



**HAL**  
open science

# LE PUIT À RETOURNEMENT TEMPOREL DANS LE DOMAINE AUDIBLE: UN OUTIL DE FOCALISATION ET D'IMAGERIE À HAUTE RÉSOLUTION DE SOURCES SONORES ET VIBRATOIRES

Eric Bavu

► **To cite this version:**

Eric Bavu. LE PUIT À RETOURNEMENT TEMPOREL DANS LE DOMAINE AUDIBLE: UN OUTIL DE FOCALISATION ET D'IMAGERIE À HAUTE RÉOLUTION DE SOURCES SONORES ET VIBRATOIRES. Acoustique [physics.class-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2008. Français. NNT : 2008PA066395 . tel-00811601

**HAL Id: tel-00811601**

**<https://theses.hal.science/tel-00811601>**

Submitted on 10 Apr 2013

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THÈSE

pour l'obtention du Grade de  
**Docteur de l'Université Pierre et Marie Curie - Paris VI**

(Diplôme National - Arrêté du 7 août 2006)

École Doctorale : Sciences Mécaniques, Acoustique et Électronique de Paris

Présentée par

**Éric BAVU**

## **LE Puits À RETOURNEMENT TEMPOREL DANS LE DOMAINE AUDIBLE : UN OUTIL DE FOCALISATION ET D'IMAGERIE À HAUTE RÉSOLUTION DE SOURCES SONORES ET VIBRATOIRES.**

Directeur de thèse : **Jean-Dominique Polack**

Co-directeur de thèse : **Alain Berry**

Co-directeur de thèse : **Vincent Gibiat**

Soutenue le

### **JURY**

Rapporteurs :

**Jean-Louis GUYADER** Professeur, INSA, Lyon (France)

**Patrice MASSON** Professeur, Université de Sherbrooke (Canada)

Examineurs :

**Mathias FINK** Professeur, ESPCI, Paris (France)

**Jean-Dominique POLACK** Professeur, UPMC, Paris (France)

**Alain BERRY** Professeur, Université de Sherbrooke (Canada)

**Vincent GIBIAT** Professeur, Université Paul Sabatier, Toulouse (France)

**Yann PASCO** Professionnel de Recherche, Université de Sherbrooke (Canada)

Membres Invités :

**Charles BESNAINOU** Ingénieur de Recherche, CNRS, Paris (France)

**Joe WOLFE** Professeur, UNSW, Sydney (Australie)



*En mémoire de mon père, qui sera toujours un exemple pour moi.  
Tu nous as quitté bien trop tôt, j'avais encore tant à apprendre de toi ...*



## Résumé

Le développement de techniques de focalisation et d'imagerie à haute résolution pour les sources acoustiques et vibratoires à basse fréquence est l'un des enjeux de la recherche actuelle en acoustique, notamment pour exciter localement et analyser des structures vibroacoustiques complexes tout en conservant des propriétés de haute résolution. Ces propriétés sont nécessaires lorsque la taille des objets étudiés est plus petite que la longueur d'onde mise en jeu. Nous désirons une méthode flexible, rapide, précise, non invasive, et unifiée d'excitation et d'analyse. Celle-ci doit être applicable tant dans le domaine des vibrations dans les structures que dans le domaine des ondes acoustiques tridimensionnelles. Pour cela, nous nous basons sur la technique du puits à retournement temporel, qui n'a, à ce jour, été mise en œuvre que pour la focalisation d'ondes de Lamb dans une cavité ergodique ou avec des ondes électromagnétiques. Aucune technique d'imagerie n'a, avant cette thèse, été dérivée du puits à retournement temporel.

La méthode du puits à retournement temporel est adaptée pour la focalisation à basse fréquence. Elle permet d'exciter localement une structure avec une grande intensité, et possède des capacités de super-résolution. Malgré tout, nous démontrons que cette méthode est difficilement applicable en situation pratique, puisqu'elle fait perdre le caractère non invasif nécessaire à la plupart des applications. En revanche, nous présentons dans ce manuscrit une technique nouvelle d'imagerie de sources vibratoires et acoustiques, basée sur le puits à retournement temporel. Cette technique non invasive d'imagerie, utilisant des dispositifs de mesure similaires aux techniques de formations de voies ou d'holographie en champ proche, permet d'obtenir une image des sources vibratoires ou acoustiques à très haute résolution de manière rapide. L'approche de cette nouvelle méthode d'imagerie est décrite. Des applications à l'imagerie de sources d'impact sur une plaque encadrée, ainsi qu'à l'imagerie de sources acoustiques en champ libre et en milieu sous-marin profond sont proposées. Une application à l'imagerie de sources acoustiques à basse fréquence sur une guitare est développée. Ces résultats représentent les premières applications de l'imagerie par puits à retournement temporel numérique. Les limites, la théorie, et la mise en œuvre de cette technique d'imagerie à haute résolution sont étudiées et détaillées. Il est démontré que cet outil possède des performances et des limites similaires à l'holographie en champ proche, tout en dépassant les capacités à basse fréquence des techniques classiques de localisation limitées en résolution couramment utilisées, comme le beamforming ou le retournement temporel.

**Mots-clés :** retournement temporel, puits, focalisation, imagerie, haute-résolution, localisation, sources, acoustiques, vibratoires, Kirchhoff-Love, différences finies



## Abstract

Developing new high resolution focusing and imaging techniques for audible vibrational and acoustic sources is an important problem to solve in acoustics. Methods of this kind are notably useful to locally excite and analyse complex vibroacoustic structures with high resolution capabilities, which is particularly important when the size of the studied objects is smaller than the wavelength. The desired technique should be fast, accurate, flexible, and non-invasive. This technique must be used to study both vibrational and acoustic sources. This work shows the development of such a technique, based on the time reversal sink, which has been so far only implemented for ultrasonic and electromagnetic waves focusing (not for imaging).

The time reversal sink method is extended to hyper-resolution focusing for low frequency acoustic sources. This method provides a way to excite locally a structure with high intensity and high resolution capabilities, even at low frequency. However, we show that this method is difficult to implement in real world cases because it is an invasive focusing technique. Nevertheless, we present in this manuscript a new imaging technique of vibrational and acoustic sources, based on the time reversal sink. This is a new non-invasive technique, with high resolution capabilities. This technique uses the same array measurement techniques than beamforming and near-field acoustic holography, and provides an elegant and powerful way to obtain high resolution images of vibrational and acoustic sources at low frequency. This new method is extensively described and analysed, and applied to impact sources on a clamped plate, acoustic sources in a free field configuration and underwater acoustic sources in a deep water channel. This method has also been applied to the imaging of acoustic sources on a classical guitar. The results presented show high resolution, fast and reliable capabilities of this new powerful imaging technique, that shows similar capabilities than those of nearfield acoustic holography and better results than those of beamforming and time reversal backpropagation at low frequency.

**Keywords** : time-reversal, sink, focusing, imaging, high-resolution, localization, sources, acoustic, flexural, Kirchhoff-Love, finite differences



## REMERCIEMENTS

À l'issue de ces trois années de doctorat au cours desquelles j'ai beaucoup appris, tant sur le plan humain que sur le plan scientifique, je tiens tout particulièrement à remercier les personnes qui m'ont aidé, apporté par leur présence, guidé, ou tout simplement compris.

Je tiens tout d'abord à remercier chaleureusement Jean-Louis Guyader et Patrice Masson d'avoir accepté d'être les rapporteurs de ma thèse, ainsi que Mathias Fink et Julien de Rosny, pour leur accueil lors de notre collaboration en première année. Depuis cette première année de thèse, j'ai l'impression que beaucoup de temps a passé. Je tiens à vous remercier, Mathias, d'avoir accepté d'être partie intégrante du jury. Je tiens également à remercier Joe Wolfe et Yann Pasco de prendre la lourde responsabilité d'être également membres du jury pour cette thèse.

Parmi les personnes avec qui j'ai travaillé, je tiens avant tout à remercier mes directeurs de thèse et encadrants. Alain, merci pour ta constance, ton accompagnement, et tes qualités humaines. Tes questions, suggestions, propositions scientifiques m'ont systématiquement permis d'avancer, d'ouvrir des voies dans mon travail de recherche. Malgré les contraintes de la cotutelle, tu as toujours su être là au bon moment. Tu as également su jouer le rôle d'oreille attentive dans ces moments personnels difficiles durant ma thèse, marquée par la maladie et le décès de mon père. Ces moments auraient pu définitivement m'écarter du droit chemin académique, mais j'ai tenu le coup, et tu fais partie des personnes qui, peut-être sans le savoir, m'ont beaucoup aidé. Jean-Dominique, merci de m'avoir fait confiance, et d'avoir su me laisser une liberté de recherche qui m'est si chère. Tes conseils avisés m'ont beaucoup aidé dans l'avancement de mon travail de doctorat, et Charles comme moi te remercions de nous avoir fait confiance quand nous avons décidé de nous lancer dans l'aventure du retournement temporel. Charles, je tiens à te remercier de m'avoir fait confiance, de m'avoir permis de découvrir la liberté du chercheur, et d'avoir su habilement suivre mes travaux tout en me laissant la dose de liberté dont j'avais besoin. Tes conseils sur les protocoles expérimentaux, ton aide sur les montages m'ont permis de réaliser un miroir à retournement temporel portatif de nouvelle génération, indispensable quand on travaille dans deux pays séparés par plus de 6000 km ! Par ailleurs, ta bonne humeur, ton écoute, et ta compréhension de ma manière de travailler m'ont beaucoup aidé tout au long de l'aventure. Vincent, merci de m'avoir initié également aux joies du retournement temporel. Nos discussions Toulousaines, tes propositions et questions sur le puits m'ont permis d'avancer dans mes recherches. Ton écoute a également été primordiale sur le plan personnel. Tu as su être là

même si nous ne travaillons pas dans le même laboratoire, même si tes responsabilités donnent des propriétés fractales à ton emploi du temps ! Et tes qualités humaines m'ont permis de tenir le coup dans les mauvais moments. C'est également grâce à toi que j'ai pu avoir le plaisir de collaborer avec Mathias Fink et Julien de Rosny en première année de thèse. Sans toi, je n'aurais peut être pas eu la chance de collaborer avec les deux personnes idéales quand il s'agit de puits et de retournement temporel ! Yann, merci pour les nombreuses discussions sur le retournement temporel, sur la vie, sur la musique. Merci pour ta disponibilité et ton aide précieuse sur les montages expérimentaux quand le besoin s'en faisait sentir. Je tiens à te remercier pour ton intérêt pour mes travaux, et pour ces nombreuses pauses café au cours desquelles on a pu apprendre à se connaître davantage. Dommage qu'on n'ait pas eu le temps de faire de duos violon-guitare, mais tout vient à point à qui sait attendre ! Merci également à tous ceux qui font qu'un laboratoire de recherche est un lieu de travail agréable : merci à tous les permanents et doctorants du LAM et du GAUS pour votre bonne humeur quotidienne.

Mes remerciements s'adressent aussi à Chantal Simard, pour sa disponibilité et sa bonne humeur dans les laboratoires du GAUS. Mes expériences ayant systématiquement été accompagnées de simulations numériques, merci, au nom de tous les utilisateurs de Mammouth, à toute l'équipe du centre de calcul de l'Université de Sherbrooke. Vous faites un travail génial, votre disponibilité et votre compétence est un bien précieux pour les laboratoires de recherche ! En particulier, je tiens à remercier Steve Allen, mon gourou du makefile et des optimisations sur calculateur parallèle. Tu as su me faire gagner un temps précieux, et j'ai beaucoup appris lors de ces courts (mais intenses) moments de discussions sur mes codes de simulation. Ta capacité à comprendre en si peu de temps un code que tu n'as pas écrit pour l'optimiser m'a toujours impressionné !

Ma mère et mon frère ont également su être des piliers sur lesquels j'ai pu me reposer. Merci d'avoir été là, merci pour votre amour entièrement partagé, et merci d'avoir relu ce manuscrit, votre aide a été précieuse en chaque instant. C'est grâce à vous, pour vous et pour papa, que j'ai su puiser la force de continuer à vivre avec ce lourd fardeau que nous portons ensemble, et d'aller de l'avant, pour prouver que j'en étais capable, tout comme vous. L'union fait la force, notre cercle sera toujours aussi fort, et j'en suis fier.

Pour finir, je me tourne vers mes chums, mes potes, mes amis, pour ces moments passés ensemble et qui font que la vie est plus belle. Merci Julien, Olivier, Alex et Seb pour les trop rares week ends passés ensemble quand j'étais en France. Merci Élodie pour ton écoute, ton amitié sans faille, malgré mon incapacité à donner des nouvelles régulièrement quand je suis loin ! Merci Caro pour les beaux moments passés ensemble, ton soutien, et pour tout ce que tu m'as apporté. Merci Philippe-Aubert pour les agréables moments, musicaux, scientifiques, et d'amitié

passés à Sherbrooke. Je regrette amèrement de ne plus partager cette petite case dans le bureau du GAUS avec toi ! Merci à Camille et Ilia, pour votre amitié précieuse, pour ces soirées passées auprès du feu dans votre petit coin de paradis. Votre sagesse, votre contact est réellement un bonheur, et je suis heureux, au même titre que le reste du groupe d'amis Sherbrookoïse, de vous avoir rencontrés. Parmi vous tous qui représentez à mes yeux une véritable famille Sherbrookoïse, je pense à Antho, Pierrot, Marc, Nico, Claire, Jean, D'Rob, Alix, et Ouell pour les soirées passées à parler, à jouer de la musique ensemble, et pour nos scènes de concert partagées qui m'ont permis de vivre pleinement des moments inoubliables en votre compagnie.

Aurélie, merci pour ton amour, merci pour ta compréhension et ta force. Tu m'as accompagné de la meilleure manière qui soit, en me montrant à quel point tu avais confiance en moi. Cet accompagnement, ces deux chemins qui se sont croisés et qui suivent aujourd'hui la même direction m'ont donné une force supplémentaire, dans les moments difficiles comme dans les moments heureux.

Une thèse, ce n'est que trois ans dans une vie. Mais, en écrivant ces quelques lignes, je me dis que c'est une période riche d'apprentissage. J'ai vécu au cours de ces trois années de beaux moments et de plus sombres. Mais c'est en partie grâce à vous tous que j'en suis là aujourd'hui. Plus qu'une formalité, cette section de remerciements était une réelle nécessité pour moi.



# TABLE DES MATIÈRES

|   |            |
|---|------------|
| <b>Remerciements</b>  | <b>iii</b> |
| <b>Introduction Générale</b>  | <b>1</b>   |
| Propos préliminaires . . . . .  | 1          |
| Organisation du manuscrit . . . . .   | 3          |
| <b>Chapitre 1 Retournement temporel, formations de voies, et holographie acoustique</b> | <b>5</b>   |
| 1.1 Introduction . . . . .  | 5          |
| 1.2 Bases du retournement temporel . . . . .  | 6          |
| 1.3 Cavité à retournement temporel . . . . .  | 10         |
| 1.3.1 La phase d'enregistrement . . . . .   | 10         |
| 1.3.2 La phase de réémission . . . . .  | 11         |
| 1.3.3 Remarques sur la cavité à retournement temporel . . . . .                         | 12         |
| 1.4 Le miroir à retournement temporel . . . . .   | 13         |
| 1.4.1 Liens avec la cavité à retournement temporel . . . . .                            | 13         |
| 1.4.2 Étude physique du signal retourné temporellement . . . . .                        | 14         |
| 1.4.3 Analyse du phénomène par formalisme d'opérateurs . . . . .                        | 15         |
| 1.4.4 Focalisation par retournement temporel . . . . .                                  | 16         |
| 1.5 Le puits à retournement temporel . . . . .  | 17         |
| 1.5.1 Principe général . . . . .  | 17         |
| 1.5.2 Focalisation par la méthode du puits acoustique . . . . .                         | 18         |
| 1.5.3 Avantages et limitations de cette technique . . . . .                             | 19         |
| 1.6 Vue d'ensemble des applications existantes du principe de retournement temporel     | 20         |
| 1.6.1 Lithotripsie . . . . .  | 20         |
| 1.6.2 Thérapie et focalisation transcranienne . . . . .                                 | 20         |
| 1.6.3 Évaluation non-destructive . . . . .  | 21         |
| 1.6.4 Communication dans les milieux complexes et imagerie sous-marine . . . . .        | 21         |
| 1.6.5 Méthodes acousto-séismiques . . . . .   | 22         |
| 1.7 Techniques de formation de voies et holographie en champ proche . . . . .           | 22         |
| 1.7.1 Techniques d'imagerie et de focalisation par formation de voies . . . . .         | 23         |
| 1.7.2 Techniques d'holographie acoustique en champ proche . . . . .                     | 24         |
| 1.8 Bilan et Objectifs . . . . .  | 25         |

|   |           |
|---|-----------|
| <b>Chapitre 2 Focalisation acoustique à haute résolution dans le domaine audible</b>  | <b>29</b> |
| 2.1 Introduction . . . . .  | 30        |
| 2.2 Focalisation acoustique dans le domaine audible grâce à un puits à retournement temporel . . . . .  | 31        |
| 2.2.1 Abstract . . . . .  | 31        |
| 2.2.2 Introduction . . . . .  | 31        |
| 2.2.3 Time Reversal and Acoustic Sink Theory review . . . . .   | 33        |
| 2.2.3.1 The Time Reversal Mirror : acoustic field structure . . . . .   | 33        |
| 2.2.3.2 Time Reversal Acoustic Sink theory . . . . .  | 35        |
| 2.2.3.3 Time reversal and audible range specificities . . . . .   | 36        |
| 2.2.4 Experimental setup : material and methods . . . . .   | 37        |
| 2.2.5 Results and discussion . . . . .  | 38        |
| 2.2.5.1 Taking advantage of reverberation . . . . .   | 38        |
| 2.2.5.2 TRM focusing in a reverberating room . . . . .  | 45        |
| 2.2.5.3 High resolution subwavelength focusing in a reverberating room using TRAS . . . . .   | 46        |
| 2.2.6 Discussion – Applications . . . . .   | 50        |
| 2.2.7 Conclusions . . . . .   | 51        |
| 2.3 Discussion sur la résolution focale du puits à retournement temporel . . . . .  | 52        |
| 2.4 Limites d’applicabilité de la méthode . . . . .   | 54        |
| 2.5 Discussion sur le caractère réverbérant du milieu environnant . . . . .   | 55        |
| 2.6 Bilan – Discussion : adaptation des techniques de puits à l’imagerie à haute résolution de sources actives sonores et vibratoires . . . . . | 56        |
| <br>  |           |
| <b>Chapitre 3 Imagerie à haute résolution de sources vibratoires en milieu dispersif</b>  | <b>59</b> |
| 3.1 Introduction . . . . .  | 60        |
| 3.2 Imagerie à haute résolution de sources actives vibratoires . . . . .  | 61        |
| 3.2.1 Abstract . . . . .  | 61        |
| 3.2.2 Introduction . . . . .  | 61        |
| 3.2.3 Material and methods . . . . .  | 63        |
| 3.2.3.1 Experimental setup . . . . .  | 63        |
| 3.2.3.2 Time reversal simulated backpropagation . . . . .   | 64        |
| 3.2.3.3 Numerical time-reversal sink : super-resolution imaging . . . . .   | 68        |
| 3.2.4 Results and discussion . . . . .  | 69        |
| 3.2.4.1 Validation of vibration simulation . . . . .  | 69        |
| 3.2.4.2 High-resolution imaging using time-reversal sink : proof of principle   | 71        |
| 3.2.4.3 Active source imaging using TRS . . . . .   | 75        |
| 3.2.5 Conclusions . . . . .   | 79        |

|   |  |           |
|---|--|-----------|
| 3.3   | Le modèle numérique de propagation d'ondes de flexion dans une plaque ortho-       |           |
|   | trope encastrée . . . . .  | 79        |
| 3.3.1   | Le modèle physique des ondes de flexion dans une plaque . . . . .                  | 80        |
| 3.3.2   | Discrétisation du système pour le code aux différences finies . . . . .            | 81        |
| 3.3.3   | Algorithme de simulation . . . . .   | 85        |
| 3.4   | Remarques sur le caractère dispersif et réverbérant du milieu . . . . .            | 86        |
| 3.5   | Étude de la robustesse de la technique d'imagerie . . . . .                        | 87        |
| 3.5.1   | Robustesse en cas d'erreur de modélisation du milieu . . . . .                     | 88        |
|   | 3.5.1.1 Influence de la connaissance du module d'Young . . . . .                   | 88        |
|   | 3.5.1.2 L'influence de l'atténuation . . . . .                                     | 94        |
| 3.5.2   | Le cas des sources non discriminées par l'étape de retournement temporel           | 95        |
| 3.6   | Bilan . . . . .  | 96        |
| <b>Chapitre 4 Imagerie à haute résolution de sources acoustiques en champ libre</b> |  | <b>99</b> |
| 4.1   | Introduction . . . . .   | 100       |
| 4.2   | Imagerie à haute résolution de sources actives acoustique en champ libre . . . . . | 101       |
| 4.2.1   | Abstract . . . . .   | 101       |
| 4.2.2   | Introduction . . . . .   | 101       |
| 4.2.3   | Material and methods . . . . .   | 103       |
|   | 4.2.3.1 Experimental setup . . . . .   | 103       |
|   | 4.2.3.2 Time reversal simulated backpropagation . . . . .                          | 104       |
|   | 4.2.3.3 Numerical time-reversal sink : super-resolution imaging . . . . .          | 106       |
| 4.2.4   | Results and discussion . . . . .   | 106       |
|   | 4.2.4.1 High-resolution imaging of acoustic sources in deep water channel          |           |
|   | using numerical TRS : proof of principle . . . . .                                 | 106       |
|   | 4.2.4.2 Experimental imaging of sound sources in an anechoic room using            |           |
|   | a numerical TRS . . . . .  | 113       |
| 4.2.5   | Conclusions . . . . .  | 119       |
| 4.3   | Pourquoi développer une méthode en champ libre ? . . . . .                         | 120       |
| 4.4   | Le modèle numérique de propagation acoustique en champ libre en milieu stratifié   | 121       |
| 4.4.1   | Modèle physique . . . . .  | 122       |
| 4.4.2   | Schéma numérique d'ordre élevé en temps et en espace : discrétisation . .          | 122       |
| 4.4.3   | Conditions aux limites absorbantes d'ordre élevé . . . . .                         | 125       |
|   | 4.4.3.1 Equations de faces . . . . .   | 127       |
|   | 4.4.3.2 Détermination des conditions d'arêtes . . . . .                            | 128       |
|   | 4.4.3.3 Détermination des conditions de coins . . . . .                            | 129       |
|   | 4.4.3.4 Remarques sur les ordres d'approximation à proximité des limites           |           |
|   | du cube de calcul . . . . .  | 131       |
| 4.4.4   | Condition de stabilité de l'algorithme, isotropie et dispersion numérique .        | 131       |

|  |   |            |
|--|---|------------|
| 4.5  | Le cas des sources non discriminées par retournement classique . . . . .  | 139        |
| 4.5.1  | Problématique . . . . .   | 139        |
| 4.5.2  | Une solution : l'utilisation de la méthode MUSIC . . . . .  | 140        |
| 4.6  | Application de la méthode d'imagerie à haute résolution à la mesure de sources<br>sur une guitare . . . . .     | 149        |
| 4.6.1  | Protocole expérimental . . . . .  | 149        |
| 4.6.2  | Imagerie du résonateur de Helmholtz . . . . .   | 151        |
| 4.6.3  | Localisation des sources à la surface de la guitare, rayonnant au delà de<br>1000 Hz . . . . .                  | 156        |
| 4.7  | Bilan . . . . .   | 158        |
| <b>Chapitre 5 Conclusions et Perspectives</b>                |   | <b>161</b> |
| <b>Bibliographie</b>   |   | <b>165</b> |
| <b>Annexe A Traduction de l'article inclus au chapitre 2</b> |   | <b>173</b> |
| A.1  | Résumé . . . . .  | 173        |
| A.2  | Introduction . . . . .  | 174        |
| A.3  | Aperçu de la théorie du miroir et du puits à retournement temporel . . . . .                                    | 176        |
| A.3.1  | Structure du champ retourné grâce au miroir à retournement temporel . .   | 176        |
| A.3.2  | Le puits à retournement temporel : théorie . . . . .  | 178        |
| A.3.3  | Spécificités dues à l'utilisation du retournement temporel dans le domaine<br>audible . . . . .                 | 180        |
| A.4  | Protocole expérimental : dispositif et méthodes . . . . .   | 180        |
| A.5  | Analyse des résultats . . . . .   | 182        |
| A.5.1  | La réverbération : un avantage pour le retournement temporel . . . . .  | 182        |
| A.5.2  | Focalisation par MRT dans la salle réverbérante . . . . .   | 189        |
| A.5.3  | Focalisation à haute résolution dans une salle réverbérante grâce au puits<br>à retournement temporel . . . . . | 190        |
| A.6  | Conclusions et Perspectives . . . . .   | 194        |
| <b>Annexe B Traduction de l'article inclus au chapitre 3</b> |   | <b>197</b> |
| B.1  | Résumé . . . . .  | 197        |
| B.2  | Introduction . . . . .  | 197        |
| B.3  | Protocole expérimental – Méthodes . . . . .   | 200        |
| B.3.1  | Protocole expérimental . . . . .  | 200        |
| B.3.2  | Simulation numérique de rétropropagation par retournement temporel . .  | 201        |
| B.3.3  | Imagerie à haute résolution par puits à retournement temporel numérique   | 205        |
| B.4  | Analyse des résultats . . . . .   | 206        |
| B.4.1  | Validation de l'algorithme de simulation . . . . .  | 206        |

|  |  |            |
|--|--|------------|
| B.4.2  | Imagerie à haute résolution grâce au puits à retournement temporel :<br>preuve du concept . . . . .                        | 208        |
| B.4.3  | Imagerie de sources par puits à retournement temporel numérique . . . . .  | 212        |
| B.5  | Conclusions . . . . .  | 216        |
| <b>Annexe C Traduction de l'article inclus au chapitre 4</b> |  | <b>219</b> |
| C.1  | Résumé . . . . .   | 219        |
| C.2  | Introduction . . . . .   | 220        |
| C.3  | Protocole expérimental – Méthodes . . . . .  | 222        |
| C.3.1  | Protocole expérimental . . . . .   | 222        |
| C.3.2  | Simulation numérique de rétropropagation . . . . .   | 223        |
| C.3.3  | Imagerie à haute résolution par puits à retournement temporel . . . . .  | 224        |
| C.4  | Analyse des résultats . . . . .  | 225        |
| C.4.1  | Imagerie à haute résolution de sources acoustiques en milieu sous-marin<br>profond : preuve numérique du concept . . . . . | 225        |
| C.4.2  | Imagerie expérimentale de sources sonores dans une salle anéchoïque grâce<br>au PRT numérique . . . . .                    | 232        |
| C.5  | Conclusions . . . . .  | 239        |

## LISTE DES TABLEAUX

|     |   |     |
|-----|---|-----|
| 3.1 | <i>Aluminium plate physical parameters . . . . .</i>  | 68  |
| 3.2 | <i>Paramètres physiques de la plaque utilisés pour la phase d'émission par la source ponctuelle . . . . .</i>   | 89  |
| 3.3 | <i>Valeurs des modules d'Young utilisées pour l'étude de la robustesse de la méthode d'imagerie aux variations de paramètres physiques dans la plaque . . . . .</i> | 91  |
| B.1 | <i>Paramètres physiques de la plaque utilisée dans nos expériences . . . . .</i>  | 204 |

## TABLE DES FIGURES

|     |   |    |
|-----|---|----|
| 1.1 | <i>Phase d'enregistrement du retournement temporel . . . . .</i>  | 11 |
| 1.2 | <i>Phase de réémission du retournement temporel . . . . .</i>   | 11 |
| 1.3 | <i>Les fronts d'onde lors du retournement temporel . . . . .</i>  | 14 |
| 1.4 | <i>Diagramme de résolution en fonction de la fréquence des techniques de formation de voies et d'holographie . . . . .</i>  | 22 |
| 1.5 | <i>(a) Une antenne de microphones reçoit une onde plane, de direction quelconque – (b) Diagramme de directivité, après beamforming des signaux reçus sur l'antenne</i>  | 24 |
| 2.1 | <i>Dispositif expérimental de focalisation par retournement temporel à 42 haut-parleurs dans la chambre réverbérante . . . . .</i>  | 29 |
| 2.2 | <i>(a) Recording step : a point-like source generates a wave front that is distorted by inhomogeneities. The distorted field is recorded by microphones on the surface surrounding the space. (b) Reconstruction step : The recorded signals are time-reversed and re-emitted by the speakers. The time-reversed pressure field backpropagates and refocuses exactly on the initial source. . . . .</i> | 34 |
| 2.3 | <i>Schematic description of the time-reversed field : (a) Emission and recording step : a point-like source emits a divergent wave – (b),(c),(d) : Structure of time-reversed reconstructed acoustic field – (b) : Strictly convergent wave – (c) Collapse, formation of the divergent wave interfering with the converging one – (d) Strictly divergent wave . . . . .</i>                             | 35 |
| 2.4 | <i>The Brüel &amp; Kjør Omnisource prototype (diameter : 85 mm). This source is used in our experiments as initial and antinoise source. . . . .</i>  | 38 |
| 2.5 | <i>Time (left) and frequency domain (right) representations of a typical signal emitted by the initial source. Here, <math>\Delta f = 3000</math> Hz and <math>f_0 = 2500</math> Hz. . . . .</i>  | 39 |
| 2.6 | <i>Acoustic Intensity spatial scan of the focused wave at collapse time using the TRM in damped room A. The horizontally plan represents the spatial coordinates of the reference microphone. Vertically and in grayscale is represented the acoustic intensity (arbitrary units). <math>\Delta f = 3000</math> Hz and <math>f_0 = 2500</math> Hz. Space sampling : 2 cm</i>                            | 40 |
| 2.7 | <i>Acoustic Intensity spatial scan of the focused wave at collapse time using the TRM in damped room A. This figure corresponds to the transverse section of Figure 2.6. – Dotted line : experimental results – Solid line : theoretical model. . . . .</i>   | 40 |
| 2.8 | <i>Experimental setup in reverberating room B. . . . .</i>  | 42 |

|      |  |    |
|------|--|----|
| 2.9  | Normalized acoustic intensity $\frac{I}{I_0} = \left(\frac{p}{p_0}\right)^2$ (grayscale) of the spatio-temporal focusing pattern in reverberating room B using 43 loudspeakers. $f_0 = 3500$ Hz and $\Delta f = 1.97f_0$ . . . . .   | 43 |
| 2.10 | Time representation of the signal received by the reference microphone at focal point (left) and normalized acoustic intensity $\frac{I}{I_0} = \left(\frac{p}{p_0}\right)^2$ spatial scan of the focused wave at collapse time (right) in reverberating room B using a 43-loudspeaker TRM (top) and a single-loudspeaker TRM (bottom). $f_0 = 3500$ Hz and $\Delta f = 1.97f_0$ . . . . . | 44 |
| 2.11 | Focal spot width versus central wavelength using the 43-loudspeakers TRM in reverberating room B : experimental (solid line) and ideal theoretical size (dashed line) . . . . .  | 45 |
| 2.12 | Normalized acoustic intensity $\frac{I}{I_0} = \left(\frac{p}{p_0}\right)^2$ of the spatio-temporal focusing pattern measured in reverberating room B using the TRAS. $f_0 = 500$ Hz and $\Delta f = 1.97f_0$ . Space sampling : 4 mm . . . . .  | 47 |
| 2.13 | B-Scan : Normalized acoustic intensity $\frac{I}{I_0} = \left(\frac{p}{p_0}\right)^2$ of the spatio-temporal focusing pattern measured in reverberating room B using a 42-loudspeakers TRM (top) and the TRAS (bottom). $f_0 = 500$ Hz and $\Delta f = 1.97f_0$ . Space sampling : 4 mm . . . . .  | 48 |
| 2.14 | Acoustic intensity at collapse time measured in reverberating room B using a 42-loudspeakers TRM (dotted line) and the TRAS (solid line). $f_0 = 500$ Hz and $\Delta f = 1.97f_0$ . In the small graphic box, these focal spot sections are normalized, for reference. . . . .   | 49 |
| 2.15 | Focal spot width versus central wavelength using the TRAS in reverberating room B : experimental (solid line) and diffraction limit of resolution of the classical TRM (dashed line). . . . .  | 49 |
| 2.16 | Signal reçu par le microphone de référence au point focal, avec un puits à retournement temporel dans la salle atténuée A (trait continu gris) et signal initial (pointillés). $\Delta f = 3000$ Hz et $f_0 = 2500$ Hz . . . . .   | 52 |
| 2.17 | Largeur de la tache focale obtenue dans la salle atténuée : mesure (trait plein) limite de diffraction théorique du miroir à retournement temporel (pointillé) . . . . .   | 53 |
| 3.1  | Dispositif expérimental d'imagerie à haute résolution de sources d'impact sur une plaque encastrée par puits à retournement temporel numérique . . . . .   | 59 |
| 3.2  | Experimental setup – The positions of active sources and control points shown are for illustration purpose. . . . .  | 64 |
| 3.3  | Typical transverse velocity frequency response measured in the clamped plate. . . . .  | 65 |
| 3.4  | Geometry of the clamped plate. $L_x = 750$ mm, $L_y = 1050$ mm, $h = 3.125$ mm . . . . .   | 66 |
| 3.5  | Percentage of deviation in the evaluation of the adimensional frequency parameter $\alpha = \omega L^2 \sqrt{\frac{12\rho(1-\nu^2)}{Eh^2}}$ using the FDTD method compared with Ödman (circles) and Aronszajn (squares) methods. . . . .   | 70 |

|      |  |     |
|------|--|-----|
| 3.6  | <i>Measured (solid line) and computed (dashed line) flexural displacement on the clamped aluminium plate . . . . .</i>   | 71  |
| 3.7  | <i>Localization of 4 pointlike active sources using the data obtained by numerical TR backpropagation at central frequency of (a) 2000 Hz, (b) 750 Hz, and (c) 200 Hz. Left : squared flexural displacement of the plate – Right : Source localization (grayscale) compared to the theoretical limit of resolution (circles) . . . . .</i>                 | 72  |
| 3.8  | <i>Imaging of 4 pointlike active sources using the TRS technique at central frequency of (a) 2000 Hz, (b) 750 Hz, and (c) 200 Hz. Left : squared flexural displacement on the plate – Right : Source localization (grayscale) compared to the theoretical limit of resolution of TR (circles) . . . . .</i>  | 74  |
| 3.9  | <i>Localization of 4 impact sources of different diameters using numerical TR backpropagation – Left : squared flexural displacement on the plate – Right : Source localization (grayscale) . . . . .</i>  | 75  |
| 3.10 | <i>Imaging of 4 impact sources of different diameters using a numerical TRS – Left : squared flexural displacement on the plate – Right : Source imaging (grayscale) . . . . .</i>   | 77  |
| 3.11 | <i>Maillage aux différences finies, à proximité de l’encastrement en <math>x = 0</math> : la flexion et les moments fléchissants sont évalués sur le maillage principal <math>M_{(\Delta x, \Delta y, \Delta t)}</math>, et les moments croisés le sont sur le maillage décalé <math>M_{(\Delta x, \Delta y, \Delta t)}^{\frac{1}{2}}</math> . . . . .</i> | 82  |
| 3.12 | <i>Signal normalisé en amplitude émis par la source initiale lors de la phase d’émission directe . . . . .</i>   | 90  |
| 3.13 | <i>Signaux reçus sur les 64 transducteurs du miroir à retournement temporel, retournés temporellement. L’amplitude normalisée de la flèche dans la plaque est codée en niveaux de gris . . . . .</i>   | 90  |
| 3.14 | <i>Effet d’une erreur sur l’évaluation du module d’Young pour la localisation par retournement temporel – À gauche : carte de la flexion à l’instant du « collapse » détecté – À droite : signal temporel au point focal détecté . . . . .</i>   | 92  |
| 3.15 | <i>Niveau de signal à bruit spatial en fonction de l’erreur sur la valeur du module d’Young lors de la phase de rétropropagation par rapport à la phase d’enregistrement de l’émission de la source initiale . . . . .</i>   | 93  |
| 4.1  | <i>Dispositif expérimental d’imagerie à haute résolution de sources acoustiques sur une guitare par puits à retournement temporel numérique . . . . .</i>  | 99  |
| 4.2  | <i>Experimental setup – The positions of active sources and control points shown are for illustration purpose. . . . .</i>   | 104 |
| 4.3  | <i>Sound velocity profile used in the numerical experiment . . . . .</i>   | 107 |
| 4.4  | <i>Computational configuration for the acoustic source imaging in deep ocean channel</i>   | 108 |

|      |   |     |
|------|---|-----|
| 4.5  | <i>Localization of a underwater pointlike sound source in the SOFAR channel using numerical time-reversal backpropagation at central frequencies of (a) 1500 Hz, (b) 3000 Hz, and (c) 5000 Hz. Left : squared acoustic pressure – Right : Source localization (grayscale) compared to the theoretical limit of resolution (circles) . . .</i>   | 109 |
| 4.6  | <i>Imaging of a underwater pointlike sound source in the SOFAR channel using the numerical time-reversal sink method at central frequencies of (a) 1500 Hz, (b) 3000 Hz, and (c) 5000 Hz. Left : squared acoustic pressure – Right : Source imaging (grayscale) compared to the theoretical limit of resolution (circles) . . . . .</i>   | 111 |
| 4.7  | <i>Space resolution of the TR process (cross) and the numerical TRS imaging (circles) in the SOFAR channel compared to the classical half-wavelength diffraction limit of resolution (solid line) for the frequencies computed in the numerical experiment</i>  | 112 |
| 4.8  | <i>Localization of a 2" diameter acoustic source using numerical TR backpropagation, at central frequency of 750 Hz (a) away from the measurement array aperture and (b) in front of the array aperture. The two sources are in a plane (z, y), parallel to the microphone array, located at 35 cm from the array. Left : normalized squared acoustic pressure – Right : Source localization (grayscale). The real position of the source is shown (cross) . . . . .</i>  | 114 |
| 4.9  | <i>Normalized acoustic pressure at the source position extracted from TR computation, for the 2" source at central frequency of 750 Hz, (a) away from the array aperture and (b) in front of the array aperture. These signals correspond to the « antinoise » signals used in the TRS process. . . . .</i>   | 115 |
| 4.10 | <i>Numerical TRS localization of a 2" diameter acoustic source at central frequency of 750 Hz (a) away from the measurement array aperture and (b) in front of the array aperture. The two sources are in a plane (z, y), parallel to the microphone array, located at 35 cm from the array. Left : normalized squared acoustic pressure – Right : Source localization (grayscale). The real size of the source is plotted at the source position (circle)) . . . . .</i> | 117 |
| 4.11 | <i>Numerical TR backpropagation (a) and numerical TRS imaging (b) of two loudspeakers emitting simultaneously a 1.5-cycles blackman windowed sinusoid, respectively at central frequency of 950 Hz and 1450 Hz . . . . .</i>  | 118 |
| 4.12 | <i>Représentation du vecteur d'onde en coordonnées sphériques . . . . .</i>   | 134 |
| 4.13 | <i>Courbes de dispersion numérique paramétrées par <math>\alpha = \frac{c\tau}{h}</math>, obtenues dans trois directions différentes de l'espace, avec le schéma 4-4 centré. . . . .</i>  | 135 |
| 4.14 | <i>Courbes d'isotropie numérique, paramétrées par le nombre de points de maillage par longueur d'onde . . . . .</i>   | 138 |
| 4.15 | <i>Signaux émis par les trois sources – Rouge : source No.1 (signal de fréquence centrale à 400 Hz) – Vert : source No. 2 (signal de fréquence centrale à 500 Hz) – Bleu : source No.3 (signal de fréquence centrale à 650 Hz) . . . . .</i>  | 140 |

|      |   |     |
|------|---|-----|
| 4.16 | <i>Échec de la localisation simultanée de trois sources proches les unes des autres à basse fréquence par rétropropagation numérique par retournement temporel. La position des trois sources est indiquée par des croix . . . . .</i>  | 141 |
| 4.17 | <i>Distribution spectrale des 6 premières valeurs propres obtenues par décomposition en valeurs singulières . . . . .</i>   | 146 |
| 4.18 | <i>Pseudospectre spatial obtenu grâce à la méthode MUSIC : les 3 sources apparemment non discriminables par retournement temporel le sont à partir des mêmes données grâce à la projection sur l'espace bruit . . . . .</i>   | 146 |
| 4.19 | <i>Pression acoustique quadratique obtenue grâce au processus de puits à retournement temporel pour les 3 sources à basse fréquence, grâce à la localisation préliminaire du centre de ces sources par la méthode MUSIC. . . . .</i>  | 147 |
| 4.20 | <i>Imagerie à haute résolution de trois sources non discriminées par rétropropagation numérique par retournement temporel, grâce à la combinaison de la méthode MUSIC pour la localisation du centre des sources et du puits numérique à retournement temporel pour l'imagerie à haute résolution. La position des trois sources est indiquée par des cercles . . . . .</i>   | 148 |
| 4.21 | <i>Protocole expérimental : mesure du champ rayonné par la guitare sur l'antenne bidimensionnelle de capteurs . . . . .</i>   | 150 |
| 4.22 | <i>Spectre en fréquence des signaux reçus par les capteurs du miroir lors de l'enregistrement du rayonnement de la guitare classique (corde de LA grave) . . . . .</i>  | 152 |
| 4.23 | <i>Étape de rétropropagation numérique par retournement temporel (39 ms après le pincement de la corde de LA) . La position de la guitare, à l'échelle, est indiquée en superposition . . . . .</i>   | 153 |
| 4.24 | <i>Imagerie du résonateur de Helmholtz par puits à retournement temporel numérique (39 ms après le pincement de la corde de LA) . La position de la guitare, à l'échelle, est indiquée en superposition . . . . .</i>   | 155 |
| 4.25 | <i>Module du filtre à reponse impulsionnelle finie utilisé pour filtrer à haute fréquence les signaux du miroir . . . . .</i>   | 156 |
| 4.26 | <i>Imagerie par rétropropagation numérique par retournement temporel des sources à haute fréquence (au delà de 1000 Hz) sur la guitare (41 ms après le pincement de la corde de LA) . La position de la guitare, à l'échelle, est indiquée en superposition</i>   | 157 |
| A.1  | <i>(a) Phase d'enregistrement : une source ponctuelle émet un front d'onde, déformé par les inhomogénéités du milieu. Ce champ est échantillonné par des microphones sur une surface entourant le volume de propagation. (b) Phase de reconstruction : Les signaux enregistrés sont renversés temporellement et réémis par les haut-parleurs colocalisés aux microphones. Le champ de pression acoustique retourné temporellement se rétropropage et focalise exactement à la position de la source initiale. . . . .</i> | 177 |

|      |   |     |
|------|---|-----|
| A.2  | <i>Description schématique de la structure du champ retourné : (a) Émission initiale et enregistrement : une source ponctuelle émet une onde strictement divergente – (b),(c),(d) : Structure du champ renversé temporellement – (b) : Onde strictement convergente – (c) Instant du « collapse », et formation d’une onde divergente interférant avec l’onde convergente – (d) Onde strictement divergente . . . . .</i>   | 178 |
| A.3  | <i>Le prototype de source Brüel &amp; Kjær Omnisource (diamètre : 85 mm). Cette source est utilisée dans nos expériences en guise de source initiale et de « source d’antibruit ». . . . .</i>  | 181 |
| A.4  | <i>Représentation temporelle (à gauche) et spectrale (à droite) d’un signal typique émis par la source initiale. Ici, <math>\Delta f = 3000</math> Hz et <math>f_0 = 2500</math> Hz. . . . .</i>  | 182 |
| A.5  | <i>Scan spatial de l’intensité acoustique de l’onde acoustique focalisée, à l’instant du « collapse », en utilisant un MRT dans la salle atténuée A. Le plan horizontal représente les coordonnées spatiales du microphone de référence. L’intensité acoustique normalisée est représentée verticalement et en échelle de gris. <math>\Delta f = 3000</math> Hz et <math>f_0 = 2500</math> Hz. . . . .</i>  | 184 |
| A.6  | <i>Scan spatial de l’intensité acoustique de l’onde acoustique focalisée, à l’instant du « collapse », en utilisant un MRT dans la salle atténuée A. Cette figure correspond à une coupe transverse de la figure A.5. – Pointillés : résultats expérimentaux – Continu : Modèle théorique . . . . .</i>   | 184 |
| A.7  | <i>Protocole expérimental dans la salle réverbérante B. . . . .</i>   | 186 |
| A.8  | <i>Intensité acoustique normalisée <math>\frac{I}{I_0} = \left(\frac{p}{p_0}\right)^2</math> (niveaux de gris) de la focalisation spatio-temporelle par MRT dans la salle réverbérante B en utilisant 43 haut-parleurs. <math>f_0 = 3500</math> Hz et <math>\Delta f = 1.97f_0</math> . . . . .</i>   | 187 |
| A.9  | <i>Représentation temporelle du signal reçu par le microphone de référence au point focal (à gauche), et intensité acoustique normalisée <math>\frac{I}{I_0} = \left(\frac{p}{p_0}\right)^2</math> en fonction des coordonnées spatiales à l’instant du « collapse » (à droite) dans la salle réverbérante B en utilisant un MRT à 43 haut-parleurs(en haut) et un MRT à un seul haut-parleur (en bas). <math>f_0 = 3500</math> Hz et <math>\Delta f = 1.97f_0</math> . . . . .</i> | 188 |
| A.10 | <i>Étude de la largeur de la tache focale en fonction de la longueur d’onde centrale, pour un TRM composé de 43 haut-parleurs dans la salle réverbérante B : résultats expérimentaux (trait continu) et limite théorique (pointillés) . . . . .</i>   | 190 |
| A.11 | <i>Intensité acoustique normalisée <math>\frac{I}{I_0} = \left(\frac{p}{p_0}\right)^2</math> en fonction du temps et des coordonnées spatiales, autour du point focal spatio-temporel réalisé grâce au puits à retournement temporel dans la salle B. <math>f_0 = 500</math> Hz et <math>\Delta f = 1.97f_0</math> . . . . .</i>  | 191 |
| A.12 | <i>B-Scan : Intensité acoustique normalisée <math>\frac{I}{I_0} = \left(\frac{p}{p_0}\right)^2</math> mesurée dans la salle réverbérante B, avec un MRT à 42 haut-parleurs (en haut) et le puits (en bas). <math>f_0 = 500</math> Hz et <math>\Delta f = 1.97f_0</math>. . . . .</i>  | 192 |

|      |  |     |
|------|--|-----|
| A.13 | <i>Intensité acoustique à l'instant du « collapse » dans la salle réverbérante B, avec un MRT à 42 haut-parleurs (pointillés) et avec le puits à retournement temporel (trait plein). <math>f_0 = 500</math> Hz et <math>\Delta f = 1.97f_0</math>. Les intensités normalisées sont tracées dans l'encart, pour référence.</i>                                   | 193 |
| A.14 | <i>Largeur de tache focale obtenue grâce au puits dans la salle réverbérante B, en fonction de la longueur d'onde centrale du signal focalisé : résultat expérimental (trait plein) et limite de diffraction du TRM (pointillés).</i>  | 194 |
| B.1  | <i>Protocole expérimental – La position des sources d'impact et des points de contrôle est uniquement illustrative.</i>  | 200 |
| B.2  | <i>Réponse fréquentielle de vitesse transverse mesurée sur la plaque encastrée.</i>  | 202 |
| B.3  | <i>Géométrie de la plaque encastrée. <math>L_x = 750</math>mm, <math>L_y = 1050</math>mm, <math>h = 3.125</math>mm</i>   | 202 |
| B.4  | <i>Écart relatif en pourcents entre l'évaluation par méthode FDTD du paramètre adimensionnel fréquentiel <math>\alpha = \omega L^2 \sqrt{\frac{12\rho(1-\nu^2)}{Eh^2}}</math> et les résultats obtenus par Ödman (cercles) et Aronszajn (carrés).</i>  | 207 |
| B.5  | <i>Flèche mesurée (trait plein) et simulée (pointillée) dans la plaque d'aluminium encastrée</i>   | 208 |
| B.6  | <i>Localisation de 4 sources ponctuelles grâce à la rétropropagation numérique par retournement temporel aux fréquences centrales (a) 2000 Hz, (b) 750 Hz, et (c) 200 Hz. À gauche : Flèche quadratique normalisée dans la plaque – À droite : Localisation de la source (niveau de gris) et limite de résolution (cercles) à <math>\frac{\lambda}{2}</math></i> | 209 |
| B.7  | <i>Imagerie de 4 sources ponctuelles grâce au puits à retournement temporel numérique aux fréquences centrales (a) 2000 Hz, (b) 750 Hz, et (c) 200 Hz. À gauche : Flèche quadratique normalisée dans la plaque – À droite : Imagerie de la source (niveau de gris) et limite de résolution classique (cercles) à <math>\frac{\lambda}{2}</math></i>              | 211 |
| B.8  | <i>Localisation de 4 sources d'impact de différents diamètres grâce à la rétropropagation par retournement temporel – À gauche : flèche quadratique – À droite : localisation de la source (niveau de gris)</i>  | 212 |
| B.9  | <i>Imagerie de 4 sources d'impact de différents diamètres grâce au puits à retournement temporel – À gauche : flèche quadratique – À droite : imagerie de la source (niveau de gris)</i>   | 215 |
| C.1  | <i>Protocole expérimental – La position des sources actives et des points de contrôle est arbitraire et uniquement illustrative.</i>   | 223 |
| C.2  | <i>Profil de célérité des ondes acoustiques utilisé dans la simulation numérique</i>   | 226 |
| C.3  | <i>Boîte de calcul utilisée pour l'expérience numérique d'imagerie de source acoustique en milieu sous-marin profond</i>   | 227 |

|      |  |     |
|------|--|-----|
| C.4  | <i>Localisation d'une source ponctuelle sous-marine dans le canal SOFAR grâce à une rétropropagation numérique par retournement temporel, pour des fréquences centrales de (a) 1500 Hz, (b) 3000 Hz, et (c) 5000 Hz. Gauche : pression acoustique quadratique – Droite : Localisation de source (niveaux de gris) et limite théorique de résolution (cercles) . . . . .</i>  | 228 |
| C.5  | <i>Imagerie d'une source ponctuelle sous-marine dans le canal SOFAR grâce au puits à retournement temporel numérique, pour des fréquences centrales de (a) 1500 Hz, (b) 3000 Hz, et (c) 5000 Hz. Gauche : pression acoustique quadratique – Droite : Imagerie de la source (niveaux de gris) et limite théorique de résolution (cercles)</i>   | 230 |
| C.6  | <i>Résolution du processus de retournement temporel (croix) et du processus d'imagerie par puits à retournement temporel (cercles) dans le canal SOFAR. Ces résolutions sont comparées à la limite classique de diffraction d'une demi-longueur d'onde (trait plein) pour les fréquences utilisées dans les expériences numériques.</i>  | 232 |
| C.7  | <i>Localisation d'une source acoustique de 2" de diamètre par rétropropagation numérique par RT, à la fréquence centrale de 750 Hz (a) située en dehors de l'ouverture de l'antenne (b) située devant l'antenne. Les deux sources sont dans un plan (x, y), parallèle à l'antenne de microphones, à une distance de 35 cm de l'antenne. À gauche : pression acoustique quadratique normalisée – À droite : Localisation de la source (niveau de gris). La position réelle de la source est indiquée par une croix</i>                                    | 234 |
| C.8  | <i>Pression acoustique normalisée à la position de la source, extraite de la rétropropagation numérique par RT, pour une source de 2" de diamètre, à 750 Hz de fréquence centrale, (a) située en dehors de l'ouverture de l'antenne (b) située en face de l'ouverture de l'antenne. Ces signaux correspondent aux signaux « d'anti-bruit » utilisés dans le processus de PRT numérique. . . . .</i>  | 235 |
| C.9  | <i>Imagerie par PRT numérique d'une source acoustique de 2" de diamètre, à la fréquence centrale de 750 Hz (a) située en dehors de l'ouverture de l'antenne (b) située devant l'ouverture de l'antenne. Les deux sources sont dans un plan (x, y), parallèle à l'antenne de microphones, à une distance de 35 cm de l'antenne. À gauche : pression acoustique quadratique normalisée – À droite : Localisation de la source (niveau de gris). La taille réelle de la source est indiquée par un cercle centré sur la position de la source . . . . .</i> | 237 |
| C.10 | <i>Rétropropagation numérique par RT (a) et Imagerie par PRT (b) de deux haut-parleurs émettant simultanément 1.5 cycles de sinusoides fenêtrées par une fenêtre de Blackmann, respectivement à 950 Hz et 1450 Hz . . . . .</i>  | 238 |





# INTRODUCTION GÉNÉRALE

## Propos préliminaires

Cette thèse de doctorat s'inscrit dans le cadre d'une collaboration entre le Groupe d'Acoustique de l'Université de Sherbrooke (GAUS) et l'équipe Lutheries, Acoustique, et Musique (LAM) de l'Institut Jean le Rond d'Alembert (IJLRA) de l'Université Pierre et Marie Curie et fait l'objet d'une convention de cotutelle de thèse de doctorat entre ces deux universités. Elle fait suite aux travaux dirigés par Charles Besnainou au LAM sur l'étude de la directionnalité des sources à basse fréquence sur les instruments de musique et d'applications du retournement temporel à l'étude d'instruments de musique lors des stages de DEA de Samuel Ménard [1], Pierre Leveau [2], et de moi-même [3]. En particulier, la problématique posée par Charles Besnainou est de détecter et de caractériser les sources acoustiques à basse fréquence sur les instruments de musique. Cette problématique, indispensable pour la compréhension du fonctionnement des instruments de musique et de la caractérisation de la perception, nécessite de développer des techniques d'évaluation à haute résolution. Par ailleurs, les travaux réalisés au GAUS représentent une extension des travaux initiés par Dany Francœur sous la direction d'Alain Berry pour l'utilisation des miroirs à retournement temporel dans les structures vibrantes dispersives [4].

L'objectif de ce projet est de mettre au point une technique unifiée d'excitation localisée de structures vibroacoustiques, ainsi que d'imagerie à haute résolution et d'analyse de sources acoustiques et vibratoires dans le domaine audible. Cette technique est basée sur un seul et même principe physique : l'invariance par retournement temporel de l'équation de propagation adiabatique des ondes acoustiques et des ondes de flexion en milieu homogène ou inhomogène. Le but de ce travail est d'élaborer une méthode et un dispositif flexibles, permettant d'obtenir un outil de mesure, d'excitation, et d'analyse extrêmement précis et non-invasif. Une fois cet outil développé dans les domaines de l'acoustique aérienne (travaux réalisés au LAM, Paris) et de la vibration dans les plaques minces (travaux réalisés au GAUS), l'objectif final est de démontrer la flexibilité et les capacités de cet outil, afin de permettre aux scientifiques, industriels, et luthiers de l'utiliser pour analyser les sources vibratoires et acoustiques en situation complexe. La flexibilité de cette méthode permettra d'ouvrir un vaste champ d'applications dans le domaine

de l'excitation de structures issues du monde industriel, mais également, domaine actuellement en plein essor, la localisation et l'analyse de sources acoustiques et vibratoires à basse fréquence, en milieu complexe.

Les techniques de miroir à retournement temporel, mises au point dès les années 80 par Mathias FINK et son équipe de recherche au Laboratoire Ondes et Acoustique [5] [6] (LOA, École Supérieure de Physique et Chimie Industrielles, Paris) ont connu un succès important dans le domaine de l'acoustique ultrasonore, notamment grâce aux travaux de ses inventeurs. Ces techniques ont déjà été éprouvées dans les domaines de la thérapie et de l'imagerie médicale, de la géophysique, ou de l'acoustique sous-marine. Ces travaux existants apportent une base de travail solide. À ce jour, en revanche, peu d'applications des miroirs à retournement temporel ont été développées dans le domaine des ondes sonores et vibratoires à basse fréquence [7] [8] [9]. Les techniques de retournement temporel ont essentiellement été appliquées à la refocalisation sur des cibles, et des méthodes d'imagerie ont été dérivées du retournement temporel, notamment pour la détection de défauts [10] [11]. Par ailleurs, ce travail est basé sur l'utilisation du puits à retournement temporel, dans des domaines nouveaux d'applications, tels que le domaine de l'acoustique audible et des vibrations à basse fréquence. Cet outil n'a par ailleurs jamais été utilisé pour réaliser de l'imagerie acoustique et vibratoire à haute résolution. Une grande partie de ce travail de recherche consiste en l'adaptation du concept de focalisation par puits acoustique à retournement temporel au domaine de l'imagerie à haute résolution.

L'acousticien moderne se tourne de plus en plus vers le développement d'outils de mesure et d'excitation à haute résolution dans le domaine des fréquences audibles. De par la diversité d'applications pratiques potentielles au développement d'une telle technique de mesure et d'excitation unifiée (acoustique industrielle, acoustique sous marine, acoustique musicale, etc ...), cet outil se doit d'être non-invasif, flexible, et adaptatif au milieu environnant les sources. Les méthodes de retournement temporel dans le domaine audible que nous nous proposons de développer dans le cadre de ce projet apparaissent être une solution adéquate.

Le problème soulevé par l'utilisation des miroirs à retournement temporel dans le domaine audible est le rapport entre la taille de l'objet rayonnant et la longueur d'onde de la vibration<sup>1</sup>. En effet, la principale différence entre l'acoustique ultrasonore et le domaine audible réside dans le rapport entre les tailles d'objets concernés et les longueurs d'ondes qui sont du même

---

<sup>1</sup>à titre d'exemple, à 500 Hz, la longueur d'onde dans l'air est de 70 cm environ, et de 25 cm environ pour des ondes de flexion dans une plaque d'aluminium d'épaisseur de 3 mm

ordre de grandeur, plaçant ainsi l'acousticien en champ proche (zone de Fresnel) plutôt qu'en champ lointain (zone de Fraunhofer). L'enjeu principal de ce travail de recherche consiste à se tourner vers des améliorations et des adaptations des techniques actuelles, afin de surpasser cette différence. Un développement de méthode à super-résolution (i.e. sous la longueur d'onde) est indispensable à l'utilisation d'un tel outil dans le domaine audible.

## Organisation du manuscrit

Le présent manuscrit s'organise en 4 chapitres qui détaillent les résultats obtenus au cours de cette thèse de doctorat.

Le premier chapitre consiste en un rappel des techniques et applications du retournement temporel, tant en ce qui concerne la focalisation que l'imagerie. Ce chapitre permettra d'introduire le formalisme mathématique et physique utilisé dans la suite du manuscrit. Par ailleurs, ce chapitre présentera également de manière non exhaustive d'autres techniques de focalisation et d'imagerie acoustique et vibratoires concurrentes, telles que les techniques de formation de voies (« beamforming ») ou l'holographie acoustique. La notion de puits à retournement temporel, base de tous les résultats présentés dans le présent manuscrit, sera détaillée. Cet état de l'art permet de mettre en évidence les avancées par rapport aux travaux existants.

La suite du document s'articule de manière simple, autour des trois articles soumis en tant que premier auteur aux revues *Acta Acustica United with Acustica* et *Journal of Sound and Vibration*. Ce type de manuscrit correspond au modèle de « thèse par articles ». Compte tenu de ce mode de rédaction, certains éléments du formalisme énoncés lors du chapitre d'état de l'art se retrouvent dans les paragraphes d'introduction des trois articles dans les chapitres suivants. Par souci de commodité, une traduction en langue française de chacun des trois articles est disponible en Annexe du présent manuscrit.

Le second chapitre traite des résultats obtenus et publiés sur la focalisation acoustique à haute résolution dans le domaine audible par techniques de puits acoustique à retournement temporel. Ces résultats sont complétés d'une analyse sur la résolution, les défauts et avantages, ainsi que sur l'originalité de cette technique de focalisation.

Les troisième et quatrième chapitres traitent d'un outil nouveau : le puits *numérique* à retournement temporel. À partir des constatations tirées des résultats expérimentaux précédents, cet outil d'imagerie acoustique et vibratoire à haute résolution a été mis en œuvre en milieu dispersif bidimensionnel (Chapitre 3) et en milieu tridimensionnel en champ libre (Chapitre 4). Les résultats publiés dans les deux articles scientifiques correspondants sont détaillés. Ces études présentent des résultats numériques et expérimentaux, tant dans le domaine de la vibration des plaques minces, que de l'acoustique aérienne en milieu ouvert, mais aussi dans le domaine de l'acoustique sous-marine. Les méthodes expérimentales et numériques sont détaillées, et la robustesse de ces techniques d'imagerie à haute résolution sont étudiées dans le cadre de ces deux chapitres.

Des conclusions générales sur les capacités, la qualité des résultats, et les améliorations à apporter à ces techniques de focalisation et d'imagerie à haute résolution par puits à retournement temporel dans le domaine audible sont alors tirées de l'ensemble des résultats et analyses développés dans le reste du document.

## CHAPITRE 1

# RETOURNEMENT TEMPOREL, FORMATIONS DE VOIES, ET HOLOGRAPHIE ACOUSTIQUE

### 1.1 Introduction

Les méthodes non invasives de focalisation et d'imagerie acoustique ou vibratoires représentent un vaste domaine de recherche. De nombreuses techniques ont fait leur apparition dès le milieu du 20<sup>e</sup> siècle, telles que les réseaux de phase (« phased array »), le filtrage adapté (« matched field processing »), les techniques de retournement temporel, ou encore l'holographie acoustique et les techniques de formation de voies (« beamforming »). Parmi cette énumération non exhaustive des techniques existantes, nous nous attacherons à présenter en détail les techniques de retournement temporel, sur lesquelles sont fondées l'outil de base de ce travail. Par ailleurs, nous présenterons brièvement en fin de chapitre les techniques de formation de voies et d'holographie acoustique. En effet, ces techniques représentent aujourd'hui une grande partie des recherches académiques et industrielles sur la focalisation et l'imagerie de sources acoustiques et vibratoires. Les limites ainsi que les domaines d'applications de chacune de ces trois techniques sont présentés dans le cadre de cet état de l'art. En particulier, l'attention sera portée sur les applications au domaine audible ainsi que sur les limites de résolution de ces techniques. L'état de l'art du retournement temporel permettra d'introduire le formalisme utilisé dans la suite du manuscrit.

## 1.2 Bases du retournement temporel

Le retournement temporel, aujourd'hui utilisé dans de nombreux domaines, est l'une des premières méthodes auto-focalisantes. Les propriétés d'invariance par renversement temporel de l'équation de propagation des ondes [5] permettent de focaliser efficacement de l'énergie acoustique en s'adaptant au milieu de propagation. En effet, le retournement temporel, qui peut être vu comme une technique de filtre adapté spatio-temporel, permet de compenser les retards de phases entre plusieurs voies de mesures en tirant parti de l'invariance par retournement temporel des ondes acoustiques. Si  $\psi(\vec{r}, t)$  est solution de l'équation des ondes, alors  $\psi(\vec{r}, -t)$  l'est également, et a un sens physique. L'invariance par retournement temporel de l'équation des ondes repose sur une hypothèse forte d'adiabacité de la propagation des ondes. En d'autres termes, le milieu de propagation doit être non dissipatif. Dans ce cas (et seulement dans ce cas), le retournement temporel est équivalent à un filtre spatio-temporel inverse exact de la propagation et permet une focalisation à travers le milieu aberrateur identique à la focalisation que l'on obtiendrait dans un milieu homogène non dissipatif.

La richesse de ces techniques réside dans leur vaste champ d'application. Une description non exhaustive de ces applications est disponible en fin de chapitre. À ce jour, en revanche, peu d'applications des miroirs à retournement temporel ont été développées dans le domaine des basses fréquences.

Afin d'homogénéiser le formalisme du retournement temporel développé, cette section est consacrée à une description mathématique et physique des principes de retournement temporel, tant dans le domaine des ondes sonores que dans le domaine des ondes vibratoires.

Dans le modèle de propagation adiabatique des ondes en milieu non dissipatif, considérons que l'onde est décrite par une fonction d'onde  $\Psi(\vec{r}, t)$ . L'équation de propagation sans sources pour cette onde se décompose alors en la somme de deux termes [5] :

$$(\hat{L}_{\vec{r}} + \hat{L}_t)\Psi(\vec{r}, t) = 0 \tag{1.1}$$

où  $\hat{L}_{\vec{r}}$  et  $\hat{L}_t$  sont des opérateurs agissant respectivement sur les dépendances temporelles et spatiales de  $\Psi$ .

Soit  $\widehat{T}$  l'opérateur de retournement temporel. Pour que l'onde retournée temporellement  $\widehat{T}\Psi$  soit bien solution de l'équation (1.1), il faut que celle-ci soit invariante sous l'opérateur  $\widehat{T}$ . Par conséquent, il est nécessaire et suffisant que l'opérateur  $\widehat{L}_{\vec{r}} + \widehat{L}_t$  commute avec  $\widehat{T}$  [12]. Si cette propriété est bien vérifiée, alors la fonction d'onde  $\widehat{T}\Psi$  a un sens physique, (i.e.) il est possible de recréer une onde parcourant le chemin « inverse » de l'onde  $\Psi$ .

Nous étudions cette invariance, dans le cas des ondes sonores en milieu homogène non dissipatif, et dans le cas des ondes de flexion dans les plaques minces. Ces deux cas correspondent aux applications abordées dans ce manuscrit.

Dans le domaine des ondes sonores, la grandeur ondulatoire étudiée est la pression acoustique, notée  $p$ . L'équation de d'Alembert en milieu inhomogène non dissipatif, correspondant à l'équation formalisée (1.1), devient :

$$\rho(\vec{r})\vec{\nabla} \cdot \left( \frac{1}{\rho(\vec{r})} \vec{\nabla} p(\vec{r}, t) \right) - \frac{1}{c(\vec{r})^2} \frac{\partial^2 p(\vec{r}, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (1.2)$$

où  $\vec{\nabla}$  est le pseudovecteur nabla permettant de construire les opérateurs de divergence et de gradient,  $\cdot$  représente le produit scalaire,  $\rho(\vec{r})$  est la masse volumique du milieu où se propage l'onde, au point  $\vec{r}$  et  $c(\vec{r})$  est la célérité de l'onde, au point  $\vec{r}$ .

Dans ce cas, il est possible de séparer l'opérateur  $\widehat{L}_{\vec{r}}$  et l'opérateur  $\widehat{L}_t$  :

$$\begin{cases} \widehat{L}_{\vec{r}} = \rho(\vec{r})\vec{\nabla} \cdot \left( \frac{1}{\rho(\vec{r})} \vec{\nabla} (\cdot) \right) \\ \widehat{L}_t = -\frac{1}{c(\vec{r})^2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial t^2} \end{cases} \quad (1.3)$$

L'opérateur  $\widehat{L}_{\vec{r}}$  n'étant pas dépendant du temps, son invariance par renversement du temps est triviale. En ce qui concerne l'opérateur  $\widehat{L}_t$ , il ne contient qu'un opérateur de dérivation paire en fonction du temps, qui est lui aussi invariant par retournement temporel. Par conséquent, il est possible de retourner temporellement un système d'ondes acoustiques en milieu (in)homogène, en posant l'hypothèse forte d'un milieu non dissipatif.

Le second domaine d'utilisation des méthodes de retournement temporel dans le cadre de

cette thèse de doctorat correspond aux ondes de flexion dans les plaques minces orthotropes. La propagation de ce type d'ondes est dispersive. L'hypothèse d'ondes de flexion correspond à une hypothèse de basses fréquences, où le mode de Lamb prédominant est le premier mode anti-symétrique  $A_0$ . Ce type d'ondes est d'importance cruciale dans l'étude vibratoire de structures complexes issues du monde industriel. En effet, la dispersion est habituellement un paramètre limitant pour les méthodes classiques d'imagerie ou de focalisation. Nous verrons que le caractère auto-focalisant et auto-adaptatif des techniques de retournement temporel permet de surpasser ce paramètre de dispersion lors de la propagation des ondes [4] [13] [14] .

Dans le cadre de l'approximation de Kirchoff-Love pour les ondes de flexions  $W$ , le comportement du mouvement transverse  $W$  d'une plaque mince et orthotrope (hypothèse de symétrie qui peut s'appliquer dans la pratique à un grand nombre de matériaux : bois, matériaux composites ...), et homogène sans pertes est déterminée par le système d'équations suivant [15] [16] [17] :

$$\left\{ \begin{array}{l} M_x(x, y, t) = -D_x \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} - \frac{D_{xy}}{2} \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \\ M_y(x, y, t) = -D_y \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} - \frac{D_{xy}}{2} \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \\ M_{xy}(x, y, t) = -\frac{D_k}{2} \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} \\ \rho h \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} \end{array} \right. \quad (1.4)$$

où  $D_x$ ,  $D_y$ ,  $D_{xy}$ , et  $D_k$  sont les quatre rigidités de la plaque, définies comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} D_x = h^3 \frac{E_x}{12(1 - \nu_{xy}\nu_{yx})} \\ D_{xy} = h^3 \frac{E_x \nu_{yx}}{6(1 - \nu_{xy}\nu_{yx})} \\ D_y = h^3 \frac{E_y}{12(1 - \nu_{xy}\nu_{yx})} \\ D_k = h^3 \frac{G_{xy}}{3} \end{array} \right. \quad (1.5)$$

Dans cette équation,  $W$  représente la flèche, (i.e.) le déplacement transverse,  $h$  l'épaisseur de la plaque,  $\rho$  la masse volumique du milieu,  $E_x$  et  $E_y$  sont les modules d'Young, respectivement

dans les directions  $x$  et  $y$ ,  $G_{xy}$  est le module de cisaillement du milieu,  $\nu_{xy}$  et  $\nu_{yx}$  sont les coefficients de Poisson, et  $M_x$ ,  $M_y$ ,  $M_{xy}$  sont les moments fléchissants et torsionnels.

Il est possible de combiner ces équations pour aboutir à une seule équation différentielle où seule apparaît la flèche :

$$\rho h \cdot \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = -h^3 \cdot \left( D_x \frac{\partial^4 W}{\partial x^4} + D_y \frac{\partial^4 W}{\partial y^4} + (D_{xy} + D_k) \frac{\partial^4 W}{\partial x^2 \partial y^2} \right) \quad (1.6)$$

Ici encore, il est possible de séparer l'opérateur  $\widehat{L}_{\vec{r}}$  et l'opérateur  $\widehat{L}_t$  :

$$\begin{cases} \widehat{L}_{\vec{r}} = h^3 \cdot \left( D_x \frac{\partial^4}{\partial x^4} + D_y \frac{\partial^4}{\partial y^4} + (D_{xy} + D_k) \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} \right) \\ \widehat{L}_t = \rho h \cdot \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} \end{cases} \quad (1.7)$$

Ces équations montrent qu'il est possible de retourner temporellement un système d'ondes de flexion. Cependant dans le cas des ondes acoustiques comme des ondes de flexion, il est important de noter que les ondes  $W(\vec{r}, -t)$  et  $p(\vec{r}, -t)$  constituent des signaux anticausaux, ce qui n'a aucun sens physiquement. Par conséquent, nous travaillerons avec un signal de durée finie, (i.e.) dont le temps varie entre 0 et  $t_0$ . Une fois  $p(\vec{r}, t)$  ou  $W(\vec{r}, t)$  enregistré, on reproduira le signal  $p(\vec{r}, t_0 - t)$  ou  $W(\vec{r}, t_0 - t)$ . Par commodité d'écriture, ces signaux physiques sont notés  $p(\vec{r}, -t)$  et  $W(\vec{r}, -t)$  en ayant bien conscience qu'il ne s'agit là que d'une commodité d'écriture et que les signaux étudiés sont causaux.

### 1.3 Cavité à retournement temporel

La notion de cavité à retournement temporel a été introduite par Mathias Fink puis par Didier Cassereau [5] [18]. Cette notion est basée sur l'invariance par retournement temporel et sur le principe de l'équation de Huyghens-Helmholtz (1.8). L'idée sous-jacente est qu'il est possible de contrôler le champ de pression sur tout un volume contenu dans une surface fermée uniquement à partir du contrôle des conditions aux limites sur sa surface. Ainsi, au lieu de devoir imposer des conditions initiales dans tout le volume pour engendrer la solution retournée temporellement  $p(\vec{r}, t_0 - t)$ , il suffit d'émettre le champ au cours du temps *uniquement sur la surface*  $S$  qui délimite le volume  $V$  en fixant  $p$  et son gradient [19], à l'aide de la connaissance de la fonction de Green  $G$  dans le milieu de propagation (\* représente le produit de convolution temporelle) :

$$p(\vec{r}, t_0 - t) = \iint_S \left( G(\vec{r}_s, \vec{r}; t_0 - t) * \frac{\partial p(\vec{r}_s; t_0 - t)}{\partial n_s} - \frac{\partial G(\vec{r}_s, \vec{r}; t_0 - t)}{\partial n_s} * p(\vec{r}_s; t_0 - t) \right) \cdot dS \quad (1.8)$$

Il est à noter que cette formulation intégrale du champ de pression acoustique est évaluée en pratique non de manière continue sur la surface  $S$ , mais de manière discrète, selon l'équivalent spatial du théorème d'échantillonnage de Shannon. En pratique, il est nécessaire que la fréquence spatiale d'échantillonnage de mesure de  $p$  et de sa dérivée normale sur la surface  $S$  soit supérieure à la fréquence de Nyquist spatiale. Les paragraphes suivants détaillent le lien physique entre cette formulation et l'outil de cavité à retournement temporel.

#### 1.3.1 La phase d'enregistrement

Considérons une source, située à l'intérieur d'une cavité échantillonnant une surface de contrôle  $S$  entourant un volume  $V$ . Cette source émet une impulsion sonore entre les temps  $t = 0$  et  $t = t_0$ . Au bout d'un temps de propagation  $t_p$ , l'onde atteint les parois de la cavité à retournement temporel. Lors du passage de l'onde à travers la surface  $S$ , le champ et sa dérivée normale sont mesurés par des récepteurs tapissant la surface. Ces récepteurs doivent être monopolaires et dipolaires pour mesurer respectivement le champ et sa dérivée normale.

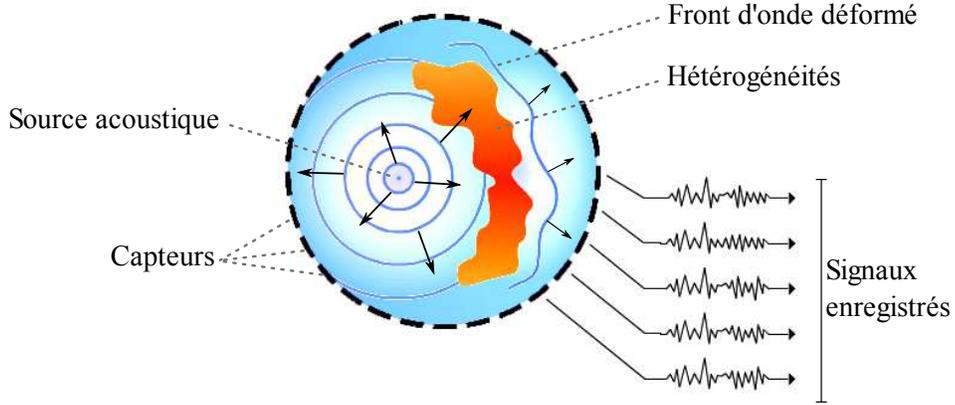


FIG. 1.1: *Phase d'enregistrement du retournement temporel*

### 1.3.2 La phase de réémission

Les champs de pression et leurs dérivées normales mesurés précédemment sont alors inversés chronologiquement. D'après l'équation (1.8), en chaque point de la surface, le champ inversé  $p(\vec{r}_s; t_0 - t)$  est émis par une source dipolaire, alors que sa dérivée normale renversée temporellement est émise par une source monopolaire. Nous pouvons voir ici qu'en toute rigueur, pour réaliser un retournement temporel d'une onde acoustique, nous avons besoin non seulement de capteurs monopolaires et dipolaires, mais aussi d'émetteurs monopolaires et dipolaires [20].

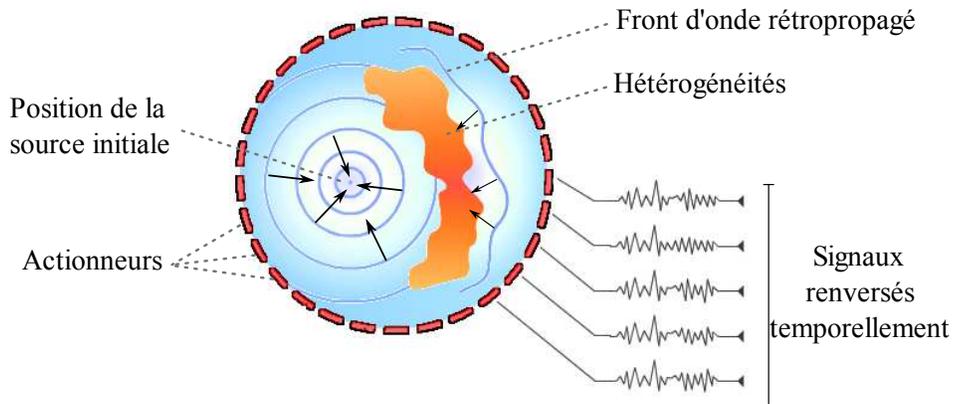


FIG. 1.2: *Phase de réémission du retournement temporel*

La réémission de ce champ et de sa dérivée normale inversés temporellement par les émetteurs tapissant la surface de la cavité constitue la recréation du champ parcourant le « chemin inverse » du chemin parcouru par l'onde initiale émise par la source. En effet, pour recréer ce

champ, la seule connaissance sur la surface de contrôle  $S$  de la pression et de sa dérivée normale permet de reconstituer l'onde convergeant vers la source. La cavité à retournement temporel est ainsi une méthode permettant de réaliser efficacement un filtre adapté spatio-temporel.

Expérimentalement, en première approximation, les transducteurs (émetteurs et récepteurs) constituant une cavité sont monopolaires. Malgré tout, dans l'hypothèse d'une incidence normale de l'onde divergente sur les capteurs du système, le champ retourné par une cavité réelle et le champ théorique d'une cavité à retournement temporel multipolaire sont intimement liés [5].

### 1.3.3 Remarques sur la cavité à retournement temporel

Le fonctionnement de la cavité à retournement temporel ne prend pas en compte les sources qui ont donné naissance au champ. En effet, si aucune précaution n'est prise au niveau de la source lors de la phase de réémission du retournement temporel, la conservation de l'énergie impose l'existence d'une onde divergente à la suite de l'onde convergente sur la source initiale. Ces deux ondes se superposent et interfèrent, impliquant une largeur de tache focale (dans le cas d'une cavité à retournement temporel) égale à  $\frac{\lambda}{2}$ , où  $\lambda$  est la longueur d'onde. Ce phénomène est classiquement interprété comme une limite de diffraction, formant des taches de diffraction en focalisation ou imagerie par retournement temporel à résolution limitée.

Une autre interprétation consiste à considérer la structure du champ reçu par la cavité à retournement temporel. Celle-ci se trouvant à une distance généralement plus grande que la longueur d'onde émise par la source étudiée, seules les ondes propagatives sont reçues sur la surface de contrôle  $S$ . Les ondes évanescentes, non propagatives et dont l'amplitude diminue avec la distance parcourue depuis la source initiale, ne sont pas mesurées par la cavité. C'est la non-reconstitution de ces ondes évanescentes qui constitue la limite de résolution des techniques de retournement temporel.

En ce qui concerne la reconstitution du champ retourné temporellement, l'onde divergente créée brise la symétrie du processus de retournement temporel. En effet, un retournement temporel « parfait » consiste en une onde strictement convergente qui est bien la scène duale de la scène aller. Plusieurs solutions ont récemment été proposées pour améliorer cette résolution. Parmi elles, on peut citer le retournement temporel en champ proche, qui, sous certaines conditions, permet de réaliser une focalisation (ou une imagerie) à super-résolution [21]. Une autre

méthode, avec mesure en champ lointain cette fois-ci, permet d’atteindre la super-résolution en milieu très inhomogène, grâce à la présence de diffuseurs à proximité de la source. Ces diffuseurs permettent de convertir lors de la phase de propagation initiale une partie des ondes évanescentes en ondes propagatives, puis lors de la rétropropagation, ces ondes propagatives converties sont transformées, au voisinage de la source, en ondes évanescentes [22]. Cette méthode permet de dépasser la limite de diffraction précédemment énoncée. Pour finir, la méthode de puits à retournement temporel, outil essentiel de cette thèse de doctorat, permet également d’atteindre des limites de résolution bien inférieures à une demi-longueur d’onde [20] [23]. L’étude du comportement de l’onde au voisinage de la source ainsi que la réalisation d’un retournement temporel « parfait » grâce au puits acoustique sont présentées à la section 1.5.

## 1.4 Le miroir à retournement temporel

### 1.4.1 Liens avec la cavité à retournement temporel

La cavité à retournement temporel a été étudiée précédemment afin d’introduire la théorie sous-jacente de notre expérience. Mais, d’un point de vue pratique, il est impossible d’utiliser une cavité à retournement temporel. En effet, si l’on désire créer une cavité sphérique de 1 mètre de rayon fonctionnant avec un signal à bande limitée à 5 kHz, il faudrait disposer les transducteurs tous les 3.45 cm, ce qui correspond à plus de 2600 transducteurs sur la surface de la cavité [8], selon le principe d’échantillonnage spatial. D’un point de vue purement expérimental, ce type de dispositif n’est pas utilisable.

Malgré tout, il est possible de réaliser un miroir à retournement temporel, qui consiste en une réduction de la surface de contrôle. La cavité pavée de transducteurs est alors remplacée par une surface non fermée, usuellement plane, ou pré-focalisée suivant les applications désirées. Cette configuration ne permettra pas de recréer le champ aussi précisément que la cavité à retournement temporel. Cependant, l’onde recréée focalisera effectivement sur les sources acoustiques de manière précise et efficace. En effet, dans un milieu faiblement hétérogène, la largeur de la tache focale est donnée dans l’approximation de Fresnel par  $\frac{\lambda \cdot F}{D}$  où  $F$  est la distance entre le miroir et la source initiale, et  $D$  est la dimension du miroir [24]. Dans un milieu réverbérant, les multiples réflexions permettent d’augmenter l’ouverture apparente du miroir en créant des capteurs et des actionneurs virtuels [25] [26].

### 1.4.2 Étude physique du signal retourné temporellement

Le retournement temporel d'une onde provenant d'une source ponctuelle isotrope située en  $O$  permet d'obtenir, avant le « collapse », une onde parfaitement isotrope convergente. Lors du « collapse », alors qu'une partie de l'onde continue à converger, l'autre partie commence à diverger. L'interférence de ces deux ondes crée – dans un domaine de l'espace dont la dimension est liée à la durée de l'impulsion sonore – un champ qui se concentre de façon transitoire sous la forme d'un pic principal entouré d'oscillations. La largeur caractéristique de cette tache focale est au mieux de  $\frac{\lambda}{2}$ . Une fois que toute l'onde est passée par  $O$ , il ne reste qu'une onde divergente qui s'éloigne de la source.

Ce phénomène est illustré par la FIG. 1.3 :

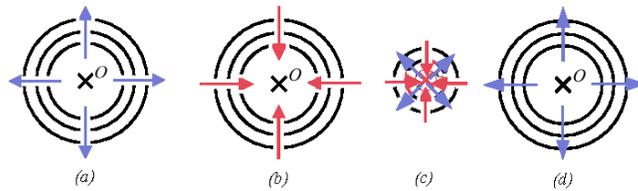


FIG. 1.3: Les fronts d'onde lors du retournement temporel (a) : Phase d'émission – (b), (c), (d) : Focalisation après retournement temporel au voisinage de la source : (b) : Onde strictement convergente – (c) : Interférence entre onde convergente et divergente – (d) : Onde strictement divergente

La présence de cette onde divergente brise la symétrie par retournement temporel de l'expérience. En effet, si le film de la scène « aller » est une onde causale, strictement divergente depuis le point source, le dual de cette scène devrait être une onde anticausale, strictement convergente, qui serait donc « absorbée » au point source.

De plus, lors de l'émission, une singularité spatiale en  $\frac{1}{r}$  (dans le cas d'une propagation tridimensionnelle) est présente. Elle doit se retrouver dans le « film inversé », ce qui n'est pas le cas lors du retournement temporel tel que nous le réalisons. Par conséquent, la théorie des champs prédit que le champ recréé par retournement temporel reste parfaitement régulier [19] : c'est pourquoi la tache focale a une largeur de l'ordre de grandeur de la longueur d'onde, ce qui correspond en fait à une limite de diffraction, dû à la non reproduction de la singularité initiale et des ondes non propagatives entourant la source.

### 1.4.3 Analyse du phénomène par formalisme d'opérateurs

Durant la scène « aller » du retournement temporel, une source ponctuelle située au point  $O$ , repérée par sa position  $\vec{r}_s$ , émet un signal quelconque  $f(t)$ . La propagation du champ qui en résulte est décrite par la fonction de Green du système :

$$\psi(\vec{r}; t) = G(\vec{r}, \vec{r}_s; t) * f(t) \quad (1.9)$$

où  $G$  est la fonction de Green et  $*$  représente l'opérateur de convolution dans le domaine temporel. À un instant donné, l'émission du champ par la source est stoppée. Les opérations de retournement temporel sont réalisées. Le champ n'est alors plus engendré par une source ponctuelle, mais il est déterminé par ses conditions initiales. L'évolution de ce champ est décrite par le formalisme du noyau du système, exprimé en fonction des fonctions de Green. Il est démontré que ces deux formalismes sont totalement interdépendants [12] [20] :

$$K(\vec{r}, \vec{r}_s; t) = G(\vec{r}, \vec{r}_s; t) - G(\vec{r}, \vec{r}_s; -t) \quad (1.10)$$

où  $K$  est le propagateur du milieu sans sources et  $\vec{r}_s$  est la position de la source

On démontre alors à l'aide des conditions initiales et par unicité de la solution de l'équation des ondes la relation suivante, permettant de décrire la structure du champ retourné temporellement  $\psi_{RT}(\vec{r}; t)$  :

$$\psi_{RT}(\vec{r}; t) = G(\vec{r}, \vec{r}_s; -t) * f(-t) - G(\vec{r}, \vec{r}_s; t) * f(-t) \quad (1.11)$$

L'équation (1.11) possède une signification physique essentielle. Il est possible d'isoler dans cette équation l'onde convergente du retournement temporel que nous souhaitons obtenir :  $G(\vec{r}, \vec{r}_s; -t) * f(-t)$ . À cette onde convergente vient s'ajouter une onde divergente imposée par la conservation de l'énergie :  $-G(\vec{r}, \vec{r}_s; t) * f(-t)$ . L'équation (1.11) représente donc le schéma illustré FIG. 1.3, en y apportant un certain nombre de propriétés, décrites précisément dans l'une des publications de Mathias Fink [5] :

- contrairement aux points focaux usuels, la présence d'un déphasage de  $\pi$  entre l'onde convergente et l'onde divergente est indépendante de la dimension de l'espace considéré ; cette phase trouve en effet naissance dans l'invariance sous l'opérateur de retournement temporel  $\hat{T}$  du milieu ;
- le signal issu du retournement temporel a une parité en temps opposée à la parité du signal excitateur  $f(t)$ .

#### 1.4.4 Focalisation par retournement temporel

Étudions maintenant la technique de focalisation par retournement temporel, notamment la limite de résolution de la tache focale. Pour ceci, plaçons-nous dans l'hypothèse d'un *milieu homogène, isotrope, tridimensionnel*.

