LABORATOIRE CHARLES FABRY
INSTITUT D'OPTIQUE

UNIVERSITE PARIS XI

Mémoire d'habilitation à diriger des recherches

présenté par

Thomas BOURDEL

Transitions de phase superfluide dans les gaz de Bose 3D, 2D, et en présence de désordre

Soutenue le 14 février 2013 devant la commission d'examen composée de

Examinateur	Alain Aspect	LCF, Palaiseau
Examinateur	Philippe Bouyer	LP2N, Bordeaux
Rapporteur	David Guéry-Odelin	LCAR, Toulouse
Examinateur	Zoran Hadzibabic	University of Cambridge
Président du jury	Patricio Leboeuf	LPTMS, Orsay
Rapporteur	Giovanni Modugno	LENS, Florence
Rapporteur	Jakob Reichel	LKB, Paris

Table des matières

Données personnelles **5**
0.1 Curriculum Vitae 5
0.2 Publications dans des revues à comité de lecture 6
0.3 Participations à des conférences, séminaires 9
0.4 Enseignement et encadrement 11
0.5 Management de la recherche 12

1 Résumé/Summary **15**
1.1 Résumé du manuscrit 15
1.2 English summary 17

2 Introduction aux atomes ultra-froids **21**
2.1 Présentation, historique 21
2.2 Des atomes froids, pourquoi faire ? 22

3 Une cavité pour l'étude des gaz quantiques **25**
3.1 Cavité en régime de couplage fort 25
3.1.1 Bref historique de l'électrodynamique quantique en cavité 25
3.1.2 Le dispositif expérimental de l'ETH et ses spécificités . 27
3.1.3 L'équation maîtresse et sa résolution, application à la détection d'un atome unique 29
3.2 Détection des propriétés de cohérence d'un gaz piégé 30
3.2.1 Mesure de la cohérence du premier ordre par interférence entre 2 lasers à atomes 30
3.2.2 Etude du régime critique et de la dynamique autour de la condensation de Bose-Einstein 31
3.3 Un condensat dans une cavité de haute finesse 32
3.3.1 Transport du condensat et propriétés du système condensat-cavité 32
3.3.2 Développements plus récents : bistabilité, opto-mécanique 33
3.4 Conclusion 34

3.5 Articles liés à ce chapitre 34
3.5.1 Time interval distributions of atoms in atomic beams [1] 35
3.5.2 Cavity QED detection of interfering matter waves [2] . 39
3.5.3 Critical Behavior of a Trapped Interacting Bose Gas [3] 44
3.5.4 Observing the Formation of Long-Range Order during Bose-Einstein condensation [4] 49
3.5.5 Cavity QED with a Bose-Einstein condensate [5] 54

4 Condensation par une méthode tout optique 61
4.1 Un dispositif expérimental repensé 61
4.1.1 Le projet inital 61
4.1.2 Déménagement du dispositif et installation du nouveau laboratoire 62
4.1.3 Montage expérimental 63
4.1.4 Table laser pour le refroidissement du rubidium 65
4.2 Piège optique à 1565 nm et tomographie de décalage lumineux 66
4.2.1 Pièges dipolaires optiques 66
4.2.2 Décalage lumineux et tomographie 67
4.3 Condensation par une méthode tout optique 68
4.3.1 Intérêt d'une méthode de refroidissement tout optique . 68
4.3.2 Chargement d'un piège optique à partir d'un piège magnéto-optique 69
4.3.3 Evaporation dans le régime d'emballement 71
4.4 Trampoline à atomes ultra-froids 72
4.4.1 Principe et motivations 72
4.4.2 Trampoline quantique 73
4.4.3 Limites et perspectives 74
4.5 Conclusion 75
4.6 Articles liés à ce chapitre 75
4.6.1 Ligth-shift tomography in an optical-dipole trap for neutral atoms [6] 76
4.6.2 All-optical runaway evaporation to Bose-Einstein condensation [7] 81
4.6.3 A quantum trampoline for ultra-cold atoms [8] 86

5 Désordre et cohérence dans les gaz 2D 93
5.1 Physique à 1 particule : localisation de Anderson 94
5.1.1 La physique de Anderson, contexte et résultats 94
5.1.2 Notre contribution : caractérisation de la diffusion classique à 2D 97
5.2 Gaz de Bose 2D en interaction : la transition BKT 100

5.2.1 Présentation 100
5.2.2 Quelques expériences marquantes dans le domaine des atomes froids 101
5.2.3 Etude de la distribution en impulsion autour de la transition BKT pour un gaz piégé 102
5.3 Superfluidité et désordre 103
5.3.1 Un problème important en matière condensée 103
5.3.2 Résultats sur l'effet des interactions dans les gaz désordonnés 104
5.3.3 Bosons désordonnés dans les systèmes continus, résultats théoriques 105
5.3.4 Mesure expérimentale de l'effet du désordre sur la transition BKT 108
5.3.5 Théorie dans l'approximation de densité locale pour un désordre corrélé à longue distance 110
5.4 Perspectives 111
5.4.1 Vers la localisation d'Anderson à 2D 112
5.4.2 Controle des interactions, potassium 112
5.4.3 Etude détaillée de la transition superfluide 114
5.4.4 Etude de la phase verre de Bose 115
5.4.5 Champ magnétique effectif 115
5.5 Articles liés à ce chapitre 116
5.5.1 Anisotropic 2D Diffusive Expansion of Ultracold Atoms in a Disordered Potential [9] 117
5.5.2 Coherence properties of a two-dimensional trapped Bose gas around the superfluid transition [10] 122
5.5.3 Effect of disorder close to the superfluid transition in a two-dimensional Bose gas [11] 127
5.5.4 Phase Diagrams of 2D and 3D disordered Bose gases in the local density approximation [12] 133

Données personnelles

0.1 Curriculum Vitae

Bourdel Thomas

né le 16/05/1978
Chargé de recherche au CNRS
Responsable de l'expérience désordre à 2D
Groupe d'optique atomique

Laboratoire Charles Fabry
Institut d'optique
2, av. A. Fresnel, 91120 Palaiseau
01 64 53 33 35
thomas.bourdel@institutoptique.fr

Expériences professionnelles

2007-2012 : Chargé de recherche CNRS
Laboratoire Charles Fabry de l'institut d'optique
Responsable d'une expérience dans le groupe d'optique atomique dirigé par A. Aspect et P. Bouyer
Refroidissement tout optique, déplacements lumineux, interférométrie atomique, systèmes bidimensionnels, transition BKT, désordre

2005-2006 : Post-doctorat, bourse européenne Marie-Curie
Groupe de Tilman Esslinger à l'ETH Zürich
Expérience combinant une cavité de haute finesse et un condensat
Cavité de haute finesse, couplage fort, laser à atomes, détection d'atomes uniques, régime critique, dynamique de condensation, condensat en cavité

Etudes et formation

2001-2004 : Thèse, allocation de moniteur normalien (2002-2004)
Laboratoire Kastler-Brossel (ENS), sous la direction de C. Salomon
Expérience avec des atomes de lithium ultrafroids
Gaz de Fermi en interaction forte, Du condensat de molécules aux paires de Cooper

1998-2002 : Etudiant à l'école normale supérieur, élève fonctionnaire stagiaire

2000-2001 : DEA de physique quantique, ENS Paris, mention TB, 2nd
Stage de trois mois : *Refroidissement sympathique d'un mélange de lithium fermionique et bosonique jusqu'au régime de dégénérescence quantique*
sous la direction du Prof. Christophe Salomon.

1999-2000 : Maîtrise de physique, ENS, mention TB
Stage de recherche de 6 mois au Laboratory of Atomic and Solid State physics à Cornell University, Ithaca, USA
Mesures lagrangiennes dans un écoulement à grand nombre de Reynolds
sous la direction du Prof. E. Bodenschatz.

1998-1999 : Licences de mathématique et de physique, ENS, mention TB
Stage de recherche de 2 mois au Service de Physique de l'Etat Condensé, CEA, Saclay
Création d'ondes capillaires quantiques à la surface de l'hélium superfluide
sous la direction du Prof. F.I.B. Williams.

1996-1998 : Classe préparatoire PCSI puis PC au lycée Louis-le-grand, Paris

0.2 Publications dans des revues à comité de lecture

1. B. Allard, T. Plisson, M. Holzmann, G. Salomon, A. Aspect, P. Bouyer, T. Bourdel
   Effect of disorder close to the superfluid phase transition in a two-dimensional Bose gas
   Phys. Rev. A **85**, 033602 (2012), reproduit p. 127.
2. T. Plisson, B. Allard, M. Holzmann, G. Salomon, A. Aspect, P. Bouyer, T. Bourdel
   Coherence properties of a 2D trapped Bose gas around the superfluid transition
   Phys. Rev. A **84**, 061606(R) (2011) reproduit p. 122.
3. T. Bourdel, M. Robert-de-Saint-Vincent, J.-P. Brantut, Ch. J. Borde, A. Aspect, P. Bouyer
   Classical and quantum trampoline for ultra-cold atoms, in Quantum phenomena in gravitational field
   Comptes Rendus Physique **12**, 779 (2011).
4. L. Pezze, M. Robert-de-Saint-Vincent, T. Bourdel, J.-P. Brantut, B. Allard, T. Plisson, A. Aspect, P. Bouyer, L. Sanchez-Palencia

Regimes of classical transport of cold gases in a two-dimensional anisotropic disorder
New Journal of Physics **13**, 095015 (2011).

5. M. Robert-de-Saint-Vincent, J.-P. Brantut, B. Allard, T. Plisson, L. Pezzé, L. Sanchez-Palencia, A. Aspect, T. Bourdel, P. Bouyer
Anisotropic 2D diffusive expansion of ultra-cold atoms in a disordered potential
Phys. Rev. Lett. **104**, 220602 (2010), reproduit p. 117.

6. G. Stern, B. Allard, M. Robert-de-Saint-Vincent, J.-P. Brantut, B. Battelier, T. Bourdel, P. Bouyer
A frequency doubled 1534 nm laser system for potassium laser cooling
Applied optics **49**, 1 (2010).

7. M. Robert-de-Saint-Vincent, J.-P. Brantut, Ch.J. Bordé, A. Aspect, T. Bourdel and P. Bouyer
A quantum trampoline for ultra-cold atoms
European Physics Letters **89**, 10002 (2010), reproduit p. 86.

8. J.-F. Clément, J.-P. Brantut, M. Robert-de-Saint-Vincent, R. A. Nyman, A. Aspect, T. Bourdel, and P. Bouyer
All-optical runaway evaporation to Bose-Einstein condensation
Phys. Rev. A **79**, 061406 (R) (2009), reproduit p. 81.

9. J. P. Brantut, J. F. Clément, M. Robert de Saint Vincent, G. Varoquaux, R.A. Nyman, A. Aspect, T. Bourdel, and P. Bouyer
Tomography in an optical-dipole trap for neutral atoms
Phys. Rev. A bf 78, 031401 (2008), reproduit p. 76.

10. F. Brennecke, T. Donner, S. Ritter, T. Bourdel, M. Köhl, T. Esslinger
Cavity QED with a Bose-Einstein condensate
Nature **450**, 268 (2007), reproduit p. 54.

11. T. Donner, S. Ritter, T. Bourdel, A. Öttl, M. Köhl, T. Esslinger
Critical Behavior of a Trapped Interacting Bose Gas
Science **315**, 1556 (2007), reproduit p. 44.

12. S. Ritter, A. Öttl, T. Donner, T. Bourdel, M. Köhl, T. Esslinger
Observing the Formation of Long-Range Order during Bose-Einstein Condensation
Phys. Rev. Lett. **98**, 090402 (2007), reproduit p. 49.

13. M. Köhl, A. Öttl, S. Ritter, T. Donner, T. Bourdel, T. Esslinger
Time interval distributions of atoms in atomic beams
Appl. Phys. B **86**, 391(2006), reproduit p. 36.

14. T. Bourdel, T. Donner, S. Ritter, A. Öttl, M. Köhl, T. Esslinger
Cavity QED Detection of Interfering Matter Waves
Phys. Rev. A **73**, 043602 (2005), reproduit p. 39.

15. F.Chevy, E.G.M.Van Kempen, T.Bourdel, J.Zhang, L.Khaykovich, M.Teichmann, L.Tarruell, S.Kokkelmans, and C.Salomon
Resonant scattering properties close to a p-wave Feshbach resonance
Phys. Rev. A **71**, 062710 (2005).

16. J.Zhang, E.G.M.Van Kempen, T.Bourdel, L.Khaykovich, J.Cubizolles, F.Chevy, M.Teichmann, L.Tarruell, S.Kokkelmans, and C.Salomon
p-wave Feshbach resonances of ultra-cold ^6Li
Phys. Rev. A **70**, 030702(R)(2004).

17. T.Bourdel, L.Khaykovich, J.Cubizolles, F.Chevy, M.Teichmann, L.Tarruell, S.Kokkelmans, and C.Salomon
Study of the BEC-BCS Crossover Region in Lithium 6
Phys. Rev. Lett. **93**, 050401 (2004).

18. L.Carr, T.Bourdel, Y.Castin
Limits of sympathetic cooling of fermions by zero-temperature bosons due to particle losses
Phys. Rev. A **69**, 033603 (2004).

19. J.Cubizolles, T.Bourdel, S.Kokkelmans, G.V.Shlyapnikov, and C.Salomon
Production of Long-Lived Ultracold Li2 Molecules from a Fermi Gas
Phys. Rev. Lett **91**, 240401 (2003).

20. T.Bourdel, J.Cubizolles, L.Khaykovich, K.M.F.Magalhães, S.Kokkelmans, G.V.Shlyapnikov, and C.Salomon
Measurement of the Interaction Energy near a Feshbach Resonance in a ^6Li Fermi Gas
Phys. Rev. Lett **91**, 020402 (2003).

21. L.Khaykovich, F.Schreck, G.Ferrari, T.Bourdel, J.Cubizolles, L.Carr, Y.Castin, and C.Salomon
Formation of a Matter-Wave Bright Soliton
Science **296**, 1290 (2002).

22. F.Schreck, L.Khaykovich, K.L.Corwin, G.Ferrari, T.Bourdel, J.Cubizolles, and C.Salomon
Quasipure Bose-Einstein Condensate Immersed in a Fermi Sea
Phys. Rev. Lett **87**, 080403 (2002).

0.3 Participations à des conférences, séminaires

Je liste ici uniquement les conférences présentées en personne et pas les contributions en lien avec mon travail présentées par mes responsables C. Salomon, T. Esslinger, P. Bouyer, A. Aspect, par des collaborateurs ou par des étudiants.

Conférences invitées

1. Effects of disorder in 2D, Workshop on Complex Quantum Systems : Non-Ergodicity, Glassiness and Localization, Trieste, Italy, August 2012
2. Effects of disorder in 2D, Quantum Manipulation of Atoms and Photons, Shanghai, Chine, Octobre 2012
3. Effects of disorder in 2D, Laser physics conference, Sarajevo, Bosnia, July 2011
4. Anisotropic 2D diffusion of ultracold atom in disorder, Frontiers on matter-wave optics, Crète, April 2010
5. A quantum trampoline for ultracold atoms, GRANIT conf., Les Houches Fev. 2010
6. All-optical runaway evaporation to Bose-Einstein condensation, Laser Physics conf., Barcelona, Juillet 2009.
7. Observation des fluctuations critiques au voisinage de la transition de Bose-Einstein Congrès de le Société francaise de physique, Grenoble, Juillet 2007
8. Single Atom Detection from an Atom Laser, Novel quantum systems, Camerino, Italy 2005
9. Superfluidity in interacting Fermi gases, Annual conference of the Australian Center for Quantum-Atom Optics, Kioloa, Australia, Dec. 2004
10. BEC-BCS Crossover and p-wave Feshbach resonances, Workshop on mixtures of ultracold atoms, Sao Carlo, Brazil, July 2004

Conférence contribuée, séminaires, et autres présentations

- Disorder effects in 2D, ICAP, Palaiseau, July 2012 (poster)
- Effet du désordre à 2D, IFRAF meeting,Paris, Mars 2012
- Effects of disorder in 2D, Taiyuan, China, October 2012
- Effects of disorder in 2D, Workshop on disorder quantum systems, Cargèse, france, June 2011

– Anisotropic 2D diffusion of ultracold atom in disorder, INLN, Nice, Dec. 2010
– A quantum trampoline for ultra-cold atoms, IQS meeting,Brandenburg, Oct 2009.
– BEC conférence, San Feliu, Espagne, Sept 2009 (poster)
– Fast production of Bose-Einstein condensates in a 1565 nm optical trap, séminaire CPMOH, Bordeaux, Juin 2009.
– Fast production of Bose-Einstein condensates in a 1565 nm optical trap, ETH Zürich, Laser seminar, 2009
– Matter-wave Interferometer using degenerate gases, IQS First scientific meeting, Florence, Italie, Dec 2008
– Theory of quantum gases and quantum coherence, Grenoble, June 2008 (poster)
– FINAQS and SAI Meeting, Berlin, Allemagne, June 2008.
– ICOLS Conference, Telluride, USA, July 2007 (poster)
– Int. Conf. on Atomic Physics (ICAP), Innsbruck, Autriche, juil 2006 (poster)
– Single atom detection in quantum degenerate gases, LCFIO, Orsay, 2005
– Single atom detection in quantum degenerate gases, Laboratoire Materiaux et phénomènes quantiques, Paris, 2005
– Single atom detection in quantum degenerate gases, Institut de physique de l'université d'Heidelberg, Allemagne (2005)
– Single atom detection in quantum degenerate gases, Laboratoire Aimé-Cotton, Orsay, France (2005)
– Single atom detection in quantum degenerate gases, Laboratoire de Spectrométrie physique, Grenoble, France (2005)
– Control and Manipulation of quantum systems, Ascona, Suisse, juil. 2005 (poster)
– Gas de Fermi en interaction forte, soutenance de thèse, ENS, Paris (2004)
– BEC-BCS Crossover, Center for Atom Optics and Ultrafast Spectroscopy, Swinburne university, Melbourne, Australie (2004)
– BEC-BCS Crossover, Institut de Photonique et d'Electronique quantique, EPFL, Lausanne, Suisse (2004)
– BEC-BCS Crossover, Max-Planck Institüt für quantum optics, Garching, Allemagne (2004)
– BEC-BCS Crossover, Ultracold atoms and quantum gases, université d'Innsbruck, Autriche (2004)
– BEC-BCS Crossover, Quantum optics group, ETH Zürich, Suisse (2004)
– Int. Conf. on Atomic Physics (ICAP), Rio de Janeiro, Brésil, juil 2004

(poster)
- Workshop on ultracold Fermi gases, Levico, Italie, mars 2004 (poster)
- Bose-Einstein Condensation, San Feliu, Espagne, septembre 2003 (poster)
- Strongly interacting ^{6}Li Fermi gases, YAO, Amsterdam 2003
- Int. Conf. on Atomic Physics (ICAP), Cambridge, USA, juil. 2002 (poster)
- BEC summer program, recent developments in the physics of cold atomic gases, Trento, Italie, juil. 2002 (poster)
- Cold atoms and molecules, Les Houches, France, mars 2002 (poster)

0.4 Enseignement et encadrement

Expériences d'enseignement

Pendant ma thèse :
Moniteur à l'université Paris 6
TP d'électronique en L1 (40h/an pendant 3 ans)
TP d'informatique (scilab) en L1 (15h)
TD de mathématique pour physicien en L2 (15h)
Pendant mon postdoc :
Chargé de TD à l'ETH Zürich
TD de physique générale en 1ère année (2 fois 15h)
En poste en France :
TD d'interaction matière rayonnement à l'institut d'optique (15h)
Intervention sur la physique des cavités de haute finesse à l'institut d'optique (3h)
Cours de "mécanique quantique et applications" pour la préparation à l'agrégation à Cachan (12h/an pendant 4 ans)
Cours d'optique quantique au M1 de l'ENS de Cachan (15h/an depuis 3 ans)

Expériences d'encadrement

Je profite de ce manuscrit pour mettre en avant et remercier les excellents étudiants que j'ai eu la chance d'encadrer. Les résultats de notre équipe n'auraient pas pu être obtenus sans leur travail et leur implication. J'espère avoir pu leur apporter une bonne formation et aussi le goût pour la recherche.

- Encadrements d'étudiants en thèse :
  Jean-Francois Clément (2005-2008, 40%), maintenant maître de conférence à Lille
  Jean-Philippe Brantut (2006-2009, 60%), maintenant post-doc à l'ETH

Zürich avec T. Esslinger
Martin Robert-de-saint-Vincent (2007-2010, 70%), maintenant post-doc à Heidelberg avec M. Weidemüller
Thomas Plisson (2009-2012, 80%), maintenant chercheur au CEA
Baptiste Allard (2009-2012, 80%), maintenant post-doc à Basel avec P. Treutlein
Guillaume Salomon (2011-, 90%)
Lauriane Fouché (2012-, 100%)

- Encadrements de niveau M2 :
  Baptiste Allard (2009)
  Guillaume Salomon (2011)
  Lauriane Fouché (2012)
- Encadrements de niveau L3 :
  5 stagiaires pour des stages de quatre semaines pendant les étés depuis 2007
  2 stagiaires, pour une après-midi par semaine pendant une année (2009-2010)

Vulgarisation

- Nombreuses visites du laboratoire pour des étudiants de tous niveaux (lycéens, licence, maîtrise, doctorants).
- Participations ponctuelles à la fête de la science, au forum de l'optique
- Correspondant du groupe optique atomique pour "fiatlux" le journal interne de l'institut d'optique

0.5 Management de la recherche

Participation à des projets, financement de la recherche

Coordinateur pour le projet ANR "DisorderTransitions" (2013-2015) visant à l'étude des transitions de phases en présence de désordre à 2D et 3D.

Coordinateur pour le projet européen "Inertial quantum sensor" (2008-2011) visant à développer et appliquer les techniques d'interférométrie à la géophysique. Rédaction du projet, réunions d'avancement, participation aux conférences, rédaction des rapports d'activité.

Coordinateur pour le projet "Gravicold" (Triangle de la physique) visant à mettre en oeuvre notre technique de refroidissement tout optique dans le contexte d'un interféromètre de précision. En collaboration avec F. Perreira dos Santos au LNE.

Participation à l'ERC Senior d'Alain Aspect "Quantatop" (2011-2015). Une partie du projet concerne le désordre et en particulier le désordre en dimension deux.

Participation à l'ANR "Locabec" (2009-2011) visant à l'étude de la localisation d'Anderson des ondes de matière. J'ai rédigé une partie de la demande et pris la charge des rapports d'activité.

Participation au projet européen "I-sense" (2009-2013) visant à la réalisation d'un interféromètre transportable.

Participation au projet européen « Space atom interferometer » (2008-2010).

Participation à l'ANR « MINIATOM », (2009-2011). Ce programme est directement en lien avec des industriels (IXSEA, THALES, KLOE).

Bourse européenne Marie-Curie (2007) concernant le couplage d'un condensat de Bose-Einstein avec une cavité de haute finesse. Rédaction du projet et des rapports.

Tâches d'intérêt collectif

Responsable de la réunion de groupe hebdomadaire depuis 2007. Accueil des visiteurs extérieurs. Je vais abandonner cette responsabilité pour prendre en charge l'organisation des séminaires du laboratoire à partir de septembre 2012.

Rapporteur pour les revues Physical Review Letters, Physical Review A et Europhysics letters (5 à 6 rapports par an).

Rapporteur pour l'ANR.

Membre extérieur du comité de sélection à Paris 6.

Examinateur pour la thèse de Matthias Lopez (Phlam, Lille)

Correspondant du laboratoire pour le GdR "atomes froids"

Chapitre 1

Résumé/Summary

1.1 Résumé du manuscrit

Ce manuscrit présente mes travaux de recherche depuis la fin de ma thèse début 2005. J'essaye en particulier de replacer mes recherches dans leur contexte, et d'expliquer mes choix scientifiques de façon chronologique. Les principaux résultats ont donné lieu à des publications. Celles-ci ont été écrites avec soin et c'est pourquoi, j'ai choisi de ne décrire les résultas principaux que de façon succincte. Pour avoir plus de détails et pour retrouver les figures expérimentales, mes articles sont reproduits à la fin de chaque chapitre et cités à l'endroit adéquat. J'ajoute parfois des parties plus techniques qui ne sont pas explicitées dans les publications.

Le Chapitre 2 est une courte introduction au domaine des atomes ultra-froids, s'adressant à un lecteur non spécialiste. Cela permet de présenter mon domaine de recherche, c'est à dire l'utilisation des gaz d'atomes ultra-froids en tant que systèmes modèles pour l'étude des propriétés quantiques des systèmes à N-corps.

Le chapitre 3 est consacré à mes recherches durant mon séjour post-doctoral de deux ans dans le groupe de T. Esslinger à l'ETH Zürich. J'ai participé à une série d'expériences utilisant une cavité de haute finesse pour détecter individuellement les atomes issus d'un gaz ultra-froids. J'explique la théorie de ce système quantique ouvert et sa résolution numérique qui permet de comprendre quantitativement le processus de mesure de la présence d'un atome dans la cavité. Expérimentalement, nous avons mis en oeuvre une technique consistant à extraire deux faisceaux d'atomes en deux points distincts du nuage d'atomes pour avoir accès à la fonction de corrélation g_1 en perturbant peu le système. Nous avons ainsi étudié la dynamique de la transition de Bose-Einstein de façon beaucoup plus fine que cela n'avait été

fait auparavant. Nous avons pu comparer la dynamique de croissance de la densité à la dynamique d'apparition de la cohérence. Nous avons ensuite observé le comportement de la fonction g_1 dans le régime critique très proche de la condensation et extrait une valeur expérimentale de l'exposant critique associé à la longueur de cohérence. Enfin, nous avons mis en place un ascenseur à atomes constitué de deux lasers contra-propageants contrôlés en phase. Le condensat de Bose-Einstein a ainsi été transporté vers la cavité de haute finesse pour créer un système quantique couplé atome-rayonnement dans un régime de couplage extrême et nouveau.

Le chapitre 4 est dédié à mes trois premières années (2007-2009) au laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique dans le groupe d'optique atomique. J'explique d'abord le déménagement du système expérimental à Palaiseau ainsi que les différentes améliorations apportées au piège magnéto-optique 2D. Nous avons réalisé un condensat de Bose-Einstein de rubidium par une méthode entièrement optique. Notre laser de piégeage est un laser à fibre dopée erbium de puissance à 1565 nm. Cette longueur d'onde n'avait jamais été utilisée auparavant dans des expériences avec des atomes ultra-froids. Nous avons utilisé les spécificités de ce laser, et notamment le fort décalage lumineux de la transition optique pour démontrer une technique de tomographie du champ lumineux vu par les atomes. Cette compréhension des décalages lumineux nous a guidé vers une mélasse très fortement décalée (environ 200 MHz) pour charger les atomes le plus efficacement possible dans le piège optique. Nous avons montré qu'une nouvelle géométrie permet de contrôler indépendamment la profondeur du piège et sa raideur, et ainsi d'optimiser l'évaporation dans le piège optique. Enfin, nous avons utilisé notre dispositif pour une première application qui consiste à faire rebondir les atomes sur une onde stationnaire dans le but d'allonger le temps d'interrogation dans les interféromètres où les atomes sont en chute libre. Le trampoline à atomes peut fonctionner dans un régime quantique où les interférences entre chemins quantiques permettent d'allonger le temps de lévitation.

Le chapitre 5 est consacré à mes recherches sur les gaz 2D et désordonnés qui se poursuivent encore aujourd'hui. Lorsque les interactions entre atomes sont négligeables, la physique est à un corps. Le phénomène de diffusion a été mis en évidence et caractérisé pour la première fois avec des atomes ultra-froids dans un potentiel conservatif. En allant vers le régime quantique où la longueur d'onde de DeBroglie des atomes devient de l'ordre de la taille caractéristique des grains de désordre, on s'attend alors à voir des effets de localisation d'Anderson, liés aux interférences entre ondes de matière. Les conditions nécessaires pour observer la localisation d'Anderson dans un gaz en expansion sont détaillées. Pour des gaz piégés, les interactions jouent un rôle prédominant à 2D et la transition de Bose-Einstein est alors rem-

placée par une transition superfluide de type Berezinskii-Kosterliz-Thouless. Expérimentalement, nous avons étudié cette transition via la distribution en impulsion qui permet de caractériser les propriétés de cohérence du gaz. Ensuite, nous avons observé quantitativement l'influence du désordre sur la transition superfluide. Nous formons alors un système quantique complexe pour lequel il n'y a pas de prédiction théorique précise et dont la physique est liée à celle de certains matériaux de matière condensée. J'insiste sur le rôle de la longueur de corrélation du désordre en la comparant aux longueurs caractéristiques du gaz. Dans le régime d'un désordre corrélé à longue portée, l'approximation de densité locale est valable dans le désordre et alors des prédictions quantitatives sur le diagramme de phase du système sont possibles. Enfin, je propose des directions pour nos recherches futures. Le refroidissement du potassium par un méthode entièrement optique est un défi expérimental mais permettra d'avoir accès à des résonances de Feshbach larges et ainsi de contrôler la force des interactions. De plus, un champ magnétique effectif donnera un paramètre de contrôle supplémentaire sur le système. Ces deux outils seront utiles non seulement pour l'étude de la physique à un corps mais aussi pour une étude plus précise du gaz de Bose 2D en présence de désordre et d'interactions. On cherchera notamment à mettre en évidence le diagramme de phase et à observer une phase isolante exotique, le verre de Bose.

1.2 English summary

This manuscript describes my research activities since the end of my PhD at the beginning of 2005. I explain the context of my researches and scientific choices in an essentially chronological order. The principal results have led to publications. Since these have been written with a lot of care, I have decided to only describe the principal results briefly. All the details and the corresponding experimental figures are reproduced at the end of each chapter and are cited in the text at the appropriate place. I sometimes add some technical parts that are not explicitly in the publications.

Chapter 2 is a brief non-technical introduction to ultra-cold atoms. It permits to present my research domain : Ultra-cold atomic gases are used as model quantum many-body systems.

Chapter 3 is dedicated to my research during two years as a Post-doc at ETH Zürich in the group of T. Esslinger. I have participated to a series of experiments using an high finesse cavity for the individual detection of atoms extracted from an ultra-cold cloud. I explain the theory of this open quantum system and how it is possible to numerically solve it. It permits a

quantitative understanding of the measurement of an atom transit through the cavity. Experimentally, we have extracted two weak atomic beams coming from two different places in the atom cloud in order to access the first order correlation function g_1 with a minimal perturbation of the gas. We have studied the dynamics of the Bose-Einstein phase transition more accurately than what was previously done. We have in particular compared the growth of the density to the growth of the coherence. Then, we have observed the behavior of g_1 in the critical region close to the phase transition. We have extracted an experimental value for the critical exponent of the coherence length. Finally, we have set up an atomic elevator made of two counter-propagating phase controlled laser beams. The Bose-Einstein condensate was transported inside the cavity, creating a new quantum system mixing the cavity field and the atomic field with an extremely strong coupling.

Chapter 4 is dedicated to my first three years (2007-2009) at laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique in the atom optics group. I first explain the moving of the experimental setup to Palaiseau. Several improvements of the 2D MOT setup are then presented. We have realized a Bose-Einstein condensate of rubidium by an all optical cooling method. Our trapping laser is an erbium doped fiber laser at 1565 nm. This wavelength had never been used before in ultra-cold atom experiments. We have used the strong light shift on the optical transition, specific to this wavelength, in order to demonstrate a tomography of the optical field seen by the atoms. The understanding of the light shifts have then led us to set up very far detuned optical molasses (200 MHz) to efficiently load the atoms in the optical trap. A new geometry of cross dipole trap allows for the independent control of the trap depth and of the trap confinement. It permits us to optimize the evaporation. Finally, our first application was to bounce ultra-cold atoms on a light standing-wave. The goal was to increase to interrogation time in atom interferometers where atoms are in free fall. This atom trampoline can work in a quantum regime, where interferences between different paths are used to increase the levitation time.

Chapter 5 is dedicated to my research on 2D disordered quantum gases, a subject I am still working on. When interactions between atoms are negligible, one body physics is at play. In this regime, diffusion was evidenced and characterized for the first time for ultra-cold atoms in a conservative potential. Going to the quantum regime where the De Broglie wavelength is of the order of the disorder correlation length, we expect to see Anderson localization effects, i.e. effects linked to quantum interferences. The necessary conditions are detailed. In trapped gases, the interactions are playing a predominant role in 2D. The Bose-Einstein phase transition is then replaced by a superfluid transition of Berezinskii-Kosterlitz-Thouless type. Ex-

perimentally, we have studied this transition through the sharpening of the momentum distribution, which permits to characterize the phase coherence properties of the gas. Then, we have quantitatively studied the influence of disorder on the superfluid transition. In this complex disordered quantum system, no precise theory is available and physics is linked to the one of some condensed matter materials. I emphasize the important role of the disorder correlation length which can be compared to the other characteristic length scales of the gas. In the regime of long range disorder correlations, the local density approximation is valid and some quantitative predictions for the phase diagram can be made. Finally, I propose some directions for our future work. Potassium cooling to degeneracy with all optical cooling method is a challenge. It will permit to control the interatomic interactions via the use of accessible Feshbach resonances. In addition, an effective magnetic field will give an additional control knob on the system. These two new tools will be useful not only to the study of one-body physics in the presence of disorder but also to a more precise study of the 2D Bose gas in the presence of disorder and interactions. We will explore the whole phase diagram and try to observe the Bose glass, a predicted exotic insulating phase.

Chapitre 2

Introduction aux atomes ultra-froids

Ce chapitre est une brève présentation du domaine des atomes ultra-froids. Il s'adresse à un lecteur non spécialiste et explique le contexte de mes travaux de recherche.

2.1 Présentation, historique

La température d'un matériau est liée au degré d'agitation de ses constituants. Par exemple pour un gaz, la température est liée à la vitesse quadratique moyenne des particules $k_{\mathrm{B}}T = m\langle v^2\rangle/3$ (v est la vitesse des particules, m leur masse, k_{B} la constante de Bolzmann). A température nulle, toutes les particules sont à l'arrêt. Dans un gaz de rubidium à température ambiante, la vitesse typique des atomes est d'environ 300 m/s. Par définition, on entre dans le domaine des atomes froids aux températures inférieures à 1 mK (soit 0.5 m/s pour le rubidium) et dans le domaine des atomes ultra-froids aux températures inférieures à 1 μK (1.5 cm/s). Ce régime de températures extrêmement faibles n'est pas atteignable par les techniques de refroidissement classiques, telles que les réfrigérateurs à dilution d'hélium, et il faut utiliser le refroidissement laser.

L'interaction entre un atome et la lumière a été un sujet de recherche avant même l'invention du laser, devenu encore plus actif après. La spectroscopie atomique permet de comprendre la structure électronique des atomes et le pompage optique permet de contrôler leur état interne [13]. L'effet de la lumière sur les atomes ne se limite pas à cet effet sur l'état interne de l'atome. Comme les photons portent une quantité de mouvement, on peut agir avec de la lumière sur l'état externe des atomes, c'est-à-dire sur leur

mouvement. Quand un photon est absorbé puis réémis dans une direction aléatoire, l'atome subit en moyenne une force qu'on appelle force de pression de radiation. Cette force est à l'origine du processus de refroidissement laser qui consiste à ce qu'un atome absorbe préférentiellement des photons allant dans le sens opposé à son mouvement [14].

Plus précisément, un jet d'atomes a d'abord pu être ralenti puis complètement stoppé. Ensuite, la technique de mélasse optique avec trois paires de faisceaux contra-propageants a permis de refroidir des atomes jusqu'à la température Doppler [15] et même en dessous [16] (refroidissement Sisyphe [17]). La technique de mesure de la température par temps de vol a été mise au point [16]. Les atomes froids ont pu être confinés dans des piéges magnétiques [18]. Enfin, le piège magnéto-optique a été inventé [19]. Cette combinaison de faisceaux de mélasse optique et d'un quadripole magnétique permet à la fois de collecter et de refroidir jusqu'à plusieurs milliards d'atomes. Cette technique est aujourd'hui le point de départ de toutes les expériences d'atomes froids. L'ensemble de ces avancées ont donné le prix Nobel de physique à S. Chu, C. Cohen-Tannoudji et W.D. Philipps en 1997.

