantes. Ces remarques se vérifient particulièrement aux vents modérés où des phénomènes de déferlement ou micro-déferlement viennent perturber la surface en générant de très fortes pentes et asymétries, ce qui engendre alors de plus forts kurtosis. Ces résultats ne sont pas mis en évidence par CM puisqu'ils n'ont eu accès qu'à des pentes modérées ($\leq 14^\circ$) d'après les photographies de la surface. Ils ont donc étudié le kurtosis d'une distribution des pentes tronquée et renormalisée.

Cette partie nous a permis de rappeler les travaux réalisés par les pionniers dans le développement des statistiques non gaussiennes de la surface de mer pour déterminer de façon analytique aussi bien la distribution non gaussienne des hauteurs que celle des pentes de la surface.

Prendre en compte les non gaussianités dans les modèles de diffusion est un enjeu important pour la bonne modélisation de la NRCS rétrodiffusée par la surface de la mer. La section suivante va nous permettre d'introduire les grandeurs statistiques essentielles des modèles de diffusion.

3.5 Fonction à deux points

Les modèles de diffusion par les surfaces rugueuses font principalement intervenir la fonction caractéristique de la différence de hauteurs $\eta(\mathbf{r}) - \eta(0)$. D'après les expressions 3.1.1 et 3.1.4, la fonction caractéristique de la différence de hauteurs de mer s'écrit à partir de la somme des cumulants :

$$\langle e^{it(\eta(\mathbf{r}) - \eta(0))} \rangle \simeq e^{\left(-\frac{t^2 K_2}{2} - \frac{it^3 K_3}{6} + \frac{t^4 K_4}{24}\right)} \quad (3.5.58)$$

où $\eta(\mathbf{r})$ représente l'élévation de la surface par rapport à son plan moyen et les K_n sont les cumulants associés :

$$\begin{cases} K_2 = \langle (\eta(\mathbf{r}) - \eta(0))^2 \rangle \\ K_3 = \langle (\eta(\mathbf{r}) - \eta(0))^3 \rangle \\ K_4 = \langle (\eta(\mathbf{r}) - \eta(0))^4 \rangle - 3\langle (\eta(\mathbf{r}) - \eta(0))^2 \rangle^2 \end{cases} \quad (3.5.59)$$

Il est commode d'introduire les fonctions de structure S_n définies par :

$$S_n = \langle (\eta(\mathbf{r}) - \eta(0))^n \rangle \quad (3.5.60)$$

Nous obtenons alors :

$$\begin{cases} K_2 = S_2 \\ K_3 = S_3 \\ K_4 = S_4 - 3S_2^2 \end{cases} \quad (3.5.61)$$

où S_2 , S_3 et S_4 sont appelées fonction de structure, de skewness et de kurtosis respectivement. Une description plus détaillée de ces trois fonctions est donnée au cours des paragraphes suivants.

3.6 Fonction de Structure

La fonction de structure S_2 est liée simplement à la fonction d'autocorrélation (et ainsi à la densité spectrale de puissance) de la surface par :

$$S_2(\mathbf{r}) = 2(\rho(\mathbf{r}) - \rho_0) \quad (3.6.62)$$

Dans les modèles de diffusion, le calcul de la NRCS est souvent basé sur l'intégrale de Kirchhoff qui fait intervenir la fonction de structure :

$$\sigma^0 \sim \int d\mathbf{r} e^{i\mathbf{Q}_H(\mathbf{r}-\mathbf{r}')} e^{-Q_z^2 S_2/2} \quad (3.6.63)$$

\mathbf{Q}_H et Q_z sont les composantes du vecteur d'Ewald. Le comportement de la fonction de structure autour de l'origine est déterminant pour la valeur de l'intégrale. Il est donc important de bien l'évaluer pour des petites distances \mathbf{r} .

Autour de l'origine, la différence des hauteurs est approchée par un développement de Taylor :

$$\eta(\mathbf{r}) - \eta(0) = \mathbf{r} \cdot \nabla \eta \quad (3.6.64)$$

La différence des hauteurs de la surface peut donc s'exprimer à partir des pentes directionnelles lorsque la distance entre les deux points considérés est assez petite. Une expression approchée de la fonction de structure en découle :

$$S_2 \simeq \langle (\mathbf{r} \cdot \nabla \eta)^2 \rangle = x^2 \langle (\partial_x \eta)^2 \rangle + y^2 \langle (\partial_y \eta)^2 \rangle + 2xy \langle \partial_x \eta \partial_y \eta \rangle \quad (3.6.65)$$

D'autres simplifications peuvent être envisagées dans le cas omnidirectionnel. En effet, nous pouvons toujours écrire les distances x et y en fonction de la distance r et de l'angle azimutal calculé entre la direction d'observation et la direction du vent. Ainsi x et y s'expriment comme :

$$\begin{cases} x = r \cos \phi \\ y = r \sin \phi \end{cases} \quad (3.6.66)$$

L'expression 3.6.65 devient alors :

$$S_2 = r^2 \cos^2 \phi \langle (\partial_x \eta)^2 \rangle + r^2 \sin^2 \phi \langle (\partial_y \eta)^2 \rangle + 2r^2 \cos \phi \sin \phi \langle \partial_x \eta \partial_y \eta \rangle \quad (3.6.67)$$

Dans le cas omnidirectionnel, aucune différence n'est distinguée entre les pentes dans la direction crosswind et upwind, autrement dit :

$$\langle (\partial_x \eta)^2 \rangle = \langle (\partial_y \eta)^2 \rangle = \frac{1}{2} m_{ss_T} \quad (3.6.68)$$

où m_{ss_T} est la mss totale.

Il faut ensuite réaliser la moyenne angulaire de l'équation 3.6.67 pour obtenir la version omnidirectionnelle de la fonction de structure. Après calcul, il est facile de montrer que l'expression de S_2 peut alors s'écrire en fonction de la seule mss totale :

$$S_2^{\text{omni}} = \frac{r^2}{2} m_{ss_T} \quad (3.6.69)$$

3.7 Fonction de Skewness

La fonction S_3 de skewness est très importante pour la description non linéaire de la surface de mer puisqu'elle permet de traduire l'asymétrie des vagues. Prendre en compte les effets de skewness dans le calcul de la NRCS permet de reproduire

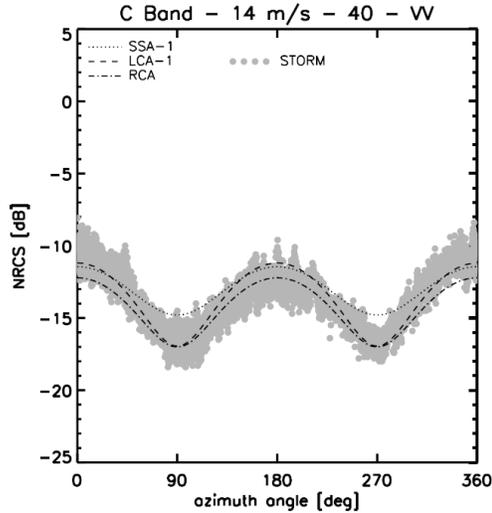


FIGURE 3.5 – NRCS en polarisation verticale en fonction de l'angle azimutal. Image extraite de l'article (Mouche et al., 2007)

l'asymétrie upwind et downwind. La figure 3.5 représente un exemple de données aéroportées acquises par le radar STORM en bande C pendant la campagne VAL-PARESO pour un vent de 14m/s^{-1} . Ces données sont présentées plus en détails au chapitre 6 puisqu'elles sont utilisées dans le cadre de notre étude. Elles sont tracées en fonction de l'azimut à une incidence fixe de 40° . Cette figure permet de mettre en évidence la différence de niveau entre les configurations upwind (0°) et downwind (180°). En effet, les modèles de diffusion classiques gaussiens ne permettent pas de reproduire cette asymétrie puisque les spectres de mer sont centrosymétriques. Il est donc nécessaire d'inclure une fonction d'asymétrie dans les modèles de diffusion.

La fonction de skewness est connue au voisinage de l'origine. En vue du développement de Taylor (3.6.64) :

$$S_3 \simeq \langle (\mathbf{r} \cdot \nabla \eta)^3 \rangle = x^3 \langle (\partial_x \eta)^3 \rangle + y^3 \langle (\partial_y \eta)^3 \rangle + 3x^2 y \langle (\partial_x \eta)^2 \partial_y \eta \rangle + 3xy^2 \langle \partial_x \eta (\partial_y \eta)^2 \rangle \quad (3.7.70)$$

Les coefficients de skewness des pentes ont été introduits dans l'équation (3.3.38) de la section 3.3. Dans le cas de pentes à moyenne nulle, les coefficients λ_{30} , λ_{03} , λ_{21} et λ_{12} s'écrivent de la façon suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_{03} = \frac{\langle (\partial_y \eta)^3 \rangle}{\langle (\partial_y \eta)^2 \rangle^{3/2}} \\ \lambda_{21} = \frac{\langle (\partial_x \eta)^2 \partial_y \eta \rangle}{\langle (\partial_x \eta)^2 \rangle \langle (\partial_y \eta)^2 \rangle^{1/2}} \\ \lambda_{30} = 0 \\ \lambda_{12} = 0 \end{array} \right. \quad (3.7.71)$$

L'expression approchée de la fonction de skewness à l'origine est donc :

$$S_3 = \lambda_{03} y^3 \langle (\partial_y \eta)^2 \rangle^{3/2} + 3\lambda_{21} x^2 y \langle (\partial_x \eta)^2 \rangle \langle (\partial_y \eta)^2 \rangle^{1/2} \quad (3.7.72)$$

Pour les grandes distances, le comportement de S_3 est inconnu et doit être extrapolé. Seules des hypothèses peuvent être émises sur sa forme comme cela a déjà été fait à plusieurs reprises dans la littérature, nous pouvons citer les travaux de Chen (Chen et al., 1992) et (Chen et al., 1993). Ils donnent une forme paramétrique de la fonction de skewness à l'aide d'une fonction exponentielle. Ils ont trouvé une variation azimutale en $\cos^3 \phi$:

$$S_3(r, \phi) = \frac{r^3 \cos^3 \phi}{s_0^3} \exp\left(\frac{-r^2}{s_0^2}\right) \quad (3.7.73)$$

où s_0 est le paramètre de skewness qu'ils déterminent à partir de données en bande Ku. Ils supposent que ce paramètre ne dépend que de la vitesse du vent mais reste inchangé pour toutes les incidences et les polarisations.

Bourlier, dans ses travaux (Bourlier, 2004), établit que la fonction de skewness a plutôt une variation en $\cos \phi$. Ainsi, la forme proposée pour la fonction de skewness est plutôt :

$$S_3(r, \phi) = -r^3 \cos \phi \alpha e^{-\alpha r^2} \quad (3.7.74)$$

Où α est un paramètre de la mss_x et λ_{03} le coefficient défini par CM.

Nous pouvons encore donner un exemple de paramétrisation de la fonction de skewness à partir des travaux de Caulliez et Guérin (Caulliez and Guérin,). Ils ont déterminé une forme paramétrique de la fonction de skewness unidimensionnelle à partir de l'étude de profils de surface qui sont mesurés par des techniques optiques. Ils ont trouvé une forme exponentielle :

$$S_3(x) \simeq \langle (\partial_x \eta)^3 \rangle x^3 \exp\left(-\frac{12|x|}{\lambda}\right) \quad (3.7.75)$$

où λ est la longueur d'onde dominante. L'existence de ces différentes paramétrisations de la fonction de skewness montrent que seules des hypothèses sur son comportement existent mais qu'il est encore très mal connu. La plupart de ces expressions ont été imposées par le comportement en 0 de la fonction de skewness puis étendues à de plus grandes distances par extrapolation.

Le cas omnidirectionnel peut également être étudié. Il suffit d'écrire l'expression de S_3 en coordonnées polaires :

$$S_3 = \lambda_{03} r^3 \sin^3 \phi \langle (\partial_y \eta)^2 \rangle^{3/2} + 3\lambda_{21} r^3 \cos^2 \phi \sin \phi \langle (\partial_x \eta)^2 \rangle \langle (\partial_y \eta)^2 \rangle^{1/2} \quad (3.7.76)$$

Ce qui montre que la skewness omnidirectionnelle est nulle après intégration angulaire de cette expression.

3.8 La fonction de Kurtosis

La fonction de kurtosis s'écrit comme le cumulants d'ordre 4 de la différence des hauteurs de la surface de mer. Cette fonction, tout comme la fonction de skewness est essentielle pour la modélisation de la NRCS, notamment dans la zone nadir.

Nous ne connaissons pas de forme analytique pour S_4 . Toutefois, celle-ci est contrainte au voisinage de l'origine.

Par un développement de Taylor, nous obtenons :

$$S_4 = x^4 \langle (\partial_x \eta)^4 \rangle + y^4 \langle (\partial_y \eta)^4 \rangle + 6x^2 y^2 \langle (\partial_x \eta)^2 (\partial_y \eta)^2 \rangle + 4x^3 y \langle (\partial_x \eta)^3 (\partial_y \eta) \rangle + 4x y^3 \langle (\partial_x \eta) (\partial_y \eta)^3 \rangle \quad (3.8.77)$$

Cette expression fait apparaître les coefficients de kurtosis des pentes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_{40} = \frac{\langle (\partial_x \eta)^4 \rangle}{\langle (\partial_x \eta)^2 \rangle^2} - 3 \\ \lambda_{04} = \frac{\langle (\partial_y \eta)^4 \rangle}{\langle (\partial_y \eta)^2 \rangle^2} - 3 \\ \lambda_{22} = \frac{\langle (\partial_x \eta)^2 (\partial_y \eta)^2 \rangle}{\langle (\partial_x \eta)^2 \rangle \langle (\partial_y \eta)^2 \rangle} - 1 \\ \lambda_{13} = \frac{\langle (\partial_x \eta) (\partial_y \eta)^3 \rangle}{\langle (\partial_x \eta)^2 \rangle^{1/2} \langle (\partial_y \eta)^2 \rangle^{3/2}} \\ \lambda_{31} = \frac{\langle (\partial_x \eta)^3 (\partial_y \eta) \rangle}{\langle (\partial_x \eta)^2 \rangle^{3/2} \langle (\partial_y \eta)^2 \rangle^{1/2}} \end{array} \right. \quad (3.8.78)$$

Les deux derniers coefficients sont nuls d'après les observations de Cox et Munk. En effet, il n'existe pas d'asymétrie dans la direction crosswind.

$$\lambda_{31} = \lambda_{13} = 0 \quad (3.8.79)$$

D'où :

$$S_4 = (\lambda_{40} + 3)x^4 \langle (\partial_x \eta)^2 \rangle^2 + (\lambda_{04} + 3)y^4 \langle (\partial_y \eta)^2 \rangle^2 + 6(\lambda_{22} + 1)x^2 y^2 \langle (\partial_x \eta)^2 \rangle \langle (\partial_y \eta)^2 \rangle \quad (3.8.80)$$

Caulliez et Guerin (Caulliez and Guérin,), expliquent que le comportement de la fonction de kurtosis comme étant proportionnel à la fonction de structure, valable seulement autour de 0, peut s'étendre pour des plus grandes distances \mathbf{r} . Cette suggestion a été confortée par des tests numériques qui montrent que les extrema de la fonction de kurtosis sont situés exactement à la même position que ceux de la fonction de structure. Partant de ces constats, ils ont proposé une forme pour la fonction de kurtosis :

$$S_4 = 3 + \lambda_4 e^{-12|x|/\lambda} S_2^2 \quad (3.8.81)$$

D'autres travaux (Bourlier, 2004) ont permis d'établir une autre paramétrisation pour la fonction de kurtosis :

$$S_4(r) = \alpha r^4 \exp\left(-\frac{r^4}{\alpha}\right) \quad (3.8.82)$$

où α est un paramètre s'exprimant à partir des mss_x et mss_y et du coefficient de CM λ_{22} . Pour l'instant le comportement de la fonction de kurtosis est inconnu pour les grandes distances \mathbf{r} et seules des hypothèses sur sa forme sont émises dans ce cas là. Il faut des mesures plus précises de la hauteur de la surface pour déterminer correctement la distribution des hauteurs et des pentes et donc permettre une meilleure

estimation de la fonction de kurtosis.

L'expression de la fonction de kurtosis se simplifie dans le cas omnidirectionnel. Après après intégration sur les directions azimutales, nous obtenons :

$$S_4 = \frac{3r^4}{32} \text{mss}_T^2 [\lambda_{40} + \lambda_{04} + 2\lambda_{22}] + \frac{3r^4}{4} \text{mss}_T^2 \quad (3.8.83)$$

Ainsi, dans le cas omnidirectionnel,

$$S_4 = (\lambda_{\text{omni}} + 3) S_2^2 \quad (3.8.84)$$

où

$$\lambda_{\text{omni}} = \frac{3}{8} [\lambda_{40} + \lambda_{04} + 2\lambda_{22}] \quad (3.8.85)$$

3.9 Conclusion

Ce chapitre a permis de rappeler les notions de statistiques permettant de prendre en compte les non linéarités de la surface de mer. Ainsi, nous avons défini les fonctions de structure, skewness et kurtosis. Ces fonctions sont essentielles pour inclure l'aspect non gaussien de la surface dans les modèles de diffusion comme cela est montré au chapitre suivant.

Chapitre 4

Modèles de diffusion au nadir

4.1 Champ diffracté

D'un point de vue électromagnétique, la surface de la mer sépare deux milieux homogènes : l'air (au dessus) de la mer (au dessous) considérée comme un milieu homogène de permittivité complexe ϵ . Cette surface a pour équation $z = \eta(\mathbf{r}) = \eta(x, y)$ si le système de coordonnées associé au problème est un repère cartésien où l'axe z est dirigé vers le haut (cf. figure 4.1).

La surface est éclairée par une onde électromagnétique incidente plane se dirigeant vers le bas dans la direction $\mathbf{K}_0 = (\mathbf{k}_0, q_0)$:

$$\mathbf{E}(\mathbf{R}) = \mathbf{E}_0 e^{i\mathbf{K}_0 \mathbf{R}} e^{-i\omega t} \quad (4.1.1)$$

où \mathbf{E}_0 représente l'amplitude du champ électrique incident et $\mathbf{R}(\mathbf{r}, z)$ est le vecteur position. La norme du vecteur d'onde \mathbf{K}_0 est égale au nombre d'onde dans le vide défini par $K_0 = \frac{2\pi}{\lambda_{\text{radar}}}$. La dépendance temporelle est implicite par la suite.

Ce champ électrique incident sur la surface de la mer est diffusé et engendre des ondes électromagnétiques se dirigeant vers le haut depuis la surface dans les directions $\mathbf{K} = (\mathbf{k}, q_z)$. L'expression du champ total diffusé établie au dessus de la surface s'obtient en réalisant la somme de tous les champs diffractés par la surface de la mer. C'est ce qui est communément appelé le développement de Rayleigh. Ce champ diffusé est lié au champ incident par un opérateur de diffusion \mathbb{S} :

$$\mathbf{E}_s(\mathbf{R}) = \int \frac{d\mathbf{k}}{q_z} \mathbb{S}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} e^{iq_z z} \mathbf{E}_0 \quad (4.1.2)$$

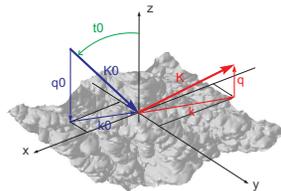


FIGURE 4.1 – Geometrie du problème de diffraction

où k et q_z sont les projections horizontales et verticale respectivement du vecteur d'onde des ondes diffusées, et \mathbb{S} est un tenseur dyadique.

En champ lointain ($R \rightarrow \infty$), il peut être montré que le champ diffusé s'écrit sous la forme d'une onde sphérique :

$$\mathbf{E}_s(\mathbf{R}) = 2\pi \frac{e^{iKR}}{iR} S(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) \mathbf{E}_0(\mathbf{R}) \quad (4.1.3)$$

En général, le champ diffusé est décomposé sur la base de polarisation verticale/horizontale :

$$\mathbf{p}_V^\pm(\mathbf{k}) = \frac{kz \mp q\mathbf{k}}{k} \quad \mathbf{p}_H^\pm(\mathbf{k}) = \mathbf{z} \wedge \mathbf{k} \quad (4.1.4)$$

Le signe "+" est utilisé pour les ondes sortantes c'est à dire se propageant vers le haut (ondes diffusées) et le signe "-" pour les ondes se propageant vers le bas (onde incidente). Sur cette base, le tenseur de diffusion peut s'écrire en notation dyadique comme :

$$\mathbb{S}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) = \sum_{i,j=V,H} S_{ij}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) \mathbf{p}_j(\mathbf{k}) \mathbf{p}_i(\mathbf{k}_0) \quad (4.1.5)$$

où S est appelée amplitude de diffraction. C'est en fait une matrice 2×2 :

$$S = \begin{pmatrix} S_{VV} & S_{VH} \\ S_{HV} & S_{HH} \end{pmatrix} \quad (4.1.6)$$

La première lettre placée en indice indique la polarisation de l'onde incidente tandis que la seconde indique celle de l'onde diffusée.

En télédétection radar, il est courant d'utiliser la section efficace radar qui a la dimension d'une surface (m^2) ou la NRCS qui est alors sans dimension. La NRCS incohérente est définie par :

$$\sigma_{ij}^0(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) = \lim_{R \rightarrow \infty} \lim_{A \rightarrow \infty} \frac{4\pi R^2 \langle | (E_s(\mathbf{R}) - \langle E_s(R) \rangle) \mathbf{p}_j(\mathbf{k})|^2 \rangle}{A |\mathbf{E}_0 \mathbf{p}_i(\mathbf{k}_0)|^2} \quad (4.1.7)$$

où A représente la surface éclairée par le radar et $\langle E_s(R) \rangle$ représente la section efficace radar incohérente, les indices i et j la polarisation des ondes incidente et rétrodiffusée respectivement. Les $\langle \rangle$ symbolisent la moyenne statistique d'ensemble. D'après l'expression du champ diffusé établie précédemment (4.1.3), une version simplifiée de la NRCS peut être déduite :

$$\sigma_{ij}^0(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) = \lim_{A \rightarrow \infty} \frac{4\pi \langle | (S_{ij}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) - \langle S_{ij}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) \rangle) |^2 \rangle}{A} \quad (4.1.8)$$

Pour déterminer la NRCS, il faut estimer les amplitudes de diffraction $S_{i,j}$, qui dépendent des paramètres géométriques et constitutifs de la surface de mer. Des expressions approchées de l'amplitude de diffraction peuvent être établies pour une polarisation donnée. Pour ce faire, il est commode d'introduire le "vecteur d'Ewald" ou vecteur de "transfert de moment" \mathbf{Q} défini par $\mathbf{Q} = \mathbf{K} - \mathbf{K}_0$. Ses

projections horizontales et verticale sont notées \mathbf{Q}_H et Q_z respectivement. L'amplitude de diffraction est alors souvent cherchée sous la forme :

$$S_{ij}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0) = \frac{1}{Q_z} \int_{\mathbb{R}} \mathbb{N}_{ij}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0, \eta(\mathbf{r})) e^{-iQ_z \eta(\mathbf{r})} e^{-i\mathbf{Q}_H \mathbf{r}} d\mathbf{r} \quad (4.1.9)$$

où \mathbb{N}_{ij} est un noyau qui prend différentes formes selon la méthode de calcul utilisée pour déterminer la NRCS.

De l'expression 4.1.9, la formulation de la NRCS monostatique peut être facilement déduite, en négligeant la contribution du champ cohérent :

$$\sigma^0(\mathbf{Q}_h, \phi) = \frac{1}{Q_z^2} \int_{\mathbb{R}} |\mathbb{N}|^2 e^{-i\mathbf{Q}_H \mathbf{r}} \langle e^{-iQ_z(\eta(\mathbf{r})-\eta(0))} \rangle d\mathbf{r} \quad (4.1.10)$$

Le cas omnidirectionnel peut être étudié dans une première approche pour simplifier le problème. Il est nécessaire de définir alors une NRCS omnidirectionnelle. Elle est définie comme la moyenne sur les direction azimutales ϕ de la NRCS directionnelle :

$$\sigma_{\text{omni}}^0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sigma^0(\mathbf{Q}_H, \phi) d\phi \quad (4.1.11)$$

4.2 Approximation de Kirchhoff

L'approximation de Kirchhoff est la méthode de référence pour le calcul de la NRCS dans la zone nadir. C'est la méthode asymptotique la plus utilisée. Elle a notamment été développée par Beckmann et Spizzichino (Beckmann and Spizzichino,).

La présentation générale de l'approximation de Kirchhoff a été effectuée au chapitre 2. Le calcul du champ diffracté dans l'approximation de Kirchhoff permet de montrer que l'amplitude de diffraction s'exprime comme dans l'équation 4.1.10 où $\mathbb{N} = \mathbb{K}$ qui est un noyau dépendant de la longueur d'onde radar λ et des angles d'incidence et de diffusion mais pas de la surface. Son expression en rétrodiffusion est donnée par :

$$\mathbb{K}_{VV} = \pm 2 K_0^2 R \quad (4.2.12)$$

selon la polarisation. R est le coefficient de réflexion de Fresnel défini par : $R = \frac{\sqrt{\epsilon_r} - 1}{\sqrt{\epsilon_r} + 1}$ et ϵ_r est la permittivité relative complexe de la mer.

La NRCS dans l'approximation de Kirchhoff peut se calculer par la relation suivante :

$$\sigma^0 = \frac{|\mathbb{K}|^2}{Q_z^2} \int \frac{d\mathbf{r}}{\pi} e^{i\mathbf{Q}_H \mathbf{r}} \langle e^{-iQ_z(\eta(\mathbf{r})-\eta(0))} \rangle \quad (4.2.13)$$

Dans une première étape, nous considérons les statistiques de la mer gaussiennes. Dans ces conditions la fonction caractéristique des hauteurs de la surface peut se calculer à partir de la seule fonction de structure :

$$\langle e^{-iQ_z(\eta(\mathbf{r})-\eta(0))} \rangle = e^{-Q_z^2 S_2(\mathbf{r})/2} = e^{-Q_z^2(\rho(\mathbf{r})-\rho_0)} \quad (4.2.14)$$

ws	0°	20°	35°	50°
5	0.14	0.23	0.02	0.01
7	0.12	0.19	0.02	0
9	0.10	0.12	0.02	0.01
11	0.09	0.07	0.02	0.01
13	0.09	0.04	0.02	0.01
15	0.08	0.03	0.02	0.01

TABLE 4.1 – Cette table présente la différence (en dB) entre les deux expressions (cf. équations 4.2.15 moyennée sur tous les azimutes et 4.2.17) de la NRCS omnidirectionnelle calculées à partir de l’approximation de Kirchhoff en bande C pour des incidences particulières : 0°, 20°, 35° et 50° en fonction de la vitesse du vent exprimée en ms^{-1}

où $S_2(\mathbf{r}) = \langle (\eta(\mathbf{r}) - \eta(0))^2 \rangle$ (cf. chapitre 3). Sous ces hypothèses, la NRCS s’exprime alors par :

$$\sigma^0 = \frac{|\mathbb{K}|^2}{Q_z^2} \int \frac{d\mathbf{r}}{\pi} e^{i\mathbf{Q}_H \mathbf{r}} e^{-Q_z^2 S_2/2} \quad (4.2.15)$$

Dans ce manuscrit, nous limitons pour les comparaisons de données à la NRCS omnidirectionnelle. Pour un spectre omnidirectionnel (dans ce cas là : $S_2(\mathbf{r}) = S_2(r)$), une intégration angulaire peut être réalisée préalablement et :

$$\sigma^0 = 2 \frac{|\mathbb{K}|^2}{Q_z^2} \int_0^\infty dr J_0(Q_H r) e^{-Q_z^2 S_2(r)/2} \quad (4.2.16)$$

où J_0 est la fonction de Bessel à l’ordre 0. La NRCS obtenue est alors omnidirectionnelle.

Pour un spectre directionnel, σ^0 dépend de la direction ϕ entre \mathbf{Q}_H et le vent, autrement dit : $\sigma^0 = \sigma^0(Q_H, \phi)$. La version omnidirectionnelle de la NRCS est obtenue par moyenne azimutale (cf. equation (4.1.11)). En général, il est supposé pour simplifier les calculs que la NRCS omnidirectionnelle est obtenue en appliquant la formule 4.2.16 au spectre omnidirectionnel :

$$\sigma_{\text{omni}}^0 = 2 \frac{|\mathbb{K}|^2}{Q_z^2} \int_0^\infty dr J_0(Q_H r) e^{-Q_z^2 S_2^{\text{omni}}(r)/2} \quad (4.2.17)$$

Nous avons vérifié (table 4.1) que cette hypothèse est une très bonne approximation.

La modélisation de la NRCS au nadir ne se limite pas à l’approximation de Kirchhoff. En effet, en utilisant des approximations valables au nadir seulement d’autres modèles de diffusion ont été développés afin de simplifier le calcul de la NRCS en incidence normale et dans une région proche. C’est le cas de l’optique géométrique et de l’optique géométrique corrigée des effets de courbure de la surface appelée GO4.

4.3 Optique Géométrique

La NRCS de l'approximation Kirchhoff dans le cas omnidirectionnel s'exprime selon la formule 4.2.15. Pour des petites distances \mathbf{r} , la différence des hauteurs de la surface peut être approchée par un terme proportionnel au gradient des pentes. Ces calculs ont déjà été détaillés dans le chapitre précédent. Ainsi, il a été démontré dans ce même chapitre que la fonction de structure dans le cas omnidirectionnel est proportionnelle à la mss totale via la relation suivante :

$$S_2^{\text{omni}} = \frac{r^2}{2} \text{mss}_T \quad (4.3.18)$$

Nous pouvons alors établir une nouvelle expression pour la NRCS au nadir :

$$\sigma^0 \simeq \frac{|\mathbb{K}|^2}{Q_z^2} \int \frac{d\mathbf{r}}{\pi} e^{i\mathbf{Q}_H(\mathbf{r})} \exp\left(-\frac{Q_z^2 r^2 \text{mss}_T}{4}\right) \quad (4.3.19)$$

Cette expression fait intervenir la transformée de Fourier d'une gaussienne. Ainsi, après calcul, l'expression de la NRCS omnidirectionnelle peut donc se mettre sous la forme classique de l'optique géométrique (Barrick, (Barrick, 1968b)) :

$$\sigma_{GO}^0 = \frac{|R|^2}{\text{mss} \cos^4(\theta)} \exp\left(-\frac{\tan^2(\theta)}{\text{mss}}\right), \quad (4.3.20)$$

où R représente le coefficient de réflexion classique de Fresnel.

En raison de sa simplicité, le modèle de diffusion de l'optique géométrique est très utilisé pour modéliser la NRCS en incidence normale. Cependant, ce modèle est limité à la région proche nadir. Pour étendre le domaine de validité du GO, une correction en $\tan(\theta)^4$ est introduite. Afin d'obtenir ce résultat, nous devons rappeler que la fonction de structure omnidirectionnelle peut s'écrire à partir de la fonction d'autocorrélation calculée à partir du spectre omnidirectionnel. En utilisant un développement à l'origine de la fonction de Bessel d'ordre 0 :

$$J_0(kr) = 1 - \frac{(kr)^2}{4} + \frac{(kr)^4}{64} \quad (4.3.21)$$

Et en l'injectant dans l'expression de la fonction d'autocorrélation omnidirectionnelle, nous pouvons écrire :

$$\rho(r) - \rho(0) = \int \left[-\frac{(kr)^2}{4} + \frac{(kr)^4}{64} \right] S_{\text{omni}} dk \quad (4.3.22)$$

Cette équation nous permet finalement d'écrire la différence $\rho(r) - \rho(0)$ à partir de la relation suivante :

$$\rho(r) - \rho(0) = -\frac{1}{2} \text{mss} \frac{r^2}{2!} + \frac{3}{8} \text{mss} \frac{r^4}{4!} \quad (4.3.23)$$

où mss est la mss totale :

$$\text{mss} = \int_{\mathbb{R}^2} k^2 S(\mathbf{k}) d\mathbf{k} = \int_0^\infty k^2 S(k) dk \quad (4.3.24)$$

Et la msc est la courbure moyenne de la surface :

$$\text{msc} = \int_{\mathbb{R}^2} k^4 S(\mathbf{k}) d\mathbf{k} = \int_0^\infty k^4 S(k) dk \quad (4.3.25)$$

Cette différence peut maintenant être remplacée dans l'expression de la NRCS dans l'approximation de Kirchhoff :

$$\sigma^0 = \frac{|\mathbb{K}|^2}{Q_z^2} \int d\mathbf{r} e^{i\mathbf{Q}_H \mathbf{r}} e^{-\text{mss} Q_z^2 r^2 / 4} \left[1 + \frac{3}{8} \text{msc} \frac{r^4}{4!} \right] \quad (4.3.26)$$

Le terme d'ordre 4 de l'exponentielle a été linéarisé puisqu'il reste faible autour de 0. Après intégration de cette expression, la NRCS peut s'écrire :

$$\sigma_{GO4}^0 = \sigma_{GO}^0 \left(1 + \frac{\text{msc}}{4 Q_z^2 \text{mss}^2} \left(\frac{\tan^4 \theta}{\text{mss}^2} - 4 \left(\frac{\tan^2 \theta}{\text{mss}} \right) + 2 \right) \right) \quad (4.3.27)$$

En incidence normale, c'est à dire $\tan \theta = 0$, $\sigma_{GO4}^0 = \sigma_{GO}^0 \left(1 + \frac{\chi}{4} \right)$ où $\chi = \frac{2 \text{msc}}{Q_z^2 \text{mss}^2}$. Cette expression est équivalente à celle développée par Fuks (Fuks, 2008) lorsqu'il développe l'optique géométrique corrigée des effets de diffraction dans le cas omnidirectionnel en incidence normale. L'expression 4.3.27 de la NRCS dans l'approximation GO4 dépend non seulement de la mss, de la bande et de l'incidence mais aussi de la courbure moyenne de la surface. La somme des termes en $\tan^4 \theta$ et $\tan^2 \theta$ est négative ce qui va induire une plus forte décroissance de la NRCS avec l'incidence par rapport à la NRCS calculée à partir de l'optique géométrique classique.

L'analyse des modèles de diffusion dans la région nadir et leur comparaison avec des données a déjà été réalisée dans de nombreuses études (ref). Il a été alors montré que l'optique géométrique peut s'utiliser jusqu'à des incidences de 10° environ. Dans cette région, ce modèle est trouvé équivalent à l'approximation de Kirchhoff. Toutefois, la décroissance de la NRCS avec l'angle d'incidence n'est pas assez forte pour pouvoir utiliser ce modèle à des incidences modérées. L'approximation GO4 semble corriger cet aspect puisque ce modèle va accroître la décroissance de la NRCS. Afin de comparer les performances des approximations GO et GO4 au modèle de référence, un exemple de NRCS est tracé pour chaque approximation en bande Ka et pour un vent de 10 m s^{-1} dans la figure 4.2. Nous avons utilisé deux spectres usuels présentés au cours du premier chapitre : le spectre d'Elfouhaily et le spectre de Kudryavtsev. Une première analyse de la figure 4.2 permet de confirmer que l'optique géométrique est une bonne approximation de l'approximation de Kirchhoff pour des incidences de 0° à 10° quelque soit le spectre utilisé. En ce qui concerne l'approximation GO4, la qualité des résultats diffère d'un spectre à l'autre. En effet, bien que ce modèle accentue la décroissance de la NRCS avec l'incidence, la dépendance de la NRCS avec la courbure moyenne de la surface (qui est le quatrième moment du spectre des hauteurs cf. chapitre 1) engendre des décroissances plus ou moins importantes. Les deux spectres que nous étudions possèdent des caractéristiques bien différentes notamment en terme de msc. Si leurs mss sont assez proches, ce qui permet d'obtenir des résultats équivalents pour l'approximation GO, il existe un rapport 4 entre les

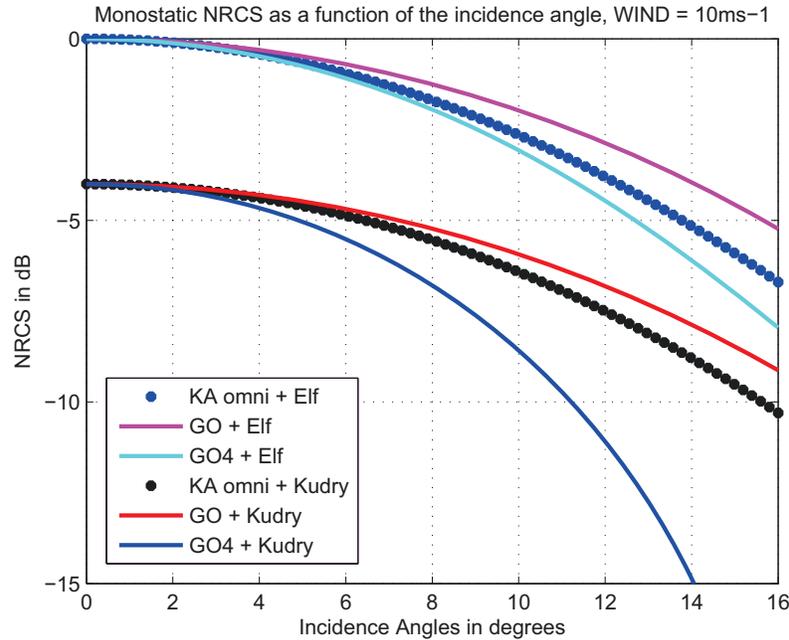


FIGURE 4.2 – NRCS relative omnidirectionnelle (dB) en bande Ka d’après les modèles KA, GO and GO4 pour un vent de 10ms^{-1} . Deux spectres omnidirectionnels ont été utilisés : les modèles de spectres d’Elfouhaily (Elf) et de Kudryavtsev (Kudry). Pour plus de lisibilité, un offset de -4dB a été appliqué aux courbes obtenues à partir du spectre de Kudryavtsev.

msc de ces deux spectres. La plus forte msc du spectre de Kudryavtsev induit une trop forte décroissance de la NRCS avec l’incidence. Les résultats obtenus à partir du spectre d’Elfouhaily permettent d’étendre le domaine de validité jusqu’à des angles 14° . Les caractéristiques du spectre de mer impactent donc fortement la modélisation de la NRCS dans l’approximation GO4 ce qui rend son utilisation difficile.

Malgré une formulation très simple, le modèle GO est trop limité en incidences. La dépendance du GO4 à la courbure moyenne de la surface rend difficile l’utilisation de ce modèle pour la modélisation de la NRCS au nadir. L’approximation de Kirchhoff est alors préférée comme modèle de diffusion des ondes électromagnétiques au nadir.

4.4 Statistiques non gaussiennes de la surface de la mer

Le problème des effets non-gaussiens dans la zone nadir est bien connu car il est à l’origine du biais d’état de mer ("sea state bias") en altimétrie ((Srokosz, 1986), (Glazman and Srokosz, 1991), (Elfouhaily et al., 1999)).

Chapron et al. (Chapron et al., 2000) insistent sur l’importance de considérer les

effets non gaussiens dans la distribution des pentes afin de modéliser correctement la NRCS dans la zone nadir. Les auteurs établissent un modèle de distribution en considérant la surface de mer comme un processus aléatoire composite. Ils prennent en compte la non stationnarité de la surface de mer en supposant des variations aléatoires de la variance des pentes entre différents patches de la surface considérés localement gaussiens. Ils montrent que le terme correctif de la distribution des pentes par rapport à la distribution gaussienne peut être interprété comme le kurtosis des pentes qui traduit la présence de plus fortes pentes que ce que prévoit la loi normale. Par cette approche, les auteurs arrivent à expliquer les forts niveaux de kurtosis mesurés par CM.

Hauser et al. (Hauser et al., 2008) reprennent cette démarche et l'étendent aux cas bidimensionnel. Suivant le même principe, ils développent un modèle de distribution des pentes en supposant la non stationnarité de la surface. Les auteurs montrent alors que le logarithme de cette distribution s'écrit comme un polynôme de puissance 4 des pentes directionnelles :

$$\log(P(\eta_\phi)) = A\eta_\phi^4 + B\eta_\phi^2 + C \quad (4.4.28)$$

où η_ϕ est la pente locale dans la direction d'observation. Les coefficients A, B et C sont alors déterminés à partir des données STORM. Analytiquement, ces coefficients dépendent du kurtosis des pentes. Ce paramètre peut alors être évalué directement à partir des données expérimentales par le rapport A/B^2 .

Dans l'approche que nous proposons, nous ne considérons pas les effets non stationnaires de la surface. Dans la région nadir, nous incluons les effets non gaussiens dans l'approximation de Kirchhoff.

Dans le chapitre précédent, il a été montré que la fonction caractéristique de la différence des élévations peut s'exprimer à partir du développement en cumulants. La NRCS dans l'approximation de Kirchhoff peut alors s'écrire :

$$\sigma^0 \simeq \frac{|\mathbb{K}|^2}{Q_z^2} \int_0^{+\infty} \frac{dr}{\pi} e^{-i\mathbf{Q}_H \cdot \mathbf{r}} e^{-Q_z^2 K_2/2 - iQ_z^3 K_3/6 + Q_z^4 K_4/24} \quad (4.4.29)$$

où S_3 et S_4 sont les fonctions de skewness et de kurtosis introduit dans le deuxième chapitre de ce manuscrit. Ainsi développée, cette expression de la NRCS permet de tenir compte des aspects non gaussiens de la surface de la mer en supposant que ceux ci se limitent aux effets de skewness et du kurtosis. Même si nous avons montré dans le deuxième chapitre que la fonction de skewness est essentielle pour traduire les effets d'asymétrie upwind/downwind, elle a un impact négligeable dans la NRCS omnidirectionnelle. En effet, pour des petits paramètres de skewness $Q_z^3 S_3$, l'exponentielle correspondante peut se linéariser :

$$\sigma^0 = 2 \frac{|\mathbb{K}|^2}{Q_z^2} \int dr e^{-Q_z^2 S_2/2 + Q_z^4 (S_4 - 3S_2^2)/24} \left[1 - iQ_z^3 S_3/6 \right] \quad (4.4.30)$$

Lors de l'intégration de cette expression sur toutes les directions azimutales, la contribution de la fonction S_3 s'annule par symétrie. Ainsi, la contribution de la fonction

de skewness dans la NRCS omnidirectionnelle est négligeable. L'expression omnidirectionnelle (4.4.30) s'écrit alors :

$$\sigma_{\text{omni}}^0 = 2 \frac{|\mathbb{K}|^2}{Q_z^2} \int dr r J_0(Q_H r) e^{-Q_z^2 S_2/2 + Q_z^4 (S_4 - 3S_2^2)/24} \quad (4.4.31)$$

La prise en compte des non linéarités de la surface s'effectue par le biais de la fonction de kurtosis omnidirectionnelle.

Nous avons proposé une forme pour la fonction de kurtosis omnidirectionnelle S_4 inspirée de son comportement à l'origine :

$$S_4 = \lambda_{\text{omni}} S_2^2 \quad (4.4.32)$$

où λ_{omni} représente l'excès de kurtosis omnidirectionnel. La valeur de cet excès de kurtosis omnidirectionnel peut être déterminée à partir des mesures de Cox et Munk puisqu'il s'exprime à partir de la somme des kurtosis des pentes définis par Cox et Munk (cf. equation 3.8.85) :

$$\lambda_{\text{omni}} = \frac{3}{8} [\lambda_{40} + 2\lambda_{22} + \lambda_{04}] \quad (4.4.33)$$

Le comportement de cette fonction reste inconnu pour les plus grandes distances. Cependant, il n'est pas nécessaire de le déterminer avec précision puisque dans l'intégrale de Kirchhoff c'est le comportement de la fonction de kurtosis près de l'origine qui "pèse" le plus. L'intégrale de Kirchhoff est éteinte au bout de quelques longueurs d'onde radar avant que le comportement de la fonction de kurtosis aux grandes échelles n'entre en jeu.

Toutefois, nous pouvons supposer que l'expression de la fonction de kurtosis définie par (4.4.32) reste toujours valable jusqu'à des distances de 30 cm. En effet, les résultats de CM montrent que les petites vagues (c'est à dire dont la longueur d'onde est inférieure à 30 cm) ont peu d'influence sur l'excès de kurtosis donc sur le rapport S_4/S_2^2 . Le kurtosis des pentes reste le même pour une distribution des pentes totale ou tronquée des petites échelles. Nous pouvons alors interpréter cette remarque en terme de différence de hauteurs de la surface et conclure que ce rapport reste constant jusqu'à des distances de 30 cm. Ainsi, le comportement (4.4.32) peut être prolongé jusqu'à 30 cm. De plus, d'autres études ((Caulliez and Guérin,)) plus récentes effectuées en bassin tendent à confirmer cette hypothèse puisqu'il a été montré que la relation (4.4.32) est toujours valable pour des distances inférieures à $\simeq 1/20$ environ de la vague dominante.

