



Simulation de l'opto-hydrodynamique des interfaces liquides

Hamza Chraibi

► To cite this version:

Hamza Chraibi. Simulation de l'opto-hydrodynamique des interfaces liquides. Mécanique des fluides [physics.class-ph]. Université Bordeaux 1, 2007. Français. NNT : . tel-00812478v2

HAL Id: tel-00812478

<https://theses.hal.science/tel-00812478v2>

Submitted on 15 May 2014

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

THÈSE

présentée à

L'UNIVERSITÉ BORDEAUX I

ÉCOLE DOCTORALE DE SCIENCES PHYSIQUES ET DE L'INGNIEUR

par **Hamza CHRAÏBI**

POUR OBTENIR LE GRADE DE

DOCTEUR

SPÉCIALITÉ : Mécanique

SIMULATION DE L'OPTO-HYDRODYNAMIQUE DES INTERFACES LIQUIDES

Soutenue le :

20 Septembre 2007

Après avis de :

MM. L. LIMAT, Directeur de Recherche au CNRS, MSC, Paris
R. SAUREL, Professeur, IUSTI, Marseille

Rapporteur
Rapporteur

Devant la commission d'examen formée de :

MM. J.P. DELVILLE, Directeur de Recherche au CNRS, CPMOH, Bordeaux
L. LIMAT, Directeur de Recherche au CNRS, MSC, Paris
R. SAUREL, Professeur, IUSTI, Marseille
C. CLANET, Chargé de Recherche au CNRS, LadHyX, Paris
D. LASSEUX, Chargé de Recherche au CNRS, TREFLE, Bordeaux
E. ARQUIS, Professeur, TREFLE, Bordeaux
R. WUNENBURGER, Maître de Conférence, CPMOH, Bordeaux

Président
Rapporteurs

Examineurs

Remerciements

Avant ma thèse je savais exactement ce que je ne voulais pas faire de ma vie... Maintenant je sais ce que je voudrais en faire.

Cette thèse a été effectuée au sein de Laboratoire TREFLE à l'Ecole Nationale de Chimie et de Physique de Bordeaux en collaboration avec le Laboratoire CPMOH.

J'ai donc une longue liste de gens à remercier du Campus de Bordeaux I ou d'ailleurs, je m'excuse par avance pour ceux que j'aurais oublié.

Je commencerai tout d'abord par mon premier contact Bordelais, Eric ARQUIS pour m'avoir recruté sur ce sujet, de m'avoir donné la chance de travailler dans les meilleures conditions possibles et de m'avoir encouragé en toutes circonstances.

Ensuite je remercie de tout coeur Didier LASSEUX qui a été mon mentor durant ces trois années de thèse. Avec lui j'ai appris à peu près tout ce que je sais sur la démarche scientifique, la rigueur dans le travail, le doute, la méthodologie numérique. Je sais que je suis très têtue, que je n'en fait souvent qu'à ma tête mais au final je suis bien heureux d'avoir pu bénéficier de tes conseils et de ton soutien dans les moments les plus difficiles, ceux où on est tout seul face à l'électrostriction par exemple ...

Avant de revenir à mes camarades et compagnons de fortune du TREFLE, je voudrais remercier Jean-Pierre DELVILLE et Régis WUNENBURGER du CPMOH pour les longues réunions passionnantes du vendredi après-midi qui me donnaient envie de rentrer chez moi réfléchir à ce qui pouvait provoquer des tétines alors que mes amis me harcelaient pour sortir profiter de la vie nocturne bordelaise. J'ai pu découvrir grâce à eux un sujet passionnant qui nous transforme en de grands enfants fascinés par les mystères de la Science. J'espère pouvoir continuer à travailler avec eux et avec Didier pour quelques temps encore.

Je voudrais également remercier mes rapporteurs Laurent LIMAT, Richard SAUREL et Christophe CLANET pour avoir accepté de faire partie du jury, ainsi que pour leurs remarques constructives qui m'ont permis de progresser

dans ce sujet.

Je tiens également à remercier très chaleureusement tous les thésards et permanents du Laboratoire TREFLE : tout d'abord mon camarade de "promo" Etienne pour nos longues discussions sur le recrutement et les résultats de l'OM et des Girondins, un sujet tout aussi passionnant mais bien plus difficile à comprendre que le couplage électromagnétisme/hydrodynamique. J'espère beaucoup de réussite dans la suite de ton travail. Je remercie également mon camarade de bureau Pierre pour avoir un peu été mon grand frère tout au long de ces trois années. Merci en vrac pour m'avoir supporté, pour ton soutien, tes conseils, avoir imprimé ma thèse, m'avoir fait répéter, et sûrement bien d'autres choses ... Merci aussi à Cedric pour sa gentillesse, pour avoir également imprimé ma thèse, j'imprimerai ta HDR, un jour, si tu veux pour qu'on soit quitte. Je remercie Guillaume G. pour de longues discussions très intéressantes sur la physique des interfaces, les pressions négatives, etc...

Enfin, je remercie dans le désordre : Mejdi pour les quadratures de Gauss, Jean pour les progs sur Matlab, Delphine pour sa gentillesse et ses encouragements, Stephane G. pour ses conseils et dépannages sur Linux, Mohammed pour être toujours de bonne humeur, Marie-Paul pour s'être tracassée administrativement à ma place, Muriel et Sylviane pour leur gentillesse, Azita bien sûr pour avoir été si gentille toutes les fois où j'ai appelé et pour avoir supporté mes déboulements dans le bureau à l'ENSAM, Henri B. également pour les conseils sur mon avenir, Wahbi J. et Mr. Mesnard pour m'avoir aidé à organiser mes enseignements à Bordeaux I (j'en profite d'ailleurs pour remercier mes élèves qui ne me verront sans doute pas de sitôt mais avec lesquels j'ai eu beaucoup de satisfaction). Merci aussi aux personnels de CPB, et de l'université, en pensant particulièrement à Alain, Chantal, Mr. Dabadie et Jean-Pierre du CRMI.

Pour conclure je souhaite beaucoup de réussite à tous ceux que j'ai croisé au Laboratoire, entre autres aux anciens ou nouveaux thésards (Nirina, Grégoire, Zoubir, les deux Aurélie, Mathilde, Houssen, Mathieu L., Guillaume B., Jérôme, Sylvain, Eric G., Nicolas, Arthur, Erwann, Mathieu B., Stéphanie D.) ou aux permanents qui font l'âme du laboratoire (Jean-Paul, Stephane V., David, et tous ceux que j'aurais oublié....).

Un clin d'oeil enfin à tous mes amis et frères de l'aventure bordelaise qui m'ont soutenu lors de ces trois années avec qui j'ai pu relâcher la pression quand il fallait.

Je finis bien sûr par remercier de tout coeur mes parents, ma petite et grande famille pour leurs encouragements et leur immense soutien ...

Table des matières

1	Introduction	7
2	Contexte de l'étude	9
2.1	Opto-hydrodynamique des interfaces liquides	9
2.1.1	L'expérience fondatrice d'Ashkin	10
2.1.2	Manipulation d'objets biologiques	11
2.1.3	Mesures des propriétés physiques des liquides	13
2.1.4	Génération de micro-gouttes : application en micro- fluidique	15
2.1.5	Modèles théoriques et numériques	19
2.2	Analogie avec l'électro-hydrodynamique et l'acoustique	21
2.2.1	Electro-hydrodynamique et cônes de Taylor	21
2.2.2	Analogie avec l'acoustique	23
2.3	Bilan	25
3	Modèle physique	27
3.1	Equations générales de l'hydrodynamique et de l'optique . . .	28
3.1.1	Equations de conservation	28
3.1.2	Force et tenseur des contraintes électromagnétiques . .	29
3.1.3	Saut de contraintes sur l'interface	30
3.2	Pression de radiation optique	32
3.2.1	Expressions de la pression de radiation	32
3.2.2	Coefficients de transmission en énergie et polarisation .	34
3.3	Problème aux limites	35
3.3.1	Choix des grandeurs caractéristiques	35
3.3.2	Equations adimensionnelles	36
4	Résolution par méthode intégrale et éléments de frontière	39
4.1	Etudes précédentes utilisant la méthode BIEM	39
4.2	Avantages de la BIEM	40
4.3	Application au problème de Stokes axisymétrique	41

4.3.1	Le problème physique	41
4.3.2	Le problème fondamental de Stokes et son noyau de Green	42
4.3.3	Formulation intégrale du problème de Stokes	43
4.3.4	Champs de vitesse interne	44
4.3.5	Forces volumiques non conservatives	45
4.3.6	Discrétisation de l'équation intégrale	45
4.3.7	Forme matricielle du problème	48
4.4	Algorithme de résolution	48
4.4.1	Initialisation de l'interface et discrétisation du domaine	48
4.4.2	Calcul de la courbure	49
4.4.3	Résolution du système linéaire	49
4.4.4	Déformation et lissage de l'interface	50
4.4.5	Précision des calculs	50
5	Résultats	51
5.1	Configuration expérimentale et caractérisation des micro-émulsions	52
5.1.1	Montage expérimental	52
5.1.2	Estimation théorique des propriétés physiques des micro- émulsions	54
5.2	Validation du modèle par comparaison aux résultats expéri- mentaux	58
5.2.1	Equilibre de l'interface : cas de propagation à partir du milieu le moins réfringent	58
5.2.2	Comparaisons entre les deux cas de propagation du faisceau laser	67
5.2.3	Analyse des profils expérimentaux - Formes en têtes .	74
5.2.4	Prise en compte de la force diffusive - Système proche du point critique	76
5.2.5	Visualisation des écoulements	81
5.2.6	Dynamique de l'interface	85
5.3	Etude des effets de paroi : cas du tube capillaire	93
5.4	Bilan	96
6	Etude des effets de volume fini : application à la déformation d'une goutte	99
6.1	Contexte	100
6.1.1	Géométrie de l'étude	101
6.1.2	Equations du problème	101
6.2	Etirement de la goutte	102
6.2.1	Formes des gouttes à l'équilibre	102

6.2.2	Instabilité des gouttes et formation du jet	107
6.3	Compression de la goutte	110
6.4	Bilan	112
7	Conclusions et perspectives	115
A	Nomenclature	119
B	Ecriture de la condition à l'interface entre les deux fluides	121
C	Expression de la pression de radiation optique	127
C.1	Expression des champs électrique lors de la propagation d'une onde électromagnétique entre deux fluides	127
C.2	Cas où $\mathbf{E}_0$ est $\perp$ au plan d'incidence : polarisation TE	129
C.3	Cas où $\mathbf{E}_0$ est $//$ au plan d'incidence : polarisation TM	132
C.4	Hypothèse des petites déformations	136
D	Expression du noyau de Green pour le problème de Stokes	137
D.1	Noyau de Green	137
D.2	Intégrales elliptiques complètes : K et E	139
D.2.1	Intégrales elliptiques du premier ordre K	140
D.2.2	Intégrales elliptiques du second ordre E	140

Chapitre 1

Introduction

L'étude de la déformation d'interfaces liquides par la pression de radiation optique d'un faisceau laser, discipline nouvelle que l'on appelle *opto-hydrodynamique* a fait l'objet d'une grande attention durant les dernières années. Bien qu'elle présente des applications potentielles très prometteuses en biologie et en physique de la matière molle, elle est toutefois encore mal comprise.

Dans ce travail, nous proposons de développer une première étape dans la compréhension des interactions entre lumière et interfaces liquides grâce à un modèle physique général. Dans le chapitre 2, nous présentons une étude bibliographique en détaillant les travaux expérimentaux et théoriques réalisés en opto-hydrodynamique et en montrant qu'une analogie peut être faite entre cette discipline et l'électro-hydrodynamique ou encore l'acoustique.

Dans le chapitre 3, nous présentons le modèle physique choisi pour décrire l'opto-hydrodynamique. Après avoir supposé une symétrie cylindrique du problème compte tenu de la nature de l'excitation optique, un écoulement de Stokes est considéré dans les phases, associé à une condition de saut de contraintes sur l'interface. Les équations du problème sont alors données sous leur forme adimensionnelle afin de leur donner un caractère universel.

Dans le chapitre 4, la méthode des éléments de frontière, privilégiée pour la résolution numérique, est présentée sous sa forme intégrale en détaillant les équations sous leur forme continue puis discrète. L'algorithme de résolution utilisé est ensuite précisé.

Dans le chapitre 5, la validation du code de calcul numérique est effectuée à l'aide de comparaisons directes avec des résultats théoriques et expérimentaux de Casner & Delville [Casner 02]. Des simulations à caractère prédictif sont également réalisées permettant la mise en évidence de phénomènes particuliers propres à l'opto-hydrodynamique.

Nous présentons le montage expérimental de l'équipe de Delville, ainsi que le

modèle d'estimation théorique des propriétés des microémulsions. Nous comparons profils et hauteurs d'interfaces issus des résultats numériques, théoriques et expérimentaux pour les deux régimes de déformation. Les effets de la gravité sont alors étudiés notamment en ce qui concerne la transition entre régime linéaire et non-linéaire. Ensuite, l'influence du sens de propagation du faisceau est étudiée. Nous modélisons alors les effets de la diffusion de la lumière sur les fluctuations de densité au sein de l'écoulement lorsque le système diphasique est proche du point critique. Des visualisations de l'écoulement sont montrées afin de comprendre le couplage entre écoulement et forme de l'interface.

Enfin, nous étudions la dynamique de l'interface dans les deux régimes de déformation en montrant l'effet du rapport des viscosités sur l'état transitoire de la courbure avant de conclure sur une étude des effets des parois sur la déformation de l'interface.

Finalement, dans le chapitre 6, notre modèle est utilisé pour simuler des déformations de gouttes micrométriques par pression de radiation optique. Un parallèle est proposé avec une expérience intéressante de déformation de gouttes par faisceau laser. Les conclusions et les perspectives sont finalement présentées dans le chapitre 7.

Chapitre 2

Contexte de l'étude

2.1 Opto-hydrodynamique des interfaces liquides

La force électromagnétique induite par une onde lumineuse à l'interface séparant deux milieux diélectriques d'indices de réfractions différents a fait l'objet de plusieurs études depuis le développement des lasers. Cette force surfacique, que l'on appelle pression de radiation optique, fût d'abord utilisée dans des expériences de lévitation de micro-particules avant d'être dirigée vers la déformation d'interfaces liquides.

D'un point de vue théorique, l'analyse des effets de cette force sur les interfaces liquides, a été limitée au cas où l'amplitude des déformations reste faible. Aussi, du fait de la complexité des phénomènes mis en jeu lors du couplage de l'hydrodynamique avec l'électromagnétisme, une étude numérique de tous les régimes de déformation paraît indispensable afin de comprendre et de contrôler les nouveaux procédés découlant de ce que l'on appellera désormais l'*opto-hydrodynamique*. En effet, cette discipline encore nouvelle dans le champ de la physique étudie les effets optiques des faisceaux lasers sur l'hydrodynamique des interfaces fluides.

Dans ce chapitre nous détaillons le contexte général d'étude de l'opto-hydrodynamique, en présentant la première expérience effectuée dans cette discipline par Ashkin & Dziedzic [Ashkin 73] afin d'observer expérimentalement le sens de déformation d'une interface eau/air. Les travaux menés depuis les années 70 dans cette discipline seront alors présentés selon trois axes d'applications différents, à savoir la manipulation sans contact et non-intrusive de cellules biologiques, la mesure rapide de propriétés physiques des liquides, et enfin la génération de jets de gouttes micrométriques pour des applications en microfluidique. Enfin, nous rappellerons les résultats théoriques et numériques obtenus jusqu'à présent en opto-hydrodynamique, avant de conclure

sur l'analogie de cette discipline avec l'électro-hydrodynamique ou encore avec la déformation d'interfaces liquides par ondes acoustiques.

2.1.1 L'expérience fondatrice d'Ashkin

L'expérience fondatrice de déformation d'interfaces liquides par laser a été effectuée par Ashkin et al. [Ashkin 73] qui ont utilisé un laser pulsé pour déformer des interfaces eau-air. L'objectif de cette expérience visait à observer le sens de déformation d'une interface eau-air et à déterminer si le sens de cette déformation dépendait du sens de propagation du faisceau laser. En fait, plusieurs théoriciens se sont intéressés au problème de la déformation d'interfaces à l'aide d'un laser et donc au couplage entre électromagnétisme et hydrodynamique des interfaces. Entre autres, deux expressions contradictoires de l'impulsion de la lumière dans des milieux diélectriques ont été proposées. La première, donnée par Minkowski [Minkowski 10] indique que la quantité de mouvement des photons est donnée par : $q_m = UN/c$, U étant l'énergie du faisceau, N l'indice du milieu et c la célérité de la lumière. L'autre expression de la quantité de mouvement, proposée par Abraham [Abraham 09], est donnée par : $q_a = U/(Nc)$. Selon l'une ou l'autre des expressions, la pression de radiation qu'exerce la lumière sur l'interface pourrait soit la déformer vers le milieu le plus réfringent (Abraham), soit vers le moins réfringent (Minkowski) (voir figure 2.1). La pression de radiation entre deux milieux peut en effet être interprétée comme le saut de quantité de mouvement des photons lors de leur passage à l'interface entre les deux milieux. Ainsi l'expérience d'Ashkin avait pour but de trancher entre les deux expressions qui avaient fait l'objet d'une controverse datant de plusieurs décennies [Brevik 70; Skobel'tsyn 73; Gordon 73] et de fournir ainsi une avancée théorique importante en électromagnétisme.

L'interface eau-air étant peu déformable du fait de sa grande tension superficielle ($\sim 70mN/m$), la déformation n'était pas directement visualisable. Cependant, Kats et al. [Kats 69] ont montré que l'autofocalisation d'un faisceau laser dans un milieu homogène est possible si l'interface qu'il traverse est courbée. Cette courbure modifie le trajet du faisceau et rétroagit sur sa propagation par effet de lentille. Ashkin et Dziedzic ont ainsi déduit de la forme du faisceau observé, le signe de la courbure de l'interface et donc son sens de déformation. Ils ont alors constaté que l'interface se déformait toujours vers le milieu le moins réfringent quelque soit le sens de propagation du faisceau donnant ainsi raison à la formulation proposée par Minkowski. Il faut préciser que la polémique ne fût cependant pas complètement close, l'expression de

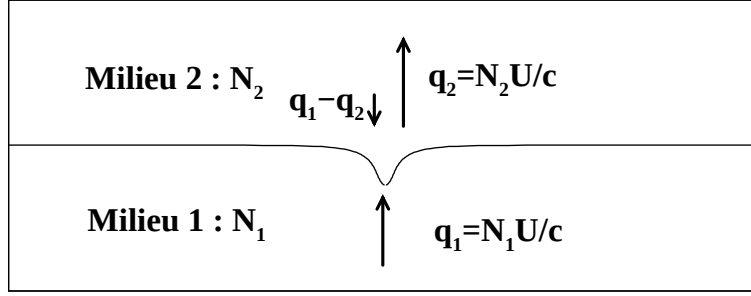


FIG. 2.1 – Déformation d’une interface liquide par faisceau laser ($N_1 < N_2$). Les quantités de mouvement des photons sont exprimées selon le formalisme théorique de Minkowski.

Minkowski n’étant valable que pour des ondes électromagnétiques à hautes fréquences ($10^{15} Hz$), ce qui est toujours le cas pour les faisceaux lasers. Plus de précisions sur les deux approches peuvent être trouvées dans une synthèse faite récemment par Bowyer [Bowyer 05].

2.1.2 Manipulation d’objets biologiques

L’une des premières applications de la pression de radiation fut imaginée par Ashkin & Dziedzic et a consisté à mettre au point ce que l’on appelle les *pincettes optiques* [Ashkin 87].

Cela consiste à piéger une bille solide grâce au champ électromagnétique généré par le faisceau pour ensuite utiliser cette bille pour manipuler des cellules ou membranes biologiques. L’inconvénient de cette méthode est la manipulation indirecte des objets biologiques par le biais d’une bille solide alors que le principal intérêt de la pression de radiation optique est de pouvoir manipuler des objets sans-contact pour éviter toute contamination.

Cependant, avec les nouveaux développements sur la matière molle et les technologies laser, la pression de radiation fût directement utilisée afin de manipuler des micro-objets [Guck 00] sans contact, ni dommages thermiques. Ainsi, l’utilisation de deux faisceaux alignés sur une même cellule biologique et de sens de propagation opposé a permis d’exercer une déformation symétrique sur les deux hémisphères de la cellule et déduire ainsi ses propriétés viscoélastiques (voir figure 2.2). Cet outil appelé *optical stretcher* (littéralement étireur optique) présente l’intérêt d’éviter le déplacement d’ensemble de la cellule et de pouvoir cumuler les effets de pression de radiation des deux faisceaux. La gamme des forces applicables sur la cellule s’étend du pi-

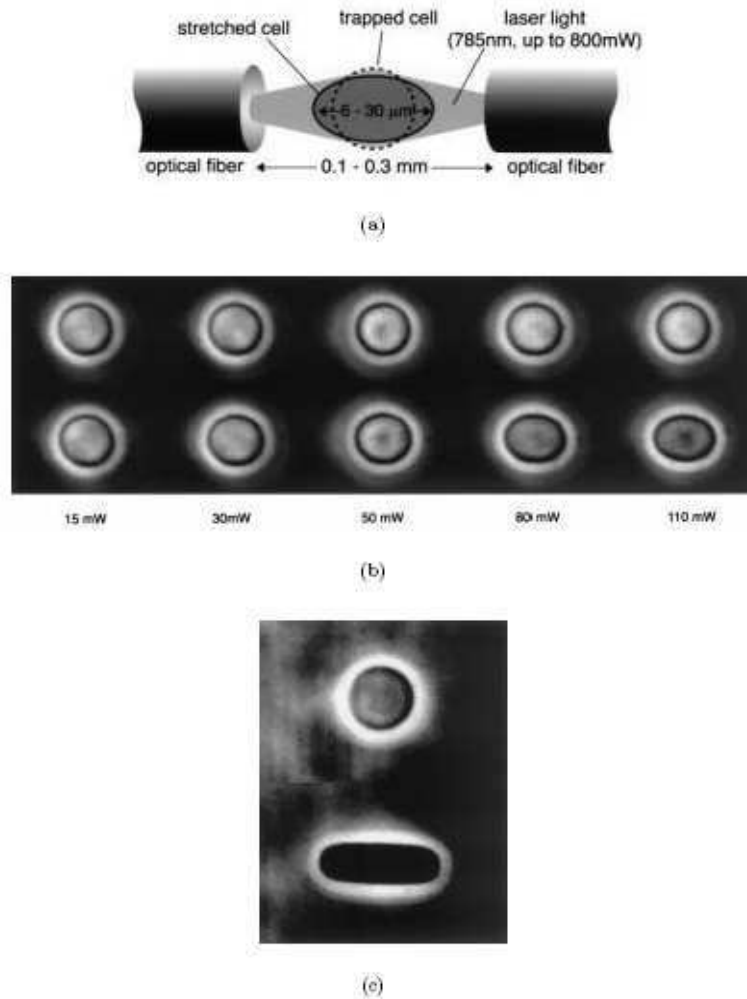


FIG. 2.2 – (a) Schéma de principe de l'*optical stretcher*. L'illumination laser issue des deux fibres optiques induit le piégeage transverse et l'étirement d'un globule rouge montré en (b) pour différentes puissances. (c) Grande déformation observée à forte puissance (200mW). Source : [Guck 00]

conewton au nanonewton, soit jusqu'à 100 fois plus importantes que pour des pincettes optiques classiques et ce sans dommages radiatifs pour les cellules. En effet, les faisceaux lasers ne sont pas focalisés et l'absorption thermique reste faible à la longueur d'onde utilisée.

Durant la même période, des progrès importants ont été faits sur la sensibilité de détection des déformations de membranes, ce qui a permis de caractériser

la rigidité et l'élasticité des cellules [Guo 98] , [Lin 01] de manière beaucoup plus précise avec une possible application de cette technique à la discrimination entre cellules vivantes saines ou cancéreuses à partir de leur réponse élastique. Il s'agit là d'une perspective d'avancée majeure en biologie offrant un champ d'application d'une grande importance aux *étireurs optiques*.

2.1.3 Mesures des propriétés physiques des liquides

Récemment, d'autres applications très prometteuses de la déformation optique des interfaces ont pu être envisagées, parmi lesquelles nous pouvons citer la mesure de propriétés physiques des liquides comme la tension interfaciale, la viscosité ou encore la viscoélasticité.

Une équipe japonaise [Sakai 01] a récemment mis au point une technique consistant à déformer une interface liquide par un faisceau laser continu appelé *onde pompe* et à mesurer la courbure de l'interface en utilisant un second faisceau de faible puissance appelé *onde sonde*. Le profil d'intensité de cette dernière est mesuré grâce à l'effet de lentille induit par la courbure de l'interface qui la focalise et modifie alors son intensité (figure 2.3). Le profil

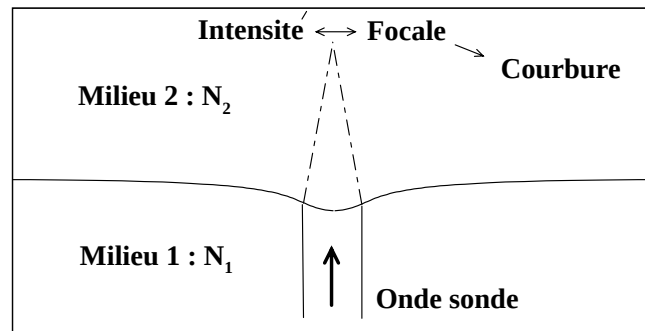


FIG. 2.3 – Schéma de principe montrant la focalisation de l'onde sonde sur une interface déformée. L'onde pompe n'est pas représentée.

d'intensité de l'onde sonde pouvant être relié analytiquement à la courbure de l'interface, le temps caractéristique associé à la variation temporelle de cette courbure peut alors être mesuré et nous pouvons en déduire les propriétés physiques des liquides comme la tension interfaciale ou la viscosité [Mitani 02; Sakai 03; Yoshitake 05].

Cette technique est particulièrement efficace pour la mesure de très faibles tensions interfaciales (quelques $\mu N/m$) (voir figure 2.5(b)) là où les techniques de mesures habituelles donnent peu de résultats. Des mesures de très

grandes viscosités (voir figure 2.5(a)) ont également pu être réalisées avec une très grande précision sur des huiles jusqu'à 10^6 fois plus visqueuses que l'eau. L'avantage de la mesure de viscosité par laser est sans conteste la rapidité à laquelle ces mesures peuvent être faites (quelques secondes) par rapport aux procédés classiques, le temps caractéristique du mouvement de l'interface étant proportionnel à la longueur caractéristique des déformations qui est de quelques nanomètres dans ce cas là. On peut également ajouter à cela le fait que le faisceau laser constitue un instrument de mesure sans contact mécanique et donc sans contamination chimique potentielle des liquides étudiés.

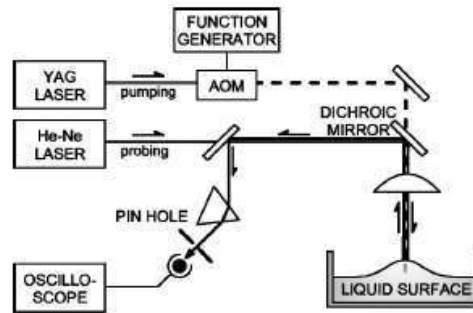


FIG. 2.4 – Schéma du dispositif expérimental utilisé pour la mesure de propriétés physiques des liquides. Source : [Yoshitake 05]

Parmi les récents développements de cette technique, on peut également citer l'excitation d'ondes capillaires à la surface d'une interface liquide par modulation du faisceau pompe [Sakai 03]. En effet, en déterminant les amplitudes et les fréquences de ces ondes de surface, il est possible de caractériser les propriétés dynamiques de l'interface comme sa viscoélasticité.

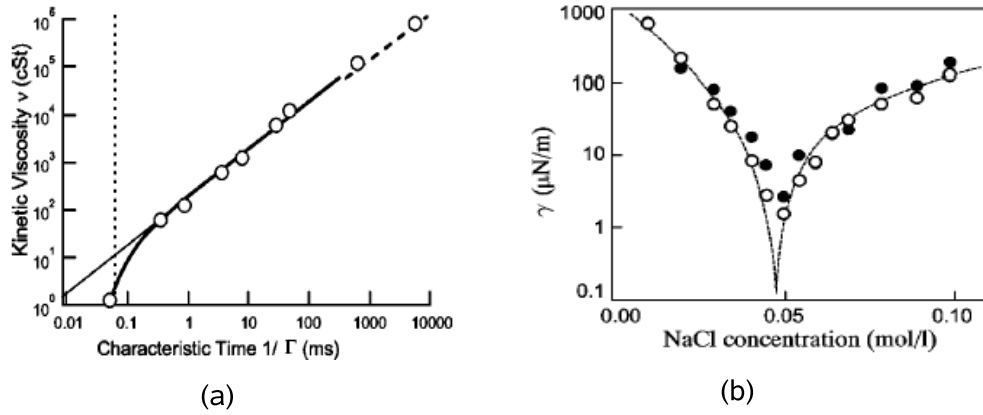


FIG. 2.5 – Comparaison des résultats expérimentaux (cercles) et analytiques (ligne pleine) de viscosités (a) et tensions de surfaces (b). Source : [Yoshitake 05; Mitani 02]

2.1.4 Génération de micro-gouttes : application en micro-fluidique

Une troisième application intéressante des déformations d'interfaces par laser est la génération de gouttes mono-disperses de taille micrométrique. La première observation de la génération de gouttes à partir d'une interface liquide déformée par un faisceau laser a été faite par Zhang & Chang [Zhang 88]. Ainsi, une impulsion d'énergie allant de 100 à 200 mJ a été utilisée afin de déformer une gouttelette d'eau de 50 microns. Cette déformation a été filmée grâce à une caméra rapide à la cadence de 1000 images/seconde.

Pour les faibles impulsions (100 mJ), une série de clichés (figure 2.6(a)) a montré l'oscillation de l'interface de la goutte due à la propagation d'ondes capillaires. La déformation de l'interface est dirigée vers le milieu le moins réfringent, comme observé dans les expériences d'Ashkin, et est maximale en aval de la goutte du fait de la focalisation du faisceau. Pour les hautes impulsions (200 mJ) (figure 2.6(b)), alors que la déformation amont est similaire à celle obtenue à 100 mJ, quoique de plus grande amplitude, la surface aval de la goutte se déforme de manière beaucoup plus importante formant un long filament cylindrique instable au bout duquel on observe l'éjection de micro-gouttelettes.

Le mécanisme induisant la formation de ces micro-gouttes n'a jamais été étudié théoriquement ou numériquement, cependant l'hypothèse de la focalisation du faisceau fût envisagée pour expliquer la déstabilisation de la goutte

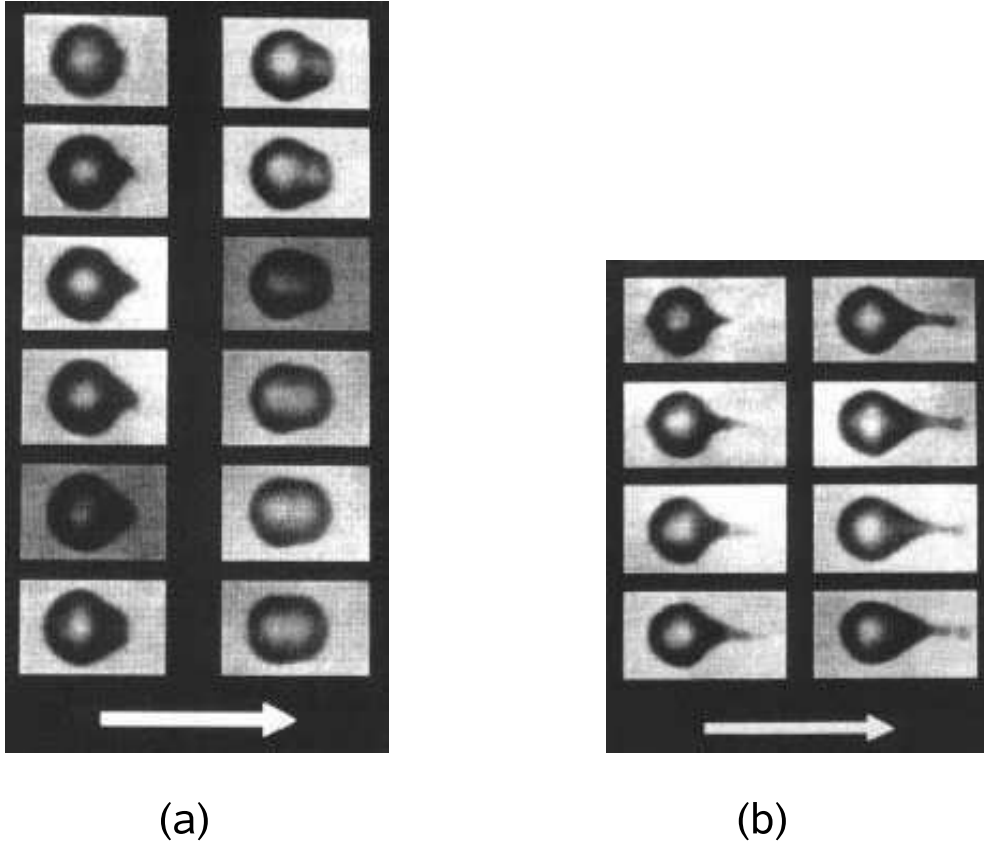


FIG. 2.6 – (a) Oscillation d’une goutte d’eau induite par une impulsion laser d’énergie $100mJ$ de rayon au col de $4,2$ microns et d’une durée de $400ns$. Le faisceau se propage de gauche à droite comme indiqué par la flèche. La première image en haut à gauche correspond à l’instant $t=0$, la dernière en bas à droite à $t = 22\mu s$ après le passage de l’impulsion. (b) Déformation observée pour une impulsion d’énergie $200mJ$. La première image correspond à $t = 1\mu s$, la dernière à $t = 15\mu s$. Un long filament avec éjection de micro-gouttes est formé en aval de la goutte. Source : [Zhang 88]

sur la face aval. En effet, de récentes expériences menées par Casner & Delville [Casner 02], ont consisté à utiliser un faisceau laser continu de puissance allant de 1 à $2W$ ($\omega_0 = 3$ à $15\mu m$) afin de déformer des interfaces liquides séparant des micro-émulsions eau/huile proche du point critique (voir figure 2.7). Au delà d’une certaine température critique $T_C = 35^\circ C$, ces liquides se séparent en deux phases immiscibles dont la tension interfaciale est typiquement 10^5 fois plus petite que celle d’une interface eau-air. Ceci permet donc

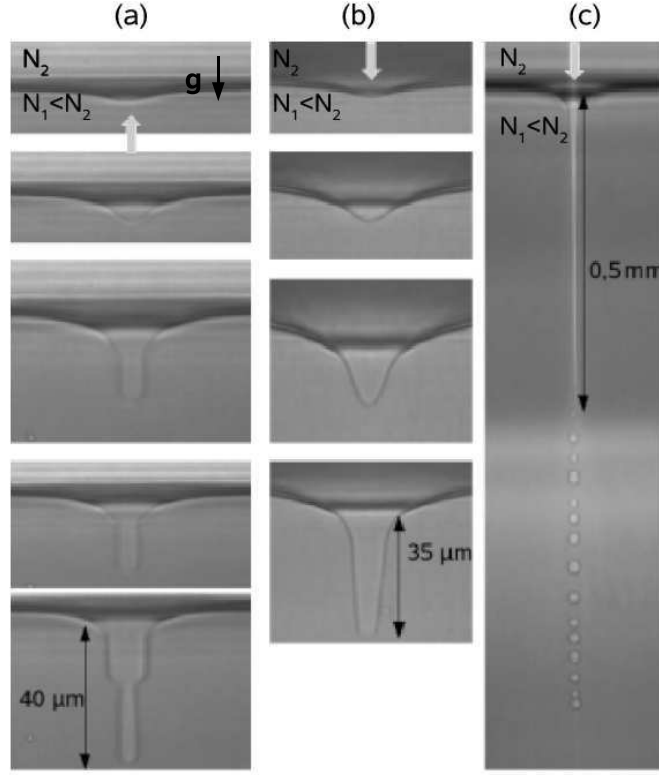


FIG. 2.7 – Déformation d'interfaces liquides-liquides par faisceau laser continu ($\omega_0 = 5.3 \mu m$ $T - T_c = 3.5 K$). (a) Le faisceau se propage du bas vers le haut comme indiqué par la flèche. Les images de haut en bas montrent des interfaces à l'état d'équilibre pour des puissances croissantes (120, 240, 360, 390 et 720 mW). (b) Le faisceau se propage du haut vers le bas (124, 248 et 372 mW). L'image du bas (405 mW) montre une déformation au seuil d'instabilité de l'interface conduisant à un jet. Des micro-gouttelettes sont alors éjectées au bout du jet comme montré dans l'image (c). Source : [Casner 03]

d'utiliser des faisceaux continus de puissance raisonnable pour induire des déformations allant jusqu'à la centaine de microns alors que les précédentes expériences de déformation d'interfaces par laser [Ashkin 73; Sakai 01] induisaient des déformations d'ordre nanométrique.

Les expériences effectuées par Casner à faible puissance laser ont montré des observations semblables à celles d'Ashkin, à savoir l'invariance du sens, de la forme et de l'amplitude de la déformation selon que le faisceau se propage du fluide le moins réfringent au plus réfringent ou inversement. En revanche, pour de grandes puissances, de surprenantes formes de tétines stables ont pu

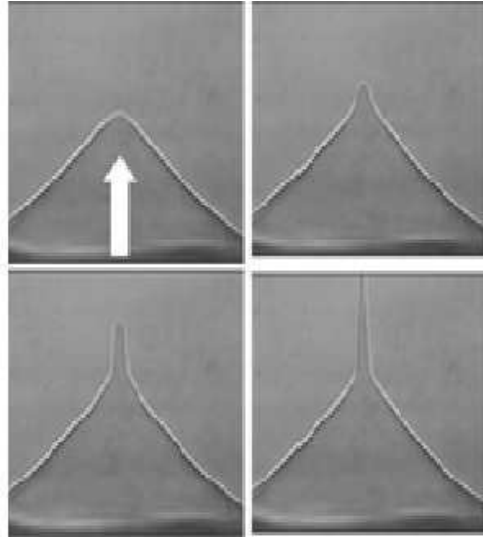


FIG. 2.8 – Formation de cônes par déformation optique d'un film de mouillage. L'onde laser se propage de bas en haut comme indiqué par la flèche. Source : J. P . Delville

être observées dans le cas de propagation à partir du fluide le moins réfringent. Dans le cas inverse, à partir d'un certain seuil de puissance, l'interface devient instable et se prolonge en un long filament éjectant des micro-gouttes de manière tout à fait semblable au phénomène observé dans les expériences de Zhang & Chang.

Bien qu'il soit encore peu compris, le mécanisme responsable de la déstabilisation de l'interface dans le cas de propagation à partir du fluide le plus réfringent, semble être la réflexion totale du faisceau sur l'interface liquide. En effet, à partir du moment où celle-ci atteint une forme telle que l'angle de réflexion total fixé par le rapport entre les indices de réfractions du milieu est atteint, la lumière ne se transmet plus dans certaines zones à forte pente de l'interface, mais se refocalise vers l'axe de celle-ci, apportant un surplus d'énergie qui induirait sa déstabilisation.

Très récemment, d'autres expériences ont été menées par l'équipe de J. P. Delville sur la formation de ce que l'on appelle les *cônes de Taylor*. Les premiers résultats se sont avérés très intéressants (voir figure 2.8). Ainsi, on observe tout d'abord la formation d'un cône à partir d'un film de mouillage d'une phase liquide dans une autre moins réfringente. Lorsqu'on augmente la puissance du faisceau, on observe une déstabilisation de l'interface induisant un jet au sommet du cône.

Le phénomène de formation du cône de Taylor et l'instabilité induite sont

très similaires à ceux observés dans des expériences de déformations d’interfaces par champs électriques. On détaillera par la suite les études qui ont été menées sur la formation de cônes de Taylor en électro-hydrodynamique en soulignant l’analogie observée avec l’opto-hydrodynamique.

De nombreuses applications peuvent découler de la formation de microgouttes par déstabilisation d’interfaces liquides et ce notamment dans le domaine de la microfluidique. L’objectif serait de développer des composants microfluidiques tels que des vannes, mélangeurs, pompes ou micro-réacteurs chimique pilotés optiquement et qui trouveraient leur application en biologie ou en chimie notamment pour des problématiques de dosages.

2.1.5 Modèles théoriques et numériques

Bien que de nombreuses expériences aient été réalisées pour déformer des interfaces liquides par faisceau laser, peu d’études théoriques ou numériques ont été menées afin de modéliser le problème dans sa globalité et de conduire à des outils prédictifs précis

Ainsi, du fait des faibles amplitudes des déformations observées lors des premières expériences [Ashkin 73; Zhang 88], la majorité des modèles théoriques ont supposé un régime linéaire des déformations. Dans ce régime, on suppose que la pente de la déformation est toujours très faible devant l’unité et l’hypothèse est donc faite que l’incidence du faisceau laser est normale à l’interface en tout point.

Une première étude faite par Lai et al. [Lai 76] avait pour but de modéliser grâce à la théorie des ondes linéaires l’évolution temporelle de la courbure de l’interface pour un cas d’incidence normale du faisceau, dans la même configuration que l’expérience d’Ashkin. Bien qu’ils aient considéré des régimes non visqueux, leurs prédictions ont montré un accord quantitatif avec les résultats expérimentaux.

Ceci a constitué le premier modèle théorique des déformations d’interfaces par laser. Plus tard, Lai et al. [Lai 89] puis Brevik et al. [Brevik 99] se sont intéressés à la modélisation des oscillations de gouttes observées par Zhang & Chang [Zhang 88] en appliquant également la théorie des ondes linéaires. Alors que la première étude repose sur l’hypothèse d’une polarisation circulaire du laser [Lai 89] (2.9), la seconde [Brevik 99] suppose une polarisation linéaire (la direction du champ électrique est constante dans le temps), l’étude expérimentale [Zhang 88] ne précisant pas l’état de polarisation utilisé. Dans les deux cas, des comparaisons qualitatives ont pu être faites sur la variation de la forme de la goutte en temps et la propagation des ondes capillaires à sa surface. Cependant des différences ont été observées sur l’amplitude des

déformations de la goutte et ont été attribuées à la focalisation des rayons incidents sur la face aval de la goutte. Ce phénomène n'a pu être approché théoriquement du fait du couplage entre propagation de la lumière et forme de l'interface. L'apport de l'étude de Brevik et al. [Brevik 99] fut essentiellement la variation azimutale de la déformation due à la polarisation linéaire. En effet, compte tenu de cette polarisation, des variations azimutales sur la forme de l'interface étaient prévisibles. Cependant l'amplitude de ces variations se sont révélées être inférieures à 10% pour les intensités du faisceau mises en jeu. Il faut noter que dans ces deux études, les écoulements sont supposés irrotationnels, éliminant en conséquence les effets visqueux.