2.2 Des atomes froids, pourquoi faire ?

L'application évidente des atomes froids est la spectroscopie de précision. Réduire la vitesse des atomes permet de s'affranchir de l'effet Doopler et surtout d'avoir accès à des temps d'interrogation longs et ainsi d'améliorer la précision. Les horloges atomiques actuelles sont basées sur la mesure d'une fréquence de transition atomique. La précision que l'on peut atteindre bénéficie des techniques de refroidissement atomique et la mesure du temps est la principale application des atomes froids. Par ailleurs, on peut également se servir d'interféromètres à atomes froids pour la mesure des accélérations, de la gravité (gravimètre) ou de la rotation (gyromètre). Ces produits ne sont pas encore industriels mais ils le deviendront probablement avec les futures améliorations technologiques car leur potentiel pour surpasser en performance les appareils actuels est indéniable. Enfin, la spectroscopie de précision permet de mesurer des quantités d'intérêt fondamental telles que la constante de Rydberg [20], la constante de structure fine [21] ou le rapport $\hbar/m$ [22].

Outre ces applications qui en général se contentent d'atomes à une température de quelques μK, en refroidissant par la technique de refroidissement évaporatif un gaz atomique, on peut aller dans un régime où la physique quantique commence à jouer un rôle. Plus précisément, on atteint ce régime quand la distance entre particules devient du même ordre de grandeur que la longueur d'onde de DeBroglie $\lambda_{\mathrm{B}} = \sqrt{2\pi\hbar^2/mk_{\mathrm{B}}T}$. A température ambiante

et pour un electron, la longueur d'onde de DeBroglie vaut environ 4 nm, et les électrons d'un solide sont généralement dans le régime quantique. Pour un gaz dilué de rubidium avec une densité de l'ordre de $10^{13}\,\mathrm{cm}^{-3}$, il faut pour cela atteindre une température inférieure à $\sim 1\,\mu$K. En fait, un gaz à cette température devient solide à l'équilibre thermodynamique, mais cette évolution vers l'équilibre est très lente car le taux de collisions à trois corps permettant la formation de molécules puis de petits agrégats est faible. On peut ainsi piéger et étudier pendant plusieurs minutes un gaz d'atomes ultra-froids à condition que celui-ci soit suffisamment dilué. C'est un état métastable de la matière. En tant que gaz, on peut cependant le considérer à l'équilibre thermodynamique.

Les gaz dilués ultra-froids sont ainsi devenus un système modèle pour la physique quantique. Alors que la physique quantique se manifeste plutôt dans les milieux denses de la matière condensée (hélium liquide, solides, semiconducteurs, supraconducteurs), on a ici affaire à un gaz dilué. Les interactions entre particules sont donc beaucoup plus faibles, et de plus, celles-ci sont facilement modélisables. On peut ainsi de façon quantitative comparer théorie et expérience pour un système à N-corps quantique avec des interactions connues.

Un autre aspect est la possibilité de faire grandement varier les paramètres des gaz. Par exemple, on peut changer les interactions entre particules [23, 24, 25] ou modifier la géométrie des pièges utilisés pour les atomes. On crée ainsi de nombreuses situations physiques différentes. Par exemple, on peut confiner les atomes dans des réseaux optiques, véritables cristaux artificiels créés avec de la lumière [26], ou confiner le gaz de telle sorte que sa physique soit celle d'un système en dimension réduite [27]. Enfin, on peut faire varier les paramètres rapidement pour étudier des situations hors équilibre. On parle maintenant des gaz quantiques comme des simulateurs quantiques car on est capable d'étudier des problèmes quantiques dont le comportement n'est pas calculable. Les liens avec la physique de la matière condensée, la cosmologie ou même la physique nucléaire deviennent de plus en plus étroits au fur et à mesure que les expériences d'atomes froids deviennent capables d'adresser des problèmes quantiques qui apparaissent dans ces domaines.

Mes travaux de recherche s'inscrivent dans ce contexte de compréhension fine des systèmes quantiques, souvent en lien avec des problématiques issues de la matière condensée. C'est le cas de l'étude, pendant ma thèse, de la transition entre un condensat de molécules et une phase superfluide constituée de fermions en interactions attractives, de l'étude du régime critique et de la dynamique de la transition de Bose-Einstein pendant mon post-doc à Zürich ou des travaux actuels sur les gaz ultra-froids bidimensionnels (2D) en présence de désordre.

Chapitre 3

Une cavité pour l'étude des gaz quantiques

Ce chapitre est consacré à mes travaux de recherche en tant que post-doctorant à l'ETH Zürich dans le groupe de Tilman Esslinger. J'ai participé à une série d'expériences couplant un gaz de bosons dans le régime quantique avec une cavité de haute finesse en régime de couplage fort permettant la détection d'atomes uniques. Dans une première partie, je décris essentiellement la cavité permettant la détection d'atomes uniques et le traitement théorique adéquat. Ensuite, je m'intéresse à nos travaux sur les propriétés de cohérence d'un gaz de Bose à la condensation, et enfin je présente le nouveau système quantique couplé que constitue un condensat dans une cavité. Ce système est, dans un régime de couplage extrême, véritablement novateur.

3.1 Cavité en régime de couplage fort

3.1.1 Bref historique de l'électrodynamique quantique en cavité

L'hypothèse de quantification de la lumière remonte à Einstein en 1905. Dès cette date, il a conscience que la quantification de la lumière ne permet pas seulement d'expliquer la loi du corps noir mais qu'elle a des conséquences dès que l'on s'intéresse à des processus de création ou de conversion de lumière [28]. Un émetteur dans une structure résonnante est notamment un système où la quantification de la lumière joue un rôle prépondérant et cela constitue un système modèle de la mécanique quantique. Ce champ de recherche s'appelle l'électrodynamique en cavité. L'exemple le plus naturel est un atome dans une cavité Fabry-Perot. Cependant, de nombreux autres types

d'émetteurs ont été utilisés, tels des molécules, des ions, des atomes de Rydberg, ou des points quantiques, et ils ont été placés dans des cavités variées, Fabry-Pérot, résonateur toroïdal, microsphère, microcavité de cristaux photoniques ou structure micro-onde [29].

Le système constitué d'un émetteur à deux niveaux (un niveau fondamental $|g\rangle$ d'énergie 0 et un niveau excité $|e\rangle$ d'énergie $\hbar\omega_a$) en interaction avec un mode du champ électromagnétique (d'énergie $\hbar\omega_c$) peut être décrit par le modèle de Jaynes-Cummings [30] dont le hamiltonien s'écrit (dans l'approximation du champ tournant)

$$H_0 = \hbar\omega_a\sigma^\dagger\sigma + \hbar\omega_c a^\dagger a + \hbar g(a^\dagger\sigma + \sigma^\dagger a), \tag{3.1}$$

où a est l'opérateur annihilation du champ, $\sigma = |g\rangle\langle e|$ est l'opérateur destruction de l'excitation de l'émetteur, $\hbar g$ est l'énergie de couplage entre l'atome et le champ. Les états propres et les énergies propres du modèle de Jaynes-Cummings sont facilement et exactement calculables car les niveaux ne sont couplés que deux à deux. Si ce modèle joue un rôle central dans la théorie, il est important d'en comprendre les limites. C'est un modèle hamiltonien et l'énergie est donc conservée. La dissipation est complètement négligée. Ainsi, cela modélise une cavité parfaite et un émetteur qui ne peut émettre que dans le mode de la cavité. On appelle 2κ le taux de perte d'un photon de la cavité et 2γ le taux de désexcitation de l'émetteur vers les autres modes du champ électromagnétique. Le modèle de Jaynes-Cummings est une bonne approximation aux temps courts et quand $\kappa, \gamma \gg g$. Dans ce régime, l'émetteur et la cavité s'échangent de l'énergie plus rapidement que celle-ci est dissipée. C'est ce qu'on appelle le régime de couplage fort. Le fait que le spectre de faible excitation du système à résonance ($\omega_a = \omega_c$) présente deux pics bien séparés à des énergies $\omega_c \pm g$ est une caractéristique du couplage fort (voir fig. 3.1).

Si on place N émetteurs dans la cavité plutôt qu'un seul, on obtient le modèle de Tavis-Cummings qui, dans la limite de faible excitation, revient à remplacer le couplage g par un couplage collectif $g_{coll} = \sqrt{N}g$. Historiquement, J.H. Kimble a été un pionnier dans l'étude des systèmes constitués d'un atome placé dans une cavité Fabry-Pérot optique de haute finesse [32]. La séparation de modes dans le spectre d'excitation a d'abord été observée avec un ensemble d'atomes puis avec un atome unique. On peut ainsi se servir d'une cavité à résonance comme d'un détecteur d'atome unique très efficace en observant la baisse de la transmission à travers la cavité lors du passage d'un atome [33]. Ce domaine de recherche a depuis grandement progressé. On peut travailler maintenant avec un seul atome véritablement piégé dans la cavité pour de nombreuses expériences. Le laser à atome unique ou la génération de photon unique ont par exemple été démontrés avec ce type de systèmes [34].

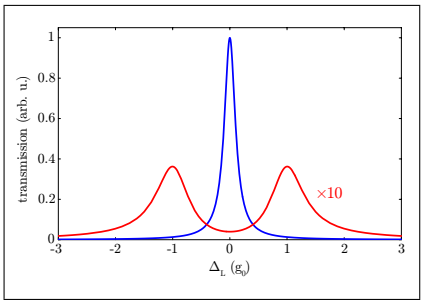


FIGURE 3.1 – *Spectre de transmission du système atome-cavité avec fonction de la fréquence laser sonde par rapport à celle de la cavité. Ici, on a pris les paramètres de l'ETH et la cavité est à résonance avec la transition atomique ($\omega_a = \omega_c$). Les courbes avec et sans atome sont présentées. La courbe avec atome présente la séparation de modes et il faut noter que son échelle est multipliée par un facteur 10. Cette figure est extraite de la thèse de S. Ritter [31]*

3.1.2 Le dispositif expérimental de l'ETH et ses spécificités

A la recherche d'un post-doc, je visite le groupe de Tilman Esslinger à l'ETH Zürich en juin 2004. Un dispositif expérimental combine deux technologies de pointe : un condensat de Bose-Einstein et une cavité de haute finesse dans le régime de couplage fort. La manip est en construction depuis un peu plus de deux ans. Un condensat de ^{87}Rb vient d'être obtenu et la cavité est déjà placée sous vide. Sa finesse est mesurée à $\sim 3 \times 10^5$. Les paramètres sont $g = 2\pi \times 10\,\mathrm{MHz}$, $\kappa = 2\pi \times 1.4$ MHz, et $\gamma = 2\pi \times 3\,\mathrm{MHz}$. L'extinction totale de la cavité est observée lorsqu'on lâche de nombreux atomes issus d'un piège magnéto-optique vers la cavité. Le premier but de ce dispositif est l'observation de l'effet Handbury-Brown et Twiss (HBT) avec un jet thermique d'atome et de l'absence de cet effet avec un laser à atome. Les perspectives à moyen terme sont alors plus floues.

J'ai été séduit par ce dispositif pour plusieurs raisons. En premier lieu, c'était clairement une expérience très innovante qui me semblait particulièrement prometteuse car le problème de la détection des atomes me semblait (et me semble encore) un point crucial dans le domaine des atomes froids. La possibilité de descendre le seuil de détectivité à l'atome unique dans un régime quantique était fascinante. De plus, la problématique des cavités m'intéressait particulièrement, et j'ai d'ailleurs aussi rendu visite au groupe de G. Rempe et à celui de B. Dévaud-Plédran travaillant sur les cavités semi-conducteur. D'autre part, je voulais changer assez nettement de sujet d'étude à l'issu de

ma thèse sur les fermions proches d'une résonance de Feshbach (ne pas rester confiner à une thématique trop étroite est à mon avis très souvent un choix bénéfique). A l'ETH, on m'offrait la possibilité de rester dans le domaine des gaz quantiques tout en découvrant le domaine des cavités optiques. Enfin, Tilman et son groupe se sont montrés accueillants et on m'a rapidement promis le financement de mon post-doc sur fonds propres tout en me proposant de rédiger une demande de bourse Marie-Curie. Mon choix comportait cependant une part de risque en allant sur une expérience extrêmement complexe (à titre d'exemple, il n'y a pas moins de 9 asservissements de lasers ou de cavité) qui n'avait encore produit aucun résultat scientifique nouveau.

Je rejoins finalement Zürich en Mars 2005. L'expérience a alors déjà bien progressé. Un laser à atomes est extrait du condensat et les atomes uniques sont détectés dans la cavité (3.6 cm plus bas) [35]. L'absence de l'effet HBT pour un laser à atomes est vérifiée [35]. La réalisation de ce dispositif constitue en soit un tour de force expérimental et tout le mérite en revient à deux étudiants A. Öttl [36] et S. Ritter [31], bien épaulés par M. Köhl, maintenant professeur à Cambridge. A ce stade, j'apprends à faire fonctionner la manip et participe aux prises de données finales pour la publication. L'équipe travaille alors à la stabilisation du laser à atomes car la moindre fluctuation du condensat induit une fluctuation d'intensité du laser à atomes facilement détectable par la cavité. Si on ne fait pas attention à varier les champs magnétiques particulièrement lentement, on obtient un condensat qui oscille dans le piège et donc un laser à atome qui n'est pas stable. De façon amusante, la transformée de Fourier du flux d'atomes dans la cavité fait alors ressortir les fréquences propres des modes d'oscillations du condensat. De plus, nous utilisons une source radio-fréquence bruitée pour créer un faisceau d'atomes pseudo-thermiques montrant l'effet HBT. Nous étudions aussi la distribution d'arrivée des atomes par intervalle de temps et montrons que celle-ci correspond bien à une distribution poissonnienne ou thermique suivant le cas considéré (voir article page 36).

Enfin, j'écris un projet pour une bourse Marie-Curie axé sur l'étude d'un ou deux atomes interagissant avec le champ de la cavité et refroidis en permanence par un bain thermique formé par un condensat placé dans la cavité. J'ai effectivement eu cette bourse mais j'avoue n'avoir jamais été complètement convaincu de cet axe de recherche. Les aspects de dynamique collective pour un condensat en interaction avec une cavité me paraissaient bien plus prometteurs même si je n'étais pas capable de les expliciter. La suite me donnera raison (voir section 3.3).

3.1.3 L'équation maîtresse et sa résolution, application à la détection d'un atome unique

Après avoir travaillé un peu à l'optimisation expérimentale de la détection des atomes par la cavité, je remarque que le groupe n'a pas à ce stade une compréhension quantitative de la physique d'un atome dans une cavité qui est au coeur du système de détection. Pour une faible excitation, la réduction de la transmission de la cavité lors du passage d'un atome est simple et analytique mais dès que l'on se place avec plusieurs photons dans la cavité, l'effet est plus difficile à quantifier. L'optimum pour l'efficacité de détection se situe (expérimentalement) justement autour de 10 photons dans la cavité (en l'absence d'atome). Pour mieux comprendre notre système de détection, je m'attaque donc à la théorie des systèmes quantiques ouverts (à laquelle j'avais bizarrement échappé durant ma scolarité à l'ENS) [37].

Un système ouvert est un système qui peut échanger de l'énergie ou des particules avec l'extérieur. Dans le cas du système atome-cavité, des photons peuvent être perdus par émission spontanée vers un autre mode que celui de la cavité ou par transmission/absortion au niveau des miroirs de la cavité. C'est de la dissipation et cela influe sur l'état du système. Les photons perdus (ou non) contiennent de l'information sur le système et le fait que des photons soient émis ou non renseigne sur l'état du système. En mécanique quantique, on ne peut pas mesurer un état sans le perturber. La dissipation donne lieu au phénomène de décohérence et explique pourquoi il est difficile de préparer des états fortement non classiques. Un état pur évolue vers un mélange statistique. L'équation d'évolution d'un système quantique ouvert concerne la matrice densité ρ. C'est l'équation maîtresse.

Pour un système atome-cavité, l'équation maîtresse s'écrit [38] :

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}t} = L(\rho) = -\frac{i}{\hbar}[H_0, \rho] - \frac{i}{\hbar}[\eta\kappa(a + a^\dagger), \rho] \\ +\kappa(2a\rho a^\dagger - a^\dagger a\rho - \rho a^\dagger a) + \gamma(2\sigma\rho\sigma^\dagger - \sigma^\dagger\sigma\rho - \rho\sigma^\dagger\sigma) \end{aligned} \tag{3.2}$$

Le premier terme de l'équation correspond à l'évolution hamiltonienne en l'absence de dissipation. La deuxième à l'excitation de la cavité par un champ cohérent (η est proportionnel à l'amplitude du champ incident). Les deux derniers termes entre parenthèses sont dus aux deux différentes sources de dissipation. L est le super-opérateur d'évolution agissant sur la matrice densité et est défini par l'équation maîtresse. Celle-ci contient a priori toute la physique de l'évolution du système. Dans notre cas, comme l'atome ne bouge que lentement dans le mode de la cavité, comparé aux échelles de temps données par $1/g, 1/\kappa, 1/\gamma$, le système reste proche d'une situation d'équilibre caractérisée

par $\frac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}t} = 0$. C'est cette dernière équation qu'il faut résoudre pour trouver l'état du système.

Cette résolution doit se faire de façon numérique. La solution la plus directe est d'écrire l'équation sous une forme matricielle puis de la résoudre. Cette technique marche pour un espace de Hilbert de dimension réduite. En effet le super-opérateur a pour dimension N^4 si N est la taille de l'espace de Hilbert (la matrice densité est de taille N^2). Dans les faits, il faut tronquer l'espace de Hilbert à environ 10 photons, ce qui limite le nombre moyen de photons à $\sim$2 (si on veut être précis sur le résultat). Pour aller au delà de cette limite, il faut changer de technique et par exemple utiliser la technique de l'équation maîtresse Monte-Carlo stochastique qui consiste à travailler sur la probabilité d'un état quantique plutôt que sur la matrice densité directement [39]. J'ai mis en oeuvre cette méthode avec Gabriele Puebla [40], stagiaire pendant l'été 2005. En particulier, nous avons pu reproduire quantitativement la chute de la transmission lors du passage d'un atome et le fait que le signal sur bruit est optimal pour un pompage de la cavité correspondant à une dizaine de photons dans la cavité (pour $g = 2\pi \times 10\,\mathrm{MHz}$). De plus, nous nous sommes intéressés au temps nécessaire pour transformer l'état cohérent d'un laser à atomes en un état nombre d'atomes à cause de l'interaction avec la cavité. Ce temps est d'une fraction de microseconde. On comprend comment le couplage à l'environnement induit par la cavité réalise une mesure quantique de la présence ou non d'un atome dans la cavité. Ces résultats sont présentés dans un article (voir page 39).

3.2 Détection des propriétés de cohérence d'un gaz piégé

3.2.1 Mesure de la cohérence du premier ordre par interférence entre 2 lasers à atomes

Expérimentalement, on peut extraire des atomes piégés à une altitude donnée dans le piège magnétique en appliquant une radio-fréquence qui transfert les atomes vers un état non piégé. C'est la technique standard pour créer un laser à atomes à partir d'un condensat de Bose-Einstein piégé magnétiquement [41]. Si on extrait, avec deux radio-fréquences différentes, des atomes à deux positions différentes $\mathbf{r}, \mathbf{r'}$ dans le piège, on crée deux faisceaux atomiques. L'opérateur champ atomique du jet d'atome est alors proportionnel à $\phi(\mathbf{r}) + \phi(\mathbf{r'})$. Lorsqu'on mesure le flux atomique, on a alors un terme proportionnel à $\phi^\dagger(\mathbf{r})\phi(\mathbf{r'})$, c'est à dire à la fonction de corrélation

$g^1(\mathbf{r}, \mathbf{r'})$ du premier ordre du gaz. Plus précisément, on observe l'arrivée d'atomes uniques, signe de la nature corpusculaire des atomes alors que la probabilité d'arrivée des atomes reconstruit une figure d'interférence due à leur nature ondulatoire (voir page 39). On réalise l'équivalent de l'expérience des fentes d'Young au niveau de la particule unique. La cavité permet de détecter le flux d'atome avec une grande efficacité et donc d'évaluer la fonction g^1 du gaz en le perturbant le moins possible.

3.2.2 Etude du régime critique et de la dynamique autour de la condensation de Bose-Einstein

Notre capacité à mesurer précisément et en fonction du temps la fonction g^1 nous a amené à une série d'expériences sur la condensation de Bose-Einstein. En effet, la fonction g^1 est le paramètre d'ordre de la transition et joue donc un rôle fondamental dans la physique de la condensation. En fait, l'étude détaillée de la condensation 3D nous a conduit à nous intéresser à la théorie générale des transitions de phases, telles les théories de Landau ou de Ginzburg Landau qui jouent un rôle central en physique de la matière condensée. En 1937, Landau a noté que les transitions de phases du deuxième ordre (celles n'impliquant pas de chaleur spécifique) étaient toutes caractérisées par une brisure spontanée de symétrie et l'apparition d'un paramètre d'ordre. La théorie de Landau montre en particulier qu'un certain nombre de quantités, y compris le paramètre d'ordre, ont un comportement divergeant au voisinage de la transition et que ce comportement peut être caractérisé par un exposant critique universel. Cette théorie suppose un paramètre d'ordre constant (champ moyen) et néglige donc les fluctuations du paramètre d'ordre. La théorie de Ginzburg-Landau corrige ce problème et montre que les fluctuations dominent la physique proche de la transition dans la zone de fluctuation critique. On prédit l'existence de plusieurs classes d'universalité suivant la dimension du système et du paramètre d'ordre. La condensation de Bose-Einstein appartient à la classe d'universalité du modèle XY à 3D au même titre que la transition superfluide dans l'hélium ou que la transition supraconductrice dans la métaux.

Expérimentalement, nous avons adressé deux questions. D'une part, la détermination expérimentale de l'exposant critique à la transition de Bose-Einstein. La difficulté expérimentale réside dans le fait que la zone de fluctuations critiques est ici une zone très petite autour de la température critique. Nous avons pu mesurer un exposant critique en accord avec la théorie de Ginzburg-Landau (voir article page 44). D'autre part, nous nous sommes intéressés à la dynamique de la transition de phase, lors d'un refroidissement

soudain. Cet aspect concerne la physique hors équilibre, domaine qui est de plus en plus étudié et qui est très difficile sur le plan théorique. En particulier, on peut s'attendre à une condensation locale et donc à l'apparition d'un paramètre d'ordre non nul différent suivant la position. On a alors des défauts de phases complexes qui doivent finalement disparaître petit à petit alors que le système atteint lentement l'équilibre thermodynamique. C'est a priori un problème très complexe qui dépend de la géométrie exact du piège et des conditions précises de l'expérience. Ici on apporte principalement la preuve que c'est une problématique accessible aux expériences avec des gaz d'atomes ultra-froids (voir article page 49). Les échelles de temps sont typiquement de l'ordre de quelques 10 ou 100 milliseconds. Dans les systèmes de matière condensée, les processus sont habituellement beaucoup plus rapides et pas forcément accessibles expérimentalement. Ces travaux constituent le coeur de la thèse de T. Donner [42].

3.3 Un condensat dans une cavité de haute finesse

3.3.1 Transport du condensat et propriétés du système condensat-cavité

Le transport du condensat dans son ensemble dans la cavité est une étape qui n'avait pas été prévue au démarrage de l'expérience. Dans l'équipe, je prends particulièrement en charge cette partie du montage. Nous choisissons de fabriquer un ascenseur à atomes, basé sur un réseau optique en mouvement, pour transporter les atomes sur 3.6 cm de la zone du piège magnétique jusqu'à la cavité. En particulier, je construis un système laser à 850 nm (diode+MOPA) asservi sur le Césium pour créer ce réseau décalé vers le rouge pour les atomes de rubidium. Je supervise F. Brennecke un nouvel étudiant en thèse pour synthétiser et faire passer les faisceaux elliptiques à travers la chambre de science. L'optimisation du transport sera l'occasion pour moi de m'intéresser à la physique dans les réseaux optiques qui représente une partie importante de la recherche dans le domaine des atomes froids.

Un condensat dans une cavité donne lieu à un couplage collectif ($\sqrt{N}g_0$) extrêmement grand (jusqu'à plusieurs GigaHertz). Nous avons alors dû revoir notre méthode d'utilisation de la cavité, avec des balayages sur une échelle de fréquences beaucoup plus grande (à la fois de la longueur de la cavité et de la fréquence du laser d'excitation). Nos premières observations sont

surprenantes avec par exemple deux résonances au lieu d'une, mais aussi des spectres d'excitations avec des raies non symétriques et même des oscillations rapides dans le nombre de photons présents dans la cavité à résonance. Les deux résonances furent rapidement expliquées par les deux modes de polarisation de la cavité σ^+ et σ^- qui présentent une sensibilité différente à la présence des atomes (voir article page 54). Les autres effets sont des effets non-linéaires qui disparaissent pour des pompages très faibles avec largement moins de un photon en moyenne dans la cavité. Notre premier travail se placera donc dans ce régime pour caractériser le spectre d'excitation à faible intensité du système condensat-cavité. C'est l'objet de la publication reproduite page 54. Ce travail fut l'occasion de transmettre ma compréhension théorique du système à F. Brennecke qui travaille encore sur l'expérience.

3.3.2 Développements plus récents : bistabilité, opto-mécanique

Si nous avions déjà de vives discussions avant mon départ de Zürich sur la nature des effets non linéaires observés, leur compréhension fine ne fait plus vraiment partie de mon travail. Cela fait notamment l'objet de la thèse de F. Brennecke qui est devenu un expert du couplage collectif d'atomes avec une cavité [43]. Proches de la résonance atomique, les courbes asymétriques sont dues à un effet de bistabilité [44]. Cet effet avait finalement déjà été observé [45] mais il est grandement amplifié par le couplage collectif à un condensat.

Les oscillations du nombre de photons dans la cavité en régime dispersif (loin de la résonance atomique) sont plus intéressantes. Elle sont dues à un couplage au mouvement des atomes [46, 47, 43]. Les photons forment un réseau de Bragg qui diffracte les atomes. Ceux-ci sont ensuite périodiquement résonnants avec la cavité du fait de leur déplacement. Une analogie entre ce système (condensat interagissant avec un mode sinusoïdal dans une cavité) et un système opto-mécanique constitué d'une cavité avec un miroir fixé avec un ressort a été établie.

Enfin, plus récemment des études ont été menées avec un faisceau de pompage orthogonal à l'axe de la cavité. Nous avions à l'époque brièvement essayé cette configuration qui présente l'avantage de ne pas avoir de signal en l'absence d'atomes, mais sans comprendre les signaux observés. La complication vient de la présence d'interférences entre le faisceau de pompage et le champ de la cavité. Avec un faisceau de pompe rétro-réfléchi, on observe une transition de phase quantique où les atomes s'organisent suivant un damier pour émettre en phase le champ de la cavité [48]. A faible intensité de pompe,

il n'y a pas de champ dans la cavité et le condensat reste homogène alors qu'à plus forte intensité, le champ intra-cavité est non nul et l'interférence entre le champ intra-cavité avec le champ de pompe auto-entretient le processus. Il y a brisure spontanée de symétrie car la phase du champ intra-cavité (ainsi que celle du damier) peut prendre deux valeurs différentes. On peut montrer que cette transition de phase est en fait analogue à la transition de Dicke [48].

3.4 Conclusion

Les deux années que j'ai passé dans le groupe de Tilman Esslinger à l'ETH ont été particulièrement riches d'un point de vue scientifique. Nous avons formé une bonne équipe avec Tilman et M. Köhl mais aussi avec les différents étudiants avec qui j'ai eu l'occasion de travailler. J'ai personnellement beaucoup appris tant au niveau expérimental que théorique. J'espère aussi avoir partagé avec succès certaines de mes compétences.

Cette expérience mélangeant gaz quantique et cavité de haute finesse était pionnière et d'autres dispositifs similaires sont maintenant opérationnels dans le groupe de J. Reichel [49] à Paris ou celui de D. Stamper-Kurn à Berkeley [50]. Les expériences de cavité constituent un système modèle pour l'optique quantique ou de façon plus générale la physique quantique. Le futur de ces expériences est difficile à prévoir surtout maintenant que je ne suis plus directement impliqué. Une chose naturelle serait sans doute d'aller vers des expérience de type optique quantique. On peut par exemple analyser les propriétés de cohérence du faisceau qui sort de la cavité ou exciter le système avec un faisceau comprimé. On peut aussi imaginer de contrôler précisément la position de nombreux atomes dans un réseau 3D dans une cavité et ainsi les faire interagir à distance, de les intriquer, et ainsi d'aller vers le domaine de l'information quantique. Personnellement, j'avoue cependant avoir un faible pour les expériences où les aspects collectifs et quantiques interagissent et où la physique à N-corps intervient comme c'est le cas dans les expériences qui sont maintenant mises en oeuvre à l'ETH [51].

3.5 Articles liés à ce chapitre

3.5.1 Time interval distributions of atoms in atomic beams [1]

Appl. Phys. B 86, 391–393 (2007)
DOI: 10.1007/s00340-006-2509-2

Applied Physics B
Lasers and Optics

M. KÖHL✉
A. ÖTTL
S. RITTER
T. DONNER
T. BOURDEL
T. ESSLINGER

Time interval distributions of atoms in atomic beams

Institute for Quantum Electronics, ETH Zürich, 8093 Zürich, Switzerland

Received: 6 July 2006
Published online: 8 December 2006 • **© Springer-Verlag 2006**

ABSTRACT We report an experimental investigation of two-particle correlations between neutral atoms in a Hanbury Brown and Twiss experiment. Both an atom laser beam and a pseudo-thermal atomic beam are extracted from a Bose–Einstein condensate and the atom flux is measured with a single atom counter. We determine the conditional and the unconditional detection probabilities for the atoms in the beam and find good agreement with the theoretical predictions.

PACS 03.75.Pp; 05.30.Jp; 07.77.Gx; 42.50.Pq

1 Introduction

Hanbury Brown and Twiss experiments [1] play a central role in investigating correlations between identical particles. The underlying idea of these experiments is that intensity fluctuations and their correlations are tightly linked to the quantum mechanical state of a system. The statistical properties of a beam of photons or atoms can be accessed in counting experiments. A famous example of how the statistics vary for different quantum states of light is the distinct difference of photon correlations in thermal light beams and laser beams [2, 3].

For ideal bosonic atoms the same quantum statistical properties are expected as for the case of photons. First experiments investigating the second-order correlation function of laser-cooled thermal atoms have already been undertaken several years ago and the bunching behavior could be observed [4]. The availability of quantum degenerate atomic gases [5] has added a new dimension, since now even coherent states of matter can be investigated. Recently, the second-order correlation function $g^2(\tau)$ of quantum degenerate atoms has been observed [6, 7] and the feasibility of studying Hanbury Brown and Twiss correlations of atoms released from an optical lattice has been demonstrated [8, 9]. Moreover, atom–atom correlations have also been observed in the dissociation process of ultra-cold molecules [10] and density correlations have been investigated in phase-fluctuating Bose–Einstein condensates (BECs) [11, 12].

✉ Fax: +41-44-633 1254, E-mail: koehl@phys.ethz.ch

The second-order temporal correlation function of the stationary field ψ,

$$g^2(\tau) = \frac{\langle \psi^\dagger(\tau)\psi^\dagger(0)\psi(0)\psi(\tau)\rangle}{\langle \psi^\dagger(0)\psi(0)\rangle^2}, \quad (1)$$

reveals valuable information about the intensity noise and the two-particle correlations in the sample. In particular, for an atomic beam released from a Bose–Einstein condensate the correlation function was found to be equal to unity, revealing the second-order coherence of the atomic beam [6]. Together with the measurement of the first-order coherence of this beam [13], this showed that atomic beams extracted from a Bose–Einstein condensate indeed are the matter wave analogue of an optical laser.

In this paper we discuss the two-particle correlations of atoms in an atomic beam extracted from a Bose–Einstein condensate. We measure the conditional and the unconditional probabilities for atom detection, which constitutes a complementary view of two-particle correlations as compared to an analysis of the second-order correlation function.

2 Experimental setup

Our experimental setup combines the techniques for the production of atomic Bose–Einstein condensates with single atom detection by means of an ultra-high-finesse optical cavity [6, 14]. We collect 10^9 ^{87}Rb atoms in a vapor cell magneto-optical trap which is loaded from a pulsed dispenser source. After polarization gradient cooling and optical pumping into the $|F = 1, m_F = -1\rangle$ hyperfine ground state, we magnetically transfer the atoms over a distance of 8 cm into a magnetic Quadrupole Ioffe Configuration (QUIC) trap [15]. In this magnetic trap we perform radio-frequency-induced evaporative cooling of the atomic cloud and obtain almost pure Bose–Einstein condensates of 2×10^6 atoms. After evaporation we relax the confinement of the atoms to the final trapping frequencies $(\omega_x, \omega_y, \omega_z) = 2\pi \times (39, 7, 29)$Hz, where z denotes the vertical axis.

For output coupling of an atom laser beam, we apply a weak continuous microwave field to locally spin flip atoms inside the Bose–Einstein condensate into the $|F = 2, m_F = 0\rangle$ state. These atoms do not experience the magnetic trapping potential but are released from the trap and form a well-collimated beam which propagates downwards due to grav-

ity [16]. The output coupling is performed near the center of the Bose condensate for a duration of 500 ms during which we extract about 3×10^3 atoms.

Alternatively, we create a beam with pseudo-thermal correlations from a Bose–Einstein condensate. This is in close analogy to changing the coherence properties of a laser beam by means of a rotating ground glass disk [2, 17]. Instead of applying a monochromatic microwave field for output coupling we use a broadband microwave field. We employ a white-noise radio-frequency generator in combination with a quartz-crystal band-pass filter which sets the bandwidth Δf of the noise. The filter operates at a frequency of a few MHz and the noise signal is subsequently mixed with a fixed-frequency signal close to the hyperfine transition at 6.8 GHz to match the output coupling frequency.

After propagating a distance of 36 mm the atoms enter the ultra-high-finesse optical cavity (see Fig. 1). The cavity consists of two identical mirrors separated by 178 μm. Their radius of curvature is 77.5 mm, resulting in a Gaussian TEM_{00} mode with a waist of $w_0 = 26\,\mu\mathrm{m}$. The coupling strength between a single Rb atom and the cavity field is $g_0 = 2\pi \times 10.4\,\mathrm{MHz}$ on the $F = 2 \rightarrow F' = 3$ transition of the D_2 line. The cavity has a finesse of 3×10^5 and the decay rate of the cavity field is $\kappa = 2\pi \times 1.4\,\mathrm{MHz}$. The spontaneous decay rate of the atomic dipole moment is $\gamma = 2\pi \times 3\,\mathrm{MHz}$. Since $g_0 \gg \kappa, \gamma$ we operate in the strong coupling regime of cavity quantum electrodynamics (QED). The cavity resonance frequency is stabilized by means of a far-detuned laser with a wavelength of 830 nm using a Pound–Drever–Hall locking scheme.

The cavity is probed by a weak, near-resonant laser beam whose transmission is monitored by a single photon counting module. We find a shot-noise-limited transmission of photons through the empty cavity. The presence of an atom inside the cavity results in a drop of the transmission. The intensity and the frequency of the detection laser are optimized to yield a maximum detection efficiency for the released atoms

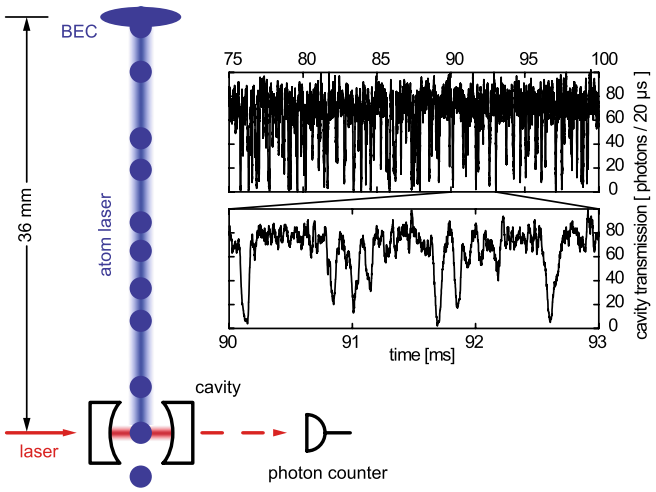


FIGURE 1 Schematic view of the experimental setup. A Bose–Einstein condensate (BEC) is produced 36 mm above an ultra-high-finesse optical cavity. Using microwave output coupling we extract an atomic beam from the condensate, which passes through the cavity. The intensity of a laser beam probing the cavity is modified by the presence of a single atom inside the cavity, resulting in the characteristic dips of the cavity transmission

that is $(23 \pm 5\%)$ [14]. This number is primarily limited by the size of the atom laser beam, which exceeds the cavity mode cross section. The atoms enter the cavity with a velocity of 84 cm/s. The resulting dead time of our detector of approximately 70 μs is short compared to the time scale of the correlations, which allows us to perform Hanbury Brown and Twiss type measurements with a single detector [18].

