



**HAL**  
open science

# Modélisation technico-économique d'une chaîne logistique dans une entreprise réseau

Abdelkader Hammami

► **To cite this version:**

Abdelkader Hammami. Modélisation technico-économique d'une chaîne logistique dans une entreprise réseau. Autre. Ecole Nationale Supérieure des Mines de Saint-Etienne; Université Laval, 2003. Français. NNT: . tel-00797918

**HAL Id: tel-00797918**

**<https://theses.hal.science/tel-00797918>**

Submitted on 7 Mar 2013

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THESE

Présentée en cotutelle pour l'obtention du grade de

## DOCTEUR

De

L'Ecole Nationale Supérieure des Mines de Saint-Etienne  
(Université Jean Monnet, Saint-Etienne, France)

Et du grade de

## PHILOSOPHIAE DOCTOR (Ph.D.)

De

La Faculté des Sciences et de Génie  
(Université Laval, Québec, Canada)

Spécialité : Génie Industriel

Soutenue publiquement par

Abdelkader HAMMAMI

Le 26 septembre 2003

## MODELISATION TECHNICO-ECONOMIQUE D'UNE CHAINE LOGISTIQUE DANS UNE ENTREPRISE RESEAU

### JURY

Rapporteurs :	Pr. Diane Pr. Lionel Pr. Jacques	POULIN DUPONT ERSCHLER	Université Laval, Québec, Canada Ecole des Mines d'Albi-Carmaux Institut National des Sciences Appliquées de Toulouse
Directeurs :	Pr. Jean-Pierre Pr. Daoud Pr. Patrick	CAMPAGNE AIT-KADI BURLAT	Ecole des Mines de Saint-Etienne Université Laval, Québec, Canada Ecole des Mines de Saint-Etienne
Examineur :	Pr. Alexandre	DOLGUI	Ecole des Mines de Saint-Etienne



*A mes parents*  
*A tous ceux qui me sont chers*

## RESUME COURT

Cette thèse est une contribution au traitement du problème de conception et de pilotage d'une chaîne logistique dans un réseau d'entreprises. Elle examine plus spécifiquement le cas d'un réseau coopératif où tous les partenaires jouissent des mêmes privilèges (il n'y a pas de partenaire leader).

Compte tenu des différents problèmes inhérents à ce type d'organisations, une démarche d'aide à la décision basée sur les concepts d'optimisation multicritère a été proposée. Cette démarche consiste à répartir les activités entre membres du réseau en deux étapes. Elle permet de satisfaire simultanément les objectifs de performance à court terme et d'évolution de compétences à long terme au sein du réseau.

Par ailleurs, elle intègre l'aspect stochastique qui peut affecter la performance globale de ce type d'organisations et ce à travers un modèle basé sur les concepts de fiabilité.

La thèse a débouché sur des contributions pour la conception et la gestion d'un réseau coopératif. Ces contributions favorisent une meilleure compétitivité aussi bien du réseau que des partenaires qui le constituent.

---

Abdelkader Hammami

Jean Pierre Campagne

Daoud Aït-Kadi

Patrick Burlat

## **RESUME LONG**

Les entreprises sont de plus en plus portées à se concentrer sur les activités pour lesquelles elles ont des compétences reconnues et dont la consolidation leur permettrait de demeurer viables et compétitives. Pour les petites et moyennes entreprises, cette option n'est attrayante que dans la mesure où elles peuvent s'associer à d'autres partenaires pour conquérir d'autres marchés et profiter d'opportunités d'affaires. C'est cette problématique de regroupement qui a été abordée dans cette thèse. Les recherches ont essentiellement porté sur les outils et les méthodes d'aide à la conception et à la gestion des chaînes logistiques de réseaux coopératifs d'entreprises.

Compte tenu des différents problèmes inhérents à ce type d'organisations, une démarche d'aide à la décision basée sur les concepts d'optimisation multicritère a été proposée. Cette démarche consiste à répartir les activités entre membres du réseau en deux étapes. Elle assure la satisfaction des contraintes client à court terme. Par ailleurs, elle favorise le développement des compétences au sein du réseau à long terme.

Indépendamment de l'organisation étudiée, la gestion des aléas demeure importante. Elle peut affecter la performance globale d'une organisation de type réseau. Cette dimension stochastique a été traitée en se basant sur le concept de fiabilité des partenaires. Des méthodes d'évaluation de ces fiabilités ont été proposées. Les façons de les intégrer aux modèles analytiques développés dans la littérature ont été explicitées.

La thèse a débouché sur des contributions pour la conception et la gestion d'un réseau coopératif. Ces contributions favorisent une meilleure compétitivité aussi bien du réseau que des partenaires qui le constituent. Plusieurs extensions possibles aux modèles développés peuvent être envisagées. Les méthodes mises au point peuvent s'appliquer dans tous les secteurs industriels.

---

Abdelkader Hammami

Jean Pierre Campagne

Daoud Aït-Kadi

Patrick Burlat

## AVANT-PROPOS

Je tiens à exprimer toute ma gratitude à mes directeurs de thèse, Messieurs Jean Pierre CAMPAGNE, Daoud AIT-KADI et Patrick BURLAT, pour leur confiance, pour les conseils judicieux qu'ils m'ont généreusement donnés et pour la passion de la recherche qu'ils m'ont transmise.

Je remercie le professeur Jacques ERSCHLER et le professeur Lionel DUPONT pour l'intérêt qu'ils ont porté à ce travail et pour le temps qu'ils ont consacré en acceptant d'être rapporteurs.

Je remercie le professeur Alexandre DOLGUI d'avoir accepté de présider le jury de soutenance.

Je remercie la professeur Diane POULIN d'avoir accepté de faire la prélecture de la thèse.

Ma gratitude va aussi à mes amis et à mes collègues de l'Ecole Nationale Supérieure des Mines de Saint-Étienne et de l'Université Laval pour leur soutien pendant toute la période de thèse. Je tiens à partager le plaisir de présenter cette thèse avec eux.

Merci à toute ma famille, à mes parents, à mes sœurs et à mes oncles Mohamed et Mohsen qui m'ont soutenu en toutes circonstances. J'espère qu'ils trouvent ici l'expression de mon éternelle reconnaissance.



## TABLE DES MATIERES

<b>RÉSUMÉ COURT .....</b>	<b>I</b>
<b>RÉSUMÉ LONG .....</b>	<b>II</b>
<b>AVANT-PROPOS .....</b>	<b>IV</b>
<b>TABLE DES MATIERES .....</b>	<b>V</b>
<b>LISTE DES FIGURES .....</b>	<b>XIII</b>
<b>LISTE DES TABLEAUX .....</b>	<b>XVI</b>
<b>INTRODUCTION GENERALE .....</b>	<b>1</b>
<b>PARTIE I .....</b>	<b>7</b>
<b>PROBLEMATIQUE .....</b>	<b>8</b>
<b>CHAPITRE 1 : ARCHITECTURES INDUSTRIELLES .....</b>	<b>10</b>
1. <b>INTRODUCTION : ÉVOLUTION DU CONTEXTE INDUSTRIEL ET           COMMERCIAL .....</b>	<b>10</b>
2. <b>TYPLOGIE DES NOUVELLES FORMES D'ENTREPRISES .....</b>	<b>12</b>
2.1 <i>Terminologie</i> .....	<i>12</i>
2.2 <i>Relations de coopération</i> .....	<i>18</i>
2.2.1    Les facteurs clés de succès d'une relation de coopération .....	18
2.2.2    Quelles voies pour garantir le succès d'un partenariat .....	19
3. <b>CONCLUSION .....</b>	<b>20</b>
<b>CHAPITRE 2 : CONCEPTION ET GESTION DE CHAINES LOGISTIQUES .....</b>	<b>22</b>

1.	INTRODUCTION .....	22
2.	HISTORIQUE .....	24
3.	CHAINE LOGISTIQUE .....	28
4.	CONCEPTION ET GESTION D'UNE CHAINE LOGISTIQUE .....	32
4.1	<i>Conception d'une chaîne logistique</i> .....	33
4.2	<i>Gestion d'une chaîne logistique</i> .....	34
5.	OUTILS DE CONCEPTION ET DE GESTION D'UNE CHAINE LOGISTIQUE .....	36
5.1	<i>Structure des solutions SCM</i> .....	36
5.2	<i>Structure des APS</i> .....	39
6.	CONCLUSION ET ORIENTATIONS DE RECHERCHE .....	43
<b>PARTIE II .....</b>		<b>45</b>
<b>CHAPITRE 3 : PANORAMA DES METHODES D'AGREGATION MULTICRITERE .....</b>		<b>46</b>
1.	INTRODUCTION .....	46
2.	LES METHODES ELEMENTAIRES .....	47
2.1	<i>La méthode catégorique : (Categorical method) [Timmerman 1986]</i> .	47
2.2	<i>La Cost-ratio Method [Timmerman 1986]</i> .....	48
2.3	<i>La méthode de la somme pondérée (the linear averaging method or weighted point method) [Timmerman 1986]</i> .....	49
2.4	<i>Méthode lexicographique</i> .....	51
2.5	<i>Méthode conjonctive</i> .....	51
2.6	<i>Méthode disjonctive</i> .....	52
2.7	<i>Méthode du « Maxmin »</i> .....	53
3.	LES METHODES D'OPTIMISATION MATHÉMATIQUE (MOM) .....	54
3.1	<i>Méthodes d'optimisation mathématique multicritère</i> .....	55
3.1.1	Goal Programming (GP) .....	55
3.1.2	Le Compromise Programming (CP) .....	58
3.1.3	La méthode du critère global [Vincke 1989] .....	60
3.1.4	$\epsilon$ - Constraint Method .....	61
3.1.5	La programmation mathématique à objectifs multiples (PMOM) .....	62
3.2	<i>Résolution des modèles d'optimisation mathématique</i> .....	65
3.3	<i>Proposition d'une procédure de choix d'une méthode d'optimisation mathématique</i> .....	66
4.	LES METHODES D'AIDE À LA DÉCISION MULTICRITÈRE (MADMC) ....	68

4.1	<i>Pré-requis de l'aide à la décision multicritère</i> .....	68
4.2	<i>Méthodes de l'approche du critère unique de synthèse</i> .....	71
4.2.1	La méthode TOPSIS : Technique for Order by Similarity to Ideal Solution [Hwang et Yoon, 1981] .....	71
4.2.2	La méthode SMART : Simple Multi-Attribute Rating Technique [Edwards 1971] .....	74
4.2.3	La méthode MAVT : Multiple Attribute Value Theory [Keeney et Raifa, 1976] .....	78
4.2.4	La méthode MAUT : Multiple Attribute Utility Theory [Keeney et Raifa, 1976] .....	82
4.2.5	La méthode UTA : Utility Theory Additive [Jacquet-Lagrange et Siskos, 1982] .....	83
4.2.6	La méthode AHP : Analytic Hierarchy Process [Saaty 1980] ...	86
4.2.7	La méthode EVAMIX [Voogd 1983] .....	92
4.3	<i>Les méthodes de l'approche de surclassement de synthèse</i> .....	96
4.3.1	Les méthodes PROMETHEE [Brans et Vincke, 1985] .....	96
4.3.2	La méthode Electre I [Roy 1968] .....	101
4.3.3	La méthode Electre II [Roy et Bertier, 1971] .....	105
4.3.4	La méthode Electre III [Roy 1978] .....	108
4.3.5	La méthode Electre Is .....	110
4.3.6	La méthode Electre IV [Roy et Hugonnard, 1982] .....	111
4.4	<i>Les méthodes interactives</i> .....	113
4.5	<i>Procédure de choix d'une méthode d'aide à la décision multicritère (MADMC)</i> .....	114
4.5.1	Caractérisation des inputs .....	116
4.5.2	Caractérisation des outputs .....	117
5.	PROCÉDURE DE CHOIX D'UNE MÉTHODE DE SÉLECTION .....	117
6.	CONCLUSION .....	121
 <b>CHAPITRE 4 : ETUDE DES PROBLÈMES DE LOCALISATION D'INSTALLATION, DE SÉLECTION DE FOURNISSEURS ET D'ALLOCATION D'ORDRES</b> .....		<b>122</b>
<b>INTRODUCTION</b> .....		<b>122</b>
 <b>SOUS-CHAPITRE 4.1 : PROBLEME DE LOCALISATION D'INSTALLATIONS (MODELES MATHÉMATIQUES)</b> .....		<b>125</b>
1.	INTRODUCTION .....	125

2.	PROBLÈME DE LOCALISATION – PROBLÈME D’ALLOCATION .....	127
2.1	<i>Problème de Localisation Pure : [Martel 2001]</i> .....	128
2.2	<i>Problème d’Allocation Pure [Martel 2001]</i> .....	129
2.3	<i>Problème de localisation-allocation (Location-Allocation Problem) ..</i>	131
3.	TYPOLOGIE DES PROBLÈMES DE LOCALISATION D’INSTALLATIONS	132
3.1	<i>Les problèmes Mono-objectifs, Statiques, déterministes</i> .....	132
3.1.1	Problèmes de couverture (Covering problems) .....	132
3.1.2	Center Problems : P-Center problem PCP [Hakimi 1964] .....	135
3.1.3	Median Problems : P-Median problem : PMP [Hakimi 1964] ...	137
3.1.4	Obnoxious facility location Problems (OFLP) .....	138
3.1.5	Fixed Charge Location Problem : FCLP [Balinski 1965] .....	142
3.1.6	Hub Location Problem : HLP [O’Kelly 1987] .....	144
3.2	<i>Synoptique</i> .....	145
3.3	<i>Les problèmes dynamiques de localisation d’installations</i> .....	147
3.4	<i>Les problèmes stochastiques de localisation d’installation</i> .....	148
3.5	<i>Les modèles multi-objectifs</i> .....	150
3.6	<i>Synthèse</i> .....	152
4.	ÉTUDE DU PROBLÈME FCLP .....	152
5.	MÉTHODES DE RÉOLUTION DES PROBLÈMES DE LOCALISATION .....	153
6.	PROGICIELS DE LOCALISATION D’INSTALLATIONS .....	154
7.	CONCLUSION .....	155

<b>SOUS-CHAPITRE 4.2 : PROBLEME DE SELECTION DE FOURNISSEURS</b>		
<b>(MODELES MATHEMATIQUES)</b> .....		<b>156</b>
1.	INTRODUCTION .....	156
2.	LES CRITÈRES DE SÉLECTION .....	158
3.	LES APPROCHES DE SÉLECTION DE FOURNISSEURS .....	159
4.	TYPOLOGIE DES PROBLÈMES DE SÉLECTION DE FOURNISSEURS .....	163
4.1	<i>Modèle 1 : {déterministe, capacités infinies, mono-sourcing, Coûts linéaires, 1 produit}</i> .....	164
4.2	<i>Modèle 2 : {déterministe, capacités finies, multi-sourcing, Coûts linéaires, 1 produit}</i> .....	165
4.3	<i>Modèle 3 : {déterministe, capacités finies, mono-sourcing, Coûts linéaires, 1 produit}</i> .....	167
4.4	<i>Modèle 4 : {déterministe, capacités finies, multi-sourcing, Coûts non linéaires, 1 produit}</i> .....	167
4.5	<i>Modèle 5 : {déterministe, capacités finies, multi-sourcing, Coûts</i>	

	<i>linéaires, P produits}</i> .....	172
4.6	<i>Modèle 6 : {déterministe, capacités finies, multi-sourcing, Coûts non linéaires, P produits}</i> .....	173
4.7	<i>Modèle 7 : {stochastique, capacités finies, multi-sourcing, Coûts linéaires, P produits}</i> .....	174
5.	ANALOGIE ENTRE LES PROBLÈMES DE LOCALISATION D'INSTALLATION ET DE SÉLECTION DE FOURNISSEURS .....	175
6.	CONCLUSION .....	177
<b>SOUS-CHAPITRE 4.3 : PROBLÈME D'ALLOCATION D'ORDRES (MODÈLES MATHÉMATIQUES)</b> .....		<b>178</b>
1.	INTRODUCTION .....	178
2.	LES CRITÈRES D'ALLOCATION D'ORDRES .....	180
3.	LES APPROCHES D'ALLOCATION D'ORDRES .....	181
4.	TYPLOGIE DES PROBLÈMES D'ALLOCATION D'ORDRES .....	181
4.1	<i>Prise en compte du taux de change et des taxes</i> .....	183
4.1.1	Les taux de change .....	183
4.1.2	Les taxes .....	185
4.2	<i>Prise en compte de la dépendance entre produits (Nomenclature, Gamme de production)</i> .....	186
4.2.1	Les nomenclatures .....	186
4.2.2	Les gammes de production .....	186
5.	CONCLUSION .....	188
<b>CONCLUSION</b> .....		<b>189</b>
<b>PARTIE III</b> .....		<b>192</b>
<b>CHAPITRE 5 : CONCEPTION D'UNE CHAÎNE LOGISTIQUE DANS UNE ENTREPRISE RESEAU COOPERATIVE</b> .....		<b>193</b>
1.	INTRODUCTION .....	193
2.	PROCEDURE DE MODELISATION .....	194
2.1	<i>Modèle Conceptuel</i> .....	194
2.2	<i>Objets de modélisation</i> .....	197
2.2.1	Carte technologique d'un produit (CT) .....	197
2.2.2	Carte des compétences du réseau (CC) .....	199
2.2.3	Graphe de réalisation Produit / Acteur (GRPA) .....	201
2.2.4	Graphe de réalisation Etendu Produit / Acteur (GREPA) .....	202
2.3	<i>Démarche d'optimisation</i> .....	203

2.3.1	Etape 1 : Prise en compte des objectifs court-terme .....	204
2.3.2	Etape 2 : Prise en compte des objectifs long-terme .....	208
3.	MODELE ANALYTIQUE DE BASE : (MODELE 1 : MONO-PRODUIT, CAPACITES INFINIES, PAS DE PARTAGE D'ACTIVITES) .....	211
3.1	<i>Hypothèses</i> .....	211
3.2	<i>Données du problème</i> .....	212
3.3	<i>Les variables de décision</i> .....	212
3.4	<i>Le modèle</i> .....	213
3.5	<i>Autres formulations du problème</i> .....	216
3.5.1	Goal Programming .....	216
3.5.2	Compromise Programming .....	217
3.5.3	La méthode de la somme pondérée .....	218
4.	CAS D'ETUDE .....	218
4.1	<i>Carte technologique du produit (CT)</i> .....	218
4.1.1	Graphe de réalisation du produit (GRP) .....	218
4.1.2	Table des activités /compétences (TAC) .....	219
4.2	<i>Carte des compétences du réseau (CC)</i> .....	220
4.3	<i>Graphe de réalisation Produit / Acteur (GRPA)</i> .....	221
5.	RESULTATS .....	222
5.1	<i>Sélection des solutions non dominées</i> .....	222
5.2	<i>Configuration optimale du réseau</i> .....	224
6.	EXTENSIONS DU MODELE DE BASE .....	225
6.1	<i>Modèle 2 : Mono-produit, Partage d'activités, capacités finies, pas de chevauchement</i> .....	226
6.1.1	Données du problème .....	226
6.1.2	Les variables de décision .....	226
6.1.3	Le modèle .....	227
6.2	<i>Modèle 3 : prise en compte de l'apprentissage par interaction</i> .....	229
6.3	<i>Modèle 4 : Modélisation d'offres groupées</i> .....	229
7.	CONCLUSION .....	230
<b>CHAPITRE 6 : MODELE BASE SUR LA FIABILITE .....</b>		<b>232</b>
1.	INCERTITUDE DANS LES DECISIONS DE CONFIGURATION D'UN RESEAU D'ENTREPRISES .....	232
2.	CONCEPTS ET PROCEDURES DE CALCUL DE FIABILITE .....	234
2.1	<i>Objectifs et pertinence d'un modèle basé sur la fiabilité</i> .....	234
2.2	<i>Définitions des concepts de fiabilité</i> .....	235

2.3	<i>Procédure de calcul de la fiabilité a posteriori</i> .....	237
2.3.1	Procédure 1.1 .....	238
2.3.2	Procédure 1.2 .....	238
2.4	<i>Procédure d'estimation de la fiabilité a priori</i> .....	243
2.4.1	Procédure 2.1 .....	243
2.4.2	Procédure 2.2 .....	244
2.4.3	Procédure 2.3 .....	244
2.4.4	Procédure 2.4 .....	244
3.	METHODE DE CALCUL DES FIABILITES DU RESEAU D'ENTREPRISES .	246
3.1	<i>Définition</i> .....	246
3.2	<i>Calcul de la fiabilité a priori du réseau d'entreprises : cas où le partage d'activités est prohibé</i> .....	246
3.3	<i>Calcul de la fiabilité a priori du réseau d'entreprises : cas où le partage d'activités est permis</i> .....	247
4.	EXTENSION DU MODELE ANALYTIQUE VERS UN MODELE BASE SUR LA FIABILITE .....	248
4.1	<i>Contrainte de fiabilité</i> .....	249
4.2	<i>Linéarisation de la contrainte de fiabilité</i> .....	249
4.2.1	Cas où le partage d'activité est prohibé .....	249
4.2.2	Cas où le partage d'activité est permis .....	250
4.3	<i>Modèle analytique basé sur la fiabilité</i> .....	252
4.4	<i>Intégration de la fiabilité au cas d'étude</i> .....	253
5.	CARACTERISTIQUES DU CRITERE FIABILITE .....	254
6.	QUELLE DECISION SI LA FIABILITE DU RESEAU EST INSUFFISANTE ?	256
7.	CONCLUSION .....	257
	<b>CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES</b> .....	<b>258</b>
	<b>REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES</b> .....	<b>264</b>
	<b>ANNEXES</b> .....	<b>281</b>
	ANNEXE A : LES NOUVELLES FORMES D'ORGANISATIONS .....	282
	ANNEXE B : DIFFERENTES FORMES DE COOPERATION INTERENTREPRISES .....	285
	ANNEXE C : TERMINOLOGIE A PROPOS DE LA CONCEPTION ET DE LA GESTION DE CHAINES LOGISTIQUES .....	290
	ANNEXE D : TRAITEMENT D'EXEMPLES DE PROBLEMES MULTICRITERES SUR DES OUTILS LOGICIELS .....	295
	ANNEXE E : LES FONDEMENTS DE LA THEORIE DE LA DECISION MULTICRITERE .....	300

ANNEXE F : DIFFERENTS MODELES POUR LE PROBLEME FCLP .....	313
ANNEXE G : PROCEDURE D'AGREGATION DES PREFERENCES ET DES JUGEMENTS : LA METHODE AHP DE GROUPE .....	340
ANNEXE H : RESOLUTION DU MODELE MATHEMATIQUE SUR LINGO .....	344
ANNEXE I : RESOLUTION DU MODELE MATHEMATIQUE SUR ILOG (RECHERCHE EXPLORATOIRE) .....	354
ANNEXE J : TABLEAU DES SCORES DES SOLUTIONS NON DOMINEES .....	359
ANNEXE K : LA METHODE MACBETH .....	360
ANNEXE L : MODELE ANALYTIQUE BASE SUR LA FIABILITE .....	371



## LISTE DES FIGURES

Figure 2.1	Parcours des flux physiques, financiers et d'information .....	26
Figure 2.2	Evolution des coûts logistiques au cours du cycle de vie en fonction de la stratégie retenue [Pons et Chevalier, 1993] .....	27
Figure 2.3	Domaines d'action de la logistique et du soutien logistique intégré ...	28
Figure 2.4	Chaîne logistique .....	30
Figure 2.5	Ramifications de la Chaîne Logistique .....	32
Figure 2.6	Correspondances entre problématique de chaîne logistique- nature de décision et horizon temporel .....	35
Figure 2.7	Différentes facettes des outils de pilotage d'une chaîne logistique [Hammami et <i>al.</i> , 2001] .....	38
Figure 2.8	Structure d'un outil APS [Meyer et al., 2000] .....	39
Figure 2.9	Processus de planification utilisant SAP® R/3 et SAP® APO .....	43
Figure 3.1	Variante du Goal Programming .....	57
Figure 3.2	Domaine des solutions efficaces (solutions optimales au sens de Pareto) .....	64
Figure 3.3	Procédure de choix d'une méthode d'optimisation mathématique ....	67
Figure 3.4	Représentation du processus d'aide à la décision [Guitouni et al., 1999] .....	69
Figure 3.5	Courbes de valeur partielle .....	80
Figure 3.6	Structure hiérarchique d'un problème selon la méthode AHP .....	86
Figure 3.7	Différents types de critères [Vincke 1989] .....	98
Figure 3.8	Structure de préférence exploitée dans Electre III .....	108
Figure 4.1	Les ramifications du problème « faire ou faire-faire » .....	123
Figure 4.1.1	Distance euclidienne – distance rectangulaire dans un espace de	

	dimension 2 .....	126
Figure 4.1.2	Distance angulaire entre 2 points situés sur une sphère .....	127
Figure 4.1.3	Problème d'allocation pure .....	130
Figure 4.1.4	Schématisation du P-Center Problem .....	135
Figure 4.1.5	Schématisation du « Hub Location Problem » .....	144
Figure 4.1.6	Typologie des problèmes de localisation d'installations .....	146
Figure 4.2.1	Profil du coût d'acquisition dans le cas d'un rabais total .....	168
Figure 4.2.2	Profil du coût d'acquisition dans le cas d'un rabais graduel .....	168
Figure 4.2.3	Approximation d'une fonction concave par une fonction linéaire par morceaux .....	172
Figure 4.3.1	Problème de configuration d'une chaîne logistique .....	179
Figure 4.3.2	Exemple de Nomenclatures de 2 produits C et E. ....	186
Figure 4.3.3	Exemple de Gammes de production de 2 produits C et E. ....	187
Figure 5.1	Modèle conceptuel s-a-r-C (situation professionnelle, acteur, ressource, Compétence) .....	195
Figure 5.2	Modèle conceptuel s-a-r-C selon le formalisme UML .....	196
Figure 5.3	Carte technologique d'un produit .....	197
Figure 5.4	Exemple d'un graphe de réalisation d'un produit .....	198
Figure 5.5	Graphe de réalisation Produit / Acteur .....	202
Figure 5.6	Une coupe d'un graphe de réalisation Etendu Produit / Acteur .....	203
Figure 5.7	Synoptique de la démarche d'optimisation .....	204
Figure 5.8	Génération automatique des activités additionnelles .....	214
Figure 5.9	Graphe de réalisation du produit objet de l'étude .....	219
Figure 5.10	Graphe de réalisation Produit / Acteur .....	222
Figure 5.11	Ensemble des solutions admissibles et des solutions non dominées ..	224
Figure 5.12	Exemple explicatif des contraintes actives et passives .....	228
Figure 6.1	Unité décisionnelle du réseau .....	235
Figure 6.2	Variation de fiabilité partielle vis-à-vis du critère coût .....	239
Figure 6.3	Fiabilité a posteriori d'un partenaire .....	240
Figure 6.4	Matrice des jugements du client vis-à-vis de l'attribut « Qualité » ...	242
Figure 6.5	Application de la méthode MACBETH pour l'attribut « Qualité » ...	242
Figure 6.6	Courbe de fiabilité partielle vis-à-vis de l'attribut « Qualité » .....	243
Figure 6.7	Synoptique de la procédure 2.4 .....	245
Figure 6.8	Evolution de la fiabilité d'un réseau d'entreprises en fonction du nombre d'activités .....	255
Figure D.1	Structure hiérarchique du problème .....	295

Figure D.2	Comparaison par paires des critères .....	296
Figure D.3	Vecteur propre correspondant au critère « Qualité » .....	296
Figure D.4	Vecteur propre correspondant au critère « Fiabilité » .....	297
Figure D.5	Vecteur propre correspondant au critère « Économie » .....	297
Figure D.6	Performance des actions .....	297
Figure D.7	Modélisation des critères et calcul des flux entrant et sortant .....	298
Figure D.8	Graphe de surclassement donné par la méthode Prométhée II. ....	299
Figure D.9	Graphe de surclassement donné par la méthode Prométhée I. ....	299
Figure E.1	Synthèse des relations de surclassement les plus usitées .....	304
Figure E.2	Exemple d'un graphe de surclassement .....	307
Figure E.3	Mode de fonctionnement du classement direct .....	307
Figure E.4	Mode de fonctionnement du classement inverse .....	308
Figure E.5	Classement final selon la méthode [Roy et Bouyssou, 1993] .....	310
Figure F.1	Problème de localisation à trois échelons .....	314
Figure F.2	Représentation du modèle 1 avec 4 installations et 3 clients .....	314
Figure F.3	Représentation du modèle 2 avec 1 échelon (4 fournisseurs, 3 sites de production, 3 clients) .....	316
Figure F.4	Représentation d'un chemin possible dans un problème à 3 échelons	319
Figure F.5	Représentation du problème de localisation traitant des installations existantes et des installations potentielles : Modèle [Elson 1972] ....	331
Figure F.6	Représentation des capacités possible d'une installation existante et d'une installation potentielle .....	334
Figure G.1	Procédure d'agrégation des jugements individuels .....	341
Figure G.2	Procédure d'agrégation des priorités individuelles .....	344
Figure K.1	Matrice des jugements du décideur par rapport au critère qualité .....	361
Figure K.2	Exemple d'une situation d'incohérence .....	366
Figure K.3	Exemple d'une situation d'inconsistance sémantique .....	367
Figure K.4	Interprétation d'une situation d'inconsistance sémantique .....	368
Figure K.5	Résultat d'application de la méthode MACBETH .....	368
Figure K.6	Transformation de l'échelle de base pour la prise en compte des souhaits du décideur concernant l'étendu de l'échelle .....	369

## LISTE DES TABLEAUX

Tableau 3.1	Application de la méthode catégorique à un problème de sélection d'un partenaire .....	47
Tableau 3.2	Application de la méthode « Cost Ratio » à un problème de sélection d'un partenaire .....	49
Tableau 3.3	Application de la méthode de la somme pondérée à un problème de sélection d'un fournisseur .....	50
Tableau 3.4	Échelle de Saaty .....	87
Tableau 3.5	Indice de cohérence moyen .....	88
Tableau 3.6	Classification des MADMC selon la matrice inputs/outputs .....	115
Tableau 3.7	Caractérisation des inputs .....	116
Tableau 3.8	Caractérisation des outputs .....	117
Tableau 3.9	Tableau comparatif des MOM et des MADMC .....	118
Tableau 3.10	Positionnement des méthodes d'optimisation mathématique sur la matrice inputs/outputs .....	119
Tableau 4.2.1	Répartition des approches de sélection de fournisseurs dans [Weber et al., 1991] .....	162
Tableau 5.1	Table des activités / compétences .....	199
Tableau 5.2	Attributs de la carte des compétences d'un réseau .....	201
Tableau 5.3	Exemple paramètres requis dans une proposition de partenaire .....	206
Tableau 5.4	Variation des coefficients de coût en fonction de la charge .....	207
Tableau 5.5	Solutions idéale et anti-idéale du problème .....	217
Tableau 5.6	Table des activités / compétences du produit objet de l'étude .....	219
Tableau 5.7	Carte des compétences du réseau .....	220
Tableau 5.8	Contraintes exigées pour la réalisation des activités .....	221

Tableau 5.9	Propositions des partenaires .....	221
Tableau 5.10	Ensemble des solutions possibles (réalisables) .....	223
Tableau 5.11	Caractéristiques des solutions non dominées .....	224
Tableau 5.12	Vecteur de priorité des compétences .....	225
Tableau 5.13	Scores des solutions non dominées .....	225
Tableau 6.1	Méthode pour le calcul de la fiabilité a posteriori .....	238
Tableau 6.2	Informations à garder dans la base de données des partenaires .....	245
Tableau 6.3	Ensemble des solutions possibles (réalisables) .....	253
Tableau E.1	Classement direct .....	308
Tableau E.2	Classement inverse .....	309
Tableau E.3	Classement médian .....	311
Tableau E.4	Synthèse des grandes classes de méthodes multicritères [Chevalier et Hirsh, 1980] .....	312

# INTRODUCTION GENERALE



## INTRODUCTION GENERALE

Le contexte économique des dernières décennies a été marqué par de multiples mutations qui ne cessent de remettre en question les stratégies de gestion des entreprises manufacturières.

En effet, on assiste à une ouverture des marchés aux produits étrangers, à une sévère concurrence en termes de prix, délai, qualité, flexibilité... et à des exigences de clients en perpétuelle évolution.

Face à ces mutations de plus en plus rapides, une entreprise, notamment une petite ou moyenne n'est plus en mesure de tout faire en interne. Elle tentera donc de mettre en valeur ses forces et de s'orienter vers ses clients en procédant à des efforts de rationalisation. Dans ce but, elle va se concentrer sur ses métiers de base et faire appel à des partenaires efficaces pour ses activités complémentaires et ce dans une recherche de flexibilité, d'offre de variété et de compétitivité susceptibles de consolider sa position sur le marché. Cette dynamique a favorisé l'intensification de la coopération entre entreprises, coopération qui ne cesse de prendre des formes multiples et variées (partenariat, joint-venture, alliance, ....) qui ont donné naissance à de nouvelles formes d'entreprises bien mieux adaptées aux besoins du client. On retrouve alors des regroupements sous forme d'entreprise virtuelle ([Ettinghoffer 1992], [Brilman 1995], [Goranson et *al.*, 1997], [Couture et Loussarian, 1999]), d'entreprise réseau ([Butera 1991], [Paché et Paraponaris, 1993], [Poulin et *al.*, 1994]), d'entreprise étendue ([Browne et *al.*, 1995], [Cloutier 1999]), de réseaux d'entreprises [Nunes 1994], d'entreprise en Grappe [Quinn Mills 1994].... Pour ces configurations, l'entreprise n'a plus de frontières aussi nettes. Elle intègre ses clients, ses fournisseurs et

ses partenaires dans sa structure, qui s'étend ou se rétracte au rythme des alliances qu'elle passe ou des projets qu'elle lance [Couture et Loussararian, 1999].

L'émergence de ces formes d'entreprises a été rendue possible grâce aux technologies de l'information et de la communication.

La satisfaction des besoins du client reste l'objectif primordial pour l'entreprise ou le groupement d'entreprises, et ce indépendamment de sa configuration. Cet objectif suppose au préalable une bonne maîtrise des flux informationnels, physiques et financiers en son sein. Par ailleurs, et dans un souci d'optimisation globale, l'entreprise doit étendre la maîtrise de ses flux au-delà de ses frontières pour intégrer ses fournisseurs et ses clients. C'est le concept de chaîne logistique.

Le développement du concept "Chaîne logistique" a été motivé par, d'une part, une prise de conscience des industriels que les démarches d'amélioration des performances à l'intérieur de la firme ont été maîtrisées, voire épuisées, et d'autre part une volonté d'explorer les gisements d'amélioration des performances qui sont au-delà des frontières de la firme.

Les études montrent que les gains espérés par une entreprise qui s'intéresse uniquement à sa gestion interne sont très limités si on les compare aux gains espérés sur toute la chaîne logistique. D'où l'intérêt de dépasser les frontières de l'entreprise et d'intégrer tous les partenaires : fournisseurs, distributeurs..., de manière à ce que la marchandise soit produite et distribuée à la bonne quantité, au bon endroit et au bon moment dans le but de satisfaire au plus juste le besoin du client et de profiter de la synergie des partenaires à travers une gestion globale de chaîne logistique.

En poussant la réflexion à l'extrême, nous supposons que l'adoption des concepts de chaîne logistique par un groupement d'entreprises s'avère fructueuse. Cette question a intéressé des chercheurs de différentes disciplines dont notamment l'approvisionnement et l'achat, la logistique et le transport, le marketing, l'organisation industrielle, l'économie des coûts de transaction, la théorie des contrats, la sociologie des institutions, l'ingénierie des systèmes, les réseaux d'entreprises, le management stratégique, les technologies de l'information et de la communication....



Afin de contribuer au traitement de ce problème, à savoir la modélisation d'une chaîne logistique dans un réseau d'entreprises, nous avons structuré le contenu de cette thèse en trois parties scindées en six chapitres.

La première partie, comprend les chapitres 1 et 2. Nous entamons cette partie par une présentation exhaustive de la problématique de la thèse.

Dans le chapitre 1, nous présentons une étude des architectures industrielles. Nous expliquons l'impact de l'évolution des contextes industriel et commercial sur la naissance de nouvelles formes d'entreprises comme l'entreprise réseau, l'entreprise virtuelle, l'entreprise étendue...

Ces nouvelles formes d'entreprises sont basées sur des relations de coopération d'une part, et sur les Nouvelles Technologies de l'Information et de la Communication (NTIC) d'autre part. Pour cette raison, nous nous intéressons à la catégorisation des relations de coopération et nous suggérons un ensemble de mesures pour garantir la réussite de ces relations dans le cadre d'un partenariat interentreprises.

Le chapitre 2 est consacré à l'étude du problème de conception et de gestion d'une chaîne logistique d'un point de vue orienté système d'information. Nous présentons un aperçu historique de l'évolution des concepts relatifs à la logistique pour s'intéresser particulièrement à la notion de chaîne logistique ainsi qu'à la catégorisation des problèmes qui lui sont relatifs. Nous étudions la structure générale des outils de conception et de gestion d'une chaîne logistique et nous expliquons les interactions entre ces outils et les outils de gestion des ressources d'entreprises (Enterprise Resource Planning : ERP).

Les chapitres 3 et 4 constituent la deuxième partie de la thèse. Dans cette partie, nous faisons le lien entre le problème de conception d'une chaîne logistique et le problème de faire ou faire-faire. Nous nous intéressons particulièrement aux aspects analytiques pour le traitement de ce problème.

Nous montrons les liens qui existent entre le problème de faire, faire-faire ou faire ensemble et les problèmes de localisation d'installations, de sélection de fournisseurs et

d'allocation d'ordres. Ceci explique l'intérêt que nous accordons à l'étude de ces problèmes que nous synthétisons dans le chapitre 4. Ces problèmes étant multicritères, cela nécessite au préalable la maîtrise des approches d'agrégation multicritère, ce qui constitue le chapitre 3 de ce rapport.

Ainsi, dans le chapitre 3, nous présentons un panorama des approches d'agrégation multicritère que nous classons en trois catégories : les méthodes élémentaires, les méthodes d'optimisation mathématique et les méthodes d'aide à la décision multicritère. Pour chaque méthode, nous présentons les fondements théoriques, les avantages et les limites, ainsi que des outils logiciels, et nous illustrons dans la mesure du possible par un exemple la façon d'appliquer la méthode. Enfin, nous proposons une procédure pour le choix d'une méthode d'optimisation mathématique ainsi qu'une procédure pour le choix d'une méthode d'aide à la décision multicritère.

Dans le chapitre 4, nous présentons une typologie de chacun des problèmes de localisation d'installations, de sélection des fournisseurs et d'allocation d'ordres. La typologie est basée sur les paramètres de type environnement de décision (certain, incertain ; statique, dynamique ; capacités finies, capacités infinies, coûts linéaires, coûts non linéaires...). Enfin, nous présentons les méthodes de résolution de ces problèmes ainsi que les outils logiciels les plus connus dans le commerce.

Dans la partie III de ce rapport constituée des chapitres 5 et 6, nous présentons notre démarche pour le traitement de la problématique objet de l'étude.

Le chapitre 5 est consacré à la présentation de notre apport pour la modélisation d'une chaîne logistique dans une entreprise réseau. Nous proposons un ensemble d'objets de modélisation comme la carte technologique d'un produit, la carte des compétences du réseau..., que nous intégrons dans une démarche d'optimisation comportant deux étapes. La première étape permet de prendre en compte les objectifs à court-terme de l'entreprise réseau. Ces derniers consistent à satisfaire les besoins clients en termes de coût, délai, qualité, ... La deuxième étape permet de favoriser les objectifs long terme de l'entreprise réseau : la promotion de l'apprentissage et du développement de compétences. La méthode

proposée est appliquée à un cas d'étude. Enfin, des extensions ont été proposées au modèle analytique de base.

Dans le chapitre 6, nous nous intéressons à la prise en compte de l'aspect stochastique. Pour ce faire, nous proposons un modèle basé sur la fiabilité. Nous expliquons la pertinence du concept de fiabilité et nous proposons des procédures de calcul de fiabilité de chaque partenaire pour en déterminer la fiabilité de tout le réseau.

Nous terminons le contenu de cette thèse par un recensement des résultats obtenus et par des discussions sur les perspectives de recherche.

Compte tenu de l'émergence du domaine, plusieurs annexes ont été préparées pour aider à mieux situer la problématique abordée et à faciliter la compréhension des concepts qui ont présidé à l'élaboration de ce travail.

# **PARTIE I**



## PROBLEMATIQUE

L'objectif de cette thèse est de proposer «*un modèle technico-économique de conception et de gestion d'une chaîne logistique dans une organisation en réseau*». Le modèle doit aider à l'analyse, à l'évaluation et à la restructuration des processus du réseau afin d'améliorer ses performances.

Dans la catégorie des problèmes de conception et de gestion d'une chaîne logistique, nous examinons particulièrement le problème d'allocation d'ordres. Nous nous intéressons à la façon de répartir les activités, relatives à la réalisation d'un produit, aux différents partenaires d'un réseau. Nous étudions le cas des réseaux coopératifs : réseaux où tous les partenaires ont les mêmes privilèges (pas de partenaire leader). Enfin, nous examinons les façons de modéliser l'incertitude inhérente au problème.

Tout au long de l'étude, nous considérons que le choix des partenaires du réseau ait été effectué. Le réseau est ainsi défini et sa structure (les partenaires qui le composent) ne sera pas remise en question.

A travers cette étude, nous serons amenés à répondre aux questions suivantes:

- (1) Quelles sont les opportunités à tirer de l'émergence des organisations en réseau ?
- (2) Quel est l'intérêt du concept de chaîne logistique ? Comment peut-il être profitable pour des organisations en réseau ?

- (3) Quelles sont les forces et les limites des outils logiciels disponibles sur le marché pour la conception et la gestion d'une chaîne logistique ?
- (4) Quels sont les efforts déployés par la communauté scientifique pour traiter les problèmes de conception et de gestion d'une chaîne logistique ?
- (5) Quelles sont les caractéristiques d'un réseau coopératif ? Quelles sont les attentes de ses clients et de ses partenaires ?
- (6) Comment prendre en compte de façon équitable les préférences des partenaires d'un réseau coopératif ?
- (7) Comment répartir les activités requises par une commande client aux partenaires d'un réseau coopératif ? Comment la répartition des activités peut-elle assurer la satisfaction des exigences client, la promotion de l'apprentissage et le développement des compétences au sein du réseau ?
- (8) Comment peut-on intégrer l'aspect stochastique inhérent au problème ?
- (9) Pourquoi la fiabilité est un critère d'évaluation prometteur pour la modélisation de l'incertitude inhérente au problème ?
- (10) Comment déterminer la fiabilité des partenaires ainsi que la fiabilité du réseau ?

# CHAPITRE 1

## ARCHITECTURES INDUSTRIELLES

### **1. Introduction : Évolution du contexte industriel et commercial**

La réussite d'une entreprise dont les besoins des clients sont en perpétuels changements ne peut être garantie qu'à travers sa flexibilité, sa réactivité, son adaptabilité à son environnement et la personnalisation de ses produits.

Ainsi, une entreprise qui s'obstine à garder son organisation traditionnelle conforme à la conception taylorienne (à savoir émiettement des tâches, système hiérarchique pyramidal cloisonné et segmenté...etc.), ne sera certainement pas en mesure de résister à une concurrence de plus en plus sévère.

Conscientes de l'impossibilité de maîtriser tous leurs métiers, les entreprises d'aujourd'hui – en premier lieu les plus performantes – ont tendance à se transformer, à se réorganiser et à profiter des opportunités que leur offre leur environnement en terme de compétences ; on assiste ainsi à un recentrage de certaines entreprises sur les métiers dans lesquels elles possèdent un avantage compétitif, et à une externalisation des métiers annexes considérés comme les métiers dans lesquels elles ne peuvent exceller.

Une entreprise qui a choisi de se déployer, fait de plus en plus appel à des compétences extérieures. Ces formes de coopération se pérennisent pour former de véritables partenariats.

Cet appel à des partenaires peut prendre des formes multiples et variées : il peut se matérialiser par exemple par une alliance, une impartition, ...etc. et peut être aussi bien formel qu'informel. Ces différents partenariats complexifient la chaîne logistique des produits et rendent les frontières de l'entreprise de plus en plus floues. De ce fait, l'organisation et la gestion sortent du cadre juridico-organisationnel traditionnel.

Dans leurs travaux sur les nouvelles formes d'organisation, [Couture et Loussararian, 1999] précise que « *les entreprises sont lancées dans le changement, elles adoptent une philosophie caractérisée par une vision globale, intuitive, et réactive et une démarche de l'entreprise vers l'intelligence : l'entreprise est devenue un système d'apprentissage collectif où les vraies richesses sont le savoir et les compétences qu'elle accumule. L'organisation apprend et se transforme en permanence. **L'entreprise n'a plus les frontières aussi nettes, elle intègre ses clients, ses fournisseurs et ses partenaires dans sa structure, qui s'étend ou se rétracte au rythme des alliances qu'elle passe ou des projets qu'elle lance** ».*

Dans ce contexte, de nouvelles formes d'organisation émergent, à savoir l'entreprise réseau, l'entreprise virtuelle, l'entreprise étendue...etc. Nous nous proposons, dans ce chapitre, de clarifier les différences entre ces nouvelles formes d'entreprises. Pour ce faire, nous synthétisons la terminologie relative à ces nouvelles architectures industrielles en mettant l'accent sur l'impact des différentes relations de coopérations interentreprises dans l'émergence d'une architecture industrielle.



## 2. Typologie des nouvelles formes d'entreprises

### 2.1 Terminologie

Les nouvelles données économiques marquées par l'internationalisation et les nouvelles formes de concurrence (qualité, réactivité, diversité, ...) ont engendré des mutations qui témoignent d'une rupture avec les théories classiques de l'entreprise et de l'organisation : de multiples configurations d'entreprises, bien mieux adaptées aux produits et aux services que l'entreprise fournit aux clients ont vu le jour.

Du fait du caractère encore nébuleux de ces nouveaux modèles, la communauté scientifique a proposé plusieurs dénominations – souvent plusieurs dénominations pour un seul modèle - pour qualifier ces modèles.

Des termes comme l'entreprise transactionnelle [Coase 1937], la quasi-firme [Eccles 1984], la structure dynamique de réseaux [Miles et Snow, 1981], les macro-entreprises [Dioguardi 1983], les entreprises à système solaire [Piore et Sabel, 1990] ont été proposés pour désigner des organisations qui partagent les caractéristiques suivantes :

- (1) Ce sont des «entreprises hybrides », situées à la frontière de l'organisation et du marché.
- (2) Dans le sujet « entreprise », les domaines de la technique et de la gestion ne coïncident pas forcément avec les domaines du juridique et de l'organisation.
- (3) Les processus économiques et l'organisation ne dépendent pas de la structure de chaque entreprise en particulier mais des relations des entreprises entre elles.  
[Butera 1991]

On se limitera dans cette section à définir les nouvelles formes d'organisation les plus courantes à savoir l'entreprise en réseau, l'entreprise virtuelle, l'entreprise étendue, et l'entreprise fédérale.

D'autres formes beaucoup moins fréquentes dans la littérature scientifique telles que l'organisation en triple I (3I), l'entreprise en grappe, l'entreprise en trèfle seront définies en annexe A.

### Définition 1.1: Entreprise réseau

---

"C'est **un ensemble d'entreprises liées les unes aux autres par un cycle de production**. Le lien n'est ni juridique, ni structurel ; il revêt souvent la forme de simples accords. Ces entreprises ont en commun un puissant système de coopération fonctionnelle." [Butera 1991].

"L'entreprise ayant une «culture réseau » **se concentre sur les activités qu'elle maîtrise le mieux**. En conséquence, elle confie à d'autres entreprises, capables de les réaliser à moindre coût, plus rapidement et plus efficacement, les activités qu'elle maîtrise le moins" [Snow 1992].

" L'entreprise réseau est une entreprise qui a choisi d'étendre son action pour partager les défis d'un environnement économique dont elle maîtrise d'autant mieux la complexité qu'elle est outillée des compétences de ses partenaires. Des **partenaires convaincus comme elle-même des multiples avantages d'une alliance**." [Poulin et al., 1994]

---

D'autres dénominations ont été accordées à l'entreprise en réseau à savoir «*filières*» [Bellon et Chevalier, 1984], «*constellations d'entreprises*» [Lorenzoni et Ornati, 1988], «*entreprise modulaire*» [Brilman 1995] qui donne l'idée d'une entreprise «à géométrie variable» selon ses besoins ; une sorte d'entreprise «Lego».

La littérature scientifique a mis en exergue la multiplicité des configurations d'entreprise réseau que nous synthétisons à partir des travaux de [Butera 1991] et [Paché et Paraponaris, 1993] :

- (1) **La configuration de type contrôle** : appelée également *entreprise réseau «à base hiérarchique* » : les relations sont de nature quasi hiérarchique entre les donneurs d'ordre et les PME. On a affaire à une quasi-intégration verticale. On retrouve cette configuration dans le secteur automobile par exemple.

- (2) **La configuration de type coordination** : *ou entreprise réseau «à centre de gravité centré»* : une firme centrale (pivot) coordonne les différentes participations à la valeur d'un bien (par exemple les entreprises industrielles non manufacturières : Benetton, Nike Shoes ; et les sociétés vides ou creuses (hollow Corporation)).
- (3) **La configuration de type coopération** : *ou entreprise réseau sans centre* : des partenaires s'associent pour mener un projet commun impliquant des relations d'interdépendance, par exemple les districts industriels.

Il importe de préciser que dans une configuration de type coopération (entreprise réseau sans centre), la notion d'entreprise réseau sans centre ne signifie pas l'absence d'une unité de décision, mais plutôt qu'il existe une unité de décision qui est constituée par des membres choisis de façon démocratique parmi le personnel de chacune des entreprises partenaires. Le pouvoir et la décision ne sont donc pas monopolisés par un seul partenaire (entreprise pivot).

#### Définition 1.2 : Entreprise virtuelle

---

"L'entreprise virtuelle est une **agrégation temporelle de compétences et de ressources** qui collaborent ensemble pour un besoin spécifique tel une opportunité d'affaire." [Goranson et al., 1997].

"L'entreprise virtuelle est une **organisation temporaire** formée par des alliances stratégiques ou de partenariat." [Brilman 1995]

"L'entreprise virtuelle est formée **d'un groupe de partenaires ayant des compétences respectives**. Chaque partenaire est un spécialiste reconnu par ses pairs contribuant à la formation de l'équipe qui l'entoure." [Ettinghoffer 1992]

"L'entreprise virtuelle est un réseau temporaire d'entreprises indépendantes. Ces entreprises sont souvent concurrentes. Elles se regroupent rapidement pour exploiter les opportunités assujetties à des changements rapides qu'offre le marché. L'intégration de ces

*entreprises est assurée par les technologies de la communication et de l'information."*<sup>1</sup>  
[Browne et Zhang, 1999]

---

Nous remarquons que dans toutes ces définitions, le caractère temporel de la coopération a été mis en exergue. Ainsi, *l'entreprise virtuelle peut se désintégrer dès que le projet pour lequel elle a été créée est terminé*. Les entreprises qui ont passé des alliances apportent leurs meilleures compétences et leurs meilleures ressources, de sorte que l'entreprise virtuelle est la meilleure de tous les concurrents.

Ces alliances sont moins formelles et plus opportunistes dans la mesure où elles se font pour l'exploitation momentanée d'un marché [Couture et Loussarian, 1999].

### Définition 1.3 : Entreprise étendue

---

*"Le concept d'entreprise étendue est principalement fondé sur l'idée de considérer l'entreprise manufacturière traditionnelle et d'y incorporer les entreprises avec qui elle entretient des relations dans le cadre de sa production"* [Browne et al., 1995]

*"L'entreprise étendue est une sorte d'«entreprise» représentée par toutes les organisations ou parties d'organisations : clients, fournisseurs, sous-traitants, engagés de façon collaborative à la conception, au développement et à la livraison des produits à l'utilisateur final."*<sup>2</sup> ([Brown et al., 1996], [Gott 1996])

---

L'entreprise étendue est la résultante de l'ensemble des systèmes d'informations qui assurent les relations entre une entreprise et ses partenaires (clients, fournisseurs, sous-traitants...) qui s'engagent sur un projet unique dont les échéances sont déterminées en

---

<sup>1</sup> The virtual enterprise is a temporary network of independent companies, often former competitors, who come together quickly to exploit fast-changing opportunities. The business partners are integrated using information and communication technology.

<sup>2</sup> The extended enterprise can be regarded as a kind of "enterprise" which is represented by all those organizations or parts of organizations, customers, suppliers, and sub-contractors, engaged collaboratively in the design, development and delivery of a product to the end user

commun. Le système manufacturier d'une entreprise est donc vu dans un contexte plus global qui englobe les relations de l'entreprise avec ses partenaires.

[Cloutier 1999] stipule que le concept d'entreprise étendue est principalement basé sur le réseautage interentreprises ou encore les réseaux d'entreprises.

---

#### Définition 1.4 : Entreprise fédérale

---

*"L'entreprise fédérale est constituée d'un petit siège et d'un grand nombre d'unités qui travaillent sous le même nom. A la tête de chaque unité, il y a des chefs qui s'apparentent plus à des leaders. Les décisions sont prises par l'ensemble des chefs. Le centre (siège) traite seulement ce que les unités ne peuvent pas traiter (principe de subsidiarité). Il coordonne, conseille et suggère. Cette forme permet d'avoir une grande taille tout en gardant les avantages des petites unités."* [Handy 1989]

---



---

#### Définition 1.5 : Réseau d'entreprises

---

*"Les réseaux d'entreprises sont des constructions coopératives à moyen et long terme qui, dans leur forme la plus achevée, s'appuient sur l'intérêt mutuel et réciproque des partenaires en présence."* [Nunes 1994].

---

Dans ses travaux sur les organisations en réseau, Nunes [Nunes 1994] distingue deux types de réseau d'entreprises : les réseaux centrés et les réseaux fédérés.

- (1) **Les réseaux centrés** : sont conçus et mis en place par une firme qui souhaite bénéficier d'interactions stratégiques avec des fournisseurs et des clients fidélisés, ou tout autre partenaire dont les compétences se révèlent intéressantes. Cette firme devient ainsi **un noyau central autour duquel gravitent des (formes) PME fidélisées et satellisées** qui prennent en charge la réalisation de certains maillons de la chaîne de valeur du réseau. On distingue :

*Les constellations «rationalisées»* : les PME sont chacune en relation avec le centre mais ne communiquent pas réellement entre elles. Elles sont généralement appréciées pour leur flexibilité et leur capacité de réaction et d'adaptation. Le noyau central est généralement reconnu par ses partenaires

et son pouvoir s'exerce davantage grâce à sa capacité à gérer globalement l'information dans le réseau que par le biais d'une pure dépendance contractuelle.

*Les constellations «planifiées»* : des relations mutuelles entre les satellites émergents : une sorte d'organisation auto-régulée se développe en même temps que de forts liens inter-partenaires : ceci réduit la nécessité d'une forte coordination de la part de la firme-pivot. Celle-ci peut ainsi se concentrer davantage sur les activités de conception ou d'innovation ou celles relevant de son avantage concurrentiel. Le pouvoir du noyau s'exerce maintenant grâce à l'expertise en termes de leadership que lui reconnaissent les PME.

- (2) **Les réseaux fédérés** : aucune entreprise n'en est le leader permanent ou institutionnel. Ceci parce que la position du leader est soit instable sur le long terme, se faisant et se défaisant au gré des situations rencontrées et contrats remportés (exemple typique de la co-traitance ou du district « Marshalien »), soit confinée à un cadre institutionnel particulier et distinct (exemple typique des groupements de PME sous forme de GIE) [Nunes 1994].

Les différentes formes d'entreprises présentées dans cette section traduisent un engouement pour le partenariat motivé par :

- *La nécessité de partage des ressources* : « il faut s'unir pour partager les coûts ». Nous sommes donc dans une perspective de réduction des coûts.
- *Réduction de l'incertitude* : le partenariat permet une vision plus large, une connaissance plus étendue du marché.
- *La recherche de synergie* : par la combinaison des activités complémentaires des sociétés partenaires [Chevalier 1996].
- *La volonté d'améliorer la réactivité* : le partenariat permet à l'entreprise de mieux s'adapter aux changements de l'environnement.
- *La volonté d'améliorer la flexibilité.*

## 2.2 Relations de coopération

Dans les différentes formes d'entreprises mentionnées ci-dessus, on a recensé trois types de relations de coopération à savoir :

- (1) **Relations de coopération verticales** : elles sont généralement analysées du point de vue des échanges producteurs – utilisateurs, ou des contrats de sous-traitance passés entre donneurs d'ordres et des entreprises de moindre importance.
- (2) **Relations de coopération horizontales** : elles sont bâties entre concurrents ayant décidé de collaborer ensemble pour atteindre un objectif commun. Elles peuvent concerner aussi bien des relations entre partenaires appartenant à des aires de marché différentes que des liaisons entre concurrents directs [Rullière et Torre, 1995].
- (3) **Relations de coopération diagonales** : les partenaires de ces relations ne sont ni des concurrents, ni des acteurs successifs de la chaîne de valeur. Ils sont liés par exemple pour coopérer dans le domaine de la recherche technologique.
- (4) **Les liaisons entre science et industrie** : elles sont peu étudiées. Elles mettent en évidence l'importance des coopérations de proximité entre chercheurs publics ou universitaires et techniciens et chercheurs privés. Elles mettent l'accent sur le fait que les relations de coopération entretenues par les entreprises dépassent le domaine industriel et commercial et s'étendent à l'ensemble de leur environnement [Tapon 1989].

### 2.2.1 Les facteurs clés de succès d'une relation de coopération

Si l'on s'accorde sur l'apport avantageux du partenariat, il semble indispensable de lister les pré-requis nécessaires à sa réussite.

#### *a. Le partage d'une intention*

- *Une vision gagnant – gagnant des relations* : Il y a donc une volonté de faire mieux ensemble et de partager les bénéfices.

- *Un comportement coopératif* : cela implique la mise en œuvre d'actions concertées, le partage d'informations, l'existence de mécanismes conjoints de prise de décision, l'existence de mécanismes de résolution de conflits et une restriction de l'utilisation du pouvoir.
- *La confiance* : un partenariat s'accompagne, de la part des deux acteurs, d'un désinvestissement vis-à-vis des technologies et des savoir-faire, pris en charge par l'autre. Il n'est possible d'accepter cet aléa que si l'on a confiance en l'autre.

#### ***b. L'affirmation d'une volonté***

- *Une construction dans la durée et la continuité* : s'engager à bâtir une relation durable et à l'inscrire dans la continuité.
- *Un apprentissage mutuel* : de la qualité de cet apprentissage dépend le maintien de la confiance.

#### ***c. La gestion de l'interdépendance***

- *Dépasser les frontières de l'exécution des tâches* : le partenariat dépasse le strict registre du partage des tâches. Il s'accompagne en effet d'une coopération qui touche au plan opérationnel et à la planification : c'est le «co-pilotage de projet conçu».
- *Interpénétration des organisations, effacement des frontières organisationnelles* : les partenaires scellent leur avenir dans un partenariat ; perdant une partie de leur autonomie, partageant une vulnérabilité stratégique, ils compensent largement ces inconvénients par les gains qu'ils obtiennent, grâce à la fameuse accélération des performances.

### **2.2.2 Quelles voies pour garantir le succès d'un partenariat**

La bonne volonté de réussir ne suffit pas pour assurer le succès. En effet, la bonne volonté qui donne naissance à un partenariat ne met pas le partenariat à l'abri d'un opportunisme



défini par Williamson comme «*le fait que l'individu agit de façon à satisfaire son intérêt personnel, même si ce comportement nuit à autrui* » [Williamson 1985].

Il est ainsi important de prévoir **des mécanismes de coordination** dont notamment :

*a. Des modalités opérationnelles de gestion*

- Mettre en place des procédures standardisées, sans s'enfermer : les procédures standardisées permettent de faire des économies de coûts inhérents à la coordination.
- Eviter la sclérose par une routinisation excessive.
- Informer, communiquer : l'incertitude, le doute ou la méfiance naissent parfois d'un manque d'information sur la réalité des choses. Il est donc nécessaire de co-concevoir une réciprocité d'échange d'information.
- Réduire la distance qui sépare les partenaires.

*b. Des dispositifs de suivi et de contrôle*

- Les tableaux de bord : le suivi et le contrôle actif de la performance est un gage de la recherche de performance. Il est donc indispensable de construire, à partir de critères rigoureux, des tableaux de bord individuels et un tableau de bord spécifique au partenariat.
- Construire une politique de vigilance : prévoir de fréquentes séances communes d'évaluation.
- Prévoir des mécanismes de gestion des conflits : tout conflit, même mineur, peut entraîner la faillite d'un partenariat s'il est mal géré, ou pire s'il est nié [Fabbe-Costes et Brulhart, 1999].

### 3. Conclusion

Les coopérations interentreprises ne cessent de se multiplier, donnant naissance à de nouvelles formes d'organisations. Ces coopérations sont rendues plus accessibles par les progrès des technologies de l'information et de la communication. Ces derniers ont assuré la connexion des entreprises de différents pays du monde et ont permis l'accélération des

échanges de données entre ces entreprises. Le défi actuel consiste à bien adapter les méthodes de gestion d'entreprises à ces nouvelles organisations, voire à concevoir de nouvelles méthodes permettant la prise en compte de la culture et de l'éthique de chaque entreprise, afin de garder une relation gagnant-gagnant entre les partenaires de ces organisations nouvelles.

Dans le domaine du Génie Industriel, une façon de traiter les problèmes relatifs aux réseaux d'entreprises consiste à étudier le réseau selon les flux d'informations et de matières qui le traversent : c'est le concept de chaîne logistique.

Les études montrent que ce concept permet de rassembler les partenaires d'un réseau autour d'un but commun et d'améliorer les performances globales du réseau ainsi que les performances de chacun des partenaires. Afin de mieux cerner ce concept, nous nous proposons, dans le chapitre suivant, de mener une étude détaillée des fondements de ce concept, ses avantages, ses limites ainsi que des outils disponibles sur le marché pour le supporter.

## CHAPITRE 2

# CONCEPTION ET GESTION DE CHAINES LOGISTIQUES

### 1. Introduction

Pendant la première moitié du XX<sup>ème</sup> siècle, le succès d'une entreprise reposait principalement sur le choix d'une stratégie de volume, stratégie issue du mode d'organisation Fordiste. Les chercheurs ont découvert dans les bagages d'Henry FORD, les problèmes de planification, d'ordonnancement et de stockage qui allaient mobiliser leur énergie pendant plus d'un demi-siècle [Tarondeau 1998].

Ce n'est qu'après la deuxième guerre mondiale, qu'un japonais, un praticien de la firme Toyota appelé Taiichi OHNO dont l'imagination créatrice a été stimulée par les conditions de l'après-guerre, proposait et mettait en place de nouvelles méthodes de travail qui allaient révolutionner le monde : le Juste-A-Temps. Conscient du contexte spécifique du Japon de l'après-guerre et de l'incapacité de son pays de rattraper son retard s'il faisait le choix d'une stratégie de volume, il présentait une planification tirée par la commande commerciale. Et les résultats étaient spectaculaires sur les plans de la productivité, qualité, flexibilité et réactivité....

Il a fallu pourtant une crise pétrolière (1973) et ses effets durables sur la demande et la concurrence, pour que le système Toyota intéresse les chercheurs [Tarondeau 1998].

Depuis les années 1990, on assiste à l'apparition de nouvelles méthodes et philosophies globales et intégrées de gestion d'entreprise, ainsi, qu'à l'actualisation d'autres méthodes plus anciennes et qui sont ancrées dans le milieu industriel. Ces changements ont engendré l'apparition d'une nouvelle terminologie. Des acronymes foisonnent et résonnent de plus en plus fort : ERP (Enterprise Resource Planning : Progiciel de Gestion Intégré d'Entreprise), SCM (Supply Chain Management : Pilotage de la Chaîne Logistique), CRM et ERM (Customer Relationship Management, E-business Relationship Management : Gestion et Contrôle de la Relation avec le Client), PRM (Partner Relationship Management : Gestion avec les Partenaires de la Chaîne de Valeur), APS (Advanced planning and Scheduling Systems), SCE (Supply Chain Execution), PLM (Product Lifecycle Management : Gestion du Cycle de Vie des Produits), EAM (Enterprise Asset Management : Gestion et Contrôle des Actifs de l'Entreprise ), PDM (Product Data Management)... et la liste est encore longue.

En réalité, cette myriade d'acronymes traduit les différentes catégories de progiciels disponibles sur le marché et destinées aux entreprises ayant des objectifs d'amélioration de performances.

Face à cette multitude d'offres, il est clair que le décideur en entreprise sera rapidement confus. Ainsi, il importe de savoir à quel(s) niveau(x) de l'entreprise agit chacun des progiciels ? Quels sont ses fondements théoriques et comment permet-il l'amélioration des performances de l'entreprise ? Quel sera le niveau d'amélioration escompté ? Quels seront les coûts, la durée et la mobilisation du personnel engendrés par la mise en place d'un progiciel au niveau de l'entreprise ?...

La réponse à ces questions est un des objectifs de ce chapitre où on s'intéresse davantage à l'étude du concept, des méthodes et des outils de conception et de gestion d'une chaîne logistique. La section 2 est consacrée à l'étude de l'évolution des concepts relatifs à la logistique et à leur apport en termes d'amélioration de performance pour les entreprises. Nous définissons dans la section 3 le concept de chaîne logistique pour s'intéresser particulièrement, à la section 4, aux problèmes de conception et de gestion d'une chaîne logistique. Dans la section 5, nous menons une étude sur les outils SCM. Enfin, dans la section 6, nous présentons nos orientations de recherche.

## 2. Historique

Selon le petit Robert, le mot logistique vient du grec "logistikos" et veut dire :

- (1) Les techniques de transport, ravitaillement et logement des troupes.
- (2) Moyens et méthodes d'organisation matérielle d'une entreprise.

En effet, le terme logistique trouve ses origines dans le domaine militaire. A la base c'est l'art du raisonnement et du calcul. Ainsi, dans ce contexte, la logistique est tout ce qui est nécessaire pour, d'une part, donner aux forces armées au moment et à l'endroit voulus, en quantité et en qualité voulues, les moyens de vivre, de combattre et de se déplacer et, d'autre part, assurer le traitement sanitaire des personnels et la réparation des matériels [Dormier et Fender, 2001].

Après la deuxième guerre mondiale, le concept de logistique s'est développé dans le domaine de la gestion industrielle pour devenir une pierre angulaire des projets d'amélioration de performances au sein des entreprises.

Dans le cadre de cette thèse, on s'intéresse à la logistique dans sa dimension organisationnelle de l'entreprise uniquement.

Nous présentons dans ce qui suit, différentes définitions du terme logistique :

### Définition 2.1 : Logistique Industrielle

---

*"La logistique concerne le mouvement et la manutention de marchandises du point de production au point de consommation ou d'utilisation."* Cette définition a été adoptée en 1948 par l'American Marketing Association (AMA) [Dixier et al., 1996].

*"La logistique est un terme employé dans l'industrie et le commerce pour décrire le vaste spectre d'activités nécessaires pour obtenir un mouvement efficient des produits finis depuis la sortie des chaînes de fabrication jusqu'au consommateur, et qui dans quelques cas inclut le mouvement des matières premières depuis leurs fournisseurs jusqu'au début des chaînes de fabrication. Ces activités incluent le transport des marchandises, l'entreposage, la manutention, l'emballage, le contrôle des stocks, le choix des emplacements d'usines et d'entrepôts, le traitement des commandes, les prévisions de*

*marché et le service offert aux clients.*" Cette définition a été adoptée en 1962 par le National Council of Physical Distribution Management (NCPDM), actuellement le Council of Logistics Management (CLM) [Dixier et al., 1996].

*"La logistique est un terme décrivant l'intégration de deux (ou de plusieurs) activités dans le but de planifier, mettre en œuvre et contrôler un flux de matières premières, de produits semi-finis et de produits finis, de leur point d'origine au point de consommation."* Cette définition a été proposée en 1972 par le NCPDM [Dixier et al., 1996].

*"La logistique est une collection de fonctions relatives aux flux de marchandises, d'informations et de paiement entre fournisseurs et clients depuis l'acquisition des matières premières jusqu'au recyclage ou à la mise au rebut des produits finis"* Cette définition est actuellement adoptée par The Logistics Institute (TLI) [Dixier et al., 1996].

*"La logistique est la planification, l'exécution et la maîtrise des mouvements et des mises en place des personnes ou des biens, et des activités de soutien liées à ces mouvements et ces mises en place, au sein d'un système organisé pour atteindre des objectifs spécifiques."* [NF X50-600]

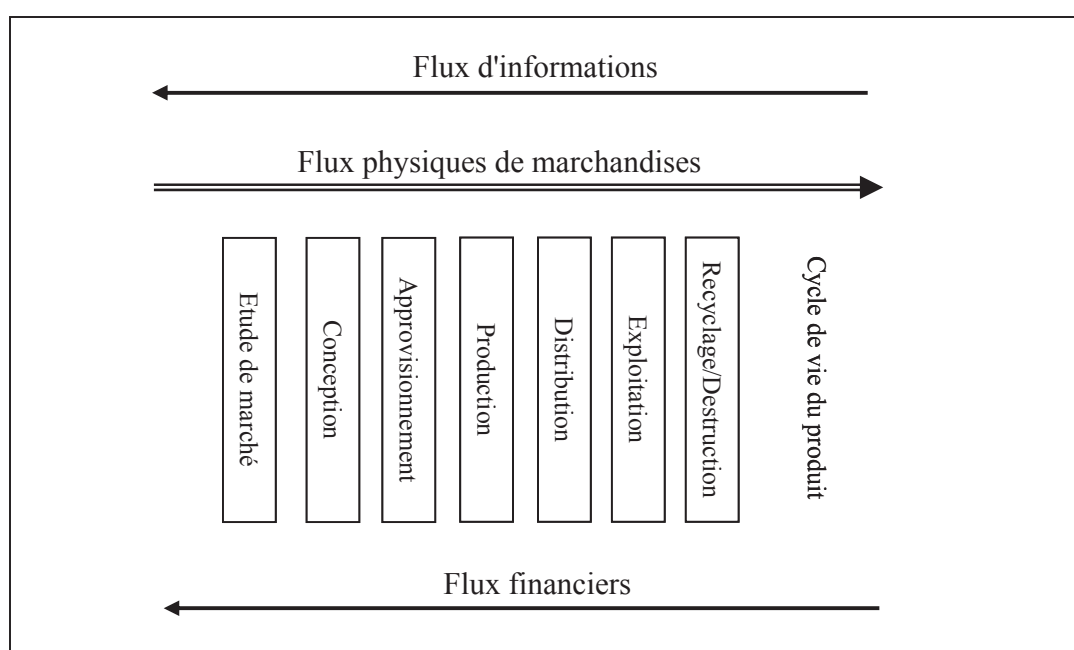
---

Ces définitions permettent de synthétiser les évolutions de la logistique au cours du temps. Si la logistique n'a concerné dans ses débuts (Définition AMA 1948) que les fonctions physiques des flux de distribution, elle s'est rapidement étendue pour inclure, dans un premier temps, les fonctions physiques des flux d'approvisionnement (Définition NCPDM 1962), puis les fonctions des flux de production (Définition NCPDM 1972). La logistique concerne depuis, toutes les fonctions de l'entreprise : on s'intéresse désormais à la logistique amont (logistique d'approvisionnement), à la logistique interne (gestion de production) et à la logistique aval (logistique de distribution) : c'est l'aube de la logistique intégrée.

La logistique est devenue par conséquent, la fonction transversale par excellence, une partie du management moderne, un avantage concurrentiel pour certaines entreprises et un facteur clé de performance pour d'autres.

La définition proposée par le « The Logistics Institute » a le mérite de mettre l'accent sur deux points essentiels :

- (1) l'importance d'une prise en compte des flux physiques de marchandises sur l'ensemble du cycle de vie du produit. D'où l'extension du domaine d'action de la logistique.
- (2) l'analyse des interrelations entre les flux physiques de marchandises et les flux d'informations et financiers qui leurs sont associés (voir Figure 2.1).



**Figure 2.1 Parcours des flux physiques, financiers et d'information.**

Il est clair que dans cette définition, la logistique s'est étendue uniquement à l'aval du cycle de vie du produit en intégrant les fonctions d'exploitation et de recyclage/destruction du produit.

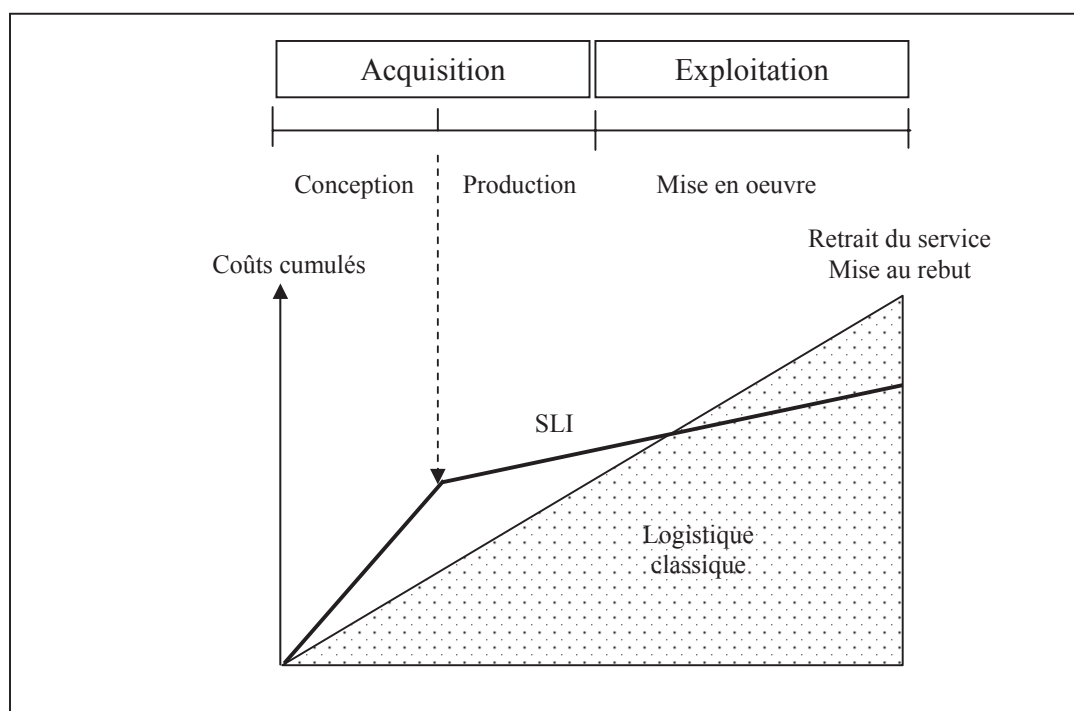
En revanche, la logistique ne s'est pas encore étendue, du moins officiellement, sous forme d'une définition reconnue, aux fonctions en amont du cycle de vie du produit comme l'étude du marché ou la conception. L'absence de flux physique de marchandises à ces niveaux du cycle de vie du produit est-elle la raison ?

En fait, c'est une nouvelle discipline nommée "Soutien Logistique Intégré" qui s'est intéressée aux deux niveaux du cycle de vie du produit, étude des marchés et conception. Elle s'est surtout focalisée sur la nécessité de prendre en compte, dès la conception, des contraintes logistiques concernant l'ensemble du cycle de vie du produit. Nous pouvons définir le soutien logistique intégré plus formellement grâce à la définition suivante :

**Définition 2.2 : Soutien Logistique intégré (SLI)**

*"Le Soutien Logistique Intégré est une approche globale itérative du management et des techniques nécessaires pour assurer à un système ses performances aux meilleurs coûts et délais tout au long du cycle de vie. Il s'agit ainsi de la mise en place, le plus en amont possible, d'une politique de qualité dès la conception du produit." [Pons et Chevalier, 1993]*

La Figure 2.2 récapitule la différence de coûts engendrés par l'adoption d'une logistique classique versus l'approche soutien logistique intégré.



**Figure 2.2 Evolution des coûts logistiques au cours du cycle de vie en fonction de la stratégie retenue [Pons et Chevalier, 1993].**



Grâce au développement des frontières de la logistique et à l'approche du soutien logistique intégré, tous les niveaux du cycle de vie du produit ont été considérés (voir Figure 2.3). Et pourtant, à la fin des années 1990, un nouveau concept appelé "Chaîne Logistique" ou "Réseau Logistique" émerge. Quels sont les apports de ce concept ? Quels sont ses avantages et ses limites ? Comment une entreprise peut-elle profiter de ces avantages et dépasser ces limites ? La section suivante fait l'objet de ces questionnements.

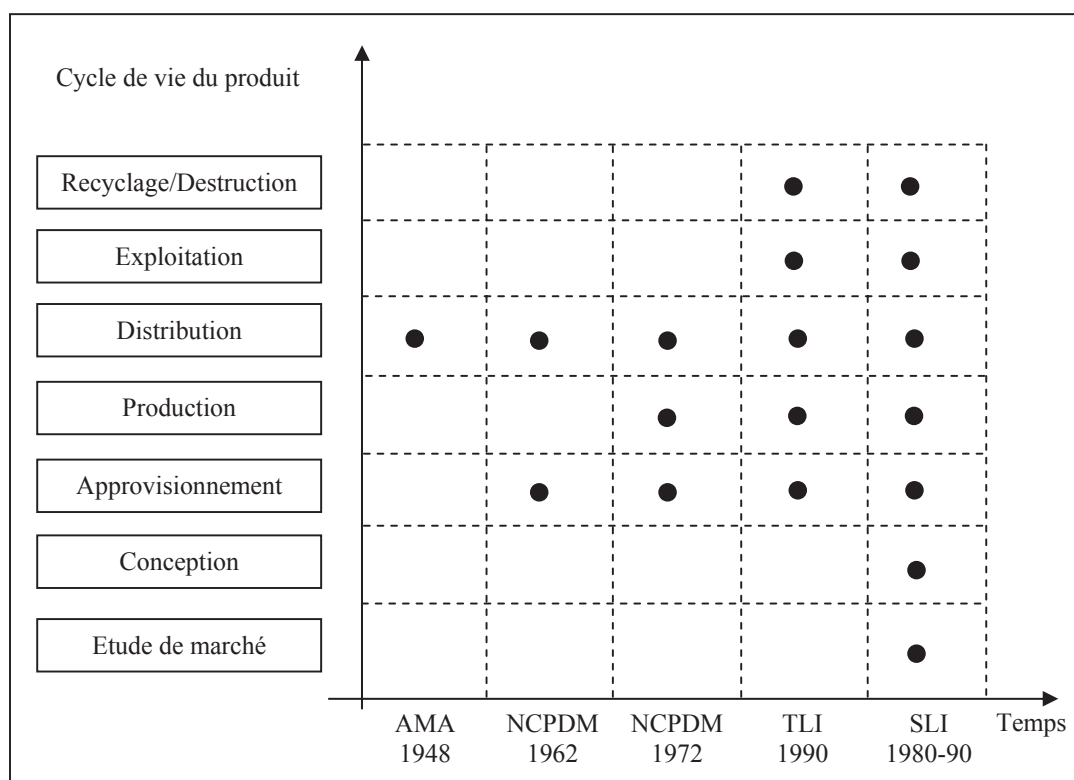


Figure 2.3 Domaines d'action de la logistique et du soutien logistique intégré.

### 3. Chaîne Logistique

L'équivalent en anglais du terme chaîne logistique est "Supply Chain". Bien que l'expression anglo-saxonne, littéralement "Chaîne de l'offre" [Laurentie et *al.*, 2000], laisse entendre qu'elle concerne spécifiquement l'approvisionnement, elle est utilisée dans un but de faire coïncider l'offre - traduction du mot "supply" – avec la demande. Le terme "Chaîne Logistique" correspondait donc, au même concept que le "Supply Chain".

Par ailleurs, si le terme "Chaîne Logistique" a été utilisé en France depuis les années 1970, il n'avait pas le même sens qu'il a aujourd'hui.

En outre, le terme anglo-saxon "Supply Chain" a été créé aux Etats-Unis en 1982 par deux consultants - Oliver et Webber - et ce n'est qu'au début des années 1990 que son utilisation a été généralisée.

Nous nous intéressons maintenant à la définition et à l'analyse du concept de chaîne logistique à travers les écrits des chercheurs et des industriels. Pour ce faire, nous nous baserons sur les définitions formelles suivantes :

### Définition 2.3 : Chaîne logistique - (Supply Chain)

---

*"La chaîne logistique est un réseau d'installations qui assure les fonctions d'approvisionnement en matières premières, de transformation de ces matières premières en composants puis en produits finis, et de distribution du produit fini vers le client." [Lee et al., 1993]*

*" Une chaîne logistique est un ensemble de deux ou plusieurs entreprises liées par des flux de marchandises, d'informations et financiers." [Tsay et al., 1999]*

*"La chaîne logistique d'un produit fini se définit comme l'ensemble des entreprises qui interviennent dans les processus d'approvisionnement en composants, de fabrication, de distribution et de vente du produit, du premier des fournisseurs au client ultime" [Rota-Franz et al., 2001]*

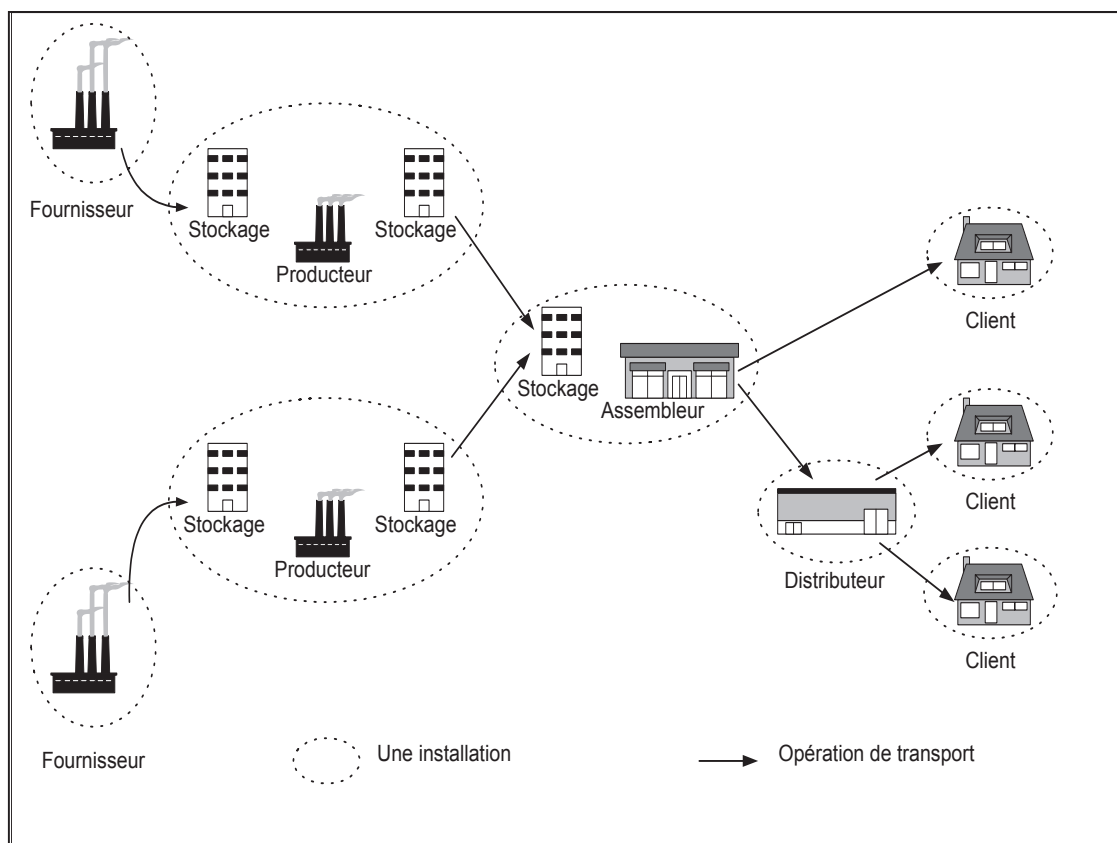
---

Bien que ces définitions paraissent similaires, elles mettent en exergue les points essentiels:

- (1) Une chaîne logistique se définit par rapport à un produit fini.
- (2) Une chaîne logistique fait intervenir au moins deux unités organisationnelles.
- (3) Les unités organisationnelles sont liées par 3 types de flux : des flux de matières , des flux d'informations et des flux financiers.

- (4) Les unités organisationnelles assurent les fonctions d'approvisionnement, de transformation, de distribution et de vente.
- (5) Une unité organisationnelle est forcément impliquée dans plusieurs chaînes logistiques

Nous proposons donc la Figure 2.4 pour mieux illustrer la notion de chaîne logistique.



**Figure 2.4 Chaîne logistique**

Les définitions complémentaires de la "*chaîne logistique*" référencées en annexe C, nous permettent de proposer les ramifications suivantes (Figure 2.5) :

- (1) **Chaînes logistiques locales :** Ce sont les petites chaînes logistiques de l'entreprise. Elles sont locales (chaînes logistiques internes) et se constituent entre les différents ateliers d'une même usine par exemple, ces ateliers pouvant être chacun client et fournisseur les uns des autres [Eymery 1997].

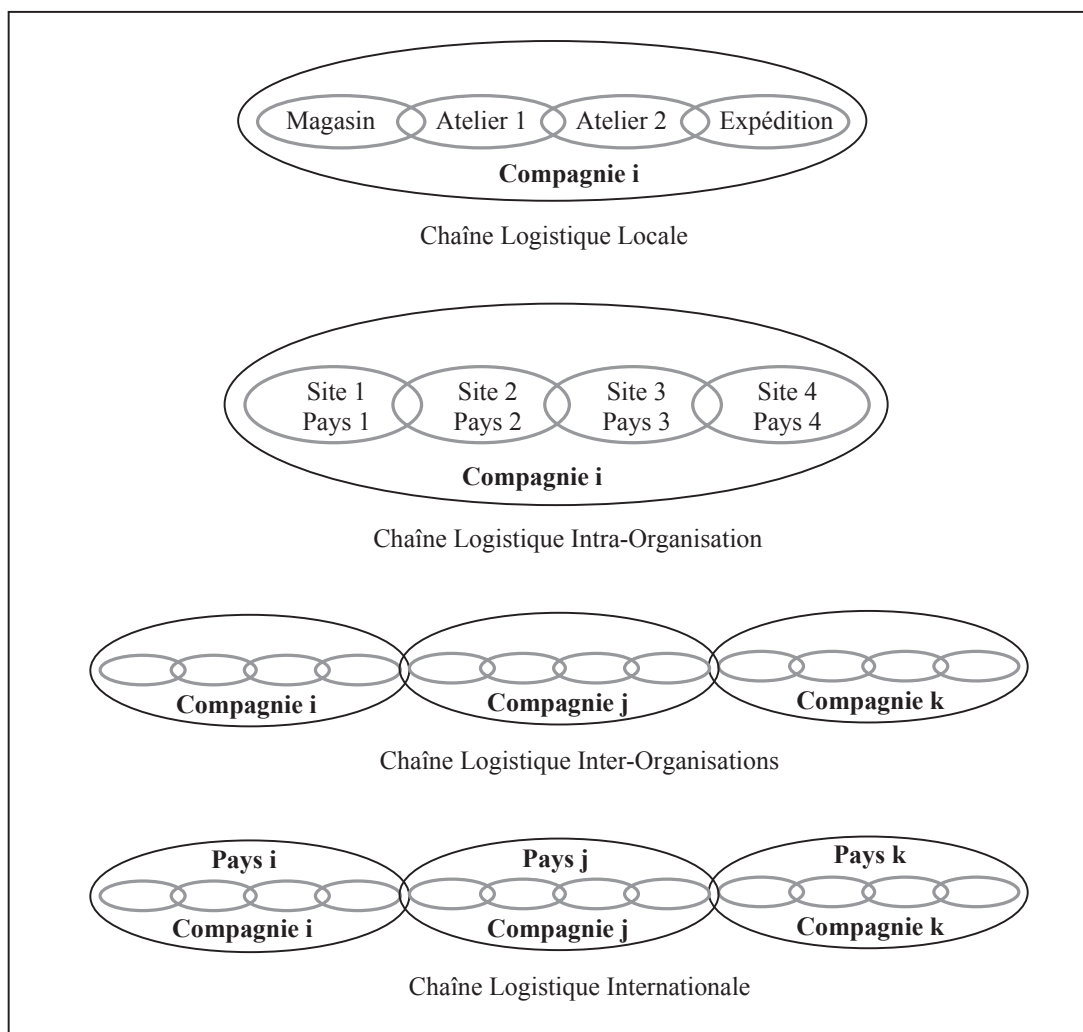
- (2) **Les chaînes logistiques intra-organisation** : Stadtler [Stadtler 2000] a utilisé ce terme pour caractériser les grandes compagnies ayant des sites localisés dans différents pays. Toutefois, nous étendons l'utilisation de ce terme aux compagnies ayant plusieurs sites localisés dans le même pays.
- (3) **Les chaînes logistiques inter-organisations** : Elles regroupent au moins deux organisations juridiquement indépendantes [Stadtler 2000] .
- (4) **Les chaînes logistiques internationales** : Ce sont des chaînes logistiques où une ou plusieurs unités organisationnelles opèrent dans différents pays [Eksioglu 2001]. Il est à noter que le terme chaîne logistique globale signifie la chaîne logistique dans sa globalité et ce contrairement au terme anglo-saxon "Global Supply Chain" qui concerne une chaîne logistique internationale qui est aussi appelée chaîne logistique mondiale.

Selon certaines définitions [SCC 2000], la chaîne logistique s'étend du premier des fournisseurs jusqu'aux clients ultimes, les consommateurs. Cette vision est très intéressante du point de vue conceptuel car elle fait prendre conscience à toute entreprise qu'elle s'inscrit dans des flux qui la dépassent et qui dépassent même les frontières de ses clients et fournisseurs directs. Toutefois, dans la mesure où les fournisseurs ont eux-mêmes leurs propres fournisseurs et les clients sont souvent fournisseurs d'autres clients, la chaîne devient très étendue et par conséquent très difficile à gérer.

En plus, selon ces définitions, toute entreprise se trouve impliquée dans une chaîne logistique internationale.

Il s'avère ainsi, qu'il est indispensable de préciser les frontières de toute chaîne logistique dans laquelle l'entreprise concernée est impliquée pour pouvoir assurer sa gestion.

C'est ce qui fait l'objet de la section suivante dans laquelle nous présentons une catégorisation des problématiques qui émanent du concept "chaîne logistique" pour s'intéresser davantage à la conception et à la gestion de la chaîne logistique.



**Figure 2.5 Ramifications de la Chaîne Logistique**

#### 4. Conception et Gestion d'une Chaîne Logistique

L'intérêt accordé à la notion de chaîne logistique résulte d'une vision globale de l'entreprise. Les études montrent que les gains espérés par une entreprise qui s'intéresse uniquement à sa gestion interne sont très limités si on les compare aux gains espérés sur toute la chaîne logistique. D'où l'intérêt de dépasser les frontières de l'entreprise et d'intégrer tous les partenaires : clients, fournisseurs, distributeurs..., de manière à ce que la marchandise soit produite et distribuée selon la quantité requise, au bon endroit et au bon

moment dans le but de satisfaire, au plus juste, le besoin du client et profiter de la synergie des partenaires à travers une gestion globale de la chaîne logistique.

Cette gestion couvre tous les horizons de décision à savoir les long, moyen et court termes. Les problématiques relatives à cette gestion diffèrent selon l'horizon de décision. On distingue les décisions relatives à la conception (aussi appelée configuration) de la chaîne et celles relatives à la gestion des flux [Simchi-Lévi et *al.*, 2000].

## 4.1 Conception d'une chaîne logistique

### Définition 2.4 : Conception d'une Chaîne logistique - (Supply Chain Design)

---

*"La conception d'une chaîne logistique concerne la détermination de sa structure. En d'autres termes, la définition des liens entre les différents processus et activités d'approvisionnement, de production et de distribution."* [Persson et Olhager, 2002].

---

*La Configuration de la chaîne logistique* consiste donc, à déterminer la structure de la chaîne. Elle exige notamment :

- La définition des objectifs et de la politique de développement de la chaîne logistique.
- L'analyse de la contribution des objectifs et de la politique de la chaîne logistique dans l'amélioration des performances de la firme.
- La création ou la suppression de certaines installations de la chaîne.
- La localisation des sites de production, des entrepôts de stockage et des plateformes de distribution.
- La détermination des capacités des installations.
- La décision de faire, faire-faire, ou faire ensemble.
- Le choix des fournisseurs.
- La définition des structures et des politiques d'approvisionnement et de distribution.
- La détermination des technologies au niveau de chaque site.
- ....

## 4.2 Gestion d'une chaîne logistique

Définition 2.5 : Gestion de Chaîne logistique - (Supply Chain Management)

---

"La gestion d'une chaîne logistique est un ensemble d'approches utilisées pour intégrer efficacement les fournisseurs, les producteurs et les distributeurs, de manière à ce que la marchandise soit produite et distribuée à la bonne quantité, au bon endroit et au bon moment dans le but de minimiser les coûts et d'assurer le niveau de service requis par le client." [Simchi-Levi et al., 2000].

---

La *Gestion des flux* ou simplement la gestion d'une chaîne logistique, consiste à organiser les flux de matières et d'informations au sein de chaque installation et entre les différentes composantes de la chaîne. Elle s'inscrit dans le moyen et le court terme.

Pour la *Gestion des flux à moyen terme*, il s'agit de coordonner les opérations de planification et de contrôle des opérations. Ces problèmes ont été traités dans [Thierry 1994].

La gestion des flux à moyen terme engage des décisions tactiques dont notamment :

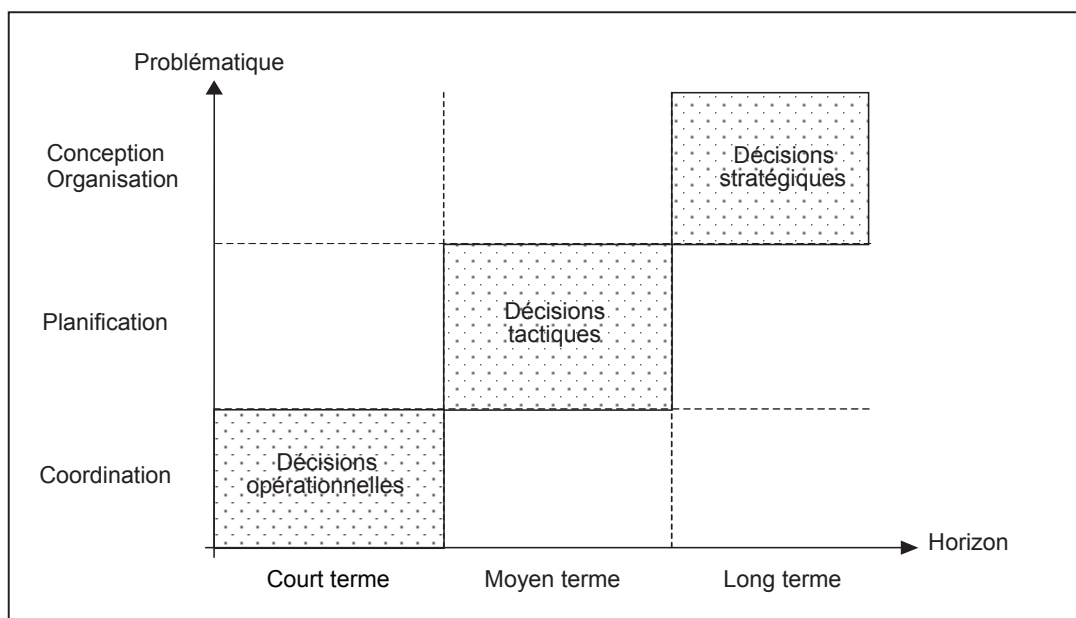
- Allocation des produits aux sites de production, aux entrepôts de stockage et aux plates-formes de distribution.
- Définition des modes de transport et de manutention.
- Détermination du niveau des stocks.
- Planification des approvisionnements, de la production, et des ventes à moyen terme.
- Planification du personnel à moyen terme.
- ....

La *gestion des flux à court terme* consiste à coordonner l'acheminement des bons produits et des bonnes informations aux bons endroits et aux bonnes personnes en assurant un maximum de flexibilité et d'efficacité.

La gestion des flux à court terme engage des décisions opérationnelles dont notamment :

- Définition du programme des ventes à court-terme.
- Définition du planning d'ordonnancement des machines, du personnel, et du transport.
- Coordination des activités entre les différentes unités organisationnelles pour faciliter l'écoulement des produits.
- ....

Pour conclure, la Figure 2.6 permet de mettre en correspondance les types de problématique dans une chaîne logistique, la nature des décisions et l'horizon temporel. La conception de la chaîne logistique engage des décisions stratégiques et s'inscrit dans le long terme. Dans le moyen terme, il s'agit de traiter le problème de planification qui exige des décisions tactiques. Enfin, au court terme, le problème consiste à coordonner les activités entre les acteurs de la chaîne logistique.