Dans un tel milieu, la fonction de Green s'écrit :

$$G(\vec{r}, \vec{r}_s; t) = \frac{\delta\left(t - \frac{R}{c}\right)}{4\pi R}, \text{ où } R = \|\vec{r} - \vec{r}_s\|.$$

D'après l'équation (1.11), dans ce cas, le champ après retournement temporel s'écrit :

$$\psi_{RT}(\vec{r}; t) = \frac{f\left(-t - \frac{R}{c}\right) - f\left(-t + \frac{R}{c}\right)}{4\pi R} \quad (1.12)$$

Supposons désormais que le signal  $f(t)$  corresponde à une excitation harmonique monochromatique, de pulsation  $\omega$  et de nombre d'onde  $k$  :  $f(t) = \text{Re}(\tilde{A}_0 \cdot e^{i\omega t})$ . Notons d'ailleurs que l'étude de ces signaux n'est pas restrictive mais permet d'obtenir une base de fonctions propres des signaux périodiques. En effet, en vertu du principe de Fourier, l'étude de ces signaux particuliers nous permettra d'étendre le résultat à tout type de signaux périodiques. D'après l'équation (1.9), le champ issu de la source ponctuelle émettant  $f(t)$  est alors :

$$G(\vec{r}, \vec{r}_s; t) * f(t) = \text{Re}\left(\frac{\tilde{A}_0 \cdot e^{i(\omega t - k \cdot R)}}{4\pi R}\right), \text{ où } R = \|\vec{r} - \vec{r}_s\|.$$

En vertu de l'équation (1.12), on peut alors en déduire que :

$$\psi_{RT}(\vec{r}; t) = \text{Re} \left( ik\tilde{A}_0^* \cdot e^{i\omega t} \right) \cdot \frac{\text{sinc}(kR)}{2\pi} \quad (1.13)$$

On remarque alors que le retournement temporel a transformé la singularité en  $\frac{1}{R}$  de la source émettrice en une fonction régulière en  $R = 0$  pendant la phase de réémission. Ce phénomène correspond à une limite de diffraction, suivant une loi en sinus cardinal, de largeur caractéristique  $\lambda$ .

Notons par ailleurs, dans la relation (1.13), la conjugaison de l'amplitude complexe  $\tilde{A}_0$  du signal, qui fait le lien entre le retournement temporel et la conjugaison de phase. Il est également important de noter que cette relation n'est valable que pour une propagation tridimensionnelle, dans un espace homogène, sans pertes, et isotrope. Pour d'autres types de propagations et de milieux, les fonctions de Green sont différentes et modifient totalement les calculs menés pour évaluer la largeur de la tache focale obtenue par retournement temporel.

## 1.5 Le puits à retournement temporel

### 1.5.1 Principe général

Le concept de puits acoustique à retournement temporel a pour la première fois été évoqué par Mathias Fink. Ce concept est analysé et présenté de manière précise par Fink *et. al* [27], à partir des travaux précédents de l'équipe du LOA. Dans cet article, les auteurs analysent le défaut apparent de reconstruction de l'onde rétropropagée lors de l'opération de retournement temporel à base de miroirs à retournement temporel. Pendant l'étape de réémission de l'opération de retournement temporel, la source active initiale doit être remplacée par un puits, qui doit absorber l'énergie convergeant au point focal sans la réfléchir. À partir de ce concept, J. de Rosny [23] a mis en place un dispositif, appelé puits acoustique, dans une expérience de retournement temporel dans une cavité ergodique de silicium excitée par une pointe émettant dans le domaine ultrasonore.

L'idée du puits acoustique consiste en la réémission d'un champ acoustique par la source

initiale pendant l'étape d'émission du champ retourné, de façon à annuler l'onde divergente après le « collapse ». La description théorique du puits se base sur le formalisme des fonctions de Green et des propagateurs vus dans la section 1.4.

D'après l'équation (1.11), pour annuler l'onde divergente et obtenir l'onde duale de l'onde initiale, il « suffit » d'envoyer sur la source S le signal  $f(-t)$  de façon simultanée au « collapse ». La propagation de cette onde est explicitée par la relation suivante :  $\psi_0(\vec{r}; t) = G(\vec{r}, \vec{r}_s; t) * f(-t)$ .

L'onde résultant de la superposition du champ généré par le miroir à retournement temporel et de celui généré par le puits est la suivante :

$$\psi_{puits}(\vec{r}; t) = \psi_{RT}(\vec{r}; t) + \psi_0(\vec{r}; t) \quad (1.14)$$

On en déduit, à l'aide de la relation (1.11), que le champ résultant de l'expérience du puits acoustique *est exactement l'onde duale de l'onde générée par la source initiale* :

$$\psi_{puits}(\vec{r}; t) = G(\vec{r}, \vec{r}_s; -t) * f(-t) = \psi(\vec{r}; -t) \quad (1.15)$$

Ainsi, l'émission simultanée au « collapse » du signal  $f(-t)$  par la source initiale permet de supprimer l'onde divergente, ainsi que les pics secondaires spatiaux résultants dûs au phénomène de limite de diffraction décrit dans la partie 1.4.

### 1.5.2 Focalisation par la méthode du puits acoustique

La source émettant le signal  $f(-t)$  durant l'expérience de puits acoustique se comporte en fait comme une « source d'*antibruit* » [20] : elle génère en effet une onde en opposition de phase avec l'onde divergente déjà existante par l'émission du miroir à retournement temporel. Le puits acoustique peut être vu comme une adaptation d'impédance active entre le milieu et le point source. En effet, en excitant la source en  $\vec{r}_s$  par le signal  $f(-t)$ , l'onde convergente arrive sur un point dont la pression est en phase avec elle, assurant un coefficient de transmission du milieu dans le point exciteur égal à 1. Ainsi, toute l'énergie est concentrée au point focal et pompée par le puits acoustique. Par ailleurs, la présence de cette singularité d'espace grâce à la présence

de la « source d'antibruit » recrée la présence d'ondes évanescentes.

Afin d'analyser les capacités de résolution du puits acoustique, plaçons nous dans le cas particulier et idéal de la propagation acoustique dans un espace *homogène, isotrope, et tridimensionnel* pour évaluer la focalisation par la méthode du puits acoustique. Dans ces conditions, en vertu de l'équation (1.15), le champ dans l'espace en présence de la « source d'antibruit » (supposée ici ponctuelle) lors de l'expérience de puits acoustique s'exprime :

$$\psi_{puits}(\vec{r}; t) = G(\vec{r}, \vec{r}_s; -t) * f(-t) = Re \left( \frac{\tilde{A}_0^* \cdot e^{-i(\omega t + k \cdot R)}}{4\pi R} \right) \quad (1.16)$$

$$\text{où } R = \|\vec{r} - \vec{r}_s\|$$

On retrouve ici un champ présentant une singularité en  $\vec{r} = \vec{r}_s$ , tout comme dans le champ initial. Ce résultat n'est pas en contradiction avec la limite de diffraction, puisqu'ici la présence de la « source d'antibruit » a réintroduit une singularité d'espace. L'intérêt essentiel de ce puits acoustique consiste alors à ne pas connaître de limite de diffraction à  $\frac{\lambda}{2}$ , en concentrant l'énergie autour du point focal tout en supprimant les pics secondaires spatiaux : on obtient alors théoriquement une focalisation beaucoup plus efficace, tant en résolution spatiale qu'en intensité.

### 1.5.3 Avantages et limitations de cette technique

La technique du puits acoustique dans le cadre du retournement temporel présente un avantage essentiel : l'accès à la super-résolution (focalisation à une dimension caractéristique plus faible que la longueur d'onde). Cependant, cette technique n'a, avant mon stage de Master 2 en 2005, jamais été mise en œuvre dans le domaine audible [3]. L'expérience dans le domaine des ultrasons de Rosny [23] est difficilement transposable au domaine audible. Une éventuelle application dans ce domaine de grandes longueur d'ondes doit prendre en compte plusieurs aspects non négligeables :

- d'une part, les spécificités liées aux transducteurs utilisés ainsi qu'au rapport de taille entre les longueurs d'ondes utilisées et les tailles des objets étudiés et des transducteurs eux-mêmes ;
- d'autre part, cette technique possède un désavantage essentiel : pour obtenir une focalisation à super-résolution, la source servant de puits doit être placée à proximité du point de

focalisation, donc proche de la structure à exciter (dans l'idéal, le puits doit être placé au point de focalisation), introduisant une limite aux applications pratiques de ce dispositif pour l'excitation localisée super-résolue à distance.

## 1.6 Vue d'ensemble des applications existantes du principe de retournement temporel

Dans cette partie, le but est de présenter un aperçu non exhaustif des applications existantes du retournement temporel. Depuis son essor dans les années 1980, le retournement temporel a connu un grand nombre de développements, essentiellement dans le domaine de l'imagerie médicale, de la thérapie, et des communications ultrasonores sous-marines.

### 1.6.1 Lithotripsie

Dans le domaine de l'acoustique médicale, l'une des applications essentielles est l'amélioration des techniques de lithotripsie [28]. Les techniques de lithotripsie classiques utilisant des barrettes de transducteurs ne permettent pas de prendre en compte le mouvement de la cible dû à la respiration du patient. Ce mouvement peut parfois provoquer la focalisation d'une onde de choc sur des tissus proches de la cible, et déclencher des saignements internes. Les techniques de retournement temporel itératives permettent d'éviter ce genre de problèmes grâce à leur caractère adaptatif [29]. Le processus de retournement temporel itératif permet de s'adapter au mouvement respiratoire, puisque l'onde focalisée l'est toujours sur l'objet le plus réfléchissant [30]. Par ailleurs, ces techniques permettent de ne pas poser d'hypothèse *a priori* sur l'épaisseur des tissus, ni sur la célérité des ondes ultrasonores dans le milieu tissulaire séparant la barrette de transducteurs de la cible à détruire [31]. Ces deux avantages ont donné lieu à de nombreuses recherches et à des dépôts de brevets sur les techniques de retournement temporel pour la lithotripsie.

### 1.6.2 Thérapie et focalisation transcranienne

La thérapie transcranienne est une autre application en développement du retournement temporel, notamment pour l'hyperthermie transcranienne. Cette technique consiste à focaliser une onde ultrasonore à travers le crâne sur une cible (typiquement, une tumeur maligne localisée

dans le cerveau). Cette focalisation permet un échauffement local des tissus, jusqu'à 60 °C, ce qui détruit la tumeur [32]. Dans le cas de l'utilisation du retournement temporel, la présence du crâne, structure extrêmement poreuse et réfractante, introduit de nombreuses pertes et fait perdre la symétrie lors du processus de retournement temporel. La technique de retournement temporel a alors été adaptée [33] [34] pour compenser les effets dissipatifs du crâne en ajoutant une étape de compensation des pertes et du phénomène de réfraction.

### 1.6.3 Évaluation non-destructive

Les techniques de retournement temporel ont également été largement utilisées dans le domaine de l'évaluation non-destructive ultrasonore, pour la détection de défauts ou d'inclusions dans les structures [35] [36]. Plus récemment, la technique d'optimisation du gradient topologique [37], basée sur le retournement temporel, a fait l'objet d'un brevet par la société Airbus pour la détection de défauts dans les structures aéronautiques. Ces techniques héritent du processus de retournement temporel en l'adaptant de manière à réaliser une imagerie ultrasonore de la structure de manière non-destructive, à partir de la modélisation d'un milieu idéal, qui est comparé aux mesures dans le milieu réel. De cette comparaison, basée sur la corrélation avec le signal rétro-propagé, est extraite une imagerie des défauts dans la structure dont la résolution correspond à la résolution maximale imposée par le phénomène de diffraction lors du processus de retournement temporel.

Les techniques de retournement temporel pour l'évaluation non-destructive ont également été utilisées comme outil de focalisation dans le domaine de l'imagerie médicale, pour la localisation de tumeurs malignes par élastographie de cisaillement ultrarapide [38].

### 1.6.4 Communication dans les milieux complexes et imagerie sous-marine

Au-delà de ces applications, le retournement temporel est utilisé pour la communication dans les milieux complexes, notamment pour les communications sous-marines dans le domaine ultrasonore [39] [40]. Des essais ont également été réalisés pour la communication dans le domaine audible [8]. Dans le domaine de l'acoustique sous-marine, les méthodes de retournement temporel se révèlent être un excellent moyen de faire de l'imagerie adaptative, notamment dans les fonds sous-marins où la célérité des ondes acoustiques peut varier d'un facteur 2 sur de courtes distances. Des expériences probantes ont d'ailleurs déjà été réalisées à plusieurs reprises, notamment par l'équipe de Kuperman [41].

### 1.6.5 Méthodes acousto-séismiques

Les techniques récentes de détection de séismes ou de mines enfouies utilisent également le principe du retournement temporel, en tant que technique de focalisation et d'imagerie à haute résolution [42] [43] pour la détection et l'analyse de phénomènes géophysiques.

## 1.7 Techniques de formation de voies et holographie en champ proche

Dans cette partie, le but est de présenter un aperçu des principes et des limites de résolution de deux méthodes intensivement utilisées dans le domaine de la recherche et de l'industrie dans le domaine audible : la technique de formation de voies et la technique d'holographie en champ proche. Ces deux techniques nécessitent des dispositifs de mesure similaires aux techniques de retournement temporel à haute résolution proposées dans ce manuscrit. Le beamforming permet d'obtenir une imagerie dans une direction (à résolution limitée), tandis que l'holographie en champ proche permet de reconstituer, à haute résolution, les sources vibratoires et acoustiques sur une surface. Il apparaît alors indispensable de présenter succinctement leurs principes, ainsi que leurs limites afin de les comparer aux techniques développées dans le cadre de cette thèse de doctorat.

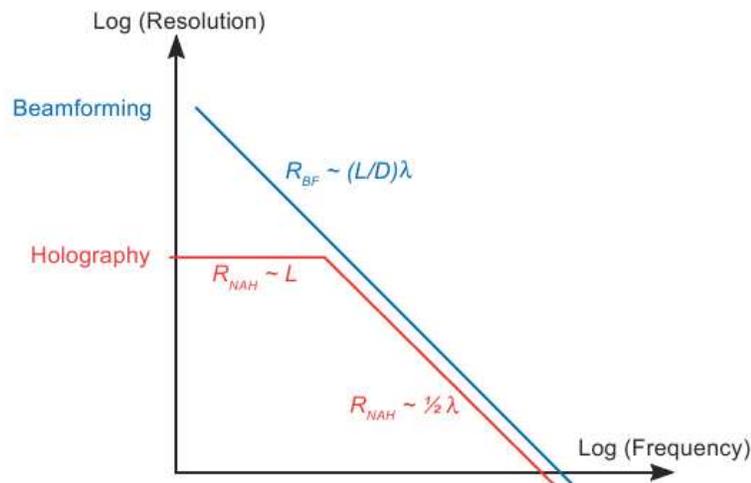


FIG. 1.4: *Diagramme de résolution en fonction de la fréquence des techniques de formation de voies et d'holographie (tiré de [44])*

La figure 1.4 résume les performances des deux techniques présentées ici en termes de résolution. Seule la technique d'holographie en champ proche permet de réaliser de l'imagerie à haute résolution, à basse fréquence. En revanche, à haute fréquence, la technique d'holographie

en champ proche nécessitant de placer l'antenne de mesure à une distance  $L$  (inférieure à la longueur d'onde) de la source à mesurer, la méthode n'est plus applicable, puisque la contribution des ondes évanescentes n'est plus mesurée. En d'autres termes, à haute fréquence, seule la méthode d'holographie classique est réalisable. La méthode de formation de voies, quant à elle, est limitée en résolution sur toute la bande fréquentielle de mesure.

### 1.7.1 Techniques d'imagerie et de focalisation par formation de voies

Le principe de fonctionnement du beamforming étant identique en émission pour la focalisation et en réception pour l'imagerie, la méthode sera décrite pour une situation d'imagerie de sources par beamforming.

Le principe commun à toutes les techniques de formation de voies est le suivant : le front d'onde émis par une source est reçu par une assemblée de capteurs, tout comme pour les techniques de retournement temporel. Ici, plutôt que de réaliser du filtrage adapté spatio-temporel, les signaux collectés sur les capteurs de l'antenne de mesure sont associés à des poids relatifs et à des retards de manière à « pointer » dans une direction de l'espace. Dans le cas du beamforming dans le domaine de Fourier, la méthode utilisée consiste en l'application de filtres spécifiques à chacune des transformées de Fourier des signaux reçus sur chacune des voies de l'antenne. Une réalisation simpliste et primaire du beamforming consiste uniquement en une ligne à retard analogique. Les poids relatifs et les retards associés aux voies permettent alors de déterminer une carte des champs de pression, en faisant varier ces poids et retards pour imager de manière précise le champ en une direction donnée [45].

Le beamforming, sous toutes ses formes, a l'avantage de réaliser une cartographie de sources de manière rapide en faisant varier la direction privilégiée de mesure grâce aux filtres appliqués aux transformées de Fourier des signaux mesurés sur l'antenne. Cette méthode est applicable sur une large gamme de fréquences, tant pour les signaux stationnaires qu'instationnaires. Par ailleurs, il est possible d'imager de grandes surfaces grâce au traitement par beamforming des signaux reçus par une antenne située en champ lointain. Cependant, la résolution  $R_{BF}$  de ces méthodes est dépendante de la longueur d'onde :  $R_{BF} \simeq 1.22 \frac{\lambda L}{D}$ , où  $L$  est la distance entre la source à imager et l'antenne de mesure,  $D$  la dimension caractéristique de l'antenne, et  $\lambda$  la longueur d'onde d'étude de la source [45] [46]. Par conséquent, à basse fréquence, les méthodes de beamforming (adaptatives ou non) possèdent une dégradation importante de leur résolution, ce qui empêche l'utilisation de celles-ci pour la cartographie de sources à basse fréquence. Pour finir, les approches de type beamforming fournissent des cartographies de sources non calibrées

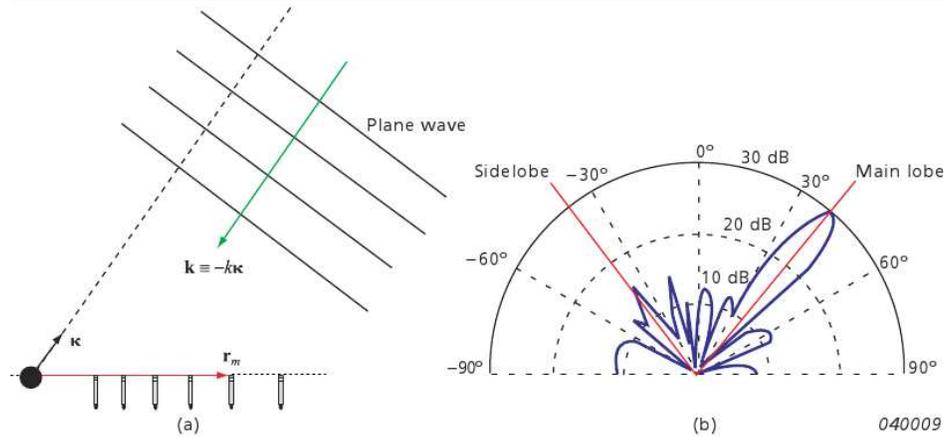


FIG. 1.5: (a) Une antenne de microphone reçoit une onde plane, de direction quelconque – (b) Diagramme de directivité, après beamforming des signaux reçus sur l’antenne (tiré de [46])

et dépourvues d’échelle [45] [44].

### 1.7.2 Techniques d’holographie acoustique en champ proche

Depuis 1950, l’holographie a connu de nombreuses applications et représente un outil de recherche et d’analyse extrêmement puissant [47]. Dans cette section, seules les techniques d’holographie en champ proche sont détaillées. Ces techniques, initialement présentées par Williams et al. [48], permettent de réaliser une imagerie à haute résolution et de faire des mesures efficaces et précises.

L’idée fondatrice des techniques d’holographie acoustique en champ proche est d’utiliser dans le domaine de Fourier l’équation d’Huyghens-Helmholtz, à partir d’une mesure du champ de pression acoustique sur une antenne bidimensionnelle de capteurs en champ proche. À partir de la connaissance du champ de pression dans ce plan, il est possible grâce à l’équation de Huyghens-Helmholtz et de la connaissance des fonctions de Green du système, de reconstituer le champ acoustique dans n’importe quel plan. En particulier, celui-ci peut être reconstitué à la surface de la structure à cartographier. La spécificité de l’holographie acoustique généralisée à haute résolution consiste en la mesure *en champ proche*. Cette mesure permet d’évaluer la contribution des ondes évanescentes présentes lors de l’émission par les sources à imager. C’est grâce à la mesure de ces informations contenues dans les ondes non propagatives que la méthode d’holographie acoustique en champ proche permet de réaliser de l’imagerie à haute résolution [49].

En effet, les techniques classiques d'holographie sont limitées en résolution par la demi-longueur d'onde [50]. Il est à noter que les techniques d'holographie acoustique en champ proche nécessitent la connaissance des fonctions de Green afin de réaliser la rétro-propagation holographique. Par conséquent, cette méthode, relativement lourde en terme de calculs, n'est pas applicable dans tous les milieux et doit être adaptée aux conditions de mesures. Cependant, malgré cette remarque, la méthode connaît un grand succès tant en milieu académique qu'en milieu industriel. En effet, de nombreuses améliorations et raffinements ont été apportés au cours des 20 dernières années. Par ailleurs, l'apparition de stations de calcul de plus en plus puissantes a permis à cette méthode impliquant pourtant des développements mathématiques lourds de voir émerger de nombreuses applications pratiques. La richesse de cette technique réside également dans sa capacité à obtenir de nombreuses informations sur le système imagé en une seule prise, telles que le champ de pression, la vitesse particulaire, et la directivité en champ lointain. Cette méthode est applicable tant pour des signaux stationnaires que pour des signaux transitoires, et fournit en temps réel une cartographie de ces paramètres acoustiques.

Il est à noter que, comme pour les raffinements à haute résolution des techniques de retournement temporel, c'est la connaissance ou la recréation de l'information contenue dans les ondes évanescentes qui permet d'obtenir une imagerie à haute résolution, non dépendante de la longueur d'onde. Il est d'ailleurs intéressant de voir que les méthodes d'holographie en champ proche nécessitent un matériel de mesure similaire à celui utilisé dans le cadre des expériences de retournement temporel. Cependant, le retournement temporel ne nécessite en aucun cas de connaître la fonction de Green du système pour fonctionner. En particulier, les techniques de retournement temporel fonctionnent particulièrement bien en milieu fortement hétérogène, en présence de nombreux diffuseurs, ou encore en environnement réverbérant. Ces cas de figures mettent en défaut les méthodes d'holographie en champ proche, où les fonctions de Green du système sont particulièrement difficiles à évaluer. Par ailleurs, il est essentiel de noter que la présence d'une antenne de mesure à proximité de la source émettrice pose des problèmes de diffraction sur la structure de l'antenne, qui perturbe le champ acoustique mesuré.

## 1.8 Bilan et Objectifs

À partir de cette analyse de l'état de l'art des techniques de focalisation et d'imagerie par retournement temporel et de deux autres techniques utilisées largement tant dans le milieu académique qu'en situation de mesure ou d'excitation en milieu industriel, médical ou militaire, il est possible d'en tirer les objectifs et les spécificités de cette thèse de doctorat.

Il convient de noter en premier lieu que les applications des techniques de retournement temporel sont essentiellement réalisées dans le domaine ultrasonore. Les lois de l'acoustique étant les mêmes dans le domaine audible, ces techniques sont adaptables à ce domaine d'application, tant en acoustique tridimensionnelle que pour le domaine des vibrations dans les structures. Cependant, malgré l'applicabilité de ces méthodes dans le domaine audible, il est essentiel de voir les spécificités propres à ce domaine de fréquences. En premier lieu, il est nécessaire de développer des techniques à haute-résolution. En effet, le rapport entre la taille des objets rayonnants et les longueurs d'ondes usuelles dans le domaine audible tendant vers l'unité, il est impensable de développer une technique de focalisation ou d'imagerie acoustique et vibratoire limitée par les effets de diffraction. Par conséquent, le puits à retournement temporel sera adapté aux spécificités du domaine audible, tant en ce qui concerne ses capacités de super-résolution que la non réversibilité des transducteurs utilisés pour la mesure du champ direct et l'émission du champ rétropropagé.

Par ailleurs, l'outil de puits acoustique n'est que peu documenté et n'a à ce jour été mis en œuvre que dans des situations à haute fréquence. En effet, l'état de l'art avant 2005 démontre que le puits à retournement temporel n'a été réalisé expérimentalement qu'une fois, dans le cadre de focalisation super-résolue d'ondes de Lamb dans une cavité ergodique de silicium. Par conséquent, il est nécessaire d'adapter les méthodes de puits à retournement temporel pour réaliser, grâce à ce principe physique, un système d'imagerie et de cartographie de sources actives acoustiques et vibratoires. Nous verrons au cours des chapitres 4 et 5 de cette thèse que la méthode proposée dépasse les méthodes de beamforming en terme de résolution, et apporte une alternative aux méthodes d'holographie en champ proche.

Pour finir, afin de fournir un outil de focalisation et d'imagerie complet, il est indispensable de le rendre le plus flexible possible. Le retournement temporel est une méthode auto-adaptative ayant fait ses preuves en milieu inhomogène, dispersif, ou réverbérant, où de nombreuses autres méthodes échouent. Le puits à retournement temporel est un outil qu'il apparaît nécessaire de développer dans le domaine audible, et de présenter à la communauté scientifique et industrielle comme un nouvel outil d'imagerie non invasive de sources à haute résolution, puisqu'avant cette thèse de doctorat, aucune publication scientifique ne faisait état de son utilisation pour l'imagerie acoustique et vibratoire.





## CHAPITRE 2

### FOCALISATION ACOUSTIQUE À HAUTE RÉOLUTION DANS LE DOMAINE AUDIBLE



FIG. 2.1: *Dispositif expérimental de focalisation par retournement temporel à 42 haut-parleurs dans la chambre réverbérante*

## 2.1 Introduction

Dans ce chapitre, articulé autour de la première publication (*Acta Acustica United with Acustica* **93**, pp. 706–715, 2007), nous traitons de l’adaptation au domaine audible des techniques de puits à retournement temporel pour réaliser de la focalisation acoustique à haute résolution dans le domaine audible.

Dans une première section, la publication est reproduite intégralement (une traduction en français de la publication est disponible en Annexe). Les spécificités du puits à retournement temporel à basse fréquence sont détaillées. Dans une section complémentaire, les résultats obtenus expérimentalement sont complétés par une analyse des capacités de résolution du puits à retournement temporel. Nous discuterons également des limites de cette mise en œuvre expérimentale et de l’influence du caractère réverbérant du milieu de mesure. À partir de ces résultats et de cette analyse, nous introduisons le concept de puits *numérique* à retournement temporel, qui est développé dans les chapitres 3 et 4 de la thèse.

## 2.2 Focalisation acoustique dans le domaine audible grâce à un puits à retournement temporel

# Subwavelength Sound Focusing using a Time-Reversal Acoustic Sink

*Éric Bavu, Charles Besnainou, Vincent Gibiat, Julien de Rosny, and Mathias Fink*  
Acta Acustica United with Acustica **93**, 706–715 (2007)

### 2.2.1 Abstract

Time-reversal mirrors (TRM) have been developed since 1986 in order to focus ultrasonic transient waves in complex media. In the last few years, the properties of TR of acoustic fields have been studied in many different areas. Nevertheless, few applications of TR have been developed in audible range acoustics. The aim of this paper is to demonstrate the concept of time-reversal acoustic sink (TRAS) in audible frequency regime, in order to overcome the diffraction limit imposed by the TRM focusing. The major difference between the TRAS and TRM experiments in ultrasonics and audible range is the ratio between the wavelength and the size of the transducers and objects on which the focusing is achieved. The audible range experiment are lead in Fresnel field (near field), whereas the ultrasonic experiments are lead in Fraunhofer field (far field). We present the first experimental results with a TRAS in this frequency range. The focusing behaviour in a reverberation room using different transient sounds and frequency domains are investigated and discussed, showing that one can take advantage of reverberation in order to achieve subwavelength sound focusing using a single-element TRM. We report that a focal spot of a seventh of a wavelength has been recorded using the TRAS techniques in audible range, compared to the half wavelength obtained with normal TRM processing. A promising application of a numerical TRAS-method in acoustic imaging and localization of acoustic and vibrational sources is presented.

### 2.2.2 Introduction

Focusing a wave through an inhomogeneous medium is an important problem in acoustics. This problem is studied in domains such as non destructive control, medical therapy and imaging, underwater acoustics, communication, and sound field reconstruction. From a theoretical point of view, the ability to create a focusing soundfield in a finite volume is directly linked to the characteristics of the propagation medium [51]. Their properties are *a priori* unknown and complex, thus requiring focusing to be adaptive. To achieve this focusing objective, current approaches often consider modeling the properties of the propagation medium [51]. Other signal-processing approaches are based on Huyghens principle [52] [53]. Early studies have also been

carried out in underwater acoustics [54] using matched-signal processing. The focusing can also be achieved by using a time-reversal mirror (TRM), made from an array of colocalized sensors (microphones) and emitters (speakers). The array of sensors allows the acoustic pressure to be sampled in space, and a time-reversed field can be re-emitted by the speakers in order to focus a wave on a target. A time-reversed wave produced by a TRM backpropagates and focuses at the initial source position by compensating the medium inhomogeneities. However, because this focusing is an interference phenomenon, the focal spot produced by time-reversal (TR) cannot be smaller than half a wavelength, even if the source is point-like. This work on a self-adaptive method is based on the ultrasonic TRM first developed by Fink *et al.* [5], but the essential difference is the use of Fresnel field in audible range instead of the Fraunhofer field in ultrasonics.

Time-reversal focusing techniques are widely developed in ultrasonics, but they have been rarely used in audible acoustics; noise source detection and focusing [55] using a TRM has been developed, and TRM methods have been experimentally studied and compared to classical time-delay lines for communication purposes [56].

The time-reversal mirror method is based on time-reversal invariance applied to the acoustic wave equation in a non-dissipative medium and on the Huyghens principle [57]. Within the range of sonic and ultrasonic frequencies, adiabatic processes dominate [27]. Thus, in a non-dissipative, heterogeneous propagation medium, the acoustic wave equation is time-reversal invariant. In time-reversal process, the backpropagating, convergent wave focuses back and collapses on the initial position of the point-like source, compensating the inhomogeneities. But, due to energy conservation, a divergent wave appears as soon as the convergent wave reaches the focus. This apparently breaks the TR symmetry because this divergent wave does not correspond to any convergent wave in the forward propagation. Cassereau *et al.* [18] raised this problem by studying the TR wave near the focus. They showed that the interferences between the convergent wave and the divergent wave result in a diffraction size-limited focal spot that cannot be smaller than half a wavelength even if the initial source dimensions are much smaller. This result confirms diffraction theory which states that in an homogeneous medium without source, the shortest spatial wave field fluctuations are half a wavelength [19].

In order to avoid any diffraction phenomenon, one should suppress the divergent wave resulting from the energy conservation in the TR backpropagating process. This can be done by emitting the TR field simultaneously to the TRM emission, from the initial source position during the TR process; the exact symmetric situation is then reproduced. In the forward pro-

propagation, the acoustic field values are not only determined by the values at the boundaries, but also by the initial source emission which creates a space singularity. In classical TRM methods, the initial source is removed. This removal implies that the TRM emission does not re-create exactly the reverse situation of forward propagation. By re-emitting the TR field from the initial source position in the backward propagation, the initial source becomes an "antinoise" source that interferes with the divergent waves ; this acts as an acoustic sink that absorbs the convergent waves at the focus [23], and provides an exact reverse situation of the forward propagation.

In this paper, we present the first experimental realization of an audible range TRAS. We show that the diffraction limit imposed by the classic TRM method can be overcome using the TRAS. All the results theoretically proved [23] are experimentally tested, and we show that a focal spot of size  $\lambda/7$  can be obtained when the TRAS antinoise source is operating. The acoustic focusing results obtained in a reverberation room are compared to the theory. Both classical TRM focusing methods and TRAS focusing methods are presented in order to compare their efficiency in both time and space domains. The focal spot size are studied at different frequencies. This study provides the proof that the experimental TRAS focal spot corresponds to the physical aperture of the antinoise source.

In addition, we propose an application under development in our research project. This application has the advantages of the experimental TRAS and overcomes the problems of the experimental TRAS. This application involves a numerical time reversal acoustic sink, allowing to achieve high-resolution vibrational and acoustic imaging and localization of unknown sources using a simulated backpropagation TRAS process in a fictive media.

### 2.2.3 Time Reversal and Acoustic Sink Theory review

#### 2.2.3.1 *The Time Reversal Mirror : acoustic field structure*

In a non-dissipative, heterogeneous propagation medium of compressibility  $\kappa(\vec{r})$  and density  $\rho(\vec{r})$ , the pressure field  $p(\vec{r}; t)$  satisfies the acoustic wave equation, which is time-reversal invariant. This means that for every wave  $p(\vec{r}; t)$  solution of the wave equation, the time-reversed wave  $p(\vec{r}; -t)$  is also a solution : the wave that precisely retraces the backward path physically exists.

From Huyghens principle, in any acoustic propagation experiment, the boundary conditions

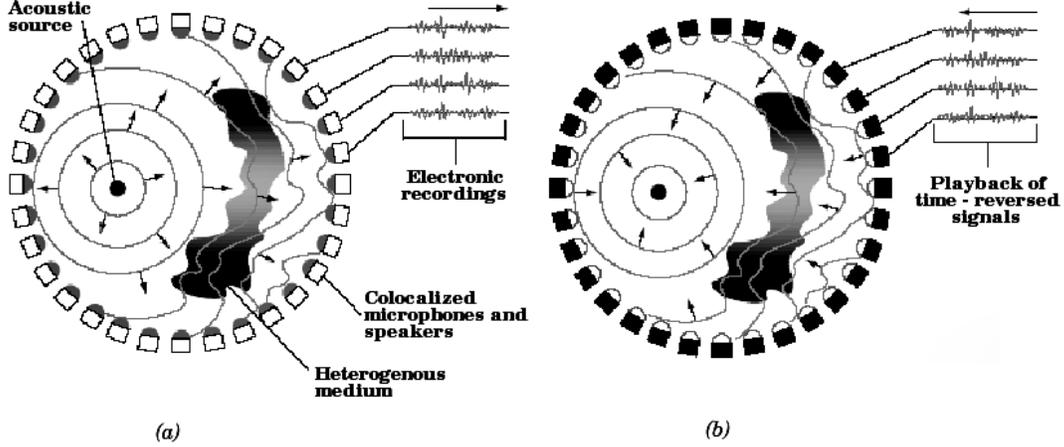


FIG. 2.2: (a) *Recording step* : a point-like source generates a wave front that is distorted by inhomogeneities. The distorted field is recorded by microphones on the surface surrounding the space. (b) *Reconstruction step* : The recorded signals are time-reversed and re-emitted by the speakers. The time-reversed pressure field backpropagates and refocuses exactly on the initial source.

and the Green's functions determine a unique solution  $p(\vec{r}; t)$  in the medium [19] [58]. The goal of TR experiments is to generate the reverse field  $p(\vec{r}; T - t)$  by modifying the boundary conditions,  $T$  being the time recorded by the TRM. Furthermore, according to Shannon's space sampling theorem, there's no need to know either the acoustic field or the Green's functions everywhere on the surface, but they can be sampled every half wavelength [57] [59]. The time reversal process is presented on Figure 2.2.

During the reconstructing step of the TR process, TR signals are re-emitted by the speakers on the control surface. Due to these emissions on the boundaries of the considered space ( $V$ ), a TR pressure field propagates into the medium enclosed in ( $V$ ). This TR reconstructed pressure field can be calculated using the kernel distribution  $K$  [27]. For simplicity in our demonstration,  $T$  is suppressed in all equations and  $f(T - t) = f_T(-t)$ . In an isotropic, three-dimensional, and homogeneous medium, the Kernel distribution  $K$  corresponds to two impulse spherical waves that respectively converge to and diverge from the initial source position,  $\vec{r}_0$  [18], [12] :

$$p_{TRM}(\vec{r}; t) = G(\vec{r}, \vec{r}_0; -t) * f_T(-t) - G(\vec{r}, \vec{r}_0; t) * f_T(-t) \quad (2.1)$$

Thus, equation (2.1) can be interpreted as follows : the TR field emitted by the speakers on surface ( $S$ ) surrounding the medium is the superposition of incoming and outgoing waves, cente-

red on initial source position  $\vec{r}_0$ . The initial convergent wave ( $G(\vec{r}, \vec{r}_0; -t) * f_T(-t)$ ) collapses at  $\vec{r}_0$  and is always followed by a divergent wave ( $-G(\vec{r}, \vec{r}_0; t) * f_T(-t)$ ), because of energy conservation (in equation (2.1), we assume that the Green's functions equal to 0 for  $t < 0$ ) . These equations are given for any kind of medium and frequency domain and provide a modelization of the structure of a TR acoustic field with classical TRM methods illustrated in Figure 2.3.

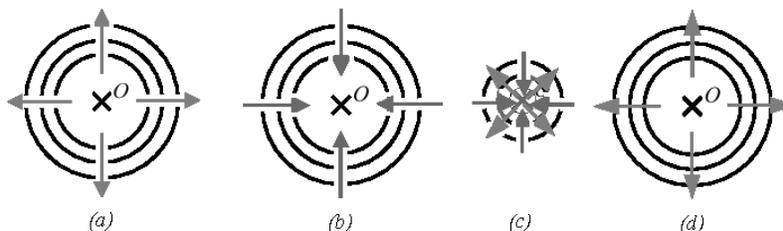


FIG. 2.3: Schematic description of the time-reversed field : (a) Emission and recording step : a point-like source emits a divergent wave – (b),(c),(d) : Structure of time-reversed reconstructed acoustic field – (b) : Strictly convergent wave – (c) Collapse, formation of the divergent wave interfering with the converging one – (d) Strictly divergent wave

Although both spherical converging and divergent waves show a singularity at the origin, the TR has a finite value for any value of  $t$  and  $\vec{r}$  [18]. During the reconstructing step, the initial source remains passive. Therefore, no spatial discontinuity is present during this step. The two wavefronts (diverging and converging) overlap near  $\vec{r}_0$  and interfere, leading to a maximal available resolution for this focusing process. The focus point cannot be smaller than  $\lambda/2$ . These results are valid in any kind of non-dissipative media and do not depend on the shape of the surface  $S$ , provided that this surface is space-sampled by transducers with respect to the Shannon space sampling theorem.

### 2.2.3.2 Time Reversal Acoustic Sink theory

Time Reversal Acoustic Sink (TRAS) concept was first introduced by Fink *et al.* in 2000 [27]. In this paper, the authors analyse the apparent failure of the TR operation by looking at the emission of the initial source. During the second step of an ideal time-reversed experiment, the initial active source, that injects some energy into the system must be replaced by a sink, that absorbs all arriving energy without reflecting it. Realizing such a sink in the propagation medium would reduce the size of the focal spot below diffraction limits.

Equation (2.1) provides a simple way of creating this TRAS. Indeed, TR symmetry seems

to be broken because of the creation of a divergent wave from energy flux conservation. Still, by emitting at the location of the initial source  $\vec{r}_0$  the signal  $f_{T+t_0}(-t)$ , simultaneously to the TRM emission ( $t_0$  being chosen in order to suppress the divergent wave following the collapse by destructive interference), the exact time-reversed field can be reconstructed by introducing the same space singularity. The active source emitting  $f_{T+t_0}(-t)$  acts then as an "antinoise" source. Indeed, the field emitted by the TRM superposed with the field  $p_{AS}$  emitted at the right time by the antinoise source located at  $\vec{r}_0$  re-creates the exact time-reversed field (provided that the point-like antinoise source is exactly located at  $\vec{r}_0$ ) :

$$\begin{aligned}
p_{TRAS}(\vec{r}; t) &= p_{TRM}(\vec{r}; t) + p_{AS}(\vec{r}; t) \\
p_{AS}(\vec{r}; t) &= G(\vec{r}, \vec{r}_0; t) * f_T(-t) \\
\Rightarrow p_{AS}(\vec{r}; t) &= G(\vec{r}, \vec{r}_0; -t) * f_T(-t) = p(\vec{r}; T - t)
\end{aligned} \tag{2.2}$$

Consequently, by introducing a point-like antinoise source at position  $\vec{r}_0$ , the divergent wave that apparently broke the time-reversal symmetry in the classic TRM methods has been suppressed. The diffraction limit is therefore suppressed in the focusing process, and the focal point can be much smaller than diffraction limits. As shown in equation (2.2), the field emitted by the TRAS creates the same singularity in space as the one created by the initial emission. The antinoise source acts as a device that absorbs all arriving energy without reflecting it. Thus, the TRAS provides a method to focus an acoustic wave with an infinitely small resolution, as long as the antinoise source is point-like.

In real experiments, the antinoise source has a finite dimension. We experimentally show in Section 2.2.5 that the size of the focal spot created using the TRAS corresponds exactly to this finite dimension. Nevertheless, TRAS techniques still provide a method to create focal spots much smaller than half a wavelength.

### 2.2.3.3 Time reversal and audible range specificities

From a theoretical point of view, time reversal techniques are exactly the same in audible and ultrasonic ranges. Nevertheless, there are some important differences between the experimental techniques in these two frequency domains. The most important difference is the ratio  $R$  between the wavelength and the objects size studied or the transducers themselves. In audible range, the order of magnitude of this ratio is 1. The acoustic field is thus a Fresnel field when

experimenting time reversal in audible range, whereas the field is a Fraunhofer field when experimenting in ultrasonics (*i.e.*  $R \ll 1$ ). Furthermore, in the audible range, the electro-acoustical response of transducers cannot be neglected like it is classically done with ultrasonic transducers. These electro-acoustical responses have to be compensated during the TR process using digital filters. These differences, among others, make the audible implementation of time reversal experimentally difficult, explaining partially the fact why so few time reversal experiments have been carried out in this frequency domain.

#### 2.2.4 Experimental setup : material and methods

Classical focusing experiments and TRAS experiments have been performed in a damped hexagonal room (room A) of edge 1.1 m and a parallelepipedic reverberating room (room B,  $5 \times 6 \times 3 \text{ m}^3$ ) in order to compare the behaviour between these two environments. Above 200 Hz, room A has a flat frequency response and a reverberation time of 0.05 s [60] for frequencies above 200 Hz. Room B has a reverberation time of 3 s [55]. Although TR is an adaptative method, it is interesting to compare the influence of the room environment on the spatio-temporal focusing achieved using a TRM and a TRAS.

In room A, the TRM is made of 12 small power-supplied electret condenser omni-directional microphones (from 50 Hz to 16 000 Hz), colocalized with 12 STUDER A3 loudspeakers. The 12 speakers are suspended on a structure that encircle the room. The distance between the transducers is 1 m. The microphones and speakers are driven by a computer using an optical soundcard and external 24-bit DA/AD full-duplex RME ADI-8 Pro converters. The sampling frequency is 44 100 Hz.

The initial source and the antinoise source used in the TRAS is a Brüel & Kjær Omnisource. It is a very compact omnidirectional sound source involving only one loudspeaker (see Figure 2.4), that presents a much smoother directivity diagram than traditionnal omnidirectional sources. The directivity measurements agree very well with a simple model of a piston located at the aperture and vibrating uniformly in an otherwise rigid object [61]. The size of the piston is shown to correspond to the source's aperture (85 mm). In both rooms, the time-reversed acoustic field is recorded by a Brüel & Kjær free-field 1/2" condenser microphone mounted on a one-dimensional motor bench, allowing us to scan the acoustic field in space and time. In the following, this microphone is called the "reference microphone".

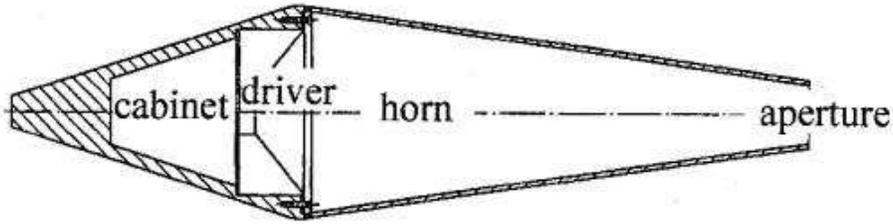


FIG. 2.4: *The Brüel & Kjær Omnisource prototype (diameter : 85 mm). This source is used in our experiments as initial and antinoise source.*

In reverberating room B, the TRM is made of 43 digital emitters coupled to 43 similar wooden-boxed loudspeakers, spaced by 15 cm. The transducers can easily be moved in the room, and they are driven by a 1200 kbyte memory through a 10-bit DA/AD converter, operating at a sample frequency of 20 000 Hz, allowing storage of 6 s of signal. The 43 transducers work simultaneously, and all the signals are transferred to a computer which drives the filtering and time-reversal process.

In these two rooms, focusing experiments using a simple TRM or the new audible TRAS technique have been performed for several frequency domains and acoustic waves. The results are presented in the following Section 2.2.4.

## 2.2.5 Results and discussion

The sound focusing has been experimented in the two rooms presented in Section 3, using classical TRM techniques and TRAS techniques. This study allows one to compare the spatio-temporal focusing behaviour between these two different environments. Though TR techniques are adaptive, this study aims at showing the influence of the room on sound focusing quality and experimental setup for TRM and TRAS techniques in both temporal and spatial domains.

### 2.2.5.1 Taking advantage of reverberation

In this section, the focusing of an audible signal in both rooms is discussed. The initial source emits a transient signal, whose spectrum is given by a Blackmann window centered at  $f_0$  with a frequency band width  $\Delta f = 3000$  Hz. (see Figure 2.5)

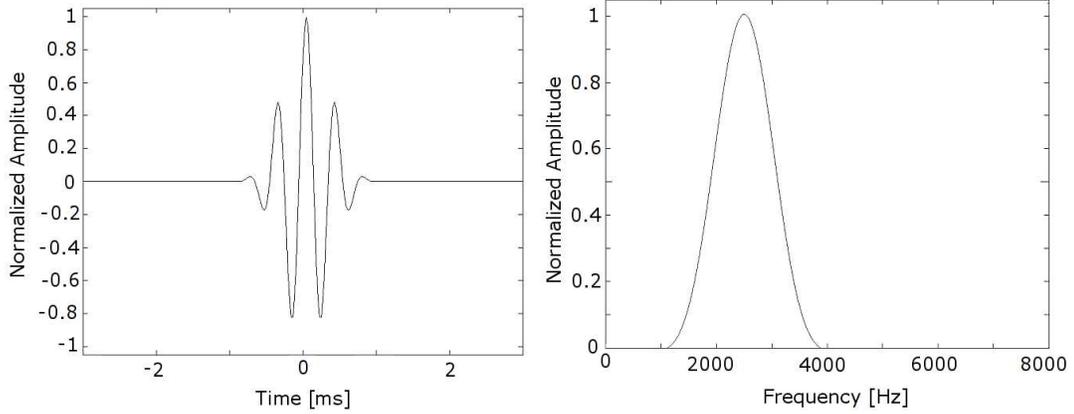


FIG. 2.5: *Time (left) and frequency domain (right) representations of a typical signal emitted by the initial source. Here,  $\Delta f = 3000$  Hz and  $f_0 = 2500$  Hz.*

This kind of signal has been chosen for its strong spectral "color", which allows a precise study of the focusing quality variations in respect to the central wavelength. Furthermore, it is proven that the larger the bandwidth of the initial signal, the higher the signal to noise ratio for the time-reversed signal [26] [62].

The signal is emitted by the initial source placed at the center of the room. The pressure field is recorded on the surrounding surface ( $S$ ) by the microphones. The signals recorded are then filtered to compensate the microphones and loudspeakers frequency responses<sup>1</sup>, and time-reversed. The filtering is computed by measuring each electro-acoustical response of all transducers and by compensating those responses with digital filters during the time-reversal process. The time-reversed signals are then re-emitted by the loudspeakers, and recorded by the reference microphone mounted on the measurement bench, giving access to the spatio-temporal variations of the focused acoustic field. The measurement bench was in place during the forward propagation, and the initial source is left in place during the backward propagation, in order not to make any physical changes between the original forward propagation and the TRM transmissions. This experiment has been reproduced for  $f_0 \in [2000; 5500]$ Hz, every 500 Hz and for several measurement bench positions, hence allowing one to draw a two-dimensional map of the acoustic intensity ( $p^2$ ).

Figure 2.6 shows the spatial scan of the acoustic intensity measured by the reference microphone for  $\Delta f = 3000$  Hz and  $f_0 = 2500$  Hz achieved in damped room A. This intensity is measured at the exact time of collapse, and the measurements are not time-averaged. In all figures showing spatio-temporal scans in the following, the origin of the space-coordinates axis

<sup>1</sup>in the audible range, electro-acoustical response of transducers cannot be neglected

is chosen to be the position of the initial source.

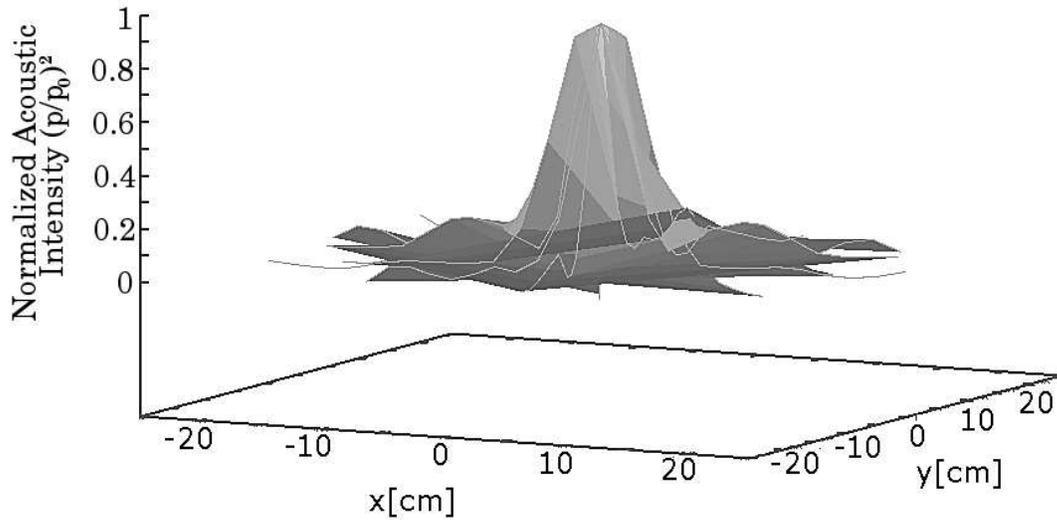


FIG. 2.6: *Acoustic Intensity spatial scan of the focused wave at collapse time using the TRM in damped room A. The horizontally plan represents the spatial coordinates of the reference microphone. Vertically and in grayscale is represented the acoustic intensity (arbitrary units).  $\Delta f = 3000$  Hz and  $f_0 = 2500$  Hz. Space sampling : 2 cm*

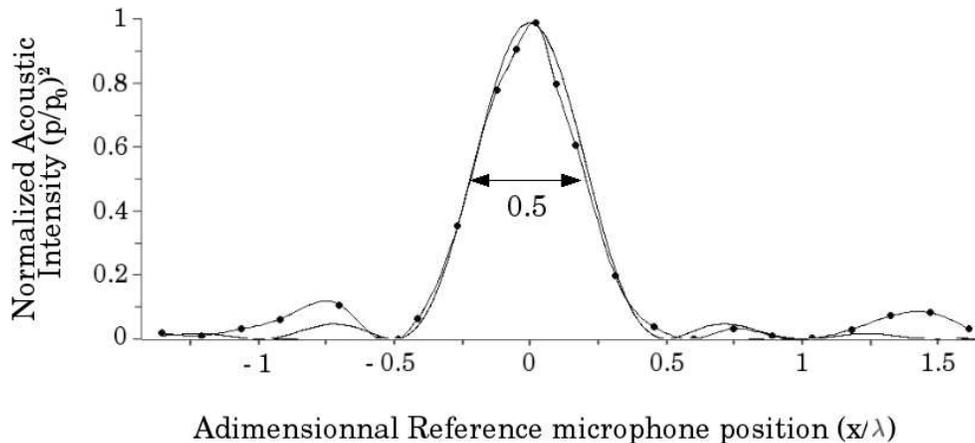


FIG. 2.7: *Acoustic Intensity spatial scan of the focused wave at collapse time using the TRM in damped room A. This figure corresponds to the transverse section of Figure 2.6. – Dotted line : experimental results – Solid line : theoretical model.*

Figure 2.7 is a transverse section of the 3-D diagram presented Figure 2.6. On these two figures, one can observe the strong principal lobe corresponding to the focal point. This focal spot is surrounded by several secondary spatial lobes. These sidelobes levels are shown to depend both on the frequency bandwidth and on the number of transducers [63]. The theoretical acous-

tic intensity has been drawn Figure 2.7. This curve is computed from the spectral distribution of the focused signal. The theoretical prediction has been made considering a transducer every half wavelength and a monochromatic signal and corresponds to a Bessel distribution. As less transducers were used in the TRM, the experimental sidelobes are higher than the theoretical ones, but the experimental result remains satisfying.

Nevertheless, according to Draeger et al. [26] [62], a reverberant environment presents several advantages towards TR focusing, especially concerning spatial compression and the number of transducers to be used in the TRM device in order to achieve a high-quality sound focusing. Reverberation creates virtual TRM sources that contribute to the reconstruction of the back-propagating wave, though virtually extending the TRM size and increasing effective number of transducers.

To examine these reverberation effects, we conducted additional experiments with a variable number of loudspeakers. In these experiments, the technique takes advantage of spatial reciprocity. Instead of emitting a sound with the initial source located at position  $\vec{r}_0$  and recording it simultaneously on the  $N$  microphones, the same sound is emitted consecutively on each loudspeaker and recorded on the reference microphone located at position  $\vec{r}_0$ . This application of the spatial reciprocity theorem allows one to use only one reference microphone and  $N$  loudspeakers, instead of  $(2N + 1)$  transducers (see Figure 2.8).

Figures 2.9 and 2.10 show typical results of spatio-temporal focusing experiments in reverberating room B (the focused signal in both experiments has a Blackmann windowed spectrum with  $f_0 = 3500$  Hz and  $\Delta f = 6895$  Hz =  $1.97f_0$ ).

Figure 2.9 shows the normalized acoustic intensity  $(\frac{p}{p_0})^2$  focused by a 43-loudspeakers TRM, plotted versus time and space coordinates, showing a very accurate time compression, high-quality space focusing, and a high peak to sidelobe ratio (PSR)<sup>2</sup>. This result is directly linked to the fact that time-reversal is both a spatial [64] and temporal [30] matched filtering.

Figure 2.10 shows the normalized acoustic intensity  $(\frac{p}{p_0})^2$  focused by a single-loudspeaker TRM and a 43-loudspeakers TRM, plotted versus time (at focal point) and space coordinates

---

<sup>2</sup> $PSR = MainLobeLevel/SideLobesLevel$

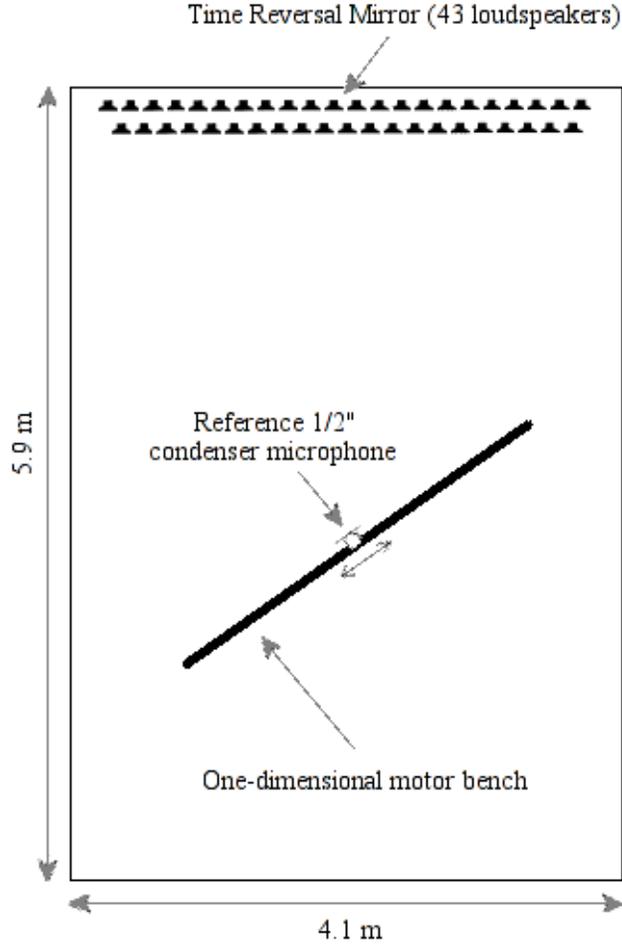


FIG. 2.8: *Experimental setup in reverberating room B.*

(at collapse time). On this figure, one can notice that the spatio-temporal focusing achieved is still good using only one transducer (though less smooth than with 43 loudspeakers), with a lower PSR in both spatial and time domains confirming that the PSR is related to the number of transducers (real or virtual) composing the TRM [62].

The results show the same space focusing resolution and time compression than with 43 transducers. The space focusing resolution is highly consistent with theory and equals to half a wavelength. The time compression obtained in this reverberant environment is also the same as the signal emitted by the initial source, confirming the high-quality focusing quality in both space and time domains.

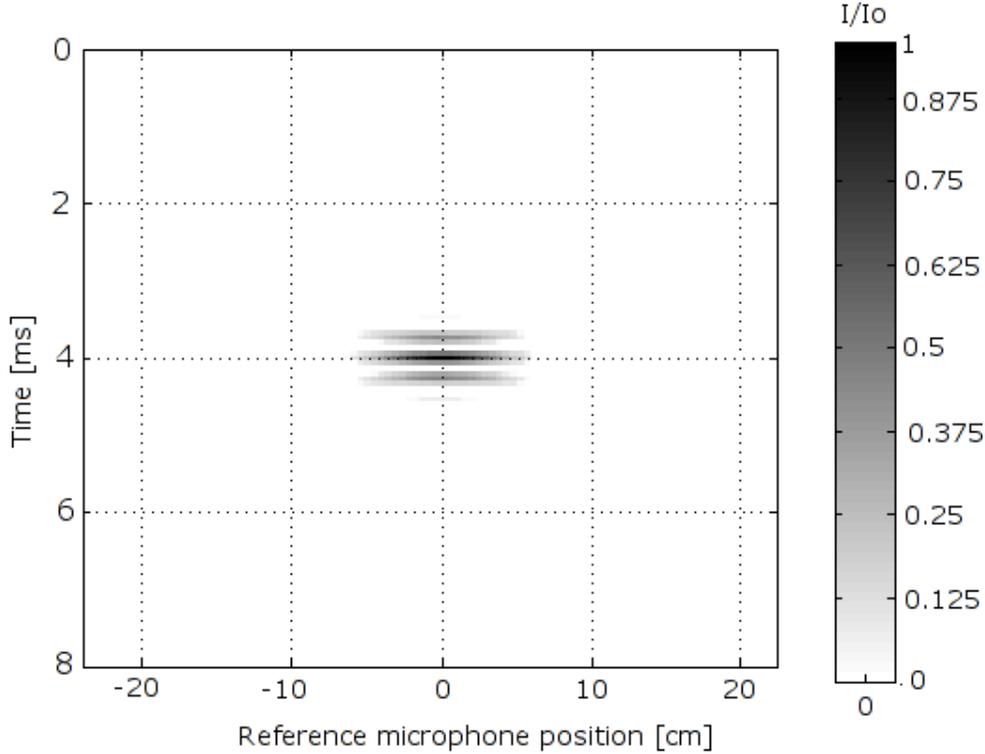


FIG. 2.9: Normalized acoustic intensity  $\frac{I}{I_0} = \left(\frac{p}{p_0}\right)^2$  (grayscale) of the spatio-temporal focusing pattern in reverberating room B using 43 loudspeakers.  $f_0 = 3500$  Hz and  $\Delta f = 1.97 f_0$

The comparison between room A and room B provides two general results ; the time reversal process takes advantage of reverberation by creating some virtual transducers and enhancing the focusing quality, thus allowing to achieve a high quality spatio-temporal focusing using a small number of transducers. In a more general way, the TRM focusing achieved in reverberating room B appears to provide better spatial focusing ; in space domain, the focusing achieved in the reverberating room appears to show a much smoother and much lower sidelobes level (the sidelobes level depend both on the signal bandwidth and on the number of transducers [63]). But, in time domain, a damped environment provides better temporal focusing<sup>3</sup> ; in a reverberating room, the first coherent reflections are time-reversed and focused, hence producing higher temporal sidelobes and contributing to a temporal noise surrounding the transient sound.

The fact that a good quality spatio-temporal focusing can be achieved in reverberating room B using a single-loudspeaker TRM confirms the results presented by Draeger *et al.* on ultrasounds [26] : the information contained in the reflections of the wave field coming from a single

<sup>3</sup>Résultat non présenté dans l'article publié, mais disponible dans ce manuscrit à la figure 2.16

source is sufficient to re-create a focusing TR wavefield in a closed ergodic cavity. The reverberating room used in these experiments is slightly different from this ideal case. However, similarities with the results of Draeger *et al.* can be established. In this case, the reverberation of the room creates virtual sources contributing to the focusing : all the virtual sources information is contained in the diffuse field recorded. The room allows then to focus efficiently an acoustic wave using only a microphone and a single loudspeaker.

These results show that the reverberating environment of room B provides higher quality sound focusing using fewer transducers than in damped room A. Even with only one loudspeaker and one microphone placed at an arbitrary position in room B, a good-quality sound focusing at

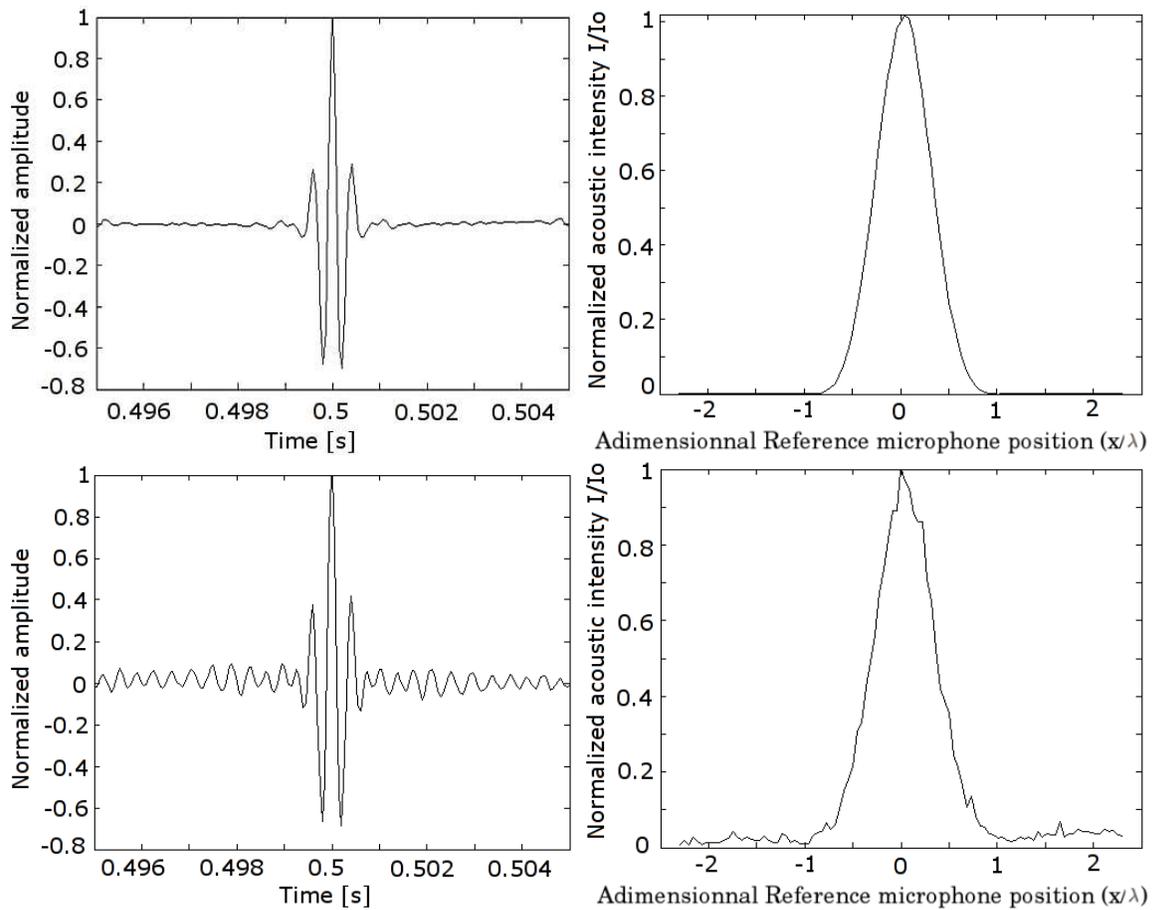


FIG. 2.10: Time representation of the signal received by the reference microphone at focal point (left) and normalized acoustic intensity  $\frac{I}{I_0} = \left(\frac{p}{p_0}\right)^2$  spatial scan of the focused wave at collapse time (right) in reverberating room B using a 43-loudspeaker TRM (top) and a single-loudspeaker TRM (bottom).  $f_0 = 3500$  Hz and  $\Delta f = 1.97 f_0$

another position can be achieved. In the following, we will present the focusing obtained with a 43-loudspeakers TRM and TRAS in the reverberant environment because this situation allows the highest focusing quality and backpropagating wave reconstruction.

### 2.2.5.2 TRM focusing in a reverberating room

It is interesting to consider the dependance of the focal width with respect to the central wavelength of the focused signal. The transient signal focused presents a strong spectral component at  $f_0$ , allowing to study the size of the focal spot versus central wavelength. According to theory, the focal spot size obtained is larger than  $\lambda/2$ . In order to reach this limit of resolution, one has to use a point-like initial source and sufficient space sampling for the transducers on surface ( $S$ ).

The focusing achieved with a 43-loudspeaker TRM in room B has been reproduced for  $f_0 \in [500; 3500]$ Hz and  $\Delta f = 1.97 f_0$ . The focal point width versus central wavelength for a 43-loudspeakers TRM is plotted in Figure 2.11. This figure shows that the ideal half wavelength spatial resolution cannot be surpassed using the TRM in room B, according to theory. Here, the space sampling is equal to  $\lambda/2$  and the number of (virtual and real) transducers is sufficient thanks to reverberation. Even if the source used in the TRM is not point-like, the spatial focusing corresponds very well to the ideal theoretical case and even reaches and follows the ideal limit  $\frac{\lambda}{2}$ .

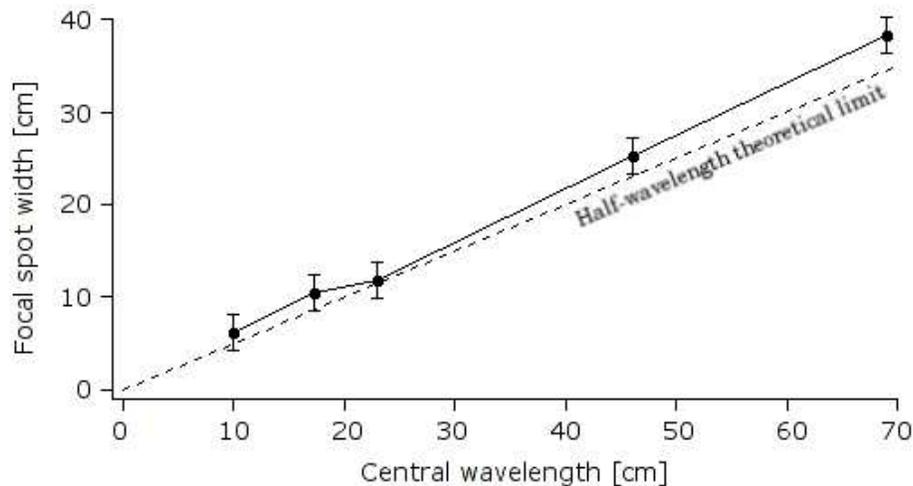


FIG. 2.11: Focal spot width versus central wavelength using the 43-loudspeakers TRM in reverberating room B : experimental (solid line) and ideal theoretical size (dashed line)

Nevertheless, considering that these experiments are achieved in low-frequency audible range, it would be interesting to obtain subwavelength focusing. In this frequency range, the ratio between the wavelength and the objects that could be studied in non-invasive excitation applications is close to one. Thus, in many applications in non-destructive / non-invasive control and localized excitation of vibrating structures, subwavelength high-resolution focusing is required.

### 2.2.5.3 High resolution subwavelength focusing in a reverberating room using TRAS

The same signals are focused using TRAS. The initial source is still simulated using the space reciprocity theorem. The real antinoise source (one of the 43 channels previously used in the TRM) is placed at the initial source position,  $\vec{r}_0$  during the initial forward propagation and the backward propagation in order not to make any physical changes between the original forward propagation and the TRAS transmissions. The antinoise source emits the time-reversed initial signal  $f_{T+t_0}(-t)$  simultaneously to the time-reversed field created by the other 42 loudspeakers composing the TRM during the backward propagation. This process suppresses the divergent wave following the collapse.

The antinoise source is placed at the virtual initial source position,  $\vec{r}_0$  and emits the time-reversed initial waveform  $f_{T+t_0}(-t)$  in order to destructively interfere with the divergent wave following the collapse.

A typical result is shown in Figure 2.12. This figure shows the normalized acoustic intensity  $(\frac{p}{p_0})^2$  focused by the TRAS, plotted in three dimensions, versus time and space coordinates, for  $f_0 = 750$  Hz and  $\Delta f = 1.97f_0$ . On this figure, one can notice that the good time compression corresponding to the transient sound focused, and that the space focusing is very efficient. One can observe that the spatial sidelobes disappear from the focusing diagram. In fact, the antinoise acts as a divergent wave canceller : it "absorbs" all the convergent wave by interfering with the divergent wave following the collapse, thus allowing to re-create the TR image of the source emission. In this experiment, the focal spot size equals to 82 mm, wavelength being equal to 460 mm, thus achieving a  $\lambda/5$  focusing, and confirming the fact that the TRAS methods allows to overcome the diffraction limit. Consequently, the TRAS is a high-quality method to produce a subwavelength focusing wave.

The experiment has been reproduced for several central frequencies,  $f_0 \in [500; 3500]$  Hz, in order to study the space focusing dependance on wavelength. The best focusing quality is obtained for  $f_0 = 500$  Hz, as shown in Figures 2.13 and 2.14. Figure 2.13 shows the normalized

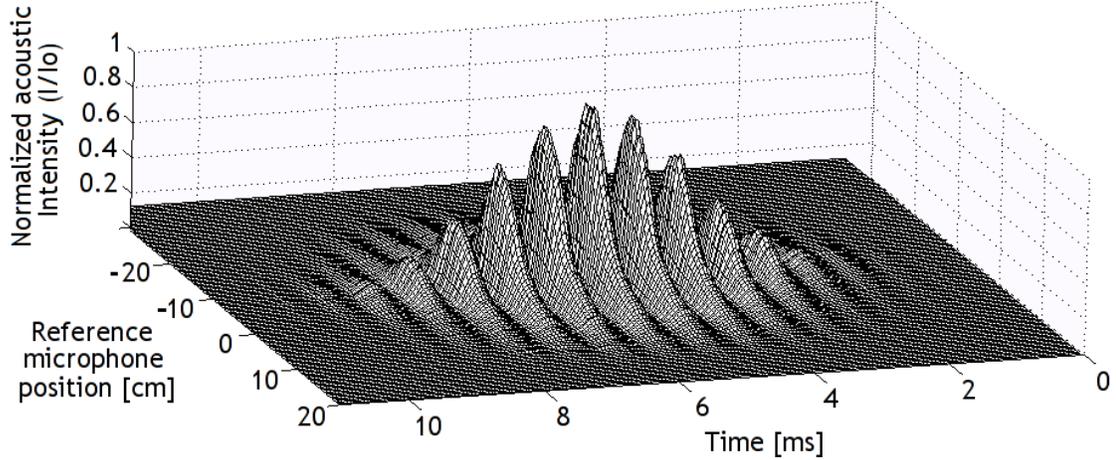


FIG. 2.12: Normalized acoustic intensity  $\frac{I}{I_0} = \left(\frac{p}{p_0}\right)^2$  of the spatio-temporal focusing pattern measured in reverberating room B using the TRAS.  $f_0 = 500$  Hz and  $\Delta f = 1.97 f_0$ . Space sampling : 4 mm

acoustic intensity  $\left(\frac{p}{p_0}\right)^2$  focused by the TRM (top) and the TRAS (bottom), plotted versus time and space coordinates, for  $f_0 = 500$  Hz and  $\Delta f = 1.97 f_0$ .

A striking difference appears when comparing the two B-scans on Figure 2.13 : the TRAS allows to focus with a space resolution much smaller than with a classical TRM. Indeed, by cancelling the divergent wave, the antinoise source used in the TRAS method allows to suppress the diffraction limit ; the sidelobes hence disappear and the convergent wave is "absorbed" by the antinoise source, thus creating a sharper focusing pattern.

The spatial scan of intensity values at collapse time are represented in Figure 2.14, hence providing a precise measurement of the focal spot size. The acoustic intensity scan at collapse time using a TRM is represented on this figure in order to compare the space resolution obtained between the focusing achieved with a TRAS and a TRM. One can notice that the TRAS techniques allow to focus spatially the acoustic wave with a much higher quality than with the TRM. In this situation ( $f_0 = 500$  Hz and  $\Delta f = 1.97 f_0$ ), the central wavelength equals to 690 mm and the focal point size obtained with the TRAS equals to 96 mm, hence achieving a  $\lambda/7$  focusing and overcoming the diffraction limit imposed by the classical TRM focusing methods.

The focal spot size has been studied versus the central wavelength of the backpropagated signal (see Figure 2.15). This figure shows that the focal spot size can be smaller than the dif-

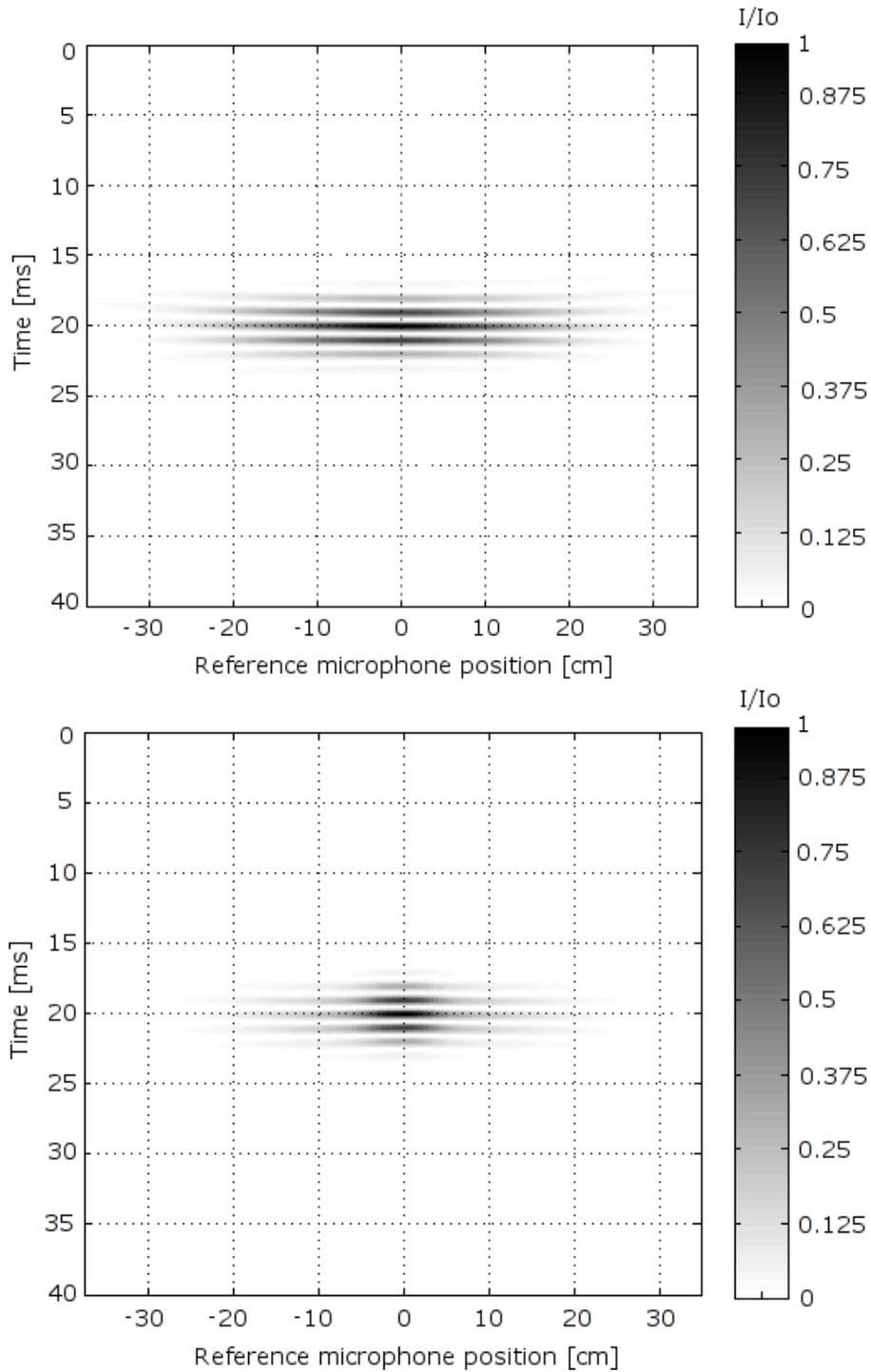


FIG. 2.13: *B-Scan* : Normalized acoustic intensity  $\frac{I}{I_0} = \left(\frac{p}{p_0}\right)^2$  of the spatio-temporal focusing pattern measured in reverberating room *B* using a 42-loudspeakers TRM (top) and the TRAS (bottom).  $f_0 = 500$  Hz and  $\Delta f = 1.97 f_0$ . Space sampling : 4 mm

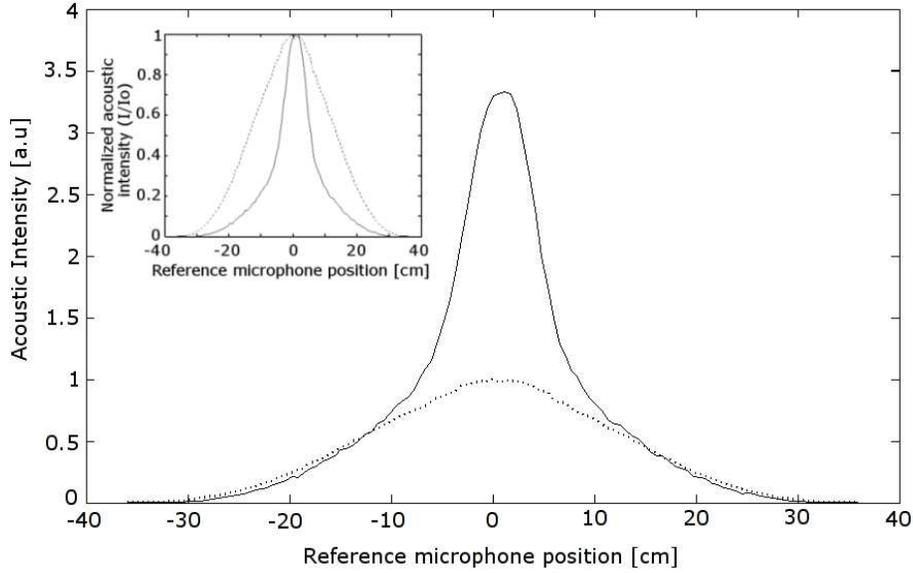


FIG. 2.14: Acoustic intensity at collapse time measured in reverberating room *B* using a 42-loudspeakers TRM (dotted line) and the TRAS (solid line).  $f_0 = 500\text{ Hz}$  and  $\Delta f = 1.97 f_0$ . In the small graphic box, these focal spot sections are normalized, for reference.

fraction limit using a TRAS, hence allowing subwavelength focusing. The focal spot size remains between 79 mm and 96 mm for all wavelengths.

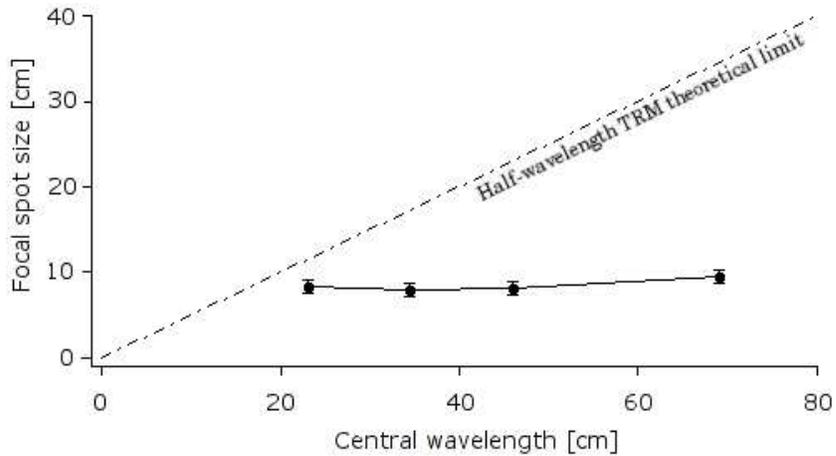


FIG. 2.15: Focal spot width versus central wavelength using the TRAS in reverberating room *B* : experimental (solid line) and diffraction limit of resolution of the classical TRM (dashed line).

The dependance on wavelength is thus cancelled because the diffraction limit is overcome. However, there seems to be another limit here : the focal spot presents a size of  $85\text{ mm} \pm 10\text{ mm}$ .

This limit can be interpreted as follows : the antinoise source used is not a point-like source. Hence, the physical aperture of this source creates a natural limit of resolution. This hypothesis is confirmed by the modelization of the source acting as an antinoise device in the TRAS : the piston modelling this source has a  $85 \pm 5$  mm diameter. Similar results have been obtained in the damped room, confirming this essential result ; the limit of resolution imposed by the TRAS is only a material limit. The focal spot size obtained with a TRAS corresponds to the finite size of the antinoise source. This result explains the  $\frac{\lambda}{14}$  focal spot size obtained by Rosny *et al.* with ultrasonic waves [23] [20].

## 2.2.6 Discussion – Applications

TRAS techniques allow one to focus efficiently at a subwavelength resolution, what is often required when the size of the structures are about a wavelength. This technique allows one to use TR invariance in non-destructive / non-intrusive excitation of vibrational structures in low-frequency domain. This technique has been for the first time exploited and tested in audible range. Ultrasound TRAS studied by Rosny *et al.* [23] has a very different experimental setup, but the theoretical principle is basically the same and can be understood in these terms : perfect time reversal requires both the field and the boundary conditions to be time reversed. Here, the antinoise source is effectively part of the boundary conditions since it must be appropriately manipulated or controlled to achieve the desired results.

Theoretically, this setup requires the antinoise source to be at the exact location of the focal point. Experimentally, the antinoise source can be placed about  $\frac{\lambda}{4}$  from the focal point without losing quality of spatio-temporal focusing by using time and space matched-filters in order to modify the signal emitted by the antinoise source. This process has been used in all our experiments and has been therefore validated. Thus, TRAS can be used to achieve non-destructive and localized excitation of vibrational structures without mounting vibrational transducers on it.

Finally, TRAS can be used in order to achieve acoustic imaging using TR process. This application is under heavy development. This technique using a numerical TRAS allows one to localize and characterize the shape of an acoustic source which is much smaller than the wavelength emitted, such as inclusions or defects in vibrational structures. This technique uses both experiments and simulation. The forward propagation of an unknown source is recorded by a real TRM. The back-propagating field is then computed in a simulated media and environment. The source is then iteratively localized using the classical TRM imaging method, and a numerical

point-source TRAS is created in order to obtain hyperresolution imaging. This technique allows one to overcome the problems of experimental TRAS, which are the finite size of the antinoise source and the position of the antinoise source. To be more efficient, the antinoise source has to be point-like and has to be placed exactly on the source to be imaged. This is impossible in real experiments where sources are located on real structures. Simulations allow the creation a point-source located on the source to be imaged, without disturbing the system. Thus, this technique allows a hyper-resolution acoustic imaging of sources (size, shape, position, and radiation pattern), as does the experimental TRAS. This application is the most promising application of TRAS techniques and is being investigated in this research project.

### 2.2.7 Conclusions

In this paper, we have presented experimental results confirming the theory of time-reversal focusing using a time-reversal mirror (TRM) and a time-reversal acoustic sink (TRAS). This is the first experimental demonstration of a subwavelength focusing using a TRAS in audible frequency range. The TRAS is shown to produce a seventh wavelength focusing wave in our experiments. These results extend those obtained previously in ultrasonics and TRAS theory. We have shown that focusing using a TRM or a TRAS depends on the room in which the experiment is realized. There are some important differences in the characteristics of time and spatial focusing between the two environments. In the space domain, the reverberant environment allows to focus (with a TRAS and a TRM) with a higher PSR than in a damped environment, taking advantage of non-coherent reflections in the diffuse field which contain information on the time-reversed acoustic wave. We have experimentally shown that the non-coherent reflections contained in the diffuse field allow to focus an acoustic wave with a high spatio-temporal compression and high PSR quality, using only one loudspeaker and one microphone. The reverberant environment creates many virtual sources contributing to the quality of time and space focusing, provided that the diffuse field is recorded, in order to avoid coherent reflections. We experimentally showed that wave field focusing with a resolution much smaller than wavelength can be obtained with the TRAS. This TRAS focusing presents a high temporal compression and a high quality subwavelength spatial focusing by overcoming the diffraction limit, thus allowing many applications in non-destructive control and localized excitation of vibrating structures in low-frequency audible range for small objects, and hyper-resolution imaging of acoustic sources (work in progress).

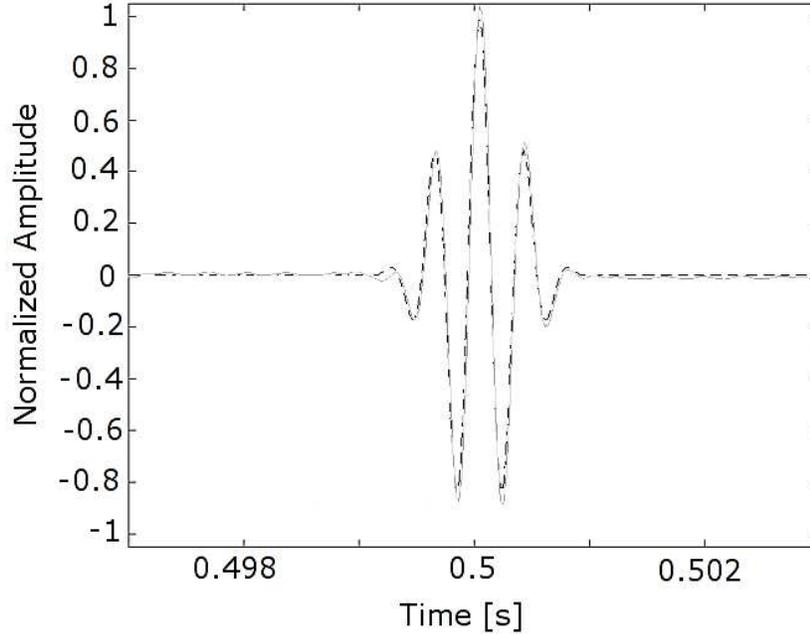


FIG. 2.16: *Signal reçu par le microphone de référence au point focal, avec un puits à retournement temporel dans la salle atténuée A (trait continu gris) et signal initial (pointillés).  $\Delta f = 3000$  Hz et  $f_0 = 2500$  Hz*

### 2.3 Discussion sur la résolution focale du puits à retournement temporel

Les résultats expérimentaux présentés dans ce chapitre démontrent que la tache focale obtenue grâce à l'utilisation d'un puits à retournement temporel peut être plus petite que la demi-longueur d'onde obtenue grâce à un miroir à retournement temporel (voir figures 2.15 et 2.17). Plus précisément, il apparaît de tous les résultats expérimentaux, que ce soit en milieu réverbérant ou en salle atténuée, que la largeur à mi-hauteur de la tache focale obtenue par cette technique correspond exactement à la taille de la « source d'antibruit » utilisée pour réaliser le puits à retournement temporel expérimental. Il convient d'analyser en détail ce résultat essentiel afin d'expliquer ce phénomène.