We record the cavity transmission for the period of atom laser operation (typically 0.5 s) and average the photon counting data over 20 μs. Using a peak detection routine we determine the arrival time of atoms in the cavity, requiring that the cavity transmission drops below the empty cavity value by at least four times the photon shot noise.

3 Results

We first investigate the distribution function of the time intervals between successive atom counting events. This represents a 'start–stop' measurement, where a time counter is triggered by an atom detection event and stopped by the next detection event [3]. From the histogram of the measured time intervals, we obtain the conditional probability $p(t|t+\tau)$ of detecting the next atom a time τ later than an initial atom observed at t. These exclusive pair correlations, for which we restrict ourselves to consecutive atom detection events, are distinguished from the non-exclusive pair correlations measured by the second-order correlation function $g^{(2)}(\tau)$. There, the pairwise time differences between all atoms are evaluated.

For an average count rate ν the conditional detection probability density for a coherent beam is given by [19]

$$p_{\mathrm{coh}}(0|\tau) = \nu \exp(-\nu\tau)\,. \tag{2}$$

In contrast, for a thermal state of bosons one finds [19]

$$p_{\mathrm{th}}(0|\tau) = \frac{2\nu}{(1+\nu\tau)^3}\,. \tag{3}$$

For $\tau = 0$ the thermal probability density is twice as large as the coherent probability density. This reflects the increased thermal fluctuations and the bunching behavior in pair correlations of bosonic particles.

In Fig. 2 we compare our data with this theory. For the pseudo-thermal atomic beam we have chosen a bandwidth of $\Delta f = 90\,\mathrm{Hz}$ and analyzed time intervals short compared to the coherence time $\tau_c = 1/\Delta f = 11\,\mathrm{ms}$. We normalize the measured probability by the measured count rate $\nu_{\mathrm{exp}} = 1.3 \times 10^3\,\mathrm{s}^{-1}$ and fit the result with the functions given in (2) and (3), allowing for some overall scaling factor. From the fits we obtain the average count rates $\nu = 1.4 \times 10^3\,\mathrm{s}^{-1}$ and $\nu = 1.6 \times 10^3\,\mathrm{s}^{-1}$ for the atom laser beam and the pseudo-thermal beam, respectively, which compares well with the experimentally determined flux ν_{exp} for both cases. For $\tau = 0$ we find that the data for the atom laser beam exceed $p(0|\tau)/\nu_{\mathrm{exp}} = 1$ by approximately 15%. Similarly, the results for the pseudo-thermal beam exceed $p(0|\tau)/\nu_{\mathrm{exp}} = 2$ by approximately 30%. This could be attributed to the dead time of our detector – which is about 70 μs [6] – during which we cannot detect a possible consecutive event. We estimate the probability for a second atom arriving within the dead time of the detector to be 5% for the atom laser beam and 10% for atoms in

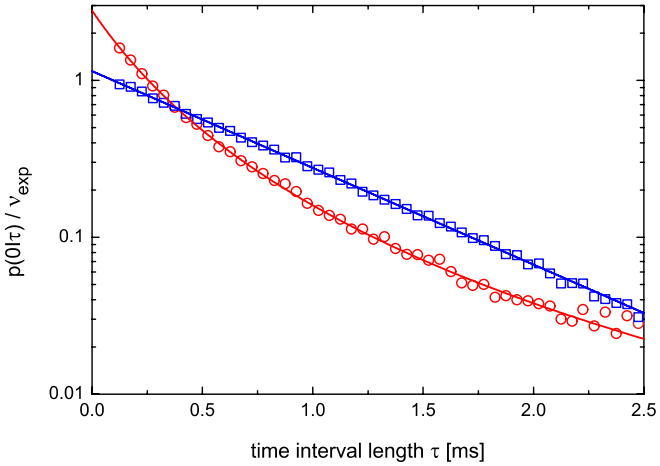


FIGURE 2 Conditional detection probability $p(0|\tau)$. The frequency distribution of the time intervals between two successive atom counts is shown for the atom laser (*squares*) and for a pseudo-thermal beam with a bandwidth of $\Delta f = 90$ Hz (*circles*). The *lines* are fits according to (2) and (3)

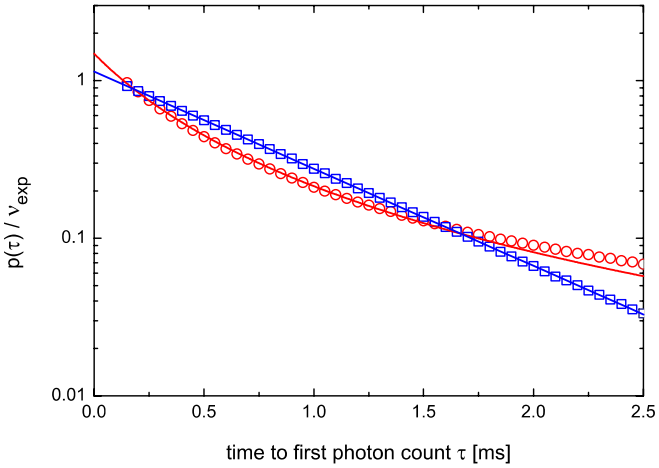


FIGURE 3 Unconditional detection probability $p(\tau)$. The frequency distribution of the length of the intervals between a randomly chosen start point and the subsequent atom detection event is shown for the atom laser (*squares*) and for a pseudo-thermal beam with a bandwidth of $\Delta f = 90$ Hz (*circles*). The *lines* are fits according to (4) and (5)

the pseudo-thermal beam. With this probability a later atom might falsely be identified as being consecutive to the initial event, which overestimates the number of time intervals larger than the detector dead time. Moreover, the experimental count rate is underestimated by the same factor, also contributing to the enhancement of the data above the theoretical expectation.

Next, we study the unconditional probability of a single atom detection event. The unconditional probability assumes that the timer is started at a randomly chosen time and records the time to the next atom detection event. For a coherent beam of atoms the unconditional probability for a detection event $p(t)$ is equal to the conditional probability investigated above [19]:

$$p_{\mathrm{coh}}(\tau) = \nu \exp(-\nu\tau)\,. \tag{4}$$

This reflects the absence of any density correlations in a coherent atomic beam. For a thermal state one finds

$$p_{\mathrm{th}}(\tau) = \frac{\nu}{(1+\nu\tau)^2}\,, \tag{5}$$

which for $\tau = 0$ differs from the corresponding conditional probability by a factor of 2. The physical reason for this difference lies in the bunching of thermal bosons, which enhances the detection probability only for two nearby events measured by the conditional probability. The unconditional probability measures a single-particle property and does not reveal a bunching effect. In Fig. 3 we show our measurements of the atom detection probability for a randomly chosen initial start point and find good agreement with the theoretical prediction. Similarly to the results for the conditional probability, we observe that the experimental data for $\tau = 0$ are larger than the theoretically expected result of $p(\tau)/\nu_{\mathrm{exp}} = 1$ by the same relative amount as in Fig. 2. We attribute this again to the dead time of our detector, as discussed above. The apparently better data quality of Fig. 3 as compared to Fig. 2 is due to the larger number of available time intervals for the unconditional probability.

4 Conclusion

We have studied the time interval distribution of atom detection in an atom laser beam and a pseudo-thermal atomic beam. We have investigated both the conditional and the unconditional detection probabilities and found good agreement with the theoretical predictions. This complements the measurement of the second-order correlation function of the atomic beams [6].

ACKNOWLEDGEMENTS We acknowledge stimulating discussions with F.T. Arecchi and F. Brennecke, and thank R. Glauber for suggesting this experiment. This work is supported by SNF, QSIT, and the EU project OLAQUI.

REFERENCES

1 R. Hanbury Brown, R.Q. Twiss, Nature (London) **177**, 27 (1956)
2 F.T. Arecchi, Phys. Rev. Lett. **15**, 912 (1965)
3 F.T. Arecchi, E. Gatti, A. Sona, Phys. Lett. **20**, 27 (1966)
4 M. Yasuda, F. Shimizu, Phys. Rev. Lett. **77**, 3090 (1996)
5 M.H. Anderson, J.R. Ensher, M.R. Matthews, C.E. Wieman, E.A. Cornell, Science **269**, 198 (1995)
6 A. Öttl, S. Ritter, M. Köhl, T. Esslinger, Phys. Rev. Lett. **95**, 090404 (2005)
7 M. Schellekens, R. Hoppeler, A. Perrin, J.V. Gomes, D. Boiron, A. Aspect, C.I. Westbrook, Science **310**, 648 (2005)
8 E. Altman, E. Demler, M.D. Lukin, Phys. Rev. A **70**, 013603 (2004)
9 S. Fölling, F. Gerbier, A. Widera, O. Mandel, T. Gericke, I. Bloch Nature (London) **434**, 481 (2005)
10 M. Greiner, C.A. Regal, J.T. Stewart, D.S. Jin, Phys. Rev. Lett. **94**, 110401 (2005)
11 L. Cacciapuoti, D. Hellweg, M. Kottke, T. Schulte, W. Ertmer, J.J. Arlt, K. Sengstock, L. Santos, M. Lewenstein, Phys. Rev. A **68**, 053612 (2003)
12 D. Hellweg, L. Cacciapuoti, M. Kottke, T. Schulte, K. Sengstock, W. Ertmer, J.J. Arlt, Phys. Rev. Lett. **91**, 010406 (2003)
13 M. Köhl, T.W. Hänsch, T. Esslinger, Phys. Rev. Lett. **87**, 160404 (2001)
14 A. Öttl, S. Ritter, M. Köhl, T. Esslinger, Rev. Sci. Instrum. **77**, 063118 (2006)
15 T. Esslinger, I. Bloch, T.W. Hänsch, Phys. Rev. A **58**, R2664 (1998)
16 I. Bloch, T.W. Hänsch, T. Esslinger, Phys. Rev. Lett. **82**, 3008 (1999)
17 W. Martienssen, E. Spiller, Am. J. Phys. **32**, 919 (1964)
18 L. Mandel, E. Wolf, Rev. Mod. Phys. **37**, 231 (1965)
19 R.J. Glauber, in *Laser Handbook*, vol. 1, ed. by F.T. Arecchi, E.O. Schulz Dubois (North-Holland, Amsterdam, 1972), Chapt. A1, pp. 1–43

3.5.2 Cavity QED detection of interfering matter waves [2]

Cavity QED detection of interfering matter waves

T. Bourdel, T. Donner, S. Ritter, A. Öttl, M. Köhl,* and T. Esslinger
Institute of Quantum Electronics, ETH Zürich, CH-8093 Zürich, Switzerland
(Received 26 January 2006; published 5 April 2006)

We observe the build-up of a matter wave interference pattern from single atom detection events in a double-slit experiment. The interference arises from two overlapping atom laser beams extracted from a rubidium Bose-Einstein condensate. Our detector is a high-finesse optical cavity which realizes a quantum measurement of the presence of an atom and thereby projects delocalized atoms into a state with zero or one atom in the resonator. The experiment reveals simultaneously the granular and the wave nature of matter. We present a setup which is suited for applications in atom interferometry and cavity QED.

DOI: 10.1103/PhysRevA.73.043602 PACS number(s): 03.75.Dg, 03.75.Pp, 05.30.Jp, 42.50.Pq

The prediction of the duality between particles and waves by de Broglie [1] is a cornerstone of quantum mechanics. The simple picture that matter waves show interferences just like classical waves neglects the granularity of matter. This analogy is valid only if the detector is classical and integrates the signal in such a way that the result is a mean particle flux. With quantum detectors that are sensitive to individual particles the discreteness of matter has to be considered. The probability to detect a particle is proportional to the square amplitude of the wave function and interferences are visible only after the signal is averaged over many particles. Interference of single massive particles have been observed using electrons [2,3], neutrons [4], atoms [5–7] and even large molecules [8].

In the regime of atom optics, single atom detection has been achieved for example by fluorescence [9], using a microchannel plate detector for metastable atoms [10], and high-finesse optical cavities [11]. Only very recently has the single atom detection capability been achieved together with quantum degenerate samples reaching the regime of quantum atom optics [12,13]. In our experiment, we detect single atoms from a coherent matter-wave field using a high-finesse optical cavity in the strong coupling regime of cavity quantum electrodynamics (QED) [14–16].

For atoms with a spatially extended wave function, such as in a Bose-Einstein condensate or in an atom laser beam, a measurement projects the delocalized atom into a state localized at the detector [17]. This quantum measurement requires dissipation in the detection process. For our cavity QED detection method, we study the open quantum system composed of coupled matter-wave and light fields. The two sources of dissipation are cavity losses and spontaneous emission. In particular, we calculate the time needed for the localization of an atom along the beam in the cavity measurement process. We then experimentally investigate atomic interferences using our detector which can resolve single atom transits in time. The high detection efficiency opens new perspectives for atom interferometry such as quantum limited detection of amplitude and phase of a matter-wave [18].

*Electronic address: Koehl@phys.ethz.ch

A schematic of our experimental setup is shown in Fig. 1. We output couple two weak atom laser beams from a Bose-Einstein condensate and their wave functions overlap and interfere [19]. The flux is adjusted in such a way that there is on average only one atom at a time in the interferometer. Using the high-finesse cavity we measure single atom arrival times in the overlapping beams. We observe the gradual appearance of a temporal high-contrast matter wave interference pattern as more and more detection events are accumulated.

Single atom detection in an optical cavity can be captured in a classical picture: an atom changes the index of refraction in the cavity and thereby shifts it out of resonance from the probe laser frequency. In the absence of an atom, the probe beam is resonant with the cavity and its transmission is maximal. Experimentally we use a probe power correspond-

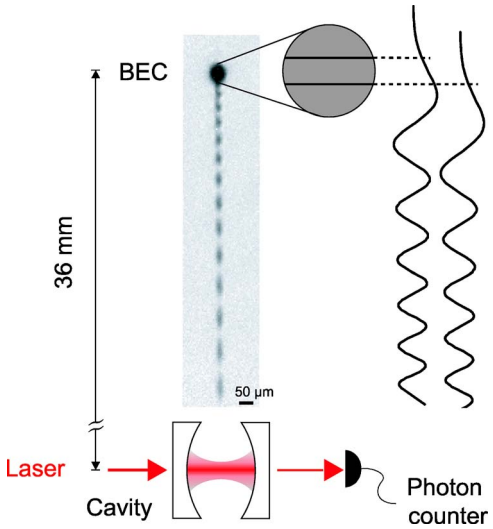


FIG. 1. (Color online) Schematic of the experimental setup. From two well defined regions in a Bose-Einstein condensate (BEC), we couple atoms to an untrapped state. The real parts of the resulting atom laser wave functions are sketched on the right-hand side. The absorption image shows an interference pattern corresponding to $\Delta f = 1$ kHz and an atom flux $\sim 10^6$ times larger than in the actual single atom interference experiment. Monitoring the transmission of a probe laser through a high-finesse optical cavity with a photon counter, single atom transits are detected.

 ©2006 The American Physical Society

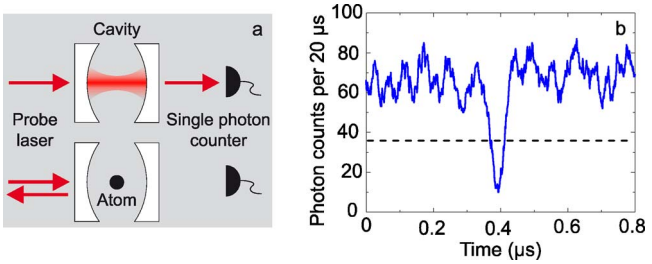


FIG. 2. (Color online) (a) Cavity single atom detection principle. An atom detunes the high-finesse cavity from resonance and the cavity transmission consequently drops. (b) Photon flux through the high-finesse optical cavity when an atom is detected. The photon count rate is averaged over 20 μs. The detection threshold is set to be four times the standard deviation of the photon shot noise (dashed line).

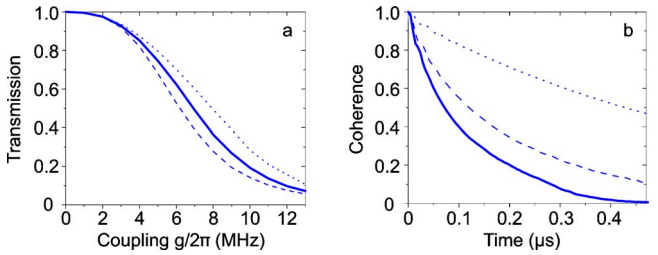


FIG. 3. (Color online) (a) Normalized transmission as a function of coupling strength. The solid line corresponds to our probe strength of five photons in the cavity in the absence of an atom. The dashed line is the weak probe limit. The dotted line corresponds to ten photons in the cavity. (b) Coherence between the states with one and no atom as a function of time. The initial coherence is normalized to 1. Solid line: $g=2\pi\times 10$ MHz. Dashed line: $g=2\pi\times 6.5$ MHz. Dotted line: $g=2\pi\times 3$ MHz.

ing to five photons on average in the cavity. The cavity lock is sufficiently stable for the cavity transmission to be at the photon shot noise limit. The presence of an atom results in a drop of the cavity transmission (see Fig. 2). We set the threshold for an atom detection event to a drop in transmission of four times the standard deviation of the photon shot noise in our 20 μs integration time. Then the overall detection efficiency of atoms extracted from a Bose-Einstein condensate is measured to be 0.23(8). It is mainly limited by the size of the atom laser which exceeds the dimension of the cavity mode and can be increased using a laser to guide the atoms into the detector.

Our cavity has been described in a previous paper [12] and we only recall here its main figures of merit. Its length is 178 μm, the mode waist radius is 26 μm, and its finesse is 3×10^5. The maximum coupling strength between a single ^{87}Rb atom and the cavity field $g=2\pi\times 10.4$ MHz is larger than the cavity field decay rate $\kappa=2\pi\times 1.4$ MHz and the atom dipole decay rate $\gamma=2\pi\times 3$ MHz. The probe laser and the cavity are red-detuned as compared to the atomic resonance such that the light force pulls the atoms to regions where the coupling is large, therefore enhancing the detection efficiency.

To understand the actual detection process we study the dynamics of the atom-cavity quantum system taking into account dissipation. We first consider a classical atom entering a simplified square shaped cavity mode so that its coupling to the cavity field increases suddenly to a constant value g. Thereby we do not take into account the atom dynamics due to the dipole potential of the standing-wave cavity mode. The cavity field is initially coherent with a few photons. We use a two level approximation for the atom description and assume a 30 MHz red-detuning of the probe laser compared to the atomic resonance [20]. In the case of strong coupling the following dynamics occur. On a short time scale given by $1/g$, the atom-cavity system exhibits coherent oscillations. It progressively reaches an equilibrium state on a time scale given by $1/\kappa$ and $1/\gamma$ due to cavity loss and atomic spontaneous emission. These are the two sources of dissipation. In the equilibrium state, the mean photon number in the cavity is reduced and the cavity transmission drops.

To evaluate this drop quantitatively, we find the steady-state of the master equation for the density matrix numerically [21–24]. For our parameters, the transmission as a function of the coupling strength g is plotted in Fig. 3(a). For a maximally coupled atom $g=2\pi\times 10.4$ MHz, the average intracavity photon number is found to be reduced from 5 to 0.8, and the number of detected photons is then reduced by the same ratio. Such a reduction corresponds well to the largest observed transmission drops. An example is shown in Fig. 2. The detection threshold corresponds to a coupling of $g=2\pi\times 6.5$ MHz. Experimentally, unlike in our model, an atom feels a position dependent coupling as it transverses the mode profile. However, the atom transit time through the cavity mode (40 μs) is long compared to the cavity relaxation time scales $1/\kappa$ and $1/\gamma$ and the atom-cavity system adiabatically follows a quasiequilibrium state. Therefore the experimental transmission drops can be compared to the calculated ones.

Specific to our experiment is that a longitudinally extended matter wave and not a classical atom enters the cavity [25]. Our system allows us to realize a quantum measurement of the presence of an atom. For our low atom flux, we can neglect the probability of having more than one atom at a time in the cavity. The incoming continuous wave function is thus projected into a state with one or zero atoms in the cavity. This evolution from a pure quantum state to a statistical mixture involves decoherence. The latter is introduced by spontaneous scattering and cavity photon loss. The origin of the decoherence can be understood as unread measurements in the environment [17,21]. For example, if a spontaneously emitted photon is detected, there is necessarily an atom in the cavity and the wave function is immediately projected. Similarly, the more different the light field with an atom in the cavity is from the field of an empty cavity, the more different is the scattered radiation out of the cavity, and the projection occurs correspondingly faster.

We now quantify the time needed for the projection to occur. For simplicity, rather than a continuous wave function, we consider a coherent mixture of one and zero atoms entering a square-shaped cavity at a given time. We take the limit when the probability to have one atom is low. The initial cavity field is the one of an empty cavity. Dissipation effects are studied by computing the time evolution of the density

matrix [22]. The degree of projection of the initial state can be extracted from the off-diagonal terms between states with one atom and no atom in the density matrix. More precisely, we define the coherence as the square-root of the sum of the squared modulus of the off-diagonal terms mentioned above. This quantity is maximal for a pure quantum state with equal probability to have an atom or not. The coherence is zero for a statistical mixture.

In Fig. 3(b), the temporal evolution of the coherence is plotted. As expected, it decays to zero at long times due to dissipation. The decay time increases as the coupling to the cavity is weakened. In the limit, where the coupling vanishes, the coherence is preserved. The atomic wave function then evolves as if there was no cavity. For $g > 2\pi \times 6.5$ MHz, the decoherence time is found to be a fraction of a microsecond. This time is much shorter than the 40 μs transit time of an atom through the cavity and for all our detected atomic transits, the wave function is thus well projected to a state with one atom. Our detection scheme realizes a quantum measurement of the presence of an atom in the cavity. However, during an atom transit some photons are spontaneously scattered and the velocity of the atom is slightly modified.

Using our cavity detector, we can observe matter wave interferences on the single atom level. The starting point of the experiment is a quasi pure Bose-Einstein condensate with 1.5×10^6 rubidium atoms in the hyperfine ground state $|F=1, m_F=-1\rangle$ [12]. The atoms are magnetically trapped with frequencies 7 Hz, 29 Hz, and 39 Hz. A weak and continuous microwave field locally spin-flips atoms from the Bose-Einstein condensate into the untrapped $|F=2, m_F=0\rangle$ state. This process is resonant for a section of the condensate where the magnetic field is constant. Because the magnetic moment of the spin flipped atoms vanishes they fall due to gravity and form a continuous atom laser [26].

When we apply two microwave fields of different frequencies, we are able to output couple atom laser beams from two well defined slices of the condensate [19]. The two distinct atom laser wave functions overlap and interfere. At the entrance of the cavity, the atomic wave function ψ is well described by the sum of two plane waves with the following time dependence:

$$\psi(t) \propto \exp(i\omega_1 t) + \exp(i(\omega_2 t + \phi)) \propto \cos[(\omega_2 - \omega_1)t/2 + \phi_2],$$

where $\hbar\omega_1$ and $\hbar\omega_2$ are the energies of the two laser beams and ϕ is a fixed phase difference. The radial dependence of the wave function is neglected. The probability to detect an atom is given by the square norm of the wave function which is modulated in time and behaves like a cosine squared. The modulation frequency of the interference signal is given by the energy difference between the two atom lasers. Experimentally, it is determined by the frequency difference of the two microwave fields and is chosen to be $\Delta f = 10$ Hz, which corresponds to a distance of 5 nm between the two output coupling regions. The two microwave fields are generated such that the interference pattern is phase stable from one experimental run to the other.

The results of the experiment are presented in Fig. 4. Each experimental run corresponds to output coupling from a new

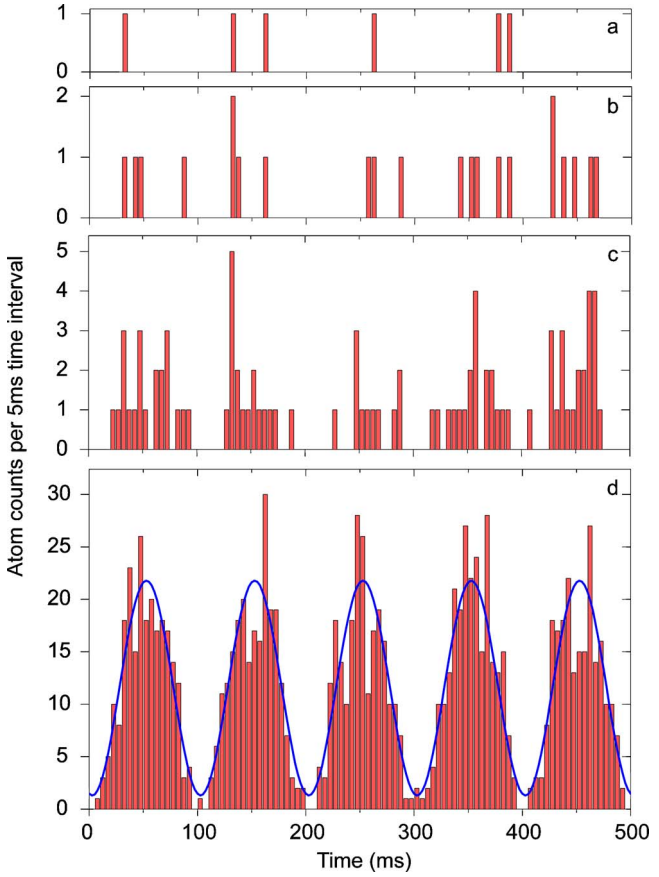


FIG. 4. (Color online) Histograms of the atoms detected in 5 ms time intervals. (a) Single experimental run. (b) Sum of four runs. (c) Sum of 16 runs. (d) Sum of 191 runs, the line is a sinusoidal fit. Please note the different scales.

condensate. On average ~6 atoms are detected in 0.5 s. After the detection of a few atoms, the interference pattern is not yet visible [Fig. 4(a)]. Nevertheless, after adding the results of several runs, it progressively appears [Figs. 4(b)–4(d)]. Experimentally, the atom number fluctuation is found to be dominated by the atomic shot noise and the signal to noise ratio of the interference increases as more data are included. A fit to the histogram yields a contrast of 0.89(5). The slight reduction of contrast is explained by a detected flux of about one atom every three runs in the absence of output coupling. We attribute this effect to artifact detection events and to atoms output coupled from stray microwave fields. Using a higher flux, we were able to detect an interference contrast in excess of 0.97.

Here, we work with a flux of one detected atom per 83 ms, which is about the time an atom needs to travel from the condensate region to the cavity. We are thus in a regime where the atoms fall one by one in the interferometer. Thereby a single atom interferes with itself. It behaves both like a wave because its time arrival probability shows an interference pattern and like a particle when detected. This can be similarly expressed by saying that each individual atom is released from both slits simultaneously. Our experiment is an atomic counterpart of Young's double slit experiment with individual photon detection.

To summarize, we detect matter wave interferences with a high-finesse optical cavity detector which realizes a quantum measurement of the presence of an atom. We explain how dissipation plays a crucial role in the detection process and for the localization of the atom inside the cavity. Using this detector, we are able to detect a high contrast atom interference pattern at the single atom level. The coupling of a matter wave to a cavity QED system opens the route to the quantum control not only of the internal state of the atoms but also of their positions [27]. Using the presented detection technique we can probe an atomic gas with a good quantum efficiency and introduce only a minimum perturbation through the measurement. This could facilitate nondestructive and time-resolved studies of the coherence of a quantum gas, for example during the formation of a Bose-Einstein condensate. With our setup, quantum limited detection of the phase between two distinct condensates would permit investigations of their relative phase evolution [28,29], build-up [30–32], or diffusion [33].

We would like to thank G. Puebla for his help with the simulations. We acknowledge funding by SEP Information Sciences, OLAQUI Grant No. (EU FP6-511057), Qudedis (ESF), and QSIT.

[1] L. de Broglie, Nobel Lecture, 1929, available online http://nobelprize.org.
[2] C. Jönsson, Z. Phys. **161**, 454 (1961).
[3] A. Tonomura, J. Endo, T. Matsuda, T. Kawasaki, and H. Ezawa, Am. J. Phys. **57**, 117 (1989).
[4] A. Zeilinger, R. Gähler, C. G. Shull, W. Treimer, and W. Mampe, Rev. Mod. Phys. **60**, 1067 (1988).
[5] O. Carnal and J. Mlynek, Phys. Rev. Lett. **66**, 2689 (1991).
[6] D. W. Keith, C. R. Ekstrom, Q. A. Turchette, and D. E. Pritchard, Phys. Rev. Lett. **66**, 2693 (1991).
[7] F. Shimizu, K. Shimizu, and H. Takuma, Phys. Rev. A **46**, R17 (1992).
[8] M. Arndt, O. Nairz, J. Vos-Andreae, C. Keller, G. Van der Zouw, and A. Zeilinger, Nature (London) **401**, 1680 (1999).
[9] Z. Hu and H. J. Kimble, Opt. Lett. **19**, 1888 (1994).
[10] J. Wiza, Nucl. Instrum. Methods **162**, 587 (1979).
[11] H. Mabuchi, Q. A. Turchette, M. S. Chapman, and H. J. Kimble, Opt. Lett. **21**, 1393 (1996).
[12] A. Öttl, S. Ritter, M. Köhl, and T. Esslinger, Phys. Rev. Lett. **95**, 090404 (2005). A. Öttl, S. Ritter, M. Köhl, and T. Esslinger, e-print cond-mat/0603279 (2006).
[13] M. Schellekens, R. Hoppeler, A. Perrin, J. Viana Gomes, D. Boiron, A. Aspect, and C. I. Westbrook, Science **310**, 648 (2005).
[14] C. J. Hood, M. S. Chapman, T. W. Lynn, and H. J. Kimble, Phys. Rev. Lett. **80**, 4157 (1998).
[15] P. Münstermann, T. Fischer, P. Maunz, P. W. H. Pinkse, and G. Rempe, Phys. Rev. Lett. **82**, 3791 (1999).
[16] J. A. Sauer, K. M. Fortier, M. S. Chang, C. D. Hamley, and M. S. Chapman, Phys. Rev. A **69**, 051804(R) (2004).
[17] A. M. Herkommer, H. J. Carmichael, and W. P. Schleich, Quantum Semiclassic. Opt. **8**, 189 (1996).
[18] P. Bouyer and M. A. Kasevich, Phys. Rev. A **56**, R1083 (1997).
[19] I. Bloch, T. W. Hänsch, and T. Esslinger, Nature (London) **403**, 166 (2000).
[20] Our probe beam is linearly polarized orthogonally to the magnetic field direction. We therefore do not probe on a cycling transition. The 30 MHz detuning is an effective value chosen to match the experimental conditions.
[21] J. Dalibard, Y. Castin, and K. Mølmer, Phys. Rev. Lett. **68**, 580 (1992).
[22] K. Mølmer, Y. Castin, and J. Dalibard, J. Opt. Soc. Am. B **10**, 524 (1993).
[23] C. Gardiner, *Quantum Noise* (Springer, Berlin, 1991).
[24] H. J. Carmichael, *An Open System Approach to Quantum Optics*, Lecture Notes in Physics (Springer Verlag, Berlin, 1993).
[25] M. Köhl, T. W. Hänsch, and T. Esslinger, Phys. Rev. Lett. **87**, 160404 (2001).
[26] I. Bloch, T. W. Hänsch, and T. Esslinger, Phys. Rev. Lett. **82**, 3008 (1999).
[27] P. Horak, S. M. Barnett, and H. Ritsch, Phys. Rev. A **61**, 033609 (2000).
[28] M. Saba, T. A. Pasquini, C. Sanner, Y. Shin, W. Ketterle, and D. E. Pritchard, Science **307**, 1945 (2005).
[29] M. Albiez, R. Gati, J. Fölling, S. Hunsmann, M. Cristiani, and M. K. Oberthaler, Phys. Rev. Lett. **95**, 010402 (2005).
[30] J. Javanainen and S. M. Yoo, Phys. Rev. Lett. **76**, 161 (1996).
[31] J. I. Cirac, C. W. Gardiner, M. Naraschewski, and P. Zoller, Phys. Rev. A **54**, R3714 (1996).
[32] Y. Castin and J. Dalibard, Phys. Rev. A **55**, 4330 (1997).
[33] J. Javanainen and M. Wilkens, Phys. Rev. Lett. **78**, 4675 (1997).

3.5.3 Critical Behavior of a Trapped Interacting Bose Gas [3]

arXiv:0704.1439v1 [cond-mat.stat-mech] 11 Apr 2007

Critical Behavior of a Trapped Interacting Bose Gas *

T. Donner[1], S. Ritter[1], T. Bourdel[1], A. Öttl[1], M. Köhl[1,2†], T. Esslinger[1]
[1]Institute of Quantum Electronics, ETH Zürich, CH–8093 Zürich, Switzerland
[2]Cavendish Laboratory, University of Cambridge, JJ Thomson Avenue, Cambridge CB3 0HE, United Kingdom
[†]To whom correspondence should be addressed; E-mail: koehl@phys.ethz.ch.

The phase transition of Bose-Einstein condensation is studied in the critical regime, when fluctuations extend far beyond the length scale of thermal de Broglie waves. Using matter-wave interference we measure the correlation length of these critical fluctuations as a function of temperature. The diverging behavior of the correlation length above the critical temperature is observed, from which we determine the critical exponent of the correlation length for a trapped, weakly interacting Bose gas to be $\nu = 0.67 \pm 0.13$. This measurement has direct implications for the understanding of second order phase transitions.

Phase transitions are among the most dramatic phenomena in nature, when minute variations in the conditions controlling a system can trigger a fundamental change of its properties. For example, lowering the temperature below a critical value creates a finite magnetization of ferromagnetic materials or, similarly, allows for the generation of superfluid currents. Generally, a transition takes place between a disordered phase and a phase exhibiting off-diagonal long-range order which is the magnetization or the superfluid density in the above cases. Near a second-order phase transition point the fluctuations of the order parameter are so dominant that they completely govern the behavior of the system on all length scales [1]. In fact, the large scale fluctuations in the vicinity of a transition already indicate the onset of the phase on the other side of the transition.

Near a second-order phase transition, macroscopic quantities show a universal scaling behavior which is characterized by critical exponents [1] that depend only on general properties of the system, such as its dimensionality, symmetry of the order parameter or the range of interaction. Accordingly, phase transitions are classified in terms of universality classes. Bose-Einstein condensation in three dimensions, for example, is in the same universality class as a three-dimensional XY magnet. Moreover, the physics of quantum phase transitions occurring at zero temperature can often be mapped on thermally driven phase transitions in higher spatial dimensions.

The phase transition scenario of Bose-Einstein condensation in a weakly interacting atomic gas is unique as it is free of impurities and the two-body interactions are precisely known. As the gas condenses, trapped bosonic atoms of a macroscopic number accumulate in a single quantum state and can be described by the condensate wave function, the order parameter of the transition. However, it has proven to be experimentally difficult to access the physics of the phase transition itself. In particular, the critical regime has escaped observation as it requires an extremely close and controlled approach to the critical temperature. Meanwhile, advanced theoretical methods have increased the understanding of the critical regime in a gas of weakly interacting bosons [2, 3, 4, 5]. Yet, the theoretical description of the experimental situation, a Bose gas in a harmonic trap, has remained unclear.