**Figure 2.6 Correspondances entre problématique de chaîne logistique- nature de décision et horizon temporel.**



## 5. Outils de conception et de gestion d'une chaîne logistique

Bien que la philosophie "chaîne logistique" soit ancienne, les outils de pilotage de la chaîne logistique (SCM) n'ont vu le jour que vers la fin des années 1990.

Dans cette section, on se propose d'étudier la structure des outils de pilotage d'une chaîne logistique.

### 5.1 Structure des solutions SCM

Plusieurs outils d'aide à la gestion des opérations au sein d'une chaîne logistique ont été développés. Ces outils couvrent certains aspects de gestion d'une chaîne logistique. Ils ont été classés en cinq familles à savoir :

- (1) Les **ERP** (Enterprise Resource Planning). Ce sont des progiciels intégrés qui gèrent les fonctions transactionnelles à l'intérieur de l'entreprise.
- (2) Les **APS** (Advanced Planning System). Ce sont des produits qui offrent des planifications globales souvent basées sur la théorie des contraintes. On distingue deux familles d'APS : les APS « mariés » aux ERP, et les APS indépendants. **I2Technologies** et **Manugistics** sont actuellement les leaders mondiaux des APS indépendants.
- (3) Les **SCE** (Supply Chain Execution). Ces outils ont pour vocation de rationaliser la totalité du cycle de traitement des commandes (de l'entrée à la facturation). Ces outils fédèrent trois grandes fonctions à savoir : la gestion avancée des commandes (AOM : Advanced Order Management), la gestion de l'entrepôt (WMS : Warehouse Management Systems) et la gestion du transport (TMS : Transport Management System).
- (4) Les **MES** (Manufacturing Execution System). Ces outils sont chargés de traiter les informations en temps réel sur l'exécution des ordres de fabrication.
- (5) Les **dédiés**. C'est un conglomérat de solutions qui n'ont pas encore leur place à l'intérieur des autres composantes du marché [Raschas et Polgue, 1999].

Nous proposons, dans la Figure 2.7, une cartographie qui précise les liens entre les cinq familles.

Les réponses données par les spécialistes du monde industriel sont divergentes sur ce qui fait d'un progiciel un outil SCM. C'est pourquoi, nous adoptons dans notre recherche, la définition donnée par [Rota-Franz et *al.*, 2001] qui stipule que les outils SCM constituent une surcouche décisionnelle par rapport aux ERP et offrent des fonctions plus élaborées de pilotage, de simulation et de planification. De ce fait, bien que toutes les familles d'outils proposés sur le marché permettent une amélioration de la gestion des flux aussi bien en termes de temps (MES), de planification (ERP, SCE)..., les APS se distinguent par leur module planification globale. Cette originalité nous incite à considérer un progiciel comme un outil de SCM s'il est doté d'un APS [Hammami et *al.*, 2001].

Dans ce qui suit, on s'intéressera davantage à l'analyse de la structure des outils APS.

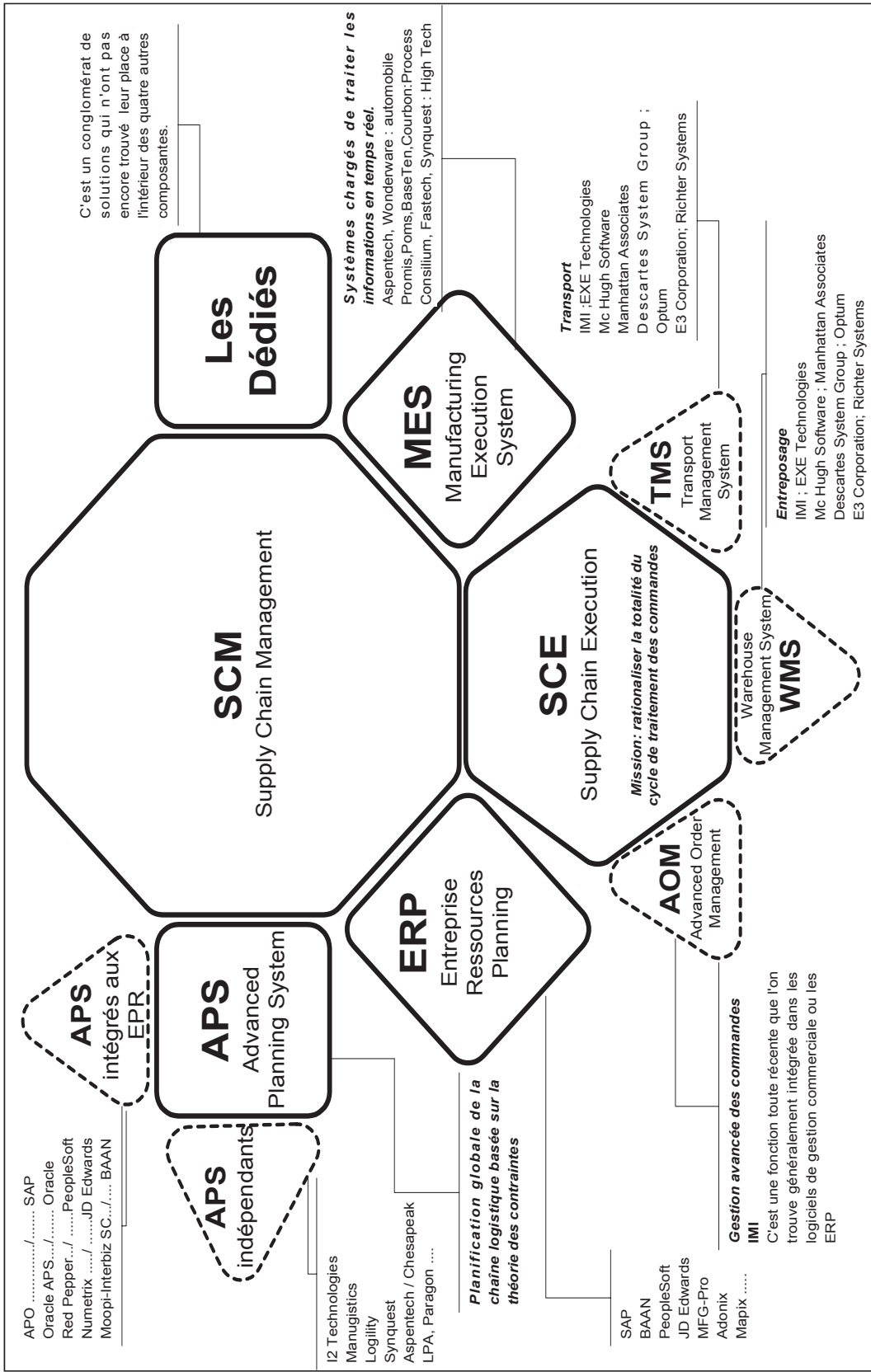
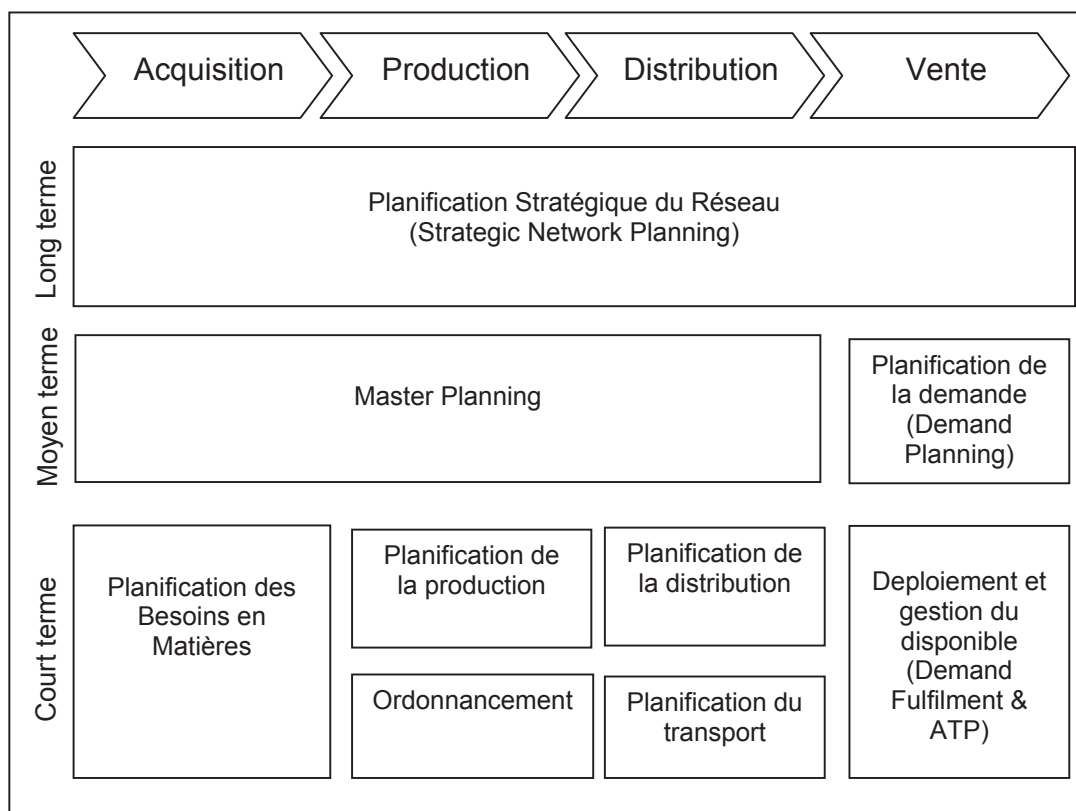


Figure 2.7 Différentes facettes des outils de pilotage d'une chaîne logistique [Hammami et al., 2001].

## 5.2 Structure des APS

Un APS est composé d'un ensemble de modules dont les noms varient d'un éditeur d'APS à un autre. Toutefois, la plupart des outils APS ont la structure présentée dans la Figure 2.8.



**Figure 2.8** Structure d'un outil APS [Meyer et al., 2000]

Dans ce qui suit nous explicitons la mission de chacun des modules d'un APS

- (1) Planification Stratégique du réseau (Strategic Network Planning) : ce module couvre les 4 activités acquisition, production, distribution et vente sur le long terme. Il assure les tâches de localisation de site de production et de la structuration du réseau de distribution.

Mission :

- i. Prévisions sur tout le cycle de vie d'un produit. Elles concernent les produits commercialisés, les produits récemment développés ainsi que les produits en cours de développement.

- ii. Spécification des zones clients.
  - iii. Estimation des profits.
  - iv. Détermination du nombre et de la taille des entrepôts de stockage ainsi que les moyens de transport nécessaires. Les données d'entrée à cette décision sont le planning des prévisions à long terme. L'objectif étant de minimiser les coûts de stockage, de transport, de manutention à long terme.
  - v. Choix du transporteur : il s'agit de décider si le transport sera assuré par l'entreprise ou par une tierce partie.
  - vi. Etude des moyens de production nécessaires et disponibles : faut-il ouvrir de nouveaux sites ? Faut-il opter pour une technologie plus récente ? Quels investissements faut-il engager ?
  - vii. Détermination des matières qu'il faut utiliser pour la fabrication du produit.
  - viii. Choix des fournisseurs stratégiques
  - ix. Etude de la nécessité de faire des alliances stratégiques.
- (2) Planification de la demande (Demand Planning) : ce module assure les prévisions des ventes en considérant les groupes de produits et les zones de ventes.
- (3) Master Planning : ce module coordonne les activités d'acquisition, de production et de distribution sur le moyen terme. Il détermine les quantités de matière à approvisionner et les fournisseurs à engager, les capacités à ajuster au niveau de l'outil de production (heures supplémentaires, ...) ainsi que le choix des canaux de distribution.

Missions :

- i. Planification des transports entre les entrepôts.
- ii. Détermination du niveau de stock nécessaire.
- iii. Planification prévisionnelle pour satisfaire la demande tout en considérant les capacités de transport et de stockage (les coûts de transport et de stockage sont les éléments de la fonction objectif du problème : le modèle considère uniquement les capacités agrégées, par exemple, la capacité de tous les camions disponibles et non la capacité de chaque camion).

- iv. Décider de la façon avec laquelle la capacité de production de chaque site sera utilisée ? le calcul se base sur les prévisions de vente avec prise en compte des fluctuations dues à la saisonnalité par exemple.
  - v. Estimation du besoin en heures supplémentaires.
  - vi. Recherche d'équilibre entre les coûts engendrés par une augmentation de capacité et les coûts des stocks (stocks saisonnier par exemple).
  - vii. Planification du personnel : dans le cas où la main d'œuvre disponible n'est pas suffisante pour faire le plan de production, il faut prévoir de la main d'œuvre supplémentaire.
- (4) Demand fulfilment and Available To Promise (ATP) : ce module permet de répondre à des commandes imprévues sur le court-terme en simulant les capacités non utilisées et les modifications possibles sur les plannings de production.
  - (5) Planification de la distribution (Distribution planning) : détermination des planning de distribution
  - (6) Planification du transport (Transport Planning) : il s'agit de planifier le transport en considérant des capacités de transport détaillées.
  - (7) Planification de la production (Production Planning) : planification à court terme et à moyen termes de production et du personnel.
  - (8) Ordonnancement (Scheduling) : détermination de la taille des lots ainsi que la séquence de passage des lots à travers les machines. L'ordonnancement se fait en fonction des dates de livraison requises et des capacités de production disponibles.
  - (9) Planification des besoins en matières (Material Requirements Planning): Ce module fait généralement partie des outils ERP. Il ne fait partie de l'offre APS que chez certains petits éditeurs indépendants d'APS.

Selon [Fleischmann et *al.*, 2000], les trois caractéristiques les plus importantes d'un APS sont :

- (1) La planification intégrale de la chaîne logistique : au moins du client jusqu'au fournisseur d'une même entreprise.

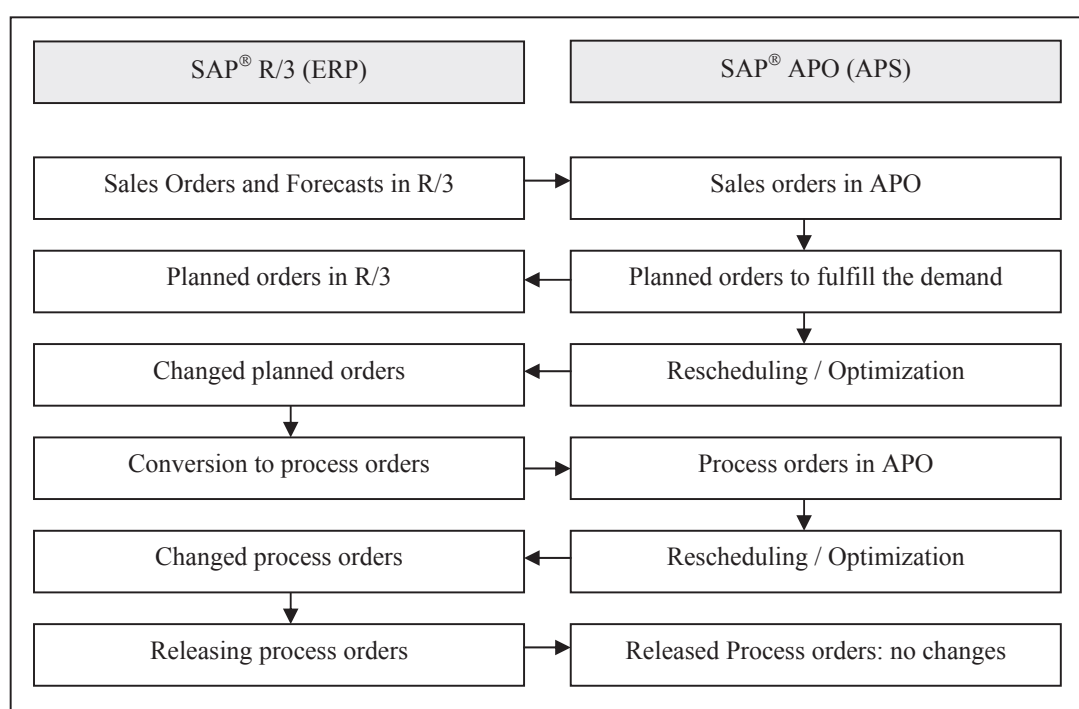
- (2) Optimisation : à travers la définition des objectifs et des contraintes des différents problèmes de planification ainsi que par l'utilisation des méthodes d'optimisation qu'elles soient exactes ou heuristiques.
- (3) Un système de planification hiérarchique : En effet, la planification optimale de toute la chaîne logistique n'est ni possible sous la forme d'un système monolithique permettant la planification de toutes les tâches simultanément (ce n'est pas pratique), ni à travers un système de planification successive des tâches (ce système ne permet pas d'atteindre l'optimum). La planification hiérarchique est un compromis entre un système pratique et un système tenant en compte les interdépendances entre les tâches de planification.

Finalement, nous constatons que les fonctions d'un APS sont des fonctions de gestion classiques. La nouveauté avec l'apparition des APS est le découplage entre les données de gestion (ordres de fabrication, état des stocks,...) et les traitements (calcul de prévision, planification). Les données de gestion sont gérées par un ERP qui est considéré comme une base de données transactionnelle (déclaration de fabrication, mouvements de stocks, mouvements de trésorerie...). Les APS sont exploités pour des tâches de planification, d'ordonnancement et de prévision en se basant sur les données extraites de l'ERP ou venant de l'extérieur (commande client), sur des méthodes statistiques (pour les prévisions) et sur des algorithmes d'optimisation mathématiques (pour la planification et l'ordonnancement). Par exemple, SAP<sup>®</sup> Advanced Planner & Optimizer (SAP<sup>®</sup> APO) utilise la programmation basée sur les contraintes, les algorithmes génétiques, des heuristiques et la simulation pour assurer les fonctions de planification et d'ordonnancement. Il permet aussi de faire la planification de façon interactive.

Le découplage entre les ERP et les APS permet d'alléger les fonctions de chaque système ce qui assure un accès rapide aux informations et des traitements en temps très raisonnable. La Figure 2.9 montre un exemple d'interactions entre SAP<sup>®</sup> R/3 (ERP) et SAP<sup>®</sup> APO (APS) [Richter et Stockrahm, 2000].

Enfin, nous tenons à préciser qu'une étude comparative des principaux APS disponibles sur le marché est très difficile à réaliser. En revanche, comme précisé au début de ce

paragraphe, [Meyer et al., 2000] considèrent que les APS ont quasiment tous les mêmes fonctionnalités. La différence est que certains APS sont mieux adaptés à certaines catégories d'entreprises (industrie automobile, industrie chimique, agroalimentaire, extraction pétrolière...). Par ailleurs, certains APS sont souvent implantés chez de grandes entreprises (SAP® APO, Manugistics, I2Technologies, J.D.Edwards), alors que d'autres APS sont plutôt implantés dans des entreprises de moins grande taille (WebPlan, SynQuest,...). Nous trouvons plus de détails concernant cette étude comparative dans [Kilger 2000]



**Figure 2.9** Processus de planification utilisant SAP® R/3 et SAP® APO

## 6. Conclusion et Orientations de recherche

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés à l'étude du concept de chaîne logistique. Pour ce faire, nous avons présenté l'évolution des notions relatives à la logistique industrielle. Nous avons fait une synthèse de la notion de chaîne logistique en se basant sur des documents de référence sur la matière. Nous nous sommes intéressés par la suite à la caractérisation des problèmes de conception et de gestion d'une chaîne logistique. Enfin,



nous avons présenté une synthèse de la structure des outils logiciels disponibles sur le marché pour la conception et la gestion d'une chaîne logistique.

Au terme des deux premiers chapitres de ce rapport, la réponse à la question de modélisation d'une chaîne logistique dans un réseau d'entreprises reste relative.

En effet, ce problème a été traité par différentes disciplines et selon différents points de vue dont notamment le comportement organisationnel, les nouvelles technologies de l'information et de la communication, les relations interentreprises et la logistique.... Ainsi, tout modèle se basant sur une seule de ces disciplines reste partiel et partial.

Par ailleurs, l'étude détaillée de ces différents points de vue exige une culture pluridisciplinaire qui dans certains cas dépasse le cadre de cette présente thèse. Pour cette raison, nous nous limitons à l'étude du problème de modélisation d'une chaîne logistique dans un réseau d'entreprises selon le point de vue « logistique ».

En effet, les progrès technologiques ont permis aux entreprises de se doter d'un outil de production très performant et d'une architecture de système d'information lui permettant de se connecter de façon assez aisée à son environnement (Internet, Intranet, EDI,...). Toutefois, les problèmes d'affectation et de synchronisation des tâches dans une entreprise comme dans un réseau d'entreprises restent toujours des questions d'actualité. Les outils ERP ou SCM ne sont pas encore dotés de modèles très performants pour l'affectation des tâches.

Pour cette raison, nous nous intéressons particulièrement dans la partie II de ce rapport, à l'étude des modèles analytiques relatifs aux problèmes d'affectation de tâches.

La partie II comprend deux chapitres. Le premier (§ 3 de ce rapport) comprend une synthèse des méthodes d'agrégation multicritère car nous considérons que le problème étudié est de nature multicritère. Dans le deuxième chapitre (§ 4 de ce rapport), nous faisons l'analogie entre le problème de conception d'une chaîne logistique et le problème de faire, faire-faire, faire ensemble ou ne pas faire. Pour chacun de ces problèmes, nous présentons les modèles analytiques les plus connus en précisant leurs avantages, leurs limites ainsi que leurs conditions d'application.

# **PARTIE II**



## CHAPITRE 3

# PANORAMA DES MÉTHODES D'AGRÉGATION MULTICRITÈRE

### 1. Introduction

Le problème de conception d'une chaîne logistique est de nature multiobjectif (minimiser les coûts, minimiser les délais, augmenter le taux de service...). Il importe donc de synthétiser les approches multiobjectifs afin d'explicitier leur fonctionnement et saisir leur intérêt et leur différence

Nous présentons donc, dans ce chapitre, un panorama des méthodes d'agrégation multicritère les plus utilisées pour la sélection d'un partenaire ou toute autre action ou alternative dans un problème. Nous expliquons les fondements de toute méthode, et nous illustrons certaines par des exemples. Enfin, nous développons une procédure pour l'aide au choix d'une méthode de sélection<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup> Nous utilisons souvent les termes sélection de partenaires ou sélection de fournisseurs notamment dans les exemples. Nous avons opté pour ce choix pour des raisons de simplification. Les mêmes méthodes peuvent être appliquées pour les problèmes de localisation d'installations, de sélection de fournisseur et d'affectation d'ordres. En effet, toutes les méthodes étudiées dans ce chapitre permettent de sélectionner une action ou une alternative (fournisseur, partenaire, installation, ...) parmi un ensemble d'actions (respectivement alternatives).

Nous classons les méthodes de sélection en trois catégories :

- (1) Les méthodes élémentaires.
- (2) Les méthodes d'optimisation mathématique.
- (3) Les méthodes d'aide à la décision multicritère.

## 2. Les méthodes élémentaires

### 2.1 La méthode catégorique : (Categorical method) [Timmerman 1986]

#### *a. Fondements de la méthode*

La méthode catégorique consiste à faire une évaluation des performances de chaque action par rapport à chaque critère, et ce en affectant un « grade » : un terme catégorique simple, par exemple « Bon », « insatisfaisant », « neutre ». On effectue dans une deuxième étape la somme des évaluations de chaque action pour obtenir un score global par action.

#### *b. Exemple*

Une compagnie souhaite sélectionner un partenaire parmi 3 (A, B et C). Les partenaires ont été évalués selon les 3 critères : coût, qualité du produit et délai. Les résultats des évaluations de chaque partenaire par rapport aux critères sont récapitulés dans le tableau ci-après. Selon la méthode catégorique, le partenaire B est le meilleur.

Partenaire	Performances des partenaires			Total
	Coût	Qualité du produit	Délai	
A	Bon (+)	Insatisfaisant (-)	Neutre (0)	0
B	Neutre (0)	Bon (+)	Bon (+)	++
C	Neutre (0)	Insatisfaisant (-)	Neutre (0)	-

**Tableau 3.1 Application de la méthode catégorique à un problème de sélection d'un partenaire.**

### *c. Critiques*

La méthode catégorique est l'une des méthodes les plus simples pour traiter un problème de sélection. Elle est facile à mettre en œuvre.

Toutefois, elle fait appel à des jugements basés sur la mémoire et l'expérience du décideur. Par conséquent, les évaluations des fournisseurs par rapport aux critères ne sont pas précises.

La méthode catégorique permet la classification des actions les unes par rapport aux autres. La méthode catégorique utilise le même ordre d'importance pour tous les critères. La méthode catégorique est compensatoire<sup>2</sup>.

## **2.2 La Cost-ratio Method [Timmerman 1986]**

### *a. Fondements de la méthode*

La méthode consiste à déterminer un coût global par produit : c'est la somme des coûts d'acquisition et des coûts internes relatifs à la qualité, au délai et aux services associés.

La méthode «cost-ratio » se présente comme suit :

- Étape 1 : Déterminer les coûts internes associés à la qualité, au délai et aux services.
- Étape 2 : Convertir ces coûts en des ratios traduisant les pourcentages de ces coûts par rapport au coût d'acquisition.
- Étape 3 : Faire la somme des ratios relatifs à chacun des coûts pour obtenir un ratio global (c'est la pénalité globale).
- Étape 4 : Appliquer le ratio global au coût unitaire d'acquisition du produit pour obtenir un coût net ajusté.

### *b. Exemple*

Si le coût d'acquisition d'un produit est de 100 000\$ et le coût interne associé à la qualité est de 1000\$, alors le ratio correspondant au coût interne associé à la qualité est de 1%.

---

<sup>2</sup> Voir annexe E

fournisseur	Ratio qualité	Ratio délai	Ratio service	Pénalité totale	Coût unitaire	Coût net ajusté
A	1%	3%	-1%	3%	\$ 86.25	\$ 88.84
B	2%	2%	3%	7%	\$ 83.25	\$ 89.08
C	3%	1%	6%	10%	\$ 85.10	\$ 93.61
D	2%	1%	2%	5%	\$ 85.00	\$ 89.25

**Tableau 3.2 Application de la méthode « Cost Ratio » à un problème de sélection d'un partenaire.**

*c. Critiques*

Les fondements théoriques de la cost-ratio method sont faciles. Par ailleurs, la méthode « Cost Ratio » est plus précise que la méthode catégorique. Toutefois, sa mise en place reste très complexe car elle exige une compréhension du système des coûts. La cost-ratio method est une méthode compensatoire.

### **2.3 La méthode de la somme pondérée (the linear averaging method or weighted point method) [Timmerman 1986]**

*a. Fondements de la méthode*

Cette méthode consiste à se fixer un ensemble de critères et à les classer en affectant à chacun d'eux un poids. La méthode de la somme pondérée se présente comme suit :

- Étape 1 : Identifier les critères pertinents à la problématique (sélection de fournisseurs).
- Étape 2 : Arranger les éléments identifiés en catégories homogènes.
- Étape 3 : Affecter des poids (traduisant l'importance relative des critères) aux critères listés.
- Étape 4 : Construire une matrice pour procéder à une moyenne linéaire.
- Étape 5 : Développer des procédures spécifiques pour mesurer les performances des actions (des fournisseurs).

- Étape 6 : Évaluer chaque action (fournisseur) sur chacun des critères en se référant aux procédures développées à l'étape précédente.
- Étape 7 : Calculer le score global (weighted-ratings) pour chaque action (fournisseur).

**b. Exemple**

Critères	Poids	Fournisseurs			
		A	B	C	D
Coût					
Coût de l'offre	0.25	3	4	3	3
Coût d'inspection	0.05	4	2	2	4
Coût du Contrat	0.05	5	4	3	3
Produit					
Conformité aux spécifications	0.20	5	3	2	3
Conformité aux attentes	0.10	4	3	3	3
Assurance qualité	0.05	5	3	3	4
Service					
Respect des délais	0.15	3	2	4	3
Capacité – JAT	0.05	2	4	3	2
Facturation	0.05	4	3	3	3
Support technique	0.05	5	4	5	3
Score global	1.00	3.8	3.4	3.0	2.9

**Tableau 3.3 Application de la méthode de la somme pondérée à un problème de sélection d'un fournisseur.**

**c. Critiques**

La méthode de la somme pondérée est l'une de méthodes les plus utilisées. Elle a l'avantage d'être facile à comprendre et à mettre en œuvre. Toutefois, sa difficulté réside

dans la définition de procédures de conversion des évaluations qualitatives en des évaluations quantitatives.

La méthode de la somme pondérée est compensatoire.

## 2.4 Méthode lexicographique

### *a. Fondements de la méthode*

La méthode lexicographique s'applique dans certaines situations où on est en mesure d'établir une relation de dominance dictatoriale entre les critères ( $g_{(1)} \gg g_{(2)} \gg g_{(3)} \gg \dots \gg g_{(n)}$ ). Ainsi, on ne tiendra compte des critères les moins importants que lorsque les comparaisons effectuées sur ceux de plus grande importance ne permettent pas la discrimination entre les actions.

- Étape 1 : Ranger les critères par ordre d'importance .
- Étape 2 : Comparer toutes les actions par rapport au critère le plus important.
- Étape 3 : Choisir celle(s) qui a (ont) la meilleure performance par rapport au critère retenu (le plus important en premier lieu).
- Étape 4 : Si plus d'une action sont retenues et s'il reste des critères non encore considérés, alors procéder de la même manière sur la base du critère suivant en terme d'importance.

### *b. Critiques*

La méthode lexicographique a le mérite d'être facile à utiliser. Elle permet la mesure des critères sur des échelles hétérogènes. Par ailleurs, elle n'exige pas de fixer des coefficients d'importance pour les critères. La méthode lexicographique est totalement non compensatoire.

## 2.5 Méthode conjonctive

### *a. Fondements de la méthode*

La méthode conjonctive consiste à se fixer des niveaux minima d'acceptation sur chacun des critères. Les actions qui ne respectent pas ces niveaux minima d'admissibilité seront écartées.



La méthode conjonctive se présente comme suit :

- Étape 1 : Fixer un niveau minimal  $e_j^0$  pour chaque critère  $j$  (niveau de coupe).
- Étape 2 : Vérifier pour chaque action si sa performance sur chaque critère égale ou excède ce niveau minimal fixé ( $e_{ij} > e_j^0$ ).
- Étape 3 : Rejeter les actions qui ne respectent pas les exigences minimales.

### ***b. Critiques***

La procédure conjonctive est facile à utiliser. Elle permet la mesure des critères sur des échelles hétérogènes. Elle exige de fixer des seuils d'admissibilité pour chaque critère. La méthode conjonctive permet d'extraire un ensemble d'actions jugées assez bonnes parmi toutes les actions possibles. Par ailleurs, elle n'assure pas la comparaison des bonnes actions les unes par rapport aux autres : elle est ainsi totalement non compensatoire.

Dans le cas où le décideur est intéressé par le choix d'une seule action, il doit appliquer une autre méthode de sélection aux résultats obtenus par l'application de la méthode conjonctive.

## **2.6 Méthode disjonctive**

### ***a. Fondements de la méthode***

La méthode disjonctive consiste à se fixer des niveaux de satisfaction désirés pour chacun des critères et à sélectionner les actions qui ont les évaluations les plus élevées sur n'importe lequel des critères. Elle conduit à sélectionner les actions qui ont des performances exceptionnelles sur certains critères.

La méthode disjonctive se présente comme suit :

- Étape 1 : Fixer un niveau désiré  $e_j^*$  pour chaque critère.
- Étape 2 : Pour chaque action  $i$ , vérifier si sa performance sur au moins un critère est égale ou excède ce niveau désiré ( $\exists j / e_{ij} > e_j^*$ ).
- Étape 3 : Rejeter les actions qui ne satisfont pas cette condition.

### ***b. Critiques***

La procédure disjonctive est facile à utiliser. Elle permet la mesure des critères sur des échelles hétérogènes. La méthode disjonctive est totalement non compensatoire.

Puisqu'il est très rare qu'une action soit la meilleure sur tous les critères, le résultat de l'application de la méthode disjonctive est souvent un ensemble d'actions et non pas une solution unique. Ainsi, dans le cas où le décideur est intéressé par le choix d'une seule action, il doit appliquer une autre méthode de sélection aux résultats obtenus par l'application de la méthode disjonctive.

## **2.7 Méthode du « Maxmin »**

### ***a. Fondements de la méthode***

La méthode « Maxmin » est utilisée pour choisir une action (considérée comme la meilleure action) parmi un ensemble d'actions et ce selon l'expression suivante :

$$a^* = \left\{ a_i \in A, \text{Max}_i (\text{Min}_j (g_j[a_i])), i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n \right\}$$

Le terme “maxmin” indique que la procédure cherche à sélectionner le maximum (selon les actions) des évaluations minimums (selon les critères). Ainsi, la performance globale d'une action est déterminée par sa pire performance, «la force d'une chaîne correspond à celle de son maillon le plus faible». Cette procédure est appropriée dans le cas où le décideur a une attitude pessimiste [Guitouni 1998].

### ***b. Critiques***

La procédure Maxmin exige que les critères d'évaluation des actions soient commensurables. Une façon de faire est la normalisation.

La méthode est facile à appliquer. Elle est totalement non compensatoire.

### 3. Les méthodes d'optimisation mathématique (MOM)

Les méthodes d'optimisation mathématique sont les plus utilisées, dans le domaine de la recherche scientifique, pour traiter le problème de sélection. Le problème est souvent formalisé sous la forme d'une ou de plusieurs fonctions objectifs et d'un ensemble de contraintes à respecter. Les modèles obtenus peuvent être linéaires, linéaires avec variables entières, linéaires mixtes, quadratiques, non linéaires... et ce en fonction du problème à formaliser.

Les méthodes d'optimisation mathématique sont souvent exploitées en deux étapes :

- Étape de modélisation : elle consiste à formaliser le problème étudié en un modèle d'optimisation.
- Étape de résolution : elle consiste à résoudre le modèle proposé.

Le détail de chacune de ces étapes dépasse le cadre de cette thèse. On trouvera plus de détail sur les méthodes d'optimisation mathématique dans le livre de Hillier et Lieberman [Hillier et Lieberman, 2001].

Le problème de sélection est multicritère dans le sens où l'évaluation d'une action se fait souvent en considérant plusieurs critères à la fois. Dans cette section, on se limite à la présentation de méthodes d'optimisation mathématique permettant l'intégration de plusieurs critères. Cette intégration se fait de trois façons différentes :

- (1) L'agrégation des critères en une seule fonction objectif (Compromise Programming, Goal Programming, méthode du critère global...).
- (2) L'optimisation d'un critère dans la fonction objectif et l'intégration des autres critères dans les contraintes du modèle ( $\epsilon$ -Constraint Method)
- (3) La formulation du problème en un programme mathématique à objectifs multiples.

### 3.1 Méthodes d'optimisation mathématique multicritère

#### 3.1.1 Goal Programming (GP)

##### a. Fondements de la méthode

L'essence du goal programming (GP) réside dans le concept de satisfaction d'objectifs : on se fixe un but  $b_j$  à atteindre pour chacun des critères, et on procède de la manière suivante (selon la variante du GP) :

- (1) **Variante 1 (Standard Goal Programming)** : il s'agit de minimiser la somme des valeurs absolues des écarts par rapport aux buts [Charnes et Cooper, 1961].

La représentation algébrique du GP dans sa forme standard est la suivante :

$$\begin{aligned} \underset{\underline{x} \in A}{\text{Min}} \sum_{j=1}^n |g_j(\underline{x}) - b_j| \\ \text{sujet à } C_l(\underline{x}) \leq 0, \quad l=1, 2, \dots, L \end{aligned} \quad (1) \Leftrightarrow \begin{aligned} \underset{\underline{x} \in A}{\text{Min}} \sum_{j=1}^n (\delta_j^+ + \delta_j^-) \\ \text{sujet à } C_l(\underline{x}) \leq 0, \quad l=1, 2, \dots, L \\ g_j(\underline{x}) - \delta_j^+ + \delta_j^- = b_j, \quad j=1, 2, \dots, n \\ \delta_j^+, \delta_j^- \geq 0 \end{aligned} \quad (2)$$

avec,  $\delta_j^+$  : l'écart positif de  $\underline{x}$  par rapport au but.

$\delta_j^-$  : l'écart négatif de  $\underline{x}$  par rapport au but.

$g_j(\underline{x})$  : l'évaluation de la solution  $\underline{x}$  par rapport au critère  $j$ .

$C_l(\underline{x})$  : système de contraintes relatives au problème.

Si on incorpore des poids relatifs aux écarts positifs et négatifs, soient  $w_j^+$  et  $w_j^-$ , le système s'écrit :

$$\begin{aligned} \underset{\underline{x} \in A}{\text{Min}} \sum_{j=1}^n (w_j^+ \delta_j^+ + w_j^- \delta_j^-) \\ \text{sujet à } C_l(\underline{x}) \leq 0, \quad l=1, 2, \dots, L \\ g_j(\underline{x}) - \delta_j^+ + \delta_j^- = b_j, \quad j=1, 2, \dots, n \\ \delta_j^+, \delta_j^- \geq 0 \end{aligned}$$

Dans ce cas, on parle de GP pondéré (WGP : Weighted Goal Programming)

**N.B :** le GP dans sa forme standard est un cas particulier du WGP ( $w_j^+ = w_j^- = 1$ )

- (2) **Variante 2 (MinMax Goal Programming)** : il s'agit de minimiser l'écart maximum par rapport aux buts [Falvell 1976].

$$\begin{aligned} \underset{x \in A}{\text{Min}} \quad D &= \underset{1 \leq j \leq n}{\text{Max}} |g_j(x) - b_j| & (1) & \Leftrightarrow & \underset{x \in A}{\text{Min}} \quad D \\ \text{sujet à: } & C_l(x) \leq 0, \quad l=1,2,\dots,L & & & \text{sujet à: } & |g_j(x) - b_j| \leq D, \quad 1 \leq j \leq n & (2) \\ & & & & & C_l(x) \leq 0, \quad l=1,2,\dots,L \\ & & & & & D \text{ devient une variable} \end{aligned}$$

- (3) **Variante 3 (Lexicographic Goal Programming)** : il s'agit de minimiser la somme des écarts par rapport aux buts d'une manière lexicographique [Ijiri 1965]. Pour ce faire, on procède comme suit :

- Étape 1 : Classer les critères par ordre d'importance.
- Étape 2 : Sélectionner les actions qui minimisent l'écart par rapport au premier critère seulement – appelons ce sous-ensemble d'actions  $A_1$ .
- Étape 3 : Parmi les actions de  $A_1$ , sélectionner celles qui minimisent la somme des écarts (ou bien la somme pondérée des écarts) par rapport aux 2 premiers critères (les 2 critères ayant les plus grandes importances)- le sous-ensemble obtenu est  $A_2$ .
- Étape 4 : Procéder de la même manière pour obtenir un sous-ensemble  $A_3$  à partir des actions de  $A_2$ .
- Étape 5 : Continuer la procédure de proche en proche et arrêter lorsque la condition d'arrêt (obtention du nombre d'actions désirées ou bien arrêt au  $k^{\text{ème}}$  critère ou bien ...) est satisfaite.

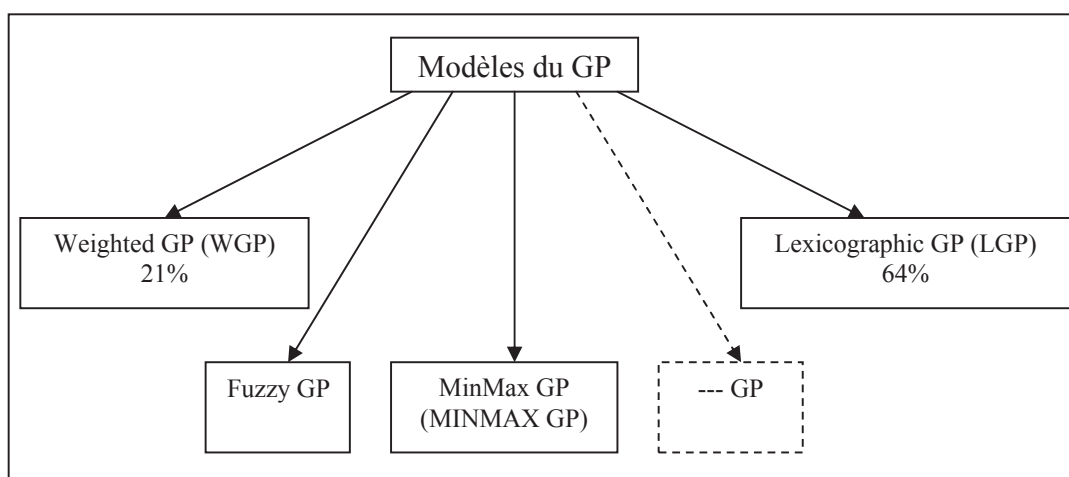
La représentation algébrique du LGP s'écrit comme suit :

$$\begin{aligned} \text{Lex} \quad \min & (h_1(\delta^+, \delta^-); h_2(\delta^+, \delta^-), \dots; h_L(\delta^+, \delta^-)) \\ \text{sujet à: } & g_j(x) - \delta_j^+ + \delta_j^- = b_j, \quad j=1,2,\dots,n \\ & h_l(\delta^+, \delta^-) = w_{l-} \cdot \delta_{l-} + \dots + w_{ln} \cdot \delta_{ln} + w_{l+} \cdot \delta_{l+} + \dots + w_{ln}^+ \cdot \delta_{ln}^+, \quad l=1,2,\dots,L \end{aligned}$$

L étant le nombre de niveaux de priorité.

D'autres variantes du GP ont aussi vu le jour. On cite : le GP flou (Fuzzy GP), le GP non linéaire (Non linear GP), le GP stochastique (Stochastic GP).

La 0 représente la répartition traduisant la fréquence d'utilisation des variantes du GP dans la modélisation de problèmes de décision.



**Figure 3.1** Variantes du Goal Programming

**N.B :** Pour toutes ces variantes du GP, il importe de procéder à une normalisation des évaluations pour éviter des biais dus à des échelles de mesure non commensurables. Plusieurs techniques de normalisation ainsi qu'un état de l'art du Goal Programming ont été présentés dans [Tamiz et al., 1998].

### ***b. Critiques***

Le Goal Programming a l'avantage d'aborder les problèmes sous l'angle de satisfaction d'objectifs.

Par ailleurs, le GP s'avère utile pour modéliser des problèmes qui n'ont pas de solution optimale (à cause de la non satisfaction d'une contrainte par exemple). Pour ce faire, on demande au décideur d'explicitier ses souhaits, puis on propose un modèle GP qui permet de choisir l'action qui se rapproche le plus de ces souhaits.

La formulation d'un problème sous un modèle de GP n'a rien d'exceptionnel par rapport à un modèle mathématique. La différence entre les deux approches de modélisation est surtout philosophique : dans un modèle mathématique, on cherche une solution optimale (philosophie d'optimisation), alors que dans un modèle GP, on cherche à satisfaire des objectifs (philosophie de satisfaction).

Le GP dans sa forme standard peut générer des solutions non « performantes » dans le cas où les objectifs sur les critères sont fixés de façon pessimiste.

### 3.1.2 Le Compromise Programming (CP)

#### a. Fondements de la méthode

Le compromise programming (CP) s'articule autour d'une optique de minimisation des écarts par rapport à la solution idéale tout en procédant à une articulation a-priori des préférences ( $\alpha_j$ ). Sa formulation algébrique est la suivante :

$$\text{Min}_{\underline{x} \in A} \left[ \sum_{j=1}^n \alpha_j^r \left[ \frac{g_j(\underline{x}^*) - g_j(\underline{x})}{g_j(\underline{x}^*) - g_j(\underline{x}_*)} \right]^r \right]^{\frac{1}{r}}$$

avec,  $g_j(\underline{x}^*)$  : est l'évaluation de la meilleure des solutions sur le critère j.

$g_j(\underline{x}_*)$  : est l'évaluation de la pire des solutions sur le critère j.

#### b. Exemple

Une entreprise cherche un partenaire pour sous-traiter la fabrication d'un produit. La direction de cette entreprise privilégie les critères suivants lors du choix du partenaire :

Critère de sélection	Sens d'optimisation	Coefficient d'importance
Fiabilité ( $C_1$ )	Maximiser	45%
Capacité d'autofinancement ( $C_2$ )	Maximiser	35%
Coût du contrat de sous-traitance ( $C_3$ )	Minimiser	20%

La direction a reçu les 4 offres suivantes :

Partenaire	Fiabilité (C1)	Autofinancement (C2)	Coût du contrat (C3)
a <sub>1</sub>	78%	94%	10 000 \$
a <sub>2</sub>	82%	86%	15 000 \$
a <sub>3</sub>	80%	75%	22 000 \$
a <sub>4</sub>	88%	90%	25 000 \$

$$\begin{aligned}
 g_1(\underline{x^*}) &= 88\% & g_2(\underline{x^*}) &= 94\% & g_3(\underline{x^*}) &= 10000 \\
 g_1(\underline{x_*}) &= 78\% & g_2(\underline{x_*}) &= 75\% & g_3(\underline{x_*}) &= 25000 \\
 \alpha_1 &= 45\% & \alpha_2 &= 35\% & \alpha_3 &= 20\%
 \end{aligned}$$

Choisissons  $r=2$  et appliquons l'expression du CP à chacune des actions :

Partenaire	Fiabilité (C1)	Autofinancement (C2)	Coût du contrat (C3)	CP
a <sub>1</sub>	78%	94%	10 000 \$	0.450
a <sub>2</sub>	82%	86%	15 000 \$	0.315
a <sub>3</sub>	80%	75%	22 000 \$	0.527
a <sub>4</sub>	88%	90%	25 000 \$	0.213

Ainsi, selon le CP, l'action a<sub>4</sub> est la meilleure.

### c. Critiques

Le compromise programming a l'avantage d'avoir une fonction objectif facile à formuler. En revanche, la résolution du modèle peut être beaucoup plus difficile dans le cas où on dispose d'un ensemble de contraintes à respecter. Pour cette raison, on choisit  $r = 1$  ou  $2$  dans la plupart des cas.

Par sa définition, la fonction objectif n'exige pas de normalisation des évaluations. En effet, les évaluations sont d'une certaine façon normalisées puisque la performance d'une action par rapport à un critère est divisée par le terme  $g_j(\underline{x^*}) - g_j(\underline{x_*})$ , et par conséquent le terme

$\frac{g_j(\underline{x^*}) - g_j(\underline{x})}{g_j(\underline{x^*}) - g_j(\underline{x_*})}$  est sans unité. Le défaut du CP est de proposer une action médiocre si toutes

les actions ne sont pas bonnes. Le CP exige une articulation a-priori des préférences.



### 3.1.3 La méthode du critère global [Vincke 1989]

#### a. Fondements de la méthode

La méthode du critère global s'articule dans une optique de minimisation des écarts par rapport à la solution idéale sans procéder à une articulation a-priori des préférences. Sa formulation algébrique est la suivante :

$$\text{Min}_{\underline{x} \in A} \sum_{j=1}^n \left[ \frac{g_j(\underline{x}^*) - g_j(\underline{x})}{g_j(\underline{x}^*)} \right]^r$$

avec,  $g_j(\underline{x}^*)$  : est l'évaluation de la meilleure des solutions sur le critère j.

**N.B.** : si r est un entier pair, alors le décideur est indifférent par rapport aux écarts positifs et négatifs.

si r est un entier impair, alors le décideur est sensible aux écarts positifs et négatifs.

#### b. Exemple

On applique la méthode du critère global à l'exemple introduit au paragraphe 3.1.2 « Compromise Programming ».

$$g_1(\underline{x}^*)=88\% \quad g_2(\underline{x}^*)=94\% \quad g_3(\underline{x}^*)=10000$$

Choisissons r = 2 et appliquons l'expression du Critère Global à chacune des actions :

Partenaire	Fiabilité	Autofinancement	Coût du contrat	Critère Global
a <sub>1</sub>	78%	94%	10 000 \$	0.013
a <sub>2</sub>	82%	86%	15 000 \$	0.262
a <sub>3</sub>	80%	75%	22 000 \$	1.489
a <sub>4</sub>	88%	90%	25 000 \$	2.252

Ainsi, selon la méthode du critère global, l'action a<sub>1</sub> est la meilleure.

#### c. Critiques

La méthode du critère global a l'avantage d'avoir une fonction objectif facile à formuler. En outre, une normalisation des évaluations est faite implicitement par la définition même de la fonction objectif. La méthode du critère global n'exige pas une articulation a-priori

des préférences. Comme pour le Compromise Programming, la méthode du critère global génère une solution médiocre si toutes les actions ne sont pas bonnes.

### 3.1.4 $\varepsilon$ - Constraint Method

#### a. *Fondements de la méthode*

La méthode du  $\varepsilon$ - Constraint consiste à transformer un programme d'optimisation multi-objectifs en un problème d'optimisation mono-objectif comportant des contraintes supplémentaires. Pour ce faire, nous procédons comme suit :

- Étape 1 : Choisir un objectif à optimiser prioritairement (supposons que c'est  $g_1$ ).
- Étape 2 : Choisir un vecteur de contraintes  $\varepsilon_i$ ,  $i \in \{1, 2, \dots, n\}$  à respecter par les autres objectifs.
- Étape 3 : Transformer le problème initial (multi-objectifs) en conservant l'objectif prioritaire et en transformant les autres objectifs en contraintes.

La formulation mathématique de la méthode est la suivante :

$$\begin{aligned} & \underset{\underline{x} \in A}{\text{Min}} \quad g_1(\underline{x}) \\ \text{sujet à} \quad & C_l(\underline{x}) \leq 0, \quad l=1,2,\dots,L \\ & g_j(\underline{x}) \leq \varepsilon_j, \quad j=2,\dots,n \\ & \varepsilon_j \geq 0, \quad j=2,3,\dots,n \end{aligned}$$

#### b. *Critiques*

La méthode du  $\varepsilon$ - Constraint est facile à mettre en place. Elle exige de fixer un seuil de performance sur  $n-1$  critères. Selon [Collette et al., 2002], le principal inconvénient de cette méthode est le fait qu'elle soit gourmande en temps de calcul s'il y a trop de contraintes. La méthode du  $\varepsilon$ - Constraint est non compensatoire.

### 3.1.5 La programmation mathématique à objectifs multiples (PMOM)

#### a. Fondements de la méthode

Un programme mathématique à objectifs multiples est un programme qui prend en compte plusieurs fonctions économiques, chacune jouant le rôle d'un critère (on parle aussi de fonction critère). Chacune de ces fonctions possède un optimum, qui ne sera - en général - pas celui des autres fonctions. Ainsi, une solution optimale n'existe pas; car ce qui est optimal selon un critère ne l'est pas selon les autres critères. Il va donc falloir choisir une solution de compromis : solution jugée satisfaisante.

Puisqu'on ne procède pas à une agrégation des critères en une seule fonction objectif, la formulation algébrique d'un programme mathématique à objectifs multiples (PMOM) est la suivante :

$$\begin{array}{l} \text{Optimiser } \underline{g}(\underline{x}) \\ \text{sujet à : } \quad C_l(\underline{x}) \leq 0, \quad l=1,2,\dots,L \\ \quad \quad \quad \text{et} \\ \quad \quad \quad \underline{g} = \{g_1, g_2, \dots, g_n\} \end{array}$$

Dans un PMOM, on s'intéresse essentiellement à la détermination de l'ensemble des solutions efficaces.

La démarche classique pour résoudre un problème de PMOM suit les 2 étapes suivantes :

- Étape 1 : Appliquer le principe de dominance pour réduire l'ensemble A à l'ensemble des actions efficaces noté S.
- Étape 2 : Introduire les préférences du décideur pour réduire S à un ensemble plus restreint et, éventuellement, à une seule solution.

**b. Exemple**

$$\text{Max } \underline{g}(x) = [g_1(x), g_2(x)]$$

$$\text{avec } \begin{aligned} g_1(x) &= 0.4 x_1 + 0.3 x_2 \\ g_2(x) &= x_1 \end{aligned}$$

$$\text{s.à: } \begin{aligned} C_1(x) &= x_1 + x_2 - 400 \leq 0 \\ C_2(x) &= 2x_1 + x_2 - 500 \leq 0 \\ x_1 &\geq 0; x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

Les solutions efficaces s'obtiennent en résolvant le problème transformé (On applique le théorème de Steuer), en faisant varier systématiquement  $w_1$  et  $w_2$  dans  $[0,1]$ , avec  $w_1 + w_2 = 1$ .

$w_1$  et  $w_2$  étant les poids accordés respectivement à  $g_1(x)$  et à  $g_2(x)$ .

$$\text{Max } w_1 g_1(x) + w_2 g_2(x)$$

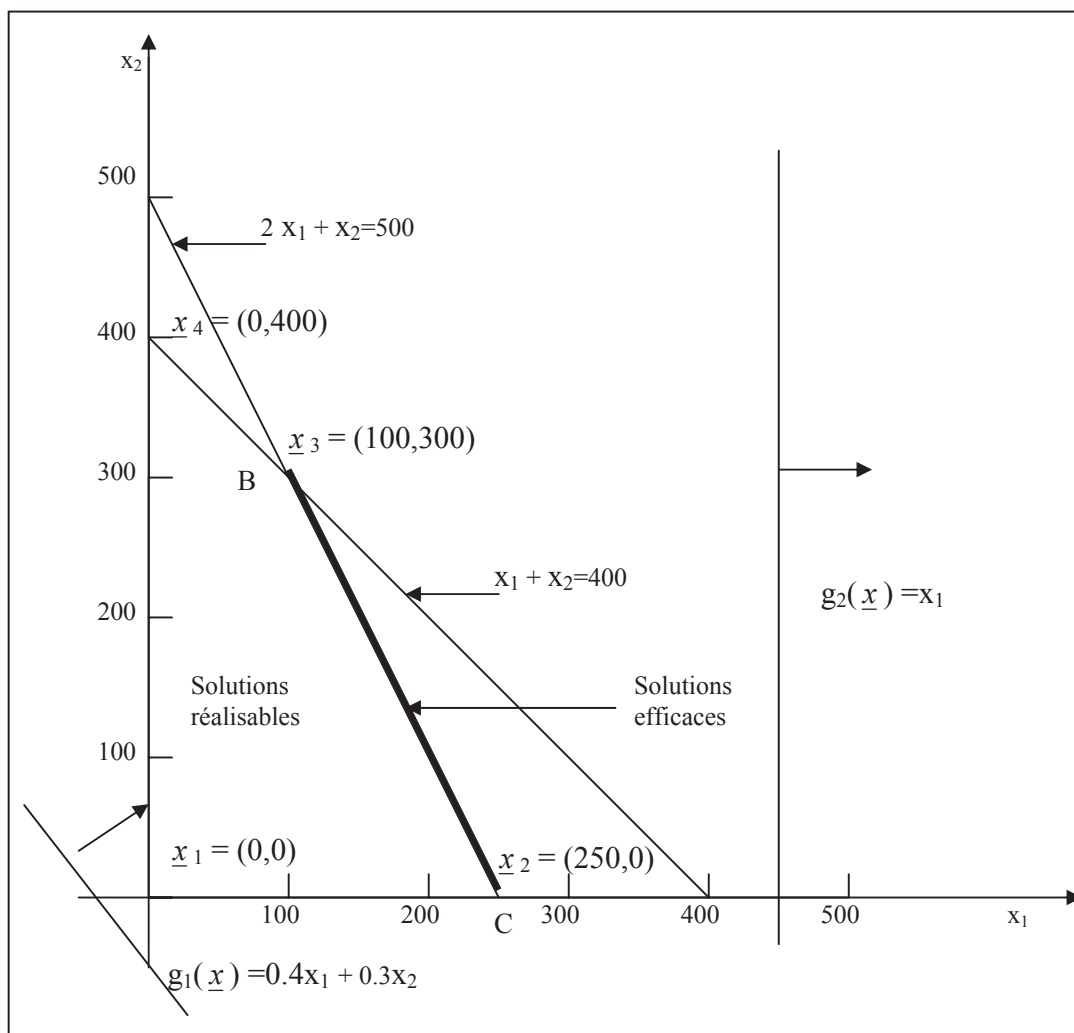
$$\text{avec } \begin{aligned} g_1(x) &= 0.4 x_1 + 0.3 x_2 \\ g_2(x) &= x_1 \end{aligned}$$

$$\text{s.à: } \begin{aligned} C_1(x) &= x_1 + x_2 - 400 \leq 0 \\ C_2(x) &= 2x_1 + x_2 - 500 \leq 0 \\ x_1 &\geq 0; x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

$w_1$	$w_2$	$-w_1/w_2$	$x_1$	$x_2$	$g_1$	$g_2$	Lieu des solutions efficaces
0	1	0	250	0	100	250	C
0.2	0.8	-0.25	250	0	100	250	C
0.4	0.6	-0.67	250	0	100	250	C
0.6	0.4	-1.5	250	0	100	250	C
0.8	0.2	-4	250	0	100	250	C
0.833	0.167	-5	-	-	-	-	Segment [BC]
1	0	$-\infty$	100	300	130	100	B

  
 Sommets efficaces

La Figure 3.2 montre le domaine des solutions efficaces de l'exemple ci-dessus.



**Figure 3.2**      **Domaine des solutions efficaces (solutions optimales au sens de Pareto)**

### *c. Critiques*

La programmation mathématique à objectifs multiples exige une articulation a posteriori des préférences. Dans une première étape, on détermine l'ensemble des solutions efficaces; dans une deuxième étape, on utilise les préférences du décideur pour explorer cet ensemble et déterminer la (les) meilleure(s) solution(s).

Comme il est énoncé, le traitement d'un programme mathématique à objectifs multiples peut, à tort, nous paraître aisé. En effet, l'étape 1 qui consiste à déterminer l'ensemble des solutions non dominées est très difficile à traiter car, hormis les cas où le modèle est

linéaire (l'ensemble des solutions réalisables est convexe), peu de méthodes sont proposées pour déterminer les solutions optimales au sens de Pareto pour les cas où le modèle est linéaire mixte, ou non linéaire par exemple. Nous considérons même que c'est un axe de recherche très porteur du domaine de la recherche opérationnelle et de l'analyse de la décision.

### **3.2 Résolution des modèles d'optimisation mathématique**

La méthode de résolution d'un problème de sélection formalisé sous la forme d'un modèle d'optimisation mathématique dépend du modèle obtenu (modèle linéaire, modèle linéaire mixte, modèle non linéaire, modèle de programmation mathématique à objectifs multiples...).

Pour les modèles mono-objectif linéaires, on utilise la méthode du simplexe qui, selon le domaine réalisable, génère une ou plusieurs solutions optimales. Pour les modèles mono-objectif linéaires mixtes, la méthode du Branch & Bound génère une solution optimale. Pour certains modèles mono-objectif non linéaires, il existe des méthodes de résolution qui donnent la solution optimale. Tandis que pour d'autres modèles non linéaires, la résolution de façon optimale peut être très difficile. Dans ce cas, on a recourt à l'exploitation d'heuristiques comme le recuit simulé, les algorithmes génétiques,...

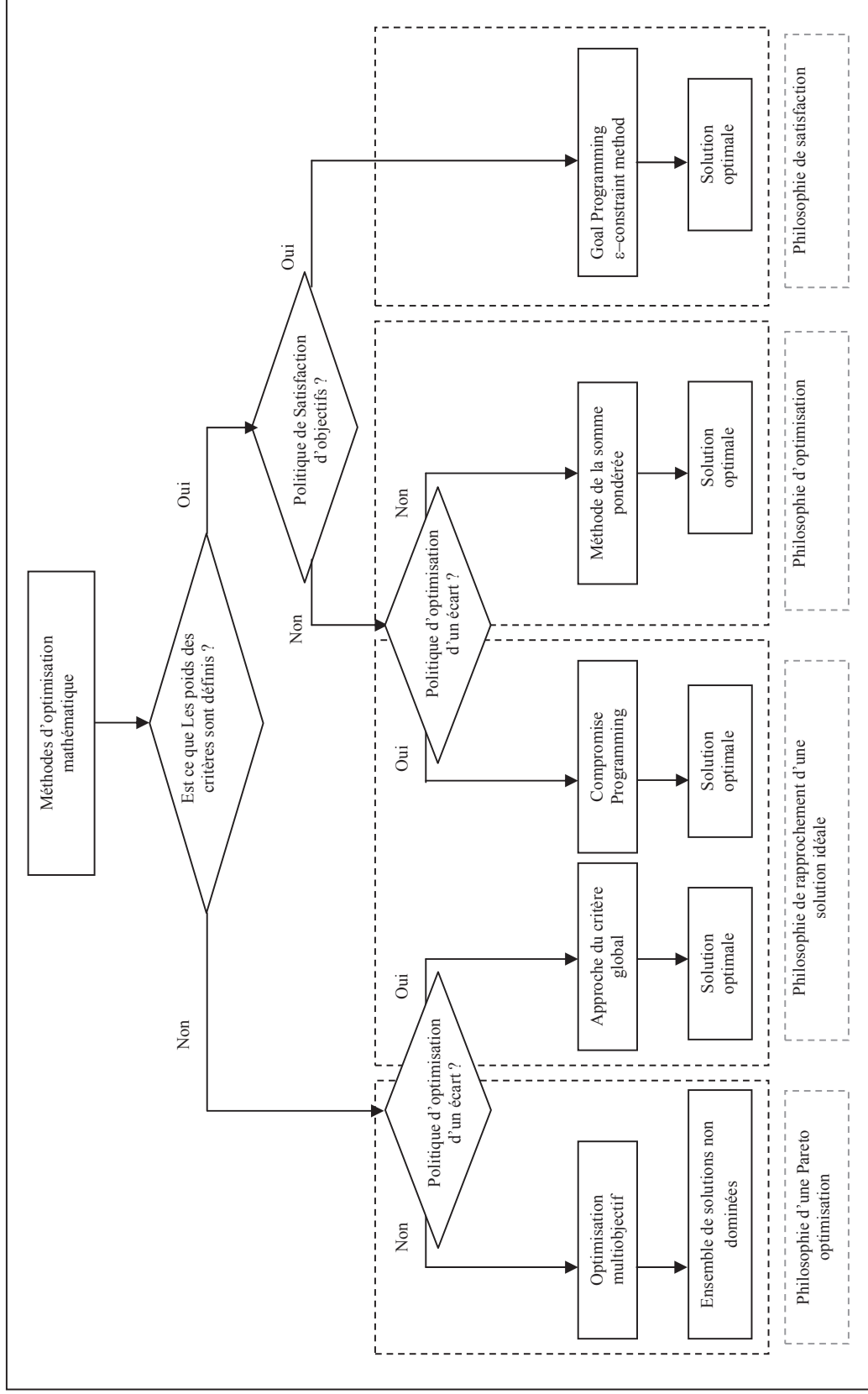
Plusieurs outils logiciels sont disponibles sur le marché pour la résolution des problèmes linéaires et de certains problèmes non linéaires. Pour les problèmes non linéaires, plusieurs logiciels permettent d'obtenir un optimum local étant donné une solution initiale. Nous trouvons plus de détail sur les caractéristiques et les champs d'action d'outils logiciel, dans les revues faites par 'The Institute for Operations Research and the Management Sciences' disponibles sur le site web suivant (<http://www.lionhrtpub.com/orms/ormsurveys.html> ).

Pour les programmes mathématiques à objectifs multiples, les méthodes de détermination des solutions optimales au sens de Pareto sont très rares. Par conséquent les outils logiciels permettant la résolution ne sont pas nombreux. Nous mentionnons à titre d'exemple l'outil ADBASE développé par l'équipe de Ralph Steuer de la University of Georgia [Steuer 2000]. Cet outil est un des plus connus dans la communauté scientifique.

### **3.3 Proposition d'une procédure de choix d'une méthode d'optimisation mathématique**

Comme synthèse à l'ensemble des méthodes que nous venons de détailler, nous proposons dans la Figure 3.3 une procédure pour le choix d'une méthode d'optimisation mathématique.

Nous tenons à préciser que dans le cas où les solutions ne sont pas définies a priori, nous formulons le problème de sélection selon l'une des formes indiquées dans la procédure ci-dessus. Dans ce cas, le terme méthode d'optimisation mathématique prend tout son sens puisque nous cherchons la solution optimale en résolvant le problème. Toutefois, dans le cas où les solutions du problème objet de l'étude sont connues a priori, on exploite l'esprit de l'une des méthodes présentées ci-dessus pour agréger tous les critères. Dans ce cas, on ne peut réellement parler de méthode d'optimisation, nous préférons donc le terme philosophie de la procédure d'agrégation.



**Figure 3.3** Procédure de choix d'une méthode d'optimisation mathématique<sup>3</sup>

<sup>3</sup> Il importe de préciser que pour certains problèmes, les solutions optimales ne sont pas toujours atteignables.



## **4. Les méthodes d'aide à la décision multicritère (MADMC)**

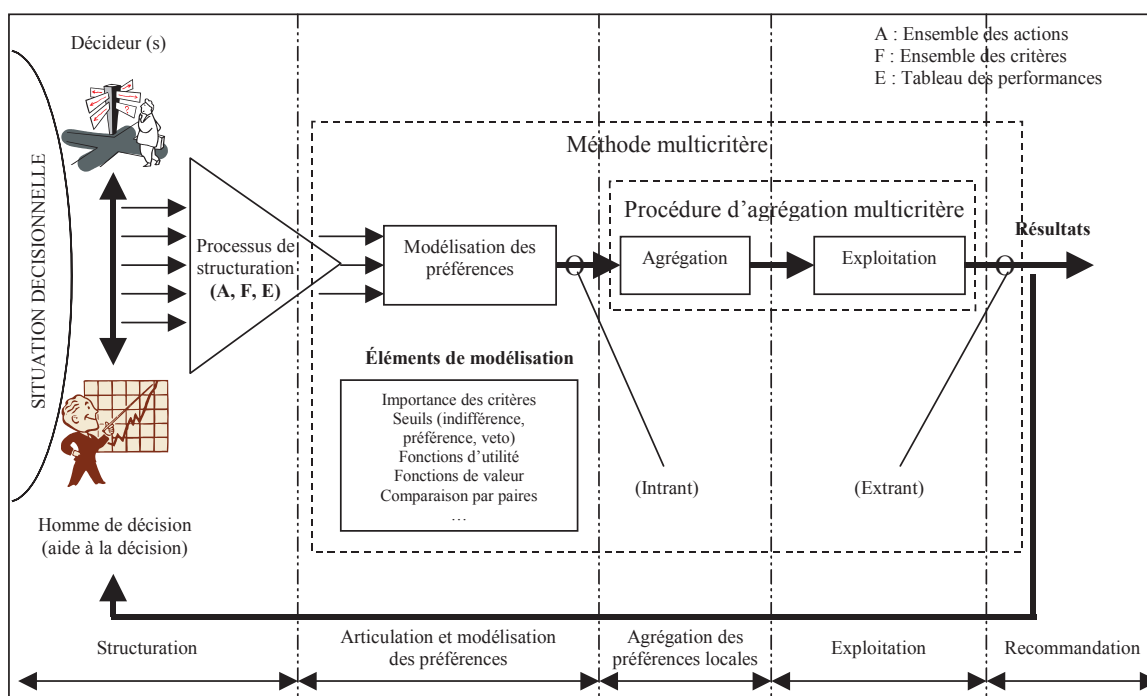
Les méthodes de programmation mathématique permettent de traiter un problème de sélection avec contraintes, en d'autres termes, un problème de sélection où les solutions ne sont pas connues a priori. En revanche, les méthodes d'aide à la décision multicritère que nous présentons dans cette section supposent que les solutions sont connues a priori. La méthode de choix de la meilleure solution est conditionnée par la façon avec laquelle le décideur exprime ses préférences : par exemple le décideur peut être indifférent vis à vis de deux solutions si la différence de leur coût est faible (une solution qui coûte 150 € et une solution qui coûte 148 €). Dans la théorie de la décision, cette étape du traitement du problème est appelée étape de modélisation des préférences. Nous la considérons comme un des points clés qui distingue les méthodes d'agrégation élémentaires et d'optimisation mathématique multiobjectif des méthodes d'aide à la décision multicritère.

Nous présentons dans cette section les concepts fondamentaux liés à la théorie de la décision multicritère afin d'explicitier sa pertinence pour le traitement d'un problème de sélection. Ensuite, nous étudions les méthodes d'agrégation multicritère les plus usitées. Enfin, nous proposons une procédure d'aide au choix d'une méthode d'aide à la décision multicritère.

### **4.1 Pré-requis de l'aide à la décision multicritère**

Guitouni [Guitouni 1998] stipule que le processus d'aide multicritère à la décision peut généralement être vu comme un processus récursif (itératif), non linéaire, composé de cinq étapes principales :

- (1) La structuration de la situation (problème) de décision.
- (2) L'articulation et la modélisation des préférences au niveau de chaque point de vue (modélisation des préférences locales).
- (3) L'agrégation de ces préférences locales en vue d'établir un ou plusieurs systèmes relationnels de préférences globaux.
- (4) L'exploitation de cette agrégation.
- (5) La recommandation.



**Figure 3.4** Représentation du processus d'aide à la décision [Guitouni et al., 1999]

Comme précisé dans la Figure 3.4, nous supposons que face à une situation décisionnelle, le décideur (la personne ayant connaissance des actions, des critères, ...) sera aidé par un homme d'étude (personne sensée maîtriser le processus d'aide à la décision). Il est possible que le décideur soit lui même l'homme d'étude. Nous détaillons ci-dessous, chacune des étapes du processus d'aide à la décision multicritère.

La structuration de la situation consiste à :

- (1) Déterminer le type de problématique à résoudre : problématique de choix, problématique de tri, problématique de rangement ou problématique de description (voir annexe E).
- (2) Déterminer l'ensemble des actions à étudier.
- (3) Recenser les critères selon lesquels les actions seront évaluées.
- (4) Déterminer les évaluations de chacune des actions sur chacun des critères.

L'articulation et la modélisation des préférences consiste à :

- (1) Définir les types de critères : vrai critère, pseudo critère, quasi critère, critère gaussien, ... (voir annexe E)
- (2) Définir l'ordre d'importance des critères ainsi que leur poids si besoin est.
- (3) Définir, et ce selon la méthode d'agrégation retenue, les fonctions d'utilité partielle, les fonctions de valeur, les comparaisons par paires d'actions...

L'agrégation des préférences locales consiste à exploiter les évaluations partielles des actions sur les différents critères afin de générer une évaluation globale.

L'exploitation consiste à exploiter les résultats obtenus à l'étape d'agrégation des préférences locales pour choisir, ranger ou trier les actions.

Selon Roy [Roy 1985], dans certains contextes décisionnels, une modélisation élaborée des préférences du décideur est requise. Selon la manière d'agrégation des préférences du décideur, il est possible de distinguer les approches :

- (1) l'approche du critère unique de synthèse évacuant l'incomparabilité. Ces approches sont exploitées dans le cas où le décideur est capable de juger toute paire d'actions  $\{a, b\}$  et ce selon un des cas suivant : soit  $a$  est préférée à  $b$ , soit  $b$  est préférée à  $a$ , soit le décideur est indifférent entre  $a$  et  $b$ . Il n'y a donc pas d'incomparabilité entre deux actions.
- (2) l'approche du surclassement de synthèse. Ces approches permettent l'incomparabilité entre actions. Certaines sont caractérisées par des structures de préférences forte, faible, indifférence, incomparabilité.
- (3) l'approche du jugement local interactif. Ces approches sont caractérisées par une interaction continue entre l'homme d'étude et le décideur tout au long du processus d'aide à la décision.

Tout au long de cette section, nous exploitons des termes propres à la théorie de la décision multicritère. La définition de ces termes dépasse le cadre de ce chapitre, nous les avons donc récapitulés en annexe E.

## 4.2 Méthodes de l'approche du critère unique de synthèse

### 4.2.1 La méthode TOPSIS : Technique for Order by Similarity to Ideal Solution [Hwang et Yoon, 1981]

#### a. Fondements de la méthode

L'idée fondamentale de cette méthode consiste à choisir une solution qui se rapproche le plus de la solution idéale (meilleure sur tous les critères) et de s'éloigner le plus possible de la pire solution (qui dégrade tous les critères).

- Étape 1 : Normaliser les performances comme suit :

$$E' = \left[ e'_{ij} = \frac{g_j(a_i)}{\sqrt{\sum_{i=1}^m [g_j(a_i)]^2}} ; i = 1, 2, \dots, m; \text{ et } j = 1, 2, \dots, n \right]$$

- Étape 2 : Calculer le produit des performances normalisées par les coefficients d'importance relative des attributs :

$$e''_{ij} = \pi_j \cdot e'_{ij}, \quad i = 1, 2, \dots, m; \text{ et } j = 1, 2, \dots, n$$

- Étape 3 : Déterminer les profils idéal ( $a^*$ ) et anti-idéal ( $a_*$ ).

$$a^* = \left\{ \underset{i}{\text{Max}} e''_{ij}, i = 1, \dots, m; \text{ et } j = 1, \dots, n \right\} ; e_j^* = \underset{i}{\text{Max}} \{ e''_{ij} \}$$

$$a_* = \left\{ e_{j^*}, j = 1, 2, \dots, n \right\} = \left\{ e_{1^*}, e_{2^*}, \dots, e_{n^*} \right\}$$

$$a_* = \left\{ \underset{i}{\text{Min}} e''_{ij}, i = 1, \dots, m; \text{ et } j = 1, \dots, n \right\} ; e_{j^*} = \underset{i}{\text{Min}} \{ e''_{ij} \}$$

$$a_* = \left\{ e_{j^*}, j = 1, 2, \dots, n \right\} = \left\{ e_{1^*}, e_{2^*}, \dots, e_{n^*} \right\}$$

- Étape 4 : Calculer la distance euclidienne par rapport aux profils  $a^*$  et  $a_*$ .

$$D_i^* = \sqrt{\sum_{j=1}^n (e_{ij}'' - e_j^*)^2}, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$D_{i^*} = \sqrt{\sum_{j=1}^n (e_{ij}'' - e_{j^*})^2}, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

- Étape 5 : Calculer un coefficient de mesure du rapprochement au profil idéal :

$$C_i^* = \frac{D_{i^*}}{D_i^* + D_{i^*}}, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$\text{avec,} \quad 0 \leq C_i^* \leq 1$$

- Étape 6 : Ranger les actions en fonction des valeurs décroissantes de  $C_i^*$ .

### b. Exemple

On applique la méthode TOPSIS à l'exemple introduit au paragraphe 3.1.2 « Compromise Programming ».

Les données de l'exemple sont alors :

$$\text{Matrice des performances} \quad E = \begin{bmatrix} 78 & 94 & 10000 \\ 82 & 86 & 15000 \\ 80 & 75 & 22000 \\ 88 & 90 & 25000 \end{bmatrix}$$

$$\text{Vecteur des coefficients d'importance des critères} \quad W = [0,45 \quad 0,35 \quad 0,20]$$

Application de la méthode TOPSIS :

- Étape 1 : Normalisation des performances :

$$\text{Matrice des performances normalisées} \quad E' = \begin{bmatrix} 0,4751 & 0,5431 & 0,2641 \\ 0,4995 & 0,4969 & 0,3961 \\ 0,4873 & 0,4333 & 0,5810 \\ 0,5360 & 0,5200 & 0,6602 \end{bmatrix}$$

- Étape 2 : Pondération des performances :

$$\text{Matrice des performances pondérées } E'' = \begin{bmatrix} 0,2138 & 0,1901 & 0,0528 \\ 0,2248 & 0,1739 & 0,0792 \\ 0,2193 & 0,1517 & 0,1162 \\ 0,2412 & 0,1820 & 0,1320 \end{bmatrix}$$

- Étape 3 : Détermination des profils idéal  $a^*$  et anti-idéal  $a_*$ :

$$\text{Profil idéal } a^* = [0,2412 \quad 0,1901 \quad 0,0528]$$

$$\text{Profil anti - idéal } a_* = [0,2138 \quad 0,1517 \quad 0,1320]$$

- Étape 4 : Calcul des distances euclidiennes par rapport aux profils  $a^*$  et  $a_*$ .

$$D_1^* = 0,0274 \quad D_2^* = 0,0350 \quad D_3^* = 0,0773 \quad D_4^* = 0,0796$$

$$D_{1*} = 0,1001 \quad D_{2*} = 0,1156 \quad D_{3*} = 0,1359 \quad D_{4*} = 0,1671$$

- Étape 5 : Calcul des coefficients de mesure du rapprochement au profil idéal

$$C_1^* = 0,7851 \quad ; \quad C_2^* = 0,7676 \quad ; \quad C_3^* = 0,6374 \quad ; \quad C_4^* = 0,6773$$

- Étape 6 : Rangement des actions en fonction des valeurs décroissantes de  $C_i^*$ .

$$C_1^* = 0,7851 > C_2^* = 0,7676 > C_4^* = 0,6773 > C_3^* = 0,6374$$

Selon la méthode TOPSIS, le partenaire  $a_1$  sera alors sélectionné par le comité de direction de l'entreprise.

### c. Critiques

La méthode TOPSIS permet d'ordonner les actions. Son grand apport est l'introduction des notions d'idéal et d'anti-idéal. Elle est facile à appliquer. En outre, elle est sensible à la volonté du décideur.

Toutefois, certaines limites caractérisent cette méthode : les attributs doivent être de nature cardinale, les préférences sont fixées a priori. Par ailleurs, si toutes les actions sont mauvaises, la méthode propose la meilleure action parmi les mauvaises.

La méthode TOPSIS est partiellement compensatoire.

#### 4.2.2 La méthode SMART : Simple Multi-Attribute Rating Technique [Edwards 1971]

##### a. Fondements de la méthode

La méthode SMART consiste à utiliser la forme additive pour l'agrégation des évaluations sur les différents critères. Ceci a été justifié par le fait qu'on obtient d'aussi bonnes approximations avec la forme additive qu'avec d'autres formes non linéaires qui sont beaucoup plus complexes.

La méthode SMART se présente comme suit :

- Étape 1 : Mettre les critères selon l'ordre décroissant d'importance.
- Étape 2 : Déterminer le poids de chaque critère.
- Étape 3 : Normaliser les coefficients d'importance relative entre 0 et 1 : faire la somme des coefficients d'importance et diviser chaque poids par cette somme.
- Étape 4 : Mesurer la localisation de chaque action sur chaque critère ( $u_j(a_i)$ ). Les évaluations des actions se font sur une échelle variant de 0 (minimum plausible) à 100 (maximum plausible).
- Étape 5 : Déterminer la valeur de chaque action selon la somme pondérée suivante :

$$U(a_i) = \sum_{j=1}^n \pi_j \cdot u_j(a_i) \quad , \quad i = 1, 2, \dots, m.$$

- Étape 6 : Classer les actions selon l'ordre décroissant de  $U(a_i)$ .

##### b. Exemple

Une entreprise cherche un partenaire pour externaliser un processus de fabrication d'un produit qu'elle a des difficultés à maîtriser. Le comité de direction a décidé d'exploiter la méthode SMART pour faire son choix.

Critère de sélection	Sens de l'optimisation
Coût du contrat d'externalisation (C <sub>1</sub> )	Minimiser
Licenciement (C <sub>2</sub> )	Minimiser
Amélioration de la qualité (C <sub>3</sub> )	Maximiser
Proximité (C <sub>4</sub> )	Maximiser

La direction a reçu les 5 offres suivantes :

Offre (a <sub>i</sub> )	Coût (C <sub>1</sub> )	Licenciement (C <sub>2</sub> )	Qualité (C <sub>3</sub> )	Proximité (C <sub>4</sub> )
a <sub>1</sub>	40	100	Insuffisante	Très loin
a <sub>2</sub>	100	140	Très bonne	Très proche
a <sub>3</sub>	60	40	Bonne	Proche
a <sub>4</sub>	60	40	Moyenne	Loin
a <sub>5</sub>	70	80	Bonne	Très proche

Application de la méthode SMART :

- Étape 1 : Mettre les attributs selon l'ordre décroissant d'importance  
 Après discussion avec le syndicat ouvrier, le comité de direction a opté pour l'ordre suivant :  

$$\text{Licenciements (C}_2\text{)} > \text{Qualité (C}_3\text{)} > \text{Coût (C}_1\text{)} > \text{Proximité (C}_4\text{)}$$
- Étape 2 : Déterminer le poids de chaque attribut.  
 Le comité de direction a commencé par donner une valeur de 10 au critère le moins important à savoir la proximité. Les coûts ont été considérés 4 fois plus importants que la proximité : une valeur de 40 a été donc attribuée aux coûts. Une valeur de 150 a été attribuée à la qualité et une valeur de 250 aux licenciements.
- Étape 3 : Normalisation des coefficients d'importance : On divise chaque valeur de l'étape précédente par la somme des valeurs :



$$\text{Licenciement } (C_2) = \frac{250}{10 + 40 + 150 + 250} = 55.6\%$$

$$\text{Qualité } (C_3) = \frac{150}{10 + 40 + 150 + 250} = 33.3\%$$

$$\text{Coût } (C_1) = \frac{40}{10 + 40 + 150 + 250} = 8.9\%$$

$$\text{Proximité } (C_4) = \frac{10}{10 + 40 + 150 + 250} = 2.2\%$$

Ainsi,  $\pi_1 = 0.089$  ;  $\pi_2 = 0.556$  ;  $\pi_3 = 0.333$  ;  $\pi_4 = 0.022$

- Étape 4 : Évaluation des actions sur chaque attribut ( $u_j(a_i)$ ).

↳ Pour les coûts : (Max = 100 et Min = 40)

$$u_1(a_i) = 100 \cdot \frac{(100 - \text{Coût}_i)}{(100 - 40)} \quad \text{en } \%$$

Ainsi,

$$u_1(a_1) = 100 \cdot (100 - 40)/(100-40) = 100\%$$

$$u_1(a_2) = 100 \cdot (100 - 100)/(100-40) = 0\%$$

$$u_1(a_3) = 100 \cdot (100 - 60)/(100-40) = 66.7\%$$

$$u_1(a_4) = 100 \cdot (100 - 60)/(100-40) = 66.7\%$$

$$u_1(a_5) = 100 \cdot (100 - 70)/(100-40) = 50\%$$

↳ Pour les licenciements : (Max = 140 et Min = 40)

$$u_2(a_i) = 100 \cdot \frac{(140 - \text{licenciements}_i)}{(140 - 40)} \quad \text{en } \%$$

Ainsi,  $u_2(a_1) = 40\%$  ;  $u_2(a_2) = 0\%$  ;  $u_2(a_3) = 100\%$  ;  $u_2(a_4) = 100\%$  ;  $u_2(a_5) = 60\%$

↳ Pour la qualité, la valeur de 100 a été accordée à « très bonne », la valeur 0 a été accordée à « insuffisante », 66 à « bonne » et 33 à « moyenne ».

Ainsi,  $u_3(a_1) = 0\%$  ;  $u_3(a_2) = 100\%$  ;  $u_3(a_3) = 66\%$  ;  $u_3(a_4) = 33\%$  ;  $u_3(a_5) = 66\%$ .

↳ Pour la proximité, la valeur de 100 a été accordée à « très proche », la valeur 0 a été accordée à « très loin », 66 à « proche » et 33 à « loin ».

Ainsi,  $u_4(a_1) = 0\%$  ;  $u_4(a_2) = 100\%$  ;  $u_4(a_3) = 66\%$  ;  $u_4(a_4) = 33\%$  ;  $u_4(a_5) = 66\%$ .

- Étape 5 : Détermination des valeurs des actions.

	Coût ( $C_1$ )	Licenciement ( $C_2$ )	Qualité ( $C_3$ )	Proximité ( $C_4$ )	$U(a_i)$
Poids ( $\pi_j$ )	0.089	0.556	0.333	0.022	-----
$a_1$	100	40	0	0	31.1
$a_2$	0	0	100	100	35.5
$a_3$	66.7	100	66	66	85.0
$a_4$	66.7	100	33	33	73.3
$a_5$	50	60	66	100	62.0

- Étape 6 : Classification des actions.

L'offre proposée par  $a_3$  est la meilleure, suivit de celle de  $a_4$  et  $a_5$ . Les offres proposées par  $a_2$  et  $a_1$  viennent en dernières positions avec des utilités de moins de 36%.

Ainsi, le comité de direction de l'entreprise optera pour le partenaire  $a_3$ .

### *c. Critiques*

La méthode SMART est facile à exploiter. Elle exige une articulation a-priori des préférences, et une évaluation des actions sur une échelle unique (échelle cardinale). La méthode SMART utilise la forme additive, elle est ainsi compensatoire.

### *d. Outils logiciels*

- Criterium Decision Plus 3.0  
<http://www.lionhrtpub.com/orms/orms-2-00/cdpmain.html>
- Decide right  
<http://www.avantos.com>

### 4.2.3 La méthode MAVT : Multiple Attribute Value Theory [Keeney et Raifa, 1976]

#### a. Fondements de la méthode

La méthode MAVT repose sur l'idée fondamentale suivante : tout décideur essaie inconsciemment (ou implicitement) de maximiser une fonction  $V = V[g_1, \dots, g_n]$  qui agrège tous les attributs. La particularité de la méthode MAVT réside dans l'idée de construction d'une fonction de valeur partielle pour chaque attribut. La meilleure action sur un attribut aura une valeur partielle (par rapport à l'attribut étudié) égale à 1 et la pire des actions aura une valeur partielle égale 0. En posant des questions au décideur, nous construisons les fonctions de valeur partielle. Nous construisons ensuite, et ce en fonction des caractéristiques des préférences du décideur, la fonction de valeur  $V$ . La méthode MAVT s'applique dans un contexte caractérisé par un ensemble d'actions explicite, une articulation a priori des préférences et un univers déterministe (les évaluations des actions par rapport à chaque attribut sont certaines).

La méthode MAVT s'applique comme suit :

- Étape 1 : Évaluer chacune des actions selon chaque critère (construire la matrice de décision : tableau multicritère).

	$g_1$		$g_j$		$g_n$
$a_1$	..	..	..	..	..
$a_i$	..	..	$g_j(a_i)$	..	..
$a_m$	..	..	..	..	..
	$v_1(g_1)$	..	$v_j(g_j)$	..	$v_n(g_n)$

- Étape 2 : Construire des fonctions de valeur partielle pour chaque critère (traduire le tableau multicritère en utilisant les valeurs). Une synthèse des plusieurs méthodes de construction des fonctions de valeur partielle a été présentée dans [Farquhar 1984].

	$v_1 (g_1)$	..	$v_j (g_j)$	..	$v_n (g_n)$
$a_1$	..	..	..	..	..
$a_i$	..	..	$v_j (g_j (a_i))$	..	..
$a_m$	..	..	..	..	..

- Étape 3 : Établir les poids des critères.
- Étape 4 : Calculer l'évaluation globale pour chaque action en utilisant une forme d'agrégation appropriée.

$$V[g_1(a_i), \dots, g_n(a_i)] = f\{v_1[g_1(a_i)], \dots, v_n[g_n(a_i)]\}$$

Par exemple :

- décomposition de la fonction de valeur en une forme additive

$$V[g_1(a_i), \dots, g_n(a_i)] = \sum_{j=1}^n \pi_j v_j[g_j(a_i)]$$

- d'autres formes de décomposition sont possibles à savoir la forme multiplicative, la forme quasi-additive, la forme bilatérale ... [Guitouni 2000]
- Étape 5 : Déterminer la meilleure action (l'action qui maximise la valeur V : celle qui a le plus grand score).
- Étape 6 : Faire des analyses de sensibilité.

#### ***b. Exemple [Pomerol et Romero, 1993]***

Il s'agit de choisir des voitures en fonction de leur prix, leur confort et leur consommation d'essence.

- Étape 1 : Évaluer chacune des actions selon chaque critère.  
Les caractéristiques de chacune des voitures sont :

Actions	Prix (Min)	Confort (Max)	Consommation (Min)
a <sub>1</sub>	100	10	12
a <sub>2</sub>	90	9	9
a <sub>3</sub>	80	9	10
a <sub>4</sub>	75	8	8
a <sub>5</sub>	70	9	11
a <sub>6</sub>	70	7	7
a <sub>7</sub>	60	6	9
a <sub>8</sub>	60	7	8
a <sub>9</sub>	50	5	7
a <sub>10</sub>	50	4	6

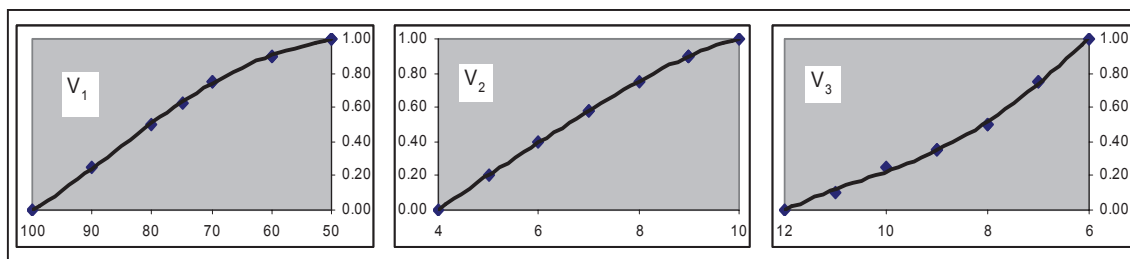
- Étape 2 : Construire des fonctions de valeur partielles pour chaque.

En posant plusieurs questions au décideur basées sur le principe de la loterie, nous construisons les courbes de valeur partielle. Par exemple, pour construire la courbe  $V_1$  relative au prix, nous retenons que  $V_1(100) = 0$  et  $V_1(50) = 1$ . Nous posons ensuite des questions comme :

- Combien êtes vous prêt à donner en consommation pour être indifférent entre (50, 7, 9) et (75, 8, ?)
- Où se situe le prix tel que (50, 7, 9)  $\approx$  (?, 8, 6) et (?, 7, 9)  $\approx$  (100, 8, 6)?
- ...

Ayant les réponses à ces questions, nous construisons la courbe  $V_1$ .

Les courbes de valeur partielle des attributs Prix, confort et consommation sont présentées ci-après.



**Figure 3.5** Courbes de valeur partielle

- Étape 3 : Établir les poids des critères.  
Les poids retenus pour les attributs sont  $\pi_1 = 0.32$ ,  $\pi_2 = 0.36$ ,  $\pi_3 = 0.32$ .
- Étape 4 : Calculer l'évaluation globale pour chaque action en utilisant une forme d'agrégation appropriée.

Nous retenons une forme d'agrégation additive :

$$V(a_i) = \pi_1 * V_1(a_i) + \pi_2 * V_2(a_i) + \pi_3 * V_3(a_i).$$

Actions	Prix	V <sub>1</sub>	Confort	V <sub>2</sub>	Consommation	V <sub>3</sub>	V
a <sub>1</sub>	100	0.00	10	1.00	12	0.00	0.360
a <sub>2</sub>	90	0.25	9	0.90	9	0.35	0.516
a <sub>3</sub>	80	0.50	9	0.90	10	0.25	0.564
a <sub>4</sub>	75	0.62	8	0.75	8	0.50	0.628
a <sub>5</sub>	70	0.75	9	0.90	11	0.10	0.596
a <sub>6</sub>	70	0.75	7	0.58	7	0.75	0.688
a <sub>7</sub>	60	0.90	6	0.40	9	0.35	0.544
a <sub>8</sub>	60	0.90	7	0.58	8	0.50	0.656
a <sub>9</sub>	50	1.00	5	0.20	7	0.75	0.632
a <sub>10</sub>	50	1.00	4	0.00	6	1.00	0.640

- Étape 5 : Déterminer la meilleure action.  
Compte tenu de cette étude, le classement des actions est :  
 $a_6 \succ a_8 \succ a_{10} \succ a_9 \succ a_4 \succ a_5 \succ a_3 \succ a_7 \succ a_2 \succ a_1$ .

### c. Critiques

Cette méthode est d'inspiration anglo-saxonne et est notamment utilisée aux États-Unis dans des problèmes d'aide à la décision, des problèmes d'économie, de finance et d'actuariat [Vincke 1989].

La méthode MAVT est une procédure très exigeante de point de vue informationnel. Par ailleurs, la construction des fonctions de valeur n'est pas toujours une tâche évidente. La méthode MAVT exige une articulation a-priori des préférences, et une évaluation des

actions sur des échelles cardinales (on utilise les loteries pour déterminer les fonctions de valeur).

La construction de la fonction analytique  $V$  est une tâche ardue. L'exploitation de la forme additive n'est possible que sous des hypothèses très restrictives du point de vue théorique ([Pomerol et Romero, 1993], [Keeney et Raifa, 1976]). La structure de préférence utilisé dans la méthode MAVT est du type  $\{P,I\}$ . La méthode MAVT est partiellement compensatoire.

#### *d. Outils logiciels*

- Web-Hipre  
<http://www.hipre.hut.fi/>
- LDW Software  
<http://www.logicaldecisions.com/prod01.htm>

### **4.2.4 La méthode MAUT : Multiple Attribute Utility Theory [Keeney et Raifa, 1976]**

#### *a. Fondements de la méthode*

La méthode MAUT repose sur la même idée que la méthode MAVT. En revanche, elle s'applique dans le cas où les évaluations des actions par rapport aux attributs sont imprégnées d'incertitude (aléatoire). A ce moment, on parle de fonction d'utilité et non plus de fonction de valeur.

La méthode MAUT s'applique alors dans un contexte caractérisé par un ensemble d'actions explicite (fini), une articulation a priori des préférences, et un univers incertain (les évaluations des actions par rapport à chaque attribut sont incertaines).

La méthode MAUT exige les mêmes étapes que la méthode MAVT.

#### *b. Critiques*

Comme la méthode MAVT, la méthode MAUT est très exigeante d'un point de vue informationnel. Les fonctions d'utilité sont difficiles à concevoir. En outre, MAUT exige plusieurs vérifications telles que l'indépendance mutuelle au sens de l'utilité.

La méthode MAUT exige une articulation a-priori des préférences, et une évaluation des actions sur des échelles cardinales (on utilise les loteries pour déterminer les fonctions de valeur). La structure de préférence est du type  $\{P,I\}$ . La méthode MAUT est partiellement compensatoire.

### c. Outils logiciels

- LDW Software  
<http://www.logicaldecisions.com/prod01.htm> (Version démo gratuite)

## 4.2.5 La méthode UTA : Utility Theory Additive [Jacquet-Lagreze et Siskos, 1982]

### a. Fondements de la méthode

La méthode UTA se base sur l'idée suivante : nous supposons que le décideur connaît bien un sous ensemble d'actions  $A'$  ( $A' \subset A$ ). Nous cherchons à estimer la fonction d'utilité (ayant une forme additive) en s'approchant le plus possible des jugements portés par le décideur sur le sous-ensemble  $A'$ . Pour ce faire, on sélectionne un sous-ensemble  $A'$  ( $A' \subset A$ ) d'actions que le décideur connaît bien et on demande ensuite au décideur de :

- Classer les actions de  $A'$ .
- Donner les critères significatifs  $1,2,..,j,..,n$ .
- Donner les évaluations des actions de  $A'$  par rapport aux critères  $1,2,..,j,..,n$  (matrice des jugements).

On procède après à un ajustement appelé « régression ordinale » : cette étape consiste à déterminer la fonction d'utilité totale qui colle le mieux avec les données (classement des actions et la matrice des jugements).

La fonction d'utilité obtenue peut être considérée comme une estimation, à un terme d'erreur près, de la vraie fonction d'utilité :

$$U(a_i) = \sum_{j=1}^n u_j(e_{ij}) + \sigma(a_i) \quad (1)$$

où :  $u_j(e_{ij})$  désigne l'utilité de l'action  $a_i$  sur le critère  $j$  et  $\sigma(a_i)$  désigne l'erreur associée à l'estimation de  $u_j(a_i)$ .



La méthode UTA s'applique en procédant comme suit :

- Étape 1 : Déterminer les évaluations extrêmes  $e_j^*$  et  $e_j^*$  et écrire les valeurs des actions de A' selon l'expression (1).

- Étape 2 : Écrire la contrainte de normalisation des poids des critères

$$\sum_{j=1}^n u'_j(e_j^*)=1$$

- Étape 3 : Diviser, pour chaque critère j, l'intervalle  $[e_j^*, e_j^*]$  en  $\alpha_j$  intervalles notés  $[e_j^l, e_j^{l+1}]$ , avec

$$e_j^l = e_j^* + \frac{l-1}{\alpha_j} (e_j^* - e_j^*), \quad l=1, 2, \dots, \alpha_j$$

- Étape 4 : Appliquer la transformation ci-après :

$$u'_j(e_j^{l+1}) - u'_j(e_j^l) > 0, \quad \forall j, l \text{ où } [e_j^l, e_j^{l+1}] \text{ est un intervalle de valeurs de } g_j$$

Ce qui revient à dire que les fonctions d'utilité partielle sont monotones.

