



**HAL**  
open science

# Localisation spatiale de la lumière dans des systèmes à cristaux liquides

Vincent Odent

► **To cite this version:**

Vincent Odent. Localisation spatiale de la lumière dans des systèmes à cristaux liquides. Optique [physics.optics]. Université des Sciences et Technologie de Lille - Lille I, 2012. Français. NNT : 2012LILL10046 . tel-00802767

**HAL Id: tel-00802767**

**<https://theses.hal.science/tel-00802767v1>**

Submitted on 20 Mar 2013

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THESE DE DOCTORAT

présentée à

**L'UNIVERSITE DE LILLE 1**

Ecole Doctorale Science de la Matière du Rayonnement et de l'Environnement



pour obtenir le grade de

**DOCTEUR EN SCIENCES**

Dans la spécialité :

Optique et Lasers, Physico-Chimie, Atmosphère

soutenue le 08/03/2012 par

**Vincent ODENT**

## **Localisation spatiale de la lumière dans des systèmes à cristaux liquides**

Directeur de thèse :

Eric LOUVERGNEAUX

Co-directeur de thèse :

Majid TAKI

devant le jury :

---

Georges Wlodarczak	Président	Université de Lille 1
Mustapha Tlidi	Rapporteur	Université Libre de Bruxelles
Delphine Wolfersberger	Rapporteur	Supelec Metz
Marcel Clerc	Examineur	Université du Chili - Santiago
Pascal Kockaert	Examineur	Université Libre de Bruxelles
Stefania Résidori	Examineur	Institut Non Linéaire de Nice



# Remerciements

Ce travail de trois ans n'est pas le fruit de mon seul travail, mais d'une collaboration entretenue avec de nombreuses personnes que je voudrais citer ici.

Je tiens à remercier en premier lieu dans le laboratoire Eric Louvergneaux, pour m'avoir transmis ces nombreuses compétences expérimentales m'ayant permis de mener à bien cette thèse. Je tiens aussi à le remercier pour les nombreuses discussions que nous avons eu ensemble m'ayant permis de progresser scientifiquement et à la confiance qu'il a eu en moi durant ces trois années de travail. Un grand merci à Majid Taki pour son accueil dans l'équipe d'Optique Non Linéaire ainsi que pour son expertise théorique qui a largement contribué à l'aboutissement de ces travaux. Je souhaite aussi remercier Saliya Coulibaly pour les discussions que nous avons eu ensemble et l'aide précieuse qu'il m'a fourni permettant de rendre un manuscrit plus abouti.

Bien sûr mon travail s'inscrit dans une dynamique de laboratoire et je voudrais pour cela remercier Georges Wlodarczak, directeur du Laboratoire PhLAM et directeur de mon jury de thèse, de m'avoir accueilli durant ces années de thèse et grâce à qui j'ai pu bénéficier des différents services techniques et administratifs.

Je souhaite remercier Mustapha Tlidi et Delphine Wolfersberger d'avoir acceptés le rôle de rapporteur de ce manuscrit, ainsi que Marcel Clerc, Pascal Kockaert et Stefania Residori pour leur contribution en tant qu'examineurs.

Je tiens à remercier particulièrement le service électronique du laboratoire, Hervé, Christian, Thierry et Michel, sans qui je n'aurais pu finaliser le montage expérimental. Une pensée aussi à Marie Thérèse pour le travail exceptionnel qu'elle fournit et sans qui cette thèse n'aurait pu se faire correctement.

Ces trois ans de thèse ont été aussi une aventure humaine que j'ai partagé avec de nombreux thésards et docteurs, je souhaite donc remercier Béa, Michel, Sébastien, Maxence, Liu, Matthias, Benoit, Serguei, Vincent, Stéphanie, Imane, Assad, Samira, Jérôme et autres pour leur soutien et leurs encouragements.

Je voudrais remercier ma famille pour m'avoir encouragé ainsi que d'avoir toujours cru en moi durant mes études universitaires.

Et pour finir, une pensée particulière à Nana qui a dû me supporter durant ces nombreux mois de rédaction et qui a toujours été là quand j'en avais besoin.



# Table des matières

<b>Table des matières</b>	<b>v</b>
<b>Abécédaire des notations</b>	<b>xi</b>
Introduction . . . . .	1
<b>1 Contexte, position du problème, systèmes utilisés et caractéristiques techniques</b>	<b>5</b>
1.1 Localisation de la lumière . . . . .	5
1.1.1 La morphogenèse . . . . .	5
1.1.2 La morphogenèse en optique . . . . .	8
1.1.3 Les structures localisées en optique . . . . .	10
1.2 Les systèmes utilisés . . . . .	13
1.2.1 Les différentes configurations . . . . .	13
1.2.1.1 Rétro-action optique pour les événements rares et intenses . . . . .	13
1.2.1.2 Cavité Pérot-Fabry pour les structures localisées . . . . .	14
1.2.2 Le milieu non linéaire : le cristal liquide nématique ancré . . . . .	15
1.2.2.1 Organisation structurelle . . . . .	16
1.2.2.2 Équation de réorientation moléculaire du directeur sous l'action d'un champ électrique . . . . .	17
1.2.3 Modélisation des systèmes . . . . .	19
1.2.3.1 Intégration numérique . . . . .	23
1.2.4 La diffraction négative . . . . .	25
1.2.4.1 La rétro-action optique . . . . .	25
1.2.4.2 La cavité Kerr . . . . .	26
1.2.4.3 Dispositifs à distances optiques négatives . . . . .	29
1.2.4.4 Mesure des longueurs optiques . . . . .	31
1.3 Les caractéristiques expérimentales . . . . .	33
1.3.1 Les dispositifs expérimentaux . . . . .	33
1.3.1.1 La rétro-action optique . . . . .	33
1.3.1.2 La cavité Pérot-Fabry . . . . .	34

1.3.2	La source lumineuse . . . . .	35
1.3.3	Angle d'inclinaison de l'échantillon du cristal liquide . . . . .	36
1.3.4	Fonction de transfert de la cavité Pérot-Fabry . . . . .	37
1.3.4.1	Source incohérente avec un front d'onde plan . . . . .	38
1.3.4.2	Source cohérente avec un front d'onde non plan : le laser . . . . .	39
1.3.4.3	Étude expérimentale de la fonction de transfert de la cavité Pérot-Fabry plan-plan . . . . .	40
1.3.4.4	Étude numérique de la fonction de transfert de cavité . . . . .	41
1.3.5	Les paramètres et constantes des dispositifs de rétro-action et de cavité . . . . .	44
1.3.6	Stabilisation active de la longueur de la cavité Pérot-Fabry . . . . .	44
<b>I</b>	<b>Les structures localisées en cavité diffractante ou anti-diffractante</b>	<b>51</b>
<b>2</b>	<b>Cavité à diffraction positive : génération de solitons</b>	<b>55</b>
2.1	Prédictions analytiques & numériques . . . . .	56
2.1.1	Prédictions analytiques à partir du modèle en champ moyen . . . . .	56
2.1.2	Prédictions numériques à partir du modèle itératif . . . . .	58
2.1.3	Étude numérique des solitons . . . . .	59
2.1.3.1	Largeur à mi-hauteur des solitons . . . . .	60
2.1.3.2	Périodicité des oscillations des ailes des solitons . . . . .	61
2.1.3.3	Analyse des pics d'intensité des oscillations des ailes des solitons . . . . .	63
2.1.3.4	États liés de solitons . . . . .	65
2.1.4	Influence du profil gaussien du champ de pompe et du bruit sur la robustesse des solitons . . . . .	67
2.1.4.1	Influence du profil gaussien . . . . .	67
2.1.4.2	Influence du bruit . . . . .	68
2.1.4.3	Cas expérimental . . . . .	70
2.2	Résultats expérimentaux . . . . .	71
2.2.1	Mise en évidence de solitons . . . . .	71
2.2.2	États liés de solitons . . . . .	74
<b>3</b>	<b>Cavité à diffraction négative : génération de parois de domaines</b>	<b>77</b>
3.1	Prédictions analytiques & numériques . . . . .	78
3.1.1	Prédictions analytiques à partir du modèle en champ moyen . . . . .	78
3.1.2	Prédictions numériques à partir du modèle itératif . . . . .	80
3.2	Influence d'un pompage inhomogène : Le blocage des parois . . . . .	84
3.2.1	Un modèle simple de parois propagatives : la bifurcation fourche imparfaite . . . . .	84
3.2.1.1	Expression analytique de la paroi stationnaire . . . . .	86

3.2.1.2	Calcul de la vitesse de déplacement d'une paroi . . . . .	87
3.2.2	Blocage de parois par un forçage spatial gaussien . . . . .	88
3.2.2.1	Étude analytique . . . . .	89
3.2.2.2	Étude numérique du blocage de parois de domaines par un forçage spatial parabolique . . . . .	92
3.2.2.3	Étude numérique du blocage de parois de domaines par un forçage spatial gaussien . . . . .	92
3.2.3	Influence du profil transverse du faisceau dans le modèle itératif . . . .	94
3.2.3.1	Ancrage de parois de domaines par un forçage spatial gaussien	95
3.2.3.2	Ancrage des parois par la fonction de transfert de la cavité Pérot-Fabry (FTC) . . . . .	99
3.3	Résultats expérimentaux . . . . .	101
3.3.1	Mise en évidence expérimentale de parois de domaines . . . . .	101
3.3.2	Dynamique des parois de domaines expérimentales . . . . .	102
3.4	Cavité à diffraction nulle : génération de parois de domaine sans modulation .	104
3.4.1	Prédictions numériques à partir du modèle en champ moyen . . . . .	105
3.4.2	Prédictions numériques à partir modèle itératif . . . . .	106
3.4.3	Dynamique des parois de domaines . . . . .	107
 <b>II Une forme de localisation spatiale en régime très fortement non linéaire</b>		<b>111</b>
<b>4</b>	<b>Continuum de fréquences et structures rares et intenses</b>	<b>113</b>
4.1	Évènements rares en régime très fortement non linéaire . . . . .	113
4.2	Génération du continuum spectral . . . . .	115
4.3	Approche statistique . . . . .	117
4.3.1	Fonction de Densité de Probabilité . . . . .	117
4.3.2	Influence du profil gaussien sur la Fonction de Densité de Probabilité	119
4.3.3	Analyse de la transition vers les régimes fortement non linéaires en terme de PDF . . . . .	121
4.4	Analyse du régime très fortement non linéaire . . . . .	123
4.4.1	Rapport des pics les plus intenses au pic significatif . . . . .	123
4.4.2	Modélisation des PDFs - Distribution Gamma Généralisée (GGD) . . . .	125
4.4.3	Application de la modélisation de la PDF au régime très fortement non linéaire observé dans l'Équation de Schrödinger non linéaire (NLSE) .	128
4.4.4	Étude de la transition : régime faiblement non linéaire - régime très fortement non linéaire . . . . .	132
4.4.5	Dissymétrie de la Fonction de Densité de Probabilité . . . . .	134
4.5	Expériences en régime très fortement non linéaire . . . . .	135



TABLE DES MATIÈRES

---

4.5.1	Génération du supercontinuum spectral . . . . .	136
4.5.2	Étude statistique . . . . .	137
	<b>Conclusion et perspectives</b>	<b>141</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>145</b>
<b>A</b>	<b>Les systèmes d'acquisitions</b>	<b>163</b>
<b>B</b>	<b>Calcul de la longueur optique de cavité</b>	<b>165</b>
<b>C</b>	<b>Modèle en champ moyen de la cavité Kerr Pérot-Fabry plan-plan contenant un cristal liquide</b>	<b>169</b>
<b>D</b>	<b>Étalonnage spectral de la caméra en champ lointain</b>	<b>173</b>
	<b>Liste des publications</b>	<b>174</b>

*“L’imagination est plus importante que la connaissance. La connaissance est limitée alors que l’imagination englobe le monde entier.”*

Albert Einstein



# Abécédaire des notations

## *Symbole*    *Définition*

$A$	Amplitude de la perturbation localisée
$a$	Paramètre de la Distribution Gamma Généralisée (GGD)
$AB$	Akhmediev breather
$B$	Enveloppe lentement variable du champ contra-propagatif
$B_{out}$	Enveloppe lentement variable du champ retour arrivant sur la caméra CP
$BS$	Séparateur de faisceau (Beam splitter en anglais)
$C_1$ et $C_2$	Lentilles cylindriques
$CL$	Cristal liquide
$d$	Longueur optique de rétro-action optique ou de cavité
$d + 4f_0$	Longueur géométrique de rétro-action optique ou de cavité
$d_{ini}$	Distance initiale entre deux perturbations localisées
$E(x^r)$	Moment mathématique d'ordre $r$
$ERA$	Effet Raman
$f_0$	focale des lentilles du système $4f$
$F$	Enveloppe lentement variable du champ propagatif
$ F_0 ^2$	Puissance du faisceau de pompe
$ F_{0c} ^2$	Puissance du faisceau de pompe au seuil d'instabilité
$ F_{Maxwell} ^2$	Puissance du faisceau de pompe au point de Maxwell
$F_0$	Amplitude de l'onde plane du faisceau de pompe
$GGD$	Distribution Gamma Généralisée
$H$	Espérance mathématique associée à la PDF ou valeur moyenne de l'intensité
$Hm$	Amplitude la plus probable de la PDF
$Hmax$	Amplitude maximale de la PDF
$HS$	Amplitude significative
$i$	Interfrange pour l'état lié de solitons
$I$	Puissance du faisceau de pompe $ F_0 ^2$
$I_{seuil}$	Puissance du faisceau de pompe au seuil d'instabilité modulationnelle
$IO$	Isolateur optique

## ABÉCÉDAIRE DES NOTATIONS

---

$J$	Matrice ABCD
$K$	Coefficient d'élasticité
$k$	Nombre d'onde
$k_c$	Nombre au seuil de l'instabilité modulationnelle de la rétro-action optique
$k_0$	Nombre d'onde du champ optique
$k_{IM}$	Nombre d'onde de l'instabilité modulationnelle de la cavité
$L$	Épaisseur de l'échantillon de cristal liquide
$L_{CP}$	Lentille d'imagerie d'un champ proche
$L_{CL}$	Lentille d'imagerie du champ lointain
$l_d$	Longueur de diffusion du cristal liquide
$M$	Miroir de rétroaction optique
$M'$	Image du miroir $M$ par le système 4f
$M_1$	Miroir d'entrée de cavité
$M_2$	Miroir de sortie de cavité
$M'_2$	Image du miroir $M_2$ par le système 4f
$MEO$	Modulateur électro-optique
$NLSE$	Non Linear Schrödinger Equation
$n_2$	Coefficient Kerr
$n_0$	Indice ordinaire du cristal liquide
$n_e$	Indice extraordinaire du cristal liquide
$\bar{n}$	Indice de réfraction induit par le champ optique
$n$	Indice de réfraction normalisé
$p$	Paramètre de la Distribution Gamma Généralisée (GGD)
$OSO$	Onde Scélérate Optique
$PDD$	Paroi de domaines
$PDF$	Fonction de Densité de Probabilité
$PG$	Polariseur de Glan
$R$	Coefficient de réflexion d'un miroir en intensité
$R_C$	Rayon de courbure réel du faisceau gaussien en entrée de cavité
$R_f$	Coefficient non linéaire incluant l'effet Kerr et l'effet Raman
$R_l$	Rayon du lobe central du profil d'intensité en champ proche
$r$	Coefficient de réflexion d'un miroir en amplitude
$S$	Champ d'entrée renormalisé du modèle en champ moyen
$SLM$	Modulateur de phase spatiale (Spatial Light Modulator)
$SSH$	Solution Stationnaire Homogène
$T$	Coefficient de transmission d'un miroir en intensité
$t$	Coefficient de transmission d'un miroir en amplitude
$t_r$	Temps d'aller retour du champ dans la cavité
$u$	Variable de la bifurcation fourche imparfaite

$V(u)$	Potentiel de la bifurcation fourche imparfaite
$x'$	Décalage de la Distribution Gamma Généralisée suivant l'axe des abscisses (Intensité)
$x_0$	Position spatiale du cœur d'une paroi de domaine
$\dot{x}_0$	Vitesse du cœur d'une paroi
$x_1$	Position de la première perturbation localisée
$x_2$	Position de la deuxième perturbation localisée
$X$	Distance finale entre deux solitons
$X_{min}$	Distance finale minimale entre deux solitons
$X_{CP}$	Distance finale entre deux solitons mesurée en champ proche
$X_{CL}$	Distance finale entre deux solitons mesurée en champ lointain
$w_x$	Demi largeur du faisceau de pompe sur le cristal liquide suivant l'axe $x$
$w_y$	Demi largeur du faisceau de pompe sur le cristal liquide suivant l'axe $y$
$\alpha$	Coefficient de diffraction
$\alpha_f$	Coefficient d'absorption linéaire de la fibre
$\beta$	Paramètre de la Distribution Gamma Généralisée (GGD)
$\beta_1$	Inverse de la vitesse de groupe d'une impulsion dans une fibre optique
$\beta_2$	Terme de dispersion d'ordre 2 de la fibre optique
$\beta_3$	Terme de dispersion d'ordre 3 de la fibre optique
$\gamma$	Demi largeur à mi-hauteur de la perturbation localisée
$\Gamma$	Fonction mathématique Gamma
$\Delta$	Detuning normalisée de la cavité Kerr
$\varepsilon$	Niveau de bruit dans le cristal liquide
$\zeta$	Terme source, définissant la position du point de Maxwell ( $\zeta = 0$ )
$\zeta_0$	Amplitude du forçage spatial pour générer des parois de domaines
$\zeta'$	Paramètre rendant compte d'un point de Maxwell différent de zéro
$\eta$	Coefficient de la non-linéarité
$\theta$	Angle entre la polarisation du champ incident et l'orientation des molécules de cristal liquide
$\Lambda$	Longueur d'onde d'instabilité transverse
$\lambda_r$	Longueur d'onde des rebonds sur les ailes du soliton
$\lambda_{LM}$	Largeur à mi-hauteur d'un soliton
$\lambda_{IM}$	Longueur d'onde de l'instabilité modulationnelle
$\lambda_0$	Longueur d'onde du champ optique
$\xi$	Distribution spatio-temporelle du bruit dans le cristal liquide
$\Pi$	Paramètre de renormalisation du temps du modèle en champ moyen
$\sigma$	Angle d'inclinaison du cristal liquide
$\tau$	Temps de relaxation du cristal liquide
$\tau_f$	Temps mesuré dans le repère de l'impulsion
$\varphi$	Déphasage linéaire de la cavité Pérot-Fabry
$\chi$	Mesure de la non linéarité du matériau renormalisé

## ABÉCÉDAIRE DES NOTATIONS

---

$\chi_0$	Mesure de la non-linéarité du matériau
$\psi$	Champ intra-cavité renormalisé du modèle en champ moyen
$\psi_{out}$	Champ de sortie renormalisé du modèle en champ moyen
$\Omega$	Paramètre de renormalisation de l'espace du modèle en champ moyen

# Introduction

Qui ne s'est jamais demandé pourquoi un dalmatien présente des taches non uniformément réparties sur son pelage, ou comment certaines vagues peuvent se propager sur de très grandes distances sans jamais faiblir. A cette question nous répondons *structure localisée*, avec tous les mécanismes entrant en jeu dans sa formation. Localisée dans le sens où, en un point de l'espace, le système présente un état qui est différent de l'environnement dans lequel il se situe. Cet état spatialement localisé peut se présenter alors sous différentes formes selon le domaine d'étude, telles que des taches colorées sur des pelages d'animaux, mais aussi des différences de hauteur comme pour des vagues sur une étendue d'eau plane. Les mécanismes à l'origine de ces structures localisées sont universels, quel que soit le domaine dans lequel on les rencontre : biologie, chimie, hydrodynamique, optique, ... Nous pouvons regrouper ces différents domaines où apparaissent des structures localisées dans la Science du Non-Linéaire. Celle-ci regroupe de nombreux phénomènes tels que la saturation, la quantification, les seuils critiques, la bistabilité... Le domaine de la *Physique non linéaire*, applicable à de nombreux phénomènes naturels, met en avant une réponse non directement proportionnelle à l'action à laquelle on soumet le système. Le nombre de manifestations naturelles qui en découle est astronomique, laissant une faible place aux événements linéaires. De fait, beaucoup de systèmes d'apparence linéaire ne sont en réalité qu'une approximation première de systèmes non linéaires. Cependant, ils sont souvent utilisés dans le monde universitaire pour pouvoir mener par exemple des calculs analytiques, cachant la complexité du monde dans lequel nous vivons. Dans le cadre de cette thèse, nous abordons la physique non linéaire par tous les phénomènes optiques que l'on peut rencontrer lorsque les puissances mises en jeu sont assez importantes pour exacerber les phénomènes non linéaires et que l'on regroupe sous le nom d'*Optique non linéaire*.

L'origine des effets non linéaires en optique est dûe à l'interaction non linéaire d'un milieu matériel avec un champ électrique  $\vec{E}$ . Un tel matériau a la capacité de modifier localement le champ électrique par l'intermédiaire d'une polarisation non linéaire qui va induire à son tour une réponse non linéaire du système. Les non-linéarités des matériaux sont en général très faibles, donc pendant longtemps les approximations linéaires des modèles théoriques étaient suffisantes pour prédire et valider les résultats expérimentaux obtenus à partir de sources optiques de faible intensité. Avec l'avènement de sources lumineuses intenses, telles le laser



[1] dans les années 1960 les effets non linéaires sont exacerbés. Malgré des premières études théoriques antérieures [2], un corpus théorique tenant compte des nouveaux phénomènes observés dans cette discipline se mit en place (les modèles théoriques linéaires n'étant plus suffisants). Les nouveaux modèles non linéaires, dans les configurations les plus simples (loin des résonances), mirent en jeu un développement de la polarisation des matériaux en puissance de  $E$  jusqu'à l'ordre deux ou trois en général, permettant de reproduire les effets non linéaires observés.

A l'ordre un, la polarisation est proportionnelle au champ électrique  $E$  et s'écrit  $\varepsilon_0\chi^{(1)}E$ . La susceptibilité électrique linéaire ( $\chi^{(1)}$ ), est directement liée à l'indice de réfraction linéaire du matériau. Les phénomènes rencontrés à cet ordre obéissent à l'optique linéaire et suivent des lois bien connues telles que la réflexion, la réfraction ou encore l'absorption. A l'ordre deux, la polarisation présente une composante non linéaire,  $\varepsilon_0\chi^{(2)}E^2$ . Le tenseur de susceptibilité électrique ( $\chi^{(2)}$ ) permet le mélange à trois champs optiques (connu sous le nom de mélange à trois ondes) conduisant à la somme de fréquences et notamment la génération de seconde harmonique [3]. Les applications qui en résultent sont par exemple les lasers YAG émettant en premier lieu dans l'infrarouge à 1064 nanomètres et qui, par l'intermédiaire d'un cristal doubleur de fréquence (tel que le triborate de lithium), émettent à leur sortie dans le domaine visible à 532 nanomètres. On peut aussi citer l'Oscillateur Paramétrique Optique et l'Amplificateur Paramétrique Optique qui sont des sources de lumières cohérentes, à des longueurs d'onde non accessibles aux lasers, fonctionnant sur le principe de la somme de fréquences [4]. La *susceptibilité électrique d'ordre trois*  $\chi^{(3)}$  généralement plus faible que son homologue d'ordre deux devient importante lorsqu'on considère des matériaux centrosymétriques ( $\chi^{(2)} = 0$ ). Les effets qui en découlent sont notamment la génération de troisième harmonique [5] (via le mélange à quatre ondes) permettant la création de sources lasers dans l'ultraviolet. Le  $\chi^{(3)}$  autorise aussi l'étude de diffusion inélastique telle que la diffusion Raman [6, 7] ou Brillouin [8] qui engendrent dans les deux cas, mais avec des processus différents, une diffusion de la lumière légèrement décalée en fréquence par rapport à la lumière incidente. Un autre effet lié au  $\chi^{(3)}$  et qui est le principe de base de la génération de structures localisées dans nos expériences est l'*effet Kerr*.

Cet effet, observé pour la première fois en 1875 par le physicien écossais John Kerr [9], traduit la biréfringence engendrée par l'action d'un champ électrique extérieur sur un matériau. La réorientation moléculaire induite modifie localement l'indice de réfraction linéaire initial. Le matériau se comporte alors comme un cristal uniaxe avec deux indices de réfraction. L'indice de réfraction non linéaire engendré par effet Kerr est directement proportionnel à l'intensité lumineuse qu'il reçoit. Un faisceau laser induit, par effet Kerr optique, un indice non linéaire possédant un gradient spatial Gaussien. Ce dernier focalise/défocalise la lumière telle une lentille convergente/divergente selon le signe de l'effet Kerr. Cet effet focalisant/défocalisant associé à la diffraction et aux dépendances spatiales du faisceau de pompe génère différents types de structures localisées optiques que nous présentons dans ce manuscrit.

Dans la configuration où un milieu Kerr est inséré dans une cavité résonante, il existe de nombreuses études théoriques sur la dynamique spatio-temporelle de structures localisées. Cependant, aucune démonstration expérimentale de structuration localisée n'a été mise en avant. De plus, l'étude de systèmes contenant un milieu non linéaire "gaucher"<sup>1</sup> connaît un fort intérêt ces dernières années, car ces matériaux ouvrent un nouveau domaine d'exploration des effets non linéaires. Nous proposons dans ce manuscrit d'étudier théoriquement et expérimentalement la présence de structures localisées dans une cavité Pérot-Fabry plan-plan contenant un milieu Kerr équivalent à un matériau gaucher ou droitier. Cette dernière propriété est obtenue en utilisant une approche géométrique via le contrôle du signe de la diffraction dans la cavité.

Le début du *Chapitre 1* replace les structures localisées optiques, dans un contexte plus général qu'est la structuration spatiale. Elle a pour but d'acheminer le lecteur, des phénomènes de morphogenèse que l'on rencontre dans la nature, vers les structures localisées optiques et comprendre pourquoi il est intéressant de cerner leurs comportements et leurs mécanismes internes. La suite du chapitre présente les deux systèmes expérimentaux utilisés, une boucle de rétro-action optique et une cavité Kerr Pérot-Fabry plan-plan, ainsi que les caractéristiques intrinsèques liées à ces dispositifs (la fonction de transfert de la cavité, la stabilisation active de la longueur de cavité). Nous présentons notamment une alternative à l'utilisation des métamatériaux à indice de réfraction négatif par l'utilisation de dispositifs géométriques à longueurs optiques négatives.

La *première Partie* regroupe ensuite les résultats théoriques et expérimentaux obtenus dans la cavité Kerr et est décomposée en deux chapitres selon le type de diffraction rencontrée. Dans le *Chapitre 2*, nous étudions une cavité à diffraction positive en analysant le type de structures localisées pouvant y apparaître. Cette configuration largement étudiée théoriquement [10, 11] génère des *solitons* dans l'approximation du modèle en champ moyen. Nous vérifions numériquement puis expérimentalement la présence de solitons présentant des caractéristiques quelques peu différentes de celles prédites par le modèle champ moyen développé. Nous observons expérimentalement la présence de rebonds autour des solitons, induisant des états liés de solitons [12].

*Le Chapitre 3* est consacré à l'étude de structures optiques en cavité anti-diffractante (diffraction  $< 0$  et  $= 0$ ). Nous mettons en évidence, grâce au modèle développé en champ moyen, l'existence de parois de domaines présentant des caractéristiques différentes selon la valeur de la diffraction (négative ou nulle). Par l'étude de la forme normale de la bifurcation fourche imparfaite, nous mettons en évidence le blocage de ces parois de domaines par la fonction de transfert de la cavité Pérot-Fabry. Les prédictions analytiques sont confirmées par l'étude numérique. Une vérification expérimentale en diffraction négative et nulle permet de valider les résultats théoriques préalablement établis.

---

1. Un milieu non linéaire "gaucher" possède un indice de réfraction linéaire négatif.

La *deuxième Partie*, à travers le *Chapitre 4*, traite des résultats obtenus en rétro-action optique sur l'étude de structures optiques rares et intenses en régime très fortement non linéaire. Nous présentons une approche statistique du régime fortement non linéaire permettant de mettre en évidence la génération d'ondes localisées rares et intenses (scélérates) lorsque l'on se situe très loin au-dessus du seuil d'instabilité. Cette étude fait appel aux Fonctions de Densité de Probabilité qui sont modélisées par la Distribution Gamma Généralisée. Nous démontrons la possibilité de quantifier la transition du régime faiblement non linéaire au régime très fortement non linéaire en se servant des paramètres de la Distribution Gamma Généralisée. L'apparition d'évènements rares et intenses est toujours corrélée à la génération d'un supercontinuum spectral.

# Chapitre 1

## Contexte, position du problème, systèmes utilisés et caractéristiques techniques

### 1.1 Localisation de la lumière

#### 1.1.1 La morphogenèse

Qui ne s'est jamais surpris à contempler des formes, à la fois étranges et d'une beauté sans pareille, que l'on peut rencontrer dans la nature (Fig. 1.1). Que cela soit dans les airs, sur la terre ou dans les mers, des structurations aux visages complexes mais étonnants emplissent notre monde. Un simple œil avisé sait démasquer ces richesses au grès de la découverte de notre belle planète, la Terre. Ces formes, aussi variées soient-elles, ont des mécanismes morphologiques similaires dès que leurs structurations présentent des ressemblances. Et qu'importe les matières, les échelles ou le nombre de dimensions qui sont en jeu, une *universalité* regroupe tous ces phénomènes naturels.

L'émergence spontanée de formes ou de structures<sup>1</sup> se prénomme *morphogenèse*<sup>2</sup> et contribue à un phénomène d'*auto-organisation*<sup>3</sup> [13] du système. Autrement dit, la formation et le maintien de structures imposent au système une dissipation d'énergie. Il s'agit alors de *structures dissipatives* [14, 15, 16, 17] dans le sens de la théorie des structures dissipatives

---

1. Nous entendons par forme ou structure, toute déformation spatiale ou temporelle d'un espace homogène, laissant apparaître un motif plus ou moins régulier. En anglais cette idée est représentée par le mot *pattern*.

2. Morphogenèse : Processus de développement des formes d'un organisme au cours de l'embryogenèse (biologie) ; Ensemble des mécanismes qui participent au développement des formes, des structures.

3. L'auto-organisation est un phénomène de mise en ordre croissant, et allant en sens inverse de l'augmentation de l'entropie ; au prix d'une dissipation d'énergie qui servira à maintenir cette structure.

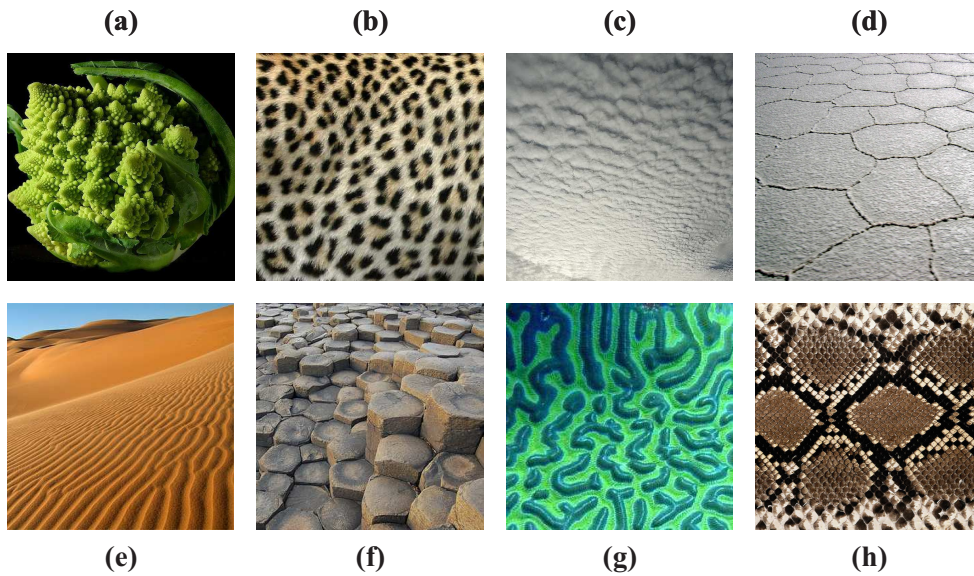


FIGURE 1.1: Exemples de structures observées dans la nature : (a) Chou-fleur romanesco, (b) tâches du pelage d'un léopard, (c) altocumulus stratiformis, (d) surface du salar d'Uyuni, (e) ridules sur le sable d'un désert, (f) colonnes basaltiques de la Chaussée des Géants, (g) corail-cerveau géant et (h) peau de serpent.

introduites par Ilya Prigogine [18]. C'est à dire des structures, qui malgré le deuxième principe de la thermodynamique<sup>4</sup>, apparaissent hors état d'équilibre. Cette notion d'ordre dans le désordre est longtemps restée inexplicée du fait d'un manque de reproductibilité en laboratoire ou de modélisation mathématique. Un engouement de la communauté scientifique pour la morphogenèse émergea lorsque des structures spatialement organisées purent être générées en laboratoire. La première avancée majeure sur la compréhension de ces phénomènes date de 1952, avec le travail d'Alan Turing [19]. Il expliqua de manière fort simple la formation de structures spatiales grâce à une réaction de diffusion chimique appelée instabilité de Turing. Il identifia les composants indispensables à la morphogenèse de toute structuration. Premièrement, une *non-linéarité* pour briser la symétrie<sup>5</sup> du système, deuxièmement, un *couplage spatial*, par l'intermédiaire de gradients spatiaux (diffusion ou diffraction), assurant un transport spatial de l'information dans le système.

Les travaux novateurs de Turing ouvrirent la porte à d'autres domaines scientifiques présentant de la structuration spatiale. L'hydrodynamique, domaine très riche en structures spatiales, offrit de nouveaux champs d'études à la morphogenèse, notamment avec les structures convectives obtenues dans des fluides chauffés. Le phénomène le plus connu est l'instabilité

---

4. Toute transformation d'un système thermodynamique isolé s'effectue avec augmentation de l'entropie globale incluant l'entropie du système et du milieu extérieur. On dit alors qu'il y a création d'entropie.

5. La brisure de symétrie peut se représenter sous différentes formes selon la dimension du système : symétrie de translation dans un système 1D, symétrie de translation et/ou rotation dans un système 2D.

de Rayleigh-Bénard<sup>6</sup> [20, 21] qui explique par exemple les mouvements du manteau terrestre ou encore la dynamique des couches moyennes de l'atmosphère (formation des altocumulus stratiformis) [Fig. 1.1(c)]. Ces deux types d'instabilités (Turing et Rayleigh-Bénard), malgré leur caractère universel, présentent des longueurs d'ondes d'instabilités spatiales différentes. Pour l'instabilité de Turing, la période caractéristique de la structure ne dépend pas de l'extension spatiale du système contrairement à l'instabilité de Rayleigh-Bénard. D'autres types d'instabilités, bien connues en hydrodynamique, existent dans la nature comme celles de Kelvin-Helmholtz<sup>7</sup>, de Rayleigh-Taylor<sup>8</sup> ou de Faraday<sup>9</sup> qui peut aussi être observée dans les milieux granulaires. L'hydrodynamique n'est pas le seul domaine scientifique riche en structures organisées spontanément, on retrouve de telles structures en biologie [22, 23], en chimie [24, 25], en électroconvection dans les cristaux liquides [26], en optique [27, 28, 29, 30, 13], etc. Toutes ces recherches ont fourni des outils puissants nécessaires à l'étude des instabilités spatio-temporelles. Les *équations aux amplitudes* [31, 16] en sont un bon exemple, elles décrivent l'évolution spatio-temporelle au voisinage des bifurcations<sup>10</sup> des modes dominants de la structure. Elles peuvent être identifiées à l'une des *formes normales*<sup>11</sup> connues.

L'émergence d'une structure, dans n'importe quel système dynamique non linéaire, correspond à la déstabilisation d'un état homogène spatial ou temporel. Pour effectuer cette transition, d'un état homogène vers un état inhomogène, nous avons besoin d'une contrainte extérieure, appelée communément *paramètre de contrôle*<sup>12</sup> (noté  $F_0$  ici). Ce paramètre décrit de manière quantitative la transition s'opérant dans le système lorsque celui-ci dépasse une valeur critique  $F_{0c}$ . Quand  $F_0 = F_{0c}$  on dit que le système *bifurque* vers une nouvelle solution, l'état homogène stable devient instable et engendre un nouvel état stable structuré. Lorsque l'on augmente encore le paramètre de contrôle  $F_0$ , la longueur d'onde fondamentale d'instabilité s'accompagne de différentes harmoniques faisant apparaître par exemple, une modulation toujours périodique, mais non sinusoïdale ou un régime d'émission d'évènements

---

6. L'instabilité de Rayleigh-Bénard met en jeu la conduction de la chaleur entre une couche chaude en bas du système et une couche froide située en haut du système. L'instabilité se présente sous forme d'une structuration en rouleaux contra-rotatifs entre les deux couches de fluide.

7. L'instabilité de Kelvin-Helmholtz met en jeu deux fluides thermiquement stables qui sont superposés se déplaçant avec des vitesses différentes à leur surface de contact, provoquant ainsi un mouvement ondulatoire.

8. L'instabilité de Rayleigh-Taylor met en jeu deux fluides de densités différentes provoquant la poussée du plus lourd sur le plus léger.

9. L'instabilité de Faraday fait intervenir un fluide ou un milieu granulaire que l'on soumet à une vibration verticale. Il est alors possible d'observer à la surface du milieu une structuration.

10. Une bifurcation en dynamique non linéaire correspond au changement d'état d'un système. Dans le cas de l'instabilité de Turing la bifurcation fait passer le système d'un état stable et homogène spatialement vers un nouvel état stable présentant une structuration spatiale.

11. Les formes normales sont des ensembles d'équations non linéaires regroupant toutes les caractéristiques (cycles limites, nature des bifurcations, etc.) d'un type de système dynamique à partir d'un petit nombre de degrés de liberté. Elles sont les variétés les plus simples des modèles non linéaires.

12. Le paramètre de contrôle peut se présenter sous plusieurs formes selon le domaine d'étude. Dans l'instabilité de Turing observée en optique, le paramètre de contrôle correspond à l'intensité de la source lumineuse, tandis que pour l'instabilité de Rayleigh-Bénard observée en mécanique des fluides, il correspond au gradient de température entre deux couches de fluides.

rare et intenses. Quand les énergies mises en jeu sont assez élevées, la dynamique peut devenir complexe avec un régime chaotique ou turbulent.

### 1.1.2 La morphogenèse en optique

L'attention portée par les scientifiques à la morphogenèse en optique date des années 80. Plusieurs raisons peuvent expliquer cet intérêt soudain : (i) la volonté de travailler sur des systèmes de plus en plus complexes en incorporant des degrés de liberté spatiaux, car il était devenu évident que les modèles en onde plane ne suffisaient plus à expliquer les résultats expérimentaux observés [32] ; (ii) la montée en puissance des ordinateurs permettant de simuler numériquement des équations aux dérivées partielles, à trois dimensions dont une temporelle ; (iii) des effets non linéaires exacerbés, grâce à l'avènement de sources lasers intenses ; (iv) et l'utilisation d'expériences d'optique pour comprendre la morphogenèse rencontrée dans d'autres domaines. Les expériences d'optique offrent l'avantage de générer une grande variété de formes géométriques, telles que des carrés [33], des hexagones [34], des spirales [27], des triangles [35], ... qui reproduisent les structures observées en dynamique des fluides. Pour générer de telles structures optiques, les scientifiques font appel, à différents dispositifs expérimentaux. Le plus aisé à mettre en œuvre est la propagation d'un faisceau lumineux à travers un matériau non linéaire. Cette configuration est bien connue puisque des effets non linéaires comme l'autofocalisation furent observés dès les années 70 [36]. En ajoutant un second faisceau, on obtient un dispositif de faisceaux contra-propageants [37] qui dans une configuration de mélanges d'ondes a donné lieu à la première mise en évidence de phénomènes de structurations en optique. Les résonateurs optiques de types Pérot-Fabry ou en anneau, éléments clés du fonctionnement des sources lasers, ont été les premiers à présenter les premières organisations de modes transverses à partir des années 60 [38, 39, 40]. La configuration la plus récemment utilisée est un dispositif de rétro-action optique proposé par Firth [28] au début des années 90. Elle repose sur le principe d'un matériau non linéaire, disposé devant un miroir et irradié par un faisceau laser de forte puissance.

Ces dispositifs, en plus de pouvoir générer des structures à la géométrie spatiale diverse et variée, peuvent offrir une grande hétérogénéité d'échelles de temps. Cela comprend des temps caractéristiques très rapide ( $\tau \sim 10^{-9} s$ ) pour les OPO<sup>13</sup>, mais aussi très lent ( $\tau \sim s$ ) pour des cristaux liquides (de type nématique, utilisé dans les expériences [41]). Un des grands atouts de l'optique en général est de pouvoir fournir en temps réel à l'expérimentateur la transformée de Fourier (TF) de la structure observée. Une simple observation dans le plan focal d'une lentille met en évidence son spectre optique. Cela nous offre alors différentes possibilités de travail comme l'analyse de régime complexe où plusieurs nombres d'onde peuvent coexister

---

13. Les Oscillateurs Paramétriques Optiques (OPO) font partie des dispositifs produisant de la génération de seconde harmonique. Cet effet résulte du mélange à trois ondes, dans les milieux optiques (cristaux) à forte susceptibilité non linéaire quadratique ( $\chi^2$ ).

ou encore la sélection de certains nombres d'onde en réalisant un filtre spatial fréquentiel dans le plan de Fourier. Il est aussi possible de modifier à volonté le profil spatial d'intensité du faisceau de pompe optique (ou paramètre de contrôle) en utilisant un modulateur spatial de lumière (SLM pour Spatial Light Modulator en anglais) dans le plan confocal de deux lentilles identiques. Il ne faut pas perdre de vue non plus que les équations de Maxwell [42], établies il y a près de cent cinquante ans, fournissent une modélisation théorique permettant de reproduire les différentes structures observables expérimentalement. Enfin l'étude de la morphogenèse en optique a aussi des applications directes. En effet, de nombreux phénomènes d'auto-organisation existent naturellement et peuvent être une source de problèmes ou d'effets indésirables dans différents dispositifs expérimentaux. Il est alors intéressant de pouvoir les supprimer telle que la réduction de fluctuations d'intensité lors de la génération de supercontinuum dans les fibres optiques [43]. Mais aussi, de les maîtriser et d'en tirer partie dans des applications technologiques (propagation de plasmons de surface [44], manipulation de cavity soliton [45], etc [46, 47]).

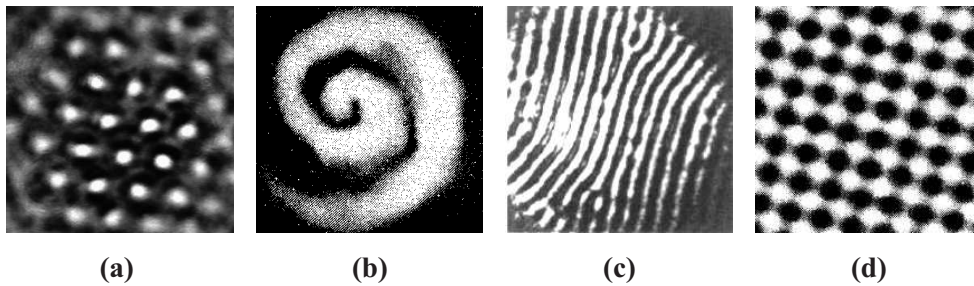


FIGURE 1.2: Exemples expérimentaux de structures transverses optiques : (a) hexagones dans un système de rétro-action optique [48], (b) spirales dans une cavité non linéaire avec rétro-action [27], (c) rouleaux [34] et (d) carrés [33] dans une valve à cristaux liquides.

L'année 1988 est incontestablement une année cruciale pour les débuts de la morphogenèse optique. Deux groupes de recherches publient les premières observations expérimentales d'auto-organisation : Akhmanov *et al.* [27] observent des structures spiralées dans une valve optique à cristaux liquides et Giusfredi *et al.* [49] observent des instabilités dans le profil transverse d'un faisceau lumineux traversant une cellule de vapeur de sodium. Il ne faudra pas attendre très longtemps pour que d'autres mises en évidence expérimentales (Fig. 1.2) soient rapportées, telles que dans les cavités actives (laser  $Na_2$  [50] et  $CO_2$  [51, 30], oscillateurs à gain photoréfractif [52]) ou passives [53], mais aussi les couches de cristaux liquides [29, 54], les valves optiques [33], les cristaux photoréfractifs [55, 56, 57], la vapeur de sodium [58], les lasers à électrons libres [59]. La liste fournie n'est bien sûr pas exhaustive et pourrait contenir encore de nombreux exemples. Les études expérimentales ne sont pas les premières de l'optique en morphogenèse, en effet des études numériques sont publiées dès le début des années 80 [60, 61, 62, 63]. Elles portent sur des systèmes bistables en cavité. On peut regrou-



per les différents dispositifs expérimentaux en deux grandes catégories, à savoir les systèmes actifs et passifs. Les systèmes actifs sont caractérisés par un milieu amplificateur qui apporte un gain au système, le plus connu de tous étant le laser [64]. L'oscillateur à gain photoréfractif et l'OPO sont aussi considérés comme des systèmes actifs. Les dispositifs passifs doivent posséder une source d'énergie extérieure, telle la propagation d'un champ lumineux à travers un matériau non linéaire où de la structuration a été observée [53].

### 1.1.3 Les structures localisées en optique

La morphogenèse optique possède une catégorie de structures aux applications technologiques très prometteuses : les structures localisées. Le fort potentiel technologique donne une grande impulsion aux études théoriques et expérimentales de ces objets, pour en faire notamment des bits optiques, qui pourraient servir dans les systèmes spatiaux à stocker de l'information tels des disques durs [45, 65] et dans les systèmes temporels à la transmission par fibre optique. Les structures localisées ne sont pas l'apanage de l'optique, mais se retrouvent dans d'autres domaines comme les milieux granulaires [66], les décharges dans les gaz [67], les semi-conducteurs [68], les réactions chimiques [69], les liquides [70, 71]. Historiquement, la première observation connue d'une structure localisée remonte à 1834 par John Russel. Il observe une *onde solitaire* sur l'eau, se propageant sans faiblir et à vitesse constante, sur plusieurs kilomètres dans le canal de l'Union en Grande Bretagne. Il reporta son observation dix ans plus tard lors d'une réunion de l'association britannique pour l'avancement de la Science [72]. Cette structure est appelée localisée, car elle s'oppose aux structures *globales* discutées dans les deux premières sections (Sec. 1.1.1-1.1.2). Une structure globale occupe tout l'espace transverse qui lui est disponible comme représentée sur la figure 1.2, tandis que les structures localisées vont se concentrer dans certaines régions de l'espace révélant leur caractère *localisé* (Fig. 1.3). On distingue deux types de structures localisées selon le type d'orbite qu'elle présente dans l'espace des phases.

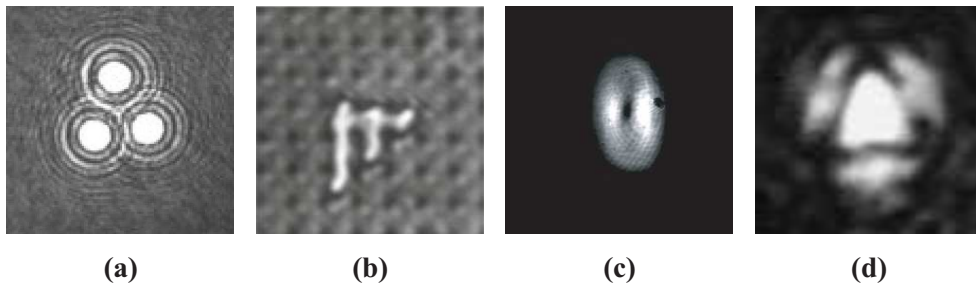


FIGURE 1.3: Exemples expérimentaux de structures localisées optiques : (a) complexe de trois solitons [12], (b) structure délimitée par des fronts [73], (c) vortex [74] et (d) soliton triangulaire [35].

Le premier type correspond à une orbite homocline connectant un état homogène à lui-même en passant éventuellement par un état instable modulé. Ce type de structure, dans le cas présenté sur la figure 1.4(a), correspond au *soliton*. Dès les premières études théoriques de morphogenèse en optique non linéaire à la fin du XX<sup>ème</sup> siècle, la notion de structures localisées apparaît. Une nouvelle terminologie est introduite tels que les *ondes solitaires*, *soliton*<sup>14</sup>, *autosoliton* et *breather*<sup>15</sup>, notamment avec les travaux de Mc Laughlin *et al.* en 1983 [62], de Zabolotskii en 1987 [76], ceux de Rozanov *et al.* en 1988 [77]<sup>16</sup> et ceux de Taki *et al.*[78]. Les structures localisées en optique sont générées grâce à un cycle de bistabilité et une des méthodes pour générer un tel cycle est d'utiliser une cavité optique. L'existence et les différentes caractéristiques intrinsèques des solitons dans des résonateurs optiques non linéaires actifs (comme les lasers) ou passifs (milieu Kerr) ont fait l'objet de nombreuses études théoriques [10, 50, 11, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86]. Le soliton spatial est une structure localisée dans l'espace qui conserve spatialement sa forme et son amplitude. La formation d'un soliton spatial est conditionnée par deux phénomènes physiques opposés ; (i) la diffraction ou la diffusion [flèches oranges sur la figure 1.4(a)], qui ont tendance à étaler spatialement le soliton ; (ii) un effet non linéaire [flèches vertes sur la figure 1.4(a)], qui provoque une contraction de la structure. Lorsque les deux phénomènes se compensent exactement, la structure optique se fige dans l'espace. Les différentes études théoriques ont fourni aux expérimentateurs les conditions nécessaires à l'obtention de telles structures en laboratoires. La première mise en évidence expérimentale de solitons dans une cavité optique remonte à 1997 dans un laser à absorbant saturable [87, 88]. A la même époque, des solitons furent observés expérimentalement dans des systèmes de rétro-action optique, tels que la valve à cristaux liquides [89] et la vapeur de sodium [90], mais aussi en simple traversée dans les milieux photoréfractifs [91] et les amplificateurs optiques à semi-conducteur [92]. Les solitons dans les lasers à semi-conducteurs, appelés solitons de cavité ou en anglais *cavity solitons*, connurent des débuts tardifs avec la première mise en évidence expérimentale datant du début des années 2000 [45]. Cependant, ils ont vite intéressé les scientifiques pour les applications technologiques qui pouvaient en découler, comme les mémoires optiques [93, 94] et cela, car ils présentent des possibilités d'allumage et d'extinction très simple à réaliser ainsi que des temps de réponses très courts [45] contrairement à la cavité Kerr. Mais surtout, les solitons de cavité possèdent un milieu non linéaire actif, permettant aux structures localisées de s'auto-entretenir sans pompage optique extérieur. Les cavités passives, comme les lasers à absorbant saturable [95] et les cavités Kerr [11] présentent aussi des régimes de fonctionnement où peuvent apparaître

14. Le terme *soliton* est introduit en 1965 par Zabusky *et al.* [75], il met en avant la présence de train d'ondes solitaires se propageant dans un milieu dispersif. L'analogie avec des particules inspira aux auteurs le nom de soliton, comme électron, ...

15. Un état lié oscillant de deux solitons

16. Le terme *autosoliton* est introduit par Rozanov en 1988. Il définit ces objets comme deux fronts verrouillés entre eux grâce aux rebonds présents dans les queues du profil d'intensité. La taille de ces structures est définie par la périodicité des rebonds. La notion de front est donc de structure localisée est déjà présente dans un de ces articles de 1982 [61]

des solitons. Malgré de nombreuses études analytiques et numériques [10, 11, 96, 97, 98] en cavité Kerr, les solitons dissipatifs dans ce dispositif n'ont pas encore été mis en évidence expérimentalement, contrairement aux autres systèmes dissipatifs [87]. C'est la raison qui nous a poussé à étudier expérimentalement les structures localisées pouvant apparaître dans une cavité Kerr qui constitue le thème de recherche du chapitre 2 de ce manuscrit.

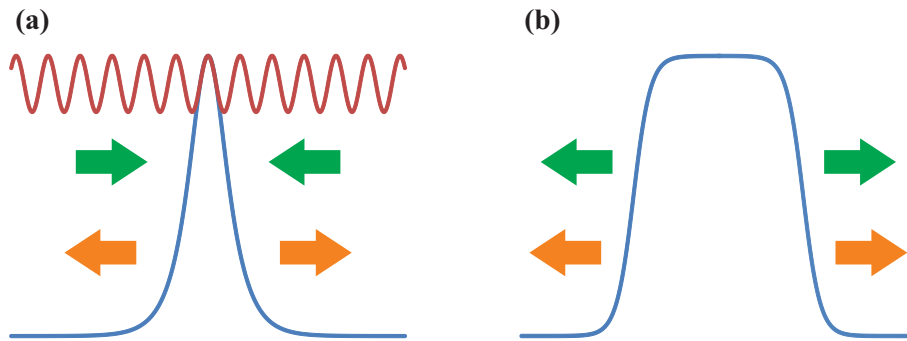


FIGURE 1.4: Exemples de structures localisées : (a) homocline de type soliton et (b) hétérocline formée par des fronts. Phénomènes : de diffraction symbolisée par les flèches oranges, d'effet non linéaire symbolisé par les flèches vertes.

Le second type d'orbite qui existe, dans l'espace des phases pour un cycle de bistabilité, correspond à une orbite hétérocline, connectant deux états stables par verrouillage de *fronts* [Fig. 1.4(b)]. Ainsi, dans un cycle de bistabilité, ce type de solution permet de connecter la branche haute à la branche basse. Ces fronts sont des objets qui possèdent une vitesse de déplacement, sauf au point de Maxwell où leur vitesse est nulle. Il est possible de verrouiller<sup>17</sup> deux fronts ensemble, pour créer une structure localisée plus étendue qu'un soliton [Fig. 1.4(b)]. Ce blocage des fronts a été prédit il y a vingt cinq ans par Pomeau [100] et sa dynamique, y compris chaotique, a été étudié par M. Taki *et al.*[101]. Suivirent de nombreuses études théoriques sur cette thématique de verrouillage de fronts, notamment avec des équations de réaction-diffusion [102, 103] ou alors avec l'équation bien connue de Swift-Hohenberg [104]. D'un point de vue expérimental, nous pouvons citer le travail de l'équipe de S. Residori qui a étudié la propagation et le verrouillage de fronts par l'intermédiaire d'un forçage spatial dans une valve optique à cristaux liquides [105, 99]. Les études expérimentales des fronts sont assez restreintes en optique et absente en cavité Kerr, nous présentons dans le chapitre 3 des études expérimentales sur la formation de fronts et leur verrouillage pour former des structures localisées.

Ces dernières années les ondes scélérates ont été le lieu d'une focalisation particulière de la part des chercheurs en optique. En effet, cette structure d'abord rencontrée en hydrodynamique [106, 107] a été mise en évidence expérimentalement dans les fibres optiques photoniques

---

<sup>17</sup>. Par verrouiller nous entendons stopper les fronts de telle manière que leurs vitesses soient nulles. Un forçage spatial peut par exemple servir à agraffer ces structures [99].

[108]. Ces structures sont caractérisées par leur rareté, leur très brève existence et leur très forte intensité. Elles apparaissent dans des régimes très fortement non linéaires et très loin des seuils d’instabilité, où la dynamique spatio-temporelle chaotique est très complexe. Il a été démontré dans les fibres optiques, que pour ce type de régime de fonctionnement, l’émission d’ondes scélérates s’accompagnait de la génération d’un supercontinuum spectral. Ce sont en tout état de cause des structures très localisées dans l’espace et le temps et nous les considérerons d’un point de vue de localisation de la lumière. Les mécanismes internes mettant en jeu leur formation commencent à être décryptés et quelques études spatiales avec une boucle de rétro-action optique font leur apparition [109, 110]. C’est donc tout naturellement que nous nous sommes intéressés à ce type de structure, dans une expérience de rétro-action optique. Le quatrième chapitre de ce manuscrit rapporte numériquement et expérimentalement la présence d’évènements intenses et rares et propose une analyse quantitative pour les caractériser.

L’ensemble du travail présenté dans ce manuscrit concerne donc la localisation de la lumière sous différentes formes dans des milieux Kerr transverses/spatiaux en cavité ou avec une rétro-action optique.

## 1.2 Les systèmes utilisés

Les systèmes optiques que nous avons utilisés pour mener nos investigations sont respectivement la boucle de rétro-action optique et la cavité Pérot-Fabry. Elles sont conceptuellement très proches car il suffit de positionner un miroir devant la boucle de rétro-action optique pour passer à un montage en cavité. Cependant, comme nous le verrons dans les sections suivantes, l’analyse théorique diffère nettement selon le dispositif étudié.

### 1.2.1 Les différentes configurations

#### 1.2.1.1 Rétro-action optique pour les évènements rares et intenses

Le montage de rétro-action optique appelé aussi “feedback” est un des systèmes les plus simples en optique, pour étudier la formation de structures transverses spatiales. Il est composé d’un milieu non linéaire de type Kerr<sup>18</sup> (Sec. 1.2.2) (un cristal liquide dans notre cas) et d’un miroir de renvoi (Fig. 1.5). Ce système est très étudié depuis de nombreuses années. La première modélisation de la boucle Kerr a été proposée par Firth [28] au début des années 90. Son travail a été suivi par nombre d’études théoriques et expérimentales dans des milieux non linéaires tels que le cristal liquide nématique [29, 111, 112], la vapeur de sodium [58] et

<sup>18</sup>. Milieu transparent dont l’indice de réfraction non linéaire est proportionnel à l’intensité optique reçue. Le coefficient de proportionnalité est noté  $n_2$ .

de rubidium [113], le cristal photoréfractif [114, 115], le film de bacteriorhodopsine [116] et la valve à cristaux liquides [34, 117].

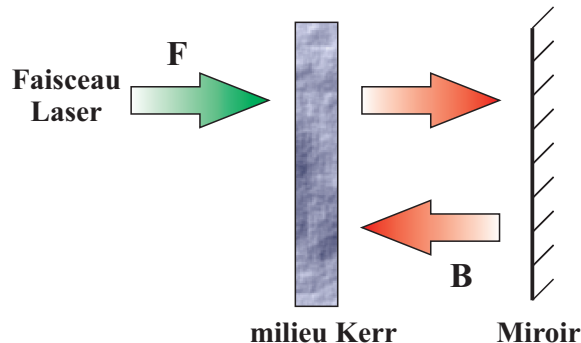


FIGURE 1.5: Schéma du dispositif de rétro-action optique. Les flèches symbolisent le faisceau incident et réfléchi.

Les phénomènes physiques entrants en jeu dans la formation de structures sont (i) la diffraction du champ électromagnétique dans l'espace libre, compris entre le milieu non linéaire et le miroir et (ii) la non-linéarité du matériau provenant de la réponse du milieu Kerr de susceptibilité  $\chi^{(3)}$  (Sec. 1.2.2). Ce dispositif présente une certaine simplicité de mise en œuvre expérimentale mais il a surtout l'avantage de pouvoir découpler la diffraction de l'effet non linéaire, étant donné que le milieu non linéaire a une épaisseur négligeable devant la distance de propagation dans l'espace libre. Il est alors possible d'écrire un modèle et de l'intégrer numériquement en séparant distinctement les deux effets, contrairement par exemple à la fibre optique. Ainsi nous pouvons négliger la diffraction dans le milieu non linéaire et ne considérer que celle dans l'espace libre (Sec. 1.2.3). Cette approximation est validée par exemple dans l'expérience d'Akhmanov *et al.* avec une valve optique [27] ( $\sim \mu\text{m}$ ), mais pas dans l'expérience de Giusfredi *et al.* [49] ( $\sim \text{cm}$ ). Le temps de réponse du milieu Kerr est très lent ( $\tau \sim s$ ) dans notre cas par rapport au temps de propagation du champ optique dans l'espace libre ( $t_r \sim 10^{-9} s$ ), ce qui nous permet lors du développement analytique [28] de pouvoir négliger le délai entre les champs aller et retour par rapport à  $\tau$ ; le temps de réponse du milieu Kerr.

L'autre dispositif que j'ai pu développé durant ma thèse est une cavité Kerr passive Pérot-Fabry qui n'est autre qu'un système de rétro-action optique précédé d'un miroir. L'avantage de ce système est de présenter un cycle de bistabilité qui sert de support à la génération des structures localisées.

### 1.2.1.2 Cavité Pérot-Fabry pour les structures localisées

Le travail effectué dans la cavité Kerr Pérot-Fabry s'inscrit dans la continuité de la boucle de rétro-action optique, en effet le montage (Fig. 1.6) consiste à ajouter un miroir partiellement

réfléchissant devant le milieu Kerr. Ainsi les ingrédients restent inchangés, les phénomènes de diffraction et de non-linéarité présents dans notre système vont toujours engendrer l'émergence de structures transverses. Cependant, la configuration en cavité présente dans certaines conditions une réponse bistable. Ces cycles de bistabilité peuvent alors être utilisés pour créer des orbites homoclines (génération de solitons) ou hétéroclines (génération de fronts<sup>19</sup>). La cavité Pérot-Fabry est étudiée théoriquement et expérimentalement depuis une vingtaine d'années pour la génération de solitons. Ces études portent sur les lasers à absorbant saturable [95, 87], les OPOs [118, 119, 120], les cavity solitons [84, 45] et la cavité Kerr [11, 96].

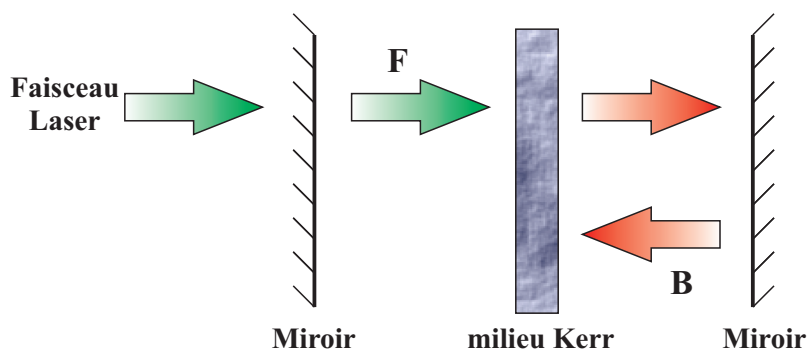


FIGURE 1.6: Schéma du dispositif de cavité Pérot-Fabry. Les flèches symbolisent le faisceau incident et réfléchi.

De nombreuses études théoriques [10, 11, 121, 122, 123] ont été menées sur les cavités Kerr. Ces études sont basées sur une modélisation en anneau plutôt que Pérot-Fabry afin de pouvoir développer les calculs analytiques. Il a été démontré, d'ailleurs, que ces deux types de cavités Kerr peuvent être modélisés par la même équation à la condition de travailler avec un faisceau de pompe monomode longitudinal [11]. Ainsi dans la suite de ce travail nous développerons un modèle en champ moyen pour la cavité Kerr possédant des similitudes avec le modèle de Lugiato-Lefever [10] (Sec. 1.2.4.2).

Après avoir introduit les deux types de dispositifs utilisés dans nos travaux, nous allons nous intéresser aux éléments les composants. Et tout d'abord nous regardons le milieu non linéaire.

### 1.2.2 Le milieu non linéaire : le cristal liquide nématique ancré

Le milieu non linéaire utilisé est de type Kerr, il s'agit d'un échantillon de cristal liquide nématique (référence  $E_7$ ) homéotrope<sup>20</sup> composé d'un mélange de trois molécules différentes. Après avoir rappelé les propriétés optiques d'un milieu Kerr, nous verrons que les cristaux liquides en constituent une bonne approximation.

19. connexion de deux états stables ou instables

20. se dit d'une structure dont les éléments sont orientés de la même manière

Un milieu est considéré comme Kerr si sous l'influence d'un champ électrique ou d'une source lumineuse, l'indice de réfraction du milieu dépend de l'intensité qui l'a éclairé. En effet, l'indice de réfraction s'écrit sous la forme d'une somme :

$$n = n_L + n_{NL}(I) \quad (1.1)$$

avec une partie linéaire ( $n_L$ ) et une partie non linéaire ( $n_{NL}$ ). La partie linéaire étant une caractéristique intrinsèque et constante du milieu Kerr. Tandis que la partie non linéaire de l'indice de réfraction va être modifiée par le faisceau lumineux. Le coefficient  $n_{NL}$  est proportionnel à l'intensité optique  $I$  ( $W.m^{-2}$ ) et s'exprime sous la forme :

$$n_{NL} = n_2 I \quad (1.2)$$

où  $n_2$  est le coefficient Kerr du milieu non linéaire. Le coefficient Kerr pour les cristaux liquides est caractérisé de géant<sup>21</sup> car il est de l'ordre de  $10^{-5} cm^2/W^2$ , c'est à dire au moins 6 ordres de grandeurs plus élevé que les matériaux Kerr conventionnels (verre, eau). Il est cependant nécessaire d'utiliser des sources lumineuses possédant des densités de puissance importantes tel que le laser pour avoir un effet notable de l'indice non linéaire ( $n_{NL}$ ).

Nous allons voir maintenant que le milieu Kerr que nous avons choisi est un cristal liquide nématique  $E_7$ .

### 1.2.2.1 Organisation structurelle

La phase cristal liquide est une phase intermédiaire entre la phase solide et la phase liquide. La transition entre ces phases dépend dans notre cas de la température [125] à laquelle est soumis le matériau (cristaux liquides thermotropes). L'état cristallin solide est caractérisé par un arrangement ordonné de molécules soumises à des liaisons intermoléculaires fortes, cet état est appelé *ordre positionnel*. Ces positions spécifiques obligent les molécules à s'orienter dans une direction privilégiée les unes par rapport aux autres, cet état est appelé *ordre orientationnel* comme on peut le voir sur la figure 1.7. On peut aussi utiliser ces deux critères d'ordre pour caractériser la phase liquide et la phase solide. Lorsque la transition de phase entre l'état solide et liquide se fait de manière directe les deux ordres sont perdus, les molécules peuvent se mouvoir librement dans l'espace et s'orienter dans n'importe quelle direction. La phase de cristal liquide est donc un compromis entre la phase solide et la phase liquide, les molécules ont la possibilité de se mouvoir, mais elles gardent une orientation privilégiée, l'*ordre orientationnel* est maintenu.

Les molécules doivent posséder certaines caractéristiques pour être de bonnes candidates à l'obtention d'un cristal liquide, les molécules organiques remplissent au mieux ces conditions.

---

21. La première observation de non-linéarité géante (GON en anglais) date de 1980 [124]

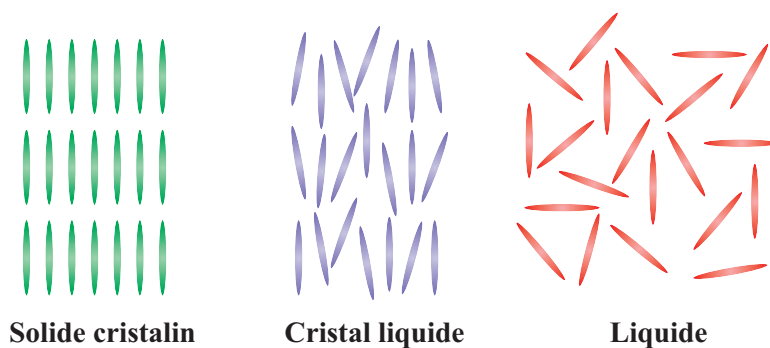


FIGURE 1.7: Schéma de l'organisation moléculaire des phases solide, cristal liquide et liquide.

Elles possèdent, entre autre, une forme allongée due à leur longue chaîne carbonée, elles doivent posséder un centre rigide et des extrémités flexibles. Selon les propriétés chimiques et électriques des molécules, le cristal liquide peut se présenter sous trois formes organisationnelles différentes, la phase nématique, la phase cholestérique et la phase smectique. Notre cristal liquide présente la phase nématique qui permet aux molécules de se mouvoir librement dans toutes les directions en conservant une orientation moyenne. Tandis que la phase cholestérique correspond à un cas particulier de phase nématique avec des molécules chirales et la phase smectique obligent les molécules à s'organiser en couches parallèles les unes aux autres.

### 1.2.2.2 Équation de réorientation moléculaire du directeur sous l'action d'un champ électrique

Les molécules d'un cristal liquide sont comme nous l'avons vu toutes orientées suivant la même direction, cette orientation moyenne définit *le directeur* et est notée  $\hat{n}$ . Expérimentalement il est possible de définir une orientation particulière en ancrant les molécules. Dans notre cas, les molécules sont orientées perpendiculairement aux lames de verres comme on peut le voir sur la figure 1.8(a).

Sous l'action d'un champ électrique les molécules voient leur orientation s'aligner sur la direction du vecteur champ électrique  $\vec{E}$  [Fig. 1.8(b)]. Les molécules initialement orientées par ancrage et soumises à l'action d'un faisceau gaussien par exemple voient leur angle moyen modifié d'une valeur  $\theta$ , correspondant à l'angle entre l'axe  $\bar{z}$  d'ancrage et le directeur<sup>22</sup> des molécules orientées. Pour des valeurs d'angles petits on peut définir l'équation d'équilibre suivante [125] :

$$\gamma_1 \frac{\partial \theta}{\partial t} - K \frac{\partial^2 \theta}{\partial \bar{z}^2} = a |E_{in}|^2 \quad (1.3)$$

22. Orientation moyenne des molécules



où  $\gamma_1$  représente le coefficient de viscosité du cristal liquide,  $a$  le coefficient de proportionnalité de l'effet Kerr optique et  $|E_{in}|^2$  l'intensité du champ incident sur le cristal liquide. Le coefficient  $K$  est le coefficient d'élasticité (ou coefficient de Frank) et est associé à une déformation du cristal liquide [125]. Le déphasage non linéaire  $\phi$  subit par le champ  $E_{in}$  s'obtient en intégrant l'équation 1.3 sur l'épaisseur  $L$  de l'échantillon de cristal liquide suivant l'axe  $\bar{z}$  [125]. De ce déphasage on en déduit l'équation d'évolution de l'indice non linéaire de réfraction associé  $\bar{n} = \lambda_0\phi/2\pi L$  :

$$\tau \frac{\partial \bar{n}}{\partial t} - l_d^2 \nabla_{\perp}^2 \bar{n} + \bar{n} = n_2 |E_{in}|^2 \quad (1.4)$$

avec

$$\nabla_{\perp}^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \quad (1.5)$$

$\lambda_0$  est la longueur d'onde optique de la source lumineuse et  $\tau$  est le temps de relaxation de l'échantillon, i.e. la constante de temps du retour à l'équilibre des molécules à une perturbation échelon de celles-ci. De même, le coefficient de diffusion spatiale  $l_d$  représente la distance de relaxation spatiale. Cela traduit le fait qu'une molécule a une influence de portée limitée autour d'elle égale à la longueur  $l_d$ .

Avec l'aide des schémas de la figure 1.8 on peut appréhender l'équation 1.4 de manière qualitative. A savoir que le terme  $\bar{n}$  traduit l'indice de réfraction non linéaire induit par le champ lors de sa traversée du cristal liquide [Fig. 1.8(d)] et est directement proportionnel à l'orientation des molécules. Le champ optique ( $E_{in}$ ) appliqué sur le cristal liquide est représenté par un terme de forçage de  $\bar{n}$ . Ainsi l'indice total effectif vu par le champ est :

$$n_{eff} = n_{eff}^{(0)} + \bar{n} \quad (1.6)$$

$n_{eff}^{(0)}$  exprime l'indice du cristal liquide suivant l'axe  $y$  de polarisation du champ  $E$  mais sans champ électrique [Fig. 1.8c)]. Le terme  $n_2$ , appelé "coefficient Kerr" est exprimé en  $m^2/W$ . Ce terme traduit le coefficient de non-linéarité du milieu Kerr, il s'écrit comme une fonction de l'indice ordinaire et extraordinaire du cristal liquide, de l'épaisseur de l'échantillon mais aussi de l'angle  $\sigma$  entre l'axe extraordinaire et la direction de propagation du champ électrique. Son expression est donnée par [125] :

$$n_2 = \frac{\varepsilon_0 (n_e^2 - n_0^2)^2 L^2}{24n_e^2 K} \sin^2 \sigma \cos \sigma \quad (1.7)$$

où  $\varepsilon_0$  est la permittivité du vide. On peut simplifier l'équation 1.4 en renormalisant l'expression de  $\bar{n}$  par  $n_2$ , ce qui nous permet d'obtenir une nouvelle équation d'évolution de l'indice réfractif normalisée :

$$n = \frac{\bar{n}}{n_2} \quad (1.8a)$$

$$\tau \frac{\partial n}{\partial t} - l_d^2 \nabla_{\perp}^2 n + n = |E_{in}|^2 \quad (1.8b)$$

L'équation 1.8b, d'évolution de l'indice de réfraction du cristal liquide est soumise comme on peut le voir à un terme de forçage  $|E_{in}|$ . Le forçage correspond au champ électrique appliqué à l'échantillon. Que l'on soit dans la configuration expérimentale du système de rétro-action optique ou de la cavité Pérot-Fabry le champ  $E_{in}$  sera toujours composé d'un champ aller et d'un champ retour de telle façon que [28, 126, 127] :

$$E_{in}(x, y) = F(x, y) e^{i(\omega_0 t - k_0 z)} + B(x, y) e^{i(\omega_0 t + k_0 z)} + cc \quad (1.9)$$

où  $F(x, y)$  et  $B(x, y)$  sont les enveloppes lentement variables des champs électromagnétiques optiques aller et retour irradiant le cristal liquide. Comme  $l_d \gg \lambda_0$  ( $l_d \approx 10\mu\text{m}$  et  $\lambda_0 = 532\text{ nm}$ ), cela implique que la diffusion empêche toute formation d'une modulation longitudinale qui serait provoquée par l'interférence entre le champ  $F$  et le champ  $B$  [127]. Ceci permet d'écrire  $|E_{in}(x, y)|^2 \equiv |F(x, y) + B(x, y)|^2 = |F(x, y)|^2 + |B(x, y)|^2$ .

L'équation 1.8b d'évolution de l'indice de réfraction du cristal liquide pour nos deux dispositifs s'écrit donc :

$$\tau \frac{\partial n(x, y, t)}{\partial t} - l_d^2 \nabla_{\perp}^2 n(x, y, t) + n(x, y, t) = |F(x, y, t)|^2 + |B(x, y, t)|^2 \quad (1.10)$$

### 1.2.3 Modélisation des systèmes

Nous allons maintenant présenter la modélisation des deux systèmes étudiés à partir de l'équation (Eq. 1.10) d'évolution de l'indice de réfraction non linéaire du cristal liquide établie dans la section 1.2.2.2. Ce modèle nécessite la connaissance des champs  $F$  et  $B$ . Le champ  $F$  étant le champ optique incident dont nous connaissons l'expression, alors qu'il nous faut trouver  $B$ . Pour cela nous ajoutons deux autres équations régissant la propagation du champ optique dans le milieu Kerr et dans l'espace libre à l'équation 1.11 afin d'obtenir un modèle complet.