L'équation 4.4.31 a été obtenue à partir d'un développement en cumulants tronqué à l'ordre 4. Il est alors important de spécifier le domaine de validité de cette expression. En effet, ce développement n'est valable que si le terme quartique $\frac{Q_z^4 K_4}{24}$ est une correction du terme principal $\frac{Q_z^2 S_2}{2}$, autrement dit :

$$\frac{Q_z^4 K_4}{24} \ll \frac{Q_z^2 S_2}{2} \quad (4.4.34)$$

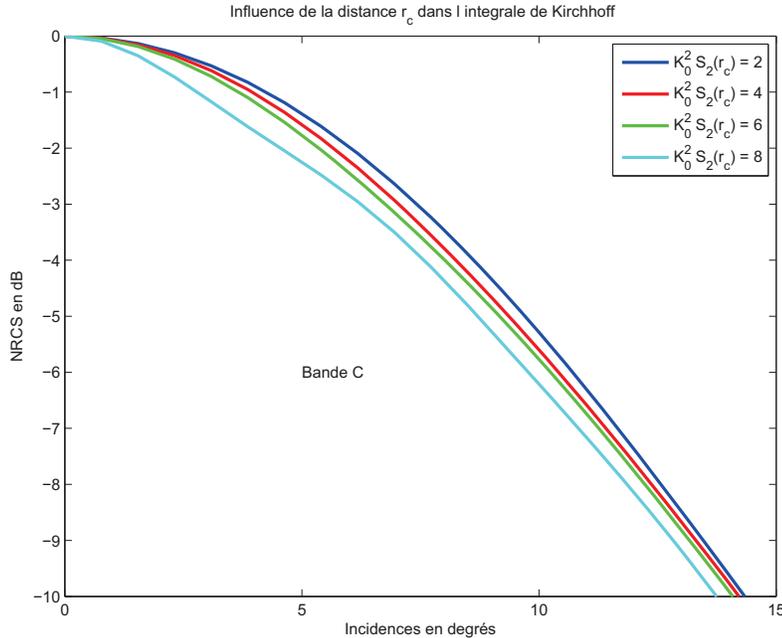


FIGURE 4.3 – Etude de l’influence de la distance de cut-off r_c sur la modélisation de la NRCS au nadir pour un vent de 10ms^{-1} en bande C

Sachant que $K_4 = \lambda_{\text{omni}} S_2^2$ et que $\lambda_{\text{omni}} \simeq 0.4$ si les mesures de Cox et Munk font référence, cette condition devient $Q_z^2 S_2 \ll 30$. Cette étude porte seulement sur la région proche nadir où il peut être alors considéré que $Q_z^2 \simeq 4K_0^2$. Finalement, la correction apportée par le développement en cumulants reste faible tant que $K_0^2 S_2^2 \ll 8$ où K_0 est le nombre d’onde du vide. Cette condition nous impose alors une distance de coupure r_c . D’un point de vue numérique, nous prenons en compte cette condition via une fonction de coupure que nous choisissons arbitrairement gaussienne pour plus de simplicité :

$$S_4 \simeq \lambda_{\text{omni}} S_2^2 H(r) \quad (4.4.35)$$

où $H(r) = \exp(-r^2/r_c^2)$. La distance de coupure r_c est ajustée numériquement et finalement définie par $K_0^2 S_2(r_c) = 2$. Dans ce cas là, la condition définie par l’équation 4.4.34 est bien vérifiée.

Il est ensuite nécessaire de tester la sensibilité de la modélisation de la NRCS à cette distance de coupure. Nous avons testé plusieurs conditions de cut-off : $K_0^2 S_2(r_c) = 2, 4, 6, 8$ dans chaque bande électromagnétique afin de vérifier que la variation de la NRCS en fonction du cut-off r_c reste faible. Les résultats sont présentés dans les figures 4.3, 4.4 et 4.5 pour la bande C, Ku et Ka respectivement. Nous avons choisi un vent moyen de 10ms^{-1} pour réaliser notre étude.

De l’analyse des trois figures, il semble déjà que la condition $K_0^2 S_2(r_c) = 8$ est excessive puisqu’elle induit une déformation exagérée de la NRCS. Les différences entre les trois autres courbes paraissent relativement faibles : inférieure à 0.5 dB en bande C, inférieure à 0.6 dB en bande Ku et inférieure à 0.4 dB en bande Ka. Au vu des faibles différences observées, nous pouvons fixer la condition de cut-off à

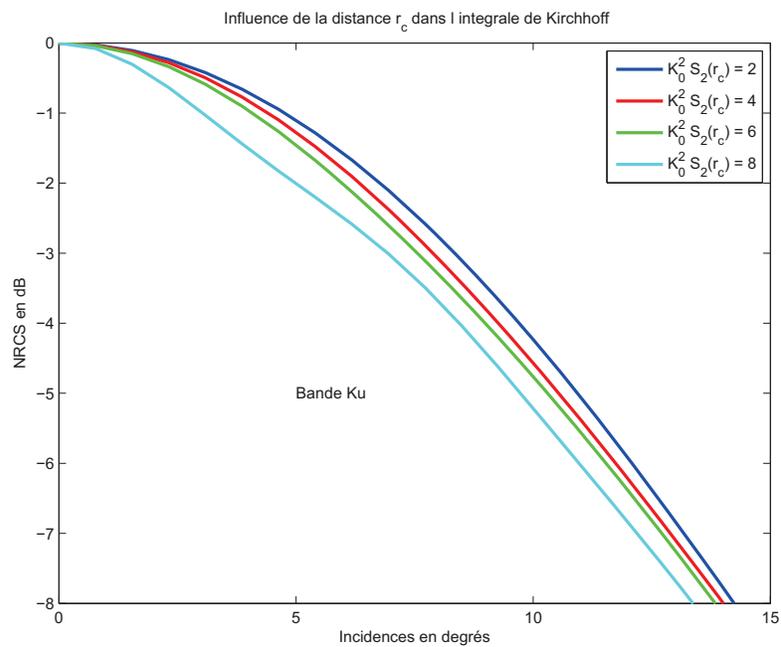


FIGURE 4.4 – Etude de l’influence de la distance de cut-off r_c sur la modélisation de la NRCS au nadir pour un vent de 10ms^{-1} en bande Ku

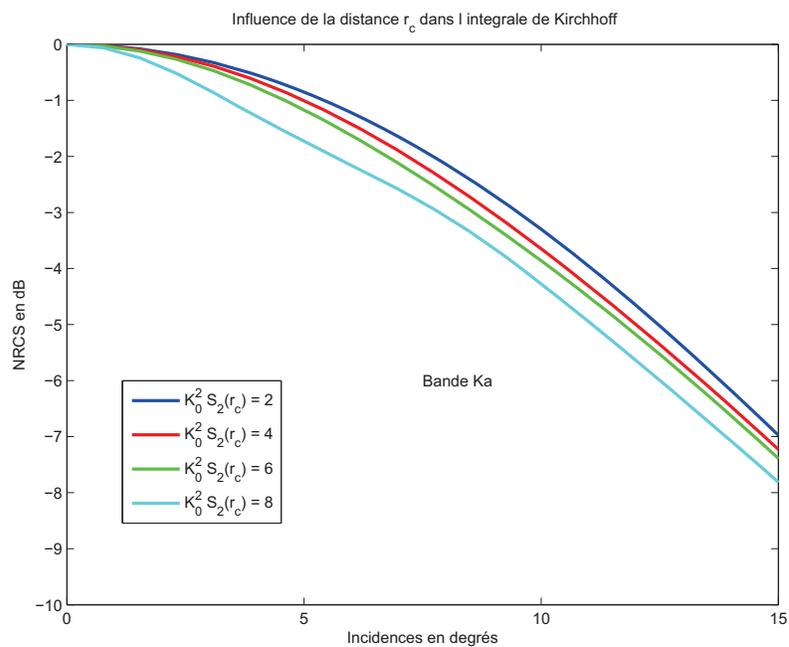


FIGURE 4.5 – Etude de l’influence de la distance de cut-off r_c sur la modélisation de la NRCS au nadir pour un vent de 10ms^{-1} en bande Ka

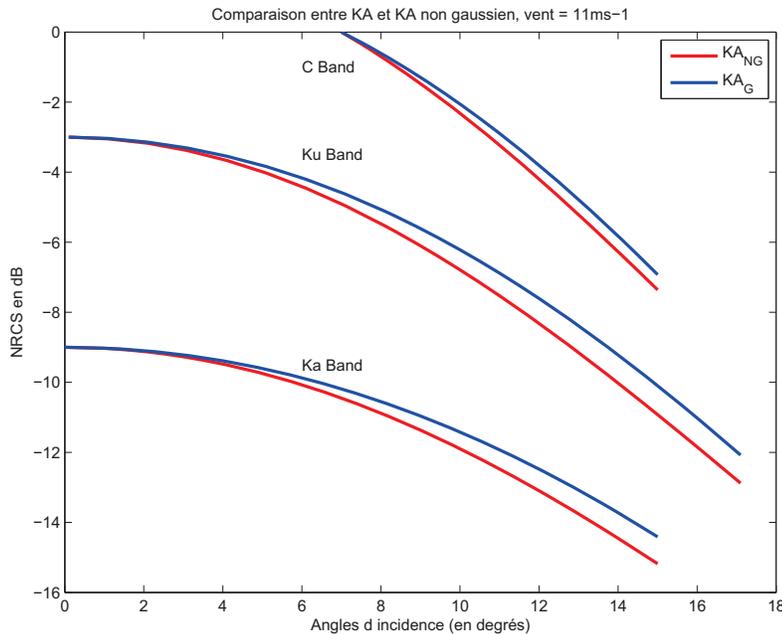


FIGURE 4.6 – Etude de la correction non gaussienne de l’approximation de Kirchhoff en bande C, Ku et Ka pour un vent de 11 ms^{-1} avec l’utilisation du spectre d’Elfouhaily

$K_0^2 S_2(r_c) = 2$ pour la suite de notre étude.

Afin de compléter notre analyse, nous pouvons également étudier l’influence de la forme de la fonction de cut-off sur la modélisation de la NRCS. En effet, par simplicité, nous avons choisi une fonction de forme gaussienne. Cependant, une fonction de type exponentielle aurait aussi bien pu être utilisée. Après analyse, il semble que la différence entre ces deux types de fonction cut-off soit négligeable.

4.5 Comparaison entre les modèles de diffusion gaussiens et non gaussien

Afin de visualiser l’impact de la correction non gaussienne apportée à l’approximation de Kirchhoff, nous comparons ces deux versions de l’approximation de Kirchhoff dans les figures 4.6 et 4.7. Le kurtosis omnidirectionnel des pentes a été choisi en accord avec les résultats de CM et donc égal à 0.4.

Nous avons utilisé les modèles de spectre de mer classiques d’Elfouhaily 4.6 et de Kudryavstev 4.7. L’analyse de ces figures permet d’affirmer que la correction non gaussienne a un impact non négligeable dans la modélisation de la NRCS puisqu’elle permet d’accentuer la décroissance de la NRCS gaussienne. Une différence de 0.5 dB, 0.8 dB et 0.7 dB en bande C, Ku et Ka respectivement est observée aux plus grandes incidences (supérieures à 10^8 circ) entre les deux modélisations de la NRCS

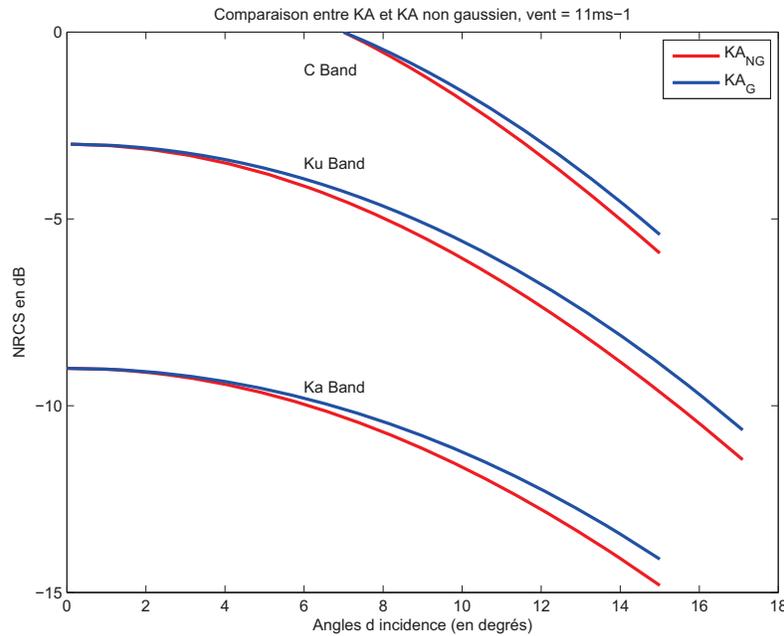


FIGURE 4.7 – Etude de la correction non gaussienne de l’approximation de Kirchhoff en bande C, Ku et Ka pour un vent de 11 ms^{-1} avec l’utilisation du spectre de Kudryavtsev

pour les deux spectres de mer.

4.6 Etude de la NRCS en fonction de la vitesse du vent

Il est également intéressant d’étudier la variation de la NRCS en fonction de la vitesse du vent pour une incidence fixée. Nous allons comparer les versions gaussiennes et non gaussiennes de l’approximation de Kirchhoff pour une incidence de $\theta = 14^\circ$ pour des vitesses de vent de 5 ms^{-1} à 15 ms^{-1} . Nous avons attribué à l’excès de kurtosis omnidirectionnel des pentes la valeur de référence de CM soit 0.4. Cette étude est menée pour chacun des deux spectres utilisés (4.8 pour le spectre d’Elfouhaily et 4.9 pour le spectre de Kudryavtsev). L’analyse de ces figures permet de mettre en évidence que la correction non gaussienne apportée à l’approximation de Kirchhoff diminue le niveau de la NRCS d’environ 0.7 dB pour chaque bande et à tous les vents.

4.7 Conclusion

Une comparaison des deux expressions de la NRCS dans l’approximation de Kirchhoff a été réalisée et a permis de montrer que la correction non gaussienne a un impact non négligeable dans la modélisation de la NRCS aux faibles incidences

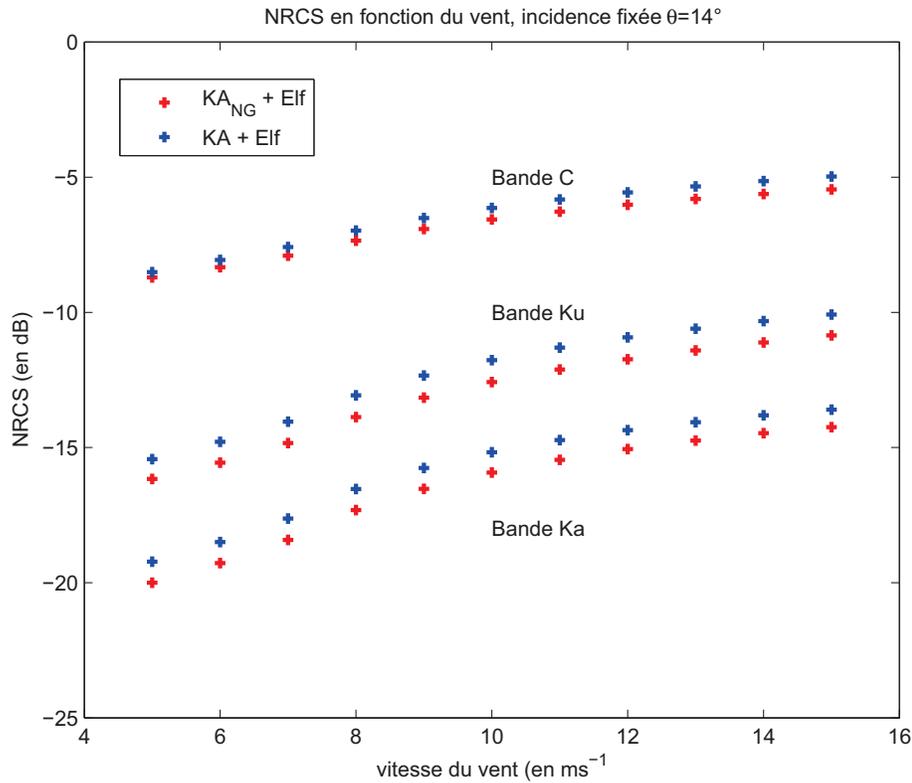


FIGURE 4.8 – Etude de la variation de la NRCS de l’approximation de Kirchhoff gaussienne (points bleus) et non gaussienne (points rouges) avec la vitesse du vent en utilisant le spectre d’Elfouhaily. L’excès de kurtosis omnidirectionnel des pentes est égal à la valeur de référence de CM (0.4). L’incidence est fixée à $\theta = 14^\circ$. Les bandes Ku et Ka ont été diminuées de 5 dB et 10 dB respectivement afin de rendre la figure plus lisible.

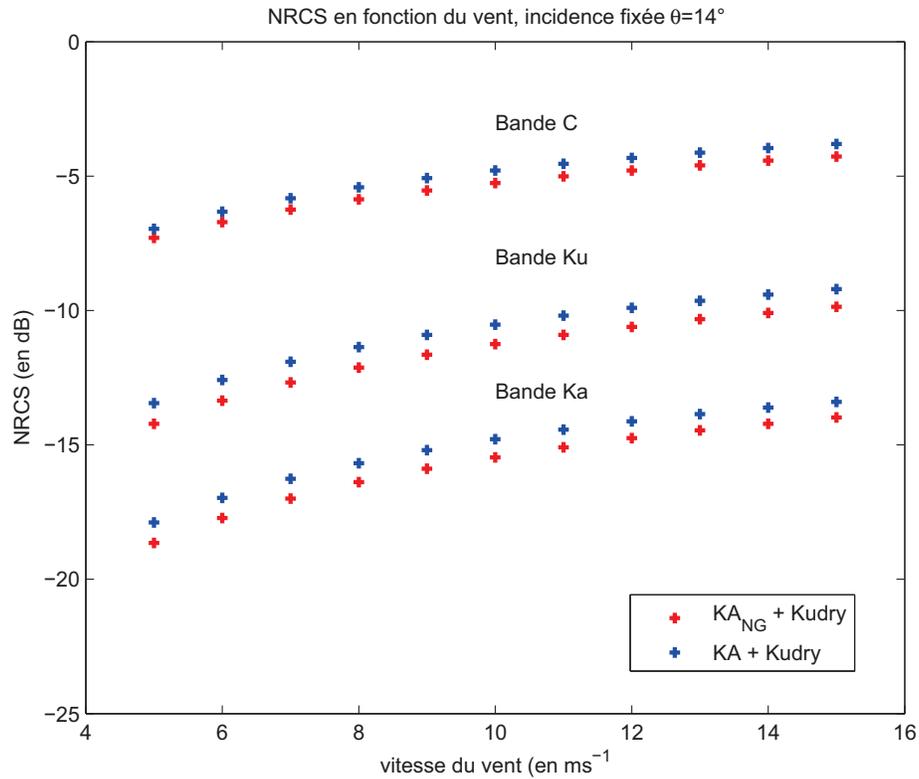


FIGURE 4.9 – Etude de la variation de la NRCS de l’approximation de Kirchhoff gaussienne (points bleus) et non gaussienne (points rouges) avec la vitesse du vent en utilisant le spectre de Kudryavtsev. L’excès de kurtosis omnidirectionnel des pentes est égal à la valeur de référence de CM (0.4). L’incidence est fixée à $\theta = 14^\circ$. Les bandes Ku et Ka ont été diminuées de 5 dB et 10 dB respectivement afin de rendre la figure plus lisible.

et qu'il est donc indispensable d'utiliser un modèle non gaussien. Le même travail reste à faire pour établir une version non gaussienne d'un modèle de diffusion unifié afin de modéliser correctement la NRCS aux grandes incidences.

Chapitre 5

Modèle de diffusion à grandes incidences

Une première étape dans l'inclusion des non gaussianités dans les modèles de diffusion a été atteinte au cours du chapitre précédent où une modification a été apportée à l'approximation de Kirchhoff permettant de prendre en compte les effets de skewness et de kurtosis dans la modélisation de la NRCS au nadir. Il a été alors montré que l'utilisation des statistiques non gaussiennes de la surface dans les modèles de diffusion ont un impact non négligeable dans la modélisation au nadir. Ainsi, pour compléter cette étude aux plus grandes incidences, une version non gaussienne des modèles unifiés de diffusion doit être établie. La prise en compte des statistiques non gaussiennes dans les modèles de diffusion a déjà été abordée par exemple dans le contexte des approximations de KA ((Fung and Chen, 1991)), SSA ((Bourlier, 2004), (Nouguier et al., 2010)), LCA et RCA ((Mouche et al., 2007)).

5.1 Choix du modèle unifié

Pour modéliser la NRCS aussi bien aux incidences faibles qu'aux plus grandes incidences, un modèle unifié doit être utilisé. Au cours du deuxième chapitre, nous avons présenté sommairement les différents modèles unifiés développés ces dernières années. La formulation de la NRCS dans les modèles LCA ((Elfouhaily et al., 2003)) et SSA ((Voronovich, 1994a), (Voronovich, 1994b), (Voronovich, 1985)) ne se prête pas facilement à la prise en compte des statistiques non gaussiennes de la surface de mer. Ces deux modèles ne sont donc pas retenus dans le cadre de notre étude. Le modèle GO-SSA ((Soriano and Guérin, 2008)) est un modèle deux échelles dont la séparation entre grandes et petites échelles n'a pas d'influence sur la modélisation de la NRCS. Des comparaisons numériques ont été réalisées avec le modèle WCA dans l'article (Guérin et al., 2010). Les auteurs montrent alors que les NRCS issues de ces deux modèles sont équivalentes en polarisation verticale et horizontale pour des incidences inférieures à 60° . Le modèle WCA est alors préféré au vu de sa formulation statistique commode pour l'inclusion des statistiques non gaussiennes de la surface.

Mouche et al. proposent un autre modèle unifié RCA ((Mouche et al., 2007)) en se basant sur les travaux d'Elfouhaily et al. pour le modèle LCA ((Elfouhaily et al.,

2003)) et de Voronovich et al. pour le modèle SSA. Guerin et al. (Guérin et al., 2010) montrent que la NRCS dans le modèle peut se mettre sous la forme d'une somme de la NRCS dans l'approximation de kirchhoff et d'une correction notée σ_{12} qui est définie par :

$$\sigma_{12} = 2 \Re \left[\mathbb{K} \int d\mathbf{r} e^{-i\mathbf{Q}_H \mathbf{r}} \left[e^{-Q_z^2(\rho_0 - \rho(r))} - e^{-Q_z^2 \rho_0} \right] \int d\mathbf{k} \mathbb{M}^*(\mathbf{k}) \Gamma(\mathbf{k}) \left[e^{i\mathbf{k} \mathbf{r}} - 1 \right] \right] \quad (5.1.1)$$

où ρ est la fonction d'autocorrélation définie dans le premier chapitre et \mathbb{M} est le noyau propre au modèle RCA. L'astérisque symbolise le conjugué. Ce noyau est défini par

$$\mathbb{M}(\mathbf{k}) = (\mathbb{B} - \mathbb{K}) \phi(\mathbf{k}) \quad (5.1.2)$$

Où $\phi(\mathbf{k})$ est un filtre autour de la fréquence de Bragg. Dans la version originale, ce filtre est en fait un dirac. Lors de l'implémentation numérique du modèle RCA, ϕ est modélisé par une gaussienne étroite de largeur α :

$$\phi(\mathbf{k}) = e^{-\alpha|\mathbf{k} - \mathbf{Q}_H|^2} + e^{-\alpha|\mathbf{k} + \mathbf{Q}_H|^2} \quad (5.1.3)$$

Ce paramètre α qui régit la largeur de la gaussienne est introduit arbitrairement et sa valeur est ajustée. La modélisation de la NRCS, et notamment en polarisation verticale, dépend fortement de ce paramètre comme cela est illustré dans l'article (Guérin et al., 2010). La figure de cet article est ajoutée à ce manuscrit pour clarifier les commentaires. Sur cette figure 5.1, deux largeurs de gaussienne ont été testées pour le modèles RCA : $\alpha = 4 \cdot 10^{-4}$ et $\alpha = 16 \cdot 10^{-4}$. Pour la polarisation verticale, les NRCS des différents modèles unifiés (SSA, WCA, RCA) sont relativement équivalentes. Peu de différences est observée entre les deux paramétrisations de RCA. En revanche, en polarisation horizontale, la modélisation de la NRCS dépend fortement de ce paramètre de filtre. En effet, pour $\alpha = 4 \cdot 10^{-4}$, la NRCS issue du modèle RCA est alors équivalente à celle du modèle WCA. Alors que pour la deuxième valeur $\alpha = 16 \cdot 10^{-4}$, le niveau de la NRCS est plus haut que celui modélisé par les autres modèles unifiés. Ce fort niveau de la NRCS en polarisation horizontale est nécessaire pour retrouver le niveau mesuré expérimentalement. De plus, grâce à cette meilleure modélisation la NRCS en polarisation horizontale, les rapports de polarisation, généralement trop forts, seront améliorés et en accord avec les rapports expérimentaux comme l'illustrent Mouche et al ((Mouche, 2007)). Toutefois, l'ajustement de ce paramètre n'est pas clair. Nous avons donc choisi pour notre étude d'utiliser un modèle unifié purement théorique : WCA tout en connaissant ses limites de modélisation de la NRCS en polarisation horizontale notamment. Il semble que les différences observées dans cette polarisation entre modèle et mesures soient dues à la modélisation de la surface de mer puisque des comparaisons concluantes avec la méthode des moments ont été effectuées. Afin de s'affranchir de ce problème, nous avons alors choisi de reposer notre étude seulement sur la polarisation verticale où des différences sont déjà observables.

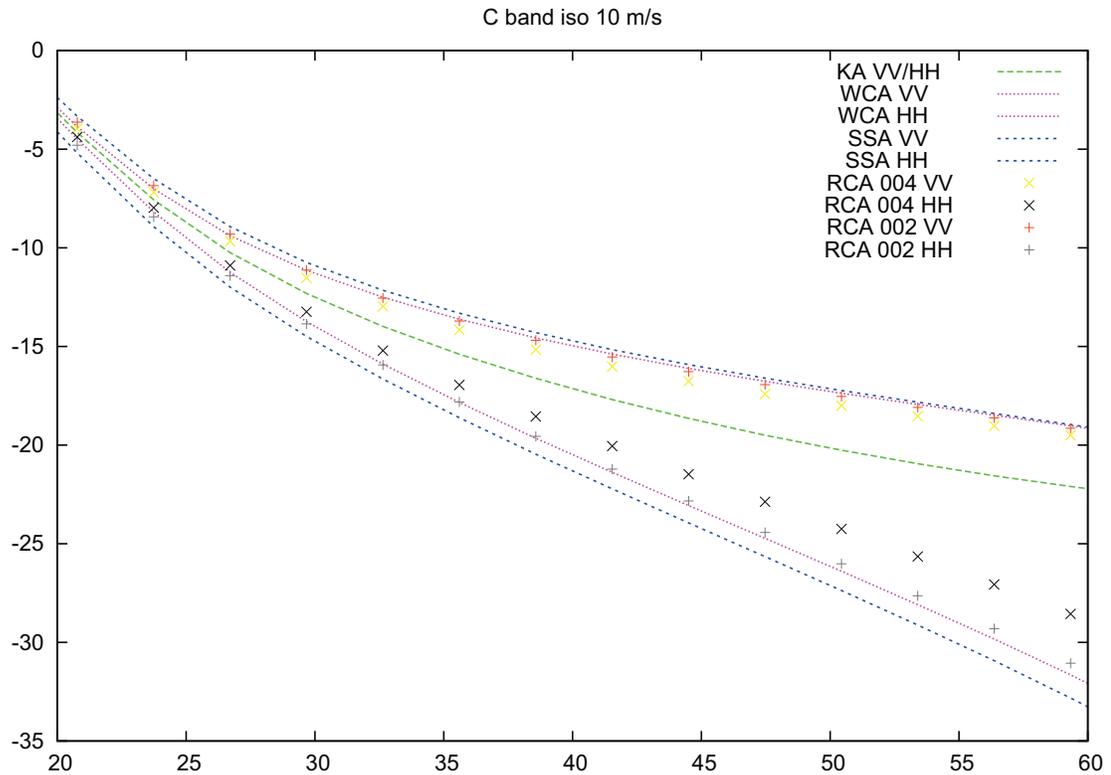


FIGURE 5.1 – Figure extraite de l'article (Guérin et al., 2010). Comparaison des NRCS en polarisation verticale et horizontale pour différents modèles de diffusion : l'approximation de Kirchhoff (KA), le modèle SSA, WCA et RCA. Une seule vitesse de vent (10 ms^{-1}) et une seule bande (C) ont été représentées. Deux largeurs de gaussiennes $\alpha = 16 \cdot 10^{-4}$ (croix jaunes et noires) et $\alpha = 4 \cdot 10^{-4}$ ("+" rouges et noires) ont été testées.

5.2 Weighted Curvature Approximation pour des statistiques gaussiennes

Le modèle WCA est une correction de courbure de l'approximation de Kirchhoff. L'amplitude de diffusion associée s'écrit :

$$S_{WCA} = \frac{1}{Q_z} \int \frac{d\mathbf{r}}{(2\pi)^2} \left(\mathbb{K} + \frac{i}{Q_z} \mathbb{T}(\nabla)[\eta] \right) e^{-i\mathbf{Q}_H \mathbf{r}} e^{-iQ_z \eta} \quad (5.2.4)$$

où \mathbb{K} est le noyau de l'approximation de Kirchhoff. Le noyau $\mathbb{T}(\nabla)$ est un opérateur différentiel n'impliquant que des dérivées secondes de la surface de la mer (η). La correction apportée à l'approximation de Kirchhoff est donc un terme proportionnel à la courbure de la surface. La compatibilité de WCA avec les deux théories asymptotiques fondamentales (KA et SPM) impose la forme du noyau $\mathbb{T}(\nabla)$. Cependant, ces contraintes ne sont pas suffisantes pour déterminer de façon unique l'expression de ce noyau.

Toutefois, pour des surfaces linéaires et pour des grandes incidences, la NRCS est quasiment indépendante de la forme du noyau choisi ((Guérin et al., 2010)). Nous choisissons de travailler avec le noyau le plus simple possible dont l'expression est proportionnelle au Laplacien de la surface de la mer :

$$\mathbb{T}(\nabla)[\eta] = (\mathbb{B} - \mathbb{K}) \frac{Q_z^2}{Q_H^2} \Delta \eta := \mathbb{T} \Delta \eta \quad (5.2.5)$$

où \mathbb{B} et \mathbb{K} sont les noyaux de la théorie SPM et de l'approximation de Kirchhoff. Le noyau \mathbb{K} a été défini au chapitre précédent (cf. équation 4.2.12). Quant au noyau \mathbb{B} , il est défini en rétrodiffusion par :

$$\mathbb{B}_{VV} = -2q_0^2 \left[\frac{(\epsilon - 1)}{(\epsilon q_0 + q_0'^2)^2} \right] [q_0'^2 + \epsilon k_0^2] \quad (5.2.6)$$

Et

$$\mathbb{B}_{HH} = -2q_0^2 \left[\frac{(\epsilon - 1)}{(q_0 + q_0'^2)^2} \right] K_0^2 \quad (5.2.7)$$

où ϵ est la permittivité de la mer, $q_0^2 = K_0^2 - k_0^2$, $q_0'^2 = K_0'^2 - k_0^2$, $k_0 = K_0 \sin \theta$, $K_0' = \sqrt{\epsilon} K_0$ et $K_0 = 2 \pi / \lambda_{radar}$;

Sous l'hypothèse d'un processus aléatoire spatialement homogène, les auteurs montrent que la NRCS (σ_{WCA}) peut s'écrire sous la forme d'une somme de 3 termes :

$$\sigma_{WCA} = \sigma_{KA} + \sigma_{12} + \sigma_{22} \quad (5.2.8)$$

où σ_{KA} est la NRCS classique de l'approximation de Kirchhoff (cf. équation 4.2.15). Les deux autres termes de la somme s'écrivent, quant à eux, de la façon suivante :

$$\begin{aligned} \sigma_{12} &= 2\Re \left[\frac{\mathbb{K}^* \mathbb{T}}{Q_z^2} \int d\mathbf{r} e^{-i\mathbf{Q}_H \mathbf{r}} \langle \Delta \eta(\mathbf{r}) e^{iQ_z(\eta(\mathbf{r}) - \eta(\mathbf{0}))} \rangle \right] \\ \sigma_{22} &= \left| \frac{\mathbb{T}}{Q_z^2} \right|^2 \int d\mathbf{r} e^{-i\mathbf{Q}_H \mathbf{r}} \langle \Delta \eta(\mathbf{r}) \Delta \eta(\mathbf{0}) e^{iQ_z(\eta(\mathbf{r}) - \eta(\mathbf{0}))} \rangle \end{aligned} \quad (5.2.9)$$

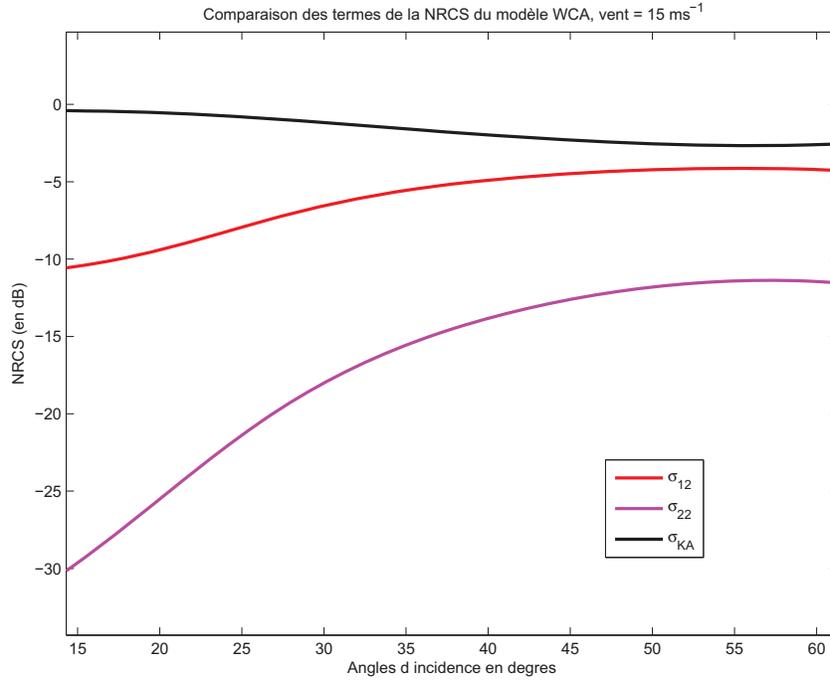


FIGURE 5.2 – Importance des trois termes constituant l'expression de la NRCS omnidirectionnelle du modèle de diffusion WCA sous statistiques gaussienne : σ_{KA} en noir, σ_{12} en rouge et σ_{22} en magenta. Cette figure est représentée pour un vent de 15 m s^{-1} .

où η est l'élévation de la surface, \mathbb{T} est le noyau défini dans l'équation 5.2.5. Les termes σ_{12} et σ_{22} sont les termes correctifs de l'approximation de Kirchhoff. Contrairement au terme σ_{KA} , ces corrections dépendent de la polarisation.

Le terme dominant aux incidences faibles est le seul σ_{KA} alors qu'aux grandes incidences, les termes σ_{12} et σ_{KA} deviennent d'importance équivalente. Le dernier terme de la somme σ_{22} est un terme correctif bien plus faible par rapport aux deux autres. Ce phénomène est illustré sur la figure 5.2 pour un vent de 15 m s^{-1} . Toutefois, ces observations peuvent se généraliser aux différentes vitesses de vent.

Dans le cas de statistiques gaussiennes, les corrélateurs se calculent aisément de la façon suivante :

$$\begin{aligned}
 \sigma_{KA}^0 &= \frac{|\mathbb{K}|^2}{Q_z^2} \int \frac{d\mathbf{r}}{\pi} e^{-i\mathbf{Q}_H \cdot \mathbf{r}} e^{-Q_z^2 S_2/2}, \\
 \sigma_{(12)}^0 &= 2\Re \left[\frac{\mathbb{K}^* \mathbb{T}}{Q_z^2} \int \frac{d\mathbf{r}}{\pi} e^{-i\mathbf{Q}_H \cdot \mathbf{r}} e^{-Q_z^2 S_2/2} (\Delta\rho + \text{mss}) \right], \\
 \sigma_{(22)}^0 &= \frac{|\mathbb{T}|^2}{Q_z^2} \int \frac{d\mathbf{r}}{\pi} e^{-i\mathbf{Q}_H \cdot \mathbf{r}} e^{-Q_z^2 S_2/2} (\Delta^2 \rho - Q_z^2 |\Delta\rho + \text{mss}|^2),
 \end{aligned} \tag{5.2.10}$$

La NRCS omnidirectionnelle du modèle de WCA s'obtient en calculant la forme omnidirectionnelle de chacun des termes. Afin de simplifier les calculs numériques, elles sont directement calculées à partir de la fonction d'autocorrélation liée au spectre omnidirectionnel. Sachant que l'intégration des fonctions type $\Psi(\rho(\mathbf{r}))$ sur toutes les directions azimutales donne :

$$\left[\int d\mathbf{r} e^{-i\mathbf{Q}_H \cdot \mathbf{r}} \Psi(\rho(\mathbf{r})) \right]_{\text{omni}} = 2\pi \int_0^\infty dr J_0(Q_H r) \Psi(\rho_{\text{omni}}(r)) \quad (5.2.11)$$

Nous pouvons ainsi montrer que la NRCS dans le cas omnidirectionnel s'écrit de la façon suivante :

$$\begin{aligned} \sigma_{KA}^{\text{omni}} &= \frac{|\mathbb{K}|^2}{Q_z^2} \int \frac{1}{\pi} J_0(\mathbf{Q}_H \cdot \mathbf{r}) e^{-Q_z^2 S_2/2} r dr, \\ \sigma_{(12)}^{\text{omni}} &= 2\Re \left[\frac{\mathbb{K}^* \mathbb{T}}{Q_z^2} \int \frac{1}{\pi} J_0(\mathbf{Q}_H \cdot \mathbf{r}) e^{-Q_z^2 S_2/2} (\Delta\rho + mss) r dr \right], \\ \sigma_{(22)}^{\text{omni}} &= \frac{|\mathbb{T}|^2}{Q_z^2} \int \frac{1}{\pi} J_0(\mathbf{Q}_H \cdot \mathbf{r}) e^{-Q_z^2 S_2/2} (\Delta^2 \rho - Q_z^2 |\Delta\rho + mss|^2), \end{aligned} \quad (5.2.12)$$

Finalement, la NRCS omnidirectionnelle du modèle de diffusion WCA s'écrit comme la somme de trois termes omnidirectionnels :

$$\sigma_{WCA}^{\text{omni}} = \sigma_{KA}^{\text{omni}} + \sigma_{(12)}^{\text{omni}} + \sigma_{(22)}^{\text{omni}} \quad (5.2.13)$$

5.3 WCA non gaussien

Les comparaisons de la section précédente nous ont amené à considérer que les non linéarités hydrodynamiques peuvent avoir un impact non négligeable dans le niveau de la NRCS omnidirectionnelle. Ces observations ont été effectuées à partir de données en polarisation verticale. Elles sont d'autant plus vérifiées en polarisation horizontale où il est connu que des phénomènes non linéaires impactent fortement le niveau de la NRCS. Nous pouvons citer le déferlement par exemple. Il est donc nécessaire de développer un modèle de diffusion unifié et nécessairement polarisé qui prennent en compte ces effets non gaussiens dans le calcul de la NRCS.

La section précédente nous a permis de rappeler que la NRCS omnidirectionnelle de WCA se compose d'une somme de trois termes. Ces termes impliquent les corrélateurs suivants :

$$\langle e^{iQ_z(\eta-\eta_0)} \rangle_{NG}, \quad \langle \Delta\eta e^{iQ_z(\eta-\eta_0)} \rangle_{NG}, \quad \langle \Delta\eta \Delta\eta_0 e^{iQ_z(\eta-\eta_0)} \rangle_{NG}, \quad (5.3.14)$$

où NG signifie Non Gaussien.

Le premier corrélateur est tout simplement la fonction caractéristique des hauteurs de la surface. Nous avons déjà déterminé sa version non gaussienne. Pour plus de commodité, nous rappelons ici son expression :

$$\langle e^{iQ_z(\eta-\eta_0)} \rangle_{NG} \simeq e^{-Q_z^2 S_2/2 - iQ_z^3 S_3/6 + Q_z^4 (S_4 - 3S_2^2)/24}, \quad (5.3.15)$$

où S_2, S_3 et S_4 représentent la fonction de structure, de skewness et de kurtosis définies précédemment.

La forme non gaussienne du deuxième corrélateur qui intervient dans l'expression du σ_{12}^0 est plus difficile à obtenir. Cependant, la difficulté peut être contournée en réalisant une intégration par partie du type :

$$\begin{aligned} \frac{i}{Q_z} \int d\mathbf{r} e^{-i\mathbf{Q}_H \cdot \mathbf{r}} \langle \Delta\eta e^{iQ_z(\eta-\eta_0)} \rangle = \\ \frac{iQ_H^2}{Q_z^2} \int d\mathbf{r} e^{-i\mathbf{Q}_H \cdot \mathbf{r}} \langle e^{iQ_z(\eta-\eta_0)} \rangle - \int d\mathbf{r} e^{-i\mathbf{Q}_H \cdot \mathbf{r}} \langle |\nabla\eta|^2 e^{iQ_z(\eta-\eta_0)} \rangle \end{aligned} \quad (5.3.16)$$

Le problème se réduit alors à déterminer l'expression non gaussienne du corrélateur : $\langle |\nabla\eta|^2 e^{iQ_z(\eta-\eta_0)} \rangle$. Il est assez facile d'établir l'expression gaussienne de ce corrélateur puisqu'elle s'écrit :

$$\langle |\nabla\eta|^2 e^{iQ_z(\eta-\eta_0)} \rangle_G = \left(mss - Q_z^2 (\nabla\rho)^2 \right) e^{-Q_z^2 S_2/2} \quad (5.3.17)$$

Ou encore :

$$\langle |\nabla\eta|^2 e^{iQ_z(\eta-\eta_0)} \rangle_G = \left(mss - Q_z^2 (\nabla\rho)^2 \right) \langle e^{iQ_z(\eta-\eta_0)} \rangle_G \quad (5.3.18)$$

Ainsi, dans le cas gaussien, les corrélateurs s'expriment comme une fonctionnelle de la fonction d'autocorrélation et de la fonction caractéristique des hauteurs de la surface. Nous pouvons supposer que cette hypothèse reste vraie dans le cas non gaussien. Ainsi, en s'inspirant de la formulation (5.3.18), nous supposons une forme probable pour la version non gaussienne du corrélateur : $\langle |\nabla\eta|^2 e^{iQ_z(\eta-\eta_0)} \rangle$:

$$\langle |\nabla\eta|^2 e^{iQ_z(\eta-\eta_0)} \rangle_{NG} = \mathcal{F} \langle e^{iQ_z(\eta-\eta_0)} \rangle_{NG} \quad (5.3.19)$$

où \mathcal{F} est une fonctionnelle qui peut s'écrire à partir de la fonction d'autocorrélation et des fonctions de skewness et de kurtosis et éventuellement de leurs dérivées. Déterminer l'expression analytique de cette fonctionnelle doit permettre de déduire l'expression non gaussienne du corrélateur $\langle |\nabla\eta|^2 e^{iQ_z(\eta-\eta_0)} \rangle$. La formulation de \mathcal{F} peut s'obtenir en réalisant un développement au voisinage de l'origine de l'équation 5.3.19 et en imposant la compatibilité avec le cas gaussien.

En se plaçant autour de l'origine, nous supposons que les distances r restent suffisamment petites pour approcher la différence des élévations de la surface par les pentes de la surface. Ainsi, chaque corrélateur peut être réexprimé à partir de son développement de Taylor à l'ordre 2 :

$$\begin{aligned} \langle e^{iQ_z(\eta-\eta_0)} \rangle &= -\frac{Q_z^2}{2} \langle (\mathbf{r} \cdot \nabla\eta)^2 \rangle \\ \langle |\nabla\eta|^2 e^{iQ_z(\eta-\eta_0)} \rangle &= mss + iQ_z \langle |\nabla\eta|^2 (\mathbf{r} \cdot \nabla\eta) \rangle \\ &+ \frac{iQ_z}{2} \langle |\nabla\eta|^2 (\mathbf{r}(\nabla\nabla\eta) \cdot \mathbf{r}) \rangle - \frac{Q_z^2}{2} \langle |\nabla\eta|^2 (\mathbf{r} \cdot \nabla\eta)^2 \rangle \end{aligned} \quad (5.3.20)$$

Des calculs élémentaires montrent que le corrélateur $\langle (\nabla\eta)^2 (\mathbf{r} \cdot \nabla\nabla\eta \cdot \mathbf{r}) \rangle$ est nul (cf. annexes). Une formulation plus simple des trois autres corrélateurs du système 5.3.20

peut être déterminée en les réécrivant à partir des coordonnées cartésiennes et en réintroduisant les coefficients de skewness et de kurtosis des pentes. Ces coefficients ont déjà été définis dans le chapitre 2 mais rappelons leur définition pour plus de commodité. Ainsi :

$$\lambda_{mn} = \frac{\langle (\partial_x \eta)^m (\partial_y \eta)^n \rangle}{\langle (\partial_x \eta)^2 \rangle^{m/2} \langle (\partial_y \eta)^2 \rangle^{n/2}} \quad (5.3.21)$$

Il est également commode pour les notations de définir les pentes directionnelles :

$$s_x = \langle (\partial_x \eta)^2 \rangle^{1/2}, \quad s_y = \langle (\partial_y \eta)^2 \rangle^{1/2}, \quad s_{xy} = \langle \partial_x \eta \partial_y \eta \rangle^{1/2}. \quad (5.3.22)$$

Finalement, en remplaçant les expressions des pentes directionnelles dans le système 5.3.20, nous obtenons les équations ci-dessous :

$$\begin{aligned} \langle (\mathbf{r} \cdot \nabla \eta)^2 \rangle &= x^2 s_x^2 + y^2 s_y^2 + 2xy s_{xy}^2 \\ \langle (\nabla \eta)^2 (\mathbf{r} \nabla \eta) \rangle &= x \lambda_{30} s_x^3 + y \lambda_{03} s_y^3 + x \lambda_{12} s_x s_y^2 + y \lambda_{21} s_x^2 s_y \\ \langle (\nabla \eta)^2 (\mathbf{r} \nabla \eta)^2 \rangle &= x^2 \lambda_{40} s_x^4 + y^2 \lambda_{04} s_y^4 + r^2 \lambda_{22} s_x^2 s_y^2 \\ &\quad + 2xy (\lambda_{31} s_x^3 s_y + \lambda_{13} s_x s_y^3) \end{aligned} \quad (5.3.23)$$

Ces relations ont été établies pour les petites distances. Pour les étendre à des distances arbitraires, nous identifions les dérivées des fonctions de structure :

$$\begin{aligned} \langle (\mathbf{r} \cdot \nabla \eta)^2 \rangle &\simeq S_2 \\ \langle (\nabla \eta)^2 (\mathbf{r} \nabla \eta) \rangle &\simeq \frac{1}{6} \Delta S_3 \\ \langle (\nabla \eta)^2 (\mathbf{r} \nabla \eta)^2 \rangle &\simeq \frac{1}{12} \Delta (S_4 + 3S_2^2) \end{aligned} \quad (5.3.24)$$

La fonctionnelle \mathcal{F} au voisinage de l'origine est donc identifiée comme :

$$\begin{aligned} \mathcal{F} &= \frac{\langle |\nabla \eta|^2 e^{iQ_z(\eta - \eta_0)} \rangle_{NG}}{\langle e^{iQ_z(\eta - \eta_0)} \rangle_{NG}} \\ &= \frac{mss + i\frac{1}{6} Q_z \Delta S_3 - \frac{Q_z^2}{24} \Delta (S_4 + 3S_2^2)}{1 - \frac{1}{2} Q_z^2 S_2} \\ &\simeq mss + i\frac{1}{6} Q_z \Delta S_3 - \frac{Q_z^2}{24} (\Delta (S_4 + 3S_2^2) - 12mss S_2) \end{aligned} \quad (5.3.25)$$

Une dernière simplification peut être réalisée en notant que :

$$3\Delta(S_2^2) - 12mss S_2 \simeq 24(x^2 s_x^4 + y^2 s_y^4 + 2xy s_{xy} mss) \simeq 24 |\nabla \rho|^2, \quad (5.3.26)$$

L'expression finale de la fonctionnelle \mathcal{F} est donc :

$$\mathcal{F} = mss + i\frac{1}{6} Q_z \Delta S_3 - Q_z^2 \left(|\nabla \rho|^2 + \frac{1}{24} \Delta S_4 \right) \quad (5.3.27)$$

Nous devons vérifier que cette fonctionnelle est conforme à l'expression gaussienne. Dans le cas gaussien, $S_3 = S_4 = 0$. Ainsi, \mathcal{F} se réduit à : $\mathcal{F} = mss - |\nabla \rho|^2$

qui est bien l'expression définie dans le cas gaussien (5.2.10).

