



**HAL**  
open science

**Consolidation de relevés laser d'intérieurs construits :  
pour une approche probabiliste initialisée par  
géolocalisation**

Jean-Francois Hullo

► **To cite this version:**

Jean-Francois Hullo. Consolidation de relevés laser d'intérieurs construits : pour une approche probabiliste initialisée par géolocalisation. Autre. Université de Strasbourg, 2013. Français. NNT : 2013STRAD001 . tel-00801974

**HAL Id: tel-00801974**

**<https://theses.hal.science/tel-00801974>**

Submitted on 18 Mar 2013

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° d'ordre :

École Doctorale Mathématiques, Sciences de  
l'Information et de l'Ingénieur

---

UdS – INSA – ENGEES

## THÈSE

présentée pour obtenir le grade de

**Docteur de l'Université de Strasbourg**

**Discipline : Sciences de l'Ingénieur**  
**Spécialité : Topographie – Géomatique**

par

**Jean-François Hullo**

**Consolidation de relevés laser d'intérieurs  
construits : pour une approche probabiliste  
initialisée par géolocalisation**

Soutenue publiquement le 10 janvier 2013

### **Membres du jury**

*Directeur de thèse* : M. Pierre Grussenmeyer, Professeur des Universités, INSA de Strasbourg

*Rapporteur externe* : M. Jacques Droulez, Directeur de Recherches, Collège de France

*Rapporteur externe* : M. Bertrand Merminod, Professeur, EPF de Lausanne

*Examineurs* : M. Daniel Bennequin, Professeur des Universités, Université Paris 7

M. Thomas Chaperon, Docteur, Trimble France

M. Guillaume Thibault, Chercheur Senior, EDF R & D



*“Rien n’est si fou que de mettre son salut dans l’incertitude ;  
mais rien n’est si naturel.”*  
Lettres, Mme de Sévigné



# Remerciements

*Si la joie de mener à bien un travail est proportionnelle à l'effort fourni pour l'accomplir, les remerciements qu'il suscite le sont au moins tout autant.*

Je souhaite en premier lieu adresser la plus vive des gratitudes à l'ensemble de mon jury :

- à Jacques Droulez et Bertrand Merminod, d'avoir consenti au rôle de rapporteurs. Votre présence au sein de mon jury est un honneur hors du commun et le temps que vous accordez à la lecture de mon mémoire est une reconnaissance en soi.
- à Daniel Bennequin, d'y siéger comme examinateur. Si j'ai beaucoup appris au cours de cette thèse, c'est également grâce à vous. Votre excellence scientifique est reconnue de longue date, et par beaucoup, mais je tiens à témoigner personnellement de vos qualités humaines.
- à Thomas Chaperon, d'y siéger également comme examinateur. La qualité du travail réalisé au cours de ta thèse, il y a maintenant une dizaine d'années, continue d'inspirer bien des thésards.
- à Tania Landes, de siéger au sein de mon jury. Le titre de membre invité, qu'a contraint la rigueur administrative, ne reflète en rien votre investissement tout au long de cette thèse. Bon nombre des connaissances professionnelles dont je dispose sont le fruit de votre compétence.
- à Pierre Grussenmeyer, d'avoir dirigé cette thèse. Si depuis mon arrivée à l'INSA de Strasbourg, j'ai pris part de si nombreuses fois à la vie du laboratoire comme stagiaire puis doctorant, ce n'est pas par hasard. J'ai toujours beaucoup appris à vos côtés ; ces six années ont été un privilège.
- à Guillaume Thibault, d'avoir encadré, encouragé et supporté mes travaux pendant trois ans. Vos conseils ont façonné ce travail ; votre rigueur et votre culture ont charpenté mes réflexions.

Je ne saurais passer sous silence le rôle qu'ont joué mes nombreux collègues. Je remercie l'ensemble du groupe I2C d'EDF R & D pour sa sympathie et sa compétence scientifique, avec une reconnaissance particulière à mes deux chefs de groupes successifs : Anne-Marie Donore et Stéphane Ploix. Je voudrais également joindre à ces remerciements l'ensemble des enseignants et techniciens de la spécialité Topographie de l'INSA de Strasbourg pour m'avoir accompagné au fil des semestres.

Je tiens à remercier tous les amis qui ont agrémenté mes pauses de leur présence ; parmi lesquels : les F & V, le RC et le Saxo ; les co-doctorants Aurélien Bey et Pierre Assali ; et bien sûr Aurélie Simon et Jean Prosper.

J'adresse une pensée spéciale à mes sœurs et frère : Églantine, Marie et Pierre-Alain, qui sont depuis 26 ans mes exemples en tout. Au cours des ans Géraldine et David se sont unis à la fratrie, quelle joie !

Je ne serais jamais assez reconnaissant de l'amour et l'attention que me portent ma mère, Héliane, et mon père, Alain. Je vous suis redevable de tout et m'efforce chaque jour de vivre à votre image.

Enfin, sans toi Marielle, ma si chère fiancée, rien de tout cela n'aurait été. Par les efforts consentis au cours de nos deux thèses respectives, de distance et d'absence, nous avons travaillé à la réussite de notre vie commune. C'est tout ce que je vous souhaite !

Fervent convaincu de la réciprocité des mérites, je souhaite rendre hommage à mes grands-parents : Jeanne<sup>+</sup> et Joseph<sup>+</sup> Hullo, Andrée et Pierre<sup>+</sup> Allard. Je dédie à leur courage chacune des pages de ce mémoire.



**Consolidation de relevés laser d'intérieurs  
construits : pour une approche probabiliste  
initialisée par géolocalisation**



---

*Cette thèse CIFRE a été financée conjointement par l'ANRT et EDF R & D sur la période Janvier 2010 - Janvier 2013. Elle a été co-encadrée par le groupe TRIO-PAGE du LSIT et le département SINETICS à EDF R&D.*

---

*Acronymes :*

<i>CIFRE</i>	<i>Conventions Industrielles de Formation par la Recherche</i>
<i>ANRT</i>	<i>Association Nationale de la Recherche et de la Technologie</i>
<i>EDF R &amp; D</i>	<i>Électricité De France, Recherche et Développement</i>
<i>TRIO-PAGE</i>	<i>Téledétection, Radiométrie et Imagerie Optique - Photogrammétrie Architecturale et GÉomatique</i>
<i>LSIT</i>	<i>Laboratoire des Sciences de l'Image, de l'Informatique et de la Télédétection</i>
<i>SINETICS</i>	<i>Simulation en Neutronique, Technologie de l'Information et Calcul Scientifique</i>



# Table des matières

Résumé.....	i
Abstract.....	iii
Notations .....	v
<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>I Acquisition de nuages de points denses de scènes industrielles</b>	
<b>I-1 Levé topographique : critères, organisation et finalité</b>	<b>9</b>
I-1.1 Critère d'un levé topographique.....	10
I-1.2 Organisation d'un levé d'intérieur.....	11
I-1.3 Exploitation des observations réalisées et des données acquises ....	12
<b>Conclusions du Chapitre I-1</b> .....	13
<b>I-2 Moyens et méthodes topographiques actuels</b>	<b>15</b>
<b>I-2.1 Établissement d'un réseau de points : le tachéomètre</b> .....	15
I-2.1.1 Fonctionnement de l'appareil.....	15
I-2.1.2 Points rayonnés depuis une station .....	16
I-2.1.3 Cheminement topographique .....	17
I-2.1.4 Caractéristiques des tachéomètres actuels.....	18
<b>I-2.2 Levé de détail : le scanner laser terrestre</b> .....	19
I-2.2.1 Fonctionnement de l'appareil.....	19
I-2.2.2 Mesures réalisées .....	19
I-2.2.3 Caractéristiques des scanners laser terrestres actuels .....	20
<b>I-2.3 Erreurs et incertitudes en topographie</b> .....	21
I-2.3.1 Précision et exactitude .....	21
I-2.3.2 Différents types d'erreurs.....	21
I-2.3.3 Erreurs <i>a priori</i> et <i>a posteriori</i> .....	23
<b>Conclusions du Chapitre I-2</b> .....	24

<b>I-3</b>	<b>Méthodes actuelles de consolidation des données scanner laser terrestres</b>	<b>25</b>
<b>I-3.1</b>	<b>Consolidation : recalage, référencement et géoréférencement</b>	25
I-3.1.1	Définitions des différents concepts	25
I-3.1.2	Pratiques actuelles	27
<b>I-3.2</b>	<b>État de l'art des solutions aux problèmes de consolidation de données laser</b>	29
I-3.2.1	Contraintes entre points des nuages	29
I-3.2.2	Contraintes entre entités d'intérêts	31
I-3.2.3	Optimisation des contraintes inter-stations : de la paire à l'ensemble	37
	<b>Conclusions du Chapitre I-3</b>	39

## **II Données et informations *a priori* utilisables pour la consolidation**

<b>II-1</b>	<b>Formalisation et caractérisation des données laser terrestres</b>	<b>43</b>
<b>II-1.1</b>	<b>Stations et repères</b>	43
II-1.1.1	Repère d'instrument	43
II-1.1.2	Transformations et changements de repères	44
II-1.1.3	Formulation des changements de repère	46
<b>II-1.2</b>	<b>Propriétés des nuages de points</b>	50
II-1.2.1	Bruit de mesure	50
II-1.2.2	Hétérogénéité de densité des nuages de points	52
<b>II-1.3</b>	<b>Compensateurs bi-axiaux permettant la mise en station du scanner laser</b>	56
II-1.3.1	Fonctionnement des compensateurs bi-axiaux	56
II-1.3.2	Caractéristiques des compensateurs bi-axiaux utilisés dans les scanners actuels	56
II-1.3.3	Avantages de l'utilisation de scanner laser équipés de compensateurs bi-axiaux	57
	<b>Conclusions du Chapitre II-1</b>	59
<b>II-2</b>	<b>Reconstruction de primitives dans un nuage de points</b>	<b>61</b>
<b>II-2.1</b>	<b>Primitives dans une installation industrielle</b>	61
II-2.1.1	Des objets aux primitives	61
II-2.1.2	Description des primitives géométriques	65
II-2.1.3	Principe de la reconstruction de primitives dans nuage de points	67
<b>II-2.2</b>	<b>Outils de reconstruction semi-automatique</b>	68
II-2.2.1	Ajustement de primitives sur un nuage segmenté manuellement	68
II-2.2.2	Croissance de région	68
II-2.2.3	Utilisation de modèles <i>a priori</i> guidant la reconstruction	69
<b>II-2.3</b>	<b>Outils de reconstruction automatique</b>	72

II-2.3.1	RANdom SAmples Consensus (RANSAC)	72
II-2.3.2	Transformées de Hough	73
<b>II-2.4</b>	<b>Exemple de reconstruction de primitives sur un jeu de données réelles</b>	<b>74</b>
II-2.4.1	Description des données	74
II-2.4.2	Algorithme 1 : Croissance de Région	75
II-2.4.3	Algorithme 2 : RANSAC	76
II-2.4.4	Analyse comparée des résultats et discussion	78
<b>Conclusions du Chapitre II-2</b>		<b>81</b>
<b>II-3</b>	<b>Autres données utilisables <i>a priori</i> pour la consolidation</b>	<b>83</b>
<b>II-3.1</b>	<b>Corpus d'informations <i>a priori</i> pour la consolidation</b>	<b>83</b>
II-3.1.1	Notion d' <i>a priori</i>	83
II-3.1.2	Formulation probabiliste des données <i>a priori</i>	84
II-3.1.3	Utilisation actuelle de données <i>a priori</i> pour le référencement et possibilités bayésiennes	88
<b>II-3.2</b>	<b>Auto-localisation de l'opérateur topographe par pointé sur plan</b>	<b>91</b>
II-3.2.1	Principe de l'expérimentation	91
II-3.2.2	Résultats et analyses	92
II-3.2.3	Apports de l'expérience pour le problème du référencement des nuages de points	94
<b>II-3.3</b>	<b>Centrales inertielles et magnétomètres</b>	<b>97</b>
II-3.3.1	Fonctionnement des instruments	97
II-3.3.2	Estimation du cap d'une station par une centrale inertielle	99
II-3.3.3	Limite des centrales inertielles dans les environnements industriels	102
<b>II-3.4</b>	<b>Prototype d'un système de localisation d'intérieur : Sysnav</b>	<b>104</b>
II-3.4.1	Description de l'instrument	104
II-3.4.2	Exemple de mesure 3D d'une trajectoire à l'aide du SYSSNAV	106
<b>II-3.5</b>	<b>Tableau de synthèse de l'estimation des variables de pose</b>	<b>107</b>
<b>Conclusions du Chapitre II-3</b>		<b>107</b>

## III Utilisation de primitives pour la consolidation de données laser

<b>III-1</b>	<b>Entités et changement de repère</b>	<b>111</b>
<b>III-1.1</b>	<b>Représentations des différentes entités</b>	<b>111</b>
III-1.1.1	De la primitive à l'entité et sa représentation	111
III-1.1.2	Représentations d'un vecteur unitaire	113
III-1.1.3	Représentations usuelles d'un plan 3D	115
III-1.1.4	Représentations usuelles d'une ligne 3D	116
III-1.1.5	Une représentation adaptée de la ligne : DHM (Denavit-Hartenberg Modifiée)	120

<b>III-1.2 Formules de changement de repère à 4 paramètres des entités</b> . . . . .	123
III-1.2.1 Formalisation d'un changement de repère à 4 paramètres . . . . .	123
III-1.2.2 Transformation d'un plan . . . . .	123
III-1.2.3 Transformation d'une ligne . . . . .	124
<b>III-1.3 Le choix de la représentation appropriée</b> . . . . .	127
<b>Conclusions du Chapitre III-1</b> . . . . .	128
<b>III-2 Contraintes géométriques entre entités appariées</b> . . . . .	<b>129</b>
<b>III-2.1 Établissement des contraintes entre entités géométriques</b> . . . . .	129
III-2.1.1 Principe des contraintes entre entités géométriques . . . . .	129
III-2.1.2 Détail des contraintes des points, lignes et plans . . . . .	131
III-2.1.3 Modèle stochastique . . . . .	133
<b>III-2.2 Résolution d'un système de contraintes entre primitives par les moindres carrés pondérés</b> . . . . .	135
III-2.2.1 Matrice Jacobienne et linéarisation . . . . .	135
III-2.2.2 Vecteur de fermetures . . . . .	135
III-2.2.3 Calculs des résidus et valeurs compensées des inconnues . . . . .	135
<b>III-2.3 Expérimentations de la méthode de consolidation par entités géométriques</b> . . . . .	136
III-2.3.1 Génération du bruit pour la simulation . . . . .	136
III-2.3.2 Premier cas d'étude : le corridor . . . . .	137
III-2.3.3 Second cas d'étude : le grand hall . . . . .	139
III-2.3.4 Discussion sur les résultats . . . . .	139
<b>Conclusions du Chapitre III-2</b> . . . . .	143

## IV Approche probabiliste pour l'appariement de primitives

<b>IV-1 Une méthode probabiliste pour l'appariement de primitives</b> . . . . .	<b>147</b>
<b>IV-1.1 Appariement de primitives : concepts et méthodes actuelles</b> . . . . .	147
IV-1.1.1 Appariement de primitives reconstruites depuis $n=2$ stations . . . . .	148
IV-1.1.2 Appariement de primitives reconstruites depuis $n>2$ stations . . . . .	152
IV-1.1.3 Stratégies existantes d'appariements de primitives . . . . .	155
<b>IV-1.2 Probabilités <i>a priori</i>, <i>a posteriori</i> et score probabiliste d'appariement</b> . . . . .	156
IV-1.2.1 Changement de repère incertain d'une entité . . . . .	156
IV-1.2.2 Score probabiliste d'appariement . . . . .	158
<b>IV-1.3 Utilisations possibles du score probabiliste d'appariement</b> . . . . .	160
IV-1.3.1 Définir un critère probabiliste d'appariement . . . . .	160
IV-1.3.2 Décrire une configuration d'appariements par son information contenue . . . . .	161
IV-1.3.3 Estimer le maximum de vraisemblance des inconnues de pose comme minimum de l'entropie globale . . . . .	161
<b>Conclusions du Chapitre IV-1</b> . . . . .	164

<b>IV-2 Application aux lignes et aux changements de repère à 4 paramètres</b>	<b>165</b>
<b>IV-2.1 Application aux lignes et aux changements de repère à 4 paramètres</b>	<b>165</b>
IV-2.1.1 Incertitude d'un changement de repère à 4 paramètres	166
IV-2.1.2 Transformation incertaine d'une ligne en représentation DHM	169
IV-2.1.3 Score probabiliste d'appariement de deux lignes	173
<b>IV-2.2 Expérimentation de l'appariement probabiliste sur des données réelles</b>	<b>175</b>
IV-2.2.1 Expérimentations réalisées	175
IV-2.2.2 Résultats et analyse	177
<b>IV-2.3 Discussion de la méthode actuelle et perspectives</b>	<b>179</b>
<b>Conclusions du Chapitre IV-2</b>	<b>179</b>
<b>Conclusion générale</b>	<b>181</b>
Bilan	181
Perspectives	183
<b>Index</b>	<b>189</b>
<b>Annexe A Quelques outils utilisés</b>	<b>191</b>
<b>A.1 Opérations géométriques entre entités</b>	<b>191</b>
A.1.1 Construction d'entités	191
A.1.2 Contrôle d'incidence	192
A.1.3 Distances	192
A.1.4 Tests sur les entités	193
<b>A.2 Logiciel de calcul formel : Maxima</b>	<b>194</b>
<b>A.3 Prototypage, implémentation et analyse : le logiciel R</b>	<b>195</b>
A.3.1 Fonctions utiles pour la simulation aléatoire	195
A.3.2 Exemple de code R : score probabiliste d'appariement de deux lignes en représentation DHM par tirage aléatoire	197
A.3.3 L'affichage et l'interfaçage : Rgl et RTclTk	199
<b>A.4 Publications</b>	<b>200</b>
<b>Table des figures</b>	<b>201</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>205</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>207</b>



# Résumé

La préparation d'interventions de maintenance dans les installations industrielles a dorénavant recours à des outils d'étude, de modélisation et de simulation basés sur l'exploitation de modèles virtuels 3D des installations. L'acquisition de ces modèles tridimensionnels s'effectue à partir de nuages de points mesurés, depuis plusieurs points de vue, par balayage angulaire horizontal et vertical d'un faisceau laser par scanner laser terrestre. L'expression dans un repère commun de l'ensemble des données acquises est appelée *consolidation*, au cours de laquelle les paramètres de changement de repères entre les stations sont calculés.

L'objectif de cette thèse est d'améliorer la méthode d'acquisition de données laser en environnements industriels. Celle-ci doit, au final, garantir la précision et l'exactitude nécessaires des données tout en optimisant le temps et les protocoles d'acquisition sur site, en libérant l'opérateur d'un certain nombre de contraintes inhérentes au relevé topographique classique.

Nous examinons, dans un premier temps, l'état de l'art des moyens et méthodes mis en œuvre lors de l'acquisition de nuages de points denses de scènes d'intérieurs complexes (Partie I). Dans un deuxième temps, nous étudions et évaluons les données utilisables pour la consolidation : données laser terrestres, algorithmes de reconstruction de primitives et systèmes de géolocalisation d'intérieur (Partie II). Dans une troisième partie, nous formalisons et expérimentons ensuite un algorithme de recalage basé sur l'utilisation de primitives appariées, reconstruites dans les nuages de points (Partie III). Nous proposons finalement une approche probabiliste de l'appariement de primitives permettant l'intégration des informations et incertitudes *a priori* dans le système de contraintes utilisé pour le calcul des poses (Partie IV).

Les contributions de notre travail sont les suivantes :

- porter un regard critique sur les méthodes actuelles d'acquisition de données laser en environnement industriel,
- évaluer, par l'expérimentation, les informations utilisables pour la consolidation des données laser,
- introduire une nouvelle représentation pour les lignes 3D, la représentation de Denhavitt-Hartenberg Modifiée,
- proposer une nouvelle méthode probabiliste pour l'appariement de primitives.

**Mots-clés :** consolidation, scanner laser terrestre, environnements industriels, géolocalisation, approche probabiliste, primitives géométriques, appariement.



# Abstract

Many pre-maintenance operations of industrial facilities currently resort on to three-dimensional CAD models. The acquisition of these models is performed from point clouds measured by Terrestrial Laser Scanning (TLS). When the scenes are complex, several viewpoints for scanning, also known as stations, are necessary to ensure the completeness and the density of the survey data. The generation of a global point cloud, i.e. the expression of all the acquired data in a common reference frame, is a crucial step called registration. During this process, the pose parameters are estimated. If the GNSS systems are now a solution for many outdoor scenes, the registration of indoor TLS data still remains a challenge.

The goal of this thesis is to improve the acquisition process of TLS data in industrial environments. The aim is to guarantee the precision and accuracy of acquired data, while optimizing on-site acquisition time and protocols by, as often as possible, freeing the operator from the constraints inherent to conventional topographic surveys.

In a first part, we consider the state of the art of the means and methods used during the acquisition of dense point clouds of complex interior scenes (Part I). In a second part, we study and evaluate the data available for the registration : terrestrial laser data, primitive reconstruction algorithms in point clouds and indoor geolocation systems (Part II). In the third part, we then formalize and experiment a registration algorithm based on the use of matched primitives, reconstructed from per station point clouds ( Part III). We finally propose a probabilistic approach for matching primitives, allowing the integration of *a priori* information and uncertainty in the constraints system used for calculating poses (Part IV).

The contributions of our work are as follows :

- to take a critical look at current methods of TLS data acquisition in industrial environments,
- to evaluate, through experimentations, the information available for TLS data registration,
- to introduce a new representation for 3D lines : the Denhavit-Hartenberg Modified representation,
- to propose a new probabilistic method for matching primitives.

**Keywords :** registration, terrestrial laser scanner, industrial facilities, geolocation, geometric primitives, probabilistic approach, matching.



# Notations

## Opérateurs

$\cdot$	produit scalaire
$\times$	produit vectoriel dans $\mathbb{R}^3$
$\mathcal{S}(\mathbf{x})$	matrice antisymétrique induisant le produit vectoriel par $\mathbf{x}$
$\frac{\partial f}{\partial x}$	dérivée partielle de $f$ par rapport à $x$
$\text{card}(E_i)$	cardinal de l'ensemble $E_i$
$I_i(\lambda)$	fonction modifiée de Bessel d'ordre $i$

## Appareils

$\mathcal{S}_i$	Station de mesure numérotée $i$
$\mathbf{H}z \ \mathbf{V} \ \mathbf{D}i$	Mesures : angle horizontal, angle vertical, distance directe (inclinée)
$\delta\hat{h} \ \delta\hat{v}$	pas angulaire d'échantillonnage du scanner laser

## Géométrie

${}^i\mathcal{R}$	repère d'instrument de la station $\mathcal{S}_i$ (orthonormé direct dans $\mathbb{R}^3$ )
${}^0\mathcal{R}$	repère global ou général
$\mathbf{e}$	entité géométrique ou primitive
$\mathbf{e}, {}^i\mathbf{e}$	vecteur de coordonnées de $\mathbf{e}$ , exprimées dans ${}^i\mathcal{R}$
$x, {}^ix$	une coordonnée de $\mathbf{e}$ , exprimée dans ${}^i\mathcal{R}$
$\mathbf{x}, {}^i\mathbf{x}$	partie homogène de $\mathbf{e}$ , exprimée dans ${}^i\mathcal{R}$
$\mathbf{g}, \mathbf{g}^{-1}$	transformation rigide, transformation rigide inverse
$\mathbf{g} \star \mathbf{e}$	action d'une transformation $\mathbf{g}$ sur une entité géométrique
$\mathbf{R}_{ij}, \mathbf{R}_{ij}^{-1}$	changement de repère de ${}^i\mathcal{R} \mapsto {}^j\mathcal{R}$ , inverse
$\mathbf{R}_i = \mathbf{R}_{i0}$	changement de repère de ${}^i\mathcal{R} \mapsto {}^0\mathcal{R}$ (le repère général)
$\mathbf{M}, \mathbf{t}$	matrice de rotation, vecteur de translation : paramètres de pose
$\omega, \phi, \kappa$	angles de rotation de Tait-Bryan autour des axes ( $OX, OY', OZ''$ )
$t_x, t_y, t_z$	coordonnées du vecteur de translation

## Probabilités

$P(A)$	probabilité de réalisation d'un évènement $A$
$\mathbf{m} \sim \mathcal{L}(\bar{m}, \tilde{m})$	variable aléatoire $\mathbf{m}$ décrite par une loi de probabilité $\mathcal{L}$ de paramètres $(\bar{m}, \tilde{m})$ .
$\mathbf{m}$	valeur vraie de $\mathbf{m}$
$E[m]$ , $\sigma_m^2$	espérance, variance de la variable aléatoire $\mathbf{m}$
$\rho_{xy}$	corrélation des variables $\mathbf{x}$ et $\mathbf{y}$
$f_{\bar{m}, \tilde{m}}(m)$	fonction de densité de probabilité de $\mathcal{L}$
$F_{\bar{m}, \tilde{m}}(m)$	fonction de répartition de $\mathcal{L}$
$\mathcal{N}_3(\mu, \Sigma)$	loi normale de dimension 3 de paramètres $\mu$ et $\Sigma$
$\mathcal{LM}(\chi, \lambda)$	loi de von Mises de paramètres $\chi$ et $\lambda$
$A(\lambda)$	rapport des fonctions modifiées de Bessel d'ordre 1 et 0

## Consolidation basée sur des entités

$\mathbf{e}_\alpha \equiv \mathbf{e}_\beta$	appariement reconnu de deux entités $\mathbf{e}_\alpha$ et $\mathbf{e}_\beta$
$\mathbf{e}_\alpha \not\equiv \mathbf{e}_\beta$	$\mathbf{e}_\alpha$ et $\mathbf{e}_\beta$ ne sont pas appariées
$\mathcal{A}_{ij}$	ensemble des paires possibles d'entités à appairier
$\mathcal{A}v_{ij} \in \mathcal{A}_{ij}$	ensemble des appariements validés
$C_x^{\alpha\beta}$	fonction de contrainte de la coordonnée $x$ de deux entités appariées $\mathbf{e}_\alpha$ et $\mathbf{e}_\beta$
$s(\mathbf{e}_\alpha, \mathbf{e}_\beta)$ , $s_1$	score d'appariement, sous-score
$\mathcal{S}(\mathbf{e}_\alpha, \mathbf{e}_\beta)$ , $\mathcal{S}_1$	critère d'appariement, sous-critère
$\tau_1$	valeur d'acceptation du sous-critère d'appariement $\mathcal{S}_1$
$s_R$ , $\mathcal{S}_R$	score de reprojction, critère de reprojction
$V(\mathbf{e}_\alpha, \mathbf{e}_\beta)$	vraisemblance de l'appariement de $\mathbf{e}_\alpha$ et $\mathbf{e}_\beta$
$I(\mathbf{e}_\alpha, \mathbf{e}_\beta)$	information contenue par la paire $(\mathbf{e}_\alpha , \mathbf{e}_\beta)$
$H(\mathbf{e}_\alpha, \mathbf{e}_\beta)$	entropie de Shannon de la paire $(\mathbf{e}_\alpha , \mathbf{e}_\beta)$

# Introduction

## Contexte industriel : maintenance des outils de production

La maintenance d'une installation industrielle permet d'inscrire son fonctionnement dans la durée en assurant la réparation, le changement, le démantèlement, l'ajout ou le contrôle de certains de ses composants. Pour nombre de sites de production, tels que les centrales électriques, les industries pharmaceutiques ou les complexes de traitements pétrochimiques, la maintenance permet également d'améliorer sans cesse la sûreté des installations.

Pour EDF, la maintenance est un enjeu majeur de la bonne exploitation du parc des 58 réacteurs électronucléaires, dont la sûreté est la priorité absolue. Entre 1977 et 2002, 19 sites ont été mis en service et assurent plus de 85 % de la production d'électricité en France. Dans le but d'assurer, année après année, leur bon fonctionnement, EDF réalise des *arrêts de tranche*<sup>1</sup> dont les trois objectifs majeurs sont : recharger le réacteur avec du combustible neuf, inspecter dans les moindres détails l'installation pour garantir la sûreté et enfin réaliser la maintenance nécessaire. Ces arrêts de tranche sont réalisés, pour certains, à échéances régulières (rechargement du combustible et visite décennale), pour d'autres ponctuellement (soit pour prévenir, soit pour réparer un incident). C'est au cours de ces arrêts que sont effectuées la majorité des opérations de maintenance. Or, plusieurs processus de maintenance basent leurs analyses et leurs décisions sur des données géométriques 3D. Ces données 3D contribuent à la simulation des interventions, à leur planification et à la formation des intervenants. Plusieurs types d'études utilisent ces données 3D.

D'une part, certaines opérations de maintenance comportent des risques ou des difficultés importantes, qu'il est nécessaire d'évaluer au préalable. Tout est mis en œuvre pour éviter que la maintenance ne devienne elle-même source de dysfonctionnement. Dans le cas de l'extraction ou du remplacement d'un gros composant, il est nécessaire de modifier la structure des installations pour permettre le bon déroulement de l'opération. La simulation de cette intervention est complexe, car plusieurs contraintes interviennent : complexité des installations, tolérances de non-collision, respect de la réglementation et du type des formes géométriques formant les

---

1. Une tranche désigne l'ensemble des installations d'une unité de production électrique. En France, une tranche est composée d'un bâtiment réacteur où l'eau est pressurisée, d'une salle des machines où l'eau pressurisée fait fonctionner l'alternateur et d'un ensemble de bâtiments annexes (parmi lesquels la salle de commandes et bâtiment de stockage du combustible).

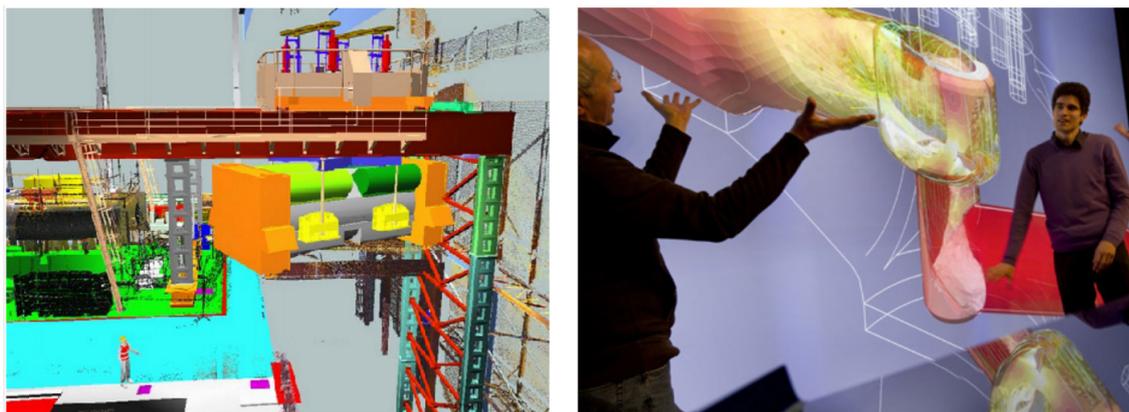
installations (poutrelles et lignes de tuyauterie, escaliers et équipements mécanique, etc.), co-activité des équipes, etc. Le recours à des logiciels de simulation de collision, et donc à des données tridimensionnelles de type « tel qu'existant » (TQC<sup>1</sup>), est un outil puissant pour la planification de ces opérations. Les exigences sur la conformité du modèle 3D sont très fortes et une inexactitude de celui-ci peut avoir des conséquences fonctionnelles et économiques.

D'autre part, un nombre croissant d'études intègre désormais les modèles 3D, de tout ou partie des installations, pour réaliser des simulations de phénomènes physiques. Citons par exemple les calculs de radioprotection, d'écoulements de fluides ou la simulation d'accidents sur les équipements (tuyauteries, piscines de stockage, etc.). Au vu des capacités de calcul sans cesse croissantes des ordinateurs et de l'importance que revêt la sûreté des installations, le nombre de ces études ne peut qu'augmenter. Par voie de conséquence, le besoin en modèles 3D affecte autant leur nombre que leur étendue.

Or, le temps est une contrainte majeure dans les opérations de maintenance : temps d'interruption de la production, temps de présence en environnements irradiés, respect des plannings de co-activités lors de la maintenance.

Face à ces deux constats, besoin de modèles 3D TQC et contrainte de temps d'accès au site, l'exploitant des installations industrielles se pose la question suivante :

*« En un temps limité d'accès au site, est-il possible d'augmenter le nombre et l'étendue des campagnes d'acquisition de modèles 3D TQC, tout en conservant leur exhaustivité et leur exactitude ? »*



**FIGURE -0.1 – Deux exemples d'études utiles à la maintenance d'une centrale électrique utilisant des données géométriques.** A gauche : simulation de l'extraction d'un gros composant. A droite : simulation d'un phénomène physique interne de l'un des composants de l'installation.

---

1. le « tel qu'existant » est souvent nommé, à tort, Tel Que Construit, d'où l'acronyme utilisé pour le désigner : TQC.

## Acquisition de nuages de points denses pour la création de modèles 3D des installations

Le topographe réalise, lors du levé sur site, l'ensemble de la phase d'acquisition des données nécessaires à la création d'un modèle 3D TQC. La topographie, art de la mesure et de la représentation de l'existant, s'approprie depuis toujours les avancées technologiques de nombreux domaines : optique, mécanique, physique, magnétique, électronique, aéronautique, spatiale, etc. La diversité des moyens et méthodes mis en œuvre pour l'acquisition de mesures et la production de données géométriques est à l'heure actuelle surprenante.

La topographie d'intérieur a également profité d'avancées successives jusqu'à aujourd'hui. En équipant une lunette astronomique de cercles gradués, le théodolite fut inventé au XVIII<sup>ème</sup> siècle pour la mesure des angles horizontaux et verticaux, dont la précision n'a cessé de s'améliorer. En l'équipant à son tour d'un appareil de mesure des distances, le tachéomètre fût créé dans les années 1970 et a permis de déterminer les coordonnées 3D d'un point visé sur un objet. Au milieu des années 1990, la suppression de la lunette de visée au profit d'un moteur a permis la création du scanner laser terrestre. La résolution de son balayage angulaire et de sa fréquence de rotation n'ont cessé de progresser, tant et si bien qu'aujourd'hui, une station de scanner laser permet d'acquérir, sur l'ensemble d'un point de vue, plus de 50 millions de points en moins de 5 minutes.

Les mesures réalisées par les scanners laser sont des nuages de points acquis en chacune des stations de mesure. Le nombre de ces stations croît avec la complexité et l'étendue de la scène levée. L'assemblage de l'ensemble de ces données est nommé *consolidation* et consiste à calculer les inconnues des changements de repères entre stations : les poses. C'est à partir du nuage global, constitué de l'ensemble des sous-nuages des stations, qu'est ensuite créé le modèle 3D TQC, contenant des représentations surfaciques 3D (primitives ou maillages) des objets de la scène.

Si les méthodes de géolocalisation ont progressé en extérieur grâce au développement du GPS, dont les précisions atteignent aujourd'hui le centimètre, aucun système de géolocalisation d'intérieur n'atteint ces caractéristiques à l'échelle d'un site industriel. Si bien que la consolidation des données laser acquises repose encore sur le cheminement topographique, seul garant de l'exactitude du calcul des poses, et donc du nuage de points global. Au cours de cette phase, le topographe utilise le tachéomètre pour établir, dans l'ensemble de la scène, un réseau de points, aux coordonnées connues, qui seront à leur tour identifiés (sous forme de cibles) dans les nuages de points des stations.

L'inconvénient du cheminement topographique est qu'il est lent et contraignant pour le topographe chargé du levé d'une installation industrielle. Lent, car dans le labyrinthe d'un complexe industriel, la contrainte d'intervisibilité entre les stations de tachéomètre en multiplie le nombre. Fastidieux, car assurer la visibilité des cibles, autant depuis les stations du cheminement que les stations de scanner laser, est une tâche complexe dans des environnements encombrés.

La motivation de cette thèse naît de ce constat et se formule par l'interrogation suivante :

*« Étant données les contraintes du cheminement topographique lors de l'acquisition, est-il possible de s'affranchir de celui-ci, au moins partiellement, pour consolider des données laser tout en conservant l'exactitude requise (de l'ordre de 1 à 2 cm) du nuage de points global ? »*

## **Nouveaux outils exploitables pour la consolidation de données laser**

Plusieurs évolutions suggèrent des axes de développement d'une méthode de consolidation de données laser d'intérieurs construits affranchie, autant que possible, du cheminement topographique.

En premier lieu, la reconstruction automatique de primitives 3D dans des nuages de points a fait un grand pas en avant ces dernières années. Encore peu présents dans les suites logicielles, des algorithmes existent et ne cessent d'être améliorés mois après mois. Étant donnée la forte présence d'objets assimilables à des primitives géométriques (cylindres, sphères, plans, cônes et tores), l'idée de les utiliser comme « cibles naturelles » a été proposée dans la littérature. La mise en correspondance de plusieurs primitives, reconstruites depuis des stations distinctes, établit un système de contraintes géométriques à minimiser pour l'estimation des inconnues de pose. La clé de la qualité de cette estimation réside dans l'exactitude des appariements établis entre les primitives. Or, la combinatoire du problème d'appariement et les erreurs induites par la méconnaissance des inconnues de pose sont à l'origine de nombreux appariements faux ou manqués.

En second lieu, des informations (valeurs et incertitudes) sur les inconnues de pose existent. D'une part, l'utilisation de compensateurs bi-axiaux, assurant la verticalité de l'axe de rotation du scanner, simplifie le modèle géométrique de la consolidation en annulant deux des trois inconnues angulaires de pose. D'autre part, les technologies actuelles de géolocalisation d'intérieur renseignent de mieux en mieux les inconnues de pose. Encore trop incertaines pour être utilisées telles qu'elles, les valeurs approchées *a priori* des inconnues de pose sont une indication précieuse. Malgré tout, certains de ces systèmes ne cessent de gagner en précision et en exactitude, et témoignent de la constante progression de ces outils.

L'utilisation conjointe des primitives, reconstruites dans les nuages de points des stations, et des valeurs et incertitudes *a priori* des paramètres de pose apparaît alors comme une alternative ou un complément possible au cheminement topographique. De plus, le cadre probabiliste (bayésien), dont les applications sont nombreuses, permet d'intégrer cette information *a priori* à l'ensemble de la méthode. Cependant, décrire l'incertitude d'une primitive ou d'une variable angulaire nécessite quelques précautions. Le choix des représentations utilisées, pour chacune des primitives et des inconnues, conditionne autant la détection des appariements que la minimisation du système de contraintes.

## Vue générale du travail de thèse et contributions

En souhaitant s'affranchir du cheminement pour la consolidation de données laser, l'ensemble de la méthode d'acquisition de ces données doit être étudié, et réévalué, pour pouvoir ensuite proposer des améliorations utiles. Ce mémoire s'articule autour de cet objectif en proposant une méthode de consolidation en 4 étapes : Acquisition des données laser - Reconstruction des primitives - Détection des appariements - Résolution du système de contrainte.

Nous examinons, dans un premier temps, l'état de l'art des moyens et méthodes mis en œuvre lors de l'acquisition de nuages de points denses de scènes d'intérieurs complexes (Partie I).

Nous commençons par présenter les critères qui définissent l'organisation d'une levé topographique (Chapitre I-1). Nous décrivons ensuite le fonctionnement du tachéomètre et du scanner laser puis définissons les notions d'erreurs telles qu'employées par les topographes (Chapitre I-2). Nous étudions enfin l'ensemble des méthodes de consolidation de données laser (recalage et référencement) existantes (Chapitre I-3).

Dans un deuxième temps, nous étudions et évaluons les données utilisables pour la consolidation : données laser terrestres, algorithmes de reconstruction de primitives et systèmes de géolocalisation d'intérieur (Partie II).

Nous formalisons et caractérisons les données acquises par le scanner laser en chaque point de vue (Chapitre II-1). Nous présentons et expérimentons ensuite des algorithmes de reconstruction automatique de primitives dans un nuage de points (Chapitre II-2). Nous étudions ensuite l'ensemble des données *a priori* utilisables pour la consolidation et expérimentons trois systèmes (Chapitre II-3).

Dans une troisième partie, nous formalisons et expérimentons ensuite un algorithme de recalage basé sur l'utilisation de primitives appariées, reconstruites dans les nuages de points (Partie III).

Nous commençons par présenter les représentations et changements de repères de 3 entités géométriques : le point, la ligne et le plan (Chapitre III-1). Après avoir détaillé les contraintes apportées par une paire de primitives appariées, nous présentons un algorithme de calcul des poses par minimisation de ces contraintes entre deux stations, suivant le principe des moindres carrés (Chapitre III-2).

Nous proposons finalement une approche probabiliste de l'appariement de primitives permettant l'intégration des informations et incertitudes *a priori* dans le système de contraintes utilisé pour le calcul des poses (Partie IV).

Nous formalisons l'appariement de primitives et définissons ensuite un score probabiliste d'appariement basé sur la transmission des incertitude *a priori* des paramètres de pose (Chapitre IV-1). Nous appliquons enfin cette méthode aux lignes 3D, pour lesquelles nous avons introduit une nouvelle représentation, et présentons alors les données réelles qui ont accompagné le développement de notre approche (Chapitre IV-2).

## Introduction

Notre première contribution consiste à porter un regard critique sur les méthodes actuelles d'acquisition de données laser en environnement industriel, en nous appuyant sur l'analyse des méthodes utilisées par les topographes et l'évaluation des approches présentées dans la littérature.

Notre deuxième contribution est d'évaluer les informations utilisables pour la consolidation des données laser, en expérimentant des outils choisis pour leur pertinence vis-à-vis de notre problématique.

Notre troisième contribution réside dans l'introduction d'une nouvelle représentation pour les lignes 3D, la représentation de Denhavit-Hartenberg Modifiée. Celle-ci permet de décrire l'incertitude sur les coordonnées de la ligne d'un changement de repères à 4 paramètres incertains.

Notre dernière contribution est de proposer une nouvelle méthode probabiliste pour l'appariement de primitives. Nous introduisons dans ce but des outils mathématiques adaptés : la distribution de von Mises pour décrire l'incertitude des variables angulaires, le calcul analytique des lois de probabilités images ainsi que deux notions de la théorie de l'information (information contenue et entropie de Shannon).

Afin de faciliter la lecture de ce mémoire, nous avons intégré, avant les annexes, un index qui reprend les notions clés de cette thèse. Les figures, les tableaux et les références bibliographiques sont indiqués en fin de document.

## Première partie

# Acquisition de nuages de points denses de scènes industrielles

*Dans cette partie, nous dressons un état des lieux des méthodes et outils au service du levé topographique d'installations industrielles : les finalités visées, le travail du topographe qui organise l'ensemble des opérations nécessaires à l'acquisition des données et à leur traitement pour garantir le respect du cahier des charges, les résultats produits.*

*Nous étudions notamment l'impact des nombreuses améliorations matérielles et logicielles dont bénéficie actuellement la topographie. Ainsi le scanner laser terrestre représente pour les levés d'installations industrielles une avancée majeure : il permet la saisie rapide de l'ensemble des détails requis par l'utilisateur. A contrario, la consolidation des différents points de vue requiert encore aujourd'hui un cheminement topographique, qui apparaît désormais comme le frein principal à la réalisation rapide de grandes campagnes de relevés laser.*

*Nous analysons alors les gains de productivité que pourraient apporter de nouvelles méthodes de consolidation automatisée de données laser, tout en restant vigilants sur l'exactitude de l'estimation des poses, qui ne peut être réduite.*



# CHAPITRE I-1

## Levé topographique : critères, organisation et finalité

Le levé topographique est l'ensemble des opérations destinées à recueillir sur le terrain les éléments nécessaires à l'établissement d'un plan 2D ou d'un modèle 3D. L'objet et l'exploitation de chaque levé définissent spécifiquement un ensemble de critères. Ces critères orientent le topographe dans la planification du levé, les moyens et méthodes à mettre en œuvre, le choix des observations à réaliser et les traitements effectués sur celles-ci.

Dans le cadre de la maintenance d'installations industrielles, le levé topographique est à la base d'un ensemble de réalisations, allant de la modélisation jusqu'à la prise de décision. La prise en compte de la totalité des besoins formulés par les utilisateurs des données acquises permet d'établir un cahier des charges, propre à chaque levé.

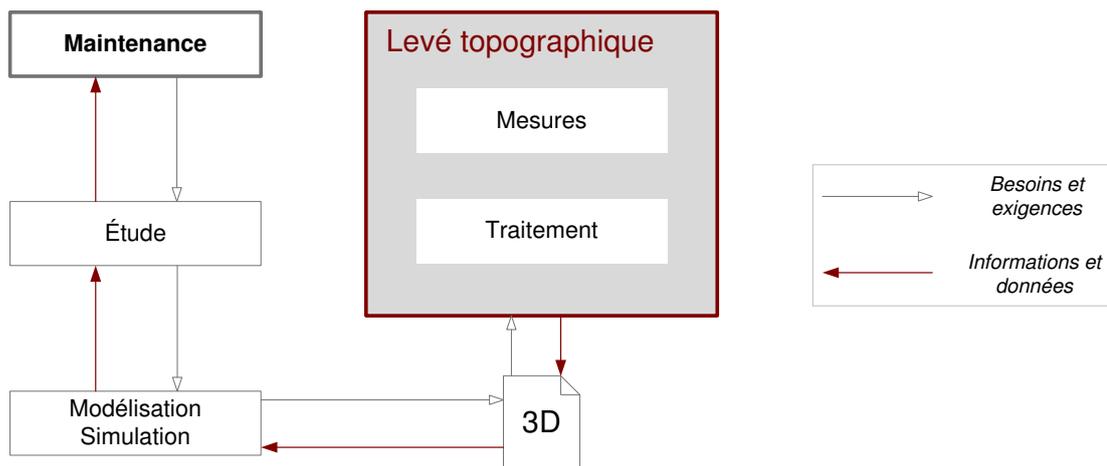


FIGURE I-1.1 – Le levé topographique, à la base des études de simulation pour la maintenance.

Nous présentons dans ce chapitre les critères requis pour la planification d'un levé, présentons l'organisation d'un levé d'intérieur d'installations industrielles et quelques exemples de leur exploitation.

## I-1.1 Critère d'un levé topographique

De manière générale, le cahier des charges d'un levé topographique doit comporter des indications sur l'objet du levé, l'environnement de la scène, les caractéristiques des mesures réalisées et des données produites.

**Critères sur l'objet du levé.** Le premier des critères concerne *la nature et le type des objets* d'intérêts du levé. Tout comme une carte à grande échelle recense spécifiquement les axes routiers, la géologie ou autres, un modèle 3D ne contient en général qu'une partie des objets de la scène, précisés au préalable. *L'exhaustivité* du modèle est définie jusqu'à un certain niveau de détail ou de résolution. *L'étendue du levé* doit également être définie : trop la restreindre rend les données trop partielles pour être utilisables, trop l'étendre augmente d'autant le temps passé sur site.

**Critères sur l'environnement de la scène.** *La configuration du site* peut induire de nombreuses contraintes lors de l'acquisition sur site. Un plan d'ensemble, un jeu de photographies ou une visite préalable permettent au topographe de mieux estimer le temps nécessaire à l'acquisition de l'ensemble des mesures. Si le *temps d'accès au site* est limité, il devra être indiqué pour s'assurer de la faisabilité du levé. Enfin, *les conditions d'exercice* (température, humidité, vibrations, interactions entre les équipes présentes sur le site, rayonnement, magnétisme, etc.) permettent de spécifier les matériels utilisables et les formations de sécurité requises à l'accès au site.

**Caractéristiques des mesures réalisées.** *La précision des appareils* de mesures doit être définie par un ensemble de tolérances, confirmées généralement par un certificat de calibration récent. *L'exactitude géométrique des données* produites et délivrées doit être indiquée soit par une tolérance, soit par un écart-type. C'est elle qui conditionne les méthodes d'acquisition et de contrôles à mettre en place, tant pour l'acquisition que le traitement.

**Caractéristiques des données produites et délivrées.** Une fois les observations et mesures réalisées, le topographe est à même de produire des données. En premier lieu, *le repère d'expression* des données géométriques doit être énoncé (repère indépendant, local ou national). *Le format des données* approprié permet leur bonne utilisation, en particulier dans le cas de mesures 3D. Enfin, *le support et le délai de mise à disposition* de ces données permettront leur délivrance : tirage papier, support informatique physique ou mise en ligne.

Actuellement, un nombre croissant d'études est réalisé sur la base de données topographiques. Pour des raisons d'organisation et de centralisation, il est courant qu'un même levé serve à plusieurs études. Dans ce cas, parmi tous les critères formulés, les plus exigeants sont retenus. Par ailleurs, au-delà des utilisations initialement planifiées, le stockage des données peut conduire à leur réutilisation postérieure dans un autre cadre d'application. Dans cette éventualité, les critères peuvent être étendus pour couvrir un champ d'application maximal.

<b>Critères d'objet</b>	Nature et type	« Immeubles » : Génie civil (murs, sols plafond) et composants (tuyaux, équipements, grilles, rambardes, etc.)
	Exhaustivité	Résolution de 2 pts/cm <sup>2</sup> sur le génie civil et 4 pts/cm <sup>2</sup> sur les équipements d'intérêt
	Étendue du levé	300 m <sup>2</sup> au sol, hauteur sous plafond 3 m
<b>Critères d'environnement</b>	Configuration du site	Salles et couloirs, sur deux niveaux, encombrement important
	Temps d'accès au site	18 heures au total
	Conditions d'exercice	Interactions possibles avec d'autres équipes, magnétisme faible
<b>Caractéristiques des mesures</b>	Précision des appareils	Mesures ponctuelles XYZ à 1 mm + 1.5 ppm, étalonnage récent
	Exactitude géométrique	Tolérance en position 3D de $\pm 2$ cm sur le nuage de point global
<b>Caractéristiques des données</b>	Repère d'expression	Repère local à l'installation
	Format des données	Listing de points topographiques et nuages de points denses ASCII
	Support	Disque dur portable, connectique USB

Tableau I-1.1 – **Caractéristiques types d'un levé d'installations industrielles.** Ces valeurs correspondent à une large majorité des levés réalisés sur les installations d'EDF et sont indiquées pour exemple.

À titre d'exemple, les caractéristiques d'un levé, tel que majoritairement réalisé dans le cadre d'une campagne de numérisation 3D d'installations industrielles, peuvent correspondre aux critères et caractéristiques décrits dans le Tableau I-1.1.

## I-1.2 Organisation d'un levé d'intérieur

Les appareils utilisés lors d'un levé topographique ont un fonctionnement optique et la multiplication des points de vue est de fait nécessaire à l'acquisition de l'ensemble de la scène. Le repositionnement relatif de ces points de vue, présenté au Chapitre I-3 et objet du travail de thèse, est actuellement basé sur la mise en correspondance du levé de détail avec un réseau de points connus.

Une fois la planification du levé effectuée sur la base du cahier des charges, la réalisation sur site d'un levé topographique, et plus particulièrement d'intérieur, se décompose donc en deux étapes distinctes :

- *mise en place d'un réseau de points et de cibles,*
- *levé de détail* (levé des objets d'intérêt) et *rattachement au réseau de points.*

L'ordre chronologique de ces deux étapes peut alterner. Lors des levés d'intérieur, il est courant que la pose des cibles et le levé de détail soient d'abord réalisés, et qu'ensuite seulement un cheminement topographique serve à déterminer les coordonnées de ces cibles.

La Figure I-1.2 est la copie d'un des croquis de terrain réalisés lors d'un levé d'intérieur d'installations industrielles. On y voit en vert les différents points de vue nécessaires au levé de détail (stations de scanner laser), en bleu les cibles et en rouge le cheminement topographique.

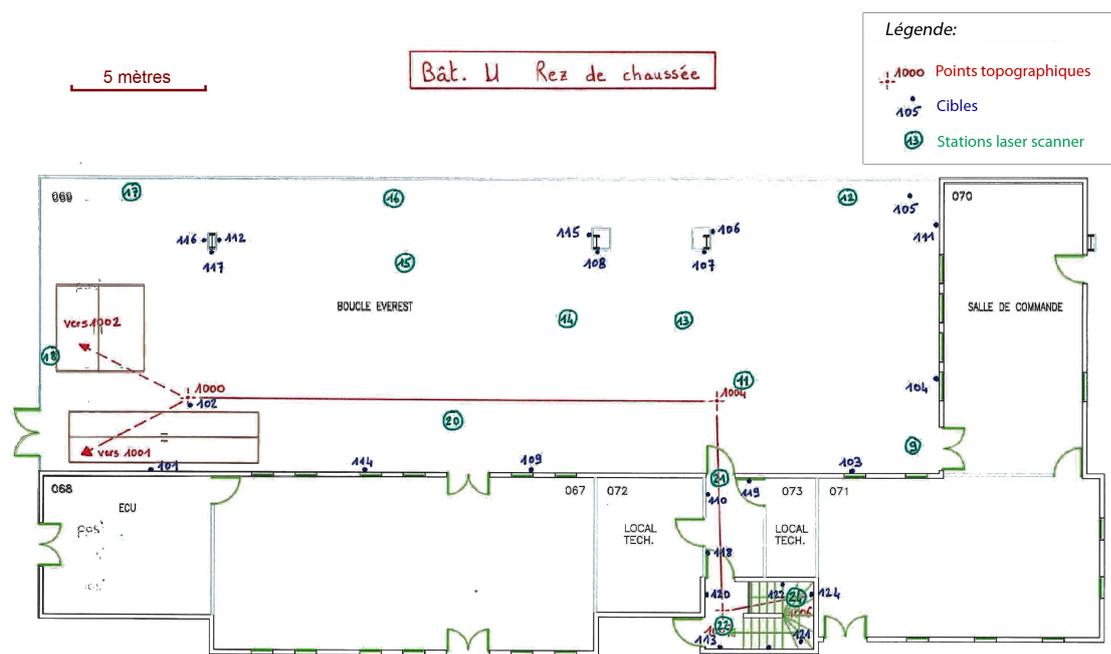


FIGURE I-1.2 – Structure d'un levé topographique (croquis de terrain). Sont représentés les points du réseau (ou canevas), les cibles levées et les stations nécessaires au levé de détail.

Le fonctionnement des appareils utilisés lors de ces deux étapes est décrit au Chapitre I-2.

### I-1.3 Exploitation des observations réalisées et des données acquises

Une fois les observations réalisées, les mesures sont traitées :

- soit *directement* par les appareils eux-mêmes,
- soit lors d'un *post-traitement* réalisé de retour au bureau.

Parmi les traitements effectués en temps réel par les appareils figurent, par exemple, les conversions des mesures de capteur en mesures angulaires ou métriques (rotations de la lunette de visée, temps de vol du faisceau laser, conversion de coordonnées

polaires à rectangulaires, etc.). Lors du retour au bureau, des traitements tels que fusions, filtrages, ajustements et contrôles sont effectués sur les mesures.

Les *contrôles* jouent un rôle primordial pour le topographe : ils garantissent la conformité des données vis-à-vis des tolérances établies par le cahier des charges. Ces contrôles sont effectués à partir de mesures réalisées sur site. Leur méthode d'acquisition se doit d'être aussi indépendante que possible des données finalement produites, et réalisée en parallèle ou au cours de l'acquisition des mesures principales.

En plus des données produites, un ensemble d'informations sur celles-ci sont transmises au commanditaire. Typiquement, en plus du nuage de point global, un rapport détaille la précision et l'exactitude de celui-ci. Y figurent notamment les résidus calculés lors du cheminement topographique et du recalage des stations entre elles.

### **Conclusions du Chapitre I-1**

Dans ce chapitre, nous avons dressé un état des lieux des levés 3D d'installations industrielles qui, à l'instar de tout levé topographique, sont régis par un ensemble de critères et de caractéristiques, garants de la qualité des données produites.

L'organisation d'un levé d'intérieur se décompose en deux étapes (établissement d'un réseau de points et levé de détail) qui structurent autant le processus d'acquisition que les données acquises, assurant leur conformité au cahier des charges.

Ces mesures sont ensuite traitées et systématiquement contrôlées (à la volée ou après-coup). Par la suite, les données produites sont transmises au commanditaire et accompagnées d'informations sur leur incertitude. Ces informations sont primordiales pour l'utilisation des données au cours des diverses études qui les exploitent.



# CHAPITRE I-2

## Moyens et méthodes topographiques actuels

En topographie, moyens et méthodes sont indissociables comme nous l'avons montré au Chapitre I-1. Le suivi des bonnes méthodes permet d'utiliser au mieux les appareils, c'est-à-dire d'annuler autant que faire se peut les erreurs systématiques, source de biais des mesures.

Lors des levés d'installations industrielles, tels que majoritairement réalisés, deux appareils sont utilisés : le tachéomètre et le scanner laser. Ceux-ci permettent respectivement d'établir le réseau de points et de cibles, et le levé de détail des objets de la scène.

### I-2.1 Établissement d'un réseau de points : le tachéomètre

#### I-2.1.1 Fonctionnement de l'appareil

Le *tachéomètre*, également appelé *station totale*, est un appareil combinant les fonctions d'un théodolite et d'un distance-mètre. Il permet la mesure d'angles horizontaux, d'angles verticaux et de distances. C'est un instrument équipé d'une lunette de visée, de deux cercles gradués (horizontal et vertical) et d'un émetteur/récepteur d'ondes électromagnétiques. Lors de son utilisation, un tachéomètre est placé sur un trépied, tel qu'illustré en Figure I-2.1.a.

Avant toute mesure, le tachéomètre doit être « *mis en station* ». Cette opération consiste à rendre vertical l'axe de rotation principal de l'appareil en utilisant des vis de calage situées sur l'embase, jusqu'à entrer dans la plage de validité des compensateurs bi-axiaux. L'orthogonalité de l'axe de rotation de la lunette de visée par rapport à l'axe principal étant garantie par le fabricant, le plan de rotation de la lunette de visée est alors vertical. Grâce à cette mise en station, les angles mesurés sur les deux cercles gradués sont bien des angles horizontaux et verticaux. La Figure I-2.1.b.

représente un tachéomètre et son embase (bleue) ; sont schématisés les cercles gradués horizontaux et verticaux.

La mesure résultante d'un pointé est donc composée de trois valeurs :

- **H<sub>z</sub>** : l'angle horizontal.  $H_z \in [0; 2\pi[$ . Le zéro du cercle horizontal est arbitraire et le sens des angles positifs est horaire.
- **V** : l'angle vertical.  $V \in [0, \pi[$ . Le zéro du cercle vertical correspond à une visée exactement zénithale.<sup>1</sup>
- **Di** : la distance directe, ou inclinée.  $Di \in [0; \infty[$ . La distance est calculée entre le centre de l'appareil et celui du réflecteur.

Notons qu'en topographie, l'usage veut que les angles horizontaux et verticaux soient exprimés en grades, *gon* ( $400 \text{ gon} = 2\pi \text{ rad}$ ). Par souci d'homogénéité avec les chapitres suivants, nous exprimons dès à présent les angles dans les formules en radians, *rad*. Le degré ( $^\circ$ ) sera utilisé comme unité des valeurs indicatives telles que des écarts-types ou des erreurs.

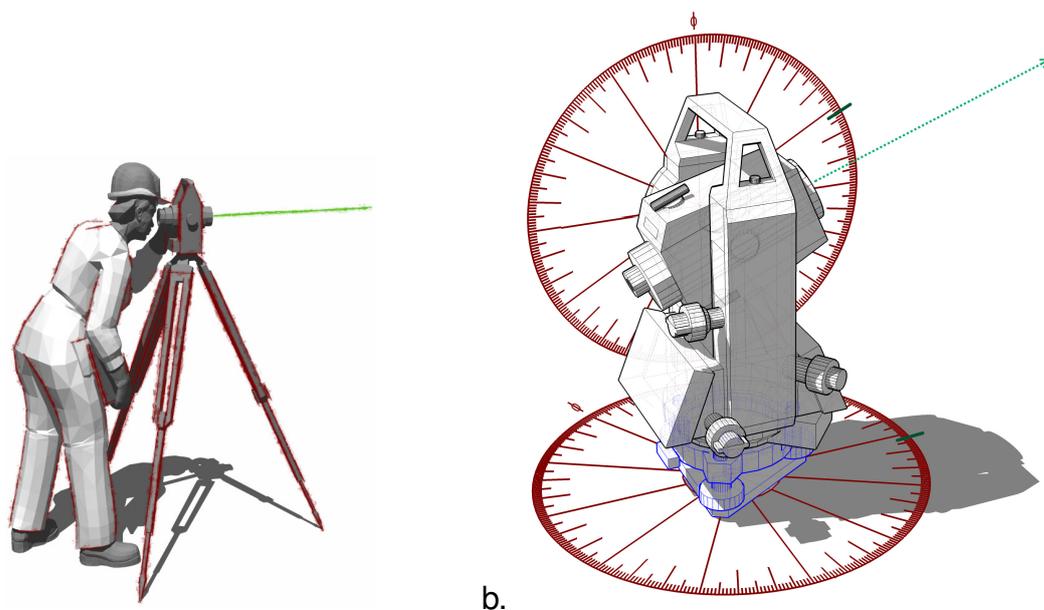


FIGURE I-2.1 – **Le tachéomètre.** a. Mise en situation d'un topographe utilisant un tachéomètre. b. Illustration d'un tachéomètre sur son embase (bleue) et schématisation des cercles horizontaux et verticaux.

### I-2.1.2 Points rayonnés depuis une station

Si l'on considère un repère 3D cartésien  ${}^i\mathcal{R}$ , ayant pour origine le centre de l'instrument, pour direction de l'axe ( $OZ$ ) la verticale et de l'axe ( $OX$ ) le « zéro » du cercle horizontal, les mesures d'angles et distance forment les coordonnées polaires du point visé  $P$ . Nous pouvons exprimer les coordonnées cartésiennes  $(x_P, y_P, z_P)$  par un passage de coordonnées polaires en rectangulaires, comme décrit dans l'équation 1.

1. Certains travaux topographiques exigent la distinction entre les deux positions possibles de la lunette, la convention est alors  $V \in [0, 2\pi[$  où  $\pi$  correspond à une visée exactement nadirale.

$$\begin{aligned}
 x_P &= \mathbf{Di} \cdot \cos(\mathbf{V}) \cdot \cos(\mathbf{Hz}) \\
 y_P &= \mathbf{Di} \cdot \sin(\mathbf{V}) \cdot \cos(\mathbf{Hz}) \\
 z_P &= \mathbf{Di} \cdot \sin(\mathbf{V})
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

Cependant, le repère  ${}^i\mathcal{R}$ , propre à l'appareil, n'a que peu d'intérêt pour les utilisateurs des données. Généralement, les mesures polaires réalisées depuis chaque station doivent être exprimées dans un repère général (global ou local), noté  ${}^g\mathcal{R}$  ou  ${}^0\mathcal{R}$ . Lors d'applications nécessitant l'utilisation d'un repère national, la distinction entre planimétrie ( $X, Y$  ou *Est, Nord*) et altimétrie ( $Z$  ou  $H$ ) est nécessaire pour gérer la géodésie complexe de la surface terrestre. Les levés concernés par cette thèse n'ont pas ce besoin, d'une part en raison de la faible étendue des scènes, et d'autre part car les repères utilisés sont toujours cartésiens et locaux. La transformation des coordonnées vers un repère géodésique national est tout à fait réalisable et intervient alors globalement sur l'ensemble du jeu de données.

Exprimer les coordonnées du point visé au tachéomètre dans un repère général  ${}^g\mathcal{R}$  nécessite la connaissance des paramètres de transformation de  ${}^i\mathcal{R}$  vers  ${}^g\mathcal{R}$ . Pour cela, il faut :

1. *Centrer l'appareil.* Opération qui consiste à placer l'axe principal d'un instrument à la verticale d'un point topographique aux coordonnées connues. La mesure de la hauteur de l'instrument permet d'obtenir les coordonnées  $(x_S, y_S, z_S)$  du centre de l'appareil.
2. *Orienter l'appareil.* Opération qui consiste à viser un point aux coordonnées connues et à ainsi déterminer l'azimut théorique du « zéro » du cercle horizontal.

Ainsi, deux points connus et intervisibles sont toujours au minimum nécessaires pour travailler dans un repère externe. Il est pratique qu'un des points soit au sol et puisse être stationné. Une fois l'appareil centré et orienté, les points de détail ou les cibles sont levés.

### I-2.1.3 Cheminement topographique

En pratique, peu de points topographiques existent dans les installations industrielles. Par conséquent, les topographes établissent eux-mêmes le réseau de points nécessaires au rattachement des stations du levé de détail. Cette opération est réalisée lors d'un cheminement topographique. Le cheminement topographique consiste successivement à viser un nouveau point puis à le stationner et à ainsi progresser dans la zone de levé, visée après visée, cf. Figure I-2.2.

Au minimum deux points initiaux, l'un stationné et l'autre visé, sont nécessaires à la réalisation d'un cheminement topographique. Cependant, par soucis de contrôle et de détection des éventuelles erreurs de mesures (cf. § I-1.2) les topographes préfèrent « clore » leur cheminement en visant en fin de cheminement un ou plusieurs point(s) connu(s) ou en effectuant une boucle.

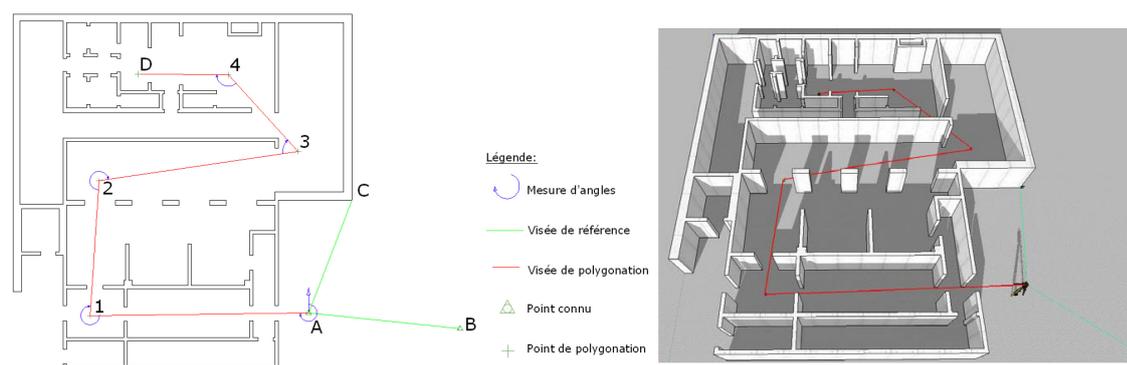


FIGURE I-2.2 – **Cheminement topographique.** Représentation d'un cheminement topographique en vue planaire (gauche) et en perspective (droite). Les points stationnés sont : A-1-2-3-4. Les arrêtes rouges représentent l'intervisibilité requise entre stations successives.

Le cheminement topographique est utilisé dans la majorité des levés topographiques car seul garant de l'exactitude des données produites. Il souffre cependant en environnement intérieur d'une réalisation fastidieuse. En effet, la contrainte d'intervisibilité entre les différentes stations induit dans les couloirs et les pièces encombrées une multiplication des stations. Or, le temps de déplacement, de mise en station et de visées Avant et Arrière est d'environ 10 minutes par station, auxquelles s'ajoute le temps de levé des cibles. À titre d'exemple, un cheminement topographique effectué par deux topographes expérimentés en conditions réelles (installations industrielles), composé de 8 stations de cheminement et de 51 cibles, a duré 4 heures<sup>1</sup>.

#### I-2.1.4 Caractéristiques des tachéomètres actuels

Le Tableau I-2.1 indique les caractéristiques types des données acquises par un cheminement tachéométrique réalisé lors d'un levé d'intérieur d'installations industrielles.

Précision des mesures (écart-type)	
Angles <b>H<sub>z</sub></b> et <b>V</b>	0.001 °
Distance directe <b>D<sub>i</sub></b>	2 mm + 2 ppm

Exactitude des points mesurés ( $x_P, y_P, z_P$ ) (tolérance)	
Points topographiques du réseau	1 cm
Cibles et points de détail	1.5 cm

Tableau I-2.1 – **Caractéristiques types des données acquises par cheminement tachéométrique.** Ces valeurs correspondent à une large majorité des levés réalisés dans des installations industrielles. Sources : <http://www.leica-geosystems.com/>, <http://www.trimble.com/>

1. Jeu de données EVEREST, issu d'une campagne de numérisation d'installations industrielles au cours de la thèse. En plus des 8 stations de cheminement topographique, il est constitué de 25 stations de scanner laser de plus de 25M de points chacune, soit 625M de points. Il sera souvent évoqué dans ce mémoire, cf. § II-2.4 et IV-2.2; Figures I-3.3 et I-3.4, II-1.3 à II-1.5, II-2.15, etc.

## I-2.2 Levé de détail : le scanner laser terrestre

### I-2.2.1 Fonctionnement de l'appareil

Le *scanner laser* fonctionne sur le même principe de mesure polaire que le tachéomètre, à la différence qu'il ne dispose pas d'une lunette de visée, mais d'un moteur rotatif (Figure I-2.3). L'appareil tourne automatiquement à très haute fréquence, suivant un pas angulaire horizontal  $\delta\hat{h}$  et vertical  $\delta\hat{v}$ , et mesure à chaque arrêt une distance  $di$ . La plage de fonctionnement des scanners laser actuels est d'environ  $360^\circ \times 270^\circ$ . Cela correspond à la visibilité complète depuis le scanner, à l'exception du cône dessiné au sol par ombre de l'embase de l'appareil.

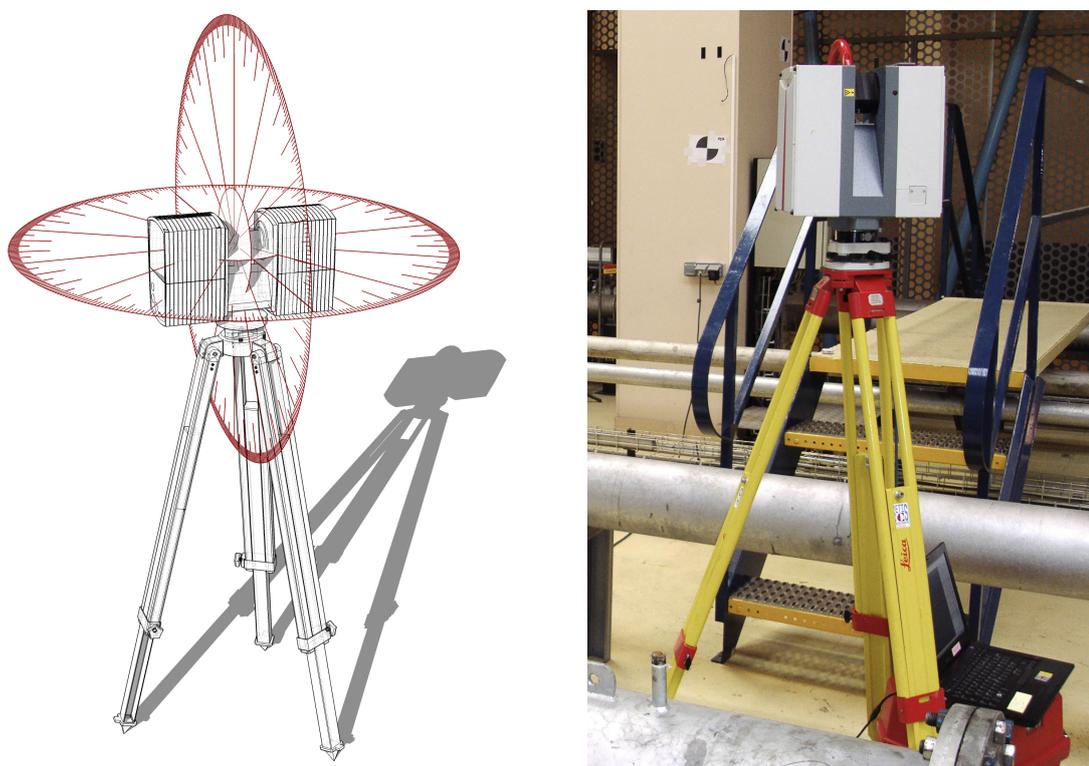


FIGURE I-2.3 – **Le scanner laser.** Gauche : illustration schématique d'un scanner laser sur trépied avec ses deux plans de rotations. Droite : scanner laser sur site ; on distingue une cible à l'arrière-plan.

Tout comme les tachéomètres, un certain nombre de scanners laser comporte des compensateurs biaxiaux permettant d'assurer l'horizontalité du plan principal de rotation de l'appareil, que nous évoquons au § II-1.3.

### I-2.2.2 Mesures réalisées

Si l'on adresse l'ensemble des distances mesurées dans un tableau où chaque ligne correspond à une valeur d'angle vertical et chaque colonne à une valeur d'angle horizontal, on crée une image de profondeur ou carte de profondeur. On obtient de la même manière une image d'intensité, une image de couleurs et une image de normales si l'intensité  $Int$ , les couleurs RVB et les normales locales  $\vec{n}$  sont mesurées

en chaque point. L'image de profondeur obtenue en coordonnées polaires fournit un nuage de points 3D en coordonnées cartésiennes par des relations identiques à l'équation 1 (Figure I-2.4). A chaque station est ainsi associé un nuage de points 3D exprimé dans le repère propre de la station :  ${}^i\mathcal{R}$ .

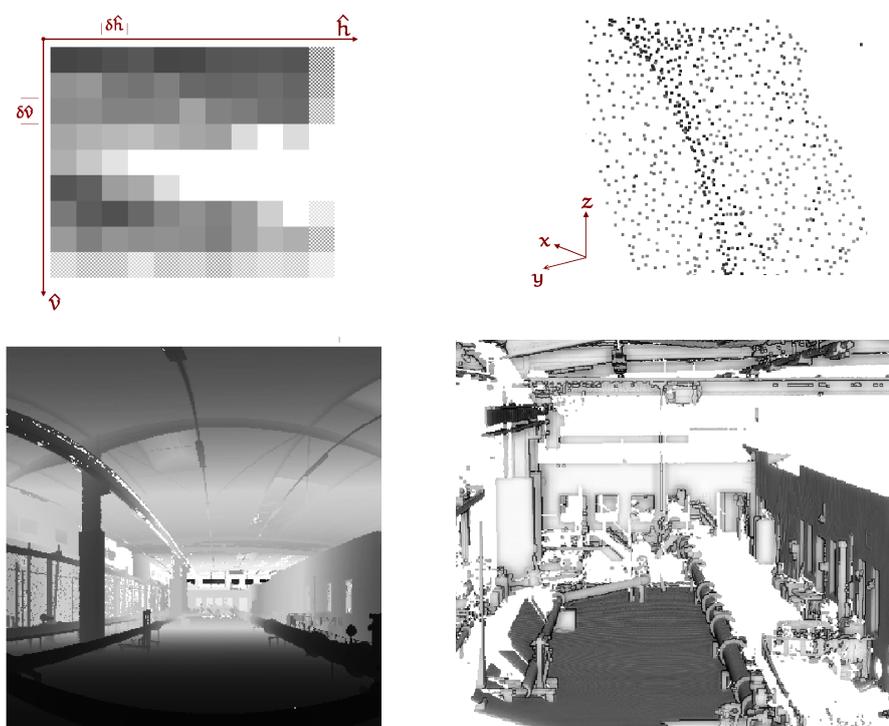


FIGURE I-2.4 – **Représentations des données scanner laser terrestres.** De gauche à droite : tableau polaire (2,5D) avec information de profondeur et points 3D. De haut en bas : exemple schématique et jeu de données réelles.

Contrairement au tachéomètre, le scanner laser est le plus souvent positionné en « station libre », c'est-à-dire qu'il n'est ni centré ni orienté. En effet, tandis que pour un cheminement topographique la contrainte principale entre stations est d'assurer une intervisibilité de proche en proche, le levé de détail a pour objectif de couvrir l'ensemble de la scène en un nombre minimal de stations. Les stations « idéales » pour le cheminement topographique ne sont pas « idéales » pour le scanner laser, et inversement.

### I-2.2.3 Caractéristiques des scanners laser terrestres actuels

Les caractéristiques des scanners laser terrestres utilisés lors du levé d'installations industrielles correspondent généralement aux plages décrites dans le Tableau I-2.2. Ces caractéristiques techniques illustrent la qualité des données produites par les scanners laser terrestres actuels. Les caractéristiques géométriques atteintes aujourd'hui ouvrent un champ d'applications très large et tendent de plus à d'homogénéiser entre les différents modèles.

Image de profondeur		Nuage de points 3D	
Résolution	$\delta\hat{h} = \delta\hat{v} : 0.05^\circ \blacktriangleright 0.01^\circ$ soit à 10 m : 10 mm $\blacktriangleright$ 2 mm	Nb de points	5 $\blacktriangleright$ 25 millions
FOV	$360^\circ \times 270^\circ$	Densité	Écart maximal à 10 m : 10 mm $\blacktriangleright$ 2 mm
Portée	20 m $\blacktriangleright$ 180 m	Bruit	Erreur maximale( $3\sigma$ ) à 10 m : 5 mm $\blacktriangleright$ 1.2 mm
Temps	1 tour d'horizon : 15 min $\blacktriangleright$ 4 min		
Informations	Intensité $\vee$ Normales $\vee$ couleurs (RVB)		

Tableau I-2.2 – **Caractéristiques des scanners laser terrestres.** Symboles utilisés : X  $\blacktriangleright$  Y : plage de caractéristique.  $\vee$  : et/ou. Sources : <http://www.leica-geosystems.com/>, <http://www.trimble.com/> et <http://www.faro.com/>

L'une des limitations principales de la mesure de distances est la dépendance aux propriétés du matériau. En effet, le fonctionnement optique actif des scanners laser rend difficile la mesure sur des surfaces particulièrement réfléchissantes (lorsque l'angle d'incidence est rasant, une infime partie du signal laser revient vers l'appareil) ainsi que sur certaines couleurs de matériaux pour lesquelles la longueur d'onde du laser pose problème, [Voegtle *et al.*, 2008].

## I-2.3 Erreurs et incertitudes en topographie

Connaître l'exactitude des résultats finaux nécessite de la part du topographe une maîtrise de la précision des mesures effectuées. Cette précision de mesure implique la connaissance des erreurs d'appareils et des méthodes à mettre en place pour les minimiser, la connaissance des cas et situations défavorables ainsi que celle des méthodes de compensation par utilisation de mesures redondantes. Le topographe doit ensuite utiliser des techniques de propagation d'erreurs pour estimer la précision des résultats et réaliser des mesures de contrôle pour en estimer l'exactitude.

### I-2.3.1 Précision et exactitude

Le mot *précision* est le plus souvent confondu avec *exactitude*, autant dans la description des erreurs *a priori* qu'*a posteriori*, [Reshetyuk, 2006]. Pourtant, ces deux termes font référence à deux notions bien distinctes. Ainsi, de la même manière qu'un discours peut être exact sans être précis et inversement, l'exactitude et la précision d'un résultat doivent être étudiées séparément. L'utilisation de ces deux concepts dans ce mémoire s'accorde avec les éditoriaux [Newby, 2011] et [Newby, 2012], et le document [Analytical Methods Committee, 2003].

### I-2.3.2 Différents types d'erreurs

On distingue communément plusieurs types d'erreurs. Les définitions ci-dessous s'inspirent entre autres de [Moffit et Bouchard, 1975], [Ledig, 2006], [Landes et

Fischer, 2008] et [Milles, 2007]. Pour plus d'informations, on pourra également consulter [Hullo, 2010].

Les *fautes* sont des incertitudes grossières dues à une inattention de l'opérateur ou à un défaut de réglage de l'appareil. Ces fautes peuvent être décelées par des mesures de contrôle et doivent être éliminées. C'est en général un écart excessif, hors tolérance.

Les *erreurs systématiques* sont des erreurs qui, lors de plusieurs mesurages (dans les mêmes conditions) d'une même grandeur, restent constantes en valeur absolue et en signe. Ce sont de petites inexactitudes dues à une cause permanente ou variable et dont les effets se cumulent. Il convient de les éliminer avant tout procédé de compensation. Pour ce faire, à chaque erreur systématique une solution pratique doit être déterminée (méthode opératoire ou mathématique).

Les *erreurs accidentelles* sont de petites inexactitudes qui affectent les mesures de façon imprévisible. Elles proviennent de l'imperfection de l'œil, de l'opérateur, de l'appareil ou du milieu. Elles sont variables en valeur et en signe, et peuvent se cumuler ou s'annuler partiellement suivant les lois de probabilité. La détection de ces erreurs se fait par la répétition des mesures et les relations mathématiques connues (ex : somme des angles d'un triangle est de 200 gon). Ces erreurs vont rentrer dans le calcul de compensation et vont permettre de corriger les observations brutes par répartition d'écart.