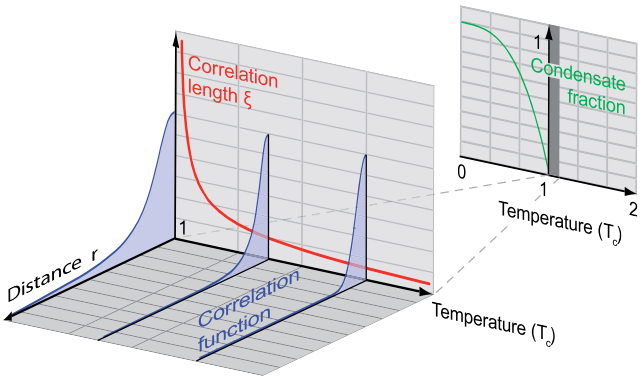


FIG. 1: Schematics of the correlation function and the correlation length close to the phase transition temperature of Bose-Einstein condensation. Above the critical temperature T_c the condensate fraction is zero (see right) and for $T \gg T_c$ the correlation function decays approximately as a Gaussian on a length scale set by the thermal de Broglie wavelength λ_{dB}. As the temperature approaches the critical temperature long-range fluctuations start to govern the system and the correlation length ξ increases dramatically. Exactly at the critical temperature ξ diverges and the correlation function decays algebraically for $r > \lambda_{dB}$ (Eq 1).

We report on a measurement of the correlation length of a trapped Bose gas within the critical regime just above the transition temperature. The visibility of a matter-wave interference pattern gives us direct access to the

*This is the author's version of the work. It is posted here by permission of the AAAS for personal use, not for redistribution. The definitive version was published in SCIENCE, 315, (16 March 2007), doi:10.1126/science.1138807.

first order correlation function. Exploiting our experimental temperature resolution of 0.3 nK (corresponding to 2×10^{-3} of the critical temperature) we observe the divergence of the correlation length and determine its critical exponent ν. This direct measurement of ν through the single particle density matrix complements the measurements of other critical exponents in liquid Helium [6, 7, 8], which is believed to be in the same universality class as the weakly interacting Bose gas.

In a Bose gas the physics of fluctuations of the order parameter is governed by different length scales. Far above the phase transition temperature, classical thermal fluctuations dominate. Their characteristic length scale is determined by the thermal de Broglie wavelength λ_{dB} and the correlation function can be approximated by $\langle\Psi^\dagger(r)\Psi(0)\rangle \propto \exp(-\pi r^2/\lambda_{dB}^2)$ with r being the separation of the two probed locations [9] (Fig 1). Nontrivial fluctuations of the order parameter Ψ close to the critical temperature become visible when their length scale becomes larger than the thermal de Broglie wavelength. The density matrix of a homogeneous Bose gas for $r > \lambda_{dB}$ can be expressed by the correlation function [10, 11]

$$\langle\Psi^\dagger(r)\Psi(0)\rangle \propto \frac{1}{r}\exp(-r/\xi), \qquad (1)$$

where ξ denotes the correlation length of the order parameter. The correlation length ξ is a function of temperature T and diverges as the system approaches the phase transition (Fig 1). This results in the algebraic decay of the correlation function with distance $\langle\Psi^\dagger(r)\Psi(0)\rangle \propto 1/r$ at the phase transition. The theory of critical phenomena predicts a divergence of ξ according to a power-law

$$\xi \propto |(T-T_c)/T_c|^{-\nu}, \qquad (2)$$

where ν is the critical exponent of the correlation length and T_c the critical temperature. The value of the critical exponent depends only on the universality class of the system.

While for non-interacting systems the critical exponents can be calculated exactly [1, 12], the presence of interactions adds richness to the physics of the system. Determining the value of the critical exponent using Landau's theory of phase transitions results in a value of $\nu = 1/2$ for the homogeneous system. This value is the result of both a classical theory and a mean field approximation to quantum systems. However, calculations initially by Onsager [13] and later the techniques of the renormalization group method [1] showed that mean field theory fails to describe the physics at a phase transition. Very close to the critical temperature – in the critical regime – the fluctuations become strongly correlated and a perturbative or mean-field treatment becomes impossible making this regime very challenging.

We consider a weakly interacting Bose gas with density n and the interaction strength parameterized by the s-wave scattering length $a = 5.3\,\mathrm{nm}$ in the dilute limit $n^{1/3}a \ll 1$. In the critical regime mean-field theory fails because the fluctuations of Ψ become more dominant than its mean value. This can be determined by the Ginzburg criterion $\xi > \lambda_{dB}^2/(\sqrt{128}\pi^2 a) \simeq 0.4\,\mu\mathrm{m}$ [14, 15]. Similarly, these enhanced fluctuations are responsible for a nontrivial shift of the critical temperature of Bose-Einstein condensation [2, 3, 4, 17]. The critical regime of a weakly interacting Bose gas offers an intriguing possibility to study physics beyond the usual mean-field approximation [18] which has been observed in cold atomic gases only in reduced dimensionality before [19, 20, 21, 22].

In our experiment, we let two atomic beams, which originate from two different locations spaced by a distance r inside the trapped atom cloud, interfere. From the visibility of the interference pattern the first order correlation function [23] of the Bose gas above the critical temperature and the correlation length ξ can be determined.

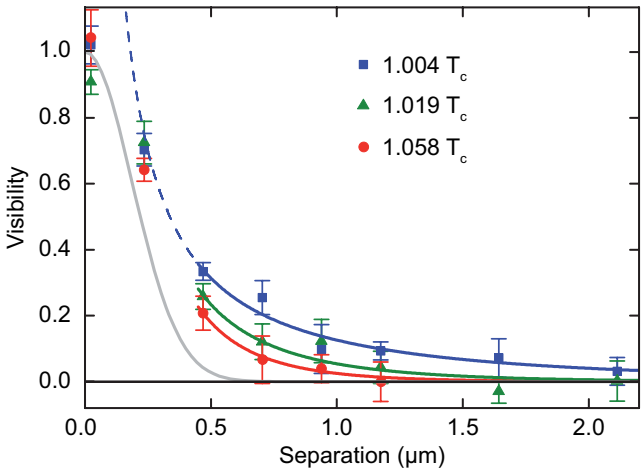


FIG. 2: Spatial correlation function of a trapped Bose gas close to the critical temperature. Shown is the visibility of a matter wave interference pattern originating from two regions separated by r in an atomic cloud just above the transition temperature. The gray line is a Gaussian with a width given by the thermal de Broglie wavelength λ_{dB} which changes only marginally for the temperature range considered here. The experimental data show phase correlations extending far beyond the scale set by λ_{dB}. The solid line is a fit proportional to $\frac{1}{r}e^{-r/\xi}$ for $r > \lambda_{dB}$. Each data point is the mean of on average 12 measurements, the error-bars are $\pm$ SD.

We prepare a sample of 4×10^6 ^{87}Rb atoms in the $|F=1, m_F=-1\rangle$ hyperfine ground state in a magnetic trap[24]. The trapping frequencies are $(\omega_x, \omega_y, \omega_z) = 2\pi\times(39, 7, 29)$Hz, where z denotes the vertical axis. Evaporatively cooled to just below the critical temperature the sample reaches a density of $n = 2.3\times10^{13}\,\mathrm{cm}^{-3}$ giving an elastic collision rate of $90\,\mathrm{s}^{-1}$. The temperature is controlled by holding the atoms in the trap for a

defined period of time during which energy is transferred to the atoms due to resonant stray light, fluctuations of the trap potential or background gas collisions. From absorption images we determine the heating rate to be $4.4 \pm 0.8\,\mathrm{nK/s}$. Using this technique we cover a range of temperatures from $0.001 < (T - T_c)/T_c < 0.07$ over a time scale of seconds.

For output coupling of the atoms we use microwave frequency fields to spin-flip the atoms into the magnetically untrapped state $|F = 2, m_F = 0\rangle$. The resonance condition for this transition is given by the local magnetic field and the released atoms propagate downwards due to gravity. The regions of output coupling are chosen symmetrically with respect to the center of the trapped cloud and can be approximated by horizontal planes spaced by a distance r [23]. The two released atomic beams interfere with each other. For the measurement we typically extract 4×10^4 atoms over a time scale of 0.5 s which is approximately 1% of the trapped sample. We detect the interference pattern in time with single atom resolution using a high finesse optical cavity, placed 36 mm below the center of the magnetic trap. An atom entering the cavity mode decreases the transmission of a probe beam resonant with the cavity. Due to the geometry of our apparatus, only atoms with a transverse momentum $(p_x, p_y) \simeq 0$ are detected which results in an overall detection efficiency of 1% for every atom output coupled from the cloud. From the arrival times of the atoms we find the visibility $\mathcal{V}(r)$ of the interference pattern [25]. From repeated measurements with different pairs of microwave frequencies we measure $\mathcal{V}(r)$ with r ranging from 0 to 4 λ_{dB} where $\lambda_{dB} \simeq 0.5\,\mu$m.

With the given heat rate a segmentation of the acquired visibility data into time bins of $\Delta t = 72\,$ms length allows for a temperature resolution of 0.3 nK which corresponds to $0.002\,T_c$. The time bin length was chosen to optimize between shot-noise limited determination of the visibility from the finite number of atom arrivals and sufficiently good temperature resolution. For the analysis we have chosen time bins overlapping by 50%.

Figure 2 shows the measured visibility as a function of slit separation r very close to the critical temperature T_c. We observe that the visibility decays on a much longer length scale than predicted by the thermal de Broglie wavelength λ_{dB}. We fit the long distance tail $r > \lambda_{dB}$ with Eq 1 (solid line) and determine the correlation length ξ. The strong temperature dependence of the correlation function is directly visible. As T approaches T_c the visibility curves become more long ranged and similarly the correlation length ξ increases. The observation of long-range correlations shows how the size of the correlated regions strongly increases as the temperature is varied only minimally in the vicinity of the phase transition.

Figure 3 shows how the measured correlation length ξ diverges as the system approaches the critical temperature. Generally, an algebraic divergence of the correlation length is predicted. We fit our data with the power law according to Eq 2, leaving the value of T_c as a free fit parameter, which has a typical relative error of 5×10^{-4}. Therefore our analysis is independent of an exact calibration of both temperature and heating rate provided that the heating rate is constant. The resulting value for the critical exponent is $\nu = 0.67 \pm 0.13$. The value of the critical exponent is averaged over 30 temporal offsets $0 < t_0 < \Delta t$ of the analyzing time bin window and the error is the reduced χ^2 error. Systematic errors on the value of ν could be introduced by the detector response function. We find the visibility for a pure Bose-Einstein condensate to be 100% with a statistical error of 2% over the range of r investigated. This uncertainty of the visibility would amount to a systematic error of the critical exponent of 0.01 and is neglected as compared to the statistical error. The weak singularity of the heat capacity near the λ-transition [1] results in an error of ν of less than 0.01.

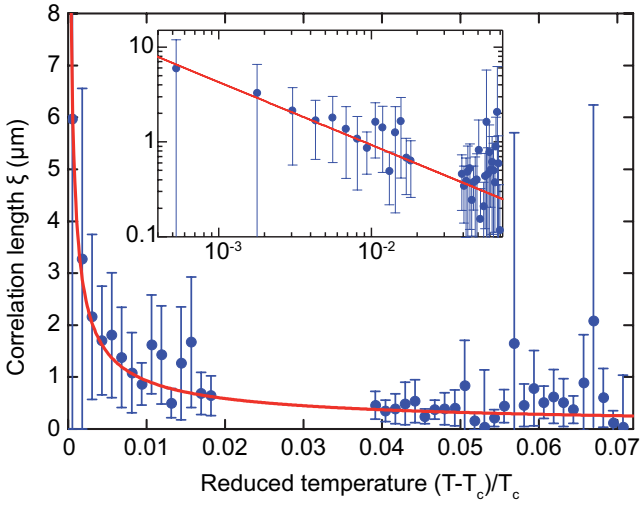


FIG. 3: Divergence of the correlation length ξ as a function of temperature. The red line is a fit of Eq 2 to the data with ν and T_c as free parameters. Plotted is one data set for a specific temporal offset t_0. The error bars are $\pm$SD, according to fits to Eq 1. They also reflect the scattering between different data sets. Inset: Double logarithmic plot of the same data.

Finite size effects are expected when the correlation length is large [16, 26] and they may lead to a slight underestimation of ν for our conditions. Moreover, the harmonic confining potential introduces a spatially varying density. The phase transition takes place at the center of the trap and non-perturbative fluctuations are thus expected within a finite radius R [5]. Using the Ginzburg criterion as given in [14] we find $R \approx 10\,\mu$m, whereas the rms size of the thermal cloud is $58\,\mu$m. The longest distance we probe in our experiment is $2\,\mu$m which is well below this radius R.

So far, in interacting systems the critical exponent ν has been determined for the homogeneous system. The λ-transition in liquid Helium is among the most accurately investigated systems at criticality. One expects to observe the same critical exponents despite the fact that the density differs by ten orders of magnitude. In the measurements with liquid Helium the critical exponent of the specific heat α has been measured in a spaceborne experiment [8]. Through the scaling relation $\alpha = 2 - 3\nu$ the value of the critical exponent $\nu \simeq 0.67$ is inferred being in agreement with theoretical predictions [27, 28]. Alternatively, the exponent $\zeta \simeq 0.67$ (which is related to the superfluid density $\rho_s = |\Psi|^2$ instead of the order parameter Ψ) can be measured directly in second sound experiments in liquid Helium [6, 7]. Due to an argument by Josephson [29] it is believed that $\nu = \zeta$, however, a measurement of ν directly through the density matrix has so far been impossible with Helium.

The long-range behaviour of the correlation function of a trapped Bose gas in the critical regime reveals the behavior of a phase transition in a weakly interacting system. Our measured value for the critical exponent does not coincide with that obtained by a simple mean-field model or with that of an ideal non-interacting Bose gas. The value is in good agreement with the expectations of renormalization group theory applied to a homogeneous gas of bosons and with measurements using strongly interacting superfluid Helium.

[1] J. Zinn Justin, *Quantum Field Theory and Critical Phenomena* (Oxford University Press, 1996).

[2] G. Baym, J.-P. Blaizot, M. Holzmann, F. Laloë, D. Vautherin, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 1703 (1999).

[3] P. Arnold, G. Moore, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 120401 (2001).

[4] V. A. Kashurnikov, N. V. Prokof'ev, B. V. Svistunov, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 120402 (2001).

[5] P. Arnold, B. Tomasik, *Phys. Rev. A* **64**, 053609 (2001).

[6] L. S. Goldner, N. Mulders, G. Ahlers, *J. Low Temp. Phys.* **93**, 131 (1993).

[7] M. J. Adriaans, D. R. Swanson, J. A. Lipa, *Physica B* **194**, 733 (1993).

[8] J. A. Lipa, J. A. Nissen, D. A. Stricker, D. R. Swanson, T. C. P. Chui, *Phys. Rev. B* **68**, 174518 (2003).

[9] M. Naraschewski, R. J. Glauber, *Phys. Rev. A* **59**, 4595 (1999).

[10] K. Huang, *Statistical Mechanics* (John Wiley & Sons, 1987).

[11] In the general d-dimensional case $\langle \Psi^\dagger(r)\Psi(0)\rangle \propto r^{-(d-2+\eta)} \exp(-r/\xi)$ with η being a critical exponent. The calculated and measured values of η are on the order of 10^{-2} and therefore we neglect η in our analysis.

[12] For a noninteracting gas the critical exponent can be calculated to be $\nu = 1$ for homogeneous systems and $\nu = 1/2$ for harmonically trapped systems.

[13] L. Onsager, *Phys. Rev.* **65**, 117 (1944).

[14] S. Giorgini, L. P. Pitaevskii, S. Stringari, *Phys. Rev. A* **54**, R4633 (1996).

[15] The numerical coefficient may be different for a trapped gas and has been omitted in reference [16].

[16] K. Damle, T. Senthil, S. N. Majumdar, S. Sachdev, *Europhys. Lett* **36**, 7 (1996).

[17] N. Prokof'ev, O. Ruebenacker, B. Svistunov, *Phys. Rev. A* **69**, 053625 (2004).

[18] Q. Niu, I. Carusotto, A. B. Kuklov, *Phys. Rev. A* **73**, 053604 (2006).

[19] T. Stöferle, H. Moritz, C. Schori, M. Köhl, T. Esslinger, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 130403 (2004).

[20] B. Paredes *et al.*, *Nature* **429**, 277 (2004).

[21] T. Kinoshita, T. Wenger, D. S. Weiss, *Science* **305**, 1125 (2004).

[22] Z. Hadzibabic, P. Krüger, M. Cheneau, B. Battelier, J. Dalibard, *Nature* **441**, 1118 (2006).

[23] I. Bloch, T. W. Hänsch, T. Esslinger, *Nature* **403**, 166 (2000).

[24] A. Öttl, S. Ritter, M. Köhl, T. Esslinger, *Rev. Sci. Instrum.* **77**, 063118 (2006).

[25] T. Bourdel *et al.*, *Phys. Rev. A* **73**, 043602 (2006).

[26] J. A. Lipa *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 4894 (2000).

[27] M. Campostrini, M. Hasenbusch, A. Pelissetto, P. Rossi, E. Vicari, *Phys. Rev. B* **63**, 214503 (2001).

[28] E. Burovski, J. Machta, N. Prokof'ev, B. Svistunov, *Phys. Rev. B* **74**, 132502 (2006).

[29] B. D. Josephson, *Phys. Lett.* **21**, 608 (1966).

[30] We would like to thank G. Blatter, F. Brennecke, A. Kuklov, G. Shlyapnikov, M. Troyer, and W. Zwerger for insightful discussions, SEP Information Sciences, OLAQUI and QSIT for funding. T. B. acknowledges funding by an EU Marie Curie fellowship under contract MEIF-CT-2005-023612.

3.5.4 Observing the Formation of Long-Range Order during Bose-Einstein condensation [4]

Observing the Formation of Long-Range Order during Bose-Einstein Condensation

Stephan Ritter, Anton Öttl, Tobias Donner, Thomas Bourdel, Michael Köhl,* and Tilman Esslinger

Institute for Quantum Electronics, ETH Zürich, 8093 Zürich, Switzerland

(Received 4 July 2006; published 2 March 2007)

We have experimentally investigated the formation of off-diagonal long-range order in a gas of ultracold atoms. A magnetically trapped atomic cloud prepared in a highly nonequilibrium state thermalizes and thereby crosses the Bose-Einstein condensation phase transition. The evolution of phase coherence between different regions of the sample is constantly monitored and information on the spatial first-order correlation function is obtained. We observe the growth of the spatial coherence and the formation of long-range order in real time and compare it to the growth of the atomic density. Moreover, we study the evolution of the momentum distribution during the nonequilibrium formation of the condensate.

DOI: 10.1103/PhysRevLett.98.090402 PACS numbers: 03.75.Kk, 03.75.Pp, 05.70.Fh, 07.77.Gx

When a gas of atoms is undergoing Bose-Einstein condensation a macroscopic number of particles start to occupy the same quantum mechanical state—it seems like the randomly colliding atoms are suddenly forced into a lock-step motion. The understanding of this process in which phase coherence spreads over the whole gaseous cloud has intrigued physicists long before Bose-Einstein condensation has been demonstrated [1,2]. In particular, the question when the characteristic long-range phase coherence is established is the key point for understanding the condensation process. The trajectory into the state of a Bose-Einstein condensate [1–4] is much more intricate than its equilibrium properties.

The transition to a superfluid or a superconducting quantum phase is a remarkable process in which the properties of the system undergo a fundamental change. The conceptual link between quantum phases in various systems is the off-diagonal long-range order in the density matrix which describes phase correlations over macroscopic distances [5,6]. The first-order spatial correlation function $G^{(1)}(r, r') = \langle \Psi^\dagger(r)\Psi(r')\rangle$ [7] quantifies the characteristic length scale over which phase correlations exist. Here Ψ ($\Psi^\dagger$) denotes the annihilation (creation) operator of the atomic fields. To experimentally study how long-range order is established in space and time, real time access to this process is required. Yet, due to the short relaxation times and the strong coupling to the environment this seems troublesome in condensed matter samples, such as liquid helium or superconducting materials.

In a trapped atomic Bose gas the situation is distinctly different. It forms an almost closed system with negligible coupling to the environment and the relaxation time scales are experimentally accessible. Previous experimental studies of the Bose-Einstein condensate formation have focused on the increasing particle density [8–10] and the influence of excitations on the momentum spread in elongated traps [10,11]. The off-diagonal long-range order has been studied only at thermal equilibrium [12].

Here we present an experimental study of the evolution of off-diagonal long-range order during the formation of a Bose-Einstein condensate out of a nonequilibrium situation. We start from a Bose gas above the phase transition temperature and suddenly quench the gas into a strongly nonequilibrium state [8–11]. Subsequently, the gas can be regarded as a closed system which evolves into a Bose-Einstein condensed phase. The off-diagonal long-range order is measured by studying the interference pattern of

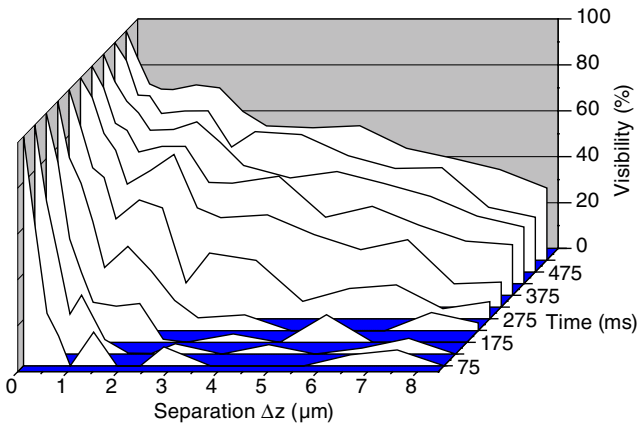


FIG. 1 (color online). Formation of long-range order. Shown is the visibility of a matter wave interference pattern originating from two regions separated by Δz inside a trapped cloud. This is a measure of the first-order spatial correlation function of the atomic cloud. By shock cooling the gas is prepared in a highly nonequilibrium state at time $t = 0$ and then relaxes towards thermal equilibrium. Initially ($t = 75$ ms) the correlations are short ranged and thermal-like. The onset of Bose-Einstein condensation is marked by the appearance of long-range order extending over all measured distances ($t = 275$ ms). The largest measured distance corresponds to half of the Thomas-Fermi diameter of the final condensate. The data are taken for constant separations versus time. The substructure of the curves reflects the scatter of the initial conditions for each separation. The resulting variance in the onset of condensation is about 30 ms.

 © 2007 The American Physical Society

atomic matter waves originating from two different locations in the atom trap [12]. The visibility of this interference pattern measures the phase coherence between the two regions and its temporal evolution uncovers the formation of long-range order. We continuously monitor the interference pattern during the formation using a single atom counter with high temporal resolution [13]. Varying the vertical distance Δz between the two locations allows us to experimentally map out the evolution of the phase coherence in the trapped Bose gas (see Fig. 1).

In the initial nonequilibrium state just after the quench we observe purely thermal-like short-range correlations which decay on a characteristic length scale given by the thermal de Broglie wavelength $\lambda_{dB} \approx 0.4\ \mu$m. After the first 200 ms during which little changes are detected, the length scale over which phase correlations exist expands rapidly and the long-range order of a Bose-Einstein condensate is established after a further 100 ms. Subsequently, a stage of gradual condensate growth towards equilibrium is observed. In the Bose-Einstein condensed phase the system does—apart from its size—not exhibit a characteristic length scale [14].

In the theoretical investigation of the nonequilibrium formation of a Bose-Einstein condensate one distinguishes qualitatively between a kinetic evolution and a coherent evolution [1,3,15,16]. During the kinetic stage of the evolution, the occupation numbers of the low-energetic states grow. It is governed by elastic collisions and the characteristic time scale is set by the collision time $\tau_{\mathrm{col}} = (n\sigma v_T)^{-1}$ with n being the peak density of the gas, σ the elastic collision cross section, and v_T the average thermal velocity. The coherent stage—which plays a significant role only in the regime of very large density or scattering length—describes the merging of quasicondensates, patched regions of locally constant phase, into a full Bose-Einstein condensate. The presence of quasicondensates could be revealed by the momentum distribution of the gas below the critical temperature.

Our experimental setup and the procedure for Bose-Einstein condensation have been described previously [17]. For the experiments reported in this Letter, we start by preparing a thermal cloud of atoms in the $|F = 1, m_F = -1\rangle$ hyperfine ground state of ^{87}Rb in a harmonic magnetic trapping potential. The trapping frequencies of the magnetic trap are $(\omega_x, \omega_y, \omega_z) = 2\pi \times (39, 7, 29)$ Hz, where z denotes the vertical axis. The temperature of the atom cloud $T = 240$ nK is slightly above the transition temperature $T_c = 215$ nK for Bose-Einstein condensation for the given number of atoms 1.3×10^7. This results in a collision time of $\tau_{\mathrm{col}} \approx 30$ ms. Temperature and atom number are measured by absorption imaging. The atom cloud is then brought into a strong nonequilibrium situation by rapidly lowering the trap depth to 620 nK and removing the high-energy tail of the Maxwell-Boltzmann distribution. Within the 100 ms of this "shock cooling" we remove 30% of the atoms. Subsequently, the cloud relaxes from its highly nonequilibrium state and within a few hundred milliseconds 3% of the atoms form a Bose-Einstein condensate. During the relaxation process particle number and total energy are conserved with minimal disturbance due to the detection process. Moreover, we do not observe oscillations of the condensate with respect to the detector as a consequence of the shock cooling.

We detect the evolution of both the density and the long-range order of the cloud simultaneously and in real time using radio frequency output coupling [18] and single atom counting [13,19]. For output coupling we apply a weak monochromatic microwave frequency field which spin-flips atoms from the magnetically trapped state into the untrapped state $|F = 2, m_F = 0\rangle$. The untrapped atoms form a downwards propagating atomic beam. The output coupling region is defined by a surface of constant magnetic field and can be approximated by a horizontal plane within the atomic cloud [18]. Applying two microwave fields with different frequencies realizes output coupling from two vertically separated surfaces of constant magnetic field [12] which are chosen symmetric about the center of the cloud. The two overlapping atomic beams interfere with each other. The mean flux reflects the local density of atoms at the position of output coupling within the transverse momentum interval measured by our detector. The visibility of the interference pattern reflects the phase coherence. The interference pattern is detected in time with single atom resolution using an ultrahigh finesse optical cavity, located 36 mm below the magnetically trapped atoms [13]. The presence of an atom inside the cavity leads to a decrease in the transmission of a probe laser beam resonant with the empty cavity [20]. Our system permits a precise measurement of the time-dependent atom flux.

The mean atom flux and the visibility of the atomic interference pattern are determined in time bins of 50 ms length. In Fig. 2 three different situations of the condensate formation are shown. For the cloud immediately after shock cooling [Fig. 2(a)], the visibility is zero and the mean atom flux is low. As the condensation process develops [Fig. 2(b)], the atom flux increases and interference arises. Both continue to grow up to a final value [Fig. 2(c)] determined by the condensate fraction and detector function. The black lines are a fit of $f(t) = A[1 + V \sin(2\pi\nu t + \phi)]$ to the data. The frequency ν is the difference of the two microwave frequencies used for output coupling. The phase ϕ is determined by the relative phase of the two microwave fields which is locked to the experimental cycle. The output coupling of atoms with a rate $\approx 5 \times 10^4$ atoms per second is essentially not perturbing the density dynamics of the condensate formation. In particular, it has no detectable influence on the final condensate fraction.

The observation of long-range order even at a very small condensate fraction poses a severe technical challenge. Our detection scheme has specific properties which render the present measurement possible. The output coupling proba-

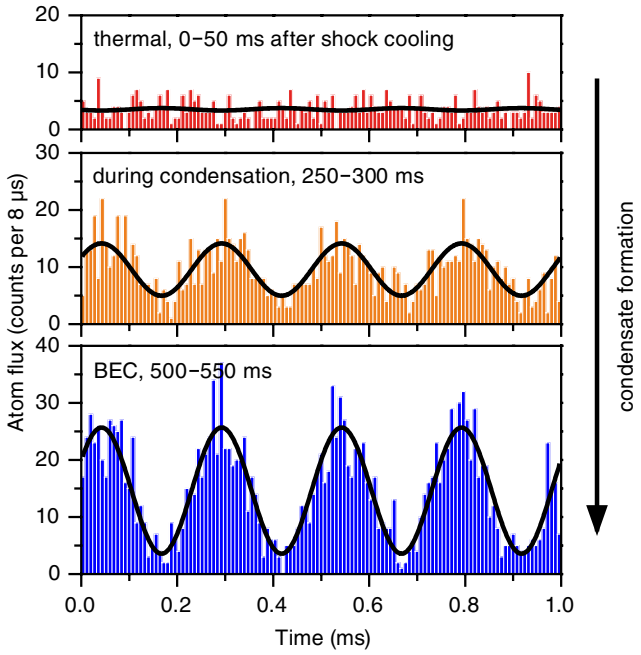


FIG. 2 (color online). Buildup of density and off-diagonal long-range order during condensate formation. We plot the histogram of the atom arrival times modulo 1 ms for $\nu = 4$ kHz. The data are summed over 18 repetitions of the experiment. The black lines are fits to the data to extract the mean atom flux A and the visibility V of the interference pattern (see text).

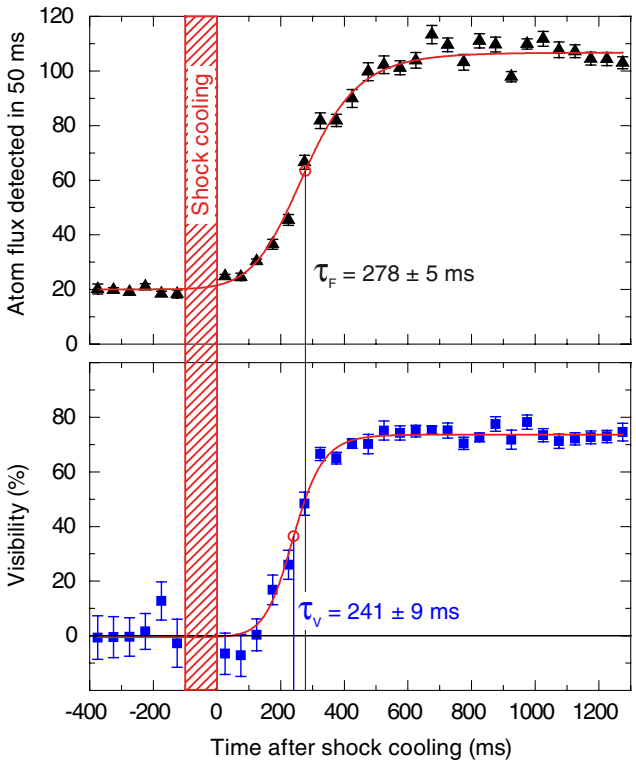


FIG. 3 (color online). Growth curves for atom flux and visibility of the interference pattern during the formation of a Bose-Einstein condensate. The separation Δz between the two output coupling regions is 1.9 μm. Before the shock cooling stage there is a low flux of thermal atoms and no interference. The growth in atom flux is significantly slower than the growth of the interference pattern. The data are averaged over 20 repetitions and the error bars indicate the statistical error of these measurements which are within a factor of 2 of the theoretical shot-noise limit.

bility for a condensed atom is a factor of 4 larger than for a thermal atom due to their different density distributions for our equilibrium parameters. Moreover, we observe unequal detection efficiencies for condensed and noncondensed atoms which we estimate to be 23% and 1%, respectively. They are mainly determined by the size of the atomic beam exceeding the active area of the detector. For thermal atoms the transverse velocity spread is larger which reduces the probability for an atom to be detected in the cavity [17]. Because of these effects the visibility of the interference pattern greatly exceeds the condensate fraction and reaches a maximum of 70% for $\Delta z > \lambda_{dB}$. We observe a reduction of the visibility towards large values of Δz (Fig. 1). This is influenced by the following effects: Output coupling symmetrically off center from the Thomas-Fermi profile leads to a reduction of 7% at $\Delta z = 9$ μm. Furthermore, the spatial modes of the two interfering atom laser beams depend on their divergence and thus on the position of output coupling [21]. We calculate this effect to be 10% for the largest Δz. An additional contribution is due to the geometry of our trapping potential resulting in a tilt of the long axis of the condensate by 4° with respect to the horizontal. Moreover, the residual uncertainty in determining the arrival times of the atoms (4 μs) limits the attainable contrast for the largest slit separations in our experiment to 94%.

In Fig. 3 we show the growth of the density reflected in the mean atom flux and of the visibility for a given separation of the output coupling regions. This corresponds to a section of constant $\Delta z = 1.9$ μm in Fig. 1. We have analyzed both the delay of the formation with respect to the shock cooling stage and the speed of the formation for density and off-diagonal long-range order. We fit a function $g(t) = A_2 + (A_1 - A_2)/[1 + (t/\tau)^p]$ to the data to quantify the growth, where τ denotes the time after which 50% of the increase in flux or visibility are reached.

The duration of the condensate formation can be quantified by the time needed for an increase of both the flux and the visibility from 10% to 90% of the total increase. We find the duration to be approximately independent of the separation Δz of the two output coupling regions. For the flux this time is 421 ± 47 ms whereas the visibility of the interference pattern grows faster in a time of 267 ± 48 ms. From the data we find that the time τ after which 50% of the total atom flux is reached is almost constant across the investigated inner region of the trapped cloud, whereas for the visibility it increases with larger slit separation. The coherent region grows with a velocity of ≈ 0.1 mm/s, approximately a factor of 5 slower than the speed of sound at the peak density of the thermal cloud.

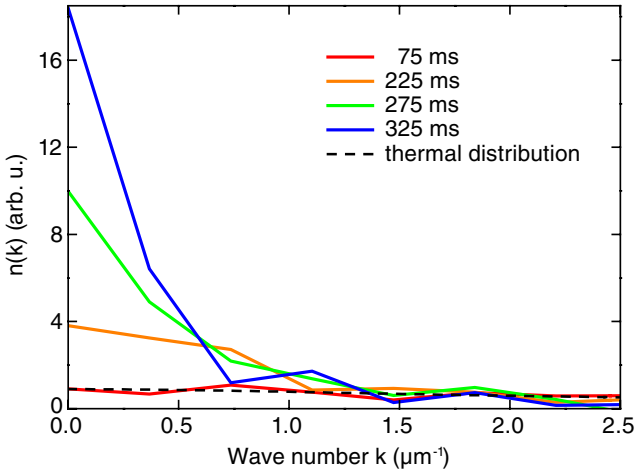


FIG. 4 (color online). Temporal evolution of the momentum distribution of the detected atoms. The distribution is obtained by Fourier transformation of the visibility data. The thermal distribution is calculated for the parameters before shock cooling including a normalization factor.

The speed of sound imposes a natural speed limit for the expansion of the coherent region. While the onset of the growth (defined by the 10% points) starts 39 ± 54 ms earlier for the flux than for the coherence, the visibility saturates (90% points) about 116 ± 34 ms earlier than the density. This applies to all separations Δz larger than the de Broglie wavelength.

Moreover we find that τ decreases with increasing size of the final condensate. To obtain larger condensates in equilibrium, the initial particle number or temperature or the fraction of atoms removed during shock cooling was changed. As the limiting cases we find for a final condensate number of 2.5×10^5 atoms $\tau = (282, 320)$ ms and for 8.9×10^5 atoms $\tau = (57, 114)$ ms, where the first number in the bracket refers to the visibility and the latter to the flux. The numbers are averaged over all slit separations. This decrease of the formation time for larger condensates is proportional to the increase of the elastic collision rate due to the higher final density.