Pour ce qui est de la prise en compte des effets visqueux, les travaux d'Os-

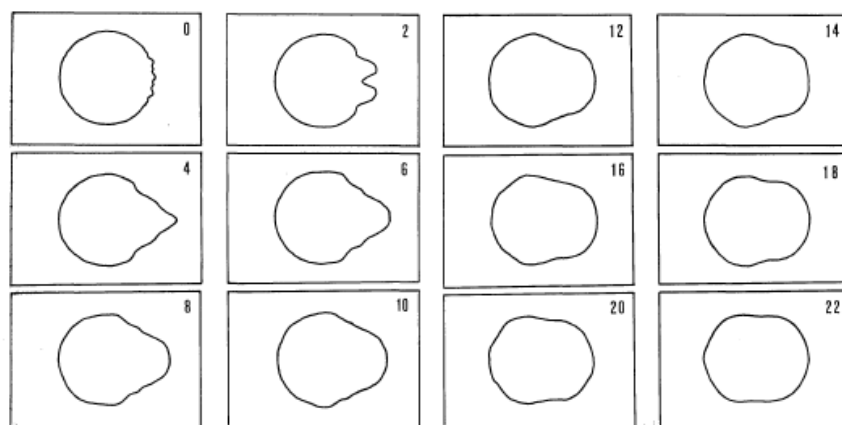


FIG. 2.9 – Modélisation des oscillations d'une goutte d'eau induites par faisceau laser. Le faisceau se propage de la gauche vers la droite. Les chiffres indiquent le temps en μs . Source : [Lai 89]

trovskaya et al. [Ostrovskaya 87] furent les premiers dans lesquels l'évolution temporelle de la position de l'interface dans le régime linéaire a été abordée à l'aide d'un modèle dynamique visqueux à 1-fluide (l'autre fluide est considéré à pression constante). Leurs prédictions ont montré un bon accord avec les résultats expérimentaux et récemment Wunenburger et al. [Wunenburger 06b] ont généralisé cette approche pour 2 fluides dans le régime linéaire de déformation.

Pour ce qui est des comportements dans le régime non-linéaire, seules deux études ont été réalisées sur les déformations d'interfaces par laser. Toutes deux se limitent à l'analyse de la forme de l'interface à l'équilibre. Ainsi, Hallanger et al. [Hallanger 05] ont étudié qualitativement la forme et la hauteur de l'interface dans le cas particulier de propagation du faisceau à partir

du milieu le moins réfringent (voir figure 2.10). Enfin, Wunenburger et al. [Wunenburger 06a] ont utilisé un modèle analytique d'équilibre de l'interface dans le régime non-linéaire en négligeant la gravité. Ce modèle donne des résultats satisfaisants dans le cas où la gravité a une faible influence sur la forme de l'interface.

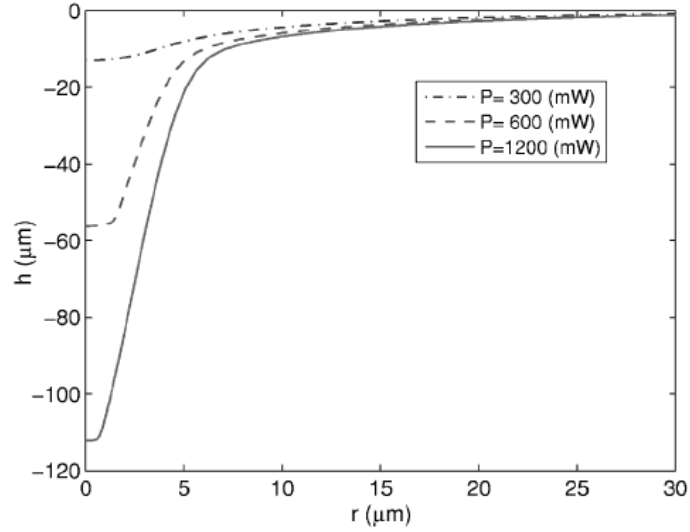


FIG. 2.10 – Modélisation de la déformation d'interface par un faisceau laser. L'incidence est supposée variable le long de l'interface. Le faisceau se propage verticalement du milieu le moins réfringent (bas) au plus réfringent (haut). ($\omega_0 = 4.8\mu\text{m}$ et $T - T_C = 2.5K$). Source : [Hallanger 05]

2.2 Analogie avec l'électro-hydrodynamique et l'acoustique

2.2.1 Electro-hydrodynamique et cônes de Taylor

Comme évoqué précédemment, le phénomène de déstabilisation d'interfaces liquides conduisant à la génération de micro-gouttelettes fût tout d'abord observé en électro-hydrodynamique, discipline qui présente plusieurs similarités avec l'opto-hydrodynamique.

En effet, quand un champ électrique est appliqué dans la direction normale à

l'interface d'un fluide conducteur (dans notre cas une goutte liquide), l'interface se déforme, et sa courbure s'adapte au champ électrique de manière à ce que les forces capillaires et gravitationnelles compensent la force électrique. Dans cette configuration, la goutte atteint un état d'équilibre.

Quand le champ électrique atteint une certaine valeur critique, l'interface de la goutte se déforme jusqu'à tendre vers une forme conique. Si l'intensité du champ est supérieure, l'interface conique de la goutte est déstabilisée puis émet, par son sommet, un jet de micro-gouttelettes mono-disperses. Ce phénomène peut être observé naturellement quand la foudre atteint la surface des lacs.

Les premières images de ce phénomène furent prises lors d'expériences faites

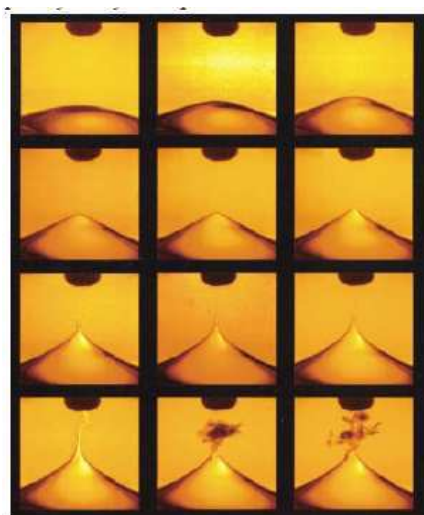


FIG. 2.11 – Déstabilisation d'une interface liquide par champs électrique avec formation d'un cône . Source : [Oddershede 00]

par Zeleny [Zeleny 17] qui fut l'un des précurseurs de l'électro-hydrodynamique. G. I. Taylor a ensuite longuement étudié la formation de cônes par champs électriques dans les années 60 [Taylor 64], d'où le nom donné ensuite à ces cônes qui sont désormais connus comme étant les *cônes de Taylor*. Ainsi, une étude expérimentale reproduisant le phénomène en utilisant des interfaces eau-huile et eau-air a été conduite au cours de laquelle il a été remarqué qu'en négligeant les contraintes visqueuses, l'état d'équilibre du cône était tel que le demi-angle au sommet devait avoir une valeur de $49,3^\circ$. La stabilité de ces interfaces en présence d'un fort champ électrique ainsi que la formation du jet émis au sommet du cône a ensuite été étudiée. Beaucoup d'études tant expérimentales [Oddershede 00; Reznik 04] que théoriques

[Wohllhuter 92] [Saville 97; Stone 98] et numériques [Ramos 94b; Ramos 94a] ont ensuite été faites sur la stabilité des cônes de Taylor. Cependant, il reste encore beaucoup d'aspects incompris notamment sur les conditions expérimentales de formation de cônes stables et sur la valeur exacte du demi-angle au sommet du cône qu'une récente étude faite par Fernandez de la Mora [Fernandez-De-La-Mora 92] a remis en cause en donnant un intervalle de valeurs comprises entre 32° et 46° .

D'un point de vue applicatif, la déstabilisation d'interfaces liquides par champs électriques a donné lieu à une technique que l'on appelle *électro-spray* qui consiste à former des jets de gouttelettes micrométriques dont le débit et la taille peuvent être contrôlés.

Aussi, plusieurs applications industrielles de cette technique ont déjà été développées notamment dans les injections de carburant pour la combustion [Chen 92], la création de sprays pour des applications à la peinture industrielle, ou la production de rayons ionisés pour la spectrométrie de masse de biomolécules [Fenn 89].

On peut enfin citer les récents travaux de Zeng et al. [Zeng 04] sur des micro-mécanismes d'électro-sprays qui présentent un fort apport en microfluidique et sur les systèmes miniaturisés.

Finalement, nous avons vu qu'une analogie entre électro-hydrodynamique et opto-hydrodynamique était observable, concernant notamment la formation de cônes de Taylor ainsi que la déstabilisation d'interfaces liquides conduisant à la génération de jets de micro-gouttes mono-disperses.

2.2.2 Analogie avec l'acoustique

Une autre thématique qui présente de nombreuses analogies avec l'opto-hydrodynamique, est la déformation d'interfaces liquides par ondes acoustiques.

Dans ses travaux de recherche, Cinbis [Cinbis 92a] a présenté des techniques novatrices afin d'appliquer la pression de radiation acoustique à la mesure de tensions interfaciales sur des surfaces libres. En effet, dans ces études [Cinbis 92b; Cinbis 93], des ondes acoustiques sont émises par un transducteur ultra-sonore afin d'exciter des ondes capillaires à la surface libre d'un liquide. Ensuite, un faisceau laser est utilisé afin de détecter l'amplitude et la fréquence de passage des ondes et d'en déduire la tension interfaciale. Nous voyons ainsi l'analogie évidente avec les travaux de Sakai et al. [Sakai 03] sur la mesure de tension interfaciale par excitation optique.

D'autres expériences de déformations d'interfaces par ondes acoustiques ultrasonores ont été menées par Elrod et al. [Elrod 89] et plus récemment par

Makuta et al. [Makuta 06b] (figure 2.12). Des micro-gouttes de diamètres uniformes de l'ordre du micron ont été générées à partir de liquides très visqueux et leur dynamique a été étudiée montrant un caractère périodique de la génération des gouttes très similaire à celui observé dans les expériences de Casner et al [Casner 02].

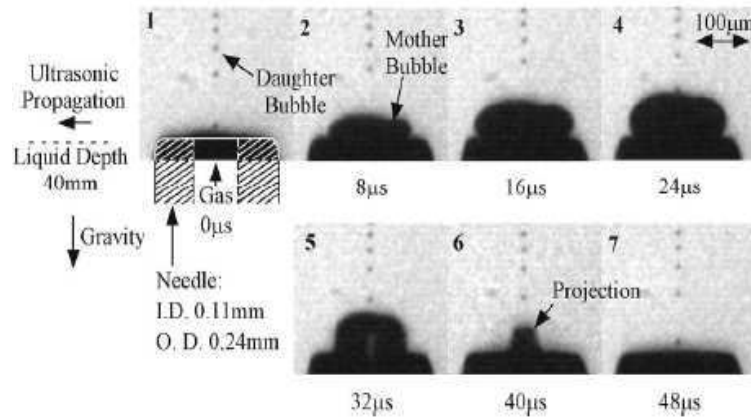


FIG. 2.12 – Formation d'un jet de gouttes périodiques par une onde acoustique ultrasonore. Source : [Makuta 06b]

Ces générations de gouttelettes par ondes acoustiques montrent ainsi une forte analogie avec la génération optique de micro-gouttes ou les électrosprays. Aussi, plusieurs applications très prometteuses dans les techniques de dosages et de dispersion de liquides en chimie et en biologie sont en développements et l'on peut notamment citer les travaux d'Ellson [Ellson 03] où l'auteur réussit à mettre en mouvement grâce à l'énergie acoustique, des volumes de liquide de l'ordre du nanolitre et du picolitre sans-contact et de manière non intrusive ce qui donne des perspectives très intéressantes dans le domaine des biotechnologies.

D'autres expériences très récentes effectuées par R. Wunenburger (figure 2.13) ont également montré une étonnante similarité avec les phénomènes observés lors des déformations d'interfaces par pression de radiation optique. En effet, des jets de gouttes et des formes en têtes stables ont pu être observées montrant une généralisation possible des mécanismes induit par la pression de radiation d'une onde (optique ou acoustique) sur des interfaces liquides.

Une très récente étude numérique utilisant la méthode Intégrale des Elements de Frontière (BIEM) a été faite par Makuta et al. [Makuta 06a] comparant

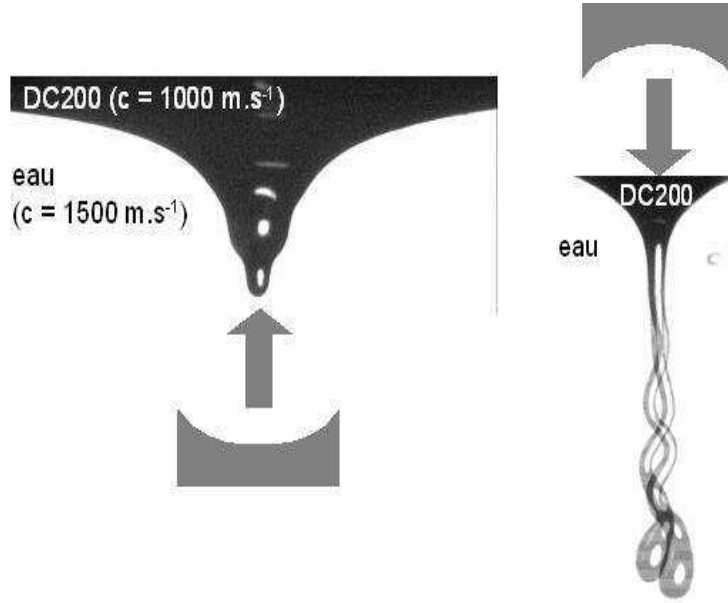


FIG. 2.13 – Déformation d’interfaces liquides-liquides par pression de radiation acoustique. Formation d’une tétine dans le cas où le transducteur est placé du côté de l’eau, et formation d’un jet dans l’autre cas. Source : R. Wunenburger.

ainsi ses résultats expérimentaux avec ceux prédits numériquement. Il ont obtenus des résultats très encourageants notamment sur la reproductibilité de la périodicité de la génération des gouttes montrant l’intérêt d’étudier ces phénomènes numériquement.

2.3 Bilan

Au vu de l’enjeu que représente la compréhension des mécanismes intervenant en opto-hydrodynamique, un modèle général modélisant la dynamique et l’équilibre de l’interface dans le régime non-linéaire des déformations quelque soit le sens de propagation du faisceau laser apparaît indispensable. La méthode Intégrale des Elements de frontières (Boundary Integral Elements Method, BIEM) a été choisie pour simuler numériquement les problèmes d’opto-hydrodynamique, du fait de sa grande précision dans le suivi des interfaces et pour son gain en ressources et en temps de calculs. En effet, les travaux réalisés à l’aide de cette méthode sur les interfaces défor-

mées par des champs électriques [Sherwood 87] ou par des ondes acoustiques [Makuta 06a] ont montré des accords très satisfaisants lors de la confrontation à des résultats d'expériences.

Dans le chapitre suivant, le modèle d'opto-hydrodynamique choisi pour décrire le problème physique sera détaillé ; les hypothèses faites sur l'écoulement, ainsi que les équations régissant les aspects hydrodynamique et optique du problème. Les conditions aux limites sur le domaine de calcul seront également présentées conduisant au système d'équations adimensionnelles à résoudre par la méthode BIEM.

Chapitre 3

Modèle physique

Dans ce chapitre, nous détaillons le modèle d'opto-hydrodynamique adopté pour décrire les effets du faisceau laser sur une interface fluide-fluide dans le cas général de fluides immiscibles et incompressibles.

Tout d'abord, nous analysons le bilan des forces qui s'appliquent sur les fluides et sur l'interface. Nous présentons alors les équations de conservation de la quantité de mouvement et de la masse dans les phases.

Ensuite, l'expression de la force électromagnétique agissant dans les phases et le tenseur des contraintes associé seront explicitées. Nous donnons alors la condition du saut de contraintes à l'interface, faisant intervenir la pression de radiation optique dont nous détaillons l'expression. Enfin, en nous basant sur les conditions expérimentales, nous choisissons les grandeurs de référence adaptées à notre problème pour aboutir au système d'équations adimensionnelles le décrivant.

3.1 Equations générales de l'hydrodynamique et de l'optique

3.1.1 Equations de conservation

Le domaine de calcul représenté sur la figure (3.1) est assimilé à un cylindre de rayon R et de hauteur H contenant deux liquides immiscibles (notés 1 et 2) de viscosités μ_j , de densités ρ_j et d'indices optiques N_j différents ($j = 1, 2$) avec $N_1 < N_2$. Un repère cylindrique d'origine O a été adopté pour cette étude $(O, \mathbf{e}_r, \mathbf{e}_z, \mathbf{e}_\alpha)$, O étant le point d'intersection entre l'axe du faisceau laser et l'interface initialement horizontale. Ainsi, tout point $\mathbf{x}$ sera repéré par les coordonnées (r, z, α) .

Le système étudié est composé de deux phases et d'une interface sans épais-

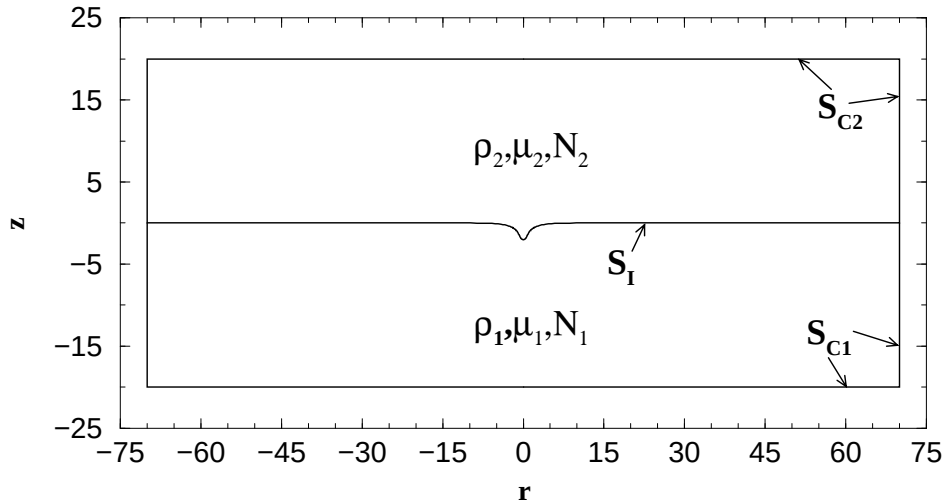


FIG. 3.1 – Configuration du domaine utilisé pour simuler la déformation d'une interface liquide par pression de radiation optique ($N_1 < N_2$).

seur obéissant à un modèle de Gibbs.

Les forces qui s'appliquent à l'intérieur des phases sont :

- La force hydrostatique.
- Les forces visqueuses.
- La force gravitationnelle.
- La force électromagnétique.

En considérant les liquides comme incompressibles, la conservation de la masse dans chaque phase s'écrit sous la forme classique :

$$\nabla \cdot \mathbf{u}_j = 0, \quad j = 1, 2. \quad (3.1)$$

On peut alors écrire le bilan des forces dans chacune des deux phases en considérant la conservation de la quantité de mouvement (dite équation de Navier-Stokes) :

$$\rho_j \left(\frac{\partial \mathbf{u}_j}{\partial t} + \mathbf{u}_j \cdot \nabla \mathbf{u}_j \right) = -\nabla p_j + \mu_j \nabla^2 \mathbf{u}_j + \rho_j \mathbf{g} + \mathbf{f}_{\text{em}j}, \quad j = 1, 2. \quad (3.2)$$

Dans cette équation, $\mathbf{u}_j$ est le champ de vitesse dans chaque phase, t est la variable temporelle, $\mathbf{g}$ est le vecteur gravité et $\mathbf{f}_{\text{em}j}$ est la force électromagnétique induite par le faisceau laser dans chaque phase tandis que p_j est la pression au sein de la phase j ($j = 1, 2$).

3.1.2 Force et tenseur des contraintes électromagnétiques

La force électromagnétique totale exercée par l'onde laser continue s'écrit dans chaque phase fluide selon Landau & Lifshitz [Landau 60] comme étant :

$$\mathbf{f}_{\text{em}j} = -\frac{1}{2} \epsilon_0 \mathbf{E}_j^2 \nabla \epsilon_j + \frac{1}{2} \epsilon_0 \nabla [\mathbf{E}_j^2 \rho_j \frac{\partial \epsilon_j}{\partial \rho_j}], \quad j = 1, 2 \quad (3.3)$$

Dans cette expression, $\mathbf{E}_j$ est le champ électrique induit par l'onde laser dans la phase j , ϵ_j (respectivement ϵ_0) est la permittivité électrique relative de chaque phase liquide (respectivement du vide) avec :

$$\epsilon_j = N_j^2, \quad j = 1, 2 \quad (3.4)$$

La quantité $\frac{\partial \epsilon_j}{\partial \rho_j} = \frac{\partial \epsilon_j}{\partial \rho}(\rho_j)$ est constante pour les fluides incompressibles et dépend de la densité de la phase liquide où elle est calculée.

Le premier terme de l'équation (3.3) dont le saut à l'interface induit ce que l'on appelle usuellement la pression de radiation optique est due au saut de quantité de mouvement des photons lors de leur passage d'une phase à l'autre.

Le saut de quantité de mouvement des photons est due à la discontinuité de la permittivité électrique à l'interface entre les deux phases. Lorsque les deux fluides sont homogènes, le terme de radiation optique est nul à l'intérieur des phases et agit uniquement sur l'interface.

Le second terme que l'on appelle la force électrostrictive, subit également un saut à l'interface due à la fois à la discontinuité des propriétés optiques, de la densité des phases et du champ électrique $\mathbf{E}$. Cependant, cette force agit aussi en volume dans chaque phase du fait de la dépendance radiale du

champ électrique $\mathbf{E}$.

Nous démontrerons, en adéquation avec de précédentes études théoriques [Lai 89] [Brevik 99], que l'électrostriction ne contribue pas au déplacement et à la forme de l'interface.

Notons, qu'usuelement on ajoute à la force électromagnétique un terme que l'on appelle terme d'Abraham, dont l'expression est :

$$\mathbf{f}_{\text{ab}j} = \frac{\epsilon_j - 1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{E}_j \times \mathbf{H}_j) , \quad j = 1, 2 \quad (3.5)$$

où c est la celerité de la lumière dans le vide et $\mathbf{H}_j$ est le champ magnétique induit par l'onde laser dans la phase j .

Le terme d'Abraham représente la variation temporelle du produit entre champ électrique et magnétique. Etant donné que la période de variation de $\mathbf{E}_j$ et $\mathbf{H}_j$ est très courte comparé aux temps caractéristiques mis en jeu en hydrodynamique, ce terme est nul aux fréquences optiques du fait de la dérivée temporelle [Lai 89] [Brevik 99], et ne sera par conséquent pas retenu dans notre modèle.

Dans toute la suite, nous noterons $E^2 = \langle E^2(t) \rangle$ et $H^2 = \langle H^2(t) \rangle$, les valeurs quadratiques des champs électrique et magnétique moyennées sur une période optique.

La force électromagnétique exprimée dans l'équation (3.3) dérive du tenseur des contraintes électromagnétiques $\mathbf{T}^{\text{em}}$ dont l'expression est [Landau 60] :

$$\mathbf{T}_j^{\text{em}} = \frac{1}{2} \epsilon_0 (E_j^2 \rho_j \frac{\partial \epsilon_j}{\partial \rho_j}) \mathbf{I} - \frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon_j E_j^2 \mathbf{I} + \epsilon_0 \epsilon_j \mathbf{E}_j \mathbf{E}_j , \quad j = 1, 2 \quad (3.6)$$

avec

$$\nabla \cdot \mathbf{T}_j^{\text{em}} = \mathbf{f}_{\text{em}j} , \quad j = 1, 2 \quad (3.7)$$

Dans l'équation (3.6), le premier terme correspond à l'électrostriction, alors que les deux derniers correspondent à la pression de radiation optique.

Nous allons maintenant écrire le bilan de contraintes à l'interface, tenant compte de l'expression du tenseur des contraintes électromagnétiques donné ci-dessus, afin d'obtenir l'expression de la pression de radiation optique qui s'exerce sur l'interface.

3.1.3 Saut de contraintes sur l'interface

La condition sur l'interface traduit le fait que les sauts de contraintes hydrodynamiques et électromagnétiques sont compensés par la pression de

Laplace :

$$[\mathbf{T}_1^{\text{hyd}} - \mathbf{T}_2^{\text{hyd}}] \cdot \mathbf{n} + [\mathbf{T}_1^{\text{em}} - \mathbf{T}_2^{\text{em}}] \cdot \mathbf{n} = \gamma \kappa \mathbf{n} \quad (3.8)$$

$\mathbf{n}$ est la normale unitaire dirigée du liquide 1 vers le liquide 2.

κ est la double courbure moyenne locale de l'interface dans un repère cylindrique qui s'exprime par :

$$\kappa(r) = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \frac{r \frac{dz}{dr}}{\sqrt{1 + \frac{dz^2}{dr^2}}} \quad (3.9)$$

$\mathbf{T}_j^{\text{hyd}}$ est le tenseur des contraintes hydrodynamiques dont l'expression, pour les fluides newtoniens, s'écrit :

$$\mathbf{T}_j^{\text{hyd}} = -p_j \mathbf{I} + 2\mu_j \mathbf{D}_j(\mathbf{u}_j) , \quad j = 1, 2 \quad (3.10)$$

$\mathbf{D}_j$ étant le tenseur des taux de déformations dans la phase j :

$$\mathbf{D}_j(\mathbf{u}_j) = \frac{1}{2}(\nabla \mathbf{u}_j + \nabla^t \mathbf{u}_j) , \quad j = 1, 2 \quad (3.11)$$

Les phases étudiées étant considérées incompressibles, nous pouvons inclure les contributions des forces conservatives (gravité et électrostriction) dans le champ de pression, nous définissons alors une pseudo-pression q_j donnée par :

$$q_j = p_j + \rho_j g z - \frac{1}{2} \epsilon_0 (E_j^2 \rho_j \frac{\partial \epsilon_j}{\partial \rho_j}) , \quad j = 1, 2 \quad (3.12)$$

En réécrivant l'équation (3.8) en terme de pseudo-pression, on obtient :

$$\begin{aligned} (q_2 - q_1) + 2[\mu_1 \mathbf{D}_1 \cdot \mathbf{n} - \mu_2 \mathbf{D}_2 \cdot \mathbf{n}] \cdot \mathbf{n} + (\rho_1 - \rho_2) g z + \frac{1}{2} \epsilon_0 (E_2^2 \rho_2 \frac{\partial \epsilon_2}{\partial \rho_2} - E_1^2 \rho_1 \frac{\partial \epsilon_1}{\partial \rho_1}) \\ + [\mathbf{T}_1^{\text{em}} \cdot \mathbf{n} - \mathbf{T}_2^{\text{em}} \cdot \mathbf{n}] \cdot \mathbf{n} = \gamma \kappa \end{aligned} \quad (3.13)$$

et ensuite :

$$\begin{aligned} (q_2 - q_1) + 2[\mu_1 \mathbf{D}_1 \cdot \mathbf{n} - \mu_2 \mathbf{D}_2 \cdot \mathbf{n}] \cdot \mathbf{n} + (\rho_1 - \rho_2) g z \\ - \frac{1}{2} \epsilon_0 (\epsilon_1 E_1^2 - \epsilon_2 E_2^2) + \epsilon_0 (\epsilon_1 \mathbf{E}_1 \mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{n} - \epsilon_2 \mathbf{E}_2 \mathbf{E}_2 \cdot \mathbf{n}) \cdot \mathbf{n} = \gamma \kappa \end{aligned} \quad (3.14)$$

Finalement, nous voyons que lorsque la résolution du problème se fait en terme de pseudo-pressions q , la force électrostrictive n'intervient pas de manière explicite dans le saut de contraintes à l'interface, elle n'a ainsi aucune influence sur sa forme ou sa hauteur. Sa seule contribution revient à renormaliser le champ de pression.

Ce developpement est présenté de manière plus détaillée en annexe B.
L'équation de l'interface s'exprime enfin comme étant :

$$(q_2 - q_1) + 2[\mu_1 \mathbf{D}_1 \cdot \mathbf{n} - \mu_2 \mathbf{D}_2 \cdot \mathbf{n}] \cdot \mathbf{n} + (\rho_1 - \rho_2)gz + \Pi_{rad} = \gamma\kappa \quad (3.15)$$

Π_{rad} est la pression de radiation optique.

3.2 Pression de radiation optique

3.2.1 Expressions de la pression de radiation

L'expression de la pression de radiation, s'exprime d'après les équations (3.14) et (3.15), en fonction des champs électriques comme étant :

$$\Pi_{rad} = -\frac{1}{2}\epsilon_0(\epsilon_1 E_1^2 - \epsilon_2 E_2^2) + \epsilon_0(\epsilon_1 \mathbf{E}_1 \mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{n} - \epsilon_2 \mathbf{E}_2 \mathbf{E}_2 \cdot \mathbf{n}) \cdot \mathbf{n} \quad (3.16)$$

La connaissance des champs électriques $\mathbf{E}_1$ et $\mathbf{E}_2$ permet de déduire l'expression de la pression de radiation (Voir annexe C). Cependant, une seconde approche, plus usuellement utilisée [Casner 02; Wunenburger 06a], considère l'aspect corpusculaire de la pression de radiation, c'est à dire la discontinuité de la quantité de mouvement des photons transmis à l'interface entre deux milieux diélectriques. Les deux approches sont équivalentes et donnent la même expression de la pression de radiation optique. Cependant, l'approche corpusculaire étant plus concise, c'est cette dernière qui fut privilégiée.

Dans cette approche, la relation entre l'intensité du faisceau et le champ électrique du milieu incident (indice i) est :

$$I = \epsilon_0 N_i c (E_i)^2. \quad (3.17)$$

Celui-ci est relié au champ électrique transmis (indice t) par la relation suivante :

$$(E_t)^2 = \Psi \frac{N_i \cos \theta_i}{N_t \cos \theta_t} (E_i)^2 \quad (3.18)$$

θ_i est l'angle d'incidence du faisceau sur l'interface alors que θ_t est l'angle de transmission (cf. figure (3.2)), dont l'expression est donnée par la loi de Descartes :

$$\sin(\theta_t) = \frac{N_i}{N_t} \sin(\theta_i) \quad (3.19)$$

N est l'indice optique du milieu (incident ou transmit), son expression est donnée en fonction de la permittivité relative par l'équation (3.4).

Ψ est le coefficient de Fresnel de transmission en énergie qui dépend de la polarisation du faisceau.

Ainsi, l'expression de la pression de radiation optique [Casner 02] s'exprime dans notre convention de signe, pour le cas de propagation de la phase la moins réfringente à la plus réfringente comme étant :

$$\Pi^{-+}(r, \theta_i, \theta_t) = -\frac{I(r)}{c} \cos \theta_i (2N^- \cos \theta_i - \Psi^{-+}(N^- \cos \theta_i + N^+ \cos \theta_t)), \quad (3.20)$$

Pour le cas de propagation inverse, la pression de radiation s'écrit comme étant :

$$\Pi^{+-}(r, \theta_i, \theta_t) = \frac{I(r)}{c} \cos \theta_i (2N^+ \cos \theta_i - \Psi^{+-}(N^+ \cos \theta_i + N^- \cos \theta_t)). \quad (3.21)$$

le signe - (respectivement +) réfèrent à la phase la moins (respectivement plus) réfringente.

L'intensité du faisceau laser incident $I(r)$ est assimilée à une Gaussienne et

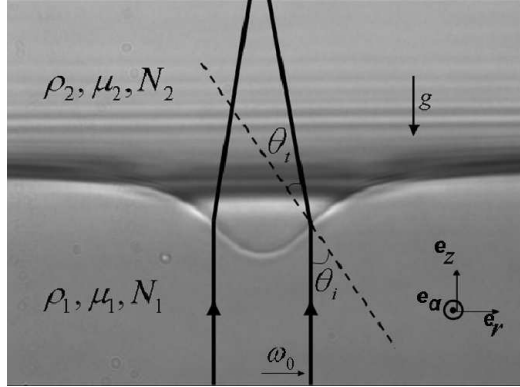


FIG. 3.2 – Angles d'incidence θ_i et de transmission θ_t du faisceau laser sur l'interface. ($N_1 < N_2$).

son expression est :

$$I(r) = \frac{2P}{\pi\omega_0^2} e^{-2(\frac{r}{\omega_0})^2}, \quad (3.22)$$

P est la puissance du faisceau.

Ψ^{-+} et Ψ^{+-} sont les coefficients de transmission en énergie. Comme souligné précédemment, leur expression dépend de la polarisation de l'onde laser.

3.2.2 Coefficients de transmission en énergie et polarisation

Une onde laser peut avoir différents types de polarisations.

Typiquement, on distingue trois polarisations (cf. 3.3) :

- la polarisation linéaire, où le champ électrique $\mathbf{E}$ est toujours orienté dans la même direction. Selon qu'il soit parallèle ou orthogonal au plan d'observation on parlera de polarisation Transverse Magnétique dite *TM* ($\mathbf{E}$ parallèle) ou Transverse Electrique dite *TE* ($\mathbf{E}$ orthogonal).
- la polarisation elliptique, où le champ électrique $\mathbf{E}$ a une trajectoire elliptique dans le plan orthogonal au vecteur de propagation de l'onde.
- la polarisation circulaire, où le champ électrique $\mathbf{E}$ a une trajectoire circulaire dans le plan orthogonal au vecteur de propagation de l'onde.

Etant donné que le rapport entre les indices optiques des deux phases pour

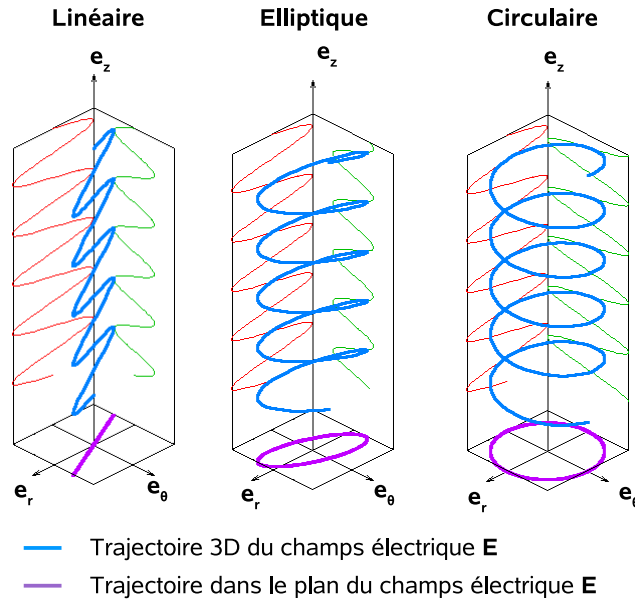


FIG. 3.3 – Représentation des différents types de polarisation d'une onde laser continue induisant un champ électrique $\mathbf{E}$.

le cas des fluides utilisés dans le travail expérimental, est proche de l'unité, tous les cas de polarisations sont équivalents [Casner 02]. De plus, comme notre modèle suppose un problème à symétrie de révolution, la seule polarisation compatible avec cette hypothèse est la polarisation circulaire que nous retiendrons dans toute la suite de ce travail.

Ainsi, dans ce cas de polarisation, les coefficients Ψ^{-+} et Ψ^{+-} de transmis-

sion en énergie sont égaux et ont pour expression :

$$\Psi = \Psi^{-+} = \Psi^{+-} = \frac{(2N^- N^+ \cos \theta_i \cos \theta_t)}{(N^- \cos \theta_i + N^+ \cos \theta_t)^2} + \frac{(2N^- N^+ \cos \theta_i \cos \theta_t)}{(N^+ \cos \theta_i + N^- \cos \theta_t)^2} \quad (3.23)$$

Notons que dans le cas de propagation du milieu le plus réfringent au milieu le moins réfringent, l'expression précédente de Ψ^{+-} n'est plus valable lorsque la condition de réflexion totale du faisceau laser sur l'interface est atteinte. En effet lorsque $\theta_i \geq \theta_{RT} = \arcsin\left(\frac{N^-}{N^+}\right)$, toute l'énergie est réfléchie sur l'interface, ce qui implique :

$$\Psi_{\geq RT}^{+-} = 0. \quad (3.24)$$

3.3 Problème aux limites

3.3.1 Choix des grandeurs caractéristiques

Afin de donner au problème un caractère universel, nous allons l'adimensionner en choisissant les grandeurs caractéristiques appropriées.

Comme longueur caractéristique, nous choisissons le rayon au col du faisceau laser (appelé aussi waist) ω_0 , car il correspond à l'ordre de grandeur des déformations d'interfaces induites optiquement. Le choix de la vitesse et du temps caractéristique est justifié par la connaissance de la dynamique de l'interface. Ainsi, Wunenburger et al. [Wunenburger 06b] ont montré que la dynamique de l'interface pouvait être modélisée dans le régime linéaire par la théorie de dispersion des ondes généralisant pour 2 fluides un modèle 1-fluide établi auparavant par Ostrovskaya et al. [Ostrovskaya 87].

Il apparaît alors que le mouvement de l'interface correspond à un régime où les ondes capillaires à l'interface sont suramorties et où la diffusion de la quantité de mouvement à l'échelle ω_0 est beaucoup plus rapide que la déformation de l'interface.

En accord avec cette étude, nous choisissons dans notre modèle, la vitesse de relaxation visqueuse de l'interface dont la norme est $u^* = \frac{\gamma}{\langle \mu \rangle}$ comme vitesse caractéristique associée au temps caractéristique : $\tau^* = \langle \mu \rangle / \gamma$. $\langle \mu \rangle = \frac{\mu_1 + \mu_2}{2}$ est la viscosité moyenne des deux phases et γ est la tension interfaciale entre les deux liquides.

En égalant les effets de pression aux effets visqueux, la pression de référence est alors donnée par : $p_j^* = \frac{\mu_j u^*}{\omega_0}$.

3.3.2 Equations adimensionnelles

La forme adimensionnelle de l'équation de Navier-Stokes s'écrit alors dans chaque phase j comme étant :

$$Re_j \left(\frac{\partial \mathbf{u}'_j}{\partial t'} + \mathbf{u}'_j \cdot \nabla' \mathbf{u}'_j \right) = -\nabla' p'_j + \nabla'^2 \mathbf{u}'_j + (\rho_j \mathbf{g} + \mathbf{f}_{emj}) \frac{\omega_0}{p_j^*}, \quad j = 1, 2 \quad (3.25)$$

Dans cette équation, les grandeurs et opérateurs en $'$ sont sans dimension et Re_j est le nombre de Reynolds décrivant le rapport entre forces inertielles et visqueuses dans chaque phase, son expression est :

$$Re_j = \frac{\rho_j u^* \omega_0}{\mu_j}, \quad j = 1, 2 \quad (3.26)$$

Les expériences de Casner [Casner 02] ayant montré que les effets inertiels pouvaient être négligés ($Re_j \sim 10^{-3}$), on peut considérer l'écoulement comme rampant et quasi-statique.

Afin d'alléger la notation, toutes les équations seront données sous leur forme adimensionnelle en omettant les symboles $'$.

Les équations de conservation de la masse et de quantité de mouvement s'écrivent alors :

$$\nabla \cdot \mathbf{u}_j = 0, \quad j = 1, 2 \quad (3.27)$$

$$-\nabla q_j + \nabla^2 \mathbf{u}_j = \mathbf{0}, \quad j = 1, 2. \quad (3.28)$$

$\mathbf{T}_j$ est le tenseur des contraintes hydrodynamiques à divergence nulle définit dans chaque phase tel que :

$$\mathbf{T}_j = -q_j \mathbf{I} + (\nabla \mathbf{u}_j + {}^t \nabla \mathbf{u}_j), \quad j = 1, 2 \quad (3.29)$$

Le saut de contraintes à l'interface s'écrit alors comme étant :

$$\frac{2}{1 + \lambda} (\lambda \mathbf{T}_1 \cdot \mathbf{n} - \mathbf{T}_2 \cdot \mathbf{n}) \cdot \mathbf{n} = \kappa - \Pi_{rad} - \text{Bo } z, \quad (3.30)$$

Dans cette relation Bo est définit comme un nombre de Bond optique qui représente le rapport entre forces gravitationnelles et forces capillaires à l'échelle de la déformation et est donné par :

$$\text{Bo} = (\rho_1 - \rho_2) g \omega_0^2 / \gamma, \quad (3.31)$$

et λ est le rapport de viscosité entre les deux phases.

$$\lambda = \mu_1 / \mu_2 \quad (3.32)$$

De plus, Π_{rad} est l'expression adimensionnelle de la pression de radiation résultant des équations (3.20) et (3.21), i.e. $\Pi_{rad} = \Pi^{-+}\omega_0/\gamma$ pour la propagation de la phase la moins réfringente à la plus réfringente et $\Pi_{rad} = \Pi^{+-}\omega_0/\gamma$ pour la propagation de sens opposé.

Afin de quantifier les effets du laser sur l'interface, on définit le paramètre adimensionné ξ comme le rapport de pression electromagnetique sur pression de Laplace tel que :

$$\xi = \Pi_{rad}(r = 0, \theta_i = 0, \theta_t = 0) = \frac{4P}{\pi c \omega_0 \gamma} \frac{N_i(N_2 - N_1)}{(N_2 + N_1)} \quad (3.33)$$

La condition de non-glissement à l'interface ainsi que la non-miscibilité des liquides implique la continuité de la vitesse $\mathbf{u}$ sur l'interface S_I :

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_1 = \mathbf{u}_2 \quad \mathbf{x} \in S_I \quad (3.34)$$

Nous supposons également une condition classique de non-glissement sur toutes les parois solides S_{C1} et S_{C2} du domaine , ce qui implique :

$$\mathbf{u}_j = \mathbf{0} \text{ sur } S_{Cj} , \quad j = 1, 2. \quad (3.35)$$

Le mouvement de l'interface est suivi grâce à une approche Lagrangienne. Cela consiste à suivre chaque particule fluide à la position $\mathbf{x}$ à l'instant t sur l'interface dans son mouvement Lagrangien et à écrire donc :

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{u}(\mathbf{x}) \quad \mathbf{x} \in S_I. \quad (3.36)$$

Finalement, le système d'équations peut être mis sous la forme suivante :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \nabla \cdot \mathbf{u}_j = 0 & j = 1, 2. \\ -\nabla q_j + \nabla^2 \mathbf{u}_j = \mathbf{0} & j = 1, 2 \\ \frac{2}{1+\lambda}(\lambda \mathbf{T}_1 \cdot \mathbf{n} - \mathbf{T}_2 \cdot \mathbf{n}) \cdot \mathbf{n} = \kappa - \Pi_{rad} - \text{Bo}z & \mathbf{x} \in S_I \\ \mathbf{u}_1 = \mathbf{u}_2 = \mathbf{u} & \mathbf{x} \in S_I \\ \mathbf{u}_j = \mathbf{0} & \mathbf{x} \in S_{Cj} \quad j = 1, 2. \\ \frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{u}(\mathbf{x}) & \mathbf{x} \in S_I. \end{array} \right\} \quad (3.37)$$

Chapitre 4

Résolution par méthode intégrale et éléments de frontière

Dans ce chapitre, nous présentons le problème de Stokes diphasique axisymétrique, mis sous forme intégrale, puis sa résolution par la méthode des éléments de frontière (Boundary Integral Element Method - BIEM), en l'associant aux conditions aux limites explicitées précédemment.

Tout d'abord, nous présentons dans un bref historique les origines et les premières applications de la BIEM en montrant ses points forts dans la résolution d'écoulements diphasiques. Ensuite, nous explicitons la formulation intégrale du problème de Stokes diphasique et axisymétrique ainsi que les fonctions de Green associées, avant de présenter le problème sous sa forme discrétisée. Enfin, nous présentons l'algorithme général de résolution du problème incluant les différentes étapes de résolution (mise en place et résolution du système linéaire, estimation des courbures, advection de l'interface, remaillage).

4.1 Etudes précédentes utilisant la méthode BIEM

L'origine de l'utilisation des BIEM remonte aux années 60 et à l'application des méthodes dites de singularités (*panel methods*). En effet, ces méthodes ont tout d'abord servi à l'étude d'écoulements potentiels intervenants dans l'aérodynamique de profils d'ailes d'avion [Hess 67; Morino 74; Hunt 80]. Elles ont ainsi été utilisées avec succès afin de modéliser l'écoulement autour de profils de forme complexe ce qui n'était pas aisé pour les autres méthodes numériques.