Dans le cas omnidirectionnel, nous avons montré que la contribution de la fonction de skewness est négligeable. Ainsi \mathcal{F} devient :

$$\Delta S_4 \simeq 4 \lambda_{\text{omni}} r^2 \text{mss}^2 \simeq 16 |\nabla \rho|^2 \quad (5.3.28)$$

Si nous supposons maintenant, que $S_4 = \lambda_{\text{omni}} S_2^2$ comme dans la section 4.4 alors nous pouvons montrer que $\Delta S_4 \simeq 4 \lambda_{\text{omni}} r^2 \text{mss}^2 \simeq 16 |\nabla \rho|^2$, et :

$$\mathcal{F} \simeq \text{mss} - Q_z^2 |\nabla \rho|^2 \left(1 + \frac{2}{3} \lambda_{\text{omni}}\right) \quad (5.3.29)$$

En récapitulant les résultats établis dans cette section, nous pouvons finalement déterminer l'expression non gaussienne de la NRCS pour le modèle de diffusion WCA :

$$\sigma_{WCA\text{NG}}^{\text{omni}} = \sigma_{KANG}^{\text{omni}} + \sigma_{12NG}^{\text{omni}} + \sigma_{22}^{\text{omni}} \quad (5.3.30)$$

avec :

$$\sigma_{KA}^{\text{omni}} = \frac{|\mathbb{K}|^2}{Q_z^2} \int_0^{+\infty} \frac{d\mathbf{r}}{\pi} e^{-i\mathbf{Q}_H \cdot \mathbf{r}} e^{-Q_z^2 S_2/2 + Q_z^4 S_4/24}, \quad (5.3.31)$$

et :

$$\sigma_{(12)}^{\text{omni}} = 2\Re \left[\frac{\mathbb{K}^* \mathbb{T}}{Q_z^2} \int \frac{d\mathbf{r}}{\pi} e^{-i\mathbf{Q}_H \cdot \mathbf{r}} e^{-Q_z^2 S_2/2 + Q_z^4 S_4/24} \left(\left(1 + \frac{2}{3} \lambda_{\text{omni}}\right) \Delta \rho + \text{mss} \right) \right], \quad (5.3.32)$$

Il est intéressant de noter que la prise en compte des non gaussianités dans l'expression de la NRCS de WCA s'effectue seulement via un unique paramètre : le kurtosis des pentes.

La forme non gaussienne du dernier corrélateur intervenant dans le calcul du terme $\sigma_{22}^{\text{omni}}$ n'a pas été calculée car aucune forme simple ne permet de l'estimer. Ce terme correctif est très faible devant les termes dominants $\sigma_{KA}^{\text{omni}}$ et $\sigma_{(12)}^{\text{omni}}$. Nous avons donc supposé que l'impact de la correction de ce terme dans la NRCS n'est pas très important. Ainsi, aucune correction non gaussienne ne sera apportée au $\sigma_{22}^{\text{omni}}$.

5.4 Comparaison entre les modèles de diffusion gaussiens et non gaussien

Nous comparons, dans cette section, les NRCS modélisées par WCA sous hypothèse gaussienne et la nouvelle version de WCA qui prend en compte les non gaussianités de la surface. Nous avons choisi de présenter les résultats obtenus pour un vent faible (5 ms^{-1}) puisque la surface est alors fortement non gaussienne. Le paramètre de kurtosis omnidirectionnel des pentes est fixé égal à la valeur de CM.

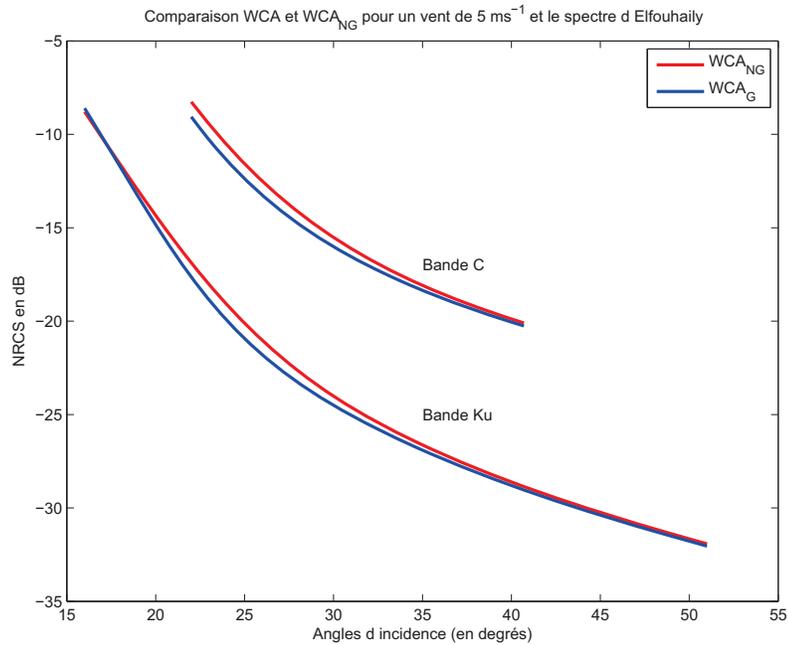


FIGURE 5.3 – Etude de la correction non gaussienne apportée à la NRCS calculée à partir du modèle WCA en polarisation verticale en bande C et Ku pour un vent de 5ms^{-1} avec l'utilisation du spectre d'Elfouhaily

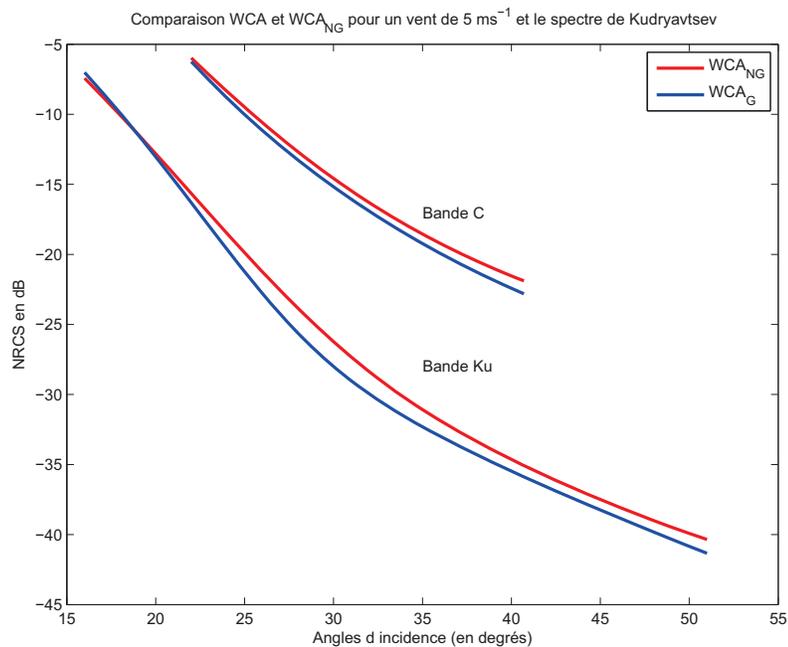


FIGURE 5.4 – Etude de la correction non gaussienne apportée à la NRCS calculée à partir du modèle WCA en polarisation verticale en bande C et Ku pour un vent de 5ms^{-1} avec l'utilisation du spectre de Kudryavtsev

Les résultats sont présentés pour les spectres classiques de mer : figure 5.3 pour le spectre d'Elfouhaily et figure 5.4 pour celui de Kudryavtsev. L'analyse de ces courbes permet de constater que la correction non gaussienne remonte significativement la NRCS aux incidences modérées ($15^\circ - 20^\circ$). Une différence de 0.8 dB est observée en bande C et en bande Ku entre les NRCS des deux versions de WCA pour le spectre d'Elfouhaily. Elle peut atteindre 1.8 dB en bande Ku avec le spectre de Kudryavtsev. Pour les vents plus forts, la surface de la mer devient alors plus linéaire et ses statistiques plus gaussiennes. La différence observée entre les deux versions du modèle WCA s'estompe.

5.5 Variation de la NRCS avec la vitesse du vent

Nous souhaitons étudier la différence entre les NRCS gaussienne et non gaussienne à incidence fixée en fonction du vent. Nous comparons les versions gaussienne et non gaussienne de WCA pour une incidence $\theta = 25^\circ$ et pour chacun des deux spectres utilisés au cours de notre analyse (figures 5.5 pour le spectre d'Elfouhaily et 5.6 pour le spectre de Kudryavtsev). Ces figures nous permettent de montrer que la différence entre les NRCS gaussienne et non gaussienne est plus importante à vent faible (de l'ordre de 0.5 dB à 5 ms^{-1} en bande C et Ku pour le spectre d'Elfouhaily ou de l'ordre de l'ordre de 0.7 dB à 5 ms^{-1} en bande C et de 1.7 dB Ku pour le spectre de Kudryavtsev) qu'à vent fort où elle devient quasiment nulle. Cette constatation permet d'illustrer le fait que la correction apportée au modèle de diffusion est plus importante pour les vents faibles où la mer est moins gaussienne qu'aux vents plus forts où la mer devient alors plus gaussienne.

5.6 Conclusion

Pour modéliser la NRCS à toutes les incidences, un modèle unifié est nécessaire. Plusieurs modèles ont été développés ces dernières années comme le LCA ((Elfouhaily et al., 2003)), Le RCA ((Mouche, 2007)), le GO-SSA ((Soriano and Guérin, 2008)) et le modèles WCA ((Guérin et al., 2004), (Guérin et al., 2010)). Des comparaisons entre modèles et données satellitales ou aéroportées dans plusieurs bandes électromagnétiques et sous différentes conditions de vents et d'incidence ont mis en évidence l'échec de ces modèles à modéliser correctement les données. La première source d'erreur identifiée est l'utilisation de statistiques gaussiennes pour la surface de la mer dans les modèles de diffusion qui ne permettent pas par exemple de reproduire l'asymétrie upwind/downwind observée sur la variation azimutale de la NRCS ou les forts niveaux mesurés en polarisation horizontale. Des améliorations ont été apportées à ces modèles par la prise en compte des non linéarités de la surface via des statistiques non gaussiennes. Ainsi, Fung et al. ((Fung and Chen, 1991)) proposent une modification de l'approximation de kirchhoff pour prendre en compte les effets de Skewness de la surface. Des versions non gaussiennes des modèles SSA ((Bourlier, 2004), (Nouguier et al., 2010)), LCA et RCA ((Mouche et al., 2007)) ont été établies.

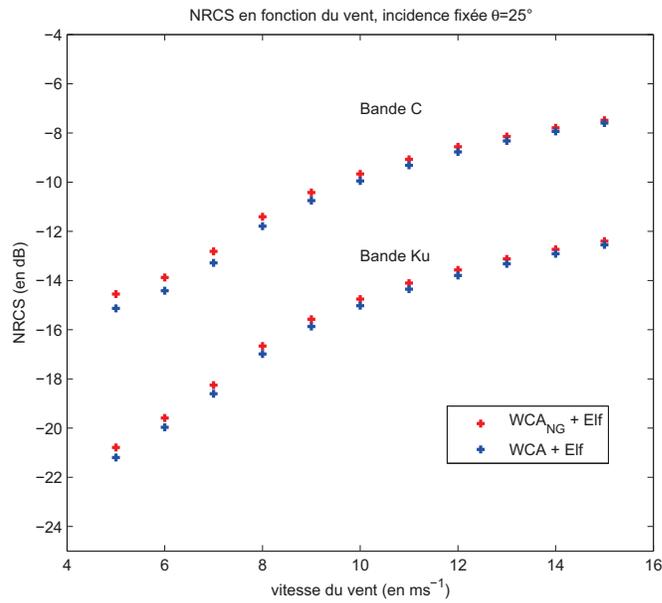


FIGURE 5.5 – Etude de la variation de la NRCS gaussienne (points bleus) et non gaussienne (points rouges) de WCA avec le vent à incidence fixée ($\theta = 25^\circ$). Les résultats sont obtenus à partir du spectre d'Elfouhaily. La bande Ku a été diminuée de 5 dB afin de rendre la figure plus lisible.

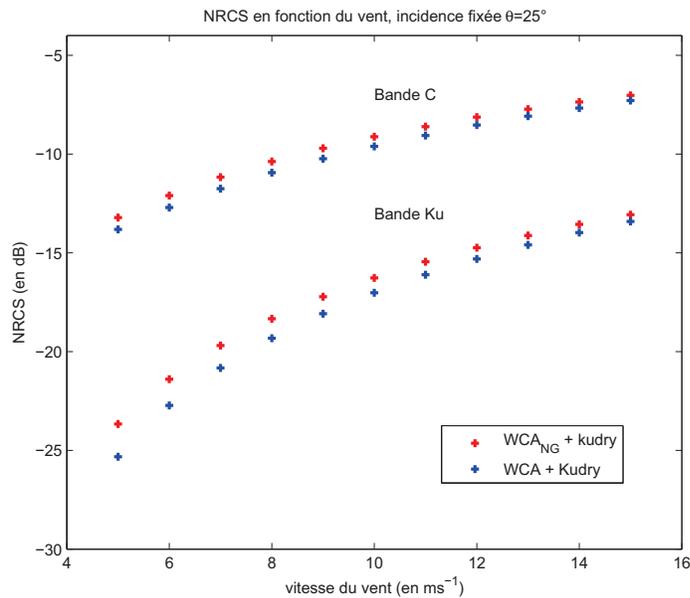


FIGURE 5.6 – Etude de la variation de la NRCS gaussienne (points bleus) et non gaussienne (points rouges) de WCA avec le vent à incidence fixée ($\theta = 25^\circ$). Les résultats sont obtenus à partir du spectre de Kudryavtsev. La bande Ku a été diminuée de 5 dB afin de rendre la figure plus lisible.

Dans cette optique, une version non gaussienne de WCA est proposée dans ce chapitre. Après une brève présentation de ce modèle gaussien, nous avons détaillé la démarche permettant d'aboutir à l'expression de la NRCS non gaussienne. Il a alors été montré que les non gaussianités dans la NRCS omnidirectionnelle se paramétrisent seulement à partir du kurtosis des pentes. Le reste du chapitre a été consacré à la comparaison entre WCA gaussien et non gaussien. Il a alors pu être observé que la correction apportée permet de remonter le niveau de la NRCS aux incidences modérées à faibles vents. Le travail suivant consiste à confronter la NRCS non gaussienne de WCA à des données satellitales et aéroportées acquises dans différentes bandes électromagnétiques et sous différentes conditions de vent et incidences et de vérifier la pertinence de la correction apportée.

Chapitre 6

Comparaison expérimentale des modèles de diffusion au nadir

Dans ce chapitre, nous montrons que les corrections non gaussiennes au nadir sont nécessaires pour la compatibilité avec les jeux de données multibandes. Une brève description des jeux de données est rappelée dans une première section. La deuxième partie du chapitre est consacrée à la comparaison des données avec la NRCS calculée à partir du modèle de diffusion prenant en compte les non linéarités de la surface. La correction apportée à l'expression de la NRCS fait intervenir le paramètre de kurtosis des pentes. Ce paramètre est dans un premier temps fixé par les valeurs mesurées par Cox et Munk. Au vu des résultats de travaux ((Bréon and Henriot, 2006)) plus récents qui montrent un comportement différent du kurtosis en fonction de la vitesse du vent, la question de l'ajustement de ce paramètre est soulevée.

6.1 Présentation Données

Dans cette section, nous décrivons les différents jeux de données dont nous disposons pour la confrontation du modèle de diffusion à de réelles données radar. Ils couvrent trois bandes électromagnétiques proches : la bande C (données STORM), la bande Ku (données TRMM) et la bande Ka (données SRA).

6.1.1 VALPARESO

Les données utilisées en bande C sont des mesures effectuées par le radar STORM installé sur un avion de recherche de Météo France. Elles ont été acquises au cours de la campagne VALPARESO (VALidation with a Polarimetric Airbone Radar of the Envisat SAR over Ocean)((Hauser et al., 2003), (Mouche et al., 2005), (Hauser et al., 2008)) menée au large des côtes françaises et anglaises entre les mois d'octobre et novembre 2002.

STORM est un radar à ouverture réelle opérant à 5.35 GHz. Il permet de mesurer la NRCS en polarisation verticale et horizontale. Ce radar a été installé pour que l'angle d'incidence moyen soit de 20° . La largeur du faisceau de $\pm 15^\circ$ permet d'effectuer des mesures de NRCS pour une gamme d'incidences de 5° à 35° avec une résolution

angulaire de 1° en incidence. La résolution en distance du radar est d'environ 1.5 m. Une loi empirique ((Hauser et al., 2008)) a été réalisée à partir de données acquises en polarisation verticale dans la zone proche nadir c'est à dire pour des incidences comprises entre 7° et 16° . Les données traitées proviennent de quinze vols différents au cours desquels des conditions de vents et d'états de mer très différents ont été rencontrés. Une expression des mss upwind et crosswind paramétrée à partir de la vitesse de vent a été établie pour des vents de 4 ms^{-1} à 16 ms^{-1} . La NRCS omnidirectionnelle est ensuite calculée à partir de ces équations paramétriques grâce au modèle de l'optique géométrique. L'estimation de la vitesse du vent provient de la bouée Pharos survolée pendant la campagne.

6.1.2 TRMM

Un satellite a été mis en orbite au mois de Novembre en 1997 dans le cadre de la campagne Tropical Rainfall Mapping Mission (TRMM) (Kummerow et al., 1998). A bord du satellite, est installé un radar à impulsions en polarisation horizontale. Ce radar opère en bande KU (18 GHz). Pour cette mission, le radar à précipitations est utilisé pour mesurer les précipitations dans les tropiques. Cependant, il enregistre également le signal rétrodiffusé par la surface de la mer en absence de pluie.

Le radar dispose de 49 positions de faisceau, ce qui permet de balayer très finement la surface de la mer pour des incidences comprises entre -18° et 18° . Les données dont nous disposons ont été récoltées au cours de l'année 2003. Il est aussi à noter que pour l'instant le radar à précipitations est le seul à fournir des données en bande Ku dans la région nadir avec une telle résolution angulaire (0.7°). Les données ont été acquises pour des états de mer et des configurations de vent très variés.

Dans l'article de Tran et al. (Tran et al., 2007), les données des altimètres JASON-1 et ENVISAT ont été associées aux mesures du radar à précipitations pour compléter la description de la NRCS en termes d'incidences, vitesse de vent et hauteur significative de la surface.

6.1.3 SOWEX

Pour les données en bande Ka, nous utilisons les mesures de l'altimètre : le Scanning Radar Altimeter (SRA). Il opère à 36 GHz et mesure le signal rétrodiffusé en polarisation verticale seulement. Cet altimètre a été monté sur un avion de recherche et utilisé durant la campagne SOWEX (Southern Ocean Waves EXperiment)((Walsh et al., 2008)) qui a eu lieu en juin 1992 au large des côtes de Tasmanie.

Le faisceau radar de l'altimètre balaie, tous les degrés, les incidences comprises entre -22° et 22° . Les données ont été collectées pendant six vols différents sous différentes conditions de vents et d'états de mer.

La calibration de l'altimètre n'étant pas connue, les auteurs ont choisi d'analyser la NRCS relative c'est à dire normalisée par sa valeur maximale.

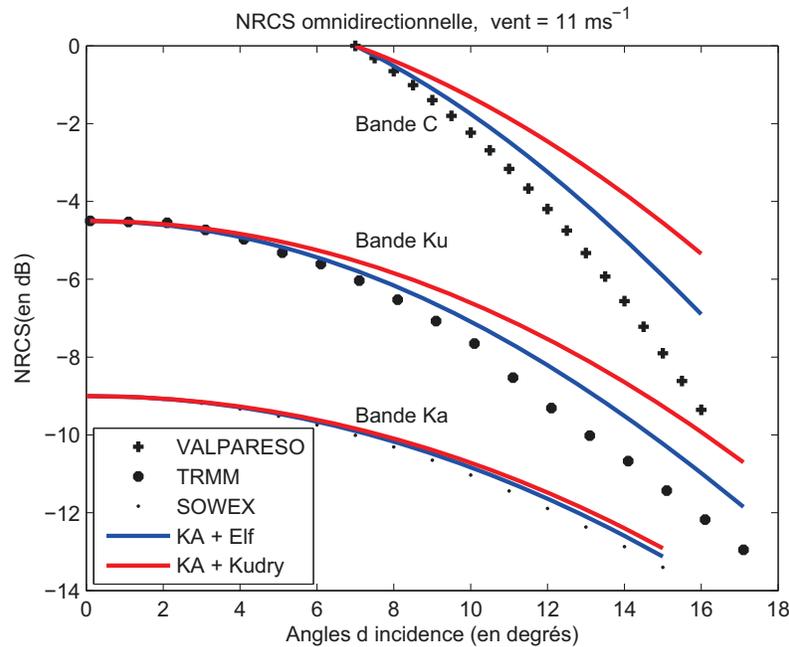


FIGURE 6.1 – NRCS omnidirectionnelles relatives en bande C, Ku et Ka d’après l’approximation de Kirchhoff (KA) sous hypothèse gaussienne pour un vent de 11 m.s^{-1} comparées aux données issues des campagnes de mesures VALPARESO (Bande C), TRMM (Bande Ku) et SOWEX (Bande Ka). Deux spectres omnidirectionnels ont été utilisés : les modèles de spectres d’Elfouhaily (Elf) et de Kudryavtsev (Kudry). Pour plus de clarté, les courbes de la bande Ku et Ka ont été diminuées de 4.5 dB et 9 dB, respectivement.

6.2 Comparaison Nadir

Dans cette section, nous confrontons l’approximation de Kirchhoff classique aux trois jeux de données que nous venons de décrire. Nous limitons notre étude à ce modèle de diffusion puisque nous avons montré dans le quatrième chapitre que les approximations GO et GO4 ont un domaine de validité restreint (aux alentours de 10°).

6.2.1 Comparaison expérimentale des modèles de diffusion gaussien

Nous comparons la modélisation de la NRCS omnidirectionnelle à partir de l’approximation de Kirchhoff sous hypothèse gaussienne à des données expérimentales mesurées dans trois bandes électromagnétiques différentes : en bande C, Ku et Ka. Pour chaque bande, la NRCS est calculée à partir des deux spectres de mer omnidirectionnels usuels : le spectre d’Elfouhaily et de Kudryavtsev. Pour faciliter la lecture de la figure 6.1, un off-set de -4 dB et -9 dB est appliqué aux courbes des bandes Ku et Ka respectivement. Il est important de noter que les NRCS représentées dans la figure 6.1 sont des NRCS relatives c’est à dire qu’elles sont normalisées

par leur maximum. Ainsi, nous ne pouvons analyser que la forme de la NRCS. Cette contrainte est imposée par la méconnaissance de la calibration des données en bande Ka.

L'analyse de la figure 6.1 permet de remarquer que la NRCS sous hypothèse gaussienne de l'approximation de Kirchhoff a une décroissance trop lente avec l'incidence par rapport à la forme des données. Nous observons donc de grandes différences entre la modélisation théorique et les mesures expérimentales pouvant atteindre 2 dB en bande Ka à 15°. De plus, il semble que les NRCS calculées par l'approximation de Kirchhoff combinée au spectre de Kudryavtsev soient de façon générale moins satisfaisantes. Ces observations peuvent se généraliser à d'autres vitesses de vent.

Ces conclusions mettent ainsi en évidence l'échec des méthodes classiques à modéliser correctement les données en bande C, Ku et Ka au nadir dans l'hypothèse des statistiques gaussiennes de la surface de la mer. Une comparaison réalisée dans le chapitre 3 entre les NRCS gaussienne et non gaussienne de l'approximation de Kirchhoff montrent que la correction non gaussienne permet une décroissance plus rapide de la NRCS. La section suivante étudie l'influence de la correction non gaussienne sur les performances du modèle.

6.2.2 Comparaison expérimentale des modèles non gaussiens

La première partie de notre étude analyse la pertinence de la correction apportée à l'expression de la NRCS dans la zone proche nadir. La valeur de l'excès de kurtosis se base alors sur les mesures de référence de CM $\lambda_{\text{omni}} \simeq 0.4$. Cependant, des travaux plus récents (Bréon and Henriot, 2006) ont montré un comportement non monotone de l'excès de kurtosis avec la vitesse du vent. Nous considérons cette hypothèse dans une deuxième étude en cherchant la valeur optimale de l'excès de kurtosis pour chaque spectre de mer et chaque vitesse du vent.

Sous cette hypothèse, nous calculons la NRCS pour les trois bandes électromagnétiques et chacun des deux spectres. A cette étape de l'étude, il est important de rappeler que chaque spectre possède ses propres caractéristiques en terme de forme, de mss totales et filtrées, de courbure. Nous avons déjà mentionné le fait que certaines caractéristiques des spectres peuvent parfois être contradictoires (notamment sur le plan de la forme) ce qui peut engendrer des différences significatives de formes et de niveaux de NRCS.

La figure 6.2 rassemble les résultats de la modélisation de la NRCS pour chaque bande électromagnétique et pour les deux spectres étudiés dans le cadre de l'approximation de Kirchhoff corrigée des effets de kurtosis. De la comparaison des deux figures 6.1 et 6.2, il peut effectivement être remarqué une amélioration des résultats surtout pour la NRCS calculée grâce au spectre d'Elfouhaily. Toutefois, nous pouvons également apercevoir que quelques différences persistent en bande C et Ka pour les angles modérés ($\geq 10^\circ$).

Afin de juger objectivement la qualité de la modélisation de la NRCS, nous introduisons un critère d'erreur facilement calculable puisqu'il est défini par la différence en dB entre la NRCS théorique et les données. Il s'écrit donc :

$$\varepsilon = \left| (\sigma_{\text{omni}}^0(\text{model}))_{dB} - (\sigma_{\text{omni}}^0(\text{data}))_{dB} \right| \quad (6.2.1)$$

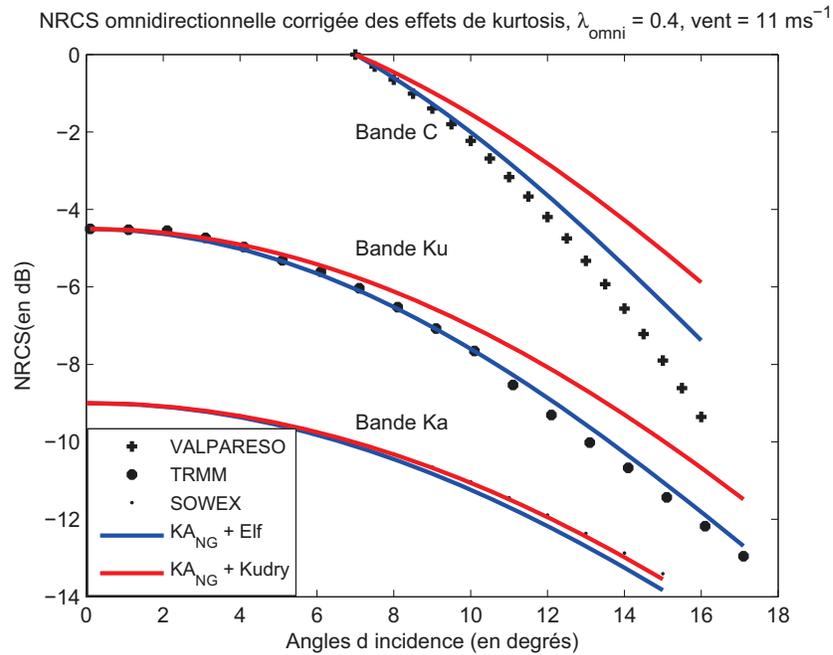


FIGURE 6.2 – NRCS omnidirectionnelles relatives en bande C, Ku et Ka d’après l’approximation de Kirchhoff (KA) avec l’inclusion des corrections non gaussiennes pour un vent de 11 ms^{-1} . Elles sont comparées aux données issues des campagnes de mesure VALPARESO (bande C), TRMM (bande Ku) et SOWEX (bande Ka). La valeur du kurtosis utilisé pour ces courbes est celle mesurée par Cox et Munk (soit $\lambda_{\text{omni}} = 0.4$). Deux spectres omnidirectionnels ont été utilisés : les modèles de spectres d’Elfouhaily (Elf) et de Kudryavtsev (Kudry). Pour plus de clarté, les courbes de la bande Ku et Ka ont été diminuées de 4.5 dB et 9 dB, respectivement. Il est à noter que les lettres NG signifient Non Gaussien.

ws	KA G			KA NG		
	C	Ku	Ka	C	Ku	Ka
5	0.10	0.20	0.64	0.30	0.66	0.10
7	0.15	0.13	0.74	0.23	0.62	0.23
9	0.47	0.42	0.74	0.18	0.17	0.27
11	0.64	0.55	0.64	0.25	0.09	0.27
13	0.74	0.55	0.05	0.34	0.09	0.44
15	0.81	0.52	0.13	0.40	0.09	0.23

TABLE 6.1 – Critère d’Erreur pour la modélisation à partir du spectre d’Elfouhaily en fonction de la vitesse du vent. La valeur d’excès de kurtosis est fixée à la valeur de référence $\lambda_{\text{omni}} = 0.4$. Afin de faciliter la lecture de ce tableau, les valeurs en gras représentent le critère d’erreur minimum pour une bande électromagnétique donnée.

ws	KA G			KA NG		
	C	Ku	Ka	C	Ku	Ka
5	0.40	0.90	1.20	0.51	0.36	0.72
7	1.09	1.04	1.31	0.71	0.51	0.87
9	1.24	1.14	0.99	0.85	0.64	0.60
11	1.33	1.12	0.82	0.94	0.64	0.46
13	1.39	1.03	0.04	1.02	0.58	0.29
15	1.44	0.96	0.22	1.07	0.53	0.10

TABLE 6.2 – Critère d’Erreur pour la modélisation à partir du spectre de Kudryavtsev en fonction de la vitesse du vent. La valeur d’excès de kurtosis est fixée à la valeur de référence $\lambda_{\text{omni}} = 0.4$. Afin de faciliter la lecture de ce tableau, les valeurs en gras représentent le critère d’erreur minimum pour une bande électromagnétique donnée.

Ce même critère a d’abord été introduit par Voronovich dans (Voronovich and Zavorotny, 2001) pour quantifier l’erreur commise entre les NRCS théoriques et expérimentales. Le critère d’erreur dans notre cas est déterminé par la moyenne des différences entre modèles et données sur toutes les incidences. Contrairement au critère défini dans le premier article que nous avons publié, nous estimons un critère d’erreur par bande. En effet, notre objectif est de réaliser une analyse conjointe des jeux de données et ainsi, avec un critère d’erreur par bande, il est plus facile de vérifier la qualité de la reconstruction de la NRCS dans chaque bande.

Les tableaux 6.1 et 6.2 rassemblent les critères d’erreur calculés pour les modélisations à partir du spectre d’Elfouhaily et de Kudryavtsev respectivement pour la version gaussienne (les trois premières colonnes) et la version non gaussienne (les trois dernières colonnes) de l’approximation de Kirchhoff . Les valeurs en gras représentent le critère d’erreur minimum pour la bande électromagnétique étudiée. Il

est indéniable que la correction apportée au modèle de diffusion est très pertinente en bande C et Ku pour les vents supérieurs à 7 m.s^{-1} . Cette remarque est aussi valable pour la bande Ka par petits vents notamment. A plus grand vent (13 m.s^{-1}), la surface de la mer devient plus gaussienne et la correction du modèle de diffusion n'est plus nécessairement pertinente. Cette hypothèse permet d'expliquer les meilleurs critères d'erreur obtenus sous statistiques gaussiennes. Ces commentaires s'appliquent aussi bien pour le spectre d'Elfouhaily que celui de Kudryavtsev. En ce qui concerne les vents faibles, nous observons que l'erreur de modélisation de la NRCS est plus petite dans l'hypothèse de statistiques gaussiennes notamment avec l'utilisation du spectre d'Elfouhaily. Ceci peut être expliqué par la valeur du kurtosis qui n'est peut être pas appropriée. En effet, la valeur que nous avons utilisée dans le cadre de cette étude est la valeur de référence mesurée par CM. Toutefois, d'autres études ((Bréon and Henriot, 2006)) tendent à montrer que le kurtosis des pentes n'est pas nécessairement constant. Ainsi, nous pouvons supposer que la valeur de kurtosis de CM n'est pas adaptée.

A partir de ces tableaux, nous pouvons également émettre des hypothèses quant à la qualité des spectres de mer. En effet, nous pouvons remarquer que de façon quasi systématique les critères d'erreur sont plus faibles dans le tableau 6.1 pour les bandes C et Ku. Il semblerait donc que le spectre d'Elfouhaily soit plus approprié pour la modélisation de la NRCS dans ces bandes notamment. Pour la bande Ka, il semblerait que ce soit le spectre de Kudryavtsev qui soit le plus pertinent à utiliser pour la modélisation de la NRCS. Ces différences peuvent être expliquées d'une part par la forme des spectres. En effet, la caractéristique principale du spectre d'Elfouhaily est de posséder un pic aux longueurs d'onde correspondant à la gamme des bandes C et Ku alors que le spectre de Kudryavtsev présente un creux dans ces échelles. Quant à la bande Ka, le spectre de Kudryavtsev présente un pic au niveau des vagues de capillarité de longueur d'onde de l'ordre du millimètre alors que le spectre d'Elfouhaily n'en tient pas compte. D'autre part, les différences observées peuvent également provenir de la qualité des spectres à respecter la mss totale mesurée par CM. En effet, nous savons que la mss joue un rôle très important dans le calcul de la NRCS au nadir. Si elle est surestimée, ce qui est le cas pour ces deux spectres, la forme de la NRCS ne décroît alors pas suffisamment vite. L'ajout du paramètre de kurtosis contribue à l'amélioration de la forme de la NRCS. Des valeurs plus fortes du coefficient de kurtosis peuvent alors être envisagées.

Même si la modélisation de la NRCS est maintenant acceptable quel que soit le spectre utilisé, nous pouvons nous interroger sur la pertinence d'ajuster le paramètre de kurtosis en fonction du spectre de mer et de la vitesse du vent. Cette question a déjà été soulevée par Breon et Henriot (Bréon and Henriot, 2006) puisqu'ils ont montré que l'excès de kurtosis a une variation non monotone avec la vitesse de vent. Cette possibilité est envisagée dans la suite de ce chapitre.

6.2.3 Ajustement du coefficient de kurtosis

Il ressort des travaux de Breon et Heriot (Bréon and Henriot, 2006) que le coefficient de kurtosis semble avoir un comportement non monotone avec la vitesse du vent. Cependant, les variations observées pour ce paramètre étant relativement

ws	KA NG Cox	Ku	Ka	KA NG	Ku	Ka	Kurtosis
	C			C			
5	0.30	0.66	0.10	0.18	0.36	0.40	0.20
7	0.23	0.62	0.23	0.14	0.39	0.44	0.25
9	0.18	0.17	0.27	0.18	0.25	0.21	0.44
11	0.25	0.09	0.27	0.21	0.20	0.12	0.50
13	0.34	0.09	0.44	0.37	0.11	0.40	0.37
15	0.40	0.09	0.23	0.37	0.09	0.27	0.42

TABLE 6.3 – Critère d’Erreur pour la modélisation à partir du spectre d’Elfouhaily en fonction de la vitesse du vent. La valeur d’excès de kurtosis est ajustée en fonction de la vitesse du vent et est reportée dans la dernière colonne du tableau

ws	KA NG Cox	Ku	Ka	KA NG	Ku	Ka	Kurtosis
	C			C			
5	0.51	0.36	0.72	0.48	0.21	0.23	0.68
7	0.71	0.51	0.87	0.45	0.25	0.20	0.78
9	0.85	0.64	0.60	0.42	0.20	0.08	0.80
11	0.25	0.09	0.27	0.45	0.16	0.16	0.80
13	1.02	0.58	0.29	0.64	0.16	0.67	0.69
15	1.07	0.53	0.10	0.63	0.10	0.54	0.73

TABLE 6.4 – Critère d’Erreur pour la modélisation à partir du spectre de Kudryavtsev en fonction de la vitesse du vent. La valeur d’excès de kurtosis est ajustée en fonction de la vitesse du vent et est reportée dans la dernière colonne du tableau

faibles, l’utilisation de constantes pour les trois coefficients relatifs au kurtosis des pentes est préconisée :

$$\begin{cases} \lambda_{40} = 0.3 \pm 0.05 \\ \lambda_{04} = 0.4 \pm 0.1 \\ \lambda_{22} = 0.12 \pm 0.03 \end{cases} \quad (6.2.2)$$

Cette étude nous amène ainsi à considérer la possibilité d’ajuster le coefficient de kurtosis en fonction de la vitesse du vent.

La détermination de ce paramètre λ_{omni} est réalisée à partir d’une routine standard "lsqnonlin" qui repose sur la minimisation d’une fonction coût par la méthode des moindres carrés :

$$\chi = \left| (\sigma_{\text{omni}}^0(\text{model}))_{dB} - (\sigma_{\text{omni}}^0(\text{data}))_{dB} \right|^2 \quad (6.2.3)$$

Cette routine est utilisée pour les problèmes de minimisation non linéaires à plusieurs paramètres. Elle est basée sur l’algorithme décrit dans la publication (Coleman and Li, 1993). L’algorithme proposé donne le n-uplet solution qui minimise une fonction par la méthode des moindres carrés. Dans notre étude, nous cherchons le paramètre

de kurtosis optimal λ_{omni} (défini au chapitre 3 dans l'équation 3.8.85) pour chaque vitesse de vent et pour chaque spectre.

Nous souhaitons comparer la qualité de la modélisation non gaussienne de la NRCS avec le paramètre constant de CM et ce nouveau coefficient de kurtosis ajusté en fonction de la vitesse du vent et du spectre de mer. Afin d'en juger objectivement, nous calculons les mêmes critères d'erreur définis dans la section précédente pour chacun des spectres. Les tableaux 6.3 et 6.4 regroupent ainsi ces critères d'erreur pour le spectre d'Elfouhaily et de Kudryavtsev respectivement. Afin de faciliter la comparaison, les trois premières colonnes du tableau reprennent les erreurs des tableaux 6.1 et 6.2 pour le modèle de diffusion non gaussien. La dernière colonne de ces tableaux contient les valeurs ajustées du paramètre de kurtosis omnidirectionnel. Même si l'analyse des tableaux nous montrent globalement une amélioration de la modélisation de la NRCS pour les trois bandes électromagnétiques lorsque le kurtosis est adapté au spectre, nous pouvons tout de même remarquer que les erreurs sont du même ordre de grandeur.

Quant à l'étude du comportement du kurtosis, il semble que les valeurs déterminées pour le spectre d'Elfouhaily soient plus proches de la valeur de référence même si nous pouvons noter des valeurs plus faibles à petit vent. Ce phénomène peut s'expliquer par le fait que la mss totale du spectre d'Elfouhaily est proche des contraintes optiques mesurées par CM pour les vitesses de vent inférieures à 7 ms^{-1} . Ainsi, la modélisation de la NRCS au nadir étant fortement dépendante de la mss, les résultats issus de l'approximation de Kirchhoff sont satisfaisants en statistiques gaussiennes. La correction non gaussienne apportée est donc moins conséquente et le kurtosis ajusté est plus faible que la valeur de référence 0.4.

Les valeurs du kurtosis calculées pour le spectre de Kudryavtsev semblent moins réalistes. Ceci peut être justifié par le fait que ce spectre n'est pas adapté pour la modélisation de la NRCS à partir de l'approximation de Kirchhoff pour les bande C et Ku principalement. Ce problème provient sans doute de sa forme mais aussi à sa surestimation des différentes mss du fait de la forte dépendance de la NRCS à la mss totale dans ces gammes d'incidence.

Finalement, nous pouvons noter que nous retrouvons effectivement un comportement non monotone des paramètre de kurtosis ajustés pour le spectre d'Elfouhaily et de Kudryavtsev avec un minimum atteint pour une vitesse de vent d'environ 12 ms^{-1} . Nous remarquons également que les variations de ce coefficient en fonction de la vitesse du vent restent également assez faibles. Ces résultats semblent donc confirmer les observations de Bréon et Henriot (Bréon and Henriot, 2006).

Afin d'avoir une meilleure visualisation de ces résultats, nous donnons un exemple dans la figure 6.3 de la modélisation de la NRCS non gaussienne de l'approximation de Kirchhoff dans les trois bandes électromagnétiques et pour les deux spectres de mer, le paramètre de kurtosis ayant été adapté pour chacun des deux spectres. Les courbes ont été tracées pour une vitesse de vent de 11 ms^{-1} . Nous pouvons ainsi observé que l'ajustement du kurtosis en fonction du spectre de mer permet d'améliorer encore les résultats obtenus à partir du kurtosis de référence notamment pour le spectre de Kudryavtsev.

Au vu de la faible amélioration apportée par l'ajustement de la valeur de l'excès

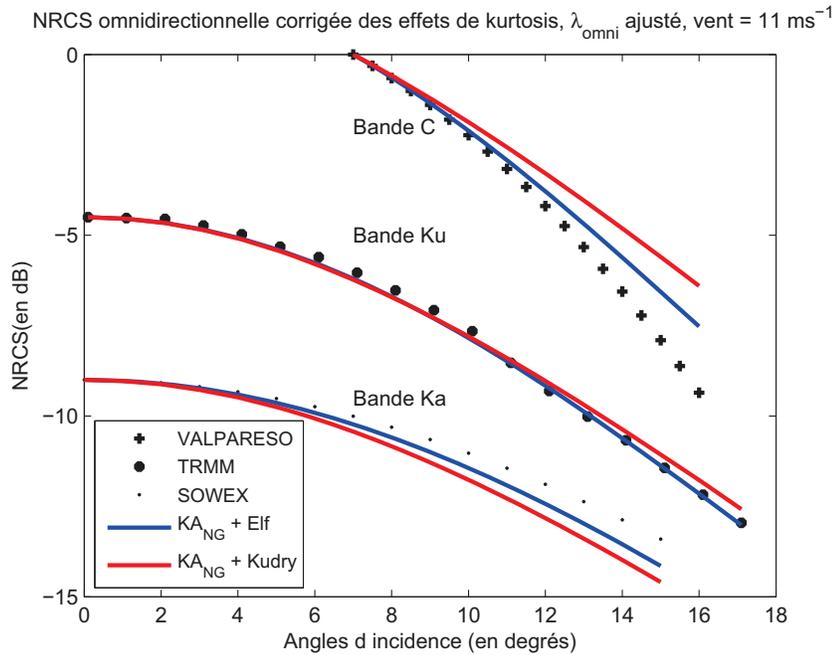


FIGURE 6.3 – NRCS omnidirectionnelles relatives en bande C, Ku et Ka d’après l’approximation de Kirchhoff (KA) avec l’inculsiion des corrections non gaussiennes pour un vent de 11 ms^{-1} . Elles sont comparées aux données issues des campagnes de mesure VALPARESO (bande C), TRMM (bande Ku) et SOWEX (bande Ka). La valeur du kurtosis utilisé pour ces courbes est optimisée pour chaque spectre. Deux spectres omnidirectionnels ont été utilisés : les modèles de spectres d’Elfouhaily (Elf) et de Kudryavtsev (Kudry). Pour plus de clarté, les courbes de la bande Ku et Ka ont été diminuées de 4.5 dB et 9 dB, respectivement. Il est à noter que les lettres NG signifient Non Gaussien.

de kurtosis, il n'est pas nécessaire de prendre un kurtosis différent pour chaque spectre et nous conservons donc la valeur mesurée par Cox et Munk. De cette étude, nous pouvons retenir que l'ajustement de kurtosis va en fait compenser les faiblesses des spectres de mer (le non respect des contraintes optiques par exemple). Nous pouvons donc considérer l'opération d'ajustement comme un test de validité des spectres de mer.