Le milieu Kerr (i.e. la couche de cristal liquide) est supposé non absorbant et suffisamment fin ( $L$ ) par rapport à la longueur de propagation libre ( $d$ ) pour négliger le phénomène de

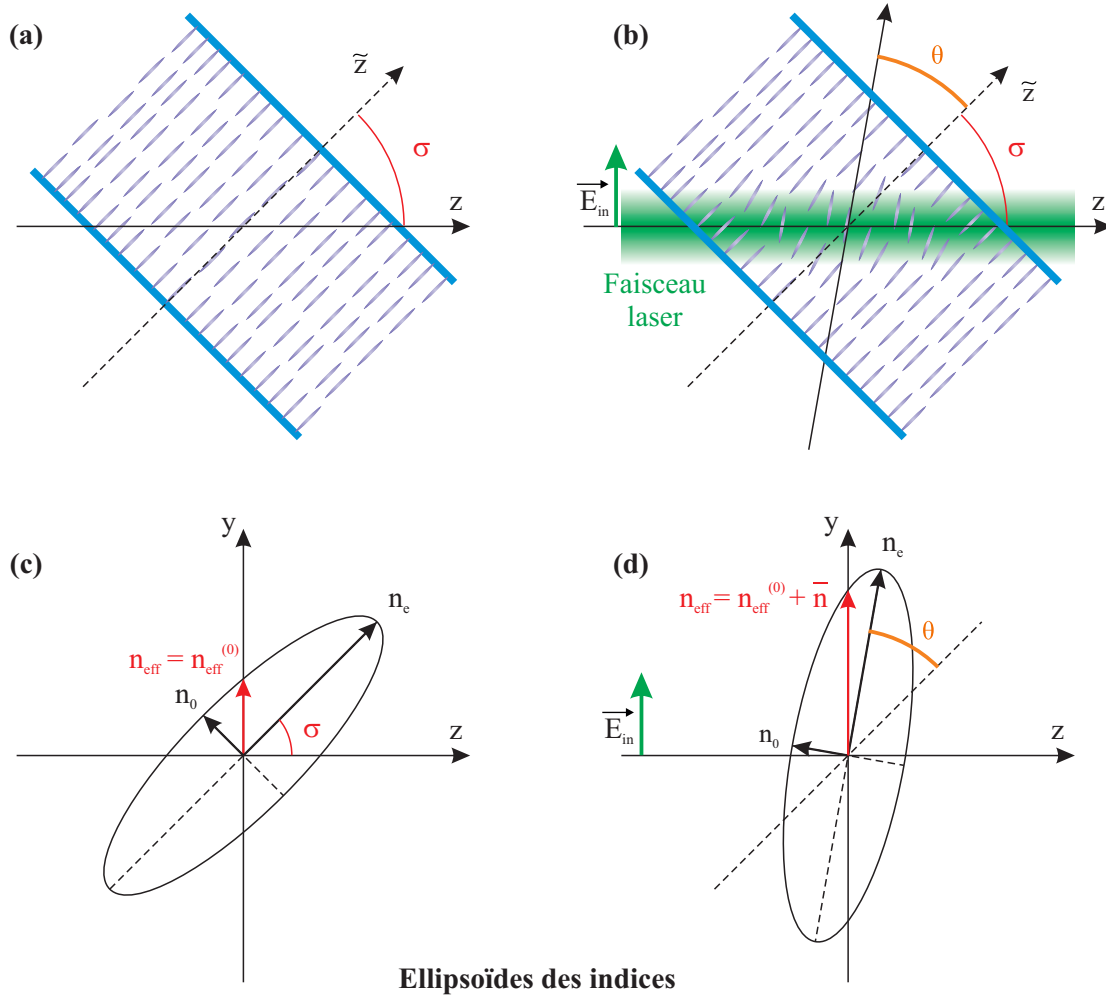


FIGURE 1.8: Schéma de l'échantillon homéotrope de cristal liquide : (a) sans l'action d'un champ électrique, (b) sous l'action d'un champ électrique.  $\vec{E}_{in}$  : champ électrique incident polarisé ;  $\sigma$  : angle d'inclinaison de l'échantillon ;  $\theta$  : angle de réorientation des molécules induit par le champ. Ellipsoïdes des indices : (c) sans l'action d'un champ électrique, (d) sous l'action d'un champ électrique. L'indice effectif vu par le champ est  $n_{eff}$  ;  $n_{eff}^{(0)}$  représente l'indice effectif sans champ électrique ;  $\bar{n}$  est la partie de l'indice effectif induit par l'action du champ électrique.

diffraction lors de la traversée de l'échantillon, ce qui correspond à  $L \ll d^{23}$ . Le seul phénomène rentrant en jeu dans le cristal liquide est le déphasage accumulé par le champ  $F$  lors de sa traversée, lié à  $n$  et  $L$ . L'équation de Maxwell gouvernant la traversée est donnée par l'équation 1.12 où  $\chi_0 \equiv k_0 n_2 / 2$  mesure la non-linéarité Kerr et son signe la nature du milieu : focalisant pour  $\chi_0 > 0$  et défocalisant pour  $\chi_0 < 0$ . L'échantillon de cristal liquide utilisé dans les expériences est de nature focalisante, avec  $\chi_0 > 0$ . La propagation du faisceau dans l'espace libre n'est soumise qu'à la diffraction de celui-ci et est gouvernée par l'équa-

23. Dans notre cas  $d \sim \text{mm}$  et  $L \approx 70 \mu\text{m}$

tion paraxiale (Eq. 1.13). La modélisation des systèmes se résume donc aux trois équations suivantes :

$$\tau \frac{\partial n(x, y, t)}{\partial t} - l_d^2 \nabla_{\perp}^2 n(x, y, t) + n(x, y, t) = |F(x, y, t)|^2 + |B(x, y, t)|^2 \quad (1.11)$$

$$\frac{\partial F}{\partial z} = i\chi_0 n F \quad (1.12)$$

$$\frac{\partial F}{\partial z} = \frac{i}{2k_0} \nabla_{\perp}^2 F \quad (1.13)$$

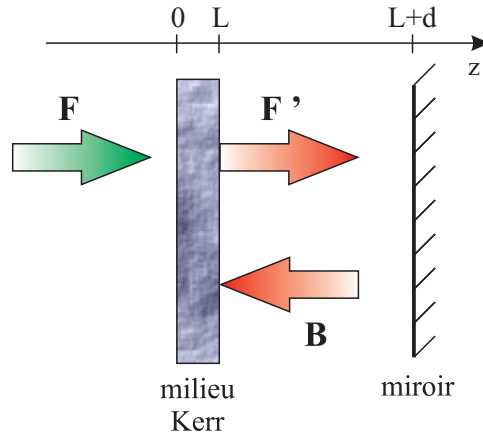


FIGURE 1.9: Schéma du dispositif de rétro-action optique, avec les notations du modèle théorique.  $F$  champ optique incident;  $F'$  champ optique incident ayant traversé le milieu Kerr;  $B$  champ optique réfléchi par le miroir;  $L$  épaisseur du milieu Kerr;  $d$  distance entre le milieu Kerr et le miroir.

Grâce aux approximations introduites ci-dessus, il est possible de ramener les trois équations précédentes en une seule dans le cas du système de rétro-action optique. En effet nous pouvons exprimer le champ  $B$  en fonction du champ d'entrée  $F$ . Pour cela exprimons tout d'abord le champ  $F'$  (Fig. 1.9) traversant le milieu Kerr. L'intégration de l'équation 1.13 sur l'épaisseur  $L$  de l'échantillon donne :

$$F'(z = L) = e^{i\chi_0 n L} F(z = 0) \quad (1.14)$$

Ce champ se propage sur une distance  $2d$  et subit une réflexion. Au retour sur l'échantillon, l'expression du champ  $B$  s'écrit grâce à l'équation 1.13 :

$$B = \sqrt{R} e^{i \frac{d}{k_0} \nabla_{\perp}^2} (F') = \sqrt{R} e^{i \frac{d}{k_0} \nabla_{\perp}^2} (e^{i\chi_0 n L} F) \quad (1.15)$$

$R$  est le coefficient de réflexion en intensité du miroir et  $F$  est l'amplitude du champ incident. Dans cette expression, on a supposé que le temps de propagation du champ optique sur  $2d$  est négligeable ( $\sim ns$ ) devant la dynamique du cristal liquide définie par son temps de relaxation  $\tau$  ( $\sim s$ ). Ce qui est largement vérifié expérimentalement puisque  $\tau$  est de l'ordre de la seconde. On obtient donc une équation d'évolution pour l'indice :

$$\tau \frac{\partial n(x, y, t)}{\partial t} - l_d^2 \nabla_{\perp}^2 n(x, y, t) + n(x, y, t) = |F(x, y, t)|^2 + \left| \sqrt{R} e^{i \frac{d}{\kappa_0} \nabla_{\perp}^2} \left( e^{i \chi_0 n(x, y, t) L} F(x, y, t) \right) \right|^2 \quad (1.16)$$

L'analyse de stabilité linéaire de ce modèle a été réalisée par Firth [28] et révèle une instabilité modulationnelle avec une courbe marginale de stabilité définie par l'équation :

$$I_S(k) = \frac{1 + l_d^2 k^2}{2R\chi_0 \sin\left(\frac{\lambda_0 d k^2}{2\pi}\right)} \quad (1.17)$$

où  $I_S(k)$  représente l'intensité du seuil de déstabilisation de l'état homogène en fonction du nombre d'onde  $k$ . En raison de la présence d'un sinus dans cette expression plusieurs langues d'instabilité sont obtenues. Les nombres d'ondes au seuil sont donnés dans le cas où la diffraction à un effet beaucoup plus important que la diffusion par :

$$\Lambda \simeq \sqrt{\frac{\lambda_0 d}{\frac{1}{4} + m}}, \quad \chi > 0 \quad (1.18a)$$

$$\Lambda \simeq \sqrt{\frac{\lambda_0 d}{\frac{3}{4} + m}}, \quad \chi < 0 \quad (1.18b)$$

où  $m$  est un entier naturel. Nous constatons que l'instabilité se développant au seuil évolue en racine carré de la longueur optique de rétro-action. Dans le cas de la cavité Pérot-Fabry, l'écriture des champs  $F$  et  $B$  ne peut s'obtenir de manière littérale.

La cavité Pérot-Fabry présente d'un point de vue configuration une évolution par rapport au système de rétro-action optique, avec l'ajout d'un miroir partiellement réfléchissant. Mais d'un point de vue conceptuel, les champs  $F$  et  $B$  sont des ondes subissant une infinité de réflexions dans la cavité. Une relation de récurrence donne les champs  $F_j$  et  $B_j$  au tour  $j$  en fonction de leurs expressions au tour  $j - 1$ . Cette relation n'est pas une suite géométrique simple et il n'est pas possible d'obtenir d'expression analytique de  $F$  et  $B$  - somme infinie des champs  $F_j$  et  $B_j$  (Eq.1.21a-1.21b). Ainsi nous ne pouvons pas effectuer d'étude analytique à partir de ce modèle. Cependant, il est possible de mener une étude analytique à partir d'un modèle développé en champ moyen pour une cavité en anneau équivalente. C'est le cas pour

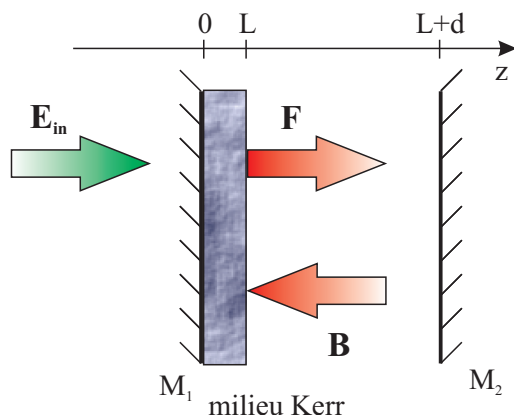


FIGURE 1.10: Schéma du dispositif de cavité Pérot-Fabry, avec les notations du modèle théorique.  $E_{in}$  champ optique incident;  $F$  champ optique aller dans la cavité;  $B$  champ optique retour dans la cavité;  $L$  épaisseur du milieu Kerr;  $d$  distance entre le milieu Kerr et le miroir  $M_2$ .

une cavité de grande finesse et des rayons paraxiaux. Dans notre expérience, la finesse vaut environ 15 et les rayons ont moins d'un milliradian d'angle par rapport à l'axe optique. En conséquence, seule une modélisation numérique de la cavité Pérot-Fabry nous renseignera sur la dynamique de ce système.

### 1.2.3.1 Intégration numérique

L'intégration de l'équation 1.16 pour la boucle de rétro-action optique peut s'effectuer avec deux algorithmes différents, soit en utilisant une méthode Runge Kutta d'ordre 8 à pas variable (dop853 [128]). Ce code utilise une méthode explicite Runge Kutta d'ordre 8(5,3), réalisée par Dormand and Price avec un contrôle de la taille du pas d'intégration [129]. Soit avec un autre algorithme qui permet de tenir compte du bruit, d'amplitude  $\varepsilon$ , contenu dans le cristal liquide. Il doit être capable de générer des nombres aléatoires suivant une statistique gaussienne avec une méthode d'intégration adaptée aux systèmes stochastiques. Nous utilisons une méthode développée par Honeycutt [130] qui intègre l'algorithme Runge Kutta stochastique d'ordre 2. Dès que nous parlerons d'intégration numérique avec du bruit dans le reste de ce manuscrit celle-ci s'effectuera avec la méthode d'Honeycutt. Dans ce cas le pas temporel est égal à  $0.005 \tau$ . Nous réalisons les dérivées spatiales en travaillant dans l'espace de Fourier avec la librairie FFTW3 [131]. Dans toutes les simulations le pas spatial est égal à  $0.4 l_d$ .

Par contre en cavité, le problème est plus complexe puisque les champs  $F$  et  $B$  sont une sommation d'une infinité de champs. Ce qui est très contraignant à intégrer lorsque les temps d'évolution de l'indice et des champs optiques sont du même ordre de grandeur. Heureusement

dans notre système ces deux temps d'évolution sont très différents. Le milieu Kerr évolue très lentement, de l'ordre de la seconde ( $\tau = 2.28 s$ ), par rapport au temps de propagation du champ optique dans la cavité ( $t_r$ ), de l'ordre de la nanoseconde.

$$\tau \gg t_r \quad (1.19)$$

Les évolutions du champ dans la cavité et de l'indice de réfraction du cristal liquide peuvent être alors découplées. En conséquence, le milieu Kerr voit une moyenne temporelle  $\langle F \rangle_t$  et  $\langle B \rangle_t$  des champs  $F$  et  $B$  se propageant dans la cavité et l'équation 1.11 devient alors :

$$\tau \frac{\partial n}{\partial t} - l_d^2 \nabla_{\perp}^2 n + n = \langle F \rangle_t^2 + \langle B \rangle_t^2 \quad (1.20)$$

Il est bien évident que les moyennes temporelles  $\langle F \rangle_t$  et  $\langle B \rangle_t$  ne vont pas être calculées numériquement sur le temps caractéristique de l'indice  $n$  du cristal liquide, compte tenu de l'évolution infiniment plus rapide des champs  $F$  et  $B$ . Le temps d'intégration serait alors beaucoup trop long.  $\langle F \rangle_t$  et  $\langle B \rangle_t$  sont estimées en les approximant à la valeur des champs  $F$  et  $B$  dans leur régime permanent, notés  $\bar{F}$  et  $\bar{B}$ . Leur calcul s'effectue en sommant les termes  $F_j$  et  $B_j$  tour après tour, provenant du champ initial  $E_{in}$  et se propageant dans la cavité pour un indice de réfraction  $n$  constant jusqu'à la convergence de  $\bar{F}$  et  $\bar{B}$  :

$$\bar{F} = \sum_{j=1}^k F_j \quad (1.21a)$$

$$\bar{B} = \sum_{j=1}^k B_j \quad (1.21b)$$

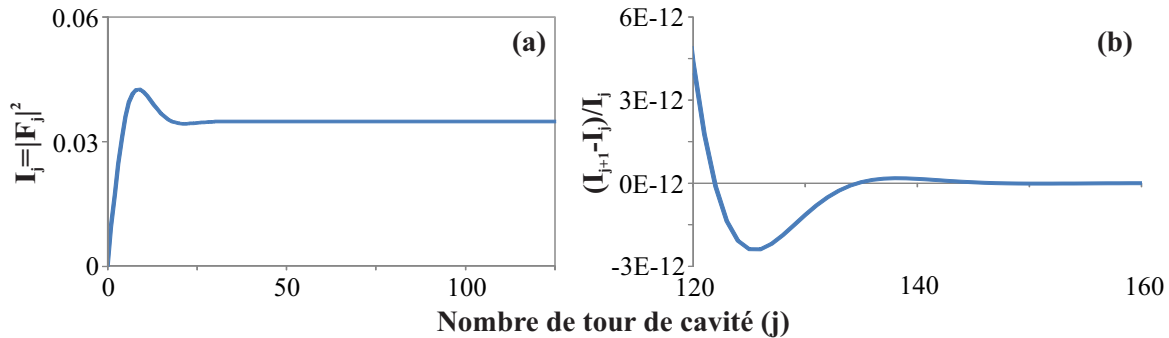


FIGURE 1.11: (a) Évolution temporelle de la somme des intensités  $|F_j|^2$  dans la cavité, (b) Évolution temporelle relative de la somme des intensités  $|F_j|^2$  dans la cavité.  $F_0 = 0.125$ ,  $\varphi = 0 rad$ ;  $d = 5 mm$ ;  $\chi = 1$ ;  $R_1 = R_2 = 0.81$ .

Le champ converge au bout d'une centaine de tours dans la cavité [Fig. 1.11(a)]. Nous fixons, pour obtenir des champs  $F$  et  $B$  permanents, une condition sur la convergence du champ :

$$\frac{I_{j+1} - I_j}{I_j} < 10^{-12} \quad (1.22)$$

où  $I_j = |F_j|^2$  est l'intensité, avec  $j$  indiquant le nombre de tours effectué dans la cavité et  $F_j$  le champ après  $j$  tours. Avec les paramètres utilisés pour la figure 1.11, le champ remplit la condition de convergence au bout de 130 tours de cavité [Fig. 1.11(b)] i.e. 4 nanosecondes. Cela reste toujours très inférieur au temps de relaxation du cristal ( $\ll \tau = 2.28$  s). Cette condition sur la convergence du champ restera inchangée pour toutes les simulations numériques effectuées en cavité (Chap. 2 et 3). On peut donc après avoir calculé les champs  $\overline{F}$  et  $\overline{B}$ , intégrer l'équation d'évolution de l'indice de réfraction du cristal liquide :

$$\tau \frac{\partial n}{\partial t} - l_d^2 \nabla_{\perp}^2 n + n = |\overline{F}|^2 + |\overline{B}|^2 \quad (1.23)$$

L'intégration de cette équation (Eq. 1.23) se fait de la même manière que le modèle de rétro-action optique, présenté en début de section. A chaque pas d'intégration de l'équation 1.23, nous recalculons la moyenne temporelle des champs  $F$  et  $B$ .

## 1.2.4 La diffraction négative

Notre système en configuration de rétro-action optique ou en configuration de cavité Pérot-Fabry a la particularité de pouvoir présenter une diffraction négative. Cela représente une approche différente et beaucoup plus simple que celles communément utilisées dans les études sur les métamatériaux qui s'intéressent à des indices de réfraction négatifs. Nous allons voir pour les deux configurations (boucle de rétro-action et cavité) pourquoi notre approche est innovante et la comparer aux études déjà réalisées.

### 1.2.4.1 La rétro-action optique

Nous avons vu dans la modélisation du système de rétro-action optique (Sec. 1.2.3) que la courbe marginale de stabilité se présente sous forme de langues d'instabilité dues à la fonction sinus dans l'équation 1.17. Comme l'intensité doit être supérieure ou égale à zéro ( $I_S \geq 0$ ), il en découle l'inégalité 1.24 :

$$\text{sgn}(\chi_0) \text{sgn}(d) \sin\left(\frac{\lambda_0 |d| k^2}{2\pi}\right) > 0 \quad (1.24)$$



Lorsque la fonction sinus (Eq. 1.24) est négative le produit  $sgn(\chi_0)sgn(d) < 0$ . Or expérimentalement nous possédons un milieu Kerr focalisant ( $sgn(\chi_0) > 0$ ), donc nous devons nous placer dans la cas où  $d < 0$ , soit une longueur optique négative, pour valider l'inégalité. Dans cette configuration notre système présente de la diffraction négative avec un matériau focalisant.

Il est possible dans cette situation de travailler avec un matériau défocalisant ( $sgn(\chi_0) < 0$ ) avec de la diffraction positive ( $sgn(d) > 0$ ). Cette alternative est utilisée dans les matériaux à indice de réfraction négatif. Intéressons-nous maintenant au cas de la cavité Kerr, en se demandant si elle présente la même particularité.

### 1.2.4.2 La cavité Kerr

Les cavités Kerr ont été largement étudiées théoriquement depuis une vingtaine d'année [11, 132]. La première modélisation théorique a été proposée par L. A. Lugiato et R. Lefever. Ces auteurs ont établi un modèle en champ moyen décrivant la dynamique dans une cavité Kerr optique passive en anneau [10]. Ce modèle a donné de nombreux résultats analytiques et numériques, il permet notamment l'étude de cavité Kerr avec un matériau gaucher, offrant alors de nouvelles perspectives de dynamique dans la cavité. Cependant, les approximations introduites dans ce modèle ne correspondent pas à nos conditions expérimentales. En effet, ce modèle suppose une cavité de grande finesse ( $F \gg 1$ ) avec un matériau non diffusif, possédant une réponse instantanée. Dans notre cavité la finesse vaut  $\sim 15$ , le cristal liquide possède une diffusion caractéristique de 10 microns et sa réponse est  $\sim 10^9$  fois plus lente que l'évolution du champ dans la cavité. Ainsi, aucune des conditions du modèle de Lugiato-Lefever n'est vérifiée pour notre cavité. Nous proposons donc ici de développer un modèle en champ moyen plus proche de notre système expérimental, afin d'en capturer qualitativement la dynamique générale. Pour cela nous nous plaçons dans le cas d'une cavité d'une grande finesse ( $R_1 = R_2 = 0.95$ ).

Notre milieu Kerr présente un temps de réponse très lent par rapport au temps d'évolution du champ dans la cavité, de plus ce milieu est diffusif. Ces deux propriétés sont reliées à l'équation d'évolution de l'indice de réfraction non linéaire qui peut être normalisée (Eq. 1.8b) dans le modèle en champ moyen développé. Les détails du calcul permettant l'établissement de ce modèle en champ moyen sont présentés dans l'annexe C en fin de manuscrit, nous invitons donc le lecteur à consulter cette annexe pour plus de détails. Le modèle en champ moyen présente donc une équation d'évolution du champ intra-cavité normalisé  $\psi$  et de l'indice du milieu Kerr normalisé  $N$ .

Ce modèle est basé sur une cavité en anneau (Fig. 1.12) avec un miroir d'entrée  $M_1$  et un miroir de sortie  $M_2$  ayant des coefficients de réflexion en intensité légèrement inférieurs à 1 et

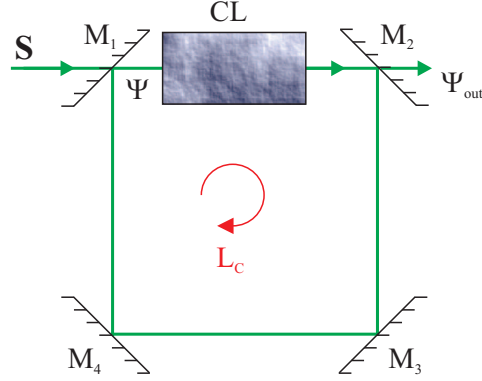


FIGURE 1.12: *Cavité Kerr en anneau* :  $S$  champ à l'entrée de la cavité ;  $\psi$  champ intra-cavité ;  $\psi_{out}$  champ de sortie de cavité ;  $M_1$  miroir d'entrée de cavité ( $R_1 = 0.95$ ) ;  $M_2$  miroir de sortie de cavité ( $R_2 = 0.95$ ) ;  $M_3$  et  $M_4$  miroirs de cavité ( $R = 1$ ) ;  $CL$  cristal liquide ;  $L_C$  longueur de cavité.

des miroirs  $M_3$  et  $M_4$  totalement réfléchissant. Les évolutions du champ moyen  $\psi$  normalisé à l'intérieur de la cavité et de l'indice non linéaire  $N$  sont régies par les équations 1.25-1.26 :

$$\frac{\partial \psi(x, t)}{\partial T} = S(x, t) - \psi(x, t) + i\eta (N(x, t) - \Delta) \psi(x, t) + i\alpha \frac{\partial^2 \psi(x, t)}{\partial X^2} \quad (1.25)$$

$$\Pi \frac{\partial N(x, t)}{\partial T} - \Omega \frac{\partial^2 N(x, t)}{\partial X^2} + N(x, t) = |\psi(x, t)|^2 \quad (1.26)$$

$S$  est le champ à l'entrée de la cavité,  $\psi$  est le champ intra-cavité,  $\Delta$  est le déphasage linéaire de la cavité,  $\eta = \text{sgn}(\chi_0)$  est le signe de la non-linéarité du milieu Kerr ( $\eta > 0$  : milieu focalisant,  $\eta < 0$  : milieu défocalisant) et  $\alpha \propto \text{sgn}(d)$  est le coefficient de diffraction directement proportionnel à la longueur optique de cavité ( $\alpha > 0$  : diffraction positive,  $\alpha < 0$  : diffraction négative).  $N$  est l'indice de réfraction normalisé,  $\Pi$  est le temps de relaxation de l'indice de réfraction  $N$  et  $\Omega$  est le terme de diffusion.

Les solutions stationnaires homogènes du système d'équations 1.25-1.26 sont données par :

$$P_{in_{SH}} = P_{SH} (1 + (P_{SH} - \Delta)^2) \quad (1.27)$$

$$N_{SH} = P_{SH} \quad (1.28)$$

où  $P_{in} = |S|^2$  est la puissance en entrée de cavité et  $P = |\psi|^2$  est la puissance intra-cavité. L'indice SH désigne la solution stationnaire et homogène de la variable.

Les solutions stationnaires et homogènes se déstabilisent au profit d'une instabilité modulatoire dont la courbe marginale de stabilité est donnée par :

$$(\Omega k^2 + 1) \left[ 1 + \eta^2 (P_{SH} - \Delta)^2 + (\alpha k^2)^2 - 2\alpha\eta k^2 (P_{SH} - \Delta) \right] - 2P_{SH}(\eta^2 (P_{SH} - \Delta) - \alpha\eta k^2) = 0 \quad (1.29)$$

Cette équation étant complexe, on peut se servir de la courbe marginale de stabilité du modèle de Lugiato-Lefever [10] pour appréhender la physique qui se cache derrière cette équation, sachant que le raisonnement est équivalent dans les deux modèles. La courbe marginale de stabilité pour le modèle de Lugiato-Lefever est donnée par :

$$1 + (|\psi|^2 - \Delta) (3|\psi|^2 - \Delta) + (\alpha k^2)^2 - 2\alpha\eta k^2 (2|\psi|^2 - \Delta) = 0 \quad (1.30)$$

Or il a été établi précédemment dans ce modèle, différentes solutions selon le régime de fonctionnement (monostable/bistable) et la valeur de la diffraction. Dans le cas de la diffraction positive ( $\alpha > 0$ ) [10, 11] le système présente une solution modulée spatialement pour un régime de fonctionnement monostable ( $\Delta \leq \sqrt{3}$ ) et pour un régime bistable ( $\Delta > \sqrt{3}$ ) une solution de type solitonique, avec une branche haute instable. Maintenant il est intéressant d'étudier le cas de la diffraction négative ( $\alpha < 0$ ). Dans cette configuration, le régime monostable ( $\Delta \leq \sqrt{3}$ ) présente une solution stationnaire et homogène toujours stable. Dans le cas bistable ( $\Delta > \sqrt{3}$ ), la branche haute peut être stabilisée avec un domaine d'instabilité très étroit de la branche basse [133, 134]. La technique utilisée dans [135, 136, 137] pour étudier la diffraction négative était l'utilisation combinée d'un matériau droitier<sup>24</sup> (RHM) avec un matériau gaucher (LHM) possédant un indice de réfraction linéaire négatif ( $n_L < 0$ ) (Fig. 1.13). Nous proposons ici l'utilisation d'un dispositif d'optique géométrique pour produire une longueur optique négative et par conséquent de la diffraction négative ( $\alpha < 0$ ).

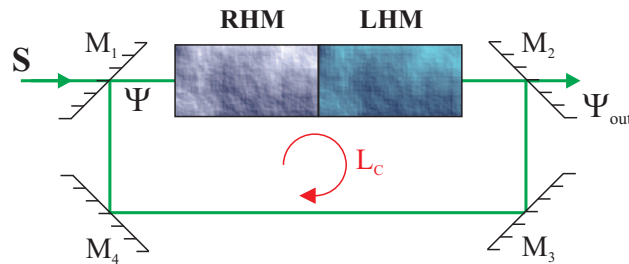


FIGURE 1.13: Schéma d'une cavité Kerr en anneau avec un matériau gaucher et droitier :  $S$  champ d'entrée de cavité ;  $\Psi$  champ intra-cavité ;  $\Psi_{out}$  champ de sortie de cavité ;  $M_1$  miroir d'entrée de cavité ( $R_1 = 0.81$ ) ;  $M_2$  miroir de sortie de cavité ( $R_2 = 0.81$ ) ;  $M_3$  et  $M_4$  miroirs de cavité ( $R = 1$ ) ; RHM milieu droitier ; LHM milieu à main gauche ;  $L_C$  longueur de cavité. Figure inspirée de [133, 134].

<sup>24</sup>. Un matériau droitier est défini comme un milieu optique possédant un indice de réfraction linéaire positif ( $n_L > 0$ )

De l'équation 1.30 on peut déduire que la stabilité des solutions stationnaires et homogènes dépend du produit  $\alpha\eta$ . A ce stade de l'évolution dynamique du système, modifier le signe de la diffraction ou modifier le signe de la non-linéarité a un effet similaire. Néanmoins, la physique sous-jacente et la réalisation expérimentale de chaque cas sont fondamentalement différentes. Ainsi, du point de vue modélisation, dans le modèle de Lugiato-Lefever ou dans notre modèle en champ moyen l'élément clé pour changer la stabilité des solutions stationnaires homogènes et le produit  $\alpha\eta$ .

Que l'on travaille dans un système de rétro-action optique ou dans une cavité Kerr, le produit  $\text{sgn}(\text{longueur optique}) \times \text{sgn}(\text{non-linéarité})$  a donc un rôle déterminant sur la dynamique du système. Notre approche est donc de configurer notre système pour avoir des longueurs optiques négatives par un dispositif d'optique géométrique et d'obtenir ainsi une diffraction négative. Le cas de la *diffraction positive* ( $\alpha > 0$ ) est traité dans le chapitre 2, tandis que le cas de la diffraction négative ou nulle ( $\alpha \leq 0$ ) est étudié dans le chapitre 3 de ce manuscrit.

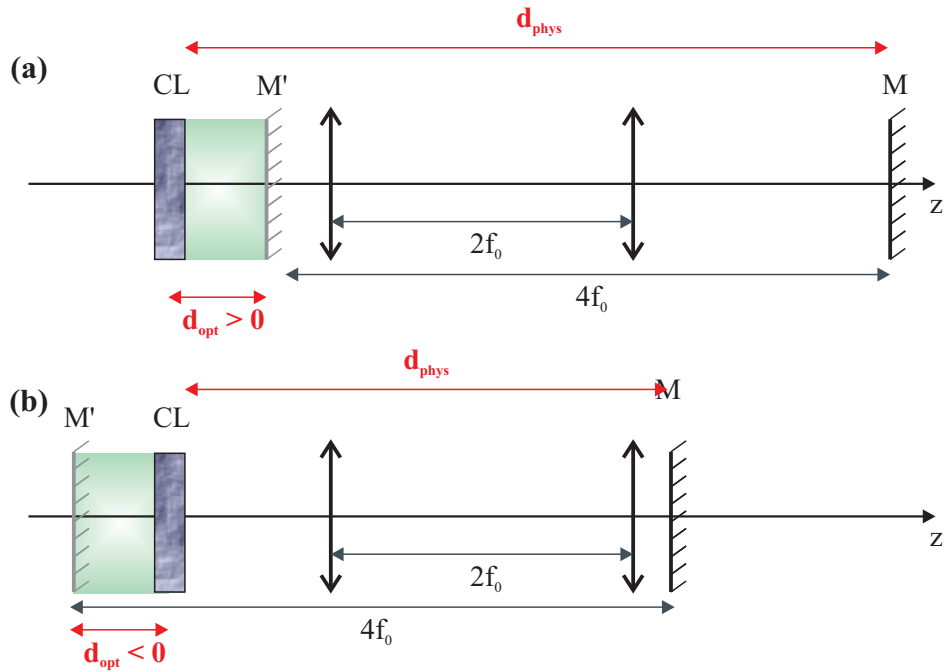
La question maintenant est "comment générer une longueur optique négative ou nulle?" La section suivante présente la technique expérimentale choisie pour réaliser de tels dispositifs optiques.

### 1.2.4.3 Dispositifs à distances optiques négatives

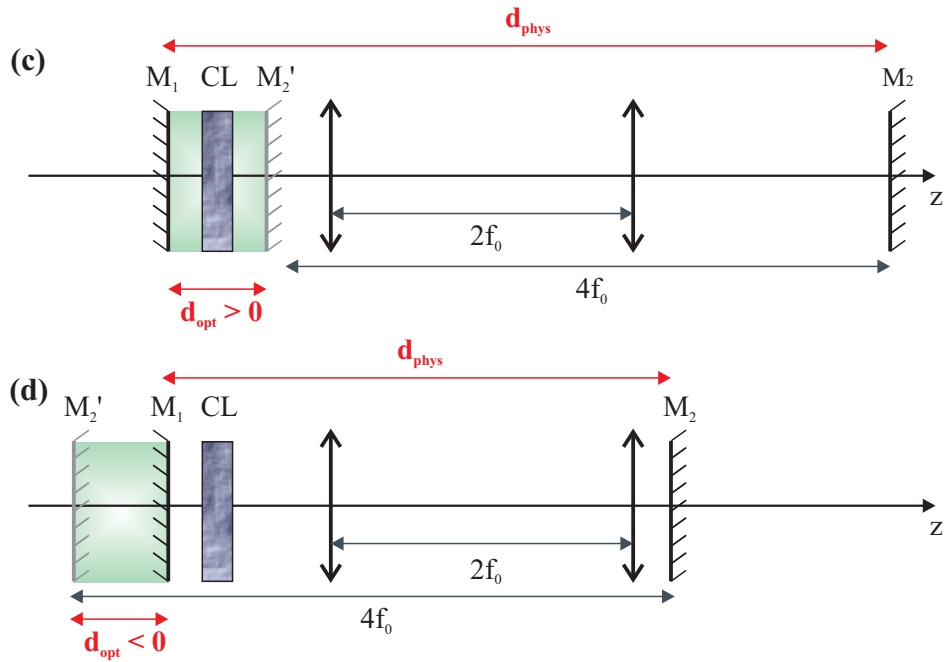
Le système  $4f$  est une configuration que l'on rencontre souvent en optique pour réaliser de l'auto-imagerie ou du filtrage spatial [85, 99]. En se plaçant par exemple dans le plan de Fourier transverse entre deux lentilles, il est possible de créer un filtre passe bas fréquentiel et ainsi de s'affranchir du bruit constitué de hautes fréquences. Nous allons utiliser ici le dispositif  $4f$  pour générer des distances optiques négatives [54, 112, 138]. Ce dispositif est composé de deux lentilles de même focale  $f_0$ , disposées à une distance  $2f_0$  l'une de l'autre. Tout objet se situant devant ce système se verra imagé à une distance  $4f_0$  de l'objet à travers le système avec un grandissement  $\gamma = -1$  (annexe B).

Dans le cas du système de rétro-action optique [Fig. 1.14(a,b)] la distance de rétro-action optique équivalente  $d$  (zone verte) est définie par  $d_{opt} = d_{phys} - 4f_0$  entre l'image du miroir  $M'$  à travers le dispositif  $4f$  et le milieu Kerr CL. Selon la position relative de  $M'$  par rapport au milieu Kerr la distance optique équivalente obtenue est positive [Fig. 1.14(a)] ou négative [Fig. 1.14(b)].

Dans le cas de la cavité Pérot-Fabry [Fig. 1.14(c,d)], la distance optique qui nous intéresse est la longueur optique de cavité équivalente définie entre le miroir d'entrée  $M_1$  et l'image  $M'_2$  du miroir de sortie  $M_2$ . Ainsi lorsque  $M'_2$ , l'image du miroir de sortie, se situe après  $M_1$ , le miroir d'entrée de cavité, nous générons une longueur optique de cavité positive [Fig. 1.14(c)] et dans le cas contraire nous générons une longueur optique de cavité négative [Fig. 1.14(d)].



**Configuration en rétroaction optique**



**Configuration en cavité Pérot-Fabry**

FIGURE 1.14: Distances de rétro-action optique équivalentes ( $d_{opt}$ ) pour les configurations de feedback (a,b) et de cavité (c,d).  $d_{phys}$  est la longueur physique de rétro-action.  $M'_i$  sont les images des miroirs  $M_i$  à travers le système d'imagerie "4f" composé des deux lentilles de focale  $f_0$ . Des longueurs optiques négatives sont obtenues dans les cas (b) et (d). CL échantillon de cristal liquide.

En plus de générer des longueurs optiques, ce dispositif permet de pouvoir générer de faibles longueurs optiques. En effet il n'est pas rare d'être limité expérimentalement sur la conception de petites cavités Pérot-Fabry dû à l'encombrement des dispositifs utilisés. Ici nous pouvons citer la taille du support de l'échantillon de cristal liquide ( $\sim 20mm$ ) comme principale source d'encombrement.

La mesure de cette distance équivalente, puisqu'elle n'est pas physique, elle ne peut s'effectuer directement. Nous présentons maintenant la méthode utilisée pour accéder à cette mesure.

#### 1.2.4.4 Mesure des longueurs optiques

Dans cette section je vais m'attacher à expliciter la méthode utilisée pour mesurer la longueur optique du système de cavité Pérot-Fabry. La démarche est basée sur celle développée dans le cas de la configuration de rétro-action optique [139] (point 2. section 3.1.4).

La mesure de la longueur de cavité physique ne pose pas de problème. Avec un bon système de mesure manuelle, on peut déterminer une valeur de la longueur tout à fait satisfaisante. Par contre pour mesurer la longueur optique nous utilisons la transformée de Fourier optique à très faible puissance (Fig. 1.15). Dans cette dernière, des anneaux sont observés, dont le rayon dépend directement de la longueur optique de cavité (comme pour la rétro-action optique le rayon des anneaux dépend de la distance entre le miroir de renvoi et le cristal liquide).

Ces rayons dans le cas du système de rétro-action optique, sont une manifestation de la diffraction et de l'effet Talbot à très faible puissance, on observe alors :

- Lorsque la longueur de cavité optique équivalente tend vers 0, des anneaux présents dans le champ lointain qui ont un rayon tendant vers l'infini comme on peut le voir sur la figure 1.16. Cela permet de déterminer la position des miroirs  $M_1$  et  $M_2$  pour laquelle nous obtenons une longueur optique de cavité nulle ( $d_{opt} = 0$ ). Cette mesure étant précise à  $\pm 1 mm$ , elle n'est pas suffisante lorsque l'on travaille avec les longueurs optiques de cavité de quelques millimètres et doit s'accompagner d'une technique complémentaire pour diminuer l'incertitude.
- En traçant l'évolution du rayon des anneaux en fonction de la position d'un des miroirs (exemple  $M_2$ ) (Fig. 1.16). Le rayon des anneaux évolue de la même manière pour un  $d_{opt} > 0$  ou un  $d_{opt} < 0$ . On accède alors à une précision sur la position des miroirs, correspondant à la longueur optique nulle de cavité équivalente, de l'ordre du dixième de millimètre. Le tracé d'une courbe de tendance permet en effet de déterminer  $d_{opt} = 0$  (trait pointillé vert Fig. 1.15).

Expérimentalement, la procédure menée est la suivante : nous modulons à plus de  $10 Hz$  la longueur de cavité à l'échelle du micron afin de s'affranchir de la fonction de transfert (section 1.3.4) liée au déphasage de la cavité Pérot-Fabry. Nous déterminons la position du zéro au millimètre près en cherchant la position du miroir  $M_2$  pour laquelle le rayon des anneaux

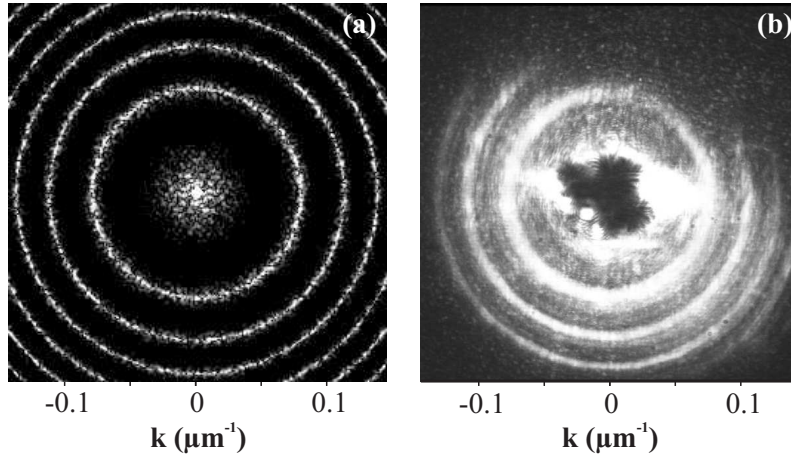


FIGURE 1.15: Anneaux observés en champ lointain pour la cavité Pérot-Fabry à très faible puissance : (a) dans les simulations numériques,  $F_0 = 10^{-4}$ , (b) de manière expérimentale  $I_0 = 23 \text{ W/cm}^2$ .  $d = 12.5 \text{ mm}$ ;  $R_1 = 81.8 \%$ ;  $R_2 = 81.4 \%$ ;  $w = 1400 \mu\text{m}$ .

diverge dans la transformée de Fourier (Fig. 1.16). Puis nous enregistrons des séries de cinquante images que nous moyennons pour une position donnée du miroir  $M_2$ . Nous réitérons cette technique pour une quarantaine d'autres positions du miroir. Nous traçons ensuite l'évo-

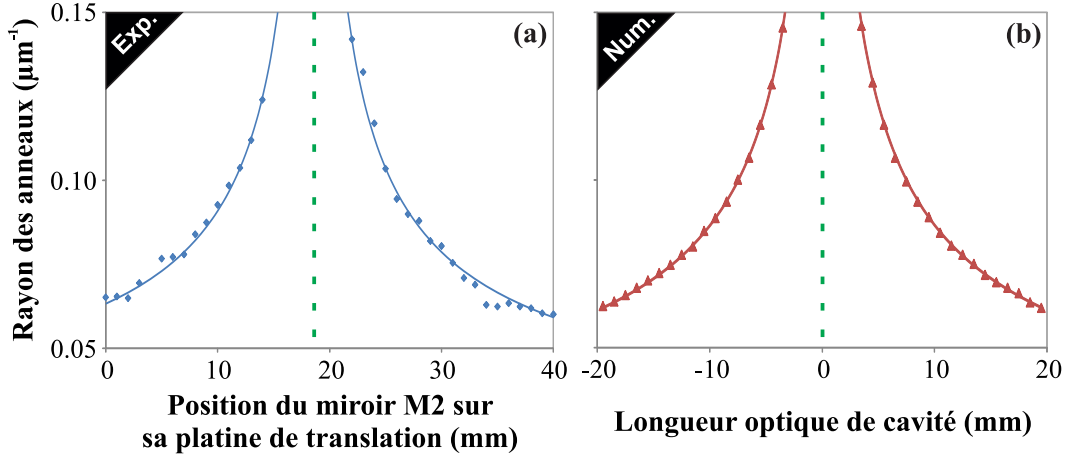


FIGURE 1.16: Évolution du rayon des anneaux de la transformée de Fourier optique en fonction de la position du miroir  $M_2$  : (a) expérimental, (b) numérique.  $\blacklozenge$  : points expérimentaux,  $\blacktriangle$  : points numériques,  $-$  : courbe de tendance expérimentale,  $-$  : courbe de tendance numérique.

lution du rayon des anneaux [Fig. 1.16(a)] pour chaque série et par une régression linéaire basée sur la méthode des moindres carrés [140], nous déterminons la courbe de tendance modélisée par une fonction paire. Cette courbe nous permet de trouver la position du zéro de notre longueur de cavité optique équivalente. En comparant les résultats expérimentaux [Fig. 1.16(a)] aux résultats numériques [Fig. 1.16(b)] nous pouvons affirmer qu'il y a une très

bonne correspondance entre les deux courbes de tendance (traits bleu et rouge). Le rayon des anneaux évolue en  $1/\sqrt{d_{opt}}$ , où  $d_{opt}$  est la longueur optique équivalente de cavité. Cette dépendance en  $\sqrt{d_{opt}}$  se retrouve aussi dans la longueur d'onde de l'instabilité modulationnelle (Eq. 1.18a-1.18b), pour la rétro-action optique.

Dans le cas de la rétro-action optique la démarche de mesure est identique à celle de la cavité Pérot-Fabry. Nous allons maintenant nous intéresser aux autres caractéristiques expérimentales de notre système optique.

### 1.3 Les caractéristiques expérimentales

Le travail présenté dans ce manuscrit étant essentiellement expérimental, nous allons nous attacher dans cette section à décrire les deux dispositifs expérimentaux ainsi que leurs caractéristiques intrinsèques. Nous allons nous attarder pour la cavité à décrire sa fonction de transfert et le système de stabilisation actif du déphasage linéaire.

#### 1.3.1 Les dispositifs expérimentaux

##### 1.3.1.1 La rétro-action optique

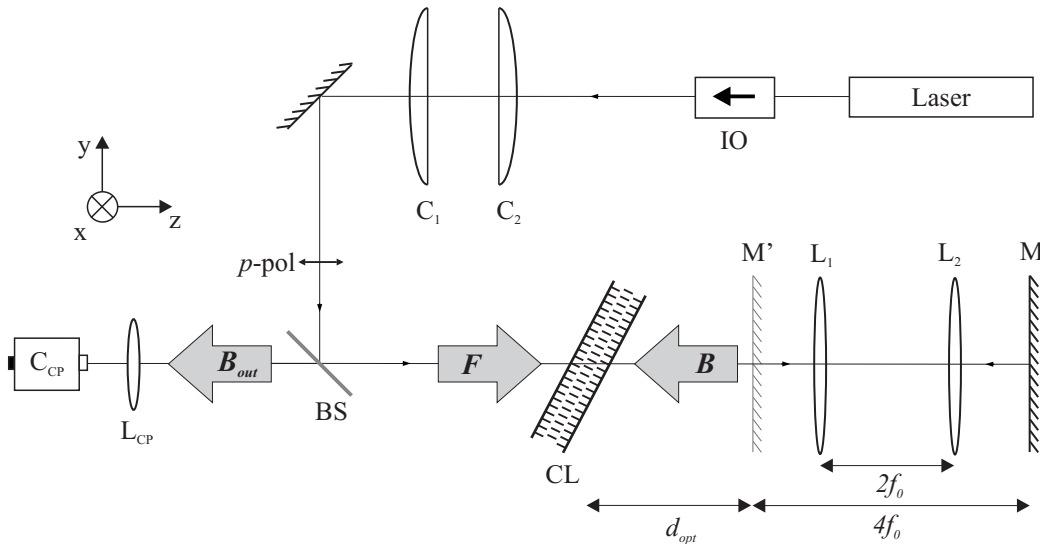


FIGURE 1.17: Schéma du dispositif expérimental de rétro-action optique :  $CL$  échantillon de cristal liquide ;  $L_1$  et  $L_2$  lentilles de focale  $f_0$  du dispositif  $4f$  ;  $M$  miroir de renvoi ;  $M'$  image du miroir de renvoi par le système  $4f$  ;  $IO$  isolateur optique ;  $C_1$  et  $C_2$  lentilles cylindriques ;  $BS$  beam splitter ;  $C_{CP}$  caméra d'observation du champ proche ;  $L_{CP}$  lentille d'imagerie du champ proche ;  $F$  champ optique incident ;  $B$  champ optique réfléchi ;  $B_{out}$  champ optique imagé ;  $p$  – pol polarisation du faisceau laser.



Le principe de la rétro-action optique (Fig. 1.17) est assez simple. On irradie avec un faisceau laser aller retour, profilé préalablement par des lentilles cylindriques ( $C_1$  et  $C_2$ ), un échantillon de cristal liquide (Sec. 1.2.2). Un système  $4f$  est inséré entre le cristal liquide et le miroir afin d'obtenir une longueur de rétro-action optique de quelques millimètres en imageant le miroir  $M$  en  $M'$ . Les dimensions transverses du faisceau au niveau du cristal liquide sont d'environ  $2w_x = 3200 \mu\text{m}$  et  $2w_y = 240 \mu\text{m}$ . L'image du champ proche est réalisée par l'intermédiaire du champ  $B_{out}$  (Fig. 1.17). Avec l'aide de la lentille  $L_{CP}$  le grossissement obtenu est de  $6X$ , ceci permet d'avoir une résolution suffisante pour observer les structures présentes dans le régime très fortement non linéaire.

### 1.3.1.2 La cavité Pérot-Fabry

Depuis le début de ce chapitre j'ai présenté la cavité Pérot-Fabry comme le système de rétro-action optique auquel on a simplement ajouté un miroir partiellement réfléchissant devant l'échantillon de cristal liquide. Au niveau expérimental il en est tout autrement avec l'utilisation d'un deuxième faisceau laser de sonde, d'un contrôle actif de la longueur de cavité ou encore l'utilisation d'un modulateur électro-optique (Fig. 1.18).

Le faisceau laser initial, après traversée du séparateur de faisceau ( $BS_1$ ), est piloté en intensité par le modulateur électro-optique associé à un polariseur de Glan. Il est profilé ensuite avec les lentilles cylindriques ( $C_1$  et  $C_2$ ) afin d'obtenir un faisceau unidimensionnel. Ainsi en entrée de cavité (miroir  $M_1$ ) le faisceau possède les caractéristiques de puissance, de taille et de mode longitudinal (voir section 1.3.2) désirées. A l'intérieur de la cavité physique  $M_1M_2$  le faisceau va subir une infinité de réflexions et va interagir avec le cristal liquide  $CL$ . Nous prélevons 5% du faisceau de pompe par réflexion sur le premier séparateur de faisceau ( $BS_1$ ), afin d'effectuer une stabilisation active de la longueur de cavité (Sec. 1.3.6). Ce faisceau de sonde est injecté dans la cavité en ayant au préalable tournée sa polarisation de  $\pi/2$  par rapport au faisceau de pompe, avec la lame demi onde ( $\lambda/2$ ) afin d'éviter toutes interférences avec ce dernier. Le faisceau de sonde permet de stabiliser la valeur du déphasage linéaire dans la cavité en régulant, grâce à une boucle de rétro-action, sa puissance. Pour ce faire, nous extrayons une partie du faisceau de sonde dans la cavité et avec un régulateur  $PI$  (proportionnel intégral) et le miroir  $M_2$  monté sur une piézo-électrique ( $PZT$ ) nous stabilisons en temps réel la valeur du déphasage linéaire. Avec l'aide des lentilles d'imagerie  $L_{CP}$  et  $L_{CL}$  nous observons le champ proche au niveau du cristal liquide et le champ lointain.

Je vais dans les sections qui suivent décrire dans le détail les caractéristiques techniques associées aux deux montages expérimentaux.

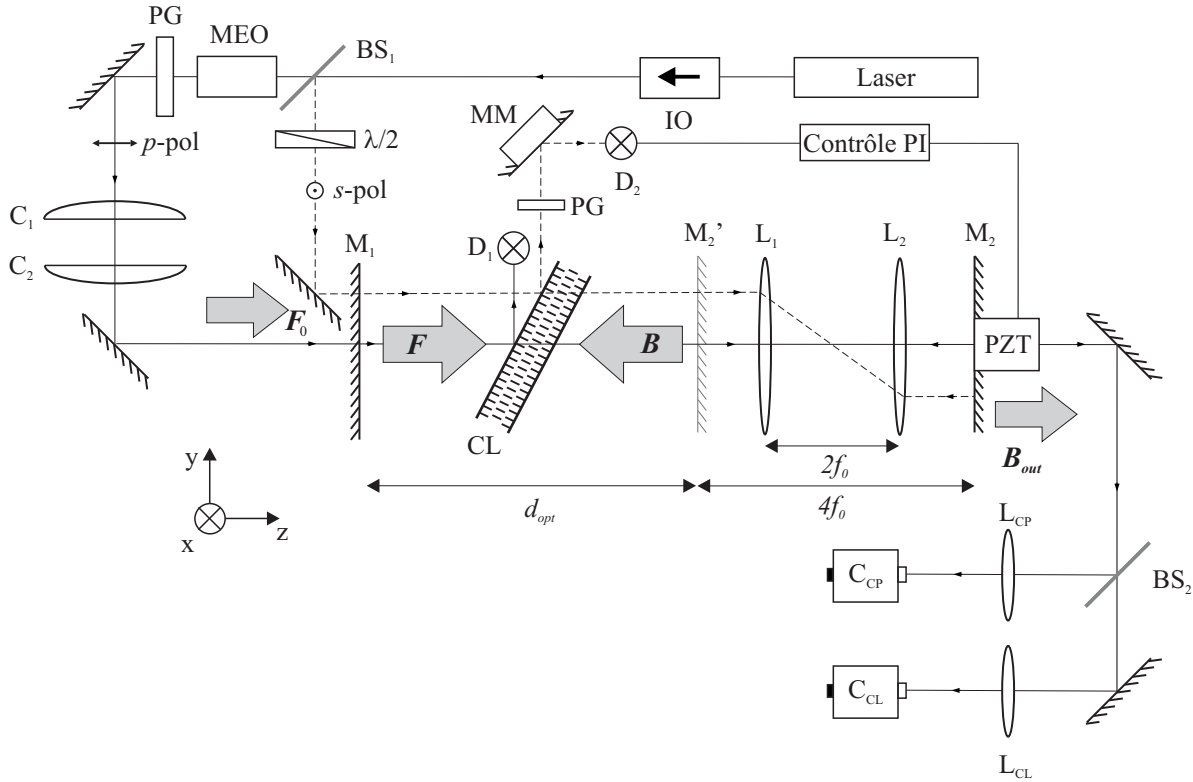


FIGURE 1.18: Schéma du dispositif expérimental de la cavité Kerr :  $CL$  échantillon de cristal liquide ;  $L_1$  et  $L_2$  lentilles de focale  $f_0$  du dispositif  $4f$  ;  $M_1$  miroir d'entrée de cavité ;  $M_2$  miroir de sortie de cavité ;  $M_2'$  image du miroir  $M_2$  par le système  $4f$  ;  $PI$  régulateur proportionnel intégral ;  $PZT$  monture piézoélectrique de miroir ;  $IO$  isolateur optique ;  $BS_1$  beam splitter ( $R = 5\%$ ) ;  $BS_2$  beam splitter ( $R = 50\%$ ) ;  $MEO$  modulateur électro-optique ;  $C_1$  et  $C_2$  lentilles cylindriques ;  $\lambda/2$  lame demi onde ;  $PG$  polariseur de Glan ;  $MM$  miroir à vis motorisée ;  $D_1$  détecteur de la fonction d'Airy pour le faisceau de pompe ;  $D_2$  détecteur de la fonction d'Airy pour le faisceau sonde ;  $C_{CP}$  caméra d'observation du champ proche ;  $C_{CL}$  caméra d'observation du champ lointain ;  $L_{CP}$  lentille d'imagerie du champ proche ;  $L_{CL}$  lentille d'imagerie du champ lointain ;  $F_0$  champ optique incident en entrée de cavité ;  $F$  somme des champs optique incidents intra-cavité ;  $B$  somme des champs optiques réfléchis intra-cavité ;  $B_{out}$  champ optique se sortie de cavité pour l'imagerie.

### 1.3.2 La source lumineuse

Nous disposons d'une source laser  $Nd^{3+} : YVO_4$  doublée, de longueur d'onde dans le vide  $\lambda_0 = 532nm$ , polarisée parallèlement au plan de la table optique, polarisation p (Fig. 1.18). Le laser délivre un rayonnement continu d'une puissance maximale de  $7W$ . Le faisceau incident, monomode transverse  $TEM_{00}$  [Fig. 1.19(b)] et longitudinal, a un profil transverse gaussien avec une demi-largeur ( $1/e^2$ )  $\approx 1400 \mu m$  au niveau du cristal liquide pour le dispositif en cavité et  $\approx 1600 \mu m$  au niveau du cristal liquide pour le dispositif en rétro-action optique. Un isolateur optique est disposé à la sortie du laser afin d'éviter tout retour de lumière qui

pourrait perturber la source lumineuse.

Dans le cas de la cavité Pérot-Fabry nous fixons la puissance du laser à une valeur constante de  $5\text{ W}$  au cours des expériences pour que le laser soit monomode (car multimode en dessous de cette puissance) et d'autre part que la puissance du faisceau de sonde (trait en pointillé sur la Fig. 1.18) soit constante. Pour contrôler l'intensité lumineuse de pompe, nous disposons d'un modulateur électro-optique associé à un polariseur de Glan.

Ici le faisceau laser a un profil gaussien bi-dimensionnel et une évolution de son diamètre qui suit les lois de l'optique gaussienne. Les études de morphogenèse optique menées dans cette thèse se sont effectuées dans une configuration transverse quasi unidimensionnelle. Nous utilisons une lunette astronomique composée de deux lentilles cylindriques pour modifier le diamètre du faisceau suivant l'axe  $y$  [Fig. 1.19(a,b)]. On peut, en modifiant la distance entre les deux lentilles, élargir ou aplatis le faisceau suivant l'axe  $y$  jusqu'à obtenir un faisceau quasi 1D. Le faisceau de pompe utilisé expérimentalement a pour dimension  $w_x \times w_y = 1400 \times 200\ \mu\text{m}$ <sup>25</sup> au niveau du cristal liquide [Fig. 1.19(a,b)]. Avec ces dimensions, nous forçons le système à ne développer des structures que dans une seule direction étant donné que la longueur d'onde des structures dans notre système est de l'ordre de  $150\ \mu\text{m}$ .

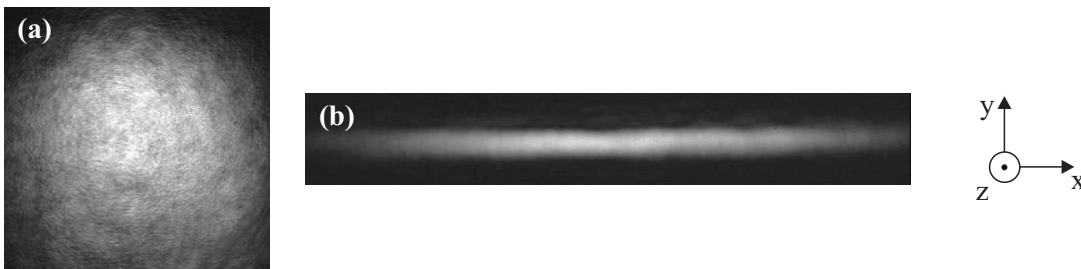


FIGURE 1.19: Sections transverses du faisceau de pompe en rétro-action optique sous le seuil : (a) à la sortie du laser en configuration 2D, mode  $TEM_{00}$ , (b) après la lunette astronomique, faisceau profilé en configuration 1D.

### 1.3.3 Angle d'inclinaison de l'échantillon du cristal liquide

Comme on peut le constater sur la figure 1.8(a) (Sec. 1.2.2.2) l'échantillon de cristal liquide n'est pas orthogonal à l'axe de propagation de la lumière, mais il est incliné d'un angle  $90^\circ - \sigma$  (Fig. 1.8, Sec. 1.2.2.2) égal à  $45^\circ$ . Les raisons sont les suivantes :

1. Avec cette orientation notre système ne présente pas de seuil Fréedericksz, ainsi tout se passe comme si la transition Fréedericksz était déjà amorcée et le milieu peut se comporter comme un milieu Kerr.

---

<sup>25</sup>.  $w_x \times w_y = 1600 \times 120\ \mu\text{m}$  pour la rétroaction optique

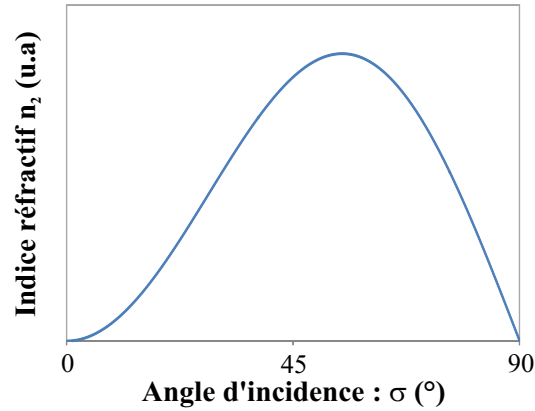


FIGURE 1.20: Variation de l'indice non linéaire avec l'angle d'inclinaison de l'échantillon de cristal liquide.

2. Pour des études en 2D, les longueurs caractéristiques de diffusion  $l_{d_x}$  et  $l_{d_y}$ , suivant les axes  $x$  et  $y$  transverses à la direction de propagation du champ s'égalisent pour  $\sigma \simeq 45^\circ$  [125]. Ce qui permet d'avoir un milieu isotrope d'un point de vue transverse.
3. Nous récupérons les faisceaux de pompe et de sonde en réflexion sur le cristal liquide (Fig. 1.18) pour stabiliser et mesurer le déphasage linéaire de la cavité. Pour cela nous devons maximiser la puissance lumineuse pour le faisceau de sonde,  $R_s(\sigma = 45^\circ) = 10\%$  et minimiser les pertes par réflexion pour le faisceau de pompe,  $R_p(\sigma = 45^\circ) = 1\%$ . Donc le choix de  $\sigma = 45^\circ$  est bien justifié dans ce cas.
4. Le coefficient Kerr  $n_2$  d'après la formule 1.7 varie comme  $\sin^2\sigma\cos\sigma$  [125],  $\sigma$  étant l'angle d'incidence entre la direction de propagation de la lumière et la normale au cristal liquide [Fig. 1.8(b)]. Le coefficient  $n_2$  présente un maximum autour de  $\sigma = 54^\circ$  (Fig. 1.20). Pour  $\sigma = 0^\circ$ , les molécules peuvent basculer dans un sens ou dans l'autre de manière équiprobable, l'indice réfractif résultant et donc nul et pour  $\sigma = 90^\circ$ , les molécules sont orientées dans le même sens que le vecteur  $\vec{E}$ , donc l'indice réfractif résultant se retrouve aussi égal à 0. En plaçant le cristal liquide à  $45^\circ$  on obtient donc une valeur de  $n_2$  proche de sa valeur optimale.

#### 1.3.4 Fonction de transfert de la cavité Pérot-Fabry

La figure d'interférences en champ lointain d'une cavité Pérot-Fabry vide est bien connue. Elle est étudiée et traitée en optique dans les premiers cycles universitaires. Elle se présente sous forme d'anneaux concentriques et est modélisée en ondes planes par la fonction d'Airy. Par contre, il n'existe pas de figure d'interférences en champ proche en raison du problème de cohérence spatiale lié aux sources utilisées (lampes spectrales, etc.). On pourrait s'attendre à retrouver le même type de résultat avec une source laser. Lorsque nous réalisons l'expérience,

nous observons bien une série d’anneaux concentriques en champ lointain mais aussi en champ proche (Fig. 1.21) et de plus, le profil de la figure d’interférences est différent de celui de la fonction d’Airy (notamment près du centre). La raison est double : (i) la source laser est spatialement cohérente et (ii) le front d’onde n’est pas plan. Ces deux différences par rapport aux hypothèses menant au calcul bien connu de la fonction d’Airy sont à l’origine des figures obtenues pour le cas d’une source laser aussi bien en champ proche qu’en champ lointain. Le calcul de cette figure d’interférences ne peut pas être obtenu de manière analytique. Cependant, il nous est possible de retrouver cette figure par des simulations numériques associées aux expériences, et permettant d’étudier la fonction de transfert de la cavité Pérot-Fabry.

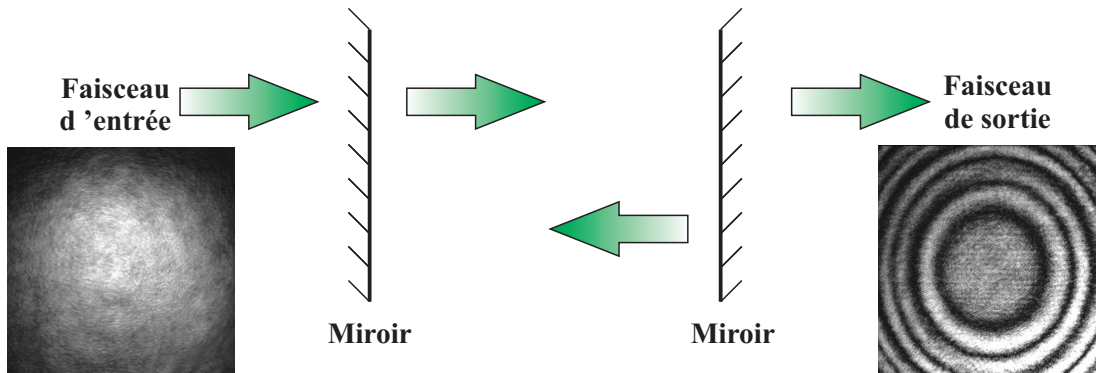


FIGURE 1.21: *Illustration de la Fonction de transfert de la cavité Pérot-Fabry avec un faisceau d’entrée gaussien.*

L’étude expérimentale de la figure d’interférences (ou Fonction de Transfert de la cavité - FTC) d’une cavité Pérot-Fabry vide éclairée par un faisceau laser montre que le rayon des anneaux évolue avec la longueur physique de la cavité et pas la longueur optique. Notons que les phénomènes non linéaires observés (structuration, ...) dépendent de la longueur optique de cavité. Nous allons dans la suite de cette section détailler cette étude expérimentale.

#### 1.3.4.1 Source incohérente avec un front d’onde plan

Lorsque l’on considère une source lumineuse incohérente monochromatique avec un front d’onde plan (ou quasi plan) telle une lampe spectrale<sup>26</sup>, on dispose d’une source étendue constituée d’une infinité de sources ponctuelles incohérentes entre elles. On est alors autorisé à étudier chaque source ponctuelle indépendamment l’une des autres. Si l’on considère un rayon lumineux arrivant sur un interféromètre Pérot-Fabry, celui-ci va subir une infinité de réflexions dans la cavité [Fig. 1.22(a)], et est assimilé à des interférences à ondes multiples. Ces ondes intra-cavité sont cohérentes entre elles, elles peuvent donc interférer. Cependant,

<sup>26</sup>. Une lampe spectrale est constituée d’un gaz chauffé qui émet un spectre discret de longueurs d’ondes, le sodium est souvent utilisé du fait que son spectre présente une seule raie caractéristique dans le jaune.

les rayons émergents de la cavité provenant d'une source ponctuelle sont tous parallèles entre eux. Ils ne peuvent interférer entre eux qu'à l'infini ou dans le plan focal d'une lentille [Fig. 1.22(a)]. Avec un front d'onde plan toutes les sources ponctuelles ont la même phase spatiale et on observe dans le plan focal de la lentille une série d'anneaux brillants concentriques [Fig. 1.22(b)] identiques aux anneaux d'Haidinger [141]. En champ proche aucun phénomène d'interférences ne se produit et l'on retrouve le même profil de faisceau qu'en entrée de cavité.

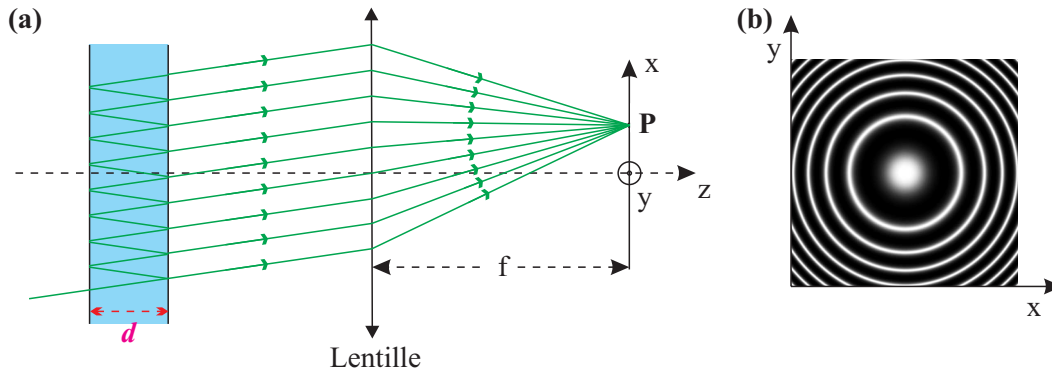


FIGURE 1.22: (a) Schéma d'observation à l'infini de franges d'égale inclinaison à la sortie d'un résonateur Pérot-Fabry, (b) Observation transverse dans le plan focal d'une lentille des Anneaux d'Haidinger.

#### 1.3.4.2 Source cohérente avec un front d'onde non plan : le laser

Une source laser présente, contrairement à d'autres sources lumineuses<sup>27</sup>, un front d'onde gaussien avec une phase spatiale qui n'est plus une constante mais une variable de l'espace et une très grande cohérence spatiale. Aussi, le fait d'éclairer une cavité Pérot-Fabry avec une telle source invalide le raisonnement du paragraphe précédent. Les rayons issus de toutes les sources ponctuelles vont pouvoir interférer entre eux en champ proche avec en plus une phase différente pour chaque source. Il en résulte l'obtention expérimentale d'anneaux d'interférences en champ proche (Fig. 1.21) et en champ lointain. Afin d'étudier au mieux ce phénomène d'interférences, nous choisissons d'utiliser dans un premier temps une approche expérimentale.

27. Parmi les sources lumineuses incohérentes on peut citer la lumière solaire, les lampes à incandescence, les lampes spectrales les diodes électroluminescentes (sauf les diodes lasers).

### 1.3.4.3 Étude expérimentale de la fonction de transfert de la cavité Pérot-Fabry plan-plan

L'étude expérimentale va nous permettre de déterminer dans un premier temps comment évolue le rayon des anneaux par rapport à la longueur de cavité et dans un second temps de quelle longueur, optique ou physique, dépend le rayon des anneaux. Pour commencer nous prenons une cavité Pérot-Fabry vide (sans dispositif  $4f$ , ni cristal liquide) [Fig. 1.23(a)]. Nous injectons un faisceau, monomode transversal et longitudinal dans la cavité de taille  $w_x = 2017 \mu\text{m}$  sur le miroir d'entrée  $M_1$ . Les miroirs  $M_1$  et  $M_2$  sont caractérisés par les coefficients de réflexion  $R_1 = 50 \%$  et  $R_2 = 100 \%$ . La fonction de transfert (FTC) est enregistrée au niveau du miroir  $M_1$  grâce à la lentille  $L_{CP}$ . Trois enregistrements de cette fonction sont représentés sur la figure 1.24 pour des valeurs de  $d$  égales respectivement à 20, 100 et 500 millimètres.

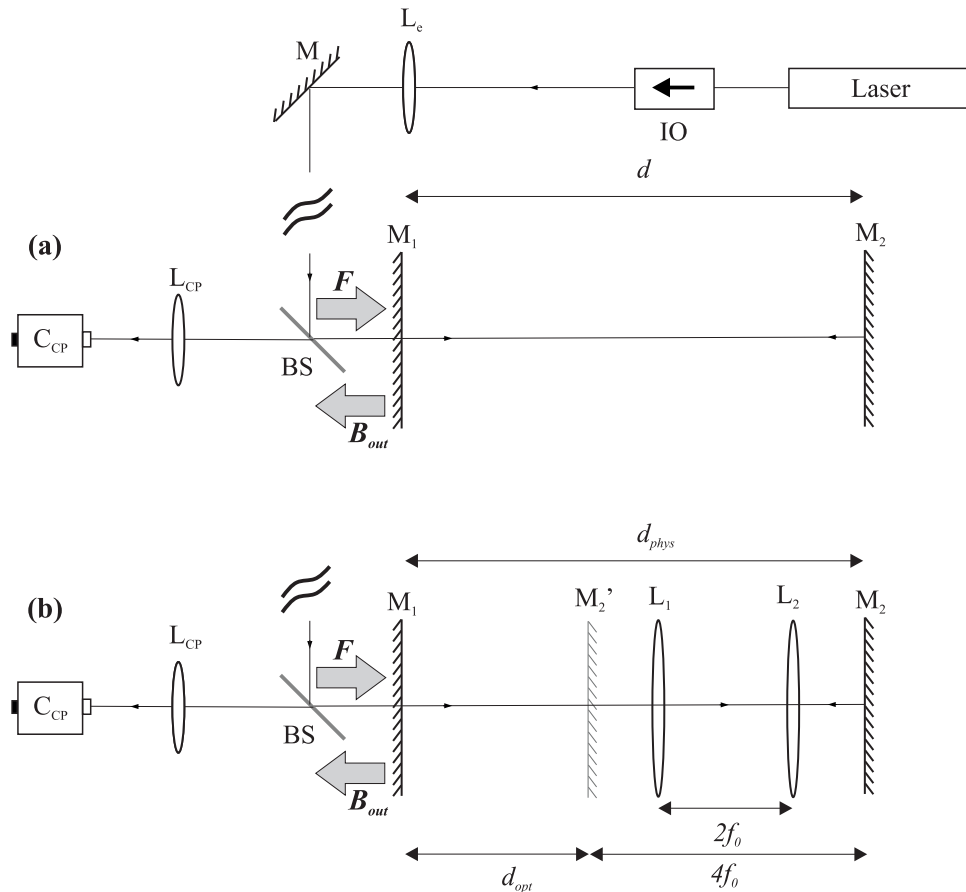


FIGURE 1.23: Schéma du montage expérimental pour l'enregistrement de la fonction de transfert d'une cavité Pérot-Fabry plan-plan : (a) sans dispositif  $4f$ , (b) avec dispositif  $4f$ .  $M_1$  et  $M_2$  miroirs de la cavité Pérot-Fabry ; BS beam splitter ;  $L_{CP}$  lentille faisant l'image de  $M_1$  sur  $C_{CP}$  ;  $C_{CP}$  caméra d'enregistrement ;  $L_1$  et  $L_2$  lentilles de focale  $f_0$  pour le dispositif  $4f$  ;  $L_e$  lentille d'élargissement du faisceau ; IO isolateur optique ; M miroir plan.

Nous traçons sur la figure 1.25 l'évolution du lobe central en fonction de la longueur de cavité, pour des valeurs comprises entre 10 et 580 millimètres. La largeur du lobe central varie en  $1/d^p$ , elle converge vers zéro lorsque  $d$  tend vers l'infini et inversement elle diverge vers l'infini quand  $d$  tend vers zéro. Cette évolution suit la même tendance que la fonction d'interférence d'Airy en champ lointain qui évolue en  $1/\sqrt{d}$ . Nous choisissons en conséquent pour la courbe de tendance l'expression suivante :

$$R_l(d) = ad^{-p} \quad (1.31)$$

Le coefficient  $p$  de l'équation de la courbe de tendance des points expérimentaux est égal à 0.34, cela reste assez similaire à la variation de la fonction d'Airy où  $p$  est égal à 0.50.

Si on revient au montage expérimental (Fig. 1.18), on constate que la cavité intègre un système  $4f$  nous permettant de générer des longueurs optiques négatives. La question est alors de savoir si  $d$  dans l'équation 1.31 correspond à la longueur physique  $d_{phys}$  ou optique  $d_{opt}$ . Nous reprenons donc le montage de la figure 1.23(a) et insérons un dispositif  $4f$  ( $f = 100 \text{ mm}$ ) dans la cavité [Fig. 1.23(b)].

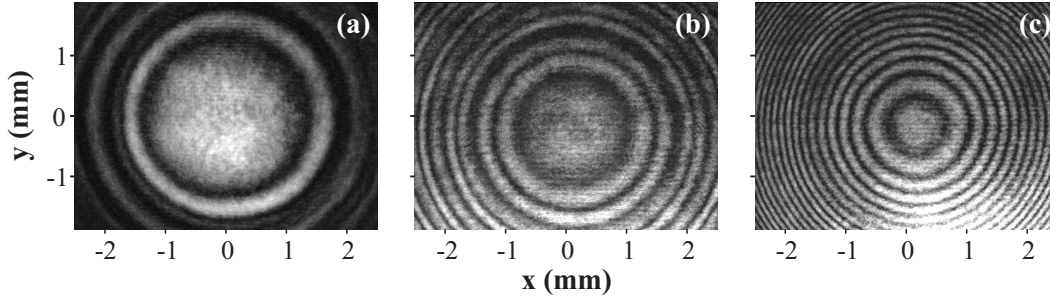


FIGURE 1.24: Fonctions de transfert expérimentales de la cavité Pérot-Fabry plan-plan pour un faisceau de pompe gaussien enregistrée au niveau du miroir  $M_1$  : longueur de cavité (a)  $d_{phys} = 20 \text{ mm}$ , (b)  $d_{phys} = 100 \text{ mm}$ , (c)  $d_{phys} = 500 \text{ mm}$ .  $w_x = 2017 \mu\text{m}$ ,  $R_C = 0.5 \text{ m}$ .

Dans cette nouvelle configuration, la longueur physique de cavité est égale à 620 mm et la longueur optique à 220 mm. La mesure du rayon du lobe central est reportée par un carré vert sur la figure 1.25 pour la longueur physique ( $d = 620 \text{ mm}$ ) et la longueur optique ( $d = 220 \text{ mm}$ ). On remarque que la mesure coïncide parfaitement avec la courbe de tendance pour la cavité physique (en tenant compte des incertitudes qui représentent  $\pm 10\%$  de la valeur). La fonction de transfert de la cavité dépend donc de la longueur physique de la cavité.

#### 1.3.4.4 Étude numérique de la fonction de transfert de cavité

Après ces observations expérimentales voyons si les simulations numériques donnent le même résultat. Ces simulations numériques correspondent à l'intégration de l'équation d'évolution



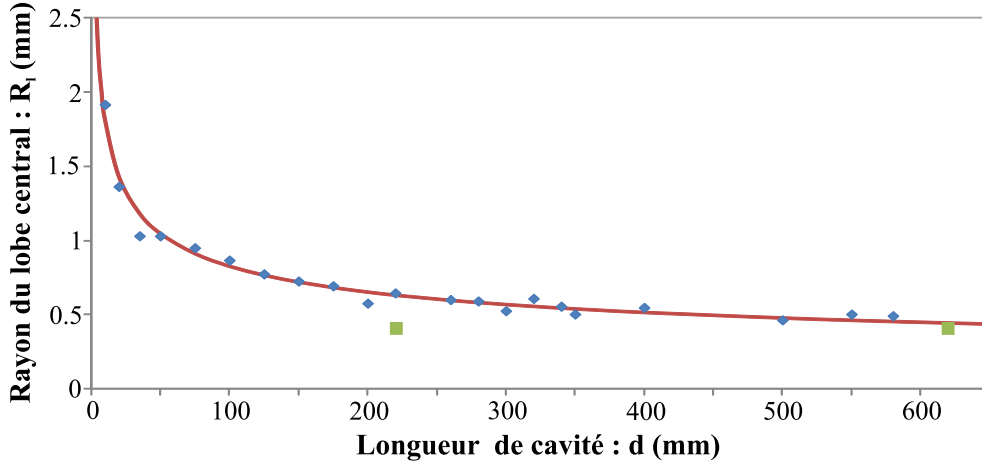


FIGURE 1.25: Évolution expérimentale du rayon du lobe central observé au niveau du miroir  $M_1$  en fonction de la longueur physique de cavité  $d$ .  $\blacklozenge$  : points expérimentaux de la cavité vide,  $\blacksquare$  : point expérimental de la cavité avec le dispositif  $4f$ ,  $-$  : courbe de tendance  $R_l \sim d_{phys}^{-0.34}$ .

de l'indice de réfraction (Eq. 1.23) avec un faisceau de pompe gaussien (Eq. 1.32) qui s'écrit :

$$F_0(x, w) = Fo e^{-x^2/w_x^2} e^{-i\varphi(x)} \quad (1.32)$$

où  $\varphi(x) = \pi x^2/\lambda R_C$  et  $R_C$  est le rayon de courbure du front d'onde du faisceau gaussien en entrée de la cavité et  $\lambda_0$  la longueur d'onde optique du faisceau laser.  $Fo$  est l'amplitude maximale du faisceau gaussien et  $w$  sa demi-largeur à  $1/e$ .