Les BIEM, proprement dites, ont été popularisées par Brebbia [Brebbia 84]; on retiendra aussi les ouvrages de Bonnet [Bonnet 95], ou encore Ramachan-

dran [Ramachandran 94]. De nombreux problèmes dans diverses disciplines ont été abordés numériquement avec cette technique comme par exemple l'équation de Laplace en électricité, l'équation de diffusion en thermique [Beck 92; Han 95; Lagier 01], ou encore l'équation de Stokes pour des écoulements visqueux.

C'est ce dernier problème qui retiendra notre attention, et dans ce contexte proche, nous pouvons citer les travaux de Bakr [Bakr 85], Lasseux [Lasseux 90] et Barreau [Barreau 94] qui ont étudié les écoulements visqueux dans des systèmes diphasiques en géométrie 2D. Ensuite, le traitement de problèmes axisymétriques a été entre autres proposé par Sherwood [Sherwood 87] pour l'étude des déformations de gouttes liquides dans des champs électriques et magnétiques alors que Manga et al. [Manga 94] ou Koch & Koch [Koch 94] l'ont utilisé pour l'étude des effets de la gravité sur la dynamique des bulles. Ces études ont donné lieu à de nombreuses publications intéressantes mettant en évidence les capacités de cette méthode à résoudre des problèmes très variés d'écoulements visqueux en diphasique. Toujours dans cette thématique, on peut également citer l'excellente synthèse proposée par Tanzosh et al. [Tanzosh 92] concernant la solution de plusieurs de ces problèmes physiques par BIEM. Bien que son application fût essentiellement cantonnée à des problèmes stationnaires, dans un ouvrage spécialisé [Pozrikidis 92], il est montré qu'une expression alternative du noyau de Green pour le problème de Stokes instationnaire reste possible afin de modéliser par exemple des ondes capillaires se propageant sur l'interface. Compte tenu de nos hypothèses, cet aspect ne sera pas abordé ici mais offre des perspectives très attrayantes. Enfin, on se référera à Partridge [Partridge 92] pour des développements de ces méthodes permettant la prise en compte de forces volumiques non conservatives (i.e. non irrotationnelles) dans le problème.

4.2 Avantages de la BIEM

Plusieurs raisons ont motivé le choix de la BIEM pour résoudre notre problème physique.

La première est la description et le suivi très précis de l'interface que permet cette méthode contrairement aux méthodes numériques utilisées usuellement en mécanique des fluides (volumes finis, éléments finis) qui nécessitent l'interpolation de la position de l'interface à tout instant à partir d'un maillage fixe. Les termes de courbures et de pression de radiation étant fortement couplés à la forme de l'interface, il est important d'avoir une description précise de celle-ci afin d'éviter d'augmenter la diffusion numérique sur la forme de

l'interface.

La seconde raison qui a motivé le choix de la BIEM tient au type de maillage utilisé et à sa faible consommation en ressources et en temps de calcul. En effet, dans notre cas, le maillage est de type linéique au lieu d'être surfacique ce qui permet des temps de calculs plus courts et des ressources en mémoire réduites, le nombre d'inconnues de calculs étant moins importants. Enfin, la mise en oeuvre technique de la BIEM permet la mise en place de codes de calcul simples et concis.

4.3 Application au problème de Stokes axisymétrique

4.3.1 Le problème physique

La géométrie du problème est celle d'un cylindre contenant deux phases liquides séparées par une interface déformable sous l'effet de contraintes extérieures.

Dans chaque phase, les équations de Stokes et de conservation de la masse (exprimées ici sous leur forme adimensionnelle) sont vérifiées :

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (4.1)$$

$$\mathbf{0} = \nabla \cdot \mathbf{T} = -\nabla q + \nabla^2 \mathbf{u} \quad (4.2)$$

$\mathbf{T}$ étant le tenseur des contraintes hydrodynamiques à divergence nulle dont l'expression est :

$$\mathbf{T} = -q\mathbf{I} + 2\mathbf{D}(\mathbf{u}) \quad (4.3)$$

$\mathbf{D}$ est le tenseur des taux de déformations :

$$\mathbf{D}(\mathbf{u}) = \frac{1}{2}(\nabla \mathbf{u} + \nabla^t \mathbf{u}) \quad (4.4)$$

Les inconnues de notre problème sont ici les vitesses $\mathbf{u}(u_r, u_z, u_\alpha)$ sur l'interface ainsi que les contraintes $\mathbf{t}(t_r, t_z, t_\alpha)$ sur l'interface S_I et sur les parois S_{C_i} $i = 1, 2$. La pression q est également une inconnue du problème, cependant étant donné que la résolution se fait uniquement en surface et non en volume, il n'est pas nécessaire de résoudre le champ de pression afin de connaître la forme de l'interface.

4.3.2 Le problème fondamental de Stokes et son noyau de Green

Considérons maintenant, ce que l'on appelle le problème fondamental de Stokes donné par :

$$\nabla \cdot \mathbf{u}_k^* = 0, \quad k = r, z, \alpha \quad (4.5)$$

$$\mathbf{0} = -\nabla q_k^* + \nabla^2 \mathbf{u}_k^* + \mathbf{f}_k, \quad k = r, z, \alpha \quad (4.6)$$

$$(4.7)$$

ou $\mathbf{f}_k$ est une force ponctuelle unitaire portée par e_k représentant une force élémentaire appliquée en un point source $\mathbf{x}$.

q_k^* et $\mathbf{u}_k^*$ sont respectivement la pression fictive et le vecteur vitesse fictive induites par la force $\mathbf{f}_k$ en un point point d'observation $\mathbf{y}$.

L'expression de la force élémentaire est donnée par :

$$\mathbf{f}_k = \delta(\mathbf{y} - \mathbf{x}) \mathbf{e}_k, \quad k = r, z, \alpha \quad (4.8)$$

$\mathbf{e}_k$ est un vecteur unitaire de la base de référence et l'expression $\delta(\mathbf{y} - \mathbf{x})$ est la masse de Dirac au point $\mathbf{x}$; elle représente le caractère ponctuel de $\mathbf{f}_k$ en ce point.

Le tenseur d'ordre deux $\mathbf{U}^*$ de composantes u_{ik}^* , $i, k = r, z, \alpha$ et le vecteur $\mathbf{q}^*$ de composantes q_k^* sont solutions du problème fondamental de Stokes (ils sont souvent appelés fonctions ou noyau de Green) :

$$\mathbf{U}^* = \frac{1}{8\pi} \left(\frac{1}{d} \mathbf{I} + \frac{\mathbf{d}\mathbf{d}}{d^3} \right) \quad (4.9)$$

$$\mathbf{q}^* = \frac{1}{4\pi} \frac{\mathbf{d}}{d^3} \quad (4.10)$$

$d = |\mathbf{d}|$ est la distance euclidienne entre le point source et le point d'observation tel que $\mathbf{d} = \mathbf{y} - \mathbf{x}$.

On définit également le tenseur d'ordre trois représentant les contraintes visqueuses dont l'expression est donnée par :

$$\mathbf{K}^* = -\frac{3}{4\pi} \left(\frac{\mathbf{d}\mathbf{d}\mathbf{d}}{d^5} \right) \quad (4.11)$$

Nous pouvons écrire alors :

$$\mathbf{T}^* = -\mathbf{q}^* \mathbf{I} + \nabla \mathbf{U}^* + \nabla^t \mathbf{U}^* = -\mathbf{q}^* \mathbf{I} + \mathbf{K}^* \quad (4.12)$$

La solution du problème fondamental de Stokes et sa formulation intégrale que nous allons expliciter, ont été données par Ladyzhenskaya [Ladyzhenskaya 69]

et ont ensuite été utilisées par Youngren & Acrivos [Youngren 75].
 Nous allons maintenant rappeler la formulation intégrale appliquée au problème diphasique axisymétrique qui nous intéresse ici.

4.3.3 Formulation intégrale du problème de Stokes

Soit $(\mathbf{u}, q)$ et $(\mathbf{u}_k^*, q_k^*)$ les couples solutions respectivement du problème de Stokes (eq. 4.2) et du problème fondamental de Stokes (eq. 4.6), nous avons :

$$\int_{\Omega} \nabla \cdot (\mathbf{u}_k^* \cdot \mathbf{T}) d\Omega = \int_{\Omega} \mathbf{u}_k^* \cdot \nabla \cdot \mathbf{T} d\Omega + 2 \int_{\Omega} (\mathbf{D}(\mathbf{u}) : \mathbf{D}(\mathbf{u}_k^*)) d\Omega, \quad k = r, z, \alpha \quad (4.13)$$

De même :

$$\int_{\Omega} \nabla \cdot (\mathbf{u} \cdot \mathbf{T}_k^*) d\Omega = \int_{\Omega} \mathbf{u} \cdot \nabla \cdot \mathbf{T}_k^* d\Omega + 2 \int_{\Omega} (\mathbf{D}(\mathbf{u}) : \mathbf{D}(\mathbf{u}_k^*)) d\Omega, \quad k = r, z, \alpha \quad (4.14)$$

En appliquant le théorème d'Ostrogradsky au premier membre, et en effectuant la différence entre (4.13) et (4.14), il vient :

$$\int_{\partial\Omega} \mathbf{u}_k^* \cdot \mathbf{T} \cdot \mathbf{n} dS - \int_{\partial\Omega} \mathbf{u} \cdot \mathbf{T}_k^* \cdot \mathbf{n} dS = \int_{\Omega} \mathbf{u}_k^* \cdot \nabla \cdot \mathbf{T} d\Omega - \int_{\Omega} \mathbf{u} \cdot \nabla \cdot \mathbf{T}_k^* d\Omega, \quad k = r, z, \alpha \quad (4.15)$$

$\mathbf{n}$ étant la normale à la surface $\partial\Omega$ extérieur à Ω . Comme $\nabla \cdot \mathbf{T} = \mathbf{0}$ et $\nabla \cdot \mathbf{T}_k^* = -\mathbf{f}_k$, l'équation intégrale sur le bord pour le problème de Stokes s'écrit donc :

$$\int_{\partial\Omega} \mathbf{U}^* \cdot \mathbf{T}(\mathbf{y}) \cdot \mathbf{n} dS - \int_{\partial\Omega} \mathbf{u}(\mathbf{y}) \cdot \mathbf{T}^* \cdot \mathbf{n} dS = \int_{\Omega} \mathbf{f}_k \cdot \mathbf{u} d\Omega, \quad (4.16)$$

L'intégration en volume dans le membre de droite de l'équation (4.16) s'écrit simplement $\eta \mathbf{u}(\mathbf{x})$ avec :

$$\eta = \frac{1}{2} \quad \text{si } \mathbf{x} \in \partial\Omega \quad (4.17)$$

$$\eta = 1 \quad \text{sinon} \quad (4.18)$$

L'intégration se fait sur toute la surface enfermant chaque phase avec comme point d'intégration le point d'observation $\mathbf{y}$.

Ainsi pour le contour surfacique de chaque phase on écrit :

$$\int_{\partial\Omega_i} \mathbf{U}^* \cdot \mathbf{T}(\mathbf{y}) \cdot \mathbf{n} dS - \int_{\partial\Omega_i} \mathbf{T}^* \cdot \mathbf{n} \cdot \mathbf{u}(\mathbf{y}) dS = \frac{1}{2} \mathbf{u}(\mathbf{x}) , \quad i = 1, 2 \quad (4.19)$$

Etant donné le caractère axisymétrique du problème, on peut réécrire l'équation (4.19) dans un plan radial en réduisant les intégrales surfaciques à des intégrales linéiques, simplifiant ainsi le problème d'une dimension supplémentaire. On a alors :

$$\int_{\Gamma} \int_0^{2\pi} \mathbf{U}^* \cdot \mathbf{t}(\mathbf{y}) r_y d\alpha d\Gamma - \int_{\Gamma} \int_0^{2\pi} \mathbf{T}^* \cdot \mathbf{n} \cdot \mathbf{u}(\mathbf{y}) r_y d\alpha d\Gamma = \frac{1}{2} \mathbf{u}(\mathbf{x}) \quad (4.20)$$

En posant :

$$\overline{\mathbf{U}}^* = \int_0^{2\pi} \mathbf{U}^* d\alpha \quad (4.21)$$

$$\overline{\mathbf{Q}}^* = \int_0^{2\pi} \mathbf{T}^* \cdot \mathbf{n} d\alpha \quad (4.22)$$

On obtient :

$$\int_{\Gamma} \overline{\mathbf{U}}^* \cdot \mathbf{T}(\mathbf{y}) \cdot \mathbf{n} r_y d\Gamma - \int_{\Gamma} \overline{\mathbf{Q}}^* \cdot \mathbf{u}(\mathbf{y}) r_y d\Gamma = \frac{1}{2} \mathbf{u}(\mathbf{x}) \quad (4.23)$$

L'intégration azimutale (ou orthoradiale) du noyau de Green Eq. (4.21) et (4.22) a été effectuée analytiquement en se basant sur les résultats de Graziani [Graziani 89]. L'expression du noyau de Green pour le problème axisymétrique est donnée en annexe D.

4.3.4 Champs de vitesse interne

La résolution du problème à chaque instant (i.e. pour chaque configuration de l'interface) nous permet d'obtenir le champ de vitesse sur l'interface et les contraintes sur toutes les frontières. A l'issue de cette étape, la vitesse peut être déterminée en tout point de chacun des deux domaines fluides à chaque instant à partir des champs de $\mathbf{u}$ et de $\mathbf{t} = \mathbf{T} \cdot \mathbf{n}$ sur toutes les frontières. Pour ce faire, il suffit de placer le pôle au point $\mathbf{u}$ où la vitesse est recherchée. Celle-ci est donnée par :

$$\int_{\Gamma} \overline{\mathbf{U}}^* \cdot \mathbf{t}(\mathbf{y}) r_y d\Gamma - \int_{\Gamma} \overline{\mathbf{Q}}^* \cdot \mathbf{u}(\mathbf{y}) r_y d\Gamma = \mathbf{u}(\mathbf{x}) , \quad (4.24)$$

4.3.5 Forces volumiques non conservatives

Dans la méthode des éléments de frontière, il est possible de traiter les forces volumiques dérivant d'un potentiel V tel que $\mathbf{f} = \nabla V$ en les incluant dans le champ de pseudo-pression ce qui a pour effet de les faire apparaître dans le saut de contraintes à l'interface.

Cependant, dans le cas où la force $\mathbf{f}$ ne dérive pas d'un potentiel, si elle ne dépend pas des inconnues du problème $\mathbf{u}$ et q , sa contribution peut être évaluée en volume (en surface dans le cas axisymétrique). En effet, dans ce cas là, le tenseur des contraintes hydrodynamiques $\mathbf{T}$ n'est pas à divergence nulle et sa divergence vaut $\nabla \cdot \mathbf{T} = -\mathbf{f}$. La première intégrale du second membre de l'équation (4.15) n'est alors plus nulle et sa contribution s'écrit pour chaque phase comme étant :

$$\mathbf{f}_i(\mathbf{x}) = - \int_{\Omega_i} \mathbf{f}_i \cdot \mathbf{U}^* d\Omega \quad i = 1, 2 \quad (4.25)$$

Dans le cas d'un problème axisymétrique, compte tenu que du fait que $\mathbf{f}$ est aussi à symétrie de révolution, ce terme s'écrit après intégration azimutale :

$$\mathbf{f}_i(\mathbf{x}) = - \int_{S_i} \mathbf{f}_i \cdot \overline{\mathbf{U}^*} r_y dS \quad i = 1, 2 \quad (4.26)$$

Ce terme est alors ajouté dans le membre de droite de l'équation (4.23).

La surface d'intégration S_i est l'aire dans le plan $(\mathbf{O}, \mathbf{e}_r, \mathbf{e}_z)$ de chacune des deux phases ($i = 1, 2$).

L'intégration numérique de ce terme peut se faire au moyen de quadratures de Gauss en décomposant chaque domaine en trapèzes et en effectuant des transformations affines bidimensionnelles, on simplifie alors le calcul sur des rectangles.

Notons que pour calculer le champ de vitesse en présence de ce type de force il faut également ajouter ce terme en chaque point de calcul dans le second membre de l'équation (4.24).

4.3.6 Discrétisation de l'équation intégrale

On discrétise maintenant le contour linéique formé par l'interface S_I et les parois S_{C1} et S_{C2} en M éléments de longueur variable (cf Figure 4.1). On note M_0 le nombre d'éléments sur l'interface, M_1 le nombre total d'éléments pour la phase 1 et M_2 pour la phase 2 tel que $M = M_1 + M_2$.

Pour les simulations, nous avons utilisé des éléments de frontière constants, i.e. les vitesses et contraintes ont une valeur constante sur chaque élément.

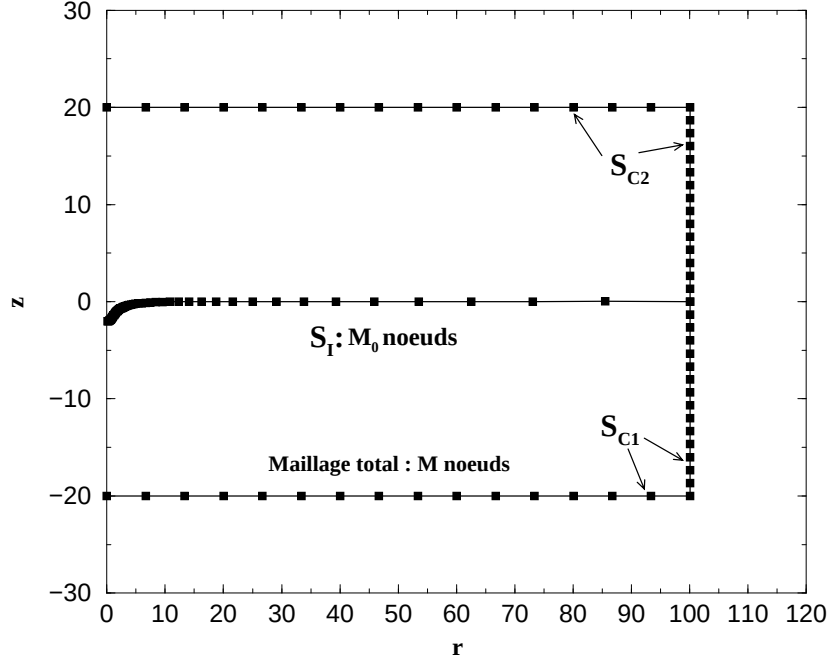


FIG. 4.1 – Domaine axisymétrique de calcul numérique représentant la déformation d’une interface liquide-liquide.

On peut donc écrire l’équation (4.23) sous la forme discrète suivante pour la phase 1 :

$$\sum_{j=1}^{M_1} \int_{\Gamma_j} \overline{\mathbf{U}}^* \cdot \mathbf{t}(\mathbf{y}) r_y d\Gamma - \sum_{j=1}^{M_1} \int_{\Gamma_j} \overline{\mathbf{Q}}^* \cdot \mathbf{u}(\mathbf{y}) r_y d\Gamma = \frac{1}{2} \mathbf{u}_o, \quad o = 1, M_1 \quad (4.27)$$

et de même pour la phase 2 :

$$\sum_{j=M_1+1}^M \int_{\Gamma_j} \overline{\mathbf{U}}^* \cdot \mathbf{t}(\mathbf{y}) r_y d\Gamma - \sum_{j=M_1+1}^M \int_{\Gamma_j} \overline{\mathbf{Q}}^* \cdot \mathbf{u}(\mathbf{y}) r_y d\Gamma = \frac{1}{2} \mathbf{u}_o, \quad o = M_1 + 1, M \quad (4.28)$$

j est l’indice du point d’observation et o est l’indice du point source. L’utilisation d’éléments constants, (i.e. $\mathbf{t}$ et $\mathbf{u}$ constants sur chaque élément Γ_j) permet , en posant :

$$\widehat{\mathbf{U}}_{j_o}^* = \int_{\Gamma_j} \overline{\mathbf{U}}^* r_y d\Gamma \quad (4.29)$$

$$\widehat{\mathbf{Q}}_{j_o}^* = \int_{\Gamma_j} \overline{\mathbf{Q}}^* r_y d\Gamma + \frac{1}{2} \delta_{j_o} \quad (4.30)$$

d'écrire par exemple pour la phase 1 :

$$\sum_{j=1}^{M_1} \widehat{\mathbf{U}}_{j_o}^* \cdot \mathbf{t}_j - \sum_{j=1}^{M_1} \widehat{\mathbf{Q}}_{j_o}^* \cdot \mathbf{u}_j = \mathbf{0} \quad , \quad o = 1, M_1 \quad (4.31)$$

Sachant que les vitesses sont nulles sur les parois on écrit alors :

$$\sum_{j=1}^{M_1} \widehat{\mathbf{U}}_{j_o}^* \cdot \mathbf{t}_j - \sum_{j=1}^{M_0} \widehat{\mathbf{Q}}_{j_o}^* \cdot \mathbf{u}_j = \mathbf{0} \quad , \quad o = 1, M_1 \quad (4.32)$$

De manière analogue, pour la phase 2, on a :

$$\sum_{j=M_1+1}^M \widehat{\mathbf{U}}_{j_o}^* \cdot \mathbf{t}_j - \sum_{j=M-M_0+1}^M \widehat{\mathbf{Q}}_{j_o}^* \cdot \mathbf{u}_j = \mathbf{0} \quad , \quad o = M_1 + 1, M \quad (4.33)$$

La condition d'égalité des vitesses sur l'interface nous donne alors :

$$\mathbf{u}_j = \mathbf{u}_{M+1-j} \quad , \quad j = 1, M_0 \quad (4.34)$$

Le saut de contraintes purement normales sur l'interface nous donnant :

$$\frac{2}{1+\lambda} (\lambda \mathbf{t}_j + \mathbf{t}_{M+1-j}) = \Delta \mathbf{t}_j \quad , \quad j = 1, M_0 \quad (4.35)$$

En exploitant les conditions à l'interface (4.34) et (4.35), on obtient la forme discrète du système d'équations global du problème :

$$\sum_{j=1}^{M_1} \widehat{\mathbf{U}}_{j_o}^* \cdot \mathbf{t}_j - \sum_{j=1}^{M_0} \widehat{\mathbf{Q}}_{j_o}^* \cdot \mathbf{u}_j = 0 \quad , \quad o = 1, M_1 \quad (4.36)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{j=M_1+1}^M \widehat{\mathbf{U}}_{j_o}^* \cdot \mathbf{t}_j - \lambda \sum_{j=1}^{M_0} \widehat{\mathbf{U}}_{(M+1-j)_o}^* \cdot \mathbf{t}_j - \sum_{j=1}^{M_0} \widehat{\mathbf{Q}}_{(M+1-j)_o}^* \cdot \mathbf{u}_j \\ &= -\frac{\lambda+1}{2} \sum_{j=1}^{M_0} \widehat{\mathbf{U}}_{(M+1-j)_o}^* \cdot \Delta \mathbf{t}_j \quad , \quad o = 1, M_1 \end{aligned} \quad (4.37)$$

Les intégrales sur chaque élément du domaine décrites dans (4.29) et (4.30) ne peuvent être calculées analytiquement compte tenu de la complexité du noyau de Green axisymétrique. Nous avons donc eu recours à l'intégration numérique utilisant une méthode de quadratures de Gauss à 15 points [Davis 84].

Cette technique d'intégration a été privilégiée car l'expression analytique du noyau axisymétrique contient des intégrales elliptiques qui sont singulières quand le point d'observation et le point source sont confondus. Les quadratures de Gauss permettent l'intégration sur des domaines de définition ouverts et permettent d'évaluer avec grande précision chaque intégrale élémentaire.

4.3.7 Forme matricielle du problème

Les équations (4.36) et (4.37) se réduisent à un système d'équations linéaires qui s'écrit simplement :

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{w} = \mathbf{b} \quad (4.38)$$

où $\mathbf{A}$ est la matrice $2M \times 2M$ contenant les intégrales du noyau de Green $\widehat{\mathbf{U}}_{\mathbf{j}}^*$ et $\widehat{\mathbf{Q}}_{\mathbf{j}\mathbf{o}}^*$ pour tous les éléments des domaines, $\mathbf{b}$ est le vecteur $2M$ contenant notamment le produit des intégrales du noyau de Green avec le saut de contrainte sur l'interface (quantités connus de notre problème) alors que $\mathbf{w}$ est le vecteur $2M$ contenant les inconnues en vitesses (sur l'interface) et en contraintes sur l'interface et les parois S_{C1} et S_{C2} des domaines.

En explicitant les composantes radiales et axiales des vitesses et contraintes, le système matriciel peut être mis sous la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ [-\widehat{Q}_{jo}^*] & [\widehat{U}_{jo}^*] & [-\widehat{Q}_{jo}^*] & [\widehat{U}_{jo}^*] \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (u_r)_{M_0}^1 \\ (t_r)_{M-M_0+1}^1 \\ (u_z)_{M_0}^1 \\ (t_z)_{M-M_0+1}^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ b_{2M} \end{bmatrix} \quad (4.39)$$

4.4 Algorithme de résolution

Nous détaillons ici l'algorithme utilisé pour simuler la déformation temporelle de l'interface jusqu'à son état d'équilibre.

4.4.1 Initialisation de l'interface et discrétisation du domaine

A l'instant initial $t = 0$, l'interface entre les deux phases est horizontale. Plusieurs tests concernant la précision du calcul, sa stabilité et sa rapidité

d'exécution, ont montré que les valeurs $M_0 = 70 - 100$ étaient satisfaisantes pour des déformations moyennes ($h = 1 - 2$) à grandes ($h = 2 - 8$).

La concentration des noeuds (centres des éléments) sur l'interface est plus importante dans les zones à forte courbure. Un maillage progressif a ainsi été adopté tel que $l_j = l_0(1 + C_m)^j$, $j = 1, M_0$. l_j est la longueur de l'élément j et $C_m = 5\% - 10\%$ est le coefficient de progression d'une maille à sa voisine. Ce choix conduit donc à une densité importante d'éléments plus forte dans la zone où l'interface est la plus déformée permettant une description précise de la courbure.

Les parois latérales de chaque phase ont été décomposées en 40 éléments de même longueur tandis que les parois horizontales l'ont été en 60 éléments. Une augmentation du nombre d'éléments n'a pas montré d'effet significatif sur les résultats numériques.

Une fois le domaine discrétisé, on procède au calcul des intégrales du noyau axisymétrique et de la courbure en chaque noeud de l'interface ce qui permet la mise en place de la matrice et du second membre du système linéaire explicité dans l'équation (4.39).

4.4.2 Calcul de la courbure

Pour estimer numériquement la courbure en chaque noeud du maillage, on procède à un paramétrage de la position des noeuds à l'aide d'une coordonnée curviligne s . La courbure s'exprime ainsi comme la somme de deux termes que l'on écrit :

$$\kappa(r) = \left| \frac{d\mathbf{e}_t}{ds} \right| + \frac{z'(r)}{r(1 + z(r)'^2)^{1/2}} \quad (4.40)$$

$\mathbf{e}_t$ est le vecteur tangent à l'interface S_I .

Le premier terme représente la courbure dans le plan radial alors que le second représente la courbure dans le plan orthoradial.

4.4.3 Résolution du système linéaire

Le système matriciel est résolu numériquement par une méthode d'élimination de Gauss par factorisation **LU**. Cette étape permet de déterminer les variables inconnues en vitesse et contrainte sur l'interface et en contraintes sur toutes autres frontières du domaine.

4.4.4 Déformation et lissage de l'interface

L'advection des points matériels de l'interface se fait comme indiqué précédemment à l'aide d'un suivi Lagrangien qui se traduit par :

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{u}(\mathbf{x}) \quad \mathbf{x} \in S_I. \quad (4.41)$$

Une discrétisation à l'aide d'un schéma classique d'Euler explicite au 1^{er} ordre permet d'écrire :

$$r(t + \Delta t) = r(t) + u_r(t)\Delta t \quad (4.42)$$

$$z(t + \Delta t) = z(t) + u_z(t)\Delta t \quad (4.43)$$

où Δt est le pas de temps choisi pour advecter les points de l'interface.

Une fois celle-ci déformée, elle est reconstruite en faisant appel à un lissage à l'aide de *splines cubiques* permettant un remaillage précis.

L'algorithme est ainsi répété jusqu'à ce que l'interface atteigne son état d'équilibre décrit par la condition suivante :

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{n} < \epsilon \quad \mathbf{x} \in S_I \quad (4.44)$$

$\epsilon \ll 1$ étant un paramètre fixé par l'utilisateur.

4.4.5 Précision des calculs

Afin de vérifier la qualité de la simulation numérique, nous estimons la précision du calcul en contrôlant la conservation du volume à l'aide d'une intégrale de la divergence du champs de vitesse qui s'exprime simplement par :

$$div = \int_{S_I} \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} d\Gamma \quad (4.45)$$

Pour $M_0 = 70$ Le volume est conservé à 10^{-6} près. En multipliant M_0 par 2, la divergence diminue d'un facteur 10. Cependant le temps de calcul augmente de manière non-linéaire. Finalement, nous avons adapté un nombre d'éléments compris entre 70 et 100 de manière croissante avec l'amplitude des déformations.

Chapitre 5

Résultats

L'objectif de ce chapitre est dans un premier temps de valider les résultats numériques à l'aide de comparaisons avec les résultats théoriques et expérimentaux puis de réaliser des simulations prédictives visant à une meilleure compréhension des phénomènes mis en jeu dans l'opto-hydrodynamique. Nous présentons tout d'abord le montage expérimental ainsi que l'estimation théorique des propriétés des fluides utilisés.

Nous comparons quantitativement les profils et les hauteurs d'interfaces issus des résultats numériques, théoriques et expérimentaux pour les régimes linéaire et non-linéaire de déformation. Les effets de la gravité sont alors étudiés notamment à la transition entre les deux régimes. L'influence du sens de propagation du faisceau est ensuite étudiée en mettant en évidence l'asymétrie des déformations selon que le faisceau se propage du milieu le moins réfringent vers le plus réfringent ou inversement. Nous analysons également un profil expérimental de l'interface en forme de tétine en montrant que le bilan de force tel qu'envisagé dans les chapitres précédents est insuffisant pour expliquer cette morphologie particulière. Pour compléter ce bilan, nous modélisons les effets de la diffusion de la lumière sur l'écoulement lorsque le système est proche du point critique. Des comparaisons avec les résultats expérimentaux sont présentées.

Enfin, la dynamique de l'interface dans les deux régimes de déformation est étudiée avec un accent porté sur l'effet du rapport des viscosités sur l'état transitoire de la courbure avant de conclure sur une étude des effets de parois sur la déformation de l'interface.

5.1 Configuration expérimentale et caractérisation des micro-émulsions

5.1.1 Montage expérimental

Le dispositif expérimental est représenté sur la figure (5.1). Partant de la source laser, une lentille adaptatrice $L1$ permet de fixer la plage de variation du rayon du faisceau au col ω_0 . Un prisme mobile Pr est ensuite utilisé comme agrandisseur de trajet optique. Suivant sa position et la lentille $L1$ utilisée, différents rayons sont accessibles pour le faisceau arrivant par le bas sur la cellule. En effet, comme les déformations d'interface doivent être indépendantes du sens de propagation du faisceau laser, le dispositif adopté permet de propager le faisceau laser dans les deux sens sur l'interface. Ainsi, le faisceau est divisé entre la voie haute et la voie basse par un cube séparateur (CS). Le choix de la polarisation initiale par le biais de la lame demi-onde permet d'occulter complètement l'une des voies, ou de répartir uniformément l'intensité entre elles. Pour le faisceau arrivant par le haut, le rayon de faisceau est adapté par l'intermédiaire de miroirs diélectriques mobiles $M4$ et $M5$. Les faisceaux haut et bas sont focalisés sur l'interface par des objectifs de microscope $O1$ et $O2$ (grandissement $X10$, ouverture numérique 0.25) à longue distance de travail. La cellule de spectroscopie contenant l'échantillon est thermostatée dans un four en laiton et placée sur le trajet des faisceaux. Elle est mobile horizontalement dans les deux directions et verticalement par le biais de vis micrométriques. La translation verticale est nécessaire pour contrôler et ajuster la position de l'interface aux points de focalisation des faisceaux.

Le faisceau issu du laser Argon ionisé est dans son mode gaussien TEM00, longueur d'onde dans le vide $\lambda_L = 514.5nm$. L'onde est faiblement focalisée à l'interface par les objectifs de microscope, de sorte qu'au voisinage du ménisque la variation en z de l'intensité $I(r,z)$ peut être négligée.

La structure gaussienne du faisceau a été vérifiée lors des mesures des rayons des faisceaux. Les incertitudes sur la mesure de ces rayons est de 5%. Les pertes dues aux différents éléments optiques et à l'absorption dans le milieu nécessitent un étalonnage de la puissance P à l'aide d'un potentiomètre. La puissance maximale disponible est d'environ $1.7W$. L'incertitude sur la puissance incidente est de 5%.

Pour l'observation, l'interface est éclairée à l'aide d'une source de lumière blanche LB de luminosité réglable par un générateur de courant. L'éclairage

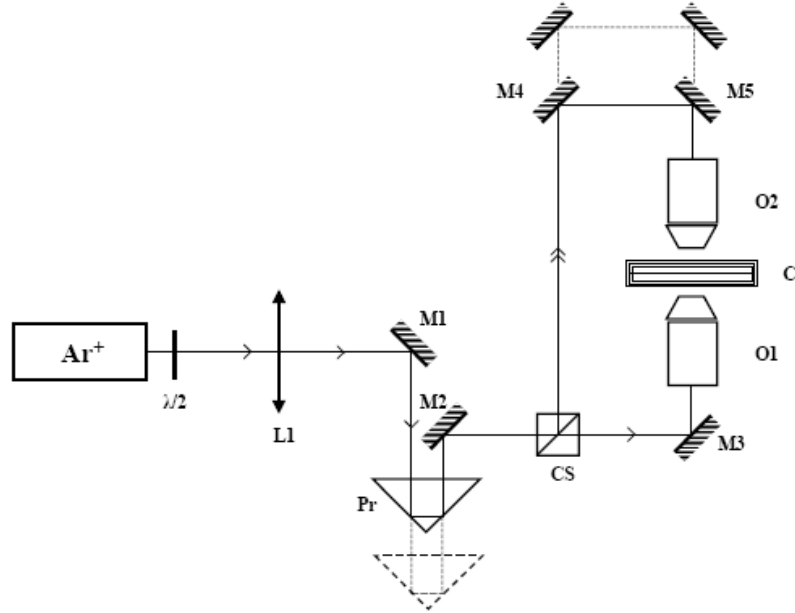


FIG. 5.1 – Schéma optique du dispositif expérimental : L1 est une lentille adaptatrice, Pr un prisme mobile permettant de régler le trajet optique du faisceau et la largeur du faisceau arrivant par la voie basse. CS désigne un cube séparateur qui divise le faisceau entre les voies hautes et basses suivant la polarisation. M1, M2, M3 sont des miroirs diélectriques fixes, M4 et M5 sont des miroirs mobiles qui permettent de régler la largeur du faisceau arrivant par la voie haute. O1 et O2 sont des objectifs de microscope à longue distance de travail. C désigne la cellule de spectroscopie thermostatée dans le four.

de l'interface est plus ou moins parallèle car il nécessite souvent d'être réajusté suivant les conditions expérimentales. Le fluide binaire utilisé étant un milieu assez turbide, les déformations ne peuvent être visualisées correctement que près de la face de sortie de la cellule. C'est pour cette raison que la cellule est translatable horizontalement. L'éclairage est le plus souvent ajusté de manière ad-hoc pour obtenir un ménisque net à l'écran. Les déformations sont observées grâce à des objectifs de microscope à longue distance de travail de grandissement (X6 et X10 et X20). Un filtre permet de couper complètement la lumière laser diffusée par le milieu. L'acquisition des images est effectuée par une caméra CCD standard Hamamatsu (pavé numérique 768 X 576 pixels) reliée directement à un ordinateur. La dynamique temporelle des déformations a été étudiée grâce à une caméra rapide

Motionmeter permettant d'acquérir de 50 à 1000 images par seconde dans sa mémoire vive. Les images sont ensuite transférées dans l'ordinateur d'acquisition. Le pavé de la caméra rapide est plus petit (292 X 220 pixels) que celui de la caméra standard pour des raisons de stockage dans la mémoire vive. Ils ont été tous deux étalonnés en fonction de la position de la caméra en imageant un micromètre de précision posé au niveau du faisceau laser.

5.1.2 Estimation théorique des propriétés physiques des micro-émulsions

Le fluide utilisé dans cette étude est une phase micellaire de micro-émulsion utilisée. C'est un système quaternaire formé de micelles d'eau/SDS (Sodium-Docedyl-Sulfate) dans une phase continue de toluene/n-butanol tel que ce mélange est proche de sa température critique $T_C = 308\text{ K}$.

Pour des températures proches de T_C , le comportement thermodynamique du mélange est celui des systèmes appartenant à la classe d'universalité ($d = 3, n = 1$) du modèle d'Ising [Freysz 94]. Ainsi, à une température $T > T_C$, le mélange se sépare en deux phases micellaires de concentrations différentes ϕ_1 et ϕ_2 .

L'utilisation d'un mélange diphasique proche du point critique est donc caractérisé par une très faible tension interfaciale (typiquement de l'ordre de 10^{-7} N/m) motivée par le fait que des déformations importantes de l'interface par pression de radiation sont possibles sans effets non-linéaires ou thermiques dus à la propagation du faisceau laser [Freysz 94].

Afin d'évaluer théoriquement les propriétés physiques des deux phases à partir du mélange initial, nous adoptons un modèle basé sur la théorie générale de Landau concernant les transitions de phase du second ordre (voir figure 5.2).

Avec cette approche, l'énergie libre est décrite autour du point critique sous la forme d'un développement limité en puissances entières d'une variable que l'on appelle le paramètre d'ordre de la transition de phase. Dans le cas d'une micro-émulsion critique, le paramètre d'ordre est la différence des fractions volumiques en micelles de chaque phase $\Delta\phi = \phi_1 - \phi_2$.

Près du point critique, les comportements des propriétés thermophysiques sont décrits par des lois de puissance analytiques en fonction de l'écart à la température critique $\frac{T-T_C}{T_C}$. Les exposants de ces lois de puissance sont les exposants critiques et dependent de la classe d'universalité des fluides utilisés. Dans le cas présent, les phases micellaires de micro-émulsion appartiennent à la classe ($d = 3, n1$) du modèle d'Ising comme tous les fluides isotropes, où

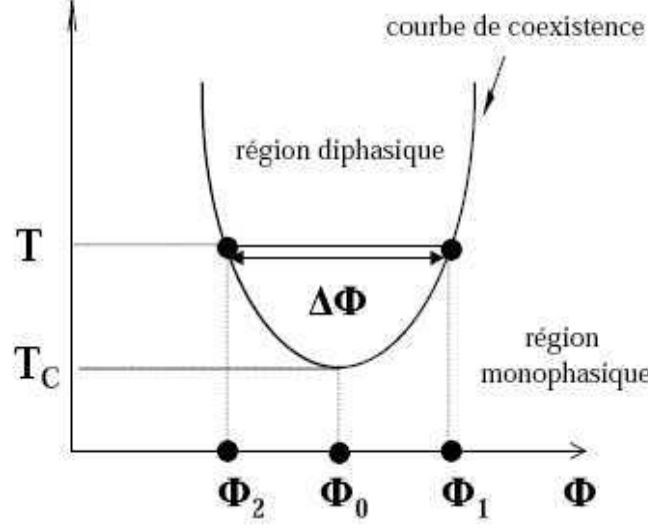


FIG. 5.2 – Diagramme de phase de la micro-émulsion en représentation (T, ϕ) . ϕ_0 est la fraction volumique initiale du mélange en micelles à $T_0 < T_C$, ϕ_1 et ϕ_2 les fractions volumiques en micelles des phases démixées obtenues pour une température $T < T_C$. $\Delta\phi = \phi_1 - \phi_2$.

d représente la dimension d'espace et n la dimension du paramètre d'ordre. La tension interfaciale entre les deux phases est alors évaluée selon une loi de puissance découlant du modèle de Landau des transitions de phases du second ordre. Elle s'exprime par :

$$\gamma = \gamma_0 \left(\frac{T - T_c}{T_c} \right)^{2\nu}, \quad (5.1)$$

avec $\gamma_0 = 10^{-4}$ N/m et $\nu = 0.63$.

Les concentrations des deux phases sont évaluées par les lois suivantes :

$$\phi_1 = \phi_c + \Delta\phi, \quad (5.2)$$

$$\phi_2 = \phi_c - \Delta\phi, \quad (5.3)$$

$\phi_c = 0.11$ étant la concentration initiale du mélange. Pour ce qui est de l'écart entre concentrations des deux phases $\Delta\phi$, elle s'exprime comme étant :

$$\Delta\phi = \Delta\phi_c \left(\frac{T - T_c}{T_c} \right)^\beta, \quad (5.4)$$

et $\beta = 0.325$.

La valeur de l'amplitude critique $\Delta\phi_c$, peut être estimée théoriquement pour ce système avec l'hypothèse que notre mélange est binaire. On obtient alors $\Delta\phi_c = \sqrt{16\pi\phi_c R^+} = 1.458$ [Casner 02],[Langer 80]. $R^+ = 0.37$ étant un rapport universel pour les micro-émulsions [Mon 88]. Etant donné que les phases micellaires sont en fait quaternaires, leur diagramme de phase est asymétrique en ϕ menant à une surestimation ou sous-estimation de l'amplitude critique $\Delta\phi_c$ selon la gamme de concentration considérée. La valeur théorique de $\Delta\phi_c$ mène à une surestimation du contraste d'indice optique ΔN . En conséquence, une valeur modifiée de $\Delta\phi_c$ prise égale à 0.5 a été adoptée pour cette étude sur la base de comparaisons quantitatives entre résultats numériques et expérimentaux concernant les hauteurs d'interfaces à l'équilibre dans le régime linéaire de déformation. En fait, $\Delta\phi_c$ est considéré comme un paramètre libre dans l'estimation des propriétés des phases.

La densité de chaque phase ρ_i , $i = 1, 2$ s'écrit suivant la loi de mélange suivante :

$$\rho_i(\phi_i) = \rho_{mic}\phi_i + \rho_{cont}(1 - \phi_i), \quad (5.5)$$

où $\rho_{mic} = 1045 \text{ kg.m}^{-3}$ et $\rho_{cont} = 850 \text{ kg.m}^{-3}$ sont respectivement les valeurs des densités des micelles et de la phase continue.

Etant donné que la distance entre deux micelles est petite comparé à la longueur d'onde du faisceau laser, le mélange peut être considéré comme une phase homogène du point de vue de l'électromagnétisme. Ainsi, le modèle de prédiction des permittivités électriques relatives donné par Landau & Lifshitz [Landau 60] est applicable et s'écrit :

$$\epsilon_i(\phi_i) = \phi_i\epsilon_{mic} + (1 - \phi_i)\epsilon_{cont} - \frac{\phi_i(1 - \phi_i)(\epsilon_{mic} - \epsilon_{cont})^2}{3(\phi_i\epsilon_{mic} + (1 - \phi_i)\epsilon_{cont})}. \quad (5.6)$$

avec $\epsilon_{mic} = 1.86$ et $\epsilon_{cont} = 2.14$ étant respectivement les permittivités électriques relatives des micelles et de la phase continue.

Cette relation permet d'obtenir les valeurs des indices optiques N_i $i = 1, 2$ selon la loi suivante :

$$\epsilon_i = N_i^2, \quad i = 1, 2. \quad (5.7)$$

Enfin, compte tenu que les concentrations en micelles restent faibles, nous utilisons la relation d'Einstein pour estimer les viscosités dynamiques μ_i de chaque phase :

$$\mu_1 = \mu_0(1 + 2.5\frac{\Delta\phi}{2}) \quad (5.8)$$

$$\mu_2 = \mu_0(1 - 2.5 \frac{\Delta\phi}{2}), \quad (5.9)$$

avec $\mu_0 = 1.269$ Pa.s.