- Étape 5 : Déterminer les valeurs  $u'_j(e_j^l)$

Dans la méthode UTA, on détermine les  $u'_j(e_j^l)$  et on effectue des interpolations linéaires entre ces points. En d'autres termes,

Si  $z_j \in [e_j^l, e_j^{l+1}]$ , on aura

$$u'_j(z_j) = u'_j(e_j^l) + \frac{z_j - e_j^l}{e_j^{l+1} - e_j^l} [u'_j(e_j^{l+1}) - u'_j(e_j^l)]$$

- Étape 6 : Formuler le problème sous la forme d'un programme linéaire (ci-après) en se basant sur l'ensemble A'.

$$\begin{aligned}
 & \text{Min } \sum_{a_i \in A'} \sigma(a_i) \\
 & \sum u'_j(e_j^*) = 1 \quad (\text{Pondération des critères}) \\
 & u'_j(e_j^{l+1}) - u'_j(e_j^l) > 0, \quad \forall j, \forall l \\
 \text{sujet à} & \sum_{j=1}^n [u'_j(e_{ij}) - u'_j(e_{kj}) + \sigma(a_i) - \sigma(a_k)] > 0 \quad \text{Si } a_i P a_k, (a_i, a_k) \in A' \times A' \\
 & \sum_{j=1}^n [u'_j(e_{ij}) - u'_j(e_{kj}) + \sigma(a_i) - \sigma(a_k)] > 0 \quad \text{Si } a_i I a_k, (a_i, a_k) \in A' \times A' \\
 & u'_j(e_{j*}) = 0, \quad \forall j, \text{ avec } x_{j*} \text{ est la pire valeur sur le critère } j \\
 & u'_j(e_j^l) \geq 0 ; \quad \sigma(a_i) \geq 0, \quad \forall j, \forall l, i=1, 2, \dots, m
 \end{aligned}$$

- Étape 7 : Résoudre le programme linéaire et appliquer la fonction d'utilité obtenue à l'ensemble des actions de A

### **b. Critiques**

La méthode UTA utilise la même base axiomatique que la méthode MAUT. Toutefois, elle ne cherche pas à fixer directement les fonctions d'utilité partielles comme dans MAUT.

Dans UTA, les fonctions d'utilité partielles découlent toutes à la fois de la préférence globale exprimée par le décideur.

On assiste donc à une sorte de désagrégation de la fonction d'utilité totale en des utilités partielles.

La méthode UTA exige des données cardinales, une articulation a-priori des préférences, une famille de vrai-critères. Par ailleurs, UTA exige l'indépendance au sens des préférences. UTA est un méthode compensatoire.

### **c. Outils logiciels**

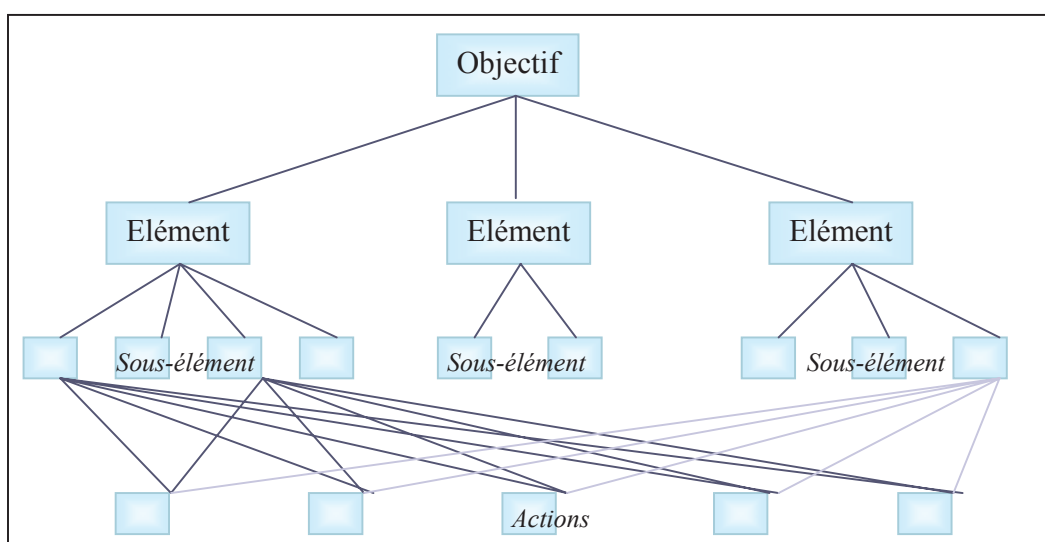
- UTA PLUS (version démo gratuite)  
<http://www.lamsade.dauphine.fr/english/software.html#uta+1>

#### 4.2.6 La méthode AHP : Analytic Hierarchy Process [Saaty 1980]

##### a. Fondements de la méthode

La méthode AHP consiste à représenter un problème de décision par une structure hiérarchique reflétant les interactions entre les divers éléments du problème, à procéder ensuite à des comparaisons par paires des éléments de la hiérarchie, et enfin à déterminer les priorités des actions.

- Étape 1 : Décomposer le problème en une hiérarchie d'éléments inter-reliés. Au sommet de la hiérarchie, on trouve l'objectif, et dans les niveaux inférieurs, les éléments contribuant à atteindre cet objectif. Le dernier niveau est celui des actions.



**Figure 3.6** Structure hiérarchique d'un problème selon la méthode AHP

- Étape 2 : Procéder à des comparaisons par paires des éléments de chaque niveau hiérarchique par rapport à un élément du niveau hiérarchique supérieur. Cette étape permet de construire des matrices de comparaisons. Les valeurs de ces matrices sont obtenues par la transformation des jugements en valeurs numériques selon l'échelle de Saaty (Echelle de comparaisons binaires), tout en respectant le principe de réciprocité :

$$P_c(E_A, E_B) = \frac{1}{P_c(E_B, E_A)}$$

Degré d'importance	Définition	Explication
1	Importance égale des deux éléments	Deux éléments contribuent autant à la propriété.
3	Faible importance d'un élément par rapport à un autre.	L'expérience et l'appréciation personnelles favorisent légèrement un élément à un autre
5	Importance forte ou déterminante d'un élément par rapport à un autre.	L'expérience et l'appréciation personnelles favorisent fortement un élément à un autre
7	Importance attestée d'un élément par rapport à un autre.	Un élément est fortement favorisé et sa dominance est attestée dans la pratique.
9	Importance absolue d'un élément par rapport à un autre.	Les preuves favorisant un élément par rapport à un autre sont aussi convaincantes que possible.
2, 4, 6, 8	Valeurs intermédiaires entre deux appréciations voisines	Un compromis est nécessaire entre deux appréciations.
Réciprocité	Si l'élément i se voit attribuer l'un des chiffres précédents lorsqu'elle est comparée à l'élément j, j aura donc la valeur inverse lorsqu'on la compare à i.	

**Tableau 3.4 Échelle de Saaty**

**N.B :** A chaque nœud éclaté en n éléments, il faut réaliser  $\frac{n.(n-1)}{2}$  comparaisons par paire.

- Étape 3 : Déterminer l'importance relative des éléments en calculant les vecteurs propres correspondants aux valeurs propres maximales des matrices de comparaisons.
- Étape 4 : Vérifier la cohérence des jugements.
  - On calcule d'abord, l'indice de cohérence IC.

$$IC = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1}$$

Où :  $\lambda_{\max}$  est la valeur propre maximale correspondant à la matrice des comparaisons par paires et n est le nombre d'éléments comparés.

- On calcule le ratio de cohérence (RC) définit par :

$$RC = 100 \cdot \frac{IC}{ACI}$$

Où ACI est l'indice de cohérence moyen obtenu en générant aléatoirement des matrices de jugement de même taille.

Dimension de la matrice	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Cohérence aléatoire (ACI)	0.00	0.00	0.58	0.90	1.12	1.24	1.32	1.41	1.45	1.49

**Tableau 3.5 Indice de cohérence moyen**

Une valeur de RC inférieure à 10% est généralement acceptable, sinon, les comparaisons par paires doivent être révisées pour réduire les incohérences.

- Étape 5 : Établir la performance relative de chacune des actions.

$$P_k(e_i^k) = \sum_{j=1}^{n_{k-1}} P_{k-1}(e_i^{k-1}) \cdot P_k(e_i^k / e_j^{k-1}), \quad \text{avec} \quad \sum_{j=1}^{n_k} P_k(e_j^k) = 1$$

Où  $n_{k-1}$  est le nombre d'éléments du niveau hiérarchique  $k-1$ , et  $P_k(e_i^k)$  est la priorité accordée à l'élément  $e_i$  au niveau hiérarchique  $k$ .

### b. Exemple

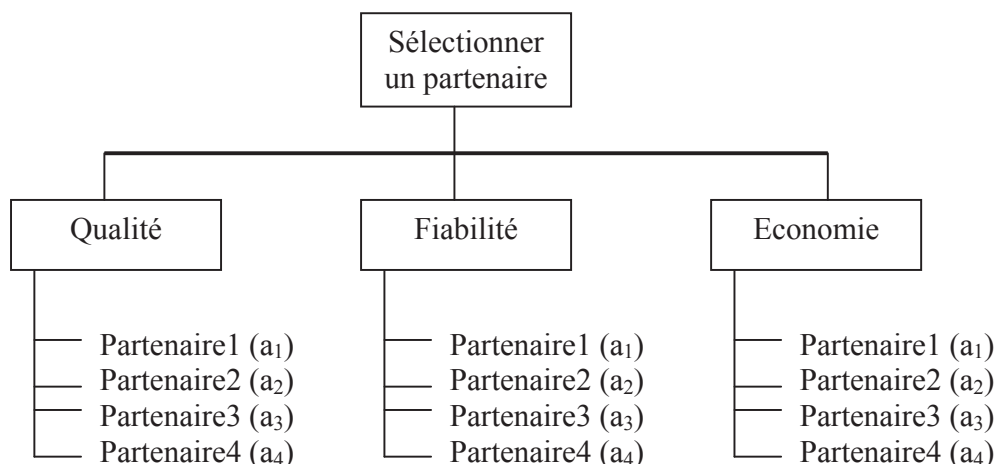
Une entreprise doit sélectionner un partenaire pour externaliser un processus de fabrication. Le comité de direction a décidé d'exploiter la méthode AHP pour faire son choix.

- Étape 1 : Décomposition du problème en une hiérarchie d'éléments inter-reliés. Le groupe de décision a retenu la hiérarchie suivante :

L'objectif est de sélectionner un partenaire pour sous-traiter le produit en question.

Les critères de sélection retenus sont la qualité du produit fourni, la fiabilité du partenaire et l'économie engendrée par cette relation de partenariat.

4 alternatives sont possibles (4 partenaires ont déposé des offres).



- Étapes 2 + 3 : Comparaisons par paires des éléments de chaque niveau hiérarchique et détermination de l'importance relative des éléments.

Après discussion, le groupe de décision s'est mis d'accord que la fiabilité est légèrement plus importante que la qualité ; la qualité a une importance faible par rapport à l'économie; et la fiabilité a une importance modérée par rapport à l'économie. Ces jugements sont traduits dans la matrice suivante :

	Qualité	Fiabilité	Economie
Qualité	1	1/2	3
Fiabilité	2	1	4
Economie	1/3	1/4	1

Le traitement de cette matrice donne :

$$\lambda_{\max} = 3.0183 ; w_1 = \begin{pmatrix} 0.4481 \\ 0.8527 \\ 0.1862 \end{pmatrix} ; \text{ après normalisation, on obtient } \underline{w_1} = \begin{pmatrix} 0.3196 \\ 0.5584 \\ 0.1220 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{l} \text{Qualité} \\ \text{Fiabilité} \\ \text{Economie} \end{array} \quad \underline{w_1} = \begin{pmatrix} 0.3196 \\ 0.5584 \\ 0.1220 \end{pmatrix} \quad \leftarrow \begin{array}{l} \text{Le second critère important} \\ \text{Le critère le plus important} \\ \text{Le critère le moins important} \end{array}$$

- En termes de qualité et de fiabilité, les comparaisons par paires des actions sont récapitulées dans les matrices suivantes :

Qualité

	a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>4</sub>
a <sub>1</sub>	1	1/4	4	1/6
a <sub>2</sub>	4	1	4	1/4
a <sub>3</sub>	1/4	1/4	1	1/5
a <sub>4</sub>	6	4	5	1

Fiabilité

	a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>4</sub>
a <sub>1</sub>	1	2	5	1
a <sub>2</sub>	1/2	1	3	2
a <sub>3</sub>	1/5	1/3	1	1/4
a <sub>4</sub>	1	1/2	4	1

En termes de qualité

$$\lambda_{\max} = 4.4347 \text{ et } \underline{w_2} = \begin{pmatrix} 0.1160 \\ 0.2470 \\ 0.0600 \\ 0.5770 \end{pmatrix}$$

En termes de fiabilité

$$\lambda_{\max} = 4.1913 \text{ et } \underline{w_3} = \begin{pmatrix} 0.3790 \\ 0.2900 \\ 0.0740 \\ 0.2570 \end{pmatrix}$$

Donc, si on ne tient compte que du critère qualité, c'est le partenaire 4 qui sera sélectionné. Toutefois, si on ne prend compte que le critère fiabilité, c'est le partenaire 1 qui sera retenu.

- L'information concernant l'économie engendrée par l'association avec un partenaire est récapitulée dans le tableau suivant :

	Économie	Normalisation
a <sub>1</sub>	34	34/113 = 0.3010
a <sub>2</sub>	27	27/113 = 0.2390
a <sub>3</sub>	24	24/113 = 0.2120
a <sub>4</sub>	28	28/113 = 0.2480
Total	113	1

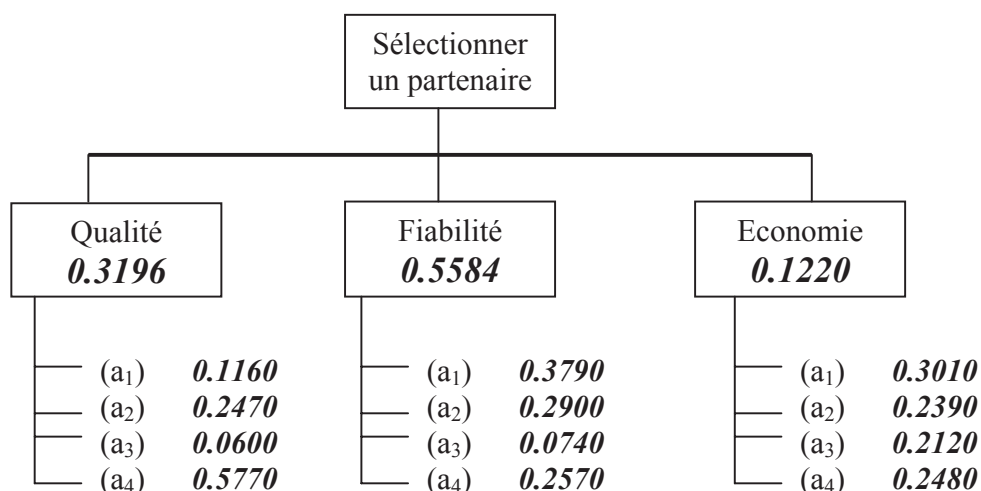
La normalisation des données relatives à l'économie nous a permis de déterminer le

$$\text{vecteur de priorité } \underline{w_4} = \begin{pmatrix} 0.3010 \\ 0.2390 \\ 0.2120 \\ 0.2480 \end{pmatrix}.$$

- Étape 4 : Évaluation des cohérences des jugements

Matrice	M <sub>1</sub>	M <sub>2</sub>	M <sub>3</sub>	M <sub>4</sub>
$\lambda_{\max}$	3.0183	4.4347	4.1913	***
IC	0.0092	0.1449	0.0638	***
ACI	0.58	0.90	0.90	0.90
RC	1.6%	16.1%	7.1%	***

- Étape 5 : Détermination de la performance relative de chacune des actions.



$$\begin{matrix} \text{Actions} \\ (a_1) \\ (a_2) \\ (a_3) \\ (a_4) \end{matrix} \begin{pmatrix} \text{Qualité} & \text{Fiabilité} & \text{Economie} \\ 0.1160 & 0.3790 & 0.3010 \\ 0.2470 & 0.2900 & 0.2390 \\ 0.0600 & 0.0740 & 0.2120 \\ 0.5770 & 0.2570 & 0.2480 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} \text{Priorités des critères} \\ 0.3196 \\ 0.5584 \\ 0.1220 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{Priorités des actions} \\ 0.3060 \\ 0.2720 \\ 0.0940 \\ 0.3280 \end{pmatrix} \begin{matrix} (a_1) \\ (a_2) \\ (a_3) \\ (a_4) \end{matrix}$$

D'après le vecteur des priorités des actions, on conclut que le partenaire 4(a<sub>4</sub>) a proposé la meilleure offre, suivi du partenaire 1(a<sub>1</sub>), puis des partenaires 2(a<sub>2</sub>) et 3(a<sub>3</sub>).

**N.B** : Cet exemple a été traité en utilisant le logiciel Expert Choice (voir annexe D)

### c. Critiques

Les points forts de la méthode AHP sont la modélisation du problème de décision par une structure hiérarchique et l'utilisation d'une échelle sémantique pour exprimer les préférences du décideur.

Bien qu'elle soit très populaire, la méthode AHP a fait l'objet de plusieurs critiques :

- Un grand nombre d'éléments dans le problème de décision fait exploser le nombre de comparaisons par paires.



- Le problème de renversement de rang (deux actions peuvent voir leur ordre de priorité s'inverser suite à une modification (ajout ou suppression d'une ou de plusieurs actions) de l'ensemble des actions.
- L'association d'une échelle numérique à l'échelle sémantique est restrictive et introduit des biais.

La méthode AHP a fait l'objet de plusieurs extensions telles que la prise en compte de l'incertitude (AHP stochastique) et du flou (AHP flou) dans l'expression des jugements.

#### *d. Outils logiciels*

- Criterium Decision Plus 3.0  
<http://www.lionhrtpub.com/orms/orms-2-00/cdpmain.html>
- aliah Think  
<http://www.decisioncoaches.com> (version démo gratuite)
- Expert Choice  
<http://www.expertchoice.com/download/Default.htm> (version démo gratuite)

### **4.2.7 La méthode EVAMIX [Voogd 1983]**

#### *a. Fondements de la méthode*

La méthode EVAMIX traite les évaluations ordinales et cardinales. Afin d'évaluer une action par rapport à une autre, on calcule deux indices de dominance, le premier pour les évaluations ordinales et le second pour les évaluations cardinales. Ces deux indices sont par la suite normalisés puis combinés pour donner une mesure globale de la dominance. Enfin, un score global par action est calculé, ce qui permettra de classer les actions.

- Étape 1 : Calculer les indices de dominance (de l'action  $i$  par rapport à l'action  $k$ )  $\alpha_{ik}$  et  $\beta_{ik}$  respectivement pour les attributs ordinaux( $O$ ) et cardinaux( $C$ ).

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_{ik} = \sqrt[p]{\sum_{j \in O} [\pi_j \cdot v(e_{ij}, e_{kj})]^p} \\ \beta_{ik} = \sqrt[p]{\sum_{j \in C} [\pi_j \cdot v(e_{ij}, e_{kj})]^p} \end{array} \right. ; \text{ avec } v(e_{ij}, e_{kj}) = \begin{cases} 1, & \text{si } e_{ij} > e_{kj} \\ 0, & \text{si } e_{ij} = e_{kj} \\ -1, & \text{si } e_{ij} < e_{kj} \end{cases}$$

- Étape 2 : Normaliser les indices de la manière suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \delta_{ik} = \frac{\alpha_{ik}}{\sum_i \sum_k |\alpha_{ik}|} \\ \mu_{ik} = \frac{\beta_{ik}}{\sum_i \sum_k |\beta_{ik}|} \end{array} \right.$$

- Étape 3 : Calculer la dominance  $D_{ik}$  globale de l'action  $i$  par rapport à l'action  $k$ . C'est simplement la somme pondérée des indices de dominance normalisés.

$$D_{ik} = \delta_{ik} \cdot \sum_{j \in O} \pi_j + \mu_{ik} \cdot \sum_{j \in C} \pi_j$$

- Étape 4 : Calculer le score global par action comme suit :

$$D_i = \sum_{k=1; k \neq i}^n D_{ik}, \text{ où } n \text{ est le nombre d'actions.}$$

$D_i$  permet de ranger les actions.

### b. Exemple

On appliquera la méthode EVAMIX à l'exemple traité par la méthode SMART.

	Coût (C <sub>1</sub> )	Licenciement (C <sub>2</sub> )	Qualité (C <sub>3</sub> )	Proximité (C <sub>4</sub> )
Nature du critère	Cardinal	Cardinal	Ordinal	Ordinal
Poids du critère	0.089	0.556	0.333	0.022
a <sub>1</sub>	40	100	Insuffisante	Très loin
a <sub>2</sub>	100	140	Très bonne	Très proche
a <sub>3</sub>	60	40	Bonne	Proche
a <sub>4</sub>	60	40	Moyenne	Loin
a <sub>5</sub>	70	80	Bonne	Très proche

- Étape 1 : Calcul des indices de dominance

Les indices de dominance pour les évaluations ordinales sont récapitulés dans la matrice ci-dessous. La valeur correspondant à la ligne i et la colonne k de cette matrice est  $\alpha_{ik}$ .

$\alpha_{ik}$	a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>4</sub>	a <sub>5</sub>
a <sub>1</sub>	---	-0.355	-0.355	-0.355	-0.355
a <sub>2</sub>	0.355	---	0.355	0.355	0.355
a <sub>3</sub>	0.355	-0.355	---	0.355	-0.022
a <sub>4</sub>	0.355	-0.355	-0.355	---	-0.355
a <sub>5</sub>	0.355	-0.355	0.022	0.355	---

**N.B** : Les indices  $\alpha_{ik}$  sont calculés en appliquant la relation

$$\alpha_{ik} = \sqrt[p]{\sum_{j \in O} [\pi_j \cdot v(e_{ij}, e_{kj})]^p} \text{ pour } p=1.$$

Les indices de dominance pour les évaluations cardinales sont récapitulés dans la matrice ci-dessous. La valeur correspondant à la ligne i et la colonne k de cette matrice est  $\beta_{ik}$ .

$\beta_{ik}$	a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>4</sub>	a <sub>5</sub>
a <sub>1</sub>	---	0.645	-0.467	-0.467	-0.467
a <sub>2</sub>	-0.645	---	-0.645	-0.645	-0.645
a <sub>3</sub>	0.467	0.645	---	0	0.645
a <sub>4</sub>	0.467	0.645	0	---	0.645
a <sub>5</sub>	0.467	0.645	-0.645	-0.645	---

**N.B** : Les indices  $\beta_{ik}$  sont calculés en appliquant la relation

$$\beta_{ik} = \sqrt[p]{\sum_{j \in C} [\pi_j \cdot v(e_{ij}, e_{kj})]^p} \text{ pour } p=1.$$

- Étape 2 : Normalisation des indices de dominance

Normalisation des indices de dominance pour les évaluations ordinales

$\delta_{ik}$	a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>4</sub>	a <sub>5</sub>
a <sub>1</sub>	---	-0.0556	-0.0556	-0.0556	-0.0556
a <sub>2</sub>	0.0556	---	0.0556	0.0556	0.0521
a <sub>3</sub>	0.0556	-0.0556	---	0.0556	-0.0034
a <sub>4</sub>	0.0556	-0.0556	-0.0556	---	-0.0556
a <sub>5</sub>	0.0556	-0.0521	0.0034	0.0556	---

Normalisation des indices de dominance pour les évaluations cardinales

$\mu_{ik}$	a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>4</sub>	a <sub>5</sub>
a <sub>1</sub>	---	0.0612	-0.0443	-0.0443	-0.0443
a <sub>2</sub>	-0.0612	---	-0.0612	-0.0612	-0.0612
a <sub>3</sub>	0.0443	0.0612	---	0	0.0612
a <sub>4</sub>	0.0443	0.0612	0	---	0.0612
a <sub>5</sub>	0.0443	0.0612	-0.0612	-0.0612	---

- Étape 3 : Calcul de la dominance globale.

$D_{ik}$	a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>4</sub>	a <sub>5</sub>
a <sub>1</sub>	---	0.0197	-0.0483	-0.0483	-0.0483
a <sub>2</sub>	-0.0197	---	-0.0197	-0.0197	-0.0210
a <sub>3</sub>	0.0483	0.0197	---	0.0197	0.0383
a <sub>4</sub>	0.0483	0.0197	-0.0197	---	0.0197
a <sub>5</sub>	0.0483	0.0210	-0.0383	-0.0197	---

- Étape 4 : Calcul des scores globaux des actions.

Actions	$D_i$
a <sub>1</sub>	-0.1252
a <sub>2</sub>	-0.0802
a <sub>3</sub>	0.1261
a <sub>4</sub>	0.0680
a <sub>5</sub>	0.0113

Les scores globaux permettent le rangement des actions. On remarque bien qu'on obtient le même rangement que celui obtenu par l'application de la méthode SMART, à savoir :

$$a_3 \succ a_4 \succ a_5 \succ a_2 \succ a_1.$$

### *c. Critiques*

La méthode EVAMIX est facile à mettre en œuvre. Par ailleurs, elle a l'avantage de traiter les évaluations ordinales et cardinales. La méthode EVAMIX exige une articulation a-priori des préférences, et une structure de préférence du type  $\{P, I\}$ .

EVAMIX est une méthode partiellement compensatoire.

### *d. Outils logiciels*

- Evamix

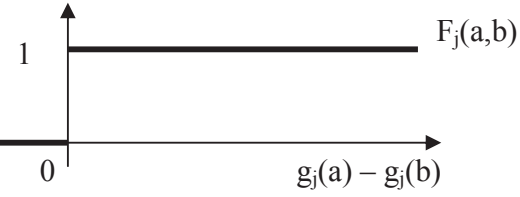
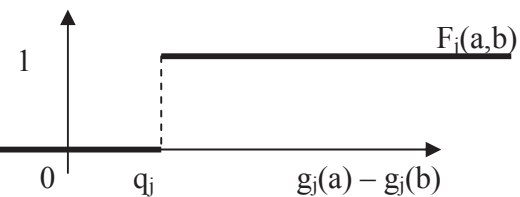
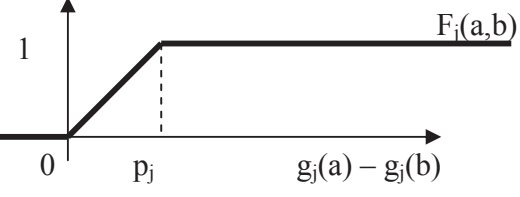
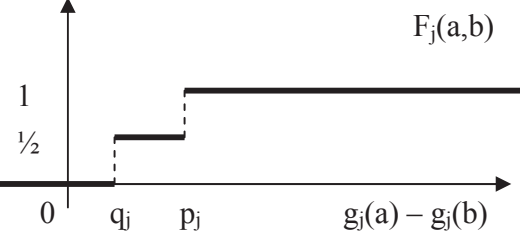
<http://www.frw.rug.nl/persons/voogd/evamix.htm> (Version démo gratuite)

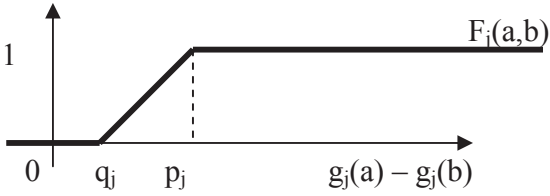

## **4.3 Les méthodes de l'approche de surclassement de synthèse**

### **4.3.1 Les méthodes PROMETHEE [Brans et Vincke, 1985]**

#### *a. Fondements de la méthode*

Les méthodes PROMETHEE se basent sur une extension de la notion de critère par l'introduction d'une fonction exprimant la préférence du décideur pour une action  $a_i$  par rapport à une autre action  $a_k$ . Pour chaque critère, le décideur est appelé à choisir une des six formes de courbes représentées ci-dessous. Les paramètres relatifs à chaque courbe représentent des seuils d'indifférence et/ou de préférence.

<p><b>1<sup>ère</sup> forme : Vrai-critère</b></p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Préférence stricte immédiate.</li> <li>• Pas de paramètres à déterminer.</li> </ul> $F_j(a,b) = \begin{cases} 1 & \text{si } g_j(a) > g_j(b) \\ 0 & \text{si } g_j(a) \leq g_j(b) \end{cases}$
<p><b>2<sup>ème</sup> forme : Quasi-critère</b></p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Il existe un seuil d'indifférence (quasi-critère) qui doit être fixé.</li> </ul> $F_j(a,b) = \begin{cases} 1 & \text{si } g_j(a) - g_j(b) > q_j \\ 0 & \text{si } g_j(a) - g_j(b) \leq q_j \end{cases}$
<p><b>3<sup>ème</sup> forme : Pré-critère</b></p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>• La préférence croit jusqu'à un seuil de préférence qui doit être fixé.</li> </ul> $F_j(a,b) = \begin{cases} 1 & \text{si } g_j(a) - g_j(b) > p_j \\ \frac{g_j(a) - g_j(b)}{p_j} & \text{si } 0 < g_j(a) - g_j(b) \leq p_j \\ 0 & \text{si } g_j(a) - g_j(b) \leq 0 \end{cases}$
<p><b>4<sup>ème</sup> forme : Pseudo-critère 1</b></p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Il existe un seuil d'indifférence et un seuil de préférence à fixer (pseudo-critère); entre les deux, la préférence est moyenne.</li> </ul> $F_j(a,b) = \begin{cases} 1 & \text{si } g_j(a) - g_j(b) > p_j \\ 1/2 & \text{si } q_j < g_j(a) - g_j(b) \leq p_j \\ 0 & \text{si } g_j(a) - g_j(b) \leq q_j \end{cases}$

<p><b>5<sup>ème</sup> forme : Pseudo-critère 2</b></p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>Il existe un seuil d'indifférence et un seuil de préférence à fixer; entre les deux la préférence est croissante.</li> </ul> $F_j(a,b) = \begin{cases} 1 & \text{si } g_j(a) - g_j(b) > p_j \\ \frac{g_j(a) - g_j(b) - q_j}{p_j - q_j} & \text{si } q_j < g_j(a) - g_j(b) \leq p_j \\ 0 & \text{si } g_j(a) - g_j(b) \leq q_j \end{cases}$
<p><b>6<sup>ème</sup> forme : Critère gaussien</b></p> 	<ul style="list-style-type: none"> <li>La préférence croit suivant une loi gaussienne dont il faut fixer l'écart type.</li> </ul> $F_j(a,b) = 1 - \exp\left(-\frac{g_j(a) - g_j(b)}{-2\sigma^2}\right)$ <p>(avec <math>\sigma</math> = écart-type)</p>

**Figure 3.7 Différents types de critères [Vincke 1989]**

Les Méthodes PROMETHEE I et II se présentent comme suit :

- Étape 1 : On fixe pour chaque critère, une des six formes de courbes proposées dans PROMETHEE ainsi que les paramètres qui lui sont associés.
- Étape 2 : Pour chaque couple d'actions ( $a_i, a_k$ ); on calcule la préférence globale (degré de surclassement) de la manière suivante :

$$P(a_i, a_k) = \sum_{j=1}^n \pi_j \cdot F_j(a_i, a_k)$$

- Étape 3 : Calculer les flux entrant et sortant pour chaque action  $a_i$ .

$$\Phi^+(a_i) = \sum_{a_k \in A, a_k \neq a_i} P(a_i, a_k); \text{ flux positif qui exprime la force de } a_i; \text{ flux sortant}$$

$$\Phi^-(a_i) = \sum_{a_k \in A, a_k \neq a_i} P(a_k, a_i); \text{ flux négatif qui exprime la faiblesse de } a_i; \text{ flux entrant}$$

- Étape 4 : Déterminer les 2 pré-ordres totaux et procéder au rangement des actions
  - Le premier pré-ordre total consiste à ranger les actions dans l'ordre décroissant des  $\Phi^+$ .
  - Le second pré-ordre total consiste à ranger les actions dans l'ordre croissant des  $\Phi^-$ .
  - L'intersection des 2 pré-ordres totaux fournit le pré-ordre partiel de la méthode PROMETHEE I.
  - PROMETHEE II consiste à ranger les actions selon l'ordre décroissant des scores  $\Phi(a_i)$  définis comme suit :

$$\Phi(a_i) = \Phi^+(a_i) - \Phi^-(a_i)$$

Ainsi, PROMETHEE II fournit un pré-ordre total.

### b. Exemple

L'exemple traite d'un choix de l'emplacement d'un entrepôt de stockage. L'ensemble des actions potentielles est composé de 6 sites où pourrait éventuellement être construit le dépôt :  $a_1 = \text{site1}, \dots, a_6 = \text{site6}$ .

6 critères ont été retenus pour l'évaluation de chaque site.

On suppose que les critères ont le même poids. Par ailleurs, les critères  $g_1, g_2, g_4$  et  $g_5$  sont à maximiser. En revanche, les critères  $g_3$  et  $g_6$  sont à minimiser.

- Étape 1 : modélisation des critères

Les performances figurent au tableau ci-dessous

Critères	Min	a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>4</sub>	a <sub>5</sub>	a <sub>6</sub>
	Max						
$g_1(a_i)$	Min	80	65	83	40	52	94
$g_2(a_i)$	Max	90	58	60	80	72	96
$g_3(a_i)$	Min	6	2	4	10	6	7
$g_4(a_i)$	Min	5.5	9.7	7.2	7.5	2.0	3.6
$g_5(a_i)$	Min	8	1	4	7	3	5
$g_6(a_i)$	Max	5	1	7	10	8	6

Critères généralisés	
Type	Paramètres
II	q=10 -
III	- p=30
V	q=0.5 p=4.5
IV	q=1 p=5
I	-
VI	$\sigma=5$



- Étape 2 : Calcul des  $P(a_i, a_k)$

Calcul de  $P_j(a_1, a_2)$ ,  $P_j(a_2, a_1)$  et  $d = g_j(a_1) - g_j(a_2)$ .

- Critère  $g_1$  :  $d=15$ ,  $P_1(a_1, a_2)=0$ ,  $P_1(a_2, a_1)=1$
- Critère  $g_2$  :  $d=32$ ,  $P_2(a_1, a_2)=1$ ,  $P_2(a_2, a_1)=0$
- Critère  $g_3$  :  $d=4$ ,  $P_3(a_1, a_2)=0$ ,  $P_3(a_2, a_1)=0.875$
- Critère  $g_4$  :  $d=-4.3$ ,  $P_4(a_1, a_2)=0.5$ ,  $P_4(a_2, a_1)=0$
- Critère  $g_5$  :  $d=7$ ,  $P_5(a_1, a_2)=0$ ,  $P_5(a_2, a_1)=1$
- Critère  $g_6$  :  $d=4$ ,  $P_6(a_1, a_2)=0.274$ ,  $P_6(a_2, a_1)=0$

En procédant de la même manière pour les autres couples, on peut en déduire les valeurs des  $P(a_i, a_k)$  qui sont données au tableau ci-dessous.

- Étape 3 : Calcul des flux entrant et sortant pour chaque action  $a_i$

P	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_6$	$\Phi^+$	$\Phi = \Phi^+ - \Phi^-$
$a_1$	-	0.296	0.250	0.268	0.100	0.185	1.099	-0.728
$a_2$	0.462	-	0.389	0.333	0.296	0.500	1.980	+0.085
$a_3$	0.236	0.180	-	0.333	0.056	0.429	1.234	-0.447
$a_4$	0.399	0.505	0.305	-	0.223	0.212	1.644	-0.102
$a_5$	0.444	0.515	0.487	0.380	-	0.448	2.274	+1.466
$a_6$	0.286	0.399	0.250	0.432	0.133	-	1.500	-0.274

$\Phi^-$	1.827	1.895	1.681	1.746	0.808	1.774

- Étape 4 : Déterminer les 2 pré-ordres totaux et procéder au rangement des actions
  - $\Phi^+$  donne :  $a_5 \succ a_2 \succ a_4 \succ a_6 \succ a_3 \succ a_1$
  - $\Phi^-$  donne :  $a_5 \succ a_3 \succ a_4 \succ a_6 \succ a_1 \succ a_2$
  - L'application de la méthode PROMETHEE II donne le pré-ordre total suivant :

$$a_5 \succ a_2 \succ a_4 \succ a_6 \succ a_3 \succ a_1$$

**N.B.** : Une version modifiée de cet exemple a été traitée en utilisant le logiciel Decision Lab (voir annexe D). En effet, dans sa version Démo, le logiciel Decision Lab ne permet pas l'étude de plus de 5 actions quand le nombre de critères est égal à 6. Nous avons choisi de d'omettre l'action  $a_5$  car selon l'étude faite ci-haut, l'action  $a_5$  était toujours la meilleure (l'action  $a_5$  a gardé la même position dans le rangement).

### *c. Critiques*

Les méthodes PROMETHEE sont faciles et compréhensibles par l'utilisateur. D'autres variantes des méthodes PROMETHEE ont déjà vu le jour : PROMETHEE III (conduit à un ordre d'intervalle), PROMETHEE IV (Lorsque l'ensemble des solutions admissibles est un continuum) et enfin PROMETHEE V (cette méthode a été conçue pour des choix multicritères avec contraintes de segmentation).

### *d. Outils logiciels*

- Promcalc - Gaia.
- Decision Lab 2000

<http://www.visualdecision.com/download.htm> (version démo gratuite)

## **4.3.2 La méthode Electre I [Roy 1968]**

### *a. Fondements de la méthode*

La méthode Electre I relève de la problématique de choix ( $P\alpha$ ). Sa manière d'établir le surclassement d'une action par rapport à une autre repose sur :

- (1) une condition de concordance : condition imposant qu'une majorité des critères se dégagent en faveur de l'action surclassante.
- (2) une condition de non-discordance : condition imposant qu'il n'existe pas une trop forte pression, dans un des critères de la minorité, en faveur du surclassement inverse. [Schärlig 1985]

La méthode Electre I vise à obtenir une partition de  $A$  en deux sous-ensembles  $N$  et  $A \setminus N$ .  $N$  est appelé le noyau du graphe de surclassement : c'est le siège des actions non surclassées. La meilleure action est contenue dans  $N$ .

La méthode Electre I se présente comme suit :

On attribut à chaque critère  $j$ , un poids  $\pi_j$  d'autant plus grand que le critère est important.

- Étape 1 : Calculer les indices de concordance.

A chaque couple d'actions  $(a_i, a_k)$ ; on associe l'indice de concordance suivant :

$$C(a_i, a_k) = \sum_{j: (e_{ij} \geq e_{kj})} \pi_j \quad \text{avec} \quad \sum_{j=1}^n \pi_j = 1$$

- Étape 2 : Calculer les indices de discordance

A chaque couple d'actions  $(a_i, a_k)$ ; on associe l'indice de discordance suivant :

$$D(a_i, a_k) = \begin{cases} 0 & \text{si } \{j: e_{ij} < e_{kj}\} = \emptyset \\ \frac{1}{E} * \text{Max}_{\{j: e_{ij} < e_{kj}\}} |e_{kj} - e_{ij}| & \text{sinon} \end{cases}$$

$E$  est l'étendue de la plus grande échelle associée à l'un des critères.

- Étape 3 : Construire les relations de surclassement :

On conclut au surclassement de  $a_k$  par  $a_i$  si un test de concordance et un test de non discordance sont satisfaits :

$$\text{si } (C(a_i, a_k) \geq c) \text{ et } D(a_i, a_k) \leq d \Leftrightarrow a_i S a_k$$

Si l'un ou l'autre des tests ou les deux ne sont pas satisfaits, on se trouve dans une situation d'incomparabilité.

$$\text{si } (C(a_i, a_k) \leq c) \text{ ou } D(a_i, a_k) \geq d \Leftrightarrow a_i R a_k$$

$c$  : est le seuil de concordance : il est relativement grand.  $c \in [1/2, 1]$

$d$  : est le seuil de discordance : il relativement petit.

- Étape 4 : Exploiter les relations de surclassement :

Cette étape consiste à déterminer le sous-ensemble d'actions  $N$  appelé noyau tel que toute action qui n'est pas dans  $N$  est surclassée par au moins une action de  $N$  et les actions de  $N$  sont incomparables entre elles.

**b. Exemple [Schärlig 1985]**

Il s'agit de choisir un emplacement pour la construction d'une nouvelle unité de production. On aurait à choisir entre quatre villes en tenant compte de 5 critères. Les données du problème sont récapitulées dans le tableau suivant :

	$g_1$	$g_2$	$g_3$	$g_4$	$g_5$
Poids	10%	30%	10%	10%	40%
$a_1$	5	10	7	7	2
$a_2$	4	8	5	5	7
$a_3$	5	8	7	7	6
$a_4$	7	6	5	3	7
échelle	3-7	0-10	3-7	3-7	0-10

Les chiffres représentent les jugements portés par les responsables de l'entreprise mère.

- Étape 1 : Calcul des indices de concordance

	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$
$a_1$	-	0.6	0.6	0.5
$a_2$	0.4	-	0.7	0.9
$a_3$	0.7	0.6	-	0.5
$a_4$	0.5	0.6	0.5	-

- Étape 2 : Calcul des indices de discordance

	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$
$a_1$	-	0.5	0.4	0.5
$a_2$	0.2	-	0.2	0.3
$a_3$	0.2	0.1	-	0.2
$a_4$	0.4	0.2	0.4	-

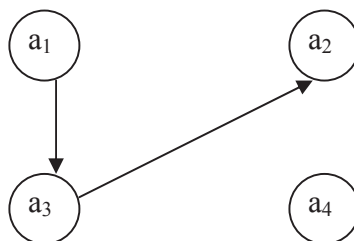
Dans cet exemple, l'étendue de la plus grande échelle  $E=10$ .

Pour la paire  $a_1$  surclasse  $a_4$ , les critères en désaccord sont  $g_1$  (différence de 2) et  $g_5$  (différence de 5). Le plus grand écart est donc 5, on le divise par la longueur de la plus grande échelle, qui est 10; ce qui donne  $D(a_1, a_4)=0.5$ .

- Étape 3 : Construction des relations de surclassement :

Choisissons un seuil de concordance  $c = 0.7$  et un seuil de discordance  $d = 0.2$ .

On peut facilement conclure que  $a_1$  surclasse  $a_3$ , et  $a_3$  surclasse  $a_2$ . Ceci se traduit par le graphe suivant :



- Étape 4 : Exploitation des relations de surclassement :

Le noyau de ce graphe de surclassement est  $N=\{ a_1, a_4 \}$

### c. Critiques

La méthode Electre I a l'avantage d'introduire la notion de noyau qui permet de restreindre le domaine de l'étude pour s'intéresser uniquement aux meilleures actions.

Toutefois, la méthode Electre I exige de traduire les performances des actions en notes, ce qui suscite une gêne chez certains utilisateurs qui y voient une perte de maîtrise de leurs données.

La méthode Electre I a fait l'objet de nouvelles extensions : il s'agit des variantes Electre Iv (v pour veto) et Electre Is (s pour seuil).

Dans Electre Iv, on abandonne les jugements en notes au profit des vraies valeurs, mais au prix de l'introduction d'un seuil de veto.

Dans Electre Is [Roy et Skalka, 1985], on introduit des seuils sur les critères ce qui permet de corriger une autre gêne dans Electre I qui est la brutalité des concordances.

#### d. Outils logiciels

- Electre Tri (version démo gratuite) , Electre IS  
<http://www.lamsade.dauphine.fr/english/software.html#el2s>

### 4.3.3 La méthode Electre II [Roy et Bertier, 1971]

#### a. Fondements de la méthode

La méthode Electre II relève de la problématique de rangement ( $P\gamma$ ) : elle vise à ranger les actions de la meilleure à la moins bonne.

La méthode Electre II utilise le même indice de concordance que Electre I. Toutefois, on associe trois seuils à cet indice ( $0.5 < c_3 < c_2 < c_1 \leq 1$ ). L'indice de discordance ne change pas non plus dans sa définition (Electre I), mais on le calcule pour chaque critère discordant, et on lui donne 2 seuils (2 seuils par critère :  $0 < d_{j1} < d_{j2} < E_j$ ).

La méthode Electre II introduit une nouveauté fondamentale : elle permet de distinguer des surclassements forts et des surclassements faibles.

La méthode Electre II se présente comme suit :

On attribut à chaque critère  $j$ , un poids  $\pi_j$  d'autant plus grand que le critère est important.

- Étape 1 : Calculer les indices de concordance (Idem que Electre I)

A chaque couple d'actions ( $a_i, a_k$ ); on associe l'indice de concordance suivant :

$$C(a_i, a_k) = \sum_{j: (e_{ij} > e_{kj})} \pi_j \quad \text{avec} \quad \sum_{j=1}^n \pi_j = 1$$

- Étape 2 : Calculer les indices de discordance (par critère)

A chaque couple d'actions ( $a_i, a_k$ ); et pour tout critère  $j$ , on associe l'indice de discordance suivant :

$$D_j(a_i, a_k) = \begin{cases} 0 & \text{si } e_{ij} \geq e_{kj} \\ e_{kj} - e_{ij} & \text{si } e_{ij} < e_{kj} \end{cases}$$

- Étape 3 : Construire les relations de surclassement :

On conclut au *surclassement fort* de  $a_k$  par  $a_i$  ( $a_i S^F a_k$ ) si un test de concordance et un test de non discordance sont satisfaits :

$$si \left( \frac{\sum_{j:\Delta_j>0} \pi_j}{\sum_{j:\Delta_j<0} \pi_j} > 1 \right) et \begin{cases} si (C(a_i, a_k) \geq c_1) et (D(a_i, a_k) \leq d_{j2} \quad \forall j) \\ ou \\ si (C(a_i, a_k) \geq c_2) et (D(a_i, a_k) \leq d_{j1} \quad \forall j) \end{cases} \Leftrightarrow a_i S^F a_k$$

On conclut au *surclassement faible* de  $a_k$  par  $a_i$  ( $a_i S^f a_k$ ) si les tests de concordance et de non discordance suivants sont satisfaits :

$$si \left( \frac{\sum_{j:\Delta_j>0} \pi_j}{\sum_{j:\Delta_j<0} \pi_j} > 1 \right) et si (C(a_i, a_k) \geq c_3) et (D(a_i, a_k) \leq d_{j2} \quad \forall j) \Leftrightarrow a_i S^f a_k$$

Si aucun des deux tests précédents n'est satisfait, alors on conclut à l'incomparabilité des actions  $a_i$  et  $a_k$  ( $a_k R a_i$ ).

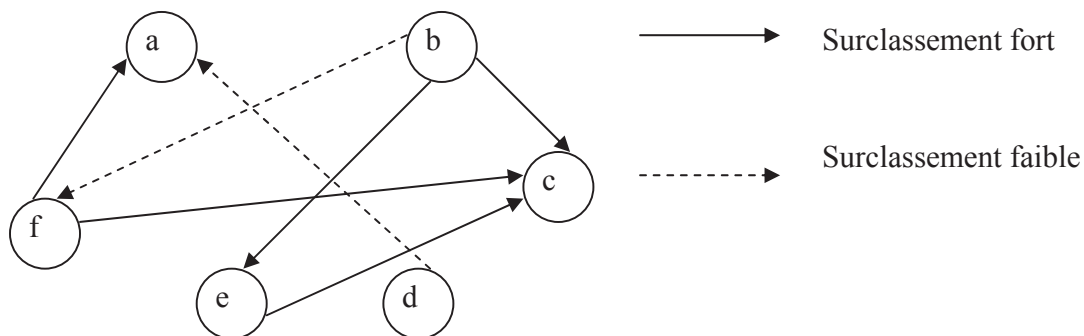
- Étape 4 : Exploiter les relations de surclassement :

On établit deux pré-ordres totaux  $P_1$  et  $P_2$ , ainsi qu'un pré-ordre partiel  $\bar{P}$ .

- Le premier pré-ordre total  $P_1$  est obtenu par « classement direct » en utilisant uniquement les surclassements forts : la première classe est celle des actions non surclassées : c'est à dire celles auxquelles aboutit un chemin de longueur nulle. La deuxième classe est celle des actions auxquelles aboutit un chemin de longueur 1, et ainsi de suite. Par longueur d'un chemin, on entend le nombre d'arcs constituant ce chemin. On utilise ensuite les surclassements faibles pour départager les actions à l'intérieur des classes.
- Le second pré-ordre  $P_2$  est obtenu par « classement inverse » : on classe cette fois les actions en fonction de la longueur des chemins – toujours en surclassement fort- qui en sont issus. On utilise ensuite les surclassements faibles pour départager les actions à l'intérieur des classes.
- Le pré-ordre  $\bar{P}$  est l'intersection de  $P_1$  et  $P_2$ .

### b. Exemple

On suppose que l'étude des étapes 1, 2 et 3 d'un problème a donné le graphe de surclassement suivant :



- Classement direct : (b,d),f,(e,a),c
- Classement inverse : b, (e,f), d, (a, c)

Le tableau suivant récapitule les pré-ordres  $P_1$ ,  $P_2$  et  $\bar{P}$

action	Direct : $P_1$	Inverse : $P_2$	Score = $P_1 + P_2$	Final : $\bar{P}$
a	4	5	9	5
b	1	1	2	1
c	6	5	11	6
d	1	4	5	2
e	4	2	6	4
f	3	2	5	2

### c. Critiques

La méthode Electre II demeure parmi les plus connues et les plus utilisées des méthodes Electre.

Dans certains cas, il s'avère difficile de déterminer le pré-ordre partiel  $\bar{P}$  car les rangs des actions bougent beaucoup entre le classement direct et le classement inverse. Dans ces circonstances, il vaut mieux revoir les seuils.



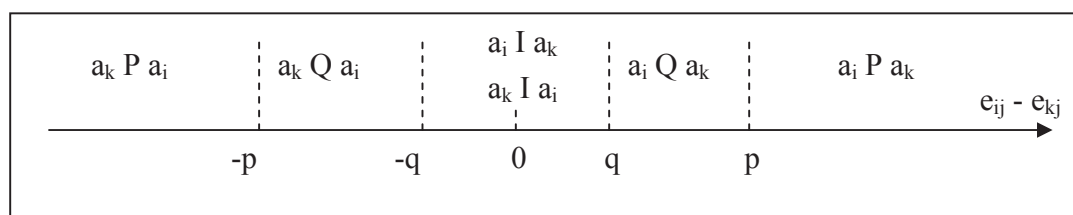
La méthode Electre II exige des évaluations cardinales et une articulation a-priori des préférences. Electre II est une méthode partiellement compensatoire.

#### 4.3.4 La méthode Electre III [Roy 1978]

##### a. Fondements de la méthode

La méthode Electre III relève de la problématique de rangement ( $P\gamma$ ). Son originalité réside dans le caractère flou de la relation de surclassement. Pour chaque couple d'actions ( $a_i, a_k$ ), on détermine un degré de crédibilité du surclassement  $S(a_i, a_k)$ . Ce degré est compris entre 0 et 1 et il est d'autant plus grand que la solidité du surclassement de  $a_i$  sur  $a_k$  est importante.

La méthode Electre III se distingue des méthodes Electre I et II par l'exploitation de pseudo-critères : on peut alors se trouver dans une situation d'indifférence, de préférence faible ou de préférence stricte lors de la comparaison des écarts de préférence de deux actions selon un critère (voir graphe ci-dessous)



**Figure 3.8** Structure de préférence exploitée dans Electre III

La prise en compte de la zone de la préférence faible ( $a_i Q a_k$  ou  $a_k Q a_i$ ) est l'originalité de Electre III par rapport au modèle classique (P : préférence stricte et I : indifférence (si  $e_{ij} - e_{kj} = 0$ )).

La méthode Electre III se présente comme suit :

On attribut à chaque critère  $j$ , un poids  $\pi_j$  d'autant plus grand que critère est important.

- Étape 1 : Calculer les indices de concordance

$$C(a_i, a_k) = \sum_{j=1}^n \pi_j \cdot \delta_j(a_i, a_k) \quad \text{où} \quad \delta_j(a_i, a_k) = \begin{cases} 1 & \text{si } -q_j \leq \Delta_j \\ \frac{\Delta_j + p_j}{p_j - q_j} & \text{si } -p_j < \Delta_j < -q_j \\ 0 & \text{si } \Delta_j \leq -p_j \end{cases}$$

avec  $\Delta_j = e_{ij} - e_{kj}$  et  $q_j, p_j$  sont les seuils de discrimination (Voir Figure 3.8)

- Étape 2 : Calculer les indices de discordance (par critère)

$$D_j(a_i, a_k) = \begin{cases} 0 & \text{si } -p_j \leq \Delta_j \\ \frac{\Delta_j + p_j}{v_j - p_j} & \text{si } -v_j < \Delta_j < -p_j \\ 1 & \text{si } \Delta_j \leq -v_j \end{cases}$$

$v_j$  étant le seuil de veto du critère  $j$

- Étape 3 : Déterminer les degrés de crédibilité des surclassements :

$$\sigma(a_i, a_k) = \begin{cases} C(a_i, a_k) & \text{si } D_j(a_i, a_k) \leq C(a_i, a_k) \quad \forall j \\ C(a_i, a_k) \cdot \prod_{j: D_j(a_i, a_k) > C(a_i, a_k)} \frac{1 - D_j(a_i, a_k)}{1 - C(a_i, a_k)} & \text{si } \exists j: D_j(a_i, a_k) > C(a_i, a_k) \end{cases}$$

Cette étape nous permet de déterminer des relations de surclassement valuées  $\in [0, 1]$ , pour toute paire d'actions  $(a_i, a_k)$ .

- Étape 4 : Exploiter les relations de surclassement :

Cette étape consiste à déterminer un rangement des actions. Pour ce faire, on joue sur le niveau de signification du degré de crédibilité et on procède à des distillations successives descendantes et ascendantes qui aboutissent à deux rangements (pré-ordre complet). L'intersection de ces deux rangements conduit à un rangement final (généralement partiel).

### *b. Critiques*

La méthode Electre III est beaucoup plus sophistiquée que Electre II : elle exige un grand nombre de paramètres techniques.

Electre III a le mérite d'intégrer des pseudo-critères, ce qui est plus proche du raisonnement humain. Cette manière de modéliser les préférences a exigé d'utiliser le flou dans la méthode.

Electre III a été jugée trop complexe et parfois difficile à interpréter.

### *c. Outils logiciels*

- Electre III (version démo gratuite)

<http://www.lamsade.dauphine.fr/english/software.html#el2s>

## 4.3.5 La méthode Electre Is

### *a. Fondements de la méthode*

La méthode Electre Is est très similaire à la méthode Electre I sauf qu'elle s'applique dans le cas où le problème porte sur des pseudo-critères. L'exploitation de la méthode Electre Is conduit à la détermination d'un noyau.

La méthode Electre Is se présente comme suit :

- Étape 1 : Calculer les indices de concordance (Idem que Electre III)
- Étape 2 : Calculer les indices de discordance par critère (Idem que Electre I)
- Étape 3 : Construire les relations de surclassement

$$\begin{cases} \text{si} & ( C(a_i, a_k) \geq c ) \text{ et } D_j(a_i, a_k) \leq ( v_j - D ), \forall j & \Leftrightarrow (a_i S a_k) \\ \text{si non} & & \Leftrightarrow (a_i R a_k) \end{cases}$$

$$\text{avec } D = q_j * \frac{1 - C(a_i - a_k)}{1 - c}$$

- Étape 4 : Exploiter les relations de surclassement :  
Cette étape consiste à déterminer le noyau du graphe de surclassement.

### b. Critiques

La méthode Electre Is a les mêmes avantages et limites que la méthode Electre I.

#### 4.3.6 La méthode Electre IV [Roy et Hugonnard, 1982]

##### a. Fondements de la méthode

La méthode Electre IV relève de la problématique de rangement ( $P\gamma$ ).

Electre IV se caractérise par l'abandon des critères (on n'a pas besoin d'introduire des pondérations pour les critères). Elle se base sur une famille de pseudo-critères; ainsi, des seuils et des surclassements flous (Pour chaque critère  $j$ , on définit le seuil d'indifférence  $q_j$ , le seuil de préférence  $p_j$  et le seuil de veto  $v_j$ ).

Dans Electre IV, on évalue chaque paire d'actions selon chaque critère sans avoir à déterminer un indice de concordance ou un indice de discordance.

La méthode Electre IV se présente comme suit :

- Étape 1 : Évaluer toute paire d'actions selon chaque critère  
 Pour chaque paire d'actions confrontée au jugement d'un critère, on se demande simplement laquelle des deux actions est préférée à l'autre selon ce critère. C'est à ce niveau qu'interviennent les seuils ( $q_j, p_j, v_j$ )<sup>4</sup>.
- Étape 2 : Déterminer les relations de surclassement de toute paire d'actions.
  - $a_i S^F a_k$  :  $a_i$  "surclasse fortement"  $a_k$  si :
 
$$\left\{ \begin{array}{l} \text{S'il n'existe aucun critère donnant } a_k \text{ strictement préférée à } a_i \\ \text{et} \\ \text{si le nombre des critères donnant } a_k \text{ faiblement préférée à } a_i \text{ est} \\ \text{au plus égal au nombre des critères donnant } a_i \text{ préférée} \\ \text{(strictement ou faiblement) à } a_k \end{array} \right.$$
  - $a_i S^f a_k$  :  $a_i$  "surclasse faiblement"  $a_k$  si

---

<sup>4</sup> Si  $e_j(a_i) - e_j(a_k) \geq v_j$ , alors  $a_k$  ne peut pas surclasser  $a_i$  quelque soient les résultats d'évaluation de  $a_i$  et  $a_k$  par rapport aux autres critères.

$$\left\{ \begin{array}{l} \left( \begin{array}{l} \text{s'il n'existe aucun critère donnant } a_k \text{ strictement préférée à } a_i, \\ \text{et si la seconde condition ci-dessus n'est pas vérifiée.} \end{array} \right) \\ \text{OU} \\ \left( \begin{array}{l} \text{s'il existe un unique critère donnant } a_k \text{ strictement préférée à } a_i, \\ \text{l'écart étant au plus égal au double du seuil de préférence, et si} \\ \text{trois critères au moins donnant } a_i \text{ strictement préférée à } a_k \end{array} \right) \end{array} \right.$$

- Étape 3 : Exploiter les relations de surclassement :

L'étape 2 nous permet de construire un graphe avec des arcs de surclassement fort et des arcs de surclassement faible. Il ne reste plus qu'à chercher deux classements antagonistes, ce qui se fait ici par distillation comme dans Electre III.

### **b. Critiques**

Dans certains problèmes de décision, il s'avère très difficile de déterminer des poids pour les critères. La méthode Electre IV a l'avantage d'éviter ce problème.

La méthode Electre IV a aussi l'avantage de traiter des pseudo-critères ce qui traduit mieux la réalité.

La méthode Electre IV est facile à exploiter, toutefois, elle exige un grand nombre de paramètres techniques.

### **c. Outils logiciels**

- Electre IV (version démo gratuite)

<http://www.lamsade.dauphine.fr/english/software.html#el2s>

**Remarque :** La quasi totalité des méthodes de décision multicritère supposent l'indépendance au sens des préférences. C'est une hypothèse assez forte qui permet de simplifier l'expression de la relation d'agrégation (MAVT, MAUT), elle est également une condition qui doit être vérifiée pour pouvoir appliquer les méthodes Electre ou Prométhée.

La question suivante s'impose dès lors : quelle est la fréquence des situations où la condition d'indépendance au sens des préférences n'est pas vérifiée? Comment faut-il procéder dans ces cas?

Dans le cadre de ce mémoire, nous posons la question sans pour autant donner la réponse.

En effet, la réponse à cette question exige une connaissance très poussée de la théorie de la décision multicritère, ce qui dépasse le cadre de cette présente thèse.

#### 4.4 Les méthodes interactives

Une méthode interactive consiste à une alternance d'étapes de calcul et d'étapes de dialogue avec le décideur. La première étape de calcul fournit une première solution. Celle-ci est présentée au décideur qui réagit en apportant des informations supplémentaires sur ses préférences (Étape de dialogue : par exemple, on demande au décideur sur quel critère il est prêt à faire une concession et quelle quantité maximale  $\Delta_j$  il accepte de concéder; quelle contrainte il accepte de relâcher, sur quelle contrainte il accepte d'être plus sévère...). Cette information est injectée dans le modèle utilisé et permet de construire une nouvelle solution.

Les méthodes interactives se distinguent des autres méthodes d'aide à la décision par le fait que le décideur contribue directement à la construction de la solution en intervenant dans la méthode et non seulement dans la définition du problème [Vincke 1989].

La présentation détaillée des fondements de certaines méthodes interactives dépasse le cadre de ce chapitre. Nous nous limitons donc à lister un certain nombre de méthodes interactives : la méthode STEM [Benayoun et *al.*, 1971], la méthode de Geoffrion, Dyer et Freinberg [Geoffrion et *al.*, 1972], la méthode du point de mire [Roy 1976], la méthode de Zionts et Wallenius [Zionts et Wallenius, 1976], la méthode de Vincke [Vincke 1976], la méthode du point de référence [Wierzbicki 1980], la méthode de Steuer et Choo [Steuer et Choo, 1983], la méthode de Korhonen et Laakso [Korhonen et *al.*, 1986], la méthode de Jacquet-Lagrèze, Meziani et Slowinski [Jacquet-Lagrèze et *al.*, 1987], la méthode de Vanderpooten [Vanderpooten 1988]...

#### 4.5 Procédure de choix d'une méthode d'aide à la décision multicritère (MADMC)

D'après l'étude des méthodes MADMC présentée aux paragraphes précédents, nous constatons que ces méthodes se différencient par la façon de modéliser les préférences du décideur, la décision de pondérer ou non les critères ainsi que les attentes du décideur relatives aux résultats de l'application d'une MADMC (rangement d'action, possibilité d'avoir des incomparabilité entre actions, ..). En d'autres termes, les MADMC se différencient par les informations utilisées à l'entrée (Input) et les résultats obtenus à la sortie (Output). Ainsi, la définition des inputs et des outputs permet de classer les MADMC, ce qui aidera à la conception d'une procédure de choix d'une MADMC. En effet, cette idée est à la base de la classification des MADMC proposée dans [Guitouni et *al.*, 1999] et que nous retenons pour concevoir une procédure de choix d'une MADMC.

[Guitouni et *al.*, 1999] ont défini 24 inputs et 7 outputs. Ce qui correspond à une matrice de taille (23 x 7). Les MADMC ont été placées dans les cases correspondantes de la matrice. Les résultats de cette classification sont présentés ci-après (Tableau 3.6).

Il importe de mentionner que dans la matrice ci-dessous, chaque MADMC a été placée dans sa position naturelle : position selon l'auteur qui l'a développé. Dans [Guitouni et *al.*, 1999], trois relations de propagation ont été définies. Elles permettent de propager une MADMC qui se trouve dans une case à d'autres (Exemple : les méthodes TOPSIS et AHP ont été associées naturellement aux case (I20, O1) et (I21, O1). L'application d'une des relations de propagation a permis de placer ces méthodes respectivement dans les case (I20, O3) et (I21, O3). Cette propagation s'explique par la raison suivante : rien n'empêche d'utiliser les scores obtenus par les actions pour faire un classement de ces même actions). Cependant, même avec les relations de propagation, on ne peut propager une MADMC vers n'importe quelle position de la matrice.

Nous tenons à préciser que les méthodes interactives ne sont pas concernées par cette classification. Par ailleurs, certaines méthodes non explicitées dans les paragraphes précédents, comme MECHIOR, NAIADE, ORESTE ..., ont été placées sur la matrice

inputs/outputs. Nous trouvons plus de détail sur ces méthodes dans [Vincke 1989] et [Guitouni 2000].

Inputs	Outputs						
	O1	O2	O3	O4	O5	O6	O7
I1			Borda Condorcet		Conjonctive Disjonctive		
I2							
I3				ELECTRE IV			
I4					MaxMin		
I5							
I6							
I7							
I8							
I9							
I10		Lexicographique		ORESTE			
I11							
I12				MELCHIOR			
I13							
I14							
I15							
I16			NAIADE II	NAIADE I			
I17			REGIME QUALIFEX	ELECTRE II		ELECTRE I	
I18			PROMETHEE II	PROMETHEE I			ELECTRE TRI
I19				ELECTRE III		ELECTRE IS	
I20	Somme pondérée MAUT TOPSIS		MAVT SMART UTA				
I21	Somme pondérée AHP Somme pondérée floue				MaxMin flou		
I22							
I23							
I24			PAMSSEM II	PAMSSEM I			

**Tableau 3.6 Classification des MADMC selon la matrice inputs/outputs**

La description des différents inputs et outputs de la matrice ci-dessus dépasse le cadre de cette section. Nous nous limitons à expliciter les inputs et outputs correspondant à des cases pleines de la matrice.



#### 4.5.1 Caractérisation des inputs

Inputs	Signification
I1	n structures $\{P_j, I_j\}$ <sup>5</sup> de préordres.
I3	n structures $\{P_j, I_j\}$ de semiordres et/ou structures $\{P_j, I_j, Q_j\}$ <sup>6</sup> de pseudo-ordres plus des seuils de véto $v_j$ .
I4	n fonctions d'utilité ( $u_j$ ) (d'utilité (valeur) partielle) exprimées sur des échelles intervalles.
I10	n structures $\{P_j, I_j\}$ de semiordres et/ou structures $\{P_j, I_j, Q_j\}$ de pseudo-ordres et une relation de préordre complet ( $\succ$ ) sur les attributs (critères).
I12	n fonctions d'utilité ( $u_j$ ) (d'utilité (valeur) partielle) exprimées sur des échelles intervalles et une relation de préordre complet ( $\succ$ ) sur les attributs.
I16	n structures $\{P_j, I_j\}$ de semiordres et/ou structures $\{P_j, I_j, Q_j\}$ de pseudo-ordres plus des seuils de veto $v_j$ définies sur des évaluations distributionnelles plus une relation de préordre complet ( $\succ$ ) sur les attributs.
I17	n structures $\{P_j, I_j\}$ de préordres plus un vecteur de coefficients d'importance relative ( $\Pi$ ) des attributs.
I18	n structures $\{P_j, I_j\}$ de semiordres et/ou structures $\{P_j, I_j, Q_j\}$ de pseudo-ordres plus un vecteur de coefficient d'importance relative ( $\Pi$ ) des attributs.
I19	n structures $\{P_j, I_j\}$ de semiordres et/ou structures $\{P_j, I_j, Q_j\}$ <sup>7</sup> de pseudo-ordres plus des seuils de veto $v_j$ plus un vecteur de coefficient d'importance relative ( $\Pi$ ) des attributs.
I20	n fonctions d'utilité ( $u_j$ ) (d'utilité (valeur) partielle) exprimées sur des échelles intervalles plus un vecteur de coefficient d'importance relative ( $\Pi$ ) des attributs.
I21	n fonctions d'utilité ( $u_j$ ) (d'utilité (valeur) partielle) exprimées sur des échelles ratios plus un vecteur de coefficient d'importance relative ( $\Pi$ ) des attributs.
I24	n structures $\{P_j, I_j\}$ de semiordres et/ou structures $\{P_j, I_j, Q_j\}$ de pseudo-ordres plus des seuils de veto $v_j$ définies sur des évaluations distributionnelles plus un vecteur de coefficient d'importance relative ( $\Pi$ ) des attributs.

<sup>5</sup>  $\{P_j$  : relation de préférence stricte,  $Q_j$  : relation de préférence faible,  $I_j$  : relation d'indifférence }

<sup>6</sup>  $\{P_j, I_j, Q_j\} \equiv \{ \succ, \sim, \succ^f \}$

<sup>7</sup>  $\{P_j, I_j, Q_j\} \equiv \{ \succ, \sim, \succ^f \}$

**Tableau 3.7 Caractérisation des inputs****4.5.2 Caractérisation des outputs**

<b>Outputs</b>	<b>Signification</b>
O1	<i>Évaluation globale</i> (un score global par exemple) : cette situation traduit la volonté de construire un critère unique de synthèse. Le score global est de niveau cardinal.
O2	<i>Un rangement global des actions en considérant un seuil d'indifférence</i> ( $\{\succ, \sim\}$ : une structure de semiordre total) : l'introduction de seuils permet d'introduire des nuances ou limiter certaines conclusions (de surclassement) par exemple.
O3	<i>Un rangement total des actions avec possibilité d'ex æquo</i> ( $\{\succ, \sim\}$ : une structure de préordre total) : l'objectif dans ce cas est souvent le rangement des actions de la meilleure à la moins bonne. Dans ce cas, toutes les actions sont comparables; il est possible de les discriminer.
O4	<i>Un rangement partiel des actions en considérant l'incomparabilité</i> ( $\{\succ, \sim, \succ^f, ?\}$ <sup>8</sup> : une structure de préordre partiel) : cet output reprend l'idée de l'output précédent tout en considérant qu'il est possible de ne pas pouvoir discriminer entre certaines actions : on accepte l'incomparabilité.
O5	<i>Choix de la meilleure action</i> ou d'une classe d'équivalence des meilleures actions.
O6	<i>Choix d'un sous-ensemble d'actions</i> parmi lesquelles se trouve(nt) la (les) meilleure(s) action(s).
O7	<i>Tri ordonné</i> : affecter les actions à des catégories pré-définies et ordonnées.

**Tableau 3.8 Caractérisation des outputs**

<sup>8</sup>  $\{\succ, \sim, \succ^f, ?\}$  : {Préférence forte, Indifférence, Préférence faible, incomparabilité}

## 5. Procédure de choix d'une méthode de sélection

Dans le Tableau 3.9, nous récapitulons les différences entre les méthode d'optimisation mathématique et les méthodes d'aide à la décision multicritère, et ce afin de servir de base au développement d'une procédure de choix d'une méthode de sélection.

<b>Les méthodes d'optimisation mathématique (MOM)</b>	<b>Les méthodes d'aide à la décision multicritère (MADMC)</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Il n'est pas nécessaire que les solutions soient connues a priori. Elles seront déterminées lors de l'application de ces méthodes et ce à l'étape de résolution.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Ces méthodes s'appliquent à un ensemble de solutions (actions) connues a priori.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Le nombre de solutions peut être fini ou infini</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Le nombre de solutions est fini</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Les évaluations des actions doivent être cardinales.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Les évaluations des actions peuvent être ordinales, cardinales ou mixtes.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Tous les critères sont du type vrai critère</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Plusieurs types de critères peuvent être considérés (vrai critère, pseudo critère, quasi critère, ...)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Dans leur version standard, ces méthodes ne traitent que les problèmes de choix. Toutefois, elles sont facilement adaptables pour traiter les problèmes de rangement ou de tri.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Ces méthodes traitent des problèmes de choix, de rangement, et de tri</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Les préférences du décideur peuvent être exprimées a priori ou a posteriori et ce selon la méthode.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Les préférences du décideur peuvent être exprimées a priori ou a posteriori et ce selon la méthode.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Le décideur intervient dans la définition du problème, ou après la résolution du problème. Il ne contribue pas à la construction des solutions.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Le décideur contribue directement à la construction de la solution en intervenant dans la méthode et non seulement dans la définition du</li> </ul>

	problème (ceci est vrai pour les méthodes interactives).
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Les MOM permettent la résolution et la sélection simultanément.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Les MADMC ne permettent que la sélection d'une solution parmi plusieurs.</li> </ul>

**Tableau 3.9 Tableau comparatif des MOM et des MADMC**

Nous présentons ci après un synoptique pour la procédure proposée pour l'aide au choix d'une méthode de sélection.

Comme mentionné au paragraphe 3.3 (proposition d'une procédure pour le choix d'une méthode d'optimisation mathématique), dans le cas où l'ensemble des actions est connu a priori, nous pouvons placer les méthodes mathématiques (nous considérons l'idée conceptuelle à la base de chacune des méthodes) dans la matrice des inputs/outputs présentée au paragraphe précédent.

Inputs	Outputs						
	O1	O2	O3	O4	O5	O6	O7
I17			REGIME QUALIFEX	ELECTRE II		ELECTRE I <b>PMOM</b>	
I21	Somme pondérée AHP Somme pondérée floue <b>Goal Programming</b> <b>Compromise</b> <b>Programming</b> <b>Méthode critère global</b> <b><math>\epsilon</math>-constraint method</b>				MaxMin flou		

**Tableau 3.10 Positionnement des méthodes d'optimisation mathématique sur la matrice inputs/outputs**

La classification des MADMC selon le couple (input / output) rend le choix plus facile à faire : il suffit de se placer dans la case correspondante pour savoir qu'elles sont les méthodes susceptibles d'être appliquées au problème. La question qui se pose dès lors sera la suivante : comment faire pour choisir, parmi plusieurs méthodes se trouvant dans une

même case, la méthode que le décideur souhaiterait appliquer? Pour répondre à cette question, nous étudions les cases regroupant plusieurs méthodes une à une. Les cases contenant des méthodes non explicitées dans ce rapport ne feront pas l'objet d'une étude.

- (1) **Case (I1, O5) :** Si on applique les méthodes conjonctive et disjonctive sur un même ensemble d'actions, on obtient un ensemble plus fin avec la méthode disjonctive. En effet, on peut considérer que la méthode disjonctive traite les actions obtenues suite à l'application de la méthode conjonctive. Il importe de noter qu'on ne peut pas se prononcer à propos de la meilleure méthode parmi les deux. En effet, tout dépend de la manière avec laquelle le décideur souhaite traiter les actions obtenues après l'application de l'une des méthodes.
- (2) **Case (I17, O6) :** Un des points de départ à l'application de la méthode Electre I est l'élimination des solutions dominées. Donc, les résultats de la PMOM peuvent être les éléments d'entrée de la méthode Electre I. La méthode Electre I donne des résultats plus riches que la PMOM. Elle est préférable à la PMOM quand le décideur peut déterminer les paramètres nécessaires à son application.
- (3) **Case (I20, O1) :** La méthode de la somme pondérée exige une normalisation des évaluations des actions. Elle requiert des poids d'importance pour les critères. Elle permet de calculer un score global pour toute action. La méthode TOPSIS obéit à une logique de minimisation de distance par rapport à une solution idéale. Ces deux méthodes sont beaucoup plus simples à appliquer que la méthode MAUT. La méthode de la somme pondérée ainsi que la méthode TOPSIS exigent que les évaluations des actions soient cardinales. La méthode MAUT demeure très structurée théoriquement et elle a l'avantage de traiter des problèmes caractérisés par des informations incertaines.

- (4) **Case (I20, O3):** La méthode SMART est plus facile à appliquer que les méthodes MAVT et UTA. La construction des fonctions de valeur partielle de la méthode MAVT reste une tâche difficile à mettre en œuvre.
- (5) **Case (I21, O1):** Dans le cas où la situation décisionnelle exige des comparaisons par paires, c'est la méthode AHP qu'il faut adopter. Dans les autres cas, c'est la méthode de la somme pondérée. Si les préférences ont une structure floue, alors c'est la somme pondérée floue qu'il faut appliquer. Pour le choix d'une méthode parmi les autres méthodes de cette case, il faut se référer à la procédure de choix d'une méthode d'optimisation mathématique (voir paragraphe 2.3).

## 6. Conclusion

Nous avons étudié les méthodes de traitement d'un problème multi-objectifs. Nous avons présenté les avantages et les limites de chacune de ces méthodes. Nous avons montré l'impact de la modélisation des préférences du décideur sur le choix d'une méthode d'agrégation.

Nous allons maintenant présenter des instanciations de certaines de ces méthodes génériques aux cas successifs de la localisation d'installations, de la sélection de fournisseurs et de l'allocation d'ordres. C'est ce qui fera l'objet du chapitre 4.

## **CHAPITRE 4**

# **ETUDE DES PROBLÈMES DE LOCALISATION D'INSTALLATION, DE SÉLECTION DE FOURNISSEURS ET D'ALLOCATION D'ORDRES**

### **Introduction**

La chaîne logistique est l'ensemble des entités organisationnelles qui assurent les fonctions d'approvisionnement, de transformation et de distribution d'un produit. Concevoir et gérer une chaîne logistique revient à identifier les entités organisationnelles qui la constituent et à harmoniser les fonctions qu'elles assurent.

Afin d'identifier ces entités organisationnelles, des décisions préalables de « faire ou faire-faire » doivent être prises. En d'autres termes, si on considère un produit ou une activité, une entreprise doit décider de faire le produit (l'activité), de faire-faire le produit (l'activité), de faire le produit (l'activité) avec d'autres partenaires ou ne pas faire le produit (l'activité).

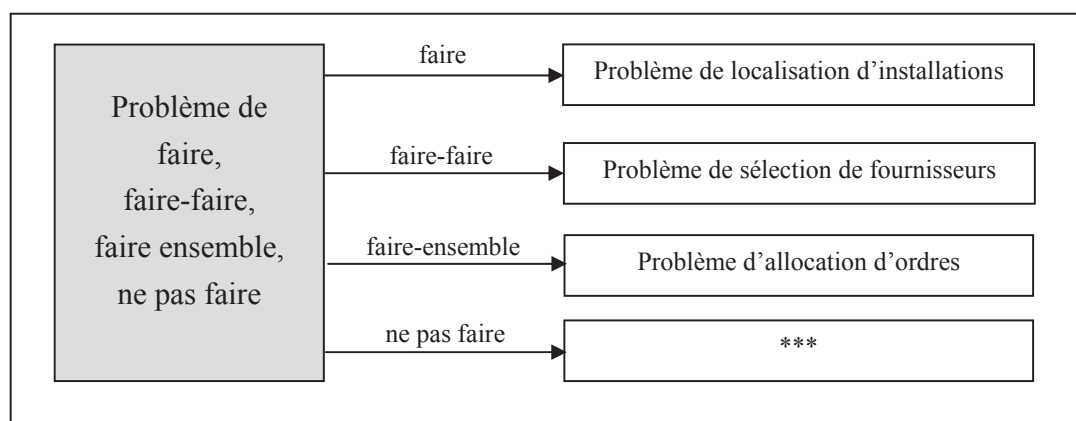
Dans le cas où l'entreprise déciderait de faire le produit, plusieurs décisions doivent être prises comme la nécessité d'ouvrir des sites de production, de choisir les technologies qu'il faut adopter dans les sites de production, de définir les capacités et la localisation des sites de production...

Dans le cas où l'entreprise déciderait de faire-faire le produit, alors des décisions relatives au choix du sous-traitant ou des fournisseurs doivent être prises comme le choix des critères de sélection des fournisseurs, la méthode de sélection des fournisseurs, le nombre des fournisseurs à sélectionner...

Dans le cas où l'entreprise déciderait de faire le produit avec d'autres partenaires, alors des décisions concernant le choix des partenaires doivent être prises. Par exemple, quelles sont les compétences requises des partenaires, quelles sont les méthodes de choix des partenaires ? Par ailleurs, puisque les partenaires peuvent être complémentaires et/ou concurrents, alors il faut décider des méthodes et des mécanismes à adopter pour assurer un bon fonctionnement entre l'entreprise et ses partenaires : un fonctionnement qui permet à l'ensemble de satisfaire le client, de faire des profits et de développer des compétences.

L'entreprise peut finalement décider de ne pas faire le produit parce que c'est un produit standard ou plutôt un produit très sophistiqué qui exige des compétences très pointues que l'entreprise ne maîtrise pas.

Il existe ainsi une correspondance étroite entre le problème de conception d'une chaîne logistique et le problème de « faire ou faire-faire ». Par ailleurs, nous considérons que le problème « faire ou faire-faire » a les ramifications schématisées dans la Figure 4.1.



**Figure 4.1 Les ramifications du problème « faire ou faire-faire »**

Nous adoptons cette vision dans la suite de ce présent rapport, et nous nous intéressons particulièrement dans ce chapitre à l'étude analytique du problème de conception d'une chaîne logistique. Nous trouvons une synthèse des approches conceptuelles d'analyse de la décision « faire ou faire-faire » dans [Bouchriha 2002].



Nous présentons dans ce chapitre une synthèse des méthodes analytiques proposées dans la littérature scientifique pour le traitement du problème de « faire, faire-faire ou faire ensemble ». Ainsi, comme suite à l'analyse faite ci-dessus (Figure 4.1), nous présenterons dans ce qui suit les modèles analytiques classiquement utilisés pour les problèmes de localisation d'installations (sous-chapitre 4.1), de sélection des fournisseurs (sous-chapitre 4.2) et d'allocation d'ordres (sous-chapitre 4.3).

## Sous-chapitre 4.1

### Problème de localisation d'installations (Modèles mathématiques)

#### 1. Introduction

Dans ce sous-chapitre, nous présentons la vue modélisation mathématique – Recherche Opérationnelle du problème de localisation d'installations. Pour chaque type de problème de localisation d'installations, nous présentons une formulation mathématique et nous discutons des méthodes et outils de résolution qui lui sont associés.

Dans ce rapport, nous adaptons la définition suivante pour le problème de localisation d'installations.

Définition 4.1 : Problème de Localisation d'installations

---

*" Il s'agit de déterminer les lieux d'implantation de nouvelles installations afin de répondre aux besoins exprimés par des zones de consommation."*

---

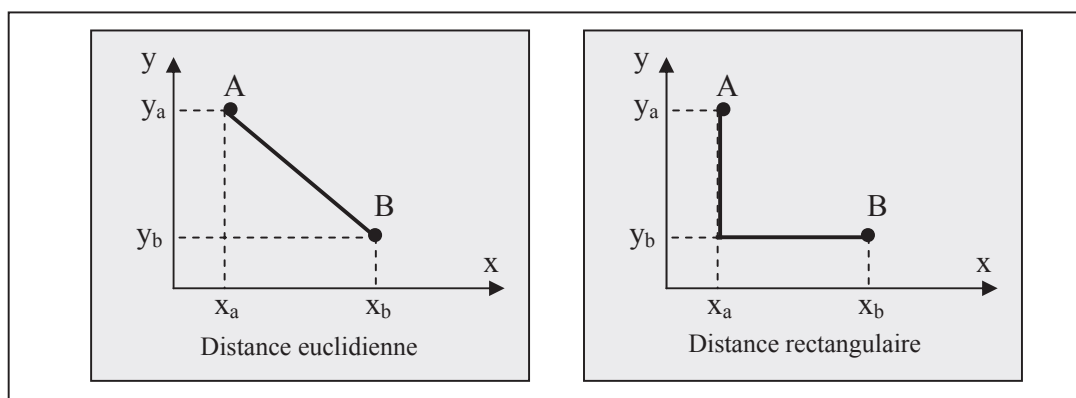
La recherche scientifique dans le domaine de la localisation d'installations s'est développée selon les 2 catégories suivantes :

- (1) **Catégorie 1** : C'est la catégorie la plus ancienne. Elle contient les modèles continus où les installations peuvent être localisées n'importe où dans l'espace. L'espace est continu et peut être de dimension 2 (plan) ou de dimension 3 (une sphère représentant la terre par exemple).

Dans cette catégorie, les problèmes sont traités selon une approche géométrique. Les distances entre les points de consommation et les installations ne sont pas connues à l'avance : ce sont des variables de décision du problème.

La complexité des modèles de cette catégorie dépend surtout de la définition de distance qu'on adopte. Par exemple, dans un espace de dimension 2, on peut citer les définitions des distances suivantes :

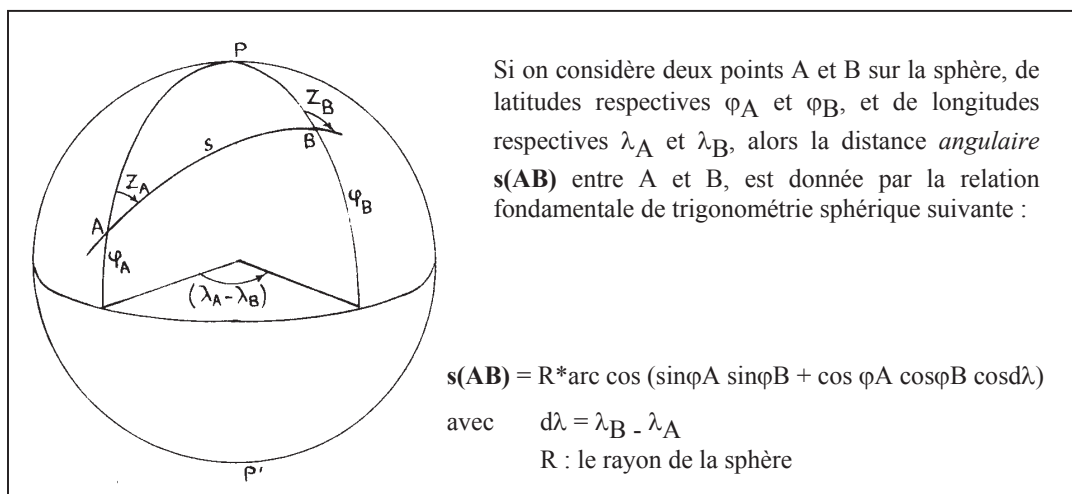
- La distance euclidienne :  $d(A,B) = ((x_a - x_b)^2 + (y_a - y_b)^2)^{1/2}$
  - La distance  $d_p$  :  $d_p(A,B) = (|x_a - x_b|^p + |y_a - y_b|^p)^{1/p}$
  - La distance rectangulaire :  $d_r(A,B) = |x_a - x_b| + |y_a - y_b|$
  - ....
- $\{(x_a, y_a), (x_b, y_b)\}$  étant les coordonnées des points A et B de l'espace.



**Figure 4.1.1 Distance euclidienne – distance rectangulaire dans un espace de dimension 2**

Les distances entre deux points sont encore plus compliquées à calculer quand il s'agit d'un espace de dimension 3. Par exemple, l'expression de la distance entre deux points situés sur une sphère est la suivante :

- La distance angulaire (Figure 4.1.2) :  
 $s(A,B) = R \cdot \arccos(\sin\varphi_A \sin\varphi_B + \cos\varphi_A \cos\varphi_B \cos\delta\lambda)$



**Figure 4.1.2 Distance angulaire entre 2 points situés sur une sphère**

Les problèmes de localisation de la catégorie 1 sont les plus compliqués à formuler et à résoudre. Nous trouverons plus de détails sur ces problèmes dans [Love et *al.*, 1988]

- (2) **Catégorie 2** : Elle englobe les modèles discrets : les installations peuvent être implantées dans des emplacements spécifiés à l'avance. Le nombre d'emplacements est fini. Dans cette catégorie, les distances entre les installations et les points de consommation sont connues à l'avance : c'est une donnée du problème. Par ailleurs, dans plusieurs cas, l'expression de la distance est remplacée par une fonction de coût. Les modèles figurant dans cette catégorie sont souvent traités en utilisant la programmation mathématique.

Dans la suite de ce sous-chapitre, on s'intéresse uniquement aux problèmes de localisation d'installations figurant dans la catégorie 2.

## 2. Problème de localisation – Problème d'allocation

Nous abordons ce sous-chapitre par une comparaison entre les problèmes de localisation pure, les problèmes d'allocation pure et les problèmes de localisation-allocation.

## 2.1 Problème de Localisation Pure : [Martel 2001]

Dans un problème de localisation pure, on suppose que l'on a  $J$  installations (entrepôts) à localiser dans un ensemble  $S$  de sites potentiels, où  $S$  est plus grand que  $J$ . On suppose aussi que les flux de produits qui circulent à travers chacune des installations sont prédéterminés. Toutefois, les coûts d'implantation et d'opération d'une installation dépendent de l'endroit où elle se situe. Le problème est d'affecter les installations aux sites de façon à minimiser le coût total encouru.

La formulation mathématique du problème est la suivante :

### *Données :*

- $J$  = nombre d'installations à implanter.
- $c_{js}$  = coût d'affectation de l'installation  $j$  au site  $s$ .
- $S$  = nombre de sites potentiels.

### *Variables de décision :*

- $y_{js}$  = 1 si l'installation  $j$  est affectée au site  $s$ .
- = 0 sinon

### *Modèle :*

$$\text{Minimiser } \sum_{j=1}^J \sum_{s=1}^S C_{js} y_{js}$$

$$\text{Sujet à : } \sum_{s=1}^S y_{js} = 1, j = 1, 2, \dots, J. \quad (4.1.1)$$

$$\sum_{j=1}^J y_{js} \leq 1, s = 1, 2, \dots, S \quad (4.1.2)$$

$$y_{js} \in \{0, 1\}, \forall j, \forall s \quad (4.1.3)$$

La fonction objectif minimise le coût total encouru.

La contrainte (4.1.1) assure que toute installation est implantée sur un site. La contrainte (4.1.2) garantit que dans chaque site, on implante au maximum une installation.

Ce modèle est un programme linéaire à variables binaires. La méthode Branch & Bound permet la résolution optimale de ce problème [Hillier et Lieberman, 2001].

Enfin, le modèle présenté ci-dessus pour traiter le problème de localisation pure, n'est autre qu'un problème d'affectation de J installations à S sites. Pour le résoudre, on introduit (S-J) installations fictives ayant des coûts d'implantation nuls, et on modifie le modèle comme suit :

**Modèle :**

$$\text{Minimiser } \sum_{j=1}^{J'=S} \sum_{s=1}^S C_{js} y_{js}$$

$$\text{Sujet à : } \sum_{s=1}^S y_{js} = 1, j = 1, 2, \dots, J'. \text{ avec } J' = S \quad (4.1)$$

$$\sum_{j=1}^J y_{js} = 1, s = 1, 2, \dots, S \quad (4.2)$$

$$y_{js} \in \{0, 1\}, \forall j=1, 2, \dots, J', \forall s=1, 2, \dots, S \text{ avec } J' = S \quad (4.3)$$

C'est un modèle d'affectation ayant la structure d'un problème de transport, auquel on peut appliquer la propriété des solutions entières (The Integer Solutions Property) :

**Integer Solutions Property :** For transportation problems where every  $s_i$  (source) and  $d_i$  (destination) have an integer value, all the basic variables in every basic feasible solution (including the optimal one) also have integer values [Hillier et Lieberman, 2001].

Cette propriété assure que les variables  $y_{js}$  sont entières. On peut donc remplacer la contrainte (4.3) par la contrainte suivante :

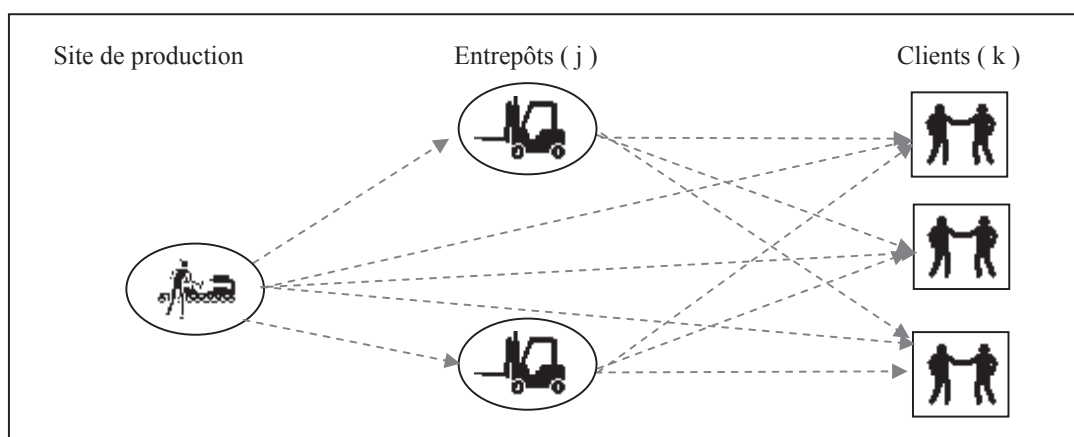
$$0 \leq y_{js} \leq 1, \forall j=1, 2, \dots, J', \forall s=1, 2, \dots, S \text{ avec } J' = S$$

Le problème à résoudre devient ainsi linéaire. On lui applique l'algorithme du simplexe pour déterminer la solution optimale.

## 2.2 Problème d'Allocation Pure [Martel 2001]

Dans le problème d'allocation pure, on ne remet pas en question la structure du réseau, mais on veut préciser la mission de chaque installation. Supposons que le contexte est le suivant : on veut distribuer des produits ( $p=1, 2, \dots, P$ ) à des points de demande connus

( $k=1, 2, \dots, K$ ) soit directement à partir des sources d'approvisionnement des produits (usine, fournisseur) ou par l'intermédiaire des entrepôts ( $j=1, 2, \dots, J$ ). Tous les produits proviennent de la même source d'approvisionnement qui a une capacité qui dépasse largement les besoins. Les entrepôts, par contre, peuvent distribuer plusieurs produits et ils ont une capacité limitée. On veut déterminer quels produits et quels points de demande affecter à chaque entrepôt, ainsi que les flux de marchandises entre les entrepôts et les sources d'approvisionnement / clients.



**Figure 4.1.3 Problème d'allocation pure**

La formulation de ce problème est :

**Données :**

- $h_{pk}$  = demande du client  $k$  pour l'acquisition du produit  $p$ .
- $V_j$  = capacité de l'entrepôt  $j$ .
- $C_{pk}$  = coût unitaire du produit  $p$  expédié au client  $k$  par livraison directe.
- $C_{pjk}$  = coût unitaire de livraison du produit  $p$  au client  $k$  si la livraison s'est faite en passant par l'entrepôt  $j$ .
- $J$  = ensemble des entrepôts
- $K$  = ensemble des clients.
- $P$  = ensemble des produits

**Variables de décision :**

- $X_{pk}$  = flux du produit  $p$  livré directement au client  $k$
- $X_{pjk}$  = flux du produit  $p$  fourni au client  $k$  à partir de l'entrepôt  $j$ .

**Modèle :**

$$\text{Minimiser } \sum_{p \in P} \sum_{k \in K} C_{pk} X_{pk} + \sum_{p \in P} \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} C_{pjk} X_{pjk}$$

$$\text{Sujet à : } X_{pk} + \sum_{j \in J} X_{pjk} = h_{pk}, \forall p \in P, \forall k \in K \quad (4.1.4)$$

$$\sum_{p \in P} \sum_{k \in K} X_{pjk} \leq V_j, \forall j \in J \quad (4.1.5)$$

$$X_{pk} \geq 0, X_{pjk} \geq 0, \forall p \in P, j \in J, k \in K \quad (4.1.6)$$

La fonction objectif minimise le coût total encouru (coût de livraison directe + coût de livraison par les entrepôts).

La contrainte (4.1.4) assure la satisfaction de la demande de chaque client. La contrainte (4.1.5) garantit le respect de la capacité de chaque entrepôt.

Ce modèle est un programme linéaire mixte. La méthode Branch & Bound permet la résolution optimale de ce problème [Hillier et Lieberman, 2001].

### 2.3 Problème de localisation-allocation (Location-Allocation Problem)

Dans ce problème, les décisions de localisation et d'allocation doivent être prises simultanément. On suppose que les produits proviennent de plusieurs sources (usines) et doivent être acheminés vers des points de consommation en passant par des entrepôts.

Un certain nombre d'usines et/ou d'entrepôts existe déjà, mais d'autres sites potentiels sont identifiés pour l'implantation de nouvelles installations (usines et/ou entrepôts). nous devons choisir une chaîne pour le cheminement de chaque produit vers chaque point de consommation et déterminer quels usines/entrepôts devraient être ouverts ou fermés, compte tenu de la capacité des installations déjà disponibles et des possibilités d'expansion des sites potentiels.

Enfin, pour récapituler, nous disons que dans un problème de localisation-allocation, l'expression « localisation » fait référence au choix de sites, par exemple des sites de



production et de distribution de l'entreprise, alors que l'expression « allocation » fait référence aux décisions d'affectation des activités, par exemple des activités de production/distribution aux sites choisis, ce qui définit la mission de ces sites [Martel 2001 (a)].

Dans la suite de ce présent sous-chapitre, nous nous intéressons particulièrement au problème de Localisation – Allocation. Nous utilisons par défaut, le terme Problème de localisation d'installations (Facility Location Problem) pour désigner le problème de Localisation – Allocation.

### **3. Typologie des problèmes de localisation d'installations**

Nous nous intéressons dans ce paragraphe à la conception d'une typologie des problèmes de localisation d'installations.

En effet, le contexte de décision peut être statique ou dynamique; déterministe ou stochastique, mono-objectif ou multi-objectifs. Nous entamons ce paragraphe par une catégorisation des problèmes {mono-objectif, statiques, déterministes}. Nous expliquons par la suite les particularités des modèles multi-objectifs, dynamiques et stochastiques.

#### **3.1 Les problèmes Mono-objectifs, Statiques, déterministes**

##### **3.1.1 Problèmes de couverture (Covering problems)**

Une demande est dite couverte si elle est satisfaite en un temps défini à l'avance. Par exemple, supposons que les sapeurs pompiers doivent intervenir en moins de 15 minutes en cas d'incendie, alors une usine située à 30 minutes de la caserne des pompiers n'est pas couverte.

Nous distinguons deux types de problème de couverture :

- (1) Location set covering problem
- (2) Maximal covering problem

a. ***Set Covering Location Model : SCLM ([White et Case, 1974], [Toregas et al., 1971])***

Dans ce problème, nous cherchons à déterminer un nombre indéfini d'installations de telle façon qu'aucun point de demande  $k$  ne soit à une distance supérieure à un seuil maximum  $S$  de l'installation la plus proche.

Dans ce qui suit, le seuil maximum sera appelé niveau ou distance de couverture. La formulation mathématique de ce problème dans sa version la plus simple est la suivante :

***Données :***

$d_{jk}$  = distance (ou le coût unitaire de production et de livraison) entre l'installation  $j$  et le client  $k$ .

$S$  = distance (temps) maximale acceptable (distance de couverture)

$N_k$  = ensemble des installations potentielles  $j$  qui sont dans le périmètre de la distance de couverture du client  $k$  ( $N_k = \{j / d_{jk} \leq S\}$ ).

$J$  = ensemble de toutes les installations.

$K$  = ensemble de tous les clients.

***Variables de décision :***

$x_j$  = 1 si l'installation  $j$  est retenue.  
= 0 sinon.