Comme détaillé en section 1.5, le puits à retournement temporel permet de réaliser, dans des conditions théoriques idéales d'échantillonnage spatial (i.e. à l'aide d'une cavité à retournement temporel), l'image duale exacte de la propagation directe par la source initiale. En effet, l'introduction de la « source d'antibruit » permet de recréer la singularité d'espace au point de la source, et de reconstituer au voisinage de ce point les ondes évanescentes, qui n'ont pas été reconstruites

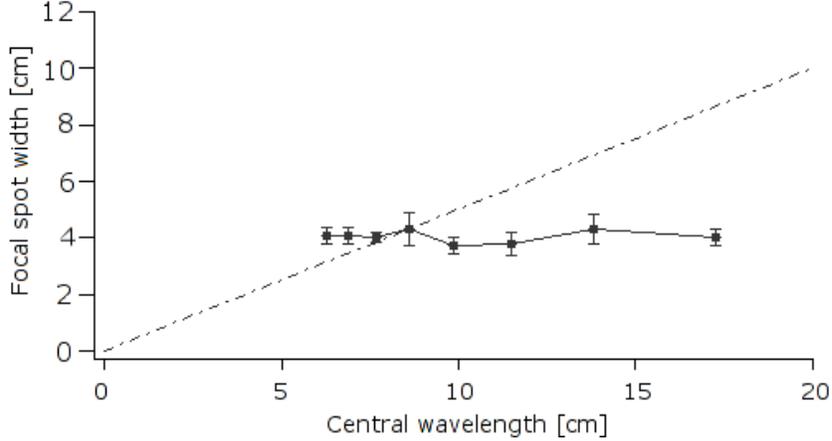


FIG. 2.17: Largeur de la tache focale obtenue dans la salle atténuée : mesure (trait plein) limite de diffraction théorique du miroir à retournement temporel (pointillé)

par la cavité à retournement temporel. Cette situation correspond à un retournement temporel « parfait », dans le cas détaillé précédemment d’une cavité à retournement temporel associée à un puits à retournement temporel. Il est essentiel de noter que cette description formelle a été réalisée dans le cas d’une source *ponctuelle*. La solution trouvée démontrait alors que le puits à retournement temporel permettait de recréer une onde convergente, dont toute l’énergie était absorbée par le puits à retournement temporel au *point* focal, correspondant à la position exacte de la source *ponctuelle* initiale, et que l’énergie au point focal était théoriquement infinie.

Dans le cas expérimental d’une « source d’antibruit » *non ponctuelle*, ayant une étendue spatiale  $\phi_p$ , les résultats expérimentaux démontrent que la largeur à mi-hauteur de la tache focale obtenue correspond exactement à la taille de la « source d’antibruit » introduite. L’introduction du puits permet de créer (ou d’approcher, dans le cas d’une mise en œuvre non idéale, i.e. sans cavité à retournement temporel) l’image duale de l’émission initiale. Par réciprocité et symétrie de la propagation et de la rétropropagation par technique de puits, si la source initiale possède une étendue spatiale plus grande que le puits à retournement temporel, la largeur à mi-hauteur de la tache focale obtenue grâce au puits doit correspondre à la taille de la source initiale. Il est à noter que cette situation est *idéale*, puisque nous considérons une cavité à retournement temporel associée à un puits à retournement temporel. Cependant, comme nous l’avons vu précédemment, une mesure en milieu fortement réverbérant en utilisant un miroir à retournement temporel permet d’approcher la situation de cavité à retournement temporel grâce au formalisme des sources virtuelles images et de l’information contenue dans le champ diffus [63]. Ainsi,  $R = \max(\phi_s, \phi_p)$ , où  $R$  est la résolution de focalisation par puits à retournement temporel,  $\phi_s$  est l’étendue spatiale de la source initiale et  $\phi_p$  l’étendue spatiale de la « source d’antibruit »

utilisée pour réaliser le puits à retournement temporel<sup>4</sup>. Ce résultat sera démontré et testé dans de nombreuses situations et environnements, tant pour les ondes acoustiques que les ondes vibratoires, grâce à la technique d'imagerie par puits à retournement temporel numérique détaillée dans les chapitres suivants.

Pour que cette relation soit valable, il est nécessaire de se placer dans une situation où le champ est suffisamment échantillonné sur la surface du miroir, grâce à un miroir possédant un grand nombre de transducteurs, ou à un environnement de mesure suffisamment réverbérant pour créer des actionneurs et des capteurs virtuels permettant d'agrandir la surface effective du miroir. Dans d'autres cas, où le miroir possède une ouverture effective trop petite pour échantillonner le champ sur une surface suffisante, ce résultat sera biaisé par le manque d'information recueillie sur le système par le miroir à retournement temporel.

#### **2.4 Limites de la technique de focalisation à haute-résolution par puits à retournement temporel**

Malgré son potentiel de haute-résolution dans le cadre de la focalisation dans le domaine audible, il est à noter que le puits à retournement temporel *expérimental* possède certaines caractéristiques qui limitent son potentiel d'applicabilité. En effet, cette méthode nécessite l'introduction d'une « source d'antibruit » au point focal (ou à proximité du point focal, sous réserve de corrections grâce à l'usage de filtres adaptés spatio-temporels) afin de réaliser une focalisation hyper-résolue. De par cette caractéristique liée au principe même du puits à retournement temporel, l'expérience de focalisation perd son caractère non invasif. En effet, en situation pratique où une structure doit être excitée localement par puits à retournement temporel, la « source d'antibruit » doit être placée à proximité, ou, dans le cas idéal, au contact de cette structure. Ce protocole expérimental pose des problèmes dans la mesure où l'introduction d'une source (non ponctuelle, possédant une masse et une raideur intrinsèque) perturberont les caractéristiques mécaniques et acoustiques locales de la structure à exciter (que ce soit par méthode de puits à retournement temporel *acoustique* ou *vibratoire*). Ce point limite les applications possibles du puits à retournement temporel expérimental pour l'excitation localisée dans le cadre de l'évaluation non destructive et non invasive.

---

<sup>4</sup>il est par ailleurs important de remarquer que la « source d'antibruit » doit posséder la même directivité que la source initiale, afin de recréer précisément le champ retourné et compenser de manière efficace les effets de diffraction

En revanche, dans le cadre des techniques de communications, il peut être intéressant d'envisager l'utilisation de cette méthode. En effet, le miroir à retournement temporel a montré ses capacités dans le cadre des expérimentations sur les communications sous-marines [39] [40] [63] et représente aujourd'hui un pan d'applications extrêmement riche des techniques de retournement temporel. Cependant, ces applications à la communication souffrent d'une résolution limitée par les longueurs d'ondes contenues dans le spectre du message à communiquer. Dans le cadre des communications sécurisées sous-marines, où il est nécessaire d'obtenir une résolution très fine de focalisation du message acoustique, le puits à retournement temporel peut présenter une solution aisée à mettre en place. En effet, pour réaliser une communication hyper-résolue grâce au puits acoustique à retournement temporel en milieu sous-marin, il n'est nécessaire de disposer que d'une source acoustique supplémentaire, au point de focalisation désiré, et de lui faire émettre en temps réel<sup>5</sup> grâce à un récepteur colocalisé. Cette méthode permettrait de réaliser des communications sous marines hyper-résolues, et de supprimer les lobes secondaires spatiaux autour du point focal. En effet, la présence d'un récepteur tiers dans ces zones de lobes secondaires permet, dans le cas d'une communication par miroir à retournement temporel, de retrouver une partie de l'information, si ce n'est tout le message envoyé au point focal. Dans cette situation de communication, la focalisation par puits acoustique à retournement temporel améliorerait grandement la résolution et supprimerait tout risque de subtilisation de message par un récepteur tiers.

## 2.5 Discussion sur le caractère réverbérant du milieu environnant

Les résultats présentés en section 2.2.5 démontrent que la réverbération et les multiples réflexions aux bords de la salle dans laquelle les expériences sont réalisées permettent d'obtenir une focalisation efficace à moindre coût, en utilisant moins de transducteurs pour reproduire le champ retourné temporellement. En effet, les multiples réflexions (en particulier, dans une salle réverbérante, l'information contenue dans le champ diffus après le temps de mélange) permettent d'obtenir de l'information sur le champ initial sans avoir à disposer d'une cavité à retournement temporel telle que présentée dans le chapitre d'état de l'art. En particulier, il a été montré qu'une focalisation efficace peut être réalisée grâce à un seul capteur et à un actionneur dans un milieu réverbérant, autant pour les techniques de miroir à retournement temporel que pour les techniques de puits à retournement temporel.

---

<sup>5</sup>Sous réserve que le retard numérique, en général inférieur à la milliseconde, n'introduise pas de déphasage trop grand entre le signal à émettre et le signal reçu. Cette application est donc valable pour des messages de spectre de très basse fréquence

Il est alors essentiel pour les applications potentielles de la focalisation par puits à retournement temporel de prendre en compte ce paramètre pour le protocole expérimental. En particulier, l'utilisation de capteurs intrinsèquement réverbérants (un couple de capteurs et d'actionneurs situés dans une cavité réverbérante, sans nécessairement placer la structure sur laquelle on souhaite focaliser de l'énergie acoustique dans un milieu lui-même réverbérant) peut représenter dans l'avenir une technique originale et répandue de focalisation acoustique à faible coût en terme de nombre de transducteurs et de voies électroniques. Cependant, pour « démultiplier » le capteur de manière efficace, il est nécessaire que le système réverbérant soit grand par rapport à la longueur d'onde. De plus, un système ne peut être réverbérant que s'il rayonne une faible fraction de son énergie. Ce type de capteur réverbérant intrinsèquement ne présente ainsi un intérêt que pour les capteurs ultrasonores utilisés pour le retournement temporel. Dans le domaine audible, ce type de dispositif nécessiterait de placer un capteur dans une salle réverbérante, et la structure sur laquelle on souhaite focaliser dans une salle couplée ; il est toujours nécessaire de disposer d'une salle réverbérante pour démultiplier le nombre de capteurs.

## **2.6 Bilan – Discussion : adaptation des techniques de puits à l'imagerie à haute résolution de sources actives sonores et vibratoires**

L'analyse des résultats expérimentaux présentés dans ce chapitre nous montre que le puits à retournement temporel peut être adapté aux ondes sonores dans le domaine audible. Les spécificités dues à l'utilisation de la technique dans ce domaine de longueur d'onde ont été abordées, et les expériences montrent que cette technique de focalisation acoustique permet d'obtenir une résolution bien inférieure à la longueur d'onde. La largeur de la tache focale obtenue ne correspond donc plus à une limite de diffraction. En effet, la reconstruction des composantes non propagatives du champ acoustique autour du point focal permet d'obtenir une focalisation à haute résolution, particulièrement adaptée aux applications à basses fréquences auxquelles nous nous intéressons. Grâce au puits à retournement temporel, la limite de résolution correspond à la taille de la source la plus étendue spatialement, de la source initiale ou de la « source d'antibruit ».

Une analyse de la méthode a montré que celle-ci est difficilement applicable dans le cadre de l'excitation non invasive de structures, puisque la « source d'antibruit » doit être introduite au point focal, faisant perdre le caractère non invasif de la méthode de focalisation par retournement temporel. En revanche, l'application de ces techniques à haute résolution de focalisation acoustique pourrait être une solution originale et efficace dans le cadre des communications sous-marines sécurisées à très basse fréquence.

Pour finir, l'étude de la résolution obtenue grâce au puits à retournement temporel ainsi que de ses limites expérimentales permet d'ouvrir une voie nouvelle d'applications aux puits à retournement temporel. En effet, nous avons précédemment démontré par réciprocity que lorsque la taille de la « source d'antibruit » était plus petite que celle de la source initiale, la résolution de focalisation était égale à la taille de la source initiale (si la dimension du miroir à retournement temporel et son échantillonnage spatial permettent une reconstitution satisfaisante du champ retourné temporellement). Par ailleurs, le principal défaut de la méthode expérimentale de focalisation par puits à retournement temporel est son caractère invasif par introduction de la « source d'antibruit ». Les chapitres suivants détaillent une nouvelle méthode d'imagerie basée sur la technique de puits à retournement temporel : *l'imagerie à haute résolution par puits numérique à retournement temporel*. L'idée sous-jacente provient d'une constatation simple. Une méthode de localisation de sources par retournement temporel dans un milieu de propagation connu correspond à l'enregistrement sur un miroir de l'onde émise par une source inconnue, puis à la rétropropagation *numérique* de l'onde retournée temporellement. Cette rétropropagation simulée nécessite un modèle numérique précis du milieu environnant. Par conséquent, le principe du puits à retournement temporel est adaptable à la phase de rétropropagation numérique, et permettrait d'obtenir un processus d'imagerie à haute résolution. En particulier, si la « source d'antibruit » *numérique* utilisée dans le cadre de ce processus est ponctuelle, la résolution de la focalisation numérique dans le modèle correspondra à la taille physique d'émission de la source initiale, ce qui permet d'obtenir des informations cruciales sur la ou les sources actives à imager par cette technique. Par ailleurs, la présence de la « source d'antibruit » numérique ne perturbe pas le milieu de propagation ni par sa masse ni par sa raideur, contrairement à l'introduction de la « source d'antibruit » expérimentale dans le cadre de la focalisation par puits à retournement temporel. Ainsi, cette adaptation du puits à retournement temporel permettrait de développer une nouvelle méthode d'imagerie non invasive, à haute résolution, et de dépasser les limites constatées lors de la mise en œuvre expérimentale de la focalisation par puits acoustique. En revanche, il est essentiel de noter que la connaissance du milieu nécessite que celui-ci ne soit pas chaotique. Dans le cas d'un milieu chaotique, les arrondis et incertitudes numériques empêchent strictement toute reconstitution exacte du champ [65]. En d'autres termes, la méthode n'est applicable que dans le régime modal d'un système complexe. Les chapitres suivants consistent en la description de la technique d'imagerie et des résultats obtenus en milieu bidimensionnel dispersif ainsi qu'en milieu (in)homogène en champ libre.



## CHAPITRE 3

### IMAGERIE À HAUTE RÉOLUTION DE SOURCES VIBRATOIRES EN MILIEU DISPERSIF

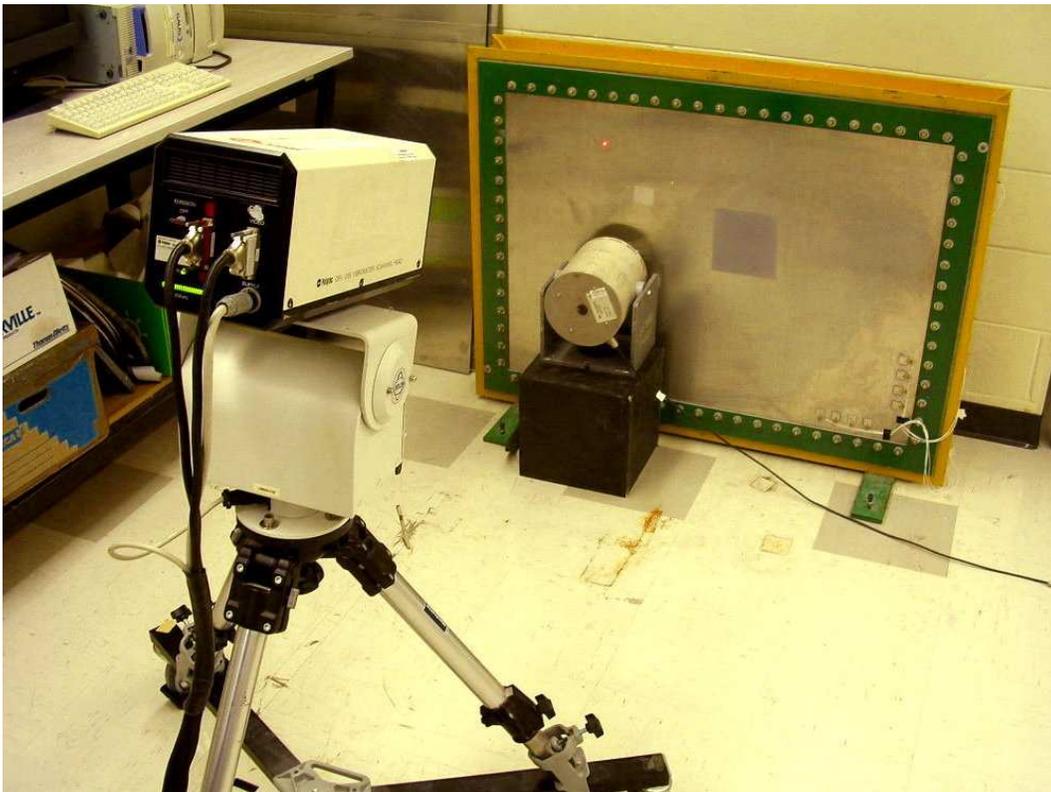


FIG. 3.1: *Dispositif expérimental d'imagerie à haute résolution de sources d'impact sur une plaque encastrée par puits à retournement temporel numérique*

### 3.1 Introduction

Dans ce chapitre, articulé autour de la seconde publication (soumise au *Journal of Sound and Vibration* le 12 Mai 2008), nous abordons le développement de la méthode d'imagerie à haute résolution par technique de puits vibratoire *numérique* dans le cadre de l'imagerie de sources vibratoires actives dans un milieu bidimensionnel dispersif. En particulier, nous analysons les résultats obtenus dans une plaque mince d'aluminium encastrée aux quatre bords.

Dans une première section, la publication est reproduite intégralement (une traduction en français de la publication est disponible en Annexe). Dans cet article présentant pour la première fois l'outil de puits à retournement temporel numérique pour l'imagerie de sources vibratoires, la méthode est décrite précisément. Le protocole expérimental et le modèle numérique nécessaire à la mise en œuvre de la méthode dans le cas d'une plaque mince orthotrope encastrée sont détaillés. Des résultats d'imagerie obtenus dans une plaque (isotrope) d'aluminium sont présentés et analysés. Dans une section complémentaire, le modèle numérique de propagation d'ondes de flexion et l'algorithme de calcul sont détaillés. Une étude de la robustesse de la technique d'imagerie à haute résolution par puits à retournement temporel numérique est également présentée en complément de la publication, afin d'analyser les limites et les avantages de cette technique.

## 3.2 Imagerie à haute résolution de sources actives vibratoires

# Super-resolution imaging of active vibrational sources using a time-reversal sink

*Éric Bavu, Alain Berry, Jean-Dominique Polack*

Submitted to Journal of Sound of Vibration (12/05/2008)

### 3.2.1 Abstract

Source detection and characterization is an important problem in acoustics and vibrations. The theory and application of super-resolution *focusing* of sound and vibration using a time-reversal sink (TRS) has been investigated in ultrasonic regime and in audible range. In this paper, this technique is generalized to the case of super-resolution vibrational *imaging* of active sources. This imaging technique allows super-resolution imaging and provides a new method of characterization and detection of active sources in a known background medium. In this work, this technique is used to detect active vibrational sources in a clamped aluminium plate with a limited number of measurement points. All results show high resolution imaging capabilities of this new technique when compared with classical time-reversal (TR) backpropagation. More than simply detecting the position of the vibrational source, this technique allows to detect the size of the active sources. This technique provides an alternative to other imaging and source detection techniques, such as acoustic holography and beamforming.

### 3.2.2 Introduction

The time-reversal sink has been first introduced by Fink et al. [27] and by Rosny et al. [20] [23] in ultrasonic range with Lamb waves on a chaotic silicon plate. More recently, Bavu et al. [3] [66] extended this focusing method in audible range in both reverberant and damped acoustic environments. This technique allows high quality subwavelength focusing and has been shown to enhance the limit of resolution of vibration focusing when compared to classical time-reversal (TR) backpropagation [23]. The technique also proved to be very effective, even with a single channel time-reversal mirror (TRM) in a reverberant or chaotic environment [66] [26] [62].

TR techniques are also widely used to locate scatterers [67] [10] [11] [42] [51]. Time reversal has been shown to be an effective localization technique in audible frequency range, for impact sources on a plate [13] [14]. However, since classical time-reversal technique produces an interference phenomenon between diverging waves and converging waves around the focal spot, the

imaging resolution produced by time-reversal cannot be smaller than half a wavelength, even if the source is point-like [27]. In this article, the time-reversal sink (TRS) technique is generalized to the case of vibrational imaging of active vibration sources in a flexural plate. This imaging technique allows super-resolution imaging and provides a new method of characterization and detection of active sources in a known background structure. In contrast with most other existing techniques involving beamforming, classical time-reversal, or time of arrival detection, TRS provides detailed information on the boundaries of the active source on the plate instead of just localizing the center of this source. The TR-MUSIC (time-reversal multiple signal classification) method [11] also provides information on the boundaries for passive sources in transmission mode, whereas DORT [10] (decomposition of the time-reversal operator) method doesn't. Nevertheless, TR-MUSIC has been developed to provide super-resolution imaging for scatterers location whereas the TRS imaging technique has been developed for active sources imaging.

In this article, we consider the following situation : a clamped flexural plate is excited by an arbitrary number ( $N$ ) of unknown sources. The flexural wave  $\Psi(\vec{r}, t)$  is recorded on the surface of the plate at  $M$  control points. In a first step, the  $N$  sources emit an unknown impulsive signal  $s_i(t)$  on the plate ( $i \in [1 : N]$ ). Due to linearity, the signal measured at the  $m^{th}$  control point can be written as follows ( $m \in [1 : M]$ ) :

$$\Psi(\vec{r}_m, t) = \sum_{i=1}^N G(\vec{r}_i, \vec{r}_m; t) * s_i(t) \quad (3.1)$$

where  $s_i(t)$  is the source signal,  $G(\vec{r}_i, \vec{r}_m; t)$  is the Green's function between the  $i^{th}$  source and the  $m^{th}$  control point ( $*$  denotes the convolution in the time domain). The second step consists in a simulated backpropagation of the time reversed signals  $\Psi(\vec{r}_m, -t)$  re-emitted at each control point using a finite difference in the time domain (FDTD) algorithm in a fictive medium approaching the characteristics of the real background structure (which, at this point, is quite similar to the TDTE method introduced by Dominguez et al. [37]). At the end of this computation step, the position of each source can be detected by using peak detection in both space and time domains, and the flexural vibration is extracted at these positions. This detection is limited by diffraction effects between converging waves and diverging waves [18] and depends on the wavelength of the flexural modes involved in the clamped plate vibration. At this stage of the process, there is no information on the size of the  $N$  sources. The last step of the process consists in emitting using  $N$  numerical TRS in the fictive medium using the flexural displacements extracted at the previous step, simultaneously to the  $M$  TRM signals. The  $N$  TRS are located at the positions of the active sources detected at the end of the second step. This simulation is computed using the same FDTD algorithm than the one used in the second step.

This process is an adaptation of the high-resolution process of focusing using a TRS detailed in [66] : the TR backpropagation and the TRS emission are simulated instead of being processed in the real medium. As long as the FDTD simulation is accurate and the background medium is well known, the imaging process has the same properties as the focusing process. TRS focusing has been shown to have the following properties in terms of resolution :

- the focal spot width doesn't depend on the wavelength because diffraction effects are suppressed by TRS process.
- the focal spot width equals to  $\max(\phi_{source}, \phi_{sink})$ ,  $\phi_{source}$  being the size of the initial source and  $\phi_{sink}$  the size of the sink.

In our process, the source used to create the numerical sink is an ideal point source. Thus, the resolution of the TRS imaging process is exactly the size of the initial source : besides being able to locate the active sources, TRS process allows access to details on the spatial extent of the source, even in situations where the size of the source is smaller than half the wavelength. Furthermore, the TRS being numerical and pointlike, it can be included in the simulated background medium without changing its physical properties, such as rigidity and density. In the following, these properties are demonstrated. In a first Section, the experimental setup and the algorithm for backpropagation and TRS simulation are detailed. Then, the model is tested and validated. In a third section, the results of TRS imaging experiments are presented and compared to numerical TR retropropagation in order to show the super-resolution capabilities of this new technique. The advantages of this technique when compared to classical active source localization techniques are also discussed.

### 3.2.3 Material and methods

#### 3.2.3.1 *Experimental setup*

In this article, we consider the situation illustrated in FIG. 3.2. A 1050x750x3.125 mm clamped aluminium plate (Table 3.1) is excited by an arbitrary configuration of sources. The sources used in our experiments are circular impact sources, with various sizes. The sources simultaneously emit impulsive signals (or knocks) on the clamped plate, driving the plate in a perpendicular direction to the plate surface.

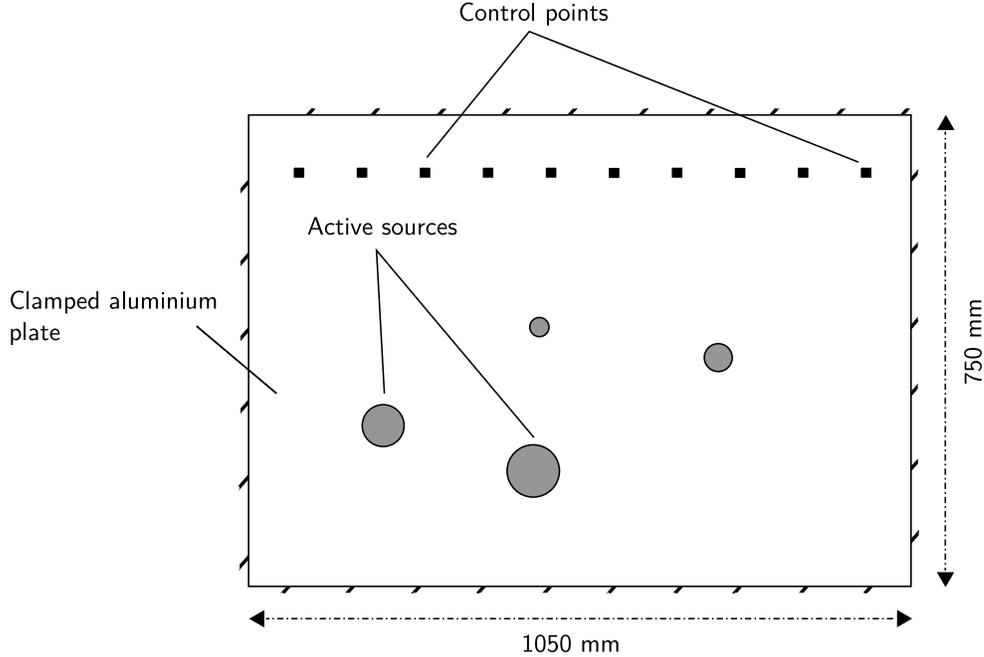


FIG. 3.2: *Experimental setup – The positions of active sources and control points shown are for illustration purpose.*

Experimentally, these sources are created using round metallic plates mounted on a shaker. A scanning laser vibrometer Polytec PSV-400 is used to measure the transverse velocity response at  $M$  control points on the clamped plate. In order to guarantee exact synchronisation between the measurements at several points, the source signals are generated using Labview software and 2 National Instrument NI-BNC-2110 cards, and all generators are triggered using the internal analogic generator of the scanning vibrometer. The transverse velocity measured at the control points is then acquired using the NI-BNC-2110 cards and Labview. This experimental setup allows a measurement bandwidth of [10 Hz – 500 kHz] and a sampling frequency of 1 MHz. These measurements are then used as inputs to the simulation to process the time-reversal backpropagation in the simulated clamped plate.

### 3.2.3.2 Time reversal simulated backpropagation

The algorithm used to compute the TR backpropagation consists in a modelization of wave propagation into the structure<sup>1</sup>. This simulation is coded in C language using finite difference in the time domain (FDTD) and the simulations are done in a serial cluster supercomputer (872 3.2 GHz Intel processors, 3 064 Gflops peak performance) in order to reduce the computation

<sup>1</sup>L'algorithme précis et la discrétisation des équations sont présentés à la section 3.3

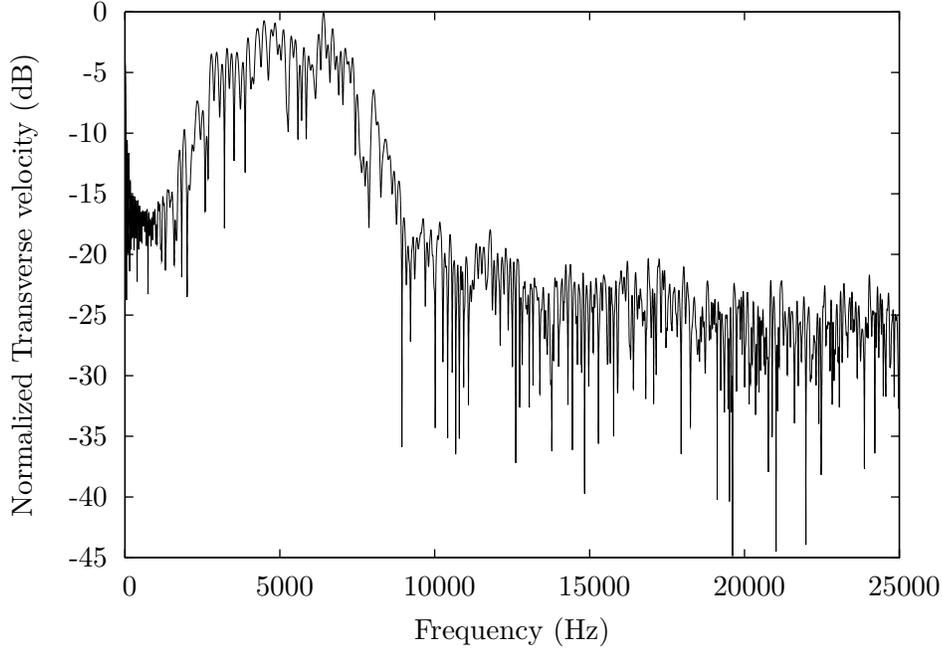


FIG. 3.3: *Typical transverse velocity frequency response measured in the clamped plate.*

time (around 2 minutes for a backpropagation in the simulated clamped plate). The code is flexible and cross-platform, and can be compiled on any other architectures. In order to properly simulate the propagation, it is necessary to know the nature of the propagating waves in the clamped plate. First, it is necessary to know the frequency range of the waves generated in the plate. This spectral response has been measured using the laser vibrometer, which has a flat frequency response from 10 Hz to 2 MHz. Figure 3.3 shows a typical frequency response measured on the clamped plate. Above 10 kHz, the energy contained in the wavefield can be neglected : the energy transferred to the structure by knocks is weak above this frequency. As a consequence, the frequency by plate thickness product does not exceed 0.04 MHz.mm, and only zero order Lamb modes  $A_0$  and  $S_0$  exist in the wavefield recorded on the plate [68]. Furthermore, at these frequencies, the first antisymmetric mode  $A_0$  can be considered as a flexural mode and the first symmetric  $S_0$  can be considered as an extensional mode. Since the round plates used to knock on the plate can be considered as transverse sources, the only mode to consider in the numerical simulation is the flexural mode.

As a consequence, the FDTD algorithm has been chosen to describe a Love-Kirchhoff orthotropic plate (the isotropic case being a simplification of the orthotropic plate), since the modes involved in our experiments can be considered as flexural modes and the plate is thin enough to consider that the transverse displacement  $W$  can be described as a function of the coordinates

$x$ ,  $y$ , and time  $t$  (see FIG. 3.4 for the geometry of the problem).

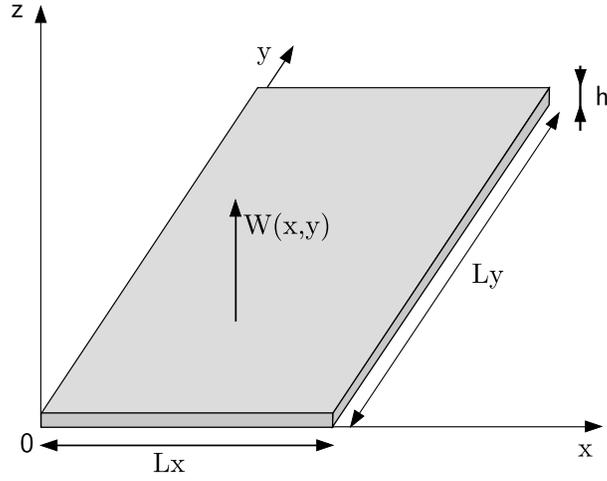


FIG. 3.4: Geometry of the clamped plate.  $L_x = 750\text{mm}$ ,  $L_y = 1050\text{mm}$ ,  $h = 3.125\text{mm}$

The flexural vibrations of an orthotropic Love-Kirchhoff plate are described as follows [17] :

$$\left\{ \begin{array}{l} M_x(x, y, t) = -D_x \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} - \frac{D_{xy}}{2} \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \\ M_y(x, y, t) = -D_y \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} - \frac{D_{xy}}{2} \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \\ M_{xy}(x, y, t) = -\frac{D_k}{2} \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} \\ \rho h \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + F_z(x, y, t) \end{array} \right. \quad (3.2)$$

where  $D_x$ ,  $D_y$ ,  $D_{xy}$ , and  $D_k$ , are the four rigidities :

$$\left\{ \begin{array}{l} D_x = h^3 \frac{E_x}{12(1 - \nu_{xy}\nu_{yx})} \\ D_{xy} = h^3 \frac{E_x \nu_{yx}}{6(1 - \nu_{xy}\nu_{yx})} \\ D_y = h^3 \frac{E_y}{12(1 - \nu_{xy}\nu_{yx})} \\ D_k = h^3 \frac{G_{xy}}{3} \end{array} \right. \quad (3.3)$$

and  $W$  is the flexural displacement,  $\rho$  is the mass density,  $E_x, E_y$  are the Young's moduli in the  $x$  and  $y$  directions,  $G_{xy}$  is the shear modulus,  $\nu_{xy}$  and  $\nu_{yx}$  are the Poisson coefficients,  $F_z(x, y, t)$  is the transverse surfacic force, and  $M_x, M_y, M_{xy}$  are the bending and twisting moments. In the case of an isotropic plate,  $\nu_{xy} = \nu_{yx} = \nu$ ,  $E = E_x = E_y$ , and  $G_{xy} = \frac{E}{2(1+\nu)}$ . Thus, the previous relations become  $D_x = h^3 \frac{E}{12(1-\nu^2)}$ ,  $D_{xy} = h^3 \frac{E\nu}{6(1-\nu^2)}$ ,  $D_y = D_x$ , and  $D_k = h^3 \frac{E}{6(1+\nu)}$ . Note that the model assumes zero damping in the plate. The influence of damping in the TR approach and source imaging is discussed in Section 3.2.4.1.

Since the plate is clamped, the kinematic boundary conditions are expressed as follows :

$$\begin{cases} W(L_x, y, t) = W(x, L_y, t) = W(0, y, t) = W(x, 0, t) = 0 \\ \frac{\partial W}{\partial x}(L_x, y, t) = \frac{\partial W}{\partial y}(x, L_y, t) = \frac{\partial W}{\partial x}(0, y, t) = \frac{\partial W}{\partial y}(x, 0, t) = 0 \end{cases} \quad (3.4)$$

These equations are discretized in both space and time domain using FDTD which has been shown to be convenient for solving vibration problems in the time domain [69] [70]. A time domain approach has been chosen in order to make the TR process easier, because a modal expansion would require computing the plate response in the frequency domain, and inverse Fourier transform to obtain time responses. The explicit numerical scheme that was used is of second order in time and fourth order in space (4-2 explicit scheme). The flexural displacements and bending moments are computed at the nodes of a rectangular grid and the twisting moments are computed by using decentered operators, which has the advantage of keeping the explicit character of the numerical formulation. The space and time steps  $\Delta X$  and  $\Delta T$  are chosen in order to minimize the numerical dispersion and satisfy the numerical stability condition for this explicit 4-2 FDTD scheme [70] :

$$\Delta X \geq \sqrt{2\Delta T \sqrt{\frac{h^2}{\rho} \left( \frac{16}{9} \left( 2D_x + D_{xy} \sqrt{\frac{D_x}{D_y}} \right) + \frac{2401}{1296} D_k \sqrt{\frac{D_x}{D_y}} \right)}} \quad (3.5)$$

Since the time step is determined by the sampling frequency of the experimental system ( $F_s = 1$  MHz), the minimal space step calculated from equation (3.5) is about 4 mm, which is significantly smaller than the smallest flexural wavelength in the plate, which is 5.5 cm at 10 kHz.

Using this algorithm, the classical TR backpropagation is computed and the source position can be detected using a peak detection method.

|                          |                         |
|--------------------------|-------------------------|
| Plate length $L_y$       | 1050 mm                 |
| Plate width $L_x$        | 750 mm                  |
| Plate thickness $h$      | 3.175 mm                |
| Young's modulus $E$      | 68.9 GPa                |
| Density $\rho$           | 2710 kg.m <sup>-3</sup> |
| Poisson modulus $\nu$    | 0.33                    |
| First rigidity $D_x$     | 2.06 kN.m               |
| Second rigidity $D_{xy}$ | 1.36 kN.m               |
| Third rigidity $D_y$     | 2.06 kN.m               |
| Fourth rigidity $D_k$    | 2.76 kN.m               |

TAB. 3.1: *Aluminium plate physical parameters*

After this computational step, the TRS step can be applied, since the computation gives access to the time-reversed flexural vibration and the position of the sources. This last step is necessary to have access to the characteristics of the sources, since classical TR methods are limited by diffraction effects. The numerical time-reversal sink is used to overcome this diffraction limit and to have access to the geometrical characteristics of the sources.

### 3.2.3.3 Numerical time-reversal sink : super-resolution imaging

In order to achieve super-resolution imaging of the active vibrational sources, a numerical time-reversal sink is then applied in the simulated background medium. This numerical TRS is based on the general principles described in [66] and [23].

As stated in [66], the signal to be emitted by the numerical time-reversal sink is extracted from the flexural vibration computed in the classical TR step. This signal corresponds to the flexural vibration at the focal point located by using classical TR and peak detection. This signal is then emitted by a numerical pointlike source at the same position, simultaneously to the time reversal mirror emission in order to overcome the apparent failure around the source position in the time reversal process and suppress the diffraction effects. In the case of a single sink, the wave emitted by the time-reversal sink can be written as follows :

$$\Psi_{TRS}(\vec{r}, t) = G(\vec{r}_s, \vec{r}; t) * s_{TR}(t) \quad (3.6)$$

where  $s_{TR}(t)$  is the time-reversed signal at the focus point extracted from the TR computation, and  $G(\vec{r}_s, \vec{r}; t)$  is the Green's function between the source at position  $\vec{r}_s$  and a receiver at position  $\vec{r}$ .

TRS method has proven to achieve high resolution for sound and vibration focusing, but as stated in [66], implementing a TRS in practice may not be convenient (it involves additional physical sources in the wavefield, collocated with the initial sources, and whose finite size can limit the spatial resolution obtained in the focusing process). In contrast, the numerical TRS used here is a point-like vibrational source, so that the resolution corresponds to the size of the initial unknown source, if the numerical space step is smaller than this size. Thus, besides being able to locate the active sources, TRS process allows the reconstruction of spatial details of these sources.

### 3.2.4 Results and discussion

#### 3.2.4.1 Validation of vibration simulation

The TRS imaging method relies on an appropriate knowledge of the propagation medium. Thus it is necessary to validate the results of propagation in the simulated clamped aluminium plate obtained with the FDTD code. The first validation has been achieved by comparing the natural frequencies involved in the simulated undamped plate vibration with the natural frequencies predicted by Ödman [71] and Aronszajn [72].

The frequency response in a ideal square  $1.0 \times 1.0 \text{ m}^2$  aluminium clamped plate has been computed using the FDTD algorithm, for a point impulsive force :  $F_z(x, y, t) = \delta(x_0, y_0, t_0)$  where  $x_0 = 47 \text{ cm}$ ,  $y_0 = 41 \text{ cm}$ , and  $t_0 = 1 \text{ } \mu\text{s}$ . In this computation, the chosen sampling frequency is 1 MHz and the space step is 4 mm.

The undamped resonance frequencies obtained by this FDTD algorithm are compared in Figure 3.5 with the natural frequencies obtained by Ödman [71] who used a variation of the Galerkin method and mode shapes to obtain accurate upper bounds and the results obtained by Aronszajn [72] who used Weinstein's method to obtain lower bounds for the 8 first natural

frequencies. This figure shows that the percentage of deviation in the evaluation of the adimensional frequency parameter  $\alpha = \omega L^2 \sqrt{\frac{12\rho(1-\nu^2)}{Eh^2}}$  is less than 0.5 % for all the 17 first natural frequencies, thus validating the FDTD method.

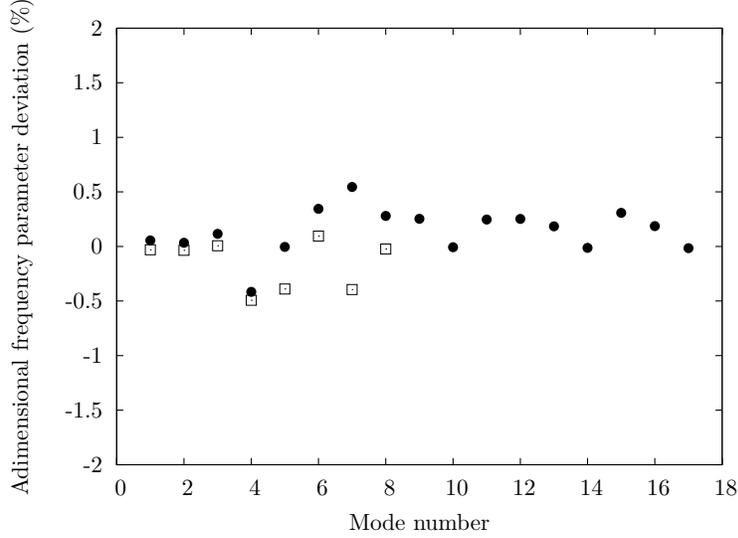


FIG. 3.5: Percentage of deviation in the evaluation of the adimensional frequency parameter  $\alpha = \omega L^2 \sqrt{\frac{12\rho(1-\nu^2)}{Eh^2}}$  using the FDTD method compared with Ödman (circles) and Aronszajn (squares) methods.

The second validation of the algorithm consisted in simulating the flexural displacement on the plate and comparing the predicted signals with the measured signals. This comparison allows to validate the accuracy of the physical parameters used in the algorithm. This validation is very important since the backpropagation without and then with the TRS are computed in the simulated medium. Any error in the modelization of the background medium may lead to an error of localization and imaging of the sources in the time-reversal sink imaging process. An accurate knowledge of the propagation medium is required in most imaging process, such as TR-MUSIC [11], beamforming [73], and acoustic holography [49]. In the experimental evaluation of the flexural displacement, the clamped plate is excited by a shaker (approaching a pointlike source) at (24 cm, 13 cm) emitting a 2.5-cycles Blackman windowed sinusoid at 8000 Hz. This input signal is used in the FDTD simulation and the flexural vibration is computed and compared with the one measured with the laser vibrometer at (65 cm, 85 cm).

Figure 3.6 shows a 5 ms time response extracted from the signals obtained from both experiment and computation. The source emits the 2.5-cycles Blackman windowed sinusoid at  $t = 0$ . These results show that the algorithm is very accurate despite the fact that the damping has not been taken into account in the numerical model. A damped model would not have increa-

sed the imaging process quality because time-reversal assumes an undamped behaviour in the background medium. Since the damping in the clamped aluminium plate is small and the time length of the signals used in the backpropagation process is small ( $\leq 10$  ms), the assumption does not result in large errors.

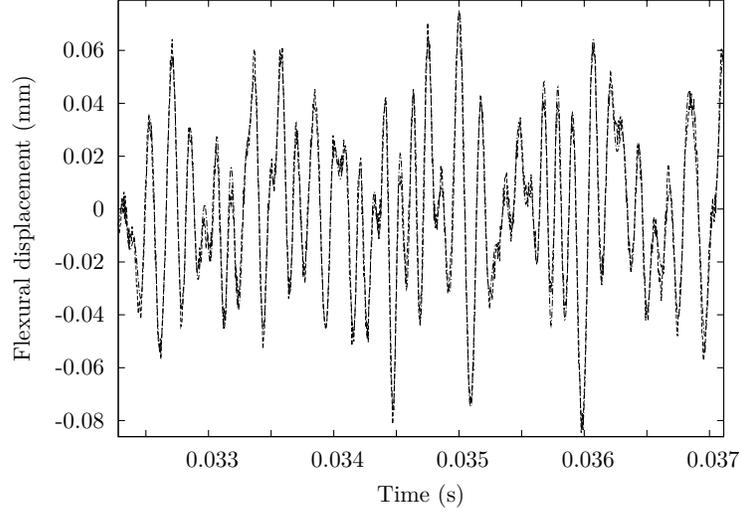


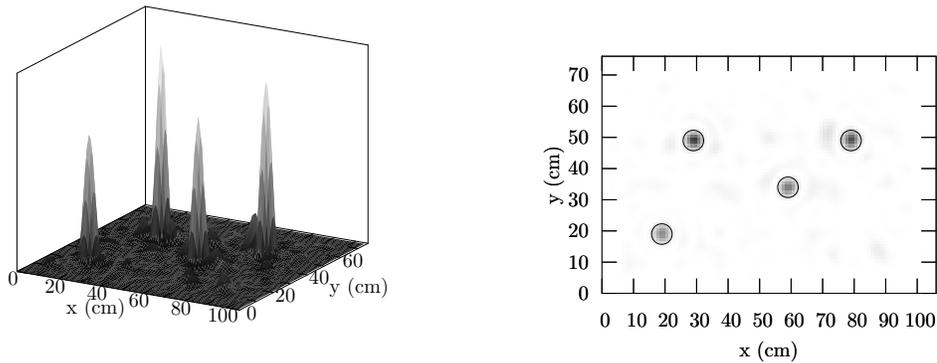
FIG. 3.6: *Measured (solid line) and computed (dashed line) flexural displacement on the clamped aluminium plate*

Figure 3.6 shows that the computational model is very accurate both in phase and in magnitude. This confirms that the algorithm can be used for the TRS imaging process.

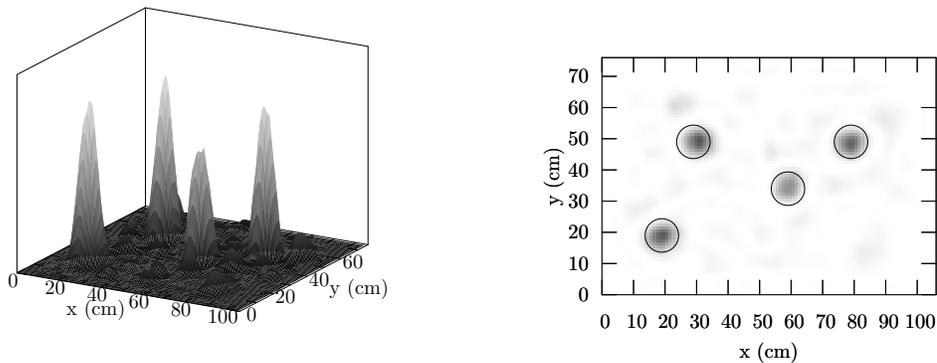
#### 3.2.4.2 *High-resolution imaging using time-reversal sink : proof of principle*

In this Section, we present a proof of principle using a simple numerical model. The forward propagation assumes a set of four active vibrational point-like sources. The numerical TR backpropagation is computed and compared with the TRS method. The signal emitted simultaneously by the set of sources is a 1.5 cycles Blackman-windowed sinusoid at several time-reversal central frequencies, and the flexural vibration is extracted at 64 control points, regularly distributed along the perimeter of the plate. Figure 3.7 shows the results of numerical TR backpropagation of the four active vibrational sources at central frequencies of 2000 Hz, 750 Hz, and 200 Hz. Each figure shows an inverted gray scale image and an a mesh showing the squared flexural displacement on the plate using classical TR at the instant of focus. The instant of focus was determined using a detection of the absolute maximum flexural displacement over time and position on the plate. The circles superposed on the images indicate the classical half-wavelength diffraction limit that bounds the resolution of the TR reconstruction. This diffraction effect between the

converging and the diverging waves around the focal spots prevents access to the physical size of the active sources, and the spatial resolution is degraded when the excitation frequency decreases. The set of four sources are identifiable at central frequencies of 2000 Hz and 750 Hz : the TR backpropagation provides adequate localization of the sources with a diffraction limited resolution. However, at central frequency of 200 Hz, the classical diffraction limit creates source sidelobes with magnitudes comparable to source peaks. At this frequency, the four sources are not localized and a false source is localized. This false source corresponds to the constructive interferences between the sidelobes of the real sources.



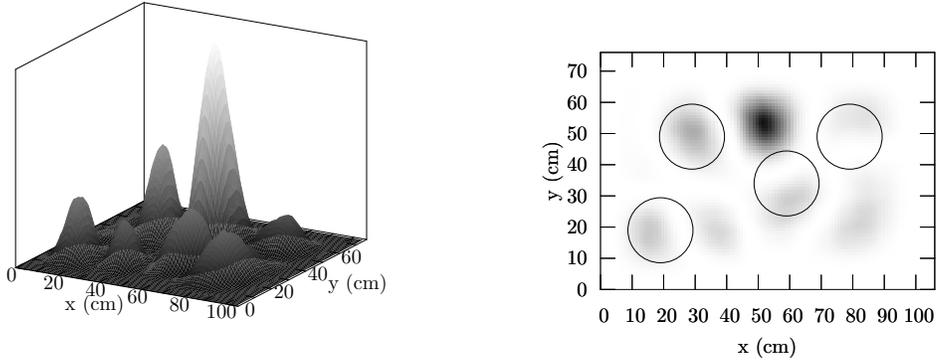
(a) 2000 Hz



(b) 750 Hz

FIG. 3.7: Localization of 4 pointlike active sources using the data obtained by numerical TR backpropagation at central frequency of (a) 2000 Hz, (b) 750 Hz, and (c) 200 Hz. Left : squared flexural displacement of the plate – Right : Source localization (grayscale) compared to the theoretical limit of resolution (circles)

The same numerical experiment has been reproduced using the TRS technique. In this case, the time-reversal sinks are exactly collocated with the active source centers. Figure 3.8 shows that using the numerical TRS allows to achieve high-resolution (i.e. subwavelength) imaging of

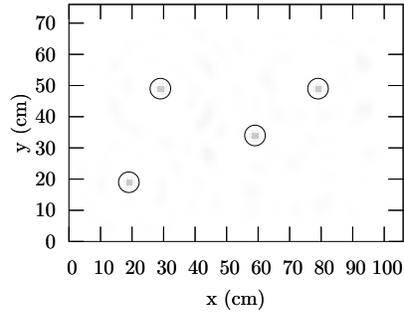
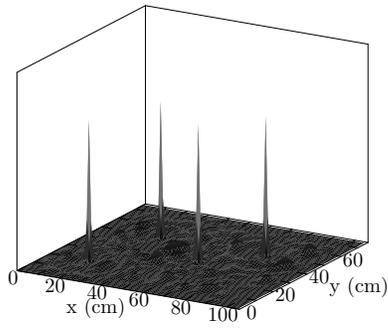


(c) 200 Hz

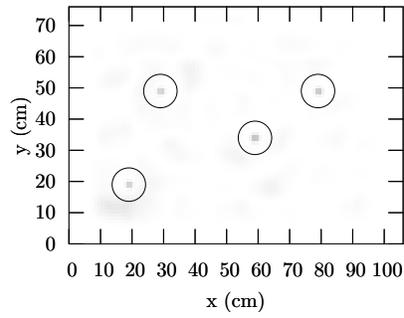
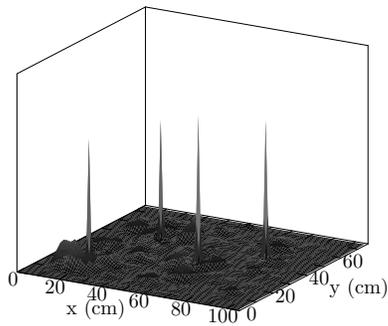
FIG. 3.7 (continued): *Localization of 4 pointlike active sources using the data obtained by numerical TR backpropagation at central frequency of (a) 2000 Hz, (b) 750 Hz, and (c) 200 Hz. Left : squared flexural displacement of the plate – Right : Source localization (grayscale) compared to the theoretical limit of resolution (circles)*

the active sources. The spatial resolution using TRS does not depend on the frequency of the signal emitted by the active sources and results in exact localization of the four sources even at low frequency. The images obtained using TRS in this numerical experiment show that the pointlike sources are well reconstructed, and confirms the properties of TRS imaging detailed in the previous section. In this ideal numerical case, the active source is a numerical pointlike source. Thus, the TRS method provides a pointlike image of the source without degrading the imaging quality even when the frequency is low, whereas the numerical TR backpropagation step provides a frequency-dependant resolution because of the diffraction effects. The TRS images show both better resolution and contrast than the classical TR images, as predicted by the theory and focusing experiments previously published [23] [66].

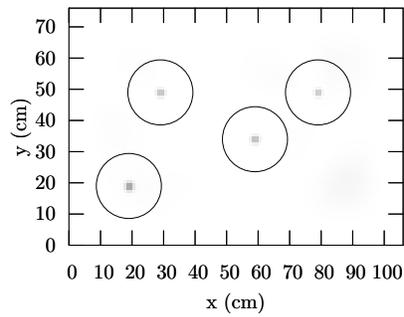
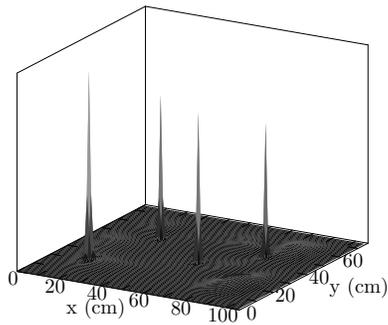
Nevertheless, in practice, the maximum detection in the TR image may fail (see Figure 3.7 (c)) at low frequency when the sources are close to each other. This maximum detection relies on numerical TR diffraction-limited process that fails in this case. It should be useful to use high resolution localization methods instead of peak detection in the TR image. The MUSIC source localization method is a good candidate to replace the maximum detection in the second step of this imaging process, as it only requires the same signals on the measurement array than TR backpropagation method, and it also requires the knowledge of the propagation medium and the control points positions. We don't use this method in this article, but the MUSIC source localization has already proven to achieve high resolution source localization even in non ideal cases, even with non point sources [74] [75] [76] [77] [78]. In this numerical case, the pointlike sources at central frequency of 200 Hz on figure 3.8(c) are well resolved because the initial



(a) 2000 Hz



(b) 750 Hz



(c) 200 Hz

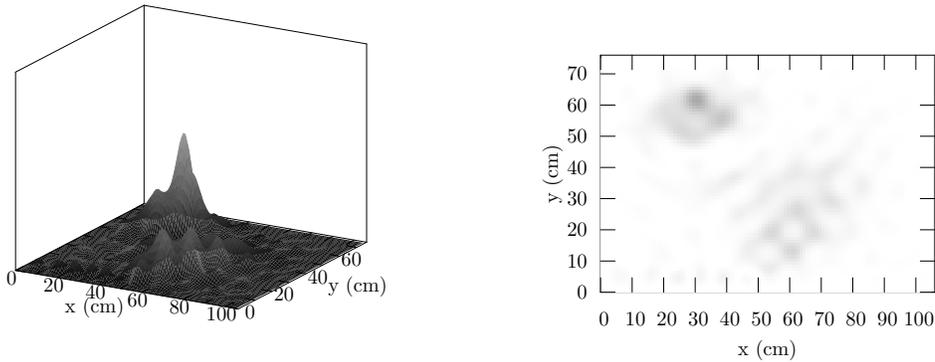
FIG. 3.8: Imaging of 4 pointlike active sources using the TRS technique at central frequency of (a) 2000 Hz, (b) 750 Hz, and (c) 200 Hz. Left : squared flexural displacement on the plate – Right : Source localization (grayscale) compared to the theoretical limit of resolution of TR (circles)

position of the sources is known a priori and we used this position to compute the TRS method.

### 3.2.4.3 Active source imaging using TRS

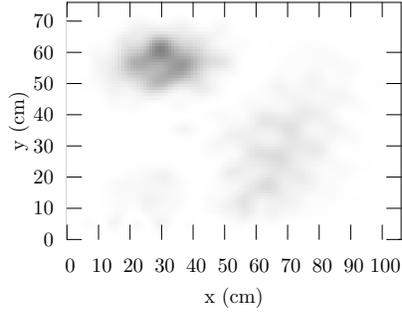
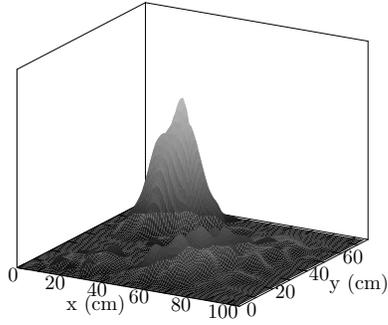
In this Section, we present experimental results of vibrational imaging of real active sources on the plate described in Section 3.2.3. These sources are a set of 8 round plates of different diameters (from 2 cm to 9 cm) mounted on a shaker. These plates knock on the clamped aluminium plate at an arbitrary (unknown) position. The vibrational TR backpropagation and TRS imaging are then computed using the measurements at 14 control points distributed along a plate edge using the laser scanning vibrometer ( $x_i = 65$  cm,  $y_i = 10. + 5 * i$  cm,  $i \in [1, 14]$ ).

Figure 3.9 shows the localization achieved by using numerical TR backpropagation, for the impact sources of 2 cm, 4 cm, 6 cm, and 8 cm. Each subfigure shows a gray scale image and a 3-dimensional mesh showing the squared flexural displacement on the plate using classical TR of the impact sources. In this case, since the impact sources have a large frequency content, it is not possible to put a diffraction limit to the results of Figure 3.7. The four sources are well localized despite the fact that the number of control points is low. Such a good TR localization with a few control points in this dispersive medium is predicted by theory, and is achieved thanks to reverberation (in a modal regime) [63] and weak attenuation [79] in the clamped plate. The vibrational maps obtained thanks to numerical TR shows information on the position of the impact sources on the plate, but the size of the focal spot does not depend on the size of these sources, and the resolution is limited by diffraction effects.

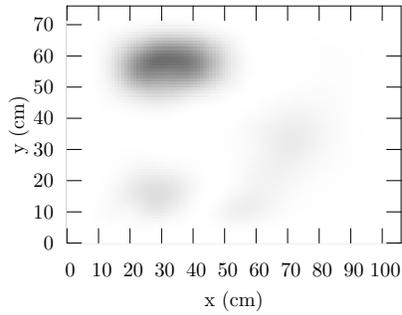
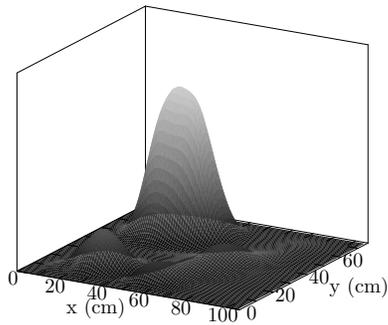


(a) 2 cm diameter plate

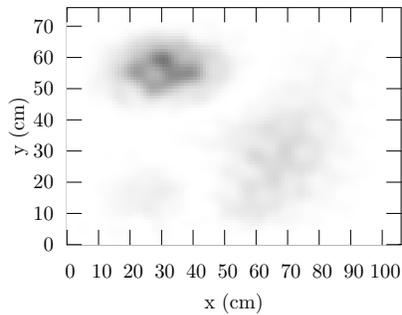
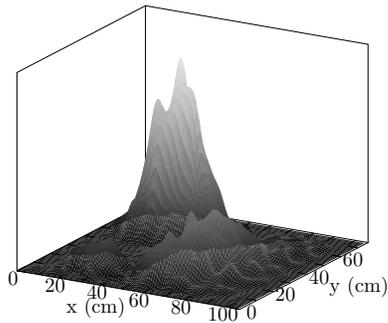
FIG. 3.9: Localization of 4 impact sources of different diameters using numerical TR backpropagation – Left : squared flexural displacement on the plate – Right : Source localization (grayscale)



(b) 4 cm diameter plate



(c) 6 cm diameter plate



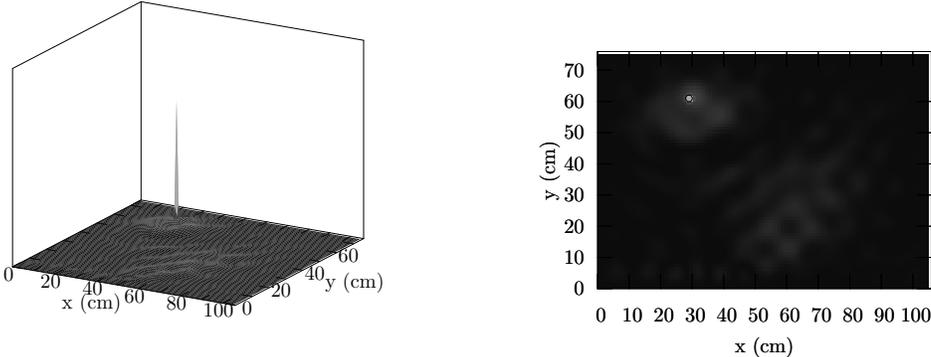
(d) 8 cm diameter plate

FIG. 3.9 (Continued): *Localization of 4 impact sources of different diameters using numerical TR backpropagation – Left : squared flexural displacement on the plate – Right : Source localization (grayscale)*

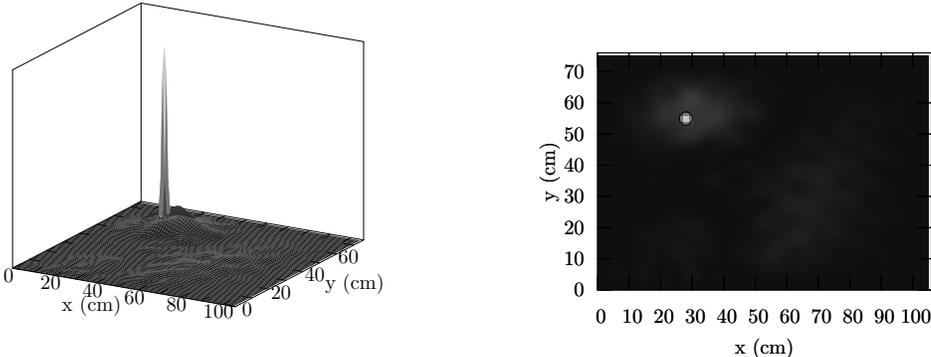
Besides the presence of spatial sidelobes, the resolution is affected by the predominant eigenmodes in the plate and by the aperture of the time reversal mirror. This explains why each figure shows the same localization resolution, even if the impact sources have different sizes : as

predicted by theory, classical TR only allows to localize the sources. All the information about the sources is included in the field measured by the TRM, but TR process does not re-create the exact time-reversed field because the source singularity is not time-reversed. TRS allows to suppress this apparent failure in TR process.

These data obtained by classical TR are then computed with a numerical time-reversal sink that emits the antinoise signal at the position of the source localized by using classical TR. The results obtained after this computation are presented on figure 3.10. This figure shows a grayscale image and a 3-dimensional mesh showing the squared flexural displacement on the plate using the numerical time-reversal sink of the impact sources on the aluminium clamped plate. The circles superposed on the images indicate real size of the impact sources.



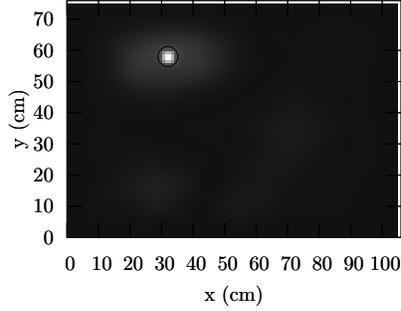
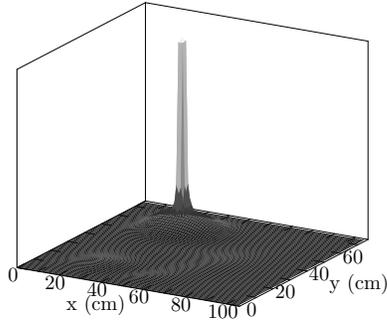
(a) 2 cm diameter plate



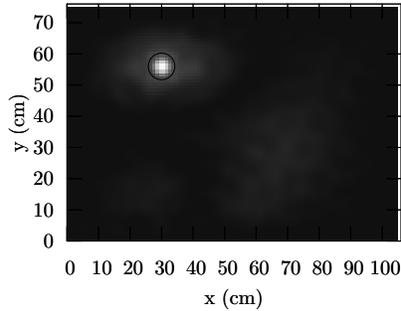
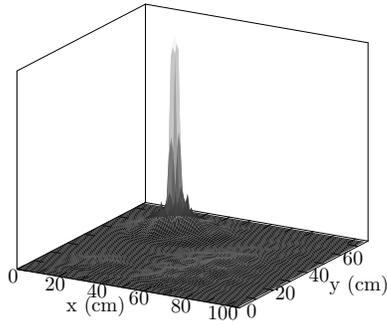
(b) 4 cm diameter plate

FIG. 3.10: *Imaging of 4 impact sources of different diameters using a numerical TRS – Left : squared flexural displacement on the plate – Right : Source imaging (grayscale)*

This experiment shows that the impact sources are well localized, thanks to classical TR, and



(c) 6 cm diameter plate



(d) 8 cm diameter plate

FIG. 3.10 (Continued): *Imaging of 4 impact sources of different diameters using a numerical TRS – Left : squared flexural displacement on the plate – Right : Source imaging (grayscale)*

that the physical size of the impact sources is well reconstructed by the numerical TRS technique. In theory, all the sidelobes and spatial noise observed in Figure 3.10 should be suppressed by using a time-reversal cavity, or at least a larger number of control points, and a perfect matching algorithm. However, this experiment shows that even with a small number of control points, the imaging achieved is accurate thanks to the large reverberation of flexural waves in the plate. This new high resolution imaging method allows satisfactory source imaging without the need of scanning the entire medium. Finally, the TRS imaging shows slightly smaller size than the real size of the impact sources. This can be explained by the excitation mechanism involved : the vibrational energy transferred by the impact sources on the aluminium clamped plate is much smaller at the sources boundaries. Thus, the TRS imaging reconstructs this actual source distribution and the size of the impact is slightly underestimated. Nevertheless, this method provides high-resolution imaging of active sources without having to scan the plate.

### 3.2.5 Conclusions

In this paper, we have presented original results showing that a numerical time-reversal sink (TRS) can be used to achieve high resolution imaging of active vibrational sources in a simple clamped aluminium plate. A numerical model has been derived in order to simulate the propagation of flexural waves in the plate. This process can be achieved in any wave propagating medium with little dissipation, as long as the numerical model is accurate enough. Both numerical proof of concept and imaging of real impact sources on the clamped aluminium plate confirm the results previously obtained with experimental TRS in focusing mode [23] [66]. Furthermore, numerical TRS appears to suppress the limits observed in [66] and [23] using the experimental TRS. Numerical TRS appears to be an alternative to other imaging process, and allows to overcome the diffraction effects limiting the resolution of classical TR with a few control points. Thus, the numerical TRS technique allows to achieve high resolution imaging instead of limited resolution localization. The case of non well resolved sources by numerical TR backpropagation should also be solved by using a high resolution localization method, such as the MUSIC method in the second step of the imaging process, instead of the simple spatio-temporal maximum peak detection. The numerical TRS technique provides information about the size of the active vibrational source. Unlike other imaging process, the numerical TRS technique only requires a few transducers in a reverberant environment and is efficient in a dispersive medium because spatial reciprocity and TR reconstruction is not affected by velocity dispersion and weak attenuation.

### 3.3 Le modèle numérique de propagation d'ondes de flexion dans une plaque orthotrope encastrée

La méthode d'imagerie à haute résolution proposée dans ce chapitre est basée à la fois sur le principe du puits à retournement temporel ainsi que sur une modélisation de la propagation des ondes de flexion dans une plaque mince. Malgré le fait que l'application présentée ici concerne un matériau isotrope, le choix a été fait de réaliser un code d'ondes de flexion dans un matériau orthotrope, de manière à rendre plus flexible les applications ultérieures<sup>2</sup>. Dans cette section, nous présenterons le modèle physique retenu, la méthode de discrétisation numérique, ainsi que l'algorithme utilisé pour la simulation numérique de la propagation d'ondes de flexion dans une plaque.

---

<sup>2</sup>le cas isotrope n'étant qu'une simplification du cas orthotrope

### 3.3.1 Le modèle physique des ondes de flexion dans une plaque

Pour notre application, le modèle de plaque mince de Kirchoff-Love [16] est applicable, dans la mesure où les ondes de flexion sont prédominantes dans la plaque et que le produit fréquence-épaisseur reste faible. Les hypothèses de ce modèle sont les suivantes :

- **Hypothèse de petites déformations** : On se place dans le cadre de l'élasticité linéaire.
- **Inertie rotationnelle** : Les composantes d'inertie de rotation d'une tranche de plaque sont négligées devant les composantes d'inertie de translation pour les ondes de flexion dans la plaque.
- **Ondes longitudinales** : Les ondes longitudinales de compression dans la plaque sont négligeables
- **Hypothèse de plaque mince** : Les tranches initialement perpendiculaires à la surface neutre  $z = 0$  de la plaque le restent lors des déformations de la plaque. Cette hypothèse revient à affirmer que les composantes du tenseur  $\sigma$  des contraintes normales à la surface neutre sont nulles dans toute l'épaisseur  $h$  de la plaque :

$$\forall z \in \left[ -\frac{h}{2}; \frac{h}{2} \right], \sigma_{xz} = \sigma_{yz} = \sigma_{zz} = 0$$

Sous ces hypothèses, nous rappelons que les relations contraintes/déformations peuvent être écrites de la manière suivante : [15] [16] [17] :

$$\left\{ \begin{array}{l} M_x(x, y, t) = -D_x \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} - \frac{D_{xy}}{2} \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \\ M_y(x, y, t) = -D_y \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} - \frac{D_{xy}}{2} \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \\ M_{xy}(x, y, t) = -\frac{D_k}{2} \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} \end{array} \right. \quad (3.7)$$

où  $D_x$ ,  $D_y$ ,  $D_{xy}$ , et  $D_k$  sont les quatre rigidités de la plaque, définies à l'équation 3.3.

La dernière équation modélisant le comportement des ondes de flexion est tirée du principe fondamental de la dynamique dans la plaque, en négligeant l'inertie de rotation dans la plaque [16] [70], avec un terme de force surfacique  $f_z(x, y, t)$  :

$$\rho h \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + f_z(x, y, t) \quad (3.8)$$

Le regroupement des équations de contrainte/déformation 3.7 et de l'équation de la relation fondamentale de la dynamique 3.8 aboutit au système d'équations 3.2, modélisant la physique de la propagation des ondes de flexion dans une plaque orthotrope sous les hypothèses de Kirchoff-Love.

Ce système d'équations à 4 inconnues (les moments fléchissants, les moments croisés, ainsi que l'inconnue essentielle du système, la flexion) est utilisé pour le code numérique aux différences finies dans le domaine temporel, afin de simuler la propagation d'ondes de flexion dans la plaque étudiée. La discrétisation de ce système est abordée dans la sous-section suivante. D'un point de vue algorithmique, il est beaucoup plus judicieux d'utiliser ce système d'équations faisant intervenir les variables intermédiaires des moments fléchissants et des moments croisés, plutôt que l'équation classique de la flexion ne faisant intervenir que la variable  $W$ . En effet, la manipulation du système 3.2 permet de diminuer le nombre d'opérations effectuées par différences finies par pas de temps [80].

### 3.3.2 Discrétisation du système pour le code aux différences finies

Le code aux différences finies est inspiré des méthodes utilisées par C. Lambourg dans sa thèse de doctorat [70], et a été implémenté pour pouvoir être compilé et lancé sur le supercalculateur parallèle (ou série, suivant les applications) Mammouth de l'Université de Sherbrooke, ainsi que sur une machine personnelle. Le but de cette section n'est pas de décrire les spécificités du code parallélisé, mais de décrire la méthode de discrétisation des équations choisies ainsi que l'algorithme de calcul.

La méthode de discrétisation choisie correspond à une discrétisation sur un maillage cartésien régulier, en espace et en temps. Par la suite, la discrétisation des équations impliquera l'évaluation des grandeurs physiques sur les noeuds du maillage. La notation suivante sera utilisée : pour une grandeur scalaire  $\mu(x, y, z, t)$  quelconque, sa discrétisation sur le maillage sera notée :  $\mu(m\Delta x, n\Delta y, p\Delta z, k\Delta t) = \mu_{m,n,p}^k$ , où  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$ ,  $\Delta t$  sont les pas spatiaux et temporels, et les indices  $n$ ,  $m$ ,  $p$ ,  $k$  correspondent à l'indice du point sur la grille spatio-temporelle d'échantillonnage discret. Il est essentiel de noter que par la suite, la dépendance en  $z$  correspondant à l'indice  $p$  sera supprimée dans le cadre de l'approximation de Kirchoff-Love, puisque toute

dépendance en  $z$  des grandeurs physiques dans le système 3.2 est absente. Pour la discrétisation, le choix s'est porté vers un schéma centré d'ordre 4 en espace et d'ordre 2 en temps. Ce type de schéma numérique permet de converger beaucoup plus vite vers l'équation continue qu'un schéma d'ordre 2-2 [70]. Par la suite, nous fixerons les pas d'espace  $\Delta x$  et  $\Delta y$  comme étant égaux. Dans le cadre de cette discrétisation avec un schéma 4-2 centré, les opérateurs de différentiation spatiaux sont obtenus grâce à un développement de Taylor à l'ordre 6 en espace, et les opérateurs de différentiation temporels sont obtenus grâce à un développement de Taylor à l'ordre 4 en temps [81]. Par la suite, les opérateurs de dérivation seront notés de la manière suivante, permettant de connaître l'ordre d'approximation de manière simple :

$$\begin{cases} (P_{xx}^{(4)}\mu)_{m,n}^k = \left(\frac{\partial^2 \mu}{\partial x^2}\right)_{m,n}^k + \mathcal{O}(\Delta x^4) \\ (P_{yy}^{(4)}\mu)_{m,n}^k = \left(\frac{\partial^2 \mu}{\partial y^2}\right)_{m,n}^k + \mathcal{O}(\Delta x^4) \\ (P_{tt}^{(2)}\mu)_{m,n}^k = \left(\frac{\partial^2 \mu}{\partial t^2}\right)_{m,n}^k + \mathcal{O}(\Delta t^2) \end{cases}$$

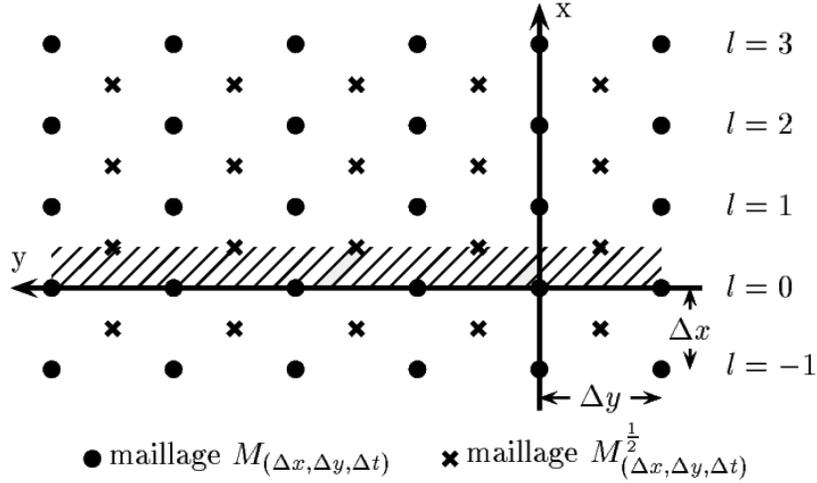


FIG. 3.11: Maillage aux différences finies, à proximité de l'encastrement en  $x = 0$  : la flexion et les moments fléchissants sont évalués sur le maillage principal  $M_{(\Delta x, \Delta y, \Delta t)}$ , et les moments croisés le sont sur le maillage décalé  $M_{(\Delta x, \Delta y, \Delta t)}^{\frac{1}{2}}$  (tiré de [70])

Par ailleurs, le système d'équations 3.2 met en jeu des dérivées croisées spatiales. Afin de discrétiser ces dérivées, il est nécessaire de connaître les valeurs de la flexion sur une grille de pas spatial divisé par deux par rapport à la grille nécessaire aux dérivées secondes  $(P_{xx}^{(4)})_{m,n}^k$  et  $(P_{yy}^{(4)})_{m,n}^k$ . En effet, les dérivées croisées spatiales nécessitent la connaissance des points d'une grille tournée de 45 degrés par rapport à la grille principale (voir figure 3.11). Afin d'éviter de

doubler le nombre de points de calculs, il a été choisi d'évaluer ces dérivées sur un maillage décalé d'un demi-pas en espace pour les équations de contrainte/déformation par rapport au maillage de l'équation du principe fondamental de la dynamique. Ce décalage de grilles permet de diminuer grandement le nombre d'opérations réalisées par pas de temps sans perdre de précision dans l'évaluation des équations discrétisées. L'opérateur de dérivée croisée spatiale (évalué sur la grille non décalée) d'une fonction scalaire  $\mu$  connue sur la grille décalée sera ainsi noté :

$$(P_{xy}^{(4)}\mu)_{m,n}^k = \left(\frac{\partial^2\mu}{\partial x\partial y}\right)_{m,n}^k + \mathcal{O}(\Delta x^4)$$

L'opérateur de dérivée croisée spatiale (évalué sur la grille décalée) d'une fonction scalaire  $\mu$  connue sur la grille non décalée sera noté :

$$(\tilde{P}_{xy}^{(4)}\mu)_{m+\frac{1}{2},n+\frac{1}{2}}^k = \left(\frac{\partial^2\mu}{\partial x\partial y}\right)_{m+\frac{1}{2},n+\frac{1}{2}}^k + \mathcal{O}(\Delta x^4)$$

Avec ces notations, le système discrétisé à l'ordre 4-2 correspond à :

$$\left\{ \begin{array}{l} (M_x)_{m,n}^k = -D_x(P_{xx}^{(4)}W)_{m,n}^k - \frac{D_{xy}}{2}(P_{yy}^{(4)}W)_{m,n}^k \\ (M_y)_{m,n}^k = -D_y(P_{yy}^{(4)}W)_{m,n}^k - \frac{D_{xy}}{2}(P_{xx}^{(4)}W)_{m,n}^k \\ (M_{xy})_{m+\frac{1}{2},n+\frac{1}{2}}^k = -\frac{D_k}{2}(\tilde{P}_{xy}^{(4)}W)_{m+\frac{1}{2},n+\frac{1}{2}}^k \\ \rho h(P_{tt}^{(2)}W)_{m,n}^k = (P_{xx}^{(4)}M_x)_{m,n}^k + (P_{yy}^{(4)}M_y)_{m,n}^k + 2(P_{xy}^{(4)}M_{xy})_{m,n}^k + f_z(x, y, t) \end{array} \right. \quad (3.9)$$

Les expressions des différents opérateurs de dérivations impliqués dans ce système discrétisé dans le cadre de l'approximation à l'ordre 4 en espace et à l'ordre 2 en temps sont données dans le système d'équations 3.10 (dans le cadre de notre application,  $\Delta x = \Delta y$ ).

$$\left\{ \begin{array}{l}
(P_{xx}^{(4)} W)_{m,n}^k = \frac{-30W_{m,n}^k + 16(W_{m+1,n}^k + W_{m-1,n}^k) - (W_{m+2,n}^k + W_{m-2,n}^k)}{12\Delta x^2} \\
(P_{yy}^{(4)} W)_{m,n}^k = \frac{-30W_{m,n}^k + 16(W_{m,n+1}^k + W_{m,n-1}^k) - (W_{m,n+2}^k + W_{m,n-2}^k)}{12\Delta y^2} \\
(P_{tt}^{(2)} W)_{m,n}^k = \frac{-2W_{m,n}^k + W_{m,n}^{k+1} + W_{m,n}^{k-1}}{\Delta t^2} \\
(\tilde{P}_{xy}^{(4)} W)_{m+\frac{1}{2},n+\frac{1}{2}}^k = \frac{1}{576\Delta x\Delta y} \left[ W_{m-1,n-1}^k + W_{m+2,n+2}^k - W_{m-1,n+2}^k - W_{m+2,n-1}^k + \right. \\
\quad 27 \left( W_{m,n+2}^k + W_{m+2,n}^k - W_{m+1,n+2}^k - W_{m+2,n+1}^k + \right. \\
\quad \left. W_{m+1,n-1}^k + W_{m-1,n+1}^k - W_{m-1,n}^k - W_{m,n-1}^k \right) + \\
\quad \left. 729 \left( W_{m,n}^k - W_{m,n+1}^k - W_{m+1,n}^k + W_{m+1,n+1}^k \right) \right] \\
(P_{xy}^{(4)} M_{xy})_{m,n}^k = \frac{1}{576\Delta x\Delta y} \cdot \left[ (M_{xy})_{m-\frac{3}{2},n-\frac{3}{2}}^k - (M_{xy})_{m+\frac{3}{2},n-\frac{3}{2}}^k - (M_{xy})_{m-\frac{3}{2},n+\frac{3}{2}}^k + \right. \\
\quad (M_{xy})_{m+\frac{3}{2},n+\frac{3}{2}}^k + 27 \left( (M_{xy})_{m-\frac{1}{2},n+\frac{1}{2}}^k - (M_{xy})_{m+\frac{1}{2},n+\frac{3}{2}}^k + \right. \\
\quad (M_{xy})_{m+\frac{1}{2},n-\frac{1}{2}}^k - (M_{xy})_{m+\frac{3}{2},n+\frac{1}{2}}^k + (M_{xy})_{m+\frac{1}{2},n-\frac{3}{2}}^k + \\
\quad \left. (M_{xy})_{m-\frac{3}{2},n+\frac{1}{2}}^k - (M_{xy})_{m-\frac{3}{2},n-\frac{1}{2}}^k - (M_{xy})_{m-\frac{1}{2},n-\frac{3}{2}}^k \right) + \\
\quad \left. 729 \left( (M_{xy})_{m-\frac{1}{2},n-\frac{1}{2}}^k - (M_{xy})_{m-\frac{1}{2},n+\frac{1}{2}}^k - (M_{xy})_{m+\frac{1}{2},n-\frac{1}{2}}^k + \right. \right. \\
\quad \left. \left. (M_{xy})_{m+\frac{1}{2},n+\frac{1}{2}}^k \right) \right]
\end{array} \right. \quad (3.10)$$

Pour ce schéma numérique, la condition de stabilité de l'algorithme de différences finies pour l'équation des ondes de flexion est la suivante [70] :

$$\Delta X \geq \sqrt{2\Delta T \sqrt{\frac{h^2}{\rho} \left( \frac{16}{9} \left( 2D_x + D_{xy} \sqrt{\frac{D_x}{D_y}} \right) + \frac{2401}{1296} D_k \sqrt{\frac{D_x}{D_y}} \right)}}$$

À titre d'exemple, pour obtenir une précision en espace de 4 mm, il faut échantillonner les signaux temporels à 1 MHz. Pour la prise en compte des conditions aux limites, nous utiliserons le principe des images (couramment utilisé en algorithmique), mais en adaptant le schéma numérique à un schéma d'ordre 2 en espace lorsque l'on s'approche des limites de la plaque. En effet, le schéma 4-2, bien que rapide et précis, est un schéma inconditionnellement instable lorsqu'un nombre important de points fictifs sont considérés [81]. La limitation à un ordre 2 en espace à proximité des limites de la plaque permettra d'éviter des risques d'instabilité lors de la simulation numérique de la flexion dans la plaque encastree. L'étude de la dispersion numérique

et de l'isotropie numérique ayant déjà été réalisée de manière précise par C. Lambourg dans sa thèse de doctorat [70], le choix a été fait de ne pas détailler ces points dans ce manuscrit, contrairement à l'étude réalisée au chapitre suivant, qui, elle, n'a jamais été réalisée.

### 3.3.3 Algorithme de simulation

Les formulations en différences finies et le schéma numérique étant présentés, cette sous-section consiste en la description de l'algorithme utilisé pour la simulation de la flexion dans la plaque orthotrope encastree. Par souci de simplification, l'algorithme sera présenté pour un seul bord encastree ( $x = 0$ ) et une plaque semi-infinie. L'algorithme complet est aisément compréhensible par rotation des indices spatiaux.

La condition aux limites au bord encastree  $x = 0$  correspond à l'annulation de la flexion et de sa dérivée normale sur la ligne de l'encastrement :  $W(0, y, t) = 0$  et  $\frac{\partial W}{\partial x}(0, y, t) = 0, \forall (y, t)$ . Pour décrire l'algorithme, considérons que le calcul aux itérations  $k$  et  $k - 1$  a permis de calculer la valeur de la flexion partout dans la plaque, ainsi que sur la ligne de points fictifs  $m = -1$  extérieurs à la plaque et parallèle à la ligne d'encastrement  $m = 0$ .

À partir de la connaissance de  $W_{m,n}^k \forall (m, n)$ , les schémas numériques à l'ordre 4 sont utilisés pour déterminer les moments  $M_x$  et  $M_y$  à l'instant  $k$ , pour les points strictement à l'intérieur de la plaque ( $l \geq 1$ ). Pour la ligne d'encastrement  $l = 0$ , les moments  $M_x$  et  $M_y$  à l'instant  $k$  sont calculés grâce à une approximation d'ordre 2 en espace des opérateurs de dérivations suivant  $x$ . En ce qui concerne les opérateurs de dérivations de la flexion suivant  $y$  sur la ligne d'encastrement, ils sont nuls, puisque la flexion est nulle sur cette ligne.

Les moments croisés  $M_{xy}$  sont ensuite évalués, toujours à l'itération  $k$ , grâce à l'approximation à l'ordre 4 en espace précédemment décrite. Il est important de rappeler que ces moments croisés sont évalués sur la grille décalée d'un demi-pas,  $\forall l \geq \frac{1}{2}$ .