L'excitation laser est susceptible d'engendrer des variations de température locale en raison de l'absorption de l'énergie véhiculée par l'onde. Ces variations de températures pourraient alors engendrer des variations des propriétés physiques telles que la tension interfaciale et les viscosités. Pour cette raison, il est essentiel de pouvoir estimer ces variations.

Pour ce faire, nous estimons les variations de température à l'aide d'une solution de l'équation de diffusion thermique stationnaire en coordonnées cylindriques en considérant que l'intensité laser est absorbée et se comporte comme un terme source dans l'équation de la chaleur qui s'écrit donc :

$$\nabla^2 T_I(r) + \frac{\alpha_{th}}{\Lambda_{th}} I(r) = 0, \quad (5.10)$$

Nous avons adopté une forme stationnaire de l'équation pour décrire le transfert de chaleur dans la mesure où le temps caractéristique de la diffusion thermique est beaucoup plus petit que le temps de diffusion de la viscosité. Dans cette dernière équation, $T_I(r)$ représente l'augmentation locale de la température due à l'absorption locale du milieu, $\alpha_{th} \simeq 3 \cdot 10^{-4} \text{cm}^{-1}$ est l'absorption thermique et $\Lambda_{th} = 1.28 \cdot 10^{-3} \text{Wcm}^{-1} \text{K}^{-1}$ est la conductivité thermique. En utilisant une transformée de Fourier-Bessel pour résoudre l'équation (5.10) [Moore 65; Casner 02], nous trouvons que l'augmentation maximale de température est :

$$T_I(r=0) \simeq \frac{\alpha_{th} P}{4\pi \Lambda_{th}} \ln(100\Gamma) \quad (5.11)$$

où $\Gamma = 1.781$ est la constante d'Euler. A l'aide de l'équation (5.1), nous pouvons estimer la variation de la tension interfaciale due à l'augmentation de la température qui est donnée par :

$$\frac{\partial\gamma}{\partial T} = \gamma \frac{1.26}{T - T_C}. \quad (5.12)$$

A $T - T_C = 3.5 \text{K}$ et pour $P = 1 \text{W}$, on trouve $\frac{\partial\gamma}{\partial T} \simeq 1.3 \cdot 10^{-7} \text{Nm}^{-1} \text{K}^{-1}$ et $T_I(r=0) \simeq 0.1 \text{K}$ ce qui implique que $\frac{\Delta\gamma}{\gamma} \simeq 3.6\%$. Les effets thermocapillaires peuvent donc être raisonnablement négligés dans la description de la physique du phénomène.

Si l'on s'intéresse maintenant à la dépendance des viscosités vis à vis de la

température, nous utilisons la loi empirique donnée pour des micro-émulsions [Freysz. 90] :

$$\mu(T) = [1.934 - 0.019(T - 273)]10^{-3}. \quad (5.13)$$

De cette relation, il vient $\frac{\partial\mu}{\partial T} = -0.019 \cdot 10^{-3}$, ce qui pour $P = 1W$ donne $\frac{\Delta\mu}{\mu} \simeq 2\%$. Cette seconde estimation permet de négliger les effets thermiques sur la viscosité. Pour des informations plus détaillées sur l'estimation des propriétés des micro-émulsions, le lecteur pourra se référer à des travaux antérieurs [Casner 01; Wunenburger 06a].

5.2 Validation du modèle par comparaison aux résultats expérimentaux

5.2.1 Equilibre de l'interface : cas de propagation à partir du milieu le moins réfringent

Dans cette section, nous allons comparer les résultats numériques et expérimentaux lorsque l'interface est à l'état d'équilibre sous l'effet du laser pour deux régimes de déformations. En effet, lorsque le rapport entre pression de radiation optique et pression de Laplace ξ est inférieur à une certaine valeur dite de *transition*, la hauteur des déformations est suffisamment faible (i.e. la pente locale de l'interface est petite devant l'unité) pour considérer que le faisceau laser est à incidence normale partout sur l'interface. Dans ces conditions, l'amplitude de la déformation sur l'axe varie linéairement avec ξ et on parlera alors de régime *linéaire* de déformation. Lorsque ξ est supérieur à cette valeur de transition, l'évolution de la hauteur devient non-linéaire en ξ ; on parlera alors de régime *non-linéaire*. Dans ce qui suit, nous détaillons le modèle analytique permettant de prédire la forme et la hauteur de l'interface dans le régime linéaire. Nous comparons les profils et les hauteurs expérimentales, numériques et analytiques dans les deux régimes de déformations dans le cas où le faisceau se propage du fluide le moins réfringent vers le plus réfringent. Enfin, nous étudions numériquement l'effet de la gravité sur la forme et la hauteur de l'interface.

Résolution analytique

Lorsque l'interface atteint l'état stationnaire, les contraintes visqueuses s'annulent. Dans le cas où l'interface est d'extension infiniment grande devant la taille de l'excitation alors on peut considérer que la partie non illuminée de l'interface reste horizontale et on peut écrire l'équation de l'interface d'après l'équation (3.30) sous la forme :

$$0 = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \frac{r \frac{dz}{dr}}{\sqrt{1 + \frac{dz}{dr}^2}} - \Pi_{rad}(r) - Boz(r) \quad (5.14)$$

Alors qu'à l'intérieur des phases on a :

$$\mathbf{0} = \nabla q_j \quad j = 1, 2 \quad (5.15)$$

q_j est la pseudo-pression défini dans le chapitre 3.

On rappelle que dans le cas où le faisceau se propage à partir du fluide d'indice optique N_1 vers le fluide d'indice optique N_2 ($N_1 < N_2$) :

$$\Pi_{rad}(r, \theta_i, \theta_t) = -\frac{I(r)}{c} \cos \theta_i (2N_1 \cos \theta_i - \Psi(N_1 \cos \theta_i + N_2 \cos \theta_t)) \frac{\omega_0}{\gamma}, \quad (5.16)$$

Dans cette relation, θ_i et θ_t sont respectivement les angles d'incidence et de transmission du faisceau et Ψ est le coefficient de transmission en énergie de Fresnel en polarisation circulaire dont l'expression est :

$$\Psi = \frac{(2N_1 N_2 \cos \theta_i \cos \theta_t)}{(N_1 \cos \theta_i + N_2 \cos \theta_t)^2} + \frac{(2N_1 N_2 \cos \theta_i \cos \theta_t)}{(N_2 \cos \theta_i + N_1 \cos \theta_t)^2} \quad (5.17)$$

On rappelle que l'intensité du faisceau $I(r)$ a pour expression :

$$I(r) = \frac{2P}{\pi \omega_0^2} e^{-2r^2}, \quad (5.18)$$

Il est possible de résoudre l'équation de l'interface à l'équilibre (5.14) dans le cas général (régime non-linéaire) en utilisant une résolution semi-analytique basée sur une méthode de différences finies [Hallanger 05] dont les conditions aux limites sont les suivantes :

$$z'(r = 0) = 0 \quad (5.19)$$

$$z'(r \rightarrow \infty) = 0 \quad (5.20)$$

$$z(r \rightarrow \infty) = 0 \quad (5.21)$$

Il est également possible de trouver une solution analytique de l'équation (5.14) dans le régime linéaire de déformation.

Dans ce régime, nous pouvons considérer que $\theta_i \approx \theta_t \approx 0$ et que la pression de radiation est à incidence normale dont l'expression s'écrit dans ce cas là :

$$\Pi_{\theta=0}(r) = \Pi_{rad}(r, \theta_i \approx 0, \theta_t \approx 0) = -\frac{I(r)}{c}(2N_1 - \Psi_{\theta=0}(N_1 + N_2))\frac{\omega_0}{\gamma} = \xi e^{-2r^2}, \quad (5.22)$$

ξ étant le rapport entre pression de radiation optique et pression de Laplace :

$$\xi = \frac{4P}{\pi c \omega_0 \gamma} \frac{N_1(N_2 - N_1)}{(N_2 + N_1)}. \quad (5.23)$$

La pente locale sur l'interface étant telle que $\frac{dz}{dr} \ll 1$, la courbure s'écrit alors :

$$\kappa_0(r) = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dz}{dr} \right) \quad (5.24)$$

L'équation de l'interface à l'équilibre devient alors :

$$0 = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dz}{dr} \right) - \xi e^{-2r^2} - Boz(r) \quad (5.25)$$

Avec la condition $z = 0 \quad r \rightarrow \infty$.

En tenant compte de la symétrie cylindrique du problème et en opérant une transformée de Fourier-Bessel sur l'équation précédente [Casner 02], la solution de cette équation donne le profil de l'interface en régime linéaire qui est décrit par :

$$z(r) = -\frac{\xi}{4} \int_0^\infty \frac{e^{-k^2/8}}{Bo + k^2} J_0(kr) k dk, \quad (5.26)$$

où J_0 est la fonction de Bessel J à l'ordre 0.

On peut également en déduire la hauteur h de la déformation sur l'axe à l'équilibre qui s'écrit :

$$h = |z(r=0)| = \frac{\xi}{8} e^{\frac{Bo}{8}} E_1\left(\frac{Bo}{8}\right) \quad (5.27)$$

où $E_1(x)$ est la fonction exponentielle intégrale : $[E_1(x) = \int_x^\infty e^{-k}/k dk]$.

Nous pouvons donc à titre de validation du modèle physique et de l'outil de simulation numérique que nous avons développé, comparer résultats numériques, analytiques et expérimentaux dans le régime linéaire de déformation.

Profils d'interface dans le régime linéaire

Les figures (5.3) et (5.4) représentent des comparaisons entre profils numériques, expérimentaux et analytiques pour des interfaces faiblement déformées. Deux écarts à la température critiques différents sont étudiés $T - T_C = 10K$ ($Bo_1 = 5 \cdot 10^{-3}$) et $T - T_C = 3.5K$ ($Bo_2 = 1.5 \cdot 10^{-2}$). Ces résul-

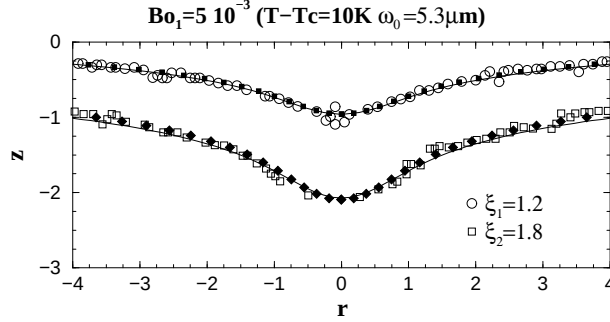


FIG. 5.3 – Comparaisons entre profils numériques (symboles pleins), expérimentaux (symboles creux) et analytiques (trait plein) pour de petites déformations de l'interface. $T - T_C = 10K$ et $\omega_0 = 5.3\mu m$ ($Bo_1 = 5 \cdot 10^{-3}$).

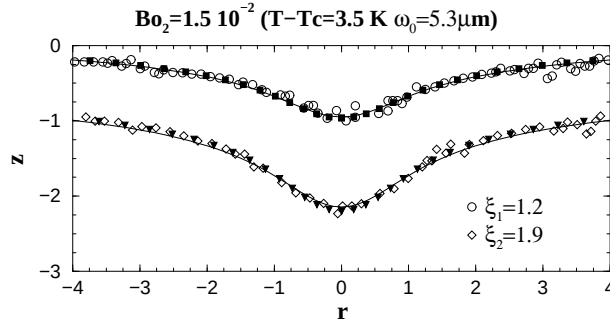


FIG. 5.4 – Comparaisons entre profils numériques (symboles pleins), expérimentaux (symboles creux) et analytiques (trait plein) pour des petites déformations de l'interface. $T - T_C = 3.5K$ et $\omega_0 = 5.3\mu m$ ($Bo_2 = 1.5 \cdot 10^{-2}$).

tats montrent que pour les deux écarts à la température critique considérés $T - T_C = 10K$ et $T - T_C = 3.5K$ et pour plusieurs puissances différentes, l'accord entre la simulation numérique, les résultats expérimentaux et les prédictions analytiques est excellent. Ce résultat est une première étape dans la

validation de nos prédictions numériques sur la forme de l'interface à l'équilibre.

Profils d'interface dans le régime non-linéaire

Sur les figures (5.5)et (5.6) nous avons représenté les comparaisons entre profils numériques, expérimentaux et semi-analytiques pour des interfaces fortement déformées pour deux écarts à la température critiques différent $T - T_C = 10K$ ($Bo_1 = 5 \cdot 10^{-3}$) et $T - T_C = 3.5K$ ($Bo_2 = 1.5 \cdot 10^{-2}$).

On observe également un bon accord entre résultats numériques, expérimen-

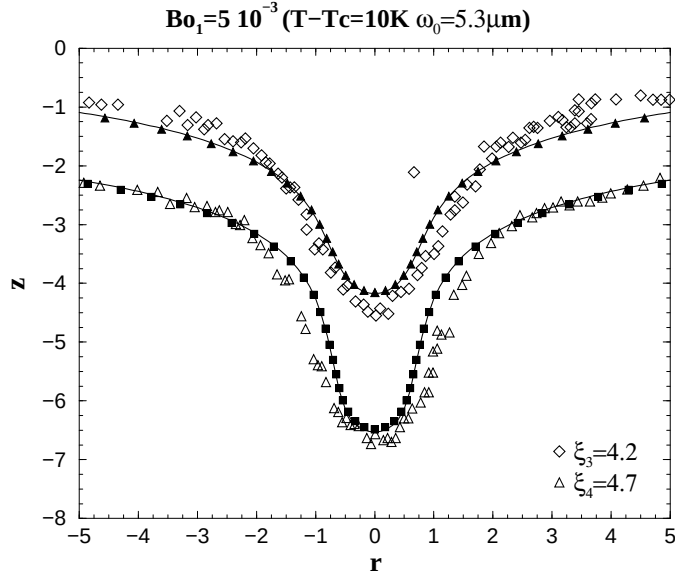


FIG. 5.5 – Comparaisons entre profils numériques (symboles pleins), expérimentaux (symboles creux) et semi-analytiques (trait plein) pour de grandes déformations de l'interface. $T - T_C = 10K$ et $\omega_0 = 5.3\mu m$ ($Bo_1 = 5 \cdot 10^{-3}$).

taux et semi-analytiques concernant la forme de l'interface même à grandes déformations et ce pour deux écarts à la température critiques différents. Notons toutefois que les comparaisons ne concernent pas les profils en têtes qui sont observés expérimentalement pour un plus grand rapport de pression ξ . Une section y sera consacrée par la suite dans ce chapitre.

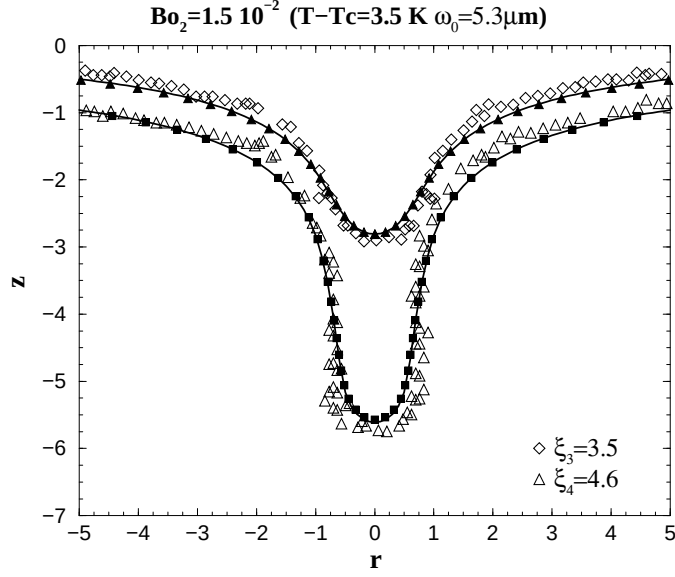


FIG. 5.6 – Comparaisons entre profils numériques (symboles pleins), expérimentaux (symboles creux) et semi-analytiques (trait plein) pour de grandes déformations de l'interface. $T - T_C = 3.5K$ et $\omega_0 = 5.3\mu m$ ($Bo_2 = 1.5 \cdot 10^{-2}$).

Evolution de la hauteur de l'interface en fonction du rapport de pressions

Sur les figures (5.7) et (5.8) sont représentées les variations de la hauteur de l'interface $h = |z(r = 0)|$ en fonction de ξ pour deux écarts à la température critiques $T - T_C = 10K$ et $T - T_C = 3.5K$. On observe tout d'abord l'existence des deux régimes linéaire et non-linéaire évoqués précédemment. Sur la figure (5.7) par exemple, il est clair que la hauteur varie tout à fait linéairement avec ξ jusqu'à la valeur de transition $\xi_t \approx 2$, les résultats numériques, expérimentaux et la prédiction analytique issue de l'équation (5.27) étant en parfait accord. Lorsque $\xi > \xi_t$, la variation de $h(\xi)$ devient non-linéaire, les hauteurs des déformations étant clairement plus importantes que celles prédites par le modèle linéaire analytique. Dans ce régime également, l'accord entre résultats numériques, expérimentaux et prédictions semi-analytiques est de très bonne qualité et ce pour les deux valeurs d'écarts à la température critique (Figures (5.7) et (5.8)). La différence de variation de $h(\xi)$ obtenues pour les deux valeurs de Bo réside principalement dans l'influence de la gravité qui a pour effet de diminuer ξ_t . L'étude de l'influence de la gravité est traitée plus en détail dans la section suivante.

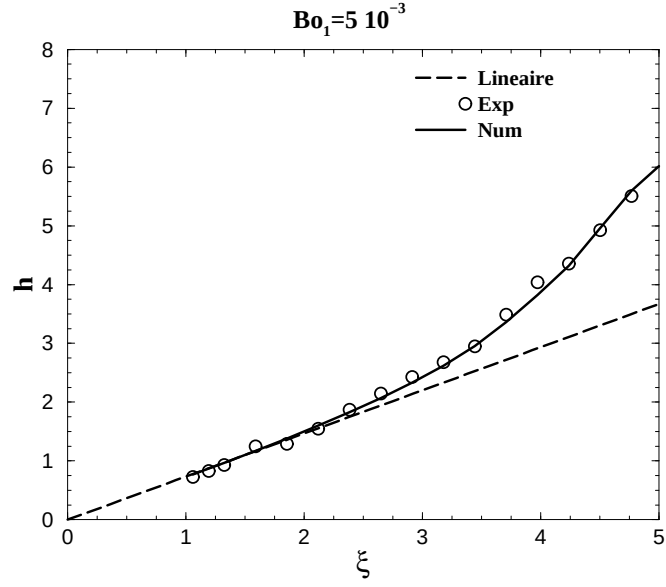


FIG. 5.7 – Evolution de la hauteur de l'interface en fonction du rapport de pressions ξ . $T - T_C = 10K$ et $\omega_0 = 5.3\mu m$ ($Bo_1 = 5 \cdot 10^{-3}$).

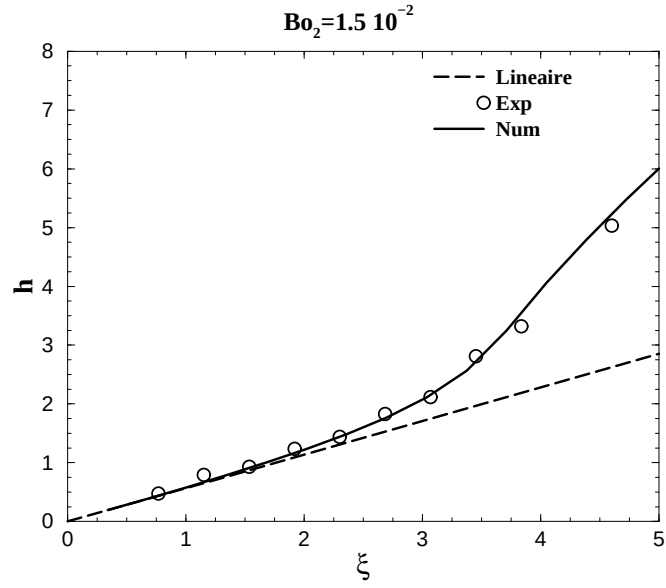


FIG. 5.8 – Evolution de la hauteur de l'interface en fonction du rapport de pressions ξ . $T - T_C = 3.5K$ et $\omega_0 = 5.3\mu m$ ($Bo_2 = 1.5 \cdot 10^{-2}$).

Influence de la gravité

Les comparaisons présentées dans le paragraphe précédent ont mis en évidence que pour deux nombres de Bond différents, la forme caractéristique de $h(\xi)$, pour la propagation à partir du milieu le moins réfringent semblait être intimement liée au nombre de Bond.

Sur la figure (5.9) est représentée la variation de la hauteur h en fonc-

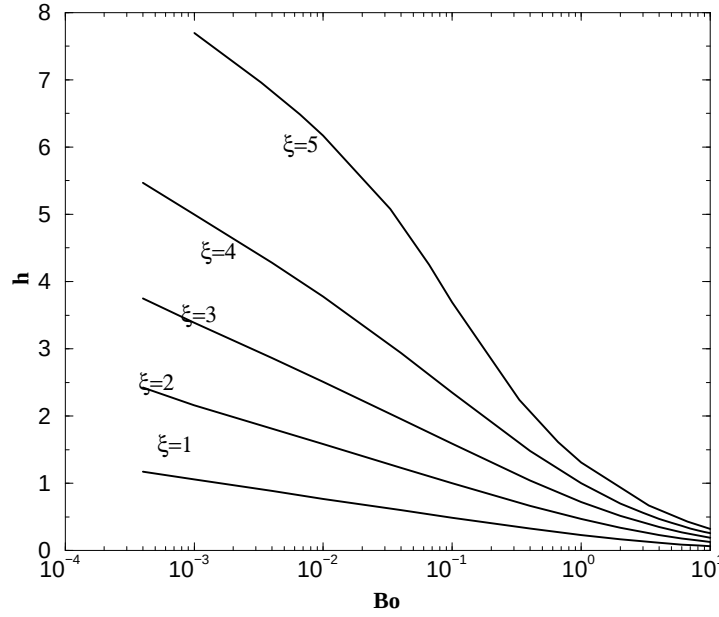


FIG. 5.9 – Variation de la hauteur de l'interface en fonction du nombre de Bond pour plusieurs rapports de pression ($\xi = 1, 2, 3, 4, 5$).

tion de Bo pour différents rapports de pression. Comme attendu, la hauteur d'équilibre de la déformation de l'interface sur l'axe diminue lorsque les effets gravitaires augmentent. En effet, la gravité joue ici le rôle d'une force d'Archimède, le liquide le plus dense étant celui du bas. Si la pression de radiation a pour effet d'entraîner le fluide le moins dense vers le bas, la gravité s'oppose à ce phénomène et se comporte en frein au mouvement.

La figure (5.9) indique également que la décroissance de h pour $Bo \ll 1$ est en $\ln(Bo)$ pour $\xi \leq 4$. Cette observation peut être confirmée théoriquement pour le régime linéaire de déformation à partir de la relation (5.27) que l'on développe aux petits Bo pour trouver :

$$h_{Bo \ll 1} = -\frac{\xi}{8} \ln\left(\frac{\Gamma Bo}{8}\right) + O(Bo). \quad (5.28)$$

$\Gamma = 1.781$ est la constante d'Euler. Nos résultats montrent que la décroissance de la hauteur en $\ln(Bo)$ ($Bo \ll 1$), justifiable théoriquement pour le régime linéaire, peut être étendue pour le régime faiblement non-linéaire ($\xi \leq 3$). Pour $\xi = 5$ on voit clairement que la décroissance de h en fonction de $\ln(Bo)$ n'est plus linéaire et que l'hypothèse des petites déformations ne peut plus être supposée pour prédire le comportement de $h = f(Bo)$. Ceci est due au couplage croissant entre pression de radiation et angles d'incidences (liés aux pentes locales de l'interface).

Pour mieux caractériser la transition entre les régimes linéaire et non-

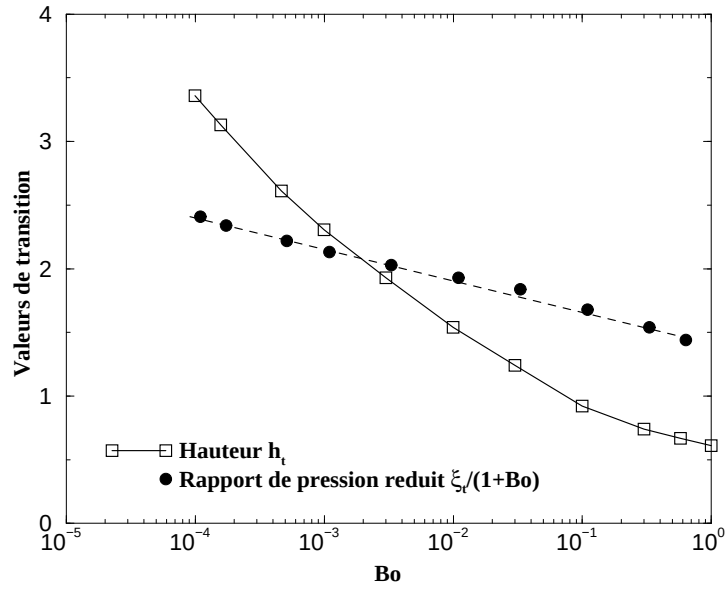


FIG. 5.10 – Valeurs des rapports de pression réduits $\frac{\xi}{1+Bo}$ (cercles noirs) à la transition entre régime linéaire et non-linéaire en fonction de Bo . Les hauteurs de transition associées (carrés) sont également indiquées.

linéaires, nous avons déterminé les valeurs de ξ_t selon un critère définissant la déviation de la hauteur par rapport au régime linéaire tel que $\frac{h-h_{lin}}{h} = 3\%$ et ce en fonction du nombre de Bond. Nous avons choisi de représenter la valeur de $\frac{\xi_t}{1+Bo}$ au lieu de ξ_t afin de prendre en compte les effets gravitationnels quand le nombre de Bond devient proche de l'unité.

Nous remarquons tout d'abord la décroissance de $\frac{\xi_t}{1+Bo}$ en fonction de Bo et ce dès la valeur de 10^{-4} . Ceci s'explique par le fait que la gravité a pour effet de modifier les profils d'interface entraînant de plus grandes pentes locales (figure (5.11)). De ce fait l'hypothèse d'incidence normale du faisceau (justifiant le régime linéaire) s'applique pour des profils plus faiblement déformés

et son domaine validité est réduit à mesure que les effets de la gravité augmentent. Pour ce qui est de la hauteur de transition entre régime linéaire et non-linéaire (figure (5.10)), celle-ci décroît avec le Bond.

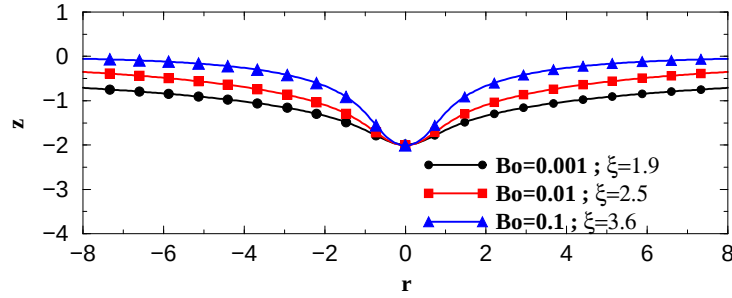


FIG. 5.11 – Profils d’interface à même hauteur $h = 2$ pour différents nombres de Bond.

Cette première série de comparaisons entre résultats numériques, expérimentaux et prédictions théoriques, permet de valider notre modèle numérique qui fournit d’excellentes prédictions à la fois sur les formes et sur les hauteurs d’interfaces. Cette validation a été vérifiée pour deux écarts à la température critique différents. En effet, la prédiction des propriétés physiques des phases étant directement liée à l’écart à la température critique, il était intéressant de vérifier que le modèle de prédiction de ces propriétés, basé sur les transitions de phase du second ordre de Landau, était généralisable aux différents écart à la température critique. Nous avons également montré le rôle de la gravité comme force de réaction au mouvement et ses effets sur les profils et les hauteurs de l’interface.

Nous rappelons enfin que tous ces résultats ont concerné le cas de propagation du faisceau depuis le fluide le moins réfringent. La comparaison entre résultats numériques et expérimentaux pour les deux cas de propagation est traitée dans la section suivante.

5.2.2 Comparaisons entre les deux cas de propagation du faisceau laser

Dans les expériences réalisées par Casner et al. [Casner 02], des comportements de l’interface très différents ont été observés selon le sens de propagation du faisceau quand celui-ci était à forte puissance. Ce contraste de

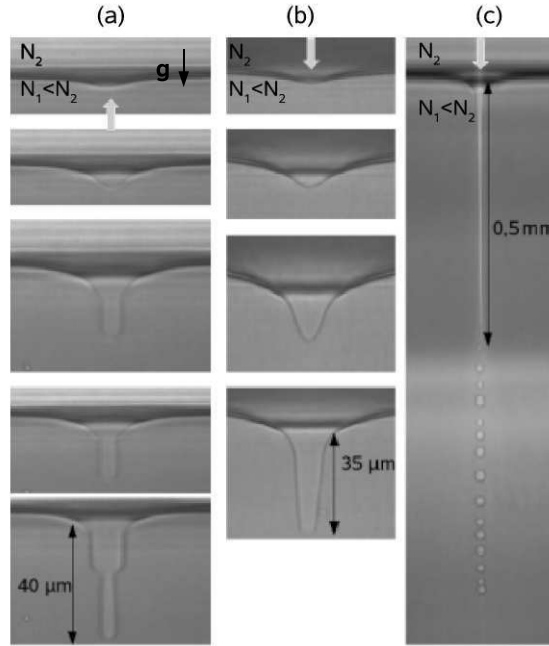


FIG. 5.12 – Déformation d'interfaces liquides-liquides par faisceau laser continu ($\omega_0 = 5.3\mu m$ $T - T_c = 3.5K$). (a) Le faisceau se propage du bas vers le haut comme indiqué par la flèche. Les images de haut en bas montrent des interfaces à l'état d'équilibre pour des puissances croissantes (120, 240, 360, 390 et 720mW). (b) Le faisceau se propage du bas vers le haut (124, 248 et 372mW). L'image du bas (405mW) montre une déformation au seuil d'instabilité de l'interface conduisant à un jet similaire à celui montré dans l'image (c) . Source : [Casner 03]

comportement est mis en évidence sur les images de la figure (5.12) indiquant qu'à faibles puissances, les déformations sont similaires quelque soit le sens de propagation du faisceau. Pour de grandes puissances, de surprenantes têtes stables sont formées dans le cas de la propagation du fluide le moins réfringent vers le plus réfringent alors que dans le cas de propagation inverse, l'interface devient instable à partir d'un certain seuil de puissance, et se prolonge en un long filament éjectant des micro-gouttes mono-disperses.

L'objectif de cette partie est de tester la capacité de notre modèle physique à restituer cette brisure de symétrie des déformations selon le sens de propagation du faisceau.

Invariance des déformations de l'interface - régime linéaire

La figure (5.13) représente des comparaisons entre profils d'interface numériques, expérimentaux et analytiques pour les deux sens de propagation du faisceau. D'une part, la forme et l'amplitude des déformations sont très bien restituées par la simulation numérique. D'autre part, il n'existe pas de différences significatives tant sur la forme que sur la hauteur sur l'axe selon le sens de propagation du faisceau. Ceci s'explique aisément par l'expression de la pression de radiation qui ne diffère que d'un rapport $\frac{N_1}{N_2}$ (~ 1 pour les micro-émulsions) entre les deux sens de propagation, dès lors que l'on adopte une hypothèse de petites déformations. Ce résultat est immédiat en reprenant

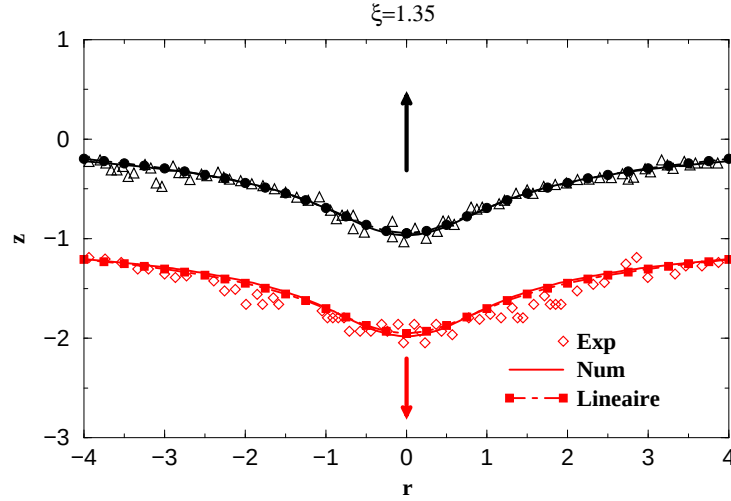


FIG. 5.13 – Comparaison entre profils d'interface numériques et expérimentaux dans le régime linéaire pour les deux cas de propagation du faisceau. $\omega_0 = 5.3\mu m$ et $T - T_c = 3.5K$ ($Bo = 0.015$). $\xi = 1.35$. Les profils ont été décalés pour une meilleure lisibilité.

les expressions de la pression de radiation et des coefficients de transmission en énergie et en considérant $\theta_i = \theta_t = 0$ dans ces expressions. Avec cette hypothèse, on obtient :

$$\Pi_{\theta=0}^{-+}(r) = \frac{4P}{\pi c \omega_0 \gamma} \frac{N_1(N_2 - N_1)}{(N_2 + N_1)} e^{-2r^2}, \quad (5.29)$$

et :

$$\Pi_{\theta=0}^{+-}(r) = \frac{4P}{\pi c \omega_0 \gamma} \frac{N_2(N_2 - N_1)}{(N_2 + N_1)} e^{-2r^2}, \quad (5.30)$$

Prédiction de la brisure de symétrie des déformations selon le sens de propagation - Régime non-linéaire

Sur la figure (5.14) nous avons reporté la variation de la hauteur des déformations en fonction de ξ pour les deux sens de propagation. La linéarité de $h(\xi)$ pour $\xi < 2.5$ et la superposition des courbes expérimentales et numériques pour les deux sens de propagation avec la prédiction linéaire confirme les conclusions sur l'invariance de la déformation tant que celle-ci reste en régime linéaire.

Lorsque $\xi > 2.5$, il existe une plage de valeurs de ξ ($2.5 \leq \xi < 3.4$) où, bien

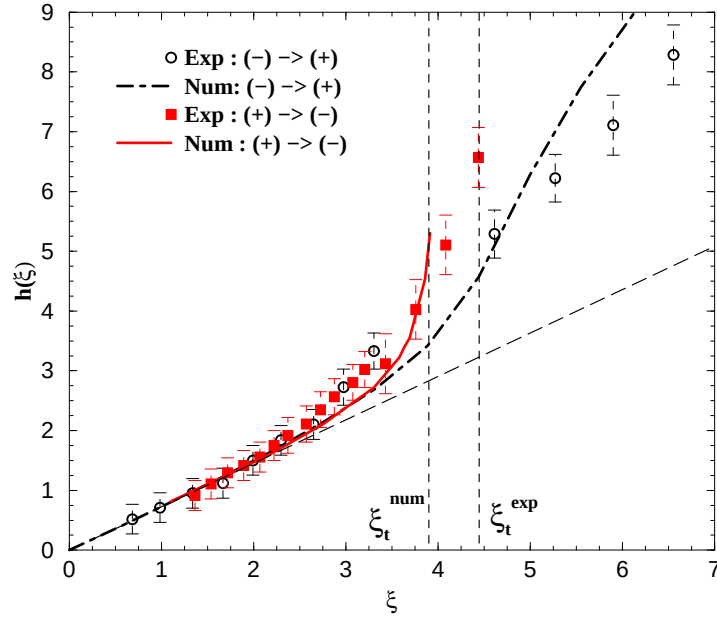


FIG. 5.14 – Variation de la hauteur de l'interface $h = |z(r = 0)|$ en fonction du rapport de pression ξ pour les deux cas de propagation $\omega_0 = 5.3\mu m$ et $T - T_c = 3.5K$ ($Bo = 0.015$). La comparaison est faite entre résultats expérimentaux (symboles) et numériques (lignes). La ligne en trait coupé représente la prédiction du modèle linéaire. ξ_t^{exp} et ξ_t^{num} représentent respectivement les seuils d'instabilité expérimentale et numérique quand le faisceau se propage depuis milieu le plus réfringent.

que l'évolution de $h(\xi)$ devienne non-linéaire, la symétrie des déformation est toujours conservée. Au delà de $\xi \simeq 3.4$, dans le cas d'une propagation depuis le milieu le moins réfringent, l'interface reste stable quelque soit la valeur de ξ et l'évolution de $h(\xi)$ adopte une forme caractéristique déjà observée

sur les figures (5.7) et (5.8). Cette observation reste valable tant pour les simulations numériques que pour les résultats expérimentaux. Dans le cas d'une propagation du milieu le plus réfringent vers le moins réfringent, on observe que $h(\xi)$ diverge à partir de $\xi \simeq 3.4$ jusqu'à atteindre un seuil d'instabilité de l'interface. La forme et le seuil de cette divergence diffèrent entre la prédiction numérique et les résultats expérimentaux, la divergence prédite numériquement se produisant à une valeur ξ_t^{num} inférieur à celle prédite expérimentalement ($\xi_t^{num} = 3.9$ et $\xi_t^{exp} = 4.45$). Il faut toutefois préciser que le seuil expérimental représente le rapport de pression au delà duquel l'interface devient instable, alors que le seuil numérique représente le seuil d'apparition de la réflexion totale de la lumière sur l'interface. En effet, dans le cas d'une propagation du faisceau depuis le milieu le plus réfringent, quand l'angle d'incidence atteint l'angle de réflexion totale défini par $\theta_{RT} = \arcsin \frac{N_1}{N_2}$, l'onde optique est réfléchiée et se refocalise près de l'axe de symétrie de l'interface, induisant un surplus d'énergie qui conduit à une instabilité.

La figure (5.15) illustre l'évolution de Π^{+-} et Π^{-+} (normalisé par $\Pi(\theta_i = 0)$) avec θ_i pour les deux cas de propagation du faisceau. Alors que la pression de radiation diminue avec l'angle d'incidence dans le cas de propagation depuis le milieu le moins réfringent, celle-ci augmente dans le cas de propagation inverse à mesure que l'on s'approche de la réflexion totale. Ceci explique donc la différence de comportement de $h(\xi)$ selon le sens de propagation de l'onde optique.

Afin d'expliquer les différences observées entre résultats expérimentaux et numériques, nous pouvons examiner les profils d'interfaces dans le cas de fortes déformations (figures (5.16) et (5.17)) pour les deux sens de propagation.

La figure (5.16) montre que la prédiction numérique est en accord avec le profil expérimental. En revanche, quelque soit le rapport de pression utilisé, la résolution numérique ne permet pas de restituer les formes en tétine dans le cas d'une propagation du faisceau à partir du milieu le moins réfringent. Une discussion sur ces formes sera menée dans la section suivante afin d'analyser les phénomènes potentiellement à l'origine de la formation d'une tétine. L'écart entre hauteurs numériques et expérimentales observées sur la figure (5.14) dans ce cas de propagation du faisceau peut être expliqué par l'inadéquation du modèle physique compte tenu que pour $\xi < 5$ tous les profils d'interface expérimentaux présentent des formes en tétines induisant une diminution de la hauteur de l'interface par rapport à celle prédite numériquement.

Pour ce qui est du cas inverse de la propagation, nous voyons sur la figure (5.17) qu'à même hauteur de déformation, le profil expérimental est plus large que le profil numérique induisant par là même une sous estimation de

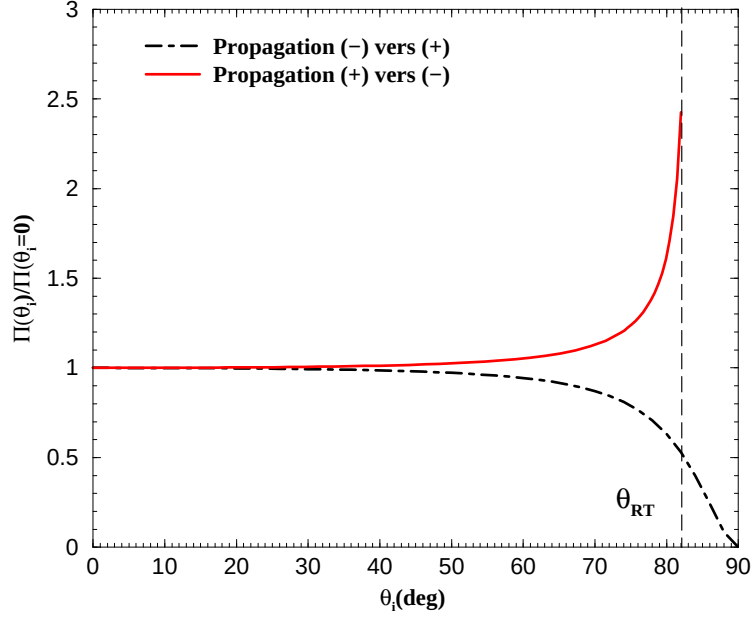


FIG. 5.15 – Variation de la pression de radiation réduite $\frac{\Pi(\theta_i)}{\Pi(\theta_i=0)}$ en fonction de l'angle d'incidence θ_i .

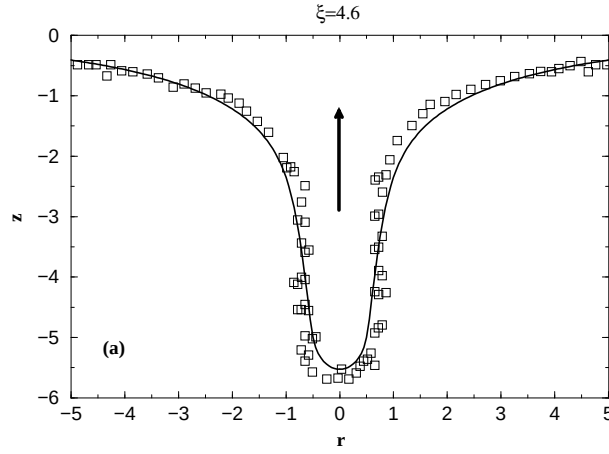


FIG. 5.16 – Comparaison entre profil d'interface numérique (ligne) et expérimental (symboles) dans le cas de propagation du faisceau depuis le milieu le moins réfringent. $T - T_C = 3.5K$ et $\omega_0 = 5.3\mu m$ ($Bo = 1.5 \cdot 10^{-2}$).

la valeur de ξ au seuil d'instabilité de la déformation. En effet, à ξ donné les profils expérimentaux dans ce cas de propagation sont plus larges. En

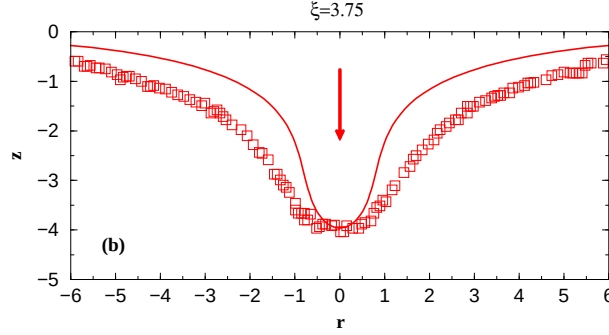


FIG. 5.17 – Comparaison entre profil d'interface numérique (ligne) et expérimental (symboles) dans le cas de propagation du faisceau depuis le milieu le plus réfringent. $T - T_C = 3.5K$ et $\omega_0 = 5.3\mu m$ ($Bo = 1.5 \cdot 10^{-2}$).

conséquence, les angles d'incidence du faisceau sont plus faibles sur les profils expérimentaux ce qui implique une pression de radiation moindre et donc un seuil d'apparition de l'instabilité pour une plus forte valeur de ξ que celle prédite numériquement. L'origine de la différence observée sur la forme du profil expérimental par rapport au résultat numérique, peut potentiellement être identique au mécanisme responsable de la formation des têtes. En effet, notre modèle physique ne prend pas en compte les effets de la diffusion de la lumière dans chacune des deux phases. Ces effets peuvent être modélisés par l'introduction d'une force qui agit dans le même sens de propagation du faisceau et qui sera discutée plus en détail dans la suite du chapitre. Nous pouvons conclure que le modèle physique utilisé reproduit qualitativement la différence de comportement de $h(\xi)$ entre les deux sens de propagation du faisceau tant que la déformation reste en dessous du seuil d'instabilité (propagation $+-$) ou celui d'apparition des têtes (propagation $-+$). La forme caractéristique en "S" de $h(\xi)$ est bien reproduite dans le cas de la propagation depuis le milieu le moins réfringent ainsi que la divergence de la hauteur dans le cas inverse de propagation. La prédiction reste à ce stade plutôt qualitative compte tenu des différences entre les formes de l'interface et celles obtenues numériquement même si ces prédictions représentent une avancée significative dans la compréhension des mécanismes physiques. Dans la section qui suit une analyse des profils en tête est proposée permettant de mettre en évidence que ces formes suggèrent la prise en compte d'une force supplémentaires dont l'origine physique reste néanmoins à étudier.