Lorsque les fautes et les erreurs systématiques ne sont plus décelables au regard des erreurs accidentelles, ces dernières peuvent être modélisées grâce à l'estimation d'une loi de probabilité adéquate. Bien souvent, la loi utilisée est une loi normale, d'une part en raison du théorème de la limite centrale, et d'autre part en raison des

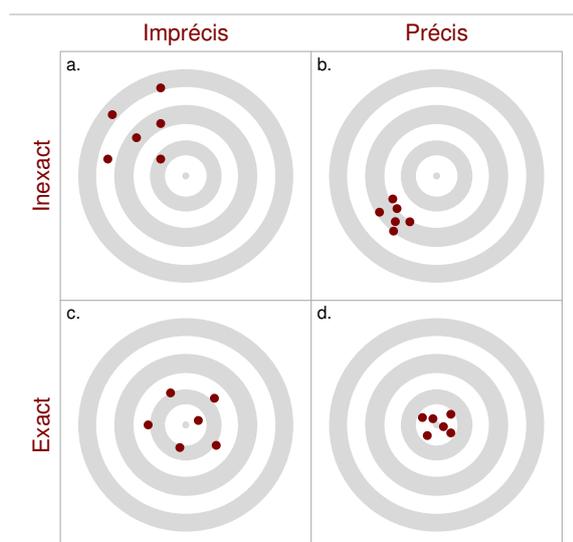


FIGURE I-2.5 – **Schéma des concepts de précision et d'exactitude.** Représentation classique des concepts par tir sur cible, quatre configurations distinctes sont présentées.

L'*exactitude* représente le niveau de concordance entre une mesure ou un résultat et sa valeur vraie ; elle n'est quantifiable qu'en référence à une valeur de vérité extérieure aux mesures.

La *précision* est quantifiable à partir d'un jeu de données seul et représente le niveau de répétabilité ou de reproductibilité d'un résultat ou d'une mesure.

facilités de manipulation offertes par celle-ci [Casella et Berger, 2001]. Cependant, nous présentons au Chapitre IV-2 l'utilisation d'une autre loi, la distribution de Von Mises, pour la modélisation d'une variable aléatoire angulaire.

Le terme d'*incertitude* est utilisé fréquemment dans ce mémoire. Le sens qui nous lui attribuons est général et regroupe l'ensemble des paramètres décrivant une variable aléatoire.

### **I-2.3.3 Erreurs *a priori* et *a posteriori***

Le calcul d'erreurs permet au topographe d'enrichir les données d'un niveau de connaissance supplémentaire : la confiance à leur accorder en vue d'une prise de décision (méthode, validation, etc.). La transmission d'erreurs *a priori* des mesures permet de déduire les erreurs *a posteriori* des résultats après calculs.

Les capacités des appareils et les performances des méthodes sont connues des topographes et permettent d'évaluer les erreurs *a priori* des moyens et méthodes mis en œuvre. D'une part, les caractéristiques communiquées par les constructeurs grâce à des étalonnages respectant les normes ISO en vigueur et d'autre part, l'expérience des topographes et les éventuels étalonnages permettent d'estimer les erreurs *a priori* : tolérances, écarts-types, sensibilités ou erreurs limites.

Une fois les mesures effectuées, le topographe calcule ou estime les erreurs *a posteriori* des résultats. Pour cela, il calcule soit des écarts par rapport à une valeur attendue par relation géométrique ou mathématique (somme des angles d'un triangle), soit les propriétés des distributions des résultats (moyenne, variance, etc.) par analyse statistique lorsque les transformations sont mal connues ou par propagation d'erreurs lorsque les transformations sont connues.

## Conclusions du Chapitre I-2

Par leur précision, les visées réalisées au tachéomètre permettent l'établissement, le long d'un cheminement topographique, d'un réseau de points aux coordonnées connues. D'un autre côté, le balayage polaire du scanner laser génère en chaque station un nuage de points qui échantillonne les surfaces de l'ensemble des objets visibles. De cette manière, il est possible d'acquérir tous les détails nécessaires à l'utilisation postérieure des données.

Si les scanners laser terrestres gagnent remarquablement en résolution et en cadence d'acquisition, d'un autre côté, le cheminement tachéométrique, certes incontournable pour atteindre l'exactitude requise, n'a pas progressé. Il est désormais le facteur limitant du nombre de levés réalisés lors des phases de maintenance des installations industrielles.

Les erreurs intrinsèques des mesures acquises et des données produites décrivent la qualité géométrique des levés. Nous avons présenté les deux notions complémentaires de précision et d'exactitude, de façon à expliciter la nature de ces erreurs.

# CHAPITRE I-3

## Méthodes actuelles de consolidation des données scanner laser terrestres

En présentant le fonctionnement du scanner laser terrestre au chapitre précédent, il est apparu que plusieurs points de vue étaient nécessaires à l'acquisition de la géométrie de l'ensemble de la scène (Figure I-3.1). Plus la scène est vaste et complexe, plus le nombre de stations requises est élevé. En chacune de ces stations, un jeu de données laser est produit (image de profondeur ou nuage de points), mais initialement exprimé dans le repère  $\mathcal{R}$  de l'instrument. Le jeu de données complet est alors constitué d'un ensemble non cohérent de nuages de points. Or, la génération d'un nuage de point global est nécessaire à la conduite d'études et analyses géométriques de la scène.

L'ensemble des nuages de points doit donc être exprimé dans un même repère ; cette opération est appelée : la *consolidation* des données. Les paramètres de translation et de rotation permettant l'expression des données d'une station dans un repère commun constituent *la pose* (§ II-1.1).

Dans ce chapitre, en présentant la consolidation de données géométriques, nous précisons les concepts de recalage, de référencement et de géoréférencement. Nous dressons ensuite l'état de l'art des solutions au problème de consolidation de données scanner laser terrestres.

### I-3.1 Consolidation : recalage, référencement et géoréférencement

#### I-3.1.1 Définitions des différents concepts

Sous le terme de *consolidation*, qui définit l'expression dans un repère commun des données acquises en chaque point de vue, plusieurs notions sont distinguées suivant que le repère commun soit extérieur aux données ou non.

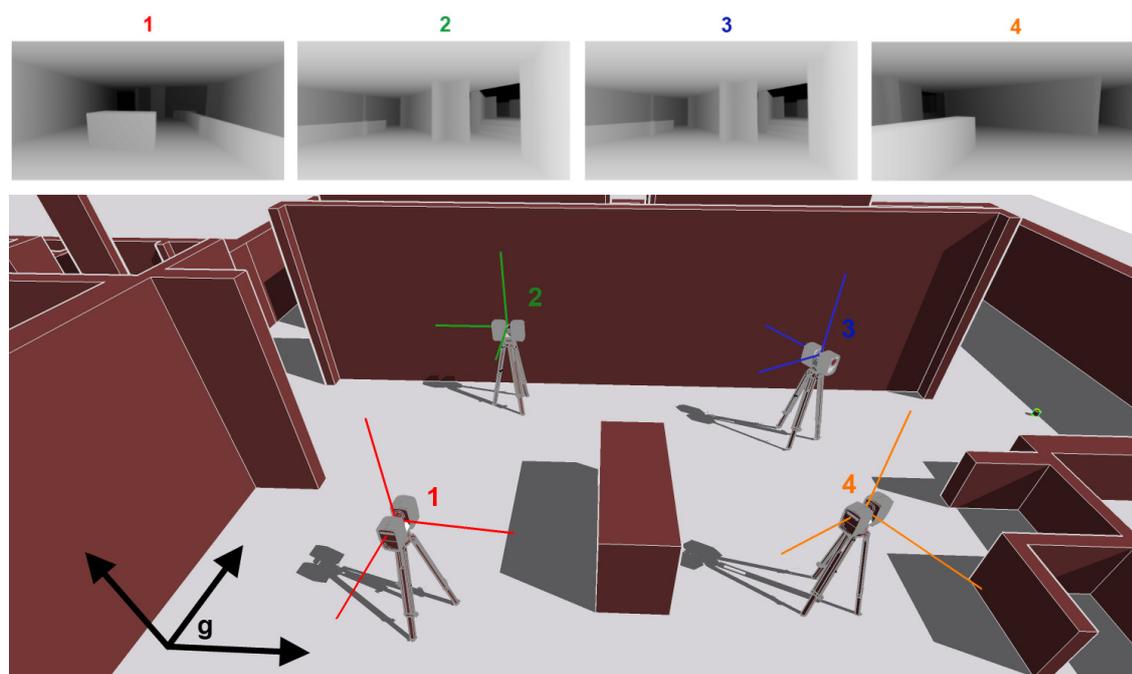


FIGURE I-3.1 – **Configuration d'un relevé multi-stations.** Chaque jeu de données (en haut) doit être exprimé soit dans l'un des repères  ${}^i\mathcal{R}$  choisi arbitrairement (recalage), soit dans le repère général  ${}^g\mathcal{R}$  prédéfini (géoréférencement) pour permettre la création d'un jeu de données global.

Le *recalage* des données scanner laser terrestres consiste à assembler de manière relative les différents jeux de données. Les poses de l'ensemble des stations sont calculées en référence à un repère cartésien 3D privilégié, choisi arbitrairement,  ${}^0\mathcal{R}$ . On choisit généralement l'un des repères de stations comme repère privilégié. Pour le recalage ne sont utilisées que les données laser elles-mêmes.

Le *référencement* des données scanner laser terrestres consiste à exprimer l'ensemble des poses, et donc des données, dans un repère général prédéfini  ${}^g\mathcal{R}$ . Ce repère est de préférence un repère cartésien 3D, local à l'installation mais peut également être un repère géodésique mondial (WGS84) ou un repère cartographique national constitué d'un référentiel planimétrique lié à une projection (RGF93) et d'un référentiel altimétrique (NGF-IGN69). Lorsque le repère général est géodésique ou cartographique, on utilisera de préférence le terme de *géoréférencement*.

La différence principale entre le recalage et le référencement est que **le recalage ne se fait que sur la base des données laser** alors que **le référencement fait intervenir des données externes**, acquises par un autre processus, tel que le cheminement topographique. L'utilisation de données externes permet d'une part de guider et d'autre part de contrôler le calcul des poses des stations. Ainsi, l'analyse des résultats d'un recalage ne livre que des informations de précision, alors qu'une analyse sur des données référencées permet également de caractériser l'exactitude. Le référencement est donc souhaité pour assembler des données devant servir de base à des études géométriques, comme il en est question pour les levés d'installations à EDF.

D'un point de vue géométrique, le recalage et le référencement emploient des relations très similaires. Les poses sont estimées dans un repère cartésien 3D, sur base de géométrie euclidienne. Le **géoréférencement** met quant à lui en œuvre des relations géométriques tout à fait différentes, en particulier lors de l'utilisation de repères cartographiques. En raison de l'étendue restreinte, à l'échelle du globe, des levés d'installations industrielles, il y a peu d'intérêt à travailler d'emblée dans un repère géodésique ou cartographique. Cependant, nous verrons qu'il est tout de même possible de travailler directement en coordonnées géoréférencées si la présence de points topographiques le permet, cf. § I-3.2.2.2.

Le calcul des poses dans un système global peut être entièrement réalisé grâce à des systèmes de géolocalisation : c'est le *référencement direct*. Cette technique, très présente dans les levés aériens et les systèmes mobiles, a été rendue possible grâce à l'amélioration des GPS et systèmes inertiels (IMU/INS). La qualité du calcul des poses est alors directement associée à celle des données des systèmes de géolocalisation.

En l'absence de capteurs de géolocalisation suffisamment précis comme c'est le cas pour les levés d'intérieurs, le calcul des poses est basé sur l'établissement de contraintes entre les jeux de données. Ces contraintes sont établies grâce à l'appariement entre jeux de données d'entités qui représentent un même objet de la scène.

### I-3.1.2 Pratiques actuelles

Quatre types de projets peuvent être menés pour consolider un levé d'une installation industrielle par scanner laser : **a.** recalage uniquement, **b.** recalage puis référencement, **c.** recalage et référencement simultanés, **d.** référencement indirect. Le choix de l'une ou l'autre des approches est fonction du temps disponible sur site, de l'exactitude recherchée et du repère d'expression des données produites.

**a.** Le *recalage seul* des données offre l'avantage de n'utiliser que les données laser et donc de diminuer le temps d'acquisition. Cependant, aucune information extérieure ne vient corriger le cumul des erreurs de recalage entre chaque station voisine. L'utilisation de « boucles » est alors l'unique moyen de vérifier les mesures. De plus, aucune information d'exactitude n'est fournie en fin de calcul et le bon assemblage des données ne peut être garanti. Concernant la diffusion des données, aucune mise en commun n'est possible avec d'autres jeux de données puisque l'ensemble des données est exprimé dans un repère arbitraire et local. L'utilisation de cette méthode est donc plutôt réservée aux levés d'ampleur restreinte et à diffusion limitée. Elle peut également être utilisée lorsque le temps sur site est très restreint.

**b.** Faire *succéder un référencement à un recalage* est un moyen de référencer les données et de contrôler leur qualité. Pour cela, le nuage global, recalé au préalable, subit une transformation conforme qui permet un changement de repère du bloc recalé. Les écarts de ce changement de repère délivrent une information d'exactitude des données finales. Une telle approche ne demande que peu de points topographiques (3 au minimum) mais ne permet pas de corriger les erreurs de recalage.

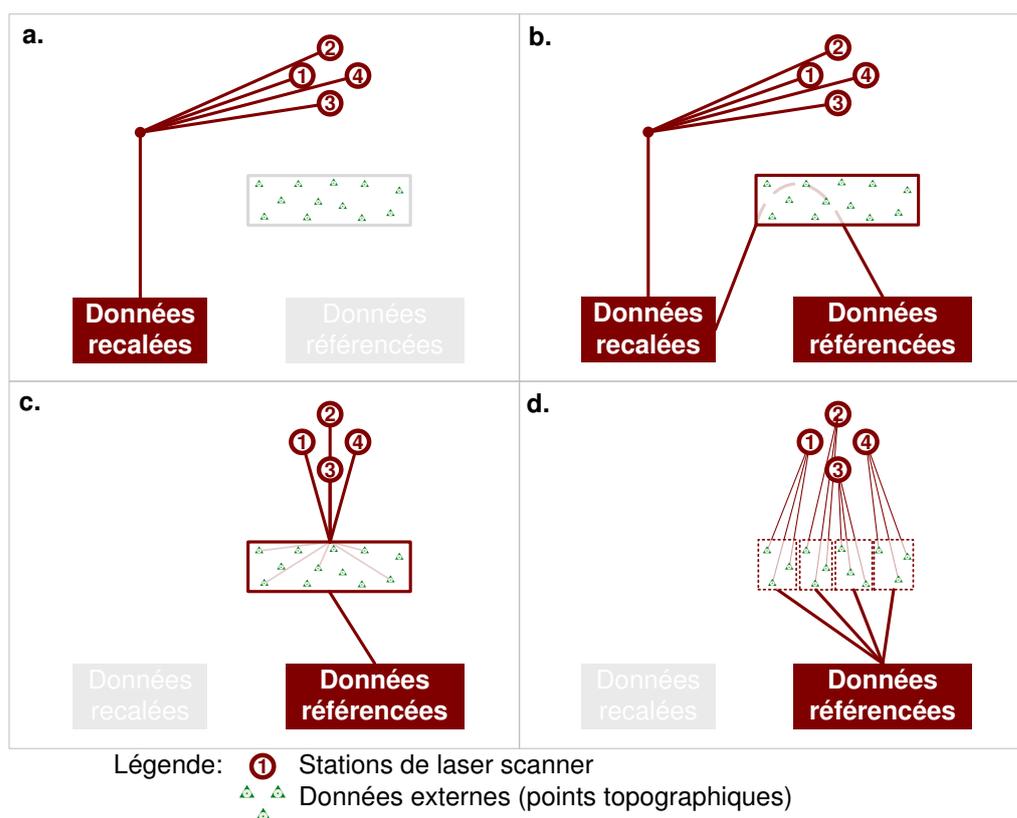


FIGURE I-3.2 – Les pratiques de recalage et de référencement. Les quatre pratiques a. b. c. d. possibles de recalage ou de référencement des données laser.

c. Effectuer dans *une même étape le recalage et le géoréférencement* permet de contraindre le calcul de l'ensemble des poses. On peut l'apparenter à un calcul en bloc de photogrammétrie avec la présence de points d'appui. L'avantage de cette méthode est de pouvoir contraindre le calcul des poses et de diminuer les erreurs d'assemblages. Cependant, un nombre élevé de points topographiques ou de cibles est préférable, ce qui ajoute au temps d'acquisition sur site.

d. Le *référencement indirect* (ou référencement seul) consiste à calculer séparément chaque pose en utilisant pour chaque station des cibles mesurées au préalable. L'avantage est de pouvoir garantir la qualité des données et d'isoler les sources d'erreurs en s'affranchissant des erreurs de recalage entre nuages. Avec un nombre minimal de 3 cibles aux coordonnées connues nécessaires par point de vue, cette méthode nécessite un temps important sur site.

[Jacobs, 2005] expose les méthodes recommandées pour la consolidation de différents types de levé scanner laser terrestre. Après avoir brièvement listé les techniques disponibles et rappelé les conditions réelles de levé, il recommande un ensemble de procédures à appliquer lors de la phase d'acquisition. Celles-ci sont encore largement employées par les topographes lors des levés d'installations industrielles en raison de l'absence d'alternative pertinente, à ce jour, dans les logiciels de consolidation des données laser.

## I-3.2 État de l'art des solutions aux problèmes de consolidation de données laser

Ces dernières années, les méthodes de recalage ont fait l'objet de bien plus de travaux que le référencement. La multiplication des capteurs 3D (laser, photographiques ou autre) a accru l'intérêt de plusieurs communautés scientifiques (vision par ordinateur, robotique, médecine) ; les capteurs à bas coût (Kinect, PhotoSynth) ont accentué cet engouement. Le recalage des données est rapidement devenu un sujet central de la navigation et la modélisation 3D. En revanche, le référencement n'a fait l'objet que de peu de travaux jusqu'alors. Le plus souvent, le référencement n'est considéré que comme un changement de repère du bloc des données recalées (approche **b.** citée plus haut). Cette approche, quoique valable pour certains types de données, ne l'est pas pour des levés topographiques de moyenne à grande ampleur. Nous présentons ci-après plusieurs approches pour le recalage et le référencement.

La classification des méthodes de recalage dans [Salvi *et al.*, 2007] est une bonne introduction aux algorithmes de recalage de nuages de points ; une boîte à outils Matlab contenant les méthodes classifiées est par ailleurs disponible sur le site de l'auteur. Pour le référencement, l'étude réalisée par [Reshetyuk, 2009] offre un bon aperçu des possibilités actuelles en la matière.

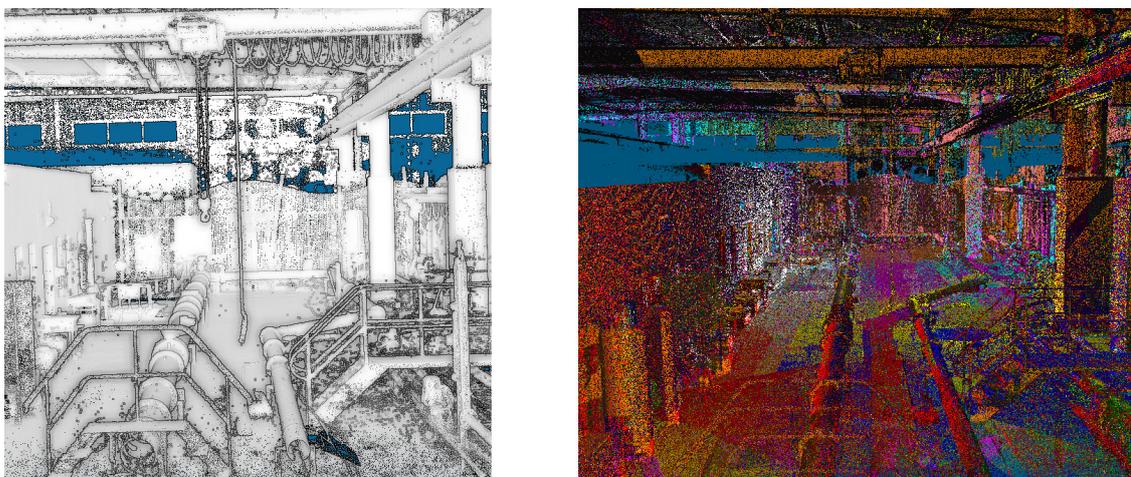


FIGURE I-3.3 – Nuage global et nuages consolidés. A gauche, le nuage résultant d'un référencement sur la base de données tachéométriques, affiché dans CloudCompare[CloudCompare, 2012]. A droite, chaque point est colorisé suivant son nuage d'origine ; on constate le grand nombre de stations nécessaires à l'exhaustivité des données. Jeu de données EVEREST.

### I-3.2.1 Contraintes entre points des nuages

Par sa date de développement et la très large utilisation qui en est faite, l'Iterative Closest Point (ICP), [Besl et McKay, 1992], est le premier des algorithmes de recalage d'un nuage de points sur un autre. Le principe de l'ICP repose sur trois étapes répétées itérativement jusqu'à convergence : 1. Appariement des paires de points les plus proches, 2. Estimation des paramètres de transformation par minimisation des

erreurs en distance, 3. Test et ajout des résidus. Depuis le développement de l'ICP, de nombreux algorithmes de recalage de nuage de points à nuage de points ont été conçus ou ont amélioré l'ICP ou ses variantes surfaciques, [Chen et Medioni, 1991], [Zhang, 1994], [Dorai *et al.*, 1998], [Bendels *et al.*, 2004] et [Mitra *et al.*, 2004].

Les méthodes de recalage de la famille de l'ICP ont trouvé de nombreux cadres d'application. Nombre de logiciels de traitement de nuage de points 3D en proposent une implémentation. La robustesse et la convergence des algorithmes varient d'une solution à l'autre. Pour converger, l'ICP requiert de bonnes valeurs initiales. Il est donc souvent utilisé comme phase finale d'affinement suite à une amorce : par un processus RANSAC ([Fischler et Bolles, 1981] et § II-2.3.1) comme dans le GP-ICPR de [Bae et Lichti, 2008] ou par l'utilisation d'entités d'intérêt appariées (§ I-3.2.2).

Cependant, l'application aux levés d'installations industrielles de ces méthodes de recalage nuage à nuage pose problème. En effet, dans les intérieurs encombrés et les salles ou corridors étroits, un petit déplacement du point de vue se traduit par de grandes différences dans les nuages respectifs. Les nombreux *masques*<sup>1</sup> ont pour effet de fragmenter les nuages de points par station. Le *recouvrement* relatif des points de vue est généralement faible et limité aux murs, sol et plafond. Par conséquent, la phase initiale d'appariement de paires de points peut être irréalisable en raison des masques. La phase d'estimation des paramètres de transformation peut quant à elle être très incertaine dans le cas de surfaces lisses, caractéristique récurrente des intérieurs bâtis.

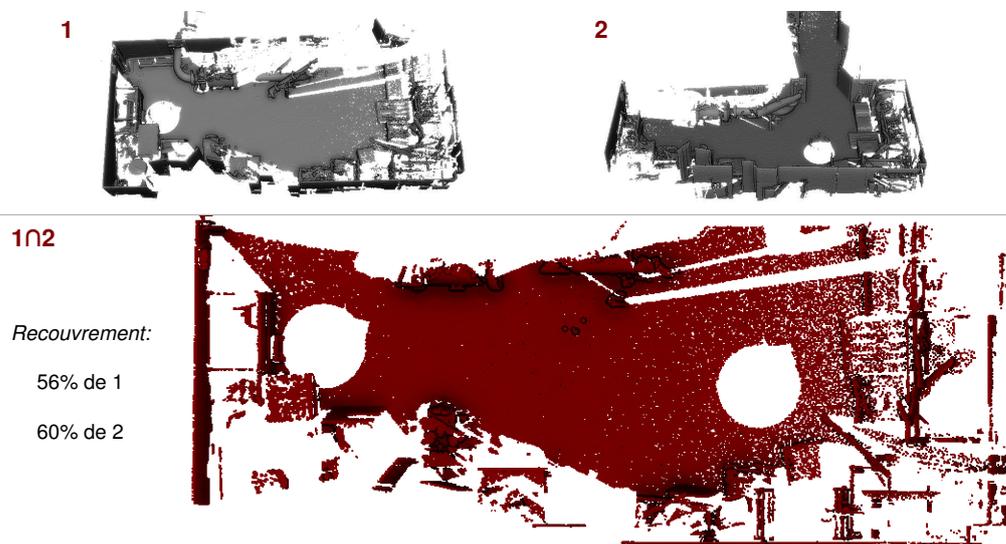


FIGURE I-3.4 – **Recouvrement de nuages de points.** L'encombrement de la salle levée crée de nombreux masques entre les deux points de vue **1** et **2** réduisant significativement le recouvrement **1∩2** des nuages de points. Jeu de données EVEREST.

Un autre aspect limitant de ces méthodes pour notre cas d'étude, à l'heure actuelle, est la manipulation de l'ensemble des nuages de points. Nombre d'articles présentant

1. masque : « ombre » d'un objet réduisant la couverture visuelle d'une scène depuis un point de vue

ces approches focalisent leurs analyses sur des jeux de données de test comptant quelques milliers de points et de moins d'une demi-douzaine de points de vue. Étant donné le grand nombre de stations et de points par stations nécessaires lors de l'acquisition d'une installation industrielle, la mise en place d'une telle approche pour des jeux de données de plus de 50 stations, à raison de 25 millions de points par station, pose de réels problèmes de capacité de calcul.

### I-3.2.2 Contraintes entre entités d'intérêts

Afin de s'affranchir des masques et de réduire les combinaisons possibles d'appariement, des contraintes peuvent être établies non plus directement entre les points des nuages mais entre des entités d'intérêt extraites de ceux-ci. Les contraintes peuvent être établies grâce à plusieurs types d'extracteurs d'entités. Ces extracteurs peuvent utiliser les images de profondeur, d'intensité ou les nuages de points et chercher à identifier des zones particulières de la scène grâce à des descripteurs locaux ou des cibles placées volontairement dans la scène.

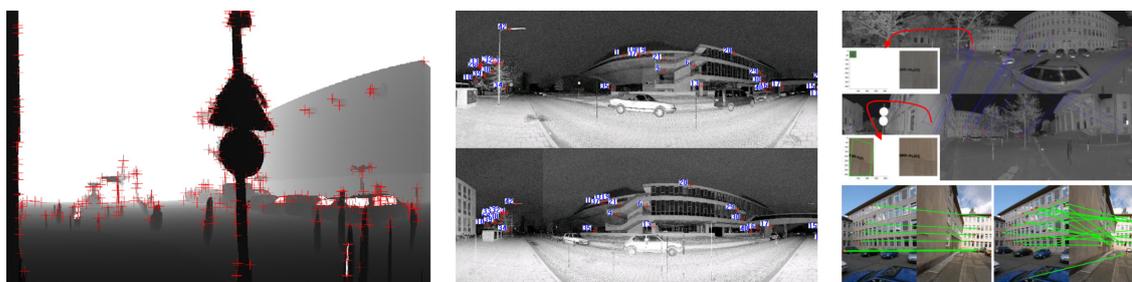


FIGURE I-3.5 – **Extraction de points d'intérêt.** De gauche à droite : image de profondeur [Barnea et Filin, 2008], image d'intensité [Kang *et al.*, 2009] et images d'intensité et RVB [Barnea et Filin, 2010].

#### I-3.2.2.1 Utilisation des images de profondeur ou d'intensité des données laser

Les descripteurs locaux (Harris, Scale Invariant Feature Transform -SIFT- ou autres) développés pour l'analyse d'image peuvent être appliqués aux données scanner laser terrestres.

[Barnea et Filin, 2008] proposent une extraction de points dans les *images de profondeur* basée sur l'algorithme min-max de description locale. Le sous-ensemble de points ainsi retenu permet de réduire la complexité de la tâche de recalage. Performant dans les scènes proposées (extérieur, longue profondeur de vue), l'algorithme ne requiert pas de valeurs initiales pour le calcul des poses. Malgré des limitations évoquées par les auteurs, l'algorithme proposé s'est avéré assez concluant sur des scènes considérées comme complexes, au regard des jeux de données traditionnellement utilisés dans la littérature (comme le Lapin de Stanford). L'une des limitations à l'utilisation des images de profondeur est immédiate : un point d'intérêt dans l'une d'entre elles peut ne pas être un point d'intérêt dans la suivante si le point de vue change. Le changement de point de vue doit être faible au regard de l'étendue de la scène, ce qui force la multiplication des stations dans les environnements étroits.

L'utilisation des *images d'intensité* est plus répandue que celle des images de profondeur. Celle-ci permet notamment de prendre en compte les détails de textures et offre bien plus de contraste que les images de profondeur. [Acka, 2003] utilise bien un descripteur sur les images d'intensité, mais limite sa recherche à des cibles damiers placées au préalable. [Kang *et al.*, 2009] puis [Eo *et al.*, 2012] exploitent quant à eux l'ensemble des points extraits dans les images d'intensité. [Kang *et al.*, 2009] propose une méthode complète pour le recalage, mais les exemples présentés illustrent à quel point les textures (ici des posters aux murs) sont nécessaires pour assurer la qualité du recalage. De plus, les milieux étudiés sont particulièrement mats et donc avec une intensité moins sensible aux changements de points de vue d'une surface plus spéculaire.

Pour renforcer la détermination des points d'intérêt extraits, [Weinmann *et al.*, 2011] utilisent conjointement *images de profondeur et image d'intensité*. Dans la même optique, mais avec un champ d'application plus large, [Wendt, 2007], [Barnea et Filin, 2010] et [Alba *et al.*, 2011] extraient des points des *images d'intensité et des images RVB*.

Les limitations de toutes ces approches sont inhérentes à la nature des données qu'elles exploitent. Pour les images de profondeur, les contrastes sont faibles et les changements relatifs (à l'étendue de la scène) de points de vue doivent être très faibles pour offrir une possibilité de correspondances. Pour les images d'intensité, le changement relatif de point de vue doit aussi être restreint. La spécularité des matériaux des objets de la scène peut également perturber la détection de correspondances dans les vues. Enfin, les contraintes pour les images RVB sont celles de la photogrammétrie ou de la vision par ordinateur : des conditions d'éclairage favorables et constantes, la présence de texture sur les objets et des changements de points de vue progressifs sur l'ensemble des données.

Nous citons également [Bendels *et al.*, 2004] qui proposent l'extraction de descripteurs sur les *nuages de points 3D*. Le descripteur local est une extension à l'espace 3D du SIFT évoqué précédemment. Cette approche requiert un recouvrement très important des points de vue pour assurer la mise en correspondance des points 3D extraits.

### I-3.2.2.2 Utilisation de cibles extraites dans les nuages de points

De la même manière que [Acka, 2003] utilise des *cibles* disposées en vue de leur extraction dans les images d'intensité, de nombreux travaux suggèrent l'utilisation de cibles pour l'établissement de contraintes de recalage ou de référencement. Les cibles sont planes (à damier ou à disque centré réfléchissant) ou sphériques à diamètre connu. Un point spécifique (centre, intersection de motifs) est isolé et permet l'appariement point à point. La précision de détermination de ces points spécifiques a fait l'objet de nombreuses études, dont [Balzani *et al.*, 2001], et les algorithmes actuels en permettent une détermination à quelques millimètres près.

Ces cibles peuvent également être utilisées comme les prismes en topographie « traditionnelle » et permettre le référencement par cheminement topographique de station à station. [Lichti et Gordon, 2004], [Scaioni, 2005] et [Reshetyuk, 2009] détaillent cette approche, sous le nom de « *indirect georeferencing* » : *le géoréférencement*

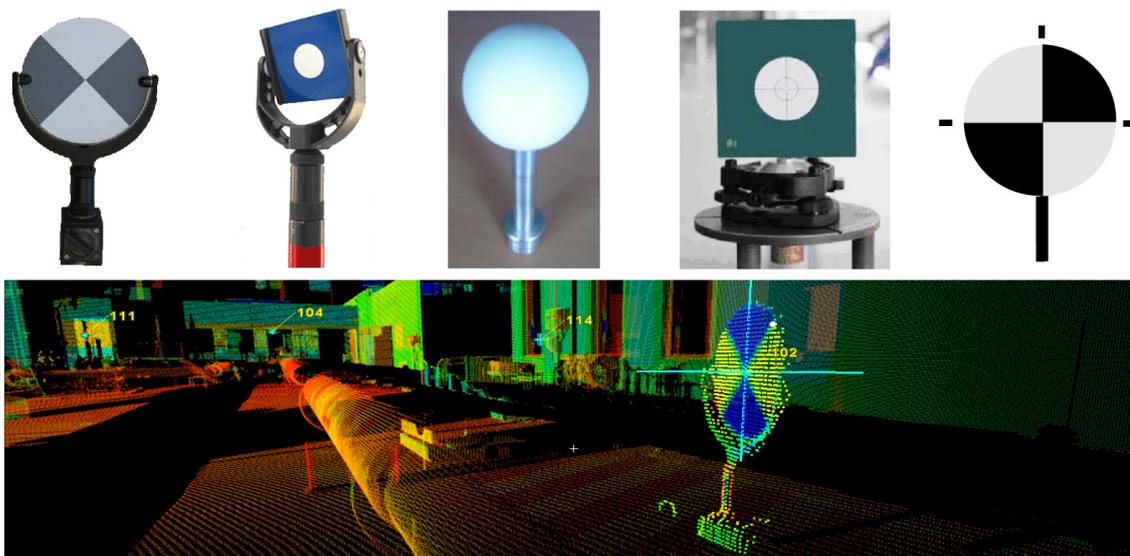


FIGURE I-3.6 – **Cibles pour scanner laser.** En haut : différents types de cibles propres à chaque constructeur. En bas : une cible dans un nuage de points.

*indirect*. Des études et améliorations ont été effectuées par [Hanke *et al.*, 2006], [Elkhrachy et Niemeier, 2006], [Alba *et al.*, 2007] et [Franaszek *et al.*, 2009]. Cette méthode est implémentée dans différents logiciels d'acquisition des données laser et s'avère être utilisée dans les levés de faible étendue. Elle présuppose la présence de points topographiques et est donc employée dans le cas où le scanner laser est utilisé en complément d'autres levés topographiques.

L'analogie de cette méthode avec le cheminement topographique a favorisé son utilisation par les topographes de métier. L'un de ses avantages est, du fait de son implémentation dans les logiciels d'acquisition, de pouvoir délivrer en temps réel des informations sur la qualité du référencement et de s'assurer en quittant le site de la qualité de l'ensemble. C'est un avantage considérable lorsque l'accès au site est limité et évite le post-traitement et ses aléas, qui peuvent nécessiter un retour sur site (manque de données, erreurs à l'acquisition).

En revanche, sa réalisation requiert un temps sur site plus long : disposition des cibles et mise en station avec visées des cibles. De plus, les intervisibilités nombreuses sont préférables pour garantir la bonne géométrie du réseau mais représentent un frein à son utilisation dans les milieux intérieurs complexes, constitués de couloirs, corridors et pièces de faible envergure.

### I-3.2.2.3 Utilisation de primitives extraites comme *cibles naturelles*

Afin de tirer parti des particularités de la scène, il est possible d'établir des contraintes à partir d'objets déjà présents dans la scène, sortes de « cibles naturelles ». Ces objets sont considérés comme assimilables à des primitives géométriques lorsque leur forme remplit cette condition, à une tolérance près admise. Ces primitives sont identifiables dans certains environnements bâtis et industriels.

Dans ces environnements, plusieurs types de *primitives géométriques* peuvent être identifiées : sphères, cylindres, plans, cônes et tores. De ces primitives, il est possible de distinguer des *entités géométriques* telles que le centre, l'axe principal, le sommet, un plan particulier et des *invariants géométriques* tel que le rayon. Des entités géométriques peuvent également être isolées par l'intersection de primitives (ligne d'intersection entre deux plans par exemple). Les entités géométriques permettent d'établir des contraintes de recalage ou de référencement par mise en correspondance. Les invariants géométriques, également appelés *invariants unaires* par [Pennec, 1996], ne servent qu'à guider la mise en correspondance en créant des sous-ensembles de primitives potentiellement correspondantes (§ IV-1.1.1).

L'un des avantages principaux de l'utilisation de primitives comme les cylindres et les plans est de s'affranchir partiellement du problème des masques d'intervisibilité. En effet, un tuyau peut être reconstruit depuis deux stations différentes sans que pour autant la partie qui en est vue soit identique. Il est ainsi possible de voir un même tuyau depuis le haut et le bas ou depuis deux directions opposées et d'identifier son axe comme celui d'un seul et même tuyau.

**Lignes.** L'établissement de contraintes à partir de lignes est très répandu en photogrammétrie et vision par ordinateur, notamment dans [Habib, 1998]. [Schenk, 2004] les utilise pour le calcul en bloc d'images aériennes. [Stamos et Leordeanu, 2003] proposent le recalage des nuages de points acquis par scanner laser terrestre de scènes urbaines via l'utilisation de lignes. [Jaw et Chuang, 2008b] puis [Guan et Zhang, 2011] ont également proposé des méthodes de recalage de stations laser à partir de lignes. Les résultats présentés sont très intéressants, mais restent en l'état en deçà des précisions recherchées pour le relevé d'installations industrielles.

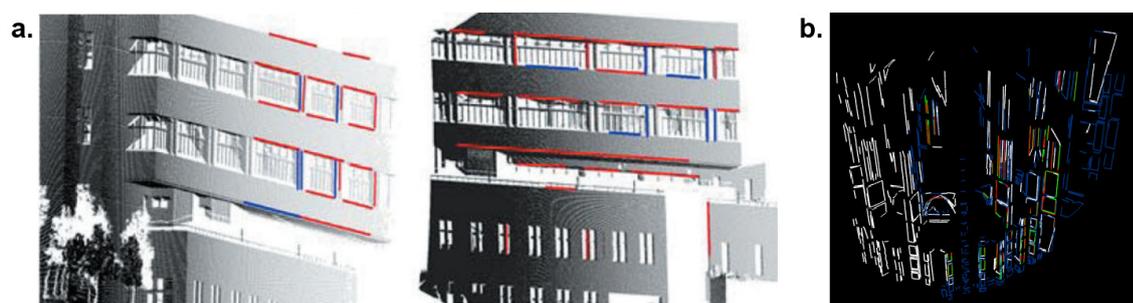


FIGURE I-3.7 – **Contraintes entre lignes.** a. Nuages de points et lignes de deux stations [Jaw et Chuang, 2008b] b. Lignes utilisées pour le recalage, après calcul des poses des 27 stations [Stamos et Leordeanu, 2003].

La première cause de cette « imprécision » vient de la nature des lignes elles-mêmes. Si l'on cherche dans l'environnement des lignes, ce sont des intersections de plans ou des bords saillants. Dans le premier cas, les deux plans devront être vus sous un angle assez direct pour minimiser le bruit des sous-nuages correspondant à ces plans. Cette condition n'est pas toujours aisée à satisfaire. Dans le second cas, la nature d'un nuage de point ne permet pas de garantir que la ligne extraite corresponde précisément à l'arête de l'objet. Depuis un autre point de vue, la ligne extraite

correspondant à cette arête peut être sensiblement différente [Stamos et Leordeanu, 2003].

La seconde cause d'imprécision vient de la particularité géométrique d'un objet linéaire. A la différence de l'incertitude d'un point 3D, celle d'une ligne 3D n'est pas bien définie : [Pennec et Ayache, 1996], [Meidow *et al.*, 2009], [Förstner, 2010] et cf. Chapitre III-1.2 . L'expression de cette incertitude varie fortement d'une représentation à une autre et cela peut causer des problèmes de convergence lors de l'optimisation des contraintes sur ces lignes, [Heuel, 2001].

**Plans.** Les plans sont les primitives les plus répandues dans les environnements bâtis, quels qu'ils soient. Par conséquent, de nombreux auteurs ont proposé leur reconstruction et leur mise en correspondance pour assurer le recalage, dont [Dijkman, 2002], [He *et al.*, 2005], [Dold et Brenner, 2006], [von Hansen, 2006] et [Theiler et Schindler, 2012].

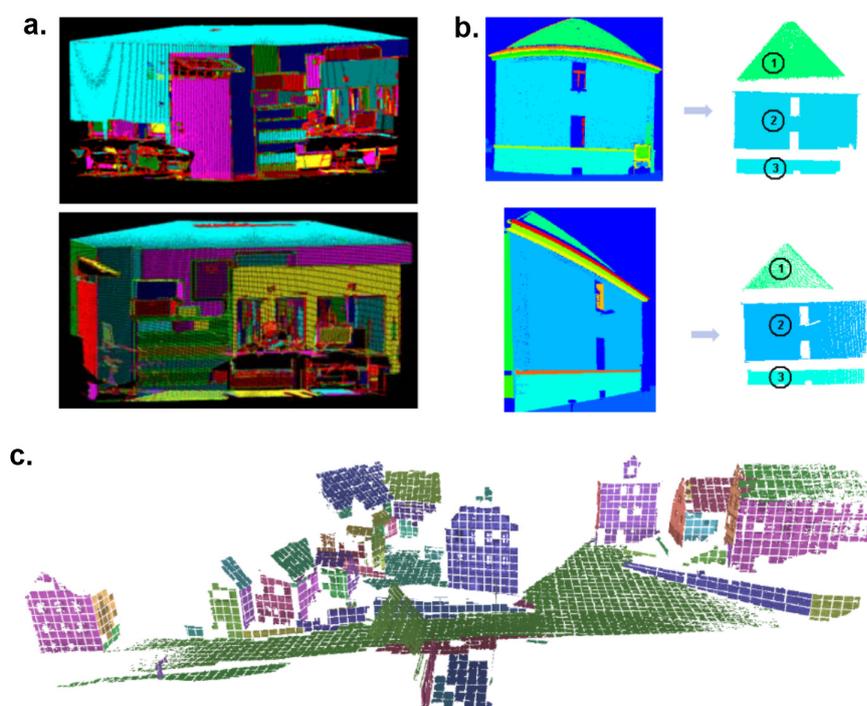


FIGURE I-3.8 – **Contraintes entre plans.** a. Segmentation du nuage de points par plans identifiés [He *et al.*, 2005] b. Appariement de plans et établissement des contraintes [Dold et Brenner, 2006] c. Résultat du recalage par la méthode de plans découpés de [von Hansen, 2006].

Bien que des plans soient présents dans la plupart des scènes bâties, pour beaucoup horizontaux ou verticaux, leurs caractéristiques peuvent être bien différentes. Dans le cas des intérieurs industriels, de grands plans sont généralement visibles : ce sont les murs, sols et plafonds. Tandis que les murs ne sont visibles que par endroits en raison de l'encombrement des scènes (tuyaux et équipements), les sols et plafonds peuvent être constitués de plusieurs plans distincts correspondant au génie civil parfois complexe des locaux. Seuls les plans représentés dans les nuages par un nombre suffisant de points pourront être estimés avec une précision suffisante et être

utilisés comme contrainte. Si l'on prend en compte les intervisibilités, seuls quelques plans communs seront correctement visibles depuis deux stations distinctes, rarement plus d'une demi-douzaine.

**Multi-primitives.** Afin de tirer parti de l'ensemble des objets assimilables à des primitives que contiennent les scènes industrielles, plusieurs approches ont été développées pour permettre leur prise en compte conjointe. La formulation de contraintes entre axes de cylindres et plans est présentée par [Dijkman, 2002]. [Rabbani et van den Heuvel, 2005] et [Rabbani *et al.*, 2007] y ajoutent d'autres entités (points, lignes et plans) grâce à un algorithme de reconstruction automatique de primitives. L'importance de la tâche d'appariement y est déjà soulignée et sera évoquée dans la suite du mémoire, à la Partie IV. [Jaw et Chuang, 2008a] propose également une méthode basée sur plusieurs types d'entités (points, lignes, plans) ainsi qu'une représentation alternative des lignes en raison de la grande influence de cette représentation dans le calcul des poses. Une étude de précision, sur données simulées, est réalisée dans [Jaw et Chuang, 2010].

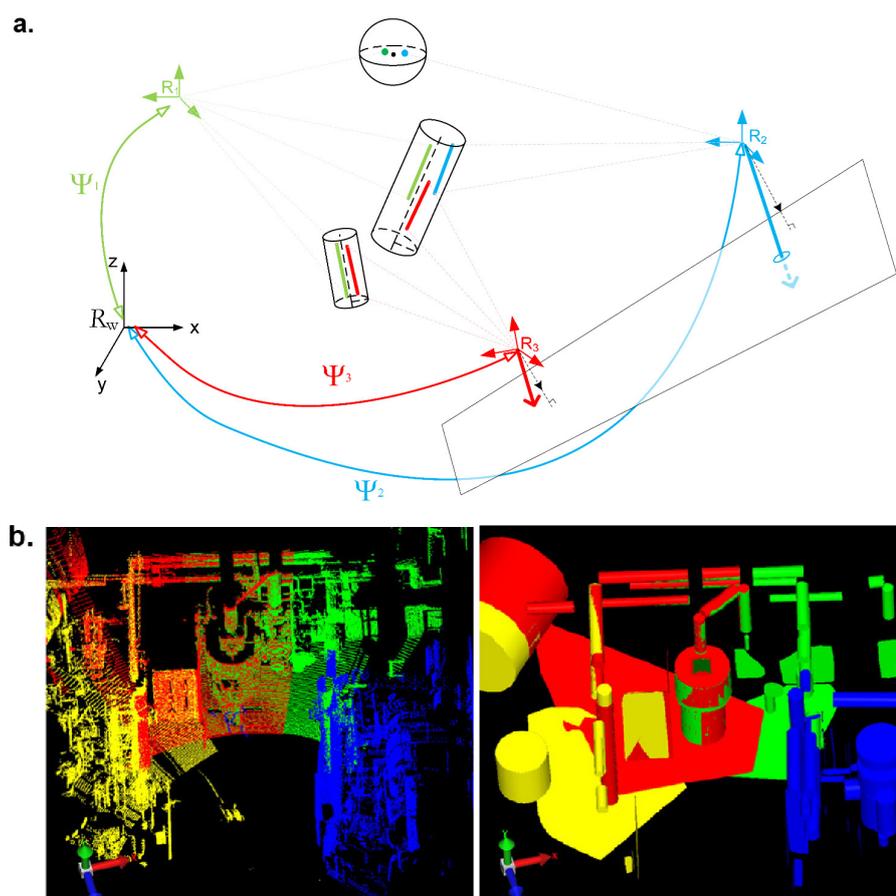


FIGURE I-3.9 – **Contraintes entre différentes primitives.** **a.** Principe du recalage basé sur plusieurs types de primitives, [Hullo *et al.*, 2011] **b.** Après recalage : nuages de points colorés par stations et primitives extraites, [Rabbani *et al.*, 2007].

L'utilisation de contraintes sur plusieurs types de primitives permet de prendre en compte un maximum d'objets dans les scènes industrielles. Cependant, la mise en œuvre de cette méthode ne peut se faire qu'avec des algorithmes de reconstruction de primitives, automatiques ou semi-automatiques, performants. Dans le cadre du recalage ou du référencement, la performance tient principalement à la qualité des primitives retrouvées, bien plus qu'à leur nombre. Nous verrons au Chapitre II-2 que de tels algorithmes sont apparus ces dernières années et ne cessent d'être améliorés.

Une fois qu'un ensemble de (bonnes) primitives a été reconstruit, l'*appariement*<sup>1</sup> est primordial : c'est lui qui définit les contraintes à minimiser. La minimisation de ces contraintes dans [Rabbani et van den Heuvel, 2005] et [Jaw et Chuang, 2008a] n'est effectuée qu'après vérification manuelle de l'ensemble des contraintes. **L'automatisation de la méthode s'en trouve freinée et nous proposons une approche probabiliste à la Partie IV pour tenter de lever ce verrou.**

### I-3.2.3 Optimisation des contraintes inter-stations : de la paire à l'ensemble

Une fois les contraintes établies, il s'agit de minimiser un score, une distance ou une erreur. Considérons en premier lieu l'algorithme de minimisation et ensuite les stratégies envisageables.

Plusieurs algorithmes de minimisation de contraintes existent. En topographie, l'algorithme le plus couramment utilisé, en raison de son application aux erreurs gaussiennes, est appelé *moindres carrés* et peut être implémenté de plusieurs manières : [Eggert *et al.*, 1997], [Pennec, 1997], [Triggs *et al.*, 2000], [Konolige, 2010]. Des méthodes ont été développées pour rendre plus robustes les méthodes de minimisation : RANSAC de [Fischler et Bolles, 1981] ou [Hartley et Zisserman, 2000]. Dans ces approches, la prise en compte des incertitudes se fait sous la forme de pondération des contraintes. Les valeurs approchées des inconnues sont utilisées comme valeurs initiales des itérations.

D'autres approches existent pour mieux intégrer les valeurs et incertitudes *a priori* dans le cas de distributions non gaussiennes ou de fonctions de transformations non linéaires ou mal connues. Les *approches probabilistes* ou bayésiennes telles qu'utilisées par [Williams, 2001] ou encore [Chaperon *et al.*, 2011] en sont un bon exemple. Le filtre de Kalman, filtre récursif bayésien pour des distributions normales multivariées, en est un autre. L'intérêt pour ces méthodes probabilistes a crû dans de nombreux domaines mais peine à s'imposer dans certains autres, cf. § II-3.1.3. Cependant, plusieurs tutoriels ou sessions plénières sur les approches bayésiennes ont été organisés par l'ISPRS entre 2010 et 2012 et illustrent l'attrait croissant de la communauté pour l'application de ces méthodes aux données scanner laser terrestre : [Förstner, 2011].

Par ailleurs, tandis que de nombreux travaux se limitent à l'étude du recalage entre deux jeux de données (« *pairwise* »), d'autres privilégient le *recalage global* d'un ensemble de plusieurs jeux de données à recalcer. Une approche commune pour le

---

1. appariement : tâche de mise en correspondance des entités.

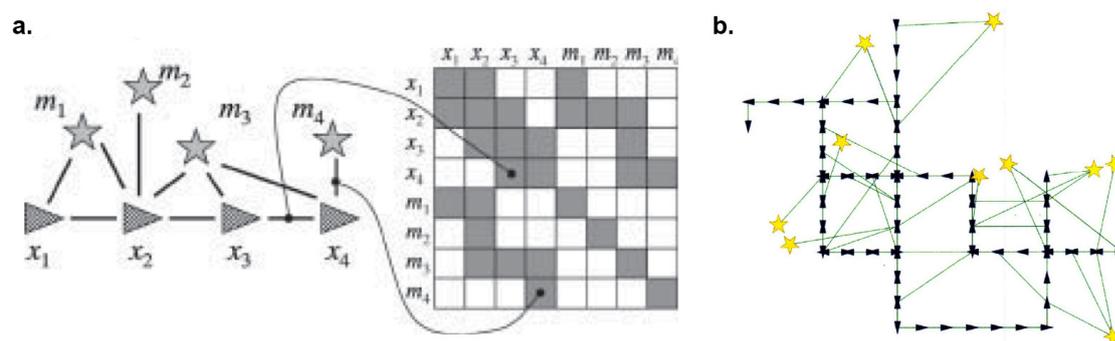


FIGURE I-3.10 – **Graphes de poses.** a. Graphe de poses et matrice de GraphSLAM [Thrun et Montemerlo, 2005] b. Graphe de poses (triangles) et d'entités (étoiles) [Olson, 2008].

recalage global est similaire au calcul en bloc (ou *Block/Bundle Adjustment*) en photogrammétrie. C'est notamment le cas des approches de [Stamos et Leordeanu, 2003], [Rabbani *et al.*, 2007] ou [Kang *et al.*, 2009] précédemment traitées par [Bergevin *et al.*, 1996] et [Eggert *et al.*, 1998]. Il est plus intéressant pour le recalage ou le référencement de stations scanner laser d'utiliser une approche globale et ainsi d'éviter l'accumulation des erreurs inhérente à une approche par paires de stations.

Afin d'intégrer les informations topologiques du réseau parfois complexe de stations et de contraintes, plusieurs auteurs ont étudié l'utilisation des *graphes de poses* (Figure I-3.10). Dans la suite des algorithmes de SLAM (« *Simultaneous localization and mapping* ») développés pour les systèmes robotiques et mobiles ([Smith et Cheeseman, 1986] et [Leonard et Durrant-Whyte, 1991]), le « Graph-SLAM » ([Thrun et Montemerlo, 2005]) a connu un essor important ces 10 dernières années. Il consiste à transformer les informations *a posteriori* du filtre de Kalman utilisé dans le SLAM en un réseau graphique représentant les interconnexions et visibilité. L'utilisation de graphes de poses pour les problèmes de recalage ou référencement s'est poursuivie dans [Olson *et al.*, 2006], [Olson, 2008], [Borrmann *et al.*, 2008], [Grisetti *et al.*, 2010] et [Neuhaus, 2011]. C'est, à l'heure actuelle, une des approches les plus à même d'améliorer le référencement de données scanner laser terrestres d'intérieurs complexes. Nous revenons sur ces notions au § IV-1.1 en présentant la distinction entre appariements simples et multiples.

## Conclusions du Chapitre I-3

La consolidation (recalage et/ou référencement) des nuages de points, acquis depuis différents points de vue, permet d'exprimer l'ensemble des données dans un même repère (arbitraire ou préexistant). L'exactitude recherchée, le temps disponible sur site et le repère d'expression des données déterminent le choix de la meilleure pratique pour chaque levé.

Pour le recalage comme pour le référencement, les poses des stations sont calculées grâce à des contraintes définies entre les données (laser et tachéométriques). Plusieurs pistes ont été explorées au cours des dernières années pour automatiser la consolidation des données laser. Il en ressort que :

- les contraintes entre points des nuages ne sont pas adaptées pour les données de notre étude, en raison d'une part des masques importants dans les nuages de points, et d'autre part de l'échantillonnage massif des surfaces lisses dans les environnements construits, inaptes à résoudre les inconnues de pose ;
- l'utilisation de cibles disposées dans l'ensemble de la scène permet d'automatiser le processus d'établissement des contraintes, mais est contraignante lors du levé, tant en temps qu'en terme de mise en œuvre ;
- l'utilisation de primitives géométriques comme « cibles naturelles » est appropriée pour les scènes industrielles où les objets qu'elles représentent sont nombreux (murs, tuyaux, équipements). Par ailleurs, elle affranchit partiellement le topographe de la contrainte de recouvrement des nuages de points.

La prise en compte de la configuration du réseau, souvent complexe, permet d'améliorer la consolidation des données dont le volume ne cesse de croître. Nous avons suggéré l'utilisation des graphes de pose, qui sont des outils pertinents pour la détection des intervisibilités et des fermetures de boucles.



## Deuxième partie

# Données et informations *a priori* utilisables pour la consolidation

*Cette partie commence par l'analyse des données à consolider : nous étudions d'abord la notion de stations laser puis les propriétés des mesures réalisées en celles-ci (bruit des mesures, densité de points). Nous identifions ensuite les avantages du compensateur bi-axial (équipant désormais de nombreux modèles de scanners laser terrestres) pour le calcul de pose.*

*La taille et la complexité des géométries décrites par les nuages de points posent encore des problèmes de reconstruction automatique des nuages de points. Des méthodes semi-automatiques permettent de contourner ces difficultés tout en allégeant le travail de l'utilisateur. Nous appliquons deux méthodes de reconstruction à des données réelles afin de disposer de primitives utilisables pour la consolidation des stations. L'étude de la qualité des primitives produites nous renseigne alors sur la pertinence de ces informations pour le calcul des poses.*

*De nouveaux systèmes de géolocalisation permettent d'estimer, de manière incertaine, les paramètres de pose. La quantification des incertitudes a priori de trois de ces systèmes de géolocalisation est réalisée par analyse statistique de données expérimentales. Nous synthétisons, en fin de partie, les informations disponibles a priori pour la consolidation des stations.*



# CHAPITRE II-1

## Formalisation et caractérisation des données laser terrestres

Nous avons présenté les instruments utilisés pour l'acquisition de nuages de points d'installations d'industrielles (Chapitre I-2) et les méthodes actuelles de recalage ou de référencement de ces nuages de points (Chapitre I-3) sans formaliser ni le modèle fonctionnel des changements de repères, ni le modèle stochastique des données scanner laser. Ce sont les objectifs de ce chapitre.

Nous commençons par présenter la notion de groupe des transformations rigides liant les repères d'instrument et le repère global. Nous caractérisons ensuite les nuages de points acquis par scanner laser terrestre. Nous en résumons les sources d'erreurs, présentons le modèle de bruit qui y est associé et abordons les sauts de densités. Enfin nous exposons le fonctionnement, les caractéristiques et les avantages des compensateurs bi-axiaux qui équipent de nombreux scanners laser actuels.

### II-1.1 Stations et repères

#### II-1.1.1 Repère d'instrument

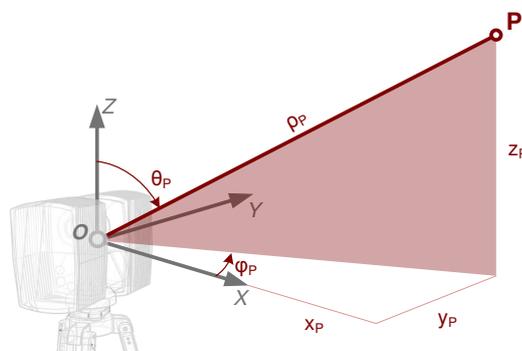


FIGURE II-1.1 – **Repère d'instrument et mesure.** Dans le repère d'instrument  ${}^i\mathcal{R}$ , les mesures du scanner laser ont des coordonnées polaires  $(\varphi_P, \theta_P, \rho_P)$ .

Le repère d'instrument  ${}^i\mathcal{R}$  d'un scanner laser terrestre a pour centre  $O$  le « centre de l'appareil ». Cet emplacement théorique correspond à l'origine de la mesure de distances, située à l'intersection des axes principal et secondaire de rotation de l'appareil. L'axe  $Z$  est dirigé par l'axe de rotation principal et orienté vers le haut. Les axes  $X$  et  $Y$  sont définis de manière à ce que les trois axes  $(X, Y, Z)$  forment un trièdre direct. Le repère  ${}^i\mathcal{R}$  est orthonormé, Figure II-1.1.

Les formules de passage en coordonnées polaires pour les mesures tachéométriques évoquées au Chapitre I-2 s'appliquent aux données acquises par scanner laser terrestre. Dans le repère d'instrument  ${}^i\mathcal{R}$ , le passage des coordonnées image (de profondeur, d'intensité ou autre) aux coordonnées 3D du nuage de point et vice-et-versa, sont données dans les équations 2 et 3.

$$\text{Coordonnées image} \quad \begin{cases} i_P = \frac{1}{\delta\theta} \arctan\left(\frac{y_P}{z_P}\right) \\ j_P = \frac{1}{\delta\theta} \arctan\left(\frac{z_P}{\sqrt{x_P^2 + y_P^2}}\right) \\ (k_P = \sqrt{x_P^2 + y_P^2 + z_P^2}) \quad \text{profondeur} \end{cases} \quad (2)$$

$$\text{Coordonnées nuage} \quad \begin{cases} x_P = k_P \cdot \cos(\delta\theta \cdot j_P) \cdot \cos(\delta\theta \cdot i_P) \\ y_P = k_P \cdot \sin(\delta\theta \cdot j_P) \cdot \cos(\delta\theta \cdot i_P) \\ z_P = k_P \cdot \sin(\delta\theta \cdot j_P) \end{cases} \quad (3)$$

## II-1.1.2 Transformations et changements de repères

### II-1.1.2.1 Groupe des transformations dans un espace 3D

Certaines transformations sont familières en géométrie : translations, rotations, similitudes, affines ou rigides. Étant donné une transformation  $\mathbf{g}$  et une entité géométrique  $\mathbf{x}$ , nous noterons  $\mathbf{g} \star \mathbf{x}$  l'action de la transformation sur une entité. Nous supposons que la transformation consiste en une fonction  $\mathbf{g} \star \mathbf{x} = \mathbf{g}(\mathbf{x})$  continue et différentiable. Résulte de cette action une nouvelle entité  $\mathbf{y}$  telle que  $\mathbf{y} = \mathbf{g} \star \mathbf{x}$ .

De manière générale, une transformation d'un ensemble  $\mathcal{E}$  est une bijection  $\mathbf{g}$  de  $\mathcal{E}$  dans  $\mathcal{E}$ . À tout  $\mathbf{y} \in \mathcal{E}$ , tel que  $\mathbf{y} = \mathbf{g} \star \mathbf{x}$ , n'existe qu'un seul  $\mathbf{x}$  et cet unique  $\mathbf{x}$  est un élément de  $\mathcal{E}$ . Par ailleurs, le fait que  $\mathbf{g}$  soit une bijection garantit qu'il existe une transformation *inverse* que l'on note  $\mathbf{g}^{-1}$ . Notons encore que l'on peut *composer* deux transformations  $\mathbf{g}_1$  et  $\mathbf{g}_2$  pour former une nouvelle fonction  $\mathbf{g}(\mathbf{x}) = \mathbf{g}_2(\mathbf{g}_1(\mathbf{x}))$  et que cette nouvelle fonction est également une transformation notée  $\mathbf{g} = \mathbf{g}_2 \circ \mathbf{g}_1$ .

L'ensemble de toutes les transformations, muni de ces deux opérations d'inversion et de composition, constitue donc un *groupe*.

Dans ce manuscrit, le sous-groupe d'intérêt est celui des transformations rigides. Un élément de ce groupe (une transformation rigide) est constitué d'une matrice de rotation  $\mathbf{M}$  et d'une translation  $\mathbf{t}$ . Nous utilisons la notation  $\mathbf{g} : (\mathbf{M}, \mathbf{t})$  pour une

transformation rigide. Rappelons que les matrices de rotation sont orthogonales, donc  $\mathbf{M}^{-1} = \mathbf{M}^t$ . C'est un groupe et possède donc par définition des opérations d'inversion et de composition, cf. équation 4.

$$\mathbf{g}^{-1} : (\mathbf{M}^t, -\mathbf{M}^t \cdot \mathbf{t}) \quad \text{et} \quad \mathbf{g} = \mathbf{g}_2 \circ \mathbf{g}_1 : (\mathbf{M}_2 \cdot \mathbf{M}_1, \mathbf{M}_2 \cdot \mathbf{t}_1 + \mathbf{t}_2) \quad (4)$$

Il est important de noter que les opérations proposées ne correspondent pas au produit direct des opérations qui auraient été  $(\mathbf{M}^t, -\mathbf{t})$  pour l'inversion et  $(\mathbf{M}_2 \cdot \mathbf{M}_1, \mathbf{t}_1 + \mathbf{t}_2)$  pour la composition. En effet, les rotations sont indépendantes des translations, mais l'inverse est faux.

Pour chaque type de primitive, l'action d'une transformation s'exprime différemment : l'effet d'une transformation sur les coordonnées d'un point ne s'exprime pas de la même manière que sur celles d'un plan. Cette action varie également en fonction de la représentation choisie : l'expression d'une transformation rigide sur les coordonnées cartésiennes d'un point ne s'exprime pas de la même manière que sur les coordonnées polaires. Ainsi, pour une même transformation  $\mathbf{g}$ , il existe autant de fonctions de transformation  $\mathbf{g}(\mathbf{x})$  que de types de primitives  $\mathbf{x}$  :

$$\mathbf{g} \star \mathbf{x} \quad \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{x} \text{ point} : \mathbf{g}_{point}(\mathbf{x}) \\ \mathbf{x} \text{ ligne} : \mathbf{g}_{ligne}(\mathbf{x}) \\ \mathbf{x} \text{ plan} : \mathbf{g}_{plan}(\mathbf{x}) \\ \dots \quad \dots \end{array} \right. \quad (5)$$

### II-1.1.2.2 Équivalence des transformations rigides et des repères

Un type particulier d'objets nous intéresse pour le calcul des poses : les repères, constitués d'un point et d'un trièdre orthonormé direct. Sur cet ensemble, nous ne pouvons pas utiliser les transformations affines : l'orthonormalité du trièdre ne serait pas conservée. En revanche, les transformations rigides sont appropriées.

Une particularité des repères est leur *équivalence* avec ces transformations rigides. Soit  ${}^i\mathcal{R} = \{O, e_1, e_2, e_3\}$  un repère de l'espace euclidien  $\mathbb{R}^3$  (et donc de coordonnées  $O = (0, 0, 0)^t$  et  $[e_1, e_2, e_3] = I_3$ ) et  ${}^j\mathcal{R} = \{v, e'_1, e'_2, e'_3\}$  un autre repère dont les coordonnées sont exprimées dans  ${}^i\mathcal{R}$ . L'unique transformation qui amène  ${}^i\mathcal{R}$  sur  ${}^j\mathcal{R}$  est donnée par :

$$\mathbf{f} : (\mathbf{U}, \mathbf{v}) \quad \text{où} \quad \mathbf{U} = [e'_1, e'_2, e'_3] \quad (6)$$

Les repères étant orthonormaux, alors  $\mathbf{U}$  est une rotation et  $\mathbf{f}$  est donc une transformation rigide. L'action d'une transformation rigide  $\mathbf{g} : (\mathbf{M}, \mathbf{t})$  sur un repère défini par  $\mathbf{f} : (\mathbf{U}, \mathbf{v})$  est donc « équivalente » à la composition ([Pennec, 1996]) :

$$\mathbf{g} \star \mathbf{f} : (\mathbf{M} \cdot \mathbf{U}, \mathbf{M} \cdot \mathbf{v} + \mathbf{t}) \equiv \mathbf{g} \circ \mathbf{f} \quad (7)$$

Cette équivalence entre transformation rigide et repère induit l'équivalence des paramètres de pose d'une station et des paramètres de changement de repère entre le repère d'origine et le repère d'instrument.

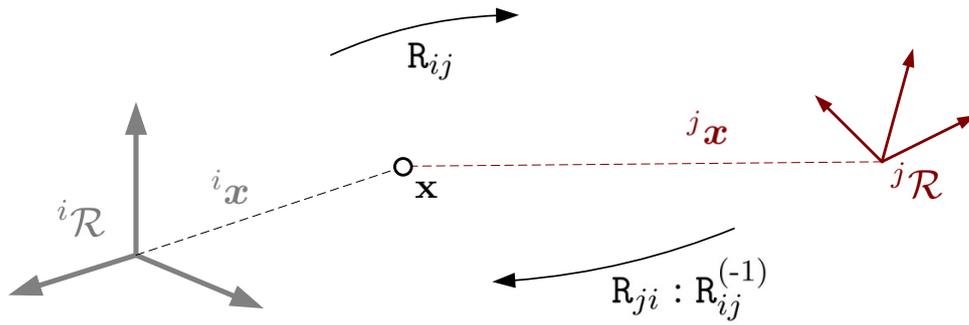


FIGURE II-1.2 – **Changement de repère des coordonnées d’une entité.** Le changement de repère  $R_{ij}$  laisse l’entité  $\mathbf{x}$  statique et déplace le repère  ${}^i\mathcal{R}$  en  ${}^j\mathcal{R}$ ; cela a pour effet de changer ses coordonnées de  ${}^i\mathbf{x}$  en  ${}^j\mathbf{x}$ , et inversement pour  $R_{ji} : R_{ij}^{-1}$ .

Plusieurs notations sont utilisées dans la suite du mémoire, cf. Figure II-1.2 :

- ${}^i\mathcal{R}$  est le repère dans lequel sont exprimées les coordonnées de l’entité  $\mathbf{x}$ . Les coordonnées de  $\mathbf{x}$  sont notées  $\mathbf{x}$  ou en précisant, au besoin, le repère d’expression en ajoutant un pré-script,  ${}^i\mathbf{x}$ .
- $R_{ij}$  est la fonction de changement de repère des coordonnées d’une entité de  ${}^i\mathcal{R}$  vers  ${}^j\mathcal{R}$ . Nous écrivons :  ${}^j\mathbf{x} = R_{ij}({}^i\mathbf{x})$  et  ${}^i\mathbf{x} = R_{ji}({}^j\mathbf{x}) = R_{ij}^{-1}({}^j\mathbf{x})$ . L’équivalence entre repères et transformations rigides nous incite à écrire la pose  $R_{ij} = (\mathbf{M}, \mathbf{t})$ , c’est-à-dire l’ensemble des paramètres de rotation et translation du changement de repère rigide considéré  $R_{ij}$ .
- Lors de l’utilisation d’un repère privilégié  ${}^0\mathcal{R}$ , nous écrivons  ${}^0\mathbf{x} = R_i({}^i\mathbf{x}) = R_{i0}({}^i\mathbf{x})$  et  ${}^i\mathbf{x} = R_i^{-1}({}^0\mathbf{x}) = R_{0i}({}^0\mathbf{x})$ . La pose de  ${}^i\mathcal{R}$  dans  ${}^0\mathcal{R}$  est notée  $R_i = (\mathbf{M}_{i0}, \mathbf{t}_{i0})$ .

### II-1.1.3 Formulation des changements de repère

#### II-1.1.3.1 Représentation des rotations

Le changement de repère  $R_{ij}$  est donc composé d’une translation  $\mathbf{t}_{ij}$  (3 degrés de libertés) et d’une matrice orthogonale de rotation  $\mathbf{M}_{ij}$  (3 degrés de liberté). La translation est représentée par les coordonnées de  $O_j$  dans  ${}^j\mathcal{R}$ . La représentation des rotations peut être réalisée de différentes manières, comme exposé dans [Förstner et Wrobel, 2004] et [Nuchter *et al.*, 2010]. Nous retenons trois possibilités pour leurs expressions : trois angles, un axe et un angle, ou les quaternions. Le choix de la représentation la plus appropriée pour décrire un système est guidé par les caractéristiques de celles-ci.

**Trois angles de rotation successifs.** Cette représentation consiste à concaténer 3 angles de rotations appliqués l’un après l’autre autour d’un axe du repère. Plusieurs conventions existent pour le choix des axes supports des rotations. Les angles d’Euler sont très répandus et sont les trois angles  $(\alpha, \beta, \gamma)$  des rotations successivement effectuées autour des axes  $(OX, OZ', OX'')$ <sup>1</sup>. Cette convention s’avère très utile dans

1.  $OZ'$  est le vecteur  $OZ$  du repère initial préalablement tourné autour de  $OX$ .  $OX''$  est le vecteur  $OX$  du repère initial qui a été déjà tourné autour de  $OX$  et  $OZ'$ .

la représentation de certains phénomènes, tels que le mouvement du globe terrestre (rotation circadienne, précession, nutation) ou les gyroscopes.

Les angles de Tait-Bryan  $(\omega, \phi, \kappa)$  correspondent aux rotations successives autour des axes  $(OX, OY', OZ'')$ <sup>1</sup>. La matrice de rotation  $\mathbf{M}_{ij}$  est le produit de trois matrices des rotations élémentaires  $\mathbf{M}_\omega$ ,  $\mathbf{M}_\phi$  et  $\mathbf{M}_\kappa$ . Ils sont souvent utilisés en photogrammétrie aérienne et terrestre. Leur similitude avec les axes de rotation du scanner laser terrestre en fait une représentation très adaptée à la représentation des incertitudes *a priori*, cf. Chapitre II-3.

$$\mathbf{M}_\omega = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\omega) & \sin(\omega) \\ 0 & -\sin(\omega) & \cos(\omega) \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\mathbf{M}_\phi = \begin{bmatrix} \cos(\phi) & 0 & -\sin(\phi) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\phi) & 0 & \cos(\phi) \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\mathbf{M}_\kappa = \begin{bmatrix} \cos(\kappa) & \sin(\kappa) & 0 \\ -\sin(\kappa) & \cos(\kappa) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

Il convient de bien distinguer deux cas pour la concaténation des matrices de rotation. Le premier est une transformation (l'objet se déplace, le repère est fixe) et le second un changement de repère (l'objet est fixe, le repère change) :

- Les repères sont fixes, l'objet se déplace d'un repère à l'autre, la matrice  $\mathbf{M}$  s'écrit alors :  $\mathbf{M}_{ij} = \mathbf{M}_\kappa \mathbf{M}_\phi \mathbf{M}_\omega$
- L'objet est fixe, le point de vue change d'un repère à un autre, la matrice  $\mathbf{M}$  s'écrit alors :  $\mathbf{M}_{ij} = \mathbf{M}_{-\omega} \mathbf{M}_{-\phi} \mathbf{M}_{-\kappa} = \mathbf{M}_\omega^t \mathbf{M}_\phi^t \mathbf{M}_\kappa^t = (\mathbf{M}_\kappa \mathbf{M}_\phi \mathbf{M}_\omega)^t$

**Axe et angle.** Un autre moyen de représenter la rotation d'un solide dans  $\mathbb{R}^3$  est d'utiliser la rotation le long d'un vecteur  $\mathbf{r}^t = (r_1, r_2, r_3)$ , porteur de l'axe de rotation. La valeur de la rotation est l'angle  $\alpha$ . Cette représentation est souvent utilisée en raison de sa simplicité d'énoncé et de la possibilité de l'utiliser pour calculer une vitesse angulaire. La composition des rotations n'est pas aussi simple qu'avec les angles d'Euler, ce qui est un inconvénient notable pour son utilisation dans le cas du calcul de poses.

**Quaternions.** La représentation par axe et angle peut être visualisée simplement, ce qui n'est pas nécessaire pour les calculs informatiques. Les quaternions offrent l'avantage de ne pas utiliser de termes trigonométriques tout en étant proches de la représentation par axe et angle. Les quaternions, que nous présentons brièvement ci-dessous, sont une représentation majeure des rotations, autant dans les travaux de recherches que les implémentations logicielles. Nous justifions au paragraphe suivant le choix fait de ne pas les utiliser dans nos travaux.

---

1. Notation similaire à la note 1.

*Définitions.* Un quaternion  $\mathbf{q} = (q_0, \mathbf{q})$  est constitué de deux éléments : un scalaire  $q_0$  et un vecteur  $\mathbf{q} = [q_1, q_2, q_3]$  et représente une extension des nombres complexes :  $\mathbf{q} = q_0 + q_1\mathbf{i} + q_2\mathbf{j} + q_3\mathbf{k}$  où  $\mathbf{i}^2 = \mathbf{j}^2 = \mathbf{k}^2 = -1$ . La multiplication de deux quaternions  $\mathbf{p} = \mathbf{q}\mathbf{r}$  est définie par :  $\mathbf{p} = (q_0r_0 - \mathbf{q} \cdot \mathbf{r}, r_0\mathbf{q} + q_0\mathbf{r} + \mathbf{q} \times \mathbf{r})$ . L'élément inverse de  $\mathbf{q}$  par rapport à cette multiplication est donné par  $\mathbf{q}^{-1} = \mathbf{q}^*/|\mathbf{q}|^2$  où  $\mathbf{q}^* = (q_0, -\mathbf{q})$  et  $|\mathbf{q}|^2 = q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2$ . On remarque que si  $\mathbf{q}$  est unitaire ( $|\mathbf{q}| = 1$ ) alors  $\mathbf{q}^{-1} = \mathbf{q}^*$ .

*Propriétés.* Étant donné un quaternion  $\mathbf{q} = (q_0, \mathbf{q})$  avec  $q_0 = \cos \frac{\alpha}{2}$  et  $\mathbf{q} = \sin \frac{\alpha}{2}\mathbf{r}$ , et un point  $\mathbf{x} = (x, y, z)$ , alors la rotation d'angle  $\alpha$  et d'axe  $\mathbf{r}$  est donnée par le produit « sandwich » :  $\mathbf{v} = \mathbf{q}\mathbf{u}\mathbf{q}^{-1}$  ;  $\mathbf{u}$  est un quaternion formé par  $\mathbf{u} = (0, \mathbf{x})$  et  $\mathbf{v}$  le quaternion après rotation  $\mathbf{v} = (0, \mathbf{y})$  avec  $\mathbf{y}$  le point résultant de la rotation. Il est possible d'écrire cette opération sous la forme  $\mathbf{y} = \mathbf{M}_q\mathbf{x}$  où  $\mathbf{M}$  est une matrice de rotation, explicitée à l'équation 11. Quant à la composition des rotations, elle est simplement effectuée par produit des quaternions :  $\mathbf{q}_2(\mathbf{q}_1\mathbf{u}\mathbf{q}_1^*)\mathbf{q}_2^* = (\mathbf{q}_2\mathbf{q}_1)\mathbf{u}(\mathbf{q}_2\mathbf{q}_1)^*$ .

$$\mathbf{M}_q = \frac{1}{q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2} \begin{bmatrix} q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 & 2(q_1q_2 - q_0q_3) & 2(q_1q_3 + q_0q_2) \\ 2(q_1q_2 + q_0q_3) & q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 & 2(q_2q_3 - q_0q_1) \\ 2(q_1q_3 - q_0q_2) & 2(q_2q_3 + q_0q_1) & q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 \end{bmatrix} \quad (11)$$

*Justification de leur impropreté pour notre étude.* L'absence de recours aux fonctions trigonométriques et la facilité de composition des quaternions en font une représentation des rotations très utilisée dans les codes informatiques. Cependant, cette représentation pêche par sa mauvaise gestion des incertitudes attachées aux rotations. En premier lieu, les incertitudes *a priori* des systèmes d'acquisition caractérisent principalement des valeurs angulaires et ne trouvent pas dans les quaternions une représentation favorable. En second lieu, les méthodes d'optimisation ne sont pas recommandées pour les méthodes de recalage basées sur les incertitudes, en raison de la re-normalisation nécessaire à leur juste utilisation [Nuchter *et al.*, 2010].

### II-1.1.3.2 Formules d'un changement de repère pour un point

En utilisant les angles de Tait-Bryan précédemment définis, nous pouvons écrire les fonctions de changement de repère *pour un point*. Nous présentons ces formules pour les coordonnées cartésiennes, rappelons les notions de coordonnées homogènes puis présentons les formules de changement de repère pour les coordonnées homogènes d'un point.

**Changement de repère des coordonnées cartésiennes d'un point.** Soient deux repères  ${}^i\mathcal{R}$  d'origine  $\mathbf{O}_i$  et  ${}^j\mathcal{R}$  d'origine  $\mathbf{O}_j$ . Soient une matrice de rotation  $\mathbf{M}_{ij}$ , par exemple celle détaillée aux équations 8 à 10, et un vecteur de translation  $\mathbf{t}_{ij} = -{}^i\mathbf{O}_i$  correspondant à l'opposé des coordonnées de  $\mathbf{O}_i$  dans  ${}^j\mathcal{R}$  traduisant la dualité entre transformation et changement de repère. Les coordonnées du point  $\mathbf{p}$  dans  ${}^i\mathcal{R}$  et  ${}^j\mathcal{R}$  sont respectivement  ${}^i\mathbf{p}$  et  ${}^j\mathbf{p}$ . Les formules de changement de repère sont détaillées ci-dessous.

Changement de repère  $R_{ij}$  de  ${}^i\mathcal{R} \mapsto {}^j\mathcal{R}$  connaissant  $(M_{ij}, t_{ij})$

---

$${}^j\mathbf{p} = R_{ij} \star {}^i\mathbf{p} \quad \text{soit, pour les coordonnées cartésiennes :}$$

$${}^j\mathbf{p} = M_{ij} \cdot {}^i\mathbf{p} + t_{ij} \quad (12)$$

Changement de repère  $R_{ij}^{-1} = R_{ji}$  de  ${}^j\mathcal{R} \mapsto {}^i\mathcal{R}$  connaissant  $(M_{ij}, t_{ij})$

---

$${}^i\mathbf{p} = R_{ij}^{-1} \star {}^j\mathbf{p} \quad \text{soit, pour les coordonnées cartésiennes :}$$

$${}^i\mathbf{p} = M_{ij}^t \cdot {}^j\mathbf{p} - M_{ij}^t \cdot t_{ij} \quad (13)$$

Changement de repère  $R_{ij} = R_j^{-1} \circ R_i$  de  ${}^i\mathcal{R} \mapsto {}^0\mathcal{R} \mapsto {}^j\mathcal{R}$  connaissant  $(M_i, t_i)$  et  $(M_j, t_j)$

---

$${}^j\mathbf{p} = (R_j^{-1} \circ R_i) \star {}^i\mathbf{p} \quad \text{soit, pour les coordonnées cartésiennes :}$$

$${}^j\mathbf{p} = M_j^t (M_i \cdot {}^i\mathbf{p} + t_i) - M_j^t \cdot t_j = M_j^t \cdot M_i \cdot {}^i\mathbf{p} - M_j^t (t_j + t_i) \quad (14)$$

**Coordonnées homogènes.** Les coordonnées homogènes sont utilisées en géométrie projective, car elles permettent de représenter un point à l'infini en coordonnées finies. Leur utilisation est courante pour les modèles projectifs de caméra, tant en vision par ordinateur qu'en photogrammétrie. Elles s'avèrent très pratiques pour la composition des transformations, par exemple pour exprimer les paramètres d'orientation des caméras projectives comme produit des matrices d'orientations internes et externes. Leur utilisation en lieu et place des coordonnées cartésiennes dans  $\mathbb{R}^3$  facilite également l'expression, la composition et l'inversion des transformations affines (y compris rigides).