À partir de ces données calculées et de la connaissance de la flexion aux itérations précédentes  $k - 1$  et  $k$ , la flexion  $W$  est calculée à l'itération  $k + 1$  :

- $\forall l \geq 2$ , le schéma 4-2 présenté précédemment est utilisé
- Pour  $l = 1$ , les dérivées spatiales en  $x$  sont remplacées par une approximation d'ordre 2, pour éviter un trop grand nombre de points fictifs.
- Pour  $l = 0$ , la flexion est nulle, puisque sur la ligne d'encastrement.
- Pour  $l = -1$ , sur la ligne de points fictifs parallèles à la ligne d'encastrement, la flexion est évaluée en utilisant la condition aux limites  $\frac{\partial W}{\partial x}(0, y, t) = 0, \forall(y, t)$ . Cette condition aux limites est approximée à l'ordre 3 afin de limiter les erreurs introduites par une évaluation de la dérivée première au second ordre. La flexion  $W$  à l'instant  $k + 1$  est ainsi calculée grâce aux deux premières lignes de points réels à l'intérieur de la plaque :

$$W_{-1,n}^k = 3W_{1,n}^k - \frac{W_{2,n}^k}{2}.$$

Pour étendre cet algorithme à 4 bords encastres, il suffit de faire une rotation d'indices et d'appliquer l'algorithme pour les bords  $x = 0, x = L_x, y = 0$ , et  $y = L_y$ . Bien entendu, lors de la rotation d'indices, apparaissent des conditions de coins. Considérons le coin  $x = y = 0$ . La description précédente est toujours valable pour le calcul des moments  $M_x$  et  $M_y$  ainsi que pour la flexion  $W, \forall m \geq -1$  et  $\forall n \geq -1$ , excepté au coin fictif du domaine de calcul  $m = n = -1$ , où la flexion et les moments ne sont pas évalués. En ce qui concerne le moment croisé  $M_{xy}$ , l'algorithme précédent est valable pour tout point, excepté au coin  $m = n = \frac{1}{2}$ , où l'approximation à l'ordre 4 en espace n'est pas utilisable, puisque la flexion n'est pas connue au point  $n = m = -1$ . Pour ce point particulier, l'approximation à l'ordre 4 de l'opérateur de dérivation croisée spatiale est alors remplacée par une approximation à l'ordre 2.

À l'issue de ce calcul, l'itération est finie, et le calcul est réitéré pour le pas temporel  $k + 2$ .

### 3.4 Remarques sur le caractère dispersif et réverbérant du milieu

Dans l'application à l'imagerie de sources vibratoires présentée dans le cadre de ce chapitre, il est essentiel de noter que le milieu de propagation est un milieu dispersif pour les ondes de flexion. L'avantage essentiel des techniques de retournement temporel dans ce type de milieu est leur capacité à recompresser temporellement et spatialement l'onde rétropropagée, malgré le caractère dispersif de la propagation dans la plaque. En effet, la plupart des méthodes d'imagerie ou de focalisation sont mises en difficulté par toute inhomogénéité ou dispersion dans le milieu. Les techniques de retournement temporel ont l'avantage d'être des techniques adaptatives, puisqu'elles correspondent à un filtre spatial et temporel adapté pour la propagation. Il apparaît donc que la rétropropagation numérique par retournement temporel est une bonne solution pour la localisation de sources dans une plaque dispersive. En revanche, à basse fréquence, la résolu-

tion limitée par effets de diffraction autour de la source reconstituée par retournement temporel empêche de connaître avec précision la taille de la source. C'est pourquoi la technique d'imagerie à haute résolution par *puits* à retournement temporel présente ici une solution efficace au problème de détection et d'imagerie de sources actives à basse fréquence en milieu dispersif.

Par ailleurs, le milieu de propagation présenté ici présente un caractère réverbérant pour les ondes de flexion. L'encastrement au bord de la plaque provoque de multiples réflexions dans le milieu. Par conséquent, comme pour l'application à la focalisation présentée dans le chapitre précédent, l'ouverture synthétique apparente du miroir à retournement temporel est agrandie grâce à la création de points de contrôles et de sources virtuelles [25]. Ce caractère permet de réaliser de l'imagerie à faible coût, sans avoir à scanner la surface entière de la plaque avec le vibromètre laser à balayage. La mesure est extrêmement rapide, avec seulement 14 points de mesure, et permet d'obtenir la position et la taille de la source active, de manière rapide, efficace, et précise.

### 3.5 Étude de la robustesse de la technique d'imagerie

La technique d'imagerie à haute résolution par puits numérique à retournement temporel est basée sur une bonne connaissance du milieu de propagation, ainsi que d'un modèle précis de la propagation des ondes dans ce milieu. Cette caractéristique de la technique de puits numérique à retournement temporel peut être comparée à la nécessité pour la méthode d'holographie acoustique en champ proche de connaître la fonction de Green, qui correspond physiquement au propagateur du milieu. Dans cette section, nous étudierons la robustesse de la technique de puits numérique à retournement temporel dans le cas d'une erreur de modélisation du milieu. Par ailleurs, nous avons vu en section 3.2.4.2 que dans le cas de la détection simultanée de sources actives proches les unes des autres, la méthode peut échouer. En effet, le puits à retournement temporel est entièrement basé sur une première étape de rétropropagation numérique par retournement temporel. Si cette méthode de retournement temporel ne permet pas de discriminer deux sources, trop proches à basse fréquence, et que le maximum spatio-temporel correspond à une fausse détection de source (i.e. à la superposition de deux lobes secondaires spatiaux, par exemple), la méthode de puits peut échouer. Une méthode efficace permettant de résoudre ce problème, basée sur la méthode MUSIC<sup>3</sup>, est proposée au chapitre 4.

---

<sup>3</sup>Multiple Signal Classification

### 3.5.1 Robustesse en cas d'erreur de modélisation du milieu

La technique de puits numérique étant basée sur une modélisation de la propagation d'ondes grâce à un algorithme, il est nécessaire pour que le processus de retournement temporel numérique dans le milieu fictif soit précis, que la modélisation numérique de la propagation dans le milieu soit elle-même précise. Afin d'étudier la robustesse de la technique en cas d'erreur de modélisation du milieu, nous présenterons dans cette sous-section une étude sur le niveau signal à bruit et les erreurs commises sur la localisation de sources lorsque les caractéristiques du milieu de propagation ne sont pas simulées de manière adéquate.

#### 3.5.1.1 Influence de la connaissance du module d'Young

Afin d'évaluer de manière précise la robustesse de la technique, le protocole utilisé est le suivant : à partir d'une propagation initiale d'une source *simulée numériquement* dans une plaque isotrope identique au modèle utilisé dans les expériences précédentes, plusieurs rétropropagations sont réalisées, à l'aide d'un miroir à retournement temporel composé de 64 capteurs et actionneurs *numériques et ponctuels* colocalisés, insérés dans le modèle de propagation. À chaque rétropropagation, le module d'Young, qui intervient sur les rigidités de la plaque, ainsi que sur la célérité des ondes de flexion et sur la dispersion dans la plaque, est modifié afin d'évaluer les erreurs d'imagerie introduites par l'erreur de modélisation du milieu. Le choix de l'étude s'est porté sur le module d'Young, puisque de tous les paramètres physiques de la plaque intervenant dans le modèle de propagation, c'est le plus difficile à connaître avec une grande précision de manière expérimentale. La densité, l'épaisseur de la plaque, et la position précise des encastresments sont accessibles de manière précise grâce à une mesure simple, avec des incertitudes inférieures au pourcent. Pour l'émission initiale, les paramètres physiques utilisés sont détaillés dans le tableau 3.2 (ces valeurs ont été ajustées grâce aux mesures dans la plaque) :

La plaque est discrétisée en 152x212 points, avec un échantillonnage spatial de 0.5 cm. Le signal initial émis par la source est une sinusoïde à  $F = 5000$  Hz convoluée avec une fenêtre de Blackman de 0.3 ms, échantillonnée temporellement à  $F_s = 1$  MHz. Ce signal est représenté sur la figure 3.12.

Après émission dans le modèle numérique dans la plaque, les signaux reçus sur les 64 transducteurs sont retournés temporellement (voir Figure 3.13).

Une analyse de la figure 3.13 montre bien le phénomène de dispersion et des multiples ré-

|                             |                         |
|-----------------------------|-------------------------|
| Longueur de la plaque $L_y$ | 1050 mm                 |
| Largeur de la plaque $L_x$  | 750 mm                  |
| Épaisseur de la plaque $h$  | 3.175 mm                |
| Module d'Young $E$          | 68.9 GPa                |
| Masse volumique $\rho$      | 2710 kg.m <sup>-3</sup> |
| Module de Poisson $\nu$     | 0.33                    |
| Première rigidité $D_x$     | 2.06 kN.m               |
| Seconde rigidité $D_{xy}$   | 1.36 kN.m               |
| Troisième rigidité $D_y$    | 2.06 kN.m               |
| Quatrième rigidité $D_k$    | 2.76 kN.m               |

TAB. 3.2: *Paramètres physiques de la plaque utilisés pour la phase d'émission par la source ponctuelle*

flexions des ondes de flexion dans la plaque. Ces signaux retournés temporellement sont alors utilisés pour refocaliser l'onde. L'expérience d'imagerie par puits à retournement temporel est renouvelée pour plusieurs valeurs du module d'Young lors de la phase de rétropropagation numérique. Pour ces expériences numériques, une première étape de rétropropagation par retournement temporel dans le milieu fictif est réalisée, pour des valeurs de modules d'Young différentes de celle utilisée pour l'émission initiale. Les taux de variation relative choisis pour cette étude varient de 1 % à 10 % (voir tableau 3.3). La flèche dans la plaque lors de l'étape de rétropropagation est alors calculée en tout point, et le maximum spatio-temporel de la valeur de la flèche dans la plaque est déterminé. La valeur du temps du maximum correspond au temps du « collapse », et la position du maximum au point de localisation de la source par retournement temporel.

La figure 3.14 présente deux données essentielles : la carte de la flèche dans la plaque à l'instant du « collapse »  $T_c$  déterminé par détection de maximum lors de la rétropropagation par retournement temporel dans la plaque, ainsi que le signal temporel normalisé de la flèche au point de localisation de la source extrait de la simulation numérique de rétropropagation. Ces données sont tracées pour quatre valeurs différentes du module d'Young :  $E_0$ , en référence, ainsi que  $E_5$ ,  $E_7$  et  $E_{10}$ . Une analyse de cette figure montre que la qualité de localisation et de reconstruction par retournement temporel se dégrade lorsque l'erreur sur le module d'Young augmente. En effet, le bruit spatial, correspondant à la dégradation du contraste des valeurs de flexion dans la plaque, ainsi que le niveau de bruit temporel augmentent avec l'erreur sur le module d'Young. Ce phénomène correspond à une non réversibilité du milieu, puisqu'il est mal simulé lors de l'étape de rétropropagation. La simulation numérique du milieu doit être très

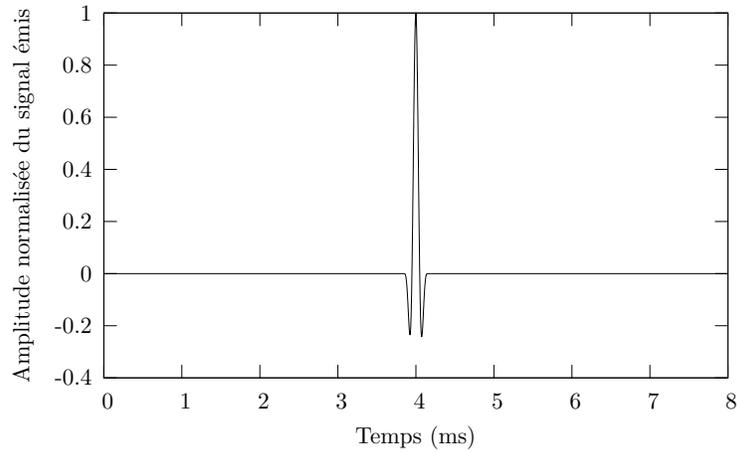


FIG. 3.12: *Signal normalisé en amplitude émis par la source initiale lors de la phase d'émission directe*

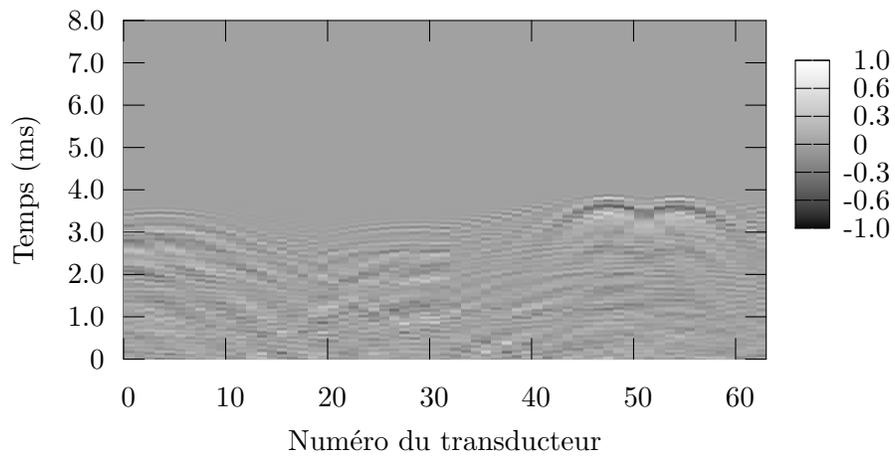


FIG. 3.13: *Signaux reçus sur les 64 transducteurs du miroir à retournement temporel, retournés temporellement. L'amplitude normalisée de la flèche dans la plaque est codée en niveaux de gris*

précise lors du processus d'imagerie par puits à retournement temporel numérique (ainsi que lors du processus de localisation par retournement temporel numérique).

Par ailleurs, il est à noter que l'erreur sur l'évaluation du paramètre de module d'Young modifie le temps du « collapse ». En effet, la modification de ce paramètre change la relation de dispersion par rapport à l'étape d'émission initiale par la source à imager. Par conséquent,

---

---

Valeurs des modules d'Young utilisées lors de la phase de rétropropagation

---

---

$$E_0 = 68.9 \text{ GPa}$$

$$E_1 = 69.589 \text{ GPa}$$

$$E_2 = 70.278 \text{ GPa}$$

$$E_3 = 70.967 \text{ GPa}$$

$$E_4 = 71.656 \text{ GPa}$$

$$E_5 = 72.345 \text{ GPa}$$

$$E_6 = 73.034 \text{ GPa}$$

$$E_7 = 73.723 \text{ GPa}$$

$$E_8 = 74.412 \text{ GPa}$$

$$E_9 = 75.101 \text{ GPa}$$

$$E_{10} = 75.79 \text{ GPa}$$

---

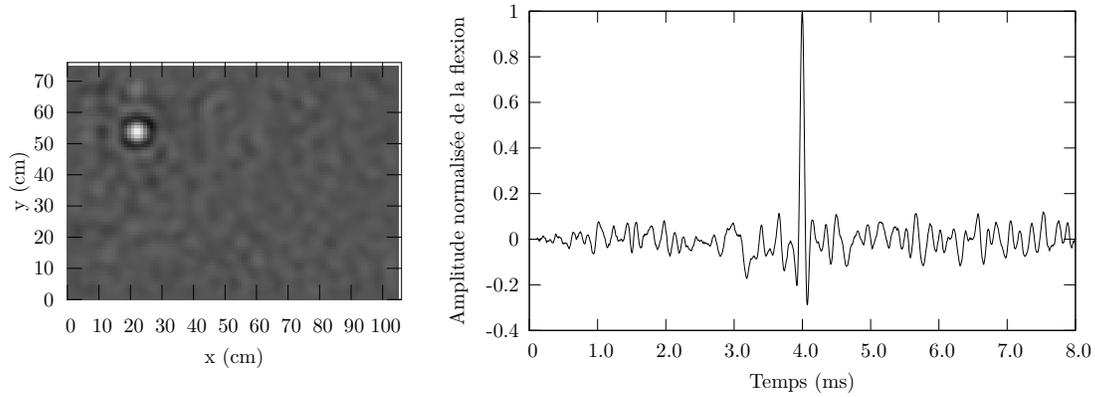
---

TAB. 3.3: Valeurs des modules d'Young utilisées pour l'étude de la robustesse de la méthode d'imagerie aux variations de paramètres physiques dans la plaque

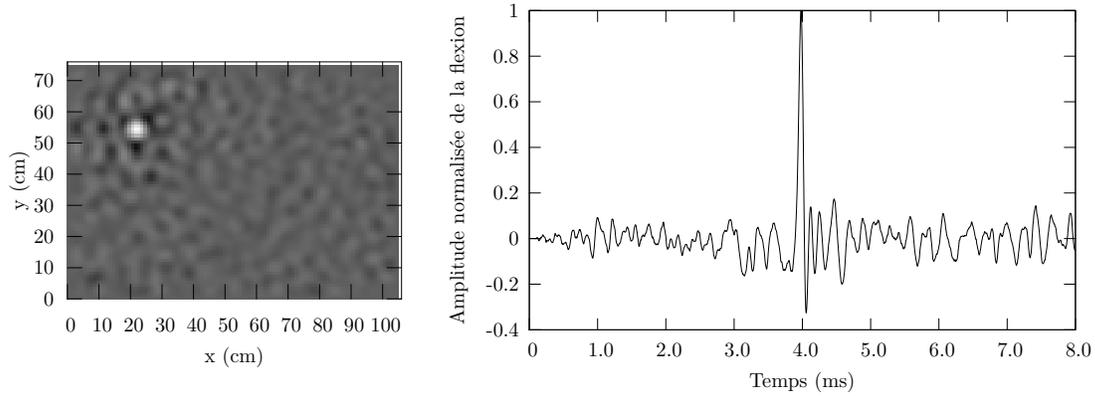
la célérité des ondes de flexion est modifiée dans la plaque, ce qui mène, au-delà d'une perte de contraste et d'une augmentation du bruit temporel lors de la phase de reconstruction par retournement temporel, à une modification du temps du « collapse ». Par ailleurs, une analyse de la figure 3.14 (d) montre que le point focal est déplacé d'un centimètre par rapport à la position de la source initiale. En effet, une erreur de 10 % sur la valeur du module d'Young montre que la rétropropagation n'est plus capable de reconstruire la source à la bonne position. Par conséquent, il est essentiel de noter que la méthode proposée pour reconstruire la position des sources peut aboutir à des erreurs absolues de localisation si le milieu n'est pas connu avec précision. Une étude portant sur les autres paramètres physiques de la plaque mène à une dégradation similaire de la qualité de localisation par retournement temporel numérique, lorsque la réversibilité est brisée entre l'étape d'enregistrement et l'étape de rétropropagation [8] [14]. Le choix de l'étude ici présentée s'est porté sur l'un des paramètres les moins aisément mesurables sur la plaque. C'est donc l'un des paramètres limitant la méthode, tout comme l'utilisation d'une fonction de Green mal adaptée au milieu de mesure lors d'une expérience d'holographie acoustique en champ proche peut détériorer et fausser l'imagerie des sources reconstruites par cette méthode [44].

La figure 3.15 représente la dégradation du rapport signal à bruit spatial lorsque l'erreur sur le module d'Young augmente, à partir des données calculées précédemment. Le rapport signal à bruit spatial, qui représente le contraste obtenu lors de la localisation ou de l'imagerie, est défini

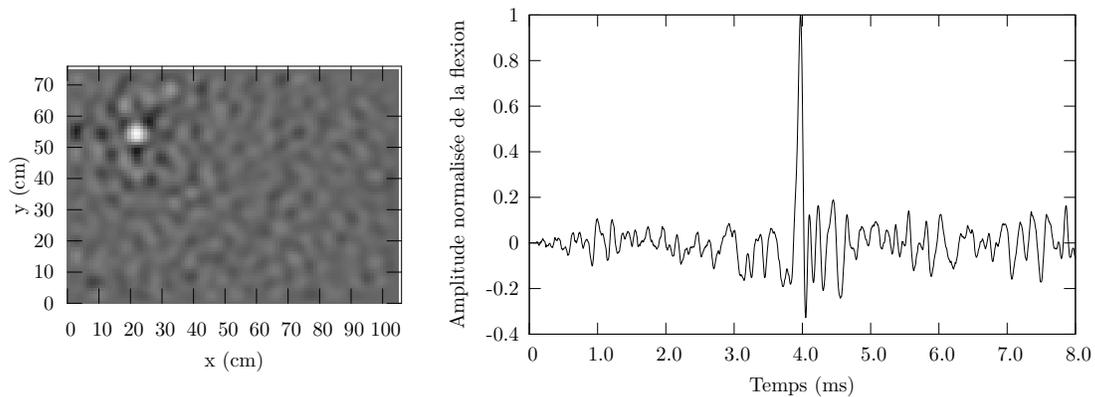
comme le rapport entre les intégrales temporelles de la flexion quadratique reconstruite  $W$ , au point focal détecté  $\vec{r}_0$  (partie signal) et à un point éloigné du point focal  $\vec{r}_l$  (partie bruit) :



(a)  $E = E_0, T_c = 4$  ms

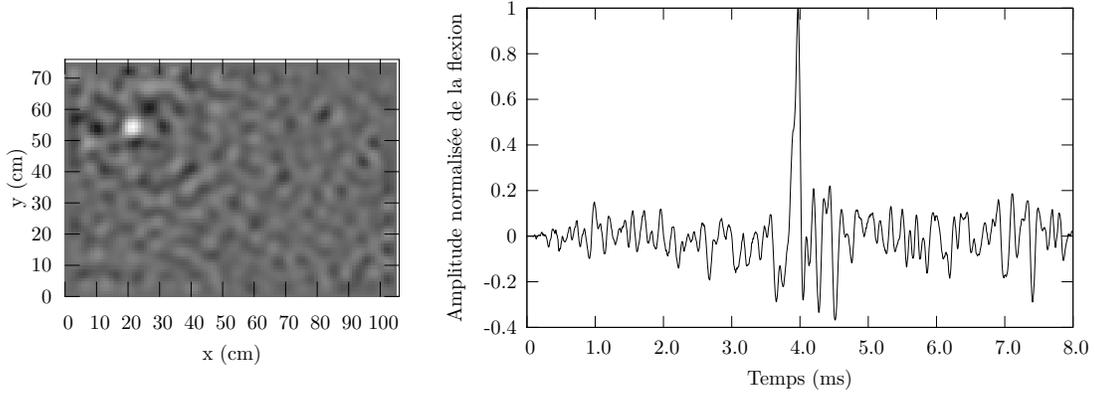


(b)  $E = E_5, T_c = 3.982$  ms



(c)  $E = E_7, T_c = 3.973$  ms

FIG. 3.14: *Effet d'une erreur sur l'évaluation du module d'Young pour la localisation par retournement temporel* – À gauche : *carte de la flexion à l'instant du « collapse » détecté* – À droite : *signal temporel au point focal détecté*



(d)  $E = E_{10}, T_c = 3.971$  ms

FIG. 3.14 (suite): *Effet d'une erreur sur l'évaluation du module d'Young pour la localisation par retournement temporel* – À gauche : carte de la flexion à l'instant du « collapse » détecté – À droite : signal temporel au point focal détecté

$$SSNR = \frac{\int_0^{T_{exp}} W^2(\vec{r}_0, t) dt}{\int_0^{T_{exp}} W^2(\vec{r}_l, t) dt} \quad (3.11)$$

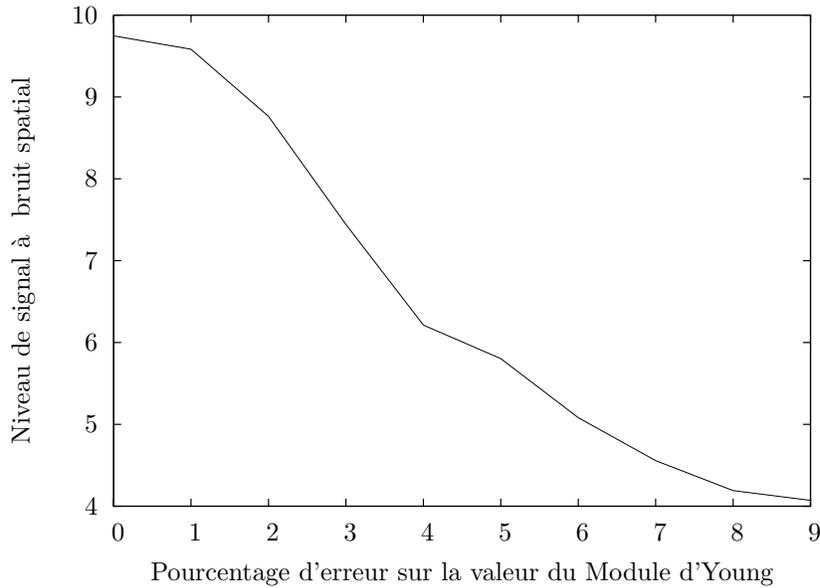


FIG. 3.15: *Niveau de signal à bruit spatial en fonction de l'erreur sur la valeur du module d'Young lors de la phase de rétropropagation par rapport à la phase d'enregistrement de l'émission de la source initiale*

Cette étude montre que dès l'étape préliminaire par retournement temporel, lorsqu'un paramètre physique de la plaque est mal évalué, avant même l'introduction du puits numérique, la source est mal reconstruite par retournement temporel, et mène à une présence de bruit temporel et spatial dans les données calculées de la flexion. La source peut même être mal localisée par retournement temporel, dans le cas d'une erreur grossière sur l'un des paramètres de modélisation. Par conséquent, nous pouvons tirer l'une des plus grandes limites de cette méthode d'imagerie, commune avec le retournement temporel. Lorsque l'invariance par retournement temporel est brisée entre l'étape d'enregistrement et l'étape de rétropropagation numérique dans un milieu simulé non adéquatement, la méthode peut mener à des résultats altérés, voire faux. C'est pourquoi il est essentiel d'ajuster au mieux les paramètres du modèle, comme nous l'avons fait dans la section 3.2.4.1.

### 3.5.1.2 *L'influence de l'atténuation*

Dans les résultats présentés précédemment, nous n'avons pas pris en compte les phénomènes d'atténuation des ondes de flexion dans la plaque. Malgré ce fait, le processus d'imagerie par technique de puits à retournement temporel dans la plaque est efficace, et permet de réaliser une imagerie à haute résolution de la distribution des sources dans la plaque encastree, ainsi que la localisation précise de la position de ces sources. Comme décrit par C. Lambourg [70] et G. Ribay [9] dans leurs thèses de doctorat, ces phénomènes deviennent indispensables à modéliser lorsque le produit épaisseur fréquence devient grand, et lorsque la fenêtre temporelle à simuler augmente. En effet, sur des fenêtres temporelles très courtes, la modélisation sans pertes permet d'approximer précisément la flèche dans la plaque encastree, comme nous l'avons vu à la figure 3.6. De plus, il est nécessaire de ne conserver qu'une fenêtre temporelle courte afin de s'assurer de ne mesurer que le comportement modal de la plaque, et ne pas mesurer le comportement chaotique dans la structure pour un temps supérieur au temps de mélange (impossible à modéliser numériquement) [65] [82].

Les phénomènes dissipatifs dans les plaques peuvent provenir de plusieurs phénomènes physiques de pertes ou de transferts énergétiques : pertes par rayonnement dans l'air, pertes visco-élastiques, viscothermiques, conditions aux limites... Dans le cadre de nos expériences, la non prise en compte de ces pertes permet pourtant d'obtenir des résultats solides et précis. En effet, les fenêtres temporelles enregistrées par les capteurs sont courtes (de l'ordre de 10 ms), et le produit fréquence-épaisseur est faible pour toutes les expériences réalisées. Par conséquent, il était inutile d'intégrer un modèle de pertes dans l'algorithme de propagation des ondes de flexion dans la plaque. L'introduction de ce type de paramètre influant grandement sur le temps de calcul, la stabilité, et le schéma de dispersion numérique obtenu [70], nous avons choisi de ne

pas utiliser de modèle approchant les pertes dans la plaque. En revanche, pour une imagerie par puits à retournement temporel dans un milieu où les pertes sont grandes et le produit fréquence épaisseur devient non négligeable, il est indispensable de prendre en compte ces phénomènes d'atténuation<sup>4</sup>, comme l'a fait G. Ribay [14] [9] pour la modélisation des ondes de flexion à haute fréquence pour l'étude de la corrélation d'impacts dans des plaques.

### 3.5.2 Le cas des sources non discriminées par l'étape de retournement temporel

Nous l'avons vu dans la partie 3.2.4.2, malgré ses capacités d'imagerie à haute résolution, la technique d'imagerie par puits à retournement temporel numérique peut échouer pour imager deux sources proches l'une de l'autre. En effet, l'introduction du puits numérique est réalisée après une détection de sources par rétropropagation par retournement temporel numérique. Cette étape, elle, est limitée en résolution par les effets de diffraction entre les ondes convergentes et les ondes divergentes autour du point focal. Cette limitation conduit à la création de lobes secondaires spatiaux non négligeables lorsque deux sources sont proches l'une de l'autre. Si la détection de la position des sources reconstruites par retournement temporel est réalisée grâce à une simple détection de maximum spatio-temporel, le processus peut mener à une localisation erronée de la position des sources, due à la contribution mutuelle des lobes secondaires spatiaux. Cette limitation de la méthode d'imagerie par puits à retournement temporel hérite des limitations de la technique de reconstruction numérique de sources actives par retournement temporel. Malgré tout, il est possible de dépasser ce problème, en adoptant l'une des deux solutions suivantes : réaliser une recherche itérative de la position du puits (cette méthode, en aveugle, peut s'avérer extrêmement longue dans la mesure où à chaque position du puits, une propagation doit être calculée), ou utiliser la méthode de décomposition en valeurs singulières de la matrice d'autocovariance des signaux reçus sur l'antenne de mesure, afin de retrouver la position des sources de manière efficace grâce à la méthode MUSIC [75] (d'autres approches utilisent des méthodes voisines, comme la méthode ESPRIT [83], par exemple). En effet, cette méthode de décomposition en sous-espaces peut permettre de retrouver les positions des sources à partir des données enregistrées par l'antenne de mesure. Cette localisation du centre des sources, qui ne s'appuie pas sur le retournement temporel mais sur un traitement différent des données mesurées, peut permettre de localiser avec une plus grande résolution la position des sources que la détection par rétropropagation numérique. Cette position étant déterminée, les étapes de retournement temporel et de puits numériques sont effectuées, afin d'obtenir une imagerie à haute résolution des sources émettrices. Un exemple d'application de cette méthode sera proposé au chapitre suivant.

---

<sup>4</sup>en utilisant par exemple un modèle de Voigt qui permet d'introduire les effets de viscosité dans le phénomène de propagation des ondes de flexion dans les plaques

### 3.6 Bilan

Dans ce chapitre, nous avons présenté un nouveau processus à haute résolution basé sur le principe du puits à retournement temporel. Les résultats obtenus lors des expériences de puits à retournement temporel dans le domaine audible ont permis de développer cette nouvelle méthode, et de tirer partie des capacités de super-résolution du puits à retournement temporel. Les résultats présentés au cours de ce chapitre sont issus des premières applications du puits numérique à retournement temporel, et démontrent le fort potentiel de cette méthode pour réaliser de l'imagerie à haute résolution de sources vibratoires à basse fréquence.

En particulier, nous avons montré que, malgré le caractère dispersif et réverbérant de la structure étudiée<sup>5</sup>, cette méthode permet d'imager de manière efficace et précise des sources d'impact, et de reconstituer la taille physique de ces sources d'impact. Il est essentiel de noter que la plupart des techniques d'imagerie sont mises en défaut par la présence de réverbération ou de dispersion dans le milieu de propagation. En revanche, l'imagerie par puits numérique étant basée sur les techniques de retournement temporel, cette nouvelle méthode présente d'excellentes capacités dans des milieux complexes, et tire partie de la réverbération, tout en compensant les effets de dispersion dans la structure.

Cette technique apparaît comme une alternative efficace aux autres méthodes d'imagerie, et ses capacités d'imagerie à haute résolution en font un outil qui semble prometteur. La méthode étant basée sur la modélisation du milieu de propagation, les limites et la dégradation du processus d'imagerie ont été étudiées lorsque le milieu est mal simulé lors de la rétropropagation numérique. Cette étude dévoile la limitation principale de la méthode pour une application à une structure plus complexe. Cette structure doit être connue et être associée à un modèle de propagation numérique stable et fiable, faute de quoi le processus aboutira à une localisation et une imagerie erronée des sources actives. Cette limitation peut être rapprochée d'une des limitations du principe d'holographie acoustique en champ proche, où les fonctions de Green du système doivent être connues pour que l'imagerie aboutisse à des résultats fiables. Il est également essentiel de noter que cette limitation de la méthode n'est pas une limite intrinsèque à la méthode de puits numérique, puisque la méthode échoue dès l'étape de rétropropagation lorsque le milieu fictif ne correspond pas aux propriétés du milieu réel dans lequel la mesure du champ sur le miroir est réalisée.

---

<sup>5</sup>sous réserve qu'on reste dans le comportement modal, c'est à dire que les enregistrements ne soient pas plus longs que le temps de mélange

Pour finir, le modèle de propagation utilisé pour la flexion des plaques orthotropes a été détaillé, puisqu'il représente un outil indispensable à la méthode d'imagerie de sources vibratoires par puits numérique présenté dans ce chapitre. Il a également été montré que, dans le cas de sources non discriminées par rétropropagation numérique par retournement temporel, le processus semble échouer. Nous aborderons ce point dans le chapitre suivant en proposant une solution efficace à ce problème. La méthode MUSIC est utilisée pour localiser des sources proches les unes des autres. Suite à cette étape de localisation, l'introduction du puits numérique est réalisée et permet d'imager à haute résolution ces sources non discriminées par retournement temporel.



## CHAPITRE 4

### IMAGERIE À HAUTE RÉOLUTION DE SOURCES ACOUSTIQUES EN CHAMP LIBRE



FIG. 4.1: *Dispositif expérimental d'imagerie à haute résolution de sources acoustiques sur une guitare par puits à retournement temporel numérique*

## 4.1 Introduction

Dans ce chapitre, articulé autour de la troisième publication (soumise à *Acta Acustica United with Acustica* le 18 Août 2008, nous abordons le développement de la méthode d'imagerie à haute résolution par techniques de puits *numérique* dans le cadre de l'imagerie de sources acoustiques actives dans un milieu tridimensionnel infini. Les résultats obtenus sur l'imagerie de membranes de haut-parleurs sont présentés, ainsi qu'une application à l'imagerie à haute résolution dans le cadre de l'acoustique des milieux profonds sous-marins. La méthode est également appliquée à l'imagerie de sources sur une guitare en situation de jeu afin de montrer ses potentialités et ses limites. L'acoustique des instruments de musique est un champ d'investigation riche et difficile, qui nécessite un outil permettant de discriminer et de caractériser des sources acoustiques sur ces instruments. Cette caractérisation doit être réalisée dans une bande fréquentielle large, afin de caractériser finement le comportement de l'instrument et sa perception par un auditeur. Le but de l'expérience développée ici n'est pas d'obtenir une compréhension complète de la guitare à partir de notre outil, mais de montrer qu'il peut fournir une solution à la problématique de localisation, d'imagerie, et de caractérisation de sources dans le domaine de l'acoustique des instruments de musique. L'intérêt fort de l'équipe LAM et plus particulièrement de Charles Besnainou pour la lutherie expérimentale a permis, en conjonction avec les intérêts du GAUS sur des problématiques d'analyse à haute résolution de sources vibro-acoustiques, d'obtenir les résultats préliminaires et encourageants présentés dans ce manuscrit.

Dans une première section, la publication est reproduite intégralement (une traduction en français est disponible en Annexe). Dans cet article présentant pour la première fois l'outil de puits numérique pour l'imagerie de sources actives en milieu tridimensionnel infini, la méthode est décrite précisément. Nous présentons le protocole expérimental et le modèle numérique nécessaires à la mise en œuvre de la méthode dans le cas d'un milieu ouvert. Les résultats expérimentaux et numériques d'imagerie sont étudiés. Dans une section complémentaire, le modèle numérique de propagation d'ondes de flexion ainsi que l'algorithme de calcul sont détaillés. Nous proposons également une solution à la limitation apparente de la méthode de puits numérique dans le cas de multiples sources non résolues par retournement temporel. Cette solution<sup>1</sup> permet de réaliser, en couplant la méthode du puits numérique avec la méthode MUSIC, d'imager à haute résolution des sources actives non discriminées par retournement temporel.

---

<sup>1</sup>basée sur le modèle des sous-espaces signal et sous-espaces bruit

# Super-resolution imaging of sound sources in free field using a numerical time-reversal sink

*Éric Bavu, Alain Berry*

Submitted to Acta Acustica United with Acustica (18/08/2008)

### 4.2.1 Abstract

Source detection and characterization is an important problem in acoustics, with applications in non-destructive evaluation of industrial structures, acoustic characterization of musical instruments, and acoustic mapping of sound sources in a known propagation medium. The theory and application of super-resolution *focusing* of sound and vibration using a time-reversal sink (TRS) has been investigated both in ultrasonic regime and in audible range. A super-resolution imaging technique based on a numerical time reversal sink has recently been developed for vibrational *imaging* of active sources in a dispersive media. In this paper, the numerical time reversal sink imaging technique is adapted to the case of super-resolution acoustic *imaging* of active sound sources in a three-dimensional free field. This technique allows super-resolution imaging and provides a new method of characterization and detection of sound sources. In this work, the technique is used to detect active sound sources with a limited number of measurement points. All results show the high resolution imaging capabilities of this new technique when compared with classical time-reversal (TR) backpropagation. More than simply detecting the position of the acoustic source, this technique allows to detect the size of the active sources. This technique provides an alternative to other imaging and source detection techniques, such as three-dimensional acoustic holography and beamforming.

### 4.2.2 Introduction

In many practical situations, it is necessary to localize and characterize an audible sound source using a few sensors. Existing techniques such as three-dimensional acoustic holography [49], beamforming and matched-field processing [84] involve an array of sensors and the knowledge of the propagating medium. Time reversal (TR) techniques are also widely used to locate active sources and scatterers [67] [10] [11] [42] [51]. Time reversal and its derivatives have been shown to be an effective localization technique in audible frequency range [85]. However, since time-reversal technique is an interference phenomenon leading to diffraction effects between diverging waves and converging waves around the focal spot, the imaging resolution produced by time-reversal cannot be smaller than half a wavelength, even if the source is point-like [27].

More recently, a new technique based on the concept of numerical time reversal sink (TRS) has been introduced by the authors, in order to achieve super-resolution of active vibrational sources in a plate [86]. In the present article, the numerical TRS technique is generalized to the case of high resolution acoustic imaging of active sound sources in free field. This imaging technique allows super-resolution imaging and provides a new method of characterization and detection of active sound sources in free field. In contrast with most other existing techniques involving beamforming, classical time-reversal, or time of arrival detection, TRS provides detailed information on the boundaries of the active source instead of just localizing the center of this source.

The time-reversal sink has been first introduced by Fink et al. [27] and by Rosny et al. [23] [20] in ultrasonic range with Lamb waves on a chaotic silicon plate. This technique allows high quality subwavelength focusing and has been shown to enhance the limit of resolution of focusing when compared to classical time-reversal (TR) backpropagation [23]. The technique also proved to be very effective, even with a single channel time-reversal mirror (TRM) in a reverberant or chaotic environment [66] [26] [62]. In audible range, the sound focusing capabilities of an experimental TRS have been studied both in a damped and reverberant environment, showing that a reverberant environment allows accurate resolution focusing using a limited number of transducers if the diffuse field component of the forward propagation is recorded and time-reversed. However, as stated in [86], the numerical TRS imaging technique requires an accurate computation of the backpropagation in the background medium. Computing the acoustic propagation after the mixing time in a reverberant room is a impossible task to achieve in terms of accuracy and computation time [87] [82] [65]. Thus, this work presents the numerical TRS imaging method in free field only.

We consider the following situation : an arbitrary number ( $N$ ) of unknown sources emit an acoustic signal  $s_i(t)$  ( $i \in [1 : N]$ ) in an infinite background medium. The acoustic wave  $\Psi(\vec{r}, t)$  is recorded on a control surface at  $M$  control points using a sensor array. Due to linearity, the signal measured at the  $m^{th}$  control point can be written as follows ( $m \in [1 : M]$ ) :

$$\Psi(\vec{r}_m, t) = \sum_{i=1}^N G(\vec{r}_i, \vec{r}_m; t) * s_i(t) \quad (4.1)$$

where  $s_i(t)$  is the source signal,  $G(\vec{r}_i, \vec{r}_m; t)$  is the Green's function between the  $i^{th}$  source and the  $m^{th}$  control point (\* denotes the convolution in the time domain).

The second step consists in a simulated backpropagation of the time reversed signals  $\Psi(\vec{r}_m, -t)$  re-emitted at each control point using a finite difference in the time domain (FDTD) algorithm in a fictive medium approaching the characteristics of the real background medium. At the end of this computation step, the position of each source can be detected by using peak detection in both space and time domains<sup>2</sup>. This detection corresponds to the localization of active sources by numerical TR backpropagation, but the resolution is limited by diffraction effects between converging waves and diverging waves around the focal spots [18] and depends on the wavelength of the waves emitted by the  $N$  sources. At this stage of the process, there is no information on the size of the  $N$  sources. The last step of the process consists in emitting the superposition of  $N$  numerical TRS in the fictive medium simultaneously to the  $M$  time reversed signals of the previous step. The  $N$  TRS are located at the positions of the active sources detected at the end of the second step. This simulation is computed using the same FDTD algorithm than the one used in the second step.

As stated in [66] and [86], the resolution of imaging does not depend on the wavelength because diffraction effects are suppressed by the TRS process, and the focal spot width equals to  $\max(\phi_{source}, \phi_{sink})$ ,  $\phi_{source}$  being the size of the initial source and  $\phi_{sink}$  the size of the sink. In our process, the source used to create the numerical sink is an ideal point source. Thus, the resolution of the TRS imaging process is exactly the size of the initial source and allows access to details on the spatial extent of the sound source, even in situations where the size of the source is smaller than half the wavelength. In the following, these properties are experimentally demonstrated. In a first Section, the experimental setup and the numerical algorithm for backpropagation and TRS simulation are detailed. Then, a numerical proof of principle is presented in order to show the capabilities of this new imaging technique in audible range. In a third Section, the results of TRS imaging experiments are presented and compared to the localization obtained using numerical TR backpropagation, in order to show the super-resolution capabilities of this new technique in real situations. The advantages of this technique when compared to classical active source localization techniques are also discussed.

### 4.2.3 Material and methods

#### 4.2.3.1 *Experimental setup*

In this article, we consider the following situation, illustrated in Figure 4.2 : an arbitrary configuration of sound sources emits an impulsive signal in a 3.1x2.5x3.0m anechoic room. Experi-

---

<sup>2</sup>Alternatively, a high-resolution source localization technique, such as MUSIC [75] can be used

mentally, the sound sources are 2" 15-Watt transducers (Aurasound NSW2-326-8A loudspeakers) mounted on a closed 48x130 mm cylindrical cavity. A two-dimensional microphone antenna (6x6 Panasonic WM-61A omnidirectional back electret condenser microphones with constant inter-microphone spacing of 75 mm) is used to measure the acoustic pressure at 36 control points in the anechoic environment. In order to guarantee exact synchronisation of the measurements at several points, the source signals are generated using Matlab software and emitted using a Echo Audiofire12 soundcard. The acoustic pressure measured at the control points is acquired using 3 Echo AudioFire soundcards and Matlab, synchronised via worldclock. This experimental setup allows a measurement bandwidth of [25 Hz – 15 kHz] and a sampling frequency of 88.2 kHz. These measurements are then used as inputs to the simulation to process the time-reversal backpropagation in the anechoic room, simplified as a free field situation.

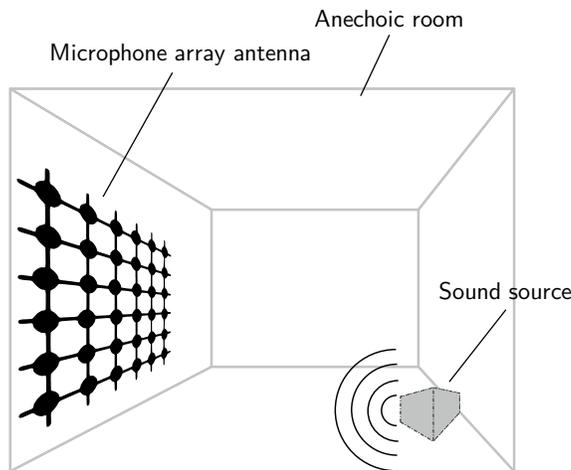


FIG. 4.2: *Experimental setup – The positions of active sources and control points shown are for illustration purpose.*

#### 4.2.3.2 Time reversal simulated backpropagation

The algorithm<sup>3</sup> used to compute the TR backpropagation consists in a modelization of the wave propagation in free field conditions. This algorithm is coded in C language using finite difference in the time domain (FDTD) and the simulations are performed on a parallel cluster supercomputer (872 3.2 GHz Intel processors, 3 064 Gflops peak performance) in order to reduce the computation time. The code is flexible and cross-platform, and can be compiled on any other architectures. The propagation algorithm is general and can handle spatially varying properties of the propagation medium, as is the case for long range underwater or geophysical applications. The homogeneous medium being a simplification of the layered medium, the same algorithm

<sup>3</sup>L'algorithme et la discrétisation sont détaillés et analysés précisément à la section 4.4

can be used for different applications with a minimal change in the physical parameters used in the simulation process. The acoustic wave propagation in a layered medium can be expressed as follows [19] :

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} p) - \frac{1}{c(z)^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \quad (4.2)$$

where  $z$  is the elevation,  $p$  is the acoustic pressure,  $\rho$  is the mass density, and  $c$  is the acoustic celerity. Since the propagation takes place in an open space, the acoustic pressure must verify the Sommerfeld boundary condition. Equation (4.2) is discretized in both space and time domain using FDTD. The explicit numerical scheme that was chosen is of fourth order in time and fourth order in space (4-4 explicit centered scheme). The fourth order approximation in space is done by using a composition of fourth-order approximations of the divergence and gradient operators in equation (4.2). These approximations have good positivity and stability properties [88] [81]. However, a 4-4 centered scheme (even uncentered) leads to unconditionally unstable schemes [89]. Therefore, we used a very efficient alternative in order to approach the acoustic wave equation : the modified equation approach (for more information, see [90] and [81]) which has been shown to provide remarkable properties of stability and accuracy [81]. The Sommerfeld condition in the free field is approached by using higher order absorbing boundary conditions [91], in order to compute the acoustic propagation in a numerical space-limited box inside an open space medium without inducing numerical reflections on the fictive boundaries of the box [91] [92]. This method involves Padé approximations and a wide angle approximation involving a rational function paraxial approximation on each facets, edges, and vertex of the parallelepipedic calculus box [91] [93]. This algorithm allows a reliable, fast, stable, and accurate modelization of the acoustic propagation in open space in a layered medium (the isotropic case being a simplification of this model).

This computation of propagation is used in the TRS imaging process to compute the TR backpropagation of the signals measured on the microphone antenna. After this computational step, the numerical TRS step can be applied, since the computation gives access to the time-reversed pressure field and the position of the sources to be imaged. The numerical TRS step is necessary to have access to the characteristics of the sources, since classical TR methods are limited by diffraction effects. The numerical time-reversal sink is used to overcome this diffraction limit and to have access to the geometrical characteristics of the sources.

### 4.2.3.3 Numerical time-reversal sink : super-resolution imaging

In order to achieve super-resolution imaging of the active sound sources in free field, a numerical time-reversal sink is applied in the simulated background medium. This numerical TRS is based on the general principles described in [86], [23] and [66]. As stated in [66], the signal to be emitted by the numerical time-reversal sink is extracted from the pressure field previously computed in the classical TR step. This signal corresponds to the sound pressure at the focal point located by using classical TR and peak detection. This signal is then emitted by a numerical pointlike source at the same position, simultaneously to the time reversal mirror signals in order to overcome the apparent failure around the source position in the time reversal process and suppress the diffraction effects. In the case of a single sink, the wave emitted by the time-reversal sink can be written as follows :

$$\Psi_{TRS}(\vec{r}, t) = G(\vec{r}_s, \vec{r}; t) * s_{TR}(t) \quad (4.3)$$

where  $s_{TR}(t)$  is the time-reversed signal at the focus point extracted from the TR computation, and  $G(\vec{r}_s, \vec{r}; t)$  is the Green's function between the source at position  $\vec{r}_s$  and a receiver at position  $\vec{r}$ .

TRS method has proven to achieve high resolution sound and vibration focusing, but as stated in [66], implementing a TRS may not be convenient in practice : it involves additional physical sources in the wavefield, collocated with the target position, and whose finite size can limit the spatial resolution obtained in the *focusing* process. In contrast, the *numerical* TRS used here involves in the *imaging* process a point-like sound source, so that the resolution corresponds to the size of the initial unknown source, if the numerical space step is smaller than its size. Thus, beside being able to locate the active sources, the numerical TRS imaging process allows the reconstruction of spatial details of these sources.

## 4.2.4 Results and discussion

### 4.2.4.1 High-resolution imaging of acoustic sources in deep water channel using numerical TRS : proof of principle

Time reversal acoustics has been shown to be an efficient technique to focus sounds in the ocean [40] [94] [63]. The speed of sound in seawater depends on depth, temperature, and salinity.

This corresponds to the layered propagation medium simulation detailed in the previous Section. A typical sound velocity profile is presented on Figure 4.3. One region of particular interest in ocean is the deep water channel, often called SOFAR (Sound Fixing And Ranging) channel, which acts as a waveguide [95]. The SOFAR channel is a horizontal layer of water in the ocean centered around the depth at which the speed of sound is minimum.

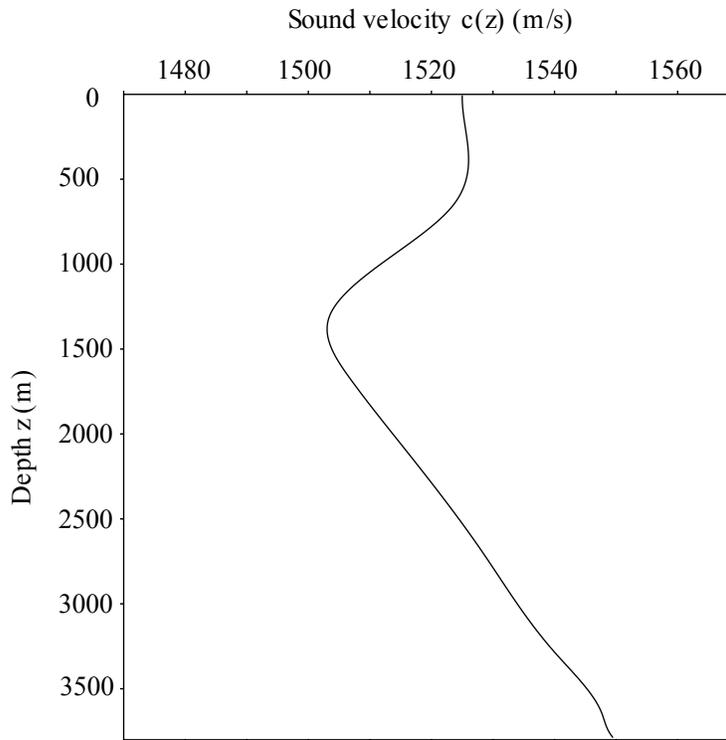


FIG. 4.3: *Sound velocity profile used in the numerical experiment*

In the numerical experiment, a pointlike sound source, located at the center of the deep water channel ( $z_s = -1390$  m,  $x_s = 130$  m, corresponding to the minimum of the velocity profile) emits a 2.5-cycles Blackman windowed sinusoid at several frequencies, from 500 Hz to 7500 Hz. A 1-D receiver array (64 hydrophones, spaced by 3 m in the vertical direction) is located at a distance of 2750 m from the sound source (see Figure 4.4). This particular configuration has been chosen in order to reduce the computation time for this proof of concept. At 500 Hz, the SOFAR channel allows hundreds of kilometers of transmission ranges because of its physical properties [95]. However, for this particular numerical experiment, we have chosen to compute the numerical TRS imaging for a  $3000 \times 15000 \times 100000$  finite difference grid with 3 cm spatial sampling, that is, a 90 m x 450 m x 3000 m computational domain in the width, depth and length directions respectively. This configuration has been chosen in order to limit the computation time to 300 minutes. For real applications at larger ranges, this technique remains exactly the same, except

the computation time is proportional to the number of space computation points.

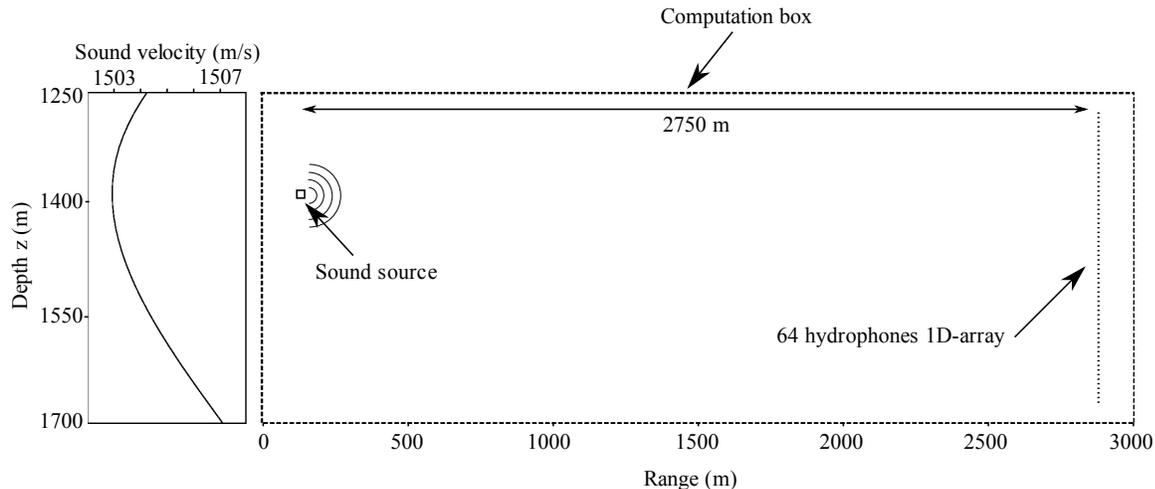


FIG. 4.4: *Computational configuration for the acoustic source imaging in deep ocean channel*

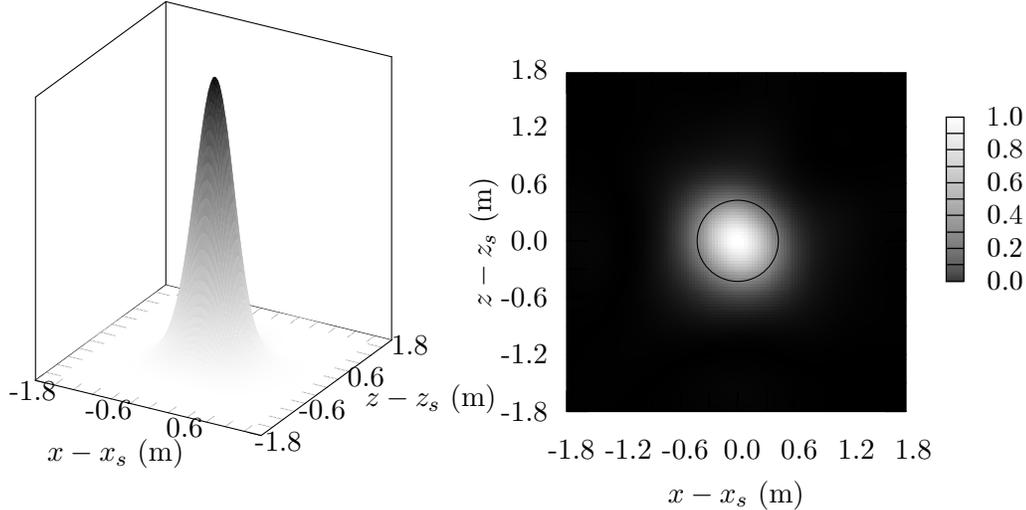
The acoustic field received by the array of 64 hydrophones is then time reversed and back-propagated in the SOFAR channel (Figure 4.5).

Figure 4.5 shows the results of localization obtained using numerical TR backpropagation of the sound sources at central frequencies of 1500 Hz, 3000 Hz and 5000 Hz. Each figure shows an inverted gray scale image and a mesh showing the squared acoustic pressure in the SOFAR channel using TR at the instant of focus. The instant of focus was determined using a detection of the absolute maximum of the acoustic pressure over time and position in the computational box. The circles superposed on the images indicate the classical half-wavelength diffraction limit that bounds the resolution of the TR reconstruction. This diffraction effect between the converging and the diverging waves around the focal spots prevents access to the physical size of the source (which, for this numerical experiment, is point-like).

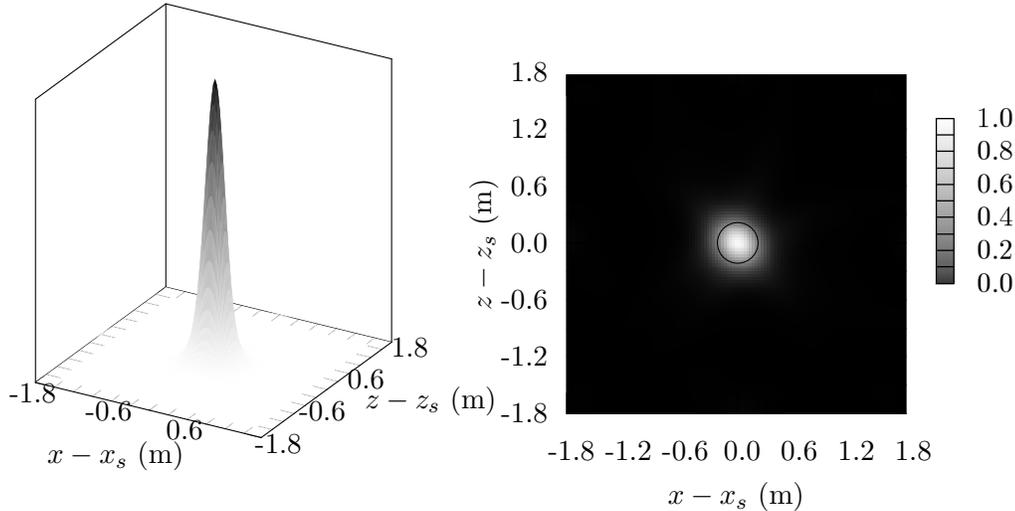
The same numerical experiment has been repeated using the numerical TRS technique. In this case, the time-reversal sink is exactly collocated with the sound source center. Figure 4.6 shows that using the numerical TRS allows to achieve high-resolution (i.e. subwavelength) imaging of the active source in the deep water channel.

The spatial resolution using TRS does not depend on the frequency of the signal emitted by the active sources and results in high-resolution imaging of the acoustic source even, at low frequency (see Fig. 4.7). The images obtained using TRS in this numerical experiment show that

the pointlike source is well reconstructed, and confirms the properties of TRS imaging detailed in the previous Section. In this ideal numerical case, the active source is a numerical pointlike source. Thus, the TRS method provides a pointlike image of the source without degrading the imaging quality even when the frequency is low, whereas the localization obtained using nume-

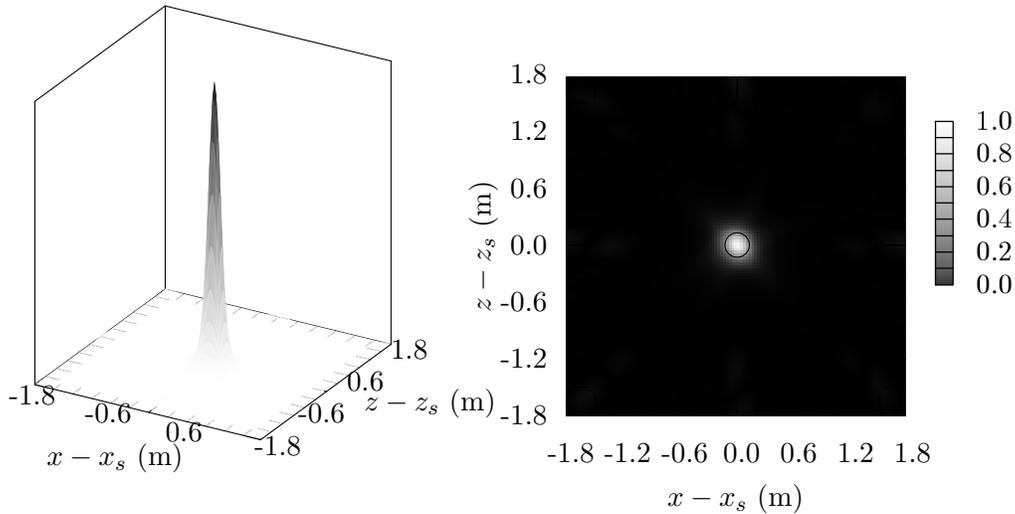


(a) 1500 Hz



(b) 3000 Hz

FIG. 4.5: Localization of a underwater pointlike sound source in the SOFAR channel using numerical time-reversal backpropagation at central frequencies of (a) 1500 Hz, (b) 3000 Hz, and (c) 5000 Hz. Left : squared acoustic pressure – Right : Source localization (grayscale) compared to the theoretical limit of resolution (circles)



(c) 5000 Hz

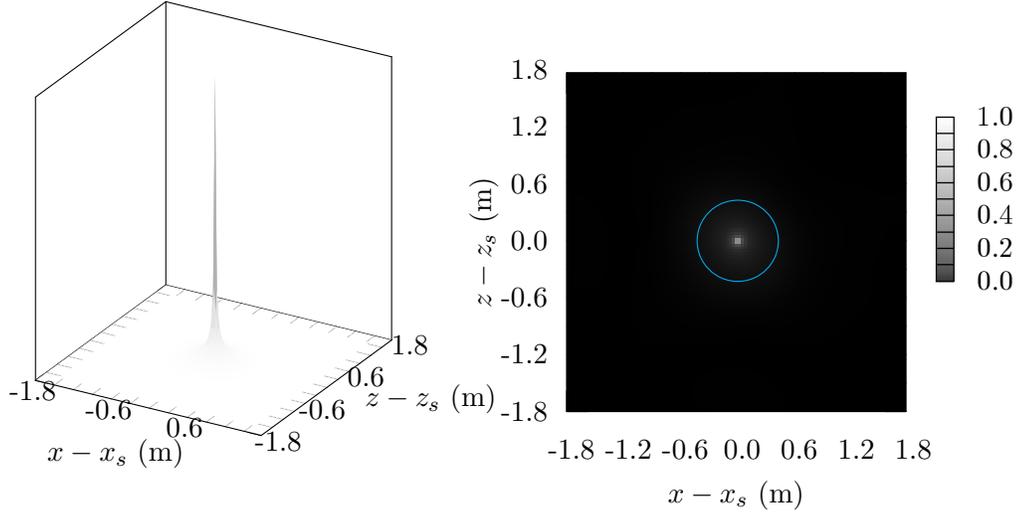
FIG. 4.5 (continued): *Localization of a underwater pointlike sound source in the SOFAR channel using numerical time-reversal backpropagation at central frequencies of (a) 1500 Hz, (b) 3000 Hz, and (c) 5000 Hz. Left : squared acoustic pressure – Right : Source localization (grayscale) compared to the theoretical limit of resolution (circles)*

tical TR backpropagation provides a frequency-dependant resolution because of the diffraction effects. The TRS images show both better resolution and contrast than the TR images, as predicted by the theory and experiments previously published for the *focusing* TRS [86] [23] [66]. In the case of a pointlike source, the limit of resolution with the TRS technique corresponds to the space sampling in the numerical model of the propagation medium.

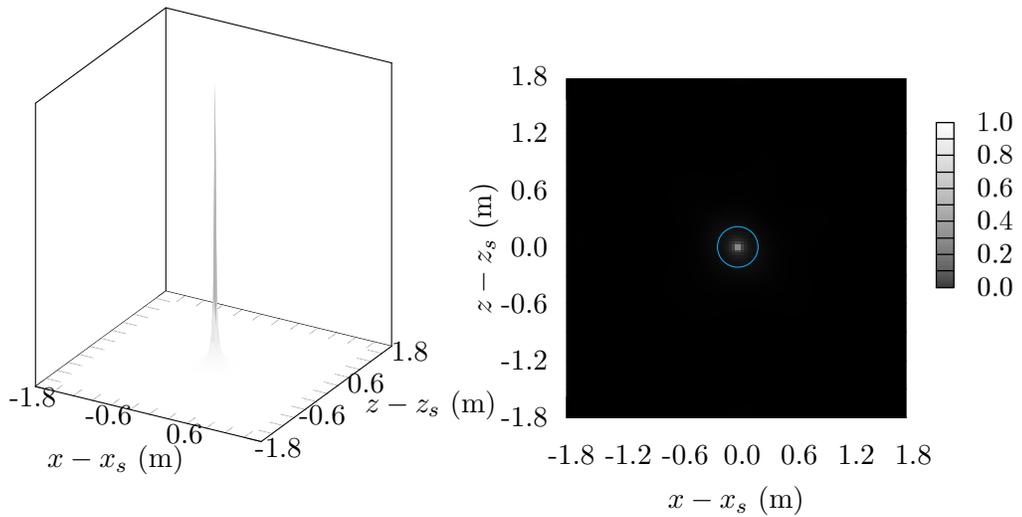
Figure 4.7 shows that the limit of resolution (defined as the -3dB focal spot width) obtained using numerical TR backpropagation is about 1.35 larger than the theoretical half wavelength diffraction limit in this configuration. This can be explained by the fact that the aperture of the TRM used in this numerical experiment is small and that the hydrophone array does not satisfy the half-wavelength spatial sampling. Nevertheless, this configuration corresponds to those used in real underwater experiments [40] and takes into account the amount of hardware classically available for such experiments. It is also important to note that the waveguide configuration of the SOFAR channel greatly enhances the resolution available with this hydrophone array configuration [63]. The TR focusing being diffraction limited, the spatial resolution is decreased when the excitation frequency decreases. In applications where the spatial extent of a low frequency source needs to be determined, classical TR cannot give access to this information because the classical TR process does not re-create the exact time-reversed field since the source singularity

is not time-reversed, and the diffraction effects lead to limited resolution localization.

It is important to note that the propagation properties of the medium (in terms of sound

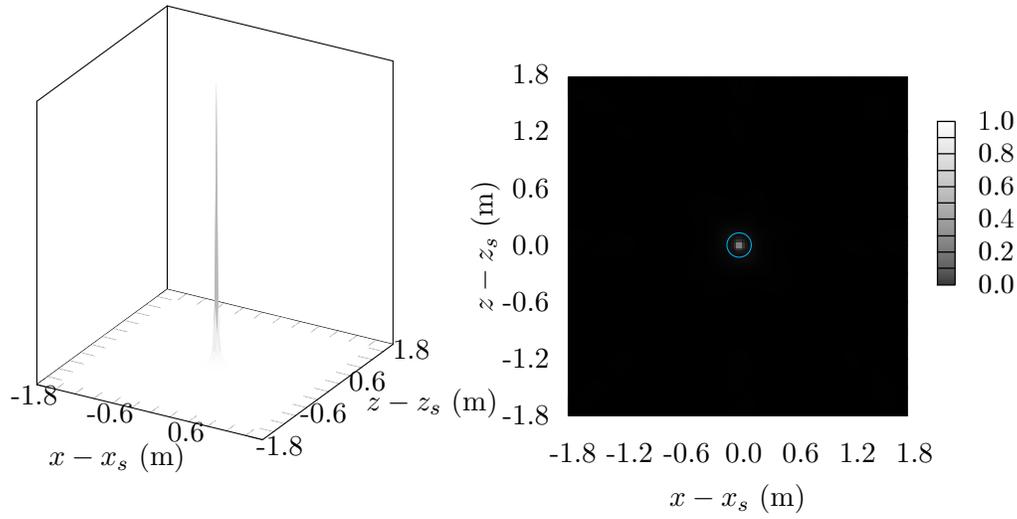


(a) 1500 Hz



(b) 3000 Hz

FIG. 4.6: *Imaging of a underwater pointlike sound source in the SOFAR channel using the numerical time-reversal sink method at central frequencies of (a) 1500 Hz, (b) 3000 Hz, and (c) 5000 Hz. Left : squared acoustic pressure – Right : Source imaging (grayscale) compared to the theoretical limit of resolution (circles)*



(c) 5000 Hz

FIG. 4.6 (continued): *Imaging of a underwater pointlike sound source in the SOFAR channel using the numerical time-reversal sink method at central frequencies of (a) 1500 Hz, (b) 3000 Hz, and (c) 5000 Hz. Left : squared acoustic pressure – Right : Source imaging (grayscale) compared to the theoretical TR diffraction limit (circles)*

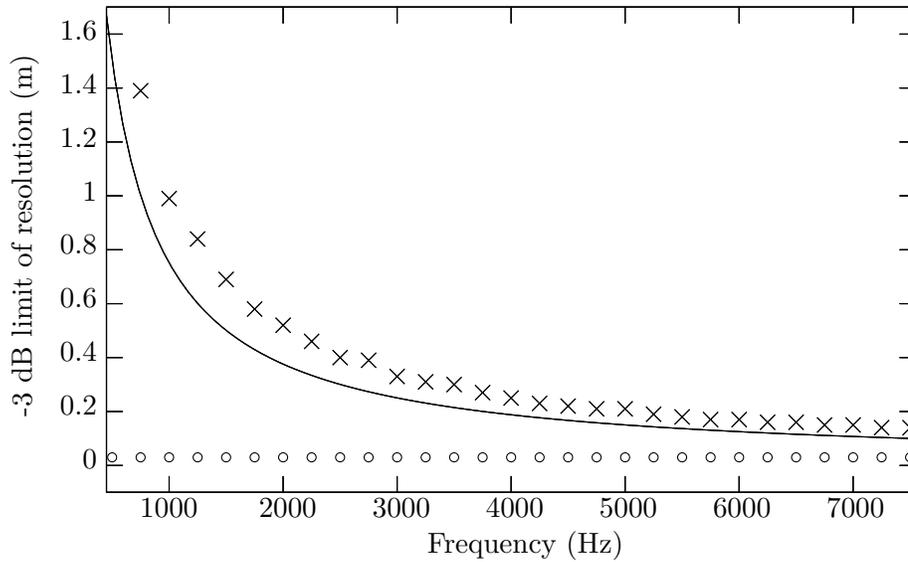


FIG. 4.7: *Space resolution of the TR process (cross) and the numerical TRS imaging (circles) in the SOFAR channel compared to the classical half-wavelength diffraction limit of resolution (solid line) for the frequencies computed in the numerical experiment*

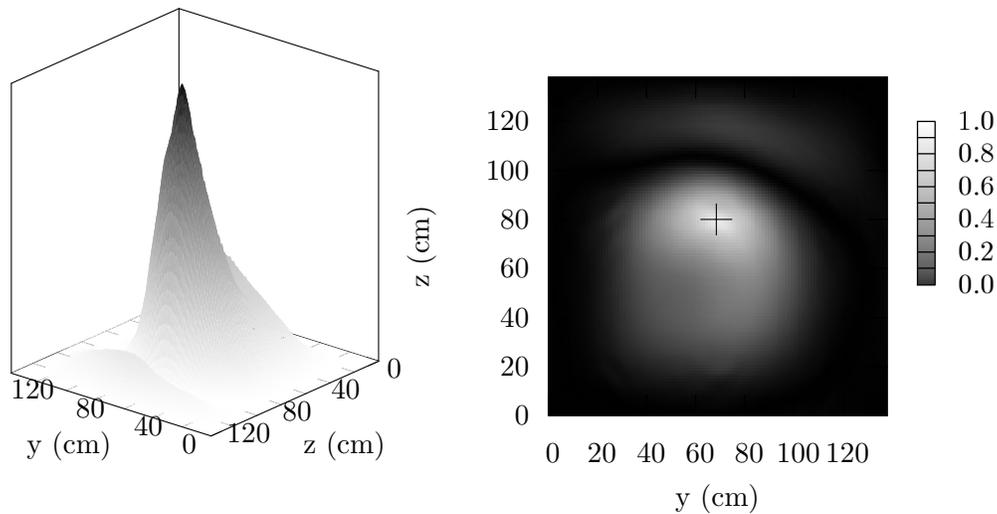
celerity) must be known. But, in most underwater applications, this profile can be accessed with conductivity-temperature-depth probes. This numerical experiment shows that the numerical TRS imaging method is very accurate and can be used in high definition acoustic source detection and characterization in underwater applications, which is very promising. The limits of this method are that the sound velocity profile and the measurement array position must be known accurately [73], even though Kuperman et al. [40] already showed that the time reversal techniques are relatively robust to temperature change and array position for classical TR underwater communications. The technique used in TR communications is exactly the same as in numerical TR localization, instead that the backpropagation is done in the real channel. The numerical TRS imaging method being a refinement of TR localization, the limits in terms of stability when the propagation channel properties and array position change are basically the same.

#### 4.2.4.2 *Experimental imaging of sound sources in an anechoic room using a numerical TRS*

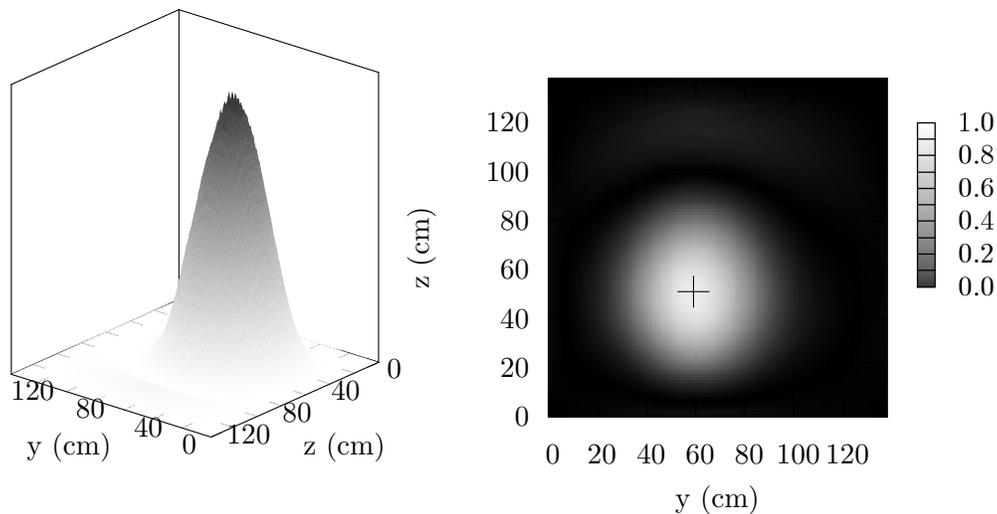
In this Section, we present experimental results of acoustic imaging of real active sources in an anechoic room, as described in Section 4.2.3.1. These sources are 2" 15-Watt electrodynamic transducers, that emit an impulsive signal (2.5-cycles Blackman windowed sinusoid at several central frequencies, from 300 Hz to 8000 Hz) in the room at several arbitrary positions. The localization obtained using numerical TR backpropagation and TRS imaging are then computed using sound pressure measurements at 36 control points distributed on a 2-D microphone array with equal inter-microphone spacing of 75 mm. For each experiment, the exact sound celerity has been measured with a time of flight experiment, in order to calibrate the numerical simulation of the sound propagation involved in the classical TR and the numerical TRS imaging process and to avoid any errors in the propagation simulation due to temperature variations.

Figure 4.8 shows the source localization achieved with the numerical TR backpropagation, for two different source positions, at a central frequency of 750 Hz. Each subfigure shows a gray scale image and a 3-dimensional mesh showing the normalized quadratic acoustic pressure in a vertical plane including the source, using numerical TR backpropagation. The first source is located in front of the array (on the array's axis of symmetry, 35 cm from the center of the array), and the second one is located away from the array (in the same vertical plane than the previous source, at a distance of 29 cm from the array's axis of symmetry).

The two sources are well localized by numerical TR backpropagation, despite the fact that the number of monitoring microphones is low : the focal point corresponds exactly to the position



(a) TR localization of a 2" source at central frequency of 750 Hz, away from the array aperture

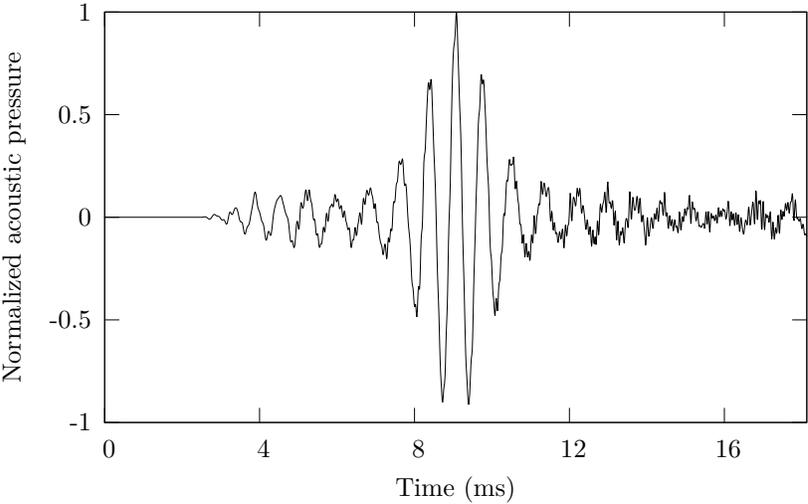


(b) TR localization of a 2" source at central frequency of 750 Hz, in front of the array aperture

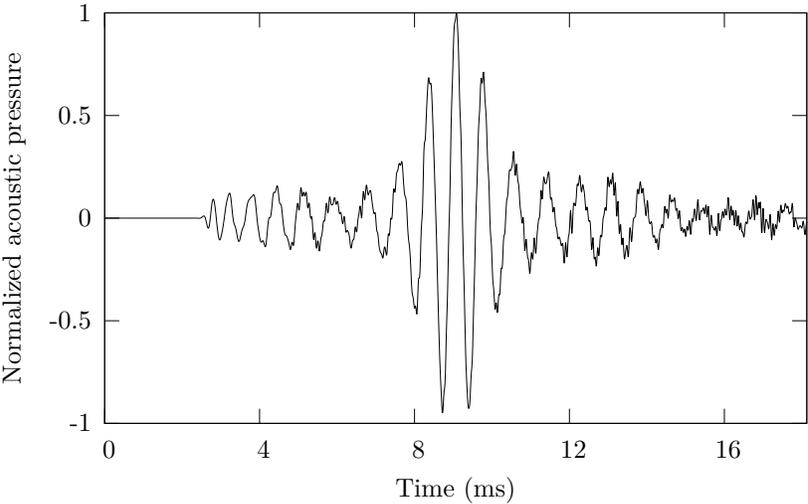
FIG. 4.8: Localization of a 2" diameter acoustic source using numerical TR backpropagation, at central frequency of 750 Hz (a) away from the measurement array aperture and (b) in front of the array aperture. The two sources are in a plane  $(z, y)$ , parallel to the microphone array, located at 35 cm from the array. Left : normalized squared acoustic pressure – Right : Source localization (grayscale). The real position of the source is shown (cross)

of the source in the experiment, determined by distance measurement between the source and 3 points on the microphone array during the experiment and calculated by triangulation using these distance measurements. Nevertheless, it is important to note that TR reconstruction for

the source located away from the array aperture is very asymmetric : the sound field is not as well reconstructed outside the microphone array aperture, although the maximum corresponds exactly to the real position of the acoustic source. This shows that this method based on numerical TR backpropagation is applicable (though less accurate) when the source position is not in the array aperture.



(a) Source at central frequency of 750 Hz, away from the array aperture



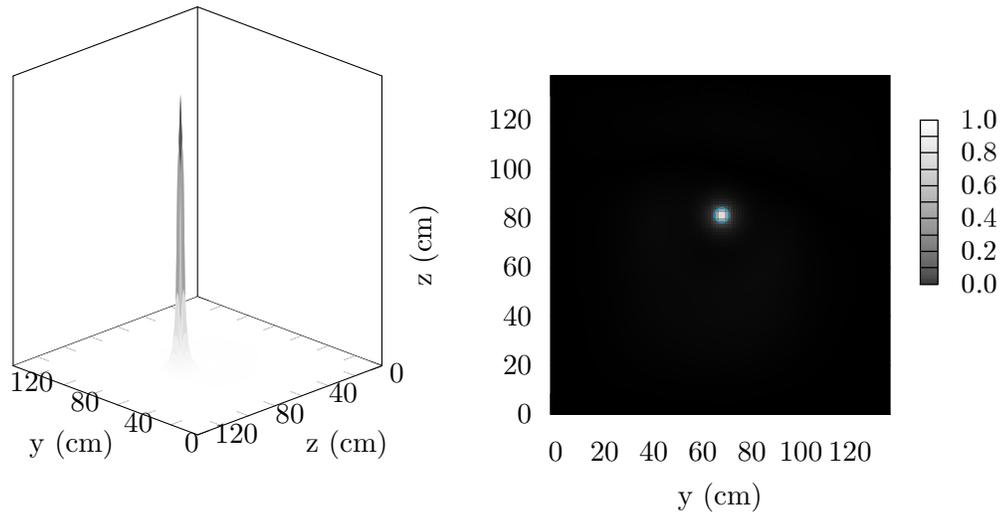
(b) Source at central frequency of 750 Hz, in front of the array aperture

FIG. 4.9: Normalized acoustic pressure at the source position extracted from TR computation, for the 2<sup>nd</sup> source at central frequency of 750 Hz, (a) away from the array aperture and (b) in front of the array aperture. These signals correspond to the « antinoise » signals used in the TRS process.

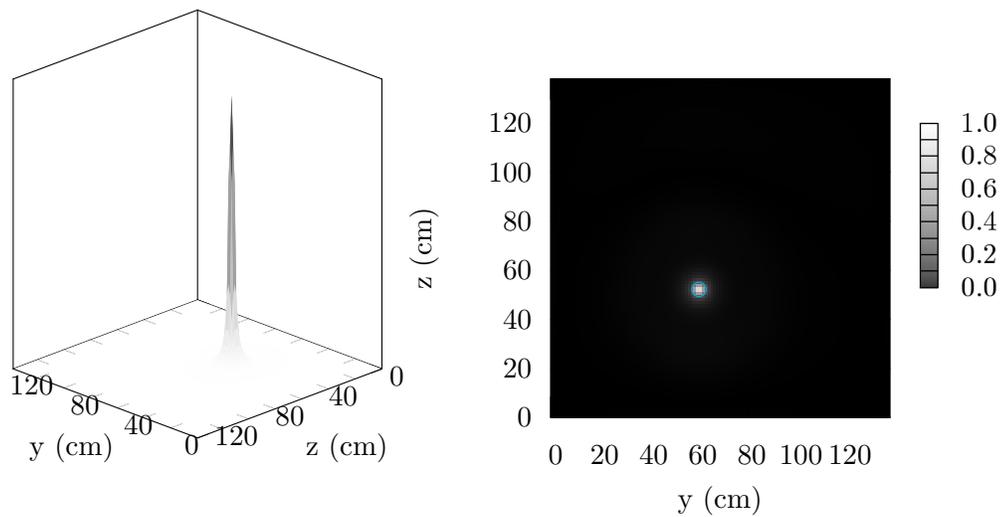
The acoustic maps obtained via numerical TR backpropagation give information on the position of the sound sources in the anechoic room, but the size of the focal spot is not related to the actual size of these sources, and the resolution is limited by diffraction effects. As predicted by theory, classical TR only allows to localize the sources. All the information about the sources is included in the acoustic field measured by the TRM, but the TR process does not re-create the exact time-reversed field because the source singularity is not time-reversed. TRS allows to suppress this apparent failure in the TR process.

Figure 4.9 shows that the time signal obtained by numerical TR at the source position is equally well reconstructed at the source position even if the source is away from the array aperture. This means that the numerical TRS imaging is likely to be effective in both cases even if the TR reconstruction is not adequate *around* the source because this high resolution imaging process requires the acoustic pressure to be well reconstructed at the source position [23] [66].

The data obtained from TR numerical reconstruction are then linearly combined to the soundfield of a numerical time-reversal sink that emits the « antinoise » signal at the position of the source localized by TR reconstruction. The results obtained after this computation are presented on Figure 4.10. This Figure shows a grayscale image of the reconstructed sound sources in the anechoic room (in the  $x = 35$  cm vertical plane ) and a 3-dimensional mesh showing the normalized squared acoustic pressure using the numerical time-reversal sink. The circles superposed on the images indicate the actual size of the loudspeaker membrane. This experiment shows that the sound sources are well localized thanks to TR, and that the physical size of the transducers is very well reconstructed by the numerical TRS technique. Even with a small number of measurement microphones and for a source outside the measurement array aperture, the imaging achieved has subwavelength resolution. This allows satisfactory source imaging without the need of scanning the entire medium. This new imaging technique appears to be a very efficient alternative to other acoustic imaging processes (beamforming and nearfield acoustic holography) in open space, with a few transducers, when the propagation medium is well known. Finally, it is important to note that in these experiments, the TRS imaging shows slightly smaller size than the actual size of loudspeaker membrane. This can be explained by the source reconstruction involved : the TRS process reconstructs the actual pressure distribution of the transducers in the anechoic room, which is not uniform on the membrane surface. Thus, the TRS imaging reconstructs this actual source distribution and the size of the transducer is slightly underestimated. Nevertheless, the results obtained with the numerical TRS method provides high-resolution imaging of active sound sources in free field with only a few transducers, provided that the wave propagation in the medium is accurately modeled.