5.2.3 Analyse des profils expérimentaux - Formes en têtes

L'équation différentielle décrivant $z(r)$ est donnée par :

$$0 = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \frac{r \frac{dz}{dr}}{\sqrt{1 + \frac{dz}{dr}^2}} - \Pi_{rad}(r) - Boz(r) \quad (5.31)$$

Elle reste parfaitement valide dans les régimes de déformation linéaire et faiblement non-linéaire, hors déformation en tête (propagation +) et suffisamment loin du seuil d'instabilité (propagation +). Afin d'étudier le rôle des forces (pression de radiation, capillarité, gravité) nous avons extrait chacune d'elle à partir de l'analyse de profils d'interface expérimentaux. Sur la figure

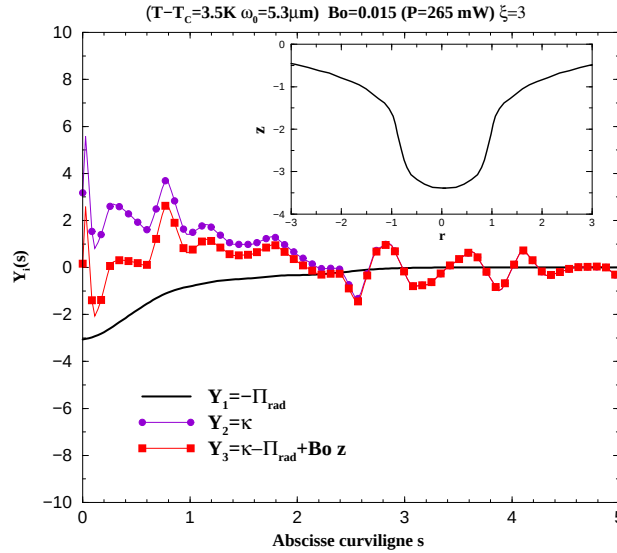


FIG. 5.18 – Forme des différentes forces agissant sur l'interface en fonction de l'abscisse curviligne de l'interface. Estimations extraites d'un profil expérimental obtenu avec $T - T_C = 3.5K$, $\omega_0 = 5.3\mu m$ ($Bo = 1.5 \cdot 10^{-2}$) et $\xi = 3$.

(5.18) sont représentées la pression de radiation, la force capillaire et le bilan total des forces sur l'interface en fonction de l'abscisse curviligne s pour un profil expérimental correspondant au régime faiblement non-linéaire. On voit ainsi que la somme des forces donne un résultat certes bruité mais dont la valeur moyenne est nulle. En revanche si l'on s'intéresse à un cas où l'interface présente une forme en tête, (5.19), on voit que la somme des forces sur

l'interface n'est plus nulle et exhibe un palier pour $1.2 < s < 4.5$. Ce palier pourrait être attribué à une force dirigée vers l'axe de l'interface agissant sur toute la forme longiligne de la tétine (montrée en encart).

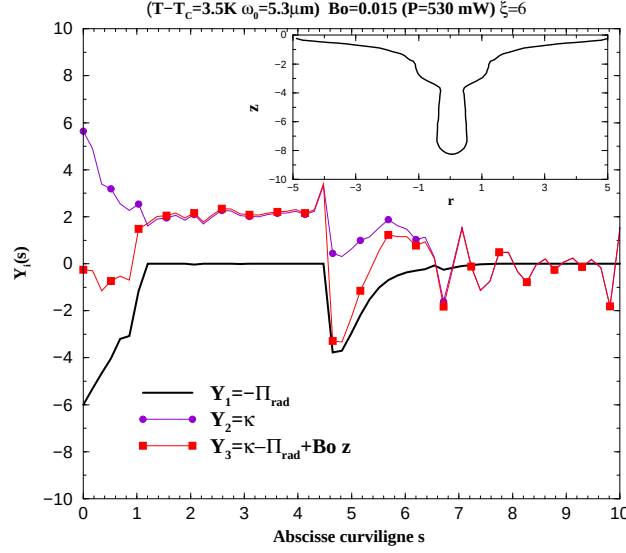


FIG. 5.19 – Forme des différentes forces agissant sur l'interface en fonction de l'abscisse curviligne de l'interface. Estimations extraites d'un profil expérimental obtenu avec $T - T_C = 3.5K$, $\omega_0 = 5.3\mu m$ ($Bo = 1.5 \cdot 10^{-2}$) et $\xi = 6$.

La figure (5.20) représentant les mêmes quantités pour une forme en tétine à plus grand rapport de pression ($\xi = 9$), confirme ces observations et montre que notre modèle physique, est insuffisant pour capturer ce type de comportement. Dans la section qui suit, nous allons montrer qu'une force supplémentaire de nature diffusive potentiellement responsable des formes en tétines et des écarts observés dans le cas de propagation depuis le milieu le plus réfringent peut être prise en compte pour compléter notre modèle.

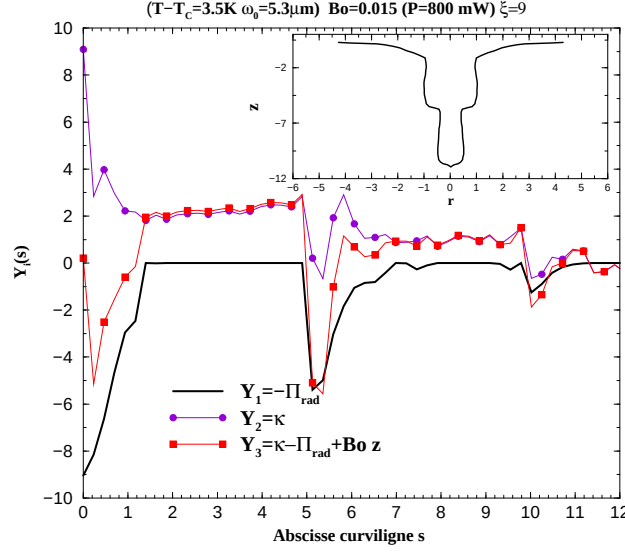


FIG. 5.20 – Forme des différentes forces agissant sur l'interface en fonction de l'abscisse curviligne de l'interface. Estimations extraites d'un profil expérimental obtenu avec $T - T_C = 3.5K$, $\omega_0 = 5.3\mu m$ ($Bo = 1.5 \cdot 10^{-2}$) et $\xi = 9$.

5.2.4 Prise en compte de la force diffusive - Système proche du point critique

Les expériences réalisés Casner et al. et rapportées dans Schroll et al. [Schroll 07] ont montré que lorsque le système était très proche du point critique ($T - T_C = 1.5K$ par exemple), de surprenantes surélévations de l'interface similaires à celles présentées sur la figure (5.21) apparaissaient.

Cette surélévation fût d'abord imputée à des effets thermocapillaires sur l'interface [Casner 02]. Cependant comme l'a montré l'analyse au paragraphe 5.1.2, les effets thermiques sont négligeables. L'étude menée par Schroll et al. a démontré qu'à proximité du point critique, les fluctuations des propriétés optiques sont significatives à l'intérieur des phases, et ces dernières ne sont à priori plus homogènes vis à vis de la propagation de la lumière. Loin du point critique, il y a peu de fluctuations de la concentration spatiale en micelles et celles-ci sont réparties de manière statistiquement homogène à l'intérieur des phases. Leur diamètre nanométrique étant beaucoup plus faible que la longueur d'onde du faisceau laser, ces fluctuations ne modifient par la propagation du faisceau. En revanche, lorsque le système est proche du point critique, les fluctuations de concentrations en micelles deviennent

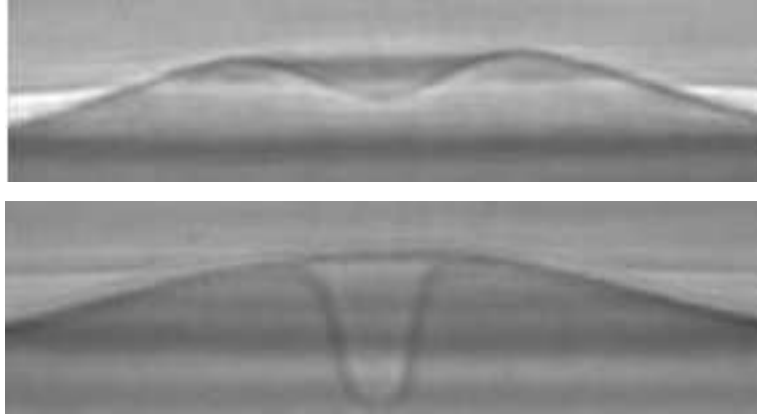


FIG. 5.21 – Elévation de l'interface pour un système proche du point critique. $T - T_C = 1.5K$ et $P = 590mW$. Image du haut : $\omega_0 = 15.3\mu m$ ($\xi = 5.2$). Image du bas : $\omega_0 = 8.9\mu m$ ($\xi = 9$).

importantes et peuvent conduire à des agrégats de plus grande taille qui deviennent sensibles à la longueur d'onde du faisceau. La lumière qui diffuse sur ces fluctuations "géantes" à l'intérieur des phases engendre un écoulement tourbillonnaire (*streaming flow* en anglais) tel que celui schématisé sur la figure (5.22). Cet écoulement permet d'expliquer l'élévation de l'interface lorsque le système est proche du point critique, comme l'a montré l'approche simplifiée proposée par Schroll et al..

D'un point de vue théorique, la diffusion de la lumière sur les micelles re-

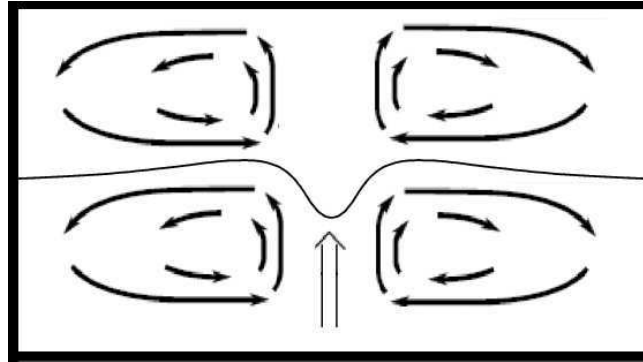


FIG. 5.22 – Schéma de l'écoulement généré par la force diffusive quand le faisceau se propage depuis le milieu le moins réfringent.

vient à considérer une force diffusive (*scattering force* en anglais) agissant en

volume dont l'expression dans chaque phase est donnée par :

$$\mathbf{f}_j^D = D_j I(r) \mathbf{e}_z, \quad j = 1, 2 \quad (5.32)$$

$I(r)$ étant l'intensité laser et le coefficient D_j décrit l'interaction entre la lumière et les fluctuations d'indice. Ce coefficient peut être estimé à l'aide de l'expression suivante [Schroll 07] :

$$D_j = \frac{\pi^3}{\lambda_L^4} \frac{N_i}{c} (\phi_i \frac{\partial \epsilon_i}{\partial \phi_i})^2 k_B T f(\varphi_j) \quad (5.33)$$

avec $\varphi \cong 2(2\pi N_i \delta^- / \lambda_L)^2$ et $f(\varphi) = \varphi^{-4} [\frac{8}{3}\varphi^3 + 2\varphi^2 + 2\varphi - (2\varphi^2 + 2\varphi + 1)\ln(1 + 2\varphi)]$. δ_j^- et λ_L sont la longueur de corrélation dans la phase et la longueur d'onde de la lumière.

Dans l'étude de Schroll et al., l'écoulement a été simplifié et considéré comme potentiel sans couplage avec la forme de l'interface. Ce modèle a permis de restituer la surélévation de l'interface sans toutefois reproduire la déformation de l'interface due à la pression de radiation.

Notre objectif est donc d'intégrer cette force dans notre modèle physique, dans la formulatin intégrale et dans le code de calcul éléments de frontière. On peut écrire la force diffusive sous sa forme adimensionnelle comme étant :

$$\mathbf{f}_j^D = \sigma_j \xi e^{-2r^2} \mathbf{e}_z, \quad j = 1, 2 \quad (5.34)$$

Force qui doit apparaître dans le bilan de quantité de mouvement qui s'écrit désormais :

$$-\nabla q_j + \nabla^2 \mathbf{u}_j + \mathbf{f}_j^D = \mathbf{0}, \quad j = 1, 2 \quad (5.35)$$

Le coefficient sans dimension σ_j dans l'eq. (5.34) est différent pour chaque phase et dépend de l'écart à la température critique $T - T_C$. Grâce à la dépendance de ces deux coefficients à la concentration en micelles, on peut déduire σ_2 de σ_1 par la relation $\frac{\sigma_2}{\sigma_1} \sim \frac{\phi_2^2}{\phi_1^2}$. On pourrait alors calculer σ_1 en se basant sur les équations (5.32) et (5.33) mais les estimations faites n'ont pas donné l'ordre de grandeur attendu sur l'élévation de l'interface. En première approximation, ce coefficient a donc été calculé de manière à reproduire au mieux les résultats expérimentaux comme indiqué sur les figures (5.23), (5.24) et (5.25). Notons que σ_1 et σ_2 sont estimés pour un écart $T - T_C$ donné et sont utilisé pour toute valeur de ξ .

Ces coefficients sont positifs lorsque le faisceau se propage du bas vers le haut et sont négatifs dans le cas inverse.

Propagation du faisceau du milieu le moins réfringent vers le plus réfringent

Dans ce cas de propagation du faisceau, la force diffusive agit dans le sens inverse de celui de la pression de radiation optique. En effet, cette dernière induit une déformation de l'interface vers le bas (milieu le moins réfringent), alors que la force diffusive agit vers le haut. On imagine dès lors que lorsque cette force diffusive est significative dans ce cas de propagation, elle aura tendance à surélever l'interface.

Les figures (5.23) et (5.24) confirment le résultat attendu montrant des profils simulés en bon accord entre profils expérimentaux. Ceci met clairement en évidence le rôle de la force diffusive dans la surélévation de l'interface sur une largeur plus grande que le col du faisceau ω_0 lorsque le système est proche du point critique. Notons que dans ce cas de propagation du faisceau, les premiers calculs effectués n'ont pas permis de simuler les formes en têtes laissant penser à un couplage plus subtil entre l'onde lumineuse et l'interface.

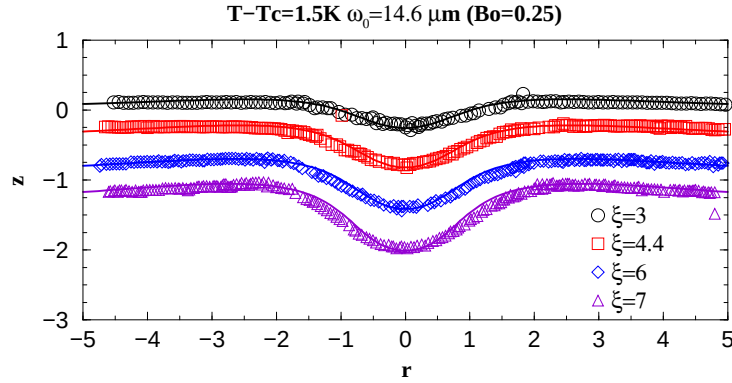


FIG. 5.23 – Profils de l'interface pour un système proche du point critique. Le faisceau se propage du milieu le moins réfringent (bas) vers le plus réfringent (haut). $T - T_C = 1.5K$, $\omega_0 = 14.6\mu m$ ($Bo = 0.25$), $\sigma_1 = 0.2$, $\sigma_2 = 0.05$.

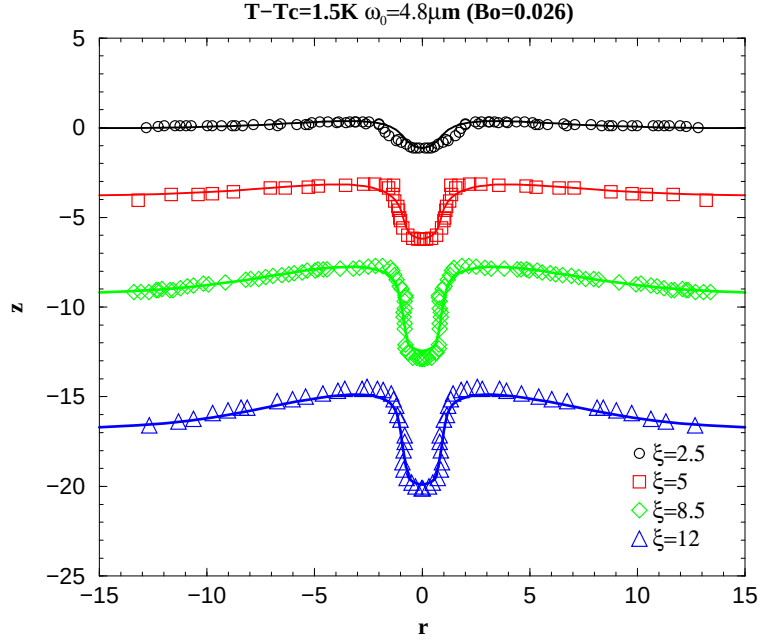


FIG. 5.24 – Profils de l'interface pour un système proche du point critique. Le faisceau se propage du milieu le moins réfringent (bas) vers le plus réfringent (haut). $T - T_C = 1.5K$, $\omega_0 = 4.8\mu m$ ($Bo = 0.026$), $\sigma_1 = 0.2$, $\sigma_2 = 0.05$.

Propagation du faisceau du milieu le plus réfringent vers le moins réfringent

Si on étudie maintenant le cas de propagation du faisceau depuis le milieu le plus réfringent vers le moins réfringent, nous voyons que pression de radiation optique et force diffusive agissent dans le même sens. La force diffusive agissant sur une échelle plus grande que la pression de radiation, elle pourrait expliquer les formes d'interface expérimentales plus larges que celles prédites numériquement comme observé dans la section précédente.

La figure (5.25) montre qu'un bon accord entre résultats numériques et expérimentaux est obtenu lorsque la force diffusive est prise en compte, confirmant ainsi son rôle dans l'élargissement de la forme de l'interface lorsque le faisceau laser se propage depuis le milieu le plus réfringent. Ces résultats sont une première étape encourageante dans la compréhension du couplage entre optique et hydrodynamique dans la déformation d'interfaces par laser.

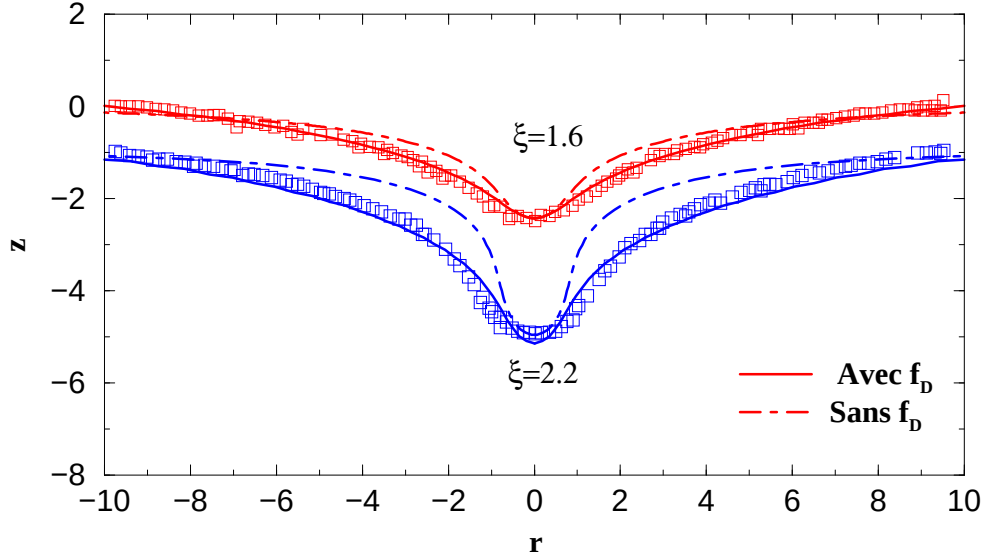


FIG. 5.25 – Profils de l’interface avec et sans force diffusive lorsque le faisceau se propage du milieu le plus réfringent (haut) vers le moins réfringent (bas). $T - T_C = 3.5K$, $\omega_0 = 5.3\mu m$ ($Bo = 0.015$), $\sigma_1 = -0.16$, $\sigma_2 = -0.04$.

5.2.5 Visualisation des écoulements

Dans cette section nous nous intéressons aux écoulements induits au sein des phases. Dans un premier temps nous étudions les écoulements induits par la pression de radiation optique sans effets de diffusion de la lumière, puis nous nous intéressons au cas où la lumière diffuse en volume dans les phases liquides en observant son impact sur les écoulements.

Effets de la pression de radiation optique

La figure (5.26) montre les écoulements induits par le mouvement de l’interface dû à la pression de radiation optique proche de l’instant initial. Deux grands écoulements tourbillonnaires occupant toute la hauteur du domaine et contournant les parois solides du domaine se mettent en place. On observe simultanément que l’intensité des vitesses décroît très vite lorsqu’on s’éloigne de l’axe de l’interface où celle-ci est mise en mouvement.

La figure (5.27) représente les lignes de courant superposées au champ d’intensité des vitesses à une étape intermédiaire entre l’instant initial et l’état d’équilibre et ce pour des conditions identiques à celles de la figure (5.26). La

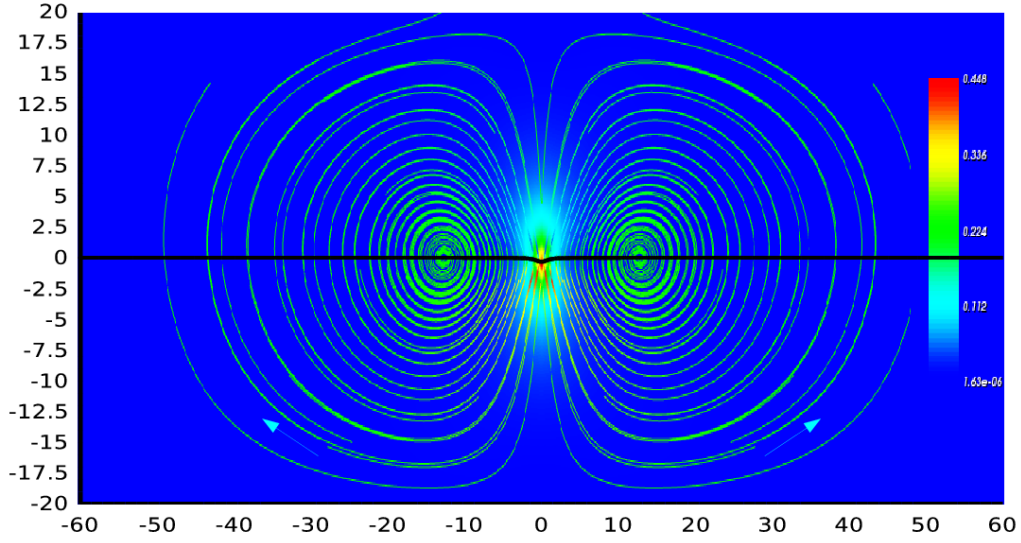


FIG. 5.26 – Lignes de courants des écoulements induits dans les phases par le mouvement de l'interface dû à la pression de radiation optique dans les premiers instants. $Bo = 0.01$; $\xi = 4$; $\lambda = 1.25$. Les flèches montrent le sens de l'écoulement et le champ scalaire représente l'intensité des vitesses.

structure tourbillonnaire est préservée mais l'intensité des vitesses est beaucoup plus faible en accord avec un effet de relaxation visqueuse.

Enfin, comme attendu, nous pouvons observer sur la figure (5.28) que l'équilibre de l'interface est caractérisé par un champ de vitesse uniformément nul. On notera en particulier que la composante tangentielle de la vitesse en tout point de l'interface est parfaitement nulle à l'équilibre.

Effets de la force diffusive

Nous complétons l'observation des écoulements avec une analyse dans le cas où la force diffusive est prise en compte. La figure (5.29) représente les écoulements tourbillonnaires induits dans chaque phase par la diffusion de la lumière pour un faisceau se propageant depuis la phase du bas (la moins réfringente). La situation de cette figure correspond à l'équilibre final de l'interface. On voit ainsi la formation de deux tourbillons contrarotatifs dans chaque phase, orientés de telle manière qu'ils induisent un écoulement en direction de la phase la plus réfringente.

Pour cet état d'équilibre, il est remarquable de noter qu'un écoulement per-

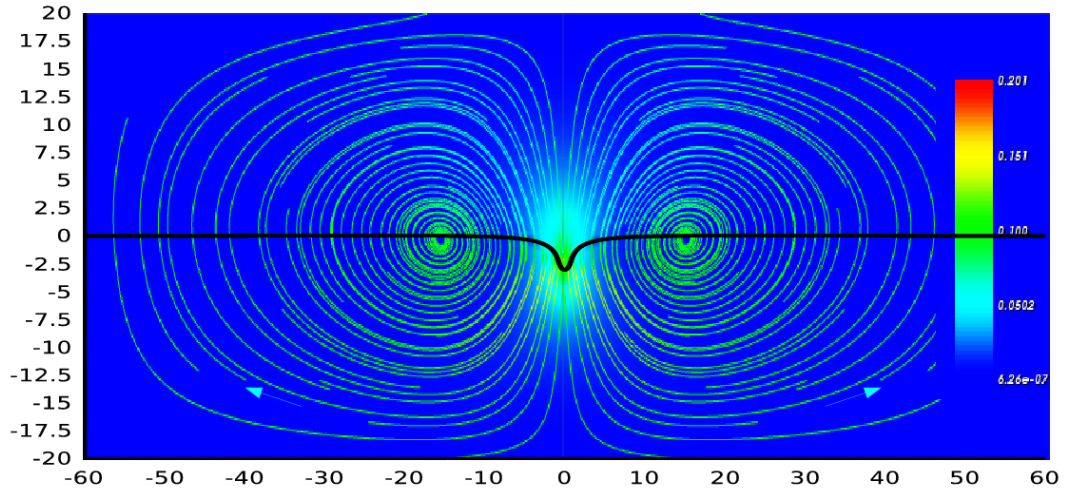


FIG. 5.27 – Lignes de courants des écoulements induits dans les phases par le mouvement de l'interface du à la pression de radiation optique pendant le régime transitoire. $Bo = 0.01$; $\xi = 4$; $\lambda = 1.25$. Les flèches montrent le sens de l'écoulement et le champs scalaire montre l'intensité des vitesses.

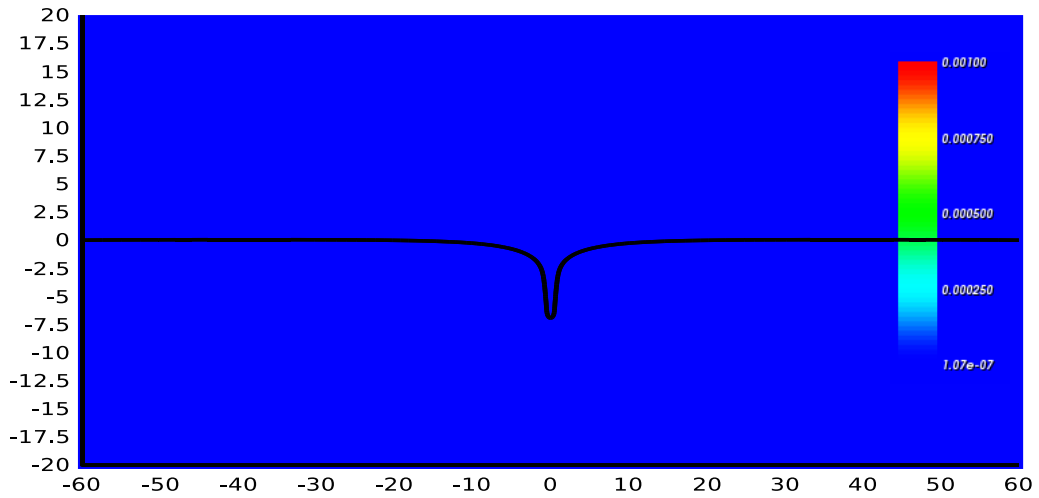


FIG. 5.28 – Champ des vitesses à l'équilibre de l'interface. $Bo = 0.01$; $\xi = 4$; $\lambda = 1.25$.

manent persiste et qu'il est caractérisé par des lignes de courants tangentes à l'interface.

On peut également constater sur la figure (5.29), que l'amplitude des vitesses est plus importante dans la phase du bas à cause de sa plus grande concentration en micelles (la force diffusive y est plus importante car elle est proportionnelle au carré de la concentration en micelles).

Cette figure confirme ainsi la présence de quatres tourbillons principaux (2

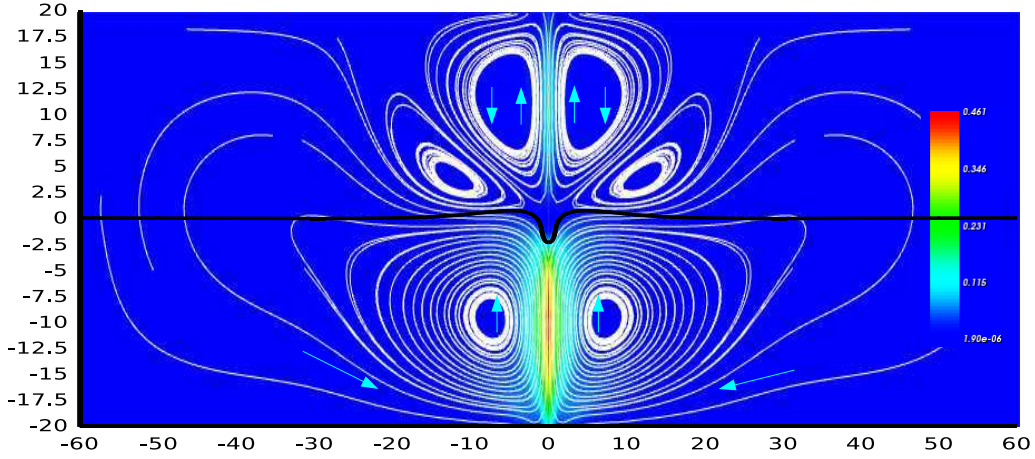


FIG. 5.29 – Lignes de courants stationnaires des écoulements tourbillonnaires induits par la diffusion de la lumière dans chaque phases. Le faisceau se propage du milieu le moins réfringent (bas) vers le plus réfringent (haut). $Bo = 0.01$; $\xi = 8$; $\lambda = 1.25$, $\sigma_1 = 0.12$, $\sigma_2 = 0.03$. Les flèches montrent le sens de l'écoulement et le champ scalaire représente l'intensité des vitesses.

dans chaque phase) à l'origine de la surélévation de l'interface et qui persistent à l'état d'équilibre de l'interface.

La figure (5.30) représente les écoulements tourbillonnaires induits par la diffusion de la lumière dans chaque phase pour un faisceau se propageant depuis la phase du haut (la plus réfringente). On voit ainsi la formation de deux tourbillons contrarotatifs tout à fait similaires à ceux observés dans le cas de propagation inverse du faisceau mais de sens de rotation opposé induisant une déformation supplémentaire dans le sens de celle induite par la pression de radiation et de taille caractéristique radiale supérieur à ω_0 . Cette déformation lui donne une forme en cloche plus large que celle induite uniquement par la pression de radiation optique.

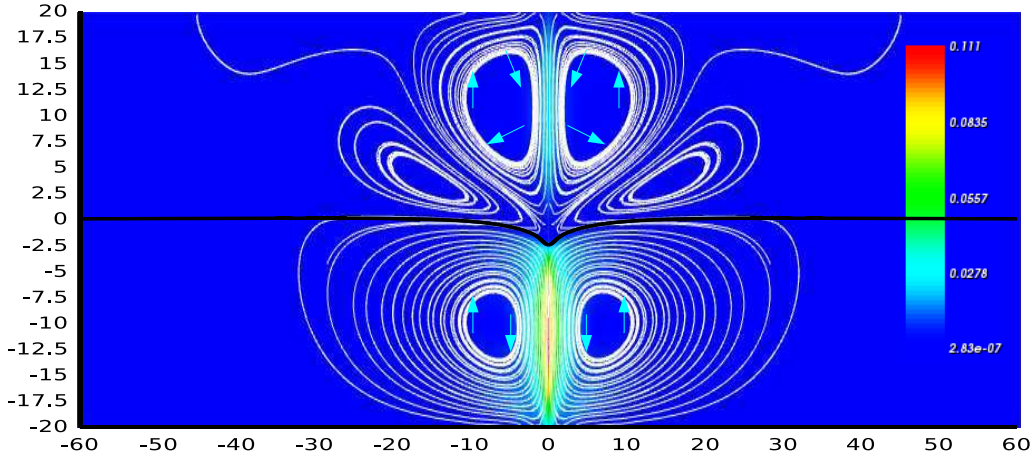


FIG. 5.30 – Lignes de courants stationnaires des écoulements tourbillonnaires induits par la diffusion de la lumière dans chaque phases. Le faisceau se propage du milieu le plus réfringent (haut) vers le moins réfringent (bas). $Bo = 0.01$; $\xi = 2$; $\lambda = 1.25$, $\sigma_1 = 0.12$, $\sigma_2 = 0.03$. Les flèches montrent le sens de l'écoulement et le champ scalaire représente l'intensité des vitesses.

5.2.6 Dynamique de l'interface

Nous nous intéressons plus spécifiquement dans ce chapitre à la dynamique de l'interface dans le régime linéaire et non-linéaire des déformations en étudiant l'évolution de la hauteur de l'interface et de la courbure axiale en fonction du temps. La force diffusive n'est pas considérée ici.

Modèle 1-fluide décrivant la dynamique de l'interface dans le régime linéaire

La dynamique d'une surface libre soumise à la pression de radiation optique a été étudiée théoriquement par Ostrovskaya [Ostrovskaya 88] avec l'hypothèse de petites déformations. La dynamique a été analysée en résolvant l'équation de Navier-Stokes instationnaire linéarisée avec une condition de conservation de la masse et le bilan de contraintes sur la surface libre. Dans cette approche à 1-fluide les auteurs ont recours à la théorie des ondes linéaires pour obtenir ainsi la dynamique d'évolution de la hauteur de la déformation ou de la courbure de l'interface sur l'axe.

Récemment, cette approche a été étendue par Wunenburger et al. [Wunenburger 06b] au cas de deux liquides, en considérant que la dynamique de l'interface est

régie par la viscosité moyenne des deux liquides et que le rapport de viscosités n'intervient pas dans les équations du problème linéarisé.

Dans ces conditions, l'équation de bilan des contraintes sur l'interface est résolue en vitesse en utilisant les transformées de Hankel et de Laplace et le temps caractéristique du mouvement de l'interface est obtenu à partir de la solution de l'équation de dispersion des ondes sur l'interface.

De la vitesse verticale sur l'interface, on aboutit par intégration à la hauteur $h(t)$ de l'interface qui est :

$$h(t) = \frac{\xi}{4} \int_0^\infty e^{-k^2/8} \frac{1}{1 + Bo/k^2} [1 - e^{-t\frac{k}{4}(1+\frac{Bo}{k^2})}] \frac{dk}{k} \quad (5.36)$$

Par ailleurs, la courbure sur l'axe s'écrit :

$$\kappa(t) = \frac{\xi}{4} \int_0^\infty e^{-k^2/8} \frac{1}{1 + Bo/k^2} [1 - e^{-t\frac{k}{4}(1+\frac{Bo}{k^2})}] k dk \quad (5.37)$$

L'objectif est maintenant de comparer les résultats des simulations numériques directes aux résultats expérimentaux et aux prédictions théoriques données afin de vérifier la validité de notre modèle physique en régime linéaire ainsi que les limites de la prédiction théorique à 1 fluide.

Comparaison aux expériences : propagation depuis le milieu le moins réfringent

Nous étudions dans cette section l'évolution de l'interface en fonction du temps t rendu adimensionnel par le temps caractéristique $\tau^* = \frac{\langle \mu \rangle \omega_0}{\gamma}$ comme donné dans le modèle physique au chapitre 3.

Sur la figure (5.31) est représentée l'évolution de la hauteur de l'interface en fonction du temps pour trois valeurs de ξ à $T - T_C = 6K$ et $\omega_0 = 4.8\mu m$ ($Bo = 0.009$). En régime linéaire ($\xi = 1.4$), l'accord entre le résultat de la simulation numérique, la prédiction théorique et l'observation expérimentale est très satisfaisant. Ceci confirme que bien que le rapport de viscosité ne soit pas présent de manière explicite dans le modèle à 1-fluide, l'évolution temporelle est parfaitement restituée par ce modèle simplifié.

En revanche, l'évolution de $h(t)$ en régime non-linéaire, montre que dans le

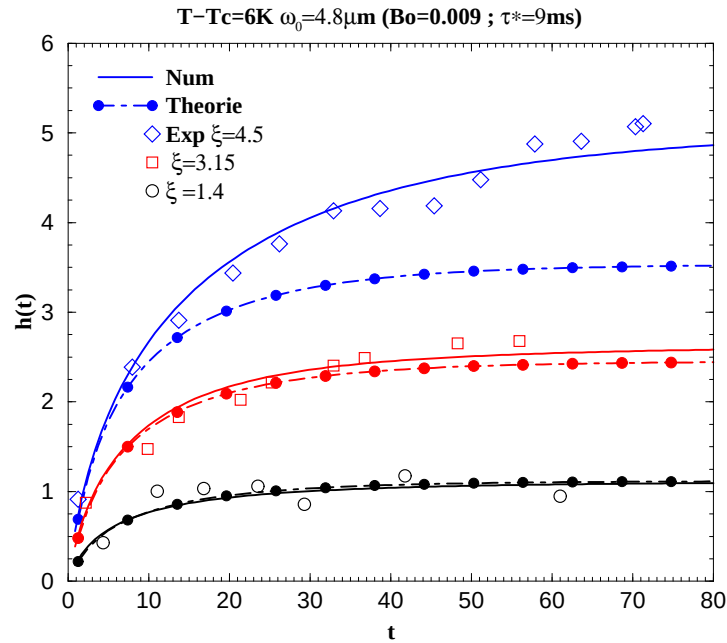


FIG. 5.31 – Evolution de la hauteur de l'interface en fonction du temps. $T - T_C = 6K$, $\omega_0 = 4.8\mu m$ ($Bo = 0.009$), $\lambda = 1.34$. On compare les calculs numériques aux résultats expérimentaux et aux prédictions du modèle théorique linéarisé à 1-fluide.

cas de déformation faiblement non-linéaire ($\xi = 3.15$), le modèle théorique restitue bien la dynamique de la déformation en sous estimant légèrement la hauteur de la déformation. Ceci est du au fait que le terme de pression

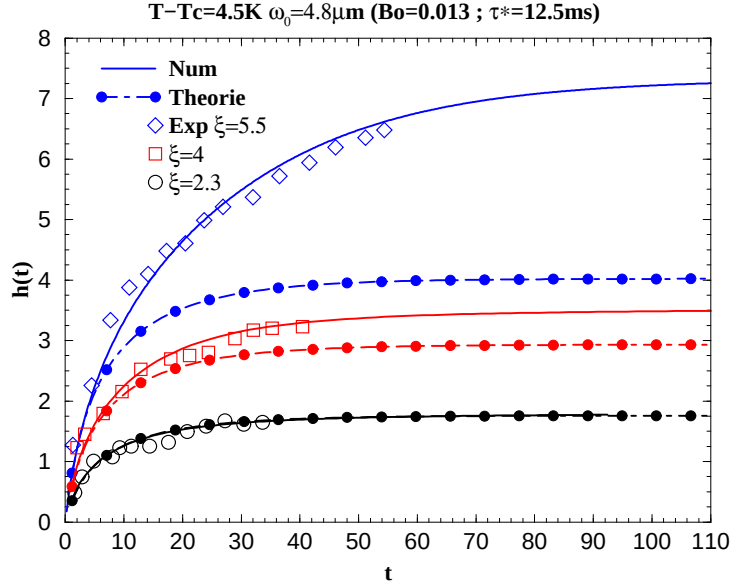


FIG. 5.32 – Evolution de la hauteur de l'interface en fonction du temps. $T - T_C = 4.5K$, $\omega_0 = 4.8\mu m$ ($Bo = 0.013$) $\lambda = 1.31$. On compare les calculs numériques aux résultats expérimentaux et aux prédictions du modèle théorique 1-fluide linéarisé.

de radiation est linéarisé dans le modèle théorique et par conséquent, la hauteur prédite est linéaire en ξ . Les résultats sur l'équilibre de l'interface ont montré la limite de cette prédiction linéaire. L'analyse de la dynamique de la déformation en régime non-linéaire ($\xi = 4.5$), montre que l'accord entre le résultat numérique et expérimental est satisfaisant tandis que la prédiction théorique sousestime largement la hauteur et prédit une dynamique plus rapide de l'interface. Cette observation est encore plus marquée dans les évolutions présentées sur la figure (5.32), où pour $\xi = 5.5$, une très nette différence apparaît entre la dynamique prédite par le modèle théorique et celle donnée par le calcul numérique qui reste en bon accord avec le résultat expérimental. En dehors du fait que la hauteur finale est sous-estimée, il est clair que le modèle théorique prévoit l'équilibre de l'interface à $t \simeq 40$, alors que l'équilibre n'est parfaitement atteint qu'à $t \simeq 100$. La différence observée est due aux termes de pression de radiation et de courbure qui sont linéarisés en fonction du temps dans le modèle théorique. Ils restent ainsi inchangés quelque soit la forme de l'interface alors que dans le calcul numérique ces deux termes en sont intimement dépendant.

Il faut remarquer par ailleurs que la prédiction théorique se superpose bien

au calcul numérique jusqu'au temps $t = 4$ correspondant à la hauteur de transition $h = 2.2$ entre régime linéaire et non-linéaire, confirmant que la différence observée est due à la non-linéarité de la déformation. Il est toutefois légitime de s'interroger également sur le rôle exact du rapport des viscosités λ sur la dynamique de l'interface.

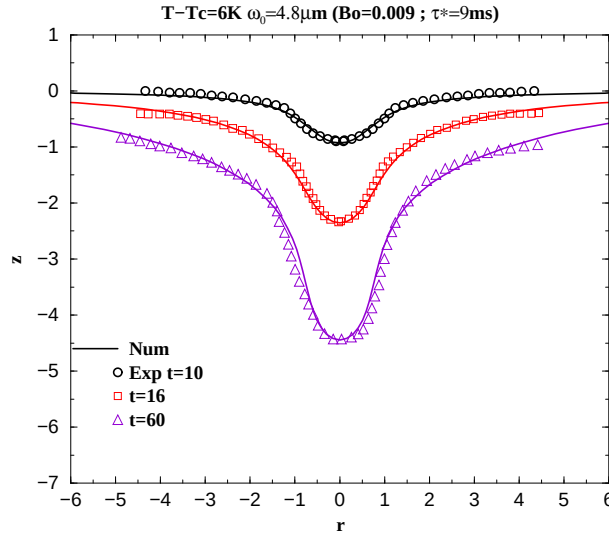


FIG. 5.33 – Comparaison entre profils d'interface numériques et expérimentaux à différents temps t . $T - T_C = 6K$, $\omega_0 = 4.8\mu m$ ($Bo = 0.009$); $\xi = 4.5$; $\lambda = 1.34$.