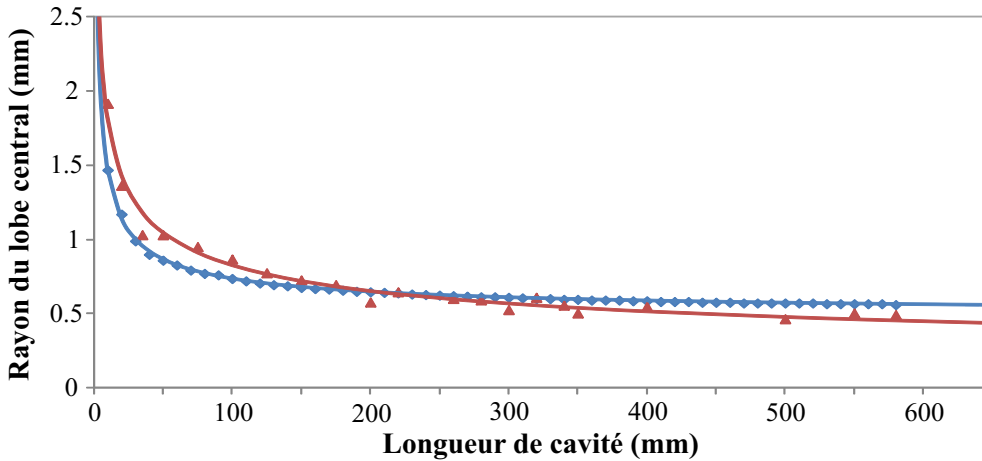


FIGURE 1.26: Évolutions expérimentale et numérique du rayon du lobe central observé en champ proche en fonction de la longueur de cavité.  $\blacklozenge$  : points numériques ;  $\blacktriangle$  : points expérimentaux ;  $-$  : courbe de tendance des points numériques ;  $-$  : courbe de tendance des points expérimentaux.

Nous intégrons cette équation avec les paramètres expérimentaux de la section précédente (Sec. 1.3.4.3),  $R_1 = 0.50$ ,  $R_2 = 1$ ,  $w_x = 2017 \mu\text{m}$ ,  $R_C = 0.5 \text{ m}$  et  $\varphi = 0^{28}$ , en faisant varier la longueur physique de cavité entre 10 et 580 millimètres. Les résultats numériques obtenus sont reportés sur la figure 1.26. On retrouve une décroissance non linéaire du rayon du lobe central des anneaux d'interférences. Lorsque l'on détermine la courbe de tendance (courbe bleue), on obtient aussi une variation du rayon  $R_l$  en  $ad^{-p}$  avec  $p = 0.57$ . Cependant, la fonction ne converge pas vers zéro, mais vers une valeur finie,  $b = 0.46$  pour  $d_{phys}$  qui tend vers l'infini. En comparant aux mesures expérimentales, les résultats numériques reproduisent de manière qualitative les observations expérimentales en champ proche. La différence observée entre les deux courbes peut provenir d'une erreur sur la valeur du rayon de courbure expérimental ou des problèmes de limitation de l'espace réel dans les simulations numériques.

Les paramètres entrant en jeu sur la taille des anneaux ou la forme du profil d'intensité des anneaux, comme les coefficients de réflexion des miroirs,  $R_1$ ,  $R_2$  et le rayon de courbure du front d'onde,  $R_C$  ont aussi été étudiés [142].

En résumé, nous avons montré que la cavité Pérot-Fabry, éclairée par une source cohérente dont le front d'onde est non plan présente une fonction de transfert sous forme d'anneaux d'interférences concentriques. L'évolution du diamètre des anneaux dépend de la longueur physique et non optique de la cavité. Cette fonction constitue un facteur crucial dans la limitation de la taille transverse des structures comme on peut le voir sur la figure 1.27.

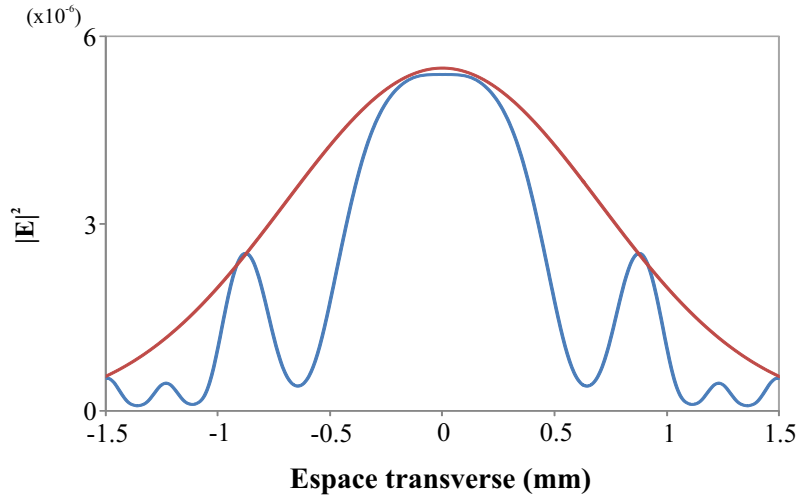


FIGURE 1.27: Profils transverses numérique du faisceau à très faible puissance : - en tenant compte de la fonction de transfert de la cavité, - sans tenir compte de la fonction de transfert de la cavité.  $d_{phys} = 643 \text{ mm}$ ,  $w_x = 1400 \mu\text{m}$ ,  $R_C = 0.64 \text{ m}$ ,  $F_0/F_{seuil} = 0.01$ .

28.  $\varphi$  est le déphasage linéaire de la cavité. Quand il est égal à 0 cela correspond à une intensité maximale du lobe central.

### 1.3.5 Les paramètres et constantes des dispositifs de rétro-action et de cavité

On peut distinguer 4 paramètres de contrôle :

1. **L'intensité**  $I_0 = |F_0|^2$  **du faisceau incident en entrée de cavité ou de rétro-action.** Pour le montage de la cavité Kerr nous pouvons varier ou ajuster cette intensité à l'aide d'un modulateur électro-optique et d'un polariseur de Glan. L'intensité maximale est de  $I_{max} = 517 W/cm^2$  (pour  $w_x \times w_y = 1400 \times 200 \mu m$ ), soit une puissance maximale  $P_{max} = 2.27 W$ . Dans le dispositif de rétro-action optique nous ajustons la puissance directement à la source laser. L'intensité maximale est de  $I_{max} = 1193 W/cm^2$  (pour  $w_x \times w_y = 1600 \times 120 \mu m$ ), soit une puissance maximale  $P_{max} = 3.6 W$
2.  $\varphi$  **qui correspond au déphasage linéaire de la cavité Pérot-Fabry.** Ce déphasage dans une cavité Pérot-Fabry évolue avec la longueur de cavité. Le maximum de puissance dans la cavité est obtenu pour un déphasage égal à un multiple de  $2\pi$  (Fig. 1.28).
3. **La longueur optique de cavité ou longueur de rétro-action optique**  $d_{opt}$ . Elle va fixer de manière générale la longueur d'onde des structures qui vont se développer, que ce soit pour l'instabilité modulationnelle ou pour la taille des structures localisées. Nous avons vu que sa valeur peut être choisie aussi bien positive que négative grâce à l'utilisation d'un système  $4f$  (Sec. 1.14).
4. **La taille du faisceau de pompe**  $2\omega_x$  **pour la boucle de rétro-action optique et**  $2R_l$  **pour la cavité.** Celui ci, comme pour la longueur de cavité  $d$ , influe sur la largeur effective transverse du faisceau où vont pouvoir se développer des structures.

Et 6 constantes :

1. La longueur d'onde du laser dans le vide  $\lambda_0 = 532 nm$ .
2. La longueur de diffusion transverse  $l_d = 9.95 \pm 0.31 \mu m$  et le temps de relaxation  $\tau = 2.28 \pm 0.18 s$  du cristal liquide [41].
3. Le coefficient Kerr  $n_2 \simeq 2.45 \cdot 10^{-9} m/W$ . Il est déterminé par la nature de l'échantillon du cristal liquide, son épaisseur et la technique d'ancrage utilisée [139] (Chapitre 3).
4. Le niveau de bruit présent dans le cristal liquide  $\varepsilon = 0.1$  [138, 41, 48, 143].
5. Les coefficients de réflexion en intensité des miroirs égaux respectivement à  $R_1 = 99 \%$  et  $R_2 = 98.5 \%$ . Cependant, nous devons tenir compte des pertes dans la cavité, dues au cristal liquide et aux lentilles du système  $4f$ . En tenant compte de ces pertes nous trouvons des coefficients équivalents de réflexion en intensité égaux à  $R_1 = 81.8 \%$  et  $R_2 = 81.4 \%$ .

### 1.3.6 Stabilisation active de la longueur de la cavité Pérot-Fabry

La valeur du déphasage linéaire  $\varphi$  détermine les régimes de fonctionnement (monostable/bistable) et ainsi les structures obtenues. L'exploration d'un régime dynamique de fonctionnement né-

cessite donc une constance de la valeur du déphasage autrement dit de la longueur de cavité. D'autre part, on remarque d'après la fonction de transfert (Fig. 1.28), qu'il faut rester proche d'un déphasage égal à un multiple de  $2\pi$  pour avoir une intensité maximale et ainsi faciliter l'apparition des structures. Ces deux raisons nous imposent de contrôler le déphasage ce qui revient à contrôler la longueur de cavité (avec une précision de l'ordre de la dizaine de nanomètres).

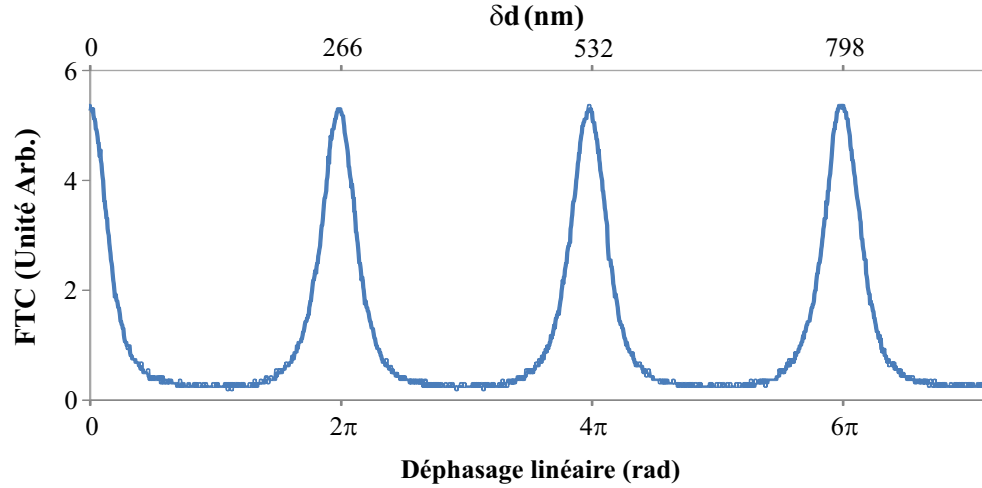


FIGURE 1.28: Évolution expérimentale de la Fonction de transfert de la cavité expérimentale avec : en abscisse basse, le déphasage linéaire  $\varphi$  ; en abscisse haute, la variation de la longueur de cavité  $\delta d$ .  $d = 5 \text{ mm}$ ,  $R_1 = 81.8 \%$ ,  $R_2 = 81.4 \%$ ,  $I = 37 \text{ W/cm}^2$

Pour le contrôle et le choix des valeurs du déphasage  $\varphi$  nous avons mis en place une stabilisation active de la longueur optique de la cavité. Nous nous sommes basés sur la procédure utilisée dans une cavité fibrée par Stéphane Coen [144, 145]. Pour cela nous utilisons un faisceau de très faible puissance (sonde). Nous prélevons 5% du faisceau laser au niveau du séparateur de faisceau  $BS_1$  (Fig. 1.18). Sa polarisation est perpendiculaire au faisceau de pompe, afin d'éviter tout phénomène non linéaire qui pourrait être induit par le faisceau de pompe. De plus, le faisceau de sonde est injecté dans la cavité (parallèlement au faisceau de pompe), mais décalé par rapport à ce dernier pour éviter qu'il accumule un déphasage non linéaire dû au faisceau de pompe. Toute la technicité réside ici dans le fait d'aligner les deux faisceaux laser dans une cavité contenant un système  $4f$ . Une fois les deux faisceaux alignés, nous prélevons une partie de chacun par réflexion sur le substrat contenant le cristal liquide afin d'observer les fonctions de transfert des deux faisceau (Fig. 1.29). On remarque la perturbation de la sonde par la pompe malgré les techniques de séparation des deux faisceaux citées précédemment.

Pour stabiliser  $\varphi$  nous utilisons un système de contre réaction actif de type PI (Proportionnel Intégrale ayant comme paramètres  $G = 0.52739$ ,  $T_i = 0.00150\text{s}$ ,  $T_d = 0\text{s}$ ). Ce dernier fonctionne de la façon suivante :

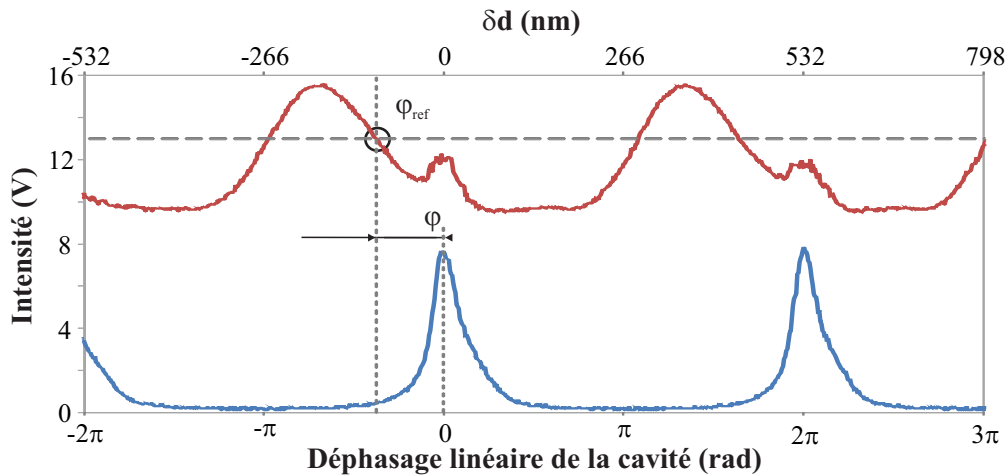


FIGURE 1.29: Fonctions de transfert de la cavité pour le faisceau : - de pompe, - de sonde.  $\varphi$  déphasage linéaire effectif du faisceau de pompe.  $\delta d$  variation de la longueur de cavité.

- Une tension de référence sur la FTC de la sonde est choisie, elle est de 13 Volt sur la Figure 1.29.
- Le PI, relié directement au détecteur  $D_2$  du faisceau de sonde, mesure l'erreur existante entre la tension du signal de sonde et la tension de référence demandée.
- Le PI envoie une tension de correction à un cristal piézo-électrique disposé dans la monture du miroir  $M_2$ . Ceci pour modifier la longueur de cavité et par conséquent la valeur du déphasage linéaire lue par le détecteur de la sonde.

Sans système de stabilisation la longueur optique de cavité et donc la transmission de la cavité fluctue comme on peut le voir sur la figure 1.30(a). Le système de stabilisation nous permet d'obtenir une puissance de sortie de cavité constante et donc par l'intermédiaire de la fonction de transfert de la cavité (Fig. 1.28) un déphasage constant à  $\pm\pi/19$  sur plusieurs minutes [Fig. 1.30(b)]. Cette stabilisation est donc suffisante pour observer un régime dynamique.

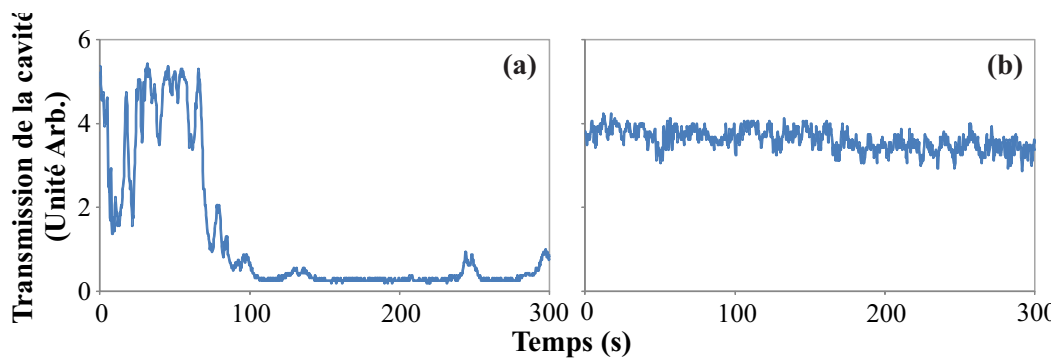


FIGURE 1.30: Évolution temporelle de la transmission de la cavité liée au déphasage linéaire du faisceau de pompe dans la cavité optique : (a) sans stabilisation ; (b) avec stabilisation.  $d = 5 \text{ mm}$ ,  $R_1 = 81.8 \%$ ,  $R_2 = 81.4 \%$ ,  $I = 37 \text{ W/cm}^2$

Grâce à ce système de stabilisation, il est aussi possible de mesurer la valeur du déphasage. Après avoir effectué nos expériences, nous balayons la longueur de cavité afin d'enregistrer les deux fonctions de transfert de la sonde et de la pompe. Nous définissons un point de référence  $\varphi_{ref}$  (encadré en noir) comme étant l'intersection entre la tension de référence et la fonction de transfert de la sonde. En reportant ce point sur la fonction de transfert de la pompe (courbe bleue) on obtient le déphasage linéaire  $\varphi$  du faisceau de pompe comme on peut le voir sur la figure 1.29.

En plus de stabiliser le déphasage, nous pouvons aussi changer celui-ci de manière continue. Le principe utilisé est le suivant (Fig. 1.31) :

### Étape 1

La FTC transverse du faisceau de sonde présente des anneaux (Fig. 1.24) représentés en vert sur la figure 1.31(a). Ces anneaux sont stationnaires pour un déphasage ou une longueur optique de cavité constante. La photodiode, symbolisée par un carré noir sur le détecteur perçoit une intensité importante étant donné qu'un anneau l'éclaire [Fig. 1.31(a)]. En reprenant le principe de mesure de la figure 1.29 avec une tension de stabilisation de  $2V$ , on peut mesurer le déphasage  $\varphi_1$  de la cavité. Dans cet état la longueur optique de cavité est stabilisée autour de la valeur  $\varphi_1$ .

### Étape 2

Si on veut changer ce déphasage linéaire  $\varphi_1$  on décale la figure de la FTC de la sonde (anneaux) sur le détecteur. Pour cela nous modifions de manière continue l'angle d'inclinaison du miroir  $MM$  (Fig. 1.18) grâce à une monture de miroir motorisée. Nous effectuons par exemple une translation du système d'anneaux vers le bas par rapport au détecteur, symbolisé par la flèche rouge sur la figure 1.31(a). La FTC de la pompe se trouve inchangée par cette étape, tandis que la FTC de la sonde se trouve décalée vers la droite sur la figure 1.31(c).

### Étape 3

Le système de stabilisation ne "décroche" pas à condition d'effectuer la modification lentement (d'une manière adiabatique). Le PI va corriger la longueur optique de cavité  $d_{opt}$  et donc les deux FTC vont se décaler [③ sur la figure 1.31(c)]. Le résultat final est la modification du déphasage linéaire de la cavité de  $\varphi_1$  à  $\varphi_2$ .

Dans ce chapitre, nous avons présenté tous les outils analytiques, numériques et expérimentaux nécessaires aux études des structures localisées présentées dans les chapitres suivants. Les dispositifs optiques étudiés sont respectivement la boucle de rétro-action optique et la

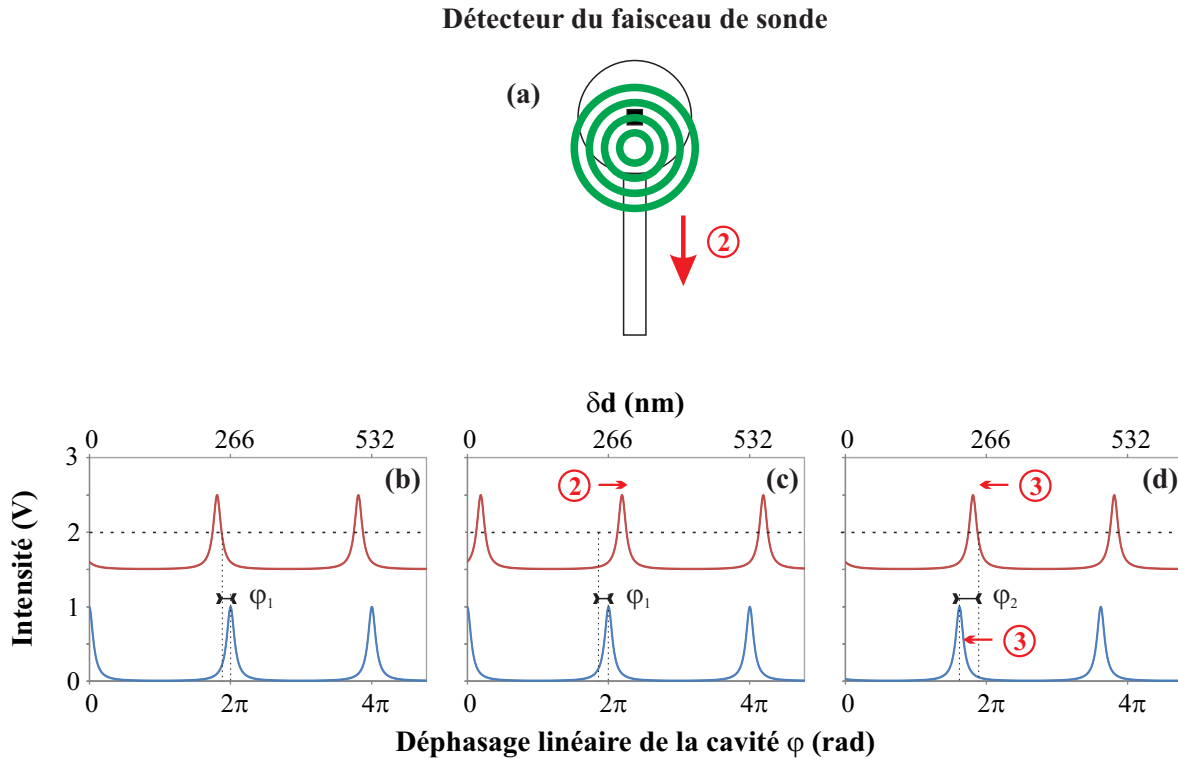


FIGURE 1.31: *Procédure de modification continue du déphasage linéaire  $\varphi$  de la cavité avec le système de stabilisation. (a) Détecteur; ■ : Photodiode du détecteur; (b-d) FTC pour le faisceau : - de pompe et - de sonde;  $\varphi_1$  : déphasage linéaire de la cavité;  $\varphi_2$  : déphasage linéaire de la cavité après modification.*

cavité Pérot-Fabry. Ces deux dispositifs sont associés à un cristal liquide, assimilable à un milieu Kerr. Nous avons mis en évidence le rôle crucial du produit entre le signe de la non linéaire et le signe de la diffraction sur la dynamique des systèmes. Pour ce faire, nous avons proposé un dispositif de lentilles appelé système  $4f$ , pour obtenir une boucle de rétro-action ou une cavité Pérot-Fabry à longueur optique négative. Nous avons mis en évidence une limitation transverse du faisceau dans la cavité par une fonction de transfert de celle-ci. Pour finir, nous avons exposé le dispositif de stabilisation de la longueur optique de cavité, nécessaire à l'étude de structures localisées intra-cavité.







## Première partie

# Les structures localisées en cavité diffractante ou anti-diffractante



## Préambule

Avant de présenter les différents résultats théoriques et expérimentaux dans la cavité Kerr Pérot-Fabry, nous établissons une définition de structures pouvant être générées dans un cycle de bistabilité en s'inspirant de l'article de Duan and Holmes [146]. Quatre types de structures sont définis, selon leur nature homocline/hétérocline et selon l'amplitude de la branche basse du cycle de bistabilité.

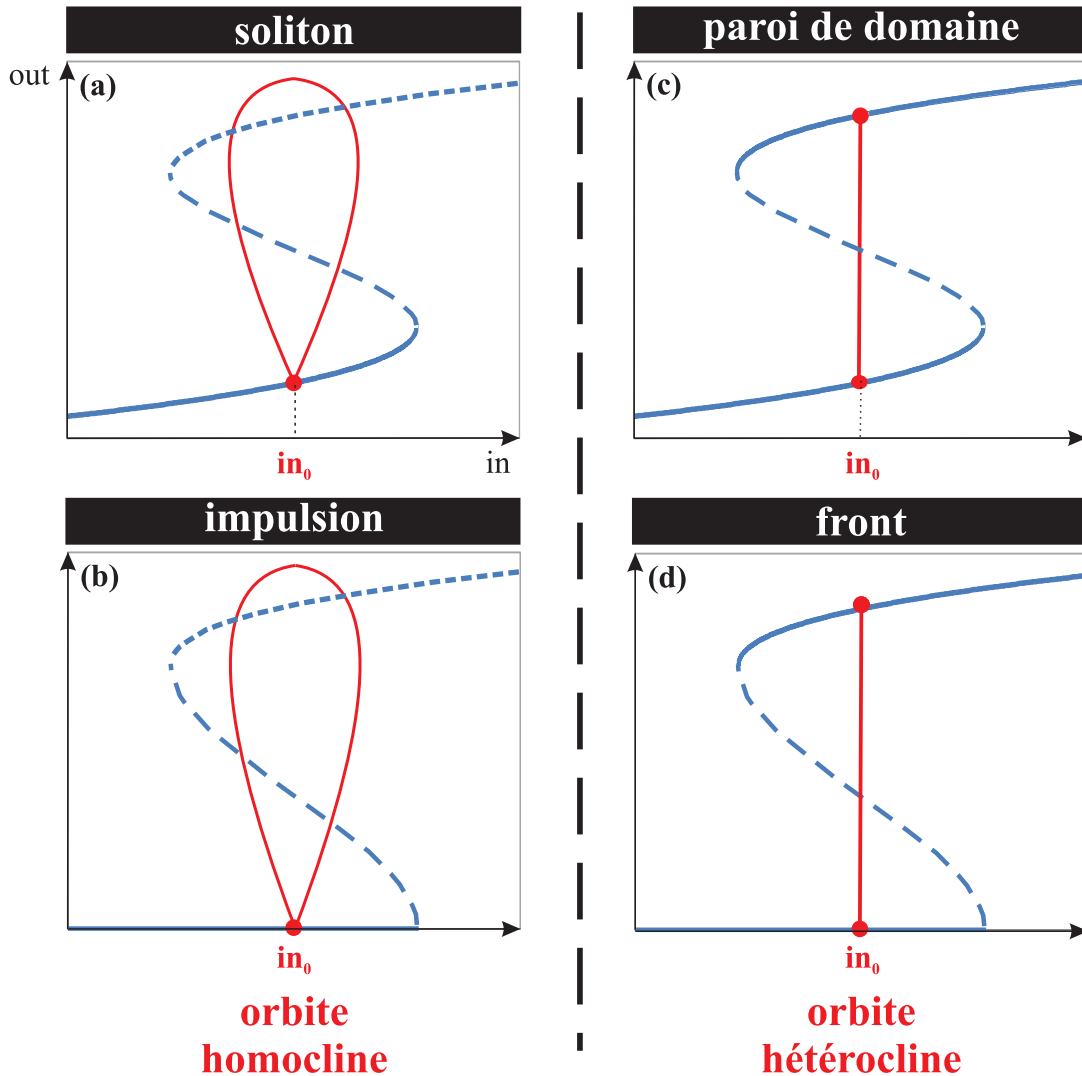


FIGURE 1.32: Colonne de gauche : orbite homocline. (a) soliton : connexion entre la branche basse ( $in_0$ , point rouge), d'amplitude non nulle, et elle-même. (b) impulsion : connexion entre la branche basse d'amplitude nulle et elle-même. Colonne de droite : orbite hétérocline. (c) paroi de domaines : connexion entre la branche basse d'amplitude non nulle et la branche haute. (d) front : connexion entre la branche basse d'amplitude nulle et la branche haute.  $in$  : amplitude du champ d'entrée,  $out$  : amplitude du champ de sortie.

Nous schématisons quatre types d'orbites, sans tenir compte d'éventuelles oscillations sur ou autour des structures, ni sans représenter la véritable trajectoire de l'orbite. Pour une orbite homocline, si la branche basse a une amplitude non nulle, la connexion ( $in_0$ , point rouge) de la branche basse à elle-même est appelée *paroi de domaines homocline* [Fig. 1.32(a)], ce qui n'est autre qu'un *soliton*. Nous utiliserons ce dernier terme pour parler de ce type d'orbite. Maintenant, si la branche basse a une amplitude nulle, la connexion de la branche basse à elle-même est appelée *impulsion* (pulse en anglais) [Fig. 1.32(b)].

Pour une connexion hétérocline, si la branche basse a une amplitude non nulle, la connexion entre la branche basse et la branche haute est appelée *paroi de domaines hétérocline* [Fig. 1.32(c)]. Nous simplifierons l'expression dans la suite de ce manuscrit par *paroi de domaines*. Enfin, si la branche basse a une amplitude nulle, la connexion entre la branche basse et la branche haute est appelée *front* [Fig. 1.32(d)]. Malgré la présence d'un profil de faisceau inhomogène, nous garderons tout le temps la dénomination paroi de domaines, comme étant une connexion hétérocline entre deux états inhomogènes.

## Chapitre 2

# Cavité à diffraction positive : génération de solitons

Les structures localisées (SLs) appartiennent à la classe des structures dissipatives apparaissant loin des états d'équilibres dans les systèmes spatialement étendus [147, 148, 149, 150, 151, 152, 153, 154, 155, 156]. En pratique, les structures localisées ont une extension spatiale limitée. Leur taille est inférieure à celle imposée par les frontières de la section transverse. Elles émergent comme des interfaces, des spots, des impulsions, des solitons [157]. Elles ont été prédites dans divers domaines de la science du non linéaire comme en biologie [158, 159], en chimie [160, 161], en mécanique des fluides [162], en mathématique [163] et en optique [79, 45, 164, 93]. De nos jours, les solitons optiques constituent un sujet de recherche très actif, pas seulement pour la richesse de leur dynamique, mais parce qu'ils sont aussi d'excellents candidats à la future génération d'unités de stockage d'information tout optique [93, 94, 165]. Parmi les configurations optiques spatialement étendues, le résonateur Kerr passif a été largement étudié théoriquement et plusieurs types de structurations transverses ont été prédits, tels que les rouleaux, les hexagones et les solitons dissipatifs. Cependant, hormis une expérience de structuration transverse dans une cavité Pérot-Fabry avec un échantillon de cristal liquide [53], aucune mise en évidence expérimentale d'états localisés n'a été donnée à ce jour confirmant clairement un accord entre la théorie et l'expérience.

Dans ce chapitre nous mettons en évidence expérimentalement la présence de solitons optiques spatiaux dans une cavité Kerr passive de type Pérot-Fabry contenant un échantillon de cristal liquide nématique. Une étude analytique puis numérique permet de trouver les domaines et les conditions d'existences de ces états localisés en tenant compte des caractéristiques intrinsèques de notre système ; temps de réponse très différents, matériau non linéaire diffusif, pompage inhomogène, système bruité. Nous présentons en premier lieu les différents régimes de fonctionnement ainsi que le type de structuration pouvant apparaître à partir de notre modèle en champ moyen pour une cavité à diffraction positive, développé dans la section

## 1.2.4.2.

## 2.1 Prédictions analytiques & numériques

### 2.1.1 Prédictions analytiques à partir du modèle en champ moyen

Les conditions nécessaires au développement d'un modèle en champ moyen ne sont pas vérifiées par notre dispositif expérimental (Sec. 1.2.3). Cependant, ce modèle nous permet de mener une première analyse prédictive, que nous validerons ou infirmerons par des simulations numériques à partir du modèle itératif. L'équation (1.25) du modèle développé en champ moyen, décrite dans le chapitre 1, montre deux régimes de fonctionnement. On trouve un régime monostable pour  $\Delta \leq \sqrt{3}$  et un régime bistable pour  $\Delta > \sqrt{3}$ . Le régime monostable est caractérisé par une seule réponse stationnaire homogène (SSH) de sortie ( $P_{out}$ ) pour une entrée donnée ( $P_{in}$ ) [Fig. 2.1(a)], tandis que le régime bistable admet deux solutions de sortie ( $P_{out}$ ) pour une entrée donnée ( $P_{in} \simeq 4$ ) [Fig. 2.1(b)]. L'analyse de stabilité linéaire du modèle en champ moyen révèle en régime monostable une instabilité de Turing pour  $P_{in} > P_{inC}$ . La solution stationnaire homogène (SSH) se déstabilise [trait pointillé sur la figure 2.1(a)]

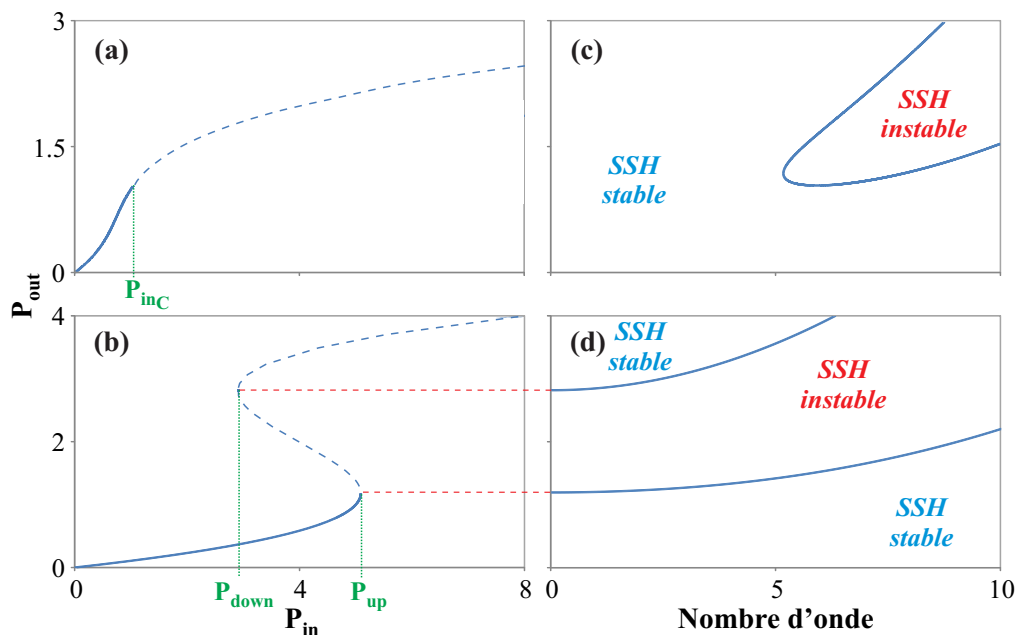


FIGURE 2.1: Solution stationnaire homogène (SSH) du modèle en champ moyen (Eq. 1.25) : (a) Régime monostable,  $\Delta = 1$ ; (b) Régime bistable,  $\Delta = 3$ . Courbe marginale de stabilité en diffraction positive : (c) Solution monostable,  $\Delta = 1$ ; (d) Solution bistable,  $\Delta = 3$ .  $P_{inC}$  : puissance seuil d'apparition de l'instabilité de Turing;  $P_{down}$  : limite inférieure du cycle de bistabilité;  $P_{up}$  : limite supérieure du cycle de bistabilité.  $\alpha > 0$ ;  $\eta > 0$ .

au profit d'une instabilité modulationnelle [Fig. 2.1(c)]. L'analyse de stabilité linéaire révèle

dans le régime bistable une branche basse stable (trait plein) et une branche haute instable (trait pointillé) comme on peut le voir sur la figure 2.1(d). La diffraction et la non-linéarité se compensent pour donner un *soliton* qui est une solution du système.

En intégrant numériquement le système d'équations (1.25-1.26), dans les mêmes conditions que celles de la figure 2.1 (pompage plan), nous obtenons bien dans le cas monostable (à 5 % au dessus du seuil) une solution modulée spatialement [Fig. 2.2(a)] et dans le cas bistable (en se plaçant au milieu du cycle d'hystérésis) une solution de type solitonique [Fig. 2.2(b)]. Ces solutions sont les mêmes que celles obtenues dans le modèle de Lugiato-Lefever [10, 11]. Elles ont déjà été longuement étudiées analytiquement et numériquement, on ne s'attardera donc pas sur une étude plus poussée.

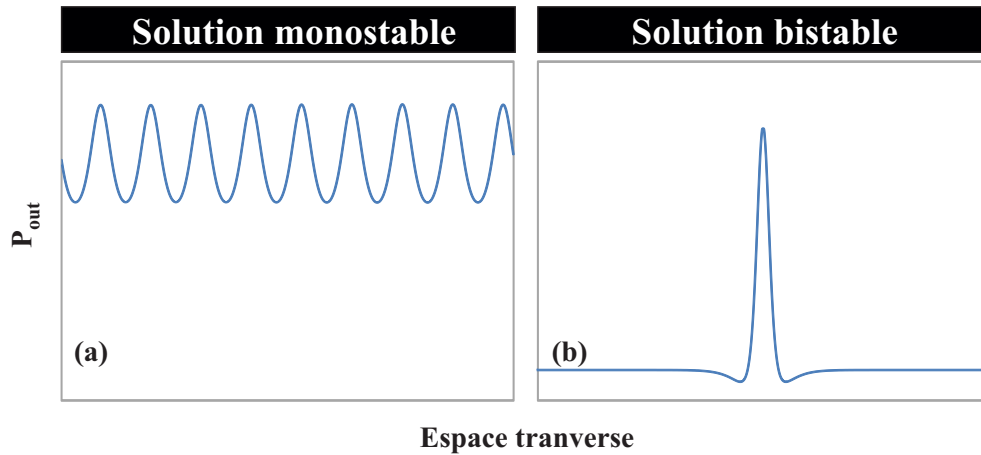


FIGURE 2.2: Profils transverses numériques des instabilités rencontrées dans le modèle en champ moyen intégré en onde plane : (a) cas monostable,  $\Delta = 1$ ,  $P_{in} = 1.05$ ; (b) cas bistable,  $\Delta = 3$ ,  $P_{in} = 4$ .  $\alpha > 0$ ;  $\eta > 0$ .

Cependant, lorsque nous remplaçons la valeur des coefficients de réflexion des miroirs en intensité  $R_1 = R_2 = 0.95$  par les coefficients expérimentaux  $R_1(exp) = 0.818$  et  $R_2(exp) = 0.814$ , nous ne trouvons plus de cycle de bistabilité car le paramètre  $\Delta$  reste toujours inférieur à  $\sqrt{3}$ .

Une structure localisée peut être caractérisée par son portrait de phase. En représentant la dérivée spatiale de l'intensité ( $\partial P_{out}/\partial x$ ) en fonction de l'intensité elle-même ( $P_{out}$ ), on peut déduire la nature homocline ou hétérocline de la structure. Dans le cas présent (Fig. 2.3), la connexion se fait d'un point fixe qui appartient à la branche basse du cycle de bistabilité à lui-même (en rouge sur la figure). Nous avons donc ici une orbite homocline.



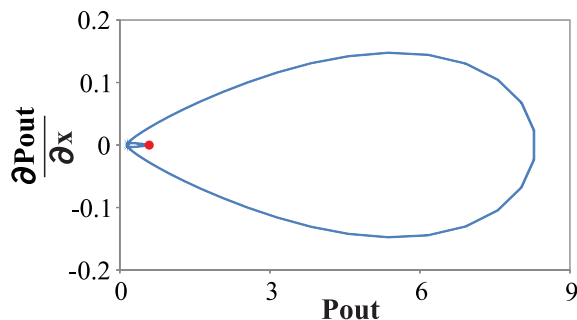


FIGURE 2.3: *Orbite homocline correspondant à un soliton, mêmes paramètres que pour la figure 2.2(b)*

### 2.1.2 Prédiction numérique à partir du modèle itératif

Nous intégrons numériquement le modèle itératif pour confirmer et préciser les prédictions analytiques du modèle en champ moyen. Dans un premier temps, nous reprenons les paramètres du modèle en champ moyen à savoir  $R_1 = R_2 = 0.95$ , afin de vérifier l'existence des deux régimes de fonctionnement monostable/bistable. Le modèle en champ moyen étant valide pour un déphasage linéaire proche de zéro, nous étudions la bifurcation entre les deux régimes autour de  $\varphi = 0$ . Nous trouvons pour les deux modèles une bifurcation à  $\varphi \simeq -0.1 \text{ rad}$ . En deçà de cette valeur, le régime est bistable et au delà, le régime est monostable. Le modèle itératif étant valide quelle que soit la valeur de  $\varphi$ , nous pouvons déterminer l'autre point de bifurcation pour obtenir les domaines d'existence des régimes monostable et bistable. Pour cela, nous intégrons l'équation 1.11 avec un pompage qui est choisi homogène pour éliminer toute dépendance spatiale. Le temps d'intégration est assez long ( $100 \tau$ ), pour approcher le mieux possible asymptotiquement la solution stationnaire. Un balayage, en fonction du déphasage linéaire de la cavité  $\varphi$ , permet de déterminer les domaines d'existence des régimes monostable et bistable. Nous trouvons un domaine bistable pour  $\varphi$  compris entre  $[-2.9; -0.1] \text{ rad}$ . Cependant, les coefficients de réflexion des miroirs pris en compte ne sont pas les coefficients expérimentaux. Donc nous allons maintenant poursuivre notre étude en travaillant avec les coefficients de réflexion en intensité expérimentaux, soit  $R_1 = 81.8 \%$  et  $R_2 = 81.4 \%$  dans une cavité de longueur optique  $d_{opt} = 5 \text{ mm}$ . Nous cherchons tout d'abord numériquement la présence des régimes monostable et bistable pour la solution stationnaire homogène. Selon la démarche explicitée ci-dessus, nous trouvons un domaine monostable pour  $\varphi \in [-0.5; 3.6] \text{ rad}$  et un domaine bistable pour  $\varphi \in [-2.7; -0.5] \text{ rad}$ . La taille du domaine de bistabilité dans le système dépend de la finesse de cavité, plus celle-ci est faible, moins le domaine de bistabilité est grand.

Intéressons-nous maintenant à la déstabilisation de ces solutions stationnaires homogènes au profit de l'instabilité modulationnelle et du soliton. Pour cela on procède de la façon

suivante. Par exemple, en régime monostable [ $\varphi = 0.3 \text{ rad}$ , Fig. 2.4(a)] on effectue une série de simulations en incrémentant la puissance de pompe  $F_0$ , avec une condition initiale bruitée, afin de déterminer le seuil d'apparition de l'instabilité modulationnelle. De cette manière nous trouvons comme seuil  $F_{0c} = 0.26$ . Notre système présente ainsi dans le cas idéal (pompage plan, système non bruité) une instabilité modulationnelle [Fig. 2.4(c)], avec un nombre d'onde  $k_{IM} = 44.5 \text{ mm}^{-1}$  (mesuré à partir de la transformée de Fourier) [Fig. 2.4(e)]. Ce résultat confirme l'existence d'une instabilité modulationnelle avec les paramètres expérimentaux.

Pour le régime bistable, nous fixons  $\varphi = -1.18 \text{ rad}$  [Fig. 2.4(b)] et  $F_0 = 0.3$  au milieu du cycle d'hystérésis (défini entre  $F_0 = 0.184$  et  $F_0 = 0.434$ ). Nous injectons une onde plane comme faisceau de pompe avec une perturbation localisée, de telle manière que :

$$F_0(x) = Fo \left( 1 + A e^{-((x-x_1)/\gamma)^2} \right). \quad (2.1)$$

$Fo$  représente l'amplitude du champ de pompe,  $x_1$  est la position de la perturbation localisée et  $\gamma$  représente la demi-largeur de la perturbation pour une amplitude de  $A Fo/e$ . Cette perturbation localisée initiale permet de dépasser le point de bifurcation  $P_{up}$  du cycle d'hystérésis [Fig. 2.1(b)]. Avec cette condition, il est possible d'initier une structure localisée de type soliton présentant des rebonds sur les ailes [Fig. 2.4(d)]. La régression linéaire effectuée sur l'enveloppe de la structure localisée, sur la figure 2.4(d), donne une correspondance à 99,9 % (r au carré avec 95 % de confiance et un RMSE<sup>1</sup> de 0.001406) avec une sécante hyperbolique. D'après ce résultat nous pouvons dire que la structure localisée observée est bien un soliton.

On peut déjà affirmer d'après ces résultats que les prédictions analytiques, à partir du modèle en champ moyen, sont retrouvées avec les simulations numériques du modèle itératif.

### 2.1.3 Étude numérique des solitons

Les solitons obtenus dans les simulations numériques du modèle itératif présentent des rebonds sur leurs ailes. Ces rebonds n'apparaissent pas sur les solitons du modèle en champ moyen (Eq. 1.25). On aperçoit ainsi une limitation de ce modèle, qui ne décrit pas entièrement la morphologie des structures localisées obtenues dans notre système, mais permet cependant, d'appréhender "grossièrement" la morphologie et la dynamique des instabilités de notre système. Dans la suite, nous nous concentrerons sur le modèle itératif. Les rebonds présents autour des ailes des structures localisées de type soliton ont déjà été étudiés dans d'autres systèmes, de manière théorique [95], mais aussi de manière expérimentale comme dans la valve à cristaux liquide avec rétro-action [12, 166, 167]. Il est intéressant de voir si nos solitons possèdent les mêmes caractéristiques que celles observées précédemment.

---

1. root-mean-square deviation

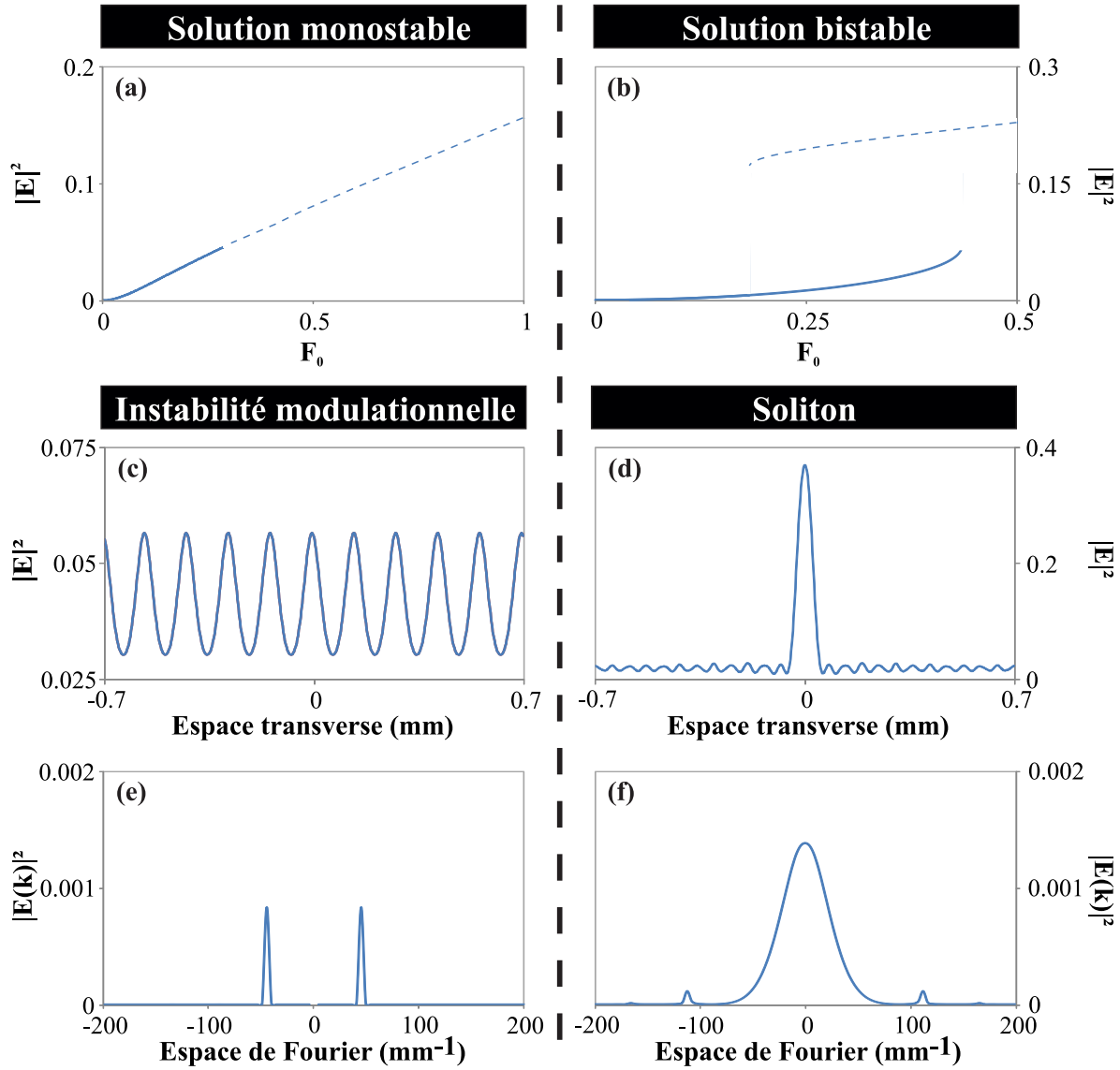


FIGURE 2.4: *Colonne de gauche : instabilité modulationnelle associée au régime monostable, colonne de droite : soliton associé au régime bistable. Solution stationnaire homogène du modèle itératif : (a) cas monostable,  $\varphi = 0.3$  rad (b) cas bistable,  $\varphi = -1.18$  rad. Profils transverses : (c) de l'instabilité modulationnelle,  $F_0 = 0.26$ , (d) d'un soliton avec des ailes oscillantes,  $F_0 = 0.30$ . Profils respectifs transverses du champ lointain (e,f). La partie continue du signal est enlevée dans les spectres pour une meilleure lisibilité.  $R_1 = 81.8\%$ ;  $R_2 = 81.4\%$ ;  $d = 5$  mm;  $\chi = 1$ .*

### 2.1.3.1 Largeur à mi-hauteur des solitons

L'étude de la taille de la structure localisée a pour but de déterminer si celle-ci présente une dépendance spatiale en fonction de la longueur optique de cavité. Nous intégrons le modèle itératif suivant les paramètres de la série 1 du Tableau 2.1 et nous mesurons la taille transverse

des solitons à mi-hauteur. Nous reportons sur la figure 2.5 les différentes largeurs obtenues en fonction de la longueur optique de cavité. La courbe de tendance de la série de points obtenue est une fonction racine carré :

$$\lambda_{MH} = 1.14\sqrt{\lambda_0 d} \quad (2.2)$$

où  $\lambda_{MH}$  est la largeur à mi-hauteur du soliton en mètre,  $\lambda_0$  la longueur d'onde du laser et  $d$  est la longueur optique de cavité en mètre. Après s'être intéressé à la largeur du soliton, nous allons étudier les oscillations présentes sur les ailes des solitons et regarder en premier l'influence de la longueur optique de cavité sur leur périodicité.

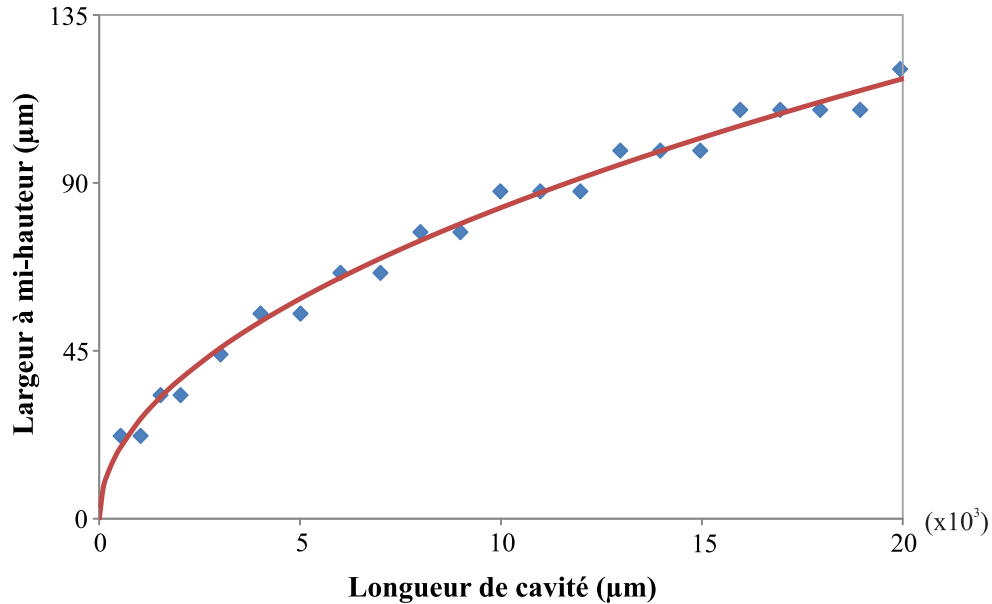


FIGURE 2.5: Évolution de la largeur à mi-hauteur d'un soliton, même paramètres que la série 1 du tableau 2.1.  $\blacklozenge$  : points numériques, - : courbe de tendance.

### 2.1.3.2 Périodicité des oscillations des ailes des solitons

Tout d'abord, nous allons regarder l'influence de la longueur optique de cavité ( $d$ ) sur la périodicité des rebonds. En effet, celle-ci est un paramètre pertinent pour la largeur des solitons (Sec. 2.1.3.1) et dans l'étude de l'instabilité modulationnelle (pour les deux configurations présentées ici). Nous réalisons des simulations numériques en onde plane, sur le modèle itératif en régime bistable, en utilisant les mêmes paramètres que précédemment,  $F_0 = 0.3$ ,  $\varphi = -1.18 \text{ rad}$ ,  $R_1 = 81.8 \%$  et  $R_2 = 81.4 \%$ . Nous faisons varier la longueur optique de cavité  $d$  entre 0.5 mm et 20 mm, puis nous calculons la transformée de Fourier du champ optique du soliton pour déterminer le nombre d'onde  $k_r$  de la périodicité des ailes modulées.

Nous regroupons les différentes longueurs d'onde  $\lambda_r = 2\pi/k_r$  sur la figure 2.6(a). La courbe de tendance est donnée par une fonction racine carré :

$$\lambda_r(num) = 1.09 \cdot 10^{-4} \sqrt{\lambda_0 d} \quad (2.3)$$

où  $\lambda_r$  est la longueur d'onde des rebonds en mètre,  $\lambda_0$  la longueur d'onde du laser et  $d$  représente la longueur optique de cavité en mètre.

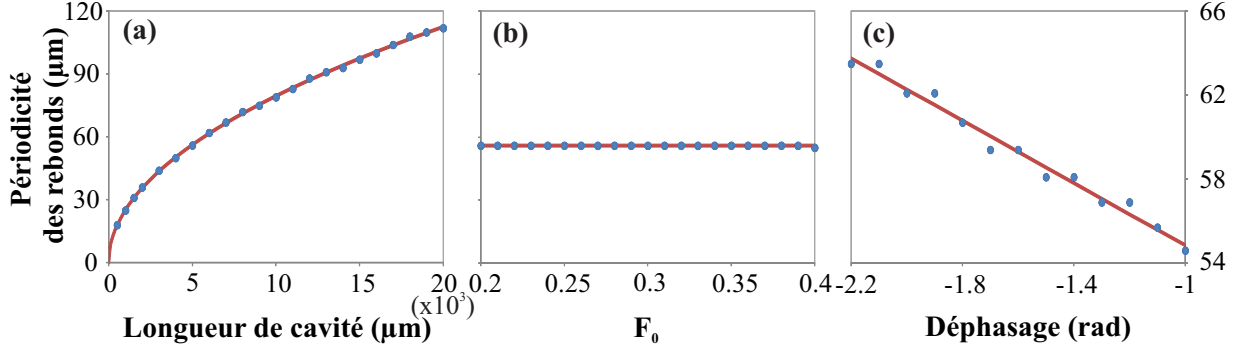


FIGURE 2.6: Évolution de la périodicité  $\lambda_r$  des rebonds présents dans les ailes des solitons en fonction de : (a) la longueur optique de cavité  $d$ , (b) de l'amplitude du champ de pompe  $F_0$ , (c) du déphasage linéaire  $\varphi$  de la cavité.  $\bullet$  : points numériques,  $-$  : courbe de tendance.

La périodicité des rebonds, sur les ailes des solitons, montre la même dépendance en racine carré de la longueur optique de cavité ( $\lambda_r \propto \sqrt{d}$ ), que l'instabilité modulationnelle (Eq. 1.18a). Explorons les autres dépendances de  $\lambda_r$  en fonction des autres paramètres de notre système tels que  $F_0$ , l'amplitude du champ de pompe et  $\varphi$ , le déphasage linéaire de la cavité Pérot-Fabry. Nous réalisons pour cela deux autres séries de simulations numériques, en faisant varier dans la première série le taux de pompage (tout en restant dans le cycle de bistabilité à  $\varphi$  constant). Dans la deuxième série, nous faisons varier le déphasage linéaire  $\varphi$  à  $F_0$  donné. Tous les paramètres des simulations numériques sont regroupés dans le tableau 2.1.

Série de simulations	1	2	3
Paramètre variant dans la simulation numérique	$d$	$F_0$	$\varphi$
Domaine de variation	$[0.5; 20] \text{ mm}$	$[0.20; 0.40]$	$[-2.2; -1.0] \text{ rad}$
Paramètres constants	$F_0 = 0.30$ $\varphi = -1.18 \text{ rad}$	$d = 5 \text{ mm}$ $\varphi = -1.18 \text{ rad}$	$F_0 = 0.30$ $d = 5 \text{ mm}$

TABLE 2.1: Paramètres des simulations numériques traitant de la périodicité des rebonds sur les ailes des solitons.

On constate que l'amplitude du faisceau de pompe,  $F_0$  n'influe pas sur la périodicité des rebonds [Fig. 2.6(b)], tandis que le déphasage linéaire  $\varphi$  de la cavité Pérot-Fabry modifie

linéairement  $\lambda_r$ , mais dans une moindre mesure que la longueur optique de cavité. Nous pouvons retenir en conclusion que le terme le plus important influant sur la périodicité des rebonds et qui pourra être visualisé expérimentalement est la longueur optique de cavité  $d$ .

Nous obtenons une équation  $\lambda_r$  similaire à celle obtenue pour la largeur du soliton à mi-hauteur (Eq. 2.2). Nous pouvons donc conclure que la taille du soliton et la périodicité rebonds présents sur ses ailes présentent la même dépendance

$$\lambda \simeq 1.10\sqrt{\lambda_0 d}, \quad (2.4)$$

avec la longueur optique de cavité.

### 2.1.3.3 Analyse des pics d'intensité des oscillations des ailes des solitons

On peut se demander si l'intensité des rebonds varie avec les paramètres pertinents du système [166]. Nous effectuons deux séries de simulations numériques en faisant varier dans la première, l'amplitude du faisceau de pompe  $F_0$  [Fig. 2.7(a)] et dans la deuxième série, le déphasage linéaire  $\varphi$  de la cavité Pérot-Fabry [Fig. 2.7(b)]. Dans les deux cas nous calculons l'intensité de la composante  $|E(k_r)|^2$  dans l'espace de Fourier.

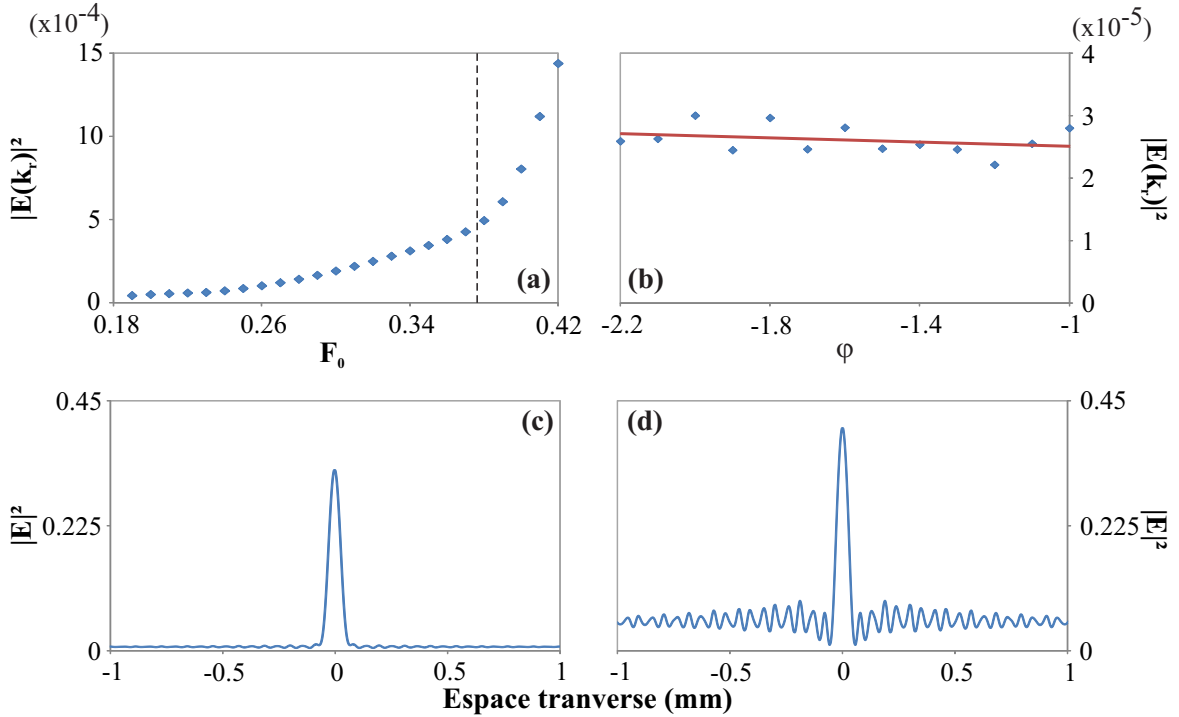


FIGURE 2.7: Intensité du nombre d'onde associée aux rebonds : (a) variation du paramètre de pompe  $F_0$ ,  $\varphi = -1.18$  ; (b) variation du déphasage intra-cavité  $\varphi$ ,  $F_0 = 0.3$ . Profils d'intensité d'un soliton : (c) avec de faibles rebonds sur les ailes,  $F_0 = 0.19$  et  $\varphi = -1.18$  rad. (d) Avec de forts rebonds sur les ailes,  $F_0 = 0.42$  et  $\varphi = -1.18$  rad.

Nous observons [Fig. 2.7(a)] que l'intensité des rebonds est une fonction non linéaire du champ de pompe  $F_0$ . Deux zones de croissance de l'intensité qualitativement différentes, séparées par un trait en pointillé sur la figure 2.7(a), se dégagent. Dans la première zone,  $F_0 \in [0.19; 0.37]$ , la croissance de l'amplitude est faible. Tandis que pour  $F_0 \in [0.38; 0.42]$  le taux de croissance est beaucoup plus prononcé. Ainsi si l'on souhaite obtenir un soliton avec de faibles modulations comme sur la figure 2.7(c), on se placera dans la partie gauche du cycle de bistabilité. Au contraire, si l'on désire obtenir un soliton avec des rebonds fortement prononcés comme sur la figure 2.7(d), on se placera dans la partie droite du cycle de bistabilité. On peut constater sur la figure 2.7(a) que l'intensité  $|E(k_r)|^2$  n'est déterminée que jusqu'à  $F_0 = 0.42$ , alors que le cycle de bistabilité est compris entre 0.184 et 0.434. Sur la région  $[0.42; 0.434]$ , dès que l'on met une perturbation localisée, elle engendre un soliton, qui par l'intermédiaire des rebonds présents autour de lui, crée d'autres structures localisées de part et d'autre, jusqu'à remplir totalement l'espace (Fig. 2.8).

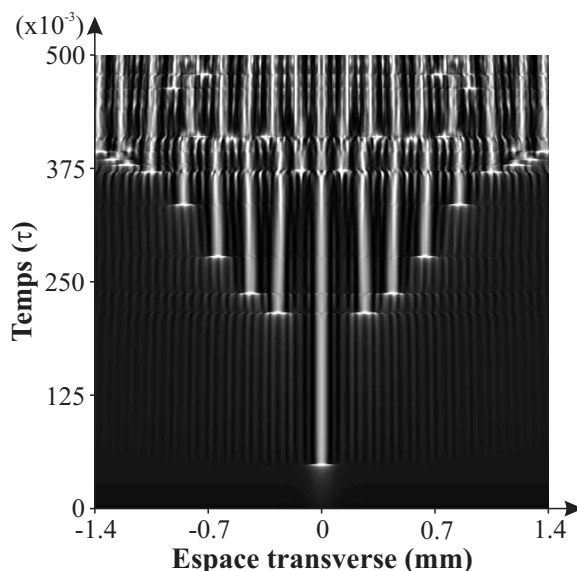


FIGURE 2.8: *Diagramme spatiotemporel du développement de plusieurs solitons à partir d'une seule perturbation localisée lorsque cette dernière est proche du point de bifurcation haut ( $P_{up}$ ) du cycle de bistabilité,  $F_0 = 0.43$ ,  $\varphi = -1.18$  rad.*

Après avoir étudié l'influence de  $F_0$  sur l'intensité des rebonds, nous nous intéressons aux conséquences du déphasage linéaire  $\varphi$ . On constate d'après les résultats obtenus [Fig. 2.7(b)] que ce paramètre n'a pas d'influence sur l'intensité des rebonds, où du moins son influence est négligeable.

On retiendra que les rebonds présents dans notre système accompagnent systématiquement l'apparition d'un soliton et que essentiellement deux paramètres impactent leurs caractéristiques : la puissance de pompe pour leur intensité et la longueur optique de cavité pour leur périodicité.

### 2.1.3.4 États liés de solitons

Maintenant que nous avons caractérisé numériquement les solitons, nous allons regarder l'influence des oscillations dans les ailes sur les positions respectives des solitons (états liés) [Fig. 2.10(a)]. Des études expérimentales et théoriques sur les états liés de structures localisées ont déjà été menées dans de la convection de fluides [168], des décharges de gaz [169], dans les milieux granulaires [66] et, plus récemment, dans la valve à cristaux liquides [167]. Il est donc intéressant de comparer nos résultats avec ces études antérieures. Nous simulons numériquement notre système en injectant comme condition initiale deux perturbations localisées identiques sur un faisceau de pompe plan. Elles possèdent la même amplitude  $AFo$ , la même largeur  $w$  et la même phase égale à zéro.  $F_0(x)$  s'écrit alors

$$F_0(x) = Fo \left( 1 + A \left( e^{-((x-x_1)/\gamma)^2} + e^{-((x-x_2)/\gamma)^2} \right) \right). \quad (2.5)$$

$Fo$  représente la partie continue du champ de pompe.  $x_1$  et  $x_2$  sont les positions respectives des deux perturbations localisées et  $\gamma$  représente leur demi-largeur à  $AFo/e$ . On définit  $d_{ini} = |x_2 - x_1|$  comme étant la distance entre les deux perturbations localisées. Nous intégrons une série de simulations numériques en faisant varier  $d_{ini}$  entre 28  $\mu\text{m}$  et 560  $\mu\text{m}$  par pas de 14  $\mu\text{m}$ . Nous laissons évoluer le système pour atteindre le régime permanent, où les solitons sont stationnaires. Nous pouvons observer sur la figure 2.9(a), d'une part qu'il existe une distance minimale,  $X_{min}$  entre deux solitons et d'autre part, que cette distance  $X$  est quantifiée. Cette quantification correspond à la présence d'un nombre entier de rebonds entre les deux structures. Dans le régime transitoire les solitons, pour arriver à cet état d'équilibre, vont soit se rapprocher (Fig. 2.9(b) trait bleu), soit s'éloigner (Fig. 2.9(b) trait rouge) afin de s'ajuster au nombre entier de rebonds le plus proche. On retrouve les résultats numériques et expérimentaux qui ont été publiés dans le cas de la valve à cristaux liquides [12, 167].

L'observation de la transformée de Fourier optique d'un état lié de deux solitons [Fig. 2.10(b)] met en évidence une modulation transverse dans le spectre de puissance [170]. Ceci résulte des interférences entre les deux solitons, qui se comportent comme deux sources ponctuelles cohérentes. L'interfrange de la figure d'interférence nous permet de retrouver la distance,  $X$  entre les deux solitons.

Le calcul de la distance  $X_{CP}$  à partir du champ proche [Fig. 2.10(a)] donne :

$$X_{CP} = 254.54 \mu\text{m}, \quad (2.6a)$$

qui est en parfait accord avec celle obtenue en champ lointain [Fig. 2.10(b)] :

$$X_{CL} = \frac{2\pi}{i} = 254.27 \mu\text{m}, \quad (2.6b)$$



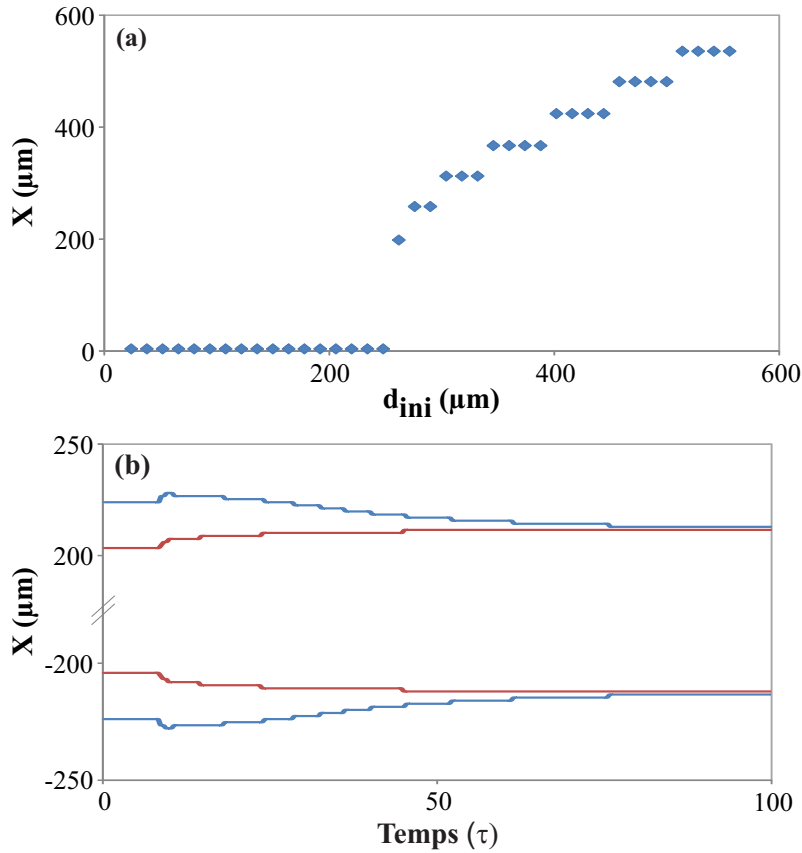


FIGURE 2.9: (a) Distance finale entre deux solitons en fonction de la distance initiale entre les deux perturbations localisées. (b) Évolution temporelle de la position d'un couple de solitons : - se rapprochant pour  $d_{ini} = 448 \mu\text{m}$ , - s'éloignant pour  $d_{ini} = 406 \mu\text{m}$ .  $F_0 = 0.3$ ,  $\varphi = -1.18 \text{rad}$ ,  $R_1 = R_2 = 0.81$ ,  $d = 5 \text{mm}$ ,  $\chi = 1$ .

où  $i$  est l'interfrange de la figure d'interférences.

Les études analytique et numérique effectuées jusqu'à présent ne considéraient qu'un faisceau de pompe plan, non bruité, afin d'appréhender les phénomènes intrinsèques à notre système. Cependant, les paramètres de notre expérience sont différents, à savoir un faisceau de pompe inhomogène et un bruit omniprésent dans le système. Aussi, nous allons, dans la suite de ce chapitre, prendre en compte ces deux effets et vérifier la robustesse des prédictions numériques.

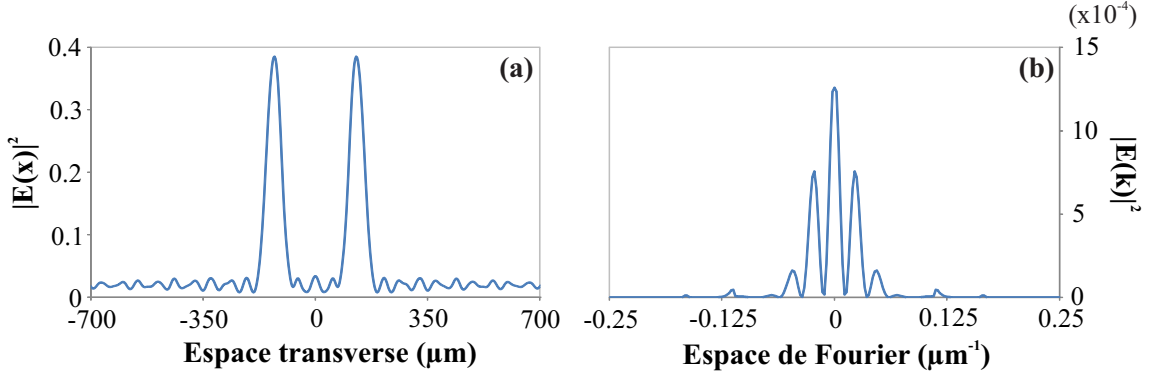


FIGURE 2.10: Structure localisée composée de deux solitons, (a) Profil transverse en champ proche, (b) Profil en champ lointain dans l'espace de Fourier. La partie continue du signal est enlevée dans le spectre pour une meilleure lisibilité.  $F_0 = 0.3$ ,  $\varphi = -1.18$  rad,  $d = 5$  mm,  $\chi = 1$ ,  $X = 280$   $\mu\text{m}$ .

## 2.1.4 Influence du profil gaussien du champ de pompe et du bruit sur la robustesse des solitons

### 2.1.4.1 Influence du profil gaussien

Dans un premier temps, nous travaillons sur l'influence du profil de pompe gaussien sur la création du soliton et sur sa dynamique temporelle. Nous considérons un profil de faisceau de pompe gaussien correspondant au faisceau laser expérimental de taille (waist)  $w_x = 1400$   $\mu\text{m}$ . Nous effectuons une simulation numérique identique à la figure 2.4(d), pour les autres paramètres. Le résultat de cette simulation est représentée sur la figure 2.11(a). La première conclusion est la survie du soliton en présence du profil inhomogène. Nous effectuons, de la même manière qu'en onde plane, une régression linéaire sur le profil transverse du soliton. Celui-ci donne une correspondance de 97,5 % (r au carré) avec une sécante hyperbolique. Les caractéristiques de son amplitude, sa largeur et les rebonds sur ses ailes sont aussi préservées.

Nous pouvons tirer à notre avantage le fait d'avoir un faisceau de pompe gaussien, imposé par notre expérience. En effet, depuis le début du chapitre nous utilisons des perturbations localisées pour créer les solitons, mais expérimentalement nous ne possédons pas de source lumineuse nous permettant de créer cette perturbation. Le faisceau va lui-même jouer le rôle de la perturbation localisée grâce à son profil gaussien. Si nous faisons passer le centre de la gaussienne sur la branche haute du cycle de bistabilité, nous ensemençons une structure localisée comme sur la figure 2.11(b).

Pour générer un soliton sans perturbation initiale, nous simulons le système avec un faisceau de pompe gaussien, d'amplitude maximale  $F_0 = 0.44$  [Fig. 2.11(d)]. Le haut du faisceau gaussien dépasse la limite haute du cycle de bistabilité,  $F_{0\text{ up}}$  symbolisée par un trait pointillé

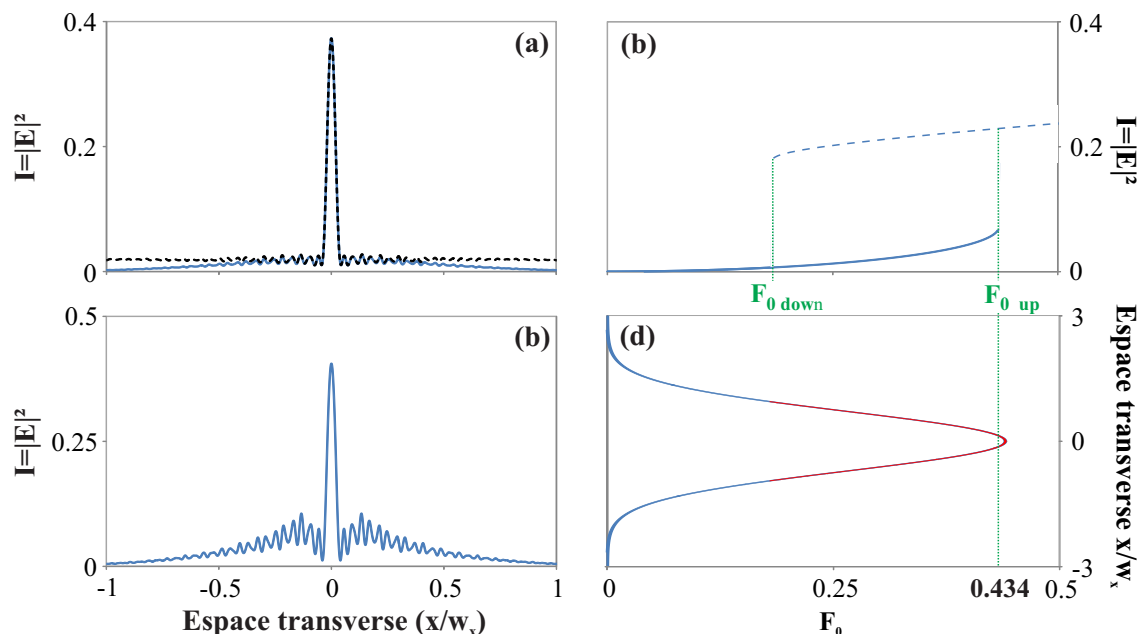


FIGURE 2.11: Profil transverse : (a) — sur un faisceau de pompe gaussien (trait plein), - sur un faisceau de pompe plan (pointillé), avec une perturbation localisée initiale,  $F_0 = 0.3$ , (b) pour un faisceau gaussien sans perturbation localisée initiale,  $F_0 = 0.44$ . (c) Cycle de bistabilité délimité entre  $F_{0\ down} = 0.184$  et  $F_{0\ up} = 0.434$ . (d) Profil transverse gaussien du faisceau de pompe, le trait rouge représente la partie du faisceau compris dans le cycle de bistabilité.  $w = 1400\ \mu\text{m}$ ,  $d = 5\ \text{mm}$ ,  $\varphi = -1.18\ \text{rad}$ ,  $R_1 = R_2 = 0.81$ ,  $\chi = 1$ .

vert sur les figures 2.11(b,d). Cette partie du faisceau passe sur la branche haute du cycle d'hystérésis et crée ainsi un soliton [Fig. 2.11(c)]. Une fois le soliton généré, nous abaissons la puissance de pompe pour que celui-ci soit entièrement dans le cycle de bistabilité.