It is instructive to study the evolution of the vertical momentum distribution $n(k)$ during the thermalization process. We infer the distribution $n(k)$ of the detected atoms from the Fourier transform of the visibility data of Fig. 1 multiplied by the average flux [22]. The result is shown in Fig. 4. For the initial state directly after the quench, the momentum distribution is well approximated by a thermal distribution (dashed line). The thermalization process after the shock cooling leads to the formation and the growth of a low-momentum peak which in equilibrium corresponds to the condensate. For our parameters in equilibrium we expect a true condensate without strong residual phase fluctuations [23]. In Fig. 4, we focus on the beginning of the condensate formation. After 225 ms of evolution, we observe a broader low-momentum peak (width in $k \sim 0.8\ \mu\text{m}^{-1}$) than for the final distribution. For evolution times of 325 ms and larger, the width of the low-momentum peak is limited by our measurement resolution of $2\pi/(16\ \mu\text{m})$, which takes into account that the correlation function is symmetric with respect to $\Delta z = 0$.

In summary, we have experimentally studied the dynamics of Bose-Einstein condensation and more specifically the formation of long-range order using an interference measurement. We have quantitatively compared the evolution of the flux and of the visibility of the interference pattern. Finally, we have presented our data in terms of the atom momentum distribution.

We would like to acknowledge helpful discussions with F. T. Arecchi, G. Blatter, F. Brennecke, Y. Kagan, and A. Kuklov. T. B. acknowledges funding by an EU Marie Curie Action under Contract No. MEIF-CT-2005-023612.

*Email address: koehl@phys.ethz.ch

[1] Yu. M. Kagan, B. V. Svistunov, and G. V. Shlyapnikov, Sov. Phys. JETP **75**, 387 (1992).
[2] Yu. Kagan and B. V. Svistunov, JETP **78**, 187 (1994).
[3] B. Svistunov, Phys. Lett. A **287**, 169 (2001).
[4] P. D. Drummond and J. F. Corney, Phys. Rev. A **60**, R2661 (1999).
[5] O. Penrose and L. Onsager, Phys. Rev. **104**, 576 (1956).
[6] C. N. Yang, Rev. Mod. Phys. **34**, 694 (1962).
[7] M. Naraschewski and R. J. Glauber, Phys. Rev. A **59**, 4595 (1999).
[8] H.-J. Miesner *et al.*, Science **279**, 1005 (1998).
[9] M. Köhl *et al.*, Phys. Rev. Lett. **88**, 080402 (2002).
[10] M. Hugbart *et al.*, Phys. Rev. A **75**, 011602 (2007).
[11] I. Shvarchuck *et al.*, Phys. Rev. Lett. **89**, 270404 (2002).
[12] I. Bloch, T. W. Hänsch, and T. Esslinger, Nature (London) **403**, 166 (2000).
[13] A. Öttl, S. Ritter, M. Köhl, and T. Esslinger, Phys. Rev. Lett. **95**, 090404 (2005).
[14] L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Statistical Physics, Part 2* (Butterworth-Heinemann, Oxford, 1980).
[15] C. W. Gardiner *et al.*, Phys. Rev. Lett. **81**, 5266 (1998).
[16] M. J. Bijlsma, E. Zaremba, and H. T. C. Stoof, Phys. Rev. A **62**, 063609 (2000).
[17] A. Öttl, S. Ritter, M. Köhl, and T. Esslinger, Rev. Sci. Instrum. **77**, 063118 (2006).
[18] I. Bloch, T. W. Hänsch, and T. Esslinger, Phys. Rev. Lett. **82**, 3008 (1999).
[19] T. Bourdel *et al.*, Phys. Rev. A **73**, 043602 (2006).
[20] H. Mabuchi, Q. A. Turchette, M. S. Chapman, and H. J. Kimble, Opt. Lett. **21**, 1393 (1996).
[21] Y. Le Coq *et al.*, Phys. Rev. Lett. **87**, 170403 (2001).
[22] F. Gerbier *et al.*, Phys. Rev. A **67**, 051602 (2003).
[23] D. S. Petrov, G. V. Shlyapnikov, and J. T. M. Walraven, Phys. Rev. Lett. **87**, 050404 (2001).

3.5.5 Cavity QED with a Bose-Einstein condensate [5]

Vol 450|8 November 2007|doi:10.1038/nature06120

LETTERS

Cavity QED with a Bose–Einstein condensate

Ferdinand Brennecke[1], Tobias Donner[1], Stephan Ritter[1], Thomas Bourdel[2], Michael Köhl[3] & Tilman Esslinger[1]

Cavity quantum electrodynamics (cavity QED) describes the coherent interaction between matter and an electromagnetic field confined within a resonator structure, and is providing a useful platform for developing concepts in quantum information processing[1]. By using high-quality resonators, a strong coupling regime can be reached experimentally in which atoms coherently exchange a photon with a single light-field mode many times before dissipation sets in. This has led to fundamental studies with both microwave[2,3] and optical resonators[4]. To meet the challenges posed by quantum state engineering[5] and quantum information processing, recent experiments have focused on laser cooling and trapping of atoms inside an optical cavity[6–8]. However, the tremendous degree of control over atomic gases achieved with Bose–Einstein condensation[9] has so far not been used for cavity QED. Here we achieve the strong coupling of a Bose–Einstein condensate to the quantized field of an ultrahigh-finesse optical cavity and present a measurement of its eigenenergy spectrum. This is a conceptually new regime of cavity QED, in which all atoms occupy a single mode of a matter-wave field and couple identically to the light field, sharing a single excitation. This opens possibilities ranging from quantum communication[10–12] to a wealth of new phenomena that can be expected in the many-body physics of quantum gases with cavity-mediated interactions[13,14].

The coherent coupling of a single two-level atom with one mode of the quantized light field leads to a splitting of the energy eigenstates of the combined system and is described by the Jaynes–Cummings model[15]. For the experimental realization the strong coupling regime has to be reached, where the maximum coupling strength g_0 between atom and light field is larger than both the amplitude decay rate of the excited state γ and that of the intracavity field κ. In the case of a thermal ensemble of atoms coupled to a cavity mode, the individual, position-dependent coupling for each atom has to be taken into account.

To capture the physics of a Bose–Einstein condensate (BEC) coupled to the quantized field of a cavity, we consider N atoms occupying a single wavefunction. Because the atoms are in the same motional quantum state, the coupling g to the cavity mode is identical for all atoms. Moreover, bosonic stimulation into the macroscopically populated ground state should largely reduce the scattering of atoms into higher momentum states during the coherent evolution. This situation is therefore well described by the Tavis–Cummings model[16], where N two-level atoms are assumed to identically couple to a single field mode. A single cavity photon resonantly interacting with the atoms then leads to a collective coupling of $g\sqrt{N}$.

A key characteristic of the coupled BEC–cavity system is its eigenenergy spectrum, which we map out with a single excitation present. An ensemble of thermal atoms does not fulfill the requirement of identical coupling, but it shows a similar energy spectrum, which can be modelled by the Tavis–Cummings hamiltonian with an effective collective coupling[17]. In previous measurements[18,19] and also in a very recent report[20], these eigenenergies have been measured for thermal atoms coupled to a cavity. Aside from the sensitivity of the spectrum to the precise spatial distribution of the atoms, the differences between a BEC and a thermal cloud, or between a BEC and a Mott insulator, should also be accessible through the fluctuations of the coupling, that is, in the width of the resonances[21].

First experiments bringing together BEC physics and cavities concentrated on correlation measurements using single atom counting[22], studied cavity enhanced superradiance of a BEC in a ring cavity[23], observed nonlinear and heating effects for ultracold atoms in an ultrahigh-finesse cavity[24,25] and achieved very high control over the condensate position within an ultrahigh-finesse cavity using atom chip technology[20].

To create a BEC inside an ultrahigh-finesse optical cavity we have modified our previous set-up[26]. The experiment uses a magnetic trap 36 mm above the cavity, where we prepare 3.5×10^6 ^{87}Rb atoms in the $|F, m_F\rangle = |1, -1\rangle$ state with a small condensate fraction present. The atoms are then loaded into the dipole potential of a vertically oriented standing wave, formed by two counter-propagating laser beams. By varying the frequency difference δ between the upwards and the downwards propagating wave, the standing-wave pattern, and with it the confined atoms, move downwards at a velocity $v = \lambda\delta/2$, where λ is the wavelength of the trapping laser[8,27]. Because of continuous evaporative cooling during the transport, the number of atoms arriving in the cavity is reduced to typically 8.4×10^5 atoms with a small condensate fraction present. During the 100 ms of transport a small magnetic field is applied to provide a quantization axis and the sample remains highly spin-polarized in the $|1, -1\rangle$ state. However, owing to off-resonant scattering in the transport beams, a small fraction of the atoms undergoes transitions into the $|F = 2\rangle$ hyperfine state manifold.

At the position of the cavity mode, the atoms are loaded into a crossed-beam dipole trap formed by one of the transport beams and an additional, horizontal dipole beam with a waist radius of $w_x = w_z = 27\,\mu$m (see Fig. 1). A final stage of evaporative cooling is performed by suitably lowering the laser power to final trapping frequencies $(\omega_x, \omega_y, \omega_z) = 2\pi \times (290, 43, 277)$ Hz, ending up with an almost pure condensate of 2.2×10^5 atoms.

The ultrahigh-finesse cavity has a length of 176 μm and consists of symmetric mirrors with a 75 mm radius of curvature, resulting in a mode waist radius of 25 μm. A slight birefringence splits the resonance frequency of the empty cavity for the two orthogonal, principal polarization axes by 1.7 MHz. With the relevant cavity QED parameters $(g_0, \kappa, \gamma) = 2\pi \times (10.6, 1.3, 3.0)$ MHz, the system is in the strong coupling regime. The length of the cavity is actively stabilized using a laser at 830 nm (ref. 26). The intracavity intensity of the stabilization light gives rise to an additional dipole potential of $2.4E_{rec}$, with the recoil energy defined as $E_{rec} = h^2/(2m\lambda^2)$, where m is the mass of the atom. The chemical potential $\mu = 1.8E_{rec}$ of 2.2×10^5 trapped atoms is comparable to the depth of this one-dimensional lattice, so that long-range phase coherence is well established in the atomic gas. The 1/e lifetime of the atoms in the combined trap was measured to be 2.8 s.

[1]Institute for Quantum Electronics, ETH Zürich, 8093 Zürich, Switzerland. [2]Laboratoire Charles Fabry, Institut d'Optique, Campus Polytechnique, RD 128, F91127 Palaiseau cedex, France. [3]Cavendish Laboratory, University of Cambridge, Cambridge CB3 0HE, UK.

©2007 Nature Publishing Group

To find the eigenenergies of the coupled BEC–cavity system for a single excitation, we perform transmission spectroscopy with a weak, linearly polarized probe laser of frequency ω_p. To this end, the resonance frequency of the empty cavity is stabilized to a frequency ω_c, which in general is detuned by a variable frequency $\Delta_c = \omega_c - \omega_a$ with respect to the frequency ω_a of the $|F=1\rangle \rightarrow |F'=2\rangle$ transition of the D_2 line of ^{87}Rb. The transmission of the probe laser through the cavity is monitored as a function of its detuning $\Delta_p = \omega_p - \omega_a$ (see Fig. 2). The two orthogonal circular polarizations of the transmitted light are separated and detected with single-photon counting modules. The overall detection efficiency for an intracavity photon is 5%. To probe the system in the weak excitation limit, the probe laser intensity is adjusted such that the mean intracavity photon number is always below the critical photon number $n_0 = \gamma^2/(2g_0^2) = 0.04$. A magnetic field of 0.1 G, oriented parallel (within 10%) to the cavity axis provides a quantization axis.

From individual recordings of the cavity transmission as shown in Fig. 2 we map out the low-excitation spectrum of the coupled system as a function of Δ_c (see Fig. 3). After resonant excitation we do not detect an influence on the BEC in absorption imaging for large atom numbers (see Fig. 1). For small BECs of the order of 5,000 atoms we observe a loss of 50% of the atoms after resonant probing. The normal mode splitting at $\Delta_c = 0$ amounts to 7 GHz for σ^+ polarization, which results in a collective cooperativity of $C = Ng^2/(2\kappa\gamma) = 1.6 \times 10^6$. The splitting for the σ^- component is smaller, because the dipole matrix elements for transitions starting in $|1,-1\rangle$ driven by this polarization are smaller than those for σ^+.

A striking feature of the energy spectrum in Fig. 3 is a second avoided crossing at probe frequencies resonant with the bare atomic transitions $|F=2\rangle \rightarrow |F'=1,2,3\rangle$. It is caused by the presence of atoms in the $|F=2\rangle$ hyperfine ground state. This avoided crossing

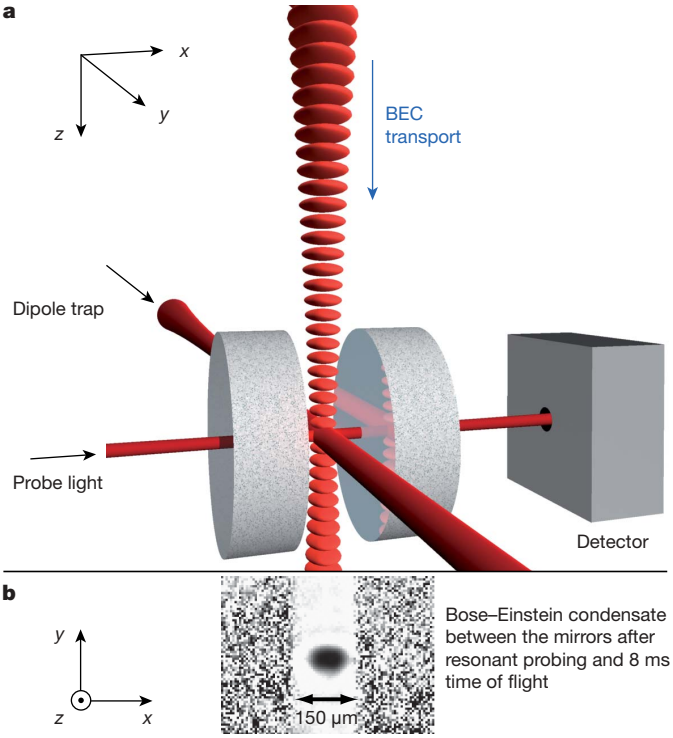


Figure 1 | Experimental situation. a, 36 mm above the cavity, 3.5×10^6 ultracold atoms are loaded into the dipole potential of a vertically oriented one-dimensional optical lattice. This trumpet-shaped standing wave has its waist inside the ultrahigh-finesse cavity and is composed of two counter-propagating laser beams. A translation of the lattice transports the atoms into the cavity mode. There, they are loaded into a crossed-beam dipole trap formed by a focused beam oriented along the *y* axis and one of the transport beams. **b**, Almost pure condensates with 2.2×10^5 atoms are obtained.

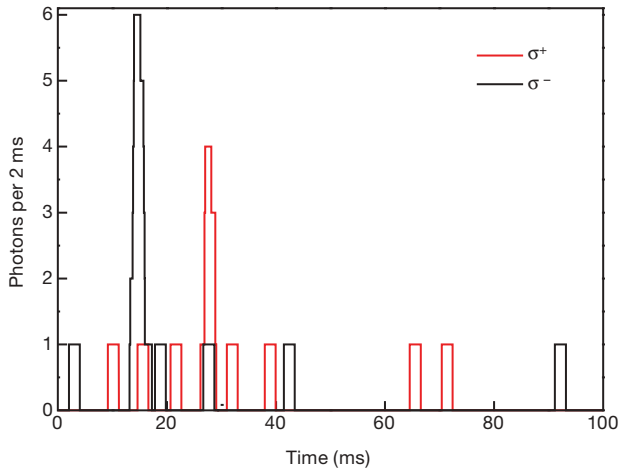


Figure 2 | Cavity transmission for the σ^+ and σ^- polarization component. The probe laser frequency is scanned at a speed of 25 MHz ms^{-1} while the cavity detuning is fixed. The original transmission data, recorded with a resolution of 0.4 μs, is averaged over 2 ms using a sliding average. A single peak for each polarization can clearly be distinguished from the background of about 60 dark counts per second.

is located at a cavity detuning where the eigenenergy branch of the BEC–cavity system with no atoms in $|F=2\rangle$ would intersect the energy lines of the atomic transitions $|F=2\rangle \rightarrow |F'=1,2,3\rangle$. Accordingly, the avoided crossing is shifted by approximately $Ng^2/\Delta_p = 2\pi \times 1.8$ GHz with respect to the intersection of the empty cavity resonance with the bare atomic transition frequencies. From a theoretical analysis (see Methods), we find the size of the $|F=2\rangle$ minority component to be 1.7% of the total number of atoms.

Our near-planar cavity supports higher-order transverse modes equally spaced by 18.5 GHz, which is of the order of the collective coupling $g\sqrt{N}$ in our system. In general, the presence of one additional mode with the same coupling but detuned from the TEM_{00}

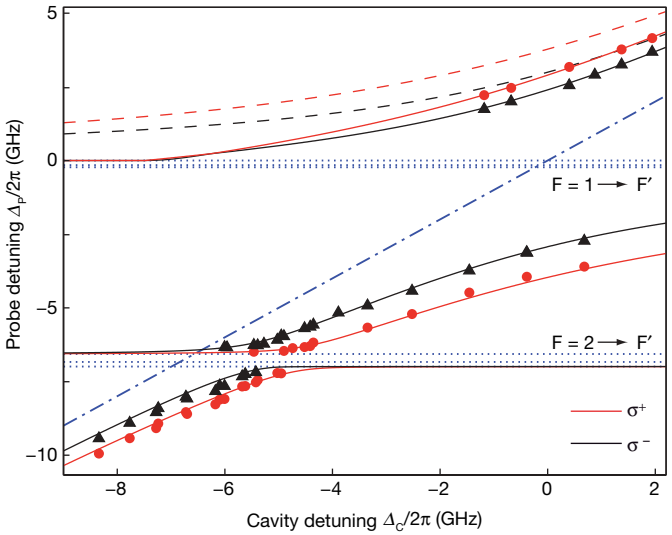


Figure 3 | Energy spectrum of the coupled BEC–cavity system. The data points are measured detunings of resonances for σ^+ (red circles) and σ^- (black triangles) polarized light. Each data point is the average of three measurements with an uncertainty of about 25 MHz. The solid lines are the result of a theoretical model (see Methods). Bare atomic resonances are shown as dotted lines, whereas the empty cavity resonance of the TEM_{00} mode is plotted as a dashed-dotted line. Note the asymmetry in the splitting at $\Delta_c = 0$ caused by the influence of higher-order transverse modes. Neglecting this influence, the eigenenergies shown by the dashed lines would be expected where the free parameters were adjusted to fit the spectrum for $\Delta_p < 0$.

©2007 Nature Publishing Group

mode by Δ_t would shift the resonance frequencies at $\Delta_c = 0$ to first order by $Ng^2/(2\Delta_t)$. In our system, this results in a clearly visible change of the energy spectrum with respect to a system with a single cavity mode only (see dashed lines in Fig. 3). This can be seen as a variant of the "superstrong coupling regime"[28], in which the coupling between atoms and the light field is of the order of the free spectral range of the cavity.

We describe the BEC–cavity system in a fully quantized theoretical model (see Methods), which yields the eigenenergies of the coupled system. Good agreement between the measured data and the model is found (see Fig. 3) for 154,000 atoms in the $|1, -1\rangle$ state and for 2,700 atoms distributed over the Zeeman sublevels of the $|F = 2\rangle$ state, with the majority in $|2, -1\rangle$. The substantial influence of the higher-order transverse modes is modelled for simplicity by the coupling of the BEC to one additional effective cavity mode.

To test the square-root dependence of the normal mode splitting on the number of atoms in the BEC, a second measurement was conducted. We set the cavity frequency to $\Delta_c = 0$ and record the detuning of the lower coupled state from the bare atomic resonance $|F = 1\rangle \rightarrow |F' = 2\rangle$ as a function of the number of atoms as displayed in Fig. 4. The atom number was varied between 2,500 and 200,000, determined from separately taken absorption images with an estimated statistical error of ±10%; possible systematic shifts are estimated to be within ±7%. The dependence of $|\Delta_p|$ on the number of atoms is well described by a square root, as expected from the Tavis–Cummings model (dashed lines). However, for a weakly interacting BEC the size of the atomic cloud—and thus the spatial overlap with the cavity mode—depends on the atom number. Our more detailed model, which includes this effect, as well as the influence of higher-order cavity modes, yields maximum single-atom couplings of $g_{\sigma^+} = 2\pi \times (14.4 \pm 0.3)$ MHz and $g_{\sigma^-} = 2\pi \times (11.3 \pm 0.2)$ MHz for the two polarization components (solid lines). The ratio of these two couplings is 1.27 ± 0.03 and agrees with the ratio of 1.29 that is obtained from the effective Clebsch–Gordan coefficients for the σ^+ and σ^- transitions starting in state $|1, -1\rangle$.

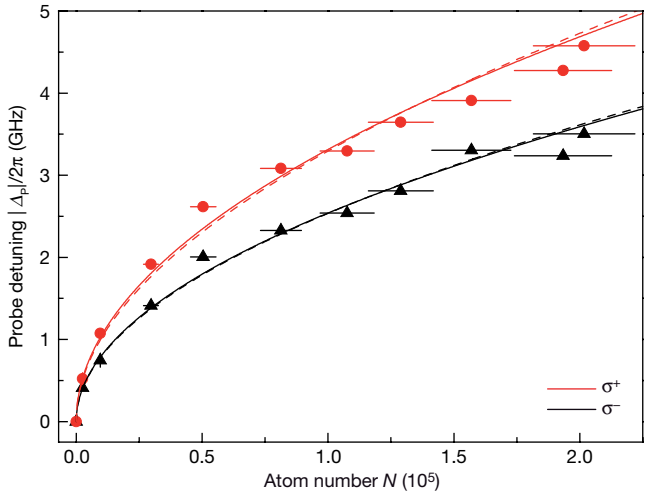


Figure 4 | Shift of the lower resonance of the coupled BEC–cavity system from the bare atomic resonance. The cavity was locked at $\Delta_c = 0$. σ^+ and σ^- polarization are shown as red circles and black triangles, respectively. Each data point is the average of three measurements. The atom number was determined separately from absorption images with an assumed error of ±10%; the vertical error bars are too small to be resolved. The dashed lines are fits of the square root dependence on the atom number, as predicted by the Tavis–Cummings model. The solid lines are fits of a more detailed theoretical model (see Methods) resulting in maximum coupling rates $g_{\sigma^+} = 2\pi \times (14.4 \pm 0.3)$ MHz and $g_{\sigma^-} = 2\pi \times (11.3 \pm 0.2)$ MHz. The ratio of the two coupling rates of 1.27 ± 0.03 agrees with the expected ratio of 1.29 of the corresponding Clebsch–Gordan coefficients.

The coupling of a single mode of a matter-wave field to a single cavity mode opens a route to new experiments. It facilitates the manipulation and study of statistical properties of quantum-degenerate matter-wave fields by a quantized optical field, or even the generation of entanglement between these two fields[21,29]. The detection of single atoms falling through the cavity has already been demonstrated with this set-up[22]. In principle, the detection of small impurity components embedded in a large BEC presented here can also be extended to single atoms. This is an important step towards the realization of schemes aiming at the cooling of qubits immersed in a large BEC[30].

METHODS SUMMARY

Optical transport. The transport of the atoms into the cavity is accomplished in $T = 100$ ms with a maximum acceleration of $a = 22.4\ \mathrm{m\,s^{-2}}$. The standing wave used to transport the atoms has its waist $(w_x, w_y) = (25, 50)$ μm centred inside the cavity and is locked to a ^{133}Cs resonance at a wavelength of 852 nm. The intensity and frequency of each beam are precisely controlled by acousto-optical modulators, which are driven by two phase-locked, homebuilt direct digital synthesis generators. The frequency difference δ between the two counter-propagating waves follows $\delta(t) = [1 - \cos(2\pi t/T)]\delta_{max}/2$, with a maximum detuning of $\delta_{max} = 1{,}670$ kHz. With the maximally available power of 76 mW per beam the trap depth at the position of the magnetic trap is 1.1 μK. During transport, the power in the laser beams is kept constant until the intensity at the position of the atoms has increased by a factor of ten. Subsequently, this intensity is kept constant.

Theoretical model. To gain understanding of the presented measurements we have developed a fully quantized theoretical description of the coupled BEC–cavity system. Our model includes all Zeeman sublevels in the $5^2S_{1/2}$ and $5^2P_{3/2}$ state manifolds of ^{87}Rb and both orthogonal polarizations of the TEM_{00} cavity mode. For simplicity, the effect of higher-order transverse cavity modes is modelled by the effective coupling to one additional mode which is detuned from the TEM_{00} mode by $\Delta_t = 2\pi \times 18.5$ GHz. The free parameters of the model are the coupling strength between this effective mode and the BEC and the population of the several ground states in the condensate. Good agreement with the measured energy spectrum is found for the ground-state population given in the main text and a coupling between BEC and effective cavity mode that is $r = 1.2$ times the coupling to the TEM_{00} mode.

Full Methods and any associated references are available in the online version of the paper at www.nature.com/nature.

Received 21 June; accepted 20 July 2007.

1. van Enk, S. J., Kimble, H. J. & Mabuchi, H. Quantum information processing in cavity-QED. *Quantum Inform. Process.* **3,** 75–90 (2004).
2. Raimond, J. M., Brune, M. & Haroche, S. Colloquium: manipulating quantum entanglement with atoms and photons in a cavity. *Rev. Mod. Phys.* **73,** 565–582 (2001).
3. Walther, H. Quantum phenomena of single atoms. *Adv. Chem. Phys.* **122,** 167–197 (2002).
4. Kimble, H. J. Strong interactions of single atoms and photons in cavity QED. *Phys. Scr.* **T76,** 127–137 (1998).
5. Mabuchi, H. & Doherty, A. C. Cavity quantum electrodynamics: coherence in context. *Science* **298,** 1372–1377 (2002).
6. Boozer, A. D., Boca, A., Miller, R., Northup, T. E. & Kimble, H. J. Cooling to the ground state of axial motion for one atom strongly coupled to an optical cavity. *Phys. Rev. Lett.* **97,** 083602 (2006).
7. Nußmann, S. *et al.* Vacuum-stimulated cooling of single atoms in three dimensions. *Nature Phys.* **1,** 122–125 (2005).
8. Sauer, J. A., Fortier, K. M., Chang, M. S., Hamley, C. D. & Chapman, M. S. Cavity QED with optically transported atoms. *Phys. Rev. A.* **69,** 051804 (2004).
9. Anderson, M. H., Ensher, J. R., Matthews, M. R., Wieman, C. E. & Cornell, E. A. Observation of Bose-Einstein condensation in a dilute atomic vapor. *Science* **269,** 198–201 (1995).
10. Pellizzari, T., Gardiner, S. A., Cirac, J. I. & Zoller, P. Decoherence, continuous observation, and quantum computing: a cavity QED model. *Phys. Rev. Lett.* **75,** 3788–3791 (1995).
11. Duan, L.-M., Lukin, M. D., Cirac, J. I. & Zoller, P. Long-distance quantum communication with atomic ensembles and linear optics. *Nature* **414,** 413–418 (2001).
12. Cirac, J. I., Zoller, P., Kimble, H. J. & Mabuchi, H. Quantum state transfer and entanglement distribution among distant nodes in a quantum network. *Phys. Rev. Lett.* **78,** 3221–3224 (1997).
13. Horak, P., Barnett, S. M. & Ritsch, H. Coherent dynamics of Bose-Einstein condensates in high-finesse optical cavities. *Phys. Rev. A.* **61,** 033609 (2000).

©2007 Nature Publishing Group

14. Lewenstein, M. *et al.* Travelling to exotic places with ultracold atoms. In *Atomic Physics 20* Vol. 869 of *XX International Conference on Atomic Physics (ICAP) 2006* 201–211 (American Institute of Physics, New York, 2006).
15. Jaynes, E. & Cummings, F. Comparison of quantum and semiclassical radiation theories with application to the beam maser. *Proc. IEEE* **51,** 89–109 (1963).
16. Tavis, M. & Cummings, F. W. Exact solution for an n-molecule radiation-field hamiltonian. *Phys. Rev.* **170,** 379–384 (1968).
17. Leslie, S., Shenvi, N., Brown, K. R., Stamper Kurn, D. M. & Whaley, K. B. Transmission spectrum of an optical cavity containing N atoms. *Phys. Rev. A* **69,** 043805 (2004).
18. Raizen, M. G., Thompson, R. J., Brecha, R. J., Kimble, H. J. & Carmichael, H. J. Normal-mode splitting and linewidth averaging for two-state atoms in an optical cavity. *Phys. Rev. Lett.* **63,** 240–243 (1989).
19. Tuchman, A. K. *et al.* Normal-mode splitting with large collective cooperativity. *Phys. Rev. A.* **74,** 053821 (2006).
20. Colombe, Y. *et al.* Strong atom-field coupling for Bose-Einstein condensates in an optical cavity on a chip. Preprint at ⟨http://arxiv.org/abs/0706.1390⟩ (2007).
21. Mekhov, I. B., Maschler, C. & Ritsch, H. Probing quantum phases of ultracold atoms in optical lattices by transmission spectra in cavity quantum electrodynamics. *Nature Phys.* **3,** 319–323 (2007).
22. Öttl, A., Ritter, S., Köhl, M. & Esslinger, T. Correlations and counting statistics of an atom laser. *Phys. Rev. Lett.* **95,** 090404 (2005).
23. Slama, S., Bux, S., Krenz, G., Zimmermann, C. & Courteille, P. W. Superradiant Rayleigh scattering and collective atomic recoil lasing in a ring cavity. *Phys. Rev. Lett.* **98,** 053603 (2007).
24. Murch, K. W., Moore, K. L., Gupta, S. & Stamper Kurn, D. M. Measurement of intracavity quantum fluctuations of light using an atomic fluctuation bolometer. Preprint at ⟨http://arxiv.org/abs/0706.1005⟩ (2007).
25. Gupta, S., Moore, K. L., Murch, K. W. & Stamper Kurn, D. M. Cavity nonlinear optics at low photon numbers from collective atomic motion. Preprint at ⟨http://arxiv.org/abs/0706.1052⟩ (2007).
26. Öttl, A., Ritter, S., Köhl, M. & Esslinger, T. Hybrid apparatus for Bose-Einstein condensation and cavity quantum electrodynamics: Single atom detection in quantum degenerate gases. *Rev. Sci. Instrum.* **77,** 063118 (2006).
27. Kuhr, S. *et al.* Deterministic delivery of a single atom. *Science* **293,** 278–280 (2001).
28. Meiser, D. & Meystre, P. Superstrong coupling regime of cavity quantum electrodynamics. *Phys. Rev. A.* **74,** 065801 (2006).
29. Moore, M. G., Zobay, O. & Meystre, P. Quantum optics of a Bose-Einstein condensate coupled to a quantized light field. *Phys. Rev. A.* **60,** 1491–1506 (1999).
30. Daley, A. J., Fedichev, P. O. & Zoller, P. Single-atom cooling by superfluid immersion: a nondestructive method for qubits. *Phys. Rev. A.* **69,** 022306 (2004).

Acknowledgements We thank A. Öttl for early contributions to the experiment, R. Jördens and A. Frank for developing the direct digital synthesis generators used for the optical transport, H. Ritsch and A. Imamoglu for discussions and OLAQUI and QSIT for funding. T.B. acknowledges funding by an EU Marie Curie fellowship.

Author Information Reprints and permissions information is available at www.nature.com/reprints. The authors declare no competing financial interests. Correspondence and requests for materials should be addressed to T.E. (esslinger@phys.ethz.ch).

©2007 Nature Publishing Group

METHODS

To characterize the coupled BEC–cavity system theoretically, we start with the second-quantized hamiltonian describing the matter–light interaction in the electric-dipole and rotating-wave approximation[29]. We take all hyperfine states including their Zeeman sublevels in the $5^2S_{1/2}$ and $5^2P_{3/2}$ state manifolds of ^{87}Rb into account and describe the cavity degrees of freedom by two orthogonal linear polarizations of the TEM_{00} mode. We choose the quantization axis, experimentally provided by a small magnetic field, to be oriented parallel to the cavity axis. The near-planar cavity supports higher-order transverse modes equally spaced by $\Delta_t = 2\pi \times 18.5\,\mathrm{GHz}$. To incorporate the coupling to all higher-order transverse modes we include one additional effective cavity mode in our model with its resonance frequency shifted by Δ_t with respect to that of the TEM_{00} mode.

Considering only one spatial atomic mode for the ground-state manifold and another one for the excited-state manifold, the hamiltonian of the uncoupled system reads

$$\hat{H}_0 = \sum_i \hbar\omega_{g_i}\hat{\boldsymbol{g}}_i^\dagger\hat{\boldsymbol{g}}_i + \sum_j \hbar\omega_{e_j}\hat{\boldsymbol{e}}_j^\dagger\hat{\boldsymbol{e}}_j + \sum_{k=0}^{1}\sum_{p=\rightarrow,\uparrow}\hbar\omega_k\hat{\boldsymbol{a}}_{k,p}^\dagger\hat{\boldsymbol{a}}_{k,p}$$

where the indices i and j label the states $5^2S_{1/2}\ |F, m_F\rangle$ and $5^2P_{3/2}\ |F', m_{F'}\rangle$, respectively. The operators $\hat{\boldsymbol{g}}_i^\dagger$ (or $\hat{\boldsymbol{g}}_i$) and $\hat{\boldsymbol{e}}_j^\dagger$ (or $\hat{\boldsymbol{e}}_j$) create (or annihilate) an atom in the mode of the corresponding ground and excited states with frequencies ω_{g_i} and ω_{e_j}. The operators $\hat{\boldsymbol{a}}_{k,p}^\dagger$ (or $\hat{\boldsymbol{a}}_{k,p}$) create (or annihilate) a photon with energy $\hbar\omega_k$ and linear polarization p in the cavity mode k, where $k = 0, 1$ labels the TEM_{00} mode and the additional effective cavity mode, respectively.

The coupling between the BEC and the cavity is described by the interaction hamiltonian

$$\hat{H}_{\mathrm{int}} = -i\hbar\sum_{k=0}^{1}\sum_{p=\rightarrow,\uparrow}\sum_{i,j} g_{ij}^{k,p}\hat{\boldsymbol{e}}_j^\dagger\hat{\boldsymbol{a}}_{k,p}\hat{\boldsymbol{g}}_i + \mathrm{h.c.}$$

where $g_{ij}^{k,p}$ denotes the coupling strength for the transition $i \rightarrow j$ driven by the cavity mode k with polarization p, and h.c. is the hermitian conjugate. For the TEM_{00} mode the coupling strength $g_{ij}^{0,p}$ depends on the dipole matrix element $\mathcal{D}_{ij}^p$ for the transition $i \rightarrow j$ driven by the polarization p, the mode volume V_0, and the overlap $\mathcal{U}_0$ between the two spatial atomic modes and the TEM_{00} mode:

$$g_{ij}^{0,p} = \mathcal{D}_{ij}^p\sqrt{\frac{\hbar\omega_0}{2\varepsilon_0 V_0}}\mathcal{U}_0$$

We numerically calculated the ground state of the Gross–Pitaevskii equation in the potential formed by the dipole trap and the cavity stabilization light for $N = 2\times10^5$ atoms, and found the spatial overlap between BEC and TEM_{00} mode to be $\mathcal{U}_0 = 0.63$. Because of the position uncertainty of the BEC relative to the cavity mode, the overlap might deviate by up to 20% from this value. The repulsive interaction between the atoms leads to a slight decrease in $\mathcal{U}_0$ with increasing atom number, which was found numerically to follow $\mathcal{U}_0(N) = \sqrt{0.5}(1 - 0.0017N^{0.34})$. For the coupling strength to the additional effective cavity mode we assume $g_{ij}^{1,p} = rg_{ij}^{0,p}$, with r being a free parameter.

The initial atomic population of the several ground states i given by the free parameters N_i is relevant for the form of the energy spectrum of the coupled BEC–cavity system. To find the energy spectrum in the weak excitation limit we can restrict the analysis to states containing a single excitation. These are the states $|1_{k,p}; N_1, ..., N_8; 0\rangle$, where one photon with polarization p is present in the mode k and all atoms are in the ground-state manifold, and also all possible states $|0_{k,p}; N_1, ..., N_i - 1, ..., N_8; 1_j\rangle$, where no photon is present and one atom was transferred from the ground state i to the excited state j. Diagonalization of the hamiltonian $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_{\mathrm{int}}$ in the truncated Hilbert space spanned by these states yields the eigenspectrum of the coupled system as a function of the cavity detuning Δ_c. The relevant transition energies with respect to the energy of the initial ground state are plotted in Fig. 3.