Comparant maintenant la forme des profils à différents instants pour les cas où le rapport de pression est important (cf figures 5.33) et (5.34 associées à 5.31) et (5.32), nous pouvons voir que la forme de l'interface est parfaitement restituée par le calcul numérique confirmant une bonne prédiction sur l'évolution de la hauteur.

Finalement, nous pouvons conclure à une bonne prédiction de la dynamique de l'interface à l'aide de la simulation numérique dans le régimes linéaire et non-linéaire de déformations, en ayant également montré les limites du modèle à 1-fluide.

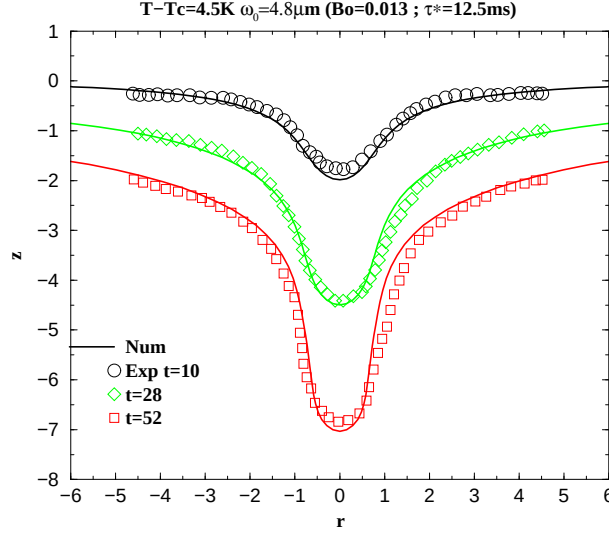


FIG. 5.34 – Comparaison entre profils d’interface numériques et expérimentaux à différents temps t . $T - T_C = 4.5K$, $\omega_0 = 4.8\mu m$ ($Bo = 0.013$); $\xi = 5.5$; $\lambda = 1.31$

Influence du rapport des viscosités λ sur la dynamique de l’interface

Le modèle théorique à 1-fluide repose sur l’hypothèse que la dynamique de l’interface ne dépend que de la moyenne des viscosités $\langle \mu \rangle = \frac{\mu_1 + \mu_2}{2}$, et non de leur rapport $\lambda = \frac{\mu_1}{\mu_2}$.

Dans cette section, nous reportons des résultats obtenus sur la dynamique de l’interface à $\langle \mu \rangle$ constante mais avec un rapport de viscosités λ variable. La figure (5.35) représente l’évolution temporelle de la courbure de l’interface (en $r = 0$) en fonction de λ pour différentes valeurs de ξ .

On remarquera tout d’abord, qu’à $\xi = 2$ (régime linéaire de déformations), il n’y a aucune différence perceptible entre l’évolution de la courbure $\kappa(r = 0, t)$ pour un rapport λ variant sur 6 décades. Lorsqu’on augmente ξ et qu’on se place dans le régime non-linéaire, à $\xi = 3.5$ et de manière encore plus marquée à $\xi = 5$, la dynamique de la courbure dépend du rapport de viscosités λ de manière assez significative. Ainsi, dans le cas où le fluide le plus visqueux “déplace” le fluide le moins visqueux, l’évolution transitoire de la courbure de l’interface est plus courte que dans la situation inverse. Il faut préciser que l’analyse sur les courbures a été préférée à celle sur les hauteurs pour lesquelles les écarts sont moins aisément décelables.

Cette différence dans la dynamique peut être précisée en calculant l’écart maximal entre la courbure $\kappa(t)$ à λ donné et celle obtenue au même temps

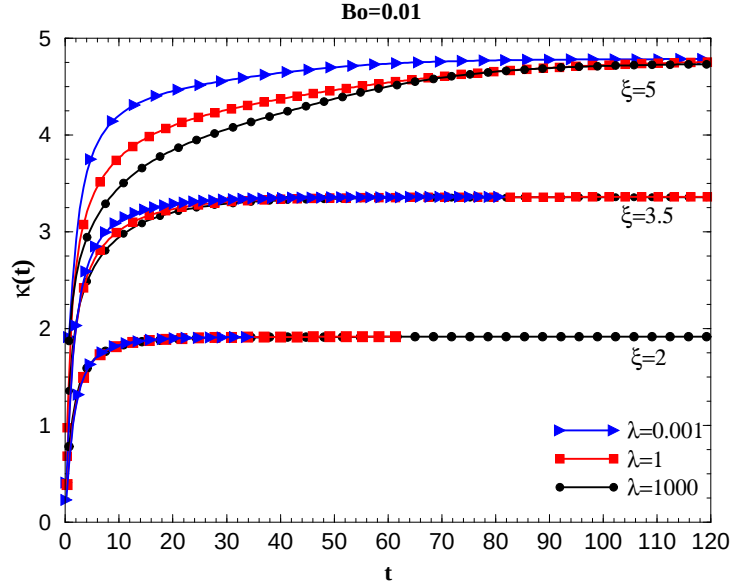


FIG. 5.35 – Evolution de la courbure de l'interface $\kappa = \kappa(r = 0)$ en fonction du temps pour différents rapports de pression ξ et de viscosité $\lambda = \frac{\mu_1}{\mu_2}$.

pour la valeur asymptotique $\lambda \rightarrow 0$.

Ces écarts (réduits par la courbure à l'équilibre $\kappa(t \rightarrow \infty)$) sont représentés sur la figure (5.36) en fonction de λ à différents ξ .

Nous voyons alors que deux régimes asymptotiques existent, l'un pour un rapport nul $\lambda \rightarrow 0$ et l'autre pour un rapport infini $\lambda \rightarrow \infty$ correspondant tous les deux à un système à 1-fluide, où la viscosité moyenne est égale à la moitié de la viscosité de l'un ou l'autre des deux fluides.

Ce résultat montre également que l'écart maximal croît avec le rapport de pression ξ . Ceci est dû au fait que les contraintes visqueuses augmentent avec ξ en relation avec l'augmentation des gradients de vitesses sur l'interface.

On peut donc conclure que le rapport de viscosité λ a un effet non négligeable sur la courbure de l'interface qui est d'autant plus important que la pression de radiation induite est grande. Ce phénomène pourrait être d'une grande utilité pour les applications de l'opto-hydrodynamique où la mesure de viscosité par pression de radiation optique nécessiterait une détermination précise de la dynamique de la courbure. Bien que ces méthodes de mesure sont actuellement appliquées dans le régime linéaire [Sakai 01], il est envisageable compte tenu des développements actuels en matière molle (déformation de globules rouges [Guck 00] par exemple) que des expériences futures puissent être conduites en régime non-linéaire.

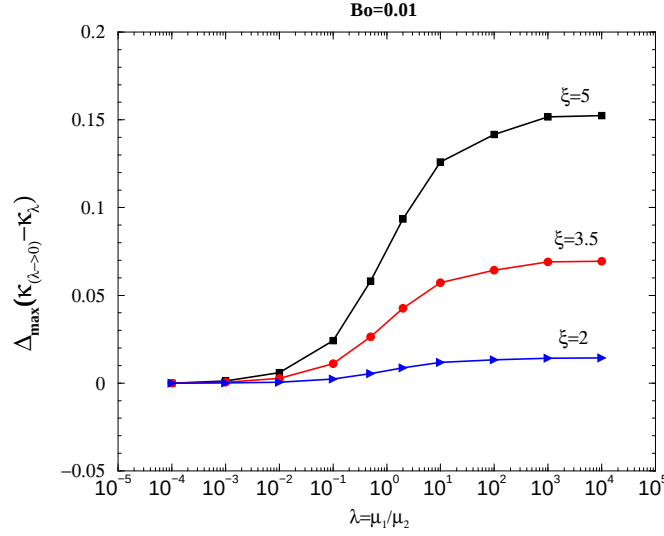


FIG. 5.36 – Ecart maximal entre la courbure à λ donné κ_λ et la courbure asymptotique $\kappa_{\lambda \rightarrow 0}$ en fonction de λ . Cet écart a été réduit par la courbure à l'équilibre $\kappa(t \rightarrow \infty)$.

Dynamique selon le sens de propagation du faisceau

Nous avons montré dans la section consacrée à l'étude de l'influence du sens de la propagation sur la déformation de l'interface, qu'en régime non-linéaire, l'évolution de la hauteur en fonction du rapport de pression ξ avait un comportement différent selon que le faisceau se propage du milieu le moins réfringent vers le plus réfringent ou inversement.

Si nous nous intéressons maintenant à la dynamique $h(t)$ de l'interface en régime non-linéaire, reportée sur la figure (5.37), il est clair que son évolution est également différente selon le sens de propagation de l'onde.

Au delà du fait qu'en régime non-linéaire, les hauteurs sur l'axe à l'équilibre soient très différentes selon le sens de propagation (cf. figure (5.14)), l'interface atteint son état d'équilibre avec un temps caractéristique beaucoup plus court dans le cas d'une propagation depuis le milieu le moins réfringent.

En effet, pour $t < 20$, l'angle d'incidence est tel que le faisceau peut être considéré en incidence normale et la pression de radiation a le même comportement pour les deux sens de propagation du faisceau. Lorsque $t > 20$, la pression de radiation diminue avec θ_i dans le cas de propagation depuis le milieu le moins réfringent, alors que dans le cas inverse, la pression de radia-

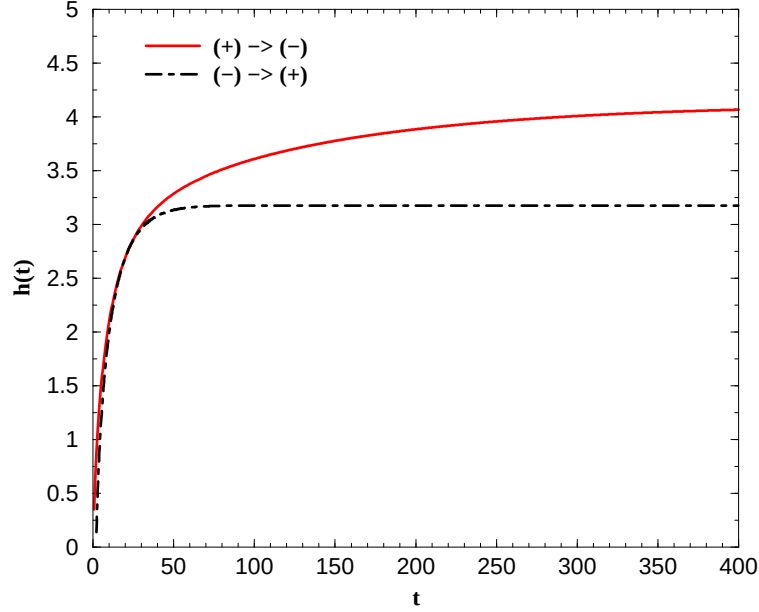


FIG. 5.37 – Evolution de la hauteur de l’interface en fonction du temps pour les deux sens de propagation du faisceau $\xi = 3.75$; $Bo = 0.015$; $\lambda = 1.3$.

tion augmente entraînant un surplus d’énergie sur l’interface qui rallonge la période transitoire $t \simeq 400$ jusqu’à l’équilibre.

5.3 Etude des effets de paroi : cas du tube capillaire

Dans ce qui précède, l’étude a porté sur un domaine d’extension horizontale R “infiniment” grande devant la taille caractéristique de la déformation ω_0 dans l’objectif d’éviter les effets de bords, en accord avec les conditions expérimentales.

Dans cette section, nous étudions grâce à la simulation numérique la déformation de l’interface en régime linéaire en présence d’effets du confinement radial. Le domaine d’étude est alors assimilé à un tube capillaire d’extension verticale fixée à $H/\omega_0 = 60$ (afin de minimiser les effets des parois horizontales) et de rayon variable.

Lorsque l’extension radiale du domaine (notée ici $\beta = \frac{R}{\omega_0}$ sous sa forme adimensionnelle) est très grande devant l’unité, la forme initial de l’interface est

horizontale. A mesure que β décroît, la force capillaire devient plus importante devant les effets de la gravité et l'interface adopte une forme présentant une courbure de plus en plus marquée.

La forme initiale précise de l'interface peut être déterminée en résolvant l'équilibre capillo-gravitaire décrit par :

$$Bdz = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(\frac{rz'}{(1+z'^2)^{1/2}} \right) \quad (5.38)$$

avec $z'(r=0) = 0$ et $z'(r=\beta) = \frac{1}{\tan \theta_e}$. θ_e étant l'angle de mouillage à l'équilibre.

L'équation (5.38) fait apparaître un nombre de Bond géométrique Bd donné par :

$$Bd = \frac{\Delta \rho g R^2}{\gamma} = Bo \beta^2 \quad (5.39)$$

En accord avec l'expérience, nous considérons que la phase la moins dense (en haut) est préférentiellement mouillante. Nous supposons même qu'elle est parfaitement mouillante. Finalement, la forme initiale exacte de l'interface

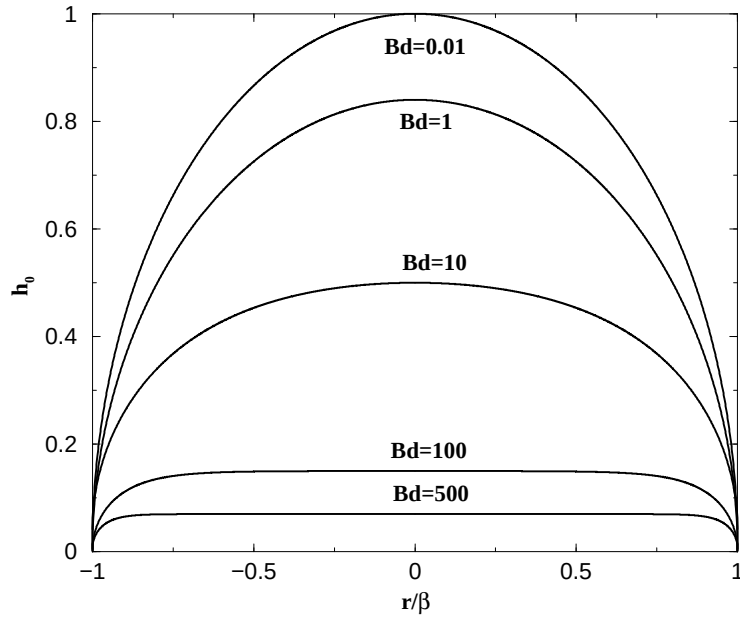


FIG. 5.38 – Forme initial de l'interface dans le tube en fonction du nombre de Bond géométrique Bd .

pour une valeur donnée de Bd peut être déterminée en intégrant l'équa-

tion (5.38) à l'aide d'une méthode aux différences finies (cf. figure 5.38). Pour plus de détails sur cette résolution, on se référera au travail de Lasseux [Lasseux 90] et à un article plus ancien de Huh & Scriven [Huh 69]. L'objectif pour nous est maintenant de déterminer l'influence des effets de bords sur la déformation de l'interface que l'on analyse à l'aide de la quantité h définie par : $h = z(r = 0, t \rightarrow t_\infty) - z(r = 0, t = 0)$.

De manière intuitive, on s'attend à ce qu'à rapport de pression ξ égal, une réduction du rayon du tube capillaire β (entraînant une augmentation des effets de courbure sur l'interface) conduise à une déformation de l'interface plus faible. Nous concentrons notre analyse sur la recherche de la valeur du rayon β au delà de laquelle les effets de bords deviennent négligeables sur la déformation de l'interface. Cette valeur β_t de β constitue en réalité la valeur de transition d'un domaine de taille finie à un domaine pseudo-infini.

Sur la figure (5.39) nous avons reporté l'évolution de la déformation de l'in-

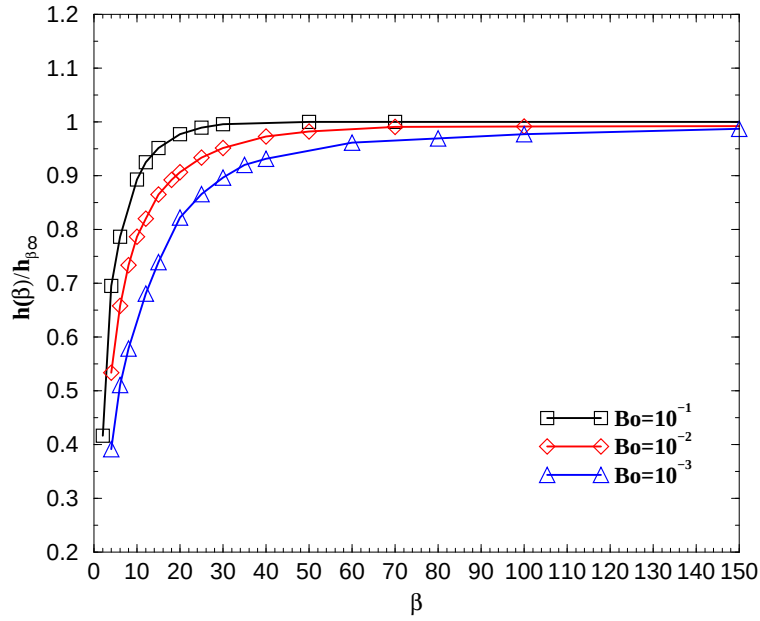


FIG. 5.39 – Evolution de la déformation de l'interface en fonction du rayon du domaine β pour différents nombres de Bond optiques Bo . La déformation de l'interface a été renormalisé par sa valeur correspondant au domaine pseudo-infini pour chaque Bo .

terface en fonction du rayon du domaine pour trois valeurs de Bo et $\xi = 2$. Comme attendu $h(\beta)$ croît avec β et atteint asymptotiquement celle obtenue en domaine pseudo-infini. On notera que l'évolution de $h(\beta)$ dépend assez

fortement de la valeur de Bo . Pour résumer, on peut noter que plus les effets de gravité sont importants à l'échelle de la déformation ω_0 , plus la valeur de β_t décroît : $\beta_t = 30$ pour $Bo = 10^{-1}$, $\beta_t = 70$ pour $Bo = 10^{-2}$ et $\beta_t = 150$ pour $Bo = 10^{-3}$. Ceci peut s'expliquer simplement par le fait que la gravité a pour effet de diminuer la courbure local de l'interface.

5.4 Bilan

Dans ce chapitre, nous avons étudié la déformation d'une interface liquide-liquide soumise à la pression de radiation optique d'un faisceau laser continu. Nous avons comparé les résultats expérimentaux concernant la déformation de l'interface séparant deux phases liquides en coexistence au voisinage de leur point critique, à des résultats numériques obtenus par la méthode des éléments de frontière et à des prédictions théoriques analytiques ou semi-analytiques.

Nous avons tout d'abord comparé les profils d'interfaces à l'équilibre pour les régimes linéaires et non-linéaires de déformation lorsque la seule force induite par le faisceau de lumière est la pression de radiation optique. Un excellent accord a été obtenu entre théorie, expériences et résultats numériques montrant que le modèle physique choisit était pertinent pour restituer les formes et hauteurs des interfaces dans les régimes linéaires et faiblement non-linéaires. Une étude paramétrique sur le rôle de la gravité a alors été menée tant sur la forme de l'interface que sur les valeurs du rapport de pression à la transition entre régime linéaire et non-linéaire. L'influence du sens de propagation du faisceau laser a été étudiée et a mis en évidence la brisure de symétrie des déformations selon le sens de propagation. Un accord qualitatif avec l'expérience a été observé. Cependant, les formes en têtes apparaissant à fort rapport de pressions lorsque le faisceau se propage depuis le milieu le moins réfringent n'ont pas pu être restituées à l'aide du modèle physique retenu. Une analyse de profils expérimentaux d'interfaces en formes de têtes a été conduite montrant qu'avec ce modèle, le bilan de force à l'équilibre n'est pas satisfait. Nous avons alors envisagé de compléter ce bilan en tenant compte des effets de la diffusion de la lumière sur les fluctuations de densité présentes à l'intérieur de chacune des phases liquides. La prise en compte de de cette force dans notre modèle physique a permis d'obtenir des formes simulées restituant bien celles observées expérimentalement lorsque le système est au voisinage proche du point critique, et ce pour les deux sens de propagation du faisceau. Cependant, les simulations n'ont pas mis en évidence à ce jour le rôle de la force diffusive dans la formation des têtes.

Par ailleurs, nous avons mis en évidence comment l'écoulement au sein de chacune des phases était modifié par la présence de la force diffusive. En particulier, nous avons montré que l'état d'équilibre de l'interface s'accompagnait d'un écoulement stationnaire en présence de cette dernière.

Enfin, nous avons étudié la dynamique de l'interface, mettant en évidence un bon accord entre résultats numériques, expérimentaux et prédictions à l'aide d'une théorie à 1-fluide dans le cas du régime linéaire. Les limites de ce modèle linéaire à 1-fluide pour la prédiction de la dynamique de l'interface ont également été identifiées dès que la déformation devient non-linéaire. Dans ce régime, les résultats numériques et expérimentaux restent en très bon accord. Une étude paramétrique sur le rapport de viscosité a également été menée afin de mettre en évidence son rôle dans la dynamique de l'interface en régime non-linéaire. Cette étude a montré que la dynamique de la courbure de l'interface est plus rapide vers l'état stationnaire lorsque le rapport de viscosité des deux fluides est faible. Nous avons finalement conclu ce chapitre sur la déformation d'interfaces liquide-liquide par faisceau laser par une étude des effets de parois sur la forme et la déformation de l'interface.

Chapitre 6

Etude des effets de volume fini : application à la déformation d'une goutte

Dans le chapitre précédent, nous avons comparé résultats numériques, expérimentaux et théoriques dans une configuration où l'extension de l'interface peut être considérée comme infinie. Ceci a permis de valider le modèle physique détaillé dans le chapitre 3, afin de mieux comprendre l'influence des différentes forces (pression de radiation optique, gravité, forces visqueuses, forces capillaire, et force diffusive) agissant sur l'écoulement et sur la déformation de l'interface.

Dans ce chapitre, nous appliquons notre modèle à la déformation de gouttes micro-métriques par pression de radiation optique en étudiant l'étirement ou la compression de celle-ci. Les effets de la force diffusive ne sont pas considérés ici.

Le domaine d'étude est une demi-goutte de forme initiale en calotte sphérique d'indice optique N_g , posée sur un substrat transparent et immergée dans une phase liquide d'indice optique N_m .

L'objectif ici est d'étudier la déformation de la goutte soit vers l'extérieur ($N_m < N_g$) ou vers l'intérieur ($N_g < N_m$) et de comparer ainsi les mécanismes mis en jeu.

Nous présentons des résultats de simulations jusqu'à l'équilibre de la goutte avant son seuil d'instabilité puis lorsque celle-ci est déstabilisée.

6.1 Contexte

La première expérience de déformation de goutte liquide par pression de radiation optique a été réalisée par Zhang & Chang [Zhang 88], qui ont déformé une goutte d'eau à l'aide d'une impulsion laser de durée $400ns$, de rayon au col $\omega_0 = 2R$ (R étant le rayon de la goutte) à deux énergies différentes.

Pour la plus faible énergie ($100mJ$), des oscillations de la goutte et la propagation d'ondes capillaires à sa surface ont été observées (cf figure (2.6(a))). Pour la plus forte énergie ($200mJ$), un phénomène tout à fait différent a été mis en évidence, l'arrière de la goutte adoptant une forme conique, avec éjection d'un long filament cylindrique générant des micro-gouttes (cf figure (2.6(b))).

La déformation de la goutte à faible intensité a été l'objet d'une étude théorique menée par lai et al. [Lai 89] consistant à résoudre l'équation de Navier-Stokes instationnaire linéarisée à l'aide de la théorie des ondes linéaires. Cette étude, réalisé pour une onde polarisé circulairement, a montré que les oscillations de la goutte pouvaient être prédites théoriquement de manière précise tel que le montre la figure (2.9). Dans ces travaux, l'accent a été mis essentiellement sur l'instationnarité des déformations dans le régime linéaire.

Depuis, il y a eu peu de développements notables dans la modélisation des déformations de gouttes par pression de radiation optique, les recherches restant essentiellement focalisées sur l'électro-hydrodynamique.

En effet, de nombreuses investigations théoriques [Wohlhuter 92][Saville 97; Stone 98], numériques [Ramos 94b; Ramos 94a] ou expérimentales [Oddershede 00; Reznik 04] ont porté sur la déformation de gouttes liquides dans des champs électriques, notamment sur l'estimation de l'angle au sommet du cône quand celui-ci est formé et sur l'influence du rapport des constantes diélectriques des milieux sur la déformation.

Une étude numérique dédiée à la déformation de gouttes par faisceau laser paraît tout à fait pertinente afin de comprendre les effets de volume fini sur la déformation des interfaces liquides d'une part et d'établir une analogie avec les expériences de Zhang & Chang [Zhang 88] et celles de l'électrohydrodynamique.

6.1.1 Géométrie de l'étude

6.1.2 Equations du problème

La figure (6.1) montre schématiquement le problème étudié. En négligeant les effets de la gravité à l'échelle de la goutte, on considère que sa forme initiale est sphérique et est décrite par l'équation suivante :

$$\sqrt{r^2 + z^2} = a \quad (6.1)$$

r et z étant les coordonnées cylindriques d'un point de la goutte et a son rayon. Ces variables sont toutes adimensionnées par le rayon au col du faisceau laser ω_0 .

Les équations du problème restent les mêmes que celles explicitées dans le

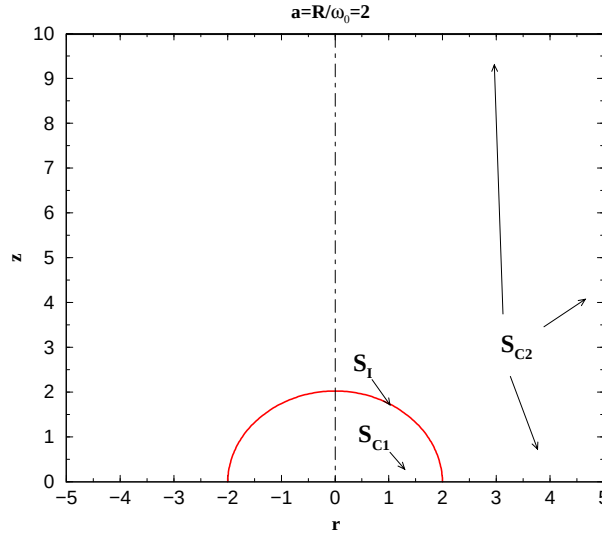


FIG. 6.1 – Géométrie du problème étudié. La forme initiale de la goutte est une demi-sphère d'interface S_I . Les parois du substrat S_{C1} et S_{C2} sont transparentes. $a = \frac{R}{\omega_0}$ représente le rapport entre rayon de la goutte R et rayon du faisceau au col ω_0 .

chapitre 3 (voir eq. (3.37)) en considérant $Bo \sim 0$.

Il faut noter que le point triple de la goutte ($r = a, z = 0$) reste immobile lors de la déformation en accord avec la condition de vitesse nulle imposée sur le substrat solide.

La direction de propagation du faisceau est choisie pour les deux cas de déformation, du milieu le moins réfringent vers le plus réfringent, de manière

à éviter la réflexion totale qui n'est pas étudiée ici. Ainsi dans le cas d'une déformation dirigée vers l'extérieur de la goutte ($N_m < N_g$), le faisceau se propage verticalement du milieu vers la goutte et cette dernière subit un étirement. Dans le cas inverse, où la goutte se déforme vers l'intérieur ($N_g < N_m$), le faisceau se propage verticalement de la goutte vers le milieu environnant, et celle-ci est comprimée.

6.2 Etirement de la goutte

Nous étudions le cas où l'indice optique de la goutte $N_g = 1.43$ est supérieur à celui du milieu environnant $N_m = 1.33$.

6.2.1 Formes des gouttes à l'équilibre

Sur la figure (6.2) nous avons représenté la déformation d'une goutte de rayon $a = 0.5$ (2 fois petite que le col du faisceau) par un faisceau incident depuis le milieu le moins réfringent (haut) pour différents rapports de pression ξ . On voit que la goutte passe progressivement d'une forme sphérique à une forme en cône aux plus fortes valeurs de ξ ($\xi \sim 500$), où la pente locale de l'interface devient progressivement constante.

En effet, lorsque l'on augmente la pression de radiation, la goutte se met en mouvement et sa courbure augmente jusqu'à atteindre une valeur lui permettant l'équilibre avec le saut de contrainte électromagnétique imposée sur l'interface. Arrivée à un certain stade, la hauteur sur l'axe de l'interface ne varie plus et l'interface adopte sur son axe une forme de plus en plus pointue pour maximiser sa courbure. Le volume fini de la goutte est ici déterminant dans l'obtention de ces formes. En effet, cette contrainte empêche la hauteur de l'interface de croître indéfiniment conduisant à une adaptation de la forme d'équilibre uniquement via la courbure. On voit ainsi qu'à $\xi = 500$, la forme de l'interface évoque clairement un cône. Au delà de la valeur limite de $\xi = 500$ pour $a = 0.5$ nous avons observé une instabilité de l'interface qui aboutit à un jet. De ce fait, les formes en cônes présentées par la suite seront celles obtenues juste avant l'instabilité et la formation d'un jet. Ce point sera discuté plus en détail dans la suite.

Compte tenu de cette observation il semble essentiel d'étudier si cette forme conique peut être généralisée à des gouttes de tailles différentes (le critère géométrique approprié devant être précisé).

Sur la figure (6.3) (respectivement (6.4)) nous avons reporté la déformation d'une goutte de rayon $a = 1$ (respectivement $a = 2$) pour plusieurs valeurs de

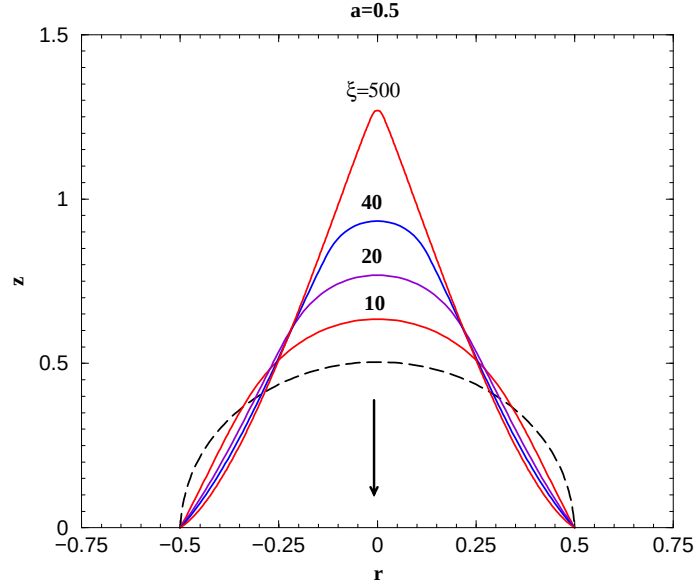


FIG. 6.2 – Equilibre d'une goutte de rayon $a=0.5$ à différents rapports de pression ξ . La flèche montre le sens de la propagation du faisceau.

ξ . Nous voyons que la hauteur de la goutte augmente progressivement avec ξ . Pour une valeur du rapport de pression $\xi = 100$ (respectivement $\xi = 24$), on voit que la forme de l'interface devient conique, de manière tout à fait semblable à celle observée pour $a = 0.5$, l'angle au sommet du cône étant visiblement plus faible. Il est donc à priori possible de former des cônes à partir d'une goutte liquide quelque soit son volume dès lors que la condition de volume fini est imposée. Il faut insister sur le fait que l'ancrage de la ligne triple (liquide-liquide-solide) joue un rôle déterminant dans la forme de cône observée à grand ξ .

Un résultat important concerne la dépendance du rapport de pression vis à vis du rayon de la goutte permettant d'atteindre une forme conique. En effet, pour $a = 0.5$ cette valeur seuil vaut $\xi = 500$ et passe à $\xi = 100$ pour $a = 1$ puis à $\xi = 24$ pour $a = 2$. Ceci peut s'expliquer simplement par le fait que pour des gouttes de grandes tailles ($a = 2$ par exemple), la zone illuminée par le faisceau laser ($-1 \lesssim r \lesssim 1$) est à des pentes locales faibles (donc offrant des angles d'incidences faibles). Ces pentes sont ainsi plus faibles que pour des gouttes de petites tailles ($a = 0.5$). De ce fait la pression de radiation a des effets localement plus importants sur des gouttes de grandes tailles. Sur la figure (6.5) nous avons synthétisé les résultats de hauteur de l'interface renormalisée par le rayon de la goutte en fonction de ξ pour différentes

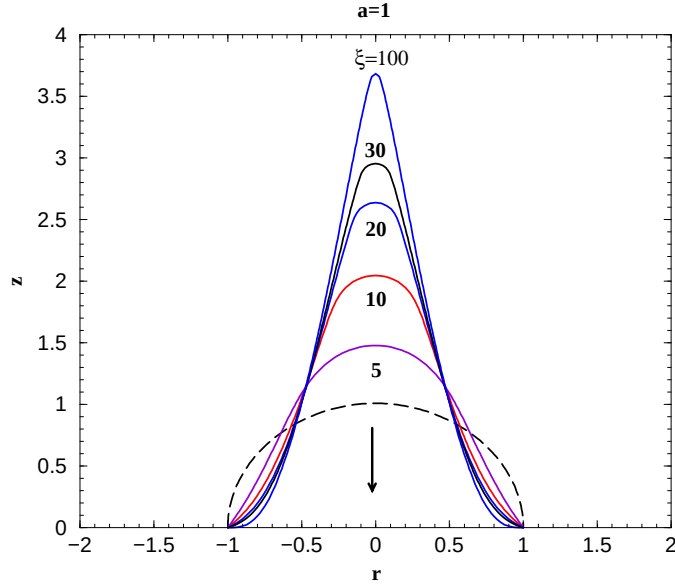


FIG. 6.3 – Equilibre d'une goutte de rayon $a=1$ à différents rapports de pression ξ . La flèche montre le sens de la propagation du faisceau.

valeurs de a .

La hauteur croît avec ξ en présentant une forme en "S" caractéristique de la déformation des interfaces avec propagation du faisceau laser depuis le milieu le moins réfringent. Nous pouvons noter également que lorsque l'on augmente la taille de la goutte a , les effets de la pression de radiation sont comparativement plus importants. On peut cependant observer que ces effets s'estompent aux grands rayons de gouttes. En effet, lorsque la goutte atteint une taille suffisamment grande, les pentes locales de la zone illuminée ne varient plus de manière significative et la pression de radiation a alors le même effet sur la goutte indépendamment de sa taille.

Sur la figure (6.6), nous avons reporté quelques profils de cônes formés à partir de gouttes liquides de rayon initial variable.

Cette figure semble indiquer que l'angle au sommet du cône dépend fortement du rayon initial de la goutte et qu'il décroît avec a . De manière plus précise, nous avons choisi d'identifier le demi-angle au sommet du cône à partir de l'analyse de la pente locale de l'interface.

Comme le montre la figure (6.7) la quantité $90^\circ - |\arctan(z')|$ présent un minimum sous forme de plateau que l'on peut raisonnablement définir comme le demi-angle du cône. On voit qu'il est ainsi possible de définir cette quantité quelque soit le rayon a de la goutte.

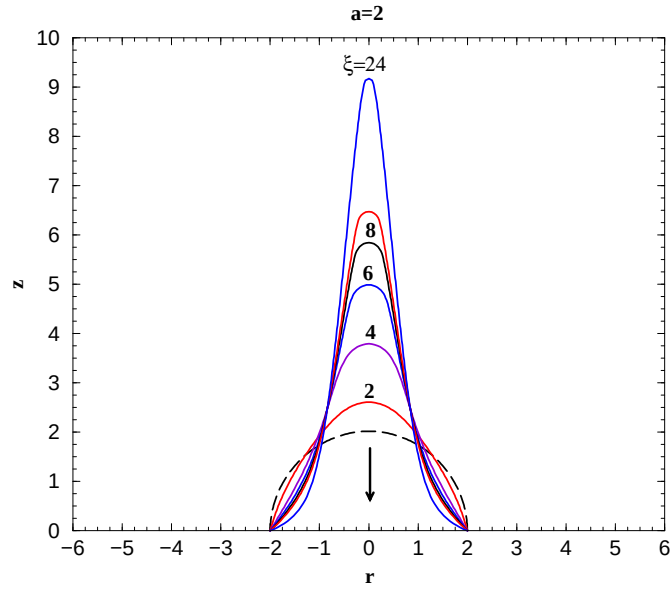


FIG. 6.4 – Equilibre d'une goutte de rayon $a=2$ à différents rapports de pression ξ . La flèche montre le sens de la propagation du faisceau.

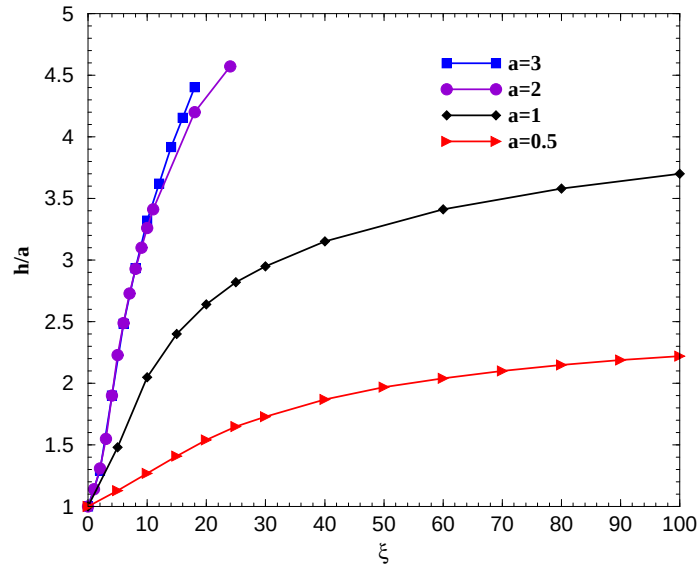


FIG. 6.5 – Evolution de la hauteur h de la goutte réduite par le rayon a en fonction de ξ pour différents rayons de goutte.

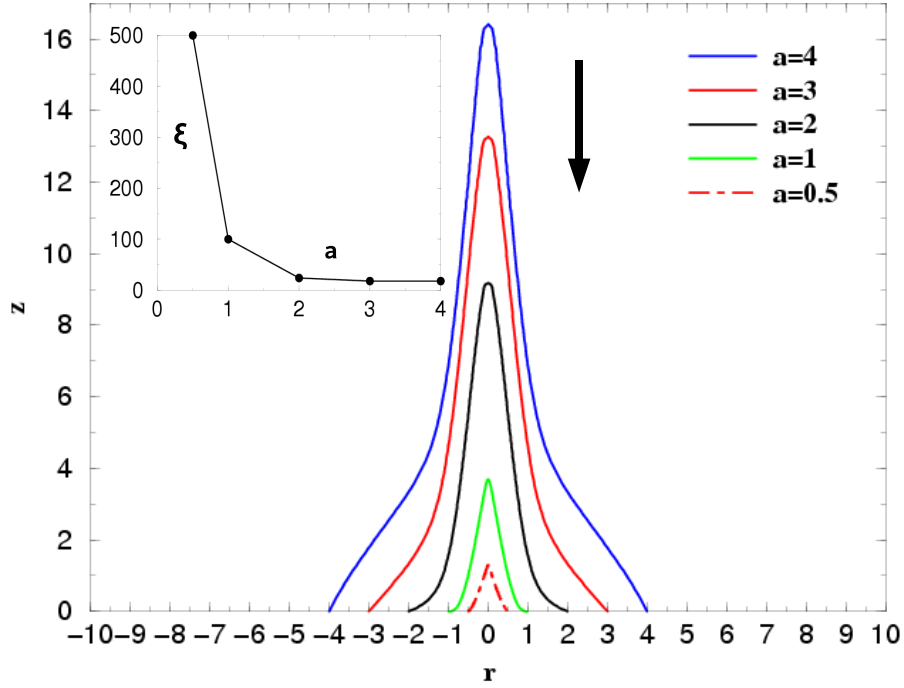


FIG. 6.6 – Formation de cônes de Taylor à partir de gouttes de différents rayons. Les profils sont montrés au seuil de l'instabilité. L'encart montre le rapport de pression $\xi = f(a)$ associé aux formes d'interface présentées sur la figure. La flèche montre le sens de la propagation du faisceau.

Compte tenu de ce critère de détermination, nous avons reporté sur la figure (6.8) la variation du demi-angle au sommet du cône en fonction du rayon de la goutte a . Le demi-angle est décroissant avec a et présente deux comportements asymptotique (aux grands et petits rayons). En effet, quand le rayon de la goutte est plus grand que le rayon du faisceau, la pression de radiation induit un grand rapport de forme h/a et donc un demi-angle au sommet plus petit que pour des gouttes de rayon comparable ou inférieur à ω_0 . Dans l'autre cas, l'extension de l'intensité du faisceau est beaucoup plus grande que la goutte, et celle-ci se comporte comme si l'excitation optique était d'extension infinie.

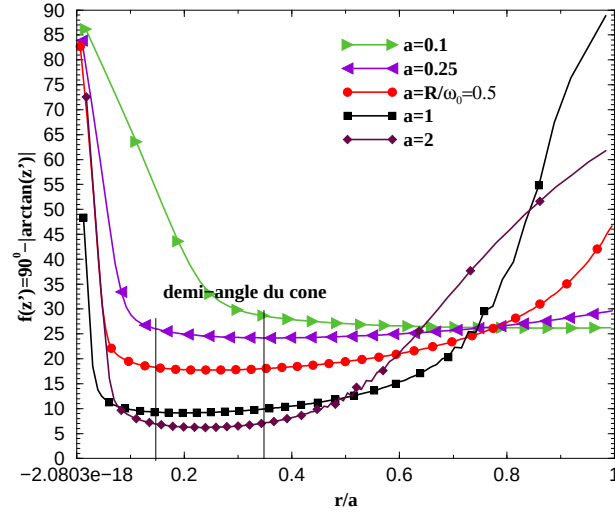


FIG. 6.7 – Détermination du demi-angle au sommet du cône en fonction de la pente locale z' pour différents rayons de goutte. La fonction $f(z')$ est calculée sur les profils d'interface à l'équilibre à la limite de l'instabilité.

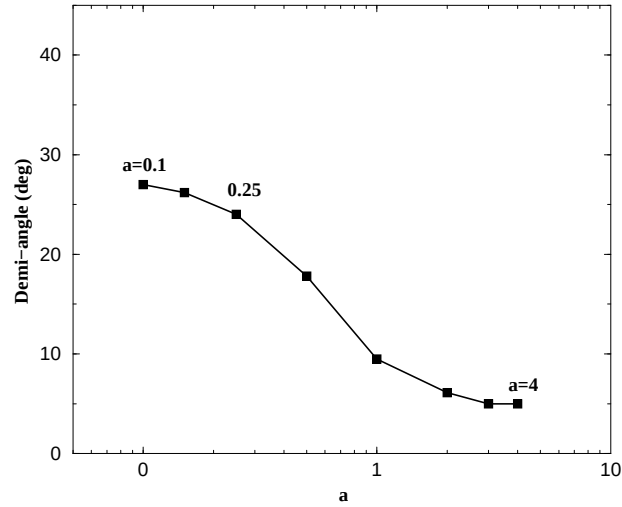


FIG. 6.8 – Evolution du demi-angle au sommet du cône en fonction du rayon de la goutte.