Nous avons vu que le profil gaussien n'a pas d'influence sur l'enveloppe de la structure localisée, modélisée par une sécante hyperbolique, ni sur les rebonds présents sur ses ailes. Le soliton reste donc robuste au profil gaussien de la pompe. Ce profil est un atout pour générer un ou plusieurs solitons. Nous allons nous intéresser, dans la section suivante à l'influence du bruit sur la structure solitonique, afin de s'approcher au mieux des conditions expérimentales.

### 2.1.4.2 Influence du bruit

Le bruit est un phénomène physique que l'on rencontre dans tous les systèmes expérimentaux [171]. Aussi, chaque expérience scientifique possède un type et une amplitude de bruit qui lui est propre. Dans notre cas, la principale source de bruit se situe dans le cristal liquide, elle est due à l'agitation thermique provoquée par le mouvement aléatoire des molécules autour de leur position d'équilibre. Une description détaillée du bruit de notre cristal liquide a été réalisée lors d'études antérieures [41], aussi nous ne reviendrons pas sur l'obtention de la valeur

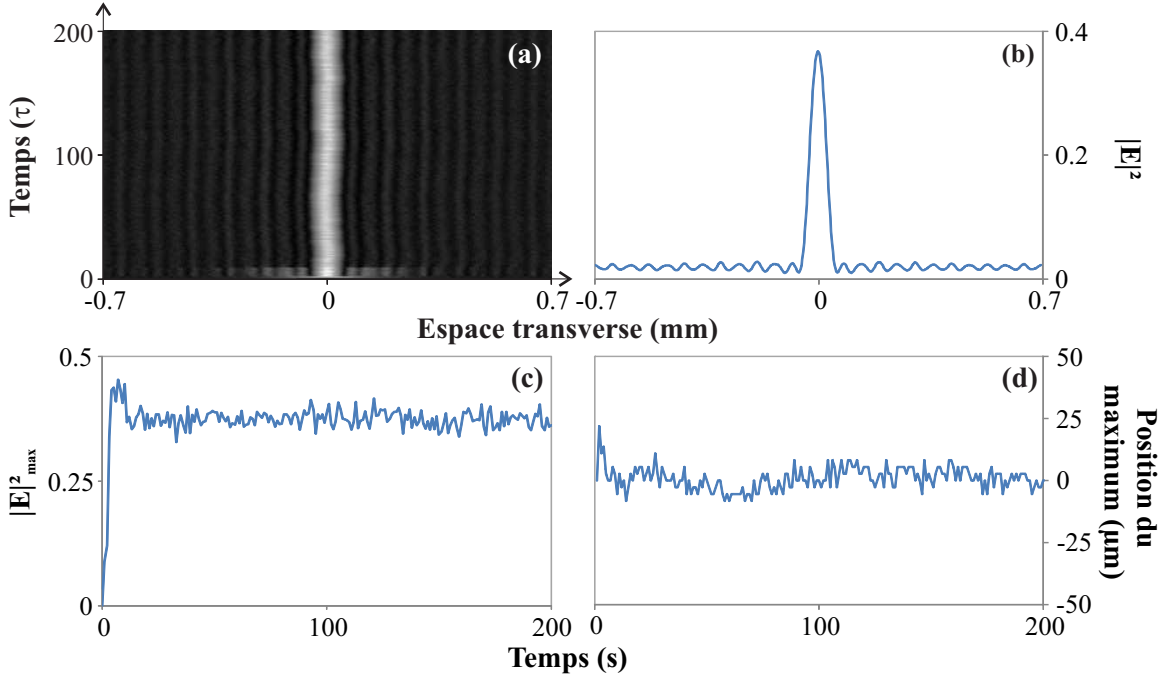


FIGURE 2.12: Formation d'une structure solitonique pour l'équation stochastique (Eq. 2.7) : (a) diagramme spatio-temporel d'évolution d'un soliton, (b) profil transverse du soliton moyenné sur 190  $\tau$ . (c) Évolution temporelle de l'intensité maximale du soliton, (d) Évolution temporelle de la position du soliton.  $F_0 = 0.3$ ,  $\varphi = -1.18$  rad,  $R_1 = R_2 = 0.81$ ,  $d = 5$  mm,  $\chi = 1$ ,  $\varepsilon = 0.1$ .

du niveau de bruit dans notre système. Pour modéliser l'influence du bruit dans ce dernier, nous reprenons l'équation (1.11) décrite dans la procédure d'intégration numérique. Celle-ci ne tenant pas compte du bruit, nous lui rajoutons un terme de bruit ayant les caractéristiques suivantes [172] :

- **gaussien** : on considère que le bruit est la somme d'évènements indépendants et que dans ce cas-là, la statistique suit les résultats du théorème limite centrale.
- **additif** : le bruit ne dépend pas des propriétés locales de l'indice réfractif. Les fluctuations engendrées par le bruit sont indépendantes de la position d'équilibre  $\theta_0$  de chaque molécule.
- **blanc** : à l'instar de la lumière blanche, le bruit blanc contient toutes les fréquences spatiales et temporelles et celles-ci sont réparties de manière équiprobable. La densité spectrale de puissance est positive et identique quelle que soit la fréquence.

Nous obtenons ainsi une nouvelle équation aux dérivés partielles de type équation de Langevin [173] :

$$\tau \frac{\partial n(x, t)}{\partial t} - l_d^2 \frac{\partial^2 n(x, t)}{\partial x^2} + n(x, t) = |F(x, t)|^2 + |B(x, t)|^2 + \sqrt{\varepsilon} \xi(x, t) \quad (2.7)$$

où  $\varepsilon$  représente l'amplitude des fluctuations et  $\xi(x, t)$  représente la distribution temporelle du bruit dans notre cristal liquide.

Pour étudier les propriétés du soliton en présence de bruit, nous reprenons les mêmes paramètres que la figure 2.4(d), et nous intégrons l'équation 2.7 avec un faisceau de pompe plan. Nous injectons une perturbation localisée (Eq. 2.1) pour les temps  $t \in [0; 10 \tau]$  et nous laissons évoluer le système. Le résultat est l'apparition d'un soliton [Fig. 2.12(a)]. Ce soliton voit le maximum de son intensité varier (de l'ordre de 10 %) autour de sa valeur moyenne [Fig. 2.12(c)]. De la même manière, la position du maximum de l'intensité du soliton varie peu (de l'ordre de 20  $\mu\text{m}$ ) au cours du temps autour de sa position moyenne [Fig. 2.12(d)] par rapport à sa largeur à mi-hauteur ( $\lambda_{MH} \simeq 55 \mu\text{m}$ ). Ces variations n'ont pas d'impact notable sur la forme du soliton. En traçant la valeur moyenne temporelle du profil transverse du soliton pour les temps  $t \in [10; 200 \tau]$  [Fig. 2.12(b)], on retrouve un profil de soliton. En effet la régression linéaire de ce profil donne une correspondance de 99.9 % avec une sécante hyperbolique. Le soliton est bien une structure localisée robuste en présence de bruit.

Pour terminer cette étude numérique, nous allons dans la section suivante, valider les prédictions obtenues sur les rebonds présents sur les ailes des solitons, ainsi que sur les états liés de solitons dans des conditions expérimentales, à savoir un profil de pompage gaussien avec un milieu non linéaire bruité.

### 2.1.4.3 Cas expérimental

Nous avons vu dans la section 2.1.3.2, que la longueur d'onde des oscillations sur les ailes des solitons avaient une dépendance en  $\sqrt{d}$ , pour un pompage plan, non bruité. Simulons maintenant le système dans les conditions expérimentales, c'est à dire un faisceau de pompe gaussien (Sec. 2.1.4) et un milieu Kerr bruité ( $\varepsilon \neq 0$ ) (Sec. 2.1.4.2). Nous obtenons toujours un soliton dont la moyenne temporelle est représentée sur la figure 2.13(a). Le soliton présente, dans le cas expérimental, une robustesse et un profil qualitativement inchangé avec une correspondance de 98.2 % par rapport à une sécante hyperbolique. Les oscillations sont toujours présentes sur les ailes. Nous mesurons la longueur d'onde de ces oscillations pour une longueur optique de cavité  $d$  comprise entre 1 et 20 millimètres et reportons les résultats sur la figure 2.13(b). Nous déterminons la courbe de tendance des points numériques qui présente aussi une dépendance en  $\sqrt{d}$  :

$$\lambda_r(\text{num}) = 8.2 \cdot 10^{-4} \sqrt{d} \quad (2.8)$$

Cette équation (Eq. 2.8) présente un coefficient de proportionnalité identique au cas idéal (Eq. 2.3) à 3 % près. Les conditions expérimentales de notre système n'influent donc pas sur la périodicité des rebonds.

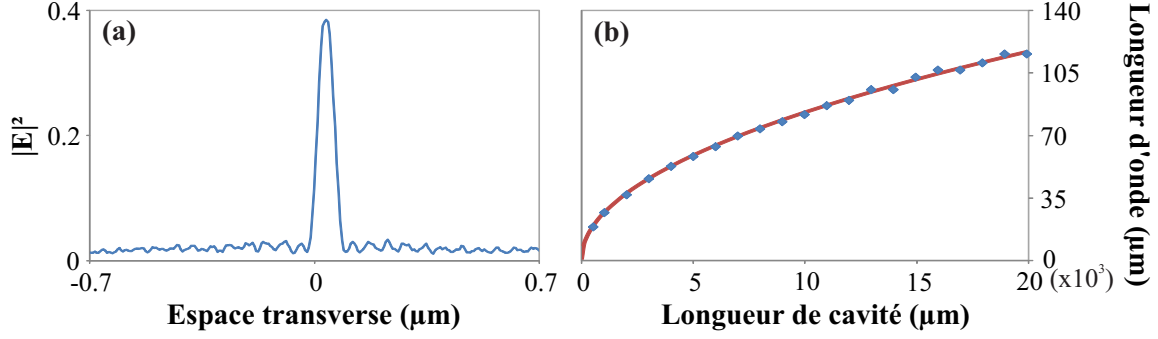


FIGURE 2.13: (a) Profil transverse moyenné d'un soliton obtenu dans les conditions expérimentales. (b) Évolution de la périodicité des rebonds dans les conditions expérimentales.  $\blacklozenge$  : points numériques,  $-$  : courbe de tendance des points numériques.  $F_0 = 0.3$ ,  $\varphi = -1.18 \text{ rad}$ ,  $R_1 = R_2 = 0.81$ ,  $w_x = 1400 \mu\text{m}$ ,  $\chi = 1$ ,  $\varepsilon = 0.1$ .

## 2.2 Résultats expérimentaux

### 2.2.1 Mise en évidence de solitons

Nous savons que notre cavité Pérot-Fabry expérimentale présente (d'après le modèle en champ moyen) deux régimes de fonctionnement, l'un monostable et l'autre bistable, en fonction du déphasage linéaire de la cavité  $\varphi$ . Ces deux régimes sont accompagnés d'instabilités, respectivement l'instabilité modulationnelle et solitonique. Nous sélectionnons une intensité de pompe fixe,  $I_0 = 164 \text{ W/cm}^2$ , puis nous modifions la valeur du déphasage linéaire de la cavité comme explicitée dans la section 1.3.6. On peut alors observer les deux types d'instabilités prévues théoriquement, l'instabilité modulationnelle sur la colonne de gauche de la figure 2.14, pour  $\varphi = 0.3 \text{ rad}$  et le soliton sur la colonne de droite, pour  $\varphi = -1.18 \text{ rad}$ . La transformée de Fourier optique [Fig. 2.14(e)], correspondant au champ lointain, présente deux pics symétriques de part et d'autre du pic central qui caractérise l'instabilité modulationnelle. La longueur d'onde de la modulation expérimentale

$$\lambda_{IM}(\text{exp}) = 145 \pm 10 \mu\text{m} \quad (2.9a)$$

(déterminée à partir du profil du spectre de puissance) [Fig. 2.14(g)], est en complet accord avec celle des simulations numériques,

$$\lambda_{IM}(\text{num}) = 145 \mu\text{m}. \quad (2.9b)$$

En modifiant la valeur du déphasage de  $\varphi = 0.3 \text{ rad}$  à  $-1.18 \text{ rad}$ , nous observons l'apparition d'une structure solitonique [Fig. 2.14(b)] avec sa transformée de Fourier optique associée [Fig.

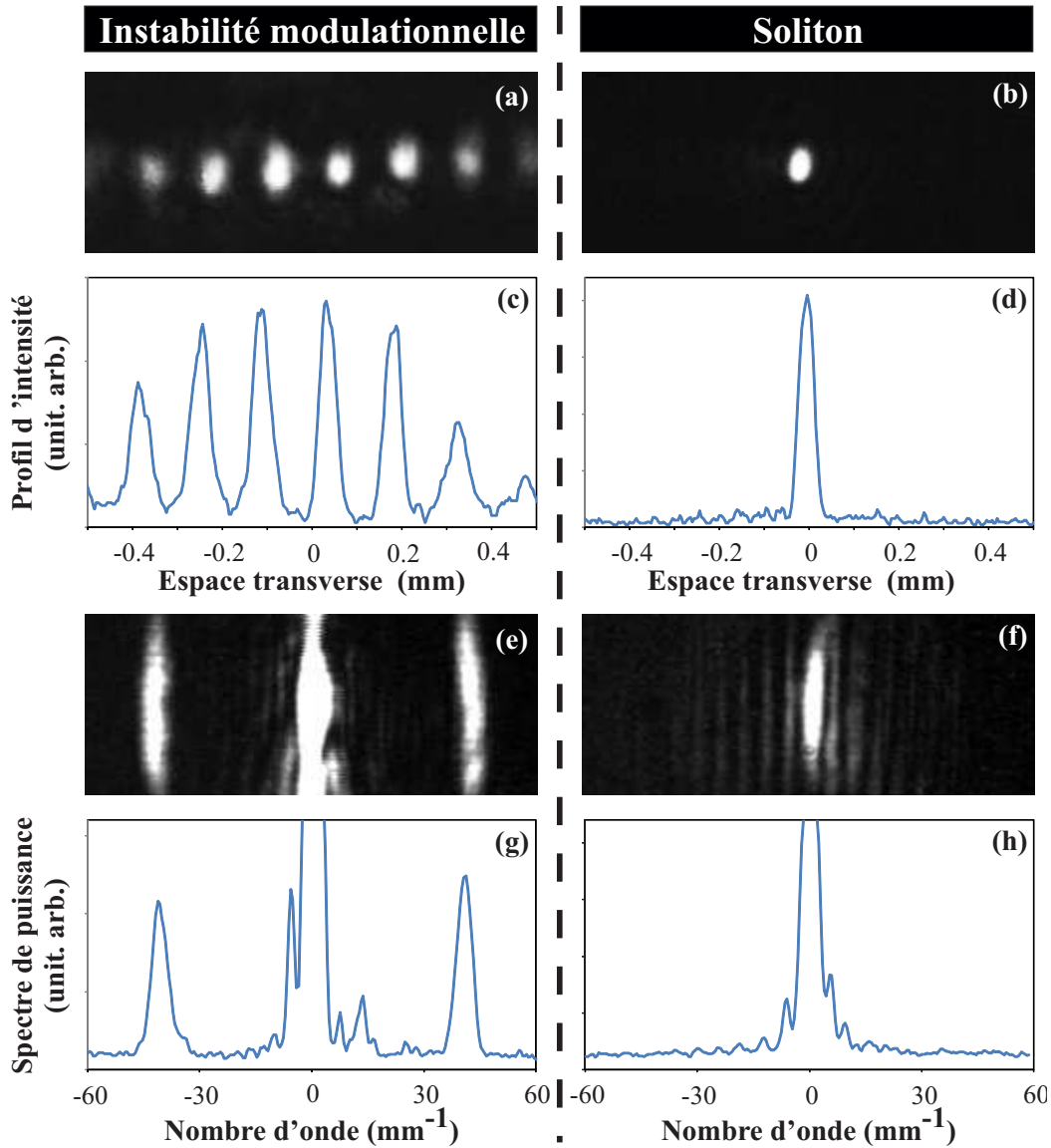


FIGURE 2.14: *Colonne de gauche : instabilité modulationnelle,  $\varphi = 0.3\text{rad}$ . Colonne de droite : soliton,  $\varphi = -1.18\text{rad}$ . (a,b) Images transverses du champ proche. (c,d) Profils transverses du champ proche. (e,f) Images transverses du champ lointain. (g,h) Profils transverses du champ lointain.  $I_0 = 164\text{ W/cm}^2$ ,  $d = 5\text{ mm}$ ,  $w_x = 1400\text{ }\mu\text{m}$ .*

2.14(f)]. Le profil transverse obtenu [Fig. 2.14(d)] permet de visualiser le profil du soliton et présente une correspondance de 98% avec une sécante hyperbolique. La présence de rebonds sur ses ailes n'est pas clairement identifiable. En saturant le détecteur, la modulation apparaît sous forme d'anneaux [Fig. 2.15(a,b)] autour du soliton avec une périodicité de :

$$\lambda_r(\text{exp}) = 48 \pm 10\text{ }\mu\text{m}. \quad (2.10a)$$

Celle-ci est en assez bon accord avec celle provenant de la simulation numérique correspon-

dante [Fig. 2.15(c,d)]

$$\lambda_r(num) = 57 \mu\text{m}, \quad (2.10b)$$

si on considère l'incertitude sur la mesure expérimentale.

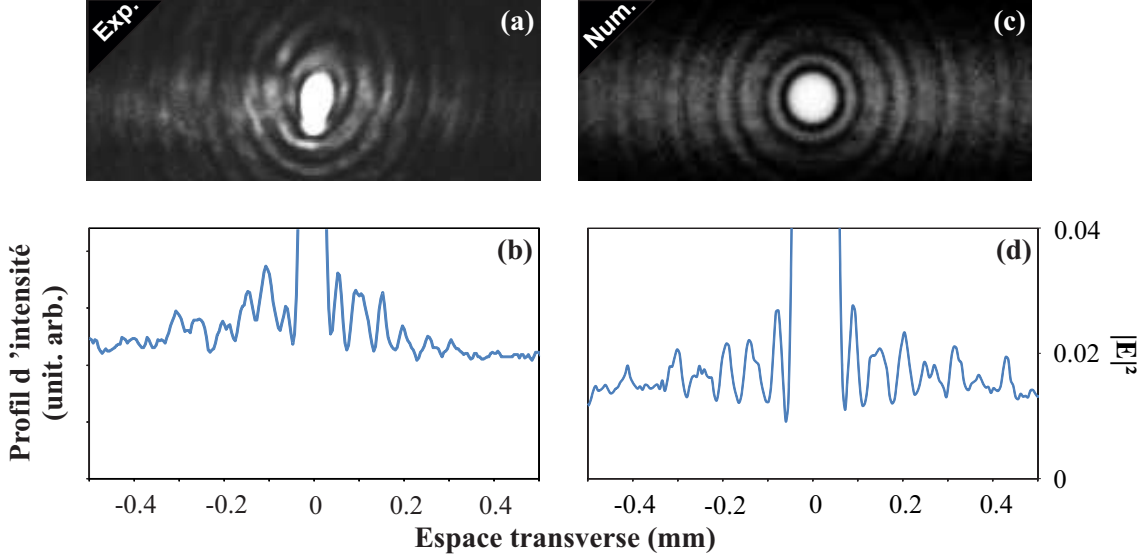


FIGURE 2.15: Mise en évidence des ailes oscillantes d'un soliton (a) expérimental et (c) numérique transverse du champ proche expérimental. (b) Profil du champ proche expérimental,  $I_0 = 164 \text{ W/cm}^2$ ,  $\varphi = -1.18 \text{ rad}$ ,  $d = 5 \text{ mm}$ ,  $w_x = 1400 \mu\text{m}$ , (d) Profil du champ proche numérique,  $F_0 = 0.30$ ,  $\varphi = -1.18 \text{ rad}$ ,  $d = 5 \text{ mm}$ ,  $w_x = 1400 \mu\text{m}$ ,  $w_y = 200 \mu\text{m}$ .

On constate sur les images et les profils transverses du champ lointain de la figure 2.14(e-h) des franges. Ces franges proviennent de la Fonction de Transfert de la cavité. En plus de limiter l'espace transverse, comme cela a été étudié dans la section 1.3.4, la FTC induit une modulation du profil d'intensité en champ lointain. Ainsi, si l'on tient compte de cette fonction dans nos simulations numériques, nous retrouvons des franges dans la transformée de Fourier d'un soliton (Fig. 2.16).

Nous avons établi dans l'étude numérique, que la périodicité des rebonds dépendait essentiellement de la longueur optique de cavité et qu'elle suivait une variation en  $\sqrt{d}$  (Eq. 2.3). Nous allons donc nous intéresser à l'évolution de la périodicité des rebonds lorsque l'on modifie la longueur optique de cavité.

La mesure de la longueur d'onde des rebonds autour des solitons est limitée par deux éléments. Premièrement, pour les faibles longueurs optiques de cavité, le bruit et la diffusion du cristal liquide empêchent la création d'un soliton. Deuxièmement, pour les grandes longueurs optiques de cavité, la section transverse du faisceau selon l'axe  $y$  [Fig. 1.19(b)] est plus étroite que la largeur supposée du soliton. Ceci empêche donc la création du soliton. La mesure de



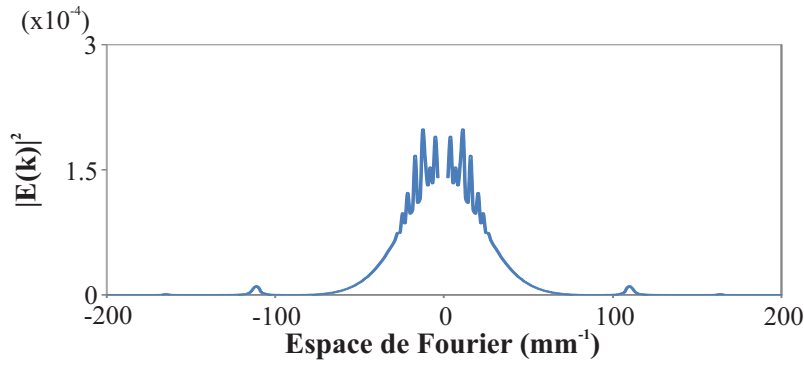


FIGURE 2.16: Profil transverse numérique du champ lointain d'un soliton, en tenant de la fonction de transfert de la cavité.  $F_0 = 0.30$ ,  $\varphi = -1.18 \text{ rad}$ .  $R_1 = 81.8 \%$ ;  $R_2 = 81.4 \%$ ;  $d = 5 \text{ mm}$ ;  $\chi = 1$ ;  $w_x = 1400 \mu\text{m}$ ;  $R_C = 0.64 \text{ m}$ .

la longueur d'onde des rebonds autour des solitons pour différentes longueurs optiques (Fig. 2.17) indique qu'expérimentalement la périodicité des rebonds  $\lambda_r(\text{exp})$  est en racine carré :

$$\lambda_r(\text{exp}) = 6.5 \cdot 10^{-4} \sqrt{d} \quad (2.11)$$

Le coefficient de proportionnalité, devant  $\sqrt{d}$  diffère légèrement de celui obtenu dans l'étude numérique ( $\lambda_r(\text{num}) = 7.96 \cdot 10^{-4} \sqrt{d}$ ). Nous retrouvons cependant la même dépendance en  $\sqrt{d}$  qui a été établi dans l'étude numérique.

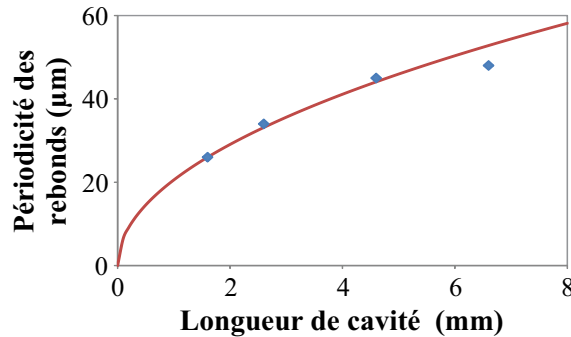


FIGURE 2.17: Évolution de la périodicité des rebonds présents autour de solitons expérimentaux :  $\blacklozenge$  points expérimentaux,  $-$  courbe de tendance.

### 2.2.2 États liés de solitons

Terminons ce chapitre avec les complexes de solitons ou autrement dit les états liés de solitons. Comme nous l'avons vu dans la section 2.1.4, nous utilisons le profil gaussien pour générer un ou plusieurs solitons au centre du faisceau et ainsi créer des états liés. Un exemple d'état lié de solitons, composé de deux structures localisées séparées d'un rebond, est présenté sur

la figure 2.18(a,b). L'observation de la transformée de Fourier optique [Fig. 2.18(c,d)] de ce complexe présente deux types de franges verticales, avec des interfranges différents. Les franges présentant un faible interfrange sont dues à la fonction de transfert de la cavité comme nous l'avons vu précédemment. La deuxième série de franges (franges sombres) correspondent aux interférences entre les deux solitons (Sec. 2.1.3.4). De la même manière que l'étude analytique nous comparons, à l'aide des champs proche et lointain, la distance entre les deux solitons. Le calcul de la distance  $X_{CP}$ , entre les deux solitons, dans le champ proche donne :

$$X_{CP} = 128 \mu\text{m} \quad (2.12a)$$

et l'expérimental  $X_{CL}$

$$X_{CL} = \frac{2\pi}{i} = 125 \mu\text{m}. \quad (2.12b)$$

La correspondance est très concluante. Les solitons peuvent être considérés comme des sources cohérentes (ils possèdent la même phase).

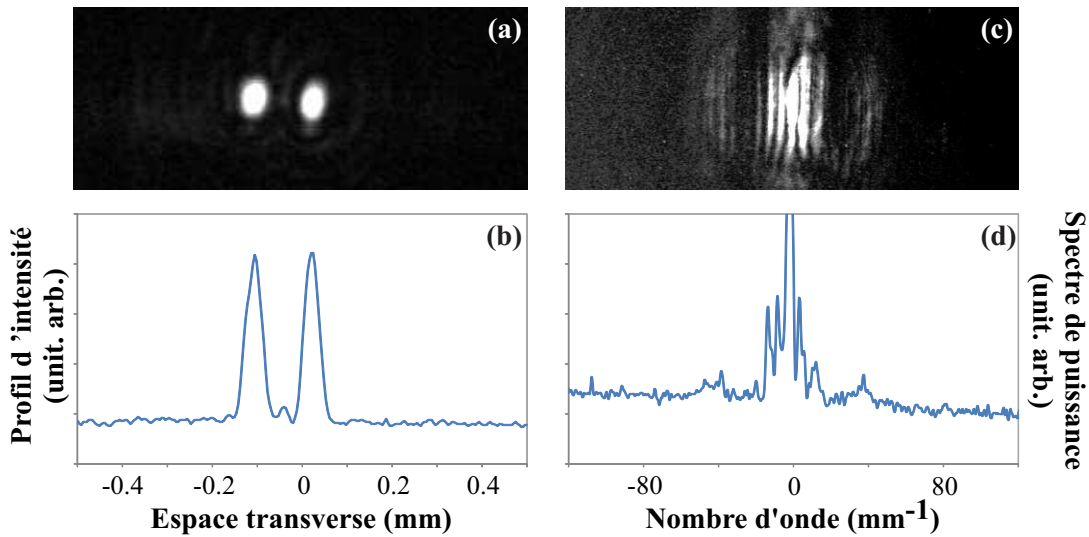


FIGURE 2.18: État lié de deux solitons. (a) Image transverse du champ proche, (b) profil transverse du champ proche. (c) Image transverse du champ lointain, (d) profil transverse du champ lointain.

Nous venons de mettre en évidence dans ce chapitre, l'existence et la robustesse des solitons dans la cavité Kerr Pérot-Fabry. Nous avons pu constater, numériquement et expérimentalement, que les solitons sont toujours accompagnés de rebonds, présents sur leurs ailes. Le paramètre important, influant sur la largeur des solitons et la périodicité des rebonds, est la longueur optique de la cavité. Les rebonds permettent de verrouiller plusieurs solitons entre eux pour former un état lié de solitons. Dans ces conditions, on observe dans la transformée de Fourier des franges, liées au phénomène d'interférences entre plusieurs solitons. Une

deuxième série de franges est visible et correspond à la fonction de transfert de la cavité. Celle-ci n'a pas d'effet notable sur le comportement dynamique d'un soliton et réduit juste le domaine spatial sur lequel celui-ci peut apparaître.

## Chapitre 3

# Cavité à diffraction négative : génération de parois de domaines

La diffraction joue un rôle crucial dans la formation des structures transverses. Couplée aux non-linéarités, elle détermine leur nature, leur taille, leur dynamique [11, 105, 73]. Pour manager cette diffraction, la première proposition a été d'utiliser des matériaux à indice périodique (cristaux photoniques) [174, 175, 176, 177]. Il a été montré par exemple, la propagation de structures spatiales localisées sans diffraction sur quelques millimètres [178]. Plus récemment, avec la réalisation expérimentale de matériaux à indice de réfraction négatif [179, 180], la maîtrise de la diffraction s'est ouverte une nouvelle perspective. Des études théoriques ont exploité cette propriété de réfraction, pour proposer un schéma de contrôle de la diffraction [133, 134]. Ces métamatériaux, avec une permittivité et une perméabilité négative, sont appelés matériaux à main gauche ou gauchers [181, 182]. Au départ mise en évidence pour des fréquences micro-ondes [183], il a fallu attendre quelques années pour que la technologie s'applique à des matériaux à forte sensibilité optique se rapprochant du domaine visible [184]. Les métamatériaux ont alors mis en avant de nouveaux phénomènes électromagnétiques [181, 185]. Les applications qui en découlent sont nombreuses, super-lentilles, invisibilité et ce qui nous intéresse ici, l'étude des structures dissipatives. Les études de telles structures, dans des dispositifs optiques non linéaires ne se sont pas faites attendre, en particulier dans les résonateurs contenant un milieu Kerr gaucher [133, 186, 134, 187]. Néanmoins, la réalisation expérimentale de tels dispositifs est conditionnée, pour l'instant, par l'élaboration de matériaux gauchers dans le domaine visible.

Une autre voie est la réalisation d'un dispositif où la dynamique serait la même qu'avec un matériau gaucher. C'est cette approche que nous présentons dans ce chapitre. L'idée est qu'un matériau droitier, associé à de la diffraction négative est équivalent à un matériau gaucher, expérimentant de la diffraction classique (positive). L'anti-diffraction est obtenue grâce à un

dispositif “ $4f$ ”<sup>1</sup> qui permet d’accomplir des distances optiques négatives. D’abord utilisée en rétro-action optique pour étudier la formation de structures transverses [54] ou l’instabilité secondaire [112], la configuration  $4f$  est ici appliquée à la cavité Kerr optique [188]. L’intérêt supplémentaire d’utiliser une approche géométrique par rapport aux études [133, 134] où il faut changer la longueur du milieu gaucher, est qu’il est possible de passer continument de la diffraction positive à négative, en translatant simplement un miroir. C’est dans ce cadre que nous présentons les structures transverses apparaissant dans une cavité Kerr Péro-Fabry soumise à de l’anti-diffraction.

### 3.1 Prédictions analytiques & numériques

#### 3.1.1 Prédictions analytiques à partir du modèle en champ moyen

L’étude analytique du modèle en champ moyen, développé précédemment, avec une diffraction négative est équivalent, comme il a été démontré à la section 1.2.4.2, à l’utilisation d’un matériau à main gauche. Les solutions stationnaires et homogènes ne sont pas affectées par le signe de la diffraction. On retrouve donc une solution monostable pour  $\Delta \leq \sqrt{3}$  et une

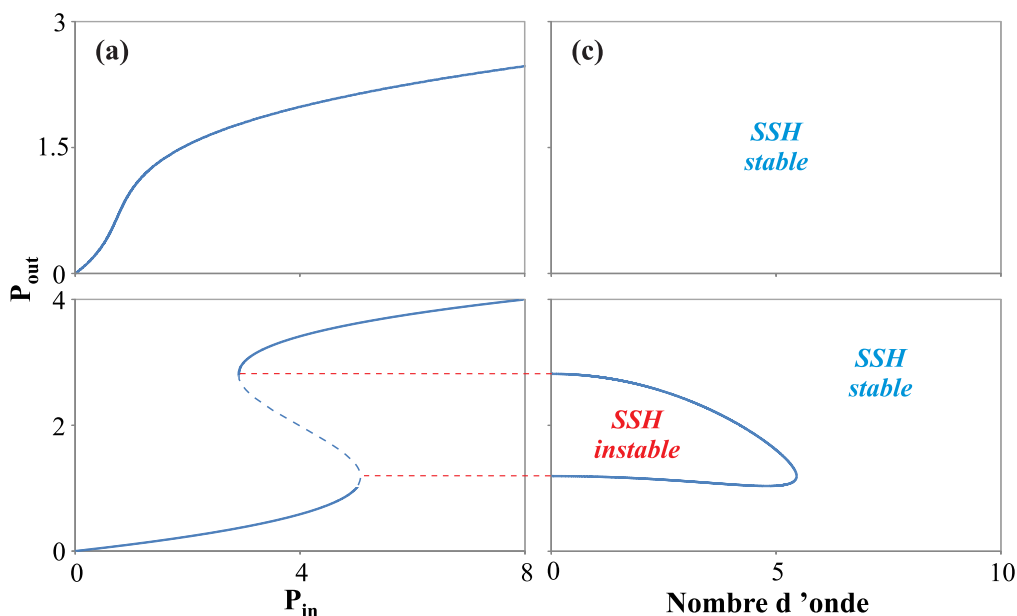


FIGURE 3.1: Solutions stationnaires homogènes (SSH) du modèle en champ moyen (Eq. 1.25) : (a) Régime monostable,  $\Delta = 1$ ; (b) Régime bistable,  $\Delta = 3$ . Courbe marginale de stabilité pour le modèle en champ moyen en diffraction négative : (c) Solution monostable,  $\Delta = 1$ ; (d) Solution bistable,  $\Delta = 3$ .  $\alpha < 0$ ;  $\eta > 0$ .

1. Le système  $4f$ , décrit à la section 1.2.4.3, est un arrangement de deux lentilles de même focale  $f$ , séparées d’une distance  $2f$ .

solution bistable pour  $\Delta > \sqrt{3}$  [Fig. 3.1(a,b)]. Ce qui est altéré par la diffraction négative dans l'étude analytique est la stabilité de ces solutions stationnaires. L'analyse de stabilité linéaire nous indique qu'en régime de fonctionnement monostable, les solutions stationnaires homogènes restent stables [Fig. 3.1(c)]. Le régime bistable présente, contrairement au cas

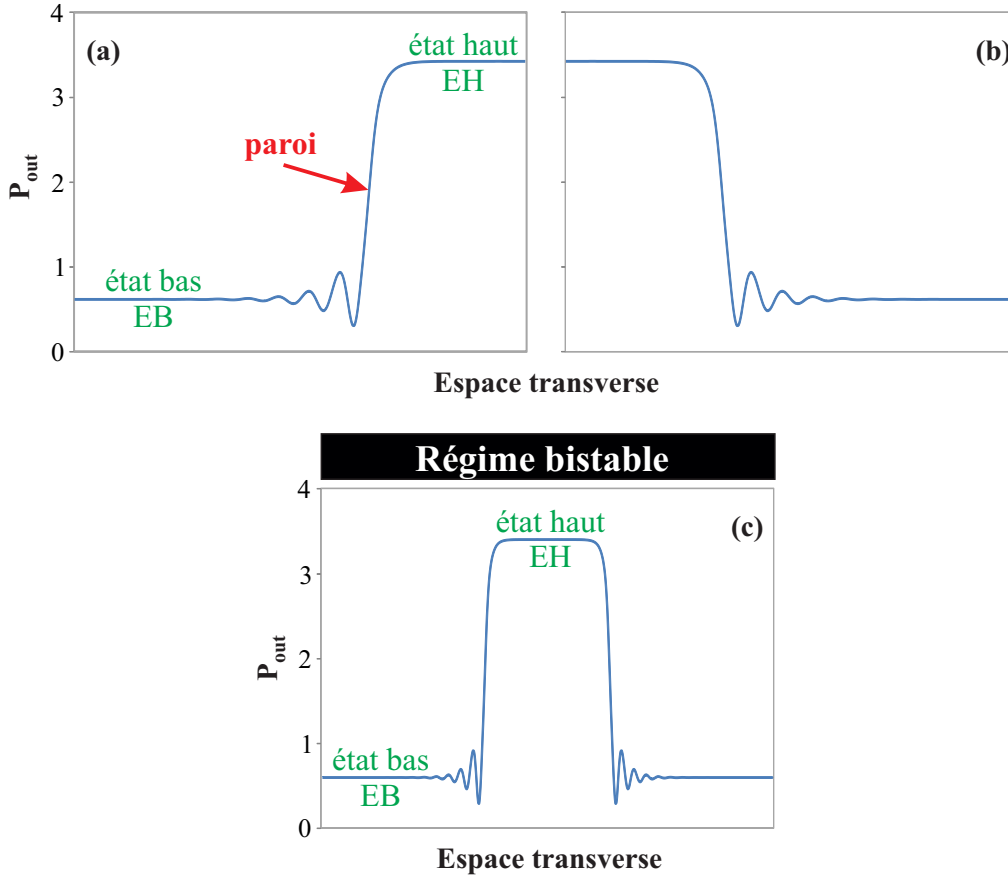


FIGURE 3.2: Profils transverses numériques d'une paroi connectant : (a) l'état bas (à gauche) à un état haut (à droite) en régime bistable, (b) un état haut (à gauche) à un état bas (à droite). (c) Profil transverse numérique de la solution du modèle en champ moyen en cavité anti-diffractante, cas bistable,  $\Delta = 3$ ,  $P_{in} = 4$ .  $\alpha < 0$ ;  $\eta > 0$ .

de la diffraction positive (Sec. 2.1.1), une branche haute sur le cycle de bistabilité qui est stable (la solution reste homogène quelque soit les perturbations auxquelles on la soumet). La branche basse, totalement stable dans le cas de la cavité diffractante, présente un domaine exigu [cercle violet sur la figure 3.1(b)] dans lequel une instabilité modulationnelle peut se développer [Fig. 3.1(d)], comme pour le modèle de Lugiato-Lefever [133, 134]. Dans cette configuration, la diffraction et la non-linéarité du cristal liquide ont des effets cumulatifs excluant le développement d'un soliton. Dans ce régime bistable, il est possible de connecter deux états homogènes, correspondant aux branches basse et haute du cycle d'hystérésis, par l'intermédiaire d'une *paroi de domaines* (PDD) [Fig. 3.2(a,b)] [100, 189, 190]. Cette paroi est

mobile dans le système, car les deux SSH ne sont pas équivalentes en terme d'énergie. En connectant deux parois, il est alors possible de créer une structure localisée. Nous allons nous intéresser dans la suite de cette section à la génération et l'étude de la dynamique de parois de domaines.

Afin de vérifier les prédictions analytiques, nous intégrons numériquement le modèle en champ moyen, en diffraction négative ( $\alpha < 0$ ) pour une onde plane, avec les mêmes puissances d'entrée utilisées pour les simulations en cavité diffractante ( $P_{in} = 1.05$  en régime monostable et  $P_{in} = 4$  en régime bistable). Le régime monostable ne fait pas apparaître d'instabilité dans le système et permet de retrouver une solution stationnaire et homogène. En ce qui concerne le régime bistable, nous injectons une perturbation spatialement localisée, afin de connecter les branches basse et haute du cycle d'hystérésis. Le résultat est l'apparition de parois de domaines [Fig. 3.2(c)] correspondant à la connexion de l'état bas (EB) à l'état haut (EH) pour une puissance d'entrée donnée [Fig. 3.1(b)]. Contrairement au soliton, la structure n'est pas figée et possède des parois mobiles, donnant un domaine s'étendant à l'infini ou se contractant pour disparaître avec le temps. On remarque que la jonction avec la branche basse s'effectue avec une oscillation décroissante tandis que la connexion de la branche haute s'effectue sans modulation.

Le portrait de phase de la figure 3.2(c) révèle deux points critiques (Fig. 3.3) correspondants aux deux branches stables du cycle de bistabilité. L'orbite connectant ces deux points est une paroi de domaines de nature hétérocline. Des oscillations sont présentes autour de la branche basse. Nous constatons que le signe de la diffraction dans la cavité change la nature homocline/hétérocline des orbites connectant les points stables du système.

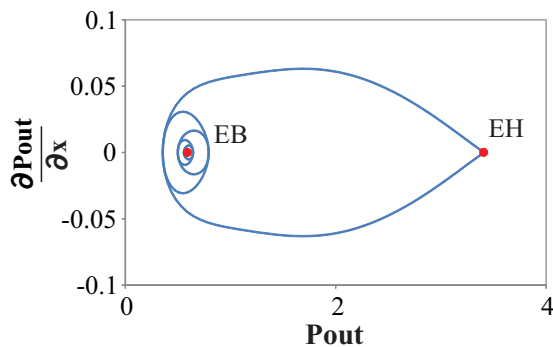


FIGURE 3.3: *Orbite hétérocline avec oscillations, dans le plan de phase d'une paroi de domaines, même paramètres que la figure 3.2(c).*

### 3.1.2 Prédictions numériques à partir du modèle itératif

Le modèle en champ moyen nous a fourni des indications qualitatives sur la nature des instabilités que l'on peut rencontrer dans notre système. Nous allons maintenant confronter ces

résultats à ceux du modèle itératif présenté dans la section 1.2.3. Nous étudions numériquement les solutions stationnaires homogènes, dans le cas monostable ( $\varphi = 0 \text{ rad}$ ) et dans le cas bistable ( $\varphi = -0.6 \text{ rad}$ ). Ces solutions [Fig. 3.4(a,b)] sont, comme on s’y attendait, indépendantes de la longueur de cavité (même SSH que la cavité diffractante). En régime monostable, nous injectons une condition initiale bruitée sur le faisceau de pompe, puis nous balayons  $F_0$  entre  $F_0 = 0$  et  $F_0 = 1$  afin de tester la stabilité de la SSH. Pour une valeur de pompe,  $F_0 = 0.42$ , une instabilité modulationnelle se développe dans le système, avec un nombre d’onde  $k_{IM} = 112 \text{ mm}^{-1}$  [Fig. 3.4(c,e)]. Cette instabilité n’est pas prédite par le modèle en champ moyen et montre les limites de ce modèle, qui cesse d’être un bon indicateur des principaux régimes d’instabilité, dès que l’on s’éloigne de son domaine de validité. L’instabilité modulationnelle observée en diffraction négative a un seuil d’apparition en champ environ 4 fois plus élevé qu’en cavité diffractante et donc environ 16 fois plus élevé en intensité (pour  $\varphi = 0$ ). Dans ces conditions, il est impossible d’observer expérimentalement cette instabilité modulationnelle avec notre configuration actuelle (puissance de pompe limitée).

Pour étudier le régime bistable en diffraction négative, nous reprenons le même protocole qu’en diffraction positive. Le faisceau de pompe est plan et la valeur du champ de pompe est  $F_0 = 0.1318$ , dans le cycle de bistabilité ( $\varphi = -0.6 \text{ rad}$ ) [Fig. 3.4(b)]. On insère comme condition initiale une perturbation localisée<sup>2</sup> (Eq. 2.1) sur le champ de pompe avec une amplitude et une durée suffisante pour “accrocher” la branche haute du cycle de bistabilité. Nous maintenons, comme dans le chapitre 2, la condition initiale durant quelques  $\tau$ , puis nous la supprimons. Le résultat obtenu donne deux parois reliant chacune la branche basse à la branche haute du cycle de bistabilité [Fig. 3.4(d)]. La connexion des deux définit un domaine spatialement localisé pour un temps  $t$  donné. Les parois présentent une modulation sur leurs ailes (bas de la paroi) s’atténuant au fur et à mesure que l’on éloigne de la paroi. La transformée de Fourier [Fig. 3.4(f)], associée à cette structure, est plus complexe que dans le cas d’un soliton. Elle présente une fréquence fondamentale avec de nombreuses harmoniques traduisant la raideur de la paroi. Pour visualiser la signature des oscillations dans les ailes, nous effectuons la transformée de Fourier du champ proche sur la zone restreinte de ces oscillations ( $x \in [-1.4; 0.55] \text{ mm}$ ). On trouve ainsi deux pics caractéristiques liés à la modulation avec un nombre d’onde  $k = 33 \text{ mm}^{-1}$ .

La branche haute du cycle de bistabilité, d’après l’analyse de stabilité linéaire du modèle en champ moyen est stable quelle que soit la perturbation [Fig. 3.1(d)]. Dans un premier temps, la modulation sur la branche haute n’a pas le temps de se développer et on obtient des parois connectant deux états homogènes [Fig. 3.4(d)]. Puis au bout de plusieurs dizaines de  $\tau$ , voire centaines de  $\tau$  selon les paramètres du système une instabilité modulationnelle apparaît sur la branche haute [Fig. 3.5(c)]. Cette instabilité, pour les paramètres de la figure 3.5(a), apparaît au bout d’environ 300  $\tau$ . Le diagramme spectro-temporel du spectre de

---

2.  $F_0(x) = F_0 \left( 1 + A e^{-((x-x_1)/\gamma)^2} \right)$ .



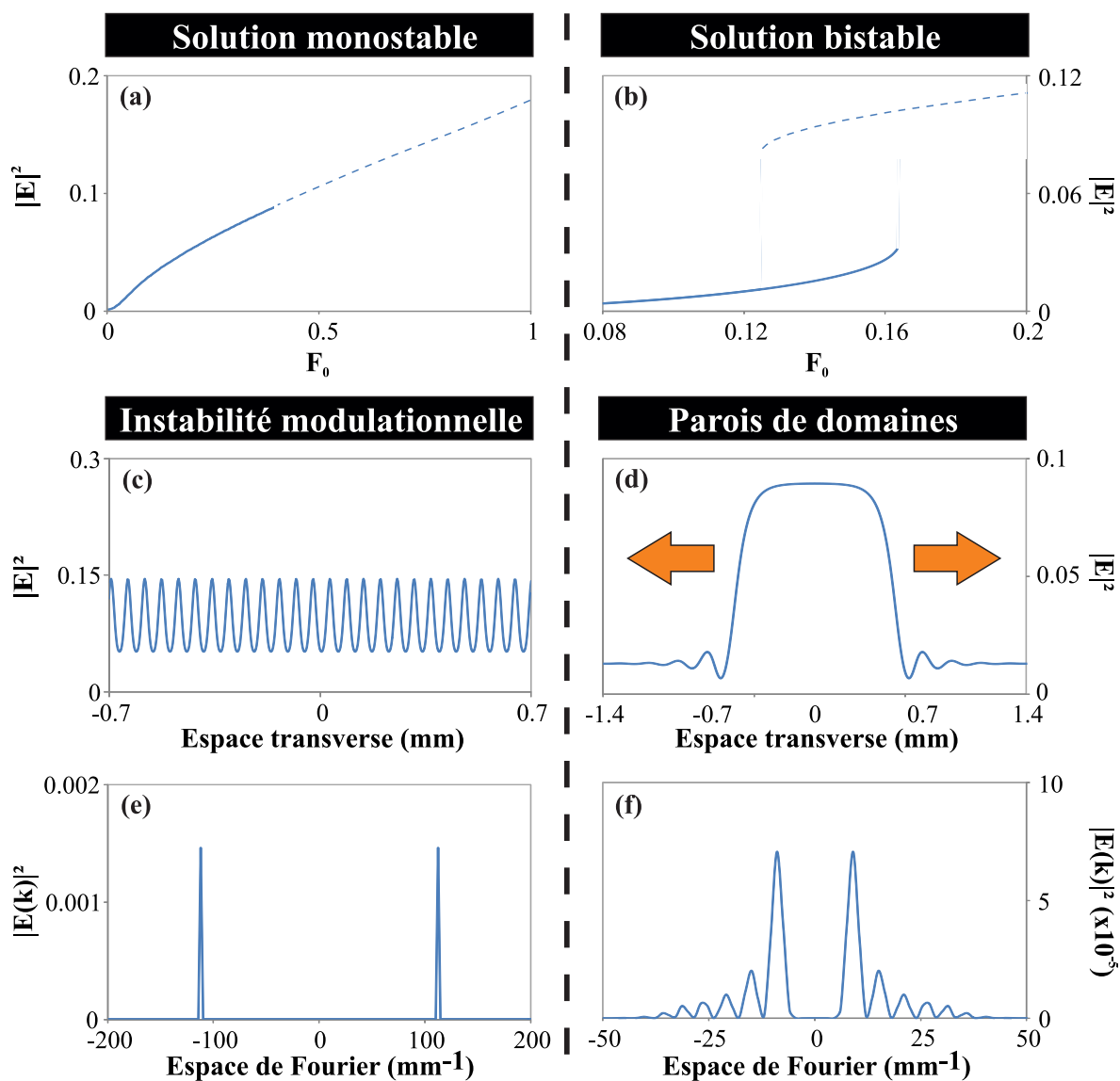


FIGURE 3.4: *Colonne de gauche : (c) instabilité modulationnelle associée au régime monostable (a), colonne de droite : (d) parois de domaines associées au régime bistable (b). Solution stationnaire homogène du modèle itératif : (a) cas monostable,  $\varphi = 0$  rad ; (b) cas bistable,  $\varphi = -0.6$  rad. Profils transverses : (c) de l'instabilité modulationnelle,  $F_0 = 0.42$  ; (d) d'un domaine s'étendant, connecté par deux parois avec des ailes oscillantes,  $F_0 = 0.1318$ . Profils transverses du champ lointain (e,f). La partie continue du signal est enlevée dans les spectres pour une meilleur lisibilité.  $d = -5$  mm ;  $\chi = 1$  ;  $R_1 = 81.8$  % ;  $R_2 = 81.4$  %.*

puissance optique [Fig. 3.5(b)] confirme l'apparition de l'instabilité modulationnelle (au bout de  $300 \tau$ ), mais il montre surtout que la périodicité de la modulation reste inchangée durant la propagation des deux parois ( $t \in [300; 400] \tau$ ). En faisant une coupe transverse du profil d'intensité en champ proche au temps  $t=300 \tau$ , on obtient des parois de domaines avec une modulation de forte amplitude [Fig. 3.5(c)] de nombre d'onde  $k_{IM} = 119 \text{ mm}^{-1}$  [Fig. 3.5(d)].

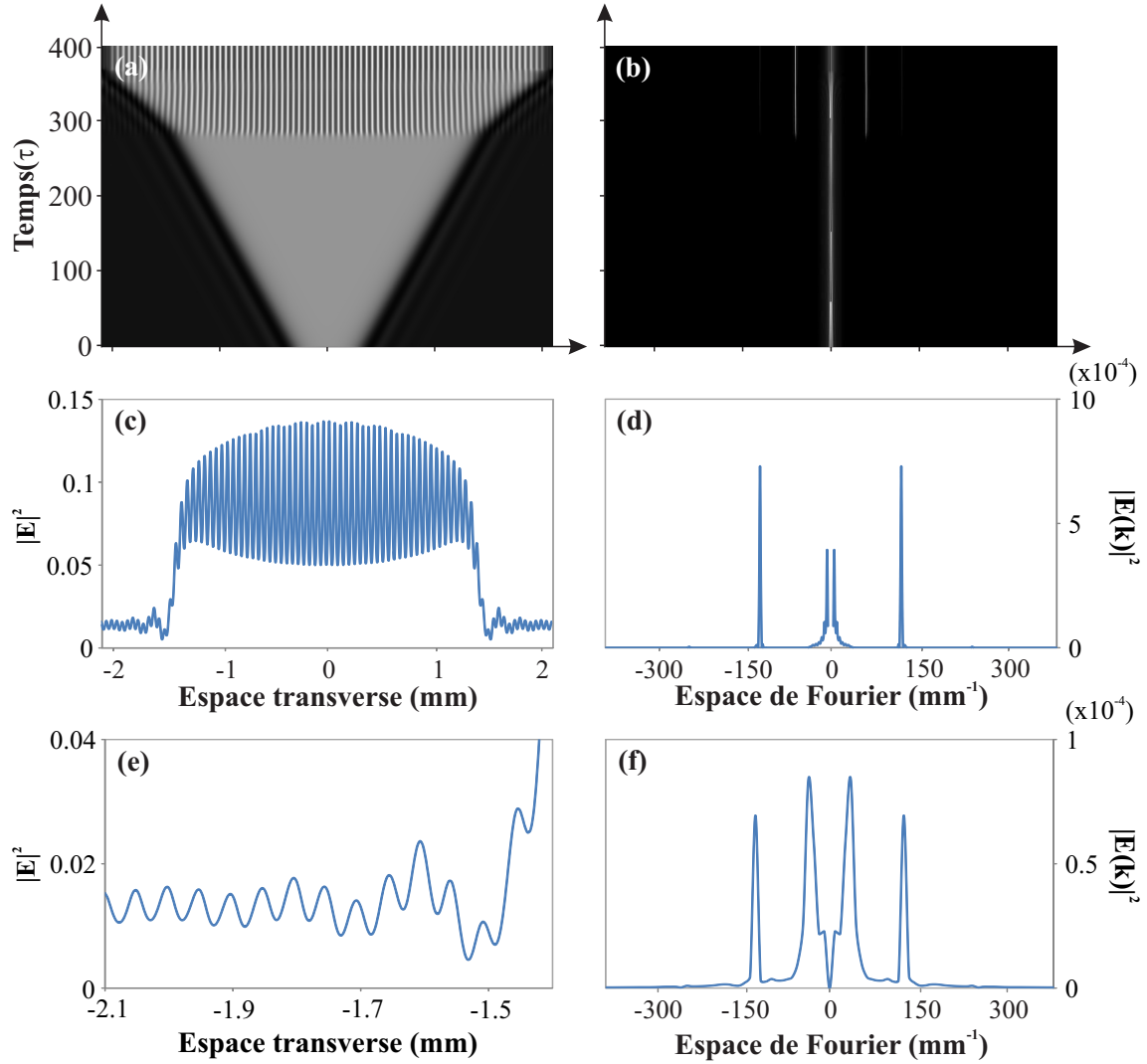


FIGURE 3.5: Apparition d'une instabilité de Turing sur la branche haute du cycle de bistabilité : (a) Diagramme spatio-temporel du champ proche, (b) Diagramme spatio-temporel du champ lointain, (c) profil transverse du champ proche effectué à un temps  $t = 300\tau$ , (d) profil transverse du champ lointain effectué à un temps  $t = 300\tau$ . La partie continue du signal est enlevée dans les spectres pour une meilleur lisibilité.  $F_0 = 0.1318$  ;  $d = -5\text{ mm}$  ;  $\varphi = -0.6$  ;  $\chi = 1$  ;  $R_1 = 81.8\%$  ;  $R_2 = 81.4\%$ .

La fréquence obtenue est très proche de celle trouvée dans le cas de la solution monostable ( $k_{IM} = 112\text{ mm}^{-1}$ ) pour la même longueur optique de cavité. En s'intéressant à l'état bas de la structure, on observe plusieurs fréquences spatiales comme on peut le voir sur la figure 3.5(e) où coexistent deux modulations. La transformée de Fourier de cette partie du profil [Fig. 3.5(f)] révèle (i) une modulation  $k_{IM} = 127\text{ mm}^{-1}$ , proche de la modulation présente sur le haut de la structure localisée ( $k_{IM} = 119\text{ mm}^{-1}$ ) et (ii) une modulation spatiale à la fréquence  $k_{IM} = 36\text{ mm}^{-1}$  correspondant à des oscillations décroissantes.

Nous venons ainsi de voir que les parois de domaines hétéroclines étaient obtenues en régime bistable. Elles présentent une modulation spatiale sur l'état haut qui n'est pas décrite par le modèle en champ moyen. La vitesse de déplacement change lorsque la modulation spatiale s'établit sur la branche haute. Enfin, comme pour les solitons, des oscillations amorties sont présentes dans les ailes. Dans la suite de cette étude, nous allons étudier le verrouillage spatial des parois. Celui-ci donne naissance à une structure optique localisée, différente du soliton. Nous menons l'étude analytique et numérique de ce verrouillage sur un modèle simplifié de la bifurcation fourche imparfaite. Ce modèle étant variationnel, il nous permet de raisonner en terme de potentiel, ce qui n'est pas réalisable avec le modèle en champ moyen. Le blocage des parois est consécutif au profil inhomogène du champ de pompe spatial.

## 3.2 Influence d'un pompage inhomogène : Le blocage des parois

### 3.2.1 Un modèle simple de parois propagatives : la bifurcation fourche imparfaite

La propagation et l'existence de parois entre deux états spatialement homogènes dans notre système peuvent être interprétées avec le modèle en champ moyen. Cependant, ce modèle n'étant pas variationnel, aucune étude analytique sur la propagation de parois ne peut être réalisée. Cette raison nous incite donc à utiliser un modèle simplifié, dérivé du modèle de Lugiato-Lefever [144], pour décrire la propagation des parois dans des systèmes bistables [73]. Ce modèle présente une bifurcation fourche imparfaite unidimensionnelle avec un terme diffusif. Imparfaite car la symétrie, contrairement aux cas idéaux, n'est pas conservée à cause des effets perturbatifs dans le système qui sont symbolisés par le paramètre  $\zeta$ . L'équation aux dérivées partielles de ce modèle "simplifié" est donnée par :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \zeta + u - u^3 + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad (3.1)$$

où  $\zeta$  est le terme de brisure de symétrie et  $u$  la variable de l'équation. Ce système étant variationnel, on peut réécrire l'équation 3.1 sous la forme d'un terme dérivant d'un potentiel, plus un terme diffusif :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{\partial V(u)}{\partial u} + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad (3.2)$$

tel que

$$V(u) = -\zeta u - \frac{1}{2}u^2 + \frac{1}{4}u^4. \quad (3.3)$$

L'analogie, faite en physique quantique ou en chimie des réactions, d'une particule fictive dans un puits de potentiel  $V$ , permet d'expliquer de manière simple l'existence et la propagation de parois connectant des états stables dans ce système. Les deux minima du potentiel  $V(u)$  définissent les états d'équilibres du système. Nous nous plaçons dans le cas où le système présente trois points fixes, deux points stables et un instable, ce qui est réalisé pour  $|\zeta| < \frac{2\sqrt{3}}{9} \simeq 0.4$ , au delà un seul point fixe stable subsiste. Nous étudions trois valeurs différentes du paramètres  $\zeta$  pour lesquelles trois points fixes existent et afin de visualiser au mieux le comportement des parois, nous symbolisons l'état bas,  $u = -1$ , par un rond noir sur les potentiels  $V(u)$  [Fig. 3.6(a-c)] et par la couleur noire sur les diagrammes spatio-temporels [Fig. 3.6(d-f)]. Et réciproquement le point blanc modélise l'état haut,  $u = 1$ , sur les potentiels et la couleur blanche sur les diagrammes spatio-temporels.

### $\zeta = 0$

Le potentiel  $V(u)$  est dans ce cas une fonction symétrique et sa représentation graphique [Fig. 3.6(b)] matérialise la présence de points fixes équivalents, possédant chacun la même énergie. Le système est stable et ne subit pas de modification. Les parois [Fig. 3.6(h)] sont alors stationnaires dans le temps, comme on peut le voir sur la figure 3.6(e). Ce cas définit de manière précise le point de Maxwell (équivalent à  $\zeta = 0$ ) dans ce système. Dans cette configuration les deux SSH stables ont la même énergie [192].

### $\zeta < 0$

Le potentiel  $V(u)$  n'est plus symétrique, mais garde néanmoins deux états stables. Ces états ayant des énergies différentes [Fig. 3.6(a)], le système est alors caractérisé par un état métastable<sup>3</sup>,  $u = 1$ . Et comme tout système physique tend à minimiser son énergie, l'état  $u = -1$  est privilégié. Il va donc l'emporter sur l'état  $u = 1$  par une translation des deux parois [Fig. 3.6(d)]. L'état haut disparaît progressivement avec un rapprochement des deux parois.

### $\zeta > 0$

Dans cette configuration, l'asymétrie du potentiel  $V(u)$  est inversée, l'état métastable devient alors l'état  $u = -1$  [Fig. 3.6(c)]. L'état  $u = 1$  a tendance alors à remplir progressivement tout l'espace [Fig. 3.6(f)] avec deux parois répulsives [Fig. 3.6(i)].

L'association de deux parois symétriques engendre une structure dans l'espace appelée domaine, souvent rencontré en magnétisme [193, 194], mais aussi en optique [195]. Cette structure s'étend ou se contracte au cours du temps pour laisser place à un seul des deux états. La présence d'un forçage spatial lié à notre dispositif expérimental va générer des domaines stationnaires. C'est ce que nous étudions maintenant à partir du modèle de la bifurcation fourche imparfaite.

---

3. Un état métastable soumis à une perturbation (énergie d'activation en chimie) franchit un seuil, l'état instable, pour passer dans un état stable de plus basse énergie.

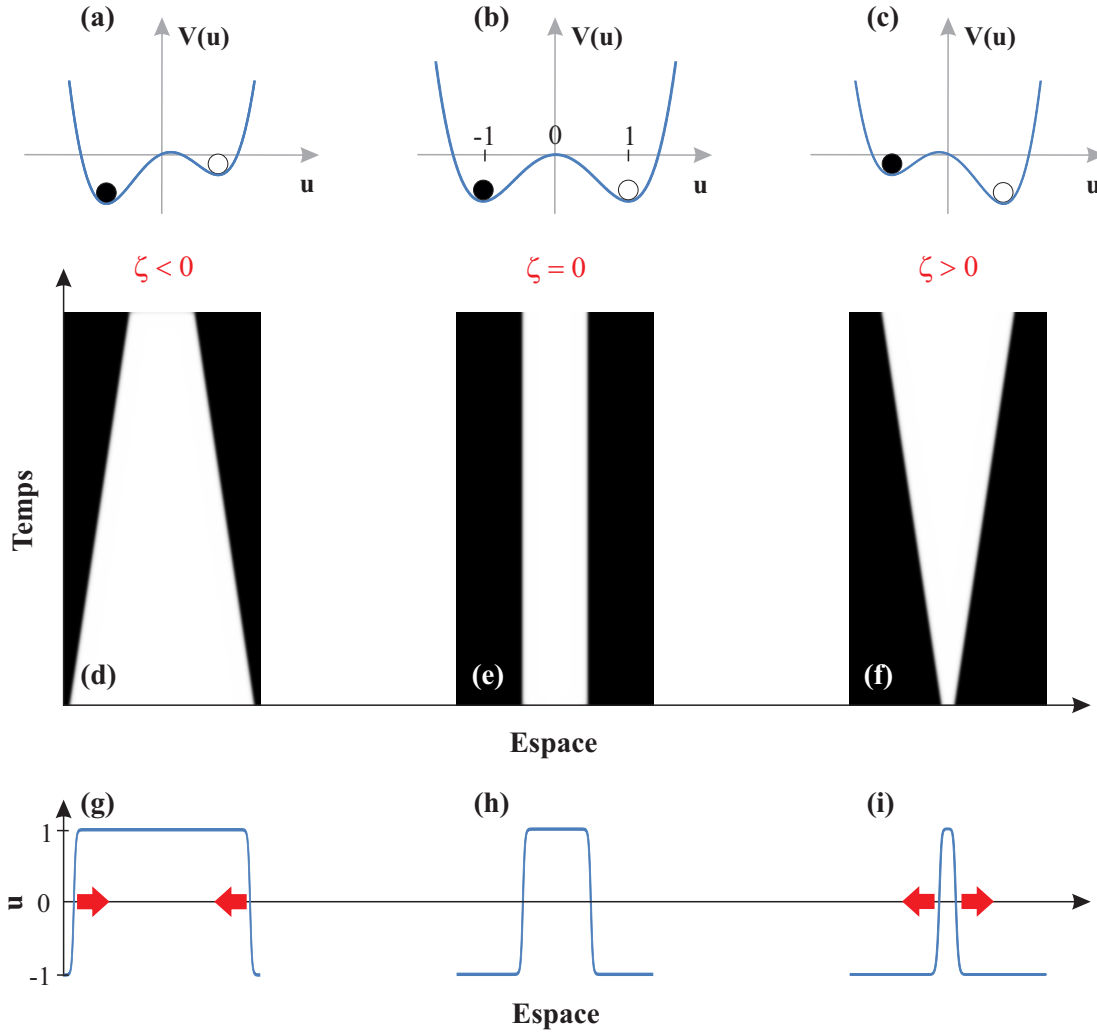


FIGURE 3.6: (a-c) : Potentiels  $V(u)$  mettant en évidence des états métastables (a,c) pour  $\zeta \neq 0$  et (b) stables pour  $\zeta = 0$ . (d-f) : Diagrammes spatio-temporels de parois mobiles et immobiles connectant ces deux états, selon la valeur du paramètre  $\zeta$ . Profils transverses de parois : (g) se rapprochant,  $-\frac{2\sqrt{3}}{9} < \zeta < 0$ ; (h) stationnaire,  $\zeta = 0$ ; (i) s'éloignant,  $0 < \zeta < \frac{2\sqrt{3}}{9}$ . (Figure inspirée de la thèse de F. Haudin [191]).

### 3.2.1.1 Expression analytique de la paroi stationnaire

Comme nous venons de le voir (pour  $\zeta = 0$ ), une paroi stationnaire peut être obtenue pour le modèle de la bifurcation fourche. Ce modèle a été étudié en détails par R. Rojas durant sa thèse [196], aussi nous invitons le lecteur à consulter son travail pour de plus amples détails sur les résultats rappelés ci-dessous.

Les valeurs extrémales du potentiel  $V(u)$  déterminent les points fixes  $u_{SH}$  :

$$u_{SH} = 0 \text{ ou } u_{SH} = \pm 1. \quad (3.4)$$

Dans le cas stationnaire, l'énergie du système s'écrit :

$$E = -V(u) + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2. \quad (3.5)$$

En dérivant cette équation 3.5, on trouve la valeur de  $u_{SH}$  pour la laquelle l'énergie est minimale, à savoir  $u_{SH} = \pm 1$ . Ceci permet de déterminer l'énergie minimale de la paroi stationnaire :

$$E = -V_{min} = \frac{1}{4}. \quad (3.6)$$

La connexion  $u$  entre ces deux états d'énergie minimale vérifie alors :

$$\frac{1}{2} = u^2 - \frac{u^4}{2} + \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2. \quad (3.7)$$

On peut réécrire cette expression sous la forme :

$$\left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 = \frac{1}{2} (u^2 - 1)^2. \quad (3.8)$$

On regroupe de chaque coté de l'égalité les termes en  $u$  et les termes en  $x$  et on calcule l'expression de chaque membre entre la position du centre de la paroi  $x_0$  et la variable  $x$  (méthode de séparation des variables) :

$$\int_{x_0}^x \frac{1}{\sqrt{2}} dx = \int_{u(x_0)}^{u(x)} \frac{du}{1 - u^2}. \quad (3.9)$$

L'expression analytique de la paroi stationnaire  $u_h(x)$  est ainsi :

$$u_h(x) = \tanh \left( \pm \frac{(x - x_0)}{\sqrt{2}} \right) \quad \forall x_0. \quad (3.10)$$

### 3.2.1.2 Calcul de la vitesse de déplacement d'une paroi

Pour déterminer la vitesse de déplacement d'une paroi connectant deux états homogènes, nous perturbons la solution  $u(x, t)$  autour de sa valeur stationnaire  $u_h$ , soit :

$$u(x, t) = u_h(x - x_0(t)) + w(x, t), \quad (3.11)$$

où  $w$  est une petite perturbation. On injecte cette nouvelle solution dans l'équation 3.1 de la bifurcation fourche imparfaite :

$$\frac{\partial(u_h(x - x_0(t)) + w(x, t))}{\partial t} = \zeta + u_h(x - x_0(t)) + w(x, t) - (u_h(x - x_0(t)) + w(x, t))^3 + \frac{\partial^2}{\partial x^2} (u_h(x - x_0(t)) + w(x, t)). \quad (3.12)$$

En simplifiant cette expression et en ne travaillant qu'avec les termes du premier ordre en  $w$ , il vient l'équation linéarisée suivante :

$$\left(1 - 3u_h^2 + \frac{\partial^2}{\partial x^2}\right) w = -\frac{\partial u_h}{\partial x} \frac{\partial x_0(t)}{\partial t} - \zeta. \quad (3.13)$$

L'équation 3.13 peut se réécrire comme :

$$Lw = b. \quad (3.14)$$

La condition de solvabilité de cette équation impose que [196] :

$$\langle Lw | k \rangle = \langle b | k \rangle = 0, \quad (3.15)$$

où  $k$  est un élément du noyau de l'opérateur adjoint de  $L$ , soit :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{\partial u_h}{\partial x}\right)^2 \dot{x}_0 dx = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial u_h}{\partial x} \zeta dx. \quad (3.16)$$

Par un changement de variable judicieux et une simplification de ce calcul, la vitesse de déplacement de la paroi s'écrit :

$$\dot{x}_0 = \frac{-3\sqrt{2}}{2} \zeta. \quad (3.17)$$

Dans un système présentant deux états homogènes, la vitesse de propagation d'une paroi est linéaire et ne dépend que du paramètre de brisure de symétrie.

La question est de savoir, comment est modifiée la vitesse lorsque le terme  $\zeta$  n'est plus une constante mais une variable dépendant de l'espace, par exemple, un pompage gaussien.

### 3.2.2 Blocage de parois par un forçage spatial gaussien

La question du verrouillage de parois propagatives a été traitée par Pomeau [100] dans le cas d'une connexion entre un état homogène et un état modulé. Plus récemment, les groupes de Nice et de Santiago ont étudié les parois entre états périodiques [105, 73, 99, 197], induits par un forçage spatial périodique. C'est de ce dernier travail dont nous nous inspirons pour illustrer le blocage de parois dans le cas d'un pompage gaussien (qui peut être vu comme une période unique du forçage spatial périodique).

### 3.2.2.1 Étude analytique

Notre reprenons le modèle de la bifurcation fourche imparfaite (Eq. 3.1) auquel nous modifions l'expression de la brisure de symétrie sous la forme :

$$\zeta(x) = -\zeta' + \zeta_0 e^{-(x/w_x)^2}. \quad (3.18)$$

Nous justifions la forme de cette expression par le fait que notre forçage spatial est de type gaussien, dû à la source lumineuse utilisée.  $\zeta_0$  correspond donc à l'amplitude maximale du faisceau laser et  $w_x$  à la demi-largeur du faisceau à une amplitude de  $\zeta_0/e$ . Le modèle de la bifurcation fourche (Eq. 3.1) présente un point de Maxwell pour  $\zeta = 0$ . Or, dans l'équation (3.18) le terme de brisure de symétrie, représenté par  $\zeta_0 e^{-(x/w_x)^2}$ , n'est pas égale à 0 au point de Maxwell. Donc, pour faire coïncider les deux modèles, nous insérons la constante  $-\zeta'$  pour tenir compte du décalage du point de Maxwell. Ainsi, dans le cas d'une pompe plane, nous atteignons le point de Maxwell pour  $\zeta' = \zeta_0$ . Nous allons nous intéresser dans la suite de cette étude à l'influence du forçage spatial gaussien sur le blocage des parois de domaines. L'équation de la bifurcation fourche imparfaite devient donc :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\zeta' + \zeta_0 e^{-(x/w_x)^2} + u - u^3 + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}. \quad (3.19)$$

L'étude analytique complète de cette équation n'étant pas possible mathématiquement, nous effectuons un développement limité au premier ordre du terme gaussien près de son sommet et obtenons alors un profil parabolique, à savoir :

$$\zeta(x) = -\zeta' + \zeta_0 \left( 1 - \left( \frac{x}{w_x} \right)^2 \right). \quad (3.20)$$

L'équation (3.19) devient alors :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\zeta' + \zeta_0 \left( 1 - \left( \frac{x}{w_x} \right)^2 \right) + u - u^3 + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}. \quad (3.21)$$

Nous avons vu, d'après l'étude précédente, que la paroi était stationnaire pour  $\zeta = 0$  (potentiel symétrique  $\rightarrow$  point de Maxwell). Par transposition, ceci conduit à écrire  $\zeta(x_0) = 0$ . C'est à dire que la paroi est stationnaire pour la position :

$$x_0 = \pm w_x \sqrt{\left( 1 - \frac{\zeta'}{\zeta_0} \right)} \quad (3.22)$$

et donc pour une valeur de forçage égale à  $\zeta(x_0) = 0$ .



Le calcul de la position de la paroi stationnaire peut aussi être obtenu pour la vitesse nulle de la paroi ( $\dot{x}_0 = 0$ ). La méthode de calcul de la vitesse du cœur de la paroi reste identique à celle de la section 3.2.1.2. La résolution de ce problème nous donne l'équation différentielle régissant l'évolution de la vitesse en fonction de la position de la paroi :

$$\dot{x}_0 = \frac{-3\sqrt{2}}{2} \left[ -\zeta' + \zeta_0 \left( 1 - \left( \frac{x_0}{w_x} \right)^2 - \left( \frac{\pi}{\sqrt{6}w_0} \right)^2 \right) \right]. \quad (3.23)$$

On retrouve bien le terme  $\frac{-3\sqrt{2}}{2}\zeta_0$  correspondant au cas standard sans forçage spatial, plus un terme correctif provenant du profil parabolique. Le terme  $\zeta'$  contient le déplacement du point de Maxwell.

La vitesse  $\dot{x}_0$  s'annule pour  $-\zeta' + \zeta_0 \left( 1 - \left( \frac{x_0}{w_x} \right)^2 - \left( \frac{\pi}{\sqrt{6}w_x} \right)^2 \right) = 0$ , soit :

$$x_0 = \pm w_x \sqrt{\left( 1 - \frac{\zeta'}{\zeta_0} - \frac{\pi^2}{6w_x^2} \right)}. \quad (3.24)$$

Le terme  $\frac{\pi^2}{6w_x^2}$ , dans le cas d'une parabole (ou d'une gaussienne) assez large ( $w_x > 20$ ), est inférieur à  $4.10^{-3}$ , on peut donc le négliger dans l'expression de la position de la paroi stationnaire  $x_0$ . Soit finalement :

$$x_0 = \pm w_x \sqrt{\left( 1 - \frac{\zeta'}{\zeta_0} \right)}. \quad (3.25)$$

On retrouve bien l'expression (3.22). La position des parois de domaines est fixée par la taille de la pompe injectée et par le rapport  $\frac{\zeta'}{\zeta_0}$  entre la position du point de Maxwell en absence de forçage et l'amplitude du forçage. La condition nécessaire au blocage des parois de domaines est donnée par l'existence de  $x_0$ , soit  $\zeta' < \zeta_0$ .

Afin de comparer l'expression de la vitesse  $\dot{x}_0$  avec des simulations numériques ou une expérience, il est plus commode d'avoir l'expression analytique de celle-ci en fonction du temps qu'en fonction de sa position. Aussi, nous nous proposons de résoudre l'équation différentielle (3.23). Nous récrivons l'équation (3.23) sous la forme :

$$\frac{dx_0}{dt} = ax_0^2 + b. \quad (3.26)$$

En posant :

$$a = \frac{3\zeta_0}{\sqrt{2}w_x^2} > 0, \quad (3.27a)$$

et

$$b = \frac{-3}{\sqrt{2}} \left( \zeta_0 - \zeta' - \frac{\pi^2}{6w_x^2} \right) < 0. \quad (3.27b)$$

Il vient donc :

$$\int \frac{dx_0}{ax_0^2 + b} = \int dt. \quad (3.28)$$

En tenant compte du signe de  $a$  et de  $b$ , la position du cœur de la paroi est donnée :

$$x_0(t) = \sqrt{\frac{-b}{a} \frac{1 \pm e^{2\sqrt{-ab}(t+t_0)}}{1 \mp e^{2\sqrt{-ab}(t+t_0)}}}, \quad (3.29)$$

où  $t_0$  est la constante d'intégration et se définit comme :

$$t_0 = \frac{1}{2\sqrt{-ab}} \ln \left| \frac{ax_0(t=0) - \sqrt{-ab}}{ax_0(t=0) + \sqrt{-ab}} \right|. \quad (3.30)$$

Le comportement asymptotique de la position du cœur de la paroi pour un temps tendant vers l'infini donne :

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} x_0(t) = \mp w_x \sqrt{1 - \frac{\zeta'}{\zeta_0}}. \quad (3.31)$$

La paroi atteint asymptotiquement la valeur  $x_0$ , déterminée préalablement.