6.2.4 Étude de la variation de la NRCS avec la vitesse du vent

L'objectif de cette section est de comparer les NRCS gaussienne et non gaussienne de l'approximation de Kirchhoff en fonction de la vitesse du vent pour une incidence fixée à $\theta = 14^\circ$. Les figures 6.4 et 6.5 présentent les résultats obtenus pour le spectre d'Elfouhaily et de Kudryavtsev respectivement. Ces estimations théoriques de la NRCS sont comparées aux données expérimentales en bande C, Ku et Ka présentées en début de chapitre. Il faut noter que pour cette étude, les valeurs de kurtosis ont été optimisées pour chaque spectre. L'analyse des figures 6.4 et 6.5 met en évidence que la correction non gaussienne permet de diminuer le niveau de la NRCS et donc d'obtenir un meilleur accord entre les NRCS modélisées et expérimentales pour toutes les vitesses de vent. Toutefois, des différences trop marquées persistent encore à vent fort notamment en bande C pour chacun des spectres étudiés. Il semble donc que dans le cas omnidirectionnel, il est difficile d'obtenir un accord entre le modèle théorique corrigé et les données pour toutes les bandes et toutes les vitesses de vent en considérant ces deux spectres de mer. La question de la qualité des spectres a déjà été abordée au vu des valeurs aberrantes obtenues pour le kurtosis omnidirectionnel ajusté. Ces constatations permettent alors d'envisager une nouvelle hypothèse de travail sur une autre paramétrisation du spectre de mer.

6.3 Conclusion

L'objectif de ce chapitre est de confronter l'approximation de Kirchhoff dans sa version non gaussienne à des jeux de données multi-bande. De ces comparaisons, il ressort que la correction non gaussienne du modèle de diffusion est nécessaire pour que la NRCS théorique soit conforme aux données. Dans cette première étude, le paramètre de kurtosis est fixé. Dans un deuxième temps, nous ajustons ce paramètre en fonction de la vitesse du vent et du spectre. Ainsi, il peut être observé que l'ajustement du paramètre de kurtosis n'apporte pas une amélioration assez significative. Il va seulement permettre d'estimer la qualité des spectres de mer classiques. La même démarche est employée dans le prochain chapitre pour comparer le modèle WCA non gaussien à des données expérimentales en bande C et Ku.

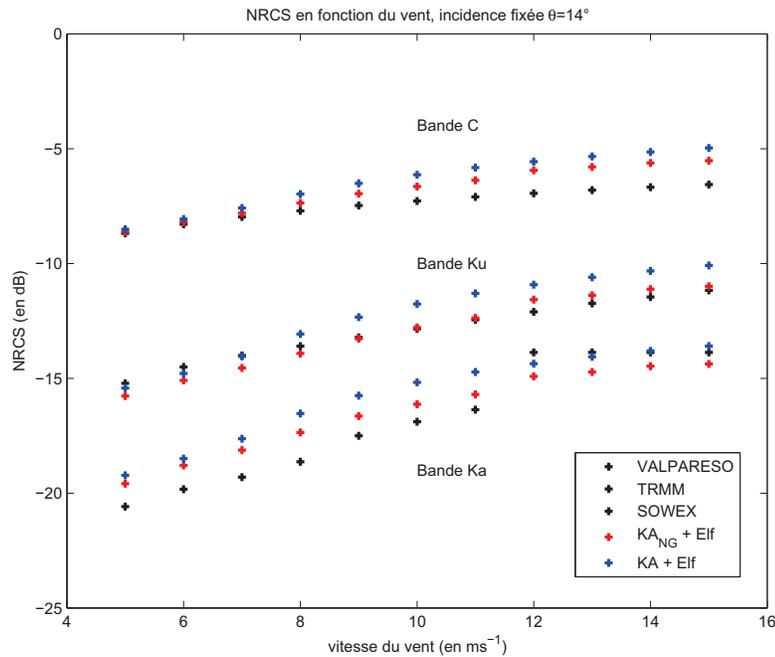


FIGURE 6.4 – Etude de la variation de la NRCS de l’approximation de Kirchhoff gaussienne (points bleus) et non gaussienne (points rouges) avec la vitesse du vent en utilisant le spectre d’Elfouhaily. L’excès de kurtosis omnidirectionnel des pentes est égal à la valeur de référence de CM (0.4). L’incidence est fixée à $\theta = 14^\circ$. Les bandes Ku et Ka ont été diminuées de 5 dB et 10 dB respectivement afin de rendre la figure plus lisible.

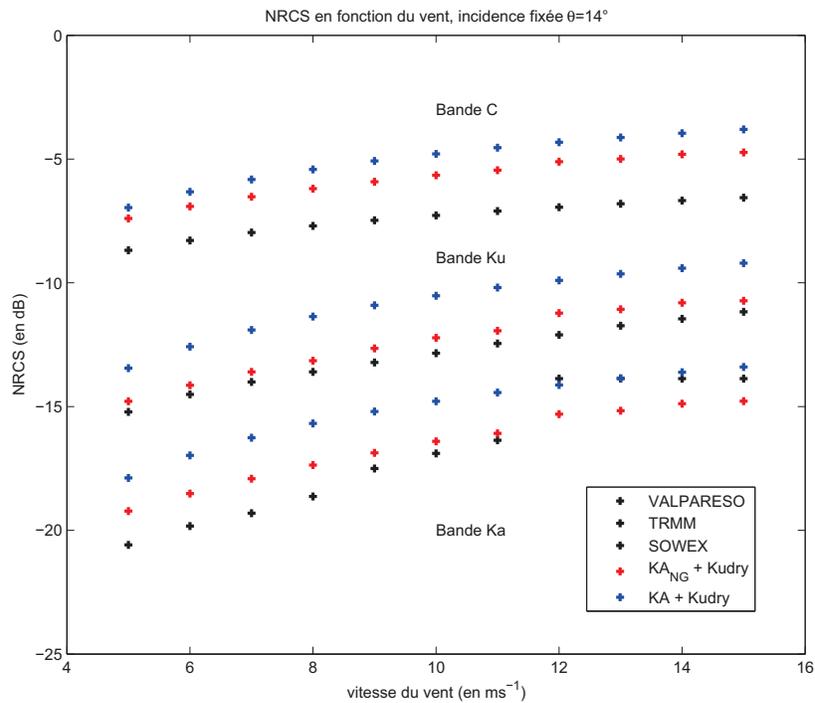


FIGURE 6.5 – Etude de la variation de la NRCS de l’approximation de Kirchhoff gaussienne (points bleus) et non gaussienne (points rouges) avec la vitesse du vent en utilisant le spectre de Kudryavtsev. L’excès de kurtosis omnidirectionnel des pentes est égal à la valeur de référence de CM (0.4). L’incidence est fixée à $\theta = 14^\circ$. Les bandes Ku et Ka ont été diminuées de 5 dB et 10 dB respectivement afin de rendre la figure plus lisible.

Chapitre 7

Comparaison expérimentale à grande incidence

7.1 Présentation des données

7.1.1 NSCAT

Les données ont été acquises par le diffusiomètre NSCAT installé sur le satellite ADEOS. Ce diffusiomètre opère en bande Ku (13.6 GHz) et réalise des mesures du signal diffusé en polarisation horizontale et en polarisation verticale. La campagne de mesure s'est déroulée entre les mois de Mai et Juin 1997 (Quilfen et al., 1999). Diverses conditions d'états de mer et de vents ont été rencontrées au cours de cette campagne. Le diffusiomètre permet de mesurer la NRCS pour des incidences comprises entre 18° et 54° . Aucune information sur la calibration du diffusiomètre et par conséquent sur le jeu de données n'est disponible. Puisque nous savons que les données de la mission TRMM sont au moins calibrées relativement, nous comparons les données mesurées par NSCAT et les données récoltées dans le cadre de TRMM. Quelques incidences sont couvertes simultanément par les deux jeux de données et permettent ainsi d'avoir une idée de leur calibration. La comparaison est réalisée sur la figure 7.1. Nous pouvons observer qu'un bon accord existe entre les deux jeux de données de la bande Ku puisque la différence est inférieure à 0.8 dB.

Des traitements classiques sont appliqués aux données afin de rendre les jeux de données plus facilement exploitables. Ils seront abordés dans la section 7.2.

7.1.2 ASAR

Ce jeux de données a été acquis par le radar à ouverture synthétique nommé Advanced Synthetic Aperture Radar (ASAR) pendant quatre semaines en 2005 et quatre autres en 2007 (Mouche et al., 2006). Ce radar est installé à bord du satellite ENVISAT et opère en bande C. Il couvre des incidences de 20° à 35° . Il est capable de mesurer le signal rétrodiffusé alternativement en polarisation verticale et horizontale. Ces données ont été acquises pour différentes conditions de vent et d'états de mer. Afin de vérifier la calibration de ce jeu de données au moins pour la polarisation verticale, les données en bande C peuvent être comparées au modèle semi

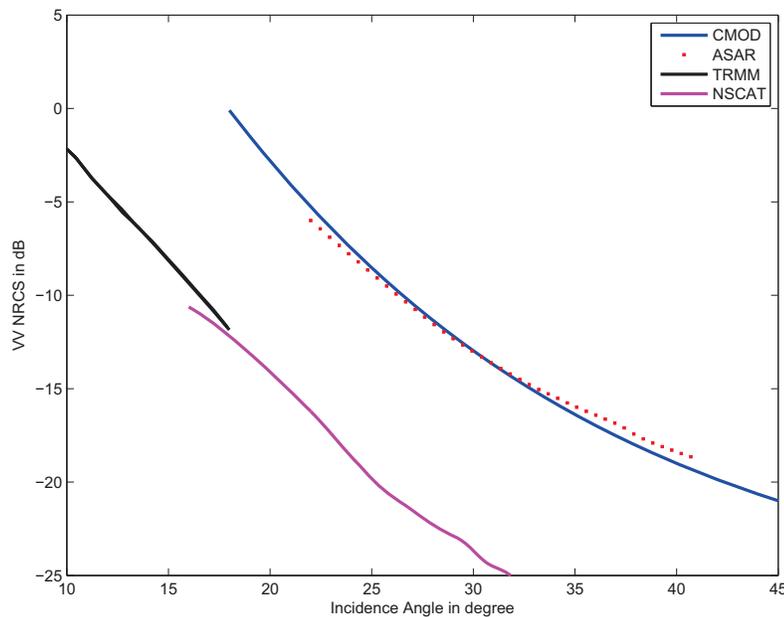


FIGURE 7.1 – Comparaison Des NRCS omnidirectionnelles calculées soit à partir du spectre omnidirectionnel soit à partir du spectre directionnel pour un vent de 11ms^{-1} en bande C

empirique CMOD-5. CMOD-5 a été construit à partir des données en polarisation verticale acquises par un diffusiomètre monté sur le satellite ERS2. Ce modèle semi empirique fournit une section efficace radar en fonction du vent et de l'azimut pour des incidences entre 20° et 60° . Les données utilisées pour établir ce modèle ont été calibrées. Ainsi, en supposant que les mesures ne dépendent pas de l'instrument, une comparaison entre des données acquises en bande C en polarisation verticale et la NRCS modélisée par CMOD-5 permet de vérifier leur calibration. N'ayant pas d'informations particulières sur la calibration des données ASAR, une comparaison a été effectuée et est tracée sur la figure 7.1. De très faibles différences (inférieures à 0.5 dB) entre les données ASAR et le modèle CMOD sont visibles. Nous pouvons donc considérer que ce jeu de données est bien calibré.

7.2 Traitement des données

7.2.1 NSCAT

Les données en bande Ku ont déjà été traitées par le CERSAT de façon à fournir 3 matrices pour chaque polarisation. Chaque matrice est composée de 3 colonnes. La première contient les données de vent, la deuxième les angles d'incidence et la dernière les mesures du signal diffusé. Les données qui nous ont été fournies sont en fait une représentation paramétrique des observations exprimée à partir des coefficients des séries de Fourier a_0 , a_1 et a_2 . En effet, il est courant d'écrire la

NRCS azimutale à partir d'une série de Fourier de la direction azimutale avec deux harmoniques :

$$\sigma_0 = a_0 + a_1 \cos \phi + a_2 \cos 2\phi \quad (7.2.1)$$

où σ_0 représente la NRCS et ϕ la direction du vent. Ainsi, chaque matrice par polarisation correspond à un coefficient. Chaque coefficient est donc associé à un angle d'incidence et une vitesse de vent.

Nous avons trié les données par vent puis par incidences croissantes. Une interpolation angulaire a été réalisé quand nécessaire pour assurer le même pas en incidence dans les trois bandes. Un lissage par une moyenne glissante sur 2° a été effectué. Aucune information particulière n'est donnée sur l'incertitude des mesures. Nous ne représentons donc pas ces données avec des barres d'erreur.

7.2.2 ASAR

Des prétraitements sur les données ASAR ont été effectués par Alexis Mouche (CLS, Brest) (masque de terre et mesure de bruit instrumental). Les données sont regroupées dans deux matrices : une pour chaque polarisation. Chaque matrice contient 9 colonnes :

1. Colonne 1 : Vitesses de vent estimées par ASCAT
2. Colonne 2 : Direction du vent estimée par ASCAT
3. Colonne 3 : Vitesses de vent estimées par ASAR
4. Colonne 4 : Direction du vent estimée par ASAR
5. Colonne 5 : Angles d'incidence
6. Colonne 6 : Signal rétrodiffusé
7. Colonne 7 : longitude
8. Colonne 8 : latitude
9. Colonne 9 : Angle entre le Nord et la direction de la trace du satellite

Nous devons tout d'abord commencer par débruiter ces deux matrices. En effet, une contribution de bruit instrumental est à retirer des valeurs de la NRCS. Les valeurs du bruit varient avec l'incidence. Le bruit est supposé additif. Les valeurs de bruit fournies par CLS étant en dB, nous appliquons :

$$\sigma_0^{debruite} = \sigma_0^{bruite} - 10^{\frac{bruit}{10}} \quad (7.2.2)$$

Le bruit estimé est un bruit moyen calculé sur un grand nombre de mesures pour une période de temps donné.

Nous n'avons pas accès directement à l'estimation de la direction du vent. Toutefois elle peut être déterminée à partir de la trace du satellite et de l'estimation de la direction du vent par rapport à la position du diffusiomètre ASCAT colocalisé avec ASAR. Elle est calculée par la relation suivante :

$$\phi = [[90 + trace_{ASAR} - [dir_{ASCAT} + 180] \%360] + 360] \%360 \quad (7.2.3)$$

La première étape de notre travail sur les données est la même que pour les données en bande Ku. Nous sélectionnons d'abord les données en fonction de la vitesse

du vent choisie. Nous conservons seulement les colonnes relatives à la mesure de la NRCS, aux angles d'incidence, de la direction du vent déterminée par la formule 7.2.3. Au cours de la sélection de ces sous matrices, nous devons également vérifier qu'il n'y a pas de valeurs aberrantes de la NRCS. Pour ce faire, nous choisissons un seuil réaliste et nous enlevons ensuite simplement les valeurs de la NRCS supérieures au seuil .

Pour un vent et une incidence donnée, une grande dispersion est observée sur les niveaux de NRCS (cf. figure 7.2. Pour rendre les données exploitables pour les comparaisons de modèle, elles sont approchées par un développement en série de Fourier azimutale à 2 harmoniques. Pour ce faire, nous définissons une fonction coût qui :

$$\chi = \sum_{\phi_i} \left[\sigma_0^{\text{donnees}}(\phi_i) - \sigma_0^{\text{Fourier}}(\phi_i) \right]^2 \quad (7.2.4)$$

où $\sigma_0^{\text{Fourier}} = a_0 + a_1 \cos \phi + a_2 \cos 2\phi$. La condition des moindres carrés s'écrit :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \chi}{\partial a_0} &= 0, \\ \frac{\partial \chi}{\partial a_1} &= 0, \\ \frac{\partial \chi}{\partial a_2} &= 0, \end{aligned} \quad (7.2.5)$$

ce qui revient à :

$$\begin{aligned} \sum_{\phi_i} \left[\sigma_0^{\text{donnees}}(\phi_i) - \sigma_0^{\text{Fourier}}(\phi_i) \right] &= 0, \\ \left[\sum_{\phi_i} \left[\sigma_0^{\text{donnees}}(\phi_i) - \sigma_0^{\text{Fourier}}(\phi_i) \right] \right] \cos \phi &= 0, \\ \left[\sum_{\phi_i} \left[\sigma_0^{\text{donnees}}(\phi_i) - \sigma_0^{\text{Fourier}}(\phi_i) \right] \right] \cos 2\phi &= 0, \end{aligned} \quad (7.2.6)$$

La résolution de ce système permet d'extraire les coefficient a_0 , a_1 et a_2 . Un exemple de reconstruction de la NRCS azimutale à partir de la série de Fourier est présenté dans la figure 7.2 en rouge. Il peut alors être observé que la NRCS ainsi calculée reproduit exactement les variations azimutales.

7.3 Comparaison avec les modèles

7.3.1 Sous hypothèse gaussienne

La NRCS omnidirectionnelle modélisée à partir de WCA est comparée aux deux jeux de données présentés dans les sections précédentes. Les comparaisons se limitent dans une première étude à la polarisation verticale. Nous avons choisi de continuer notre étude en considérant les deux spectres classiques d'Elfouhaily et de Kudryavtsev.

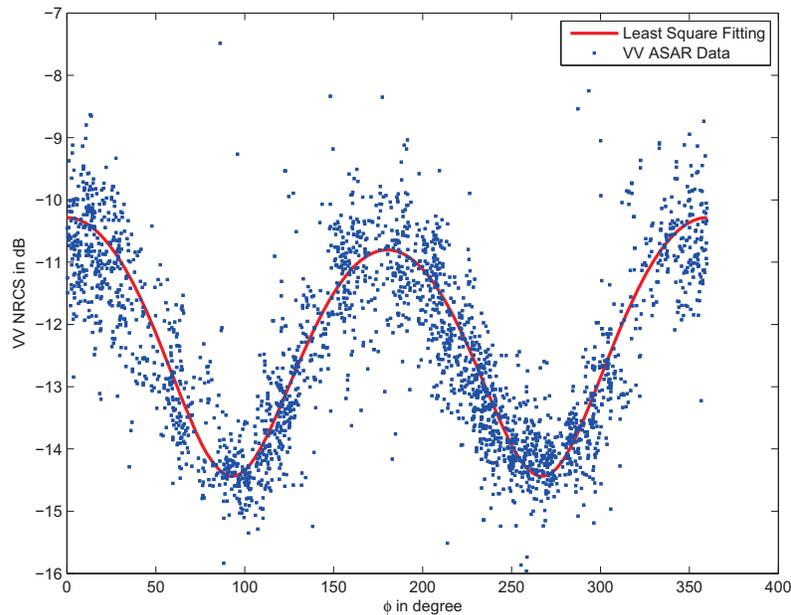


FIGURE 7.2 – Comparaison entre les données ASAR (en bleu) en polarisation verticale pour un vent de 5 m s^{-1} avec la NRCS reconstruite à partir de la série de Fourier en rouge

Les figures présentées ici montrent deux exemples de comparaison entre la NRCS modélisée par WCA sous statistiques gaussiennes et les données en bande C et Ku. Nous avons choisi de présenter les résultats obtenus pour deux vitesses de vents différentes : un vent faible de vitesse 5 m s^{-1} et un vent modéré de vitesse 11 m s^{-1} . Les courbes relatives à la bande Ku ont été diminuées de 10 dB afin de rendre la figure plus lisible. Avant de commenter ces figures, nous devons préciser que les NRCS tracées ici sont des NRCS absolues et non plus relatives. Ainsi, les niveaux des NRCS peuvent également être pris en compte dans notre analyse.

Une première analyse des courbes 7.3 et 7.4 permet d’observer une différence de forme très importante entre les données et la NRCS modélisée à partir du spectre de Kudryavtsev. Cette remarque peut être effectuée pour les deux vitesses de vent. Cette disparité de forme peut être expliquée par la forme du spectre de Kudryavtsev. En effet, le décrochage de la NRCS qui intervient pour des incidences supérieures à 30° aussi bien en bande C et Ku provient de la forme du spectre de Kudryavtsev dans les échelles de 2 à 5 cm. En effet, de la figure du premier chapitre représentant la courbure omnidirectionnelle des spectres classiques, nous pouvons voir que le spectre de Kudryavtsev présente un creux dans ces gammes d’échelles. Ce creux va donc induire un niveau beaucoup trop bas de la NRCS. A contrario, la caractéristique principale du spectre d’Elfouhaily est de posséder un pic d’énergie centré autour des vagues de longueur d’onde 2 cm environ. Il est donc normal de constater que la forme de la NRCS est correcte. Le spectre de Kudryavstev ne semble donc pas fournir de résultats pertinents. nous allons donc nous concentrer plutôt sur la reconstruction de la NRCS à partir du spectre d’Elfouhaily.

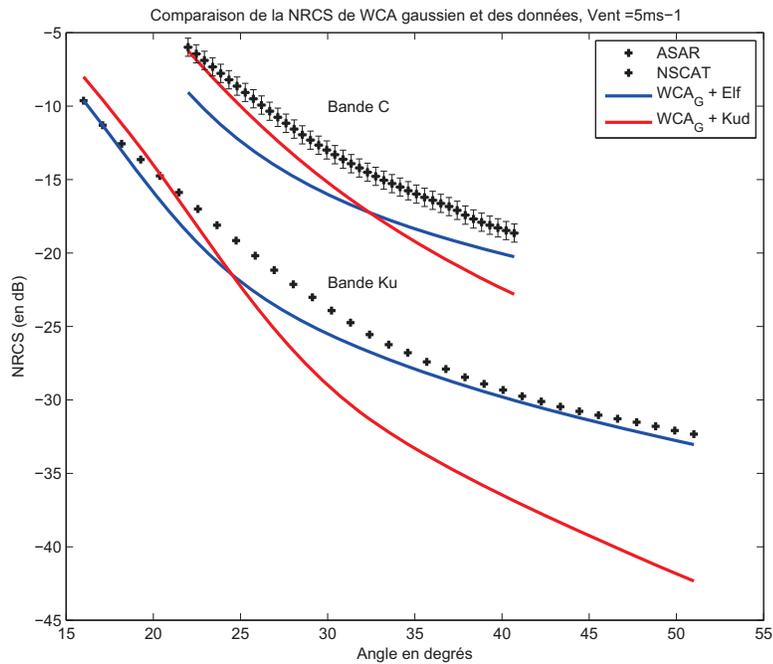


FIGURE 7.3 – Comparaison entre les NRCS calculées à partir du modèle de diffusion WCA sous statistiques gaussiennes et des données en bande C et en bande Ku pour une vitesse de vent $5ms^{-1}$

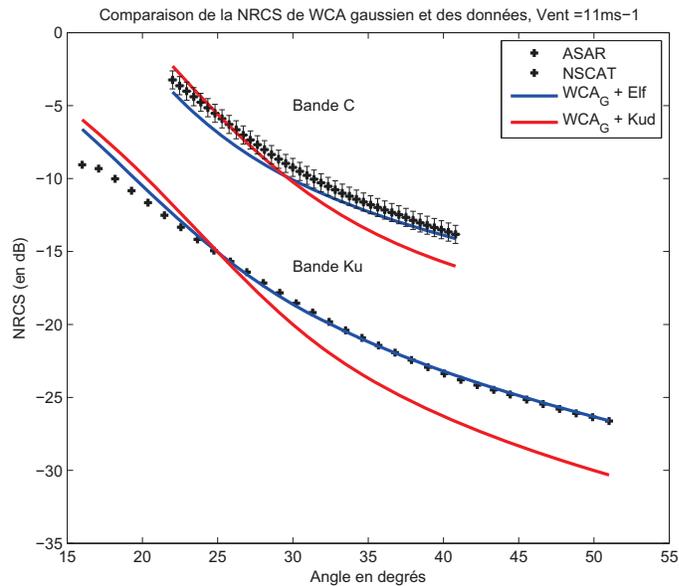


FIGURE 7.4 – Comparaison entre les NRCS calculées à partir du modèle de diffusion WCA sous statistiques gaussiennes et des données en bande C et en bande Ku pour une vitesse de vent $11ms^{-1}$

Dans un deuxième temps, nous pouvons remarquer qu'il existe une différence non négligeable de niveau entre la NRCS modélisée et les données de l'ordre de 2 dB en bande C et à vents faibles. Cette différence est moindre à vents plus forts. Pour la bande Ku, la NRCS théorique semble correspondre assez bien aux données. Ce phénomène peut provenir de deux explications possibles. Tout d'abord, cette disparité peut provenir du niveau trop faible du spectre pour les échelles proches de 5 cm. Un niveau trop faible du spectre va nécessairement engendrer un niveau trop faible de la NRCS. Toutefois, elle peut également être due à l'hypothèse erronée des statistiques gaussiennes de la surface de mer. En effet, il s'avère que les asymétries des vagues par exemple ou les interactions entre vagues tendent à renvoyer un écho radar plus fort. Ceci est d'autant plus vrai à petits vents où la surface de mer est fortement non gaussienne. Nous ne pouvons pas conclure directement à partir de ces courbes sur la vraisemblance de ces hypothèses.

Nous allons donc dans une première étape établir une version non gaussienne pour le modèle de diffusion et la confronter à ces mêmes jeux de données. Si des différences persistent, nous pourrions alors envisager de discuter de la qualité des spectres de mer.

7.3.2 Sous hypothèse non gaussienne

L'effort du quatrième chapitre de ce manuscrit a été de développer un modèle de diffusion qui permet de calculer la NRCS en incluant les effets non gaussiens de la mer. Cette correction a été envisagée puisque nous avons mis en évidence l'échec de la forme gaussienne de WCA à modéliser correctement la NRCS au nadir ou aux grandes incidences. Il reste donc à vérifier que la correction apportée à l'expression de la NRCS soit suffisante pour améliorer la reconstruction de la NRCS aux incidences modérées ou grandes incidences. Pour ce faire, nous comparons cette NRCS théorique aux deux jeux de données ASAR (bande C) et NSCAT (bande Ku).

Les figures 7.5 et 7.6 donnent un exemple de des résultats obtenus pour un vent de 5 ms^{-1} et 11 ms^{-1} . Nous avons choisi d'illustrer l'impact des corrections non gaussiennes dans le cas d'une vitesse de vent faible puisque c'est pour des vents faibles que les plus grandes différences sont observées.

La NRCS théorique est calculée à partir des deux spectres de référence précédemment présentés : le spectre d'Elfouhaily de Kudryavtsev. Il est clair qu'à petit vent, l'impact de la correction apportée par la prise en compte des non linéarités dans le modèle de diffusion est non négligeable et qu'une légère amélioration est visible. A plus grand vent, il semble que la modélisation non gaussienne de la NRCS soit plus proche des données bien que cette amélioration soit plus faible qu'à petit vent. Afin de vérifier la véracité de ces observations à partir des courbes, le même critère d'erreur que nous avons défini par la différence entre les données et le modèle moyennée sur toutes les incidences est reporté dans les tableaux 7.1 et 7.2 pour la reconstruction à partir du spectre d'Elfouhaily et de Kudryavtsev respectivement. Nous comparons les critères d'erreur obtenus dans le cas gaussien et non gaussien pour chaque bande électromagnétique et pour chacun des spectres.

De l'analyse de ces tableaux, il paraît maintenant plus évident que la prise en compte des non gaussianités de la surface dans le modèle permet d'améliorer si-

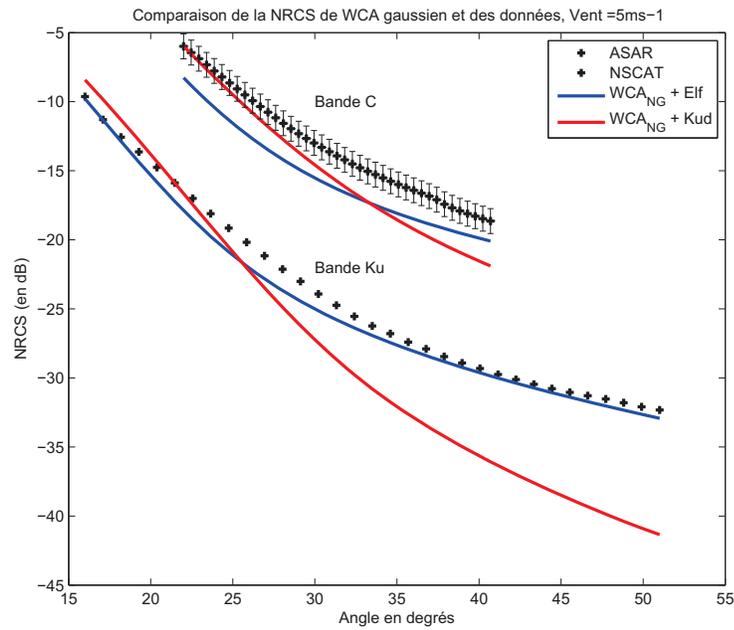


FIGURE 7.5 – Comparaison expérimentale au modèle WCA non gaussien pour un vent de 5 ms^{-1}

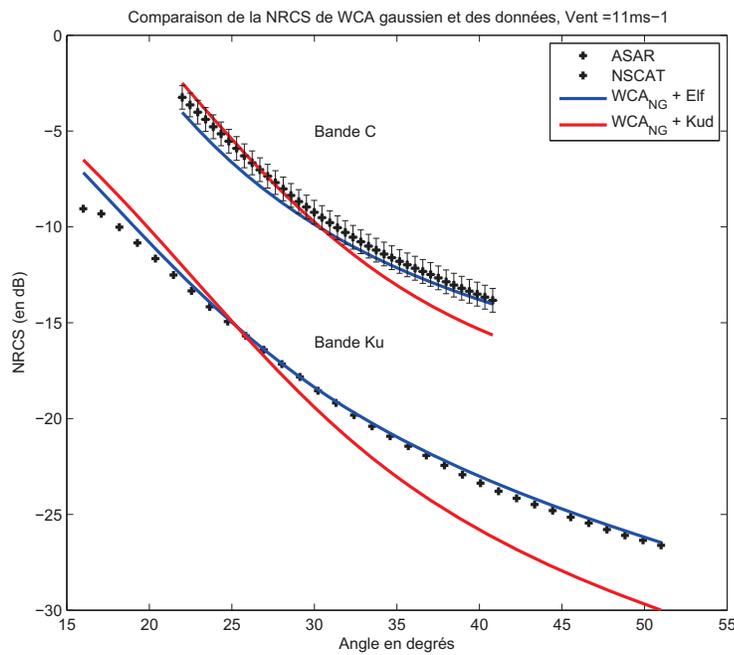


FIGURE 7.6 – Comparaison expérimentale au modèle WCA non gaussien pour un vent de 11 ms^{-1}

ws	C		Ku		λ_{omni}
	G	NG	G	NG	
5	2.90	2.68	1.37	1.30	0.19
7	2.42	2.09	0.96	0.96	0.26
9	1.55	0.90	0.66	0.66	0.45
11	1.52	0.76	0.69	0.52	0.51
13	1.84	1.24	0.72	0.22	0.39
15	2.06	1.38	0.98	0.37	0.46

TABLE 7.1 – Comparaison des critères d’erreur calculés pour WCA gaussien et non gaussien, le spectre de mer utilisé est le spectre d’Elfouhaily. La dernière colonne regroupe le kurtosis optimal.

ws	C		Ku		λ_{omni}
	G	NG	G	NG	
5	3.47	2.17	7.07	4.94	0.66
7	2.83	1.54	4.51	2.81	0.78
9	2.71	1.42	3.74	2.08	0.81
11	2.80	1.42	3.45	1.82	0.81
13	3.01	1.69	3.08	1.57	0.72
15	3.07	1.62	2.95	1.48	0.76

TABLE 7.2 – Comparaison des critères d’erreur calculés pour WCA gaussien et non gaussien, le spectre de mer utilisé est le spectre de Kudryavtsev. La dernière colonne regroupe le kurtosis optimal.

gnificativement la modélisation théorique de la NRCS. Ces remarques sont vérifiées pour chaque spectre et chaque bande. La dernière colonne des tableaux contient les valeurs de kurtosis optimisées pour chaque spectre de mer à partir des jeux de données nadir. En effet, de trop grandes différences étant observées entre la NRCS modélisée et les données notamment à petit vent, des valeurs de kurtosis trop fortes doivent être utilisées pour remonter le niveau de la NRCS aux grandes incidences provoquant des résultats incohérents aux faibles incidences. Nous avons donc jugé préférable de conserver la cohérence des résultats aux vents faibles.

Puisque les critères d’erreur et les valeurs de kurtosis diffèrent vraiment d’un spectre à l’autre, nous pouvons nous interroger sur la qualité des spectres de mer. Un élément de réponse peut être apporté en se rappelant que ces deux spectres ne sont pas toujours compatibles avec les diverses contraintes optiques. Ces différences influencent de façon non négligeable la qualité de la modélisation de la NRCS au moins au nadir. Il est difficile de juger correctement l’apport de la correction non gaussienne de WCA puisque plusieurs paramètres que nous ne pouvons pas modifier (mss et forme des spectres par exemple) doivent également être pris en compte dans

notre analyse. Mais au vu des remarques effectuées, les spectres usuels ne permettent manifestement pas d'atteindre des résultats satisfaisants pour toutes les bandes et incidences. De plus, les valeurs élevées du kurtosis semblent également compenser les faiblesses des spectres (mss, forme et niveau) afin de se rapprocher au plus des données.

7.3.3 Etude de la NRCS en fonction de la vitesse du vent

L'étude de la NRCS en fonction de la vitesse du vent et à incidence fixée nous permet de mettre en évidence le comportement des corrections non gaussiennes avec le vent. Pour cette analyse, nous avons fixé l'angle d'incidence à $\theta = 25^\circ$. Les résultats obtenus à partir du spectre d'Elfouhaily et de Kudryavtsev sont présentés dans les figures 7.7 et 7.8 respectivement. La correction apporté au modèle WCA relève le niveau de la NRCS de façon plus ou moins importante selon la valeur du kurtosis omnidirectionnel et donc selon le spectre utilisé. Globalement, il peut également être observé que l'écart entre la NRCS théorique gaussienne et les données expérimentales est plus grand pour les vents faibles et que donc la correction non gaussienne doit être plus importante pour ces vitesses de vent. Ce constat permet de conforter l'affirmation qui précise que la mer est plus gaussienne à vent fort et donc que les non gaussianités ont donc plus d'impact à vent faible.

Cependant, afin d'avoir une idée plus précise de l'impact de la correction non gaussienne dans la modélisation de la NRCS, nous pouvons étudier les données en polarisation horizontale et les comparer avec la NRCS modélisée par WCA non gaussien. Ainsi, puisque les non gaussianités jouent un rôle prépondérant dans la diffusion, nous pourrions tirer les conclusions quant à l'apport de la prise en compte des non linéarités de la mer dans le modèle de diffusion.

7.4 Polarisation horizontale

De façon générale, aucun modèle de diffusion même récemment développé n'arrive à modéliser correctement la NRCS en polarisation H. En effet, le signal mesuré dans cette polarisation est étrangement élevé en comparaison à ce qu'il pourrait être attendu. Des hypothèses ont été émises à partir de ces observations pour tenter d'expliquer ces différences de niveau. L'une d'elles est que les non linéarités de la surface ont un plus fort impact dans la diffusion du signal en polarisation horizontale qu'en polarisation V du fait des faibles niveaux de signal enregistré. De plus, des événements fortement non linéaires vont également renvoyer un signal plus fort en polarisation horizontale. Nous pouvons citer la présence d'écume à la surface de la mer à cause du déferlement des plus petites vagues par exemple comme phénomènes extrêmement non linéaires. Des efforts ont été réalisés pour tenir compte des effets du déferlement directement dans le modèle de diffusion (Kudryavtsev et al., 2003).

Notre démarche n'était pas nécessairement d'étudier la polarisation horizontale. En effet, nous sommes tout d'abord partis du constat qu'il existait de grandes dif-

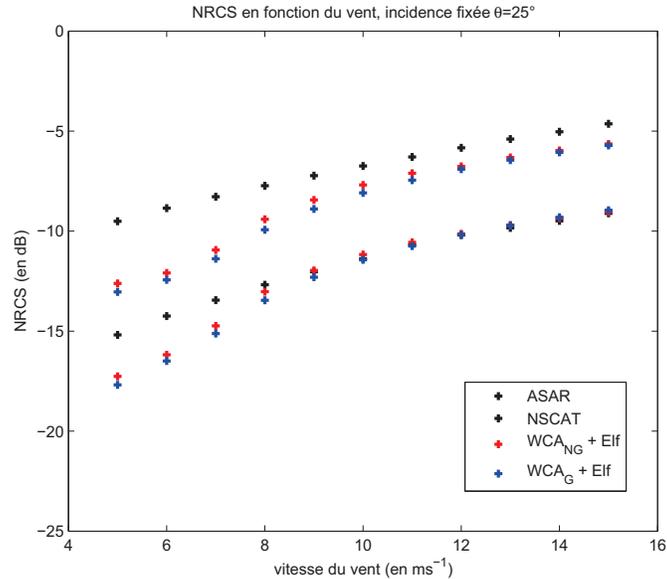


FIGURE 7.7 – Etude de la variation de la NRCS gaussienne (points bleus) et non gaussienne (points rouges) de WCA avec le vent à incidence fixée ($\theta = 25^\circ$). Les résultats sont obtenus à partir du spectre d’Elfouhaily. La bande Ku a été diminué de 5 dB afin de rendre la figure plus lisible. Les résultats théoriques sont comparés aux données expérimentales (points noirs) en bande C et Ku.

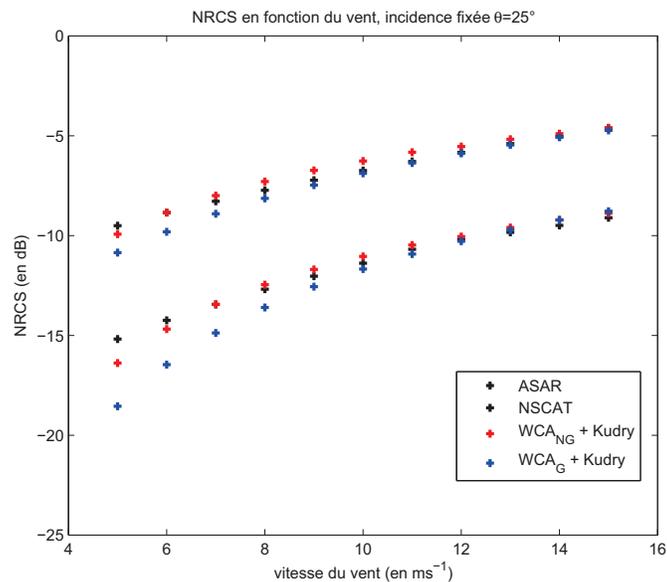


FIGURE 7.8 – Etude de la variation de la NRCS gaussienne (points bleus) et non gaussienne (points rouges) de WCA avec le vent à incidence fixée ($\theta = 25^\circ$). Les résultats sont obtenus à partir du spectre de Kudryavtsev. La bande Ku a été diminué de 5 dB afin de rendre la figure plus lisible. Les résultats théoriques sont comparés aux données expérimentales (points noirs) en bande C et Ku.

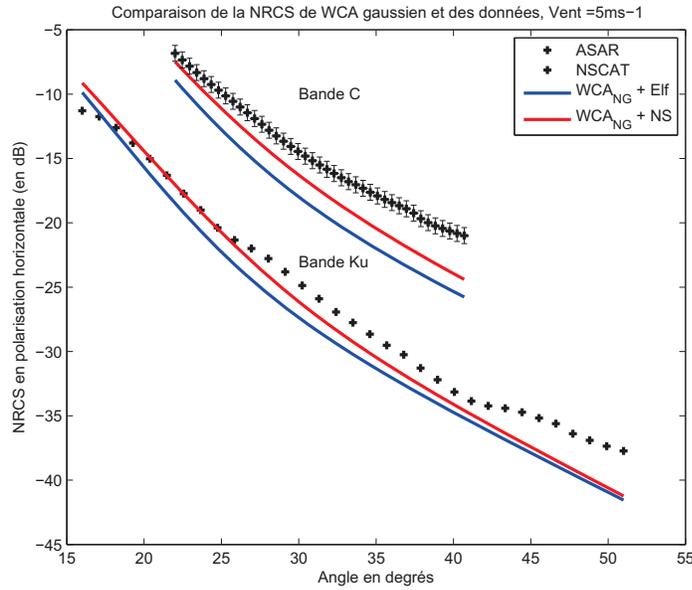


FIGURE 7.9 – Comparaison de la NRCS du modèle de diffusion WCA non gaussien et les données ASAR et NSCAT pour un vent de 5 m s^{-1} en polarisation horizontale

férences à petits vent notamment entre la NRCS issue de modèles classiques de diffusion et des données en polarisation verticale. Nous avons donc cherché à améliorer ces résultats en se basant uniquement sur la polarisation verticale. Ainsi, nous avons proposé une version non gaussienne du modèle WCA en se basant uniquement sur les observations en polarisation verticale. Nous nous contentons donc seulement de constater l'impact de ces corrections en polarisation horizontale. La NRCS théorique en polarisation horizontale est comparée aux données ASAR et NSCAT en polarisation horizontale dans la figure. Nous avons choisi un vent faible puisque la surface de mer est alors moins linéaire.

Au vu des différences importantes entre les données et la NRCS modélisée de la figure 7.9, nous aurions pu conclure que la correction non gaussienne du modèle de diffusion était négligeable en polarisation horizontale. Toutefois, le zoom de la figure 7.10 permet de voir que la correction non gaussienne permet de remonter le niveau de la NRCS de près de 0.8 dB. Étant donné les écarts de niveau, la correction paraît tout de même très faible. La même question sur la qualité du spectre peut également être posée. Cependant, aucun élément de réponse ne peut être apporté de l'analyse de ces résultats. Nous pouvons seulement constater que la correction non gaussienne de WCA permet de relever un peu le niveau de la NRCS en polarisation horizontale mais pas suffisamment sans doute pour améliorer les rapports de polarisation.

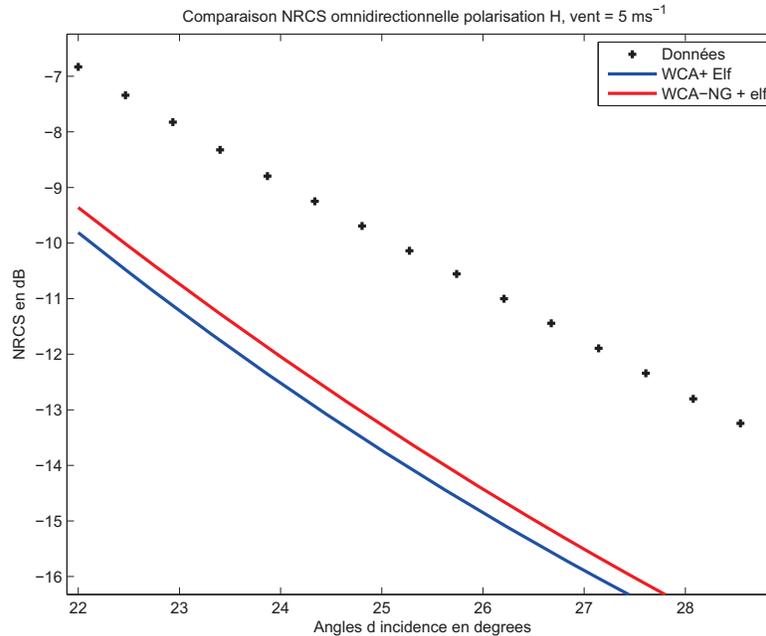


FIGURE 7.10 – Zoom sur la bande C aux incidences modérées

7.5 Rapports de Polarisation

Le rapport de polarisation permet de comparer les niveaux de signal reçu en polarisation verticale et horizontale. Il est défini par :

$$RP = \frac{\sigma_{VV}}{\sigma_{HH}} \quad (7.5.7)$$

Les modèles théoriques prévoient généralement des rapports de polarisation trop forts car, s'ils arrivent assez bien à modéliser la NRCS en polarisation verticale, ils le sous-estiment en polarisation horizontale. Ces observations ont été illustrées dans la section précédente. Seul le modèle de diffusion RCA ((Mouche et al., 2007)) fournit des rapports de polarisation satisfaisants. Toutefois, comme nous l'avons présenté au chapitre 5, la NRCS calculée à partir de ce modèle de diffusion dépend fortement d'un paramètre de filtre autour de la fréquence de Bragg. Ce paramètre inconnu est alors à optimiser en fonction des données. Nous souhaitons utiliser un modèle uniquement théorique et donc ne comparons nos résultats au seul modèle WCA. Nous présentons donc à travers les figures 7.11 , 7.12, 7.13 et 7.14 une comparaison des rapports de polarisation calculés à partir des données directement, de la NRCS de WCA gaussien et non gaussien en bande C pour des vents de 5 m s^{-1} et 11 m s^{-1} et en bande Ku pour les mêmes vents respectivement.