*Définitions.* Les coordonnées  $\mathbf{x}$  d'une entité  $\mathbf{x}$  peuvent être rendues invariantes à la multiplication par un scalaire  $\lambda \neq 0$  par ajout d'une coordonnée  $h$ . Ces coordonnées, d'une dimension supérieure à la dimension de l'espace initial, sont alors appelées coordonnées homogènes, notées  $\mathbf{x} = [\mathbf{x}_0, h]^t = [\mathbf{x}, 1]^t$ . Si bien que  $\mathbf{x}$  et  $\lambda\mathbf{x}$  représentent la même entité  $\mathbf{x}$ . Pour une même entité, ses coordonnées homogènes ne sont donc pas uniques. L'unicité d'une entité n'est garantie que lorsque  $|\mathbf{x}| \neq 0$ .

**Changement de repère des coordonnées homogènes d'un point.** Un point  $\mathbf{x}$  de coordonnées cartésiennes  $\mathbf{x} = (x, y, z)$  dans  $\mathbb{R}^3$  s'écrira en coordonnées homogènes  $\mathbf{x} = [\mathbf{x}_0, h]^t = [u, v, w, h]^t = [hx, hy, hz, h]^t$ . On a donc  $\mathbf{x} = \mathbf{x}_0/h = [x, y, z]^t$ , c'est-à-dire que les coordonnées cartésiennes correspondent à  $h = 1$ . En utilisant les coordonnées homogènes, les transformations s'écrivent sous la forme d'une matrice unique ( $4 \times 4$ ). Les formules des changements de repères des coordonnées homogènes d'un point sont détaillées ci-dessous.

Changement de repère  $\mathbf{R}_{ij}$  de  ${}^i\mathcal{R} \mapsto {}^j\mathcal{R}$  connaissant  $(\mathbf{M}_{ij}, \mathbf{t}_{ij})$

---

${}^j\mathbf{p} = \mathbf{R}_{ij} \star {}^i\mathbf{p}$  soit, pour les coordonnées homogènes :

$${}^j\mathbf{p} = \mathbf{R}_{ij} \cdot {}^i\mathbf{p} \quad (15)$$

$$\mathbf{R}_{ij} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{ij} & \mathbf{t}_{ij} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix}_{4 \times 4} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & t_x \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & t_y \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (16)$$

Changement de repère  $\mathbf{R}_{ij}^{-1} = \mathbf{R}_{ji}$  de  ${}^j\mathcal{R} \mapsto {}^i\mathcal{R}$  connaissant  $(\mathbf{M}_{ij}, \mathbf{t}_{ij})$

---

${}^i\mathbf{p} = \mathbf{R}_{ij}^{-1} \star {}^j\mathbf{p}$  soit, pour les coordonnées homogènes :

$${}^i\mathbf{p} = \mathbf{R}_{ij}^{-1} \cdot {}^j\mathbf{p} \quad (17)$$

$$\mathbf{R}_{ij}^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{ij}^{-1} & -\mathbf{M}_{ij}^{-1} \cdot \mathbf{t}_{ij} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix}_{4 \times 4} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{ij}^t & -\mathbf{M}_{ij}^t \cdot \mathbf{t}_{ij} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix}_{4 \times 4} \quad (18)$$

Changement de repère  $\mathbf{R}_{ij} = \mathbf{R}_j^{-1} \circ \mathbf{R}_i$  de  ${}^i\mathcal{R} \mapsto {}^0\mathcal{R} \mapsto {}^j\mathcal{R}$  connaissant  $(\mathbf{M}_i, \mathbf{t}_i)$  et  $(\mathbf{M}_j, \mathbf{t}_j)$

---

${}^j\mathbf{p} = (\mathbf{R}_j^{-1} \circ \mathbf{R}_i) \star {}^i\mathbf{p}$  soit, pour les coordonnées homogènes :

$${}^j\mathbf{p} = \mathbf{R}_j^{-1} \cdot \mathbf{R}_i \cdot {}^i\mathbf{p} \quad (19)$$

Les coordonnées homogènes sont applicables aux points, mais également aux lignes dans leur représentation de Plücker et aux plans dans leur représentation Hessienne. Le théorème de dualité entre points et lignes dans les espaces projectifs a amené la communauté de vision par ordinateur à beaucoup utiliser ces représentations des primitives. Malgré les avantages certains de notations et de manipulation, nous verrons que dans le cas des lignes, plus particulièrement, une représentation peut satisfaire les contraintes d'un espace projectif, sans pour autant être idéale dans un espace euclidien (Chapitre III-1).

## II-1.2 Propriétés des nuages de points

### II-1.2.1 Bruit de mesure

L'identification des erreurs attachées à des données laser terrestre est une tâche ardue, d'une part car le nombre de sources est très grand et celles-ci se mélangent, et d'autre part car d'un modèle à l'autre, les appareils varient : longueur d'onde, déflecteur, composants électroniques et mécaniques.

Cependant, la littérature s'est bien étoffée sur ce sujet : [Lichti et Gordon, 2004] ou [Reshetyuk, 2009]. Les différents tests et calibrations réalisés permettent d'isoler les principales sources d'erreurs et des modèles ont été proposés pour ces dernières.

### II-1.2.1.1 Sources d'erreurs

Les sources d'erreurs d'un nuage de points acquis par scanner laser terrestre peuvent être subdivisés en 4 groupes :

***Erreurs instrumentales.*** Les erreurs inhérentes à la physique même du laser ne peuvent ni être annulées ni même réduites. En revanche, les erreurs liées à la construction ou au fonctionnement de l'appareil peuvent l'être. On distingue plusieurs sources d'erreurs aléatoires et potentiellement systématiques : le distancemètre, le système de déflexion (miroir) du faisceau laser, les capteurs de mesure angulaire, les compensateurs bi-axiaux et autres défauts des axes.

***Erreurs liées à l'objet.*** Ces erreurs sont associées aux objets de la scène scannée. L'erreur principale que génèrent ces objets affectent la réflectance (ratio du signal réfléchi par le signal émis). L'erreur de réflectance est grandement variable du fait que le scanner laser n'utilise pas de prisme pour la mesure de distance. Plusieurs facteurs interviennent dans cette erreur : l'angle d'incidence du faisceau, la longueur d'onde du signal, les propriétés électromagnétiques du matériau (permittivité électrique, perméabilité magnétique et conductivité), la couleur et la réflectivité de sa surface, sa rugosité (fonction également de la longueur d'onde et de l'angle d'incidence) et sa température.

***Erreurs environnementales.*** Les facteurs environnementaux sont également la source de plusieurs erreurs affectant soit la qualité du signal laser, soit le fonctionnement des composants, soit la stabilité de l'instrument. Le signal laser est conditionné par l'atmosphère qu'il traverse et peut être distordu ou atténué d'autant que les conditions s'éloignent de la plage type de fonctionnement (température, pression, composition gazeuse, particules ou gouttes de pluie, turbulences et hétérogénéité de ces valeurs sur la totalité du parcours du laser). Ces mêmes conditions atmosphériques ainsi que la présence de champs électromagnétiques peuvent entraîner dans les cas extrêmes des dysfonctionnements des composants électroniques ou mécaniques. Enfin, une mauvaise stabilité du trépied, la présence de vent, d'éventuels chocs ou vibrations sont également une source importante d'erreurs dans les mesures.

***Erreurs d'assemblage (recalage ou référencement).*** Elles apparaissent dès lors que le levé nécessite plus d'un point de vue. Dans le cas du référencement direct, l'incertitude des poses peut être estimée, comme l'est l'incertitude des stations de cheminement topographique et dépend d'une part de la mesure de la hauteur d'instrument et d'autre part de la reconnaissance des cibles. Dans le cas d'un recalage nuage de points à nuage de points, les sources d'erreurs du calcul des poses sont l'hétérogénéité de densité, le bruit et l'inexactitude de chacun des nuages. Dans le cas de recalage par primitives reconstruites, les sources d'erreurs du calcul des poses sont la reconstruction imparfaite des primitives sur un nuage de points incomplet et bruité puis le mauvais appariement de primitives.

### II-1.2.1.2 Modélisation et caractérisation du bruit

Les erreurs résiduelles sur les points du nuage sont aléatoires, ou tout du moins considérées comme telles. En effet, tout systématisme détecté devra, et pourra, être corrigé avant tout traitement du nuage. La précision des points du nuage est estimée par une matrice de variances-covariances  $3 \times 3$  :

$$\Sigma_{\mathbf{x}_i} = \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} & \sigma_y^2 & \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} & \sigma_{yz} & \sigma_z^2 \end{bmatrix} \quad (20)$$

Les covariances de cette matrice ne sont généralement pas nulles, même si les covariances des coordonnées polaires  $(\theta_i, \varphi_i, \rho_i)$  de la visée au point  $\mathbf{x}_i$  peuvent l'être.

Idéalement, chaque point du nuage, en fonction de sa position, pourrait avoir une matrice de variances-covariances spécifique, comme l'indique le bilan des erreurs présenté à la section précédente. Pratiquement, ce n'est pas le cas. La première raison est la difficulté d'assigner avec une certitude et dans un temps raisonnable des valeurs aux différentes sources d'erreurs en fonction de l'ensemble des conditions au moment de l'acquisition. La seconde raison vient du fait que, quand bien même il serait possible de caractériser uniquement l'incertitude de chaque point, la manipulation de tels nuages poserait de vrais problèmes de temps de calcul ou de capacité de traitement et d'affichage.

Par conséquent, en dehors de certains levés d'auscultation métrologique, la seule information d'incertitude relative au nuage de points  $\mathcal{N}$  produit est un écart type  $(\sigma_{\mathcal{N}})$  ou une erreur maximale attendue sur le nuage ( $3\sigma_{\mathcal{N}} = \text{Tolérance}$ ) défini globalement pour l'ensemble du nuage. Pour l'erreur de référencement, lorsque les données comportent encore les informations de stations, il est possible de disposer des valeurs  $\sigma_{xy}$  et  $\sigma_z$  issues du calcul des poses. Si les données ne sont constituées que d'un nuage de point global (fusionné), alors ces valeurs viennent s'ajouter au  $\sigma_{\mathcal{N}}$ .

### II-1.2.2 Hétérogénéité de densité des nuages de points

Sous forme d'images de profondeurs, les données laser terrestres sont régulières en angles vertical et horizontal (aux erreurs instrumentales près). En revanche, les nuages de points 3D générés depuis ces images de profondeurs ne sont pas réguliers dans l'espace. De la même manière, un nuage global composé de plusieurs points de vue n'est pas homogène dans l'espace en raison des recouvrements entre vues. Cette hétérogénéité se traduit par des variations de densité très fortes dans l'ensemble de la scène et peut gêner bon nombre de traitements des nuages, comme la reconstruction automatique de primitives.

#### II-1.2.2.1 Causes des changements de densité au sein d'un nuage de points

**Échantillonnage angulaire.** La résolution angulaire constante du balayage laser est une source d'hétérogénéité du nuage de points, cf. Figure II-1.3. Plus la surface d'impact du laser est éloignée, plus le pas métrique sur l'objet est large. En général,

on configure le pas angulaire par équivalence à un pas métrique à une distance déterminée. On choisit par exemple un pas de 5 *mm* à 10 *m*, soit un pas angulaire de 0.03 °. L'échantillonnage sur un objet à 2 *m* sera alors de 1 *mm* et de 8 *mm* sur un objet à 15 *m*.

**Masques des objets de la scène.** Les objets présents dans la scène sont autant de masques à la mesure laser. Malgré la multiplication des points de vue, il reste toujours des zones non couvertes par les mesures laser, cf. Figure II-1.4. Un exemple d'effet de masque est la « découpe » apparente d'un objet en plusieurs « morceaux ». Par exemple, un tuyau peut être vu en deux parties distinctes. Dans la zone non acquise de ce tuyau, car non visible, il n'est pas possible, à partir du seul nuage de points, de modéliser les objets réellement présents. Un autre exemple est la visibilité partielle d'un objet, par exemple dans le cas où un tuyau ne serait vu que d'un côté. Les masques sont donc les principaux responsables de la non exhaustivité du levé laser dans les installations industrielles.

**Zones de recouvrement entre points de vue.** Dans les zones vues communément par plusieurs stations, les nuages de points se superposent. Si l'exactitude du recalage ou du référencement est inférieure au bruit du scanner laser, le nuage consolidé est simplement plus dense en ces endroits. En revanche, si la consolidation des données est imparfaite, une même zone acquise depuis plusieurs points de vues est constituée d'autant de « couches » que de points de vues. La densité est alors plus grande, mais le bruit du nuage en ces endroits est bien plus important que le bruit de mesure, créant ainsi une hétérogénéité, non plus uniquement de résolution, mais également de bruit (§ II-1.2.1.1).

#### II-1.2.2.2 Précautions relatives aux changements de densité

Pour atténuer les sauts de densité, à défaut de les supprimer, plusieurs moyens existent.

L'échantillonnage angulaire de balayage peut être rendu variable en fonction de la distance à l'objet. Le pas est ajusté en cours de balayage en fonction de la distance mesurée, comme le propose le Trimble GX par exemple (option « *surscan* »). Cependant, les calculs nécessaires à cet ajustement allongent considérablement (x2 à x5) le temps d'acquisition. Il est également possible en post-traitement de réaliser un échantillonnage à pas métrique du nuage en ne conservant qu'un point à intervalle régulier (5 *mm* par exemple), cf. Figure II-1.5.

Les masques des objets de la scène sont l'une des préoccupations principales des topographes lors de l'acquisition. Le juste positionnement des points vue et leur nombre permet de réduire les masques. Il est possible dans certains cas, notamment lors d'un référencement direct, de constater en cours d'acquisition la bonne couverture du levé. Lorsque les systèmes d'acquisition ne le permettent pas, le topographe multiplie les points de vue pour tenter de réduire la présence de masques, mais augmente alors considérablement la quantité de données à traiter.

Les zones de plus haute densité dues au recouvrement de plusieurs nuages peuvent aussi être post-traitées par un rééchantillonnage métrique. Le principal problème en ces zones reste les erreurs de recalage qu'il faudra éviter autant que possible, en mettant en place les méthodes appropriées de recalage ou référencement.

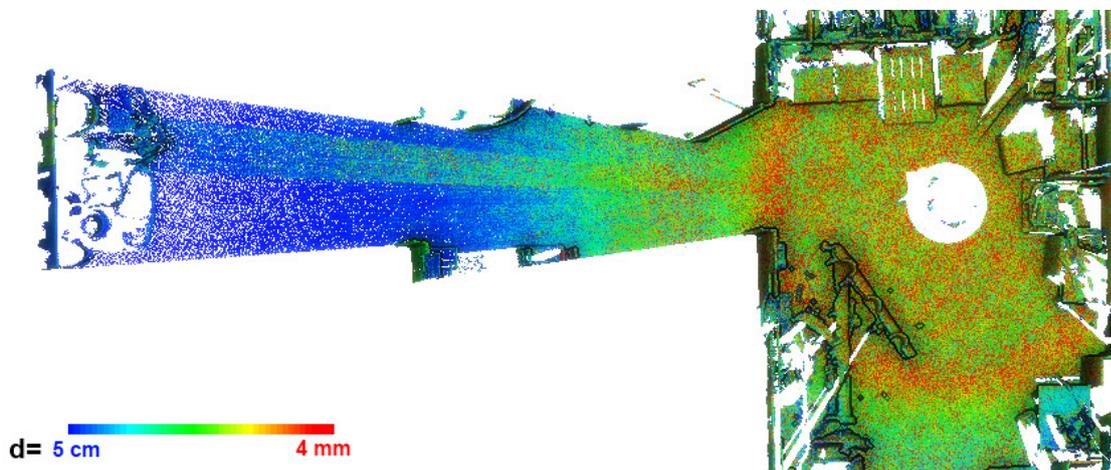


FIGURE II-1.3 – **Densité et résolution angulaire d'un nuage de points d'une station.** La densité  $d$  est représentée en pseudo-couleurs et représente le rayon de la plus grande sphère dans lequel le point n'a pas de voisin, calculée dans [CloudCompare, 2012]. Jeu de données EVEREST.

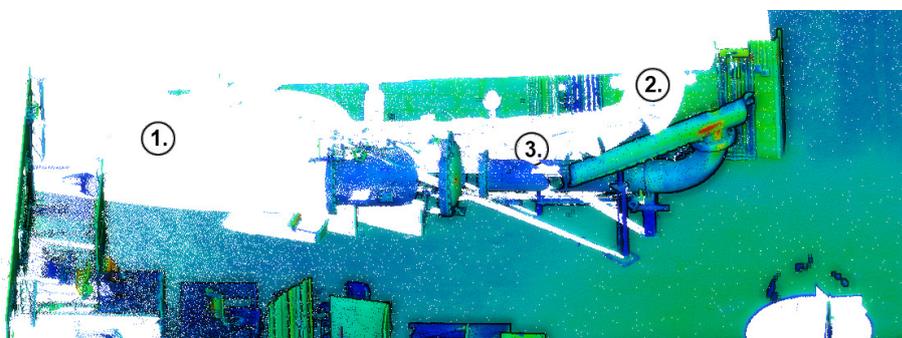


FIGURE II-1.4 – **Masques et hétérogénéité de densité.** Les masques créent des zones d'absence de points (1.) et peuvent décomposer un même objet en plusieurs sous-nuages (plan du mur 2.) et (cylindre de tuyau 3.). Jeu de données EVEREST.

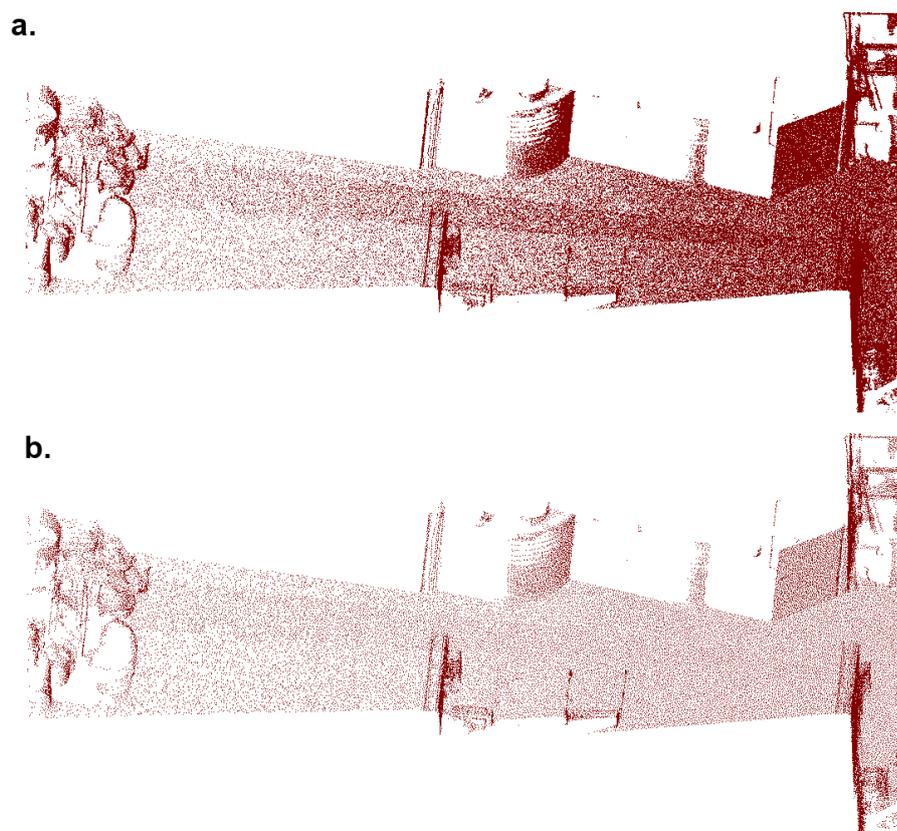


FIGURE II-1.5 – **Rééchantillonnage spatial.** **a.** Nuage de points brut d'une station avec densité variable, **b.** nuage rééchantillonné spatialement à 1 point par 2 *cm*. Jeu de données EVEREST.

## II-1.3 Compensateurs bi-axiaux permettant la mise en station du scanner laser

### II-1.3.1 Fonctionnement des compensateurs bi-axiaux

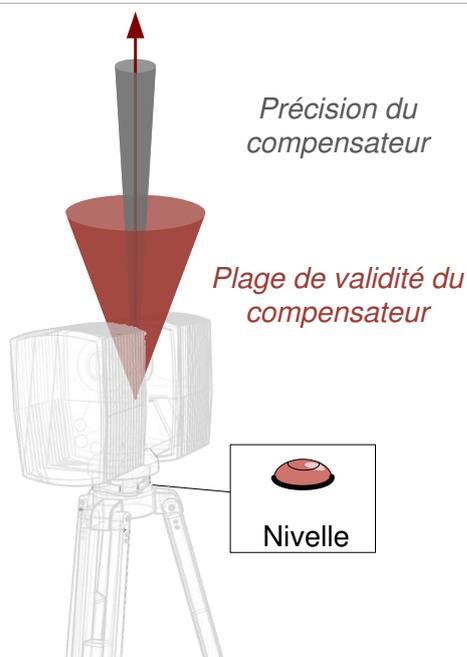


FIGURE II-1.6 – Schéma des caractéristiques d'un compensateur bi-axial. En rouge est indiquée la plage de validité et en gris l'incertitude de verticalité. Les valeurs sont exagérées pour ce schéma.

De la même manière que les tachéomètres peuvent être mis en station grâce au fonctionnement complémentaire des nivelles sphériques et des compensateurs biaxiaux, plusieurs modèles actuels de scanner laser terrestres disposent de ces outils.

L'utilisation de ces scanners laser, parfois appelés « *topographiques* », a de nombreux avantages et n'allonge pas significativement le temps d'acquisition.

Une fois que l'appareil est mis suffisamment à l'horizontale grâce à la nivelle attachée à l'embase, le compensateur se met en fonctionnement et assure la verticale de l'axe de rotation. La verticalité de cet axe est garantie dans la plage de précision du compensateur, propre à chaque modèle. Le nuage de point est alors « calé » sur l'horizon.

### II-1.3.2 Caractéristiques des compensateurs bi-axiaux utilisés dans les scanners actuels

Les compensateurs bi-axiaux (« *dual-axis compensator* ») peuvent être caractérisés par trois valeurs : la plage de fonctionnement, la précision et la résolution. Ces caractéristiques varient d'un scanner à l'autre et sont renseignées à la Table II-1.1.

Les caractéristiques du compensateur du Leica C10 sont identiques à celles d'un tachéomètre. La mise en station doit être plus longue car il faut que la bulle soit correctement centrée pour que le compensateur prenne le relais. C'est également le cas, dans une moindre mesure du HDS7000 et du Stonex X9. Le récent Faro Focus3D et le moins récent Topcon GLS-1500 ne sont pas équipés de compensateurs très précis, mais le calage du Focus peut être plus grossier, ce qui peut s'avérer utile lorsque le temps sur site est limité. En revanche, le Trimble CX a un compensateur précis et capable de fonctionner dans une très large plage : c'est de ce point de vue un appareil très utile.

Modèle	Fonctionnement	Précision	Résolution	Erreur à 50 m
<b>Leica C10</b>	$\pm 0.008^\circ$	$0.0004^\circ$	$0.0003^\circ$	0.3 mm
<b>Trimble CX</b>	$\pm 10^\circ$	$0.005^\circ$	-	4 mm
<b>Leica HDS7000</b>	$\pm 0.5^\circ$	$0.007^\circ$	$0.001^\circ$	6 mm
<b>Stonex X9</b>	$\pm 0.5^\circ$	$0.007^\circ$	$0.001^\circ$	6 mm
<b>Faro Focus3D</b>	$\pm 5^\circ$	$0.015^\circ$	-	13 mm
<b>Topcon GLS-1500</b>	-	$0.015^\circ$	-	13 mm

Tableau II-1.1 – **Caractéristiques des compensateurs bi-axiaux de scanners laser actuels.** D'après les spécifications des constructeurs. Les tirets (-) indiquent des valeurs non communiquées.

### II-1.3.3 Avantages de l'utilisation de scanner laser équipés de compensateurs bi-axiaux

**Réduction des inconnues de pose.** Si le scanner est équipé d'un compensateur bi-axial, on peut alors faire l'hypothèse de l'horizontalité de son plan principal de rotation. Rappelons que la pose d'un scanner laser est caractérisée par 6 paramètres :  $[\omega \ \phi \ \kappa \ t_x \ t_y \ t_z]$ , cf. § II-1.1.3. Le compensateur bi-axial assure :

$$\omega = 0 \text{ et } \phi = 0 \quad (21)$$

Deux des six paramètres sont donc fixés. Il ne reste plus dans les inconnues de poses qu'un degré de liberté angulaire (la *direction* ou *cap* de l'appareil) et le vecteur de translation :

$$R_{ij} : (\mathbf{M}_\kappa, \mathbf{t}) : [\kappa \ t_x \ t_y \ t_z] \quad (22)$$

Cette réduction du nombre d'inconnues, a fortiori de deux angles, représente un *a priori* très fort pour le modèle géométrique du problème du recalage ou du référencement. Nous détaillons ci-dessous les avantages d'un tel *a priori*, d'après les remarques de [Jacobs, 2007a], [Jacobs, 2007b] et [Scaioni, 2005].

**Réduction du nombre de cibles nécessaires.** Le premier constat est qu'en réduisant le nombre d'inconnues, on réduit d'autant le nombre d'observations nécessaires à leur détermination. Le nombre de cibles à disposer dans la scène est donc réduit, ce qui est un avantage dans un certain nombre d'environnements complexes ou encombrés.

**Gain de précision du recalage.** Au-delà du simple avantage de productivité, souvent mis en avant, l'utilisation de compensateurs bi-axiaux permet un gain réel en précision des données (Figure II-1.7). Tout d'abord, la précision de détermination des angles  $\omega$  et  $\phi$  est bien supérieure avec l'utilisation du compensateur qu'avec les méthodes de recalage, quelles qu'elles soient. D'autre part, la configuration idéale pour la détermination des inconnues est bien plus facile à atteindre lorsque seul l'angle  $\kappa$  (« cap ou direction », cf. § II-3.3.2) est inconnu. Les cas défavorables sont également bien mieux identifiables. Enfin, pour déterminer  $\kappa$ , le calcul d'intersection angulaire offre de bien meilleurs résultats qu'une intersection spatiale nécessaire pour déterminer les 3 angles.

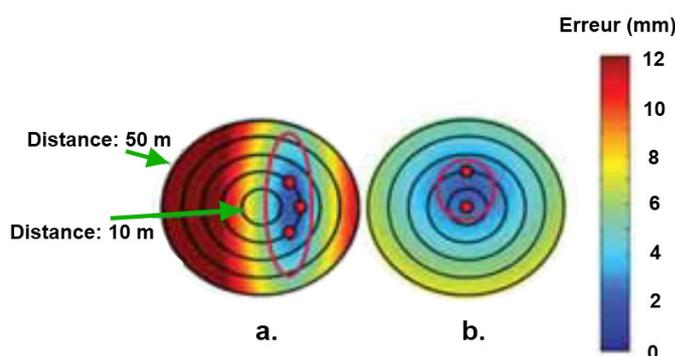


FIGURE II-1.7 – **Erreurs de référencement de données laser, sans (a.) et avec (b.) compensateur bi-axial.** Les points rouges représentent les points de contrôles utilisés pour le référencement : trois pour (a.) et deux pour (b.), illustration tirée de [Jacobs, 2007b].

**Analogie de fonctionnement avec un tachéomètre.** Le scanner laser terrestre est une technologie récente et est utilisé par bon nombre de topographes que depuis moins de dix ans. La formation à cette technologie doit permettre d'atteindre rapidement un bon niveau de maîtrise et permettre l'utilisation optimale de cet outil. Or, les topographes maîtrisent tous le fonctionnement du tachéomètre utilisé lors des cheminements topographiques. L'utilisation d'un compensateur bi-axial permet d'utiliser le scanner laser de manière analogue au cheminement topographique en utilisant le référencement direct. Ainsi, les cas défavorables, les configurations idéales et les procédures connues du cheminement topographique peuvent être extrapolés au scanner laser.

Cette analogie a favorisé l'adoption des scanners laser équipés de compensateurs par beaucoup de topographes. Ils permettent d'obtenir rapidement une productivité très intéressante. Le dernier avantage de cette analogie est que par l'utilisation du référencement direct, le temps de post-traitement des données attribué au recalage disparaît et que de plus, les topographes quittent le site avec la quasi-certitude du bon assemblage des données.

**Une meilleure gestion des incertitudes des *a priori* de pose.** L'annulation de deux des angles a pour effet de simplifier considérablement les relations géométriques des changements de points de vue. La gestion et la manipulation des

incertitudes à travers ces différents points de vue se font plus clairement et simplement. De plus, les inconnues correspondent bien aux mesures que peuvent fournir les systèmes de géolocalisation d'intérieur actuels : position et direction. L'intégration de ces mesures de géolocalisation comme *a priori* des poses est alors possible.

## Conclusions du Chapitre II-1

Dans le repère d'instrument, les données acquises par un scanner laser s'expriment soit en coordonnées sphériques, soit en coordonnées cartésiennes. Nous avons montré l'équivalence entre transformation rigide et repère, qui induit l'équivalence entre les paramètres de pose d'une station et le changement entre le repère global et le repère d'instrument. La description de ces paramètres de pose comme une translation et une rotation est un moyen naturel pour exprimer le changement de repère des points des nuages et son incertitude.

Les nuages de points acquis par scanner laser sont entachés d'erreurs diverses que nous détaillons. Malgré l'hétérogénéité constatée des erreurs, le modèle communément choisi pour représenter ce bruit est homogène sur l'ensemble du nuage. En parallèle, nous détaillons les précautions à prendre, lors de l'acquisition, pour réduire les masques entre les nuages et pour traiter, lors du traitement, les différences de densité, causes d'échec des algorithmes de reconstruction de primitives.

Enfin, les compensateurs bi-axiaux qui équipent de nombreux scanners lasers actuels ont pour avantages, entre autres, de réduire les inconnues d'orientation à un seul paramètre (le cap) et d'offrir un gain de précision des données consolidées. L'hypothèse de verticalité de l'axe de rotation des scanners laser est ainsi au centre des expressions développées dans la suite de ce travail.



# CHAPITRE II-2

## Reconstruction de primitives dans un nuage de points

Nous avons évoqué l'utilisation de primitives comme « *cibles naturelles* » pour référencer des nuages de points (Chapitre I-3).

Dans ce chapitre, nous recensons et détaillons les types de primitives assimilables aux objets présents dans les scènes industrielles. Nous présentons ensuite des algorithmes récents de reconstruction automatisée ou semi-automatisée de primitives dans les nuages de points. Enfin, deux de ces algorithmes sont testés sur des données scanner laser d'installations industrielles : la croissance de région (semi-automatique) et le processus RANSAC (entièrement automatique).

### II-2.1 Primitives dans une installation industrielle

#### II-2.1.1 Des objets aux primitives

*Exploitation des données laser.* Les nuages de points d'installations industrielles acquis par scanner laser terrestre sont à la base de plusieurs types d'études. Chacune de ces études nécessite une mise en forme des données pour permettre leur utilisation dans les logiciels de traitement spécifiques.

*Utilisation directe du nuage de points.* Les nuages de points peuvent parfois être utilisés directement : l'analyse, la visualisation, la navigation ou la mesure de cotes. Les « vues bulles » (Figure II-2.1.a), c'est-à-dire les vues depuis les stations de mesure, permettent de s'affranchir des masques et de faciliter la mise à disposition des données sur des postes distants (en raison du faible poids de ce type d'affichage). Récemment, des algorithmes de détection de collision (jusqu'alors basés sur des objets surfaciques) ont rendu possible l'utilisation des nuages de points 3D directement, comme le mentionnent [Klein et Zachmann, 2004] et l'illustre la Figure II-2.1.b.

*Maillages surfaciques.* Les maillages surfaciques permettent de représenter la surface des objets par des triangles (Figure II-2.2.a). L'emploi de faces triangulées a

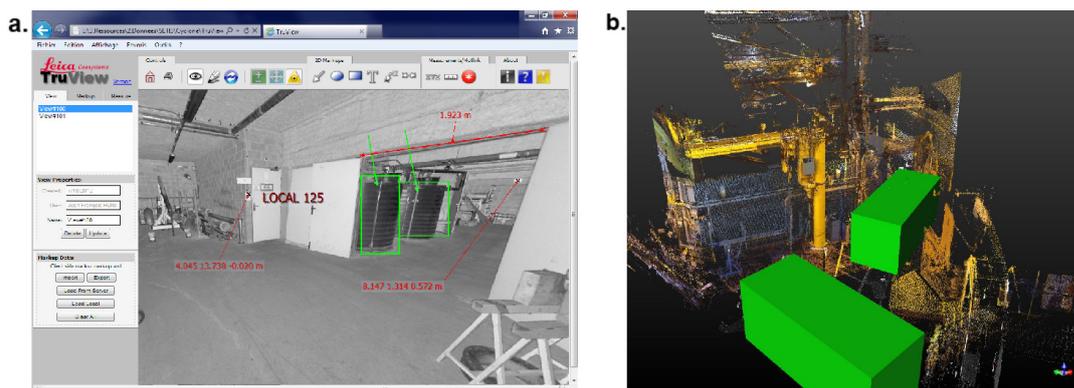


FIGURE II-2.1 – **Utilisations du nuage de points.** a. Détection de collisions entre un colis (vert) et un nuage de points, b. Affichage d'une « vue bulle » depuis un navigateur internet et annotations dans l'interface Leica TruView [TruView, 2012].

de nombreux avantages, autant pour la lecture et l'échange des données (formats standards) que pour l'affichage (assignation de normales, application de textures). Pour les modèles 3D d'installations industrielles, il est plus facile pour l'utilisateur d'éditer la position, l'orientation et les dimensions d'une primitive que d'un maillage surfacique. Le passage d'un modèle de primitives à un modèle surfacique est facilement

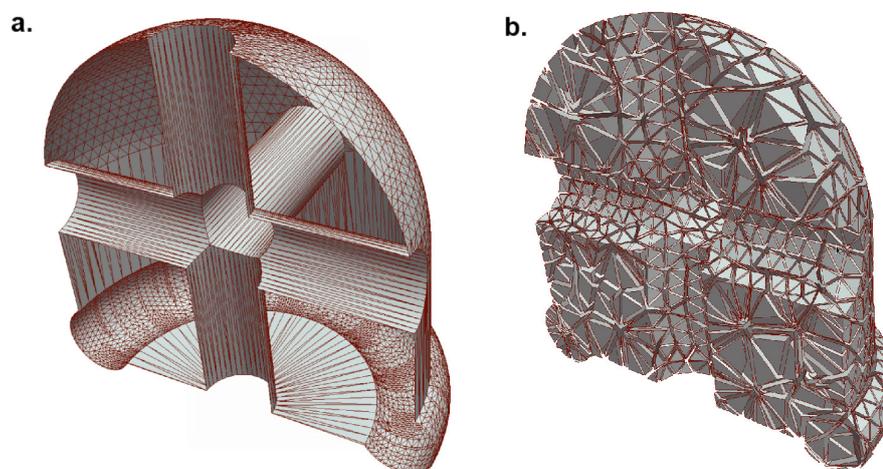


FIGURE II-2.2 – **Maillages surfacique et volumique.** a. Triangulation d'un maillage surfacique et b. tétraédrisation d'un maillage volumique [Bey, 2012].

réalisable, l'inverse ne l'est pas.

*Maillages volumiques.* Dans les simulations physiques ou mécaniques, le maillage volumique permet de prendre en compte la structure interne des objets (Figure II-2.2.b) en l'assimilant à un ensemble de tétraèdres. Les calculs de flux thermiques ou de résistances des matériaux, tels que réalisés sous Code\_Aster [Aster, 2012] ou dans Salome [Salome, 2012], font partie des applications utilisant des maillages volumiques.

Leur acquisition nécessite d'autres méthodes que le balayage laser de surface, comme la tomographie ; ils sont donc hors du périmètre d'étude.

*Primitives géométriques.* Afin de créer des liaisons cohérentes entre les objets d'une scène industrielle, ceux-ci peuvent être modélisés par des primitives géométriques. Les primitives géométriques sont des surfaces paramétrées, décrites aux paragraphes suivants. Il est possible de modéliser bon nombre d'éléments bâtis par de simples primitives ou par leur combinaison (opération booléenne d'intersection ou de différence). Un modèle hiérarchique et/ou topologique peut être associé à ces primitives. On peut par exemple caractériser les connectivités des composants, particulièrement utiles pour les lignes de tuyauteries et les différents réseaux.

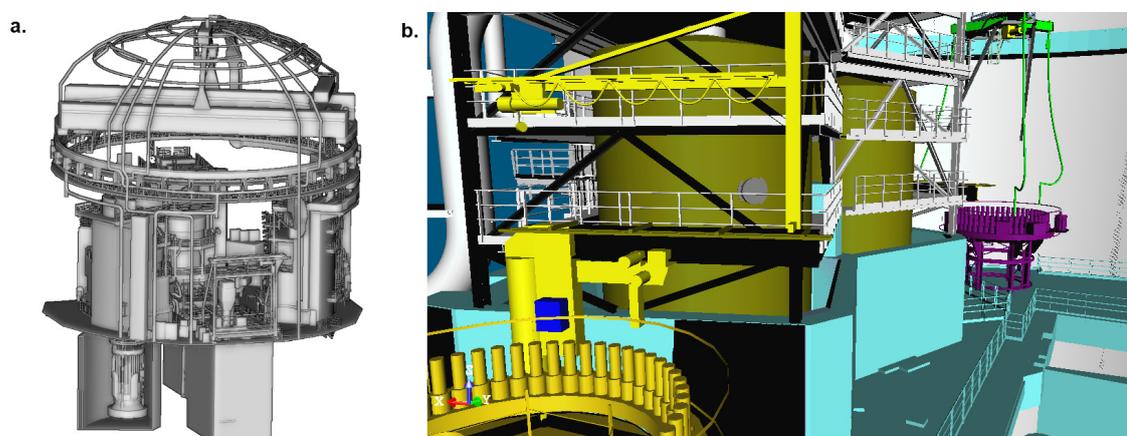


FIGURE II-2.3 – **Modèle 3D et primitives géométriques.** **a.** Vue générale d'un modèle de centrale électrique représentée par des primitives géométriques, **b.** partie du modèle détaillé où apparaissent plusieurs types de primitives.

*Types d'objets et types de primitives* Dans les intérieurs industriels et particulièrement dans les centrales électriques, les objets sont nombreux et divers. La modélisation, ou reconstruction, de ces objets est une tâche complexe, comme évoqué dans [Bey, 2012]. Parmi ces objets, certains sont peu ou prou assimilables à des primitives géométriques simples. Les principaux objets de la scène, par leur étendue et leur nombre, sont les éléments de génie civil (murs, sols, plafonds, etc.), les réseaux de tuyauterie, les poutrelles métalliques, les rambardes, échelles et escaliers et les équipements mécaniques (Figure II-2.4). **La majeure partie des points d'un nuage acquis dans ces environnements échantillonnent des objets assimilables soit à des *plans*, soit à des *cylindres*, soit à des parties de *tores*.** On retrouve également quelques parties de *sphères* et de *cônes*.

D'autres objets, également nombreux, sont présents mais non assimilables à des primitives simples. Les réseaux secondaires de communication entre les équipements et les tuyauteries sont autant de petits tuyaux ou câbles souples ou aux formes complexes. Des équipements mobiles, des chariots, ou d'autres objets sont également présents dans la scène et devront être absents du modèle 3D en raison de leur caractère mobile.

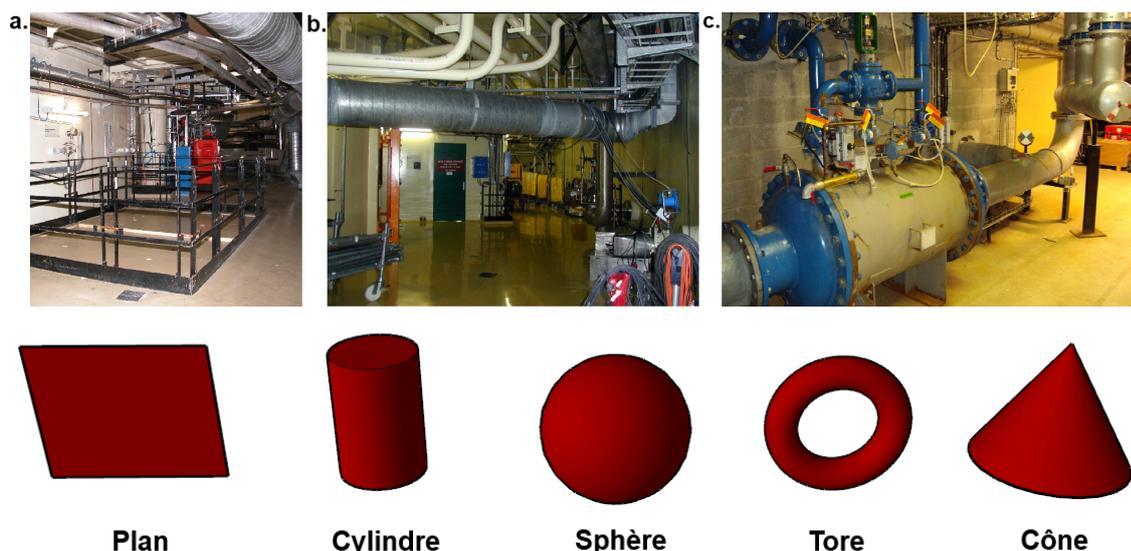


FIGURE II-2.4 – **Objets de scènes d’intérieurs industriels et primitives.** a., b. et c. présentent quelques points de vues d’intérieurs industriels. On remarque la présence d’objets (tuyaux, coudes de tuyaux, murs, rambardes, etc.) assimilables à des primitives simples et la présence d’objets plus complexes (instruments, tuyaux souples, cannes et raccords, trémis, etc.) non modélisables par des primitives. Au-dessous sont représentées les primitives auxquelles sont partiellement assimilables les objets des scènes. Ne sont pas représentés sur cette figure : portion de tore à section rectangulaire, pyramide (éventuellement excentrée), le cône excentré et l’extrusion.

**Limite de validité d’un modèle de primitive.** La modélisation d’une scène par des primitives géométriques est basée sur l’hypothèse de la correspondance géométrique entre des objets et des combinaisons de primitives géométriques. Or, les objets n’ont la forme d’une primitive qu’à une tolérance près. Les nombreux raccords, les boulons, les revêtements et les coups sont autant de sources de différences entre les objets et le modèle théorique de primitive qui peut leur être associé (Figure II-2.5). À cela viennent s’ajouter le bruit de mesure des appareils et l’ensemble des erreurs du nuage de points.

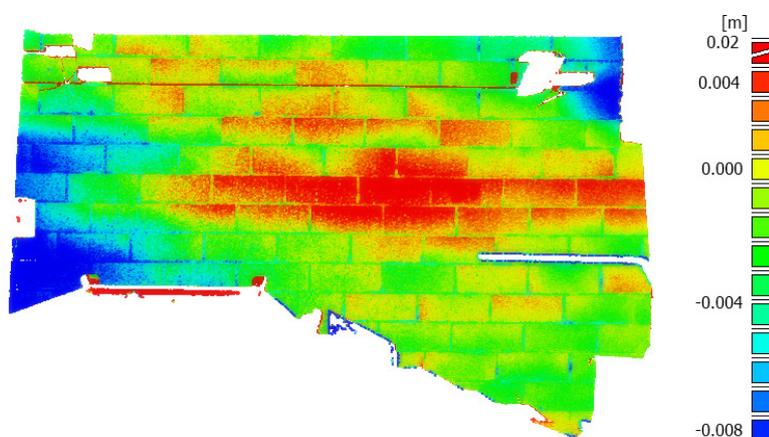


FIGURE II-2.5 – **Primitive théorique et objet réel.** Carte des écarts entre un mur en parpaings et son plan moyen, calculée dans [CloudCompare, 2012].

Les primitives sont donc un modèle valable pour des objets industriels tant que les écarts entre eux ne dépassent pas la tolérance fixée par les besoins de l'étude. Cette tolérance est entièrement liée à la résolution requise pour les post-traitements. Dans le cas des levés d'installations industrielles, un écart d'un centimètre entre l'objet et la primitive qui le modélise est souvent tolérable.

### II-2.1.2 Description des primitives géométriques

Les primitives géométriques présentées dans ce mémoire sont des surfaces paramétrées dans  $\mathbb{R}^3$ .

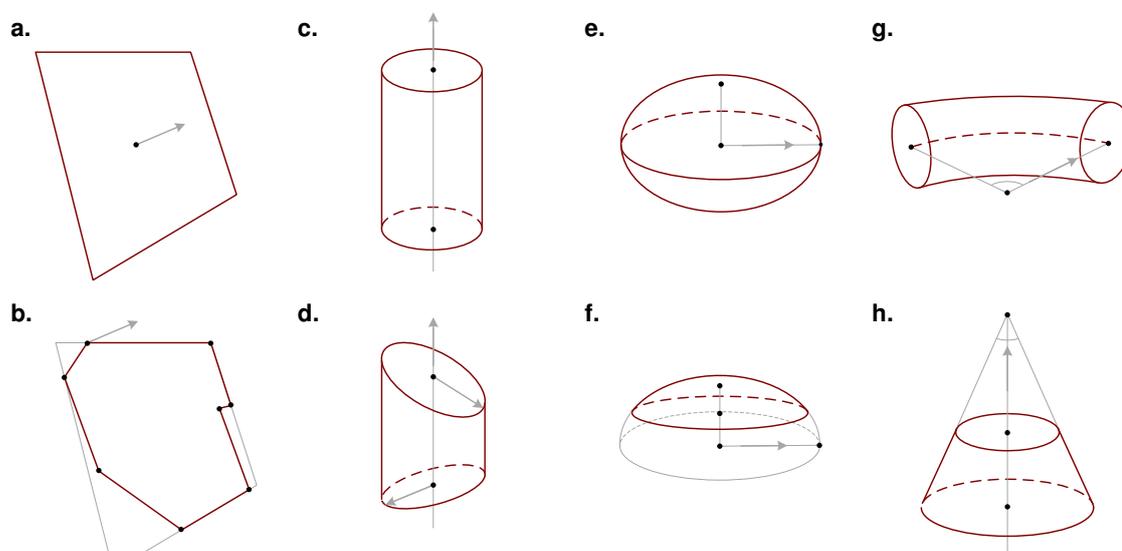


FIGURE II-2.6 – **Quelques primitives géométriques paramétrées.** **a.** Plan à bords rectangulaires **b.** Plan à contours polygonaux **c.** Cylindre à bords droits **d.** Cylindre biseauté **e.** Ellipsoïde de révolution **f.** Calotte ellipsoïdale **g.** Tore à section circulaire tronqué **h.** Cône droit tronqué.

**Plans.** Les surfaces planes représentent principalement le bâti, mais de nombreux objets possèdent également au moins une face plane.

*Plan infini.* Un plan infini est une surface sans limite, de dimension 2, définie par des équations linéaires. C'est une primitive à 3 degrés de liberté. Parmi les représentations possibles d'un plan, la forme *Hessienne* est la plus répandue : elle est composée d'un *vecteur normal unitaire* et d'une *distance à l'origine*.

*Bords rectangulaires.* Un plan infini n'est pas satisfaisant pour la représentation d'un modèle CAO. Les surfaces planes peuvent également être représentées par des bords rectangulaires, ce qui facilite leur visualisation. En général, on choisit comme bords les limites de la boîte englobante du sous-nuage composé des points assimilables à ce plan (Figure II-2.6.a).

*Contours polygonaux.* Les bords rectangulaires ne satisfont que rarement la contrainte de connectivité. Il est alors possible de représenter les surfaces planes comme un polygone dont toutes les arêtes sont coplanaires. Ces arêtes peuvent être déterminées soit directement à partir du sous-nuage, soit par des post-traitements sur les primitives (intersections, prolongements, jonctions) (Figure II-2.6.b).

**Cylindres.** Les cylindres sont très présents dans les scènes industrielles et permettent typiquement de décrire les composants rectilignes de tuyauterie.

*Cylindre infini.* Le terme cylindre peut recouvrir plusieurs objets. Nous considérons le cylindre comme une surface générée par révolution d'une droite autour d'un axe colinéaire à celle-ci. Le rayon d'un cylindre est la distance (constante) qui sépare la surface de son axe de révolution. C'est une primitive à 5 degrés de libertés. La représentation choisie est généralement un *point de l'axe de rotation*, un *vecteur unitaire* porteur de l'axe de rotation et un *rayon*.

*Cylindre à bords droits.* Les cylindres sont généralement limités et les extrémités sont deux cercles perpendiculaires à l'axe de rotation. Dans ce cas, le cylindre possède une longueur. La convention veut alors que le point de l'axe utilisé pour sa représentation soit situé à mi-distance des deux extrémités (Figure II-2.6.c).

*Cylindres à biseaux.* Il peut arriver que les extrémités d'un cylindre ne soient pas droites, mais biseautées. On définit alors les orientations de ces faces par deux vecteurs normaux à ces surfaces. Cette configuration est assez rare, les cylindres étant généralement raccordés par des portions de tores (Figure II-2.6.d).

**Sphéroïdes.** Les sphères servent à modéliser certains objets comme des fonds ou sommets de cuves ou des cibles disposées dans la scène par le topographe.

*Sphère.* Chaque point de sa surface est situé à une distance constante d'un point central. C'est une primitive à 4 paramètres. La représentation conventionnelle est un point, le *centre*, et un scalaire, le *rayon*.

*Ellipsoïde de révolution.* La forme des objets peut conduire à l'utilisation d'ellipsoïdes ou de sphéroïdes. L'ellipsoïde de révolution est plus souvent utilisé : c'est la surface de révolution obtenue par la rotation d'une ellipse autour de son axe principal. Il est décrit par son *centre*, le *vecteur porteur de l'axe principal* et *deux rayons* le long de l'axe principal et le long de l'axe secondaire (Figure II-2.6.e).

*Calotte ellipsoïdale.* Généralement, les objets ne sont constitués que d'une partie de l'ellipsoïde, la calotte. Dans ce cas, on précise la *hauteur de la calotte ellipsoïdale* qui est la distance entre le point d'intersection de la base et le sommet de la calotte (Figure II-2.6.f).

**Autres primitives de révolution : Tore et Cône.** Le tore à section circulaire décrit les coudes des lignes de tuyauteries et les cônes décrivent les réducteurs dans les lignes de tuyauterie.

*Tore à section circulaire.* C'est une surface de révolution d'un cercle autour d'un point situé dans un même plan, mais à l'extérieur de ce cercle. Il peut être décrit par un point, le *centre du tore*, le rayon du cercle révolu, le *rayon mineur*, et la distance entre le centre du cercle et le centre du tore, le *rayon majeur*. Généralement, les tores ne sont présents dans les scène que sous forme tronquée ; on précisera alors un vecteur orthogonal à l'axe de révolution indiquant le *centre de la première extrémité* et un *angle d'ouverture* (Figure II-2.6.g).

*Cône droit.* Le cône droit est une pyramide à section circulaire. Il peut être décrit par un point, son *apex*, le *vecteur porteur de l'axe de révolution* et l'*angle d'ouverture* au sommet. Un cône est généralement tronqué orthogonalement à son axe de révolution. On précise alors la distance entre l'apex et la première extrémité, la *hauteur de troncation*, et la distance entre les deux extrémités, la *longueur de section* (Figure II-2.6.h).

### II-2.1.3 Principe de la reconstruction de primitives dans nuage de points

L'ajustement de primitives sur un nuage de points met en œuvre des techniques de reconnaissance de formes. On distingue deux étapes dans le calcul : la segmentation du nuage en un sous-nuage de points assimilables à une primitive, et l'ajustement de la primitive sur ce sous-nuage. Ces deux tâches sont étroitement liées et se posent comme la minimisation d'une mesure de qualité d'ajustement des points sur une surface. Ces fonctions de mesures font généralement intervenir une *distance entre les points et la surface* et un *écart d'orientation des normales des points du nuage et les normales théoriques de la primitive surfacique* aux points considérés.

La segmentation est une thématique récurrente du traitement d'images pour lequel elle a été appliquée très souvent. Les approches principales de segmentation sont : la croissance de régions ("*region growing*"), la division-fusion ("*split and merge*"), la détection de contours et la coupe de graphe ("*graph cut*"). La majorité des approches utilisent des descripteurs locaux des courbures de surfaces, via les normales des points du nuage.

L'optimisation des paramètres d'une primitive, étant donné un sous-nuage de points l'échantillonnant, repose sur la minimisation de l'écart entre les points et la surface considérée. Le bruit des points du sous-nuage peut être intégré comme *a priori* ou peut servir de validation en le comparant aux erreurs de modélisation [Girardeau-Montaut, 2006]. Lorsque ce modèle de bruit *a priori* n'est pas connu, les erreurs peuvent quand même être étudiées en analysant leurs tendances [Chaperon, 2002].

La difficulté des algorithmes de reconstruction de primitives est l'initialisation. En effet, le grand nombre de points dans les nuages et de primitives appartenant à la scène rend la phase de segmentation extrêmement complexe. Afin de guider la reconstruction, des méthodes semi-automatiques permettent à un utilisateur d'ini-

tialiser la reconstruction d'une primitive dans un nuage. Des méthodes entièrement automatiques sont également développées et ne cessent de s'améliorer, dans le but de s'affranchir autant que possible de l'intervention de l'utilisateur.

## II-2.2 Outils de reconstruction semi-automatique

La reconstruction semi-automatique de primitives a pour but d'aider l'utilisateur dans la tâche de modélisation. Plusieurs algorithmes existent et allègent plus ou moins la participation de l'utilisateur. Cette reconstruction guidée permet avant tout d'assurer la qualité des données, mais reste très coûteuse en ressources humaines. La phase de segmentation étant la clef de la reconstruction, c'est elle qui est guidée par l'utilisateur. L'optimisation reste l'apanage des calculateurs. L'utilisateur vérifie *in fine* la qualité de la primitive produite par inspection manuelle et par l'analyse des erreurs d'ajustement.

### II-2.2.1 Ajustement de primitives sur un nuage segmenté manuellement

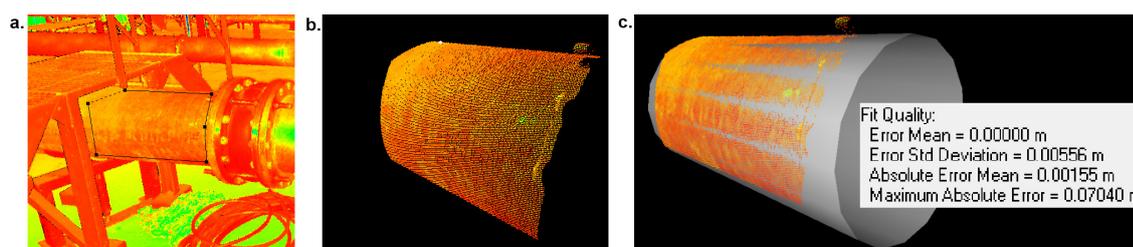


FIGURE II-2.7 – **Ajustement de primitive après segmentation manuelle.** a. L'utilisateur crée une fenêtre de sélection. b. Le sous-nuage correspondant est créé. c. Un cylindre est ajusté par minimisation d'erreur d'ajustement points-surface et un rapport d'erreur est affiché : *erreur moyenne, écart-type, moyenne des valeurs absolues des erreurs et valeur absolue de l'erreur maximale.*

Lorsqu'un nuage est composé de plusieurs millions de points et que la scène comporte des dizaines de primitives, la seule méthode de reconstruction utilisée jusqu'à peu était la segmentation manuelle du nuage en autant de sous-nuages que de primitives. Une fois le nuage segmenté, le logiciel ajuste une primitive aux points du sous-nuage, Figure II-2.7. L'avantage de cette méthode est de ne créer que les primitives désirées par l'utilisateur et avec une précision plus importante que par création, déplacement, rotation d'une primitive manuellement. L'inconvénient majeur de cette méthode est de requérir une présence permanente de l'utilisateur pour une tâche qui peut s'avérer fastidieuse dans les nuages 3D complexes. Ces algorithmes d'ajustement sont implémentés dans tous les logiciels de modélisation 3D à partir de nuage de points.

#### II-2.2.2 Croissance de région

Afin d'affranchir un peu plus l'utilisateur de la tâche de segmentation, l'algorithme de croissance de région a été développé pour les primitives 3D. En ayant comme *a priori* un point du nuage sélectionné par l'utilisateur et étant donné un certain

nombre de paramètres (bruit, épaisseur de l'objet, taille maximal d'un masque), l'algorithme tente de propager itérativement la primitive dans le nuage.

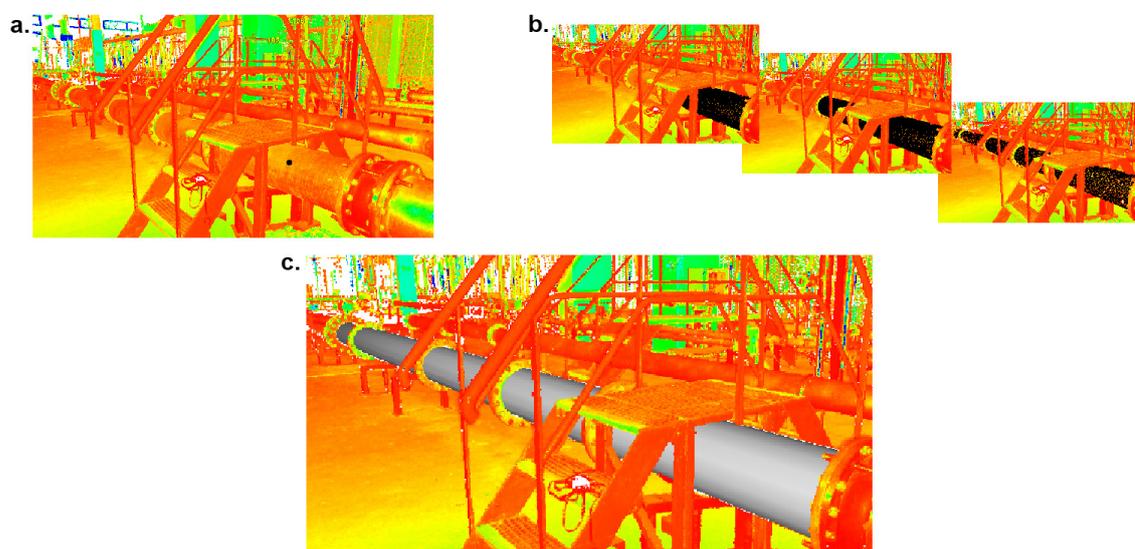


FIGURE II-2.8 – **Segmentation par croissance de région.** **a.** L'utilisateur sélectionne un point de départ. **b.** Le sous-nuage correspondant est créé par itérations successives. **c.** Un cylindre est ajusté sur la segmentation réalisée.

Cette approche a l'avantage de réduire l'intervention de l'utilisateur ainsi que les risques de mauvaises segmentations. Les primitives générées sont généralement de très bonne qualité et les segmentations optimales. Les points n'appartenant à aucune primitive sont moins nombreux par cette approche que par la précédente. De plus, un bon nombre de masques peuvent être détectés et permettre d'isoler la primitive commune à plusieurs sous-nuages. L'inconvénient principal des implémentations actuelles est le besoin de sélectionner un point pour chaque objet et donc de requérir la présence permanente d'un utilisateur.

La modélisation des réseaux de tuyauterie a bénéficié d'un nouvel essor grâce aux algorithmes de croissance de région [Chaperon, 2002]. En partant d'un cylindre, l'ensemble de la ligne de tuyauterie est reconstruite. Cette approche permet d'intégrer à la reconnaissance de forme, l'identification de la topologie des réseaux. La reconstruction de lignes de tuyauteries est une tâche spécifique qui identifie également des portions de tores, mais n'a pas vocation à modéliser l'ensemble des objets d'une scène.

### II-2.2.3 Utilisation de modèles *a priori* guidant la reconstruction

L'utilisation de modèles *a priori* peut être faite sous plusieurs formes. Les modèles *a priori* peuvent être des bibliothèques d'objets potentiellement présents dans la scène. Il s'agit alors de trouver laquelle des primitives de cette bibliothèque correspond le mieux à un sous-nuage. Le problème de l'initialisation de la segmentation reste présent, mais les possibilités d'ajustement sont réduites. En pratique, très peu d'installations disposent d'un catalogue exhaustif des objets potentiellement existants.

Dans de nombreuses installations industrielles, il existe toutefois un certain nombre de règles métiers (géométriques ou topologiques) sans pour autant que l'on dispose de bibliothèque complète d'équipements (Figure II-2.9). Les quelques travaux prenant en compte ces règles métier pour la reconstruction sont présentés dans [Bey, 2012].

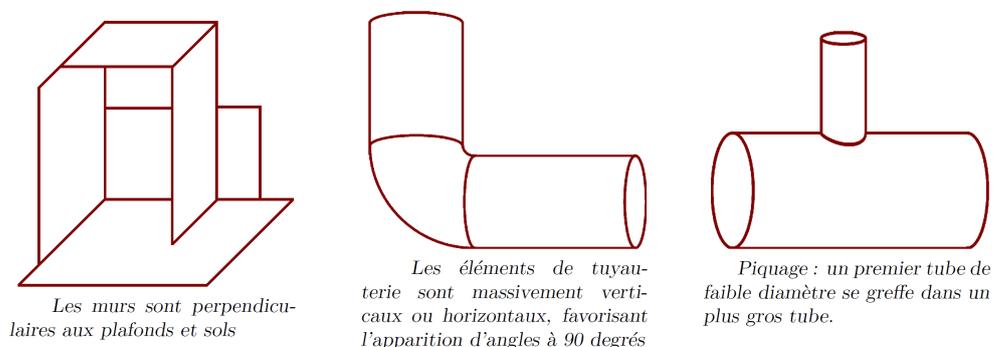
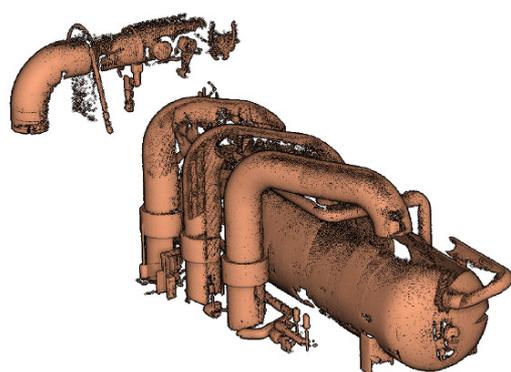
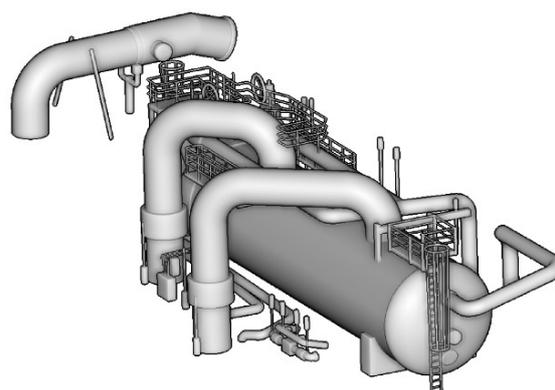


FIGURE II-2.9 – **Exemples de règles métiers de configuration d'installations industrielles.** Ces cas illustrent des situations majoritairement rencontrées dans les modèles CAO, [Bey, 2012].

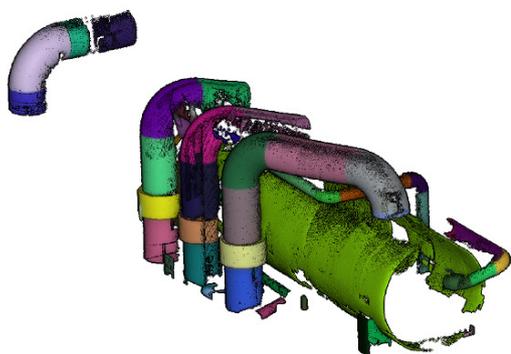
Enfin, des modèles partiels ou antérieurs peuvent être utilisés comme *a priori* pour la reconstruction de primitives. C'est le cas par exemple des travaux de [Nan *et al.*, 2010] où quelques formes sont initialement ajustées sur une partie du nuage puis dupliquées et ajustées sur l'ensemble du nuage de points. On retrouve également l'intégration d'un modèle *a priori* d'une installation similaire mais non semblable dans la thèse de [Bey, 2012]. Ces méthodes tendent à l'automatisation en initialisant la reconstruction par des données d'ores et déjà existantes. La présence de l'utilisateur n'est alors requise que pour valider les données.



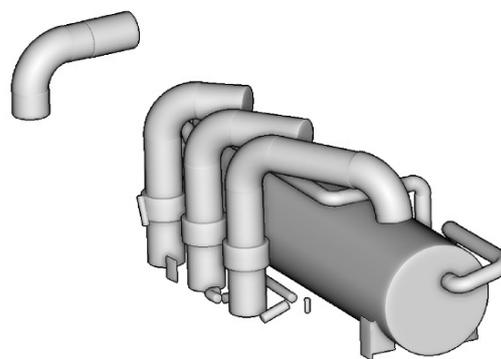
(a) Nuage de points (990323 points)



(b) Modèle CAO a priori (1006 primitives dont 391 cylindres, 456 plans et 141 tores)



(c) Segmentation (821446 points)



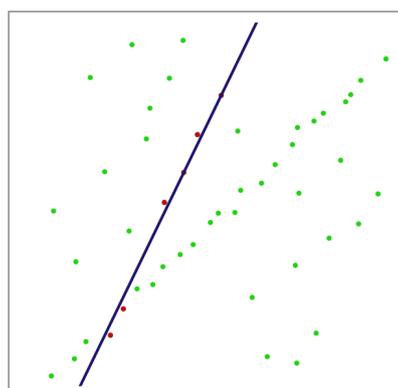
(d) Modèle CAO reconstruit (71 primitives dont 52 cylindres, 6 plans et 16 tores)

FIGURE II-2.10 – **Reconstruction de primitives avec un modèle *a priori*.** Reconstruction d'un composant issu d'une centrale électrique, [Bey, 2012].

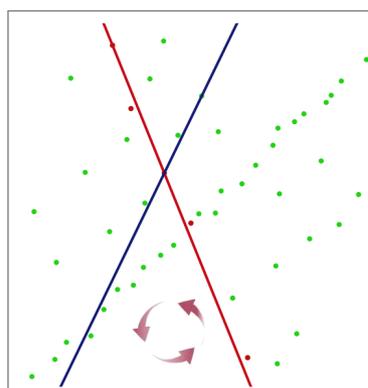
## II-2.3 Outils de reconstruction automatique

### II-2.3.1 RANdom SAmple Consensus (RANSAC)

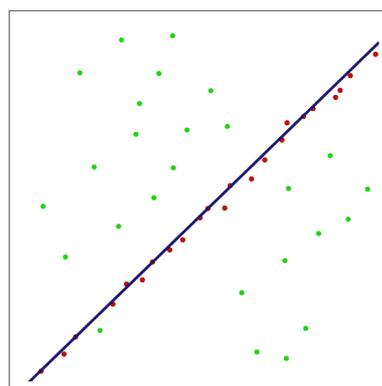
Le processus RANSAC, précédemment évoqué au paragraphe I-3.2, est également utilisé pour la reconnaissance de formes et plus particulièrement pour la reconstruction automatique de primitives. [Schnabel *et al.*, 2007] en proposent une utilisation pour la reconnaissance simultanée de plusieurs types de primitives. Son principe est le suivant : pour  $N$  tentatives, l'algorithme choisit aléatoirement  $k$  points du nuage à partir desquels il construit une primitive candidate, où  $k$  est le nombre minimum de points nécessaire à la construction d'une primitive du type cherché. Cette primitive est alors testée : le nombre  $n$  de points du nuage global rentrant sous une tolérance  $\epsilon$  de distance à la primitive. Si la primitive candidate remporte un meilleur score que la dernière meilleure retenue, elle est à son tour retenue. L'opération recommence avec une nouvelle candidate jusqu'à la  $N^{ième}$  tentative. On peut alors relancer un RANSAC en soustrayant les points retenus et en cherchant une nouvelle primitive. La Figure II-2.11 illustre ce principe en prenant le cas de la recherche de lignes 2D.



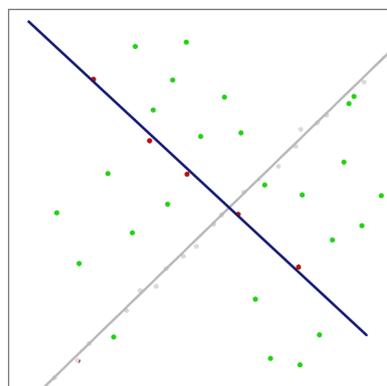
Étape 1: une ligne est choisie au hasard par 2 points. On compte le nombre de points sous la tolérance.



Étape 2: tant qu'aucune autre ligne choisie au hasard n'est meilleure, la première est retenue.



Étape 3: après  $N$  itérations, la dernière "meilleure" ligne est conservée.



Étape 4 (1 bis): on relance l'algorithme sur le nuage privé des points assimilés aux lignes déjà retenues.

FIGURE II-2.11 – **Principe de l'algorithme RANSAC.** Illustration des étapes de l'algorithme RANSAC pour la reconstruction de ligne 2D.

Les paramètres de cet algorithme sont donc : la taille du nuage de points global, la taille de l'échantillon minimal recherché d'une primitive, le nombre de tentatives, la fonction de score et les tolérances utilisées pour la validation. La bonne réussite de cet algorithme nécessite un très grand nombre de tentatives. Pour garantir à 95 % la détection d'un cylindre ( $k = 5$ ) échantillonné par 20.000 points dans un nuage global de  $10^7$  points, il faudra compter  $10^{13}$  tentatives contre  $10^9$  si la primitive recherchée est échantillonnée par 200.000 points ! Plus les primitives seront échantillonnées par un nombre faible de points, moins elles seront détectables rapidement, et plus la probabilité de les retrouver se restreint. L'approche détaillée dans [Schnabel *et al.*, 2007] a bien l'avantage de réduire le nombre d'itérations nécessaires et donc de permettre le traitement de nuages de points importants, mais l'absence de règles topologiques induit la génération de primitives incohérentes par endroits.

Une implémentation de cet algorithme pour la recherche des primitives usuelles dans les nuages de points 3D a été réalisée dans [CloudCompare, 2012] et a permis d'effectuer les tests présentés par la suite. Notons qu'une autre implémentation a été réalisée dans la librairie PCL [Rusu et Cousins, 2011].

### II-2.3.2 Transformées de Hough

Les transformées de Hough [Hough, 1962], initialement appliquées à la détection de lignes dans des données 2D, sont aussi employées pour la reconstruction de primitives 3D [Tarsha Kurdi *et al.*, 2007]. L'idée générale des transformées de Hough est de faire voter chaque point de mesure dans l'espace des paramètres de la forme recherchée. Dans cet espace de paramètres, l'ensemble des votes permet d'isoler des regroupements correspondant aux paramètres les plus probables de la forme recherchée. Ces regroupements peuvent être identifiés par les techniques dites de "*clustering*" dont la plus simple est la discrétisation de l'espace des paramètres en cellules et le comptage des votes dans chaque cellule. Prenons l'exemple de l'identification de lignes dans un ensemble de points du plan 2D. Lorsque les lignes sont exprimées en coordonnées polaires, chaque point vote pour une sinusoïde dans l'espace des paramètres polaires. Dans l'exemple de la Figure II-2.12, un grand nombre de votes regroupés permettent d'identifier deux lignes dans les configurations des points du plan.

Les paramètres de cet algorithme sont : la taille du nuage global, le pas d'échantillonnage de l'espace des paramètres et le nombre de paramètres de la primitive recherchée. L'avantage principal de cette approche est sa bonne résistance au bruit dans les données initiales. Mais pour atteindre une bonne précision, l'espace des paramètres doit être échantillonné finement : les ressources nécessaires pour mener à bien cette méthode accroissent immédiatement.

Bien que de nombreux travaux s'intéressent à la reconnaissance de plans dans les scènes urbaines par les transformées de Hough, l'application la plus pertinente de cette méthode au problème de la reconnaissance de primitives 3D dans des nuages de points d'installations industrielles a été réalisée par [Rabbani, 2006]. Afin de lever le grand degré de complexité apporté par le nombre (de 4 à 7) de paramètres des

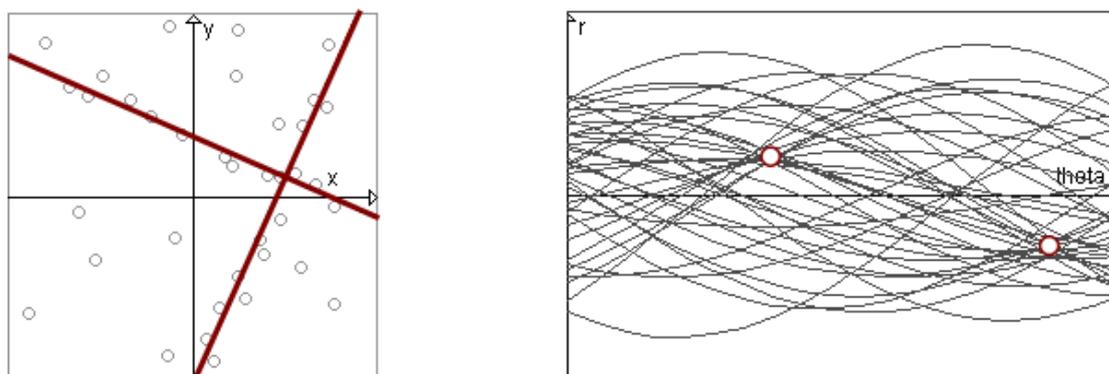


FIGURE II-2.12 – **Principe des transformées de Hough, cas de la recherche de lignes 2D.** L'ensemble des points du plan (à gauche) votent dans l'espace des paramètres polaires par des sinusoides. Deux *clusters* sont identifiés dans cet espace et permettent la reconnaissance de deux lignes (rouges) du plan.

primitives recherchées, il y est proposé de décomposer les espaces de paramètres : sont cherchés d'abord les axes des cylindres puis ensuite les positions et rayons.

## II-2.4 Exemple de reconstruction de primitives sur un jeu de données réelles

### II-2.4.1 Description des données

Les données utilisées pour expérimenter les algorithmes de reconstruction de primitives sont issues de la campagne de numérisation EVEREST réalisée au cours de la thèse et déjà présentée au § I-2.1.3. L'objectif de ces expérimentations est d'évaluer les performances des algorithmes récents de reconstruction de primitives en vue de les utiliser lors de la consolidation des différents points de vue.

Les nuages de points ont été acquis par un scanner laser Leica HDS 6000 et sont composés pour chaque station de 40 à 45 millions de points. En chacun de ces points, l'intensité du retour du faisceau laser a été mesurée. Les normales sont calculées à l'import des données et sont utilisées par les algorithmes de reconstruction. Au sein du jeu de données, plusieurs configurations sont représentées : pièces encombrées, couloirs et grands hall partiellement remplis d'équipements. 8 stations ont servi pour les tests de reconstruction. Les valeurs vraies des poses des stations correspondent aux valeurs acquises par cheminement topographique.

Les tests ont été réalisés dans l'optique de mieux connaître les caractéristiques des primitives générées. La connaissance de celles-ci permet de définir les performances et plages de fonctionnement d'un algorithme de consolidation par contraintes entre primitives. L'approche développée au cours de cette thèse et présentée dans les chapitres suivants s'appuie sur les constats de ces expériences. Réaliser une évaluation complète du comportement et de la qualité de ce genre d'algorithme serait une tâche ardue et sort du cadre de cette thèse. La présente analyse s'intéresse à caractériser

l'exactitude des primitives générées et à fournir une idée du temps de génération et d'intervention de l'utilisateur.

Tous les tests ont été réalisés sur un ordinateur composé d'un processeur bi-coeur fréquencé à 2.40 GHz appuyé de 4 Go de RAM, fonctionnant sous une version 64 bits de Windows 7.

### II-2.4.2 Algorithme 1 : Croissance de Région

**Choix de la croissance de région.** Parmi les différentes méthodes semi-automatiques de reconstruction de primitives, nous avons choisi d'évaluer celle qui se présentait comme la plus autonome : la croissance de région. La sélection d'un seul point permet, si les paramètres sont correctement définis, d'initialiser la segmentation du nuage et l'ajustement d'une primitive. L'utilisation de cette méthode s'avère très pertinente lorsqu'il s'agit de modéliser les primitives vues depuis une station : l'affichage en vue panoramique, ou *bulle*, de l'image d'intensité permet de s'affranchir des masques. La navigation et la manipulation des données est dans ce cas très ergonomique et permet la saisie très rapide d'un ensemble de points initialisant les primitives.

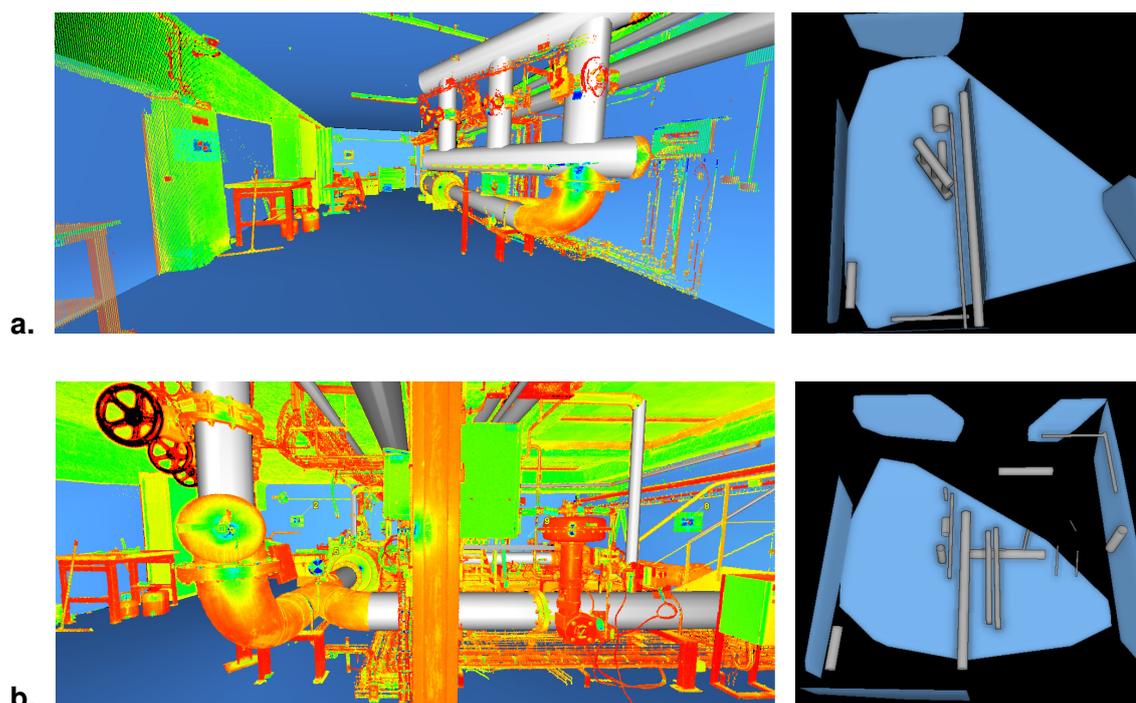


FIGURE II-2.13 – **Reconstruction de primitives par croissance de région sur des nuages de stations.** Vue *bulle* (gauche) et perspective (droite) de deux jeux de primitives reconstruites par croissance de région à partir de nuages de stations composés de 41 millions de points. En haut, l'utilisateur a choisi 8 plans et 11 cylindres. En bas, il a choisi 9 plans et 20 cylindres. En perspective, les plans du plafond sont masqués. Jeu de données EVEREST.