Nous avons approximé le haut du profil gaussien par un profil parabolique afin d'obtenir une expression analytique de la vitesse et de la position du cœur de la paroi de domaines. Sans cette approximation il est encore possible de déterminer la position  $x_0$  du cœur mais plus d'obtenir une expression analytique exacte de son évolution avec  $t$ . Cependant, en reprenant le même raisonnement que précédemment, la position  $x_0$  pour la paroi stationnaire est donnée par  $\zeta(x_0) = 0$ . Ce qui, dans le cas d'un profil gaussien, s'exprime comme :

$$-\zeta' + \zeta_0 e^{-(x_0/w_x)^2} = 0. \quad (3.32)$$

La position du cœur de la paroi s'exprime donc comme :

$$x_0 = \pm w_x \sqrt{\ln \left( \frac{\zeta_0}{\zeta'} \right)}. \quad (3.33)$$

On se rend bien compte que l'expression du cœur de la paroi  $x_0$  dans le cas de l'approximation parabolique est un développement limité au premier ordre de la fonction logarithme népérien

du  $x_0$  obtenu avec un profil gaussien. Le modèle analytique développé en profil parabolique traduit cependant très bien la dynamique et les tailles caractéristiques pour le haut d'un profil gaussien. Nous allons maintenant comparer nos résultats analytiques aux simulations numériques de l'équation de la bifurcation fourche imparfaite avec un forçage spatial gaussien.

### 3.2.2.2 Étude numérique du blocage de parois de domaines par un forçage spatial parabolique

Nous intégrons numériquement l'équation (3.21) afin de valider les prédictions analytiques, à savoir des parois de domaines verrouillées à une position  $x_0 = \pm w_x \sqrt{\left(1 - \frac{\zeta'}{\zeta_0}\right)}$ , et une vitesse  $\dot{x}_0$  dépendant du temps. Le diagramme spatio-temporel présentant l'évolution des parois de domaines (Fig. 3.7) indique clairement un blocage des parois de la structure avec une vitesse d'évolution non linéaire. Les parois de domaines atteignent leur positions quasi-finales au bout d'un temps  $t = 1000$  puis convergent très lentement vers l'asymptote verticale  $\frac{x}{w_x} = \sqrt{\left(1 - \frac{\zeta_0}{\zeta'}\right)}$ . Le profil transverse au temps  $t = 4000$  est représenté sur la figure 3.7(b). La taille de la structure déterminée numériquement ( $u(x_0) = 0$ ) sur ce profil nous donne la valeur de la position

$$x_0(num) = \pm 0.706 w_x, \quad (3.34a)$$

de la paroi, qui est à comparer à la valeur analytique

$$x_0(ana) = \pm 0.707 w_x. \quad (3.34b)$$

Les deux valeurs de  $x_0$ , analytique et numérique, sont en excellent accord. Nous comparons aussi les expressions analytiques de la position du cœur de la paroi  $x_0$  et sa vitesse  $\dot{x}_0$  aux simulations numériques. Nous représentons sur la figure 3.7(c-d) les courbes analytiques en traits rouges et les points numériques en bleus de la position du cœur de la paroi (c) et de sa vitesse (d). Ici encore nous avons un très bon accord entre l'étude analytique et les simulations numériques.

### 3.2.2.3 Étude numérique du blocage de parois de domaines par un forçage spatial gaussien

Nous avons vu que le point de Maxwell, i.e. une paroi stationnaire, est atteint pour la position (Eq. 3.33) :

$$x_0 = \pm w_x \sqrt{\ln\left(\frac{\zeta_0}{\zeta'}\right)}$$

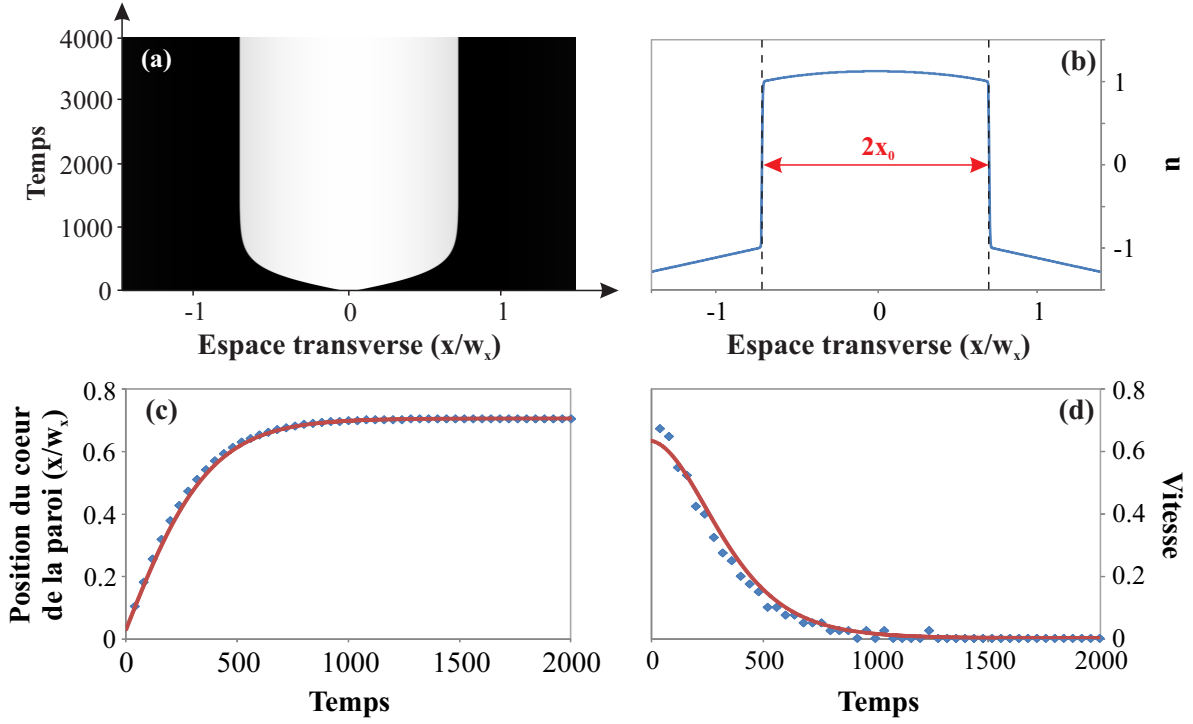


FIGURE 3.7: Étude numérique du blocage des parois de domaines avec un forçage spatial parabolique : (a) Évolution spatio-temporelle des parois de domaines. (b) Coupe transverse du profil spatial au temps  $t = 4000$ . (c) Position relative du cœur  $x_0$  de la paroi pour les  $x$  positifs :  $\blacklozenge$  points numériques, - courbe analytique. (d) Vitesse de propagation de la paroi pour les  $x$  positifs en fonction du temps :  $\blacklozenge$  points numériques, - courbe analytique.  $\zeta_0 = 0.6$ ,  $\zeta' = 0.3$ ,  $w_0 = 350$ .

Afin de vérifier l'accord de  $x_0$  avec les simulations numériques, nous intégrons numériquement l'équation de la bifurcation fourche imparfaite avec un forçage gaussien et les mêmes paramètres d'intégration que ceux utilisés pour le forçage parabolique. A savoir  $\zeta_0 = 0.6$ ;  $\zeta' = 0.3$ ;  $w_0 = 350$ .

L'évolution temporelle des parois est toujours symétrique, mais celle-ci convergent en un point différent du profil parabolique [Fig. 3.8(a,b)]. Encore une fois nous avons un excellent accord entre la prédiction analytique et la valeur numérique de la position de la paroi de domaines :

$$x_0(num) = \pm 0.830w_x, \quad (3.35a)$$

$$x_0(ana) = \pm 0.833w_x. \quad (3.35b)$$

Même si nous n'avons pas d'expression analytique de la position et de la vitesse du cœur de la paroi en fonction du temps, nous comparons les simulations numériques à l'expression (Eq. 3.29). Cette expression analytique a été déterminée pour le profil parabolique, donc pour

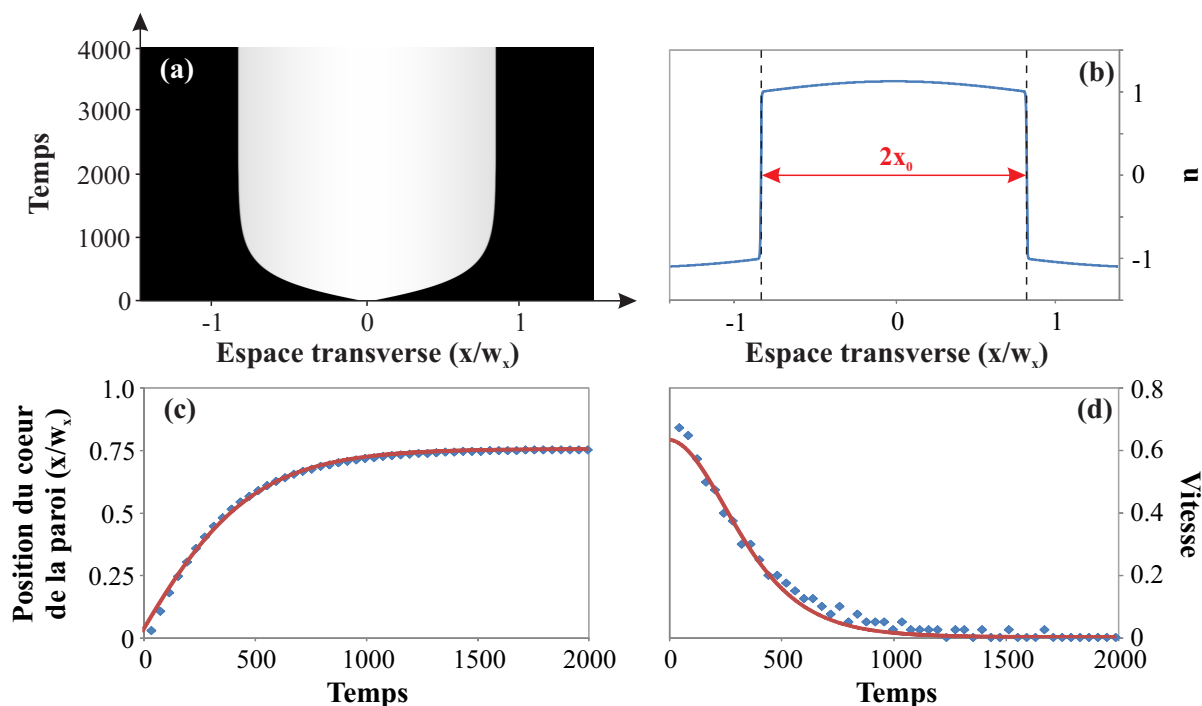


FIGURE 3.8: Étude numérique du blocage des parois de domaines avec un forçage spatial gaussien : (a) Évolution spatio-temporelle des parois de domaines. (b) Coupe transverse du profil spatial au temps  $t = 4000$ . (c) Position relative du cœur  $x_0$  de la paroi pour les  $x$  positifs :  $\blacklozenge$  points numériques, - courbe analytique du profil parabolique. (d) Vitesse de propagation de la paroi pour les  $x$  positifs en fonction du temps :  $\blacklozenge$  points numériques, - courbe analytique du profil parabolique.  $\zeta_0 = 0.6$ ,  $\zeta' = 0.3$   $w_x = 350$ .

l'appliquer au profil gaussien, nous déterminons la courbe de tendance des points numériques à partir de cette expression. La courbe de tendance est en très bon accord avec les points numériques pour la position du cœur de la paroi [Fig. 3.8(c)] et pour la vitesse de celle-ci [Fig. 3.8(d)]. Nous pouvons donc utiliser cette expression pour reproduire la propagation d'une paroi en profil gaussien.

L'étude présentée ci-dessus sur la bifurcation fourche imparfaite nous a démontré le blocage des parois de domaines en soumettant le système à un forçage spatial en forme de cloche. Nous allons maintenant confronter ces résultats à ceux du modèle itératif décrivant la dynamique de la cavité.

### 3.2.3 Influence du profil transverse du faisceau dans le modèle itératif

Les parois de domaines générées dans le cas de la cavité anti-diffractante ne sont pas stationnaires comme le soliton, sauf au point de Maxwell<sup>4</sup>. Ces parois se propagent dans l'espace

4. Le point de Maxwell est défini comme le point où les états fixes du cycle de bistabilité ont la même énergie. Les états de la branche basse et de la branche haute sont alors parfaitement équivalents, entraînant

avec des vitesses positives ou négatives [Fig. 3.9(a,c)], selon la position relative du pompage par rapport au point de Maxwell [Fig. 3.9(b)], comme nous l'avons décrit dans la section 3.2.1. Nous avons défini précédemment, dans l'étude analytique de la bifurcation fourche imparfaite, une brisure de symétrie  $\zeta = \zeta_0 - \zeta'$ , pour une onde plane dont l'amplitude est  $\zeta_0$  pour tenir compte d'un point de Maxwell à  $\zeta_0 \neq 0$ . L'analogie de la brisure de symétrie ( $\zeta_0$ ) dans le modèle itératif est le taux de pompage  $F_0$  : l'amplitude du faisceau gaussien dans notre modèle. Nous introduisons  $F_{Maxwell} = \zeta'$ , comme la valeur du champ de pompe pour laquelle les parois sont stationnaires (point de Maxwell) [Fig. 3.9(b)]. Ainsi, à ce point nous retrouvons :

$$\zeta = F_0 - F_{Maxwell} = 0, \quad (3.36)$$

par analogie avec la bifurcation fourche imparfaite.

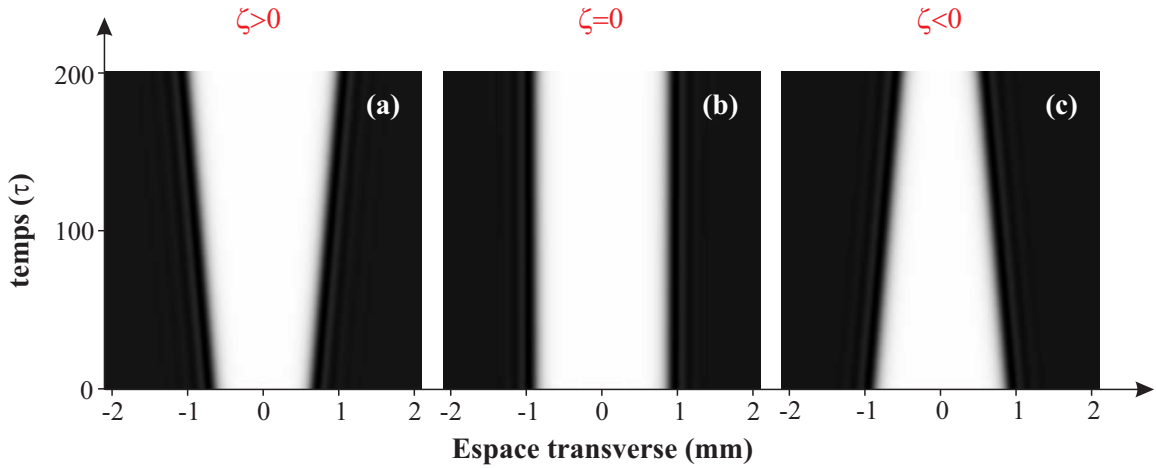


FIGURE 3.9: Diagrammes spatio-temporels de parois de domaines mobiles obtenus après intégration du modèle itératif (Eq. 1.11-1.13) : (a) propagation vers l'extérieur,  $F_0 = 0.1311 > F_{Maxwell}$ ,  $\zeta > 0$ ; (c) propagation vers l'intérieur,  $F_0 = 0.1300 < F_{Maxwell}$ ,  $\zeta < 0$ ; (b) Parois immobiles,  $F_0 = 0.13055 = F_{Maxwell}$ ,  $\zeta = 0$ .  $d = -5$  mm ;  $\varphi = -0.6$  ;  $\chi = 1$  ;  $R_1 = 81.8$  % ;  $R_2 = 81.4$  %.

### 3.2.3.1 Ancrage de parois de domaines par un forçage spatial gaussien

Nous allons nous servir du profil gaussien du faisceau de pompe et de son interaction avec le point de Maxwell pour étudier la dynamique des parois de domaines. L'étude analytique et numérique de la bifurcation fourche imparfaite a mis en évidence le blocage de parois de domaines avec un pompage inhomogène (profil parabolique dans l'étude analytique et numérique et profil gaussien dans l'étude numérique). Ce travail a montré comment celui-ci

---

une immobilité de la paroi.

atteignait sa valeur limite à travers l'étude de la position et de la vitesse du cœur de la paroi pour le profil parabolique. Nous avons aussi démontré que dans le cas d'un forçage gaussien l'effet du verrouillage était robuste, mais à une position spatiale  $x_0$  légèrement différente du profil parabolique. Nous allons maintenant vérifier ces prédictions théoriques sur le modèle itératif modélisant notre dispositif expérimental.

Pour ce faire, nous effectuons une simulation numérique avec les mêmes paramètres que la figure 3.5, mais nous choisissons un profil de pompage gaussien de taille transverse  $2w_x = 2800 \mu\text{m}$ . Deux effets sont alors visibles [Fig. 3.10(a)]. Premièrement, nous obtenons deux parois stationnaires aux temps longs. Deuxièmement, la vitesse de propagation des parois durant la phase transitoire n'est pas linéaire comme dans le cas d'un pompage en onde plane, mais présente la même forme caractéristique observée à la figure 3.8(a). Une structure localisée stationnaire (étendue par rapport à un soliton) est ainsi créée et délimitée par des parois de domaines. Maintenant qu'en est-il de la forme de la structure ? Son profil transverse, représenté en trait bleu sur la figure 3.10(b), met en évidence la conservation des oscillations sur les ailes de la structure. Nous représentons en pointillés verts la solution gaussienne de la branche basse du cycle de bistabilité pour le même  $F_0$  donné. On constate que les oscillations des parois s'effectuent autour de la solution basse comme dans le cas de l'onde plane. La différence ici étant une solution basse non homogène. De plus, aucune modulation spatiale n'apparaît sur le haut de la structure, même en intégrant sur plusieurs centaines de  $\tau$ .

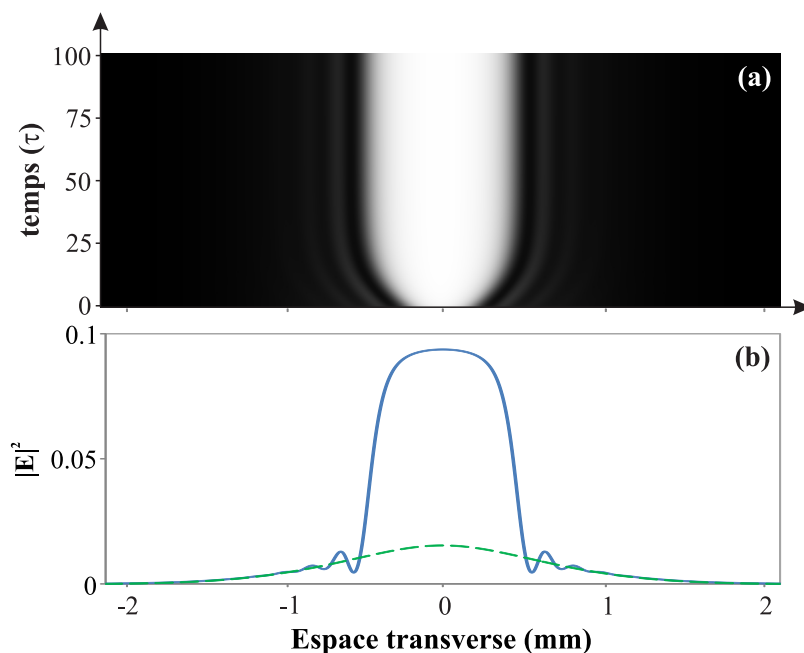


FIGURE 3.10: Ancre de parois de domaines par un forçage spatial gaussien : (a) diagramme spatio-temporel de deux parois ancrées, (b) profil transverse : - à  $t = 100 \tau$ , - à  $t < 0 \tau$  (pointillé).  $F_0 = 0.14$ ;  $d = -5 \text{ mm}$ ;  $\varphi = -0.6$ ;  $w_x = 1400 \mu\text{m}$ ;  $\chi = 1$ ;  $R_1 = 81.8 \%$ ;  $R_2 = 81.4 \%$ .

Pour déterminer numériquement la position du cœur  $x_0$  des parois et la comparer au modèle de la bifurcation fourche imparfaite, nous utilisons la méthode suivante. Nous dérivons le signal pour accéder au point d'inflexion du profil transverse qui correspond au cœur  $x_0$  de la paroi. Puis nous traçons le rapport  $(x_0/w_x)^2$  en fonction de  $\ln(F_0)$  sur la figure 3.11(c) pour les quatre différentes tailles de  $w_x$ . Nous obtenons des séries de points assez proches de la courbe analytique :

$$(x_0/w_x)^2 = \ln(F_0) - \ln(F_{Maxwell}) \quad (3.37)$$

Il est clair que les courbes de tendances de  $(x_0/w_x)^2$  en fonction de  $\ln(F_0)$ , ne coïncident pas exactement avec l'évolution linéaire (Eq. 3.33) attendue. La première approche de la détermination de l'expression de  $x_0$  (Eq. 3.33) basée sur l'annulation de  $\zeta$  dans l'expression (3.1) est empirique. Elle considère que chaque point  $x$  est indépendant de ses voisins, ce qui n'est évidemment pas le cas et la paroi sera stationnaire pour le point  $x$  qui possède un potentiel  $V(u)$  symétrique. En conservant ce raisonnement empirique, il apparaît plus judicieux de prendre pour  $\zeta(x)$ , une dépendance hypergaussienne de demi largeur  $w'_x$  comme observée sur le champ de sortie de la cavité [Fig. 3.11(b)]. Dans ce cas,

$$\zeta = F_0 e^{-(x/w'_x)^{2n}} \quad (3.38)$$

et  $x_0$  est donnée par

$$F_M = F_0 e^{-(x_0/w'_x)^{2n}}, \quad (3.39)$$

soit :

$$\left(\frac{x_0}{w_x}\right)^2 = s (\ln(F_0) - \ln(F_M))^{1/n}, \quad (3.40)$$

où nous posons  $w'_x = \sqrt{s}w_x$ .

Nous traçons à nouveau les courbes de tendance des points numériques de la figure 3.11(c) avec cette nouvelle expression (Eq. 3.40) et constatons alors une très bonne correspondance entre les courbes analytiques et les points numériques [Fig. 3.12]. Il subsiste, pour les faibles valeurs de  $w_x$ , un léger désaccord qui provient certainement du manque de prise en compte de l'interaction entre les deux parois de domaines dans l'expression (3.40). Ce développement fera l'objet de la suite de cette thèse.

Nous voyons que le point de Maxwell est retrouvé avec une bonne précision (Tab. 3.1), même pour des pompes gaussiennes de petites tailles. L'analyse de l'évolution de  $x_0$  avec  $F_0$  permet donc de définir le point de Maxwell en présence d'un paramètre inhomogène. Elle permet



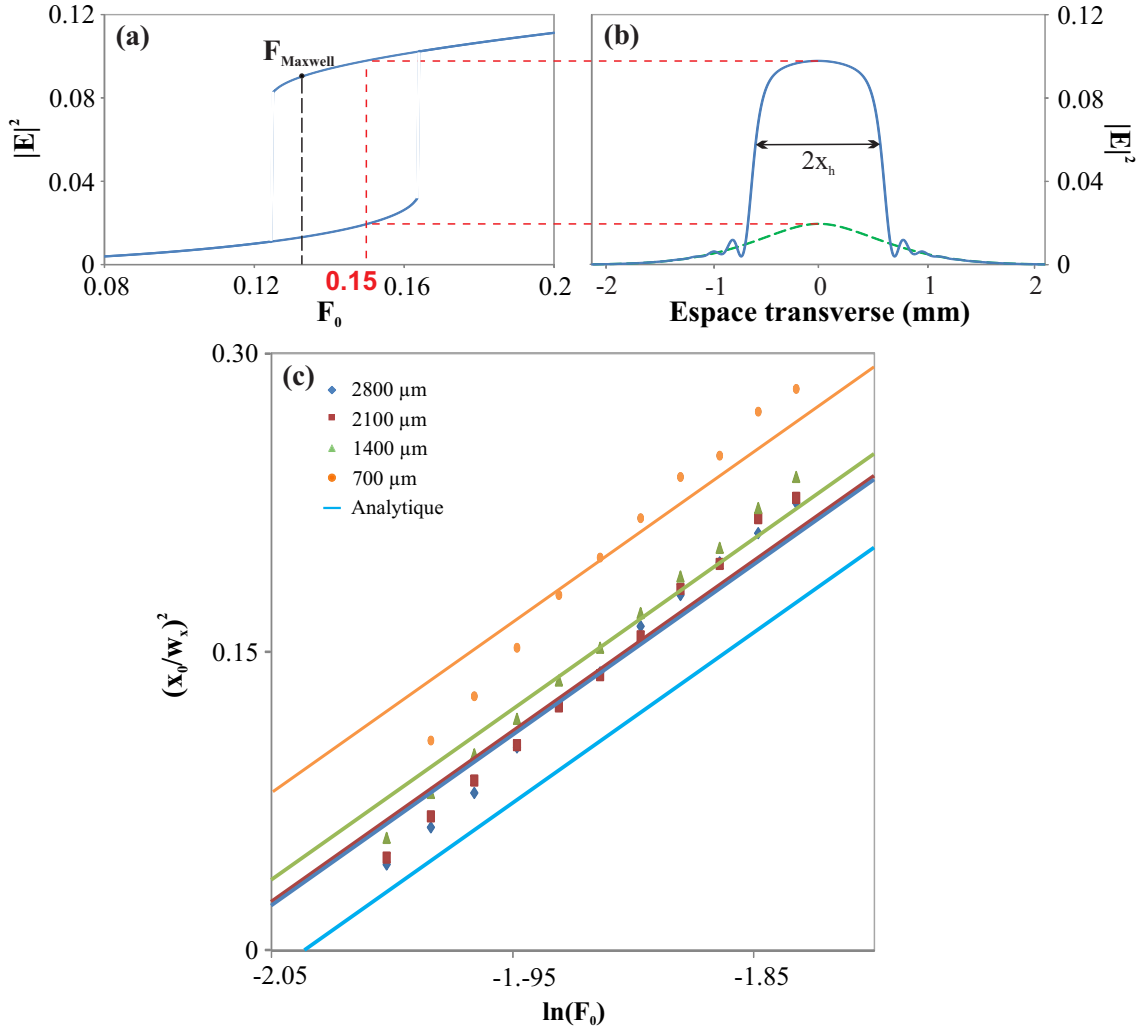


FIGURE 3.11: (a) Solution stationnaire homogène stable en régime bistable. (b) Profil transverse : - des parois de domaines stationnaires connectant la branche haute à la branche basse, - solution de la branche basse (pointillé).  $F_0 = 0.15$ . (c) Évolution du rapport  $x_0/w_x$  en fonction du taux de pompage  $F_0$  : - expression ;  $\bullet$  points numériques pour  $w_x = 700 \mu\text{m}$ , - courbe de tendance pour  $w_x = 700 \mu\text{m}$  ;  $\blacktriangle$  points numériques pour  $w_x = 1400 \mu\text{m}$ , - courbe de tendance pour  $w_x = 1400 \mu\text{m}$  ;  $\blacksquare$  points numériques pour  $w_x = 2100 \mu\text{m}$ , - courbe de tendance pour  $w_x = 2100 \mu\text{m}$  ;  $\blacklozenge$  points numériques pour  $w_x = 2800 \mu\text{m}$ , - courbe de tendance pour  $w_x = 2800 \mu\text{m}$ .  $d = -5 \text{ mm}$  ;  $\varphi = -0.6$  ;  $w_x = 1400 \mu\text{m}$  ;  $\chi = 1$  ;  $R_1 = 81.8 \%$  ;  $R_2 = 81.4 \%$ .

aussi notamment de déterminer ce point particulier pour le système stochastique (comme expérimentalement), où il n'est pas possible d'y accéder.

Pour être en complète adéquation avec la cavité Kerr expérimentale, nous devons prendre en compte la fonction de transfert de la cavité Pérot-Fabry et non simplement la gaussienne comme profil de pompage. Nous nous attachons donc dans la section suivante à décrire les modifications des résultats précédents introduits par cette fonction sur les parois de domaines.

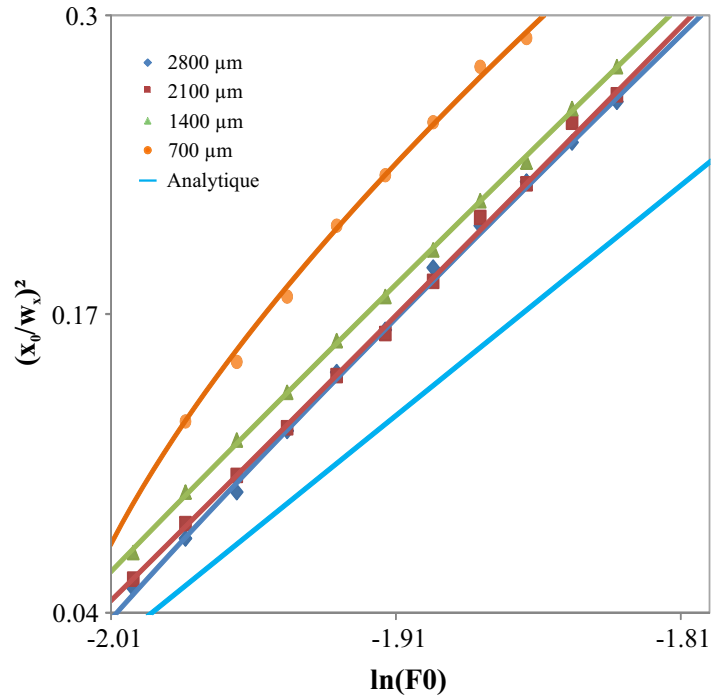


FIGURE 3.12: Évolution du rapport  $x_0/w_x$  en fonction du taux de pompage  $F_0$  : — expression ; ● points numériques pour  $w_x = 700 \mu\text{m}$ , — courbe de tendance pour  $w_x = 700 \mu\text{m}$  ; ▲ points numériques pour  $w_x = 1400 \mu\text{m}$ , — courbe de tendance pour  $w_x = 1400 \mu\text{m}$  ; ■ points numériques pour  $w_x = 2100 \mu\text{m}$ , — courbe de tendance pour  $w_x = 2100 \mu\text{m}$  ; ◆ points numériques pour  $w_x = 2800 \mu\text{m}$ , — courbe de tendance pour  $w_x = 2800 \mu\text{m}$ .  $d = -5 \text{ mm}$  ;  $\varphi = -0.6$  ;  $w_x = 1400 \mu\text{m}$  ;  $\chi = 1$  ;  $R_1 = 81.8 \%$  ;  $R_2 = 81.4 \%$ .

$w_x$	700	1400	2100	2800
$s$	0.98	1.191	1.27	1.18
$n$	1.49	1.04	0.99	1.07
$F_{Maxwell}$	0.1314	0.1282	0.129	0.1307

TABLE 3.1: Paramètres  $n$  et  $F_{Maxwell}$  des régressions linéaires des points numériques de la figure 3.11(c).

### 3.2.3.2 Ancrage des parois par la fonction de transfert de la cavité Pérot-Fabry (FTC)

Nous avons vu à la section 1.3.4 du chapitre 1 que la FTC de la cavité Pérot-Fabry n'était pas linéaire pour un faisceau de pompe gaussien. Il est alors évident que les parois ne vont pas être stoppées en un point du profil gaussien de la pompe mais en un point du profil de la FTC correspondant au point d'équilibre de Maxwell. Les simulations du modèle itératif montrent qu'un domaine délimité par des parois de domaines est conservé. Une modulation décroissante existe toujours à la jonction de la paroi avec la solution basse de la structure

(Fig. 3.13), mais celle-ci se mélange à la fonction de transfert de la cavité. Dans ces conditions, il est très difficile d’observer la modulation liée aux parois de domaines. La principale conséquence de la pris en compte de la FTC est la restriction de la taille du domaine à la taille transverse du lobe central de la FTC (Fig. 3.13). Nous remarquons sur les profils transverses d’intensité des parois de domaines de la figure 3.13 que le domaine n’est pas modulé. En effet, nous avons pu constater pour de faibles largeurs de faisceau la disparition de l’instabilité modulationnelle. Cette instabilité ne disparaît pas totalement car, comme nous allons le voir dans la section suivante, la prise en compte du bruit dans les simulations numériques laisse apparaître l’instabilité modulationnelle.

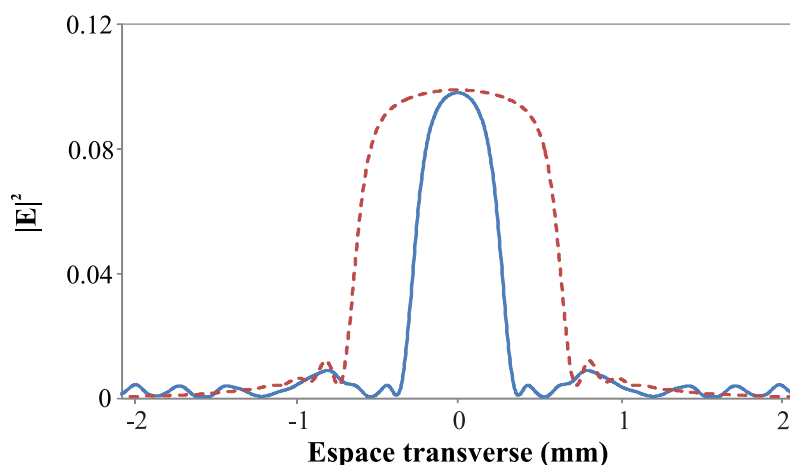


FIGURE 3.13: Comparaison des parois de domaines pour un faisceau de pompe gaussien : - en tenant compte de la FTC (trait plein), - sans tenir compte de la FTC (trait pointillé).  $F_0 = 0.15$ ,  $\varphi = -0.6 \text{ rad}$ ,  $w_x = 1400 \mu\text{m}$ ,  $d = -5 \text{ mm}$ ,  $\chi = 1$ ;  $R_1 = 81.8 \%$ ;  $R_2 = 81.4 \%$ ;  $R_c = 0.64 \text{ m}$ .

Concernant l’évolution temporelle des parois, on observe d’après la figure 3.14, une évolution similaire de la trajectoire du cœur des parois avec un temps d’évolution sensiblement identique. L’effet principal de la fonction de transfert de cavité est le rapprochement des parois de domaines et donc une diminution de la taille de la structure optique créée. Nous pouvons reproduire la trajectoire du cœur de la paroi [Fig. 3.14(c)] en déterminant une courbe de tendance à partir de l’expression (3.29), celle-ci permet donc de retrouver aussi la trajectoire du cœur de la paroi avec le profil du faisceau de la fonction de transfert de cavité. Nous allons maintenant confronter ces prédictions numériques obtenues dans les conditions expérimentales (pompage gaussien, fonction de transfert de cavité) aux résultats expérimentaux.

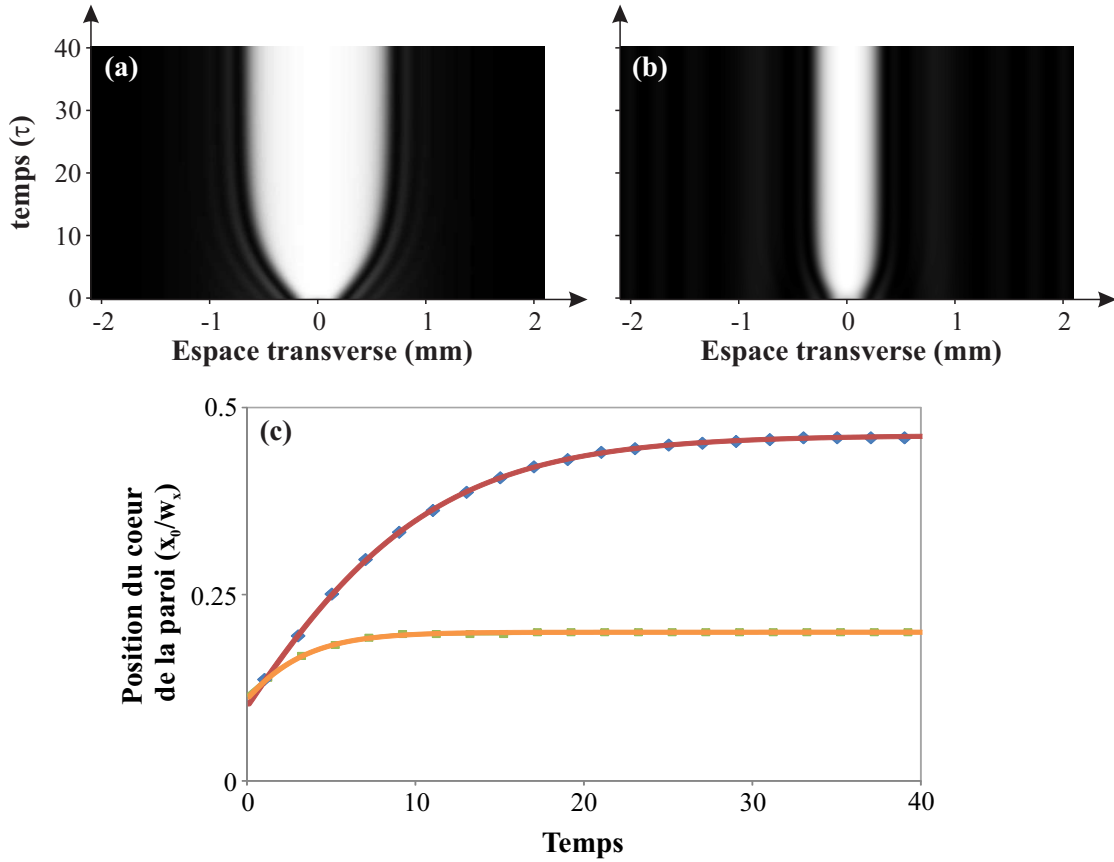


FIGURE 3.14: Diagrammes spatio-temporels de la position des parois de domaines en pompage gaussien : (a) sans phase spatiale et (b) avec la phase spatiale (Fonction de transfert de cavité). (c) Évolutions relatives de la position du cœur de la paroi : sans phase spatiale ;  $\blacklozenge$  points numérique ; - courbe de tendance, avec la phase spatiale ;  $\blacksquare$  points numériques ; - courbe de tendance.  $R_c = 0.64 m$ .  $F_0 = 0.15$ ,  $\varphi = -0.6 rad$ ,  $w_x = 1400 \mu m$ ,  $d = -5 mm$ ,  $\chi = 1$  ;  $R_1 = 81.8 \%$  ;  $R_2 = 81.4 \%$ .

### 3.3 Résultats expérimentaux

#### 3.3.1 Mise en évidence expérimentale de parois de domaines

Nous avons mis en évidence, dans l'étude théorique, la présence de parois de domaines dans une configuration de la cavité Kerr soumise à de la diffraction négative. Ces parois présentent, dans le modèle en champ moyen et dans le modèle itératif, des rebonds sur leurs ailes. Les parois sont bloquées sous l'action d'un forçage spatial inhomogène du faisceau de pompe. Nous allons maintenant vérifier ces différentes prédictions théoriques dans notre cavité Pérot-Fabry expérimentale. Pour nous placer en diffraction négative, nous réglons la longueur optique de cavité à une valeur négative ( $d < 0$ ).

Nous vérifions la présence de parois domaines pour une longueur optique de cavité  $d =$

$-1.4 \text{ mm}$ . Le déphasage est choisi négatif pour permettre d'être en régime bistable et la puissance est réglée de telle manière que la partie centrale du faisceau de pompe atteigne la branche haute du cycle de bistabilité. Dans ces conditions, on observe une structure transverse en forme de "cigare" présentée sur la figure 3.15(a). Une coupe transverse horizontale au centre de l'image bidimensionnelle met en évidence une structure localisée, délimitée par des parois raides reliant un état de faible puissance à un état de forte puissance [Fig. 3.15(b)]. Cette structure est bien semblable à celle prédite précédemment.

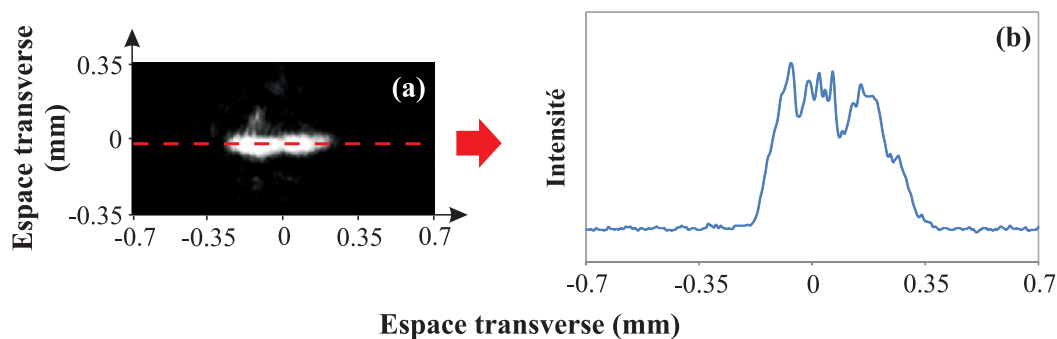


FIGURE 3.15: (a) Image bidimensionnelle expérimentale d'un domaine délimité par des parois stationnaires. (b) Profil transverse de la ligne pointillée de (a).  $d = -1.4 \text{ mm}$ .

Nous avons déterminé pour un pompage inhomogène une expression analytique de la demi-largeur  $x_0$  (Eq. 3.33) de la structure, comme étant une fonction croissante du champ de pompe  $F_0$ . Afin de vérifier ces prédictions théoriques nous réalisons à paramètres constants un profil transverse pour deux puissances de pompe différentes, à savoir  $I_0 = 519 \text{ W.cm}^{-2}$  et  $I_0 = 659 \text{ W.cm}^{-2}$ . Nous observons sur la figure 3.16 une augmentation de la taille de la structure. En premier lieu nous retrouvons donc qualitativement le même comportement observé dans l'étude numérique. D'autre part, ce paramètre nous permet de contrôler la taille du domaine localisé.

Pour terminer, nous observons toujours une modulation sur la branche haute correspondant au domaine. Ce résultat est intéressant car il n'est pas prédit par le modèle en champ moyen [134] et pose donc la question de l'origine de cette instabilité modulationnelle dans la modélisation.

### 3.3.2 Dynamique des parois de domaines expérimentales

Nous avons vu dans l'étude théorique qu'en appliquant un forçage spatial les parois de domaines ont des vitesses de déplacements non linéaires tendant vers zéro pour des temps infinis. Pour initier un domaine, nous nous plaçons près du point de rebroussement de la branche

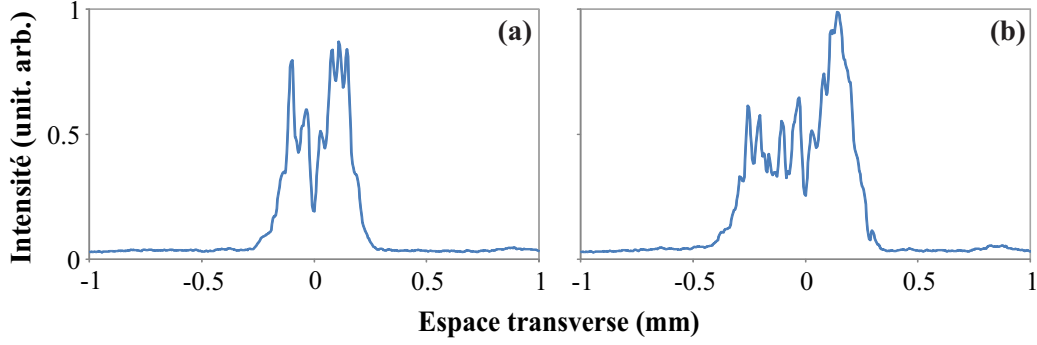


FIGURE 3.16: Influence de la pompe sur la taille des domaines observés expérimentalement : (a)  $I_0 = 519 \text{ W.cm}^{-2}$ , (b)  $I_0 = 659 \text{ W.cm}^{-2}$ .  $d = -5 \text{ mm}$ ,  $\varphi = -0.6$ ,  $w_x = 1400 \mu\text{m}$ ,  $R_c = 0.64 \text{ m}$ ,  $\chi = 1$ ;  $R_1 = 81.8 \%$ ;  $R_2 = 81.4 \%$

basse<sup>5</sup> nécessaire à l'émergence de parois domaines compte tenu de la proximité du point de bifurcation du cycle bistable [Fig. 3.17(b)]. Nous retrouvons la forme caractéristique de propagation des parois avec une position du coeur tendant asymptotiquement vers sa valeur finale (Fig.3.18). Nous déterminons les courbes de tendance des points numériques et expérimentaux à partir de l'expression (3.33). Cependant, le signal étant très bruité, la détection du point d'inflexion ne peut se faire sans un traitement des données (par exemple un lissage). Par un manque de temps, nous ne pouvons effectuer ce travail et détectons le coeur de la paroi comme étant  $|E(x_0)|^2 = 1/2|E_{max}|^2$ . Cela nous donne un résultat proche de la vraie position  $x_0$  du coeur de la paroi. Nous constatons que l'expression (3.33) permet aussi de retrouver la trajectoire du coeur de la paroi pour une simulation numérique bruitée et pour l'expérience.

La comparaison, avec la détermination du bord par le point d'inflexion (sur des profils moyennés sur 20 secondes dans la régime stationnaire), aux simulations numériques dans les mêmes conditions conduit à un excellent accord quantitatif entre les valeurs de  $x_0$  numérique et expérimentale, soit :

$$x_0(num) = 293 \mu\text{m} \quad (3.41a)$$

$$x_0(exp) = 270 \pm 10 \mu\text{m} \quad (3.41b)$$

Les deux diagrammes numérique et expérimental présentent une modulation spatiale de la partie haute de la structure localisée. Les valeurs des longueurs d'onde de ces modulations sont aussi très proches :

$$\lambda(num) = 54 \mu\text{m} \quad (3.42a)$$

5.  $P_{UP}$  sur la figure 3.1

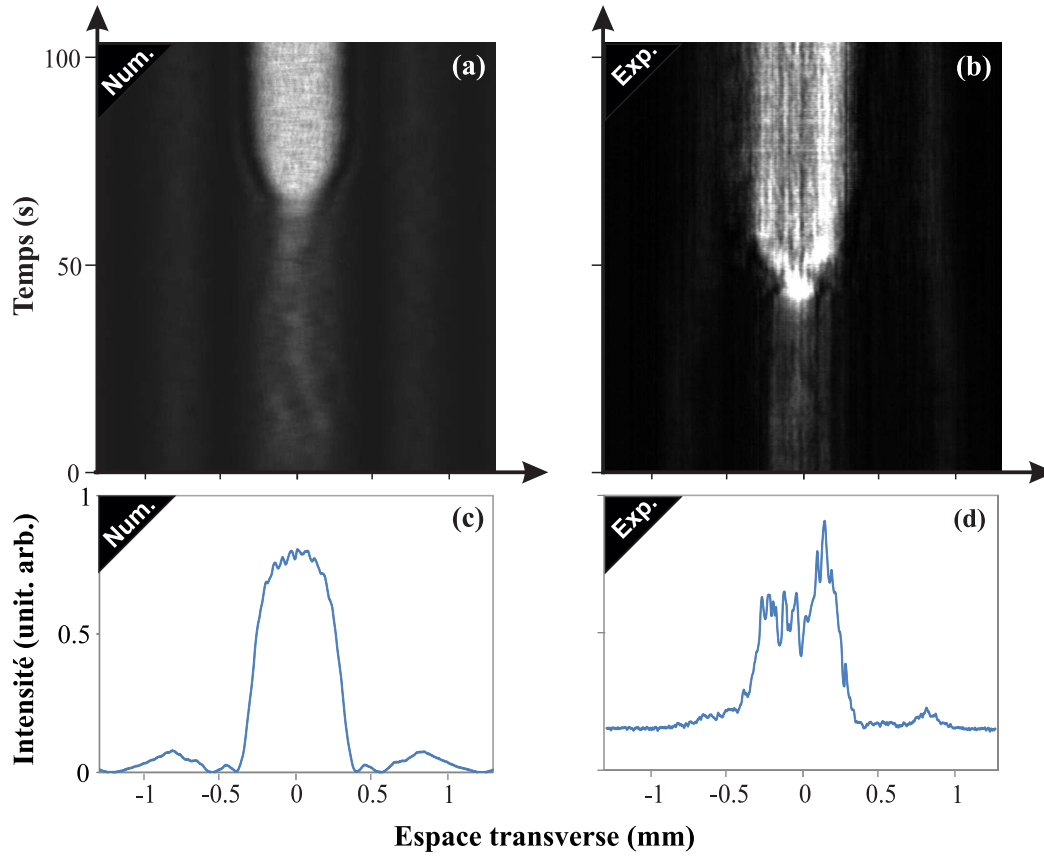


FIGURE 3.17: Diagrammes spatio-temporels du blocage de parois de domaines en cavité anti-diffractante : (a) simulation numérique,  $F_0 = 0.155$ , (b) résultat expérimental,  $I_0 = 433 \text{ W.cm}^{-2}$ . Profils transverses moyennés sur 20 s à partir de  $t = 80 \text{ s}$  : (c) simulation numérique, (d) résultat expérimental.  $d = -5 \text{ mm}$ ,  $\varphi = -0.6$ ,  $w_x = 1400 \mu\text{m}$ ,  $R_c = 0.64 \text{ m}$ ,  $\chi = 1$ ;  $R_1 = 81.8 \%$ ;  $R_2 = 81.4 \%$ .

$$\lambda(\text{exp}) = 58 \pm 10 \mu\text{m} \quad (3.42\text{b})$$

Le résultat expérimental confirme la présence d'une modulation présente sur la branche haute du cycle de bistabilité avec une périodicité beaucoup plus courte que l'instabilité modulationnelle observée en cavité diffractante (Sec. 2.2.1).

### 3.4 Cavité à diffraction nulle : génération de parois de domaine sans modulation

Un des challenges du transport de l'information est de l'optique en général est la compensation ou l'annulation de la diffraction. C'est ce que nous mettons en évidence grâce à notre cavité en configuration de diffraction nulle (i.e.  $d = 0$ ).

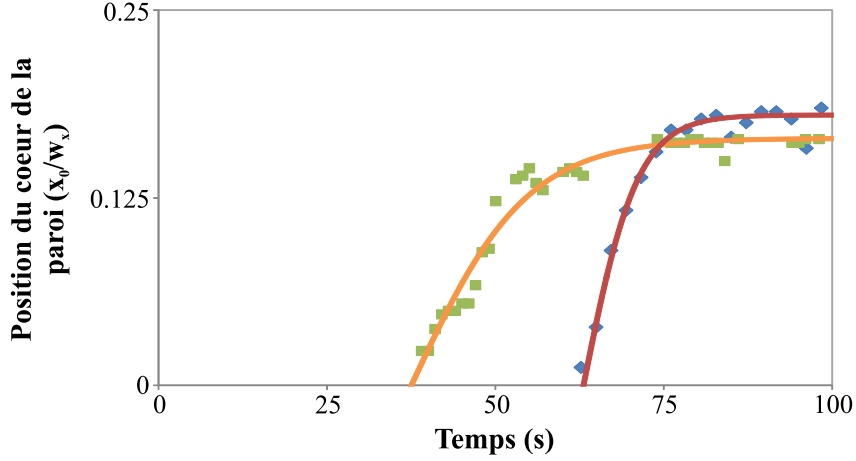


FIGURE 3.18: Évolutions relatives de la position du cœur de la paroi :  $\blacklozenge$  points numériques,  $F_0 = 0.155$ ;  $-$  courbe de tendance numérique.  $\blacksquare$  points expérimentaux,  $I_0 = 433 \text{ W.cm}^{-2}$ ;  $-$  courbe de tendance expérimental.  $d = -5 \text{ mm}$ ,  $\varphi = -0.6$ ,  $w_x = 1400 \mu\text{m}$ ,  $R_c = 0.64 \text{ m}$ ,  $\chi = 1$ ;  $R_1 = 81.8 \%$ ;  $R_2 = 81.4 \%$ .

### 3.4.1 Prédictions numériques à partir du modèle en champ moyen

La longueur optique de cavité est nulle, l'expression du modèle en champ moyen se simplifie et prend la forme :

$$\frac{\partial \psi(x, t)}{\partial t} = S(x, t) - \psi(x, t) + i\eta (N(x, t) - \Delta) \psi(x, t) \quad (3.43)$$

$$\Pi \frac{\partial N(x, t)}{\partial t} - \Omega \frac{\partial^2 N(x, t)}{\partial x^2} + N(x, t) = |\psi(x, t)|^2 \quad (3.44)$$

Dans cette configuration toute structuration spatiale du système sera engendrée par la diffusion de l'indice de réfraction du cristal liquide. A partir de la relation de dispersion de l'équation (1.29), nous représentons les domaines de stabilité dans le cas d'une solution monostable ( $\Delta = 1$ ) [Fig. 3.19(a,b)] et dans le cas d'une solution bistable ( $\Delta = 3$ ) [Fig. 3.19(c,d)]. En régime bistable, les branches basse et haute sont stables dans ces conditions et seule la branche centrale du cycle bistabilité est instable. L'existence de parois de domaines est alors toujours possible.

Nous intégrons numériquement le modèle en champ moyen du système d'équations (3.43-3.44) en régime bistable ( $\Delta = 3$ ) et représentons un profil d'intensité de la structure obtenue [Fig. 3.20(c)]. Celui-ci montre bien l'existence de deux parois reliant la branche basse à la branche haute du cycle de bistabilité. La forme de la paroi se trouve changée par rapport au cas de la cavité anti-diffractante, il n'existe plus de modulation décroissante sur les ailes de la paroi et le haut de la paroi présente un seul rebond sans équivalent dans le cas d'une diffraction négative.



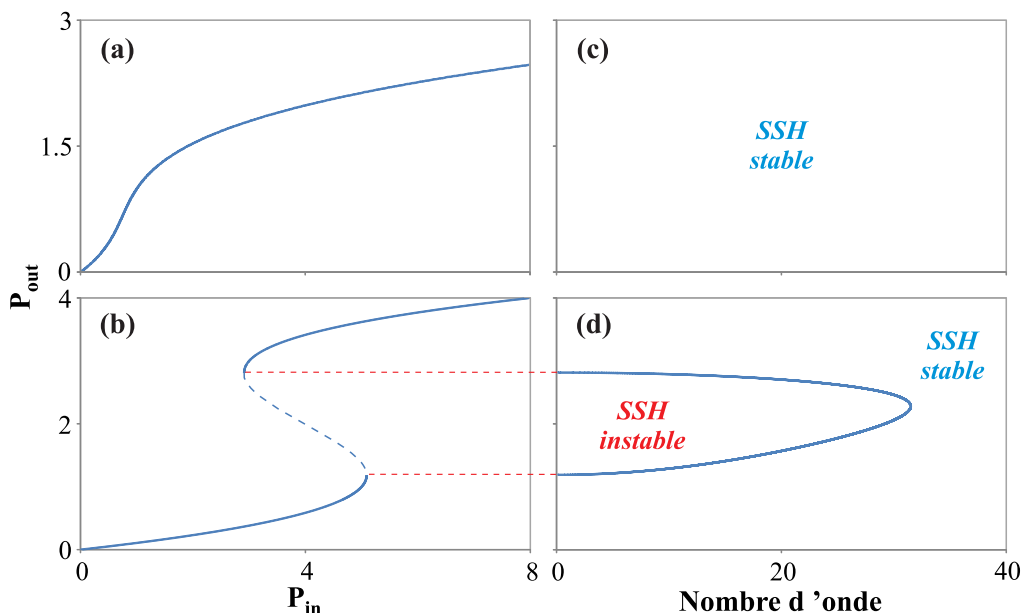


FIGURE 3.19: Solutions stationnaires homogènes du modèle en champ moyen en absence de diffraction (Eq. 3.43-3.44) : (a) Solution monostable,  $\Delta = 1$  ; (b) Solution bistable  $\Delta = 3$ . Domaines de stabilité du modèle en champ moyen en diffraction nulle : (c) solution monostable,  $\Delta = 1$  ; (d) solution bistable,  $\Delta = 3$ .  $\alpha = 0$  ;  $\eta > 0$ .

Sans chercher à développer une étude quantitative détaillée, la dynamique de propagation en onde plane se trouve elle aussi changée. On observe, sur les diagrammes spatio-temporels [Fig. 3.20(a,b)] qu'en absence de diffraction la vitesse de propagation des parois est plus faible.

D'après le modèle en champ moyen, en diffraction nulle les parois de domaines propagatives subsistent en onde plane. Nous allons dans la section suivante, vérifier les prédictions du modèle en champ moyen et poursuivre notre étude du blocage des parois de domaines comme dans la configuration anti-diffractante.

### 3.4.2 Prédictions numériques à partir modèle itératif

Nous comparons maintenant les résultats numériques du modèle en champ moyen, à ceux du modèle itératif décrivant notre cavité Pérot-Fabry. Nous effectuons les mêmes séries de simulations numériques que pour la figure 3.4 en sélectionnant  $d = 0$ , à savoir l'application d'une perturbation localisée sur un faisceau de pompe plan dont l'amplitude se situe au centre d'un cycle de bistabilité [Fig. 3.21(a)]. La forme de la solution obtenue [Fig. 3.21(b)] ressemble à la structure obtenue dans le modèle en champ moyen [Fig. 3.20(c)]. Les oscillations ont disparu sur le bas des parois et un rebond est présent sur le haut de la paroi connectée à la branche haute du cycle d'hystérésis. La transformée de Fourier présente quant à elle une fréquence fondamentale suivie d'un grand nombre d'harmoniques, plus nombreuses que celles

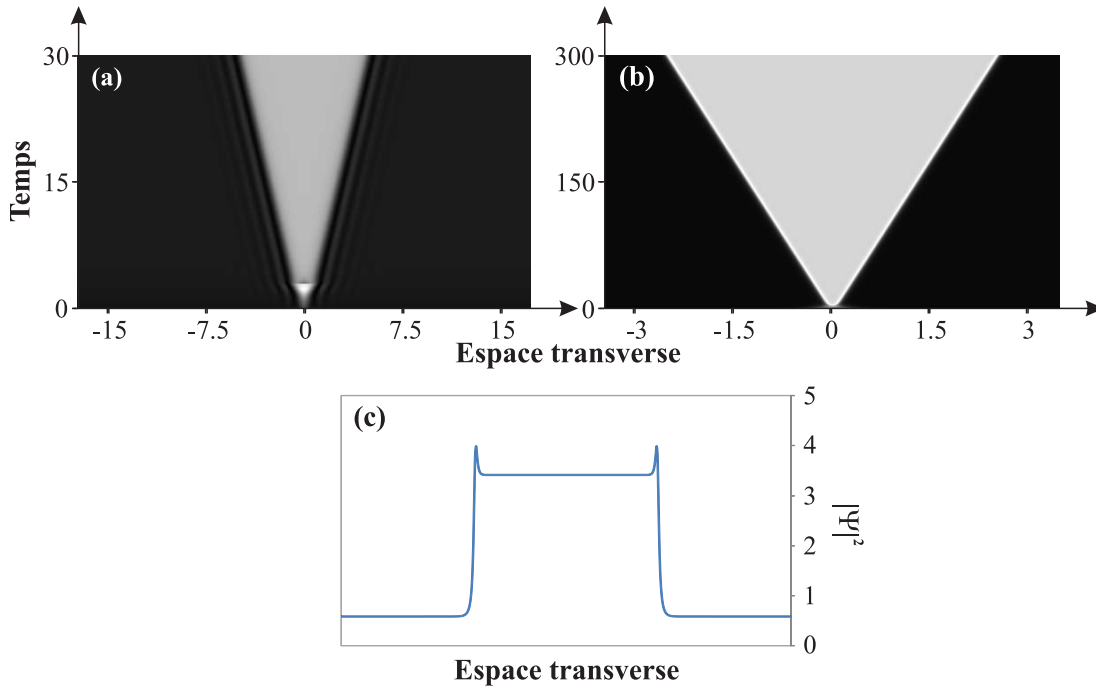


FIGURE 3.20: Diagrammes spatio-temporels de propagation de parois : (a) pour une cavité anti-diffractante ( $\alpha < 0$ ), (b) pour une cavité non diffractante ( $\alpha = 0$ ).  $P_{in} = 2$ ,  $\Delta = 3$ . (c) Profil d'intensité de la structure en (b) au temps  $T = 215$ . Onde plane avec une perturbation initiale.

observées en cavité anti-diffractante [Fig. 3.4(c)]. Ceci indique une raideur de la paroi plus prononcée en diffraction nulle.

Pour la suite de notre étude nous prenons en compte la dépendance spatiale de notre système liée au profil gaussien et au profil de la fonction de transfert de cavité. Nous représentons les diagrammes spatio-temporels en pompage plan et en pompages inhomogènes sur la figure 3.22(a-c). Les comportements dynamiques sont qualitativement inchangés par rapport à la cavité anti-diffractante, mais les vitesses de propagation sont nettement plus faibles qu'en présence de diffraction négative. Les évolutions temporelles des profils transverses [Fig. 3.22(a-c)] mettent en avant, comme pour la cavité anti-diffractante, un verrouillage des parois de domaines pour les profils de pompe inhomogène. Le rebond sur la branche haute, avec les pompages inhomogènes, est toujours présent, mais de plus faible amplitude.

### 3.4.3 Dynamique des parois de domaines

L'évolution temporelle expérimentale des parois de domaines pour une longueur optique de cavité nulle est présentée sur la figure 3.23(b). Nous obtenons des parois de domaines propagatives conformément aux prédictions théoriques. On remarque que la vitesse de propagation des parois est beaucoup plus faibles que pour le cas de la cavité anti-diffractante (Fig. 3.17).

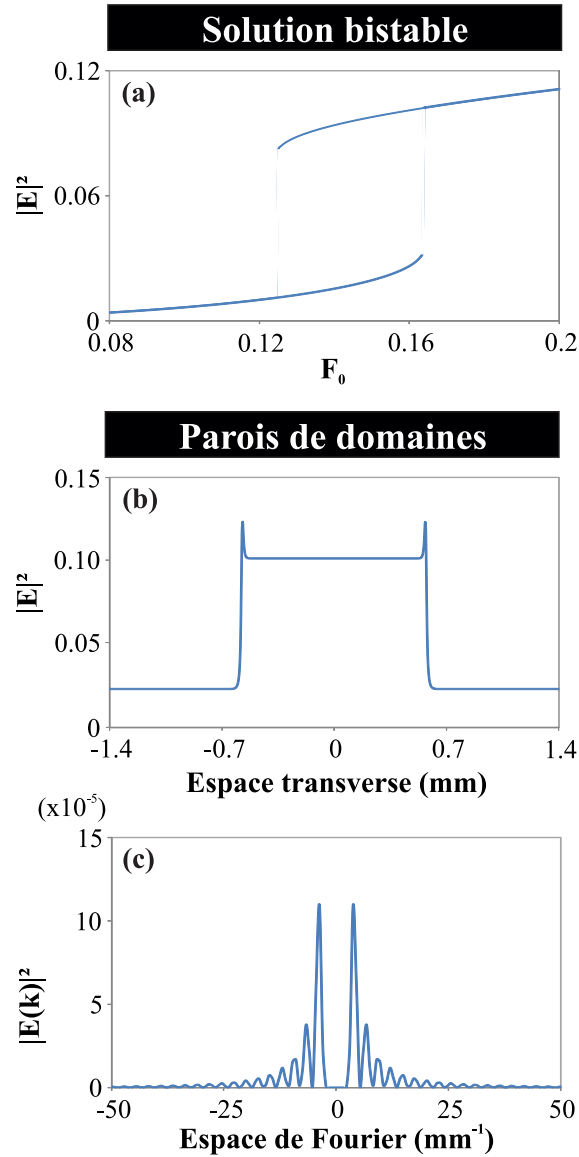


FIGURE 3.21: (a) Solution stationnaire homogène du modèle itératif dans le cas bistable. (b) Profil transverse de parois de domaines. Profil transverse du champ lointain (c). La partie continue du signal est enlevée dans les spectres pour une meilleure lisibilité.  $F_0 = 0.15$ ;  $\varphi = -0.6$  rad;  $d = 0$  mm;  $\chi = 1$ ;  $R_1 = 81.8$  %;  $R_2 = 81.4$  %.

Pour la cavité sans diffraction, l'émergence du domaine localisé se fait à des multiples localisations spatiales et temporelles. Les différents états localisés créés fusionnent entre eux dans la phase transitoire et permettent d'obtenir un seul domaine dans le régime établi. La simulation numérique du modèle itératif stochastique ( $\varepsilon \neq 0$ ) [Fig. 3.23(a)] donne un très bon accord avec les observations expérimentales.

La détermination de la position des parois au temps  $t = 90$  s donne des valeurs du même ordre de grandeurs. En effet, on trouve numériquement  $x_0(\text{num}) = 191$   $\mu\text{m}$  et pour la valeur

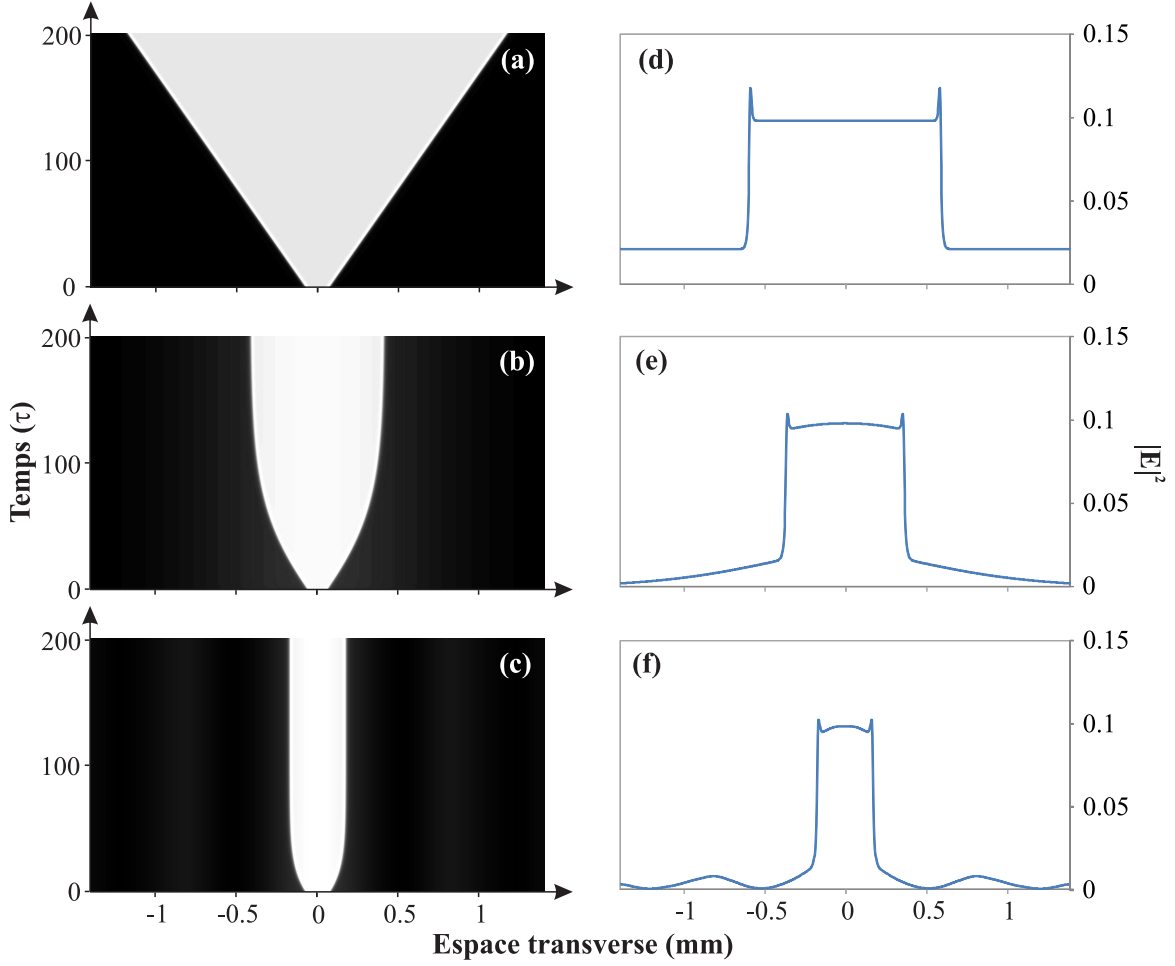


FIGURE 3.22: Diagrammes spatio-temporels de propagation de parois de domaines : (a) en pompage plan, (b) en pompage gaussien sans la FTC,  $w_x = 1400 \mu\text{m}$ , (c) en pompage gaussien avec la FTC,  $w_x = 1400 \mu\text{m}$ ;  $R_C = 0.64 \text{ m}$ . Profil transverse de l'intensité : (d) en pompage plan au temps  $t = 100 \tau$ , (e) en pompage gaussien au temps  $t = 200 \tau$ ;  $w_x = 1400 \mu\text{m}$ , (f) en pompage gaussien avec la fonction de transfert de cavité au temps  $t = 200 \tau$ ;  $w_x = 1400 \mu\text{m}$ ;  $R_C = 0.64 \text{ m}$ .  $F_0 = 0.15$ ;  $\varphi = -0.6 \text{ rad}$ ;  $d = 0 \text{ mm}$ ;  $\chi = 1$ ;  $R_1 = 81.8 \%$ ;  $R_2 = 81.4 \%$ .

expérimentale est  $x_0(\text{exp}) = 152 \mu\text{m}$ .  $x_0$  dépend fortement de la position dans le cycle de bistabilité que nous ne connaissons pas expérimentalement. Ce qui explique la différence quantitative entre les deux valeurs mesurées.

En résumé, nous avons mis en évidence dans ce chapitre la présence de parois de domaines dans une cavité Kerr anti-diffractive et sans diffraction (avec un milieu non instantané et diffusant). A l'aide du modèle de la bifurcation fourche imparfaite avec un terme diffusif, nous avons montré le blocage de parois par un forçage spatial inhomogène de type parabolique ou gaussien. Nous avons dérivé une expression de la position finale (en régime établi) du cœur

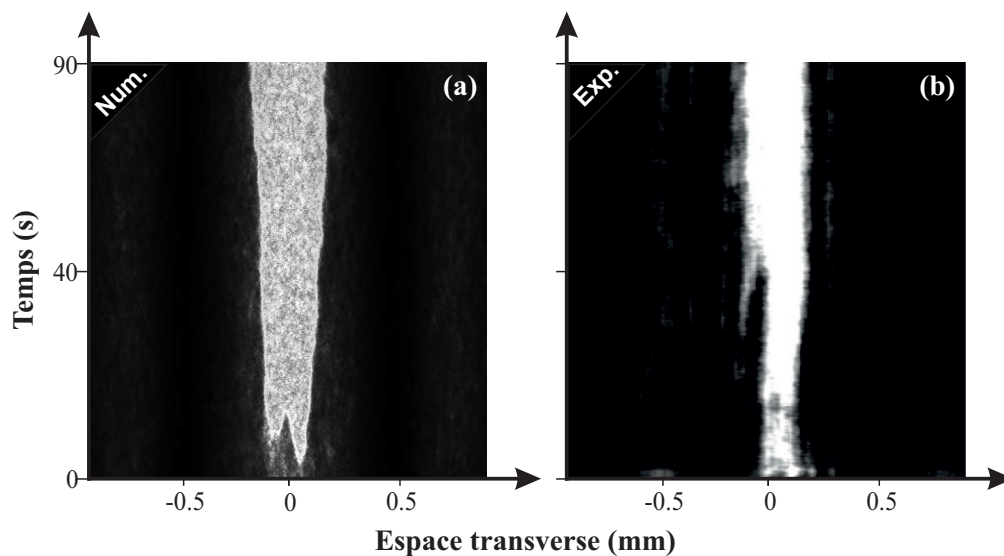


FIGURE 3.23: Diagrammes spatio-temporels de l'émergence d'un domaine délimité par des parois en cavité non diffractante : (a) simulation numérique,  $F_0 = 0.155$ ;  $\varepsilon = 0.1$ , (b) résultat expérimental,  $I_0 = 455 \text{ W.cm}^{-2}$ .  $d = -5 \text{ mm}$ ;  $\varphi = -0.6$ ;  $w_x = 1400 \mu\text{m}$ ;  $R_c = 0.64 \text{ m}$ ;  $\chi = 1$ ;  $R_1 = 81.8 \%$ ;  $R_2 = 81.4 \%$ .

de la paroi

$$\left(\frac{x_0}{w_x}\right)^2 = s (\ln(F_0) - \ln(F_M))^{1/n}.$$

A l'aide de cette expression nous pouvons déterminer le point de Maxwell en présence d'un système non homogène et stochastique. La taille de la structure localisée, définie par le domaine, est limitée par la FTC. Cette taille peut être ajustée en jouant sur le taux de pompage dans la cavité. La structure localisée est modulée entre deux parois ce qui n'est pas prévu par les études analytiques développées jusqu'à présent. Expérimentalement nous avons une parfaite correspondance dynamique des parois de domaines avec les simulations numériques.

Enfin, dans le cas de la cavité sans diffraction (longueur optique de cavité nulle), les parois subsistent sans modulation sur le haut de la structure localisée pour ce cas particulier. Les parois de domaines générées en cavité non diffractante présentent des caractéristiques légèrement différentes, une vitesse de propagation des parois plus faible. Cette version anti-diffractante de l'équation de Lugiato-Lefever est donc très riche du point de vue dynamique des structures localisées et ouvre de nouvelles perspectives d'études.

## Deuxième partie

# Une forme de localisation spatiale en régime très fortement non linéaire



## Chapitre 4

# Continuum de fréquences et structures rares et intenses

### 4.1 Évènements rares en régime très fortement non linéaire

Les évènements intenses qui sont observés, par exemple, dans les océans sous la forme d'ondes scélébrates [106, 107, 198, 199] (Fig. 4.1) sont aussi prédits en optique [200]. C'est dans ce contexte, qu'il a été démontré la possibilité de contrôler ou de supprimer ces évènements intenses [201, 202]. Récemment, ils ont été mis en évidence expérimentalement, lors de la génération de supercontinuum dans les fibres optiques [108, 201, 203, 204] et dans les systèmes optiques spatialement étendus [109, 205]. L'étude des ondes intenses et de leurs connexions avec les évènements extrêmes sont devenues, en l'espace de quelques années, l'un des principaux axes de recherche en optique actuellement. Du point de vue théorique, l'observation de tels évènements intenses en optique n'est pas surprenante, étant donné que l'équation de Schrödinger non linéaire (NLSE) permet de rendre compte de la dynamique non linéaire de la propagation des ondes, aussi bien dans les fibres optiques [206, 201], qu'à la surface des océans [207, 208, 209, 210, 211]. A ce jour, plusieurs approches ont été proposées pour expliquer la formation des ondes intenses, que ce soit en hydrodynamique [212, 210] ou en optique [204].

Une des principales caractéristiques des évènements intenses temporels, se produisant dans les fibres à cristal photonique, est leur association systématique avec la génération d'un large continuum spectral, appelé communément supercontinuum [213, 108]. La dynamique de ces régimes fortement non linéaires est très complexe et la maîtrise des processus d'élargissement des spectres est encore un sujet d'actualité [214], notamment en raison de leur fort potentiel technologique [214, 215]. Dans les systèmes optiques spatio-temporels, les régimes fortement non linéaires sont caractérisés par un comportement spatio-temporel chaotique. La transition du régime faiblement non linéaire (Fig. 4.2) vers ce régime chaotique reste un champ d'étude encore très ouvert [216, 217]. Nous pouvons alors nous demander si dans les systèmes





FIGURE 4.1: Photographies d'ondes scélérates marines.

spatialement étendus, la dynamique des régimes fortement non linéaires est aussi caractérisée par l'émission d'un continuum de fréquences spatiales, ainsi que par l'apparition de structures transverses localisées et anormalement intenses. Les systèmes spatialement étendus pourraient alors partager des caractéristiques avec les ondes scélérates optiques (OSO) temporelles, observées dans les systèmes à fibres. Les propriétés attribuées à ces événements sont les suivantes : ils disparaissent aussi vite qu'ils sont apparus [106, 218] ; ils se produisent très rarement et leur intensité est plusieurs fois supérieure aux autres événements optiques se produisant dans le système (le critère utilisé pour les ondes intenses marines stipule que leur amplitude doit excéder deux fois la hauteur de l'amplitude significative [209, 106]).

C'est dans ce contexte, que nous étudions la génération de pics localisés intenses, apparaissant dans un régime spatio-temporel chaotique. Ce régime est obtenu dans la boucle de rétro-action optique à une dimension spatiale contenant un milieu Kerr, décrite dans la section 1.2.1.1. Dans ce chapitre, nous mettons en évidence ces ondes optiques anormalement intenses, qui sont fortement liées à la génération d'un supercontinuum spectral spatial. Une étude détaillée des fonctions de densité de probabilité associées à ces événements rares est proposée.

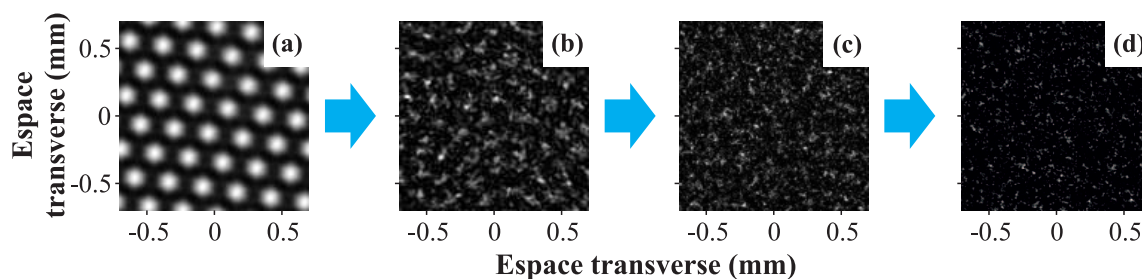


FIGURE 4.2: Images spatiales d'un régime ordonné vers un régime très fortement non linéaire et désordonné : (a) seuil d'instabilité, (b) deux fois le seuil, (c) trois fois le seuil, (d) quatre fois le seuil.