The detuning of the lower resonance branch at $\Delta_c = 0$ is a function of the atom number and given by

$$|\Delta_p| = \mathcal{U}_0(N)g_{\sigma^\pm}\sqrt{N} + \frac{(\mathcal{U}_0(N)rg_{\sigma^\pm})^2 N}{2\Delta_t} + \mathcal{O}(1/\Delta_t^2)$$

Fitting this dependence to the data in Fig. 4 yields the maximum coupling strengths $g_{\sigma^\pm}$ for the two polarization components $\sigma^\pm$.

©2007 Nature Publishing Group

Chapitre 4

Condensation par une méthode tout optique

Ce chapitre est consacré à la première partie de mes travaux de recherche au sein laboratoire Charles-Fabry de l'Institut d'Optique. Je commence par une description de mon projet de recherche initial et du système expérimental sur lequel il s'appuie. Je raconte ensuite le déménagement et l'installation dans le nouvel Institut d'Optique à Palaiseau. Je décris plus avant les spécificités de notre montage : le piégeage avec un laser telecom à 1565 nm et notre technique d'évaporation menant à la condensation de Bose-Einstein d'un gaz de rubidium. Enfin, j'expose la réalisation d'un trampoline quantique à atomes froids.

4.1 Un dispositif expérimental repensé

4.1.1 Le projet inital

Lors de mon embauche au CNRS en janvier 2007, en accord avec Philippe Bouyer et Alain Aspect, j'ai pris la responsabilité d'une expérience de refroidissement à deux espèces (rubidium et potassium) par des méthodes tout optique. Les idées associées à ce dispositif étaient multiples. Il s'agissait, d'une part, de fournir une source compacte et rapide d'atomes ultra-froids pour des expériences d'interférométrie atomique (à 2 espèces permettant à terme de tester le principe d'équivalence). D'autre part, l'accès optique important vers la chambre de science devait permettre de créer des potentiels de piégeage variés pour les atomes pour étudier des propriétés collectives des nuages atomiques.

Dans mon projet au CNRS, la première partie était le développement

d'une source d'atomes ultra-froids simple, rapide et versatile. C'est à mon avis toujours un point clé dans la réussite des expériences, qu'elles soient à but fondamental ou appliqué. Dans un deuxième temps, je proposais d'étudier les gaz confinés à deux dimensions en interaction et éventuellement en présence de désordre (ce qui ferra l'objet du chapitre suivant). Ce projet était bien en accord avec les possibilités offertes par un système expérimental en cours de réalisation, sur lequel se greffait mon projet. De plus, il s'est avéré que ce dispositif (visant à la condensation) était bien trop lourd pour les premiers vols paraboliques auxquels il était initialement destiné et un dispositif simplifié spécifique a été créé dans ce but (notamment par G. Varoquaux [52]). Cela nous a ainsi libéré de certaines contraintes et a permis l'avancée simultanée des deux projets.

4.1.2 Déménagement du dispositif et installation du nouveau laboratoire

A mon arrivée à l'Institut d'Optique, l'état du dispositif expérimental est le suivant : le système à vide est monté et complet (MOT 2D et chambre de science). Un système laser (diodes laser en cavité étendue et amplificateur semi-conducteur) existe pour le rubidium. A ce moment-là, le système laser manque de stabilité et le piège magnéto-optique ne piège qu'environ 10^7 atomes.

Je rejoints l'équipe juste quelques semaines avant le déménagement du dispositif d'Orsay à Palaiseau. La distance n'est que de quelques kilomètres mais il faut quand même empaqueter l'ensemble du materiel. L'avantage est de s'installer dans des locaux neufs. C'est finalement une situation assez agréable pour un nouveau permanent et il est ainsi possible d'organiser l'espace de travail au mieux. Cette phase a été bien gérée et et je détaille quelques points qui me semblent particulièrement importants.

Il faut prévoir de nombreux rangements, et même plus que ce qui semble nécessaire. L'expérience prouve que l'on a toujours beaucoup de materiel à stocker. En particulier, des meubles fermés peuvent être placés en hauteur. Je conseille aussi fortement des meubles de rangement type atelier avec de nombreux compartiments et très robustes (marque Lista dans notre cas). C'est particulièrement pratique pour ranger les composants optiques. De plus, il faut éviter au maximum de placer des choses sous les tables optiques ; cela oblige à se baisser, ce qui est à la fois dangereux pour les yeux et peu confortable. Pour cela, nous avons installé des étagères en profilés d'aluminium (Elcom) au-dessus des tables optiques permettant de placer à la fois les composants rackables ou non (par exemple toute l'électronique pour les lasers).

A l'usage, cet agencement s'est révélé extrêmement pratique. Enfin, prévoir des espaces supplémentaires de tables optiques est aussi utile. Cela permet de faire de petits montages annexes ou même d'agrandir la surface disponible pour l'expérience facilement. J'espère que ces quelques conseils assez simples pourront être utiles à d'autres personnes montant de nouveaux projets expérimentaux.

4.1.3 Montage expérimental

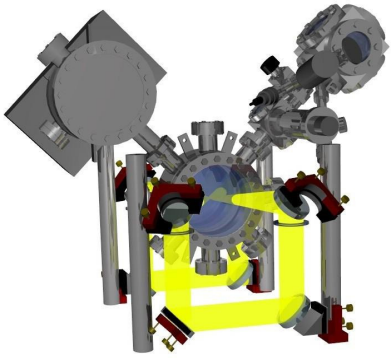


FIGURE 4.1 – *Schéma du système expérimental. On distingue les deux parties du système à vide : en haut à droite, le piège magnéto-optique 2D, au milieu la chambre de science. Deux hublots CF160 permettent de faire passer de nombreux faisceaux optiques pour piéger et manipuler les gaz ultra-froids.*

Le dispositif expérimental se compose essentiellement d'une chambre à vide contenant les atomes à refroidir (voir fig. 4.1) et d'une table laser dédiée à la génération des fréquences optiques nécessaires au refroidissement (voir fig. 4.2). La table laser est ensuite reliée à la chambre à vide par des fibres optiques. Cette séparation entre les lasers et la chambre à vide permet à la fois un gain de place autour de la chambre de science et le découplage des problèmes expérimentaux.

La chambre à vide est essentiellement composée d'une chambre de science où nous ferrons d'abord un piège magnéto-optique 3D, avant de transférer les atomes dans un piège optique à 1565 nm pour évaporer ensuite les atomes jusqu'à la dégénérescence quantique. Cette chambre de science est en forme de camembert avec 8 brides latérales (CF40) et 2 grands hublots (CF160). L'accès optique vers les atomes est ainsi important ce qui permet d'appliquer de multiples lasers sur les atomes et notamment des faisceaux dipolaires pour créer des potentiels optiques variés pour les atomes. Cette chambre de science

dispose de deux systèmes de pompage, une pompe ionique (50 L/s) et une pompe à getter.

Une des brides latérales sert à connecter la chambre de collection. Un piège magnéto-optique bidimensionnel [53, 54, 55, 56, 57, 58] permet d'y créer un faisceau d'atomes collimaté qui, à travers un tube de pompage différenciel, alimente le piège magnéto-optique 3D de la chambre de science. Ce dispositif est une alternative plus compacte à un ralentisseur Zeeman qui nécessite de lourdes et volumineuses bobines. En contrepartie, plus de puissance laser est nécessaire. Ce dispositif de piège magnéto-optique 2D est le premier à être monté à l'institut d'optique et il nous a posé pas mal de soucis avant que l'on ait acquis le savoir-faire nécessaire. En effet, c'est cette partie du montage qui a nécessité de nombreux changements avant de donner satisfaction et permettre un chargement efficace du piège magnéto-optique 3D.

Plusieurs modifications ont été nécessaires (la plupart ont été faites entre mars 2007 et Août 2008) pour atteindre des flux comparables à ce qui se trouve dans la littérature et il me semble utile de les détailler à titre de référence :

- Pour un piège magnéto-optique 2D, il est inutile d'avoir 4 faisceaux indépendants, on peut très bien rétro-réfléchir ces faisceaux et ainsi gagner en puissance disponible car la densité optique dans un piège magnéto-optique 2D est faible (à la différence d'un piège magnéto-optique 3D). De plus, le flux en nombre d'atomes augmente (presque linéairement) avec la puissance au moins jusqu'à environ 10 ou 20 fois l'intensité de saturation. Cela est probablement due à la possibilité de capturer des atomes plus rapides.
- Pour la configuration de champ magnétique, il faut un quadrupôle magnétique à 2D avec un zéro de champ magnétique sur une ligne. Deux bobines, en configuration anti-Helmholtz, même relativement allongées laissent un gradient résiduel et il faut mieux utiliser une configuration à quatre bobines. Dans notre expérience, nous utilisons encore deux bobines mais rajoutons une bobine pour compenser le gradient parasite le long de l'axe du piège magnéto-optique 2D.
- Un faisceau pousseur est typiquement utilisé pour pousser le jet atomique vers la chambre de science. Pour le rubidium, il n'y a pas besoin de beaucoup de puissance (typiquement 100 μW) mais il est préférable que ce faisceau soit à résonance et ne contienne pas de repompeur. Ainsi, les atomes sont dépompés et ne diffusent plus de photons pendant leur trajet entre le piège 2D et le piège 3D.
- La pression partielle de rubidium dans la chambre de collection est un élément important ; jusqu'à environ 10^{-7} mbar, le flux atomique est proportionnel à cette pression. Un dispositif à base de dispenseurs ne

permet typiquement pas d'atteindre cette pression sur le long terme (sans épuiser les dispenseurs trop rapidement) et il faut donc mieux utiliser un four pour alimenter la chambre de science. De plus, au départ, la chambre de collection n'était pompée que par l'intermédiaire de la chambre de science, ce qui n'est pas suffisant. Nous avons finalement rajouté une petite pompe ionique 2 L/s et une pompe à getter dans cette zone, avant un réétuvage complet.

Après toutes ces améliorations, nous avons maintenant un flux atomique de quelques 10^9 par seconde capturé par le MOT 3D ce qui est comparable à l'état de l'art [59].

4.1.4 Table laser pour le refroidissement du rubidium

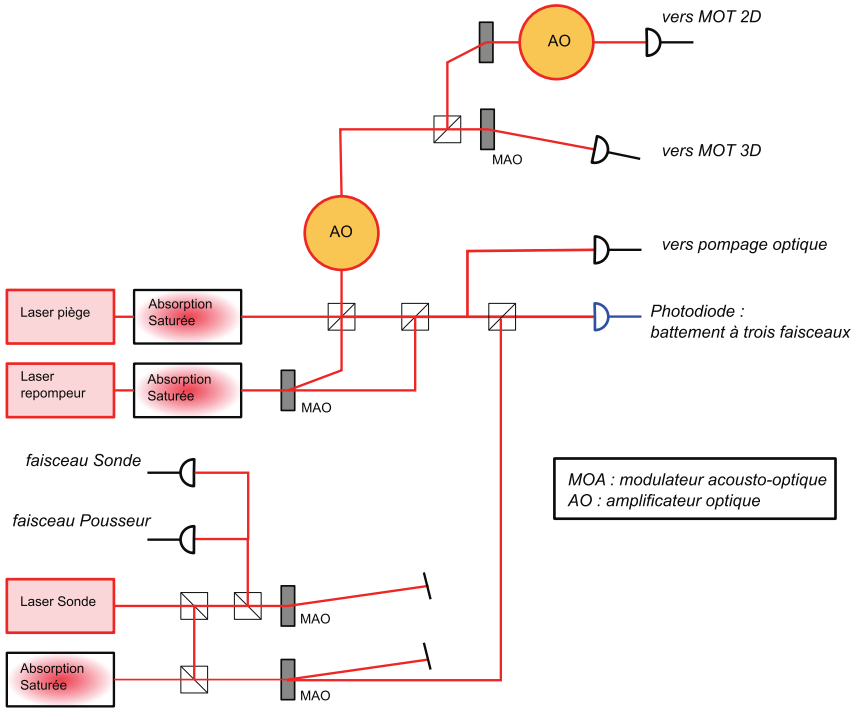


FIGURE 4.2 – *Schéma du système laser utilisé pour le refroidissement du rubidium. Les trois lasers battent ensemble sur une photodiode. Cela permet d'asservir le piège et le repompeur sur le laser sonde. Les absorptions saturées sur les lasers piège et repompeur servent uniquement de contrôle. Les amplificateurs optiques (AO) sont des Eagleyard 1W à 780 nm. Figure extraite de la thèse de J.P. Brantut [60].*

J'ai personnellement repensé et remonté l'ensemble de la table laser à la suite du déménagement et je reproduis ici le schéma du dispositif qui me semble particulièrement efficace (fig. 4.2). Il contient 3 diodes maîtres en cavité étendue et 2 amplificateurs optiques. Il présente de multiples avantages. Les fréquences principal et repompeur sont mélangées dans les deux amplificateurs semiconducteurs et il n'y donc pas besoin de les mélanger ensuite. On peut modifier la puissance du repompeur indépendamment ce qui est important pendant la phase de mélasse optique. Enfin, le dispositif d'asservissement par battement (par division de fréquence puis convertisseur fréquence-tension) permet de décaler la fréquence du faisceau de refroidissement principal jusqu'à plusieurs centaines de MHz [60, 61]. Cette propriété nous est utile pour le chargement du piège optique à 1565 nm. Ces asservissements par battement sont particulièrement robustes avec une plage de capture de près de 1 GHz de large. Seul le laser sonde est asservi par une absorption saturée (sur le crossover 2→3). Enfin, la division en 6 faisceaux pour le piège magnéto-optique 3D est faite grâce à un diviseur de fibre de Schaeffter-Kirchoff, un dispositif particulièrement stable. Seules l'injection de la fibre 3D et l'injection du MOPA 3D nécessitent un réalignement journalier.

4.2 Piège optique à 1565 nm et tomographie de décalage lumineux

4.2.1 Pièges dipolaires optiques

Les pièges dipolaires optiques reposent sur le fait que le champ électrique d'un laser induit un dipôle électrique pour une particule ou un atome. Ce dipôle interagit avec le champ et crée un potentiel dipolaire. Le premier piège dipolaire optique pour des atomes neutres a été réalisé par S.Chu *et al.* [62] en 1986. Depuis, les pièges dipolaires optiques se sont considérablement développés pour créer différents types de potentiel et notamment des réseaux optiques [63]. La polarisabilité d'un atome vient essentiellement du mouvement des électrons situés sur ses couches externes et on peut par exemple faire un modèle d'électron élastiquement lié au noyau (avec un fréquence correspondant à la résonance atomique), pour trouver le comportement de la polarisabilité atomique.

Pour piéger efficacement des atomes, il faut un laser puissant, loin de la transition atomique pour éviter l'absorption des photons. Dans la pratique, si on veut éviter l'utilisation d'un piège magnétique et donc piéger directement un nombre important d'atomes directement après une phase de refroidissement laser, c'est-à-dire à des températures de quelques dizaines de

microKelvin, il faut un piège profond mais ne diffusant que peu de photons. Cela implique l'utilisation d'un laser décalé de résonance par au minimum une centaine de nanomètres et avec une puissance minimum de plusieurs watts. Cette contrainte impose un choix de laser restreint et deux types de lasers avaient été utilisés pour les expériences de condensation tout optique : des lasers CO_2 à 10.6 μm [64] ou des lasers autour de 1.07 μm [65, 66] (type laser YAG ou laser à fibre dopé erbium). Ces deux types de laser avaient déjà permis d'obtenir des gaz dégénérés d'atomes neutres à la fois bosoniques et fermioniques.

Avant même mon arrivée à l'Institut d'Optique, le choix a été fait de tester un nouveau type de laser pour le piège optique, un laser à fibre à 1565 nm, c'est à dire dans la bande telecom. Ces lasers existent alors depuis peu et peuvent fournir jusqu'à 50 W (IPG) [1]. A priori, ce choix est plutôt bon, car on est suffisamment loin de résonance pour pouvoir complètement négliger l'absorption de photon et on est encore dans la bande de transparence de la silice, ce qui permet d'utiliser des optiques standard à la différence du CO_2. Expérimentalement, l'électro-optique utilisé au départ pour le contrôle de la puissance du piège et présentant trop d'effet thermique a dû être changé pour des modulateurs acousto-optiques.

A terme, une idée est d'utiliser un seul laser à 1560 nm dans un dispositif permettant de non seulement piéger des atomes de rubidium mais aussi de les refroidir en doublant cette fréquence pour obtenir de la lumière à 780 nm.

4.2.2 Décalage lumineux et tomographie

Comme décrit précédemment, l'énergie d'un atome de rubidium dans l'état fondamental ($5S_{1/2}$) est décalée (à la baisse) en présence d'un fort champ laser à 1565 nm (potentiel dipolaire). De même, on peut s'attendre à ce que l'état excité ($5P_{3/2}$) subisse lui aussi un décalage en énergie dû à la présence du champ lumineux. En fait, ce décalage est 42 fois plus grand (et de même signe) que celui de l'état fondamental, à cause d'une résonance de l'état excité à 1529 nm. Cette situation est tout à fait particulière. Dans le cas d'un laser CO_2, le rapport n'est que de ~ 3 et dans le cas d'un laser à 1.06 μm, ce décalage est dans le sens opposé avec un facteur de l'ordre de 1 (c'est le cas simple d'une transition à deux niveaux).

Cette particularité du laser à 1565 nm conduit à un décalage en fréquence de la transition optique qui peut être très grand par rapport à sa largeur. On peut ainsi résoudre spèctralement ce décalage lumineux. Nous avons ainsi

1. Ce laser a définitivement cassé en 2012, et il n'est plus commercialisé. Nous avons racheté un laser de 30 W à 1550 nm (IPG).

pu réaliser deux expériences distinctes, d'une part étudier la géométrie d'un piège optique *in-situ* et d'autre part observer la thermalisation d'un gaz piégé en regardant sa distribution en énergie potentielle. Pour les détails, je renvois ici à la publication (voir page 76).

Ce travail sur la compréhension et l'utilisation de ces décalages importants était en fait indispensable pour la suite de notre programme de recherche. En effet, pour pouvoir optimiser le processus de chargement du piège optique à partir d'une phase de mélasse, il est indispensable de parfaitement comprendre l'effet de la lumière à 1565 nm sur la transition optique. La version simplifiée présentée ci-dessus n'est pas strictement exacte, car dans l'état excité, la polarisabilité dépend du nombre quantique m_F (polarisabilité tensorielle). Cet effet est finalement petit mais il faut le calculer précisément pour s'en convaincre. On pourra se reporter à la thèse de J.-F. Clément pour plus de détails [59].

Le fait de pouvoir résoudre spèctralement un décalage lumineux sur la transition d'imagerie est quelque chose qui avait déjà été utilisé par le passé pour étudier le mouvement des atomes $in-situ$. Cependant, cette méthode pourrait être exploitée plus avant. En effet, c'est une méthode de type champ proche où la résolution est liée au gradient du décalage lumineux qui peut facilement être augmenté en se rapprochant de la résonance à 1529 nm. On peut ainsi avoir une résolution plus petite que la longueur d'onde optique. On peut imaginer différentes applications comme de l'imagerie par fluorescence avec une résolution sub-lambda (avec un fort gradient d'intensité lumineuse) ou la mesure de corrélation de densité sub-lambda en utilisant une onde stationnaire à 1529 nm [60] (cette idée pourrait être mise en place à 1D dans l'équipe puce dirigée par I. Bouchoule dans notre laboratoire).

4.3 Condensation par une méthode tout optique

4.3.1 Intérêt d'une méthode de refroidissement tout optique

On appelle refroidissement tout optique la méthode selon laquelle les atomes sont directement placés dans un piège optique, après une phase de refroidissement radiatif par laser. C'est alors directement dans un piège optique que l'on évapore les atomes vers le régime de dégénérescence quantique. A la différence des premières expériences de condensation atomique [67], on n'utilise donc pas de piège magnétique.

Les avantages d'une telle méthode sont multiples. Ne pas avoir de fort champ magnétique est utile pour des mesures de précision par interférométrie atomique. Les effet systématiques sont alors réduits. De plus, le temps de cycle de l'expérience est réduit grâce à une évaporation dans un piège optique typiquement très confinant. Cela est utile non seulement pour augmenter le taux de répétition d'une mesure de précision, mais aussi dans n'importe quel dispositif visant à étudier les propriétés à N-corps des gaz ultra-froids. Cela permet d'avoir plus de statistiques mais aussi de plus rapidement optimiser les paramètres ou tester des idées nouvelles. Enfin, la méthode est généralement plus simple pour toutes les expériences où on a de toutes façons besoin d'un piège optique, par exemple pour piéger un mélange de spin ou pour utiliser un fort champ magnétique pour atteindre une résonance de Feshbach.

Ceci dit, la méthode de refroidissement tout-optique présente aussi quelques désavantages. Il faut utiliser des lasers de puissance avec tous les problèmes de thermique que cela implique. De plus, le nombre final d'atomes est réduit (à typiquement $\sim 10^5$ atomes), principalement à cause de la difficulté de charger beaucoup d'atomes dans un piège optique à partir d'une mélasse. Enfin, les étapes de chargement et l'évaporation dans un piège optique sont toutes deux assez délicates et c'est pour cela que je les décris plus en détail dans la suite.

4.3.2 Chargement d'un piège optique à partir d'un piège magnéto-optique

Le chargement du piège optique à partir d'une étape de refroidissement laser est une étape clé pour pouvoir obtenir des gaz dilués dans le régime quantique. Il faut charger le piège optique avec non seulement beaucoup d'atomes mais aussi avec une densité dans l'espace des phases importantes. Il est aussi nécessaire que le taux de collisions à l'issu du chargement permette un refroidissement évaporatif efficace. A titre d'exemple, dans la première expérience de condensation "tout optique" [64], environ 2×10^6 atomes sont chargés dans un piège CO_2 à une densité dans l'espace de phase de $\sim 2\times10^{-3}$. Le taux de collision est de $1.2\times10^4\,\mathrm{s}^{-1}$. Ces chiffres sont à comparer aux chiffres typiques obtenus dans un piège magnétique : quelques 10^8 atomes à une densité dans l'espace des phases de quelques 10^{-6} et un taux de collision de quelques unités par seconde.

Pour charger efficacement un piège magnétique, on transfert l'ensemble des atomes à partir d'une mélasse optique préalablement optimisée pour être la plus froide et dense possible. Dans le cas d'un piège optique, compte tenu

du faible volume de capture du piège optique, il faut optimiser la phase de mélasse en présence du piège optique pour obtenir un chargement efficace. Typiquement, beaucoup d'atomes sont perdus lors de cette phase de chargement, mais les atomes piégés le sont alors avec une densité dans l'espace des phases plus importante que dans la mélasse seule. Cela montre bien que le processus n'est pas une simple sélection des atomes les plus froids dans la zone du piège. En particulier, la puissance du laser repompeur joue un role crucial, et il faut la diminuer pour réduire le taux de diffusion de photons et permettre l'augmentation de la densité dans le piège (effet dark MOT [68]).

Dans la section précédente, nous avons vu que l'état excité $5P_{3/2}$ de la transition cyclante pour le rubidium 87 était particulièrement décalé en énergie par la lumière à 1565 nm. Ce décalage peut facilement être grand par rapport aux décalages lumineux utilisés dans les mélasses optiques (typ. 100 MHz). En conséquence, le refroidissement est affecté. Par exemple, si le décalage lumineux est plus important que celui de la mélasse, la lumière est sur le bleu de la transition et le chargement est alors catastrophique (un chargement brusque en fin de mélasse est alors plus efficace). A première vue, charger un piège à 1565 nm avec des atomes de rubidium semble donc être une tâche difficile.

Une première technique que nous avons essayé de mettre en place consiste à alterner (toutes les 0.2 à 1 ms) des phases de refroidissement (avec les faisceaux de mélasse) avec des phases de piégeage (avec les faisceaux de piégeage). Cette méthode marche partiellement avec un gain de l'ordre d'un facteur 2.5 par rapport à un chargement brusque mais ce gain est très nettement insuffisant pour amorcer une évaporation efficace. La diffusion multiple, pendant les phases de refroidissement, semble limiter la densité et donc aussi la densité dans l'espace des phases.

La technique que nous utilisons actuellement est une technique de chargement continu (similaire à la technique utilisée avec les lasers CO_2 [64]). Pendant la phase de mélasse optique, à la fois les faisceaux de refroidissement et de piégeage sont présents. L'astuce consiste à utiliser un faisceau avec un waist large ($\sim$150 μm), induisant un décalage lumineux relativement faible $\sim$60 MHz (pour 24 W) et un décalage de mélasse important (200 MHz). On a ainsi toujours un refroidissement efficace même à l'interieur du piège optique. L'efficacité en fonction du décalage de la mélasse est tracée en figure 4.3. On remarque que l'optimum est obtenu pour un décalage de mélasse de 200 MHz. Cette valeur particulièrement élevée comparée aux autres expériences, s'explique par l'importance du décalage lumineux créé par le laser à 1565 nm.

De plus, l'intensité du repompeur est réduite pendant la phase de chargement pour réduire le taux de diffusion de photon et ainsi la limite en densité due à la réabsorption de photon. Ce processus est accentué au centre du

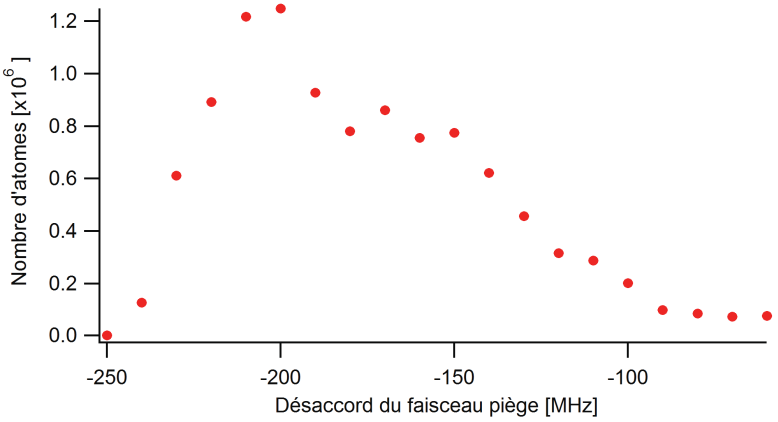


FIGURE 4.3 – *Nombre d'atomes chargés en fonction du désaccord de la fréquence piège de la mélasse.*

piège où le décalage lumineux rend le laser repompeur inefficace. On a un effet de dépompage (dark MOT) extrême dans la région de piégeage. Cet effet est aussi à l'oeuvre en utilisant d'autres lasers de piégeage mais l'effet est ici accentué grâce au fort décalage lumineux. A l'issu de cette première étape de chargement, on obtient 3×10^7 atomes à une température de $20\,\mu$K et une densité dans l'espace des phases de 2×10^{-5}. Pour augmenter le taux de collisions, nous ajoutons alors un faisceau de piégeage avec un waist de $\sim 25\,\mu$m et après 100 ms, 3×10^6 atomes s'accumulent finalement dans le piège croisé avec une densité dans l'espace des phases de 2.5×10^{-3}. Ce sont des conditions très favorables pour poursuivre avec la phase d'évaporation. Le détail des paramètres utilisés peut être trouvé dans l'article reproduit page 81.

4.3.3 Evaporation dans le régime d'emballement

La phase d'évaporation dans un piège optique s'effectue typiquement en baissant la puissance du ou des faisceaux de piégeage. On réduit ainsi la profondeur du piège et on permet l'évaporation des atomes les plus énergétiques. Cette technique a le désavantage de réduire les fréquences de confinement du piège. En l'absence de gravité, le régime d'emballement où le taux de collision augmente en fur et à mesure de l'évaporation n'est alors pas accessible [69]. En fin d'évaporation, l'efficacité de l'évaporation peut être fortement affectée.

Différentes techniques ont été utilisées pour contrer cet effet. Des pièges

compressibles (avec la possibilité de changer le waist) ont par exemple été mis en place [65, 66]. Cependant, l'idée la plus simple est d'utiliser un piège croisé et de ne réduire la puissance que dans un seul des deux faisceau ; on peut alors diminuer la profondeur du piège sans trop diminuer sa fréquence moyenne. La technique d'évaporation que nous avons mis en place utilise deux faisceaux (approximativement horizontaux [2]) de waist différents ($\sim 150\,\mu$m et $\sim 25\,\mu$m). Le faisceau large est utilisé pour collecter les atomes depuis le piège magnéto-optique, comme explicité ci-dessus, alors que le deuxième faisceau assure un confinement important pour l'évaporation. Le fait de décaler les deux faisceaux verticalement de $\sim$70 μm permet de compenser la gravité de façon optique et ainsi de pouvoir plus fortement décomprimer le piège sans perdre les atomes. Notre géométrie nous permet d'avoir un contrôle indépendant du confinement et de la profondeur du piège et ainsi d'optimiser au mieux l'évaporation.

Au final, nous pouvons obtenir un condensat de 10^5 atomes en moins de 3 s d'évaporation et même 650 ms avec un nombre d'atomes réduit (voir article page 81). C'est un résultat majeur des thèses de J.F. Clément et J.P. Brantut [70, 60] Il est intéressant de noter que notre temps d'évaporation est similaire à se qui ce fait sur les puces atomiques. Ce temps est contraint par la présence de perte à trois corps qui empêche d'utiliser des confinements et donc des taux de collisions plus élevés. En fait, notre évaporation est optimisée pour être à la limite d'avoir des pertes à trois corps trop importantes.

Nos résultats sur la condensation par une méthode "tout-optique" ont eu un impact sur la communauté des atomes froids et les questions spécifiques de déplacement lumineux et d'évaporation dans les pièges optiques sont maintenant mieux prises en compte dans la conception de nouveaux dispositifs expérimentaux.

4.4 Trampoline à atomes ultra-froids

4.4.1 Principe et motivations

Dans le domaine des atomes ultra-froids, on distingue essentiellement deux types d'expérience : d'une part, celles s'attachant à la compréhension des phénomènes quantiques et notamment aux problématiques issues de la physique à N-corps et, d'autre part, celles dédiées aux mesures de précision. Mes recherches se situent habituellement dans la première catégorie. Cela

2. En fait, nous avons noté qu'il est important que le faisceau large ne soit pas précisément horizontal (à 1 degré près) pour éviter que des atomes piégés dans les ailes ne reviennent vers la zone du piège croisé.

étant, sous l'impulsion de P. Bouyer, après l'obtention du condensat de Bose-Einstein, nous nous sommes intéressés à la mesure de la constante de gravité g. Les interféromètres et en particulier les gravimètres sont de plus en plus précis quand le temps d'observation des atomes augmente. Pendant ce temps, les atomes ne doivent pas être perturbés et typiquement ils sont en chute libre. Ici, l'idée était de garder des atomes en chute libre pendant un temps long, tout en repliant leur trajectoire dans un petit volume en les faisant rebondir périodiquement.

Pour faire rebondir des atomes de façon contrôlé, la technique de réflexion de Bragg consiste à appliquer une onde lumineuse qui, de façon cohérente, transfert à l'atome deux unités de moment cinétique $\hbar k$ (où k est le vecteur d'onde de la lumière). On peut ainsi maintenir les atomes en suspension en envoyant périodiquement de la lumière. De plus, cette suspension des atomes contre la gravité ne marche que si la période T des pulses lumineux est telle que $T = 2\hbar k/mg$, c'est-à-dire que l'accélération de la gravité compense le transfert d'impulsion des pulses lumineux. En fait, cette technique permet de mesurer directement la gravité. Pour que la lévitation soit efficace, il faut que les transferts d'impulsion se fassent avec une probabilité proche de 1. Ce n'est le cas que pour des pulses pour lesquels l'intensité varie lentement pendant le pulse (régime de Bragg). Dans notre cas, nous avons utilisé des pulses d'enveloppe Gaussienne, et réalisé jusqu'à une trentaine de rebonds, nombre limité par la température du nuage initial (200 nK). Pendant que nous faisions ces expériences qui sont détaillées dans les thèses de J.P. Brantut et M. Robert-de-Saint-Vincent [71], un résultat similaire a été publié par l'équipe de C. Sackett [72] , et nous avons donc choisi de nous concentrer sur un autre régime de fonctionnement du trampoline à atomes : le régime quantique. Néanmoins nos résultats sur le trampoline classique ont été publiés dans un proceeding de conférence [73].

4.4.2 Trampoline quantique

On faisant l'expérience du trampoline "de façon sale", c'est-à-dire en utilisant des pulses lumineux de profil carré, nous avons découvert des franges dans le nombre d'atomes suspendus en fonction de la période T. Ces franges sont dues à des interférences quantiques entre différents chemins quantiques qui apparaissent à cause de la séparation du paquet d'onde en plusieurs composantes en impulsion à chaque pulse. Je n'ai pas l'intention ici de rentrer dans les détails du processus qui sont décrits dans notre publication (voir page 86). Nous avons particulièrement travaillé sur la compréhension fine du phénomène, à la fois au niveau qualitatif mais aussi quantitatif (voir les thèses de J.-P. Brantut [60] et M. Robert-de-Saint-Vincent [71]). Par exemple, nous

avons pu mettre en évidence l'origine de la modulation à fréquence moitié et nous avons développé le calcul précis de l'ensemble du processus incluant l'ensemble des chemins quantiques et en tenant en compte précisément de la phase acquise à chaque pulses lumineux par les différents paquets d'onde. Ceci nous a permis notamment d'expliquer l'affinement des franges quand on arrive dans le régime d'interférence multiple (pour un nombre de rebonds supérieur à 10 ou 20). L'article présentant ces travaux est reproduit page 86.

4.4.3 Limites et perspectives

Notre dispositif nous permet une mesure de la gravité à 4×10^{-4}. Ce chiffre semble très modeste au regard de l'état de l'art, à la fois par rapport aux gravimètres Raman [74] ou aussi par rapport aux mesures par oscillations de Bloch [75]. Cette différence est en partie due au fait que nous n'avions pas l'ambition de réaliser directement une mesure de précision. Notre trampoline quantique est un interféromètre mais, pour le système de franges fondamental, le déphase n'est accumulé que sur $\sim 1\,\mathrm{ms}$. Ce n'est que pour des interférences multiples que l'on peut réellement espérer un véritable gain, mais il faut pour cela s'assurer que les phases de toutes les ondes partielles soit commensurables (ce qui semble difficile dans notre schéma). De nouveaux schémas utilisant des transitions Raman pourraient éventuellement atteindre ce but, mais leur faisabilité reste à démontrer [76].

Notre but initial était plutôt de démontrer qu'il était possible de garder des atomes en suspension dans un petit volume, tout en les perturbant de façon minimale et contrôlée. A ce titre, notre expérience est positive et a montré l'importance de contrôler les déphasages induits par les pulses de Bragg. On peut par exemple créer un interféromètre entre deux chemins quantiques distincts en suspension grâce à des pulses de Bragg (ou Raman), c'est d'ailleurs ce qui a été fait dans la manip de C. Sackett [72]. D'après moi, il n'est de toute façon pas inutile de chercher des schémas d'interféromètres alternatifs au classique Mach-Zehnder, utilisant des faisceaux Raman, qui s'est imposé dans le domaine des mesures de précisions.

D'une façon plus générale, la question se pose du gain potentiel que l'on peut atteindre en utilisant une source d'atomes condensés pour l'interférométrie atomique, plutôt qu'un nuage thermique. D'un point de vue fondamental, comme l'interférométrie est un processus à 1 corps, rien n'empêche de réaliser un interféromètre avec des atomes thermiques et c'est d'ailleurs ce qui se fait habituellement. D'un point de vue pratique, une source d'atomes extrêmement froids pourrait être utile pour réduire certains effets systématiques dus à l'expansion du nuage sur un volume important. Des déphasages induits par les hublots nuisent à la précision de la mesure interférométrique et se-

raient réduits en utilisant un nuage plus petit. Nous avons une collaboration avec l'équipe de F. Perreira Dos Santos au LNE à Trappes pour implémenter notre technique de refroidissement sur leur gravimètre de haute précision.