(a) Numerical TRS imaging of a 2" source at central frequency of 750 Hz, away from the array aperture

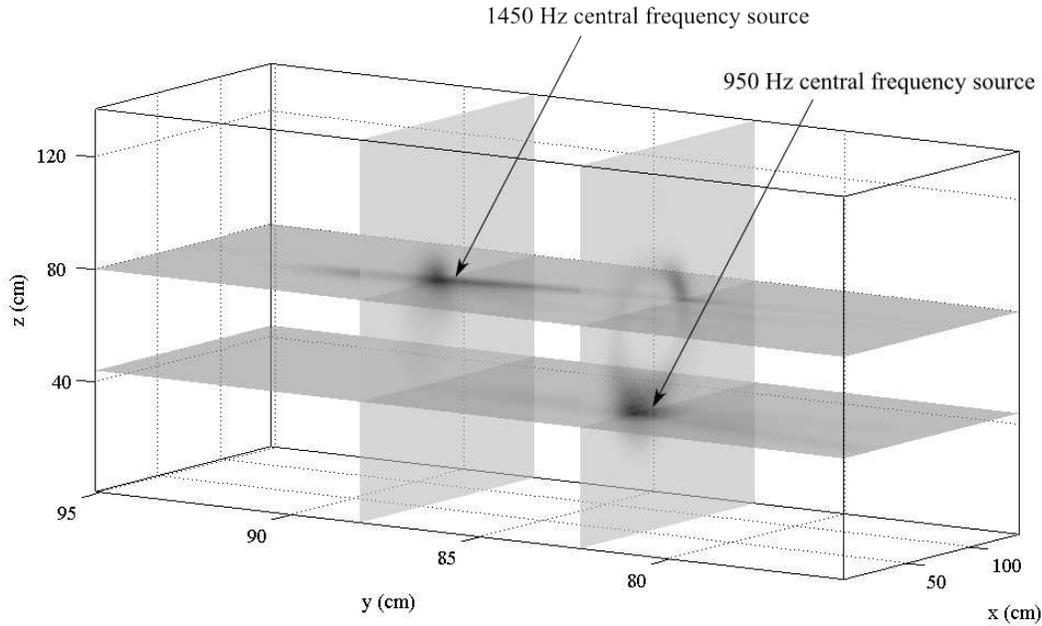


(b) Numerical TRS localization of a 2" source at central frequency of 750 Hz, in front of the array aperture

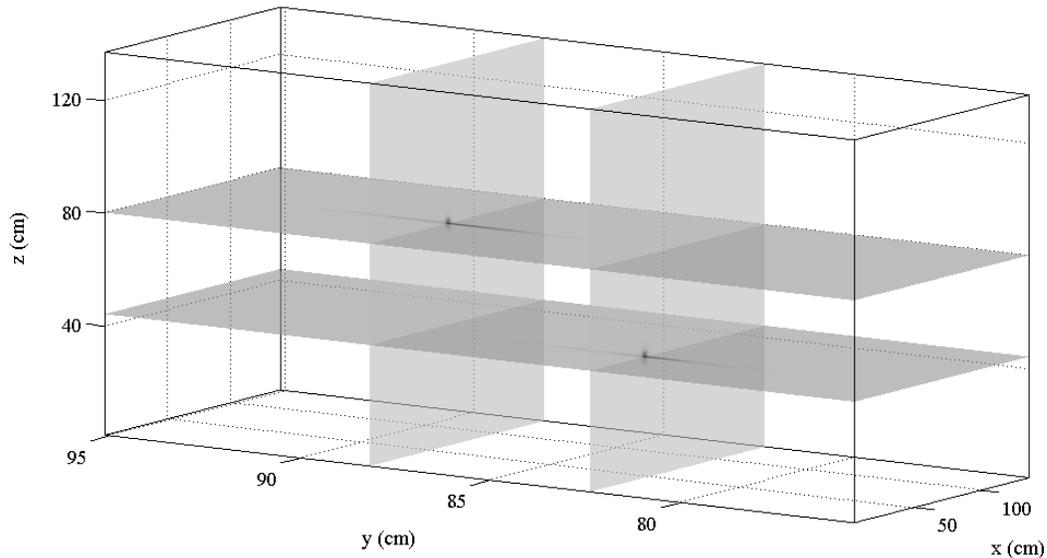
FIG. 4.10: Numerical TRS localization of a 2" diameter acoustic source at central frequency of 750 Hz (a) away from the measurement array aperture and (b) in front of the array aperture. The two sources are in a plane  $(z,y)$ , parallel to the microphone array, located at 35 cm from the array. Left : normalized squared acoustic pressure – Right : Source localization (grayscale). The real size of the source is plotted at the source position (circle))

Figure 4.11 shows the ability of the numerical TRS method to simultaneously image two acoustic sources that emit different signals with different frequency contents. In this experiment

conducted in the anechoic room, two 2" transducers emit a 1.5-cycles blackman windowed sinusoid respectively at 950 Hz and 1450 Hz. These two sources are separated by 41 cm. The two sources emit simultaneously, and the resulting acoustic field is measured by the 36 control microphones of the measurement array. The numerical TR backpropagation and numerical TRS



(a) Numerical TR backpropagation at collapse time



(b) Numerical TRS imaging at collapse time

FIG. 4.11: Numerical TR backpropagation (a) and numerical TRS imaging (b) of two loudspeakers emitting simultaneously a 1.5-cycles blackman windowed sinusoid, respectively at central frequency of 950 Hz and 1450 Hz

imaging are then computed using the same simulation grid than the one presented previously. Figure 4.11 shows the localization achieved by numerical TR backpropagation and the imaging achieved using the numerical TRS method, at collapse time.

These data show that the numerical TRS imaging is very efficient even with several sources emitting different signals. In this figure, the two sources are well imaged and their size is well determined by the method, even if the frequency content of the two emitted signals is different. This result confirms that the numerical TRS is a very accurate imaging method and provides an efficient refinement to classical TR for acoustic sources detection and imaging. It is important to note that the TR localization is perturbed by the presence of another source, because the spatial extent of the TR focusing depends on the signal wavelength. The TRS method achieves high resolution imaging without any perturbation from other sources, because the TRS method recreates the exact time-reversed situation of the initial sound emission, whereas TR method does not.

#### 4.2.5 Conclusions

In this paper, we have shown that a numerical time-reversal sink (TRS) can be used to achieve high resolution imaging of active sound sources in open space. These results extend to three dimensional acoustics the work previously published by the authors in [86] for flexural waves in a dispersive clamped plate. In the present case, the numerical TRS imaging method has been applied to audible sound sources in a three-dimensional open space. As the numerical TRS method relies on a model of the sound propagation in the medium, a finite difference model has been derived in order to simulate the propagation of acoustic waves in a three dimensional layered medium. An application to underwater acoustic sources imaging has been presented as a proof of concept and the experimental imaging of real acoustic transducers in audible range in an anechoic room has been demonstrated. The numerical TRS imaging proves to be an efficient imaging technique, giving access to high resolution imaging of the the actual source distribution in audible range and giving information on the position and size of the active sound sources, even if these sources are located away from the measurement array aperture. It has been shown that the numerical TRS techniques allows to achieve high resolution imaging instead of limited resolution localization of acoustic sources, even when several sources are emitting different signals simultaneously. The numerical TRS appears to be a good alternative to other acoustic imaging process, giving rise to interesting potential applications in underwater acoustics, musical acoustics, and source identification of industrial structures.

### 4.3 Pourquoi développer une méthode en champ libre ?

Dans ce chapitre, nous présentons une méthode d'imagerie basée sur le puits à retournement temporel en champ libre. Dans ce manuscrit, nous avons intensivement utilisé et cité les travaux sur l'amélioration de l'ouverture apparente du miroir à retournement temporel dans un milieu réverbérant. Il paraît alors plus avantageux de développer la méthode d'imagerie à haute résolution de sources acoustiques par puits numérique à retournement temporel dans ce type d'environnement. Cependant, cette méthode est en grande partie basée sur une connaissance précise du milieu de propagation, et d'un modèle numérique précis simulant la propagation des ondes acoustiques dans ce milieu. De nombreux travaux ont été réalisés pour développer des méthodes permettant, à partir de mesures de réponses impulsionnelles dans les salles, de déterminer des indicateurs acoustiques. En revanche, aucun modèle n'est à l'heure actuelle satisfaisant pour déterminer, en tout point d'une salle réverbérante, l'évolution de la pression acoustique au cours du temps. Une méthode de rayons acoustiques ne reconstitue que les réflexions spéculaires sur les parois de la salle et ne modélise en aucun cas le caractère stochastique de la réverbération dans une salle. Il aurait d'ailleurs été extrêmement difficile de développer un code de simulation de la propagation acoustique dans les salles réverbérantes. Ce code, même s'il était disponible, aurait dû être modifié pour chaque salle de mesure, et l'ajustement des paramètres aurait été particulièrement difficile à réaliser. Par conséquent, en ayant bien conscience que le fait de travailler en champ libre diminue les possibilités de réaliser une mesure avec un nombre restreint de capteurs, nous avons choisi de nous placer dans un milieu de mesure où il était possible de réaliser un code de propagation des ondes acoustiques qui soit précis.

Il est, à notre sens, plus simple de réaliser une mesure dans une salle anéchoïque en prenant des précautions expérimentales de rigueur et en utilisant un grand nombre de capteurs composant l'antenne de mesure, plutôt que de réaliser la mesure dans un milieu fortement réverbérant, avec un faible nombre de capteurs, et de perdre en précision (voire d'échouer dans le processus d'imagerie). En effet, un modèle précis de propagation acoustique dans une salle réverbérante est une tâche théoriquement irréalisable au-delà du temps de mélange [65] [82]. Un parallèle peut être une fois de plus réalisé avec la méthode d'imagerie à haute résolution par holographie acoustique en champ proche, où les fonctions de Green utilisées sont les fonctions de Green en champ libre, nécessitant en général de réaliser une mesure en milieu anéchoïque, sous peine de perdre en précision dans le processus d'imagerie.

#### 4.4 Le modèle numérique de propagation acoustique en champ libre en milieu stratifié

La méthode d'imagerie à haute résolution proposée dans ce chapitre est basée sur le principe du puits à retournement temporel, ainsi que sur une modélisation de la propagation des ondes acoustiques en champ libre. Dans un souci de flexibilité de l'application, nous avons choisi de réaliser un code par différences finies dans le domaine temporel dans un milieu stratifié acoustiquement. En effet, ce type de modèle correspond très bien à la propagation acoustique sous-marine ou aux applications géophysiques, où la variation des paramètres physiques en hauteur influe sur le profil de la célérité acoustique.

Par ailleurs, le cas homogène isotrope est aisément déductible du cas stratifié, en annulant tout gradient de célérité dans le milieu. Dans cette section, nous présentons le modèle physique retenu et la méthode de discrétisation numérique, impliquant un code de différences finies à ordre élevé, sur le modèle des travaux de Gary Cohen [81]. Les conditions de Sommerfeld impliquent la connaissance du champ à l'infini. Ce type de conditions aux limites présente des difficultés lors de son implémentation dans une boîte de calcul finie. Pour palier ce problème, nous utilisons et présentons la méthode des conditions absorbantes à ordre élevé, en se basant sur les travaux de Francis Collino [91]. Une fois ces méthodes numériques explicitées, nous présentons l'algorithme utilisé pour la simulation numérique de la propagation d'ondes acoustiques dans un milieu tridimensionnel stratifié.

À notre connaissance, aucune description de ce type de simulations à ordres élevés pour un milieu stratifié n'a été réalisée à ce jour. En particulier, l'analyse de la stabilité, de la dispersion numérique et de l'isotropie numérique n'ont été détaillés qu'en dimension 2 pour un milieu homogène dans l'ouvrage de G. Cohen [81]. C'est pourquoi nous nous attachons ici à détailler précisément la discrétisation de l'équation des ondes acoustiques en milieu tridimensionnel stratifié, ainsi que la stabilité, la dispersion numérique, et l'isotropie numérique de ce type d'algorithmes aux différences finies à ordres élevés dans le cas d'un milieu tridimensionnel homogène.

#### 4.4.1 Modèle physique

Pour notre application, nous considérons un milieu stratifié acoustiquement (i.e. la vitesse du son dépend de la hauteur, mais pas la masse volumique), sans pertes, et infini. Sous ces conditions, la propagation acoustique est modélisable par l'équation suivante (pour l'instant sans sources) :

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} p) - \frac{1}{c(z)^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \quad (4.4)$$

Cette équation est établie classiquement sous les hypothèses de *petits mouvements* permettant de linéariser les équations d'Euler pour un *fluide non visqueux*. Par ailleurs, l'hypothèse forte de *transformation isentropique* (ou d'adiabaticité) est nécessaire à l'établissement de l'équation. C'est cette équation, traduisant la physique du problème, qui est utilisée pour le code numérique aux différences finies dans le domaine temporel, afin de simuler la propagation d'ondes acoustiques en milieu tridimensionnel stratifié infini. La discrétisation de cette équation est abordée dans la sous-section suivante, en utilisant des méthodes de schémas numériques aux ordres élevés, qui nécessitent d'être manipulées avec soin, sous peine de rendre l'algorithme inconditionnellement instable [81].

#### 4.4.2 Schéma numérique d'ordre élevé en temps et en espace : discrétisation

Dans de nombreux travaux de recherche, l'équation des ondes est approchée par des méthodes de différences finies à l'ordre 2 en temps et en espace. Ces méthodes sont particulièrement aisées à programmer. En revanche, elles impliquent une discrétisation très fine et posent par conséquent des problèmes en terme de temps de calcul. C'est pourquoi nous nous sommes tournés vers une discrétisation à l'ordre 4 en espace et en temps de l'équation des ondes considérée, de manière à augmenter l'efficacité de convergence du code à discrétisation égale, tout en prenant soin de conserver des propriétés de stabilité et de dispersion numérique satisfaisantes. Ce type de discrétisation à l'ordre 4 est entièrement basé sur les méthodes de différences finies à ordre élevé développées par G. Cohen [81], qui constituent aujourd'hui une base de travail solide pour de nombreux chercheurs utilisant les simulations numériques par différences finies.

Pour la discrétisation de l'équation des ondes à l'ordre 4 en espace, il est nécessaire de définir une approximation de l'opérateur  $\text{div} \circ (\overrightarrow{\text{grad}})$ . Pour cela, il s'agit de réaliser une composition

de la discrétisation des opérateurs  $\text{div}$  et  $\overrightarrow{\text{grad}}$  :

$$\Delta_h^{(4)} = \left[ \text{div} \circ \left( \overrightarrow{\text{grad}} \right) \right]_h$$

où  $\Delta_h^{(4)}$  représente la discrétisation à l'ordre 4 de l'opérateur  $\text{div} \circ \left( \overrightarrow{\text{grad}} \right)$  et  $h$  représente le pas spatial du maillage choisi. D'après les travaux de G. Cohen, que nous étendons ici à 3 dimensions, l'approximation à l'ordre 4 en espace de cet opérateur peut s'écrire comme la composition de deux opérateurs d'ordre 2, pour deux maillages de pas différents : l'un d'échantillonnage spatial  $h$ , et l'autre d'échantillonnage spatial  $2h$  [81] :

$$\Delta_h^{(4)} = \frac{4}{3} \Delta_h^{(2)} - \frac{1}{3} \Delta_{2h}^{(2)} \quad (4.5)$$

Sous ces conditions, il est aisé de démontrer que, pour une fonction scalaire  $\mu(x, y, z, t)$  :

$$\begin{aligned} \left( \Delta_h^{(4)} \mu \right)_{m,n,p}^k &= \frac{-90\mu_{m,n,p}^k + 16 \left( \mu_{m+1,n,p}^k + \mu_{m-1,n,p}^k + \mu_{m,n+1,p}^k + \mu_{m,n-1,p}^k + \mu_{m,n,p+1}^k + \mu_{m,n,p-1}^k \right)}{12h^2} \\ &\quad - \frac{\left( \mu_{m+2,n,p}^k + \mu_{m-2,n,p}^k + \mu_{m,n+2,p}^k + \mu_{m,n-2,p}^k + \mu_{m,n,p+2}^k + \mu_{m,n,p-2}^k \right)}{12h^2} \end{aligned} \quad (4.6)$$

ce qui correspond à un schéma spatial centré d'ordre 4 à 13 points, avec  $(n, m, p, k)$  désignant les indices spatiaux et temporels de discrétisation, et  $h$  le pas du maillage utilisé.

En ce qui concerne l'approximation en temps de la dérivée seconde temporelle impliquée dans l'équation des ondes considérée, nous avons utilisé une approximation en temps d'ordre 4, qui permet, sous certaines conditions, d'obtenir des résultats plus précis pour la résolution par différences finies dans le domaine temporel que la discrétisation à l'ordre 2. Cependant, l'approximation temporelle d'ordre 4 est plus problématique : les approximations centrées de ce terme à l'ordre 4 conduisent nécessairement à un schéma inconditionnellement instable [89]. Pour contourner ce problème d'instabilité, nous avons utilisé une approche d'équation modifiée, introduite en 1986 par Dablain [90] et étendue par Cohen [81] pour l'équation des ondes en milieu inhomogène. Cette approche efficace et élégante, consiste à remplacer le terme d'ordre supérieur de l'approximation en temps à l'ordre 4 de la dérivée seconde temporelle par son équivalent en

espace, obtenu à l'aide de l'équation des ondes simulée 4.4. Un développement limité à l'ordre 4 de l'opérateur de double dérivation temporelle fournit l'équation suivante :

$$\frac{\mu_{m,n,p}^{k+1} - 2\mu_{m,n,p}^k + \mu_{m,n,p}^{k-1}}{\tau^2} = \left( \frac{\partial^2 \mu}{\partial t^2} \right)_{m,n,p}^k + \frac{\tau^2}{12} \left( \frac{\partial^4 \mu}{\partial t^4} \right)_{m,n,p}^k + \mathcal{O}(\tau^4) \quad (4.7)$$

où  $\tau$  est le pas temporel du maillage de différences finies dans le domaine temporel.

Or, l'équation des ondes utilisée à deux reprises fournit la relation suivante :

$$\frac{\partial^4 \mu}{\partial t^4} = \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left( c(z)^2 \Delta \mu \right) = c(z)^2 \Delta \left( \frac{\partial^2 \mu}{\partial t^2} \right) = c(z)^2 \Delta \left( c(z)^2 \Delta \mu \right) \quad (4.8)$$

(où  $\mu$  remplace ici la grandeur de pression acoustique, par cohérence avec les notations générales sur la discrétisation des dérivées de fonctions scalaires précédemment utilisées), et  $\Delta$  représente le laplacien.

En combinant les équations 4.7 et 4.8, on obtient :

$$\left( \frac{\partial^2 \mu}{\partial t^2} \right)_{m,n,p}^k = \frac{\mu_{m,n,p}^{k+1} - 2\mu_{m,n,p}^k + \mu_{m,n,p}^{k-1}}{\tau^2} - \frac{c(p)^2 \tau^2}{12} \Delta \left( c(p)^2 \Delta \mu \right)_{m,n,p}^k + \mathcal{O}(\tau^4) \quad (4.9)$$

Pour finir, afin de discrétiser l'opérateur  $[c(z)^2 \Delta \circ (c(z)^2 \Delta)]$ , on utilise une composition de différences finies spatiales à l'ordre 2 en espace pour chacun des deux opérateurs, puisqu'on obtient une erreur d'ordre 4 et que la composition de deux opérateurs d'ordre 4 en espace aboutirait à une molécule de calcul trop importante [81]. Sous ces conditions, l'opérateur de dérivation double en temps approximé à l'ordre 4  $D_{tt}^{(4)}$  grâce à l'approche de l'équation modifiée devient :

$$\begin{aligned}
(D_{tt}^{(4)} \mu)_{m,n,p}^k &= \frac{\mu_{m,n,p}^{k+1} - 2\mu_{m,n,p}^k + \mu_{m,n,p}^{k-1}}{\tau^2} + \frac{c(p)^4 \tau^2}{12h^4} \cdot \left[ \left( 40 + \frac{c(p+1)^2 + c(p-1)^2}{c(p)^2} \right) \mu_{m,n,p}^k \right. \\
&+ \left( \mu_{m+2,n,p}^k + \mu_{m-2,n,p}^k + \mu_{m,n+2,p}^k + \mu_{m,n-2,p}^k \right) + \frac{c(p+1)^2}{c(p)^2} \mu_{m,n,p+2}^k \\
&+ \frac{c(p-1)^2}{c(p)^2} \mu_{m,n,p-2}^k + 2 \left( \mu_{m+1,n+1,p}^k + \mu_{m-1,n+1,p}^k + \mu_{m+1,n-1,p}^k + \mu_{m-1,n-1,p}^k \right) \\
&+ \left( 1 + \frac{c(p+1)^2}{c(p)^2} \right) \left( \mu_{m+1,n,p+1}^k + \mu_{m-1,n,p+1}^k + \mu_{m,n+1,p+1}^k + \mu_{m,n-1,p+1}^k \right) \\
&+ \left( 1 + \frac{c(p-1)^2}{c(p)^2} \right) \left( \mu_{m+1,n,p-1}^k + \mu_{m-1,n,p-1}^k + \mu_{m,n+1,p-1}^k + \mu_{m,n-1,p-1}^k \right) \\
&- 12 \left( \mu_{m+1,n,p}^k + \mu_{m-1,n,p}^k + \mu_{m,n+1,p}^k + \mu_{m,n-1,p}^k \right) \\
&\left. - 6 \left( 1 + \frac{c(p+1)^2}{c(p)^2} \right) \mu_{m,n,p+1}^k - 6 \left( 1 + \frac{c(p-1)^2}{c(p)^2} \right) \mu_{m,n,p-1}^k \right]
\end{aligned} \tag{4.10}$$

La partie spatiale correctrice correspond à un schéma spatial d'ordre 4 à 25 points, qui permet de stabiliser la discrétisation à l'ordre 4 temporelle de l'opérateur de dérivation temporelle, sans perdre de précision, puisque le terme correcteur provient directement de l'équation d'onde modélisée [90].

Cette discrétisation des opérateurs de dérivées spatiales et temporelles à l'ordre 4-4 (voir équations 4.6 et 4.10) est alors utilisée pour l'algorithme de résolution de l'équation d'onde. En revanche, il est essentiel de se pencher sur les conditions aux limites, qui conditionnent l'algorithme. Nous travaillons ici pour un espace infini, donc avec les conditions de Sommerfeld. La méthode de différence finie choisie pour simuler les conditions de Sommerfeld dans une boîte de calcul finie est présentée dans la prochaine sous-section.

#### 4.4.3 Conditions aux limites absorbantes d'ordre élevé

Le problème de la simulation numérique de l'équation d'ondes en champ libre est de modéliser de manière précise les conditions aux bords sortantes. Il est essentiel d'éviter toute réflexion numérique aux bords de la boîte de calcul, qui ne représente qu'un sous-espace fini de l'espace infini dans lequel se propage l'onde acoustique. L'une des différences entre la modélisation des conditions aux limites de Sommerfeld et la modélisation des conditions aux bords de Dirichlet ou de Neumann provient du fait que la condition de Sommerfeld suppose la connaissance du champ

de pression à l'infini, ce qui est impossible en utilisant une méthode numérique de différences finies.

Le but des conditions aux bords absorbantes est de déterminer des conditions appropriées sur le domaine de calcul, qui simulent de manière précise le caractère sortant des solutions recherchées à l'équation des ondes. Le but est d'utiliser une méthode qui s'adapte bien au schéma aux différences finies à ordre élevé qui est utilisé à l'intérieur de la boîte de calcul. De nombreux travaux ont été réalisés pour déterminer des conditions aux limites numériques fournissant des schémas numériques stables, précis et peu coûteux en terme de temps de calcul [91] [96] [97].

La méthode qui nous semble la plus appropriée pour simuler les conditions aux limites, tout en étant compatible avec l'ordre 4-4 choisi pour l'intérieur de la boîte de calcul, est la méthode des conditions aux limites absorbantes d'ordre élevé. Cette méthode, développée par Francis Collino [91], consiste à imposer sur chaque face (ainsi que sur les arêtes et les coins) du cube de calcul une condition aux limites d'ordre élevé grâce à une approximation paraxiale à  $L$  fractions rationnelles<sup>4</sup> (ce qui correspond à une approximation à grand angle). L'originalité de cette approche provient de l'utilisation de fonctions auxiliaires sur les bords du cube de calcul, permettant une résolution simple du schéma aux différences finies.

La méthode étant détaillée mathématiquement dans le rapport de recherche de l'INRIA de F. Collino [91], le but ici n'est pas de reprendre intégralement le formalisme des équations. Nous nous attachons plutôt à fournir au lecteur la méthodologie utilisée pour l'utilisation de ces conditions aux limites absorbantes d'ordre élevé pour notre application. Le principe à retenir est que les fonctions auxiliaires de faces, d'arêtes, et de coins, vérifient elles aussi une équation des ondes de dimension correspondant à l'espace en question (dimension 2 pour les fonctions auxiliaires de faces, dimension 1 pour les fonctions auxiliaires d'arêtes), couplées à une équation de transport [91]. Ces équations sont conditionnées par une approximation de Padé (classique en modélisation numérique). Malgré le grand nombre d'équations différentielles couplées apportées par ce type de conditions aux limites, la méthode permet d'obtenir des résultats fiables, et compatibles avec l'ordre élevé choisi pour le schéma numérique interne. La méthode utilisée pour résoudre les conditions aux bords sur les faces, arêtes, et coins du cube de calcul est succinctement expliquée dans les paragraphes suivants.

---

<sup>4</sup>Dans une logique de bon compromis entre la précision et la rapidité de l'algorithme, nous avons fixé  $L = 5$

#### 4.4.3.1 Equations de faces

Dans le domaine de Fourier, les conditions aux limites absorbantes s'écrivent (pour une face définie comme étant orthogonale à l'axe  $\vec{y}$ ) [91] :

$$\frac{\partial \widehat{p}}{\partial y} + \widehat{T}p = 0$$

avec  $\widehat{T}.p = i\sqrt{\left(\frac{\omega^2}{c^2} - |k|^2\right)}.\widehat{p}$ ,  $|k|^2 = k_x^2 + k_z^2$ , et  $\widehat{p}$  est la Transformée de Fourier de  $p$ , en  $x, z, t$ .

En supposant que  $\frac{c^2|k|^2}{\omega^2}$  est proche de 1, ce qui est une approximation tout à fait valable (l'égalité est vérifiée dans le cas des ondes purement propagatives en milieu non dissipatif, et toujours vraie pour les ondes évanescentes en milieu non dissipatif dont la dimension spatiale d'extinction est de l'ordre d'une longueur d'onde), on peut réaliser la simplification suivante [98] :

$$\sqrt{\left(\frac{\omega^2}{c^2} - |k|^2\right)} \approx \frac{\omega}{c} \left( \gamma - \sum_{l=1}^L \frac{\beta_l}{\alpha_l} \frac{\omega^2}{\omega^2 - \alpha_l c^2 |k|^2} \right)$$

avec  $\gamma = 1 + \sum_{l=1}^L \frac{\beta_l}{\alpha_l}$ . Il est important de noter que pour des raisons de stabilité de l'algorithme,

il faut que les coefficients  $\alpha_l$  et  $\beta_l$  vérifient l'inégalité suivante [98] :  $\sum_{l=1}^L \frac{\beta_l}{1 - \alpha_l} < 1$

Cette solution est toujours vérifiée dans le cas des coefficients de Padé, qui sont ceux que nous utilisons pour paramétrer les fonctions auxiliaires de faces, d'arêtes et de coins pour les conditions aux limites absorbantes à ordre élevé. Ces coefficients sont définis par les relations suivantes :

$$\begin{cases} \alpha_l = \cos^2 \left( \frac{l\pi}{2L+1} \right) \\ \beta_l = \frac{2}{2L+1} \sin^2 \left( \frac{l\pi}{2L+1} \right) \end{cases}$$

Ainsi, en appliquant la précédente approximation aux conditions aux limites absorbantes, après transformation inverse de Fourier, on obtient le système d'équations couplées suivantes,

paramétrées par les coefficients de Padé, faisant intervenir  $L$  fonctions auxiliaires  $\psi_l^{(y)}$ , où l'exposant  $(y)$  indique que le calcul correspond à une face définie comme étant orthogonale à l'axe  $\vec{y}$  :

$$\begin{cases} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\gamma}{c(z)} \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{1}{c(z)} \sum_{l=1}^L \beta_l \frac{\partial \psi_l^{(y)}}{\partial t} = 0 \\ \forall l \in [1; L], \frac{1}{c(z)} \frac{\partial^2 \psi_l^{(y)}}{\partial t^2} - \alpha_l \left( c(z) \frac{\partial^2 \psi_l^{(y)}}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial z} \left( c(z) \frac{\partial \psi_l^{(y)}}{\partial z} \right) \right) = \frac{1}{c(z)} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \end{cases} \quad (4.11)$$

On reconnaît ici un système de  $L$  équations de propagation d'ondes bidimensionnelles pour les fonctions auxiliaires, couplées à une équation de transport dans la direction  $y$ . Pour obtenir les autres équations de faces, une simple rotation d'indice suffit à retrouver les équations. La discrétisation de ce système n'est pas abordée ici, afin de ne pas surcharger le manuscrit. Il suffit de discrétiser ces équations sur le même principe que la discrétisation des équations continues d'ondes précédentes. Le système d'équations à résoudre pour les 6 faces du cube correspond donc à un système de  $6(L + 1)$  équations couplées à résoudre.

#### 4.4.3.2 Détermination des conditions d'arêtes

Le problème de cette formulation est lié aux conditions de raccordement que doivent satisfaire les fonctions auxiliaires aux intersections des faces. Ceci est crucial pour la précision de la simulation numérique à implémenter. En effet, le raccordement des conditions de faces doit être conditionné par des valeurs de  $2L$  dérivées normales par arêtes du cube de calcul afin de déterminer les dérivées secondes spatiales des fonctions auxiliaires ( $L$  sur chaque face d'appui). Ces conditions sont résolues en construisant une famille de solutions particulières au système d'équations (4.11). À partir de cette famille de solutions (pour le détail de la démonstration qui a peu d'importance ici, se reporter à [91]), on en déduit le système d'équations suivant, permettant de déterminer les conditions d'arêtes suivantes (ici, pour l'arête  $x = 0$ ,  $y = 0$ , les arêtes sont parallèles à l'axe  $\vec{z}$ , et les fonctions d'arêtes suivant  $z$  relatives à la face normale à l'axe  $\vec{x}$  sont notées  $\psi_{l,m}^{(x,z)}$ , tandis que les fonctions d'arêtes suivant  $z$  relatives à la face normale à l'axe  $\vec{y}$  sont notées  $\psi_{l,m}^{(y,z)}$ ) :

$$\left\{ \begin{array}{l}
\forall (l, m) \in [1, L]^2, \frac{1}{c(z)} \frac{\partial^2 \psi_{l,m}^{(x,z)}}{\partial t^2} - \gamma_{l,m} \frac{\partial}{\partial z} \left( c(z) \frac{\partial \psi_{l,m}^{(x,z)}}{\partial z} \right) = \frac{1}{c(z)} \frac{\partial^2 \psi_l^{(x)}}{\partial t^2} (y = 0, z, t) \\
\forall (l, m) \in [1, L]^2, \frac{1}{c(z)} \frac{\partial^2 \psi_{l,m}^{(y,z)}}{\partial t^2} - \gamma_{l,m} \frac{\partial}{\partial z} \left( c(z) \frac{\partial \psi_{l,m}^{(y,z)}}{\partial z} \right) = \frac{1}{c(z)} \frac{\partial^2 \psi_l^{(y)}}{\partial t^2} (z, x = 0, t) \\
\forall l \in [1, L], \frac{\partial \psi_l^{(x)}}{\partial y} (y = 0, z, t) = -\frac{\gamma}{c(z)} \frac{\partial \psi_l^{(x)}}{\partial t} (y = 0, z, t) + \sum_{m=1}^L \frac{\beta_m \gamma_{l,m}}{\alpha_m^2} \frac{\partial \psi_{l,m}^{(x,z)}}{\partial t} (z, t) \\
\quad + \sum_{m=1}^L \frac{\beta_m \gamma_{l,m}}{c(z) \alpha_m \alpha_l} \frac{\partial \psi_{m,l}^{(y,z)}}{\partial t} (z, t) \\
\forall l \in [1, L], \frac{\partial \psi_l^{(y)}}{\partial y} (y = 0, z, t) = -\frac{\gamma}{c(z)} \frac{\partial \psi_l^{(y)}}{\partial t} (z, x = 0, t) + \sum_{m=1}^L \frac{\beta_m \gamma_{l,m}}{\alpha_m^2} \frac{\partial \psi_{l,m}^{(y,z)}}{\partial t} (z, t) \\
\quad + \sum_{m=1}^L \frac{\beta_m \gamma_{l,m}}{c(z) \alpha_m \alpha_l} \frac{\partial \psi_{m,l}^{(x,z)}}{\partial t} (z, t)
\end{array} \right. \quad (4.12)$$

où  $\gamma_{l,m}$  est déterminé en fonction des coefficients de Padé :  $\gamma_{l,m} = \frac{\alpha_l \alpha_m}{\alpha_l + \alpha_m - \alpha_l \alpha_m}$ .

Une analyse de ces équations sur un plan physique permet de remarquer que les conditions d'arêtes nécessitent l'introduction de  $2L^2$  fonctions de coins par arêtes, soit  $24L^2$  fonctions auxiliaires d'arêtes pour un cube de calcul. Chacune de ces fonctions d'arêtes vérifie une équation des ondes à une dimension (correspondant à la dimension suivant laquelle l'arête évolue), liée aux paramètres physiques de l'équation des ondes tridimensionnelle dans le milieu (c'est l'une des particularités de cette méthode de conditions aux limites absorbantes). Ici,  $2L^2$  équations des ondes sur les  $24L^2$  sont présentées, correspondant aux fonctions d'arêtes relatives aux deux faces intersectant sur l'arête  $z$ . Par ailleurs, comme pour les fonctions de faces, les fonctions d'arêtes sont couplées par  $2L$  équations de transport, faisant intervenir les dérivées normales des fonctions de faces. Ce sont ces  $2L$  équations par arête (soit  $24L$  au total), qui correspondent aux deux dernières équations du système (4.12), et qui permettent de conditionner les fonctions de faces de façon à résoudre le système des équations de face (4.11). Le système complet d'équations des fonctions d'arête est aisément compréhensible en faisant une rotation circulaire des indices  $x$ ,  $y$ , et  $z$ .

#### 4.4.3.3 Détermination des conditions de coins

Un problème analogue se pose à l'extrémité des arêtes. Les conditions d'arêtes précédemment établies font intervenir des dérivées secondes en la variable tangente de l'arête, qu'il est impossible

d'évaluer numériquement. On se retrouve alors dans une situation analogue à la précédente pour les fonctions de faces. Ici, pour déterminer ces dérivées secondes aux extrémités des arêtes, on a besoin de déterminer  $6L^2$  quantités manquantes du type  $\frac{\partial \psi_{l,m}^{y,z}}{\partial z}(0, t)$ . Ces quantités manquantes correspondent aux 8 coins du cube de calcul. Tout comme précédemment, il est donc nécessaire de déterminer  $6L^2$  nouvelles relations aux coins, à l'aide de la même famille de solutions particulières que celle utilisée précédemment pour les conditions d'arêtes (voir [91]). Cette famille de solutions à l'équation des ondes permet de déterminer une condition de coins, ne nécessitant pas l'introduction de fonctions auxiliaires de coins (dans le cas d'un milieu dissipatif, cependant, il est nécessaire d'introduire une nouvelle famille de fonctions auxiliaires). Les relations aux coins correspondant à l'équation suivante (ici donnée pour le coin  $x = y = z = 0$ , et aux fonctions d'arêtes suivant  $z$  correspondant à la face orthogonale à l'axe  $\vec{x}$ ,  $\forall (l, m) \in [1; L]^2$ ) :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \psi_{l,m}^{(x,z)}}{\partial z}(0, t) = & -\frac{\gamma}{c(z=0)} \frac{\partial \psi_{l,m}^{(x,z)}}{\partial t}(0, t) + \sum_{n=1}^L \frac{\beta_n \gamma_{l,m,n}}{\alpha_n^2 c(z=0)} \frac{\partial \psi_{l,m}^{(x,z)}}{\partial t}(t) \\ & + \sum_{n=1}^L \frac{\beta_n \gamma_{l,m,n} \gamma_{n,l}}{\alpha_n \alpha_l \gamma_{l,m} c(z=0)} \frac{\partial \psi_{n,l}^{(z,y)}}{\partial t}(t) + \sum_{n=1}^L \frac{\beta_n \gamma_{l,m,n} \gamma_{n,l}}{\alpha_n^2 \gamma_{l,m} c(z=0)} \frac{\partial \psi_{l,n}^{(x,y)}}{\partial t}(t) \end{aligned} \quad (4.13)$$

où  $\gamma_{l,m,n}$  est déterminé en fonction des coefficients de Padé :

$$\gamma_{l,m,n} = \frac{\alpha_l \alpha_m \alpha_n}{\alpha_m \alpha_n + \alpha_m \alpha_l + \alpha_n \alpha_l - 2\alpha_l \alpha_m \alpha_n}$$

Par permutation entre les indices  $x$  et  $y$ , puis par rotation circulaire (deux fois) des indices  $x, y$ , et  $z$ , on obtient ainsi les  $6L^2$  relations permettant la détermination des valeurs aux coins, permettant de résoudre le problème complet. Cette équation est interprétable par une régularisation des valeurs des fonctions d'arêtes à leurs extrémités, ce qui paraît tout à fait logique compte tenu de la signification physique de ces conditions de coins. Cette fois-ci encore, la discrétisation de ces  $6L^2$  équations couplées n'est pas décrite. Pour cela, il suffit d'appliquer les modèles de discrétisation d'ordre élevé décrits précédemment pour l'équation des ondes. Les conditions aux limites absorbantes faisant intervenir un grand nombre d'équations, les algorithmes et astuces programmatiques ne sont pas décrites dans cette section. L'essentiel de la description de ces conditions aux limites absorbantes était de mettre en évidence les liens physiques entre ces conditions aux limites et les équations régissant les fonctions auxiliaires. Pour plus d'informations sur les algorithmes de programmation de ces conditions aux limites, l'essentiel du document de F. Collino est consacré à ces choix programmatiques [91]. Il est cependant essentiel de noter que pour coder les conditions aux limites absorbantes, il est nécessaire de connaître le profil de

célérité acoustique sur une grille doublement échantillonnée par rapport à la grille de calcul du champ de pression.

#### 4.4.3.4 Remarques sur les ordres d'approximation à proximité des limites du cube de calcul

Par ailleurs, il est important de remarquer qu'à proximité des bords du cube de calcul, il est impossible d'utiliser des approximations d'ordre 4 en espace, qui nécessiteraient une extension du nombre de points virtuels, et influeraient sur la stabilité de l'algorithme [81]. Par conséquent, pour les points proches des bords, nous nous sommes ramenés à des méthodes d'ordre 2 en espace, en respectant les conditions suivantes, de manière à tirer partie des approximations à l'ordre 4 en espace à l'intérieur du cube :

- sur les faces, approximation d'ordre 2 dans la direction perpendiculaire à la face, d'ordre 4 spatial dans le plan parallèle à la face considérée
- sur les arêtes, approximation d'ordre 4 spatial dans la direction parallèle à l'arête, d'ordre 2 dans les autres directions
- aux coins, approximation d'ordre 2 en espace

Par ailleurs, il est impossible de conserver un algorithme stable, avec la méthode aux différences finies, en utilisant un ordre temporel plus élevé que l'ordre spatial [81] [70]. C'est la raison pour laquelle une intégration temporelle d'ordre 2 a été choisie à proximité des faces, arêtes, et coins du cube de calcul. Par ailleurs, les calculs d'ordre 4-4 ont une bonne continuité avec les calculs d'ordre 2-2, et l'utilisation de calculs d'ordre 2-2 sur le nombre restreint de points limites au cube de calcul n'augmente pas significativement la dispersion numérique et n'influe pas sur les conditions de stabilité de l'algorithme, grâce à l'approche de l'équation modifiée de Dablain utilisée pour l'algorithme 4-4 centré.

#### 4.4.4 Condition de stabilité de l'algorithme, isotropie et dispersion numérique

Nous l'avons montré dans le chapitre précédent, l'algorithme de simulation de la propagation d'ondes dans le milieu par différences finies doit être extrêmement précis pour obtenir une imagerie de sources efficace. Ainsi, il est indispensable d'étudier la précision de cet algorithme. Avant tout, nous nous pencherons sur les conditions de stabilité de l'algorithme, mais également sur la dispersion numérique et l'anisotropie numérique de façon à optimiser les paramètres de simulation et obtenir un algorithme stable, précis, qui n'introduise pas de biais dans le calcul de la

propagation des ondes acoustiques utilisé dans le processus d'imagerie par puits à retournement temporel. Ce type d'étude n'ayant à ce jour (à notre connaissance) été réalisé que dans le cadre d'un milieu à 2 dimensions homogène, nous détaillons ici précisément l'étude de la stabilité, de la dispersion et de l'isotropie numérique dans le cas tridimensionnel.

Pour déterminer la condition de stabilité de l'algorithme au centre du cube de calcul, on utilise le schéma numérique 4-4. En utilisant une solution en ondes planes et en l'introduisant dans l'équation discrétisée à l'ordre 4-4 de pas spatial  $h$  et de pas temporel  $\tau$ , on obtient la relation de dispersion numérique 4.14 (par souci de simplification, l'étude de la stabilité, de l'isotropie et de la dispersion numérique est réalisée pour une célérité  $c$  des ondes acoustiques constante). C'est grâce à l'étude de cette relation de dispersion que la condition de stabilité de l'algorithme est déterminée. Pour simplifier les notations, par la suite, nous utiliserons les variables définies à l'équation 4.15.

$$\begin{aligned} \sin^2\left(\frac{\omega\tau}{2}\right) = & -\frac{c^4\tau^4}{3h^4} \left( \sin^2\left(\frac{k_x h}{2}\right) + \sin^2\left(\frac{k_y h}{2}\right) + \sin^2\left(\frac{k_z h}{2}\right) \right)^2 \\ & + \frac{c^2\tau^2}{h^2} \left( \sin^2\left(\frac{k_x h}{2}\right) + \sin^2\left(\frac{k_y h}{2}\right) + \sin^2\left(\frac{k_z h}{2}\right) \right) \\ & + \frac{2c^4\tau^4 - c^2\tau^2 h^2}{3h^4} \left( \sin^4\left(\frac{k_x h}{2}\right) + \sin^4\left(\frac{k_y h}{2}\right) + \sin^4\left(\frac{k_z h}{2}\right) \right) \end{aligned} \quad (4.14)$$

$$\begin{cases} \alpha = \frac{c\tau}{h} \\ X_1 = \sin^2\left(\frac{k_x h}{2}\right) \\ X_2 = \sin^2\left(\frac{k_y h}{2}\right) \\ X_3 = \sin^2\left(\frac{k_z h}{2}\right) \end{cases} \quad (4.15)$$

Le système est stable dans le cas où  $0 \leq \sin^2\left(\frac{\omega\tau}{2}\right) \leq 1$ , et ce  $\forall \vec{k} = (k_x, k_y, k_z)$ , (i.e.)  $\forall \vec{X} = (X_1, X_2, X_3) \in [0, 1]^3$ . La condition de stabilité du schéma d'intégration 4-4 correspond donc à la résolution de l'équation suivante :

$$\begin{cases} 0 \leq \sup_{\vec{X} \in [0,1]^3} f(\vec{X}) \leq 1 \\ f(\vec{X}) = \alpha^2 \left[ X_1 + X_2 + X_3 + \frac{2\alpha^2 - 1}{3} (X_1^2 + X_2^2 + X_3^2) - \frac{\alpha^2}{3} (X_1 + X_2 + X_3)^2 \right] \end{cases}$$

$f(\vec{X})$  étant invariante par échanges de  $X_1, X_2$  et  $X_3$ , la condition de stabilité peut être remplacée par l'équation suivante :

$$\begin{cases} 0 \leq \sup_{X \in [0,1]} \tilde{f}(X) \leq 1 \\ \tilde{f}(X) = \alpha^2(3X - X^2(\alpha^2 + 1)) \end{cases}$$

L'étude de cette équation mène aisément à la condition de stabilité suivante :  $\tau \leq \frac{h}{c}$ .

Cette condition de stabilité est légèrement moins contraignante que la condition de stabilité avec le schéma classiquement utilisé d'ordre 2 en espace et 2 en temps, pour lequel les pas spatiaux et temporels de l'algorithme par différences finies doivent vérifier  $\tau \leq \frac{\sqrt{2}h}{2c}$ . Ce résultat démontre que l'approche par l'équation modifiée de Dablain adaptée à notre problème permet d'utiliser un schéma aux différences finies précis, tout en rendant l'algorithme stable sans obtenir de condition de stabilité trop contraignante. La stabilité de l'algorithme sera alors déterminée par les quelques points proches des limites utilisant un schéma 2-2. En revanche, la stabilité numérique n'est pas le seul critère à évaluer pour fixer les échantillonnages spatiaux et temporels des grilles de différences finies de façon à obtenir un algorithme de simulation précis. Il s'agit de choisir des paramètres minimisant la dispersion numérique et maximisant l'isotropie numérique.

En effet, toute simulation discrète d'un problème continu introduit une dispersion numérique et une anisotropie numérique. Nous allons donc étudier ces deux phénomènes numériques introduits par le schéma aux différences finies d'ordre 4 en temps et en espace, afin de donner un domaine de validité du programme qui permette de minimiser ce phénomène.

Pour cela, définissons tout d'abord la dispersion numérique à partir du facteur  $q^{(h)} = \frac{c^{(h)}}{c}$ . Ce facteur dépend de l'ordre et du schéma choisi, mais aussi des pas spatiaux et temporels. Il représente l'erreur relative commise sur la vitesse de propagation,  $c^{(h)}$  étant la vitesse approchée et  $c$  la vitesse réelle de l'onde. Ce facteur sera utile pour déterminer des erreurs de dispersion et d'isotropie dues à la discrétisation du problème. À partir de l'équation 4.14, on tire la relation suivante, en utilisant la définition  $c^{(h)} = \frac{\omega^{(h)}}{\|\vec{k}^{(h)}\|}$ , où  $\omega^{(h)}$  et  $\vec{k}^{(h)} = (k_x^{(h)}, k_y^{(h)}, k_z^{(h)})$  représentent respectivement la pulsation et le vecteur d'onde évalués grâce au programme de simulation de pas spatial  $h$  et de pas temporel  $\tau$  :

$$q^{(h)} = \frac{2}{c\tau\|\vec{k}^{(h)}\|} \arcsin \left( \frac{c\tau}{h} \left[ \sin^2 \left( \frac{k_x^{(h)} h}{2} \right) + \sin^2 \left( \frac{k_y^{(h)} h}{2} \right) + \sin^2 \left( \frac{k_z^{(h)} h}{2} \right) + \frac{2c^2\tau^2 - h^2}{3h^2} \left( \sin^4 \left( \frac{k_x^{(h)} h}{2} \right) + \sin^4 \left( \frac{k_y^{(h)} h}{2} \right) + \sin^4 \left( \frac{k_z^{(h)} h}{2} \right) \right) - \frac{c^2\tau^2}{3h^2} \left( \sin^2 \left( \frac{k_x^{(h)} h}{2} \right) + \sin^2 \left( \frac{k_y^{(h)} h}{2} \right) + \sin^2 \left( \frac{k_z^{(h)} h}{2} \right) \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right)$$

Pour déterminer la dispersion numérique en une direction quelconque, on pose  $K$  comme étant l'inverse du nombre de points du maillage par longueur d'onde. Par définition, on a  $\|\vec{k}^{(h)}\|h = 2\pi K$  et  $\vec{k}^{(h)}h = (2\pi K \cos(\theta) \sin(\varphi); 2\pi K \sin(\theta) \sin(\varphi); 2\pi K \cos(\varphi))$ , où  $\theta$  et  $\varphi$  sont définis sur le schéma 4.12. Ces notations permettent d'étudier la dispersion numérique et l'isotropie numérique de manière aisée.

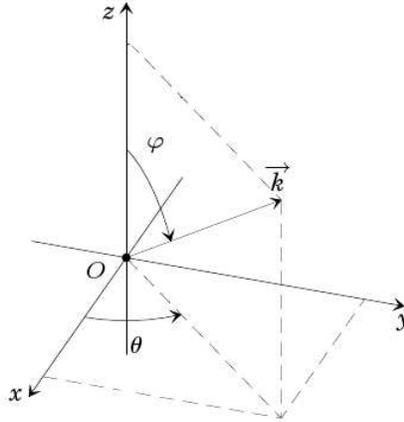


FIG. 4.12: Représentation du vecteur d'onde en coordonnées sphériques

La dispersion numérique peut être déterminée dans plusieurs directions de propagation (la dispersion numérique varie avec la direction de propagation, puisque l'algorithme est a priori anisotrope). Avec les notations précédemment définies, il peut être intéressant de réaliser un développement limité de l'expression  $q^{(h)}$  pour  $K$  proche de zéro, pour une direction quelconque. En effet, ce développement limité permet de constater le comportement de l'algorithme quand l'échantillonnage spatial tend vers un modèle continu :

$$\begin{aligned}
q^{(h)} = & 1 - \frac{2(1-\alpha^2)}{3} \left[ (\cos(\theta)^4 - \cos(\theta)^2 + 1) \sin(\varphi)^4 - \sin(\varphi)^2 + \frac{1}{2} \right] (\pi K)^2 \\
& - \frac{2}{9} \left[ (1-\alpha^2) \left( (\cos(\theta)^8 - 2\cos(\theta)^6 + \cos(\theta)^4 - 2\cos(\theta)^2 + 1) \sin(\varphi)^8 \right. \right. \\
& \left. \left. - 2\sin(\varphi)^6 + \frac{13\alpha^2 - 7}{20} \right) - \frac{\sin(\varphi)^2}{5} (5\alpha^4 - 10\alpha^2 + 4) \right. \\
& \left. - \frac{\sin(\varphi)^4}{5} (5(\alpha^4 + \alpha^2 - 1)(\cos(\theta)^4 - \cos(\theta)^2) - 1) \right. \\
& \left. - \frac{\sin(\varphi)^6}{5} (10\alpha^4 - 35\alpha^2 + 19)(\cos(\theta)^4 + \cos(\theta)^2) \right] (\pi K)^4 + \mathcal{O}(K^5)
\end{aligned}$$

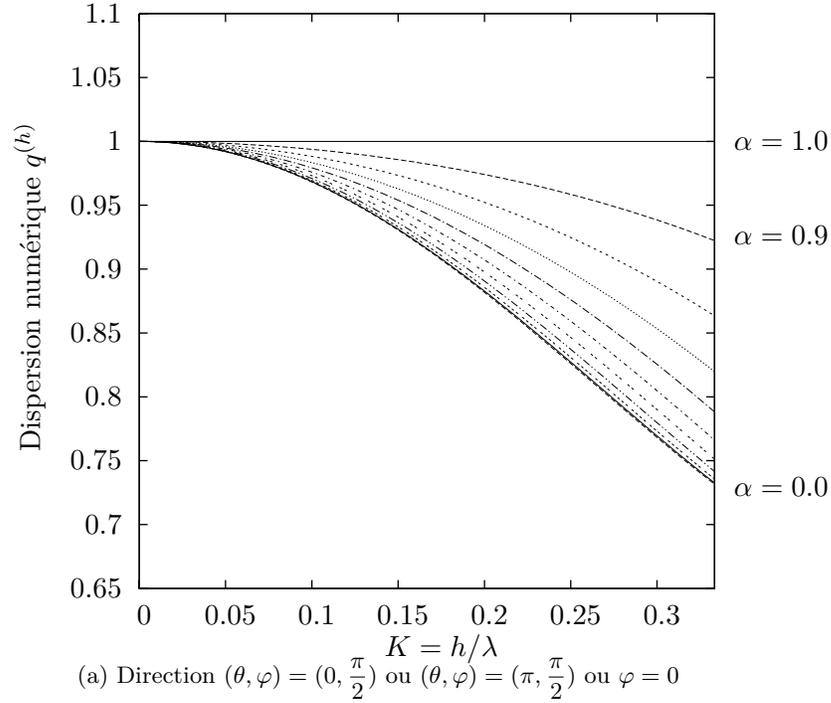


FIG. 4.13: Courbes de dispersion numérique paramétrées par  $\alpha = \frac{c\tau}{h}$ , obtenues dans trois directions différentes de l'espace, avec le schéma 4-4 centré.

L'analyse de cette formule permet d'en tirer le comportement de l'algorithme : pour un nombre  $N = 1/K$  de points du maillage par longueur d'onde tendant vers l'infini, la dispersion numérique est idéale, et ce quelque soit la direction de propagation. Par ailleurs, à la limite de stabilité ( $\alpha = 1$ ), le modèle possède une dispersion numérique idéale ((i.e) correspondant au modèle continu pour  $(\theta, \varphi) = (0, \frac{\pi}{2})$  ou  $(\theta, \varphi) = (\pi, \frac{\pi}{2})$  ou  $\varphi = 0$ , ce qui correspond aux directions des 3 axes principaux de la grille du maillage spatial.

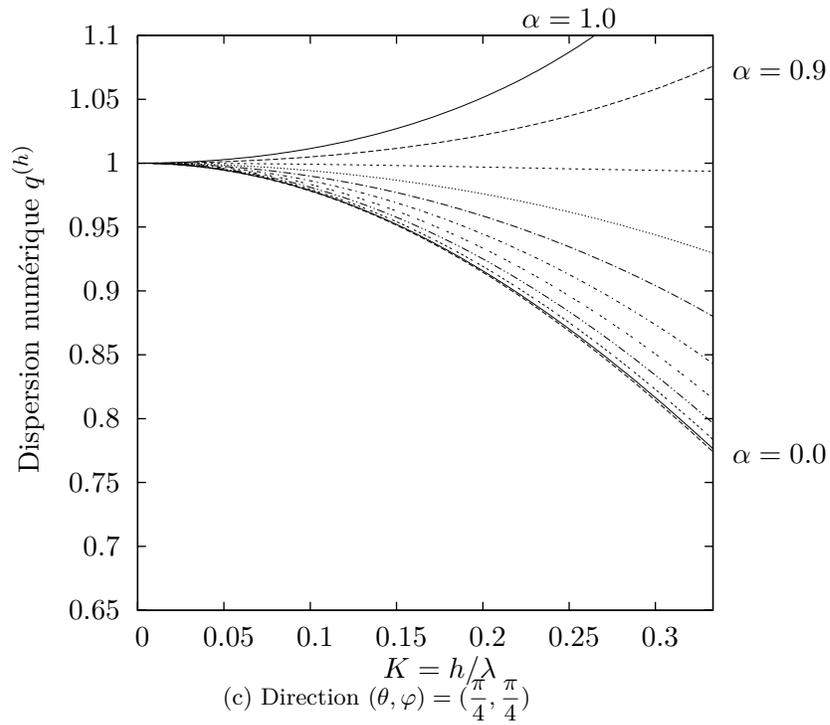
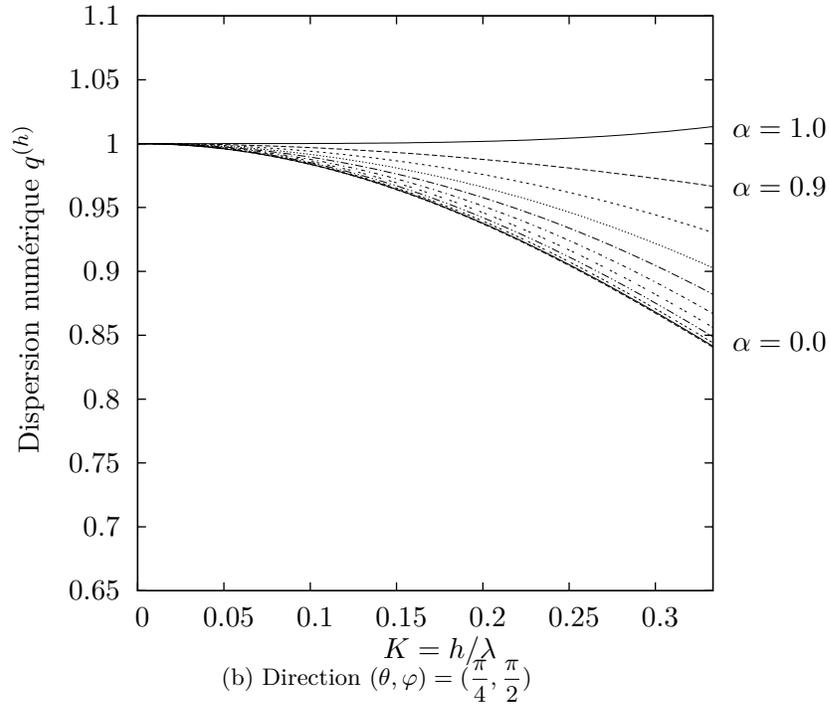
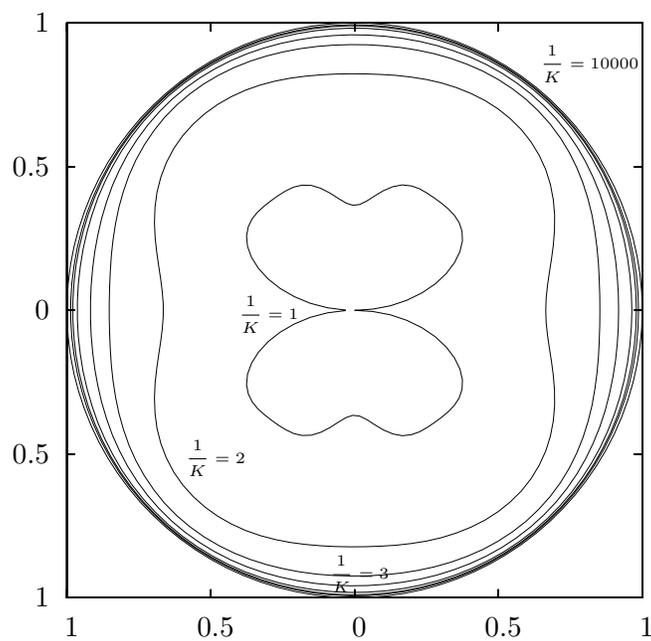


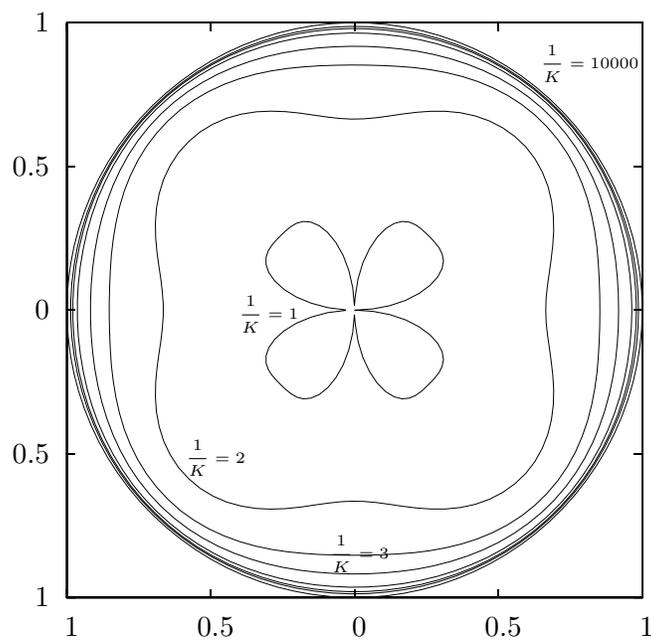
FIG. 4.13 (suite): Courbes de dispersion numérique paramétrées par  $\alpha = \frac{c\tau}{h}$ , obtenues dans trois directions de l'espace différentes, avec le schéma 4-4 centré.

La courbe de dispersion peut alors être tracée (voir Fig. 4.13), pour différentes valeurs de  $\alpha$  et pour plusieurs directions de l'espace  $(\theta, \varphi)$ . Les courbes sont paramétrées par  $\alpha$ , variant entre 0 et 1 par pas de 0.1. Les valeurs faibles de  $\alpha$  (donc les valeurs à pas d'espace tendant vers l'infini) correspondent aux courbes de dispersion les plus éloignées de l'idéal (constante et égale à 1). Dans le cas où  $\alpha = 0$ , le système est donc très stable mais introduit une grande dispersion numérique, et ce dans toutes les directions de l'espace. L'analyse des courbes de dispersion figure 4.13 fournit plusieurs informations : pour la direction  $(\theta, \varphi) = (0, \frac{\pi}{2})$ , la valeur de  $\alpha = 1$  correspondant à la limite de stabilité de l'algorithme correspond exactement à une dispersion numérique introduite rigoureusement égale à 1, et ce, quel que soit le nombre de points du maillage par longueur d'onde. En revanche, pour cette même valeur, dans d'autres directions de l'espace, la dispersion numérique, bien que tendant vers 1 quand  $K$  tend vers 0 (i.e. l'échantillonnage spatial du maillage tend vers un modèle continu, ce qui est tout à fait conforme à l'intuition), n'est pas rigoureusement nulle. Ce phénomène vient de l'anisotropie numérique, étudiée dans le paragraphe suivant. Pour finir, il apparaît de toutes ces courbes qu'il est nécessaire d'échantillonner suffisamment en espace le maillage pour minimiser la dispersion numérique introduite par l'algorithme. L'analyse des courbes de dispersion numérique permet d'ores et déjà d'avoir une compréhension des paramètres optimaux pour que le calcul de la propagation des ondes acoustiques soit précis. Pour une valeur de  $\alpha$  égale à 0.7, qui assure une stabilité de l'algorithme (y compris aux points proches des bords du cube où on utilise un schéma 2-2), les courbes de dispersion numérique démontrent qu'un échantillonnage spatial supérieur à 10 points par longueur d'onde permet d'obtenir une dispersion numérique inférieure à 2% par rapport à la relation de dispersion idéale du modèle continu. La fréquence d'échantillonnage des cartes d'acquisition étant limitée à 88200 Hz, le choix du paramètre de stabilité  $\alpha = 0.7$  impose un échantillonnage spatial  $h$  égal à 5.5 mm. Afin d'obtenir une dispersion numérique introduite inférieure à 2 %, les longueurs d'ondes des signaux ne doivent pas être inférieures à 5.5 cm, ce qui correspond à des ondes de fréquence 6270 Hz. Au-delà de cette fréquence, le nombre de points par longueur d'onde sera inférieur à 10, et la dispersion numérique excèdera légèrement les 2 % d'erreur introduits dans certaines directions.

Le dernier paramètre à étudier correspond à l'isotropie numérique, c'est à dire l'étude de l'anisotropie introduite par le maillage spatial par différences finies. Ce paramètre revient à étudier l'influence de la direction de propagation sur la célérité des ondes calculées par l'algorithme de calcul. Pour cela, on fixe la valeur de  $\alpha$ , et on trace la valeur de  $q^{(h)}$  en fonction des angles  $\theta$  et  $\varphi$ , pour différentes valeurs de  $K$ . La figure 4.14 montre cette analyse de l'isotropie numérique à paramètre de stabilité fixé à  $\alpha = 0.7$ , pour des valeurs de  $N$  points par longueur d'onde, égales à 1, 2, 3, 4, 6, 8, 10, et 10000 (cette valeur approchant la limite  $K = 0$ , donc le modèle continu, correspondant à un cercle de rayon 1). L'analyse de ces courbes démontre que l'anisotropie introduite par l'algorithme reste inférieure au pourcent pour  $K \leq 1/6$ , ce qui confirme le choix



(a) Courbe d'isotropie numérique en fonction de  $\theta$



(b) Courbe d'isotropie numérique en fonction de  $\varphi$

FIG. 4.14: Courbes d'isotropie numérique, paramétrées par le nombre de points de maillage par longueur d'onde

proposé plus haut pour les limites de validité de l'algorithme. L'objectif étant ici de développer une technique dans le domaine audible, cet algorithme avec une fréquence d'échantillonnage temporel égale à 88200 Hz, et un pas spatial égal à 5 mm, est tout à fait approprié à l'étude des sources émettant à une fréquence inférieure à 6000 Hz.

## 4.5 Le cas des sources non discriminées par retournement classique

### 4.5.1 Problématique

Comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent ainsi que dans ce chapitre, la détection de sources très proches les unes des autres pour une application à basse fréquence peut poser problème. En effet, même si la technique présentée dans le cadre de ce manuscrit est une méthode d'imagerie à haute résolution, elle est avant tout basée sur une étape de localisation (à résolution limitée) par rétropropagation numérique par retournement temporel. Cette méthode étant limitée par les effets de diffraction, la localisation de deux sources proches l'une de l'autre peut échouer à basse fréquence, si la contribution de la somme des lobes secondaires spatiaux excède celle des lobes principaux.

L'expérience numérique suivante est réalisée : trois sources forment un triangle isocèle de base de longueur 10 cm et d'angle au sommet de 64 degrés. Ces trois sources émettent simultanément un signal acoustique correspondant à 1.5 cycles de sinusoïde, respectivement à 400 Hz, 500 Hz, et 650 Hz multipliées par une fenêtre de Blackman (ces signaux sont représentés sur la figure 4.15). La figure 4.16 représente le résultat de localisation des trois sources ponctuelles, par une étape de rétropropagation numérique par retournement temporel, grâce à un miroir bidimensionnel à 88 capteurs, séparés par une distance inter-capteurs de 10.5 cm.

L'analyse de la figure 4.16 démontre ici les limites en résolution de la technique de localisation de sources à basse fréquence par retournement temporel. Dans ce cas très défavorable, l'énergie acoustique au temps du « collapse » ne permet en aucun cas de discriminer la position des 3 sources. Par conséquent, l'étape de puits à retournement temporel est apparemment mise en défaut, si l'on cherche à localiser le centre des sources par analyse de la pression acoustique (ou de l'énergie, comme présenté ici) à l'instant du « collapse ». En effet, les taches focales des différentes sources, limitées en résolution par effets de diffraction, se superposent.

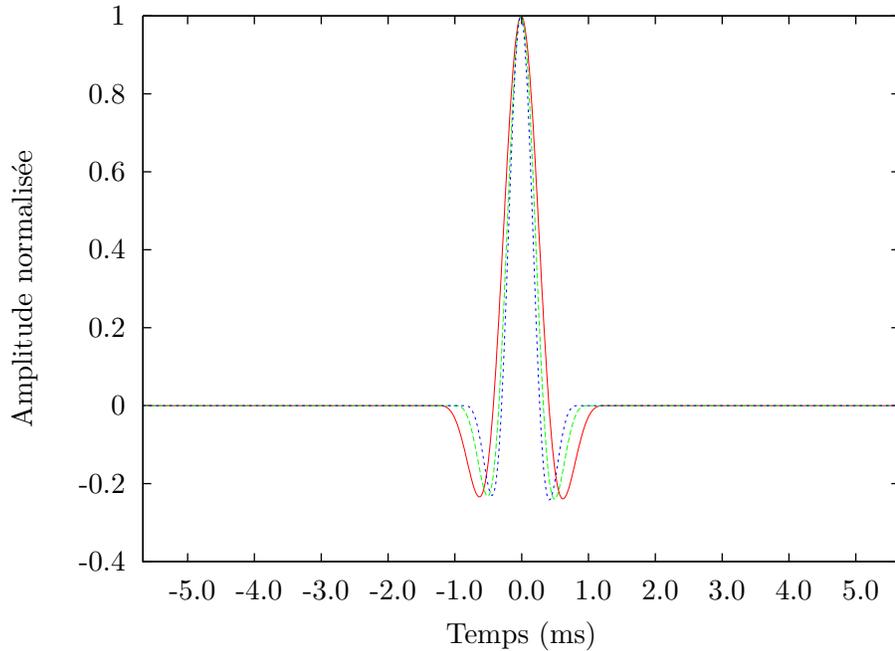


FIG. 4.15: *Signaux émis par les trois sources – Rouge : source No.1 (signal de fréquence centrale à 400 Hz) – Vert : source No. 2 (signal de fréquence centrale à 500 Hz) – Bleu : source No.3 (signal de fréquence centrale à 650 Hz)*

En revanche, comme proposé au chapitre précédent, il est possible de déterminer la position des sources par recherche itérative avec introduction du puits (cette méthode peut s'avérer extrêmement longue dans les cas pratiques, puisqu'à chaque itération, une propagation avec puits numérique doit être effectuée, jusqu'à détermination de la position exacte et de l'imagerie à haute résolution des sources). Cette proposition n'apparaît pas être une bonne solution au problème posé, puisque la méthode se doit d'être rapide, et la recherche itérative de la position du puits peut s'avérer extrêmement fastidieuse et longue en termes de temps de calcul.

#### 4.5.2 Une solution : l'utilisation de la méthode MUSIC

La solution proposée ici permet de s'affranchir de cette limite apparente à la méthode de reconstruction de sources à haute résolution par puits à retournement temporel, tout en permettant un traitement des données de mesure n'introduisant pas une perte de temps significative en termes de temps de calcul. Cette solution s'appuie sur la décomposition de l'espace des données

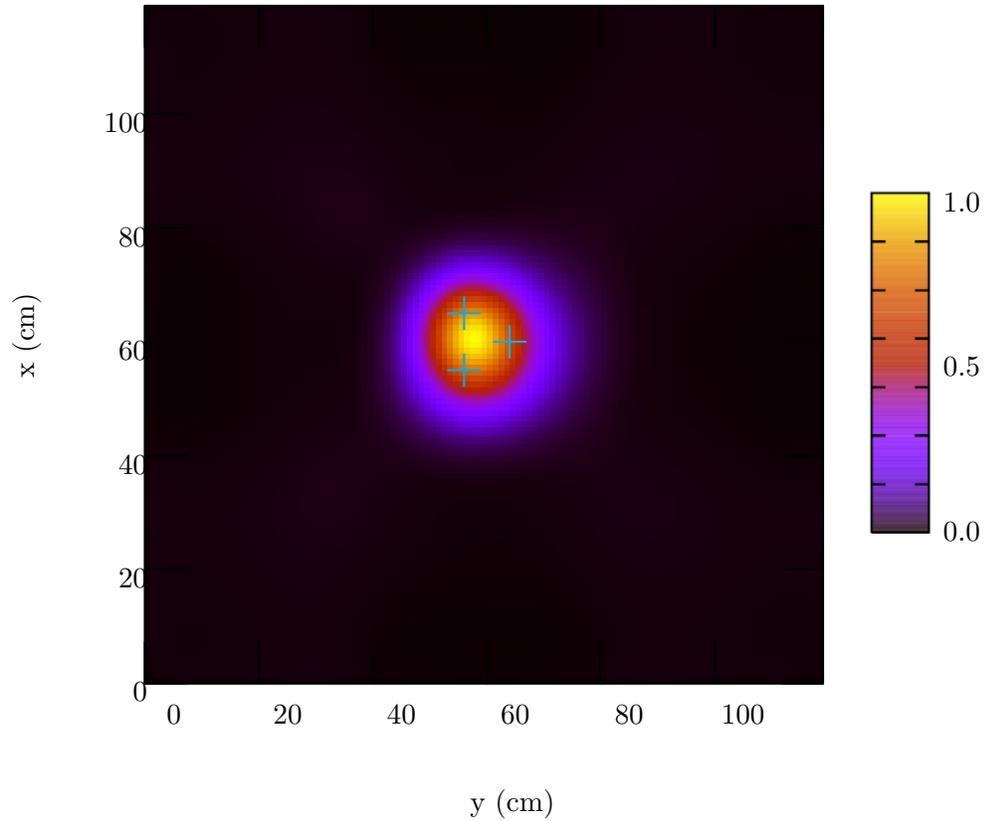


FIG. 4.16: *Échec de la localisation simultanée de trois sources proches les unes des autres à basse fréquence par rétropropagation numérique par retournement temporel. La position des trois sources est indiquée par des croix*

récoltées en deux sous-espaces orthogonaux (au sens du produit scalaire hermitien), l'espace bruit et l'espace signal. Plusieurs méthodes de localisation de sources ont été développées sur ce principe, notamment la méthode MUSIC [74] [99] [75], ou la méthode ESPRIT [83]. Le but de cette sous-section est de démontrer que l'utilisation de l'une de ces techniques, combinée avec la technique d'imagerie par puits à retournement temporel, permet de s'affranchir de la limite précitée. Pour cela, nous utilisons les mêmes données que dans la sous-section précédente, où la détection de maximum de la reconstruction de sources par retournement temporel échoue.

Le principe de la méthode MUSIC est applicable pour la localisation de sources étendues et de sources ponctuelles, en champ lointain comme en champ proche. L'avantage de cette méthode est qu'elle ne nécessite pas plus d'information mesurée que celle obtenue lors de la première étape du processus d'imagerie à retournement temporel (la mesure sur le miroir). La méthode MUSIC permet la construction d'un pseudo-spectre spatial qui donne accès, à haute résolution, aux positions des sources émettrices à partir de la mesure sur une antenne. Cette méthode requiert la connaissance du milieu de propagation, ainsi que la connaissance de la position des points de mesure de l'antenne, tout comme nous en avons besoin dans le processus de puits à retournement temporel.

Considérons la matrice  $A$  des signaux temporels mesurés sur l'antenne, suite à l'émission des sources. Cette matrice possède une dimension  $(M, T)$ , où  $M$  est le nombre de capteurs de l'antenne, et  $T$  est le nombre d'échantillons temporels mesurés. À partir de cette matrice  $A$  de mesure, on détermine numériquement sa transformée de Fourier,  $\tilde{A}$ .

La matrice  $\tilde{A}$  est de dimension  $(M, \frac{N_{FFT}}{2})$ , où  $N_{FFT}$  est le nombre de points fréquentiels de calcul de la transformée de Fourier rapide. Ce calcul fournit d'ores et déjà une information sur le contenu fréquentiel et les phases relatives des signaux mélangés correspondant à l'émission des sources reçues par les points de mesure du miroir.

Soit  $\omega_i = \frac{iF_s}{N_{FFT}}$  l'échantillonnage du domaine des fréquences. À partir des  $\frac{N_{FFT}}{2}$  vecteurs  $\tilde{A}(\omega_i)$ , on construit  $\frac{N_{FFT}}{2}$  matrices de densité de puissance intercapteurs (à la pulsation  $\omega_i$ )  $\tilde{P}(\omega_i) : \tilde{P}(\omega_i) = \tilde{A}(\omega_i)\tilde{A}(\omega_i)^H$  où  $\tilde{A}(\omega_i)^H$  représente le vecteur conjugué adjoint de  $\tilde{A}(\omega_i)$ . Les matrices  $\tilde{P}(\omega_i)$  possèdent alors une dimension  $(M, M)$ .

Afin de ne pas alourdir les données à conserver, il est alors utile d'observer l'énergie fréquentielle contenue dans la matrice de mesure  $\tilde{A}$ . On réduit ainsi l'intervalle des fréquences d'étude à un intervalle utile  $i \in [N_{min}, N_{max}]$ . Dans notre cas, compte tenu des fréquences de signaux mesurés par l'antenne, nous n'avons conservé que les fréquences contenues entre 0 Hz et 3000 Hz. En utilisant  $N_{FFT} = 4096$ , cela nous permet de réduire le nombre de matrices d'étude à 140, plutôt que 2048.

Chacune de ces matrices  $\tilde{P}(\omega_i)$  est par construction auto-adjointe (dans le cas idéal de signaux non bruités). Par conséquent, on peut en déduire une réécriture des matrices  $\tilde{P}(\omega_i)$  grâce à la décomposition en valeurs singulières de ces matrices :

$$\tilde{P}(\omega_i) = \tilde{U}(\omega_i)\tilde{S}(\omega_i)\tilde{U}(\omega_i)^H, \forall i \in [N_{min}; N_{max}]$$

Dans cette décomposition en valeurs singulières des  $\frac{N_{FFT}}{2}$  densités de puissance intercepteurs (à la pulsation  $\omega_i$ ) des données récoltées par l'antenne de mesure,  $\tilde{U}(\omega_i)$  contient dans ses colonnes une base orthogonale (au sens du produit scalaire hermitien) de vecteurs propres  $\tilde{U}_k(\omega_i)$  de  $\tilde{P}(\omega_i)$ .  $\tilde{S}(\omega_i)$  contient les valeurs propres de  $\tilde{P}(\omega_i)$ , sur sa diagonale, ordonnées par ordre décroissant  $\tilde{S}(\omega_i)(k, k) = \lambda_k(\omega_i)$ .

Il est important de noter que dans le cas de données expérimentales non exemptes de bruit, on a l'expression de la décomposition en valeurs singulières généralisée :  $\tilde{P}(\omega_i) = \tilde{U}(\omega_i)\tilde{S}(\omega_i)\tilde{V}(\omega_i)^H$ . Nous considérerons cependant par la suite qu'étant en environnement non réverbérant et que les mesures réalisées précédemment ont démontré une densité de bruit très faible, que le signal est exempt de bruit. Dans le cas d'un signal bruité, le raisonnement est identique, en utilisant les matrices  $U$  et  $V$ .

La décomposition en valeurs singulières de chacune des matrices  $\tilde{P}(\omega_i)$  permet de décomposer l'espace en deux sous-espaces orthogonaux : le sous-espace signal, correspondant aux valeurs propres non nulles  $\lambda_k(\omega_i) \neq 0$ , et le sous-espace bruit, correspondant aux valeurs propres nulles  $\lambda_k(\omega_i) = 0$ . Nous notons par la suite le sous-espace signal  $\Omega_{signal}$  et le sous-espace bruit  $\Omega_{bruit}$ . Dans le cas de données expérimentales non exemptes de bruit, il s'agit de déterminer un seuil de densité de bruit en dessous duquel on considère que les valeurs propres sont négligeables.

Les valeurs propres et les vecteurs propres obtenus grâce aux décompositions en valeurs singulières étant déjà ordonnées, on pourra alors séparer les matrices  $U$  en deux sous-matrices :  $\tilde{U}_{signal}(\omega_i) = \tilde{U}_k(\omega_i) | \lambda_k(\omega_i) \neq 0$  et  $\tilde{U}_{bruit}(\omega_i) = \tilde{U}_k(\omega_i) | \lambda_k(\omega_i) = 0$ . Dans le cas d'une donnée expérimentale bruitée, ce sont les matrices  $U$  et  $V$  qu'il faut séparer en deux sous-espaces. L'intérêt de la séparation en deux sous-espaces intervient ici : l'ensemble de matrices  $\tilde{P}(\omega_i) | i \in [N_{min}; N_{max}]$  contient l'information spectrale et spatiale sur les sources enregistrées par l'antenne de capteurs. La décomposition en valeurs singulières revient à changer de base spatiale, de façon à séparer en une base orthogonale vis-à-vis du produit scalaire hermitien les vecteurs propres

associés à une valeur propre non nulle<sup>5</sup>, et les vecteurs propres associés à une valeur propre nulle<sup>6</sup>.

La base formée étant orthogonale, tout vecteur  $\tilde{G}^{(x,y,z)}(\omega_i)$  de dimension  $M$  contenant sur sa ligne  $m$  le signal reçu à la fréquence  $\omega_i$  par le  $m^e$  capteur de l'antenne lors de l'émission par une source à la position spatiale  $(x, y, z)$  est décomposable sur cette base orthogonale. En particulier, si la position  $(x, y, z)$  et la fréquence  $\omega_i$  correspondent à la position et à la fréquence d'une des sources inconnues enregistrées initialement par le miroir, dont l'information est contenue dans  $\tilde{P}(\omega_i)$ , alors le vecteur  $\tilde{G}^{(x,y,z)}(\omega_i)$  est orthogonal au sous-espace  $\Omega_{bruit}$  [11] [75] [76] :

$$|\tilde{G}^{(x,y,z)}(\omega_i)^H \cdot \tilde{U}_{bruit}(\omega_i)| = 0.$$

C'est cette propriété essentielle d'orthogonalité des sous-espaces qui est utilisée dans la méthode MUSIC ici présentée : à chaque position  $(x, y, z)$ , on calcule la grandeur  $P_{MUSIC}(x, y, z)$ . Cette grandeur, appelée couramment pseudospectre spatial, est maximale aux points où les sources initiales ont été enregistrées, et possède des valeurs quasi nulles pour les autres points de la matrice. Pour déterminer le pseudospectre spatial, on utilise les vecteurs de test idéaux  $\tilde{G}^{(x,y,z)}$  tels que  $\tilde{G}^{(x,y,z)}(\omega_i) = \left( \begin{array}{c} e^{-\frac{j\omega_i}{c}(\sqrt{(x-x_m)^2+(y-y_m)^2+(z-z_m)^2})} \\ (x-x_m)^2 + (y-y_m)^2 + (z-z_m)^2 \end{array} \right)^T$   $|m \in [1, M]$ , où  $(x_m, y_m, z_m)$  représente la position du  $m^e$  capteur de l'antenne. Il est essentiel de noter que la forme de ces vecteurs de test est intimement lié au milieu de propagation, qui est connu dans le cadre de notre application d'imagerie à haute résolution.

$$P_{MUSIC}(x, y, z) = \frac{1}{\sum_{i=N_{min}}^{N_{max}} |\tilde{G}^{(x,y,z)}(\omega_i)^H \cdot \tilde{U}_{bruit}(\omega_i)|}$$

Le calcul du pseudospectre spatial nécessite le calcul de  $(N_{max} - N_{min})$  matrices  $\tilde{P}(\omega_i)$  de dimension  $(M, M)$  à partir des données temporelles enregistrées sur chacun des capteurs de l'antenne, puis de leur décomposition en valeurs singulières ; il nécessite également le calcul de  $(N_{max} - N_{min}) * N_{maillage}$  vecteurs de test de longueur  $M$ , où  $N_{maillage}$  est le nombre de points du cube de maillage par différences finies (2 millions de points environ pour notre application).

<sup>5</sup>correspondant à l'émission de sources ayant les mêmes coordonnées spatiales et le même contenu fréquentiel que les sources enregistrées

<sup>6</sup>correspondant à l'espace bruit ou au noyau de l'enregistrement

Afin de réduire ce nombre d'opérations effectuées, le pseudospectre n'est calculé que dans un cube restreint du maillage par différences finies, qui est déterminé à partir de la tache de focalisation représentée sur la figure 4.16, ce qui permet de réduire le nombre de vecteurs de test à  $140 * 8000 = 1120000$ . Si aucune précaution n'avait été prise sur la fenêtre spectrale à étudier ni sur la fenêtre spatiale à étudier, le nombre de vecteurs de test à calculer aurait été environ 3000 fois plus grand, ce qui est non négligeable en termes de temps de calcul .

Cette méthode est alors appliquée aux données reçues par l'antenne du miroir, qui ont été utilisées dans la sous-section précédente, et ont mené à un échec de la localisation du centre des trois sources par rétropropagation numérique par retournement temporel. La figure 4.17 représente les valeurs propres des matrices de densité de puissance intercepteurs des données récoltées par l'antenne de mesure. On observe que seules les 3 premières valeurs propres sont non nulles, et que la dépendance en fréquence de ces valeurs propres reflète le contenu spectral des signaux envoyés par les sources à localiser, et reçus par les capteurs de l'antenne. C'est à partir de ces valeurs propres que l'on construit l'espace signal et l'espace bruit. L'espace bruit,  $\Omega_{bruit}$ , auquel nous nous intéressons ici, correspond à l'espace de base orthogonale  $\tilde{U}_k(\omega_i) | k \geq 3$ , d'après l'observation de la figure 4.17. Les vecteurs de test sont alors construits, et la grandeur  $P_{MUSIC}(x, y, z)$  est calculée sur 8000 points, autour du maximum de la tache focale limitée par effets de diffraction observée en section 4.5.1.

La figure 4.18 présente le résultat du calcul du pseudospectre spatial grâce aux vecteurs de test. Cette figure montre bien que la méthode MUSIC, qui est une méthode à haute résolution fonctionnant pour les signaux à large bande comme pour les signaux à bande étroite, permet, à partir des mêmes données (l'enregistrement sur l'antenne de capteurs du miroir) de localiser avec précision le centre des 3 sources. En revanche, l'étape de rétropropagation numérique par retournement temporel a eu ici un intérêt non négligeable : réduire l'espace de test de la méthode MUSIC. En effet, en recherche aveugle, la méthode MUSIC peut se révéler être très gourmande en termes de temps de calcul. Ici, grâce à la réduction de l'espace des vecteurs de test, à partir de l'image de focalisation par retournement temporel numérique, le temps total de calcul du pseudospectre spatial n'a nécessité que 54 secondes<sup>7</sup>. Sans réduction de l'espace des vecteurs de test ni précaution sur le domaine spectral d'étude à partir des spectres des réponses enregistrées sur les capteurs du miroir, on aurait obtenu le pseudospectre spatial en environ 45 heures sur une machine personnelle (sans compter les problèmes de gestion de mémoire vive catastrophique de MATLAB pour les calculs intermédiaires nécessaires).

---

<sup>7</sup>en utilisant les bibliothèques de fonctions de décomposition en valeurs singulières de MATLAB sur une machine personnelle

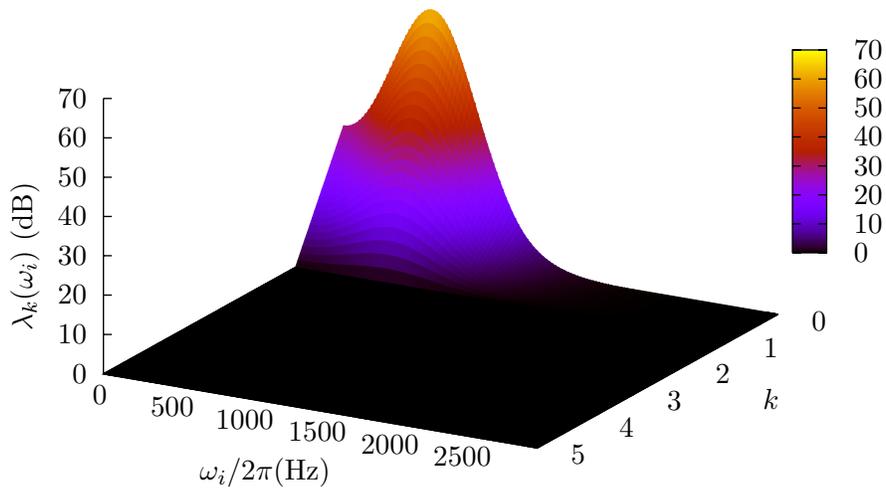


FIG. 4.17: *Distribution spectrale des 6 premières valeurs propres obtenues par décomposition en valeurs singulières*

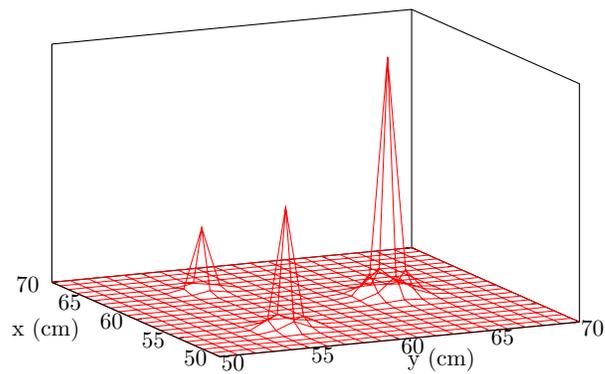


FIG. 4.18: *Pseudospectre spatial obtenu grâce à la méthode MUSIC : les 3 sources apparemment non discriminables par retournement temporel le sont à partir des mêmes données grâce à la projection sur l'espace bruit*

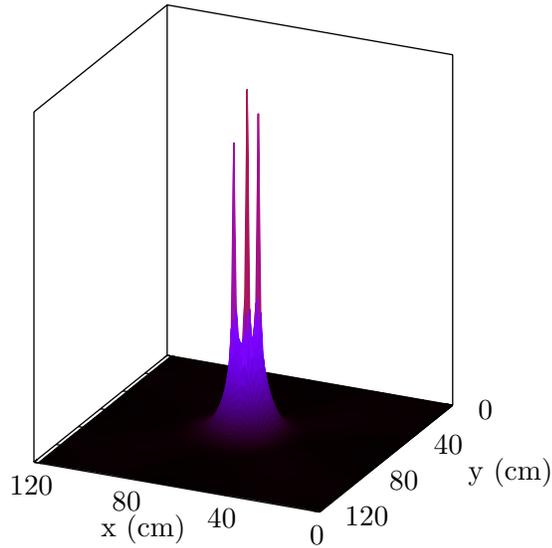


FIG. 4.19: *Pression acoustique quadratique obtenue grâce au processus de puits à retournement temporel pour les 3 sources à basse fréquence, grâce à la localisation préliminaire du centre de ces sources par la méthode MUSIC.*

L'introduction d'une étape de localisation par méthode MUSIC ne rend donc pas le processus d'imagerie à haute résolution par puits à retournement temporel beaucoup plus lourd : il n'ajoute qu'environ une minute au temps de traitement total, qui est environ de 4 minutes pour ce type d'application. De plus, l'étape de retournement temporel numérique ayant déjà été effectuée, il suffit d'extraire des données de cette première simulation les pressions acoustiques simulées, aux trois points sources localisés grâce à la méthode MUSIC. Ce sont ces signaux sources que l'on va faire émettre par 3 puits numériques dans la dernière étape du processus d'imagerie, simultanément aux signaux retournés temporellement par le miroir numérique. Le résultat de cette dernière étape du processus d'imagerie est présenté sur les figures 4.19 et 4.20.