**Qualité des primitives reconstruites.** L'avantage de cette méthode est de ne reconstruire que les primitives désignées par l'utilisateur. Sur l'ensemble des tests réalisés (10 stations), toutes les primitives ont pu être reconstruites grâce aux points

choisis. Dans certains cas extrêmes de masques importants ou de forte épaisseur de la surface, les paramètres ont parfois dû être modifiés pour permettre la bonne segmentation du nuage (tuyau passant à travers un mur et plafond en crépis). Les informations de qualité d'ajustement de primitives délivrées *a posteriori* indiquent les écarts-types des erreurs entre les sous-nuages et les primitives ajustées : pour les plans, elles varient de 2 mm à 8 mm et pour les cylindres de 1 mm à 3 mm. La répétabilité est excellente, sauf si le paramètre d'épaisseur ne correspond pas à l'épaisseur réelle de la surface. Dans ce cas, seulement une partie (non représentative) des points échantillonnant la surface est segmentée (cf. Figure II-2.5 page 64 où seule une partie du plan serait segmentée si le paramètre d'épaisseur était de 2 mm).

***Interaction, ergonomie, temps de reconstruction.*** Dans le logiciel utilisé, [Cyclone, 2012], l'interface oblige l'utilisateur à sélectionner un point d'une primitive et à attendre sa reconstruction avant de passer à la suivante. Après quelques essais, 15 min suffisent à modéliser 10 à 15 primitives. Cependant, le temps cumulé de présence réellement nécessaire de l'utilisateur ne représente pas plus d'un tiers du temps évoqué. Dans les nuages des stations traitées, une primitive de plusieurs centaines de milliers de points est modélisée en quelques secondes.

### II-2.4.3 Algorithme 2 : RANSAC

***Choix de la méthode de reconstruction automatique.*** Deux approches se distinguent par leur efficacité dans la reconnaissance automatique des primitives de scènes industrielles : [Rabbani, 2006] et [Schnabel *et al.*, 2007]. La seconde, basée sur l'algorithme RANSAC, a été retenue pour l'étude. Implémentée comme plug-in à CloudCompare depuis 2009, disponible depuis juillet 2012 dans la version en téléchargement, c'est dans cet outil qu'elle a été testée. L'interface graphique ne permet pas encore de sélectionner que certains types de primitives recherchées, mais une simple modification du code a permis de restreindre, pour une partie de l'étude, la recherche aux plans et cylindres. Les sphères et cônes sont peu nombreux dans les scènes et il peut arriver, en l'absence de contraintes sur les paramètres, qu'ils soient reconstruits en lieu et place de plans et de cylindres. Cette confusion est principalement due au fait que les uns sont des « généralisations » des autres (un plan est une sphère de rayon infini et un cylindre est un cône d'angle nul). Par exemple, sur un échantillon restreint de points, un cône d'angle très faible peut mieux correspondre qu'un cylindre. Concernant la recherche des portions de tores, rappelons que ceux-ci apparaissent principalement dans les lignes de tuyauteries entre deux portions cylindriques. En plus d'être des primitives difficilement détectables par RANSAC, l'information qu'apportent ces tores pour le calcul des poses est bien moins grande que celle des deux cylindres qu'il relie.

***Qualité des primitives reconstruites.*** Une fois que les plans composés de trop peu de points et les quelques cylindres aberrants de rayon supérieur à 2 m sont filtrés, l'ensemble des primitives reconstruites s'avèrent bien représenter les objets de la scène. Les grands plans sont tous reconnus, et de nombreux cylindres le sont également. Les limites de l'algorithme apparaissent lorsque les cylindres ont un rayon assez faible (<3 cm) et que ceux-ci offrent une configuration ambiguë : coplanarité,

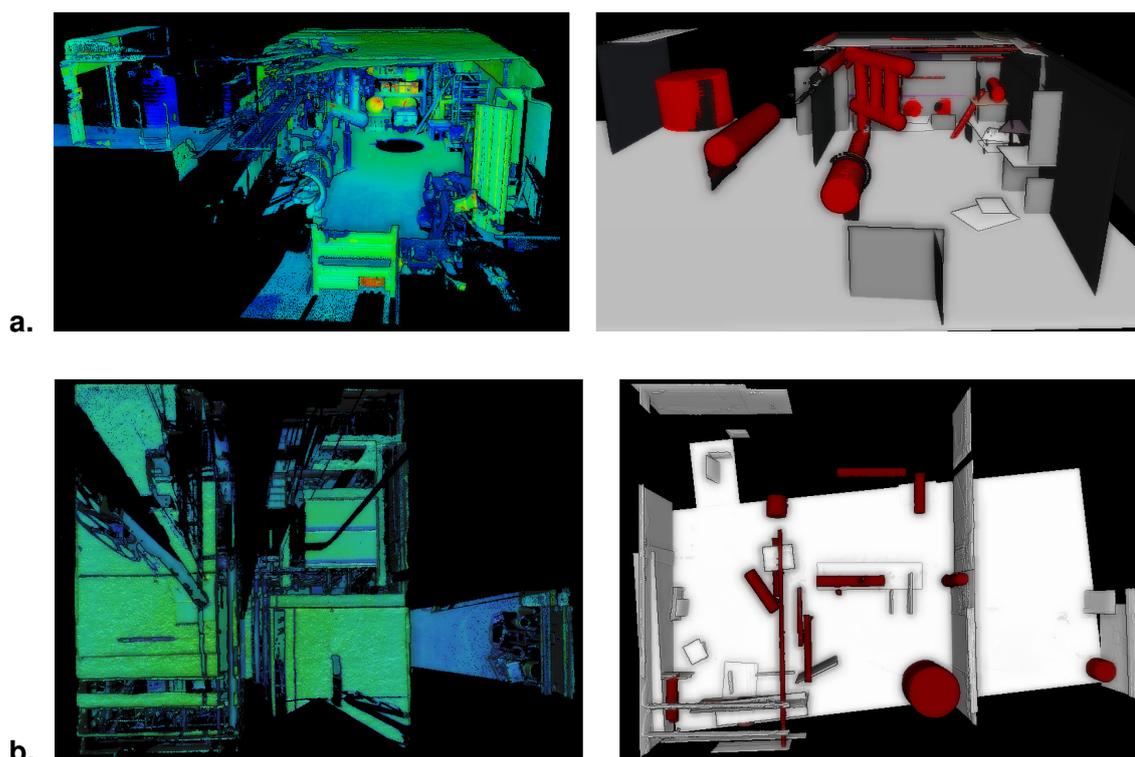


FIGURE II-2.14 – **Reconstruction automatique de primitives par RANSAC.** Vue du nuage de points avec les valeurs d'intensités (à gauche) et des primitives reconstruites par RANSAC (à droite). Les plans sont en gris et les cylindres en rouge. Les nuages de stations testés ont été rééchantillonnés aléatoirement à 5 millions de points. Jeu de données EVEREST.

parallélisme. Dans la très large majorité des primitives reconstruites, la détection est donc juste, mais l'ajustement définitif n'est pas tout à fait optimal. En effet, il arrive soit que les sous-nuages segmentés contiennent des points qui n'appartiennent en réalité pas à la primitive, ou soit qu'un certain nombre de points y appartenant n'y figurent pas. Cela vient du processus aléatoire de RANSAC, et lorsque l'on augmente le nombre de tirages aléatoires, ces erreurs se réduisent (Figure II-2.16).

**Interaction, ergonomie, temps de reconstruction.** L'implémentation actuelle permet de définir les 5 paramètres de l'algorithme, de lancer le calcul, de visualiser les sous-nuages et d'afficher les plans et cylindres reconstruits. Aucune option de filtrage ou d'édition des primitives n'est encore disponible. Il n'existe d'ailleurs à la connaissance de l'auteur aucun logiciel intégrant cet algorithme dans une chaîne de traitement complète. Le calcul de reconstruction prend 1 min pour reconnaître, dans un nuage de points de 10 millions de points, des primitives échantillonnées par au moins 3000 points avec un intervalle de confiance de 99 %. Ces bonnes performances sont rendues possibles grâce à la compilation 64 bits de Cloud-Compare et à son Octree très performant. Une des limites actuelles de l'algorithme vient de l'implémentation du calcul des normales qui ne prend pas en compte la position de l'instrument et qui peut générer des irrégularités dans leur estimation.

#### II-2.4.4 Analyse comparée des résultats et discussion

**Identification et exhaustivité des primitives.** Comme nous l'avons mentionné précédemment, les primitives reconstruites par croissance de région ont été désignées par l'utilisateur et leur nombre dépend donc des choix de celui-ci. En revanche, la reconstruction automatique cherche à modéliser toutes les primitives qui remplissent les critères définis par l'utilisateur. Certaines règles de filtrage basées sur les connaissances métier permettent d'éliminer des cas ne remplissant pas les critères voulus. Les tests réalisés sur des données réelles se sont avérés très performants pour la détermination des composants principaux des scènes avec une répétabilité dans leur détection très forte. Les primitives de taille plus restreinte sont parfois correctement détectées, mais sont plus difficiles à identifier comme étant correctes par des filtres simples.

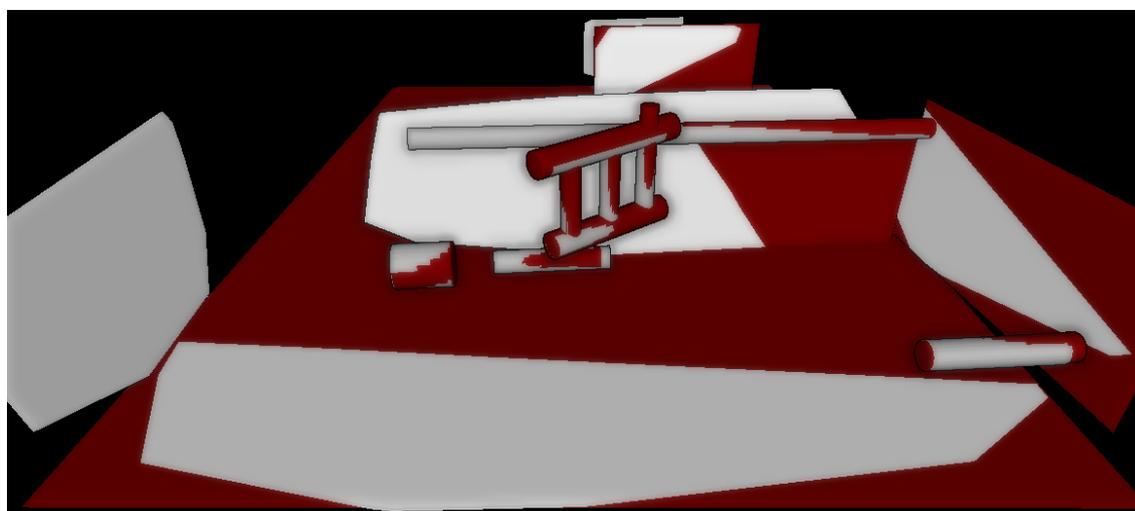


FIGURE II-2.15 – **Comparaison des primitives reconstruites par croissance de région et RANSAC.** Affichage des primitives extraites par croissance de région (gris) et des primitives correspondantes automatiquement reconstruites par RANSAC (rouge). Jeu de données EVEREST.

**Nature des écarts entre les primitives reconstruites.** Lorsque les primitives ont été reconstruites automatiquement par RANSAC avec un nombre d'itérations important, elles sont quasi-identiques aux primitives reconstruites sur les mêmes données par croissance de région. Les différences entre ces primitives homologues sont de natures différentes en fonction de leur type. Notre étude s'est portée sur les différences entre plans et cylindres acquis par croissance de région et leurs homologues identifiées parmi les primitives reconstruites par RANSAC.

**Plans.** Sur les 8 stations testées (Jeu de données EVEREST), l'écart entre les zones planaires modélisées par les deux méthodes n'excède pas 5 cm. Pour les plans principaux, l'erreur est très faible (quelques millimètres) grâce à l'épaisseur faible des surfaces et au grand nombre de points qui les échantillonnent. Sur un mur en crépis, cette erreur peut atteindre 4 cm. Il n'y a pas d'erreurs systématiques et de nouveaux tirages réalisés avec RANSAC ont indiqué la nature aléatoire de ces erreurs.

*Cylindres.* Dans les scènes de test, de nombreux objets cylindriques possèdent une épaisseur ou des irrégularités non négligeables au regard de leur rayon. De plus, les points qui échantillonnent les surfaces métalliques des tuyaux sont plus sujets au bruit de mesure que les points des plans bétonnés. Enfin, les cylindres sont échantillonnés par bien moins de points que les plans, plus grands. Les erreurs aléatoires de reconstruction sont donc plus importantes pour les cylindres que pour les plans au regard de leur étendue. On atteint également 3 à 5 cm sur les erreurs d'axes et les rayons. Mais les erreurs de segmentation des points d'un nuage correspondant à un unique point de vue sur une surface cylindrique induisent également des erreurs non aléatoires : seule la moitié visible depuis la station de ces objets est échantillonnée dans le nuage. On remarque une tendance de RANSAC à la sous-estimation du rayon et au rapprochement des axes en direction du centre de station. La Figure II-2.16 illustre cette tendance.

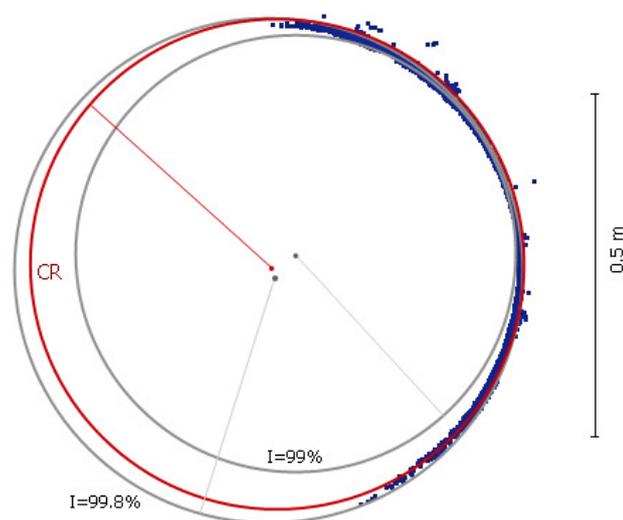


FIGURE II-2.16 – **Influence du nombre de tirages aléatoires.** Coupe d'un cylindre modélisé en rouge par croissance de région, de rayon 35,5 cm. Le cercle intérieur gris ( $r=31,5$  cm) correspond à un intervalle de confiance de 99 % et le cercle extérieur gris ( $r=35,7$  cm) à un intervalle de confiance de 99,8 % pour lequel le nombre de tentatives est bien supérieur. Le sous-nuage issu de la croissance de région est affiché en bleu.

*Autres primitives.* Le jeu de données ne présente pas un échantillon suffisant pour émettre des remarques significatives sur les autres primitives. De plus, les quelques objets pouvant être modélisés par des tores ou cônes ont une taille restreinte et ne sont pas aussi bien échantillonnés dans les nuages que le sont les plans et les cylindres.

**La reconstruction de primitives pour le recalage ou le référencement.** La recherche de primitives destinées à l'établissement de contraintes entre les points de vue pour le calcul des poses est un cas spécifique de la reconnaissance de forme. Cette recherche n'est pas soumise aux mêmes exigences que la modélisation d'une scène complète.

*Spécificité des nuages de stations.* En premier lieu, les nuages de points dans lesquels sont identifiées les primitives utilisées pour le recalage ont cette particularité de ne représenter qu'un point de vue. Lors de la modélisation d'une scène, le recouvrement réalisé entre les points de vue permet un meilleur échantillonnage (plus complet et plus homogène) des objets de la scène. En ce sens, les algorithmes de reconstruction doivent être optimisés pour ces données de station. C'est le cas lors des calculs des normales aux points dont l'orientation privilégiée devrait être dirigée vers l'appareil de mesure. Une attention particulière devrait également être portée au bruit de mesure des points du nuage dont plusieurs composantes ne devraient théoriquement pas être homogénéisées dans l'espace 3D (§ II-1.2.1.2). Or, ce bruit globalisé sur l'ensemble des points d'un nuage composés de plusieurs stations est une hypothèse couramment admise, notamment pour alléger le traitement des nuages de points.

*Exigences sur les primitives reconstruites pour le calcul des poses.* Afin de garantir la qualité du recalage effectué sur la base des contraintes établies entre les primitives, leur reconstruction doit remplir certains critères. Il est tout d'abord nécessaire que leur détection atteigne un niveau de répétabilité garantissant leur détection. Le processus RANSAC a offert, sur nos données de test, cette répétabilité pour les composants principaux suffisamment échantillonnés. Ensuite, l'ajustement de ces primitives détectées doit être assez précis pour qu'une fois minimisées, les contraintes entre ces primitives permettent une estimation exacte des poses des stations. La tolérance désirée des erreurs de recalage des points des nuages de 1 à 2 cm nécessite des primitives finement ajustées. Or, l'implémentation actuelle du RANSAC est à la limite de valider ces critères pour les nuages issus d'une station, notamment en raison du systématisme observé dans la reconnaissance des axes des cylindres. Les primitives reconstruites par croissance de régions sont quant à elles de meilleure qualité et permettent d'envisager l'estimation fine des poses. Différents niveaux de bruits sur les primitives seront testés pour étudier au Chapitre III-2 la convergence d'un algorithme de calcul des poses, basé sur la minimisation par les moindres carrés de contraintes établies entre points, lignes et plans.

## Conclusions du Chapitre II-2

Les objets présents dans les environnements industriels sont assimilables, à une tolérance près, soit à des plans, soit à des cylindres, soit à des parties de tore. Ils sont échantillonnés sous forme de nuages de points denses, acquis par scanner laser terrestre.

Plusieurs algorithmes récents permettent d'automatiser la reconstruction de primitives à partir de nuages de points. Deux freins contraires limitent l'automatisation de ces algorithmes : d'un côté, un échantillonnage très fin des formes à reconstruire est nécessaire pour rendre possible l'ajustement d'une primitive sur les points ; d'un autre, la mise en œuvre de ces algorithmes est limitée par l'explosion calculatoire pour converger et donc détecter correctement les primitives. Pour contourner ce problème central de la segmentation tout en minimisant l'intervention de l'utilisateur, des algorithmes semi-automatiques ont été développés.

Les tests réalisés sur des données réelles ont montré le potentiel de ces algorithmes. Les incertitudes de reconstruction constatées ont validé l'utilisation des primitives ainsi reconstruites pour établir des contraintes de consolidation des données laser. La croissance de région a toutefois montré de meilleurs résultats que le processus RANSAC, autant en détection qu'en ajustement, et ce avec une intervention très réduite de l'utilisateur.



# CHAPITRE II-3

## Autres données utilisables *a priori* pour la consolidation

Les systèmes de localisation apparus ces dernières années délivrent une information précieuse sur les paramètres de poses des stations de scanner laser. Cependant, ces systèmes sont trop imprécis pour pouvoir délivrer telles quelles les valeurs de ces inconnues (§ I-3.2.2.2). Ils enrichissent néanmoins les données utilisables en fournissant un *a priori* sur les paramètres de pose.

Nous définissons en début de chapitre la notion d'*a priori* (valeur et incertitude) et détaillons les outils qu'offrent les probabilités pour leur estimation et leur manipulation. Nous présentons ensuite plusieurs solutions envisageables pour renseigner les paramètres de poses *a priori*. Le premier système utilise la capacité du topographe à déterminer la position d'un point sur un plan. Le deuxième utilise une centrale inertielle pour déterminer le cap d'une station. Le troisième est un prototype de système de localisation d'intérieur qui estime sa propre trajectoire à l'aide des 8 magnétomètres qui le composent.

### II-3.1 Corpus d'informations *a priori* pour la consolidation

#### II-3.1.1 Notion d'*a priori*

Les locutions *a priori* et *a posteriori* sont utilisées depuis le début de ce mémoire de façon intuitive. L'importance qu'elles revêtent dans la suite des travaux présentés nécessite quelques précisions sur les notions qu'elles englobent.

**Diversité des emplois.** Introduites dans la langue française au cours du XVII<sup>ème</sup> siècle, elles sont extraites des expressions latines "*a priori ratione quam experientia*" et "*a posteriori ratione*". Elles se détachent à cette occasion quelque peu des notions d'expérience et de raisonnement auxquelles les expressions les attachaient. La notion francisée d'*a priori*, alors graphiée à priori, l'assimile aujourd'hui au terme de préjugé. La philosophie les rapproche de leurs sens primitifs en les associant à des lois ou

des connaissances respectivement indépendantes (antérieures) et issues (dédites) de l'expérience. Plus récemment, ces termes ont acquis un sens particulier dans les domaines de la statistique inférentielle et des probabilités conditionnelles et ont été adoptés par les communautés scientifiques. Cependant, même au sein de ces communautés, leurs emplois peuvent recouvrir plusieurs notions et par souci de clarté, nous les précisons.

**Connaissances *a priori*.** Elles constituent l'ensemble des données ou des relations préalablement disponibles et contenant des informations utiles à l'estimation de paramètres inconnus d'un système. Les données *a priori* sont généralement constituées de valeurs estimées des inconnues et de l'incertitude de ces estimations. Elles sont soit déterminées par étalonnage ou calibration de l'appareil de mesure, soit produites au cours d'un processus indépendant, par l'intermédiaire d'autres appareils. Les relations *a priori* sont des contraintes inhérentes au système, identifiées et définies au préalable.

Lors de la consolidation, les poses sont les inconnues et de multiples sources d'informations *a priori* peuvent aider à les estimer : systèmes de géolocalisation d'intérieur, croquis de terrain et de visibilité, contraintes géométriques, etc. Afin d'enrichir cet *a priori*, il est idéal de disposer non seulement des valeurs, mais également des incertitudes sur ces valeurs. La connaissance de ces incertitudes se fait par l'emploi de la statistique descriptive à des mesures réalisées lors de calibrations ou d'études. C'est à partir de ces incertitudes *a priori* que seront calculées les incertitudes *a posteriori*.

**Incertitudes *a posteriori*.** La résolution du système permet de calculer les valeurs les plus probables des inconnues. Le terme de valeurs *a posteriori* des inconnues pourraient en toute logique être utilisé, mais ne l'est pas en pratique. En revanche, les incertitudes des valeurs calculées des inconnues sont, elles, appelées incertitudes *a posteriori*. Elles sont calculables par « propagations », « transmissions » ou « transitions » des incertitudes *a priori*, chaque domaine utilisant l'un de ces termes. Une première de ces techniques est présentée au § III-2.2 et une seconde aux § IV-1.2.1 et IV-2.1.2.

### II-3.1.2 Formulation probabiliste des données *a priori*

Les données *a priori* sont l'estimation  $\bar{m}$  d'une inconnue  $m$  de valeur vraie  $\mathbf{m}$ . L'incertitude de cette estimation est décrite par une variable aléatoire  $\mathbf{m}$ , de paramètres d'incertitude  $\bar{m}$ . La variable aléatoire peut être multivariée, c'est-à-dire être un vecteur composé de plusieurs variables aléatoires individuelles, comme le sont les coordonnées d'une primitive géométrique.

Les probabilités offrent des outils extrêmement commodes pour la description et la manipulation de ces *a priori*. Une variable aléatoire  $\mathbf{m}$  peut être décrite par une loi  $\mathcal{L}$  de probabilité, et l'on écrit  $\mathbf{m} \sim \mathcal{L}(\bar{m}, \bar{m})$ . Il existe plusieurs lois de probabilités bien connues et lors d'expériences, on détermine laquelle d'entre elles définit le mieux la variable aléatoire. Ces lois de probabilités connues sont entièrement caractérisables

par un ensemble de paramètres  $\tilde{m}$  et ce sont les études ou calibrations qui servent précisément à estimer ces paramètres, par l'intermédiaire de la statistique descriptive. Les probabilités permettent de réutiliser ces paramètres pour décrire et manipuler l'incertitude d'une mesure ponctuelle réalisée dans des conditions similaires aux études ou calibrations.

L'estimation statistique et la formulation probabiliste de l'incertitude d'une mesure *a priori* sont présentées dans les paragraphes suivants. L'exemple d'une variable aléatoire suivant une loi normale permet d'illustrer ces définitions, synthétisées dans la Figure II-3.1.

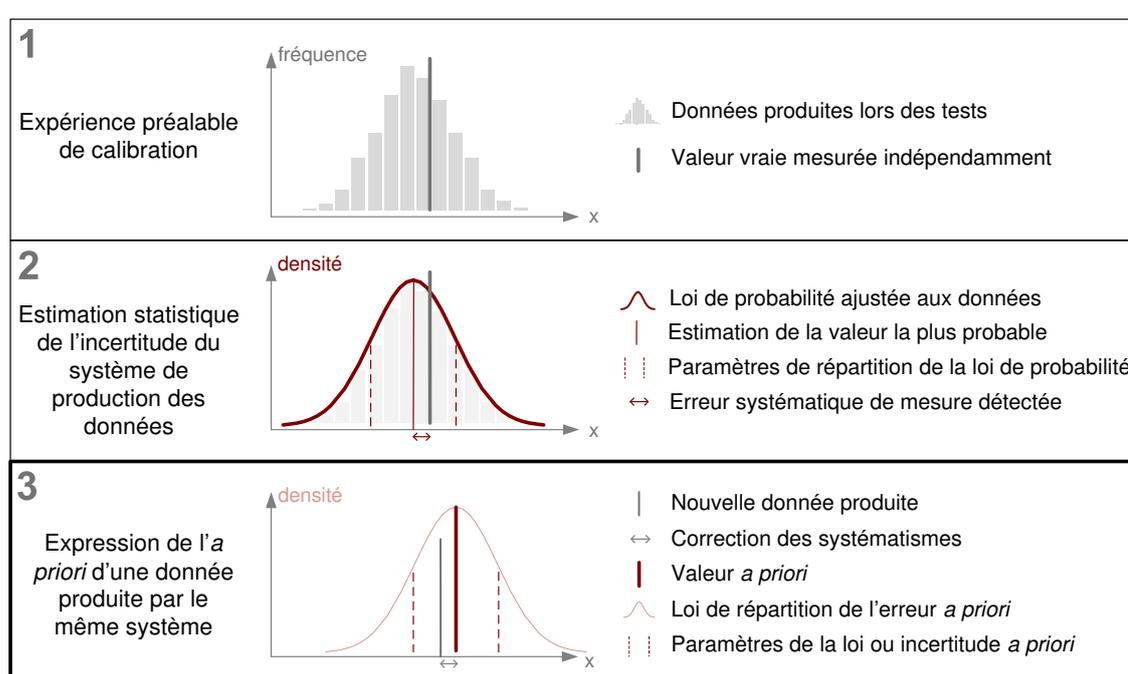


FIGURE II-3.1 – **Estimation statistique et utilisation de l'a priori (valeur et incertitude).** **1** Au cours d'une expérience de calibration, un jeu de données est produit avec le système étudié et une valeur vraie est mesurée à l'aide d'un processus au moins deux fois plus précis. **2** Le jeu de données de test permet l'estimation statistique des paramètres d'une loi de probabilité assimilée au bruit de mesure. La présence d'erreur systématique est détectée par comparaison entre l'estimation statistique et la valeur vraie. **3** Pour toute nouvelle donnée produite à l'aide du système calibré, on utilise les estimations de la phase 2 pour décrire l'a priori de cette nouvelle donnée.

**Valeur a priori de la variable.** Il s'agit de la valeur  $\bar{m}$  de la donnée produite après application éventuelle de corrections systématiques ou biais  $\bar{s}$  à la mesure initiale  $m$ . Elle correspond à l'espérance de la loi de probabilité choisie pour représenter la variable aléatoire  $m$ . La détermination des systématismes se fait par la différence entre l'estimateur d'espérance  $\bar{E}$  appliqué aux données expérimentales  $M$  et une valeur  $m_0$  mesurée indépendamment et plus précisément.

Valeur *a priori* de la variable :

$$\bar{m} := E[\mathbf{m}] = m - \bar{s} \quad \text{où : } \bar{s} = \bar{E}[M] - \mathbf{m}_0$$

Estimation de l'espérance d'une variable aléatoire normale :

$$\bar{M} = \bar{E}[M] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n M_i$$

***Incertitude a priori.*** Elle décrit la répétabilité ou la précision des données *a priori*. C'est l'ensemble des paramètres  $\tilde{m}$  qui décrivent la loi  $\mathcal{L}$  de répartition des écarts probables entre la valeur vraie  $\mathbf{m}$  (inconnue) et la valeur *a priori*  $\bar{m}$ . Ces paramètres sont également déterminés lors d'une phase préalable de calibration ou d'étude grâce à des estimateurs des moments statistiques  $\mu$  des lois considérées. La variance  $\sigma_m^2$  ( $\sigma_m$  s'appelle l'écart-type) de la variable aléatoire  $\mathbf{m}$  suffit souvent à exprimer les paramètres des lois (loi normale, loi de Poisson, loi de Bernoulli, etc.). Lorsque la loi de répartition présente une allure particulière, il est nécessaire de la décrire grâce à d'autres coefficients et donc d'estimer des moments d'ordre supérieur (en particulier les lois puissances ont deux paramètres).

Incertitude *a priori* de la variable :

$$\tilde{m} = g(\mu) \text{ avec le vecteur des moments } \mu = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_i)$$

où le moment d'ordre  $i$  est défini par :  $\mu_i = E[\mathbf{m}^i]$ .

$$\text{La variance est définie par : } \sigma_m^2 = E[(\mathbf{m} - E[\mathbf{m}])^2] = E[\mathbf{m}^2] - E[\mathbf{m}]^2 = \mu_2 - \mu_1^2$$

Estimateur de la variance d'une variable gaussienne :

$$\bar{\sigma}_m^2 := \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (M_i - \bar{E}[M])^2$$

A partir de ces paramètres (valeur et incertitude *a priori*), la loi de probabilité associée décrit donc le comportement aléatoire de la mesure d'une variable inconnue sur son ensemble de définition. Par association à cette mesure d'une loi de probabilité, on lui attribue un niveau de confiance. En lui attribuant un niveau de confiance, on dispose d'informations permettant de décider de l'acceptation ou du rejet d'hypothèses dans lesquelles cette mesure intervient.

La probabilité  $P(A)$  d'un évènement  $A$  est un nombre qui décrit l'éventualité de sa réalisation. La valeur d'une probabilité est comprise entre 0 et 1, tendant vers 1 lorsque cette éventualité se renforce et vers 0 lorsqu'elle s'atténue. Avec les paramètres de la loi de probabilité, on peut par exemple calculer la valeur de la probabilité  $P(\bar{m} - \mathbf{m} < \epsilon)$  que la différence entre la mesure et la valeur vraie soit inférieure à un seuil  $\epsilon$  donné, ou encore la probabilité  $P(T > |\bar{m} - \mathbf{m}|)$  que la valeur absolue de cette différence soit supérieure à une tolérance  $T$ .

Cette loi de probabilité peut être exprimée de manière unique par deux fonctions : la **fonction de densité de probabilité** et la **fonction de répartition** ; la première étant la dérivée de la seconde.

*Fonction densité de probabilité.* C'est une fonction paramétrée  $f(m)$ , dont la valeur est un réel positif  $d$ , qui décrit la *vraisemblance* relative qu'une variable aléatoire  $\mathbf{m}$  prenne une certaine valeur  $m$ . Les paramètres  $(\bar{m}, \tilde{m})$  ajustent respectivement le placement et l'allure de cette fonction (aplatissement et asymétrie). Dans le cas fictif où l'on aurait réalisé un nombre infini de mesures de la variable aléatoire, l'histogramme des fréquences relatives de cet échantillon aurait exactement le même tracé que la fonction densité de probabilité de cette variable. La probabilité  $P(a \leq \mathbf{m} \leq b)$  que la variable aléatoire se situe dans un intervalle particulier  $[a; b]$  est donnée par l'intégrale de la variable de densité sur cet intervalle. Les lois de probabilité courantes ont une expression simple de la densité de probabilité. On utilise également le terme de fonction de distribution.

Fonction de densité de probabilité :

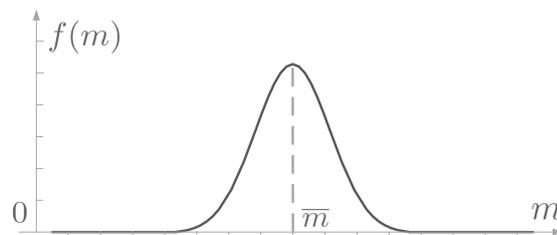
$f : \mathcal{E}_m \mapsto \mathbb{R}^+$  où  $\mathcal{E}_m$  est l'ensemble de définition de  $\mathbf{m}$ ,

telle que :  $P(a \leq \mathbf{m} \leq b) = \int_a^b f(m) dm$

avec  $d = f_{\bar{m}, \tilde{m}}(m)$

Fonction densité de probabilité de la loi normale de paramètres  $(\bar{m}, \sigma)$  :

$$f(m) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(m-\bar{m})^2}{2\sigma^2}\right)$$



*Fonction de répartition, ou fonction cumulative de distribution.* C'est une fonction paramétrée  $F(m)$ , monotone croissante à valeur dans  $]0; 1[$ , qui décrit la *probabilité* qu'une variable aléatoire  $\mathbf{m}$  soit inférieure à une certaine valeur  $m$ . Elle est obtenue par intégration entre  $]-\infty, m]$  de la fonction densité de probabilité  $f$ . Il en découle que les fonctions de répartition des lois connues sont pour certaines strictement continues, pour d'autres définies par intervalles. Certaines, comme la loi normale ou la distribution de von Mises présentée à la Partie IV, n'ont même pas d'expressions analytiques et le recours à des abaques ou à des approximations est alors nécessaire. La probabilité  $P(a < \mathbf{m} \leq b)$  se calcule par simple différence de  $F(b)$  et  $F(a)$ .

Fonction de répartition :

$F : \mathcal{E}_m \mapsto ]0; 1[$  où  $\mathcal{E}_m$  est l'ensemble de définition de  $\mathbf{m}$ ,

telle que :  $F(m) = P(\mathbf{m} \leq m)$

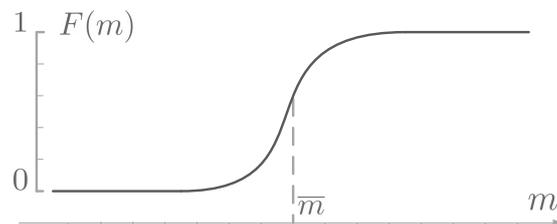
définie par  $F(m) = \int_{-\infty}^m f(t) dt$  où  $f$  est la fonction densité de probabilité

De plus :  $P(a < \mathbf{m} \leq b) = F(b) - F(a)$

Fonction de répartition de la loi normale de paramètres  $(\bar{m}, \sigma)$  :

$$F(m) = \frac{1}{2} \left[ 1 + \operatorname{erf} \left( \frac{m - \bar{m}}{\sqrt{2}\sigma} \right) \right]$$

où erf est la fonction d'erreur de Gauss



### II-3.1.3 Utilisation actuelle de données *a priori* pour le référencement et possibilités bayésiennes

**Données *a priori* et référencement topographique.** La topographie, en tant que science de la mesure, a historiquement élaboré des méthodes permettant d'assurer la qualité des données produites à partir d'observations ou de mesures. La plupart de ces méthodes utilisent des observations précises en nombre restreint. Lorsque des redondances de mesures existent, le principe des moindres carrés est généralement utilisé pour déterminer la valeur la plus probable des inconnues. Dans ce cas, la connaissance d'incertitudes *a priori* des observations permet de pondérer les contraintes du système. Prenons l'exemple d'un ensemble de cibles extraites de nuages de points. Lors de l'extraction automatique des cibles, l'algorithme délivre une information sur la qualité de l'extraction réalisée par analyse des écarts d'ajustement. Les différentes contraintes liant ces cibles sont ensuite pondérées par l'inverse des variances d'ajustement.

D'autres utilisations des incertitudes *a priori* existent. C'est notamment le cas du calcul de trajectoire des systèmes mobiles équipés par exemple d'un GPS et d'une centrale inertielle. Dans ce cas, la trajectoire est estimée par un Filtre de Kalman, algorithme basé sur la prise en compte d'une série temporelle de mesures imprécises. Ce filtre utilise un ensemble d'incertitudes *a priori* qui se renforcent mutuellement. Les distributions de toutes les variables du système doivent être exactement gaussiennes. Le Filtre de Kalman Étendu est utilisé lorsque les relations qui lient les variables ne sont pas linéaires. Et lorsque les distributions des mesures ne sont pas gaussiennes, il est théoriquement nécessaire d'utiliser un Réseau Bayésien Dynamique, dont le filtre de Kalman est un sous-cas particulier [Papoulis et Wallner, 2002]. Mais force

est de constater qu'en pratique bien peu d'applications topographiques font appel à cet outil.

***Utilisation de l'information a priori dans des problématiques similaires.***

La prise en compte des données et incertitudes *a priori* a progressé dans de nombreux domaines scientifiques. Dans certains (sciences de l'information, géostatistiques, biologie, etc.), cela a été rendu possible par la connaissance statistique des données, grâce notamment aux outils informatiques. Dans d'autres (micro-électronique, finance, robotique, etc.), le développement de simulations basées sur de nombreux tirages aléatoires en a favorisé l'essor. Le fait est que des outils existent, et que ceux-ci gagnent du terrain dans de nombreux domaines scientifiques. L'utilisation des statistiques Bayésiennes dans de nombreuses applications est un des signes de cet essor.

Concernant les sciences de la topographie, on constate une réelle évolution de la prise en compte de l'information *a priori*. A l'origine de cela, les méthodes de description statistiques des données sont quasi-systématiquement appliquées (nuage de points, images, données spatiales, etc.) et permettent de décrire avec une précision croissante les incertitudes *a priori* des données. Dès lors, la contribution de ces *a priori* est recherchée. Dans les articles présentés au congrès 2012 de l'*International Society of Photogrammetry and Remote Sensing* (ISPRS) à Melbourne, les probabilités bayésiennes ont été appliquées dans de nombreux domaines (classification d'images, systèmes de localisation, analyse forestière, réalité augmentée, etc.) et illustrent l'intérêt de la communauté de chercheurs.

Cependant, les outils manquent autant au développeur qu'à l'utilisateur pour intégrer l'ensemble des informations dont ils disposent dans la prise de décision. Du point de vue de la recherche et du développement, des bibliothèques existent dans la plupart des langages de programmation à ce sujet, mais leur utilisation demande encore un niveau d'expertise élevé. Du point de vue pratique, les outils (ordinateurs, téléphones, appareils de mesure, objets de l'environnement, etc.) communiquent de plus en plus entre eux, notamment grâce aux échanges sans fil. Sous ces deux angles, la perspective du « *tout probabilisé* », de la mesure aux résultats (et à chaque étape de traitement), semble inscrite dans l'avenir des sciences de la mesure.

***Vers une meilleure utilisation de cette information a priori pour le référencement.*** Plusieurs constats incitent à mieux prendre en compte les données *a priori* dans le référencement des données laser terrestre.

Le premier est que des données *a priori* existent d'ores et déjà, mais ne sont pas utilisées dans le calcul des poses. Par exemple, les informations contenues dans les croquis de terrain ne sont pas véritablement intégrées dans le référencement. Ces croquis sont pourtant toujours réalisés par les topographes et renseignent les positions des stations, des cibles et points de cheminement topographique. Or, ces croquis sont archivés avec les données du projet mais ne sont utilisées par le topographe qu'en post-traitement, lorsque l'algorithme de consolidation atteint ses limites. Nous présentons à la section II-3.2 une expérience visant à déterminer l'incertitude des indications de positions contenues dans un croquis de terrain.

Le second constat est que les systèmes de localisation d'intérieur actuels sont à même de délivrer des approximations sur les inconnues de poses. Certains de ces systèmes sont inutilisables sur des sites industriels de grande ampleur, telles que les centrales électriques EDF, car nécessitent l'installation de bornes sur l'ensemble du site (méthodes de triangulation du type wi-fi, puces RFID ou *bluetooth long-range*), cf. [Chrysanthis *et al.*, 2001], [Ni *et al.*, 2004] et [Liu *et al.*, 2007]. D'autres en revanche fonctionnent de manière autonome (systèmes inertiels, podomètres, odomètres) et leur utilisation est tout à fait envisageable. Chacun de ces systèmes possède de nombreuses sources d'erreurs spécifiques : que ces erreurs soient une dérive, une perturbation ou un bruit de mesure ; les connaître permet d'associer à chacune de leurs mesures un niveau de confiance.

A l'heure actuelle, les algorithmes de consolidation de nuage de points peuvent être initialisés par ce type de valeurs approchées sans que pour autant leur incertitude *a priori* soit utilisée. Les essais réalisés aux sections II-3.2, II-3.3 et II-3.4 s'inscrivent dans cette démarche de description des incertitudes *a priori* en vue de leur intégration. En fin de chapitre, nous résumons les plages d'incertitudes des systèmes de localisation d'intérieur testés ou cités dans la littérature, afin d'identifier les plages de validité requises par un algorithme de consolidation de données scanner laser terrestre en intérieur industriel.

## II-3.2 Auto-localisation de l'opérateur topographe par pointé sur plan

Le topographe en phase de levé sur site est conscient de sa position dans l'environnement. Par ailleurs, l'existence et la disponibilité de cartes 2D des installations industrielles est quasi assurée. Enfin, la plupart des croquis de terrain réalisés lors des levés sont faits sur la base de plans du génie civil et indiquent la position approximative des stations de cheminement, des stations de scanner laser et des cibles. L'idée centrale de ce chapitre réside dans ces trois constats et peut se formuler de la manière suivante : « *Avec quelle exactitude un topographe peut-il indiquer la position d'une station de scanner laser sur un plan 2D de l'installation dans laquelle il évolue ?* ».

Pour tenter d'apporter des éléments de réponse à cette question, nous avons mis en place une expérience visant à se rapprocher des conditions réelles de levé, et avons évalué un groupe d'étudiants topographes sur leur capacité à indiquer un point de la scène sur un plan d'intérieur.

### II-3.2.1 Principe de l'expérimentation

**Objectif.** L'objectif de cette expérience est d'évaluer l'incertitude du positionnement (par un topographe) d'un point de la scène sur un plan des murs d'un intérieur complexe (multi-salles et multi-planchers). Nous essayons de dissocier cette capacité de positionnement d'un point de celle du repérage de la zone dans laquelle il se trouve. Pour cela, le candidat est guidé de point de mesure en point de mesure ; et pour chaque point, la carte dont il dispose est centrée aux alentours de ce point.

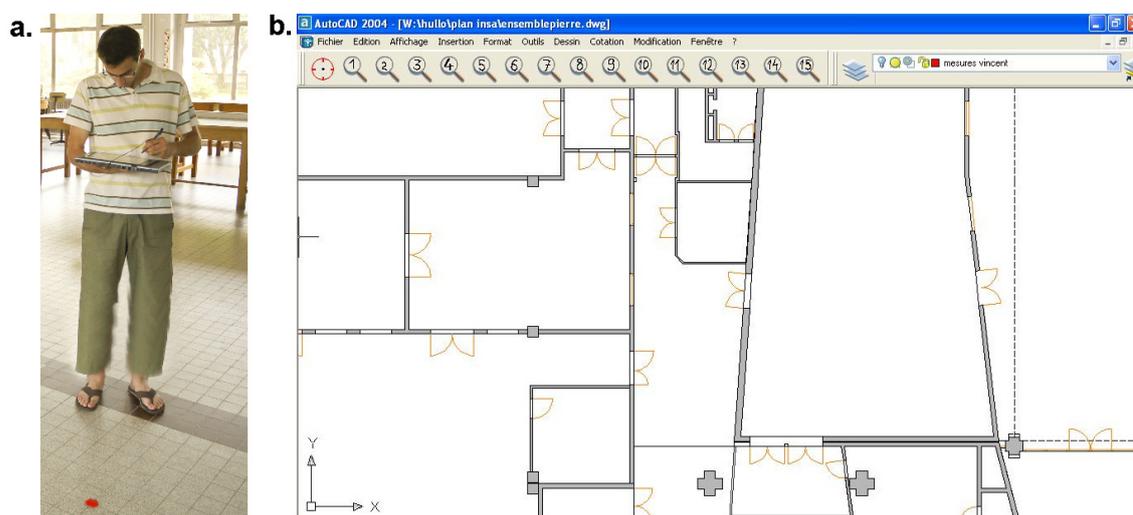


FIGURE II-3.2 – **Candidat en cours d'expérience.** a. Candidat face à un point de mesure. b. Interface de la tablette PC lors de la mesure.

**Facteurs et outils de l'expérience.** Afin d'assurer l'indépendance des résultats de chaque candidat, nous fixons certains facteurs :

- Les candidats ayant réalisé l'expérience ont tous convenu de ne pas en discuter avec ceux ni ayant pas encore participé,
- Les points évalués, le chemin d'accès, la liberté de mouvements, l'interface et les moyens disponibles sont identiques pour chaque candidat,
- Le temps maximal par pointé est fixé pour chacun à 15 sec,

15 candidats ont passé l'expérience, tous alors étudiants en 4<sup>ème</sup> année de l'INSA Strasbourg, spécialité topographie. Chaque candidat s'est vu proposer les 3 étapes suivantes :

- *Phase 0.1* : Repérer une grande salle dans un bâtiment (score : 0 ou 1).
- *Phase 0.2* : Estimer une distance entre les pieds du candidat et un point indiqué au sol (3 points en tout, score : écart entre la mesure et la valeur vraie).
- *Phase 1* : Placer sur le plan un point indiqué au sol (15 points en tout, score : distance entre le point indiqué et le point vrai).

Nous avons également souhaité évaluer la capacité de ressentir l'incertitude d'une mesure. Pour cela, nous avons demandé au candidat de renseigner l'incertitude ressentie. La Figure II-3.2 illustre un candidat au cours de l'expérience et l'interface de la tablette PC sur laquelle il effectue les pointés.

### II-3.2.2 Résultats et analyses

**Phase 0.1 : Repérage d'ensemble** 3 candidats sur les 15 ont mis plus de 20 secondes à identifier la salle dans laquelle ils se trouvaient, cf. Figure II-3.3.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15

FIGURE II-3.3 – **Résultats de la phase 0.1.** Un candidat par colonne. En gris : tâche accomplie en moins de 15 secondes, en rouge : plus de 15 secondes.

**Phase 0.2 : Évaluation de distances** La répartition des 3 évaluations de distance est représentée en histogramme de fréquences à la Figure II-3.4.

Une première constatation peut être faite sur ces résultats : les distances sont globalement sous-évaluées. Ce constat s'inscrit dans les conclusions de plusieurs études sur ce sujet, notamment [Loomis et Silva, 1996] et [Proffitt, 2006] mais n'entre pas directement dans le cadre de notre expérience. De plus, les erreurs semblent proportionnelles à la distance mesurée. Nous retrouvons cette caractéristique dans la distribution des points indiqués sur le plan à l'expérience 1., notamment lorsque le point se trouve le long d'un mur.

La moyenne des écarts des 3 évaluations de distance varie significativement d'un candidat à l'autre, illustrant déjà l'inégalité des candidats face à une tâche de ce type (Tableau II-3.1).

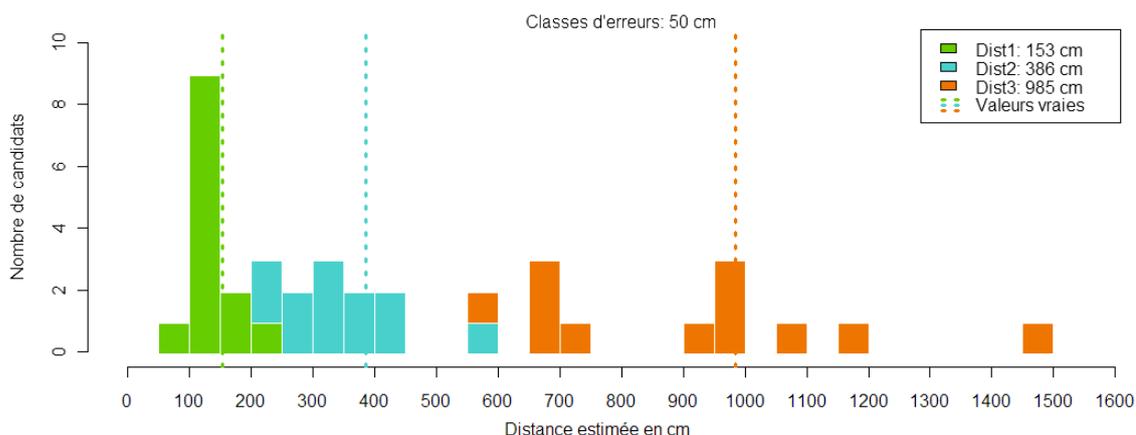


FIGURE II-3.4 – Résultats de la phase 0.2. Histogramme d’évaluation des 3 distances : 1.53 m , 3.86 m et 9.85 m.

Erreur moyenne minimale	(Candidat 13)	17 cm
Erreur moyenne maximale	(Candidat 6)	275 cm
Valeur médiane des erreurs moyennes		114 cm

Tableau II-3.1 – Phase 0.2. : différences d’erreurs moyennes entre les candidats.

**Phase 1. : Pointé sur plan** En tout, 15 points ont été étudiés. Ces points reflètent 5 types de configuration, chaque type étant représenté par 3 points. Deux critères caractérisent ces types : la proximité d’un élément du plan (mur, porte) et l’encombrement (éléments existants mais non représentés sur le plan).

- Type 1 : 1 à 4 m et non encombré
- Type 2 : 1 à 4 m et encombré
- Type 3 : 4 à 20 m et non encombré
- Type 4 : 4 à 20 m et encombré
- Type 5 : 3 cas spéciaux : ( angles de murs non perpendiculaires, parties rondes et plan chargé (lecture difficile).

En Figure II-3.5.a, nous présentons l’histogramme des écarts en distance de tous les points, pour l’ensemble des candidats. Il est intéressant de noter que 75 % des pointés sont à moins de 50 cm de la position réelle du point. Notons qu’au delà du quantile à 95 % (1.15 m), la plupart des erreurs de pointé sont davantage attribuables à une faute (erreur de localisation d’ensemble sur le plan) qu’à une réelle imprécision. Un exemple de faute est illustré au point 6 de la Figure II-3.5.b. L’ajustement d’une gaussienne bivariée aux écarts de coordonnées 2D des pointés permet de calculer l’erreur moyenne quadratique de distance :  $\sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2} = 0.56 \text{ m}$ . L’autre particularité de ces données de localisation est que, contrairement aux systèmes de localisation basés sur le calcul d’une trajectoire, **les erreurs de position entre les points sont indépendantes les unes des autres.**

L'analyse des résultats peut également être faite suivant différentes variables. La Figure II-3.5.c représente sous forme d'image le tableau des erreurs de distance entre les pointés et les positions vraies des points. Les lignes correspondent aux candidats et les colonnes aux points. Cette visualisation rend bien compte d'une part que certains points sont plus faciles à placer que d'autres (5-6-9 contre 1-2-13 par exemple) et que certains candidats réussissent mieux que d'autres (3-5 contre 13-15 par exemple). Par ailleurs, la Figure II-3.5.b montre que la répartition des pointés en 2D est plus facile à proximité d'éléments indiqués sur le plan, comme pouvait le faire penser la remarque formulée dans les résultats de l'expérience 0.2.

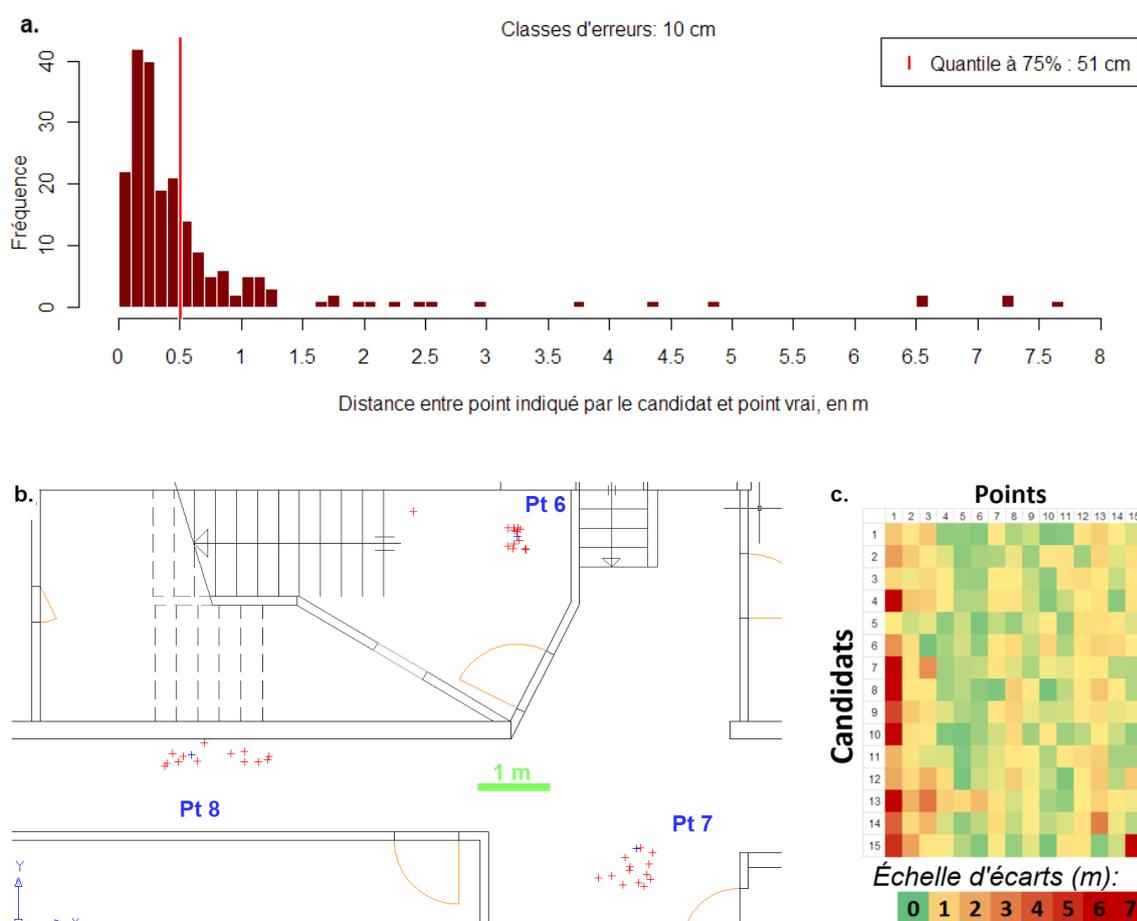


FIGURE II-3.5 – Résultats de la phase 1. de l'expérience. **a.** Histogramme d'écarts en distances entre le point indiqué par le candidat et sa position vraie (rassemble tous les candidats et tous les points). **b.** Les positions vraies des points 6-7-8 sont indiqués en bleu. Les croix rouges sont les pointés des candidats. Le fond de plan représente les murs et portes. **c.** Les écarts sont cette fois représentés en échelle de couleur. En lignes : les candidats ; en colonnes : les points.

### II-3.2.3 Apports de l'expérience pour le problème du référencement des nuages de points

Les résultats de l'expérience nous renseignent sur l'erreur à attendre dans les indications de positions des stations sur les croquis de terrain. De plus, lors de l'expérience, nous avons pu constater que l'ensemble des candidats savaient identifier les points

*difficiles* des points *faciles*. On observe une nette corrélation entre l'incertitude renseignée par le candidat et l'erreur effectivement réalisée. Bien que certains candidats se soient montrés plus habiles que d'autres, aucun n'a particulièrement échoué dans cette tâche. Il est probable qu'il en soit de même pour la quasi-totalité des topographes.

Afin de compléter cette expérience par un jeu de données réelles, nous avons étudié le croquis de terrain réalisé par les topographes lors de l'acquisition du jeu de données EVEREST, présenté et utilisé à la section II-2.4. Nous avons superposé en Figure II-3.6 le croquis de terrain et les positions vraies des cibles et des stations. Il est intéressant de noter la similitude des résultats de l'expérience avec ce cas particulier de croquis : la majorité des points sont indiqués à moins de 50 cm de leur valeur vraie et les points mal renseignés sont généralement éloignés des éléments du plan (murs et portes).

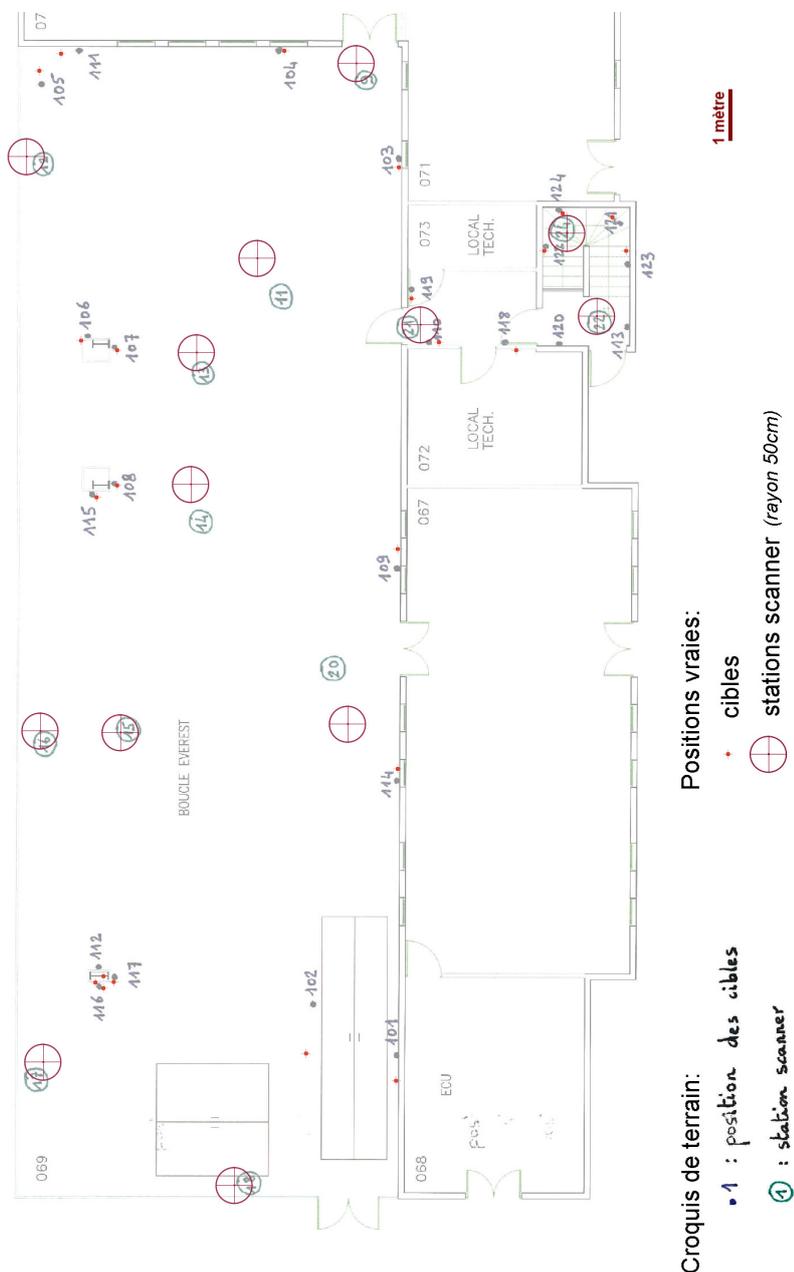


FIGURE II-3.6 – **Exactitude d'un croquis de terrain d'une campagne de numérisation scanner.** Le fond de plan (éclairci) représente le croquis de terrain réalisé par les topographes au cours du levé. Les positions estimées des cibles et des stations y sont indiquées en bleu et vert. Sont superposées les positions vraies des cibles et des stations, mesurées par cheminement topographique et affichées en rouge. Pour les stations, un rayon de 50 cm est dessiné autour du point vrai.

## II-3.3 Centrales inertielles et magnétomètres

### II-3.3.1 Fonctionnement des instruments

**Constitution des centrales inertielles.** Plusieurs composants peuvent être présents dans un système inertiel, suivant les fonctionnalités de celui-ci et les choix du constructeur. On retrouve systématiquement un ou des gyromètre(s) et des accéléromètre(s). Le terme de *IMU* (Inertial Measurement Unit) décrit un système composé de 3 accéléromètres et 3 gyromètres placés perpendiculairement les uns par rapport aux autres. On y retrouve parfois 3 magnétomètres disposés le long des mêmes axes. Nous appellerons dans la suite du mémoire « centrale inertielle » un IMU équipé de 3 magnétomètres (Figure II-3.7), également appelé IMU-MEMS dans la littérature.

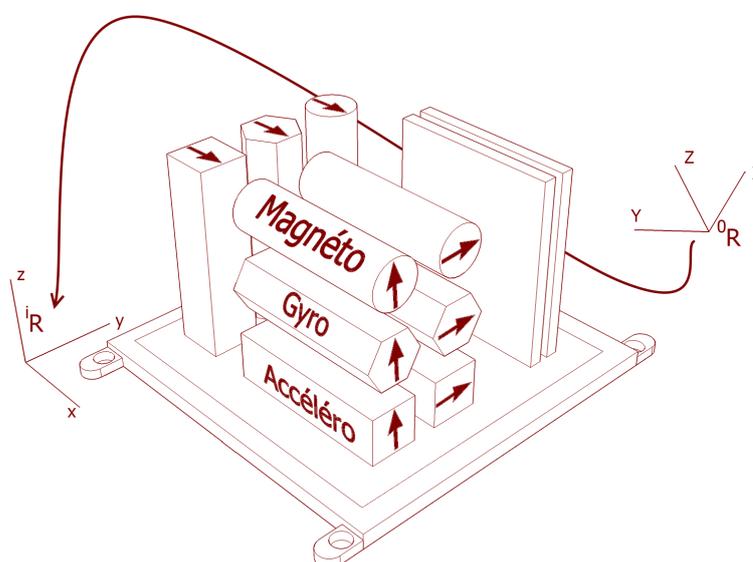


FIGURE II-3.7 – **Composants d'une centrale inertielle.** Dans le boîtier d'une centrale inertielle (dont seul le socle est représenté ici), on retrouve 3 accéléromètres, 3 gyroscopes et 3 magnétomètres alignés suivant 3 axes perpendiculaires. Le repère  ${}^i\mathcal{R}$  est solide de l'ensemble des composants et permet d'exprimer les déplacements dans un repère général  ${}^0\mathcal{R}$ .

**Mouvements de l'instrument et repères.** Considérant un repère orthonormé  ${}^i\mathcal{R}$  attaché à l'appareil et sur les axes duquel ont été alignés par construction les capteurs, on caractérise les déplacements du système comme un changement de repère à 6 paramètres (transformation rigide) entre  ${}^i\mathcal{R}$  et un repère fixe dans la scène  ${}^0\mathcal{R}$ .

**Nature des mesures.** Les capteurs enregistrent un ensemble d'informations le long des axes de  ${}^i\mathcal{R}$ , à intervalle de temps régulier  $\Delta t$  (0.01 sec par exemple) :

- les gyromètres mesurent les vitesses angulaires,
- les accéléromètres mesurent les accélérations linéaires,
- les magnétomètres mesurent le champ magnétique ambiant.

**Données produites grâce aux mesures.** Les mouvements instantanés (déplacement linéaire et rotations) sont donc enregistrés par les gyromètres et accéléromètres à chaque instant et permettent d'estimer récursivement les angles d'attitude (roulis, tangage et lacet ou cap), le vecteur vitesse et la position à la fin de l'intervalle de temps mesuré. On trouve dans [AlShawa, 2009] le détail de l'estimation de ces paramètres à l'aide d'un filtre de Kalman.

Le rôle du magnétomètre peut varier. Les valeurs enregistrées du champ magnétique ambiant sont soit les variations du champ magnétique entre deux intervalles de temps, soit les valeurs absolues de ce champ à chaque intervalle. Dans le premier cas, ces variations servent à stabiliser l'estimation des variations angulaires de l'instrument. Dans le second cas, les valeurs du champ ambiant servent à déterminer l'orientation du système de façon absolue. Lorsque le système est correctement calibré, ces valeurs permettent d'estimer la direction du champ magnétique terrestre et donc de calculer la direction du Nord Magnétique par rapport à l'instrument. C'est de cette dernière application dont il est question au paragraphe II-3.3.2.

**Caractéristiques et champs d'utilisation des centrales inertielles.** Les centrales inertielles se caractérisent par la sensibilité de leurs capteurs, la dimension du boîtier de l'instrument et le prix du système. Ces trois caractéristiques sont liées et les champs d'applications correspondant sont représentés dans la Figure II-3.8. Historiquement, les systèmes inertiels étaient utilisés en topographie pour les levés sous-terrain ou les tunneliers (gyroscopes). Plus récemment, le géoréférencement direct des avions a été permis par le couplage d'un GPS avec une centrale inertielle. La miniaturisation de celles-ci a d'abord permis leur utilisation sur des systèmes d'acquisition mobiles, puis sur des systèmes robotisés et enfin sur un large ensemble de matériel électro-informatique (téléphones mobiles, tablettes, manettes de console de jeux et autres périphériques de contrôle).

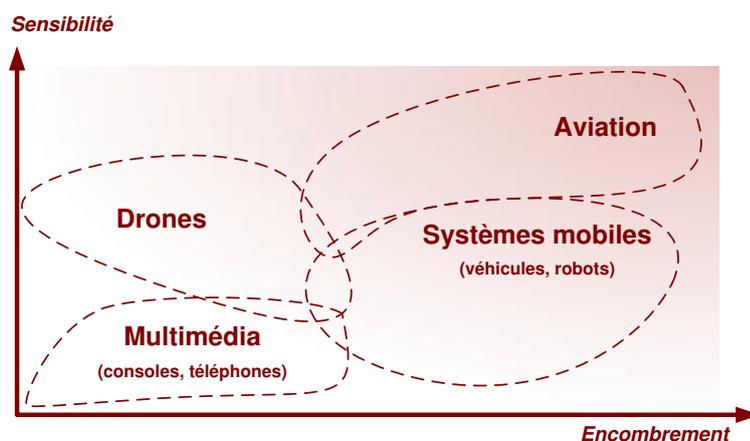


FIGURE II-3.8 – **Vue générale des caractéristiques et applications des centrales inertielles.** Miniaturisation et sensibilité sont deux facteurs importants du coût d'un système.

### II-3.3.2 Estimation du cap d'une station par une centrale inertielle

Nous avons vu au paragraphe II-1.3.3 que l'utilisation de compensateurs bi-axiaux pouvait réduire l'orientation d'une station de scanner laser à l'estimation d'un angle, la *direction* ou le *cap*. Pour obtenir un *a priori* sur le cap d'une station en intérieur, une solution passive existe et a l'avantage de ne pas nécessiter d'installation particulière : la magnétométrie. Basée sur la détection du champ magnétique, les sources de perturbation existent et parfois non négligeables en environnement industriels.

#### II-3.3.2.1 Utilisation des magnétomètres pour la mesure du cap

##### ***Champ magnétique terrestre, Nord Magnétique et Nord Géographique.***

Il est nécessaire d'évoquer quelques notions relatives au champ magnétique terrestre pour comprendre l'utilité des magnétomètres pour la détermination de l'orientation d'une station de scanner laser terrestre (paramètre  $\kappa$ ).

Le champ magnétique terrestre est dirigé du pôle magnétique Sud vers le pôle magnétique Nord et a pour principale source le noyau de la Terre. L'axe des pôles magnétiques forme actuellement un angle d'environ  $11^\circ$  avec l'axe de rotation de la terre, ou axe des pôles géographiques. Cet angle subit une variation séculaire de plusieurs degrés.

En chaque point de la surface terrestre, ce champ magnétique peut être représenté par un vecteur 3D identifié (convention) par deux angles et un scalaire. L'*inclinaison* indique la direction du vecteur de champ par rapport à l'horizontale du lieu ; elle est quasi-nulle à l'équateur, quasi-verticale aux pôles magnétiques. La *déclinaison* est l'écart entre le nord magnétique et le nord géographique ; elle peut atteindre  $\pm 30^\circ$  à la surface du globe, mais est moindre sur les terres émergées. L'*intensité* est proportionnelle à la force d'aimantation du champ, plus forte aux pôles ( $\approx 0.65$  Gauss) qu'à l'équateur ( $\approx 0.25$  Gauss).

Ces valeurs d'intensités peuvent être considérées comme faibles au regard par exemple d'un aimant de réfrigérateur à la surface duquel une intensité de 100 Gauss peut être mesurée. Elles sont sujettes à de nombreuses variations, notamment par la proximité de corps métalliques, comme nous le verrons dans les tests réalisés à la fin de cette section.

***De la mesure 3D du champ magnétique à l'estimation du cap (direction du Nord).*** Soient  $H_x$ ,  $H_y$  et  $H_z$  les valeurs des trois magnétomètres respectivement alignés sur les axes  $\vec{x}$ ,  $\vec{y}$  et  $\vec{z}$  attachés au corps de centrale inertielle, et  $\phi$   $\theta$   $\psi$  les angles d'Euler de roulis, de tangage et de cap. L'estimation de la direction du Nord géographique peut être réalisée à partir de ces valeurs par la méthode suivante :

- On essaye de détecter la présence de sources de perturbation en comparant l'intensité mesurée du champ  $H_e = \sqrt{H_x^2 + H_y^2 + H_z^2}$  et l'intensité attendue dans la région de mesure  $H_{e0}$  (carte d'intensités disponibles réalisées sur la base de mesures ponctuelles sur l'ensemble du globe) :  $|H_e - H_{e0}| < \epsilon$ . Si tel est le cas :
- Lorsque le système n'est pas parfaitement horizontal, on corrige les mesures de l'inclinaison en calculant  $H_{x'}$  et  $H_{y'}$  par les formules suivantes ([Kionix, 2007]) :

$$H_{x'} = H_x * \cos(\theta) + H_y * \sin(\phi) * \sin(\theta) - H_z * \cos(\phi) * \sin(\theta)$$

$$H_{y'} = H_y * \cos(\phi) + H_z * \sin(\phi)$$

- Le cap  $\psi$ , ou azimuth, du compas est calculé par :

$$\psi = \tan^{-1}\left(\frac{H_{y'}}{H_{x'}}\right) + \delta$$

où  $\delta$  est la déclinaison connue en un lieu donné.

Ces relations induisent deux remarques sur la qualité de la détermination du cap de l'instrument. D'une part, l'estimation du cap est d'autant plus précise que l'instrument est proche de l'horizontale. D'autre part, l'utilisation des magnétomètres pour le calcul de tangage et du roulis permet d'améliorer la correction de l'inclinaison, et donc la qualité de détermination du cap.

### II-3.3.2.2 Essais de détermination du cap d'une station de scanner laser

**Montage de la centrale inertielle Crossbow AHRS 440.** Le groupe PAGE de l'INSA de Strasbourg a acquis en 2007 une centrale inertielle qui a été montée sur une plateforme mobile équipée également d'un scanner laser et d'un GPS, [AlShawa, 2009]. Nous avons arrimé à l'embase d'un scanner laser terrestre (Trimble GX) cette centrale inertielle et avons étudié la capacité de ce système à déterminer le cap.

L'attache de la centrale inertielle a été usinée à la plateforme de mécanique de l'INSA et permet de rendre solidaire l'embase du scanner avec la centrale inertielle (Figure II-3.9).



FIGURE II-3.9 – Montage d'une centrale inertielle sur l'embase d'un scanner laser. Solidement attachés à l'embase, les magnétomètres de la centrale inertielle permettent d'estimer le cap de la station.

L'interface de contrôle de la centrale inertielle est le logiciel Nav-View du constructeur. Parmi l'ensemble des capteurs, nous utilisons les variables suivantes :

- **Time** : temps, en secondes
- **Phi, Theta, Psi, (Roll, Pitch, Yaw)** : angles d'Euler de roulis, de tangage et de cap, en radians,
- **X-mag, Y-mag, Z-mag** : valeurs mesurées par les magnétomètres, en Gauss.

**Essai du système centrale-scanner.** Plusieurs configurations ont été testées : scanner allumé/éteint, scanner immobile/en mouvement. L'objectif de ces tests est de caractériser le comportement du système en étudiant la nature et l'amplitude des erreurs observées.

Sur les Figures II-3.10 et II-3.11 sont représentées les valeurs du cap (pointillés gras) et les valeurs des magnétomètres sur les trois axes du repère attaché à la centrale inertielle.

La Figure II-3.10 correspond au cas où le scanner est allumé, mais où il ne tourne pas sur son axe de rotation. Les valeurs des magnétomètres sont globalement constantes sur l'ensemble de l'enregistrement des mesures (120 sec). Les quelques perturbations légèrement visibles autour de la 20<sup>ème</sup> seconde correspondent à des mouvements internes du scanner (ventilation et rotation du miroir) lors de la mise sous tension. L'allumage de l'appareil ne crée pas de modification importante du champ magnétique local.

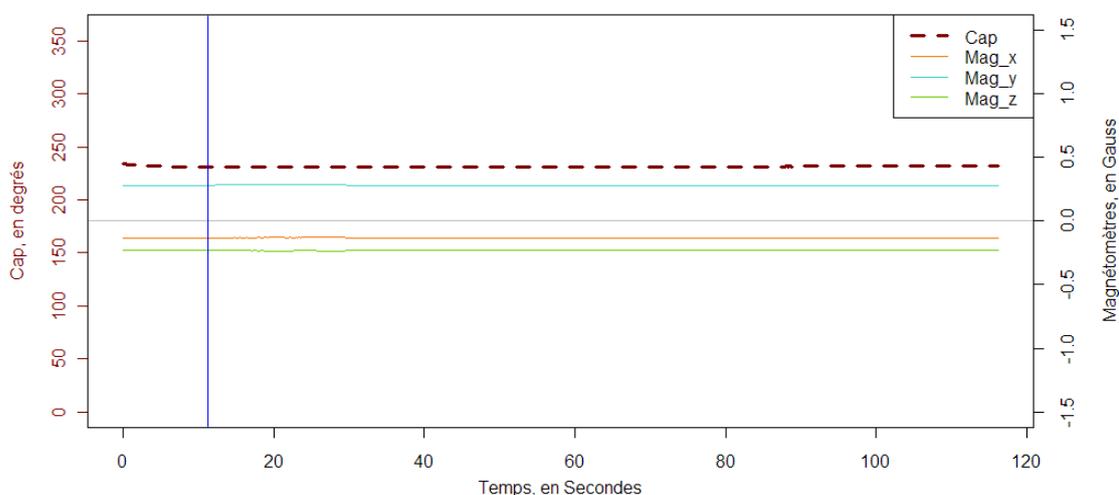


FIGURE II-3.10 – **Essais lors de la mise sous tension du scanner laser.** La ligne verticale indique la mise sous tension du scanner laser.

La Figure II-3.11 correspond à la rotation complète (360°) du scanner laser autour de son axe, hors tension. On note la très grande variation des magnétomètres, et même leur saturation au milieu du cycle de rotation. Les magnétomètres de l'AHRS 440 ayant été conçus pour détecter le champ magnétique terrestre, ils arrivent en saturation au delà de 1 Gauss.

L'allumage de l'appareil n'influençant visiblement pas le champ magnétique local, la principale source de perturbation apparaît donc être les masses métalliques composant le scanner. Une procédure de calibration et de synchronisation du système centrale-scanner permettrait de compenser la plus grande partie de ces artefacts.

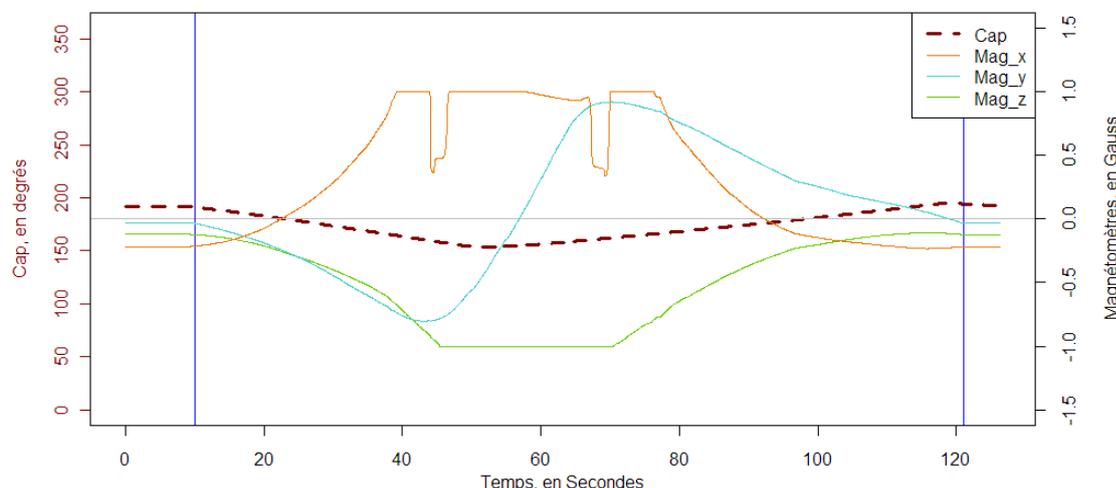


FIGURE II-3.11 – **Essais pendant une rotation complète du scanner laser (éteint).** Les deux verticales bleues indiquent le début et la fin de la rotation. On notera la saturation des magnétomètres  $x$  et  $z$ .

### II-3.3.3 Limite des centrales inertielles dans les environnements industriels

Sur la base des essais réalisés sur le montage centrale-scanner précédent, il apparaît nécessaire de s'intéresser à l'influence de composants métalliques fréquemment présents dans les installations industrielles : tuyaux, portes, équipements, etc. L'influence de ces objets de l'environnement n'est par définition pas calibrable, mais fait l'objet de mises en garde lors de l'utilisation de magnétomètres : [Wendel *et al.*, 2006], [Törnqvist, 2006]. L'utilisation de ces perturbations pour la détection d'objets métalliques existe, comme présenté dans [Wahlström *et al.*, 2010]. Il est dès lors intéressant d'observer ces perturbations afin, d'une part, d'imaginer des outils de détection de telles perturbations locales, et d'autre part, d'établir des recommandations, visant à éviter ces sources de perturbations.

Nous présentons l'un des essais, durant lequel nous avons approché, à cap constant, une centrale inertielle d'un tuyau métallique (rayon 30 cm), puis nous l'en avons éloigné. La Figure II-3.12 représente les variations des valeurs enregistrées par les magnétomètres et l'influence sur le cap.

La variation résultante sur le cap atteint  $\pm 20^\circ$  lorsque la centrale est au contact du tuyau. Nous savons par ailleurs que l'effet d'un corps mécanique sur un champ magnétique ambiant est inversement proportionnel au cube de la distance à cet objet. Les perturbations de nombreux objets métalliques ne sont donc perceptibles qu'à proximité de ceux-ci. Le constructeur *Crossbow* recommande sur la notice d'utilisation de l'AHRS 440 de ne pas approcher la centrale à moins de 63 cm d'un

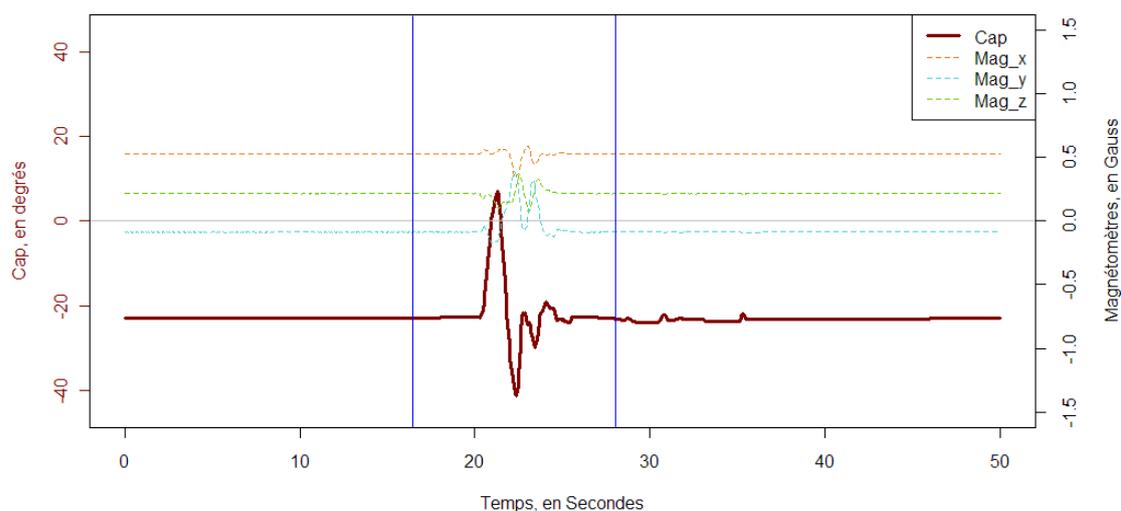


FIGURE II-3.12 – **Approche d'un tuyau métallique.** Les deux verticales bleues délimitent l'approche à moins d'un mètre puis l'éloignement à plus d'un mètre de la centrale inertielle. Le cap est gardé constant.

corps métallique important. C'est une précaution sommaire et arbitraire, mais qui illustre bien la nécessité de mettre en place des bonnes pratiques pour l'utilisation des magnétomètres.