## 4.2 Génération du continuum spectral

La génération de supercontinuum a depuis de nombreuses années été l'objet de nombreuses études scientifiques, aussi bien pour comprendre sa physique complexe, que pour ses applications technologiques. Un très bon exemple est donné par les fibres optiques [219, 214, 220], où l'injection d'impulsions intenses près du zéro de dispersion permet l'obtention de continums spectraux [221]. Des études en hydrodynamique [222] et en optique [204, 223] ont aussi mis en avant la génération de continums spectraux associés à l'émission d'ondes intenses. Les études réalisées à ce jour, sont essentiellement temporelles et la mise en évidence de tels phénomènes dans les systèmes spatiaux n'a été que très peu étudiée. Nous allons nous attacher dans cette section, à décrire l'évolution subie par le spectre de puissance spatial dans notre système de rétro-action optique unidimensionnel.

Le régime très fortement non linéaire de notre système est obtenu en injectant une puissance de pompe égale à plusieurs fois ( $\geq 4$ ) la puissance au seuil. Dans ce système de rétro-action, le régime très fortement non linéaire [Fig. 4.3(d)], associé à l'émission d'un continuum de fréquences spatiales [Fig. 4.3(h)], est obtenu pour un taux de pompage égal à plusieurs fois le seuil d'instabilité modulationnelle. Ce régime se caractérise par l'émergence d'un spectre spatial continu, caractéristique des régimes temporels chaotiques ou turbulents [Fig. 4.3(h)].

Intéressons nous à l'émergence de ce continuum spectral. L'instabilité de Turing et son spectre [19] sont parfaitement connus. Cette dernière correspond à la bifurcation d'une solution stationnaire spatialement périodique. L'étude analytique associée à l'instabilité de Turing dans le système de rétro-action optique a été résumée dans la section 1.2.3. Près du premier seuil d'instabilité, à  $F_0 = 0.9$  (1.1 fois le seuil d'instabilité  $F_{0c} = 0.85$ ), on retrouve dans les résultats numériques une modulation spatiale [Fig. 4.3(a)]. Le spectre présente alors deux pics caractéristiques associés au nombre d'onde  $k_c(\text{numérique}) = 59.8 \text{ mm}^{-1}$  [Fig. 4.3(e)], très proche du seuil d'instabilité analytique en onde plane  $k_c(\text{analytique}) = 61.0 \text{ mm}^{-1}$ . Les transitions de l'instabilité de Turing vers des états fortement non linéaires se produisent de manière continue et sont plutôt complexes. Les instabilités secondaires se produisent pour  $F_0$  compris entre 2 et 3. Le signal périodique, pour  $F_0 \sim 2$ , est alors constitué d'une série de pics d'intensité [Fig. 4.3(b)] dont le spectre présente alors de nombreuses harmoniques du nombre d'onde fondamental  $k_c$  de l'instabilité modulationnelle [Fig. 4.3(f)]. En augmentant encore la puissance de pompe,  $F_0 = 2.5$ , le signal perd sa périodicité [Fig. 4.3(c)] et son spectre commence à présenter un continuum qui se superpose aux harmoniques. Pour un fort taux de pompage,  $F_0 = 4.5$ , le spectre est continu, plus aucune harmonique n'est visible. La largeur du spectre continu obtenu est de l'ordre de 40 à 60 fois  $k_c(\text{num}) \simeq 60 \text{ mm}^{-1}$ .

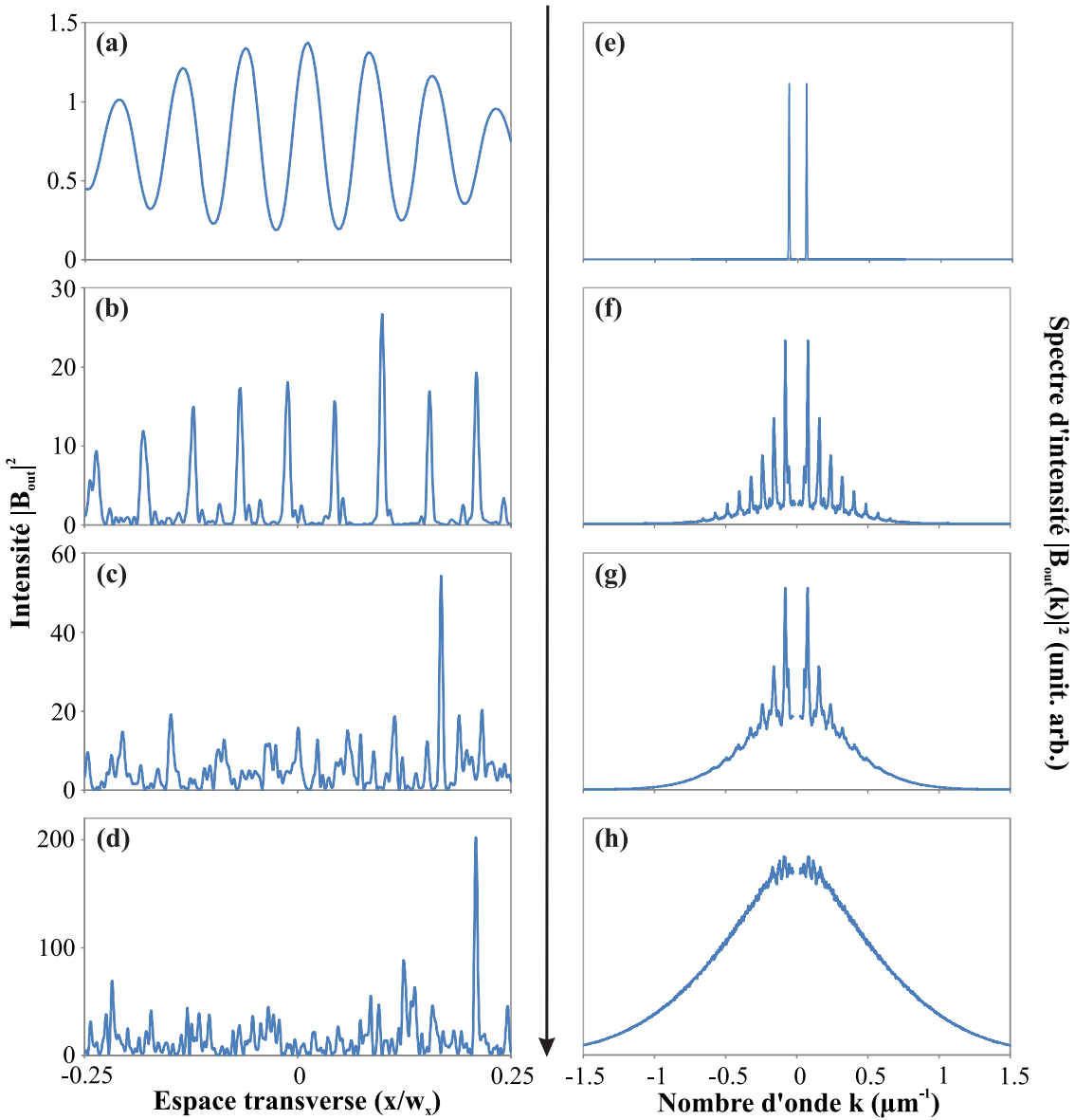


FIGURE 4.3: Évolution du profil transverse numérique (a-d) du champ proche et (e-h) du champ lointain de  $|B_{out}|^2$  (voir Fig. 1.3.1.1) pour différentes valeurs du champ de pompe  $F_0$ . (a,e)  $F_0 = 0.9$ ,  $I/I_{seuil} = 1.1$ , (b,f)  $F_0 = 1.8$ ,  $I/I_{seuil} = 4.5$ , (c,g)  $F_0 = 2.5$ ,  $I/I_{seuil} = 8.7$ , (d,h)  $F_0 = 4.5$ ,  $I/I_{seuil} = 28$ .  $R = 0.9$ ,  $d = 5$  mm,  $\chi = 1$ ,  $w_x = 1400$   $\mu\text{m}$ . (a-d) sont des coupes transverses de l'intensité du faisceau après la sortie du système. (e-h) sont les spectres moyennés des profils d'intensité en champ proche sur  $1024$   $\tau$ . La partie continue du signal (correspondant à  $k = 0$ ) est supprimée dans les spectres pour une meilleure lisibilité.

### 4.3 Approche statistique

Le contour du faisceau unidimensionnel, au seuil d'instabilité [Fig. 4.4(a,c)] s'écarte progressivement du profil unidimensionnel pour donner une forme de "cigare" [Fig. 4.4(b)]. Cet effet est dû à une dynamique non linéaire conduisant au régime turbulent avec un comportement temporel très complexe [Fig. 4.4(d)], décrit dans la section précédente. Des études théoriques ont été menées en régime turbulent se situant très loin du seuil d'instabilité de Turing [216, 214]. Ici, pour l'étude théorique, nous adoptons une approche statistique en termes de fonctions de densité de probabilité, plus appropriée à l'émergence, la formation et la caractérisation des événements rares, objets de notre étude dans cette thèse.

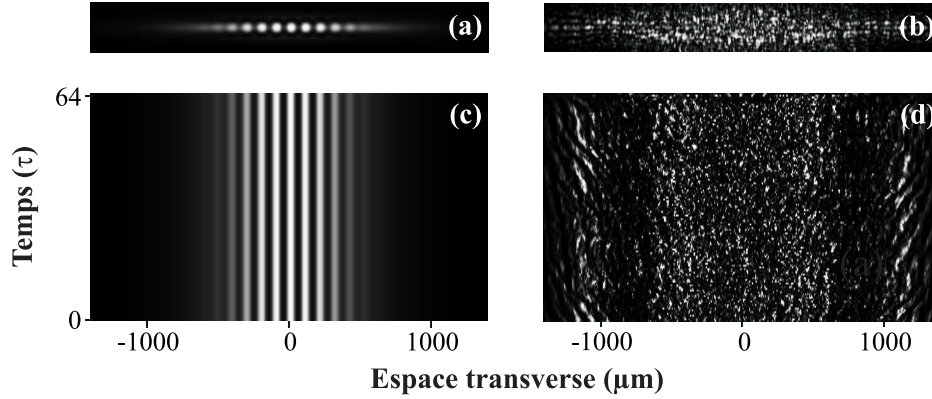


FIGURE 4.4: *Images bidimensionnelles numériques : champ proche observé (a) au seuil (b) dans un régime turbulent. (c,d) Diagrammes spatio-temporels du profil des structures transverses, pris suivant l'axe horizontal passant par le milieu des images bidimensionnelles (a) et (b). La taille transverse des images (a) et (b) sont respectivement  $2800 \times 350 \mu\text{m}$ .  $w_x = 1400 \mu\text{m}$ ,  $w_y = 120 \mu\text{m}$ ,  $d = 5 \text{ mm}$ ,  $R = 0.9$ ,  $\chi = 1$ . (a,c)  $F_0 = 0.92$ , (b,d)  $F_0 = 4.5$*

#### 4.3.1 Fonction de Densité de Probabilité

Nous réalisons l'étude statistique du régime fortement non linéaire par l'intermédiaire de la Fonction de Densité de Probabilité (PDF), du champ proche du signal optique. La PDF est une représentation graphique en terme de statistique de l'état de système, ici fortement non linéaire. Pour le calcul de cette PDF nous détectons et mesurons l'intensité de chaque maximum local des profils issus du diagramme spatio-temporel (Fig. 4.5), puis nous répartissons les maxima mesurés suivant leur intensité dans un histogramme normalisé (Fig. 4.6). Rappelons que la fonction obtenue est normalisée de telle manière que l'intégrale de la Fonction de Densité de Probabilité soit égale à 1.

La méthode de calcul présentée ici et qui est largement utilisée dans la littérature [108, 204, 109, 224, 225, 222] se distingue d'un second procédé, moins répandu [109], qui consiste à

prendre en compte tous les points du profil. Le profil qui en découle est différent comme on peut le constater avec les losanges rouges de la figure 4.6.

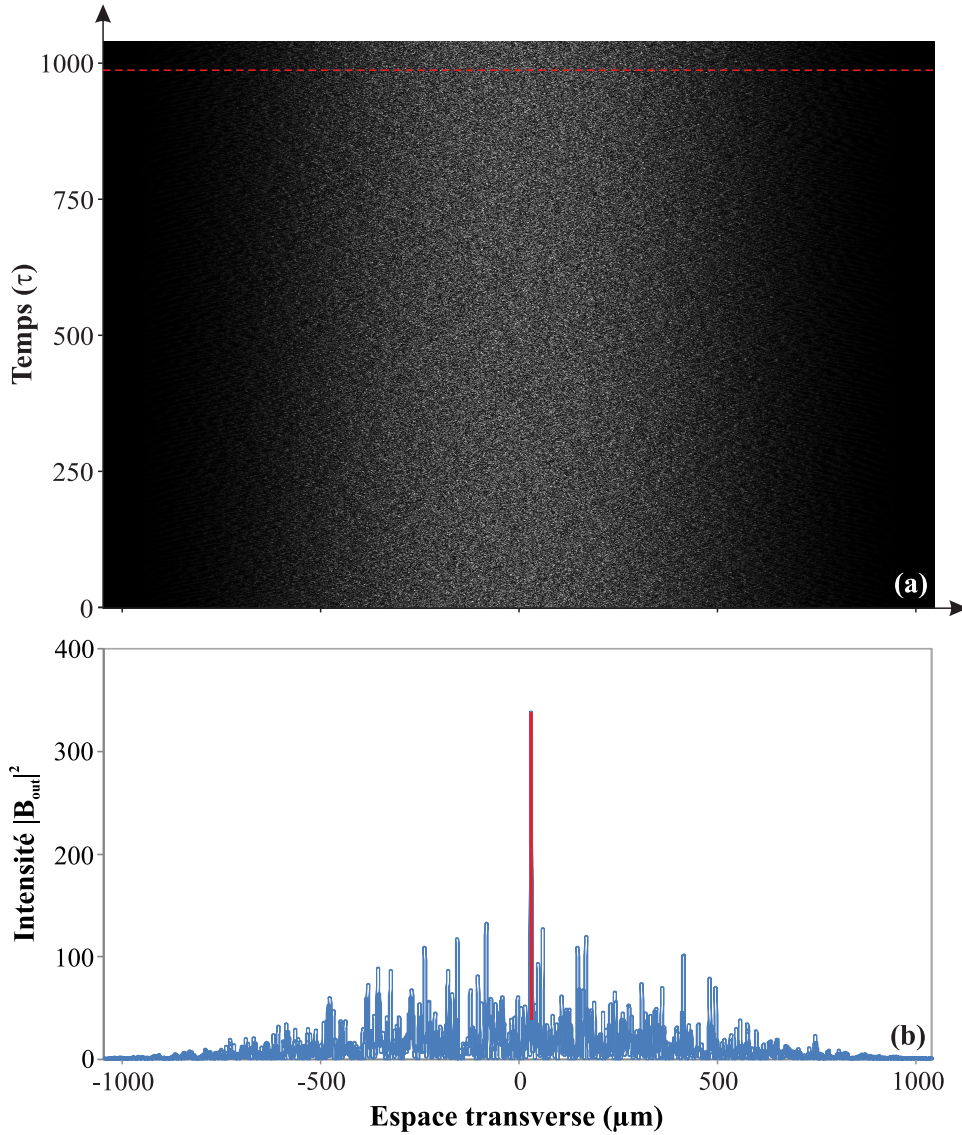


FIGURE 4.5: (a) Diagramme spatio-temporel complet : Nombre de points =  $4096 \times 2048$ . (b) Profil transverse d'intensité de la ligne en pointillé rouge correspondant au pic le plus intense du diagramme spatio-temporel.  $F_0 = 5.5$ ,  $R = 0.9$ ,  $d = 5 \text{ mm}$ ,  $\chi = 1$ .

Nous réalisons les simulations numériques en intégrant l'équation d'évolution de l'indice de réfraction du cristal liquide :

$$\tau \frac{\partial n(x,t)}{\partial t} - l_d^2 \frac{\partial^2 n(x,t)}{\partial x^2} + n(x,t) = |F(x,t)|^2 + |B(x,t)|^2 \quad (4.1)$$

De cette intégration numérique (Eq. 4.1), nous représentons la norme au carré du champ

optique contra-propageant  $|B_{out}(x, t)|^2$  (voir figure 1.17) sur les graphiques présentant la Fonction de Densité de Probabilité et sur les représentations des profils transverses en intensité du champ optique. Nous effectuons nos simulations numériques en injectant un champ de pompe unidimensionnel de profil gaussien. Les résultats sont ensuite regroupés dans des diagrammes spatio-temporels de dimensions  $2100 \mu\text{m} \times 1024 \tau$  avec une résolution de  $4096 \times 2048$  pixels. Le diagramme de la figure 4.5(a) constitue un exemple significatif de la dynamique de la boucle de rétro-action en régime fortement non linéaire. Une autre représentation, par le tracé du profil transverse du pic le plus intense [en rouge sur la figure 4.5(b)], améliore nettement la visualisation du pic le plus lumineux. Il permet aussi d'apprécier l'écart entre l'intensité de ce pic et l'intensité moyenne du champ. Le profil typique des PDFs présente pour les faibles amplitudes une forme de cloche asymétrique suivie, pour les fortes amplitudes, par une longue queue décroissante (♦ sur la figure 4.6). Avant de passer à l'analyse des spectres et des PDFs, nous aimerions rappeler que dans notre dispositif expérimental, le profil de pompe n'est pas homogène. En effet, la pompe utilisée dans les expériences présente un profil gaussien, ce qui peut avoir un impact sur la PDF. Dans la section suivante nous proposons d'analyser l'influence de l'extension spatiale du faisceau sur la PDF.

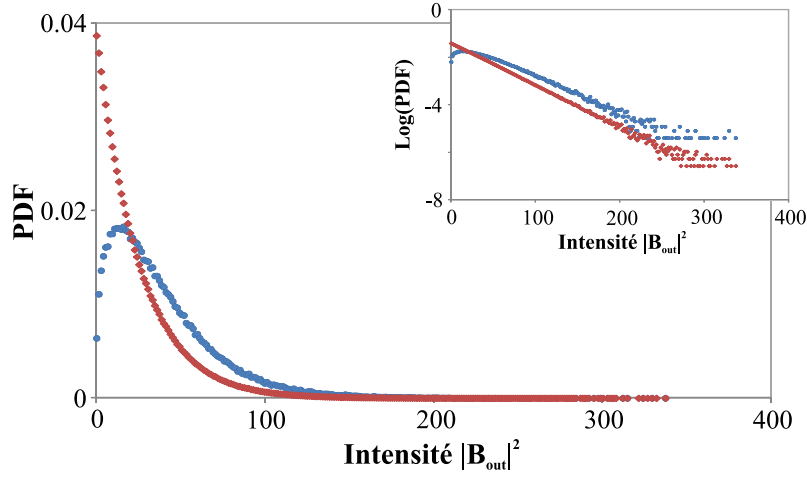


FIGURE 4.6: *Fonctions de Densité de Probabilité du champ proche  $B_{out}$  : ♦ de tous les points, • des maxima.  $F_0 = 5.5$ ,  $R = 0.9$ ,  $d = 5 \text{ mm}$ ,  $\chi = 1$ ,  $w_x = 1400 \mu\text{m}$ . Dimensions du diagramme spatio-temporel =  $2100 \mu\text{m} \times 1024 \tau$  ( $4096 \times 2048 \text{ pts}$ ), zone de détection =  $0.5 w$  autour du centre de la gaussienne.*

### 4.3.2 Influence du profil gaussien sur la Fonction de Densité de Probabilité

Comme nous l'avons montré dans la première partie, un profil de pompe inhomogène joue un rôle clé, que ce soit pour limiter le nombre de solitons, dans le cas de la cavité diffractante (Sec. 2.1.4) ou pour bloquer les parois de domaines, dans le cas de la cavité antidiffractante

(Sec. 3.2.2.3). Dans cette partie, nous allons nous intéresser aux effets du profil transverse du faisceau sur la PDF.

Nous reprenons les données de la simulation numérique de la figure 4.5 en faisant varier la zone de détection des maxima et sa position sur le faisceau de pompe. La figure 4.7 présente deux Fonctions de Densité de Probabilité établies pour deux largeurs ( $3w_x$  et  $0.25w_x$ ) de détections autour de  $x = 0$ . Deux autres PDF pour des largeurs de détections de  $0.25w_x$  comprises entre  $[-0.125 : 0.125]w_x$  et  $[-0.75 : -0.5]w_x$  sont aussi représentées [Fig. 4.7(b)]. On s'aperçoit que la PDF, associée à une largeur de  $3w_x$ , a une forme d'exponentielle décroissante, tandis qu'en ne détectant que sur une largeur de  $0.25w_x$  la forme de la PDF s'en trouve fortement modifiée et varie selon la zone de détection considérée [Fig. 4.7(a,c,d)]. Il est donc impératif d'opérer un choix judicieux de la zone de détection des maxima locaux où la PDF est indépendante du profil de pompage, i.e. quasi uniforme. Cela nous amène dans un premier temps à sélectionner les zones de détection autour de  $x = 0$  où le gradient d'intensité est le plus faible. Nous

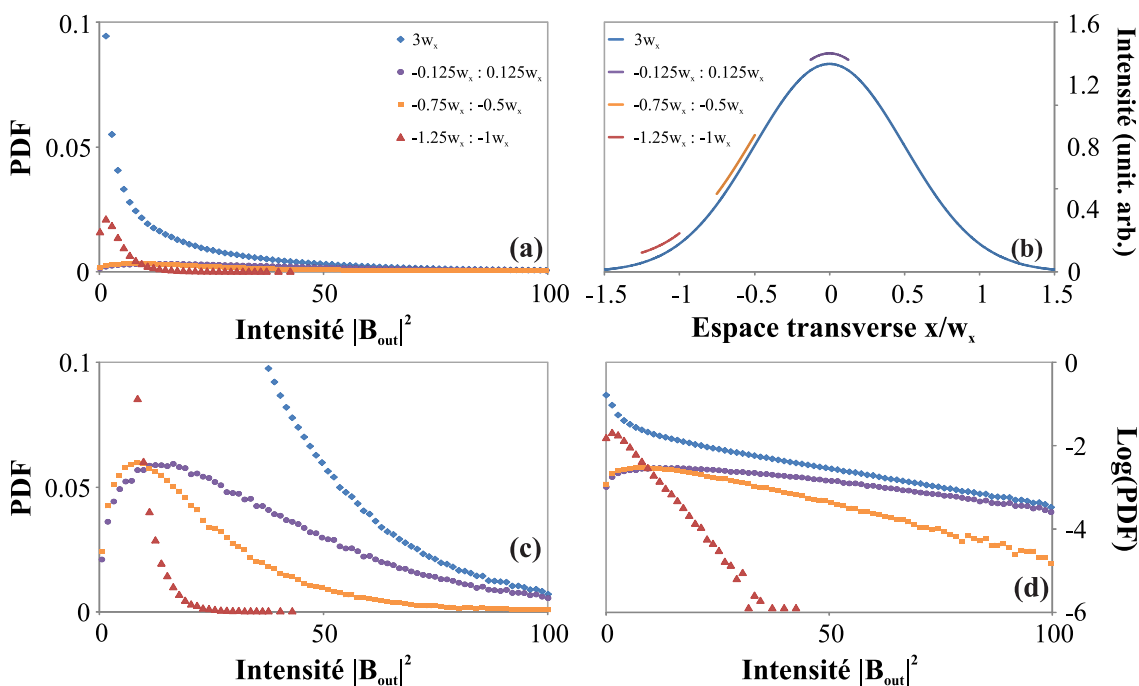


FIGURE 4.7: (a,c) Comparaison des Fonctions de Densité de Probabilité pour une largeur de détection selon deux échelles différentes en abscisses :  $\blacklozenge$  de  $3w_x$ ,  $\bullet$  compris entre  $[-0.125 : 0.125]w_x$ ,  $\blacksquare$  compris entre  $[-0.75 : -0.5]w_x$ ,  $\blacktriangle$  compris entre  $[-1.25 : -1]w_x$ . (b) Différentes largeurs de détection des maxima locaux. (d) Comparaison des Fonctions de Densité de Probabilité en représentation semi-logarithmique.  $F_0 = 5.5$ ,  $R = 0.9$ ,  $d = 5$  mm,  $\chi = 1$ ,  $w_x = 1400$   $\mu$ m.

choisissons comme critère l'invariance de la PDF pour déterminer la taille maximale de la zone de détection. Nous traçons sur la figure 4.8(a) les PDFs pour une série de détection comprise entre  $3w_x$  et  $0.25w_x$ . Nous constatons que ce critère est satisfait pour une taille de

détection typiquement inférieure ou égale à  $0.5 w_x$  (Fig. 4.8).

Il s'avère, suite à cette analyse, qu'il est toujours possible d'effectuer une étude statistique des états fortement non linéaires en pompage gaussien. Pour ce faire, il est nécessaire de considérer sur une zone de détection ayant une largeur maximale de  $0.5 w_x$  autour du centre du faisceau gaussien. Nous avons aussi vérifié que la PDF est insensible au bruit contenu dans le système, cela semble raisonnable étant donné que les effets non linéaires sont dominants dans ces régimes turbulents.

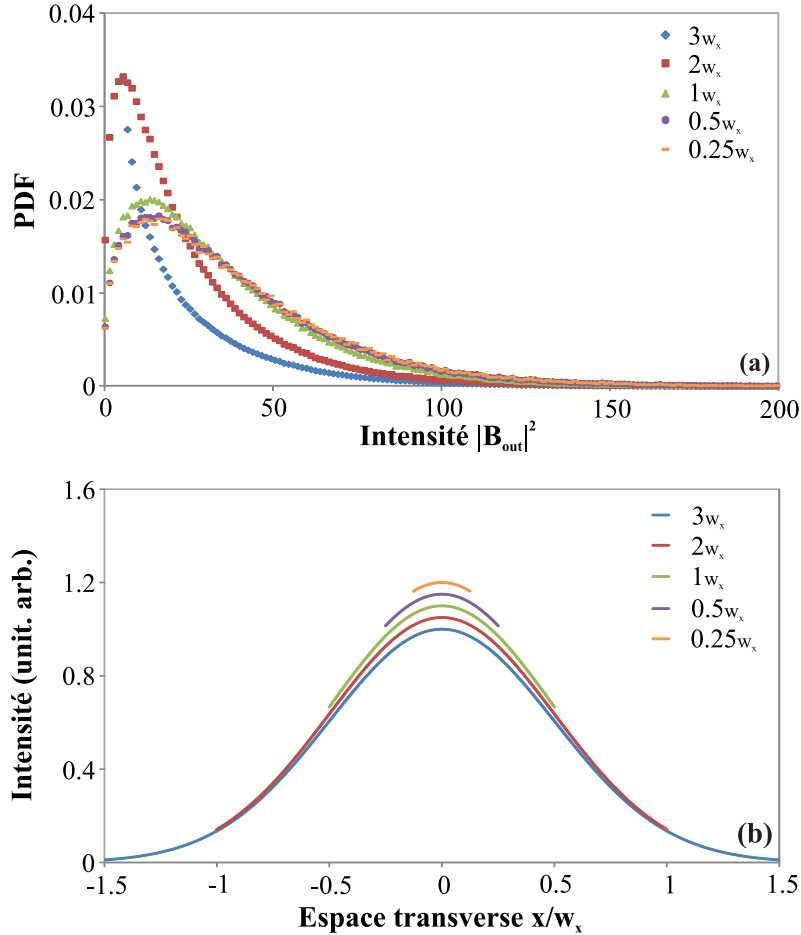


FIGURE 4.8: (a) Influence de la zone de détection pour un faisceau gaussien sur la Fonction de Densité de Probabilité, mêmes paramètres que la figure 4.7.  $\blacklozenge$  :  $3w_x$ ,  $\blacksquare$  :  $2w_x$ ,  $\blacktriangle$  :  $1w_x$ ,  $\bullet$  :  $0.5w_x$ ,  $-$  :  $0.25w_x$ . (b) Différentes largeurs de détection sur un faisceau gaussien.

### 4.3.3 Analyse de la transition vers les régimes fortement non linéaires en terme de PDF

Nous nous intéressons maintenant à la transition de l'état proche du seuil d'instabilité ( $I/I_{seuil} = 1.1$ ) [Fig. 4.9(e)] à celui d'un état fortement non linéaire ( $I/I_{seuil} = 28$ ) en



terme de PDF [Fig. 4.9(h)].

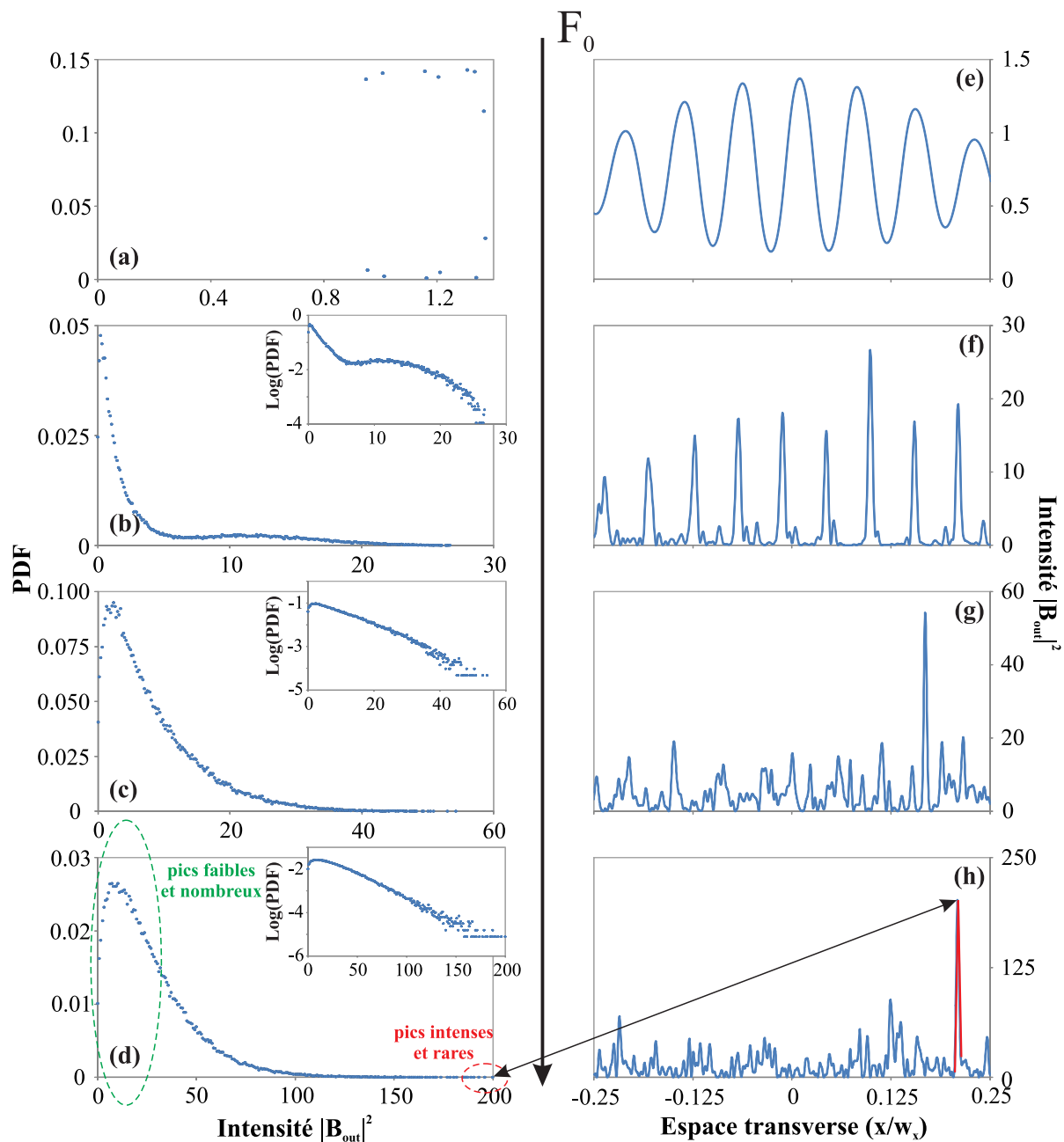


FIGURE 4.9: Fonctions de Densité de Probabilité numériques et profils d'intensité du pic le plus intense du diagramme spatio-temporel associé en pompage gaussien,  $R = 0.9$ ,  $d = 5$  mm,  $\chi = 1$ , zone de détection =  $0.5 w_x$ . (a,e)  $F_0 = 0.9$ ,  $I/I_{seuil} = 1.1$ , (b,f)  $F_0 = 1.8$ ,  $I/I_{seuil} = 4.5$ , (c,g)  $F_0 = 2.5$ ,  $I/I_{seuil} = 8.7$ , (d,h)  $F_0 = 4.5$ ,  $I/I_{seuil} = 28$ .

Comme nous l'avons vu précédemment (Sec. 4.2), le profil transverse en champ proche évolue d'une structure périodique vers des structures très intenses et très localisées (Fig. 4.3 et 4.9). Pendant cette transition, le spectre passe d'une paire de fréquences symétrique à un

continuum de fréquences spatiales. En terme de PDF, la courbe converge vers un profil caractéristique asymétrique comportant une “longue aile ou queue” [Fig. 4.9(d)]. Celle-ci est composée d’évènements peu intenses, mais très nombreux, entourés en vert sur la figure 4.9(d) et d’autre part d’évènements très intenses, mais rares, entourés en rouge. L’aile droite est d’autant plus grande que les évènements sont rares et intenses. En échelle semi-logarithmique, l’aile droite de la PDF devient linéaire pour les fortes puissances [Fig. 4.9(c-d)], indiquant une décroissance exponentielle en intensité pour la représentation linéaire et donc gaussienne en champ (comme pour un speckle).

En conclusion, l’étude du régime très fortement non linéaire, caractérisé par l’émission d’un continuum spectral, ainsi que sa transition depuis le premier seuil d’instabilité est menée grâce à une approche statistique. Celle-ci utilise le tracé de la PDF des pics d’intensité dans le profil du champ proche. L’analyse de cette distribution (son écart à une distribution Gaussienne, ses moments, la comparaison entre les plus hauts pics et le pic significatif, etc.) nous renseigne sur la nature des évènements en régime fortement non linéaire. C’est cette étude que nous présentons ci-dessous.

## 4.4 Analyse du régime très fortement non linéaire

Nous menons l’analyse de la transition depuis le premier seuil d’instabilité vers le régime très fortement non linéaire en deux étapes. D’abord, nous identifions la présence d’ondes scélérates grâce à un critère basé sur le rapport des pics les plus intenses au pic significatif [106, 226, 227]. Puis, afin d’étudier plus quantitativement les régimes d’apparition des ondes scélérates, nous modélisons la PDF par la Distribution Gamma Généralisée (GGD) qui nous fournit les paramètres pertinents de cette distribution statistique.

### 4.4.1 Rapport des pics les plus intenses au pic significatif

Nous avons montré dans ce chapitre que la PDF présente, dans le régime fortement non linéaire, un profil très asymétrique avec une queue fortement prononcée, révélant la présence de pics localisés rares et intenses [Fig. 4.9(d)]. En hydrodynamique, un des critères quantitatifs [106] se base sur la PDF pour identifier la présence d’ondes “scélérates” (anormalement hautes), que l’on peut assimiler à un mur d’eau. Ce critère stipule qu’une onde peut être qualifiée de scélérate si son amplitude est plus grande de deux fois l’amplitude moyenne du pic significatif (*significant wave height* en anglais). Ce critère s’applique donc, en optique, au champ et non à l’intensité. Aussi, nous utilisons pour cette partie une représentation graphique de la PDF en fonction du champ optique  $B_{out}$ . Pour appliquer ce critère il nous faut définir au préalable le pic significatif, noté généralement  $H_S$ . Pour cela, nous sélectionnons le tiers des ondes les plus intenses comme on peut le voir sur la figure 4.10, représenté par la zone bleutée.

L'espérance mathématique de ce tiers définit alors la valeur  $H_S$ . C'est ce paramètre  $H_S$  qui désigne l'amplitude du pic significatif. Donc d'après la définition énoncée précédemment, quand le rapport  $H_{max}/H_S$  dépasse ou est égal à 2, les ondes sont considérées comme intenses (ou scélérates), où  $H_{max}$  est l'amplitude de l'onde scélérate. Il faut donc comparer l'amplitude des pics les plus intenses ( $H_{max_i}$ ) à  $H_S$  afin de détecter et caractériser quantitativement les évènements rares et intenses correspondant, dans notre système, aux ondes scélérates.

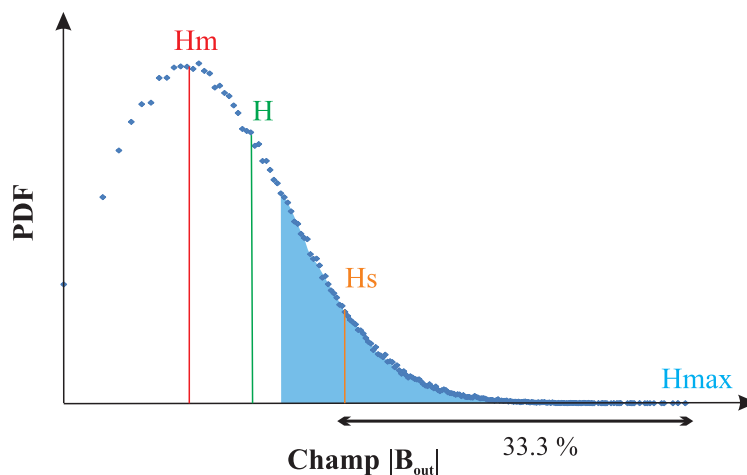


FIGURE 4.10:  $H_S$  : moyenne du tiers des ondes les plus intenses.  $H_{max}$  : amplitude de l'onde la plus intense,  $H_m$  : valeur la plus probable,  $H$  : moyenne de tous les pics.

Nous calculons le rapport  $H_{max}/H_s$  pour des valeurs du champ de pompe  $F_0$  comprises entre 1.2 et 6, i.e. depuis le régime de structures transverses périodiques jusqu'au régime très fortement non linéaire. A partir de  $F_0 = 4$ , le rapport  $H_{max}/H_s$  dépasse 2 (Tab.4.1). Un des critères d'émission d'ondes scélérates est donc rempli. Cependant, d'autres critères [226] peuvent/doivent aussi être remplis pour justifier la présence de telles ondes. Il s'agit, par ordre d'importance, de :

- L'imprédictibilité des évènements, pouvant apparaître et disparaître très brièvement sans laisser de trace.
- Une PDF avec une aile très étirée en forme de L (L-shape), s'éloignant d'une statistique gaussienne.
- Un régime non linéaire.
- Une instabilité modulationnelle ou une autre forme d'instabilité dans le système étudié pouvant être à l'origine d'ondes scélérates.
- La génération d'un supercontinuum spectral.

Dans l'étude menée ici cinq critères sur six sont vérifiés. En effet les évènements intenses apparaissent dans le régime très fortement non linéaire, très loin du seuil d'instabilité modulationnelle. Les pics intenses générés sont très brefs et sont accompagnés de la génération d'un supercontinuum spectral. Le seul critère, qui semble non validé, concerne les PDFs qui

s'apparentent à une statistique gaussienne avec une forme en L pas très prononcée.

Nous allons maintenant modéliser la PDF pour déterminer à quel type de distribution elle appartient. Mais surtout, nous allons utiliser les paramètres de cette distribution comme des indicateurs quantitatifs, pour caractériser le régime très fortement non linéaire (chaos spatio-temporel) et la transition entre ce régime et le régime spatialement périodique (au premier seuil d'instabilité).

$F_0$	1.2	1.5	1.8	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5	5.5	6
$I/I_{th}$	2.0	3.1	4.5	5.5	8.7	12.5	17.0	22.1	28.0	34.6	41.9	49.8
$H_s$	2.04	2.38	2.89	3.35	3.98	4.72	5.51	6.24	6.98	7.72	8.44	9.25
$H_{max}$	2.42	3.67	5.17	5.76	7.38	9.10	10.44	12.95	14.22	15.03	18.40	17.79
$H_{max}/H_s$	1.18	1.54	1.79	1.72	1.85	1.93	1.89	2.08	2.04	1.95	2.18	1.92

TABLE 4.1: Évolution du rapport  $H_{max}/H_s$  en fonction du champ de pompe  $F_0$ .  $R = 0.9$ ,  $d = 5 \text{ mm}$ ,  $\chi = 1$ ,  $w_x = 1400 \mu\text{m}$ .

#### 4.4.2 Modélisation des PDFs - Distribution Gamma Généralisée (GGD)

La Fonction de Densité de Probabilité a, comme on a pu le remarquer, une forme caractéristique pour les régimes fortement non linéaires [Fig. 4.9(d)]. Elle traduit le caractère rare des événements très intenses, apparaissant dans notre régime. La théorie des valeurs extrêmes est une branche de la statistique qui traite des événements rares et/ou extrêmes. Les distributions rencontrées sont de type, Gumbel, Weibull, Fréchet, ... [228, 229]. Suivant les valeurs de leurs paramètres, ces dernières sont plus ou moins asymétriques avec des ailes plus ou moins prononcées. D'autres distributions présentent aussi de longues ailes (long tail en anglais) telles que Pareto, Levy, Zipf, ... C'est à dire que les événements rencontrés dans cette aile sont plus nombreux (ou plus probables) que ceux prévus par la loi normale. En d'autres termes, la distribution s'écarte d'une distribution gaussienne. Notre but ici est de déterminer à quel type de distribution nos PDFs se rattachent. Si intuitivement il semble logique de se diriger vers des distributions telles que Weibull, Fréchet ou Gumbel, nous allons voir qu'aucune de celles-ci ne rend complètement compte de notre distribution. Nous utilisons la Distribution Gamma Généralisée (GGD), introduite par Stacy et Mihran [230]. Elle combine la puissance de deux distributions : la distribution Gamma et la distribution de Weibull. Elle est définie par trois paramètres (Eq. 4.2) :  $a$ ,  $\beta$  et  $p$  [231],

$$GGD(x, a, \beta, p) = a \frac{x^{ap-1}}{\Gamma(p)\beta^{ap}} e^{-(x/\beta)^a} \quad (4.2)$$

où  $x$  est la variable de la distribution et représente dans notre cas la valeur de l'intensité du champ optique  $|B_{out}|^2$  des pics détectés.  $\Gamma$  est la fonction mathématique Gamma [232]<sup>1</sup>.

1. La fonction Gamma est définie par  $\Gamma(p) = \int_{-\infty}^{+\infty} t^{p-1} e^{-t} dt$

Cette distribution est très flexible, elle regroupe les distributions Gamma ( $a = 1$ ), Weibull ( $p = 1, a > 0$ ), Exponentielle ( $a = 1, p = 1$ ), Log-normal ( $p \rightarrow \infty, a \rightarrow 0, \beta \rightarrow \infty$ ) [233]. Ces distributions présentent des formes différentes, comme on peut le voir sur la figure 4.11, suivant la valeur des paramètres choisis. La GGD permet donc de reproduire une grande variété de distributions. L'inconvénient de cette distribution réside dans la difficulté à estimer les paramètres  $a$ ,  $\beta$  et  $p$ . En effet, l'estimation des paramètres de la GGD est encore un problème ouvert [234]. Nous avons choisi ici la méthode des moments pour déterminer les paramètres  $a$ ,  $\beta$  et  $p$  [231].

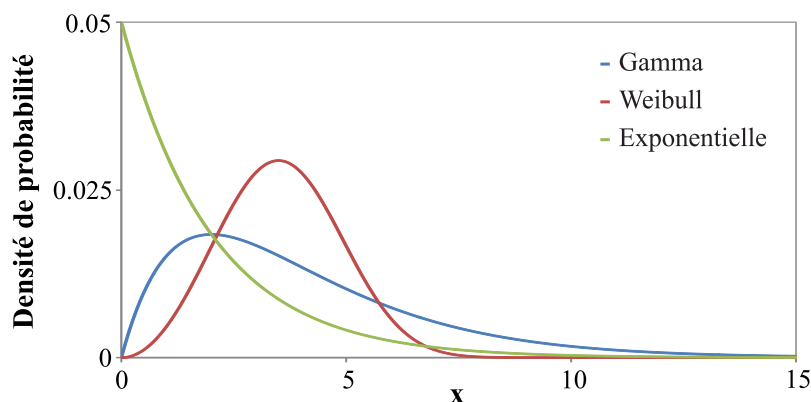


FIGURE 4.11: Cas particuliers de la Distribution Gamma Généralisée : - Distribution Gamma ( $a = 1, \beta = 2, p = 2$ ) ; - Distribution Weibull ( $a = 3, \beta = 4, p = 1$ ) ; - Distribution Exponentielle ( $a = 1, \beta = 2, p = 1$ ).

Les moments mathématiques d'ordre  $r$  s'écrivent [230] :

$$E_{GGD}(x^r) = \beta^r \frac{\Gamma(p + \frac{r}{a})}{\Gamma(p)}. \quad (4.3)$$

Ils sont calculés numériquement ou mesurés expérimentalement à partir de la relation :

$$E_{cal}(x^r) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^r \quad (4.4)$$

où  $n$  est le nombre total de maxima (pics) et  $x_i$  est égal à l'intensité  $|B_{out}|^2$  du maximum détecté. La méthode des moments consiste à résoudre  $E_{GGD} = E_{cal}$  pour trois valeurs de  $r$  différentes (étant donné qu'il y a trois inconnus  $a$ ,  $\beta$  et  $p$ ). Cette résolution est menée sous le logiciel Maple.

Nous choisissons d'effectuer un rapport des moments, pour éliminer le terme  $\Gamma(p)$  et ainsi simplifier la résolution mathématique du système. Le système devient donc :

$$\frac{E_{GGD}(x^i)}{E_{GGD}(x^j)} = \frac{E_{cal}(x^i)}{E_{cal}(x^j)} \quad (i \neq j) = 1..3 \quad (4.5)$$

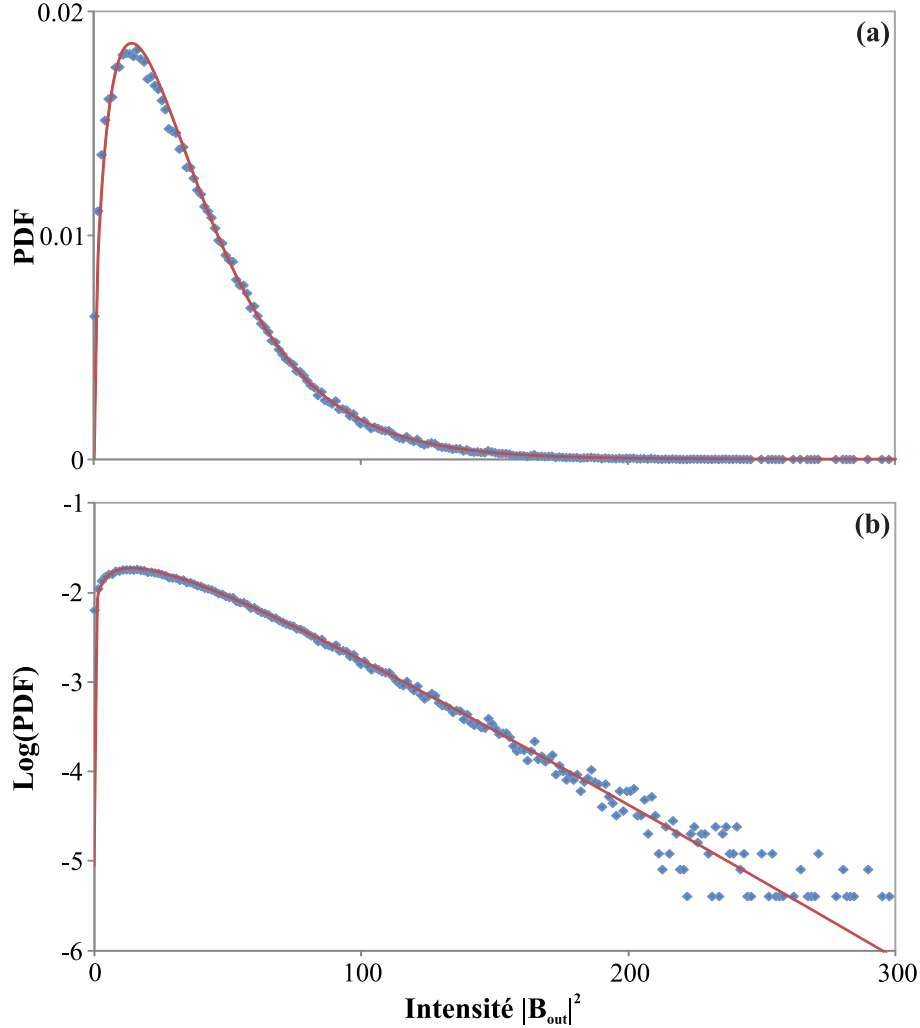


FIGURE 4.12: Représentation de la PDF : (a) en échelle linéaire, (b) en échelle logarithmique.  $\blacklozenge$  points numériques, - courbe de tendance analytique des points numériques, obtenues avec les moments mathématiques.  $F_0 = 5.5$ ,  $R = 0.9$ ,  $d = 5 \text{ mm}$ ,  $\chi = 1$ ,  $w_x = 1400 \mu\text{m}$

La détermination des paramètres  $a$ ,  $\beta$  et  $p$  par une méthode plus conventionnelle, telle qu'une régression linéaire est possible. Cependant nous obtenons des résultats moins performants sur le paramètre donnant la concavité de la PDF et surtout plusieurs couples de solutions sont possibles. Les résultats des déterminations de  $a$ ,  $\beta$  et  $p$  par la méthode des moments sont présentés dans le tableau (4.2).

Le tracé de la Distribution Gamma Généralisée, pour  $F_0 = 5.5$  et avec les paramètres déterminés par la méthode des moments, est représenté sur la figure 4.12(a) conjointement avec la Fonction de Densité de Probabilité. Nous traçons aussi son expression en échelles

$F_0$	2.5	3	3.5	4	4.5	5	5.5	6
$I/I_{th}$	8.7	12.5	17.0	22.1	28.0	34.6	41.9	49.8
$a$	1.33	1.25	1.14	1.12	1.06	1.05	1.03	1.04
$\beta$	10.86	12.49	14.06	17.63	19.74	23.33	26.47	31.69
$p$	0.8	1.05	1.24	1.28	1.4	1.44	1.49	1.48

TABLE 4.2: Valeurs des coefficients ( $a$ ,  $\beta$ ,  $p$ ) de la Distribution Gamma Généralisée en fonction de  $F_0$ .  $R = 0.9$ ,  $d = 5$  mm,  $\chi = 1$ ,  $w_x = 1400$   $\mu$ m.

semi-logarithmique [Fig. 4.12(b)]. Les deux représentations, linéaire et semi-logarithmique, nous montrent une concordance optimale entre la PDF et la GGD pour les faibles et intenses valeurs de  $|B_{out}|^2$ . La représentation linéaire nous renseigne essentiellement sur la première partie de la courbe, contenant les évènements les moins intenses (forte probabilité). Ce sont les plus nombreux. La représentation semi-logarithmique informe sur les évènements intenses et rares. La GGD obtenue par la méthode des moments donne une excellente correspondance avec la PDF. L'évolution des paramètres de la GGD avec  $F_0$  sera reprise dans la section 4.4.4. Mais elle montre essentiellement que le régime très fortement non linéaire est caractérisé par le paramètre  $a$  qui tend vers 1. C'est à dire que la distribution tend vers une distribution Gamma. Dans ce cas, l'aile droite de la PDF suit une distribution gaussienne (loi normale) en amplitude [Fig. 4.13(b)]. Les évènements intenses suivent alors une statistique gaussienne. Lorsque  $a > 1$  [Fig. 4.13(c)] et pour les faibles valeurs de  $p$  ( $p < 2$ ), les fortes intensités apparaissent moins souvent que si la distribution suivait une loi normale, la concavité en échelle semi-logarithmique est alors tournée vers le bas. Dans le cas contraire,  $a < 1$  [Fig. 4.13(a)], la concavité est tournée vers le haut et les évènements rencontrés vérifient le critère statistique que doivent vérifier les ondes scélérates, à savoir des évènements rares et intenses, mais plus fréquents que pour une statistique gaussienne. Ici nous sommes à la limite entre les deux types de concavité.

Grâce à cette distribution, nous pouvons caractériser les états en régimes turbulents et même s'intéresser de manière quantitative à l'évolution de la PDF pour des taux de pompage croissants. Elle peut être aussi étendue à d'autres types de systèmes fortement non linéaires présentant des évènements intenses et rares.

#### 4.4.3 Application de la modélisation de la PDF au régime très fortement non linéaire observé dans l'Équation de Schrödinger non linéaire (NLSE)

La fibre optique photonique en régime très fortement non linéaire a été étudiée ces dernières années en optique. En effet, au-delà de ses potentialités aussi bien fondamentales que dans les applications technologiques, la démonstration par Solli *et al.* [108] de la possibilité d'observer des ondes scélérates dans un tel système en a fait un des systèmes le plus étudié en

régime très fortement non linéaire. Il est donc judicieux d'appliquer l'approche adoptée ici en testant la modélisation de la PDF en régime très fortement non linéaire par la GGD dans la propagation d'une onde lumineuse dans une fibre optique. La fibre optique présente, à forte

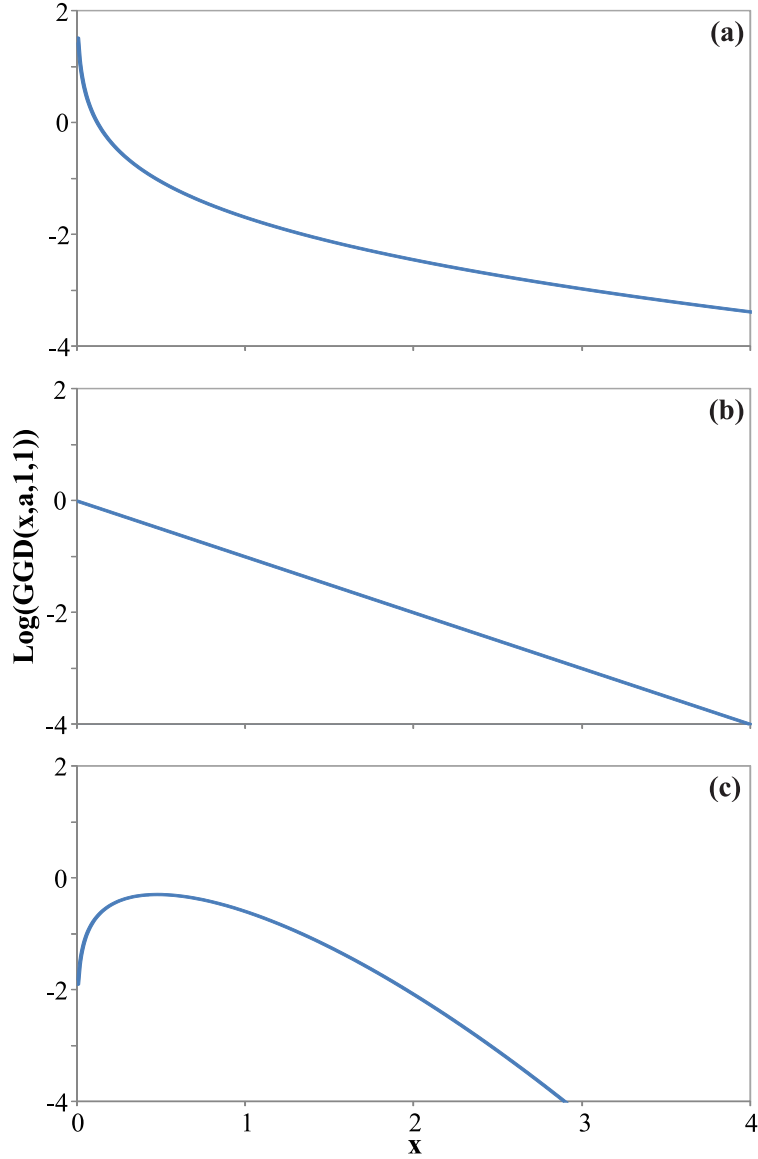


FIGURE 4.13: Représentation de la  $GGD(x, a, 1, 1)$  pour trois valeurs de  $a$  différentes. (a)  $a = 0.5$ , (b)  $a = 1$ , (c)  $a = 1.5$ .

puissance, un régime d'émission d'ondes scélérates [200, 108, 201, 203, 204]. Pour reproduire numériquement la propagation d'une onde lumineuse dans une fibre optique monomode, nous utilisons l'équation de Schrödinger non linéaire généralisée prenant en compte la dispersion



jusqu'à l'ordre 3 et l'effet Raman [206] :

$$\frac{\partial E(z, \tau_f)}{\partial z} = \left( -\frac{\alpha_f}{2} - i\frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2}{\partial \tau_f^2} + \frac{\beta_3}{6} \frac{\partial^3}{\partial \tau_f^3} + i\gamma_f \int_{-\infty}^{+\infty} R_f(\tau'_f) |E(z, \tau_f - \tau'_f)|^2 d\tau'_f \right) E(z, \tau_f) \quad (4.6)$$

où  $E(z, \tau_f)$  est l'enveloppe du champ électrique se propageant à la vitesse de groupe  $1/\beta_1$ ,  $\gamma_f$  est le coefficient non linéaire à la longueur d'onde de la pompe,  $\beta_2$  et  $\beta_3$  sont les termes de dispersion d'ordre deux et trois et  $\alpha_f$  est l'atténuation linéaire de la fibre à la longueur d'onde de la pompe.  $R_f(\tau'_f)$  est la réponse non linéaire incluant l'effet Kerr et l'effet Raman (*ERA*).  $z$  est la position de l'onde lumineuse dans la fibre et  $\tau_f$  est le temps retardé dans le repère de l'impulsion lumineuse.

Nous nous intéressons dans notre étude à trois cas différents : le cas de NLSE standard ( $\beta_3 = ERA = 0$ ), NLSE +  $\beta_3$  ( $\beta_3 \neq 0$  et  $ERA = 0$ ) et enfin NLSE +  $\beta_3$  + Raman ( $\beta_3 \neq 0$  et  $ERA \neq 0$ ). Nous nous plaçons dans les mêmes conditions que l'article de Mussot *et al.* [204]. Nous effectuons, pour chaque cas, 100 simulations numériques avec des conditions initiales différentes. Pour cela, nous travaillons avec un faisceau de pompe plan de puissance  $|E(z=0, \tau_f=0)|^2 = 10$  Watts, sur lequel nous ajoutons un bruit gaussien correspondant à un demi photon par mode. Au bout d'une distance de propagation  $L = 400$  mètres, nous enregistrons le signal temporel et nous détectons les maxima suivant la même méthode utilisée pour la boucle de rétro-action précédemment. Nous traçons les représentations linéaires et semi-logarithmiques des PDFs des trois séries de simulations en points bleus sur la figure 4.14(a-c), avec les profils d'intensité de la simulation correspondante où figure le pic le plus intense pour chaque série (d-f). En utilisant la méthode des moments, nous déterminons les paramètres ( $a$ ,  $\beta$  et  $p$ ) de la Distribution Gamma Généralisée, que nous représentons en trait rouge sur les figures 4.14(a-b). Les GGD reproduisent très fidèlement les PDF associées lorsque l'on tient compte de  $\beta_2$  seul et de  $\beta_2 + \beta_3$ . Pour le dernier cas avec l'effet Raman, la GGD ne suffit plus pour reproduire complètement la PDF. Il faudrait corriger l'expression de la PDF en ajoutant un terme permettant de reproduire la PDF pour les très fortes intensités et ainsi rendre compte entièrement de ce régime d'émission d'ondes très intenses.

A travers cet exemple, nous montrons la possibilité d'utiliser la représentation de la Fonction de Densité de Probabilité, par la Distribution Gamma Généralisée, à un autre système présentant statistiquement des événements rares et intenses. Cet exemple montre ainsi, que le régime très fortement non linéaire de l'équation de NLSE ( $\beta_3 = ERA = 0$ ) est caractérisé par des ondes intenses qui apparaissent moins souvent ou au mieux aussi souvent qu'elles ne le feraient suivant une statistique gaussienne (la concavité de l'aile est tournée vers le bas). Or, il a été montré que des structures localisées (AB, Perigrine soliton) pouvaient être assimilées à des structures de type ondes scélérates dans ce régime. Ceci montre deux choses : la première étant, que le régime très fortement non linéaire de l'équation NLSE est caractérisé par une PDF qui tend vers une distribution Gamma. La seconde est que des ondes scélérates optiques

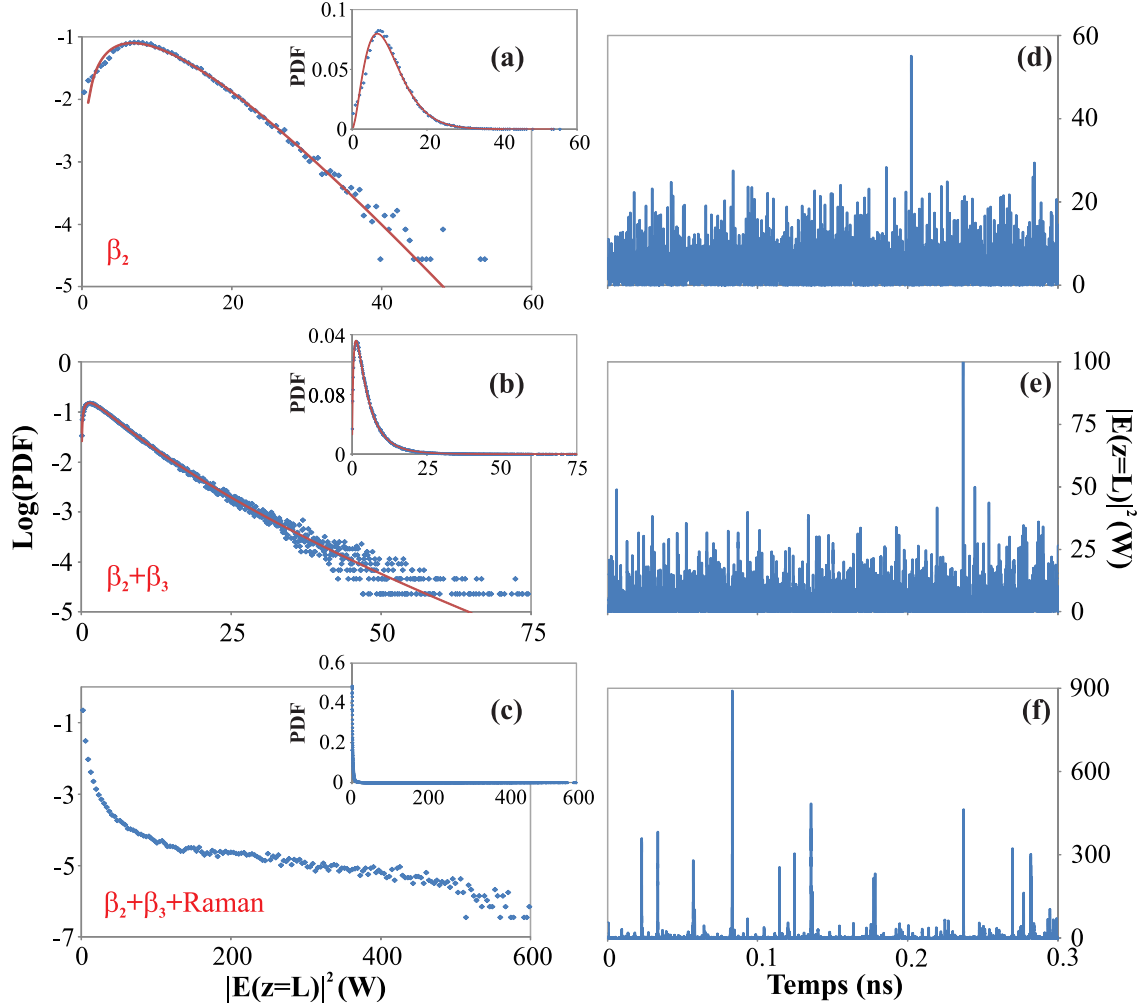


FIGURE 4.14: Colonnes de gauche :  $\blacklozenge$  Fonctions de Densité de Probabilité numériques et  $-$  courbes de tendance des PDFs en représentation semi-logarithmique et linéaire. Colonne de droite : traces d'intensité temporelle à la sortie de la fibre pour la simulation donnant le pic le plus intense de la PDF. (a,d)  $\beta_3 = R_f = 0$ , (b,e)  $\beta_3 = 7.2 \times 10^{-41} s^3.m^{-1}$ ,  $R_f = 0$ ; (c,f)  $\beta_3 = 7.2 \times 10^{-41} s^3.m^{-1}$ ,  $R_f = 3 \times 10^{-15} s^{-1}$ .  $|E(z=0, \tau_f=0)|^2 = 10 W$ ,  $\beta_2 = -1.4 \times 10^{-27} s^2.m^{-1}$ ,  $\gamma_f = 10 W^{-1} m^{-1} \alpha_f = 10 dB.km^{-1}$ ,  $L = 400 m$ .

(OSO) peuvent être obtenues avec une distribution dont la concavité n'est pas tournée vers le haut. Ce qui est notre cas dans le dispositif spatial de rétro-action optique, ainsi des OSO sont peut être présentes dans notre système spatial. Cette étude montre qu'il y a un lien étroit entre l'émission des ondes scélérates et leur signature en terme de PDF. Cependant, une analyse en termes statistiques reproduisant fidèlement les observations expérimentales est encore un problème ouvert qui nécessite des études plus approfondies que celles abordées dans cette thèse.

En conclusion, la modélisation de la PDF, en régime très fortement non linéaire, par la GGD,

malgré ces limites, peut s'appliquer à d'autres systèmes dynamiques, présentant notamment l'émission d'ondes scélérates optique. Elle a au moins l'avantage de permettre l'accès à des indicateurs (les paramètres de la GGD), qui pourraient permettre de classifier les OSO, mais aussi d'étudier la transition entre le régime faiblement non linéaire et le régime très fortement non linéaire. C'est ce dernier cas que nous présentons maintenant.

#### 4.4.4 Étude de la transition : régime faiblement non linéaire - régime très fortement non linéaire

Nous avons noté (Sec. 4.4.2), que le régime très fortement non linéaire est caractérisé par une PDF qui tend vers une distribution Gamma (le paramètre  $a$  tend vers 1). En effet, pour les grandes valeurs de  $F_0$ , la courbe représentant  $a$  tend vers une asymptote horizontale [Fig. 4.15(a)], d'équation  $a = 1$ . Il est intéressant ici d'étudier le comportement de  $p$  et  $\beta$  comme

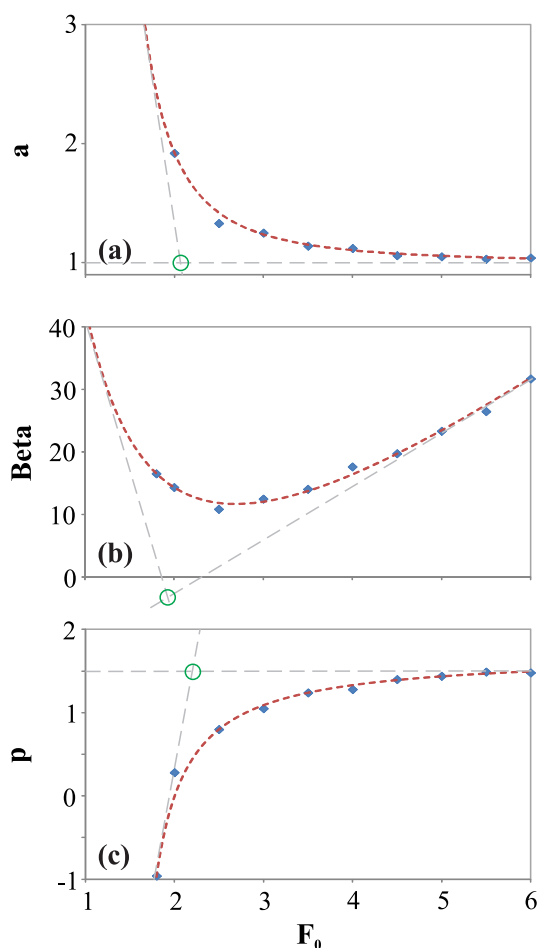


FIGURE 4.15: Évolution des paramètres : (a)  $a$ , (b)  $\beta$  et (c)  $p$  en fonction du champ de pompe  $F_0$ .  $\blacklozenge$  points issus des simulations numériques,  $-$  courbes de tendances.  $R = 0.9$ ,  $d = 5$  mm,  $\chi = 1$ ,  $w_x = 1400$   $\mu\text{m}$ .

fonctions de  $F_0$ .  $\beta$  traduit l'étirement de la PDF, i.e. la largeur de la cloche [Fig. 4.16(a-c)]. La variation de  $p$  quant à elle, influe sur la forme de la PDF pour les évènements de faibles intensités comme on peut le constater sur la figure 4.16(d-f). Il apparaît deux régimes, aussi bien pour  $a$  que pour les deux autres paramètres  $\beta$  et  $p$ . On observe un changement dans l'évolution de  $a$ ,  $\beta$  et  $p$  aux alentours de  $F_0 \simeq 2$  [cercles verts Fig. 4.15(a,b,c)].  $\beta$  et  $p$  représentent des fonctions de  $F_0$  qui tendent aussi vers des asymptotes : oblique d'équation  $y = ax + b$  pour  $\beta$  [Fig. 4.15(b)] et horizontale, d'équation  $y = 1.5$  pour  $p$  [Fig. 4.15(c)].  $a(F_0)$ ,  $\beta(F_0)$  et  $p(F_0)$  convergent vers leurs asymptotes à partir de  $F_0 \approx 4$ . Or, nous avons vu dans la section 4.4.1 précédente, qu'à partir de  $F_0 = 4$ , le critère  $H^{max}/H_s > 2$  était vérifié. On peut donc penser que la convergence des paramètres  $a$ ,  $\beta$  et  $p$  vers leurs valeurs asymptotiques respectives coïncide avec l'apparition de pics intenses et rares.

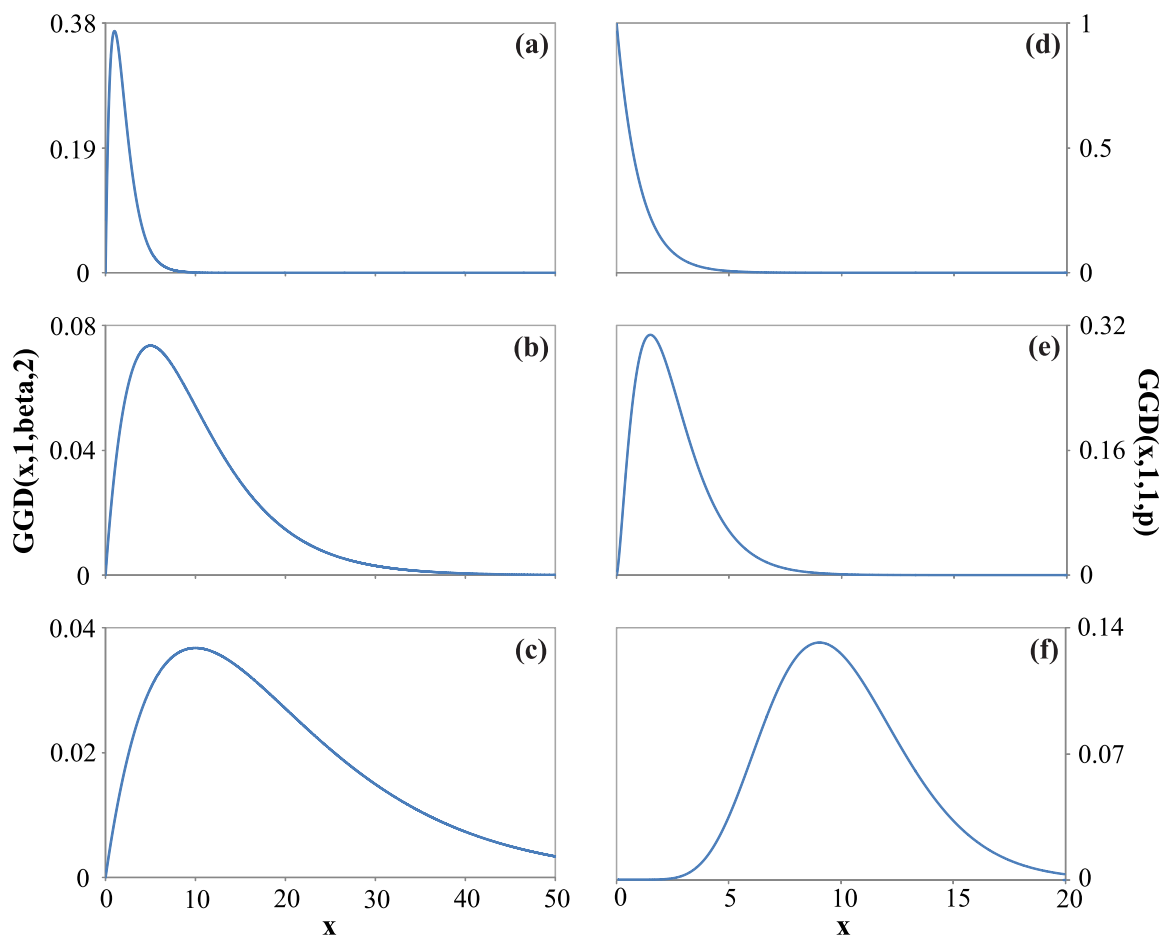


FIGURE 4.16: *Colonne de gauche : représentation de la  $GGD(x, 1, \beta, 2)$  pour trois valeurs de  $\beta$  différentes. (a)  $\beta = 1$ , (b)  $\beta = 5$ , (c)  $\beta = 10$ . Colonne de droite : représentation de la  $GGD(x, 1, 1, p)$  pour trois valeurs de  $p$  différentes. (d)  $p = 1$ , (e)  $p = 2.5$ , (f)  $p = 5$ .*

En conclusion, l'analyse des indicateurs quantitatifs issus de la GGD des PDFs permet d'étudier la transition entre le régime faiblement non linéaire et le régime très fortement non

linéaire. On remarque sur la figure 4.15 que (i) l'évolution des paramètres  $a$ ,  $\beta$  et  $p$ , en fonction du champ de pompe  $F_0$ , présente pour chacune d'elle une inflexion au voisinage de  $F_0 \approx 2$  ( $I/I_{seuil} \approx 5.4$ , entourés en vert), ce qui indique un changement d'état dans le système. On peut alors considérer un régime **très fortement non linéaire** au delà de  $F_0 \approx 2$ , où le spectre présente une partie continue (continuum) et un autre régime non linéaire en deçà de  $F_0 \approx 2$  (où le spectre est dominé par une paire symétrique de nombres d'onde et leurs harmoniques). (ii) pour  $F_0$  supérieur typiquement à 4, certains des pics les plus intenses vérifient le critère pour la caractérisation des ondes scélérates, ce qui correspond pour les courbes de  $a$ ,  $\beta$  et  $p$  en fonction de  $F_0$  à une convergence vers leurs asymptotes. On peut alors supposer qu'au-delà de  $F_0 \approx 4$ , les pics les plus intenses, qui disparaissent aussi rapidement qu'ils sont apparus, peuvent être assimilés à des ondes scélérates dans notre système. Une étude complémentaire en terme d'indicateurs, tels que les exposants de Lyapunov, la dimension des attracteurs étranges, les corrélations spatiales, etc, est nécessaire ici pour caractériser de façon plus détaillée ces deux régimes (notamment celui du chaos spatio-temporel pour  $F_0 > 2$ ). Cette étude n'est pas réalisée ici, mais est une perspective pour le futur.

Enfin, la mesure du paramètre  $a$  pourrait permettre de classifier les OSO suivant la nature concave ou convexe de l'aile de leur PDF (Fig. 4.13).

#### 4.4.5 Dissymétrie de la Fonction de Densité de Probabilité

Les moments mathématiques permettent de calculer des caractéristiques liées à la forme de la PDF, comme sa dissymétrie (skewness en anglais) ou son aplatissement (kurtosis en anglais). Le coefficient de dissymétrie  $\gamma_1$  [235] est le moment d'ordre 3 de la variable ( $|B_{out}|^2$ ) centrée réduite (Eq. 4.7) et définit l'asymétrie de la courbe. Ce coefficient présente une singularité autour de zéro pour des asymétries fortement prononcées [Fig. 4.17(a)] et tend vers zéro, quand la Distribution s'approche d'une fonction symétrique [Fig. 4.17(b,c)]. La dissymétrie, pour les Fonctions de Densité de Probabilité étudiées dans notre système est toujours positive. Plus une PDF est asymétrique et plus son coefficient de dissymétrie est élevé (Fig. 4.11 Distribution Gamma :  $\gamma_1 = 1.41$ , Distribution Weibull :  $\gamma_1 = -0.08$ , Distribution Exponentielle :  $\gamma_1 = 2$ ). Ces distributions symbolisent la présence d'évènements rares et intenses [109, 236]. Le coefficient de dissymétrie est égal à :

$$\gamma_1 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left[ \left( \frac{x_i - E[x]}{\sigma} \right)^3 \right], \quad (4.7)$$

$n$  est le nombre total de maxima (pics) étudiés et  $x_i$  est l'intensité du pic.  $E[x]$  et  $\sigma$  sont l'espérance mathématique (Eq. 4.8) et l'écart type (Eq. 4.9) respectivement.

$$E[x] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i. \quad (4.8)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - E[x])^2}. \quad (4.9)$$

Pour des valeurs de  $F_0 > 3$ , le coefficient de dissymétrie converge vers  $\gamma_1 = 1.56$ . Son évolution révèle un comportement similaire aux comportements des paramètres  $a$ ,  $\beta$  et  $p$ , en fonction de  $F_0$  et pourrait être un outil supplémentaire dans la caractérisation des OSO.