Des courbes en bande C, nous pouvons observer que les rapports de polarisation calculés à partir des NRCS non gaussiennes se rapprochent des rapports de polarisation observés expérimentalement à vents plus forts. Cette observation peut également s'appliquer à l'analyse des courbes en bande Ku, même si la différence

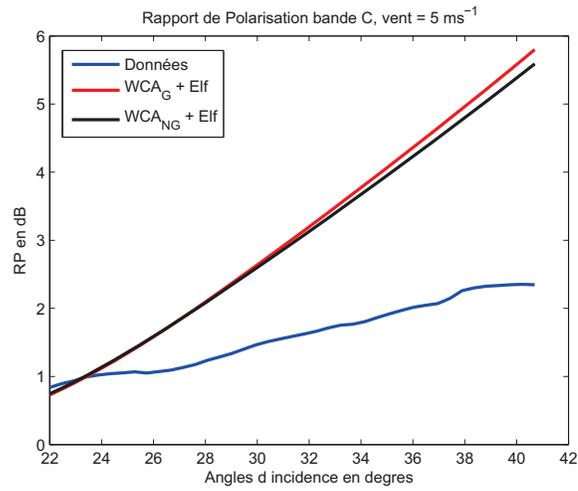


FIGURE 7.11 – Rapport de polarisation en bande C pour un vent de 5 ms^{-1}

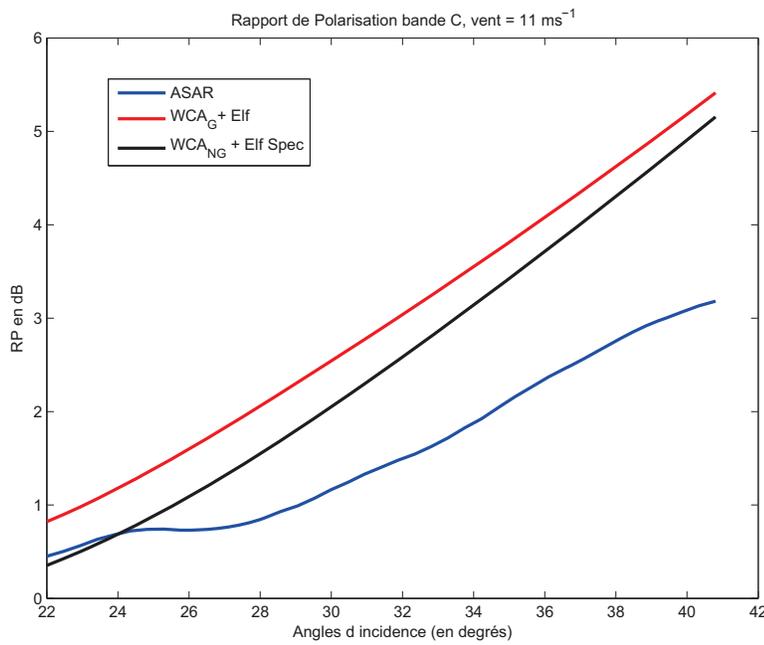
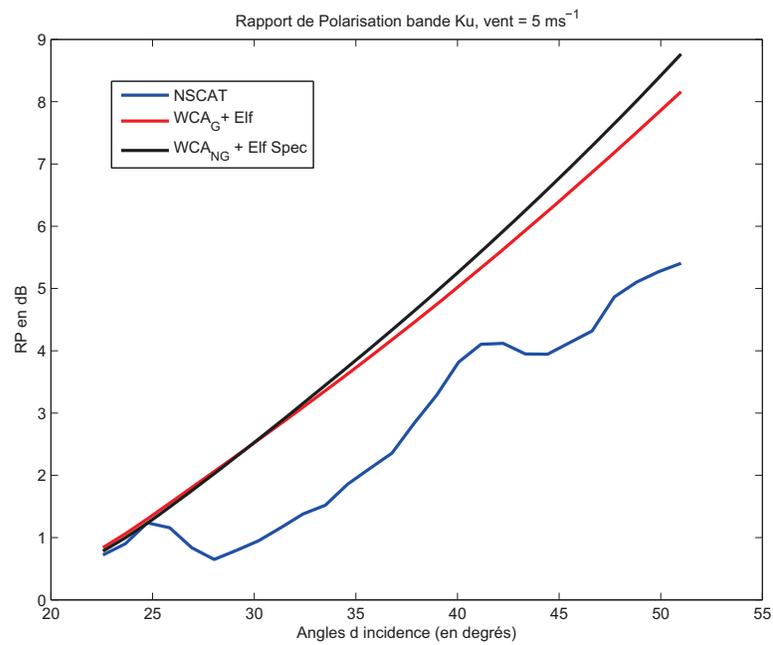
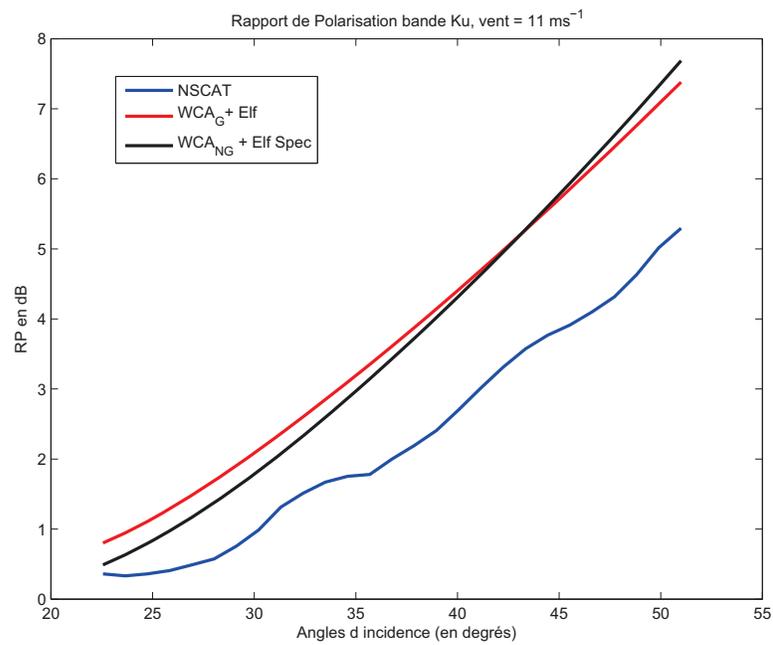


FIGURE 7.12 – Rapport de polarisation en bande C pour un vent de 11 ms^{-1}

FIGURE 7.13 – Rapport de polarisation en bande Ku pour un vent de 5 ms^{-1} FIGURE 7.14 – Rapport de polarisation en bande Ku pour un vent de 11 ms^{-1}

entre les rapports de polarisation calculés pour WCA gaussien et non gaussien ne semble pas être aussi marquée qu'en bande C. Il apparait finalement, que la correction non gaussienne de la NRCS aide à améliorer les rapports de polarisation au moins en bande C. L'effet est moins prononcé en bande Ku.

7.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons confronté le modèle de diffusion WCA sous statistiques gaussiennes et non gaussiennes à des données expérimentales en bande C et Ku. De ces résultats, nous avons pu observer que la correction non gaussienne améliore significativement la NRCS en polarisation verticale aux grandes incidences. Les performances du modèle de diffusion non gaussien en polarisation horizontale, même s'il peut être observé que le niveau est sensiblement relevé, ne sont pas encore satisfaisantes. Les rapports de polarisation sont également améliorés mais ils ne sont toujours pas en accord avec les rapports de polarisation des données. Au cours de ce chapitre, nous avons aussi soulevé la question de la qualité des spectres usuels. En effet, nous avons montré que le niveau et la forme de la NRCS dépendent fortement du spectre choisi, ce qui peut provoquer des résultats non conformes aux données. Le paramètre de kurtosis est ajusté en fonction de la vitesse du vent et du spectre. Les valeurs élevées et très différentes d'un spectre à l'autre laissent penser que le kurtosis comble les faiblesses des spectres à respecter les contraintes optiques. Pour palier à ces différences et pour améliorer les résultats de modélisation de la NRCS, une nouvelle paramétrisation du spectre de mer est envisagée. Les paramètres du spectre sont alors calculés directement à partir de l'inversion des jeux de données.

Chapitre 8

Vers un spectre de mer de télédétection

Les chapitres précédents ont mis en évidence l'importance d'utiliser un modèle de diffusion unifié afin d'améliorer la reconstruction de la NRCS aussi bien au nadir qu'aux plus grandes incidences lorsque plusieurs bandes électromagnétiques sont utilisées. Il a également été constaté que l'utilisation des spectres de mer usuels combinée avec WCA même dans sa version non gaussienne ne permet pas d'obtenir une NRCS conforme aux données, particulièrement à petits vents. Nous avons finalement montré que la qualité de la NRCS dépend fortement aussi bien de la forme des spectres que de leur capacité à respecter les contraintes optiques (sur les mss). Ainsi, disposant maintenant d'un modèle de diffusion robuste, nous avons envisagé une nouvelle paramétrisation du spectre de mer afin de compléter notre étude. Cette nouvelle paramétrisation concerne seulement la partie omnidirectionnelle du spectre de mer. Les travaux sur la directivité du spectre sont en cours.

8.1 Construction du nouveau spectre

8.1.1 Partie grandes vagues ou basse fréquence

Avant de corriger la partie basse fréquence du spectre de mer, il est nécessaire de rappeler que les données issues de la diffusion de la surface de mer dans la gamme des micro-ondes sont peu sensibles aux vagues longues. Cependant, ces dernières ont une influence sur la NRCS via les paramètres globaux comme la mss totale. Ainsi, en se basant sur cette observation, nous proposons de corriger globalement la partie basse fréquence du spectre de mer. Nous utilisons le même spectre vagues longues d'Elfouhaily basé sur le spectre de Donelan-Pierson (Donelan and Pierson Jr, 1987) (multiplié par une fonction cut-off qui permet de limiter l'énergie contenue dans la partie du spectre au delà de $10k_p$).

La correction du spectre des vagues longues est apportée sur l'ensemble des basses fréquences par la multiplication de cette partie du spectre par un coefficient α calculé pour être compatible avec la mss filtrée mesurée par Vandemark et al. (et al., 2004)

. Ainsi, la partie basse fréquence de la nouvelle courbure du nouveau spectre s'écrit :

$$B_l = \alpha B_{l,Elf}, \quad (8.1.1)$$

où $B_{l,Elf}$ est la partie vagues longues du spectre d'Elfouhaily. Le facteur α est défini par :

$$\alpha = \frac{mss_l}{\int_0^{k_1} B_{elf} k^{-1} dk}, \quad (8.1.2)$$

où mss_l est la pente des vagues longues ($\geq 1 - 2$ m) mesurée par Vandemark et al. (et al., 2004) et k_1 est le nombre d'onde de coupure. Il est estimé de façon précise par le calcul de la mss vagues longues à partir de l'intégration du spectre d'Elfouhaily en imposant la correspondance à la mss expérimentale. Ainsi, la valeur k_1 est directement déduite. D'après les simulations numériques, nous avons finalement trouvé que $k_1 \simeq \frac{2\pi}{1.7}$ avec une légère dépendance avec la vitesse du vent.

8.1.2 Partie vagues courtes

La partie des vagues courtes du spectre de mer joue un grand rôle dans la mss slick et la mss totale. La forme du spectre dans ces gammes d'échelles est aussi très importante puisqu'elle influence énormément la forme de la NRCS dans les bandes électromagnétiques étudiées. Dans le chapitre 2, les mss slick et totales des spectres usuels et notamment du spectre d'Elfouhaily ont été comparées aux mesures de Phillips (Phillips, 1977) et CM. Il a été constaté que ces deux paramètres sont surestimés pour l'ensemble des spectres étudiés.

Nous cherchons une nouvelle paramétrisation du spectre de mer pour les vagues courtes qui améliore ces paramètres globaux du spectre de mer (mss slick et mss totale).

La caractéristique du spectre des vagues courtes du spectre d'Elfouhaily est son pic de courbure centré autour du nombre d'onde correspondant au minimum de la vitesse de phase ($k = 363 \text{ rad.m}^{-1}$). Il est justifié physiquement car il permet de rendre compte de l'accumulation d'énergie qui se produit à ces échelles. Dans la nouvelle paramétrisation du spectre de mer, le pic est donc conservé. Toutefois, des modifications de sa forme et de sa position sont envisagées en fonction de la vitesse du vent et le pic n'est plus supposé symétrique. Ainsi, nous avons posé la forme suivante pour la courbure :

$$\begin{aligned} B_{h2} &= C e^{-g_2 \left(\log_{10} \left(\frac{k}{k_3} \right) \right)^2}, \quad k_2 \leq k \leq k_3, \\ B_{h3} &= C e^{-g_3 \left(\left(\frac{k}{k_3} \right)^2 - 1 \right)}, \quad k \geq k_3, \end{aligned} \quad (8.1.3)$$

où C , g_2 , g_3 , k_2 et k_3 sont des paramètres à déterminer. La forme de la gaussienne dans la partie B_{h3} est identique à celle employée dans le spectre d'Elfouhaily ce qui permet une coupure plus rapide aux échelles des vagues de capillarité. Cette coupure est nécessaire puisqu'elles subissent un fort amortissement visqueux.

La partie intermédiaire du spectre est essentielle pour le calcul de la mss slick.

Puisque nous cherchons à diminuer la mss slick du spectre d'Elfouhaily, nous pouvons modéliser cet effet par une gaussienne décroissante. Ainsi, la courbure se met sous la forme :

$$B_{h1} = B_l(k_1)e^{-g_1\left(\log_{10}\left(\frac{k}{k_1}\right)\right)^2}, \quad k_1 \leq k \leq k_2, \quad (8.1.4)$$

k_2 représente le nombre d'onde pour lequel $B_{h1}(k_2) = B_{h2}(k_2)$. Pour des raisons évidentes de raccord, l'amplitude de cette gaussienne est la même que celle de la partie vagues longues au point k_1 . Il est à noter que la largeur de la gaussienne g_1 est également un paramètre à déterminer. Ainsi paramétré, le spectre de mer dans la partie intermédiaire est bien diminué, ce qui engendre une diminution de la mss slick. Cette diminution a aussi un impact sur la mss totale comme nous le présentons dans la section suivante.

8.2 Inversion du spectre

Il reste à déterminer les paramètres du spectre définis dans la section précédente à savoir : les largeurs des trois gaussiennes (g_1, g_2 et g_3), l'amplitude du pic C et sa position k_3 .

Ces paramètres sont optimisés numériquement afin que les NRCS reconstruites à partir du nouveau spectre de mer soient les plus proches possible des données dans les trois bandes électromagnétiques et toutes les incidences. De plus, le modèle de diffusion non gaussien fait apparaître un autre paramètre à déterminer : le kurtosis des pentes λ_{omni} défini dans le chapitre 2. L'ensemble de ces paramètres est optimisé par la minimisation d'une fonction coût :

$$\varepsilon = \left\langle \left| (\sigma_{omni}^0(\text{model}))_{dB} - (\sigma_{omni}^0(\text{data}))_{dB} \right|^2 \right\rangle \quad (8.2.5)$$

La moyenne d'ensemble $\langle \rangle$ est réalisée sur toutes les incidences et toutes les bandes électromagnétiques. Ce même critère a été défini précédemment pour analyser la qualité de la reconstruction de la NRCS.

La minimisation de cette fonction coût s'effectue à partir de la routine standard (lsqnonlin) présentée au chapitre 6. Elle permet de trouver le n-uplet solution qui minimise la fonction coût que nous définissons à l'aide de la méthode des moindres carrés.

Afin d'améliorer la solution obtenue par cette méthode, des bornes limites (inférieure et supérieure) peuvent être initialisées dans la fonction de minimisation. Les bornes que nous choisissons sont des valeurs réalistes centrées sur les valeurs des paramètres C, g_3 , k_3 et λ_{omni} du spectre d'Elfouhaily et du kurtosis mesuré par CM. Nous calculons chaque sextuplet pour chaque vitesse de vent de 5 à 15 $m s^{-1}$. Plutôt que de présenter les résultats obtenus sous forme de tableau, il nous a semblé plus facile de déterminer des polynômes qui reproduisent au mieux les comportements de ces différents paramètres en fonction de la vitesse du vent. Ces polynômes n'ont pas de réalité physique mais ils permettent de programmer plus facilement le spectre de mer. Nous donnons ci-après les expressions des paramètres en fonction de la vitesse

du vent :

$$\begin{aligned}
g_1 &= 6.1 \cdot 10^{-2} U_{10} - 3.3 \cdot 10^{-2} \\
g_2 &= -1.314 \cdot 10^{-4} U_{10}^5 + 7.036 \cdot 10^{-3} U_{10}^4 - 1.468 \cdot 10^{-1} U_{10}^3 \\
&\quad + 1.4741 U_{10}^2 - 6.9122 \cdot U_{10} + 12.162 \\
g_3 &= 1.5378 \cdot 10^{-4} U_{10}^5 - 7.1804 \cdot 10^{-3} U_{10}^4 + 1.2835 \cdot 10^{-1} U_{10}^3 \\
&\quad - 1.095 U_{10}^2 + 4.4721 U_{10} - 5.52 \\
C &= -8.6 \cdot 10^{-6} U_{10}^3 + 3 \cdot 10^{-4} U_{10}^2 - 1.6 \cdot 10^{-3} U_{10} + 5.1 \cdot 10^{-3} \\
\gamma &= 1.486 \cdot 10^{-4} U_{10}^4 - 5 \cdot 10^{-3} U_{10}^3 + 5.86 \cdot 10^{-2} U_{10}^2 \\
&\quad - 2.99 \cdot 10^{-1} U_{10} + 1.07
\end{aligned} \tag{8.2.6}$$

le dernier paramètre ne présente pas de variation significative avec le vent. Il est choisi constant avec, $k_3 = 308 \text{ rad.m}^{-1}$.

Pour visualiser les différences apportées à la courbure omnidirectionnelle du spectre d'Elfouhaily, les courbures omnidirectionnelles du spectre nouvellement paramétré (courbe rouge) et du spectre d'Elfouhaily (courbe pointillée bleue) sont superposées dans la figure 8.1 pour plusieurs vitesses de vents. De ce graphique, nous observons que la partie des échelles décimétriques du nouveau spectre est creusée par rapport à la courbure du spectre d'Elfouhaily. Ce résultat même qualitatif permet de supposer que la mss slick du nouveau spectre de mer est plus faible que celle du spectre d'Elfouhaily et ainsi plus proches des données établies par Phillips, (Phillips, 1977). Une étude plus précise sur les différentes mss (totale et filtrées) sera réalisée par la suite. Nous pouvons également observer que cette partie du spectre décroît lorsque la vitesse du vent augmente. Ce résultat permet d'illustrer la redistribution d'énergie qui s'effectue à ces échelles. Elle met en évidence une diminution de l'énergie des vagues décimétriques lorsque le vent augmente. Aucune certitude ne permet d'expliquer ce phénomène. Nous pouvons seulement émettre des hypothèses. Ainsi, un des phénomènes qui peut intervenir à ces échelles et dissiper l'énergie des vagues décimétriques est le déferlement considérant ces gammes de vents.

De la figure 8.1, il peut également être noté que la position du pic est légèrement décalée vers les vagues longues par rapport au pic d'Elfouhaily ($k_3 = 308 \text{ rad.m}^{-1}$ qui correspond aux vagues de 2.04 cm au lieu de $k = 363 \text{ rad.m}^{-1}$ qui correspond aux vagues de 1.73 cm). Ce résultat améliore sans doute la reconstruction de la NRCS en bande C puisque le niveau du spectre dans cette gamme 2 – 5 cm est plus haut que le niveau du spectre d'Elfouhaily. Cette hypothèse sera vérifiée lors de l'analyse la qualité de la reconstruction de la NRCS à partir du nouveau spectre de mer.

La courbure omnidirectionnelle peut également être comparée à la courbure du spectre omnidirectionnelle du spectre de mer développé par Caudal (Caudal, 2002) pour les vagues courtes de gravité jusqu'aux vagues de gravité-cappillarité. Le calcul de ce spectre prend en compte les effets d'amortissement visqueux de ces vagues, de la dissipation d'énergie du à l'écume de mer, de l'interaction non linéaire à trois vagues et de la vitesse de vent. De la figure 8.2, il peut être observé que même si la forme de ces deux spectres ne coïncident pas exactement, le niveau de la courbure omnidirectionnelle semble correspondre.

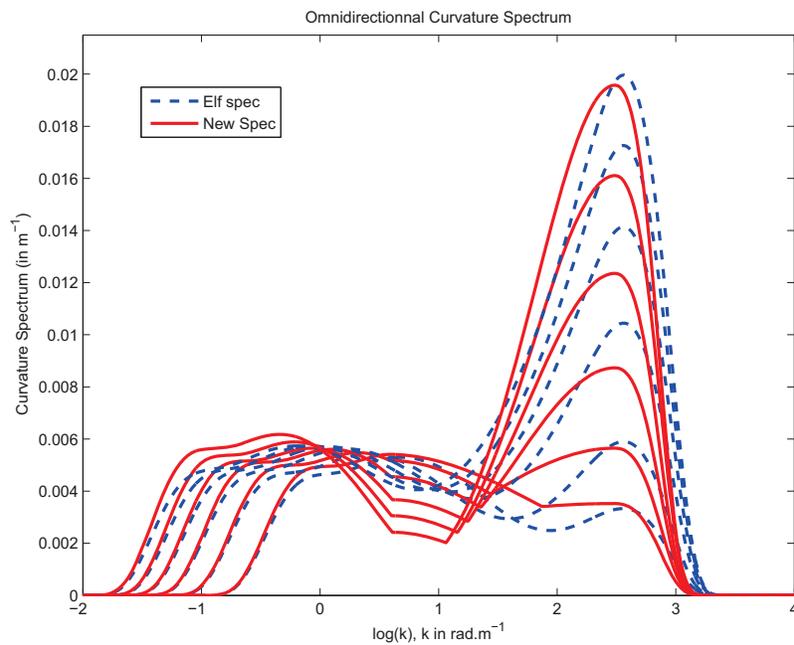


FIGURE 8.1 – Comparaison des courbures omnidirectionnelles de la nouvelle paramétrisation du spectre de mer et du spectre d’Elfouhaily. Elles sont tracées pour différentes valeurs de vent variant de 5 à 15ms^{-1} par pas de 2ms^{-1}

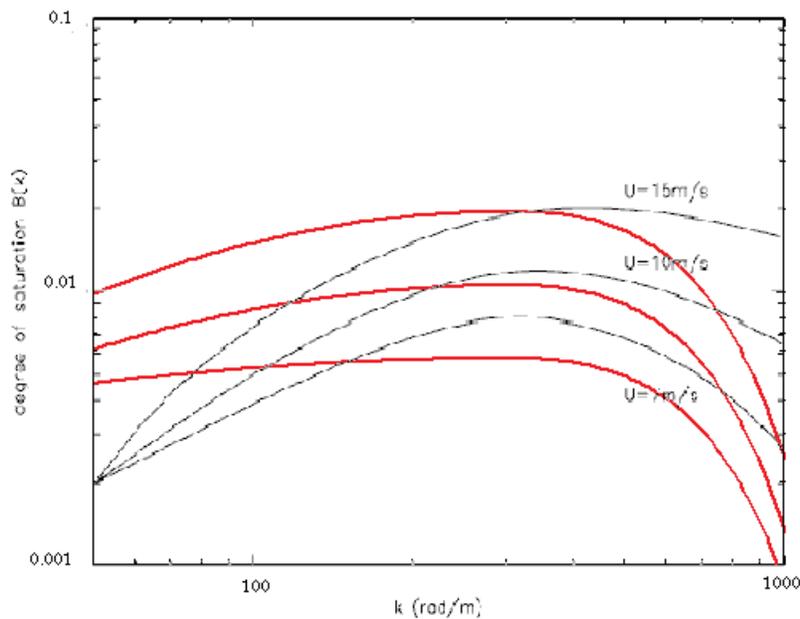


FIGURE 8.2 – Comparaison des courbures omnidirectionnelles de la nouvelle paramétrisation du spectre de mer et du spectre de Caudal. Elles sont tracées pour différentes valeurs de vent variant de $7,10$ et 15ms^{-1}

8.3 MSS

Un des objectifs principal de cette nouvelle paramétrisation, en plus d'améliorer la modélisation de la NRCS, est de mieux respecter les contraintes optiques imposée par les études de (Cox and Munk, 1954), (Phillips, 1977) et (et al., 2004). La figure 8.3 représente l'évolution des différentes mss en fonction du vent pour les spectres usuels (les modèles d'Elfouhaily et Kudryavtsev) et pour la nouvelle paramétrisation du spectre de mer. Les mss vagues longues du nouveau spectre correspond par construction aux données expérimentales. Les résultats obtenus sont très satisfaisants puisque la mss slick et totale du nouveau spectre correspondent aux mss expérimentales, particulièrement pour les vent supérieurs à 9 m s^{-1} . L'erreur commise sur les mss pour ces vitesses de vent est inférieure à 10%. A petit vent, les mss filtrée et totale sont un peu surestimées, de l'ordre de 15%, par rapport aux mesures de (Phillips, 1977) et (Cox and Munk, 1954). Il faut cependant rappeler que c'est à petits vent que les plus grandes différences étaient observées (jusqu'à 2.5 dB en bande C) et ce malgré la correction non gaussienne du modèle de diffusion. Le niveau du spectre à petits vent doit donc être relevé afin de compenser la différence entre les NRCS modélisée et expérimentale, ce qui implique nécessairement des mss plus élevées.

Le niveau élevé des données à vent faible peut provenir de l'aspect fortement non gaussien de la surface de la mer. Nous prenons en compte des non linéarités dans notre modèle de diffusion mais il semblerait que d'autres effets non gaussiens s'ajoutant aux effets de kurtosis aient un impact dans la NRCS comme les effets de non stationnarité (Chapron et al., 2000). Cette piste n'a pas encore été explorée.

Cette nouvelle paramétrisation du spectre de mer semble améliorer les performances obtenues à partir des spectres usuels au moins en ce qui concerne le respect des contraintes optiques. Il reste donc à vérifier la qualité de la modélisation de la NRCS à partir de WCA non gaussien et du spectre ainsi paramétré.

8.4 Reconstruction

La pertinence de l'ajout des effets non gaussiens dans le modèle de diffusion ayant déjà été mise en évidence, nous jugeons plutôt les performances de la nouvelle paramétrisation du spectre de mer. Les résultats sont comparés à ceux présentés pour le spectre d'Elfouhaily. Le critère d'erreur précédemment défini est déterminé pour chaque bande en fonction de la vitesse du vent. Les résultats sont regroupés dans le tableau 8.1. Les colonnes 2 – 4 – 6 sont les erreurs en dB commises pour la nouvelle modélisation de la NRCS. Elles sont comparées aux résultats présentés dans la section 7.3.2 pour le spectre d'Elfouhaily (colonnes 3 – 5 – 7). La reconstruction de la NRCS est significativement améliorée en bande C et en bande Ku, surtout à petits vents. A vent plus fort, la NRCS calculée à partir du nouveau spectre est équivalente à celle du spectre d'Elfouhaily. Dans les deux cas, les résultats sont très satisfaisants. En étudiant les critères d'erreur déterminés pour la bande Ka, nous pouvons remarquer qu'ils sont assez proches d'un spectre à l'autre même si de meilleurs résultats proviennent de la modélisation à partir du spectre d'Elfouhaily.

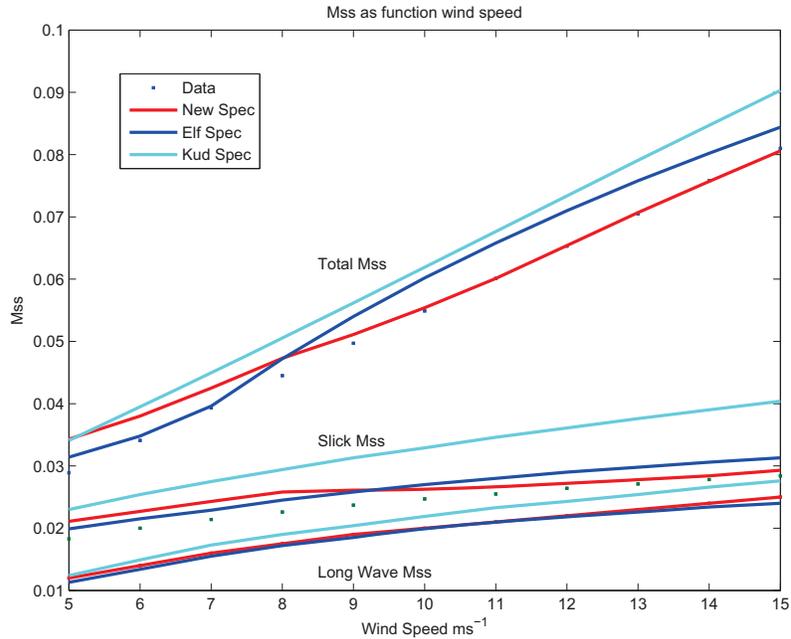


FIGURE 8.3 – Comparaison des différentes mss pour les spectres d’Elfouhaily, de Kudryavstev et du nouveau spectre aux données expérimentales en fonction du vent

ws	C		Ku		Ka	
	NS	Elf	NS	Elf	NS	Elf
5	1.24	2.68	0.52	1.30	0.35	0.40
7	0.78	2.09	0.54	0.99	0.49	0.43
9	0.61	0.90	0.40	0.66	0.25	0.19
11	0.64	0.76	0.42	0.52	0.21	0.10
13	0.87	1.24	0.34	0.22	0.40	0.42
15	0.90	1.38	0.46	0.37	0.24	0.30

TABLE 8.1 – Critère d’erreur en fonction de la vitesse du vent (en ms^{-1}) pour le modèle de diffusion WCA non gaussien utilisé avec le nouveau spectre et le spectre d’Elfouhaily

Pour l’étude de la NRCS au nadir, il est bon de noter que le kurtosis optimisé pour la nouvelle paramétrisation du spectre de mer prend des valeurs entre 0.35 et 0.51, assez proches de la valeur expérimentale mesurée par CM (0.4). De plus, il peut être noté que le kurtosis a un comportement non monotone : d’abord décroissant jusqu’au minimum atteint pour un vent de $12 ms^{-1}$ puis de nouveau croissant. Nous retrouvons le comportement du kurtosis décrit par Bréon et Henriot (Bréon and Henriot, 2006).

Deux figures 8.5 et 8.4 sont présentées pour un vent de $5 ms^{-1}$ afin de comparer

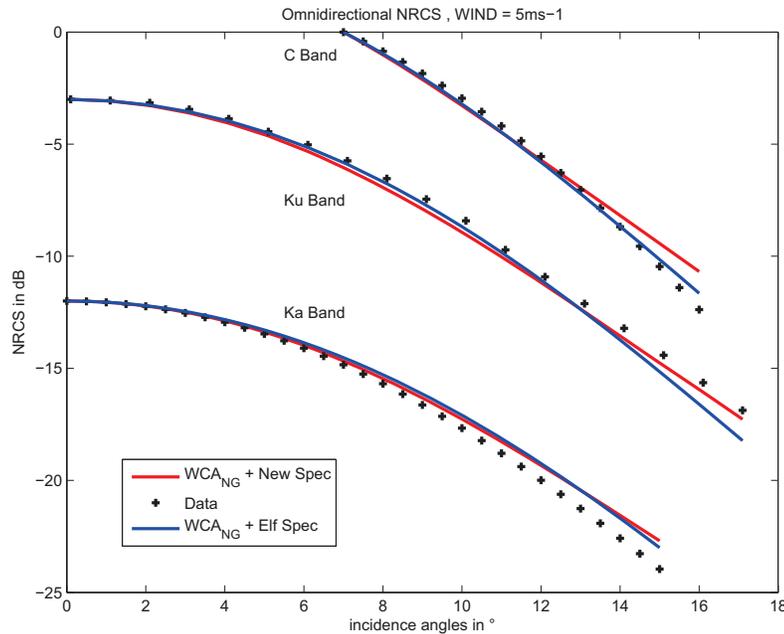


FIGURE 8.4 – Reconstruction de la NRCS pour les jeux de données nadir en bande C, Ku et Ka à partir du modèle de diffusion WCA non gaussien utilisant deux spectres différents : Elfouhaily et le spectre issue de la nouvelle paramétrisation pour un vent de 5 m s^{-1}

visuellement la différence entre les modélisations non gaussiennes de la NRCS à partir des deux spectres de mer. La figure 8.4 montrent que les NRCS non gaussiennes modélisées à partir des deux spectres sont conformes aux données et équivalentes. Toutefois, nous pouvons noter que le coefficient de kurtosis optimisé pour le spectre d’Elfouhaily est très faible à petit vent ($\lambda_{omni} = 0.19$) par rapport à la valeur de référence de CM et de celle optimisée pour le nouveau spectre ($\lambda_{omni} = 0.51$).

Sur la figure 8.5, il apparaît clairement que la nouvelle paramétrisation du spectre de mer améliore la modélisation de la NRCS non gaussienne. L’utilisation joint d’un modèle non gaussien et du nouveau spectre de mer réduit fortement l’écart entre la NRCS théorique et les données notamment en bande C où les plus grandes différences étaient observées.

Deux figures 8.7 et 8.6 sont ajoutées pour compléter notre analyse. Les modélisations de la NRCS sont alors équivalentes aussi bien au nadir qu’aux plus grandes incidences. Cependant, nous avons montré que la nouvelle paramétrisation du spectre permet un meilleur respect des différentes contraintes optiques. De plus, le kurtosis optimisé pour ce nouveau spectre semble plus cohérent puisqu’il reste proche de la valeur de référence de CM et adopte le comportement décrit par Breon et Henriot.

L’analyse des résultats de la modélisation multi-bande de la NRCS a permis de mettre en évidence la pertinence d’une nouvelle paramétrisation du spectre de mer. Au vu de la bonne amélioration des résultats, nous pouvons supposer qu’une meilleure estimation de la NRCS en polarisation horizontale sera également obtenue.

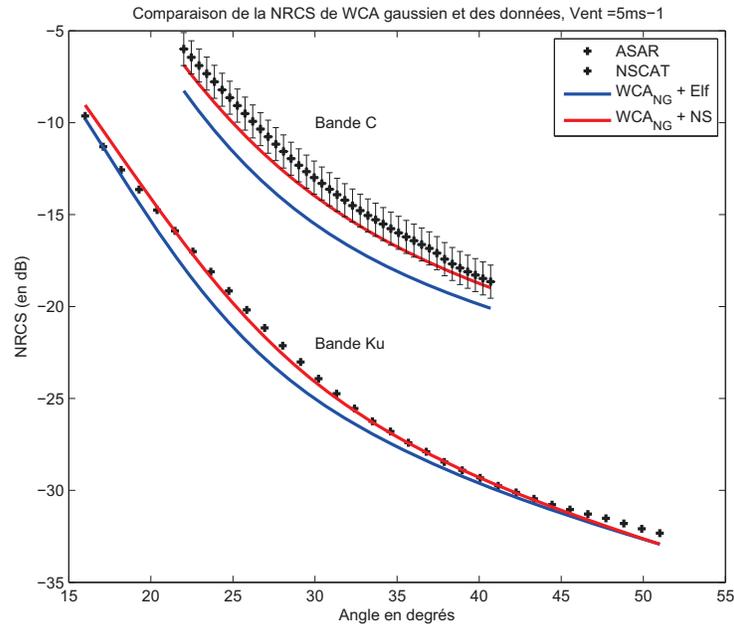


FIGURE 8.5 – Reconstruction de la NRCS pour les jeux de données nadir en bande C et Ku à partir du modèle de diffusion WCA non gaussien utilisant deux spectres différents : Elfouhaily et le spectre issue de la nouvelle paramétrisation pour un vent de 5 m s^{-1}

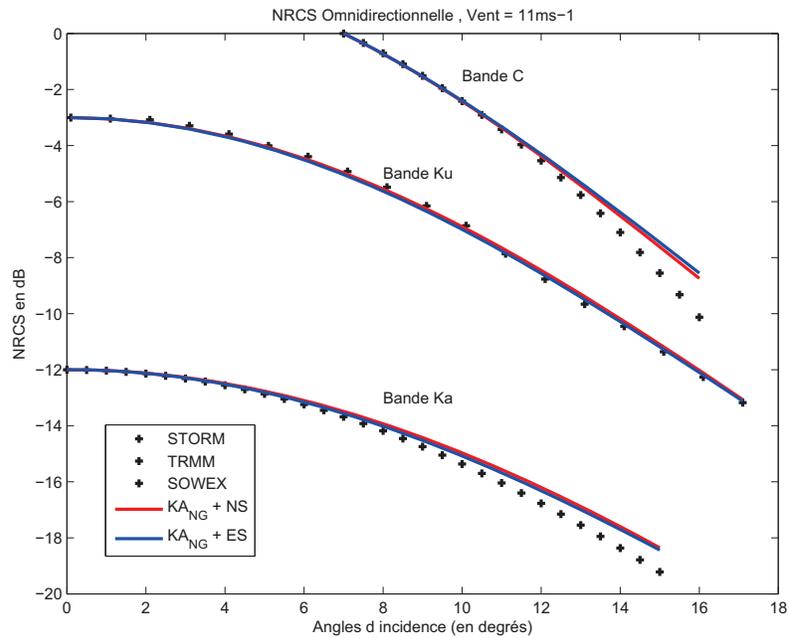


FIGURE 8.6 – Reconstruction de la NRCS pour les jeux de données nadir en bande C, Ku et Ka à partir du modèle de diffusion WCA non gaussien utilisant deux spectres différents : Elfouhaily et le spectre issue de la nouvelle paramétrisation pour un vent de 11 m s^{-1}

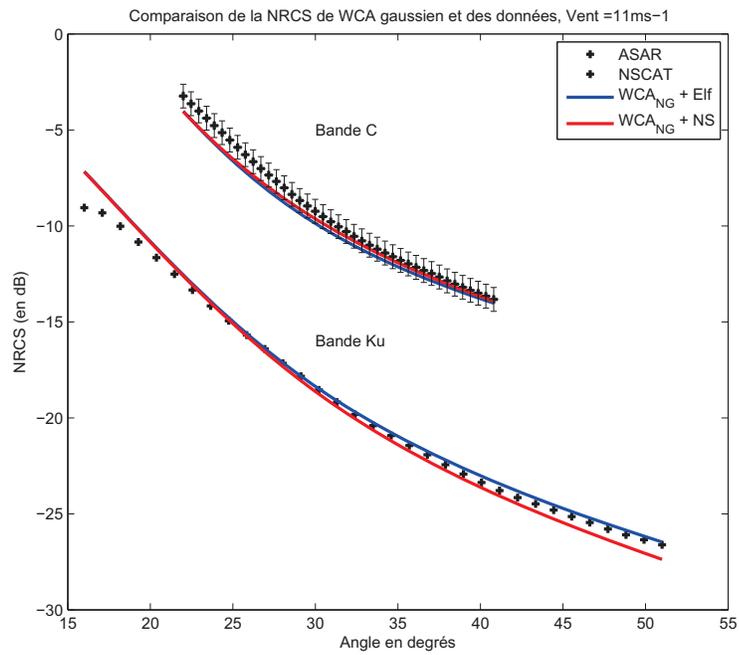


FIGURE 8.7 – Reconstruction de la NRCS pour les jeux de données nadir en bande C, Ku et Ka à partir du modèle de diffusion WCA non gaussien utilisant deux spectres différents : Elfouhaily et le spectre issue de la nouvelle paramétrisation pour un vent de 11 $m s^{-1}$

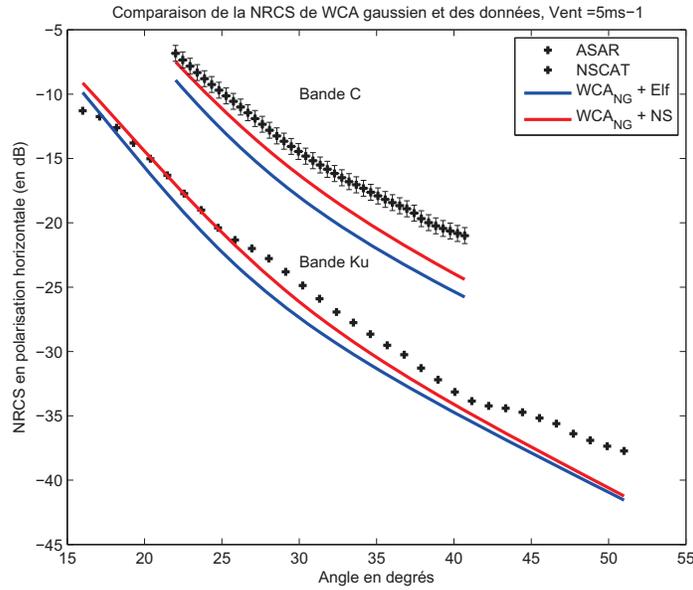


FIGURE 8.8 – Comparaison entre les données ASAR et NSCAT et la NRCS calculée à partir de WCA non gaussien pour un vent de 5 m s^{-1} . Les NRCS ont été calculées à partir de la combinaison de la nouvelle paramétrisation du spectre et de WCA non gaussien (courbes rouges) et de la combinaison du spectre d’Elfouhaily et de WCA non gaussien (courbes bleues) en polarisation horizontale

8.5 Polarisation Horizontale

Nous avons montré dans le chapitre précédent que la correction non gaussienne du modèle de diffusion permettait une petite amélioration dans la reconstruction de la NRCS en polarisation horizontale. Nous analysons maintenant l’impact de la nouvelle paramétrisation du spectre sur la NRCS. Les courbes regroupées dans le tableau 8.8 illustrent les résultats obtenus pour la polarisation horizontale. Nous comparons les performances des deux spectres à modéliser la NRCS en polarisation horizontale pour un vent faible et un vent modéré.

De l’étude des courbes 8.8 et 8.9, s’il peut être observé que la modélisation de la NRCS horizontale est assez similaire d’un spectre à l’autre à vent modéré (11 m s^{-1}), il semble cependant que la paramétrisation du nouveau spectre mer améliore la modélisation de la NRCS en polarisation horizontale à vents faibles. Ce résultat provient du niveau plus élevée du nouveau spectre de mer par rapport au spectre d’Elfouhaily. La nouvelle paramétrisation du spectre de mer permet globalement une amélioration de la modélisation de la NRCS en polarisation horizontale même si les niveaux très élevés de la NRCS dans cette polarisation ne sont pas encore atteints. Ces résultats confirment la nécessité d’établir des modèles de diffusion plus fortement non gaussiens afin de remonter le niveau de la NRCS en polarisation horizontale.

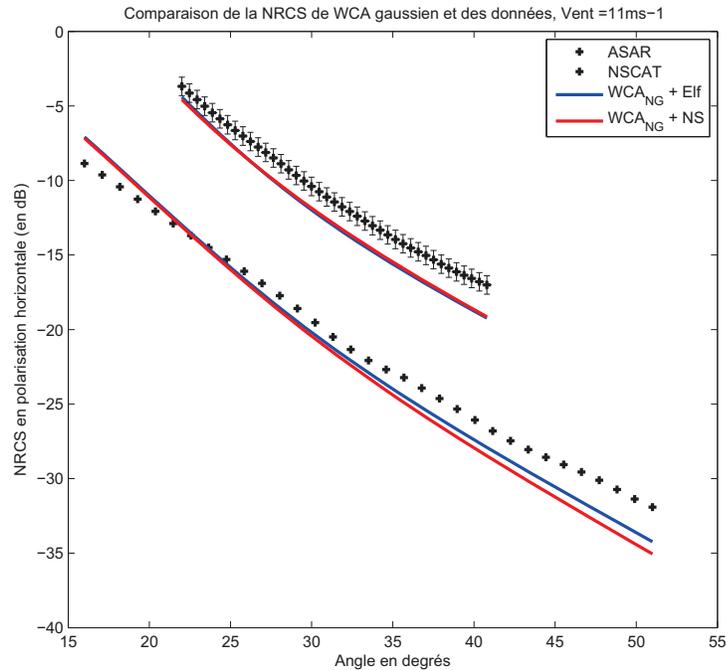


FIGURE 8.9 – Comparaison entre les données ASAR et NSCAT et la NRCS calculée à partir de WCA non gaussien pour un vent de $11\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ en polarisation horizontale

8.6 Rapport de Polarisation

La nouvelle paramétrisation de la courbure omnidirectionnelle du spectre permet d'améliorer les résultats obtenus avec WCA non gaussien utilisé avec le spectre d'Elfouhaily en polarisation verticale et horizontale, notamment à petit vent. Nous pouvons alors supposer que les rapports de polarisation sont également plus proches des données expérimentales. Les figures 8.10 et 8.11 comparent les rapports de polarisation pour un vent de $5\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ pour le modèle non gaussien utilisé avec le nouveau spectre (en rouge) et le spectre d'Elfouhaily (en noir) et les données (en bleu). Une différence de 0.5 dB est observée à 30° . L'utilisation jointe du modèle de diffusion WCA non gaussien et du nouveau spectre issu de la télédétection améliorent significativement les rapports de polarisation à petit vent. A plus grand vent, cette différence s'amenuise et les rapports de polarisation sont équivalents. L'amélioration des rapports de polarisation reste assez faible en comparaison de l'écart avec les rapports de polarisation expérimentaux. Les corrections que nous avons apportées ne sont donc pas encore suffisantes pour estimer correctement la polarisation horizontale et donc fournir de bons rapports de polarisation. D'autres phénomènes non gaussiens doivent entrer en jeu comme le déferlement, la non stationnarité... Ces travaux de thèse sont une première approche qu'il est nécessaire de compléter par la prise en compte de ces différents phénomènes.