Quelques essais complémentaires ont été réalisés avec un smartphone équipé de magnétomètres. De moindre sensibilité, ces magnétomètres ont l'avantage de la miniaturisation et au regard des perturbations, le niveau de confiance à accorder à l'estimation du cap est équivalent à celui de l'AHRS 440, de bien plus grande sensibilité.

## II-3.4 Prototype d'un système de localisation d'intérieur : SYSNAV

Dans la suite des essais réalisés avec la centrale inertielle AHRS440, et avec le désir d'expérimenter les techniques récentes de localisation d'intérieur, EDF R & D a acquis le prototype d'un de ces systèmes, fabriqué par la société SYSNAV. Nous présentons le fonctionnement de ce système et quelques essais de mesure de trajectoire.

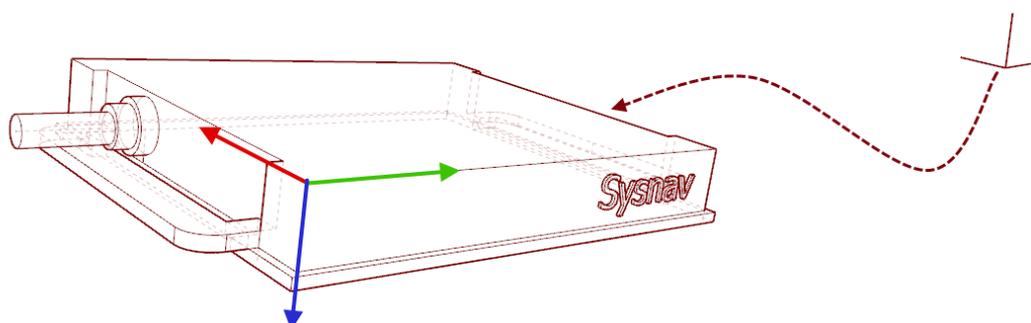


FIGURE II-3.13 – Repère d'orientation du SYSNAV. Les axes  $\vec{x}$  (rouge),  $\vec{y}$  (vert) et  $\vec{z}$  (bleu) sont attachés au corps de l'instrument et permettent de décrire son mouvement dans un repère inertiel (à droite).

### II-3.4.1 Description de l'instrument

**Présentation du système de localisation.** Le SYSNAV est un système de localisation (position et orientation) 3D en intérieur basé sur les perturbations du champ magnétique terrestre. Le système est composé de deux boîtiers reliés par un câble. Le premier boîtier, que l'on nomme CAPTEUR, contient l'ensemble des capteurs et la localisation est calculée par rapport à ce boîtier. Le second boîtier, nommé MEO, rassemble les éléments nécessaires à la mise en oeuvre du boîtier CAPTEUR (alimentation, interfaçage homme-machine, allumage, contrôle).

La *position* est calculée à partir du centre du boîtier CAPTEUR dans le repère inertiel<sup>1</sup> de référence dont le point d'origine correspond au premier point de mesure. L'*orientation* calculée est celle du boîtier CAPTEUR par rapport au repère inertiel de référence. L'orientation est fournie sous la forme d'angles d'Euler 'ZYX' correspondant au passage du repère CAPTEUR vers le repère inertiel.

Le CAPTEUR est constitué de 8 magnétomètres. Leur répartition et l'interaction magnétique des différents composants du boîtier ont fait l'objet d'une procédure de calibration avancée. Celle-ci, propriété de la société SYSNAV, permet d'atteindre un écart maximal de 1 % de la distance parcourue avec le boîtier.

1. Le repère inertiel est local (attaché à la Terre). Les forces d'inertie induites par la rotation de la terre (force de Coriolis, force centrifuge) sont négligées, car indécélables à l'échelle d'un site industriel.

**Utilisation du système Sysnav.** La tenue de la batterie est de l'ordre de 10h. Le boîtier EMO comporte trois interrupteurs équipés chacun d'un voyant (vert / rouge / éteint) :

- ON : permet de mettre sous tension le système ou d'indiquer la mise en charge,
- REC : Active le début de calcul de la trajectoire. A chaque pression ensuite : applique un marqueur au point précis,
- ATTITUDE : gèle le calcul de la position, tout en continuant celui de l'attitude (orientation). Permet d'éviter la dérive lorsque le système est immobile quelques minutes.

Pour l'utilisation du SYSNAV, les interférences magnétiques d'autres sources sont à éviter, sous peine de perturber le champ magnétique et de fausser les capteurs. Dans ce but, le câble entre le boîtier CAPTEUR et l'EMO a été prévu d'une longueur suffisante pour les tenir éloignés l'un de l'autre. De plus, il est fortement recommandé de ne pas approcher de téléphone portable ou d'autre équipement électrique à moins de 50 cm du CAPTEUR.

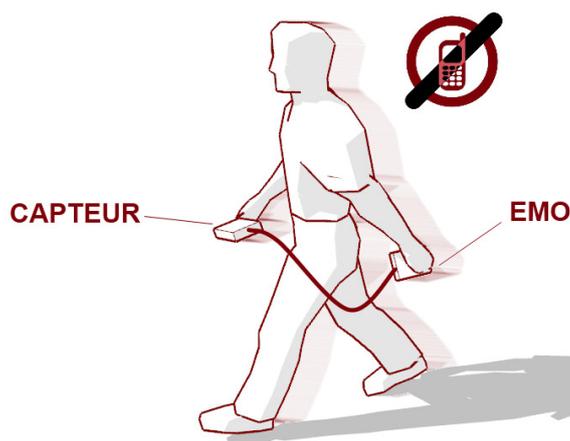


FIGURE II-3.14 – **Recommandations d'usage du Sysnav.** CAPTEUR et EMO doivent être tenus éloignés ; le corps de l'utilisateur fournit un bon écran entre les deux boîtiers. Les téléphones portables peuvent également influencer sur les mesures magnétométriques.

**Traitement des mesures.** Les données sont stockées sur une carte SD cryptée. L'exécutable d'extraction permet de transférer ces données sous forme binaire à un script MATLAB pré-compilé. Il est nécessaire de renseigner une coordonnée approximative de l'endroit de mesure (par exemple  $LAT0 = 48.5823$  ,  $LON0 = 7.7644$ ) pour que le script puisse affiner le traitement des valeurs du champ magnétique. Les données générées par le script MATLAB comportent les informations suivantes :

- Time : temps, en secondes ;
- Tx, Ty, Tz : position par rapport au point de départ, en mètres ;
- Phi, Theta, Psi : angles d'Euler de roulis, de tangage et de cap, en radians.

### II-3.4.2 Exemple de mesure 3D d'une trajectoire à l'aide du SYSNAV

**Trajectoire parcourue et mesurée avec le Sysnav.** Lorsqu'un topographe se déplace à l'intérieur d'une installation industrielle, le trajet qu'il emprunte est complexe : allers-retours, boucles, changement de niveau, etc. La trajectoire mesurée a été effectuée entre plusieurs niveaux d'un bâtiment et est considérée comme une trajectoire complexe. La Figure II-3.15 représente l'ensemble des points mesurés par le SYSNAV.

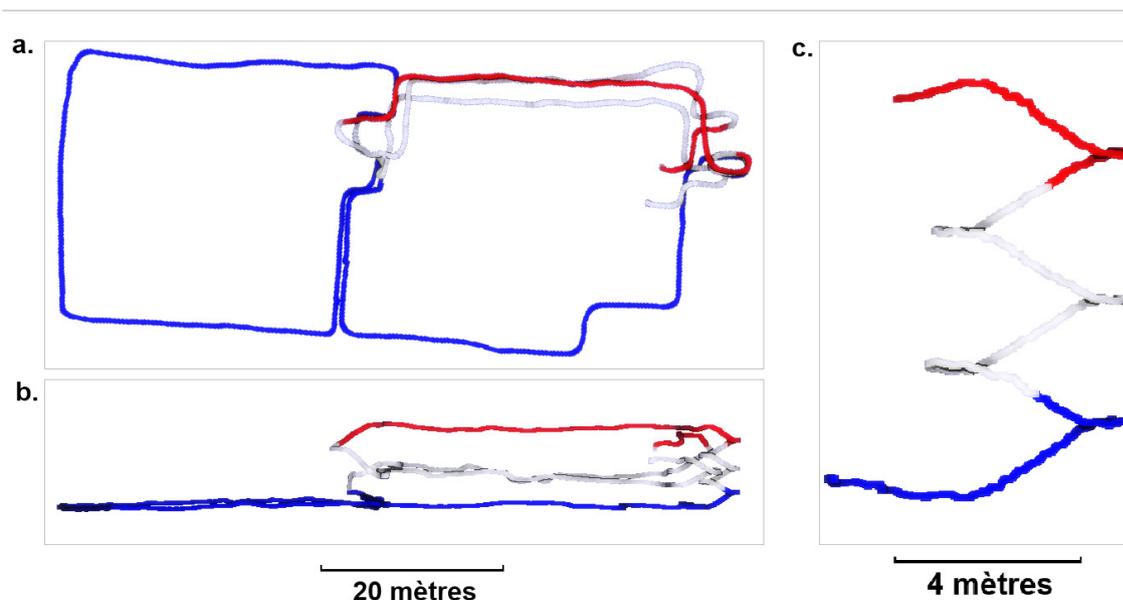


FIGURE II-3.15 – **Tracé de la trajectoire mesurée au SYSNAV.** a. et b. Vues orthographiques de dessus et de face de la trajectoire mesurée par le SYSNAV. c. Détail de l'escalier avec un plancher intermédiaire. Dans les vues, les paliers sont codés en couleurs. Fréquence d'acquisition des mesures : 125 HZ.

**Résultats et discussions.** Les caractéristiques de la trajectoire effectuée et l'erreur de fermeture sont renseignées au Tableau II-3.2. Malgré la complexité de la trajectoire, la dérive ne dépasse pas 1% , comme annoncé par le constructeur. C'est une valeur de loin inférieure aux systèmes IMU habituels, qui peuvent atteindre plus de 100 m de dérive après une minute d'utilisation ([Woodman, 2007]).

Distance totale mesurée	457 m	Écart de fermeture final	4.48 m	
Temps de parcours	8 min		soit un pourcentage de :	<b>0.97%</b>
Vitesse instantanée maximale	7.8 km/h			

Tableau II-3.2 – **Caractéristiques de l'essai SYSNAV.** Étude des données acquises et traitées par le SYSNAV.

Le chemin a été réalisé librement, la boucle servant de contrôle de fermeture. De nombreux travaux illustrent les gains de précision que peuvent apporter l'utilisation de plans du bâtiment pour éviter la dérive, cf. [Woodman et Harle, 2008], [Beauregard *et al.*, 2008] et [Nam, 2011]. Des points connus (points topographiques par exemple) pourront également servir de correction aux dérives en planimétrie. Notons que concernant la composante d'altitude ( $T_z$ ), elle peut être améliorée par la connaissance des hauteurs de sols.

### II-3.5 Tableau de synthèse de l'estimation des variables de pose

A l'issue des tests réalisés et d'une veille de la littérature scientifique et de documentations constructeur, nous avons établi un tableau synthétique des incertitudes *a priori* des variables de pose. Ces valeurs numériques reflètent l'état actuel des précisions des systèmes de localisation d'intérieur utilisables en milieux intérieurs complexes. Rappelons que les systèmes basés sur l'utilisation de bornes (wi-fi, *blue-tooth long-range*) n'ont pas été étudiés, car inappropriés dans des installations de grande ampleur comme le sont les centrales électriques d'EDF.

#### Paramètres de position

<i>Planimétrie</i>	$t_x t_y$	$\sigma_x = \sigma_y = 30 - 70 \text{ cm}$
<i>Altitude</i>	$t_z$	$\sigma_z = 5 - 15 \text{ cm}$

#### Paramètres d'orientation

<i>Verticalité</i>	$\omega \phi$	$\sigma_\omega = \sigma_\phi = 0.005 - 0.015^\circ$
<i>Cap</i>	$\kappa$	$\sigma_\kappa = 1 - 5^\circ$

Tableau II-3.3 – **Caractéristiques des valeurs *a priori* des paramètres de pose utilisables pour le référencement.** Les valeurs indiquées correspondent au cas d'intérieurs industriels pour lesquels nous disposons de plans. Elles reflètent la littérature scientifique, les documentations constructeur et les tests que nous avons réalisés.

### Conclusions du Chapitre II-3

Les probabilités offrent des outils puissants pour la description et la manipulation des valeurs et incertitudes *a priori* attachées aux paramètres de pose des stations. Malgré l'intérêt de nombreux domaines scientifiques pour ces outils, leur application au cas de la consolidation de données laser terrestre est quasi inexistante.

Certaines sources de données *a priori* existent d'ores et déjà, mais ne sont pas utilisées dans le calcul des poses. C'est le cas notamment du croquis de terrain, riche en informations, utilisé principalement par le topographe en cas d'échec des méthodes de consolidation mises en place. Nous avons montré que la capacité du topographe à pointer un point sur un plan constitue une source d'*a priori* fiable et permet d'envisager de nouvelles utilisations des croquis de terrain.

D'autres sources de données *a priori* ont été étudiées. La magnétométrie a l'avantage d'être un moyen de localisation passif et de pouvoir, à ce titre, être utilisé en intérieur sans installer d'équipements particuliers. Cependant, la présence de corps métalliques dans les milieux industriels peut générer des perturbations non négligeables dans la mesure du champ magnétique terrestre sur lequel se basent les mesures. Dans le cas d'une simple centrale inertielle, bien que précise, ces perturbations sont très importantes. En revanche, le système SYSSNAV a montré d'excellentes performances qui confirment le potentiel de ces systèmes magnétométriques. Et lorsque les systèmes magnétométriques sont pris en défaut, le recours aux indications du topographe sont envisageables.

Nous avons établi des plages d'erreurs *a priori* des estimations des paramètres de poses sur la base de la littérature et des expériences réalisées. Grâce à ces plages d'erreurs constatées, nous renseignons les plages d'incertitude *a priori* des données d'entrée de la consolidation de données laser acquises en environnement industriel.

## Troisième partie

# Utilisation de primitives pour la consolidation de données laser

*Les coordonnées d'une primitive géométrique sont pour certaines invariables vis-à-vis des transformations rigides et pour d'autres affectées par ces transformations. Trois entités, le point, le plan et la ligne, correspondent aux diverses primitives qui représentent les objets des scènes industrielles.*

*Ces entités sont décrites à l'aide de représentations qui définissent le paramétrage des coordonnées et par conséquent l'expression d'un changement de repère. Le choix de l'une des représentations se fait grâce à ses propriétés (minimale, non-ambigüe et complète) et à des critères (facilité de manipulation et gestion de l'incertitude). Dans le but d'intégrer les incertitudes sur l'ensemble de la chaîne de mesure, nous spécifions les représentations les plus appropriées. En l'absence d'une représentation des lignes adaptée au cas du changement de repère à 4 paramètres incertains, nous en introduisons une nouvelle.*

*Après avoir décrit les expressions des entités transformées, nous détaillons les contraintes géométriques entre les entités vues depuis plusieurs points de vue. La minimisation de ces contraintes permet l'estimation des inconnues de pose. Une méthode de minimisation de ce système de contraintes par les moindres carrés est évaluée et discutée.*



# CHAPITRE III-1

## Entités et changement de repère

Dès lors que l'on considère un système faisant intervenir des primitives géométriques, la description de ses variables pose la question de la représentation des primitives. En effet, lorsque l'on souhaite établir des contraintes entre ces primitives pour le calcul des poses et prendre en compte leurs incertitudes, il est nécessaire d'utiliser des représentations qui soit adaptées au modèle de transformation utilisé.

Dans un premier temps, nous distinguons parmi les paramètres des primitives les entités géométriques qui, contrairement aux invariants géométriques, sont affectées par les transformations rigides. Entre ces entités, seul le point possède une représentation complète, minimale et non ambiguë. Pour la ligne et le plan, il n'existe pas de telle représentation. Dans le but d'identifier les représentations appropriées de ces entités pour formaliser l'approche de consolidation, nous en présentons plusieurs. Nous détaillons ensuite l'expression d'un changement de repère à 4 paramètres sur leurs coordonnées. Pour les lignes 3D, nous introduisons une représentation adaptée à la prise en compte de l'incertitude d'un changement de repère à 4 paramètres (Chapitre IV-1). Nous discutons en fin de chapitre de l'importance du choix de ces représentations.

### III-1.1 Représentations des différentes entités

#### III-1.1.1 De la primitive à l'entité et sa représentation

*Une approche ensembliste pour la définition des primitives.* Les primitives géométriques sont définies comme un ensemble de points dans l'*espace euclidien ambiant* considérés comme appartenant à la surface qui les caractérise ([Pennec, 1996]). Une primitive  $\mathbf{m}$  peut ainsi être décrite par un vecteur de paramètres  $\rho$  et une fonction  $\beta$  qui associe à cette primitive  $\mathbf{m}$  les points  $x$  qui vérifient l'équation  $\beta(\rho, x) = 0$ . Nous pouvons écrire cette définition de la manière suivante :

$$\mathbf{m} = \{x \in \mathbb{R}^n / \beta(\rho, x) = 0\} \quad (23)$$

La fonction  $\beta$  associe une *représentation* spécifique  $\rho$  à un type particulier de primitive (ligne, cylindre, plan, triangle, courbes, etc.). Par exemple, une sphère est représentée

par les paramètres  $\rho = [c, r]$  où  $c$  est le vecteur de coordonnées du point du centre et  $r \geq 0$  est le rayon. L'équation de la sphère est pour cette représentation :

$$\beta(\rho, x) = \text{dist}(x, c) - r = 0 \quad (24)$$

**Notion d'invariant géométrique.** Nous avons vu au Chapitre II-1 qu'une transformation rigide  $f$  agissait sur les coordonnées des primitives. Parmi les paramètres choisis pour représenter une primitive, nous pouvons en isoler une partie qui ne varie sous l'action d'une transformation rigide. Ces paramètres invariants sont appelés *invariants géométriques* ([Pennec, 1996]). Par exemple pour une sphère, le rayon  $r$  est un invariant géométrique ; pour un cylindre également ; pour un cône, l'angle au sommet est un invariant géométrique, etc. Comme une transformation rigide n'affecte pas ces invariants géométriques, ceux-ci ne délivrent pas d'information utile au calcul des poses.

**Notion d'entité géométrique.** Par opposition, les paramètres des primitives qui ne sont pas des invariants géométriques sont des *entités géométriques*. Ces entités géométriques sont à la base des contraintes utilisées lors de l'estimation des poses. Au Chapitre II-2, nous avons identifié les principales primitives des scènes industrielles et nous présentons au Tableau III-1.1 les entités correspondantes à ces primitives : le point, la ligne et le plan.

Primitive	Entités	Invariants géométriques
Sphère	Point (centre)	Rayon
Cylindre à bords	Ligne (axe)	Rayon et bords
Plan à contours	Plan	Contours
Cône droit tronqué	Ligne (axe) et point (apex)	Angle d'ouverture et hauteur
Tore circulaire tronqué	Ligne (axe) et point (centre)	Rayons et ouverture

Tableau III-1.1 – **Primitives reconstruites et entités correspondantes.** A chaque primitive est associée une ou plusieurs entités, parties non invariante des paramètres de la primitive.

Bien que les invariants n'interviennent pas dans l'estimation des paramètres de poses par minimisation des contraintes, ils sont très utiles pour établir ces contraintes : ils jouent un rôle primordial dans la diminution du nombre de correspondances possibles d'une entité (§ IV-1.1). Nous pouvons illustrer leur rôle en évoquant le cas des cylindres : il est impossible que deux axes de cylindres représentent le même objet de la scène si le rayon de l'un vaut 3 cm et le rayon de l'autre vaut 15 cm. Nous ferons appel à ces critères de sélection au Chapitre IV-1 pour l'appariement des lignes.

**Propriétés d'une représentation.** Nous avons défini l'entité correspondante d'une primitive comme la partie homogène, donc affectée par les transformations rigides. Or, l'action d'une même transformation rigide est différente suivant la *représentation* choisie de cette entité. Une représentation peut avoir les propriétés suivantes [Förstner, 2010] :

- **complète** : chaque entité est représentée par au moins un jeu de valeurs des paramètres.
- **non-ambigüe** : une entité ne peut être représentée que par un seul jeu de valeurs des paramètres.
- **minimale** : les paramètres sont liés par au moins une contrainte.

Une représentation complète et non ambigüe est intéressante car elle facilite la manipulation des entités : transformations, distances, comparaisons. Une représentation minimale permet de gérer correctement les incertitudes des coordonnées, notamment lors des calculs d'ajustement par minimisation de contraintes sur ces coordonnées ([Förstner, 2010]). Lorsque plusieurs représentations sont utilisées simultanément, cela permet par exemple de couvrir l'ensemble du domaine avec plusieurs sous-représentations minimales mais non complètes. Dans ce cas, on appelle *atlas* la représentation formée de toutes ces sous-représentations. Ces sous-représentations, également appelées *cartes*, doivent se recouvrir pour qu'il soit possible de passer de l'une à l'autre sans singularité.

Pour les *points*, la représentation cartésienne dans  $\mathbb{R}^3$  est privilégiée. En effet, c'est une représentation complète, non ambigüe et minimale. L'existence d'une telle représentation se justifie par le fait que pour toute transformation rigide d'un point, il existe une transformation équivalente composée d'un unique vecteur de translation dans  $\mathbb{R}^3$ .

Cependant, il n'existe pas d'autres représentations répondant à l'ensemble de ces caractéristiques pour les *plans* et les *lignes*. Après avoir abordé le cas du vecteur unitaire, nous présentons aux deux sections suivantes différentes représentations de ces entités.

### III-1.1.2 Représentations d'un vecteur unitaire

Dans les paramètres des primitives, les vecteurs unitaires jouent un rôle central : tantôt vecteur directeur, tantôt vecteur normal. Il existe deux façons de représenter un vecteur unitaire : par des coordonnées cartésiennes ou par des coordonnées sphériques.

**Coordonnées cartésiennes d'un vecteur unitaire.** Un vecteur unitaire  $\mathbf{u}$  peut être défini par un vecteur  $\mathbf{u}$  composé de 3 coordonnées  $(u_x, u_y, u_z)$  telles que :

$$u_x^2 + u_y^2 + u_z^2 = 1 \quad (25)$$

Cette représentation a l'avantage d'avoir des paramètres réels (compris entre 0 et 1), mais n'est pas minimale. La contrainte d'appartenance à la sphère unitaire oblige à renormaliser le vecteur unitaire lors d'un calcul d'ajustement ([Förstner, 2010]).

**Coordonnées sphériques d'un vecteur unitaire.** Un vecteur unitaire  $\mathbf{u}$  peut aussi être défini par deux angles, ce qui rend sa représentation minimale. Dans la Figure III-1.1 nous utilisons  $(\theta, \varphi)$  comme coordonnées sur la sphère unitaire, par analogie avec la latitude et la longitude géographiques. Les formules de changement de représentation sont précisées aux équations 26 et 27.

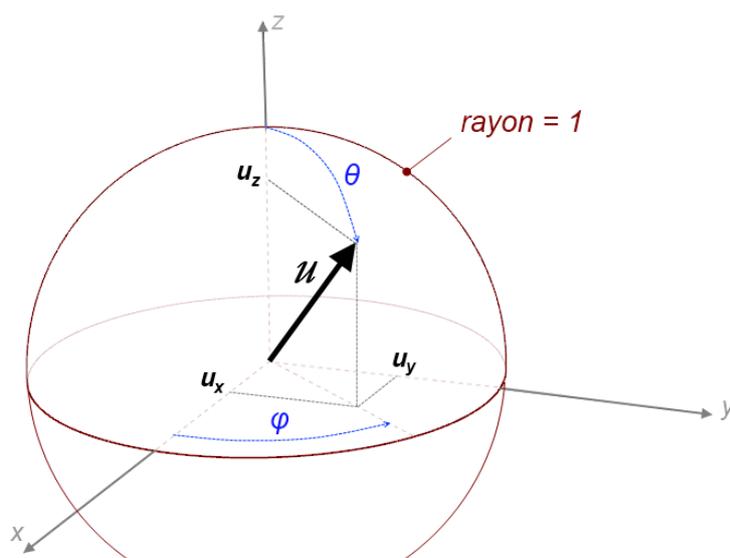


FIGURE III-1.1 – **Représentations d'un vecteur unitaire.** En noir : vecteur unitaire  $u$  et coordonnées cartésiennes. En bleu : coordonnées sphériques (polaires).

*Calcul des coordonnées rectangulaires*

$$u_x = \sin(\theta) \cos(\varphi) \quad (26)$$

$$u_y = \sin(\theta) \sin(\varphi)$$

$$u_z = \cos(\theta)$$

*Calcul des coordonnées polaires*

$$\theta = \arctan(1/u_z) \quad (27)$$

$$\varphi = \arctan(u_y/u_x)$$

Dans cette représentation, les pôles représentent des cas particuliers. En effet, lorsque  $\theta = 0$  ou  $\pi$ , dans ce cas  $\varphi$  n'est pas défini. Nous pouvons constater que  $\varphi$  est de moins en moins bien défini à mesure que l'on se rapproche des pôles, jusqu'à ne plus l'être en ces points de singularité. En ces valeurs, toute fonction de  $\varphi$  n'est plus dérivable. Par conséquent, introduire la notion d'erreurs sur ces paramètres, qu'elles correspondent à un intervalle ou une variation infinitésimale, ne peut se faire de la même façon que l'on introduirait des erreurs sur des nombres définis sur  $\mathbb{R}^n$  (comme une position incertaine dans  $\mathbb{R}^3$ ).

Pratiquement, il est possible de former un atlas de représentations sphériques minimales des paramètres d'un vecteur unitaire pour gérer l'ensemble des configurations. Par exemple, outre la représentation sphérique latitude/longitude, nous pouvons définir une autre sphère dont le sommet serait placé à la latitude  $\pi/2$ . Ce principe de « sphère mobile ou locale » est employé pour le *clustering* sur la sphère, par exemple dans la transformée de Hough ([Sommer et Daniilidis, 2001]).

### III-1.1.3 Représentations usuelles d'un plan 3D

**Équation implicite.** L'équation implicite d'un plan  $\mathbf{a}$  est donnée par les paramètres  $\rho = [A, B, C, D]$  :

$$\mathbf{a} : Ax + By + Cz + D = 0$$

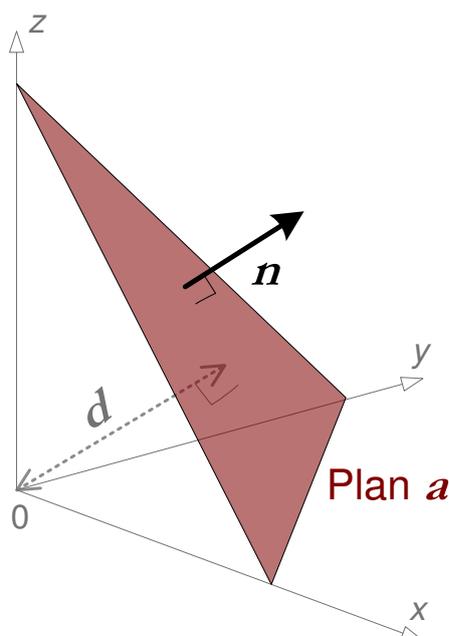


FIGURE III-1.2 – **Représentation Hessienne d'un plan.** Les paramètres utilisés sur la figure sont un vecteur normal unitaire  $n$  et une distance à l'origine  $d$ .

**Forme Hessienne.** Nous pouvons aussi représenter un plan  $\mathbf{a}$  par les paramètres  $\rho = [\mathbf{n}, d]$  où  $\mathbf{n} = (n_x, n_y, n_z)$  est un vecteur unitaire normal et  $d \geq 0$  est la distance à l'origine du repère. L'équation du plan pour cette représentation est alors (où  $\cdot$  est le produit scalaire) :

$$\mathbf{a} : \mathbf{n} \cdot \mathbf{x} - d = 0 \quad (28)$$

Cette représentation est complète car chaque plan est représenté par au moins un jeu de paramètres ([Heuvel, 1999]). En revanche, elle est ambiguë puisque, pour les plans passant par l'origine,  $\rho = [\mathbf{n}, 0]$  et  $\rho' = [-\mathbf{n}, 0]$  représentent le même plan. Elle n'est pas minimale, car les 4 paramètres sont liés par une contrainte.

**Coordonnées homogènes.** De la même manière que nous avons défini les coordonnées homogènes d'un point au § II-1.1.3.2, nous définissons les coordonnées homogènes  $\mathbf{a}$  du plan :

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_h \\ a_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{bmatrix} = \pm \sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \begin{bmatrix} n \\ -d \end{bmatrix} \quad (29)$$

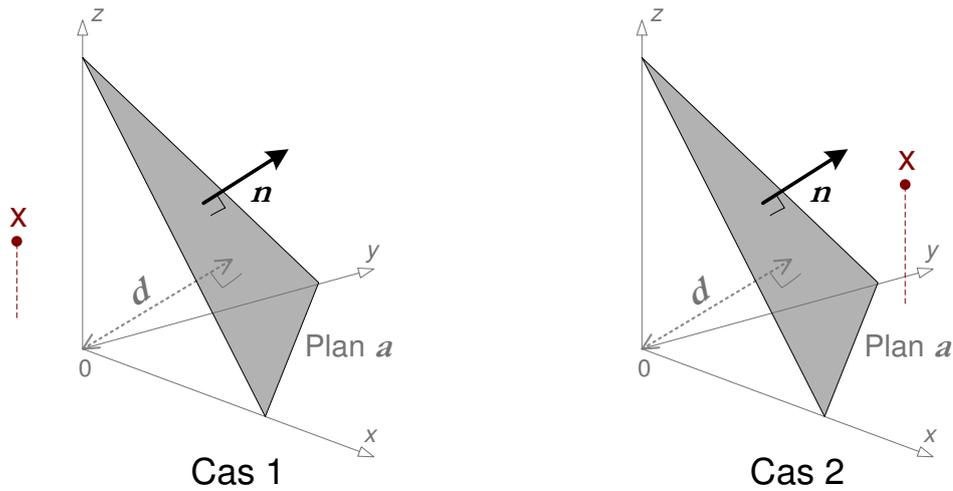


FIGURE III-1.3 – Position d'un point  $\mathbf{x}$  par rapport à un plan  $\mathbf{a}$ . Cas 1 : le point est du côté de l'origine et  $\frac{\mathbf{x}^t \mathbf{a}}{\text{signe}(x_x a_0)} > 0$ . Cas 2 : le point n'est pas du même côté que l'origine et  $\frac{\mathbf{x}^t \mathbf{a}}{\text{signe}(x_x a_0)} < 0$ .

où  $\mathbf{a}_h$  est appelé composant homogène du plan  $\mathbf{a}$  ;  $a_0$  est la partie euclidienne de  $\mathbf{a}$ .  $(ABCD)$  sont les coefficients de l'équation implicite d'un plan. L'équation du plan représenté en coordonnées homogènes est alors la suivante ( $\mathbf{x}$  sont les coordonnées homogènes du point  $x$  de  $\mathbb{R}^3$ ) :

$$\mathbf{a} : \mathbf{x}^t \mathbf{a} = 0 \quad (30)$$

En utilisant les coordonnées homogènes, le point  $\mathbf{z}$  du plan  $\mathbf{a}$  le plus proche de l'origine est donné par :

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} -a_0 \mathbf{a}_h \\ |\mathbf{a}_h|^2 \end{bmatrix} \quad (31)$$

Enfin, il est possible de déterminer si un point se trouve du côté du même côté du plan que l'origine (Figure III-1.3). Pour cela, on étudie le signe du produit scalaire normalisé  $\frac{\mathbf{x}^t \mathbf{a}}{\text{signe}(x_x a_0)}$ .

### III-1.1.4 Représentations usuelles d'une ligne 3D

**Représentation par deux points.** Une ligne 3D, notée  $\mathbf{l}$ , peut être représentée par deux points *distincts et quelconques* (Figure III-1.4 gauche). C'est une représentation non minimale (6 coordonnées pour 4 degrés de liberté), ambiguë, mais complète. Cette représentation est utile lorsqu'on ne s'intéresse non plus à une ligne infinie, mais à un segment de ligne, comme peut l'être l'axe d'un cylindre tronqué. Cependant, dans cet espace à 6 paramètres réels, il n'est pas trivial de traiter l'incertitude d'une ligne.

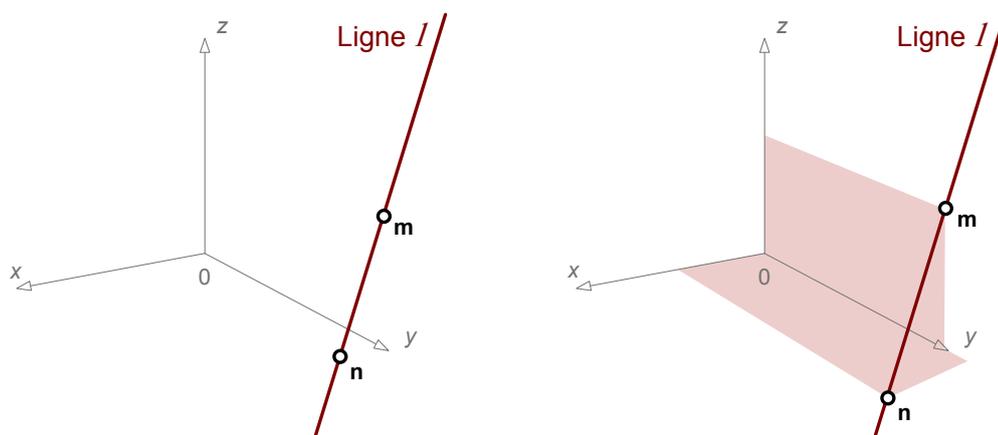


FIGURE III-1.4 – **Représentations par deux points d'une ligne  $l$ .** La ligne  $l$  peut être définie par la connexion de deux points  $m$  et  $n$ . A gauche :  $m$  et  $n$  points quelconques et distincts de la ligne. A droite :  $m$  et  $n$  points d'intersection de la ligne avec deux plans spécifiques, ici le plan XY et le plan YZ du repère.

Il est possible de travailler avec une représentation minimale qui se base sur deux points *non quelconques*. Prenons par exemple dans la Figure III-1.4 droite les points d'intersection de la ligne avec deux plans (ici XY et YZ). Dans ce cas, les coordonnées  $(m_y, m_z)$  et  $(n_x, n_y)$  suffisent à définir la ligne. Cependant, cette représentation n'est pas complète et dans notre exemple les lignes quasi-verticales ne sont pas bien définies car  $(|m_y|, |m_z|)$  tend vers  $+\infty$ . Il est nécessaire d'utiliser un atlas de représentations muni de plusieurs cartes. Dans ce cas, on choisira comme plans d'intersection définissant les points  $m$  et  $n$  le couple le plus adapté parmi les plans de définition du repère. Mais alors, notons qu'une rotation autour de l'axe vertical peut engendrer un changement de carte. Un tel atlas n'est pas un choix optimal pour une méthode d'optimisation tel que le calcul des paramètres de pose.

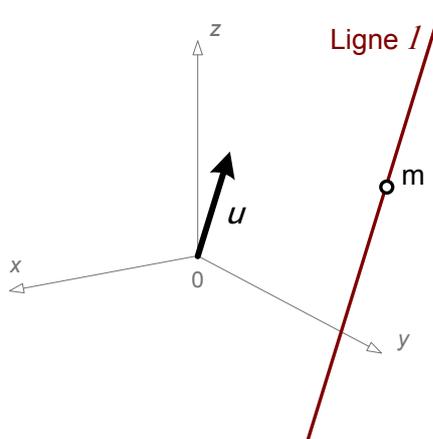


FIGURE III-1.5 – **Représentations d'une ligne  $l$  par un point et un vecteur directeur.** La ligne  $l$  peut être définie par un point  $m$  et un vecteur directeur  $u$ .

**Représentation par un point et un vecteur directeur.** Une ligne  $l$  peut être représentée par un point  $\mathbf{m}$  et un vecteur directeur  $\mathbf{u}$ . Cette représentation permet également de renseigner la position du point  $\mathbf{m}$  sur cette ligne. Elle n'est pas minimale, mais réduit le nombre de paramètres et est complète. Si ces lignes ne sont pas orientées, alors la représentation est ambiguë. Elle devient non ambiguë si on se limite à une demi-sphère pour définir le vecteur directeur de la droite non orientée. Dans l'exemple de la représentation du § III-1.1.2, cela signifie qu'on limite  $0 < \theta < \pi/2$ .

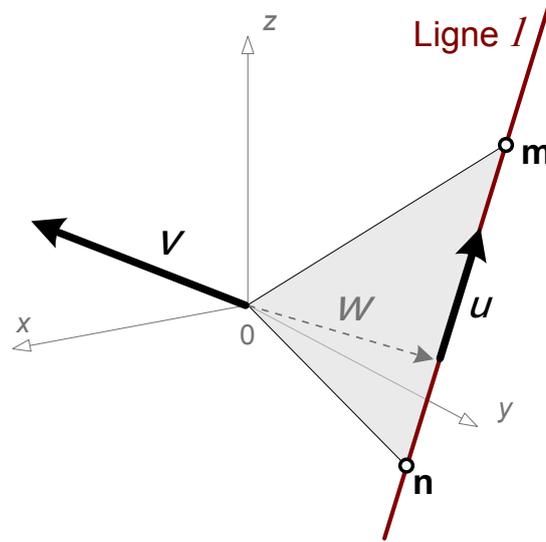


FIGURE III-1.6 – **Représentation de Plücker d'une ligne  $l$ .**  $\mathbf{u}$  est le vecteur directeur unitaire et  $\mathbf{v}$  le vecteur perpendiculaire au plan défini par l'origine et la ligne.  $\mathbf{w} = \mathbf{u} \times \mathbf{v}$  est le point le plus proche de l'origine.  $|\mathbf{v}| = |\mathbf{w}|$ .

**Représentation de Plücker.** La représentation de Plücker permet de représenter une ligne  $l$  par deux vecteurs 3D :  $\mathbf{u}$  le vecteur directeur et  $\mathbf{v}$  la normale au plan passant par la ligne et l'origine du repère et dont la norme est égale à la distance entre l'origine et la ligne. Les 6 paramètres utilisés par cette représentation sont assemblés dans un vecteur  $\mathbf{l}$  appelé *coordonnées de Plücker* et peuvent être divisés en deux groupes de 3 paramètres :  $\mathbf{l}_h$  la partie *homogène* et  $\mathbf{l}_0$  la partie *euclydienne* de la ligne 3D ([Förstner et Wrobel, 2004]). Étant donnés deux points  $\mathbf{m}$  et  $\mathbf{n}$  de la ligne, les coordonnées de Plücker de la ligne  $l$  et de sa ligne duale  $\bar{l}$  sont définies grâce aux coordonnées cartésiennes  $(\mathbf{m}, \mathbf{n})$  de ces points ( $\times$  est le produit vectoriel 3D) :

$$\mathbf{l} = \begin{bmatrix} \mathbf{l}_h \\ \mathbf{l}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \\ L_4 \\ L_5 \\ L_6 \end{bmatrix} := \begin{bmatrix} \mathbf{n} - \mathbf{m} \\ \mathbf{m} \times \mathbf{n} \end{bmatrix} = |\mathbf{n} - \mathbf{m}| \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{v} \end{bmatrix} \quad \bar{\mathbf{l}} = \begin{bmatrix} \mathbf{l}_0 \\ \mathbf{l}_h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_4 \\ L_5 \\ L_6 \\ L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{bmatrix} \quad (32)$$

Ainsi  $\mathbf{w}$ , point de la ligne le plus proche de l'origine, se calcule par la relation suivante :

$$\mathbf{w} = \mathbf{u} \times \mathbf{v} \quad (33)$$

La matrice de Plücker  $\Gamma(\mathbf{l})$  a l'avantage de faciliter l'expression d'une ligne à partir des coordonnées homogènes  $(\mathbf{m}, \mathbf{n})$  de deux de ses points  $(\mathbf{m}, \mathbf{n})$  (équation 34).  $\bar{\Gamma}(\mathbf{l})$  est appelée matrice duale.

$$\Gamma(\mathbf{l})_{4 \times 4} = \mathbf{m}\mathbf{n}^t - \mathbf{n}\mathbf{m}^t \quad \bar{\Gamma}(\mathbf{l}) = \Gamma(\bar{\mathbf{l}}) \quad (34)$$

Enfin, l'orthogonalité de  $\mathbf{u}$  et  $\mathbf{v}$  implique que les coordonnées de Plücker valident la contrainte suivante :

$$\mathbf{l}_0^t \mathbf{l}_h = L_1 L_4 + L_2 L_5 + L_3 L_6 = 0 \quad (35)$$

Cette représentation n'est pas minimale mais est complète. Elle est très répandue, particulièrement en vision par ordinateur, pour plusieurs raisons ([Roberts, 1988] et [Hartley et Zisserman, 2000]) :

- elle permet de prendre en compte les lignes à l'infini par utilisation du théorème de dualité dans les espaces projectifs ;
- en utilisant des coordonnées homogènes, elle simplifie énormément les formules d'intersection, d'incidence et de distance d'une ligne avec un point ou un plan (Annexe A.1) ;
- la transformation d'une ligne quelconque, notamment une transformation rigide, s'écrit simplement et cette expression est valable pour toutes les lignes (§ III-1.2) ;
- l'absence de paramètres angulaires, entre autres, facilite sa manipulation notamment pour des codes informatiques.

**Représentation de Denavit-Hartenberg par [Roberts, 1988] (DHR).** La représentation de Denavit-Hartenberg par [Roberts, 1988] (DHR) permet de représenter une ligne  $\mathbf{l}$  par 4 paramètres  $(b_x, b_y, x', y')$ .  $b_x$  et  $b_y$  sont deux composantes du vecteur directeur unitaire  $\mathbf{u}$  ( $b_z$  peut être retrouvé par  $b_z = \sqrt{1 - b_x^2 - b_y^2}$ ).  $x'$  et  $y'$  sont les points d'intersection de la ligne avec le plan  $(\mathbf{O}x'y')$ , perpendiculaire à la ligne et passant par l'origine. Le repère  $(\mathbf{O}x'y'z')$  d'expression de  $(x', y')$  est obtenu par rotation du repère initial  $(\mathbf{O}xyz)$  dans le plan formé par  $\mathbf{u}$  et  $\mathbf{z}$  de telle manière que  $(\mathbf{O}z)$  soit ramené sur  $\mathbf{u}$  (Figure III-1.7). L'angle de cette rotation vaut donc  $\arccos(\mathbf{z} \cdot \mathbf{u})$  (indiqué par une flèche pointillée blanche et bleue sur la Figure III-1.7).

Cette représentation DHR est minimale et présente l'avantage de décomposer ces 4 paramètres en 2 paramètres de position et 2 de direction, point important pour étudier l'influence d'une transformation incertaine (Chapitre IV-1). Un inconvénient de cette représentation est qu'elle n'est pas directement utilisable pour de nombreuses opérations sur les lignes, comme la distance, car le repère d'expression de  $x'$  et  $y'$  est local et propre à chaque ligne. Un autre inconvénient est la contrainte qui lie  $b_x$  et  $b_y$ .

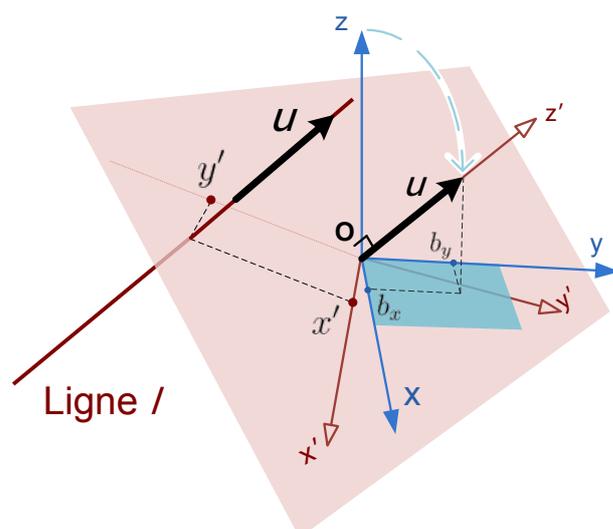


FIGURE III-1.7 – **Représentation de Denavit-Hartenberg par [Roberts, 1988] d'une ligne l.** La ligne l est représentée par 4 paramètres :  $b_x$  et  $b_y$ , les coordonnées planes de son vecteur unitaire  $\mathbf{u}$  dans  $(Oxyz)$  et  $x'$  et  $y'$ , les coordonnées planes du point d'intersection de la ligne et son plan perpendiculaire passant par l'origine dans  $(Ox'y'z')$ . Le repère  $(Ox'y'z')$  est obtenu par rotation de  $(Oxyz)$  d'angle  $\arccos(\mathbf{z} \cdot \mathbf{u})$  dans le plan défini par  $\mathbf{u}$  et  $\mathbf{z}$ .

Comme pour la représentation par un point et un vecteur directeur, si les lignes ne sont pas orientées, la représentation est ambiguë. Dans cette représentation, restreindre la définition du vecteur directeur à une demi-sphère peut se faire en définissant  $b_z \geq 0$ . Dans ce cas, les lignes horizontales doivent être manipulées avec précaution, car lorsque  $b_z$  est proche de 0, la ligne définie par  $(b_x, b_y)$  est très similaire à la ligne définie par  $(-b_x, -b_y)$ . Tant et si bien qu'en  $b_z = 0$ , la représentation est ambiguë.

### III-1.1.5 Une représentation adaptée de la ligne : DHM (Denavit-Hartenberg Modifiée)

Cette section présente une représentation des lignes 3D spécifiquement adaptée au changement de repères à 4 paramètres<sup>1</sup>. Cette représentation DHM (pour Denavit-Hartenberg Modifiée) est, comme son nom l'indique, inspirée du repère local de la représentation de Denavit-Hartenberg par [Roberts, 1988] (DHR).

**Carte principale.** La ligne est représentée par 4 paramètres  $(\theta, \varphi, u, v)$  (Figure III-1.8). L'*inclinaison* de la ligne, c'est-à-dire l'angle que forme la droite avec la verticale, est indiquée par  $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ . L'*orientation* de la ligne, c'est-à-dire l'angle que forment les deux plans verticaux passant l'un par l'axe  $(Ox)$  et l'autre par le

1. Le développement de cette représentation s'est fait lors de l'étude de l'influence d'une transformation incertaine sur une ligne, que nous présentons au Chapitre IV-1. Bien que ces développements soient chronologiquement postérieurs à l'étude de la résolution du système de contraintes établi entre entités géométrique (Chapitre III-2), nous les présentons dans cette section afin de mettre en relief l'intérêt pour nos travaux de cette représentation par rapport aux représentations usuelles.

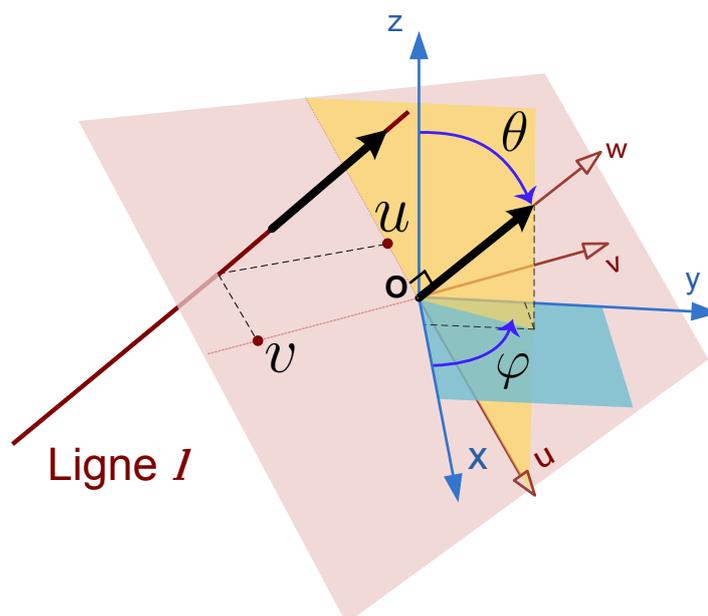


FIGURE III-1.8 – **Représentation DHM en carte principale d'une ligne l.** La ligne l est représentée par 4 paramètres : l'inclinaison  $\theta$ , l'orientation  $\varphi$  et la position  $(uv)$ .

vecteur directeur de la ligne, est indiquée par  $0 \leq \varphi < 2\pi$ . Enfin, la *position* de la ligne est indiquée par les coordonnées  $(u, v)$ . Ce sont les coordonnées du point d'intersection de la ligne avec le plan perpendiculaire à la ligne passant par l'origine. Elles sont exprimées dans le repère  $(Ouvw)$ . Ce repère  $(Ouvw)$  est obtenu par la concaténation de deux rotations successives du repère  $(Oxyz)$  : d'abord une rotation autour de  $(Oz)$  d'angle  $\varphi$ , puis une rotation autour de l'axe  $(Oy)$  d'angle  $-\theta$ .

Notons que la coordonnée  $w$  sur l'axe  $(Ow)$  (non indiquée sur la Figure III-1.8) permet d'inclure l'information de position d'un point particulier de cette droite (milieu d'un segment de ligne par exemple).

Tout comme la représentation DHR, cette carte est minimale et décompose les paramètres en 2 paramètres de position et 2 de direction. L'avantage est qu'ici, la direction est représentée par une inclinaison et une orientation distinctes. Un second avantage est que  $(Ov)$  est toujours horizontal et donc indépendant de l'inclinaison. La dépendance des coordonnées aux paramètres de pose est détaillée page 126 et exploitée au § IV-2.1, page 165.

La représentation DHM est ambiguë pour les lignes horizontales car dans ce cas les paramètres  $(\frac{\pi}{2}, \varphi, u, v)$  et  $(\frac{\pi}{2}, \varphi - \pi, u, -v)$  représentant la même ligne. Il convient de prendre en compte cette particularité pour les lignes quasi-horizontales que l'on souhaite comparer.

**Carte verticale.** A mesure que la ligne devient verticale, son orientation  $\varphi$  devient mal définie jusqu'à ne plus l'être en  $\theta = 0$ . Or, le repère d'expression  $(Ouv)$  de la position de la ligne dépend de  $\varphi$ . Pour les lignes verticales et quasi-verticales,

nous définissons une carte spécifique, que nous appelons simplement *carte verticale* (Figure III-1.9). Par convention, lorsque  $\theta = 0$  alors  $\varphi = 0$ . La position de la ligne est renseignée par les coordonnées  $(x, y)$  du point d'intersection de la ligne avec le plan horizontal XY. L'utilisation de cette carte pour les lignes verticales et quasi-verticales permet de s'abstraire de la dépendance de  $\varphi$  pour les coordonnées de position.

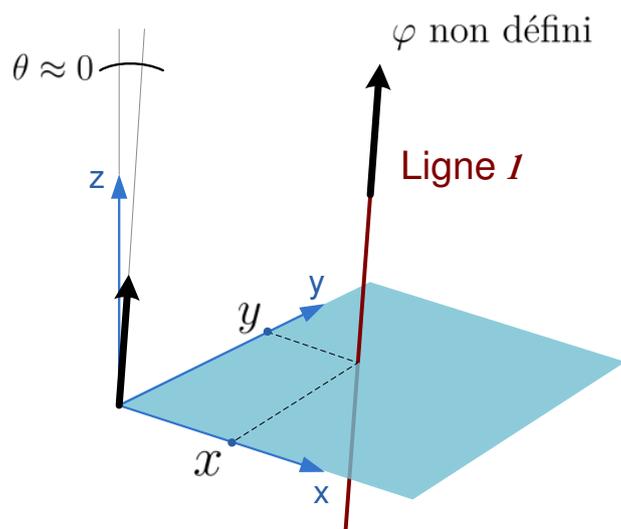


FIGURE III-1.9 – **Représentation DHM en carte verticale d'une ligne  $l$ .** La ligne  $l$  est représentée par 4 paramètres : l'inclinaison  $\theta$ , l'orientation  $\varphi$  et la position  $(xy)$ , cf. § **Carte verticale**.

## III-1.2 Formules de changement de repère à 4 paramètres des entités

### III-1.2.1 Formalisation d'un changement de repère à 4 paramètres

Nous avons vu au Chapitre II-1 les propriétés des transformations rigides et avons exprimé l'effet d'une transformation rigide à 6 paramètres  $[\omega \ \phi \ \kappa \ t_x \ t_y \ t_z]$  sur un point. Nous avons ensuite présenté au § II-1.3 les compensateurs bi-axiaux qui équipent les scanners lasers actuels et avons montré que, grâce à eux, la verticalité des stations était assurée et qu'alors les paramètres  $\omega$  et  $\phi$  étaient considérés comme nuls.

Par conséquent, les transformations mises en œuvre dans le recalage de données acquises avec des scanners lasers équipés de compensateurs bi-axiaux sont définies par 4 paramètres  $[\kappa \ t_x \ t_y \ t_z]$ . La matrice de rotation  $\mathbf{M}$  de ces transformations à 4 paramètres correspond à la matrice de rotation  $\mathbf{M}_\kappa$  autour de l'axe  $OZ$  d'angle  $\kappa$  (équation 10, page 47).

En reprenant les notations du Chapitre II-1, le changement de repère à 4 paramètres du repère  ${}^i\mathcal{R}$  vers le repère  ${}^j\mathcal{R}$  (notation abrégée  ${}^i\mathcal{R} \mapsto {}^j\mathcal{R}$ ) s'écrit :

$$\mathbf{R}_{ij} : (\mathbf{M}_\kappa, \mathbf{t}) : [\kappa \ t_x \ t_y \ t_z] \quad (36)$$

Pour un point  $\mathbf{p}$ , les fonctions du changement de repère à 4 paramètres  ${}^i\mathcal{R} \mapsto {}^j\mathcal{R}$  et son inverse  ${}^j\mathcal{R} \mapsto {}^i\mathcal{R}$  sont données aux équations 37 et 38.

${}^j\mathbf{p} = \mathbf{R}_{ij} \star {}^i\mathbf{p} : {}^i\mathcal{R} \mapsto {}^j\mathcal{R}$  connaissant  $(\mathbf{M}_{ij}, \mathbf{t}_{ij})$

---

$$\begin{aligned} {}^jx &= \cos(\kappa) {}^ix - \sin(\kappa) {}^iy + t_x \\ {}^jy &= \sin(\kappa) {}^ix + \cos(\kappa) {}^iy + t_y \\ {}^jz &= {}^iz + t_z \end{aligned} \quad (37)$$

${}^i\mathbf{p} = \mathbf{R}_{ji} \star {}^j\mathbf{p} = \mathbf{R}_{ij}^{-1} \star {}^j\mathbf{p} : {}^j\mathcal{R} \mapsto {}^i\mathcal{R}$  connaissant  $(\mathbf{M}_{ij}, \mathbf{t}_{ij})$

---

$$\begin{aligned} {}^ix &= \cos(\kappa) {}^jx + \sin(\kappa) {}^jy - \cos(\kappa) t_x - \sin(\kappa) t_y \\ {}^iy &= -\sin(\kappa) {}^jx + \cos(\kappa) {}^jy + \sin(\kappa) t_x - \cos(\kappa) t_y \\ {}^iz &= {}^jz - t_z \end{aligned} \quad (38)$$

### III-1.2.2 Transformation d'un plan

Pour un plan  $\mathbf{a}$ , les expressions de changement de repère pour les différentes représentations sont très similaires à celles obtenues en coordonnées homogènes, que nous détaillons aux équations 39 et 40.

${}^j\mathbf{a} = \mathbf{R}_{ij} \star {}^i\mathbf{a} : {}^i\mathcal{R} \mapsto {}^j\mathcal{R}$  connaissant  $(\mathbf{M}_{ij}, \mathbf{t}_{ij})$

---

$${}^j\mathbf{a} = \left[ \begin{array}{c|c} \mathbf{M}_{ij} & 0 \\ \mathbf{t}_{ij}^t \cdot \mathbf{M}_{ij} & 1 \end{array} \right]_{4 \times 1} \cdot {}^i\mathbf{a}$$

$$\begin{aligned} {}^j n_x &= {}^i n_x \cos(\kappa) - {}^i n_y \sin(\kappa) \\ {}^j n_y &= {}^i n_x \sin(\kappa) + {}^i n_y \cos(\kappa) \\ {}^j n_z &= {}^i n_z \\ {}^j d &= {}^i n_x (\cos(\kappa) t_x + \sin(\kappa) t_y) + {}^i n_y (-\sin(\kappa) t_x + \cos(\kappa) t_y) + {}^i n_z t_z + {}^i d \end{aligned} \quad (39)$$

${}^i\mathbf{a} = \mathbf{R}_{ji} \star {}^j\mathbf{a} = \mathbf{R}_{ij}^{-1} \star {}^j\mathbf{a} : {}^j\mathcal{R} \mapsto {}^i\mathcal{R}$  connaissant  $(\mathbf{M}_{ij}, \mathbf{t}_{ij})$

---

$${}^j\mathbf{a} = \left[ \begin{array}{c|c} \mathbf{M}_{ij}^t & 0 \\ -\mathbf{t}_{ij}^t & 1 \end{array} \right]_{4 \times 1} \cdot {}^i\mathbf{a}$$

$$\begin{aligned} {}^i n_x &= {}^j n_x \cos(\kappa) + {}^j n_y \sin(\kappa) \\ {}^i n_y &= -{}^j n_x \sin(\kappa) + {}^j n_y \cos(\kappa) \\ {}^i n_z &= {}^j n_z \\ {}^i d &= -{}^j n_x t_x - {}^j n_y t_y - {}^j n_z t_z + {}^j d \end{aligned} \quad (40)$$

### III-1.2.3 Transformation d'une ligne

**Représentation par deux points.** Pour deux points quelconques, les formules de changement de repère sont celles présentées au § III-1.2.1. Pour deux points non quelconques, les formules de changement de repère  ${}^i\mathcal{R} \mapsto {}^j\mathcal{R}$  sont données à l'équation 41. Elles peuvent être calculées par exemple grâce aux formules d'intersection des coordonnées de Plücker de la ligne dans  ${}^j\mathcal{R}$  (équation 43) avec les plans de  ${}^j\mathcal{R}$ .

${}^j\mathbf{l} = \mathbf{R}_{ij} \star {}^i\mathbf{l} : {}^i\mathcal{R} \mapsto {}^j\mathcal{R}$  connaissant  $(\mathbf{M}_{ij}, \mathbf{t}_{ij})$

---

$$\begin{aligned} j n_x &= \frac{-\sin(k) ({}^i n_y - {}^i m_y) t_z + \cos(k) ({}^i n_x t_z - {}^i m_z (\sin(k) t_y - \cos(k) t_x) - \sin(k) {}^i m_z {}^i n_y + \cos(k) {}^i m_z {}^i n_x)}{{}^i m_z} \\ j n_y &= \frac{\cos(k) ({}^i n_y - {}^i m_y) t_z + \sin(k) ({}^i n_x t_z + {}^i m_z (\cos(k) t_y + \sin(k) t_x) + \cos(k) {}^i m_z {}^i n_y + \sin(k) {}^i m_z {}^i n_x)}{{}^i m_z} \\ j m_y &= \frac{-{}^i n_x t_y + ({}^i n_y - {}^i m_y) t_x - {}^i m_y {}^i n_x}{\sin(\kappa) ({}^i n_y - {}^i m_y) - \cos(\kappa) {}^i n_x} \\ j m_z &= \frac{\sin(k) ({}^i n_y - {}^i m_y) t_z - \cos(k) ({}^i n_x t_z + {}^i m_z (\sin(k) t_y - \cos(k) t_x) + \sin(k) {}^i m_z {}^i n_y - \cos(k) {}^i m_z {}^i n_x)}{\sin(\kappa) ({}^i n_y - {}^i m_y) - \cos(\kappa) {}^i n_x} \end{aligned} \quad (41)$$

Le changement de repère inverse,  ${}^j\mathcal{R} \mapsto {}^i\mathcal{R}$ , se calcule de la même manière et a une expression tout aussi peu synthétique.

**Représentation de Plücker.** Les formules de changement de repère d'une ligne en coordonnées de Plücker sont données aux équations 43 et 44. Elles sont par exemple obtenues en transformant deux points  $\mathbf{m}$  et  $\mathbf{n}$  (équations 37 et 38) et en calculant les paramètres de la ligne à partir de ces points (équation 32).

Dans les relations suivantes,  $\mathbf{S}(\mathbf{x})$  est la matrice antisymétrique, relative au vecteur  $\mathbf{x}$ , induisant le produit vectoriel (équation 42).

$$\mathbf{S}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 0 & -z & y \\ z & 0 & -x \\ -y & x & 0 \end{bmatrix} \quad \text{ainsi :} \quad \mathbf{x} \times \mathbf{y} = \mathbf{S}(\mathbf{x})\mathbf{y} \quad (42)$$

${}^j\mathbf{1} = \mathbf{R}_{ij} \star {}^i\mathbf{1} : {}^i\mathcal{R} \mapsto {}^j\mathcal{R}$  connaissant  $(\mathbf{M}_{ij}, \mathbf{t}_{ij})$

---

$${}^j\mathbf{1} = \left[ \begin{array}{c|c} \mathbf{M}_{ij} & 0 \\ \hline \mathbf{S}(\mathbf{t}_{ij}) \cdot \mathbf{M}_{ij} & \mathbf{M}_{ij} \end{array} \right]_{6 \times 6} \cdot {}^i\mathbf{1}$$

$$\begin{aligned} {}^jL_1 &= \cos(\kappa) {}^iL_1 - \sin(\kappa) {}^iL_2 \\ {}^jL_2 &= \cos(\kappa) {}^iL_2 + \sin(\kappa) {}^iL_1 \\ {}^jL_3 &= {}^iL_3 \\ {}^jL_4 &= -\sin(\kappa) {}^iL_5 + \cos(\kappa) {}^iL_4 + (\cos(\kappa) t_y + \sin(\kappa) t_x) {}^iL_3 \\ &\quad - \cos(\kappa) t_z {}^iL_2 - \sin(\kappa) t_z {}^iL_1 \\ {}^jL_5 &= \cos(\kappa) {}^iL_5 + \sin(\kappa) {}^iL_4 + (\sin(\kappa) t_y - \cos(\kappa) t_x) {}^iL_3 \\ &\quad - \sin(\kappa) t_z {}^iL_2 + \cos(\kappa) t_z {}^iL_1 \\ {}^jL_6 &= {}^iL_6 + t_x {}^iL_2 - t_y {}^iL_1 \end{aligned} \quad (43)$$

${}^i\mathbf{1} = \mathbf{R}_{ji} \star {}^j\mathbf{1} = \mathbf{R}_{ij}^{-1} \star {}^j\mathbf{1} : {}^j\mathcal{R} \mapsto {}^i\mathcal{R}$  connaissant  $(\mathbf{M}_{ij}, \mathbf{t}_{ij})$

---

$${}^i\mathbf{1} = \left[ \begin{array}{c|c} \mathbf{M}_{ij}^t & 0 \\ \hline -\mathbf{S}(\mathbf{t}_{ij}) \cdot \mathbf{M}_{ij}^t & \mathbf{M}_{ij}^t \end{array} \right]_{6 \times 6} \cdot {}^j\mathbf{1}$$

$$\begin{aligned} {}^iL_1 &= \sin(\kappa) {}^jL_2 + \cos(\kappa) {}^jL_1 \\ {}^iL_2 &= \cos(\kappa) {}^jL_2 - \sin(\kappa) {}^jL_1 \\ {}^iL_3 &= {}^jL_3 \\ {}^iL_4 &= \sin(\kappa) {}^jL_5 + \cos(\kappa) {}^jL_4 - t_y {}^jL_3 + \cos(\kappa) t_z {}^jL_2 - \sin(\kappa) t_z {}^jL_1 \\ {}^iL_5 &= \cos(\kappa) {}^jL_5 - \sin(\kappa) {}^jL_4 + t_x {}^jL_3 - \sin(\kappa) t_z {}^jL_2 - \cos(\kappa) t_z {}^jL_1 \\ {}^iL_6 &= {}^jL_6 + (\sin(\kappa) t_y - \cos(\kappa) t_x) {}^jL_2 + (\cos(\kappa) t_y + \sin(\kappa) t_x) {}^iL_1 \end{aligned} \quad (44)$$

**Représentation DHM.** Les formules de changement de repère d'une ligne en coordonnées DHM sont données aux équations 45 et 47 pour la carte principale et 46 et 48 pour la carte verticale. On notera que sous cette représentation, l'inclinaison  $\theta$  de la ligne est un invariant géométrique de l'entité.

${}^j\mathbf{l} = \mathbf{R}_{ij} \star {}^i\mathbf{l} : {}^i\mathcal{R} \mapsto {}^j\mathcal{R}$  connaissant  $(\mathbf{M}_{ij}, \mathbf{t}_{ij})$

---

*Carte principale :*

$$\begin{aligned}
 {}^j\theta &= {}^i\theta \\
 {}^j\varphi &= {}^i\varphi + \kappa \\
 {}^ju &= {}^iu + \cos({}^i\theta) \cos({}^j\varphi) t_x + \cos({}^i\theta) \sin({}^j\varphi) t_y - \sin({}^i\theta) t_z \\
 {}^jv &= {}^iv - \sin({}^j\varphi) t_x + \cos({}^j\varphi) t_y
 \end{aligned} \tag{45}$$

Avec :  $\cos({}^j\varphi) = \cos({}^i\varphi) \cos(\kappa) - \sin({}^i\varphi) \sin(\kappa)$  et  $\sin({}^j\varphi) = \sin({}^i\varphi) \cos(\kappa) + \cos({}^i\varphi) \sin(\kappa)$ .

*Carte verticale :*

$$\begin{aligned}
 {}^j\theta &= {}^i\theta \\
 {}^j\varphi &= {}^i\varphi + \kappa \\
 {}^jx &= {}^ix \cos(\kappa) - {}^iy \sin(\kappa) + t_x + \tan({}^i\theta) \cos({}^j\varphi) t_z \\
 {}^jy &= {}^ix \sin(\kappa) - {}^iy \cos(\kappa) + t_y + \tan({}^i\theta) \sin({}^j\varphi) t_z
 \end{aligned} \tag{46}$$

${}^i\mathbf{l} = \mathbf{R}_{ji} \star {}^j\mathbf{l} = \mathbf{R}_{ij}^{-1} \star {}^j\mathbf{l} : {}^j\mathcal{R} \mapsto {}^i\mathcal{R}$  connaissant  $(\mathbf{M}_{ij}, \mathbf{t}_{ij})$

---

*Carte principale :*

$$\begin{aligned}
 {}^i\theta &= {}^j\theta \\
 {}^i\varphi &= {}^j\varphi - \kappa \\
 {}^iu &= {}^ju - \cos({}^j\theta) \cos({}^j\varphi) t_x - \cos({}^j\theta) \sin({}^j\varphi) t_y - \sin({}^j\theta) t_z \\
 {}^iv &= {}^jv + \sin({}^j\varphi) t_x - \cos({}^j\varphi) t_y
 \end{aligned} \tag{47}$$

*Carte verticale :*

$$\begin{aligned}
 {}^i\theta &= {}^j\theta \\
 {}^i\varphi &= {}^j\varphi - \kappa \\
 {}^ix &= ({}^jx - t_x) \cos(\kappa) + ({}^jy - t_y) \sin(\kappa) - \tan({}^j\theta) \cos({}^j\varphi) t_z \\
 {}^iy &= -({}^jx - t_x) \sin(\kappa) + ({}^jy - t_y) \cos(\kappa) - \tan({}^j\theta) \sin({}^j\varphi) t_z
 \end{aligned} \tag{48}$$

### III-1.3 Le choix de la représentation appropriée

Des conventions ou des habitudes font qu'au sein d'une communauté scientifique certaines représentations des entités géométriques sont privilégiées. Mais il est important de rappeler que le choix d'une représentation conditionne la description des variables du système et, qu'à ce titre, il est important de se poser la question du choix d'une représentation adaptée à un problème particulier. Ce choix fait intervenir plusieurs critères liés aux propriétés de ces représentations (§ III-1.1.1).

*Les facilités de manipulation des entités.* C'est le critère qui apparaît en premier lorsque l'on s'intéresse à une représentation géométrique. Il s'agit autant de la manipulation formelle qu'algorithmique. Les représentations exemptes de singularité et n'utilisant qu'une seule carte ont un avantage certain sur les autres ; l'utilisation de coordonnées métriques définies sur  $\mathbb{R}^n$  est alors préférée, en particulier quand on souhaite transformer ces coordonnées. Enfin, la non-ambiguïté d'une représentation facilite son utilisation lors de l'implémentation, en évitant des tests sur les coordonnées.

*L'expression de l'incertitude des coordonnées.* Décrire l'incertitude d'une entité géométrique n'est pas toujours aussi simple que dans le cas du point [Penec, 1996]. La juste description de cette incertitude requiert une représentation minimale. Lorsque l'on traite des transformations incertaines, il est également nécessaire de s'intéresser à l'expression d'une transformation sur chacune des coordonnées de la représentation choisie. Enfin, le recours à un atlas doit permettre un recouvrement suffisant des différentes cartes pour pouvoir confronter les incertitudes de plusieurs entités.

Dans le cas des lignes, le premier critère nous a fait choisir dans un premier temps la représentation de Plücker pour l'algorithme de minimisation présenté au Chapitre III-2. Plus tard, lorsque nous nous sommes intéressés en détail à l'incertitude d'une ligne, le second critère nous a semblé primordial, d'où le développement et l'utilisation de la représentation DHM à la partie IV.

## Conclusions du Chapitre III-1

Parmi les coordonnées d'une primitive, nous avons distingué celles invariables au changement de repère, appelées invariants géométriques. Les autres, affectées par les transformations rigides, sont appelées entités géométriques. Trois de ces entités permettent de décrire la transformation des primitives présentes dans les installations industrielles : le point, le plan et la ligne. Pour chacune de ces entités, nous avons introduit diverses représentations dont chacune possède tout ou partie des propriétés souhaitées : complète, non-ambigüe et minimale. Pour ces représentations, nous avons ensuite exprimé un changement de repère à 4 paramètres, conforme à l'hypothèse de verticalité de l'axe de rotation assurée par les compensateurs bi-axiaux des scanners laser.

Or, le choix d'une représentation plutôt qu'une autre dépend du système que l'on souhaite décrire. Lorsque l'on cherche à exprimer l'incertitude des coordonnées d'une entité, il est nécessaire d'avoir recours à une représentation minimale et de préférence complète. Seul le point réunit l'ensemble de ces propriétés.

Dans le cas des plans et des lignes, il n'existe pas de telle représentation minimale et complète. Le recours à un atlas de sous-représentations est dès lors nécessaire. Pour les lignes, nous avons introduit la représentation de Denavit-Hartenberg Modifiée (DHM). Minimale, elle est composée de deux cartes : la carte principale et la carte verticale. L'avantage de cette représentation est d'isoler au mieux l'influence des 4 paramètres de changements de repères sur chacune des coordonnées. L'intérêt de cette représentation est pleinement exposé à la Partie IV, pour la formulation d'un changement de repère incertain sur les lignes 3D.

# CHAPITRE III-2

## Contraintes géométriques entre entités appariées

Ayant défini le système comme composé d'entités géométriques associées à des primitives vues depuis plusieurs stations, nous avons décrit plusieurs représentations possibles des variables de ce système (Chapitre III-1). La mise en correspondance des primitives reconstruites en différentes stations définit des contraintes sur les paramètres de pose des stations. Nous détaillons les fonctions de contraintes pour les points, plans et lignes et présentons un algorithme de minimisation par les moindres carrés pondérés. Nous expérimentons cette approche sur deux scènes typiques d'installations industrielles en utilisant comme paramètres de simulation les plages d'incertitude *a priori* définies aux Chapitres II-2 et II-3.

### III-2.1 Établissement des contraintes entre entités géométriques

#### III-2.1.1 Principe des contraintes entre entités géométriques

Nous présentons une approche pour la consolidation des données laser, dans laquelle le calcul des poses des stations se fait par minimisation de contraintes entre des entités géométriques reconstruites dans ces stations. Nous distinguons donc trois étapes qui permettent de calculer les paramètres de pose :

**L'appariement** : les primitives qui représentant un même objet depuis plusieurs points de vue sont identifiées puis appariées (*mises en correspondance*) à l'aide de critères de forme, de position et d'orientation.

**L'établissement du système de contraintes** : à partir des correspondances détectées, un système de contraintes est établi. Il est composé d'un *modèle fonctionnel*, qui regroupe les relations géométriques entre les entités, et d'un *modèle stochastique*, qui prend en compte l'incertitude relative des contraintes les unes par rapport aux autres (§ III-2.1.2).

**La résolution du système :** les contraintes définissent un ensemble d'erreurs qui sont minimisées par *ajustement* (*compensation*) des inconnues de pose. En fonction du nombre attendu d'appariements inexacts ainsi que de la nature du modèle fonctionnel et stochastique, un algorithme de minimisation est choisi et utilisé, parmi les différents modèles de régression existants. Dans ce chapitre, nous présentons une minimisation des contraintes par les moindres carrés pondérés (§ III-2.2.3).

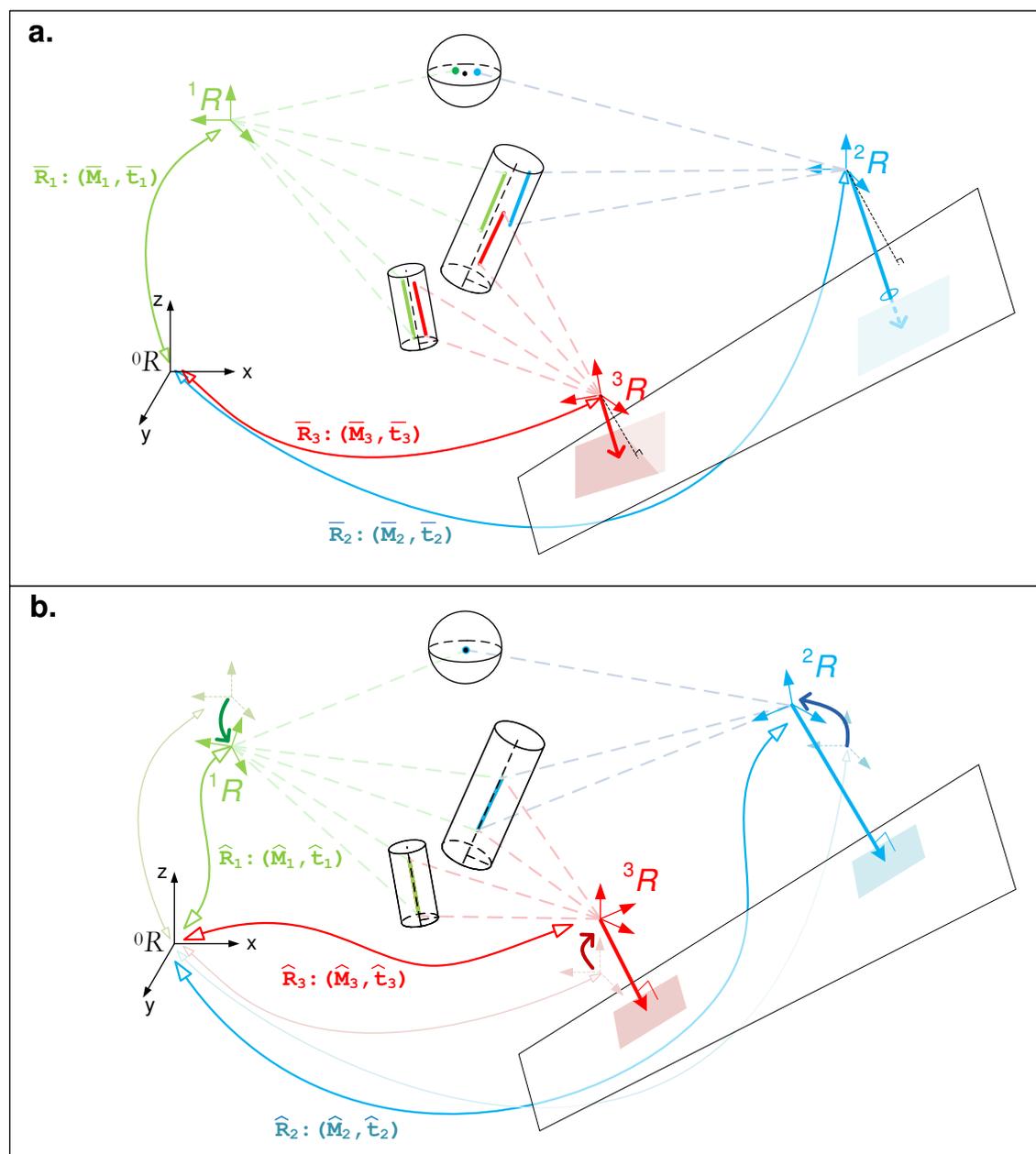


FIGURE III-2.1 – **Calcul des poses à partir de contraintes entre primitives géométriques. a.** Depuis chaque repère (vert, bleu, rouge)  ${}^iR$  défini par les paramètres *approximatifs*  $\bar{R}_i : (\bar{M}_i, \bar{t}_i)$ , plusieurs objets assimilables à des primitives sont vus (en noir). Les entités des primitives reconstruites depuis chaque station sont appariées et définissent des contraintes géométriques. **b.** Le système de contraintes est résolu, les repères sont maintenant définis par les paramètres *compensés*  $\hat{R}_i : (\hat{M}_i, \hat{t}_i)$  et les contraintes sont vérifiées, à une tolérance près.

### III-2.1.2 Détail des contraintes des points, lignes et plans

#### III-2.1.2.1 Modèle fonctionnel

Soient deux entités  $\mathbf{e}_\alpha$  et  $\mathbf{e}_\beta$  de même type et appariées, acquises respectivement depuis les stations  $\mathcal{S}_i$  et  $\mathcal{S}_j$ . La contrainte théorique introduite par cette paire est  ${}^i\mathbf{e}_\alpha = \mathbf{R}_{ij}({}^j\mathbf{e}_\beta)$ . En reformulant la contrainte (équation 49), l'imperfection de reconstruction des primitives et l'inexactitude des paramètres de poses  $\mathbf{R}_{ij} : (\mathbf{M}_{ij}, \mathbf{t}_{ij})$  font apparaître l'*erreur de fermeture*  $\varepsilon$ <sup>1</sup>.

$${}^i\mathbf{e}_\alpha - \mathbf{R}_{ij}({}^j\mathbf{e}_\beta) = \varepsilon \quad (49)$$

Pour des entités 3D, la contrainte d'une paire se traduit par plusieurs *fonctions de contraintes*. Lorsque la représentation de l'entité est minimale, on peut formuler ces fonctions de contraintes par la correspondance coordonnée à coordonnée (cas du point). Lorsque ce n'est pas le cas, on exprime différemment les contraintes (formulation de la contrainte de colinéarité dans le cas d'une ligne). L'expression de ces contraintes pour les trois entités (point, ligne, plan) se base sur la formulation des changements de repères à 4 paramètres présentés au § III-1.2 et sur les chapitres « *Geometric relations in 3D-space* » et « *Testing uncertain geometric relations* » dans [Förstner et Wrobel, 2004].

**Contraintes entre points.** Les fonctions de contraintes  $C$  introduites par une paire de points  $(\mathbf{p}_\alpha, \mathbf{p}_\beta)$  mesurés depuis les stations respectives  $\mathcal{S}_i$  et  $\mathcal{S}_j$  sont exprimées dans l'équation 50.

$${}^j\mathbf{p}_\alpha - {}^j\mathbf{p}_\beta = \mathbf{R}_{ij}({}^i\mathbf{p}_\alpha) - {}^j\mathbf{p}_\beta = 0 \quad (50)$$

$$\begin{aligned} C_x^{\alpha\beta} : {}^jx^\alpha - {}^jx^\beta &= 0 \\ C_y^{\alpha\beta} : {}^jy^\alpha - {}^jy^\beta &= 0 \\ C_z^{\alpha\beta} : {}^jz^\alpha - {}^jz^\beta &= 0 \end{aligned} \quad (51)$$

Deux points sont au minimum nécessaires pour calculer les 4 paramètres d'un changement de repère.