6.2.2 Instabilité des gouttes et formation du jet

Comme évoqué précédemment, lorsqu'une goutte liquide est soumise à une pression de radiation supérieure à la valeur seuil permettant d'obtenir

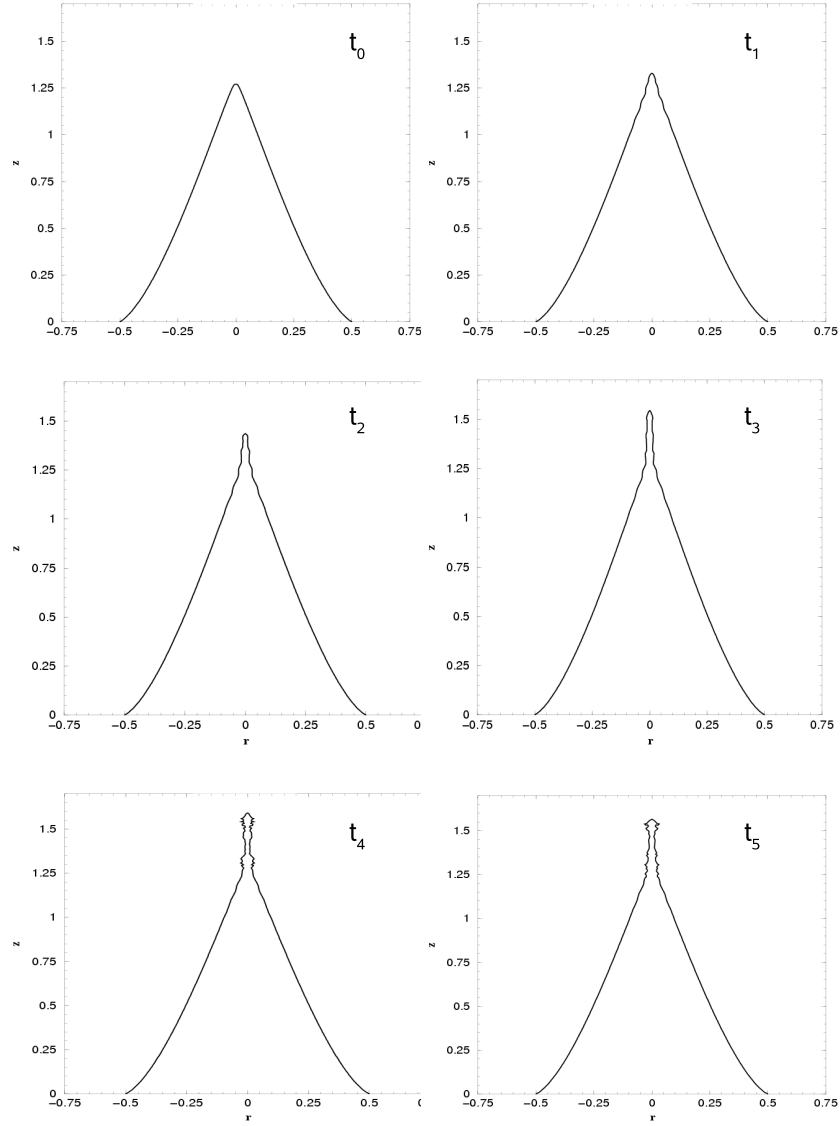


FIG. 6.9 – Vers l’ormation d’un jet à partir d’un cône de Taylor de rayon initial $a = 0.5$. L’image en haut à gauche montre un cône stable à $\xi = 500$ à l’instant t_0 . Les autres images montrent l’instabilité du cône pour $\xi = 700$ à différents instants t . Le pas de temps sans dimension entre deux images est $\Delta t = 0.02$.

un cône, l’interface devient instable et un long filament est éjecté au sommet de celle-ci.

Ce phénomène est bien connu des électro-hydrodynamiciens [Taylor 64; Oddershede 00; Reznik 04] qui ont étudié la déformation de gouttes liquides par champs électriques.

Afin de tester la possibilité de reproduire ce mécanisme, nous avons effectué des simulations numériques avec des valeurs de ξ supérieures à la valeur seuil d'obtention du cône. Sur la figure (6.9), le démarrage d'une instabilité de jet formée à partir d'une goutte de rayon $a = 0.5$ est illustrée. En fait la première forme représentée (en haut à gauche) montre un cône stable à un rapport de pression de $\xi = 500$.

Lorsqu'on augmente ξ jusqu'à 700, l'interface devient instable et forme un jet au sommet du cône, tel que représenté à différents instants sur les autres images de la figure (6.9). Dans le but de s'assurer que le jet représenté ici n'est pas un artefact numérique, un raffinement en pas de temps et en maillage a été effectué sans montrer de différences significatives sur les résultats. Il faut cependant préciser que des effets inertiels pourraient être présents lors de la formation du jet, or ces effets ne sont actuellement pas pris en compte dans la résolution numérique et mériteraient d'être précisés. Toutefois, une comparaison qualitative peut être établie avec les observations expérimentales de Zhang & Chang [Zhang 88] concernant la formation du jet à partir d'une goutte d'eau.

En effet, les images de la figure (2.6)(b) obtenues à une intensité du faisceau laser de $200mJ$ montrent que la face arrière de la goutte adopte bien une forme conique avec éjection d'un filament semblable à celui reproduit par nos simulations. Nous nous gardons cependant de conclure à une comparaison plus étroite compte tenu que la configuration de l'expérience et celle utilisée dans nos simulations sont assez différentes. Ces premiers résultats sont encourageants car ils montrent notamment qu'une forte illumination d'une goutte conjuguée à un effet de volume fini peut conduire à un type d'instabilité de jet différent de celui faisant intervenir la réflexion totale.

Ceci pourrait s'expliquer par le fait que la courbure ayant atteint sa valeur maximale à cause des contraintes de volume fini sur la goutte, l'interface subirait un excès de pression de radiation empêchant tout état d'équilibre ultérieur et conduisant à la brisure de celle-ci avec une éjection de matière. D'autres valeurs de rayons de gouttes ($a = 0.2$) et ($a = 2$) ont été étudiées conduisant à des résultats semblables. Une investigation plus poussée étayée par des comparaisons avec des résultats expérimentaux permettrait d'approfondir l'explication de ce mécanisme ainsi que les seuils conduisant à l'instabilité du jet.

6.3 Compression de la goutte

Dans la section précédente, nous avons étudié la déformation d'une goutte d'indice optique N_g immergée dans un milieu fluide environnant d'indice N_m tel que $N_g > N_m$ conduisant à une déformation vers l'extérieur de la goutte i.e. à son étirement.

Dans cette section, les indices des milieux sont inversés et sont tels que $N_g = 1.33 < N_m = 1.43$ ce qui permet d'étudier la déformation d'une goutte vers l'intérieur i.e. sa compression.

Sur la figure (6.10) nous avons représenté les profils d'interface d'une goutte de rayon $a = 3$ à l'équilibre pour différents rapports de pression ξ .

Comme attendu, la goutte se déforme d'autant plus que la pression de radia-

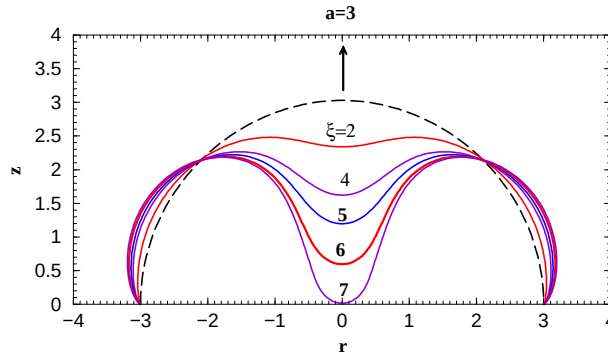


FIG. 6.10 – Compression d'une goutte de rayon $a=3$ à différents rapports de pression ξ . La flèche montre le sens de la propagation du faisceau.

tion optique est importante. Là encore la condition de volume fini lui confère une forme bien particulière. Nous retrouvons sur l'axe la forme en cloche caractéristique de la distribution de nature gaussienne du faisceau alors que sur les bords, le profil s'éloigne de la ligne triple vers l'extérieur afin de satisfaire la conservation du volume. La goutte est alors déformée par la pression de radiation jusqu'à atteindre la frontière du substrat où l'arrêt du mouvement est contraint par la proximité de la paroi solide.

Pour des rayons de goutte $a = 2$ et $a = 1$ (figures (6.11) et (6.12)), on observe que la forme adoptée par la goutte est sensiblement la même que celle adoptée pour $a = 3$, la déformation au voisinage de la ligne triple étant plus importante lorsque a est plus faible.

Sur la figure (6.13) nous avons rassemblé les résultats de hauteur axiale de l'interface ($r = 0$) en fonction du rapport de pressions ξ pour différents rayons de goutte.

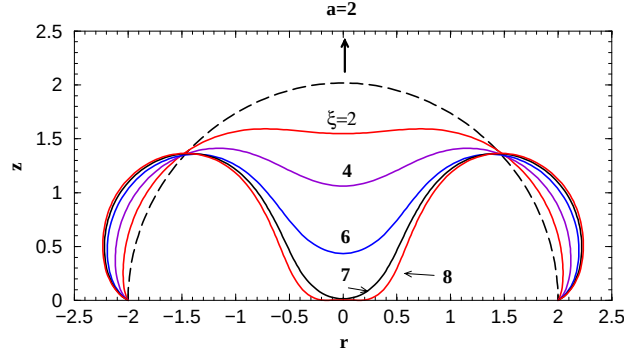


FIG. 6.11 – Compression d’une goutte de rayon $a = 2$ à différents rapports de pression ξ . La flèche montre le sens de la propagation du faisceau.

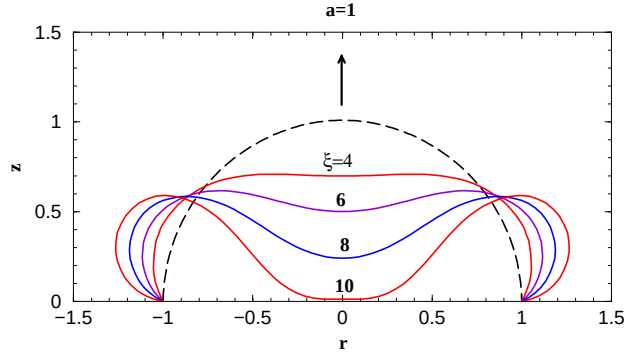


FIG. 6.12 – Compression d’une goutte de rayon $a = 1$ à différents rapports de pression ξ . La flèche montre le sens de la propagation du faisceau.

Les évolutions de $h(\xi)$ sont quasiment superposées pour $a > 2$. Ceci s’explique par analogie avec le cas de déformation de gouttes vers l’extérieur, par le fait qu’à partir d’un certain rayon de goutte, les effets de la pression de radiation sur l’interface sont identiques du fait des faibles angles d’incidence du faisceau sur la zone illuminée ($-1 \lesssim r \lesssim 1$). En revanche, nous pouvons voir que pour $a = 1$, un plus grand rapport de pressions ξ est nécessaire pour une même amplitude des déformations. Ceci s’explique par le fait que la zone illuminée par le faisceau laser est plus courbée que pour $a = 2$ ou $a = 3$, ce qui induit de plus grands angles d’incidence et une moindre efficacité du faisceau à déformer la goutte. Les cas $a < 1$ n’ont pas été étudiés ici car dès que la goutte adopte une forme débordant sur les bords, le phénomène de réflexion totale apparaît dans la zone de la goutte où $r > a$, induisant des

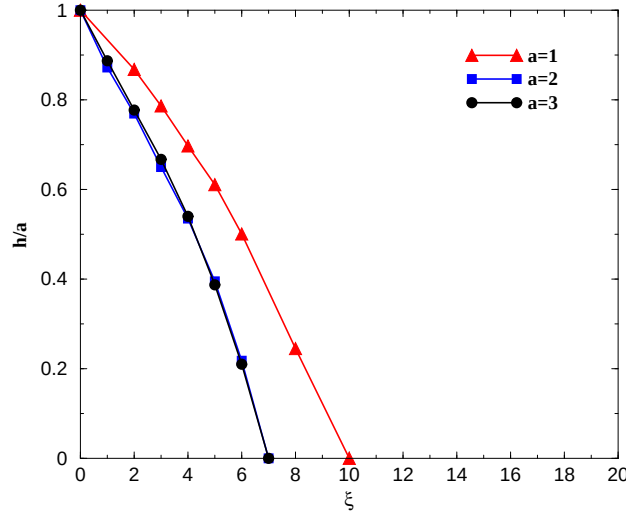


FIG. 6.13 – Evolution de la hauteur de l'interface en fonction de ξ pour différents rayons de goutte.

phénomènes de réflexion-transmission non négligeables qui n'ont pas encore été étudiés ici. On s'attend cependant à un comportement similaire à celui observé pour $a \geq 1$ si ce n'est que les rapports de pression devraient être encore plus importants pour déformer les gouttes.

6.4 Bilan

Dans ce chapitre, nous avons appliqué notre modèle physique et notre outil de simulation numérique d'opto-hydrodynamique à la déformation de gouttes liquides posées sur un substrat plan afin d'étudier les effets de la pression de radiation optique sur des systèmes de petit volume. Nous avons alors étudié deux cas de déformation.

Dans le premier cas, les gouttes ont un indice optique supérieur à celui du milieu environnant, ce qui implique que le faisceau laser induit un étirement des gouttes. Nous avons ainsi observé qu'à forte pression de radiation, les gouttes adoptent des formes coniques observées par ailleurs dans des expériences d'électro-hydrodynamique. Dans notre cas, nous avons montré qu'il était possible d'obtenir ces formes en cônes pour tout rayon de goutte, dès lors que la puissance optique délivrée est suffisante. Nous avons alors mis en évidence la dépendance de l'angle du cône avec le rayon de la goutte mon-

trant deux régimes asymptotiques pour les grands et petits rayons. Enfin, dans le cas d'étirements des gouttes, nous avons montré qu'en augmentant la pression de radiation au delà du seuil d'obtention du cône, une instabilité de jet pouvait être créée.

Dans le second type de déformations, nous avons supposé que la goutte avait un indice optique inférieur à celui du milieu environnant. Dans ce cas, le faisceau laser a pour effet de comprimer la goutte à mesure que l'on augmente la pression de radiation jusqu'à ce que cette dernière atteigne la paroi du substrat. Nous avons montré qu'il n'y avait pas de différences significatives sur les formes adoptées par l'interface pour plusieurs rayons de gouttes si ce n'est qu'il faut une pression de radiation moins importante pour déformer des gouttes de rayon plus grand. Ceci étant due à des effets capillaires moins importants sur la zone de la goutte qui est illuminée.

Cette étude a montré de nombreux aspects très intéressants sur les interactions entre pression de radiation optique et force capillaire qui est particulièrement importante dans les gouttes liquides.

Chapitre 7

Conclusions et perspectives

Dans ce travail, nous avons utilisé la méthode des éléments de frontière afin d'étudier la déformation d'une interface liquide-liquide par la pression de radiation optique issue d'une onde laser continue. Cette discipline nouvelle dans la physique que l'on appelle *opto-hydrodynamique* présente de nombreuses applications prometteuses en microfluidique ou encore dans la mesure rapide et sans contact de propriétés physiques de liquides ou de systèmes biologiques. Bien que les premières expériences en opto-hydrodynamique datent des années 70, peu d'études théoriques ou numériques ont été accomplies dans ce domaine, restreintes pour la plupart à des cas où l'interface est faiblement déformée. L'objectif principal de cette thèse était donc d'étudier la dynamique et l'équilibre d'interfaces liquide-liquide soumises à la pression de radiation optique dans le cas des grandes déformations, en comparant nos prédictions numériques aux résultats expérimentaux rapportés par A. Casner et J.P. Delville.

Nous avons tout d'abord présenté dans le chapitre 2 un état de l'art en opto-hydrodynamique, les expériences fondatrices, les différents axes d'applications, les études théoriques et numériques ainsi que l'analogie possible entre cette discipline et l'électro-hydrodynamique ou la déformation d'interfaces liquides par ondes acoustiques.

Ensuite, nous avons présenté dans le chapitre 3, le modèle physique en détaillant les équations adimensionnelles du problème lui donnant ainsi un caractère universel.

Nous avons présenté dans le chapitre 4, la méthode des éléments de frontière en détaillant la formulation intégrale du problème sous forme continue puis discrète en précisant l'algorithme de résolution utilisé.

Dans le chapitre 5, nous avons commencé par comparer les profils d'interfaces à l'équilibre pour les régimes linéaires et non-linéaires de déformation lorsque la seule force induite par le faisceau de lumière est la pression de radiation

optique. Nous avons alors observé un bon accord entre théorie, expériences et résultats numériques montrant que le modèle physique choisi était pertinent pour restituer les formes et hauteurs des interfaces dans les régimes linéaires et faiblement non-linéaires. Une étude de l'effet de la gravité a alors été menée montrant son rôle sur la forme de l'interface et sur les valeurs du rapport de pression de transition entre régime linéaire et non-linéaire. L'influence du sens de la propagation du faisceau laser a été étudiée montrant que la brisure de symétrie des déformations selon le sens de propagation pouvait être reproduite qualitativement par nos simulations numériques. Cependant, les formes en têtes observées à fort rapport de pressions lorsque le faisceau se propage depuis milieu le moins réfringent n'ont pas pu être restituées suggérant des phénomènes non pris en compte dans le modèle physique. Cette observation a été corroborée par une étude des profils expérimentaux d'interfaces en formes de têtes. Nous avons alors supposé que la prise en compte d'une force supplémentaire dont l'origine physique est la diffusion de la lumière sur les fluctuations de densité présentes à l'intérieur des phases liquides était nécessaire. L'introduction de cette force dans notre modèle et outil numérique a montré qu'elle pouvait restituer les formes d'interfaces observées lorsque le système est au voisinage proche du point critique, et ce pour les deux sens de propagation du faisceau. Cependant, les premiers calculs n'ont pas encore mis en évidence son rôle dans la formation des têtes.

Ensuite, afin de mieux comprendre la forme des écoulements liés au mouvement de l'interface et à la présence de la force diffusive dans les phases, nous avons observé les lignes de courants pour les deux sens de propagation du faisceau mettant en évidence les tourbillons au sein des phases qui agissent sur la forme de l'interface.

Enfin, nous avons étudié la dynamique de l'interface, montrant un bon accord entre résultats numériques, expérimentaux et théorie à 1-fluide dans le cas du régime linéaire et montré les limites du modèle à 1-fluide à prédire la dynamique de l'interface dans le régime non-linéaire où les résultats numériques et expérimentaux restent en très bon accord. Une étude paramétrique sur le rapport de viscosité a également été menée afin de mettre en évidence son rôle dans la dynamique de l'interface en régime non-linéaire. Cette étude a montré que la courbure de l'interface atteignait plus rapidement l'état stationnaire lorsque le fluide qui se déplaçait en direction de l'interface était le plus visqueux. Nous avons finalement conclu ce chapitre sur la déformation d'interfaces liquide-liquide par faisceau laser par une étude des effets de parois sur la forme et la déformation de l'interface.

Dans le chapitre 6, nous avons appliqué notre modèle physique d'opto-hydrodynamique à la déformation de gouttes liquides posées sur un substrat afin d'étudier les effets de la pression de radiation optique sur des systèmes de volume fini.

Nous avons alors étudié deux cas de déformation.

Le premier suppose que la goutte a un indice optique supérieur à celui du milieu environnant, ce qui implique que le faisceau laser induit un étirement des gouttes. Nous avons ainsi observé qu'à forte pression de radiation, les gouttes adoptaient des formes coniques observées par ailleurs dans des expériences d'électro-hydrodynamique. Dans notre cas, nous avons montré qu'il était possible d'obtenir ces formes en cônes pour tout rayon de goutte, et pour une puissance optique suffisante. Nous avons alors mis en évidence que la dépendance du demi-angle du cône en fonction du rayon de la goutte était caractérisée par deux régimes asymptotiques (pour les grands et petits rayons). Enfin, dans le cas d'étirements des gouttes, nous avons montré qu'en augmentant la pression de radiation au delà du seuil d'apparition du cône, on pouvait créer une instabilité de jet.

Dans le second type de déformations, où la goutte a un indice optique inférieur à celui du milieu environnant, le faisceau laser a pour effet de comprimer la goutte à mesure que l'on augmente la pression de radiation jusqu'à ce que cette dernière atteigne la paroi du substrat. Nous avons montré qu'il n'y avait pas de différences significatives sur les formes adoptées par l'interface pour plusieurs rayons de gouttes si ce n'est qu'il fallait une pression de radiation moins importante pour déformer à même amplitude des gouttes de rayon plus grand. Cette étude a ainsi montré des aspects intéressants sur les interactions entre la pression de radiation optique et la force capillaire qui est particulièrement importante dans les gouttes liquides.

De nombreux développements futurs à ce travail sont envisageables : du point de vue expérimental, il serait utile de mesurer avec précisions les indices optiques des phases afin de pouvoir faire des comparaisons plus quantitatives avec les prédictions numériques. Une étude plus détaillée des effets de la force diffusive sur la forme de l'interface en relation avec les valeurs des coefficients σ_j ($j = 1, 2$) doit être menée avec un réflexion sur une expression alternative de cette force.

Ensuite, la prise en compte du couplage entre la propagation du faisceau et la forme de l'interface (i.e. des multiréflexions du faisceau laser lorsque la condition de réflexion totale est atteinte) nous permettrait d'étudier la déstabilisation de l'interface au delà du seuil de réflexion totale afin de modéliser éventuellement l'instabilité du jet.

Enfin, il faudrait envisager de compléter la formulation intégrale afin de pouvoir modéliser des écoulements fortement instationnaires (terme en $\frac{d\mathbf{u}}{dt}$ non négligeable) ou inertiels (terme $\mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u}$) et d'étendre notre étude à la déformation d'interfaces par ondes acoustiques dans le but d'élaborer une "phénoménologie" de la pression de radiation d'un point de vue multiphysique. Ceci reviendrait à établir quels sont effets de la pression de radiation qui

sont communs à toutes les ondes, et quels sont ceux qui sont spécifiques aux ondes électromagnétiques, aux ondes mécaniques, au caractère transverse ou longitudinal des ondes.. Cela nous permettrait de mieux appréhender la physique sous-jacente à l'opto-hydrodynamique et de manière général à toute discipline mettant en jeu un couplage onde/interface.

Annexe A

Nomenclature

Cette nomenclature concerne essentiellement les variables physiques. Les variables numériques étant très nombreuses et n'apparaissant que dans le chapitre 4, elles n'ont pas été détaillées.

$\mathbf{e}_r$	Vecteur de référence radial
$\mathbf{e}_z$	Vecteur de référence vertical
$\mathbf{e}_\alpha$	Vecteur de référence azimuthal
r	Coordonnée radiale
z	Coordonnée verticale
α	Coordonnée azimuthale(<i>deg</i>)
$\mathbf{x}$	Vecteur position
$\mathbf{D}$	Tenseur des déformations
$\mathbf{T}^{\text{hyd}}$	Tenseur des contraintes hydrodynamiques
$\mathbf{T}^{\text{em}}$	Tenseur des contraintes électromagnétiques
$\mathbf{n}$	Normale unitaire
$\mathbf{f}_{\text{em}}$	Force électromagnétique
$\mathbf{f}_{\text{ab}}$	Force d'Abraham
$\mathbf{f}_{\text{D}}$	Force diffusive
$\mathbf{E}$	champ électrique
$\mathbf{H}$	champ magnétique
N_i	Indice optique du fluid i
$\mathbf{u}$	Vitesse (<i>m/s</i>)
p	Pression (<i>Pa</i>)
q	Pseudo-pression (<i>Pa</i>)
T	Température du système(<i>K</i>)
T_I	Accroissement de température du à l'absorption(<i>K</i>)
T_C	Température critique (<i>K</i>)
u^*	Vitesse de référence (<i>m/s</i>)
p^*	Pression de référence (<i>Pa</i>)

τ^*	Temps caractéristique (s)
Bo	Nombre de Bond optique
I	Intensité du faisceau (J/m^2s)
c	vitesse de la lumière dans le vide (m/s)
P	Puissance du faisceau (W)
g	Intensité de la gravité (m/s^2)
a	Rayon des gouttes
H	Hauteur du domaine de calcul
h	Hauteur du point axial de l'interface
t	Temps
Δt	Pas de temps
<i>Lettres grecques</i>	
ϵ	Permittivité électrique relative
ϵ_0	Permittivité électrique du vide
ϕ	Concentration en micelles
ϕ_0	Concentration initiale en micelles du mélange
$\Delta\phi_c$	Paramètre d'ordre des microémulsions
γ	Tension interfaciale (N/m)
μ_i	Viscosité du fluide i (Pas)
μ_0	Viscosité initiale du mélange i (Pas)
ρ_i	Densité du fluide i (kg/m^3)
ω_0	Rayon du faisceau au col (radius) (m)
θ_i	Angle d'incidence (deg)
θ_t	Angle de transmission (deg)
κ	Courbure de l'interface
ψ^{-+}	Coefficient de transmission en énergie de Fresnel (du milieu le moins au plus réfringent)
ψ^{+-}	Coefficient de transmission en énergie de Fresnel (du milieu le plus au moins réfringent)
ξ	Rapport de la pression de radiation optique à la pression de Laplace
λ	Rapport de viscosité
λ_L	Longueur d'onde du faisceau laser (A)
σ_i	Coefficient d'intensité de la force diffusive dans la phase i
α_{th}	Absorption thermique (cm^{-1})
Λ_{th}	Conductivité thermique ($Wcm^{-1}K^{-1}$)
β	Rayon du domaine de calcul
<i>Abréviations</i>	
Num	: Numerique
Exp	: Experimentale
Lin	: Lineaire

Annexe B

Ecriture de la condition à l'interface entre les deux fluides

L'objectif ici est d'écrire le saut de contraintes appliquées sur une interface fluide-fluide soumises à la pression de radiation optique d'une onde laser continue.

Nous considérons l'équation de quantité de mouvement sous l'approximation de Stokes avec les forces électromagnétiques :

$$\mathbf{0} = -\nabla \cdot \mathbf{T}' + \frac{1}{2} \nabla (\rho E^2 \frac{\partial \epsilon}{\partial \rho}) - \frac{1}{2} E^2 \nabla \epsilon + \rho \mathbf{g} \quad (\text{B.1})$$

avec :

$$\mathbf{T}' = -p\mathbf{I} + \mu(\nabla \mathbf{u} + \nabla^t \mathbf{u}) \quad (\text{B.2})$$

le tenseur des contraintes classique pour un fluide Newtonien.

Pour commencer, on reformule les deux forces électromagnétiques de l'équation (B.1), la première représentant la partie électrostrictive alors que la seconde représente la pression de radiation.

Cette dernière force peut s'écrire comme la divergence du tenseur de Maxwell $\mathbf{T}^{\text{MA}}$ [Landau 60].

$$\mathbf{T}^{\text{MA}} = \epsilon \mathbf{E} \mathbf{E} - \frac{1}{2} \epsilon E^2 \mathbf{I} \quad (\text{B.3})$$

En effet, on a :

$$\nabla \cdot \mathbf{T}^{\text{MA}} = \nabla \cdot (\epsilon \mathbf{E}) \mathbf{E} + \epsilon \mathbf{E} \cdot \nabla \mathbf{E} - \frac{1}{2} \nabla (\epsilon E^2) \quad (\text{B.4})$$

Comme $\nabla \cdot (\epsilon \mathbf{E}) = 0$, on peut récrire (B.4) comme étant :

$$\nabla \cdot \mathbf{T}^{\mathbf{MA}} = \epsilon \mathbf{E} \cdot \nabla \mathbf{E} - \frac{1}{2} E^2 \nabla(\epsilon) - \epsilon \mathbf{E} \cdot \nabla \mathbf{E} \quad (\text{B.5})$$

Ce qui mène finalement à :

$$\nabla \cdot \mathbf{T}^{\mathbf{MA}} = -\frac{1}{2} E^2 \nabla(\epsilon) \quad (\text{B.6})$$

Notons que cette force est nulle en volume si les fluides sont homogènes.

Ainsi, le bilan de quantité de mouvement (B.1) peut s'écrire :

$$\mathbf{0} = \nabla \cdot \mathbf{T} + \rho \mathbf{g} \quad (\text{B.7})$$

où $\mathbf{T}$ s'écrit :

$$\mathbf{T} = \mathbf{T}' + \mathbf{T}^{\mathbf{MA}} + \frac{1}{2} (\rho E^2 \frac{\partial \epsilon}{\partial \rho}) \mathbf{I} \quad (\text{B.8})$$

ou encore :

$$\mathbf{T} = -p \mathbf{I} + \mu (\nabla \mathbf{u} + \nabla^t \mathbf{u}) + \epsilon \mathbf{E} \mathbf{E} - \frac{1}{2} E^2 (\epsilon - \rho \frac{\partial \epsilon}{\partial \rho}) \mathbf{I} \quad (\text{B.9})$$

L'objectif est maintenant de déterminer la condition à la limite sur l'interface entre les deux milieux.

On considère un domaine Ω formé par un cylindre d'épaisseur δ qui traverse l'interface entre les phases 1 et 2 comme indiqué sur la figure (B.1) :

On intègre alors (B.7) sur Ω et on obtient en utilisant le théorème de la divergence :

$$\mathbf{0} = \int_{\partial \Omega} \mathbf{n} \cdot \mathbf{T} dA + \int_{\Omega} \rho \mathbf{g} dV \quad (\text{B.10})$$

Le second terme de l'équation (B.10) peut s'écrire :

$$\int_{\Omega} \rho \mathbf{g} dV = \int_{\sigma} (\int_{\gamma} \rho \mathbf{g} dl) dS \quad (\text{B.11})$$

En posant :

$$\Gamma = \int_{\delta} \rho dl \quad (\text{B.12})$$

qui représente la masse par unité de surface de l'interface de tel sorte que (B.11) peut être exprimée comme :

$$\int_{\Omega} \rho \mathbf{g} dV = \int_{\sigma} \Gamma \rho dS \quad (\text{B.13})$$

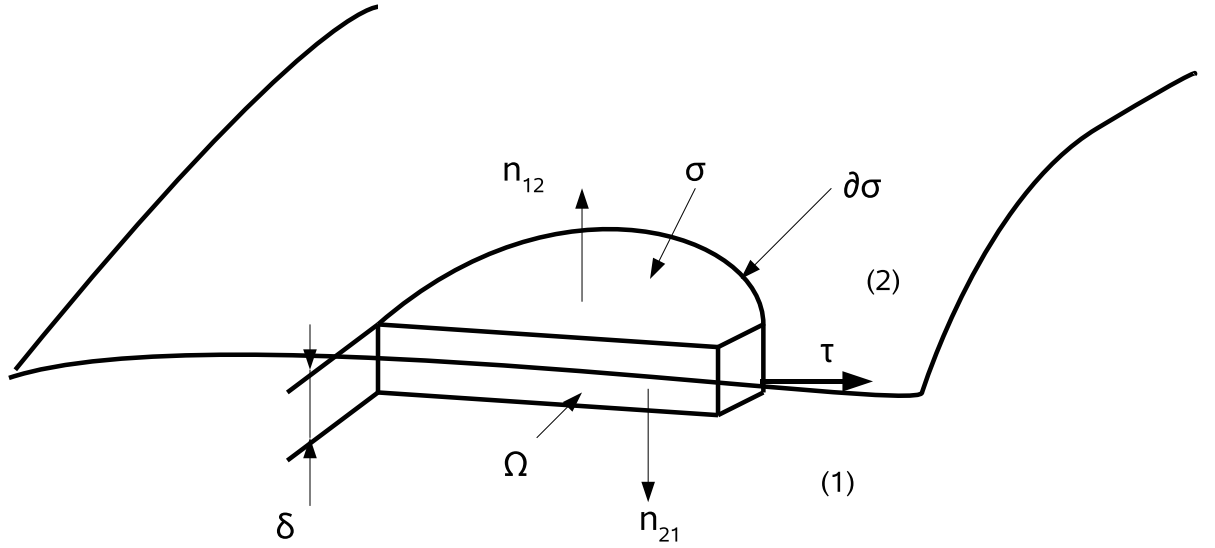


FIG. B.1 – Volume élémentaire d'intégration

Le premier terme de l'équation (B.10) peut s'écrire aussi :

$$\int_{\partial\Omega} \mathbf{n} \cdot \mathbf{T} dA = \int_{\sigma} [\mathbf{n} \cdot \mathbf{T}] dS + \int_{\partial\sigma} \left(\int_{\delta} \tau \cdot \mathbf{T} dl \right) dl \quad (\text{B.14})$$

Dans l'équation (B.14) le terme $\int_{\sigma} [\mathbf{n} \cdot \mathbf{T}] dS$ représente les deux termes $\int_{\sigma} \mathbf{n}_{12} \cdot \mathbf{T}_2 dS$ et $\int_{\sigma} \mathbf{n}_{21} \cdot \mathbf{T}_1 dS$. C'est l'intégrale sur l'une des faces du disque du saut de $\mathbf{n} \cdot \mathbf{T}$ lorsque $\delta \rightarrow 0$.

Le tenseur des contraintes $\mathbf{S}$ sur l'interface peut être identifié comme étant :

$$\int_{\delta} \tau \cdot \mathbf{T} dl = \tau \cdot \mathbf{S} \quad (\text{B.15})$$

De ce fait, l'équation (B.10) devient :

$$\mathbf{0} = \int_{\sigma} [\mathbf{n} \cdot \mathbf{T}] dS + \int_{\partial\sigma} \tau \cdot \mathbf{S} dl + \int_{\sigma} \Gamma \mathbf{g} dS \quad (\text{B.16})$$

Le second terme de l'équation (B.16) peut être écrit sous forme d'intégrale surfacique en utilisant le théorème de la divergence surfacique :

$$\mathbf{0} = \int_{\sigma} [\mathbf{n} \cdot \mathbf{T}] dS + \int_{\sigma} \nabla^s \cdot \mathbf{S} dS + \int_{\sigma} \Gamma \mathbf{g} dS \quad (\text{B.17})$$

où $\nabla^s \cdot \mathbf{H}$ est la divergence surfacique du tenseur $\mathbf{H}$ défini par :

$$\nabla^s \cdot \mathbf{H} = (\mathbf{P} \cdot \nabla) \cdot \mathbf{H} \quad (\text{B.18})$$

$\mathbf{P}$ est le tenseur de projection donné par :

$$\mathbf{P} = \mathbf{I} - \mathbf{n.n} \quad (\text{B.19})$$

L'équation (B.17) peut être écrite sous sa forme locale qui donne la condition à la limite sur l'interface :

$$[\mathbf{n.T}] + \nabla^s.\mathbf{S} + \Gamma\mathbf{g} = \mathbf{0} \quad (\text{B.20})$$

Pour fermer cette équation, nous avons besoin maintenant d'une équation constitutive du tenseur des contraintes $\mathbf{S}$ sur l'interface. On suppose :

$$\mathbf{S} = \gamma\mathbf{P} + \mathbf{V}^s \quad (\text{B.21})$$

Où γ est la tension interfaciale et $\mathbf{V}^s$ est le tenseur des contraintes visqueuses sur l'interface.

En exploitant (B.21) dans (B.20), on obtient :

$$[\mathbf{n.T}] + \nabla^s.(\gamma(\mathbf{I} - \mathbf{n.n})) + \nabla^s.\mathbf{V}^s + \Gamma\mathbf{g} = \mathbf{0} \quad (\text{B.22})$$

Le second terme de l'équation précédente peut être explicité simplement pour donner :

$$\nabla^s.(\gamma(\mathbf{I} - \mathbf{n.n})) = \nabla^s\gamma - \gamma\nabla^s\mathbf{n.n} \quad (\text{B.23})$$

Par ailleurs, comme :

$$\nabla^s.\mathbf{n} = \kappa \quad (\text{B.24})$$

κ étant la double courbure moyenne de l'interface.

Finalement on obtient :

$$[\mathbf{n.T}] + \nabla^s.\gamma - \gamma\kappa\mathbf{n} + \nabla^s.\mathbf{V}^s + \Gamma\mathbf{g} = \mathbf{0} \quad (\text{B.25})$$

Si on considère des milieux homogènes ($\nabla\epsilon = \mathbf{0}$ dans chaque milieu), on peut redéfinir le champ de pression comme étant :

$$q = p - \frac{\rho}{2}E^2\frac{\partial\epsilon}{\partial\rho} \quad (\text{B.26})$$

Dans ces conditions, le bilan de quantité de mouvement peut s'écrire :

$$\mathbf{0} = -\nabla q + \mu\nabla^2\mathbf{u} + \rho\mathbf{g} \quad (\text{B.27})$$

En négligeant le gradient de tension interfaciale et les effets visqueux sur l'interface, la condition de saut de contraintes à l'interface peut alors s'écrire :

$$[\mathbf{n} \cdot \mathbf{T}^{\text{HY}}] + [\mathbf{n} \cdot \mathbf{T}^{\text{MA}}] = \gamma \kappa \mathbf{n} \quad (\text{B.28})$$

avec

$$\mathbf{T}^{\text{HY}} = -q\mathbf{I} + \mu(\nabla \mathbf{u} + \nabla^t \mathbf{u}) \quad (\text{B.29})$$

qui démontre le résultat utilisé pour notre modèle physique du chapitre 3.

Annexe C

Expression de la pression de radiation optique

Dans cette section, l'objectif est d'écrire l'expression de la pression de radiation optique à partir du saut de contraintes électromagnétiques nécessitant d'explicitier l'écriture des champs électriques.

On considère le cas de propagation du faisceau du milieu le moins réfringent au plus réfringent sachant que pour trouver la pression de radiation dans l'autre cas de propagation il suffit d'utiliser la même démarche en prenant soin d'invertir les indices optiques dans les expressions des champs.

C.1 Expression des champs électrique lors de la propagation d'une onde électromagnétique entre deux fluides

On suppose un rayon incident dans le milieu 1 (vecteurs $\mathbf{E}_0$, $\mathbf{H}_0$) qui se réfléchit sur l'interface (vecteurs $\mathbf{E}_r$, $\mathbf{H}_r$) et se transmet dans le milieu 2 (vecteurs $\mathbf{E}_2$, $\mathbf{H}_2$).

Conditions aux limites sur l'interface [Stratton 41] :

La continuité de la composante tangentielle de $\mathbf{E}$ implique :

$$\mathbf{n}_{12} \wedge (\mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_r) = \mathbf{n}_{12} \wedge \mathbf{E}_2 \quad (\text{C.1})$$

La continuité de la composante tangentielle de $\mathbf{H}$ implique :

$$\mathbf{n}_{12} \wedge (\mathbf{H}_0 + \mathbf{H}_r) = \mathbf{n}_{12} \wedge \mathbf{H}_2 \quad (\text{C.2})$$

On a par ailleurs les relations de Snell-Descartes (cf Figure (C.1)) :

$$N_1 \sin \theta_0 = N_2 \sin \theta_2 \quad (\text{C.3})$$

$$\theta_0 = \theta_r \quad (\text{C.4})$$

et :

$$\mathbf{n}_{12} \cdot \mathbf{i}_0 = \cos \theta_0 \quad (\text{C.5})$$

$$\mathbf{n}_{12} \cdot \mathbf{i}_r = -\cos \theta_r \quad (\text{C.6})$$

$$\mathbf{n}_{12} \cdot \mathbf{i}_2 = -\cos \theta_2 \quad (\text{C.7})$$

On note $\mathbf{i}_0$, $\mathbf{i}_r$ et $\mathbf{i}_2$ les vecteurs unitaires de propagation de l'onde incidente,

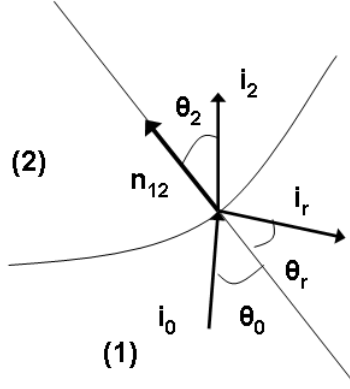


FIG. C.1 – Angles d'incidence θ_0 , de transmission θ_2 et de réflexion θ_r , d'une onde électromagnétique sur une interface entre deux fluides.

réfléchi et transmise respectivement.

On a également :

$$\mathbf{H}_0 = \frac{N_1}{c} \mathbf{i}_0 \wedge \mathbf{E}_0 \quad (\text{C.8})$$

$$\mathbf{H}_r = \frac{N_1}{c} \mathbf{i}_r \wedge \mathbf{E}_r \quad (\text{C.9})$$

$$\mathbf{H}_2 = \frac{N_2}{c} \mathbf{i}_2 \wedge \mathbf{E}_2 \quad (\text{C.10})$$

Ou encore de manière équivalente pour $\mathbf{E}$, en multipliant respectivement (8), (9) et (10) par $\mathbf{i}_0$, $\mathbf{i}_r$ et $\mathbf{i}_2$:

$$\mathbf{E}_0 = -\frac{c}{N_1} \mathbf{i}_0 \wedge \mathbf{H}_0 \quad (\text{C.11})$$

$$\mathbf{E}_r = -\frac{c}{N_1} \mathbf{i}_r \wedge \mathbf{H}_r \quad (\text{C.12})$$

$$\mathbf{E}_2 = -\frac{c}{N_2} \mathbf{i}_2 \wedge \mathbf{H}_2 \quad (\text{C.13})$$

On remplace (8), (9) et (10) dans (2), on obtient :

$$\mathbf{n}_{12} \wedge (\mathbf{i}_0 \wedge \mathbf{E}_0) + \mathbf{n}_{12} \wedge (\mathbf{i}_r \wedge \mathbf{E}_r) = \frac{N_2}{N_1} \mathbf{n}_{12} \wedge (\mathbf{i}_2 \wedge \mathbf{E}_2) \quad (\text{C.14})$$

Et on remplace également (11), (12) et (13) dans (1), on obtient :

$$\mathbf{n}_{12} \wedge (\mathbf{i}_0 \wedge \mathbf{H}_0) + \mathbf{n}_{12} \wedge (\mathbf{i}_r \wedge \mathbf{H}_r) = \frac{N_1}{N_2} \mathbf{n}_{12} \wedge (\mathbf{i}_2 \wedge \mathbf{H}_2) \quad (\text{C.15})$$

C.2 Cas où $\mathbf{E}_0$ est $\perp$ au plan d'incidence : polarisation TE

On a dans ce cas :

$$\mathbf{n}_{12} \cdot \mathbf{E}_0 = \mathbf{n}_{12} \cdot \mathbf{E}_r = \mathbf{n}_{12} \cdot \mathbf{E}_2 = 0 \quad (\text{C.16})$$

et aussi :

$$\mathbf{i}_0 \cdot \mathbf{E}_0 = \mathbf{i}_r \cdot \mathbf{E}_r = \mathbf{i}_2 \cdot \mathbf{E}_2 = 0 \quad (\text{C.17})$$

En multipliant vectoriellement à gauche (1) par la normale $\mathbf{n}_{12}$ et compte tenu de (19), on a :

$$\mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_r = \mathbf{E}_2 \quad (\text{C.18})$$

Du fait de (16), (14) peut s'écrire :

$$\mathbf{n}_{12} \cdot \mathbf{i}_0 \cdot \mathbf{E}_0 + \mathbf{n}_{12} \cdot \mathbf{i}_r \cdot \mathbf{E}_r = \frac{N_2}{N_1} \mathbf{n}_{12} \cdot \mathbf{i}_2 \cdot \mathbf{E}_2 \quad (\text{C.19})$$

En utilisant (5), (6) et (7) on peut l'écrire aussi :

$$\cos\theta_0 \mathbf{E}_0 - \cos\theta_r \mathbf{E}_r = \frac{N_2}{N_1} \cos\theta_2 \mathbf{E}_2 \quad (\text{C.20})$$

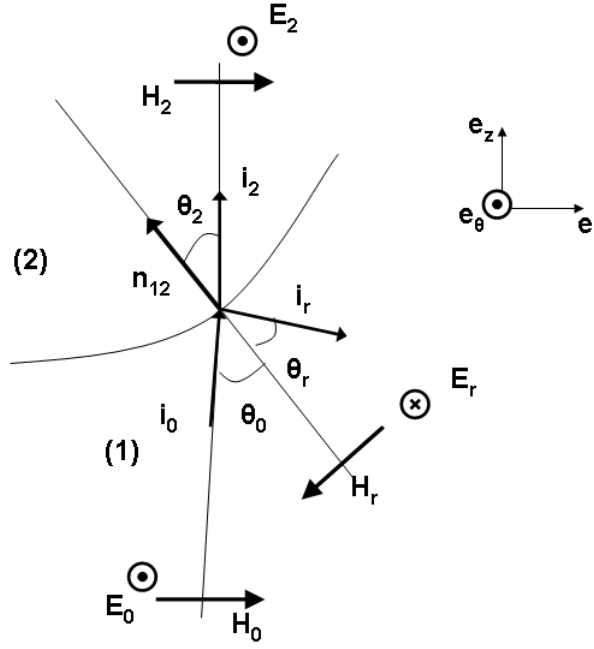


FIG. C.2 – Incidence d’une onde électromagnétique sur une interface entre deux fluides. Polarisation TE.