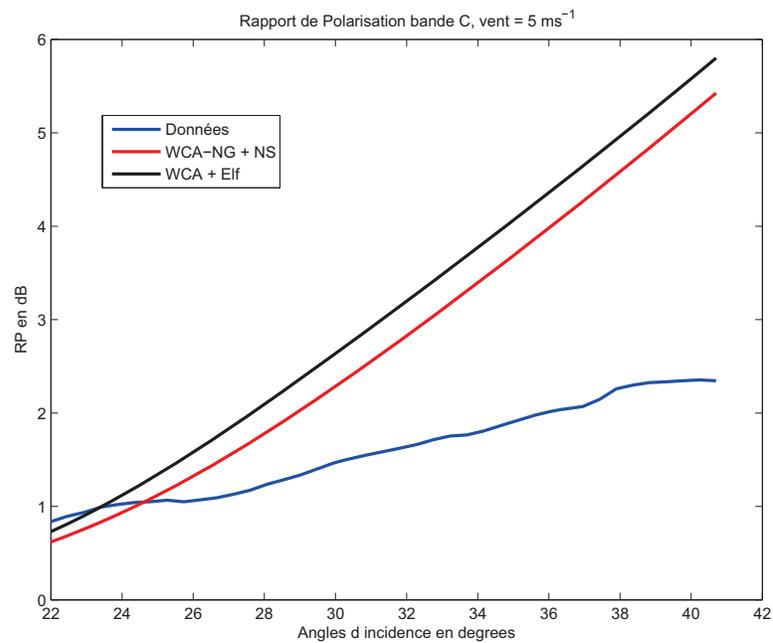


FIGURE 8.10 – Rapport de polarisation en bande C pour un vent de 5 ms^{-1}

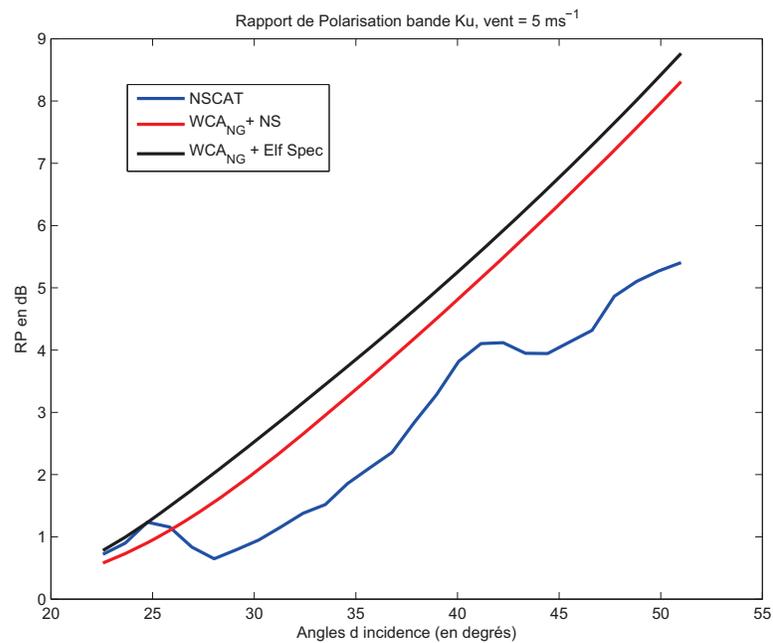


FIGURE 8.11 – Rapport de polarisation en bande Ku pour un vent de 5 ms^{-1}

8.7 Conclusion

Une nouvelle paramétrisation du spectre de mer a été envisagée puisque l'utilisation d'un modèle de diffusion prenant en compte les non linéarités de la surface combiné à un spectre de mer classique ne suffisait pas à modéliser correctement la NRCS pour toutes les incidences, bandes électromagnétiques et vitesses de vent. Les plus grandes différences ont été observées en bande C à vents faibles. Le nouveau spectre est paramétré de façon à pouvoir mieux respecter les contraintes imposées par les mss basse fréquence, slick et totales. Les différents paramètres servant à calculer ce spectre de mer sont déterminés en minimisant la différence entre la NRCS théorique et les données pour chaque vitesse de vent.

Chapitre 9

Conclusion

La recherche menée au cours de cette thèse porte sur la modélisation multi-bande de la NRCS. L'objectif de cette étude est d'arriver à bien modéliser la NRCS non seulement dans plusieurs bandes électromagnétiques proches mais également pour différentes vitesses de vent et pour une grande gamme d'incidences. Pour ce faire, nous nous sommes d'abord appuyés sur des modèles de diffusion classiques développés à partir de statistiques gaussiennes de la surface en première approximation. La comparaison de ces NRCS théoriques aux données a permis de mettre en évidence l'incapacité de ces modèles de diffusion combiné à des modèles classiques de spectre de mer à fournir une estimation correcte de la NRCS. Deux aspects peuvent être modifiés afin d'améliorer la modélisation de la NRCS : l'amélioration des modèles de diffusion et/ou une paramétrisation différente du spectre de mer.

Des études antérieures ont montré l'importance de la prise en compte de l'aspect non linéaire de la surface de mer dans les modèles de diffusion. Celui-ci se traduit, entre autres, par des statistiques non-gaussiennes de la surface. La première étape de notre étude a été de développer une version non gaussienne de l'approximation de Kirchhoff, qui est le modèle de référence au nadir, en incorporant une modélisation de la fonction de kurtosis. Aux grandes incidences, nous avons choisi le modèle unifié WCA, en vertu de sa souplesse d'utilisation et son efficacité numérique. Dans le cas de la NRCS omnidirectionnelle, nos calculs ont montré que la correction non-gaussienne peut se paramétrer par le seul kurtosis des pentes. La correction non gaussienne dans les modèles de diffusion semble pertinente au vu des comparaisons avec les données expérimentales. Toutefois, elles apparaissent insuffisantes puisque de grandes disparités sont encore visibles dans certaines bandes électromagnétiques aux grandes incidences.

En se basant sur des données conjointes multi-bandes disponibles dans le domaine micro-onde, nous avons proposé une nouvelle paramétrisation du spectre des vagues courtes, inspirée du modèle classique d'Elfouhaily. La partie basse du spectre correspondant aux vagues longues est essentiellement conservée. Pour le spectre des vagues courtes, la présence du pic de courbure est maintenue mais sa position et sa forme sont optimisées et le niveau de courbures aux échelles décimétriques est diminué. L'incorporation de ce nouveau spectre dans le modèle de diffusion améliore

la concordance avec les données en polarisation verticale.

Le cas de la polarisation horizontale n'a pas été abordée dans ce manuscrit de thèse. L'étude se porte uniquement sur la polarisation verticale du fait des limites du modèle de diffusion WCA qui prévoit des niveaux de NRCS en polarisation horizontale trop bas par rapport aux observations réelles. Toutefois, ces problèmes de modélisation semblent plutôt provenir de la modélisation de la surface que du modèle de diffusion puisque des comparaisons concluantes avec la méthode des moments ont été effectuées. Les résultats présentés dans le manuscrit sur la NRCS en polarisation horizontale sont donc seulement une illustration de l'utilisation du modèle de diffusion corrigé des effets non gaussiens. L'amélioration de la NRCS dans cette polarisation semble encore insuffisante malgré la prise en compte des statistiques non gaussiennes. Des recherches doivent encore être effectuées afin d'obtenir une modélisation correcte dans les deux polarisations.

Nous poursuivons actuellement ces travaux en vue de plusieurs améliorations, en particulier la prise en compte de la directivité du spectre et la correction de la polarisation horizontale.

Chapitre 10

Annexes

10.1 Calcul du corrélateur : $\langle (\nabla\eta)^2 (\mathbf{r} \cdot \nabla\nabla\eta \cdot \mathbf{r}) \rangle$

Montrons que le corrélateur : $\langle (\nabla\eta)^2 (\mathbf{r} \cdot \nabla\nabla\eta \cdot \mathbf{r}) \rangle$ est nul.

Après développement, il s'écrit :

$$\begin{aligned} \langle (\nabla\eta)^2 \mathbf{r} \nabla\nabla\eta \mathbf{r} \rangle &= x^2 \langle (\partial_x\eta)^2 \partial_{xx}\eta \rangle \\ &+ y^2 \langle (\partial_y\eta)^2 \partial_{yy}\eta \rangle + x^2 \langle (\partial_y\eta)^2 \partial_{xx}\eta \rangle \\ &+ y^2 \langle (\partial_x\eta)^2 \partial_{yy}\eta \rangle + 2xy \langle (\partial_x\eta)^2 \partial_{xy}\eta \rangle \\ &+ 2xy \langle (\partial_y\eta)^2 \partial_{xy}\eta \rangle \end{aligned} \quad (10.1.1)$$

Or :

$$\begin{aligned} \langle (\partial_x\eta)^2 \partial_{xx}\eta \rangle + \langle (\partial_y\eta)^2 \partial_{xy}\eta \rangle &= \frac{1}{3} \partial_x [\langle (\partial_x\eta)^3 \rangle + \langle (\partial_y\eta)^3 \rangle] = 0 \\ \langle (\partial_y\eta)^2 \partial_{yy}\eta \rangle + \langle (\partial_x\eta)^2 \partial_{xy}\eta \rangle &= \frac{1}{3} \partial_y [\langle (\partial_y\eta)^3 \rangle + \langle (\partial_x\eta)^3 \rangle] = 0 \end{aligned} \quad (10.1.2)$$

Il reste à calculer les corrélateurs : $\langle (\partial_x\eta)^2 \partial_{yy}\eta \rangle$ et $\langle (\partial_y\eta)^2 \partial_{xx}\eta \rangle$. Pour ce faire, nous calculons :

$$\begin{aligned} \langle \partial_x [(\partial_x\eta)^2 + (\partial_y\eta)^2] \rangle + \langle \partial_x [(\partial_x\eta)^2 + (\partial_y\eta)^2] \rangle &= 3 \langle (\partial_x\eta)^2 \partial_{xx}\eta \rangle \\ &+ 2 \langle \partial_x\eta \partial_y\eta \partial_{xx}\eta \rangle + \langle (\partial_x\eta)^2 \partial_{xy}\eta \rangle \\ &+ \langle (\partial_y\eta)^2 \partial_{xx}\eta \rangle + 2 \langle \partial_x\eta \partial_y\eta \partial_{xy}\eta \rangle \\ &+ 3 \langle (\partial_y\eta)^2 \partial_{xy}\eta \rangle + 3 \langle (\partial_x\eta)^2 \partial_{xy}\eta \rangle \\ &+ \langle (\partial_x\eta)^2 \partial_{yy}\eta \rangle + 2 \langle \partial_x\eta \partial_y\eta \partial_{xy}\eta \rangle \\ &+ \langle (\partial_y\eta)^2 \partial_{xy}\eta \rangle + 2 \langle \partial_x\eta \partial_y\eta \partial_{yy}\eta \rangle \\ &+ 3 \langle (\partial_y\eta)^2 \partial_{yy}\eta \rangle \end{aligned} \quad (10.1.3)$$

Ce corrélateur est nul puisqu'il s'écrit comme $\langle \partial_x [(\partial_x\eta)^2 + (\partial_y\eta)^2] + \partial_x [(\partial_x\eta)^2 + (\partial_y\eta)^2] \rangle = \nabla \cdot ((\nabla\eta)^2 \nabla\eta)$.

En notant que :

$$\begin{aligned}
3\langle(\partial_x\eta)^2\partial_{xx}\eta\rangle &= \partial_x\left(\langle(\partial_x\eta)^3\rangle\right) = 0 \\
3\langle(\partial_y\eta)^2\partial_{yy}\eta\rangle &= \partial_y\left(\langle(\partial_y\eta)^3\rangle\right) = 0 \\
3\langle(\partial_x\eta)^2\partial_{xy}\eta\rangle &= \partial_y\left(\langle(\partial_x\eta)^3\rangle\right) = 0 \\
3\langle(\partial_y\eta)^2\partial_{xy}\eta\rangle &= \partial_x\left(\langle(\partial_y\eta)^3\rangle\right) = 0 \\
2\langle\partial_x\eta\partial_y\eta\partial_{xx}\eta\rangle &= \partial_x\left(\langle(\partial_x\eta)^2\partial_y\eta\rangle\right) = 0 \\
2\langle\partial_x\eta\partial_y\eta\partial_{xy}\eta\rangle &= \partial_y\left(\langle(\partial_x\eta)^2\partial_y\eta\rangle\right) = 0 \\
2\langle\partial_x\eta\partial_y\eta\partial_{yy}\eta\rangle &= \partial_y\left(\langle(\partial_y\eta)^2\partial_x\eta\rangle\right) = 0 \\
2\langle\partial_x\eta\partial_y\eta\partial_{xy}\eta\rangle &= \partial_x\left(\langle(\partial_y\eta)^2\partial_x\eta\rangle\right) = 0
\end{aligned} \tag{10.1.4}$$

Nous pouvons alors en déduire :

$$\langle(\partial_x\eta)^2\partial_{yy}\eta\rangle + \langle(\partial_y\eta)^2\partial_{xx}\eta\rangle = 0 \tag{10.1.5}$$

Chaque terme du développement du corrélateur étant nul, nous concluons donc :

$$\langle(\nabla\eta)^2(\mathbf{r}\cdot\nabla\nabla\eta\cdot\mathbf{r})\rangle = 0 \tag{10.1.6}$$

10.2 Articles Publiés

Peakedness effects in near-nadir radar observations of the sea surface

Alexandra Bringer, Charles-Antoine Guérin, Bertrand Chapron and Alexis Mouche

Abstract—The simulation and interpretation of microwave sea radar return in the near-nadir region is still an issue in view of the limitations of the Geometrical Optics approximation and the multi-scale and non-Gaussian nature of the surface. We show that an unambiguous and fully consistent physical approach can be reached in the framework of the Physical Optics. The model is developed on the basis of various satellite and airborne C-, Ku- and Ka-band measurements using different reference surface roughness spectra. As found the introduction of a peakedness correction based upon the excess kurtosis of slopes is necessary to obtain consistent analysis across the microwave frequency range. The model yields accurate simulations for the omnidirectional near-nadir NRCS in different frequency bands, provided the spectrum satisfies some *a priori* constraints on the distribution of total and filtered slopes.

Keywords—nadir NRCS, microwave ocean remote sensing, peakedness, multi-band

I. INTRODUCTION

Microwave radar sensing at nadir and near-nadir incidence is at the heart of many current applications such as sea surface roughness and winds retrievals from altimeter return (e.g. [1], [2]) or GNSS reflectometry ([3], [4], [5]). Due to their simplicity the classical Physical Optics (PO) and Geometrical Optics (GO) analytical approximations in electromagnetic scattering from rough sea surfaces are widely used to interpret these near-nadir microwave radar measurements (e.g. [6]). The GO model relates the radar cross section to the mere sea surface slope probability distribution function. In this respect, two difficulties have been identified for ocean surface studies. One difficulty is that the normalized radar cross section (NRCS) dependence on the surface roughness based upon the GO model is insensitive to the radar wavelength. This is only expected to be true in the limit of very short radar wavelength compared to the smallest scale of roughness of the sea surface. Satellite and airborne measurements using different microwave frequencies (especially C-, Ku- and Ka-band) proved such an assumption to be wrong and exhibited obvious deviations under most wind conditions. The second difficulty lies in the known sensitivity of sea surface backscatter to the considered range of roughness scales. Roughness elements with scales small compared to the radar wavelength are not expected to have a significant effect on the NRCS. Yet, very short scales can have a domi-

nant contribution to the overall sea surface roughness measures and slope statistics. A naive usage of the GO model is thus somehow inadequate to interpret ocean surface remote sensing measurements. In that context the authors in [7] very thoroughly investigated such a difficulty and proposed a Two-Scale approach to bridge the GO and PO models. The Two-Scale approach introduces a distinction between facets and shorter roughness elements and an effective mean square slope (mss) corresponding to large scale elements is used in the GO. An optimal facet size in this decomposition was found and turned out to be inversely proportional to both the radar frequency and the surface wind speed. In addition an extra, although weaker, dependence was observed on the incidence angle. Accordingly, interpretation of active microwave observations in terms of this “radar-filtered” mss are not trivial and still somehow open to controversy (e.g. [8], [9]). As also systematically revealed (e.g. [10]) the GO-based single “radar-filtered” mss parameter has limited validity with growing incidence angle. As understood and numerically studied by [11] corrections to the Gaussian shape of the scattering diagram must quickly come into play when the incidence angle is increased. The origin of these corrections is twofold. This is primarily due to the small-scale roughness spectral distribution, as illustrated by [12] for fractal surfaces or [13] for mild ocean surfaces. This effect can be termed as a curvature correction to the specular facet mechanism for finite wavelength since it accounts for the deviation of the surface from its tangent plane. An additional departure from the GO Gaussian approximation is due to non-Gaussian surface effects such as the peakedness of the slope distribution (e.g. [14]), the choppy aspect of waves ([15]) or their composite nature [16]. Thus, the ambiguity pertaining to the origin of the PO corrections to the GO brings in an extra difficulty to consistently interpret parameters obtained by fitting the data. Many improved scattering theories have actually been proposed in the recent years in order to incorporate both small-scale diffraction correction and non-Gaussian effects (e.g. [17], [18], [19], [20], [21], [22], [13]). However, as we will show, a simple unpolarized PO model is enough in the near-nadir region to achieve full consistency with the observed omnidirectional NRCS, provided the kurtosis effect is taken into account and the sea spectra satisfy some *a priori* constraints. Our main conclusions can be summarized in the following way:

- A simple or improved GO model is not sufficient to match accurately the PO solution in a range of incidence reaching the first 15 degrees off nadir. By “improved GO model” we refer to a diffraction correction as proposed in [19], [20] or classical curvature corrections based on higher-order Taylor

Alexandra Bringer and Charles-Antoine Guérin are with the Mediterranean Institute of Oceanography (MIO), a joint laboratory of the Université du Sud-Toulon-Var, CNRS, IRD and Université Aix-Marseille, Avenue de l’Université, BP 20132, 83957 La Garde, France. Bertrand Chapron is with IFREMER, Laboratoire d’Océanographie Spatiale, 29280 Plouzané, France. Alexis Mouche is with CLS, Bat. le Ponant, Avenue La Pérouse, Technopôle Brest-Iroise 29280 Plouzané, France.

expansion of the correlation function about the origin (see the “GO4” model in the Appendix).

- A first necessary condition to match the data is the compliance of the sea surface spectral distribution with some *a priori* values of the total and filtered slope variances derived from optical measurements. This imposes integral constraints on the curvature spectrum but does not determine its shape.

- The second necessary condition is that the two-point characteristic function of sea surface elevations include a fourth-order term, i.e. a two-point kurtosis function. Introduction of this function in the Kirchhoff integral of the PO somehow follows [23] suggestions in the same spirit of the skewness function first derived by [24] and applied in [18]. Critical is the behavior of the kurtosis function near its origin which. As we will show, this reduces to the determination of the fourth-order cumulant of slope. In this paper we will focus on the omnidirectional NRCS and will not discuss the skewness effect.

A brief overview of the radar observations is given in the next section. The short-scale spectral distribution and the constraints on slopes are discussed in section 3. NRCS simulations are performed and presented in section 4. Summary and discussion follow in section 5.

II. OVERVIEW OF THE RADAR DATA SET

We will use and combine three satellite and airborne data sets in C, Ku and Ka bands, respectively. This section is devoted to a brief description of the data sets.

A. STORM

This data set was acquired during the VALPARESO airborne experiment ([25]). STORM is a real aperture fully polarimetric radar operating in C Band (5.35 GHz) with a range resolution of 1.5 meter. It can scan 360° azimuth with an angular resolution of 3.8°. The central incidence was set to 20° with $\pm 15^\circ$ beam aperture allowing an excursion from 5° to 35° incidence with an angular resolution of 0.04°. The data have been gathered from 15 different flights corresponding to various sea states and wind speeds (from 4 m.s⁻¹ to 16 m.s⁻¹). The wind speed was provided by the PHAROS buoy under the track of the airplane. The data were described and processed in [26], where a fit of the (unpolarized) NRCS was given for incidence angles ranging from 7° to 16° for different wind speeds and directions.

B. TRMM

The Precipitation Radar (PR) of the Tropical Rainfall Mapping Mission (TRMM) [27] currently covers the near-nadir range of $1^\circ \leq \theta \leq 18^\circ$. Though designed specifically for the measurement of precipitation profiles in the atmosphere over both land and ocean, the PR system also acquires sea surface Ku-band NRCS under rain-free conditions. This is the first and only satellite system to provide such angle-resolved near-nadir information. In [28] a large collocated database has first been collected to extend the description of PR NRCS in terms of incidence angle,

wind speed, and significant wave height through a tabulated model function.

C. NASA Scanning Radar Altimeter

This data set originates from the airborne Southern Ocean Waves EXperiment (SOWEX) with the NASA Scanning Radar Altimeter (SRA) and is described in [29]. The SRA operates in Ka Band (36 GHz) at near-nadir incidences (out to 15°) and is limited to vertically co-polarized backscatter. Six different flights were performed off Tasmanian coasts in June 1992 with a large variety of wind (from 2 m.s⁻¹ to 19 m.s⁻¹) and sea conditions (from 1 to 9 meter significant wave height).

In absence of absolute and universal calibration for the different data sets we found it preferable in the following to work with the relative NRCS (σ_{rel}), that is the NRCS normalized by its maximum value.

III. THREE REFERENCE SEA SPECTRA

Our numerical simulations will rely on three reference sea spectra from different origin, namely Elfouhaily, Kudryatsev and Kosnik models. For simplicity, we name the various spectral models after the first author of the reference publication.

A. Elfouhaily Spectrum

The Elfouhaily unified spectrum is described in [30] and has now become a very popular model in ocean remote sensing. It is based on the unification of earlier optical, *in situ* and tank measurements. The short-wave curvature spectrum takes a particular dome-like shape centered about the specific wave number corresponding to the minimum wave phase speed ($k_M = 363$ rad/m). As emphasized in this spectrum, the total and partial second-order spectral moments are forced to be consistent with measured slope variances. As such, they match the clean and slick slope variances reported in [14] and recalled in the following section.

B. Kudryatsev spectrum

This spectrum relies on the energy balance equation and was first described in [31]. As more recently improved ([32]) balanced sources and sinks of energy consist of wind forcing, viscous effects, dissipation via wave breaking, wave-wave interactions as well as shorter wave generation by wave breaking. Two different mechanisms are specified depending on the scale of a breaking wave. Owing to the effect of the surface tension short breaking waves with $k > k_{wb}$ (where $k_{wb} \simeq 2\pi/0.3$ rad/m) are not disrupted but produce “regular” trains of bound parasitic capillaries which are later dissipated by viscous mechanisms. For longer breaking gravity waves, the crest disruption results in mechanical perturbations of the sea surface. For large breakers, this can produce enhanced roughness elements which can further grow under wind action. To make a fair comparison with Elfouhaily spectrum and eliminate discrepancies due to the large scale parameters (fetch, wave

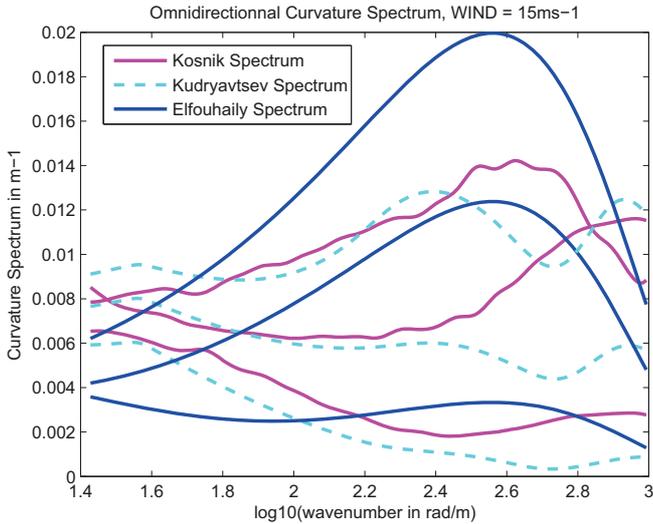


Fig. 1. Comparison between three curvature spectra (Elfouhaily, Kudryavtsev and Kosnik) for three different wind speeds (5 m.s^{-1} , 10 m.s^{-1} and 15 m.s^{-1}).

age, etc) we imposed the same low-frequency spectrum for waves larger than one meter.

C. Kosnik spectrum

Kosnik spectrum [33] is a recent experimental short-wave spectrum derived from stereo images. The experiment was run on a research platform on the Black sea, located at 500 m from the coast by 30 m depth. Hence wave age and fetch conditions are specific to this closed sea and certainly the reason for discrepancies with other spectral models. However, the level of curvature was found in fair agreement with other models. For technical reasons Kosnik spectrum is limited to a certain range of centimeter scales (0.5 – 20 cm) and is therefore not a unified spectrum such as Elfouhaily or Kudryavtsev model. For the purpose of scattering simulations where all scales are needed, we completed the large scale part (starting at 20 cm) by Elfouhaily spectrum.

A comparison of the three omnidirectional curvature spectra at different wind speeds is shown on figure 1. Kosnik model is found intermediate between Elfouhaily and Kudryavtsev models.

IV. CONSTRAINTS ON SLOPES

Any model of surface spectrum should satisfy some constraints on the filtered and total second-order spectral moments. In particular, the slope variances are key parameters and can be measured accurately by optical means. The reference measurement for the total mss is the historical experiment by [14] based on the distribution of bright points on a photographic plate. It is parametrized by the wind speed recorded at 12.5 m above the sea level:

$$mss = 0.003 + 5.12 \cdot 10^{-3} U_{12.5} \pm 0.004 \quad (\text{IV.1})$$

The “slick” mss corresponds to observations over artificially smoothed surfaces where scales approximately smaller than

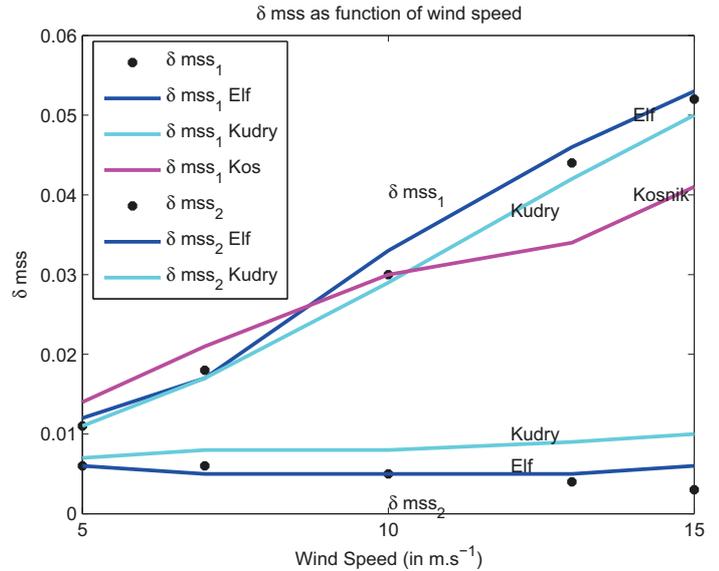


Fig. 2. Increments of mss versus wind speed (in m/s) as measured by optical means and inferred from Elfouhaily (“Elf”), Kudryavtsev (“Kudry”) and Kosnik (“Kosnik”) spectra. Here δmss_1 is the increment of mss between 0 and 30 cm while δmss_2 is the increment of mss between 30 cm and 1 meter.)

30 cm have been damped. It was measured by the same authors:

$$mss_{slick} = 0.008 + 1.56 \cdot 10^{-3} U_{12.5} \pm 0.004 \quad (\text{IV.2})$$

The “slick” mss was later reevaluated by [34] by integration of a k^{-3} spectrum up to the corresponding cutoff ($k_s = 2\pi/0.3$). A logarithmic rather than linear dependence was found,

$$mss_{slick} = 4.6 \cdot 10^{-3} \log(k_s/k_0), \quad (\text{IV.3})$$

with $k_0 = g/U_{10}^2$. For waves longer than 30 cm we will rely on this last relation. Note that the usual reference wind is taken at 10 m above the sea surface (U_{10}), a convention which will be used throughout this paper. The Cox and Munk mss corresponding to a given wind speed will be calculated by converting U_{10} to $U_{12.5}$ using a classical von Karman logarithmic profile.

Another source of information is a more recent airborne experiment ([35]) which was conducted by means of three vertical lasers to estimate the slopes of one-meter chords on the sea surface as a function of wind speed. This is interpreted as the “large-scale” mss pertaining to waves larger than one meter. The corresponding evolution with wind is taken from Figure 9 of [35]. The three chosen reference spectra have the same large-scale part (starting at one meter) but have different distributions of energy across the shorter scales. This results in distinct increments of mss between scales, say $l_2 < l_1$, which we will henceforth refer to as δmss . They can be obtained by the filtered second-moment of the omnidirectional wave height spectrum (say $S(k)$):

$$\delta mss = \int_{k_1}^{k_2} dk \cdot k^2 S(k), \quad (\text{IV.4})$$

with $k_j = 2\pi/l_j$. The experimentally available filtered slopes (total, slick and large-scale) as reported in [14], [34], [35] provide these increments from 0 to 30 cm (δmss_1) and from 30 cm to 1 meter (δmss_2). Figure 2 shows the corresponding values derived from the reference spectra (note that δmss_2 is irrelevant for Kosnik spectrum) as a function of wind speed. A general good agreement is obtained for Elfouhaily spectrum as expected since the compliance with [14] is one of its defining criteria. Kudryavtsev and Kosnik spectra compare favorably with δmss_1 but Kudryavtsev spectrum significantly overestimates δmss_2 .

V. NRCS IN THE CLASSICAL APPROXIMATIONS

It is well-known (e.g. [36]) that the near-nadir NRCS is unpolarized and can be described accurately by the PO or Kirchhoff Approximation (henceforth referred to as KA). Under the assumption of a Gaussian sea surface the monostatic NRCS takes the form of a so-called Kirchhoff integral:

$$\sigma^0 = \frac{|\mathbb{K}|^2}{Q_z^2} \int \frac{d\mathbf{r}}{\pi} e^{-i\mathbf{Q}_H \cdot \mathbf{r}} e^{-Q_z^2 S_2/2} \quad (\text{V.5})$$

where S_2 is the structure function,

$$S_2(\mathbf{r}) = \langle (\eta(\mathbf{r}' + \mathbf{r}') - \eta(\mathbf{r}'))^2 \rangle = \langle (\eta(\mathbf{r}) - \eta(\mathbf{0}))^2 \rangle \quad (\text{V.6})$$

and the brackets denote the ensemble average. Here $\eta(\mathbf{r})$ denotes the surface roughness which is assumed spatially stationary so that the structure function depends only on the lag \mathbf{r} between any pair of points on the surface.

We have neglected the contribution of the coherent field in the integral in view of the elevated value of the Rayleigh parameter in the bands of interest. For the geometry, we adopt the conventions of [36]. We recall that \mathbf{Q}_H and Q_z are the horizontal and vertical components of the so-called Ewald vector $\mathbf{Q} = -2\mathbf{K}_0$, where \mathbf{K}_0 is the incident electromagnetic wave-vector. The prefactor \mathbb{K} is a geometrical kernel depending of the scattering angles and the complex permittivity. In an excellent approximation, the omnidirectional NRCS is given by the Kirchhoff integral associated to the omnidirectional sea spectrum:

$$\sigma_{\text{omni}}^0 = 2 \frac{|\mathbb{K}|^2}{Q_z^2} \int_0^\infty dr r J_0(Q_H r) e^{-Q_z^2 S_2/2}, \quad (\text{V.7})$$

where J_0 is the Bessel function of the first kind. As it is well known, this expression simplifies significantly at small incidence angle where it reduces to the GO approximation ([37]):

$$\sigma_{GO}^0 = \frac{|R|^2}{\text{mss} \cos^4(\theta)} \exp\left(-\frac{\tan^2(\theta)}{\text{mss}}\right), \quad (\text{V.8})$$

Here $|R|^2$ is an effective reflectivity, θ is the incidence angle and mss is the total mean square slope of the sea surface:

$$\text{mss} = \langle |\nabla\eta|^2 \rangle = \int_{\mathbb{R}^2} k^2 S(\mathbf{k}) d\mathbf{k} \quad (\text{V.9})$$

The simple expression (V.8) is commonly used in the literature at normal incidence but is known to depart very

rapidly from the actual NRCS as the incidence angle is increased. To extend its domain of validity, it is often resorted to an additional quartic term in the exponential which compensates for the too rapid fall-off of the Gaussian. Typically, the relative NRCS in the first few degrees is empirically sought in the form (e.g. [29]):

$$\sigma^0 = \exp(-A \tan^2 \theta + B \tan^4 \theta), \quad (\text{V.10})$$

where the coefficient A is of the order of an inverse mss and B is related to the curvature of the sea surface. Such a model can actually be justified by a higher-order Geometrical Optics approximation (henceforth referred to as GO4) by expanding the autocorrelation function at fourth order about zero. In the simple omnidirectional Gaussian framework, it is shown in the Appendix that:

$$\sigma_{GO4}^0 = \sigma_{GO}^0 \left(1 + \frac{\text{msc}}{4Q_z^2 \text{mss}^2} \left(\frac{\tan^4 \theta}{\text{mss}^2} - 4 \left(\frac{\tan^2 \theta}{\text{mss}} + 2 \right) \right) \right), \quad (\text{V.11})$$

where msc is the total mean square curvature of the sea surface:

$$\text{msc} = \int_{\mathbb{R}^2} k^4 S(\mathbf{k}) d\mathbf{k} \quad (\text{V.12})$$

The different NRCS models (KA, GO and GO4) are compared in the Ka Band on Figure 3 for two different omnidirectional spectra (Elfouhaily and Kudryavtsev) at 10 m.s^{-1} wind speed. Even though the GO4 model significantly improves the classical GO, it is not sufficient to recover the KA NRCS. Furthermore, it is seen that the GO4 correction is very sensitive to the value of the total spectrum curvature, which is less known and more fluctuating than the mss value from one model to another. Relying on a simple parametric model such as GO4 does therefore not allow for a precise analysis of the NRCS and use will be made of the sole KA.

Figure 4 shows the relative omnidirectional NRCS at 10 ms^{-1} wind speed in the different bands in the KA model under a Gaussian assumption. The Kudryavtsev model is least performing at C- and Ku- band while Kosnik and Elfouhaily model are found equivalent. For all spectral models, the NRCS departs a few dB away from the measured NRCS beyond 10 degree incidence.

VI. PEAKEDNESS CORRECTIONS

As shown by some recent works, the inclusion of non-Gaussian peakedness is necessary to account for the variability of the sea surface statistics ([16], [38], [26]) and the non-Gaussian slopes measured by Cox and Munk ([39]). When incorporated in a GO model, this leads to an expression formally similar to the curvature correction (V.10) with an extra $\tan^4(\theta)$ in the exponential term. However, as already mentioned, this model is limited in incidence and will not be retained. Instead we will include the non-Gaussian corrections in the KA NRCS which explicitly depends on the characteristic function of the difference of elevations. A fourth-order cumulant expansion of the latter leads to:

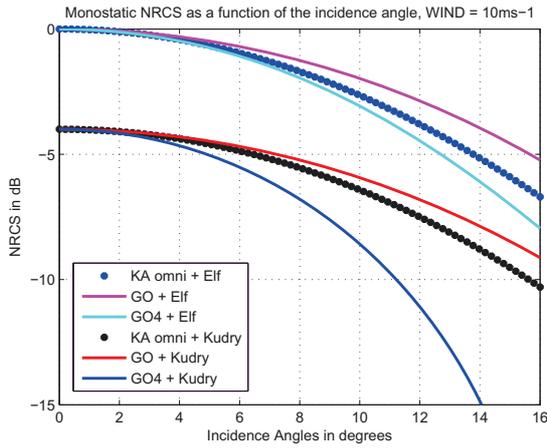


Fig. 3. Relative omnidirectional NRCS (dB) in Ka-band according to the KA, GO and GO4 model for a wind of 10 m.s^{-1} . Two different omnidirectional spectra has been used: Elfouhaily (Elf) and Kudryavtsev (Kudry) spectral model. For clarity of the figure an offset of -4dB has been introduced in the latter case.

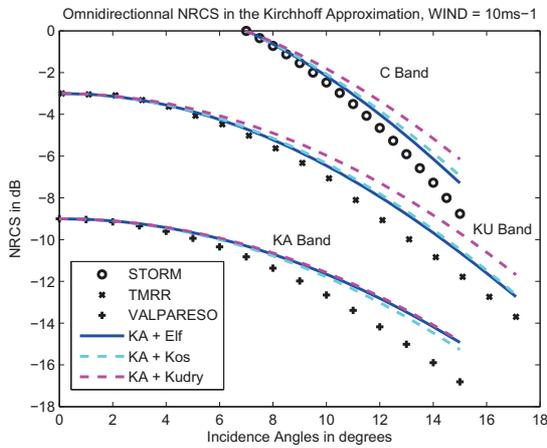


Fig. 4. Relative omnidirectional NRCS (dB) in C-, Ku- and Ka-band in the KA under a Gaussian assumption for a wind of 10 m.s^{-1} . Three different omnidirectional spectra has been used: Elfouhaily (Elf), Kosnik (Kos) and Kudryavtsev (Kudry) spectral model. For clarity the Ku- and Ka- values have been offset by 3 and 9 dB, respectively.

$$\sigma_{\text{omni}}^0 = \frac{|\mathbb{K}|^2}{Q_z^2} \int_0^{+\infty} \frac{d\mathbf{r}}{\pi} e^{-i\mathbf{Q}_H \cdot \mathbf{r}} e^{-Q_z^2 S_2/2 - iQ_z^3 S_3/6 + Q_z^4 S_4/24} \quad (\text{VI.13})$$

where S_3 is the so-called skewness function,

$$S_3 = \langle (\eta(\mathbf{r}) - \eta(\mathbf{0}))^3 \rangle, \quad (\text{VI.14})$$

and S_4 is the excess kurtosis of the difference of elevations:

$$S_4 = \langle (\eta(\mathbf{r}) - \eta(\mathbf{0}))^4 \rangle - 3 \langle (\eta(\mathbf{r}) - \eta(\mathbf{0}))^2 \rangle^2, \quad (\text{VI.15})$$

which we will abbreviate to the ‘‘kurtosis function’’. The skewness function is necessary to account for the observed upwind/downwind asymmetry (e.g. [18]) but has negligible impact on the omnidirectional NRCS. For small values

of the skewness parameter $Q_z^3 S_3$ the corresponding exponential can indeed be replaced by its linear approximation and has a vanishing contribution after integration over azimuths. Hence the omnidirectional NRCS can be written in terms of the omnidirectional structure and kurtosis functions:

$$\sigma_{\text{omni}}^0 = 2 \frac{|\mathbb{K}|^2}{Q_z^2} \int d\mathbf{r} r J_0(Q_H r) e^{-Q_z^2 S_2/2 + Q_z^4 S_4/24} \quad (\text{VI.16})$$

The kurtosis function involves the so-called bi- and tri-coherence functions (that is three- and four- points correlation functions) which are the Fourier transforms of the bi- and tri-spectra. The polyspectra and coherence functions are in general unknown and can only be postulated (e.g. [40]). However, a Taylor expansion of the kurtosis function about the origin shows that:

$$S_4 \simeq \gamma S_2^2, \quad (\text{VI.17})$$

where γ is the excess kurtosis of slopes. At this stage we assume this value to be independent of the direction in which the slope is taken,

$$\gamma + 3 = \frac{\langle (\partial_x \eta)^4 \rangle}{\langle (\partial_x \eta)^2 \rangle^2} = \frac{\langle (\partial_y \eta)^4 \rangle}{\langle (\partial_y \eta)^2 \rangle^2} \quad (\text{VI.18})$$

This parameter was first measured by Cox and Munk with a quasi-constant value $\gamma = 0.4$ for both the clean and slick case. The expression (VI.17) holds only at small lags \mathbf{r} , the kurtosis function being otherwise unknown. However its behavior at larger lags is not needed because the integrand in the Kirchhoff integral is damped before it comes into play, as we will show next. The persistence of relation (VI.17) at lags as large as 30 cm is heuristically justified in the following way. The ratio S_4/S_2^2 can be interpreted as the kurtosis of slope of the smoothed surface at the given lag. The latter has been observed by [14] to be unchanged while passing from a clean to slick surface, wherein the scales shorter than 30 cm have been damped. This supports the hypothesis that the ratio S_4/S_2^2 remain approximately constant in this range of scales. Recent observations in a wind tank [41] in various wind and fetch conditions tend to confirm this assumption as the relation (VI.17) is found valid at lags smaller than a fraction (about 1/20) of the dominant wave. Another difficulty is the limited applicability of the truncated cumulant expansion as given in (VI.13). This expression is valid as long as the quartic term remains corrective, that is while:

$$\frac{Q_z^4 S_4}{24} \ll \frac{Q_z^2 S_2}{2} \quad (\text{VI.19})$$

which, combined with (VI.17) and $\gamma \simeq 0.4$, imposes the condition $Q_z^2 S_2 \ll 30$. AT small incidence angle this can more conveniently expressed by $K_0^2 S_2 \ll 8$ with K_0 the electromagnetic wave number. Hence the numerical integration can be performed with the help of a cut-off function on the right-hand side of (VI.17), which for simplicity we chose to be Gaussian:

$$H(r) = \exp(-r^2/r_c^2) \quad (\text{VI.20})$$

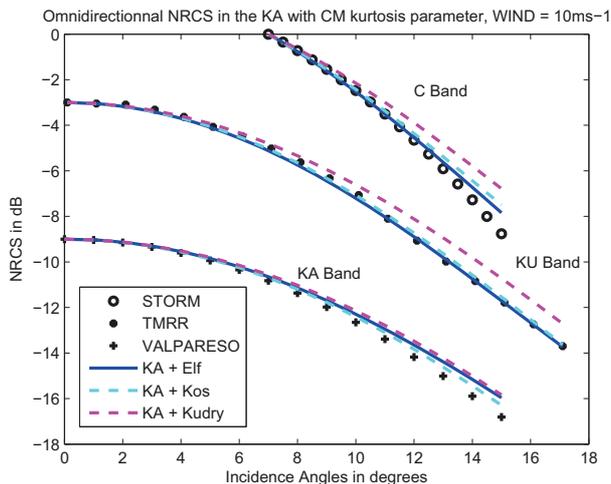


Fig. 5. Same as Figure 4 with peakedness correction for a wind of $10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. The value of the excess kurtosis of slope ($\gamma = 0.4$) has been taken from Cox and Munk. For clarity the Ku- and Ka-values have been offset by 3 and 9 dB, respectively.

In the numerical experiments, the cut-off distance was defined by $K_0^2 S_2(r_c) = 2$ where condition (VI.19) is clearly satisfied. We have checked that the resulting NRCS has very little sensitivity to the precise value of the chosen threshold between 2 and 8. This is because the cut-off value is of the order of the effective distance of integration in the Kirchhoff integral. Hence the interval where the cut-off comes into play has negligible contribution to the integral.

Figure 5 displays the NRCS in the same configuration as previously shown with a peakedness correction in the KA. The agreement of simulated NRCS with data at small and moderate incidence angles is significantly improved for all spectral models, especially in Ka band. The accuracy of the model can be quantified with a classical cost function expressing the average distance (taken in decibels) between model and data:

$$\varepsilon = \langle |(\sigma_{\text{omni}}^0(\text{model}))_{\text{dB}} - (\sigma_{\text{omni}}^0(\text{data}))_{\text{dB}}| \rangle \quad (\text{VI.21})$$

where the mean is taken over all available incidences and bands. Note that this accuracy criterion was already proposed in a similar context by [42] to quantify the difference between theoretical and experimental NRCS. Table I reports the values of ε at different wind speeds under a Gaussian assumption (column A) and with a peakedness correction after Cox and Munk value (column B). A systematic improvement of 0.5–1 dB is reached for all models, except at small winds for Elfouhaily spectrum where the correction has negligible impact. Altogether the improved scattering model based on Elfouhaily spectrum falls within 1 dB from the data.

VII. IS THE KURTOSIS OF SLOPE A TUNABLE PARAMETER ?

The proposed peakedness correction is based on the constant value $\gamma \simeq 0.4$ estimated by Cox and Munk for the

ws	Elf			Ku			Kos		
	A	B	C	A	B	C	A	B	C
5	0.94	1.05	0.95	2.29	1.02	0.87	1.95	0.92	0.92
7	1.03	1.07	0.97	2.82	1.46	0.92	2.03	0.93	0.93
10	1.81	0.58	0.57	2.81	1.50	0.61	1.93	0.62	0.46
11	1.34	0.87	0.87	2.06	1.54	1.35	1.38	1.33	1.17
15	1.46	0.72	0.72	2.00	1.30	1.13	1.28	1.01	0.96

TABLE I

ERROR CRITERION VERSUS WIND SPEED (IN M/S) FOR DIFFERENT SPECTRA. CASE A): WITHOUT PEAKEDNESS CORRECTION. CASE B) WITH COX-MUNK PEAKEDNESS CORRECTION ($\gamma = 0.4$). CASE C) WITH OPTIMAL PEAKEDNESS CORRECTION.

Wind Speed	Elfouhaily	Kudryavtsev	Kosnik
5	0.20	0.58	0.53
7	0.25	0.68	0.54
10	0.49	0.69	0.51
13	0.37	0.55	0.19
15	0.43	0.58	0.34

TABLE II

OPTIMAL EXCESS KURTOSIS OF SLOPES VERSUS WIND SPEED (IN M/S)

kurtosis of slope. More recent studies ([43]) tend to show a wind speed dependence of this parameter. We will thus allow this value to vary with wind speed, making it a tunable input of the scattering model. The *a priori* unknown kurtosis parameter γ can be found for each wind speed by minimizing the cost function (VI.21). Table II reports the optimal γ with respect to the cost function for every spectral model and wind speed. In the case of Elfouhaily spectrum the obtained values are consistent with the experimental finding $\gamma \simeq 0.4$ of [14], with a slight and non-monotonic variation with wind as observed in [43]. However, the optimal excess kurtosis found for Kudryatsev and Kosnik models is less realistic and probably too high. This is due to the inaccuracy of the predicted filtered mss. For instance, Kudryatsev spectrum strongly overestimates the increment of mss at decimeter scales, which results in a slower decay of the NRCS with incidence, especially in Ku band. The optimization procedure over the kurtosis parameter tries to compensate this effect by an exaggerated value of the latter. Figure VII shows the omnidirectional NRCS calculated after this optimal excess kurtosis. As visually noticed and systematically verified on Table I (column C), the resulting improvement over the non-parametric peakedness model is negligible and thus does not justify the introduction of a tunable parameter. Since a free kurtosis parameter artificially compensates the weakness of the spectral models (such as the inadequacy with the mss constraints) by reaching unphysical values, one should rather see this tunable parameter as a test for the validity of the spectrum.

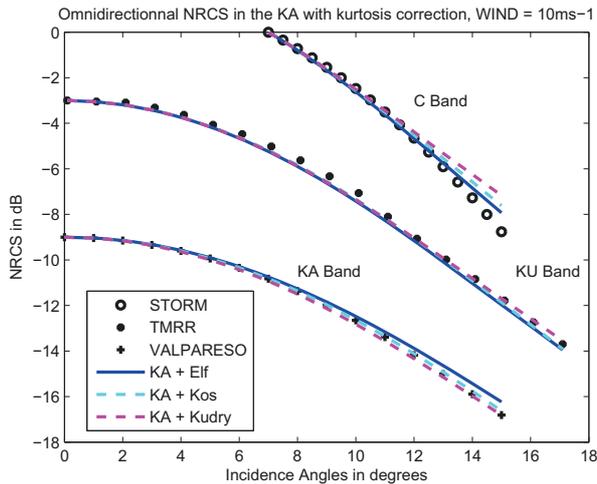


Fig. 6. Relative omnidirectional NRCS (dB) in C-, Ku- and Ka-band in the KA with peakedness correction for a wind of 10 m.s^{-1} . The value of kurtosis has been optimized. For clarity the Ku- and Ka-values have been offset by 3 and 9 dB, respectively.