**Contraintes entre plans.** L'allure des équations de changement de repère à 4 paramètres d'un plan (équation 39) en coordonnées homogènes nous renseigne sur le nombre de fonctions de contraintes qu'amène une paire de plans  $(\mathbf{a}_\alpha, \mathbf{a}_\beta)$  : la coordonnée  $n_z$  reste inchangée et les coordonnées  $(n_x, n_y)$  reflètent l'orientation des plans ; la distance  $d$  renseigne la position des plans. La première fonction  $C_{xy}^{\alpha\beta}$  contraint le paramètre  $\kappa$  des poses (le cap) et la seconde  $C_d^{\alpha\beta}$  contraint la translation entre les poses.

1. Notons qu'il est également possible d'établir des contraintes entre entités autres que l'égalité, par exemple le parallélisme, la disjonction, l'appartenance ou encore l'orthogonalité (page 70) et que l'utilisation de coordonnées homogènes facilite l'expression de ces contraintes (Annexe A.1). Dans ce cas, il convient de prêter attention aux redondances de contraintes.

$$\begin{aligned} C_{xy}^{\alpha\beta} : {}^j n_x^\alpha {}^j n_y^\beta - {}^j n_y^\alpha {}^j n_x^\beta &= 0 \\ C_d^{\alpha\beta} : {}^j d^\alpha - {}^j d^\beta &= 0 \end{aligned} \quad (52)$$

Notons qu'à mesure que  $n_z$  se rapproche de 1,  $C_{xy}^{\alpha\beta}$  perd de sa *force*, car  $n_x^2 + n_y^2 + n_z^2 = 1$ .

Deux plans non parallèles sont au minimum nécessaires pour calculer les 4 paramètres d'un changement de repère.

**Contraintes entre lignes.** Une paire de lignes ( $\mathbf{l}_\alpha, \mathbf{l}_\beta$ ) mesurées depuis les stations respectives  $\mathcal{S}_i$  et  $\mathcal{S}_j$  amène des contraintes qu'il est possible de formaliser de différentes manières suivant la représentation choisie. La formulation de la correspondance entre ces deux lignes peut se faire de plusieurs façons (équivalentes) :

1. deux points distincts de  $\mathbf{l}_\alpha$  et deux points distincts de  $\mathbf{l}_\beta$  forment deux vecteurs colinéaires ; représentation privilégiée : par deux points.
2. si deux lignes sont équivalentes, un point arbitraire  $\mathbf{x} \neq 0$  non situé sur  $\mathbf{l}_\alpha$  engendre avec  $\mathbf{l}_\alpha$  un plan qui passe par  $\mathbf{l}_\beta$  ; représentation privilégiée : Plücker.
3. les lignes ont la même direction et les deux points les plus proches de l'origine sont confondus ; représentation privilégiée : DHM.

Le cas 1 est traité dans [Jaw et Chuang, 2008b] et présente l'inconvénient de devoir gérer des erreurs de fermeture sur une très grande plage de valeurs, ce qui peut, par exemple, engendrer des instabilités numériques lors de la résolution du système en cas de configuration dégénérée.

Le cas 2 reprend le test de correspondance de lignes sur leurs coordonnées de Plücker, présenté au § 2.3.5.3.5 dans [Förstner et Wrobel, 2004] (page 177). 16 contraintes sont initialement calculées et parmi elles 4 indépendantes sont choisies (Algorithme 1).

Nous présentons cet algorithme car il a été utilisé lors des tests présentés au § III-2.3. Cependant, l'expression formelle des fonctions de contraintes et de leurs dérivées, nécessaires à la résolution du système (§III-2.2), est complexe. On utilisera de préférence ces contraintes dans le cas d'un changement de repère à 6 paramètres et on préférera les contraintes spécifiées cas 3 pour un changement de repère à 4 paramètres.

```

% On calcule la matrice 4x4 des 16 contraintes:
C = Γ(jIα)Γt(jIβ) = Γ(Rij(iIα))Γt(jIβ)

% On repère les indices (k, l) des plus grands éléments de Γ(Rij(iIα)) et
de Γ(jIβ):
[k1, l1] = argmaxkl {Γkl(Rij(iIα))}
[k2, l2] = argmaxkl {Γkl(jIβ)}

% Les 4 contraintes retenues ont pour indices dans C:
C[k1, l1]  C[k1, l2]  C[k2, l1]  C[k2, l2]
    
```

Algorithme 1 : Établissement des contraintes entre lignes en coordonnées de Plücker

Le cas 3 permet de définir 3 fonctions de contraintes (équation 53) en utilisant les coordonnées DHM (carte principale) des lignes. En effet, parmi les 4 coordonnées,  $\theta$  est invariant aux changements de repères à 4 paramètres et ne contraint donc pas le calcul des poses.

$$\begin{aligned}
 C_{\varphi}^{\alpha\beta} : j\varphi^{\alpha} - j\varphi^{\beta} &= 0 \\
 C_u^{\alpha\beta} : ju^{\alpha} - ju^{\beta} &= 0 \\
 C_v^{\alpha\beta} : jv^{\alpha} - jv^{\beta} &= 0
 \end{aligned} \tag{53}$$

Pour les lignes quasi-verticales (DHM carte verticale), on n'utilise que  $C_x^{\alpha\beta}$  et  $C_y^{\alpha\beta}$  en raison de l'indétermination de  $\varphi$  à proximité de  $\theta = 0$ . En raison de cette indétermination, on peut également multiplier  $C_{\varphi}^{\alpha\beta}$  par un facteur  $\sin(\theta)$  ou éventuellement utiliser ce facteur lors de la pondération (§ III-2.1.3).

Deux droites non parallèles sont au minimum nécessaires pour calculer les 4 paramètres d'un changement de repère. Une ligne non verticale suffit à déterminer le cap, sauf dans le cas où la ligne est horizontale et où alors le cap est connu au modulo  $\pi$  près.

### III-2.1.3 Modèle stochastique

La méthode de résolution par les moindres carrés permet d'intégrer les incertitudes *a priori* sur les observations (les entités) par la pondération des fonctions de contraintes. Le poids de chaque contrainte est inversement proportionnel à sa variance *a priori*.

**Matrices des variances-covariances** La matrice des variances-covariances *a priori*  $\Sigma_{ll}$  des fonctions de contraintes  $C$  contient sur la diagonale les variances  $\sigma^2$  et hors diagonale les covariances. Dans le cas des contraintes sur des paires  $i = (\alpha, \beta)$  avec  $i \in [1 : n]$  de points appariées, la matrice de variances-covariances *a priori* est détaillée à l'équation 54 (où les  $C_x^i$ ,  $C_y^i$  et  $C_z^i$  sont les contraintes pour chaque paire  $i$  de points).

$$\Sigma_{ll} = \begin{bmatrix} \sigma_{C_x^1}^2 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{C_y^1}^2 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{C_z^1}^2 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \ddots & & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \ddots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \sigma_{C_x^n}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \sigma_{C_y^n}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & \sigma_{C_z^n}^2 \end{bmatrix} \quad (54)$$

On construit de manière similaire les matrices variances-covariances pour les lignes et les plans et le tout est assemblé dans une matrice carrée représentant l'ensemble des contraintes du système.

**Unité de poids et matrice de cofacteurs** Le facteur de variance a priori  $\sigma_0^2$  est une constante arbitraire positive. Cette constante est définie comme le carré de l'écart-type d'une contrainte de poids 1. Son choix n'a pas d'influence sur le résultat de la compensation, mais permet de définir un système de pondération relatif et de faciliter ainsi la lecture des données et des résultats produits.

La matrice de cofacteurs est définie comme le quotient de la matrice de variances-covariances et du facteur de variance a priori :

$$Q_{ll} = \frac{1}{\sigma_0^2} \Sigma_{ll} \quad (55)$$

**Matrice de poids** La matrice de poids  $P$  est définie comme étant l'inverse de la matrice de cofacteurs :

$$P = Q_{ll}^{-1} \quad (56)$$

Cette matrice permet de pondérer les contraintes en fonction de l'incertitude associée ou de la dépendance à d'autres observations. Dans le cas où les observations sont indépendantes, la matrice de poids est donc une matrice diagonale dont les éléments sont les inverses des éléments de  $Q_{ll}$  :

$$P = \frac{1}{\sigma_0^2} \begin{bmatrix} 1/\sigma_{X_1}^2 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/\sigma_{Y_1}^2 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/\sigma_{Z_1}^2 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \ddots & & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \ddots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1/\sigma_{X_n}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 1/\sigma_{Y_n}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 1/\sigma_{Z_n}^2 \end{bmatrix} \quad (57)$$

## III-2.2 Résolution d'un système de contraintes entre primitives par les moindres carrés pondérés

### III-2.2.1 Matrice Jacobienne et linéarisation

La résolution du système se base sur la linéarisation des fonctions de contraintes à proximité des valeurs *a priori* ( $\bar{\kappa}$ ,  $\bar{t}_x$ ,  $\bar{t}_y$ ,  $\bar{t}_z$ ) des inconnues de pose. Ces fonctions de contraintes  $C$  sont linéarisées par dérivation, limitée au premier ordre, par rapport aux inconnues de pose ( $\kappa$ ,  $t_x$ ,  $t_y$ ,  $t_z$ ). Dans le cas où nous cherchons à estimer la position d'une seule station, les dérivées partielles sont assemblées dans une matrice jacobienne  $A$  qui est composée de la manière suivante :

$$A = \begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial C_x^i}{\partial \bar{\kappa}} & \frac{\partial C_x^i}{\partial \bar{t}_x} & \frac{\partial C_x^i}{\partial \bar{t}_y} & \frac{\partial C_x^i}{\partial \bar{t}_z} \\ \frac{\partial C_y^i}{\partial \bar{\kappa}} & \frac{\partial C_y^i}{\partial \bar{t}_x} & \frac{\partial C_y^i}{\partial \bar{t}_y} & \frac{\partial C_y^i}{\partial \bar{t}_z} \\ \frac{\partial C_z^i}{\partial \bar{\kappa}} & \frac{\partial C_z^i}{\partial \bar{t}_x} & \frac{\partial C_z^i}{\partial \bar{t}_y} & \frac{\partial C_z^i}{\partial \bar{t}_z} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \quad (58)$$

Dans le cas où plusieurs stations doivent être estimées, on ajoutera autant de colonnes qu'il y a d'inconnues ajoutées (4 par station).

### III-2.2.2 Vecteur de fermetures

Nous calculons un vecteur  $e$  des fermetures  $\varepsilon$  en utilisant les valeurs *a priori* des inconnues dans les fonctions de contraintes (§ III-2.1.2.1) :

$$e = [\dots \varepsilon_x^i \varepsilon_y^i \varepsilon_z^i \dots]^t = \begin{bmatrix} \vdots \\ C_x^i(\alpha, \beta \mid \bar{\kappa}, \bar{t}_x, \bar{t}_y, \bar{t}_z) \\ C_y^i(\alpha, \beta \mid \bar{\kappa}, \bar{t}_x, \bar{t}_y, \bar{t}_z) \\ C_z^i(\alpha, \beta \mid \bar{\kappa}, \bar{t}_x, \bar{t}_y, \bar{t}_z) \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (59)$$

### III-2.2.3 Calculs des résidus et valeurs compensées des inconnues

Le vecteur de résidus, ou corrections à apporter aux inconnues, se calcule par la relation :

$$\hat{\delta} = [\delta\kappa, \delta t_x, \delta t_y, \delta t_z] = (A^t P A)^{-1} (A^t P e) \quad (60)$$

Les valeurs compensées ( $\hat{\kappa}$ ,  $\hat{t}_x$ ,  $\hat{t}_y$ ,  $\hat{t}_z$ ) des inconnues de poses sont obtenues en ajoutant les résidus (équation 61).

$$\hat{\kappa} = \bar{\kappa} + \delta\kappa \quad \hat{t}_x = \bar{t}_x + \delta t_x \quad \hat{t}_y = \bar{t}_y + \delta t_y \quad \hat{t}_z = \bar{t}_z + \delta t_z \quad (61)$$

Tant que les résidus sont supérieurs à un seuil fixé, on itère le calcul en réaffectant les valeurs compensées en valeurs *a priori* :  $(\hat{\kappa}, \hat{t}_x, \hat{t}_y, \hat{t}_z) \mapsto (\bar{\kappa}, \bar{t}_x, \bar{t}_y, \bar{t}_z)$ . On recalcule alors  $A$  et  $e$  puis  $\hat{\delta}$ .

## III-2.3 Expérimentations de la méthode de consolidation par entités géométriques

Une méthode de consolidation par entités géométriques, décrite aux paragraphes précédents, a été implémentée dans le cadre de cette thèse. Les différentes expressions de changement de repère et les calculs formels des dérivées ont été réalisés grâce au logiciel **Maxima** ([Shelter, 1998]). L'implémentation, les calculs et l'analyse des résultats ont été effectués dans le logiciel **R** ([R Development Core Team, 2011]).

Les tests ont été réalisés sur des jeux de données simulées représentant des configurations réelles. Deux cas, les plus fréquents dans les installations industrielles ont servi de modèles d'essais : le corridor et le grand hall. La génération du bruit était un point important et devait être aussi proche que possible du bruit présent sur des jeux de données réelles, telles que présentées au Chapitre II-2.

Afin d'étudier le comportement de la méthode de calcul des poses par minimisation des contraintes entre entités géométriques, nous avons étudié le cas le plus simple du calcul d'une seule pose. Ce cas correspond par exemple au référencement d'une station de scanner laser sur un modèle CAO préexistant ou au recalage de 2 stations entre elles.

### III-2.3.1 Génération du bruit pour la simulation

Comme nous l'avons évoqué à plusieurs reprises, les données initiales sont des nuages de points acquis depuis différents points de vue que sont les stations. Les primitives 3D (sphères, cylindres, surfaces planes) sont reconstruites et finalement les entités (points, lignes, plans) en sont extraites.

L'incertitude sur les coordonnées de ces entités est donc fonction de : (a) l'étape d'acquisition du nuage de point (caractéristiques matérielles du scanner laser, configuration de la scène et matériaux des éléments) et (b) de l'étape de reconstruction des primitives (nombre de points par primitive extraite, taille de la zone visible de l'objet depuis la station et performance de l'algorithme de reconstruction). Par conséquent, l'expression du bruit sur les entités doit être en accord avec ces deux sources d'erreurs.

Afin de simuler les données, il est utile de pouvoir disposer d'un facteur de bruit  $\sigma_0$  commun à tous les types d'entités. Celui-ci doit refléter, à valeur identique, un même niveau de bruit pour les trois types d'entités, reflet de l'inexactitude d'un nuage de points et de la performance de l'algorithme de reconstruction de ces entités.

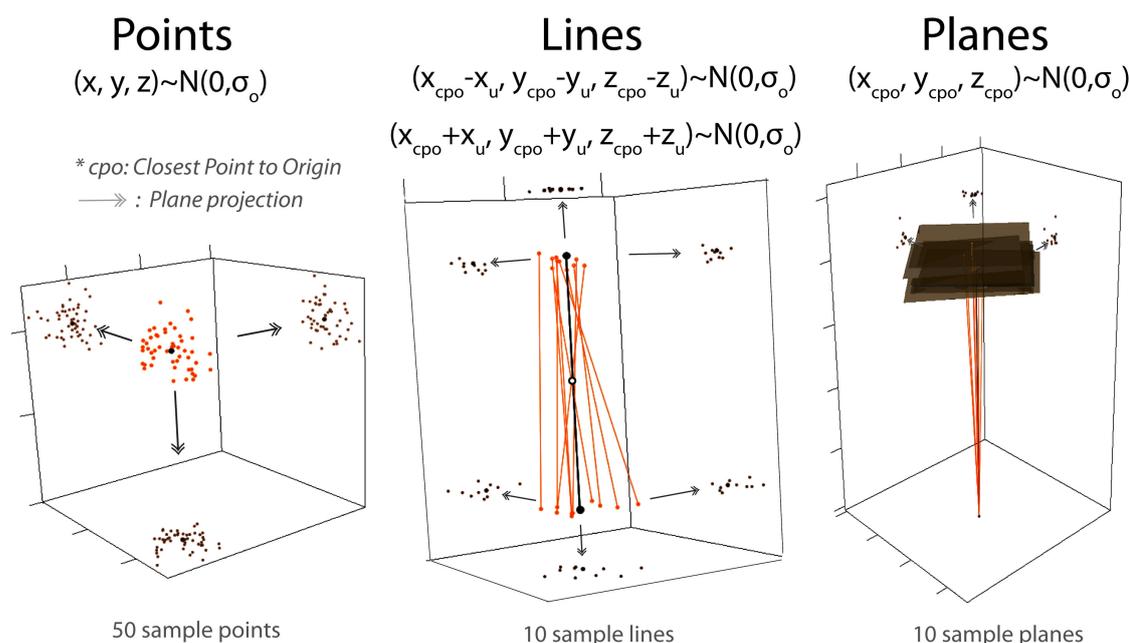


FIGURE III-2.2 – **Génération de bruit sur les entités à partir d'un facteur de bruit commun  $\sigma_0$ .** Les coordonnées choisies des entités sont bruitées par tirage aléatoire suivant une loi normale centrée d'écart-type  $\sigma_0$ . Figure extraite de [Hullo *et al.*, 2011].

Ce facteur commun de bruit  $\sigma_0$  correspond à l'écart-type du bruit  $\epsilon$  ajouté aux coordonnées des entités. Le bruit  $\epsilon \sim \mathcal{N}(0, \sigma_0)$  a été utilisé de la manière suivante sur les entités (Figure III-2.2) :

- pour un point, le bruit est généré autour des coordonnées cartésiennes ;
- pour une ligne, le bruit est généré autour des coordonnées cartésiennes de deux points de la ligne situés respectivement 1 m au-dessus et 1 m au-dessous du point de la ligne le plus proche de l'origine ;
- pour un plan, le bruit est généré autour des coordonnées cartésiennes du point le plus proche de l'origine.

Les relations géométriques qui lient les primitives 3D pour le géoréférencement sont multivariées et analytiquement complexes. Par conséquent, l'étude complète et exhaustive des cas dégénérés et situations défavorables nécessite la mise en place de méthodes hors du cadre d'étude de cette thèse. Nos tests n'ont pas d'objectif d'exhaustivité. En revanche l'application à deux cas souvent rencontrés dans les installations industrielles est intéressante en pratique. Nous utilisons des valeurs approchées des inconnues dans les plages précisées au Chapitre II-3 et estimons les valeurs les plus probables de ces inconnues par l'approche de minimisation de contraintes géométriques par les moindres carrés, présentée au début de ce Chapitre III-2.

### III-2.3.2 Premier cas d'étude : le corridor

Le premier cas, très fréquemment rencontré par les topographes lors du levé d'installations industrielles, est le cas du long corridor. Notre exemple représente un

couloir de  $8\text{ m} \times 3\text{ m} \times 3\text{ m}$  (cf. Figure III-2.3). La scène comporte 3 points, 7 lignes et 4 plans qui ont été identifiés avec certitude dans le nuage de point **et** le jeu de données de référence. La quantité et la disposition de ces entités se veulent représentatives de la configuration habituelle (présence de tuyaux quasi-horizontaux ou quasi-verticaux, tuyaux coplanaires, etc.). **Toutes les contraintes sont définies à partir d'appariements exacts.**

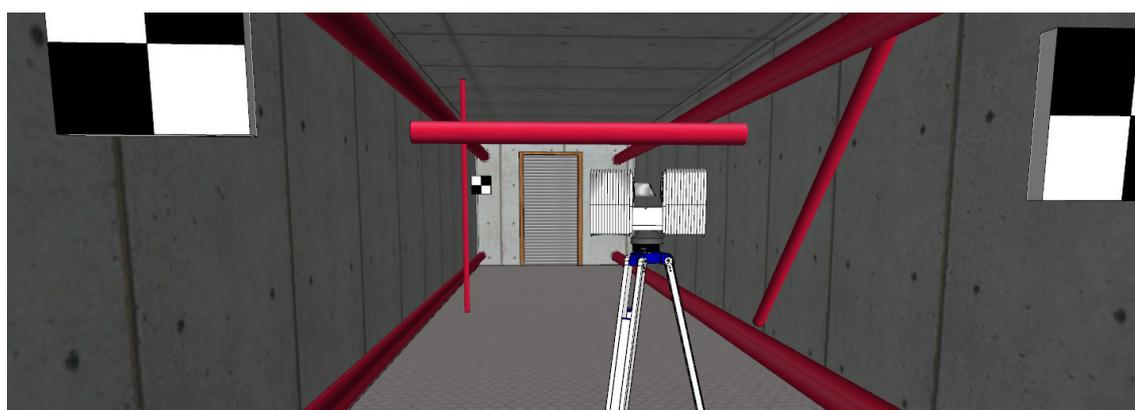


FIGURE III-2.3 – **Premier cas d'étude : un couloir.** 3 points, 7 lignes et 4 plans ont été identifiés et appareillés.

Pour différents niveaux de bruits, c'est-à-dire plusieurs valeurs de  $\sigma_0$ , nous générons 50 tirages aléatoires autour des valeurs vraies des coordonnées des entités. Chaque combinaison possible de type d'entités est testée. En tout, 8 valeurs de  $\sigma_0$  ont été prises, entre 0 cm et 20 cm. Les valeurs initiales des inconnues de poses ont été générées aléatoirement dans les plages définies à la Table II-3.3, page 107.

Les tests ont donc été réalisés sur 8 niveaux de bruits, pour 7 combinaisons possibles de types d'entités avec à chaque fois 50 tirages aléatoires sur les coordonnées des entités de la scène. Ces 50 tirages de scènes permettent d'étudier le comportement de l'algorithme de minimisation des contraintes pour chaque niveau de bruit et chaque combinaison de type d'entités (histogrammes représentés à la Figure III-2.5).

Pour l'erreur de position, nous utilisons la distance entre la station recalée et la valeur vraie de son origine. Sur la Figure III-2.5, nous affichons la valeur de l'erreur moyenne quadratique et l'histogramme des erreurs en position pour chaque combinaison de type d'entités, à deux niveaux de bruits. Pour l'erreur d'orientation, nous calculons la différence de détermination de  $\kappa$ . Dans la Figure III-2.5, nous affichons la moyenne et l'histogramme des erreurs en orientation. Autant en position qu'en orientation, l'erreur de pose est une fonction linéaire de  $\sigma_0$ , sur l'ensemble de la plage de test. Nous n'avons donc indiqué que 2 niveaux de bruits.

Notons qu'étant données les caractéristiques des scanners laser terrestres utilisés en topographie (Chapitre I-2), le  $\sigma_0$  correspondant aux algorithmes de reconstruction automatique est de l'ordre de 1 à 2 cm. Il varie de 0.2 à 1 cm pour les méthodes semi-automatiques comme la croissance de région.

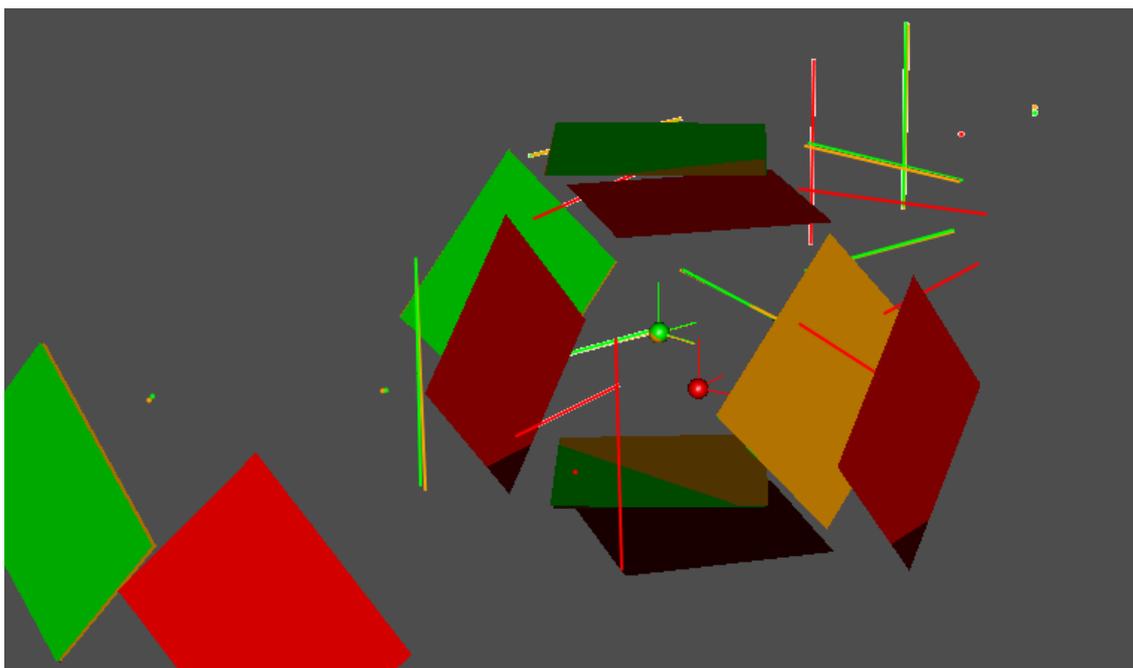


FIGURE III-2.4 – **Les phases du calcul de géoréférencement par entités.** En vert : valeur vraie de la position et coordonnées non bruitées (jeu de données de référence). En rouge : avant la première itération : valeurs approchées de position et d'orientation de la station et coordonnées des entités bruitées suivant  $\sigma_0$ . En orange : valeur la plus probable de la pose de la station, après calcul. Pour échelle, les lignes sont dessinées par des segments de deux mètres.

### III-2.3.3 Second cas d'étude : le grand hall

Le second cas d'étude est un large hall, une grande pièce de dimensions  $16 \text{ m} \times 16 \text{ m} \times 5 \text{ m}$  dans lequel nous avons identifié 2 points, 11 lignes et uniquement 1 plan, le sol. Le bruit est généré comme précédemment. Au total, 50 scènes sont générées pour chaque niveau de bruit, mais contrairement au cas précédent, nous utilisons à chaque fois l'ensemble des entités disponibles dans la scène. A nouveau, sur l'ensemble de la plage de test de  $\sigma_0$ , l'erreur de pose (distance et orientation) est une fonction linéaire de  $\sigma_0$  (III-2.6).

### III-2.3.4 Discussion sur les résultats

*Analyse des résultats des deux cas étudiés.* Grâce aux résultats des deux expériences, nous pouvons maintenant estimer l'erreur de position d'un point du nuage, consolidé par minimisation des moindres carrés de contraintes géométriques. En effet, l'erreur moyenne quadratique  $\varepsilon_{P_N}$  d'un point  $P_N$  du nuage de la station recalée est estimée par la relation (62) où  $d_{P_N}$  est la distance entre le centre du scanner et  $\theta$  l'inclinaison de la visée laser qui a permis la mesure de  $P_N$ . A distance égale du centre du scanner, les points les plus impactés par les erreurs de référencement se trouvent à l'horizontale du centre du scanner ( $\theta = 90^\circ$ ).

$$\varepsilon_{P_N} = d_{P_N} \sin(\varepsilon_\kappa) \sin(\theta) + \varepsilon_{||xyz||} \quad (62)$$

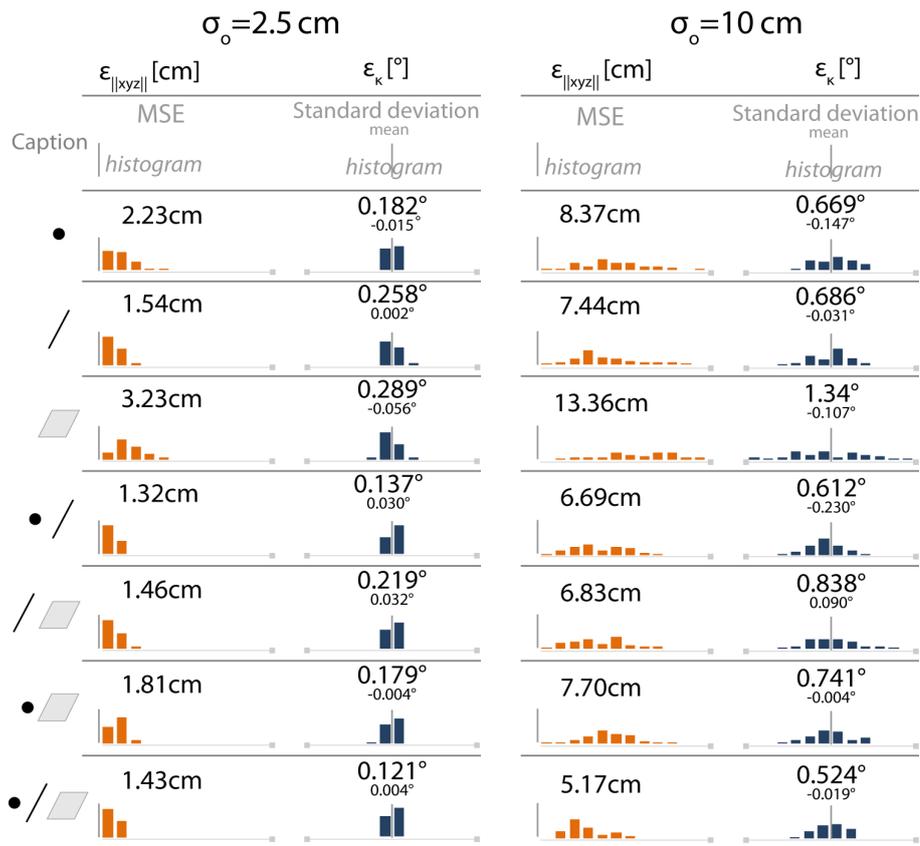


FIGURE III-2.5 – Erreurs d'estimation de la pose dans le cas du corridor pour différentes combinaisons d'entités. 50 scènes par niveau de bruit ont été générées. Orange : erreur en position (distance). Bleu : erreur en orientation (angle). Les histogrammes de position indiquent les classes de 0 à 20 cm et les histogrammes d'orientation indiquent les classes de  $-3^\circ$  à  $+3^\circ$ .

En prenant le cas où tous les types d'entités sont utilisés, on obtient les valeurs suivantes (avec  $\sigma_0 = 1 \text{ cm}$ ) : pour un point situé à 7 m dans le cas du corridor  $\epsilon_{P_N} = 1.16 \text{ cm}$  et pour un point situé à 15 m dans le cas du grand hall  $\epsilon_{P_N} = 1.13 \text{ cm}$ . Rappelons que cet indicateur est totalement dépendant de l'exactitude avec laquelle l'algorithme de reconstruction utilisé a reconstruit les entités. Il semble très probable qu'au cours des prochaines années, cette exactitude soit amenée à croître et donc que cet indicateur décroisse. Mais d'ores et déjà, les résultats de cette approche pour le calcul des poses dans notre cadre d'étude en confirment la validité.

Concernant le comportement de l'algorithme, la Figure III-2.6 illustre la linéarité de l'algorithme par rapport au niveau de bruit commun introduit dans les entités pour la simulation. La Figure III-2.5 permet de noter l'existence de quelques cas très défavorables issus du tirage aléatoire pour des  $\sigma_0 = 10 \text{ cm}$ . Ces cas extrêmes de très grande incertitude de l'ensemble des entités reconstruites ne devraient *a priori* pas être rencontrés étant donné les spécifications des scanners laser et les méthodes de validation intégrées aux méthodes de reconstruction de primitives.

**Informations non disponibles ou non concluantes des tests réalisés.** Comme nous l'avons précisé en début de section, les tests n'ont été effectués que

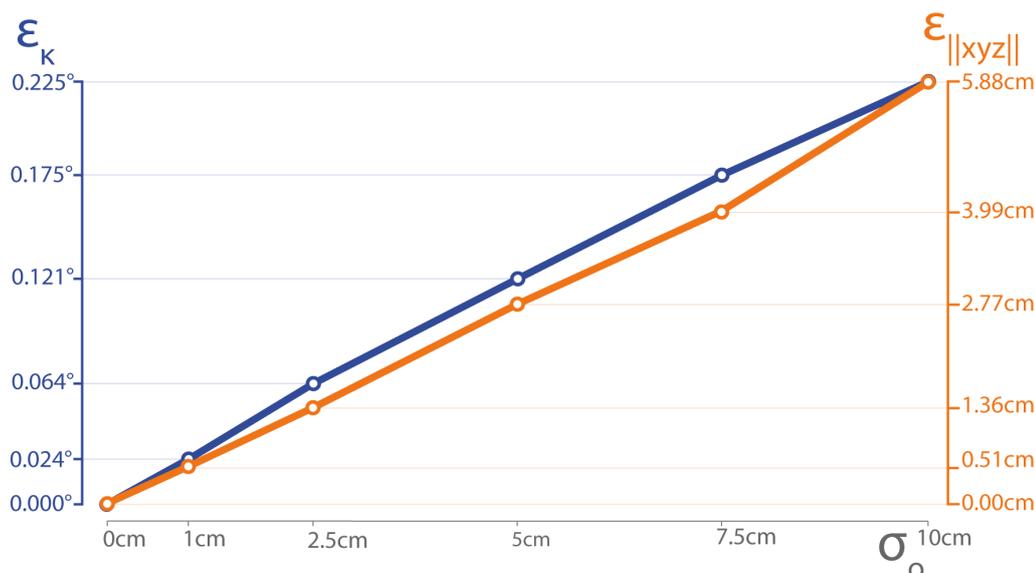


FIGURE III-2.6 – **Erreurs d'estimation de la pose dans le cas du hall.** 50 scènes par niveau de bruit ont été générées. Orange : erreur en position (distance). Bleu : erreur en orientation (angle).

sur deux configurations particulières. Nous ne pouvons généraliser nos remarques à l'ensemble des configurations. Nous avons cependant défini le nombre suffisant d'entités à utiliser pour le calcul des poses (§ III-2.1.2.1). Si les entités strictement nécessaires existent dans la scène, tout ajout permettra d'améliorer l'exactitude du référencement des stations.

Par ailleurs, dans les deux tests, nous nous sommes intéressés à la convergence de la minimisation des contraintes entre une station et un jeu de données de références. L'une des caractéristiques nécessaires de toute méthode de référencement de données laser est la possibilité de gérer plusieurs stations. Étant données les intervisibilités entre les points de vues dans le cas des levés d'installations industrielles, l'utilisation d'une méthode de référencement uniquement basée sur l'assemblage par paires de stations n'est de loin pas la plus appropriée. Ce point est discuté au § IV-1.1.

**Limites actuelles de l'approche.** La méthode présentée dans ce chapitre possède certaines limites que nous détaillons ci-dessous.

*L'exactitude requise des appariements.* Nous avons précisé au début de cette section que toutes les contraintes devaient être établies à partir d'appariements exacts. En pratique, dans les deux travaux les plus similaires à notre approche ([Rabbani, 2006] et [Jaw et Chuang, 2008a]), l'ensemble des contraintes établies entre les entités ont été vérifiées manuellement avant les tests. C'est une des caractéristiques d'un algorithme de minimisation par les moindres carrés : sa grande sensibilité aux contraintes fausses, en particulier lorsque leur nombre est limité. Certes, il existe des techniques plus robustes de minimisation de contraintes qui tentent de détecter ces contraintes fausses, en particulier le RANSAC. Mais en présence d'un nombre limité de primitives et donc d'appariements, ces approches

atteignent leurs limites également. Il est crucial de disposer d'outils fiables pour la description et la détection des appariements, et donc des contraintes.

*L'utilisation partielle de l'information a priori.* Dans un algorithme de minimisation par les moindres carrés, la valeur *a priori* des inconnues de poses sont utilisées comme initialisation et l'incertitude *a priori* des données est insérée par le biais d'une pondération des contraintes. C'est une utilisation très partielle du corpus d'informations *a priori* dont on dispose pour le référencement de données laser d'installations industrielles (Chapitre II-3).

Sur la base des remarques formulées aux paragraphes précédents, nous pouvons envisager plusieurs utilisations de cette information *a priori* :

**« Guider ou encadrer » le calcul de minimisation des contraintes.**

L'utilisation de valeurs initiales ne suffit pas toujours à assurer la convergence d'une méthode de minimisation par descente de gradient. En effet, la fonction de coût attachée aux contraintes peut être très complexe (Figure A-11 de [Olson, 2008]) et dans ce cas, l'algorithme de minimisation peut s'enliser dans un minimum local. L'utilisation des incertitudes *a priori* permet d'étudier un domaine, prédéfini par ces incertitudes, des possibles valeurs des inconnues de poses et de prévenir de tels échecs de convergence. Et si l'information *a priori* est suffisamment fiable, le théorème de Bayes permet d'utiliser cet *a priori* pour estimer le maximum de vraisemblance des inconnues de poses et de leurs lois de probabilités marginales.

**Caractériser la vraisemblance des appariements.** Étant donné que la qualité des appariements est un point clé de l'approche, il serait avantageux de pouvoir intégrer le corpus d'informations *a priori* pour les caractériser. Si dans le cas des points appariés on dispose d'outils pour décrire cet *a priori*, il n'en est pas exactement de même pour les plans ou les lignes. Nous proposons à la Partie IV de décrire la vraisemblance des appariements par propagation de l'incertitude *a priori* des inconnues de poses sur les coordonnées des entités. A partir de ce critère de vraisemblance des appariements, un large champ de possibilités et d'outils s'ouvre pour étudier la cohérence et la vraisemblance de l'ensemble du système de contraintes.

## Conclusions du Chapitre III-2

En faisant l'hypothèse de l'existence d'appariements entre des primitives géométriques reconstruites depuis différentes stations, nous avons détaillé les contraintes induites par les entités (point, plan et ligne) de ces primitives, contraintes qui forment le modèle fonctionnel du système d'estimation des poses des différentes stations. Une méthode de minimisation de ces contraintes, basée sur le principe des moindres carrés pondérés, a été présentée.

Cette approche de calcul des poses a été expérimentée sur un corridor et un grand hall, deux scènes typiques d'une installation industrielle. Par simulation dans la plage d'incertitude *a priori* des primitives reconstruites et des valeurs approchées des paramètres de pose, nous avons montré que, pour les deux scènes étudiées, cette approche valide les critères d'exactitude exigés pour les levés d'installations industrielles.

Cependant, nous avons identifié plusieurs facteurs limitant l'utilisation de notre approche actuelle. En premier lieu, l'information *a priori* disponible est encore sous-exploitée et la seule pondération des contraintes ne l'intègre que partiellement. En second lieu, faire l'hypothèse de l'absence de faux appariements n'a que très peu de chances de s'avérer exacte en situation réelle. En raison du faible nombre de contraintes établies entre stations, la détection de faux appariements par des méthodes robustes n'est pas garantie. Nous verrons à la Partie IV comment l'information *a priori* des paramètres de pose permet de décrire ces appariements et de leur attribuer un critère de confiance.



## Quatrième partie

# Approche probabiliste pour l'appariement de primitives

*L'appariement de primitives est un point clé de la méthode de consolidation de données laser. Nous distinguons dans un premier temps les appariements simples (station à station) des appariements multiples (entre plus de deux stations). Les méthodes actuelles d'appariements de primitives utilisent pour la plupart un modèle déterministe, qui bute sur la combinatoire du problème et sur les difficultés qu'apporte l'inexactitude des valeurs a priori des paramètres de poses.*

*Nous proposons d'intégrer, dans la description et la détection des appariements, l'incertitude a priori des paramètres de pose. Après avoir décrit l'influence d'un changement de repère incertain sur des entités, nous introduisons un score probabiliste d'appariement qui donne accès aux outils de la théorie de l'information (information contenue et entropie de Shannon).*

*Nous appliquons cette méthode au cas des changements de repères à 4 paramètres de lignes, pour lesquelles la représentation de Denavit-Hartenberg a été adaptée. Les incertitudes de l'orientation de la ligne et du paramètre de cap sont modélisées par des variables aléatoires de von Mises.*

*Des données réelles sont enfin utilisées pour s'assurer de la validité de l'approche et ouvrir des discussions sur la méthode probabiliste d'appariement proposée.*



# CHAPITRE IV-1

## Une méthode probabiliste pour l'appariement de primitives

Dans la partie III, nous avons mis en évidence l'importance de la détection des appariements dans la consolidation de données laser basée sur l'utilisation de primitives géométriques. Nous avons également souligné le manque de prise en compte actuelle de l'incertitude *a priori* des paramètres de poses dans la description des tests d'appariement. Or, nous avons montré qu'il existe des systèmes de géolocalisation d'intérieur dont nous pouvons estimer l'incertitude (Partie II).

Nous présentons dans ce chapitre une approche pour l'appariement probabiliste de primitives. Après avoir défini les concepts et étudié les solutions actuelles, nous proposons un score probabiliste de reprojection basé sur la propagation des incertitudes *a priori* des paramètres de pose sur les coordonnées des entités. L'utilisation suggérée de ce score probabiliste utilise des outils de la théorie de l'information : l'information contenue et l'entropie de Shannon.

### IV-1.1 Appariement de primitives : concepts et méthodes actuelles

La terme d'appariement (cf. page 129) est commun à de nombreux domaines scientifiques et l'importance qu'il revêt dans le calcul des poses de stations de scanner laser appelle quelques précisions terminologiques et conceptuelles. Nous le définissons comme une relation de mise en correspondance d'au moins deux primitives identifiées comme modèles du même objet de la scène. Les propriétés de cette relation (commutativité, unicité et transitivité) sont analysées. Nous précisons ensuite la différence entre appariements simples et appariements multiples. Nous concluons en soulignant que l'échec des techniques basées sur des scores déterministes pour détecter les appariements sont mises en défaut soit par la combinatoire du problème, soit par l'inexactitude des paramètres approximatifs des poses.

### IV-1.1.1 Appariement de primitives reconstruites depuis n=2 stations

**Définition de la notion de primitives appariées.** Soient deux stations de scanner laser  $\mathcal{S}_i$  et  $\mathcal{S}_j$  depuis lesquelles ont été acquis deux nuages de points. De ces deux nuages de points, des primitives de même type  $\mathbf{m}_\alpha \in E_i$  et  $\mathbf{m}_\beta \in E_j$  ont été respectivement reconstruites.  $\alpha$  (resp.  $\beta$ ) identifie une primitive dans  $E_i$  (resp.  $E_j$ ). Il est important que, dans les jeux de données des stations, les primitives soient distinctes (équation 63). Par exemple, il faut vérifier au préalable qu'un même tuyau n'a pas été reconstruit deux fois de part et d'autre d'un masque dans le nuage de points.

$$\forall (\alpha_1, \alpha_2) \in E_i \text{ si } \alpha_1 \neq \alpha_2 \text{ alors } \mathbf{m}_{\alpha_1} \neq \mathbf{m}_{\alpha_2} \quad (\text{idem } E_j) \quad (63)$$

Soit  $\mathbf{R}_{ij}$  le changement de repère exact (donc inconnu) de  ${}^i\mathcal{R}$  vers  ${}^j\mathcal{R}$ ; si deux primitives  $\mathbf{m}_\alpha$  et  $\mathbf{m}_\beta$  représentent le même objet de la scène alors :

$${}^j\mathbf{m}_\beta = {}^j\mathbf{m}_\alpha = \mathbf{R}_{ij} \star {}^i\mathbf{m}_\alpha$$

Soit  $\bar{\mathbf{R}}_{ij}$  une approximation du changement de repère de  ${}^i\mathcal{R}$  vers  ${}^j\mathcal{R}$ . Lorsque les deux primitives  ${}^j\mathbf{m}_\beta$  et  ${}^j\mathbf{m}_\alpha = \bar{\mathbf{R}}_{ij} \star {}^i\mathbf{m}_\alpha$  *semblent* représenter un même objet de la scène, alors elles sont dites *appariées*.

**Fonction d'appariement : définition et propriétés.** Nous introduisons la fonction  $\mathbf{S}(\mathbf{m}_\alpha, \mathbf{m}_\beta)$  appelée *fonction d'appariement*<sup>1</sup>. Par convention (équation 64),  $\mathbf{S}(\mathbf{m}_\alpha, \mathbf{m}_\beta) = 1$  quand  $\mathbf{m}_\alpha$  et  $\mathbf{m}_\beta$  sont appariées et l'on note  $\mathbf{m}_\alpha \equiv \mathbf{m}_\beta$ . Lorsque  $\mathbf{S}(\mathbf{m}_\alpha, \mathbf{m}_\beta) = 0$ , les primitives ne sont pas appariées et l'on note  $\mathbf{m}_\alpha \not\equiv \mathbf{m}_\beta$ .

$$\mathbf{S}(\mathbf{m}_\alpha, \mathbf{m}_\beta) = \begin{cases} 1 & \text{si } \mathbf{m}_\alpha \equiv \mathbf{m}_\beta \\ 0 & \text{si } \mathbf{m}_\alpha \not\equiv \mathbf{m}_\beta \end{cases} \quad (64)$$

Notons que l'appariement est en quelque sorte *commutatif*, puisque si  $\mathbf{m}_\alpha \equiv \mathbf{m}_\beta$  alors  $\mathbf{m}_\beta \equiv \mathbf{m}_\alpha$  et que si  $\mathbf{m}_\alpha \not\equiv \mathbf{m}_\beta$  alors  $\mathbf{m}_\beta \not\equiv \mathbf{m}_\alpha$ . Plus exactement, c'est la fonction d'appariement qui est commutative  $\mathbf{S}(\mathbf{m}_\alpha, \mathbf{m}_\beta) = \mathbf{S}(\mathbf{m}_\beta, \mathbf{m}_\alpha)$ .

Une autre propriété importante de la fonction d'appariement est qu'une primitive  $\mathbf{m}_{\alpha 1}$  ne peut correspondre qu'à une seule autre primitive de  $E_j$ , ce que traduit l'expression 65 : c'est l'*unicité* des appariements. Cette propriété est la conséquence de l'équation 63.

$$\mathbf{m}_{\alpha 1} \in E_i : \sum_{\beta \in E_j} \mathbf{S}(\mathbf{m}_{\alpha 1}, \mathbf{m}_\beta) \leq 1 \quad (65)$$

Par suite, le nombre maximal d'appariements pouvant exister entre  $\mathcal{S}_i$  et  $\mathcal{S}_j$  est donné à l'équation 66.

$$\mathbf{m}_\alpha \in E_i, \mathbf{m}_\beta \in E_j : \text{card}(\mathbf{m}_\beta \equiv \mathbf{m}_\alpha) = \min(\text{card}(E_i), \text{card}(E_j)) \quad (66)$$

1. En théorie des graphes, elle est plus souvent appelée fonction de couplage. Ces deux termes renvoient à la traduction de l'anglais « *matching* ».

Le nombre de tests à effectuer, c'est-à-dire l'ensemble des paires de primitives possibles, est le produit du nombre de primitives vues depuis  $\mathcal{S}_i$  et  $\mathcal{S}_j$ . C'est aussi le cardinal de  $\mathcal{A}_{ij}$ , l'ensemble de définition de  $\mathcal{S}$ .

$$\mathcal{S}(\mathbf{m}_\alpha, \mathbf{m}_\beta) : \mathcal{A}_{ij} \mapsto \{0, 1\} \quad (67)$$

$$\text{card}(\mathcal{A}_{ij}) = \text{card}(E_i) \cdot \text{card}(E_j) \quad (68)$$

**Ambiguïté de reprojection, score(s) d'appariement et décision.** A la page 129 du § III-2.1.2, nous avons présenté la contrainte apportée par les entités géométriques de deux primitives appariées. En la reformulant, nous pouvons définir une condition de reprojection (équation 69).

$$\| {}^j \mathbf{m}_\beta - \bar{\mathbf{R}}_{ij} \star {}^i \mathbf{m}_\alpha \| = \varepsilon_{\alpha\beta} < \tau_R \quad (69)$$

$\varepsilon_{\alpha\beta}$  est appelée *erreur de reprojection*, par analogie avec l'erreur de fermeture de l'équation 49, page 131.  $\tau_R$  est appelée *valeur d'acceptation* de la reprojection (constante ou variable)<sup>1</sup>. En utilisant un *score de reprojection*  $\mathbf{s}_R(\mathbf{m}_\alpha, \mathbf{m}_\beta)$ , fonction de  $\varepsilon_{\alpha\beta}$ , il est alors possible de décider de l'appariement retenu parmi l'ensemble des possibles. Le score de reprojection est généralement une distance, donc à valeur dans  $\mathbb{R}$ . Dans ce cas, l'expression d'un *critère de validation* associé  $\mathcal{S}_R$  est très similaire à l'inéquation 69.  $\mathcal{S}_R$  vaut 1 lorsque cette inéquation est respectée, 0 sinon. Nous précisons les ensembles de définition de  $\mathbf{s}_R$  et  $\mathcal{S}_R$  à l'équation 70.

$$\mathbf{s}_R(\mathbf{m}_\alpha, \mathbf{m}_\beta) : \mathcal{A}_{ij} \mapsto \mathbb{R} \quad (70)$$

$$\mathcal{S}_R(\mathbf{m}_\alpha, \mathbf{m}_\beta) : \mathbb{R} \mapsto \{0, 1\}$$

Mais cette condition de reprojection, nécessaire, n'est pas suffisante en raison de l'unicité d'appariement exprimée à l'équation 65. En effet, il est possible et même fréquent qu'en raison de l'incertitude de l'approximation de  $\bar{\mathbf{R}}_{ij}$ , plusieurs primitives  $\mathbf{m}_\beta$  valident cette inéquation pour une seule et même primitive  $\mathbf{m}_\alpha$  (Figure IV-1.1).

Un moyen simple de lever l'ambiguïté consiste par exemple à décider d'apparier une primitive  $\mathbf{m}_{\alpha 1}$  à la primitive  $\mathbf{m}_\beta$  qui minimise le score de reprojection (équation 71). Mais comme  $\bar{\mathbf{R}}_{ij}$  est une approximation, rien ne garantit que cette décision soit la bonne, bien au contraire.

*Exemple de décision d'appariement :*

$$\mathbf{m}_{\alpha 1} \in E_i, \mathbf{m}_\beta \in E_j : \beta_1 = \arg \min_{\beta \in E_j} (\mathbf{s}_R(\mathbf{m}_{\alpha 1}, \mathbf{m}_\beta)) \implies \mathbf{m}_{\alpha 1} \equiv \mathbf{m}_{\beta 1} \quad (71)$$

Parallèlement à cela intervient le rôle discriminant des invariants géométriques introduit dès le § I-3.2.2.3 (page 33) et évoqué au § III-1.1.1 (page 111). Le recours à l'utilisation de conditions sur ces invariants permet de réduire la combinatoire des appariements, à l'origine de nombreuses erreurs de mise en correspondance ([Hullo *et al.*, 2009]).

1. alors respectivement appelée seuil ou fonction de niveau.

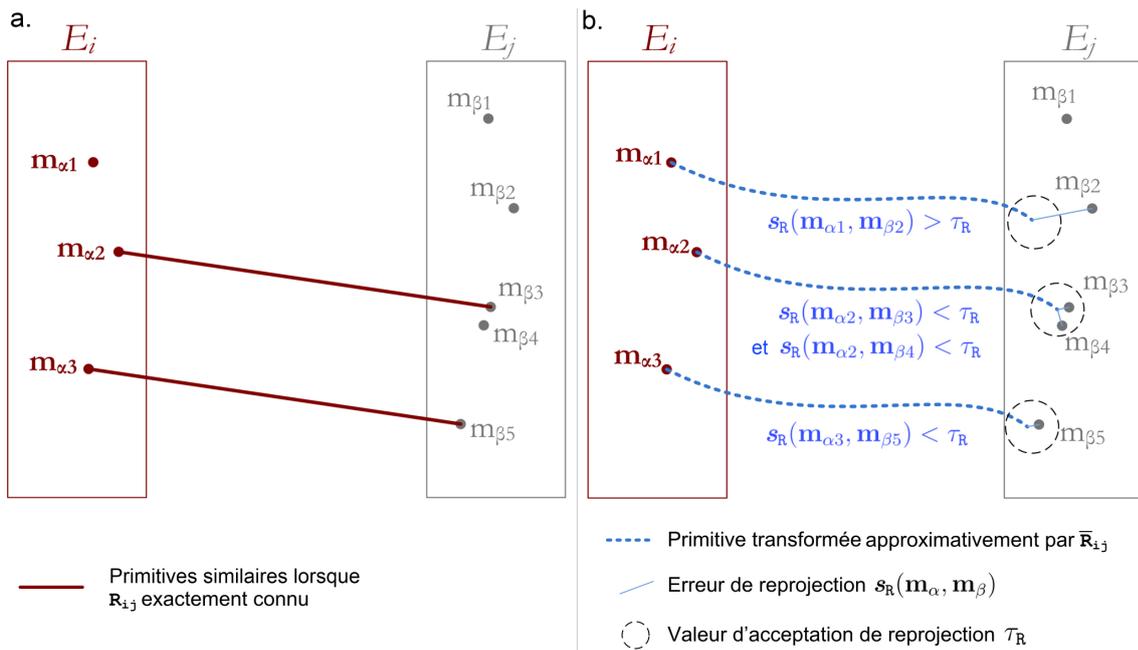


FIGURE IV-1.1 – **Ambiguïté de projection des appariements.** **a.** Jeu de données théorique (le changement de repère est exactement connu) : seulement deux objets de la scène sont représentés par des primitives présentes dans  $E_i$  et  $E_j$ . Ils correspondent aux appariements  $m_{\alpha2} \equiv m_{\beta3}$  et  $m_{\alpha3} \equiv m_{\beta5}$ . **b.** Cas où le changement de repère est approximatif. Parmi l'ensemble des tests possibles, 4 sont présentés et reflètent 3 cas différents :  $(m_{\alpha1}, m_{\beta2})$  :  $S_R = 0$  car  $s_R > \tau_R$  ;  $(m_{\alpha2}, m_{\beta3}$  ou  $m_{\beta4})$  : ambiguïté de projection, les deux primitives valident le critère ;  $(m_{\alpha3}, m_{\beta5})$  :  $S_R = 1$ .

L'utilisation de ces invariants est la suivante :

- d'un point de vue théorique, les conditions sur les invariants géométriques décomposent l'ensemble des primitives  $E_i$  en autant de sous-ensembles  $(E_{i1}, E_{i2}, \dots)$  qu'il existe de classes dans les différents invariants géométriques des primitives. Par exemple, nous cherchons à appairer les cylindres de rayon 5 cm entre eux, les plans verticaux entre eux, etc.
- en pratique, on a recours à autant de *sous-scores d'appariement*  $(s_1, s_2, \dots)$  qu'il existe de types d'invariants géométriques : score de rayon, score d'inclinaison dans le cas des changements de repères à 4 paramètres, etc. On fait correspondre à ces sous-scores d'appariement les critères de validation  $(S_1, S_2, \dots)$  qui prennent la valeur 1 lorsque respectivement  $s_1 < \tau_1, s_2 < \tau_2, \dots$  et la valeur 0 sinon.

En utilisant tous ces scores, la fonction d'appariement est alors définie par le produit des critères de validation associés :

$$S(m_\alpha, m_\beta) = S_R(m_\alpha, m_\beta) \cdot S_1(m_\alpha, m_\beta) \cdot S_2(m_\alpha, m_\beta) \cdots \quad (72)$$

La Figure IV-1.2 illustre de manière graphique l'utilisation des sous-scores d'appariement et des critères de décision associés. Ce graphique s'apparente à un algorithme déterministe classique de décision d'appariement.

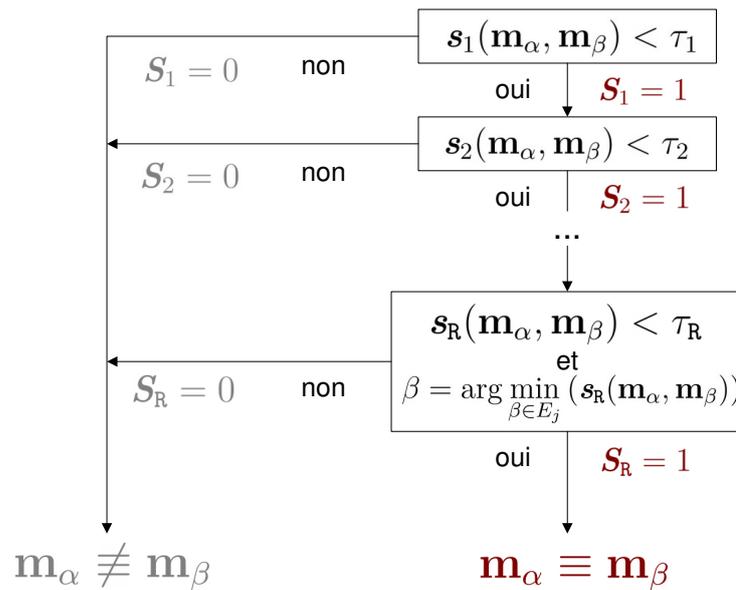


FIGURE IV-1.2 – **Exemple d’algorithme de décision d’appariement par l’utilisation de sous-scores et des critères associés.** L’acceptation  $\mathbf{m}_\alpha \equiv \mathbf{m}_\beta$  ou le rejet  $\mathbf{m}_\alpha \neq \mathbf{m}_\beta$  de l’appariement s’appuie sur un ensemble de sous-scores  $s_R, s_1, s_2, \dots$  auxquels une valeur binaire d’acceptation est associée : ce sont les critères de décision  $S_R, S_1, S_2, \dots$ .

Certains invariants géométriques des primitives doivent cependant être manipulés avec précaution comme par exemple la longueur d’un cylindre qui, en raison des nombreux masques dans le nuage de points, ne peut pas être un critère pertinent d’appariement.

**Remarque sur les approches récentes d’appariement.** La vision par ordinateur présente une formulation du problème de l’appariement de points des images, qui est très proche de celui des primitives géométriques. L’analogie entre d’une part les poses des stations et l’orientation externe des caméras et d’autre part les points extraits des images et les primitives géométriques est évidente. Or, dans ce domaine, les évolutions ont été nombreuses ces dernières années. Celles-ci ont permis de développer les aspects suivants :

- *la description des objets* par utilisation de descripteurs locaux des points extraits des images et donc par définition de critères de validation supplémentaires visant à réduire la combinatoire ; exemple de descripteur : le SIFT ; critère de validation basé sur le voisinage du pixel (§ I-3.2.2, page 31).
- *la robustesse des algorithmes de décisions* pour permettre de s’affranchir autant que possible de valeurs initiales des poses des caméras ; exemple d’algorithme : RANSAC ; robustesse obtenue par tirages aléatoires répétés (§ II-2.3.1, page 72).
- *le coût de calcul des algorithmes* pour permettre un traitement en temps réel dans des systèmes embarqués.

En dépit donc des similitudes entre l’appariement de points des images acquises en différents points de vue et l’appariement de primitives reconstruites depuis plusieurs stations, **les différences des contraintes qui régissent ces deux problèmes**

**ont scindé l'évolution des méthodes.** Face à la nécessité de traitement en temps réel, de développement de descripteurs et d'absence de valeurs initiales que connaît la vision par ordinateur, notre cas d'étude post-traite la majeure partie des données et dispose déjà d'invariants géométriques et de valeurs approchées des poses de stations.

#### IV-1.1.2 Appariement de primitives reconstruites depuis n>2 stations.

**Appariements par paires et appariements multiples.** Lorsque plus de 2 stations interviennent dans l'appariement de primitives, deux stratégies sont possibles :

- soit les appariements ne sont considérés *que paire à paire* (Figure IV-1.3.a.)
- soit les appariements sont considérés *sur l'ensemble des stations* (Figure IV-1.3.b.)

Dans le second cas apparait alors la notion d'*appariements multiples* qui implique la propriété de *transitivité* des appariements énoncée à la relation 73. Par opposition, les appariements paire à paire sont appelés *appariements simples*.

$$\mathbf{m}_\alpha \in E_i, \mathbf{m}_\beta \in E_j, \mathbf{m}_\gamma \in E_k \text{ si } \mathbf{m}_\alpha \equiv \mathbf{m}_\beta \text{ et } \mathbf{m}_\beta \equiv \mathbf{m}_\gamma \text{ alors : } \mathbf{m}_\alpha \equiv \mathbf{m}_\gamma \quad (73)$$

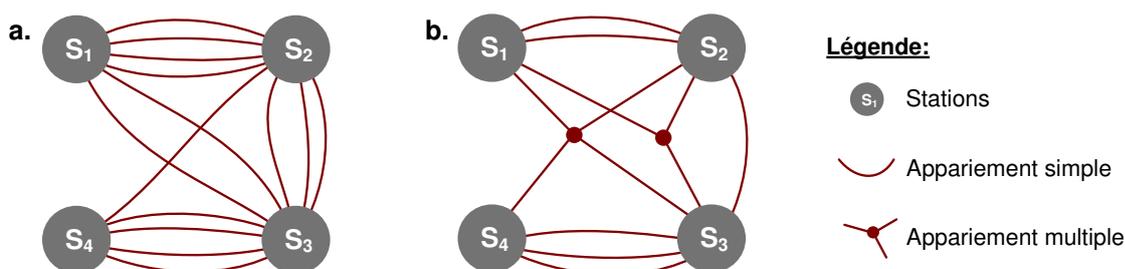


FIGURE IV-1.3 – **Graphe des appariements simples (a) et graphe des appariements multiples (b).** Exemple de 4 stations.

**Gestion des appariements multiples.** Le respect de la relation de transitivité implique que l'on désigne les primitives concernées par un appariement multiple comme représentant le même objet de la scène. Cette approche permet de définir un système de contraintes plus conforme à la réalité de la scène. Cette relation de transitivité a d'importantes conséquences sur la topologie du groupe des appariements. En théorie, on doit accorder plus de confiance à des appariements multiples plutôt que simples. En pratique cependant, il est difficile de gérer ces appariements multiples. Cette difficulté vient des erreurs de détermination du critère de reprojection provoquées par les approximations des  $\bar{R}_{ij}$ . Que faire, par exemple, dans le cas où :

$$\left. \begin{array}{l} S_{\bar{R}_{ij}}(\mathbf{m}_\alpha, \mathbf{m}_\beta) = 1 \\ S_{\bar{R}_{jk}}(\mathbf{m}_\beta, \mathbf{m}_\gamma) = 1 \\ S_{\bar{R}_{ki}}(\mathbf{m}_\gamma, \mathbf{m}_\alpha) = 0 \end{array} \right\} \text{ alors } \mathbf{m}_\alpha \equiv \mathbf{m}_\beta, \mathbf{m}_\beta \equiv \mathbf{m}_\gamma \text{ et } \mathbf{m}_\alpha \not\equiv \mathbf{m}_\gamma \quad (74)$$

A l'évidence dans ce cas, au moins un des critères de reprojection retourne une valeur fautive et la cohérence du réseau d'appariements n'est pas exacte. **Sans intégration de l'incertitude a priori des  $\bar{R}_{ij}$  dans le score de reprojection, il est difficile de statuer sur l'exactitude des appariements multiples.**

**Manipulation des appariements simples et multiples.** Décrire, manipuler et interagir avec des appariements entre de nombreuses stations pose rapidement le problème de leur représentation : description formelle et représentation visuelle.

Dans le cas paire-à-paire des appariements simples, nous avons le choix entre un graphe et une matrice. A première vue, le graphe est tout indiqué : un sommet est une station de mesure et une arête est un appariement, comme déjà illustré à la Figure IV-1.3.a. Comme plusieurs appariements peuvent exister entre deux stations, plusieurs arêtes relient les sommets : on parle alors d'un *multigraphe*. Plusieurs matrices permettent de représenter un multigraphe. La *matrice d'incidence* possède autant de lignes qu'il y a de sommets dans le graphe et autant de colonnes qu'il y a d'arêtes. Les arêtes sont définies par un 1 aux deux sommets qu'elles relient et un 0 ailleurs (Figure IV-1.4.b). La *matrice d'appariements* permet de représenter d'une autre manière ce graphe, en mettant mieux en valeur les primitives qui n'apparaissent pas explicitement dans la matrice d'incidence. On peut définir une matrice des appariements de la manière suivante : c'est une matrice par blocs, carrée, dont la taille est égale au nombre total de primitives mesurées depuis toutes les stations ; les  $card(E_i)$  premières lignes représentent les primitives mesurées depuis  $S_i$ , les  $card(E_j)$  lignes suivantes représentent les primitives mesurées depuis  $S_j$ , etc. Les colonnes sont définies de manière identique. Lorsque deux primitives sont appariées, la valeur 1 figure à l'intersection de la ligne et de la colonne qui les identifient (Figure IV-1.4.c). C'est une matrice symétrique par bloc. Chaque bloc regroupe l'ensemble des appariements établis entre deux stations. Par conséquent, les blocs de la diagonale sont tous nuls (il n'existe pas d'appariements au sein d'une même station).

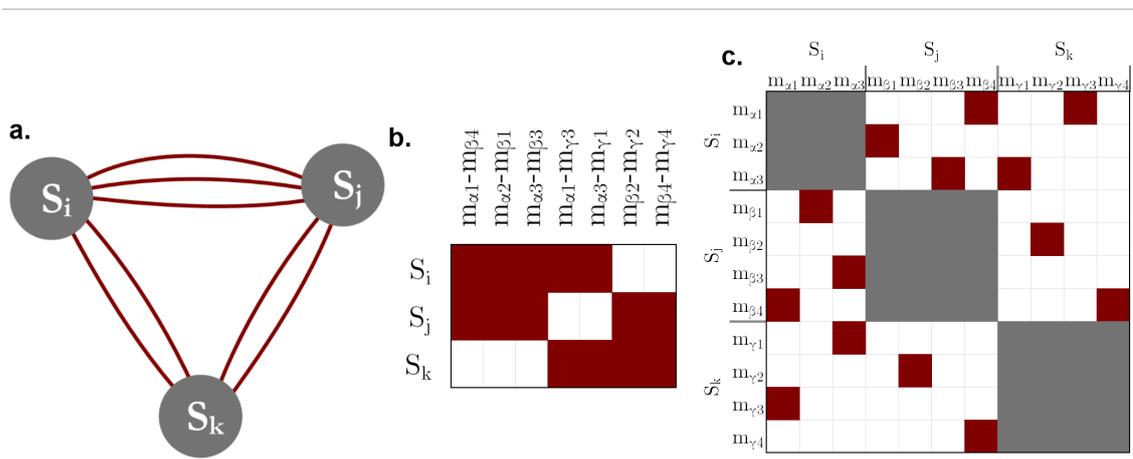


FIGURE IV-1.4 – **Représentations matricielles des appariements.** a. Exemple de graphe à 3 stations qui peut être représenté par une matrice d'incidence (b.) ou une matrice des appariements (c.).

Dans le cas des appariements multiples, il est aussi possible de les représenter par un graphe ou une matrice, mais aux propriétés particulières. En théorie des graphes, la représentation des appariements multiples se fait grâce à un *hypergraphe*, tel que défini dans [Berge, 1976], et illustré à la Figure IV-1.3.b. Si l'on souhaite représenter

les appariements multiples dans une matrice, la matrice des appariements reste appropriée, mais la transitivité en contraint fortement la structure. Par exemple dans la Figure IV-1.4.Ⓒ, les 3 relations suivantes ne respectent pas la transitivité :  $\mathbf{m}_{\alpha 1} \equiv \mathbf{m}_{\beta 4}$ ,  $\mathbf{m}_{\alpha 1} \equiv \mathbf{m}_{\gamma 3}$  et  $\mathbf{m}_{\beta 4} \equiv \mathbf{m}_{\gamma 4}$ . **Un modèle pour les appariements multiples existe donc dans la théorie des graphes, mais à la connaissance de l'auteur, aucun document dans la littérature scientifique des domaines voisins de celui de cette thèse ne s'y réfère.** Les perspectives qu'offre ce modèle sont nombreuses et son application aux graphes de pose représenterait une avancée pour les problèmes de recalage et de référencement de données topographiques.

**Remarque sur la prise en compte des appariements multiples.** Dans les nombreux travaux de recalage de plusieurs stations, le manque d'intérêt pour le cas des appariements multiples pose question. L'examen de trois cas applicatifs du recalage (le cheminement topographique, l'imagerie aérienne et la vision par ordinateur) apporte des éléments de réponse que sont **la nature des données et la structure des appariements.**

- Le cheminement topographique possède une structure très semblable à celle des primitives appariées entre stations de scanner laser. En revanche, les appariements ne sont pas détectés mais sont d'ores et déjà connus : chaque visée réalisée au tachéomètre correspond à un objet connu et codifié dans le fichier de mesure. Les fautes de visées sont peu nombreuses et la redondance des mesures permet de les identifier.
- En imagerie aérienne, la structure des appariements est bien plus régulière que celle des levés d'intérieurs. On sait, pour chaque image, grâce aux plans de vols, dans quelles autres images chercher les appariements. Les intervisibilités entre stations de scanner laser en intérieurs ne suivent pas ce schéma régulier.
- En vision par ordinateur, la structure des appariements n'est bien souvent pas connue à l'avance. Les informations sur le voisinage du point extrait automatiquement de l'image ne permettent pas d'identifier un objet de la scène réelle, mais seulement de le comparer à d'autres points extraits depuis des points de vue proches. Reste le cas de l'emploi de cibles en photogrammétrie. A l'époque où l'orientation des images était faite par un opérateur, le contexte permettait leur identification et donc leur appariement. Maintenant que la majorité des opérations est effectuée automatiquement, le recours à des cibles codées permet de s'affranchir des problèmes de recherche d'appariements.

En somme, étant donnée la structure des appariements, il apparaît crucial d'user des appariements multiples pour assurer la cohérence du système de contraintes. Mais la combinatoire du problème et l'inexactitude des paramètres approximatifs de pose génèrent un nombre non négligeable de faux appariements détectés et contrarient la propriété de transitivité des appariements multiples. L'amélioration des stratégies de détection d'appariements passe par une évolution des critères d'appariements, en particulier du critère de reprojection. Attendu que ce critère se base sur un score, c'est ce score de reprojection que nous proposons d'améliorer par la suite en incluant l'incertitude *a priori* des paramètres approximatifs de poses (§ IV-1.2).

### IV-1.1.3 Stratégies existantes d'appariements de primitives

**Approche déterministe.** [Rabbani et van den Heuvel, 2005] décrivent l'appariement de primitive comme un problème d'optimisation combinatoire et proposent un ensemble de sous-critères d'appariements pour deux types de primitives (plan et cylindre). Dans leur approche, le modèle de changement de repère est à 6 paramètres et nécessite plus de critères que le nôtre, à 4 paramètres. Par ailleurs, seul le cas des appariements simples est traité. Les critères présentés font intervenir des invariants géométriques dont certains sont pertinents (rayon d'un cylindre par exemple), mais on peut regretter la simple évocation de certains critères dont la formulation n'est pourtant pas immédiate (nombre de points du nuage échantillonnant, erreur d'ajustement, taille, etc.). Il est intéressant de noter que la première étape de l'approche consiste à estimer deux des 3 paramètres angulaires de la pose et donc à se ramener au cas d'un changement de repère à 4 paramètres. Il est alors remarqué l'invariance de l'inclinaison des primitives, qui apparaît clairement dans la représentation DHM (§ III-1.2, 123). Cette approche fonctionne correctement dans le cas où quelques stations sont traitées (4 dans les tests réalisés par les auteurs), mais les limites sont identiques aux remarques formulées à la section précédente : manque de prise en compte de la structure et des incertitudes *a priori*.

Suite à plusieurs publications qui présentent une approche de recalage basée sur des primitives ([Jaw et Chuang, 2008a], [Jaw et Chuang, 2008b] et [Jaw et Chuang, 2010]), les auteurs reviennent dans [Jaw et Chuang, 2012] sur l'importance de la phase de détection des appariements. L'approche présentée est nommée RSTG pour « *Rotation alignment ; Scale estimation ; Translation alignment and Geometric check* » qui sont les 4 étapes principales de l'algorithme. L'algorithme est itératif et nécessite des appariements initiaux. Plus qu'une stratégie d'appariements, c'est également un algorithme de calcul des paramètres de pose. 7 paramètres décrivent chaque pose : 3 rotations, 3 translations et 1 facteur d'échelle. Dans le cadre de stations de scanner laser, ce dernier est inutile et appartient à la phase de calibration de l'appareil. Il est fait mention de propagation d'erreurs des primitives pour définir les valeurs  $\tau$  d'acceptation des critères, sans que pour autant ne soit traité le cas des incertitudes *a priori* des paramètres de pose.

Parmi les très riches et très nombreuses contributions de [Penec, 1996] pour la représentation et la description de l'incertitude des primitives et des transformations, nous ne pouvons que regretter l'absence du problème de détection d'appariements<sup>1</sup>.

**Approche déterministe enrichie par sémantique.** [Thapa, 2009] propose d'enrichir le problème de l'appariement de primitives par l'utilisation d'informations sémantiques pour permettre une automatisation accrue. Au delà des critères sur les invariants géométriques des primitives elles-mêmes, sa méthode utilise des invariants aux changements de repères entre les primitives reconstruites d'un même point de vue. Pratiquement, dans les nuages de points acquis en environnements urbains, plusieurs caractéristiques des façades sont évaluées : centroïde des fenêtres détectées,

1. Dans [Penec, 1997], l'auteur précise : « *we do not discuss matching methods per se, but rather the estimation of the geometric transformation from matched features* ».

arêtes d'un mur et points du sol au bas d'un mur. Suite à un processus RANSAC, les orientations des plans sont contrôlées.

L'utilisation d'une information sémantique préexistante et propre à la nature des objets relevés est un point intéressant de cette approche. Dans notre cas d'étude, nous connaissons un certain nombre de règles sur les dimensions, positions, orientations et connectivités de bon nombre de composants (Figure II-2.9, page 70) bien que leur utilisation nécessite quelques précautions. Là encore, il n'est pas fait mention de l'utilisation de valeurs et d'incertitudes *a priori* des paramètres de pose pour guider la recherche des appariements.

**Approche probabiliste.** Plusieurs approches ont été développées en géométrie projective pour estimer les erreurs de reprojection d'entités ponctuelles ou linéaires et ainsi améliorer l'appariement ou la minimisation des contraintes, par exemple dans [Heuel, 2001] ou [Förstner, 2004]. Ces méthodes conviennent bien aux entités à coordonnées métriques, notamment l'ensemble des représentations homogènes et aux lois de probabilités normales (ou plus généralement celles entièrement paramétrées par leurs deux premiers moments). Alors on dispose d'outils puissants pour interagir avec ces entités incertaines (formule de calcul des matrices de variances-covariances *a posteriori*, distance de Mahalanobis). Dans notre cas d'étude, où les changements de repères sont exprimés avec 4 paramètres, nous avons déjà signalé que certaines représentations métriques ne sont pas minimales et peu adaptées à l'incertitude attendue des paramètres de poses. Néanmoins, nous retrouvons dans la méthode que nous proposons aux sections suivantes, des concepts et idées utilisés dans ces approches.

## IV-1.2 Probabilités *a priori*, *a posteriori* et score probabiliste d'appariement

Nous proposons d'intégrer dans la description et la détection des appariements l'incertitude *a priori* des paramètres de pose. Pour cela, nous décrivons, dans un premier temps, l'influence d'un changement de repère incertain sur les coordonnées d'une entité géométrique par le calcul des lois de probabilités images (§ IV-1.2.1). Dans un second temps, nous proposons d'utiliser ces incertitudes *a posteriori* pour calculer un score probabiliste d'appariement entre deux primitives reconstruites dans deux stations distinctes (§ IV-1.2.2).

### IV-1.2.1 Changement de repère incertain d'une entité

Soit  $\mathcal{S}_i$  et  $\mathcal{S}_j$  deux stations dont les repères respectifs d'instrument sont  ${}^i\mathcal{R}$  et  ${}^j\mathcal{R}$  (II-1.1). Soit  $\mathbf{e}_\alpha$  l'entité associée à une primitive reconstruite dans le nuage acquis en  $\mathcal{S}_i$ . Le type de l'entité est connu (point, plan ou ligne) et sa représentation est choisie. Nous considérerons que toutes les entités  $\mathbf{e}_\alpha$  ont été reconstruites de manière exacte dans leur repère initial  ${}^i\mathcal{R}$ <sup>1</sup>. En revanche, on suppose qu'il existe une incertitude *a priori* sur les repères  ${}^i\mathcal{R}$  et  ${}^j\mathcal{R}$ , donc sur le changement de repère

1. Nous discutons des conséquences de cette hypothèse à la fin du § II-3.

$\bar{R}_{ij}$ . Cette incertitude provient de l'incertitude de l'approximation des paramètres de pose d'une station, de l'autre ou des deux. L'incertitude de ces paramètres de pose est décrite par un ensemble de lois de probabilités dont les expressions sont connues et les paramètres estimés<sup>1</sup>. Sous ces hypothèses, **l'incertitude a priori des paramètres de pose provoque une incertitude a posteriori sur le repérage d'une entité  $e_\alpha$  mesurée exactement dans  ${}^i\mathcal{R}$  et vue dans  ${}^j\mathcal{R}$  à travers le changement de repère incertain  $\bar{R}_{ij}$** . Nous représentons schématiquement cette idée à la Figure IV-1.5.

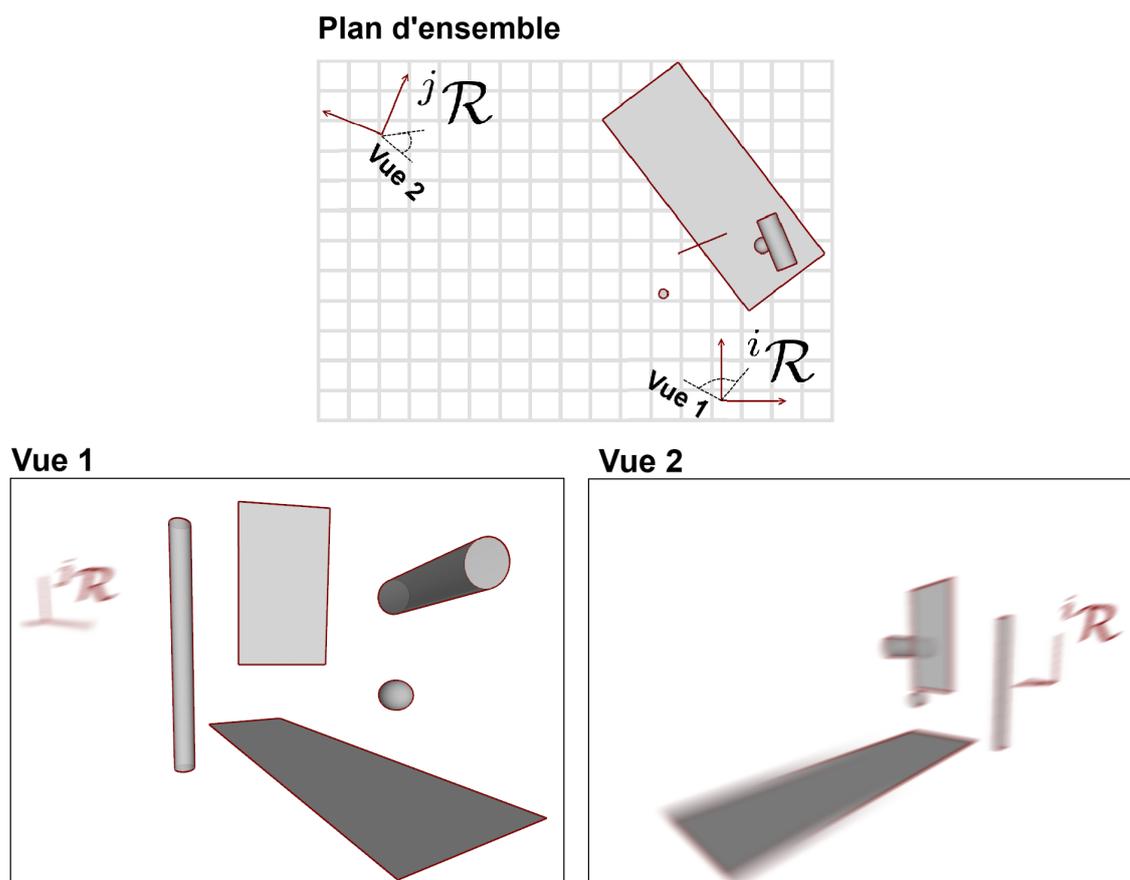


FIGURE IV-1.5 – **Illustration de l'influence d'un changement de repère incertain.** Le **Plan d'ensemble** représente, en vue de dessus, les repères respectifs  ${}^i\mathcal{R}$  et  ${}^j\mathcal{R}$  des stations  $S_i$  et  $S_j$ , ainsi que le jeu de primitives reconstruites depuis  $S_i$ . Le changement de repère  $\bar{R}_{ij}$  est incertain. La **Vue 1** est prise depuis  ${}^i\mathcal{R}$  : les primitives sont exactes mais le repère  ${}^j\mathcal{R}$  est incertain. La **Vue 2** est prise depuis  ${}^j\mathcal{R}$  où les primitives sont incertaines.