***Modèle :***

$$\text{Minimiser } \sum_{j \in J} x_j$$

$$\text{Sujet à : } \sum_{j \in N_k} x_j \geq 1, \forall k \in K \quad (4.1.7)$$

$$x_j \in \{0, 1\}, \forall j \in J \quad (4.1.8)$$

La fonction objectif minimise le nombre d'installations engagées. La contrainte (4.1.7) assure que tout client est couvert par au moins une installation.

Ce modèle est un programme linéaire à variables binaires.

**b. Maximal Covering Location Problem : MCLP ([White et Case, 1974], [Church et ReVelle, 1974])**

Dans ce problème, nous supposons que le nombre d'installations que nous pouvons localiser est défini à l'avance (exemple : Pour des raisons budgétaires, on ne peut engager plus de 3 installations). L'objectif du MCLP est de maximiser les demandes couvertes.

La formulation mathématique de ce problème est la suivante :

**Données :**

- $h_k$  = demande du client k.
- $d_{jk}$  = distance (ou coût unitaire de production et de livraison) entre l'installation j et le client k.
- $S$  = distance (temps) maximale acceptable (distance de couverture)
- $N_k$  = ensemble des installations potentielles j qui sont dans le périmètre de la distance de couverture du client k ( $N_k = \{j / d_{jk} \leq S\}$ ).
- $P$  = nombre maximal d'installations pouvant être retenues.
- $J$  = ensemble de toutes les installations.
- $K$  = ensemble de tous les clients.

**Variables de décision :**

- $y_{jk}$  = 1 si la demande du client k est satisfaite par l'installation j.  
= 0 sinon
- $z_k$  = 1 si le client k est couvert  
= 0 sinon.
- $x_j$  = 1 si l'installation j est retenue.  
= 0 sinon.

**Modèle :**

$$\text{Maximiser } \sum_k h_k z_k$$

$$\text{Sujet à : } \sum_{j \in N_k} x_j \geq z_k, \forall k \in K \quad (4.1.9)$$

$$\sum_{j \in J} x_j \leq P \quad (4.1.10)$$

$$x_j \in \{0, 1\}, \forall j \in J \quad (4.1.11)$$

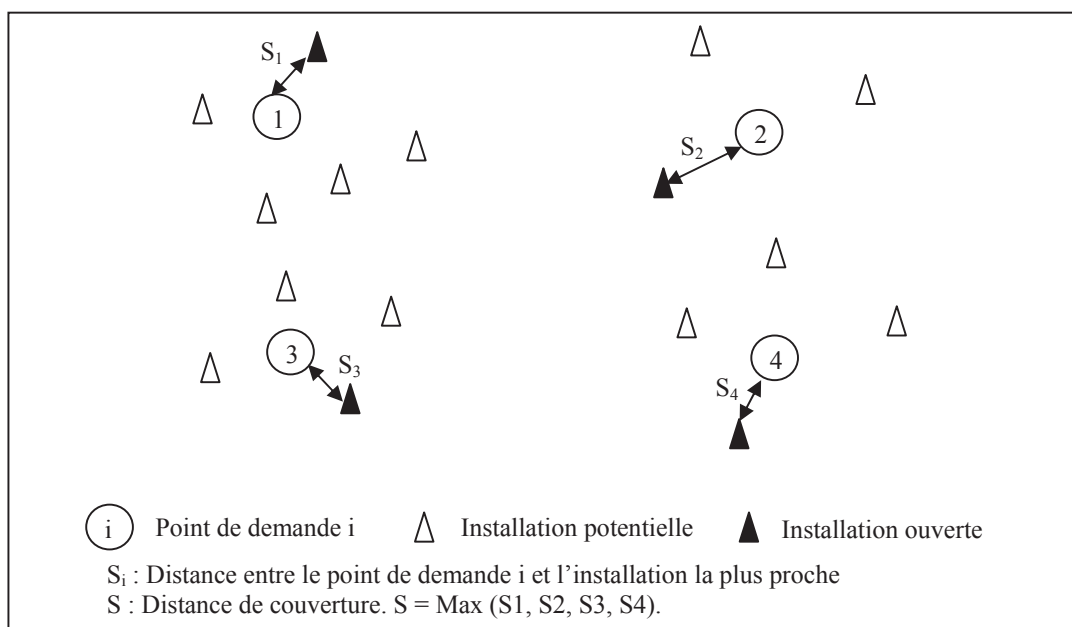
$$z_k \in \{0, 1\}, \forall k \in K \quad (4.1.12)$$

La fonction objectif maximise les quantités de demandes satisfaites. La contrainte (4.1.9) assure que si la demande d'un client est satisfaite, alors il y a au moins une installation appartenant à la zone de couverture de ce client qui sera ouverte. La contrainte (2.4) garantit que le nombre d'installations ouvertes ne dépasse pas la limite permise P.

Ce modèle est un programme linéaire à variables binaires.

### 3.1.2 Center Problems : P-Center problem PCP [Hakimi 1964]

Dans ces problèmes, on exige la satisfaction de toutes les demandes et on cherche à minimiser la distance maximale de couverture entre les points de demande et les installations les plus proches (Figure 4.1.4). Donc, contrairement aux problèmes précédents où on spécifie la distance de couverture à l'avance (donnée du problème), le PCP minimise la distance de couverture lors de la résolution (variable de sortie du problème).



**Figure 4.1.4 Schématisation du P-Center Problem**

La formulation mathématique de ce problème est la suivante :

**Données :**

$d_{jk}$  = distance (ou le coût unitaire de production et de livraison) entre l'installation  $j$  et le client  $k$ .

$P$  = nombre d'installations à retenir.

$J$  = ensemble de toutes les installations.

$K$  = ensemble de tous les clients.

**Variables de décision :**

$x_j$  = 1 si l'installation  $j$  est retenue.  
= 0 sinon.

$y_{jk}$  = 1 si la demande du client  $k$  est satisfaite par l'installation  $j$ .  
= 0 sinon

$S$  = Distance de couverture (C'est le maximum des distances qui séparent chaque point de demande de l'installation à laquelle il est affecté).

**Modèle :**

Minimiser  $S$

$$\text{Sujet à : } \sum_{j \in J} x_j = P \quad (4.1.13)$$

$$\sum_{j \in J} y_{jk} = 1, \forall k \in K \quad (4.1.14)$$

$$y_{jk} \leq x_j, \forall j \in J, \forall k \in K \quad (4.1.15)$$

$$S \geq \sum_{j \in J} d_{jk} y_{jk}, \forall k \in K \quad (4.1.16)$$

$$x_j \in \{0, 1\}, \forall j \in J \quad (4.1.17)$$

$$y_{jk} \in \{0, 1\}, \forall j \in J, \forall k \in K \quad (4.1.18)$$

La fonction objectif et la contrainte (4.1.16) permettent de minimiser la distance maximale  $S$  entre les points de demande et les installations. La contrainte (4.1.13) assure l'ouverture de  $P$  installations. La contrainte (4.1.14) garantit que la livraison de chaque point de demande se fait à partir d'une et d'une seule installation. La contrainte (4.1.15) assure que la livraison d'un point de demande ne se fait qu'à partir d'une installation ouverte.

Ce modèle est un programme linéaire à variables binaires.

La fonction objectif et la contrainte (4.1.16) traduisent la fonction objectif suivante :

$$\text{Minimiser } [ \text{Maximum}_{k \in K} ( \sum_{j \in J} d_{jk} y_{jk} ) ] \quad (4.1.19)$$

C'est pourquoi, le PCP est aussi connu sous le nom de « MiniMax Problem : MMP ».

Notons que dans l'équation (4.1.19), les points de demande ont été traités d'une manière équivalente, c'est à dire sans tenir compte du volume de la demande de chaque client  $k$  (point de demande  $k$ ). Ce modèle est donc non pondéré.

Pour tenir compte des demandes  $h_k$  des clients  $k$ , l'équation (4.1.19) est transformée comme suit :

$$\text{Minimiser } [ \text{Maximum}_{k \in K} ( \sum_{j \in J} h_k d_{jk} y_{jk} ) ] \quad (4.1.20)$$

Le modèle sera alors appelé MMP pondéré ou PCP pondéré.

### 3.1.3 Median Problems : P-Median problem : PMP [Hakimi 1964]

Il s'agit de déterminer la localisation de  $P$  installations de façon à minimiser la distance totale parcourue entre les points de demande et les installations auxquelles ils sont affectés. La distance totale est souvent pondérée par des poids traduisant l'importance de la demande. La formulation mathématique de ce problème est la suivante :

**Données :**

- $k$  = indice des clients (points de demande)
- $j$  = indice des installations.
- $h_k$  = demande du client  $k$ .
- $d_{jk}$  = distance (ou coût unitaire de production et de livraison) entre l'installation  $j$  et le client  $k$ .
- $P$  = nombre d'installations à localiser.
- $J$  = ensemble de toutes les installations.
- $K$  = ensemble de tous les clients.

**Variables de décision :**

- $x_j$  = 1 si l'installation  $j$  est retenue.

$$\begin{aligned}
 &= 0 \text{ sinon.} \\
 y_{jk} &= 1 \text{ si l'installation } j \text{ assure la demande du client } k. \\
 &= 0 \text{ sinon}
 \end{aligned}$$

**Modèle :**

$$\text{Minimiser } \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} h_k d_{jk} y_{jk}$$

$$\text{Sujet à : } \sum_{j \in J} x_j = P \quad (4.1.21)$$

$$\sum_{j \in J} y_{jk} = 1, \forall k \in K \quad (4.1.22)$$

$$y_{jk} \leq x_j, \forall j \in J, \forall k \in K. \quad (4.1.23)$$

$$x_j \in \{0, 1\}, \forall j \in J \quad (4.1.24)$$

$$y_{jk} \in \{0, 1\}, \forall j \in J, \forall k \in K. \quad (4.1.25)$$

La fonction objectif minimise la distance totale (le coût total) entre les installations et les clients. La contrainte (4.1.21) assure qu'il y a exactement P installations engagées. La contrainte (4.1.22) assure qu'un client est livré par une seule installation. La contrainte (4.1.23) assure qu'une installation ne livre un client que si elle est engagée (ouverte).

Notons que dans ce modèle, les installations ont des capacités infinies.

Ce modèle est un programme linéaire à variables binaires.

### 3.1.4 Obnoxious facility location Problems (OFLP)

Ce type de problème s'intéresse à la localisation d'installations indésirables.

#### a. *P-Dispersion Problem : PDP [Erkut et Neuman, 1989]*

Dans le « P-Dispersion Problem », on s'intéresse à localiser des installations de telle façon qu'on maximise les distances minimales entre tout ensemble de 2 installations (couple d'installations). Le PDP diffère des problèmes précédents selon 2 points :

- (1) Le PDP concerne les distances entre les installations. Alors que les modèles précédents traitent les distances qui séparent les points de demande et les installations.

- (2) Le PDP est un problème où on cherche à maximiser la distance minimale, on suit ainsi un objectif d'éloignement / dispersion. En revanche, dans les modèles précédents, l'objectif a été une recherche de proximité.

La formulation mathématique du PDP est la suivante :

**Données :**

$d_{jl}$  = distance entre les installations  $j$  et  $l$ .

$D$  = Minimum des distances qui séparent toute paire d'installations.

$P$  = nombre d'installations à retenir.

$M$  = grand nombre ( $M$  est une constante définie comme suit  
 $M > \text{Max}_{j \in J, l \in J} \{d_{jl}\}$ )

$J$  = ensemble de toutes les installations.

**Variables de décision :**

$x_j$  = 1 si l'installation  $j$  est retenue.

= 0 sinon.

**Modèle :**

Maximiser  $D$

$$\text{Sujet à : } \sum_{j \in J} x_j = P \quad (4.1.26)$$

$$D + (M - d_{jl})x_j + (M - d_{jl})x_l \leq 2M - d_{jl}, \forall j, l \in J, j \neq l \quad (4.1.27)$$

$$x_j \in \{0, 1\}, \forall j \in J \quad (4.1.28)$$

La fonction objectif maximise la distance entre les deux installations les plus proches. La contrainte (4.1.26) assure que  $P$  installations seront ouvertes. La contrainte (4.1.27) définit la distance minimale entre les installations ouvertes. Cette contrainte est active dans le seul cas où  $x_j = x_l = 1$ .

Ce modèle est un programme linéaire à variables binaires.

**b. Maxisum Location problem : MLP [Current et al., 2001]**

Il s'agit de localiser  $P$  installations de façon à maximiser la distance totale pondérée entre les points de demande et les installations auxquelles ils sont affectés. Le MLP traite de la



localisation d'installations indésirables comme les prisons, les sites nucléaires ou les décharges d'ordure. Le MLP est également appelé « Antimedial Location Problem ».

La formulation mathématique de base du problème est la suivante :

**Données :**

- $h_k$  = demande du client k.
- $d_{jk}$  = distance entre l'installation j et le point de demande k.
- $P$  = nombre d'installations à localiser
- $N$  = nombre de sites potentiels.
- $J$  = ensemble de toutes les installations.
- $K$  = ensemble de tous les points de demande.

**Variables de décision :**

- $x_j$  = 1 si l'installation j est retenue.  
= 0 sinon.
- $y_{jk}$  = 1 si la demande du client k est satisfaite par l'installation j.  
= 0 sinon

**Modèle :**

$$\text{Maximiser } \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} h_k d_{jk} y_{jk}$$

$$\text{Sujet à : } \sum_{j \in J} x_j = P \quad (4.1.29)$$

$$\sum_{j \in J} y_{jk} = 1, \forall k \in K \quad (4.1.30)$$

$$y_{jk} \leq x_j, \forall j \in J, \forall k \in K \quad (4.1.31)$$

$$\sum_{q=1}^m \gamma_{qk|k} - x_{[mk]} \geq 0, \forall k \in K, m=1, 2, \dots, N-1. \quad (4.1.32)$$

$$x_j \in \{0, 1\}, \forall j \in J \quad (4.1.33)$$

$$y_{jk} \in \{0, 1\}, \forall j \in J, \forall k \in K \quad (4.1.34)$$

La fonction objectif maximise la distance totale entre les points de demande et les installations. Les contraintes (4.1.29), (4.1.30) et (4.1.31) ont la même signification que celles du modèle « P-Median Problem ». La faiblesse de ce modèle est qu'il affecte toujours un point de demande à l'installation la plus éloignée même si une installation plus

proche est ouverte ce qui est contradictoire avec la réalité. En effet, on cherche à éloigner les installations le plus possible des points de demande, mais un point de demande devrait être affecté à l'installation ouverte la plus proche et ce pour des raisons économiques dans la plupart des cas réels. Pour contrecarrer cet inconvénient, on a introduit la contrainte (4.1.32). Dans la contrainte (4.1.32),  $[q_k]$  est l'indice de la  $q^{\text{ème}}$  installation éloignée du point de commande  $k$  ( $[1_k]$  est alors l'indice de l'installation la plus proche de  $k$ ). La contrainte (4.1.32) stipule que si la  $m^{\text{ème}}$  installation la plus proche du point de demande  $i$  est ouverte, alors la demande du nœud  $i$  doit être affectée soit à cette installation, soit à une installation plus proche.

Ce modèle est un programme linéaire à variables binaires.

*c. Anticenter Problem [Erkut et Neuman, 1989]*

Dans ce problème, on exige la satisfaction de toutes les demandes et on cherche à maximiser la distance minimale de couverture entre les points de demande et les installations les plus proches.

La formulation mathématique de ce problème est la suivante :

**Données :**

- $d_{jk}$  = distance (ou coût unitaire de production et de livraison) entre l'installation  $j$  et le client  $k$ .
- $S$  = Distance de couverture.
- $P$  = nombre d'installations à retenir.
- $J$  = ensemble de toutes les installations.
- $K$  = ensemble de tous les clients.

**Variables de décision :**

- $x_j$  = 1 si l'installation  $j$  est retenue.  
= 0 sinon.
- $y_{jk}$  = 1 si la demande du client  $k$  est satisfaite par l'installation  $j$ .  
= 0 sinon

**Modèle :**

*Maximiser*  $S$

$$\text{Sujet à : } \sum_{j \in J} x_j = P \quad (4.1.35)$$

$$\sum_{j \in J} y_{jk} = I, \forall k \in K \quad (4.1.36)$$

$$y_{jk} \leq x_j, \forall j \in J, \forall k \in K \quad (4.1.37)$$

$$S \leq \sum_{j \in J} d_{jk} y_{jk}, \forall k \in K \quad (4.1.38)$$

$$\sum_{q=1}^m y_{[qk]k} - x_{[mk]} \geq 0, \forall k \in K, m=1, 2, \dots, N-1. \quad (4.1.39)$$

$$x_j \in \{0, 1\}, \forall j \in J \quad (4.1.40)$$

$$y_{jk} \in \{0, 1\}, \forall j \in J, \forall k \in K \quad (4.1.41)$$

La fonction objectif et la contrainte (4.1.39) permettent de maximiser la distance minimale  $S$  entre les points de demande et les installations. La contrainte (4.1.35) assure l'ouverture de  $P$  installations. La contrainte (4.1.36) garantit que la livraison de chaque point de demande se fait à partir d'une et d'une seule installation. La contrainte (4.1.37) assure que la livraison d'un point de demande ne se fait qu'à partir d'une installation ouverte. La contrainte (4.1.39) assure qu'un point de demande est affecté à l'installation ouverte la plus proche.

Ce modèle est un programme linéaire à variables binaires.

### 3.1.5 Fixed Charge Location Problem: FCLP [Balinski 1965]

Dans les modèles précédents, nous avons supposé que toutes les installations ont le même coût d'ouverture. En revanche, dans le modèle FCLP, nous traitons d'installations ayant des coûts d'ouverture différents. Nous supposons également que le nombre d'installations à ouvrir est inconnu a priori.

La formulation mathématique du modèle FCLP se présente comme suit :

**Données :**

$f_j$  = coût fixe d'ouverture de l'installation  $j$

$V_j$  = capacité de l'installation  $j$ .

$h_k$  = demande du client  $k$ .

$d_{jk}$  = distance (ou coût unitaire de production et de livraison) entre l'installation  $j$  et le client  $k$ .

$\alpha$  = coût de transport d'une unité de demande sur une unité de distance.

$J$  = ensemble de toutes les installations.

$K$  = ensemble de tous les points de demande.

**Variables de décision :**

$x_j$  = 1 si l'installation  $j$  est retenue.  
= 0 sinon.

$y_{jk}$  = 1 si la demande du client  $k$  est satisfaite par l'installation  $j$ .  
= 0 sinon

**Modèle :**

$$\text{Minimiser } \sum_{j \in J} f_j x_j + \alpha \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} h_k d_{jk} y_{jk}$$

$$\text{Sujet à : } \sum_{j \in J} y_{jk} = 1, \forall k \in K \quad (4.1.42)$$

$$y_{jk} \leq x_j, \forall j \in J, \forall k \in K \quad (4.1.43)$$

$$\sum_{j \in J} h_k y_{jk} \leq V_j x_j, \forall k \in K \quad (4.1.44)$$

$$x_j \in \{0, 1\}, \forall j \in J \quad (4.1.45)$$

$$y_{jk} \in \{0, 1\}, \forall j \in J, \forall k \in K \quad (4.1.46)$$

La fonction objectif minimise le coût total d'ouverture des installations et d'acheminement des produits vers les points de demande. La contrainte (4.1.42) assure la satisfaction de la demande du client  $k$  par une seule installation  $j$ . La contrainte (4.1.43) garantit que l'approvisionnement d'un point de demande ne s'effectue qu'à partir d'une installation ouverte. Enfin, la contrainte (4.1.44) permet le respect des capacités de chaque installation. Nous tenons à préciser que le respect de la capacité n'est pas une contrainte particulière au problème FCLP. En effet, des contraintes de capacité pourraient être intégrées à tous les modèles précédents.

Ce modèle est un programme linéaire à variables binaires.

### 3.1.6 Hub Location Problem: HLP [O'Kelly 1987]

Dans un problème HLP, on suppose qu'on dispose d'un réseau de  $n$  nœuds. Un flux connu de matière ou d'information ( $h_{jk}$ ) doit être transféré entre tout couple de nœuds  $j$  et  $k$ . Évidemment, la manière la plus simple pour connecter tous les nœuds du réseau est de créer un arc entre tout couple de nœuds. Toutefois, ce choix est généralement très inefficace et ce pour des raisons économiques. On choisit donc de faire transiter la matière via des « Hub ». Un Hub doit se situer sur un des nœuds du réseau. Il assure des opérations de collection de matière, de transfert de la matière vers un autre « Hub » qui se chargera de la distribuer aux nœuds (Figure 4.1.5).

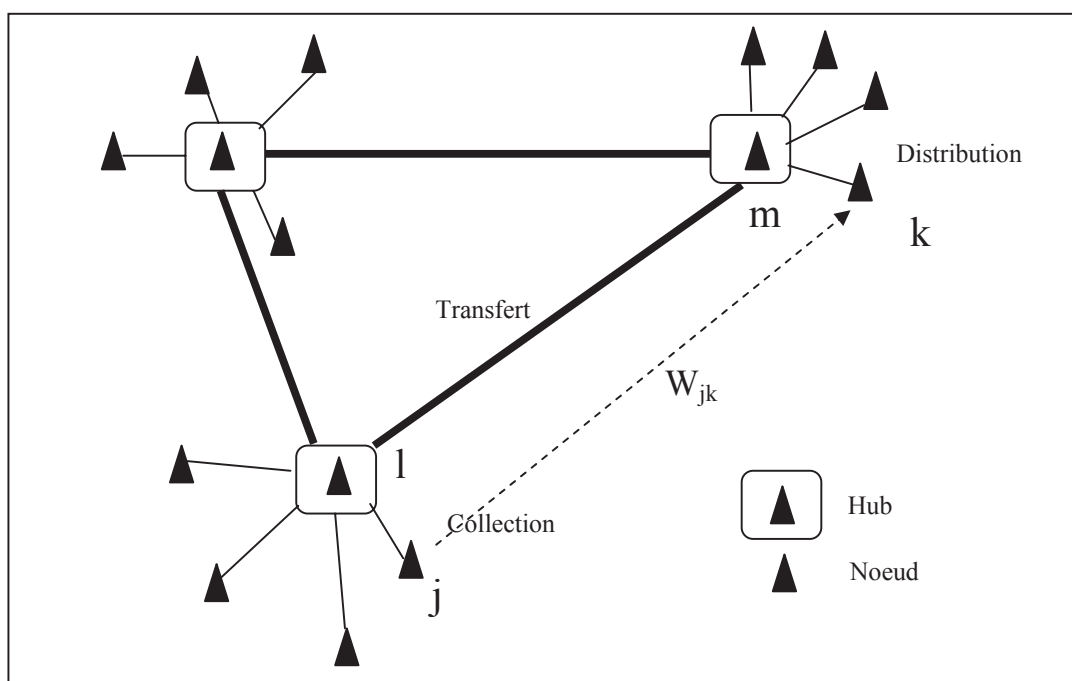


Figure 4.1.5 Schématisation du « Hub Location Problem »

La formulation mathématique du modèle se présente comme suit :

**Données :**

$h_{jk}$  = Quantité de matière requise entre les nœuds  $j$  et  $k$ .

$C_{jk}$  = coût unitaire de transport entre les nœuds  $j$  et  $k$ .

$\alpha$  = facteur de remise ( $\alpha < 1$ ) dû au transport de matière entre deux «Hub».

$J$  = ensemble des tous les nœuds du réseau.

**Variables de décision :**

$x_k$  = 1 si un Hub est localisé au nœud  $k$ .

= 0 sinon.

$y_{jk}$  = 1 si la demande du nœud  $j$  est affectée au Hub localisé au nœud  $k$ .

= 0 sinon

**Modèle :**

$$\text{Minimiser } \sum_{j \in J} \sum_{k \in J} h_{jk} \left( \sum_{l \in J} C_{jl} y_{jl} + \sum_{m \in J} C_{km} y_{km} + \alpha \sum_{l \in J} \sum_{m \in J} C_{lm} y_{jl} y_{km} \right)$$

$$\text{Sujet à : } \sum_{k \in J} x_k = P \quad (4.1.47)$$

$$\sum_{k \in J} y_{jk} = 1, \forall j \in J \quad (4.1.48)$$

$$y_{jk} \leq x_k, \forall j \in J, \forall k \in J \quad (4.1.49)$$

$$x_j \in \{0, 1\}, \forall j \in J \quad (4.1.50)$$

$$y_{jk} \in \{0, 1\}, \forall j \in J, \forall k \in J \quad (4.1.51)$$

La fonction objectif minimise la somme des coûts de collecte, de transfert et de distribution des matières.

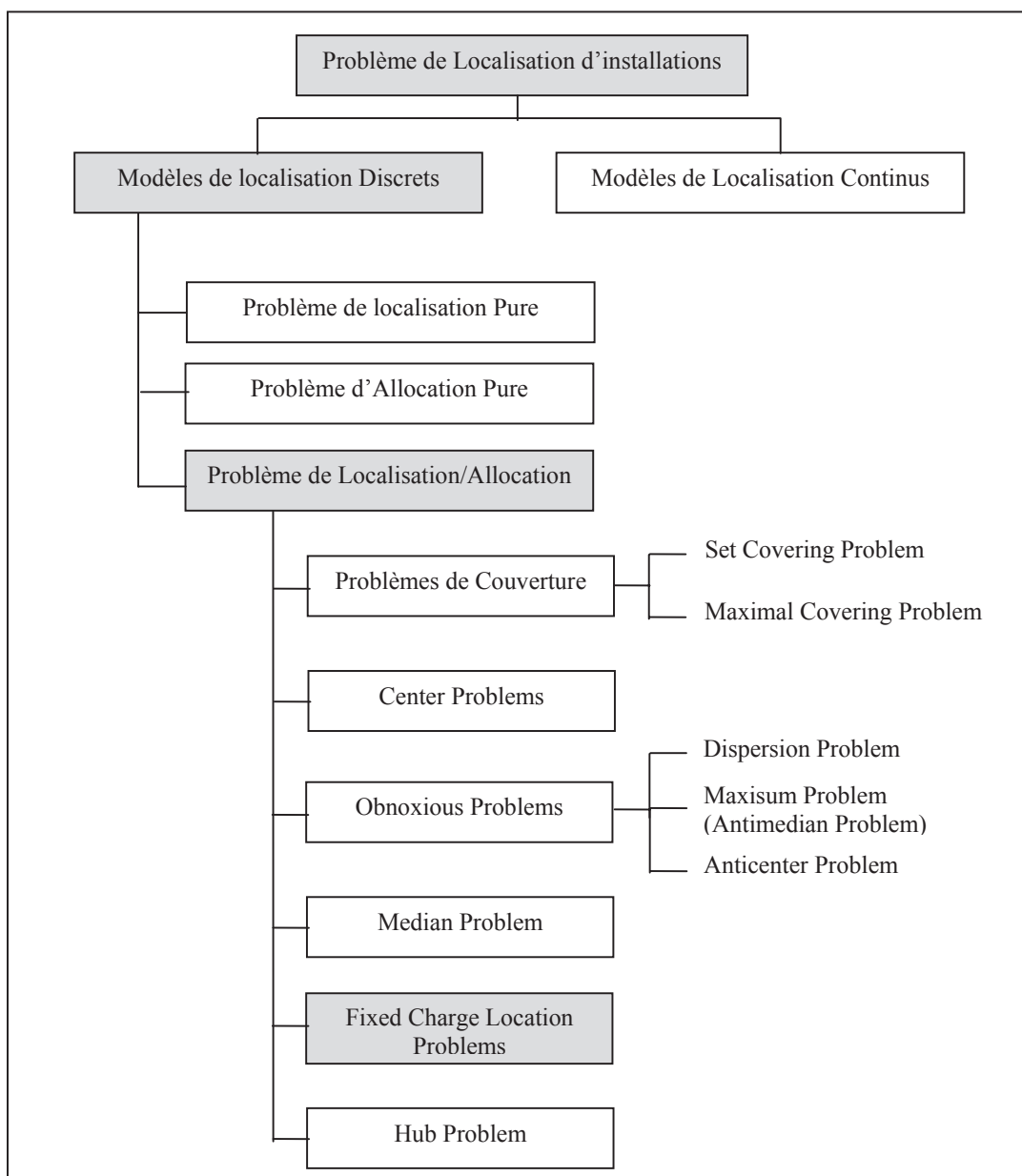
La contrainte (4.1.47) assure la localisation de  $P$  « Hub » exactement. La contrainte (4.1.48) assure que la demande d'un nœud est affectée à un et un seul « Hub ». La contrainte (4.1.49) garantit qu'il ne peut y avoir de transfert de matière d'un nœud vers un « Hub » que si le « Hub » est ouvert.

Le HLP se distingue des autres problèmes de localisation par :

- Les demandes sont exprimées entre des paires de nœuds.
- Une fonction objectif quadratique.

### 3.2 Synoptique

L'état de l'art présenté à la section précédente nous permet de proposer la typologie suivante pour le problème de localisation d'installations (synoptique ci-après).



**Figure 4.1.6 Typologie des problèmes de localisation d'installations**

### 3.3 Les problèmes dynamiques de localisation d'installations

La programmation dynamique permet de traiter un problème non plus sur une seule période de temps mais plutôt sur plusieurs périodes de temps, ce qui permet de saisir l'aspect temporel des problèmes réels.

Dans le modèle présenté ci-après, on cherche à ouvrir un certain nombre d'installations à chaque période de temps pour répondre aux besoins des points de demande. On suppose que toute installation ouverte à la période  $t$  restera ouverte jusqu'à la dernière période de décision.

Nous présentons ci-dessous le modèle dynamique et multi-objectifs proposé dans [Schilling 1980]

**Données :**

- $h_{kt}$  = demande du client  $k$  à la période  $t$ .
- $d_{jkt}$  = distance minimale entre l'installation  $j$  et le client  $k$  à la période  $t$ .
- $S$  = distance de couverture.
- $N_{kt}$  = ensemble des installations qui couvre le client  $k$  à la période  $t$ .  
( $N_{kt} = \{j / d_{jkt} \leq S\}$ )
- $P_t$  = nombre d'installations à retenir à la période  $t$ .
- $J$  = ensemble des installations.
- $K$  = ensemble des clients (points de demande)

**Variables de décision :**

- $x_{jt}$  = 1 si l'installation  $j$  est retenue à la période  $t$ .  
= 0 sinon.
- $y_{kt}$  = 1 si le client  $i$  est couvert à la période  $t$ .  
= 0 sinon

**Modèle :**

$$\text{Maximiser } \sum_{k \in K} h_{kt} y_{kt}, \forall t = 1, 2, \dots, T$$

$$\text{Sujet à : } \sum_{j \in N_{kt}} x_{jt} \geq y_{kt}, \forall k \in K, \forall t = 1, 2, \dots, T \quad (4.1.52)$$

$$\sum_j x_{jt} = P_t, \forall t = 1, 2, \dots, T \quad (4.1.53)$$



$$x_{jt} \geq x_{j,t-1}, \forall j, t = 2, 3, \dots, T \quad (4.1.54)$$

$$x_{jt} \in \{0, 1\}, \forall j, t = 1, 2, 3, \dots, T \quad (4.1.55)$$

$$y_{kt} \in \{0, 1\}, \forall k \in K, t = 1, 2, 3, \dots, T \quad (4.1.56)$$

La contrainte (4.1.54) stipule que si une installation est ouverte à la période  $t$  alors elle restera ouverte jusqu'à la période  $T$ . La fonction objectif est en réalité un vecteur de  $T$  fonctions objectifs, le modèle est ainsi, un problème multi-objectifs. La façon de traiter les problèmes multi-objectifs sera détaillée ultérieurement.

### 3.4 Les problèmes stochastiques de localisation d'installation

Les problèmes stochastiques traduisent une incertitude due à une méconnaissance du futur. Les problèmes stochastiques de localisation d'installations sont étudiés depuis 1961 [Manne 1961]. Manne stipule que l'ajout d'une demande probabiliste n'affecte pas le modèle utilisé mais augmente le besoin en capacité.

Selon [Owen et Daskin, 1998], les problèmes stochastiques sont traités selon les deux approches suivantes :

- (1) **Approche probabiliste** : elle considère les distributions de probabilité des variables aléatoires du problème. Pour les problèmes de localisation d'installations traités selon cette approche, les fonctions de distribution sont intégrées soit dans des programmes mathématiques standard, soit dans des programmes basés sur les files d'attente.
- (2) **Approche par scénarii** : elle considère un ensemble de descriptions plausibles des états possibles du futur [Owen et Daskin, 1998]. L'incertitude est ainsi traduite par un ensemble de scénarii, et l'objectif est de trouver une solution satisfaisante pour tous les scénarii. La modélisation de l'incertitude par une approche par scénarii est une application de la théorie de la décision au problème.

Nous présentons ci-après un modèle permettant de choisir la décision à prendre dans le cas où plusieurs scénarii seraient possibles [Owen et Daskin, 1998].

Le modèle a été appliqué au « p-median problem ». Il permet de minimiser une fonction de regret. La formulation mathématique de ce problème est la suivante :

**Données :**

- $h_{is}$  = demande du client  $i$  selon le scénario  $s$ .  
 $d_{jks}$  = distance entre l'installation  $i$  et le client  $k$  selon le scénario  $s$ .  
 $P$  = nombre d'installations à retenir.  
 $\hat{V}_s$  = valeur de la solution optimale du "p-median problem" selon le scénario  $s$ .  
 $q_s$  = poids affecté au scénario  $s$ . Il traduit la probabilité d'occurrence du scénario  $s$ .  
 $s$  = indice des scénarii  
 $J$  = ensemble des installations.  
 $K$  = ensemble des clients (points de demande)

**Variables de décision :**

- $x_j$  = 1 si l'installation  $j$  est retenue.  
= 0 sinon.  
 $y_{jks}$  = 1 si le l'installation  $j$  approvisionne le client  $k$  selon le scénario  $s$ .  
= 0 sinon

**Modèle :**

$$\text{Minimiser } \sum_s q_s R_s$$

$$\text{Sujet à : } \sum_{j \in J} x_j = P \quad (4.1.57)$$

$$\sum_{j \in J} y_{jks} = 1, \forall k \in K, \forall s \quad (4.1.58)$$

$$x_j \geq y_{jks}, \forall j \in J, \forall k \in K, \forall s \quad (4.1.59)$$

$$V_s = \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} h_{ks} d_{jks} y_{jks}, \forall s \quad (4.1.60)$$

$$R_s = V_s - \hat{V}_s, \forall s \quad (4.1.61)$$

$$x_j \in \{0, 1\}, \forall j \in J \quad (4.1.62)$$

$$y_{jks} \in \{0, 1\}, \forall j \in J, k \in K, s \quad (4.1.63)$$

Une autre façon de formuler le problème est de minimiser le regret maximal (*Minimiser*  $Max_s \{R_s\}$ ). Le modèle présenté ci haut sera adapté comme suit :

*Minimiser*  $W$

$$\text{Sujet à : } \sum_{j \in J} x_j = P \quad (4.1.64)$$

$$\sum_{j \in J} y_{jks} = 1, \forall k \in K, \forall s \quad (4.1.65)$$

$$x_j \geq y_{jks}, \forall j \in J, \forall k \in K, \forall s \quad (4.1.66)$$

$$V_s = \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} h_{ks} d_{jks} y_{jks}, \forall s \quad (4.1.67)$$

$$R_s = V_s - \hat{V}_s, \forall s \quad (4.1.68)$$

$$W \geq R_s, \forall s \quad (4.1.69)$$

$$x_j \in \{0, 1\}, \forall j \quad (4.1.70)$$

$$y_{jks} \in \{0, 1\}, \forall j \in J, k \in K, s \quad (4.1.71)$$

### 3.5 Les modèles multi-objectifs

Selon ([Melachrinoudis et *al.*, 1995], [Current et Ratick, 1995], [Current et *al.*, 2001]), les modèles multi-objectifs proposés pour le traitement du problème de localisation d'installations ont un vecteur de fonctions objectives au lieu d'une seule, toutefois, les contraintes sont similaires à celles des modèles détaillés précédemment. La grande difficulté des modèles multi-objectifs ne réside pas dans la formalisation du problème mais plutôt dans la résolution du modèle proposé.

Selon [Cohon 1978], il y a deux manières de résoudre un problème multi-objectifs :

- (1) **Méthode 1** : elle consiste à suivre les étapes suivantes :
  - Classification des objectifs les uns par rapport aux autres

- Affectation de coefficients de priorité aux objectifs (plus l'objectif est important, plus le coefficient de priorité est grand). La somme des coefficients de priorité de tous les objectifs est égale à 1.
- Agrégation des objectifs en une seule fonction en utilisant la somme pondérée des objectifs.
- Détermination de la solution optimale du problème en considérant la fonction objectif agrégée.

(2) **Méthode 2** : elle consiste à chercher les solutions efficaces (optimales au sens de Pareto) du problème. Pour ce faire, on suit les étapes suivantes :

- Affecter des poids (coefficients de priorité) aux fonctions objectifs pour transformer le problème multi-objectifs en un programme mono-objectif.
- Déterminer la solution optimale du programme mono-objectif.
- Vérifier si la solution obtenue est efficace ou non (si la solution obtenue est dominée par une autre solution alors elle n'est pas efficace. Si la solution obtenue n'est dominée par aucune des solutions efficaces, alors elle est efficace).
- Faire varier les coefficients de priorité.
- Répéter cette procédure plusieurs fois pour obtenir le plus de solutions efficaces possibles.

Dans [Current et Ratick, 1995], un modèle multi-objectifs a été proposé pour la localisation d'installations indésirables (décharge). Les auteurs supposent qu'il y a un ensemble I de points qui génèrent des déchets qu'il faut transporter à un ensemble J de décharges potentielles. Le modèle consiste à déterminer la localisation des décharges pour minimiser les risques d'implantation et de transport, et minimiser les coûts de d'implantation, de transport et de fonctionnement des installations.

Il importe de préciser que dans le cas où le décideur choisit d'appliquer la méthode 2, un ensemble de solutions non dominées sera déterminé. Une bonne façon de procéder est

d'appliquer une méthode multicritère de décision à l'ensemble des solutions non dominées pour déterminer la meilleure solution.

### 3.6 Synthèse

Nous remarquons que dans tous les types de problèmes de localisation-allocation, les contraintes sont sensiblement les mêmes. C'est au niveau de l'expression et de la signification des fonctions objectifs que les modèles diffèrent.

On s'intéresse dans ce qui suit à l'étude en profondeur des problèmes de type « Fixed Charge Location Problems (FCLP) » en faisant varier les hypothèses de départ comme la capacité des installations, le nombre de produits, l'incertitude....

Le FCLP nous intéresse particulièrement puisqu'il est à la base de la conception des réseaux logistiques. Les modèles développés pour le problème FCLP peuvent être facilement adaptés pour l'étude des autres catégories de problèmes.

## 4. Étude du problème FCLP

Les problèmes de localisation d'installations varient en fonction :

- (1) de la nature des informations. On distingue alors,
  - a. Les problèmes déterministes.
  - b. Les problèmes stochastiques.
- (2) de la capacité des installations. On distingue alors,
  - a. Les problèmes de location d'installations à capacités finies (capacitated facility location problem)
  - b. Les problèmes de location d'installations à capacités infinies (uncapacitated facility location problem)
- (3) de l'horizon de planification. On distingue alors,
  - a. Les problèmes de localisation statiques (static facility location problem)
  - b. Les problèmes de localisation dynamiques (dynamic facility location problem)

- (4) de la structure des coûts. On distingue alors,
  - a. Les coûts linéaires
  - b. Les coûts non linéaires.
- (5) du nombre d'objectifs à optimiser. On distingue alors,
  - a. Les problèmes de localisation mon-objectif.
  - b. Les problèmes de localisation multi-objectifs.
- (6) du nombre d'échelons<sup>1</sup>. On distingue alors,
  - a. Les problèmes de localisation mono-échelon.
  - b. Les problèmes de localisation multi-échelons.

Si on prend en compte toutes les combinaisons possibles selon la classification ci-dessus, le nombre de problèmes de localisation d'installation qu'on peut imaginer est  $2^6 = 64$  problèmes. Il est clair qu'on ne peut étudier toutes les variantes (64 variantes) du problème de localisation. Pour cette raison, nous nous sommes intéressés particulièrement aux problèmes les plus couramment rencontrés que nous développons en annexe F.

## 5. Méthodes de résolution des problèmes de localisation

Les problèmes de localisation des installations statiques et déterministes sont généralement modélisés par des programmes linéaires mixtes (Mixed Integer Programming). La méthode Branch & Bound (BB) permet de résoudre ce type de modèle de façon optimale. Toutefois, elle n'est efficace que pour les problèmes de petites tailles.

Plusieurs chercheurs se sont donc intéressés à la conception de méthodes heuristiques comme la recherche tabou, les algorithmes génétiques, le recuit simulé... Les heuristiques proposées sont plus rapides que la méthode BB et donnent en général des solutions proches de l'optimum. De ce fait, la solution donnée par une heuristique doit être évaluée. Or, le recours à une heuristique sous-entend qu'on ne connaît pas la solution optimale pour pouvoir la comparer avec la solution donnée par une heuristique. C'est pourquoi, on relaxe le problème initial grâce aux méthodes de relaxation (exemple la relaxation de Lagrange) et

---

<sup>1</sup> C'est à dire le nombre de niveaux de décision. (voir annexe F)

on cherche des bornes pour la solution optimale. On compare à l'étape suivante la solution obtenue par la méthode heuristique aux bornes obtenues après relaxation.

Pour les autres catégories de problèmes de localisation (stochastiques, dynamique,...), la méthode de résolution dépend de la manière de modéliser le problème. On cite par exemple, l'application de la théorie des files d'attente, la théorie de la décision, la programmation quadratique pour le « Hub Location Problem ».

Pour les problèmes de localisation d'installations sans contraintes, les méthodes multicritères de décision comme PROMETHEE ou ELECTRE sont parmi les plus utilisées.

## 6. Progiciels de localisation d'installations

Selon AMR Research ([www.amrresearch.com](http://www.amrresearch.com)), les principaux progiciels de conception de réseaux logistiques (le terme outils de conception de réseau logistique est utilisé par les industriels pour désigner les outils de localisation d'installations) classés en ordre de leur part de marché en 1997, sont :

- Le Supply Chain Designer de CAPS Logistics ([www.caps.com](http://www.caps.com)). CAPS a été récemment acquis par Baan.
- Le Supply Chain Navigator de Manugistics ([www.manugistics.com](http://www.manugistics.com)).
- Le Supply Chain Strategist de InterTrans Logistics Solutions. InterTrans a été acheté récemment par i2Technologies ([www.i2.com](http://www.i2.com)).
- Le Network Designer de SynQuest ([www.synquest.com](http://www.synquest.com)). Suite à l'acquisition de Bender Management Consultants. [Martel 2001]
- ....

D'autres didacticiels existent également sur le marché. Nous citons à titre d'exemple :

- SITUATION : c'est un outil développé à l'Université « Northwestern University » par l'équipe du professeur Mark Daskin (<http://users.iems.northwestern.edu/~msdaskin/>). SITUATION supporte 5 types de problème de localisation d'installation : P-Median Problem, P-Center Problem, Set

Covering Problem, Maximal Covering Problem, Uncapacitated Fixed Charge Problem.

- ...

La plupart de ces outils contiennent une interface pour la saisie ou l'extraction des données et un solveur de programmation mathématique comme CPLEX par exemple.

## 7. Conclusion

Dans ce sous-chapitre, nous avons fait une synthèse des modèles analytiques développés dans la littérature scientifique pour modéliser le problème de localisation d'installations. Nous avons proposé une typologie pour ce problème. Nous avons présenté par la suite la façon de modéliser les problèmes dynamiques, stochastiques et multi-objectifs. Enfin, nous avons discuté des méthodes de résolution nécessaires pour les modèles étudiés ainsi que des progiciels et didacticiels qui les supportent.

Nous présentons dans l'annexe F, différents modèles développés dans la littérature pour l'étude du problème de localisation d'installations de type FCLP « Fixed Charge Location Problem ». Nous nous intéressons particulièrement à l'étude de ce problème car il est à la base de la conception des réseaux d'entreprises.

Comme suite à ce sous-chapitre où nous nous sommes intéressés à la question du « faire », nous poursuivons l'étude des autres ramifications du problème « faire, faire-faire ou faire ensemble » (Figure 4.1). Nous proposons donc d'étudier au sous-chapitre 4.2 le problème de sélection de fournisseurs qui répond à la question du « faire-faire ».



## Sous-chapitre 4.2

### Problème de sélection de fournisseurs (Modèles mathématiques)

#### 1. Introduction

Le problème de sélection de fournisseurs a été largement étudié dans la littérature scientifique. Gary Dickson [Dickson 1966] est un des pionniers à s'intéresser à ce problème. Il a défini le problème de sélection de fournisseurs comme suit :

Définition 4.2 : Problème de sélection de fournisseurs

---

*" The vendor selection problem is associated with deciding how one vendor should be selected from a number of potential alternatives. "* [Dickson 1966]

---

Nous adoptons cette définition et nous ajoutons certaines précisions pour tenir compte du cas où une entreprise sollicite ses fournisseurs pour la réalisation de plusieurs activités à la fois. Nous définissons donc le problème de sélection de fournisseurs comme suit :

### Définition 4.3 : Problème de sélection de fournisseurs

---

" *Le problème de sélection de fournisseurs consiste à décider de la manière avec laquelle un ou plusieurs fournisseurs sont sélectionnés à partir d'un certain nombre d'alternatives et ce pour la réalisation d'une activité ou la fourniture d'un produit.*

*Dans le cas où plusieurs activités sont à réaliser, nous parlons de problème de sélection de fournisseurs si les activités sont traitées de façon indépendante (pas de synchronisation entre activités, pas de contraintes de précédence, ...). Dans le cas où les activités sont assujetties à des contraintes de précédence par exemple, on désignera le problème à traiter par « problème d'allocation d'ordres : Order Allocation Problem »." [Hammami et al., 2003(a)]*

---

Le problème de sélection de fournisseurs est complexe en raison du grand nombre de combinaisons à considérer, du caractère multicritère du problème à résoudre et du caractère évolutif des caractéristiques de chaque fournisseur.

La revue de la littérature nous a permis de déduire que le problème de sélection de fournisseurs a souvent été étudié en respectant les étapes suivantes :

- (1) **Étape 1** : Lister l'ensemble des fournisseurs.
- (2) **Étape 2** : Déterminer l'ensemble des critères de sélection.
- (3) **Étape 3** : Évaluer les fournisseurs par rapport aux critères.
- (4) **Étape 4** : Proposer une méthode de sélection.
- (5) **Étape 5** : Décider du (des) fournisseur(s).

Ces étapes sont conformes à la caractérisation d'une situation décisionnelle telle que présentée au chapitre 3 de ce mémoire.

Dans ce présent sous-chapitre, nous nous intéressons en premier lieu à l'étude des critères de sélection des fournisseurs. Nous présentons un état de l'art concis sur les méthodes de sélection de fournisseurs les plus utilisées dans la littérature scientifique. Enfin, nous

développons une procédure permettant l'analogie entre le problème de sélection de fournisseurs et le problème de localisation d'installations.

## 2. Les critères de sélection

Suite à une enquête effectuée auprès de 273 industriels, Dickson [Dickson 1966] a identifié plus de 50 critères utilisés par les entreprises pour sélectionner leurs fournisseurs. Ces critères ont été traités par Dickson et regroupés en 23 critères seulement. Selon Dickson, les 7 critères les plus usités sont respectivement : la qualité, le délai, l'historique de la performance, la politique de réclamation, la capacité, le prix, et la capacité technique.

Une synthèse de 74 articles de la littérature scientifique présentée dans [Weber et *al.*, 1991] a montré que les 23 critères recensés par Dickson en 1966, sont quasiment les mêmes que ceux utilisés aujourd'hui pour traiter le problème de sélection de fournisseurs. En revanche, l'ordre d'importance des critères n'est plus le même. Selon [Weber et *al.*, 1991], les 7 critères les plus cités sont respectivement : le prix, le délai, la qualité, la capacité, la localisation géographique, la capacité technique et l'organisation.

Il est évident que l'ordre d'importance des critères ne peut être figé. Cet ordre dépend du contexte économique. Par ailleurs, cet ordre d'importance n'est pas générique (il n'est pas le même pour toutes les entreprises) : il dépend du secteur d'activité, de la nature du produit, de la nature de la relation de coopération entre l'entreprise et ses fournisseurs... Par exemple, dans l'industrie nucléaire ou aérospatiale, le critère sécurité est très important, or nous remarquons bien qu'il n'existe même pas parmi les 7 critères les plus usitées selon [Dickson 1966] ou [Weber et *al.*, 1991]. De même, pour le choix d'un équipementier, les constructeurs automobiles exigent de plus en plus à leurs fournisseurs un système de communication très performant et des échanges de données informatisées... Ainsi, il est clair que même la classification de [Weber et *al.*, 1991] est à mettre à jour. Par ailleurs, il est plus pertinent que cette classification soit plus précise et ce en intégrant les attributs type d'industrie, type de produit, ...

Enfin, nous considérons que le choix d'un fournisseur se fait toujours selon des critères stratégiques, techniques et économiques.

Le problème de sélection de fournisseurs se situe dans un des contextes suivants :

- (1) **Contexte 1** : L'entreprise souhaiterait solliciter des fournisseurs pour une première affaire. L'entreprise n'a donc aucun historique concernant le(s) fournisseur(s). Dans ce cas, les critères stratégiques et techniques seront plus importants que les critères économiques.
- (2) **Contexte 2** : L'entreprise souhaiterait solliciter des fournisseurs pour réaliser des activités qu'ils connaissent déjà. Dans ce cas, les critères techniques sont considérés maîtrisés, et les critères économiques seront plus importants que les critères stratégiques.

### **3. Les approches de sélection de fournisseurs**

Notre étude de l'état de l'art sur les approches de sélection de fournisseurs nous a permis de recenser les approches suivantes que nous avons classées conformément à la typologie des méthodes de sélection présentée au chapitre 3 :

#### **Les méthodes élémentaires :**

- La méthode catégorique (categorical method) [Timmerman 1986]
- The cost-ratio method [Timmerman 1986]
- La méthode de la somme pondérée (weighted-point method or the linear averaging) [Timmerman 1986]

#### **Les méthodes d'optimisation mathématique (MOM)**

- Le goal Programming ([Buffa et Jackson, 1983], [Chaudhry et *al.*, 1991], [Hajidimitriou et Georgiou, 2000])
- La programmation mixte ([Bender et *al.*, 1985], [Narasimhan et Stoyhoff, 1986], [Current et Weber, 1994]...)

- La programmation mathématique à objectifs multiples ([Weber et Current 1993], [Weber et Ellram, 1993], [Weber 1996], [Weber et Desai, 1996], [Weber 2000], [Weber et *al.*, 2000(a)], [Weber et *al.*, 2000(b)]).
- Une combinaison de la méthode AHP et de la programmation linéaire [Ghodsypour et O'Brien, 1998].

#### **Les méthodes d'aide à la décision multicritère (MADMC)**

- La méthode AHP (Analytic Hierarchic Process) ([Narasimhan 1983], [Nydick et Hill, 1992], [Barbarosoglu et Yazgac, 1997], [Phuong Ta et Yin Har, 2000], [Tam et Tummala, 2000])
- La méthode ISM (Imterpretive Structural Modelling) [Mandal et *al.*, 1994]

#### **Les méthodes basées sur les coûts**

- L'approche Activity Based Costing (ABC) ([Roodhooft et Konings, 1996], [Degraeve et Roodhooft, 1998])
- Total Cost of Ownership ([Ellram 1995], [Degraeve et *al.*, 2000])

#### **Les méthodes basées sur les techniques statistiques**

- L'Analyse en composantes principales (Principal Component Analysis) [Petroni et Braglia, 2000].
- Analyse statistique [Mummalaneni et *al.*, 1996]
- Analyse discrète (Discrete Choice Analysis Experiment) [Verma et Pullman, 1998]

#### **Les méthodes basées sur le calcul de la quantité économique de commande**

- ([Hwang et *al.*, 1990], [Jordan 1987], [Lee et Rosenblatt, 1986]...)

#### **Autres méthodes**

- Une combinaison de la méthode de la somme pondérée et de la technique de simulation Monte Carlo [Thompson 1990].
- Modèles de jugements humains (human judgments models) [Patton 1996]
- Réseaux de neurones [Siyong et *al.*, 1997]

- ...

Nous tenons à préciser que la plupart des modèles proposés pour le traitement du problème de sélection de fournisseurs sont des modèles de programmation linéaire mixte. En effet, la quasi-totalité des approches basées sur des modèles de programmation mathématique sont des modèles de programmation linéaires mixtes.

Le Goal Programming ne se distingue d'un modèle classique que par la façon avec laquelle nous agrégeons les différents critères en une seule fonction objectif, le modèle obtenu est alors mono-objectif linéaire mixte.

Par ailleurs, même si la programmation mathématique à objectifs multiples (PMOM) se base sur la notion de solutions non dominées, dans la plupart des problèmes de sélection de fournisseurs, l'ensemble des contraintes définit un problème de programmation linéaire mixte. La PMOM a l'avantage de permettre la négociation avec les fournisseurs non sélectionnés pour leur expliquer les raisons pour lesquelles ils n'ont pas été sélectionnés, et quels critères ils doivent améliorer pour augmenter la chance d'être sélectionnés.

En outre, la méthode AHP a souvent été couplée avec un programme linéaire mixte : La méthode AHP est exploitée pour déterminer les poids des critères. Les critères sont ensuite agrégés dans une même fonction objectif qui constitue avec les contraintes du problème un modèle de programmation linéaire mixte. Nous notons que la méthode AHP a été appliquée aussi pour toute la procédure de choix d'un fournisseur et ce dans le cas où les alternatives du problème sont connues à l'avance.

Les approches utilisant les techniques statistiques s'appliquent dans des conditions très particulières, et ne peuvent être généralisées pour le traitement du problème de sélection de fournisseurs.

Les approches utilisant des modèles basés sur les réseaux de neurones ou les algorithmes génétiques sont souvent proposées pour la résolution du modèle mathématique, souvent complexe, et ne pouvant être résolu de façon optimale.

Les approches basées sur les coûts (ABC, TCO) ne peuvent être considérées comme des méthodes de sélection. Toutefois, elles ont l'avantage de traduire tous les critères du problème en coût. On aura vers la fin un seul critère à optimiser qui est le coût total.

Concernant les approches basées sur le calcul de la quantité économique de commande, le problème de sélection de fournisseurs a été traité avec la vision d'un gestionnaire de stock. Le coût total d'un article est la somme de son coût de commande, d'acquisition, de stockage, ... Il s'agit de trouver le compromis permettant la minimisation du coût total : Quelles quantités faut-il affecter aux fournisseurs ? Quelle périodicité ? Quelle est la taille du lot d'approvisionnement ?...

Afin de mieux expliciter la répartition des approches utilisées pour traiter le problème de sélection de fournisseurs, nous considérons les articles présentés dans [Weber et *al.*, 1991]. Nous constatons que parmi les 74 articles, 33 articles sont conceptuels, 20 articles présentent des modèles mathématiques basés sur la programmation linéaire, la programmation linéaire mixte, le goal programming..., 14 articles présentent des modèles basés sur le calcul de la quantité économique de commande (Economic Order Quantity), et les autres articles présentent des modèles divers (AHP, analyse statistique...). Cette répartition est récapitulée au tableau ci-après.

Méthodes	Nombre d'articles	Pourcentage
Articles conceptuels	33	45 %
Programmation linéaire, la programmation linéaire mixte, le goal programming...,	20	27 %
Quantité économique de commande (EOQ)	14	19 %
Divers (AHP, analyse statistique...)	7	9 %

**Tableau 4.2.1 Répartition des approches de sélection de fournisseurs dans [Weber et *al.*, 1991]**

Enfin, nous précisons que l'analyse de la littérature scientifique nous a permis de constater l'absence d'un modèle générique pour représenter le problème de sélection de fournisseurs. Ceci peut être expliqué par :

- La différence des contextes d'application des méthodes (environnement certain ou incertain, statique ou dynamique,...)
- La nature de l'articulation des préférences du décideur.

- La nature des critères.
- La nature du résultat souhaité.
- .....

Nous remarquons également l'absence de références traitant le problème de sélection de fournisseurs par des approches multicritères de décision telles que Electre, Prométhée,... bien que ces méthodes aient un grand apport conceptuel dans la modélisation des préférences ainsi que dans les méthodes de sélection.

Enfin, nous considérons que le choix de l'une des méthodes présentées précédemment est étroitement lié à la nature du problème de sélection de fournisseurs :

- (1) Est ce qu'il s'agit de résoudre le problème afin de trouver les solutions possibles puis choisir une solution?
- (2) Est ce qu'on dispose d'un ensemble de solutions ou d'alternatives possibles, parmi lesquelles il faut en choisir une?

#### **4. Typologie des problèmes de sélection de fournisseurs**

Les modèles de sélection de fournisseurs varient en fonction :

- (1) de la nature des informations. On distingue :
  - a. Les problèmes déterministes
  - b. Les problèmes stochastiques
- (2) de la capacité des fournisseurs. On distingue :
  - a. Les problèmes où les fournisseurs ont des capacités finies
  - b. Les problèmes où les fournisseurs ont des capacités infinies
- (3) du nombre de fournisseurs à sélectionner. On distingue :
  - a. Les problèmes de sélection d'un seul fournisseur (mono-sourcing)
  - b. Les problèmes de sélection de plusieurs fournisseurs (multi-sourcing)
- (4) de la structure des coûts du (des) produit(s). On distingue :



- a. Les coûts ont une structure linéaire
  - b. Les coûts ne sont pas linéaires (par exemple : dans les cas où des rabais sont possibles)
- (5) du nombre de produits. On distingue :
- a. Les problèmes de sélection de fournisseurs pour l'acquisition d'un seul produit.
  - b. Les problèmes de sélection de fournisseurs pour l'acquisition de plusieurs produits.
- (6) ...

Selon la classification présentée ci-dessus, le nombre de problèmes de sélection de fournisseurs que nous pouvons imaginer est  $2^5 = 32$  problèmes. Il est clair que nous ne pouvons étudier dans le cadre de ce travail toutes les variantes. Nous nous intéressons particulièrement à l'analyse des problèmes les plus couramment étudiés et nous donnons les lignes directrices pour le traitement des autres catégories de problèmes.

Nous tenons à préciser que plusieurs critères sont susceptibles d'être pris en compte dans le traitement du problème de sélection de fournisseurs. Pour des raisons de simplicité, nous considérons dans ce paragraphe l'objectif « minimisation du coût » seulement et nous supposons que les autres critères (le respect du délai, la qualité, ...) sont intégrés dans les contraintes. Dans le cas où le décideur choisit de ne pas intégrer les critères autre que le coût dans les contraintes, mais plutôt dans la fonction objectif du problème, on aura à traiter un problème multiobjectif. La façon de traiter ce type de problème a été bien étudiée au chapitre 3.

#### **4.1 Modèle 1 : {déterministe, capacités infinies, mono-sourcing, Coûts linéaires, 1 produit}**

C'est le problème de sélection de fournisseurs le plus simple à traiter.

Il s'agit de sélectionner parmi un ensemble de  $J$  fournisseurs, un fournisseur et un seul chargé de fournir le produit ou de réaliser l'activité demandée par l'entreprise (le client,

donneur d'ordre, ...) de façon à respecter les contraintes tout en minimisant les coûts associés. La structure générale du modèle mathématique est la suivante :

**Données :**

- $c_j$  = coût unitaire proposé par le fournisseur j.
- $f_j$  = coût fixe de l'engagement du fournisseur j.
- $x$  = quantité requise pour le produit.
- $J$  = ensemble de tous les fournisseurs.

**Variables de décision :**

- $z_j$  = 1 si le fournisseur j est retenu.
- = 0 Sinon.

**Modèle :**

$$\text{Minimiser } \sum_{j \in J} f_j z_j + x * \sum_{j \in J} c_j z_j$$

$$\text{Sujet à : } \sum_{j \in J} z_j = 1, \quad (4.2.1)$$

$$z_j \in \{0, 1\}, \forall j \in J. \quad (4.2.2)$$

$$\text{Toute autre règle de gestion} \quad (4.2.3)$$

La fonction objectif minimise le coût d'acquisition du produit objet de l'étude.

La contrainte (4.2.1) assure qu'un et un seul fournisseur soit sélectionné. La contrainte (4.2.3) permet d'intégrer toute autre règle de gestion (par exemple le respect du délai se traduit par la contrainte  $D_j * z_j \leq D$ , avec  $D$  : délai fixé par le donneur d'ordre et  $D_j$  : délai proposé par le fournisseur j).

## 4.2 Modèle 2 : {déterministe, capacités finies, multi-sourcing, Coûts linéaires, 1 produit}

Il s'agit de sélectionner plus d'un fournisseur pour la réalisation d'une activité ou la fabrication d'un produit. Deux stratégies sont possibles :

- (1) **Stratégie 1** : le nombre de fournisseurs à sélectionner est fixé à l'avance (q fournisseurs),

- (2) **Stratégie 2** : le nombre de fournisseurs est le résultat de l'algorithme d'optimisation.

La décision de choisir de faire du multi-sourcing peut être due à un des cas suivants :

- (1) Il n'existe aucun fournisseur capable de fournir la quantité totale du produit requise par l'entreprise donneur d'ordre. C'est un simple problème de capacité insuffisante.
- (2) L'entreprise donneur d'ordre décide pour des raisons stratégiques (non dépendance d'un seul fournisseur) de faire intervenir plusieurs fournisseurs, chacun est chargé d'une proportion de la commande. Cette décision exige souvent plus de coordination entre l'entreprise donneur d'ordre et ses fournisseurs. Par ailleurs, les coûts de ce choix sont souvent plus élevés que lors du mono-sourcing. En revanche, cette décision permet d'éviter ou du moins limiter la dépendance de l'entreprise donneur d'ordre vis-à-vis de son fournisseur.

La structure générale du modèle mathématique relatif à ce problème est la suivante :

**Données :**

- $c_j$  = coût unitaire proposé par le fournisseur j.  
 $f_j$  = coût fixe de l'engagement du fournisseur j.  
 $x$  = quantité requise pour le produit.  
 $q$  = nombre de fournisseurs à sélectionner (stratégie 1)  
 $\underline{V}_j$  = Quantité minimale exigée par le fournisseur j.  
 $\overline{V}_j$  = Quantité maximale qui peut être produite par le fournisseur j.  
 $J$  = ensemble de tous les fournisseurs.

**Variables de décision :**

- $z_j$  = 1 si le fournisseur j est retenu.  
= 0 Sinon.  
 $x_j$  = quantité fournie par le fournisseur j

**Modèle :**

$$\text{Minimiser } \sum_{j \in J} f_j z_j + \sum_{j \in J} c_j x_j$$

$$\text{Sujet à : } \sum_{j \in J} x_j = x, \quad (4.2.4)$$

$$\underline{V}_j z_j \leq x_j \leq \overline{V}_j z_j, j \in J \quad (4.2.5)$$

$$\sum_{j \in J} z_j = p, \text{ (stratégie 1)} \quad (4.2.6)$$

$$z_j \in \{0, 1\}, \forall j \in J. \quad (4.2.7)$$

$$\text{Toute autre règle de gestion} \quad (4.2.8)$$

La contrainte (4.2.4) assure que toute la quantité requise par l'entreprise donneur d'ordre est satisfaite. La contrainte (4.2.5) assure que la quantité fabriquée par le fournisseur  $j$  respecte ses limites de capacité. En effet, dans les cas où  $x_j = 0$ , la contrainte (4.2.5) impose à  $z_j$  de prendre la valeur 0. Dans les cas où le fournisseur  $j$  est sélectionné ( $z_j = 1$ ), la contrainte (4.2.5) impose à  $x_j$  de prendre une valeur comprise entre  $\underline{V}_j$  et  $\overline{V}_j$ .

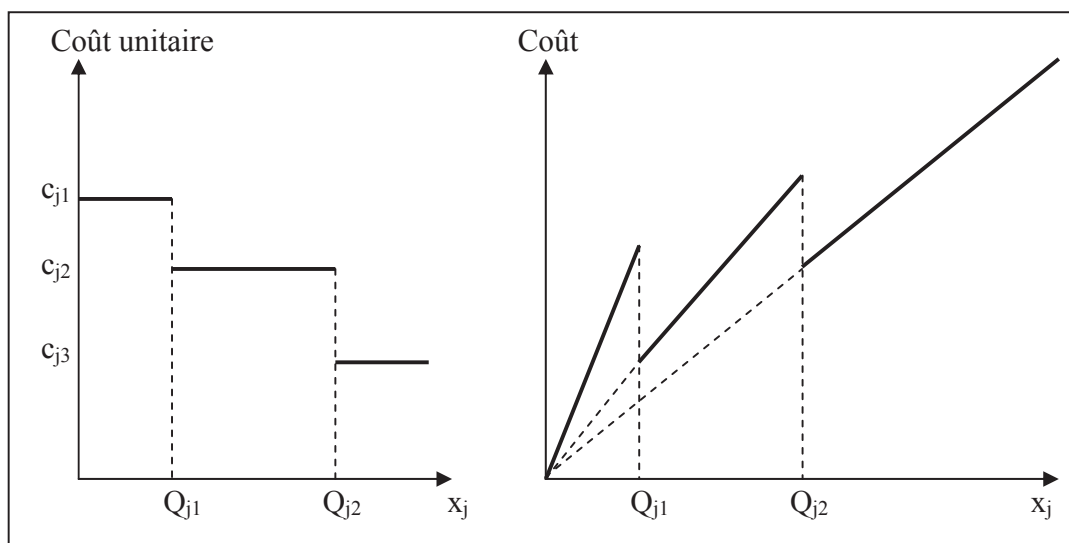
### 4.3 Modèle 3 : {déterministe, capacités finies, mono-sourcing, Coûts linéaires, 1 produit}

Ce problème peut avoir la même formulation que le modèle 1 à condition d'éliminer dès le départ les fournisseurs n'ayant pas la capacité nécessaire pour fabriquer toute la quantité requise par l'entreprise donneuse d'ordre.

### 4.4 Modèle 4 : {déterministe, capacités finies, multi-sourcing, Coûts non linéaires, 1 produit}

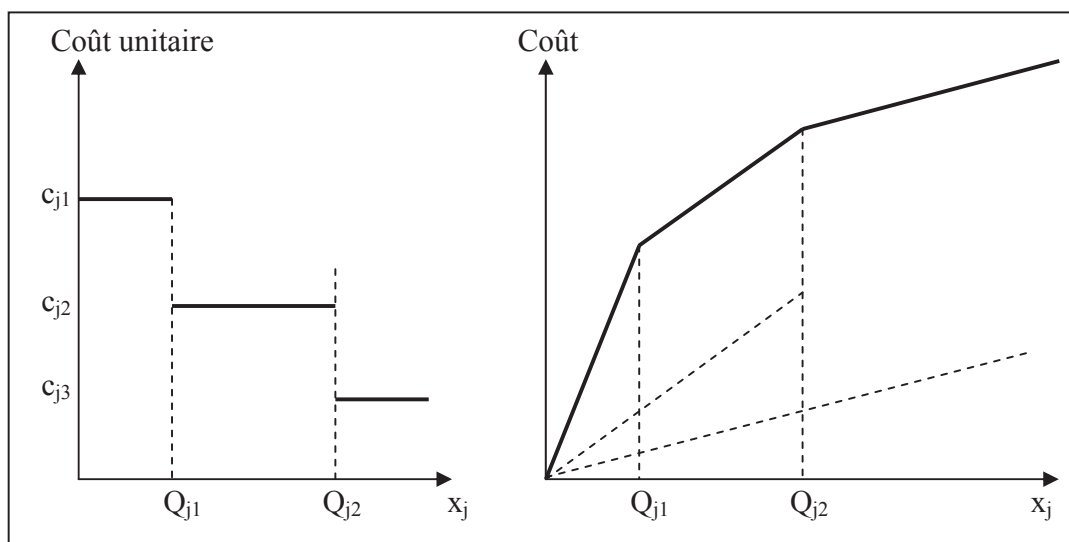
Il existe plusieurs façons de considérer des coûts non linéaires. Nous considérons dans ce paragraphe deux cas :

- (1) **Cas 1 :** Rabais total : Le fournisseur  $j$  définit une quantité  $Q_{jr}$  qui donne droit au rabais. Si  $x_j < Q_{jr}$ , alors le prix unitaire appliqué par le fournisseur  $j$  est  $c_{j1}$ . Si  $x_j \geq Q_{jr}$ , alors le prix appliqué par le fournisseur  $j$  sera de  $c_{j2}$ . Il est évident qu'un fournisseur peut définir plusieurs niveaux de rabais. La structure des coûts aura donc la forme présentée ci-après.



**Figure 4.2.1 Profil du coût d'acquisition dans le cas d'un rabais total**

- (2) **Cas 2 :** Rabais graduel : Le fournisseur  $j$  définit une quantité  $Q_{jr}$  qui donne droit au rabais. Si  $x_j < Q_{jr}$ , alors le prix unitaire appliqué par le fournisseur  $j$  est  $c_{j1}$ . Si  $x_j \geq Q_{jr}$ , alors le prix  $c_{j2}$  ne s'appliquerait qu'à la quantité excédant la limite ( $Q_{jr}$ ) donnant droit au rabais.



**Figure 4.2.2 Profil du coût d'acquisition dans le cas d'un rabais graduel**

Nous présentons ci-dessous la manière de prendre en compte les économies d'échelles. Pour des raisons de simplicité, nous présentons la façon de modéliser les contraintes relatives à un fournisseur  $j$ . Pour les mêmes raisons, nous supposons que le fournisseur considéré a défini 2 quantités donnant droit au rabais ( $Q_{j1}$  et  $Q_{j2}$ ).

La structure générale des contraintes du modèle mathématique relatif à ce problème est la suivante :

**(1) Cas 1 : Rabais total**

***Données :***

- $c_{j1}, c_{j2}, c_{j3}, \dots$  = coûts unitaires proposés par le fournisseur  $j$ .
- $Q_{j1}, Q_{j2}, \dots$  = Quantités donnant droit aux rabais
- $f_j$  = coût fixe de l'engagement du fournisseur  $j$ .
- $\underline{V}_j$  = Quantité minimale exigée par le fournisseur  $j$ .
- $\overline{V}_j$  = Quantité maximale qui peut être produite par le fournisseur  $j$ .
- $J$  = ensemble de tous les fournisseurs.

***Variables de décision :***

- $z_j$  = 1 si le fournisseur  $j$  est retenu.  
= 0 Sinon.
- $x_j$  = quantité fournie par le fournisseur  $j$

***Modèle :***

- Si  $x_j \leq Q_{j1} - 1$   $\Rightarrow$  Coût variable =  $c_{j1} * x_j$
- Si  $Q_{j1} \leq x_j \leq Q_{j2} - 1$   $\Rightarrow$  Coût variable =  $c_{j2} * x_j$
- Si  $Q_{j2} \leq x_j$   $\Rightarrow$  Coût variable =  $c_{j3} * x_j$

Pour modéliser ces 3 contraintes, nous procédons de la façon suivante :

On introduit 3 variables binaires  $y_{j1}$ ,  $y_{j2}$  et  $y_{j3}$  et un grand nombre  $M$ . Les contraintes seront donc :

$$x_j \leq Q_{j1} - 1 + M * y_{j1}$$

$$x_j \leq Q_{j2} - 1 + M * y_{j2}$$

$$Q_{j1} \leq x_j + M \cdot y_{j2}$$

$$Q_{j2} \leq x_j + M \cdot y_{j3}$$

Par ailleurs, puisque  $x_j$  appartient à un seul intervalle parmi  $[0, Q_{j1} - 1]$ ;  $[Q_{j1}, Q_{j2} - 1]$  et  $[Q_{j2}, \overline{V}_j]$ , alors on ajoute l'une des contraintes suivantes :

$$y_{j1} + y_{j2} + y_{j3} = 2 \quad (\text{Si le fournisseur } j \text{ doit impérativement être sélectionné})$$

$$y_{j1} + y_{j2} + y_{j3} \geq 2 \quad (\text{Si le fournisseur } j \text{ est susceptible d'être sélectionné})$$

L'expression du coût variable (coût d'acquisition du produit chez le fournisseur  $j$ ) sera :

$$Ca_j = [c_{j1} \cdot (1 - y_{j1}) + c_{j2} \cdot (1 - y_{j2}) + c_{j3} \cdot (1 - y_{j3})] \cdot x_j$$

Enfin, le coût total engendré par la sélection du fournisseur  $j$  est égal à la somme du coût fixe d'engagement du fournisseur  $j$  ( $f_j \cdot z_j$ ) et le coût d'acquisition ( $Ca_j$ ) selon l'expression ci-après :

$$W_j = f_j \cdot z_j + [c_{j1} \cdot (1 - y_{j1}) + c_{j2} \cdot (1 - y_{j2}) + c_{j3} \cdot (1 - y_{j3})] \cdot x_j$$

La variable  $z_j$  est définie comme suit :

$$z_j = 0 \quad \text{si} \quad x_j = 0$$

$$z_j = 1 \quad \text{si} \quad x_j > 0$$

Pour traduire ces contraintes, on introduit un grand nombre  $M$ , et la contrainte suivante :

$$x_j \leq M \cdot z_j$$

$$(\text{ainsi, si } x_j > 0 \quad \Rightarrow \quad z_j = 1$$

$$\text{si } x_j = 0 \quad \Rightarrow \quad z_j = 0 \quad \text{car} \quad \text{Minimiser } W_j = f_j \cdot z_j$$

force  $z_j$  à prendre la valeur 0)

On applique le même raisonnement pour tous les fournisseurs ayant proposé des rabais. La formulation mathématique du problème sera alors :

$$\text{Minimiser} \quad \sum_{j \in J} f_j z_j + \sum_{j \in J} Ca_j x_j$$

$$\text{Sujet à : } \sum_{j \in J} x_j = x, \quad (4.2.9)$$

$$\underline{V}_j z_j \leq x_j \leq \overline{V}_j z_j, j \in J \quad (4.2.10)$$

$$\sum_{j \in J} z_j = p, \quad (4.2.11)$$

$$z_j \in \{0, 1\}, \forall j \in J. \quad (4.2.12)$$

$$\text{Toute autre règle de gestion} \quad (4.2.13)$$

## (2) Cas 1 : Rabais graduel

On garde les mêmes variables et les mêmes contraintes que pour le cas d'un rabais total. On modifie simplement l'expression de  $Ca_j$ .

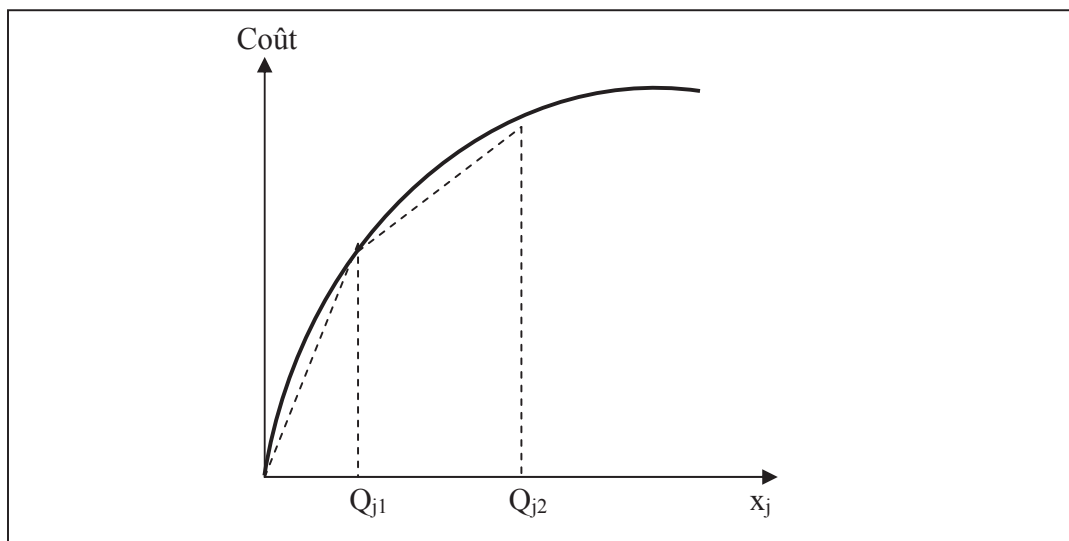
$$Ca_j = \{c_{j1} * x_j * [1 - y_{j1}] + [c_{j1} * (Q_{j1} - 1) + c_{j2} * (x_j - Q_{j1} + 1)] * [1 - y_{j2}] + [c_{j1} * (Q_{j1} - 1) + c_{j2} * (Q_{j2} - Q_{j1}) + c_{j3} * (x_j - Q_{j2} + 1)] * (1 - y_{j3})\}$$

Nous remarquons bien qu'avec des coûts non linéaires, le modèle se complexifie rapidement. Le modèle mathématique n'est plus linéaire (voir l'expression du coût d'acquisition ( $Ca_j$ )).

Si nous considérons le modèle 4 avec mono-sourcing, le modèle redevient très simple; car il n'y a même pas besoin de la structure non linéaire des coûts. Il suffit d'évaluer la somme des coûts d'engagement et d'acquisition de chaque fournisseur et de choisir celui qui offre le prix total le plus intéressant (Un seul fournisseur s'engage pour la totalité de la commande).

Enfin, dans certains cas, les coûts suivent une fonction concave. Cette fonction peut être approchée par une fonction linéaire par morceaux et on se ramène au cas d'un rabais graduel.





**Figure 4.2.3 Approximation d'une fonction concave par une fonction linéaire par morceaux**

#### **4.5 Modèle 5 : {déterministe, capacités finies, multi-sourcing, Coûts linéaires, P produits}**

Les modèles intégrant plusieurs produits peuvent être conçus à partir des modèles intégrant un seul produit et ce en ajoutant un indice supplémentaire pour les produits et en précisant le nombre de fournisseurs à sélectionner pour chaque produit. Toutefois, cette adaptation n'est possible que dans le cas où n'y a aucune dépendance entre les produits (hormis celle relative aux capacités des fournisseurs).

Dans le cas où il y a une dépendance entre produits ( par exemple : un fournisseur peut proposer des prix préférentiels sur certains produits s'ils sont groupés avec l'acquisition d'autres produits). Dans ce cas, les coûts ne sont plus linéaires (On assiste en fait à une troisième forme de rabais qui concerne un groupe de produits). Une façon de traiter ce problème est présentée au modèle suivant.

#### 4.6 Modèle 6 : {déterministe, capacités finies, multi-sourcing, Coûts non linéaires, P produits}

Pour étudier les cas de non linéarité des coûts dus à des rabais du type total ou graduel sur un même produit, il suffit de se référer au modèle 4 et d'y ajouter les indices qui se réfèrent aux produits ainsi que les contraintes supplémentaires pour chaque produit et ce comme expliqué auparavant (modèle 4).

Dans ce paragraphe, nous nous proposons d'étudier le cas où le prix préférentiel sur l'achat d'un produit chez un fournisseur est dû à l'acquisition d'un ou de plusieurs autres produits chez le même fournisseur.

Pour des raisons de simplicité, nous présentons uniquement la façon de modéliser les contraintes relatives à un fournisseur  $j$ . Pour les mêmes raisons, nous supposons que le fournisseur considéré propose l'offre suivante à l'entreprise donneuse d'ordre :

Le prix standard d'une unité d'un produit  $p$  est  $c_{jp}$ . Si l'entreprise donneuse d'ordre s'approvisionne chez le fournisseur  $j$  pour les produits 1, 2, ...,  $r-1$ , alors le produit  $r$  lui sera proposé pour un prix préférentiel  $c_{jr}^* < c_{jr}$ . Pour généraliser, nous considérons que le fournisseur  $j$  peut proposer des prix préférentiels pour tout le groupe de produit 1, 2, ...,  $r$ , avec  $c_{jp}^* \leq c_{jp}$  pour  $p = 1, 2, \dots, r-1$  et  $c_{jr}^* < c_{jr}$ .

Alors l'expression du coût variable (coût d'acquisition des produits chez le fournisseur  $j$ ) sera :

$$Ca_j = (c_{j1} * x_{j1} + c_{j2} * x_{j2} + \dots + c_{jr} * x_{jr}) * y_1 + (c_{j1}^* * x_{j1} + c_{j2}^* * x_{j2} + \dots + c_{jr}^* * x_{jr}) * y_2$$

Avec  $y_1$  et  $y_2$  deux variables binaires telles que

$$y_1 + y_2 = 1 \quad (i)$$

$$y_2 = 1 \text{ si et seulement si } \{ x_{j1} \neq 0, x_{j2} \neq 0, \dots, x_{jr} \neq 0 \}$$

En effet, la contrainte  $\{ y_2 = 1 \text{ si et seulement si } \{ x_{j1} \neq 0, x_{j2} \neq 0, \dots, x_{jr} \neq 0 \} \}$  peut se traduire par l'ensemble des contraintes ci-dessous :

$$y_2 \leq x_{jp} \quad \text{pour } p = 1, 2, \dots, r \quad (ii)$$

$$1 - y_1 \leq x_{jp} \quad \text{pour } p = 1, 2, \dots, r \quad (iii)$$

Ces contraintes fonctionnent de la façon suivante :

S'il existe  $p \in \{1, 2, \dots, r\}$  tel que  $x_{jp} = 0$ , alors la contrainte (iii) force  $y_1$  à prendre la valeur 1 et la contrainte (i) force  $y_2$  à prendre la valeur 0 (ce qui traduit que l'entreprise donneur d'ordre ne bénéficie pas de la promotion).

Si quel que soit  $p \in \{1, 2, \dots, r\}$ ; on a  $x_{jp} > 0$ , alors les contraintes (ii) et (iii) deviennent inactives, et c'est la contrainte (i) et l'expression du coût d'acquisition ( $Ca_j$ ) qui sera intégrée dans la fonction objectif du problème (problème de minimisation de coût) qui forceront la variable  $y_2$  à prendre la valeur 1 et la variable  $y_1$  à prendre la valeur 0 (ce qui traduit que l'entreprise donneur d'ordre bénéficie de la promotion).

Nous remarquons que même avec une structure de coûts non linéaires simple, la modélisation se complexifie et on obtient un modèle de programmation non linéaire (voir l'expression de  $Ca_j$ ).

#### **4.7 Modèle 7 : {stochastique, capacités finies, multi-sourcing, Coûts linéaires, P produits}**

[Kasilingam et Lee, 1996] ont proposé un modèle stochastique simple pour la modélisation du problème de sélection de fournisseurs. En effet, ils ont considéré que la demande de tout article  $p$  suit une loi normale de moyenne  $\mu_p$  et d'écart type  $\sigma_p$ . Un niveau de service  $\alpha_p$  a été également accordé à chaque produit  $p$ .

Afin d'assurer le niveau de service requis pour un produit  $p$ , l'entreprise donneur d'ordre, commande une quantité au moins égale à  $\mu_p + Z_{\alpha_p} * \sigma_p$ . Avec  $Z_{\alpha_p}$  est la valeur déterminée à partir de la table de la loi normale centrée réduite correspondant à un niveau de satisfaction de  $\alpha_p$ .

De cette façon, la demande stochastique sera remplacée par une valeur déterministe ( $\mu_p + Z_{\alpha_p} * \sigma_p$ ) dans le modèle. Et la contrainte correspondant à la satisfaction de demande se traduit de la façon suivante :

$$\sum_{j \in J} x_{jp} \geq \mu_p + Z_{\alpha_p} * \sigma_p, \forall p \in P$$

Les autres contraintes (nombre de fournisseurs, contraintes de capacité,...) du problème s'écrivent de la même façon que les contraintes des modèles précédents.

Il est clair d'après le modèle de [Kasilingam et Lee, 1996], que si c'est uniquement la demande qui est stochastique, alors la modélisation est assez aisée. Le problème se complexifie si plusieurs paramètres sont stochastiques.

## 5. Analogie entre les problèmes de localisation d'installation et de sélection de fournisseurs

Les modèles mathématiques présentés ci-dessus pour traiter le problème de sélection de fournisseurs nous permettent de constater une certaine analogie entre le problème de sélection de fournisseurs et le problème de localisation d'installations.

En effet, nous pouvons parfaitement nous inspirer des modèles de localisation d'installations pour modéliser le problème de sélection de fournisseurs. Si nous poussons notre raisonnement à l'extrême, nous constatons que pour ces deux problèmes, il s'agit de sélectionner une ou plusieurs entités (fournisseurs, installations, ...) pour assurer la fourniture d'une ou de plusieurs activités, sous un certain nombre de contraintes d'environnement (contraintes de capacité, nombre prédéfini du nombre d'entité à sélectionner).

Nous montrons ci-après comment le problème de localisation d'installations - le plus simple - proposé dans [Balinski 1965] est parfaitement valable pour modéliser le problème de sélection de fournisseurs.

### *Données :*

<b>Problème de localisation d'installations</b>	<b>Problème de sélection de fournisseurs</b>
$C_{jp}$ = coût de la totalité de la commande du produit p si elle est assurée par l'installation j.	= coût de la totalité de la commande du produit p si elle est assurée par le <i>fournisseur</i> j.
$f_j$ = coût fixe de l'engagement (ouverture) de l'installation j.	= coût fixe de la sélection du <i>fournisseur</i> j.
$J$ = ensemble de toutes les installations.	= ensemble de tous les fournisseurs.
$P$ = ensemble de tous les produits.	= ensemble de tous les produits.

**Variables de décision :**

Problème de localisation d'installations	Problème de sélection de fournisseurs
$x_{jp}$ = proportion de la demande du produit p satisfaite par l'installation j. $z_j$ = 1 si l'installation j est ouverte. = 0 Sinon.	= proportion de la demande du produit p satisfaite par le <i>fournisseur</i> j. = 1 si le client j est sélectionné. = 0 Sinon.

**Modèle :**

$$\text{Minimiser} \quad \sum_{j \in J} \sum_{p \in P} c_{jp} x_{jp} + \sum_{j \in J} f_j z_j$$

$$\text{Sujet à :} \quad \sum_{j \in J} x_{jp} = 1, \forall p \in P \quad (4.2.14)$$

$$z_j - x_{jp} \geq 0, \forall j \in J, \forall p \in P. \quad (4.2.15)$$

$$x_{jp} \geq 0, \forall j \in J, \forall p \in P. \quad (4.2.16)$$

$$z_j \in \{0, 1\}, \forall j \in J. \quad (4.2.17)$$

Problème de localisation d'installations	Problème de sélection de fournisseurs
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ La fonction objectif minimise la somme des coûts fixes et variables d'ouverture d'installations.</li> <li>▪ La contrainte (4.2.14) assure la satisfaction de la demande de tout produit p.</li> <li>▪ La contrainte (4.2.15) garantit que l'acquisition d'un produit p ne se fait qu'à partir d'une installation ouverte.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ La fonction objectif minimise la somme des coûts fixes et variables de sélection des fournisseurs.</li> <li>▪ La contrainte (4.2.14) assure la satisfaction de la demande de tout produit p.</li> <li>▪ La contrainte (4.2.15) garantit que l'acquisition d'un produit p ne se fait qu'à partir d'un fournisseur sélectionné.</li> </ul>

Nous trouvons dans [Current et Weber, 1994] des analogies similaires faites entre les problèmes de localisation d'installations du type p-Median Location Problem, Set Covering

Location Problem, et le problème de sélection de fournisseurs. A titre anecdotique, nous pouvons nous permettre d'appeler ces problèmes *p-Median Vendor Selection Problem*, *Set Covering Vendor Selection Problem*. Il est tout à fait possible de faire l'analogie entre les autres types de problème de localisation d'installations et le problème de sélection de fournisseurs : il suffit de préciser le contexte.

La grande similarité entre les problèmes de localisation d'installations et le problème de sélection de fournisseurs n'est pas une raison pour laquelle toutes les fois que nous traitons le problème de sélection de fournisseurs, nous cherchons le problème qui lui correspond en localisation d'installations. Le message que nous souhaiterions transmettre est le suivant : il y a un effort important de conceptualisation mathématique qui a été fourni durant plus de 40 ans et ce pour modéliser le problème de localisation d'installations. Il est ainsi ingénieux de bénéficier de ce gisement pour traiter le problème de sélection de fournisseurs grâce à l'analogie entre ces deux problèmes, que nous supposons, due au fait que les deux problèmes sont des problèmes d'affectation.

## **6. Conclusion**

Dans ce sous-chapitre, nous avons présenté les différentes étapes à suivre pour l'étude du problème de sélection de fournisseurs. Nous nous sommes particulièrement intéressés à l'étude des critères et des méthodes de sélection les plus couramment utilisés. Nous avons proposé une typologie pour le problème de sélection des fournisseurs. Par ailleurs, nous avons développé différents modèles afin de montrer la façon de prendre en compte certaines caractéristiques du problème comme la structure des coûts et l'aspect stochastique. Enfin, nous avons précisé l'analogie qui existe entre le problème de sélection de fournisseurs et le problème de localisation d'installations.

Nous poursuivrons dans le sous-chapitre 4.3, l'étude de la dernière ramification du problème « faire, faire –faire ou faire ensemble ». Nous nous intéressons donc au problème d'allocation d'ordres.

## **Sous-chapitre 4.3**

### **Problème d'allocation d'ordres (Modèles mathématiques)**

#### **1. Introduction**

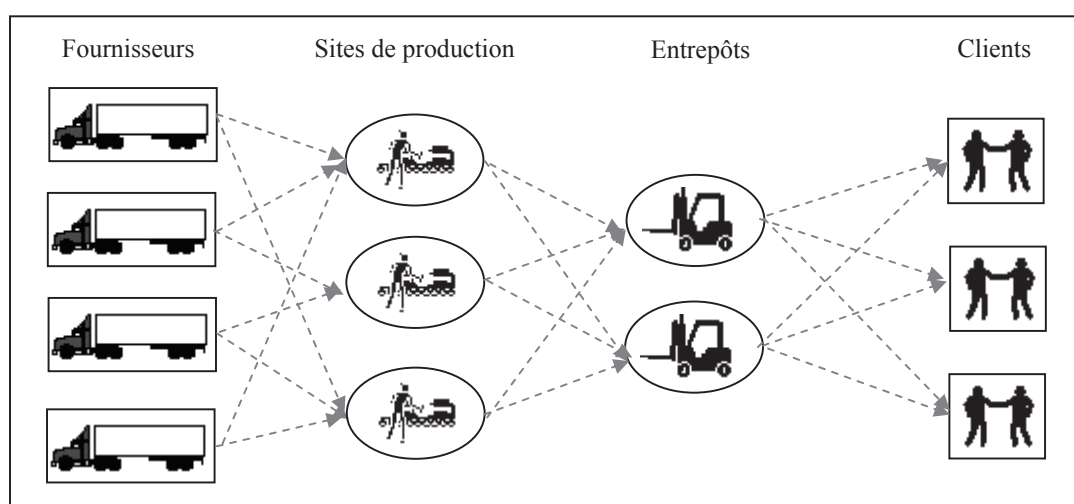
Dans le sous-chapitre 4.1 : « problème de localisation d'installations », nous nous sommes intéressés à résoudre le problème d'ouverture et de fermeture d'installations dans un réseau.

Dans le sous-chapitre 4.2 : « problème de sélection des fournisseurs », nous nous sommes intéressés à l'étude du problème de choix d'un ou de plusieurs fournisseurs parmi un ensemble de fournisseurs soumettant des offres pour la réalisation d'un produit : les fournisseurs sont des entités organisationnelles extérieures au réseau.

Dans ce présent sous-chapitre, nous considérons toute la chaîne logistique : fournisseurs, usines de fabrication, entrepôts de stockage, centres de distribution, ... Nous supposons que toutes ces entités organisationnelles existent déjà et nous proposons de répondre à la question : « Qui fait quoi au sein de ce réseau logistique pour satisfaire une commande client ? ». Nous appelons ce problème : problème d'allocation d'ordres ou problème de configuration d'un réseau logistique que nous définissons comme suit :

#### Définition 4.4 : Problème d'allocation d'ordres

" Le problème d'allocation d'ordres s'intéresse à l'affectation des activités requises pour la réalisation d'un produit aux partenaires d'un réseau d'entreprises, et ce afin de répondre à une commande client. Ce problème diffère du problème de sélection des fournisseurs par la présence de dépendance entre les activités. Cette dépendance peut être exprimée par des contraintes de précédences et éventuellement des liens de nomenclature. D'autres types de dépendance sont éventuellement pris en compte" [Hammami et al., 2003(a)]



**Figure 4.3.1 Problème de configuration d'une chaîne logistique.**

Il importe de noter que plusieurs termes sont utilisés dans la littérature scientifique pour désigner le problème d'allocation d'ordres, à savoir : « Global logistics systems Problem » ([Goetschalckx et al., 2002], [Vidal et Goetschalckx, 1996]), « Strategic Production Distribution problem » ([Vidal et Goetschalckx, 1997], [Geoffrion et al., 1995]), « Integrated Production-Distribution Systems problem » [Cohen et Lee, 1988], « Global Manufacturing and Distribution Networks Problem » [Cohen et al., 1989]. Par ailleurs, le terme « Global » est souvent utilisé pour désigner un problème intégrant des partenaires installés dans plusieurs pays, par conséquent, il existe des contraintes relatives aux taux de change et à la taxation.



Nous tenons à préciser qu'au sein de ce réseau logistique, le produit est susceptible de subir des transformations en transitant d'un nœud du réseau à un autre. Ces transformations permettent au produit d'acquérir de la valeur (Figure 4.3.1).

Il est indispensable que ces transformations soient prises en compte lors de l'étude du réseau logistique et ce en considérant la gamme de fabrication ainsi que la nomenclature de l'article, ce qui se traduit par des contraintes traduisant la dépendance entre les matières et les activités.

Comme pour les problèmes de localisation d'installations et de sélection des fournisseurs, la revue de la littérature nous a permis de déduire que le problème d'allocation d'ordres a souvent été étudié en respectant les étapes suivantes et ce conformément à la caractérisation d'une situation décisionnelle adoptée au chapitre 3 :

- (1) **Étape 1** : Lister l'ensemble des entités organisationnelles (fournisseurs, usines, centres de distribution, entrepôts de stockage, transporteurs...).
- (2) **Étape 2** : Déterminer l'ensemble des critères de sélection.
- (3) **Étape 3** : Évaluer les entités organisationnelles par rapport aux critères.
- (4) **Étape 4** : Proposer une méthode de sélection.
- (5) **Étape 5** : Décider des entités organisationnelles.

Dans ce présent sous-chapitre, nous nous intéressons en premier lieu à l'étude des critères utilisés pour l'étude du problème d'allocation d'ordres. Nous présentons un état de l'art concis sur les méthodes les plus utilisées dans la littérature scientifique pour traiter ce problème. Enfin, nous développons une typologie pour le problème d'allocation d'ordres.

## **2. Les critères d'allocation d'ordres**

Les critères utilisés pour traiter le problème d'allocation d'ordres sont similaires à ceux utilisés pour traiter les problèmes de localisation d'installations et de sélection de fournisseurs, à savoir : la minimisation des coûts, le respect des délais, le respect de la qualité, la localisation géographique, la capacité, ...

### 3. Les approches d'allocation d'ordres

La quasi-totalité des approches d'allocation d'ordres sont basées sur des modèles de programmation mixte. Et c'est tout à fait logique puisque dans un problème d'allocation d'ordres, les alternatives possibles sont rarement connues à l'avance. Par ailleurs, dans le cas où le nombre d'entités organisationnelles est important, le nombre d'alternatives peut être très important. Pour cette raison, la formulation du problème d'allocation d'ordres sous la forme d'un modèle de programmation mathématique devient quasi-impérative puisqu'elle permet de déterminer l'ensemble des solutions.

Il est à noter que dans la plupart des cas, le décideur ne cherche pas à connaître toutes les solutions possibles à son problème, car il peut en exister un grand nombre qui rend la décision très difficile à prendre. Pour cette raison, il est plus intéressant que l'approche de traitement du problème d'allocation d'ordres détermine simplement la meilleure solution en considérant tous les critères ([Cohen et Lee, 1989], [Vidal et Goetschalckx, 1996], [Lakhal et *al.*, 2001], [Goetschalckx 2003]...) ou bien détermine un ensemble de solutions efficaces (optimales au sens de Pareto) afin de limiter la décision à un ensemble limité d'alternatives jugées bonnes [Hammami et *al.*, 2003(a)].

Par ailleurs, comme mentionné ci-dessus, le problème d'allocation d'ordres est multicritère. La plupart des modèles mono-objectifs proposés dans la littérature scientifique, considèrent une fonction objectif de minimisation des coûts ou de maximisation des profits, et intègrent les autres critères dans les contraintes.

### 4. Typologie des problèmes d'allocation d'ordres

Les modèles d'allocation d'ordres varient en fonction :

- (1) de la nature des informations. On distingue :
  - a. Les problèmes déterministes
  - b. Les problèmes stochastiques
- (2) de la capacité des partenaires. On distingue :

- a. Les problèmes où les partenaires ont des capacités finies
  - b. Les problèmes où les partenaires ont des capacités infinies
- (3) du nombre de partenaires à sélectionner. On distingue :
  - a. Les problèmes où le nombre de partenaires est fixé à l'avance
  - b. Les problèmes de où le nombre de partenaires est le résultat de l'optimisation
- (4) de la structure des coûts du(des) produit(s). On distingue :
  - a. Les coûts ont une structure linéaire
  - b. Les coûts ne sont pas linéaires (par exemple : dans les cas où des rabais sont possibles)
- (5) du nombre de produits. On distingue :
  - a. Les problèmes d'allocation d'ordres concernant un seul produit.
  - b. Les problèmes d'allocation d'ordres concernant plusieurs produits.
- (6) du nombre de périodes. On distingue :
  - a. Les problèmes d'allocation d'ordres sur une seule période.
  - b. Les problèmes d'allocation d'ordres sur plusieurs périodes.
- (7) de la localisation des partenaires. On distingue :
  - a. Les partenaires appartiennent au même pays.
  - b. Les partenaires appartiennent à plusieurs pays.
- (8) ....