L'analyse de ces deux figures démontre que la technique de puits à retournement temporel permet, ici encore, d'imager à haute résolution les sources. Dans ce cas bien particulier, la méthode proposée semblait échouer en n'utilisant qu'une simple détection de maximum spatio-temporel à partir des données obtenues par retournement temporel numérique. La méthode que nous proposons ici, basée sur la méthode MUSIC permet de s'affranchir de cette limite. L'utilisation de l'algorithme MUSIC ne nécessite qu'une étape supplémentaire dans le processus d'imagerie

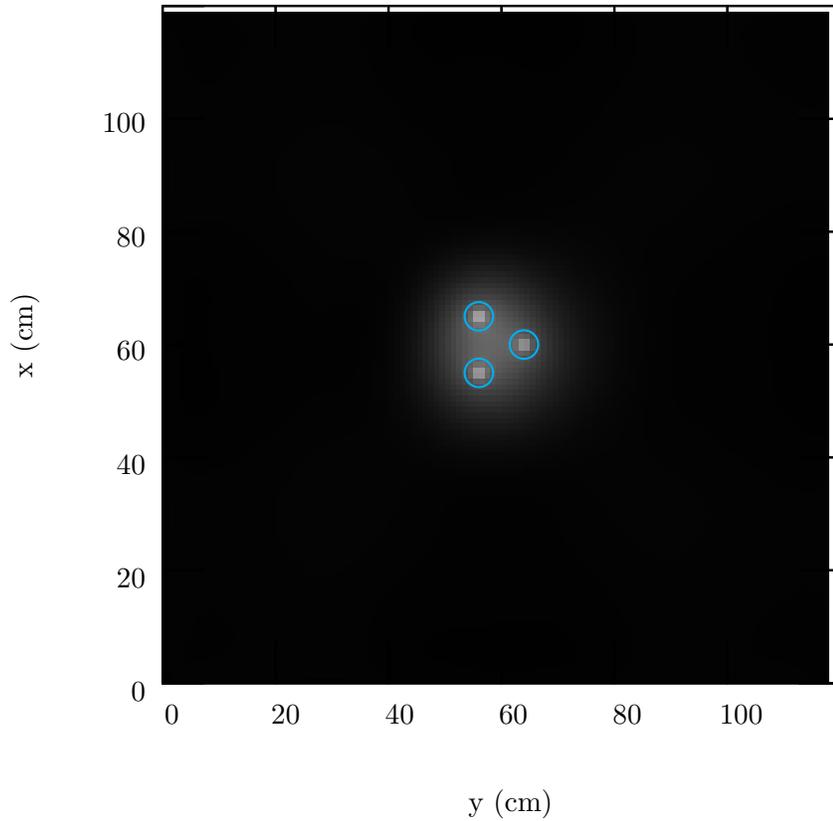


FIG. 4.20: *Imagerie à haute résolution de trois sources non discriminées par rétropropagation numérique par retournement temporel, grâce à la combinaison de la méthode MUSIC pour la localisation du centre des sources et du puits numérique à retournement temporel pour l'imagerie à haute résolution. La position des trois sources est indiquée par des cercles*

décrit dans ce manuscrit, en venant supplanter la recherche de maximum spatio-temporel des données retournées temporellement par le miroir numérique. Par ailleurs, nous avons montré qu'en prenant des précautions de réduction d'espace spectral et spatial, l'utilisation de cet algorithme (sous MATLAB, sur une machine personnelle, avec un code non optimisé) permet de réaliser le processus d'imagerie à haute résolution par puits à retournement temporel, sans pour autant augmenter significativement le temps de calcul nécessaire.

Il est cependant essentiel de noter que l'utilisation de la méthode MUSIC ici proposée est réalisée sur un cas d'école, et que des optimisations supplémentaires doivent être réalisées pour l'imagerie de sources sur une structure complexe. Cependant, il apparaît que cette solution est extrêmement efficace et permet d'augmenter le champ de validité des applications de la méthode d'imagerie par puits numérique à retournement temporel aux sources basses fréquences non discriminées par retournement temporel, qui semblait au premier abord être une limite au système proposé. La solution proposée ici, couplant la méthode d'imagerie à haute résolution par puits à retournement temporel numérique avec une étape de localisation à haute résolution par la méthode MUSIC semble être tout à fait adaptée, d'autant plus que de récents travaux exposent l'adaptation de la méthode MUSIC et de la méthode ESPRIT à la localisation de sources étendues cohérentes ou non cohérentes [77] [78].

## **4.6 Application de la méthode d'imagerie à haute résolution à la mesure de sources sur une guitare**

Dans cette section, nous nous proposons d'appliquer la méthode d'imagerie par puits numérique à retournement temporel à l'imagerie de sources sur une guitare classique d'étude (Yamaha CG180S, 1985). La table de cette guitare est en épicea, et la touche est en ébène. Les éclisses et le dos sont en palissandre laminé. Le but ici n'est pas de réaliser une étude complète de l'acoustique de la guitare, mais d'appliquer la méthode en situation moins académique que les cas précédemment présentés, sur une structure acoustique complexe à basse fréquence, afin d'évaluer ses capacités d'imagerie en situation de mesure réelle. Il est d'ailleurs tout à fait intéressant de noter que ce type d'expérience représente l'une des toutes premières applications historiques sur une structure complexe de l'holographie en champ proche [100].

### 4.6.1 Protocole expérimental

Le protocole expérimental est très similaire aux autres expériences présentées dans ce chapitre. Ici, la guitare classique sur laquelle les mesures sont réalisées est placée face à une antenne bidimensionnelle de 36 microphones, strictement identique à l'antenne utilisée dans les expériences précédentes. L'expérience est réalisée dans une salle anéchoïque, de façon à appliquer la méthode proposée d'imagerie par puits à retournement temporel dans les conditions de validité de l'algorithme et de la méthode. Le positionnement de la guitare par rapport à l'antenne de

mesure est illustré à la figure 4.21.

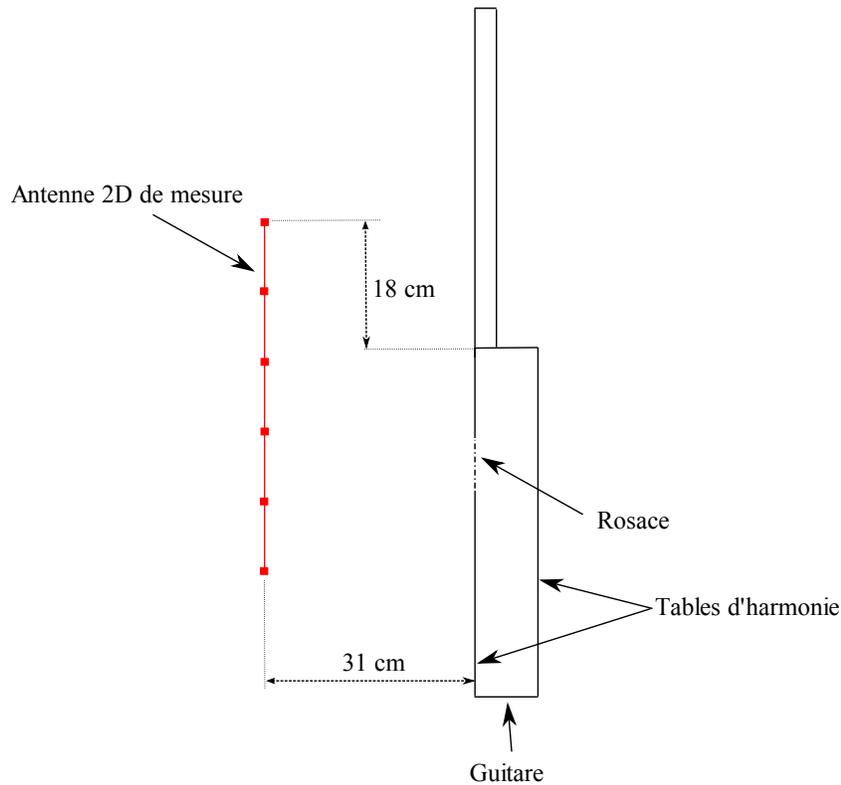


FIG. 4.21: *Protocole expérimental : mesure du champ rayonné par la guitare sur l'antenne bidimensionnelle de capteurs*

Le but de l'expérience est d'imager le résonateur de Helmholtz de la guitare, qui est prédominant dans le rayonnement de l'instrument à basse fréquence. Par ailleurs, pour cette mesure, nous avons choisi d'exciter la guitare de la même manière qu'en situation de jeu, de façon à ne pas introduire de biais dans le type d'émission acoustique de l'instrument de musique. Par conséquent, l'antenne bidimensionnelle, face à la guitare, enregistre le champ de pression acoustique rayonné par la guitare lorsque les cordes sont pincées par l'expérimentateur, légèrement en dessous de la position de la rosace. Les expériences ont été réalisées à plusieurs reprises pour chaque corde à nu, de façon à étudier la reproductibilité, et éviter tout biais dans les mesures. L'expérimentateur se place derrière un panneau de mousse absorbante, positionné derrière la guitare, afin de ne pas perturber le champ de pression par sa présence dans le lieu de mesure<sup>8</sup>. Pour des mesures ultérieures, il serait certainement utile de réaliser une machine à pincer la corde de guitare permettant de réaliser des expériences plus reproductibles. Par ailleurs, une machine à pincer la corde permettrait d'éviter des phénomènes de diffraction sur le doigt (et la main) de l'expérimentateur. Malgré cette limite expérimentale dûe à la non reproductibilité

<sup>8</sup>une série de premières mesures dans la salle a montré que l'expérimentateur, s'il ne prend pas la précaution de se placer derrière un panneau absorbant, perturbe grandement la mesure

de l'excitation de la guitare, le résultat de l'imagerie du résonateur de Helmholtz de la guitare est présenté dans la sous-section suivante, en guise d'illustration des capacités de la méthode proposée.

#### 4.6.2 Imagerie du résonateur de Helmholtz

Une corde vibrante ne rayonne que très peu d'énergie acoustique. C'est pourquoi la guitare est constituée d'un corps rigide et d'une cavité d'air. Cet instrument de musique peut être considéré comme un système d'oscillateurs couplés [101] : les cordes excitent le chevalet, qui excite la table d'harmonie supérieure. La vibration de la table d'harmonie est alors transmise à la cavité d'air contenue dans le corps de la guitare, et à la table d'harmonie inférieure. À basse fréquence, la résonance de Helmholtz (le premier mode de cavité) et les premiers modes de plaques agissent essentiellement pour renforcer la transmission d'énergie acoustique dans la partie la plus grave du spectre de jeu [101] [102]. La fréquence de résonance la plus basse correspond au mouvement en opposition de phase des deux tables d'harmonie, ce qui provoque une oscillation de l'air contenu dans la cavité, avec une respiration oscillatoire par la rosace de l'instrument. Ce mode de résonance est le mode qui nous intéresse ici. Sa fréquence de résonance correspond à une fréquence de 105 Hz environ, suivant les instruments de musique étudiés. Il a été démontré que cette résonance, la plus grave de la guitare, correspond à un rayonnement quasi-monopolaire, centré sur la rosace de la guitare [101]. On appelle classiquement cette résonance la résonance de Helmholtz de la guitare, qui permet de renforcer la puissance de l'instrument à basse fréquence.

Le but de l'expérience présentée ici est d'imager la source acoustique prédominante de l'instrument à basse fréquence. Par conséquent, afin d'optimiser l'énergie transmise à la fréquence du mode de Helmholtz, les résultats présentés correspondent à l'imagerie des sources acoustiques lorsque la seconde corde la plus grave de l'instrument (la corde de LA) est pincée. En effet, la fréquence fondamentale de vibration de cette corde correspond pour cette expérience à une fréquence 109.8 Hz, qui est une fréquence extrêmement proche de la fréquence du mode de résonance de Helmholtz de la guitare. Par ailleurs, afin d'optimiser la transmission d'énergie dans le plan perpendiculaire à la table d'harmonie, ce qui correspond au mécanisme optimal d'excitation du mode (0,0) de la table, la corde est pincée légèrement sous la rosace, de manière orthogonale à la table (il est à noter que cette technique est peu orthodoxe pour les guitaristes confirmés, mais permet ici d'optimiser l'énergie transmise au mode (0,0) de la table).

Il est essentiel de noter que pour imager une source acoustique à cette longueur d'onde, il est

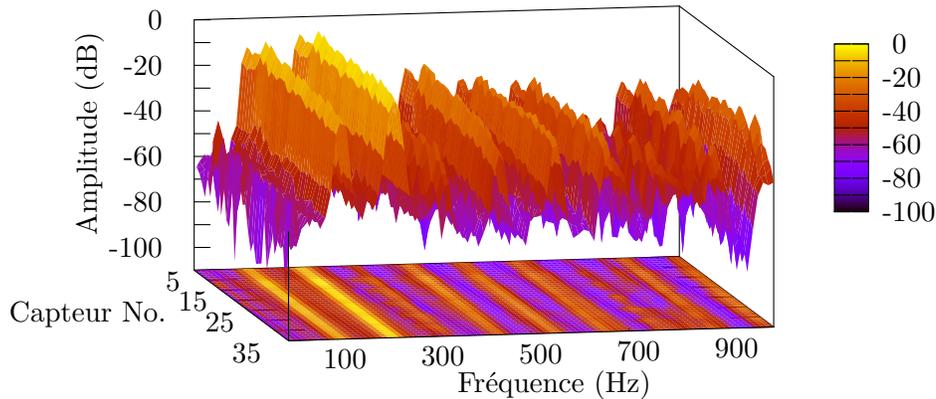


FIG. 4.22: *Spectre en fréquence des signaux reçus par les capteurs du miroir lors de l'enregistrement du rayonnement de la guitare classique (corde de LA grave)*

nécessaire d'utiliser une méthode à haute résolution, puisqu'à 105 Hz, la demi-longueur d'onde est de 1.65 mètres, ce qui est bien au-delà des dimensions caractéristiques de l'instrument. Par conséquent, la technique à haute résolution par puits à retournement temporel semble être une bonne solution pour l'imagerie du résonateur de Helmholtz. La figure 4.22 représente le spectre obtenu par transformée de Fourier rapide des signaux enregistrés sur l'antenne bidimensionnelle de mesure. On peut observer sur cette figure que deux fréquences sont prédominantes : la fréquence fondamentale de la corde centrée sur 109 Hz, qui permet d'exciter efficacement le résonateur de Helmholtz, ainsi que le premier harmonique de la vibration de la corde, qui est fortement renforcé par le second mode de résonance de la guitare [101], qui lui aussi met en jeu le résonateur. Cette excitation semble alors toute indiquée pour obtenir une imagerie où le résonateur de Helmholtz est la source acoustique prédominante à la surface de la guitare. Les signaux enregistrés sur le miroir sont alors retournés temporellement, et rétropropagés numériquement grâce à l'algorithme de simulation précédemment décrit. Le résultat de cette rétropropagation numérique est disponible sur la figure 4.23. Cette figure, correspondant au champ de pression quadratique reconstitué à une distance de 1 cm de la table d'harmonie de la guitare, montre bien que la limitation de résolution du processus de retournement temporel à basse fréquence ne permet en aucun cas de discriminer les sources acoustiques à proximité de la surface de l'instrument, puisque la fréquence d'excitation correspond à une longueur d'onde d'environ 1.65 mètre. Par conséquent, on observe uniquement un lobe principal dont on ne peut pas réellement tirer d'information. C'est en grande partie la raison pour laquelle nous avons décidé de développer la méthode d'imagerie de sources par puits à retournement temporel, puisqu'elle permet d'ob-

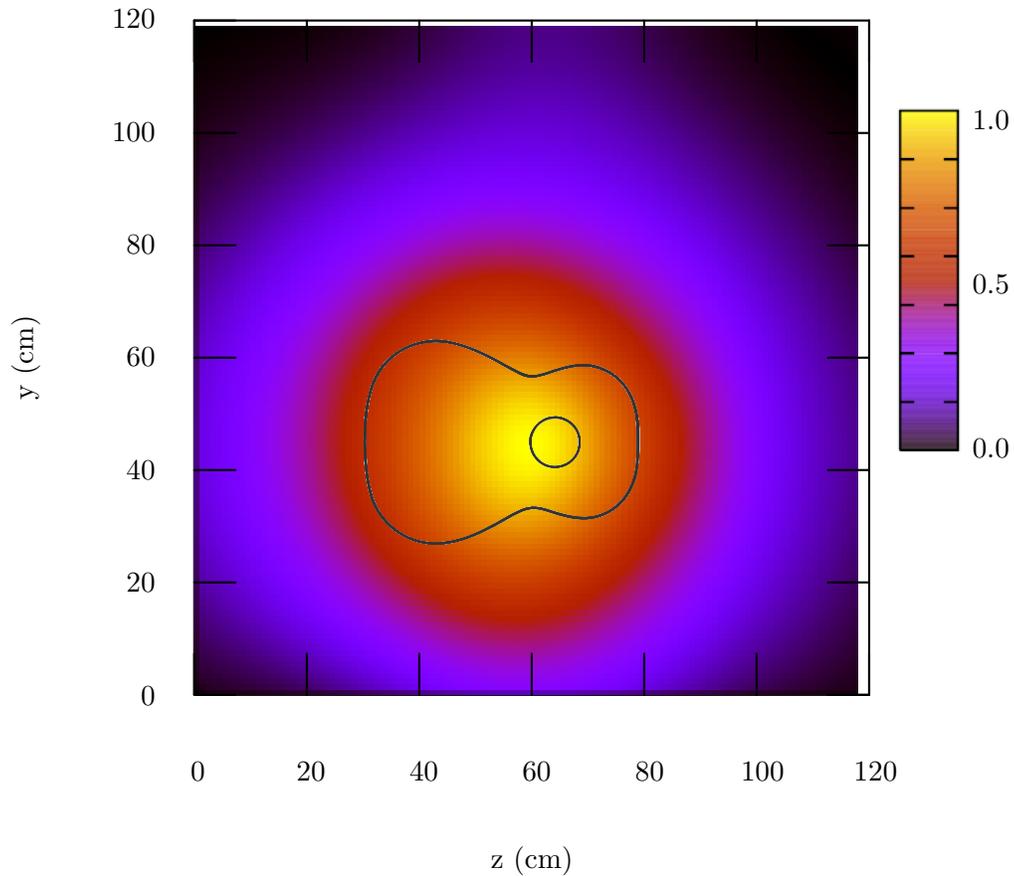


FIG. 4.23: *Étape de rétropropagation numérique par retournement temporel (39 ms après le pincement de la corde de LA) . La position de la guitare, à l'échelle, est indiquée en superposition*

tenir de l'information à haute résolution sur la taille caractéristique des sources mises en jeu de l'émission à basse fréquence.

On peut également constater sur la figure 4.23 que le maximum de focalisation par retournement temporel numérique semble être localisé en dessous du centre de la rosace. Cette constatation peut être expliquée par le fait que la table de la guitare possède des modes de rayonnements à basse fréquence, qui sont excités par la vibration de la corde transmise par le chevalet. Or, ces modes sont plus rayonnants sur la partie basse de l'instrument, du fait de sa forme et du barrage positionné à l'arrière de la table d'harmonie. De plus, c'est le chevalet qui transmet l'énergie vibratoire à la table d'harmonie, et cette énergie est localisée vers le bas de l'instrument. La rétropropagation des signaux reçus sur l'antenne bidimensionnelle de mesure reconstitue alors les sources (de manière limitée en résolution) : le résonateur de Helmholtz, mais également les sources rayonnées par la table d'harmonie de l'instrument de musique. Ainsi, le centre de la tache focale est décalé vers le bas par rapport au centre de la rosace.

Ainsi, pour imager toutes les sources acoustiques de l'instrument, il serait nécessaire de réaliser une étude très poussée, en utilisant la méthode MUSIC précédemment présentée afin de localiser le centre de chacune des sources acoustiques mises en jeu dans le phénomène de rayonnement. Le but étant ici d'imager le résonateur de Helmholtz, nous nous contenterons d'émettre le signal de puits à retournement temporel numérique au centre de la rosace. Bien entendu, pour une étude plus poussée de la guitare (ce qui n'est pas le but de cette thèse de doctorat), il serait nécessaire de réaliser une recherche de toutes les sources acoustiques par méthode MUSIC à haute résolution, puis d'appliquer la méthode du puits à retournement temporel.

Le résultat de l'imagerie à haute résolution par puits à retournement temporel de la source acoustique correspondant aux résonances de cavité centrée sur la rosace est présenté à la figure 4.24. Sur cette figure, on peut observer que la largeur de la source évaluée dans la direction  $y$  correspond approximativement aux dimensions de la rosace, ce qui confirme que la méthode permet d'obtenir une information à haute résolution sur l'une des sources acoustiques prédominantes de la guitare à basse fréquence. Malgré la présence de la main de l'expérimentateur devant les cordes et la présence de l'instrument dans la salle anéchoïque (celle-ci n'est pas prise en compte dans le modèle de propagation), l'imagerie de la source acoustique centrée sur le résonateur reste de bonne qualité, et permet d'avoir de l'information à haute résolution sur cette source.

En revanche, il est important de noter qu'il reste dans le processus quelques résidus, et biais d'imagerie, correspondant à une tache centrée en dessous de la rosace. Cette constatation peut être expliquée par le fait que les sources acoustiques, dûes au mouvement vibratoire de la table d'harmonie supérieure, n'ont pas été traitées par la technique du puits à retournement temporel numérique. Par ailleurs, notons quelques limitations de la méthode dans le cadre de cette expérience. La présence de la guitare, les phénomènes de réflexion sur sa structure, sa masse et sa rigidité, n'ont pas été simulés dans la boîte de calcul. Ainsi, la rétropropagation numérique est légèrement biaisée par rapport à l'émission réelle en présence de l'instrument de musique. De plus, malgré toutes les précautions expérimentales prises lors de la mesure, il est erroné d'affirmer que la salle anéchoïque l'est encore dans le domaine de fréquence étudié. En effet, à très basse fréquence, la salle anéchoïque ne l'est plus rigoureusement, et il existe encore des réflexions (même faibles) sur le sol, les murs, et le plafond tapissés de matériaux absorbants. Ces réflexions, non modélisées dans l'algorithme de simulation (puisque négligeables pour des domaines de fréquences plus élevées), viennent légèrement perturber le processus d'imagerie. C'est d'ailleurs pour ces raisons (présence de la guitare en tant qu'objet non transparent acoustiquement, et

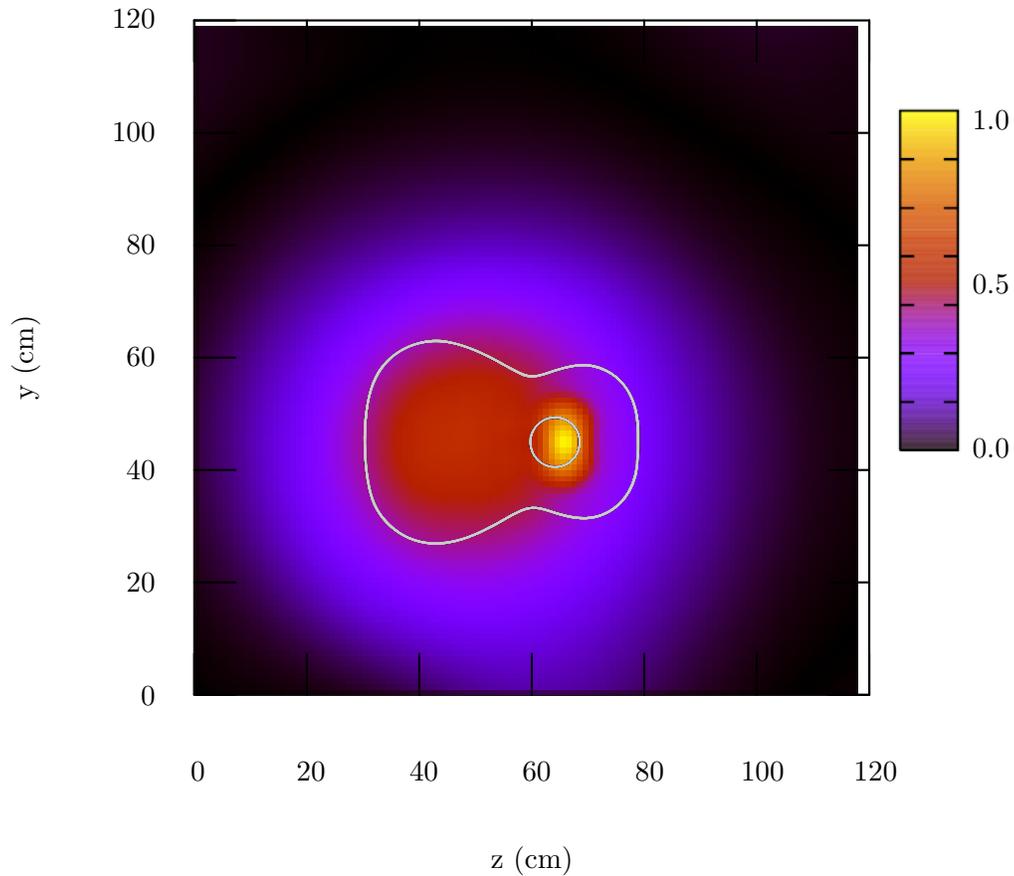


FIG. 4.24: *Imagerie du résonateur de Helmholtz par puits à retournement temporel numérique (39 ms après le pincement de la corde de LA) . La position de la guitare, à l'échelle, est indiquée en superposition*

réflexions faibles sur les parois de la salle à très basse fréquence) que la solution de la méthode MUSIC n'a pas été utilisée ici pour déterminer la position des multiples sources sur l'instrument. En effet, comme décrit précédemment, la méthode MUSIC présuppose la connaissance du milieu pour utiliser des vecteurs de test adéquats, pour construire le pseudospectre spatial. Ici, tout comme pour l'algorithme de propagation acoustique numérique, l'écart au modèle idéal mène à un biais lors de l'estimation du pseudospectre (il aurait fallu avoir une base de données de vecteurs d'essais correspondant au milieu de mesure, dans ce domaine de fréquence, prenant en compte le comportement de la salle anéchoïque à basse fréquence et la présence de la guitare dans le milieu de mesure).

Cette application à une mesure sur une structure complexe permet d'obtenir des résultats intéressants : en situation de mesure non idéale, en présence d'une structure (objet réfléchissant, non transparent acoustiquement, ...), l'imagerie par puits à retournement temporel numé-

rique permet d'obtenir de l'information à haute résolution sur la taille caractéristique de sources acoustiques à basse fréquence. Pour optimiser le processus, il serait nécessaire d'avoir un modèle précis de la propagation acoustique dans le milieu réel, contenant la structure en question. C'est d'ailleurs l'une des limites de la méthode d'holographie en champ proche, qui présuppose l'utilisation de fonctions de Green idéales, ne correspondant pas précisément au propagateur du milieu réel.

#### 4.6.3 Localisation des sources à la surface de la guitare, rayonnant au delà de 1000 Hz

Afin de mieux comprendre la contribution des sources acoustiques provenant du rayonnement de la table d'harmonie de la guitare, nous avons alors choisi de reproduire la même expérience, en filtrant les signaux reçus sur l'antenne de mesure, de manière à couper toute contribution à basse fréquence. Grâce à ce filtrage, la contribution de la résonance de Helmholtz est alors supprimée du champ à retourner temporellement, puisque la cavité rayonne essentiellement en dessous de 500 Hz. Pour cela, nous avons utilisé un filtre à réponse impulsionnelle finie, à 99 coefficients, permettant de modéliser un filtre passe-haut. L'amplitude du module de ce filtre est représenté (en dB) à la figure 4.25 pour une bande fréquentielle de  $[0; 10000]$  Hz.

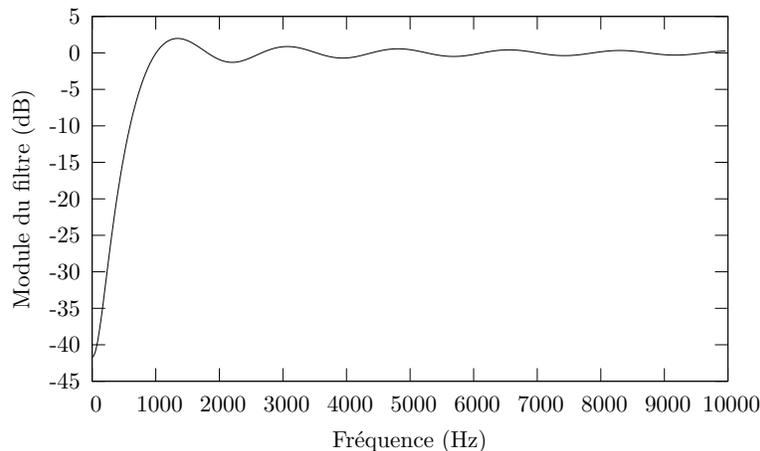


FIG. 4.25: *Module du filtre à réponse impulsionnelle finie utilisé pour filtrer à haute fréquence les signaux du miroir*

Afin de ne pas introduire de déphasage entre les signaux à différentes fréquences, il est nécessaire de compenser la phase (linéaire) introduite par le filtre à réponse impulsionnelle finie. Pour cela, nous avons tout d'abord filtré les signaux enregistrés sur l'antenne. Ces signaux filtrés ont ensuite été renversés temporellement, et filtrés à nouveau. Grâce à cette manipulation des

signaux, le filtre total est un filtre passe-haut à phase nulle, quelque soit la fréquence. Les signaux filtrés grâce au filtre à phase nulle sont alors rétropropagés grâce à l'algorithme de propagation. Les résultats de la rétropropagation des signaux à haute fréquence sont représentés sur la figure 4.26.

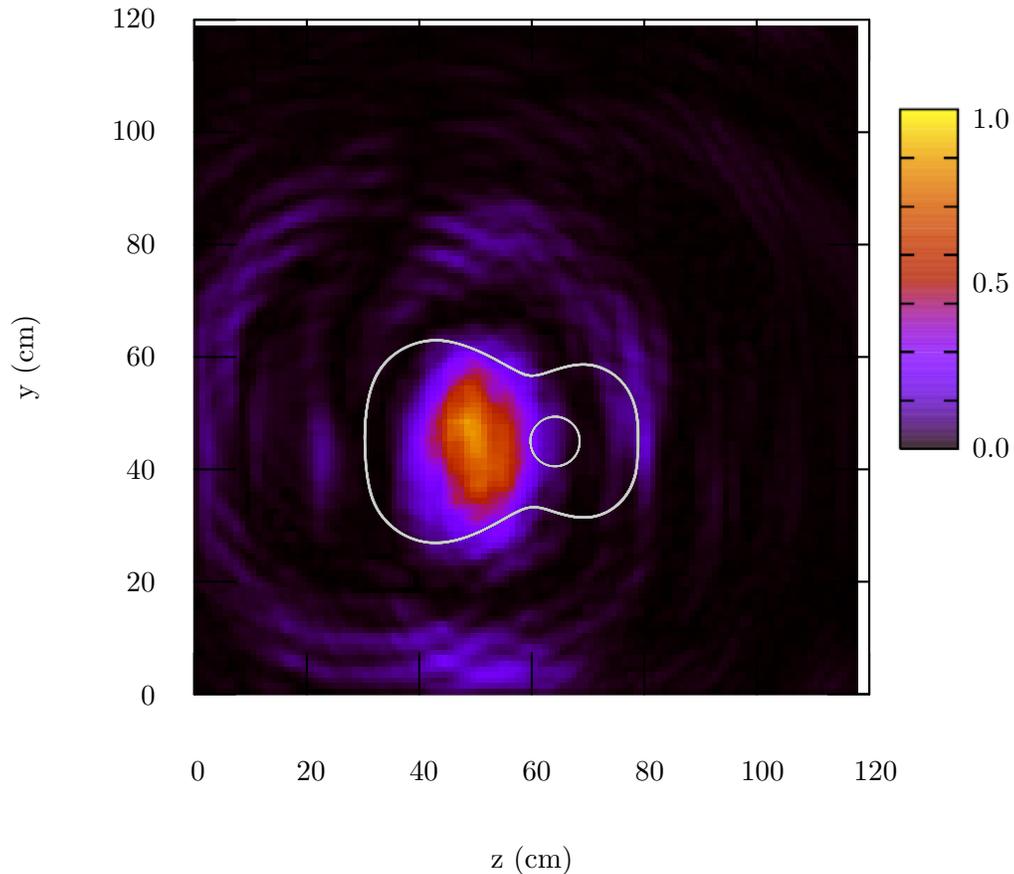


FIG. 4.26: *Imagerie par rétropropagation numérique par retournement temporel des sources à haute fréquence (au delà de 1000 Hz) sur la guitare (41 ms après le pincement de la corde de LA) . La position de la guitare, à l'échelle, est indiquée en superposition*

On peut remarquer sur cette figure que l'hypothèse précédemment posée sur les sources acoustiques de l'instrument est vérifiée : les sources à haute fréquence sur la guitare sont localisées en dessous de la rosace de l'instrument. Ce résultat est en concordance avec le fait qu'au-delà de 1000 Hz, la plupart des modes de vibration de la table d'harmonie de la guitare sont localisés vers le bas de l'instrument [101]. Grâce au filtrage des signaux du miroir à retournement temporel, nous avons réussi à isoler les sources acoustiques résultant du rayonnement de la table d'harmonie de la guitare, tout en supprimant la contribution de la cavité de Helmholtz. Par ailleurs, les signaux du miroir ayant été coupés en basse fréquence, la résolution de la localisation des sources acoustiques sur la table d'harmonie est très satisfaisante grâce à la technique

de rétropropagation par miroir à retournement temporel.

Ces résultats permettent d'analyser finement le comportement de la guitare. Les sources n'ayant pas la même localisation sur l'instrument (ni la même directivité), le rayonnement de l'instrument perçu par un auditeur change de provenance et de directivité au cours du temps. En effet, les temps d'amortissements varient avec la fréquence de rayonnement. Ainsi, la contribution des différentes sources acoustiques localisées par notre méthode varie au cours du temps. Par conséquent, la perception du son en terme de directivité de la guitare varie en fonction du temps. Ce résultat confirme en partie l'analyse de G. Weinreich [103] sur l'importance perceptive de la directivité variable du son rayonné par un instrument de musique en fonction de la fréquence et du temps. Ce phénomène, qu'il appelle « Directional Tone Color » peut être expliqué en partie par les résultats obtenus ici sur la guitare classique imagée par retournement temporel. En effet, les techniques de puits à retournement temporel et de miroir à retournement temporel nous ont permis d'imager (à haute résolution, dans le cas de la cavité de Helmholtz) et de séparer les sources rayonnantes de l'instrument dans deux domaines de fréquences différents. Le temps d'amortissement dépendant de la fréquence, et les sources acoustiques rayonnantes de l'instrument étant positionnées différemment suivant la fréquence de rayonnement, l'auditeur perçoit une variation de provenance du son, qui évolue au cours du temps, et varie avec les fréquences jouées par l'instrument. Ainsi, même en situation non-idéale de mesure, les outils d'imagerie et d'analyse de sources acoustiques que nous avons développés permettent d'obtenir de l'information hautement résolue sur les sources acoustiques de l'instrument, qui sont en concordance avec l'analyse perceptive du rayonnement des instruments de musique proposée par G. Weinreich [103].

## 4.7 Bilan

Dans ce chapitre, nous avons développé et mis en œuvre une nouvelle méthode d'imagerie de sources acoustiques à haute résolution basée sur le principe du puits à retournement temporel. Ses capacités de haute résolution ont été prouvées, et, tout comme pour la technique cousine développée dans le cadre du précédent chapitre, l'imagerie par puits numérique à retournement temporel permet d'évaluer la taille caractéristique d'une source acoustique active, y compris dans le domaine des basses fréquences. Cette méthode présuppose une mesure en champ libre, de façon à optimiser la qualité du modèle de propagation, qui a été développé pour l'occasion en milieu tridimensionnel (stratifié ou non). Les caractéristiques de cet algorithme de simulation ont été explicitées et étudiées de manière à valider le modèle. Grâce à cet algorithme, nous avons effectué avec succès l'imagerie de sources acoustiques à haute résolution, sur des sources acous-

tiques en chambre anéchoïque, et démontré les capacités du système dans un milieu acoustique sous-marin. Par ailleurs, le cas des sources non discriminées par retournement temporel à basse fréquence de par leur proximité a été étudié. Une solution, basée sur la méthode à haute résolution MUSIC a été proposée et appliquée, permettant de dépasser la limite apparente du système dans cette situation défavorable. Pour finir, une application à l'imagerie hautement résolue des sources acoustiques d'une guitare classique a été mise en œuvre, afin d'évaluer les capacités de la méthode en situation de mesure sur une structure réelle. Cette application a permis de démontrer que le système permet d'obtenir de l'information à haute résolution, comme attendu, y compris en situation de mesure non idéale.

Afin d'optimiser ce processus en situation de mesure non idéale (notamment la non-anéchoïcité d'une salle à très basse fréquence, et la présence perturbatrice d'une structure massive dans le milieu de mesure), il est nécessaire de modéliser la présence de la structure sur laquelle on fait la mesure dans le milieu anéchoïque. Par ailleurs, tout comme la méthode d'imagerie vibratoire proposée dans le chapitre précédent, la méthode dépasse largement en termes de résolution la méthode de beamforming (limitée par la longueur d'onde), et présente des limitations que l'on retrouve parmi celles de la méthode d'holographie en champ proche. La mesure par la méthode de puits numérique à retournement temporel ne nécessite pas une mesure en champ proche, puisque la contribution des ondes évanescentes est reconstituée par l'utilisation du puits numérique. Ainsi, on s'affranchit des perturbations créées par une antenne de grandes dimensions, périodique, placée à proximité de la structure à étudier.



## CHAPITRE 5

### CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

Dans ce travail, nous avons développé une nouvelle méthode de focalisation et d'imagerie à haute résolution de sources acoustiques et vibratoires dans le domaine audible qui s'appuie sur le concept de retournement temporel.

La problématique de l'imagerie et de la focalisation de sources à basse fréquence provient des limitations de résolution directement liées à la longueur d'onde, qui est généralement de l'ordre de grandeur des objets étudiés. La focalisation acoustique par puits à retournement temporel a été mise en œuvre pour la première fois, à partir d'une adaptation au domaine audible de l'expérience de Rosny et Fink [20] et à la suite du travail réalisé pendant mon stage de Master 2 [3]. Cette réalisation a permis de développer un dispositif d'excitation localisée efficace. L'étude de la résolution a permis de montrer que la tache focale est directement reliée à la taille physique de la « source d'antibruit » (puits) et de la source initiale sur laquelle on focalise par retournement temporel. Ce puits à retournement temporel a permis d'améliorer grandement la résolution de focalisation (ce qui est essentiel à basse fréquence) en supprimant les effets de diffraction limitant la focalisation par retournement temporel. Par ailleurs, l'étude des capacités de la méthode a soulevé un point essentiel pour son utilisation en situation pratique de focalisation : l'introduction du puits à retournement temporel fait perdre le caractère non invasif de la technique de focalisation. Pour pallier cet inconvénient, nous avons développé une adaptation du puits à retournement temporel pour réaliser de l'imagerie à haute résolution de sources vibratoires et acoustiques. Cette adaptation hérite des capacités à haute résolution de la méthode de focalisation par puits à retournement temporel, sans hériter de ses défauts. En effet, l'originalité de la méthode que nous proposons consiste à reconstruire les ondes évanescentes au voisinage de la source à imager de façon à augmenter la résolution de l'imagerie, avec une mesure non invasive. La méthode a été testée sur des sources vibratoires dans une plaque encadrée, ainsi que sur des sources acoustiques audibles en milieu tridimensionnel ouvert, dans l'air et en milieu sous-marin profond. Enfin, nous avons également réalisé une série de mesures de sources acoustiques sur la guitare classique, confrontant ainsi la méthode à un cas non-académique et complexe. Les

résultats obtenus sont probants, et permettent de conclure que la méthode proposée répond tout à fait à la problématique posée initialement. Ses capacités d'imagerie à haute résolution permettent à notre méthode de supplanter en termes de résolution à basse fréquence les techniques de formations de voies (beamforming). Il est intéressant de constater que la méthode proposée possède une qualité d'imagerie comparable à la technique d'holographie en champ proche, et que les limitations d'imageries sont du même type que cette dernière lorsque le milieu de mesure n'est pas parfaitement anéchoïque. En effet, pour ces deux techniques, c'est la présence d'un élément perturbateur dans le milieu de propagation supposé idéal qui viendra dégrader la qualité d'imagerie. Dans le cas de l'holographie en champ proche, c'est parfois la présence de l'antenne de mesure à proximité de la structure vibrante qui sera l'élément perturbateur. Par ailleurs, le problème de l'imagerie de sources très proches les unes des autres à basse fréquence a été résolu, grâce à la proposition de l'utilisation de la méthode à haute résolution MUSIC (ne nécessitant pas de connaissance supplémentaire sur le milieu de mesure ni sur les signaux mesurés) pour localiser le centre des sources, afin ensuite d'imager la distribution spatiale de transmission énergétique de ces sources actives par la technique de puits à retournement temporel numérique. Il est à noter que la méthode de puits à retournement temporel numérique permet l'obtention d'une cartographie des sources actives vibratoires et acoustiques en un temps très court (environ 5 minutes), grâce à l'optimisation des techniques numériques de simulation de propagation que nous avons mis en œuvre.

Cette technique est développée grâce à l'utilisation d'un supercalculateur, permettant d'accélérer grandement le temps de traitement des données. Dans le cas d'un milieu ouvert tridimensionnel homogène isotrope, il serait évidemment possible de réaliser le même processus en utilisant des lois de retards simples, mais le but ici était de proposer une méthode flexible, utilisable dans un grand nombre de milieux de propagation. C'est la raison pour laquelle les simulations numériques nécessitent l'utilisation d'un code aux différences finies précis. Malgré les performances et les bons résultats obtenus lors de nos expériences, la méthode n'est pas tout à fait prête pour une implémentation dans le « monde réel » : la plupart des résultats obtenus ont été réalisés dans des conditions optimales de mesure (salle anéchoïque de qualité, structure vibratoire sans défaut). En situation réelle, une structure vibratoire (carcasse d'avion, carrosserie de voiture, table d'harmonie de piano ...) ou un milieu de mesure (salle d'expérience non anéchoïque) ne rentrent pas dans ces conditions idéales. De plus, nous avons montré lors de la mesure sur la guitare, que la présence d'un objet massif dans la scène de mesure peut perturber le processus d'imagerie, comme il le fait également pour la méthode d'holographie en champ proche. À notre sens, la majorité des perspectives proposées à la suite de ce travail consiste en l'adaptation de la méthode en milieu de mesure non idéal (par une phase d'apprentissage des caractéristiques du milieu de mesure, par exemple, pour modifier le modèle de propagation

utilisé) et en l'optimisation de la méthode en situation de mesure sur des structures rayonnantes ou vibratoires complexes à basse fréquence. Une fois ces adaptations et optimisations réalisées, il serait intéressant de coupler la méthode d'imagerie vibratoire avec la méthode d'imagerie acoustique pour étudier des phénomènes de transferts vibro-acoustiques sur des structures complexes, à haute résolution. Cette problématique est d'ailleurs indispensable aujourd'hui pour l'industrie du transport comme pour les luthiers désireux d'améliorer leurs techniques de facture grâce à une approche scientifique. En effet, les sources acoustiques à étudier aujourd'hui sont complexes à isoler (les sources aisées à isoler sont en général moins intéressantes pour les concepteurs, puisque déjà traitées par d'autres méthodes) et nécessitent des traitements à haute résolution, permettant de tirer de l'information sur le système vibratoire et rayonnant. C'est d'ailleurs l'une des raisons pour lesquelles l'holographie en champ proche possède aujourd'hui un grand succès dans ses applications pratiques. Il est également à noter que notre technique d'imagerie à haute résolution permet de réaliser une mesure non nécessairement en champ proche, contrairement à sa cousine holographique. Tout comme la méthode d'holographie en champ proche, la reconstitution du champ à haute résolution à proximité des sources permet d'ailleurs de déterminer le comportement vibratoire (par continuité de la vitesse particulaire acoustique à la surface de la structure. La vitesse particulaire est aisément déductible du champ de pression, connu sur deux plans successifs, puisque ces deux grandeurs sont reliées par l'équation d'Euler). Les perspectives essentielles de la méthode consistent à l'adapter à la mesure en milieu non idéal afin d'optimiser ses performances en situation pratique. Il est également important d'adapter le système au cas des sources non monopolaires (rares à très basse fréquence) : l'introduction d'un puits numérique ponctuel permet actuellement uniquement de réaliser un puits à directivité monopolaire, ce qui peut mettre la méthode proposée en difficulté dans le cas de sources multipolaires complexes, puisque la structure du champ évanescant dépend des caractéristiques de rayonnement de la source à imager.

Charles Besnainou (LAM) et Alain Berry (GAUS) prévoient tous deux de prolonger ces travaux. En 2009, C. Besnainou encadrera (avec ma collaboration) un stage de Master 2 sur les applications aux mesures sur les instruments de musique de la technique de puits à retournement temporel. A. Berry, quant à lui, prévoit d'employer un chercheur post-doctoral sur les techniques d'imagerie, de manière à développer une antenne de mesure utilisant à la fois le puits à retournement temporel, le beamforming, et l'holographie en champ proche. Cet outil robuste donnera accès à un vaste champ d'applications correspondant aux domaines de recherche du GAUS. Dans les deux cas, les travaux réalisés à la suite de mon doctorat permettront je l'espère d'optimiser la méthode d'imagerie par puits à retournement temporel et de se pencher sur les problèmes résiduels pour l'utilisation de la méthode en situation non académique.



## BIBLIOGRAPHIE

- [1] MÉNARD, S. (2002) *Mesures acoustiques sur le violon par la méthode du miroir à retournement temporel*, Mémoire de DEA, Université Pierre et Marie Curie / Institut de Recherche et de Coordination en Acoustique et Musique, Paris.
- [2] LEVEAU, P. (2003) *Utilisation de miroirs à retournement temporel pour la localisation et la caractérisation des sources acoustiques d'un instrument à cordes*, Mémoire de fin d'études, Supelec, Paris.
- [3] BAVU, E. (2005) *Techniques de focalisation par retournement temporel dans le domaine audible*, Mémoire de Master 2, Université Pierre et Marie Curie / Institut de Recherche et de Coordination en Acoustique et Musique, Paris.
- [4] FRANCOEUR, D. (2005) *Retournement temporel dans les poutres hétérogènes*, Mémoire de maîtrise, Faculté de Génie, Département de Génie Mécanique, Université de Sherbrooke.
- [5] FINK, M., PRADA, C., WU, F., CASSEREAU, D. (1989) *Self focusing in inhomogeneous media with time-reversal acoustic mirrors*, IEEE Ultrasonic Symposium, Montréal, Québec, p. 681–686.
- [6] FINK, M. (08/1990) *Process and apparatus for locating and focusing waves*. No FR2642640, Brevet, URL <http://www.freepatentsonline.com/EP0383650B1.html>.
- [7] SALLÉ, B. (1996) *Retournement temporel en acoustique audible : application à l'atténuation de bruit active*, Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie, Paris.
- [8] YON, S. (2001) *Contrôle du champ acoustique en milieu réverbérant et applications à la communication*, Thèse de doctorat, Laboratoire Ondes et Acoustique, ESPCI, Université Paris VII, U.M.R. 7587 C.N.R.S., 10, rue Vauquelin, 75005, Paris, France.
- [9] RIBAY, G. (2006) *Localisation de source en milieu réverbérant par retournement temporel*, Thèse de doctorat, Laboratoire Ondes et Acoustique, ESPCI, Université Paris VII, U.M.R. 7587 C.N.R.S., 10, rue Vauquelin, 75005, Paris, France.
- [10] PRADA, C., MANNEVILLE, S., SPOLIANSKY, D., FINK, M. (1996) *Decomposition of the time reversal operator : Detection and selective focusing on two scatterers*, J. Acoust. Soc. Am., vol. 99, p. 2067–2076.
- [11] LEHMAN, S. K., DEVANEY, A. J. (2003) *Transmission mode time-reversal super-resolution imaging*, J. Acoust. Soc. Am., vol. 113, p. 2742–2753.

- [12] BARTON, G. (1989) *Elements of Green's Functions and Propagation Potentials, Diffusion, and Waves*, Oxford University Press.
- [13] ING, R. K., QUIEFFIN, N., CATHELINE, S., FINK, M. (2005) *In solid localization of finger impacts using acoustic time-reversal process*, Appl. Phys. Lett, vol. 87, p. 1–3.
- [14] RIBAY, G., CATHELINE, S., CLORENNEC, D., ING, R. K., QUIEFFIN, N., FINK, M. (2007) *Acoustic impact localization in plates : properties and stability to temperature variation*, IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Contr., vol. 54, p. 378–385.
- [15] GRAFF, K. (1991) *Wave Motion in Elastic Solids*, Dover.
- [16] HEARMON, R. (1961) *An introduction to Applied Anisotropic Elasticity*, Oxford university Press.
- [17] LEISSA, A. (1973) *Vibration of Plates*, Acoustical Society of America.
- [18] CASSEREAU, D., FINK, M. (1992) *Time-reversal of ultrasonic fields. Part III : Theory of the closed time*, IEEE Trans. Ultrason., Ferroelec., vol. 39, no 5, p. 579 – 592.
- [19] MORSE, P., INGARD, K. (1968) *Theoretical Acoustics*, McGraw-Hill.
- [20] DE ROSNY, J. (2000) *Milieux réverbérants et réversibilité*, Thèse de doctorat, Laboratoire Ondes et Acoustique, ESPCI, Université Paris VII, U.M.R. 7587 C.N.R.S., 10, rue Vauquelin, 75005, Paris, France.
- [21] DE ROSNY, J., FINK, M. (2007) *Focusing properties of near-field time reversal*, Physical Rev. A., vol. 76, p. 065801.1–4.
- [22] LEROSEY, G., DE ROSNY, J., TOURIN, A., FINK, M. (2007) *Focusing beyond the diffraction limit with far-field time reversal*, Science, vol. 315, p. 1120–1122.
- [23] DE ROSNY, J., FINK, M. (2002) *Overcoming the diffraction limit in wave physics using a time reversal mirror and a novel acoustic sink*, Physical Review Letters, vol. 89, no 12, p. 219901.1–4.
- [24] THOMAS, J.-L. (1994) *Étude des miroirs à retournement temporel – Application à la focalisation des ondes ultrasonores et à la lithotritie*, Thèse de doctorat, Laboratoire Ondes et Acoustique, ESPCI, Université Paris VII, U.M.R. 7587 C.N.R.S., 10, rue Vauquelin, 75005, Paris, France.
- [25] ROUX, P., ROMAN, B., FINK, M. (1997) *Time-reversal in an ultrasonic waveguide*, Appl. Phys. Lett., vol. 70, no 14, p. 1811–1813.
- [26] DRAEGER, C., FINK, M. (1997) *One channel time-reversal of elastic waves in a chaotic 2d-silicon cavity*, Phys. Rev. Lett., vol. 79, p. 407–410.
- [27] FINK, M., CASSEREAU, D., DERODE, A., PRADA, C., ROUX, P., TANTER, M., THOMAS, J.-L., WU, F. (2000) *Time-reversed acoustics*, Rep. Prog. Phys., vol. 63, p. 1933–1995.
- [28] THOMAS, J.-L., WU, F., FINK, M. (1996) *Time reversal focusing applied to lithotripsy*, Ultrason. Imag., vol. 18, p. 106–121.

- [29] MALLART, R., FINK, M. (1994) *Adaptive focusing in scattering media through sound-speed inhomogeneities : the van Cittert - Zernike approach and focusing criterion*, J. Acoust. Soc. Am, vol. 96, p. 3721–3732.
- [30] DORME, C., FINK, M. (1995) *Focusing in transmit-receive mode through inhomogeneous media : The time-reversal matched filter approach*, J. Acoust. Soc. Am., vol. 98, p. 1155–1162.
- [31] HIRAMA, M., IKEDA, O., SATO, T. (1982) *Adaptive ultrasonic array imaging system through an inhomogeneous layer*, J. Acoust. Soc. Am., vol. 71, p. 100–109.
- [32] EBBINI, E. S., WANG, H., O'DONNELL, M., CAIN, C. (1991) *Acoustic feedback for hyperthermia phased-array applicators : aberration correction, motion compensation and multiple focusing in the presence of tissue inhomogeneities*, Proc. IEEE Ultrason. Symp, p. 1343–1346.
- [33] THOMAS, J.-L., FINK, M. (1996) *Ultrasonic beam focusing through tissue inhomogeneities with a time reversal mirror : application to transskull therapy*, IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Contr., vol. 43, p. 1122–1129.
- [34] TANTER, M., THOMAS, J.-L., FINK, M. (1998) *Focusing and steering through absorbing and aberrating layers : application to ultrasonic propagation through the skull*, J. Acoust. Soc. Am., vol. 103, p. 2403–2410.
- [35] CHAKROUN, N., FINK, M., WU, F. (1995) *Time reversal processing in nondestructive testing*, IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Contr, vol. 42, p. 1087–1098.
- [36] MIETTE, V., SANDRIN, L., WU, F., FINK, M. (1996) *Optimization of time reversal processing in titanium inspections*, Proc. IEEE Ultrason. Symp. (San Antonio, USA), p. 643–647.
- [37] DOMINGUEZ, N., GIBIAT, V., ESQUERRE, Y. (2005) *Time domain topological gradient and time reversal analogy : an inverse method for ultrasonic target detection*, Wave Motion, vol. 42, no 1, p. 31 – 52.
- [38] BERCOFF, J., TANTER, M., FINK, M. (2004) *Supersonic shear imaging : a new technique for soft tissues elasticity mapping*, IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Contr., vol. 51, p. 396– 409.
- [39] DE ROSNY, J., DERODE, A., TOURIN, A., ROUX, P., FINK, M. (2005) *Time-reversal focusing in a range-dependent ocean*, IEEE Oceans 2005 Europe (Brest), p. 449– 453.
- [40] SONG, H., ROUX, P., HODGKISS, W., KUPERMAN, W., AKAL, T., STEVENSON, M. (2006) *Multiple-input/multiple-output coherent time reversal communications in a shallow water acoustic channel*, IEEE J. Oceanic Eng., vol. 31, p. 170–178.
- [41] KUPERMAN, W. A., HODGKISS, W. S., SONG, H. C., AKAL, T., FERLA, C., JACKSON, D. R. (1998) *Phase conjugation in the ocean : Experimental demonstration of a time reversal mirror*, J. Acoust. Soc. Am., vol. 103, p. 25–40.

- [42] SUTIN, A., JOHNSON, P., TENCATE, J., SARVAZIAN, A. (2005) *Time reversal acousto-seismic method for land mine detection*, Conference on Detection and Remediation Technologies for Mines and Minelike Targets, vol. 5794, p. 706–716.
- [43] LARMAT, C., MONTAGNER, J.-P., FINK, M., CAPDEVILLE, Y., TOURIN, A., CLÉVÉDÉ, E. (2006) *Time-reversal imaging of seismic sources and application to the great sumatra earthquake*, Geo. Res. Lett., vol. 33, p. 19312.1–4.
- [44] HALD, J. (2004) *Combined NAH and beamforming using the same array*, Sound and Vibration, vol. 38, p. 18–27.
- [45] JOHNSON, D. H., DUDGEON, D. E. (1993) *Array Signal Processing : Concepts and Techniques*, Prentice Hall PTR.
- [46] CHRISTENSEN, J. J., HALD, J. (2004) *Beamforming*, Brüel & Kjær Technical Review, p. 1–48.
- [47] MAGALHAES, M. B. S., TENENBAUM, R. A. (2004) *Sound sources reconstruction techniques : a review of their evolution and new trends*, Acta Acustica united with Acustica, vol. 90, p. 199–220.
- [48] WILLIAMS, E. G., MAYNARD, J. D. (1980) *Holographic imaging without the wavelength resolution limit*, Physics Rev. Letters, vol. 45, p. 554–557.
- [49] MAYNARD, J. D., WILLIAMS, E. G., LEE, Y. (1985) *Nearfield acoustic holography : I. theory of generalized holography and the development of NAH*, J. Acoust. Soc. Am., vol. 78, p. 1395–1413.
- [50] GOODMAN, J. W. (1996) *Introduction to Fourier Optics, 2nd edition*, McGraw-Hill.
- [51] COLLINS, M. D., KUPERMAN, W. A. (1991) *Focalization : Environmental focusing and source localization*, J. Acoust. Soc. Am., vol. 90, p. 1410–1422.
- [52] BERKHOUT, A. J., DE VRIES, D., VOGEL, P. (1993) *Acoustic control by wave field synthesis*, J. Acoust. Soc. Am., vol. 93, p. 2764 – 2778.
- [53] BERKHOUT, A. J. (1988) *A holographic approach to acoustic control*, J. Audio Eng. Soc., vol. 36, p. 977–995.
- [54] TOLSTOY, I., CLAY, C. S. (1966) *Ocean Acoustics : Theory and Experiment in Underwater Sound*, McGraw-Hill.
- [55] RIBAY, G., DE ROSNY, J., FINK, M. (2005) *Time reversal of noise sources in a reverberant room*, J. Acoust. Soc. Am., vol. 117, no 5, p. 2866 – 2872.
- [56] YON, S., TANTER, M., FINK, M. (2003) *Sound focusing in rooms : The time-reversal approach*, J. Acoust. Soc. Am., vol. 113, p. 1533–1543.
- [57] FINK, M. (1992) *Time reversal of ultrasonics fields – Part I : Basic principles*, IEEE Transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control, vol. 39, no 5, p. 555 – 566.

- [58] PORTER, R. P., DEVANEY, A. J. (1982) *Generalized holography and the inverse source problems*, J. Opt. Soc. Amer., vol. 72, p. 327–330.
- [59] JACKSON, D. R., DOWLING, D. R. (1991) *Phase-conjugation in underwater acoustics*, J. of the Acous. Soc. of Am., vol. 89, p. 171–181.
- [60] GUASTAVINO, C., KATZ, B., POLACK, J.-D., LEVITIN, D., DUBOIS, D. (2005) *Ecological validity of soundscape reproduction*, Acustica United with Acustica, vol. 91, p. 333–341.
- [61] POLACK, J. D., CHRISTENSEN, L. S., JUHL, P. M. (2001) *An innovative design for omnidirectional sound sources*, Acta Acustica united with Acustica, vol. 87, p. 505 – 512.
- [62] DRAEGER, C., AIME, J. C., FINK, M. (1999) *One-channel time-reversal in chaotic cavities : Experimental results*, J. Acoust. Soc. Am., vol. 105, p. 618–625.
- [63] ROUX, P., FINK, M. (2000) *Time reversal in a waveguide : Study of the temporal and spatial focusing*, J. Acoust. Soc. Am., vol. 107, p. 2418–2429.
- [64] TANTER, M., THOMAS, J.-L., FINK, M. (2000) *Time reversal and the inverse filter*, J. Acoust. Soc. Am., vol. 108, p. 223–234.
- [65] VAN DEN DUNGEN, F. H. (1934) *Acoustique des salles*, Gauthier-Villars.
- [66] BAVU, E., BESNAINOU, C., GIBIAT, V., DE ROSNY, J., FINK, M. (2007) *Subwavelength sound focusing using a time-reversal acoustic sink*, Acta Acustica United with Acustica, vol. 93, p. 706–715.
- [67] PRADA, C., THOMAS, J.-L., FINK, M. (1995) *The iterative time reversal process : Analysis of convergence*, J. Acoust. Soc. Am., vol. 97, p. 62–71.
- [68] ROYER, D., DIEULESSAINT, E. (1999) *Elastic Waves in Solids*, Springer Verlag.
- [69] LAMBOURG, C., CHAIGNE, A., MATIGNON, D. (2001) *Time-domain simulation of damped impacted plates - II - Numerical model and results*, J. Acoust. Soc. Am., vol. 109, p. 1433–1447.
- [70] LAMBOURG, C. (1997) *Modèle temporel pour la simulation numérique de plaques vibrantes – Application à la synthèse sonore*, Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications, Département TSI, CNRS URA 820, Paris, France.
- [71] ÖDMAN, S. T. A. (1955) *Studies of boundaries value problems. Part II : Characteristics functions of rectangular plates*, Proc. NR 24, Swedish Cement and Concrete Res. Inst., Royal Institute of Technology (Stockholm), p. 7–62.
- [72] ARONSAJN, N. (1950) *The rayleigh-ritz and the weinstein methods for approximation of eigenvalues – III : Application of weinstein’s method with an auxiliary problem of type 1.*, Tech. Rept. no. 3, NR 041, 090, Oklahoma A. and M. College (Stillwater, Okla.).
- [73] ANDERSON, M. E., MCKEAG, M. S., TRAHEY, G. E. (2000) *The impact of sound speed errors on medical ultrasound imaging*, J. Acoust. Soc. Am., vol. 107, p. 3540–3548.

- [74] YAO, K., HUDSON, R. E., REED, C. W., CHEN, D., LORENZELLI, F. (1998) *Blind beamforming on a randomly distributed sensor array system*, IEEE J. Select. Areas Commun., vol. 16, p. 1555–1567.
- [75] HUANG, Y. D., BARKAT, M. (1991) *Near-field multiple source localization by passive sensor array*, IEEE Trans. Antennas Propag., vol. 39, p. 968–975.
- [76] CHENEY, M. (2001) *The linear sampling method and the music algorithm*, Inverse problems, vol. 17, p. 591–595.
- [77] VALAEE, S., CHAMPAGNE, B., KABAL, P. (1995) *Parametric localization of distributed sources*, IEEE Trans. Signal Processing, vol. 43, p. 2144–2153.
- [78] SHAHBAZPANAHI, S., VALAEE, S., BASTANI, M. H. (2001) *Distributed source localization using ESPRIT algorithm*, IEEE Trans. Signal Processing, vol. 49, p. 2169–2178.
- [79] SUTIN, A. M., TENCATE, J. A., JOHNSON, P. A. (2004) *Single-channel time reversal in elastic solids*, J. Acoust. Soc. Am., vol. 116, p. 2779–2784.
- [80] RICHTMYER, R. D., MORTON, K. W. (1994) *Difference methods for initial value problems – 2nd Edition*, Krieger Publications and Co.
- [81] COHEN, G. C. (2002) *Higher-Order Numerical Methods for Transient Wave Equations*, Springer Verlag.
- [82] KRYLOV, N. (1979) *Works on the Foundations of Statistical Physics*, Princeton University Press.
- [83] ROY, R., KAILATH, T. (1989) *ESPRIT - estimation of signal parameters via rotational invariance techniques*, IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Processing, vol. 37, p. 984–995.
- [84] BOOTH, N. O., BAXLEY, P. A., RICE, J. A., SCHEY, P. W., HODGKISS, W. S., D’SPAIN, G. L. (1996) *Source localization with broad-band matched-field processing in shallow water*, IEEE J. Ocean Eng., vol. 21, p. 402–412.
- [85] PAROT, J. M. (2008) *Localizing impulse sources in an open space by time reversal with very few transducers*, Appl. Acoust., vol. 69, p. 311–324.
- [86] BAVU, E., BERRY, A., POLACK, J.-D. (2008) *Super-resolution imaging of active vibrational sources using a time-reversal sink*, Submitted to J. of Sound and Vib.
- [87] HABETS, E. (2007) *Single and Multi Microphone Speech Dereverberation using Spectral Enhancement*, Thèse de doctorat, Technische Universiteit Eindhoven.
- [88] SEI, A. (2001) *Étude de schémas numériques pour les modèles de propagation d’ondes en milieu hétérogène*, Thèse de doctorat, Université Paris IX-Dauphine.
- [89] HAIRER, S., NORSETT, P., VANNER, G. (1991) *Solving ordinary differential equations*, Springer Series in Computational Mathematics.
- [90] DABLAIN, M. A. (1986) *The application of high-order differencing for the scalar wave equation*, Geophysics, vol. 51, p. 54–66.

- [91] COLLINO, F. (1996) *High order absorbing boundary conditions for the 3-D wave equation*, Inria research report No 2932.
- [92] COLLINO, F. (1992) *High order absorbing boundary conditions for wave equation models in rectangular domains*, Inria research report No 1970.
- [93] BAMBERGER, A. (1986) *Higher order paraxial wave equation approximations in heterogeneous media. Part II*, Inria research report No 558.
- [94] EDELMANN, G. F., AKAL, T., HODGKISS, W. S., KIM, S., KUPERMAN, W. A., SON, H. C. (2002) *An initial demonstration of underwater acoustic communication using time reversal*, IEEE J. Ocean. Eng., vol. 27, p. 602–609.
- [95] SPINDEL, R. C. (1985) *Sound transmission in the ocean*, Annual Review of Fluid Mechanics, vol. 17, p. 217–237.
- [96] GIVOLI, D. (1991) *Non reflecting boundary conditions*, J. Comp. Phys., vol. 94, p. 1 – 29.
- [97] LINDMANN, E. L. (1975) *Free-space boundary conditions for the time dependant wave equation*, J. Comp. Phys., vol. 18, p. 66–78.
- [98] TREFETHEN, L., HALPERN, L. (1986) *Well posedness of one way equations and absorbing boundary conditions*, Math. Comp., vol. 47, p. 421–435.
- [99] ZHI, W., CHIA, M. Y. W. (2007) *Near-field source localization via symmetric subarrays*, IEEE Signal Processing Letters, vol. 14, p. 409–412.
- [100] STRONG, W., BEYER, T., BOWEN, D., WILLIAMS, E., MAYNARD, J. (1982) *Studying a guitar's radiating properties with nearfield holography*, J. Guitar Acoustics, vol. 6, p. 50–59.
- [101] ROSSING, T. D., MOORE, F. R., WHEELER, P. A. (2001) *The Science of Sound (Third Ed.)*, Addison-Wesley.
- [102] DERVEAUX, G. (2002) *Modélisation numérique de la guitare acoustique*, Thèse de doctorat, École Polytechnique,, 91128 Palaiseau Cedex, FRANCE.
- [103] WEINREICH, G. (1997) *Directional tone color*, J. Acoust. Soc. Am., vol. 101, p. 2338–2346.



## ANNEXE A

### TRADUCTION DE L'ARTICLE INCLUS AU CHAPITRE 2

#### **Focalisation acoustique hyper-résolue dans le domaine audible grâce à un puits à retournement temporel**

*Éric Bavu, Charles Besnainou, Vincent Gibiat, Julien de Rosny, et Mathias Fink*

*Acta Acustica United with Acustica* **93**, 706–715 (2007)

#### **A.1 Résumé**

Les miroirs à retournement temporel (MRT) ont été développés dès 1986. Ces techniques permettent de focaliser efficacement des ondes transitoires ultrasonores dans des milieux complexes. Au cours des dernières années, les propriétés du retournement temporel (RT) d'ondes acoustiques ont été étudiées dans de nombreux domaines. En revanche, à ce jour, peu d'applications du RT ont été développées dans le domaine des ondes acoustiques audibles. Le but de cette publication est d'utiliser le principe du puits acoustique à retournement temporel (PRT) dans le domaine audible, afin de surpasser la limite classique de diffraction imposée lors du processus de focalisation par miroir à retournement temporel. La différence essentielle entre les expériences dans le domaine ultrasonore et dans le domaine audible provient du rapport entre la taille des objets sur lesquels l'onde est focalisée (ou la taille caractéristique des transducteurs) et la longueur d'onde utilisée. Les expériences dans le domaine audible sont réalisées en zone de Fresnel, tandis que les expériences ultrasonores le sont en général dans la zone de Fraunhofer. Dans cet article, nous présentons les premiers résultats expérimentaux obtenus avec un puits à retournement temporel dans le domaine des fréquences audibles. Une étude est menée sur le comportement de focalisation dans une salle réverbérante et une salle atténuée. Cette étude démontre que la réverbération permet d'obtenir une focalisation sous la longueur d'onde, même avec un seul transducteur. Les résultats obtenus ont même permis de créer une tache focale sept fois plus petite que la longueur d'onde, ce qui est une grande amélioration par rapport à la limite classique de  $\frac{\lambda}{2}$ . Une application prometteuse de l'adaptation de la technique de puits à retournement temporel pour l'imagerie à haute résolution de sources acoustiques et vibratoires est proposée en conclusion.

## A.2 Introduction

La focalisation d'ondes acoustiques dans un milieu hétérogène est un problème important à résoudre en acoustique. Ce problème est abordé dans des domaines aussi variés que le contrôle non destructif, la thérapie médicale, l'imagerie médicale, ou la reconstruction de champ acoustique. D'un point de vue théorique, la possibilité de créer une onde acoustique focalisante dans un volume fini est directement liée aux caractéristiques du milieu de propagation [51]. Les propriétés de ce milieu sont *a priori* inconnues et complexes. Par conséquent, la méthode de focalisation se doit d'être adaptative. Plusieurs approches ont été proposées pour atteindre cet objectif, comme la modélisation des propriétés du milieu de propagation [51], ou l'utilisation du principe de Huyghens [52] [53]. Il est également à noter que des études ont proposé dès le milieu du vingtième siècle une approche utilisant les filtres adaptés en milieu sous-marin [54]. La focalisation peut également être réalisée grâce au miroir à retournement temporel (MRT). Un MRT consiste en une assemblée de capteurs (microphones) et d'actionneurs (haut-parleurs) colocalisés. Cette antenne permet d'échantillonner spatialement le champ de pression acoustique, et un champ renversé temporellement peut être réémis par l'antenne colocalisée de haut-parleurs. Cette technique permet de refocaliser efficacement l'onde acoustique sur une cible. Une des propriétés essentielles d'une onde renversée temporellement par un MRT est qu'elle refocalise à la position des sources initiales, en compensant les inhomogénéités du milieu. En revanche, puisque cette technique de focalisation est basée sur un phénomène d'interférences, la largeur de la tache focale produite par un MRT ne peut pas être plus petite qu'une demi-longueur d'onde, même si la source initiale est ponctuelle. Le travail présenté dans cet article s'inspire des méthodes initiées et développées par Mathias Fink [5], la différence essentielle étant l'utilisation du puits à retournement temporel dans le domaine audible, en champ proche, plutôt qu'en champ lointain dans le domaine des ultrasons.

Les techniques de retournement temporel ont été largement utilisées et développées dans le domaine des ultrasons. En revanche, elles ont rarement été utilisées dans le domaine de l'acoustique audible ; la détection et la focalisation de sources de bruit à large bande en utilisant un MRT ont été étudiées [55], et les méthodes de focalisation par MRT ont été étudiées expérimentalement, et comparées aux techniques classiques de formation de voies pour des applications à la communication [56]. En revanche, aucune application du puits à retournement temporel n'a à ce jour été développée dans le domaine audible.

La méthode du TRM est basée sur l'invariance par renversement temporel de l'équation des ondes, dans un milieu non dissipatif, ainsi que sur l'utilisation du principe de Huyghens [57].

Dans le domaine des ondes audibles et ultrasonores, les processus de transformations adiabatiques dominant [27]. Par conséquent, dans un milieu hétérogène (ou homogène) et non dissipatif, l'équation des ondes acoustiques est invariante par retournement temporel. Au cours du processus de retournement temporel, les ondes rétropropagées convergent et focalisent sur la position initiale d'une source ponctuelle, tout en compensant les éventuelles inhomogénéités du milieu. En revanche, par application du principe de conservation de l'énergie, une onde divergente apparaît dès que les ondes convergentes se rencontrent au point focal. La présence de ces ondes divergentes brisent la symétrie par retournement temporel, car ces ondes divergentes ne correspondent en aucun cas à la présence d'ondes convergentes dans la propagation directe initiale. Cassereau *et al.* [18] ont soulevé cette propriété en étudiant la structure du champ retourné temporellement à proximité du point focal. Les auteurs ont démontré que les interférences entre le front d'onde convergent et le front d'onde divergent provoquent une tache de focalisation limitée en résolution par effets de diffraction. Cette tache ne peut pas être plus petite qu'une demi-longueur d'onde, même si les dimensions des sources utilisées expérimentalement sont plus petite que cette demi-longueur d'onde. Ce résultat est confirmé par la théorie des champs, qui prédit que dans un milieu sans source, la plus petite dimension de fluctuation accessible est d'une demi-longueur d'onde [19].

Ainsi, afin de supprimer tout effet de diffraction, il est nécessaire de supprimer l'onde divergente créée par conservation de l'énergie pendant l'étape de rétropropagation. Cette onde peut être supprimée en émettant le signal retourné temporellement, en phase, au point focal, pendant l'étape de rétropropagation ; en émettant ce signal, la situation symétrique exacte par retournement temporel est recrée. En effet, pendant la propagation directe initiale, le champ de pression acoustique n'est pas uniquement déterminé par les conditions aux limites, mais aussi par l'émission initiale de la source, qui crée une singularité d'espace. Dans les expériences classiques de focalisation grâce à un MRT, la source initiale est enlevée du milieu lors de l'étape de rétropropagation. Ce fait implique que la rétropropagation par MRT ne recrée pas exactement la situation retournée temporellement lors de la rétropropagation. En réémettant le signal retourné temporellement depuis la position de la source initiale, on crée une « source d'antibruit » qui interfère destructivement avec les ondes divergentes autour du point focal ; ce dispositif agit alors comme un puits acoustique, qui absorbe les ondes convergentes au point focal [23], et permet de recréer la situation renversée exacte de la propagation initiale.

Dans cet article, nous présentons la première réalisation expérimentale d'un PRT dans le domaine audible. Nous montrons que la limite de diffraction imposée par le processus classique de MRT peut être dépassée grâce à l'usage du puits à retournement temporel. Tous les résul-

tats théoriques [23] sont testés expérimentalement dans le domaine audible, et nous montrons qu'il est possible d'obtenir une tache focale d'une taille de  $\lambda/7$  grâce au puits à retournement temporel. Les résultats de focalisation acoustique obtenus dans une salle réverbérante sont présentés et comparés à la théorie. Les résultats obtenus par une technique classique de MRT et la technique de puits sont présentés, afin de comparer leurs capacités de recompression temporelle et spatiale. La taille de la tache focale est étudiée à plusieurs fréquences, permettant de montrer qu'elle correspond ici à l'ouverture physique de la source d'antibruit utilisée dans nos expériences.

Par ailleurs, en conclusion, nous proposons une application en cours de développement dans le cadre de notre projet de recherche. Cette application possède les avantages du puits à retournement temporel dans les expériences de focalisation, sans avoir ses problèmes de mise en œuvre. L'application en question utilise un concept nouveau, le puits à retournement temporel numérique, qui permettra d'obtenir une méthode d'imagerie à haute résolution de sources acoustiques et vibratoires, en utilisant une simulation numérique de la rétropropagation et du processus de puits à retournement temporel, dans un milieu fictif approchant les caractéristiques du milieu de mesure.

### A.3 Aperçu de la théorie du miroir et du puits à retournement temporel

#### A.3.1 Structure du champ retourné grâce au miroir à retournement temporel

Dans un milieu hétérogène sans pertes, de compressibilité  $\kappa(\vec{r})$  et de densité  $\rho(\vec{r})$ , le champ de pression acoustique  $p(\vec{r}; t)$  vérifie l'équation des ondes acoustiques, qui est invariante par retournement temporel. Ainsi, pour toute onde  $p(\vec{r}; t)$  solution de l'équation des ondes, l'onde renversée temporellement  $p(\vec{r}; -t)$  est elle aussi solution de cette équation : cette onde qui suit exactement le chemin inverse de l'onde  $p(\vec{r}; t)$  existe physiquement.

D'après le principe de Huyghens, pour toute propagation acoustique, les conditions aux limites et les fonctions de Green du système déterminent une unique solution  $p(\vec{r}; t)$  dans le milieu [19] [58]. Le but des expériences de retournement temporel est de créer le champ renversé temporellement  $p(\vec{r}; T - t)$  en modifiant les conditions aux limites ( $T$  est la longueur de la fenêtre temporelle enregistrée par le miroir). De plus, grâce à l'utilisation de l'équivalent spatial du théorème d'échantillonnage de Shannon, il est inutile de connaître le champ de pression ni les fonctions de Green partout sur la surface de contrôle : elles peuvent être connues sur un échantillonnage spatial d'une demi-longueur d'onde de cette surface [57] [59]. Le processus de

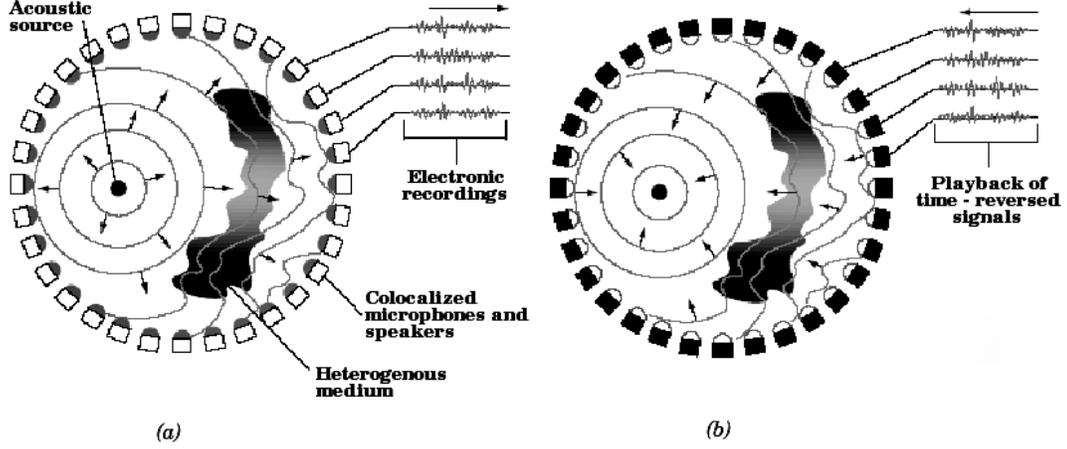


FIG. A.1: (a) Phase d'enregistrement : une source ponctuelle émet un front d'onde, déformé par les inhomogénéités du milieu. Ce champ est échantillonné par des microphones sur une surface entourant le volume de propagation. (b) Phase de reconstruction : Les signaux enregistrés sont renversés temporellement et réémis par les haut-parleurs colocalisés aux microphones. Le champ de pression acoustique retourné temporellement se rétropropage et focalise exactement à la position de la source initiale.

retournement temporel correspondant à cette description est présenté à la figure A.1.

Pendant la phase de reconstruction du processus de retournement temporel, les signaux renversés temporellement sont réémis par les haut-parleurs sur la surface de contrôle. Ces émissions aux limites de l'espace ( $V$ ) considéré, créent un champ renversé temporellement, qui se propage dans le milieu inclus dans le volume ( $V$ ). La structure de ce champ renversé temporellement peut être déterminée grâce au propagateur du système, la distribution du kernel  $K$  [27]. Pour des raisons de simplicité dans nos notations,  $T$  est supprimé de toutes les équations et on notera par la suite  $f(T - t) = f_T(-t)$ . Dans un milieu tridimensionnel isotrope et homogène  $K$  correspond à deux impulsions sphériques, respectivement convergente et divergente, depuis la position initiale de la source  $\vec{r}_0$  [18] [12] :

$$p_{TRM}(\vec{r}; t) = G(\vec{r}, \vec{r}_0; -t) * f_T(-t) - G(\vec{r}, \vec{r}_0; t) * f_T(-t) \quad (\text{A.1})$$

L'équation (A.1) peut être interprétée de la manière suivante : le champ renversé temporellement émis par les haut-parleurs sur la surface ( $S$ ) entourant le milieu correspond à la superposition d'ondes convergentes et divergentes, centrées sur la position initiale de la source  $\vec{r}_0$ .

L'onde convergente ( $G(\vec{r}, \vec{r}_0; -t) * f_T(-t)$ ) focalise en  $\vec{r}_0$ , et est suivie par une onde divergente ( $-G(\vec{r}, \vec{r}_0; t) * f_T(-t)$ ), par conservation de l'énergie (il est à noter que dans l'équation (A.1), nous supposons que les fonctions de Green sont nulles pour  $t < 0$ ). Ces équations sont générales et valables dans n'importe quel type de milieu, et permettent de donner une modélisation de la structure du champ acoustique renversé temporellement par un MRT, illustré à la Figure A.2.

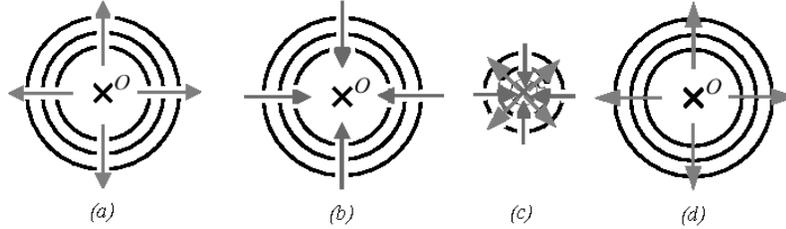


FIG. A.2: Description schématique de la structure du champ retourné : (a) Émission initiale et enregistrement : une source ponctuelle émet une onde strictement divergente – (b),(c),(d) : Structure du champ renversé temporellement – (b) : Onde strictement convergente – (c) Instant du « collapse », et formation d'une onde divergente interférant avec l'onde convergente – (d) Onde strictement divergente

Malgré le fait que chacune des deux ondes divergentes et convergentes présentent une singularité à l'origine, le champ renversé temporellement possède une valeur finie,  $\forall t$  et  $\forall \vec{r}$  [18]. Pendant la phase de reconstruction, la source initiale est passive. Par conséquent, aucune discontinuité spatiale n'est présente durant cette étape. Les deux fronts d'onde (convergent et divergent) se superposent au voisinage de  $\vec{r}_0$  et interfèrent. Ce phénomène produit une résolution limitée pour le processus de focalisation : la tache focale ne peut pas être plus petite que  $\lambda/2$ . Il est essentiel de noter que ces résultats sont valides dans n'importe quel milieu de propagation (à condition qu'il soit non dissipatif) et ne dépend pas de la forme de la surface de contrôle  $S$  (à condition que cette surface soit échantillonnée spatialement dans le respect du théorème d'échantillonnage).

### A.3.2 Le puits à retournement temporel : théorie

Le concept du puits à retournement temporel a été introduit pour la première fois par Mathias Fink [27]. Dans cet article, les auteurs analysent l'apparent échec de l'opération de retournement temporel en s'intéressant à l'émission de la source initiale. Pendant l'étape de rétropropagation d'une expérience idéale de retournement temporel, la source initiale, qui injecte de l'énergie dans le système, devrait être remplacée par un puits, qui absorberait toute l'énergie sans provoquer

de réflexions. La réalisation d'un tel outil permettrait de réduire la taille de la tache focale en deça des limites de diffraction.

L'équation (A.1) fournit une manière simple de créer ce puits. En effet, la symétrie par retournement temporel est brisée par la création d'une onde divergente autour de la cible, par conservation de l'énergie. Cependant, en émettant à la position de la source initiale  $\vec{r}_0$  le signal  $f_{T+t_0}(-t)$ , simultanément au MRT ( $t_0$  étant choisi pour supprimer l'onde divergente suivant l'instant du « collapse » par interférences destructives), le champ renversé temporellement exact peut être reconstruit et réintroduisant cette singularité d'espace. La source active émettant le signal  $f_{T+t_0}(-t)$  agit alors comme une « source d'antibruit » spatial. En effet, le champ émis par le miroir à retournement temporel émis par le MRT, superposé au champ  $p_{AS}$  émis au bon moment par la « source d'antibruit », localisée au point  $\vec{r}_0$  recrée la situation exacte du champ retourné temporellement :

$$\begin{aligned}
 p_{TRAS}(\vec{r}; t) &= p_{TRM}(\vec{r}; t) + p_{AS}(\vec{r}; t) \\
 p_{AS}(\vec{r}; t) &= G(\vec{r}, \vec{r}_0; t) * f_T(-t) \\
 \Rightarrow p_{AS}(\vec{r}; t) &= G(\vec{r}, \vec{r}_0; -t) * f_T(-t) = p(\vec{r}; T - t)
 \end{aligned}
 \tag{A.2}$$

Par conséquent, en introduisant une source ponctuelle au point  $\vec{r}_0$ , l'onde divergente qui brisait la symétrie par retournement temporel dans les méthodes classiques de MRT a été supprimée, ainsi que la limite de diffraction, dont elle était la cause : la tache focale peut être alors beaucoup plus petite que la demi-longueur d'onde. Par ailleurs, comme indiqué dans l'équation (A.2), le champ créé grâce au dispositif de puits à retournement temporel reconstitue la même singularité que celle créée lors de l'émission initiale. La « source d'antibruit » agit comme un puits qui absorbe toute l'énergie incidente sans en réfléchir : le puits à retournement temporel donne accès à une méthode de focalisation d'ondes acoustiques avec une résolution tendant vers 0, lorsque la « source d'antibruit » et la source initiale sont ponctuelles.

Dans nos expériences, la « source d'antibruit » possède évidemment une dimension spatiale finie. Nous démontrerons dans la partie 4 de cet article que la tache focale créée grâce au puits à retournement temporel correspond à cette dimension finie, ce qui permet d'obtenir des taches focales bien plus petites qu'une demi-longueur d'onde.

### A.3.3 Spécificités dues à l'utilisation du retournement temporel dans le domaine audible

D'un point de vue théorique, les techniques de retournement temporel sont exactement les mêmes dans les domaines ultrasonores et audibles. Malgré tout, il y a d'importantes différences entre les techniques expérimentales utilisées dans ces deux domaines de longueur d'onde. La différence la plus importante est l'ordre de grandeur du rapport  $R$  entre la longueur d'onde et les structures sur lesquelles on souhaite focaliser, ou les transducteurs eux mêmes. Dans le domaine audible, l'ordre de grandeur de ce rapport est de 1. Par conséquent, l'acousticien travaille ici dans la zone de Fresnel, alors qu'il travaille dans le domaine de Fraunhofer avec les ondes ultrasonores (*i.e.*  $R \ll 1$ ). Par ailleurs, dans le domaine audible, les réponses électro-acoustiques des transducteurs composant le miroir à retournement temporel ne peuvent pas être négligées comme il l'est classiquement fait avec les transducteurs ultrasonores. Ces réponses électro-acoustiques, très différentes en émission et en réception, doivent être compensées pendant le processus de retournement temporel en utilisant des filtres numériques. Ces différences, parmi d'autres, compliquent la mise en œuvre expérimentale du retournement temporel dans le domaine audible, ce qui peut expliquer le manque d'applications existantes dans ce domaine de fréquences à ce jour.

## A.4 Protocole expérimental : dispositif et méthodes

Les expériences de focalisation ont été réalisées dans une salle atténuée hexagonale de 1.1 m de côté (salle A) et dans une salle réverbérante parallélépipédique (salle B,  $5 \times 6 \times 3 \text{ m}^3$ ), afin de comparer le comportement de focalisation entre ces deux types d'environnements. Au delà de 200 Hz, la salle A possède une réponse en fréquence plate et un temps de Sabine de 0.05 s [60]. La salle B, quant à elle, exhibe un temps de Sabine de 3 s [55]. Malgré le fait que le retournement temporel soit une méthode adaptative, il est intéressant d'étudier l'influence du caractère réverbérant ou non sur les caractéristiques de focalisation spatio-temporelles grâce à un MRT ou à un puits dans le domaine audible.

Dans la salle A, le MRT est constitué de 12 microphones à électret omnidirectionnels (valable de 50 Hz à 16 000 Hz), colocalisés avec 12 enceintes STUDER A3. Les 12 haut-parleurs sont suspendus sur une structure qui entoure la salle atténuée. La distance entre chaque transducteur est de 1 m. Les microphones et les haut-parleurs sont pilotés par un ordinateur, grâce à une carte son à sortie optique et un convertisseur full-duplex AN/NA externe à 24 bits (RME ADI-8 Pro). La fréquence d'échantillonnage utilisée dans toutes nos expériences est de 44 100 Hz.