4.5 Conclusion

Dans ce chapitre, j'ai décrit la réalisation d'un dispositif expérimental permettant d'obtenir des gaz de ^{87}Rb ultra-froids rapidement et efficacement dans un piège à 1565 nm. Nous obtenons un condensat de 10^5 atomes toutes les 10 secondes environ. Si ce résultat peut paraître uniquement une réalisation technique, nous avons en fait dû comprendre et tenir compte des déplacements lumineux induits par un laser à 1565 nm, en particulier pendant la phase de chargement du piège optique. Nous avons obtenu notre premier condensat en août 2008, soit environ 18 mois après mon arrivée et le déménagement du laboratoire à Palaiseau. C'est finalement un délai assez court si on tient compte du fait qu'il a fallu d'abord réinstaller le dispositif, puis comprendre les défauts et revoir en grande partie le piège magnéto-optique 2D (avec un réétuvage complet), avant de trouver une méthode de chargement et d'évaporation nouvelle dans le piège dipolaire à 1565 nm.

L'année suivante a été consacrée à la fiabilisation du dispositif, puis à de premières expériences avec la réalisation d'un trampoline à atomes froids. Cela a constitué un premier résultat physique avant de modifier assez fortement le dispositif expérimental pour étudier la physique des gaz 2D en présence de désordre ; c'est le sujet du chapitre suivant.

4.6 Articles liés à ce chapitre

4.6.1 Ligth-shift tomography in an optical-dipole trap for neutral atoms [6]

PHYSICAL REVIEW A **78**, 031401(R) (2008)

Light-shift tomography in an optical-dipole trap for neutral atoms

J. P. Brantut, J. F. Clément, M. Robert de Saint Vincent, G. Varoquaux, R. A. Nyman,* A. Aspect, T. Bourdel, and P. Bouyer
Laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique, Univ Paris Sud, CNRS, Campus Polytechnique RD128 91127 Palaiseau, France
(Received 21 July 2008; published 25 September 2008)

We report on light-shift tomography of a cloud of ^{87}Rb atoms in a far-detuned optical-dipole trap at 1565 nm. Our method is based on standard absorption imaging, but takes advantage of the strong light shift of the excited state of the imaging transition, which is due to a quasiresonance of the trapping laser with a higher excited level. We use this method to (i) map the equipotentials of a crossed optical-dipole trap and (ii) study the thermalization of an atomic cloud by following the evolution of the potential energy of atoms during the free-evaporation process.

DOI: 10.1103/PhysRevA.78.031401 PACS number(s): 37.10.Gh, 32.60.+i, 33.40.+f

In situ studies of ultracold atomic gases can yield invaluable information. Imaging on the one hand [1–5] and light-shift spectroscopy on the other hand [6–9] have independently proved successful in the investigations of cold neutral gases. In this paper, we present a light-shift tomography method combining *in situ* absorption imaging and light-shift spectroscopy to yield an image, and/or the number, of atoms at a given potential energy in an optical-dipole trap. It takes advantage of the strong light shifts of the upper $5P_{3/2}$ level of the imaging transition of ^{87}Rb under the influence of our trapping laser at 1565 nm. This is due to quasiresonances to higher excited states ($4D_{3/2}$ and $4D_{5/2}$) at 1529 nm. As a consequence, although the light shift experienced by atoms in the ground state ($5S_{1/2}$)—i.e., the trapping potential—is moderate, the shift of the imaging transition can be large compared to its natural linewidth. It thus allows us to perform spectrally resolved imaging of the atomic cloud.

We use this technique for two different goals: (i) *Mapping of the optical potential*. Starting with a cold cloud with a smooth density profile, we suddenly switch on a trapping laser at 1565 nm and immediately take an absorption image of the atoms in the presence of the trap, before any evolution of the atomic density. By repeating this imaging at various probe-laser frequencies, we obtain a map of the equal light-shift regions; i.e., we perform tomography of the trap potential [10]. (ii) *Measurement of the atomic potential-energy distribution*. Counting the number of atoms at a given probe detuning—i.e., at a given potential energy in the trap—and repeating this measurement at various probe detunings, we directly measure the potential-energy distribution of the cloud. This allows us to study the relaxation of a trapped atomic cloud from an initial out-of-equilibrium situation towards a thermal distribution by monitoring the evolution of the potential-energy distribution during the free-evaporation process [11].

As shown in Fig. 1(a), we image ^{87}Rb atoms using a probe resonant with the $5S_{1/2}$ ($F=2$) to $5P_{3/2}$ ($F'=3$) transition at 780 nm (D_2), perturbed by the trapping laser at 1565 nm. In order to evaluate the light shifts of the ground and excited states of the D_2 imaging transition, we have computed the polarizabilities (α_g and α_e, respectively) of these states for the 1565-nm laser excitation. The transitions giving the main contributions are shown in Fig. 1(a). The moderate detuning of the trapping laser with respect to the $5P$ to $4D$ transitions, compared to the $5S$ to $5P$, leads to a polarizability of the $5P_{3/2}$ state greater than that of the ground state by a factor of $\frac{\alpha_e}{\alpha_g}=42.6$.

As the light shifts of the energy levels are all proportional to the trapping-laser intensity, the light shift of the ground state—i.e., the potential energy of an atom in the trap E_p (neglecting gravity)—is proportional to the light shift of the imaging transition Δ:

$$\hbar\Delta = \left(\frac{\alpha_e}{\alpha_g} - 1\right)E_p = 41.6E_p. \quad (1)$$

As indicated below, we operate in a situation where the ground-state light shift is of a few MHz only, whereas the light shift of the $5P_{3/2}$ level is much larger than the natural linewidth of the probe transition, $\Gamma/2\pi=6.1$ MHz. In fact, when one considers the various magnetic sublevels of the hyperfine levels $F=2$ and $F'=3$, there is a additional

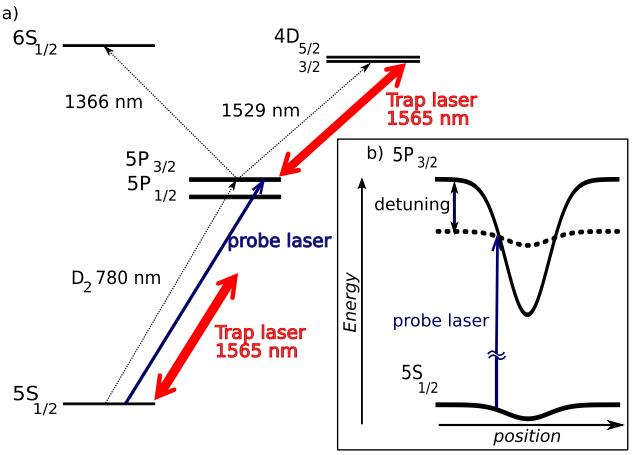


FIG. 1. (Color online) (a) Energy diagram of the lowest energy levels of ^{87}Rb. The strong transitions at 1529 nm are responsible for the 42.6 enhancement factor in light shift of the $5P_{3/2}$ energy level with respect to the $5S_{1/2}$ ground state. (b) Light shifts of the $5S_{1/2}$ and $5P_{3/2}$ levels under the influence of a Gaussian focused laser at 1565 nm (not on scale). The probe laser interacts with atoms at a position which depends on the probe detuning.

*Present address: Centre for Cold Matter, Imperial College, London, SW7 2BW, UK.

 ©2008 The American Physical Society

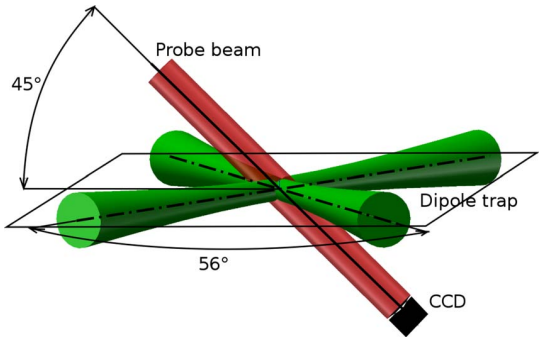


FIG. 2. (Color online) Beam configuration of the dipole trap and the probe.

intensity-dependent broadening, but it remains small compared to the light shift Δ [12,13].

As a consequence, we can spectrally resolve the potential energy of the atoms in the trapping beams. As shown in Fig. 1(b), by taking an *in situ* absorption image with a chosen detuning δ of the probe laser, we detect atoms situated at positions $\mathbf{r}$ such that $U(\mathbf{r})=\frac{\hbar\delta}{41.6}$, where $U(\mathbf{r})$ is the trapping potential ($U=0$ in free space). We thus directly obtain a map of the trapping potential $U(\mathbf{r})$. The potential-energy resolution is equal to the linewidth of the imaging transition divided by 41.6, according to Eq. (1) (corresponding to 0.14 MHz or 7 $\mu\mathrm{K}\times k_B$).

The experimental setup is as follows: in a first vacuum chamber, ^{87}Rb atoms are collected from an atomic vapor created by a dispenser in a two-dimensional magneto-optical trap (2D MOT). Atoms are then transferred into a second chamber where they are trapped in a 3D MOT. The laser system for 2D and 3D MOTs is based on tapered-amplified extended-cavity diode lasers, as described in [14]. The probe beam is generated by a dedicated, offset-locked laser, which can be detuned by 350 MHz from the $F=2$ to $F'=3$ transition and is linearly polarized.

The dipole-trap light is generated by a 50-W erbium-doped fiber laser at 1565 nm (IPG ELR-50). This laser is focused to a 50-μm waist onto the atomic cloud through a lens that can be moved along the optical axis via a motorized translation stage (Aerotech ANT-50L), allowing us to adjust the beam diameter at the atomic position (much as in Ref. [15]). Light is then refocused onto the atoms by a 1:1 telescope to create a crossed-beam configuration, with a crossing angle of 56°, and linear orthogonal polarizations. The beam configuration is shown in Fig. 2. Throughout this paper, the movable lens is adjusted such that at the dipole trap crossing, the beam diameters are about 200 μm. The optical power is controlled at the output of the laser by an electro-optic modulator and a Glan polarizer. The angle of incidence of the trapping beams with respect to the vacuum-chamber window is 28°, leading to astigmatism of the beams. We compensate this effect to first order on the first-pass beam using a tilted, glass plate.

We use light-shift tomography of the optical-dipole trap to map the potential landscape, using atoms as local probes of the potential. About 10^8 ^{87}Rb atoms are collected in the 3D MOT with a magnetic field gradient of 12.5 G cm^{-1} and a detuning of the cooling laser of 2.5Γ. The 3D MOT is then compressed down to 200 μm (rms radius) by increasing the detuning of the cooling laser up to 10Γ. The cooling beams are switched off, and the dipole trap laser is switched on 1 ms later. After another millisecond an absorption image is taken with a 50-μs pulse at the chosen probe detuning. A repumping laser resonant with the free space $F=1$ to $F'=2$ transition is applied together with the imaging laser. At resonance, atoms scatter about 100 photons during the imaging pulse and the atomic density has no time to evolve.

Examples of absorption images are shown in Fig. 3. At moderate probe detuning (−40 MHz), we see open equipotentials [Fig. 3(a)], which means that we probe atoms which will be able to escape along the directions of the two beams. In this image, we can detect an asymmetry of the trapping potential between the two arms of the dipole trap, which is related to intensity imbalance and residual astigmatism. The decrease of the contrast at the edges of the image is due to the vanishing atomic density. For larger detunings (−80 MHz), the images [Fig. 3(b)] show closed equipotentials with elliptic contours. As we go deeper in the trap (−100 MHz), we reach the bottom, where the equipotentials merge into a spot [Fig. 3(c)].

This tomographic method allows us to determine *in situ* the trap characteristics. The potential landscape at the bottom of the trap yields the trap frequencies (110 ± 10 Hz, 110 ± 10 Hz, and 150 ± 10 Hz), and the detuning at which we observe the change from closed to open equipotentials yields the trap depth (57 $\mu\mathrm{K}\times k_B$ in our experiment). We observe that the shape of the crossed region as probed by tomography is very sensitive to the overlap of the two arms, which provides us with a direct and accurate alignment method [16].

We evaluate the spatial resolution of the potential mapping as follows: in a place where the trapping potential gradient is $\boldsymbol{\nabla}U$, the spatial resolution associated with the linewidth Γ of the probe transition is $d=\frac{\alpha_g}{\alpha_e-\alpha_g}\frac{\hbar\Gamma}{|\boldsymbol{\nabla}U(r)|}\simeq 1/41.6\frac{\hbar\Gamma}{|\boldsymbol{\nabla}U(r)|}$. In our experimental conditions, at the places of steepest gradients, $d=10$ μm, whereas the resolution of our imaging setup is 7 μm. The widths of the peaks in the insets of Figs. 3(b) and 3(c) are consistent with the convolution of the two effects. Actually, d could be made smaller than the spatial resolution of the imaging system, either by increasing the light-shift gradients or by using a narrower transition [17,18].

We now turn to the measurement of the potential-energy distribution of the atomic cloud. For each value of the probe detuning—i.e., of the potential energy [Eq. (1)]—we count the number of atoms by integration of the optical density in the corresponding *in situ* absorption image (any spatial information is lost). Repeating this measurement at various values of the detuning, we obtain the atomic potential-energy distribution convolved with our energy-resolution line shape. As in our case the measured atom number varies smoothly at the scale of the resolution (7 $\mu\mathrm{K}\times k_B$), it is simply proportional to the atomic potential-energy distribution.

Using this technique, we follow the evolution of an optically trapped cloud under the effect of free evaporation. Experimentally, we load atoms in a compressed MOT; we then

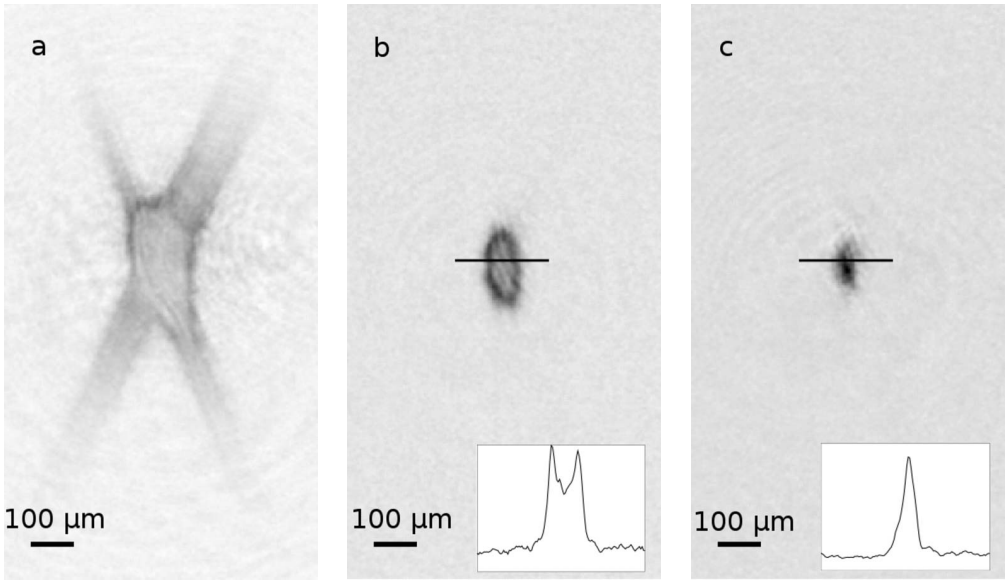


FIG. 3. Absorption images taken 1 ms after switching on the optical-dipole trap, showing the equipotentials of the trap. By choosing the probe laser detuning with respect to the free-space imaging transition [(a) −40 MHz, (b) −80 MHz, and (c) −100 MHz, corresponding to potential energy in the ground state of −45, −91, and −115 $\mu K \times k_B$, respectively] we observe the distribution of equal laser-intensity regions—i.e., equipotentials of the trap. The probe-laser propagation axis is inclined by 45° with respect to the crossed dipole trap plane. Images in the insets of (b) and (c) show cuts along the horizontal axis.

turn off the cooling laser and load the atoms into the dipole trap [19]. We then wait for a given time and image *in situ* the trapped cloud at various detunings.

Figure 4 shows the observed atomic potential-energy distribution after various evolution times, averaged over four images per data point. At short evolution times (<50 ms),

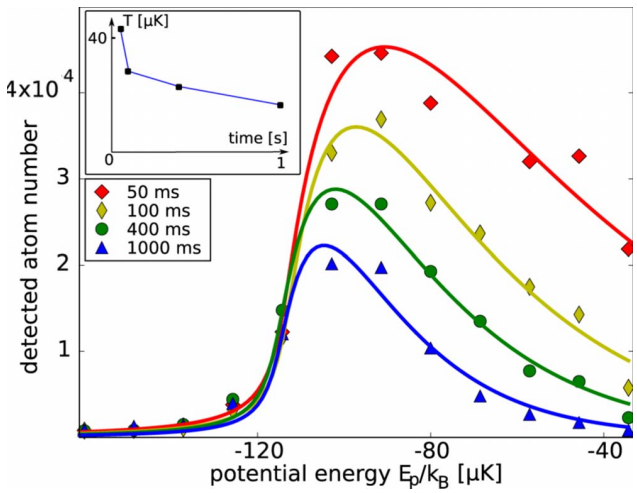


FIG. 4. (Color online) Thermalization of the atomic cloud in the trap (trap bottom is at $E_p/k_B = -115$ μK; equipotentials are closed at $E_p/k_B = -58$ μK). The number of detected atoms in the trap is measured as a function of potential energy after different evolution times. The potential energy is taken to be zero in free space. Solid curves are fits for a thermal gas taking into account the finite linewidth of the imaging transition [using Eq. (2)]. Fitted temperatures are 41, 27, 22, and 16 μK, consistent with time-of-flight measurements. The inset shows the evolution of the fitted temperature of the cloud as a function of time.

the measurement is blurred by the untrapped atoms falling from the magneto-optical trap. After 50 ms, the atomic distribution extends far into the anharmonic region of the trap, in particular into the two arms where atoms can escape. The fact that we can observe atoms with a potential energy greater than the trap depth is a signature of the nonergodicity of the free-evaporation process: atoms have enough energy to escape, but temporarily remain in the trapping region. Not all the available regions of phase space are explored in the time scale of the experiment [20]. The potential energy at the bottom of the trap is $E_p/k_B = -115$ μK. The nonzero signal at deeper potential energy is due to the finite linewidth of the imaging transition [12].

As the thermalization proceeds, the number of atoms located in regions of high potential energy diminishes faster than the number of atoms at the bottom of the trap. This process results in a lower mean potential energy of the remaining atoms. To characterize our results better, we fit our data with the theoretically predicted atom number $N(\delta)$ at a given probe detuning, in the case of N_{tot} classical atoms at thermal equilibrium in a harmonic trap, taking into account the finite linewidth of the imaging transition:

$$N(\delta) = \frac{4N_{\mathrm{tot}}}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \frac{u^2 e^{-u^2} du}{1 + 4(\delta + v - tu^2)^2}, \tag{2}$$

where $t = \frac{k_B T}{\hbar\Gamma}\left(\frac{\alpha_e}{\alpha_g} - 1\right)$, $v = \frac{U(r=0)}{\hbar\Gamma}\frac{\alpha_e}{\alpha_g}$, and $\delta = \frac{\omega - \omega_0}{\Gamma}$ (ω_0 is the unshifted probe-transition frequency) are normalized temperature, minimal potential energy, and detunings, respectively. The fit is unexpectedly good given the fact that the trap is harmonic only close to the bottom. The fitted temperatures are, to within 10% uncertainty, consistent with complemen-

tary measurements of the velocity distribution obtained by the time-of-flight method.

The inset in Fig. 4 shows the evolution of the temperature with the free-evaporation time. We first observe a rapid decrease of the temperature in 100 ms, which we attribute to a simple loss of atoms with an energy larger than the trap depth. It takes a few trap periods for the energetic atoms to find their path to escape along one of the two trapping beams. At longer times, we observe a slower decrease of the temperature, consistent with collision-induced evaporation, as we estimate the initial collision rate in our trap to be of the order of 3 s^{-1}. The lifetime in this experiment is limited to 2 s by background gas collisions, and we nevertheless measure an increase in phase-space density by a factor of 5 between the loaded cloud at 50 ms and the thermal, trapped cloud at equilibrium after 1 s.

In conclusion, we have presented a method to directly map the potential created on ^{87}Rb by an erbium-doped fiber laser at 1565 nm and to directly measure the atomic potential-energy distribution. The energy resolution (7 μK $\times k_B$) could be improved using a trapping wavelength closer to the 1529-nm transition and an appropriate probe polarization [12]. This method is not specific to ^{87}Rb and could be generalized to other alkali-metal gases which have strong transitions from the $nP_{3/2}$ state to higher excited states in the midinfrared (e.g., Cs at 1469 nm, K at 1252 nm) [21].

The potential-energy resolution of this technique is independent of the spatial resolution of the imaging setup. For a rapidly spatially varying light field, this technique could achieve subwavelength resolution. For example, in a three-dimensional, cubic, optical lattice, the detuned probe laser would be resonant with atoms situated in spherical shells centered on each lattice site, the radii being related to the probe-laser detuning. Light-shift tomography, allowing *in situ* local probing, is likely to be useful in the context of both quantum gas studies and quantum information processing using cold atoms.

We acknowledge technical assistance from F. Moron and A. Villing. This research was supported by CNRS, CNES (as part of the ICE project), ANR (project "blanc" MélaBoFérIA), IFRAF, European Union (through the STREP program FINAQS), and ESA (through the MAP program SAI).

[1] M. R. Andrews, M.-O. Mewes, N. J. van Druten, D. S. Durfee, D. M. Kurn, and W. Ketterle, Science **273**, 84 (1996).

[2] W. Yu-Zhu, Z. Shu-Yu, L. Quan, Z. Shan-Yu, and F. Hai-Xiang, Chin. Phys. Lett. **20**, 799 (2003).

[3] J. M. Higbie *et al.*, Phys. Rev. Lett. **95**, 050401 (2005).

[4] J. Esteve, J.-B. Trebbia, T. Schumm, A. Aspect, C. I. Westbrook, and I. Bouchoule, Phys. Rev. Lett. **96**, 130403 (2006).

[5] T. Gericke, P. Wurtz, D. Reitz, T. Langen, and H. Ott, e-print arXiv:0804.4788.

[6] C. Salomon, J. Dalibard, A. Aspect, H. Metcalf, and C. Cohen-Tannoudji, Phys. Rev. Lett. **59**, 1659 (1987).

[7] M. Takamoto and H. Katori, Phys. Rev. Lett. **91**, 223001 (2003).

[8] P. F. Griffin, K. J. Weatherill, S. G. MacLeod, R. M. Potvliege, and C. S. Adams, New J. Phys. **8**, 11 (2006).

[9] D. Clément, A. F. Varón, J. A. Retter, L. Sanchez-Palencia, A. Aspect, and P. Bouyer, New J. Phys. **8**, 165 (2006).

[10] P. Courteille, S. Muniz, K. Magalhaes, R. Kaiser, L. Marcassa, and V. Bagnato, Eur. Phys. J. D **15**, 173 (2001).

[11] A. Browaeys, A. Robert, O. Sirjean, J. Poupard, S. Nowak, D. Boiron, C. I. Westbrook, and A. Aspect, Phys. Rev. A **64**, 034703 (2001).

[12] The tensor polarizability leads to a difference in the polarizability of the various magnetic sublevels of the $5P_{3/2}$ ($F'=3$) state of about 20% [13]. Due to the orthogonal polarizations of the two arms of the crossed-dipole trap, the polarization of the trapping laser is ill defined in the trap, and we assume a uniform distribution of the atoms over the various magnetic sublevels of the ground level $5S_{1/2}$ ($F=2$). The broadening of the probe transition is then evaluated by taking equal polarization components for the probe beams. This results in an intensity-dependent broadening that can be as large as 12% of the shift of the transition, which adds to the natural linewidth (6.1 MHz).

[13] B. Arora, M. S. Safronova, and C. W. Clark, Phys. Rev. A **76**, 052509 (2007).

[14] R. Nyman, G. Varoquaux, B. Villier, D. Sacchet, F. Moron, Y. Le Coq, A. Aspect, and P. Bouyer, Rev. Sci. Instrum. **77**, 033105 (2006).

[15] T. Kinoshita, T. Wenger, and D. S. Weiss, Phys. Rev. A **71**, 011602(R) (2005).

[16] We can evaluate *in situ* the beam quality factor by measuring the maximum light shift at various positions. For our first beam, we measure $M^2=3.5$. We attribute this rather poor value to thermal effects in our electro-optic modulator.

[17] J. E. Thomas, Phys. Rev. A **42**, 5652 (1990).

[18] J. R. Gardner, M. L. Marable, G. R. Welch, and J. E. Thomas, Phys. Rev. Lett. **70**, 3404 (1993).

[19] The strong redshift of the cycling transition raises specific problems in the loading process from a MOT or an optical molasses. Here we address this problem by rapidly alternating the optical dipole trap and the cooling lasers (10 kHz). Efficient loading of an optical-dipole trap at 1565 nm will be described in a further publication.

[20] W. Ketterle and N. Van Druten, Adv. At., Mol., Opt. Phys. **37**, 181 (1996).

[21] Yu. Ralchenko, A. E. Kramida, J. Reader, and NIST ASD Team, NIST Atomic Spectra Database (version 3.1.4), NIST, Gaithersburg, MD, 2008.

4.6.2 All-optical runaway evaporation to Bose-Einstein condensation [7]

PHYSICAL REVIEW A **79**, 061406(R) (2009)

All-optical runaway evaporation to Bose-Einstein condensation

J.-F. Clément, J.-P. Brantut, M. Robert-de-Saint-Vincent, R. A. Nyman,* A. Aspect, T. Bourdel, and P. Bouyer
Laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique, CNRS, Université Paris Sud, Campus Polytechnique, RD128, 91127 Palaiseau, France

(Received 12 March 2009; published 19 June 2009)

We demonstrate runaway evaporative cooling directly with a tightly confining optical-dipole trap and achieve fast production of condensates of 1.5×10^5 ^{87}Rb atoms. Our scheme uses a misaligned crossed-beam far off-resonance optical-dipole trap (MACRO-FORT). It is characterized by independent control of the trap confinement and depth allowing forced all-optical evaporation in the runaway regime. Although our configuration is particularly well suited to the case of ^{87}Rb atoms in a 1565 nm optical trap, where an efficient initial loading is possible, our scheme is general and will allow all-optical evaporative cooling at constant stiffness for every optically trappable atomic or even molecular species.

DOI: 10.1103/PhysRevA.79.061406 PACS number(s): 37.10.De, 05.30.Jp, 37.10.Gh, 32.60.+i

Far off-resonance optical-dipole traps (FORT) [1] are used extensively in ultracold atom experiments. They allow great versatility of the trapping potentials and therefore offer the possibility to study numerous physical situations such as double wells [2], two-dimensional (2D) traps [3], or artificial crystals of light [4]. Moreover, they have the advantage over magnetic traps that they leave the magnetic field as a degree of freedom. As a consequence, they are crucial to the study of Bose-Einstein condensates (BEC) with internal spin degrees of freedom [5] or formation of ultracold molecules by means of magnetically tuned Feshbach resonances [6–8]. Last and not least, for some atomic species, condensation in a magnetic trap is not possible and all-optical trapping and cooling is necessary. This is the case for cesium because of a large inelastic collision rate [9] and also for magnetically untrappable atoms such as ytterbium [10] or alkaline-earth atoms.

All-optical cooling methods to achieve quantum degeneracy have been successfully implemented in ultracold atom experiments, both for bosonic [11] and fermionic species [12]. These methods have several advantages. The absence of a magnetic trap permits a better optical access to the trapped cloud and a better control of residual magnetic field for precision measurements. The optical trap tight confinement allows fast evaporation ramps and therefore cycling time of only a few seconds. However, all-optical evaporative cooling is severely hindered by the fact that the trap confinement is reduced during forced evaporative cooling. This is because the reduction of the trap depth is usually performed by lowering the trap power (typically by several orders of magnitude), which consequently reduces the trap frequencies, the collision rate, and therefore also the evaporation efficiency. In early experiments, it was thus necessary to start evaporative cooling with a large phase-space density and a large collision rate [11]. Many elaborated strategies have then been used to improve the conditions for evaporative cooling in an optical trap: Raman sideband cooling in a three-dimensional (3D) lattice to lower the temperature before the transfer into the optical trap [13], a mobile lens to change the optical trap waist dynamically [13,14], or the use of a second dipole trap to compress the cloud after some evaporation [9].

In this Rapid Communication, we present an all-optical method allowing one to decouple the control of the trap depth from the control of the trap confinement, in analogy to the case of radio-frequency forced evaporation in a magnetic trap. We are thus able to reach the runaway regime, where the collision rate increases during the evaporation, a situation which seems impossible to achieve in a single-beam optical trap [15]. Recently, a similar result has been obtained in the case of cesium atoms using an optical-dipole trap combined with a magnetic-field gradient [16]. In contrast to this hybrid scheme, our all-optical evaporation scheme does not rely on an external magnetic field and therefore does not require any specific magnetic properties. It is very general: it can be used to cool a spin mixture, as shown in this Rapid Communication, but also nonparamagnetic atoms, atomic mixtures, or even molecules.

Our misaligned crossed-beam far off-resonance dipole trap (MACRO-FORT) is composed of two horizontal crossing beams, a wide beam and a tightly confining beam, with waists of 180 μm and 26 μm, respectively [Fig. 1(a)]. The tightly confining beam is offset by $\sim$80 μm from the center of the wide beam as sketched in Fig. 1. It is responsible for most of the trap confinement and the atoms are trapped at its waist. On the contrary, the wide beam is used to control the trap depth U_{trap}. It applies locally a force, which pulls the atoms out of the confining beam. By varying its power we can vary the trap depth and it acts as an effective evaporative knife which removes the high energy atoms from the trap. During the evaporation, we can thus control the trap depth and confinement independently. This method allows us to implement an efficient forced evaporation in the runaway regime to Bose-Einstein condensation.

In addition, our optical trap geometry is well suited to an efficient loading from the magneto-optical trap. This is done in two steps. We first combine the wide optical beam with an extremely far-detuned optical molasses. It takes advantage of a position selective optical pumping due to the strong light shifts induced by the wide trapping beam at 1565 nm [17]. Second, the atoms are transferred into the tightly confining

*Present address: Center for Cold Matter, Imperial College, London SW7 2BW, UK.

 ©2009 The American Physical Society

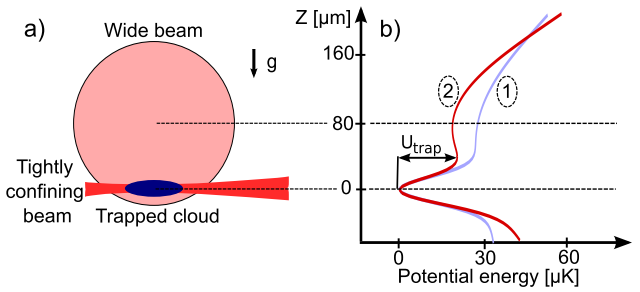


FIG. 1. (Color online) (a) Scheme of our MACRO-FORT. The confining beam crosses the wide beam at a distance of about 80 μm from its center. This configuration decouples the control of the trap depth U_{trap} from the control of the trap confinement. (b) Vertical potential energy cuts. The two curves correspond to the same power of 0.15 W in the confining beam whereas the wide beam powers are 8 W (light/blue curve 1) and 16 W (dark/red curve 2). It shows that the trap depth is reduced by increasing the wide beam power. The atoms, pulled upward from the confining beam waist, are lost in the direction of the wide beam, perpendicular to the figure, along which there is no confinement.

beam creating the trap configuration used for the evaporation.

The experimental sequence begins with a standard 3D-magneto-optical trap (MOT) with $\sim 3\times 10^9$ atoms, loaded from a 2D-MOT in a few seconds, as described in [17]. The detuning of the cooling beams is then increased to 120 MHz for 60 ms, which leads to a compression of the cloud as the repelling forces due to multiple scattering are reduced [18]. At this point starts our dipole trap loading procedure. The wide trapping beam at 1565 nm with a waist of 180 μm and a power of 28 W is turned on. Simultaneously the magnetic-field gradient is turned off and the cooling laser detuning is increased to 200 MHz. This value is chosen such that the cooling beam remains red detuned even in the presence of the strong light shift induced by the trapping laser [Fig. 2(a)]. This corresponds to a very far-detuned optical molasses with the dipole trap beam intersecting the atomic cloud in its center. It lasts for 50 ms.

Our dipole trapping beam not only affects the cooling transition but also detunes the repumping beam out of resonance, as shown in Fig. 2(a). The repumping efficiency decreases as the FORT laser intensity increases [Fig. 2(b)] and the atoms are pumped to the $F=1$ hyperfine states. This reduces scattered photon reabsorption, a process which limits the density of laser-cooled samples. We thus create an effective spatial dark MOT [19] induced by the trapping laser itself [11,20]. The depumping effect is further enhanced by reducing the repumping laser intensity by a factor ~ 30 to 21 μW cm^{-2}. In absorption imaging without repumping, we find that 99% of the atoms remaining in the dipole trap are in the $5S_{1/2}$ $(F=1)$ hyperfine states. For the untrapped atoms this number is only 97% showing that the dipole trapping laser causes an additional reduction in the repumping rate.

The cooling and repumping beams are then switched off and about 3×10^7 atoms remain in the wide trapping beam. Their temperature is 20 μK and the phase-space density is $\sim 2\times 10^{-5}$. Longitudinally they occupy a region of about 1 mm in size, but the trapping force in this direction is negli-

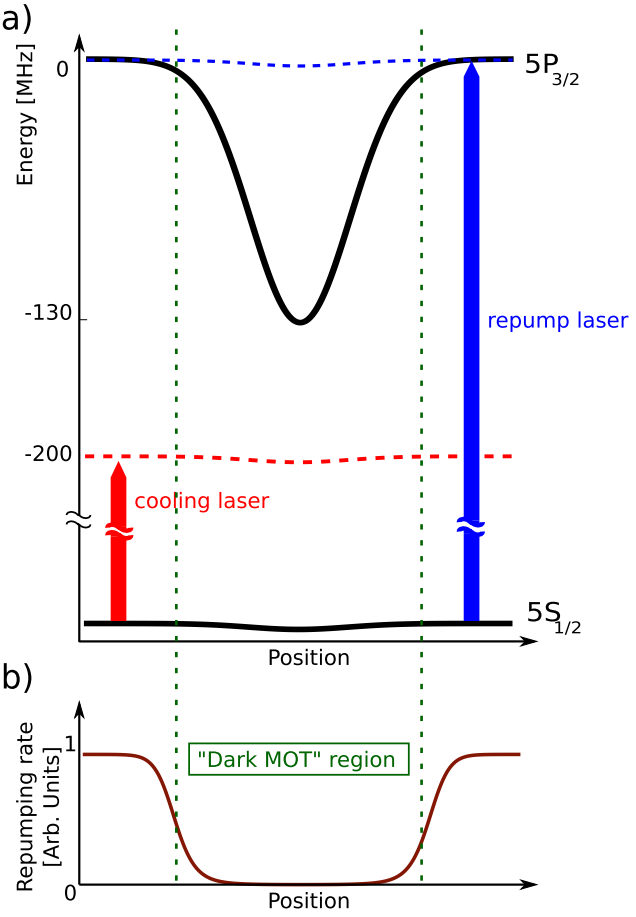


FIG. 2. (Color online) Loading scheme into the wide trapping beam. (a) Light shifted levels of the $5S_{1/2}$ and $5P_{3/2}$ states of ^{87}Rb under the influence of the wide beam at a power of 28 W. At 1565 nm, the $5P_{3/2}$ excited state of the MOT cooling transition is 42.6 times more shifted than the $5S_{1/2}$ fundamental state [17]. For clarity the hyperfine structure is not shown. During the very far-detuned molasses phase, the cooling laser is 200 MHz detuned and therefore remains to the red of the cycling transition even in the presence of the trapping laser. The repumping light on the contrary is on resonance in free space and is brought out of resonance by the dipole laser light. (b) Repumping rate as a function of position. The repumping is not efficient at the position of the dipole trap leading to a depumping effect leaving the atom into the "dark" $F=1$ hyperfine states.

gible and the atoms can escape along the beam. In order to create a trap in three dimensions, we add the tightly confining beam immediately after switching off the molasses. It intersects the wide beam at an angle of 56°. We choose a quite small waist of 26 μm and a power of 6 W [21] in order to create a tight trap, whose frequencies are 124 Hz, 3.8 kHz, and 3.8 kHz. After a waiting time of 100 ms, we end up with 3×10^6 atoms at 65 μK whereas the rest of the atoms are lost. The phase-space density is 2.5×10^{-3}. Adding the tightly confining beam has thus allowed us to increase the phase-space density by 2 orders of magnitude, with only a factor of 10 reduction in atom number. We attribute this to an efficient free-evaporative cooling.