A partir de (18) et (20), on obtient $\mathbf{E}_r$ et $\mathbf{E}_2$ comme fonctions de $\mathbf{E}_0$:

$$\mathbf{E}_r = \frac{N_1 \cos \theta_0 - N_2 \cos \theta_2}{N_1 \cos \theta_r + N_2 \cos \theta_2} \mathbf{E}_0 \quad (\text{C.21})$$

$$\mathbf{E}_2 = N_1 \frac{\cos \theta_0 + \cos \theta_r}{N_1 \cos \theta_r + N_2 \cos \theta_2} \mathbf{E}_0 \quad (\text{C.22})$$

En utilisant les relations de Snell-Descartes :

$$\mathbf{E}_r = \frac{N_1 \cos \theta_0 - \sqrt{N_2^2 - N_1^2 \sin^2 \theta_0}}{N_1 \cos \theta_0 + \sqrt{N_2^2 - N_1^2 \sin^2 \theta_0}} \mathbf{E}_0 \quad (\text{C.23})$$

$$\mathbf{E}_2 = \frac{2N_1 \cos \theta_0}{N_1 \cos \theta_0 + \sqrt{N_2^2 - N_1^2 \sin^2 \theta_0}} \mathbf{E}_0 \quad (\text{C.24})$$

Si on considère $\mathbf{E}_1$ comme le champ résultant dans le milieu 1, Dans ce cas de polarisation :

$$\mathbf{E}_1 = \mathbf{E}_2 \quad (\text{C.25})$$

Expression du tenseur des contraintes électromagnétiques

On suppose :

$$\mathbf{E}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ E_0 \end{pmatrix}$$

On a alors :

$$\mathbf{E}_2 = \mathbf{E}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ E_0 + E_r \end{pmatrix} \quad (\text{C.26})$$

et aussi :

$$\mathbf{E}_1^\perp = \mathbf{E}_2^\perp = \frac{2N_1 \cos \theta_0}{N_1 \cos \theta_0 + \sqrt{N_2^2 - N_1^2 \sin^2 \theta_0}} \mathbf{E}_0 \quad (\text{C.27})$$

Ce qui implique :

$$\mathbf{T}_1^{\text{em}\perp} = \begin{pmatrix} -\frac{\epsilon_0 \epsilon_1}{2} E_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\epsilon_0 \epsilon_1}{2} E_1^2 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\epsilon_0 \epsilon_1}{2} E_1^2 \end{pmatrix} \quad (\text{C.28})$$

$$\mathbf{T}_1^{\text{em}\perp} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_1}{2} E_1^2 \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (\text{C.29})$$

et

$$\mathbf{T}_2^{\text{em}\perp} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_2}{2} E_1^2 \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (\text{C.30})$$

Le saut de contraintes électromagnétiques sur l'interface est :

$$\begin{aligned} [\mathbf{T}^{\text{em}\perp}].\mathbf{n}_{12} &= (\mathbf{T}^{\text{em}}_1 - \mathbf{T}^{\text{em}}_2).\mathbf{n}_{12} \\ &= \frac{\epsilon_0(\epsilon_1 - \epsilon_2)}{2} E_1^2 \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} n_r \\ n_z \\ 0 \end{pmatrix} \\ &= -\frac{\epsilon_0(\epsilon_1 - \epsilon_2)}{2} E_1^2 \begin{pmatrix} n_r \\ n_z \\ 0 \end{pmatrix} \\ [\mathbf{T}^{\text{em}\perp}].\mathbf{n}_{12} &= -\frac{\epsilon_0(\epsilon_1 - \epsilon_2)}{2} E_0^2 \left(\frac{2N_1 \cos \theta_0}{N_1 \cos \theta_0 + \sqrt{N_2^2 - N_1^2 \sin^2 \theta_0}} \right)^2 \mathbf{n}_{12} \end{aligned}$$

avec $\mathbf{n}_{12} = n_r \mathbf{e}_r + n_z \mathbf{e}_z$.

Dans les relations précédentes $E_0^2/2 = E_{m0}^2/2 = \langle E_0^2 \rangle$, le saut de contraintes électromagnétiques s'écrit ainsi :

$$[\mathbf{T}^{\text{em}\perp}] \cdot \mathbf{n}_{12} = \epsilon_0 \langle E_0^2 \rangle (N_2^2 - N_1^2) \left(\frac{N_1 n_z}{N_1 n_z + \sqrt{N_2^2 - N_1^2 n_r^2}} \right)^2 \mathbf{n}_{12} \quad (\text{C.31})$$

Nous pouvons finalement remarquer que le saut de contraintes électromagnétiques est normal à l'interface.

C.3 Cas où $\mathbf{E}_0$ est // au plan d'incidence : polarisation TM

En analogie avec les développements précédents, nous pouvons écrire pour le vecteur magnétique $\mathbf{H}$:

$$\mathbf{n}_{12} \cdot \mathbf{H}_0 = \mathbf{n}_{12} \cdot \mathbf{H}_r = \mathbf{n}_{12} \cdot \mathbf{H}_2 = 0 \quad (\text{C.32})$$

et aussi :

$$\mathbf{i}_0 \cdot \mathbf{H}_0 = \mathbf{i}_r \cdot \mathbf{H}_r = \mathbf{i}_2 \cdot \mathbf{H}_2 = 0 \quad (\text{C.33})$$

En multipliant vectoriellement le terme de gauche de (2) avec $\mathbf{n}_{12}$ et utilisant (32) on obtient :

$$\mathbf{H}_0 + \mathbf{H}_r = \mathbf{H}_2 \quad (\text{C.34})$$

Aussi, en utilisant (32), (15) peut s'écrire :

$$\mathbf{n}_{12} \cdot \mathbf{i}_0 \cdot \mathbf{H}_0 + \mathbf{n}_{12} \cdot \mathbf{i}_r \cdot \mathbf{H}_r = \frac{N_1}{N_2} \mathbf{n}_{12} \cdot \mathbf{i}_2 \cdot \mathbf{H}_2 \quad (\text{C.35})$$

Utilisant (5), (6) et (7) on peut également l'écrire :

$$\cos\theta_0 \mathbf{H}_0 - \cos\theta_r \mathbf{H}_r = \frac{N_1}{N_2} \cos\theta_2 \mathbf{H}_2 \quad (\text{C.36})$$

De (35) et (36) on obtient $\mathbf{H}_r$ et $\mathbf{H}_2$ comme des fonctions de $\mathbf{H}_0$:

$$\mathbf{H}_r = \frac{N_2 \cos\theta_0 - N_1 \cos\theta_2}{N_2 \cos\theta_r + N_1 \cos\theta_2} \mathbf{H}_0 \quad (\text{C.37})$$

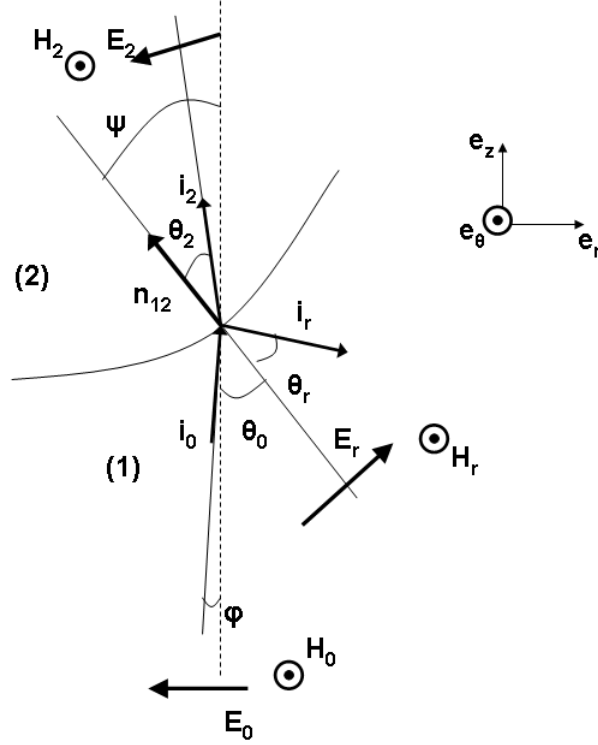


FIG. C.3 – Incidence d’une onde électromagnétique sur une interface entre deux fluides. Polarisation TM.

$$\mathbf{H}_2 = N_2 \frac{\cos\theta_0 + \cos\theta_r}{N_2 \cos\theta_r + N_1 \cos\theta_2} \mathbf{H}_0 \quad (\text{C.38})$$

Utilisant les relations de Snell-Descartes :

$$\mathbf{H}_r = \frac{N_2^2 \cos\theta_0 - N_1 \sqrt{N_2^2 - N_1^2 \sin^2\theta_0}}{N_2^2 \cos\theta_0 + N_1 \sqrt{N_2^2 - N_1^2 \sin^2\theta_0}} \mathbf{H}_0 \quad (\text{C.39})$$

$$\mathbf{H}_2 = \frac{2N_2^2 \cos\theta_0}{N_2^2 \cos\theta_0 + N_1 \sqrt{N_2^2 - N_1^2 \sin^2\theta_0}} \mathbf{H}_0 \quad (\text{C.40})$$

On doit maintenant donner les expressions des vecteurs $\mathbf{E}_r$ et $\mathbf{E}_2$.
En utilisant (39) et (12), on a :

$$\mathbf{E}_r = \frac{-c N_2^2 \cos\theta_0 - N_1 \sqrt{N_2^2 - N_1^2 \sin^2\theta_0}}{N_1 N_2^2 \cos\theta_0 + N_1 \sqrt{N_2^2 - N_1^2 \sin^2\theta_0}} \mathbf{i}_r \wedge \mathbf{H}_0 \quad (\text{C.41})$$

et utilisant (8) dans cette relation, nous avons :

$$\mathbf{E}_r = \frac{N_1 \sqrt{N_2^2 - N_1^2 \sin^2 \theta_0} - N_2^2 \cos \theta_0}{N_2^2 \cos \theta_0 + N_1 \sqrt{N_2^2 - N_1^2 \sin^2 \theta_0}} \mathbf{i}_r \wedge (\mathbf{i}_0 \wedge \mathbf{E}_0) \quad (\text{C.42})$$

Aussi, en utilisant (40) dans (13), nous avons :

$$\mathbf{E}_2 = \frac{-c}{N_2} \frac{2N_2^2 \cos \theta_0}{N_2^2 \cos \theta_0 + N_1 \sqrt{N_2^2 - N_1^2 \sin^2 \theta_0}} \mathbf{i}_2 \wedge \mathbf{H}_0 \quad (\text{C.43})$$

et

$$\mathbf{E}_2 = \frac{-2N_1 N_2 \cos \theta_0}{N_2^2 \cos \theta_0 + N_1 \sqrt{N_2^2 - N_1^2 \sin^2 \theta_0}} \mathbf{i}_2 \wedge (\mathbf{i}_0 \wedge \mathbf{E}_0) \quad (\text{C.44})$$

Expressions de $\mathbf{E}_1$ et $\mathbf{E}_2$

On définit $\varphi = (\mathbf{i}_0, \mathbf{e}_z)$ et $\psi = (\mathbf{e}_z, \mathbf{n}_{12})$.

Ceci implique que $\varphi + \psi = \theta_0 = (\mathbf{i}_0, \mathbf{n}_{12})$.

Comme $\varphi = 0$, nous avons $\theta_0 = \psi$.

L'angle incident est ainsi l'angle entre la normale à l'interface et e_r .

Dans le repère de référence (e_r, e_z, e_θ) , $\mathbf{i}_0$, $\mathbf{i}_r$, $\mathbf{i}_2$, $\mathbf{E}_0$ et $\mathbf{n}_{12}$ s'expriment comme étant :

$$\mathbf{i}_0 = \begin{vmatrix} \sin \varphi \\ \cos \varphi \\ 0 \end{vmatrix} \quad (\text{C.45})$$

$$\mathbf{i}_r = \begin{vmatrix} \sin(2\theta_0 - \varphi) \\ -\cos(2\theta_0 - \varphi) \\ 0 \end{vmatrix} \quad (\text{C.46})$$

$$\mathbf{i}_2 = \begin{vmatrix} \sin(2\theta_0 - \psi) \\ -\cos(2\theta_0 - \psi) \\ 0 \end{vmatrix} \quad (\text{C.47})$$

$$\mathbf{E}_0 = \begin{vmatrix} -E_0 \cos \varphi \\ E_0 \sin \varphi \\ 0 \end{vmatrix} \quad (\text{C.48})$$

$$\mathbf{n}_{12} = \begin{vmatrix} -\sin \psi = n_r \\ \cos \psi = n_z \\ 0 \end{vmatrix} \quad (\text{C.49})$$

En utilisant (49), (50) et (52) dans (42) nous avons :

$$\mathbf{E}_r = E_0 \frac{N_2^2 \cos \theta_0 - N_1 \sqrt{N_2^2 - N_1^2 \sin^2 \theta_0}}{N_2^2 \cos \theta_0 + N_1 \sqrt{N_2^2 - N_1^2 \sin^2 \theta_0}} \begin{vmatrix} \cos(2\theta_0 - \varphi) \\ \sin(2\theta_0 - \varphi) \\ 0 \end{vmatrix} \quad (\text{C.50})$$

Et comme nous avons également :

$$\mathbf{E}_1 = \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_r \quad (\text{C.51})$$

Nous trouvons finalement :

$$\mathbf{E}_1^{//} = E_0 \frac{N_2^2 \cos \theta_0 - N_1 \sqrt{N_2^2 - N_1^2 \sin^2 \theta_0}}{N_2^2 \cos \theta_0 + N_1 \sqrt{N_2^2 - N_1^2 \sin^2 \theta_0}} \begin{vmatrix} \cos(2\theta_0 - \varphi) \\ \sin(2\theta_0 - \varphi) + E_0 \\ 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} -\cos \varphi \\ \sin \varphi \\ 0 \end{vmatrix} \quad (\text{C.52})$$

et

$$\mathbf{E}_2 = E_0 \frac{2N_1 N_2 \cos \theta_0}{N_2^2 \cos \theta_0 + N_1 \sqrt{N_2^2 - N_1^2 \sin^2 \theta_0}} \begin{vmatrix} -\cos(\theta_2 - \psi) \\ \sin(\theta_2 - \psi) \\ 0 \end{vmatrix} \quad (\text{C.53})$$

$$\mathbf{E}_2^{//} = E_0 \frac{2N_1 N_2 \cos \theta_0}{N_2^2 \cos \theta_0 + N_1 \sqrt{N_2^2 - N_1^2 \sin^2 \theta_0}} \begin{vmatrix} -(\sqrt{1 - (\frac{N_1}{N_2})^2 \sin^2 \theta_0} \cos(\theta_0 - \varphi) + \frac{N_1}{N_2} \sin \theta_0 \sin(\theta_0 - \varphi)) \\ \frac{N_1}{N_2} \sin \theta_0 \cos(\theta_0 - \varphi) - \sqrt{1 - (\frac{N_1}{N_2})^2 \sin^2 \theta_0} \sin(\theta_0 - \varphi) \\ 0 \end{vmatrix} \quad (\text{C.54})$$

Le tenseur des contraintes électromagnétiques s'écrit comme étant :

$$\mathbf{T}_i^{\text{em} //} = \epsilon_0 \epsilon_i \begin{vmatrix} E_{ir}^2 - \frac{E_i^2}{2} & E_{ir} E_{iz} & 0 \\ E_{ir} E_{iz} & E_{iz}^2 - \frac{E_i^2}{2} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{E_i^2}{2} \end{vmatrix} \quad (\text{C.55})$$

Dans le cas où l'incidence est verticale ($//e_z$), on a $\varphi = 0$, $\theta_0 = \psi$, $\cos \theta_0 = n_z$ et $\sin \theta_0 = -n_r$

Dans les relations précédentes nous avons considéré $E_0^2/2 = E_{m0}^2/2 = \langle E_0^2 \rangle$. Ainsi le saut de contraintes électromagnétiques dans ce cas de polarisation s'écrit :

$$[\mathbf{T}^{\text{em} //}] \cdot \mathbf{n}_{12} = \epsilon_0 \langle E_0^2 \rangle N_1^2 (N_2^2 - N_1^2) \frac{N_2^2 - n_r^2 (n_z^2 N_1^2 + n_r^2 N_2^2)}{(n_z N_2^2 + N_1 \sqrt{N_2^2 - n_r^2 N_1^2})^2} \mathbf{n}_{12} \quad (\text{C.56})$$

C.4 Hypothèse des petites déformations

Dans le cas des petites déformations de l'interface, nous considérons une incidence normale du faisceau avec $n_r = 0$ et $n_z = 1$.

Ce qui implique :

$$[\mathbf{T}^{\text{em}/\cdot}].\mathbf{n}_{12} = [\mathbf{T}^{\text{em}\perp}].\mathbf{n}_{12} = \epsilon_0 \langle E_0^2 \rangle N_1^2 \frac{N_2 - N_1}{N_1 + N_2} \mathbf{e}_z \quad (\text{C.57})$$

En considérant alors la relation entre l'intensité du faisceau et le champ électrique du milieu incident :

$$I = \epsilon_0 N_1 c \langle E_0 \rangle^2, \quad (\text{C.58})$$

En développant les expression précédentes de $[\mathbf{T}^{\text{em}}.\mathbf{n}]$ nous trouvons une équivalence avec les expressions de la pression de radiation données dans une approche corpusculaire [Casner 02; Wunenburger 06a].

Annexe D

Expression du noyau de Green pour le problème de Stokes

D.1 Noyau de Green

A partir du noyau de Green (ou solution fondamentale) du problème de Stokes qui donne les vitesses fictives et les contraintes fictives [Graziani 89], nous détaillons ici les expressions de ces quantités pour un problème axisymétrique en fonction des positions du point source $\mathbf{x} = (r_x, z_x, \alpha_x)$ et du point d'observation $\mathbf{y} = (r_y, z_y, \alpha_y)$ avec $\alpha = \alpha_x - \alpha_y$ et $d = |\mathbf{x} - \mathbf{y}|$. En considérant que la force fictive appliquée n'a pas de composante azimutale (excitation axisymétrique), nous exprimons les vitesses fictives $\mathbf{U}^* = (\mathbf{u}^*)_k$, $k = r, z$:

$$u_{rr}^* = \frac{1}{8\pi d} [\cos\alpha + (\frac{r_y - r_x \cos\alpha}{d})(\frac{r_y \cos\alpha - r_x}{d})] \quad (\text{D.1})$$

$$u_{zr}^* = \frac{1}{8\pi d} [(\frac{z_y - z_x}{d})(\frac{r_y \cos\alpha - r_x}{d})] \quad (\text{D.2})$$

$$u_{rz}^* = \frac{1}{8\pi d} [(\frac{r_y - r_x \cos\alpha}{d})(\frac{z_y - z_x}{d})] \quad (\text{D.3})$$

$$u_{zz}^* = \frac{1}{8\pi d} [1 + (\frac{z_y - z_x}{d})(\frac{z_y - z_x}{d})] \quad (\text{D.4})$$

Nous intégrons ensuite en α , $\overline{\mathbf{U}}_{ik}^* = \int_0^{2\pi} \mathbf{U}_{ik}^* d\alpha$

$$\overline{u}_{rr}^* = \frac{1}{2\pi b} \frac{1}{\sqrt{a+b}} [(a+z^2)K - (a+b + \frac{az^2}{a-b})E] \quad (\text{D.5})$$

$$\overline{u^*}_{zr} = \frac{1}{4\pi r_x} \frac{z}{\sqrt{a+b}} [-K + (\frac{a-2r_p^2}{a-b})E] \quad (D.6)$$

$$\overline{u^*}_{rz} = \frac{1}{4\pi r_y} \frac{z}{\sqrt{a+b}} [K + (\frac{2r_y^2-a}{a-b})E] \quad (D.7)$$

$$\overline{u^*}_{zz} = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{a+b}} [K + \frac{z}{a-b}E] \quad (D.8)$$

avec

$$a = r_x^2 + r_y^2 + z^2 \quad (D.9)$$

$$b = 2r_x r_y \quad (D.10)$$

$$z = z_y - z_x \quad (D.11)$$

En considérant $\mathbf{n}(n_r, n_z)$ la normale extérieure au contour au point d'observation, nous trouvons pour les contraintes fictives $\mathbf{Q}^* = \mathbf{T}^* \cdot \mathbf{n}$:

$$Q_{rr}^* = -\frac{3}{4\pi d^3} [\cos\alpha (\frac{r_y \cos\alpha - r_x}{d})^2 + (\frac{r_y \cos\alpha - r_x}{d^2}) r_y \sin^2\alpha] \mathbf{r} \cdot \mathbf{n} \quad (D.12)$$

$$Q_{zr}^* = -\frac{3}{4\pi d^3} [(\frac{r_y \cos\alpha - r_x}{d^2}) z] \mathbf{r} \cdot \mathbf{n} \quad (D.13)$$

$$Q_{rz}^* = -\frac{3}{4\pi d^3} [\cos\alpha (\frac{r_y \cos\alpha - r_x}{d^2}) z + (\frac{z}{d^2}) r_y \sin^2\alpha] \mathbf{r} \cdot \mathbf{n} \quad (D.14)$$

$$Q_{zz}^* = -\frac{3}{4\pi d^3} [\frac{z^2}{d^2}] \mathbf{r} \cdot \mathbf{n} \quad (D.15)$$

avec $\mathbf{r} = (r_y - r_x \cos\alpha, z)$

Après intégration azimutale, nous trouvons :

$$\overline{Q^*}_{rr} = -\frac{3}{\pi\sqrt{a+b}} [A_1 n_r + A_2 n_z] \quad (D.16)$$

$$\overline{Q^*}_{rz} = -\frac{3}{\pi\sqrt{a+b}} [A_3 n_r + A_4 n_z] \quad (D.17)$$

$$\overline{Q^*}_{zr} = -\frac{3}{\pi\sqrt{a+b}} [A_7 n_r + A_8 n_z] \quad (D.18)$$

$$\overline{Q^*}_{zz} = -\frac{1}{\pi(a-b)\sqrt{a+b}} [A_9 n_r + A_{10} n_z] \quad (D.19)$$

$A_1, A_2, A_3, A_4, A_7, A_8, A_9, A_{10}$ sont données par les relations suivantes :

$$\begin{aligned} A_1 = & \frac{E}{a-b} \left(\frac{2a}{3(a^2-b^2)} (\frac{a}{r_x} - 2r_x) (r_y^2 - a + \frac{a^2}{4r_y^2}) - \frac{z(r_x^2 + z^2)}{2r_x r_y^2} \right) \\ & + K \left(\frac{1}{3(a^2-b^2)} (-\frac{a}{2r_x} + r_x) (r_y^2 - a + \frac{a^2}{4r_y^2}) + \frac{-r_y^2 + r_x^2 + 3z^2}{8r_x r_y^2} \right) \end{aligned} \quad (D.20)$$

$$A_2 = E \left(z^2 + \frac{4a}{3(a^2 - b^2)}(a(r_y^2 + r_x^2) - \frac{a^2 + b^2}{2}) \right) - K \left(\frac{a - b}{2} + \frac{1}{3(a + b)}(a(r_y^2 + r_x^2) - \frac{a^2 + b^2}{2}) \right) \frac{z}{b(a - b)} \quad (D.21)$$

$$A_3 = \frac{E}{a - b} \left(1 - \frac{a}{2r_y^2} + \frac{4a}{3(a^2 - b^2)}(r_y^2 - a + \frac{a^2}{4r_y^2}) \right) + K \left(\frac{1}{4r_y^2} - \frac{1}{3(a^2 - b^2)}(r_y^2 - a + \frac{a^2}{4r_y^2}) \right) z \quad (D.22)$$

$$A_4 = \left[E \left(\frac{1}{2r_y} + \frac{4a}{3(a^2 - b^2)}(r_y^2 - \frac{a}{2r_y}) \right) - K \left(\frac{2r_y^2 - a}{6r_y(a + b)} \right) \right] \frac{z^2}{a - b} \quad (D.23)$$

$$A_7 = \frac{E}{a - b} \left(z^2 + \frac{4a}{3(a^2 - b^2)}(a(r_y^2 + r_x^2) - \frac{a^2 + b^2}{2}) \right) - K \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3(a^2 - b^2)}(a(r_y^2 + r_x^2) - \frac{a^2 + b^2}{2}) \right) \frac{z}{b} \quad (D.24)$$

$$A_8 = \left[E \left(\frac{-1}{2r_x} + \frac{4a}{3(a^2 - b^2)}(\frac{a}{2r_x} - r_x) \right) - K \left(\frac{a - 2r_x^2}{6r_x(a + b)} \right) \right] \frac{z^2}{a - b} \quad (D.25)$$

$$A_9 = \left[E \left(\frac{3}{2r_y} + \frac{4a}{(a^2 - b^2)}(r_y - \frac{a}{2r_y}) \right) - K \left(\frac{2r_y^2 - a}{2r_y(a + b)} \right) \right] z^2 \quad (D.26)$$

$$A_{10} = \left[\frac{4a}{a - b} E - K \right] \frac{z^3}{a + b} \quad (D.27)$$

D.2 Intégrales elliptiques complètes : K et E

Nous trouvons les valeurs de K et E par un développement en série de puissances donné par Bakr [Bakr 85]. K et E varient en fonction de k qui est donnée en fonction de a et b tel que $k^2 = \frac{2b}{a+b}$

D.2.1 Intégrales elliptiques du premier ordre K

$$K(\pi/2, k) = \ln(4) + \sum_1^n a_i (1 - k^2)^i + \ln\left(\frac{1}{1 - k^2}\right) \left[\frac{1}{2} + \sum_1^n b_i (1 - k^2)^i \right] \quad (\text{D.28})$$

alors que E ne comporte pas de singularité pour $k \in [0, 1]$, K a une valeur infinie en $k = 1$, cependant elle se comporte en ce point comme :

$$K(\pi/2, k) = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{4}{1 - k^2}\right) + O[(1 - k^2) \ln(1 - k^2)^{1/2}] \quad (\text{D.29})$$

D.2.2 Intégrales elliptiques du second ordre E

$$E(\pi/2, k) = 1 + \sum_1^n c_i (1 - k^2)^i + \ln\left(\frac{1}{1 - k^2}\right) [\sum_1^n d_i (1 - k^2)^i] \quad (\text{D.30})$$

les a_i, b_i, c_i, d_i pour i allant de 1 à 5 sont des valeurs tabulées [Bakr 85].

Bibliographie

- [Abraham 09] M. ABRAHAM. *Rend. Circ. Mat.* Palermo, vol. **28**, page 1, 1909.
- [Ashkin 73] A. ASHKIN & J. M. DZIEDZIC. *Radiation pressure on a free liquid surface*. Phys. Rev. Lett., vol. **30**, p. 139–142, 1973.
- [Ashkin 87] A. ASHKIN & J. M. DZIEDZIC. *Optical trapping and manipulation of single cells using infrared beams*. Nature, vol. **330**, p. 769–771, 1987.
- [Bakr 85] A. A. BAKR. The boundary integral equation method in axisymmetric stress analysis problems. Lecture Notes in Engineering, 1985.
- [Barreau 94] P. BARREAU. *Modifications des propriétés polyphasiques d'un milieu poreux en présence d'une couche de polymère adsorbé : étude expérimentale et numérique*. Thèse de doctorat, Université Bordeaux I, 1994.
- [Beck 92] J. BECK, K. D. COLE, A. HAJI-SHEIKH & B. B. LITKOUHI. *Heat conduction using Green's functions*. Hemisphere, 1992.
- [Bonnet 95] M. BONNET. *Equations intégrales et éléments de frontière*. CNRS Editions et Eyrolles, 1995.
- [Bowyer 05] P. BOWYER. *The momentum of light in media : the Abraham-Minkowski controversy*. Dissertation at the School of Physics and Astronomy, Southampton, UK, 2005.

- [Brebbia 84] C. A. BREBBIA, J. C. F. TELLES & L. C. WROBEL. *Boundary element techniques, theory and application in engineering*. Springer-Verlag, 1984.
- [Brevik 70] I. BREVIK. *Electromagnetic energy-momentum tensor within material media*. Phys. Lett., vol. **31A(2)**, p. 50–51, 1970.
- [Brevik 99] I. BREVIK & R. KLUGE. *Oscillations of a water droplet illuminated by a linearly polarized laser pulse*. J. Opt. Soc. Am. B, vol. **16**, p. 976–985, 1999.
- [Casner 01] A. CASNER & J. P. DELVILLE. *Giant deformations of a liquid-liquid interface induced by the optical radiation pressure*. Phys. Rev. Lett., vol. **87**, page 054503, 2001.
- [Casner 02] A. CASNER. *Déformation, manipulations et instabilités d’interfaces liquides induites par la pression de radiation d’une onde laser*. Thèse de doctorat, Université Bordeaux I, 2002.
- [Casner 03] A. CASNER & J. P. DELVILLE. *Laser-Induced Hydrodynamic Instability of Fluid Interfaces*. Phys. Rev. Lett., vol. **90**, page 144503, 2003.
- [Chen 92] G. CHEN & A. GOMEZ. *Proceedings of the 24th International Combustion Symposium*. The combustion Institute Pittsburgh, 1992.
- [Cinbis 92a] C. CINBIS. *Noncontacting techniques for measuring surface tension of liquids*. Thèse de doctorat, Stanford University, 1992.
- [Cinbis 92b] C. CINBIS & B. T. KHURI-YAKUB. *A noncontacting technique for measuring surface tension of liquids*. Rev. Sci. Instrum., vol. **63**, p. 2048–2050, 1992.
- [Cinbis 93] C. CINBIS, N. N. MANSOUR & B. T. KHURI-YAKUB. *Effect of surface tension on the acoustic*

radiation pressure-induced motion of the water-air interface. J. Acoust. Soc. Am., vol. **94**, p. 2365–2372, 1993.

- [Davis 84] P. J. DAVIS & P. RABINOWITZ. Methods of numerical integration. Academic Press, 1984.
- [Ellson 03] R. N. ELLSON. *Nanoliter and picoliter liquid handling for life science applications.* Proc. of Nanotech and Biotech Convergence Conference, 2003.
- [Elrod 89] S. A. ELROD, B. HADIMIOGLU, B. T. KHURIYAKUB, E. G. RAWSON, E. RICHLEY, C. F. QUATE, N. N. MANSOUR & T. S. LUNDGREN. *Nozzleless droplet formation with focused acoustic beams.* J. Appl. Phys., vol. **65**, p. 3441–3447, 1989.
- [Fenn 89] J. B. FENN, M. MANN, C. K. MENG, S. F. WONG & C. M. WHITEHOUSE. *Electrospray ionization for mass spectrometry of large biomolecules.* Science, vol. **246**, page 64, 1989.
- [Fernandez-De-La-Mora 92] J. FERNANDEZ-DE-LA-MORA. *The effect of charge emission from electrified liquid cones.* J. Fluid Mech., vol. **243**, p. 561–574, 1992.
- [Freysz. 90] E. FREYSZ. *Etude des non-linéarités optiques dans les mélanges liquides binaires critiques.* Thèse de doctorat, Université Bordeaux I, 1990.
- [Freysz 94] E. FREYSZ, E. LAFFON, J. P. DELVILLE & A. DUCASSE. *Phase conjugation in critical microemulsions.* Phys. Rev. E, vol. **49**, page 2141, 1994.
- [Gordon 73] J. P. GORDON. *Radiation forces and momenta in dielectric media.* Phys. Rev. A, vol. **8**(1), p. 14–21, 1973.

- [Graziani 89] G. GRAZIANI. *A boundary integral function method for axisymmetric viscous flows*. Int. Engng Sci., vol. **27-7**, p. 855–864, 1989.
- [Guck 00] J. GUCK, R. ANANTHAKRISHNAN, T. J. MOON, C. C. CUNNINGHAM & J. KÄS. *Optical Deformability of Soft Biological Dielectrics*. Phys. Rev. Lett., vol. **84**, p. 5451–5454, 2000.
- [Guo 98] C. L. GUO, C. H. LEE & J. WANG. *Optical measurement of the viscoelastic and biochemical responses of living cells to mechanical perturbation*. Opt. Lett., vol. **23**, p. 307–309, 1998.
- [Hallanger 05] A. HALLANGER, I. BREVIK & S. HAALAND. *Nonlinear deformations of liquid-liquid interfaces induced by electromagnetic radiation pressure*. Phys. Rev. E, vol. **71**, page 056601, 2005.
- [Han 95] H. HAN, D. B. INGHAM & Y. YUAN. *The boundary element method for the solution of the backward heat conduction equation*. J. Comput. Physics, vol. **116**, p. 292–299, 1995.
- [Hess 67] J. L. HESS & A. M. O. SMITH. *Calculation of potential flow about arbitrary bodies*. Progress in Aeronautical Science, vol. **8**, p. 1–138, 1967.
- [Huh 69] C. HUH & L. E. SCRIVEN. *Shapes of axisymmetric fluid interfaces of unbounded extent*. J. of Colloid and Interface Science, vol. **3**, p. 323–337, 1969.
- [Hunt 80] B. HUNT. *The panel method for subsonic flows : a survey of mathematical formulations and numerical models and an outline of the new British Aerospace scheme*. Computational Fluid Dynamics, 1980.
- [Kats 69] A. V. KATS & V. M. KONTOROVICH. *Bending of surface and self-focusing of a laser beam in a linear medium*. ZETF, vol. **9(3)**, p. 112–113, 1969.

- [Koch 94] D. M. KOCH & D. L. KOCH. *Numerical and theoretical solutions for a drop spreading below a free fluid surface*. J. Fluid Mech., vol. **287**, p. 251–278, 1994.
- [Ladyzhenskaya 69] O. A. LADYZHENSKAYA. The mathematical theory of viscous incompressible flows. Gordon and Breach, 1969.
- [Lagier 01] G. L. LAGIER, H. LEMONNIER & N. COURTRIS. *The boundary element method for the solution of general multidimensional unsteady inverse heat conduction problem*. Proc. of Eurotherm 68th seminar, Poitiers, France, March 5–7, 2001.
- [Lai 76] H. M. LAI & K. YOUNG. *Response of a liquid surface to the passage of an intense laser pulse*. Phys. Rev. A, vol. **14**, p. 2329–2333, 1976.
- [Lai 89] H. M. LAI, P. T. LEUNG, K. L. POON & K. YOUNG. *Electrostrictive distortion of a micrometer-sized droplet by a laser pulse*. J. Opt. Soc. Am. B, vol. **6** :12, 1989.
- [Landau 60] L. D. LANDAU & E.M. LIFSHITZ. Electrodynamics of continuous media. Pergamon, Oxford, 1960.
- [Langer 80] J. S. LANGER & A. J. SCHWARTZ. *Kinetics of nucleation in near-critical fluids*. Phys. Rev. A., vol. 21, p. 948–958, 1980.
- [Lasseux 90] D. LASSEUX. *Caractérisation expérimentale, analytique et numérique d’un film dynamique lors du drainage d’un capillaire*. Thèse de doctorat, Université Bordeaux I, 1990.
- [Lin 01] W. C. LIN, C. H. LEE & J. WANG. *All-optical measurements of the bending rigidity of lipid-vesicle membranes across structural phase transitions*. Phys. Rev. E, vol. **64**, page 020901, 2001.

- [Makuta 06a] T. MAKUTA & F. TAKEMURA. *Simulation of micro gas bubble generation of uniform diameter in an ultrasonic field by a boundary element method*. Phys. Of Fluids, vol. **18**, page 108102, 2006.
- [Makuta 06b] T. MAKUTA, F. TAKEMURA, E. HIHARA, Y. MATSUMOTO & M. SHOJI. *Generation of micro gas bubbles of uniform diameter in an ultrasonic field*. J. Fluid Mech., vol. **548**, page 113, 2006.
- [Manga 94] M. MANGA & H. A. STONE. *Low Reynolds number motion of bubbles, drops and rigid spheres through fluid-fluid interface*. J. Fluid Mech., vol. **287**, p. 279–298, 1994.
- [Minkowski 10] H. MINKOWSKI. *Nachr. Ges. Wiss. Goettingen Math. Phys. Kl. Math. Annalen*, vol. **68**, page 472, 1910.
- [Mitani 02] S. MITANI & K. SAKAI. *Measurement of ultralow interfacial tension with a laser interface manipulation technique*. Phys. Rev. E, vol. **66**, page 031604, 2002.
- [Mon 88] K. K. MON. *New Monte Carlo estimates of critical interfacial amplitudes and the universality of amplitude ratios*. Phys. Rev. Lett., vol. **60(26)**, p. 2749–2752, 1988.
- [Moore 65] R. S. MOORE, S. P. S. PORTO, J. P. GORDON, K. C. C. LEITE & J. R. WHINNERY. *Long-transient effects in lasers with inserted liquid samples*. J. Appl. Phys., vol. **30(1)**, p. 3–8, 1965.
- [Morino 74] L. MORINO & C. C. KUO. *Subsonic potential aerodynamics for complex configurations : a general theory*. AIAA J., vol. **12(2)**, page 191, 1974.
- [Oddershede 00] L. ODDERSHEDE & S. R. NAGEL. *Singularity during the onset of the electrohydrodynamic*

- spout*. Phys. Rev. Lett., vol. **85**, p. 1234–1237, 2000.
- [Ostrovskaya 87] G. V. OSTROVSKAYA, I. I. KOMISSAROVA & E. N. SHEDOVA. *Light pressure-induced deformations of a free liquid surface*. Optics Comm., vol. **66**, p. 15–20, 1987.
- [Ostrovskaya 88] G. V. OSTROVSKAYA. *Deformations of the free surface of a liquid under the pressure of light*. Sov. Phys. Tech. Phys., vol. **33**, p. 465–468, 1988.
- [Partridge 92] P. W. PARTRIDGE, C. A. BREBBIA & L. C. WROBEL. The dual reciprocity boundary element method. Computational mechanics publications; Elsevier applied science, 1992.
- [Pozrikidis 92] C. POZRIKIDIS. Boundary integral and singularity methods for linearized viscous flow. Cambridge text in applied mathematics, 1992.
- [Ramachandran 94] P. A. RAMACHANDRAN. Boundary element methods in transport phenomena. Computational mechanics publications, 1994.
- [Ramos 94a] A. RAMOS & A. CASTELLANOS. *Conical points in liquid-liquid interfaces subjected to electric fields*. Physics Letters A, vol. **184**, p. 268–272, 1994.
- [Ramos 94b] A. RAMOS & A. CASTELLANOS. *Equilibrium shapes and bifurcation of captive dielectric drops subjected to electric fields*. Journal of electrostatics, vol. **33**, p. 61–86, 1994.
- [Reznik 04] S. N. REZNIK, A. L. YARIN, A. THERON & E. ZUSSMAN. *Transient and steady shapes of droplets attached to a surface in a strong electric field*. J. Fluid Mech., vol. **516**, p. 349–377, 2004.
- [Sakai 01] K. SAKAI, D. MIZUNO & K. TAKAGI. *Measurement of liquid surface properties by laser-induced surface deformation spectroscopy*. Phys. Rev. E, vol. **63**, page 046302, 2001.

- [Sakai 03] K. SAKAI, K. TACHIBANA, S. MITANI & K. TAKAGI. *Laser excitation of high-frequency capillary waves*. J. Colloid Interface Sci., vol. **264**, p. 446–451, 2003.
- [Saville 97] D. A. SAVILLE. *Electrohydrodynamics : the Taylor-Melcher leaky dielectric model*. Annu. Rev. Fluid Mech., vol. **29**, p. 27–64, 1997.
- [Schroll 07] R. SCHROLL, R. WUNENBURGER, A. CASNER, W. ZHANG & J.P. DELVILLE. *Liquid transport due to light scattering*. Phys. Rev. Lett., vol. **98**, page 133601, 2007.
- [Sherwood 87] J. D. SHERWOOD. *Breakup of fluid droplets in electric and magnetic fields*. J. Fluid Mech., vol. **188**, p. 133–146, 1987.
- [Skobel'tsyn 73] D. V. SKOBEL'TSYN. *The momentum-energy tensor of the electromagnetic field*. Sov. Phys.-Usp., vol. **16(3)**, p. 381–401, 1973.
- [Stone 98] H. A. STONE, J. R. LISTER & M. P. BRENNER. *Drops with conical ends in electric and magnetic fields*. Proc. R. Soc. Lond, vol. **455**, p. 329–347, 1998.
- [Stratton 41] J. A. STRATTON. *Electromagnetic theory*. McGraw-Hill, 1941.
- [Tanzosh 92] J. TANZOSH, M. MANGA & H. A. STONE. *Boundary integral methods for viscous free-boundary problems : Deformation of single and multiple fluid-fluid interfaces*. Boundary Element Technology, vol. **VI**, p. 19–39, 1992.
- [Taylor 64] G. I. TAYLOR. *Disintegration of water drops in an electric field*. Proc. Roy. Soc. A, vol. **20**, p. 383–407, 1964.
- [Wohlhuter 92] F. K. WOHLHUTER & O. A. BASARAN. *Shapes and stability of pendant and sessile dielectric drops in an electric field*. J. Fluid Mech., vol. **235**, p. 481–510, 1992.

- [Wunenburger 06a] R. WUNENBURGER, A. CASNER & J. P. DELVILLE. *Light-induced deformation and instability of a liquid interface. I. Statics*. Phys. Rev. E, vol. **73**, page 036314, 2006.
- [Wunenburger 06b] R. WUNENBURGER, A. CASNER & J. P. DELVILLE. *Light-induced deformation and instability of a liquid interface. II. Dynamics*. Phys. Rev. E, vol. **73**, page 036315, 2006.
- [Yoshitake 05] Y. YOSHITAKE, S. MITANI, K. SAKAI & K. TAKAGI. *Measurement of high viscosity with laser induced surface deformation technique*. J. Appl. Phys., vol. **97**, page 024901, 2005.
- [Youngren 75] G. K. YOUNGREN & A. ACRIVOS. *Stokes flow past a particle of arbitrary shape : a numerical study*. J. Fluid Mechanics, vol. **69**, p. 377–403, 1975.
- [Zeleny 17] J. ZELENY. *Instability of electrified liquid surfaces*. Phys. Rev., vol. **10**, p. 1–6, 1917.
- [Zeng 04] J. ZENG & T. KORSMEYER. *Principles of droplet electrohydrodynamics for lab-on-a-chip*. Lab on Chip, vol. **4**, p. 265–277, 2004.
- [Zhang 88] J. Z. ZHANG & R. K. CHANG. *Shape distortion of a single water droplet by laser induced electrostriction*. Opt. Lett., vol. **13**, p. 916–918, 1988.