La source initiale et la « source d’antibruit » utilisées dans cette expérience correspondent à une seule et même source Brüel & Kjær Omnisource. Cette source est une source omnidirectionnelle extrêmement compacte, ne comportant qu’un seul haut-parleur (voir Figure A.3), qui présente un diagramme de directivité beaucoup moins heurté que les sources omnidirectionnelles traditionnelles. Les mesures de directivité correspondent très bien avec un modèle simple de piston plan, localisé à l’ouverture de la source [61]. Il a été démontré que le diamètre du piston équivalent correspond au diamètre d’ouverture de la source (85 mm).

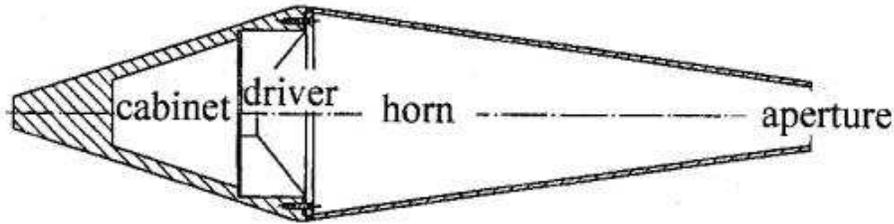


FIG. A.3: Le prototype de source Brüel & Kjær Omnisource (diamètre : 85 mm). Cette source est utilisée dans nos expériences en guise de source initiale et de « source d’antibruit ».

Dans chacune des deux salles, le champ acoustique renversé temporellement est enregistré grâce à un microphone à condensateur Brüel & Kjær de 1/2”, monté sur un banc de mesure motorisé à une dimension, permettant de scanner le champ de pression acoustique dans les domaines temporels et spatiaux. Dans la suite de cet article, ce microphone est désigné comme le « microphone de référence ».

Dans la salle réverbérante B, le MRT est constitué de 43 voies électroniques couplées à 43 haut-parleurs identiques, bafflés par une boîte de bois. Ces transducteurs sont espacés de 15 cm. Ils peuvent être aisément déplacés dans la salle, et sont pilotés par une mémoire de 1200 kbyte par l’intermédiaire de convertisseurs NA/AN à 10 bits, opérant à une fréquence d’échantillonnage de 20 000 Hz, permettant un stockage de 6 s de signal par voies environ. Les 43 transducteurs émettent simultanément, et tous les signaux sont envoyés à un ordinateur pilotant les opérations de filtrage et de retournement temporel.

Les expériences de focalisation sont menées dans la salle A et dans la salle B ,grâce au TRM, ou à la technique de focalisation par puits à retournement temporel dans le domaine audible. Chaque expérience est réalisée pour plusieurs domaines de fréquences et types d’ondes acoustiques. Les résultats correspondants sont présentés dans la section suivante.

## A.5 Analyse des résultats

La focalisation d'ondes acoustiques audibles a été réalisée dans les deux salles présentées dans la section précédente, en utilisant les techniques classiques de retournement temporel par MRT et la technique du puits à retournement temporel. Cette étude permet de comparer les capacités de focalisation spatio-temporelle entre ces deux environnements. Malgré le fait que les techniques de retournement temporel sont adaptatives, cette étude a pour but de montrer l'influence de l'environnement sur la qualité de retournement temporel des ondes acoustiques audibles, dans les domaines temporels et spatiaux, tant pour les expériences utilisant un MRT que les expériences utilisant le puits à retournement temporel.

### A.5.1 La réverbération : un avantage pour le retournement temporel

Dans cette section, les résultats de focalisation d'un signal audible dans les deux salles est présenté. La source initiale émet un signal transitoire, de spectre correspondant à une fenêtre de Blackmann spectrale, centrée à la fréquence  $f_0$  et de largeur de bande  $\Delta f = 3000$  Hz (voir Figure A.4).

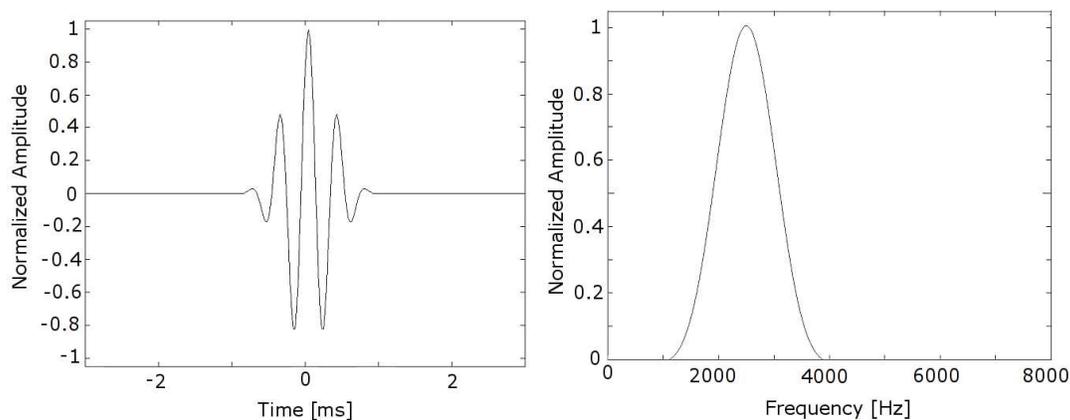


FIG. A.4: Représentation temporelle (à gauche) et spectrale (à droite) d'un signal typique émis par la source initiale. Ici,  $\Delta f = 3000$  Hz et  $f_0 = 2500$  Hz.

Le choix s'est porté sur ce type de signal, pour sa « couleur » spectrale marquée, qui permet de réaliser une étude précise de la variation de la qualité de focalisation en fonction de la longueur d'onde centrale du signal émis. Par ailleurs, il a été prouvé que le rapport signal sur bruit pour

une expérience de retournement temporel est bien meilleur lorsque la largeur de bande du signal est plus grande [26] [62].

Le signal est émis par une source initiale, placée au centre de la salle. Le champ de pression est enregistré sur la surface de contrôle ( $S$ ) par les microphones. Les signaux sont alors filtrés, afin de compenser les réponses en fréquence des haut-parleurs et des microphones<sup>1</sup>, et renversés temporellement. Le filtrage est réalisé en mesurant chacune des réponses électro-acoustiques des transducteurs, et en compensant ces réponses en utilisant des filtres numériques pendant le processus de retournement temporel. Les signaux renversés temporellement sont alors réémis par les haut-parleurs, et enregistrés par le microphone de référence, monté sur un banc de mesure motorisé. Ces mesures permettent d’avoir accès aux variations spatio-temporelles du champ de pression acoustique focalisé. Le banc de mesure était en place pendant l’émission initiale directe, et la source initiale est laissée en place pendant la rétropropagation, de manière à ne pas changer les propriétés physiques dans le milieu de propagation entre l’étape d’enregistrement et l’étape de rétropropagation. Cette expérience a été reproduite pour  $f_0 \in [2000; 5500]$ Hz, à chaque 500 Hz et pour plusieurs positions du banc de mesure, permettant de tracer une carte bidimensionnelle de la pression acoustique quadratique ( $p^2$ ).

La figure A.5 représente le scan spatial de l’intensité acoustique mesurée dans la salle A par le microphone de référence, pour  $\Delta f = 3000$  Hz et  $f_0 = 2500$  Hz . Cette intensité est mesurée à l’instant exact du « collapse », et les mesures ne sont pas moyennées. Sur chacune des figures montrant des scans spatio-temporels dans la suite de cet article, l’origine des coordonnées spatiales correspond à la position de la source initiale.

La figure A.6 correspond à une coupe transverse du diagramme tridimensionnel présenté à la figure A.5. Sur ces deux figures apparaît un pic principal de focalisation, centré sur le point focal. Cette tache de focalisation est entourée de plusieurs lobes spatiaux secondaires. Le niveau de ces lobes secondaires dépend à la fois de la bande de fréquence, et du nombre de transducteurs composant le miroir à retournement temporel [63]. L’intensité acoustique théorique est tracée à la figure A.6. Cette courbe est calculée à partir de la distribution spectrale du signal focalisé. La prédiction théorique a été faite en considérant qu’un transducteur est présent à chaque demi-longueur d’onde, et que la tache de focalisation d’un signal monochromatique correspond à une distribution de Bessel spatiale. Dans la mesure où moins de transducteurs ont ici été utilisés dans le miroir à retournement temporel, les lobes secondaires spatiaux sont légèrement plus conséquents que les lobes secondaires théoriques, mais les résultats expérimentaux restent

---

<sup>1</sup>dans le domaine audible, les réponses électro-acoustiques des transducteurs ne peuvent être négligées

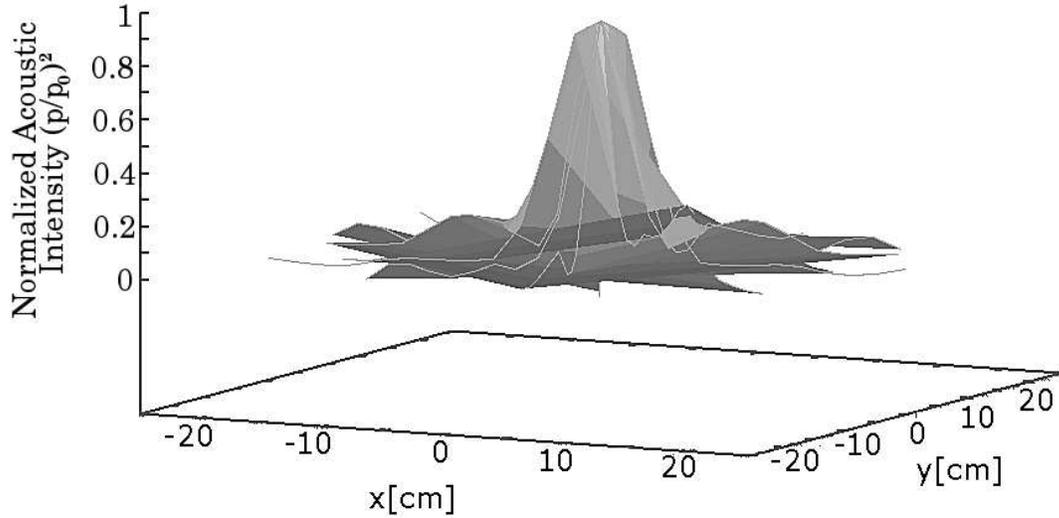


FIG. A.5: *Scan spatial de l'intensité acoustique de l'onde acoustique focalisée, à l'instant du « collapse », en utilisant un MRT dans la salle atténuée A. Le plan horizontal représente les coordonnées spatiales du microphone de référence. L'intensité acoustique normalisée est représentée verticalement et en échelle de gris.  $\Delta f = 3000$  Hz et  $f_0 = 2500$  Hz.*

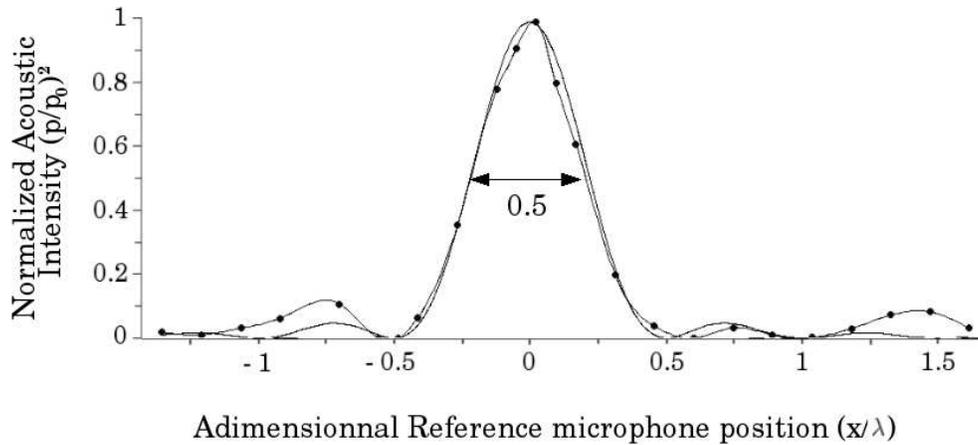


FIG. A.6: *Scan spatial de l'intensité acoustique de l'onde acoustique focalisée, à l'instant du « collapse », en utilisant un MRT dans la salle atténuée A. Cette figure correspond à une coupe transverse de la figure A.5. – Pointillés : résultats expérimentaux – Continu : Modèle théorique*

extrêmement satisfaisants en comparaison de la tache focale théorique attendue.

Draeger et al. [26] [62] ont démontré qu'un environnement réverbérant présente un certain

nombre d'avantages pour la focalisation par retournement temporel. En particulier, la recompression spatiale est meilleure dans un milieu réverbérant, qui permet d'augmenter l'ouverture synthétique apparente du MRT utilisé. La réverbération crée des sources virtuelles qui contribuent à la reconstruction du champ rétropropagé, et étendent virtuellement la taille du MRT en augmentant le nombre effectif de transducteurs utilisés.

Afin d'étudier ces effets de la réverbération sur la qualité de focalisation, nous avons mené plusieurs expériences de focalisation, en utilisant un nombre variable de haut-parleurs. Dans ces expériences, nous tirons profit de la réciprocité spatiale pour créer une source initiale virtuelle. Au lieu d'émettre un son grâce à une source initiale localisée à la position  $\vec{r}_0$  et d'enregistrer le champ simultanément sur  $N$  microphones, le même signal est émis successivement par chacun des haut-parleurs du MRT, et enregistré sur le microphone de référence, placé à la position  $\vec{r}_0$ . Cette application du théorème de réciprocité spatiale permet alors de n'utiliser qu'un seul microphone pour l'expérience de focalisation, et  $N$  haut-parleurs, plutôt que  $(2N + 1)$  transducteurs (voir Figure A.7).

Les figures A.8 et A.9 montrent des résultats typiques obtenus lors des ces expériences de focalisation spatio-temporelle dans la salle réverbérante B (le signal focalisé dans ces deux expériences possède un spectre correspondant à une fenêtre spectrale de Blackmann avec  $f_0 = 3500$  Hz et  $\Delta f = 6895$  Hz =  $1.97f_0$ ).

La figure A.8 représente l'intensité acoustique normalisée  $(\frac{p}{p_0})^2$ , focalisée par un MRT composé de 43 haut-parleurs. L'intensité acoustique normalisée est tracée en fonction du temps et des coordonnées d'espace. Cette figure exhibe une compression temporelle très précise, et une grande qualité de focalisation spatiale, avec un très grand rapport pic à lobes secondaires (PSR)<sup>2</sup>. Ce résultat est directement lié au fait que le retournement temporel correspond à la fois un filtre adapté spatial [64] et temporel [30].

La figure A.9 compare les intensités acoustiques normalisées  $(\frac{p}{p_0})^2$  focalisées par un MRT composé d'un seul haut-parleur d'une part, et d'un MRT composé de 43 haut-parleurs d'autre part. L'intensité acoustique normalisée est tracée en fonction du temps (au point focal) et des coordonnées spatiales (à l'instant du « collapse »). Sur cette figure, on peut observer que la focalisation spatio-temporelle obtenue est encore de bonne qualité en utilisant uniquement un

---

<sup>2</sup> $PSR = NiveauduLobePrincipal/NiveauesLobesSecondaires$

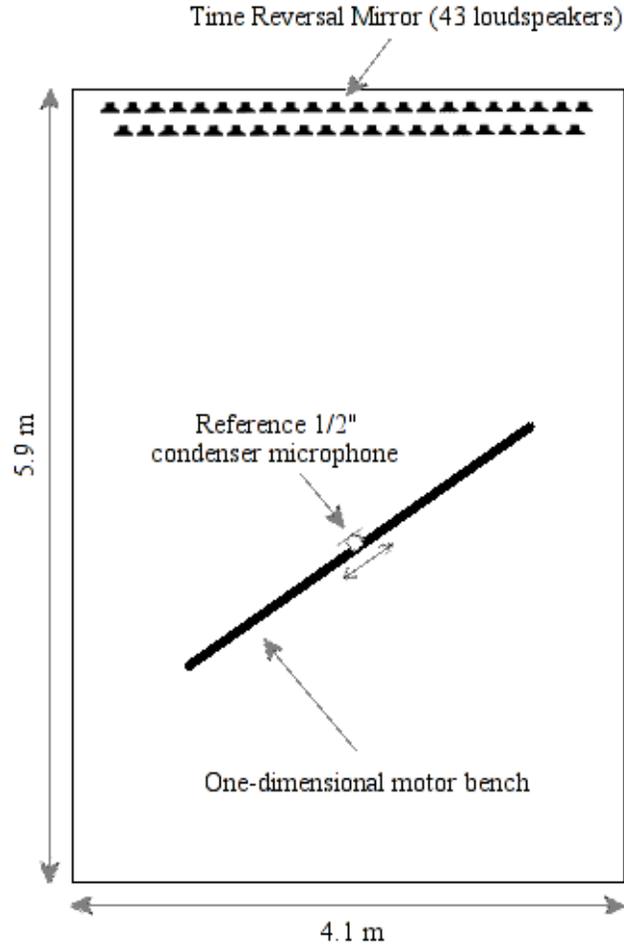


FIG. A.7: *Protocole expérimental dans la salle réverbérante B.*

MRT à un transducteur. Cependant, le niveau signal à bruit diminue légèrement par rapport à l'expérience à 43 haut-parleurs, dans les domaines spatiaux et temporels, confirmant bien que ce niveau est relié au nombre de transducteurs (réels ou virtuels) composant le MRT [62].

Ces résultats montrent que la résolution spatiale de focalisation, ainsi que la compression temporelle, sont similaires en utilisant un transducteur ou 43 transducteurs dans la salle réverbérante. La résolution spatiale de focalisation correspond à la théorie d'une demi-longueur d'onde. La compression temporelle obtenue dans cet environnement réverbérant est également la même que celle du signal émis par la source initiale. Ces résultats confirment la qualité de focalisation dans les domaines temporels et spatiaux, même en n'utilisant qu'un seul transducteur.

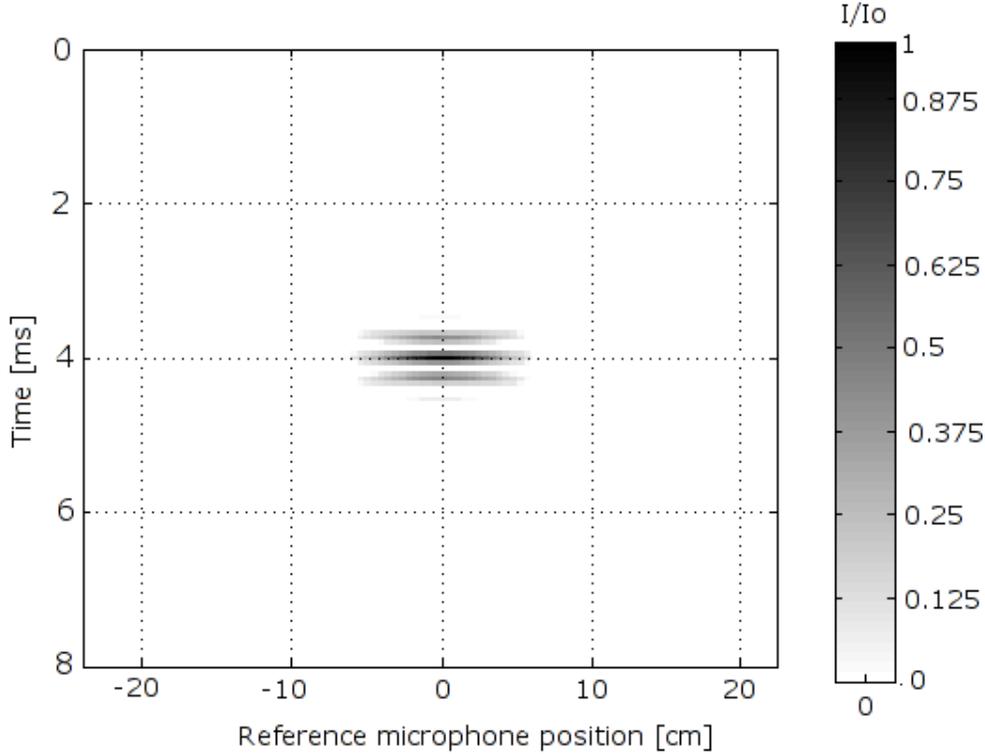


FIG. A.8: *Intensité acoustique normalisée  $\frac{I}{I_0} = \left(\frac{p}{p_0}\right)^2$  (niveaux de gris) de la focalisation spatio-temporelle par MRT dans la salle réverbérante B en utilisant 43 haut-parleurs.  $f_0 = 3500$  Hz et  $\Delta f = 1.97f_0$*

La comparaison entre les résultats obtenus dans la salle A et la salle B permet de tirer deux résultats ; le processus de retournement temporel tire avantage de la réverbération en créant des transducteurs virtuels, et en augmentant par conséquent la qualité de focalisation. Cette augmentation de l'ouverture synthétique du miroir à retournement temporel permet alors d'obtenir une focalisation spatio-temporelle de bonne qualité en utilisant un nombre restreint de transducteurs. D'une manière générale, la focalisation obtenue dans un environnement réverbérant grâce à un MRT permet d'obtenir une meilleure focalisation spatiale : dans le domaine spatial, la focalisation réalisée dans la salle réverbérante B possède des lobes secondaires beaucoup moins énergétiques (le niveau des lobes secondaires dépend à la fois de la largeur de bande fréquentielle et du nombre de transducteurs [63]). En revanche, dans le domaine temporel, un environnement atténué permet d'obtenir de meilleurs résultats de compression temporelle ; dans une salle réverbérante, les premières réflexions sur les parois, cohérentes entre elles, sont retournées temporellement et focalisées, produisant par conséquent des lobes secondaires temporels plus élevés et contribuant à l'augmentation du bruit temporel.

Le résultat obtenu grâce à un MRT composé d'un seul haut-parleur dans un environnement réverbérant confirme les résultats présentés par Draeger *et al.* dans le domaine de l'acoustique ultrasonore [26] : l'information contenue dans les réflexions des ondes provenant de l'unique source composant le MRT suffisent à recréer une onde renversée temporellement dans une cavité ergodique fermée. La salle réverbérante utilisée dans nos expériences est légèrement différente de ce cas idéal. Cependant, certaines similitudes avec les résultats obtenus par Draeger *et al.* peuvent être établies. Dans notre cas, la réverbération dans la salle crée des sources virtuelles contribuant à la focalisation : toute l'information sur le système est contenue dans le champ diffus enregistré en un seul point de la salle. C'est la réverbération de la salle qui permet de focaliser efficacement une onde acoustique avec un seul microphone et un haut-parleur.

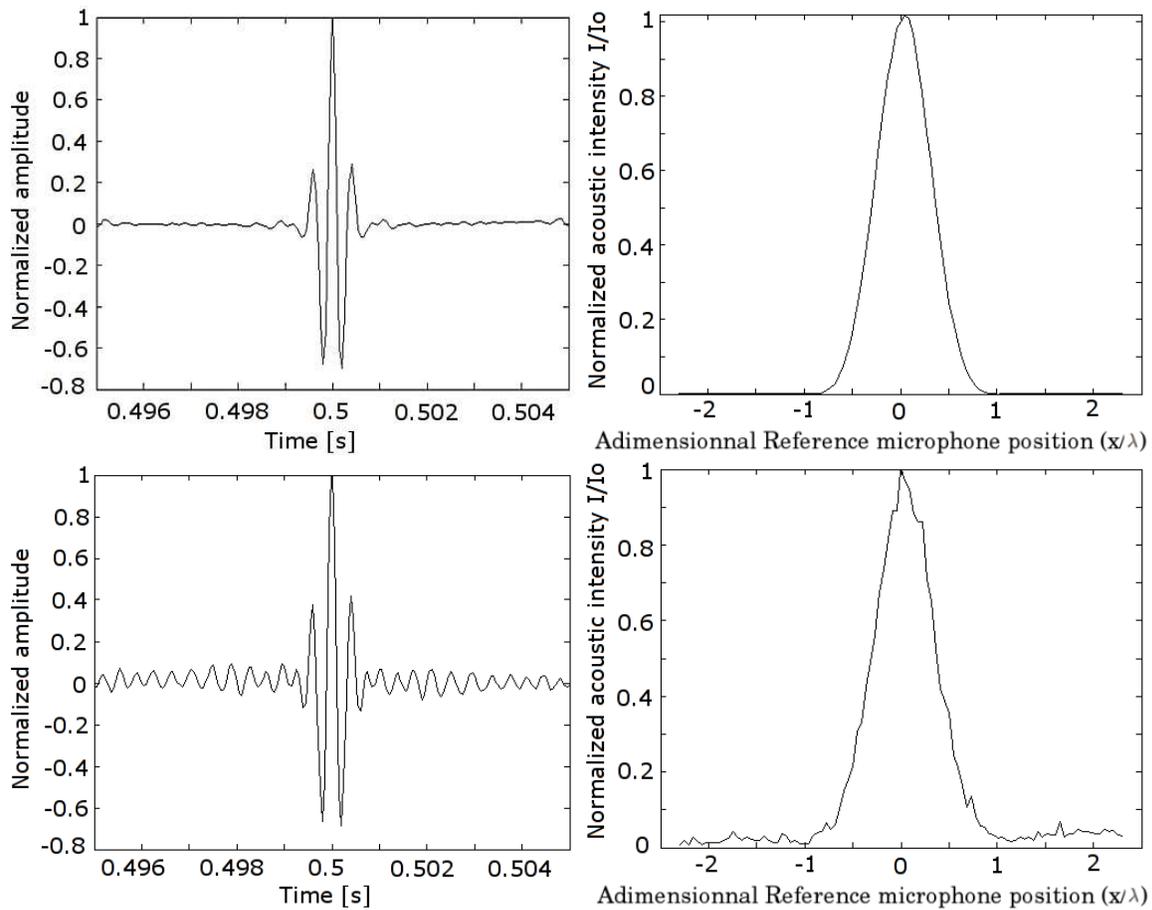


FIG. A.9: Représentation temporelle du signal reçu par le microphone de référence au point focal (à gauche), et intensité acoustique normalisée  $\frac{I}{I_0} = \left(\frac{p}{p_0}\right)^2$  en fonction des coordonnées spatiales à l'instant du « collapse » (à droite) dans la salle réverbérante B en utilisant un MRT à 43 haut-parleurs(en haut) et un MRT à un seul haut-parleur (en bas).  $f_0 = 3500$  Hz et  $\Delta f = 1.97 f_0$

Pour finir, ces résultats montrent que l’environnement réverbérant de la salle B permettent d’obtenir une focalisation plus efficace en utilisant moins de transducteurs que dans la salle atténuée A. Dans le cas extrême où un seul haut-parleur et un microphone sont placés à une position aléatoire de la salle B, on peut observer une focalisation de bonne qualité. Dans la suite de cet article, nous présentons la focalisation obtenue grâce à un MRT composé de 43 haut-parleurs et d’un puits à retournement temporel. Ces résultats correspondent aux expériences menées dans la salle réverbérante, car cette situation, en regard des résultats précédemment établis, permet d’obtenir une meilleure qualité de focalisation par reconstruction du champ de pression acoustique renversé temporellement.

#### A.5.2 Focalisation par MRT dans la salle réverbérante

Il est intéressant d’étudier la dépendance de la largeur de la tache focale en fonction de la longueur d’onde centrale du signal focalisé. Le signal transitoire focalisé présente une composante spectrale forte à la fréquence  $f_0$ , permettant de dresser cette étude. La théorie prédit que la tache focale obtenue par retournement temporel ne peut être plus petite que  $\lambda/2$ . Pour atteindre cette limite, il est nécessaire d’utiliser une source ponctuelle initiale et un échantillonnage spatial suffisant de transducteurs sur la surface ( $S$ ).

La focalisation acoustique obtenue avec 43 transducteurs dans la salle B a été réalisée pour différentes fréquences centrales  $f_0 \in [500; 3500]\text{Hz}$  et  $\Delta f = 1.97f_0$ . Figure A.10 représente la largeur de la tache focale en fonction de la longueur d’onde centrale pour ces différentes expériences. Cette courbe démontre que la largeur idéale d’une demi-longueur d’onde n’est pas dépassée en utilisant le MRT dans la salle B, comme prédit par la théorie. Ici, l’échantillonnage spatial sur le MRT est de  $\lambda/2$ , et le nombre de transducteurs (réels et virtuels) est suffisant grâce à la réverbération. Même si les sources composant le MRT ne sont pas ici ponctuelles, la résolution spatiale de focalisation correspond très bien au cas théorique idéal et atteint même cette limite de  $\frac{\lambda}{2}$ .

En revanche, en considérant que ces expériences sont menées dans le domaine des basses fréquences audibles, il serait intéressant d’obtenir une focalisation super-résolue, non limitée par la longueur d’onde. En effet, dans ce domaine de longueur d’ondes, le rapport entre la longueur d’onde et la taille des structures sur laquelle on souhaite focaliser est proche de 1. Par conséquent, dans de nombreuses applications de contrôle non-destructif / non-invasif et d’excitation

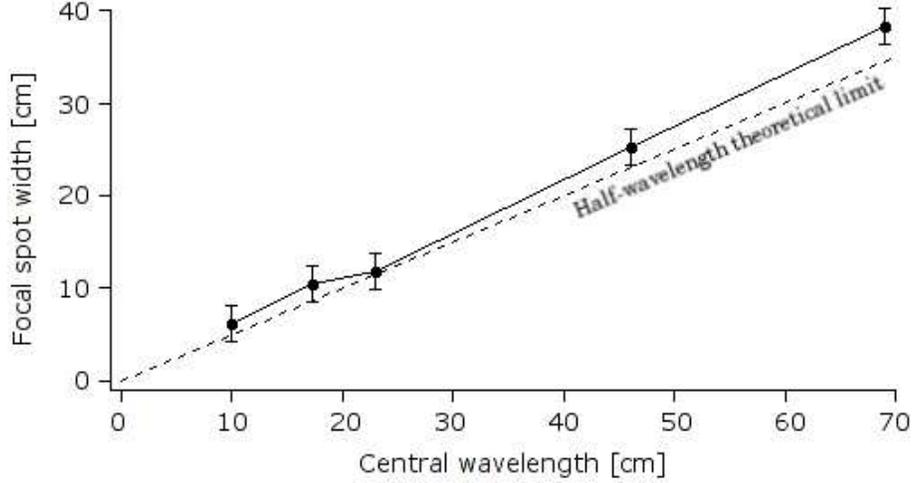


FIG. A.10: Étude de la largeur de la tache focale en fonction de la longueur d'onde centrale, pour un TRM composé de 43 haut-parleurs dans la salle réverbérante B : résultats expérimentaux (trait continu) et limite théorique (pointillés)

localisée de structures vibrantes, des capacités à haute résolution sont nécessaires.

### A.5.3 Focalisation à haute résolution dans une salle réverbérante grâce au puits à retournement temporel

Une expérience similaire, utilisant les mêmes signaux, est réalisée, en utilisant la technique du puits à retournement temporel. Dans cette expérience, la source initiale est toujours créée en utilisant le théorème de réciprocité spatiale. La « source d'antibruit », quant à elle, est une des 43 voies utilisées précédemment dans le miroir à retournement temporel, et est placée à la position de la source initiale,  $\vec{r}_0$ , pendant la propagation directe et la rétropropagation, de manière à ne pas introduire de modification du milieu entre ces deux étapes. La « source d'antibruit » émet le signal initial renversé temporellement  $f_{T+t_0}(-t)$ , simultanément à l'émission du champ renversé par le miroir. Grâce à ce processus, les ondes divergentes qui suivent l'instant du « collapse » sont supprimées par interférences destructives.

La figure A.11 représente un résultat typique de focalisation grâce à cette technique. Sur cette figure, l'intensité acoustique normalisée  $(\frac{p}{p_0})^2$  focalisée par le puits à retournement temporel est représentée en fonction du temps et des coordonnées spatiales. Dans ce cas, l'expérience a été

réalisée pour  $f_0 = 750 \text{ Hz}$  et  $\Delta f = 1.97 f_0$ . L'observation de ce résultat permet de déduire que le processus permet une bonne compression temporelle, correspondant au son transitoire focalisé sur la cible, ainsi qu'une focalisation spatiale très efficace. Les lobes secondaires spatiaux sont supprimés du motif focal : la « source d'antibruit » permettant de réaliser le puits à retournement temporel agit comme un dispositif permettant de supprimer l'onde divergente. Toutes les ondes convergentes sont "absorbées" par le puits, puisque les ondes divergentes suivant l'instant du « collapse » sont supprimées par interférences grâce à la « source d'antibruit ». Par conséquent, on recrée l'image renversée temporellement de l'émission de la source. Dans cette expérience, la tache focale observée est de 82 mm, et la longueur d'onde est égale à 460 mm. Ainsi, le puits a permis dans ce cas de réaliser une focalisation à  $\lambda/5$  : la méthode du puits permet de dépasser la limite de diffraction, et permet de réaliser une onde focalisante à haute résolution.

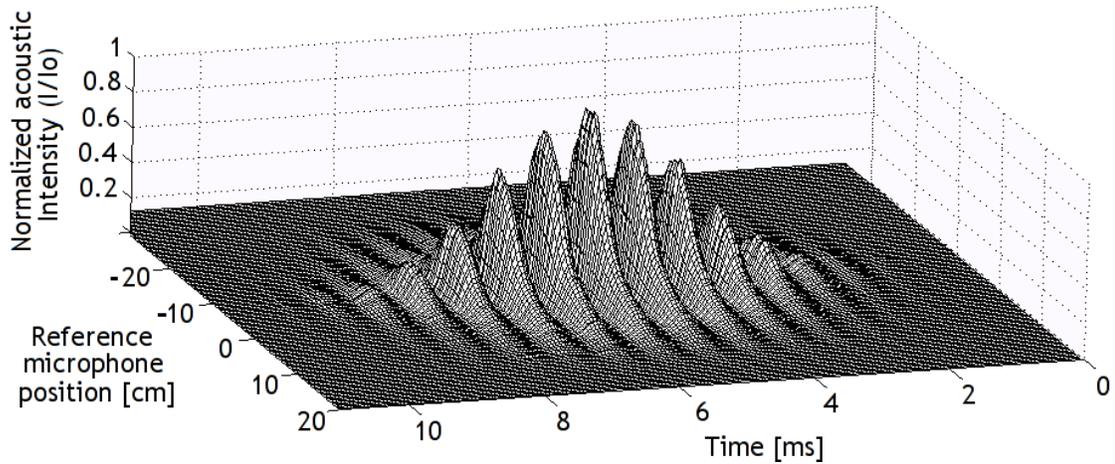


FIG. A.11: *Intensité acoustique normalisée  $\frac{I}{I_0} = \left(\frac{p}{p_0}\right)^2$  en fonction du temps et des coordonnées spatiales, autour du point focal spatio-temporel réalisé grâce au puits à retournement temporel dans la salle B.  $f_0 = 500 \text{ Hz}$  et  $\Delta f = 1.97 f_0$*

L'expérience a été reproduite pour plusieurs fréquences centrales  $f_0 \in [500; 3500] \text{ Hz}$ , afin de pouvoir étudier la dépendance de la largeur de la tache focale et la longueur d'onde. La focalisation la plus efficace est obtenue pour  $f_0 = 500 \text{ Hz}$ , comme le montrent les figures A.12 et A.13. La figure A.12 représente l'intensité acoustique normalisée  $\left(\frac{p}{p_0}\right)^2$  focalisée par le MRT (en haut) et le puits (en bas). Cette intensité est tracée en fonction du temps et des coordonnées spatiales, pour  $f_0 = 500 \text{ Hz}$  et  $\Delta f = 1.97 f_0$ .

On peut remarquer une différence essentielle entre les deux B-scans de la figure A.12 : le puits à retournement temporel permet de focaliser à une résolution spatiale beaucoup plus pe-

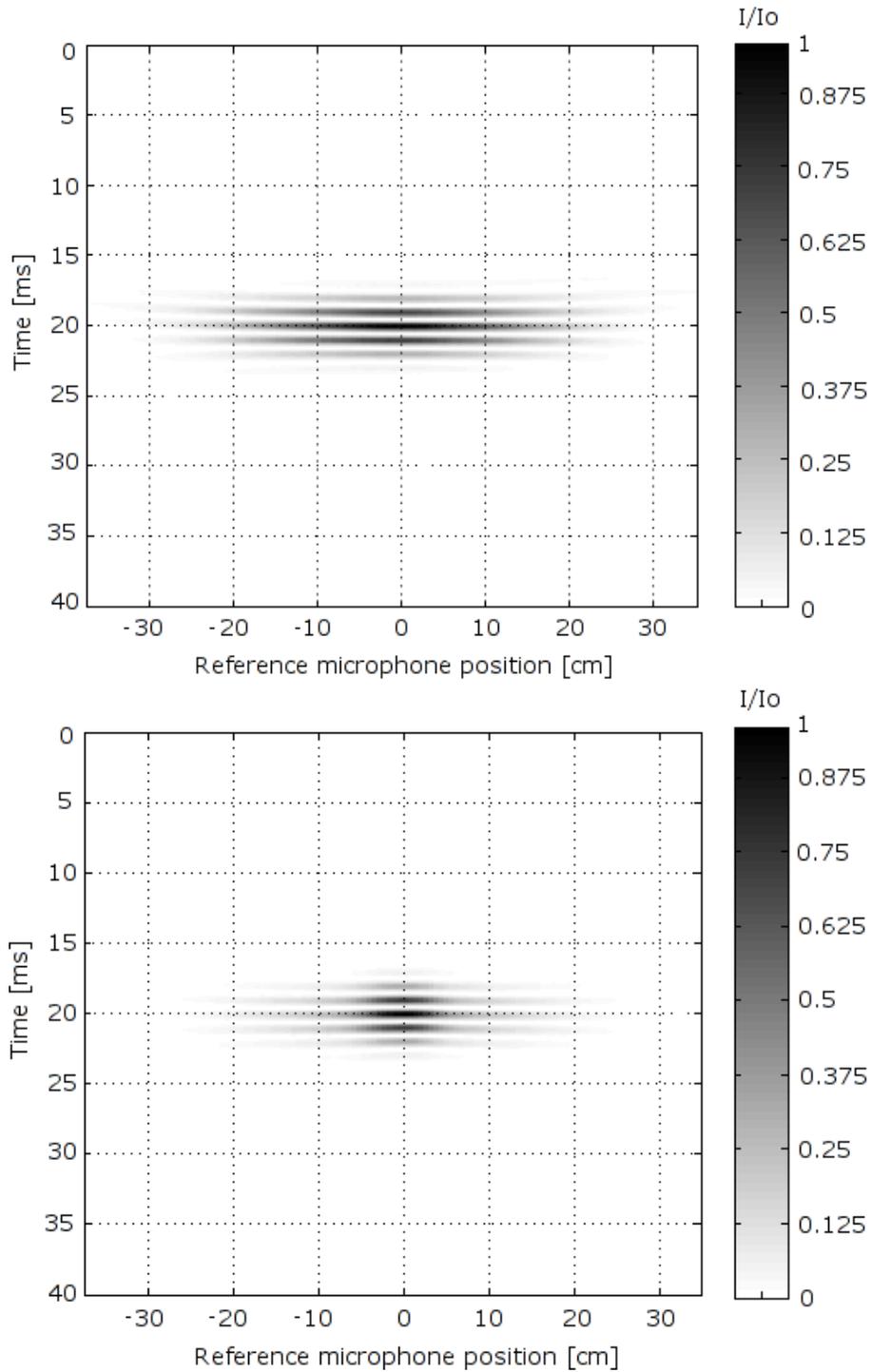


FIG. A.12: *B-Scan* : Intensité acoustique normalisée  $\frac{I}{I_0} = \left(\frac{p}{p_0}\right)^2$  mesurée dans la salle réverbérante *B*, avec un MRT à 42 haut-parleurs (en haut) et le puits (en bas).  $f_0 = 500$  Hz et  $\Delta f = 1.97 f_0$ .

tite qu'avec un MRT. La « source d'antibruit » permet de dépasser la limite de diffraction en

supprimant l'onde divergente autour du point focal. Par conséquent, les lobes secondaires spatiaux disparaissent et l'onde convergente est "absorbée" par la « source d'antibruit », permettant ainsi de créer une tache focale beaucoup plus fine.

La figure A.13 représente la dépendance spatiale de l'intensité acoustique focalisée par le MRT et le puits, à l'instant du « collapse ». Cette représentation permet d'évaluer précisément la taille de la tache focale, et de comparer les performances du MRT et du puits à retournement temporel. Le puits, comme attendu, permet de focaliser l'onde acoustique spatialement de manière beaucoup plus fine que le MRT. Dans cette configuration ( $f_0 = 500$  Hz et  $\Delta f = 1.97 f_0$ ), la longueur d'onde est de 690 mm, et la largeur à mi-hauteur de la tache focale est de 96 mm, ce qui correspond à une focalisation à  $\lambda/7$ .

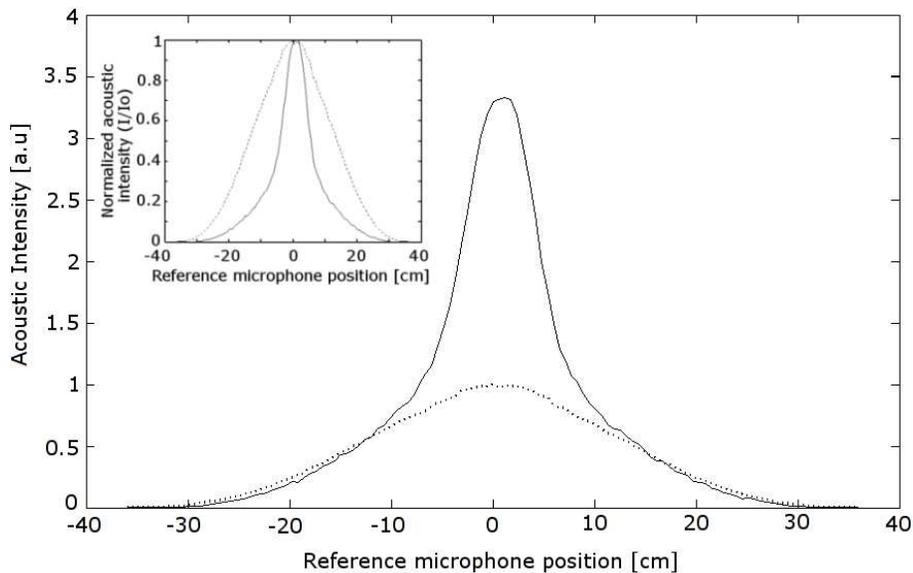


FIG. A.13: *Intensité acoustique à l'instant du « collapse » dans la salle réverbérante B, avec un MRT à 42 haut-parleurs (pointillés) et avec le puits à retournement temporel (trait plein).  $f_0 = 500$  Hz et  $\Delta f = 1.97 f_0$ . Les intensités normalisées sont tracées dans l'encart, pour référence.*

La figure A.14 représente la largeur de la tache focale obtenue grâce au puits, pour différentes longueurs d'ondes centrales de signaux focalisés. Sur cette figure, on peut observer que la largeur de la tache focale est plus petite que la limite de diffraction grâce à l'utilisation du puits. La taille de la tache focale est quasi-constante, et reste entre 79 mm et 96 mm pour toutes les longueurs d'ondes étudiées.

La largeur de la tache focale obtenue grâce au puits ne dépend plus de la longueur d'onde,

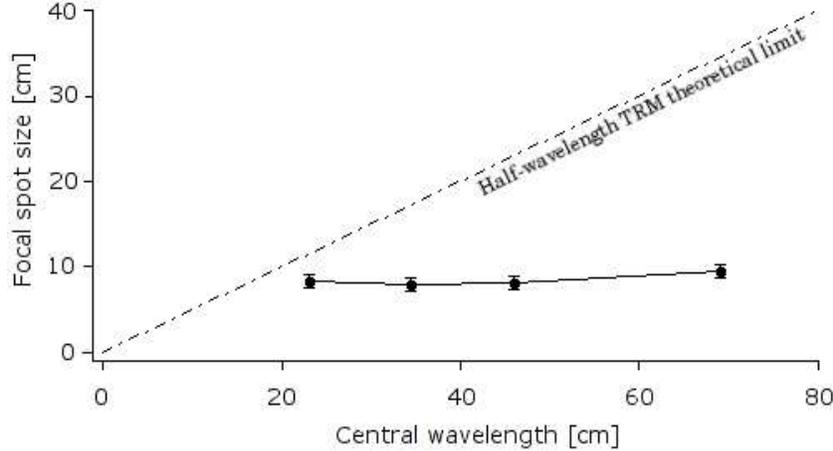


FIG. A.14: *Largeur de tache focale obtenue grâce au puits dans la salle réverbérante B, en fonction de la longueur d'onde centrale du signal focalisé : résultat expérimental (trait plein) et limite de diffraction du TRM (pointillés).*

puisque la limite de diffraction est supprimée grâce à ce dispositif. Par ailleurs, nous pouvons remarquer que la résolution est ici limitée par la dimension  $85 \text{ mm} \pm 10 \text{ mm}$ . Cette limite peut être interprétée comme une limite matérielle : la « source d'antibruit » utilisée ici n'étant pas ponctuelle, la taille de cette source crée une limite naturelle à la résolution. Cette hypothèse est confirmée par le fait que la source utilisée ici en tant que « source d'antibruit » peut être modélisée par un piston de diamètre  $85 \pm 5 \text{ mm}$ . Des résultats similaires ont été obtenus dans la salle atténuée, confirmant cette propriété essentielle du puits à retournement temporel expérimental : la limite de résolution imposée par le puits est uniquement une limite matérielle. La largeur de la tache focale obtenue grâce à un puits correspond à la taille finie de la « source d'antibruit ». Cette propriété permet d'ailleurs d'expliquer la résolution de  $\frac{\lambda}{14}$  obtenue par Rosny *et al.* [23] [20] en acoustique ultrasonore.

## A.6 Conclusions et Perspectives

Les techniques de puits à retournement temporel permettent de focaliser efficacement avec une résolution inférieure à la longueur d'onde. Ce type de résolution est nécessaire lorsque la taille des structures sont de l'ordre de grandeur de la longueur d'onde. Le puits permet d'utiliser l'invariance par retournement temporel dans des applications d'excitation non destructive de structures, dans le domaine des basses fréquences. C'est la première fois que cette technique est mise en œuvre dans le domaine des ondes acoustiques audibles. Le puits ultrasonore étudié par Rosny *et al.* [23] est mis en œuvre expérimentalement d'une manière différente, mais le principe

théorique reste le même. Celui-ci peut être énoncé en les termes suivants : un retournement temporel parfait nécessite de renverser temporellement à la fois le champ et les conditions aux limites. Ici, la « source d’antibruit » fait elle aussi partie des conditions aux limites, et doit être contrôlée afin d’obtenir un retournement temporel parfait.

Théoriquement, le protocole nécessite que la « source d’antibruit » soit placée à la position exacte du point focal. En pratique, celle-ci est positionnée à environ  $\frac{\lambda}{4}$  du point focal, sans perdre de qualité de recompression spatio-temporelle, en utilisant des filtres adaptés spatio-temporels pour corriger les effets du décalage de la position de la « source d’antibruit » sur le signal à envoyer pour réaliser le puits. Cette technique a été utilisée dans toutes nos expériences et fournit des résultats probants. Ainsi, le puits à retournement temporel peut être utilisé pour l’excitation non destructive et non invasive localisée sur des structures, sans avoir besoin de placer la « source d’antibruit » au contact de cette structure.

Pour finir, le puits à retournement temporel peut être utilisé pour imager des sources acoustiques. Cette application du puits à retournement temporel est en cours de développement. La technique proposée, utilisant un puits *numérique* à retournement temporel, permet de localiser et de déterminer la taille caractéristique d’une source, y compris lorsque la taille de la source est beaucoup plus petite que la longueur d’onde. Cette méthode d’imagerie, consiste en l’enregistrement sur une antenne de l’émission d’une source inconnue. Les signaux enregistrés sont alors rétropropagés dans un milieu simulé numériquement. La source est ensuite localisée en utilisant la méthode du MRT, et on introduit une source ponctuelle numérique pour obtenir une image à haute résolution de la source. Cette technique permet de dépasser les limites expérimentales de la technique de puits (les dimensions finies et la position de la « source d’antibruit »). Afin d’être plus efficace, la « source d’antibruit » doit être ponctuelle, et être placée à la position exacte de la source à imager. Cette situation est impossible à réaliser expérimentalement. Les simulations numériques permettent l’utilisation d’une source ponctuelle, placée à la position de la source à imager, sans perturber le système. Ainsi, cette technique devrait permettre d’imager à haute résolution des sources (la taille, la position, et éventuellement la directivité de la source), comme le fait le puits à retournement temporel *expérimental* présenté ici. Cette application nous semble être prometteuse et est développée actuellement dans le cadre de ce projet de recherche.



## ANNEXE B

### TRADUCTION DE L'ARTICLE INCLUS AU CHAPITRE 3

#### Imagerie à haute résolution de sources vibratoires actives grâce au puits à retournement temporel

*Éric Bavu, Alain Berry, et Jean-Dominique Polack*

Soumis au Journal of Sound of Vibration (12/05/2008)

##### B.1 Résumé

La caractérisation et la détection de sources est un domaine de recherche important en acoustique et vibrations. La théorie du puits à retournement temporel (PRT), et ses applications à la *focalisation* ont été développées et appliquées dans le domaine des ultrasons et des ondes sonores audibles. Dans cet article, nous nous proposons d'adapter la méthode du puits à l'*imagerie* à haute résolution de sources vibratoires actives. La technique d'imagerie proposée permet d'imager à haute résolution des sources, et fournit une nouvelle méthode de caractérisation de sources actives dans un milieu connu. La technique est utilisée pour détecter des sources vibratoires dans une plaque d'aluminium encastrée aux 4 bords, en n'utilisant qu'un nombre limité de points de mesure. Tous les résultats obtenus démontrent les capacités à haute résolution de cette nouvelle technique. La technique d'imagerie par puits à retournement temporel numérique proposée ici permet non seulement de détecter la position des sources, mais également d'imager à haute résolution leur taille. Cette technique est donc une alternative efficace à d'autres techniques de détection de sources, comme l'holographie acoustique et le beamforming.

##### B.2 Introduction

Le concept de puits à retournement temporel a été introduit par Fink et al. [27] et par Rosny et al. [20] [23] dans le domaine des ultrasons, pour les ondes de Lamb dans une cavité chaotique de silicium. Récemment, Bavu et al. [3] [66] ont élargi le domaine d'application de cette méthode de focalisation au domaine de l'acoustique à basse fréquence, dans une salle réverbérante

et une salle atténuée. Cette technique permet de focaliser efficacement, à haute résolution. Il a été démontré que le puits à retournement temporel permet d'améliorer la limite de résolution par rapport au retournement temporel classique [23]. Cette technique est également très efficace dans un milieu chaotique ou réverbérant, permettant de focaliser en utilisant un miroir à retournement temporel (MRT) à une seule voie [66] [26] [62].

Les techniques de retournement temporel sont largement utilisées pour localiser des sources actives et des diffuseurs [67] [10] [11] [42] [51]. Ces techniques ont été utilisées pour détecter des sources d'impact sur des plaques [13] [14]. Cependant, le retournement temporel produit un phénomène d'interférences entre des ondes divergentes et des ondes convergentes autour du point focal. Ces interférences ne permettent au processus de localisation par rétropropagation numérique par retournement temporel qu'une résolution limitée à la demi-longueur d'onde, même si la source à imager est ponctuelle. Dans cet article, nous généralisons la technique du puits à retournement temporel à l'imagerie de sources actives dans une plaque en flexion. Cette technique d'imagerie permet d'obtenir une image à haute résolution des sources et fournir une nouvelle méthode de caractérisation et de détection de sources dans un milieu connu. Contrairement aux techniques existantes basées sur la formation de voies, le retournement temporel, ou la détection de temps de vol, la technique d'imagerie par puits permet d'obtenir des informations sur la taille de la source vibratoire sur la plaque, au lieu de ne localiser que le centre de cette source. La méthode TR-MUSIC [11] permet d'avoir une information sur la taille de sources passives, tandis que la méthode DORT est limitée en résolution. La méthode TR-MUSIC a été développée pour imager à haute résolution des diffuseurs ou des réflecteurs, alors que la technique d'imagerie par puits à retournement temporel présentée ici est développée pour l'imagerie de sources actives.

Dans cet article, nous considérons la situation suivante : une plaque encadrée aux quatre bords est excitée par un nombre arbitraire de sources ( $N$ ). L'onde de flexion résultante  $\Psi(\vec{r}, t)$  est enregistrée sur la surface de la plaque, en  $M$  points de contrôle. Dans un premier temps, les  $N$  sources émettent un signal impulsif inconnu  $s_i(t)$  sur la plaque ( $i \in [1 : N]$ ). Par linéarité du système, le signal mesuré sur le  $m^e$  point de contrôle peut être exprimé de la manière suivante ( $m \in [1 : M]$ ) :

$$\Psi(\vec{r}_m, t) = \sum_{i=1}^N G(\vec{r}_i, \vec{r}_m; t) * s_i(t) \quad (\text{B.1})$$

où  $s_i(t)$  est le signal source,  $G(\vec{r}_i, \vec{r}_m; t)$  est la fonction de Green entre le  $i^e$  point source et le  $m^e$  point de contrôle ( $*$  représente l'opérateur de convolution dans le domaine temporel).

La seconde étape consiste en la rétropropagation simulée des signaux renversés dans le temps  $\Psi(\vec{r}_m, -t)$ , à chaque point de contrôle. Cette simulation est réalisée grâce à un algorithme de différences finies dans le domaine temporel (FDTD), dans un milieu fictif, approchant les caractéristiques du milieu réel (ce qui, à cette étape du processus, est très proche de la technique TDTE présentée par Dominguez et al. [37]). À la fin de cette étape de simulation, il est possible de détecter la position de chaque source en utilisant une technique de détection de maximum spatio-temporel. La flèche renversée temporellement est alors extraite aux positions des sources détectées. Cette détection correspond à la localisation par rétropropagation numérique par retournement temporel de sources actives, mais la résolution est limitée par effets de diffraction entre les ondes convergentes et les ondes divergentes autour du point focal [18]. Cette résolution dépend de la longueur d'onde des modes de flexion excités dans la plaque encastrée. À cette étape du processus, nous n'avons aucune information sur la taille des  $N$  sources détectées. La dernière étape correspond à l'émission dans le milieu fictif de  $N$  puits *numériques* correspondant à la flèche extraite à l'étape précédente. Ces émissions sont réalisées simultanément aux  $M$  signaux du MRT. Les  $N$  puits sont placés aux positions exactes des sources actives détectées par rétropropagation numérique par retournement temporel à l'étape précédente. Cette simulation est réalisée à l'aide du même algorithme par différences finies que celui utilisé dans la seconde étape du processus.

Cette technique est une adaptation de la technique de focalisation à haute résolution proposée dans [66] : la rétropropagation et l'émission du puits sont ici simulées, au lieu d'être réalisées expérimentalement. Si la simulation par FDTD est précise et que le milieu de propagation est connu précisément, cette méthode d'imagerie possède les mêmes propriétés de résolution que la méthode de focalisation :

- la largeur de la tache focale ne dépend pas de la longueur d'onde, puisque les effets de diffraction sont supprimés par la technique de puits à retournement temporel.
- cette largeur de la tache focale correspond au  $\max(\phi_{source}, \phi_{sink})$ ,  $\phi_{source}$  étant la taille de la source à imager, et  $\phi_{sink}$  la taille du puits.

La source utilisée ici pour créer le puits numérique est une source idéale ponctuelle. Par conséquent, la résolution obtenue par ce processus correspond exactement à la taille de la source initiale. La méthode proposée permet non seulement de détecter la position des sources, mais elle permet également d'avoir une information à haute résolution sur la taille des sources, y compris dans le cas où celles-ci sont plus petites que la demi-longueur d'onde. De plus, le puits étant numérique et ponctuel, il peut être ajouté dans le milieu simulé sans modifier ses propriétés physiques (densité, rigidité). Dans la suite, nous démontrons ces propriétés. Dans une première

section, nous détaillons le protocole expérimental et présentons succinctement l’algorithme de rétropropagation. Le modèle numérique est ensuite testé et validé. Dans une troisième section, nous présentons les résultats d’imagerie par puits à retournement temporel et les comparons aux résultats obtenus par rétropropagation numérique par retournement temporel, de manière à démontrer les capacités à haute résolution de cette nouvelle technique d’imagerie, qui sera également comparée aux techniques usuelles de localisation de sources.

### B.3 Protocole expérimental – Méthodes

#### B.3.1 Protocole expérimental

Dans cet article, nous considérons la situation illustrée à la figure B.1. Une plaque d’aluminium encastrée, de dimensions 1050x750x3.125 mm (Table B.1), est excitée par un nombre arbitraire de sources. Les sources utilisées dans nos expériences sont des sources d’impact circulaires de tailles variées. Ces sources émettent des signaux impulsifs (des impacts) sur la plaque, dans une direction perpendiculaire à sa surface.

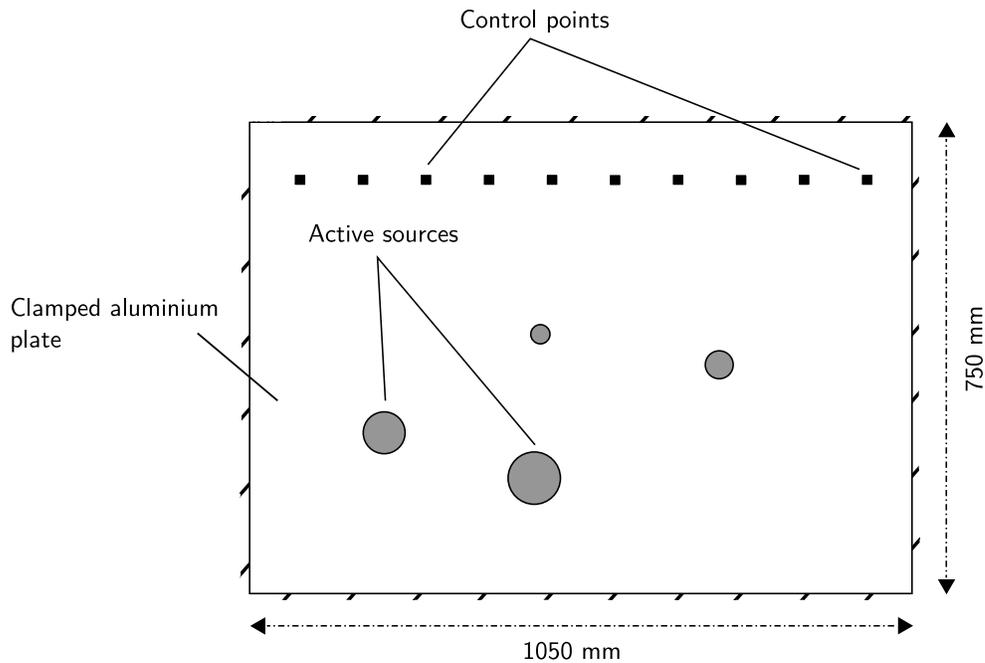


FIG. B.1: *Protocole expérimental – La position des sources d’impact et des points de contrôle est uniquement illustrative.*

Ces sources correspondent à des plaques métalliques circulaires, montées sur un pot vibrant. La vitesse transverse de la plaque est mesurée aux  $M$  points de contrôle à l'aide d'un vibromètre laser à balayage Polytec PSV-400. De manière à garantir une synchronisation précise entre les mesures sur ces points de contrôle, les signaux des sources impulsives sont générés grâce à Labview et deux cartes National Instrument NI-BNC-2110. Tous les signaux sont synchronisés grâce au générateur de signaux analogiques du vibromètre laser. La vitesse transverse mesurée sur les points de contrôle est acquise grâce aux cartes NI-BNC-2110 et au logiciel Labview. Ce dispositif expérimental possède une bande fréquentielle de mesure de [10 Hz – 500 kHz] et une fréquence d'échantillonnage de 1 MHz. Les mesures sont ensuite utilisées comme signaux sources dans le programme de simulation, afin de réaliser la rétropropagation dans la plaque encastrée simulée numériquement.

### B.3.2 Simulation numérique de rétropropagation par retournement temporel

L'algorithme développé pour simuler la rétropropagation par retournement temporel consiste en une modélisation de la propagation des ondes dans la structure. La simulation est réalisée en langage C, et utilise les différences finies dans le domaine temporel (FDTD). Les simulations sont lancées sur un cluster (872 processeurs Intel cadencés à 3.2 GHz, fournissant une performance de calcul maximale de 3 064 Gflops), de manière à réduire le temps de calcul (2 minutes environ sur cette architecture pour une rétropropagation dans la plaque encastrée simulée). Le code est flexible et compilable sur n'importe quelle architecture de processeur. Il est nécessaire de connaître la nature des ondes se propageant dans la plaque de manière à les simuler de manière précise. En premier lieu, la bande de fréquence des ondes générées dans la plaque doit être connue. Cette réponse spectrale a été mesurée grâce au vibromètre laser, qui possède une réponse fréquentielle plate entre 10 Hz et 2 MHz. La figure B.2 représente une réponse en fréquence typique mesurée sur la plaque. Au delà de 10 kHz, l'énergie contenue dans le champ de vibration peut être négligée. En effet, l'énergie transférée à la structure par les impacts est faible au delà de cette fréquence. Par conséquent, dans cette situation, le produit fréquence-épaisseur n'excède pas 0.04 MHz.mm : seuls les modes de Lamb  $A_0$  et  $S_0$  sont générés dans la plaque [68]. De plus, à ces fréquences, le premier mode antisymétrique  $A_0$  correspond à un mode de flexion et le premier mode symétrique  $S_0$  correspond à un mode d'extension longitudinale. Les plaques circulaires impactant la structure de manière transverse, le seul mode de vibration à considérer dans la simulation numérique est le mode de flexion.

Par conséquent, l'algorithme par FDTD doit décrire une plaque orthotrope de Kirchhoff-

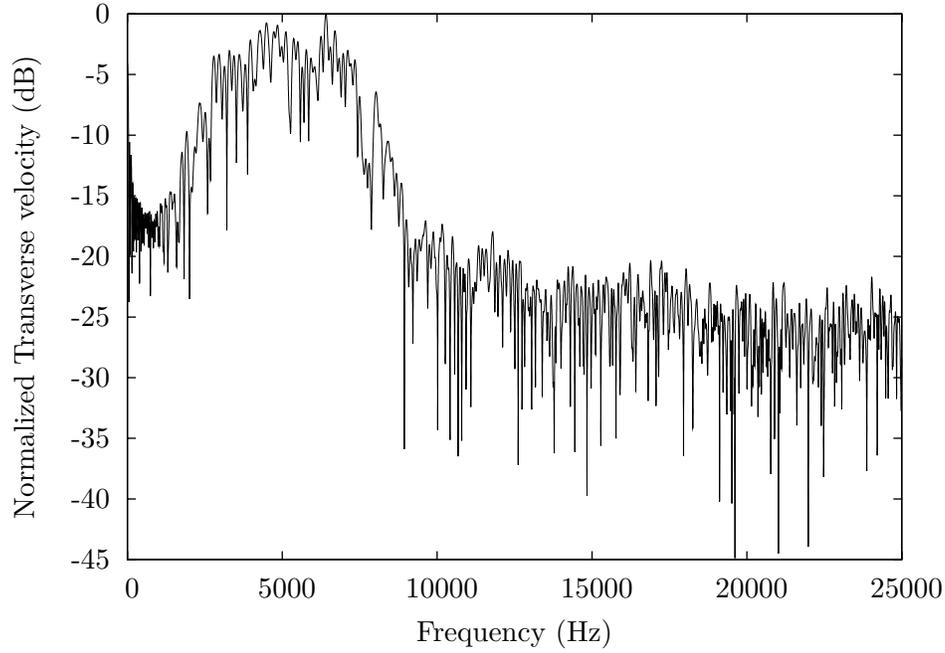


FIG. B.2: Réponse fréquentielle de vitesse transverse mesurée sur la plaque encastrée.

Love (le cas isotrope étant un cas particulier du cas orthotrope). En effet, les modes de vibration présents dans nos expériences peuvent être considérés comme des modes de flexion, et la plaque est suffisamment fine pour que l'on puisse considérer que la flèche  $W$  dépend uniquement des coordonnées  $x$ ,  $y$ , et  $t$  (voir FIG. B.3 pour la géométrie du problème).

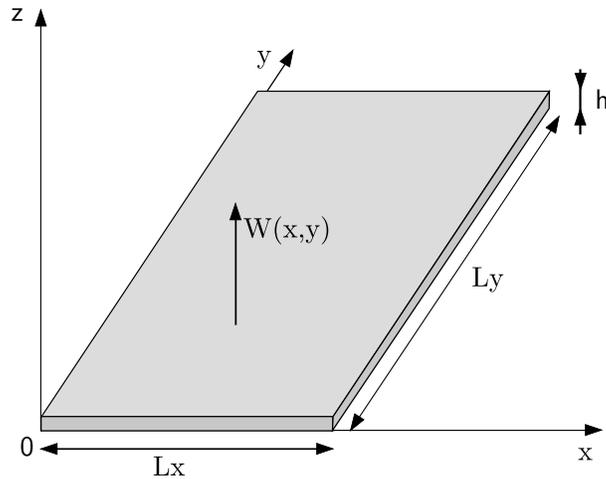


FIG. B.3: Géométrie de la plaque encastrée.  $L_x = 750\text{mm}$ ,  $L_y = 1050\text{mm}$ ,  $h = 3.125\text{mm}$

Les ondes de flexion dans une plaque orthotrope, dans l'approximation de Kirchhoff-Love correspondent aux équations suivantes [17] :

$$\left\{ \begin{array}{l} M_x(x, y, t) = -D_x \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} - \frac{D_{xy}}{2} \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \\ M_y(x, y, t) = -D_y \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} - \frac{D_{xy}}{2} \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \\ M_{xy}(x, y, t) = -\frac{D_k}{2} \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} \\ \rho h \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + F_z(x, y, t) \end{array} \right. \quad (\text{B.2})$$

où  $D_x$ ,  $D_y$ ,  $D_{xy}$ , et  $D_k$ , sont les quatres rigidités de la plaque :

$$\left\{ \begin{array}{l} D_x = h^3 \frac{E_x}{12(1 - \nu_{xy}\nu_{yx})} \\ D_{xy} = h^3 \frac{E_x \nu_{yx}}{6(1 - \nu_{xy}\nu_{yx})} \\ D_y = h^3 \frac{E_y}{12(1 - \nu_{xy}\nu_{yx})} \\ D_k = h^3 \frac{G_{xy}}{3} \end{array} \right. \quad (\text{B.3})$$

et  $W$  la flèche,  $\rho$  la masse volumique,  $E_x$ ,  $E_y$  sont les modules d'Young dans les directions  $x$  et  $y$ ,  $G_{xy}$  est le module de cisaillement,  $\nu_{xy}$  et  $\nu_{yx}$  sont les coefficients de Poisson,  $F_z(x, y, t)$  est la force surfacique sur la plaque, et  $M_x$ ,  $M_y$ ,  $M_{xy}$  sont les moments de flexion et de torsion. Dans le cas d'une plaque isotrope,  $\nu_{xy} = \nu_{yx} = \nu$ ,  $E = E_x = E_y$ , et  $G_{xy} = \frac{E}{2(1 + \nu)}$ . Par conséquent, les relations précédemment énoncées deviennent  $D_x = h^3 \frac{E}{12(1 - \nu^2)}$ ,  $D_{xy} = h^3 \frac{E\nu}{6(1 - \nu^2)}$ ,  $D_y = D_x$ , et  $D_k = h^3 \frac{E}{6(1 + \nu)}$ . Il est important de noter que ce modèle suppose qu'il n'y a pas d'atténuation dans la plaque. L'influence des pertes dans le processus d'imagerie est étudiée à la section B.4.1.

La plaque étant encadrée aux quatre bords, les conditions aux limites sont :

$$\left\{ \begin{array}{l} W(L_x, y, t) = W(x, L_y, t) = W(0, y, t) = W(x, 0, t) = 0 \\ \frac{\partial W}{\partial x}(L_x, y, t) = \frac{\partial W}{\partial y}(x, L_y, t) = \frac{\partial W}{\partial x}(0, y, t) = \frac{\partial W}{\partial y}(x, 0, t) = 0 \end{array} \right. \quad (\text{B.4})$$

Ces équations sont alors discrétisées dans le domaine temporel et dans le domaine spatial, en utilisant les différences finies, qui permettent de modéliser de manière précise les problèmes de vibration dans le domaine temporel [69] [70]. Le processus de retournement temporel nécessite une approche temporelle. En effet, une expansion modale nécessiterait de calculer la réponse de la plaque dans le domaine spectral, et une transformée de Fourier inverse pour obtenir les réponses temporelles. Le schéma numérique choisi est un schéma explicite centré d'ordre 2 en temps et d'ordre 4 en espace. La flèche et les moments fléchissants sont calculés sur une grille rectangulaire, et les moments torsionnels sont calculés en utilisant des opérateurs décentrés. Cette approximation décentrée permet de conserver le caractère explicite de la formulation numérique. Les pas d'espace et de temps  $\Delta X$  et  $\Delta T$  sont choisis de manière à minimiser la dispersion numérique et à satisfaire la condition de stabilité du schéma par différences finies d'ordre 4-2 [70] :

$$\Delta X \geq \sqrt{2\Delta T \sqrt{\frac{h^2}{\rho} \left( \frac{16}{9} \left( 2D_x + D_{xy} \sqrt{\frac{D_x}{D_y}} \right) + \frac{2401}{1296} D_k \sqrt{\frac{D_x}{D_y}} \right)}} \quad (\text{B.5})$$

Le pas temporel de discrétisation étant déterminé par la fréquence d'échantillonnage du système de mesure ( $F_s = 1$  MHz), l'échantillonnage maximal correspondant à l'équation (B.5) est approximativement de 4 mm, ce qui est beaucoup plus faible que la plus petite longueur d'onde de flexion dans la plaque (5.5 cm à 10 kHz). Cet algorithme est alors utilisé pour simuler la rétropropagation par retournement temporel et détecter la position de la source, grâce à une méthode de détection de maximum spatio-temporel.

|                             |                         |
|-----------------------------|-------------------------|
| Longueur de la plaque $L_y$ | 1050 mm                 |
| Largeur de la plaque $L_x$  | 750 mm                  |
| Épaisseur de la plaque $h$  | 3.175 mm                |
| Module d'Young $E$          | 68.9 GPa                |
| Masse volumique $\rho$      | 2710 kg.m <sup>-3</sup> |
| Module de Poisson $\nu$     | 0.33                    |
| Première rigidité $D_x$     | 2.06 kN.m               |
| Seconde rigidité $D_{xy}$   | 1.36 kN.m               |
| Troisième rigidité $D_y$    | 2.06 kN.m               |
| Quatrième rigidité $D_k$    | 2.76 kN.m               |

TAB. B.1: *Paramètres physiques de la plaque utilisée dans nos expériences*

Suite à cette étape de retournement temporel numérique, l'étape du puits numérique peut être appliquée. En effet, la simulation réalisée précédemment permet de connaître la position des sources, ainsi que la flèche renversée temporellement partout dans la plaque. Cette dernière étape impliquant l'introduction d'un puits numérique dans la simulation est nécessaire à l'obtention des caractéristiques des sources à imager, puisque les méthodes classiques de retournement temporel sont limitées par des effets de diffraction. Le puits est utilisé de manière à dépasser cette limitation par diffraction, et déterminer les caractéristiques géométriques des sources d'impact.

### B.3.3 Imagerie à haute résolution par puits à retournement temporel numérique

L'imagerie à haute résolution des sources vibratoires actives est réalisée grâce à un puits à retournement temporel numérique. Ce puits numérique est basé sur les principes décrits dans [66] et [23].

Comme décrit dans [66], le signal à émettre par le puits numérique à retournement temporel est extrait de la simulation numérique de rétropropagation à l'étape du retournement temporel numérique explicitée précédemment. Ce signal correspond à la flèche au point focal déterminé par détection de maximum spatio-temporel à l'étape précédente. Il est alors émis par une source de vibration ponctuelle numérique, à la même position, simultanément à l'émission du miroir à retournement temporel. L'introduction de ce puits numérique dans la simulation de rétropropagation permet de dépasser la limite apparente dans la reconstruction par retournement temporel autour de la source à imager. Dans le cas d'une seule source à imager, l'onde émise par le puits à retournement temporel peut être décrite de la manière suivante :

$$\Psi_{TRS}(\vec{r}, t) = G(\vec{r}_s, \vec{r}; t) * s_{TR}(t) \quad (\text{B.6})$$

où  $s_{TR}(t)$  est le signal extrait de l'étape de simulation de retournement temporel classique, à la position de la source détectée, et  $G(\vec{r}_s, \vec{r}; t)$  est la fonction de Green entre la source à la position  $\vec{r}_s$  et le point  $\vec{r}$ .

La méthode de puits à retournement temporel permet de focaliser à haute résolution des ondes vibratoires et acoustiques, mais la mise en œuvre expérimentale de ce processus de focalisation n'est pas adaptée [66] (cette méthode nécessite une source supplémentaire, colocalisée avec le point sur lequel on souhaite focaliser. Par ailleurs, la taille de la source utilisée pour réaliser le puits peut limiter la résolution spatiale obtenue). Contrairement à la méthode de focalisation

expérimentale par puits à retournement temporel, la source utilisée pour réaliser la méthode d'imagerie par puits *numérique* est une source ponctuelle. Ainsi, la résolution obtenue correspond exactement à la taille de la source à imager (si l'échantillonnage spatial de l'algorithme est plus petit que cette taille). Par conséquent, la méthode de puits numérique permet non seulement de localiser des sources actives, mais aussi de reconstruire les détails d'extension spatiale de ces sources.

## B.4 Analyse des résultats

### B.4.1 Validation de l'algorithme de simulation

La méthode d'imagerie par puits à retournement temporel repose sur une connaissance précise du milieu de propagation. Par conséquent, il est nécessaire de valider l'algorithme de simulation par différences finies. La première validation consiste en une comparaison des fréquences naturelles dans une plaque encadrée aux quatre bords avec les fréquences naturelles calculées par Ödman [71] et Aronszajn [72].

La réponse en fréquence d'une plaque idéale d'aluminium encadrée de dimensions 1.0 x 1.0 m<sup>2</sup> a été calculée grâce à l'algorithme par différences finies, avec une force ponctuelle impulsive :  $F_z(x, y, t) = \delta(x_0, y_0, t_0)$ , avec  $x_0 = 47$  cm,  $y_0 = 41$  cm, et  $t_0 = 1$   $\mu$ s. La fréquence d'échantillonnage choisie pour cet algorithme est de 1 MHz et l'échantillonnage spatial sur la grille par différences finies est de 4 mm.

Les fréquences de résonances obtenues par l'algorithme FDTD sont comparées aux fréquences naturelles obtenues par Ödman [71], qui a utilisé une variation de la méthode de Galerkin et des modes géométriques pour obtenir des valeurs limites supérieures, ainsi qu'aux résultats de Aronszajn [72], qui a utilisé la méthode de Weinstein pour obtenir les valeurs limites inférieures des fréquences naturelles pour les 8 premières fréquences naturelles. Cette comparaison est présentée à la figure B.4. On peut observer sur cette figure que l'évaluation du paramètre adimensionnel fréquentiel  $\alpha = \omega L^2 \sqrt{\frac{12\rho(1-\nu^2)}{Eh^2}}$  par notre méthode reste toujours entre ces valeurs inférieures et supérieures, avec un écart relatif inférieur à 0.5 %, pour les 17 premières fréquences naturelles. Ce résultat permet ainsi de valider la méthode par FDTD dans la plaque.

La seconde validation de l'algorithme consiste à simuler le déplacement transverse (la flèche) dans la plaque et à comparer ce résultat simulé avec un signal mesuré dans la plaque réelle.

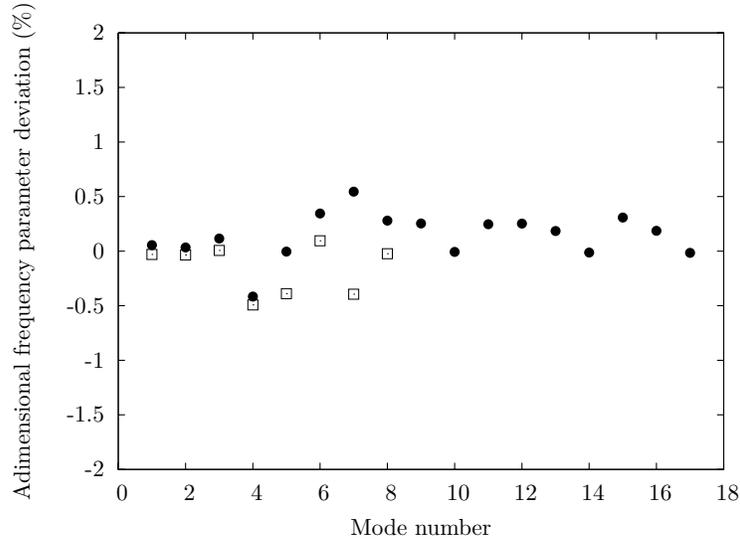


FIG. B.4: Écart relatif en pourcents entre l'évaluation par méthode FDTD du paramètre adimensionnel fréquentiel  $\alpha = \omega L^2 \sqrt{\frac{12\rho(1-\nu^2)}{Eh^2}}$  et les résultats obtenus par Ödman (cercles) et Aronszajn (carrés).

Cette comparaison permet de valider la précision de l'ajustement des paramètres physiques de la plaque utilisés dans l'algorithme. Cette validation est essentielle, puisque la rétropropagation simulée dans la plaque doit correspondre aux propriétés de propagation directe mesurée dans la plaque. Toute erreur dans la modélisation du milieu de propagation pourrait induire une erreur de localisation et d'imagerie des sources dans le processus de puits à retournement temporel numérique. C'est d'ailleurs le cas dans d'autres méthodes d'imagerie et de localisation, comme la méthode TR-MUSIC [11], ou encore le beamforming [73], et l'holographie acoustique [49]. Pour mesurer la flèche, la plaque encastrée est excitée par un pot vibrant (situation approchant une source ponctuelle) au point de coordonnées (24 cm, 13 cm), qui émet 2.5 cycles de sinusoïde à 8000 Hz, fenêtrée par une fenêtre de Blackman. Le même signal est utilisé comme entrée de l'algorithme par différences finies, et on compare la vibration mesurée par le vibromètre laser au point (65 cm, 85 cm) avec les résultats obtenus par simulations aux mêmes coordonnées. Cette comparaison est représentée à la figure B.5, qui montre une réponse temporelle d'une durée de 5 ms, extraite des signaux obtenus par l'expérience et la simulation. L'émission de la source est réalisée à  $t = 0$ . Ces résultats montrent que l'algorithme est très précis, malgré le fait que les pertes dans la plaque n'ont pas été prises en compte. Un modèle numérique avec pertes n'aurait pas amélioré le processus d'imagerie, puisque le retournement temporel fonctionne mieux dans un milieu sans perte. Cette figure démontre que les pertes dans la plaque sont faibles sur la fenêtre temporelle utilisée dans nos expériences d'imagerie ( $\leq 10$  ms). Ainsi, la non prise en compte des pertes ne crée pas d'erreur significative dans le processus.

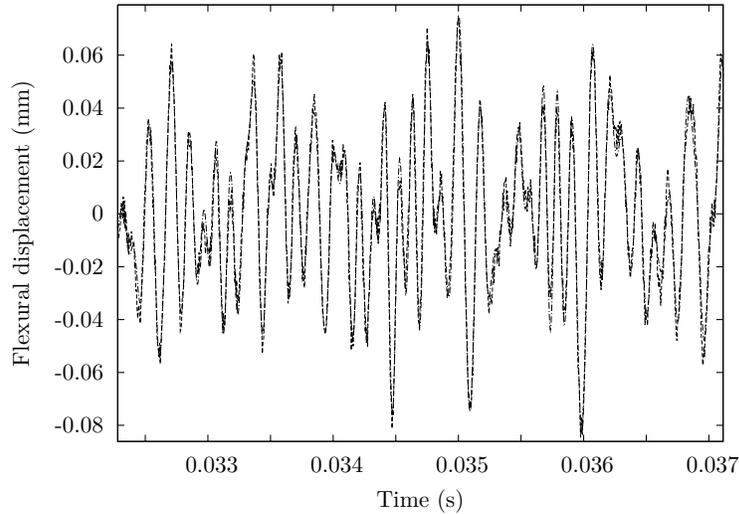


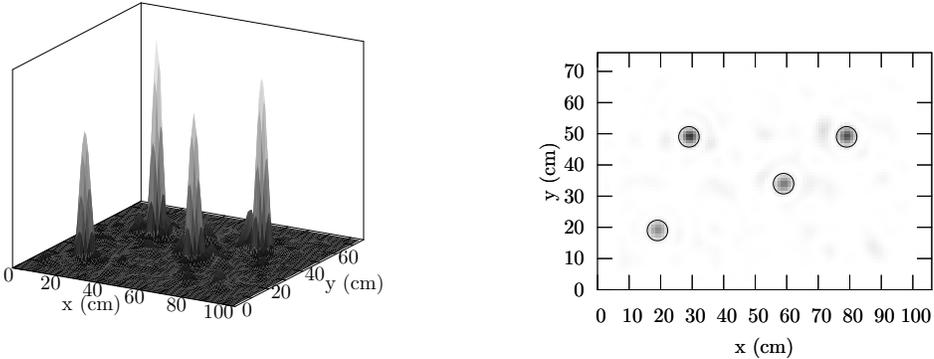
FIG. B.5: *Flèche mesurée (trait plein) et simulée (pointillée) dans la plaque d'aluminium encastrée*

Ainsi, l'analyse de la figure B.5 permet d'affirmer que le modèle numérique utilisé ici est très précis, tant en phase qu'en amplitude, ce qui nous confirme que l'algorithme peut être utilisé dans le processus d'imagerie par puits à retournement temporel.

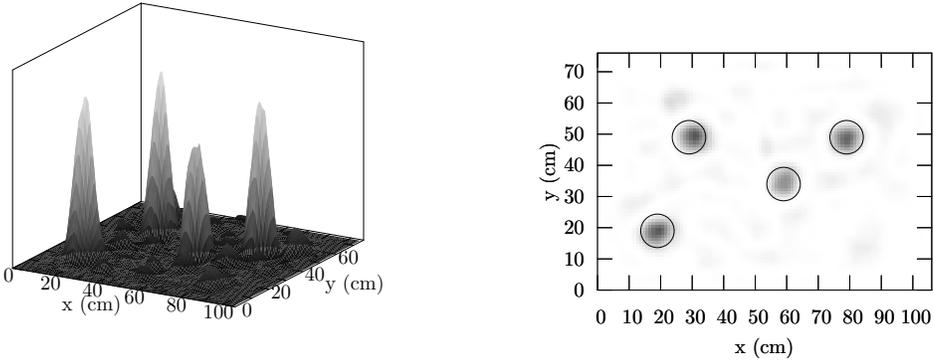
#### B.4.2 Imagerie à haute résolution grâce au puits à retournement temporel : preuve du concept

Dans cette section, nous présentons une expérience numérique permettant de mettre en évidence le concept à partir d'une modélisation numérique simple : la propagation directe des signaux émis par 4 sources ponctuelles actives est simulée. La localisation par retournement temporel est réalisée, et comparée à l'imagerie par puits à retournement temporel. Chaque source émet simultanément 1.5 cycle de sinusoïde, multipliée par une fenêtre de Blackman. L'expérience numérique est réalisée pour différentes fréquences, et la vibration dans la plaque est extraite de la simulation à 64 points de contrôle, distribués régulièrement au pourtour de la plaque. La figure B.6 représente les résultats de la localisation par retournement temporel numérique des 4 sources, aux fréquences centrales de 2000 Hz, 750 Hz, et 200 Hz. Chaque figure représente une image en niveaux de gris inversés et une figure tridimensionnelle représentant la flèche quadratique dans la plaque, à l'instant du « collapse ». Cet instant est détecté par recherche du maximum temporel de la flèche simulée dans la plaque. Sur chaque figure, on a superposé un cercle à la position des sources à imager représentant la limite classique de résolution du processus de reconstruction par retournement temporel. Cette limite de résolution est fixée par la diffraction entre les ondes

convergentes et les ondes divergentes autour des points focaux. Elle empêche de connaître la taille réelle des sources, et la résolution spatiale dépendant de la longueur d'onde, elle décroît quand la fréquence d'excitation des sources diminue. Les quatre sources sont identifiables pour des fréquences centrales de 2000 Hz et 750 Hz : la rétropropagation par retournement temporel permet une localisation précise des sources, malgré la limite de résolution par effets de diffraction. En revanche, à une fréquence centrale de 200 Hz, la limite de diffraction crée des lobes secondaires spatiaux qui s'ajoutent et empêchent la localisation des 4 sources. À cette fréquence, les 4 sources ne sont pas localisées par retournement temporel, et la détection de maximum spatial aboutit à une localisation erronée, qui correspond aux interférences constructives entre les lobes secondaires spatiaux des sources reconstituées par retournement temporel.