Selon la classification présentée ci-dessus, le nombre de problèmes d'allocation d'ordres que nous pouvons imaginer est  $2^7 = 128$  problèmes. Ce nombre peut être beaucoup plus important si nous considérons d'autres caractéristiques du problème.

Nous tenons à préciser que beaucoup de chercheurs se sont penchés sur l'étude d'un réseau logistique « global (international) » où les partenaires appartiennent à plusieurs pays. Ce qui implique une nécessité de prise en compte des taux de change et de la taxation dans les modèles. Nous citons à titre d'exemple les travaux de [Cohen et *al.*, 1989], [Kouvelis 1999], [Vidal et Goetschalckx, 2001], [Goetschalckx et *al.*, 2002]... Le caractère international n'est pas propre au problème d'allocation d'ordres dans un réseau logistique.

Il est tout à fait possible que les fournisseurs dans un problème de sélection des fournisseurs ou les installations dans un problème de localisation d'installations soient implantés dans différents pays, auxquels cas, il faut considérer les taux de change et les taxations. Or, les travaux de recherche – dans le domaine du Génie Industriel - prenant en compte cet aspect ont rarement été proposés pour le traitement des problèmes de localisation d'installations ou de sélection de fournisseurs. Pour cette raison, nous considérons que la prise en compte de l'aspect international dans les problèmes d'allocation d'ordres est plutôt une orientation de recherche qu'une particularité de ces problèmes.

Nous notons que la classification des problèmes d'allocation d'ordres présentée ci-dessus, est très similaire à la classification des problèmes de localisation d'installations et de sélection de fournisseurs. Par conséquent, il suffit de faire l'analogie avec les modèles présentés aux deux sous-chapitres précédents pour savoir la façon de modéliser les contraintes relatives aux capacités, au nombre de partenaires, au nombre de produits, à la structure des coûts.

Nous nous intéressons particulièrement dans ce présent sous-chapitre à présenter la manière de prendre en compte les points suivants :

- (1) La modélisation des dépendances entre les produits. Comme mentionné en introduction, l'une des particularités du problème d'allocation d'ordres est la présence de contraintes relatives à la dépendance entre les produits qui circulent à travers les nœuds du réseau. Cette dépendance est exprimée sous forme de gammes de fabrication et/ou de nomenclatures.
- (2) La prise en compte du caractère « international » par la modélisation des contraintes relatives aux taux de change et de taxation.

## **4.1 Prise en compte du taux de change et des taxes**

### **4.1.1 Les taux de change**

La fluctuation des taux de change peut avoir un impact important sur la configuration d'un réseau logistique global. En effet, il importe de noter que les taux de change intégrés dans

les modèles d'allocation d'ordres ne sont que des estimations des vraies valeurs des taux de change. Les taux utilisés ne sont pas déterministes.

Par ailleurs, manipuler des taux de change exige une profonde connaissance des systèmes financiers et monétaires car l'effet de la fluctuation des taux de change n'est pas le même à long terme et à court-terme. [Carter et Vickery, 1989] distinguent deux types de stratégies relatives à la gestion des taux de change : des macro-stratégies et des micro-stratégies. Les macro-stratégies affectent la décision de sélection ainsi que les termes du contrat entre le réseau et ses partenaires étrangers. Tandis que les micro-stratégies sont employées après avoir choisi les partenaires et ce sont typiquement des stratégies financières court-terme utilisées pour protéger le réseau (l'acheteur) du risque de fluctuation du taux de change.

Nous présentons ci-après l'exemple de trois micro-stratégies [Kouvelis 1999] :

- (1) **Micro-stratégie 1** : Prenons le cas d'un acheteur installé en Europe, par exemple en France, le moyen le plus simple d'éviter la volatilité des taux de change est de payer ses partenaires en Euros (€). Cette stratégie transfère le risque vers le vendeur (le partenaire), ce qui arrange parfaitement l'acheteur. Les inconvénients de cette stratégie est que l'acheteur ne peut pas profiter des avantages dus à un mouvement favorable des taux de change.
- (2) **Micro-stratégie 2** : La stratégie appelée « to Buy forward ». Elle se traduit par un accord entre l'acheteur et une institution financière. Dans les termes de l'accord, l'acheteur s'engage à acheter ou à vendre la monnaie du pays étranger considéré à un taux de change fixe.
- (3) **Micro-stratégie 3** : La stratégie appelée « to buy a future ». C'est un contrat entre l'acheteur et une institution financière où le risque est minimisé par l'exploitation des mouvements de variation du taux de change.

Nous pensons qu'il est plus facile de constituer une relation gagnant-gagnant entre l'acheteur (le réseau) et ses partenaires à travers un engagement des deux parties de se

partager les risques dans les cas de pertes ou de gains. Ce partage de risque peut se traduire à titre d'exemple par une modification des quantités affectées aux partenaires ou par un report de la livraison des quantités commandées.

Une macro-stratégie peut se traduire par une décision de l'acheteur de sélectionner plusieurs partenaires (multi-sourcing au lieu du mono-sourcing). Il affecte ensuite les quantités aux partenaires en fonction de l'évolution des taux de change. Il est clair que cette stratégie ne peut fonctionner que si le problème d'allocation d'ordres est un problème sur plusieurs périodes de temps. Dans le cas d'un problème d'allocation à une seule période de temps, l'acheteur ne peut qu'estimer les taux de change, formuler le modèle d'optimisation, et affecter les ordres aux partenaires. Le modèle de [Vidal et Goetschalckx, 1996] est conforme à cette idée.

Nous trouvons plus de détail sur la façon de prendre en compte la fluctuation des taux de change dans les travaux suivants : [Kouvelis 1999] et [Li et Kouvelis, 1999]. Dans [Kouvelis 1999] il a été montré que le multi-sourcing est une alternative permettant de réduire les coûts et les risques de fluctuation des taux de change. Dans [Li et Kouvelis, 1999], c'est le problème d'allocation d'ordres avec prix incertains qui a été abordé. Et il a été montré que le multi-sourcing couplé à la flexibilité des quantités permet de réduire les coûts. Il est à noter qu'une analogie parfaite entre ce problème (problème d'allocation d'ordre avec incertitude sur les prix) et le problème de fluctuation des taux de change peut être établie.

#### **4.1.2 Les taxes**

La prise en compte des taxes dans les modèles d'allocation d'ordres n'est pas si compliquée que la prise en compte des taux de change. En effet, il est vrai que les taxes varient d'un pays à un autre ce qui rend certains pays plus attractifs que d'autres pour les investisseurs. Toutefois, les taxes ont la particularité d'être fixes du moins à moyen terme. En outre, elles sont connues à l'avance. Ainsi, leur prise en compte dans un modèle d'allocation d'ordres est assez aisée. La grande difficulté réside dans la compréhension et la modélisation des différents systèmes de taxation (comment les taxes sont-elles calculées selon les différents produits et dans les différents pays des partenaires?).

## 4.2 Prise en compte de la dépendance entre produits (Nomenclature, Gamme de production)

### 4.2.1 Les nomenclatures

La nomenclature du produit fini permet de déterminer le besoin en chacun de ses composants. Supposons que le décideur souhaite traiter le problème d'allocation d'ordres de deux produits finis dont les nomenclatures sont présentées ci-après (les nombres entre crochets sont les quantités de lien entre un produit et ses composants) :

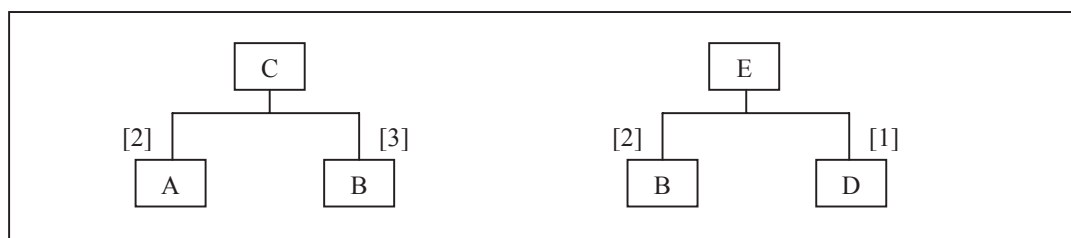


Figure 4.3.2 Exemple de Nomenclatures de 2 produits C et E.

Soit  $x_i$  la demande du produit  $i$ .

Alors les besoins des composants des produits C et E sont définis par les contraintes de nomenclature présentées ci-dessous :

$$x_A = 2 * x_C \quad ;$$

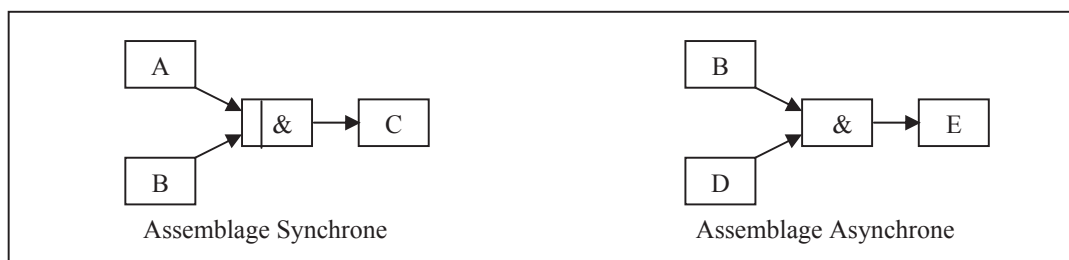
$$x_B = 3 * x_C + 2 * x_E \quad ;$$

$$x_D = x_E \quad ;$$

### 4.2.2 Les gammes de production

Les gammes de production sont exprimées sous forme de contraintes de précédence. Les contraintes de précédence traduisent l'idée qu'un produit ne peut être fabriqué avant que ses composants ne soient disponibles.

Supposons les gammes de production suivantes pour les articles C et E.



**Figure 4.3.3 Exemple de Gammes de production de 2 produits C et E.**

Une façon de modéliser ces contraintes est la suivante :

Supposons que nous disposons des paramètres suivants :

$Dd_i$  : date de début de production de l'article  $i$ .

$Df_i$  : date de fin de production de l'article  $i$ .

$T_i$  : durée de production de l'article  $i$ .

Alors, dans le cas où la gamme de production est un assemblage synchrone (exemple : produit C), les contraintes de précédence sont :

$$Dd_C \geq Df_A;$$

$$Dd_C \geq Df_B;$$

Dans le cas où la gamme de production se limite à un assemblage asynchrone (exemple : produit E), on aura les contraintes de précédences :

$$Dd_C \geq \text{Minimum}(Df_B; Df_D); \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} Dd_C \geq w \\ w \leq Df_B \\ w \leq Df_D \end{cases}$$

Il est clair que l'exemple présenté ci-dessus pour illustrer les prises en compte des contraintes de gamme de production est basique. Toutefois, il permet de présenter l'idée fondamentale de dépendance des produits et de mettre l'accent sur la nécessité de travailler sur plusieurs périodes.

Par ailleurs, il est facile de constater que la complexité du problème d'allocation d'ordres augmente avec la complexité de la gamme de production du produit fini ainsi qu'avec le nombre d'échelons du réseau logistique considéré. D'où l'importance de se poser la



question suivante : combien d'échelons faut-il considérer pour traiter le problème d'allocation d'ordres dans un réseau logistique?

Cette question est analogue à la question suivante : Combien de niveaux de nomenclature du produit fini faut-il considérer?

Il importe de préciser que dans la plupart des travaux de recherche scientifique traitant le problème d'allocation d'ordres, un seul niveau de la nomenclature a été considéré (par conséquent un échelon d'usines de fabrication, un échelon pour les fournisseurs, les autres échelons étaient consacrés aux entrepôts de stockage, aux centres de distributions...) ([Cohen et Lee, 1988], [Goetschalckx 2003], [Lakhal et *al.*, 2001], [Vidal et Goetschalckx, 1996]...). La prise en compte d'un seul niveau de la nomenclature du produit traduit parfaitement la complexité du problème à traiter.

Enfin, nous trouvons qu'il y a une forte analogie entre le problème d'allocation d'ordres et le problème d'ordonnancement flow shop hybride. Les échelons du réseau dans un problème d'allocation d'ordres représentent les machines dans un problème flow shop.

## 5. Conclusion

Au terme de ce présent sous-chapitre, on peut encore se poser la question suivante : en quoi consiste la difficulté réelle du problème d'allocation d'ordres (problème de configuration d'une chaîne logistique) ?

Il est vrai que la modélisation des contraintes de précédence, de la fluctuation des prix ou des taux de change complexifient le problème. Le traitement de ces contraintes supplémentaires reste cependant une gymnastique intellectuelle du domaine de la modélisation mathématique basée sur les concepts de recherche opérationnelle.

Nous considérons que la vraie difficulté du problème de configuration d'une chaîne logistique réside dans l'intégration des modèles de distribution, de stockage, de production, de transport et d'approvisionnement. Un développement assez profond a été proposé dans la littérature scientifique pour chacun de ces modèles. Le vrai défi pour les années à venir est l'intégration de tous ces modèles en un modèle global de configuration d'une chaîne logistique.

## Conclusion

Dans ce présent chapitre, nous avons étudié différents modèles mathématiques pour le traitement des problèmes de localisation d'installations, de sélection de fournisseurs et d'allocation d'ordres. Le dénominateur commun de ces 3 problèmes est le fait qu'ils soient des problèmes de sélection : sélection d'une ou de plusieurs alternatives parmi un certain nombre d'alternatives potentielles.

Comme précisé auparavant, la difficulté de traitement du problème se manifeste de deux façons :

- (1) **Difficulté 1** : Elle se manifeste dans les cas où les alternatives ne sont pas connues a priori. Il faut donc les déterminer. Ceci revient à modéliser le problème, généralement sous la forme d'un modèle de programmation mathématique, puis le résoudre. La difficulté de la résolution du problème dépend de la complexité du modèle obtenu d'une part, et du degré de précision souhaité pour les solutions. Généralement, le décideur prend suffisamment d'hypothèses au départ pour obtenir un modèle simple. Toutefois, cette façon de procéder n'est pas tout le temps efficace. De ce fait, pour des situations complexes, les modèles obtenus sont non linéaires, et très difficiles à résoudre de façon optimale. Dans ces cas, les méthodes heuristiques peuvent apporter de bonnes approximations aux solutions optimales du problème.
- (2) **Difficulté 2** : Elle se manifeste dans les cas où les alternatives sont connues a priori. La question qui se pose dès lors concernera la façon de modéliser les préférences du décideur et de choisir la meilleure méthode d'aide à la décision. En d'autres termes : quelle méthode d'aide à la décision faut-il choisir ?

Notons que si dans la quasi-totalité des modèles présentés dans ce chapitre, nous n'avons pas fait référence aux méthodes d'aide à la décision, c'est parce que implicitement, nous en avons choisi une, qui selon les cas consiste à minimiser une fonction de coût, ou optimiser une fonction d'agrégation de plusieurs critères (méthode de la somme pondérée). En fait, dans ce présent chapitre, nous nous sommes intéressés particulièrement à la façon de modéliser les contraintes du problème.

Nous avons montré l'analogie qui existe entre les problèmes de localisation d'installations et les problèmes de sélection de fournisseurs au niveau de la formulation des contraintes et des fonctions objectifs. Une grande analogie existe entre ces problèmes et le problème d'allocation d'ordres notamment au niveau de la formulation des contraintes.

Nous tenons à préciser que le problème d'allocation d'ordres se distingue des problèmes de localisation d'installations et de sélection de fournisseurs par la présence de plusieurs échelons de décision. Par ailleurs, dans un problème d'allocation d'ordres, le produit subit des transformations et acquiert de la valeur. Ce qui n'est pas le cas pour les problèmes de localisation d'installations et de sélection de fournisseurs où il n'y a que des activités de transport et d'entreposage. Cette particularité rend les problèmes d'allocation d'ordres plus complexes.

Nous considérons que la recherche scientifique est suffisamment riche en modèles pour la gestion des stocks (plus de 10000 références sur le modèle de la quantité économique de commande), la gestion des approvisionnements, l'entreposage, la distribution, de localisation (plus de 3000 références)... Ces modèles sont dans la plupart des cas développés dans une optique d'optimisation locale. Il est donc très important de faire communiquer ces différents modèles dans une optique d'optimisation globale. Nous considérons que l'intégration de ces différents modèles est la vraie problématique et le vrai défi pour la configuration d'une chaîne logistique.

Wei et Goetschalckx ont proposé un modèle très intéressant (modèle SMILE) qui assure l'intégration des problèmes de localisation d'installations, d'entreposage, de fabrication, d'assemblage, de stockage et de distribution. Le modèle a été appliqué à un cas d'étude qui

a généré environ 120 000 variables et plus de 5500 contraintes et par conséquent un temps de résolution très important (plus de 6 heures) pour la recherche d'une solution optimale [Wei et Goetschalckx, 2002]. Cette étude prouve qu'un modèle global est souvent de très grande taille. D'où la nécessité de machines puissantes et d'heuristique pour la résolution de ces problèmes en une durée acceptable.

Nous assistons actuellement à une grande percée dans des technologies de l'information et de la communication qui a rendu possible l'interconnexion entre les entreprises moyennant des investissements. Pour cette raison, nous considérons que marier les bonnes pratiques, les technologies de l'information et de la communication, et surtout une bonne intégration des systèmes de gestion des entreprises (gestion des stocks, entreposage, distribution, transport..) et des outils d'optimisation performants est la bonne formule pour avoir une chaîne logistique efficace.

Au terme de cette deuxième partie, nous constatons que la plupart des modèles analytiques présentés pour les problèmes de localisation d'installations, de sélection de fournisseurs ou d'allocation d'ordres prennent souvent en compte un seul objectif à la fois. Or, nous nous intéressons dans le cadre de cette thèse à la modélisation d'une chaîne logistique dans un réseau coopératif d'entreprises. Donc, les flux interentreprises doivent se faire de façon à ce que les besoins client soient satisfaits et que chaque partenaire du réseau tire profit de son adhésion au réseau en améliorant ses compétences. Nous considérons que c'est une des particularités d'un réseau coopératif d'entreprises. Pour cette raison, nous proposons dans le chapitre 5, une procédure de configuration d'une chaîne logistique dans un réseau coopératif d'entreprises en tenant compte de ses particularités.

# **PARTIE III**



## CHAPITRE 5

# CONCEPTION D'UNE CHAÎNE LOGISTIQUE DANS UNE ENTREPRISE RESEAU COOPERATIVE

### 1. Introduction

Nous rappelons que l'objectif de la présente thèse est de proposer une «*modélisation technico-économique de chaînes logistiques dans les entreprises réseaux*» susceptible d'aider à l'analyse, à l'évaluation et à la restructuration des processus de l'entreprise afin d'améliorer ses performances.

Par ailleurs, nous avons montré dans le chapitre précédent que les modèles proposés dans la littérature scientifique pour traiter notre problématique ne prennent le plus souvent en compte qu'un seul objectif qui est dans la plupart des cas, la minimisation des coûts ou la maximisation des profits. D'autre part, dans les cas où les modèles proposés sont multi-objectifs, les objectifs ont souvent une vision orientée client seulement.

Nous avons précisé dans le chapitre 1 les particularités des réseaux d'entreprises et particulièrement les réseaux coopératifs. En effet, dans un réseau coopératif, l'objectif primordial demeure la satisfaction des besoins des clients car c'est une condition nécessaire pour que le réseau continue à exister. Cet objectif orienté client ne doit pas cacher des objectifs orientés partenaires du réseau. En effet, le fait que les partenaires acceptent d'adhérer au réseau se justifie par une recherche de plus de profit et surtout d'une

amélioration des compétences. Cette particularité des réseaux coopératifs d'entreprises n'a pas été considérée dans les modèles proposés dans la littérature scientifique.

Nous nous proposons donc, dans ce présent chapitre, de répondre à ce besoin en terme de modélisation.

Nous proposons une procédure de modélisation qui permet à un réseau coopératif d'entreprises de s'organiser de façon à pouvoir répondre à des appels d'offre lancés sur le marché en respectant aussi bien les besoins des clients que les objectifs des partenaires du réseau en termes de promotion et de développement des compétences. La présentation détaillée de la procédure proposée fait l'objet de la section 2. Dans la section 3, nous détaillons le modèle analytique de base qui est au cœur de la procédure de modélisation. Nous instancions la procédure proposée par un cas d'étude à la section 4 et nous présentons les résultats obtenus à la section 5. Enfin, nous proposons dans la section 6 des extensions du modèle analytique de base pour tenir compte de situations plus complexes.

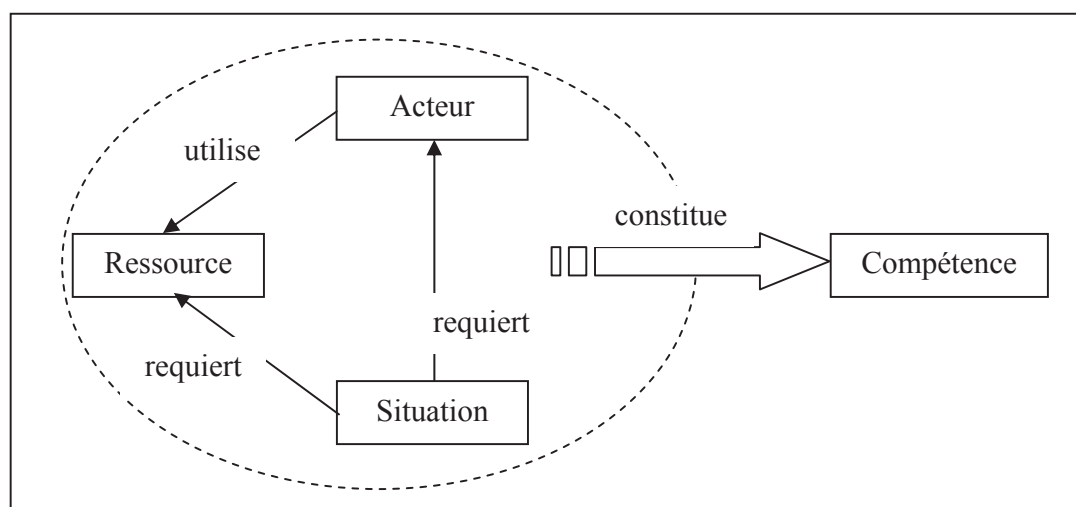
## **2. Procédure de modélisation**

### **2.1 Modèle Conceptuel**

Nous nous appuyons sur le modèle conceptuel s-a-r-C : situation professionnelle, acteur, ressource, Compétence [Boucher et Burlat, 2003]. Il est basé sur les 4 entités élémentaires suivantes :

- (1) Situation professionnelle : le concept de « situation professionnelle » est utilisé pour représenter des tâches à réaliser ou des problèmes à résoudre, ainsi que le contexte professionnel dans lequel ils apparaissent [Zarifian 2001]. Dans le cadre du modèle s-a-r-C, une « situation professionnelle » sera modélisée par les attributs suivants :
  - un ensemble de « problèmes caractéristiques » auxquels l'acteur est confronté.
  - un « objectif » qui spécifie l'enjeu de la situation (ce qui lui donne un sens pour l'acteur) et le résultat à atteindre (variable observable qui permet de contrôler l'atteinte des objectifs).

- un « contexte »<sup>1</sup> c'est à dire un ensemble des facteurs (contrôlables) qui ont un impact sur la compétence.
- (2) Acteur : c'est un partenaire du réseau, en général une entreprise. Le niveau d'agrégation du modèle peut être amélioré selon le besoin. Dans ce cas, un acteur peut représenter un service ou même une personne de l'entreprise.
  - (3) Ressource : c'est une entité requise pour supporter la réalisation des activités (par exemple : une machine, une application logicielle,...). On s'intéresse particulièrement aux ressources goulots.
  - (4) Compétence : c'est une aptitude sans cesse reconstruite d'un acteur, à mobiliser de manière efficiente un certain nombre de ressources immatérielles qu'il a intériorisées (connaissances, aptitudes psychologiques et sociales,...) et de ressources matérielles de son environnement (outils, instruments, sources d'informations, etc...), pour répondre aux objectifs et au contexte propres à une situation professionnelle. Une compétence est toujours constituée à travers l'interaction entre le trio (situation, acteur, ressource). (Figure 5.1).

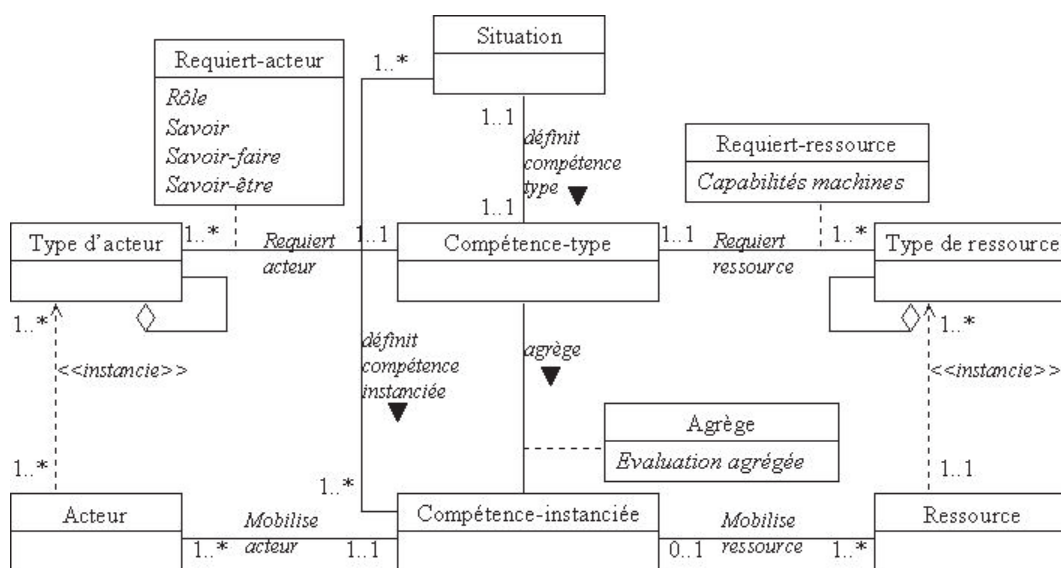


**Figure 5.1** Modèle conceptuel s-a-r-C (situation professionnelle, acteur, ressource, Compétence)

<sup>1</sup> Le contexte pourra décrire par exemple des conditions de travail ou des contraintes subies par l'acteur (charge de travail, etc...) indépendantes des « problèmes caractéristiques » définissant la situation, mais qui ont un impact sur la prise en charge de la situation par l'acteur.



Le schéma suivant [Boucher et Burlat, 2003] détaille le modèle s-a-r-C selon le formalisme UML. Selon [Boucher et Burlat, 2003], il importe de différencier les entités « compétence type » et « compétence instanciée ». Une compétence type met en relation une situation avec un type d'acteur et un type de ressource. Par exemple la compétence type « aptitude à planifier un atelier » met en relation une situation « planification d'atelier » avec un acteur de type « technicien », et une ressource de type « aide à la décision ». Cette compétence type peut être instanciée plusieurs fois dans la même entreprise selon les acteurs effectivement mobilisés (agent de lancement, chef d'atelier, ) et les ressources d'aide à la décision utilisées (logiciel MRP, tableau d'atelier). Ainsi, l'évaluation des situations, des acteurs et des ressources permet une estimation du niveau de compétence instanciée. Le niveau d'une compétence type s'en déduira par agrégation des niveaux des compétences instanciées.



**Figure 5.2** Modèle conceptuel s-a-r-C selon le formalisme UML

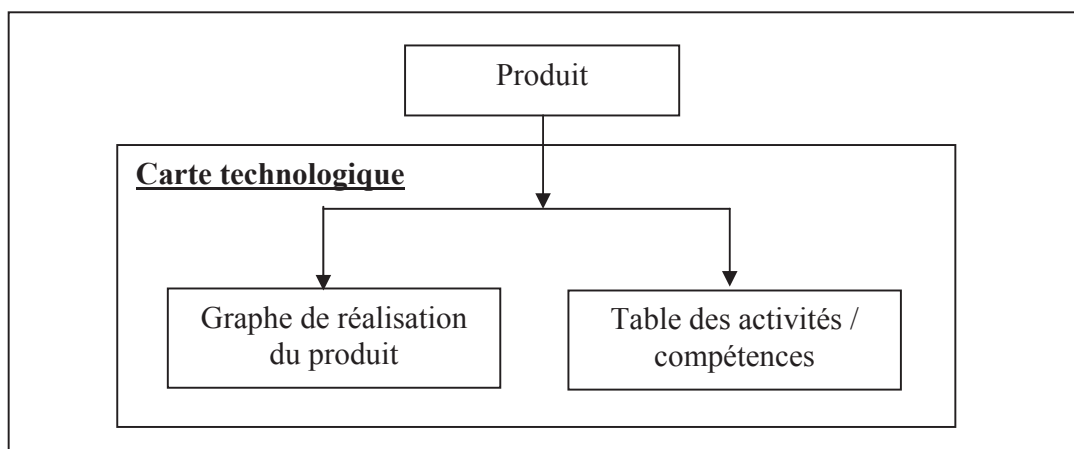
**N.B. :** Nous trouvons dans [Boucher et Burlat, 2003] plus de détails sur les ramifications du concept de compétence dont notamment la les notions de compétence collective et de macro-compétence.

## 2.2 Objets de modélisation

### 2.2.1 Carte technologique d'un produit (CT)

Nous proposons d'associer à chaque produit une *carte technologique*. Nous définissons la carte technologique d'un produit comme l'association de :

- (1) Un graphe de réalisation du produit.
- (2) Une table des activités /compétences.



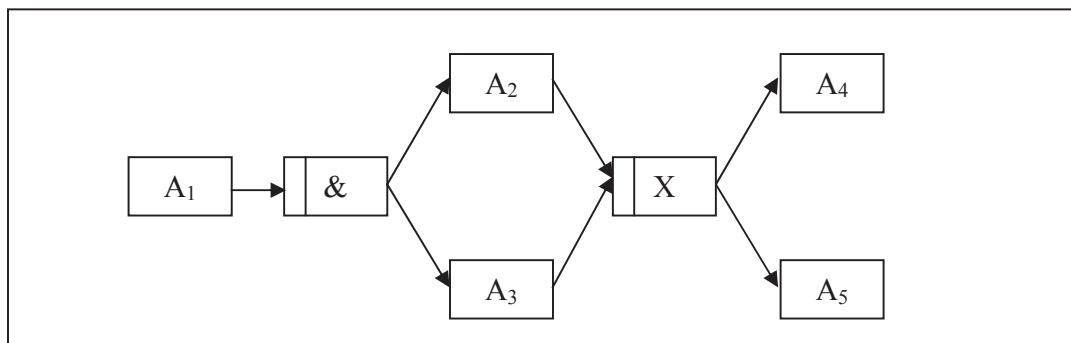
**Figure 5.3** Carte technologique d'un produit

#### *Graphe de réalisation du produit (GRP)*

C'est la succession logique des activités<sup>2</sup> pour la réalisation du produit. Ce graphe comporte aussi bien les activités de production (usinage, assemblage,...) que les activités administratives (dans les réseaux d'entreprises, les activités administratives sont réparties entre les membres au même titre que les activités de production) et de décision (planification, achat, gestion des sous-traitants...). Le graphe de réalisation du produit traduit le parallélisme et les contraintes d'antériorité entre activités. Le graphe de réalisation est conforme au formalisme IDEF3 [Mayer et *al.*, 1995].

<sup>2</sup> Dans le modèle s-a-r-C, c'est le concept de « situation professionnelle » qui est utilisé de préférence au concept plus classique d'« activité ». La fonction de correspondance entre « situation professionnelle » et « compétence » nous semble univoque : à une situation professionnelle correspond une et une seule compétence. Au contraire, une activité peut en général mobiliser plusieurs compétences. Dans le cadre des travaux présentés ici, les situations professionnelles ne sont toutefois pas détaillées afin de simplifier la démarche de modélisation et de résolution.

Dans l'exemple suivant, les activités A2 et A3 doivent être toutes les deux réalisées ; alors qu'une seule des activités A4 et A5 sera sélectionnée pour être réalisée.



**Figure 5.4 Exemple d'un graphe de réalisation d'un produit**

#### *Table des activités /compétences (TAC)*

Toute activité identifiée dans le graphe de réalisation du produit requiert un ensemble de compétences. La correspondance entre les activités et les compétences qui leur sont requises constitue la table des activités / compétences. La table des activités/compétences doit être conforme à un référentiel (par exemple le référentiel ROME : Répertoire Opérationnel des Métiers et de l'Emploi de l'ANPE : Agence Nationale Pour l'Emploi). Le référentiel servira de standard pour la description des savoir-faire des acteurs du réseau. L'exemple ci-après décrit les compétences techniques de base requises selon le référentiel ROME pour la réalisation des activités A<sub>1</sub>, A<sub>2</sub>, et A<sub>3</sub>.

Activités		Compétences requises	
Code	Désignation	Code	Désignation
A <sub>1</sub>	Planifier et Ordonnancer la fabrication	C <sub>1</sub>	Définition et description des gammes opératoires.
		C <sub>2</sub>	Rédaction des notices techniques et des fiches d'instructions destinées aux services de la production.
		C <sub>3</sub>	Détermination des temps prévisionnels de fabrication.
		C <sub>4</sub>	Ordonnancement des commandes.
		C <sub>5</sub>	Planification de la production à court terme (1 à 6 jours).
		C <sub>6</sub>	Gestion des stocks (matières, produits semi-finis et produits finis).

		C <sub>7</sub>	Répartition du travail entre les différents ateliers.
		C <sub>8</sub>	Suivi de la production (contrôle des délais et assistance technique).
		C <sub>9</sub>	Mise à jour et modification du planning de production.
		C <sub>10</sub>	Amélioration des gammes opératoires.
A <sub>2</sub>	Contrôler la qualité	C <sub>11</sub>	Détermination des moyens de mesure et de contrôle après une étude complète du cahier des charges.
		C <sub>12</sub>	Choix des instruments et appareils nécessaires en vérifiant leur étalonnage et leur bon fonctionnement.
		C <sub>13</sub>	Analyse des résultats.
		C <sub>14</sub>	Exploitation des statistiques d'échantillonnage.
		C <sub>15</sub>	Etablissement des procès-verbaux de contrôle.
A <sub>3</sub>	Gérer la maintenance	C <sub>16</sub>	Réalisation des états des lieux quantitatifs et qualitatifs.
		C <sub>17</sub>	Analyse des défaillances afin de proposer des améliorations.
		C <sub>18</sub>	Suivi des travaux d'entretien et de dépannage.
		C <sub>19</sub>	Sensibilisation et formation du personnel à la maintenance des équipements et des installations.
		C <sub>20</sub>	Intervention en cas de panne en pondérant les conséquences.
		C <sub>21</sub>	Assurance de la sécurité lors des interventions.
		C <sub>22</sub>	Optimisation des intervention sur les équipements.
		C <sub>23</sub>	Application des prescriptions techniques (normes et réglementations).

**Tableau 5.1 Table des activités / compétences<sup>3</sup>**

### Carte des compétences du réseau (CC)

La carte des compétences récapitule l'ensemble des compétences acquises par tout partenaire (acteur) du réseau.

Pour chaque couple {acteur, compétence}, on définit un niveau d'expertise qui varie entre 0 et 4. Le niveau d'expertise traduit le degré de maîtrise qu'un acteur possède pour une compétence donnée [GRECOPME II 2001]. Les niveaux d'expertise se réfèrent aux définitions suivantes :

<sup>3</sup> Le référentiel ROME traite des compétences requises pour des activités opérationnelles, alors que dans la thèse, nous traitons plutôt le niveau tactique et non opérationnel.

- Niveau 0 : absence de compétence
- Niveau 1 : sensibilisation
- Niveau 2 : capacité à mettre en pratique
- Niveau 3 : maîtrise
- Niveau 4 : expertise, possibilité de faire évoluer la fonction, formation.

Par ailleurs, tout partenaire est supposé avoir une politique pour le développement de ses compétences acquises et l'acquisition de compétences requises.

Le développement d'une compétence permet à l'acteur de passer du niveau d'expertise actuel vers le niveau d'expertise suivant et se fait selon les modes suivants :

- (1) Développement par réalisation (Learning by Doing).
- (2) Développement par interaction (Learning by Interacting).
- (3) Acquisition de compétence par formation

Dans le cas d'un apprentissage par réalisation, on définit pour tout partenaire  $P_j$  et pour tout triplet {compétence, activité, niveau d'expertise}, le nombre de fois où l'activité doit être réalisée pour que le partenaire améliore sa maîtrise des compétences mobilisées pour l'activité : c'est ce qu'on appelle le nombre de réalisations (Number of "Do").

De la même manière, dans le cas d'un apprentissage par interaction, on définit le nombre de fois où une interaction avec un partenaire est requise pour faire évoluer la compétence : c'est ce qu'on appelle le nombre d'interactions (Number of "Interact").

L'acquisition de compétence par formation implique dans la plupart des cas l'intervention d'un organisme de formation spécialisé. Toutefois, cela n'exclue pas les cas où la formation soit assurée par un partenaire du réseau pour le compte d'un autre partenaire. Les décisions d'acquisition de compétence par formation sont généralement précisées dans le plan de formation de chaque partenaire.

Il est clair que certaines compétences exigent la formation, l'interaction et la réalisation pour évoluer.

En outre, un acteur n'accorde pas la même importance au développement de ses compétences acquises. Pour cette raison, on introduit un poids  $\alpha_{jk}$  qui traduit l'importance

qu'accorde le partenaire  $P_j$  au développement de la compétence  $k$ . Il est évident que plus le poids  $\alpha_{jk}$  est grand, plus la compétence  $k$  est importante pour le partenaire  $P_j$ . Notons que pour tout partenaire  $P_j$ , la somme des poids  $\alpha_{jk}$  est égale à 1 ( $\sum_k \alpha_{jk} = 1, \forall P_j$ ).

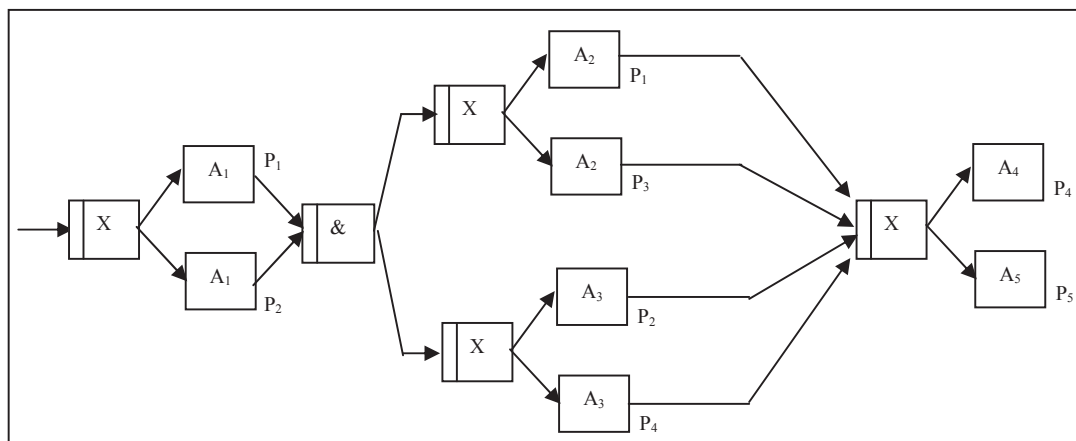
Dans le Tableau 5.2, nous présentons un extrait d'une carte des compétences d'un réseau. Le tableau décrit les attributs de la carte des compétences.

<b>Partenaire</b>	<b><math>P_j</math></b>
Compétence	$C_k$ (Planification)
Activité	$A_i$ (Acheter)
Ressource	$R_m$ (Logiciel MRP)
Niveau Expertise	$e_{jk} = 3$
Poids Compétence	$\alpha_{jk} = 0.7$
Nombre de réalisation	$D_{ikm}$
Nombre d'interactions	$I_{ikm}$
Formation requise	Identifiant de la formation

**Tableau 5.2 Attributs de la carte des compétences d'un réseau**

### 2.2.2 Graphe de réalisation Produit / Acteur (GRPA)

L'étape qui suit l'identification de la carte technologique du produit et la carte des compétences du réseau est la soumission d'offres de la part des partenaires du réseau pour la réalisation des activités. L'association du graphe de réalisation du produit et des offres des partenaires permet de construire le graphe de réalisation Produit / Acteur (GRPA) qui traduit toutes les alternatives possibles pour la réalisation du produit. Dans l'exemple suivant, l'activité  $A_1$  sera réalisée soit par le partenaire  $P_1$ , soit par le partenaire  $P_2$ . L'activité  $A_2$  sera réalisée soit par  $P_1$ , soit par  $P_3$ . L'activité  $A_3$  sera réalisée soit par  $P_2$ , soit par  $P_4$ . Enfin, une et une seule activité sera réalisée parmi les deux activités  $A_4$  et  $A_5$ .



**Figure 5.5** Graphe de réalisation Produit / Acteur

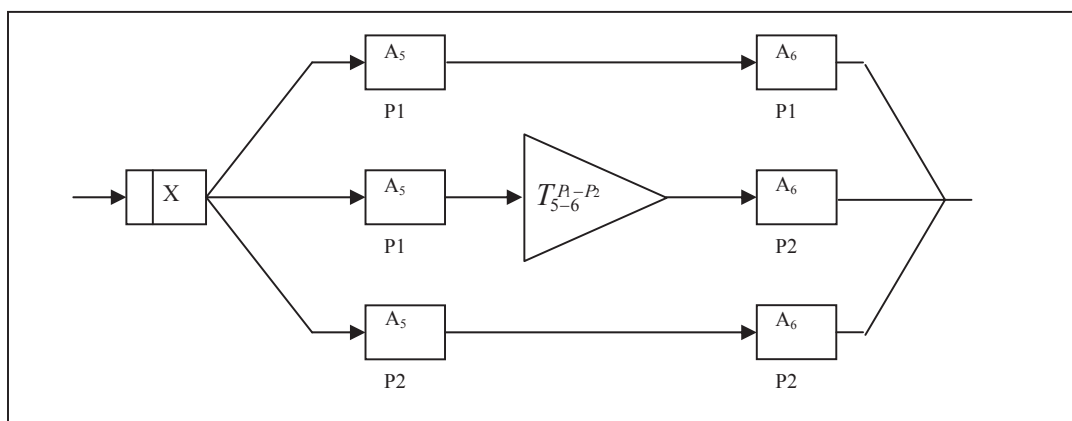
### 2.2.3 Graphe de réalisation Etendu Produit / Acteur (GREPA)

Selon les acteurs mobilisés dans une alternative, des activités administratives (coordination, planification ...) et logistiques (transport...) seront générées automatiquement. En d'autres termes, si dans le graphe de réalisation Produit / Acteur, deux activités successives sont réalisées par deux partenaires différents, alors des activités additionnelles de coordination et de transport seront ajoutées. Les activités additionnelles<sup>4</sup> de coordination et/ou de transport engagent des coûts supplémentaires et augmentent le cycle de production.

L'ajout des activités additionnelles au graphe de réalisation Produit / Acteur forme le graphe de réalisation Etendu Produit / Acteur (GREPA). Dans le GREPA, on représente les activités additionnelles par des triangles.

Dans la Figure 5.6, l'alternative qui consiste à affecter les partenaires P1 et P2 respectivement aux activités A5 et A6 a été augmentée par une activité additionnelle de transport / coordination.

<sup>4</sup> les activités additionnelles n'ajoutent pas de valeur au produit mais génèrent des coûts supplémentaires.



**Figure 5.6** Une coupe d'un graphe de réalisation Etendu Produit / Acteur

### 2.3 Démarche d'optimisation

En réponse à une demande client, les partenaires du réseau soumettent des offres pour la réalisation des activités requises par le produit. Les offres proposées doivent respecter les exigences client en termes de prix, délai de livraison et niveau de qualité... Elles doivent aussi contribuer à la promotion des processus d'apprentissage et de développement de compétences au sein du réseau. Pour cette raison, nous proposons une démarche d'optimisation en deux étapes.

La première étape répond à un besoin de gestion à court terme : on dispose d'un ensemble de contraintes (coût, délai, qualité) et on fait en sorte qu'on assure une ou plusieurs réponses aux besoins d'un client en respectant ces contraintes.

La deuxième étape traduit le fait que le groupement suit une démarche de progression et que l'amélioration de ses performances futures passe par le développement des compétences [Hammami et *al.*, 2003(c)].

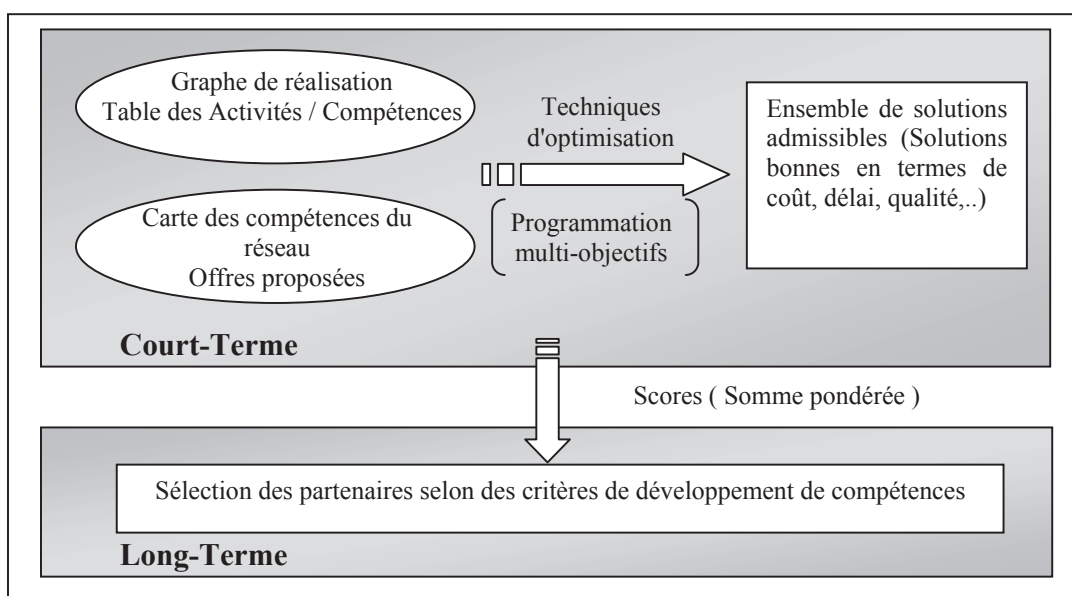
Le déroulement de la procédure se fait comme suit

- (1) **Etape 1** : On formule le problème selon un modèle de programmation mathématique à objectifs multiples. On instancie ce dernier à partir des offres soumises par les partenaires. Ensuite, on détermine l'ensemble des solutions admissibles qui satisfont les critères client (coût, délai, qualité). Enfin, on sélectionne à partir des solutions admissibles, l'ensemble des solutions non



dominées : ensemble des solutions optimales au sens de Pareto ([Cohon 1979], [Weber et Current, 1993]). Dans le cas où nous disposerions de plusieurs solutions non dominées, nous passons à l'étape 2, sinon la procédure s'arrête à l'étape 1 et nous retenons l'unique solution non dominée que nous considérons comme la meilleure solution au problème étudié.

- (2) **Etape 2** : On évalue la contribution des solutions non dominées (étape 1) au processus de développement de compétence du réseau en calculant un score pour chaque solution. On sélectionne ensuite la solution ayant le meilleur score.



**Figure 5.7** Synoptique de la démarche d'optimisation

On s'intéresse particulièrement dans la suite de ce paragraphe à l'explication détaillée de chacune des étapes de la démarche d'optimisation.

### 2.3.1 Etape 1 : Prise en compte des objectifs court-terme

Comme mentionné ci-dessus, les objectifs du réseau à court terme consistent à assurer la satisfaction des exigences clients : délai, coût, qualité, fiabilité,... Pour ce faire, on procède comme suit : d'abord, l'appel d'offre lancé sur le marché est traduit en appels à la soumission de propositions au niveau du réseau. Les partenaires du réseau agissent en

constituant des propositions. Enfin, on détermine à partir des propositions soumises par les partenaires, l'ensemble des solutions admissibles et non dominées compte tenu des exigences du client (coût, délai, qualité,...). On obtient ainsi, l'ensemble des solutions optimales au sens de Pareto.

Rappelons qu'une solution est dite optimale au sens de Pareto si toute amélioration faite sur un critère s'accompagne d'une baisse de la performance d'un ou de plusieurs autres critères. Les phases à suivre pour la prise en compte des objectifs court-terme sont explicitées ci-après.

*a. Appel à la soumission de propositions*

En réponse à un appel d'offre lancé sur le marché pour la réalisation d'un produit, les partenaires du réseau soumettent des propositions pour la réalisation des activités requises par le produit.

Pour chaque produit, un délai de livraison, un niveau de qualité, et un coût sont requis... Il est clair que d'autres critères pourraient être imposés par le client.

Le fait de se fixer un coût, un niveau de qualité et une date de livraison du produit impose de déterminer un niveau de qualité objectif et des dates d'achèvement au plus tôt et au plus tard pour chaque activité. La réalisation du produit final est ainsi traitée comme un projet.

Les dates d'achèvement au plus tôt et au plus tard ainsi que les niveaux de qualité objectifs sont déterminés en fonction de l'historique du réseau qui permet de déterminer la durée moyenne des activités dans le graphe de réalisation du produit (GRP). De cette façon, on détermine un intervalle de temps pour la réalisation de chaque activité.

Le Tableau 5.3 récapitule les attributs relatifs à chaque proposition faite par un partenaire (acteur) du réseau

Critères	Contraintes relatives à une activité	Paramètres requis dans une proposition d'un partenaire
Délai	Date de début au plus tôt. Date de fin au plus tard.	Date de début Durée
Coût	Pas de contrainte	Coût de la proposition
Qualité	Niveau de qualité minimum requis	Niveau de qualité <sup>5</sup>
(Autres critères)...	...	...

**Tableau 5.3 Exemple paramètres requis dans une proposition de partenaire**

Notons bien qu'un partenaire du réseau peut soumettre plusieurs propositions pour la réalisation d'une activité, comme il peut soumettre des propositions distinctes ou regroupées qui concernent différentes activités.

**N.B :** il importe de noter qu'il y a plusieurs façons possibles pour évaluer le critère qualité (par exemple, le pourcentage des pièces défectueuses dans un lot acheté, la robustesse de l'article, la facilité de montage et de démontage de la pièce ...). Pour cette raison, nous avons opté pour le concept de niveaux de qualité. La façon d'agrèger les niveaux de qualité par activité en un niveau de qualité total pour l'article est relative (somme, somme pondérée, moyenne arithmétique, une forme multiplicative,...) : elle dépend de la signification que le réseau accorde au critère qualité.

La même remarque est valable pour la désagrégation d'un niveau de qualité total objectif en un niveau de qualité pour chacune des activités.

### ***b. Constitution des propositions***

Les paramètres (coût, délai, qualité,...) requis par une proposition soumise par un partenaire sont contextuels dans la mesure où ils ne dépendent pas seulement du niveau de compétence du partenaire mais aussi d'autres données comme la charge de travail.

En effet, la réalisation d'une activité d'une qualité donnée se fait en une durée standard et coûte une valeur standard. Donc, quand on affecte une activité à une station de travail sous-

---

<sup>5</sup> Nous supposons que les processus de réalisation d'activités offerts par les partenaires du réseau sont homologués et qu'une catégorisation a été faite dans ce sens. Le niveau de qualité d'une activité dépend ainsi de la catégorie du partenaire et du contexte de réalisation de l'activité.

chargée, elle passe une durée égale sinon très proche de la durée standard et coûte approximativement la valeur standard.

En revanche, l'affectation d'une activité à une station de travail surchargée engendre des coûts et des délais supplémentaires (coût largement supérieur au coût standard) en raison d'une augmentation ponctuelle de la capacité de la station de travail (heures supplémentaires pour la main d'œuvre, un poste de nuit,...). Ces coûts ne sont pas forcément linéaires dans la mesure où ils dépendent de l'écart entre la charge requise par l'activité et de la capacité disponible de la station de travail.

Considérons un partenaire intéressé par la réalisation d'une activité sur une ressource  $R_m$ . La ressource  $R_m$  requiert de la main d'œuvre polyvalente. Dans le cas où des heures supplémentaires seraient nécessaires, alors le coût de production varie. Le Tableau 5.4 décrit un exemple de variation de coûts de production.

Niveau de charge ( $L_m$ )	$L_m < n_1$	$n_1 < L_m < n_2$	$n_2 < L_m < n_3$
Coefficient	1.00	1.25	1.40

**Tableau 5.4 Variation des coefficients de coût en fonction de la charge.**

Avec :

- $L_m$  : la charge de la main d'œuvre
- $n_1$  : Capacité sans heures supplémentaires
- $n_2$  : Capacité avec heures supplémentaires
- $n_3$  : Capacité avec un poste de nuit

Ainsi, l'offre d'un partenaire pour la réalisation d'une activité est forcément contextuelle. C'est ce qui explique qu'un partenaire peut soumettre plusieurs propositions différentes en termes de coût, délai et qualité, pour la réalisation d'une même activité.

### *c. Sélection des solutions non dominées*

Les propositions des partenaires sont agrégées sous forme du graphe de réalisation étendu produit /acteur (GREPA). On a opté pour un modèle mathématique à objectifs multiples pour la première étape de la démarche d'optimisation, et ce pour les raisons suivantes :

- (1) La programmation mathématique à objectifs multiples permet au décideur de prendre en compte plusieurs critères à la fois.

- (2) La programmation mathématique à objectifs multiples n'exige pas la normalisation des critères d'optimisation car on n'agrège pas les critères en une seule fonction objectif. Chaque critère sera exprimé en fonction de son unité de mesure.
- (3) La programmation mathématique à objectifs multiples fournit au décideur un ensemble de solutions satisfaisantes et non dominées.

Le modèle analytique proposé pour la modélisation de l'étape 1 de la démarche d'optimisation est récapitulé à la section 3 (Modèle analytique).

### **2.3.2 Etape 2 : Prise en compte des objectifs long-terme**

La deuxième étape de la démarche d'optimisation traduit le fait que l'entreprise réseau suit une démarche de progression et que l'amélioration de ses performances futures (objectif long terme) passe par le développement de ses compétences.

Le réseau doit donc concevoir une politique de développement de compétences. Pour ce faire, il importe de recenser les compétences et de leur accorder des priorités cohérentes avec la démarche de progression. Il importe également de définir et mobiliser les moyens à mettre en œuvre pour atteindre les objectifs visés (amélioration des performances).

Le classement des compétences par ordre de priorité se fait par l'affectation d'un poids (coefficient de priorité) : valeur numérique entre 0 et 1 à chaque compétence. Plus le poids accordé à une compétence est élevé, plus cette compétence est critique pour l'atteinte des objectifs attendus.

#### ***a. Procédure pour déterminer les coefficients de priorité***

Le classement des compétences par ordre d'importance est une décision qui concerne tout le réseau. Par conséquent, elle doit faire intervenir tous les partenaires du réseau qui expriment individuellement leurs préférences par rapport à la politique de développement de compétence. L'agrégation de ces préférences individuelles génère les préférences du réseau (en d'autres termes du groupe de partenaires). La question qui se pose désormais est la suivante : comment assurer une expression rationnelle des préférences individuelles ? Comment agréger les préférences individuelles en préférence de groupe ?

En effet, la méthode AHP de groupe (Group Analytic Hierarchy Process) s'avère d'un grand apport ([Saaty 1980], [Peniwati 1996]). D'abord elle assure une vérification de la cohérence des jugements individuels. Par ailleurs, elle permet une agrégation des préférences individuelles en préférences de groupe tout en tenant compte de la nature du groupe (groupe « cohésif », groupe ayant des systèmes de valeurs différents comme dans le cas d'un vote). Les principes de la méthode AHP ont été présentés au chapitre 3 de ce rapport. Le paragraphe suivant est donc consacré aux principes d'agrégation des préférences selon la méthode AHP de groupe.

***b. Agrégation des préférences selon la méthode AHP de groupe***

Comme mentionné au chapitre 3, l'application de la méthode AHP exige une représentation hiérarchique des critères (pour ce cas les critères sont les compétences). Chaque niveau hiérarchique exige une comparaison par paire des critères selon une échelle recommandée par Saaty (1/9, 1/8, ..., 1/2, 1, 2, ..., 9). Une matrice de comparaison est ainsi construite. Cette procédure est appliquée par tous les partenaires pour traduire leurs préférences individuellement, on obtient ainsi  $p$  matrices  $\{A_1, A_2, \dots, A_p\}$ . La synthèse des préférences individuelles en préférence de groupe se fait selon les deux manières suivantes, et ce en fonction de la nature du groupe.

- (1) **Méthode 1 : Agrégation des jugements individuels** : elle s'applique à un groupe « cohésif » c'est à dire que ses membres ont des préférences très semblables de façon à ce qu'ils puissent être considérés comme une seule entité. Les préférences individuelles représentées par les matrices  $\{A_1, A_2, \dots, A_p\}$  seront combinées en une matrice commune  $A_G$  et puis un seul vecteur de priorité est déterminé pour le groupe (ce vecteur de priorité  $\{W^G\}$  est le vecteur propre normalisé correspondant à la plus grande valeur propre de la matrice  $A_G$ ). La méthode d'agrégation des jugements individuels est explicitée en annexe G.
- (2) **Méthode 2 : Agrégation des priorités individuelles** : elle s'applique à un groupe où les membres expriment leurs préférences tout en ayant des systèmes de valeurs différents. Dans ce cas, on est plutôt concerné par le vecteur de priorité exprimé par chaque individu. Le vecteur de priorité  $W_i$  d'un individu  $i$  est le vecteur propre

normalisé associé à la valeur propre maximale de la matrice de comparaison de cet individu. Les priorités individuelles  $\{W^1, W^2, \dots, W^p\}$  sont combinées en un vecteur de priorité de groupe  $\{W^G\}$ . La méthode d'agrégation des préférences individuelles est explicitée en annexe G.

L'application de l'une des méthodes n'exclue pas l'application de l'autre méthode par le même groupe à condition que les contextes d'application soit différents. Il est clair qu'un même groupe de partenaires pourrait être cohésifs vis-à-vis de certains projets, et avoir plusieurs systèmes de valeurs vis-à-vis d'autres projets.

### *c. Evaluation finale des propositions*

A ce stade de la démarche d'optimisation, les préférences des partenaires vis-à-vis de la politique de développement des compétences ont été exprimées et combinées en préférences de groupe. Ainsi, pour chaque compétence recensée, on dispose d'un poids qui traduit son importance pour le réseau de partenaires.

La configuration optimale du réseau sera déterminée en calculant des scores qui traduisent l'apport de chaque solution non dominée (voir étape 1) au développement des compétences du réseau. Les scores sont calculés en utilisant la méthode de la somme pondérée (Weighted Point Method). Le score enregistré par une solution représente l'amélioration prévisionnelle des compétences du réseau. Il est déterminé selon l'expression suivante :

$$Score = \sum_i \sum_j \sum_k \alpha_{G,k} * \left( \frac{e_{jk}^{futur} - e_{jk}^{actuel}}{D_{i,k,m} + I_{i,k,m}} \right)$$

où,  $e_{jk}^{futur}$  est le niveau d'expertise que le partenaire  $P_j$  souhaiterait atteindre pour la compétence  $C_k$ , et  $e_{jk}^{actuel}$  son niveau d'expertise actuel.

La configuration optimale du réseau correspond à la solution non dominée (voir étape 1) ayant le score le plus élevé.

**Remarques :**

- (1) La façon de calculer les scores des solutions non dominées dépend de l'objectif du réseau. L'expression ci-dessus favorise le choix de la solution ayant le plus grand écart en terme de niveau d'expertise entre la situation actuelle et la situation future. Donc, les partenaires ayant un niveau d'expertise maximum ne sont pas choisis en priorité puisque l'écart entre leur niveau d'expertise actuel et futur est nul.
- (2) Dans le cas où le réseau souhaiterait maximiser le niveau d'expertise global relatif à une solution et non pas l'écart entre la situation actuelle et future, alors ce sont les partenaires les plus performants qui seront choisis en premier. Donc, ceux qui ne sont pas assez compétents n'auront pas l'occasion de décrocher des offres. Dans ce cas, l'expression s'écrit comme suit :

$$Score = \sum_i \sum_j \sum_k \alpha_{G,k} * e_{jk}^{futur}$$

- (3) Nous remarquons bien que l'expression du score ne prend pas en compte l'acquisition de compétence par formation. En effet, ce choix est dû au fait que la formation se fait en dehors du cadre de la réponse à un appel d'offre. Toutefois, nous supposons qu'un partenaire ne peut voir son niveau d'expertise évoluer au niveau suivant que si toutes les formations nécessaires sont effectuées.

### **3. Modèle Analytique de Base : (modèle 1 : Mono-produit, capacités infinies, pas de partage d'activités)**

#### **3.1 Hypothèses**

- (1) Un partenaire du réseau peut proposer une ou plusieurs offres pour la réalisation d'une même activité.
- (2) Une offre ne concerne qu'une et une seule activité (contrainte au niveau du modèle analytique de base uniquement).
- (3) Une activité ne peut être réalisée que par un et un seul partenaire.
- (4) Le niveau de qualité requis pour le produit est imposé par le client. Il est traduit par le réseau d'entreprise en des niveaux de qualité requis au niveau des activités.



- (5) La date de livraison du produit est imposée par le client.
- (6) Une compétence peut être requise par plusieurs activités.
- (7) On se propose d'étudier les critères coût total et niveau de qualité total du produit.
- (8) La proposition d'un partenaire pour la réalisation d'une activité comprend les informations suivantes
  - Date de début
  - Durée de réalisation
  - Coût de la proposition
  - Niveau de qualité

### 3.2 Données du problème

$DD$	Date de livraison requise pour le produit.
$QL_i$	Niveau de qualité requis par l'activité $i$ .
$ST_{rij}$	Date de début proposée dans l'offre $r$ du partenaire $j$ pour réaliser l'activité $i$ .
$D_{rij}$	Durée de réalisation proposée par l'offre $r$ du partenaire $j$ pour réaliser l'activité $i$ .
$C_{rij}$	Coût de l'offre $r$ proposée par le partenaire $j$ pour réaliser l'activité $i$ .
$C_i$	Coût total de l'activité $i$ .
$Q_{rij}$	Niveau de qualité de l'offre $r$ proposée par le partenaire $j$ pour réaliser l'activité $i$ .
$N$	Nombre total des activités – Indice de la dernière activité du processus.
$AC_{i_1,i_2}$	Coût standard des activités additionnelles qui pourraient être générées entre les activités $i_1$ et $i_2$
$C_{i_1,i_2}$	Coût des activités additionnelles générées entre les activités $i_1$ et $i_2$
$I$	Ensemble de toutes les activités
$J$	Ensemble des tous les partenaires
$r$	Indice qui se réfère aux offres des partenaires.

### 3.3 Les variables de décision

$b_{rij}$	Variable binaire :
	$b_{rij} = 1$ si l'offre $r$ proposée par le partenaire $j$ pour réaliser l'activité $i$ est

sélectionnée.

$b_{rij} = 0$  sinon

$ST_i$  Date de début de la réalisation de l'activité  $i$ .

$D_i$  Durée de l'offre sélectionnée pour réaliser l'activité  $i$ .

$D$  Date de fin de réalisation du produit.

$Q_i$  Niveau de qualité porté par l'activité  $i$ .

$C$  Coût total du produit.

$TQL$  Niveau de qualité du produit.

### 3.4 Le modèle

$$\left( \begin{array}{l} \text{Min } C = \sum_{i=1}^N C_i \\ \text{Max } TQL = \sum_{i=1}^N Q_i \end{array} \right)$$

Sujet à :

$$ST_m \geq ST_i + D_i \quad \text{si } m \succ i, m \in I, i \in I (*) \quad (5.1)$$

$$ST_N + D_N \leq DD \quad (5.2)$$

$$Q_i \geq QL_i \quad \forall i \in I \quad (5.3)$$

$$ST_i = \sum_r \sum_j ST_{rij} * b_{rij} \quad \forall i \in I \quad (5.4)$$

$$D_i = \sum_r \sum_j D_{rij} * b_{rij} \quad \forall i \in I \quad (5.5)$$

$$Q_i = \sum_r \sum_j Q_{rij} * b_{rij} \quad \forall i \in I \quad (5.6)$$

$$C_i = \sum_r \sum_j C_{rij} * b_{rij} \quad \forall i \in I \quad (5.7)$$

$$\sum_r \sum_j b_{rij} = 1 \quad \forall i \in I \tag{5.8}$$

$$D = ST_N + D_N \tag{5.9}$$

$$C_{i_1, i_2} = \sum_{r_1} \sum_{r_2} \sum_{j_1} \sum_{j_2} AC_{i_1, i_2} b_{r_1 i_1 j_1} \cdot b_{r_2 i_2 j_2} \quad \forall i_1 \neq i_2, j_1 \neq j_2 \tag{5.10}$$

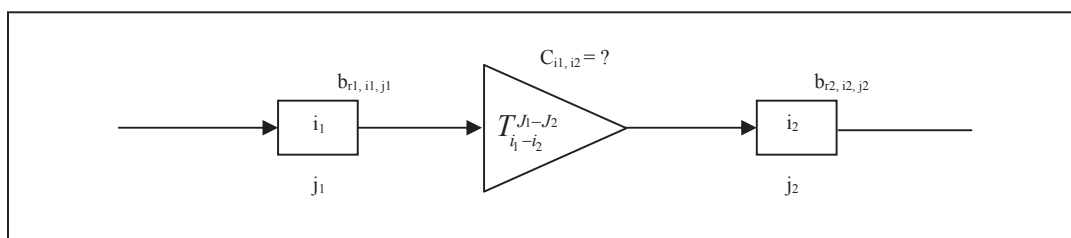
\$i\_1\$ et \$i\_2\$ étant deux activités successives.

$$C = \sum_{i=1}^N Ci + \sum_{i=1}^N \sum_{i_2=1}^N C_{i, i_2} \tag{5.11}$$

(\*) (\$m \succ i\$ : \$m\$ est une activité réalisée impérativement après l'activité \$i\$.)

Les fonctions objectifs traitent de la minimisation du coût total du produit et de la maximisation de son niveau total de qualité.

La contrainte (5.1) assure le respect de l'antériorité entre activités. La contrainte (5.2) assure le respect de la date de livraison. La contrainte (5.3) assure le respect de la qualité requise pour toute activité. Les contraintes (5.4), (5.5), (5.6) et (5.7) déterminent respectivement la date de début de traitement, la durée de traitement, le niveau de qualité et le coût de chaque activité. La contrainte (5.8) assure qu'une activité est traitée par une seule offre. La relation (5.9) détermine la date de disponibilité du produit. La relation (5.10) détermine le coût des activités additionnelles de transport et de coordination générées suite à l'affectation des offres aux partenaires (Figure 5.8). La relation (5.11) calcule le coût total qui est la somme des activités de production et des activités de transport et de coordination. Hormis la relation (5.10), toutes les contraintes du modèle sont linéaires. Pour faciliter le traitement de ce programme mathématique, nous procédons à la linéarisation de la relation (5.10) et ce selon la méthode suivante.



**Figure 5.8 Génération automatique des activités additionnelles**

On introduit la variable binaire  $Y_{r1,r2, i1,i2,j1,j2}$  pour remplacer le terme  $b_{r1, i1, j1} * b_{r2, i2, j2}$  de l'équation (5.10). On ajoute la contrainte  $Y_{r1,r2, i1,i2,j1,j2} \geq b_{r1, i1, j1} + b_{r2, i2, j2} - 1$ . Ces deux conditions assurent la linéarisation du problème. Le tableau suivant explique comment les deux conditions sur  $Y_{r1,r2, i1,i2,j1,j2}$  permettent à la variable de remplacer le terme  $b_{r1, i1, j1} * b_{r2, i2, j2}$ .

$b_{r1, i1, j1}$	$b_{r2, i2, j2}$	$Y_{r1,r2, i1,i2,j1,j2}$
0	0	1. 0
		$Y_{r1,r2, i1,i2,j1,j2} \in \{0, 1\}$ , et $Y_{r1,r2, i1,i2,j1,j2} \geq -1$ , c'est la minimisation du coût au niveau de la fonction objectif qui impose à $Y_{r1,r2, i1,i2,j1,j2}$ de prendre la valeur 0.
0	1	2. 0
		$Y_{r1,r2, i1,i2,j1,j2} \in \{0, 1\}$ , et $Y_{r1,r2, i1,i2,j1,j2} \geq 0$ , c'est la minimisation du coût au niveau de la fonction objectif qui impose à $Y_{r1,r2, i1,i2,j1,j2}$ de prendre la valeur 0.
1	0	3. 0
		$Y_{r1,r2, i1,i2,j1,j2} \in \{0, 1\}$ , et $Y_{r1,r2, i1,i2,j1,j2} \geq 0$ , c'est la minimisation du coût au niveau de la fonction objectif qui impose à $Y_{r1,r2, i1,i2,j1,j2}$ de prendre la valeur 0.
1	1	4. 1
		$Y_{r1,r2, i1,i2,j1,j2} \in \{0, 1\}$ , et $Y_{r1,r2, i1,i2,j1,j2} \geq 1$ , donc $Y_{r1,r2, i1,i2,j1,j2} = 1$ .

Ainsi, la relation (5.10) sera remplacée par les relations (5.10)' et (5.10)'' définies par :

$$C_{i1,i2} = \sum_{r1} \sum_{r2} \sum_{j1} \sum_{j2} AC_{i1,i2} Y_{r1,r2,i1,i2,j1,j2} \quad \forall \quad i_1 \neq i_2, j_1 \neq j_2 \quad (5.10)'$$

$i_1$  et  $i_2$  étant deux activités successives.

$$Y_{r1,r2, i1,i2,j1,j2} \in \{0, 1\}. \quad (5.10)''$$

Le modèle proposé est un problème mathématique à objectifs multiples. Après l'adaptation de la relation (5.10), toutes les contraintes sont devenues linéaires. Le modèle suivant est donc un programme linéaire avec variables binaires.

### 3.5 Autres formulations du problème

#### 3.5.1 Goal Programming

La formulation du problème à l'aide du Goal Programming exige de fixer un but (goal)  $g_l$  pour chaque objectif  $l$ .

Soit  $\delta_1^+$  et  $\delta_1^-$  les écarts positif et négatif par rapport à l'objectif  $g_1$  (coût),  $\delta_2^+$  et  $\delta_2^-$  les écarts positif et négatif par rapport à l'objectif  $g_2$  (la qualité).

Soit  $\{S\}$  le système de contraintes  $\{(5.1), (5.2), \dots, (5.9)\}$  du modèle précédent.

Alors la formulation du problème traité au paragraphe 3 en un modèle de Goal Programming Standard (voir chapitre 3) est la suivante :

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & \delta_1^+ + \delta_1^- + \delta_2^+ + \delta_2^- \\ \text{Sujet à :} \quad & \\ & \{S\} \\ & C - \delta_1^+ + \delta_1^- = g_1 \\ & \text{TQL} - \delta_2^+ + \delta_2^- = g_2 \\ & \delta_1^+ \geq 0; \delta_1^- \geq 0; \delta_2^+ \geq 0; \delta_2^- \geq 0; \end{aligned}$$

Dans le cas où les critères n'ont pas la même importance, on affecte un poids à chaque critère. La formulation du problème devient :

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & \omega_1(\delta_1^+ + \delta_1^-) + \omega_2(\delta_2^+ + \delta_2^-) \\ \text{Sujet à :} \quad & \\ & \{S\} \\ & C - \delta_1^+ + \delta_1^- = g_1 \\ & \text{TQL} - \delta_2^+ + \delta_2^- = g_2 \\ & \delta_1^+ \geq 0; \delta_1^- \geq 0; \delta_2^+ \geq 0; \delta_2^- \geq 0; \end{aligned}$$

### 3.5.2 Compromise Programming

Le compromise programming (CP) s'articule dans une optique de minimisation des écarts par rapport à la solution idéale tout en procédant à une articulation a-priori des préférences ( $\alpha_j$ ) (voir chapitre 3). Donc, l'étape qui précède la formulation du problème en CP est la recherche de la solution idéale (solution fictive ayant les meilleures évaluations sur tous les critères), la recherche de la solution anti-idéale (solution fictive ayant les pires évaluations sur tous les critères) et la pondération des critères. La solution idéale est déterminée en résolvant le problème  $n$  fois ( $n$  étant le nombre de critères), à chaque fois, la fonction objectif optimise un seul critère. On applique le même principe pour déterminer la solution anti-idéale (si le critère est un critère de minimisation comme le coût par exemple, l'évaluation anti-idéale de ce problème sera déterminée en formulant le problème avec une fonction objectif qui maximise ce critère coût). La pondération des critères se fait en appliquant la méthode AHP par exemple.

Les évaluations des solutions idéales et anti-idéale du problème de base sont récapitulées aux ci-dessous.

Critères	Solution idéale	Solution anti-idéale
Coût (C)	840	900
Niveau de Qualité (TQL)	14	12

**Tableau 5.5 Solutions idéale et anti-idéale du problème**

Soit  $w_1$  et  $w_2$  les pondérations des critères coût et niveau de qualité du problème de base.

La formulation du problème traité au paragraphe 3 en un modèle de Compromise

Programming est la suivante

$$\text{Min} \quad \omega_1 * (840 - C)/(840 - 900) + \omega_2 * (14 - \text{TQL})/(14 - 12);$$

Sujet à :

$$\{S\}$$

$$\omega_1 + \omega_2 = 1$$

$$\omega_1 \geq 0 ; \omega_2 \geq 0$$

La résolution de ce modèle pour  $\omega_1 = 0.50$  est présentée en annexe H.

### 3.5.3 La méthode de la somme pondérée

Il s'agit d'associer un poids à chaque critère puis agréger tous les critères en une fonction objectif. Or souvent les critères étudiés n'ont pas la même unité de mesure. Donc, pour que la fonction objectif ait un sens, il faut procéder à une normalisation des critères. Dans cet exemple, on a choisit de normaliser les critères (coût, niveau de qualité) en procédant à la division du critère par sa meilleure évaluation. La formulation du problème sous la forme d'une somme pondérée est la suivante :

$$\text{Min} \quad \omega_1 * \frac{C}{840} + \omega_2 * \frac{TQL}{14};$$

Sujet à :

$$\{S\}$$

$$\omega_1 + \omega_2 = 1$$

$$\omega_1 \geq 0 ; \omega_2 \geq 0$$

$\omega_1$  et  $\omega_2$  étant les poids associés aux critères 1 (coût) et 2 (niveau de qualité).

Nous trouvons une synthèse des techniques de normalisation dans [Tamiz et *al.*, 1998].

## 4. Cas d'Etude

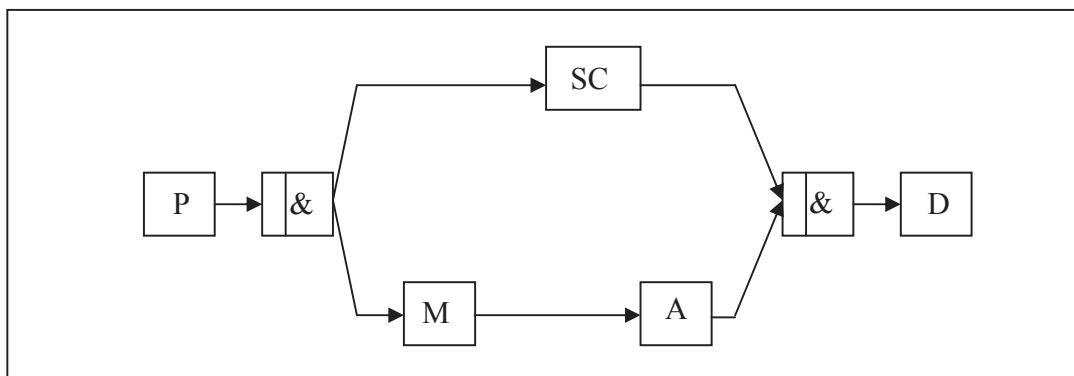
Le cas d'illustration est inspiré d'un cas réel d'un réseau regroupant 7 entreprises de la région Rhône-alpes. Ces entreprises sont spécialisées en industrie mécanique. Elles se sont regroupées en 1995 dans le but d'augmenter le volume des ventes et d'avoir une taille critique permettant d'accéder à de nouveaux marchés.

Dans le modèle simplifié, on considère 3 acteurs parmi les 7 mentionnés : M1 et M2 (ingénierie mécanique) et M3 (chaudronnier). Ces trois partenaires sont complémentaires pour certaines activités et sont concurrents pour d'autres.

### 4.1 Carte technologique du produit (CT)

#### 4.1.1 Graphe de réalisation du produit (GRP)

La commande à satisfaire concerne le produit dont le graphe de réalisation est le suivant.



**Figure 5.9** Graphe de réalisation du produit objet de l'étude

#### 4.1.2 Table des activités /compétences (TAC)

La correspondance entre les activités de réalisation du produit et les compétences qui leur sont requises est récapitulé à la table activités/compétences présentée ci-dessous.

Activités		Compétences requises	
1	Approvisionner (P)	C1	Planification
		C2	Négociation
		C3	Maîtrise des démarches auprès de la douane
2	Piloter la sous-traitance (SC)	C4	Savoir-faire technique
		C2	Négociation
3	Usiner (M)	C5	Tournage
		C6	Dimensionnement
		C7	Interprétation des schémas de conception
4	Assembler (A)	C8	Assemblage
5	Livrer (D)	C1	Planification
		C3	Maîtrises des démarches auprès de la douane

**Tableau 5.6** Table des activités / compétences du produit objet de l'étude



## 4.2 Carte des compétences du réseau (CC)

Dans ce présent cas d'étude, nous supposons que l'apprentissage ne se fait que par réalisation. La carte des compétences du réseau est la suivante

<b>Partenaire</b>	<b>M1</b>							
Compétence	C1	C1	C2	C2	C3	C3	C4	C8
Activité	P	D	P	SC	P	D	SC	A
Ressource	R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7	R8
Niveau d'expertise	$e_{1,1} = 3$		$e_{1,2} = 2$		$e_{1,3} = 3$		$e_{1,4} = 2$	$e_{1,8} = 4$
Poids des compétences	$\alpha_{1,1} = 0.2$		$\alpha_{1,2} = 0.3$		$\alpha_{1,3} = 0.1$		$\alpha_{1,4} = 0.2$	$\alpha_{1,8} = 0.2$
Nombre de Réalisation	4	4	3	0	5	0	5	0
Nombre d'interactions	0	0	0	0	0	0	0	0

<b>Partenaire</b>	<b>M2</b>					
Compétence	C1	C1	C2	C3	C3	C8
Activité	P	D	P	P	D	A
Ressource	R9	R10	R11	R12	R13	R14
Niveau d'expertise	$e_{2,1} = 3$		$e_{2,2} = 2$	$e_{2,3} = 2$		$e_{2,8} = 3$
Poids des compétences	$\alpha_{2,1} = 0.4$		$\alpha_{2,2} = 0.2$	$\alpha_{2,3} = 0.3$		$\alpha_{2,8} = 0.1$
Nombre de Réalisation	3	5	0	1	2	4
Nombre d'interactions	0	0	0	0	0	0

<b>Partenaire</b>	<b>B3</b>			
Compétence	C5		C6	C7
Activité	M		M	M
Ressource	R15	R16	R17	R18
Niveau d'expertise	$e_{3,5} = 3$		$e_{3,6} = 3$	$e_{3,7} = 4$
Poids des compétences	$\alpha_{3,5} = 0.4$		$\alpha_{3,6} = 0.4$	$\alpha_{3,7} = 0.2$
Nombre de Réalisation	10	20	5	0
Nombre d'interactions	0	0	0	0

**Tableau 5.7** Carte des compétences du réseau

### 4.3 Graphe de réalisation Produit / Acteur (GRPA)

Le GRPA est conçu suite à la soumission de propositions de la part des partenaires du réseau. Les propositions doivent satisfaire des contraintes comme les dates de début au plus tôt et de fin au plus tard ainsi que le niveau de qualité requis par chaque activité (voir paragraphe 2.3.1. Prise en compte des objectifs court terme).

Les contraintes exigées pour chaque activité sont récapitulées au Tableau 5.8.

Activité	P	SC	M	A	D
<b>Durée de réalisation moyenne (jours)</b>	5	1	3	2	1
<b>Date de début au plus tôt</b>	0	6	6	10	13
<b>Date de fin au plus tard</b>	6	13	10	13	15
<b>Niveau de qualité requis</b>	Q1	Q2	Q1	Q2	Q2

**Tableau 5.8 Contraintes exigées pour la réalisation des activités**

Les offres proposées par les partenaires du réseau sont les suivantes.

Partenaire	M1					M2			M3	
	P	P	SC	A	D	P	A	D	M	M
<b>Offre (<math>b_{r,i,j}</math>)</b>	$b_{1,1,1}$	$b_{2,1,1}$	$b_{1,2,1}$	$b_{1,4,1}$	$b_{1,5,1}$	$b_{1,1,2}$	$b_{1,4,2}$	$b_{1,5,2}$	$b_{1,3,3}$	$b_{2,3,3}$
<b>Date de Début (<math>ST_{r,i,j}</math>)</b>	0	0	7	10	13	1	10	13	6	7
<b>Durée (<math>D_{r,i,j}</math>)</b>	5	6	2	3	1	6	2	1	3	3
<b>Coût € (<math>C_{r,i,j}</math>)</b>	300	280	200	100	50	310	120	40	220	220
<b>Niveau de Qualité (<math>Q_{r,i,j}</math>)</b>	Q1 (3)	Q1 (3)	Q2 (2)	Q2 (2)	Q1 (3)	Q1 (3)	Q1 (3)	Q2 (2)	Q1 (3)	Q1 (3)

**Tableau 5.9 Propositions des partenaires**

Notons qu'afin de prendre en compte les contraintes relatives aux niveaux de qualité, on a transformé l'échelle ordinaire des niveaux de qualité ( $Q1 \succ Q2 \succ Q3$  : le niveau Q1 est meilleur que Q2, et Q2 est meilleur que Q3) en une échelle cardinale (à Q1 on associe la note 3, à Q2 la note 2 et à Q3 la note 1).

La soumission d'offres de la part des partenaires du réseau permet de construire le GRPA.

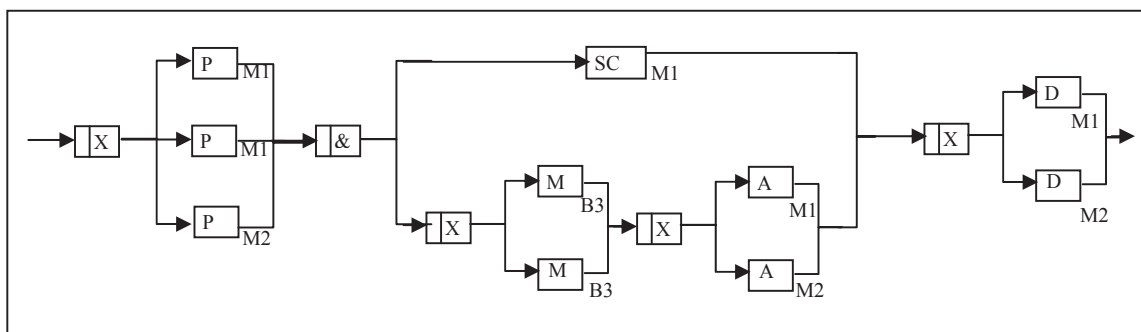


Figure 5.10 Graphe de réalisation Produit / Acteur

## 5. Résultats

### 5.1 Sélection des solutions non dominées

Les solutions non dominées de ce problème ont été déterminées en procédant en deux phases :

- (1) Agrégation des objectifs (coût, qualité) en une seule fonction objectif et affectation d'un poids  $\beta$  au coût et un poids  $(1 - \beta)$  à la qualité. On fait varier le coefficient  $\beta$  dans l'intervalle  $[0,1]$  de façon à déterminer toutes les solutions possibles du problème. La fonction objectif s'écrit comme suit

$$\text{Minimiser } \beta * \text{Coût} - (1 - \beta) * \text{TQL}$$

- (2) On détermine l'ensemble des solutions non dominées (ensemble des solutions efficaces) en se basant sur les deux définitions ci-après en théorie de la décision.

Soit  $A$  l'ensemble des actions d'un problème et  $G = \{ g_1(x), g_2(x), \dots, g_n(x) \}$  une famille de critères.

- **Définition 1 :** Une action  $a \in A$  est efficace si et seulement si aucune action de  $A$  ne la domine.
- **Définition 2 :** Étant donnés deux actions  $a$  et  $b$  appartenant à  $A$ , on dit que  $a$  domine  $b$  si et seulement :

$$g_j(a) \geq g_j(b), j = 1, 2, \dots, n$$

$$\text{et } \exists k \in \{1, 2, \dots, n\} / g_k(a) > g_k(b)$$

[Vincke 1989]

Dans le contexte d'un programme mathématique à objectifs multiples, l'ensemble A des actions (voir définitions ci-dessus) du problème représente l'ensemble des solutions réalisables.

Nous avons opté pour cette méthode en deux étapes pour déterminer l'ensemble des solutions non dominées car il n'y a aucune méthode mathématique qui permet de déterminer l'ensemble des solutions non dominées dans un programme linéaire avec variables entières.

Il importe de noter que l'étape 1 de la procédure décrite ci-dessus a été réalisée de deux façons différentes. La première est celle décrite ci-haut et qui consiste à faire des simulations en faisant varier le paramètre  $\beta$ . La seconde méthode consiste à faire une recherche exploratoire dans le domaine des solutions. Cette façon de faire a pu être appliquée grâce à la structure particulière du problème (un problème avec variables binaires). Puisque les variables ne prennent que deux valeurs possibles 0 ou 1, alors nous avons conçu un programme qui permet de parcourir toutes les combinaisons de variables et de vérifier la faisabilité du problème. Ce programme a été développé en utilisant l'outil ILOG basé sur le langage Visual C++.

Le programme ainsi que les solutions réalisables sont récapitulés en annexe H.

Les solutions possibles (alternatives) du cas d'étude sont récapitulées au Tableau 5.10.

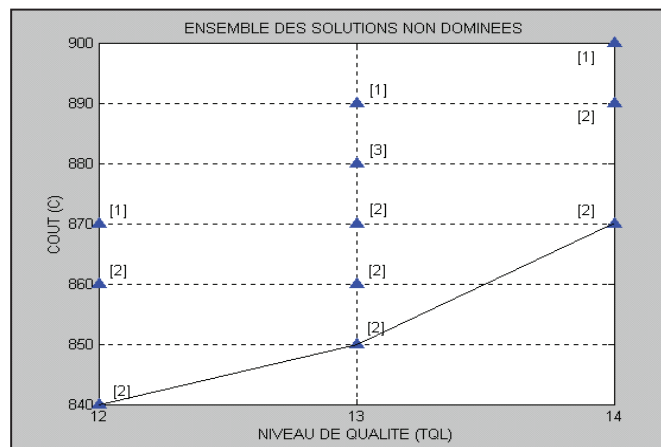
Alternatives																					
Offres		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
P	b <sub>1,1,1</sub>	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0
	b <sub>2,1,1</sub>	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1
	b <sub>1,1,2</sub>	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0
SC	b <sub>1,2,1</sub>	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
M	b <sub>1,3,3</sub>	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0
	b <sub>2,3,3</sub>	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1
A	b <sub>1,4,1</sub>	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0
	b <sub>1,4,2</sub>	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1
D	b <sub>1,5,1</sub>	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	b <sub>1,5,2</sub>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
TQL		13	13	13	13	13	14	14	14	14	14	12	12	12	12	12	13	13	13	13	13
Coût		870	850	880	870	850	890	870	900	890	870	860	840	870	860	840	880	860	890	880	860

**Tableau 5.10 Ensemble des solutions possibles (réalisables)**

Les propriétés des solutions non dominées sont récapitulées ci après.

Alternative	2	5	7	10	12	15							
TQL	13	13	14	14	12	12							
Coût	850	850	870	870	840	840							
Allocation des activités	Activité	Partenaire	Offre	Partenaire	Offre	Partenaire	Offre	Partenaire	Offre	Partenaire	Offre	Partenaire	Offre
	P (1)	M1	2	M1	2	M1	2	M1	2	M1	2	M1	2
	SC (2)	M1	1	M1	1	M1	1	M1	1	M1	1	M1	1
	M (3)	M3	1	M3	2	M3	1	M3	2	M3	1	M3	2
	A (4)	M1	1	M1	1	M2	1	M2	1	M1	1	M1	1
	D (5)	M1	1	M1	1	M1	1	M1	1	M2	1	M2	1

**Tableau 5.11** Caractéristiques des solutions non dominées



**Figure 5.11** Ensemble des solutions admissibles et des solutions non dominées

Les solutions réalisables et les solutions non dominées ont été représentées au graphique suivant. Les nombres entre crochets traduisent le nombre de solutions ayant des coûts et des niveaux de qualité identiques.

## 5.2 Configuration optimale du réseau

Les priorités des compétences déterminées après agrégation des préférences des partenaires du réseau sont récapitulées dans le Tableau 5.12 :

<b>Compétence</b>	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8
<b>Priorité (<math>\alpha_{G,k}</math>)</b>	0.20	0.12	0.11	0.02	0.18	0.11	0.09	0.17

**Tableau 5.12 Vecteur de priorité des compétences**

Les solutions non dominées déterminées au paragraphe précédent ont été évaluées selon le critère de développement de compétence. Les scores obtenus sont récapitulés au Tableau 5.13. C'est la solution 12 qui a traduit la configuration optimale.

<b>Alternative</b>	2	5	7	10	12	15
<b>Score</b>	0.16	0.15	0.20	0.19	0.23	0.22

**Tableau 5.13 Scores des solutions non dominées**

N.B : le tableau de calcul des scores des solutions non dominées est présenté en annexe I.

Les scores peuvent être plus ou moins proches et ce selon le cas d'étude (exemple : l'écart des scores des alternatives 12 et 15 est 0.01 seulement, donc l'alternative 15 est à  $\frac{0.23-0.22}{0.23} * 100 = 4\%$  seulement de la meilleure solution). L'écart entre le score d'une alternative et celui de la meilleure alternative traduit la qualité relative (par rapport à la meilleure alternative) de l'alternative étudiée vis à vis de la politique de développement de compétence.

## 6. Extensions du modèle de base

Le modèle de base concerne l'affectation des activités d'une commande aux partenaires. La commande concerne un seul produit dont les activités de réalisation ne peuvent être partagées par les partenaires. Par ailleurs, on ne tient compte que d'un mode de développement de compétences : le développement par réalisation.

Dans ce présent paragraphe, on propose plusieurs extensions du modèle de base pour qu'il traduise mieux la réalité.

## 6.1 Modèle 2 : Mono-produit, Partage d'activités, capacités finies, pas de chevauchement

Dans ce modèle, on considère que les activités peuvent être partagées par les partenaires. Toutefois, on interdit le chevauchement entre activités : si l'activité  $n$  doit être réalisée impérativement après l'activité  $m$ , alors il faut que tous les partenaires chargés de réaliser l'activité  $m$  terminent pour qu'on puisse entamer la réalisation de l'activité  $n$ .

Dans le modèle présent, on autorise le partage d'activité par les partenaires. Pour traiter cette caractéristique, on introduit la quantité requise par activité : posons  $S_i$  la quantité requise par l'activité  $i$ .

Par ailleurs, dans un souci de représentation proche de la réalité, on associe à chaque partenaire  $j$  une capacité minimale ( $\underline{V}_j$ ) et une capacité maximale ( $\overline{V}_j$ ).

Notons que les attributs d'une offre sont les suivants : Date de début, Date de fin, Coût, Niveau de qualité, Capacité minimale, Capacité maximale.

### 6.1.1 Données du problème

$DF_{rij}$  Date de fin proposée dans l'offre  $r$  du partenaire  $j$  pour réaliser l'activité  $i$ .

$DF_i$  Date de fin de réalisation de l'activité  $i$ .

$CU_{rij}$  Coût unitaire proposé dans l'offre  $r$  du partenaire  $j$  pour réaliser l'activité  $i$ .

$S_i$  Quantité requise par l'activité  $i$ .

$\underline{V}_{rij}$  Capacité minimale proposée dans l'offre  $r$  du partenaire  $j$  pour réaliser l'activité  $i$ .

$\overline{V}_{rij}$  Capacité maximale proposée dans l'offre  $r$  du partenaire  $j$  pour réaliser l'activité  $i$ .

$M$  Grand nombre servant à activer / désactiver une contrainte sur des dates.

\*\*\* Les autres paramètres utilisés dans ce modèle ont des définitions identiques à celles du modèle 1.

### 6.1.2 Les variables de décision

$b_{rij}$  Variable binaire :

$b_{rij} = 1$  si l'offre  $r$  proposée par le partenaire  $j$  pour réaliser l'activité  $i$  est

sélectionnée.

$b_{rij} = 0$  sinon

$ST_i$  Date de début de la réalisation de l'activité  $i$ .

$D$  Date de fin de réalisation du produit.

$Q_i$  Niveau de qualité porté par l'activité  $i$ .

$C$  Coût total du produit.

$TQL$  Niveau de qualité du produit.

$DF_i$  Date de fin de réalisation de l'activité  $i$ .

$X_{rij}$  Quantité de l'activité  $i$  réalisée selon les conditions de l'offre  $r$  du partenaire  $j$

### 6.1.3 Le modèle

La formulation mathématique est la suivante :

$$\left( \begin{array}{l} \text{Min } C = \sum_{i=1}^N C_i \\ \text{Max } TQL = \sum_{i=1}^N Q_i \end{array} \right)$$

Sujet à :

$$ST_m \geq DF_i \quad \text{si } m \succ i \quad m \in I, i \in I (*) \quad (5.12)$$

$$DF_N \leq DD \quad (5.13)$$

$$ST_i \leq ST_{rij} b_{rij} + M (1 - b_{rij}) \quad \forall i \in I, j \in J, r \quad (5.14)$$

$$DF_i \geq DF_{rij} b_{rij} - M (1 - b_{rij}) \quad \forall i \in I, j \in J, r \quad (5.15)$$

$$\sum_r b_{rij} \leq 1 \quad \forall i \in I, j \in J \quad (5.16)$$

$$\sum_{j \in J} \sum_r X_{rij} = S_i \quad \forall i \in I \quad (5.17)$$

$$\underline{V}_{rij} b_{rij} \leq X_{rij} \leq \overline{V}_{rij} b_{rij} \quad \forall i \in I, j \in J, r \quad (5.18)$$

$$Q_i = \sum_{j \in J} \sum_r [Q_{rij} * b_{rij} \left( \frac{X_{rij}}{S_i} \right)] \geq QL_i \quad \forall i \in I \quad (5.19)$$



$$C_i = \sum_{j \in J} \sum_r CU_{rij} * X_{rij} \quad \forall i \in I \quad (5.20)$$

(\*) ( $m \succ i$  : m est une activité réalisée immédiatement après l'activité i.)

La contrainte (5.12) assure le respect de l'antériorité entre les activités. La contrainte (5.13) assure le respect de la date de livraison du produit. La contrainte (5.16) assure qu'un partenaire ne peut pas être sélectionné plus d'une fois pour réaliser une activité donnée (une seule offre au maximum par activité). La contrainte (5.17) assure le respect des quantités réalisées pour chaque activité. La contrainte (5.18) assure le respect des capacités minimales et maximales pour chaque offre sélectionnée. La contrainte (5.20) permet de déterminer le coût de chaque activité.

Les contraintes (5.14) et (5.15) ont une forme particulière due à la présence du grand nombre M. La contrainte (5.14) permet de déterminer les dates de début de chaque activité. La contrainte (5.15) permet de déterminer la date de fin de chaque activité.

On raisonne sur la contrainte (5.14) pour montrer comment elle fonctionne et on procède par analogie pour comprendre la contrainte (5.15).

L'objectif de la contrainte (5.14) est de déterminer une borne pour la date de début de chaque activité. Evidemment, la borne n'est déterminée qu'en fonction des offres sélectionnées. Donc, une contrainte (5.14) n'est active que pour une offre sélectionnée.

L'exemple suivant permet de mieux expliciter le fonctionnement de la contrainte (5.14).