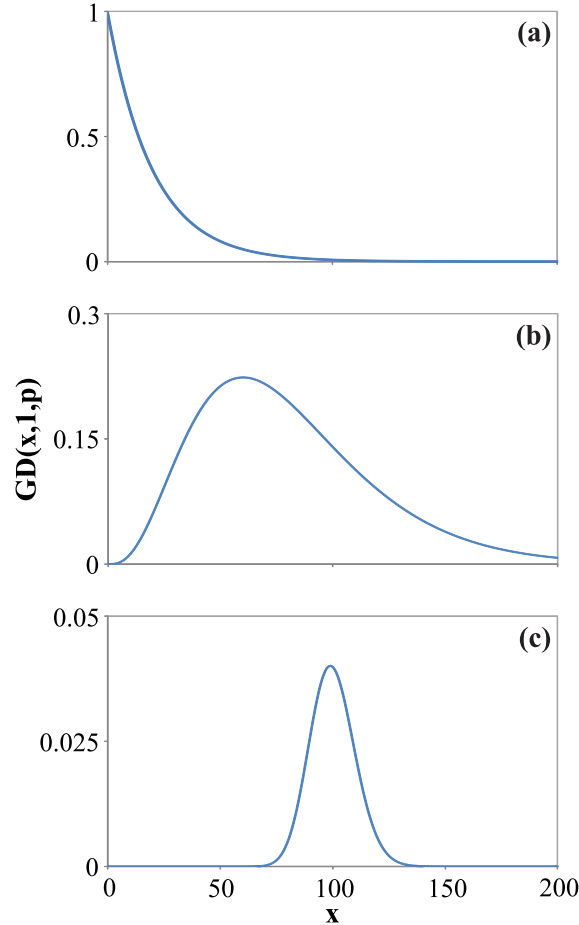


FIGURE 4.17: *Trois Distributions Gamma présentant des dissymétries différentes : (a)  $\gamma_1 = 2$ ,  $p = 1$ ; (b)  $\gamma_1 = 1$ ,  $p = 4$ ; (c)  $\gamma_1 = 0.2$ ,  $p = 100$ .*

## 4.5 Expériences en régime très fortement non linéaire

Les expériences menées en régime très fortement non linéaire ont été réalisées sur le montage expérimental de la rétro-action optique, décrit dans la section 1.3.1.1. L'étude expérimentale qui suit, sera comparée et validera les différentes prédictions théoriques obtenues précédemment dans ce chapitre.

## 4.5.1 Génération du supercontinuum spectral

Nous avons vu précédemment que le système présente, plusieurs fois au dessus du seuil, un spectre spatial continu autour du nombre d'onde  $k = 0$  (Sec. 4.2). Nous effectuons expérimentalement, une série de mesures du champ proche en détectant le champ sur un espace transverse d'environ  $\sim 0.5 w$ . Ceci afin de respecter la condition sur la largeur de détection vue à la section 4.3.2. Nous choisissons parmi ces mesures, trois états différents que nous

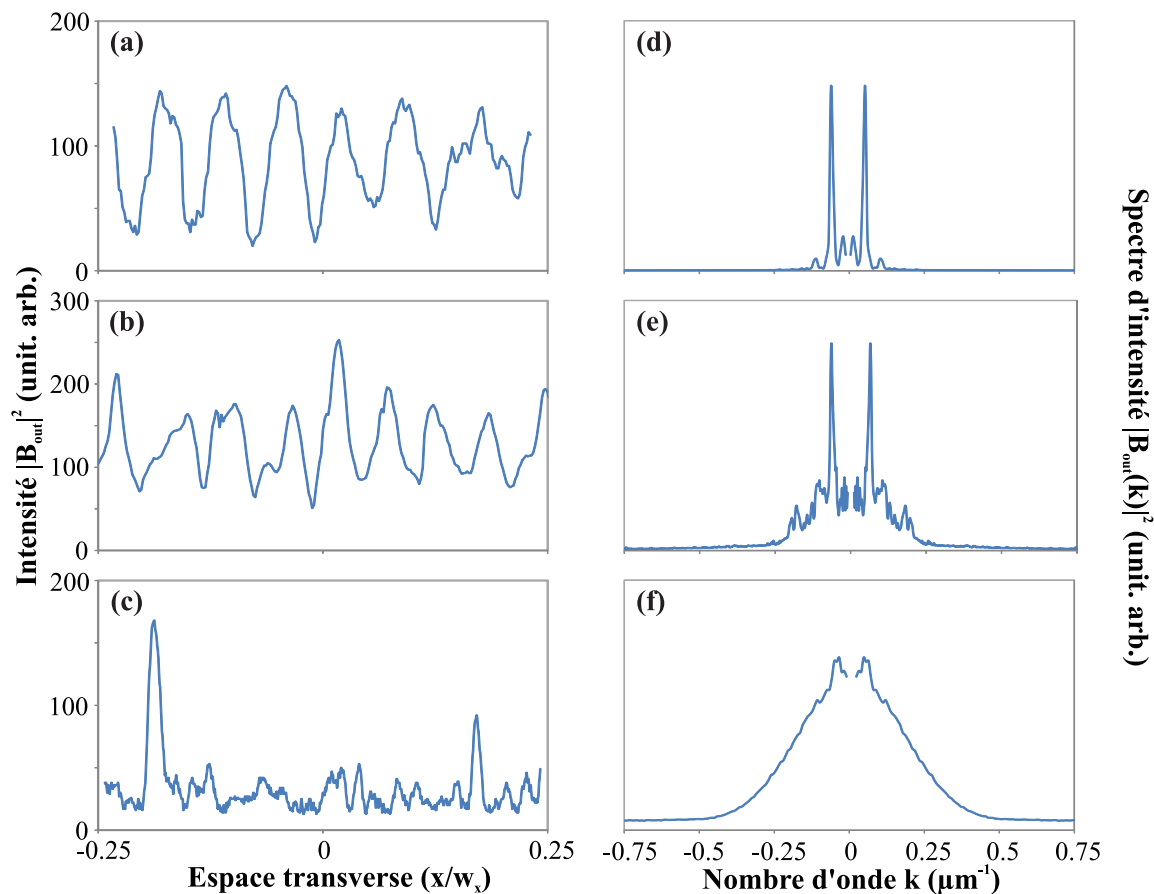


FIGURE 4.18: Évolution du profil expérimental (a-c) du champ proche et (d-f) du champ lointain pour différentes valeurs de la puissance de pompe  $I_0$ . (a,d)  $I_0 = 132 W.cm^{-2}$ ,  $I_0/I_{seuil} = 1$ , (b,e)  $I_0 = 265 W.cm^{-2}$ ,  $I_0/I_{seuil} = 2$ , (c,f)  $I_0 = 1193 W.cm^{-2}$ ,  $I_0/I_{seuil} = 9$ .  $R = 0.9$ ,  $d = 5 mm$ ,  $\chi = 1$ ,  $w_x = 1600 \mu m$ . (a-c) sont des coupes transverses des diagrammes spatio-temporels (ex Fig. 4.5) où l'intensité est maximale. (d-f) sont les spectres de puissance spatiaux moyennés. La partie continue du signal (correspondant à  $k = 0$ ) est supprimée dans les spectres pour une meilleur lisibilité.

représentons sur la figure 4.18(a-c) avec leurs spectres de puissance associés (d-f). Le champ proche présente, près du premier seuil d'instabilité de Turing, une modulation spatiale périodique [Fig. 4.18(a)], caractérisée par deux pics symétriques dans l'espace de Fourier [Fig. 4.18(d)]. Ces pics correspondent aux nombres d'ondes  $k_c(exp) = \pm 60 mm^{-1}$ , très proches

de  $k_c(ana) = \pm 61 \text{ mm}^{-1}$  et  $k_c(num) = 59.8 \text{ mm}^{-1}$ , déterminés dans l'étude théorique et numérique. En augmentant la puissance de pompe, la modulation du champ proche se transforme en un train de structures localisées [Fig. 4.18(b)], avec l'apparition des harmoniques du nombre d'onde fondamental  $k_c$  [Fig. 4.18(e)]. En augmentant encore la puissance, on voit apparaître un spectre de puissance continu qui devient totalement lisse sur la figure 4.18(f). Les pics générés en champ proche sont alors beaucoup plus intenses que le reste du champ optique [Fig. 4.18(c)]. Cette évolution des champs proche et lointain est identique à celle de notre étude numérique de la section 4.2.

Il est à noter que notre dispositif expérimental a une puissance de pompe limitée. Cette limitation ne provient pas de la source laser mais de la forme 1D du faisceau de pompe. En effet, notre faisceau 1D à forte puissance ( $P_0 > 4.5 \text{ W}$ ) se défocalise fortement et s'élargit perpendiculairement à la direction 1D du faisceau [237] comme on peut le voir sur la figure 4.19. La saturation au centre du faisceau limite la puissance maximale du champ de pompe. Cependant, la puissance utilisée est suffisamment importante pour générer un spectre continu et dépasser le seuil de  $I_0/I_{seuil} = 5.4$ .

#### 4.5.2 Étude statistique

Nous avons vu qu'un état très fortement non linéaire présente un faisceau unidimensionnel ayant tendance à s'élargir suivant sa largeur [Fig. 4.19(b)], cependant pour notre étude, nous sélectionnons la ligne horizontale au centre de l'image pour effectuer les études présentées dans cette section. De plus, en pompage gaussien, nous devons restreindre le domaine spatial d'étude comme nous l'avons vu à la section 4.3.2. Nous détectons, comme pour l'étude du continuum spectral, un profil transverse d'environ  $800 \mu\text{m}$ . Nous avons bien un domaine spatial respectant la condition trouvée préalablement dans l'étude numérique qui impose un domaine d'étude inférieur ou égale à  $0.5 w_x$  ( $w_x = 1600 \mu\text{m}$ ).

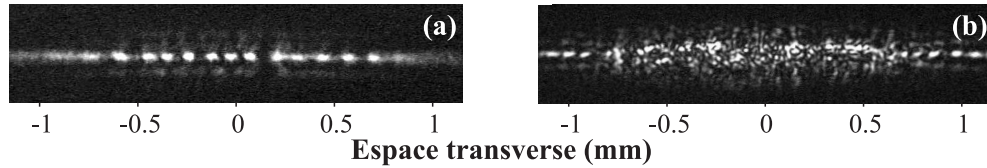


FIGURE 4.19: Images bidimensionnelles expérimentales : Champ proche observé (a) au seuil ( $I_0/I_{seuil} = 1$ ) et (b) dans un régime turbulent  $I_0/I_{seuil} = 5$ . Les dimensions des images sont respectivement  $2300 \times 700 \mu\text{m}$ .

Lorsque nous calculons le rapport du pic significatif, nous trouvons  $H_{max}/H_S = 2.1$ . Cet état fortement non linéaire remplit donc le critère essentiel validant la présence d'ondes scélérates dans un système (Cf discussion des critères à la section 4.4.1).



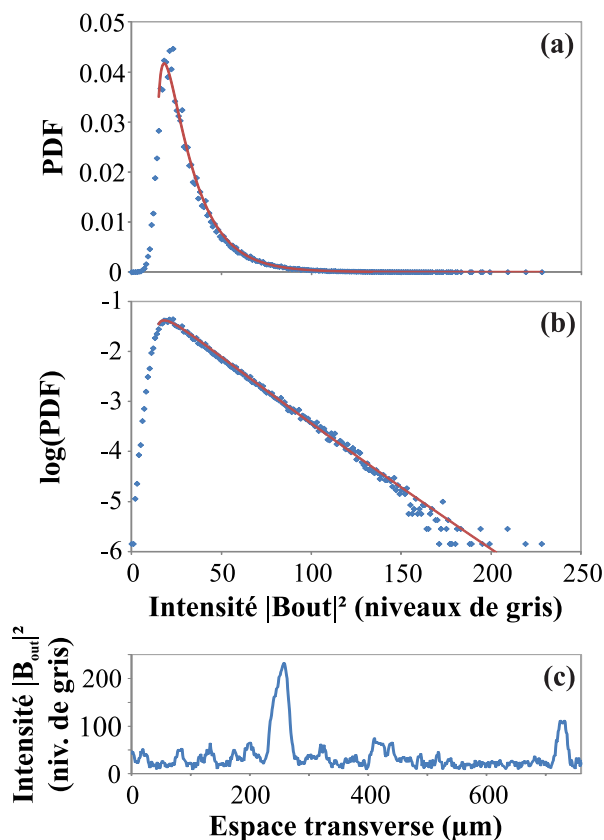


FIGURE 4.20: *Fonction de Densité de Probabilité expérimentale (PDF), (a) en échelle linéaire, (b) en échelle logarithmique : • points expérimentaux, - courbe de tendance des points expérimentaux. (c) Profil transverse expérimental en intensité du pic le plus intense de l'enregistrement.  $I = 6 I_{seuil}$ ,  $w_x = 1600 \mu\text{m}$ ,  $d = 5 \text{ mm}$ .*

L'objectif de cette section est d'étudier la PDF et de confirmer sa modélisation par la Distribution Gamma Généralisée. En se plaçant à une intensité  $I \simeq 6 I_{seuil}$ , on observe une PDF présentant la forme caractéristique [Fig. 4.20(a)] de celle observée dans les simulations numériques. On remarque une différence sur la PDF expérimentale, qui présente un décalage de la fonction suivant l'axe des abscisses. Ce décalage correspondant au bruit de la caméra CCD et rend difficile l'application directe de la méthode des moments pour trouver les paramètres de la GGD. Un moyen de s'en affranchir est d'ôter ce décalage ( $x'$ ) aux valeurs de la variable statistique avant de calculer les moments. Ainsi nous pouvons appliquer, en translatant la PDF d'une valeur  $x'$  vers  $x = 0$ , la méthode des moments pour obtenir les paramètres de la GGD. La GGD s'écrit donc en tenant compte du décalage :

$$GGD(x, a, \beta, p, x') = a \frac{(x - x')^{ap-1}}{\Gamma(p)\beta^{ap}} e^{-((x-x')/\beta)^a} \quad (4.10)$$

La GGD expérimentale est représentée par la courbe rouge de la figure 4.20(a,b). La correspondance entre les points expérimentaux de la PDF et la courbe de la GGD est très satisfaisante. Les paramètres trouvés (Tab.4.3) concordent avec les paramètres de l'étude numérique. Le paramètre  $a$ , assez proche de 1, révèle une décroissance quasi-linéaire de la PDF dans sa représentation semi-logarithmique [Fig. 4.20(b)]. D'après les deux autres paramètres  $\beta$  et  $p$  nous pouvons constater que la PDF, mesurée expérimentalement, se rapproche de la représentation numérique à  $F_0 = 4.5$ , celle-ci se trouvant être un régime d'apparition d'ondes intenses.

Paramètres	$a$	$\beta$	$p$	$x'$
Valeurs	0.85	9.5	1.7	13.5

TABLE 4.3: Paramètres de la Distribution Gamma Généralisée de la figure 4.20.

Le profil transverse du pic le plus intense, obtenu expérimentalement, sur la figure 4.20(c) possède une dimension transverse plus importante que les événements intenses déterminés dans l'étude numérique [Fig. 4.3(d)]. Cependant, leur temps de vie est de l'ordre de la seconde comme cela a été démontré dans l'étude numérique, ce qui en fait des événements très éphémères comparés, par exemple, au temps de vie des solitons.

En conclusion, le dispositif de rétro-action optique, étudié en régime fortement non linéaire, est susceptible d'émettre des ondes scélérates. Un des critères concernant l'approche dynamique du système est la génération d'un supercontinuum spectral. Ce dernier, dans un régime de fonctionnement très fortement non linéaire, a été prédit théoriquement et vérifié expérimentalement. Une approche statistique en termes de PDF a aussi été testée. Il en découle que la Distribution Gamma Généralisée, proposée dans cette étude, permet de modéliser les Fonctions de Densité de probabilité des maxima d'intensité dans le régime fortement non linéaire. Enfin, Nous avons aussi démontré que la modélisation par cette distribution peut s'appliquer dans une moindre mesure à un autre système émettant les ondes scélérates : la fibre à cristal photonique.



# Conclusion et perspectives

Mon travail s'est inscrit autour de trois types de structures spatialement localisées dans deux systèmes optiques différents : la boucle de rétro-action optique Kerr permettant l'étude de structures intenses et rares dans des régimes fortement non linéaires et la cavité Pérot-Fabry Kerr passive dans laquelle des solitons et des parois de domaines sont générés grâce à un dispositif permettant de manipuler la diffraction.

Tout d'abord, nous avons démontré la possibilité de générer des longueurs optiques négatives ou nulle par l'intermédiaire d'un arrangement de lentilles appelé dispositif  $4f$ . Nous avons démontré analytiquement par l'écriture d'un modèle en champ moyen pour la cavité, que le signe de la longueur optique est équivalent à changer le signe de la diffraction dans la cavité. Ainsi il est possible de remplacer un matériau non linéaire gaucher par un matériau non linéaire droitier à condition que la longueur optique soit négative (diffraction négative). C'est ce que nous avons montré expérimentalement. Nous avons aussi mis en évidence l'existence d'une fonction de transfert de cavité, qui dépend de la longueur physique de cavité et non pas de la longueur optique. Cette fonction détermine la limitation transverse du système et donc l'étendue où peuvent se développer les structures.

Nous avons mis en évidence dans la cavité Kerr deux types de structurations localisées dépendant du signe de la diffraction. Pour une longueur optique positive (diffraction positive) nous avons prédit, grâce à un modèle en champ moyen, l'existence d'une structure localisée de type *soliton*. A l'aide d'un modèle itératif, nous avons retrouvé numériquement la présence de solitons dans un régime de fonctionnement bistable. Ces solitons présentent, contrairement au modèle en champ moyen, des oscillations amorties sur leurs ailes dont la périodicité dépend de la longueur optique de cavité. Par l'intermédiaire de ces oscillations, les solitons peuvent se verrouiller spatialement entre-eux et former des états liés de solitons. La distance entre deux solitons est alors quantifiée à la période des oscillations. Ces résultats ont été confirmés par une étude expérimentale où nous avons observé des structures localisées solitoniques possédant des ailes spatialement modulées. Les solitons peuvent aussi former des états liés. La cavité étant passive, les solitons interfèrent à l'infini comme deux sources initiales.

Pour une cavité anti-diffractante, nous avons mis en évidence un comportement différent de la cavité diffractante. Dans le cas de la diffraction négative, diffraction et effet non linéaire

ont des effets cumulatifs et il n'est plus possible de générer de structure localisée. Le modèle en champ moyen prédit dans ces conditions une solution de type *paroi* connectant la branche basse à la branche haute du cycle d'hystérésis du régime bistable. Nous avons validé l'existence de parois dans notre système en intégrant numériquement le modèle itératif et obtenu des parois asymétriques avec une modulation décroissante sur le bas de la structure comme le prédit le modèle en champ moyen. Par une étude analytique et numérique à partir de la forme normale de la bifurcation fourche, nous avons montré que les parois sont bloquées par un profil de pompage optique inhomogène de type parabolique ou gaussien. Cet effet a été confirmé dans le modèle itératif en injectant un profil de pompage gaussien dans un premier temps, puis dans un second temps en tenant compte de la fonction de transfert de cavité. Dans ce dernier cas, nous avons mis en évidence une parfaite correspondance de la dynamique spatio-temporelle des parois numériques et expérimentales et trouvé une modulation périodique entre les deux parois. Dans ce chapitre, nous nous sommes aussi intéressés au cas limite de la cavité à diffraction nulle. Dans cette configuration, nous avons trouvé analytiquement et numériquement la conservation de parois. Dans ce dernier cas, la propagation des parois peut être asymétrique tel que nous l'avons montré numériquement et expérimentalement.

Pour finir, nous avons présenté une étude numérique sur l'existence de structures optiques rares et intenses (scélérates) dans la boucle de rétro-action optique en régime très fortement non linéaire. Nous avons opté pour une approche statistique du régime par une étude de la *Fonction de Densité de Probabilité* des pics d'intensité. Nous avons proposé de modéliser cette fonction par la fonction *Distribution Gamma Généralisée*. En suivant l'évolution des paramètres de cette distribution mathématique, nous avons étudié la transition du régime faiblement non linéaire au régime très fortement non linéaire. L'émission des événements scélérats est toujours accompagnée de la génération d'un supercontinuum spectral spatial. Les résultats expérimentaux confirment la génération d'un continuum spectral associée à l'émission d'évènements intenses.

Pour le futur, la première voie qui s'offre est l'extension des systèmes optiques, rétro-action et cavité Pérot-Fabry, à deux dimensions spatiales et ainsi l'étude dans un premier temps de la stabilité des structures optiques générées. Dans un second temps, l'existence de nouvelles variétés de structures localisées ou de nouveaux arrangement d'états liés de solitons provoqués par le degré de liberté supplémentaire du système. Un autre axe de recherche, aux vues des travaux présentés est la réduction de la longueur physique de cavité en utilisant des focales de plus courtes distances pour le dispositif  $4f$ , pour s'affranchir de la fonction de transfert de cavité qui provoque une limitation transverse du système dans la configuration actuelle. Une autre possibilité est d'utiliser un modulateur de phase spatiale, afin de corriger la phase liée au faisceau gaussien pour éliminer la fonction de transfert de cavité. On peut aussi utiliser différents profils de pompage de type hypergaussien pour vérifier les prédictions

théoriques liées à la distance entre les deux parois. Mais il serait surtout possible avec ce type de modulateur de créer des perturbations localisées expérimentalement. Dernièrement, dans l'étude d'évènements intenses il serait intéressant d'appliquer la méthode de caractérisation utilisée dans cette thèse via la Distribution Gamma Généralisée à d'autres systèmes optiques spatiaux ou temporels, mais aussi aux ondes scélérates marines présentant des fonctions de densité de probabilité similaires.

En conclusion, la boucle de rétro-action optique et la cavité Kerr présentent des résultats d'une grande richesse et présagent, aux vues des perspectives énoncées, de futurs résultats prometteurs. En ne perdant pas de vue les futures applications technologiques des structures localisées optiques spatiales.



# Bibliographie

- [1] T. Maiman, *Stimulated Optical Radiation in Ruby*, Nature **187**, 493 (1960). [2](#)
- [2] M. Göppert-Mayer, *Über Elementarakte mit zwei Quantensprüngen*, Annalen der Physik **401**, 273 (1931). [2](#)
- [3] P. A. Franken, A. E. Hill, C. W. Peters, and G. Weinreich, *Generation of Optical Harmonics*, Phys. Rev. Lett. **7**, 118 (1961). [2](#)
- [4] J. A. Giordmaine and R. C. Miller, *Tunable Coherent Parametric Oscillation in LiNbO<sub>3</sub> at Optical Frequencies*, Phys. Rev. Lett. **14**, 973 (1965). [2](#)
- [5] R. Craxton, *Theory of high efficiency third harmonic generation of high power Nd-glass laser radiation*, Optics Communications **34**, 474 (1980). [2](#)
- [6] C. V. Raman and K. S. Krishnan, *A new type of secondary radiation*, Nature **121**, 501 (1928). [2](#)
- [7] G. Landsberg and L. Mandelstam, *A new occurrence in the light diffusion of crystals*, NATURWISSENSCHAFTEN **16**, 557 (1928). [2](#)
- [8] L. Brillouin, *Diffusion de la lumière par un corps transparent homogène*, C. R. Séances Acad. Sci. **158**, 1331 (1914). [2](#)
- [9] J. Kerr, *On Rotation of the Plane of Polarization by Reflection from the Pole of a Magnet*, Phil. Mag. **3**, 321 (1877). [2](#)
- [10] L. Lugiato and R. Lefever, *Spatial dissipative structures in passive optical systems*, Phys. Rev. Lett. **58**, 2209 (1987). [3](#), [11](#), [12](#), [15](#), [26](#), [28](#), [57](#)
- [11] A. J. Scroggie, W. Firth, G. McDonald, M. Tlidi, R. Lefever, and L. A. Lugiato, *Pattern formation in a passive Kerr cavity*, Chaos, Solitons & Fractals **4**, 1323 (1994). [3](#), [11](#), [12](#), [15](#), [26](#), [28](#), [57](#), [77](#)
- [12] P. L. Ramazza, E. Benkler, U. Bortolozzo, S. Boccaletti, S. Ducci, and F. T. Arecchi, *Tailoring the profile and interactions of optical localized structures*, Phys. Rev. E **65**, 066204 (2002). [3](#), [10](#), [59](#), [65](#)



- [13] F. T. Arecchi, *Optical morphogenesis : pattern formation and competition in nonlinear optics*, Physica D : Nonlinear Phenomena **86**, 297 (1995). 5, 7
- [14] G. Nicolis and I. Prigogine, *Self-Organization in Nonequilibrium Systems : From Dissipative Structures to Order through Fluctuations* (1977). 5
- [15] P. Manneville, *Structures dissipatives chaos et turbulence* (1990). 5
- [16] M. C. Cross and P. C. Hohenberg, *Pattern formation outside of equilibrium*, Rev. Mod. Phys. **65**, 851 (1993). 5, 7
- [17] J. P. Gollub and J. S. Langer, *Pattern formation in nonequilibrium physics*, Rev. Mod. Phys. **71**, S396 (1999). 5
- [18] URL [http://nobelprize.org/nobel\\_prizes/chemistry/laureates/1977/prigogine.html](http://nobelprize.org/nobel_prizes/chemistry/laureates/1977/prigogine.html). 6
- [19] A. M. Turing, *The chemical basis of morphogenesis*, Phil. R. Society **237**, 37 (1952). 6, 115
- [20] H. Bénard, *Les tourbillons cellulaires dans une nappe liquide transportant de la chaleur par convection en régime permanent*, Ann. Chim. Phys. **7**, 62 (1900). 7
- [21] L. Rayleigh, *On the dynamics of revolving fluids*, Proc. R. Soc. London Ser **93**, 148 (1916). 7
- [22] J. Murray, *Mathematical biology* (1989). 7
- [23] P. Ball, *The Self-Made Tapestry : Pattern Formation in Nature* (1999). 7
- [24] D. Feinn, P. Ortoleva, W. Scalf, S. Schmidt, and M. Wolff, *Spontaneous pattern formation in precipitating systems*, J. Chem. Phys. **69**, 27 (1978). 7
- [25] S. Kai, S. C. Müller, and J. Ross, *Measurements of temporal and spatial sequences of events in periodic precipitation processes*, J. Chem. Phys. **76**, 1392 (1982). 7
- [26] E. Dubois-Violette, G. Durand, E. Guyon, P. Manneville, and P. Pieranski, *Liquid Crystals* (1978). 7
- [27] S. A. Akhmanov, M. A. Vorontsov, and V. Y. Ivanov, *Large-scale transverse nonlinear interactions in laser beams ; new types of nonlinear waves onset of optical turbulence*, Pis'ma Zh.Eksp. Teor. Fiz **47**, 611 (1988). 7, 8, 9, 14
- [28] W. J. Firth, *Spatial Instabilities in a Kerr Medium with Single Feedback Mirror*, Journal of Modern Optics **37**, 151 (1990). 7, 8, 13, 14, 19, 22

- 
- [29] R. Macdonald and H. Eichler, *Spontaneous optical pattern formation in a nematic liquid crystal with feedback mirror*, Opt. Comm. **89**, 289 (1992). 7, 9, 13
- [30] D. Dangoisse, D. Hennequin, C. Lepers, E. Louvergneaux, and P. Glorieux, *Two-dimensional optical lattices in a CO<sub>2</sub> laser*, Phys. Rev. A **46**, 5955 (1992). 7, 9
- [31] A. C. Newell and J. A. Whitehead, *Finite bandwidth, finite amplitude convection*, J. Fluid. Mech. **38**, 279 (1969). 7
- [32] M. N. Ouarzazi, P. A. Bois, and M. Taki, *Global-stability analysis of transverse modes in laser systems under inhomogeneous pumping*, Phys. Rev. A **53**, 4408 (1996). 8
- [33] R. Neubecker, G.-L. Oppo, B. Thuring, and T. Tschudi, *Pattern formation in a liquid-crystal light valve with feedback, including polarization, saturation, and internal threshold effects*, Phys. Rev. A **52**, 791 (1995). 8, 9
- [34] E. Pampaloni, S. Residori, and F. T. Arecchi, *Roll-Hexagon Transition in a Kerr-Like Experiment*, Europhys. Lett. **24**, 647 (1993). 8, 9, 14
- [35] S. Residori, U. Bortolozzo, and P. L. Ramazza, *Triangular Optical Localized Structures and Their Transition to a Turbulent-like Extended State*, J. Low Temp. Phys. **145**, 277 (2006). 8, 10
- [36] E. Hanson, Y. Shen, and G. Wong, *Experimental study of self-focusing in a liquid crystalline medium*, Applied Physics A : Materials Science & Processing **14**, 65 (1977), 10.1007/BF00882635. 8
- [37] G. Grynberg, E. L. Bihan, P. Verkerk, P. Simoneau, J. Leite, D. Bloch, S. L. Boiteux, and M. Ducloy, *Observation of instabilities due to mirrorless four-wave mixing oscillation in sodium*, Opt. Comm. **67**, 363 (1988). 8
- [38] H. Kogelnik and W. W. Rigrod, *Visual display of isolated optical-resonator modes*, Proc. IRE (Correspondence) **50**, 220 (1962). 8
- [39] H. Kogelnik and T. Li, *Laser Beams and Resonators*, Appl. Opt. **5**, 1550 (1966). 8
- [40] A. E. Siegman, *Lasers* (1986). 8
- [41] G. Agez, P. Glorieux, C. Sz waj, and E. Louvergneaux, *Using noise speckle pattern for the measurements of director reorientational relaxation time and diffusion length of aligned liquid crystals*, Opt. Comm. **245**, 243 (2005). 8, 44, 68
- [42] J. C. Maxwell, *Traité d'Électricité et de Magnétisme*, vol. Tome I (1885). 9

- [43] O. Vanvincq, B. Barviau, A. Mussot, G. Bouwmans, Y. Quiquempois, and A. Kudlinski, *Significant reduction of power fluctuations at the long-wavelength edge of a supercontinuum generated in solid-core photonic bandgap fibers*, Opt. Express **18**, 24352 (2010). [9](#)
- [44] W. L. Barnes, A. Dereux, and T. W. Ebbesen, *Surface plasmon subwavelength optics*, Nature **424**, 824 (2003). [9](#)
- [45] S. Barland, J. R. Tredicce, M. Brambilla, L. A. Lugiato, S. Balle, M. Giudici, T. Maggipinto, L. Spinelli, G. Tissoni, T. Knödl, et al., *Cavity soliton as pixels in semiconductor microcavities*, Nature **419**, 699 (2002). [9](#), [10](#), [11](#), [15](#), [55](#)
- [46] M. Vorontsov and W. Miller., *Self-organization in optical systems and applications in information technology* (1995). [9](#)
- [47] C. Weiss, in *In Esprit project 28235 PIANOS. Cordis* (1998). [9](#)
- [48] G. Agez, P. Glorieux, M. Taki, and E. Louvergneaux, *Two-dimensional noise-sustained structures in optics : Theory and experiments*, Phys. Rev. A **74**, 043814 (2006). [9](#), [44](#)
- [49] G. Giusfredi, J. F. Valley, R. Pon, G. Khitrova, and H. M. Gibbs, *Optical instabilities in sodium vapor*, J. Opt. Soc. Am. B **5**, 1181 (1988). [9](#), [14](#)
- [50] M. Brambilla, F. Battipede, L. A. Lugiato, V. Penna, F. Prati, C. Tamm, and C. O. Weiss, *Transverse laser patterns. I. Phase singularity crystals*, Phys. Rev. A **43**, 5090 (1991). [9](#), [11](#)
- [51] J. R. Tredicce, E. J. Quel, A. M. Ghazzawi, C. Green, M. A. Pernigo, L. M. Narducci, and L. A. Lugiato, *Spatial and temporal instabilities in a CO2 laser*, Phys. Rev. Lett. **62**, 1274 (1989). [9](#)
- [52] F. T. Arecchi, G. Giacomelli, P. L. Ramazza, and S. Residori, *Vortices and defect statistics in two-dimensional optical chaos*, Phys. Rev. Lett. **67**, 3749 (1991). [9](#)
- [53] M. Kreuzer, W. Balzer, and T. Tschudi, *Formation of spatial structures in bistable optical elements containing nematic liquid crystals*, Appl. Opt. **29**, 579 (1990). [9](#), [10](#), [55](#)
- [54] E. Ciaramella, M. Tamburrini, and E. Santamato, *Talbot assisted hexagonal beam patterning in a thin liquid crystal film with a single feedback mirror at negative distance*, Appl. Phys. Lett. **63**, 1604 (1993). [9](#), [29](#), [78](#)
- [55] T. Honda, *Hexagonal pattern formation due to counterpropagation in KNbO3*, Opt. Lett. **18**, 598 (1993). [9](#)

- 
- [56] L. Dambly, *Etudes des instabilités spatio-temporelles dans les oscillateurs à gain photoréfractif*, Ph.D. thesis, Université des Sciences et Technologies de Lille 1 (1994). [9](#)
- [57] M. Saffman, D. Montgomery, and D. Z. Anderson, *Collapse of a transverse-mode continuum in a self-imaging photorefractively pumped ring resonator*, Opt. Lett. **19**, 518 (1994). [9](#)
- [58] T. Ackemann and W. Lange, *Non- and nearly hexagonal patterns in sodium vapor generated by single-mirror feedback*, Phys. Rev. A **50**, R4468 (1994). [9](#), [13](#)
- [59] S. Bielawski, C. Bruni, G. L. Orlandi, D. Garzella, and M. E. Couprrie, *Suppression of the pulsed regimes appearing in free-electron lasers using feedback control of an unstable stationary state*, Phys. Rev. E **69**, 045502 (2004). [9](#)
- [60] J. V. Moloney and H. M. Gibbs, *Role of Diffractive Coupling and Self-Focusing or Defocusing in the Dynamical Switching of a Bistable Optical Cavity*, Phys. Rev. Lett. **48**, 1607 (1982). [9](#)
- [61] N. N. Rozanov, V. E. Semenov, and G. V. Khodova, *Transverse structure of a field in nonlinear bistable interferometers. I. Switching waves and steady-state profiles*, Soviet Journal of Quantum Electronics **12**, 193 (1982). [9](#), [11](#)
- [62] D. W. M. Laughlin, J. V. Moloney, and A. C. Newell, *Solitary Waves as Fixed Points of Infinite-Dimensional Maps in an Optical Bistable Ring Cavity*, Phys. Rev. Lett. **51**, 75 (1983). [9](#), [11](#)
- [63] D. McLaughlin, J. Moloney, and A. Newell, *New class of instabilities in passive optical cavities*, **54**, 681 (1985). [9](#)
- [64] C. Green, G. B. Mindlin, E. J. D'Angelo, H. G. Solari, and J. R. Tredicce, *Spontaneous symmetry breaking in a laser : The experimental side*, Phys. Rev. Lett. **65**, 3124 (1990). [10](#)
- [65] Y. Kivshar, *Spatial solitons : Bending light at will*, Nat. Phys. **2**, 729 (2006). [10](#)
- [66] P. B. Umbanhowar, F. Melo, and H. L. Swinney, *Localized excitations in a vertically vibrated granular layer*, Nature (London) **382**, 793 (1995). [10](#), [65](#)
- [67] Y. A. Astrov and H. G. Purwins, *Plasma spots in a gas discharge system : birth, scattering and formation of molecules*, Phys. Lett. A **283**, 349 (2001). [10](#)
- [68] F. J. Niedernostheide, M. Arps, R. Dohmen, H. Willebrand, and H. G. Purwins, *Spatial and Spatio-Temporal Patterns in pnpn Semiconductor Devices*, Phys. Stat. Sol. **172**, 249 (1992). [10](#)

- [69] K. J. Lee, W. D. McCormick, and J. E. P. . H. L. Swinney, *Experimental observation of self replicating spots in a reaction diffusion system*, Nature **369**, 215 (1994). [10](#)
- [70] J. Wu, R. Keolian, and I. Rudnick, *Observation of a Nonpropagating Hydrodynamic Soliton*, Phys. Rev. Lett. **52**, 1421 (1984). [10](#)
- [71] O. Lioubashevski, H. Arbell, and J. Fineberg, *Dissipative Solitary States in Driven Surface Waves*, Phys. Rev. Lett. **76**, 3959 (1996). [10](#)
- [72] J. S. Russel, *Report on Waves*, Report on the fourteenth meeting of the British Association for the advancement of science (1844). [10](#)
- [73] M. G. Clerc, F. Haudin, S. Residori, U. Bortolozzo, and R. G. Rojas, *Control and managing of localized states in two-dimensional systems with periodic forcing*, The European Physical Journal D - Atomic, Molecular, Optical and Plasma Physics **59**, 43 (2010), 10.1140/epjd/e2010-00084-9. [10](#), [77](#), [84](#), [88](#)
- [74] R. Passier, F. Devaux, and M. Chauvet, *Impact of tensorial nature of the electro-optic effect on vortex beam propagation in photorefractive media*, Opt. Express **16**, 7134 (2008). [10](#)
- [75] N. J. Zabusky and M. D. Kruskal, *Interaction of "Solitons" in a Collisionless Plasma and the Recurrence of Initial States*, Phys. Rev. Lett. **15**, 240 (1965). [11](#)
- [76] A. A. Zabolotskii, *Soliton transverse structure and optical bistability*, Physics Letters A **120**, 385 (1987). [11](#)
- [77] N. N. Rozanov and G. V. Khodova, *Autosolitons in bistable interferometers*, Opt. Spektrosk. **65**, 449 (1988). [11](#)
- [78] M. Taki, K. Spatschek, J. Fernandez, R. Grauer, and G. Reinisch, *Breather dynamics in the nonlinear Schrodinger regime of perturbed sine-gordon systems*, Physica D : Non-linear Phenomena **40**, 65 (1989). [11](#)
- [79] M. Tlidi, P. Mandel, and R. Lefever, *Localized structures and localized patterns in optical bistability*, Phys. Rev. Lett. **73**, 640 (1994). [11](#), [55](#)
- [80] W. J. Firth and A. J. Scroggie, *Optical Bullet Holes : Robust Controllable Localized States of a Nonlinear Cavity*, Phys. Rev. Lett. **76**, 1623 (1996). [11](#)
- [81] M. Brambilla, L. Lugiato, F. Prati, L. Spinelli, and W. Firth, *Spatial Soliton Pixels in Semiconductor Devices*, Physical Review Letters **79**, 2042 (1997). [11](#)
- [82] H. Ward, M. Ouarzazi, M. Taki, and P. Glorieux, *Transverse dynamics of optical parametric oscillators in presence of walk-off*, The European Physical Journal D - Atomic, Molecular, Optical and Plasma Physics **3**, 275 (1998), 10.1007/s100530050175. [11](#)

- 
- [83] M. Taki, N. Ouarzazi, H. Ward, and P. Glorieux, *Nonlinear front propagation in optical parametric oscillators*, J. Opt. Soc. Am. B **17**, 997 (2000). [11](#)
- [84] L. Spinelli, G. Tissoni, M. Tarengi, and M. Brambilla, *First principle theory for cavity solitons in semiconductor microresonators*, Eur. Phys. J. D **15**, 257 (2001). [11](#), [15](#)
- [85] T. Ackemann and W. Lange, *Optical pattern formation in alkali metal vapors : Mechanisms, phenomena and use*, Appl. Phys. B **72**, 21 (2001). [11](#), [29](#)
- [86] M. Tlidi, M. Taki, M. L. Berre, E. Reyssayre, A. Tallet, and L. D. Menza, *Moving localized structures and spatial patterns in quadratic media with a saturable absorber*, Journal of Optics B : Quantum and Semiclassical Optics **6**, S421 (2004). [11](#)
- [87] V. Taranenکو, K. Staliunas, and C. Weiss, *Spatial soliton laser : Localized structures in a laser with a saturable absorber in a self-imaging resonator*, Phys. Rev. A **56**, 1582 (1997). [11](#), [12](#), [15](#)
- [88] C. Weiss, M. Vaupel, K. Staliunas, G. Slekyš, and V. Taranenکو, *Solitons and vortices in lasers*, Applied Physics B : Lasers and Optics **68**, 151 (1999), 10.1007/s003400050601. [11](#)
- [89] A. Schreiber, B. Thüring, M. Kreuzer, and T. Tschudi, *Experimental investigation of solitary structures in a nonlinear optical feedback system*, Opt. Commun. **136**, 415 (1997). [11](#)
- [90] B. Schapers, M. Feldmann, T. Ackemann, and W. Lange, *Interaction of localized structures in an optical pattern-forming system*, Phys. Rev. Lett. **85**, 748 (2000). [11](#)
- [91] G. C. Duree, J. L. Shultz, G. J. Salamo, M. Segev, A. Yariv, B. Crosignani, P. Di Porto, E. J. Sharp, and R. R. Neurgaonkar, *Observation of self-trapping of an optical beam due to the photorefractive effect*, Phys. Rev. Lett. **71**, 533 (1993). [11](#)
- [92] E. A. Ultanir, G. I. Stegeman, D. Michaelis, C. H. Lange, and F. Lederer, *Stable Dissipative Solitons in Semiconductor Optical Amplifiers*, Phys. Rev. Lett. **90**, 253903 (2003). [11](#)
- [93] U. Bortolozzo and S. Residori, *Storage of Localized Structure Matrices in Nematic Liquid Crystals*, Phys. Rev. Lett. **96**, 037801 (2006). [11](#), [55](#)
- [94] M. Hisakaa and K. Yoshida, *Multilayered optical data storage using a spatial soliton*, Appl. Phys. **93**, 241103 (2008). [11](#), [55](#)
- [95] N. N. Rosanov and G. V. Khodova, *Diffraction autosolitons in nonlinear interferometers*, J. Opt. Soc. Am. B **7**, 1057 (1990). [11](#), [15](#), [59](#)

- [96] W. J. Firth, G. K. Harkness, A. Lord, J. M. McSloy, D. Gomila, and P. Colet, *Dynamical properties of two-dimensional Kerr cavity solitons*, J. Opt. Soc. Am. B **19**, 747 (2002). [12](#), [15](#)
- [97] D. Gomila, M. Matías, and P. Colet, *Excitability Mediated by Localized Structures in a Dissipative Nonlinear Optical Cavity*, Phys. Rev. Lett. **94**, 1 (2005). [12](#)
- [98] L. a. Lugiato and F. Prati, *Difference Differential Equations for a Resonator with a Very Thin Nonlinear Medium*, Phys. Rev. Lett. **104**, 3 (2010). [12](#)
- [99] F. Haudin, R. G. Elías, R. G. Rojas, U. Bortolozzo, M. G. Clerc, and S. Residori, *Front dynamics and pinning-depinning phenomenon in spatially periodic media*, Phys. Rev. E **81**, 056203 (2010). [12](#), [29](#), [88](#)
- [100] Y. Pomeau, *Front motion, metastability and subcritical bifurcation in hydrodynamics*, Physica D **23**, 3 (1986). [12](#), [79](#), [88](#)
- [101] M. Taki, J. C. Fernandez, and G. Reinisch, *Collective-coordinate description of chaotic sine-Gordon breathers and zero-frequency breathers : The nondissipative case*, Phys. Rev. A **38**, 3086 (1988). [12](#)
- [102] A. Carpio and L. L. Bonilla, *Wave Front Depinning Transition in Discrete One-Dimensional Reaction-Diffusion Systems*, Phys. Rev. Lett. **86**, 6034 (2001). [12](#)
- [103] A. Yochelis and A. Garfinkel, *Front motion and localized states in an asymmetric bistable activator-inhibitor system with saturation*, Phys. Rev. E **77**, 035204 (2008). [12](#)
- [104] I. S. Aranson, B. A. Malomed, L. M. Pismen, and L. S. Tsimring, *Crystallization kinetics and self-induced pinning in cellular patterns*, Phys. Rev. E **62**, R5 (2000). [12](#)
- [105] F. Haudin, R. G. Elías, R. G. Rojas, U. Bortolozzo, M. G. Clerc, and S. Residori, *Driven Front Propagation in 1D Spatially Periodic Media*, Phys. Rev. Lett. **103**, 128003 (2009). [12](#), [77](#), [88](#)
- [106] C. Kharif and E. Pelinovsky, *Physical mechanisms of the rogue wave phenomenon*, Eur. Phys. J. Mech. B/Fluids **22**, 603 (2003). [12](#), [113](#), [114](#), [123](#)
- [107] W. J. Broad, *Rogue giants at sea* (2006), URL <http://www.nytimes.com/2006/07/11/science/11wave.html>. [12](#), [113](#)
- [108] D. R. Solli, C. Ropers, P. Koonath, and B. Jalali, *Optical rogue waves*, Nature **450**, 1054 (2007). [13](#), [113](#), [117](#), [128](#), [129](#)
- [109] A. Montina, U. Bortolozzo, S. Residori, and F. Arecchi, *Non-Gaussian Statistics and Extreme Waves in a Nonlinear Optical Cavity*, Phys. Rev. Lett. **103**, 173901 (2009). [13](#), [113](#), [117](#), [134](#)

- 
- [110] V. Odent, M. Taki, and E. Louvergneaux, *Experimental spatial rogue patterns in an optical feedback system*, Nat. Hazards Earth Syst. Sci. **10**, 2727 (2010). [13](#)
- [111] M. Tamburrini, M. Bonavita, S. Wabnitz, and E. Santamato, *Hexagonally patterned beam filamentation in a thin liquid-crystal film with a single feedback mirror*, Opt. Lett. **18**, 855 (1993). [13](#)
- [112] E. Louvergneaux, *Pattern-Dislocation-Type Dynamical Instability in 1D Optical Feedback Kerr Media with Gaussian Transverse Pumping*, Phys. Rev. Lett. **87**, 1 (2001). [13](#), [29](#), [78](#)
- [113] G. Grynberg, A. Maître, and A. Petrossian, *Flowerlike patterns generated by a laser beam transmitted through a rubidium cell with single feedback mirror*, Phys. Rev. Lett. **72**, 2379 (1994). [14](#)
- [114] T. Honda and H. Matsumoto, *Buildup of spontaneous hexagonal patterns in photorefractive BaTiO<sub>3</sub> with a feedback mirror*, Opt. Lett. **20**, 1755 (1995). [14](#)
- [115] T. Honda, H. Matsumoto, M. Sedlatschek, B. C. Denz, and T. Tschudi, *Spontaneous formation of hexagons, squares and squeezed hexagons in a photorefractive phase conjugator with virtually internal feedback mirror*, Opt. Comm. **133**, 293 (1997). [14](#)
- [116] J. Glückstad and M. Saffman, *Spontaneous pattern formation in a thin film of bacteriorhodopsin with mixed absorptive-dispersive nonlinearity*, Opt. Lett. **20**, 551 (1995). [14](#)
- [117] B. Thüring, R. Neubeckera, and T. Tschudia, *Transverse pattern formation in liquid crystal light valve feedback system*, Opt. Commun. **102**, 111 (1993). [14](#)
- [118] S. Longhi, *Localized structures in optical parametric oscillation*, Phys. Scr. **56**, 611 (1997). [15](#)
- [119] K. Staliunas and V. J. Sanchez-Morcillo, *Localized structures in degenerate optical parametric oscillators*, Opt. Comm. **139**, 306 (1997). [15](#)
- [120] W. E. Torruellas, G. I. Stegeman, and L. Torner, *Observation of two-dimensional spatial solitary waves in a quadratic medium*, Phys. Rev. Lett. **74**, 5036 (1995). [15](#)
- [121] V. J. Sánchez-Morcillo, I. Pérez-Arjona, F. Silva, G. J. de Valcárcel, and E. Roldán, *Vectorial Kerr-cavity solitons*, Opt. Lett. **25**, 957 (2000). [15](#)
- [122] D. Gomila and P. Colet, *Transition from hexagons to optical turbulence*, Phys. Rev. A **68**, 1 (2003). [15](#)
- [123] A. Jacobo, D. Gomila, M. Matías, and P. Colet, *Effects of noise on excitable dissipative solitons*, Eur. Phys. J. D **59**, 37 (2010). [15](#)



- [124] B. Y. Zel'dovich, N. F. Pilipetski, A. Sukhov, and N. V. Tabiryan, *JETP Lett.* **31**, 264 (1980). 16
- [125] I.-C. Khoo, *Liquid Crystals* (1995). 16, 17, 18, 37
- [126] G. D'Alessandro and W. Firth, *Spontaneous hexagon formation in a nonlinear optical medium with feedback mirror*, *Phys. Rev. Lett.* **66**, 2597 (1991). 19
- [127] G. D'Alessandro and W. Firth, *Hexagonal spatial patterns for a Kerr slice with a feedback mirror*, *Phys. Rev. A* **46**, 537 (1992). 19
- [128] E. Hairer, URL <http://www.unige.ch/~hairer/software.html>. 23
- [129] E. Hairer, S. Norsett, and G. Wanner, *Solving ordinary differential equations I, Nonstiff problems*, Springer Series in Computational Mathematics, Springer-Verlag (1993). 23
- [130] R. L. Honeycutt, *Stochastic Runge-Kutta algorithms. I. White noise*, *Phys. Rev. A* **45**, 600 (1992). 23
- [131] see fftw3 Homepage, <http://www.fftw.org/>, URL <http://www.fftw.org/>. 23
- [132] D. Gomila and P. Colet, *Fluctuations and correlations in hexagonal optical patterns*, *Phys. Rev. E* **66**, 046223 (2002). 26
- [133] P. Kockaert, P. Tassin, G. V. der Sande, I. Veretennicoff, and M. Tlidi, *Negative diffraction pattern dynamics in nonlinear cavities with left-handed materials*, *Phys. Rev. A* **74**, 033822 (2006). 28, 77, 78, 79
- [134] P. Tassin, L. Gelens, J. Danckaert, I. Veretennicoff, G. V. der Sandee, P. Kockaert, and M. Tlidi, *Dissipative structures in left-handed material cavity optics*, *Chaos* **17**, 037116 (2007). 28, 77, 78, 79, 102
- [135] D. R. Smith, W. J. Padilla, D. C. Vier, S. C. Nemat-Nasser, and S. Schultz, *Composite Medium with Simultaneously Negative Permeability and Permittivity*, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 4184 (2000). 28
- [136] K. Aydin, K. Guven, M. Kafesaki, L. Zhang, C. M. Soukoulis, and E. Ozbay, *Experimental observation of true left-handed transmission peaks in metamaterials*, *Opt. Lett.* **29**, 2623 (2004). 28
- [137] G. Dolling, M. Wegener, C. M. Soukoulis, and S. Linden, *Negative-index metamaterial at 780 nm wavelength*, *Opt. Lett.* **32**, 53 (2007). 28
- [138] G. Agez, C. Szwaj, E. Louvergneaux, and P. Glorieux, *Noisy precursors in one-dimensional patterns*, *Phys. Rev. A* **66**, 063805 (2002). 29, 44

- 
- [139] G. Agez, *Effets du bruit et d'un flot transverse sur les instabilités spatio-temporelles dans un système optique à cristaux liquides*, Ph.D. thesis, Lille 1 (2005). 31, 44
- [140] *Least-squares fitting*, URL [http://www.mathworks.fr/help/toolbox/curvefit/bq\\_5ka6-1.html](http://www.mathworks.fr/help/toolbox/curvefit/bq_5ka6-1.html). 32
- [141] J. P. Perez, *Optique : Fondements et applications* (2004). 39
- [142] R. Maamary, Master's thesis, Université de Lille 1 / Université Libanaise (2011). 43
- [143] G. Agez, M. G. Clerc, and E. Louvergneaux, *Universal shape law of stochastic supercritical bifurcations : Theory and experiments*, Phys. Rev. E **77**, 026218 (2008). 44
- [144] S. Coen, M. Tlidi, P. Emplit, and M. Haelterman, *Convection versus Dispersion in Optical Bistability*, Phys. Rev. Lett. **83**, 2328 (1999). 45, 84
- [145] S. Coen, *Passive Nonlinear Optical Fiber Resonators Fundamentals and Applications*, Ph.D. thesis, Université Libre de Bruxelles (2000). 45
- [146] J. Duan and P. Holmes, *Fronts, Domain Walls and Pulses in a generalized Ginzburg-Landau equation*, Proceedings of the Edinburgh Mathematical Society **38**, 77 (1995). 53
- [147] F. Arechi, S. Boccaletti, and P. Ramazza, *Pattern formation and competition in nonlinear optics*, Physics Reports **318**, 1 (1999). 55
- [148] W. Lange and T. Ackemann, *Complex behaviour in optical systems and applications*, J. Opt. B **2**, 1 (2000). 55
- [149] N. N. Rozanov, *Spatial hysteresis and optical Patterns* (Springer, New York, 2002), vol. 308. 55
- [150] L. A. Lugiato, *Introduction to the feature section on cavity solitons : An overview*, IEEE J. Quantum Electron **39**, 193 (2003). 55
- [151] K. Staliunas and V. J. Sanchez-Morcillo, *Transverse patterns in nonlinear optical resonators* (Springer-Verlag, 2003), vol. 183. 55
- [152] W. Krolikowski, B. Luther-Davies, and C. Denz, *Photorefractive solitons*, IEEE J. Quant. Elec. **39**, 3 (2003). 55
- [153] P. Mandel and M. Tlidi, *Transverse dynamics in cavity nonlinear optics (2000 à 2003)*, Journal of Optics B : Quantum and Semiclassical Optics **6**, R60 (2004). 55
- [154] S. Residori, *Patterns, fronts and structures in a Liquid-Crystal-Light-Valve with optical feedback*, Physics Reports **416**, 201 (2005). 55

- [155] L. Gelens, D. Gomila, G. V. der Sande, J. Danckaert, P. Colet, , and M. A. Matías, *Dynamical instabilities of dissipative solitons in nonlinear optical cavities with nonlocal materials*, Phys. Rev. A **77**, 033841 (2008). 55
- [156] S. Coulibaly, C. Durniak, and M. Taki, *Lecture Notes in Physics* (Springer, New York, 2008), vol. 751, chap. Spatial Dissipative Solitons Under Convective and Absolute Instabilities in Optical Parametric Oscillators, pp. 1–27. 55
- [157] M. Tlidi, M. Taki, and T. Kolokolnikov, *Introduction : Dissipative localized structures in extended systems*, Chaos **17**, 037101 (2007). 55
- [158] O. Lejeune, M. Tlidi, and P. Couteron, *Localized vegetation patches : A self-organized response to resource scarcity*, Phys. Rev. E **66**, 010901 (2002). 55
- [159] J. D. Murray, *Mathematical Biology : I. An Introduction* (Springer-Verlag, Berlin, 2002). 55
- [160] J. L. Kyoung, W. D. McCormick, Q. Ouyang, and H. L. Swinney, *Pattern Formation by Interacting Chemical Fronts*, Science **261**, 192 (1993). 55
- [161] J. E. Pearson, *Complex Patterns in a Simple System*, Science **261**, 189 (1993). 55
- [162] S. Fauve and O. Thual, *Solitary waves generated by subcritical instabilities in dissipative systems*, Phys. Rev. Lett. **64**, 282 (1990). 55
- [163] A. Borhanifar and M. M. Kabir, *New periodic and soliton solutions by application of Exp-function method for nonlinear evolution equations*, Journal of Computational and Applied Mathematics **229**, 158 (2009). 55
- [164] M. Tlidi and M. Taki, *Increasing Spatial Complexity toward Near-Resonant Regimes of Quadratic Media*, Physical Review Letters **91**, 1 (2003). 55
- [165] F. Leo, S. Coen, P. Kockaert, S. P. Gorza, P. Emplit, and M. & Haelterman, *Temporal cavity solitons in one-dimensional Kerr media as bits in an all-optical buffer*, Nat. Photon. **4**(7), 471 (2010). 55
- [166] P. L. Ramazza, S. Boccaletti, U. Bortolozzo, and F. T. Arecchi, *Control of localized structures in an optical feedback interferometer*, Chaos **13**, 335 (2003). 59, 63
- [167] U. Bortolozzo, P. L. Ramazza, and S. Boccaletti, *Dissipative solitons driving and bound state control via parameter gradients*, Chaos **15**, 013501 (2005). 59, 65
- [168] H. Riecke, *Attractive interaction between pulses in a model for convection in binary mixtures*, Phys. Rev. E **52**, 5685 (1995). 65

- 
- [169] C. P. Schenk, P. Schuřtz, M. Bode, and H.-G. Purwins, *Interaction of self-organized quasiparticles in a two-dimensional reaction-diffusion system The formation of molecules*, Phys. Rev. E **57**, 6480 (1998). 65
- [170] O. Descali, M. Clerc, S. Residori, and G. Assanto, eds., *Localized States in Physics : Soliton and Patterns* (Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2011). 65
- [171] F. Sagués, J. M. Sancho, and J. Garcia-Ojalvo, *Spatiotemporal order out of noise*, Rev. Mod. Phys. **79**, 829 (2007). 68
- [172] P. Réfrégier, *Théorie du bruit et applications en physique* (2002). 69
- [173] P. Langevin, *On the Theory of Brownian Motion*, C. R. Acad. Sci. (Paris) **146**, 530 (1908). 69
- [174] M. Notomi, *Theory of light propagation in strongly modulated photonic crystals : Refractionlike behavior in the vicinity of the photonic band gap*, Phys. Rev. B **62**, 10696 (2000). 77
- [175] K. Staliunas and C. Masoller, *Subdiffractive light in bi-periodic arrays of modulated fibers*, Opt. Express **14**, 10669 (2006). 77
- [176] M. P. Sampedro, M. A. Cerezo Jacome, D. Ramirez Martinez, M. Méndez Otero, and M. Palomino Ovando, *Periodic modulation on the refractive index in a Bi12TiO20 crystal*, Crystal Research and Technology **41**, 683 (2006). 77
- [177] D. Gomila and G.-L. Oppo, *Subcritical patterns and dissipative solitons due to intracavity photonic crystals*, Phys. Rev. A **76**, 043823 (2007). 77
- [178] K. Staliunas and R. Herrero, *Nondiffractive propagation of light in photonic crystals*, Phys. Rev. E **73**, 016601 (2006). 77
- [179] H. J. Lezec, J. A. Dionne, and H. A. Atwater, *Negative Refraction at Visible Frequencies*, Science **316**, 430 (2007). 77
- [180] I. I. Smolyaninov, Y.-J. Hung, and C. C. Davis, *Magnifying Superlens in the Visible Frequency Range*, Science **315**, 1699 (2007). 77
- [181] V. G. Veselago, *The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of  $\epsilon$  and  $m$ .*, Soviet Physics Uspekhi **10**, 509 (1968). 77
- [182] J. B. Pendry, *Negative Refraction Makes a Perfect Lens*, Phys. Rev. Lett. **85**, 3966 (2000). 77
- [183] R. A. Shelby, D. R. Smith, and S. Schult, *Experimental Verification of a Negative Index of Refraction*, Science **292**, 77 (2001). 77

- [184] C. Enkrich, M. Wegener, S. Linden, S. Burger, L. Zschiedrich, F. Schmidt, J. F. Zhou, T. Koschny, and C. M. Soukoulis, *Magnetic Metamaterials at Telecommunication and Visible Frequencies*, Phys. Rev. Lett. **95**, 203901 (2005). 77
- [185] D. R. Smith, J. B. Pendry, and M. C. K. Wiltshire, *Metamaterials and Negative Refractive Index*, Science **305**, 788 (2004). 77
- [186] P. Tassin, G. V. der Sande, N. Veretenov, P. Kockaert, I. Veretennicoff, and M. Tlidi, *Three-dimensional structures in nonlinear cavities containing left-handed materials*, Opt. Express **14**, 9338 (2006). 77
- [187] P. Tassin, G. V. der Sande, I. Veretennicoff, P. Kockaert, and M. Tlidi, *Pattern formation without diffraction matching in optical parametric oscillators with a metamaterial*, Opt. Express **17**, 9428 (2009). 77
- [188] P. Kockaert, *Paraxial approximation of a negative index slab by twin telescopes*, J. Opt. Soc. Am. B/ **26**, 1994 (2009). 78
- [189] P. Coulet, *Localized Patterns and Fronts in Nonequilibrium Systems*, Int. J. of Bifurcations Chaos Appl. Sci. Eng. **12**, 2445 (2002). 79
- [190] W. van Saarloos, *Front propagation into unstable states*, Physics Reports **386**, 29 (2003). 79
- [191] F. Haudin, *Fronts et dynamiques spatio-temporelles dans l'expérience de la valve à cristaux liquides effets de forçages spatiaux et rétroaction optique non locale*, Ph.D. thesis, Université de Nice Sophia Antipolis (2010). 86
- [192] R. E. Goldstein, G. H. Gunaratne, L. Gil, and P. Coulet, *Hydrodynamic and interfacial patterns with broken space-time symmetry*, Phys. Rev. A **43**, 6700 (1991). 85
- [193] D. Sander, R. Skomski, C. Schmidhals, A. Enders, and J. Kirschner, *Film Stress and Domain Wall Pinning in Sesquilayer Iron Films on W(110)*, Phys. Rev. Lett. **77**, 2566 (1996). 85
- [194] R. Skomski, *Nanomagnetics*, J. Phys. : Condens. Matter **15**, R841 (2003). 85
- [195] H. Zhang, D. Y. Tang, L. M. Zhao, and R. J. Knize, *Vector dark domain wall solitons in a fiber ring laser*, Opt. Express **18**, 4428 (2010). 85
- [196] R. Rojas, in *Sur des Gouttes, Cristaux liquides et Fronts* (2005), ph.D. thesis, Université de Nice Sophia Antipolis, URL [http://tel.archives-ouvertes.fr/docs/00/12/91/02/PDF/these4\\_2.pdf](http://tel.archives-ouvertes.fr/docs/00/12/91/02/PDF/these4_2.pdf). 86, 88
- [197] M. G. Clerc, R. G. Elias, and R. G. Rojas, *Continuous description of lattice discreteness effects in front propagation*, Phil. Trans. R. Soc. A **369**, 1 (2011). 88

- 
- [198] F. Fedele, *Rogue waves in oceanic turbulence*, Physica D : Nonlinear Phenomena **237**, 2127 (2008). [113](#)
- [199] A. Chabchoub, N. P. Hoffmann, and N. Akhmediev, *Rogue Wave Observation in a Water Wave Tank*, Phys. Rev. Lett. **106**, 204502 (2011). [113](#)
- [200] J.-W. Kim and E. Ott, *Statistics and characteristics of spatiotemporally rare intense events in complex Ginzburg-Landau models*, Phys. Rev. E **67**, 026203 (2003). [113](#), [129](#)
- [201] J. M. Dudley, G. Genty, and B. J. Eggleton, *Harnessing and control of optical rogue waves insupercontinuum generation*, Opt. Express **16**, 3644 (2008). [113](#), [129](#)
- [202] L. Du, Q. Chen, Y.-C. Lai, and W. Xu, *Observation-based control of rare intense events in the complex Ginzburg-Landau equation*, Phys. Rev. E **78**, 015201 (2008). [113](#)
- [203] K. Hammani, C. Finot, J. M. Dudley, and G. Millot, *Optical rogue-wave-like extreme value fluctuations in fiber Raman amplifiers*, Opt. Express **16**, 16467 (2008). [113](#), [129](#)
- [204] A. Mussot, A. Kudlinski, M. Kolobov, E. Louvergneaux, M. Douay, and M. Taki, *Observation of extreme temporal events in CW-pumped supercontinuum*, Optics express **17**, 17010 (2009). [113](#), [115](#), [117](#), [129](#), [130](#)
- [205] J. Kasparian, P. B ejot, J.-P. Wolf, and J. M. Dudley, *Optical rogue wave statistics in laser filamentation*, Opt. Express **17**, 12070 (2009). [113](#)
- [206] G. Agrawal, *NonLinear Fiber Optics* (2006), 3rd ed. [113](#), [130](#)
- [207] K. L. Henderson, K. L. Peregrine, and J. W. Dold, *Unsteady water wave modulations : fully nonlinear solutions and comparison with the nonlinear Schro dinger equation*, Wave Motion **29**, 341 (1999). [113](#)
- [208] V. E. Zakharov, *Stability of periodic waves of finite amplitude on the surface of a deep fluid*, Journal of Applied Mechanics and Technical Physics **9**, 190 (1968). [113](#)
- [209] M. Onorato, A. R. Osborne, M. Serio, and S. Bertone, *Freak Waves in Random Oceanic Sea States*, Phys. Rev. Lett. **86**, 5831 (2001). [113](#), [114](#)
- [210] M. Onorato, A. R. Osborne, and M. Serio, *Modulational Instability in Crossing Sea States : A Possible Mechanism for the Formation of Freak Waves*, Phys. Rev. Lett. **96**, 014503 (2006). [113](#)
- [211] P. K. Shukla, I. Kourakis, B. Eliasson, M. Marklund, and L. Stenflo, *Instability and Evolution of Nonlinearly Interacting Water Waves*, Phys. Rev. Lett. **97**, 094501 (2006). [113](#)

- [212] B. S. White and B. Fornberg, *On the chance of freak waves at sea*, J. Fluid Mech. **355**, 113 (1998). 113
- [213] S. R. Massel, *Ocean surface waves : their physics and prediction* (1996), 11th ed., URL <http://www.worldscibooks.com/engineering/2285.html>. 113
- [214] J. M. Dudley, G. Genty, and S. Coen, *Supercontinuum generation in photonic crystal fiber*, Rev. Mod. Phys. **78**, 1135 (2006). 113, 115, 117
- [215] R. R. Alfano, *The Ultimate White Light*, Sci. Am. **295**, 87 (2006). 113
- [216] R. Neubecker, B. Thuring, M. Kreuzer, and T. Tschudi, *Transition from Spatio-temporal Order to Disorder in a Single-feedback Experiment*, Chaos, Solitons & Fractals **10**, 681 (1999). 113, 117
- [217] L. Pastur, U. Bortolozzo, and P. Ramazza, in *Proceedings of the 7th ECC* (2002), p. 182, URL <http://scitation.aip.org/getpdf/servlet/GetPDFServlet?filetype=pdf&id=APCPCS000676000001000182000001&idtype=cvips&prog=normal>. 113
- [218] N. Akhmediev, A. Ankiewicz, and M. Taki, *Waves that appear from nowhere and disappear without a trace*, Physics Letters A **373**, 675 (2009). 114
- [219] A. L. Gaeta, *Nonlinear propagation and continuum generation in microstructured optical fibers*, Opt. Lett. **27**, 924 (2002). 115
- [220] A. Kudlinski, G. Bouwmans, O. Vanvincq, Y. Quiquempois, A. L. Rouge, L. Bigot, G. Mélin, and A. Mussot, *White-light cw-pumped supercontinuum generation in highly GeO<sub>2</sub>-doped-core photonic crystal fibers*, Opt. Lett. **34**, 3631 (2009). 115
- [221] J. K. Ranka, R. S. Windeler, and A. J. Stentz, *Visible continuum generation in air-silica microstructure optical fibers with anomalous dispersion at 800 nm*, Opt. Lett. **25**, 25 (2000). 115
- [222] M. Shats, H. Punzmann, and H. Xia, *Capillary Rogue Waves*, Physical Review Letters **104**, 104603 (2010). 115, 117
- [223] J. M. Dudley, G. Genty, F. Dias, B. Kibler, and N. Akhmediev, *Modulation instability, Akhmediev Breathers and continuous wave supercontinuum generation*, Optics express **17**, 21497 (2009). 115
- [224] N. Akhmediev, J. Soto-Crespo, and a. Ankiewicz, *Extreme waves that appear from nowhere : On the nature of rogue waves*, Physics Letters A **373**, 2137 (2009). 117
- [225] M. Taki, a. Mussot, a. Kudlinski, E. Louvergnaux, M. Kolobov, and M. Douay, *Third-order dispersion for generating optical rogue solitons*, Physics Letters A **374**, 691 (2010). 117

- 
- [226] N. Akhmediev and E. Pelinovsky, *Editorial, Introductory remarks on Discussion & Debate : Rogue Waves, Towards a Unifying Concept ?*, Eur. Phys. J. Special Topics **185**, 1 (2010). 123, 124
- [227] T. Ainsworth, *Significant wave height. a closer look at wave forecasts*, URL <http://www.mxak.org/weather/waves.pdf>. 123
- [228] C. Lai, M. Xie, and D. Murthy, *A modified Weibull distribution*, Reliability, IEEE Transactions on **52**, 33 (2003). 125
- [229] A. M. Sarhan and M. Zaïndin, *Modified Weibull distribution*, Applied Sciences **11**, 123 (2009). 125
- [230] E. Stacy, *A Generalization of the Gamma Distribution*, The Annals of Mathematical Statistic **33**, 1187 (1962). 125, 126
- [231] M. J. Wasilewski, *Sur certaines propriétés de la Distribution Gamma Généralisée*, vol. 1 (1967), URL [http://www.numdam.org/numdam-bin/browse?id=RSA\\_1967\\_\\_15\\_1](http://www.numdam.org/numdam-bin/browse?id=RSA_1967__15_1). 125, 126
- [232] P. J. Davis, *Leonhard Euler's Integral : A Historical Profile of the Gamma Function*, The American Mathematical Monthly **66**, 849 (1959). 125
- [233] C. Kleiber and S. LKotz, *Statistical Size Distribution in Economics and Acturial Sciences* (2003). 126
- [234] O. Gomes, C. Combes, and A. Dussauchoy, *Parameter estimation of the generalized gamma distribution*, Mathematics and Computers in Simulation **79**, 955 (2008). 126
- [235] K. Pearson, *Contribution to the Mathematical Theory of Evolution. II. Skew Variation in Homogeneous Material*, Phil. R. Society A **186**, 343 (1895). 134
- [236] F. T. Arecchi, U. Bortolozzo, A. Montina, and S. Residori, *Granularity and Inhomogeneity Are the Joint Generators of Optical Rogue Waves*, Phys. Rev. Lett. **106**, 153901 (2011). 134
- [237] V. Zakharov, V. Lvov, and G. Falkovich, *Kolmogorov Spectra of Turbulence* (1992). 137





## Annexe A

# Les systèmes d'acquisitions

Les enregistrements du champ proche (CP) et du champ lointain (CL) s'effectuent à partir du faisceau  $B_{out}$  sortant par le miroir de sortie  $M_2$ (Fig. 1.18). Nous imageons à l'aide de la lentille  $L_{CP}$  le champ à l'intérieur du cristal liquide et nous observons le champ lointain, correspondant à la transformée de Fourier optique, en disposant la caméra  $C_{CL}$  au foyer image de la lentille  $L_{CL}$ . Les caméras CCD sont reliées à un ordinateur qui numérise les images en 256 niveaux de gris avec une résolution de  $768 \times 574$  pixels et un taux de rafraichissement maximal de 10 Hz. Deux photodiodes  $D_1$  et  $D_2$  enregistrent les fonctions de transmission de la cavité Kerr du faisceau de pompe et du faisceau de sonde en récupérant leur réflexions sur les lames de l'échantillon de cristal liquide.



## Annexe B

# Calcul de la longueur optique de cavité

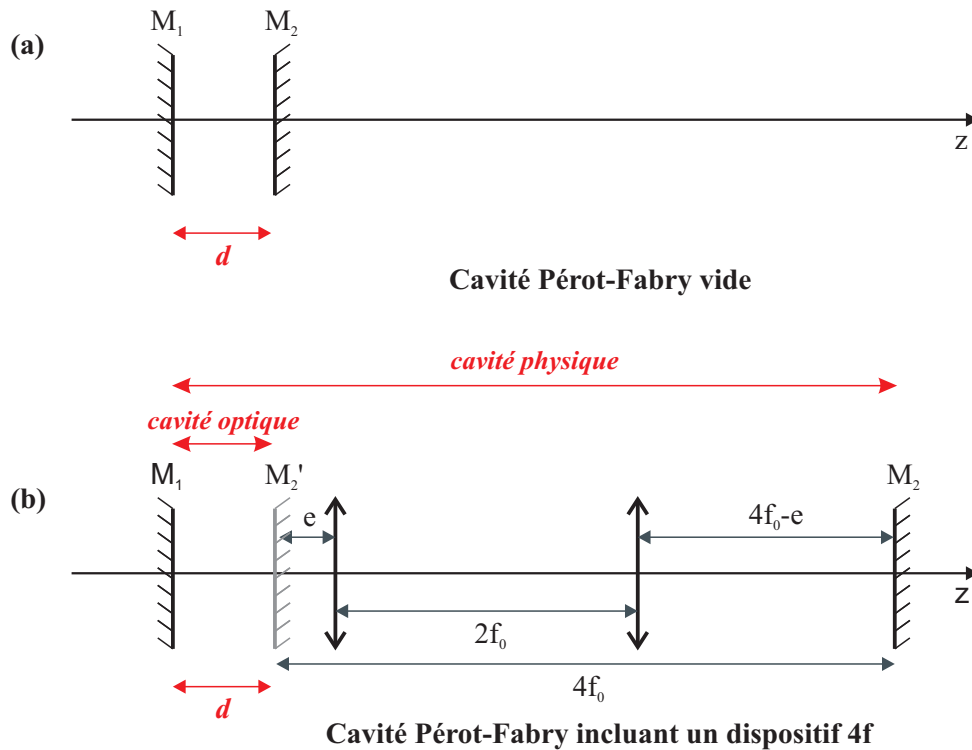


FIGURE B.1: Schéma des cavités Pèrot-Fabry physique et optique équivalente : (a) vide, (b) avec un dispositif 4f.

Nous allons utiliser ici trois matrices ABCD différentes, l'une pour la propagation de la lumière dans l'espace libre sur une distance  $D$   $\begin{pmatrix} 1 & D \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ , une autre pour la traversé d'une

lentille de distance focale  $f$   $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix}$  et la dernière pour la réflexion de la lumière sur un miroir plan  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  qui n'est autre que la matrice identité. Le calcul matriciel s'effectue dans le sens inverse de propagation de la lumière. Le calcul revient alors à multiplier entre elles les matrices en respectant l'ordre et la règle de calcul des multiplications des matrices, afin de trouver la matrice équivalente  $J$ . Nous calculons premièrement la matrice équivalente  $J_1$  (Eq. B.1) d'une cavité Pérot-Fabry vide de longueur  $d$  [Fig. B.1(a)] :

$$J_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{B.1})$$

$$J_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2d \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{B.2})$$

La matrice équivalente  $J_1$  (Eq. B.2) à une propagation sur un tour de cavité correspond à une propagation libre sur une distance de  $2d$ . Maintenant disposons un dispositif  $4f_0$ , de focale  $f_0$ , à l'intérieur de la cavité et éloignons le miroir de sortie  $M_2$  d'une distance  $4f_0$  par rapport au miroir  $M_1$  [Fig. B.1(b)]. La longueur physique de cavité est égale maintenant à  $d + 4f_0$ . Le calcul de la matrice équivalente  $J_2$  fait intervenir maintenant la multiplication de douze matrices (Eq. B.3) :

$$J_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & d+e \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f_0} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2f_0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f_0} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 4f_0-e \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 1 & 4f_0-e \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f_0} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2f_0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f_0} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & d+e \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{B.3})$$

$$J_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2d \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{B.4})$$

La simplification du produit matriciel nous donne la Matrice équivalente  $J_2$  (Eq. B.4), qui correspond aussi à une propagation de la lumière dans l'espace libre sur une longueur de  $2d$ .  $J_1 = J_2$ , les cavités de la figure B.1 sont équivalentes au niveau de leurs longueurs optiques. La cavité avec le dispositif  $4f$  peut s'interpréter comme une cavité optique équivalente de longueur optique  $d$ , délimitée par les miroirs  $M_1$  et  $M_2'$ , l'image du miroir  $M_2$  à travers le dispositif  $4f_0$ . Il est à noter que pour réaliser ce calcul nous n'avons pas fait d'hypothèse sur le signe de  $d$ , le résultat est donc valide pour  $d > 0$  ou  $d < 0$ . Le système  $4f$  permet donc de générer des longueurs optiques de cavité positive ou négative. La démonstration peut aussi

ANNEXE B : CALCUL DE LA LONGUEUR OPTIQUE DE CAVITÉ PAR LA  
MÉTHODE DES MATRICES ABCD

---

s'appliquer à la boucle de rétro-action optique, où il est possible de générer des longueurs optiques de rétro-action négatives.



## Annexe C

# Modèle en champ moyen de la cavité Kerr Pérot-Fabry plan-plan contenant un cristal liquide

Nous établissons un modèle théorique en champ moyen similaire au modèle de Lugiato-Lefever dans une cavité en anneau. Nous reprenons les hypothèses du modèle en champ, c'est à dire une faible évolution du champ sur un tour de cavité et une finesse de cavité élevée. La construction du modèle nécessite l'utilisation des équations 1.12 et 1.13 gouvernant respectivement le déphasage accumulé par le champ lors de sa traversée du cristal liquide et la propagation du faisceau dans l'espace libre.

Nous considérons une cavité Kerr en anneau, équivalente à la cavité PF, de longueur de  $L_C = 2d + 2L$  (Fig. C.1), à l'intérieur de laquelle nous disposons un échantillon de cristal liquide d'épaisseur  $2L$ . Nous pouvons écrire les développements limités au premier ordre de l'évolution du champ sur un tour de cavité :

$$E(L_C, t) = E(2L, t) + 2d \frac{\partial E}{\partial z}(2L, t), \quad (\text{C.1a})$$

$$E(2L, t) = E(0, t) + 2L \frac{\partial E}{\partial z}(0, t), \quad (\text{C.1b})$$

de même, au bout d'un tour,

$$E(0, t + t_r) = E(0, t) + t_r \frac{\partial E}{\partial t}(0, t) \quad (\text{C.1c})$$



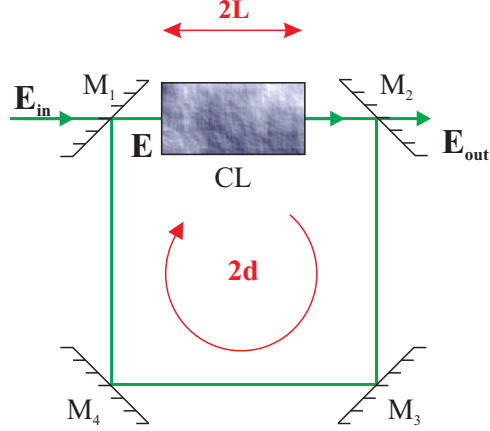


FIGURE C.1: *Cavité Kerr en anneau, équivalente à la cavité PF :  $E_{in}$  champ d'entrée de cavité ;  $E$  champ intra-cavité ;  $E_{out}$  champ de sortie de cavité ;  $M_1$  miroir d'entrée de cavité ( $R_1 = 0.95$ ) ;  $M_2$  miroir de sortie de cavité ( $R_2 = 0.95$ ) ;  $M_3$  et  $M_4$  miroirs de cavité ( $R = 1$ ) ;  $CL$  cristal liquide ;  $L_C = 2d + 2L$  longueur de cavité ;  $2d$  longueur de propagation dans l'espace libre dans la cavité ;  $2L$  longueur du cristal liquide.*

Aux équations (C.1a) nous devons rajouter une condition aux limites périodiques imposée par la cavité :

$$E(0, t + t_r) = t_1 E_0 + r_1 r_2 e^{i\varphi} E(L_C, t) \quad (\text{C.2})$$

$t_r$  représente le temps mis par les photons pour faire un tour de cavité, bien sûr ici nous considérons la cavité physique et non optique pour déterminer ce temps, soit  $t_r = \frac{L_C + 4f}{c} \cdot t_1$ ,  $r_1$ ,  $r_2$  sont les coefficients de transmission et de réflexion en amplitude des miroirs  $M_1$  et  $M_2$ . On considère les miroirs  $M_3$  et  $M_4$  totalement réfléchissants.

$$\varphi = k_0 (2Ln_L + 2d), \quad (\text{C.3})$$

où  $n_L$  est la l'indice de réfraction linéaire du cristal liquide.