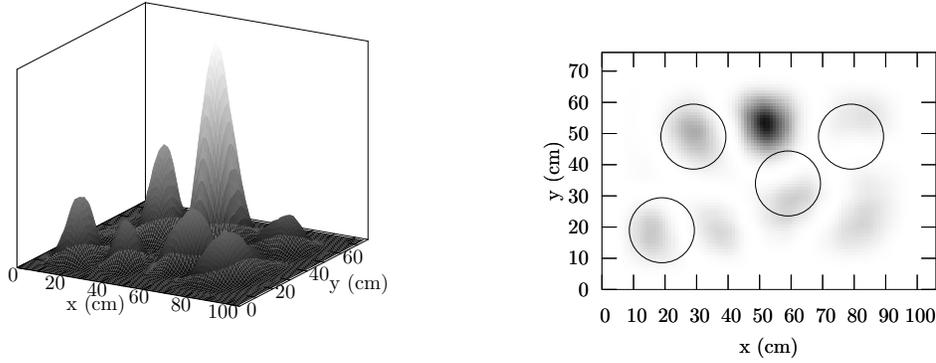


(a) 2000 Hz



(b) 750 Hz

FIG. B.6: Localisation de 4 sources ponctuelles grâce à la rétropropagation numérique par retournement temporel aux fréquences centrales (a) 2000 Hz, (b) 750 Hz, et (c) 200 Hz. À gauche : Flèche quadratique normalisée dans la plaque – À droite : Localisation de la source (niveau de gris) et limite de résolution (cercles) à  $\frac{\lambda}{2}$

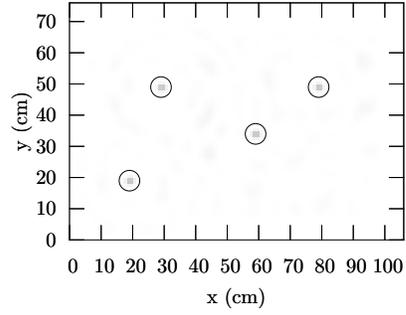
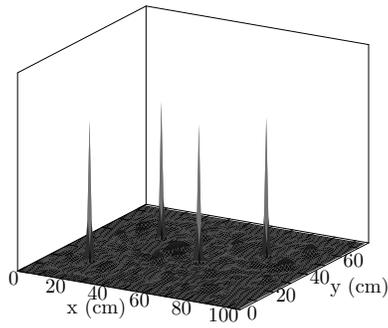


(c) 200 Hz

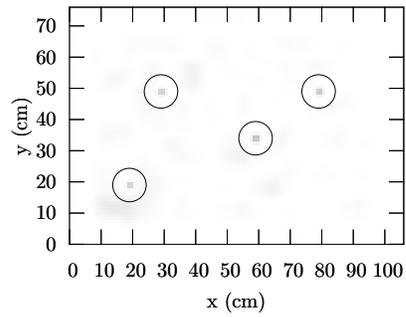
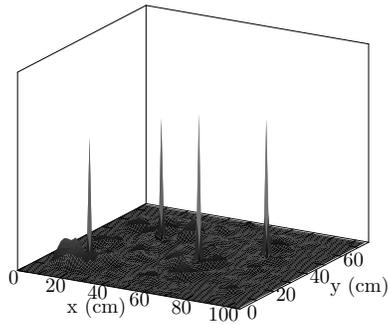
FIG. B.6 (suite): Localisation de 4 sources ponctuelles grâce à la rétropropagation par retournement temporel aux fréquences centrales (a) 2000 Hz, (b) 750 Hz, et (c) 200 Hz. À gauche : Flèche quadratique normalisée dans la plaque – À droite : Localisation de la source (niveau de gris) et limite de résolution (cercles) à  $\frac{\lambda}{2}$

L'expérience numérique est alors reproduite dans les mêmes conditions, mais en utilisant cette fois la technique de puits à retournement temporel numérique. Ici, les puits sont placés à la position exacte des sources ponctuelles à imager. La figure B.7 montre que le puits à retournement temporel numérique permet d'imager à haute résolution (i.e. sous la longueur d'onde) les sources actives. La résolution spatiale d'imagerie avec le puits ne dépend pas de la fréquence du signal émis par les sources, ce qui permet de localiser avec précision les 4 sources, à basse fréquence. Les images obtenues grâce au puits numérique prouvent que les sources ponctuelles sont reconstituées, ce qui confirme les propriétés du puits annoncées dans les sections précédentes. Dans cette expérience numérique idéale, les sources à imager sont des sources ponctuelles. C'est pourquoi la méthode d'imagerie par puits numérique fournit l'image de ces sources ponctuelles, sans dégradation, même à basse fréquence, alors que la rétropropagation numérique par retournement temporel ne fournit qu'une localisation à résolution limitée, qui se dégrade par effets de diffraction lorsque la fréquence diminue. Les images obtenues par la méthode de puits numérique présentent un meilleur contraste et une meilleure résolution que les images par retournement temporel classique, comme prévu par la théorie et les expériences de focalisation publiées précédemment [23] [66].

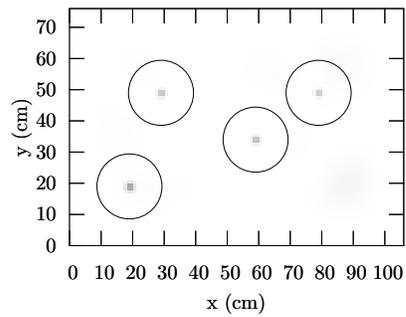
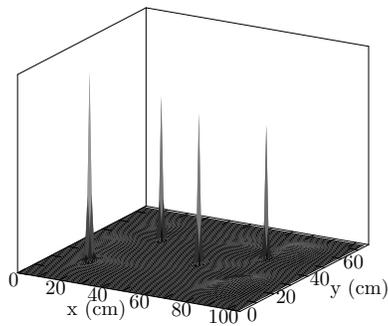
En pratique, la détection de maximum dans l'image reconstituée par retournement temporel numérique peut échouer (figure B.6 (c)) pour des sources rapprochées à basse fréquence. En effet, cette méthode de détection repose sur la détection de sources par retournement temporel, qui est limitée par effets de diffraction, et échoue dans ce cas bien particulier, à très basse



(a) 2000 Hz



(b) 750 Hz



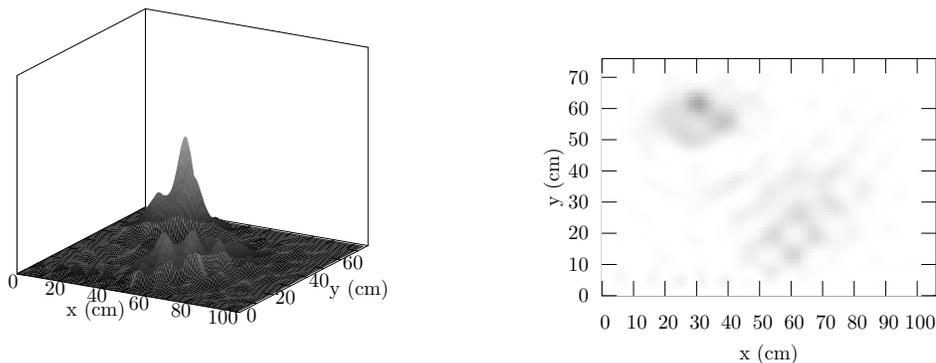
(c) 200 Hz

FIG. B.7: *Imagerie de 4 sources ponctuelles grâce au puits à retournement temporel numérique aux fréquences centrales (a) 2000 Hz, (b) 750 Hz, et (c) 200 Hz. À gauche : Flèche quadratique normalisée dans la plaque – À droite : Imagerie de la source (niveau de gris) et limite de résolution classique (cercles) à  $\frac{\lambda}{2}$*

fréquence. Il serait utile de remplacer cette méthode de détection de maximum par une méthode de localisation à haute résolution. La méthode MUSIC est un bon candidat pour remplacer la détection de maximum dans la seconde étape du processus d'imagerie. En effet, la méthode MUSIC ne nécessite que la connaissance des mesures sur l'antenne, ainsi que la connaissance du milieu de propagation et des positions des points de contrôle, tout comme notre méthode. L'utilisation de l'algorithme MUSIC ne sera pas détaillée dans cet article, mais la localisation à haute résolution par méthode MUSIC a déjà fait ses preuves, y compris dans des cas non idéaux, et avec des sources étendues [74] [75] [76] [77] [78]. Dans cette expérience, les sources ponctuelles à fréquence centrale de 200 Hz sur la figure 3.8(c) sont bien résolues, car la position initiale des sources est connue a priori, et que nous avons utilisé cette position pour simuler la méthode d'imagerie par puits à retournement temporel.

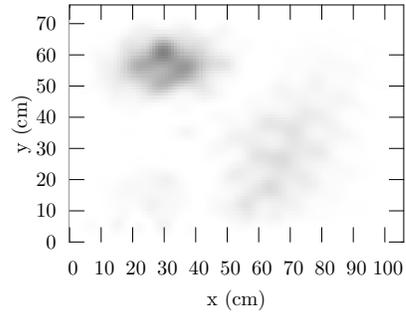
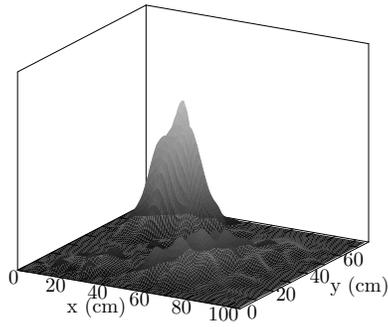
### B.4.3 Imagerie de sources par puits à retournement temporel numérique

Dans cette section, nous présentons les résultats expérimentaux de l'imagerie de 4 sources actives correspondant à la description réalisée à la section B.3. Les plaques d'impact utilisées sont circulaires, de diamètres différents (de 2 cm à 9 cm), montées sur un pot vibrant. Les plaques circulaires frappent la plaque d'aluminium encastrée à une position inconnue. Les processus de localisation de source par retournement temporel et d'imagerie par puits à retournement temporel sont alors réalisés, en utilisant les signaux mesurés par le vibromètre laser en 14 points de contrôle, distribués le long d'un bord de la plaque ( $x_i = 65$  cm,  $y_i = 10. + 5 * i$  cm,  $i \in [1, 14]$ ).

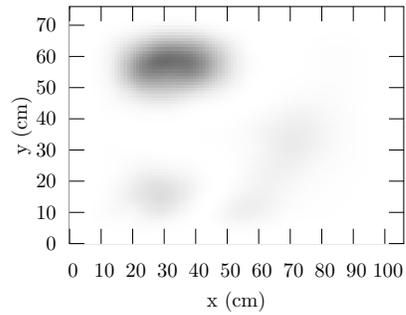
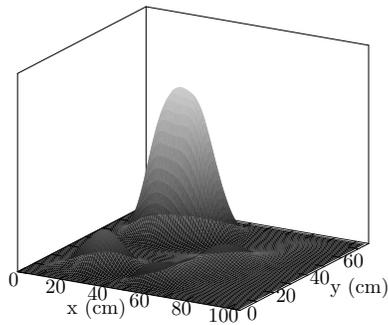


(a) Plaque de 2 cm de diamètre

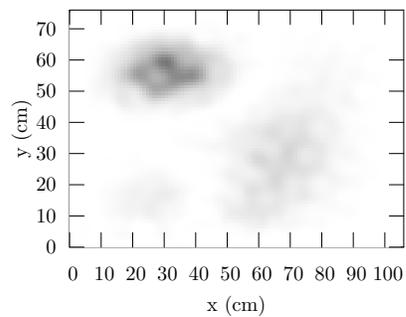
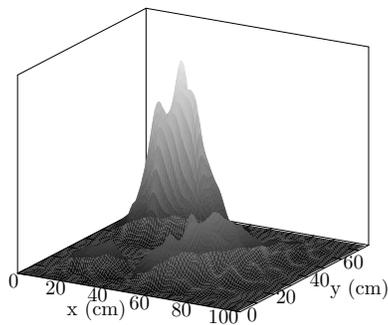
FIG. B.8: Localisation de 4 sources d'impact de différents diamètres grâce à la rétropropagation par retournement temporel – À gauche : flèche quadratique – À droite : localisation de la source (niveau de gris)



(b) Plaque de 4 cm de diamètre



(c) Plaque de 6 cm de diamètre



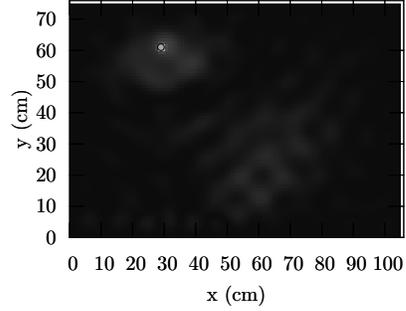
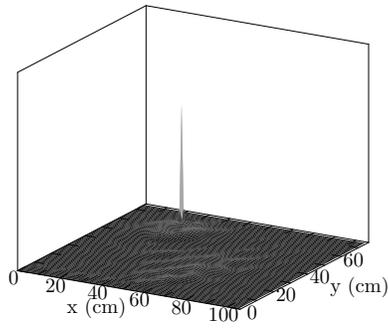
(d) Plaque de 8 cm de diamètre

FIG. B.8 (suite): Localisation de 4 sources d'impact de différents diamètres grâce à la rétropropagation par retournement temporel – À gauche : flèche quadratique – À droite : localisation de la source (niveau de gris)

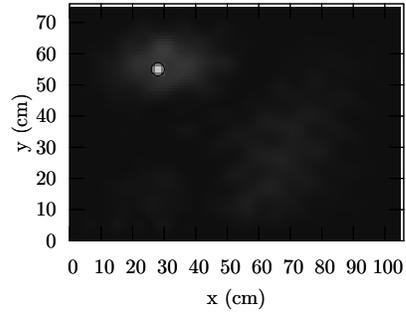
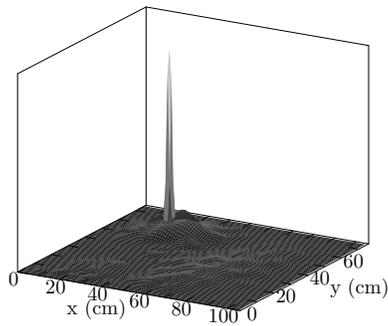
La figure B.8 représente la localisation obtenue grâce à la méthode de rétropropagation numérique par retournement temporel, pour les sources d'impact de diamètres 2 cm, 4 cm, 6 cm, et 8 cm. Chaque sous-figure présente une image en niveaux de gris et une représentation tridimensionnelle du déplacement transverse quadratique sur la plaque, obtenu par focalisation par retournement temporel numérique. Ici, étant donné que les sources d'impact génèrent une onde à large bande fréquentielle, il n'est pas réellement possible de tracer la limite de diffraction, comme nous l'avons fait à la figure B.6. Chacune des quatre sources sont bien localisées, malgré le faible nombre de points de contrôle. En effet, la réverbération (dans un régime modal) permet d'augmenter l'ouverture apparente du miroir à retournement temporel [63] dans ce milieu dispersif et faiblement dissipatif [79]. Les cartes de vibration obtenues grâce au retournement temporel dans le modèle numérique permettent d'accéder à la position des sources d'impact sur la plaque. Mais, la taille de la tache obtenue est limitée en résolution par les effets de diffraction. Au delà de la présence de lobes secondaires spatiaux, la résolution est limitée par les modes propres prédominants dans la plaque et par l'ouverture du miroir à retournement temporel. Ce fait explique que chaque source d'impact est localisée avec la même résolution, même si les sources n'ont pas la même taille. L'information sur les sources est contenue dans le champ mesuré sur le miroir à retournement temporel, mais le processus de rétropropagation par retournement temporel ne recrée pas le champ retourné exact, car la singularité d'espace de la source n'est pas retournée temporellement. La technique de puits permet de s'affranchir de cette limite.

Les données obtenues par rétropropagation numérique par retournement temporel sont alors utilisées pour réaliser un puits numérique, où une « source d'antibruit » réémet le signal extrait à la position exacte du maximum détecté par retournement temporel. Les résultats obtenus grâce à cette méthode d'imagerie sont présentés à la figure B.9. Cette figure, comme la précédente, montre une image en niveau de gris des sources reconstituées par puits à retournement temporel numérique, ainsi qu'une représentation en 3 dimensions du déplacement transverse quadratique obtenu par cette méthode, dans la plaque simulée numériquement. Les cercles superposés à l'image représentent la taille réelle des sources, à leur position exacte.

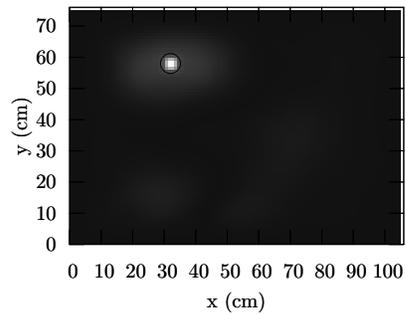
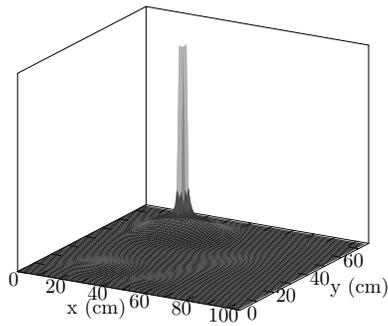
Les résultats de cette expérience démontrent que les sources d'impact sont bien localisées, grâce à la rétropropagation par retournement temporel, et que la taille de ces sources est reconstruite grâce à la technique d'imagerie par puits à retournement temporel proposée ici. En théorie, tous les lobes secondaires spatiaux et le bruit spatial observés à la figure B.9 devraient être supprimés en utilisant une cavité à retournement temporel, ou un plus grand nombre de points de contrôle, et un algorithme de simulation parfait. Malgré tout, cette expérience démontre que même avec un faible nombre de points de contrôle, l'imagerie obtenue est de bonne qualité,



(a) Plaque de 2 cm de diamètre



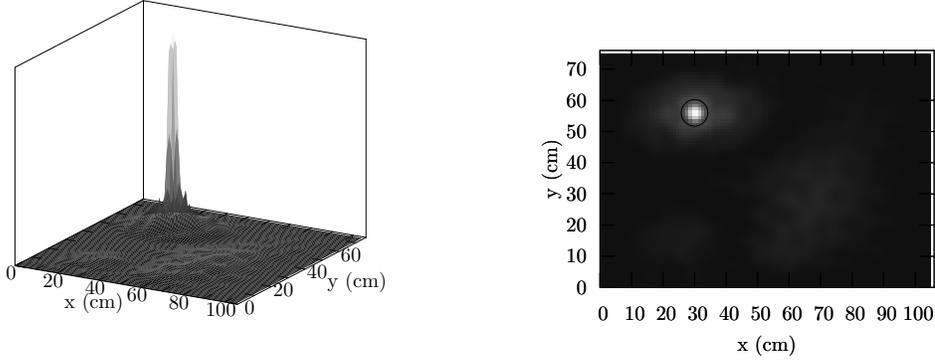
(b) Plaque de 4 cm de diamètre



(c) Plaque de 6 cm de diamètre

FIG. B.9: *Imagerie de 4 sources d'impact de différents diamètres grâce au puits à retournement temporel – À gauche : flèche quadratique – À droite : imagerie de la source (niveau de gris)*

grâce à la réverbération des ondes de flexion dans la plaque étudiée. Cette nouvelle technique d'imagerie à haute résolution permet ainsi d'obtenir une information sur la taille des sources



(d) Plaque de 8 cm de diamètre

FIG. B.9 (suite): *Imagerie de 4 sources d'impact de différents diamètres grâce au puits à retournement temporel – À gauche : flèche quadratique – À droite : imagerie de la source (niveau de gris)*

sans avoir à mesurer la carte de vibration dans tout le milieu. Pour finir, la technique d'imagerie par puits à retournement temporel semble légèrement sous-estimer la taille des sources d'impact. Ceci peut être expliqué par le fait que l'énergie transférée par les sources d'impact sur la plaque d'aluminium encastrée est beaucoup plus petite aux bords des plaques d'impact. La technique d'imagerie par puits à retournement temporel permettant d'imager la distribution des sources, il est normal que la taille de celles-ci soit légèrement sous estimée par cette méthode. Malgré tout, le puits permet d'obtenir une image à haute résolution des sources actives sans avoir à scanner toute la surface de la plaque.

## B.5 Conclusions

Dans cet article, nous avons présenté les premiers résultats de la technique d'imagerie par puits à retournement temporel. Cette technique permet d'imager à haute résolution des sources actives dans une plaque d'aluminium encastrée. Un modèle numérique simulant la propagation des ondes de flexion dans la plaque a été développé. Ce processus d'imagerie peut être réalisé dans n'importe quel milieu où les pertes sont faibles, à partir du moment où le modèle numérique de propagation dans le milieu est suffisamment précis. Une preuve du concept à partir d'une expérience numérique, et l'imagerie expérimentale de sources d'impact sur une plaque d'aluminium ont permis de confirmer les résultats obtenus pour les expériences de focalisation par techniques de puits à retournement temporel [23] [66]. Par ailleurs, il est essentiel de noter que les limites expérimentales du puits dans son implémentation de focalisation sont supprimées avec l'application à l'imagerie de la technique du puits proposée ici. Le puits numérique semble

être une bonne alternative aux autres processus d'imagerie, et permet de dépasser la limite de diffraction obtenue par les techniques de retournement temporel, y compris avec un faible nombre de capteurs. Le puits numérique permet d'imager à haute résolution des sources actives. Le cas de sources non résolues par les méthodes de retournement temporel peut également être traité, grâce à des méthodes de localisation à haute résolution, telles que la méthode MUSIC, pour remplacer la détection de maximum spatio-temporel lors de la seconde étape du processus d'imagerie. La méthode d'imagerie par puits à retournement temporel numérique permet d'obtenir de l'information sur la taille des sources vibratoires actives. Contrairement à d'autres processus d'imagerie, la méthode de puits à retournement temporel ne nécessite qu'un faible nombre de capteurs dans un environnement réverbérant, et est efficace dans un milieu dispersif, puisque la reconstruction par retournement temporel n'est pas affectée par la dispersion de la célérité des ondes, ni par de faibles pertes dans le milieu de propagation.



## ANNEXE C

### TRADUCTION DE L'ARTICLE INCLUS AU CHAPITRE 4

#### Imagerie à haute résolution de sources sonores en champ libre grâce au puits à retournement temporel

*Éric Bavu et Alain Berry*

Soumis à Acta Acustica United with Acustica (18/08/2008)

##### C.1 Résumé

La détection et la caractérisation de sources est une problématique essentielle en acoustique, notamment pour l'évaluation non destructive de structures industrielles, la caractérisation d'instruments de musique, et la cartographie de sources acoustiques dans un milieu de propagation connu. La *focalisation* d'ondes sonores et vibratoires grâce à un puits à retournement temporel (PRT) a été étudiée théoriquement et expérimentalement, tant dans le domaine des ultrasons que dans le domaine audible. Une technique d'*imagerie* à haute résolution de sources vibratoires dans un milieu dispersif par technique de puits *numérique* à retournement temporel a récemment été développée par les auteurs. Dans cet article, nous adaptons cette technique au cas de l'*imagerie* à haute résolution de sources acoustiques actives dans un milieu tridimensionnel, en champ libre. Cette technique permet d'imager à haute résolution des sources acoustiques, et fournit une nouvelle méthode de détection et de caractérisation de sources. La technique est ici utilisée pour détecter et imager des sources acoustiques actives, grâce à un nombre restreint de points de mesure. Les résultats obtenus démontrent les capacités d'imagerie à haute résolution de cette nouvelles technique, lorsqu'on les compare avec les résultats de rétropropagation numérique par retournement temporel. Au-delà de la simple détection de la position des sources, la technique proposée permet d'évaluer la taille des sources actives. Le puits à retournement temporel numérique est ainsi une alternative à d'autres techniques d'imagerie et de détection de sources, telles que l'holographie acoustique et la formation de voies.

## C.2 Introduction

En situation de mesure, il est souvent nécessaire de localiser et de caractériser une source acoustique grâce à un faible nombre de capteurs. Les techniques existantes, telles que l'holographie acoustique [49], la formation de voies et le « matched-field processing » [84] nécessitent une antenne de mesure, ainsi que la connaissance du milieu de propagation. Les techniques de retournement temporel (RT) sont elles aussi utilisées pour localiser des sources actives et des diffuseurs [67] [10] [11] [42] [51]. Le retournement temporel et ses adaptations ont démontré leur efficacité pour localiser des sources acoustiques dans le domaine audible [85]. En revanche, le retournement temporel est basé sur un phénomène d'interférences menant à des effets de diffraction entre les ondes divergentes et convergentes autour du point focal. C'est pourquoi la résolution obtenue grâce au retournement temporel ne peut être plus petite qu'une demi-longueur d'onde, même si la source à imager est ponctuelle [27]. Récemment, une nouvelle technique d'imagerie, basée sur le concept de puits à retournement temporel (PRT) a été développée par les auteurs. Cette technique permet d'imager à haute résolution des sources vibratoires actives dans une plaque [86]. Nous généralisons dans cette publication la technique de puits à retournement temporel numérique au cas de l'imagerie à haute résolution de sources acoustiques audibles en champ libre. Cette technique permet d'imager à haute résolution les sources et fournit une méthode nouvelle de caractérisation et de détection de sources acoustiques audibles en milieu tridimensionnel ouvert. Contrairement aux techniques existantes utilisant le beamforming, le retournement temporel classique et la détection de temps d'arrivée, la technique de PRT fournit une information détaillée sur l'extension spatiale des sources acoustiques imagées, au lieu de simplement localiser (avec une résolution limitée) le centre de ces sources.

Le concept de puits à retournement temporel a été introduit par Fink et al. [27] et par Rosny et al. [23] dans le domaine des ultrasons, pour la focalisation d'ondes de Lamb dans une cavité chaotique de silicium. Cette technique permet de focaliser efficacement à haute résolution, et permet de dépasser la limite de résolution fixée par les effets de diffractions lors d'une expérience de rétropropagation par retournement temporel [23]. La technique est également efficace, même avec un miroir à retournement temporel (MRT) à une seule voie, dans un milieu réverbérant ou chaotique [66] [26] [62]. Dans le domaine audible, les capacités de focalisation ont été étudiées dans des environnements atténués et réverbérants. Cette étude a permis de montrer qu'un environnement réverbérant favorise la focalisation précise d'ondes acoustiques grâce à un nombre limité de transducteurs, si le champ diffus est enregistré lors de l'émission directe. Par ailleurs, le puits numérique à retournement temporel requiert une modélisation précise du milieu de propagation [86]. La modélisation de la propagation acoustique après le temps de mélange dans une salle réverbérante étant impossible à réaliser (en termes de précision et de temps de

calcul) [87] [82] [65], nous choisissons ici de présenter la méthode d'imagerie par puits numérique à retournement temporel dans une situation en champ libre.

Nous considérons ici la situation suivante : un nombre arbitraire ( $N$ ) de sources acoustiques inconnues émettent un signal  $s_i(t)$  ( $i \in [1 : N]$ ) dans un milieu de propagation infini. L'onde acoustique résultante  $\Psi(\vec{r}, t)$  est alors enregistrée sur  $M$  points de contrôle d'une antenne de mesure. Par linéarité de la propagation des ondes acoustiques, le signal mesuré sur le  $m^e$  point de contrôle est exprimé comme suit ( $m \in [1 : M]$ ) :

$$\Psi(\vec{r}_m, t) = \sum_{i=1}^N G(\vec{r}_i, \vec{r}_m; t) * s_i(t) \quad (\text{C.1})$$

où  $s_i(t)$  est le signal émis par la source  $i$ ,  $G(\vec{r}_i, \vec{r}_m; t)$  est la fonction de Green entre la  $i^e$  source et le  $m^e$  point de contrôle (\* représente l'opérateur de convolution dans le domaine temporel).

La seconde étape du processus d'imagerie consiste en une rétropropagation simulée des signaux  $\Psi(\vec{r}_m, -t)$ , réémis à chaque point de contrôle. Cette rétropropagation numérique est simulée grâce à un algorithme de différences finies dans le domaine temporel (FDTD) dans un milieu fictif approchant les caractéristiques physiques du milieu réel de propagation. À l'issue de cette simulation, la position de chacune des sources peut être déterminée grâce à une détection de maximum dans le domaine spatial et le domaine temporel<sup>1</sup>. Cette détection correspond à la localisation des sources actives par rétropropagation numérique par retournement temporel. La localisation est limitée par des effets de diffraction entre les ondes convergentes et les ondes divergentes autour des points focaux [18]. La résolution accessible par cette technique dépend de la longueur d'onde des signaux émis par les  $N$  sources. À ce stade du processus d'imagerie, nous n'avons aucune information sur la taille des  $N$  sources à imager. La dernière étape du processus d'imagerie présenté ici consiste en l'émission d'une superposition de  $N$  PRT numériques dans le milieu fictif, simultanément aux  $M$  signaux renversés temporellement de l'étape précédente. Les  $N$  PRT sont placés aux positions détectées lors de l'étape de localisation de sources. Cette simulation est réalisée à l'aide du même algorithme de FDTD que celui utilisé dans la rétropropagation des signaux du miroir.

---

<sup>1</sup>ou à l'aide d'une technique de localisation de source, telle que la méthode MUSIC [75]

Comme énoncé dans [66] et [86], la résolution d'imagerie obtenue par cette méthode ne dépend pas de la longueur d'onde. En effet, les effets de diffraction sont supprimés par le processus de PRT. La taille de la tache focale d'imagerie obtenue correspond au  $\max(\phi_{source}, \phi_{sink})$ ,  $\phi_{source}$  étant la taille de la source initiale, et  $\phi_{sink}$  la taille du puits. Dans la technique proposée dans cet article, la source utilisée pour créer le puits numérique est une source ponctuelle idéale. Par conséquent, la résolution d'imagerie correspond exactement à la taille de la source à imager, ce qui permet d'obtenir des informations détaillées sur l'extension spatiale de cette source acoustique, y compris lorsque la taille de la source est plus petite que la longueur d'onde. Dans la suite de cet article, ces résultats sont démontrés expérimentalement. Dans une première section, nous présentons le protocole expérimental et l'algorithme de simulation utilisé dans le processus d'imagerie. Nous présentons ensuite une preuve du concept grâce à une expérience numérique, de manière à démontrer les capacités de cette technique d'imagerie dans le domaine audible. Dans une dernière section, nous détaillons les résultats d'imagerie obtenus par la technique de PRT numérique, et les comparons à la localisation de sources obtenue grâce à la rétropropagation numérique par retournement temporel. Ces résultats démontrent les capacités d'imagerie à haute résolution de la technique de PRT numérique dans des situations de mesure réelles. Nous discuterons également brièvement des avantages de cette technique en la comparant à d'autres techniques de localisation et d'imagerie.

### C.3 Protocole expérimental – Méthodes

#### C.3.1 Protocole expérimental

Dans cet article, nous considérons la situation illustrée à la figure C.1 : un nombre arbitraire de sources émettent un signal impulsif dans une salle anéchoïque de dimensions 3.1x2.5x3.0m. Expérimentalement, les sources utilisées sont des transducteurs électrodynamiques de 2" et de puissance nominale de 15-Watt (haut-parleurs Aurasound NSW2-326-8A). Ces haut-parleurs sont encastrés dans une cavité cylindrique fermée de dimensions 48x130 mm. Nous utilisons une antenne de microphones bidimensionnelle (6x6 microphones à électret omnidirectionnels Panasonic WM-61A avec un espacement inter-microphone de 75 mm) pour mesurer en 36 points de contrôle la pression acoustique dans l'environnement anéchoïque. De manière à assurer une synchronisation entre les mesures à chaque point de contrôle, les signaux sont générés grâce au logiciel Matlab, et sont émis par l'intermédiaire d'une carte son de marque Echo Audiofire12. La pression acoustique mesurée sur l'antenne est transférée à Matlab par l'intermédiaire de 3 cartes son de marque Echo AudioFire. Ces cartes sont synchronisées par horloge interne. Ce dis-

positif expérimental permet une bande fréquentielle de mesure de [25 Hz – 15 kHz] ainsi qu’une fréquence d’échantillonnage de 88.2 kHz. Ces mesures sont ensuite utilisées comme entrées du programme de simulation de propagation acoustique dans la salle anéchoïque, simplifiée par une situation de champ libre.

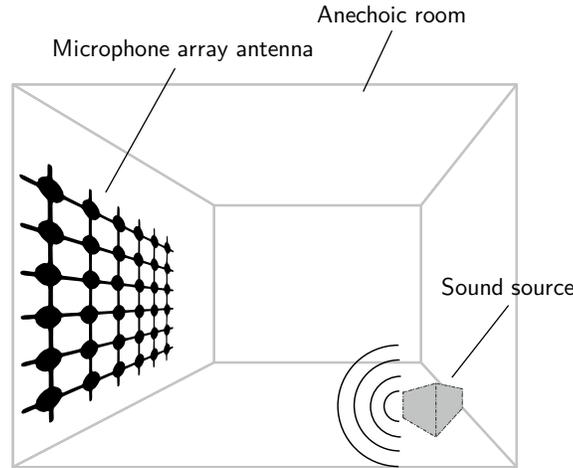


FIG. C.1: *Protocole expérimental – La position des sources actives et des points de contrôle est arbitraire et uniquement illustrative.*

### C.3.2 Simulation numérique de rétropropagation

L’algorithme utilisé pour simuler la rétropropagation par RT consiste en une modélisation de la propagation des ondes acoustiques en champ libre. L’algorithme est codé en langage C, en utilisant les différences finies dans le domaine temporel (FDTD). Les simulations sont lancées sur un supercalculateur parallèle (872 processeurs Intel cadencés à 3.2 GHz, fournissant une performance atteignable de 3064 Gflops), de manière à minimiser le temps de calcul. Ce code est flexible et multiplateforme (compilable sur n’importe quelle autre architecture processeur). L’algorithme de propagation a été développé de manière à pouvoir simuler des variations spatiales des propriétés du milieu de propagation, comme c’est le cas pour l’acoustique sous-marine ou les applications à la géophysique. Le cas du milieu homogène étant une simplification du milieu stratifié, le même algorithme peut être utilisé pour différentes applications, sans avoir à modifier lourdement le code de simulation. L’équation des ondes dans un milieu stratifié acoustiquement peut être exprimée comme suit [19] :

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} p) - \frac{1}{c(z)^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{C.2})$$

où  $z$  est la coordonnée spatiale représentant la hauteur,  $p$  est la pression acoustique,  $\rho$  est la masse volumique, et  $c$  est la célérité des ondes acoustiques. Le milieu de propagation étant infini, la pression acoustique doit vérifier les conditions aux limites de Sommerfeld. L'équation (C.2) est discrétisée dans les domaines temporels et spatiaux en utilisant les différences finies dans le domaine temporel. Nous avons choisi un schéma numérique explicite centré d'ordre 4 en temps et en espace. Les approximations d'ordre 4 en espace possèdent des propriétés de positivité et de stabilité satisfaisantes [88] [81]. En revanche, un schéma d'ordre 4-4 centré mène inconditionnellement à des schémas instables [89]. C'est pourquoi nous utilisons l'approche de l'équation modifiée de Dablain (pour plus de détails, voir [90] et [81]), qui permet de stabiliser l'algorithme tout en ayant des propriétés remarquables de précision [81]. Les conditions de Sommerfeld dans notre approche de champ libre est simulée grâce à des conditions aux limites absorbantes (C.L.A.) [91]. En effet, les différences finies nécessitent de simuler la propagation acoustique dans une boîte de calcul finie, tout en simulant le comportement d'espace libre, sans introduire de réflexions numériques aux limites de la boîte de calcul [91] [92]. Cette méthode aux C.L.A utilise une approximation de Padé ainsi qu'une approximation à grand angle, et met en jeu des fonctions auxiliaires paraxiales sur chaque face, arête, et coin de la boîte parallélépipédique de calcul [91] [93]. L'algorithme choisi permet de modéliser de manière précise, rapide, et stable la propagation acoustique dans un milieu tridimensionnel stratifié infini (le cas isotrope homogène étant une simplification de ce modèle stratifié).

Cette simulation de la propagation acoustique est utilisée dans le processus d'imagerie par puits à retournement temporel pour rétropropager numériquement les signaux mesurés sur l'antenne de microphone. Elle est également utilisée dans l'étape d'introduction du puits à retournement temporel numérique, puisqu'elle permet de simuler la propagation acoustique du puits, et d'extraire le signal temporel à emettre à la position des sources, grâce à la rétropropagation des signaux du miroir à retournement temporel. L'utilisation du puits à retournement temporel numérique est nécessaire pour obtenir de l'information sur les caractéristiques spatiales des sources à imager, puisque les techniques classiques de RT sont limitées en résolution par effets de diffraction. Le PRT numérique permet de dépasser cette limite de diffraction, et d'accéder aux caractéristiques géométriques des sources.

### C.3.3 Imagerie à haute résolution par puits à retournement temporel

Afin d'imager à haute résolution les sources acoustiques actives en champ libre, un puits numérique à retournement temporel est appliqué dans le milieu simulé. Ce puits numérique à retournement temporel est basé sur les principes décrits dans [86], [23] et [66].

Comme décrit dans [66], les signaux émis par le puits numérique à retournement temporel est extrait du champ de pression rétropropagé numériquement par retournement temporel. Ce signal correspond à la pression acoustique au point focal, localisé par rétropropagation par RT et par détection de maximum. Le signal extrait est ensuite émis par une source numérique ponctuelle idéale à la position du point focal, simultanément à l'émission des signaux du MRT, afin de supprimer le défaut de reconstruction autour de la position de la source à imager, en dépassant les effets de diffraction. Dans le cas d'un seul puits, l'onde émise par le PRT est exprimée comme suit :

$$\Psi_{TRS}(\vec{r}, t) = G(\vec{r}_s, \vec{r}; t) * s_{TR}(t) \quad (\text{C.3})$$

où  $s_{TR}(t)$  est le signal renversé temporellement au point focal, extrait de la simulation de rétropropagation par RT, et  $G(\vec{r}_s, \vec{r}; t)$  est la fonction de Green entre la source à la position  $\vec{r}_s$  et le point  $\vec{r}$ .

La méthode du PRT a prouvé ses capacités de haute résolution pour la focalisation acoustique et vibratoire. En revanche, comme décrit dans [66], la mise en œuvre d'un PRT n'est pas aisée en situation expérimentale. Le processus de focalisation par PRT nécessite l'introduction de sources supplémentaires, colocalisées à la cible sur laquelle on souhaite focaliser. La taille de ces sources supplémentaires limite la résolution de *focalisation* obtenue. En revanche, le PRT *numérique* utilisé dans le processus d'*imagerie* proposé ici nécessite l'introduction d'une source ponctuelle, qui permet de déterminer avec précision la taille de la source à imager (si le pas spatial de la simulation est plus petit que cette taille). Par conséquent, au-delà de permettre la localisation de sources actives, le processus d'imagerie par PRT numérique permet de reconstruire l'extension spatiale de ces sources.

## C.4 Analyse des résultats

### C.4.1 Imagerie à haute résolution de sources acoustiques en milieu sous-marin profond : preuve numérique du concept

Le retournement temporel est une technique efficace pour focaliser des ondes acoustiques en milieu sous-marin [40] [94] [63]. La célérité des ondes acoustiques dans l'océan dépend de la profondeur, de la température, et de la salinité. Cette situation correspond au milieu de propa-

gation stratifié détaillé dans la section précédente. La figure C.2 représente un profil des vitesses acoustiques typique en milieu sous-marin. Le canal sous-marin profond, usuellement appelé le canal SOFAR (Sound Fixing And Ranging) est particulièrement intéressant, puisqu'il se comporte, pour les ondes acoustiques, comme un guide d'onde [95]. Le canal SOFAR est une couche horizontale d'eau en milieu profond, centré sur la position où la célérité des ondes acoustiques est minimale.

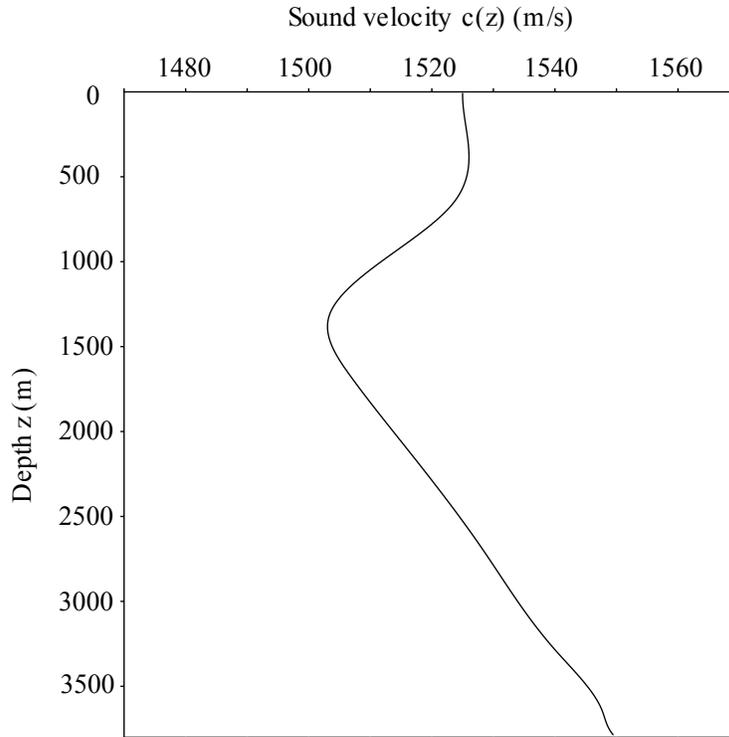


FIG. C.2: Profil de célérité des ondes acoustiques utilisé dans la simulation numérique

Dans cette expérience numérique, une source ponctuelle, positionnée au centre du canal sous-marin profond ( $z_s = -1390$  m,  $x_s = 130$  m, correspondant au minimum du profil des vitesses) émet une 2.5 cycles de sinusoïde multipliée par une fenêtre de Blackman, à différentes fréquences, de 500 Hz à 7500 Hz. Une antenne à 1 dimensions de récepteurs (64 hydrophones, espacés de 3 m dans la direction verticale) est positionnée à une distance de 2750 m de cette source (voir figure C.3). Cette configuration a été choisie de manière à réduire le temps de calcul pour cette expérience numérique. À 500 Hz, le canal SOFAR permet des distances de propagation de centaines de kilomètres, de par sa configuration de guide d'ondes [95]. Par ailleurs, pour cette expérience numérique, nous avons choisi de simuler le comportement de la propagation acoustique sur une grille aux différences finies à  $3000 \times 15000 \times 100000$  nœuds, avec un échantillonnage spatial de 3 cm. Cette grille correspond à un domaine de simulation de 90 m x 450 m x 3000 m. Cette

configuration a été choisie pour limiter la simulation numérique à un temps de calcul de 300 minutes. Pour des applications sur des distances plus longues, la technique est exactement la même, mais le temps de calcul est proportionnel au nombre de nœuds de calcul de l’algorithme.

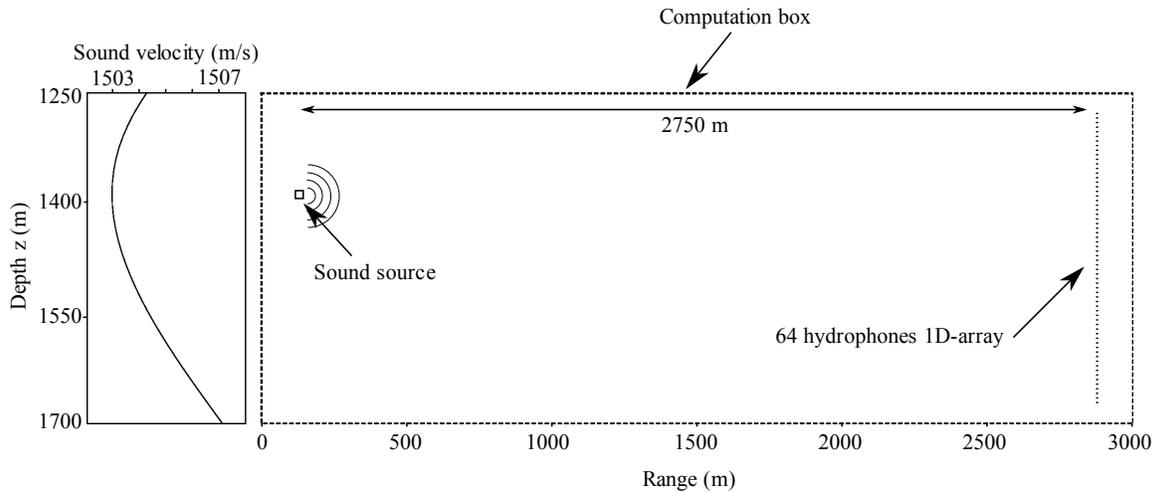


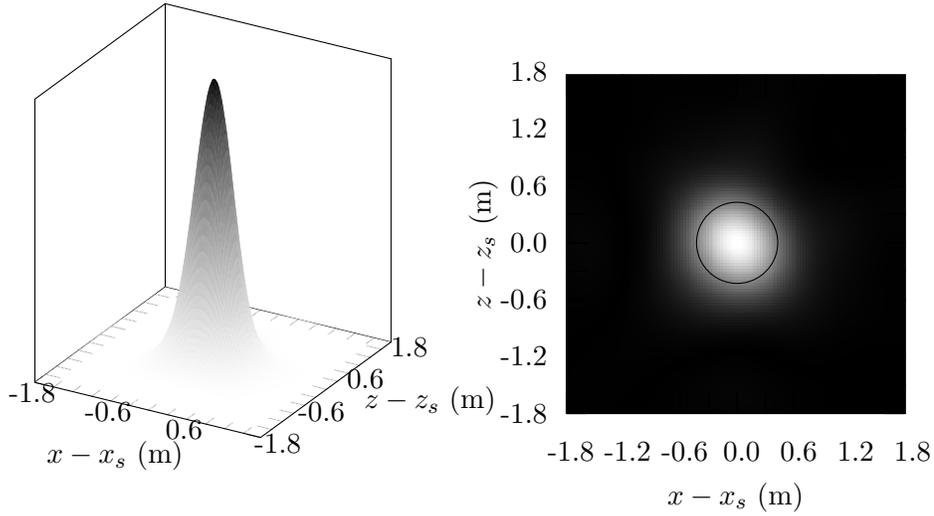
FIG. C.3: Boîte de calcul utilisée pour l’expérience numérique d’imagerie de source acoustique en milieu sous-marin profond

Le champ de pression acoustique reçu par l’antenne de mesure est alors renversé temporellement et rétropropagé dans le canal SOFAR (voir figure C.4).

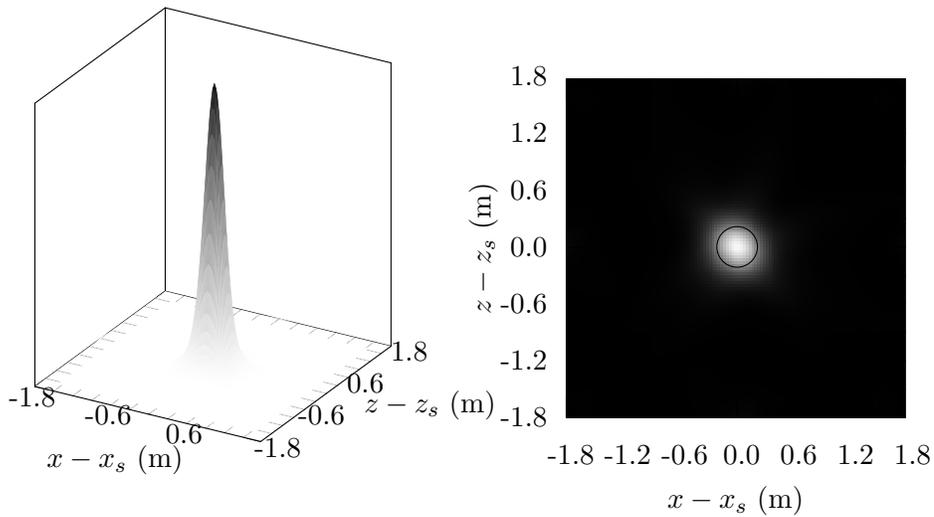
La figure C.4 représente les résultats de localisation de sources, obtenus grâce à la rétropropagation numérique par RT, pour des fréquences centrales de 1500 Hz, 3000 Hz et 5000 Hz. Chaque figure présente une image en niveaux de gris inversés et une représentation tridimensionnelle de la pression acoustique quadratique focalisée par RT dans le canal SOFAR, à l’instant du « collapse ». Cet instant est déterminé par détection de maximum spatio-temporel de la pression acoustique dans la boîte de calcul. Les cercles superposés aux images représentent la limite de résolution classique de reconstruction par RT. Cet effet de diffraction entre les ondes convergentes et les ondes divergentes autour du point focal empêchent de connaître la taille de la source (qui, dans cette expérience numérique, est ponctuelle).

La même expérience numérique a alors été réalisée en utilisant la technique du puits à retournement temporel numérique. Ici, le puits est colocalisé à la position de la source. La figure C.5 démontre que le puits à retournement temporel numérique permet d’imager à haute résolution la source dans ce milieu sous-marin profond.

La résolution de la technique d'imagerie par PRT numérique ne dépend pas de la fréquence du signal émis par les sources actives à imager. Par conséquent, elle permet d'imager à haute résolution les sources acoustiques, même à basse fréquence (voir Fig. C.6). Les images obtenues grâce au puits à retournement temporel montrent que la source ponctuelle est bien recons-

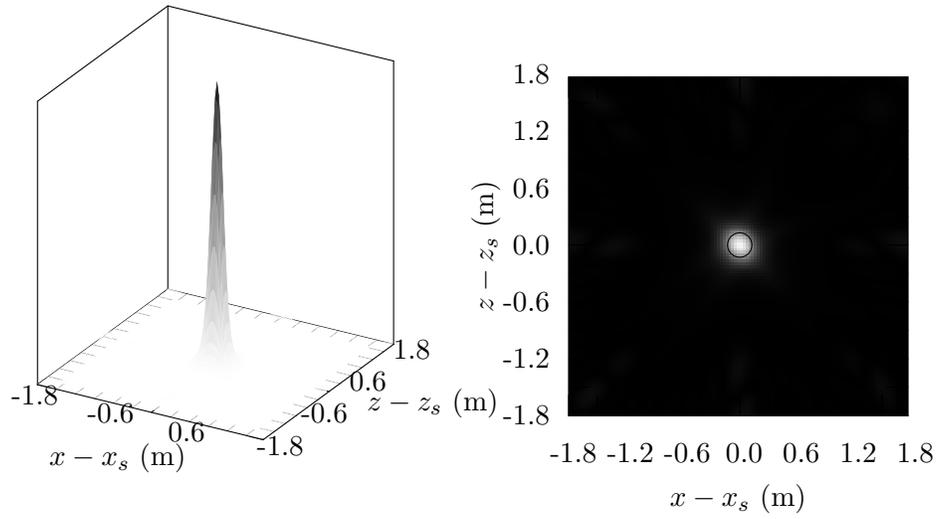


(a) 1500 Hz



(b) 3000 Hz

FIG. C.4: Localisation d'une source ponctuelle sous-marine dans le canal SOFAR grâce à une rétropropagation numérique par retournement temporel, pour des fréquences centrales de (a) 1500 Hz, (b) 3000 Hz, et (c) 5000 Hz. Gauche : pression acoustique quadratique – Droite : Localisation de source (niveaux de gris) et limite théorique de résolution (cercles)



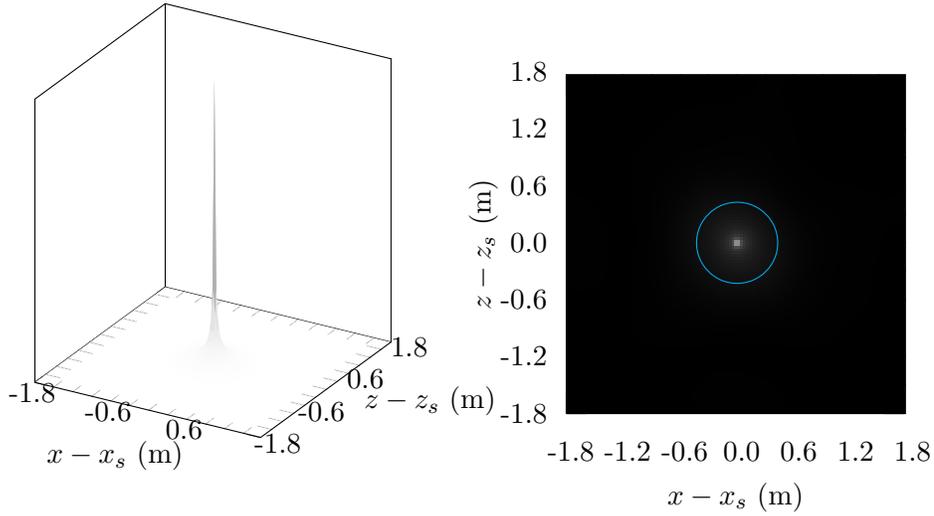
(c) 5000 Hz

FIG. C.4 (suite): *Localisation d'une source ponctuelle sous-marine dans le canal SOFAR grâce à une rétropropagation numérique par retournement temporel, pour des fréquences centrales de (a) 1500 Hz, (b) 3000 Hz, et (c) 5000 Hz. Gauche : pression acoustique quadratique – Droite : Localisation de source (niveaux de gris) et limite théorique de résolution (cercles)*

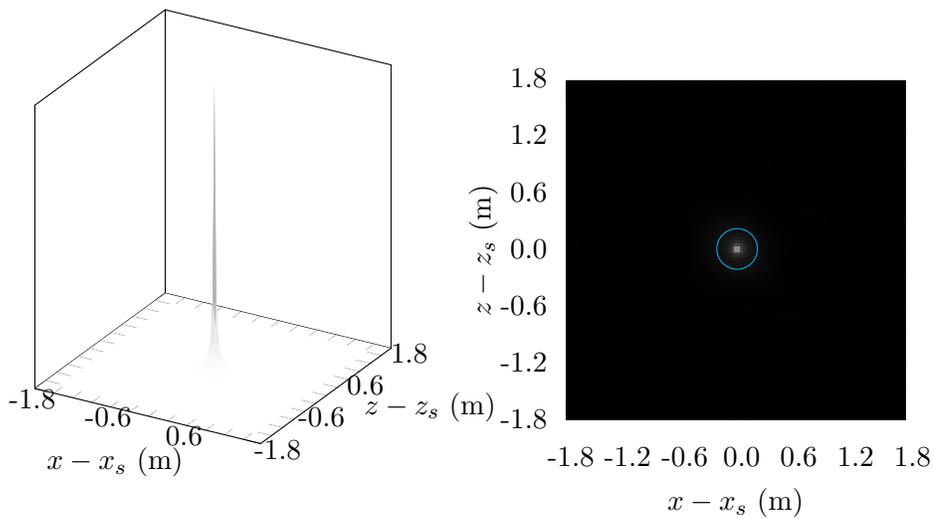
truite, et confirme les propriétés du processus d'imagerie par PRT numérique décrit dans la section précédente. Dans ce cas idéal numérique, la source à imager est une source ponctuelle. Par conséquent, la méthode de PRT fournit une image d'une source ponctuelle sans dégradation de résolution, même à basse fréquence. En revanche, la localisation obtenue par rétropropagation numérique par RT est limitée en résolution, à cause des effets de diffraction. Les images obtenues par PRT présentent un contraste et une résolution bien meilleurs que les images obtenues par RT, comme prévu par la théorie et les expériences de focalisation par puits à retournement temporel [86] [23] [66]. Dans le cas de l'imagerie d'une source ponctuelle, la limite de résolution de la technique d'imagerie par PRT correspond à l'échantillonnage spatial du modèle numérique du milieu de propagation.

La figure C.6 représente la limite de résolution (définie comme la largeur à -3dB de la tache focale) pour la localisation par RT et pour l'imagerie par puits à retournement temporel numérique. La résolution obtenue pour une rétropropagation numérique par RT est 1.35 fois plus grande que la limite théorique d'une demi-longueur d'onde. On peut expliquer cette différence par le fait que l'ouverture de l'antenne utilisée dans cette expérience numérique est petite, et que l'échantillonnage spatial des capteurs sur l'antenne ne satisfait pas le principe d'échantillo-

nage spatial. Cependant, nous avons approché au plus près le type de configurations utilisées expérimentalement dans l’océan [40], de manière à simuler de la manière la plus réaliste qui soit le matériel à disposition pour ce type d’expériences. Il est également essentiel que la configuration en guide d’onde du canal SOFAR permet d’améliorer grandement la résolution avec cette

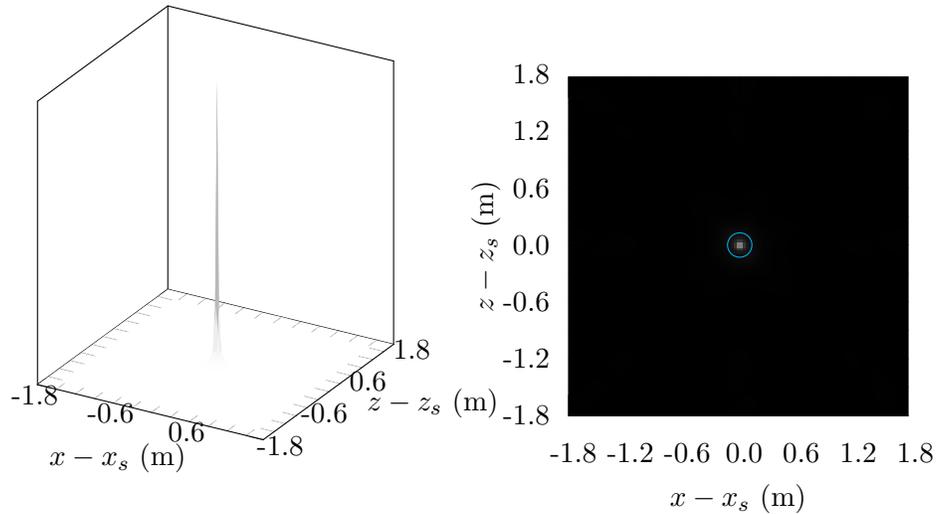


(a) 1500 Hz



(b) 3000 Hz

FIG. C.5: *Imagerie d’une source ponctuelle sous-marine dans le canal SOFAR grâce au puits à retournement temporel numérique, pour des fréquences centrales de (a) 1500 Hz, (b) 3000 Hz, et (c) 5000 Hz. Gauche : pression acoustique quadratique – Droite : Imagerie de la source (niveaux de gris) et limite théorique de résolution (cercles)*



(c) 5000 Hz

FIG. C.5 (suite): *Imagerie d'une source ponctuelle sous-marine dans le canal SOFAR grâce au puits à retournement temporel numérique, pour des fréquences centrales de (a) 1500 Hz, (b) 3000 Hz, et (c) 5000 Hz. Gauche : pression acoustique quadratique – Droite : Imagerie de la source (niveaux de gris) et limite théorique de résolution (cercles)*

configuration [63]. La focalisation par RT étant limitée en résolution par effets de diffraction, la résolution décroît avec la fréquence. Pour les applications où une source de petite taille émet un signal à basse fréquence, les techniques classiques de retournement temporel ne permettent pas d'accéder à la taille de la source en question : le processus de RT ne recrée pas exactement le champ renversé temporellement, puisqu'il ne reconstitue pas la singularité de l'espace créée par cette source. Ce défaut de reconstruction mène irrémédiablement à une résolution limitée.

Il est essentiel de remarquer que les propriétés du milieu de propagation doivent être connues. Dans la plupart des applications en acoustique sous-marine, le profil de célérité peut être mesuré grâce à des sondes de conductivité, température, et profondeur. Cette expérience numérique démontre que le PRT numérique est une méthode d'imagerie extrêmement précise, permettant d'imager à haute résolution une source acoustique en milieu sous-marin. Les limites de cette méthode résident dans la connaissance du profil de célérité et de la position de l'antenne d'hydrophones [73], même si Kuperman et al. [40] ont déjà démontré que les techniques de retournement temporel sont relativement robustes aux changements de températures et aux faibles mouvements de l'antenne pour des applications aux communications par RT en milieu sous-marin. La technique utilisée dans les communications par RT est exactement la même que celle utilisée ici dans nos simulations numériques, exception faite que la rétropropagation est réalisée dans le mi-

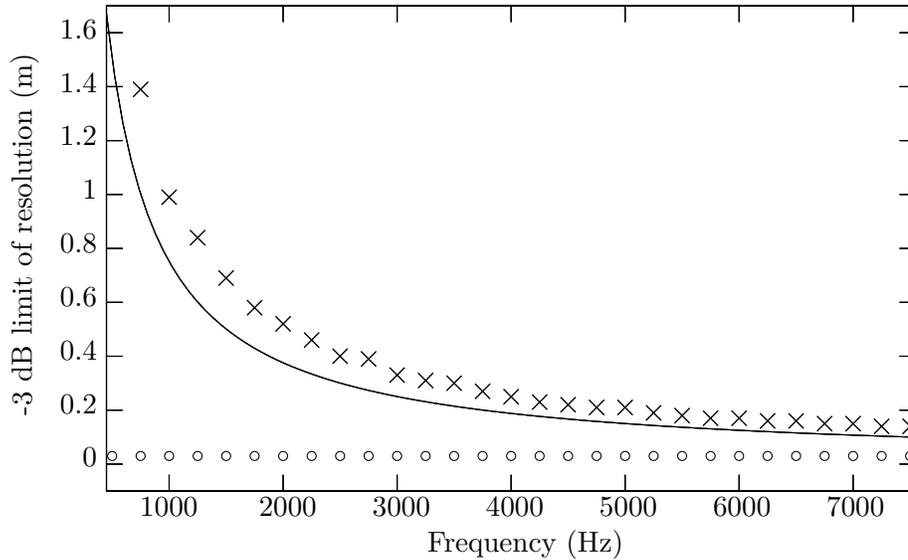


FIG. C.6: *Résolution du processus de retournement temporel (croix) et du processus d'imagerie par puits à retournement temporel (cercles) dans le canal SOFAR. Ces résolutions sont comparées à la limite classique de diffraction d'une demi-longueur d'onde (trait plein) pour les fréquences utilisées dans les expériences numériques.*

lieu réel de propagation. L'imagerie par PRT numérique étant un raffinement des techniques de RT, il est raisonnable d'affirmer que la stabilité de la technique est la même quand les propriétés du canal de propagation sont modifiées.

#### C.4.2 Imagerie expérimentale de sources sonores dans une salle anéchoïque grâce au PRT numérique

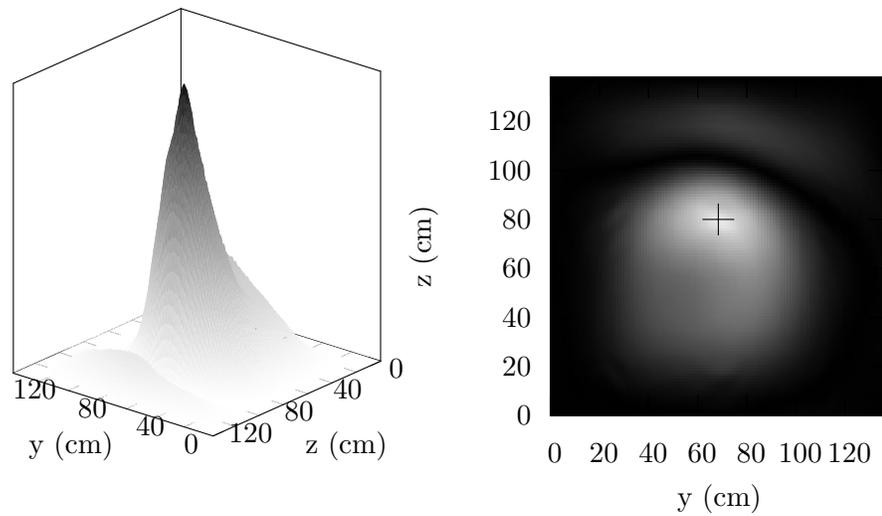
Dans cette section, nous présentons les résultats expérimentaux d'imagerie de sources acoustiques dans une salle anéchoïque. La situation expérimentale est décrite en section C.3.1. Les sources en question sont des transducteurs électrodynamiques de 2" de diamètre (15-Watt de puissance nominale), et émettent un signal impulsif (2.5 cycles de sinusoïde, fenêtrée par une fenêtre de Blackman, à différentes fréquences centrales, allant de 300 Hz à 8000 Hz), à des positions arbitraires dans la salle de mesure. La localisation des sources est réalisée grâce à une rétropropagation numérique par RT. Suite à cette localisation, le processus de PRT numérique est réalisé, grâce aux mesures sur les 36 points de contrôles, distribués sur une antenne bidimensionnelle de microphones (distance inter capteurs de 75 mm). Pour chacune des expériences, la vitesse du son dans la salle a été mesurée grâce à une expérience de temps de vol, de manière à

calibrer les simulations numériques de propagation acoustique nécessaires à la méthode proposée. Cette calibration permet de s'affranchir d'éventuelles erreurs de modélisations, dûes notamment à un changement de température dans la salle.

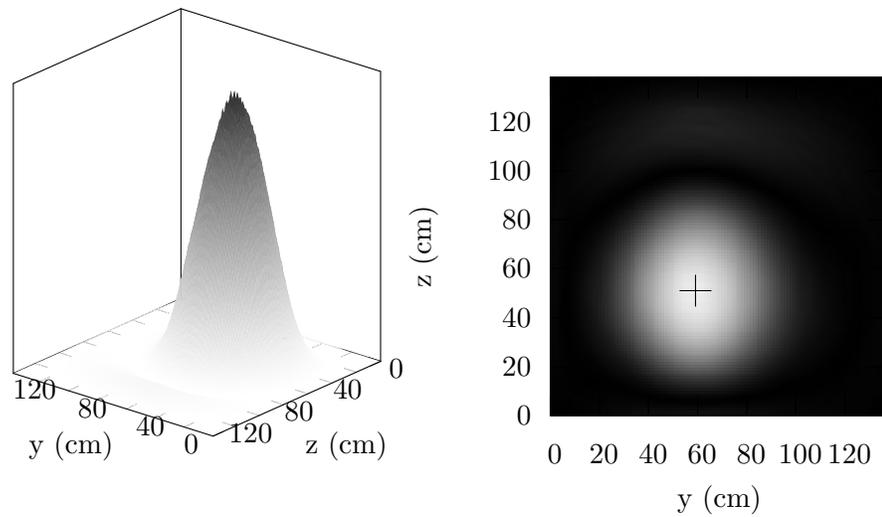
La figure C.7 présente la localisation de la source acoustique grâce à la rétropropagation numérique par RT. Cette localisation est réalisée pour deux positions de source différentes, à la fréquence centrale de 750 Hz. Chaque sous-figure représente une image en niveau de gris et une représentation tridimensionnelle de la pression acoustique quadratique obtenue par rétropropagation numérique par RT, dans un plan vertical contenant la source. La première source est placée en face de l'antenne de mesure (sur son axe de symétrie, à une distance de 35 cm du centre de l'antenne). La seconde est placée en dehors de l'ouverture de l'antenne (dans le même plan vertical que la première source, à une distance de 29 cm de l'axe de symétrie de l'antenne).

Les deux sources sont localisées efficacement par rétropropagation par RT, malgré le fait que le nombre de microphones de mesures soit faible : le point focal correspond exactement à la position réelle de la source dans l'expérience, déterminée par une mesure de distance entre trois points de l'antenne de microphones, et calculée par triangulation grâce à ces trois distances. Malgré tout, il est essentiel de remarquer que la reconstruction par RT de la source placée en dehors de l'ouverture de l'antenne de mesure est très asymétrique : le champ de pression acoustique n'est pas aussi bien reconstitué en dehors de l'ouverture de l'antenne de microphones, malgré le fait que le maximum de la tache de focalisation correspond exactement à la position réelle de la source émettrice. La méthode de localisation par rétropropagation par RT est moins précise, mais est toujours applicable lorsque la source est située en dehors de l'ouverture de l'antenne de mesure.

Les cartes obtenues par rétropropagation par RT fournissent une information sur la position des sources dans la salle anéchoïque, mais la taille de la tache focale n'est pas reliée à la taille de ces sources. La résolution est limitée par les effets de diffraction. Comme annoncé par la théorie, le RT classique ne permet que de localiser les sources. Toute l'information sur les sources est incluse dans le champ acoustique mesuré par le miroir à retournement temporel, mais le processus de retournement temporel ne recrée pas exactement le champ renversé temporellement, puisque la singularité spatiale à la source émettrice n'est elle-même pas renversée temporellement. Le processus de puits à retournement temporel permet de surpasser ce défaut apparent dans le processus de RT.

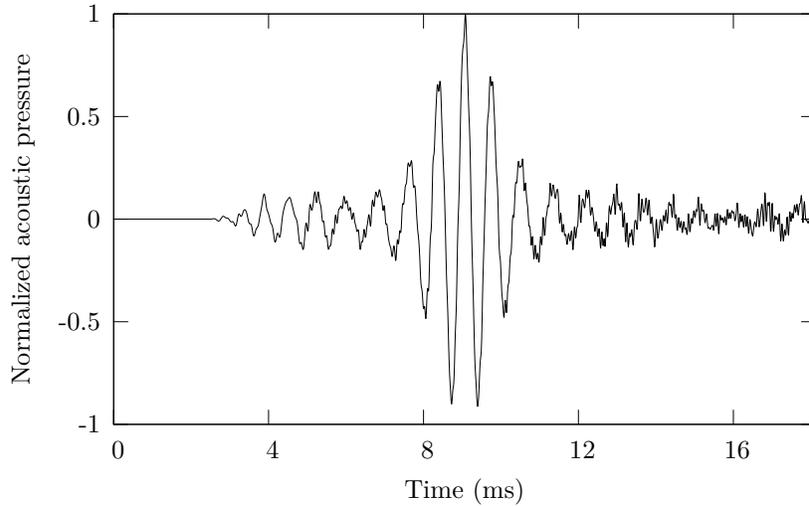


(a) Localisation par rétropropagation par RT d'une source de 2" à la fréquence centrale 750 Hz, en dehors de l'ouverture du miroir

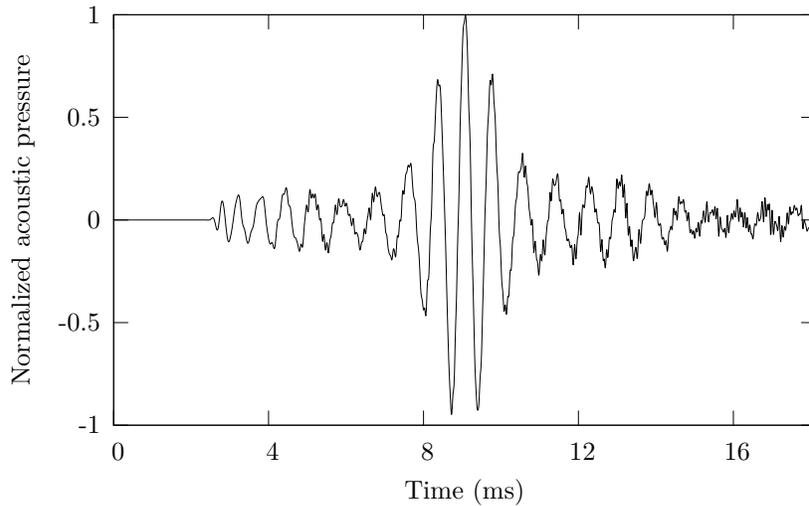


(b) Localisation par rétropropagation par RT d'une source de 2" à la fréquence centrale 750 Hz, en face l'ouverture du miroir

FIG. C.7: Localisation d'une source acoustique de 2" de diamètre par rétropropagation numérique par RT, à la fréquence centrale de 750 Hz (a) située en dehors de l'ouverture de l'antenne (b) située devant l'antenne. Les deux sources sont dans un plan  $(x, y)$ , parallèle à l'antenne de microphones, à une distance de 35 cm de l'antenne. À gauche : pression acoustique quadratique normalisée – À droite : Localisation de la source (niveau de gris). La position réelle de la source est indiquée par une croix



(a) Source à 750 Hz de fréquence centrale, en dehors de l'ouverture du miroir



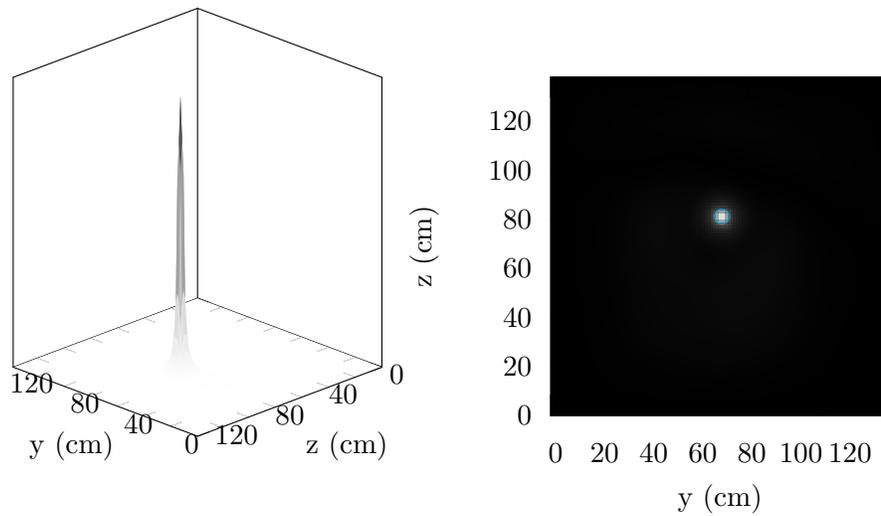
(b) Source à 750 Hz de fréquence centrale, en face de l'ouverture du miroir

FIG. C.8: *Pression acoustique normalisée à la position de la source, extraite de la rétropropagation numérique par RT, pour une source de 2" de diamètre, à 750 Hz de fréquence centrale, (a) située en dehors de l'ouverture de l'antenne (b) située en face de l'ouverture de l'antenne. Ces signaux correspondent aux signaux « d'antibruit » utilisés dans le processus de PRT numérique.*

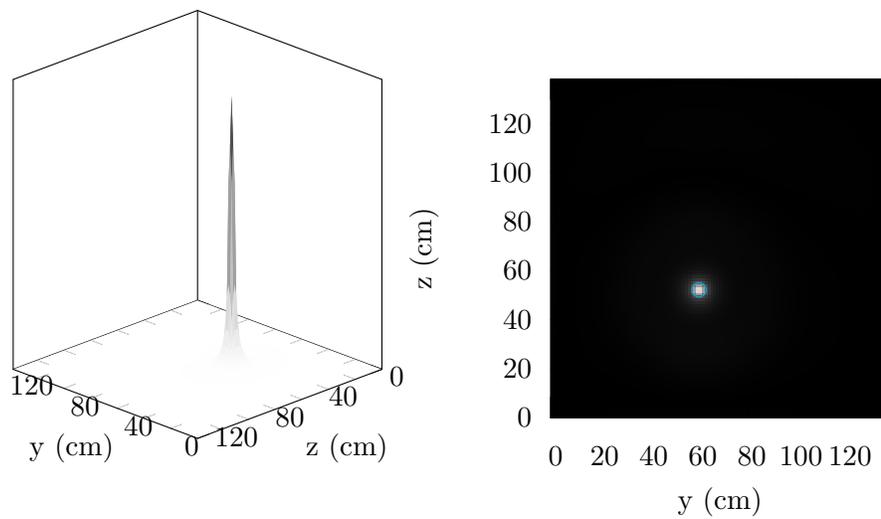
La figure C.8 représente le signal temporel obtenu par retournement temporel numérique, à la position de la source. Dans les deux cas, le signal temporel est reconstruit efficacement, même si la source est placée en dehors de l'ouverture de l'antenne. Ce résultat signifie que le processus d'imagerie par PRT numérique a de grandes chances d'être efficace dans les deux cas, même si la reconstruction par retournement temporel n'est pas précise *autour* de la source. En effet, ce processus d'imagerie à haute résolution nécessite une bonne reconstruction de la pression acoustique à la position de la source [23] [66].

Les données obtenues par reconstruction numérique par RT sont alors combinées linéairement au champ émis par un puits numérique à retournement temporel, qui émet le signal « d'anti-bruit », à la position des sources déterminées par l'étape de reconstruction par TR. Les résultats obtenus sont présentés à la figure C.9. Cette figure montre une image en niveau de gris des sources acoustiques reconstruites dans la salle anéchoïque (dans le plan vertical  $x = 35$  cm), et une représentation tridimensionnelle de la pression acoustique quadratique normalisée obtenue grâce à la technique de PRT numérique. Les cercles superposés aux images indiquent la taille réelle de la membrane du haut-parleur. Cette expérience démontre que les sources acoustiques sont bien localisées grâce au RT, et que la taille des transducteurs est très bien reconstruite par la technique de PRT numérique. Même avec un faible nombre de microphones de mesure et pour une source placée en dehors de l'ouverture de l'antenne de mesure, l'imagerie obtenue est hautement résolue. Cette technique permet ainsi de réaliser de l'imagerie de sources sans avoir besoin de scanner l'intégralité du milieu. Cette nouvelle méthode d'imagerie apparaît être une alternative extrêmement efficace à d'autres processus d'imagerie acoustique en champ libre (comme la formation de voies et l'holographie acoustique en champ proche), avec un faible nombre de transducteurs, et quand le milieu de propagation est connu. Enfin, remarquons que dans ces expériences, l'imagerie obtenue par technique de puits à retournement temporel exhibe des tailles légèrement plus petites que la taille réelle de la membrane du haut-parleur. Nous pouvons expliquer ce résultat par le fait que le PRT reconstruit la distribution de pression des transducteurs dans la salle anéchoïque. Cette distribution n'est pas uniforme sur la surface des transducteurs. C'est pourquoi l'imagerie par PRT reconstruit cette distribution de pression, et que la taille du transducteur est légèrement sous-estimée. Malgré tout, les résultats obtenus grâce à la méthode du puits à retournement temporel numérique fournissent une imagerie à haute résolution des sources actives en champ libre avec un faible nombre de capteurs, tant que la propagation des ondes acoustiques dans le milieu est simulée de manière précise.

La figure C.10 démontre la possibilité d'imager simultanément deux sources différentes, qui émettent des signaux à contenu spectral différent, grâce à la méthode de PRT numérique. Dans cette expérience réalisée dans la salle anéchoïque, deux transducteurs d'un diamètre de 2" émettent simultanément 1.5 cycles de sinusoïde, multipliée par une fenêtre de Blackman, respectivement à 950 Hz et 1450 Hz. Les deux sources sont séparées par une distance de 41 cm. Le champ de pression acoustique résultant de leur émission simultanée est mesuré par 36 microphones de référence, sur l'antenne de mesure. La rétropropagation numérique par RT et le puits à retournement temporel numérique sont alors réalisés, grâce à l'algorithme de simulation précédemment décrit. La figure C.10 représente la localisation réalisée grâce à la rétropropaga-



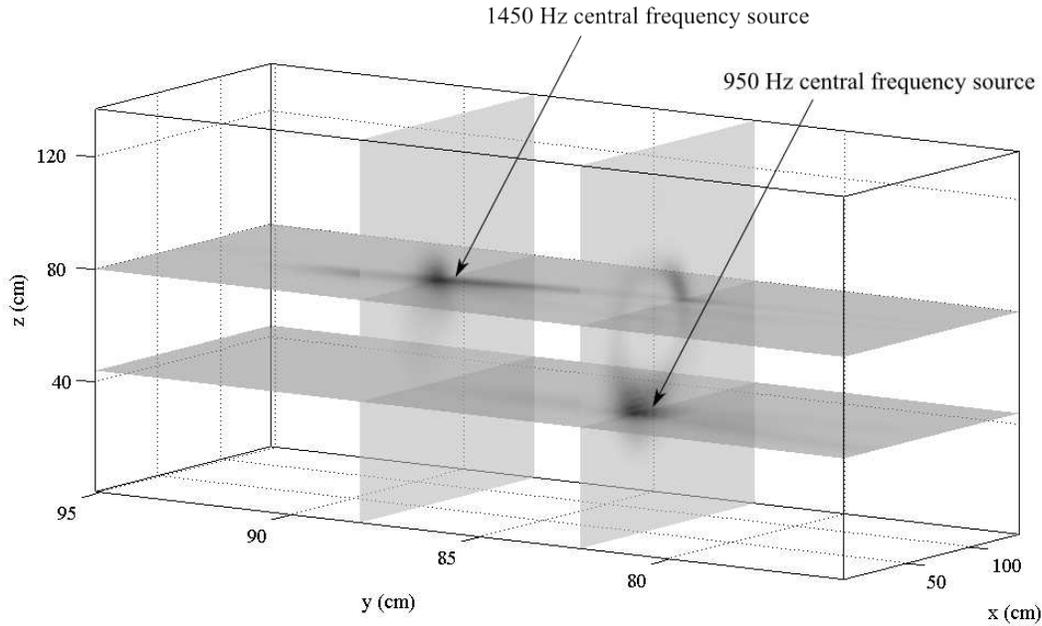
(a) Imagerie par PRT numérique d'une source de 2" de diamètre, à la fréquence centrale de 750 Hz, en dehors de l'ouverture de l'antenne de mesure



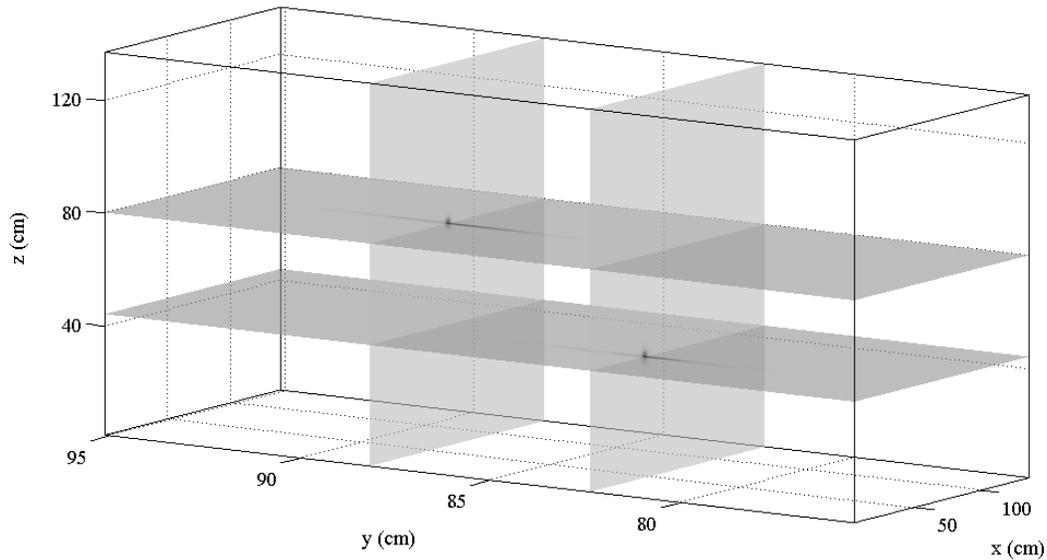
(b) Imagerie par PRT numérique d'une source de 2" de diamètre, à la fréquence centrale de 750 Hz, en face de l'ouverture de l'antenne de mesure

FIG. C.9: Imagerie par PRT numérique d'une source acoustique de 2" de diamètre, à la fréquence centrale de 750 Hz (a) située en dehors de l'ouverture de l'antenne (b) située devant l'ouverture de l'antenne. Les deux sources sont dans un plan  $(x, y)$ , parallèle à l'antenne de microphones, à une distance de 35 cm de l'antenne. À gauche : pression acoustique quadratique normalisée – À droite : Localisation de la source (niveau de gris). La taille réelle de la source est indiquée par un cercle centré sur la position de la source

tion numérique par RT, ainsi que l'imagerie des sources, réalisée grâce à la méthode du puits à retournement temporel numérique. Les deux figures sont tracées à l'instant du « collapse ». Les données montrent que la technique de PRT numérique est très efficace, même lorsque plusieurs sources émettent des signaux différents simultanément. Sur cette figure, on peut observer



(a) Rétropropagation numérique par RT, à l'instant du « collapse »



(b) Imagerie par PRT, à l'instant du « collapse »

FIG. C.10: *Rétropropagation numérique par RT (a) et Imagerie par PRT (b) de deux haut-parleurs émettant simultanément 1.5 cycles de sinusoides fenêtrées par une fenêtre de Blackmann, respectivement à 950 Hz et 1450 Hz*

que les deux sources sont bien imagées et que leur taille est déterminée avec précision par la méthode, même si le contenu fréquentiel des deux signaux émis sont différents l'un de l'autre. Ce résultat confirme que la méthode de puits à retournement temporel numérique est une méthode d'imagerie très précise et apporte un raffinement efficace au retournement temporel classique pour la détection et l'imagerie de sources acoustiques. Il est important de remarquer que la taille de la tache focale obtenue par retournement temporel dépend de la longueur d'onde. Ainsi, la localisation des sources est légèrement perturbée par la présence d'une source annexe à proximité de la source à localiser. En revanche, la méthode du puits à retournement temporel recrée la situation renversée temporellement exacte de l'émission sonore initiale.

## C.5 Conclusions

Dans cet article, nous avons montré que le puits à retournement temporel numérique pouvait être utilisé pour imager à haute résolution des sources acoustiques actives, dans le domaine audible, en champ libre. Ces résultats généralisent les travaux publiés précédemment par les auteurs dans [86] pour les ondes de flexion dans une plaque dispersive encastrée. Dans le cas ici étudié, la méthode d'imagerie par puits à retournement temporel numérique a été appliquée au cas de sources acoustiques audibles, dans un milieu tridimensionnel infini. Un modèle aux différences finies a été développé pour simuler la propagation des ondes acoustiques dans un milieu tridimensionnel stratifié, puisque c'est un outil indispensable à la méthode d'imagerie présentée ici. Nous avons présenté une expérience numérique d'imagerie de sources acoustiques sous marine, en tant que preuve du concept. L'imagerie de transducteurs acoustiques réels dans le domaine audible a également été réalisé dans une salle anéchoïque. La méthode d'imagerie par PRT numérique est une méthode efficace, permettant d'accéder à haute résolution à l'imagerie de la distribution spatiale de sources dans le domaine audible, ainsi qu'à la position et à la taille des sources acoustiques actives, même si ces sources sont placées en dehors de l'ouverture de l'antenne de mesure. Nous avons prouvé que la technique de PRT numérique permet d'imager à haute résolution des sources actives acoustiques, même lorsque plusieurs sources émettent simultanément des signaux différents. Le puits à retournement temporel numérique apparaît être une bonne alternative à d'autres méthodes d'imagerie acoustique, ouvrant ainsi un large panorama d'applications dans les domaines de l'acoustique sous-marine, de l'acoustique musicale, ainsi que dans le domaine de l'identification de sources acoustiques sur des structures industrielles.





## Résumé

Le développement de techniques de focalisation et d'imagerie à haute résolution pour les sources acoustiques et vibratoires à basse fréquence est l'un des enjeux de la recherche actuelle en acoustique, notamment pour exciter localement et analyser des structures vibroacoustiques complexes tout en conservant des propriétés de haute résolution. Ces propriétés sont nécessaires lorsque la taille des objets étudiés est plus petite que la longueur d'onde mise en jeu. Nous désirons une méthode flexible, rapide, précise, non invasive, et unifiée d'excitation et d'analyse. Celle-ci doit être applicable tant dans le domaine des vibrations dans les structures que dans le domaine des ondes acoustiques tridimensionnelles. Pour cela, nous nous basons sur la technique du puits à retournement temporel, qui n'a, à ce jour, été mise en œuvre que pour la focalisation d'ondes de Lamb dans une cavité ergodique ou avec des ondes électromagnétiques. Aucune technique d'imagerie n'a, avant cette thèse, été dérivée du puits à retournement temporel.

La méthode du puits à retournement temporel est adaptée pour la focalisation à basse fréquence. Elle permet d'exciter localement une structure avec une grande intensité, et possède des capacités de super-résolution. Malgré tout, nous démontrons que cette méthode est difficilement applicable en situation pratique, puisqu'elle fait perdre le caractère non invasif nécessaire à la plupart des applications. En revanche, nous présentons dans ce manuscrit une technique nouvelle d'imagerie de sources vibratoires et acoustiques, basée sur le puits à retournement temporel. Cette technique non invasive d'imagerie, utilisant des dispositifs de mesure similaires aux techniques de formations de voies ou d'holographie en champ proche, permet d'obtenir une image des sources vibratoires ou acoustiques à très haute résolution de manière rapide. L'approche de cette nouvelle méthode d'imagerie est décrite. Des applications à l'imagerie de sources d'impact sur une plaque encastrée, ainsi qu'à l'imagerie de sources acoustiques en champ libre et en milieu sous-marin profond sont proposées. Une application à l'imagerie de sources acoustiques à basse fréquence sur une guitare est développée. Ces résultats représentent les premières applications de l'imagerie par puits à retournement temporel numérique. Les limites, la théorie, et la mise en œuvre de cette technique d'imagerie à haute résolution sont étudiées et détaillées. Il est démontré que cet outil possède des performances et des limites similaires à l'holographie en champ proche, tout en dépassant les capacités à basse fréquence des techniques classiques de localisation limitées en résolution couramment utilisées, comme le beamforming ou le retournement temporel.

**Mots-clés** : retournement temporel, puits, focalisation, imagerie, haute-résolution, localisation, sources, acoustiques, vibratoires, Kirchhoff-Love, différences finies