VIII. DISCUSSION AND CONCLUSION

The present study has shown that two ingredients are necessary for a consistent modeling of the omnidirectional NRCS at different microwave frequencies with a physical scattering model. First, the total and filtered slopes predicted by the spectral models should be consistent with the values measured by optical means. Second, it is essential to include peakedness effects in the difference of elevations for the calculation of the Kirchhoff integral. The related kurtosis function has been introduced through a semi-empirical parametrization based on its limiting behavior at small lags. The next stage is to extend the NRCS models at higher incidence angles using a polarized model such as proposed in [13]. In contradistinction to the near-nadir region, where the NRCS is essentially governed by global parameters of the spectrum (mss, kurtosis, etc), the precise shape of the latter plays a crucial role at larger incidence angles where a Bragg mechanism comes into play. To match the observations it will be therefore necessary to bring modification to the short-wave spectral model. Hence the correct modeling of NRCS at nadir is a necessary prerequisite for a systematic inversion of sea spectrum from remote sensing data. This will be pursued in a subsequent work.

IX. APPENDIX

A. Fourth-order Geometrical Optics approximation (GO₄)

Rigorous diffraction corrections to the GO model have been recently proposed in the literature but are for the moment limited to uni-dimensional surfaces ([19]) or to the normal incidence ([20]). We will therefore develop a very simple improved GO in the case of an omnidirectional spectrum and a Gaussian roughness distribution. Under these assumptions the NRCS in the Kirchhoff Approximation is

given by:

$$\sigma^0 = \frac{|\mathbb{K}|^2}{Q_z^2} \int d\mathbf{r} e^{i\mathbf{Q}_H \cdot \mathbf{r}} e^{-Q_z^2(\rho(0) - \rho(\mathbf{r}))}, \quad (\text{IX.22})$$

where $\rho(\mathbf{r}) = \langle \eta(\mathbf{r})\eta(\mathbf{0}) \rangle$ is the surface autocorrelation function. In the GO approximation the latter is evaluated at small lags only and can be approximated by its Taylor expansion about the origin. For isotropic spectra $S(k)$ we may use radial integrals:

$$\rho(r) = \int_0^\infty 2\pi k J_0(kr) S(k) dk \quad (\text{IX.23})$$

and expand the Bessel function at second-order about the origin. It follows easily that:

$$\rho(0) - \rho(r) \simeq \frac{1}{2} \text{mss} \frac{r^2}{2!} - \frac{3}{8} \text{msc} \frac{r^4}{4!}, \quad (\text{IX.24})$$

where mss is the total mean square slope and msc the total mean square curvature:

$$\text{mss} = \int_0^\infty 2\pi k k^2 S(k) dk \quad (\text{IX.25})$$

$$\text{msc} = \int_0^\infty 2\pi k k^4 S(k) dk \quad (\text{IX.26})$$

We may thus write

$$\sigma^0 \simeq \frac{|\mathbb{K}|^2}{Q_z^2} \int d\mathbf{r} e^{i\mathbf{Q}_H \cdot \mathbf{r}} e^{-\text{mss} Q_z^2 \frac{r^2}{4}} \left(1 + \frac{3}{8} \text{msc} \frac{r^4}{4!} \right) \quad (\text{IX.27})$$

where the quartic term in the exponential has been linearized in view of the small lag assumption. The evaluation of this integral can be performed routinely and leads to the following correction to the well-known GO formula:

$$\sigma_{GO4}^0 = \sigma_{GO}^0 \left(1 + \frac{\lambda_4}{4} (X^4 - 4X^2 + 2) \right), \quad (\text{IX.28})$$

with

$$\lambda_4 = \frac{\text{msc}}{Q_z^2 \text{mss}^2} \quad (\text{IX.29})$$

and

$$X = \frac{1}{\sqrt{\text{mss}}} \frac{Q_H}{Q_z} \quad (\text{IX.30})$$

At normal incidence ($X = 0$), this formula is found equivalent to the diffraction correction of Fuks (eq. (58) in [20]) in the omnidirectional case. We refer to this model as ‘‘GO4’’ as it involves the fourth-order moment of the sea spectrum in addition to the second-moment.

REFERENCES

- [1] J. Gourrion, D. Vandemark, S. Bailey, B. Chapron, GP Gommenginger, PG Challenor, and MA Srokosz. A two-parameter wind speed algorithm for ku-band altimeters. *Journal of atmospheric and oceanic technology*, 19(12):2030–2048, 2002.
- [2] EBL Mackay, CH Retzler, PG Challenor, and CP Gommenginger. A parametric model for ocean wave period from ku band altimeter data. *J. Geophys. Res.*, 113(C3):C03029, 2008.

- [3] V.U. Zavorotny and A.G. Voronovich. Scattering of gps signals from the ocean with wind remote sensing application. *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on*, 38(2):951–964, 2000.
- [4] M.P. Clarizia, C. Gommenginger, M. Di Bisceglie, C. Galdi, and M. Srokosz. Simulation of l-band bistatic returns from the ocean surface: A facet approach with application to ocean gnss reflectometry. *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on*, 49(99):1–12, 2011.
- [5] E. Cardellach and A. Rius. A new technique to sense non-gaussian features of the sea surface from l-band bi-static gnss reflections. *Remote Sensing of Environment*, 112(6):2927–2937, 2008.
- [6] FC Jackson, WT Walton, DE Hines, BA Walter, and CY Peng. Sea surface mean square slope from k u-band backscatter data. *Journal of Geophysical Research*, 97(C7):11411–11, 1992.
- [7] D.R. Thompson, T.M. Elfouhaily, and J.L. Garrison. An improved geometrical optics model for bistatic gps scattering from the ocean surface. *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on*, 43(12):2810–2821, 2005.
- [8] P.A. Hwang. Comment on: A study of the slope probability density function of the ocean waves from radar observations by d. hauser et al. *Journal of geophysical research*, 114(C2), 2009.
- [9] D. Hauser, G. Caudal, S. Guimard, and A. Mouche. Reply to comment by paul a. hwang on” a study of the slope probability density function of the ocean waves from radar observations” by d. hauser et al. *Journal Of Geophysical Research Oceans*, 114, 2009.
- [10] E.J. Walsh, D.C. Vandemark, C.A. Friehe, S.P. Burns, D. Khelif, R.N. Swift, and J.F. Scott. Measuring sea surface mean square slope with a 36-ghz scanning radar altimeter. *Journal of geophysical research*, 103(C6):12587–12, 1998.
- [11] K.F. Warnick, F.W. Millet, and D.V. Arnold. Physical and geometrical optics for 2-d rough surfaces with power-law height spectra. *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, 53(3):922–932, 2005.
- [12] C.A. Guérin and M. Saillard. Electromagnetic scattering on fractional brownian surfaces and estimation of the hurst exponent. *Inverse Problems*, 17:365, 2001.
- [13] C.A. Guérin, G. Soriano, and B. Chapron. The weighted curvature approximation in scattering from sea surfaces. *Waves in Random and Complex Media*, 20(3):364–384, 2010.
- [14] C. Cox and W. Munk. Statistics from the sea surface derived from the sun glitter. *J. Marine Res.*, 13:198–227, 1954.
- [15] F. Nouguier, C.A. Guérin, and B. Chapron. Scattering From Nonlinear Gravity Waves: The ‘Choppy Wave’ Model. *IEEE Trans. Geosci. and Remote Sens.*, 48(12):4184–4192, 2010.
- [16] B. Chapron, V. Kerbaol, D. Vandemark, and T. Elfouhaily. Importance of peakedness in sea surface slope measurements and applications. *Journal of Geophysical Research-Oceans*, 105(C7), 2000.
- [17] AA Mouche, B. Chapron, and N. Reul. A simplified asymptotic theory for ocean surface electromagnetic wave scattering. *Waves in Random and Complex Media*, 17(3):321–341, 2007.
- [18] AA Mouche, B. Chapron, N. Reul, D. Hauser, and Y. Quilfen. Importance of the sea surface curvature to interpret the normalized radar cross section. *Journal of Geophysical Research*, 112(C10), 2007.
- [19] I.M. Fuks. Backscattering from a statistically rough 2-d surface: Diffraction corrections to geometrical optics cross sections. *Radio Science*, 42(6):RS6S25, 2007.
- [20] I. Fuks. Diffraction corrections to go backscattering from a perfectly conducting 3-d rough surface. *Radio Science*, 43(3):RS3003, 2008.
- [21] G. Soriano and C.A. Guérin. A cutoff invariant two-scale model in electromagnetic scattering from sea surfaces. *Geoscience and Remote Sensing Letters, IEEE*, 5(2):199–203, 2008.
- [22] H. Johnsen, G. Engen, and G. Guitton. Sea-surface polarization ratio from envisat asar ap data. *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on*, 46(11):3637–3646, 2008.
- [23] VI Tatarskii and VV Tatarskii. Statistical non-gaussian model of sea surface with anisotropic spectrum for wave scattering theory. part ii. *Journal of electromagnetic waves and applications*, 13:901–902, 1999.
- [24] AK Fung and KS Chen. Kirchhoff model for a skewed random surface. *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, 5(2):205–216, 1991.
- [25] D. Hauser, A. Mouche, B. Chapron, H. Johnsen, J.F. Daloze, C. Guerin, G. Caudal, and J.M. Lefevre. Ocean wave spectrum and radar cross-section analysis from coincident envisat asar observations and airborne polarimetric radar measurements performed during the valpareso experiment. In *Geoscience and Remote Sensing Symposium, 2003. IGARSS’03. Proceedings. 2003 IEEE International*, volume 3, pages 1910–1914. IEEE, 2003.
- [26] D. Hauser, G. Caudal, S. Guimard, and A. Mouche. A study of the slope probability density function of the ocean waves from radar observations. *Journal of geophysical research*, 113, 2008.
- [27] C. Kummerow, W. Barnes, T. Kozu, J. Shiue, and J. Simpson. The tropical rainfall measuring mission (trmm) sensor package. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, 15(3):809–817, 1998.
- [28] N. Tran, B. Chapron, and D. Vandemark. Effect of long waves on ku-band ocean radar backscatter at low incidence angles using trmm and altimeter data. *Geoscience and Remote Sensing Letters, IEEE*, 4(4):542–546, 2007.
- [29] E.J. Walsh, M.J. Banner, C.M. Wrigth, D.C. Vandemark, B. Chapron, J. Jensen, and L. See. The Southern Ocean Waves Experiment. Part III: Sea Surface Slope Statistics and Near-Nadir Remote Sensing. *Journal of Physical Oceanography*, 38:670–684, 2008.
- [30] T. Elfouhaily, B. Chapron, K. Katsaros, and D. Vandemark. A unified directional spectrum for long and short wind-driven waves. *J. Geophys. Res.*, 102(C7):15781–15796, July 1997.
- [31] V.N. Kudryavtsev, V.K. Makin, and B. Chapron. Coupled sea surface-atmosphere model,2, Spectrum of short wind waves. *Journal of geophysical research*, 104, 1999.
- [32] V. Kudryavtsev, D. Akimov, J.A. Johannessen, and B. Chapron. On radar imaging of current features: 1. model and comparison with observations. *J. Geophys. Res.*, 2005.
- [33] M.V. Kosnik and V.A. Dulov. Extraction of short wind wave spectra from stereo images of the sea surface. *Measurement Science and Technology*, 22:015504, 2011.
- [34] O.M. Phillips. *The dynamics of the upper ocean*. Cambridge university press, 1977.
- [35] D. Vandemark, B. Chapron, J. Sun, G.H. Crescenti, and H.C. Graber. Ocean wave slope observations using radar backscatter and laser altimeters. *J. Phys. Oceanogr.*, 34:2825–2842, december 2004.
- [36] T.M. Elfouhaily and C.A. Guérin. A critical survey of approximate scattering wave theories from random rough surfaces. *Waves in Random and Complex Media*, 14(4):1–40, 2004.
- [37] G.R. Valenzuela. Theories for the interaction of electromagnetic and oceanic waves- a review. *Boundary-Layer Meteorology*, 13(1):61–85, 1978.
- [38] G. Caudal, E. Dinnat, and J. Boutin. Absolute calibration of radar altimeters: Consistency with electromagnetic modeling. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, 22(6):771–781, 2005.
- [39] S.T. McDaniel. Microwave backscatter from non-gaussian seas. *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on*, 41(1):52–58, 2003.
- [40] KS Chen, A.K. Fung, and F. Amar. An empirical bispectrum model for sea surface scattering. *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on*, 31(4):830–835, 1993.
- [41] C. A. Guérin and G. Caulliez. Higher-order statistical analysis of short wind-waves. *Journal of geophysical research*, 2011. submitted.
- [42] AG Voronovich and VU Zavorotny. Theoretical model for scattering of radar signals in k u-and c-bands from a rough sea surface with breaking waves. *Waves in Random and Complex Media*, 11(3):247–269, 2001.
- [43] FM Bréon and N. Henriot. Spaceborne observations of ocean glint reflectance and modeling of wave slope distributions. *Journal of geophysical research*, 111(C6):C06005, 2006.

ACKNOWLEDGMENTS

This work is supported by the ANR project no. ANR-09-BLAN-0232-01 SIMODE. A. Bringer is funded by the Direction Générale de l’Armement. This paper is dedicated to the memory of our friend Donald R. Thompson.

A microwave remote sensing approach to invert the omnidirectional short-wave spectrum of the sea surface

Alexandra Bringer, Bertrand Chapron, Alexis Mouche and Charles-Antoine Guérin

Abstract—Existing models for the short-waves spectrum of the sea surface are not consistent with microwave satellite data when multi-bands and multi-incidence data sets are considered. We devise a simple parametric model for the short-wave omnidirectional spectrum of the sea surface on the basis of a three-band (C, Ku, Ka) and multi-incidence (low, moderate and large) data set and an improved analytical scattering model, namely the non-Gaussian Weighted Curvature Approximation. This spectrum is also constrained by several optical measurements which provide *a priori* conditions on the total and filtered mean-square slopes. It is compared with classical models such as Elfouhaily and Kudryavtsev unified curvature spectra. Significant differences are observed at wavenumbers corresponding to the range of decimeter scales. The new spectrum is by construction fully consistent with the omnidirectional normalized radar cross section of the multi-band data set.

Keywords—microwave ocean remote sensing, omnidirectional spectrum

I. INTRODUCTION

The characterization of the spectral properties of the sea surface has a long history dating back to the pioneering works of Phillips [1] and Pierson-Moskowitz ([2]). Today it is commonly accepted that the description of long waves has reached a mature state. The description of short gravity and capillary-gravity waves, however, is still undergoing research. Some recent improvements of the wave number spectrum in the millimeter and centimeter range of scales have been proposed in the last decade by different means. Among modern models, we can distinguish two paradigmatic spectra corresponding to conceptually different approaches. The first one is the popular model by Elfouhaily et al. [3], which unifies previous tank, *in situ* and optical measurements. The second is the model by Kudryavtsev et al. [4], which relies on a physical description of the the energy balance equation. A brief description of these models (henceforth referred to by the name of their first author, that is Elfouhaily and Kudryavtsev spectra) and their respective properties can be found in [5]. However, some differences if not contradictions are found between these models so that the question of the relevance and correctness of the short-wave curvature spectrum is still open. Now, a precise description of the latter is more and more needed for an correct interpretation of the backscattered electromagnetic signal from the sea surface in the microwave regime. The aim of this article is to develop a spectral model which is fully consistent with a variety of scattering data at various incidences and frequency bands.

This study is concerned with the omnidirectional spectrum only, directional aspects being left for further research. The omnidirectional spectrum will be reconstructed from the Normalized Radar Cross Section (NRCS) arising from a set of multi-incidence and multi-frequency spaceborne and airborne data. The sole vertical polarization will be used for the inversion as

Alexandra Bringer and Charles-Antoine Guérin are with the Université du Sud-Toulon-Var and the Mediterranean Institute of Oceanography (MIO, AMU/USTV/CNRS 7294/IRD 235), Avenue de l'Université, BP 20132, 83957 La Garde, France. Bertrand Chapron is with IFREMER, Laboratoire d'Océanographie Spatiale, 29280 Plouzané, France. Alexis Mouche is with CLS, Bat. le Ponant, Avenue La Pérouse, Technopôle Brest-Iroise 29280 Plouzané, France.

we consider that the horizontal polarization is still not described accurately enough by the combined scattering and hydrodynamic models. An important guideline for the construction of the omnidirectional spectrum is an ensemble of integral constraints prescribed by various optical measurements, as recalled in section II. The other key ingredient is a recent, versatile and accurate electromagnetic model which can include the necessary non-Gaussian corrections, namely the Weighted Curvature Approximation [6] (section III). The reference data sets are presented in section IV and used to evaluate the performances of the existing classical spectra in term of simulation of the NRCS in the light of this improved model (section V). The new parametric model is introduced and discussed in section VI.

II. THE INTEGRAL CONSTRAINTS

The first few moments of the omnidirectional wavenumber spectrum $S(k)$ can be interpreted in terms of experimentally measurable quantities. This imposes some *a priori* global constraints on this unknown function and helps to reduce the domain of investigation. The integral of the wavenumber spectrum is proportional to the square of the significant wave height,

$$H_s^2 = 16 \int_0^\infty dk S(k) \quad (\text{II.1})$$

The significant height is the most fundamental and intuitive parameter to describe the sea state. It can be easily measured by the time variations of a wave probe at a given location and is well quantified in terms of wind speed, fetch and swell. As the wavenumber spectrum loosely follows a $k^{-3.5}$ or k^{-4} power-law decay, the value of the integral II.1 is imposed by the long waves. The second moment yields the so-called mean square slope (mss),

$$\text{mss} = \int_0^\infty dk k^2 S(k), \quad (\text{II.2})$$

to which the small and large waves have comparable contributions. The mss is an important variable for the description of air-sea interactions as it controls the effective surface of exchange between the two media. Also, it describes the steepness of waves and is related to the breaking rate. The mss is also a key parameter in scattering of electromagnetic waves from the sea surface. In the Geometrical Optics limit of very short radiations it monitors the width of the scattering diagram. In the classical ([7]) or improved ([8]) Two-Scale Model it is involved in the tilt-modulation by large waves.

The mss can be accurately measured by optical means using either laser probes in laboratory ([9]) or the sun glint in *in situ* conditions ([10]), henceforth referred to as CM. For the latter we recall the simple parameterization,

$$\text{mss} = 0.003 + 5.12 \cdot 10^{-3} U_{12.5} \pm 0.004, \quad (\text{II.3})$$

where $U_{12.5}$ is the wind speed recorded at 12.5 m above the sea level. Note that the usual reference wind is taken at 10 m above the sea surface (U_{10}), a convention which will be used throughout this paper. The CM mss corresponding to a given wind speed will be calculated by converting U_{10} to $U_{12.5}$ using a classical von Karman logarithmic profile. In some instances one can also measure the *partial* or *filtered* mss which is the integration of the slope spectrum $k^2 S(k)$ over a restricted range of scales,

$$\Delta \text{mss} = \int_{k_1}^{k_2} dk k^2 S(k), \quad (\text{II.4})$$

This is the case for the “slick mss” observed by CM over artificially smoothed surfaces ($k_1 = 0$, $k_2 \simeq 2\pi/0.3$). It was

measured by the same authors:

$$\text{mss}_{\text{slick}} = 0.008 + 1.56 \cdot 10^{-3} U_{12.5} \pm 0.004 \quad (\text{II.5})$$

The ‘‘slick’’ mss was later reevaluated by [11] by integration of a k^{-3} spectrum up to the corresponding cutoff ($k_s = 2\pi/0.3$). A logarithmic rather than linear dependence was found,

$$\text{mss}_{\text{slick}} = 4.6 \cdot 10^{-3} \log(k_s/k_0), \quad (\text{II.6})$$

with $k_0 = g/U_{10}^2$. For waves longer than 30 cm we will rely on this last relation. Another partial mss is provided by the airborne experiment described in [12] in which three vertical one meter spaced lasers give access to the slopes of one-meter segments at the surface, corresponding to a filtered mss with $k_1 = 0$, $k_2 = 2\pi$.

The fourth moment is the mean square curvature (msc), which describes the sharpness of waves. It is dominated by small waves and actually very sensitive to the shape of the wavenumber in the millimeter range. Hence it is a very discriminating parameter for the determination of the short-waves wavenumber spectrum. It has also a strong effect on the radiative properties of the surface, as the level of curvature determines the polarization ratio [6]. There is, however, little knowledge of this parameter even though some recent works have provided its estimation using spaceborne radar data and a heuristic approach [13].

When integrated, the omnidirectional Elfouhaily and Kudryavtsev spectra give a consistent evaluation of the mss as compared with the reference value of CM, with a maximum discrepancy of the order of 10-15 %. The msc, however, varies dramatically from one model to another. For instance, the total msc at 10 m/s wind speed after Kudryavtsev spectrum is found more than three times larger than the same quantity after Elfouhaily model ($\simeq 20000 \text{ m}^{-2}$ versus 6000 m^{-2}).

III. SCATTERING MODEL

A. The Weighted Curvature Approximation

The calculation of the NRCS from the sea surface requires a so-called unified scattering model (e.g. [14]), that is a model which is able to cope simultaneously with large scales as well as small ripples. Such a model should be consistent with the asymptotic regimes in the appropriate limits. It should coincide with the Kirchhoff Approximation (KA) and Geometrical Optics for large Rayleigh parameter and Bragg theory for small Rayleigh parameter.

Since the historical Two-Scale model, there have been several attempts to build unified models resulting in more or less complicated formulations. Without being exhaustive we can mention the second-order small-slope approximation [15], the local curvature approximation [16], the resonant curvature approximation [17], the cut-off invariant Two-Scale model [8] and the Weighted Curvature Approximation [16], [18]. This last model was recently revisited and simplified [6]. For sea surfaces it was shown to enjoy an elementary formulation in terms of a combination of Bragg and Kirchhoff kernels. The simplicity and numerical efficiency of this model designates it as an excellent candidate for the inversion of remote sensing data, wherein a large number of direct problems have to be solved.

We hereafter recall the geometry of the scattering problem. Consider a rough interface $z = \eta(\mathbf{r})$, where $\mathbf{r} = (x, y)$ is the coordinate in the horizontal mean plane. This surface separates the vacuum (upper medium) from water (lower medium). It is illuminated by an incident monochromatic plane wave with wave vector \mathbf{K}_0 . In backscattering configuration it is convenient

to introduce the vector $\mathbf{Q} = -2\mathbf{K}_0$ as well as its horizontal and vertical projections \mathbf{Q}_H and Q_z , respectively. In the Weighted Curvature Approximation (WCA) the scattering amplitude (S) is sought as a correction of the Kirchhoff Approximation and written as :

$$S = \frac{1}{Q_z} \int \frac{d\mathbf{r}}{(2\pi)^2} \left(\mathbb{K} + \frac{i}{Q_z} \mathbb{T}(\nabla)[\eta] \right) e^{-i\mathbf{Q}_H \cdot \mathbf{r}} e^{-iQ_z \eta} \quad (\text{III.7})$$

Again we refer to e.g. (e.g. [14]) for a rigorous definition of the scattering amplitude and the NRCS. The so-called Kirchhoff kernel \mathbb{K} is an unpolarized geometrical factor depending of the scattering angles and the complex permittivity (e.g. [14]). The kernel $\mathbb{T}(\nabla)[\eta]$ is a tensor-valued second-order derivative of roughness which is interpreted as a curvature correction of the mere tangent plane approximation. It is polarization dependent and thus responsible for the difference between horizontally and vertically polarized backscatter. The consistency with the Bragg and Kirchhoff regime imposes some constraints on the kernel \mathbb{T} with respect to the Bragg (\mathbb{B}) and Kirchhoff (\mathbb{K}) kernels (see e.g. [14] for their expression). These constraints are not sufficient to determine the kernel \mathbb{T} uniquely. However, for linear sea surfaces and away from specular angles, the NRCS resulting from the different choices of the kernel were shown to follow closely a unique and simple expression independent on the kernel. To obtain a working formula at all angles of incidences and for non-linear surfaces, we therefore decided to choose the simplest admissible kernel which is proportional to the Laplacian operator, $\mathbb{T}(\nabla)[\eta] = \mathbb{T} \Delta \eta$, with the constant tensor:

$$\mathbb{T} = (\mathbb{B} - \mathbb{K}) \frac{Q_z^2}{Q_H^2} \quad (\text{III.8})$$

Under the assumption of a spatially homogeneous random sea surface, the global expression of the monostatic NRCS can then be written as a sum of three terms :

$$\sigma_{WCA} = \sigma^{KA} + \sigma_{12} + \sigma_{22}, \quad (\text{III.9})$$

where

$$\sigma^{KA} = \frac{|\mathbb{K}|^2}{Q_z^2} \int \frac{d\mathbf{r}}{\pi} e^{-i\mathbf{Q}_H \cdot \mathbf{r}} \langle e^{iQ_z(\eta(\mathbf{r}) - \eta(\mathbf{0}))} \rangle \quad (\text{III.10})$$

is the classical KA and

$$\begin{aligned} \sigma_{12} &= 2\Re \left[\frac{\mathbb{K}^* \mathbb{T}}{Q_z^2} \int \frac{d\mathbf{r}}{\pi} e^{-i\mathbf{Q}_H \cdot \mathbf{r}} \langle \Delta \eta(\mathbf{r}) e^{iQ_z(\eta(\mathbf{r}) - \eta(\mathbf{0}))} \rangle \right] \\ \sigma_{22} &= \left| \frac{\mathbb{T}}{Q_z^2} \right|^2 \int \frac{d\mathbf{r}}{\pi} e^{-i\mathbf{Q}_H \cdot \mathbf{r}} \langle \Delta \eta(\mathbf{r}) \Delta \eta(\mathbf{0}) e^{iQ_z(\eta(\mathbf{r}) - \eta(\mathbf{0}))} \rangle \end{aligned} \quad (\text{III.11})$$

are polarization-dependent corrective terms. The brackets denote the ensemble average. The contribution of the coherent field in these expressions has been neglected in view of the elevated value of the Rayleigh parameter in the bands of interest.

B. WCA for linear surfaces

Under a linear assumption for the description of sea surfaces in terms of a superposition of different harmonics with random phases, the resulting random process is Gaussian and entirely characterized by its autocorrelation function (ρ) or its structure function (S_2):

$$\rho(\mathbf{r}) = \langle \eta(\mathbf{r}) \eta(\mathbf{0}) \rangle - |\langle \eta(\mathbf{0}) \rangle|^2, \quad S_2(\mathbf{r}) = 2(\rho(\mathbf{0}) - \rho(\mathbf{r})) \quad (\text{III.12})$$

The different correlators involved in the NRCS can then easily be expressed in terms of these latter functions:

$$\begin{aligned}\sigma^{KA} &= \frac{|\mathbb{K}|^2}{Q_z^2} \int \frac{d\mathbf{r}}{\pi} e^{-i\mathbf{Q}_H \cdot \mathbf{r}} e^{-Q_z^2 S_2/2}, \\ \sigma^{(12)} &= 2\Re \left[\frac{\mathbb{K}^* \mathbb{T}}{Q_z^2} \int \frac{d\mathbf{r}}{\pi} e^{-i\mathbf{Q}_H \cdot \mathbf{r}} e^{-Q_z^2 S_2/2} (\Delta\rho + \text{mss}) \right], \\ \sigma^{(22)} &= \frac{|\mathbb{T}|^2}{Q_z^2} \int \frac{d\mathbf{r}}{\pi} e^{-i\mathbf{Q}_H \cdot \mathbf{r}} e^{-Q_z^2 S_2/2} (\Delta^2 \rho - Q_z^2 |\Delta\rho + \text{mss}|^2),\end{aligned}\quad (\text{III.13})$$

where $\text{mss} = -\Delta\rho(\mathbf{0})$ is the total mss of the surface. The omnidirectional version of a given quantity is defined as the angular-averaged value of this quantity over all possible azimuthal directions \mathbf{Q}_H . In an excellent approximation it can be shown and checked numerically that the omnidirectional NRCS is given by the same formula (III.13) applied to the omnidirectional correlation function. The corresponding integrals can then be efficiently performed using a preliminary radial integration using Bessel functions, that is with obvious notations:

$$\left[\int d\mathbf{r} e^{-i\mathbf{Q}_H \cdot \mathbf{r}} \Psi(\rho(\mathbf{r})) \right]_{\text{omni}} = 2\pi \int_0^\infty dr J_0(Q_H r) \Psi(\rho_{\text{omni}}(r)) \quad (\text{III.14})$$

for any functional Ψ of the correlation functions.

C. WCA for nonlinear surfaces

The hydrodynamic nonlinearities of the sea surface are known to have a significant impact on the scattering data. It was recently shown ([5]) that taking into account the excess kurtosis of slopes in a simple KA model corrects the nadiral data and helps making them consistent with multi-band data sets. For incidences larger than about 20 degrees polarization effects can no longer be neglected and a more complete model such as WCA is needed. The introduction of non-Gaussian features in the statistical formulation of WCA is, however, far from being obvious and must be first established. This requires the calculation of non-Gaussian correlators (sub-scripted by ‘‘NG’’),

$$\langle e^{iQ_z(\eta-\eta_0)} \rangle_{NG}, \langle \Delta\eta e^{iQ_z(\eta-\eta_0)} \rangle_{NG}, \langle \Delta\eta \Delta\eta_0 e^{iQ_z(\eta-\eta_0)} \rangle_{NG}, \quad (\text{III.15})$$

where η, η_0 refers to the surface roughness evaluated at an arbitrary position \mathbf{r} and at the origin, respectively. Here and everywhere, the position dependence in the different functions is omitted for simplicity and remains implicit. Non-Gaussian corrections to the first correlator are traditionally accounted for by a cumulant expansion,

$$\langle e^{iQ_z(\eta-\eta_0)} \rangle_{NG} \simeq e^{-Q_z^2 S_2/2 - iQ_z^3 S_3/6 + Q_z^4 S_4/24}, \quad (\text{III.16})$$

where S_3 and S_4 are the skewness and kurtosis function, respectively:

$$S_3 = \langle (\eta - \eta_0)^3 \rangle, \quad S_4 = \langle (\eta - \eta_0)^4 \rangle - 3\langle (\eta - \eta_0)^2 \rangle^2 \quad (\text{III.17})$$

We are not aware of a general similar expansion for the second correlator which is implied in the σ_{12} term of the WCA NRCS. However, the difficulty can be circumvented by performing an integration by parts,

$$\begin{aligned}\frac{i}{Q_z} \int d\mathbf{r} e^{-i\mathbf{Q}_H \cdot \mathbf{r}} \langle \Delta\eta e^{iQ_z(\eta-\eta_0)} \rangle &= \\ \frac{iQ_H^2}{Q_z^2} \int d\mathbf{r} e^{-i\mathbf{Q}_H \cdot \mathbf{r}} \langle e^{iQ_z(\eta-\eta_0)} \rangle &- \int d\mathbf{r} e^{-i\mathbf{Q}_H \cdot \mathbf{r}} \langle |\eta|^2 e^{iQ_z(\eta-\eta_0)} \rangle\end{aligned}\quad (\text{III.18})$$

so that the problem amounts to calculate the non-Gaussian statistics of the simpler correlator $\langle |\nabla\eta|^2 e^{iQ_z(\eta-\eta_0)} \rangle$. We establish in the Appendix the following approximation:

$$\langle |\nabla\eta|^2 e^{iQ_z(\eta-\eta_0)} \rangle \simeq \mathcal{F} \langle e^{iQ_z(\eta-\eta_0)} \rangle_{NG} \quad (\text{III.19})$$

with

$$\mathcal{F} = \left(\text{mss} + i\frac{1}{6} Q_z \Delta S_3 - Q_z^2 (|\nabla\rho|^2 + \frac{1}{24} \Delta S_4) \right) \quad (\text{III.20})$$

This formula is exact in the Gaussian case ($S_3, S_4 = 0$) and holds at short lags up to quadratic order (that is r^2) for general non-Gaussian statistics. To calculate the corresponding omnidirectional NRCS we will discard the skewness function S_3 and consider only the omnidirectional structure functions S_2 and S_4 . The latter is unknown except at the origin where

$$S_4 \simeq \gamma S_2^2, \quad r \rightarrow 0, \quad (\text{III.21})$$

where γ is the excess kurtosis of slopes, assumed isotropic. It follows that:

$$\Delta S_4 \simeq 4\gamma r^2 \text{mss}^2 \simeq 16 |\nabla\rho|^2 \quad (\text{III.22})$$

whence

$$\mathcal{F} \simeq \text{mss} - Q_z^2 |\nabla\rho|^2 \left(1 + \frac{2}{3} \gamma \right) \quad (\text{III.23})$$

Even though this formula was established in the vicinity of the origin we will assume it is valid at arbitrary lags. This extrapolation is justified by the fact that the correlators are mainly involved by their behavior at small lags in the WCA integral. Altogether

$$\sigma_{\text{omni}}^{KA} = \frac{|\mathbb{K}|^2}{Q_z^2} \int_0^{+\infty} \frac{d\mathbf{r}}{\pi} e^{-i\mathbf{Q}_H \cdot \mathbf{r}} e^{-Q_z^2 S_2/2 + Q_z^4 S_4/24}, \quad (\text{III.24})$$

and

$$\begin{aligned}\sigma_{\text{omni}}^{(12)} &= 2\Re \left[\frac{\mathbb{K}^* \mathbb{T}}{Q_z^2} \int \frac{d\mathbf{r}}{\pi} e^{-i\mathbf{Q}_H \cdot \mathbf{r}} e^{-Q_z^2 S_2/2 + Q_z^4 S_4/24} \right. \\ &\left. \left(\left(1 + \frac{2}{3} \gamma \right) \Delta\rho + \text{mss} \right) \right],\end{aligned}\quad (\text{III.25})$$

The unknown kurtosis function in the exponential is extrapolated from small to large lags as already proposed and justified in [5]:

$$S_4 \simeq \gamma S_2^2 \exp(-r^2/r_c^2), \quad (\text{III.26})$$

where r_c is a cut-off range defined by $K_0^2 S_2(r_c) = 2$. The third correlator in (III.15) seems difficult to estimate. However, it is involved in σ^{22} in (III.9) which is already very small with respect to the leading two terms σ^{KA} and $\sigma^{(12)}$. Hence, non-Gaussian corrections will be simply ignored in that case.

IV. THE REFERENCE DATA SETS

The performance of the combined spectral and scattering model for the sea surface backscatter can be evaluated in the light of several available data sets. A first assessment of the models in the nadiral region has been made recently [5] with the help of a three-band (C, Ku, Ka) data set and has shown the necessity to incorporate kurtosis effects. Two supplementary data sets are used to complete this study in C and Ku Band for larger incidence angles. It is important to note that the absolute level of the radar cross-section is necessary for the estimation of the curvature spectrum. This was not the case for nadiral data for which only the relative NRCS (with respect to their maximum) was needed to estimate global parameters such as the mss or the kurtosis of slopes.

A. Nadiral Data

The following sets of near-nadir data have already been presented elsewhere [5] and will be here only briefly discussed. The first data set has been acquired by the satellite Tropical Rainfall Measuring Mission (TRMM) in Ku Band under various sea states and wind conditions. It covers the $0-18^\circ$ incidence range in vertical polarization (which is quasi-equivalent to the horizontal polarization at these low incidences). The other two data sets concerns the C band (STORM, [19]) and Ka-band (SRA, [20]) and cover a variety of wind speeds and sea states under different incidence angles (from 7° to 16° for STORM and 0° to 15° for SRA).

B. Off Nadir Data

The previous sets are complemented with two other data sets at moderate and large incidences, namely the classical NSCAT (Ku band) and the more recent ASAR (C band) data sets, which are described below.

B.1. . The NSCAT instrument is a fully polarized Ku-band scatterometer (13.6 GHz) which used to be mounted on board the ERS1 satellite. It covers a large range of incidences ($18-54$ degrees). The present data were collected during the period from May 14 to June 25, 1997 with a rich variety of wind and sea conditions. The absolute calibration of these data is not guaranteed but can be assessed by cross-comparison with the more recent TRMM instrument at the common available incidence (18 degrees), as shown on Figure 2. A difference of about 0.8 dB is observed between the instruments. This gives the expected level of uncertainty in the magnitude of NRCS used in our simulations.

B.2. . ASAR stands for ‘‘Advanced Synthetic Aperture Radar’’ and is one the instruments carried by the ENVISAT satellite. This C Band (6 GHz) radar is capable of working in alternating polarization, thus providing the simultaneous vertical and horizontal backscatter with the same instrument. The vertical polarization has been cross-calibrated with comparison with the classical CMOD-5 model [21], as shown on Figure 2. The current data set has been acquired during a period of four weeks in 2005 and four weeks in 2007. A direct treatment of the level 0 raw product makes it possible to evaluate and subtract the contribution of additive instrumental noise. The NRCS is measured for incidence angles ranging from 20° to 45° under various wind conditions and sea states. Instantaneous wind speed and direction of the satellite track is estimated by ASAR and also by the collocated scatterometer ASCAT [22]. For this study, we will use the wind speed estimation by the scatterometer which it is assumed to be more accurate. The NRCS in different polarizations have been sorted by bins of wind speed and direction and incidence angles. However, a large dispersion on the level of NRCS is still observed. This variability has been smoothed out by a least square regression which best follows the azimuthal variations of the NRCS. The latter are have been sought as usual in Fourier series of the azimuth angle with two harmonics:

$$\sigma_M = a_0 + a_1 \cos \phi + a_2 \cos 2\phi, \quad (\text{IV.27})$$

where σ_M is the NRCS, a_0, a_1 and a_2 are the coefficients of the regression and ϕ is the wind direction. This expansion has been done at each incidence angle and wind speed. Hence, a_0, a_1 and a_2 are functions of the incidence angles and wind speed. As an example, Figure 1 shows the azimuthal variations of the raw (blue points) and smoothed (red solid line) NRCS at 35° and 5ms^{-1} wind speed. A further smoothing over incidence angles

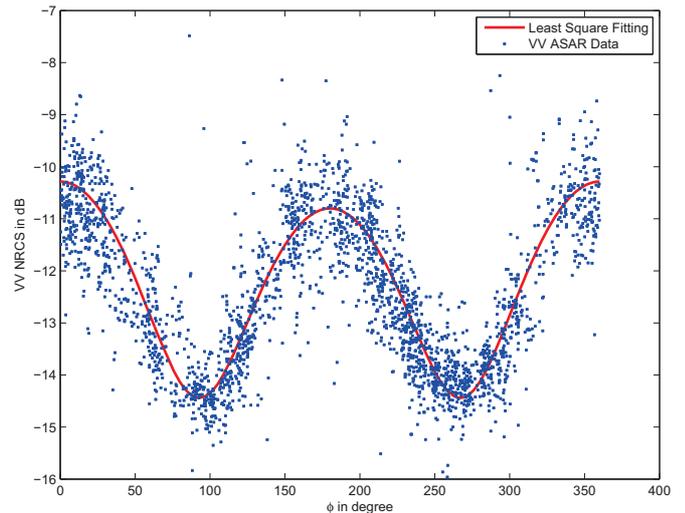


Fig. 1. Variation of the ASAR vertically polarized NRCS with azimuth ϕ at 35 degrees incidence by a wind speed of 5ms^{-1} .

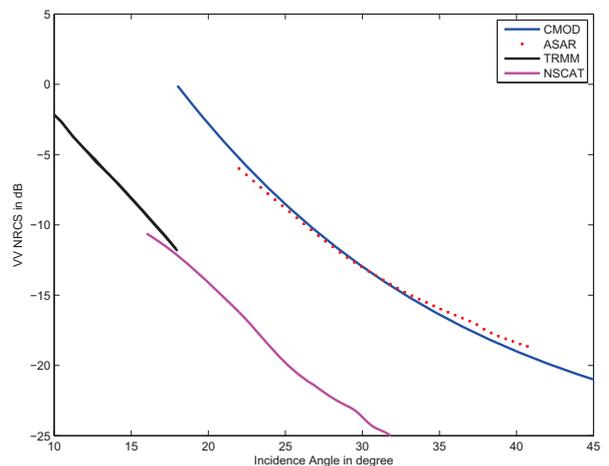


Fig. 2. Consistency of different sets in C (CMOD/ASAR) and Ku (TRMM/NSCAT) data at wind speed of 5ms^{-1}

is performed on the coefficients a_0, a_1 and a_2 with an angled window of 2 degrees.

V. PERFORMANCES OF EXISTING SPECTRA

A. Nadiral region

The performances of the reference existing spectra in terms of consistency with the experimental data sets can be evaluated with the help of the WCA scattering model. In the nadiral region the NRCS is quasi unpolarized and is accurately described by the mere Kirchhoff approximation σ^{KA} (the corrective terms brought by WCA are negligible here). Simulations of the omnidirectional NRCS performed with the reference classical spectra (Elfouhaily and Kudryavtsev) and the KA under a linear sea surface assumption (i.e. the first term in (III.13) show significant differences with the experimental NRCS. As an example, Figure 3 shows the omnidirectional NRCS in different frequency bands at 5ms^{-1} wind speed according to the Kudryavtsev

spectrum. A comparison is done with available data (SOWEX, TRMM, STORM). To eliminate possible calibration errors, only the relative NRCS is shown (that is the NRCS divided by its maximum value) with an offset of 3 dB (Ku band) and 12 dB (Ka band) to clarify the plot. As seen, the mismatch can be as high as 2 dB in Ku band. It was shown in [5] that the introduction of a slope kurtosis parameter considerably improves the simulation of the nadiral NRCS. The non-Gaussian KA according to (III.24) and (III.26) is shown on the same Figure 3 with an optimized value of the excess kurtosis parameter γ . The optimization consists in minimizing the mean distance between the relative NRCS derived from the scattering model (taken in dB) and the corresponding experimental quantity,

$$\varepsilon_{nad} = \langle |\text{rel. NRCS}(\text{model}) - \text{rel. NRCS}(\text{data})|_{dB} \rangle, \quad (\text{V.28})$$

where the average is performed over all available incidences and bands. In that case a good agreement is obtained between simulated and experimental NRCS. However, the values of the optimal kurtosis parameter (reported in Table I) are found larger than the experimental result of CM where $\gamma \simeq 0.4$. This indicates that the elevated value of this parameter compensates for the deficiency of the spectrum itself. This hypothesis is confirmed by the investigation of the NRCS under the same models at larger incidences, which are more sensitive to the shape of the spectrum.

B. Off-nadir incidences

A similar error criterion can be defined with the help of the absolute NRCS at larger incidences:

$$\varepsilon_{offnad} = \langle |\text{NRCS}(\text{model}) - \text{NRCS}(\text{data})|_{dB} \rangle \quad (\text{V.29})$$

Figure 4 shows the simulated (absolute) NRCS in the Gaussian and non-Gaussian WCA at moderate and large incidences and a comparison with the available off-nadir data sets. A dramatic discrepancy (both in shape and level) is found between simulated and experimental data, with an order of magnitude much larger than the kurtosis corrections. The performances of the Elfouhaily and Kudryavtsev spectra at different wind speeds are summarized in Table I and II, using the overall error criterion:

$$\varepsilon = \varepsilon_{nad} + \varepsilon_{offnad} \quad (\text{V.30})$$

The first six columns display the value of ε for the three electromagnetic bands and the full range of incidence in the framework of a Gaussian (G) and non-Gaussian (NG) WCA model. The last column is the value of kurtosis of surface slopes which optimizes the cost function ε_{nad} in the nadiral region. The same qualitative conclusions hold for different wind speeds and spectra. A non-Gaussian scattering model incorporating both a realistic excess kurtosis of slope and an improved shape of the omnidirectional spectrum are thus necessary to simulate the omnidirectional NRCS in a consistent way with respect to the experimental data. In the following, the curvature spectrum as well as the kurtosis parameter will be sought and optimized using the non-Gaussian WCA model.