Exemple (0) :

$b_{1m1} = 1$ , alors (5.14)  $\Rightarrow ST_m \leq ST_{1m1}$  (Contrainte active)

$b_{1m2} = 0$ , alors (5.14)  $\Rightarrow ST_m \leq M$  (Contrainte inactive)

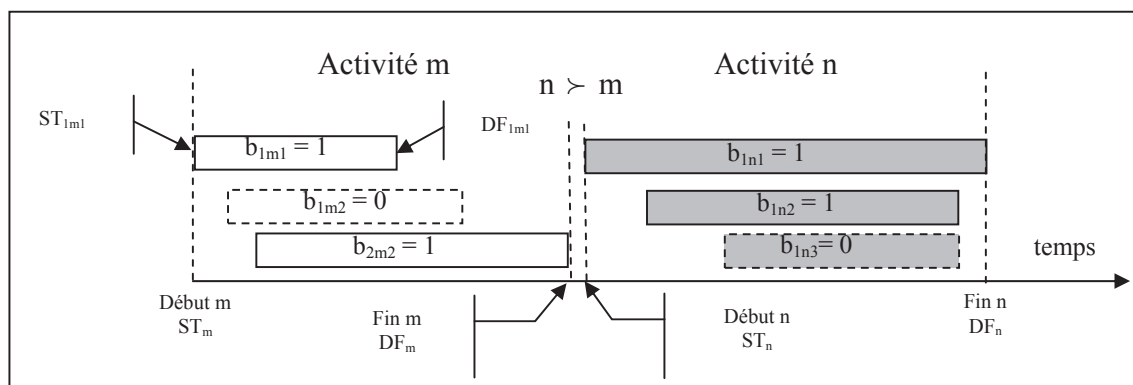


Figure 5.12 Exemple explicatif des contraintes actives et passives

## 6.2 Modèle 3 : prise en compte de l'apprentissage par interaction

Dans ce paragraphe, nous nous limitons à la modélisation de la contrainte permettant la prise en compte de l'apprentissage par interactions.

Nous considérons que l'apprentissage par interaction peut se faire de deux façons différentes. La première est que les interactions entre partenaires se font en dehors des dates de réalisation d'une commande. Dans ce cas, il suffit que les deux partenaires se mettent d'accord sur une date commune et un planning précis pour assurer une telle interaction (par exemple, il suffit qu'un partenaire se déplace chez un autre partenaire pour l'assister à promouvoir ses compétences).

Dans le cas où l'interaction doit se faire pendant les dates de réalisation d'une commande, une façon de faire est d'imposer au préalable une condition qui consiste à dire : si le partenaire  $J_1$  est choisi pour réaliser l'activité  $i_1$  par exemple, alors il est impératif que le partenaire  $J_2$  soit sélectionné pour une telle activité (cette condition suppose que le réseau connaît à l'avance le partenaire qui doit interagir avec  $J_1$ ). En tenant compte des paramètres de notre problème, cette deuxième façon de faire se modélise comme suit :

$$\text{Pour } i = i_1, \quad \sum_r b_{r,i_1,j_1} \leq \sum_r b_{r,i_1,j_2}$$

Notons que l'interaction entre partenaires pourrait se faire pendant les dates de réalisation d'une commande sans que cela impose aux deux partenaires de partager la réalisation de l'activité objet de l'interaction. Dans ces cas, la modélisation mathématique n'est certainement pas la meilleure façon de faire.

N.B : les contraintes relatives au respect du délai, de la qualité, de la capacité ainsi que les contraintes de précédences sont identiques à celle du modèle 2.

## 6.3 Modèle 4 : Modélisation d'offres groupées

Il est possible que certains partenaires du réseau proposent des offres groupées pour réaliser un certain nombre d'activités. Ces offres sont généralement intéressantes notamment en termes de coût. Le coût proposé pour une offre groupée est souvent inférieur à la somme des coûts des deux offres indépendantes.

Pour modéliser les offres groupées, nous traitons l'exemple suivant que nous pouvons étendre aisément. Nous supposons que c'est le partenaire  $J_1$  qui propose une offre pour la réalisation des activités  $i_1$  et  $i_2$ . Nous supposons que ce partenaire précise le niveau de qualité relatif à chaque activité, les dates de début et de fin, les capacités... et le coût de l'offre groupée.

Notons  $k$  l'indice de cette offre. Donc, la variable  $b_{k,i_1,j_1}$  indique la sélection ou non de l'offre  $k$  proposée par le partenaire  $J_1$  pour réaliser l'activité  $i_1$ . (idem pour la variable  $b_{k,i_2,j_1}$ ).

L'offre  $k$  étant une offre groupée, alors si le partenaire  $J_1$  réalise  $i_1$  selon l'offre  $k$ , il doit impérativement réaliser  $i_2$  selon l'offre  $k$ . De même, si l'activité  $i_1$  n'est pas réalisée selon l'offre  $k$  alors, l'activité  $i_2$  ne doit en aucun cas être réalisée par l'offre  $k$ .

Nous traduisons ces conditions par la contrainte suivante :

$$b_{k,i_1,j_1} = b_{k,i_2,j_1}$$

Ainsi, nous scindons l'offre groupée en offres distinctes et on assure grâce à la contrainte ci-dessus que l'offre est effectivement groupée.

Nous pouvons facilement constater que cette façon de modéliser peut être étendue à des offres regroupant plus de deux contraintes. Elle peut même être étendue à des offres groupées proposées par des partenaires distincts (plusieurs partenaires se regroupent pour proposer une offre groupée concernant plusieurs activités).

## 7. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé une procédure pour la répartition des ordres entre les différents partenaires d'un réseau d'entreprises. Cette procédure prend en considération les objectifs court-terme ainsi que les objectifs long-terme du réseau. Elle s'appuie sur un ensemble de concepts comme la carte technologique du produit, la carte des compétences du réseau... et se déroule en deux étapes. La première étape consiste à modéliser le problème sous forme d'un programme mathématique à objectifs multiples dont la résolution génère des solutions jugées assez bonnes sur les critères de satisfaction du client (coût, le délai, la qualité...). La deuxième étape part des bonnes solutions de l'étape 1 pour en sélectionner

une et une seule solution : celle qui favorise le plus le développement des compétences du réseau.

Nous avons également donné les lignes directrices pour que les politiques de développement de compétence des partenaires du réseau soient intégrées de façon démocratique en une politique globale pour tout le réseau. Pour se faire, nous avons suggéré l'utilisation de la méthode AHP de groupe.

Ensuite, nous avons appliqué la procédure proposée à un cas d'étude et nous avons présenté les résultats obtenus. Enfin, nous avons proposé des extensions du modèle mathématique de base présenté à l'étape 1 de la procédure pour prendre en compte des situations diverses comme les cas où les partages d'activités, les offres groupées sont permis...

Dans ce chapitre, nous avons considéré que toutes les informations du problème sont déterministes, ce qui n'est certainement pas le cas dans la réalité. En effet, les paramètres de gestion dans un réseau d'entreprises sont généralement sujets à des incertitudes : incertitude sur les délais de production, sur la qualité des produits, sur la disponibilité des machines...

Afin de prendre en compte cet aspect de la réalité, nous proposons dans le chapitre suivant une démarche basée sur les concepts de fiabilité. Nous trouverons donc plus de détails sur la prise en compte de l'incertitude dans le chapitre 6.

# CHAPITRE 6

## MODELE BASE SUR LA FIABILITE

### 1. Incertitude dans les décisions de configuration d'un réseau d'entreprises

Les décisions de configuration d'une chaîne logistique sont souvent basées sur des données assujetties à la variation (les délais de livraison sont incertains, la qualité des produits est variable, les stocks de produits sont imprécis, les taux de change qui interviennent lors de la configuration d'une chaîne logistique globale sont fluctuants,...). De ce fait, les modèles déterministes atteignent leurs limites notamment lorsque la variabilité des données est importante.

Plusieurs chercheurs se sont donc penchés sur l'étude du problème stochastique de configuration d'une chaîne logistique. Vidal et Goetschalckx ([Vidal et Goetschalckx, 1996], [Vidal et Goetschalckx, 1997], [Vidal et Goetschalckx, 2000], [Goetschalckx 2000], [Goetschalckx et *al.*, 2002]) ont fait une synthèse de ces travaux et ont montré que la tendance et le déficit actuels se portent sur la considération de l'incertitude dans les modèles de configuration de chaînes logistiques. Les modèles stochastiques sont supposés garantir des configurations plus robustes et flexibles. Toutefois, ils exigent une grande expertise aussi bien pour la formulation que pour la résolution.

La prise en compte de l'incertitude s'est faite de plusieurs façons : ([Hodder et Dincer, 1986], [Cohen et Lee, 1989], [Cohen et *al.*, 1989], [Cohen et Kleindorfer, 1993], [Vidal et Goetschalckx, 1996], [Kouvelis 1999]) ont étudié l'effet de la fluctuation des prix et des taux de change. ([Cohen et Kleindorfer, 1993], [Anupindi et Yehuda, 1999], [Lariviere 1999]) ont traité le cas où la demande client est variable. ([Vidal et Goetschalckx, 1996], [Frayret et *al.*, 1999], [Mirabedini et *al.*, 2001]) ont proposé des modèles intégrant la fiabilité des fournisseurs.

Vidal et Goetschalckx précisent que l'extension des modèles mathématiques (initialement prévus pour les cas déterministes) pour la considération de l'incertitude les rend très complexes voire intraitables. Et que c'est uniquement pour certaines contraintes stochastiques, à savoir les contraintes de fiabilité des partenaires, que les modèles peuvent être étendus et traitables. Enfin, ils affirment qu'actuellement, l'analyse de sensibilité peut être considérée comme un des meilleurs outils pour l'étude de la variabilité du problème de configuration d'un réseau.

Dans le chapitre précédent, nous avons proposé une procédure pour le traitement du problème de configuration d'une chaîne logistique dans un réseau coopératif d'entreprises. Nous avons considéré que tous les paramètres sont connus à l'avance et sont déterministes, ce qui est une façon de rendre idéal un environnement qui est de nature imparfait (incertitude sur les délais, risque de ne pas satisfaire la commande).

Dans ce chapitre, nous adoptons le concept de fiabilité pour modéliser le risque et l'incertitude et étudier la robustesse de la configuration d'un réseau d'entreprises. Pour ce faire, nous introduisons les notions de fiabilité a priori, fiabilité a posteriori, fiabilité partielle et fiabilité globale d'un partenaire du groupement. Nous proposons ensuite des procédures pour déterminer les différentes notions de fiabilité que nous intégrons dans un modèle d'optimisation mathématique.

Enfin, nous présentons les résultats de l'intégration de la fiabilité au cas d'étude introduit au chapitre 5.

## 2. Concepts et procédures de calcul de fiabilité

### 2.1 Objectifs et pertinence d'un modèle basé sur la fiabilité

Comme mentionné au paragraphe précédent, le concept de fiabilité a été adopté pour modéliser l'incertitude relative à la décision de configuration d'un réseau d'entreprises. En effet, la pertinence d'un modèle basé sur le concept de fiabilité réside dans son aptitude à allouer, de façon équitable, les activités aux partenaires du réseau tout en garantissant le respect des engagements pris par le réseau auprès du client.

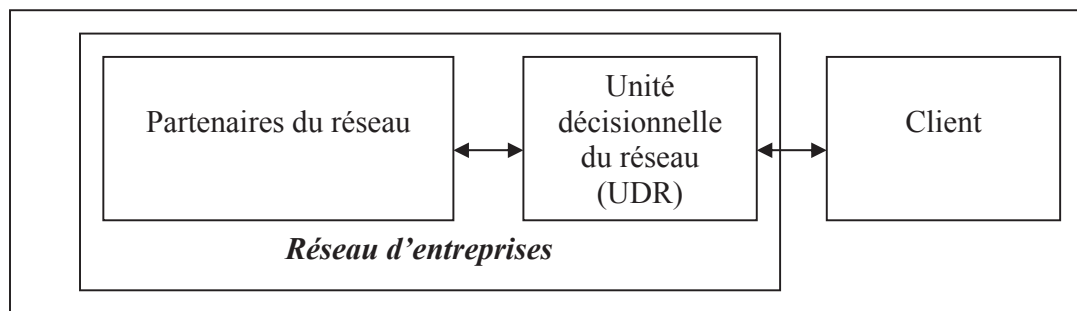
Pour expliciter cette idée, nous supposons que l'unité décisionnelle au niveau du réseau (UDR)<sup>1</sup> est chargée de répartir les activités aux partenaires. Cette unité décisionnelle se trouve à l'interface entre le client et le réseau lui-même. Ses décisions doivent satisfaire, et les souhaits des clients, et les attentes des partenaires. Elles ne doivent pas se baser uniquement sur les soumissions des partenaires pour un appel d'offre donné, mais aussi sur les performances qu'ils ont enregistrées au fil du temps. Ce choix est dû au fait qu'un partenaire n'est jamais parfait : c'est à dire qu'il y a toujours une éventualité de dépassement ou de non respect des engagements pour lesquels le partenaire a contracté. Par ailleurs, la prise en compte de l'historique des performances permet d'éviter l'opportunisme : on évite les cas où un partenaire soumet une proposition très attrayante pour décrocher l'appel d'offre puis enregistre des performances médiocres qui compromettent la relation du réseau avec le client.

Les performances d'un partenaire seront donc agrégées dans le paramètre fiabilité. La fiabilité assure une configuration plus robuste du réseau : proposition d'une offre intéressante et très crédible au client et affectation équitable des activités aux partenaires.

L'UDR est chargée de proposer une offre fiable au client. La fiabilité d'une telle offre dépend de la fiabilité de chacun des partenaires qui sera engagé pour la réaliser.

---

<sup>1</sup> Dans le chapitre 1, nous avons bien précisé que pour les entreprises réseaux ayant une configuration de type coopération, il n'existe pas de centre (entreprise pivot). Les décisions sont assurées par une unité décisionnelle dont les membres sont choisis de façon démocratique parmi le personnel des différents partenaires du réseau. L'unité décisionnelle représente de façon équitable les partenaires du réseau.



**Figure 6.1** Unité décisionnelle du réseau

Afin de considérer le critère fiabilité, l'UDR procède de la façon suivante :

- (1) **Étape 1** : Estimation de la fiabilité des partenaires en se basant sur l'historique et le contexte de la commande (fiabilité a priori).
- (2) **Étape 2** : Estimation de la fiabilité du réseau pour l'offre objet de l'étude (fiabilité a priori du réseau)
- (3) **Étape 3** : Affectation des activités aux partenaires.
- (4) **Étape 4** : Evaluation des performances des partenaires après réalisation de la commande
- (5) **Étape 5** : Calcul de la fiabilité des partenaires (fiabilité a posteriori)
- (6) **Étape 6** : Mise à jour de l'historique.

Pour assurer le bon fonctionnement de la procédure ci-dessus, il importe de concevoir une base de données rassemblant les performances des partenaires. Cette base de données sera exploitée et mise à jour toutes les fois que le réseau d'entreprises est sollicité pour la réalisation d'un produit.

## 2.2 Définitions des concepts de fiabilité

Nous définissons la fiabilité d'un partenaire comme suit :



---

### Définition 6.1 : Fiabilité globale d'un partenaire

---

" *La fiabilité globale<sup>2</sup> d'un partenaire est la probabilité qu'il respecte ses engagements en termes de coût, de délai, de qualité, ou de tout autre attribut de l'affaire pour laquelle il s'est engagé.*" [Hammami et al., 2003(b)]

---

Le concept de fiabilité que nous avons adopté est plus large que celui introduit dans les travaux de ([Vidal et Goetschalckx, 1996], [Frayret et al., 1999], [Mirabedini et al., 2001]) où les auteurs considèrent la fiabilité comme étant la probabilité que le partenaire respecte le délai de livraison qu'il a promis à son client.

Par ailleurs, nous faisons la distinction entre la fiabilité a posteriori et la fiabilité a priori d'un partenaire.

---

### Définition 6.2 : Fiabilité a posteriori d'un partenaire

---

" *La fiabilité a posteriori est mesurée après la réalisation d'une affaire par le partenaire; elle traduit les performances qu'il a enregistrées en termes de coût, de délai, de qualité ou de tout autre attribut de l'affaire pour laquelle il s'est engagé.*" [Hammami et al., 2003(b)]

---



---

### Définition 6.3 : Fiabilité a priori d'un partenaire

---

" *La fiabilité a priori est une estimation de l'aptitude du partenaire à respecter les attributs du contrat (coût, délai, qualité, ...) pour lequel il souhaiterait s'engager. Elle est évaluée avant de conclure le contrat.*" [Hammami et al., 2003(b)]

---

Comme mentionné ci-dessus, la fiabilité globale d'un partenaire est la probabilité qu'il respecte ses engagements en termes de coût, de délai, de qualité, ou de tout autre attribut de l'affaire. Ce qui sous-tend un respect simultané de tous les attributs. Pour cette raison, nous considérons que la fiabilité d'un partenaire est une agrégation de ses fiabilités partielles

---

<sup>2</sup> Dans ce chapitre, nous utilisons souvent le terme "fiabilité" pour désigner "fiabilité globale".

relatives aux attributs. Nous définissons la fiabilité partielle d'un partenaire par rapport à un attribut comme suit :

---

**Définition 6.4 : Fiabilité partielle d'un partenaire par rapport à un attribut**

---

" La fiabilité partielle d'un partenaire par rapport à un attribut  $i$ , est la probabilité qu'il respecte les engagements qu'il a pris pour cet attribut " [Hammami et al., 2003(b)]

---

Ainsi, à un partenaire, nous associons quatre types de fiabilité :

- |  |             |
|--|-------------|
| (1) Fiabilité globale a priori                                       | $\hat{R}_G$ |
| (2) Fiabilité globale a posteriori                                   | $R_G$       |
| (3) Fiabilité partielle a priori (par rapport à l'attribut $i$ )     | $\hat{R}_i$ |
| (4) Fiabilité partielle a posteriori (par rapport à l'attribut $i$ ) | $R_i$       |

Dans le cas où le partenaire traite une affaire exigeant le respect de  $n$  attributs, la fiabilité globale  $R_G$  s'écrit :

$$R_G = f(R_1, R_2, \dots, R_n) \quad (6-1)$$

Par ailleurs, si nous retenons l'hypothèse que les  $n$  attributs sont indépendants, alors la fiabilité globale du partenaire sera égale au produit des probabilités qu'il respecte chaque attribut individuellement et ce comme indiqué dans la relation suivante.

$$R_G = R_1 * R_2 * \dots * R_n = \prod_{i=1}^n R_i \quad (6-2)$$

### 2.3 Procédure de calcul de la fiabilité a posteriori :

Le calcul de la fiabilité globale a posteriori exige la connaissance des fiabilités partielles  $R_i$  ainsi que la forme de la fonction  $f$  qui les relie (voir relation (6-1)).

Dans tout ce qui suit, nous considérons que les fiabilités partielles sont deux à deux indépendantes ce qui permet d'exploiter la relation (6-2).

### 2.3.1 Procédure 1.1

Une manière simple et intuitive pour déterminer la fiabilité a posteriori consiste à attribuer une fiabilité partielle égale à 1 pour tout attribut de l'affaire qui a été respecté et une fiabilité partielle nulle pour tout autre attribut. Le Tableau 6.1 récapitule les performances d'un partenaire sur 4 affaires. Pour chacune des affaires, 3 attributs ont été considérés (coût, délai, qualité). La fiabilité a posteriori du partenaire a été de 100% pour une seule affaire sur les 4, c'est à dire qu'il a une fiabilité moyenne de 25% seulement.

Partenaire 1	Affaire 1	Affaire 2	Affaire 3	Affaire 4
Attribut 1 : Coût	1	1	0	1
Attribut 2 : Délai	1	1	1	0
Attribut 3 : Qualité	0	1	1	0
Fiabilité	0	1	0	0

**Tableau 6.1 Méthode pour le calcul de la fiabilité a posteriori.**

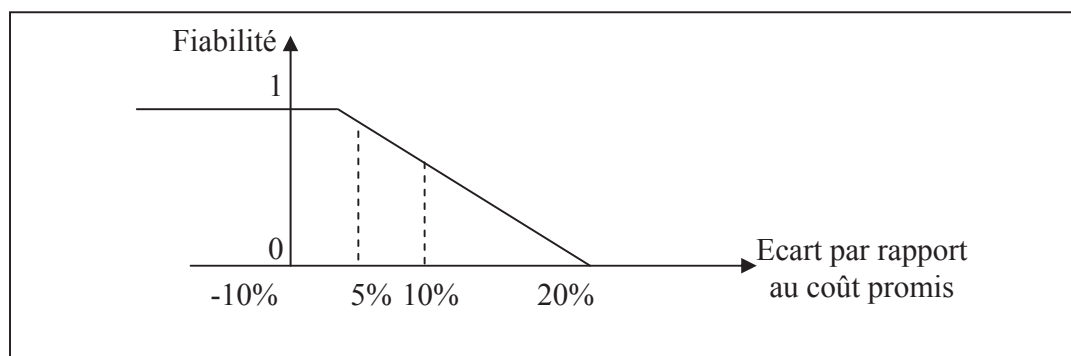
Cette méthode est facile et simple à mettre en place. Toutefois, elle ne peut être très efficace dans le monde industriel car la notion de respect des attributs d'une affaire reste relative, c'est à dire qu'un client pourrait accepter le dépassement du coût annoncé par son partenaire dans certains cas ou accepter quelques jours de retard par rapport à la date de livraison promise. Dans ces cas, le client ne considère pas que son partenaire est non fiable mais plutôt fiable à 95% par exemple.

### 2.3.2 Procédure 1.2

L'idée de relativiser la notion de fiabilité est à la base de la procédure que nous proposons ci-après.

La procédure consiste à évaluer l'impact de la variation de la performance d'un attribut sur sa fiabilité partielle. Par exemple, si le partenaire fait un dépassement de 2% par rapport au coût promis, le client considère que cela est équivalent à une fiabilité de 95%. Le client est également appelé à exprimer l'équivalent en fiabilité d'un dépassement de 5%, de 10%, de 15%... par rapport à la valeur promise. On obtient ainsi, de façon constructive, l'impact de l'écart en coût sur la fiabilité du partenaire (Figure 6.2). On applique le même raisonnement pour les autres attributs. Toutes les fois qu'on étudie l'impact de la variation d'un attribut

sur la fiabilité, on considère que tous les autres attributs sont parfaits c'est à dire ayant des fiabilités partielles de 100%.



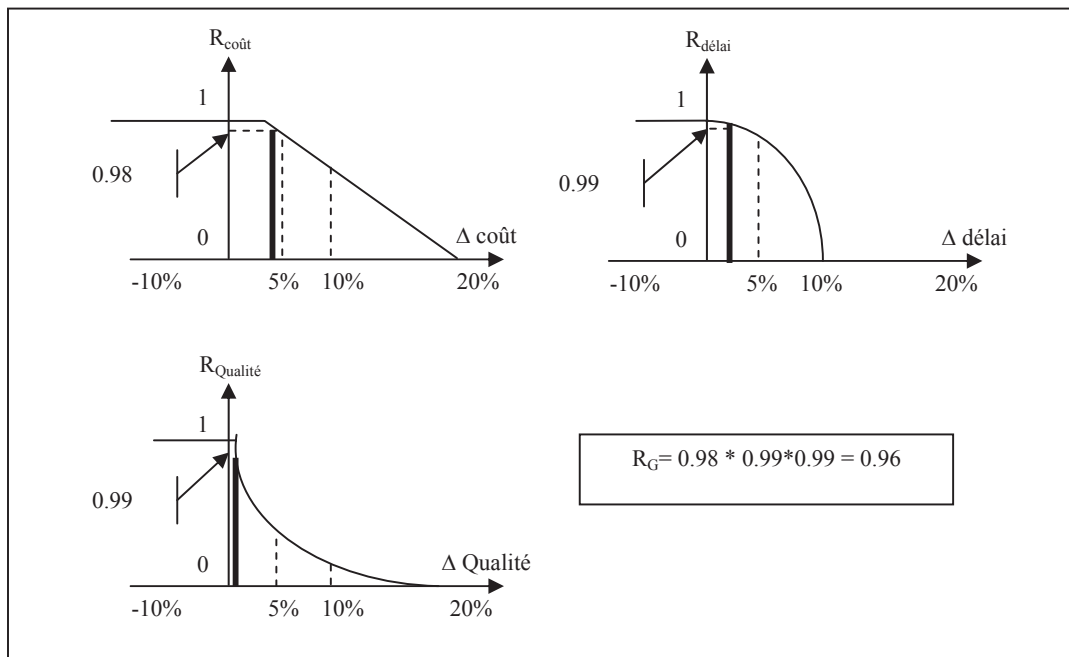
**Figure 6.2** Variation de fiabilité partielle vis-à-vis du critère coût.

On trace les mêmes courbes pour les autres attributs.

Après réalisation de la commande, on mesure la performance enregistrée par le partenaire, et on reporte les variations de chaque attribut par rapport à ses promesses. Ceci permet de déterminer les fiabilités partielles enregistrées par le partenaire et par conséquent sa fiabilité globale.

Donc, comme indiqué sur la Figure 6.3, si les attributs de la commande sont le coût, la qualité et le délai, et si les fiabilités partielles étaient respectivement de 98%, 99% et 99% alors la fiabilité globale est  $R_G = R_{\text{coût}} * R_{\text{qualité}} * R_{\text{délai}} = 0.98 * 0.99 * 0.99 = 96\%$ .

La tâche la plus compliquée dans cette procédure est la construction des courbes de fiabilités partielles. Pour ce faire, nous suggérons de choisir une des méthodes suivantes et ce selon l'expression des préférences du client vis-à-vis d'un attribut.



**Figure 6.3** Fiabilité a posteriori d'un partenaire<sup>3</sup>.

**a. La méthode directe**

le client exprime directement ses préférences en construisant les courbes de fiabilité partielle.

**b. La méthode basée sur le principe de la loterie**

Cette méthode est inspirée des travaux de recherche relatifs à la théorie de l'utilité multi-attributs [Keeney et Raifa, 1976]. Elle fonctionne de la façon suivante : pour étudier un attribut, le client détermine l'écart X% qui correspond à l'écart maximum par rapport à l'objectif tout en conservant une fiabilité estimée à 100%. Le client détermine également l'écart Z% qui correspond à la pire fiabilité (0%). Pour déterminer la fiabilité correspondant à un écart Y% appartenant à l'intervalle [X% , Z%], on traite la situation de la façon suivante : nous supposons que le client sollicite le partenaire pour 100 affaires et qu'il constate que pour les 100 affaires le partenaire a enregistré une variation de Y% par rapport à la valeur promise. Cette situation est équivalente à solliciter le partenaire pour 100

<sup>3</sup> Les courbes sont choisies arbitrairement et à titre indicatif. Elles reflètent la sensibilité du preneur de décision relativement à un attribut donné.

affaires, et à obtenir N fois un écart de X% (voire moins) et 100-N fois un écart de Z%. Dans ce cas, la fiabilité qui correspond à un écart de Y% sera de N%.

$$R_i(Y\%) = \frac{N * R_i(X\%) + (100-N) R_i(Z\%)}{100} \quad (6-3)$$

Si nous raisonnons sur la fiabilité partielle par rapport à l'attribut coût (exemple de la Figure 6.2), nous aurons :

$$\begin{aligned} X\% &= 4\% \\ Z\% &= 20\% \\ Y\% &= 5\% \\ N &= 98 \end{aligned}$$

Ce qui permettra d'obtenir  $R_{\text{coût}}(5\%) = (98 * R_{\text{coût}}(4\%) + 2 * (20\%)) / 100 = 98\%$ .

N.B : Si le client souhaite déterminer la fiabilité partielle correspondant à un écart de T%, (avec  $T\% \in [X\%, Y\%]$ ), alors, il pourrait raisonner sur les points  $\{X\%, Z\%\}$  ou les points  $\{X\%, Y\%\}$ .

### *c. La méthode MACBETH*

La méthode MACBETH ([Bana e Costa et Vansnick, 1999], [Bana e Costa et Vansnick, 2001]) permet de traduire en valeurs cardinales des jugements essentiellement ordinaux. Pour cette méthode, le client exprime les situations relatives à la meilleure fiabilité et à la pire fiabilité. Pour les situations intermédiaires, le client mesure l'attractivité des situations et ce en procédant par comparaisons par paires. Les comparaisons se font en répondant à des questions du type « Quelle est différence d'attractivité entre un écart de 2% et un écart de 6% par rapport à la valeur promise : nulle, très faible, faible, modérée, forte, très forte, extrême? ». Les réponses du client par rapport à chacun des attributs sont reportées sur des matrices de jugements (Figure 6.4).

Pour tout attribut, on applique la méthode MACBETH à la matrice des jugements pour traduire les préférences ordinales sur une échelle cardinale. Cette étape est basée sur la résolution d'un programme linéaire dont la formulation est présentée à l'annexe K.

	0%	2%	4%	6%	8%	10%	12%	15%	20%	25%
0%	NULLE	Très faible	Modérée	Modérée - Forte	Forte	Forte - Très forte	Très forte	Extrême	Extrême	Extrême
2%		NULLE	Faible	Faible - Modérée	Modérée	Forte	Très forte	Très forte - Extrême	Extrême	Extrême
4%			NULLE	Modérée	Modérée - Forte	Forte	Forte - Très forte	Très forte	Extrême	Extrême
6%				NULLE	Très faible	Faible	Modérée	Forte	Extrême	Extrême
8%					NULLE	Faible	Modérée	Forte	Très forte - Extrême	Extrême
10%						NULLE	Faible - Modérée	Forte	Très forte	Extrême
12%							NULLE	Modérée	Très forte	Très forte - extrême
15%								NULLE	Modérée	Très forte
20%									NULLE	Modérée
25%										NULLE

Figure 6.4 Matrice des jugements du client vis-à-vis de l'attribut « Qualité ».

L'échelle cardinale obtenue pour la matrice des jugements relatifs à l'attribut « Qualité » est représentée par l'icône en bas et à gauche de la Figure 6.5. Le calcul a été effectué grâce au logiciel MACBETH.

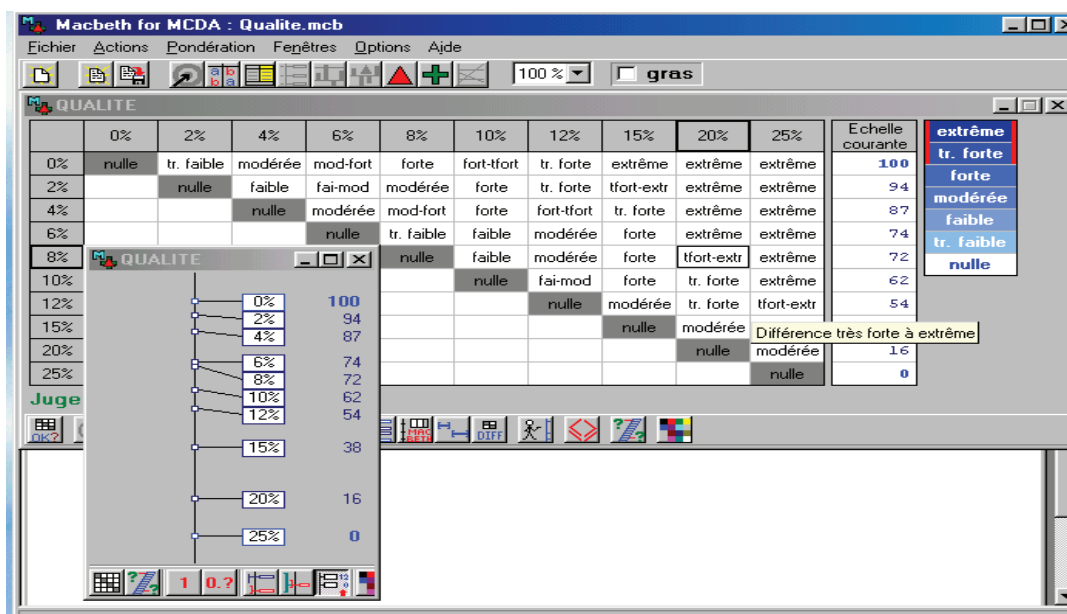
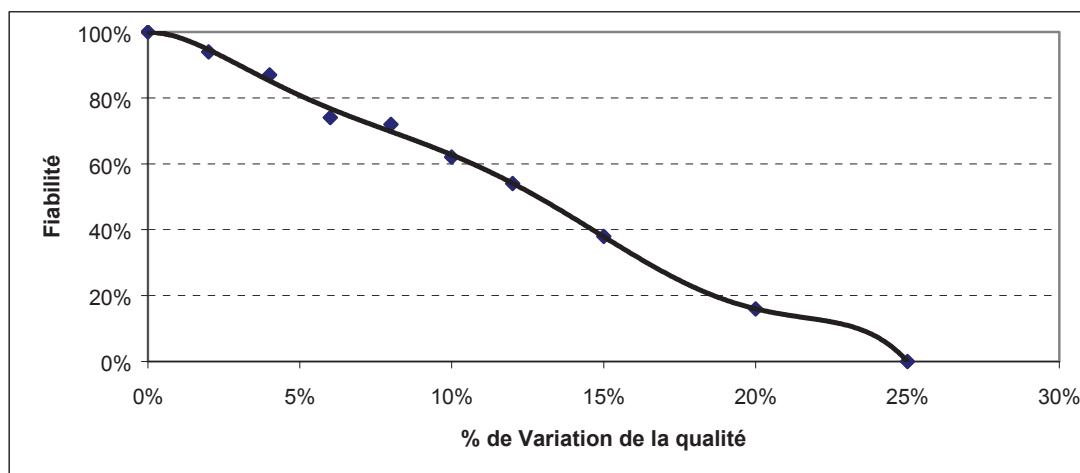


Figure 6.5 Application de la méthode MACBETH pour l'attribut « Qualité »

Ainsi, les préférences du client vis-à-vis de l'attribut qualité ont été transcrites sur une échelle cardinale ce qui a permis de tracer la courbe de fiabilité partielle en fonction des écarts relatifs à l'attribut qualité.



**Figure 6.6** Courbe de fiabilité partielle vis-à-vis de l'attribut « Qualité »

## 2.4 Procédure d'estimation de la fiabilité a priori :

On suppose que le partenaire a soumis une proposition pour la réalisation d'une affaire et on cherche à estimer sa fiabilité pour la réalisation d'une telle proposition. Pour ce faire, on se base sur l'historique des affaires conclues avec le partenaire, et on exploite les techniques d'analyse statistiques pour estimer sa fiabilité globale.

### 2.4.1 Procédure 2.1

On peut choisir de considérer la fiabilité a priori d'un partenaire comme étant égale à la moyenne arithmétique des fiabilités enregistrées sur les  $p$  dernières affaires. Cette méthode est facile à mettre en place mais elle a l'inconvénient de ne pas tenir compte des mesures d'amélioration de performances prises par le partenaire.



### **2.4.2 Procédure 2.2**

Dans le cas où nous notons une tendance d'amélioration de la fiabilité, nous pouvons opter pour un modèle de régression exponentielle qui prend en compte cette tendance et a l'avantage d'accorder plus d'importance aux dernières affaires conclues avec le partenaire. Cette méthode est également facile à mettre en place mais elle a l'inconvénient de ne pas prendre en compte le contexte de la commande.

### **2.4.3 Procédure 2.3**

Dans certains cas, on cherche à savoir les causes de fluctuation de la fiabilité d'un partenaire comme par exemple le lien entre sa charge de travail et les retards de livraison et par conséquent la baisse de sa fiabilité a posteriori. Ce type de relation cause à effet, nous incite à nous orienter vers le champ de l'analyse statistique explicative. C'est à dire, qu'il faut déterminer d'abord les variables qui font varier la fiabilité, ensuite déterminer la forme de la relation qui lie la fiabilité aux différentes variables, enfin déterminer en fonction de l'historique les paramètres de la fonction en utilisant les concepts de régression multiple. Cette approche exige la connaissance préalable des variables ainsi que le suivi des valeurs de ces variables sur une période de temps. Cette méthode est beaucoup plus intéressante que les deux méthodes précédentes car elle permet de chercher les causes de la fluctuation de la fiabilité, ce qui va engendrer des actions d'amélioration chez le partenaire et une meilleure estimation de la fiabilité a priori. En revanche, la mise en place de cette méthode est très compliquée.

### **2.4.4 Procédure 2.4**

Pour toutes les raisons mentionnées ci-dessus, nous proposons la méthode explicitée ci-après. Nous suggérons de construire une base de données qui récapitule les performances enregistrées par tout partenaire après la réalisation d'une affaire. La base de données englobe les variations enregistrées sur les attributs des commande (coût, délai, qualité, ...) comme mentionné dans le Tableau 6.2

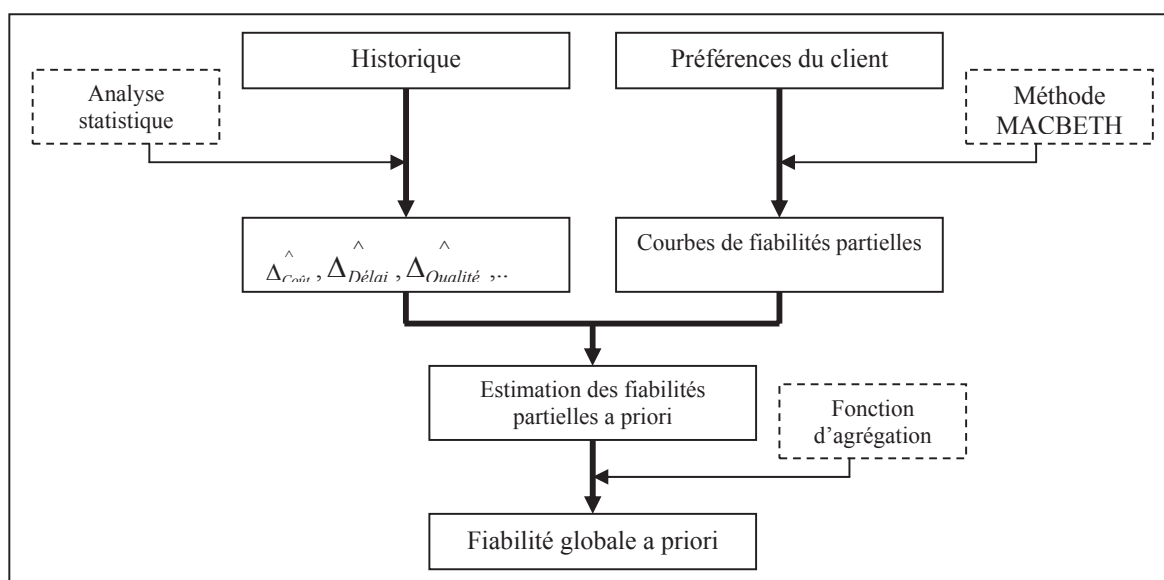
Partenaire	Partenaire 1		Partenaire 2			Partenaire 3
Affaire	Affaire <sub>1,1</sub>	Affaire <sub>1,2</sub>	Affaire <sub>2,1</sub>	Affaire <sub>2,2</sub>	Affaire <sub>2,3</sub>	Affaire <sub>3,1</sub>
$\Delta$ Coût	2%	3%	5%	1%	2%	0%
$\Delta$ Délai	3%	0%	0%	1%	0%	3%
$\Delta$ Qualité	-4%	1%	0%	-2%	0%	-3%
.....						

**Tableau 6.2 Informations à garder dans la base de données des partenaires**

Nous exploitons la base de données pour déterminer la correspondance entre la nature de l'activité réalisée par un partenaire et ses performances sur les attributs (coût, délai, qualité,...). Pour ce faire, nous utilisons les techniques d'analyse statistique. Les modèles statistiques permettent d'estimer les performances d'un partenaire en termes d'écart par rapport à la valeur promise.

Les performances estimées ( $\hat{\Delta}_{\text{Coût}}$ ,  $\hat{\Delta}_{\text{Délai}}$ ,  $\hat{\Delta}_{\text{Qualité}}$ , ...) seront reportées sur les courbes de fiabilité partielle déterminées après traitement des préférences du client, ce qui permettra de déterminer une estimation des fiabilités partielles vis-à-vis des attributs. Par conséquent une estimation de la fiabilité globale par application de la relation mathématique (6-2).

Le synoptique ci-après permet d'explicitier la procédure 2.4.



**Figure 6.7 Synoptique de la procédure 2.4**

**Remarque :**

Dans cette section, nous avons considérés que les fiabilités partielles d'un partenaire par rapport aux attributs sont mutuellement indépendantes. Dans le cas, où une certaine dépendance existe entre ces fiabilités partielles, nous suggérons de faire une analyse pour déterminer la forme de la fonction qui lie les différentes fiabilités partielles en procédant par une régression multiple.

### **3. Méthode de calcul des fiabilités du réseau d'entreprises**

#### **3.1 Définition**

Nous définissons les fiabilités d'un réseau d'entreprises comme suit

---

##### **Définition 6.5 : Fiabilité a priori du réseau d'entreprises**

---

*" La fiabilité a priori du réseau d'entreprises est une estimation de l'aptitude du réseau à respecter les engagements qu'il a pris auprès du client. Le réseau est représenté par les partenaires qui seront engagés dans la réalisation de l'affaire contractée avec le client. "*  
[Hammami et al., 2003(b)]

---



---

##### **Définition 6.6 : Fiabilité a posteriori du réseau d'entreprises**

---

*" La fiabilité a posteriori du réseau d'entreprises est une évaluation des performances enregistrées par le réseau. Elle est mesurée après la réalisation de l'affaire contractée avec le client. "* [Hammami et al., 2003(b)]

---

#### **3.2 Calcul de la fiabilité a priori du réseau d'entreprises : cas où le partage d'activités est prohibé**

Nous supposons que la fiabilité a priori de chaque partenaire est connue suite à l'application de la procédure proposée précédemment et nous cherchons à déterminer la fiabilité a priori du réseau.

En effet, la réalisation du produit pour lequel le réseau s'est engagé exige la réalisation de toutes les activités recensées dans le graphe de réalisation du produit (GRP) objet de l'affaire. Donc, la fiabilité a priori du réseau est une fonction des fiabilités a priori des partenaires qui seront engagés dans l'affaire.

$$\hat{R}_{G-Réseau} = g(\hat{R}_{G-P1}, \hat{R}_{G-P2}, \dots, \hat{R}_{G-PN}) \quad (6-4)$$

avec,  $\hat{R}_{G-réseau}$  : fiabilité a priori du réseau d'entreprises  
 $\hat{R}_{G-Pi}$  : fiabilité a priori du partenaire qui sera sélectionné pour accomplir l'activité i.

L'expression de la fonction  $g$  est très difficile à déterminer à cause de l'éventuelle dépendance<sup>4</sup> entre les fiabilités des partenaires. Pour cette raison, nous traitons dans un premier temps le cas où les fiabilités des partenaires sont indépendantes. Si par ailleurs, nous retenons l'hypothèse qu'une activité est réalisée par un et un seul partenaire, la relation (6-4) s'écrit :

$$\hat{R}_{G-Réseau} = \hat{R}_{G-P1} * \hat{R}_{G-P2} * \dots * \hat{R}_{G-PN} \quad (6-5)$$

### 3.3 Calcul de la fiabilité a priori du réseau d'entreprises : cas où le partage d'activités est permis

Dans le cas où le partage des activités est permis, et si nous considérons l'hypothèse que les performances des partenaires sont indépendantes quand ils réalisent des activités distinctes, alors l'expression de la fiabilité a priori du réseau s'écrit conformément à la relation (6-5) moyennant la modification de la signification de  $\hat{R}_{G-Pi}$ .  $\hat{R}_{G-Pi}$  sera considérée comme la fiabilité conjointe des partenaires qui seront sélectionnés pour accomplir l'activité i. Le

---

<sup>4</sup> Dans ce chapitre, nous traitons les cas où les fiabilités des partenaires sont indépendantes. Pour prendre en compte les cas de dépendances éventuelles, il faut procéder par des calculs de probabilité basés sur le théorème de Bayes. La formalisation de ces cas dépasse le cadre de ce rapport.

calcul de  $\hat{R}_{G-Pi}$  se base sur le principe que tous les partenaires engagés pour réaliser l'activité  $i$  soient fiables.

Donc,

$$\hat{R}_{G-Pi} = \prod_{r,j} \hat{R}_{rij}^{brij}, \text{ avec } \sum_r \sum_j brij \geq 1 \forall i \in I, \text{ et } \sum_r brij \leq 1 \forall i \in I, \forall j \in J \quad (6-6)$$

$\sum_r \sum_j brij \geq 1 \forall i \in I$ , assure qu'au moins un partenaire est sélectionné pour réaliser l'activité  $i$ , et  $\sum_r brij \leq 1 \forall i \in I, \forall j \in J$  assure que si un partenaire est sélectionné, alors une et une seule proposition parmi celles qu'il a déposées sera retenue.

Par conséquent,

$$\hat{R}_{G-Réseau} = \prod_{i=1}^N \left[ \prod_{r,j} \hat{R}_{rij}^{brij} \right] \text{ avec } \sum_r \sum_j brij \geq 1 \forall i \in I, \text{ et } \sum_r brij \leq 1 \forall i \in I, \forall j \in J \quad (6-7)$$

**Remarque :**

la relation (6-7) peut être facilement adaptée pour traiter le cas où le partage des activités est prohibé. Pour qu'il soit ainsi, il suffit de remplacer l'expression  $\sum_r \sum_j brij \geq 1 \forall i \in I$  de la relation (6-7) par l'expression  $\sum_r \sum_j brij = 1 \forall i \in I$ .

#### **4. Extension du modèle analytique vers un modèle basé sur la fiabilité**

Dans cette partie, nous considérons le problème d'affectation de commandes présenté au chapitre 5 et nous intégrons les contraintes relatives au respect de la fiabilité.

## 4.1 Contrainte de fiabilité

Nous souhaitons que la répartition des commandes aux partenaires du réseau se fasse tout en respectant une fiabilité objectif.

Ainsi, d'après la relation (6-5), la contrainte relative à la fiabilité objectif s'écrit :

$$\hat{R}_{G-Réseau} = \hat{R}_{G-P1} * \hat{R}_{G-P2} * \dots * \hat{R}_{G-PN} \geq R_{objectif} \quad (6-8)$$

La relation (6-8) est valable uniquement sous l'hypothèse que les performances des partenaires sont indépendantes et qu'une activité ne peut être affectée qu'à un et un seul partenaire. Par ailleurs, la contrainte (6-8) n'est pas linéaire, donc son intégration dans un programme mathématique rend le traitement de ce programme très difficile. Pour cette raison, nous procédons à une linéarisation de cette contrainte et ce suivant les transformations proposée au paragraphe suivant.

## 4.2 Linéarisation de la contrainte de fiabilité

### 4.2.1 Cas où le partage d'activité est prohibé

Soit  $\hat{R}_{rij}$  la fiabilité a priori du partenaire j pour la réalisation de l'activité i selon l'offre r.

Et  $b_{rij}$  la variable binaire définie par :

$$\begin{aligned} b_{rij} &= 1 && \text{si l'offre r proposée par le partenaire j pour réaliser l'activité i est sélectionnée.} \\ b_{rij} &= 0 && \text{sinon}^5 \end{aligned}$$

Alors,

$$R_{G-i} = \sum_j \sum_r b_{rij} * \hat{R}_{rij}, \text{ avec } \sum_r \sum_j b_{rij} = 1, \forall i \in I \quad (6-9)$$

Grâce à la contrainte,  $\sum_r \sum_j b_{rij} = 1$  ( $b_{rij}$  étant une variable binaire), l'expression (6-6) peut s'écrire :

$$R_{G-i} = \prod_{r,j} (\hat{R}_{rij})^{b_{rij}}, \text{ avec } \sum_r \sum_j b_{rij} = 1, \forall i \in I \quad (6-10)$$

<sup>5</sup> Cette notation est conforme à celle adoptée au chapitre 5.

Donc, si  $b_{rij} = 0$ , alors la proposition  $\{r,i,j\}$  n'est pas sélectionnée, elle est ***inactive***.

$(R_{rij})^{\hat{b}_{rij}} = 1$ , ce qui n'a aucune influence sur la valeur de  $R_{G-i}$ . En revanche, si  $b_{rij} = 1$ , alors

la proposition  $\{r,i,j\}$  est sélectionnée, elle est ***active***.  $(R_{rij})^{\hat{b}_{rij}} = \hat{R}_{rij}$ , ce qui traduit que c'est la fiabilité relative à la proposition  $\{r,i,j\}$  a été prise en compte pour le calcul de la fiabilité  $R_{G-i}$ .

Pour linéariser les contraintes relatives à la fiabilité, nous appliquons la fonction logarithme aux expressions (6-8) et (6-10). La fonction logarithme étant strictement croissante, donc l'expression (6-8) donne :

$$Ln(\hat{R}_{G-Réseau}) = Ln(\hat{R}_{G-P1}) + Ln(\hat{R}_{G-P2}) + \dots + Ln(\hat{R}_{G-PN}) \geq Ln(R_{objectif})$$

L'expression (6-10) donne :

$$Ln(R_{G-i}) = \sum_r \sum_j b_{rij} Ln(\hat{R}_{rij}), \text{ avec } \sum_r \sum_j b_{rij} = 1, \forall i \in I$$

Ainsi,

$$Ln(\hat{R}_{G-Réseau}) = \sum_i \sum_r \sum_j b_{rij} Ln(\hat{R}_{rij}) \geq Ln(R_{objectif}), \text{ avec } \sum_r \sum_j b_{rij} = 1, \forall i \in I \quad (6-11)$$

La contrainte (6-11) est linéaire. Elle est relative au respect de la fiabilité objectif.

#### 4.2.2 Cas où le partage d'activité est permis

On applique le même raisonnement que précédemment pour linéariser la contrainte de fiabilité dans les cas où le partage des activités par les partenaires est prohibé.

D'après les relation (6-7) et (6-8),

$$R_{G-Réseau}^{\hat{}} = \prod_{i=1}^N \left[ \prod_{r,j} \hat{R}_{rij}^{b_{rij}} \right] \geq R_{objectif}, \text{ avec } \sum_r \sum_j b_{rij} \geq 1 \forall i \in I, \text{ et } \sum_r b_{rij} \leq 1 \forall i \in I, \forall j \in J$$

devient

$$Ln(R_{G-Réseau}^{\hat{}}) = \sum_i \sum_r \sum_j b_{rij} Ln(\hat{R}_{rij}) \geq Ln(R_{objectif}) \text{ avec } \sum_r \sum_j b_{rij} \geq 1 \forall i \in I \text{ et}$$

$$\sum_r b_{rij} \leq 1 \quad \forall i \in I, \forall j \in J \quad (6-12)$$

**Remarque :**

Nous traitons un produit nécessitant la réalisation de N activités, et nous souhaitons proposer une offre dont la fiabilité dépasse une fiabilité objectif ( $R_{\text{Objectif}}$ ). Par ailleurs, la fiabilité de l'offre (fiabilité du réseau) est déterminée par le produit des fiabilités relatives à chaque activité. Donc, la contrainte de fiabilité objectif peut être modélisée par un ensemble de contraintes sur les fiabilités des activités : il faut que la fiabilité de chaque activité soit supérieure ou égale à  $(R_{\text{Objectif}})^{\frac{1}{N}}$ .

Dans ce cas, la relation (6-12) peut être remplacée par la pile des N contraintes suivantes :

$$\left[ \prod_{r,j} \hat{R}_{rij}^{b_{rij}} \right] \geq (R_{\text{Objectif}})^{\frac{1}{N}}, \text{ avec } \sum_r \sum_j b_{rij} \geq 1, \text{ et } \sum_r b_{rij} \leq 1 \quad \forall j \in J \text{ avec } i = 1, 2, \dots, N$$

Dans le cas de non partage d'activités, la relation (6-11) peut être remplacée par la pile des N contraintes suivantes :

$$\hat{R}_{rij}^{b_{rij}} \geq (R_{\text{Objectif}})^{\frac{1}{N}}, \text{ avec } \sum_r \sum_j b_{rij} = 1, \text{ avec } i = 1, 2, \dots, N$$

Cette façon de traiter le problème est très intéressante. En effet, on traite le problème de façon inverse, c'est à dire que pour atteindre une fiabilité objectif, on se pose la question : quelle fiabilité doit-t-on accorder à chacune des activités ? Par conséquent, dans le cas du non partage des activités, il suffit d'estimer la fiabilité d'un partenaire pour savoir s'il a la chance d'être sélectionné ou non pour réaliser une activité. Ce qui constitue une sorte de **filtre** par rapport au critère fiabilité. Ce concept de filtre permet de ne garder que les partenaires fiables.



### 4.3 Modèle analytique basé sur la fiabilité

Le modèle analytique présenté dans ce chapitre est une extension du modèle analytique de base présenté au chapitre 5. Nous rappelons que dans ce modèle, nous retenons l'hypothèse qui consiste à affecter une activité à un et un seul partenaire.

Compte tenu du modèle de base (chapitre 5) et de la procédure de linéarisation explicitée précédemment, la formulation mathématique sera :

$$\left( \begin{array}{l} \text{Min } C = \sum_{i=1}^N C_i \\ \text{Max } TQL = \sum_{i=1}^N Q_i \end{array} \right)$$

Sujet à :

$$ST_m \geq ST_i + D_i \quad \text{si } m \succ i, m \in I, i \in I (*) \quad (6-13)$$

$$ST_N + D_N \leq DD \quad (6-14)$$

$$Q_i \geq QL_i \quad \forall i \in I \quad (6-15)$$

$$ST_i = \sum_r \sum_j ST_{rij} * b_{rij} \quad \forall i \in I \quad (6-16)$$

$$D_i = \sum_r \sum_j D_{rij} * b_{rij} \quad \forall i \in I \quad (6-17)$$

$$Q_i = \sum_r \sum_j Q_{rij} * b_{rij} \quad \forall i \in I \quad (6-18)$$

$$C_i = \sum_r \sum_j C_{rij} * b_{rij} \quad \forall i \in I \quad (6-19)$$

$$\sum_r \sum_j b_{rij} = 1 \quad \forall i \in I \quad (6-20)$$

$$D = ST_N + D_N \quad (6-21)$$

$$C_{i_1, i_2} = \sum_{r_1} \sum_{r_2} \sum_{j_1} \sum_{j_2} AC_{i_1, i_2} Y_{r_1, r_2, i_1, i_2, j_1, j_2} \quad \forall \quad i_1 \neq i_2, j_1 \neq j_2 \quad (6-22)$$

$i_1$  et  $i_2$  étant deux activités successives.

$$Y_{r_1, r_2, i_1, i_2, j_1, j_2} \in \{0, 1\}. \quad (6-23)$$

$$C = \sum_{i=1}^N Ci + \sum_{i=1}^N \sum_{i_2=1}^N C_{i_1, i_2} \quad (6-24)$$

$$\sum_i \sum_r \sum_j b_{rij} \hat{Ln}(R_{rij}) \geq Ln(R_{objectif}) \quad (6-25)$$

(\*) ( $m \succ i$  : m est une activité réalisée immédiatement après l'activité i.)

#### 4.4 Intégration de la fiabilité au cas d'étude

La formulation mathématique du cas d'étude avec prise en compte de la contrainte de fiabilité objectif est présentée en annexe L.

Les résultats de la résolution du modèle pour une fiabilité objectif de 0.88 sont récapitulés dans le tableau suivant :

		Alternatives																			
Offres		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
P	b <sub>1,1,1</sub>	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0
	b <sub>2,1,1</sub>	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1
	b <sub>1,1,2</sub>	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0
SC	b <sub>1,2,1</sub>	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
M	b <sub>1,3,3</sub>	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0
	b <sub>2,3,3</sub>	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1
A	b <sub>1,4,1</sub>	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
	b <sub>1,4,2</sub>	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1
D	b <sub>1,5,1</sub>	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	b <sub>1,5,2</sub>	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
TQL		13	13	13	13	13	14	14	14	14	14	12	12	12	12	12	13	13	13	13	13
Coût		870	850	880	870	850	890	870	900	890	870	860	840	870	860	840	880	860	890	880	860
Fiabilité		0.88	0.88	0.87	0.88	0.88	0.87	0.87	0.86	0.87	0.87	0.87	0.87	0.86	0.87	0.87	0.86	0.86	0.86	0.86	0.86

**Tableau 6.3 Ensemble des solutions possibles (réalisables)**

Avec une fiabilité objectif de 0.88, on obtient 4 solutions réalisables à savoir les alternatives 1, 2, 4 et 5. Seules les alternatives 2 et 5 sont non dominées.

Les solutions non dominées ont été évaluées selon le critère de développement de compétence (chapitre 5). Les scores obtenus sont de 0.16 pour l'alternative 2 et 0.15 pour l'alternative 5.

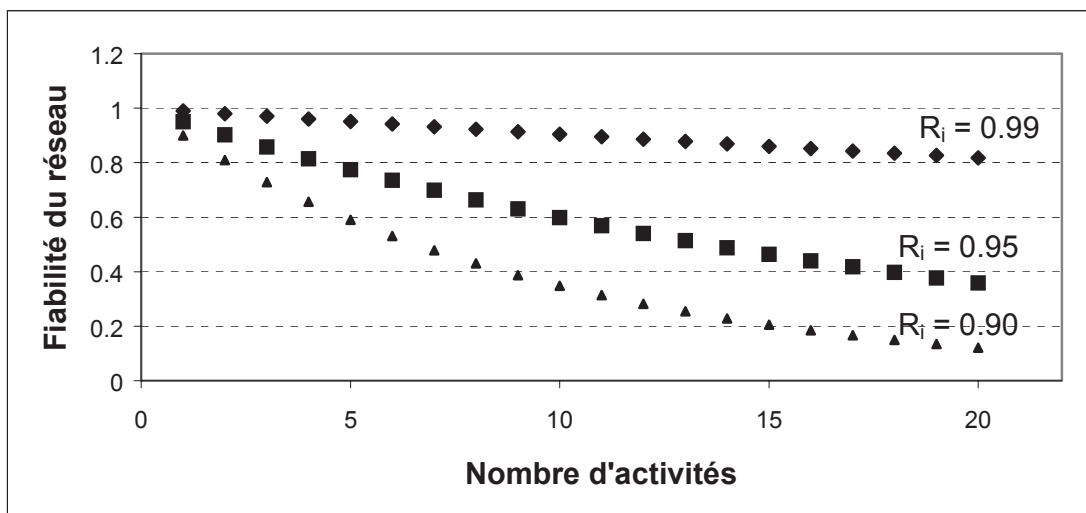
L'alternative 2 sera donc retenue pour configurer le réseau.

## 5. Caractéristiques du critère fiabilité

Le critère fiabilité est un critère très pertinent parce qu'il permet d'évaluer la robustesse des configurations de réseau. L'exploitation de ce critère nous a permis de faire le point sur les caractéristiques suivantes :

- (1) **Caractéristique 1** : Contrairement au critère coût, la fiabilité est un critère non compensatoire. Nous expliquons cette caractéristique à travers l'exemple suivant : Supposons que deux partenaires s'engagent pour réaliser une même activité. Si la proportion de l'activité réalisée par le partenaire 1 coûte  $C1$  et celle réalisée par le partenaire 2 coûte  $C2$  alors le coût total de l'activité sera de  $CT=C1+C2$ . Donc, si  $C1$  est assez élevé et  $C2$  est plutôt un coût intéressant alors le coût total  $CT$  sera acceptable, en d'autres termes,  $C1$  a été compensé par  $C2$ . Maintenant, supposons que les fiabilités des partenaires 1 et 2 sont respectivement  $R1$  et  $R2$ , alors la fiabilité totale  $RT=R1*R2$  ( $RT$  vérifie nécessairement la relation  $RT \leq R1$ , et  $RT \leq R2$ ). Donc, dans le cas où un des partenaires (supposons que c'est le partenaire  $R1$ ) a une fiabilité médiocre, la fiabilité totale sera nécessairement médiocre et ne peut être compensée par une bonne fiabilité du partenaire 2.
- (2) **Caractéristique 2** : La fiabilité est un critère dont l'intégration dans des modèles mathématiques rend ces derniers très difficiles à traiter. Sous certaines conditions, les contraintes relatives à la fiabilité peuvent être linéarisées. Dans ces cas, les contraintes de fiabilité seront manipulées aisément.
- (3) **Caractéristique 3** : Contrairement aux autres critères comme le coût, la qualité, le délai, .... qui sont des critères qui ne concernent que l'attractivité d'une proposition, la fiabilité est un critère contextuel propre au partenaire.

- (4) **Caractéristique 4** : La fiabilité est un critère qui permet d'évaluer la robustesse d'une configuration donnée du réseau. Il est pris en compte à l'étape 1 de la démarche d'optimisation proposée au chapitre 5.
- (5) **Caractéristique 5** : La fiabilité est un critère qui se dégrade rapidement. Plus le nombre d'activités est important plus la fiabilité a tendance à se dégrader. Par ailleurs, plus on partage les activités entre les partenaires, plus la fiabilité baisse. Pour conclure, il importe que les partenaires d'un réseau soient très fiables pour que le partage d'activités soit favorisé. Dans la Figure 6.8, on présente l'évolution de la fiabilité d'un réseau d'entreprises en fonction du nombre d'activités nécessaires pour une affaire donnée. On a fait varier le nombre d'activités de 1 à 20. Par ailleurs, on a considéré que tous les partenaires du réseau ont la même fiabilité, et on a testé l'évolution pour trois valeurs de la fiabilité d'un partenaire (0.99 ; 0.95 et 0.90). On remarque bien la dégradation de la fiabilité : pour le cas où la fiabilité de chaque partenaire est de 90%, la fiabilité du réseau est de 12 % seulement si le réseau s'engage pour une affaire exigeant 20 activités.



**Figure 6.8** Evolution de la fiabilité d'un réseau d'entreprises en fonction du nombre d'activités

## 6. Quelle décision si la fiabilité du réseau est insuffisante ?

Dans le cas où la fiabilité du réseau est insuffisante, l'UDR (unité décisionnelle du réseau) localise les activités pas assez fiables en procédant de la façon suivante : considérer le modèle mathématique avec une fiabilité objectif inférieure à celle fixée initialement, appelons cette nouvelle fiabilité objectif  $R_{\text{Objectif-Simulation}}$ . Tester différentes valeurs de  $R_{\text{Objectif-Simulation}}$  jusqu'à l'obtention de solutions réalisables. Pour les solutions obtenues, déterminer les activités ayant des fiabilités insuffisantes c'est à dire des fiabilités inférieures à  $(R_{\text{Objectif}})^{\frac{1}{N}}$ . Enfin choisir une des alternatives suivantes :

- (1) **Alternative 1** : Renoncer à l'appel d'offre.
- (2) **Alternative 2** : Engager des fournisseurs fiables pour réaliser les activités pour lesquelles les partenaires du réseau ne sont pas assez fiables. Nous considérons qu'un fournisseur n'est pas un acteur du réseau. Cette alternative peut générer des coûts supplémentaires dus à la nécessité d'une plus forte coopération entre le(s) fournisseur(s) et les autres partenaires du réseau. Elle a l'avantage d'inciter les partenaires à faire plus d'effort de rationalisation de leurs processus.
- (3) **Alternative 3** : Faire du parallélisme pour les activités pas suffisamment fiables. En faisant du parallélisme, on augmente la fiabilité relative à une activité. Par exemple, supposons que deux partenaires de fiabilité  $R_1$  et  $R_2$  sont engagés pour réaliser une activité donnée. Les partenaires sont supposés être en parallèle, donc la fiabilité relative à l'activité objet de l'étude sera égale à  $(1 - (1-R_1)*(1-R_2) = R_1+R_2-R_1*R_2)$ . La fiabilité résultat du parallélisme est supérieure à la fiabilité de chacun des partenaires pris individuellement. Cette alternative a l'avantage de rehausser la fiabilité. En revanche, elle engage des coûts supplémentaires dus à des réservations de capacité supplémentaire chez les partenaires engagés.

Le choix entre les alternatives 1, 2 et 3 se base sur des critères stratégiques, économiques, techniques... Le choix entre l'abandon ou l'engagement dans une affaire se base surtout sur des critères stratégiques, alors que le choix entre la sous-traitance et le parallélisme se base surtout sur des critères économiques (on a tendance à choisir l'alternative la moins chère).

## 7. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé une démarche pour prendre en compte les incertitudes et le risque en se basant sur les concepts de fiabilité. Si des travaux prenant en compte la fiabilité des partenaires lors de la configuration d'une chaîne logistique ont vu le jour, aucun de ces travaux n'a précisé la façon de déterminer cette fiabilité.

Notre apport dans ce contexte consiste à proposer plusieurs façons pour déterminer les concepts de fiabilité. Il consiste également à considérer que la fiabilité d'un partenaire est contextuelle et qu'elle dépend de plusieurs paramètres comme la taille de la commande, la charge de travail....

Une autre particularité dans la modélisation que nous proposons pour déterminer les notions de fiabilité est l'appel à des procédures interactives pour modéliser les préférences des clients et traduire leur perception de la fiabilité.

Enfin, nous avons considéré que la fiabilité d'un partenaire est en perpétuelle évolution et il importe de garder un historique permettant d'estimer la fiabilité prévisionnelle et de déterminer les causes éventuelles de non fiabilité.

La modélisation de l'incertitude et du risque basée sur les concepts de fiabilité demeure très intéressante. Toutefois, les modèles mathématiques qui en découlent sont généralement assez complexes et souvent non linéaires. Il est clair que la linéarisation de certains modèles est possible sous certaines conditions. Ces conditions sont souvent non extensibles à des modèles complexes, ce qui représente une limite à la généralisation de la prise en compte de la fiabilité pour des problèmes complexes. La difficulté ne réside donc pas seulement dans la modélisation des problèmes complexes mais également dans leur résolution.

# **CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES**



## CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

Dans ce présent travail de thèse, nous nous sommes intéressés à l'étude du problème de conception et de gestion d'une chaîne logistique dans un réseau coopératif d'entreprises.

Nos réflexions se sont portées sur le moyen de prendre en compte aussi bien les objectifs à court-terme du réseau qui consistent à satisfaire les clients, que les objectifs à long terme qui se manifestent par le développement des compétences et la promotion de l'apprentissage assurant la cohésion du réseau.

Nous avons entamé ce projet par l'étude des particularités des nouvelles structures organisationnelles comme l'entreprise étendue, l'entreprise virtuelle, ... et nous avons porté un intérêt particulier aux réseaux coopératifs d'entreprises qui se caractérisent par l'absence d'un partenaire leader. C'est ce qui a fait l'objet du chapitre 1.

Dans le chapitre 2, nous nous sommes intéressés à l'étude du concept de chaîne logistique. Nous avons expliqué son intérêt dans l'amélioration des performances des entreprises. Un intérêt particulier a été accordé à l'étude de la structure des outils logiciels de conception et de gestion d'une chaîne logistique commercialisés.

Ensuite, partant d'une étude de la littérature scientifique, nous avons pu faire l'analogie entre le problème de conception d'une chaîne logistique et le problème de faire, faire-faire ou faire ensemble. Par ailleurs, nous avons décidé de traiter le problème objet de l'étude en mettant l'accent sur la modélisation analytique.



Afin de considérer l'aspect analytique du problème, nous avons effectué dans le chapitre 3 une étude bibliographique sur les méthodes de sélection et d'agrégation multicritère que nous avons classées en 3 catégories : les méthodes élémentaires, les méthodes d'optimisation mathématique et les méthodes d'aide à la décision multicritère.

Par ailleurs, nous nous sommes intéressés dans le chapitre 4 à l'étude des modèles analytiques proposés dans la littérature scientifique pour traiter le problème de faire, de faire-faire et de faire ensemble. Et nous avons pu montrer que le problème « faire » se ramène à un problème de localisation d'installations, le problème « faire-faire » est analogue au problème de sélection de fournisseurs et le problème « faire ensemble » est analogue au problème d'allocation d'ordres ou de commandes. Par conséquent le chapitre 4 a été consacré à l'étude des modèles analytiques développés dans la littérature scientifique pour traiter les problèmes de localisation d'installations, de sélection des fournisseurs et d'allocation d'ordres.

S'appuyant sur ces modèles analytiques, nous avons proposé dans le chapitre 5, une procédure de modélisation pour traiter le problème d'allocation d'ordres dans un réseau coopératif d'entreprises. La procédure de modélisation se base sur un modèle conceptuel (s-a-r-C : situation professionnelle, acteur, ressource, Compétence) et sur un ensemble de concepts comme la carte technologique d'un produit et la table des compétences du réseau. La procédure de modélisation s'applique en deux étapes.

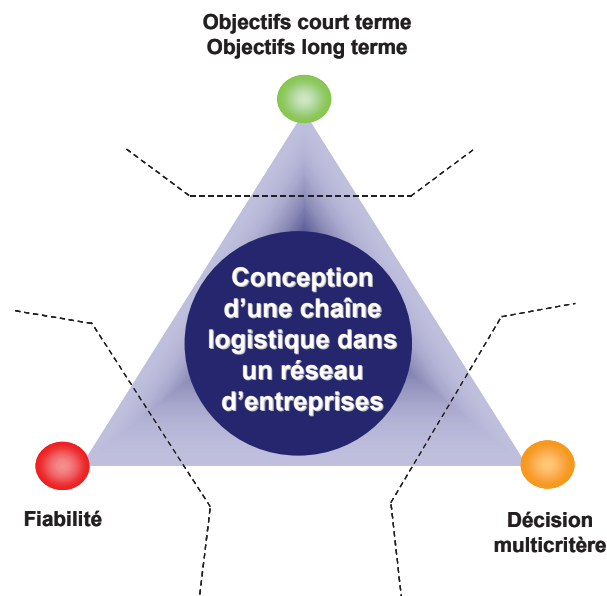
La première étape est une formulation analytique du problème par un modèle de programmation mathématique à objectifs multiples. Ce modèle prend en compte les objectifs court-terme du réseau qui consistent à satisfaire les besoins client en termes de coût, délai, qualité... Les résultats de cette première étape est un ensemble de solutions admissibles que nous filtrons pour en extraire les solutions non dominées (solutions optimales au sens de Pareto).

La deuxième étape de la procédure permet de déterminer la configuration optimale du réseau. Elle part de l'ensemble des solutions non dominées déterminées à l'étape 1 et les évalue selon les objectifs long terme du réseau à savoir le développement des compétences

et la promotion de l'apprentissage. Or, dans un réseau d'entreprises, il importe de prendre en compte les préférences de tous les acteurs de façon équitable. Pour ce faire, nous avons opté pour l'application de la méthode AHP de Groupe pour l'agrégation des préférences des acteurs, vis-à-vis de la politique de développement de compétence, en préférences de groupe. Nous avons appliqué cette procédure à un cas d'étude.

Dans le chapitre 6, nous avons mis l'accent sur l'aspect stochastique et incertain du problème objet de l'étude. Nous avons décidé de modéliser cet aspect en optant pour un modèle basé sur la fiabilité. Pour ce faire, nous avons introduit des définitions de plusieurs concepts de fiabilité dont notamment les fiabilités a priori et a posteriori d'un acteur, la fiabilité du réseau, la fiabilité partielle, la fiabilité totale... Nous avons proposé des procédures pour l'estimation des fiabilités partielles basées selon le cas sur l'analyse statistique, sur la méthode MACBETH, ou sur d'autres méthodes... Nous avons considéré que la fiabilité est un critère court-terme qu'il importe d'intégrer dans le modèle analytique de la première étape de la procédure de modélisation. Nous avons expliqué la façon de prendre en compte ce critère dans la procédure de modélisation. Nous avons intégré le critère fiabilité dans le cas d'étude et nous avons présenté les résultats obtenus à la fin du chapitre.

Au terme de ce travail, nous considérons que nos apports se manifestent selon 3 axes différents. Le premier axe concerne la prise en compte simultanée des objectifs court-terme et des objectifs long-terme d'un réseau coopératif d'entreprises. Le deuxième axe concerne l'intégration des préférences des acteurs d'un réseau en termes de promotion de compétences de façon équitable en se basant sur une procédure de décision multicritère. Enfin, le troisième axe concerne la prise en compte de l'aspect incertain du problème par un modèle basé sur la fiabilité où nous avons proposé plusieurs façons de déterminer le paramètre fiabilité.



Enfin, nous considérons que notre travail ouvre la voie à plusieurs extensions. En effet, il importe de prendre en compte la dépendance au sens des fiabilités entre les performances des acteurs dans un modèle de configuration d'une chaîne logistique. Par ailleurs, nous suggérons de traiter le problème de modélisation de l'incertitude et du risque sous d'autres angles comme des lois de probabilité décrivant la variation des coûts, des délais, de la demande... En outre, dans cette thèse ainsi que dans la plupart des travaux de recherche scientifique, le problème de configuration d'une chaîne logistique a été traité de façon statique. C'est à dire que l'affectation choisie au début de la période de décision reste la même jusqu'à la fin de réalisation de l'offre. Nous considérons que cette vision est myope si des problèmes surgissent au cours de la réalisation d'une commande (retard sur la réalisation de certaines activités, des problèmes de qualité...), et qu'il est indispensable de prendre en compte l'aspect dynamique du problème en procédant à une étude des mécanismes de rattrapage du retard par exemple.

Nous tenons également à rappeler que l'intégration des modèles de gestion des stocks, de production, de transport, d'assemblage, de distribution est un aspect qui est rarement traité dans la littérature scientifique. Cet aspect est la pierre angulaire pour les problèmes d'optimisation globale d'une chaîne logistique. Il importe donc de le considérer. Toutefois, il ne faut pas se limiter à proposer des modèles analytiques sans faire le lien avec la façon

de les résoudre. En effet, la représentation de la réalité de façon fidèle (prise en compte de l'aspect dynamique, de l'incertitude, vision globale à travers l'intégration des modèles de gestion de stocks, production, distribution...) rend les modèles très complexes et très difficiles à résoudre avec les outils de résolution disponibles actuellement. Alors quels compromis choisir : des modèles simples et faciles à résoudre moyennant beaucoup d'hypothèses simplificatrices ou des modèles fidèles à la réalité et très compliqués ? La réponse à cette question demeure relative, c'est pourquoi nous suggérons de procéder de façon à ne pas omettre les paroles de Paul Valéry « Tout ce qui est simple est faux. Tout ce qui est compliqué est inutilisable ».

**REFERENCES  
BIBLIOGRAPHIQUES**

---

---

## RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [Aikens 1985] **Aikens** C.H. *Facility Location Models for Distribution planning*. European Journal of Operational Research 22, 1985, pp 263-279.
- [Altersohn 1992] **Altersohn** C. *De la Sous-traitance au Partenariat Industriel*. Harmattan, 1992.
- [Anupindi et Yehuda 1999] **Anupindi** R, **Yehuda** B. *Supply Contracts with Quantity Commitments and Stochastic Demand*, In “Quantitative Models for Supply Chain Management”. Kluwer Academic Publishers, pp. 197-232, 1999.
- [Balinski 1965] **Balinski** M.L. *Integer Programming: Methods, Uses, Computation*. Management Science, 12, pp 253-313, 1965.
- [Bana e Costa et Vansnick, 1999] **Bana e Costa** C.A, **Vansnick** J.C. *The MACBETH approach: Basic ideas, software and an application*, in “Advances in Decision Analysis”, Kluwer Academic Publishers, 1999.
- [Bana e Costa et Vansnick, 2001] **Bana e Costa** C.A, **Vansnick** J.C *Cardinal Value Measurement with MACBETH*. In Decision Making: Recent Developments and Worldwide Applications” Kluwer Academic Publishers, 2001.
- [Barbarosoglu et Yazgac, 1997] **Barbarosoglu** G, **Yazgac** T. *An application of the Analytic Hierarchy Process to the Supplier Selection Problem*. Production and Inventory Management Journal, First quarter, p15-21, 1997.
- [Bellon et Chevalier, 1984] **Bellon** B, **Chevalier** J.M. *L'industrie en France*. Flammarion, Paris, 1984.
- [Benayoun et al., 1971] **Benayoun** R, **De Montgolfier** J, **Tergny** J, **Larichev** O. *Linear Programming with Multiple Objective Functions: STEP Method (STEM)*. Mathematical Programming, N°1, pp366-375, 1971.
- [Bender et al., 1985] **Bender** P.S, **Brown** R.W, **Isaac** M.H, **Shapiro** J.F. *Improving Purchasing Productivity at IBM with a Normative Decision Support System*. Interfaces 15, pp 106-115. 1985.

- [Boucher et Burlat, **Boucher X, Burlat P.** *Vers l'Intégration des compétences dans le systèmes de performances de l'entreprise.* Journal Européen des systèmes automatisés (JESA), article accepté, 2003.
- [Brans et Vincke, **Brans J.P, Vincke Ph.** *A Preference Ranking Organization Method.* Management Science, 31, 6. p647-656. 1985.
- [Brilman 1995] **Brilman J.** *L'entreprise réinventée.* Les éditions d'organisation, Paris,1995.
- [Browne et al., **Browne J, Sackett P et Wortmann J.C.** *Future Manufacturing systems – Toward the Extended Enterprise.* Computer in Industry, Vol.25, pp 235-254.
- [Browne et Zhang, **Browne J, Zhang J.** *Extended and Virtual Enterprises – Similarities and Differences.* International Journal of Agile Management Systems. Vol 1, N°1, p30-36, 1999.
- [Buffa et Jackson, **Buffa F.P, Jackson W.J.** *A Goal Programming Model for Purchase Planning.* Journal of Purchasing and Materials Management, Vol 19, N° 3, pp. 27-34, fall 1983.
- [Butera 1991] **Butera F.** *La métaphore de l'organisation : du château au réseau. Chapitre2 : Les nouveaux modèles d'entreprise : vers l'entreprise réseau.* Les éditions d'organisation, Paris, 1991.
- [Carter et Vickery, **Carter J.R, Vickery S.K.** *Currency Exchange Rates: Their Impact on Global Sourcing.* Journal of Purchasing and Materials Management, pp. 19-25, Winter 1989.
- [Charnes et Cooper, **Charnes A, Cooper WW.** *Management Models and Industrial Applications of Linear Programming.* Wiley, New York, 1961.
- [Chaudhry et al., **Chaudhry S, Forst F, Zydiak J.** *A Multicriteria Approach to Allocating Order Quantity Among Vendors.* Production and Inventory Management Journal, Third Quarter, 1991.
- [Chevalier et Hirsh, **Chevalier A, Hirsh G.** *Méthodes Quantitatives pour le Management : Finances, Marketing, Production.* Entreprise Moderne d'Éditions. 1980.
- [Chevalier 1996] **Chevalier C.** *Le partenariat : Cahier de recherche du CREFIGE.* 1996.
- [Christopher 1998] **Christopher M.** *Logistics and Supply Chain Management – Strategies for reducing cost and improving service.* 2<sup>nd</sup> ed., London et al. 1998.
- [Church et ReVelle, **Church R.L, ReVelle C.S.** *The Maximal Covering Location*

- 1974] *Problem*. Papers of the Regional Science Association. Vol 32, pp 101-118. 1974.
- [Cloutier 1999] **Cloutier L.** *Une approche multi-agents par conventions et contrats pour la coordination de l'entreprise manufacturière réseau*. Thèse de doctorat, 1999.
- [Coase 1937] **Coase R.H.** *The nature of the firm*. *Economica N.S.*, 4, 1937.
- [Cohen et Lee, 1988] **Cohen M.A, Lee H.L.** *Strategic Analysis of Integrated Production-Distribution Systems: Models and Methods*. *Operations Research*, Vol 6, N°2, pp 216-228, 1988.
- [Cohen et Lee, 1989] **Cohen M.A, Lee H.L.** *Resource Deployment Analysis of Global Manufacturing and Distribution Networks*. *Journal of Manufacturing Operations Management*, Vol 2, pp 81-104, 1989.
- [Cohen et al., 1989] **Cohen M.A, Fisher M, Jaikumar R.** *International Manufacturing and Distribution Networks: a Normative Model Framework*, in: "Managing International Manufacturing". Ferdows Edition, North-Holland, pp 67-93, 1989.
- [Cohen et Kleindorfer, 1993] **Cohen M.A, Kleindorfer P.R.** *Creating Value through Operations*. *Perspectives in Operations Management (Essays in Honor of Elwood S. Buffa)*, Kluwer Academic Publishers, Boston, MA, pp 2-21, 1993.
- [Cohon 1978] **Cohon J.** *Multiobjective Programming and Planning*. Academic Press, New York, 1978.
- [Colson et De Bruyn, 1989] **Colson G, De Bruyn C.** *Models and Methods in Multiple Objectives Decision Making. Models and Methods in Multiple Criteria Decision Making*. Pergamon Press, Oxford, 1989.
- [Couture et Loussararian, 1999] **Couture A, Loussararian G.** *L'entreprise se transforme : de l'organisation mécanique et figée à l'organisation réactive et vivante*. *Revue Française de Gestion Industrielle*, Vol. 18, N°2, 1999.
- [CTS 1987] **Commission Technique de la Sous-traitance.** *Livre Blanc sur le Partenariat*. AFNOR, Eyrolles 1987.
- [Current et Weber, 1994] **Current J, Weber C.** *Application of Facility Location Modeling Constructs to Vendor Selection Problems*. *European journal of operational research*, Vol 76, p. 387-392, 1994.
- [Current et Ratick, 1995] **Current J, Ratick S.** *A model to Assess Risk, Equity and Efficiency in Facility Location and Transportation of Hazardous Materials*. *Location Science*, Vol 3, N°3, pp 187-201, 1995.
- [Current et al., 2001] **Current J, Daskin M, Schilling D.** *Discrete Network Location*



- Models*. In “*Facility Location Theory: Applications and Methods*”. **Drezner Z, Hamacher H.W.** Springer Verlag, 2001.
- [Daskin 1995] **Daskin M.S.** *Network and Discrete Location: Models, Algorithms and Applications*. Wiley – New York, 1995.
- [Degraeve et Roodhooft, 1998] **Degraeve Z, Roodhooft F.** *Determining Sourcing Strategies: A Decision Model Based on Activity and Cost Driver Information*. Journal of Operational Research Society, Vol 49 N°8, p781-789. 1998.
- [Degraeve et al., 2000] **Degraeve Z, Labro E, Roodhooft F.** *An Evaluation of Vendor Selection Models from a Total Cost of Ownership Perspective*. European Journal of Operational Research, Vol 125, p34-58. 2000.
- [Dioguardi 1983] **Dioguardi G.** *Macrofirm : Construction Firms for the Computer Age*. Journal of Construction Engineering and Management, ASCE, N°1, 1983
- [Dickson 1966] **Dickson G.W.** *An Analysis of Vendor Selection Systems and Decisions*. Journal of Purchasing, 5-17. 1966.
- [Dormier et Fender, 2001] **Dormier PP, Fender M.** *La Logistique Globale : enjeux – principes - exemples*. Editions d'Organisation – Paris - 2001.
- [Eccles 1984] **Eccles R.G.** *Creating the Collaborative Organization*. Harvard Business School Press, Boston, Massachusetts, 1984.
- [Edwards 1971] **Edwards W.** *Social utilities*. Engineering Economist, Summer Symposium Series 6, pp.119-129. 1971.
- [Eksioglu 2001] **Eksioglu B.** *Global Supply Chain Models*. In “Encyclopedia of Optimization” (C.A. Floudas and P.M. Pardalos, Eds), Kluwer Academic Publishers (2001), Vol. 2, pp. 350-353.
- [Ellram 1995] **Ellram L.M.** *Total Cost of Ownership : an Analysis Approach for Purchasing*. Journal of Physical Distribution and Logistics, Vol 25, N°8, p4-23. 1995.
- [Erkut et Neuman, 1989] **Erkut E, Neuman S.** *Analytical Models for Locating Undesirable Facilities*. European Journal of Operational Research, Vol. 40, pp 274-291, 1989.
- [Ettinghoffer 1992] **Ettinghoffer D.** *L'entreprise virtuelle ou les nouveaux modes de travail*. Editions Odile Jacob, 1992.
- [Eymery 1997] **Eymery P.** *La Logistique de l'Entreprise : Supply Chain Management*. Hermès, Paris, 1997.
- [Fabbe-Costes et Brulhart 1997] **Fabbe-Costes N, Brulhart F.** *Fonctionnement en réseau de*

- Brulhart, 1999] *partenaires : conditions de réussite*. Revue Française de Gestion Industrielle, Vol. 18, N°1, 1999.
- [Farquhar 1984] **Farquhar P.** *Utility Assessment Methods*. Management Science, Vol. 30, N°11, pp 1283-1300, 1984.
- [Favrel 1998] **Favrel J.** *L'Entreprise Virtuelle : un Essai sur l'Etat de l'Art*. Séminaire : projet conseil 2000, Lyon, 4 mai 1998.
- [Flavell 1976] **Flavell R.B.** *A New Goal Programming Formulation*. Omega, N°4, 1976.
- [Fleischmann *et al.*, 2000] **Fleischmann B, Meyr H, Wagner M.** *What is Planning*. In "Supply Chain Management and Advanced Planning". Springer-Verlag, 2000.
- [Fontan *et al.*, 2001] **Fontan G, Mercé C, Erschler J.** *La planification des flux de production, dans "Performance industrielle et gestion des flux"*. Lavoisier, Paris, 2001.
- [Forman et Peniwati, 1998] **Forman E, Peniwati K.** *Aggregating Individual Judgments and Priorities with Analytic Hierarchy Process*. European Journal of Operational Research, Vol 108, pp. 165–169, 1998.
- [Frayret *et al.*, 1999] **Frayret JM, D'Amours S, Montreuil B.** *Risk Assessment and Cost-Reliability Trade-Off in Virtual Supply Chain Design*. Submitted to International Journal of Production Economics, 12, 1999.
- [Geoffrion *et al.*, 1972] **Geoffrion A, Dyer J, Feinberg A.** *An Interactive Approach for Multi-Criterion Optimization, with an Application to the Operation of an Academic Department*. Management Science, Vol 9, N° 4, pp. 357-368, 1972.
- [Geunes et Chang, 2001] **Geunes J, Chang B.** *Operations research models for supply chain management and design*, In "Encyclopedia of Optimization" (C.A. Floudas and P.M. Pardalos, Eds), Kluwer Academic Publishers (2001), Vol. 4, pp. 133-145.
- [Ghodsypour et O'Brien, 1998] **Ghodsypour S.H, O'Brien C.** *A decision Support System for Supplier Selection Using an Integrated Analytic Hierarchy Process and Linear Programming*. International Journal of Production Economics, vol 56-57, pp 199-212. 1998.
- [Goetschalckx 2000] **Goetschalckx M.** *Strategic Network Planning*. In "Supply Chain Management and Advanced Planning". Springer-Verlag, 2000.
- [Goetschalckx *et al.*, 2002] **Goetschalckx M, Vidal C, Dogan K.** *Modeling and Design of Logistics Systems: A Review of Integrated Strategic and Tactical*

- Models and Design Algorithms*. European Journal of Operational Research, Vol 143, N°1, pp 1–18, 2002.
- [Goetschalckx 2003] **Goetschalckx M.** *Supply Chain Models*. Notes de Cours « Logistics Systems Design ». School of Industrial and Systems Engineering, Georgia Institute of Technology, Atlanta, Georgia, USA, January 2003.
- [Goranson et al., 1997] **Goranson T, Johnson M, Presley A, Rogers H.J.** *Metrics for the Agile Virtual Enterprise Case Study*. Proceedings of the 6<sup>th</sup> Annual National Agility Conference. 1997.
- [Gott 1996] **Gott A.** *Empowered Engineering for the Extended Enterprise – a Management Guide*. Cambridge, UK, 1996.
- [GRECOPME II 2001] **GRECOPME II.** *Groupement d'Entreprises Coopérantes : Potentialités, Moyens, Évolutions* (Dir. **Burlat P**). Projet de recherche, École des Mines de Saint-Étienne, Mars 2001.
- [Guitouni 1998] **Guitouni A.** *L'Ingénierie du Choix d'une Procédure d'Agrégation Multicritère*. Thèse de Doctorat, Université Laval, 1998
- [Guitouni et Martel, 1998] **Guitouni A, Martel J-M.** *Tentative Guidelines to Help Choosing an Appropriate MCDA Method*. European Journal of Operational Research, Vol 109, pp 501 –521. 1998.
- [Guitouni et al., 1999] **Guitouni A, Martel J-M, Vincke Ph.** *Un Cadre de Référence pour le Choix d'une Procédure d'Agrégation Multicritère*. Document de travail, FSA-1999-013, Université Laval, Québec, Canada. 1999.
- [Guitouni 2000] **Guitouni A.** *Méthodes Multicritère d'Aide à la Décision*. Notes de cours MQT-60791, Université Laval, 2000.
- [Hajidimitriou et Georgiou, 2000] **Hajidimitriou Y.A, Georgiou A.C.** *International Site Selection Decisions using Multi-objective Methods*. American Business Review, june 2000.
- [Hakimi 1964] **Hakimi S.L.** *Optimum Locations of Switching centers and the absolute centers and medians of a graph*. Operations Research 12, pp 450-459, 1964.
- [Hammami et al., 2001] **Hammami A, Burlat P, Campagne J.P.** *Contribution à la Conception et au Pilotage d'une Entreprise Réseau*. 3<sup>e</sup> Conférence Francophone de MODélisation et SIMulation MOSIM'01. Avril 2001 – Troyes (France).
- [Hammami et al., 2002 (a)] **Hammami A, Burlat P, Boucher X.** *Distributed enterprises configuration: orders allocation within Networks of Firms*. PRO-

- VE'02: 3rd IFIP Working Conference on Infrastructures for Virtual Enterprises. Lisbon -Portugal - 1-3 May 2002.
- [Hammami *et al.*, **Hammami A, Burlat P, Campagne J.P.** *A multi-criteria order allocation procedure for networks of firms.* CARs&FOF'2002: 18th International Conference on CAD/CAM, Robotics and Factories of the Future. Porto, Portugal. 3-5 July 2002.
- [Hammami *et al.*, **Hammami A, Burlat P, Campagne J.P.** *A Multi Criteria Allocation Model for Networks of Firms.* 15<sup>th</sup> IFAC World Congress on Automatic Control. Barcelona, Spain. 21-26 July 2002.
- [Hammami *et al.*, **Hammami A, Burlat P, Campagne J.P.** *Evaluating orders allocation within networks of firms.* (Article accepté pour publication en 2003 au : International Journal of Production Economics)
- [Hammami *et al.*, **Hammami A, Ait-Kadi D, Burlat P.** *Prise en Compte de la fiabilité dans un Problème d'Allocation de Commandes.* 5<sup>ème</sup> Congrès International de Génie Industriel - du 26 au 29 octobre 2003 – Québec (Canada)
- [Hammami *et al.*, **Hammami A, Burlat P, Campagne J.P.** *Modélisation analytique du problème d'allocation de commande dans un réseau d'entreprises.* 4<sup>e</sup> Conférence Francophone de MODélisation et SIMulation : "Organisation et Conduite d'Activités dans l'Industrie et les Services". MOSIM'03 – du 23 au 25 avril 2003 - Toulouse (France).
- [Handy 1989] **Handy C.** *The Age of Unreason.* Editions Business Books. 1989.
- [Harvey et Richey, **Harvey M, Richey G.** *Global Supply Chain Management: the Selection of Globally Competent Managers.* Journal of International Management, Vol 7, pp 105-128. 2001.
- [Hillier et **Hillier F.S, Lieberman G.J.** *Introduction to Operations Research.* Lieberman, 2001] McGraw-Hill, 7<sup>th</sup> Edition, New York, NY, 2001.
- [Hodder et Dincer, **Hodder J.E, Dincer M.C.** *A Multifactor Model for International Plant Location and Financing Under Uncertainty.* Computers & Operations Research, Vol 13, N° 5, pp 601-609, 1986.
- [Houlihan 1987] **Houlihan J.B.** *International Supply Chain Management.* International Journal of Physical Distribution and Materials Management, Vol 17, N°2, pp51-66, 1987.
- [Hwang et Yoon, **Hwang C. R, Yoon K.** *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems.* Springer-Verlag Berlin Heidelberg, New York, NY, 1981.

- [Hwang *et al.*, 1990] **Hwang H, Moon D.H, Shinn S.W.** *An EOQ Model with Quantity Discounts for both Purchasing Price and Freight Cost.* Computers and Operations Research, Vol 17, N°1, pp 73-78, 1990.
- [Ijiri 1965] **Ijiri Y.** *Management Goals and Accounting for Control.* North Holland, Amsterdam, 1965.
- [Jacquet-Lagreze et Siskos, 1982] **Jacquet-Lagreze E, Siskos J.** « *Assessing a Set of Additive Utility Functions for Multicriteria decision Making, the UTA Method* ». European Journal of Operational Research, Vol10, N°2, p151-164. 1982.
- [Jacquet-Lagreze et *al.*, 1987] **Jacquet-Lagreze E, Meziani R, Slowinski R.** *MOLP with an Interactive Assessment of a Piecewise Utility Function.* European Journal of Operational Research, Vol 31, N°3, pp. 350-357, 1987.
- [Jordan 1987] **Jordan P.C.** *Purchasing Decisions Considering Future Price Increases: an Empirical Approach.* Journal of Purchasing and Materials Management, pp. 25-30, 1987.
- [Kasilingam et Lee, 1996] **Kasilingam R.G, Lee C.P.** *Selection of Vendors – A Mixed Integer Programming Approach.* Computers & Industrial Engineering, Vol 31, N° 1-2, pp. 347-350, 1996.
- [Kaufman et *al.*, 1977] **Kaufman L, Eede M.V, Hansen P.** *A Plant and Warehouse Location Problem.* Operational Research Quarterly 28, pp. 547-554, 1977.
- [Kélada 1974] **Kélada J.** *La gestion et la prise de décision.* Editions Aquila, Montréal, Québec, 1974.
- [Keeney et Raifa, 1976] **Keeney R, Raifa H.** *Decision with Multiobjectives, Preferences and Value Trade-Offs.* Wiley, New York, 1976.
- [Kilger 2000] **Kilger C.** The Selection Process. In "Supply Chain Management and Advanced Planning". Springer-Verlag, 2000.
- [Korhonen et Laakos, 1986] **Korhonen P, Laakos J.** *A Visual Interactive Method for Solving the Multicriteria Problem.* European Journal of Operational Research, Vol 24, N° 2, pp. 277-287, 1986.
- [Kouvelis 1999] **Kouvelis P.** *Global Sourcing Strategies Under Exchange Rate Uncertainty*, in: Quantitative Models for Supply Chain Management. Kluwer Academic Publishers, Boston, pp 625-668, 1999.
- [Lakhal *et al.*, 2001] **Lakhal S, Martel A, Kettani O, Muhittin O.** *On the Optimization of Supply Chain Networking Decisions.* European Journal of Operational Research, Vol 129, N° 2, pp. 259-270, 2001.