Une expression plus formelle fait apparaître les paramètres qui décrivent ces incertitudes *a priori* et *a posteriori* (équation 75). Explicitement, les coordonnées de  ${}^i\mathbf{e}_\alpha$  sont des variables dépourvues d'incertitude, les paramètres du changement de repère

1. En introduisant le concept d'incertitude *a priori* au § II-3.1.2, nous avons décrit une loi de probabilité grâce à sa fonction densité de probabilité ou sa fonction de répartition. Une définition plus formelle d'une loi de probabilité est d'être une *mesure* de masse totale unitaire. En dépit de ses avantages, nous sacrifions la notion plus « mathématique » de *mesure* au profit d'une approche positiviste de la notion de probabilité, appuyée par le caractère applicatif de cette thèse.

incertain  $\bar{\mathbf{R}}_{ij}$  sont tous des variables aléatoires et les coordonnées de  ${}^j\mathbf{e}_\alpha$  sont des variables aléatoires également.

$$\begin{aligned}
 {}^j\mathbf{e}_\alpha &= \bar{\mathbf{R}}_{ij} \star {}^i\mathbf{e}_\alpha & (75) \\
 {}^i\mathbf{e}_\alpha &: [ {}^ix_\alpha, {}^iy_\alpha, \dots ] \\
 \bar{\mathbf{R}}_{ij} &: [ \mathbf{M} \sim \mathcal{L}_{ij}^M(\bar{M}, \tilde{M}), \mathbf{t} \sim \mathcal{L}_{ij}^t(\bar{t}, \tilde{t}) ] \\
 {}^j\mathbf{e}_\alpha &: [ {}^jx_\alpha \sim \mathcal{L}_{j\alpha}^x(\bar{x}, \tilde{x}), {}^jy_\alpha \sim \mathcal{L}_{j\alpha}^y(\bar{y}, \tilde{y}), \dots ]
 \end{aligned}$$

Les lois  $\mathcal{L}_{ij}^M$  et  $\mathcal{L}_{ij}^t$  sont connues (§ IV-2.1.1). Les valeurs les plus probables  $(\bar{M}, \bar{t})$  sont les orientations et positions renseignées par le système de géolocalisation. Les paramètres d'incertitude  $\tilde{M}$  et  $\tilde{t}$  sont connus grâce à la calibration de ces systèmes.

Les lois  $\mathcal{L}_{j\alpha}^x, \mathcal{L}_{j\alpha}^y, \dots$  dépendent du type d'entité et de la représentation choisie. Deux méthodes sont possibles pour les déterminer. La première consiste à estimer les paramètres de lois arbitraires par simulation d'un grand nombre de tirages aléatoires des paramètres de pose : c'est une approche dite de Monte-Carlo ([Tal et Spetsakis, 2010]). La seconde méthode est le calcul analytique des *lois images* par transformation des lois  $\mathcal{L}_{ij}^M$  et  $\mathcal{L}_{ij}^t$  (cas de la ligne détaillé au § IV-2.1.2). Lorsque cela est possible, on préférera la seconde méthode, bien plus efficace en terme de temps de calcul. Lorsqu'il n'est pas possible de calculer formellement les lois images  $\mathcal{L}_{j\alpha}^x, \mathcal{L}_{j\alpha}^y, \dots$  alors on utilisera la première méthode. L'avantage de disposer de ces deux méthodes est de pouvoir vérifier la seconde avec la première.

De manière analogue, on peut calculer les lois de probabilités jointes de plusieurs droites transformées par plusieurs changements de repères incertains.

Remarquons que la *propagation d'erreurs*, terme et méthode couramment utilisés en topographie, en photogrammétrie et dans d'autres sciences de la mesure, correspond au cas où les incertitudes sont décrites par des lois normales et où les fonctions des inconnues sont définies et dérivables sur  $\mathbb{R}^n$  ([Förstner, 2004]).

### IV-1.2.2 Score probabiliste d'appariement

Nous savons donc comment établir les lois de probabilités qui décrivent l'incertitude des coordonnées de  ${}^j\mathbf{e}_\alpha = \bar{\mathbf{R}}_{ij} \star {}^i\mathbf{e}_\alpha$ . Par conséquent, les fonctions densités de probabilité des coordonnées transformées  $f_{j\alpha}^x(x), f_{j\alpha}^y(x), \dots$  sont connues. A l'aide de ces fonctions, ou de formules approchées, on peut comparer des entités qui ont été reconstruites dans des repères différents.

La notion de score probabiliste d'appariement répond à la question suivante :

**« étant donnée une transformation *a priori* incertaine entre deux stations, quelle est la probabilité qu'une entité de la première station corresponde à une des entités de la seconde ? ».**

Considérons une entité  ${}^j\mathbf{e}_\beta$  et intéressons nous à la probabilité qu'elle corresponde à  ${}^i\mathbf{e}_\alpha$ , grâce à la connaissance de l'incertitude *a priori* de  $\bar{\mathbf{R}}_{ij}$ . Pour alléger les écritures, nous considérons uniquement une coordonnée  $x$  de l'entité, bien qu'elle en compte plusieurs. Nous écrivons donc simplement  $\mathcal{L}_{j\alpha}$  pour la loi de probabilité et  $f_{j\alpha}(x)$  pour la fonction de densité de probabilité d'une coordonnée  ${}^jx_\alpha$  de l'entité  ${}^j\mathbf{e}_\alpha$ .

Une idée serait de comparer les lois images de  ${}^0\mathbf{e}_\alpha$  et  ${}^0\mathbf{e}_\beta$  exprimées dans un même repère  ${}^0\mathcal{R}$  par les changements de repères incertains  $\bar{\mathbf{R}}_{i0}$  et  $\bar{\mathbf{R}}_{j0}$ . Nous pourrions comparer le densités des lois en utilisant une distance statistique, comme celle de Kullback-Leibler [Kullback et Leibler, 1951], de Hellinger [Rao, 1961] ou encore la mesure de Battacharyya, qui est une probabilité [Bhattacharyya, 1943]. Le défaut d'une telle approche est qu'elle évalue la proximité des lois des entités, y compris la proximité des paramètres qui les décrivent, ce qui n'est pas le but. Nous préférons une notion qui teste la proximité des moyennes en tenant compte des variances.

L'idée proposée est donc d'évaluer, dans le score de reprojection  $\mathbf{s}_R$ , la *vraisemblance*<sup>1</sup> de l'évènement  $\mathbf{e}_\alpha \equiv \mathbf{e}_\beta$ , notée  $V(x_\alpha, x_\beta)$ . Cette vraisemblance est décrite schématiquement dans la Figure IV-1.6 et formellement à l'équation 76, grâce à la fonction densité de probabilité.

$$V(x_\alpha, x_\beta) = f_{j\alpha}({}^jx_\beta) \quad (76)$$

Notons  $E_V^{\leq}$  l'intervalle où  $f_{j\alpha}(x) \leq V(x_\alpha, x_\beta)$  et  $E_V^{>}$  l'intervalle où  $f_{j\alpha}(x) > V(x_\alpha, x_\beta)$ . Nous illustrons ces intervalles à la Figure IV-1.6, où  $\inf(E_V^{>})$  et  $\sup(E_V^{>})$  sont les bornes de l'intervalle  $E_V^{>}$  dont l'une est  ${}^jx_\beta$ . Si  $f_{j\alpha}(x)$  est symétrique autour de l'axe vertical  $x = {}^jx_\alpha$ , alors les deux bornes de  $E_V^{>}$  sont :  $\inf(E_V^{>}) = {}^jx_\alpha - |{}^jx_\alpha - {}^jx_\beta|$  et  $\sup(E_V^{>}) = {}^jx_\alpha + |{}^jx_\alpha - {}^jx_\beta|$ .

Une façon naturelle de transformer la vraisemblance  $V(x_\alpha, x_\beta)$  en une probabilité est d'intégrer  $f_{j\alpha}(x)$  sur l'intervalle  $E_V^{\leq}$ . C'est cette probabilité que nous définissons comme le *score probabiliste de reprojection*  $\mathbf{s}_R(\mathbf{e}_\alpha, \mathbf{e}_\beta)$  décrit à l'équation 77. Les équations 78 et 79 expriment  $\mathbf{s}_R(\mathbf{e}_\alpha, \mathbf{e}_\beta)$  grâce à la fonction de répartition  $F_{j\alpha}(x)$  que nous avons définie au § II-3.1.2, page 87.

$$\mathbf{s}_R(\mathbf{e}_\alpha, \mathbf{e}_\beta) = P(\mathbf{e}_\alpha \equiv \mathbf{e}_\beta) = \int_{E_V^{\leq}} f_{j\alpha}(x) dx \quad (77)$$

$$= 1 - P(\mathbf{e}_\alpha \not\equiv \mathbf{e}_\beta) = 1 - \int_{E_V^{>}} f_{j\alpha}(x) dx \quad (78)$$

$$= 1 - F_{j\alpha}(\inf(E_V^{>})) + F_{j\alpha}(\sup(E_V^{>})) \quad (79)$$

Dès lors,  $\mathbf{s}_R(\mathbf{e}_\alpha, \mathbf{e}_\beta)$  étant une probabilité, sa manipulation est facilitée. D'une part, il est possible de confronter les valeurs de ce score entre toutes les paires testées et toutes les stations, quelle qu'en soit l'incertitude. D'autre part, ce score donne

1. Le terme de vraisemblance rend compte du cadre bayésien dans lequel s'inscrit la prise en compte de l'incertitude *a priori* des paramètres de poses.

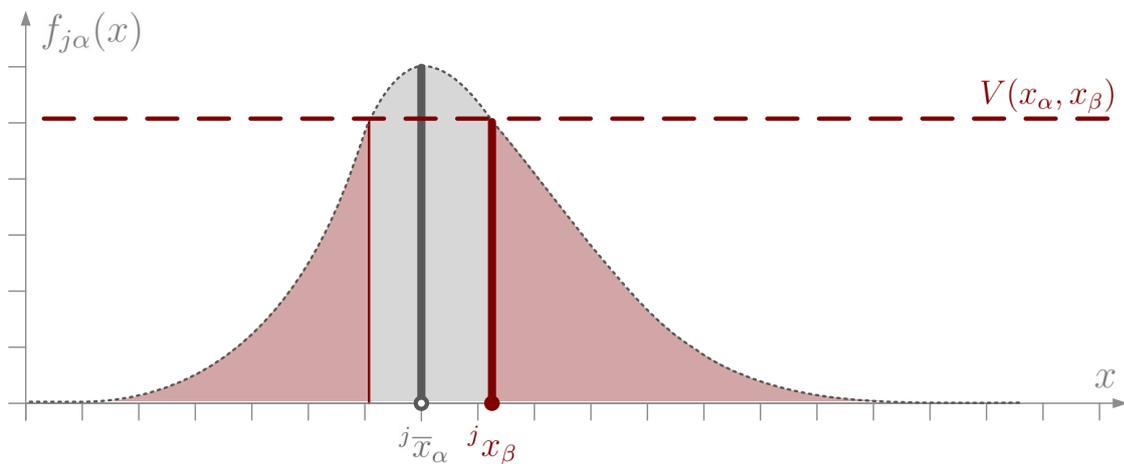


FIGURE IV-1.6 – **Intervalles de vraisemblance.** La courbe  $f_{j\alpha}^x(x)$  (en fins pointillés) est la fonction densité de probabilité de la coordonnée  $x$  de l'entité  $e_\alpha$  exprimée dans  ${}^j\mathcal{R}$  par le changement de repère incertain  $\bar{R}_{ij}$ .  ${}^j\bar{x}_\alpha$  est la valeur la plus probable de  ${}^j\mathbf{x}_\alpha$ .  ${}^jx_\beta$  est la coordonnée  $x$  de l'entité  $e_\beta$  exprimée dans son repère d'origine  ${}^j\mathcal{R}$ .  $V(x_\alpha, x_\beta) = f_{j\alpha}^x({}^jx_\beta)$  est la vraisemblance de  $e_\alpha \equiv e_\beta$ . L'intervalle  $E_{\bar{V}}^{\leq}$  correspond aux valeurs où la courbe est au-dessous de la vraisemblance (là où l'aire est rouge). L'intervalle  $E_{\bar{V}}^{\geq}$  correspond aux valeurs où la courbe est au-dessus de la vraisemblance (là où l'aire est grise).

accès à de nombreux outils de la théorie des probabilités et de l'information que nous évoquons par la suite.

## IV-1.3 Utilisations possibles du score probabiliste d'appariement

### IV-1.3.1 Définir un critère probabiliste d'appariement

En utilisant le score probabiliste de reprojection, la valeur d'acceptation  $\tau_R$  qui définit le critère est alors également une probabilité. C'est un réel avantage qui simplifie grandement le calcul du seuil, celui-ci étant dorénavant constant et homogène pour tous les tests de la scène, quelles que soient les entités, les stations et l'incertitude des changements de repères. Le critère de reprojection  $\mathcal{S}_R(\mathbf{e}_\alpha, \mathbf{e}_\beta)$  permet donc de définir le niveau de confiance à partir duquel les appariements sont rejetés : 80%, 95%, 99.9%, etc. On peut considérer dans ce cas que  $\mathcal{S}_R$  est une variable aléatoire qui prend tantôt la valeur 0, tantôt la valeur 1.

Cependant, remarquons que *a priori* les probabilités  $P(\mathbf{e}_\alpha \equiv \mathbf{e}_\beta)$  et  $P(\mathbf{e}_\beta \equiv \mathbf{e}_\alpha)$  ne sont pas égales. En effet, les changements de repères  $\bar{R}_{ij}$  et  $\bar{R}_{ji}$  ont été estimés indépendamment et ont des valeurs et incertitudes différentes,  $\mathbf{s}_R(\mathbf{e}_\alpha, \mathbf{e}_\beta) \neq \mathbf{s}_R(\mathbf{e}_\beta, \mathbf{e}_\alpha)$ . Dans notre cas, les systèmes de géolocalisation estiment les changements de repères  $\bar{R}_{0i}$  et  $\bar{R}_{0j}$ ; par conséquent,  $\bar{R}_{ij}$  est calculé par  $\bar{R}_{ij} = \bar{R}_{0j} \star \bar{R}_{0i}^{-1}$ . Ainsi, les valeurs et l'incertitude de  $\bar{R}_{ij}$  et  $\bar{R}_{ji} = \bar{R}_{ij}^{-1}$  sont identiques.

Un cas important est celui où plusieurs entités  $\mathbf{e}_{\beta_1}$  et  $\mathbf{e}_{\beta_2}$  peuvent valider le critère de reprojction probabiliste  $\mathcal{S}_R(\mathbf{e}_\alpha, \mathbf{e}_{\beta_1})$  et  $\mathcal{S}_R(\mathbf{e}_\alpha, \mathbf{e}_{\beta_2})$ , comme déjà illustré à la Figure IV-1.1. Nous décidons de préserver cette ambiguïté, jusqu'à ce que le recalage des repères permette de la lever.

### IV-1.3.2 Décrire une configuration d'appariements par son information contenue

La fonctionnelle qui doit être minimisée pour tester la relation d'appariement  $\mathbf{e}_\alpha \equiv \mathbf{e}_\beta$  est :

$$I(\mathbf{e}_\alpha, \mathbf{e}_\beta) = -\log P(\mathbf{e}_\alpha \equiv \mathbf{e}_\beta) \quad (80)$$

$I(\mathbf{e}_\alpha, \mathbf{e}_\beta)$  est l'*information contenue* par le score de reprojction des deux entités  $\mathbf{e}_\alpha$  et  $\mathbf{e}_\beta$ , telle que définie dans la théorie de l'information [Cover et Thomas, 1991]. Elle vaut zéro lorsque la probabilité  $P(\mathbf{e}_\alpha \equiv \mathbf{e}_\beta)$  est égale à 1 et vaut  $+\infty$  lorsque la probabilité est égale à 0.

En reprenant la notation  $\mathcal{A}_{ij}$  pour l'ensemble des paires possibles entre  $\mathcal{S}_i$  et  $\mathcal{S}_j$ , nous définissons dedans le sous-ensemble  $\mathcal{A}_{v_{ij}}$  des paires qui valident le critère de reprojction. Soit une configuration particulière, c'est-à-dire un jeu de valeurs des paramètres de  $\bar{\mathbf{R}}_{ij}$ . Nous décrivons l'information d'une configuration particulière comme la somme des informations contenues dans chaque paire d'entités  $(\mathbf{e}_\alpha, \mathbf{e}_\beta)$  validant le critère de reprojction (équation 81).

$$I_0 = \sum_{(\mathbf{e}_\alpha, \mathbf{e}_\beta) \in \mathcal{A}_{v_{ij}}} I(\mathbf{e}_\alpha, \mathbf{e}_\beta) \quad (81)$$

Cela permet de décrire à chaque changement de valeur des paramètres de pose de  $\bar{\mathbf{R}}_{ij}$  la cohérence de l'ensemble des appariements. L'avantage de cette formulation est que dans les cas où il existe plus de deux stations, la cohérence globale du système est alors la somme des  $I_0$ .

### IV-1.3.3 Estimer le maximum de vraisemblance des inconnues de pose comme minimum de l'entropie globale

Il ne faut pas perdre de vue que le sous-ensemble  $\mathcal{A}_{v_{ij}}$  des paires retenues comporte des risques d'erreur : soit le rejet d'une paire valide, soit l'acceptation d'une fausse paire. En travaillant dans  $\mathcal{A}_{v_{ij}}$  plutôt que dans  $\mathcal{A}_{ij}$ , on tient compte du second risque, mais pas du premier. Il est donc préférable de ne pas restreindre l'étude aux paires qui ont passé avec succès le premier critère, car ce qui compte avant tout pour une paire  $(\mathbf{e}_\alpha, \mathbf{e}_\beta)$ , c'est l'information qu'elle apporte. Or, si la probabilité  $P(\mathbf{e}_\alpha \equiv \mathbf{e}_\beta)$  est très faible, l'information qu'elle apporte est aussi très importante : elle signifie que les deux entités testées ne sont très vraisemblablement pas représentantes d'un même objet de la scène. Ce que traduit dans ce cas la probabilité  $P(\mathbf{e}_\alpha \neq \mathbf{e}_\beta)$  qui est alors très proche de 1.

Il est alors préférable d'utiliser l'*entropie de Shannon* d'une paire testée. L'entropie  $H(\mathbf{e}_\alpha, \mathbf{e}_\beta)$  est un autre concept central de la théorie de l'information et peut être

défini comme l'information que la paire apporte sur elle-même [Cover et Thomas, 1991], donc :

$$H(\mathbf{e}_\alpha, \mathbf{e}_\beta) = I((\mathbf{e}_\alpha, \mathbf{e}_\beta), (\mathbf{e}_\alpha, \mathbf{e}_\beta)) \quad (82)$$

L'entropie de Shannon pour une paire d'entités  $(\mathbf{e}_\alpha, \mathbf{e}_\beta)$  est donc donnée par :

$$H(\mathbf{e}_\alpha, \mathbf{e}_\beta) = -P(\mathbf{e}_\alpha \equiv \mathbf{e}_\beta) \log(P(\mathbf{e}_\alpha \equiv \mathbf{e}_\beta)) - P(\mathbf{e}_\alpha \not\equiv \mathbf{e}_\beta) \log(P(\mathbf{e}_\alpha \not\equiv \mathbf{e}_\beta)) \quad (83)$$

La fonction à minimiser pour calculer les paramètres de pose est, plutôt que la somme des informations des paires retenues (dans  $\mathcal{A}_{ij}$ ), *la somme des entropies de toutes les paires possibles* (dans  $\mathcal{A}_{ij}$ ) :

$$H_0 = \sum_{(\mathbf{e}_\alpha, \mathbf{e}_\beta) \in \mathcal{A}_{ij}} H(\mathbf{e}_\alpha, \mathbf{e}_\beta) \quad (84)$$

En conclusion, **dire que les paramètres de pose des changements de repères inconnus  $R_{ij}$  minimisent la somme des entropies  $H_0$ , revient à dire que la précision du recalage augmente pour chaque appariement valide, et que les paires non appariées se différencient de mieux en mieux.**

*Remarque* : on peut chercher à améliorer le choix des fonctions des entropies, d'une part en tenant compte d'autres variables que le critère de reprojction  $\mathcal{S}_R$ , et d'autre part en tenant compte des dépendances entre les variables, notamment dues à la structure du réseau de mesures et des appariements multiples.

Nous présentons à la Figure IV-1.7 les différentes notions introduites dans ce chapitre : vraisemblance, score probabiliste, information et entropie. Le cas présenté est une coordonnée dont l'incertitude *a posteriori* est décrite par une loi normale.

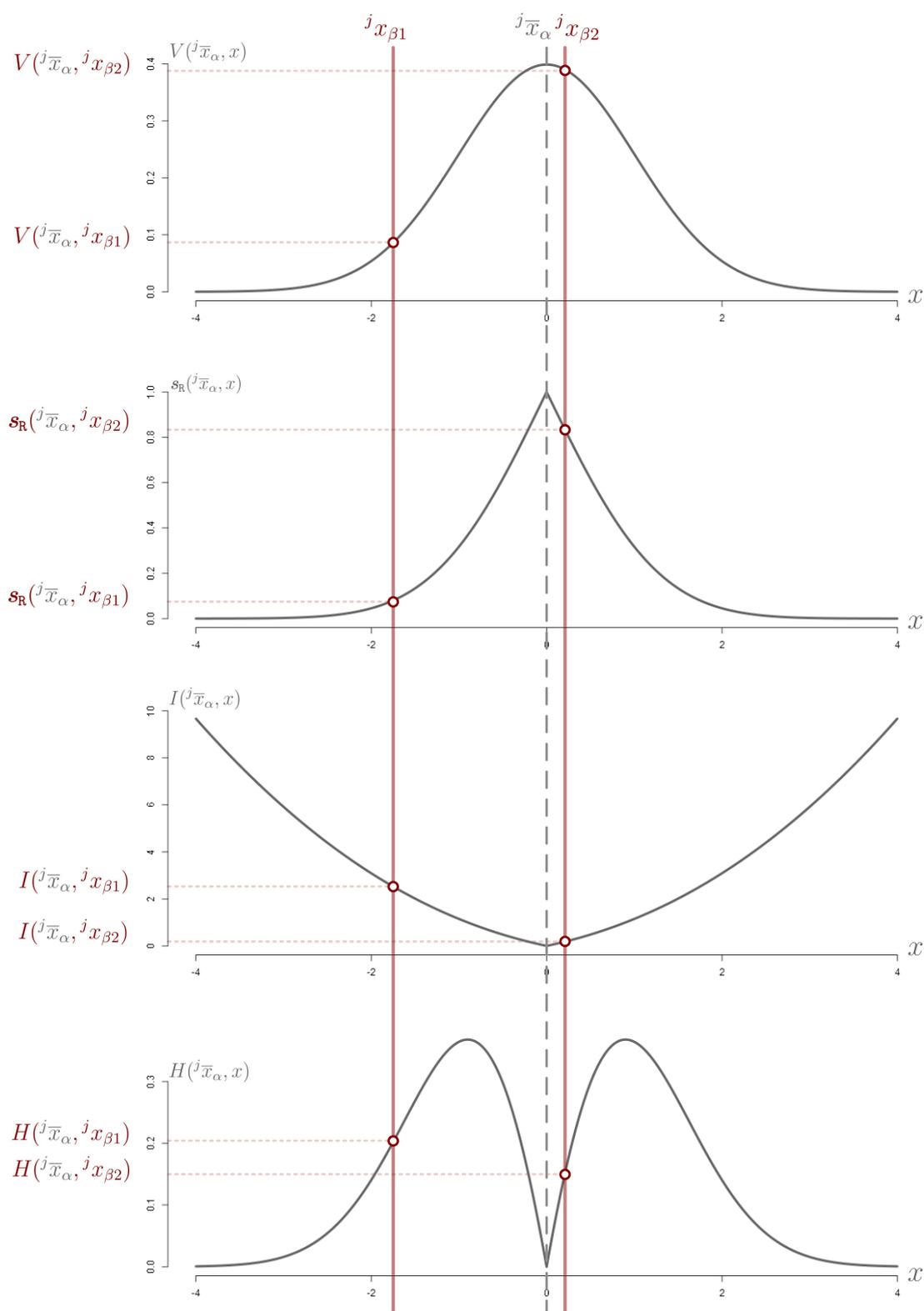


FIGURE IV-1.7 – **Vraisemblance, score probabiliste, information et entropie d'un appariement.**  $x_\alpha$  est une coordonnée d'une entité  $e_\alpha$  dont l'incertitude est une distribution normale centrée d'écart-type 1. De haut en bas : fonctions de vraisemblance  $V$ , de score probabiliste  $s_R$ , d'information  $I$  et d'entropie  $H$  associées à la coordonnée incertaine  $x_\alpha$ . Deux entités particulières sont indiquées  $e_{\beta 1}$  et  $e_{\beta 2}$ .

## Conclusions du Chapitre IV-1

La formalisation des notions d'appariements (simple et multiple) et de leurs propriétés respectives met en évidence la structure réelle du système de contraintes pour le calcul des paramètres de pose. Si dans notre cas d'étude les appariements multiples existent et doivent être pris en compte, leur détection est une tâche complexe.

La raison principale de la complexité de cette tâche provient de l'insuffisance d'un score de reprojection déterministe en présence d'une approximation incertaine des paramètres de pose. L'évolution des stratégies de détection d'appariements de primitives passe donc par une évolution des critères d'appariement, en particulier le critère de reprojection.

Nous avons proposé d'intégrer l'incertitude *a priori* des paramètres de pose approchés dans le calcul du score de reprojection. Dans un premier temps, nous avons décrit l'influence d'un changement de repère incertain sur les coordonnées d'une primitive. Le calcul de ces lois *a posteriori*, images des lois d'incertitude *a priori* par application d'un changement de repère, peut être effectué soit par une approche numérique dite de Monte-Carlo, soit par calcul analytique des paramètres de ces lois ou de lois approchées. Dans un second temps, nous avons défini le score probabiliste de reprojection à l'aide des fonctions de densité de probabilité des lois *a posteriori* et des intervalles de vraisemblance.

Enfin, nous avons proposé plusieurs utilisations de ce score probabiliste de reprojection. Par exemple, nous l'avons utilisé dans le calcul du critère de reprojection grâce à un seuil probabiliste, homogène sur l'ensemble des primitives et des stations, quelles que soient leurs incertitudes *a priori*. Ou encore, il peut être employé pour décrire une configuration d'appariements, grâce à l'entropie globale des appariements, pour des paramètres de pose donnés. Enfin, nous avons mentionné l'équivalence du problème de détection des appariements et de calcul des paramètres de pose, tous deux minimisant l'entropie à mesure qu'ils convergent vers le résultat correct.

# CHAPITRE IV-2

## Application aux lignes et aux changements de repère à 4 paramètres

Conformément aux hypothèses formulées au Chapitre III-2, nous considérons que les changements de repères sont décrits par 4 paramètres. Des valeurs *a priori* des paramètres de pose existent et leur incertitude est renseignée (Chapitre II-3). Nous présentons dans un premier temps les lois de probabilités qui décrivent l'incertitude des paramètres d'orientation et de position.

Au chapitre précédent, nous avons présenté une méthode de calcul du score probabiliste d'appariement de deux primitives. Nous appliquons, dans ce chapitre, cette approche aux lignes 3D pour lesquelles nous détaillons l'expression de l'influence d'un changement de repère incertain et la formulation du score probabiliste. L'ensemble des calculs a pu être mené grâce à l'utilisation de la représentation DHM, adaptée aux changements de repère à 4 paramètres incertains. Nous présentons également les données qui ont accompagné toutes les phases du développement de la méthode.

Nous clôturons ce chapitre en discutant la méthode d'appariement probabiliste, telle que proposée dans cette Partie IV, de ses avantages et des évolutions qu'elle sollicite.

### IV-2.1 Application aux lignes et aux changements de repère à 4 paramètres

Les lignes sont très présentes dans les environnements industriels, sous forme d'axes de cylindres. De plus, parmi les 3 entités que nous étudions, les lignes constituent le cas le plus délicat à traiter en raison des problèmes de leur représentation. Ces deux raisons ont motivé le choix des lignes pour l'application de notre approche.

### IV-2.1.1 Incertitude d'un changement de repère à 4 paramètres

Le modèle des incertitudes *a priori* du changement de repère incertain  $\bar{\mathbf{R}}_{ij}$  est présenté pour ses différents paramètres. L'incertitude *a priori* de la position relative de  $\mathcal{S}_i$  par rapport à  $\mathcal{S}_j$  est modélisée par une loi de probabilité normale multivariée (§ IV-2.1.1.1). Quant à l'incertitude *a priori* du cap relatif de  $\mathcal{S}_i$  par rapport à  $\mathcal{S}_j$ , elle est modélisée par une loi de probabilité de von Mises (§ IV-2.1.1.2) que nous détaillons.

#### IV-2.1.1.1 Modèle d'incertitude *a priori* de la position : loi normale multivariée

L'incertitude d'un point dans  $\mathbb{R}^3$  est naturellement représentée par une loi normale de dimension 3. Ainsi, l'incertitude de la position d'une station suit une loi normale qui est décrite à l'aide de ses deux premiers moments :  $\tilde{\mathbf{t}} = \mu$  (sa valeur la plus probable) et  $\tilde{\mathbf{t}} = \Sigma$  (sa matrice de variances-covariances).

$$\mathbf{t} : \mathcal{N}_3(\mu, \Sigma) \quad (85)$$

La fonction  $f_{\mu, \Sigma}$ , densité de probabilité de la loi normale multivariée, possède la même allure que la fonction densité de la loi normale unidimensionnelle donnée page 87. L'expression de  $f_{\mu, \Sigma}$  est exprimée à l'équation 86, où  $|\Sigma|$  est le déterminant de  $\Sigma$ .

$$f_{\mu, \Sigma} = \frac{1}{(2\pi)^{3/2} |\Sigma|^{1/2}} \exp\left(-\frac{1}{2}(t - \mu)^T \Sigma^{-1} (t - \mu)\right) \quad (86)$$

Lors de l'acquisition des positions approchées des stations, la connaissance des hauteurs de sol nous permet de considérer que la composante  $t_z$  est indépendante de  $t_x$  et  $t_y$ . Sous cette hypothèse, la matrice des variances-covariances est donnée à l'équation 87.

$$\Sigma_{tt} = \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & \rho_{xy} \sigma_x \sigma_y & 0 \\ \rho_{xy} \sigma_y \sigma_x & \sigma_y^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z^2 \end{bmatrix} \quad (87)$$

L'ellipsoïde d'erreurs est alors un sphéroïde : circulaire sur le plan horizontal et ellipsoïdal sur un plan vertical.

#### IV-2.1.1.2 Modèle d'incertitude *a priori* du cap : loi de von Mises

Il est très courant dans les méthodes d'ajustement ou de minimisation d'utiliser une loi normale pour décrire une variable angulaire. Pourtant, la loi de probabilité qui décrit une variable angulaire est une loi dite « enveloppée ». Cela provient du fait que toute observation angulaire  $k \in \mathbb{R}$  peut être réduite à une mesure angulaire  $\kappa$  définie sur un intervalle de longueur  $2\pi$ , par exemple  $-\pi < \kappa \leq \pi$  (équation 88).

$$k = \kappa + a \bmod(2\pi) \quad a \in \mathbb{R} \quad (88)$$

Il est alors plus judicieux de travailler avec la mesure réduite  $\kappa$  plutôt qu'avec  $k$ . C'est sur ce constat que reposent les *statistiques directionnelles* ([Mardia, 1972]).

Dans le cas d'une variable angulaire normale, la loi qui décrit rigoureusement son incertitude sur le cercle est la *loi normale enveloppée*<sup>1</sup>. L'incertitude sur le cap estimé d'une station est donc décrite par une loi normale enveloppée. L'inconvénient de cette loi est sa complexité de manipulation. C'est pourquoi nous choisissons de représenter l'incertitude du paramètre d'orientation  $\kappa$  par une *loi de von Mises*, proche approximation de la loi normale enveloppée.

$$\kappa : \mathcal{L}_{\mathcal{M}}(\chi, \lambda) \tag{89}$$

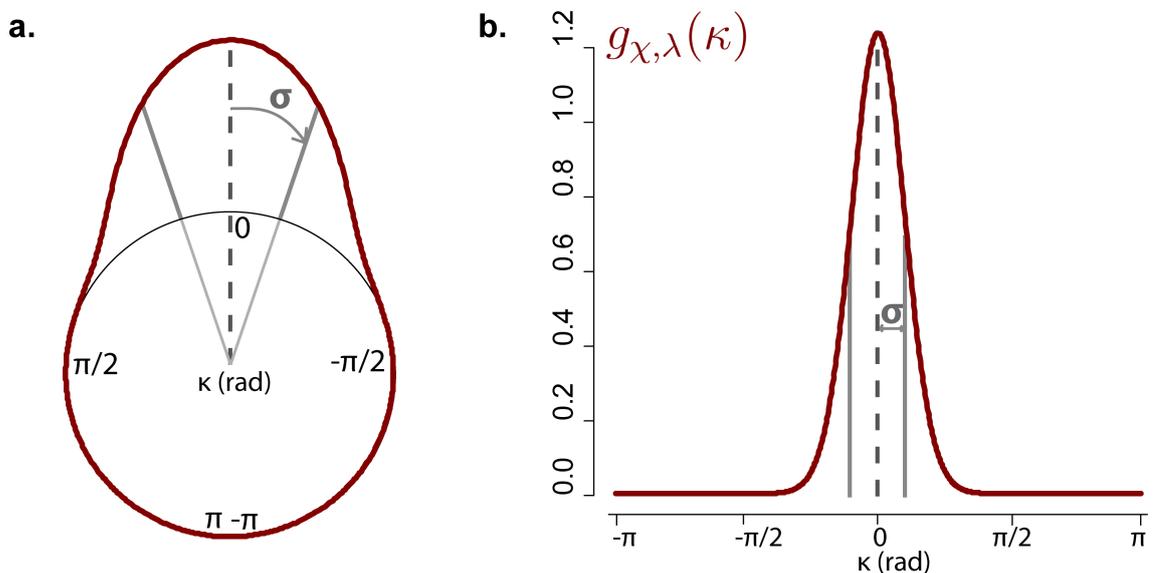


FIGURE IV-2.1 – **Fonction densité de probabilité de la loi de von Mises.** Paramètres utilisés :  $\chi = 0$  et  $\lambda = 10$  soit  $\sigma = 18.6^\circ$ . La fonction  $g_{\chi, \lambda}$  est tracée **a.** en représentation circulaire, et **b.** en représentation linéaire.

La distribution de von Mises, cas unidimensionnel de la loi de von Mises-Fisher, est décrite par deux paramètres  $\chi$  et  $\lambda$  qui décrivent respectivement l'emplacement et la concentration de la variable aléatoire  $\kappa$  où  $-\pi < \chi \leq \pi$  et  $\lambda \in \mathbb{R}$ . La fonction  $g_{\chi, \lambda}$  de densité de probabilité de la loi de von Mises est donnée à l'équation 90 [Mardia, 1972] et est tracée à la Figure IV-2.1.

$$g_{\chi, \lambda}(\kappa) = \frac{1}{2\pi I_0(\lambda)} \exp(\lambda \cos(\kappa - \chi)) \tag{90}$$

où  $I_0$  est la fonction modifiée de Bessel d'ordre 0. Pour un ordre  $j$ , cette fonction est donnée en utilisant la fonction Gamma ([Abramowitz et Stegun, 1964]) par :

$$I_j(\lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2^{2n+j} \Gamma(n+j+1) \Gamma(n+1)} \lambda^{2n+j} \tag{91}$$

1. parfois aussi appelée loi theta ou gaussienne enveloppée.

Ce qui donne pour les ordres 0 et 1, utilisés par la suite :

$$I_0(\lambda) = 1 + \frac{1}{4}\lambda^2 + \frac{1}{64}\lambda^4 + \frac{1}{2304}\lambda^6 + \dots \quad (92)$$

$$I_1(\lambda) = \frac{\lambda}{2} + \frac{1}{16}\lambda^3 + \frac{1}{384}\lambda^5 + \frac{1}{18432}\lambda^7 + \dots \quad (93)$$

La dérivée d'une fonction modifiée de Bessel d'ordre  $j$  est donnée par :

$$I'_j(\lambda) = I_{j-1} - I_j(\lambda)\left(\frac{j}{\lambda}\right) \quad (94)$$

Nous introduisons la fonction  $A(\lambda)$ , rapport des fonctions de Bessel d'ordre 1 et 0 :

$$A(\lambda) = \frac{I_1(\lambda)}{I_0(\lambda)} \quad (95)$$

Par définition, la *moyenne circulaire* de  $\kappa$  est donnée par ses deux premiers coefficients de Fourier :

$$\int_0^{2\pi} g_{\chi,\lambda}(\kappa) \cos(\kappa) d\kappa = A(\lambda) \cos(\chi) \quad (96)$$

$$\int_0^{2\pi} g_{\chi,\lambda}(\kappa) \sin(\kappa) d\kappa = A(\lambda) \sin(\chi) \quad (97)$$

La *variance circulaire* de  $\kappa$  est donnée en fonction de  $A(\lambda)$  également :

$$\int_0^{2\pi} g_{\chi,\lambda}(\kappa) \cos(2\kappa) d\kappa = \left(1 - 2\frac{A(\lambda)}{\lambda}\right) \cos(2\chi) \quad (98)$$

$$\int_0^{2\pi} g_{\chi,\lambda}(\kappa) \sin(2\kappa) d\kappa = \left(1 - 2\frac{A(\lambda)}{\lambda}\right) \sin(2\chi) \quad (99)$$

La *variance linéaire* habituelle  $\sigma_\kappa^2$  est donnée à l'équation 100.

$$\sigma_\kappa^2 = -2 \ln(A(\lambda)) \quad (100)$$

Il est utile, dans les calculs, d'utiliser la fonction  $A^{-1}$  qui permet de calculer  $\lambda$  pour un  $\sigma_\kappa^2$  donné.

$$\lambda = A^{-1}\left(\exp\left(-\frac{\sigma_\kappa^2}{2}\right)\right) \quad (101)$$

Une expression approchée de la fonction  $A^{-1}$  est donnée dans [Best et Fisher, 1981].

La *fonction de répartition*  $G_{\chi,\lambda}$  de la loi de von Mises n'a pas d'expression analytique et sa meilleure approximation est l'intégration d'une série de la fonction de densité de probabilité. On trouve dans [Gumbel *et al.*, 1953] l'expression de cette fonction. Notons la différence de bornes dans l'expression du cas de la probabilité 1 pour une loi de von Mises et une loi normale.

$$\int_n^{n+2\pi} g_{\chi,\lambda}(\kappa) d\kappa = 1 \quad \int_{-\infty}^{+\infty} f_{\mu_k,\sigma_k}(k) dk = 1 \quad (102)$$

Autrement dit, lorsque la localisation de la variable est proche des bornes de son intervalle de définition de longueur  $2\pi$ , la loi de von Mises décrit correctement le report de densité sur l'ensemble des valeurs de l'intervalle, contrairement à la loi normale. L'allure de la loi de densité de probabilité de von Mises sur  $\mathbb{R}$  illustre bien la notion de modulo contenue dans les lois enveloppées (Figure IV-2.2).

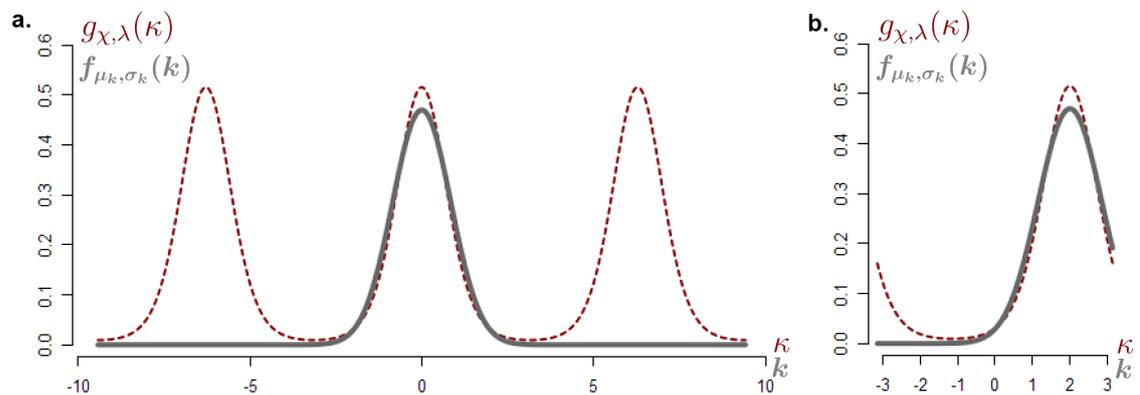


FIGURE IV-2.2 – **Graphes superposés de la loi normale et de la loi de von Mises.** **a.** Fonction densité de probabilité de la loi normale et de la loi de von Mises centrées de paramètre  $\lambda = 2$ . **b.** Les deux mêmes fonctions affichées sur un intervalle de longueur  $2\pi$  où cette fois  $\chi = 2 \text{ rad}$ . Cela illustre l'équation 102.

*Remarque :* Lorsque la variance d'une variable angulaire est très faible (inférieure à quelques degrés), la distribution de von Mises est très proche de la loi normale. Dans ce cas, l'écart numérique entre les valeurs des densités est insignifiant. Cependant, plus les variances sont importantes, plus les écarts entre les deux lois sont significatifs et alors la loi normale n'est plus une bonne approximation de la loi normale enveloppée.

### IV-2.1.2 Transformation incertaine d'une ligne en représentation DHM

Étant donné un changement de repère *a priori* incertain  $\bar{\mathbf{R}}_{ij}$  de  ${}^i\mathcal{R}$  vers  ${}^j\mathcal{R}$ , les relations établies au § IV-1.2.1 nous permettent de calculer l'incertitude *a posteriori* de chacune des coordonnées d'une ligne  $\mathbf{l}$  mesurée dans  ${}^i\mathcal{R}$  et exprimée dans  ${}^j\mathcal{R}$  (Figure IV-2.3).

$${}^j\mathbf{l} = \bar{\mathbf{R}}_{ij} \star {}^i\mathbf{l} \quad (103)$$

Nous avons présenté au Chapitre III-1 plusieurs représentations pour les lignes, y compris la représentation DHM (introduite au § III-1.1.5). Comme nous l'avons déjà précisé, cette représentation DHM a été spécifiquement adaptée pour permettre de prendre en compte les incertitudes *a priori* le plus exactement et le plus clairement possible. La décomposition des influences des incertitudes des paramètres de pose sur les différentes coordonnées est un avantage indéniable de cette représentation.

En utilisant les formules de changement de repères de la représentation DHM (§ III-1.2.3) et les modèles d'incertitudes des paramètres de  $\bar{\mathbf{R}}_{ij}$  (§ IV-2.1.1), les modèles d'incertitudes *a posteriori* des coordonnées de la ligne sont les suivants :

- **Inclinaison**  $\theta_j$  : n'est pas affectée par l'incertitude du changement de repère.
- **Orientation**  $\varphi$  : suit une distribution de von Mises.
- **Position** :  $(u, v)$  ou  $(x, y)$  : formellement des variables gaussiennes tournées par des variables de von Mises. Nous utilisons comme approximation une loi normale bi-variée dont les paramètres (deux premiers moments) sont calculés formellement au § IV-2.1.2.2.

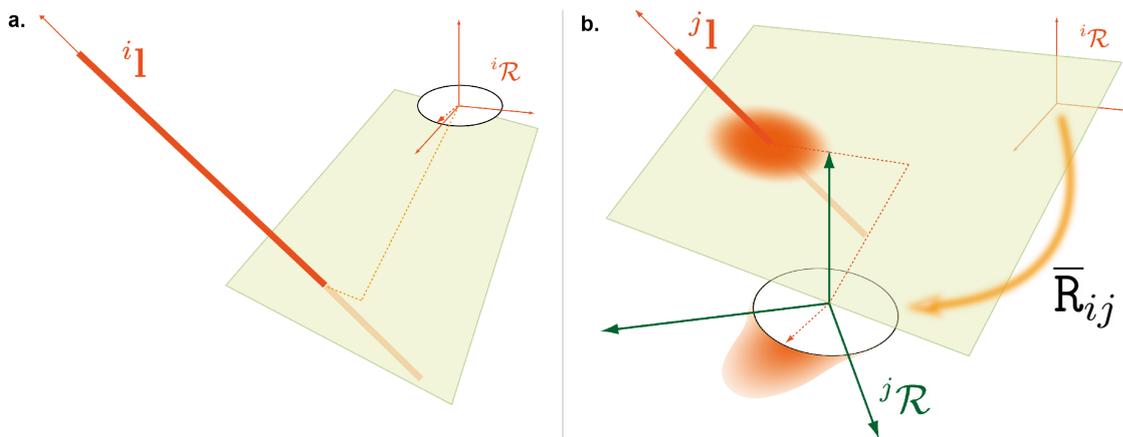
$${}^j\mathbf{l} = \bar{\mathbf{R}}_{ij} \star {}^i\mathbf{l} \quad (104)$$

$${}^i\mathbf{l} : [ {}^i\theta, {}^i\varphi, ({}^iu, {}^iv) \text{ ou } ({}^ix, {}^iy) ]$$

$$\bar{\mathbf{R}}_{ij} : [ \boldsymbol{\kappa} \sim \mathcal{L}_{\mathcal{M}}(\chi_{\kappa}, \lambda_{\kappa}), \mathbf{t} \sim \mathcal{N}_3(\boldsymbol{\mu}_t, \boldsymbol{\Sigma}_t) ]$$

$${}^j\mathbf{e} : [ {}^i\theta, {}^j\varphi \sim \mathcal{L}_{\mathcal{M}}(\chi_j, \lambda_j), ({}^iu, {}^iv) \text{ ou } ({}^ix, {}^iy) \sim \mathcal{N}_2(\boldsymbol{\mu}_j, \boldsymbol{\Sigma}_j) ]$$

Nous détaillons ci-dessous le calcul des paramètres  $(\chi_j, \lambda_j)$  et  $(\boldsymbol{\mu}_j, \boldsymbol{\Sigma}_j)$  des distributions des coordonnées des lignes.



### IV-2.1.2.1 Expression de l'orientation incertaine d'une ligne

Rappelons l'expression du changement de repère sur l'orientation de la ligne en représentation DHM :

$${}^j\varphi = {}^i\varphi + \kappa \quad (105)$$

Les paramètres  $(\chi_j, \lambda_j)$  de la loi de von Mises qui décrit l'incertitude de l'orientation de la ligne sont donnés par :

$$\chi_j = {}^i\varphi + \chi_\kappa \quad (106)$$

$$\lambda_j = \lambda_\kappa \quad (107)$$

Si  $\bar{\mathbf{R}}_{ij}$  a été obtenu par la composition des deux changements de repères incertains  $\bar{\mathbf{R}}_{i0}$  et  $\bar{\mathbf{R}}_{j0}$ , alors  $\lambda_\kappa$  peut être obtenu à partir des  $\lambda_{\kappa i0}$  et  $\lambda_{\kappa j0}$  (équation 108).

$$\lambda_\kappa = A^{-1}(A(\lambda_{\kappa i0}) \cdot A(\lambda_{\kappa j0})) \quad (108)$$

### IV-2.1.2.2 Expression de la position incertaine d'une ligne

Rappelons également l'expression du changement de repère sur les coordonnées  $(u, v)$ , position de la ligne en représentation DHM (carte principale) :

$${}^j u = {}^i u + \cos({}^i\theta) \cos({}^j\varphi) t_x + \cos({}^i\theta) \sin({}^j\varphi) t_y - \sin({}^i\theta) t_z \quad (109)$$

$${}^j v = {}^i v - \sin({}^j\varphi) t_x + \cos({}^j\varphi) t_y \quad (110)$$

Nous décomposons en quatre étapes le calcul des paramètres  $(\mu_j, \Sigma_j)$  de la gaussienne bivariée qui décrit l'incertitude des coordonnées  $({}^j u, {}^j v)$  de la ligne après le changement de repère incertain  $\bar{\mathbf{R}}_{ij}$ .

#### **Étape 1 : Rotation d'une gaussienne bivariée par un angle exact $\varphi_i$**

On calcule les paramètres  $(\mu_S, \Sigma_S)$  des variables :

$$S_1 = t_x \cos(\varphi_i) + t_y \sin(\varphi_i)$$

$$S_2 = -t_x \sin(\varphi_i) + t_y \cos(\varphi_i)$$

Pour la moyenne  $\mu_S$ , nous avons :

$$\mu_S = (S_1, S_2)$$

Pour la matrice des variances-covariances  $\Sigma_S$ , nous avons :

$$\Sigma_S = \begin{pmatrix} \cos(\varphi_i) & -\sin(\varphi_i) \\ \sin(\varphi_i) & \cos(\varphi_i) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{t_x}^2 & \rho_{t_x, t_y} \sigma_{t_x} \sigma_{t_y} \\ \rho_{t_x, t_y} \sigma_{t_x} \sigma_{t_y} & \sigma_{t_y}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(\varphi_i) & -\sin(\varphi_i) \\ \sin(\varphi_i) & \cos(\varphi_i) \end{pmatrix}^T$$

**Étape 2 : Rotation d'une gaussienne bivariée par un angle incertain  $\kappa$  décrit par une loi de von Mises**

On calcule les paramètres  $(\mu_T, \Sigma_T)$  des variables :

$$\begin{aligned} T_1 &= S_1 \cos(\kappa) + S_2 \sin(\kappa) \\ T_2 &= -S_1 \sin(\kappa) + S_2 \cos(\kappa) \end{aligned}$$

Pour la moyenne  $\mu_T$ , nous avons :

$$\mu_T = (A(\lambda)(S_1 \cos(-\kappa) - S_2 \sin(-\kappa)), A(\lambda)(S_1 \sin(-\kappa) + S_2 \cos(-\kappa)))$$

Pour la matrice des variances-covariances  $\Sigma_T$ , nous avons :

$$\begin{aligned} \Sigma_T &= (1 - 2\frac{A(\lambda)}{\lambda})\Sigma_\kappa + \frac{A(\lambda)}{\lambda}Tr(\Sigma_S)Id \\ &\quad + (1 - 2\frac{A(\lambda)}{\lambda} - A(\lambda)^2)\Sigma(S_0)_\kappa + \frac{A(\lambda)}{\lambda}(S_1^2 + S_2^2)Id \end{aligned} \quad (111)$$

Les matrices  $\Sigma_\kappa$ ,  $Tr(\Sigma_S)Id$  et  $\Sigma(S_0)_\kappa$  sont données par les formules suivantes :

$$\Sigma_\kappa = \begin{pmatrix} \cos(-\kappa) & -\sin(-\kappa) \\ \sin(-\kappa) & \cos(-\kappa) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{xs}^2 & \rho_{xs,ys}\sigma_{xs}\sigma_{ys} \\ \rho_{xs,ys}\sigma_{xs}\sigma_{ys} & \sigma_{ys}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(-\kappa) & -\sin(-\kappa) \\ \sin(-\kappa) & \cos(-\kappa) \end{pmatrix}^T$$

où  $\sigma_{xs}$ ,  $\sigma_{ys}$  et  $\rho_{xs,ys}$  sont les coefficients associés à  $\Sigma_S$ .

$$Tr(\Sigma_S)Id = \begin{pmatrix} \sigma_{xs}^2 + \sigma_{ys}^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{xs}^2 + \sigma_{ys}^2 \end{pmatrix}$$

$$\Sigma(S_0)_\kappa = \begin{pmatrix} \cos(-\kappa) & -\sin(-\kappa) \\ \sin(-\kappa) & \cos(-\kappa) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_1^2 & S_1S_2 \\ S_1S_2 & S_2^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(-\kappa) & -\sin(-\kappa) \\ \sin(-\kappa) & \cos(-\kappa) \end{pmatrix}^T$$

**Étape 3 : Rotation d'une gaussienne bivariée par un angle certain  $^i\theta$**

On calcule les paramètres  $(\mu'_j, \Sigma'_j)$  des variables de manière similaire à l'étape 1, à partir des relations suivantes :

$$\begin{aligned} ^j u' &= T_1 \cos(^i\theta) - T_2 \sin(^i\theta) \\ ^j v' &= T_2 \end{aligned}$$

**Étape 4 : On décale les moyennes**

On calcule les paramètres finaux  $(\mu_j, \Sigma_j)$  des coordonnées de position de la ligne en décalant simplement la moyenne :

$$\begin{aligned} {}^j u &= {}^i u + {}^j u' \\ {}^j v &= {}^i v + {}^j v' \end{aligned}$$

*Remarque sur l'indépendance de  ${}^j u$  et  ${}^j v$  :* même rendues gaussiennes, les deux variables ne sont généralement pas indépendantes, même si  $t_x$  et  $t_y$  le sont. En effet dans l'équation 111,  $\Sigma(S_0)_\kappa$  n'est dans ce cas pas diagonale, sauf dans le cas où  $S_1$  ou  $S_2$  est nul.

*Remarque sur l'hypothèse de l'exactitude initiale de mesure de la ligne (IV-1.2.1) :* en réalité, les lignes ne sont pas mesurées exactement. Même mesurées avec grande précision, l'incertitude sur  $\varphi$  devient très grande lorsque  $\theta$  devient très faible (proche de la verticale). Sur la mesure d'une ligne, un moyen de représenter cette incertitude peut être de définir l'incertitude de son orientation en fonction du sinus de son inclinaison. La loi de Fisher, ou la loi de Fisher tronquée pour les lignes non orientées, traduit cela. Cette dernière convient bien à la représentation DHM de lignes non orientées et l'expression de la fonction de densité de la loi de Fisher tronquée est donnée dans [Fisher, 1993].

### IV-2.1.3 Score probabiliste d'appariement de deux lignes

Soient deux lignes  $\mathbf{l}_\alpha$  et  $\mathbf{l}_\beta$  mesurées respectivement en  ${}^i \mathcal{R}$  et  ${}^j \mathcal{R}$ . Le test d'appariement entre ces deux lignes, étant donnée une transformation incertaine  $\bar{\mathbf{R}}_{ij}$ , est présenté dans cette section.

En vertu de la remarque formulée précédemment sur l'hypothèse de l'exactitude de mesure des lignes, le critère d'inclinaison  $S_\theta$  est déterministe et la valeur d'acceptation est fixée par un seuil  $\tau_\theta$ .

Deux sous-scores probabilistes sont utilisés pour tester l'appariement des deux lignes :  $\tilde{s}_1$  qui évalue l'orientation des lignes et  $\tilde{s}_2$  qui évalue leur proximité (Figure IV-2.4).

**Sous-score probabiliste d'orientation  $\varphi$  :**  $\tilde{s}_1$ . Soient les coordonnées  ${}^j \mathbf{l}_\alpha$  et  ${}^j \mathbf{l}_\beta$  des lignes exprimées toutes deux dans  ${}^j \mathcal{R}$ .  ${}^j \varphi_\alpha$  suit une loi de von Mises de fonction de densité  $g_{\chi_{\alpha j}, \lambda_{\alpha j}}$  dont les paramètres ont été calculés comme décrit au § IV-2.1.2.1, page 171. La vraisemblance de  ${}^j \varphi_\alpha = {}^j \varphi_\beta$  est donnée par :

$$V({}^j \varphi_\alpha = {}^j \varphi_\beta) = g_{\chi_{\alpha j}, \lambda_{\alpha j}}({}^j \varphi_\beta) \quad (112)$$

On calcule sans peine le sous-score  $\tilde{s}_1$ , ainsi que son information contenue puis son entropie, grâce aux formules 77, 80 et 82.

**Sous-score probabiliste de position  $(u, v)$  ou  $(x, y)$  :**  $\tilde{s}_2$ . Nous avons déjà souligné que les représentations DHR et DHM sont des représentations locales et qu'à ce titre, elles ne permettent pas de mesurer la distance entre deux droites quelconques, mais uniquement entre deux droites parallèles (page 119). Or, cette

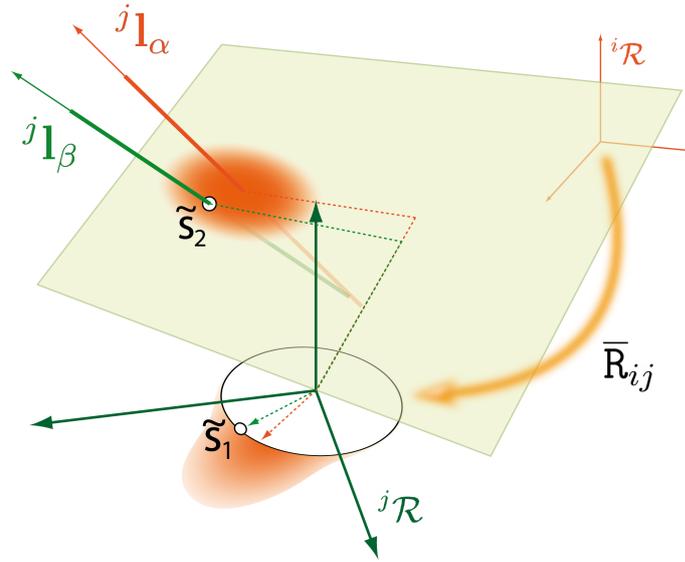


FIGURE IV-2.4 – **Sous-scores probabilistes d'appariement d'une ligne.** **a.** Une ligne  $l$  est mesurée exactement depuis  ${}^i\mathcal{R}$ ;  ${}^i l$  sont ses coordonnées dans ce repère. **b.** Le changement de repère incertain  $\bar{R}_{ij}$  rend incertaines les coordonnées  ${}^j l$  de  $l$  dans  ${}^j\mathcal{R}$ .

condition correspond au cas où le test  $\tilde{s}_1$  est validé. Dans ce cas où les deux droites sont parallèles, le paramètre  $\kappa_{ij}^0$  de  $\bar{R}_{ij}$  utilisé pour le test de position de  $\mathbf{l}_\alpha$  et  $\mathbf{l}_\beta$  est calculé par :

$$\kappa_{ij}^0 = {}^j\varphi_\beta - {}^i\varphi_\alpha \quad (113)$$

Les coordonnées  ${}^j(u, v)_\alpha$  sont décrites par une loi normale bivariée de fonction de densité  $f_{\mu_{\alpha j}, \Sigma_{\alpha j}}$  dont les paramètres sont calculés comme décrit au § IV-2.1.2.2 et où  $\kappa = \kappa_{ij}^0$  (les lignes sont rendues parallèles le temps du test).

La vraisemblance de  ${}^j(u, v)_\alpha = {}^j(u, v)_\beta$  est alors donnée par :

$$V({}^j(u, v)_\alpha = {}^j(u, v)_\beta) = f_{\mu_{\alpha j}, \Sigma_{\alpha j}}({}^j(u, v)_\beta) \quad (114)$$

Le recours aux formules 77, 80 et 82 permet de calculer le score  $\tilde{s}_2$ , son information contenue et son entropie.

**Utilisation des sous-scores probabilistes.** Nous cherchons finalement à calculer le score probabiliste de reprojection des lignes  $\mathbf{l}_\alpha$  et  $\mathbf{l}_\beta$  :  $s_{\bar{R}}(\mathbf{l}_\alpha, \mathbf{l}_\beta)$ . Là encore, l'utilisation de la représentation DHM est avantageuse, car elle permet de calculer simplement ce score, grâce à la définition des probabilités conditionnelles donnée à l'équation 115.

$$\text{Soient deux évènements A et B : } P(A \cap B) = P(B) \cdot P(A|B) \quad (115)$$

Nous avons donc pour  $s_{\bar{R}}$  l'expression suivante :

$$s_{\bar{R}}(\mathbf{l}_\alpha, \mathbf{l}_\beta) = \tilde{s}_1({}^j\varphi_\alpha, {}^j\varphi_\beta) \cdot \tilde{s}_2({}^j(u, v)_\alpha, {}^j(u, v)_\beta) \quad (116)$$

De manière similaire, la formule de l'entropie conditionnelle s'écrit :

$$\text{Pour deux variables aléatoires } \mathbf{x} \text{ et } \mathbf{y} : \quad H(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = H(\mathbf{x}) + H(\mathbf{y}|\mathbf{x}) \quad (117)$$

Par suite, l'entropie de  $\mathbf{I}_\alpha \equiv \mathbf{I}_\beta$  vaut :

$$H(\mathbf{I}_\alpha \equiv \mathbf{I}_\beta) = H({}^j\varphi_\alpha, {}^j\varphi_\beta) + H({}^j(u, v)_\alpha, {}^j(u, v)_\beta) \quad (118)$$

## IV-2.2 Expérimentation de l'appariement probabiliste sur des données réelles

Tout au long du développement de la méthode d'appariement probabiliste, nous avons appliqué les différentes relations et formules à un jeu de données laser réelles, déjà présenté au § I-2.1.3. Nous présentons dans cette section les primitives reconstruites depuis les nuages de points, l'algorithme que nous avons testé et quelques résultats de cet algorithme.

### IV-2.2.1 Expérimentations réalisées

#### IV-2.2.1.1 Données utilisées pour les tests

Parmi les 25 stations du jeu de données EVEREST, nous avons reconstruit des primitives (plans et cylindres) par croissance de région dans 8 d'entre elles (§ II-2.4). Nous avons ensuite sélectionné 4 de ces stations dont la configuration des cylindres permettait de disposer d'un échantillon représentatif des cas d'appariements : appariements simples et multiples ; cylindres horizontaux, verticaux et obliques ; cylindres proches, parallèles ; rayons similaires ou différents, etc. En tout, 53 cylindres composent le jeu de données, chaque station comptant de 9 à 16 de ces cylindres. Au total, 34 appariements ont été manuellement évalués dans la scène (7 verticaux et 27 non verticaux) et servent de référence.

Ces 4 stations échantillonnent deux pièces et l'étendue globale des nuages de points définit une scène de  $11 m \times 5 m \times 3 m$ . De plus, l'exiguïté des locaux fait que tout déplacement, même de quelques centimètres, et toute rotation, même de quelques degrés, induisent d'importantes erreurs de reprojexion entre les axes de cylindres. C'est donc une situation défavorable qu'il était intéressant de considérer d'emblée dans les tests réalisés au cours du développement de l'approche probabiliste.

#### IV-2.2.1.2 Outils utilisés pour la création des données et l'implémentation des calculs pour les tests

Nous avons éludé quelque peu les aspects pratiques de l'implémentation du Chapitre III-2, pour assurer la lisibilité du mémoire. Cependant, les phases de création des données et d'implémentation ont représenté une partie importante de la thèse. Nous communiquons ci-dessous les outils que nous avons utilisés tout au long des tests, d'une part en raison de leur diversité, et d'autre part pour faciliter la mise en œuvre de telles expérimentations pour quiconque serait intéressé par ce genre de travaux.

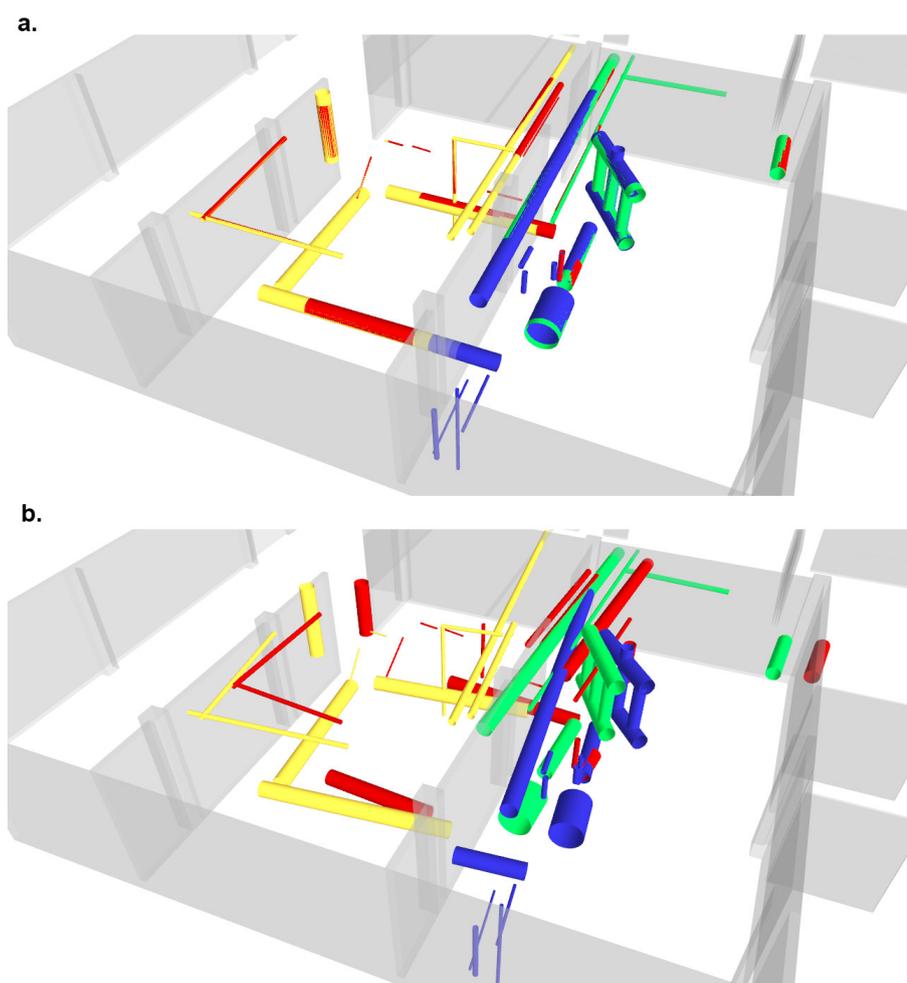


FIGURE IV-2.5 – **Données utilisées pour les tests.** Cylindres reconstruits depuis les nuages de points par station et colorisés par station d'origine. Les locaux (murs) sont indiqués en gris clair. **a.** Valeur de référence des paramètres de poses calculés par cheminement topographique **b.** Un exemple de tirage aléatoire des paramètres de pose, tel que réalisé lors des tests.

*Chaîne d'acquisition et de mise en forme des données.* Les primitives ont tout d'abord été reconstruites dans Cyclone par croissance de région. Pour la visualisation du jeu de données, nous avons exporté ces primitives dans un format 3D triangulé standard, le \*.obj, lisible par la plupart des logiciels de visualisation et d'édition d'objets 3D (Sketchup, CloudCompare, etc.). Pour la préparation des données, nous avons créé un parseur dont l'objectif était de récupérer l'ensemble des informations utiles des primitives (coordonnées et erreurs d'ajustement). A l'issue de cette étape, toutes les primitives furent représentées dans des fichiers tabulés, dont l'import dans un logiciel de calcul est simple.

*Implémentation des calculs et visualisation des résultats.* Pour nous aider dans les calculs, nous avons utilisé le logiciel de calcul formel Maxima (Annexe A.2). Pour effectuer l'ensemble des tests, le logiciel R a été employé. Nous avons tiré partie de ses fonctionnalités de calculs probabilistes, de tirage aléatoire, de manipulation des vecteurs et matrices, d'interfaçage et de visualisation 2D et 3D (Annexe A.3).

### IV-2.2.1.3 Plage d'incertitude *a priori* des paramètres de pose.

Nous présentons les tests réalisés pour 3 niveaux de bruits différents utilisés pour générer des paramètres de pose aléatoirement, Tableau IV-2.1. Ces niveaux de bruits ont été choisis en respect des différentes études et analyses réalisées sur les systèmes de géolocalisation d'intérieur.

Cas	$3\sigma_{t_x}$	$3\sigma_{t_y}$	$3\sigma_{t_z}$	$\lambda_\kappa (3\sigma_\kappa)$
1	0.30 m	0.30 m	0.075 m	1500 (4.5 °)
2	0.75 m	0.75 m	0.075 m	1500 (4.5 °)
3	0.30 m	0.30 m	0.075 m	500 (7.8 °)

Tableau IV-2.1 – **Paramètres *a priori* des incertitudes des quatre paramètres de pose utilisés lors des tests.** Nous indiquons les valeurs  $3\sigma$ , c'est-à-dire que 99.7 % des valeurs générées ont un écart à la moyenne inférieur à ces valeurs.

## IV-2.2.2 Résultats et analyse

**Calculs réalisés.** Pour chaque tirage aléatoire des valeurs approchées des paramètres de poses, 1031 paires possibles sont testées, au moins pour les rayons. Celles qui valident ce premier critère sont ensuite évaluées en fonction de leur inclinaison. Enfin, nous calculons le score probabiliste de reprojection pour chacune des paires potentiellement appariées, conformément aux relations du § IV-2.1.1. Les appariements retenus sont ceux qui valident l'ensemble des critères et pour lesquels le score de reprojection est maximal.

**Résultats du calcul de score d'appariement probabiliste.** Les résultats présentés au Tableau IV-2.2 sont, pour chaque niveau de bruit, la moyenne des résultats de 10 tirages de valeurs approchées des paramètres de pose. Les erreurs d'appariements sont détectées par comparaison de la matrice des appariements générées lors des calculs avec la matrice des appariements de la scène évalués manuellement.

Cas	Correct	Faux négatif	Faux positif
1	32 V=5 Hz=27	2 V=2 Hz=0	3 V=2 Hz=1
2	28 V=3 Hz=25	6 V=4 Hz=2	7 V=4 Hz=3
3	31 V=4 Hz=27	3 V=2 Hz=1	6 V=4 Hz=2

Tableau IV-2.2 – **Évaluation des appariements détectés lors des tests.** Pour chaque nombre, l'inclinaison des lignes est indiquée (V pour vertical et Hz pour non verticales). Les faux négatifs sont des appariements non détectés et les faux positifs des appariements détectés à tort.

**Analyse des résultats des tests réalisés.** Les résultats nous permettent de constater d'une part qu'avec les formules présentées aux sections précédentes, la plupart des appariements sont correctement détectés et que d'autre part les lignes verticales sont moins bien appariées que les lignes horizontales.

Concernant la différence de résultats entre lignes horizontales et verticales, c'est une conséquence directe de la remarque sur l'exactitude supposée de la reconstruction des primitives (page 173). L'utilisation d'une loi de Fisher pour décrire cette incertitude serait une évolution intéressante de l'approche.

L'existence de faux positifs et négatifs n'est pas surprenante et est due à une étape de décision des appariements qui n'évalue les appariements qu'un à un. En effet, nous avons évoqué l'influence de l'inexactitude des paramètres de pose sur le score de reprojection à plusieurs reprises. Étant donnée l'exiguïté de la scène, lorsque ces inexactitudes ne sont plus négligeables, l'utilisation du seul score ne suffit plus (Figure IV-2.6). Dans ce cas, la prise en compte de l'ensemble des appariements entre stations est l'unique moyen qui permette de lever l'ambiguïté de ces appariements. En introduisant la notion d'entropie globale pour décrire une configuration, nous avons introduit des éléments importants pour permettre une telle approche. Mais le problème de l'appariement est indissociable du problème de la consolidation et c'est au cours d'un processus conjoint d'appariement et de consolidation que petit à petit les ambiguïtés pourront être levées. Les appariements délivrés par la méthode présentée dans ces tests pourront servir d'amorçage à une méthode itérative de calcul des paramètres de poses.

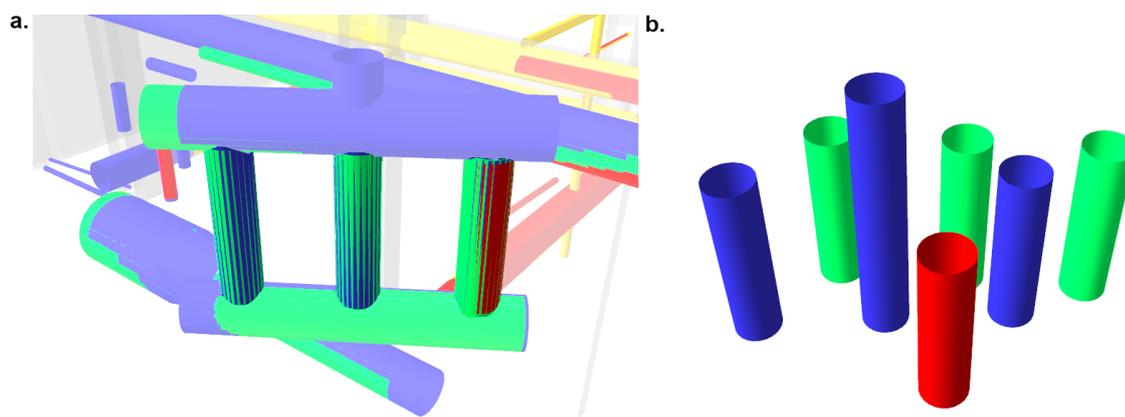


FIGURE IV-2.6 – Configuration où le seul score d'appariement, sans intégration de l'ensemble du réseau, est déficient. Jeu de cylindres mesurés pour certains depuis deux ou trois stations. **a.** Position réelle des cylindres dans la scène. Remarquez la correspondance entre les cylindres représentant les 3 tuyaux verticaux au premier plan. **b.** Les mêmes cylindres placés grâce à des valeurs *a priori* des paramètres de pose. On constate l'ambiguïté du score de reprojection en raison de l'inexactitude des paramètres approchés.

### IV-2.3 Discussion de la méthode actuelle et perspectives

La prise en compte de l'incertitude *a priori* des paramètres de pose approchés est une évolution majeure de l'appariement de primitives. Nous avons décrit le principe de score probabiliste de reprojection, basé sur la propagation d'incertitudes à travers une transformation rigide. Mais lorsque l'on sort du cadre déterministe, les calculs géométriques nécessitent quelques précautions. D'une part, il est nécessaire d'étudier les modèles d'incertitude sur l'ensemble de définition des inconnues. D'autre part, il est fondamental que les variables du système soient définies de sorte à permettre la manipulation des incertitudes. Pour cela, il est nécessaire que les représentations des entités soient minimales et que les influences des paramètres des changements de repères sur leurs coordonnées soient autant que possible isolées.

L'application proposée pour les lignes illustre ces préoccupations. Plusieurs développements ont rendu possible l'expression d'un score probabiliste d'appariement de deux lignes. En premier lieu, nous avons formalisé l'incertitude des 4 paramètres de pose. La modélisation de l'incertitude d'une variable angulaire par une loi de von Mises a été proposée, dans le but de pouvoir en traiter toutes les plages d'incertitude. Ensuite, nous avons utilisé une représentation des lignes adaptée à ce modèle de changement de repère, la représentation DHM. Nous avons exposé une méthode de calcul analytique des paramètres des lois images *a posteriori*, épargnant ainsi la méthode d'un algorithme basé sur des tirages aléatoires du type Monte-Carlo. L'ensemble des développements s'est appuyé sur la mise en pratique des formules et des algorithmes sur des données réelles. L'application de cette approche aux plans est rapidement envisageable grâce à la similitude entre la représentation DHM des lignes et la représentation Hessienne des plans. Ajoutons cependant que les plans reconstruits depuis une station sont des plans orientés : la normale au plan est dirigée du côté où se trouve l'origine du repère d'instrument. C'est une contrainte supplémentaire qui, étant donnée une approximation des paramètres de pose, permet de guider la détection de leurs appariements.

Nous avons également montré qu'une fois probabilisé le score de reprojection, de nombreux outils sont disponibles pour améliorer la détection des appariements entre entités. En exprimant l'information contenue par une paire, nous avons alors suggéré l'utilisation de l'entropie de Shannon pour décrire l'état d'une configuration. Grâce à ces outils issus de la théorie de l'information, les perspectives sont nombreuses. Pour le problème principal, la consolidation, il serait intéressant d'aboutir à un calcul des poses (valeurs les plus probables et distributions marginales) par minimisation de l'entropie du système des appariements. Si des méthodes de minimisation basée sur des tirages aléatoires, type RANSAC, peuvent être utilisées, nous préférons suggérer la perspective d'une formulation analytique de l'ensemble des entropies du système. Une telle approche pour la consolidation serait une alternative intéressante aux moindres carrés pondérés, car intégrant pleinement les incertitudes *a priori* non assimilables à des lois de probabilité normales.

## Conclusions du Chapitre IV-2

Le concept d'appariement probabiliste a été appliqué aux cylindres reconstruits dans les nuages de points acquis par scanner laser terrestre. L'incertitude des 4 paramètres de pose a été formalisée : alors que la position incertaine est décrite par une loi normale à 3 paramètres, l'incertitude du cap d'une station est décrit par une loi de von Mises. Cette loi, proche approximation de la loi normale enveloppée, a été présentée au cours de ce chapitre.

Les paramètres des distributions *a posteriori* des coordonnées DHM des lignes ont été calculés par propagation des lois de probabilité *a priori* des paramètres de pose. Pour l'orientation d'une ligne, les paramètres de la loi de von Mises image ont été précisés. Pour les coordonnées de position, l'approximation de la loi image d'une variable normale bivariée tournée par une variable de von Mises a été présentée, et le calcul de ses deux premiers moments a alors été effectué.

Ce calcul a montré l'intérêt d'une représentation appropriée, qui décompose l'influence des paramètres sur les différentes coordonnées. En outre, l'invariance de l'inclinaison d'une ligne par un changement de repère à 4 paramètres a pu être mise en valeur. Cependant, l'hypothèse initiale de l'exactitude des reconstructions des lignes a été discutée, et une alternative probabiliste a été proposée : l'emploi d'une loi de Fisher pour représenter l'influence de l'inclinaison sur l'incertitude de l'orientation.

Le calcul de l'ensemble des paramètres des lois images a permis de formuler le score probabiliste de reprojection d'une paire de lignes. Ce score probabiliste de reprojection utilise la formulation des probabilités conditionnelles pour assembler les deux sous-scores d'orientation et de position (le second faisant l'hypothèse de validation du premier en raison de la définition locale des coordonnées de positions dans la représentation DHM). Nous avons également présenté les données réelles qui ont accompagné l'ensemble du développement de notre approche.

Enfin, nous avons discuté l'approche proposée dans cette Partie IV et évoqué les perspectives ouvertes grâce à elle.

# Conclusion générale

## Bilan

Notre objectif majeur a été d'accélérer la phase d'acquisition sur site d'un nuage de points d'une installation industrielle. Pour ce faire, nous avons proposé une approche de consolidation des données laser par utilisation conjointe de primitives et de valeurs *a priori* incertaines des paramètres de pose.

### I - Acquisition de nuages de points denses de scènes industrielles

En décrivant les moyens et méthodes actuellement mis en œuvre par les topographes, nous en avons reconnu les qualités et constaté les limites. Nous avons alors pu proposer des axes de travail en adéquation avec la problématique de thèse.

Face à l'amélioration des performances des scanners laser terrestres, le recours systématique au cheminement topographique alourdit le processus d'acquisition. Mais les contraintes de précision, imposées par l'utilisation des données en maintenance industrielle, ne permettent pas actuellement de s'en affranchir. Parmi les nombreuses méthodes de consolidation proposée dans la littérature, peu sont applicables aux levés d'intérieurs industriels, d'une part à cause de l'étendue des levés, et d'autre part en raison de la complexité des scènes. Nous avons identifié que l'utilisation de primitives, reconstruites dans les nuages de points des stations, et leur appariement probabiliste est l'approche la plus à même de satisfaire les contraintes inhérentes aux scènes étudiées.

### II - Données et informations *a priori* utilisables pour la consolidation

Nous avons ensuite étudié l'ensemble des données et informations *a priori*, utilisables lors de la consolidation. La revue de la littérature nous a permis de sélectionner des outils pertinents et ensuite d'évaluer nous-même leurs caractéristiques.

*Données laser.* Malgré les gains de résolution et de précision des nuages de points acquis par les scanners, le nuage global présente des caractéristiques qui gênent son traitement (bruit et densité). D'une part, en chaque station, le balayage angulaire du scanner est la cause d'hétérogénéité dans les données : hétérogénéité de la densité (échantillonnage spatial et masques de mesure) et hétérogénéité du bruit de mesure (fonction de la distance mesurée, de la propriété des matériaux et de l'angle d'incidence). D'autre part, les erreurs de consolidation sont également à l'origine d'inexactitudes, non négligeables, dans le nuage global. En garantissant la verticalité

de l'axe de rotation du scanner, les compensateurs bi-axiaux réduisent ces erreurs et simplifient le paramétrage des poses en annulant deux des trois composantes angulaires.