En combinant les équations (1.12-1.13), (C.2), (C.1a-C.1c), on obtient un ensemble de deux nouvelles équations régissant l'évolution du champ moyen dans la cavité. La première correspond à l'équation d'évolution du champ ( $E$ ) non renormalisée et la seconde à l'équation d'évolution de l'indice non linéaire ( $n$ ) du cristal liquide.

$$t_r \frac{\partial E}{\partial t} = t_1 F_0 + (r_1 r_2 e^{i\varphi} - 1) E + 2i\chi L n r_1 r_2 e^{i\varphi} E + r_1 r_2 e^{i\varphi} \frac{id}{k_0} \frac{\partial^2}{\partial x^2} (E + 2i\chi L n E), \quad (\text{C.4})$$

$$\tau \frac{\partial n}{\partial t} - l_d^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} n + n = |E|^2. \quad (\text{C.5})$$

$\chi$  est la non-linéarité du matériau renormalisé,  $k_0$  représente le nombre d'onde du faisceau laser.  $\tau$  et  $l_d$  sont respectivement le temps de relaxation et la longueur de diffusion du cristal liquide.

En effectuant un changement de variable, nous pouvons réécrire les équations C.4-C.5 :

$$\frac{\partial \psi}{\partial T} = S - \psi + i\eta(e^{i\varphi}N - \Delta) + ie^{i\varphi}\alpha \frac{\partial^2}{\partial X^2}\psi - de^{i\varphi} \frac{\partial^2}{\partial X^2}\psi N \quad (\text{C.6})$$

$$\Pi \frac{\partial N}{\partial T} - \Omega \frac{\partial^2 N}{\partial X^2} + = |\psi|^2 \quad (\text{C.7})$$

avec :

$$\begin{aligned} S &= t_1 \sqrt{\frac{2|\chi|Lr_1r_2}{(1-r_1r_2\cos\varphi)^3}} F_0 & \psi &= \sqrt{\frac{2|\chi|Lr_1r_2}{(1-r_1r_2\cos\varphi)}} E & N &= \frac{2|\chi|Lr_1r_2}{(1-r_1r_2\cos\varphi)} n \\ \Delta &= \frac{r_1r_2\sin\varphi}{r_1r_2\cos\varphi-1} & \Pi &= (1-r_1r_2\cos\varphi) \frac{\tau}{t_r} & \Omega &= k_0 l_d^2 \\ \alpha &= \frac{r_1r_2d}{1-r_1r_2\cos\varphi} & \eta &= \text{sgn}(\chi) \\ T &= (1-r_1r_2\cos\varphi) \frac{t}{t_r} & X &= \sqrt{k_0} x \end{aligned} \quad (\text{C.8})$$

Si le régime de fonctionnement est proche de  $\varphi = 0$  et dans l'hypothèse d'une cavité de bonne finesse  $\alpha \gg d$ , cela permet de simplifier l'équation (C.6) et de négliger le terme de diffusion dans l'équation pour obtenir :

$$\begin{cases} \frac{\partial \psi}{\partial T} = S - \psi + i\eta(N - \Delta)\psi + i\alpha \frac{\partial^2}{\partial X^2}\psi \\ \Pi \frac{\partial N}{\partial T} - \Omega \frac{\partial^2 N}{\partial X^2} + = |\psi|^2 \end{cases} \quad (\text{C.9})$$



---

## Annexe D

# Étalonnage spectral de la caméra en champ lointain

On définit la transformé de Fourier d'un signal complexe comme :

$$TF_{\text{mathématique}}(\nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) e^{-i2\pi\nu x} dx. \quad (\text{D.1})$$

En optique, lorsque l'on se place dans le plan focal image d'une lentille on obtient le transformé de Fourier optique du signal :

$$TF_{\text{optique}}(k) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) e^{-i2\pi\frac{\alpha}{\lambda}x} dx, \quad (\text{D.2})$$

où :

$$\alpha = \frac{X_C}{f}. \quad (\text{D.3})$$

Avec  $X_C$  la coordonnée réellement mesurée sur le dispositif d'enregistrement CCD.

La transformée de Fourier mathématique et optique étant équivalente, il vient :

$$\nu = \frac{X_C}{\lambda f}. \quad (\text{D.4})$$

On obtient ainsi la résolution spectrale ( $\Delta k$ ) du champ lointain enregistré sur notre caméra CCD en fonction de la résolution d'un pixel ( $\Delta X$ ) de cette dernière :

$$\Delta k = 2\pi \frac{\Delta X}{\lambda f}. \quad (\text{D.5})$$



# Liste des publications

## Revue internationale

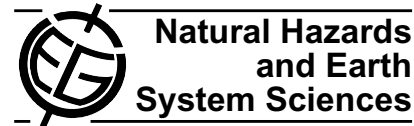
- **Vincent Odent**, Majid Taki et Eric Louvergneaux, “Experimental spatial rogue patterns in an optical feedback system”, *Natural Hazards and Earth System Sciences*, vol 10, pp. 2727-2732, 2010
- **Vincent Odent**, Majid Taki et Eric Louvergneaux, “Experimental evidence of dissipative spatial solitons in an optical passive Kerr cavity”, *New Journal of Physics*, vol 13, pp.113026-113038, 2011

## Conférence internationale

- **Vincent Odent**, Saliya Coulibaly, Pierre Glorieux, Majid Taki et Eric Louvergneaux, “Experimental evidence of solitons and pinned fronts in diffractive and antidiffractive configurations of a passive Kerr Fabry-Pérot cavity”, *CLEO/EUROPE - EQEC*, Munich 2011
- **Vincent Odent**, Saliya Coulibaly, Pierre Glorieux, Majid Taki et Eric Louvergneaux, “Mise en évidence expérimentale de solitons et fronts dans une cavité Kerr Fabry-Pérot passive à diffraction positive ou négative”, *Journées Franco-Libanaises Physiques & Interfaces*, Lille 2011
- **Vincent Odent**, Saliya Coulibaly, Pierre Glorieux, Majid Taki et Eric Louvergneaux, “Experimental evidence of solitons and pinned fronts in diffractive and antidiffractive configurations of a passive Kerr Fabry-Pérot cavity”, *PAI*, Lille 2011



Nat. Hazards Earth Syst. Sci., 10, 2727–2732, 2010  
 www.nat-hazards-earth-syst-sci.net/10/2727/2010/  
 doi:10.5194/nhess-10-2727-2010  
 © Author(s) 2010. CC Attribution 3.0 License.



## Experimental spatial rogue patterns in an optical feedback system

V. Odent, M. Taki, and E. Louvergneaux

Université Lille1, Laboratoire de Physique des Lasers, Atomes et Molécules, CNRS UMR 8523,  
 59655 Villeneuve d'Ascq Cedex, France

Received: 30 September 2010 – Revised: 22 November 2010 – Accepted: 23 November 2010 – Published: 22 December 2010

**Abstract.** We study pattern formation in an optical system composed of a Kerr medium subjected to optical feedback but in a regime very far from the modulational instability threshold. In this highly nonlinear regime, the dynamics is turbulent and the associated one-dimensional patterns depict rare and intense localized optical peaks. We analyse numerically and experimentally the statistics and features of these intense optical peaks and show that their probability density functions (PDF) have a long tail indicating the occurrence of rogue events.

### 1 Introduction

Since the experimental evidence of temporal optical rogue waves in a fibre system by Solli and coworkers (Solli et al., 2007), rogue wave research activity has received a considerable attention in optics in general (Solli et al., 2008; Dudley et al., 2008; Hammani et al., 2008; Mussot et al., 2009; Montina et al., 2009). Such rare and intense events are originally observed, e.g., in open ocean in form of rogue or freak waves (Kharif and Pelinovsky, 2003; Broad, 2006; Fedele, 2008) and more recently in, for example, capillary waves turbulence on water (Shats et al., 2010) and acoustic turbulence (Ganshin et al., 2008). They are characterised by long tails of their probability density functions (PDF) due to their very low probability of occurrence. The possibility to reproduce such rogue waves in optical temporal systems (Hammani et al., 2008; Solli et al., 2008) with characteristics similar to those encountered in the ocean is not surprising since the self-focusing Nonlinear Schrödinger Equation (NLSE) reflects the temporal nonlinear dynamics of waves propagating in both fibre optics (Agrawal, 1995) and ocean surface (Za-

kharov, 1968; Onorato et al., 2001; Kharif and Pelinovsky, 2003). These rogue events were also predicted and studied in spatially extended systems (Kim and Ott, 2003; Du et al., 2008) and discrete optical systems (Bludov et al., 2009) before being experimentally evidenced very lately in an optical ring cavity (Montina et al., 2009) and in laser filamentation (Kasparian et al., 2009). This leads to one of the main and attractive research activity in optics. The study of their formation in optical systems could provide, for example, inputs on mechanisms of their marine counterparts. Moreover, while the appearance of rogue waves in the ocean is a dreaded phenomenon, the formation and control of such pulses of very high energy in optics remains a challenge. Knowledge of the mechanisms of formation of these giant waves could, therefore, help to generate them deterministically rather than relying on random conditions.

Here, we report on the generation of rogue spatial peaks in the transverse patterns of a Kerr slice medium subject to optical feedback. These abnormal highly intensity peaks are observed in the turbulent regime (D'Alessandro and Firth, 1992) far above the primary instability threshold corresponding to the appearance of a stationary Turing pattern (corresponding to the well-known spatial modulational instability). This highly nonlinear regime in spatially extended optical systems that has not been characterised so far is numerically and experimentally studied in term of statistics and features of rogue spatial peaks. We show that their probability density functions are characterised by long tails indicating the presence of peaks that occur very rarely in comparison with the commonly time appearance frequency and with intensities far greater than those associated with typical peaks. We also emphasize that the highest amplitude peaks reach the criterion for rogue events (larger than 2 times the significant peak height) used in ocean waves (Onorato et al., 2001; Kharif and Pelinovsky, 2003).



Correspondence to: E. Louvergneaux  
 (eric.louvergneaux@univ-lille1.fr)

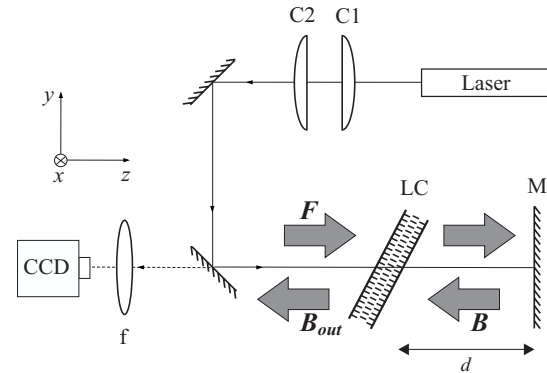


## 2 The experimental optical system

The experimental setup in which optical spatial rogue peaks of intensity occur is composed of a Kerr slice medium subjected to optical feedback (Fig. 1) (Louvergneaux., 2001). This system configuration allows the generating of a rich variety of transverse patterns (from rolls or hexagons to spatial solitons) and has been extensively investigated, see, for example, (D'Alessandro and Firth, 1992; Denz et al., 1998; Arecchi et al., 2000; Ackemann and Lange, 2001; Agez et al., 2006). Here, it essentially consists of a nematic liquid crystal (LC) layer irradiated by a strong laser beam which is reflected back onto the sample by a plane mirror  $M$  placed at a variable distance  $d$  from the LC layer (Fig. 1).  $R$  is the mirror intensity reflectivity. The nonlinear medium is a  $50\ \mu\text{m}$  thick layer of  $E_7$  LC homeotropically anchored. The beam is delivered by a monomode frequency doubled  $\text{Nd}^{3+}:\text{YVO}_4$  laser ( $\lambda_0 = 532\ \text{nm}$ ) which is shaped by means of two cylindrical lenses  $C_1$  and  $C_2$  in order to achieve a transverse quasi-monodimensional (1-D) pumping (beam diameters  $\approx 240\ \mu\text{m} \times 3200\ \mu\text{m}$ ). The optical distance  $d$  may be positive or negative with the help of an optical system made of two lenses in a 4f-arrangement. Note that the equivalent medium is self-focusing (resp. defocusing) if  $d > 0$  (resp.  $d < 0$ ) (Ciamarella et al., 1993). The transmitted backward beam  $B_{\text{out}}$  is monitored by CCD cameras. Near and far fields are simultaneously recorded. The two control parameters are the maximum intensity  $I_0$  of the incident laser beam and the distance  $d$  between the mirror and the LC layer. The reorientation of the LC director by the laser electric field leads to a nonlinear change of its refractive index  $n$  which depicts pattern formation (Firth, 1990).

Typical 1-D transverse periodic pattern obtained at threshold for Turing instability is shown on Fig. 2a. It is the counterpart of modulational instability in temporal systems. Indeed, the optical Fourier transform of this near field pattern shows two spatial modes with critical wave numbers  $k = \pm 2\sqrt{\lambda d}$ . The temporal recording of the near field profile along the long axis of the pattern (horizontal on Fig. 2) shows that the dynamics is stationary (Fig. 2c). Below this threshold, the transmitted field through the mirror  $M$  simply reflects the overall Gaussian dependence of the laser input shape. On the other hand, as the input power is increased above the threshold, the periodic spots first destabilize via time pseudo-periodic dislocations associated with fringe creation in the spatiotemporal diagram (Louvergneaux., 2001), then a regime of turbulence is reached for input laser field values very far above threshold (Fig. 2d). The associated pattern (Fig. 2b) is composed of a very large number of transverse modes and its spatiotemporal dynamics is rather chaotic (D'Alessandro and Firth, 1992).

No analytical studies of this strongly nonlinear regime (far beyond threshold) have been carried out, since the dynamical description in terms of amplitude equations fails. Indeed, these kind of studies are performed near threshold where



**Fig. 1.** Schematic sketch of the experimental set-up. LC liquid crystal layer;  $M$  feedback mirror;  $F$  input optical field;  $B_{\text{out}}$  transmitted backward optical field;  $B$  backward optical field;  $d$  feedback length.  $C_1$  and  $C_2$  cylindrical lenses.  $f$  near field imaging lens.

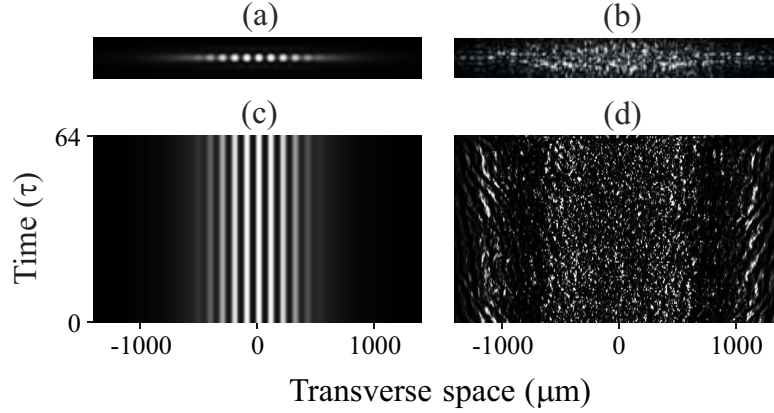
amplitude equations, mainly Ginzburg-Landau and Swift-Hohenberg equations, can be derived to describe weakly nonlinear dynamics above threshold (Cross and Hohenberg, 1993). To our knowledge, except the transition to this spatiotemporal chaotic regime using time-average patterns and correlation functions (Neubecker et al., 1999), and a characterisation of two different states based on correlation functions and on Karhunen-Loeve decomposition (Pastur et al., 2003), no other characterisation of this turbulent regime has been done up to now. Here, we adopt a different statistical approach in terms of PDF of pattern maxima for the analysis of these highly nonlinear regimes. This evidence that rare and extreme peaks erratically appear in the pattern in the form of a very narrow spatial “pulse” with an amplitude far greater than the ones of the other intensity peaks of the transverse structure. In many aspects they are similar, and represent the spatial counterpart of what is known as rogue waves in hydrodynamics and very recently in optical temporal fibre systems.

## 3 The model

The modelisation of the previous experimental setup is well described in the framework of a model introduced first by Akhmanov et al. (1988) and later adapted by Firth and d'Alessandro (Firth, 1990). The equation for refractive index  $n$  of the nonlinear nematic LC layer which captures the dynamics in the one-dimension case reads (D'Alessandro and Firth, 1992):

$$\frac{\partial n}{\partial t} - \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} + n = |F|^2 + |B|^2 \quad (1)$$

where  $t, x$  are the time and transverse space variables scaled with respect to the relaxation time  $\tau$  and the diffusion length



**Fig. 2.** Near field transverse patterns observed at (a) threshold and (b) in the turbulent regime. (c, d) Spatiotemporal diagrams of the pattern profile evolution taken along the horizontal axis and in the middle of the near field patterns (a) and (b), respectively. Transverse size of (a) and (b) pictures are  $2800 \times 350 \mu\text{m}$ . The numerical simulations have been performed following the model of Eqs. (1–3) for a Gaussian input wave pumping.  $w = 1400 \mu\text{m}$ ,  $\chi = 1$ ,  $d = 5 \text{ mm}$ ,  $R = 0.9$ . (a, c)  $F_0 = 0.92$  and (b, d)  $F_0 = 4.5$ .

$l_D$ , respectively. The diffusion length  $l_D$  inside the crystal is much larger than the optical wavelength  $\lambda_0$ , thus, removing the longitudinal interference effects. The small thickness of the Kerr medium allows neglecting light diffraction along the sample (Firth, 1990).  $F$  and  $B$  in Eq. (1) are the slowly varying amplitudes of the forward and backward fields inside the liquid crystal sample, respectively (Fig. 1).  $B$  is obtained using the two following equations that govern the propagation of  $F$  along the  $z$  optical axis over the feedback loop. Equation (2) accounts for the phase modulation through the LC sample and Eq. (3) for the propagation through the free space (D'Alessandro and Firth, 1992):

$$\frac{\partial F}{\partial z} = i\chi n F \quad (2)$$

$$\frac{\partial F}{\partial z} = \frac{i}{2k_0} \frac{\partial^2 F}{\partial x^2}. \quad (3)$$

$\chi$  parameterizes the Kerr effect (positive for a focusing medium,  $d > 0$ ) and  $k_0$  is the laser field wave number. The profile of the forward field at the entrance of the liquid crystal is assumed to be Gaussian so that  $F(x) = F_0 \exp(-x^2/w^2)$ , with  $w$  the beam radius at sample.

Note that the quantity we can experimentally access is the backward output optical beam intensity that we have set  $I = |B_{\text{out}}|^2$  (see Fig. 1). This is our dynamical variable that is monitored on the near field imaging CCD camera and that is used for the study of the probability density functions. It reads:

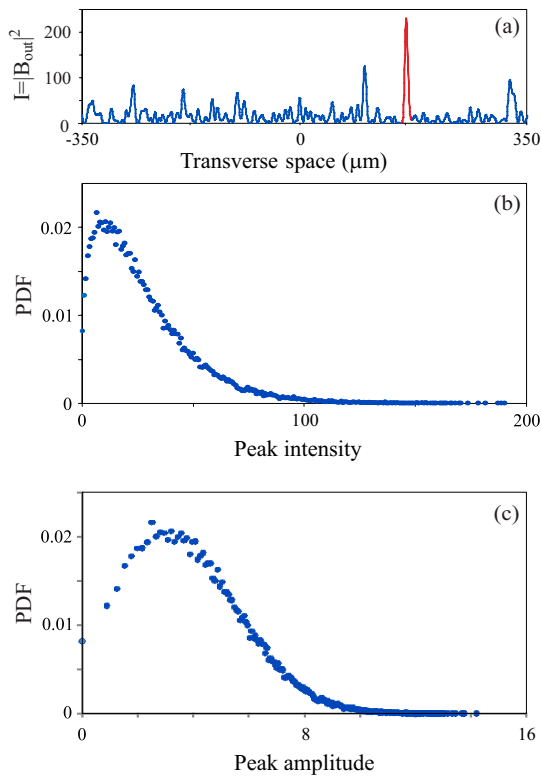
$$|B_{\text{out}}(x, t)|^2 = \left| e^{i\chi n(x, t)} B(x, t) \right|^2 \quad (4)$$

#### 4 Numerical rogue patterns

The numerical simulations carried out in the very nonlinear regime typically depict turbulent spatiotemporal dynamics of the near field  $B_{\text{out}}$  as can be seen on Fig. 2d. The spatiotemporal diagram is complex but a deeper look on the evolution of the transverse profile shows the existence of very intense spatial peaks as the one observed on Fig. 3a. It corresponds to a temporal snapshot of the transverse cross-section of the 1-D pattern (Fig. 2b) and representing a horizontal line of the corresponding spatiotemporal diagram in Fig. 2d. Such an intense peak is many times the intensity of the other surrounding peaks. To characterise these peaks, we proceed by a statistical approach using the probability density function (PDF) of the intensity of pattern peaks. We calculate the PDFs as the histograms of the intensity maxima along the 1-D spatial pattern for a given recording time (few hundreds of relaxation time  $\tau$ ). The PDFs must be plotted for uniform-like pumping conditions. So, we performed all our PDF calculations on a restricted spatial zone of the Gaussian input pump. This area is located in the central part and its extension must be smaller than  $0.5 w$  (with  $2 w$  is the beam diameter) to keep the PDFs independent of the Gaussian shape.

A typical PDF profile associated with the turbulent regime is depicted in Fig 3b. It possesses a long tail that is characteristic of very strong events such as the one displayed in red in Fig 3a. To characterise these events as freak events, we use the criterion developed for the oceanic rogue waves and which states that their height must exceed 2 times the significant wave height  $H_s$  (Kharif and Pelinovsky, 2003). In our system, the counterpart of the oceanic wave height is the optical near field peak amplitude  $B_{\text{out}}$ . Here the significant amplitude is  $B_{\text{out},s} = 7.09$ . The highest amplitude value

2730

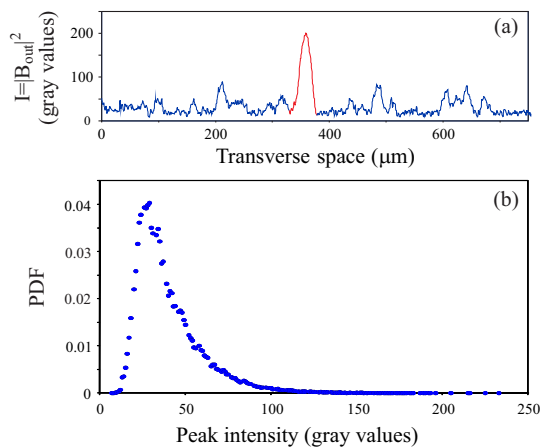


**Fig. 3.** (a) Transverse cross-section of 1-D pattern of Fig. 2b taken along the horizontal axis showing a typical spatial rogue event (red peak). (b) Associated numerical probability density function (PDF) versus peak intensity. (c) PDF versus peak amplitude. The numerical simulations have been done following the model of Eq. (1) for a Gaussian input wave pumping.  $w = 1400 \mu\text{m}$ ,  $\chi = 1$ ,  $d = 5 \text{ mm}$ ,  $F_0 = 4.5$ ,  $R = 0.9$ .

slightly exceeds 2 times  $B_{out,s}$  (Fig. 3c). The percentage of peaks of this PDF that have an amplitude 2 times larger than that of the significant peak amplitude is about 0.8%. Thus, all of them can be classified as rogue peaks.

Another characteristic of rogue events is that they appear and disappear in a very “short” time. Here, their lifetime are of the order of the relaxation time  $\tau$  of the system, namely, less than 0.5 times  $\tau$  which is the temporal resolution of our numerical simulations. Thus, the very intense spatial peaks of our system “appear from nowhere and disappear without a trace” which is one of the established signatures of the rogue waves in both the ocean and in the fibre supercontinuum generation (Akhmediev et al., 2009).

V. Odent et al.: Experimental spatial rogue patterns



**Fig. 4.** (a) Transverse cross-section of a 1-D experimental pattern taken along the horizontal axis showing a typical experimental spatial rogue event (red peak). (b) Associated experimental probability density function (PDF) versus peak intensity.  $d = 5 \text{ mm}$ ,  $w = 1600 \mu\text{m}$ . Input intensity is 6 times intensity threshold for modulational instability.

## 5 Experimental evidence of rogue patterns

The experimental study of the spatiotemporal chaotic regime is carried out in an optical system pumped by a transverse quasi-one-dimensional (1-D) laser beam. As was mentioned in the experimental setup description, only one roll is allowed in the vertical transverse direction. In these conditions, a line of spots similar to the one of Fig. 2a rises up at threshold of the modulational instability. Further increasing the laser pump power, the regime of spatial turbulence is reached. However, the liquid crystal slice can not be approximated to a Kerr-like system for very high pump powers where spatial self-focusing starts (for typically pump powers larger than 6 to 8 times the threshold for modulation instability). The 1-D pattern then expands in the transverse orthogonal direction to the 1-D horizontal axis (Khoo, 1995) and can no more be considered as a 1-D pattern. Thus, a limitation on the maximum input pump intensity value exists restricting the spatiotemporal chaotic regime domain that can be studied experimentally. Even under these restrictions it is still sufficient to experimentally evidence the regime of spatial rogue events.

The near field intensity patterns (i.e., within the liquid crystal cell) are recorded with an 8 bits resolution depth CCD camera (Fig. 1). At modulational instability threshold the transverse wavelength is around  $100 \mu\text{m}$  so that the aspect ratio is around 30. At 6 times this intensity threshold, very intense localized spatial peaks, such as the red one on Fig. 4a, rarely emerge and disappear as fast as they appeared. The corresponding typical PDF is plotted on Fig. 4b. Its shape

is completely similar to the one predicted in Fig. 3b and is a signature of spatial rogue peaks in the 1-D transverse patterns. Only a shift is observed on the horizontal axis due to the presence of the CCD zero intensity background. As for the numerical simulations, the experimental highest amplitude value (Fig. 4b) exceeds 2 times (2.1) the significant peak amplitude  $B_{out,s} = 7.14$ , so that the criterion for rogue event is fulfilled. Thus, the occurrence of rogue spatial peaks in the turbulent regime of 1-D transverse patterns is experimentally evidenced.

## 6 Conclusions

Using a statistical approach, we have numerically and experimentally evidenced the generation of rogue spatial peaks in the one-dimensional transverse patterns of a liquid crystal slice subject to optical feedback. The regime in which they occur is highly nonlinear (far above the threshold for modulational instability also known as Turing instability) and corresponds to a turbulent spatiotemporal dynamics. The probability density function shows the very rare nature of these events. In addition, the spatiotemporal diagrams of the 1-D patterns demonstrate their very short lifetime. More importantly, the spatial rogue patterns evidenced here are similar to many aspects to the rogue waves encountered in open ocean and supercontinuum generation in photonic crystal fibres.

Edited by: E. Pelinovsky

Reviewed by: V. Konotop and another anonymous referee



The publication of this article is financed by CNRS-INSU.

## References

- Ackemann, T. and Lange, W.: Optical pattern formation in alkali metal vapors: Mechanism, phenomena and use, *Appl. Phys. B*, 72, 21–34, 2001.
- Agez, G., Glorieux, P., Taki, M., and Louvergneaux, E.: Two-dimensional noise-sustained structures in optics: Theory and experiments, *Phys. Rev. A*, 74, 043814, 2006.
- Agraval, G. P.: *Nonlinear fibre optics*, Academic Press, San Diego, California, 26 pp., 1995.
- Akhmanov, S., Vorontsov, M., and Ivanov, V. Y.: Large-scale transverse nonlinear interactions in laser beams; new types of nonlinear waves; onset of optical turbulence, *JETP Lett.*, 47, 707, 1988.
- Akhmediev, N., Ankiewicz, A., and Taki, M.: Waves that appear from nowhere and disappear without a trace, *Phys. Lett. A*, 373, 675–678, doi:10.1016/j.physleta.2008.12.036, <http://www.sciencedirect.com/science/article/B6TVM-4V74XJY-3/2/537aefb6736ea6c45fc2fa3a2420c39d>, 2009.
- Arecchi, F., Boccaletti, S., Ducci, S., Pampaloni, E., Ramazza, P., and Residori, S.: The liquid crystal light valve with optical feedback: a case study in pattern formation, *J. Nonlinear Opt. Phys.*, 9, 183, 2000.
- Bludov, Y. V., Konotop, V. V., and Akhmediev, N.: Rogue waves as spatial energy concentrators in arrays of nonlinear waveguides, *Opt. Lett.*, 34, 3015–3017, doi:10.1364/OL.34.003015, <http://ol.osa.org/abstract.cfm?URI=ol-34-19-3015>, 2009.
- Broad, W.: Rogue giants at sea, *The New York Times*, <http://www.nytimes.com/2006/07/11/science/11wave.html>, July 11 2006.
- Ciaramella, E., Tamburini, M., and Santamato, E.: Talbot assisted hexagonal beam patterning in a thin LC film with a single feedback mirror at negative distance, *Appl. Phys. Lett.*, 63, 1604, 1993.
- Cross, M. C. and Hohenberg, P. C.: Pattern formation outside equilibrium, *Rev. Mod. Phys.*, 65, 851, 1993.
- D'Alessandro, G. and Firth, W. J.: Hexagonal spatial patterns for a Kerr slice with a feedback mirror, *Phys. Rev. A*, 46, 537–548, 1992.
- Denz, C., Schwab, M., Sedlatschek, M., Tschudi, T., and Honda, T.: Pattern dynamics and competition in a photorefractive feedback system, *J. Opt. Soc. Am. B*, 15, 2057–2064, <http://josab.osa.org/abstract.cfm?URI=josab-15-7-2057>, 1998.
- Du, L., Chen, Q., Lai, Y.-C., and Xu, W.: Observation-based control of rare intense events in the complex Ginzburg-Landau equation, *Phys. Rev. E*, 78, R015201, doi:10.1103/PhysRevE.78.015201, 2008.
- Dudley, J., Genty, G., and Eggleton, B.: Harnessing and control of optical rogue waves in supercontinuum generation, *Opt. Express*, 16, 3644–3651, 2008.
- Fedele, F.: Rogue waves in oceanic turbulence, *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 237, 2127–2131, doi:10.1016/j.physd.2008.01.022, *euler Equations: 250 Years On – Proceedings of an international conference*, 2008.
- Firth, W. J.: Spatial instabilities in a Kerr medium with single feedback mirror, *J. Mod. Opt.*, 37, 151–153, 1990.
- Ganshin, A. N., Efimov, V. B., Kolmakov, G. V., Mezhev-Deglin, L. P., and McClintock, P. V. E.: Observation of an Inverse Energy Cascade in Developed Acoustic Turbulence in Superfluid Helium, *Phys. Rev. Lett.*, 101, 065303, doi:10.1103/PhysRevLett.101.065303, 2008.
- Hammani, K., Finot, C., Dudley, J. M., and Millot, G.: Optical rogue-wave-like extreme value fluctuations in fibre Raman amplifiers, *Opt. Express*, 16, 16467–16474, 2008.
- Kasparian, J., Béjot, P., Wolf, J., and Dudley, J.: Optical rogue wave statistics in laser filamentation, *Opt. Express*, 17, 12070–12075, 2009.
- Khariif, C. and Pelinovsky, E.: Physical mechanisms of the rogue wave phenomenon, *Eur. J. Mech. B/Fluids*, 22, 603–634, 2003.
- Khoo, I.: *Liquid crystals: physical properties and nonlinear optical phenomena*, John Wiley & Sons, 225 pp., 1995.
- Kim, J.-W. and Ott, E.: Statistics and characteristics of spatiotemporally rare intense events in complex Ginzburg-Landau models, *Phys. Rev. E*, 67, 026203, doi:10.1103/PhysRevE.67.026203, 2003.

2732

2003.

- Louvergneaux, E.: Pattern dislocation-type dynamical instability in 1-D optical feedback Kerr media with gaussian transverse pumping, *Phys. Rev. Lett.*, 87, 244501, doi:10.1103/PhysRevLett.87.244501, 2001.
- Montina, A., Bortolozzo, U., Residori, S., and Arecchi, F. T.: Non-Gaussian Statistics and Extreme Waves in a Nonlinear Optical Cavity, *Phys. Rev. Lett.*, 103, 173901, doi:10.1103/PhysRevLett.103.173901, 2009.
- Mussot, A., Kudlinski, A., Kolobov, M., Louvergneaux, E., Douay, M., and Taki, M.: Observation of extreme temporal events in CW-pumped supercontinuum, *Opt. Exp.*, 17, 17010, doi:10.1364/OE.17.017010, 2009.
- Neubecker, R., Thuring, B., Kreuzer, M., and Tschudi, T.: Transition from Spatio-temporal Order to Disorder in a Single-feedback Experiment, *Chaos, Solitons & Fractals*, 10, 681–692, doi:10.1016/S0960-0779(98)00016-2, <http://www.sciencedirect.com/science/article/B6TJ4-41DJHY2-8/2/aa02cad8d6a35dcafc75b506ba992c1b>, 1999.
- Onorato, M., Osborne, A. R., Serio, M., and Bertone, S.: Freak Waves in Random Oceanic Sea States, *Phys. Rev. Lett.*, 86, 5831–5834, doi:10.1103/PhysRevLett.86.5831, 2001.

V. Odent et al.: Experimental spatial rogue patterns

- Pastur, L., Bortolozzo, U., and Ramazza, P.: Experimental characterization of space-time chaos in nonlinear optics, in: *EXPERIMENTAL CHAOS*, edited by: In, V, Kocarev, L., and Carroll, T. L., Gluckman, B. J., Boccaletti, S., and Kurths, J., 676 of *AIP CONFERENCE PROCEEDINGS*, 182–188, 7th Experimental Chaos Conference, SAN DIEGO, CA, 26–29 August 2002, 2003.
- Shats, M., Punzmann, H., and Xia, H.: Capillary Rogue Waves, *Phys. Rev. Lett.*, 104, 104503, doi:10.1103/PhysRevLett.104.104503, 2010.
- Solli, D. R., Ropers, C., Koonath, P., and Jalali, B.: Optical rogue waves, *Nature*, 450, 1054–1058, 2007.
- Solli, D. R., Ropers, C., and Jalali, B.: Active Control of Rogue Waves for Stimulated Supercontinuum Generation, *Phys. Rev. Lett.*, 101, 233902, doi:10.1103/PhysRevLett.101.233902, <http://link.aps.org/abstract/PRL/v101/e233902>, 2008.
- Zakharov, V. E.: Stability of periodic waves of finite amplitude on the surface of a deep fluid, *J. Appl. Mech. Tech. Phys.*, 9, 190–194, doi:10.1007/BF00913182, <http://www.springerlink.com/content/h0162g222573r988>, 1968.

# New Journal of Physics

The open-access journal for physics

## Experimental evidence of dissipative spatial solitons in an optical passive Kerr cavity

V Odent, M Taki and E Louvergneaux<sup>1</sup>

Laboratoire de Physique des Lasers, Atomes et Molécules, UMR-CNRS 8523,  
Université Lille 1, 59655 Villeneuve d'Ascq Cedex, France  
E-mail: [eric.louvergneaux@univ-lille1.fr](mailto:eric.louvergneaux@univ-lille1.fr)

*New Journal of Physics* **13** (2011) 113026 (13pp)

Received 21 July 2011

Published 18 November 2011

Online at <http://www.njp.org/>

doi:10.1088/1367-2630/13/11/113026

**Abstract.** We report on the first experimental evidence of localized structures (dissipative solitons) in a one-dimensional optical Fabry–Pérot passive Kerr cavity. The Kerr-like medium is a non-instantaneous, diffusive ultra-thin film of liquid crystal inserted in a low-finesse cavity. Solitons with oscillating tails are experimentally observed in this system that can lock together to form complexes of solitons. The numerical simulations carried out on an infinite-dimensional map describing the intra-cavity field dynamics fully agree with the experimental observations.

<sup>1</sup> Author to whom any correspondence should be addressed.

**Contents**

<b>1. Introduction</b>	<b>2</b>
<b>2. Numerical simulation procedure</b>	<b>2</b>
<b>3. Numerical evidence of localized structure with our experimental features</b>	<b>4</b>
<b>4. Experimental setup</b>	<b>7</b>
<b>5. Turing instability and soliton experimental evidence</b>	<b>8</b>
<b>6. Conclusion</b>	<b>10</b>
<b>Acknowledgments</b>	<b>11</b>
<b>References</b>	<b>11</b>

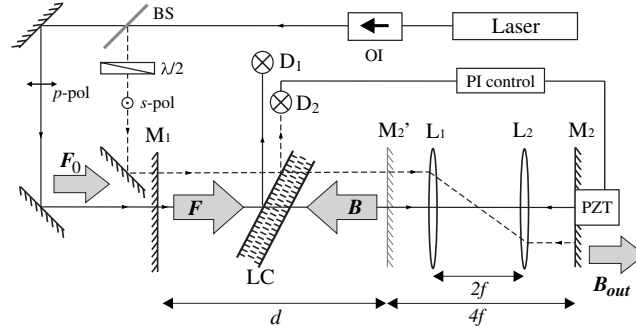
**1. Introduction**

Localized structures (LSs) belong to the class of dissipative structures occurring in far from equilibrium spatially extended systems [1–10]. In practice, LSs appear as spikes, interfaces, spots, pulses, dissipative solitons, cavity solitons or autosolitons [11]. They have been predicted in such diverse domains in nonlinear science as biology [12, 13], chemistry [14, 15], fluids [16], mathematics [17] and optics [18–21]. Nowadays, optical solitons constitute an active research activity in optics not only because of the richness of their nonlinear dynamics but also because they are promising candidates for basic units of all-optical information storage [22, 23] and processing schemes [24]. Among spatially extended nonlinear optical devices, passive Kerr resonators were deeply studied theoretically and many transverse patterns have been predicted to occur in these systems, including rolls, hexagons and dissipative solitons. However, except for one experiment on pattern formation in a Fabry–Pérot cavity with a liquid crystal (LC) slice [25], no experimental evidence, especially of localized states, has been given until now for close agreement between theory and experiments.

The aim of this paper is to experimentally evidence the occurrence of optical solitons in a specific passive cavity filled with a nonlinear Kerr medium. The latter is an ultra-thin slice of LC whose nonlinear optical response time is many orders of magnitude lower than the intra-cavity field. For a detailed description of LC as nonlinear optical media (Kerr-like), see [26, 27]. The cavity configuration is of Fabry–Pérot type and the cavity length is very much larger than the LC thickness. Using a cavity linear phase shift stabilization, we show the formation of spatial solitons with oscillating tails in our setup conditions. Numerical simulations carried out for an infinite-dimensional map describing the intra-cavity field dynamics fully agree with the experimental observations.

**2. Numerical simulation procedure**

One of the main questions when looking for experimental evidence of passive cavity solitons is the question of the soliton existence in real experiments when taking into account specific features of the setup such as the non-instantaneous response time of the nonlinear medium, the finesse of the cavity and the non-locality of the medium. Indeed, theoretical studies that predict passive cavity solitons, in a Kerr medium, have mainly been carried out starting from the well-known Lugiato–Lefever (LL) model [28]. The latter was derived for an instantaneous



**Figure 1.** The experimental setup. OI, optical isolator; BS, beam splitter; LC, liquid crystal slice;  $D_1$  and  $D_2$ , photodetectors;  $L_1$  and  $L_2$ , lenses of focal length  $f$ ;  $p$  and  $s$  are the polarized components of the pump (solid line) and probe (dashed line) beams, respectively;  $M_1$  and  $M_2$  are the real cavity mirrors but the optical P erot–Fabry cavity is delimited by  $M_1$  and  $M'_2$  mirrors and its length is  $d$ .

medium without diffusion and a ring cavity whose high finesse lies in the mean field approximation limit. Here, our nonlinear medium has a non-instantaneous response time of the order of seconds to be compared to the cavity field evolution, which is around nanoseconds. It is diffusive, non-local and noisy. The cavity has finesse around 12 that does not really allow for mean field approximation. So, the first step is to determine how the solitons are affected by all our experimental features, which are far from the assumptions of the LL model, and whether they still exist in real experimental conditions.

The experimental setup is a Fabry–P erot resonator composed of a Kerr medium (an LC slice LC in figure 1) inserted between two plane mirrors ( $M_1$  and  $M'_2$  in figure 1). The numerical simulations of the dynamics of this system are based on an extension of the model of the single Kerr slice with feedback first introduced by Akhmanov *et al* [29] and Firth and D’Alessandro [30] and were shown to be in very good agreement with our medium features [31]. The refractive index  $n$  of the LC is ruled by the following equation:

$$\left( \tau \frac{\partial}{\partial t} + l_d^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} + 1 \right) n = |F|^2 + |B|^2 + \sqrt{\varepsilon} \xi, \quad (1)$$

$\tau$  is the response time of the LC ( $\simeq 2.23$  s) and  $l_d$  is its diffusion length ( $\simeq 10 \mu\text{m}$ ) [32].  $\varepsilon$  ( $= 0.01$ ) scales the noise amplitude and  $\xi(x, t)$  are Gaussian stochastic processes of zero mean and delta correlation introduced to model thermal noise [32]. The temporal deterministic evolution of the refractive index  $n$  is computed by a variable step of Runge–Kutta order 8 solver (dop853<sup>2</sup>) for the simulations without noise ( $\varepsilon = 0$ ). This code uses an explicit Runge–Kutta method of order 8(5,3) due to Dormand and Prince with step size control and dense output [33]. When equation (1) is stochastic ( $\varepsilon \neq 0$ ), we use a stochastic Runge–Kutta solver of the order of 2 with additive noise [34]. In this latter case, the temporal step ( $\Delta t$ ) is equal to  $0.005\tau$ . We perform the spatial derivatives using the Fourier space and so the FFTW3 Library<sup>3</sup>. In all the simulations the spatial step ( $\Delta x$ ) is  $0.4 l_d$ . The forward and backward intra-cavity fields  $F$

<sup>2</sup> See the Ernst Hairer homepage <http://www.unige.ch/hairet/software.html>

<sup>3</sup> See the fftw3 homepage <http://www.fftw.org/>



and  $B$  (figure 1) have to be evaluated differently from the case of feedback configuration [30]. Since our experimental setup is a Fabry–Pérot resonator, no analytical expressions for the intra-cavity fields  $F$  and  $B$  can be obtained. So, they have to be numerically calculated using an iterative mapping over the cavity round trips [35]. Note that very recently Lugiato and Prati [36] have derived a simple and elegant model for Fabry–Pérot cavities valid when the length of the nonlinear medium inside the cavities is much smaller than the wavelength. Unfortunately, our experimental setup is not in this configuration. For the sake of simplicity, we consider that the nonlinear medium is close to the mirror  $M_1$ . The propagation of an incoming input field  $F_0$  through the cavity satisfies the following two equations depending on whether the field passes through the LC slice

$$\frac{\partial F}{\partial z} = i \chi n F \quad (2)$$

or diffracts along the free space

$$\frac{\partial F}{\partial z} = \frac{-i}{2k_0} \frac{\partial^2 F}{\partial x^2}. \quad (3)$$

$k_0$  is the field wave number and  $\chi$  accounts for the Kerr nonlinear effect of the LC.  $\chi > 0$  for a focusing medium and  $\chi < 0$  for a defocusing one. Our sample is of focusing type. Diffraction within the LC is neglected since its thickness  $L$  ( $50 \mu\text{m}$ ) is very small compared to the cavity length  $d$  ( $\simeq$  a few mm). The profile of the forward input field is assumed to be Gaussian so that  $F_0(x) = F_0 \exp(-x^2/w^2)$ , with  $w$  being the beam radius at the sample. A last element to consider is the linear phase shift  $\varphi = 4\pi [d + (n_e - 1)L]$  accumulated over one round-trip for the intra-cavity fields, with  $n_e$  being the extraordinary index of the LC.

The intensity of the backward output optical beam ( $B_{\text{out}}$  in figure 1) is the quantity that is experimentally recorded. It is our dynamical variable in this study and especially its related probability density functions. Indeed, using equations (2) and (3), it reads

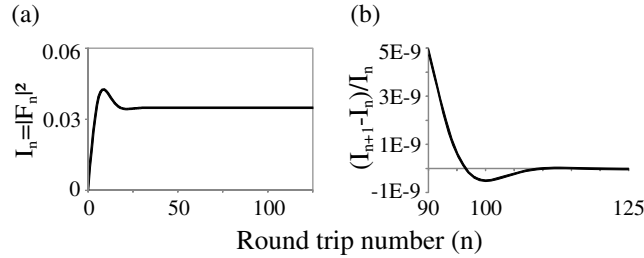
$$|B_{\text{out}}(x, t)|^2 = T_2 |e^{i\chi n(x,t)} e^{i\frac{\sigma}{2} \nabla_{\perp}^2} (e^{i\chi n(x,t)} F(x))|^2 \quad (4)$$

with  $T_2$  being the mirror 2 intensity transmission. We have set  $\sigma = d/k_0 l_D^2$ , where  $d$  is the slice–mirror distance (figure 1).

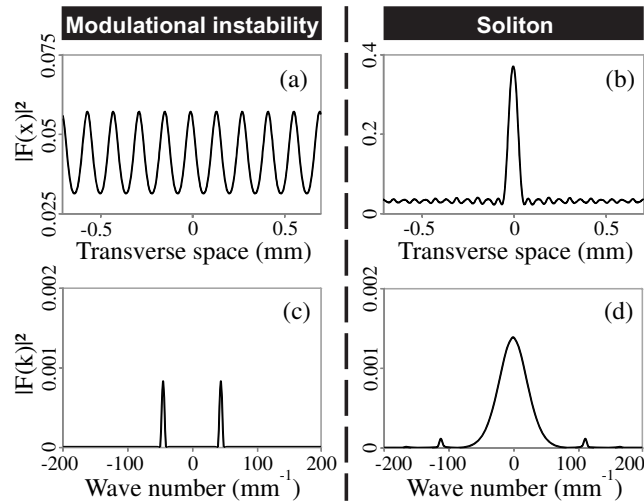
Since our nonlinear medium is non-instantaneous, the system presents two different time scales. Indeed, the dynamical time  $\tau$  of the refractive index  $n$  is many orders of magnitude lower than that of the intra-cavity fields  $F$  and  $B$ . This leads to the following procedure for integration. Cavity fields are first calculated, assuming  $n$  constant, until they reach their stationary values. Then,  $n$  is evaluated using equation (1) with the stationary values of  $F$  and  $B$ . In figure 2(a), we depict typical intra-cavity field  $F$  evolution versus cavity round-trip numbers. As can be seen from figure 2(b),  $F$  converges to its asymptotic value with a relative accuracy of  $10^{-8}$ .

### 3. Numerical evidence of localized structure with our experimental features

A Kerr Pérot–Fabry cavity is known to display two different regimes corresponding to stationary homogeneous solutions of the set of equations (1)–(3) [28, 37]. The first one is a monostable evolution of the intra-cavity field  $F$  versus the input field  $F_0$ , while the second depicts a hysteresis cycle. In the first case, MI (also called Turing instability) destabilizes the stationary solution above a primary threshold depending on the linear phase shift  $\varphi$  (figures 3(a) and (c)). On the other hand, in the second regime, localized patterns connecting a Turing

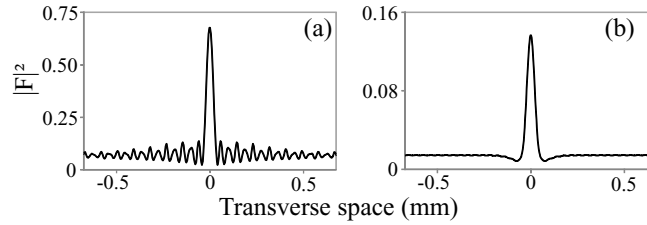


**Figure 2.** (a) Temporal evolution of the intra-cavity field  $F$  versus cavity round trip number  $n$ . (b) Convergence of  $F$  to its stationary value.  $F_0 = 0.125$ ,  $\varphi = 0$  rad.

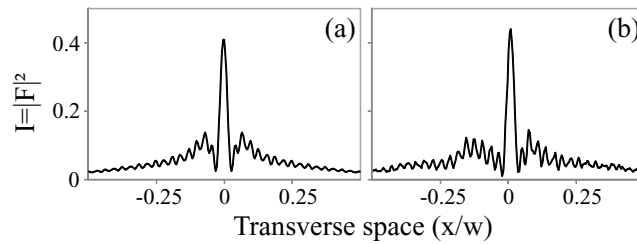


**Figure 3.** Left column: MI; right column: soliton. (a, b) Transverse profiles with (a) stationary periodic pattern and (b) soliton with oscillating wings. (c, d) Transverse profiles of the far fields. (a)  $\varphi = 0.3$  rad,  $F_0 = 0.26$  and (b)  $\varphi = -1.18$  rad,  $F_0 = 0.3$ ,  $d = 5$  mm,  $R_1 = 81.4\%$  and  $R_2 = 81.8\%$ , and plane wave profile for the input field  $F_0$ . The continuous part of the signal is removed in the spectra for a better reading.

subcritical bifurcation branch of solutions and a homogeneous solution arise [18, 37]. Numerical simulations carried out with our experimental features, assuming a plane wave input profile and neglecting the noise source, show the existence of stable LSs. The latter can be viewed as homoclinic orbits in an appropriate phase space. They are found for negative linear phase shifts  $\varphi$ , as can be seen from figures 3(b) and (d). A local perturbation on the  $F_0$  plane wave field has been taken as the initial condition to connect locally the lower branch of the bistable cycle to the upper branch in order to seed the solitons. The latter are found numerically within a wide domain of  $\varphi \simeq [-2.7; -0.25]$  rad. As can be seen from figure 4, they always possess decreasing oscillating wings whose oscillation amplitude depends on  $\varphi$  and  $F_0$ . The threshold values for transverse instabilities strongly depend on the cavity detuning  $\varphi$ , but typical values are, e.g.,



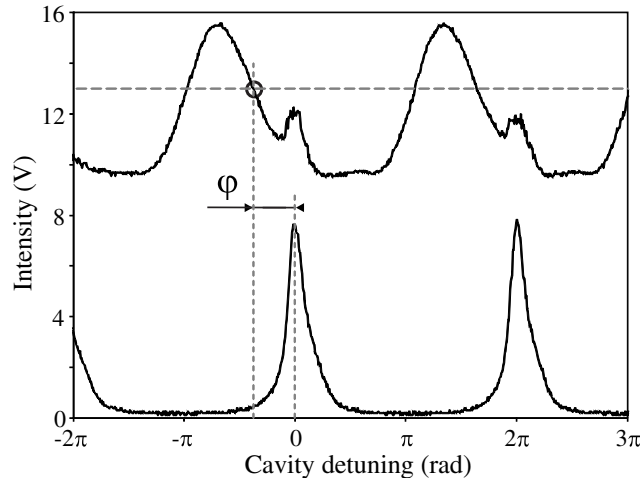
**Figure 4.** Soliton oscillating wings for two pairs of parameters: (a)  $\varphi = -1.75$ ,  $F_0 = 0.75$ ; (b)  $\varphi = -0.5$ ,  $F_0 = 0.12$ . Other parameter values are the same as in figure 3.



**Figure 5.** Soliton profile for Gaussian wave pumping,  $w = 1400 \mu\text{m}$  (a) without noise and (b) with noise.  $\varphi = -1.18$  and,  $F_0 = 0.45$ . Both simulations were carried out without initial local perturbation.

$F_0 = 0.114$  ( $\varphi = 0$ ) for MI and  $F_0 = 0.111$  ( $\varphi = -0.5$ ) for the soliton assuming a plane wave input pumping field and no noise.

Since the reorientation of the LC director for achieving the refractive index change is purely optical, the intensity of the pumping beam to induce transverse nonlinear effects has to be powerful enough [38], e.g.  $170 \text{ W cm}^{-2}$  in our experiments [39]. The intensity threshold values for nonlinear effects (MI or soliton instabilities) are more than one order of magnitude higher than the intensity for optical reorientation of the LC director [40]. Thus, the Gaussian beam cannot be sufficiently transversely expanded as an input plane wave. In fact, in our experiment, the input beam profile is Gaussian  $F_0 \exp(-x^2/w^2)$  where the beam diameter  $2w$  is on the LC cell. So, we investigate the influence of the Gaussian input pump on soliton formation. In this case, solitons are still evidenced (figure 5(a)). However, no initial localized perturbation is necessary to initiate the soliton except when a specific location of the incoming localized structure is desired. Even when no initial perturbation is seeded, a soliton is created at the center of the Gaussian profile or in its very close vicinity provided that the input amplitude  $F_0$  is larger than the upper value of the bistable cycle. The soliton amplitude and its transverse extension do not depend on the Gaussian waist  $w$ . Only the number of solitons and their location are  $w$  dependent. Modulations in the wings of the soliton are still present besides the soliton with an exponential decrease of modulation amplitude. Finally, to achieve numerical simulations in the exact conditions of our experiments, we also take into account the noise source and show that localization of light survives (figure 5(b)). Indeed, solitons are obtained but not necessarily close to the center of the Gaussian beam. Noise acts as initial perturbations that randomly seed solitons in the transverse space. Depending on  $\varphi$  and  $F_0$  values, modulation in the wings of solitons can



**Figure 6.** Experimental measurement of the cavity linear phase shift  $\varphi$  using the two Airy functions of the probe (top curve) and pump (bottom curve) beams. The reference for the phase is fixed by the stabilization reference level (horizontal dashed line; here, 13 V) and the probe Airy function leading to periodic crossing points such as the one indicated by the circle in the figure. Here,  $\varphi = -1.18$  rad. It corresponds to the experimental recordings of figures 7 and 8.

be visible or not depending on their amplitude with respect to the noise level. It turns out, from the above investigations, that localized patterns can be observed even in the realistic conditions of our experimental setup. We now proceed, in the following, to experimentally evidence the generation of localized patterns in this device.

#### 4. Experimental setup

The experiments have been carried out in a Kerr slice medium inserted in an optical Fabry–Pérot resonator. Two plane mirrors  $M_1$  and  $M_2$  define the physical cavity but the optical one is delimited by  $M_1$  and  $M_2'$  (which is the image of  $M_2$  through the  $4f$  lens arrangement) and its optical length is  $d$  (figure 1). The intensity reflection coefficients of mirrors  $M_1$  and  $M_2$  are  $R_1 = 81.4\%$  and  $R_2 = 81.8\%$ , respectively, so that the cavity finesse is estimated to be 15. The experimental recording of the Airy function gives a finesse of 11.6 (figure 6), indicating the presence of supplementary losses due to a nonlinear medium and the lenses' transmission coefficients. The nonlinear Kerr medium is a  $50\ \mu\text{m}$  thick layer of E7 LC homeotropically anchored. Due to thermal fluctuations that induce random motion of the molecular axis around the mean azimuth director, the local variations of the birefringence in the LC induce an additive noise contribution. The cavity is pumped with a beam delivered by a single-mode frequency doubled  $\text{Nd}^{3+}:\text{YVO}_4$  laser ( $\lambda_0 = 532\ \text{nm}$ ), which is shaped by means of two cylindrical telescopes. The resulting diameters ( $\sim 400\ \mu\text{m} \times 2800\ \mu\text{m}$ ) of the 'cigar' transverse laser beam differ by a factor of 14 in the vertical ( $y$ ) and horizontal ( $x$ ) directions, yielding an aspect ratio of about 14. The smallest waist (e.g. vertical) is chosen such that only one roll or soliton can develop in its direction and the system may be considered as monodimensional.

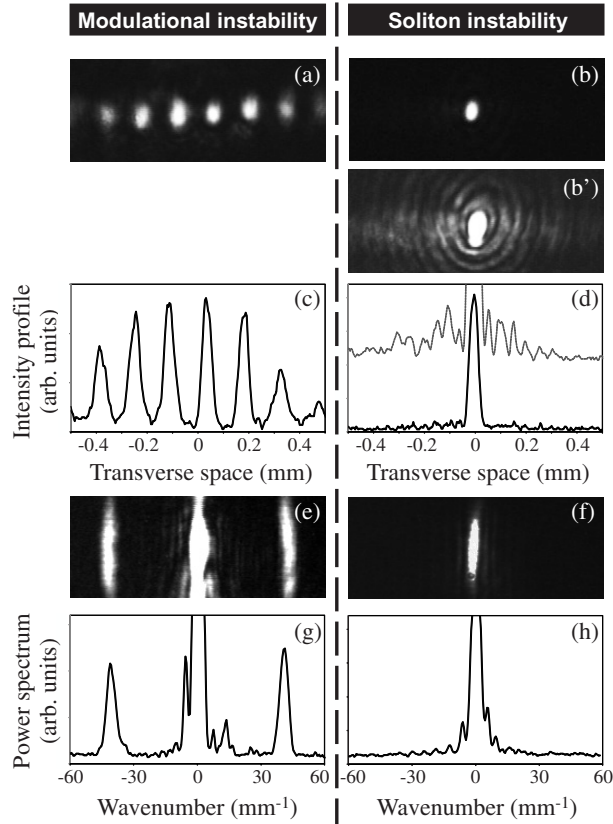
An intra-cavity  $4f$  lens arrangement ( $L_1$  and  $L_2$  in figure 1) allows for short optical cavity length  $d = 3$  mm giving the fictitious mirror  $M'_2$  that is the image of the real one  $M_2$ . A  $4f$  lens arrangement is introduced to generate very short equivalent optical cavity lengths (some millimeters) or else negative ones. This length is not physically achievable due to the stand of the tilted LC cell that exceeds 25 mm. The fictitious mirror delimits the equivalent optical cavity length (between mirrors  $M_1$  and  $M'_2$ ). The beam is monitored at the output of the  $M_2$  mirror in the forward propagation direction ( $B_{\text{out}}$  in figure 1). Near and far fields are simultaneously recorded. Two control parameters are accessible in the experiments: the maximum intensity  $I_0 = |F_0|^2$  of the incident laser beam and the cavity detuning via the linear phase shift  $\varphi$ .

As mentioned above, the dynamical regimes are completely defined by the value of  $\varphi$ . Thus, the observation of the soliton requires us to fix the value of  $\varphi$  within the range  $[-2.7; -0.5]$  rad. One experimental central issue here is that care must be taken to ensure that this value does not change at the time scale of the dynamics ( $\sim \tau$ ). The difficulty of achieving this experimental requirement is that the cavity length (the physical one, between  $M_1$  and  $M_2$ , is about 450 mm) should remain constant to some tens of nanometers length variations during seconds, which is never the case due to mechanical vibrations, air fluctuations, etc. To overcome this experimental problem we implemented a stabilization of the optical cavity length. We use the same scheme as the one developed by Coen [41, 42] using a second beam as the probe and its Airy function variation for the stabilization of a fiber ring cavity. The probe beam is very weak (a few mW) and is s-polarized with respect to the p-polarization of the pump beam in order to avoid the nonlinear phase change induced by the pump on the probe beam, thus allowing for only linear cavity phase shift reading. Moreover, the probe beam is transversely shifted with respect to the pump beam (dashed line in figure 1) in a way not to produce any nonlinear effects even with p-to-s polarization conversion [43].

To fix the value of  $\varphi$ , we first simultaneously plot the two Airy functions of the pump and probe beams versus cavity detuning (figure 6). Then, we stabilize, using a proportional integrator electronic device (PI control on figure 1) connected to the PZT actuator mounted on mirror  $M_2$ , the optical cavity length. The reference voltage level selected (13 V in the case of figure 6) is chosen such that the Airy curve of the probe varies rapidly. This sets the crossing points between the probe Airy function and the reference voltage level as phase references for the measurement of  $\varphi$ . Reporting one of these values on the Airy function of the pump then gives  $\varphi$ , as indicated in figure 6. Finally, by translating the probe detector D2, the fringes of the Airy function are shifted and then also the phase reference. Thus, the value of  $\varphi$  can be continuously adjusted from positive to negative (figure 6) values to achieve the monostable regime or the bistable one, respectively. This procedure allows one to measure the linear phase shift with an accuracy of  $\pi/20$ .

## 5. Turing instability and soliton experimental evidence

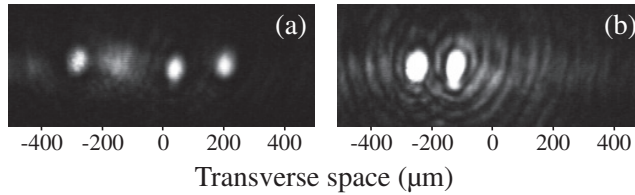
The two main dynamical regimes, (i) pattern formation via MI and (ii) the generation of LSs, have been experimentally investigated. Firstly, we fixed the value of the phase shift  $\varphi$  in the range where the system exhibits MI. By increasing the pump intensity we have systematically observed the destabilization of the stationary solution (Gaussian background profile) above the threshold of Turing instabilities, in excellent agreement with analytical predictions. A typical experimental pattern arising from MI is shown in figures 7(a), (c), (e) and (g) (left panels). In these figures, transverse periodic oscillations are clearly experienced by the near-field profile



**Figure 7.** (a) MI pattern ( $\varphi \simeq 0.3$  rad). (b) Experimental passive Kerr cavity soliton ( $\varphi \simeq -1.18$  rad measured in figure 6). (b') Intensity saturation of (b) to highlight rings in the soliton wings. (c, d) Dark lines: horizontal cut in the profiles of (a, b); gray line: the profile of (b'). (e, f) Far fields of (a, b). (g, h) Horizontal cut in the profiles of (e, f).  $d = 5$  mm,  $|F_0|^2 = 164$  W cm $^{-2}$ .

(figures 7(a) and (c)) at the output of the passive cavity. We have compared the wavelength of the experimental structure (figures 7(a) and (c)) with the numerical solution obtained from equations (1)–(3) for the same parameters and with a noisy Gaussian profile. The measured experimental wavelength in the far field profile of figures 7(e) and (g),  $\lambda_{\text{exp}} = 145$   $\mu\text{m}$ , and the predicted one,  $\lambda_{\text{num}} = 147$   $\mu\text{m}$ , are in very good agreement (accuracy is less than 2%). This result confirms the presence of MI for positive detunings. We note that our experimental structure includes the harmonics of  $\lambda_{\text{exp}}$  that explains the peak form of the modulation in figure 7(c).

To explore soliton occurrence in our system, we proceed in a similar way as above by fixing the value of  $\varphi = -1.18$  rad giving rise to the bistability regime, and using the stabilizing procedure in our passive Kerr cavity (figure 6). Note that this bistable regime does not correspond to a subcritical Fréedericksz transition as reported in [44]. Indeed, in our experimental configuration we have a thresholdless Fréedericksz effect as described in [40, 45] since our LC director is oriented at  $45^\circ$  with respect to the optical field. We typically observe



**Figure 8.** Experimental multiple solitons. (a) Three independent solitons. (b) A complex of solitons composed of two solitons locked with the help of their oscillating wings. The experimental parameters are the same as in figure 7(b).

either a dissipative localized spot alone (figure 7(b)) or a state of localized spots (figure 8). The typical profile of a single localized state (dark line in figure 7(d)) is in excellent agreement with that of figure 5(b) obtained numerically. The fit of the experimental profile of such a localized spot by a hyperbolic secant function gives a correspondence at 98% ( $R$ -square value). The result of this regression is a good argument for evidence of solitons in our experimental setup. Moreover, the location of the localized spots depends on initial conditions, in contrast to MI that always appears in the central part of the Gaussian pumping profile. Thus, we can conclude that the experimental localized spots correspond to solitons. If we saturate the CCD camera and focus on the lower intensity part of the localized state, decreasing intensity rings (figure 7(b')) are highlighted in the wings. The corresponding profile then evidences decreasing oscillating wings (gray line in figure 7(d)). We have measured the spatial period by Fourier transform of a near field (figure 7(b')) of these damped oscillations and the agreement with the ones obtained numerically in figure 5(b) is rather satisfactory taking into account experimental measurement errors ( $\lambda_{\text{exp}} = 48 \pm 10 \mu\text{m}$  and  $\lambda_{\text{num}} = 57 \mu\text{m}$ ). Figures 7(f) and (h) show the one-dimensional (1D) nature of the field obtained experimentally by means of a spherical lens in our setup. Finally, we have performed several experiments to investigate the formation of multiple solitons that appear in the strongly nonlinear regime (far from threshold).

Two typical multiple soliton patterns have been observed in this regime: independent solitons (figure 8(a)) and a complex of solitons composed of solitons locked (figure 8(b)) via their oscillating decaying wings similar to the ones observed in [46, 47]. The latter are bound states of solitons where their separation distances are fixed by a multiple of the wavelength of the oscillations on the soliton tail. This locking phenomenon was reported in e.g. [48]. These multiple solitons are displayed in figure 8. Indeed, by increasing the incident pump intensity value above threshold a stable state of three solitons is formed, as can be seen from figure 8(a). A slight change in the linear phase shift  $\varphi$  yields a new nonlinear state of a complex soliton composed of two solitons locked with oscillating wings (see figure 8(b)).

## 6. Conclusion

We have reported the first experimental evidence of spatial solitons in a passive Fabry–Pérot cavity filled with a nonlinear Kerr medium. Two operating regimes have been investigated, both numerically and experimentally: the Turing instability regime where transverse periodic states have been observed and a bistability regime where we have observed transverse soliton with oscillating tails. Our experimental findings are in very good agreement with numerical solutions obtained by integrating the governing equation of our device. Multiple solitons in the form of

either three independent solitons or a complex soliton composed of two locked solitons have been experimentally observed. Our experiments can easily be extended to 2D configuration and experimental and numerical investigations on the occurrence and stability of 2D solitons are in progress.

### Acknowledgments

This research was supported in part by the Centre National de la Recherche Scientifique (CNRS) and by the ‘Conseil Régional Nord-Pas de Calais’, the ‘Fonds Européen de développement Economique de régions’ and the Belgium Interuniversity Attraction Poles (IAP).

### References

- [1] Arecchi F T, Boccaletti S and Ramazza P 1999 Pattern formation and competition in nonlinear optics *Phys. Rep.* **318** 1–83
- [2] Lange W and Ackemann T 2000 Complex behaviour in optical systems and applications *J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt.* **2** 001
- [3] Rozanov N N 2002 *Spatial Hysteresis and Optical Patterns* vol 308 (New York: Springer)
- [4] Lugiato L A 2003 Introduction to the feature section on cavity solitons: an overview *IEEE J. Quantum Electron.* **39** 193
- [5] Staliunas K and Sanchez-Morcillo V J 2003 *Transverse Patterns in Nonlinear Optical Resonators* vol 183 (Berlin: Springer)
- [6] Krolkowski W, Luther-Davies B and Denz C 2003 Photorefractive solitons *IEEE J. Quantum Electron.* **39** 3–12
- [7] Mandel P and Tlidi M 2004 Transverse dynamics in cavity nonlinear optics (2000–2003) *J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt.* **6** R60–75
- [8] Residori S 2005 Patterns, fronts and structures in a liquid-crystal-light-valve with optical feedback *Phys. Rep.* **416** 201–72
- [9] Gelens L, Gomila D, Van der Sande G, Danckaert J, Colet P and Matías M A 2008 Dynamical instabilities of dissipative solitons in nonlinear optical cavities with nonlocal materials *Phys. Rev. A* **77** 033841
- [10] Coulibaly S, Durmiak C and Taki M 2008 *Spatial Dissipative Solitons Under Convective and Absolute Instabilities in Optical Parametric Oscillators (Lecture Notes in Physics* vol 751) (New York: Springer) pp 1–27
- [11] Tlidi M, Taki M and Kolokolnikov T 2007 Focus issue on dissipative localized structures in extended systems *Chaos* **17** 037104
- [12] Lejeune O, Tlidi M and Couteron P 2002 Localized vegetation patches: a self-organized response to resource scarcity *Phys. Rev. E* **66** 010901
- [13] Murray J D 2002 *Mathematical Biology: I. An Introduction* (Berlin: Springer)
- [14] Lee J K, McCormick W D, Ouyang Q and Swinney H L 1993 Pattern formation by interacting chemical fronts *Science* **261** 192–4
- [15] Pearson J E 1993 Complex patterns in a simple system *Science* **261** 189–92
- [16] Fauve S and Thual O 1990 Solitary waves generated by subcritical instabilities in dissipative systems *Phys. Rev. Lett.* **64** 282–4
- [17] Borhanifar A and Kabir M M 2009 New periodic and soliton solutions by application of exp-function method for nonlinear evolution equations *J. Comput. Appl. Math.* **229** 158–67
- [18] Tlidi M, Mandel P and Lefever R 1994 Localized structures and localized patterns in optical bistability *Phys. Rev. Lett.* **73** 640–3
- [19] Barland S *et al* 2002 Cavity solitons as pixels in semiconductor microcavities *Nature* **419** 699



- [20] Tlidi M and Taki M 2003 Increasing spatial complexity toward near-resonant regimes of quadratic media *Phys. Rev. Lett.* **91** 1–4
- [21] Bortolozzo U, Clerc M, Falcon C, Residori S and Rojas R 2006 Localized states in bistable pattern-forming systems *Phys. Rev. Lett.* **96** 214501
- [22] Bortolozzo U and Residori S 2006 Storage of localized structure matrices in nematic liquid crystals *Phys. Rev. Lett.* **96** 037801
- [23] Hisaka M and Yoshida K 2008 Multilayered optical data storage using a spatial soliton *Appl. Phys.* **93** 241103
- [24] Leo F, Coen S, Kockaert P, Gorza S P, Emplit P and Haelterman M 2010 Temporal cavity solitons in one-dimensional Kerr media as bits in an all-optical buffer *Nat. Photonics* **4** 471–6
- [25] Kreuzer M, Balzer W and Tschudi T 1990 Formation of spatial structures in bistable optical elements containing nematic liquid crystals *Appl. Opt.* **29** 579–82
- [26] Khoo I C 2007 *Liquid Crystals: Physical Properties and Nonlinear Optical Phenomena* (New York: Wiley Interscience)
- [27] Khoo I C 2009 Nonlinear optics of liquid crystalline materials *Phys. Rep.* **471** 221
- [28] Lugiato L A and Lefever R 1987 Spatial dissipative structures in passive optical systems *Phys. Rev. Lett.* **58** 2209
- [29] Akhmanov S A, Vorontsov M A and Ivanov V Y 1988 Large-scale transverse nonlinear interactions in laser beams; new types of nonlinear waves; onset of optical turbulence *JETP Lett.* **47** 707
- [30] Firth W J 1990 Spatial instabilities in a Kerr medium with single feedback mirror *J. Mod. Opt.* **37** 151–3
- [31] Agez G, Glorieux P, Taki M and Louvergneaux E 2006 Two-dimensional noise-sustained structures in optics: theory and experiments *Phys. Rev. A* **74** 043814
- [32] Agez G, Glorieux P, Sz waj C and Louvergneaux E 2005 Using noise speckle pattern for the measurements of director reorientational relaxation time and diffusion length of aligned liquid crystals *Opt. Commun.* **245** 243
- [33] Hairer E, Norsett S P and Wanner G 1993 *Solving Ordinary Differential Equations. I. Nonstiff Problems (Springer Series in Computational Mathematics)* (Berlin: Springer)
- [34] Honeycutt R L 1992 Stochastic Runge–Kutta algorithms. I. White noise. *Phys. Rev. A* **45** 600
- [35] McLaughlin D W, Moloney J V and Newell A C 1985 New class of instabilities in passive optical cavities *Phys. Rev. Lett.* **54** 681–4
- [36] Lugiato L A and Prati F 2010 Difference differential equations for a resonator with a very thin nonlinear medium *Phys. Rev. Lett.* **104** 3–6
- [37] Scroggie A J, Firth W J, McDonald G S, Tlidi M, Lefever R and Lugiato L A 1994 Pattern formation in a passive Kerr cavity *Chaos Solitons Fractals* **4** 1323–54 (Special Issue: Nonlinear Optical Structures, Patterns, Chaos)
- [38] Tabiryan N V, Sukhov A V and Zel'dovich B A 1986 *Mol. Cryst. Liq. Cryst.* **136** 1
- [39] Agez G, Sz waj C, Louvergneaux E and Glorieux P 2002 Noisy precursors in one-dimensional patterns *Phys. Rev. A* **66** 063805
- [40] Zolotko A S, Kitaeva V F, Kroo N, Sobolev N N and Chillag L 1980 The effect of an optical field on the nematic phase of the liquid crystal OCBP *J. Exp. Theor. Phys.* **32** 158
- [41] Coen S, Haelterman M, Emplit P, Delage L, Simohamed L M and Reynaud F 1998 Experimental investigation of the dynamics of a stabilized nonlinear fiber ring resonator *J. Opt. Soc. Am. B* **15** 2283–93
- [42] Mussot A, Louvergneaux E, Akhmediev N, Reynaud F, Delage L and Taki M 2008 Optical fiber systems are convectively unstable *Phys. Rev. Lett.* **101** 113904
- [43] Khoo I C and Ding J 2002 All-optical cw laser polarization conversion at 1.55 microns by two-beam coupling in nematic liquid crystal films *Appl. Phys. Lett.* **81** 2496
- [44] Clerc M G, Residori S and Riera C S 2001 First-order Fréedericksz transition in the presence of light-driven feedback in nematic liquid crystals *Phys. Rev. E* **63** 060701

13

IOP Institute of Physics  $\Phi$  DEUTSCHE PHYSIKALISCHE GESELLSCHAFT

- [45] Zel'dovich B Y and Tabiryana N V 1985 Orientational optical nonlinearity of liquid crystals *Usp. Fiz. Nauk* **147** 633–74
- [46] Schäpers B, Feldmann M, Ackemann T and Lange W 2000 Interaction of localized structures in an optical pattern-forming system *Phys. Rev. Lett.* **85** 748–51
- [47] Ramazza P L, Benkler E, Bortolozzo U, Boccaletti S, Ducci S and Arecchi F T 2002 Tailoring the profile and interactions of optical localized structures *Phys. Rev. E* **65** 066204
- [48] Bortolozzo U, Ramazza P L and Boccaletti S 2005 Dissipative solitons driving and bound state control via parameter gradients *Chaos* **15** 013501









## Résumé

Les milieux Kerr soumis à des faisceaux optiques contrapropageants provenant, soit d'une cavité Pérot-Fabry plan-plan ou d'une boucle de rétro-action, ont été très étudiés pour la génération de structures transverses. De nombreux développements théoriques dans la configuration de la cavité ont prédit l'existence de structures localisées (solitons). Cependant aucune mise en évidence expérimentale de ces structures n'a été réalisée à ce jour. Dans la configuration de la boucle de rétro-action optique, les régimes fortement non linéaires présentent des structures rares et intenses, très localisées aussi bien spatialement que temporellement. C'est dans ce cadre que nous nous intéressons expérimentalement à la structuration localisée de la lumière dans ces deux systèmes. La première partie de cette thèse est consacrée à la mise en évidence expérimentale de solitons spatiaux dans une cavité Pérot-Fabry plan-plan Kerr à diffraction positive. Ensuite, nous étudions cette cavité quand elle est soumise à de la diffraction négative. Des parois de domaines propagatives sont alors observées. Celles-ci sont bloquées par le forçage spatial lié à l'inhomogénéité du profil de pompage optique gaussien qui donne lieu à une localisation de la lumière. Nous étudions succinctement le cas limite d'une cavité sans diffraction dans laquelle les parois de domaines survivent. Pour finir nous effectuons une étude du régime très fortement non linéaire dans le dispositif de rétro-action optique grâce à une approche statistique. Nous observons l'apparition de structures localisées scélérates associées à l'émission d'un supercontinuum spectral spatial.

**Mots-Clés** : Structures localisées, cavité, rétro-action, soliton, front, parois de domaines, supercontinuum, ondes scélérates

## Abstract

### *Spatial localization of light in liquid crystals optical systems*

Kerr media subject to counterpropagating optical beams in a plan-plan Pérot-Fabry cavity or optical feedback have been deeply studied for transverse pattern generation. Many theoretical developments in the cavity configuration predict the existence of localized structures (solitons). However, no experimental evidence of these structures has been given up to now. In the feedback configuration, the highly nonlinear regimes present rare and intense localized structures in space and in time. In this framework, we are interested in studying experimentally the localization of light in the both previous systems. The first part of this thesis is devoted to the experimental evidence of spatial solitons in a Pérot-Fabry Kerr plan-plan cavity with positive diffraction. Then we study this cavity submitted to negative diffraction. Propagative domain walls are observed. They are pinned by the spatial forcing coming from the inhomogeneous gaussian optical pumping profile that induces light localization. We study briefly the case of cavity without diffraction in which domain walls persist. We finally perform a study of highly nonlinear regimes in the optical feedback device using a statistical approach. We observe the emergence of rogue localized structures associated with the emission of a spatial spectral supercontinuum.

**Keywords** : localized structures, cavity, feedback, soliton, front, domain walls, supercontinuum, rogue waves

Laboratoire de Physique des Lasers, Atomes et Molécules (PhLAM)  
U. F. R. de Physique  
Université Lille 1  
59655 Villeneuve d'Ascq cedex, FRANCE