- [Lariviere 1999] **Lariviere M.A.** *Supply Chain Contracting and Coordination with Stochastic Demand:* , in: Quantitative Models for Supply Chain Management. Kluwer Academic Publishers, Boston, pp 233-268, 1999.
- [Laurentie et al., 2000] **Laurentie J, Berthélémy F, Grégoire L, Terrier C.** *Processus et Méthodes Logistiques – Supply Chain Management.* AFNOR, Paris, 2000.
- [Lee et Rosenblatt, 1986] **Lee H.L, Rosenblatt M.J.** *A Generalized Quantity Discount Pricing Model to Increase Supplier's Profits.* Management Science, Vol 32, N° 9, pp. 1177-1185, 1986.
- [Lee et Billington, 1992] **Lee H.L, Billington C.** *Managing Supply Chain Inventory: Pitfalls and Opportunities.* Sloan Management Review, pp.65-73, Spring 1992.
- [Lee et al., 1993] **Lee H.L, Billington C et Carter B.** *Hewlett-Packard Gains Control of Inventory and Service through Design for Localization.* Interfaces, Vol 23, N°4, p. 1-11, 1993.
- [Lee et Billington, 1993] **Lee H.L, Billington C.** *Material Management in Decentralized Supply Chains.* Operations Research, pp.835-847, Vol. 41, N° 5, 1993.
- [LE ROBERT 1994] **LE ROBERT.** Dictionnaire de la langue française, Le Robert pour tous. Dictionnaires LE ROBERT, Paris, 1994.
- [Li et Kouvelis, 1999] **Li C.L, Kouvelis P.** *Flexible and Risk-Sharing Supply Contracts under Price Uncertainty.* Management Science, Vol. 45, N°10, pp. 1378-1398, 1999.
- [Lorenzoni et Ornati, 1988] **Lorenzoni G. Ornati O.A.** *Constellations of Firms and New Ventures.* Journal of Business Venturing, Vol 3, N°1, pp 41-57, 1988.
- [Lorino 1995] **Lorino P.** *Comptes et récits de la performance : essai sur le pilotage des entreprises.* Editions d'organisation. Paris, 1995.
- [Lourenço 2001] **Lourenço H.** *Supply Chain Management: An opportunity for Metaheuristics.* Working Paper, Grup de Recerca en Logística Empresarial DEE, Universitat Pompeu Fabra, Barcelona, Spain, 2001.
- [Love et al., 1988] **Love R.F, Morris J.G, Wesolowsky G.O.** *Facilities Location : models and methods.* North-Holland. 1988.
- [Mandal et **Mandal A, Deshmukh S.G.** *Vendor Selection Using Interpretive*

- Deshmukh, 1994] *Structural Modelling (ISM)*. International Journal of Operations & Production Management, p.52-59, Vol. 14, N°6, 1994.
- [Martel 2001] **Martel A.** *Mission et Localisation des Installations du Réseau Logistique..* Logistique Intégrée : Cours de Formation Continue. Centor, Université Laval, Québec, Canada, 2001.
- [Mayer *et al.*, 1995] **Mayer R, Menzel C, Painter M, Witte P, Blinn T, Perakath B.** *Information Integration for Concurrent Engineering (IICE) IDEF3 Process Description Capture : Method Report.* Armstrong Laboratory – University Drive East College Station – Texas - 1995.
- [Melachrinoudis *et al.*, 1995] **Melachrinoudis E, Min H, Wu X.** *A Multiobjective Model for The Dynamic Location of Landfills.* Location Science, Vol 3, N° 3, pp 143-166, 1995.
- [Meyer *et al.*, 2000] **Meyer H, Wagner M, Rhode J.** *Structure of Advanced Planning Systems.* In “Supply Chain Management and Advanced Planning: Concepts, Models, Software and Case Studies. Springer-Verlag, 2000.
- [Miles *et* Snow, 1981] **Miles R.E., Snow C.C.** *Organizational Strategy, Structure and Process.* MacGraw-Hill, New-York, 1981.
- [Mirabedini *et al.*, 2001] **Mirabedini A, D’Amours S, Ait-Kadi D.** *Tactical Planning of Reliable Supply Chain.* 29th International conference of Computer and Industrial Engineering proceedings (29th ICC&IE), Montreal, Canada, pp 306-311, Nov. 1-3, 2001.
- [Mummalaneni *et al.*, 1996] **Mummalaneni V, Dubas K.M, Chao C.** *Chinese Purchasing Managers ' Preferences and Trade-offs in Supplier Selection and Performance Evaluation.* Industrial Marketing Management, Vol 25, N°2, p115-124. 1996.
- [Narasimhan 1983] **Narasimhan R.** *An Analytical Approach to Supplier Selection.* Journal of Purchasing and Materials Management, winter 1983.
- [Narasimhan *et* Stoyhoff, 1986] **Narasimhan R, Stoyhoff L.K.** *Optimizing Aggregate Procurement Allocation Decisions.* Journal of Purchasing and Materials Management, pp 23-30, 1986.
- [Nunes 1994] **Nunes P.** *Formes PME et Organisation en Réseaux.* Communication présentée à la 3<sup>ème</sup> conférence internationale de management stratégique. Lyon, 9 -11 mai 1994.
- [Nydicke *et* Hill, 1992] **Nydicke R.I, Hill R.P.** *Using the Analytic Hierarchy Process to Structure the Supplier Selection Procedure.* International Journal of

- Purchasing and Materials Management, p31-36, Spring 1992.
- [O'Kelly 1987] **O'Kelly** M.E. *A Quadratic Integer Program for Location of Interacting Hub Facilities*. European Journal of Operational Research, Vol 32, pp 393-404, 1987.
- [Owen et Daskin, 1998] **Owen** S.H, **Daskin** M.S. *Strategic Facility Location : A Review*. European Journal of Operational Research 111, pp 423-447, 1998.
- [Paché et Paraponaris, 1993] **Paché** G, **Paraponaris** C. *L'entreprise en réseau*. PUF, 1993.
- [Patton 1996] **Patton** WW. *Use of Human Judgment Models in Industrial Buyer's Vendor Selection Decisions*. Industrial Marketing Management, N°25, p135-149. 1996
- [Peniwati 1996] **Peniwati** K. *The Analytic Hierarchy Process: the Possibility Theorem for Group Decision Making*. Proceedings of the Fourth International Symposium on the Analytic Hierarchy Process. pp 202-214. Vancouver, BC, July 1996.
- [Persson et Olhager, 2002] **Persson** F, **Olhager** J. *Performance Simulation Of Supply Chain Designs*. International Journal of Production Economics, Vol 77, pp. 231-245, 2002.
- [Petroni et Braglia, 2000] **Petroni** A, **Braglia** M. *Vendor Selection Using Principal Component Analysis*. The Journal of Supply Chain Management, spring 2000.
- [Phuong Ta et Yin Har, 2000] **Phuong Ta** H, **Yin Har** K. *A Study of Bank Selection Decisions in Singapore Using the Analytical Hierarchy Process*. International Journal of Bank Marketing, p. 170-180, 18 april 2000.
- [Piore et Sabel, 1990] **Piore** M.J, **Sabel** C. *The Second Industrial Divide : Possibilities for Prosperity*. Basic Books, Second Edition, New York, 1990.
- [Pomerol et Romero, 1993] **Pomerol** J.C, **Romero** S.B. *Choix Multicritère dans l'Entreprise: principe et pratique*. Hermes, Paris, 1993.
- [Pons et Chevalier, 1993] **Pons** J, **Chevalier** P. *La logistique intégrée*. Hermes, Paris, 1993.
- [Porter 1986] **Porter** M. *L'avantage concurrentiel*. InterEditions, Paris, 1986.
- [Poulin et al., 1994] **Poulin** D, **Montreuil** B et **Gauvin** S. *L'Entreprise Réseau : bâtir aujourd'hui l'organisation de demain*. Publi-Relais, Montréal (Québec), 1994.
- [Quinn Mills 1994] **Quinn Mills** D. *L'Entreprise Post Hiérarchique*. InterEditions, Paris, 1994.



- [Raschas et Polgue, 1999] **Raschas M, Polgue C.** *SCM: les pionniers s'essoufflent, la cavalerie arrive*. CXP Informations N°266. Décembre 1999.
- [Richter et Stockrahm, 2000] **Richter M, Stockrahm V.** Scheduling of Synthetic Granulate. In "Supply Chain Management and Advanced Planning". Springer-Verlag, 2000.
- [Roboam 1993] **Roboam M.** *La méthode GRAI*. Teknea, 1993.
- [Roodhooft et Konings, 1996] **Roodhooft F et Konings J.** *Vendor Selection and Evaluation: An Activity Based Costing*. European Journal of Operational Research. 97-102, 1996.
- [Rota-Franz et al., 2001] **Rota-Franz K, Thierry C, Bel G.** *Gestion des flux dans les chaînes logistiques*, dans "Performance industrielle et gestion des flux". Lavoisier, Paris, 2001.
- [Roy 1968] **Roy B.** *Classement et Choix en Présence de Points de Vue Multiples (la Méthode Electre)*. Revue française d'informatique et de recherche opérationnelle. Vol 2, N° 8, p57-75. 1968.
- [Roy et Bertier, 1971] **Roy B, Bertier P.** *La Méthode Electre II, une Méthode de Classement en Présence de Critères Multiples*. Note de travail 142, Direction Scientifique, Sema, Paris 1971
- [Roy 1974] **Roy B.** *Critères Multiples et modélisation des préférences (l'apport des relations de surclassement)*. Revue d'Economie Politique, tome 84, N°1, p. 1-44, janvier 1974
- [Roy 1976] **Roy B.** *From Optimization to Multicriteria Decision Aid: Three Main Operational Attitudes*. In "Multiple Criteria Decision Making", Thiriez H, Zionts S. Springer-Verlag, pp. 1-32, 1976.
- [Roy 1978] **Roy B.** *Electre III, un Algorithme de Classement Basé sur une Représentation Floue des Préférences en Présence de Critères Multiples*. Cahiers du CERO, Vol 20, N° 1, p3-24. 1978.
- [Roy et Hugonnard, 1982] **Roy B, Hugonnard J.** *Ranking of Suburban Line Extension Projects for the Paris Metro System by a Multicriteria Method*. Transportation Research, Vol 16, p301-312. 1982.
- [Roy 1985] **Roy B.** *Méthodologie Multicritère d'Aide à la Décision*. Economica, Paris, 1985.
- [Roy et Skalka, 1985] **Roy B, Skalka J.M.** *Electre Is, Aspects Méthodologiques et Guide d'Utilisation*. Document 30, LAMSADE, Université de Paris Dauphine, 1985.
- [Roy et Bouyssou, 1985] **Roy B, Bouyssou D.** *Aide Multicritère à la Décision: Méthodes et*

- 1993] *cas. Economica*, Paris, 1993.
- [Rullière et Torre, **Rullière J.L., Torre A.** *Les formes de la coopération inter - entreprises*. Revue Economie Industrielle : développements récents. N° Exceptionnel 1995.
- [Russel et Taylor, **Russel R., Taylor B.** *Operations Management*. Printice Hall, Inc – 2000.
- [Saaty 1980] **Saaty T.L.** *The Analytic Hierarchy Process*. New York, McGraw-Hill, 1980.
- [Saaty 1989] **Saaty T.L.** *Group Decision Making and the AHP*. In “*The Analytic Hierarchy Process: Application and Studies*”. Springer-Verlag, 1989.
- [Saaty 1990] **Saaty T.L.** *Multicriteria Decision Making: the Analytic Hierarchy Process*. Pittsburgh, RWS Publications. 1990.
- [Sajjad 1999 (a)] **Sajjad Z.** *Synthesizing Intensities of Group Performances in Public Policy Decisions Using the AHP :Is It Time for the « New Democracy »*. Canadian Journal of Administrative Sciences, p. 353-366, april 1999.
- [Sajjad 1999 (b)] **Sajjad Z.** *Geometry of Decision Making and the Vector Space Formulation of the Analytic Hierarchy Process*. European Journal of Operational Research, Vol 112, pp373-396, 1999.
- [SAP AG 2002] **SAP AG.** Production Planning and Detailed Scheduling with SAP® Advanced Planner & Optimizer. <http://www.mysap.com/solutions/scm/brochures/>, 2002.
- [SCC 2000] **Supply Chain Council.** <http://www.supply-chain.org>.
- [Schärlig 1985] **Schärlig A.** *Décider sur Plusieurs Critères : Panorama de l’Aide à la Décision Multicritère*. Presses polytechniques et universitaires romandes. Lausanne 1985.
- [Schärlig 1996] **Schärlig A.** *Pratiquer Electre et Prométhée*. Presses polytechniques et universitaires romandes. Lausanne 1996.
- [Schilling 1980] **Schilling D.A.** *Dynamic Location Modeling for Public Sector Facilities : A Multicriteria Approach*. Decision Sciences 11, pp 1-15, 1980.
- [Simchi-Levi et al., 2000] **Simchi-Levi D, Kaminsky P, Simchi-Levi E.** *Designing and Managing the Supply Chain : concepts, strategies, and case studies*. Irwin McGraw-Hill, USA 2000.
- [Siyong et al., 1997] **Siyong W, Jinlong Z, Zhicheng L.** *A Supplier Selecting System Using a Neural Network*. International Conference on Intelligent

- Processing Systems, IEEE, New York, p468-471. 1997.
- [Stadtler 2000] **Stadtler H.** *Supply Chain Management: An Overview*. In "*Supply Chain Management and Advanced Planning*". Springer-Verlag, 2000.
- [Steuer et Choo, 1983] **Steuer R, Choo E.** *An Interactive Weighted Tchebycheff Procedure for Multiple Objective Programming*. Mathematical Programming, N° 26, PP. 326-344, 1983.
- [Steuer 1986] **Steuer R.** *Multiple Criteria Optimization: Theory, Computation and Application*. Wiley, New York, 1986.
- [Steuer 2000] **Steuer R.E.** *ADBASE : A Multiple Objective Linear Programming Solver*. Terry College of Business, University of Georgia, Athens, Georgia, 30602, USA.
- [Stevens 1989] **Stevens G.C.** *Integrating the Supply Chain*. International Journal of Physical Distribution & Materials Management 19: 3-8, 1989.
- [Tam et Tummala, 2000] **Tam M.C.Y, Tummala V.M.R.** *An Application of the AHP in Vendor Selection of a Telecommunications System*. The International Journal of Management Science, p. 171-182, omega 29, 2001.
- [Tamiz et al., 1998] **Tamiz M, Jones D, Romero C.** *Goal Programming for Decision Making: An Overview of the Current State-of-the-Art*. European Journal of Operational Research, Vol 111, p569-581. 1998
- [Tapon 1989] **Tapon F.** *A transaction cost analysis of innovation in the organization of pharmaceutical R&D*. Journal of Economic Behavior and Organization, pp 197-213. 1989.
- [Tarondeau 1998] **Tarondeau J.C.** *Stratégie Industrielle*. Vuibert, Paris, 1998.
- [Thierry 1994] **Thierry C.** *Planification et ordonnancement multi-sites : une approche par satisfaction de contraintes*. Supaéro, 1994.
- [Thompson 1990] **Thompson K.N.** *Vendor Profile Analysis*. Journal of Purchasing and Materials Management, winter 1990.
- [Timmerman 1986] **Timmerman E.** *An approach to Vendor Performance Evaluation*. Journal of Purchasing and Materials Management, winter 1986.
- [Toregas et al., 1971] **Toregas C, Swain R, ReVelle C, Bergman L.** *The Location of Emergency Service Facilities*. Operations Research, 19, pp 1363-1373, 1971.
- [Tsay et al., 1999] **Tsay A.A, Nahmias S, Agrawal N.** *Modeling Supply Chain Contracts: A review*, in: Quantitative Models for Supply Chain Management. Kluwer Academic Publishers, Boston, pp 299-336,

- 1999.
- [Vanderpooten 1988] **Vanderpooten D.** *A Multicriteria Interactive Procedure Supporting a Directed Learning of Preferences.* Cahiers du Lamsade, Université de Paris-Dauphine, 1988.
- [Verma et Pullman, 1998] **Verma R, Pullman M.E.** *An analysis of the Supplier Selection Process.* Omega, Vol 26, N°6, p739-750. 1998.
- [Vidal et Goetschalckx, 1996] **Vidal C, Goetschalckx M.** *The Role and Limitations of Quantitative Techniques in the Strategic Design of Global Logistics Systems.* Working paper, Version 1.0, Georgia Institute of Technology, 1996.
- [Vidal et Goetschalckx, 1997] **Vidal C, Goetschalckx M.** *Strategic Production Distribution Models: A critical Review with Emphasis on Global Supply Chain Models.* European Journal of Operational Research, Vol 98, N°1, pp1-18. 1997.
- [Vidal et Goetschalckx, 2000] **Vidal C, Goetschalckx M.** *Modeling the Effect of Uncertainties on Global Logistics Systems.* Journal of Business Logistics, Vol 21, N°1, pp95-120. 2000.
- [Vidal et Goetschalckx, 2001] **Vidal C, Goetschalckx M.** *Global Supply Chain Model with Transfer Pricing and Transportation Cost Allocation.* European Journal of Operational Research, Vol 129, N°1, pp134-158. 2001.
- [Vincke 1976] **Vincke Ph.** *Une Méthode Interactive en Programmation Linéaire à Plusieurs Fonctions Economiques.* Revue Française d'Informatique et de Recherche Opérationnelle, N° 2, pp. 5-20, 1976.
- [Vincke 1989] **Vincke Ph.** *L'Aide Multicritère à la Décision.* Editions de l'Université de Bruxelles. Bruxelles 1989.
- [Voogd 1983] **Voogd H.** *Multicriteria Evaluation for Urban and Regional Planning.* Pion Ltd, London, 1983.
- [Warszawski 1973] **Warszawski A.** *Multi-dimensional location problems.* Operational Research Quarterly 24, pp 165-179, 1991.
- [Weber et al., 1991] **Weber C.A, Current J.R, Benton W.C.** *Vendor Selection Criteria and Methods.* European Journal of Operational Research, August, 2-18. 1991.
- [Weber et Current, 1993] **Weber C.A, Current J.R.** *A Multiobjective Approach to Vendor Selection.* European Journal of Operational Research 68, pp 173-184. 1993.
- [Weber et Ellram, 1993] **Weber C.A, Ellram L.M.** *Supplier Selection Using Multi-objective Programming: A Decision Support System.* International Journal of

- Physical Distribution & Logistics Management, Vol 23, N° 2, pp 3-14, 1993.
- [Weber 1996] **Weber C.A.** *A Data Envelopment Analysis Approach to Measuring Vendor Performance*. Supply Chain Management: An International Journal, Vol 1, N°1, pp 28-39, 1996.
- [Weber et Desai, 1996] **Weber C.A, Desai A.** *Determination of Paths to Vendor Market Efficiency Using Parallel Coordinates Representation : A Negotiation Tool for buyers*. European Journal of Operational Research, Vol 90, pp 142-155, 1996.
- [Weber et al., 1998] **Weber C.A, Current J.R, Desai A.** *Non-Cooperative Negotiation Strategies for Vendor Selection*. European Journal of Operational Research, Vol 108, pp 208-223, 1998.
- [Weber et al., 2000(a)] **Weber C.A, Current J.R, Desai A.** *An Optimization Approach to Determining the Number of Vendor to Employ*. Supply Chain Management: An International Journal, Vol 5, N°2, pp 90-98, 2000.
- [Weber et al., 2000(b)] **Weber C.A, Current J.R, Desai A.** *VenDOR: a Structured Approach to Vendor Selection and Negotiation*. Journal of Business Logistics, Vol 21, N°1, pp 135-167, 2000.
- [Wei et Goetschalckx, 2002] **Wei S, Goetschalckx M.** *SMILE Integrated Distribution Model*. In “Supply Chain Model”. PhD Course : Logistics Systems Design (Goetschalckx M). School of Industrial and Systems Engineering, Georgia Institute of Technology, Atlanta, GA 30332-0205, USA.
- [White et Case, 1974] **White J.A, Case K.E.** *On Covering problems and the Central Facilities Location Problem*. Geographical Analysis 6, pp 281-293, 1974.
- [Williamson 1985] **Williamson O.E.** *The Economic Institutions of Capitalism : Firms, Markets, Relational Contracting*. The Free Press. New York, 1985.
- [Wierzbicki 1980] **Wierzbicki A.** *The Use of Reference Objectives in Multi-Objective Optimization*. In “MCDM Theory and Application” Fandel G, Gal T. Springer Verlag, N° 177, pp. 468-486, 1980.
- [Zarifian 2001] **Zarifian P.** *Le modèle de la compétence. Trajectoire historique, enjeux actuels et propositions*. Editions Liaisons, Paris. 2001.
- [Zionts et Wallenius, 1976] **Zionts S, Wallenius J.** *An Interactive Programming Method for Solving the Multiple Criteria Problem*. Management Science, Vol 22, N° 6, pp. 652-663.

# ANNEXES



## ANNEXE A

### LES NOUVELLES FORMES D'ORGANISATIONS

#### Définition A.1 : L'entreprise en trèfles

---

L'entreprise en trèfles comporte trois ou quatre sous ensembles qui constituent chacun un trèfle :

- **Les collaborateurs clés** : ils détiennent le savoir de l'organisation : experts, techniciens. Ils sont peu nombreux.
  - **Les sous-traitants** : ils peuvent se trouver dans des pays différents grâce aux nouvelles technologies. Toutes les activités qui ne constituent pas le cœur de l'entreprise sont sous-traitées.
  - **Les travailleurs** : ils sont flexibles (intérimaires par exemple). [Handy 1989]
- 

#### Définition A.2 : L'organisation en triple I

---

Cette entreprise réalise la valeur ajoutée grâce aux 3I, c'est-à-dire grâce à l'Intelligence, l'Information, et aux Idées. Elle est composée de professionnels et utilise les savoirs. Ce n'est pas l'ordre qui est le principe intégrateur, mais le consensus. Les niveaux hiérarchiques sont réduits à quatre, la structure est plate et composée d'équipes auto-managées. [Handy 1989]

---

---

#### Définition A.3 : L'entreprise en grappe

---

Une grappe est un regroupement de personnes venant d'horizons divers, qui travaillent ensemble, de manière semi-permanente. Trente à cinquante personnes constituent ce groupe. Les grappes s'organisent autour d'une équipe centrale (les dirigeants), d'équipes autonomes (qui s'occupent des clients extérieurs à l'entreprise), d'équipes fonctionnelles (les clients sont internes), d'équipe projet, d'équipes d'alliance (les membres passent des partenariats), d'équipes de changement (qui doivent repenser certains aspects de l'organisation). Les décisions se font par consensus dans les grappes, il n'y a pas de chef mais des leaders se détachent grâce à leurs compétences. L'autonomie de décision est basée sur la confiance, les compétences et la disponibilité de l'information. L'équipe centrale fixe les missions, les objectifs financiers, les indicateurs de performance et les modes de rémunération. Ce type d'organisation peut-être représenté par l'usine de Square D à Columbia ou General Electric au Canada. [Quinn Mills 1994]

---

---

#### Définition A.4 : Joint-venture

---

C'est une filiale commune à deux entreprises. [Rullière et Torre, 1995]

---

---

#### Définition A.5 : Consortium d'entreprises

---

Le consortium d'entreprises est une alliance stratégique entre plusieurs entreprises qui unissent leurs ressources pour créer une nouvelle entreprise, dans le but de réaliser une opération ou un projet. La nouvelle entreprise issue de cette alliance est aussi dénommée consortium. [Poulin et *al.*, 1994].

---

---

#### Définition A.6 : L'entreprise fractale

---

Imaginée en Allemagne, elle décrit une organisation formée d'unités de travail semblables, autonomes et auto organisées (les «fractales»). Une délégation de pouvoir importante est donnée aux équipes de travail. Toutefois, elles doivent aligner leurs objectifs sur ceux de



l'entreprise fractale grâce à un processus de «propagation » (onde de «navigation ») de ces objectifs. [Favrel 1998]

---

**Définition A.7 : Les systèmes de production «biologiques »**

---

Ils sont développés au Japon. L'entreprise est décomposée en sous-systèmes distribués et autonomes en leur attribuant une «intelligence». Ces sous-systèmes sont coopératifs au sein d'une entreprise virtuelle. Le système de production biologique (ou «bionique ») est un concept plus avancé. Par analogie aux systèmes vivants, chaque sous-système peut s'organiser, se maintenir, se développer et évoluer de façon indépendante. [Favrel 1998]

---

## **ANNEXE B**

### **DIFFERENTES FORMES DE COOPERATION INTERENTREPRISES**

#### Définition B.1 : Accord de franchise

---

C'est une alliance formelle – en général dans le secteur des services – par laquelle deux ou plusieurs entreprises s'engagent dans une relation où le vendeur offre son savoir-faire, une formule commerciale ou des conseils de gestion. [Poulin et *al.*, 1994]

---

#### Définition B.2 : Accord de licence

---

C'est une alliance formelle par laquelle deux ou plusieurs entreprises s'engagent dans une relation où le vendeur offre sa technologie, ses brevets, ses marques de commerce ou d'autres avantages de propriété qui peuvent être utilisés par le détenteur contre des paiements de redevances. [Poulin et *al.*, 1994]

---

#### Définition B.3 : Alliance

---

C'est un lien formel ou informel entre des nœuds industriels du réseau externe d'une entreprise, caractérisé par une relation de coopération. Dans le cadre d'une coopération informelle, les obligations des nœuds partenaires sont modestes, sans base contractuelle, et chacun d'eux reste indépendant. Dans le cadre d'une alliance formelle, un contrat spécifique

les obligations des nœuds partenaires. Le niveau de contrôle est plus important [Poulin et *al.*, 1994].

---

#### Définition B.4 : Coalition

---

Accords à long terme entre firmes allant au-delà des transactions courantes, mais restant en deçà d'une fusion pure et simple. Porter distingue deux types de coalition avec son analyse de la chaîne de valeurs :

- **Coalition verticale** : contrats passés avec une entreprise indépendante chargée de réaliser des activités créatrices de valeurs.
  - **Coalition horizontale** : association pour la réalisation d'une activité en commun. [Porter 1986]
- 

#### Définition B.5 : Coopération

---

C'est l'action de participer à une œuvre commune [LE ROBERT 1994]

---

#### Définition B.6 : Co-traitance

---

C'est la participation de plusieurs entreprises à la réalisation d'un programme dans une situation de parité au niveau des responsabilités juridiques et financières.

Les co-traitants peuvent être solidaires, dans la mesure où ils sont tous engagés pour la totalité du contrat avec le donneur d'ordres. Toutefois, les relations entre entreprises demeurent ténues : chacune remplissant de façon autonome sa partie du contrat [Poulin et *al.*, 1994].

---

#### Définition B.7 : Externalisation

---

L'Externalisation dans son acception courante, relève du concept de «l'outsourcing». L'outsourcing consiste à confier à un partenaire spécialisé une partie des tâches de l'entreprise qui ne correspondent pas à son cœur de métier. [<http://www.k-buy.com>]

---

---

**Définition B.8 : Impartition**

---

L'Impartition se distingue de la sous-traitance en ce qu'elle véhicule les idées fondamentales de confiance et de partage. Elle désigne donc des relations «nobles» de partenariat et de sous-traitance, par opposition aux relations «sauvages» de dépendance unilatérale [Nunes 1994].

L'impartition est un lien de partenariat entre deux entreprises, dans lequel le premier délègue au second, son fournisseur, une partie de son système global d'activité [Poulin et *al.*, 1994]. Les liens d'impartition sont beaucoup plus serrés que de simples liens de sous-traitance : ils reposent sur la confiance mutuelle entre partenaires. Le but recherché est une synergie profitable aux deux parties.

---

---

**Définition B.9 : Lien d'agence**

---

Pour une entreprise, le principe d'un lien d'agence est de charger une autre entreprise de procéder à sa place à des opérations qui impliquent une relation avec des tierces personnes ou des entreprises [Poulin et *al.*, 1994].

---

---

**Définition B.10 : Maillage**

---

C'est un lien informel entre entreprises caractérisé par une relation d'association destinée à favoriser l'activité de chacune des entreprises sans que celles-ci aient forcément des liens financiers entre elles [Poulin et *al.*, 1994].

---

---

**Définition B.11 : Parrainage**

---

C'est une alliance informelle établie pour une durée limitée entre deux entrepreneurs dont le lien est caractérisé par une relation d'aide de l'entrepreneur A auprès de l'entrepreneur B [Poulin et *al.*, 1994].

---

### Définition B.12 : Partenariat

---

Le partenariat est toute forme de coopération qui associe durablement des agents socio-économiques, en vue d'atteindre des objectifs choisis d'un commun accord avec pour conséquence l'établissement de relations structurelles [Altersohn 1992].

Dans le cas des relations donneurs d'ordres sous-traitant, le ministère de l'industrie (Commission Technique de la Sous-traitance) définit le partenariat comme étant : «l'établissement entre donneurs et preneurs d'ordres de relations d'une certaine durée, fondées sur une recherche en commun d'objectifs à moyen ou long terme dans des conditions permettant la réciprocité des avantages » [CTS 1987].

---

### Définition B.13 : Sous-traitance

---

Peuvent être considérées comme activités de sous-traitance industrielle, toutes les opérations concourant, pour un cycle de production déterminé, à l'une ou plusieurs des opérations de conception, d'élaboration, de fabrication, de mise en œuvre ou de maintenance du produit en cause, dont une entreprise dite donneur d'ordres, confie la réalisation à une entreprise, dite sous-traitant ou preneur d'ordres, tenue de se conformer exactement aux directives ou spécifications techniques arrêtées en dernier ressort par le donneur d'ordres.

- ***Sous-traitance de spécialité*** : l'entreprise donneuse d'ordre fait appel à un spécialiste disposant des équipements et de la compétence adaptée à ses besoins, parce qu'elle ne peut ou ne souhaite pas pour des raisons relevant de sa stratégie propre, notamment pour des considérations d'ordre économique, se doter des moyens nécessaires au lancement ou au développement d'une fabrication, ou parce qu'elle estime ses installations insuffisantes ou insuffisamment compétitives pour cette fabrication (sous-traitance dite structurelle).
- ***Sous-traitance conjoncturelle ou de capacité*** : l'entreprise donneuse d'ordre, équipée elle-même pour exécuter un produit, a recours à une autre entreprise soit

occasionnellement, en raison d'une pointe momentanée dans sa production ou d'un incident technique, ou de façon plus ou moins habituelle.

- ***Sous-traitance de fonction*** : opération de sous-traitance portant sur la réalisation d'un sous-ensemble remplissant une fonction précise dans tout ou partie du produit considéré. [AFNOR X50-300 1987]
-

## ANNEXE C

### TERMINOLOGIE A PROPOS DE LA CONCEPTION ET DE LA GESTION DE CHAINES LOGISTIQUES

#### Définition C.1 : Logistique

---

La logistique est la planification, l'exécution et la maîtrise des mouvements et des mises en place des personnes ou des biens, et des activités de soutien liées à ces mouvements et ces mises en place, au sein d'un système organisé pour atteindre des objectifs spécifiques. [NF X50-600]

"Logistic is the process of planning, implementing and controlling the efficient, cost-effective flow and storage of raw materials, in-process inventory, finished goods, and related information from point-of-origin to point-of-consumption for the purpose of conforming to customer requirements" Council of Logistics Management 1986

---

#### Définition C.2 : Chaîne Logistique (Supply Chain (SC))

---

"The supply chain encompasses every effort involved in producing and delivering a final product or service, from the supplier's supplier to the customer's customer. " [SCC 2000]

"A supply chain is an integrated process where several business entities such as suppliers, manufacturers, distributors, and retailers work together to plan, coordinate and control the

flow of materials, parts and finished goods from suppliers to customers. This chain is concerned with two distinct flows: a forward flow of materials and a backward flow of information." [Eksioglu 2001]

"In a broad sense, a supply chain consists of two or more legally separated organizations, being linked by materials, information and financial flows. These organizations may be firms producing parts, components and end products, logistic service providers and even the (ultimate) customer himself.

In a narrow sense, the term supply chain is also applied to a large company with several sites often located in different countries.

A supply chain in the broad sense is also named an inter-organizational supply chain, while the term intra-organizational relates to a supply chain in the narrow sense" [Stadtler 2000]

"A supply chain encompasses all the facilities, functions and activities involved in producing and delivering a product or service, from suppliers (and their suppliers) to customers and (and their customers). Supply chain functions include purchasing, inventory, production, scheduling, facility location, transportation and distribution." [Russel et Taylor, 2000]

"A supply chain is a network of organizations that are involved, through upstream and downstream linkages, in the different processes and activities that produce value in the form of products and services in the hand of the (ultimate) customer." [Christopher 1998]

"A supply chain consists of a network of manufacturing and distribution sites that procure raw materials, transform them into immediate and finished products, and distribute the finished products to customers. The simplest network consists of one site that performs both manufacturing and distribution. More complex networks, such that those required to manufacture mainframe computers, span multiple sites that may be scattered around the world.

Supply chains are also called value-added chains." [Lee et Billington, 1992]



"A supply chain is a network of facilities that performs the functions of procurement of material, transformation of material to intermediate and finished products and distribution of finished products to customers." [Lee et Billington, 1993]

"A supply chain is a connected series of activities which is concerned with planning, coordinating and controlling materials, parts, and finished goods from supplier to customer. It is concerned with two distinct flows (material and information) through the organization." [Stevens 1989]

"La chaîne logistique est l'ensemble du cheminement du flux des produits, du premier des fournisseurs au client ultime, le consommateur. On distingue les grandes chaînes logistiques de l'entreprise et les petites chaînes logistiques, locales (chaînes logistiques internes), entre les différents ateliers d'une même usine par exemple, ces ateliers pouvant être chacun client et fournisseur les uns des autres." [Eymery 1997]

"La chaîne logistique est l'ensemble des entreprises liées par la fabrication d'un même produit." [Fontan et *al.*, 2001]

"La chaîne logistique d'un produit fini se définit comme l'ensemble des entreprises qui interviennent dans les processus d'approvisionnement en composants, de fabrication, de distribution et de vente du produit, du premier des fournisseurs au client ultime" [Rota-Franz et *al.*, 2001]

"A supply chain is two or more parties linked by a flow of goods, information and funds" [Tsay et *al.*, 1999]

"A supply chain, which is also referred to as the logistics network, consists of suppliers, manufacturing centers, warehouses, distribution centers, and retail outlets, as well as raw materials, work-in-process inventory, and finished products that flow between the facilities" [Simchi-Levi et *al.*, 2000]

---

### Définition C.3 : Chaîne Logistique Globale (Global Supply Chain (GSC))

---

"A global supply chain is a supply chain where one or more of the business entities operate in different countries." [Eksioglu 2001]

"In a global context, the term used to capture the integration of activities and processes among organizational entities in multiple countries is referred to as global supply chain management." [Harvey et Richey, 2001]

---

### Définition C.4 : Supply Chain Management (SCM)

---

"Supply chain management is the coordination and integration of the activities of a supply chain with the goal of achieving a sustainable competitive advantage. The supply chain management therefore encompasses a wide range of strategic, financial, and operational issues." [Geunes et Chang, 2001]

"Supply chain management is a set of approaches utilized to efficiently integrate suppliers, manufacturers, warehouses, and stores so that merchandise is produced and distributed at the right quantities, to the right locations, and at the right time, in order to minimize system wide costs while satisfying service level requirements." [Simchi-Levi et al., 2000]

"Supply chain management is the task of integrating organizational units along a supply chain and coordinating materials, information and financial flows in order to fulfil (ultimate) customer demands with the aim of improving competitiveness of a supply chain as a whole." [Stadtler 2000]

"Supply chain management is the integration of the various functional areas within an organization to enhance the flow of goods from immediate strategic suppliers through manufacturing and distribution chain to the end user." [Houlihan 1987]

"Supply Chain Management includes managing supply and demand, sourcing raw materials and parts, manufacturing and assembly, warehousing and inventory tracking, order entry and order management, distribution across all channels, and delivery to the customer." [SCC 2000]

---

#### Définition C.5 : Supply Chain Design

---

"The supply chain design is the structure of the chain, i.e. the sequential links between different sourcing, production and distribution activities or processes. This does not include planning and control. [Persson et Olhager, 2002]

---

#### Définition C.6 : Reverse Logistic

---

"Reverse logistic is related to the process of recycling, reusing and reducing the material, i.e. goods or materials that are sent “backwards” in the supply chain. "[Lourenço 2001]

---

## ANNEXE D

### TRAITEMENT D'EXEMPLES DE PROBLEMES MULTICRITERES SUR DES OUTILS LOGICIELS

#### Exemple de la méthode AHP (Logiciel : Expert Choice)

- Étape 1 : Décomposition du problème en une hiérarchie d'éléments inter-reliés. La structure hiérarchique du problème est la suivante.

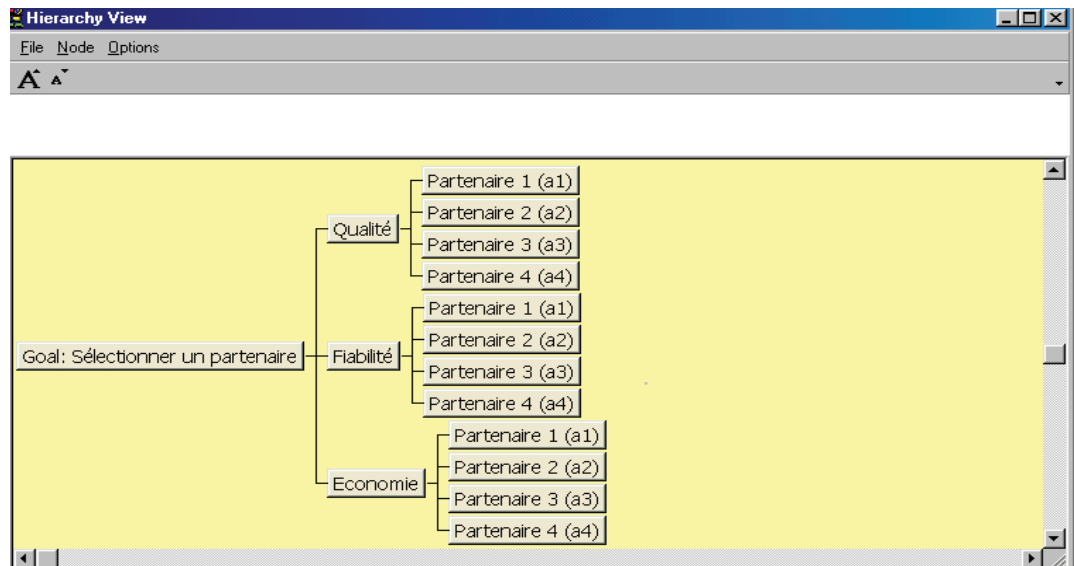


Figure D.1 Structure hiérarchique du problème

- Étape 2 : Comparaisons par paires des éléments de chaque niveau hiérarchique par rapport à un élément du niveau hiérarchique supérieur.

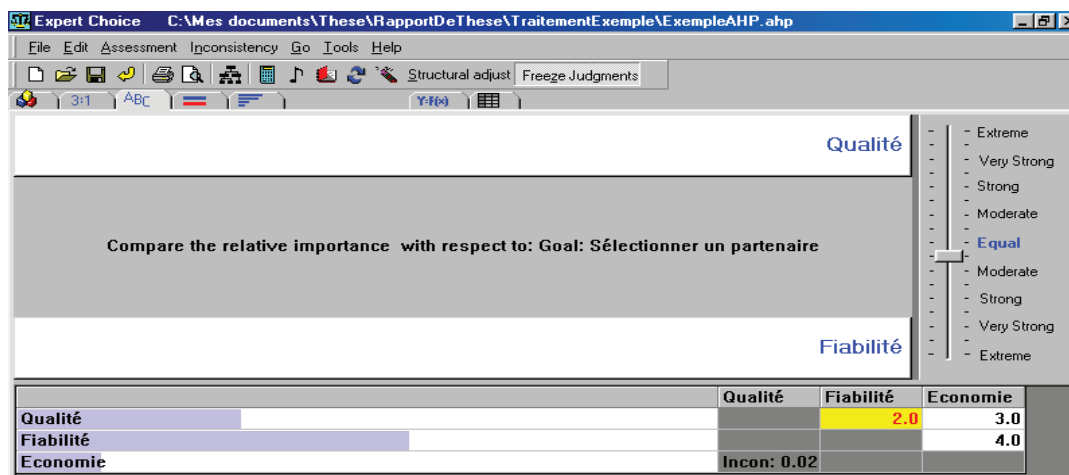


Figure D.2 Comparaison par paires des critères

- Étape 3 : Détermination de l'importance relative des éléments en calculant les vecteurs propres correspondants aux valeurs propres maximales des matrices de comparaisons.

Les écrans ci-après décrivent trois façon différentes de représenter les vecteurs propres.

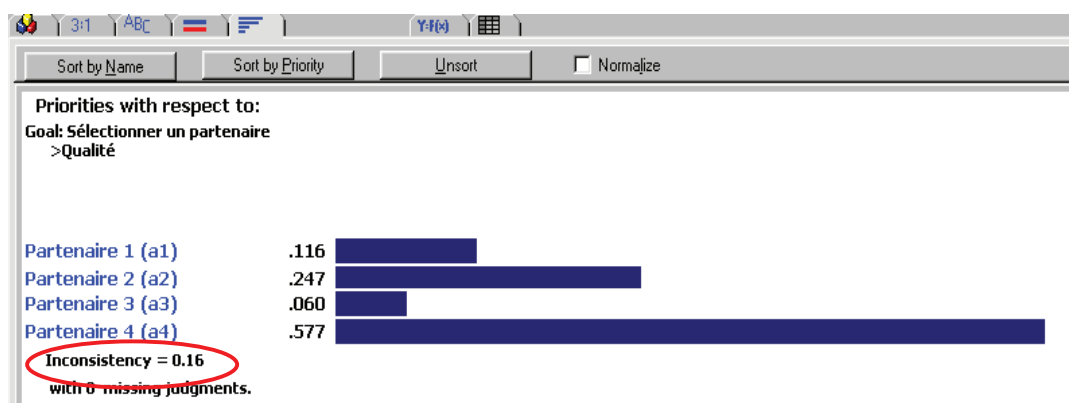


Figure D.3 Vecteur propre correspondant au critère « Qualité ».

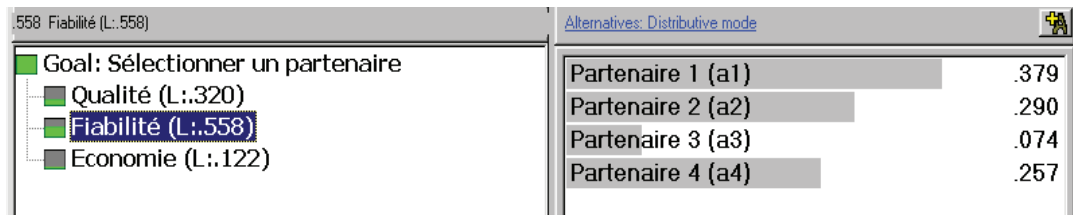


Figure D.4 Vecteur propre correspondant au critère « Fiabilité ».

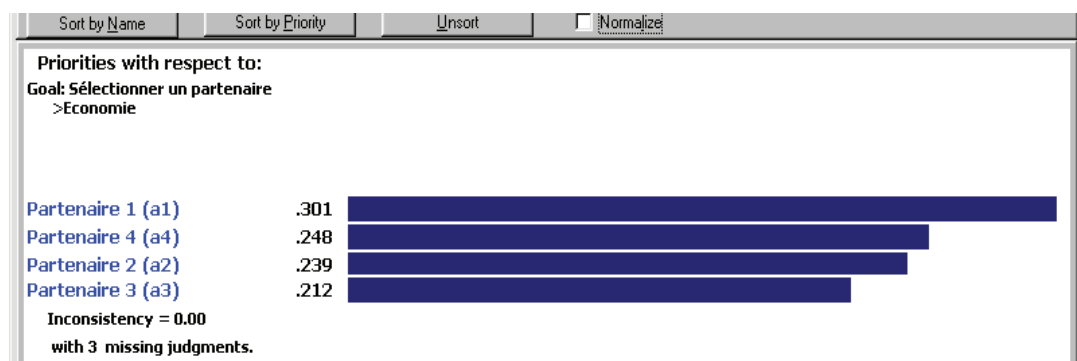


Figure D.5 Vecteur propre correspondant au critère « Économie ».

- Étape 4 : Vérification de la cohérence des jugements.  
Tous les jugements sont cohérents ( voir écrans ci-dessus : l'indice de cohérence a été encerclé)
- Étape 5 : Calcul de la performance relative de chacune des actions.

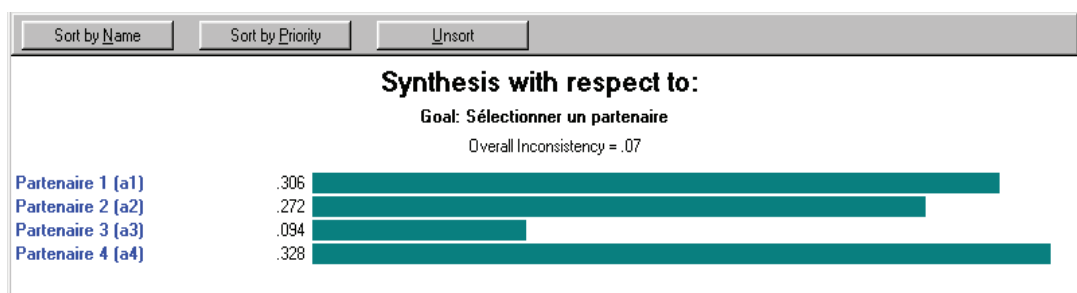
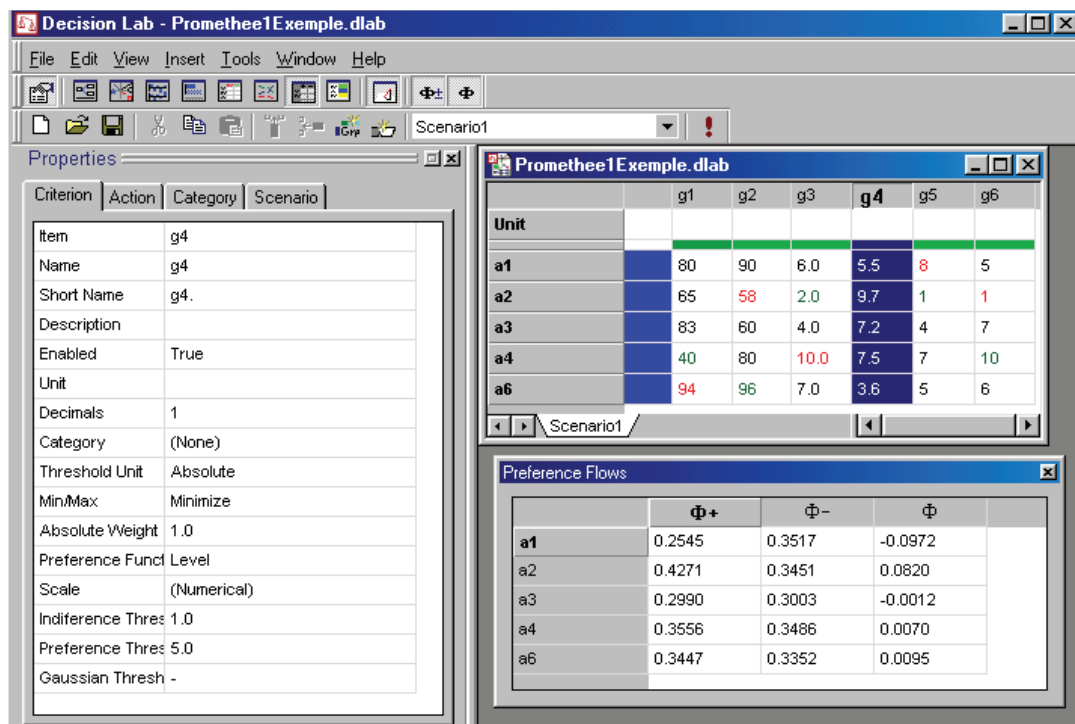


Figure D.6 Performance des actions

## Exemple de la méthode Prométhée (Logiciel : Decision Lab)

- Étape 1 : Modélisation des critères (rectangle à gauche de l'image écran)
- Étape 2 : Calcul des  $P(a_i, a_k)$
- Étape 3 : Calcul des flux entrant et sortant pour chaque action  $a_i$  (rectangle en bas à droite de l'image écran)



**Figure D.7** Modélisation des critères et calcul des flux entrant et sortant

- Étape 4 : Détermination des 2 pré-ordres totaux et rangement des actions

En appliquant la méthode Prométhée II, on obtient le graphe de surclassement ci-après.

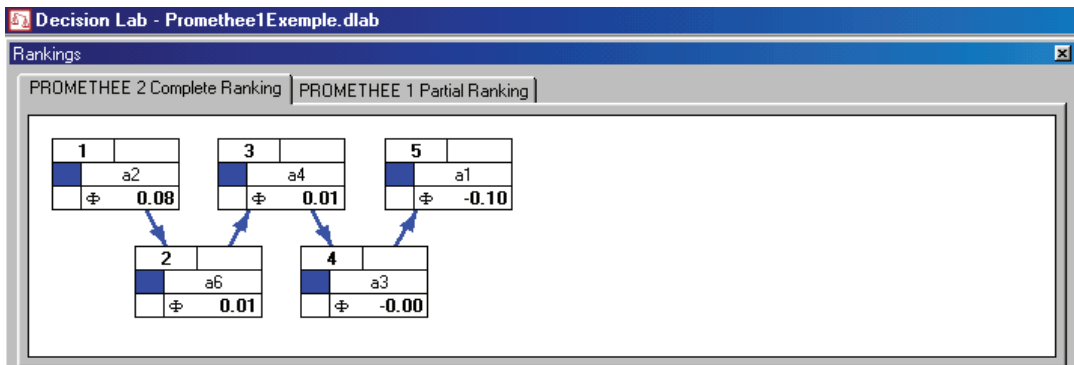


Figure D.8 Graphe de surclassement donné par la méthode Prométhée II.

En appliquant la méthode Prométhée I, on obtient le graphe de surclassement ci-après.

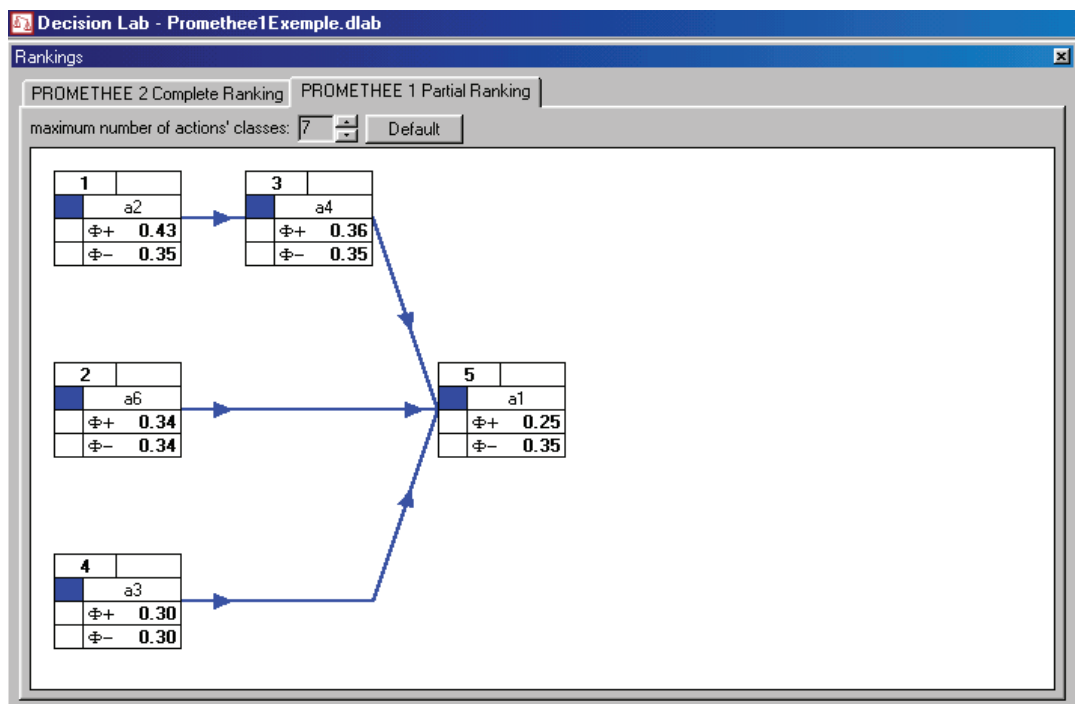


Figure D.9 Graphe de surclassement donné par la méthode Prométhée I.



## ANNEXE E

# LES FONDEMENTS DE LA THEORIE DE LA DECISION MULTICRITERE

### Types de problématique de décision

Dans son livre « Méthodologie Multicritère d'Aide à la Décision », Bernard Roy a proposé quatre problématiques décisionnelles de référence [Roy 1985] :

- (1) La problématique de choix  $P.\alpha$  : il s'agit de choisir un sous-ensemble d'actions aussi restreint que possible en vue d'un choix final d'une seule action, ce sous-ensemble contenant des « meilleures » actions (optima) ou à défaut, des actions « satisfaisantes » (satisfecums)
- (2) La problématique du tri  $P.\beta$  : il s'agit de trier les actions d'après des normes ou à élaborer une procédure d'affectation. Le résultat du tri est une affectation de chaque action à une catégorie. Les catégories étant définies a-priori.
- (3) La problématique de rangement  $P.\gamma$  : elle consiste à ranger les actions selon un ordre de préférence décroissante.
- (4) La problématique de description  $P.\delta$  : son objectif est d'éclairer la décision par une description, dans un langage approprié, des actions et de leurs conséquences.

### Les actions :

L'ensemble des actions peut être :

- Défini en extension : (par énumération de ses éléments) lorsqu'il est fini et suffisamment petit pour que l'énumération soit possible.
- Défini en compréhension : lorsqu'il est infini ou fini mais trop grand pour que l'énumération soit possible.
- Stable : il est défini a priori et n'est pas susceptible d'être changé en cours de procédure.
- Évolutif : il peut être modifié en cours de procédure.
- Globalisé : chaque élément de A est exclusif de tout autre.
- Fragmenté : les résultats du processus de décision font intervenir des combinaisons de plusieurs éléments de A.

### **Relation de dominance :**

Une action  $a_i$  domine une action  $a_k$  si toutes les valeurs représentant les jugements de  $a_i$  sont supérieures ou égales à celles de l'action  $a_k$ .

### **Action efficace :**

Une action  $a_i$  est efficace si et seulement si aucune action de A ne la domine.

**N.B.** : l'ensemble des actions efficaces est généralement considéré comme l'ensemble des seules actions intéressantes, même s'il existe parfois des arguments pour ne pas rejeter définitivement les actions non efficaces.

### **Détermination de l'ensemble des actions efficaces :**

La méthode de détermination de l'ensemble des actions efficaces dépend de la nature du problème à traiter (linéaire, linéaire mixte, ...).

Pour un problème linéaire, on peut appliquer le théorème de Steuer [Steuer 1986] pour déterminer l'ensemble des solutions efficaces

**Théorème de Steuer :**

Lorsque les  $g_i$  (objectifs) sont linéaires, et que les contraintes définissent un ensemble convexe, alors  $\underline{x} \in A$  est une solution efficace  $\Leftrightarrow$  Il existe un jeu de poids

$$\underline{w}=(w_1, w_2, \dots, w_n), \text{ avec } \sum_{j=1}^n w_j=1, \quad \text{tel que } \underline{x} \text{ est solution de } \underset{\underline{x}}{\text{Max}} \sum_{j=1}^n w_j \cdot g_j(\underline{x})$$

**N.B :** Il suffit de déterminer les solutions extrêmes efficaces, les autres solutions efficaces pouvant être obtenues en prenant une combinaison convexe des sommets adjacents.

**Modélisation des préférences :**

- **Modèle traditionnel** :  $\forall a, b \in A,$ 

$$aPb \Leftrightarrow g(a) > g(b)$$

$$aIb \Leftrightarrow g(a) = g(b)$$

$$S = (P \cup I)$$
- Une relation  $S$  s'appelle un **pré-ordre total** (ou complet) si elle correspond à la situation où on peut ranger les éléments de  $A$  du « meilleur » au moins « bon » avec d'éventuels ex æquo :

$$aSb \Leftrightarrow g(a) \geq g(b)$$

En d'autres termes, une structure de préférence est une structure de **pré-ordre total** si elle est représentable par le modèle traditionnel. C'est une structure **d'ordre total** si, de plus, la relation  $I$  se limite aux couples identiques.

S'il n'y a pas de d'ex æquo,  $S$  est **un ordre total**.

- **Modèle à seuil** :  $\forall a, b \in A,$ 

$$aPb \Leftrightarrow g(a) > g(b) + q$$

$$aIb \Leftrightarrow |g(a) - g(b)| \leq q$$

Une structure de préférence est une structure de **quasi-ordre** si elle est représentable par « le modèle à seuil ».

- **Modèle à seuil variable** :  $\forall a, b \in A,$ 

$$aPb \Leftrightarrow g(a) > g(b) + q(g(b))$$

$$aIb \Leftrightarrow \begin{cases} g(a) \leq g(b) + q(g(b)) \\ g(b) \leq g(a) + q(g(a)) \end{cases}$$

Une structure de préférence est une structure de **d'ordre d'intervalle** si elle est représentable par « modèle à seuil variable ».

- **Modèle à deux seuils (seuil d'indifférence et seuil de préférence)** :  $\forall a, b \in A,$

$$\begin{cases} aPb \Leftrightarrow g(a) > g(b) + p(g(b)) \\ aQb \Leftrightarrow g(b) + p(g(b)) \geq g(a) > g(b) + q(g(b)) \\ aIb \Leftrightarrow \begin{cases} g(b) + q(g(b)) \geq g(a) \\ g(a) + q(g(a)) \geq g(b) \end{cases} \end{cases}$$

- La structure **de pseudo-ordre** correspond à un modèle à deux seuils dans lequel on impose :

$$\begin{aligned} g(a) > g(b) &\Leftrightarrow g(a) + q(g(a)) > g(b) + q(g(b)) \\ &\Leftrightarrow g(a) + p(g(a)) > g(b) + p(g(b)) \end{aligned}$$

- Une **structure d'ordre partiel** est une structure qui permet de ranger les éléments de  $A$  du « meilleur » au moins « bon » sans ex æquo, tout en *autorisant la présence de couples d'actions incomparables*.
- Une **structure de pré-ordre partiel** est une structure qui permet de ranger les éléments de  $A$  du « meilleur » au moins « bon » avec d'éventuels ex æquo, tout en *autorisant la présence de couples d'actions incomparables*.  
On parle aussi de structure de quasi-ordre partiel et d'ordre d'intervalle partiel.

La Figure E.1 synthétise les structures de préférences les plus usitées :

- **Relation de surclassement** : une relation de surclassement est une relation binaire  $S$  définie dans  $A$  telle que  $aSb$  «  $a$  surclasse  $b$  » s'il y a suffisamment d'arguments pour admettre que  $a$  est au moins aussi bonne que  $b$ , sans qu'il y ait de raison importante de refuser cette affirmation. [Roy 1974]

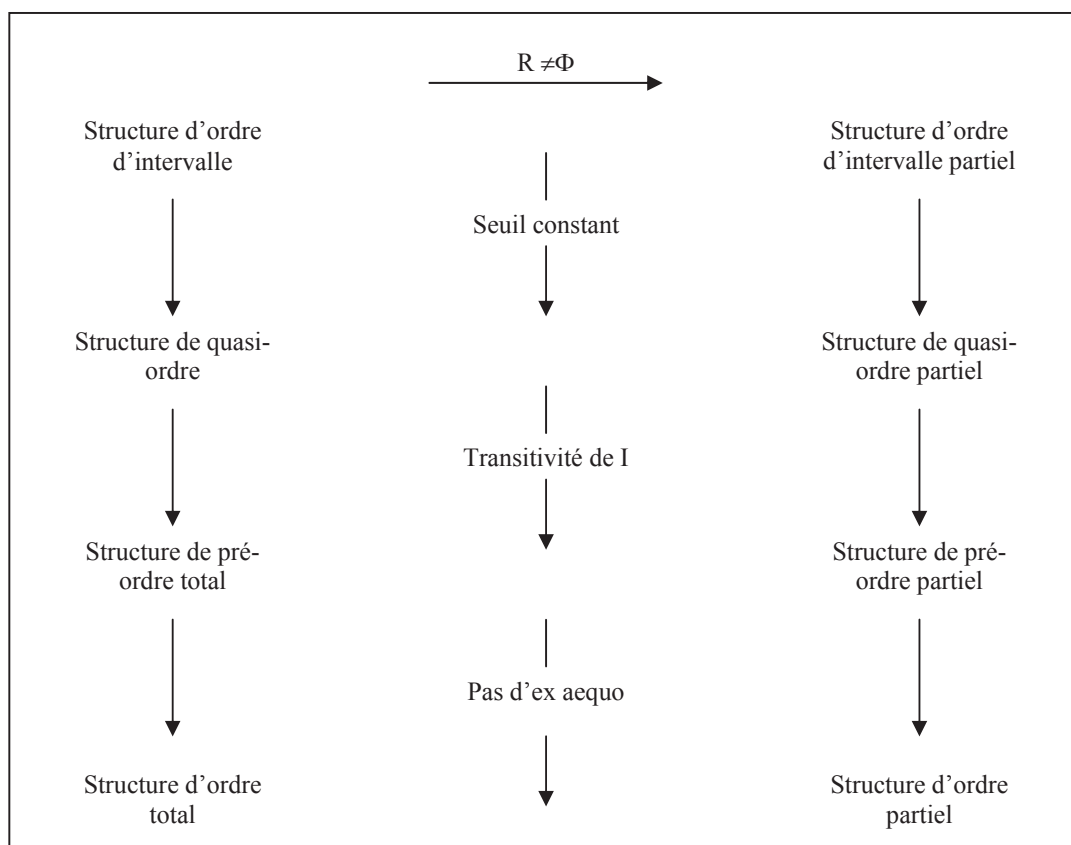
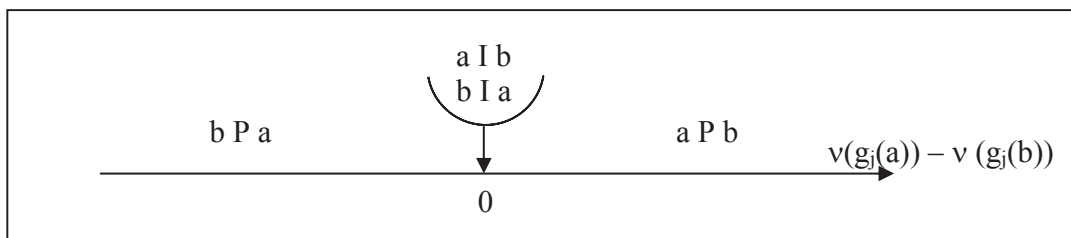


Figure E.1 Synthèse des relations de surclassement les plus utilisées

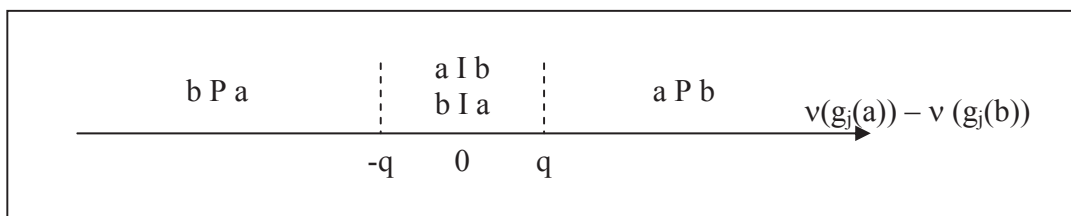
### Types de critères :

Afin d'expliquer les différents types de critères, nous supposons que nous disposons de deux actions  $a$  et  $b$  que nous souhaiterions départager. Nous donnons une note (une évaluation) à chacune des deux actions.

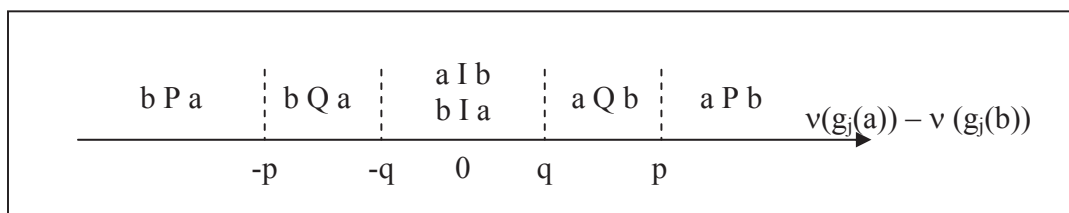
- Le vrai critère : Nous parlons de vrai critère lorsque l'action qui reçoit la meilleure note sera préférée à l'autre. Il n'y a d'indifférence que si les deux notes sont égales.



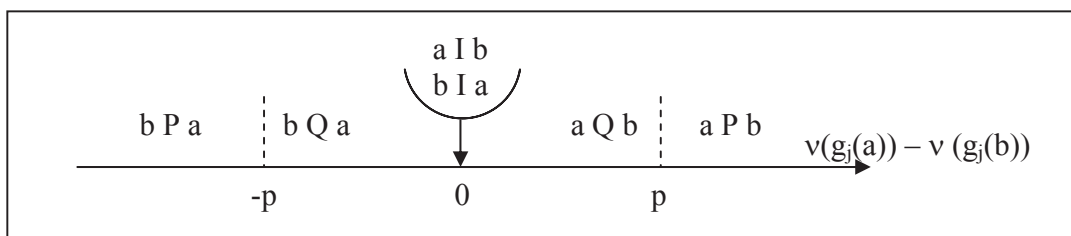
- Le quasi-critère : Nous parlons de quasi-critère lorsqu'il y a une plage d'indifférence  $[-q, q]$ . Il y a indifférence entre les actions  $a$  et  $b$  lorsque l'écart de leur évaluation tombe dans la plage  $[-q, q]$ .



- Le pseudo-critère : Dans un pseudo-critère, on introduit en plus de la plage d'indifférence du quasi-critère, un plage pour la préférence faible.



- Le pré-critère : Un pré-critère est un vrai critère auquel on a introduit une plage de préférence faible.



## **La compensation entre les critères :**

L'aspect compensatoire d'une méthode traduit la plus ou moins grande possibilité de contrebalancer un désavantage sur un critère

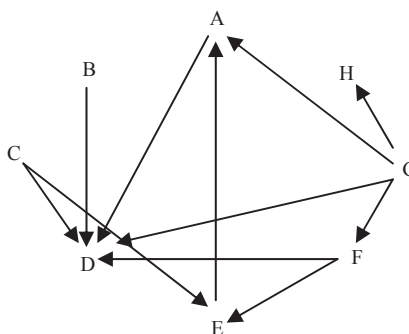
[Colson et De Bruyn, 1989] déclarent que toute méthode de décision multicritère peut être soit :

- (1) compensatoire : dans ce cas, on admet une compensation absolue entre les différentes évaluations. Ainsi, une bonne performance sur un critère peut être facilement contrebalancée par une faible performance sur un autre critère. Plusieurs méthodes figurent dans cette catégorie par exemple la méthode de la somme pondérée.
- (2) Non compensatoire : aucune compensation n'est acceptée entre les différentes dimensions. Le décideur peut énoncer que les dimensions sont suffisamment importantes pour refuser toute sorte de compensation ou de compromis. On peut citer la méthode lexicographique.
- (3) Partiellement compensatoire : dans ce cas, une sorte de compensation est acceptée entre les différentes dimensions ou critères. La plupart des méthodes multicritères se trouvent dans cette catégorie. Le problème majeur est d'évaluer le degré de compensation de chacune des méthodes.

## **Classement direct – Classement inverse – Classement final :**

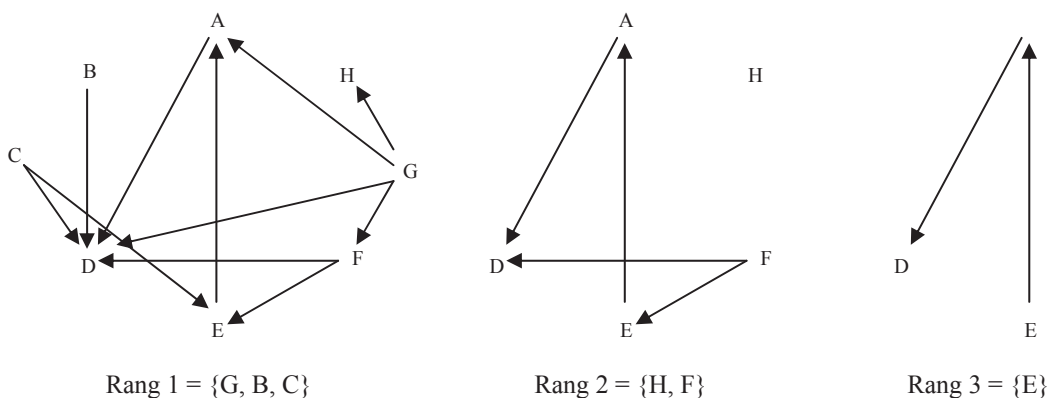
### **Classement direct**

Le classement direct se base sur le fait qu'une action surclasse une autre. Dans le graphe ci-après, cette situation se traduit par une flèche issue de l'action en question [Schärli 1996].



**Figure E.2 Exemple d'un graphe de surclassement**

On s'intéresse au vainqueur dans un couple d'actions. Donc, si on cherche les actions à placer en tête du classement, il est normal de s'intéresser aux actions qui ne sont surclassées par aucune autre action (en d'autres termes qui ne sont pas un aboutissement d'une ou de plusieurs flèches). Dans le graphe ci-dessus, ce sont les actions B, C, G qui ont cette propriété : ce sont les actions de rang 1. On supprime les actions de rang 1 et on recommence le même raisonnement, on trouvera les actions de rang 2. On poursuit la procédure de proche en proche jusqu'à ce que toutes les actions soient balayées (Figure E.3).



**Figure E.3 Mode de fonctionnement du classement direct**

Ainsi, les résultats du classement direct sont :



Rang	Action
1	B, C, G
2	F, H
3	E
4	A
5	D

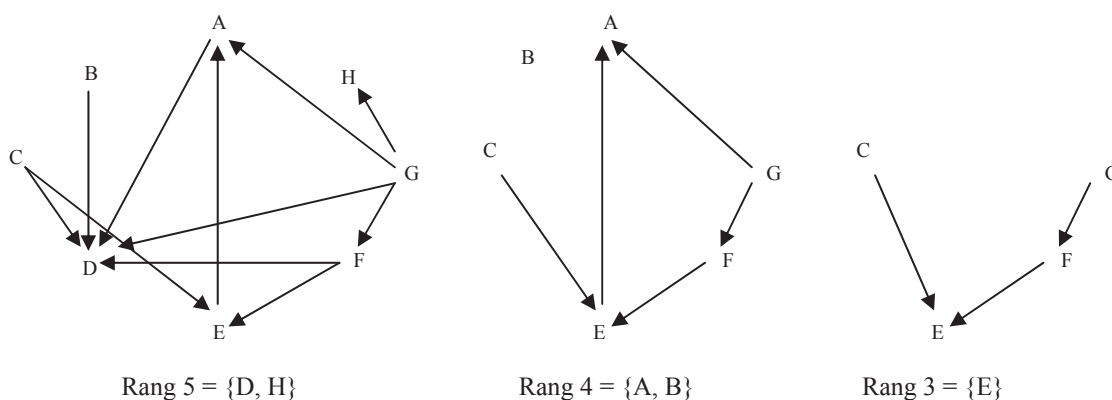
**Tableau E.1 Classement direct**

### Classement inverse

Le classement inverse traduit une autre manière de voir les choses. On ne se concentre pas sur le fait qu'une action surclasse une autre, mais sur le fait qu'elle est surclassée par une autre. Dans le graphe de surclassement, cette situation se traduit par une flèche qui aboutit à l'action en question [Schärli 1996].

Si l'on cherche quelles sont les actions à placer cette fois en queue du classement, il est normal dans cette optique de chercher les actions qui n'en surclassent aucune autre (en d'autres termes, qui ne sont pas origine d'une ou de plusieurs flèches).

Dans l'exemple précédent, ces sont les actions D et H qui occuperont la dernière place du classement. On enlève ces actions et les flèches qui y aboutissent et reprend le même raisonnement jusqu'à ce que toutes les actions soient balayées (Figure E.4).



**Figure E.4 Mode de fonctionnement du classement inverse**

Ainsi, les résultats du classement inverse sont :

Rang	Action
1	G
2	C, F
3	E
4	A, B
5	D, H

**Tableau E.2 Classement inverse**

### **Classement final**

Le classement final est une agrégation des résultats obtenus par les classements direct et inverse. Le classement final peut se faire de plusieurs façons : [Roy et Bertier, 1971] ont préconisé de calculer pour chaque action la moyenne de ses deux rangs, [Roy et Bouyssou, 1993] ont suggéré un classement final qui est le résultat d'une intersection au sens de théorie des ensembles.

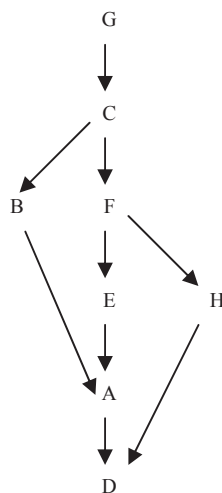
Le classement final suggéré dans [Roy et Bouyssou, 1993] obéit aux conditions suivantes :

- Une action du classement final ne peut être placée devant une autre que si elle est située devant celle-ci dans un des deux classements et devant elle ou ex æquo avec elle dans l'autre.
- Deux actions ne peuvent être ex æquo dans le classement final que si elles appartiennent à la même classe dans les deux classements.
- Deux actions sont incomparables si l'une est devant l'autre dans un des deux classements, et l'autre est devant la première dans l'autre classement.

Le classement final selon la méthode de [Roy et Bertier, 1971] est récapitulé dans le tableau suivant.

Action	Classement direct (P1)	Classement inverse (P2)	Score (P1+P2)	Classement final
A	7	5	12	7
B	1	5	6	3
C	1	2	3	2
D	8	7	15	8
E	6	4	10	5
F	4	2	6	3
G	1	1	2	1
H	4	7	11	6

Le classement final selon la méthode de [Roy et Bouyssou, 1993] est représenté dans la Figure E.5.



**Figure E.5 Classement final selon la méthode [Roy et Bouyssou, 1993]**

### **Classement médian**

En procédant à un classement final, on peut se trouver dans des situations d'incomparabilité d'actions (dans l'exemple précédent B et F sont incomparables), ce qui n'arrange pas certains décideurs qui veulent absolument un classement médian, c'est à dire sans

incomparabilité. En d'autres termes, ils cherchent à obtenir un préordre complet : un ordre qui ne comporte que des préférences ou des indifférences.

Pour ce faire, on départage les actions incomparables ayant même rang dans le classement final de la façon suivante : on détermine la différence de positions des actions en question dans les deux premiers classements (direct et inverse). On choisit d'ordonner ces actions de façon à privilégier celles qui sont plutôt stables à celles qui sont plutôt baladeuses [Schärlig 1996].

Dans l'exemple précédent, les actions E et H avaient le même rang (rang 4) au classement final. Selon les classements direct et inverse, E a une différence de positions égale à 2 ( $6 - 4$ ), alors que H accuse une différence de positions égale 3 ( $7 - 4$ ). On place donc E devant H.

On applique le même raisonnement aux actions B et F, on trouve que pour ces deux actions, la différence est égale à 2. On considère donc qu'il y a indifférence entre B et F.

**N.B :** l'action H a une position 7 selon le classement inverse, car elle est précédée par les 6 actions (G, C, F, E, A et B). Idem pour la position selon le classement direct.

Le classement médian tiré du classement final est présenté au tableau ci-dessous.

Rang	Action
1	G
2	C
3	F, B
4	E
5	H
6	A
7	D

**Tableau E.3 Classement médian**

## Les grandes classes de méthodes multicritères :

Le Tableau E.4 synthétise les grandes classes de méthodes multicritères.

Classe de Méthodes	Modèle Utilisé	Nombre de fonctions objectifs ou indicateurs	Considération de critères multiples
Méthodes d'optimisation	• Programmation mathématique simple	1	Non
	• Goal Programming	1	Oui
	• Programmation Mathématique à Objectifs Multiples	>1	Oui
Méthodes Multicritères	• Fonctions d'Utilité	1	Oui
	• Méthodes de Surclassement	>1	Oui

**Tableau E.4 Synthèse des grandes classes de méthodes multicritères [Chevalier et Hirsh, 1980]**

## ANNEXE F

### DIFFERENTS MODELES POUR LE PROBLEME FCLP

Afin de clarifier la notion d'échelon, nous présentons dans la Figure F.1 une schématisation d'une chaîne logistique d'un produit où le nombre d'échelons est égal à 3. En effet, le nombre d'échelons est égal au nombre de niveaux de décisions.

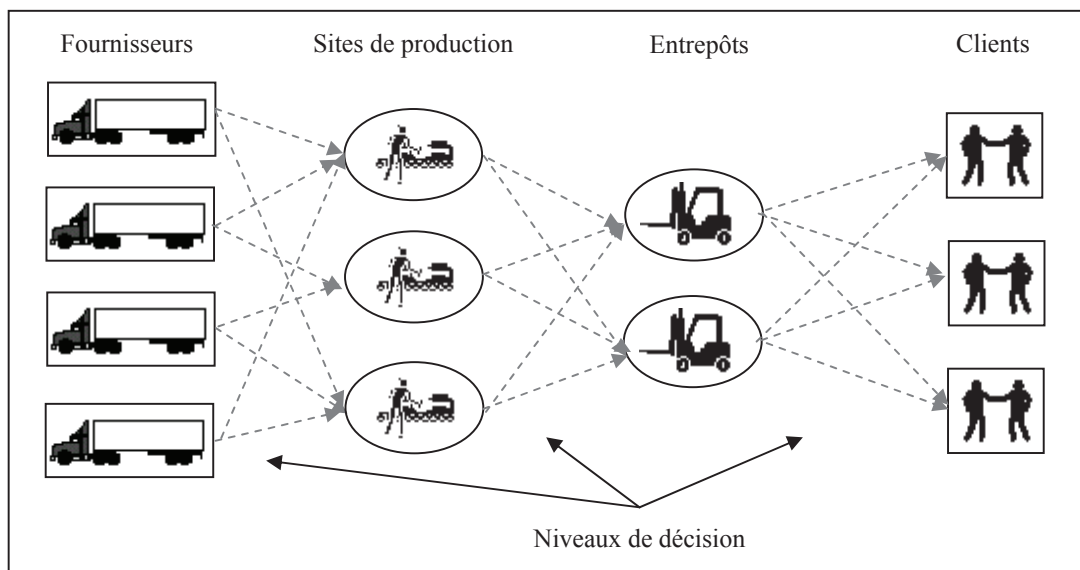


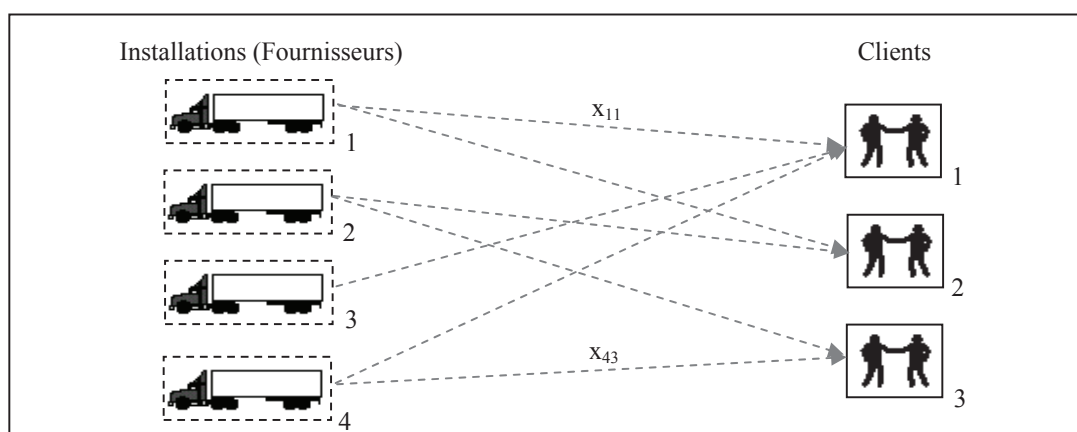
Figure F.1 Problème de localisation à trois échelons

Dans la suite de ce paragraphe, on adopte la notation suivante :

- $I$  = ensemble des installations du premier niveau. (  $i$  : indice des installations du premier niveau). On utilise également dans cette annexe les fournisseurs ou les sites de production pour indiquer les installations de ce niveau.
- $J$  = ensemble des installations intermédiaires (  $j$  : indice des installations intermédiaires comme les sites de production, les entrepôts de stockage, les centre de distribution )
- $K$  = ensemble des points de demande. (  $k$  : indice des points de demande). On utilise également dans ce cette annexe le terme client pour indiquer les points de demande.
- Dans les figures qui suivent, les installations potentielles (celles-ci sont concernées par des décisions d'ouverture ) seront représentées en traits interrompus. En revanche, les installations déjà ouvertes peuvent être concernées par des décisions de fermeture ou d'extension; elles seront donc représentées par des traits continus. Les points de demande ne sont pas concernés par ce choix.

**Modèle 1 : { déterministe, capacités infinies, statique, coûts linéaires, mono-objectif, 1 échelon, 1 produit}.**

**The Simple uncapacitated Facility Location model (SUFL) [Aikens 1985]**



**Figure F.2 Représentation du modèle 1 avec 4 installations et 3 clients**

On dispose d'un ensemble  $J$  de fournisseurs chargés d'approvisionner un ensemble  $K$  de clients. On se propose de déterminer les fournisseurs à solliciter (à ouvrir) pour satisfaire les demandes clients tout en minimisant les coûts associés.

La structure générale du modèle mathématique est la suivante :

**Données :**

$c_{jk}$  = coût de la totalité de la commande du client  $k$  si elle est assurée par l'installation  $j$ .

$f_j$  = coût fixe de l'engagement (ouverture) de l'installation  $j$ .

$J$  = ensemble de toutes les installations.

$K$  = ensemble de tous les clients.

**Variables de décision :**

$x_{jk}$  = proportion de la demande du client  $k$  satisfaite par l'installation  $j$ .

$z_j$  = 1 si l'installation  $j$  est ouverte.  
= 0 Sinon.

**Modèle :**

$$\text{Minimiser } \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} c_{jk} x_{jk} + \sum_{j \in J} f_j z_j$$

$$\text{Sujet à : } \sum_{j \in J} x_{jk} = 1, \forall k \in K \quad \text{F.1}$$

$$z_j - x_{jk} \geq 0, \forall j \in J, \forall k \in K. \quad \text{F.2}$$

$$x_{jk} \geq 0, \forall j \in J, \forall k \in K. \quad \text{F.3}$$

$$z_j \in \{0, 1\}, \forall j \in J. \quad \text{F.4}$$

La fonction objectif minimise la somme des coûts d'acquisition et d'ouverture.

La contrainte (F.1) assure que la totalité de la demande de chaque client est satisfaite.

La contrainte (F.2) assure qu'un client ne peut être approvisionné qu'à partir d'une installation ouverte.

Le modèle 1 est donc un programme linéaire mixte (Mixed Integer Linear Program MILP) : certaines variables de décision sont réelles, d'autres sont binaires.



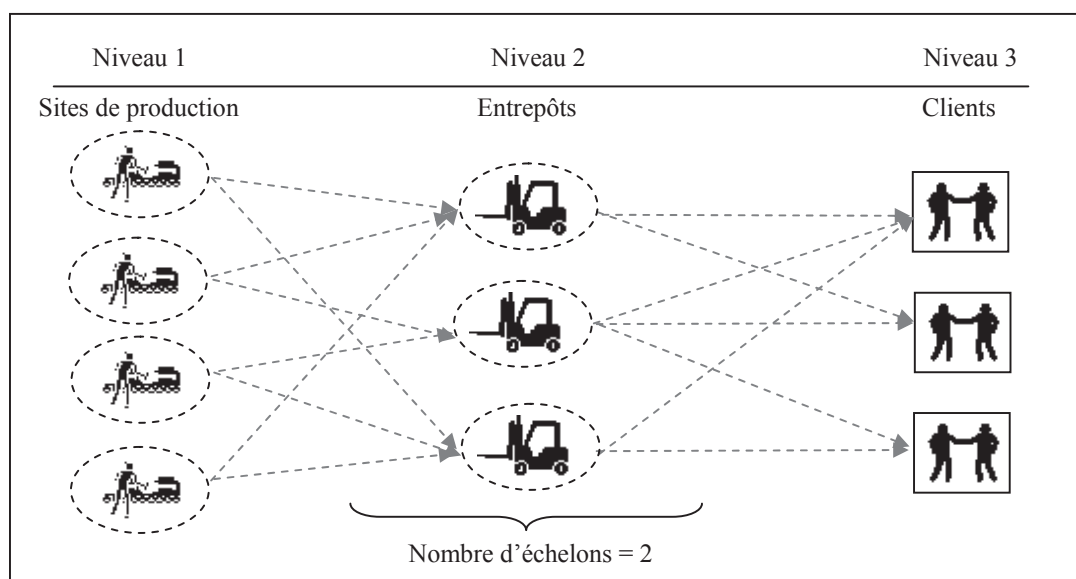
**Modèle 2 : { déterministe, capacités infinies, statique, coûts linéaires, mono-objectif, multi-échelons, 1 produit}.**

**The simple uncapacitated multi-echelon facility Location model (SUPW) [Aikens 1985]**

Dans ce modèle, on traite le problème de localisation multi-échelons. Les installations sont réparties sur plusieurs niveaux. On dispose à chaque niveau  $j$  de  $n_j$  installations chargées d'approvisionner les  $n_{j+1}$  installations du niveau  $j+1$ .

On se propose de déterminer les installations à ouvrir à chaque niveau pour satisfaire les demandes clients tout en minimisant les coûts associés.

**Modèle 2.a : formulation d'un problème ayant 2 échelons**



**Figure F.3 Représentation du modèle 2 avec 1 échelon (4 fournisseurs, 3 sites de production, 3 clients)**

Pour des raisons de clarté, on présente dans un premier lieu, le modèle analytique pour un problème à 2 échelons seulement.

La structure générale du modèle mathématique est la suivante [Kaufman et *al.*, 1977] :

**Données :**

- $c_{ijk}$  = coût de production et de distribution de la totalité de la commande du client  $k$  si la commande est réalisée par le site de production  $i$  et a transité par l'entrepôt  $j$ .
- $f_i$  = coût fixe de l'engagement du site de production  $i$  (en d'autres termes l'installation  $i$  du niveau 1).
- $g_j$  = coût fixe de l'engagement de l'entrepôt  $j$  (en d'autres termes l'installation  $j$  du niveau 2).
- $I$  = ensemble de tous les sites de production (les installations de niveau 1).
- $J$  = ensemble des tous les entrepôts (les installations de niveau 2).
- $K$  = ensemble de tous les clients.

**Variables de décision :**

- $x_{ijk}$  = proportion de la demande du client  $k$  satisfaite par le site de production  $i$  et l'entrepôt  $j$ .
- $z_i$  = 1 si l'installation  $i$  du niveau 1 est ouverte.  
= 0 Sinon.
- $y_j$  = 1 si l'installation  $j$  du niveau 2 est ouverte.  
= 0 Sinon.

**Modèle :**

$$\text{Minimiser } \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} c_{ijk} x_{ijk} + \sum_{i \in I} f_i z_i + \sum_{j \in J} g_j y_j$$

$$\text{Sujet à : } \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} x_{ijk} = 1, k \in K \quad \text{F.5}$$

$$\sum_{j \in J} x_{ijk} \leq z_i, i \in I, k \in K.. \quad \text{F.6}$$

$$\sum_{i \in I} x_{ijk} \leq y_j, j \in J, k \in K.. \quad \text{F.7}$$

$$x_{ijk} \geq 0, i \in I, j \in J, k \in K.. \quad \text{F.8}$$

$$z_i \in \{0, 1\}, i \in I.; y_j \in \{0, 1\}, j \in J. \quad \text{F.9}$$

La fonction objectif minimise le coût total d'acquisition et d'ouverture d'installations.

La contrainte (F.5) assure que la totalité de la demande de chaque client est satisfaite.

La contrainte (F.6) assure qu'un client n'est approvisionné qu'à partir d'un site de production ouvert.

La contrainte (F.7) assure qu'un client n'est approvisionné qu'à partir d'un entrepôt ouvert.

Ce modèle est un programme linéaire mixte.

### **Modèle 2.b : Généralisation à un problème ayant N échelons**

[Tcha et Lee, 1984] ont proposé un modèle de localisation à N échelons dont la formulation est la suivante :

#### ***Données :***

$P$  = ensemble de tous les chemins possibles p. Un chemin possible est une succession d'installations adjacentes permettant de satisfaire une proportion de la commande d'un client.

$I(j)$  = ensemble de toutes les installations potentielles  $i(j)$  du niveau  $j$ .

$J$  = nombre de niveaux.

$K$  = ensemble de tous les clients.

$P_{i(j)}$  = ensemble de tous les chemins qui traversent l'installation numéro  $i$  au  $j^{\text{ème}}$  niveau.

$c_{pk}$  = coût variable (production + distribution) associé à l'approvisionnement du client  $k$  par le chemin  $p$ .

$f_{i(j)}$  = coût fixe de l'ouverture de l'installation numéro  $i$  du niveau  $j$ .

#### ***Variables de décision :***

$x_{pk}$  = proportion de la demande du client  $k$  satisfaite par le chemin  $p$ .

$z_{i(j)}$  = 1 si l'installation  $i(j)$  du niveau  $j$  est ouverte.  
= 0 Sinon.

**Modèle :**

$$\text{Minimiser } \sum_{k \in K} \sum_{p \in P} c_{pk} x_{pk} + \sum_{j=1}^{J-1} \sum_{i(j) \in I(j)} f_{i(j)} z_{i(j)}$$

$$\text{Sujet à : } \sum_{p \in P} x_{pk} = 1, k \in K \quad \text{F.10}$$

$$x_{pk} \leq z_{i(j)}, p \in P(j), k \in K, i(j) \in I(j), j=1, 2, \dots, J-2, J-1 \quad \text{F.11}$$

$$z_{i(j)} \in \{0, 1\}, i(j) \in I(j), j=1, 2, \dots, J-2, J-1. ; \quad \text{F.12}$$

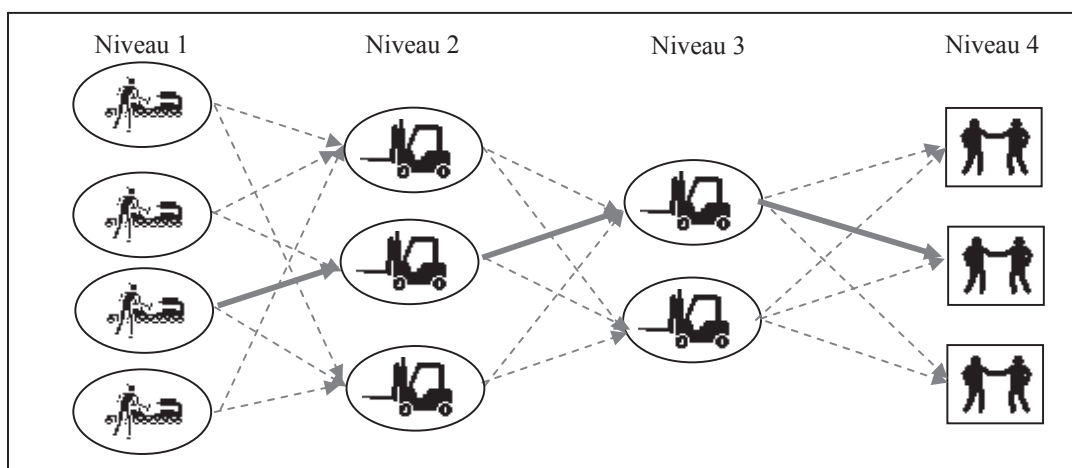
$$x_{pk} \geq 0, p \in P, k \in K.. \quad \text{F.13}$$

La fonction objectif minimise les coûts d'acquisition et d'ouverture. La contrainte (F.10) assure que la totalité de la demande de chaque client est satisfaite. La contrainte (F.11) assure que pour tout chemin sélectionné, toutes les installations sont ouvertes, ce qui garantit qu'un client n'est approvisionné qu'à partir d'installations ouvertes.

Notons que dans le modèle présenté ci-haut, on a raisonné sur le nombre de niveaux  $J$  et non sur le nombre d'échelons  $N$ . Ce choix est fait pour simplifier le modèle et se justifie par la relation qui lie le nombre d'échelons  $N$  au nombre de niveaux  $J$  ( $J=N+1$ ).

Ce modèle est un programme linéaire mixte.

La Figure F.4 représente un problème de localisation d'installations à 4 niveaux (3 échelons). Les flèches en gras représentent le chemin suivant  $\{3(1), 2(2), 1(3), 2(4)\}$  qui relie l'installation numéro 3 du niveau 1, l'installation numéro 2 du niveau 2, l'installation numéro 1 du niveau 3 et le client numéro 2 du niveau 4.



**Figure F.4** Représentation d'un chemin possible dans un problème à 3 échelons.

Ce présent modèle est pratique pour les problèmes de petites tailles. Toutefois, pour les problèmes de grande taille, il devient très lourd à appliquer car il exige l'énumération de tous les chemins possibles des installations du premier niveau vers les clients.

**Modèle 3 : { déterministe, capacités infinies, statique, coûts linéaires, mono-objectif, 1 échelon, p produits }.**

**Multicommodity Uncapacitated Facility Location (MUF) [Aikens 1985]**

[Warszawski 1973] est l'un des premiers à avoir proposé un modèle pour le problème de localisation d'installations multi-produits. La formulation mathématique du modèle qu'il a proposé est la suivante :

**Données :**

- $c_{ikp}$  = coût de la production et de la distribution de la totalité de la commande du client  $k$  pour le produit  $p$  si elle est assurée par l'installation  $i$ .
- $f_{ip}$  = coût fixe de l'ouverture de l'installation  $i$  pour produire le produit  $p$ .
- $D_{kp}$  = demande totale du client  $k$  pour le produit  $p$ .
- $P$  = ensemble de tous les produits.
- $I$  = ensemble de toutes les installations.
- $K$  = ensemble de tous les clients.

**Variables de décision :**

- $x_{ikp}$  = proportion de la demande du client  $k$  pour le produit  $p$  satisfaite par l'installation  $i$ .
- $z_{ip}$  = 1 si l'installation  $i$  est ouverte pour livrer le produit  $p$ .  
= 0 Sinon.

**Modèle :**

$$\text{Minimiser } \sum_{i \in I} \sum_{k \in K} \sum_{p \in P} c_{ikp} x_{ikp} + \sum_{i \in I} \sum_{p \in P} f_{ip} z_{ip}$$

$$\text{Sujet à : } \sum_{i \in I} x_{ikp} = D_{kp}, \text{ si } D_{kp} > 0, k \in K, p \in P \quad \text{F.14}$$

$$x_{ikp} \leq z_{ip}, i \in I, k \in K, p \in P; \quad \text{F.15}$$

$$\sum_{p \in P} z_{ip} \leq 1, i \in I \quad \text{F.16} \quad *$$

$$x_{ikp} \geq 0, i \in I, k \in K, p \in P \quad \text{F.17}$$

$$z_{ip} \in \{0, 1\}, i \in I, p \in P \quad \text{F.18}$$

La fonction objectif minimise la somme des coûts d'acquisition des produits et des coûts d'ouverture des installations.

La contrainte (F.14) assure que la totalité de la demande de chaque client  $k$  et pour tout produit  $p$  est satisfaite.

La contrainte (F.15) assure que l'approvisionnement du client  $k$  en produit  $p$  ne se fait qu'à partir d'une installation ouverte.

\* La contrainte (F.16) est ajoutée au modèle pour traduire l'exigence suivante : une installation  $i$  ne peut produire qu'un seul produit. Si cette exigence n'est pas spécifiée, la contrainte (F.16) sera omise.

Ce modèle est un programme linéaire mixte.

**Modèle 4 : { déterministe, capacités infinies, dynamique, coûts linéaires, mono-objectif, 1 échelon, 1 produit }.**

**Dynamic uncapacitated facility location problem (DUFW) [Aikens 1985]**

**Modèle 4.a (DUFW) : [Warszawski 1973]**

[Warszawski 1973] est l'un des premiers à avoir proposé un modèle de programmation dynamique pour le problème de localisation d'installations. Dans son modèle, Warszawski distingue deux coûts associés à l'engagement d'une installation : un coût fixe d'ouverture et

un coût fixe de démarrage-préparation. Le coût d'ouverture est considéré pour toutes les périodes de temps où l'installation est engagée. Le coût de démarrage ne sera pas considéré à la période  $s+1$  si l'installation a été engagée à la période  $s$ .

La formulation mathématique du modèle proposé par Warszawski est la suivante :

**Données :**

- $c_{iks}$  = coût de la production et de la distribution de la totalité de la commande du client  $k$  si elle est assurée par l'installation  $i$  à la période  $s$ .
- $b_{is}$  = coût fixe de l'ouverture de l'installation  $i$  à la période  $s$  (par exemple : capital + coût de la maintenance).
- $a_{is}$  = coût fixe de démarrage de la production (en fait si l'installation  $i$  est ouverte à la période  $s$  et  $s+1$ , alors le coût de démarrage n'est payé qu'une seule fois : c'est celui de la période  $s$ ).
- $D_{ks}$  = demande totale du client  $k$  à la période  $s$ .
- $I$  = ensemble de toutes les installations.
- $K$  = ensemble de tous les clients.
- $S$  = ensemble de toutes les périodes de temps.
- $S'$  =  $S - \{1\}$

**Variables de décision :**

- $x_{iks}$  = proportion de la demande du client  $k$  satisfaite à la période  $s$  par l'usine  $i$ .
- $z_{is}$  = 1 si l'installation  $i$  est ouverte à la période  $s$ .  
= 0 Sinon.

**Modèle :**

$$\text{Minimiser } \sum_{i \in I} \sum_{k \in K} \sum_{s \in S} c_{iks} x_{iks} + \sum_{i \in I} \sum_{s \in S} b_{is} z_{is} + \sum_{i \in I} a_{i1} z_{i1} + \sum_{i \in I} \sum_{s \in S} a_{is} z_{is} (1 - z_{i, s-1})$$

$$\text{Sujet à : } \sum_{i \in I} x_{iks} = D_{ks}, \text{ si } D_{ks} > 0, k \in K, s \in S \quad \text{F.19}$$

$$x_{iks} \leq z_{is}, i \in I, s \in S; \quad \text{F.20}$$

$$x_{iks} \geq 0, i \in I, k \in K, s \in S \quad \text{F.21}$$

$$z_{ip} \in \{0, 1\}, i \in I, s \in S \quad \text{F.22}$$

La fonction objectif minimise le total des coûts d'acquisition, des coûts d'ouverture et des coûts de démarrage.

La contrainte (F.19) assure que la totalité de la demande d'un client est satisfaite à chaque période.

La contrainte (F.20) assure que l'approvisionnement du client  $k$  à la période  $s$  est possible lorsque l'installation est ouverte.

**Modèle 4.b (DUFL) : ([Roodman et al., 1975] [Wesolowski et al., 1975] [Van Roy et al., 1982])**

Le temps est le nouveau paramètre introduit dans le modèle DUFL par rapport au modèle DUFW. Il s'agit de séparer les décisions de localisation et les décisions de commande. La formulation mathématique de ce problème est la suivante :

**Données :**

$c_{ikts}$	= coût de la production et de la distribution de la totalité de la commande du client $k$ à la période $t$ si elle est assurée par l'installation $i$ à la période $s$ .
$f_{is}$	= coût fixe de l'ouverture de l'installation $i$ à la période $s$ .
$I$	= ensemble de toutes les installations.
$K$	= ensemble de tous les clients.
$S$	= ensemble de toutes les périodes de temps relatives aux décisions de localisation des installations.
$T$	= ensemble de toutes les périodes de temps relatives aux décisions de commande.