VI. PARAMETRIZATION OF THE SPECTRUM

As shown in the previous section, none of the mentioned classical spectra can allow for a consistent estimation of the omnidirectional NRCS whenever several bands and incidences are considered simultaneously, even with an improved scattering model. In addition they do not fully meet the *a priori* conditions imposed by the total and filtered mss inferred from optical

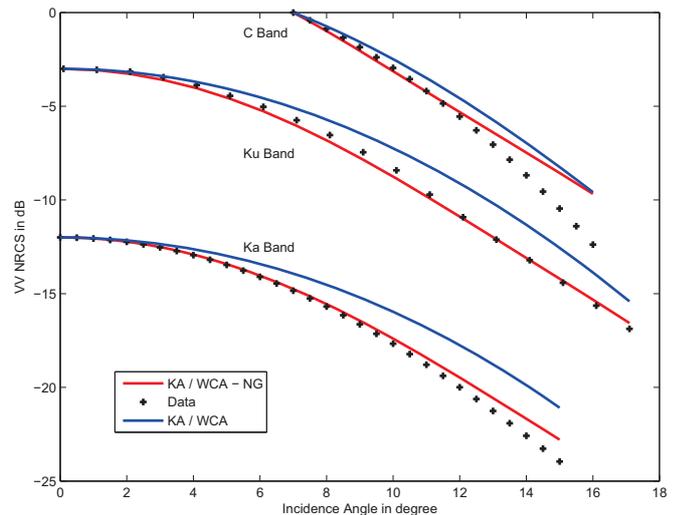


Fig. 3. Simulated omnidirectional NRCS using Kudryavtsev spectrum in the Kirchoff model under a Gaussian (KA/WCA) and non-Gaussian (KA/WCA-NG) assumption by a wind speed of 5 m s^{-1} . The NRCS is taken relative to its maximum value. A further offset of 3 dB (Ku band) and 12 dB (Ka band) is applied for better visibility.

ws	C		Ku		Ka		γ
	G	NG	G	NG	G	NG	
5	2.90	2.68	1.37	1.30	0.64	0.40	0.19
7	2.42	2.09	0.96	0.96	0.74	0.43	0.26
9	1.55	0.90	0.66	0.66	0.74	0.19	0.45
11	1.52	0.76	0.69	0.52	0.69	0.10	0.51
13	1.84	1.24	0.72	0.22	0.05	0.42	0.39
15	2.06	1.38	0.98	0.37	0.13	0.30	0.46

TABLE I

OVERALL PERFORMANCE ε OF THE SCATTERING MODEL USING ELFOUHAILY SPECTRUM. THE LAST COLUMN IS THE OPTIMAL EXCESS KURTOSIS OF SLOPES

ws	C		Ku		Ka		γ
	G	NG	G	NG	G	NG	
5	3.47	2.17	7.07	4.94	1.20	0.27	0.66
7	2.83	1.54	4.51	2.81	1.30	0.20	0.78
9	2.71	1.42	3.74	2.08	0.98	0.08	0.81
11	2.80	1.42	3.45	1.82	0.81	0.19	0.81
13	3.01	1.69	3.08	1.57	0.04	0.71	0.72
15	3.07	1.62	2.95	1.48	0.22	0.56	0.76

TABLE II

OVERALL PERFORMANCE ε OF THE SCATTERING MODEL USING KUDRYAVTSEV SPECTRUM. THE LAST COLUMN IS THE OPTIMAL EXCESS KURTOSIS OF SLOPES

measurements. It is therefore necessary to devise a modified omnidirectional spectrum in the short-wave domain to correct for these shortcomings. As it is customary we will use the omnidirectional curvature spectrum,

$$B(k) = k^3 S(k), \quad (\text{VI.31})$$

rather than the omnidirectional spectrum itself in order to compensate the overall k^{-3} decay which masks the actual spectral

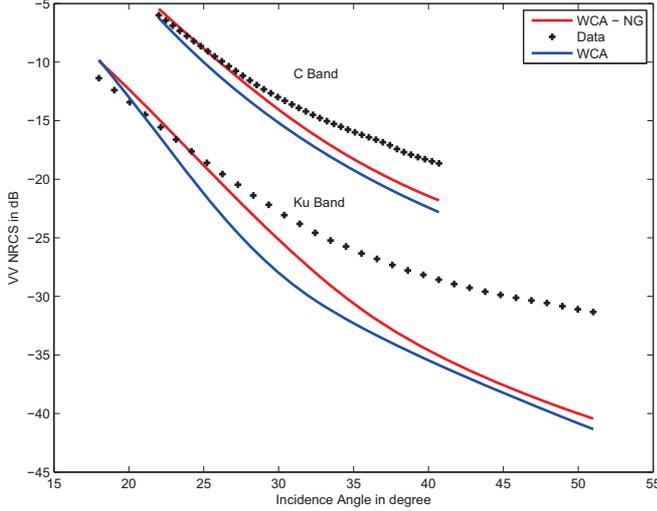


Fig. 4. Simulated omnidirectional absolute NRCS using Kudryavtsev spectrum in the WCA model under a Gaussian (WCA) and non-Gaussian (WCA-NG) assumption by a wind speed of 5 m s^{-1} .

shape. As commonly employed we will split this quantity into a long wave (B_{lw}) and short-wave part (B_{sw}):

$$B(k) = B_{lw}(k) + B_{sw}(k) \quad (\text{VI.32})$$

The scattering data in the microwave regime are not sensitive to the shape of the long-wave spectrum which is only seen through global parameters (essentially the total mss). In our numerical simulations the low-frequency part of the omnidirectional sea spectrum will thus be simply taken identical to the unified model of Elfouhaily with an overall multiplicative factor α to make it consistent with the filtered slopes measured in [12].

$$B_{lw}(k) = \alpha B_E(k), \quad k \leq k_1, \quad (\text{VI.33})$$

where B_E is the omnidirectional curvature spectrum described in [3]. The factor α is defined by:

$$\alpha = \frac{\text{mss}_l}{\int_0^{k_1} B_E(k) k^{-1} dk}, \quad (\text{VI.34})$$

where mss_l is the the slope of one-meter segments on the surface, as measured in [12] by means of three one-meter spaced vertical lasers. This quantity is interpreted as the mss of scales larger than 1-2 meters, corresponding to a limiting wave number k_1 . A more precise estimation of this value can be obtained by integrating a reference long-wave spectrum and tuning the cut-off parameter k_1 to make it coincide with the given large scale mss:

$$\text{mss}_l = \int_0^{k_1} B_E(k) k^{-1} dk. \quad (\text{VI.35})$$

This provides an estimate $k_1 \simeq 2\pi/1.6 \text{ rad/m}$ depending on wind speed.

The short-wave curvature B_{sw} is sought as a simple parametric function of the wave number k for $k \geq k_1$. The most salient feature of the Elfouhaily curvature spectrum is a sharp peak at a certain wavenumber corresponding to the minimum phase speed ($k_3 = 363 \text{ rad/m}$). This peak is essential to capture the physical mechanism of energy accumulation occurring around this wavenumber. The existence of this peak will be conserved

in the parametric model but its position (k_3), shape and magnitude will be relaxed and subject to a certain degree of freedom. In addition it will be possibly asymmetric and wind dependent. To this aim the omnidirectional curvature will be sought in the form:

$$B_{sw}(k) = \begin{cases} C e^{-g_2 \left(\log_{10}\left(\frac{k}{k_3}\right)\right)^2}, & k_2 \leq k \leq k_3, \\ C e^{-g_3 \left(\left(\frac{k}{k_3}\right)^2 - 1\right)}, & k \geq k_3, \end{cases} \quad (\text{VI.36})$$

where C, k_3, g_2, g_3 are free parameters and k_2 is the crossing point of the two functions. The Gaussian shape of the curvature spectrum for $k \geq k_3$ is kept identical to that proposed in Elfouhaily model and ensures a sharp cut-off due to viscous damping above a critical wavenumber. The left side of the peak, however, is modified to produce a smoother decay at lower wavenumbers. The intermediate wavenumbers are described by the right half of a Gaussian starting at k_1 :

$$B_{sw}(k) = B_{lw}(k_1) e^{-g_1 \left(\log_{10}\left(\frac{k}{k_1}\right)\right)^2}, \quad k_1 \leq k \leq k_2. \quad (\text{VI.37})$$

The reason for the occurrence of a decreasing function in this range of wavenumbers is the following observation. The slick and clean mss predicted by Elfouhaily spectrum are larger than those experimentally observed by Phillips [11] and CM. On the other hand the large scale mss calculated for Elfouhaily spectrum is consistent with the measurements by [12]. Since Elfouhaily omnidirectional curvature spectrum is almost constant in the range of wavenumbers corresponding to decimeter scales, this means that the actual curvature spectrum has an excavation with respect to the latter in this same range of wavenumber to ensure a correct estimate of the slick mss.

VII. INVERSION OF THE SPECTRUM

The spectral parameters C, g_1, g_2, g_3, k_3 as well as the kurtosis parameter γ have been numerically optimized in order for the simulated NRCS to match as best the full set of experimental data. As previously the overall quality of the simulation is quantified by the cost function (V.30).

This accuracy criterion was already proposed in a similar context by [23] to quantify the difference between theoretical and experimental NRCS. The minimization of this function has been numerically obtained with a standard toolbox for nonlinear data fitting problem using the algorithm described in [24]. The evolution of the different parameters with wind speed is shown on Figure 5. In view of their smooth variations, these functions can be accurately described by low-order polynomial approximations of the wind speed variable $u = U_{10}$. The following expressions are found in the range $u = [5 - 15] \text{ m s}^{-1}$ (the minimum number of significant digits is given for the coefficients).

$$\begin{aligned} g_1 &= 6.1 \cdot 10^{-2} u - 3.3 \cdot 10^{-2} \\ g_2 &= -1.314 \cdot 10^{-4} u^5 + 7.036 \cdot 10^{-3} u^4 - 1.468 \cdot 10^{-1} u^3 \\ &\quad + 1.4741 u^2 - 6.9122 u + 12.162 \\ g_3 &= 1.5378 \cdot 10^{-4} u^5 - 7.1804 \cdot 10^{-3} u^4 + 1.2835 \cdot 10^{-1} u^3 \\ &\quad - 1.095 u^2 + 4.4721 u - 5.52 \\ C &= -8.6 \cdot 10^{-6} u^3 + 3 \cdot 10^{-4} u^2 - 1.6 \cdot 10^{-3} u + 5.1 \cdot 10^{-3} \\ \gamma &= 1.486 \cdot 10^{-4} u^4 - 5 \cdot 10^{-3} u^3 + 5.86 \cdot 10^{-2} u^2 \\ &\quad - 2.99 \cdot 10^{-1} u + 4.07 \end{aligned} \quad (\text{VII.38})$$

The high-wavenumber cut-off parameter is found independent of wind speed and equal to $k_3 = 308$. The excess kurtosis of

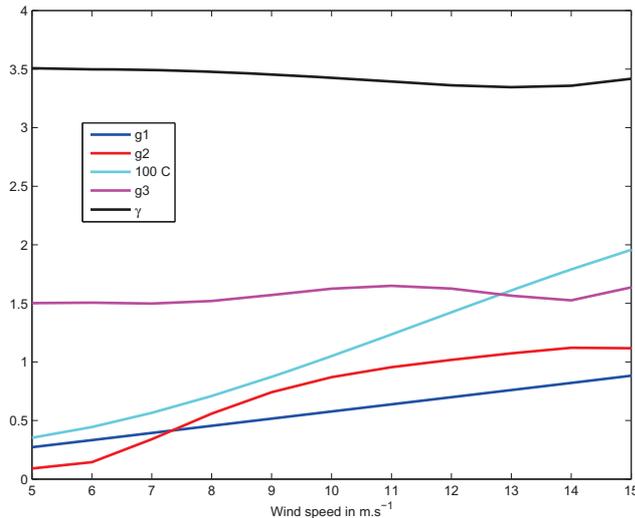


Fig. 5. Evolution of the different parameters of the inverted spectrum as a function of wind speed

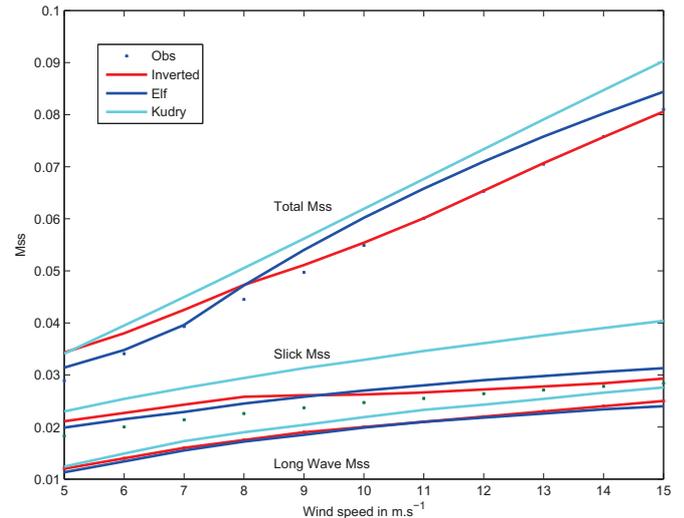


Fig. 7. Total and filtered mss calculated from the inverted spectrum as a function of wind speed. A comparison is provided with Elfouhaily (Elf) and Kudryavtsev (Kudry) models as well as experimental observations (Obs).

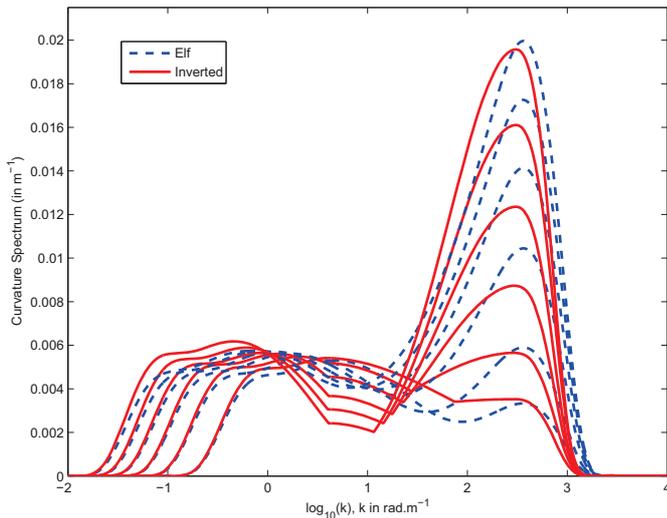


Fig. 6. Evolution of the inverted omnidirectional curvature spectrum (inverted) with wind speed. Elfouhaily model (Elf) is given for reference.

slopes reaches a minimum value 0.36 at 12 ms^{-1} . This qualitative behavior has already been observed experimentally in [12]. The mixing effect of wind renders the surface statistics more Gaussian-like until it reaches a state where breaking phenomena and sharp crests become important and deviate from the Gaussian statistics.

The omnidirectional curvature spectrum is plotted on Figure 6 together with the reference Elfouhaily model. The main qualitative novelties are an excavation of the curvature spectrum at intermediate scales and a slight downshift of the peak position. The total and partial mss of the inverted spectrum are shown on Figure 7 as a function of wind speed. By construction the calculated large scale mss is consistent with the experimental observations. The total and slick mss are in very good agreement with CM values (within 5% error) except at little wind

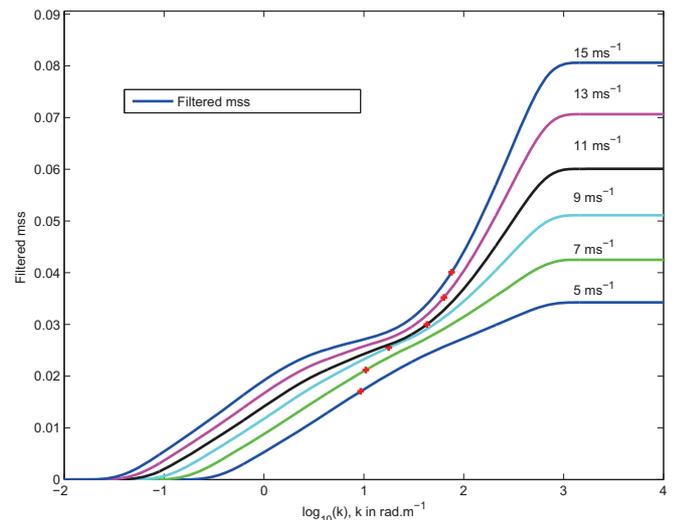


Fig. 8. Evolution of the filtered mss as a function of the high-wavenumber cut-off. Half of the total mss is reached at the crosses.

speed where they are slightly overestimated (by about 15%). Figure 8 shows the evolution of the partial mss as function of the high-frequency wavenumber at different wind speeds. The median wavenumbers, that is the values at which half of the total mss is attained, are marked by red crosses. Contrary to the common expectation the median wavenumber is shifted to the right as wind increases. This shows that short scales have an increasing contribution to the total mss even through there is a constant increase of large scale mss with growing dominant wave.

A. Quality of the inversion

The quality of the inversion can be assessed using the same criterion as previously, with the refinement that the cost func-

ws	C		Ku		Ka	
	NOS	Elf	NOS	Elf	NOS	Elf
5	1.24	2.68	0.52	1.30	0.35	0.40
7	0.78	2.09	0.54	0.99	0.49	0.43
9	0.61	0.90	0.40	0.66	0.25	0.19
11	0.64	0.76	0.42	0.52	0.21	0.10
13	0.87	1.24	0.34	0.22	0.40	0.42
15	0.90	1.38	0.46	0.37	0.24	0.30

TABLE III

PERFORMANCES OF THE SCATTERING MODEL USING THE NEW OMNIDIRECTIONAL SPECTRUM (NOS) IN THE DIFFERENT BANDS. A COMPARISON IS GIVEN WITH ELFOUHAÏLY MODEL (ELF)

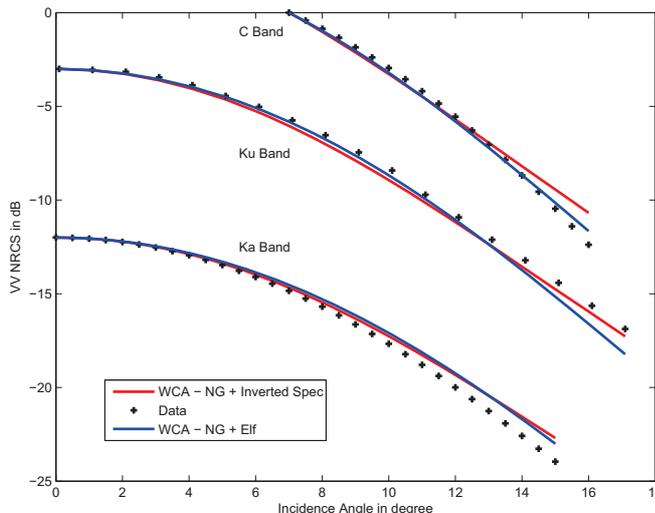


Fig. 9. Simulation of the relative omnidirectional NRCS in the nadir region with help of the inverted omnidirectional spectrum and the non-Gaussian WCA model (WCA-NG+inverted spec) by 5 ms^{-1} wind speed. The same quantity is also plotted for Elfouhaily model (WCA-NG+Elf). A comparison is given with the available data.

tion (V.30) can be calculated separately over different bands. Results are summarized in Table III. As can be shown, the new spectrum allows for an overall better reconstruction of the omnidirectional NRCS. The performances of the model in the different bands are exemplified on Figures 9 and 10 for a given wind speed (here 5 ms^{-1}). The vertically polarized NRCS is shown as a function of incidence and compared with available data sets. As usual, the values of NRCS are relative to their maximum for nadir data (with an offset of 9 dB between bands for better visibility) and absolute for off-nadir data. As can be seen, a significant improvement over Elfouhaily model is obtained for off-nadir incidences in C and Ku bands.

VIII. CONCLUSION

This work addressed the issue of consistent simulation of microwave back-scattering from the sea surface whenever several bands and incidences are considered. It has set a methodology for the construction of a pure “remote sensing spectra”. When off-nadir angles are considered, the level of the short-wave spectral curvature is a very discriminating parameter for the NRCS which renders possible an inversion procedure from the latter.

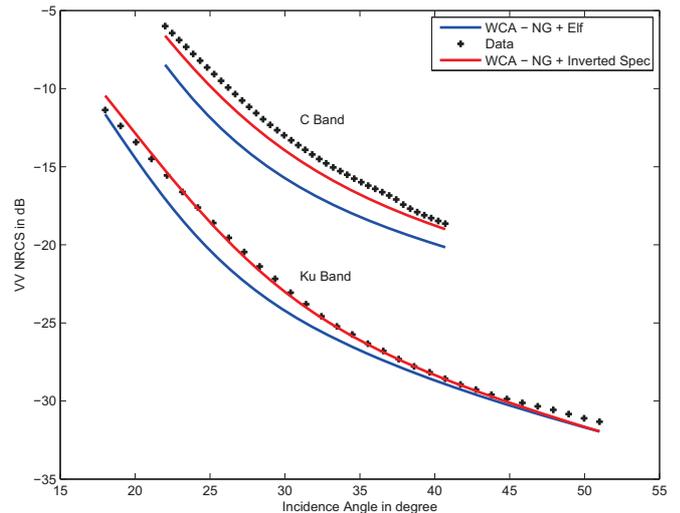


Fig. 10. Same as Figure 9 at larger incidences.

The main outcome of this study is that at least two conditions are necessary to bring simulations closer to the experimental observations. First, a non-Gaussian scattering model should be employed, as was already emphasized elsewhere for the nadir region [5]. Second, inversion of the curvature from the multi-band data sets reveals important differences with the classical spectra, in particular at intermediate scales (20 cm- 2 meter) where a pronounced dip of energy is observed. Further investigations are necessary to confirm and refine this marked result with the help of most complete data sets. The restrictive assumptions which have been adopted for this first study (omnidirectional NRCS, vertically polarized data) should be relaxed. In particular, directional aspects, fully polarized data and absolute calibration issues should be considered. These questions, however, go beyond the scope of this paper and are left for future research.

IX. APPENDIX: NON-GAUSSIAN CORRELATORS

The non-Gaussian formulation of the WCA involves the calculation of the unknown correlators $\langle e^{iQ_z(\eta-\eta_0)} \rangle_{NG}$ and $\langle |\nabla\eta|^2 e^{iQ_z(\eta-\eta_0)} \rangle_{NG}$. The subscript “NG” indicates that the ensemble average is taken over a non-Gaussian statistics. These correlators are completely explicit in the Gaussian case, denoted by the “G” subscript. Using standard properties of Gaussian characteristic functions, the following relations can be established:

$$\begin{aligned} \langle e^{iQ_z(\eta-\eta_0)} \rangle_G &= e^{-Q_z^2 S_2/2}, \\ \langle |\nabla\eta|^2 e^{iQ_z(\eta-\eta_0)} \rangle_G &= (mss - Q_z^2 (\nabla\rho)^2) e^{-Q_z^2 S_2/2}, \end{aligned} \quad (\text{IX.39})$$

where as before $mss = \langle |\nabla\eta|^2 \rangle$ is the mean square slope and S_2 and ρ are the structure function and autocorrelation function in (III.12), respectively. We are not aware of a general similar expansion for the second correlator. However, we will make the following Ansatz:

$$\langle |\nabla\eta|^2 e^{iQ_z(\eta-\eta_0)} \rangle_{NG} = \mathcal{F} \langle e^{iQ_z(\eta-\eta_0)} \rangle_{NG} \quad (\text{IX.40})$$

where \mathcal{F} is a functional of the different structure functions. The expression of this functional will be found by investigating the short-lag expansion about zero and requiring the consistency

with the Gaussian case. For small lags r , the correlators can be approximated by their second-order Taylor expansion about the origin:

$$\begin{aligned} \langle e^{iQ_z(\eta-\eta_0)} \rangle &= -\frac{Q_z^2}{2} \langle (\mathbf{r} \cdot \nabla \eta)^2 \rangle \\ \langle |\nabla \eta|^2 e^{iQ_z(\eta-\eta_0)} \rangle &= \text{mss} + iQ_z \langle |\nabla \eta|^2 (\mathbf{r} \cdot \nabla \eta) \rangle \\ + \frac{iQ_z}{2} \langle |\nabla \eta|^2 (\mathbf{r} \cdot \nabla \nabla \eta) \cdot \mathbf{r} \rangle &- \frac{Q_z^2}{2} \langle |\nabla \eta|^2 (\mathbf{r} \cdot \nabla \eta)^2 \rangle \end{aligned} \quad (\text{IX.41})$$

The term $\langle (\nabla \eta)^2 (\mathbf{r} \cdot \nabla \nabla \eta) \cdot \mathbf{r} \rangle$ can be shown to be 0. The remaining terms can be expanded in Cartesian coordinates and expressed with the help of the generalized skewness and kurtosis coefficients introduced by CM:

$$\lambda_{mn} = \frac{\langle (\partial_x \eta)^m (\partial_y \eta)^n \rangle}{\langle (\partial_x \eta)^2 \rangle^{m/2} \langle (\partial_y \eta)^2 \rangle^{n/2}} \quad (\text{IX.42})$$

Introducing the directional slopes,

$$s_x = \langle (\partial_x \eta)^2 \rangle^{1/2}, \quad s_y = \langle (\partial_y \eta)^2 \rangle^{1/2}, \quad s_{xy} = \langle \partial_x \eta \partial_y \eta \rangle^{1/2}, \quad (\text{IX.43})$$

we obtain:

$$\begin{aligned} \langle (\mathbf{r} \cdot \nabla \eta)^2 \rangle &= x^2 s_x^2 + y^2 s_y^2 + 2xy s_{xy}^2 \\ \langle (\nabla \eta)^2 (\mathbf{r} \cdot \nabla \eta) \rangle &= x \lambda_{30} s_x^3 + y \lambda_{03} s_y^3 + x \lambda_{12} s_x s_y^2 + y \lambda_{21} s_x^2 s_y \\ \langle (\nabla \eta)^2 (\mathbf{r} \cdot \nabla \nabla \eta) \cdot \mathbf{r} \rangle &= x^2 \lambda_{40} s_x^4 + y^2 \lambda_{04} s_y^4 + r^2 \lambda_{22} s_x^2 s_y^2 \\ &+ 2xy (\lambda_{31} s_x^3 s_y + \lambda_{13} s_x s_y^3) \end{aligned} \quad (\text{IX.44})$$

Identifying the different functions through their second-order Taylor expansion at the origin we can therefore approximate in the vicinity of zero:

$$\begin{aligned} \langle (\mathbf{r} \cdot \nabla \eta)^2 \rangle &\simeq S_2 \\ \langle (\nabla \eta)^2 (\mathbf{r} \cdot \nabla \eta) \rangle &\simeq \frac{1}{6} \Delta S_3 \\ \langle (\nabla \eta)^2 (\mathbf{r} \cdot \nabla \nabla \eta) \cdot \mathbf{r} \rangle &\simeq \frac{1}{12} \Delta (S_4 + 3S_2^2) \end{aligned} \quad (\text{IX.45})$$

The expression of the functional \mathcal{F} at the origin is therefore:

$$\begin{aligned} \mathcal{F} &= \frac{\text{mss} + i\frac{1}{6} Q_z \Delta S_3 - \frac{Q_z^2}{24} \Delta (S_4 + 3S_2^2)}{1 - \frac{1}{2} Q_z^2 S_2} \\ &\simeq \text{mss} + i\frac{1}{6} Q_z \Delta S_3 - \frac{Q_z^2}{24} (\Delta (S_4 + 3S_2^2) - 12\text{mss} S_2) \end{aligned} \quad (\text{IX.46})$$

Now one can easily show that:

$$3\Delta(S_2^2) - 12\text{mss} S_2 \simeq 24(x^2 s_x^4 + y^2 s_y^4 + 2xy s_{xy} \text{mss}) \simeq 24 |\nabla \rho|^2, \quad (\text{IX.47})$$

and thus the functional \mathcal{F} can be identified as:

$$\mathcal{F} = \text{mss} + i\frac{1}{6} Q_z \Delta S_3 - Q_z^2 \left(|\nabla \rho|^2 + \frac{1}{24} \Delta S_4 \right) \quad (\text{IX.48})$$

Note that the formula is consistent with the Gaussian formula (IX.39) for $S_3, S_4 = 0$.

REFERENCES

- [1] O.M. Phillips. The equilibrium range in the spectrum of wind-generated waves. *J. Fluid Mech.*, 4(4):426–434, 1958.
- [2] W.J. Pierson Jr and L. Moskowitz. A proposed spectral form for fully developed wind seas based on the similarity theory of sa kitaigorodskii. *Journal of geophysical research*, 1964.
- [3] T. Elfouhaily, B. Chapron, K. Katsaros, and D. Vandemark. A unified directional spectrum for long and short wind-driven waves. *J. Geophys. Res.*, 102(C7):15781–15796, July 1997.
- [4] V.N. Kudryavtsev, V.K. Makin, and B. Chapron. Coupled sea surface-atmosphere model, 2, Spectrum of short wind waves. *Journal of geophysical research*, 104, 1999.
- [5] A. Bringer, C-A. Guérin, B. Chapron, and A. Mouche. Peakedness effects in near-nadir radar observations of the sea surface. *IEEE Trans. Geosci. and Remote Sens.*, 2012. to appear.
- [6] C.A. Guérin, G. Soriano, and B. Chapron. The Weighted Curvature Approximation in scattering from sea surfaces. *Waves in Random and Complex Media*, 20(3):364–384, 2010.
- [7] J. W. Wright. A new model for sea clutter. *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, 16:217–223, March 1968.
- [8] G. Soriano and C. Guérin. A cutoff invariant two-scale model in electromagnetic scattering from sea surfaces. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 5(2):199, 2008.
- [9] B. Jähne and K.S. Riemer. Two-dimensional wave number spectra of small-scale water surface waves. *J. Geophys. Res.*, 95(C7):11.531–11.546, 1990.
- [10] C. Cox and W. Munk. Statistics from the sea surface derived from the sun glitter. *J. Marine Res.*, 13:198–227, 1954.
- [11] O.M. Phillips. *The dynamics of the upper ocean*. Cambridge university press, 1977.
- [12] D. Vandemark, B. Chapron, J. Sun, G.H. Crescenti, and H.C. Graber. Ocean wave slope observations using radar backscatter and laser altimeters. *J. Phys. Oceanogr.*, 34:2825–2842, december 2004.
- [13] Sébastien Guimbar. *Interprétation et modélisation de mesures à distance de la surface marine dans le domaine micro-onde*. PhD thesis, Université Versailles-Saint-Quentin-en-Yvelines, 2010.
- [14] T.M. Elfouhaily and C.A. Guérin. A critical survey of approximate scattering wave theories from random rough surfaces. *Waves in Random and Complex Media*, 14(4):1–40, 2004.
- [15] A. Voronovich. Small-slope approximation for electromagnetic wave scattering at a rough interface of two dielectric half-spaces. *Waves in Random and Complex Media*, 4(3):337–367, 1994.
- [16] T. Elfouhaily, S. Guignard, R. Awadallah, and D.R. Thompson. Local and non-local curvature approximation: a new asymptotic theory for wave scattering. *Waves in Random and Complex Media*, 13(4):321–337, 2003.
- [17] A. Mouche, B. Chapron, and N. Reul. A simplified asymptotic theory for ocean surface electromagnetic wave scattering. *Waves in Random and Complex Media*, 17(3):321–341, 2007.
- [18] C.A. Guérin, G. Soriano, and T. Elfouhaily. Weighted curvature approximation: numerical tests for 2d dielectric surfaces. *Waves in random media*, 14(3):349–363, 2004.
- [19] D. Hauser, A. Mouche, B. Chapron, H. Johnsen, J.F. Daloze, C. Guerin, G. Caudal, and J.M. Lefevre. Ocean wave spectrum and radar cross-section analysis from coincident envisat asar observations and airborne polarimetric radar measurements performed during the valpareso experiment. In *Geoscience and Remote Sensing Symposium, 2003. IGARSS'03. Proceedings. 2003 IEEE International*, volume 3, pages 1910–1914. IEEE, 2003.
- [20] E.J. Walsh, M.J. Banner, C.M. Wrigth, D.C. Vandemark, B. Chapron, J. Jensen, and L. See. The Southern Ocean Waves Experiment. Part III: Sea Surface Slope Statistics and Near-Nadir Remote Sensing. *Journal of Physical Oceanography*, 38:670–684, 2008.
- [21] Y. Quilfen, B. Chapron, T. Elfouhaily, K. Katsaros, and J. Tournadre. Observation of tropical cyclones by high-resolution scatterometry. *Journal of Geophysical Research*, 103(C4):7767–7786, 1998.
- [22] Ocean and Sea Ice SAF. *ASCAT Wind Product User Manual*, 2011. Version 1.10.
- [23] AG Voronovich and VU Zavorotny. Theoretical model for scattering of radar signals in Ku- and C-bands from a rough sea surface with breaking waves. *Waves in Random and Complex Media*, 11(3):247–269, 2001.
- [24] T.F. Coleman and Y. Li. An interior trust region approach for nonlinear minimization subject to bounds. *SIAM J. OPT.*, 1996.

ACKNOWLEDGMENTS

This work was supported by the ANR project no. ANR-09-BLAN-0232-01 SIMODE. A. Bringer has been funded by the Direction Générale de l'Armement.

Bibliographie

- Apel, J. (1994). An improved model of the ocean surface wave vector spectrum and its effects on radar backscatter. *Journal of Geophysical Research*, 99(C8) :16269–16.
- Barrick, D. (1968a). Relationship between slope probability density function and the physical optics integral in rough surface scattering. *Proceedings of the IEEE*, 56(10) :1728–1729.
- Barrick, D. (1968b). Rough surface scattering based on the specular point theory. *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, 16(4) :449–454.
- Beckmann, P. and Spizzichino, A. The scattering of electromagnetic waves from rough surfaces, 1963.
- Bjerkaas, A. and Riedel, F. (1979). Proposed model for the elevation spectrum of a wind-roughened sea surface. Technical report, DTIC Document.
- Bourlier, C. (2004). Azimuthal harmonic coefficients of the microwave backscattering from a non-gaussian ocean surface with the first-order ssa model. *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on*, 42(11) :2600–2611.
- Bréon, F. and Henriot, N. (2006). Spaceborne observations of ocean glint reflectance and modeling of wave slope distributions. *Journal of geophysical research*, 111(C6) :C06005.
- Burling, R. (1955). Wind generation of waves on water.
- Caudal, G. (2002). A physical model for the narrowing of the directional sea wave spectra in the short gravity to gravity-capillary range. *Journal of geophysical research*, 107(C10) :3148.
- Caulliez, G. and Guérin, C. Higher-order statistical analysis of short wind wave fields. *Journal of geophysical research*, 117.
- Chapron, B., Kerbaol, V., Vandemark, D., and Elfouhaily, T. (2000). Importance of peakedness in sea surface slope measurements and applications. *Journal of Geophysical Research-Oceans*, 105(C7).
- Chen, K., Fung, A., and Amar, F. (1993). An empirical bispectrum model for sea surface scattering. *IEEE Trans. Geosci. and Remote Sens.*, 31(4) :830–835.
- Chen, K., Fung, A., and Weissman, D. (1992). A backscattering model for ocean surfaces. *IEEE Trans. Geosci. and Remote Sens.*, 30(4) :811–817.
- Coleman, T. and Li, Y. (1993). An interior trust region approach for nonlinear minimization subject to bounds.

- Cox, C. and Munk, W. (1954). Statistics from the sea surface derived from the sun glitter. *J. Marine Res.*, 13 :198–227.
- Cox, C. and Munk, W. (1956). Slopes of the sea surface deduced from photographs of sun glitter. *Bull. Scripps Inst. Oceanogr*, 6(9) :401–488.
- Donelan, M. and Pierson Jr, W. (1987). Radar scattering and equilibrium ranges in wind-generated waves with application to scatterometry. *journal of geophysical research*, 92(C5) :4971–5029.
- Elfouhaily, T., Chapron, B., Katsaros, K., and Vandemark, D. (1997). A unified directional spectrum for long and short wind-driven waves. *J. Geophys. Res.*, 102(C7) :15781–15796.
- Elfouhaily, T. and Guérin, C. (2004). A critical survey of approximate scattering wave theories from random rough surfaces. *Waves in Random and Complex Media*, 14(4) :1–40.
- Elfouhaily, T., Guignard, S., Awadallah, R., and Thompson, D. R. (2003). Local and non-local curvature approximation : a new asymptotic theory for wave scattering. *Waves in Random Media*, 13(4) :321–338.
- Elfouhaily, T., Thompson, D., Vandemark, D., and Chapron, B. (1999). Weakly nonlinear theory and sea state bias estimations. *Journal of geophysical research*, 104(C4) :7641–7647.
- et al., D. V. (2004). Ocean wave slope observations using radar backscatter and laser altimeters. *J. Phys. Oceanogr.*, 34 :2825.
- Fuks, I. (2008). Diffraction corrections to go backscattering from a perfectly conducting 3-d rough surface. *Radio Sci*, 43.
- Fung, A. and Chen, K. (1991). Kirchhoff model for a skewed random surface. *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, 5(2) :205–216.
- Glazman, R. and Srokosz, M. (1991). Equilibrium wave spectrum and sea state bias in satellite altimetry. *Journal of physical oceanography*, 21(11) :1609–1621.
- Guérin, C., Soriano, G., and Chapron, B. (2010). The weighted curvature approximation in scattering from sea surfaces. *Waves in Random and Complex Media*.
- Guérin, C., Soriano, G., and Elfouhaily, T. (2004). Weighted curvature approximation : numerical tests for 2D dielectric surfaces. *Waves in Random and Complex Media*, 14(3) :349–363.
- Guimbard, S. (2012). *Interprétation et modélisation de mesures à distance de la surface marine dans le domaine micro-onde*. PhD thesis, Université Versailles-Saint-Quentin-en-Yvelines.
- Hasselmann, K. (1973). Directional wave spectra observed during jonswap 1973. *Journal of physical oceanography*, 10 :1264–1280.
- Hauser, D., Caudal, G., Guimbard, S., and Mouche, A. (2008). A study of the slope probability density function of the ocean waves from radar observations. *J. Geophys. Res.*, 113.
- Hauser, D., Mouche, A., Chapron, B., Johnsen, H., Daloze, J., Guerin, C., Caudal, G., and Lefevre, J. (2003). Ocean wave spectrum and radar cross-section

- analysis from coincident envisat asar observations and airborne polarimetric radar measurements performed during the valpareso experiment. In *Geoscience and Remote Sensing Symposium, 2003. IGARSS'03. Proceedings. 2003 IEEE International*, volume 3, pages 1910–1914. IEEE.
- Huang, N., Long, S., Bliven, L., and Tung, C. (1984). The non-gaussian joint probability density function of slope and elevation for a nonlinear gravity wave field. *Journal of Geophysical Research*, 89(C2) :1961–1972.
- Jähne, B. and Riemer, K. (1990). Two-dimensional wave number spectra of small-scale water surface waves. *J. Geophys. Res.*, 95(C7) :11.531–11.546.
- Kinsman, B. et al. (1960). Surface waves at short fetches and low wind speeds—a field study. *Technical Report-Chesapeake Bay Institute, the Johns Hopkins University*, 19.
- Kosnik, M. and Dulov, V. (2011). Extraction of short wind wave spectra from stereo images of the sea surface. *Measurement Science and Technology*, 22 :015504.
- Kudryavtsev, V., Hauser, D., Caudal, G., and Chapron, B. (2003). A semiempirical model of the normalized radar cross-section of the sea surface 1. background model. *J. Geophys. Res.*, 108(C3) :8054.
- Kudryavtsev, V., Makin, V., and Chapron, B. (1999). Coupled sea surface-atmosphere model 2. spectrum of short wind waves. *Journal of geophysical research*, 104(C4) :7625–7639.
- Kummerow, C., Barnes, W., Kozu, T., Shiue, J., and Simpson, J. (1998). The tropical rainfall measuring mission (trmm) sensor package. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, 15(3) :809–817.
- Liu, Y., Yan, X., Liu, W., and Hwang, P. (1997). The probability density function of ocean surface slopes and its effects on radar backscatter. *Journal of physical oceanography*, 27(5) :782–797.
- Longuet-Higgins, M. (1963). The effect of non-linearities on statistical distributions in the theory of sea waves. *Journal of Fluid Mechanics*, 17(03) :459–480.
- Mironov, A., Kosnik, M., Dulov, V., Hauser, D., and Guérin, C. Statistical characterization of short wind waves from stereo images of the sea surface. *Journal of geophysical research*.
- Mouche, A. (2007). A simplified asymptotic theory for ocean surface electromagnetic wave scattering. *Waves in Random and Complex Media*, 17(3) :321–341.
- Mouche, A., Chapron, B., Reul, N., Hauser, D., and Quilfen, Y. (2007). Importance of the sea surface curvature to interpret the normalized radar cross section (DOI 10.1029/2006JC004010). *J. Geophys. Res.*, 112(C10) :10002.
- Mouche, A., Hauser, D., Dalozé, J., and Guérin, C. (2005). Dual-polarization measurements at c-band over the ocean : Results from airborne radar observations and comparison with envisat asar data. *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on*, 43(4) :753–769.
- Mouche, A., Hauser, D., and Kudryavtsev, V. (2006). Radar scattering of the ocean surface and sea-roughness properties : A combined analysis from dual-polarizations airborne radar observations and models in c band. *JOURNAL OF GEOPHYSICAL RESEARCH-ALL SERIES-*, 111(C9) :9004.

- Nouguier, F., Guérin, C., and Chapron, B. (2009). 'Choppy wave' model for nonlinear gravity waves. *Journal of Geophysical Research (Oceans)*, 114(C13) :09012.
- Nouguier, F., Guérin, C., and Chapron, B. (2010). Scattering From Nonlinear Gravity Waves : The 'Choppy Wave' Model. *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on*, 48(12) :4184–4192.
- Ogilvy, J. and Merklinger, H. (1991). Theory of wave scattering from random rough surfaces. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 90 :3382.
- Phillips, O. (1977). *The dynamics of the upper ocean*. Cambridge university press.
- Pierson Jr, W. and Moskowitz, L. (1964). A proposed spectral form for fully developed wind seas based on the similarity theory of sa kitaigorodskii. *Journal of geophysical research*, 69(24) :5181–5190.
- Quilfen, Y., Chapron, B., Bentamy, A., Gourrion, J., Elfouhaily, T., and Vandemark, D. (1999). Global ers1 and 2 and nscat observations : upwind/crosswind and upwind/downwind measurements. *J. Geophys. Res*, 104(C5).
- Rayleigh, B. (1896). *The theory of sound*, volume 2. Macmillan.
- Schooley, A. (1954). A simple optical method for measuring the statistical distribution of water surface slopes. *JOSA*, 44(1) :37–40.
- Socquet-Juglard, H., Dysthe, K., Trulsen, K., Krogstad, H., and Liu, J. (2005). Probability distributions of surface gravity waves during spectral changes. *Journal of Fluid Mechanics*, 542(1) :195–216.
- Soriano, G. and Guérin, C. (2008). A cutoff invariant two-scale model in electromagnetic scattering from sea surfaces. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 5(2) :199.
- Spooner, J. (1822). Sur la lumiere des ondes de la mer, corresp. *Astronomie du Baron de Zach*, 6(331) :1822.
- Srokosz, M. (1986). On the joint distribution of surface elevation and slopes for a nonlinear random sea, with an application to radar altimetry. *Journal of Geophysical Research*, 91(C1) :995–1006.
- Tayfun, M. (1980). Narrow-band nonlinear sea waves. *Journal of Geophysical Research*, 85(C3) :1548–1552.
- Toffoli, A., Onorato, M., Cavaleri, L., Gramstad, O., Janssen, P., Monbaliu, J., Osborne, A., Serio, M., Stansberg, C., and Trulsen, K. Statistical properties of mechanically generated surface gravity waves : A laboratory experiment in a 3d wave basin.
- Tran, N., Chapron, B., and Vandemark, D. (2007). Effects of long waves on ku band ocean radar backscatter at low incidence angles using trmm and alimeter data. *Geosciences and Remote Sensing Letters*, 4(4).
- Valenzuela, G. (1978). Theories for the interaction of electromagnetic and ocean waves. a review. *Boundary Layer and Meterology*, 13.
- Voronovich, A. and Zavorotny, V. (2001). Theoretical model for scattering of radar signals in k u-and c-bands from a rough sea surface with breaking waves. *Waves in Random Media*, 11(3) :247–269.

- Voronovich, A. G. (1985). Small-Slope Approximation in wave scattering from rough surfaces. *Sov. Phys. JETP*, 62(1) :65–70.
- Voronovich, A. G. (1994a). Small-Slope Approximation for electromagnetic wave scattering at a rough interface of two dielectric half-spaces. *Waves in Random Media*, 4 :337–367.
- Voronovich, A. G. (1994b). *Wave scattering from rough surfaces*. Springer Series on Wave Phenomena. Springer.
- Walsh, E., Banner, M., Wriqth, C., Vandermark, D., Chapron, B., Jensen, J., and See, L. (2008). The Southern Ocean Waves Experiment. Part III : Sea Surface Slope Statistics and Near-Nadir Remote Sensing. *Journal of Physical Oceanography*, 38 :670–684.
- Wright, J. (1968). A new model for sea clutter. *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, 16(2) :217–223.

Résumé :

De plus en plus de données satellitales ou aéroportées acquises au dessus de la surface de la mer sont disponibles notamment dans la gamme micro-ondes. Pour interpréter correctement ces données, il est nécessaire de disposer d'une part d'un modèle de diffusion qui soit capable de prendre en compte l'aspect multi-échelles de la surface de mer et d'autre part une bonne représentation spectrale de la surface de mer. Ces dernières années, plusieurs modèles de diffusion électromagnétiques unifiés (capables de prendre en compte la diffusion électromagnétique pour les petites et grandes vagues) ont été développés sous statistiques gaussiennes de la surface de mer. Cependant, ces modèles sont insuffisants pour interpréter les observations lorsque différents jeux de données (multi-bande et multi-incidence) sont confrontés. Le plus de cette thèse est de progresser dans une modélisation cohérente de ces données radar.

La première étape est d'incorporer les aspects non-gaussiens de la surface de mer, connus pour influencer significativement sur la section efficace de rétrodiffusion (SER). Cela est réalisé dans le cadre du modèle électromagnétique "Weighted Curvature Approximation » (WCA) en introduisant le kurtosis des pentes et en se limitant à la SER omnidirectionnelle et à la polarisation verticale.

Ces corrections permettent une meilleure modélisation de la section efficace radar mais ne sont pas suffisantes pour obtenir un accord avec les données dans toutes les configurations (bande, incidence, vent). Cela suggère une amélioration nécessaire du spectre des vagues courtes, qui fait l'objet de la deuxième partie de ces travaux de recherche.

Un nouveau spectre omnidirectionnel est calculé afin d'obtenir une meilleure modélisation de la SER omnidirectionnelle en polarisation verticale tout en respectant des contraintes a priori sur les pentes mesurées par des techniques optiques. Ce spectre s'avère assez semblable au spectre unifié d'Elfouhaily, avec quelques différences notables cependant dans la gamme des échelles décimétriques.

Summary :

More and more micro-wave data are available from spatial and airborne measurements over sea surface. An accurate backscattering model which is capable of taking the multi-scale aspect of the sea surface into account, is required to model correctly the data as well as a precise sea spectrum. Several unified backscattering models have been developed in recent years under Gaussian statistics. However, these models are not able to give a correct modelization of the backscattered signal when different data sets are studied together. One of the objectives of this study is to improve the modelization of the backscattered signal to get better agreement with the data.

The first step of this study is to include non Gaussian statistics into backscattering model as it is well known they have a significant impact on the normalized radar cross section (NRCS). Then, a non Gaussian version of the Weighted Curvature Approximation was developed taking the kurtosis of slopes into account. This work was based only upon vertical polarization.

It is then shown that the corrections allow a better agreement with the data but they are not sufficient to get a good estimation of the NRCS for all incidences and electromagnetic frequencies. This induces the hypothesis of a modification of the short wave sea spectrum.

Then, a new parametrisation of the omnidirectional sea spectrum is suggested to get a better agreement with the multiband data sets and is based on the spectrum developed by Elfouhaily et al. The new omnidirectional short wave sea spectrum is quite alike the Elfouhaily's spectrum with some noticeable differences for the decimetric scales.