*Reconstruction de primitives.* Par ailleurs, les méthodes automatiques de reconstruction de primitives ont montré leur potentiel sur nos données d'études. Face à la complexité du problème de la segmentation, des méthodes semi-automatiques, telle que la croissance de région, offrent les meilleurs résultats, tout en ne sollicitant que très peu le topographe. Ce constat a été effectué grâce à l'expérimentation de deux algorithmes (RANSAC et croissance de région) sur des données réelles acquises en environnement industriel au cours de la thèse.

*Systèmes de géolocalisation d'intérieur.* Trois moyens d'acquisition de valeurs approchées des paramètres ont été étudiés. Le premier système repose sur les capacités du topographe à indiquer la position d'un point sur un plan. Dans le but d'intégrer cette information, d'ores et déjà présente dans les croquis de terrain, nous avons proposé une expérience de pointé sur plan à une quinzaine d'étudiants ingénieurs topographes. Les deux autres systèmes testés utilisent des capteurs magnétiques. Pour l'un, une centrale inertielle que nous avons fixé à l'embase d'un scanner, nous avons proposé et évalué la mesure du champ magnétique terrestre pour la détermination du cap. Pour l'autre, un prototype SYSNAV, nous avons testé les capacités de calcul de trajectoire par détection de changement du champ magnétique local. Au final, ces expérimentations nous ont permis de quantifier l'incertitude *a priori* des approximations des poses. Nous avons également envisagé les limites de ces systèmes, en particulier l'influence des composants métalliques sur le champ magnétique local.

### **III - Utilisation de primitives pour la consolidation de données laser**

Dans une troisième partie, nous avons étudié l'utilisation de primitives pour consolider les données laser. Nous avons décrit l'ensemble de l'approche (de sa formalisation à son implémentation) dans le but d'en évaluer les performances et les perspectives d'amélioration.

Nous avons tout d'abord précisé les notions complémentaires d'entité et d'invariant géométriques : la première définit l'ensemble des coordonnées de la primitive qui varient sous l'effet d'un changement de repère. Pour les trois entités utilisées (point, plan et ligne), nous avons détaillé plusieurs représentations, afin de choisir pour chacune la plus adaptée à la manipulation des changements de repères incertains. Pour les lignes, aucune des représentations existantes ne permet l'expression simple de l'influence d'une transformation à 4 paramètres incertains. Pour pallier cette absence, nous avons introduit la représentation DHM, adaptée de celle de Denavit-Hartenberg. Enfin, nous avons décrit les contraintes induites par l'appariement d'entités. Nous avons alors pu calculer les paramètres de pose par minimisation du système de contrainte. L'approche présentée utilise le principe des moindres carrés pondérés. La simulation aléatoire de scènes, dans les plages de vraisemblances définies grâce aux expérimentations des parties précédentes, nous a permis d'étudier le comportement de cet algorithme face à des mesures bruitées et des valeurs approchées des poses.

Nous avons conclu que lorsque l'ensemble des appariements était exact, au delà d'un nombre nécessaire de primitives, le calcul remplissait les critères de précision d'un levé d'installations industrielles.

#### IV - Approche probabiliste pour l'appariement de primitives

Dans la quatrième partie, nous nous sommes intéressés à l'appariement des primitives, au cœur de la méthode de consolidation proposée. Dans le but d'améliorer leur détection, nous avons proposé l'intégration des incertitudes *a priori* par l'intermédiaire d'un score probabiliste d'appariement.

Nous avons commencé par décrire l'influence d'un changement de repère incertain d'une primitive. Nous avons présenté le concept de lois images *a posteriori*, dont les paramètres sont calculés par propagation des lois *a priori* à travers une transformation. Ensuite, nous avons introduit la vraisemblance de reprojction *a priori* de deux entités, sur laquelle se base le calcul du score probabiliste d'appariement. Nous avons enfin présenté deux outils de la théorie de l'information utilisés pour décrire une configuration d'appariement : l'information contenue par une paire d'entités et son entropie de Shannon. Nous avons ensuite appliqué ces relations au cas d'une ligne 3D et d'un changement de repère à 4 paramètres, tel que décrit aux chapitres précédents. Les paramètres des lois images *a posteriori* ont été calculés sur les coordonnées de la représentation DHM des lignes. Le score probabiliste d'appariement de deux lignes a alors été formulé grâce à l'utilisation de deux sous-scores : l'un décrivant l'orientation des lignes, l'autre leur position. Enfin, nous avons présenté les résultats qui ont accompagné le développement de l'ensemble de la méthode présentée dans cette quatrième partie.

## Perspectives

Les perspectives qui prolongent ce travail sont nombreuses, tant dans les améliorations envisageables que dans les évolutions des moyens et méthodes existants. Nous discutons dans un premier temps des évolutions de notre approche, des perspectives de l'acquisition de nuages de points denses en intérieurs construits et enfin de l'intérêt que peut représenter notre travail pour d'autres domaines d'application.

#### Évolutions de l'approche proposée

A l'issue de cette thèse, nous envisageons tout d'abord plusieurs évolutions pour l'approche de consolidation présentée dans ce mémoire :

- la première évolution consisterait à appliquer aux plans le principe du score probabiliste, comme nous l'avons fait pour les lignes. L'objectif est de proposer une méthode qui traite les trois types d'entités, et par conséquent un grand nombre de type de primitives. Ainsi, le calcul des poses reposerait sur un plus grand nombre de contraintes et délivrerait des résultats plus précis.

- l'évolution suivante serait d'exprimer les formules d'entropie pour les trois types d'entités : point, plan et ligne. Il serait alors possible de décrire de manière homogène l'information apportée par les différentes entités pour le calcul des poses, quel qu'en soit le type.
- les deux évolutions précédentes permettraient alors de mettre en place une méthode de minimisation d'entropie pour le calcul des paramètres de pose, basée sur plusieurs types de primitives. Sous cette forme, l'approche proposée pour la consolidation serait probabiliste sur son ensemble. De plus, la résolution de l'appariement et du calcul des poses se ferait simultanément, par minimisation de l'entropie globale.
- cependant, une attention particulière devra être portée au cas des appariements multiples et des contraintes qu'ils ajoutent au système. Leur intégration dans l'algorithme de minimisation des entropies est cruciale pour l'exactitude de l'estimation des poses et représenterait une évolution majeure. Cette évolution est à mettre en relation avec les perspectives des systèmes d'acquisition dont nous discutons ci-dessous.

### **Perspectives de l'acquisition de nuages de points en intérieurs construits**

Sur les trois années de ce travail, nous avons parallèlement constaté le développement de certains des outils utilisés lors de cette thèse, qui nous rendent confiants quant à la mise en œuvre de la méthode d'acquisition proposée. En effet, proposer une nouvelle méthode de levé topographique présuppose la cohérence de l'ensemble des moyens et méthodes qu'elle met en œuvre. Compte tenu des conclusions de notre travail, des évolutions que nous avons proposées et des développements des outils observés, nous proposons d'explorer les perspectives de nos travaux sous quatre points de vue : les systèmes d'acquisition de nuages de points, les algorithmes de reconstruction de primitives, l'intégration des informations *a priori* et l'interaction du topographe avec la méthode.

*Les systèmes d'acquisition.* Les avancées fulgurantes des systèmes mobiles, ou embarqués, d'acquisition de nuages de points en intérieur sont indéniables. Cependant, seul un nuage de points dense acquis avec un scanner laser terrestre semble pouvoir valider, au moins dans les 5 prochaines années, les critères de résolution et d'exactitude, de l'ordre de 1 à 2 cm, requis par les études de maintenance industrielle.

Mais l'utilisation de ces scanners laser est amenée à changer. En effet, et nous l'avons souligné dans cette thèse, les temps de mesure d'un *tour d'horizon* ne cessent de diminuer. Ce constat n'a pas qu'une influence sur le temps d'acquisition, mais également sur sa structure : d'une part, le temps dont disposait le topographe, pendant la phase de balayage du scanner, pour planifier la suite du levé est lui aussi réduit ; d'autre part, ajouter ici et là des stations de mesure n'a que peu d'influence sur le temps total de levé. Autrement formulé, le topographe assure l'exhaustivité du levé en augmentant la redondance des mesures, à défaut de s'assurer de leur recouvrement. Il en résulte un plus grand nombre de stations, plus rapprochées. Si les contraintes de consolidation sont réalisées paire-à-paire, l'augmentation du nombre de stations nuit à l'exactitude de la consolidation, en raison du cumul des erreurs d'estimation des poses. Mais si les contraintes intègrent la structure complète du réseau de stations,

la proximité des stations accroît le nombre d'intervisibilités, et donc l'exactitude du recalage des poses. Sous réserve des capacités de manipulation informatique d'un plus gros volume de données laser et de l'existence d'outils capables de gérer les réseaux de stations complexes, l'acquisition de nuages de points denses d'intérieurs pourrait évoluer dans ce sens. C'est dans ce cadre que s'inscrit la quatrième évolution que nous avons suggérée ci-dessus.

*Les algorithmes de reconstruction de primitives.* Nous avons pu le constater au cours de cette thèse, les algorithmes actuels de reconstruction de primitives dans des nuages points offrent d'ores et déjà des résultats de bonne qualité. Cependant, la plupart de ces algorithmes n'intègrent pas dans leur fonctionnement la nature polaire du balayage d'un scanner laser terrestre. Dans le but d'utiliser les primitives reconstruites comme *cibles naturelles* pour la consolidation, il semble important que cette propriété, propre à un nuage acquis depuis une station unique, soit prise en compte. Il serait tout à fait intéressant, dans la suite de notre approche de consolidation, de voir implémenter les modèles d'erreurs propres à chaque station de mesure. C'est une perspective d'amélioration de ces algorithmes de reconstruction automatique de primitives, autant en termes de taux de détection que de qualité d'ajustement.

*L'intégration des informations a priori.* Au cours de cette thèse, nous avons présenté les plages d'incertitude des systèmes de géolocalisation d'intérieur, au regard des limites des technologies actuelles. Cependant, l'utilisation des systèmes de mesures incertains peut être envisagée, non pas en raison de la non-existence de systèmes plus précis, mais pour des raisons économiques. Au vu du nombre croissant des solutions à moindre coût dans les domaines de la localisation et de la mesure 3D, il paraît raisonnable d'envisager la manipulation de mesures incertaines dans les futures méthodes d'acquisition de données tridimensionnelles. Ce constat vient renforcer notre conviction que la topographie offre de nombreuses applications aux méthodes probabilistes, telle que celle présentée dans notre thèse.

*L'interaction du topographe avec la méthode.* Enfin, les perspectives offertes par l'interaction du topographe avec les outils qu'il utilise lors de l'acquisition sont très vastes. Comme nous avons pu l'évoquer lors des expériences de pointé sur plan, le topographe dispose d'informations dont les algorithmes de consolidation peuvent tirer parti. Mais ce constat peut être également étendu à la prise en compte des intervisibilités entre stations, à propos desquelles le topographe dispose d'informations *a priori* au cours du levé. A l'heure actuelle, les outils de visualisation, en cours d'acquisition, de l'avancée du levé sont peu performants. Quant aux outils qui permettraient au topographe, pendant le levé, d'interagir avec les mesures réalisées, de les modifier ou de les compléter, ils sont quasi inexistantes ou très sommaires. De tels outils seraient un moyen pertinent d'utiliser les connaissances et compétences des topographes pour guider la détection des appariements et les calculs de consolidation. La mise à disposition d'interfaces de visualisation et d'interaction efficaces est un enjeu majeur pour les topographes et figure parmi les perspectives essentielles de notre travail.

### Intérêts communs de notre approche avec d'autres cadres applicatifs

Les outils que nous avons utilisés dans cette thèse présentent un intérêt qui s'étend au-delà de l'application qui nous a intéressée.

En effet, la manipulation des incertitudes *a priori*, sur l'ensemble d'une chaîne d'acquisition composée de nombreux points de vue, est une avancée dont pourraient profiter de nombreux systèmes de mesure basés sur l'identification de primitives. Si le modèle projectif des caméras numériques est éloigné des modèles géométriques que nous avons présentés, les caméras 3D de mesure de profondeur, ou caméras temps de vol ("*range cameras*"), mettent en œuvre des transformations rigides et des relations similaires. Nous avons par ailleurs constaté l'avantage que représentait le nivellement des repères de mesures pour la manipulation des incertitudes. Par suite, assurer, même grossièrement, cette hypothèse de nivellement des stations de mesure est un moyen de retrouver un solveur efficace des poses. Comme systèmes qui remplissent cette condition de nivellement, nous pouvons certes penser à des systèmes mobiles (robotisés), équipés de compensateurs bi-axiaux. Mais l'on peut également exploiter les acquis de la physiologie humaine. Celle-ci nous dit que la tête est particulièrement bien stabilisée par les systèmes vestibulaire (oreille interne) et visuel ; en solidarissant une caméra 3D aux mouvements de la tête d'un topographe, nous disposons d'un moyen simple et performant de niveler approximativement les repères de mesure.

En outre, la reconstruction de primitives comme cibles naturelles est une approche prometteuse pour bien d'autres environnements d'acquisition que les installations industrielles. Si nous avons préféré le terme d'environnements *construits* dans le titre, c'est que nous sommes convaincus de l'utilité de nos travaux pour bien des levés d'intérieurs. A l'évidence, les environnements industriels sont ceux dans lesquels les primitives géométriques apparaissent le mieux. Mais, grâce aux trois entités que nous avons adoptées (point, ligne et plan), nous rendons possible l'utilisation de nos travaux dans un vaste champ d'applications. Si l'on parvient à reconstruire, dans la scène, des entités géométriques qui soient identifiables de manière stable d'un point de vue à l'autre, alors la méthode que nous avons proposée est exploitable. Parmi les domaines qui pourraient y trouver un intérêt, nous pensons à la conservation du patrimoine, aux scènes urbaines ou à bien d'autres scènes bâties (aéroports, sous-terrains, etc.).

Enfin, et il nous semble important de le souligner en conclusion de ce mémoire, l'interaction du topographe avec les méthodes qu'il met en œuvre est au cœur de sa pratique professionnelle. Mais aujourd'hui, les données qu'il manipule ont changées : plus volumineuses, entachées de nombreuses et importantes erreurs, dans des formats et sous des supports variés. De plus, année après année, les outils dont il dispose lui sont de moins en moins spécifiquement destinés. Par souci d'ouverture à des utilisateurs non topographes, autant que par méconnaissance de ses pratiques, les fabricants ont construit des interfaces (matérielles ou logicielles) souvent bridées, à travers lesquelles, non seulement il est difficile de s'enquérir des informations pertinentes en cours d'acquisition, mais plus fâcheux encore, il est parfois impossible de disposer d'informations d'exactitude des données produites. Pour lutter contre cette tendance, il semble primordial que les *ingénieurs* topographes continuent à

innover dans l'utilisation et l'interaction des outils mis à leur disposition. C'est sûrement ainsi qu'apparaîtront des solutions pertinentes aux questions soulevées lors de la mesure et de la représentation de l'existant. La clé de cette réussite réside, de l'avis de l'auteur, dans le degré de compréhension et d'interaction que le topographe doit entretenir avec les mesures qu'il réalise et les données qu'il produit.



# Index

- Appariement
  - critère, 149
  - déterministe, 155
  - de primitives, 147
  - graphe et matrice, 153
  - multiple, 152
  - probabiliste, 156, **158**, 173
  - reprojection, 149
  - score, 149
  - simple, 148
- Changement de repère, 45
  - 4 paramètres, 57, 123
  - incertain, 156, 166
- Cibles, 32
- Compensateur bi-axial
  - avantages, 57
  - caractéristiques, 56
- Consolidation
  - définitions, 25
  - globale, 37
  - méthodes, 29
  - pratiques actuelles, 27
- Entité géométrique
  - changement de repère, 123
  - choix d'une représentation, 127
  - contraintes, 129
  - définition, 112
  - ligne, 116, 132
  - plan, 115, 131
  - point, 131
- Géolocalisation
  - systèmes, 91, 97, 99, 104
- Géoréférencement, voir Consolidation
- Incertitude
  - a priori*, 23, 83, **86**, 88, 133, 166
  - nuage de points, 51
  - précision et exactitude, 21
- Invariant géométrique
  - définition, 112
  - utilisation, 149
- Ligne
  - appariement probabiliste, 173
  - changement de repère, 124
  - incertaine, 169
  - représentation, 116, 118–120
- Loi de probabilité, 86
  - fonction de répartition, 87
  - fonction densité de probabilités, 87
  - images, 158
  - normale, 87, 88, 166, 171
  - paramètres, 86
  - von Mises, 166, 170, 171
- Pose
  - définition, 25
  - graphe de, 37
- Primitives
  - cibles naturelles, 33
  - entité, 112
  - invariant géométrique, 112
  - reconstruction, 67
    - automatique, 72, 76
    - semi-automatique, 68, 75
  - représentations, 112
  - types, 61, 63, 65
  - validité, 64
- Probabilité
  - d'un évènement, 87
  - entropie de Shannon, 161
  - information contenue, 161
- Ransac, 30, **72**

Recalage, voir Consolidation

Scanner laser

- caractéristiques, 20
- compensateur bi-axial, 56
- mesures, 19

Tachéomètre

- caractéristiques, 18
- compensateur bi-axial, 56
- mesures, 16
- mise en station, 17

Transformations, voir aussi Changement

- de repère
- groupe, 44
- point, 48
- rigides, 44
- rotations, 46

# ANNEXE A

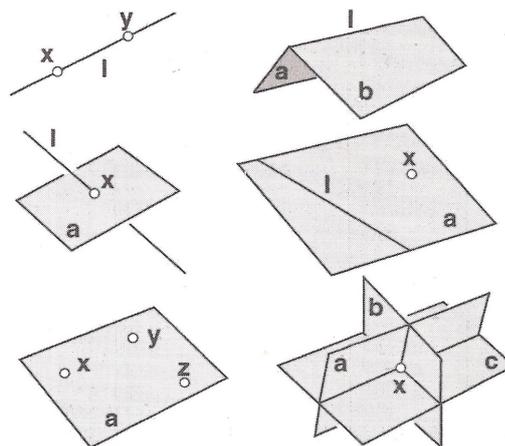


## Quelques outils utilisés

### A.1 Opérations géométriques entre entités

Les représentations homogènes du point, de la ligne et du plan ont bien des avantages pour leur manipulation. Lors des calculs, il est souvent plus facile de les utiliser, notamment lorsque l'on utilise un logiciel de calcul formel tel que Maxima. On trouve dans [Förstner et Wrobel, 2004] le détail de plusieurs opérations sur ces entités. Les tableaux A.1, A.2, A.3 et A.4 en sont issus.

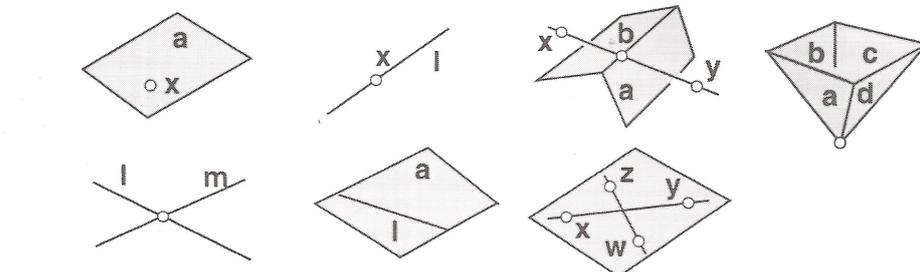
#### A.1.1 Construction d'entités



given 3D entities	new entity	algebraic construction
points $x, y$	line $l = x \wedge y$	$l = \Pi(x)y = -\Pi(y)x$
planes $a, b$	line $l = a \cap b$	$l = \overline{\Pi}(a)b = -\overline{\Pi}(b)a$
line $l$ , plane $a$	point $x = l \cap a$	$x = \Gamma^t(l)a = \Pi^t(a)l$
line $l$ , point $x$	plane $a = l \wedge x$	$a = \overline{\Gamma}^t(l)x = \overline{\Pi}^t(x)l$
points $x, y, z$	plane $a = x \wedge y \wedge z$	$\overline{\Gamma}^t(\Pi(x)y)z = \overline{\Gamma}^t(\Pi(y)z)x = \overline{\Gamma}^t(\Pi(z)x)y$
planes $a, b, c$	point $x = a \cap b \cap c$	$\overline{\Gamma}^t(\Pi(a)b)c = \overline{\Gamma}^t(\Pi(b)c)a = \overline{\Gamma}^t(\Pi(c)a)b$

Tableau A.1 – Construction d'entités à partir de différents types

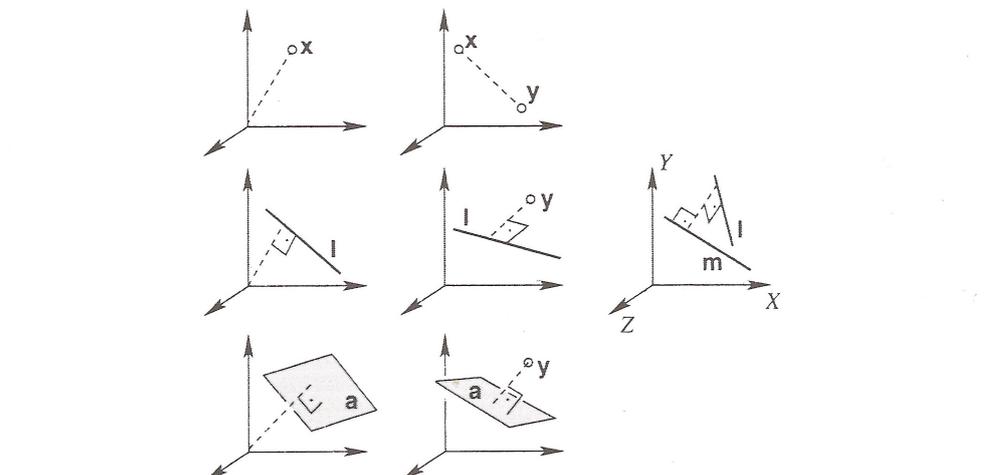
### A.1.2 Contrôle d'incidence



3D entities	incidence condition m	constraint	dof.
point $x$ , plane $a$	$x \in a$	$x^t a = 0$	1
two lines $l, m$	$l \cap m \neq \emptyset$	$l^t m = 0$	1
point $x$ , line $l$	$x \in l$	$\Gamma(l)x = 0$	2
line $l$ , plane $a$	$l \in a$	$\Gamma(l)a = 0$	2
two lines $x \wedge y, a \cap b$	$(x \wedge y) \cap (a \cap b) \neq \emptyset$	$x^t (ab^t - ba^t) y = 0$	1
four points	$x \wedge y \wedge z \wedge w \neq U$	$ x, y, z, w  = 0$	1
four planes	$a \cap b \cap c \cap d \neq \emptyset$	$ a, b, c, d  = 0$	1

Tableau A.2 – Relations d'incidence des trois types d'entités

### A.1.3 Distances



distance of	from origin	from point $y$	from line $m$
3D point $x$	$d_{x0} = \frac{ x_0 }{ x_h }$	$d_{xy} = \frac{ x_h y_0 - x_0 y_h }{ x_h y_h }$	$d_{xm} = \frac{ x_0 \times m_h - x_h m_0 }{ x_h m_h }$
3D line $l$	$d_{l0} = \frac{ l_0 }{ l_h }$	$d_{ly} = \frac{ y_0 \times l_h - y_h l_0 }{ y_h l_h }$	$d_{lm} = \frac{ \Gamma^t m }{ l_h \times m_h }$
3D plane $a$	$d_{a0} = \frac{ a_0 }{ a_h }$	$d_{ay} = \frac{ y_h a_h }{ a^t y }$	-

Tableau A.3 – Distances entre les trois types d'entités

### A.1.4 Tests sur les entités

1	2	3	4	5	6
no.	3D entities	relation to be tested	dof	test	selection
6	points $\mathbf{x}, \mathbf{y}$	$\mathbf{x} = \mathbf{y}$	3	$\mathbf{d} = \Pi(\mathbf{x})\mathbf{y} = -\Pi(\mathbf{y})\mathbf{x}$	•
7	point $\mathbf{x}$ , line $\mathbf{l}$	$\mathbf{x} \in \mathbf{l}$	2	$\mathbf{d} = \Gamma(\mathbf{l})\mathbf{x} = -\Pi^t(\mathbf{x})\mathbf{l}$	•
8	point $\mathbf{x}$ , plane $\mathbf{a}$	$\mathbf{x} \in \mathbf{a}$	1	$\mathbf{d} = \mathbf{x}^t \mathbf{a} = \mathbf{a}^t \mathbf{x}$	
9	lines $\mathbf{l}, \mathbf{m}$	$\mathbf{l} = \mathbf{m}$	4	$\mathbf{D} = \Gamma(\mathbf{l})\Gamma^t(\mathbf{m})$	•
10		$\mathbf{l} \parallel \mathbf{m}$	2	$\mathbf{d} = \mathbf{S}(\mathbf{l}_h)\mathbf{m}_h = -\mathbf{S}(\mathbf{m}_h)\mathbf{l}_h$	•
11		$\mathbf{l} \cap \mathbf{m} \neq \emptyset$	1	$\mathbf{d} = \bar{\Gamma}^t \mathbf{m} = \bar{\mathbf{m}}^t \mathbf{l}$	
12		$\mathbf{l} \perp \mathbf{m}$	1	$\mathbf{d} = \mathbf{l}_h^t \mathbf{m}_h = \mathbf{m}_h^t \mathbf{l}_h$	
13	line $\mathbf{l}$ , plane $\mathbf{a}$	$\mathbf{l} \in \mathbf{a}$	2	$\mathbf{d} = \bar{\Gamma}(\mathbf{l})\mathbf{a} = -\Pi^t(\mathbf{a})\mathbf{l}$	•
14		$\mathbf{l} \perp \mathbf{a}$	2	$\mathbf{d} = \mathbf{S}(\mathbf{l}_h)\mathbf{a}_h = -\mathbf{S}(\mathbf{a}_h)\mathbf{l}_h$	•
15		$\mathbf{l} \parallel \mathbf{a}$	1	$\mathbf{d} = \mathbf{l}_h^t \mathbf{a}_h = \mathbf{a}_h^t \mathbf{l}_h$	
16	planes $\mathbf{a}, \mathbf{b}$	$\mathbf{a} = \mathbf{b}$	3	$\mathbf{d} = \Pi(\mathbf{a})\mathbf{b} = -\Pi(\mathbf{b})\mathbf{a}$	•
17		$\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$	2	$\mathbf{d} = \mathbf{S}(\mathbf{a}_h)\mathbf{b}_h = -\mathbf{S}(\mathbf{b}_h)\mathbf{a}_h$	•
18		$\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$	1	$\mathbf{d} = \mathbf{a}_h^t \mathbf{b}_h = \mathbf{b}_h^t \mathbf{a}_h$	

Tableau A.4 – Tests sur les entités

## A.2 Logiciel de calcul formel : Maxima

Maxima est un outil puissant, multi-plateformes, libre et gratuit de calcul formel [Shelter, 1998]. L'intérêt de ce type de logiciel est d'effectuer des opérations complexes sur des expressions. Cela permet autant de vérifier les calculs que de faciliter l'implémentation de certains, les matrices jacobiniennes par exemple. Au cours de cette thèse, nous l'avons beaucoup utilisé et nous listons ci-dessous quelques unes de ses nombreuses fonctions.

---

### Matrices

<code>M: matrix([row1], ..., [rowN])</code>	créé la matrice $M$
<code>addrow(M, list1, ..., listN)</code>	ajoute des lignes à la matrice $M$
<code>transpose(M)</code>	calcule la transposée de $M$
<code>invert(M)</code>	inverse la matrice $M$
<code>dgesvd(M)</code>	calcule la décomposition en valeurs singulières de $M$

### Fonctions

<code>diff(f,x)</code>	calcule la dérivée de la fonction $f$ par rapport à $x$
<code>integrate(f,x,a,b)</code>	calcule l'intégrale de $f$ par rapport à $x$ . Les bornes $a$ et $b$ sont facultatives.
<code>jacobian(f,x)</code>	calcule la matrice jacobienne d'une liste de fonctions $f$ par rapport aux variables $x$

### Expressions

<code>ratsimp(expr)</code>	simplifie une expression
<code>trigsimp(expr)</code>	simplifie une expression trigonométrique
<code>expand(expr)</code>	développe une expression
<code>trigexpand(expr)</code>	développe une expression trigonométrique
<code>factor(expr)</code>	factorise une expression

---

En plus de ces fonctions très pratiques, Maxima intègre des fonctionnalités très riches : séries, limites, résolution de systèmes, équations différentielles, etc. L'interface wxMaxima permet également de tracer des courbes 2D ou 3D, d'exporter des expressions ou des formules, soit pour un code informatique soit pour un document L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X.

Par ailleurs, l'intégration récente de Maxima dans Sage [Stein *et al.*, 2012] a encore facilité son interfaçage et sa prise en main.

## A.3 Prototypage, implémentation et analyse : le logiciel R

Le logiciel R est un environnement mathématique initialement utilisé pour le traitement de données et l'analyse statistique. C'est un logiciel multi-plateformes, libre et gratuit. Il utilise le langage de programmation S, orienté vecteur. Au fur et à mesure des années, de très nombreuses *librairies*, elles-même codées pour la plupart en langage S, sont venues enrichir ses fonctionnalités. C'est aujourd'hui une solution de recherche et de prototypage très intéressante, de la lecture des données à leur visualisation en passant par leur manipulation et leur analyse.

La communauté d'utilisateurs de R est très riche. Le lecteur intéressé trouvera en ligne de nombreux cours, manuels et forums.

### A.3.1 Fonctions utiles pour la simulation aléatoire

**Loi normale.** Les fonctions `dnorm(x,mean=0,sd=1)`, `pnorm(x,mean=0,sd=1)` et `rnorm(x,mean=0,sd=1)` retournent respectivement la densité, la probabilité et une génération aléatoire de la loi normale unidimensionnelle, pour une moyenne et un écart-type donnés (par défaut la moyenne vaut 0 et l'écart-type 1). Ces fonctions sont intégrées à la version de base de R.

Pour la loi normale multidimensionnelle, le package `library(mnormt)` contient les fonctions analogues : `dmnorm(x,mean = rep(0, d), varcov)`, `pmnorm(x,mean = rep(0, d), varcov)` et `rmnorm(x,mean = rep(0, d), varcov)`.

**La loi de von Mises.** Nous donnons ci-dessous le code S de plusieurs fonctions utiles à la manipulation de variables aléatoires suivant une loi de von Mises, §IV-2.1.1.2.

---

*Fonction  $A(\lambda)$  :*

```
A1<-function (lambda)
{
  result <- besselI(lambda, nu = 1, expon.scaled = TRUE)/besselI(lambda,
    nu = 0, expon.scaled = TRUE)
  return(result)
}
```

---

*Fonction  $A^{-1}(\lambda)$  :*

```
A1inv<-function (x)
{
  ifelse(0 <= x & x < 0.53, 2 * x + x^3 + (5 * x^5)/6, ifelse(x <
    0.85, -0.4 + 1.39 * x + 0.43/(1 - x), 1/(x^3 - 4 * x^2 +
    3 * x)))
}
```

---

---

*Fonction  $g_{\chi,\lambda}(\kappa)$  :*

```
dvm<-function (kappa, chi, lambda)
{
  result <- 1/(2 * pi * bessell(x = lambda, nu = 0, expon.scaled = TRUE)) *
    (exp(cos(kappa - chi) - 1))^lambda
  return(result)
}
```

---

*Fonction  $G_{\chi=0,\lambda}(\kappa)$  :*

```
pvm<-function(kappa, lambda, acc) {
  flag <- "true"
  p <- 1
  sum <- 0
  while (flag == "true") {
    term <- (bessell(x = lambda, nu = p, expon.scaled = FALSE) *
      sin(p * kappa))/p
    sum <- sum + term
    p <- p + 1
    if (abs(term) < acc)
      flag <- "false"
  }
  kappa/(2 * pi) + sum/(pi * bessell(x = lambda, nu = 0,
    expon.scaled = FALSE))
}
```

---

*Génération aléatoire d'une variable suivant une loi de von Mises :*

```
rvm<-function (n, mean, k)
{
  vm <- c(1:n)
  a <- 1 + (1 + 4 * (k^2))^0.5
  b <- (a - (2 * a)^0.5)/(2 * k)
  r <- (1 + b^2)/(2 * b)
  obs <- 1
  while (obs <= n) {
    U1 <- runif(1, 0, 1)
    z <- cos(pi * U1)
    f <- (1 + r * z)/(r + z)
    c <- k * (r - f)
    U2 <- runif(1, 0, 1)
    if (c * (2 - c) - U2 > 0) {
      U3 <- runif(1, 0, 1)
      vm[obs] <- sign(U3 - 0.5) * acos(f) + mean
      vm[obs] <- vm[obs]%%(2 * pi)
      obs <- obs + 1
    }
  }
  else {
```

```

    if (log(c/U2) + 1 - c >= 0) {
      U3 <- runif(1, 0, 1)
      vm[obs] <- sign(U3 - 0.5) * acos(f) + mean
      vm[obs] <- vm[obs]%%(2 * pi)
      obs <- obs + 1
    }
  }
}
vm
}

```

### A.3.2 Exemple de code R : score probabiliste d'appariement de deux lignes en représentation DHM par tirage aléatoire

Nous présentons un exemple de code R qui utilise des fonctions de tirage aléatoire et des fonctions de calcul de probabilité d'une variable de von Mises et d'une variable normale multivariée.

Deux lignes LA1 et LB2, obliques, sont exprimées dans leur repère d'origine et le changement de repère à 4 paramètres est approximativement connu. Nous souhaitons calculer la probabilité d'appariement de ces deux lignes, étant donnés l'incertitude des paramètres de pose. Pour cela, nous estimons les lois *a posteriori* des coordonnées de LB1 grâce à la simulation aléatoire des paramètres dans les plages d'incertitude *a priori*, Figure A.1.

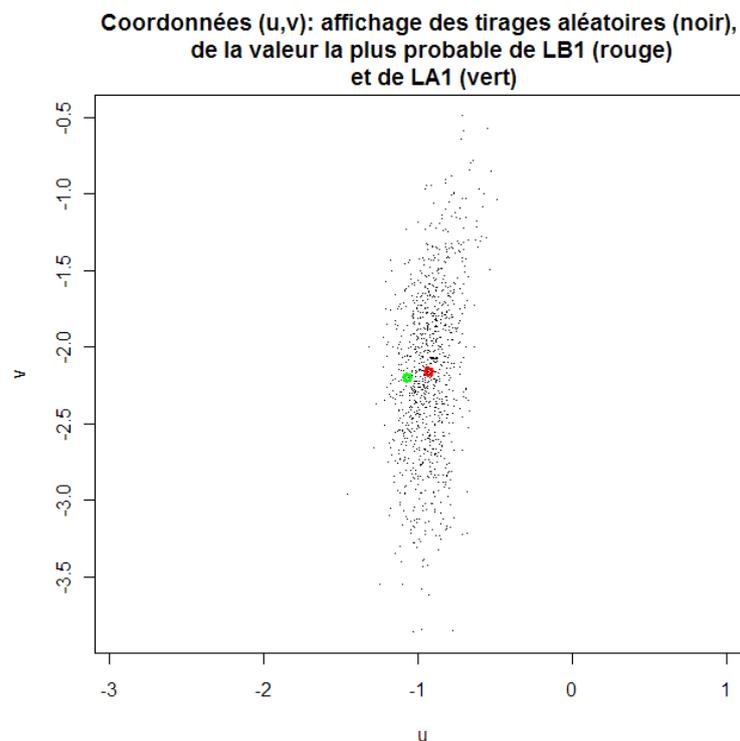


FIGURE A.1 – Exemple d'affichage dans R des tirages aléatoires des LB1, de sa position la plus probable et de LA1.

---

*Exemple de code : tirages aléatoires et estimation des paramètres des lois a posteriori après un changement de repère incertain :*

```
#### Données
# Lignes (theta, phi, u,v)
LA1<-c(1.006638, 3.682892, -1.068986, -2.201118)
LB2<-c(1.016638, 4.672892, 0.5268585, -2.61337 )

#Changement de repère (kappa, tx,ty,tz)
#valeurs exactes: k21<-1.11711544 ;t21<-c(2.910, 1.297, -0.006)
#valeurs approchées
k21<-1. ;t21<-c(2.70, 1.10, -0.05)
#paramètres d'incertitude
s_k<-10*pi/180 ;s_x<-0.2 ; s_y<-0.2 ; s_z<-0.05 ;
lambda21<-A1inv(exp(-(s_k^2)/2))

#### Calculs des scores probabilistes d'appariement
# Calcul des paramètres des incertitudes a posterioriaramètres
# Phi
# sous-score d'orientation
deltaPhi<-abs(LA1[2]-(LB2[2]+k21))
probaPhi<-1-2*pvm.mu0(deltaPhi,lambda21, acc=1e-06)

# u,v
# initialisation
nbsamples<-10000
rChgt21i<-c(); rChgt21<-c();
rLB1_Tempi<-c(); rLB1_Tempi<-c();
# simulation aléatoire des poses
for(i in 1:nbsamples){
  # Création des stationsées bruitées
  rChgt21<-rbind(rChgt21,c(-LB2[2]+LA1[2],t21)
+c(rvm(1,pi, lambda21)-pi,rnorm(1,0,sd=s_x),rnorm(1,0,sd=s_y),rnorm(1,0,sd=s_z)))
  # Création des coordonnées bruitées
  rLB1_Tempi<-rbind(rLB1_Tempi,lineRobH.t3D4(LB2,rChgt21[i,]))
}

# sous-score de position
deltaPos<-abs(LA1[3:4]-fit.norm(rligB1_Tempi[,3:4])$mu)
probaPos<-1-pmvnorm(lower=-deltaPos1,upper=deltaPos1,mean=0,
  sigma=fit.norm(rligB1_Tempi[,3:4])$Sigma)

# Résultats
print(c(probaPhi,probaPos))
# Affichage
plot(rligB1_Tempi[,3:4],asp=1,pch=".",
main="Coordonnées (u,v): affichage des tirages aléatoires (noir),
de la valeur la plus probable de LB1 (rouge)
et de LA1 (vert)",xlab="u",ylab="v")
moyenne<-fit.norm(rligB1_Tempi[,3:4])$mu
points(moyenne[1],moyenne[2],col="red",lwd=3) # valeur la plus probable de
points(LA1[3],LA1[4],col="green",lwd=3)
```

---

Le code détaillé ci-dessus retourne dans la console les deux probabilités respectives d'orientation et de position des lignes :

```
> print(c(probaPhi,probaPos1))
[1] 0.954134 0.956132
```

### A.3.3 L'affichage et l'interfaçage : Rgl et RTclTk

Le logiciel R possède également des fonctionnalités d'interfaçage et de visualisation avancées. Nous donnons trois exemples d'utilisations de ces bibliothèques : l'interfaçage réalisé pour les tests du Chapitre IV-2, l'affichage de lignes 3D (axes de cylindres) et de stations de mesures ainsi que l'affichage d'une loi normale bivariée ajustée sur des points.

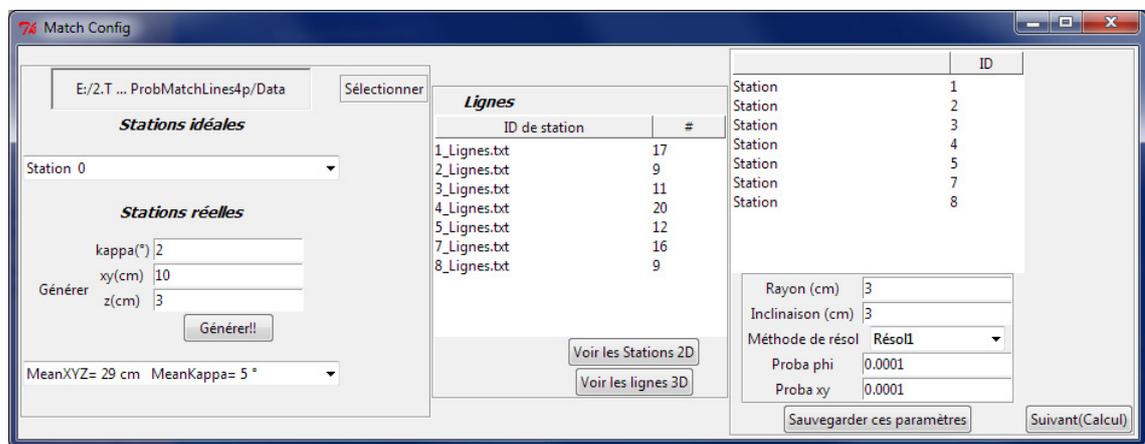


FIGURE A.2 – Exemple d'utilisation de la librairie RTclTk pour créer une interface graphique.

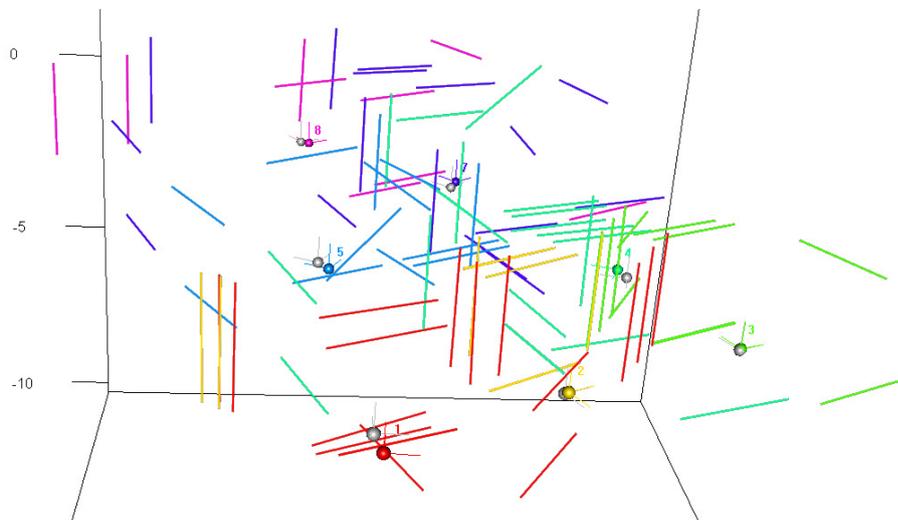


FIGURE A.3 – Utilisation de la librairie Rgl pour l'affichage de lignes 3D et de stations de mesures.

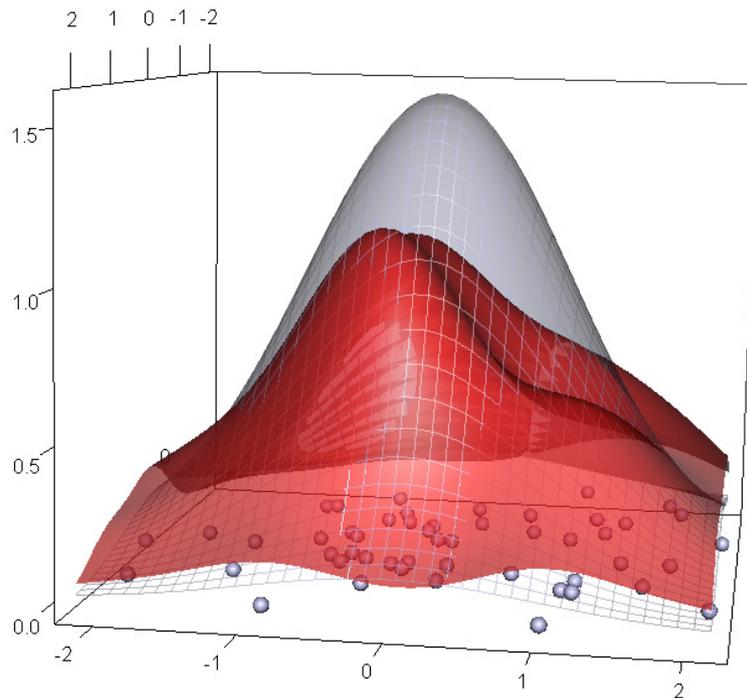


FIGURE A.4 – Utilisation de la librairie Rgl pour l’affichage d’une loi normale bivariable ajustée (points en gris, densité paramétrique en grille grise et densité empirique en rouge).

Quelques autres vues ont été réalisées dans R pour illustrer ce mémoire : Figure II-3.4 page 93, Figure II-3.5.a page 94, Figure II-3.10 page 101, Figure II-3.11 page 102, Figure II-3.12 page 103, Figure III-2.2 page 137, Figure III-2.4 page 139.

## A.4 Publications

Pour l’instant, cette thèse a fait l’objet de deux publications :

Hullo, J.-F., Grussenmeyer, P., Landes, T. et Thibault, G. (2011).  
 Georeferencing of TLS Data for Industrial Complex Scenes : Beyond Current Solutions. *In ISPRS Laser Scanning Workshop*, Calgary, Canada, volume XXXVIII.  
***Best poster presentation award.***

Hullo, J.-F., Thibault, G., Grussenmeyer, P., Landes, T. et Bennequin, D. (2012).  
 Probabilistic Feature Matching Applied to Primitive Based Registration of TLS Data. *ISPRS Annals of Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, XXII ISPRS Congress, Melbourne, Australia, volume I-3 :221-226.

# Table des figures

-0.1	Deux exemples d'études utiles à la maintenance d'une centrale électrique utilisant des données géométriques. ....	2
I-1.1	Le levé topographique, à la base des études de simulation pour la maintenance. ....	9
I-1.2	Structure d'un levé topographique. ....	12
I-2.1	Le tachéomètre. ....	16
I-2.2	Cheminement topographique. ....	18
I-2.3	Scanner laser. ....	19
I-2.4	Représentations des données scanner laser terrestres. ....	20
I-2.5	Schéma des concepts de précision et d'exactitude. ....	22
I-3.1	Recalage et géoréférencement. ....	26
I-3.2	Les pratiques de recalage et de référencement. ....	28
I-3.3	Nuage global et nuages consolidés. ....	29
I-3.4	Recouvrement de de nuages de points. ....	30
I-3.5	Extraction de points d'intérêt. ....	31
I-3.6	Cibles pour scanner laser. ....	33
I-3.7	Contraintes entre lignes. ....	34
I-3.8	Contraintes entre plans. ....	35
I-3.9	Contraintes entre différentes primitives. ....	36
I-3.10	Graphes de poses. ....	38
II-1.1	Repère d'instrument et mesure. ....	43
II-1.2	Changement de repère des coordonnées d'une entité. ....	46
II-1.3	Densité et résolution angulaire d'un nuage de points d'une station. ....	54
II-1.4	Masques et hétérogénéité de densité. ....	54
II-1.5	Rééchantillonnage spatial. ....	55
II-1.6	Schéma des caractéristiques d'un compensateur bi-axial. ....	56
II-1.7	Erreurs de référencement de données laser, sans et avec compensateur bi-axial. ....	58
II-2.1	Utilisations du nuage de points. ....	62
II-2.2	Maillages surfacique et volumique. ....	62
II-2.3	Modèle 3D et primitives géométriques. ....	63
II-2.4	Objets de scènes d'intérieurs industriels et primitives. ....	64
II-2.5	Primitive théorique et objet réel. ....	64
II-2.6	Quelques primitives géométriques paramétrées. ....	65

II-2.7	Ajustement de primitive après segmentation manuelle.....	68
II-2.8	Segmentation par croissance de région.....	69
II-2.9	Exemples de règles métiers de configuration d'installations industrielles.	70
II-2.10	Reconstruction de primitives avec un modèle <i>a priori</i> .....	71
II-2.11	Principe de l'agorithme RANSAC.....	72
II-2.12	Principe des transformées de Hough, cas de la recherche de lignes 2D.	74
II-2.13	Reconstruction de primitives par croissance de région sur des nuages de stations.....	75
II-2.14	Reconstruction automatique de primitives par RANSAC.....	77
II-2.15	Comparaison des primitives reconstruites par croissance de région et RANSAC.....	78
II-2.16	Influence du nombre de tirages aléatoires.....	79
II-3.1	Estimation statistique et utilisation de l' <i>a priori</i> (valeur et incertitude).	85
II-3.2	Candidat en cours d'expérience.....	91
II-3.3	Résultats de la phase 0.1.....	92
II-3.4	Résultats de la phase 0.2.....	93
II-3.5	Résultats de la phase 1. de l'expérience.....	94
II-3.6	Exactitude d'un croquis de terrain d'une campagne de numérisation scanner.....	96
II-3.7	Composants d'une centrale inertielle.....	97
II-3.8	Vue générale des caractéristiques et applications des centrales inertielles.	98
II-3.9	Montage d'une centrale inertielle sur l'embase d'un scanner laser.....	100
II-3.10	Essais lors de la mise sous tension du scanner laser.....	101
II-3.11	Essais pendant une rotation complète du scanner laser (éteint).....	102
II-3.12	Approche d'un tuyau métallique.....	103
II-3.13	Repère d'orientation du SYSNAV.....	104
II-3.14	Recommandations d'usage du SYSNAV.....	105
II-3.15	Tracé de la trajectoire mesurée au SYSNAV.....	106
III-1.1	Représentations d'un vecteur unitaire.....	114
III-1.2	Représentation Hessienne d'un plan.....	115
III-1.3	Position d'un point $x$ par rapport à un plan $a$ .....	116
III-1.4	Représentations par deux points d'une ligne $l$ .....	117
III-1.5	Représentations d'une ligne $l$ par un point et un vecteur directeur.....	117
III-1.6	Représentation de Plücker d'une ligne $l$ .....	118
III-1.7	Représentation de Denavit-Hartenberg par [Roberts, 1988] d'une ligne $l$ .	120
III-1.8	Représentation DHM en carte principale d'une ligne $l$ .....	121
III-1.9	Représentation DHM en carte verticale d'une ligne $l$ .....	122
III-2.1	Calcul des poses à partir de contraintes entre primitives géométriques.	130
III-2.2	Génération de bruit sur les entités à partir d'un facteur de bruit commun $\sigma_0$ .....	137
III-2.3	Premier cas d'étude : un corridor.....	138
III-2.4	Les phases du calcul de géoréférencement par entités.....	139
III-2.5	Erreurs d'estimation de la pose dans le cas du corridor pour différentes combinaisons d'entités.....	140

III-2.6	Erreurs d'estimation de la pose dans le cas du hall. ....	141
IV-1.1	Ambigüité de reprojection des appariements. ....	150
IV-1.2	Exemple d'algorithme de décision d'appariement par l'utilisation de sous-scores et des critères associés. ....	151
IV-1.3	Graphe des appariements simples et graphe des appariements multiples. ....	152
IV-1.4	Représentations matricielles des appariements. ....	153
IV-1.5	Illustration de l'influence d'un changement de repère incertain. ....	157
IV-1.6	Intervalles de vraisemblance. ....	160
IV-1.7	Vraisemblance, score probabiliste, information et entropie d'un appariement. ....	163
IV-2.1	Fonction densité de probabilité de la loi de von Mises. ....	167
IV-2.2	Graphes superposés de la loi normale et de la loi de von Mises. ....	169
IV-2.3	Effet d'un changement de repère incertain sur une ligne en représentation DHM. ....	170
IV-2.4	Sous-scores probabilistes d'appariement d'une ligne. ....	174
IV-2.5	Données utilisées pour les tests. ....	176
IV-2.6	Configuration où le seul score d'appariement, sans intégration de l'ensemble du réseau, est déficient. ....	178
A.1	Exemple d'affichage dans R des tirages aléatoires des LB1, de sa position la plus probable et de LA1. ....	197
A.2	Exemple d'utilisation de la librairie R TclTk pour créer une interface graphique. ....	199
A.3	Utilisation de la librairie Rgl pour l'affichage de lignes 3D et de stations de mesures. ....	199
A.4	Utilisation de la librairie Rgl pour l'affichage d'une loi normale bivariée ajustée (points en gris, densité paramétrique en grille grise et densité empirique en rouge). ....	200



# Liste des tableaux

I-1.1	Caractéristiques types d'un levé d'installations industrielles. ....	11
I-2.1	Caractéristiques types des données acquises par cheminement tachéométrique. ....	18
I-2.2	Caractéristiques des scanners laser terrestres. ....	21
II-1.1	Caractéristiques des compensateurs bi-axiaux de scanners laser actuels. ....	57
II-3.1	Phase 0.2. : différence d'erreurs moyennes entre les candidats. ....	93
II-3.2	Caractéristiques de l'essai SYSNAV. ....	106
II-3.3	Caractéristiques des valeurs <i>a priori</i> des paramètres de pose utilisables pour le référencement. ....	107
III-1.1	Primitives reconstruites et entités correspondantes. ....	112
IV-2.1	Paramètres <i>a priori</i> des incertitudes des quatre paramètres de pose utilisés lors des tests. ....	177
IV-2.2	Évaluation des appariements détectés lors des tests. ....	177
A.1	Construction d'entités à partir de différents types ....	191
A.2	Relations d'incidence des trois types d'entités ....	192
A.3	Distances entre les trois types d'entités. ....	192
A.4	Tests sur les entités. ....	193



# Bibliographie

- ABRAMOWITZ, M. et STEGUN, I. A. (1964). *Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*. Dover, New York, ninth dover printing, tenth gpo printing édition. ISBN 0486612724. (Cité page 167.)
- ACKA, D. (2003). Full automatic registration of laser scanner point clouds. *Optical 3-D Measurment Techniques VI*, I:330–337. (Cité page 32.)
- ALBA, M., BARAZZETTI, L., SCAIONI, M. et REMONDINO, F. (2011). Automatic registration of multiple laser scans using panoramic rgb and intensity images. *In ISPRS Workshop Laser Scanning 2011, ISPRS*, volume XXXIII, page 6, Calgary, Canada. (Cité page 32.)
- ALBA, M., GIUSSANI, A., RONCORONI, F. et SCAIONI, M. (2007). Review and Comparison of Techniques for Terrestrial 3D-View Georeferencing. *In The 5th International Symposium on Mobile Mapping Technology*, volume XXXVI-5. (Cité page 33.)
- ALSHAWA, M. (2009). *Contribution à la cartographie mobile : développement et caractérisation d'un système basé sur un scanner laser terrestre*. Thèse de doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Strasbourg. (Cité pages 98 et 100.)
- ANALYTICAL METHODS COMMITTEE (2003). Terminology - the key to understanding analytical science. part 1 : Accuracy, precision and uncertainty. *Royal Society of Chemistry*, (13). (Cité page 21.)
- ASTER, C. (2012). (version 9.0) EDF R& D, code général pour l'étude du comportement mécanique des structures diffusé sous licence GNU GPL, <http://www.code-aster.org>. (Cité page 62.)
- BAE, K. et LICHTI, D. (2008). A method for automated registration of unorganised point clouds. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 63(1):36–54. (Cité page 30.)
- BALZANI, M., PELLEGRINELLI, A., PERFETTI, N. et UCCELI, F. (2001). A Terrestrial 3D Laser Scanner-Accuracy Tests. *In 18th International Symposium CIPA*, pages 445–453, Postdam. (Cité page 32.)
- BARNEA, S. et FILIN, S. (2008). Keypoint based autonomous registration of terrestrial laser point-clouds. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 63(1):19–35. (Cité page 31.)
- BARNEA, S. et FILIN, S. (2010). Geometry-image-intensity combined features for registration of terrestrial laser scans. *In Photogrammetry and Computer Vision, ISPRS Commission III/2*, volume XXXVIII, pages 145–150, Saint Mandé, France. (Cité pages 31 et 32.)

- BEAUREGARD, S., KLEPAL, W. et KLEPAL, M. (2008). Indoor PDR Performance Enhancement using Minimal Map Information and Particle Filters. *In Proceedings of IEEE/ION PLANS 2008*, pages 141–147, Monterey, CA. (Cité page 107.)
- BENDELS, G. H., DEGENER, P., WAHL, R., KÖRTGEN, M. et KLEIN, R. (2004). Image-based registration of 3d-range data using feature surface elements. *In 5th Int. Symp. on Virtual Reality, Archaeology and Cultural Heritage (VAST)(December 2004)*, volume 1. (Cité pages 30 et 32.)
- BERGE, C. (1976). *Graphs and hypergraphs*, volume 6. Elsevier. (Cité page 153.)
- BERGEVIN, R., SOUCY, M., GAGNON, H. et LAURENDEAU, D. (1996). Towards a general multi-view registration technique. *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, 18(5):540–547. (Cité page 38.)
- BESL, P. J. et MCKAY, N. D. (1992). A method for registration of 3-d shapes. *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, 14:239–256. (Cité page 29.)
- BEST, D. et FISHER, N. (1981). The bias of the maximum likelihood estimators for the von Mises-Fisher concentration parameters. *Communications in Statistics*, (10):493–502. (Cité page 168.)
- BEY, A. (2012). *Reconstruction de modèles CAO de scènes complexes à partir de nuages de points basée sur l'utilisation de connaissances a priori*. Thèse de doctorat, Université Claude Bernard Lyon 1. (Cité pages 62, 63, 70 et 71.)
- BHATTACHARYYA, A. (1943). On a measure of divergence between two statistical populations defined by their probability distributions. *Bulletin of the Calcutta Mathematical Society*, 35:99–109. (Cité page 159.)
- BORRMANN, D., ELSEBERG, J., LINGEMANN, K., NÜCHTER, A. et HERTZBERG, J. (2008). The efficient extension of globally consistent scan matching to 6 DOF. *In Proceedings of the 4th International Symposium on 3D Data Processing, Visualization and Transmission (3DPVT '08)*, pages 29–36. (Cité page 38.)
- CASELLA, G. et BERGER, R. L. (2001). *Statistical Inference*. Duxbury Press, 2 édition. (Cité page 23.)
- CHAPERON, T. (2002). *Segmentation de nuages de points pour la modélisation automatique d'environnements industriels numérisés*. Thèse de doctorat, École des mines, Paris. (Cité pages 67 et 69.)
- CHAPERON, T., DROULEZ, J. et THIBAUT, G. (2011). Reliable camera pose and calibration from a small set of point and line correspondences : A probabilistic approach. *Computer Vision and Image Understanding*, 115(5):576 – 585. Special issue on 3D Imaging and Modelling. (Cité page 37.)
- CHEN, Y. et MEDIONI, G. (1991). Object modeling by registration of multiple range images. *In Proceedings., 1991 IEEE International Conference on Robotics and Automation.*, pages 2724–2729. (Cité page 30.)
- CHRYSANTHIS, P. K., PRASITHSANGAREE, P., KRISHNAMURTHY, P. et CHRYSANTHIS, P. K. (2001). On indoor position location with wireless lans. *In 13th IEEE International Symposium on Personal, Indoor, and Mobile Radio Communications (PIMRC)*, pages 720–724. (Cité page 90.)

- CLOUDCOMPARE (2012). (version 2.4) EDF R & D, Telecom ParisTech, Logiciel GPL, Retrieved from <http://www.danielgm.net/cc/>. (Cité pages 29, 54, 64 et 73.)
- COVER, T. M. et THOMAS, J. A. (1991). *Elements of information theory*. Wiley-Interscience, New York, NY, USA. (Cité pages 161 et 162.)
- CYCLONE (2012). (version 6.0.4) logiciel de traitement de nuages de points 3d acquis par scanner laser, Leica GeoSystems Company. (Cité page 76.)
- DIJKMAN, S. T. (2002). Semi automatic registration of laser scanner data. *International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing*, 34(5):12–17. (Cité pages 35 et 36.)
- DOLD, C. et BRENNER, C. (2006). Registration of terrestrial laser scanning data using planar patches and image data. *IAPRS*, 5(XXXVI):78–83. (Cité page 35.)
- DORAI, C., WANG, G., JAIN, A. et MERCER, C. (1998). Registration and integration of multiple object views for 3D model construction. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 20(1):83–89. (Cité page 30.)
- EGGERT, D. W., FITZGIBBON, A. W. et FISHER, R. B. (1998). Simultaneous registration of multiple range views for use in reverse engineering of cad models. *Comput. Vis. Image Underst.*, 69(3):253–272. (Cité page 38.)
- EGGERT, D. W., LORUSSO, A. et FISHER, R. B. (1997). Estimating 3-D rigid body transformations : a comparison of four major algorithms. *Machine Vision and Applications*, 9:272–290. (Cité page 37.)
- ELKHRACHY, I. et NIEMEIER, W. (2006). Optimization and strength aspects for georeferencing data with terrestrial laser scanner systems. In *3rd IAG / 12th FIG Symposium*, Baden. (Cité page 33.)
- EO, Y. D., PYEON, M. W., KIM, S. W., KIM, J. R. et HAN, D. Y. (2012). Coregistration of terrestrial lidar points by adaptive scale-invariant feature transformation with constrained geometry. *Automation in Construction*, 25:49–58. (Cité page 32.)
- FISCHLER, M. et BOLLES, R. (1981). Random sample consensus : a paradigm for model fitting with applications to image analysis and automated cartography. *Communications of the ACM*, 24(6):381–395. (Cité pages 30 et 37.)
- FISHER, N. I. (1993). *Statistical Analysis of Circular Data*. Cambridge, New York. ISBN 0521568900. (Cité page 173.)
- FÖRSTNER, W. (2004). Uncertainty and projective geometry. In BAYRO-CORROCHANO, E., éditeur : *Handbook of Computational Geometry for Pattern Recognition, Computer Vision, Neurocomputing and Robotics*. Springer. (Cité pages 156 et 158.)
- FÖRSTNER, W. (2010). Minimal representations for uncertainty and estimation in projective spaces. In *Proc. of Asian Conference on Computer Vision*, pages 619–632. Springer. (Cité pages 35, 112 et 113.)
- FÖRSTNER, W. et WROBEL, B. (2004). *Chapter 2 : Mathematical concepts in photogrammetry in : Manual of Photogrammetry, Fifth Edition , pp. 35-53 and 111-165*. ASPRS - MC-GLONE, J.-C. édition. (Cité pages 46, 118, 131, 132 et 191.)

- FRANASZEK, M., CHEOK, G. et WITZGALL, C. (2009). Fast automatic registration of range images from 3d imaging systems using sphere targets. *Automation in Construction*, 18(3):265–274. (Cité page 33.)
- FÖRSTNER, W. (2011). Tutorial : Probabilistic Data Analysis Using Graphical Models. *ISPRS Workshop Laser Scanning, Calgary, Canada*. (Cité page 37.)
- GIRARDEAU-MONTAUT, D. (2006). *Détection de changement sur des données géométriques tridimensionnelles*. Thèse de doctorat, École nationale supérieur des télécommunications, Paris. (Cité page 67.)
- GRISSETTI, G., KUMMERLE, R., STACHNISS, C. et BURGARD, W. (2010). A Tutorial on Graph-Based SLAM. *IEEE Intelligent Transportation Systems Magazine*, 2(4):31–43. (Cité page 38.)
- GUAN, Y. et ZHANG, H. (2011). Initial Registration for Point Clouds Based on Linear Features. *2011 Fourth International Symposium on Knowledge Acquisition and Modeling*, (1):474–477. (Cité page 34.)
- GUMBEL, E. J., GREENWOOD, J. A. et DURAND, D. (1953). The Circular Normal Distribution : Theory and Tables. *Journal of the American Statistical Association*, 48(261). (Cité page 169.)
- HABIB, A. (1998). Motion Parameter Estimation by Tracking Stationary Three-Dimensional Straight lines in Image Sequences. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing* 53, 53(3):174–182. (Cité page 34.)
- HANKE, K., GRUSSENMEYER, P., GRIMM-PITZINGER, A. et WEINOLD, T. (2006). First experiences with the trimble gx scanner. In *IAPRS, XXXVI, 5*, Dresden. (Cité page 33.)
- HARTLEY, R. I. et ZISSERMAN, A. (2000). *Multiple View Geometry in Computer Vision*. Cambridge University Press, ISBN : 0521623049. (Cité pages 37 et 119.)
- HE, W., MA, W. et ZHA, H. (2005). Automatic registration of range images based on correspondence of complete plane patches. In *Proceedings of the Fifth International Conference on 3-D Digital Imaging and Modeling*, pages 470–475, Washington, DC, USA. IEEE Computer Society. (Cité page 35.)
- HEUEL, S. (2001). Points , Lines and Planes and their Optimal Estimation. In *Proceedings of the 23rd DAGM-Symposium on Pattern Recognition*, pages 92–99, London, UK. (Cité pages 35 et 156.)
- HEUVEL, F. A. V. D. (1999). A line-photogrammetric mathematical model for the reconstruction of polyhedral objects. 3641:60–71. (Cité page 115.)
- HOUGH, P. (1962). Method and means for recognizing complex patterns, U.S. Patent 3.069.654, december 1962. (Cité page 73.)
- HULLO, J.-F. (2010). Fondamentaux de cheminement topographique. Rapport technique. EDF R & D. (Cité page 22.)
- HULLO, J.-F., GRUSSENMEYER, P. et FARES, S. (2009). Photogrammetry and Dense Stereo Matching Approach Applied to the Documentation of the Cultural Heritage Site of Kilwa (Saudi Arabia). In *XXII CIPA Symposium, Kyoto, Japan*, pages 1–6. CIPA. (Cité page 149.)

- HULLO, J.-F., GRUSSENMEYER, P., LANDES, T. et THIBAUT, G. (2011). Georeferencing of TLS Data for Industrial Complex Scenes : Beyond Current Solutions. *In ISPRS Laser Scanning Workshop*, volume XXXVIII, Calgary, Canada. (Cité pages 36 et 137.)
- HULLO, J.-F., THIBAUT, G., GRUSSENMEYER, P., LANDES, T. et BENNEQUIN, D. (2012). Probabilistic Feature Matching Applied To Primitive Based Registration Of TLS Data. *ISPRS Annals of Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, XXII ISPRS Congress, Melbourne, Australia, I-3:221–226. (Cité page 170.)
- JACOBS, G. (2005). Registration and Georeferencing. *Professional Surveyor Magazine*, (July):30–37. (Cité page 28.)
- JACOBS, G. (2007a). 3D Scanning : Field Productivity Factors in Laser Scanning, Part 2. *Professional Surveyor Magazine*, (February). (Cité page 57.)
- JACOBS, G. (2007b). User Feedback on Scanners with Tilt Compensation. *Professional Surveyor Magazine*, (September). (Cité pages 57 et 58.)
- JAW, J. et CHUANG, T. (2008a). Feature-Based Registration Of Terrestrial Lidar Point Clouds. *ISPRS Commission III, WG III/3, XXXVII(3b):303–308*. (Cité pages 36, 37, 141 et 155.)
- JAW, J. et CHUANG, T. (2008b). Registration of Ground-Based Lidar Point Clouds By Means Of 3d Line Features. *Journal of the Chinese Institute of Engineers*, 31(6):1031–1045. (Cité pages 34, 132 et 155.)
- JAW, J. et CHUANG, T. (2010). On the effectiveness of feature-based lidar point cloud registration. *In PAPANODITIS, N., PIERROT-DESEILLIGNY, M., MALLET, C. et TOURNAIRE, O.,  diteurs : IAPRS Commission III, WG II/2*, volume XXXVIII, pages 60–65, Saint-Mand . (Cité pages 36 et 155.)
- JAW, J.-J. et CHUANG, T.-Y. (2012). 3-d feature-based matching by rstg approach. *ISPRS Annals of Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, I-3:123–128. (Cité page 155.)
- KANG, Z., LI, J., ZHANG, L., ZHAO, Q. et ZLATANOVA, S. (2009). Automatic registration of terrestrial laser scanning point clouds using panoramic reflectance images. *Sensors*, 9(4):2621–2646. (Cité pages 31, 32 et 38.)
- KIONIX (2007). Handheld Electronic Compass Applications Using a Kionix MEMS Tri-Axis Accelerometer. Ref. AN006. Rapport technique June. (Cité page 99.)
- KLEIN, J. et ZACHMANN, G. (2004). Point cloud collision detection. *In CANI, M. P. et SLATER, M.,  diteurs : Eurographics 2004*, volume 23, pages 567–576. (Cité page 61.)
- KONOLIGE, K. (2010). Sparse Sparse Bundle Adjustment. *In Proceedings of the British Machine Vision Conference 2010*, volume 102, pages 1—11. British Machine Vision Association. (Cité page 37.)
- KULLBACK, S. et LEIBLER, R. A. (1951). On information and sufficiency. *Ann. Math. Statist.*, 22(1):79–86. (Cité page 159.)
- LANDES, T. et FISCHER, J.-C. (2008). Cours de topom trie ii - compensation. INSA Strasbourg, Spécialité topographie. (Cité page 21.)

- LEDIG, J. (2006). Cours d'instrumentations et méthodes. INSA Strasbourg, Spécialité topographie. (Cité page 21.)
- LEONARD, J. J. et DURRANT-WHYTE, H. F. (1991). Simultaneous map building and localization for an autonomous mobile robot. *In Intelligent Robots and Systems '91. Intelligence for Mechanical Systems, Proceedings IROS '91. IEEE/RSJ International Workshop on*, pages 1442–1447 vol.3. (Cité page 38.)
- LICHTI, D. et GORDON, S. (2004). Error Propagation in Directly Georeferenced Terrestrial Laser Scanner Point Clouds for Cultural Heritage Recording. *In FIG Working Week, WSA2 Modelling and Visualization*, page 16, Athens. Citeseer. (Cité pages 32 et 50.)
- LIU, H., DARABI, H., BANERJEE, P. et LIU, J. (2007). Survey of Wireless Indoor Positioning Techniques and Systems. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part C (Applications and Reviews)*, 37(6):1067–1080. (Cité page 90.)
- LOOMIS, J. et SILVA, J. (1996). Visual perception of location and distance. *Current Directions in Psychological Science*, 5(3):72–77. (Cité page 92.)
- MARDIA, K. V. (1972). *Statistics of directional data*. Academic Press, New York. ISBN 0124711502. (Cité page 167.)
- MEADOW, J., BEDER, C. et FÖRSTNER, W. (2009). Reasoning with uncertain points, straight lines, and straight line segments in 2d. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 64(2):125–139. (Cité page 35.)
- MILLES, S. (2007). *Topographie et topométrie moderne, Tome I : Techniques de mesure et de représentation*. Eyrolles. act. 2007. (Cité page 22.)
- MITRA, N. J., GELFAND, N., POTTMANN, H. et GUIBAS, L. (2004). Registration of point cloud data from a geometric optimization perspective. *Eurographics Symposium on Geometry Processing*, pages 23–32. (Cité page 30.)
- MOFFIT, F.-H. et BOUCHARD, H. (1975). *Surveying, Sixth Ed.* Harper and Row Pub. (Cité page 21.)
- NAM, Y. (2011). Map-based Indoor People Localization using an Inertial Measurement Unit. *Journal of Information Science and Engineering*, 1248:1233–1248. (Cité page 107.)
- NAN, L., SHARF, A., ZHANG, H., COHEN-OR, D. et CHEN, B. (2010). Smartboxes for interactive urban reconstruction. *Transactions on Graphics - Proceedings of ACM SIGGRAPH 2010*, 29(4). (Cité page 70.)
- NEUHAUS, F. (2011). *A Full 2D / 3D GraphSLAM System for Globally Consistent Mapping based on Manifolds*. Thèse de doctorat, Universitat Koblenz-Landau. (Cité page 38.)
- NEWBY, P. R. T. (2011). Editorial : Accuracy, precision, extraction, citation and valediction. *Photogrammetric Record*, 26(134):149 – 153. (Cité page 21.)
- NEWBY, P. R. T. (2012). Photogrammetric terminology : Second edition. *Photogrammetric Record*, 27:360–386. (Cité page 21.)
- NI, L. M., LIU, Y., LAU, Y. C. et PATIL, A. P. (2004). Landmarc : Indoor location sensing using active rfid. *Wireless Networks*, 10:701–710. (Cité page 90.)

- NUCHTER, A., ELSEBERG, J., SCHNEIDER, P. et PAULUS, D. (2010). Study of parameterizations for the rigid body transformations of the scan registration problem. *Computer Vision and Image Understanding*, 114(8):963–980. (Cité pages 46 et 48.)
- OLSON, E. (2008). *Robust and efficient robotic mapping*. Thèse de doctorat, Massachusetts Institute of Technology. (Cité pages 38 et 142.)
- OLSON, E., LEONARD, J. et TELLER, S. (2006). Fast iterative alignment of pose graphs with poor initial estimates. *Proceedings 2006 IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2006. ICRA 2006.*, (May):2262–2269. (Cité page 38.)
- PAPOULIS, A. et WALLNER, J. (2002). *Probability, Random Variables, and Stochastic Processes*, volume 7. 3rd edition édition. (Cité page 88.)
- PENNEC, X. (1996). *L'incertitude dans les problèmes de reconnaissance et de recalage – Applications en imagerie médicale et biologie moléculaire*. Thèse de doctorat, École polytechnique. (Cité pages 34, 45, 111, 112, 127 et 155.)
- PENNEC, X. (1997). Registration of Uncertain Geometric Features : Estimating the Pose and its Accuracy. *In Proc of the First Image Registration Workshop*, numéro 1, pages 20–21. Citeseer. (Cité pages 37 et 155.)
- PENNEC, X. et AYACHE, N. (1996). Randomness and Geometric Features in Computer Vision. Rapport technique March. (Cité page 35.)
- PROFFITT, D. R. (2006). Distance Perception. *Current Directions in Psychological Science*, 15(3):131–135. (Cité page 92.)
- R DEVELOPMENT CORE TEAM (2011). R : A language and environment for statistical computing. ISBN 3-900051-07-0. (Cité page 136.)
- RABBANI, T. (2006). *Automatic reconstruction of industrial installations using point clouds and images*. Thèse de doctorat, TU Delft. (Cité pages 73, 76 et 141.)
- RABBANI, T., DIJKMAN, S. T., VAN DEN HEUVEL, F. et VOSSELMAN, G. (2007). An integrated approach for modelling and global registration of point clouds. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 61(6):355–370. (Cité pages 36 et 38.)
- RABBANI, T. et van den HEUVEL, F. (2005). Automatic point cloud registration using constrained search for corresponding objects. *In KAHMEN, H. et GRUEN, A., éditeurs : Proceedings of 7th Conference on Optical*, volume 1, page 10, Vienna, Austria. (Cité pages 36, 37 et 155.)
- RAO, R. (1961). Asymptotic efficiency and limiting information. *Proc. 4th Berkeley Symp. Math. Stat. Probab.* 1, 531-545 (1961). (Cité page 159.)
- RESHETYUK, Y. (2006). Investigation and calibration of pulsed time-of-flight terrestrial laser scanners. Mémoire de D.E.A., Royal Institute of Technology (KTH). (Cité page 21.)
- RESHETYUK, Y. (2009). *Self-calibration and direct georeferencing in terrestrial laser scanning*. Thèse de doctorat, Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden. (Cité pages 29, 32 et 50.)

- ROBERTS, K. S. (1988). A new representation for a line. *In IEEE Proceedings of Computer Vision and Pattern Recognition*, pages 635–640, Ann Arbor, MI. (Cité pages 119, 120 et 202.)
- RUSU, R. B. et COUSINS, S. (2011). 3D is here : Point Cloud Library (PCL). *In IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, Shanghai, China. (Cité page 73.)
- SALOME (2012). (version 6.5.0) EDF R& D, plateforme générique de Pre- et Post-Traitement pour simulations numériques diffusé sous licence GNU GPL, <http://www.salome-platform.org/>. (Cité page 62.)
- SALVI, J., MATABOSCH, C., FOFI, D. et FOREST, J. (2007). A review of recent range image registration methods with accuracy evaluation. *Image and Vision Computing*, 25(5):578–596. (Cité page 29.)
- SCAIONI, M. (2005). Direct georeferencing of TLS in surveying of complex sites. 8. (Cité pages 32 et 57.)
- SCHENK, T. (2004). From point-based to feature-based aerial triangulation. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 58(5-6):315–329. (Cité page 34.)
- SCHNABEL, R., WAHL, R. et KLEIN, R. (2007). Efficient ransac for point-cloud shape detection. *Computer Graphics Forum*, 26(2):214–226. (Cité pages 72, 73 et 76.)
- SHELTER, W. (1998). Maxima, a computer algebra system , version 5.18.1 (2009). (Cité pages 136 et 194.)
- SMITH, R. et CHEESEMAN, P. (1986). On the representation and estimation of spatial uncertainty. *The International Journal of Robotics Research*, 5(4):56–68. (Cité page 38.)
- SOMMER, G. et DANILIDIS, K. (2001). 3D-orientation signatures with conic kernel filtering for multiple motion analysis. *Proceedings of the 2001 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. CVPR 2001*, 1:I–299–I–306. (Cité page 114.)
- STAMOS, I. et LEORDEANU, M. (2003). Automated feature-based range registration of urban scenes of large scale. *IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, 2:555–561. (Cité pages 34, 35 et 38.)
- STEIN, W. *et al.* (2012). Sage Mathematics Software (Version 5.4). <http://www.sagemath.org>. (Cité page 194.)
- TAL, R. et SPETSAKIS, M. E. (2010). Probabilistic framework for feature-point matching. *In Proceedings of the 2010 Canadian Conference on Computer and Robot Vision, CRV '10*, pages 1–8, Washington, DC, USA. IEEE Computer Society. (Cité page 158.)
- TARSHA KURDI, F., LANDES, T. et GRUSSENMEYER, P. (2007). Hough-transform and extended ransac algorithms for automatic detection of 3d building roof planes from lidar data. *In in Proc. Int. Soc. Photogramm. Remote Sens.*, volume 36, pages 407–412. (Cité page 73.)
- THAPA, A. (2009). Semantic feature based registration of laser point clouds. (Cité page 155.)

- THEILER, P. et SCHINDLER, K. (2012). Automatic registration of terrestrial laser scanner point clouds using natural planar surfaces. *ISPRS Ann. Photogramm. Remote Sens. Spatial Inf. Sci.*, 1:173–178. (Cité page 35.)
- THRUN, S. et MONTEMERLO, M. (2005). The GraphSLAM algorithm with applications to large-scale mapping of urban structures. *International Journal on Robotics Research*, 25(5/6):403–430. (Cité page 38.)
- TÖRNQVIST, D. (2006). *Statistical Fault Detection with Applications to IMU Disturbances*. Thèse de doctorat, Linköpings universitet. (Cité page 102.)
- TRIGGS, B., McLAUCHLAN, P., HARTLEY, R. et FITZGIBBON, A. (2000). Bundle adjustment - a modern synthesis. *Vision Algorithms : Theory and Practice*, pages 298–375. (Cité page 37.)
- TRUVIEW, L. (2012). logiciel de visualisation panoramique de données scanner laser terrestre, Leica GeoSystems Company. (Cité page 62.)
- VOEGTLE, T., SCHWAB, I. et LANDES, T. (2008). Influences of different materials on the measurements of a terrestrial laser scanner (TLS). *In the XXIth ISPRS Congress, Beijing, China, Int. Archives of Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, numéro Vol. XXXVII, part B5, pages 1061–1066. (Cité page 21.)
- von HANSEN, W. (2006). Robust automatic marker-free registration of terrestrial scan data. *Proceedings of the Photogrammetric Computer Vision*, 36:105–110. (Cité page 35.)
- WAHLSTRÖM, N., CALLMER, J. et GUSTAFSSON, F. (2010). Magnetometers for tracking metallic targets. *In Proceedings of 13th International Conference on Information Fusion (FUSION '10)*. (Cité page 102.)
- WEINMANN, M., WEINMANN, M., HINZ, S. et JUTZI, B. (2011). Fast and automatic image-based registration of tls data. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 66(6):S62–S70. (Cité page 32.)
- WENDEL, J., MEISTER, O., SCHLAILE, C. et TROMMER, G. F. (2006). An integrated GPS / MEMS-IMU navigation system for an autonomous helicopter. *Aerospace Science and Technology*, 10:527–533. (Cité page 102.)
- WENDT, A. (2007). A concept for feature based data registration by simultaneous consideration of laser scanner data and photogrammetric images. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 62(2):122–134. (Cité page 32.)
- WILLIAMS, J. (2001). *A system for multiple view 3D acquisition and registration incorporating statistical error models*. Thèse de doctorat, Queensland University of Technology. (Cité page 37.)
- WOODMAN, O. (2007). An introduction to inertial navigation. Rapport technique, Technical Report 696, University of Cambridge, 2007. (Cité page 106.)
- WOODMAN, O. et HARLE, R. (2008). Pedestrian localisation for indoor environments. *In Proceedings of the 10th international conference on Ubiquitous computing, UbiComp '08*, pages 114–123. (Cité page 107.)
- ZHANG, Z. (1994). Iterative point matching for registration of freeform curves and surfaces. *International Journal of Computer Vision*, 13(2):119–152. (Cité page 30.)