**Variables de décision :**

$x_{ikts}$	= proportion de la demande de la période $t$ du client $k$ satisfaite à la période $s$ par l'installation $i$ .
$z_{is}$	= 1 si l'installation $i$ est ouverte à la période $s$ . = 0 Sinon.



**Modèle :**

$$\text{Minimiser } \sum_{t \in T} \sum_{i \in I} \sum_{k \in K} \sum_{s \in S} c_{ikts} x_{ikts} + \sum_{s \in S} \sum_{i \in I} f_{is} z_{is}$$

$$\text{Sujet à : } \sum_{s \in S} \sum_{i \in I} x_{ikts} = 1, k \in K, t \in T \quad \text{F.23}$$

$$x_{ikts} \leq z_{is}, i \in I, k \in K, t \in T, s \in S; \quad \text{F.24}$$

$$x_{ikts} \geq 0, i \in I, k \in K, t \in T, s \in S \quad \text{F.25}$$

$$z_{is} \in \{0, 1\}, i \in I, s \in S \quad \text{F.26}$$

La contrainte (F.23) assure que la totalité de la demande de chaque client et pour toute période est satisfaite.

La contrainte (F.24) assure que l'approvisionnement du client k à la période t ne se fait qu'à partir d'une installation ouverte.

**Modèle 5 : { déterministe, capacités finies, statique, coûts linéaires, mono-objectif, 1 échelon, 1 produit }.**

#### **Capacitated facility location problem (SCFL) [Aikens 1985]**

La formulation mathématique du problème de localisation d'installations à capacités finies est la suivante :

**Données :**

$c_{ik}$  = coût de la production et de la distribution de la totalité de la commande du client k si elle est assurée par l'installation i.

$f_i$  = coût fixe de l'ouverture de l'installation i.

$D_k$  = demande du client k.

$S_i$  = capacité de l'installation i.

$I$  = ensemble de toutes les installations.

$K$  = ensemble de tous les clients.

**Variables de décision :**

$x_{ik}$  = proportion de la demande du client k satisfaite par

l'installation  $i$ .

$z_i = 1$  si l'installation  $i$  est ouverte.

$= 0$  Sinon.

**Modèle :**

$$\text{Minimiser } \sum_{i \in I} \sum_{k \in K} c_{ik} x_{ik} + \sum_{i \in I} f_i z_i$$

$$\text{Sujet à : } \sum_{k \in K} D_k x_{ik} \leq S_i z_i, i \in I \quad \text{F.27}$$

$$\sum_{i \in I} x_{ik} = 1, k \in K ; \quad \text{F.28}$$

$$0 \leq x_{ik} \leq 1 \quad \text{F.29}$$

$$z_i \in \{0, 1\}, i \in I \quad \text{F.30}$$

La contrainte (F.27) assure que l'approvisionnement du client  $k$  ne se fait qu'à partir d'une installation ouverte et que la quantité approvisionnée ne dépasse pas la capacité de l'installation.

La contrainte (F.28) assure que la totalité de la demande de chaque client est satisfaite.

### Capacitated facility location problem (SCFL') [Aikens 1985]

Une autre formulation mathématique du problème de localisation d'installations à capacités finies est présentée ci-après :

**Données :**

$C_{ik}$  = coût unitaire de la production et de la distribution la commande du client  $k$  si elle est assurée par l'installation  $i$ .

$f_i$  = coût fixe de l'ouverture de l'installation  $i$ .

$D_k$  = demande du client  $k$ .

$S_i$  = capacité de l'installation  $i$ .

$I$  = ensemble de toutes les installations.

$K$  = ensemble de tous les clients.

**Variables de décision :**

$X_{ik}$  = le nombre d'unité de la commande du client  $k$  fournies par

l'installation  $i$ .

$z_i = 1$  si l'installation  $i$  est ouverte.

$= 0$  Sinon.

**Modèle :**

$$\text{Minimiser } \sum_{i \in I} \sum_{k \in K} C_{ik} X_{ik} + \sum_{i \in I} f_i z_i$$

$$\text{Sujet à : } \sum_{k \in K} X_{ik} \leq S_i z_i, i \in I \quad \text{F.31}$$

$$\sum_{i \in I} X_{ik} = D_k, k \in K ; \quad \text{F.32}$$

$$X_{ik} \geq 0 \quad \text{F.33}$$

$$z_i \in \{0, 1\}, i \in I \quad \text{F.34}$$

La contrainte (F.31) assure que l'approvisionnement du client  $k$  ne se fait qu'à partir d'une installation ouverte et que la quantité approvisionnée ne dépasse pas la capacité de l'installation.

La contrainte (F.32) assure que la totalité de la demande de chaque client est satisfaite.

**Modèle généralisé de localisation d'installations à capacités finies.[Geoffrion et al., 1978]**

#### **Generalized Capacitated Facility Location model (GCFL)**

Le modèle généralisé de localisation d'installations a l'avantage de prendre en compte les capacités minimales et maximales de chaque installation. La formulation mathématique du modèle généralisé de localisation d'installations à capacités finies est présentée ci-après :

**Données :**

$c_{ik}$  = coût de la production et de la distribution de la totalité de la commande du client  $k$  si elle est assurée par l'installation  $i$ .

$f_i$  = coût fixe de l'ouverture de l'installation  $i$ .

$D_k$  = demande du client  $k$ .

$\underline{V}_i$  = charge minimale exigée par l'installation  $i$ .

$\overline{V}_i$  = capacité maximale de l'installation  $i$ .

$I$  = ensemble de toutes les installations.

$K$  = ensemble de tous les clients.

$a_{ikq}, b_i$  = les constantes correspondant aux contraintes linéaires qui traduisent les exigences du management

**Variables de décision :**

$x_{ik}$  = proportion de la demande du client  $k$  satisfaite par l'installation  $i$ .

$z_i$  = 1 si l'installation  $i$  est ouverte.  
= 0 Sinon.

**Modèle :**

$$\text{Minimiser } \sum_{i \in I} \sum_{k \in K} c_{ik} x_{ik} + \sum_{i \in I} f_i z_i$$

$$\text{Sujet à : } \underline{V}_i z_i \leq \sum_{k \in K} D_k x_{ik} \leq \bar{V}_i z_i, i \in I \quad \text{F.35}$$

$$\sum_{i \in I} x_{ik} = 1, k \in K ; \quad \text{F.36}$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{k \in K} a_{ikq} x_{ik} + \sum_{i \in I} b_{iq} z_i > r_q, q \in Q \quad \text{F.37}$$

$$0 \leq x_{ik} \leq 1 \quad \text{F.38}$$

$$z_i \in \{0, 1\}, i \in I \quad \text{F.39}$$

La contrainte (F.35) assure que les quantités traitées par chaque installation dépassent la charge minimale exigée par l'installation. Elle assure également que les quantités traitées sont inférieures à la capacité maximale de l'installation.

La contrainte (F.36) assure que la totalité de la demande de chaque client est satisfaite.

La contrainte (F.37) traduit toute exigence imposée par le management. Geoffrion et McBride stipulent que ces contraintes sont linéaires et sont généralisées selon la contrainte (F.38). Puisqu'il est très difficile de généraliser les exigences du management, on se limite à présenter quelques exemples :

Supposons que les installations  $\{1, 2, 3, 4\}$  se trouvent à proximité d'une zone client. Le management a décidé d'ouvrir au moins une installation à proximité de cette zone. Cette exigence sera traduite par la contrainte suivante :

$$z_1 + z_2 + z_3 + z_4 \geq 1$$

**Modèle 6 : { stochastique, capacités finies, statique, coûts linéaires, mono-objectif, 1 échelon, 1 produit }.**

**Stochastic capacitated facility location (RCFL) [Aikens 1985]**

Le modèle de localisation stochastique a l'avantage de prendre en compte les fluctuations de la demande. Dans le modèle proposé dans [Aikens 1985], l'auteur différencie les installations existantes dans le système (installations déjà ouvertes) et les installations potentielles (proposées). Une installation existante reste toujours ouverte, elle engendre donc un coût fixe même si elle ne sera pas sélectionnée. La formulation mathématique de ce modèle dans sa version la plus simple est la suivante :

**Données :**

- $C_{ij}$  = coût unitaire de la production et de la distribution de la commande du client  $k$  si elle est assurée par l'installation  $i$ .
- $f_i$  = coût fixe du maintien d'une installation  $i \in I$  (respectivement de l'ouverture d'une installation  $i \in I'$ ).
- $\Phi_k(v)$  = fonction de densité de la demande du client  $k$ .
- $h_k$  = coût unitaire de stockage chez le client  $k$ .
- $p_k$  = coût unitaire de pénurie chez le client  $k$ .
- $S_i$  = capacité maximale de l'installation  $i$ .
- $I$  = ensemble des installations existantes (installations déjà ouvertes).
- $I'$  = ensemble des installations proposées (installations potentielles)
- $K$  = ensemble de tous les clients.

**Variables de décision :**

- $X_{ik}$  = le nombre d'unités livrées au client  $k$  par l'installation  $i$ .
- $y_k$  = la quantité totale livrée par toutes les installations au client  $k$ .

$$z_i = 1 \text{ si l'installation } i \text{ est ouverte.}$$

$$= 0 \text{ Sinon.}$$

**Modèle :**

$$\text{Minimiser } \sum_{i \in I \cup I'} \sum_{k \in K} C_{ik} X_{ik} + \sum_{k \in K} [h_k \int_0^{y_k} (y_k - v) \Phi_k(v) dv + p_k \int_{y_k}^{\infty} (v - y_k) \Phi_k(v) dv] + \sum_{i \in I \cup I'} f_i z_i$$

$$\text{Sujet à : } y_k = \sum_{i \in I \cup I'} X_{ik}, k \in K \quad \text{F.40}$$

$$\sum_{k \in K} X_{ik} \leq S_i z_i, i \in I \cup I' \quad \text{F.41}$$

$$z_i = 1, i \in I \quad \text{F.42}$$

$$z_i \in \{0, 1\}, i \in I' \quad \text{F.43}$$

$$X_{ik} \geq 0, i \in I \cup I', k \in K \quad \text{F.44}$$

La fonction objectif minimise la somme des coûts d'acquisition, des coûts de stockage, des coûts de pénurie et des coûts fixes d'ouverture des installations.

La contrainte (F.40) permet de déterminer la quantité totale livrée au client k.

La contrainte (F.41) assure le respect des capacités maximales des installations.

La contrainte (F.42) force les installations existantes à rester ouvertes. Alors que la contrainte (F.43) précise que les décisions d'ouverture ne concernent que les installations potentielles.

On remarque bien que le modèle stochastique présenté ci-haut a été inspiré du modèle de la quantité économique de commande (Economic Order Quantity : EOQ) utilisé dans la gestion des stocks. Dans un problème EOQ, on cherche à déterminer la quantité de commande qui minimise la somme des coûts de commande (coût de mise en route), des coûts de stockage, des coûts de pénurie et des coûts d'acquisition.

Par ailleurs, on remarque que la distinction entre installations existantes et potentielles n'a pas complexifié le modèle mathématique.

**Modèle 7 : {déterministe, capacités finies, statique, coûts linéaires, mono-objectif, 2 échelons, multi-produits }.**

**Multicommodity capacitated single-echelon facility location problem (EMCXP)**

**Modèle de [Elson 1972]**

On présente ci-dessous le modèle proposé par [Elson 1972] pour modéliser le problème de localisation d'installations à capacités finies, 2 échelons, multi-produits. Ce modèle a l'avantage de prendre en compte deux types d'installations : les installations existantes et les installations potentielles (nouvelles).

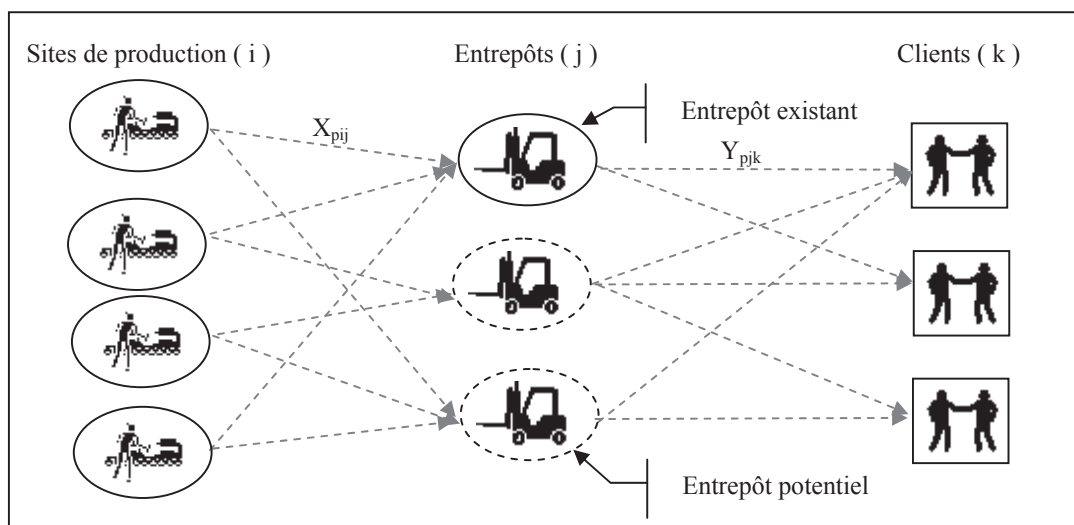
Une installation existante est concernée par une des trois décisions suivantes :

- (1) Engagement à fournir les clients tout en ayant la même capacité.
- (2) Extension de sa capacité et engagement à approvisionner les clients.
- (3) Fermeture.

Une installation potentielle est concernée par une des deux décisions suivantes :

- (1) Rester fermée.
- (2) Ouverture et engagement à approvisionner les clients.

Comme indiqué dans la Figure F.5, ce sont uniquement les entrepôts (installations intermédiaires) qui sont concernés par les décisions d'ouverture, extension ou fermeture. Les installations de niveau 1 (sites de production dans la Figure F.5) sont supposées ouvertes. Les coûts associés aux sites de production sont des coûts variables dus à l'acheminement des produits vers les entrepôts. En d'autres termes, on n'associe pas des coûts fixes aux sites de production.



**Figure F.5 Représentation du problème de localisation traitant des installations existantes et des installations potentielles : Modèle [Elson 1972]**

La formulation mathématique du modèle [Elson 1972] est la suivante :

**Données :**

- $i$  = indice des sites de fabrication
- $j$  = indice des entrepôts
- $k$  = indice des clients
- $p$  = indice des produits
- $A_{pi}$  = offre du site de production  $i$  pour le produit  $p$ .
- $D_{pk}$  = demande du client  $k$  pour le produit  $p$ .
- $C_j$  = capacité normale de l'entrepôt  $j$ .
- $E_j$  = capacité minimale que l'installation  $j$  (entrepôt  $j$ ) doit atteindre après l'extension.
- $F_j$  = capacité maximale que l'installation  $j$  (entrepôt  $j$ ) peut atteindre après l'extension.
- $C_{pij}^s$  = coût unitaire de transport du produit  $p$  du site de production  $i$  à l'entrepôt  $j$ .
- $C_{pjk}^t$  = coût unitaire de transport du produit  $p$  de l'entrepôt  $j$  au client  $k$ .



- $c_j^w$  = coût fixe d'engagement (establishment cost) de l'entrepôt j.  
 $c_j^o$  = coût fixe de fonctionnement (operating cost) de l'entrepôt j.  
 $c_j^e$  = coût de l'extension de l'entrepôt j.  
 $C_j^f$  = coût unitaire d'extension de la capacité de l'installation j. Ce coût est appliqué aux unités de capacité ( $w_j$ ) qui sont au-delà de  $E_j$  (Figure F.6).  
 $c_j^x$  = gain en coûts résultant de la fermeture de l'entrepôt j (gain dû au non engagement de l'installation j).  
 $c_{pj}^h$  = coût variable de passage du produit p par de l'entrepôt j.  
 $J'$  = ensemble des entrepôts potentiels (installations potentielles)  
 $J''$  = ensemble des entrepôts existants (installations existantes).  
 $J = J' \cup J''$

**Variables de décision :**

- $X_{pij}$  = le nombre d'unités du produit p transférées site de production i à l'entrepôt j.  
 $Y_{pjk}$  = le nombre d'unités du produit p transférées de l'entrepôt j au client k.  
 $z_j$  = variable binaire pour traduire l'engagement de l'entrepôt j.  
 $\hat{z}_j$  = variable binaire traduisant l'extension de l'entrepôt j d'une quantité minimale.  
 $\tilde{z}_j$  = variable binaire traduisant la fermeture de l'entrepôt j.  
 $w_j$  = nombre d'unité au-delà de la capacité minimale de l'installation j après extension (Figure F.6).

**Modèle :**

$$\begin{aligned}
 \text{Minimiser} \quad & \sum_{p \in P} \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} C_{pij}^s X_{pij} + \sum_{p \in P} \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} C_{pjk}^t Y_{pjk} + \sum_{p \in P} \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} C_{pj}^h X_{pij} \\
 & + \sum_{j \in J} (c_j^o + c_j^w) z_j + \sum_{j \in J''} c_j^e \hat{z}_j + \sum_{j \in J''} C_j^f w_j - \sum_{j \in J''} (c_j^x + c_j^o) \tilde{z}_j
 \end{aligned}$$

$$\text{Sujet à :} \quad \sum_{j \in J} X_{pij} \leq A_{pi}, \quad p \in P, i \in I. \quad \text{F.45}$$

$$\sum_{j \in J} Y_{pj k} \geq D_{pk}, \quad p \in P, \quad k \in K \quad \text{F.46}$$

$$\sum_{i \in I} X_{pij} = \sum_{k \in K} Y_{pj k}, \quad p \in P, \quad j \in J \quad \text{F.47}$$

$$\sum_{p \in P} \sum_{i \in I} X_{pij} \leq C_j z_j + E_j \hat{z}_j + w_j, \quad j \in J'' \quad \text{F.48}$$

$$(F_j - E_j) \hat{z}_j - w_j \geq 0, \quad j \in J'' \quad \text{F.49}$$

$$\hat{z}_j + \tilde{z}_j \leq 1, \quad j \in J'' \quad \text{F.50}$$

$$z_j + \tilde{z}_j \leq 1, \quad j \in J'' \quad \text{F.51}$$

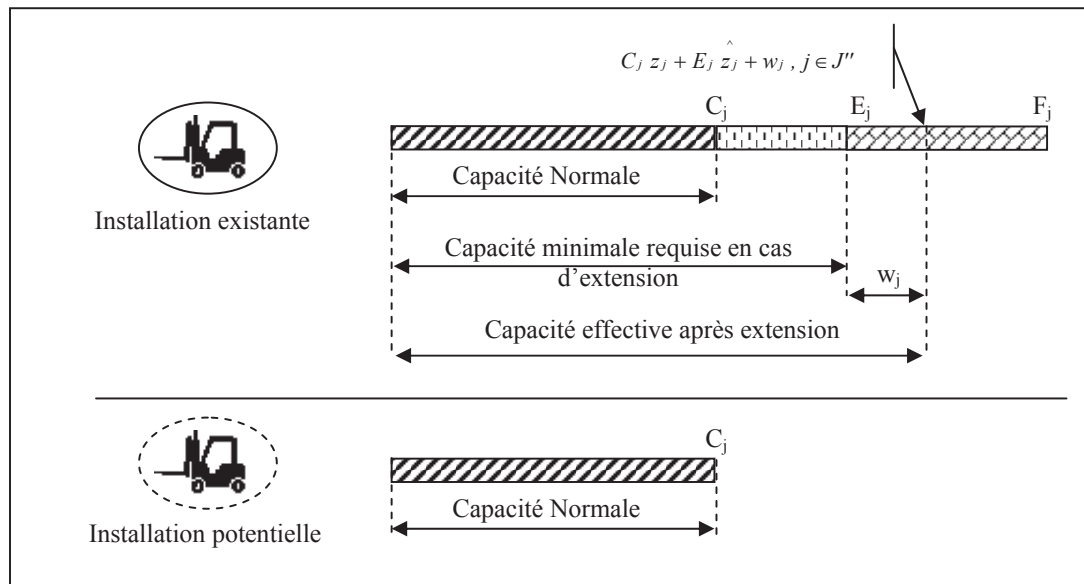
$$\sum_{p \in P} \sum_{i \in I} X_{pij} \leq C_j z_j, \quad j \in J' \quad \text{F.52}$$

$$X_{pij} \geq 0, \quad p \in P, \quad i \in I, \quad j \in J \quad \text{F.53}$$

$$Y_{pj k} \geq 0, \quad p \in P, \quad j \in J, \quad k \in K \quad \text{F.54}$$

$$z_j \in \{0, 1\}, \quad j \in J \quad \text{F.55}$$

$$\hat{z}_j, \tilde{z}_j \in \{0, 1\}, \quad j \in J'' \quad \text{F.56}$$



**Figure F.6 Représentation des capacités possible d'une installation existante et d'une installation potentielle.**

La fonction objectif minimise la somme des coûts suivants :

$$\begin{aligned}
 & \sum_{p \in P} \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} C_{pij}^s X_{pij} && \text{Coûts d'acheminement des produits à partir des sites de} \\
 & && \text{production jusqu'aux entrepôts.} \\
 & + \sum_{p \in P} \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} C_{pj k}^t Y_{pj k} && \text{Coûts d'acheminement des produits à partir des entrepôts} \\
 & && \text{jusqu'aux clients.} \\
 & + \sum_{p \in P} \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} C_{pj}^h X_{pij} && \text{Coûts de passage des produits par les entrepôts.} \\
 & + \sum_{j \in J'} (c_j^o + c_j^w) z_j && \text{Coûts fixes d'engagement et de fonctionnement des} \\
 & && \text{entrepôts potentiels.} \\
 & + \sum_{j \in J''} c_j^e \hat{z}_j && \text{Coûts d'extension des entrepôts existants.} \\
 & + \sum_{j \in J''} C_j^f w_j && \text{Coût de dépassement de la capacité minimale requise après} \\
 & && \text{extension.} \\
 & - \sum_{j \in J''} (c_j^x + c_j^o) \tilde{z}_j && \text{Gains résultant de la fermeture d'installations existantes.}
 \end{aligned}$$

La contrainte (F.45) assure que les quantités fournies par le site de production  $i$  ne dépassent pas la capacité maximale du site. La contrainte (F.46) assure que les demandes des clients sont satisfaites. La contrainte (F.47) assure la conservation des flux de produits au niveau de chaque entrepôt. Les contraintes (F.48) et (F.51) assurent le respect des capacités des installations existantes et potentielles. La contrainte (F.49) garantit le respect des capacités additionnelles. La contrainte (F.50) interdit la fermeture et l'extension d'une même installation. La contrainte (F.51) interdit l'engagement et la fermeture d'une même installation.

Le modèle est très intéressant car il permet de tenir compte de plusieurs décisions de différentes natures : ouverture d'une installation, fermeture d'une installation, extension d'une installation.

Parmi les critiques faites pour ce modèle, on cite le fait que les produits perdent leurs identités dans le sens où on ne peut pas savoir les lieux de fabrication d'un produit livré au client  $k$ . Tout ce qu'on peut savoir c'est l'entrepôt d'origine.

### Modèle MCXP [Geoffrion et al., 1974]

MCXP est une modélisation du problème de localisation multi-produits, 1 échelon, et capacités finies. Les décisions d'ouverture ne concernent que les installations de niveau intermédiaire. Par ailleurs, on précise qu'un client ne peut être approvisionné qu'à partir d'un et d'un seul entrepôt. Cet entrepôt fournit tous les produits au client.

#### Données :

- $C_{ijkp}$  = coût unitaire de production et de distribution du produit  $p$  à partir du site de production  $i$  vers le client  $k$  et ce à travers l'entrepôt  $j$ .
- $f_j$  = coût fixe de l'ouverture de l'entrepôt  $j$ .
- $v_j$  = coût unitaire de passage d'un produit à travers l'entrepôt  $j$ .
- $D_{kp}$  = la demande totale du client  $k$  pour le produit  $p$ .
- $S_{ip}$  = offre du site de production  $i$  pour le produit  $p$ .
- $\underline{V}_j$  = la quantité minimale qui doit être transférée à travers l'entrepôt  $j$  s'il est ouvert.
- $\overline{V}_j$  = la quantité maximale qui peut être transférée à travers l'entrepôt  $j$ .
- $I$  = ensemble de toutes les installations du niveau 1 (sites de production).
- $J$  = ensemble de toutes les installations du niveau 2 (entrepôts).
- $K$  = ensemble de tous les clients.

#### Variables de décision :

- $X_{ijkp}$  = nombre d'unités du produit  $p$  transférées du site de production  $i$  au client  $k$  à travers l'entrepôt  $j$ .
- $z_j$  = 1 si l'entrepôt  $j$  est ouvert.  
= 0 Sinon.
- $y_{jk}$  = 1 si le client  $k$  est affecté à l'entrepôt  $j$ .  
= 0 Sinon.

**Modèle :**

$$\text{Minimiser } \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \sum_{p \in P} C_{ijkp} X_{ijkp} + \sum_{j \in J} [ f_j z_j + v_j \sum_{k \in K} \sum_{p \in P} D_{kp} y_{jk} ]$$

$$\text{Sujet à : } \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} X_{ijkp} \leq S_{ip}, i \in I, p \in P. \quad \text{F.57}$$

$$\sum_{i \in I} X_{ijkp} = D_{kp} y_{jk}, p \in P, j \in J, k \in K. \quad \text{F.58}$$

$$\sum_{j \in J} y_{jk} = 1, k \in K. \quad \text{F.59}$$

$$\underline{V}_j z_j \leq \sum_{k \in K} \sum_{p \in P} D_{kp} y_{jk} \leq \overline{V}_j z_j, j \in J \quad \text{F.60}$$

$$X_{ijkp} \geq 0, i \in I, j \in J, k \in K, p \in P. \quad \text{F.61}$$

$$y_{jk}, z_j \in \{0, 1\}, j \in J, k \in K. \quad \text{F.62}$$

La contrainte (F.57) assure le respect de la capacité du site de production  $i$  pour le produit  $p$ . La contrainte (F.58) garantit la conservation du flux de matière dans chaque entrepôt ainsi que la satisfaction des commandes clients. La contrainte (F.59) garantit l'approvisionnement d'un client à partir d'un seul entrepôt. La contrainte (F.60) assure le respect de la charge minimale et de la capacité maximale de tout entrepôt  $j$ .

### **Modèle MCXP' simplifié [Geoffrion et al., 1978]**

Le modèle MCXP' a été proposé en 1978 par Geoffrion, Graves et Lee [Geoffrion et al., 1978] pour affiner le modèle MCXP. Dans le modèle MCXP', on définit un coût variable relatif au passage d'un produit à travers un entrepôt. Par ailleurs, pour un produit donné  $p$ , un client  $k$  ne peut être approvisionné qu'à partir d'un et d'un seul entrepôt  $j$ .

On associe à chaque site de production et à chaque entrepôt une capacité minimale et une capacité maximale. Toutefois, les capacités minimale et maximale d'un entrepôt peuvent être transgressées moyennant des coûts de pénalité.

Notons que dans le modèle MCXP', les décisions d'ouverture ne concernent que les entrepôts (installations de niveau 2)

La formulation mathématique du modèle MCXP' simplifié est la suivante :

**Données :**

- $C_{ijkp}$  = coût unitaire de production et de distribution du produit p à partir du site de production i vers le client k et ce à travers l'entrepôt j.
- $f_j$  = coût fixe de l'ouverture de l'entrepôt j.
- $v_{jp}$  = coût unitaire de passage d'un produit p à travers l'entrepôt j.
- $D_{kp}$  = la demande totale du client k pour le produit p.
- $\underline{V}_j$  = la quantité minimale qui doit être transférée à travers l'entrepôt j s'il est ouvert.
- $\overline{V}_j$  = la quantité maximale qui peut être transférée à travers l'entrepôt j.
- $\beta^p$  = poids associé au produit p (burden factor)
- $\underline{\tau}_j$  = taux de pénalité dû au non respect de la capacité minimale de l'installation (entrepôt) j.
- $\overline{\tau}_j$  = taux de pénalité dû au dépassement de la capacité maximale de l'installation j.
- $\underline{S}_{ip}$  = capacité minimale du site de production i pour le produit p.
- $\overline{S}_{ip}$  = capacité maximale du site de production i pour le produit p.
- $I$  = ensemble de toutes les installations du niveau 1 (sites de production).
- $J$  = ensemble de toutes les installations du niveau 2 (entrepôt).
- $K$  = ensemble de tous les clients.
- $P$  = ensemble de tous les produits

**Variables de décision :**

- $X_{ijkp}$  = nombre d'unités du produit p transférées du site de production i au client k à travers l'entrepôt j.
- $z_j$  = 1 si l'entrepôt j est ouvert.  
= 0 Sinon.
- $y_{jkp}$  = 1 si le client k est affecté à l'entrepôt j.  
= 0 Sinon.

$\underline{v}_j$  = variable activée si la quantité transférée à travers l'installation j est inférieure à  $\underline{V}_j$ .  $\underline{v}_j$  est le sous flux (underflow) à l'entrepôt j : l'écart entre  $\underline{V}_j$  et la quantité réellement transférée.

$\overline{v}_j$  = variable activée si la quantité transférée à travers l'installation j est supérieure à  $\overline{V}_j$ .  $\overline{v}_j$  est le sur flux (overflow) à l'entrepôt j : l'écart entre la quantité réellement transférée et  $\overline{V}_j$ .

**Modèle :**

$$\text{Minimiser } \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \sum_{p \in P} C_{ijkp} X_{ijkp} + \sum_{j \in J} [ f_j z_j + \sum_{k \in K} \sum_{b \in B_k} \sum_{p \in P} v_j D_{kp} y_{jkp} ] + \sum_{j \in J} [ \tau_j \underline{v}_j + \overline{\tau}_j \overline{v}_j ]$$

$$\text{Sujet à : } \underline{S}_{ip} \leq \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} X_{ijkp} \leq \overline{S}_{ip}, i \in I, p \in P. \quad \text{F.63}$$

$$\sum_{i \in I} X_{ijkp} = D_{kp} y_{jkp}, j \in J, k \in K, p \in P. \quad \text{F.64}$$

$$\sum_{j \in J} y_{jkp} = 1, k \in K, p \in P. \quad \text{F.65}$$

$$\underline{V}_j z_j - \underline{v}_j \leq \sum_{k \in K} \sum_{p \in P} \beta^p D_{kp} y_{jkp} \leq \overline{V}_j z_j + \overline{v}_j, j \in J \quad \text{F.66}$$

$$y_{jkp} \leq z_j, j \in J, k \in K, p \in P. \quad \text{F.67}$$

$$\underline{v}_j \geq 0, \overline{v}_j \geq 0, j \in J \quad \text{F.68}$$

$$x_{ijkp} \geq 0, i \in I, j \in J, k \in K, p \in P. \quad \text{F.69}$$

$$y_{jkp} \in \{0, 1\}, j \in J, k \in K, p \in P. \quad \text{F.70}$$

$$z_j \in \{0, 1\}, j \in J. \quad \text{F.71}$$

La fonction objectif minimise la somme des coûts de production et de distribution des produits, des coûts d'ouverture et de passage des produits à travers les entrepôts, et les pénalités dues au non respect des capacités limites des entrepôts.

La contrainte (F.63) garantit le respect des capacités des sites de production. La contrainte (F.64) permet la conservation des flux de matière entre les sites de production et les entrepôts. La contrainte (F.65) garantit que pour tout produit p, un client k n'est

approvisionné qu'à partir d'un seul entrepôt  $j$ . La contrainte (F.66) assure le respect des capacités des entrepôts.

En effet, chaque entrepôt peut contenir des produits de caractéristiques différentes (par exemple, des volumes différents), alors un poids est affecté à chaque produit pour traduire ces différences. (Pour deux produits de volumes différents, on associe un poids plus important à celui ayant le plus grand volume). La contrainte (F.67) assure qu'un produit ne peut transiter à travers un entrepôt que si cet entrepôt est ouvert.

Les forces de ce modèle résident dans :

- Les coûts  $v_{jp}$  de passage à travers un entrepôt  $j$  dépendent du produit  $p$ .
- La possibilité de dépasser la capacité maximale autorisée par un entrepôt  $j$  et ce moyennant un coût de pénalité.
- La possibilité de faire transiter par l'entrepôt  $j$  une quantité qui est inférieure à la quantité minimale permise et ce moyennant un coût de pénalité.
- L'association d'un poids relatif aux spécifications de chaque produit ce qui traduit que deux produits différents ne consomment pas de la même manière la capacité disponible dans une installation.

Les forces du modèle MCXP' le rendent plus approprié pour modéliser les problèmes industriels.



## ANNEXE G

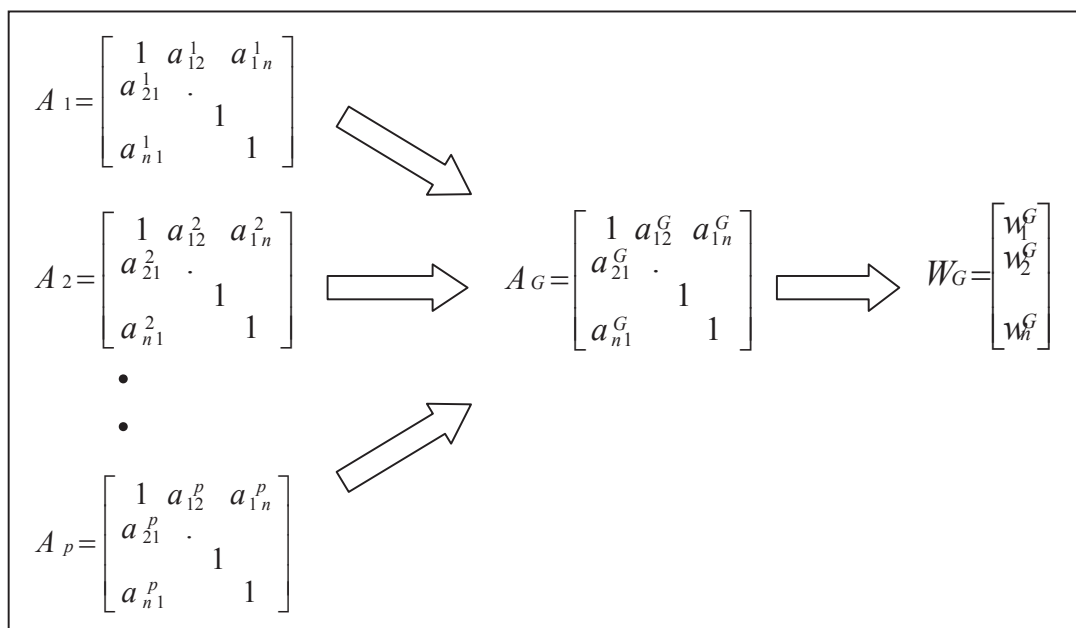
### PROCEDURE D'AGREGATION DES PREFERENCES ET DES JUGEMENTS : LA METHODE AHP DE GROUPE

Bien que la méthode AHP ait été appliquée en premier lieu pour l'aide à la décision individuelle ([Saaty 1980], [Saaty 1990]), elle a été étendue pour l'aide aux décisions de groupes ([Saaty 1989], [Saaty 1990]).

Dans un problème de décision de groupe, les préférences individuelles seront synthétisées pour former une décision de groupe et ce selon l'une des méthodes suivantes.

#### *Agrégation des jugements individuels*

Les jugements individuels ( $p$  individus) sont exprimés à travers les matrices de comparaison  $\{A_1, A_2, \dots, A_p\}$ . Ils sont ensuite combinés selon la procédure décrite dans la Figure G.1.



**Figure G.1 Procédure d'agrégation des jugements individuels**

Comme indiqué dans la Figure G.1, les matrices des jugements individuels sont combinées en une matrice commune  $\{ A_G \}$  dont les éléments sont définis de la façon suivante.

$$a_{ij}^G = (a_{ij}^1 \cdot a_{ij}^2 \cdot \dots \cdot a_{ij}^p)^{1/p}$$

Où  $a_{ij}^k$  est l'évaluation faite par le  $k^{\text{ème}}$  individu du groupe. Le groupe est supposé être cohésif de sorte que chaque individu perd son identité. Par conséquent, le groupe réagit comme une entité unique : une seule hiérarchie, un seul ensemble de jugements, et un unique vecteur de priorité vers la fin. Le vecteur de priorité  $\{ W_G \}$  est le résultat de la normalisation du vecteur propre  $\{ V_G \}$  correspondant à la valeur propre maximale  $\lambda_{\max}$  de la matrice commune  $\{ A_G \}$ .

$$A_G \cdot V_G = \lambda_{\max} \cdot V_G \quad \text{et} \quad W_G = \frac{1}{\sum_{i=1}^n V_G^i} * V_G \quad \text{en d'autres termes,} \quad W_G^k = \frac{V_G^k}{\sum_{i=1}^n V_G^i}$$

**Remarque :**

$$a_{ij}^G = \left( a_{ij}^1 \cdot a_{ij}^2 \cdot \dots \cdot a_{ij}^p \right)^{1/p} = e^{\frac{1}{p} \cdot \sum_{k=1}^p \ln(a_{ij}^k)}$$

Donc, pour appliquer la somme géométrique, il faut que le terme  $a_{ij}^1 \cdot a_{ij}^2 \cdot \dots \cdot a_{ij}^p$  soit supérieur strictement à 0, ce qui est vrai car les évaluations  $a_{ij}^k$  appartiennent à  $\{1/9, 1/8, 1/7, 1/6, 1/5, 1/4, 1/3, 1/2, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  : échelle de Saaty.

**Agrégation des priorités individuelles**

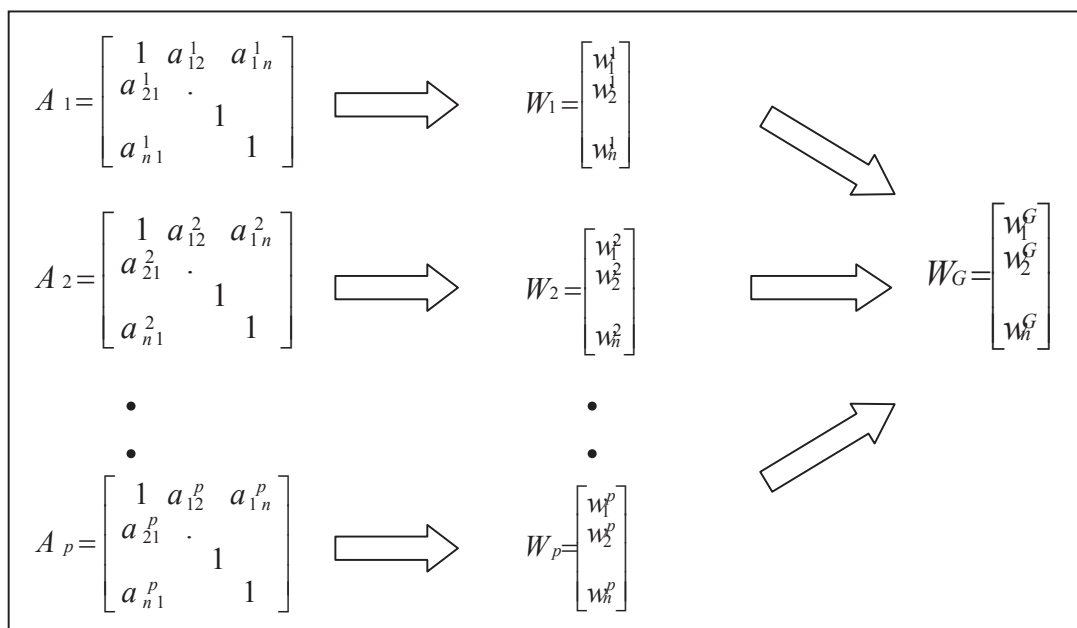
Dans un contexte où les individus ont des systèmes de valeur différents, [Forman et Peniwati, 1998] suggèrent l'utilisation de la méthode de l'agrégation des priorités individuelles. Cette méthode s'intéresse aux résultats des priorités de chaque individu qui sont déterminés à partir des matrices de comparaison. L'agrégation des priorités de tous les individus en un vecteur de priorité pour le groupe peut se faire en utilisant la méthode de la moyenne arithmétique ou géométrique.

Si  $w_i^k$  est la priorité relative de l'alternative  $i$  selon l'individu  $k$ , alors la priorité agrégée est donnée par :

$$\text{Moyenne géométrique: } w_i^G = \left( w_i^1 \cdot w_i^2 \cdot \dots \cdot w_i^p \right)^{1/p}$$

$$\text{Moyenne arithmétique: } w_i^G = \frac{w_i^1 + w_i^2 + \dots + w_i^p}{p}$$

avec  $w_i^k$  le vecteur propre normalisé correspondant à la valeur propre maximale de la matrice de comparaison  $A_k$ .



**Figure G.2** Procédure d'agrégation des priorités individuelles

On trouvera plus de détails sur les fondements de ces deux méthodes d'agrégation dans les articles de Forman et Peniwati [Forman et Peniwati, 1998] et de Sajjad [Sajjad 1999].

## ANNEXE H

### RESOLUTION DU MODELE MATHEMATIQUE SUR LINGO

#### ▪ Modèle mathématique à objectifs multiples

La formulation mathématique du modèle de base sur le solveur LINGO 7.0 est récapitulée ci-après. Notons que c'est en faisant varier le coefficient  $\beta$  dans l'intervalle  $[0,1]$  qu'on détermine l'ensemble des solutions réalisables.

```
!*****  
!           Objective function  
!*****;  
  
    Min =  $\beta$  * C - (1- $\beta$ )*TQL;  
  
!*****  
!           Anteriority constraints  
!*****;  
    ST1 + D1    <= ST2    ;  
    ST1 + D1    <= ST3    ;  
    ST3 + D3    <= ST4    ;  
    ST4 + D4    <= ST5    ;  
    ST2+ D2     <= ST5    ;  
  
!*****  
!           Due date respect  
!*****;  
    ST5 + D5    <= DD;
```

```

!*****
!
!           Start time of activities
!*****;
    ST1   = ST111 * b111 + ST211 * b211 + ST112 * b112;
    ST2   = ST121 * b121 ;
    ST3   = ST133 * b133 + ST233 * b233;
    ST4   = ST141 * b141 + ST142 * b142;
    ST5   = ST151 * b151 + ST152 * b152;

!*****
!
!           duration of activities
!*****;
    D1    = D111 * b111 + D211 * b211 + D112 * b112;
    D2    = D121 * b121 ;
    D3    = D133 * b133 + D233 * b233;
    D4    = D141 * b141 + D142 * b142;
    D5    = D151 * b151 + D152 * b152;

!*****
!
!           cost of activities
!*****;
    C1    = C111 * b111 + C211 * b211 + C112 * b112;
    C2    = C121 * b121 ;
    C3    = C133 * b133 + C233 * b233;
    C4    = C141 * b141 + C142 * b142;
    C5    = C151 * b151 + C152 * b152;

!*****
!
!           quality levels of activities
!*****;
    Q1    = Q111 * b111 + Q211 * b211 + Q112 * b112;
    Q2    = Q121 * b121 ;
    Q3    = Q133 * b133 + Q233 * b233;
    Q4    = Q141 * b141 + Q142 * b142;
    Q5    = Q151 * b151 + Q152 * b152;

!*****
!
!           constraints of selection one bid for each activity
!*****;
    b111 + b211 + b112 =1;
    b121 =1;
    b133 + b233 =1;
    b141 + b142 =1;
    b151 + b152 =1;

!*****
!
!           total product cost
!*****;
    C = C1 + C2+ C3 + C4 + C5;

```

```

!*****
!
!           finishing date
!*****;
      D = ST5 + D5;

!*****
!
!           total quality level
!*****;
      TQL = Q1 + Q2 + Q3 + Q4 + Q5 ;

!*****
!
!           data constraints (binary variables)
!*****;
      @BIN( b111);      @BIN( b211);      @BIN( b112);
      @BIN( b121);      @BIN( b133);      @BIN( b233);
      @BIN( b141);      @BIN( b142);      @BIN( b151);
      @BIN( b152);

!*****
!
!           Problem Data
!*****;
      ST111 = 0;      D111 = 5;      C111 = 300;      Q111 = 3;
      ST211 = 0;      D211 = 6;      C211 = 280;      Q211 = 3;
      ST112 = 1;      D112 = 6;      C112 = 310;      Q112 = 3;
      ST121 = 7;      D121 = 2;      C121 = 200;      Q121 = 2;
      ST133 = 6;      D133 = 3;      C133 = 220;      Q133 = 3;
      ST233 = 7;      D233 = 3;      C233 = 220;      Q233 = 3;
      ST141 = 10;     D141 = 3;      C141 = 100;      Q141 = 2;
      ST142 = 10;     D142 = 2;      C142 = 120;      Q142 = 3;
      ST151 = 13;     D151 = 1;      C151 = 50;      Q151 = 3;
      ST152 = 13;     D152 = 1;      C152 = 40;      Q152 = 2;

      DD =20;      β = 0.65;

```

Le rapport de résolution généré par LINGO 7.0 est le suivant (pour  $\beta = 0.65$ )

```

Global optimal solution found at step:      0
Objective value:                          541.8000

      Variable      Value      Reduced Cost
      β            0.6500000    0.0000000
      C            840.0000     0.0000000
      TQL          12.00000     0.0000000
      ST1          0.0000000     0.0000000
      D1           6.000000     0.0000000
      ST2          7.000000     0.0000000
      ST3          7.000000     0.0000000
      D3           3.000000     0.0000000

```

ST4	10.00000	0.0000000
D4	3.000000	0.0000000
ST5	13.00000	0.0000000
D2	2.000000	0.0000000
D5	1.000000	0.0000000
B111	0.0000000	193.9500
B211	1.000000	180.9500
B112	0.0000000	200.4500
B121	1.000000	0.0000000
B133	0.0000000	141.9500
B233	1.000000	141.9500
B141	1.000000	64.30000
B142	0.0000000	76.95000
B151	0.0000000	31.45000
B152	1.000000	25.30000
C1	280.0000	0.0000000
C2	200.0000	0.0000000
C3	220.0000	0.0000000
C4	100.0000	0.0000000
C5	40.00000	0.0000000
Q1	3.000000	0.0000000
Q2	2.000000	0.0000000
Q3	3.000000	0.0000000
Q4	2.000000	0.0000000
Q5	2.000000	0.0000000
D	14.00000	0.0000000

### ▪ Modèle Goal Programming

Le modèle du Goal Programming est le suivant. Les transformations apportées au premier modèle de cette annexe sont annotées en gras. Par ailleurs, on s'est fixé un coût objectif ( $g_1 = 860$ ) et un niveau de qualité objectif ( $g_2 = 14$ ).

```

!*****
!      Objective function
!*****;

  Min =  $\delta_1^+ + \delta_1^- + \delta_2^+ + \delta_2^-$ ;

!*****
!      Anteriority constraints
!*****;

  ST1 + D1  <= ST2      ;
  ST1 + D1  <= ST3      ;
  ST3 + D3  <= ST4      ;
  ST4 + D4  <= ST5      ;
  ST2+ D2   <= ST5      ;

!*****

```



```

!          Due date respect
!*****;
      ST5 + D5      <= DD;

!*****
!          Start time of activities
!*****;
      ST1  = ST111 * b111 + ST211 * b211 + ST112 * b112;
      ST2  = ST121 * b121 ;
      ST3  = ST133 * b133 + ST233 * b233;
      ST4  = ST141 * b141 + ST142 * b142;
      ST5  = ST151 * b151 + ST152 * b152;

!*****
!          duration of activities
!*****;
      D1   = D111 * b111 + D211 * b211 + D112 * b112;
      D2   = D121 * b121 ;
      D3   = D133 * b133 + D233 * b233;
      D4   = D141 * b141 + D142 * b142;
      D5   = D151 * b151 + D152 * b152;

!*****
!          cost of activities
!*****;
      C1   = C111 * b111 + C211 * b211 + C112 * b112;
      C2   = C121 * b121 ;
      C3   = C133 * b133 + C233 * b233;
      C4   = C141 * b141 + C142 * b142;
      C5   = C151 * b151 + C152 * b152;

!*****
!          quality levels of activities
!*****;
      Q1   = Q111 * b111 + Q211 * b211 + Q112 * b112;
      Q2   = Q121 * b121 ;
      Q3   = Q133 * b133 + Q233 * b233;
      Q4   = Q141 * b141 + Q142 * b142;
      Q5   = Q151 * b151 + Q152 * b152;

!*****
!          constraints of selection one bid for each activity
!*****;
      b111 + b211 + b112 =1;
      b121 =1;
      b133 + b233 =1;
      b141 + b142 =1;
      b151 + b152 =1;

!*****

```

```

!
!          total product cost
!*****;
C = C1 + C2+ C3 + C4 + C5;
C -  $\delta_1^+$  +  $\delta_1^-$  = 860;

!*****
!          finishing date
!*****;
D = ST5 + D5;

!*****
!          total quality level
!*****;
TQL = Q1 + Q2 + Q3 + Q4 + Q5 ;
TQL -  $\delta_2^+$  +  $\delta_2^-$  = 14;

!*****
!          data constraints (binary variables)
!*****;
@BIN( b111);    @BIN( b211);    @BIN( b112);
@BIN( b121);    @BIN( b133);    @BIN( b233);
@BIN( b141);    @BIN( b142);    @BIN( b151);
@BIN( b152);

!*****
!          Non negativity constraints
!*****;
 $\delta_1^+ \geq 0;$      $\delta_1^- \geq 0;$      $\delta_2^+ \geq 0;$      $\delta_2^- \geq 0;$ 

!*****
!          Problem Data
!*****;
ST111 = 0;      D111 = 5;      C111 = 300;      Q111 = 3;
ST211 = 0;      D211 = 6;      C211 = 280;      Q211 = 3;
ST112 = 1;      D112 = 6;      C112 = 310;      Q112 = 3;
ST121 = 7;      D121 = 2;      C121 = 200;      Q121 = 2;
ST133 = 6;      D133 = 3;      C133 = 220;      Q133 = 3;
ST233 = 7;      D233 = 3;      C233 = 220;      Q233 = 3;
ST141 = 10;     D141 = 3;      C141 = 100;      Q141 = 2;
ST142 = 10;     D142 = 2;      C142 = 120;      Q142 = 3;
ST151 = 13;     D151 = 1;      C151 = 50;       Q151 = 3;
ST152 = 13;     D152 = 1;      C152 = 40;       Q152 = 2;

DD =20;

```

Le rapport de résolution généré par LINGO 7.0 est le suivant :

Global optimal solution found at step:	7
Objective value:	1.000000
Variable	Value      Reduced Cost

$\delta_1^+$	0.0000000	2.0000000
$\delta_1^-$	0.0000000	0.0000000
$\delta_2^+$	0.0000000	2.0000000
$\delta_2^-$	1.0000000	0.0000000
ST1	0.0000000	0.0000000
D1	6.0000000	0.0000000
ST2	7.0000000	0.0000000
ST3	7.0000000	0.0000000
D3	3.0000000	0.0000000
ST4	10.0000000	0.0000000
D4	2.0000000	0.0000000
ST5	13.0000000	0.0000000
D2	2.0000000	0.0000000
D5	1.0000000	0.0000000
B111	0.0000000	-303.0000
B211	1.0000000	-283.0000
B112	0.0000000	-313.0000
B121	1.0000000	0.0000000
B133	0.0000000	-223.0000
B233	1.0000000	-223.0000
B141	0.0000000	-102.0000
B142	1.0000000	-123.0000
B151	0.0000000	-53.00000
B152	1.0000000	-42.00000
C1	280.0000	0.0000000
C2	200.0000	0.0000000
C3	220.0000	0.0000000
C4	120.0000	0.0000000
C5	40.00000	0.0000000
Q1	3.000000	0.0000000
Q2	2.000000	0.0000000
Q3	3.000000	0.0000000
Q4	3.000000	0.0000000
Q5	2.000000	0.0000000
C	860.0000	0.0000000
D	14.00000	0.0000000
TQL	13.00000	0.0000000

### ▪ Modèle Compromise Programming

Le modèle du Compromise Programming est le suivant. Les différences entre ce modèle et le modèle précédent sont annotées en gras.

```

!*****
! Objective function
!*****;

Min =  $\omega_1 * (840 - C) / (840 - 900) + \omega_2 * (14 - TQL) / (14 - 12) ;$ 

!*****

```

```

! Anteriority constraints
!*****;
    ST1 + D1    <= ST2    ;
    ST1 + D1    <= ST3    ;
    ST3 + D3    <= ST4    ;
    ST4 + D4    <= ST5    ;
    ST2+ D2     <= ST5    ;

!*****
! Due date respect
!*****;
    ST5 + D5    <= DD;

!*****
! Start time of activities
!*****;
    ST1  = ST111 * b111 + ST211 * b211 + ST112 * b112;
    ST2  = ST121 * b121 ;
    ST3  = ST133 * b133 + ST233 * b233;
    ST4  = ST141 * b141 + ST142 * b142;
    ST5  = ST151 * b151 + ST152 * b152;

!*****
! duration of activities
!*****;
    D1   = D111 * b111 + D211 * b211 + D112 * b112;
    D2   = D121 * b121 ;
    D3   = D133 * b133 + D233 * b233;
    D4   = D141 * b141 + D142 * b142;
    D5   = D151 * b151 + D152 * b152;

!*****
! cost of activities
!*****;
    C1   = C111 * b111 + C211 * b211 + C112 * b112;
    C2   = C121 * b121 ;
    C3   = C133 * b133 + C233 * b233;
    C4   = C141 * b141 + C142 * b142;
    C5   = C151 * b151 + C152 * b152;

!*****
! quality levels of activities
!*****;
    Q1   = Q111 * b111 + Q211 * b211 + Q112 * b112;
    Q2   = Q121 * b121 ;
    Q3   = Q133 * b133 + Q233 * b233;
    Q4   = Q141 * b141 + Q142 * b142;
    Q5   = Q151 * b151 + Q152 * b152;

!*****

```

```

! constraints of selection one bid for each activity
!*****;
    b111 + b211 + b112 =1;
    b121 =1;
    b133 + b233 =1;
    b141 + b142 =1;
    b151 + b152 =1;

!*****
!
!           total product cost
!*****;
    C = C1 + C2+ C3 + C4 + C5;

!*****
!
!           finishing date
!*****;
    D = ST5 + D5;

!*****
!
!           total quality level
!*****;
    TQL = Q1 + Q2 + Q3 + Q4 + Q5 ;

!*****
!
!           weights constraints
!*****;

ω1 + ω2 = 1

!*****
!
!           data constraints (binary variables)
!*****;
    @BIN( b111);      @BIN( b211);      @BIN( b112);
    @BIN( b121);      @BIN( b133);      @BIN( b233);
    @BIN( b141);      @BIN( b142);      @BIN( b151);
    @BIN( b152);

!*****
!
!           Problem Data
!*****;
    ST111 = 0;      D111 = 5;      C111 = 300;      Q111 = 3;
    ST211 = 0;      D211 = 6;      C211 = 280;      Q211 = 3;
    ST112 = 1;      D112 = 6;      C112 = 310;      Q112 = 3;
    ST121 = 7;      D121 = 2;      C121 = 200;      Q121 = 2;
    ST133 = 6;      D133 = 3;      C133 = 220;      Q133 = 3;
    ST233 = 7;      D233 = 3;      C233 = 220;      Q233 = 3;
    ST141 = 10;     D141 = 3;      C141 = 100;      Q141 = 2;
    ST142 = 10;     D142 = 2;      C142 = 120;      Q142 = 3;
    ST151 = 13;     D151 = 1;      C151 = 50;      Q151 = 3;
    ST152 = 13;     D152 = 1;      C152 = 40;      Q152 = 2;

    DD =20;

```

$$\omega_1 = 0.5;$$

Le rapport de résolution généré par LINGO 7.0 est le suivant :

```
Objective value:                0.2500000

      Variable      Value      Reduced Cost
      W1      0.5000000      0.0000000
      C      870.0000      0.0000000
      TQL      14.00000      0.0000000
      ST1      0.0000000      0.0000000
      D1      6.000000      0.0000000
      ST2      7.000000      0.0000000
      ST3      7.000000      0.0000000
      D3      3.000000      0.0000000
      ST4      10.00000      0.0000000
      D4      2.000000      0.0000000
      ST5      13.00000      0.0000000
      D2      2.000000      0.0000000
      D5      1.000000      0.0000000
      DD      20.00000      0.0000000
      B111      0.0000000      1.750000
      B211      1.000000      1.583333
      B112      0.0000000      1.833333
      B121      1.000000      0.0000000
      B133      0.0000000      1.083333
      B233      1.000000      1.083333
      B141      0.0000000      0.3333333
      B142      1.000000      0.2500000
      B151      1.000000     -0.3333333
      B152      0.0000000     -0.1666667
      C1      280.0000      0.0000000
      C2      200.0000      0.0000000
      C3      220.0000      0.0000000
      C4      120.0000      0.0000000
      C5      50.00000      0.0000000
      Q1      3.000000      0.0000000
      Q2      2.000000      0.0000000
      Q3      3.000000      0.0000000
      Q4      3.000000      0.0000000
      Q5      3.000000      0.0000000
      D      14.00000      0.0000000
```

# ANNEXE I

## RESOLUTION DU MODELE MATHEMATIQUE SUR ILOG (RECHERCHE EXPLORATOIRE)

```
#include <ilsolver/ilcint.h>
#include <ilsolver/ilcfloat.h>
#include <stdio.h>

ILCSTLBEGIN

IlcInt Ouv = 480;
char rep[80];

int main() {

    IlcManager m(IlcEdit);
    m.openLogFile("SimulationFiabilite.log");

    IlcIntArray C(m,5, 0, 2000);
    IlcIntArray Q(m,5, 0, 2000);
    IlcIntArray ST(m,5, 0, 60);
    IlcIntArray D(m,5, 0, 70);
    IlcIntVar CF(m, 0, 10000);           // CF: Coût final
    IlcIntVar TQL(m, 0, 10000);
    IlcIntVar DF(m, 0, 10000);         // DF: Date fin
    IlcFloatVar R(m,0,10); // R: Reliability

    IlcIntVar b111(m,0,1);  IlcIntVar b211(m,0,1);  IlcIntVar b112(m,0,1);
    IlcIntVar b121(m,0,1);  IlcIntVar b133(m,0,1);  IlcIntVar b233(m,0,1);
    IlcIntVar b141(m,0,1);  IlcIntVar b142(m,0,1);  IlcIntVar b151(m,0,1);
    IlcIntVar b152(m,0,1);

    IlcInt ST111 = 0;  IlcInt D111 = 5;  IlcInt C111 = 300;  IlcInt Q111 = 3;
    IlcInt ST211 = 0;  IlcInt D211 = 6;  IlcInt C211 = 280;  IlcInt Q211 = 3;
```

```

IlcInt ST112 = 1; IlcInt D112 = 6; IlcInt C112 = 310; IlcInt Q112 = 3;
IlcInt ST121 = 7; IlcInt D121 = 2; IlcInt C121 = 200; IlcInt Q121 = 2;
IlcInt ST133 = 6; IlcInt D133 = 3; IlcInt C133 = 220; IlcInt Q133 = 3;
IlcInt ST233 = 7; IlcInt D233 = 3; IlcInt C233 = 220; IlcInt Q233 = 3;
IlcInt ST141 = 10; IlcInt D141 = 3; IlcInt C141 = 100; IlcInt Q141 = 2;
IlcInt ST142 = 10; IlcInt D142 = 2; IlcInt C142 = 120; IlcInt Q142 = 3;
IlcInt ST151 = 13; IlcInt D151 = 1; IlcInt C151 = 50; IlcInt Q151 = 3;
IlcInt ST152 = 13; IlcInt D152 = 1; IlcInt C152 = 40; IlcInt Q152 = 2;
IlcInt DD = 20; IlcFloat RM1= 0.98; IlcFloat RM2= 0.97; IlcFloat RB3 = 0.95;

//*****
// Anteriority constraints
//*****
m.add( ST[0] + D[0] - ST[1] <= 0) ;
m.add( ST[0] + D[0] <= ST[2]) ;
m.add( ST[2] + D[2] <= ST[3]) ;
m.add( ST[3] + D[3] <= ST[4]) ;
m.add( ST[1] + D[1] <= ST[4]) ;

//*****
// Due date respect
//*****
m.add( ST[4] + D[4] <= DD);

//*****
// Start time of activities
//*****
m.add( ST[0] == ST111 * b111 + ST211 * b211 + ST112 * b112);
m.add( ST[1] == ST121 * b121) ;
m.add( ST[2] == ST133 * b133 + ST233 * b233);
m.add( ST[3] == ST141 * b141 + ST142 * b142);
m.add( ST[4] == ST151 * b151 + ST152 * b152);

//*****
// duration of activities
//*****
m.add( D[0] == D111 * b111 + D211 * b211 + D112 * b112);
m.add( D[1] == D121 * b121) ;
m.add( D[2] == D133 * b133 + D233 * b233);
m.add( D[3] == D141 * b141 + D142 * b142);
m.add( D[4] == D151 * b151 + D152 * b152);

//*****
// cost of activities
//*****
m.add( C[0] == C111 * b111 + C211 * b211 + C112 * b112);
m.add( C[1] == C121 * b121) ;
m.add( C[2] == C133 * b133 + C233 * b233);
m.add( C[3] == C141 * b141 + C142 * b142);
m.add( C[4] == C151 * b151 + C152 * b152);

```



```

//*****
//      quality levels of activities
//*****
m.add( Q[0]    == Q111 * b111 + Q211 * b211 + Q112 * b112);
m.add( Q[1]    == Q121 * b121);
m.add( Q[2]    == Q133 * b133 + Q233 * b233);
m.add( Q[3]    == Q141 * b141 + Q142 * b142);
m.add( Q[4]    == Q151 * b151 + Q152 * b152);

//*****
//      constraints of selection one bid for each activity
//*****
m.add( b111 + b211 + b112 ==1);
m.add( b121 ==1);
m.add( b133 + b233 ==1);
m.add( b141 + b142 ==1);
m.add( b151 + b152 ==1);

//*****
//      total product cost
//*****
m.add( CF == C[1] + C[2] + C[3] + C[4] + C[0]);

//*****
//      finishing date
//*****
m.add( DF == ST[4] + D[4]);

//*****
//      total quality level
//*****
m.add( TQL == Q[1] + Q[2] + Q[3] + Q[4] + Q[0] );

//*****
//      Reliability
//*****
m.add( R == (( b111 + b211)*(RM1) +
b112*(RM2))*(b121*(RM1))*((b133+b233)*(RB3))*(b141*(RM1)+
b142*(RM2))*(b151*(RM1)+b152*(RM2)) );

m.add( (b111 + b211)*IlcLog (RM1) + b112*IlcLog (RM2)+b121*IlcLog (RM1) + (b133+b233)*IlcLog
(RB3) + b141*IlcLog (RM1)+ b142*IlcLog (RM2)+ b151*IlcLog (RM1)+b152*IlcLog (RM2)
>= IlcLog(0.87));

m.add(
IlcAnd(IlcInstantiate(b111),IlcInstantiate(b211),IlcInstantiate(b112),IlcInstantiate(b121)),
IlcAnd(IlcInstantiate(b133),IlcInstantiate(b233),IlcInstantiate(b141),IlcInstantiate(b142)),
IlcAnd(IlcInstantiate(b151),IlcInstantiate(b152))
);
IlcAnd(

```

```

while (m.nextSolution())
{
    m.out()<<"b111 = "<<b111.getMax()<<endl;
    m.out()<<"b211 = "<<b211.getMax()<<endl;
    m.out()<<"b112 = "<<b112.getMax()<<endl;
    m.out()<<"b121 = "<<b121.getMax()<<endl;
    m.out()<<"b133 = "<<b133.getMax()<<endl;
    m.out()<<"b233 = "<<b233.getMax()<<endl;
    m.out()<<"b141 = "<<b141.getMax()<<endl;
    m.out()<<"b142 = "<<b142.getMax()<<endl;
    m.out()<<"b151 = "<<b151.getMax()<<endl;
    m.out()<<"b152 = "<<b152.getMax()<<endl;
    m.out()<<"CF = "<<CF.getMax()<<endl;
    m.out()<<"TQL = "<<TQL.getMax()<<endl;
    m.out()<<"R = "<<R.getMax()<<endl;
    m.out()<<"-----"<<endl;
}

m.closeLogFile();
m.end();
return 0;
}

```

Le rapport de résolution généré par ILOG pour une fiabilité objectif de 0.87 est :

```

b111 = 0
b211 = 1
b112 = 0
b121 = 1
b133 = 0
b233 = 1
b141 = 1
b142 = 0
b151 = 1
b152 = 0
CF = 850
TQL = 13
R = 0.87625
-----
b111 = 0
b211 = 1
b112 = 0
b121 = 1
b133 = 1
b233 = 0
b141 = 1
b142 = 0
b151 = 1
b152 = 0
CF = 850
TQL = 13
R = 0.87625
-----
b111 = 1

```

b211 = 0  
b112 = 0  
b121 = 1  
b133 = 0  
b233 = 1  
b141 = 1  
b142 = 0  
b151 = 1  
b152 = 0  
CF = 870  
TQL = 13  
R = 0.87625

-----  
b111 = 1  
b211 = 0  
b112 = 0  
b121 = 1  
b133 = 1  
b233 = 0  
b141 = 1  
b142 = 0  
b151 = 1  
b152 = 0  
CF = 870  
TQL = 13  
R = 0.87625  
-----

## ANNEXE J : TABLEAU DES SCORES DES SOLUTIONS NON DOMINEES

P <sub>j</sub>	Offres	Activités	C <sub>k</sub>	α <sub>k</sub>	ANE	NES	Alternative 2			Alternative 5			Alternative 7			Alternative 10			Alternative 12			Alternative 15		
							b <sub>ijk</sub>	AS	SP	b <sub>ijk</sub>	AS	SP	b <sub>ijk</sub>	AS	SP	b <sub>ijk</sub>	AS	SP	b <sub>ijk</sub>	AS	SP	b <sub>ijk</sub>	AS	SP
M1	b111	P	C1	0.2	3	3.125	0	0.000	0.000	0	0.000	0.000	0	0.000	0.000	0	0.000	0.000	0	0.000	0.000	0	0.000	0.000
			C2	0.12	2	2.333	0	0.000	0.000	0	0.000	0.000	0	0.000	0.000	0	0.000	0.000	0	0.000	0.000	0	0.000	0.000
			C3	0.11	3	3.200	0	0.000	0.000	0	0.000	0.000	0	0.000	0.000	0	0.000	0.000	0	0.000	0.000	0	0.000	0.000
	b211	P	C1	0.2	3	3.125	1	0.600	0.625	1	0.600	0.625	1	0.600	0.625	1	0.600	0.625	1	0.600	0.625	1	0.600	0.625
			C2	0.12	2	2.333	1	0.240	0.280	1	0.240	0.280	1	0.240	0.280	1	0.240	0.280	1	0.240	0.280	1	0.240	0.280
			C3	0.11	3	3.200	1	0.330	0.352	1	0.330	0.352	1	0.330	0.352	1	0.330	0.352	1	0.330	0.352	1	0.330	0.352
	b121	SC	C2	0.12	2	2.000	1	0.240	0.240	1	0.240	0.240	1	0.240	0.240	1	0.240	0.240	1	0.240	0.240	1	0.240	0.240
			C4	0.02	2	2.200	1	0.040	0.044	1	0.040	0.044	1	0.040	0.044	1	0.040	0.044	1	0.040	0.044	1	0.040	0.044
			C8	0.17	4	4.000	1	0.680	0.680	1	0.680	0.680	1	0.680	0.680	1	0.680	0.680	1	0.680	0.680	1	0.680	0.680
b151	D	C1	0.2	3	3.125	1	0.600	0.625	1	0.600	0.625	1	0.600	0.625	1	0.600	0.625	1	0.600	0.625	1	0.600	0.625	
		C3	0.11	3	3.000	1	0.330	0.330	1	0.330	0.330	1	0.330	0.330	1	0.330	0.330	1	0.330	0.330	1	0.330	0.330	
		C1	0.2	3	3.333	0	0.000	0.000	0	0.000	0.000	0	0.000	0.000	0	0.000	0.000	0	0.000	0.000	0	0.000	0.000	
b142	P	C2	0.12	2	2.000	0	0.000	0.000	0	0.000	0.000	0	0.000	0.000	0	0.000	0.000	0	0.000	0.000	0	0.000	0.000	
		C3	0.11	2	3.000	0	0.000	0.000	0	0.000	0.000	0	0.000	0.000	0	0.000	0.000	0	0.000	0.000	0	0.000	0.000	
		C8	0.17	3	3.250	0	0.000	0.000	0	0.000	0.000	1	0.510	0.553	1	0.510	0.553	1	0.510	0.553	1	0.510	0.553	
b152	D	C1	0.2	3	3.200	0	0.000	0.000	0	0.000	0.000	0	0.000	0.000	0	0.000	0.000	0	0.000	0.000	1	0.600	0.640	
		C3	0.11	2	2.500	0	0.000	0.000	0	0.000	0.000	0	0.000	0.000	0	0.000	0.000	0	0.000	0.000	1	0.220	0.275	
		C5	0.18	3	3.100	1	0.540	0.558	1	0.540	0.558	1	0.540	0.558	1	0.540	0.558	1	0.540	0.558	1	0.540	0.558	
b233	M	C6	0.11	3	3.200	1	0.330	0.352	1	0.330	0.352	1	0.330	0.352	1	0.330	0.352	1	0.330	0.352	1	0.330	0.352	
		C7	0.09	4	4.000	1	0.360	0.360	1	0.360	0.360	1	0.360	0.360	1	0.360	0.360	1	0.360	0.360	1	0.360	0.360	
		C5	0.18	3	3.050	0	0.000	0.000	1	0.540	0.549	0	0.000	0.000	1	0.540	0.549	0	0.000	0.000	1	0.540	0.549	
Ancien Score / Score Prévisionnel	Ecart	C6	0.11	3	3.200	0	0.000	0.000	1	0.330	0.352	0	0.000	0.000	1	0.330	0.352	0	0.000	0.000	1	0.330	0.352	
		C7	0.09	4	4.000	0	0.000	0.000	1	0.360	0.360	0	0.000	0.000	1	0.360	0.360	0	0.000	0.000	1	0.360	0.360	
		C7	0.09	4	4.000	0	0.000	0.000	1	0.360	0.360	0	0.000	0.000	1	0.360	0.360	0	0.000	0.000	1	0.360	0.360	
							4.290	4.446	4.290	4.437	4.120	4.318	4.120	4.309	4.180	4.406	4.180	4.397	0.156	0.226	0.189	0.217		

ANE	Ancien Niveau d'expertise
NEP	Niveau d'expertise Prévisionnel
AS	Ancien Score
SP	Score Prévisionnel

## ANNEXE K

### LA METHODE MACBETH

MACBETH (Masuring the Atractiveness by a Categorical Based Evaluation Technique) est une méthode multicritère de décision. Elle permet de traduire les jugements sémantiques énoncés par un décideur sur une échelle numérique.

Soit  $S$  un ensemble fini d'actions et  $P$  une relation de préférence « Strict weak order » permettant de mesurer l'attractivité entre les éléments de  $S$  ( $\forall x, y \in S, x P y$  si et seulement si le décideur juge que  $x$  est plus attractive que  $y$ ).

La méthode MACBETH est en effet une procédure interactive qui consiste à demander au décideur de juger verbalement la différence d'attractivité entre deux actions  $x$  et  $y$  de  $S$  (avec  $x$  est plus attractive que  $y$ ) en utilisant les catégories sémantiques suivantes :

$C_0$	Différence d'attractivité <i>nulle</i>
$C_1$	Différence d'attractivité <i>très faible</i>
$C_2$	Différence d'attractivité <i>faible</i>
$C_3$	Différence d'attractivité <i>modérée</i>
$C_4$	Différence d'attractivité <i>forte</i>
$C_5$	Différence d'attractivité <i>très forte</i>
$C_6$	Différence d'attractivité <i>extrême</i>

Durant ce processus interactif, une matrice de jugements catégoriques sera construite. Par exemple si le décideur évalue les 6 actions A, B, C, D, E et F selon le critère Qualité, on aura une matrice à l'image de celle présentée ci-dessous.

Qualité	A	B	C	D	E	F
A	Nulle	Faible	Modérée	Modérée	Très forte	Extrême
B		Nulle	Faible	Faible	Très forte	Extrême
C			Nulle	Très faible	Forte	Très forte
D				Nulle	Forte	Très forte
E					Nulle	Modérée
F						Nulle

**Figure K.1** Matrice des jugements du décideur par rapport au critère qualité

La méthode MACBETH traite des informations semblables à celles récapitulées à la matrice des jugements ci-dessus. Elle associe un score à chacune des actions et fait en sorte que la différence des scores des actions D et E est supérieure à la différence des scores des actions B et C. Par ailleurs, étant donnée la relation de préférence P et la matrice des jugements, MACBETH vérifie l'existence d'une échelle numérique  $\Phi$  sur S qui satisfait les deux conditions suivantes :

- **Condition 1 : (Condition ordinale)** (1)

$$\forall x, y \in S : \Phi(x) > \Phi(y) \Leftrightarrow x \text{ est plus attractive que } y.$$

- **Condition 2 : (Condition sémantique)** (2)

$$\forall k, k' \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, \forall x, y, w, z \in S \text{ avec } (x, y) \in C_k \text{ et } (w, z) \in C_{k'} :$$

$$k \geq k' + 1 \Rightarrow \Phi(x) - \Phi(y) > \Phi(w) - \Phi(z)$$

Si ces deux conditions ne sont pas satisfaites, alors les jugements sémantiques ne peuvent être représentés sur une échelle (intervalle) numérique. Dans ce cas, on dit que la matrice des jugements est incompatible avec la construction d'une échelle cardinale sur S. Les cas

d'incompatibilité seront traités plus en détail au paragraphe intitulé « Traitement des cas d'incompatibilité ».

En revanche, si les conditions (1), (2) sont satisfaites, alors la matrice des jugements est dite consistante.

### ▪ **Traitement du cas où la matrice des jugements est consistante :**

Comme mentionné au paragraphe précédent, la matrice des jugements est dite consistante si les conditions (1) et (2) sont satisfaites. Dans ce cas, une infinité d'échelles numériques peuvent être construites.

Parmi toutes les échelles numériques on s'intéresse particulièrement à l'échelle de base (The basic MACBETH scale) déterminée suite à la résolution du programme linéaire ci-après.

Soit l'ensemble des actions :  $S = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$

Soit  $P$  la relation de préférence sur  $S$  dont les actions sont structurées de la façon suivante :

$s_1$  est au moins aussi attractive que  $s_2, s_3, s_4, \dots, s_{n-1}$

et plus attractive que  $s_n$

$s_2$  est au moins aussi attractive que  $s_3, s_4, \dots, s_n$

$s_3$  est au moins aussi attractive que  $s_4, \dots, s_n$

...

$s_{n-1}$  est au moins aussi attractive que  $s_n$

Variables de décision (variables positives) :

$\phi(s_i), i \in \{1, 2, \dots, n\}$

Fonction objectif :

$$\min \phi(s_1)$$

Contraintes :

$$(1) \quad \phi(s_n) = 0$$

$$(2) \quad \forall x, y \in S \text{ with } (x, y) \in C_0: \phi(x) = \phi(y)$$

$$(3) \quad \forall k, k' \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\} \text{ with } k > k',$$

$$\forall (x, y) \in C_k \text{ and } \forall (w, z) \in C_{k'} :$$

$$\phi(x) - \phi(y) \geq \phi(w) - \phi(z) + k - k'. \quad [\text{Bana e Costa et Vansnick, 1999}]$$

La fonction objectif du programme linéaire présenté ci-dessus consiste à minimiser le score de  $s_1$  ce qui revient à réduire autant que possible l'étendue de l'échelle et par conséquent les intervalles associés aux catégories ( $C_0, C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6$ ).

Dans certains cas, le décideur souhaite que l'évaluation de la meilleure action soit égale à une valeur  $E_{\max}$  et celle de la pire action soit égale à  $E_{\min}$ . La question qui se pose dès lors est la suivante : Comment transformer les résultats obtenus selon l'échelle de base (The basic MACBETH scale) pour tenir compte des souhaits du décideur ?

En effet, la solution consiste à appliquer une simple transformation linéaire pour obtenir les évaluations de toutes les actions.

Supposons que les évaluations des actions  $\{ s_1, s_2, s_3, s_4, \dots, s_n \}$  selon l'échelle de base sont  $\{ v_1, v_2, v_3, v_4, \dots, v_{n-1}, 0 \}$ . En prenant compte des souhaits du décideur, les évaluations des actions seront  $\{ E_{\max}, w_2, w_3, w_4, \dots, w_{n-1}, E_{\min} \}$  avec  $w_i$  vérifiant la condition :

$$\frac{E_{\max} - w_i}{E_{\max} - E_{\min}} = \frac{v_i - v_i}{v_i} \Leftrightarrow w_i = E_{\max} - [E_{\max} - E_{\min}] \left[ \frac{v_i - v_i}{v_i} \right]$$

**Remarque :**

Si le programme linéaire n'admet pas de solution alors la matrice des jugements est non consistante ce qui revient à affirmer que les jugements sont incompatibles avec une représentation sur une échelle intervalle.



L'application de la procédure ci-dessus à la matrice des jugements de la Figure K.1, donne un programme linéaire de 5 variables et de 107 contraintes et ce pour une matrice de taille 6 x 6. La formulation du programme linéaire faite sur le solveur LINGO est la suivante :

*Dans ce programme linéaire, la variable A est l'équivalent de  $\Phi(A)$ , B est l'équivalent de  $\Phi(B)$ , ..., F est l'équivalent de  $\Phi(F)$ . C'est uniquement pour des raisons de syntaxe qu'on a procédé à cette adaptation.*

```

Min = A;
! -----;
!   contraintes du problème;
! -----;

F=0;
! {k = 6 , k' = 5}; ! -----;
A - F >= C - F + 1; A - F >= D - F + 1; A - F >= A - E + 1; A - F >= B - E + 1;
B - F >= C - F + 1; B - F >= D - F + 1; B - F >= A - E + 1; B - F >= B - E + 1;

! {k = 6 , k' = 4}; ! -----;
A - F >= C - E + 2; A - F >= D - E + 2;
B - F >= C - E + 2; B - F >= D - E + 2;

! {k = 6 , k' = 3}; ! -----;
A - F >= E - F + 3; A - F >= A - D + 3; A - F >= A - C + 3;
B - F >= E - F + 3; B - F >= A - D + 3; B - F >= A - C + 3;

! {k = 6 , k' = 2}; ! -----;
A - F >= B - D + 4; A - F >= B - C + 4; A - F >= A - B + 4;
B - F >= B - D + 4; B - F >= B - C + 4; B - F >= A - B + 4;

! {k = 6 , k' = 1}; ! -----;
A - F >= C - D + 5; B - F >= C - D + 5;

! {k = 6 , k' = 0}; ! -----;
A - F >= 6; B - F >= 6;

! {k = 5 , k' = 4}; ! -----;
C - F >= C - E + 1; C - F >= D - E + 1;
D - F >= C - E + 1; D - F >= D - E + 1;
A - E >= C - E + 1; A - E >= D - E + 1;
B - E >= C - E + 1; B - E >= D - E + 1;

! {k = 5 , k' = 3}; ! -----;
C - F >= E - F + 2; C - F >= A - D + 2; C - F >= A - C + 2;
D - F >= E - F + 2; D - F >= A - D + 2; D - F >= A - C + 2;
A - E >= E - F + 2; A - E >= A - D + 2; A - E >= A - C + 2;
B - E >= E - F + 2; B - E >= A - D + 2; B - E >= A - C + 2;

! {k = 5 , k' = 2}; ! -----;
C - F >= B - D + 3; C - F >= B - C + 3; C - F >= A - B + 3;
D - F >= B - D + 3; D - F >= B - C + 3; D - F >= A - B + 3;

```

```

A - E >= B - D + 3; A - E >= B - C + 3; A - E >= A - B + 3;
B - E >= B - D + 3; B - E >= B - C + 3; B - E >= A - B + 3;

! {k = 5 , k' = 1}; ! -----;
C - F >= C - D + 4; D - F >= C - D + 4;
A - E >= C - D + 4; B - E >= C - D + 4;

! {k = 5 , k' = 0}; ! -----;
C - F >= 5; D - F >= 5;
A - E >= 5; B - E >= 5;

! {k = 4 , k' = 3}; ! -----;
C - E >= E - F + 1; C - E >= A - D + 1; C - E >= A - C + 1;
D - E >= E - F + 1; D - E >= A - D + 1; D - E >= A - C + 1;

! {k = 4 , k' = 2}; ! -----;
C - E >= B - D + 2; C - E >= B - C + 2; C - E >= A - B + 2;
D - E >= B - D + 2; D - E >= B - C + 2; D - E >= A - B + 2;

! {k = 4 , k' = 1}; ! -----;
C - E >= C - D + 3; D - E >= C - D + 3;

! {k = 4 , k' = 0}; ! -----;
C - E >= 4; D - E >= 4;

! {k = 3 , k' = 2}; ! -----;
E - F >= B - D + 1; E - F >= B - C + 1; E - F >= A - B + 1;
A - D >= B - D + 1; A - D >= B - C + 1; A - D >= A - B + 1;
A - C >= B - D + 1; A - C >= B - C + 1; A - C >= A - B + 1;

! {k = 3 , k' = 1}; ! -----;
E - F >= C - D + 2; A - D >= C - D + 2; A - C >= C - D + 2;

! {k = 3 , k' = 0}; ! -----;
E - F >= 3; A - D >= 3; A - C >= 3;

! {k = 2 , k' = 1}; ! -----;
B - D >= C - D + 1; B - C >= C - D + 1; A - B >= C - D + 1;

! {k = 2 , k' = 0}; ! -----;
B - D >= 2; B - C >= 2; A - B >= 2;

! {k = 1 , k' = 0}; ! -----;
C - D >= 1;

```

La résolution de ce programme linéaire par le solveur LINGO donne la solution suivante :

```

Objective value:                15.00000

      Variable      Value
      A             15.00000
      F              0.0000000
      C             11.00000
      D             10.00000
      E              4.000000
      B             13.00000

```

## ▪ Traitement des cas d'incompatibilité :

Nous parlons d'incompatibilité des jugements avec la construction d'une échelle cardinale sur S dans le cas où la matrice des jugements est non consistante, c'est à dire que le programme linéaire présenté au paragraphe précédent n'admet pas de solution. En effet, deux sources d'incompatibilité sont possibles :

- Situation d'incohérence

Supposons que la matrice ci-dessous représente les jugements sémantiques d'un décideur.

Qualité	A	B	C	D	E
A	Nulle	Très Faible	Faible	Modérée	Très forte
B		Nulle	Faible	Forte	Très forte
C			Nulle	Faible	Modérée
D				Nulle	Très Faible
E					Nulle

**Figure K.2 Exemple d'une situation d'incohérence**

- A étant plus attractive que B, donc selon la condition (1),  $\Phi(A) > \Phi(B)$ .
- Observons la colonne D, la différence d'attraction entre B et D est plus forte que la différence d'attraction entre A et D. Donc selon la condition (2), on a :  
 $\Phi(B) - \Phi(D) > \Phi(A) - \Phi(D)$ . Ce qui implique que  $\Phi(B) > \Phi(A)$ . Ce qui explique l'incohérence des jugements.

En effet, nous distinguons quatre types d'incohérence :

- **Type 1** : étant donné trois actions x, y et z avec x et y sont toutes les deux plus attractives que z, et x est plus attractive que y ( $x P y P z$ ). La différence d'attractivité entre y et z est plus grande que la différence d'attractivité entre x et z (voir exemple ci-dessus).

- **Type 2** : étant donné trois actions x, y et z avec x est plus attractive que y et z, et y est plus attractive que z ( $x P y P z$ ). La différence d'attractivité entre x et y est plus grande que la différence d'attractivité entre x et z.
- **Type 3** : étant donné trois actions x, y et z avec x et y sont toutes les deux plus attractives que z, et il n'y a pas de différence d'attractivité entre x et y. La différence d'attractivité entre x et z est différente de la différence d'attractivité entre y et z.
- **Type 4** : étant donné trois actions x, y et z avec z est plus attractive que x et y, et il n'y a pas de différence d'attractivité entre x et y. La différence d'attractivité entre z et x est différente de la différence d'attractivité entre z et y.

Pour toute incohérence, la matrice des jugements doit être révisée.

- **Situation d'inconsistance sémantique**

Les situations d'inconsistance sémantique empêchent d'obtenir une solution pour le programme linéaire. Nous introduisons l'exemple suivant pour mieux expliciter le concept d'inconsistance sémantique.

Supposons que la matrice ci-dessous représente les jugements sémantiques d'un décideur.

Qualité	A	B	C	D	E
A	Nulle	Très Faible	Faible	Forte	Très forte
B		Nulle	Très Faible	Forte	Très forte
C			Nulle	Faible	Modérée
D				Nulle	Faible
E					Nulle

**Figure K.3 Exemple d'une situation d'inconsistance sémantique**

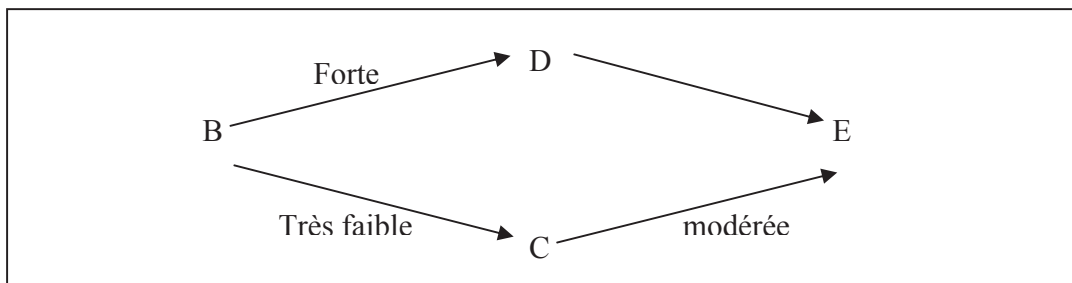
L'étude des chemins B-D-E et B-C-E (Figure K.4) donne :

$$\Phi(B) - \Phi(D) > \Phi(C) - \Phi(E).$$

$$\Phi(D) - \Phi(E) > \Phi(B) - \Phi(C).$$

En faisant la somme de ces deux inéquations, on obtient :

$$\Phi(B) - \Phi(E) > \Phi(B) - \Phi(E). \text{ Ce qui est incompatible avec la condition (2).}$$



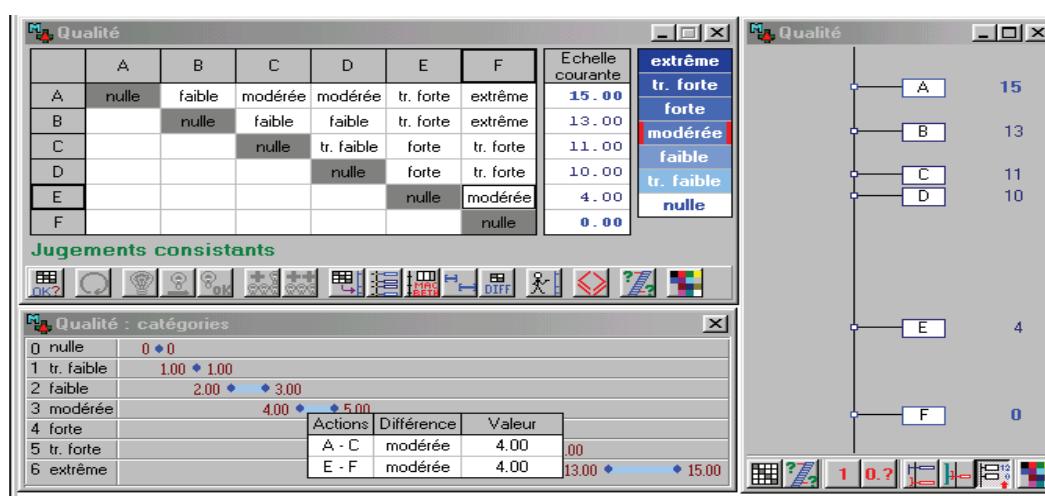
**Figure K.4 Interprétation d'une situation d'inconsistance sémantique**

L'inconsistance sémantique est détectée lors de la résolution du programme linéaire. Dans ce cas, le décideur est appelé à réviser ses jugements.

### ▪ L'outil logiciel MACBETH :

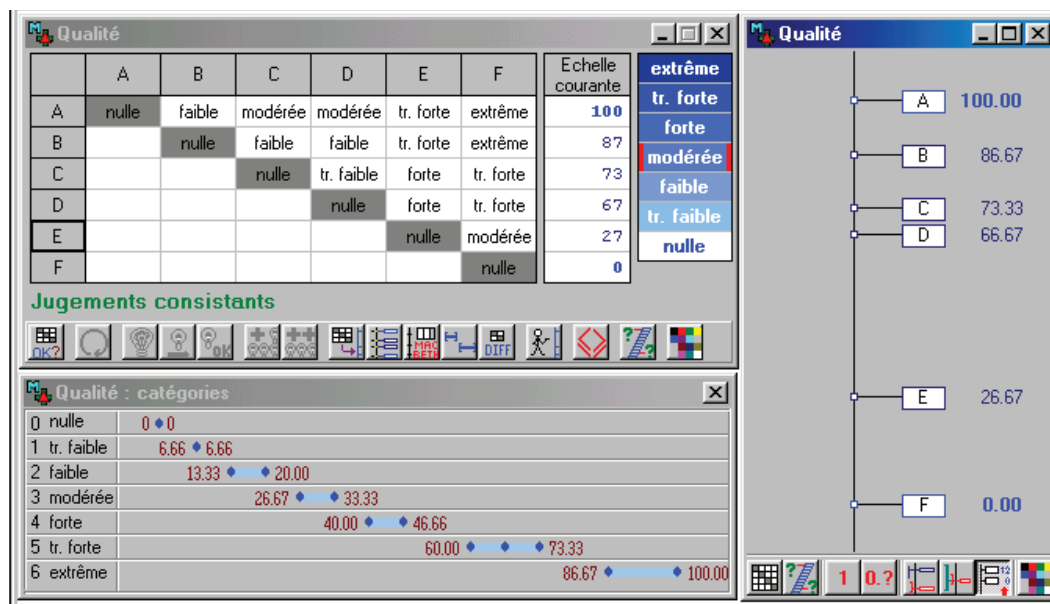
L'outil logiciel MACBETH permet au décideur de formuler ses préférences et d'obtenir rapidement une évaluation des actions sur une échelle numérique sans avoir à formuler le programme linéaire. L'outil MACBETH est très convivial, facile à apprendre et à manipuler. Par ailleurs, il englobe plusieurs options dont notamment la détection des incompatibilités (situation d'incohérence et / ou situation d'inconsistance sémantique). L'outil suggère des alternatives pour traiter l'incompatibilité.

L'utilisation de cet outil pour la matrice des jugements de la Figure K.1 a permis de générer l'échelle numérique de base présentée ci-dessous.



**Figure K.5 Résultat d'application de la méthode MACBETH.**

Si le décideur souhaite que la meilleure des actions ait un score de 100 et la pire des actions ait un score de 0, alors on obtient l'échelle numérique présentée dans la Figure K.6.



**Figure K.6** Transformation de l'échelle de base pour la prise en compte des souhaits du décideur concernant l'étendu de l'échelle.

**Remarques :**

- (1) Nous avons souvent utilisé le terme « échelle intervalle » dans cette annexe. Cette terminologie est due au fait suivant : à chacune des catégories  $\{C_0 : \text{nulle}, C_1 : \text{très faible}, \dots, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6 : \text{extrême}\}$ , nous associons un intervalle. Par exemple, dans la Figure K.6, la différence d'attractivité entre deux actions est considérée « forte » si l'écart de leurs évaluations respective appartient à l'intervalle  $[40 ; 46.66]$ .

La détermination des intervalles correspondant aux catégories est très simple. Elle se fait de la façon suivante : d'abord, sélectionner une catégorie (par exemple :  $C_5$  : très forte). Ensuite, déterminer la différence des scores de chaque paire d'actions appartenant à la catégorie objet de l'étude (pour la catégorie  $C_5$  :  $\Phi(A) - \Phi(E) = 73.33$ ,  $\Phi(B) - \Phi(E) = 60.00$ ,  $\Phi(C) - \Phi(F) = 73.33$ ,  $\Phi(D) - \Phi(F) = 66.67$ ). La différence de score la plus faible et la différence la plus forte constituent les bornes de l'intervalle (Ainsi, pour la catégorie  $C_5$ , l'intervalle est  $[60.00 ; 73.33]$ ).

- (2) Il est possible de traiter les cas où le nombre de catégories dépasse 7. Il suffit de respecter toutes les conditions d'application de la méthode MACBETH.
- (3) Le développement de cette annexe a été fortement inspiré des travaux de [Bana e Costa et Vansnick, 1999] et [Bana e Costa et Vansnick, 2001].
- (4) L'outil logiciel MACBETH est disponible gratuitement sur le site web suivant : <http://www.umh.ac.be/~smq/>. Toutefois, dans sa version gratuite, le logiciel ne permet de traiter que des matrices de jugements dont la taille est limitée à 5 seulement.

## ANNEXE L

### MODELE ANALYTIQUE BASE SUR LA FIABILITE

```
Min =  $\beta$  * C - (1- $\beta$ )*TQL;

!*****
! Anteriority constraints
!*****;
    ST1 + D1    <= ST2    ;
    ST1 + D1    <= ST3    ;
    ST3 + D3    <= ST4    ;
    ST4 + D4    <= ST5    ;
    ST2+ D2     <= ST5    ;

!*****
! Due date respect
!*****;
    ST5 + D5    <= DD;

!*****
! Start time of activities
!*****;
    ST1  = ST111 * b111 + ST211 * b211 + ST112 * b112;
    ST2  = ST121 * b121 ;
    ST3  = ST133 * b133 + ST233 * b233;
    ST4  = ST141 * b141 + ST142 * b142;
    ST5  = ST151 * b151 + ST152 * b152;

!*****
! duration of activities
!*****;
    D1  = D111 * b111 + D211 * b211 + D112 * b112;
    D2  = D121 * b121 ;
    D3  = D133 * b133 + D233 * b233;
    D4  = D141 * b141 + D142 * b142;
    D5  = D151 * b151 + D152 * b152;

!*****
```



```

!          cost of activities
!*****;
C1   = C111 * b111 + C211 * b211 + C112 * b112;
C2   = C121 * b121 ;
C3   = C133 * b133 + C233 * b233;
C4   = C141 * b141 + C142 * b142;
C5   = C151 * b151 + C152 * b152;

!*****
!          quality levels of activities
!*****;
Q1   = Q111 * b111 + Q211 * b211 + Q112 * b112;
Q2   = Q121 * b121 ;
Q3   = Q133 * b133 + Q233 * b233;
Q4   = Q141 * b141 + Q142 * b142;
Q5   = Q151 * b151 + Q152 * b152;

!*****
!          constraints of selection one bid for each activity
!*****;
b111 + b211 + b112 =1;
b121 =1;
b133 + b233 =1;
b141 + b142 =1;
b151 + b152 =1;

!*****
!          total product cost
!*****;
C = C1 + C2+ C3 + C4 + C5;

!*****
!          finishing date
!*****;
D = ST5 + D5;

!*****
!          total quality level
!*****;
TQL = Q1 + Q2 + Q3 + Q4 + Q5 ;

!*****
!          Reliability constraint
!*****;
(b111+b211)*@LOG(RM1)+b112*@LOG(RM2)+b121*@LOG(RM1)+
(b133+b233)*@LOG(RB3)+ b141*@LOG(RM1)+ b142*@LOG(RM2)
+b151*@LOG(RM1)+b152*@LOG(RM2)>= @LOG(R_objectif);

!*****
!          The network reliability
!*****;
R=( (b111+b211) *RM1+b112*RM2) * (b121*RM1) * ((b133+b233) *RB3)
* (b141*RM1+b142*RM2) * (b151*RM1+b152*RM2);

!*****

```

```

!                               data constraints (binary variables)
!*****
  @BIN( b111);      @BIN( b211);      @BIN( b112);
  @BIN( b121);      @BIN( b133);      @BIN( b233);
  @BIN( b141);      @BIN( b142);      @BIN( b151);
  @BIN( b152);

!*****
!                               Problem Data
!*****
  ST111 = 0;      D111 = 5;      C111 = 300;
  ST211 = 0;      D211 = 6;      C211 = 280;
  ST121 = 7;      D121 = 2;      C121 = 200;
  ST141 = 10;     D141 = 3;      C141 = 100;
  ST151 = 13;     D151 = 1;      C151 = 50;
  ST112 = 1;      D112 = 6;      C112 = 310;
  ST142 = 10;     D142 = 2;      C142 = 120;
  ST152 = 13;     D152 = 1;      C152 = 40;
  ST133 = 6;      D133 = 3;      C133 = 220;
  ST233 = 7;      D233 = 3;      C233 = 220;

  Q111 = 3;      Q211 = 3;      Q121 = 2;
  Q141 = 2;      Q151 = 3;      Q112 = 3;
  Q142 = 3;      Q152 = 2;      Q133 = 3;
  Q233 = 3;

  RM1 = 0.98 ;   RM2 = 0.97;      RB3 = 0.95;
  DD =20;       β =0.65;          R objectif = 0.87;

```