This result is nonintuitive as the initial collision rate in the

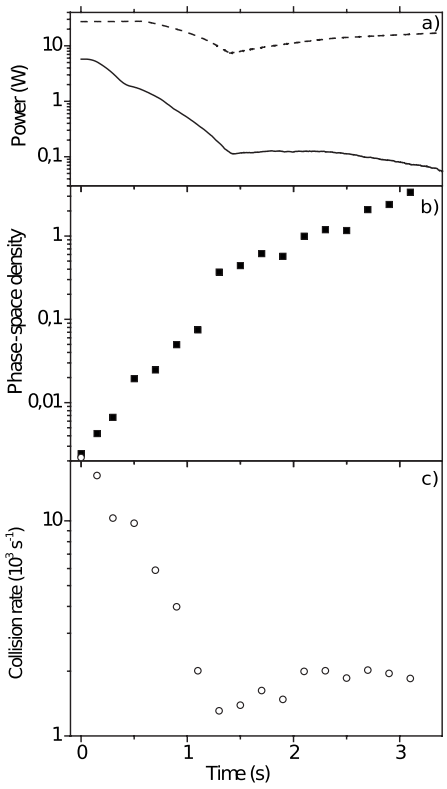


FIG. 3. (a) Optical power in the two trapping beams as a function of time during the evaporation. The solid (dashed) curve corresponds to the tightly confining (wide) beam. In the second part of the evaporation the tightly confining beam power is roughly constant whereas the power of the wide beam is increased to force the evaporation. [(b) and (c)] Phase-space density and collision rate as a function of time.

wide beam is *a priori* too low to prevent atoms which fall into the tightly confining beam to escape from it. However, a one-body calculation using our trapping potential showed that these atoms follow nontrivial 3D trajectories and typically remain for a time much longer than the 100 ms waiting time in the crossed-trap region where they accumulate. As a consequence, the atomic density and the collision rate quickly increase in the tightly confining trap. The atoms then thermalize and cool down by evaporation. The final collision rate is greater than 10^4 s^{-1} and the conditions are very favorable for efficient evaporative cooling.

We now proceed to the final forced evaporative cooling stage. It takes advantage of our specific MACRO-FORT geometry, which permits independent control of trap stiffness and depth. The collision rate and the phase-space density during the evaporation are presented in Fig. 3. The time sequence is the result of an optimization of the number of atoms obtained in the condensate. The evaporation can be decomposed in two phases. In a first step (which lasts 1.4 s), we decrease the power of both beams. Evaporative cooling is then accompanied with a reduction in the confinement, the density, and the collision rate. Such a reduction is useful as it avoids three-body losses [22]. In a second step (which lasts 2 s) we increase the power of the wide beam while the tightly confining beam is approximately kept at a constant power. As explained in the introduction, because of our original trap geometry, this procedure yields forced evaporation at constant confinement (Fig. 1).

Runaway evaporation is experimentally observed as the collision rate increases during this phase before it saturates due to three-body losses [Fig. 3(b)]. Our evaporation ramp, which lasts 3 s, leads to 3×10^5 atoms at the critical temperature and to pure condensates of 1.5×10^5 atoms. However, by simply reducing the duration of all ramps we were able to achieve Bose-Einstein condensation in an evaporation as short as 650 ms. Our condensates are spinor condensates with relative abundance of 0.45, 0.35, and 0.2 in the $m_F=-1$, $m_F=0$, and $m_F=1$ magnetic states of the $F=1$ manifold. In order to produce a BEC in a single state, a spin distillation method [20] could be used.

We characterize the efficiency of our evaporation ramp through the scaling parameter $\gamma=-\frac{\mathrm{d}\,\mathrm{Ln}D}{\mathrm{d}\,\mathrm{Ln}N}=2.8(5)$, where D is the phase-space density and N is the number of atoms. Given our estimated truncation parameter $\eta=11(2)$ (ratio of trap depth to temperature), the efficiency is lower than expected according to the scaling laws [15]. The reduction can be understood by including three-body losses in the analysis. Using a similar treatment to [23,24], the efficiency of the evaporation is given by

$$\gamma=(\eta-4)-R(\eta-2). \tag{1}$$

The term $\eta-4$ comes from the evaporation [15] while the second term is due to losses; R is the ratio of three-body losses to the total number of atoms removed from the trap [25]. With $\eta=11(2)$, we recover our observed efficiency of the evaporation with $R\approx0.45$. Such a number is compatible with our calculated three-body loss rate of about 1 s^{-1} at the end of the evaporation.

In conclusion, we have demonstrated an efficient and simple all-optical route to Bose-Einstein condensation of ^{87}Rb in a 1565 nm dipole trap [26]. A very far off-resonance optical molasses, taking advantage of the strong light shifts, is used to efficiently load the optical-dipole trap. Then we apply a misaligned crossed-beam configuration (MACRO-FORT), which permits all-optical runaway evaporation. This method can be straightforwardly generalized to numerous situations such as the cooling of nonparamagnetic atoms, spin mixtures, atomic mixtures, or molecules. The ability to achieve high duty cycle without a magnetic trap opens the perspective to use BECs in high precision measurement applications such as atomic clocks or accelerometers [27].

We acknowledge G. Varoquaux for his help in the construction of the experimental apparatus, F. Moron and A. Villing for technical assistance, G. Lucas-Leclin, D. Guéry-Odelin, and J. V. Porto for helpful discussions, and ImagineOptics company for lending us a HASO-NIR wave-front analyzer. This research was supported by CNRS, CNES as part of the ICE project, the project "blanc" MélaBoFérIA from ANR, IFRAF, QUDEDIS, by the STREP program FINAQS of the European Union, and by the MAP program SAI of the European Space Agency (ESA).

[1] J. D. Miller, R. A. Cline, and D. J. Heinzen, Phys. Rev. A **47**, R4567 (1993).
[2] J. Esteve, C. Gross, A. Weller, S. Giovanazzi, and M. K. Oberthaler, Nature (London) **455**, 1216 (2008).
[3] Z. Hadzibabic, P. Krüger, M. Cheneau, B. Battelier, and J. Dalibard, Nature (London) **441**, 1118 (2006).
[4] M. Greiner, O. Mandel, T. Esslinger, T. W. Hänsch, and I. Bloch, Nature (London) **415**, 39 (2002).
[5] J. Stenger, S. Inouye, D. M. Stamper-Kurn, H.-J. Miesner, A. P. Chikkatur, and W. Ketterle, Nature (London) **396**, 345 (1998).
[6] E. A. Donley, N. R. Claussen, S. T. Thompson, and C. E. Wieman, Nature (London) **417**, 529 (2002).
[7] T. Bourdel, J. Cubizolles, L. Khaykovich, K. M. F. Magalhaes, S. J. J. M. F. Kokkelmans, G. V. Shlyapnikov, and C. Salomon, Phys. Rev. Lett. **91**, 020402 (2003).
[8] C. A. Regal, C. Ticknor, J. L. Bohn, and D. S. Jin, Nature (London) **424**, 47 (2003).
[9] T. Weber, J. Herbig, M. Mark, H.-C. Nägerl, and R. Grimm, Science **299**, 232 (2003).
[10] Y. Takasu, K. Maki, K. Komori, T. Takano, K. Honda, M. Kumakura, T. Yabuzaki, and Y. Takahashi, Phys. Rev. Lett. **91**, 040404 (2003).
[11] M. D. Barrett, J. A. Sauer, and M. S. Chapman, Phys. Rev. Lett. **87**, 010404 (2001).
[12] S. R. Granade, M. E. Gehm, K. M. O'Hara, and J. E. Thomas, Phys. Rev. Lett. **88**, 120405 (2002).
[13] T. Kinoshita, T. R. Wenger, and D. S. Weiss, Phys. Rev. A **71**, 011602(R) (2005).
[14] Ming-Shien Chang, Ph.D. thesis, Georgia Institute of Technology, 2006 (http://www.physics.gatech.edu/ultracool/Papers).
[15] K. M. O'Hara, M. E. Gehm, S. R. Granade, and J. E. Thomas, Phys. Rev. A **64**, 051403(R) (2001).
[16] C.-L. Hung, X. Zhang, N. Gemelke, and C. Chin, Phys. Rev. A **78**, 011604(R) (2008).
[17] J. P. Brantut, J. F. Clément, M. Robert-de-Saint-Vincent, G. Varoquaux, R. A. Nyman, A. Aspect, T. Bourdel, and P. Bouyer, Phys. Rev. A **78**, 031401(R) (2008).
[18] W. Petrich, M. H. Anderson, J. R. Ensher, and E. A. Cornell, J. Opt. Soc. Am. **11**, 1332 (1994).
[19] W. Ketterle, K. B. Davis, M. A. Joffe, A. Martin, and D. E. Pritchard, Phys. Rev. Lett. **70**, 2253 (1993).
[20] A. Couvert, M. Jeppesen, T. Kawalec, G. Reinaudi, R. Mathevet, and D. Guery-Odelin, Europhys. Lett. **83**, 50001 (2008).
[21] Actually the tightly confining beam is already on with ~0.7 W during the very far-detuned molasses phase. Such a power corresponds to a light shift similar to that created by the wide beam and the additional trapping volume permits a gain of ~10% in the atom number.
[22] An experimental proof of the role of three-body collisions is the fact that using more power (14 W rather than 6 W) in the confining beam leads to a lower atom number.
[23] O. J. Luiten, M. W. Reynolds, and J. T. M. Walraven, Phys. Rev. A **53**, 381 (1996).
[24] W. Ketterle and N. J. van Druten, Adv. At., Mol., Opt. Phys. **37**, 181 (1996).
[25] For background losses, the formula is $\gamma=\eta-4-R(\eta-3)$ [24]. The difference comes from the fact that three-body losses mostly affect the atoms at the trap center where the density is higher.
[26] To further simplify the degenerated gas apparatus, all the laser beams for trapping and for cooling could be generated from a single 1560 nm fibered diode after amplification and frequency doubling [28].
[27] Y. Le Coq, J. A. Retter, S. Richard, A. Aspect, and P. Bouyer, Appl. Phys. B: Lasers Opt. **84**, 627 (2006).
[28] R. Thompson, M. Tu, D. Aveline, N. Lundblad, and L. Maleki, Opt. Express **11**, 1709 (2003).

4.6.3 A quantum trampoline for ultra-cold atoms [8]

IOPscience iopscience.iop.org

Home Search Collections Journals About Contact us My IOPscience

A quantum trampoline for ultra-cold atoms

This article has been downloaded from IOPscience. Please scroll down to see the full text article.

2010 EPL 89 10002

(http://iopscience.iop.org/0295-5075/89/1/10002)

View the table of contents for this issue, or go to the journal homepage for more

Download details:
IP Address: 129.175.97.14
The article was downloaded on 05/07/2011 at 12:50

Please note that terms and conditions apply.

A Letters Journal Exploring the Frontiers of Physics

January 2010

EPL, **89** (2010) 10002
doi: 10.1209/0295-5075/89/10002

www.epljournal.org

A quantum trampoline for ultra-cold atoms

M. Robert-de-Saint-Vincent[1], J.-P. Brantut[1], Ch. J. Bordé[2], A. Aspect[1], T. Bourdel[1(a)] and P. Bouyer[1]

[1] *Laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique, Univ Paris Sud, CNRS, campus polytechnique RD128 91127 Palaiseau, France, EU*
[2] *SYRTE, Observatoire de Paris, CNRS, UPMC - 61 avenue de l'Observatoire, 75014 Paris, France, EU*

received 30 October 2009; accepted in final form 3 December 2009
published online 5 January 2010

PACS 03.75.Dg – Atom and neutron interferometry
PACS 06.30.Gv – Velocity, acceleration, and rotation
PACS 05.60.Gg – Quantum transport

Abstract – We have observed the interferometric suspension of a free-falling Bose-Einstein condensate periodically submitted to multiple-order diffraction by a vertical 1D standing wave. This scheme permits simultaneously the compensation of gravity and coherent splitting/recombination of the matter waves. It results in high-contrast interference in the number of atoms detected at constant height. For long suspension times, multiple-wave interference is revealed through a sharpening of the fringes. We characterize our atom interferometer and use it to measure the acceleration of gravity.

editor's choice Copyright © EPLA, 2010

Introduction. – Atoms in free fall are remarkable test masses for measuring gravity, with a host of applications from underground survey to tests of the equivalence principle [1]. Because of the quantized character of atom-light interaction, the acceleration of free falling atoms can be precisely measured with lasers, for instance by comparing the velocity change of atoms by absorption or emission of a single photon to the gravity induced velocity change in a precisely determined time [2]. Furthermore, atom interferometry exploits the quantum nature of matter waves [3–6]. In both cases, an accurate measurement of gravity demands a long time of free fall, but it is *a priori* limited by the size of the vacuum chamber in which the measurement takes place [7–9]. It is possible to overcome this limitation by bouncing many times the atoms on an atomic mirror [10], realizing a trampoline for atoms [11,12]. This scheme can be used to fold the trajectories within a standard light-pulse atom gravimeter [12].

Here we show how to operate a quantum trampoline based on a periodically applied imperfect Bragg mirror, which not only reflects upwards the falling atoms, but also, in contrast to [12], acts as a beam splitter that separates and recombines the atomic wave packets. This results in multiple-wave [13–15] atom interference, evidenced by an efficient suspension of the atoms even though successive leaks at each imperfect reflection would classically lead to a complete loss of the atoms (similarly to the theoretical proposal [16]). This suspension is obtained at a precise tuning of the trampoline period, whose value yields directly the local value of gravity g. Our scheme can be generalized to other interferometer geometries, such as in [17,18] replacing perfect Bragg reflections with imperfect ones.

A classical trampoline for atoms can be experimentally realized by periodically bouncing them with perfect Bragg mirrors. These mirrors are based on atom diffraction by a periodic optical potential [19], *i.e.* a vertical standing wave of period $\lambda/2$, where λ is the laser wavelength. The interaction between the atoms and the optical potential leads to vertical velocity changes quantized in units of $2V_{\mathrm{R}}$, where $V_{\mathrm{R}} = h/\lambda m$ is the one photon recoil velocity of an atom of mass m (h is the Planck constant). For long interaction pulses, the applied potential can be considered as time independent, and the atom kinetic energy has to be conserved. This requirement is fulfilled by changing the vertical velocity component from $-V_{\mathrm{R}}$ to $+V_{\mathrm{R}}$, and vice-versa. We call this process a resonant velocity transfer. Perfect Bragg reflection, yielding only resonant velocity transfer, is obtained by choosing appropriate duration and intensity of the pulse [12]. When a perfect Bragg reflection is applied on atoms freely falling with a velocity $-V_{\mathrm{R}}$, they bounce upward with a velocity $+V_{\mathrm{R}}$. After a time $T_0 = 2V_{\mathrm{R}}/g$ ($\approx 1.2\,\mathrm{ms}$ for $^{87}\mathrm{Rb}$), the reflected atoms

(a) E-mail: thomas.bourdel@institutoptique.fr

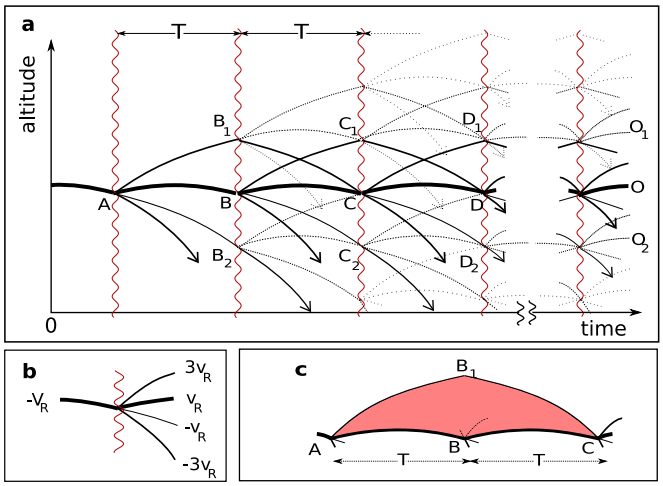


Fig. 1: (Colour on-line) Atom trajectories in the quantum trampoline. a) Atoms, diffracted by periodically applied imperfect Bragg mirror, explore various paths which eventually recombine. The probability of a trajectory is represented by the line thickness. The thick line corresponds to a classical trampoline associated with perfect Bragg reflections. The arrows mark the loss channels at $-3V_{\mathrm{R}}$. b) An imperfect Bragg reflection: an incoming matter wave with vertical velocity $-V_{\mathrm{R}}$ is mainly Bragg reflected to $+V_{\mathrm{R}}$ (thick line). A small fraction is also diffracted to higher velocities ($+3V_{\mathrm{R}}$ and $-3V_{\mathrm{R}}$), and a smaller one transmitted without deviation. c) Elementary interferometer: from a zeroth-order trajectory (thick line), an atom can be diffracted to $+3V_{\mathrm{R}}$, at point A in the example shown. It is then Bragg reflected from $+V_{\mathrm{R}}$ to $-V_{\mathrm{R}}$ at point B_1 one period later, and finally recombines at point C with the zeroth-order trajectory, thanks to diffraction from $-3V_{\mathrm{R}}$ to $+V_{\mathrm{R}}$.

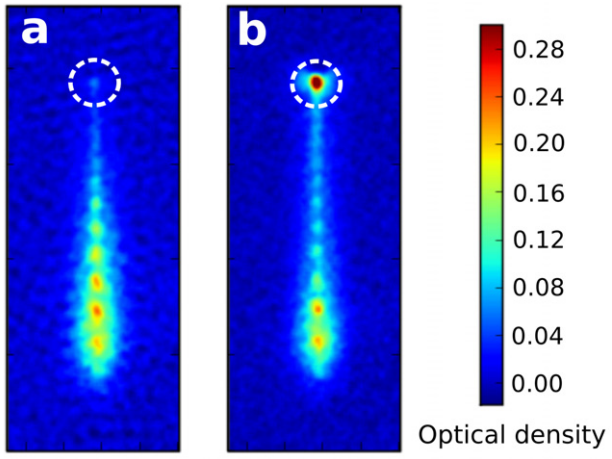


Fig. 2: (Colour on-line) Outputs and losses in a 15-pulse quantum trampoline. a), b) Absorption images taken 2 ms after the last pulse (O in fig. 1), in the case of destructive (a) and constructive (b) interference in the suspended channel. The pulse periods are $T = 1.206$ ms and $T = 1.198$ ms, respectively. The image extends over 3 mm vertically. The atoms suspended against gravity lie in the circle at the top of the images. The spots below correspond to loss channels and are strongly suppressed in b) compared to a) due to the interference blocking the loss channels. The two lowest spots correspond to losses at points A and B of fig. 1(a), which cannot be suppressed by interference.

have again a velocity $-V_{\mathrm{R}}$ because of the downwards acceleration of gravity g. Repeating this sequence with a period T_0 allows to suspend the atoms at an almost constant altitude (thick line in fig. 1). This is a classical trampoline [11,12].

To operate the trampoline in the quantum regime, we use imperfect Bragg reflections, associated with short laser pulses, for which the kinetic energy conservation requirement is relaxed: Heisenberg time-energy relation permits energy to change by about h/τ for a pulse of duration τ. Choosing $\tau \approx h/4mV_{\mathrm{R}}^2$ allows us to obtain additional velocity changes from $-V_{\mathrm{R}}$ to secondary diffracted components with velocities $\pm 3V_{\mathrm{R}}$ (fig. 1(b)), hereafter referred as non-resonant velocity transfers. The matter wave packet is thus split into various components that eventually recombine, resulting in a situation where multiple-wave atomic interference plays a dramatic role (fig. 1(a)). For our experimental conditions ($\tau \approx 35\,\mu$s), transition from $-V_{\mathrm{R}}$ to $+V_{\mathrm{R}}$ occurs with a probability of 0.93, while the amplitudes ϵ of the components diffracted to $\pm 3V_{\mathrm{R}}$ correspond to a probability $|\epsilon|^2 \approx 0.03$ ($|\epsilon| \approx 0.17$). The amplitudes of higher velocity components are negligible, and the probability to remain at $-V_{\mathrm{R}}$ is 0.01. A similar situation occurs for an atom with initial velocity $+V_{\mathrm{R}}$: transition to $-V_{\mathrm{R}}$ happens with probability 0.93 and to $\pm 3V_{\mathrm{R}}$ with probability $|\epsilon|^2 \approx 0.03$.

We operate our quantum trampoline as follows. An all-optically produced ultra-cold sample of 1.5×10^5 ^{87}Rb atoms in the $F = 1$ hyperfine level [20] is released from the trap with a rms vertical velocity spread of $0.1\,V_{\mathrm{R}}$ for the Bose-Einstein condensate and $0.6\,V_{\mathrm{R}}$ for the thermal cloud. In this work, the condensate fraction is limited to 0.2. After $600\,\mu$s ($\approx T_0/2$) of free fall, such that the mean atomic velocity reaches $-V_{\mathrm{R}}$ because of gravity, we start to apply imperfect Bragg reflections with a period T, close to the classical suspension period T_0. More precisely, a retroreflected circularly-polarized beam of power 4 mW and waist 2.7 mm ($35\,\mathrm{mW \cdot cm^{-2}}$), 6.3 GHz red-detuned with respect to the nearest available atomic transition from $F = 1$ is then periodically applied for a pulse duration $\tau \approx 35\,\mu$s. The successive diffraction events result in several atomic trajectories that coherently recombine in each output channel, as presented in fig. 1(a). In this work, we were able to apply up to 30 imperfect Bragg reflections corresponding to a total time of 36 ms.

After N pulses, we wait for a 2 ms time of flight and detect the atoms through absorption imaging with resonant light. We observe distinct wave packets (fig. 2). The atoms situated in the circle at the top have been suspended against gravity, while the distinct packets below correspond to falling atoms. These atoms have acquired a velocity $-3V_{\mathrm{R}}$ after one of the laser pulses, and then continue to fall, unaffected by the subsequent pulses. The difference between fig. 2(a) and (b) shows that a small change in the pulse period T results in a dramatic change in the number of suspended atoms. When suspension is

maximum (fig. 2(b)), the losses are strongly suppressed except for the two lowest spots, which correspond to atoms that have been lost at points A and B of fig. 1. This behavior is due to quantum interferences between the various trajectories as presented in fig. 1(a): for an adequate pulse period T, the interferences are constructive in the suspended trajectories and destructive in the falling ones, except at points A and B where no interference can happen. This blocking of the "leaking channels" is analogous to the suppression of light transmission through a multi-layer dielectric mirror.

Our quantum trampoline is a multiple-wave interferometer, where the fraction of atoms in each output port is equal to the square modulus of the sum of the amplitudes associated with all trajectories that coherently recombine at the end. We classify the contributing trajectories with respect to the number of non-resonant velocity transfers. The zeroth-order path is the one which is reflected from $-V_{\mathrm{R}}$ to $+V_{\mathrm{R}}$ at each pulse (trajectory ABCD$\ldots$O in fig. 1(a) and fig. 1(c)). This is the path associated with the largest output amplitude (of square modulus 0.93^N). The first-order paths are the ones which are once deviated upwards from the zeroth-order path, and recombine with it after twice the period T (for example, the trajectories AB$_1$CD$\ldots$O or ABC$_1$D$\ldots$O in fig. 1(a)). All these paths have the same accumulated interferometric phase that depends on the pulse period T. Their amplitude, proportional to $|\epsilon|^2$, is small but the number of such paths increases as the number of pulses N. Their total contribution to the probability amplitude at O scales as $N|\epsilon|^2$. Higher-order paths, with more than 2 non-resonant transfers, are less probable individually, but their number increases faster with the number of pulses. As a consequence, they can have a major contribution to the final probability amplitude. More precisely, multiple-wave interference plays an important role when $N|\epsilon|^2$ becomes of the order of 1.

Figure 3 shows the fraction of suspended atoms for a 10-pulse quantum trampoline where the interference between the zeroth- and first-order paths dominates since $N|\epsilon|^2 \approx 0.3$ is small compared to 1. When the pulse period T is changed, we observe interference fringes with characteristic spacing $\Delta T = 16.6(2)\,\mu$s (for $T \approx T_0$). This is in agreement with $\Delta T = \lambda/4gT$ as expected from the differentiation of the elementary interferometer (fig. 1(c)) accumulated phase[1]. We also observe an additional modulation with a fringe spacing of $\Delta T' = 33\,\mu$s, about twice ΔT. It can be understood by considering the interferometers from A to O$_1$ and from A to O$_2$, such as AB$_1$C$_1$D$_1\ldots$O$_1$ and ABC$_1$D$_1\ldots$O$_1$. The corresponding fringe spacing $\Delta T' = \lambda/4|V_{\mathrm{R}} - gT|$ is equal to $2\Delta T$ for $T = T_0$. The output ports O$_1$, O$_2$ of these additional interferometers are $14\,\mu$m above or below O. In our absorption images, we do not distinguish the various ports and the observed signal is thus the sum of the intensities of the two fringe patterns. In addition, the total interference pattern is included in a broad envelop due to the mirror velocity selectivity as predicted for a classical trampoline in [11] and first observed in [12].

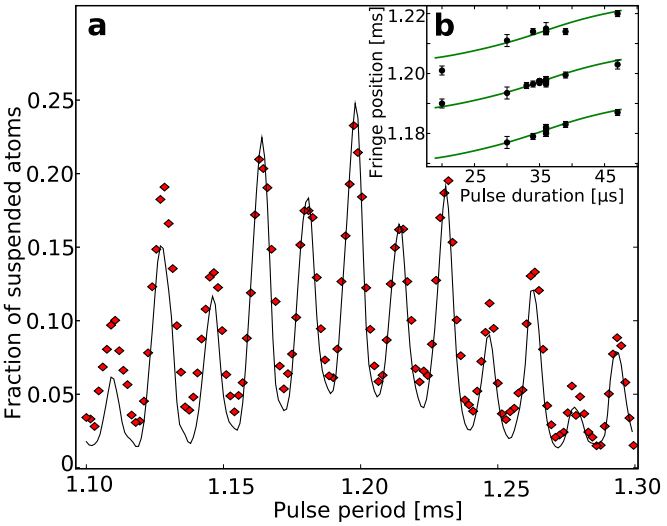


Fig. 3: (Colour on-line) Interference fringes for a 10-pulse quantum trampoline. a) Fraction of suspended atom as a function of the pulse period. The overall envelope is due to the velocity selectivity [11] while the modulation is due to quantum interference. The solid line corresponds to our model as presented in the text. b) Position of three consecutive fringe maxima around the highest maximum, as a function of the pulse duration, showing the influence of the phase shift ϕ_0 imprinted by the diffraction pulses: Dots are experimental points, with error bars reflecting the experimental uncertainties. Solid lines come from the theoretical model using $g = 9.809\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

We model our quantum trampoline in a semi-classical approximation[2]. It makes use of complex amplitudes calculated along the classical trajectories plotted in fig. 1(a). During each free-fall, the accumulated phase is given by the action along the trajectory and, for each diffraction pulse, the matrix of transfer amplitudes between the various inputs and outputs is calculated by solving the Schrödinger equation in momentum space.

[1]The calculation of the phase difference for the elementary interferometer (fig. 1(c)) leads to $\Delta\phi = \phi_0 - 4\pi g T^2/\lambda$, where ϕ_0 is a constant resulting from the sum of the phase shifts acquired during the diffraction events. The trajectory AB$_1$C$\ldots$O experiences two non-resonant transfers while ABC$\ldots$O experiences none.

[2]Our semi-classical approximation can be justified by decomposing the sample into Heisenberg limited wave packets with a momentum spread Δp and position spread Δx such that i) $(\Delta p/m)NT < \Delta x$, ii) $\Delta p/m \ll V_{\mathrm{R}}$, and iii) $\Delta x < 14\,\mu$m (NT is the total duration of the interferometer). In our case, these conditions are met for $\Delta x \approx 10\,\mu$m. During the free falls, according to condition i), the expansion of a wave packet can be neglected and the exact ABCD formalism [21,22] reduces to calculating its classical trajectory (position and momentum) and the classical action along it. For the pulses, condition ii) ensures that the momentum spread is sufficiently low so that the diffraction amplitudes can be calculated as for plane waves. Finally, condition iii) implies that wave packets ending at different positions do not overlap. For the condensate part, the previous description is also valid as the interactions ensure that the initial spatial coherence is lost because the chemical potential $\mu \approx 1\,$kHz is such that $\mu NT/h \gg 1$.

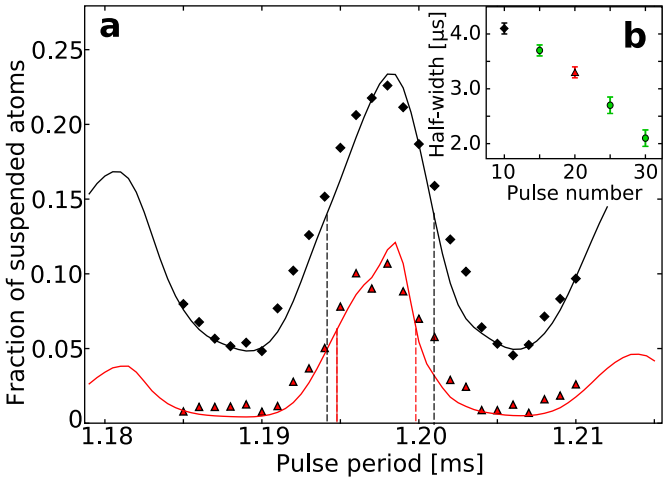


Fig. 4: (Colour on-line) Multiple-wave quantum trampoline. a) Suspended fraction as a function of the pulse period, for 10 (diamonds) and 20 (triangles) pulses. The contrast evolves from 0.6 to almost 1 and the fringe width is significantly reduced as highlighted by the vertical dashed lines at half-maximum. Lines: calculated suspended fraction, with $g = 9.809\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$ selected as fitting parameter. b) Fringe half-width at half-maximum as a function of the number of pulses N. The narrowing of the fringes with increasing N is an evidence of the stronger contribution of higher-order paths to the interference pattern.

At each output O of the interferometer, we sum the amplitudes of all possible trajectories from the input A to that output and take the square modulus to get its probability. For comparison with our observations, the fraction of suspended atoms is taken as the sum of the probabilities at all outputs O_i. Finally, we take into account the finite temperature of the initial atomic sample by summing the results over the distribution of initial velocities. This model reproduces accurately the whole interference pattern of fig. 3(a).

When we increase the number of pulses so that $N|\epsilon|^2 \approx 1$, the contribution from higher-order paths is not negligible and we enter a regime of multiple-wave interference. Figure 4(a) shows a comparison of the fringes for the cases of 10 and 20 consecutive pulses. After 20 pulses, we observe a clear deviation from a sinusoidal pattern, the fringe width decreases and the contrast increases to almost 1. As plotted in fig. 4(b), the fringe half-width at half-maximum decreases from 4.1 μs after 10 pulses, where $N|\epsilon|^2 \approx 0.3$, to 2.1 μs after 30 pulses, where $N|\epsilon|^2 \approx 0.3$. The relative contributions to the output amplitude at O of zeroth-, first-, and second-order paths increase from 1, 0.26, and 0.01, respectively in the case of 10 pulses to 1, 0.9, 0.32 in the case of 30 pulses. The finesse of our interferometer, *i.e.* the ratio of the full-width at half-maximum of the resonances to the fringe spacing, is 4 after 30 pulses. This increase of the finesse is an evidence of the stronger contribution of the higher-order paths when the number N of pulses increases, as expected for a multiple-wave interferometer [13–15].

Our quantum trampoline is sensitive to gravity. From the position of the broad envelop associated with the classical trampoline, we can deduce $g = 9.8(1)$. The same value, with a similar accuracy can also be inferred from the fringe spacing. However, a measure of the absolute fringe position allows us to reach a better accuracy. For this, we need to take into account an additional phase ϕ_0 (see footnote [1]) resulting from the diffraction events, which varies with the pulse duration (fig. 3(b)). We calculate precisely this phase with our model, and use it to fit the data on fig. 4(a) with g as the only fitting parameter. We find $g = 9.809(4)\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$, in agreement with the known value of g in Palaiseau ($9.8095\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$ from WGS84). The uncertainty is dominated by standing-wave power fluctuations which affect the complex diffraction amplitudes and by our measurement noise. Our shot-to-shot fluctuations correspond to ± 0.01 in the fraction of suspended atoms, leading to a signal to noise ratio of ~ 20 for 10 pulses and ~ 10 for 20 pulses. For the measurement of g, there is a tradeoff in the number of bounces between the increase of the finesse and the reduction of the signal to noise ratio. In our case, the data at 10 pulses give a better precision than the data at 20 pulses. There are several possibilities to improve our setup. First, a higher number of bounces is achievable, for example starting from a condensate in a trap with weaker confinement, for which the velocity spread after release is reduced [12]. Second, an adequate shaping of the pulses temporal envelope [23] could favor well chosen diffracted orders, and increase the number of contributing trajectories, resulting into a higher finesse of the fringe pattern. Third, using a standing wave with a smaller wavelength or atoms with a reduced mass (such as helium or lithium), the time between bounces would increase and the precision on g could be improved by several orders of magnitudes.

Conclusion. – We have presented a quantum trampoline and used it as a proof-of-principle gravimeter, where atoms are held in a volume of few cubic micrometers. Further investigations are needed to study the systematic effects and limitations of our interferometric scheme and to compare it with other compact sensors [2,12,24]. Our scheme, where the atomic wave-function is repeatedly split and recombined, is likely to be weakly sensitive to atom interaction or to laser phase-noise thanks to averaging over many diffraction events. Beyond the prospect of miniaturized gravito-inertial sensors, our setup has potential applications for measuring fundamental forces at small distances [25,26]. It also opens perspectives for new types of interferometers and new sensor geometries. Suspended atoms could be used for atomic clock applications [16] or to build additional interferometers in the horizontal plane. The interrogation time would then not be limited by the size of the experimental chamber. The realization of a multidimensional interferometer measuring simultaneously the acceleration in three dimensions seems possible [27]. Our quantum trampoline differs dramatically

from its classical analogue, where the random velocity transfers would result in atom losses. It provides another clear demonstration of the dichotomy between classical and quantum dynamics [28–31].

* * *

We acknowledge F. Moron and A. Villing for technical assistance, R. A. Nyman, J.-F. Clément and B. Allard for their work on the apparatus, F. Impens for helpful discussions. This research was supported by CNRS, CNES as part of the ICE project, Direction Général de l'Armement, the project "blanc" MélaBoFérIA from ANR, IFRAF; by the STREP program FINAQS of the European Union and by the MAP program SAI of the European Space Agency (ESA).

REFERENCES

[1] Fray S., Diez C. A., Hänsch T. W. and Weitz M., *Phys. Rev. Lett.*, **93** (2004) 240404.
[2] Cladé P. *et al.*, *Europhys. Lett.*, **71** (2005) 730.
[3] Cronin A. D., Schmiedmayer J. and Pritchard D. E., *Rev. Mod. Phys.*, **81** (2009) 1051.
[4] Berman P. R. (Editor), *Atom Interferometry* (Academic Press City) 1997.
[5] Peters A., Chung K. Y. and Chu S., *Metrologia*, **38** (2001) 25.
[6] Snadden M. J., McGuirk J. M., Bouyer P., Haritos K. G. and Kasevich M. A., *Phys. Rev. Lett.*, **81** (1998) 971.
[7] Dimopoulos S., Graham P. W., Hogan J. M. and Kasevich M. A., *Phys. Rev. D*, **78** (2008) 042003.
[8] Vogel A. *et al.*, *Appl. Phys. B*, **84** (2006) 663.
[9] Stern G. *et al.*, *Eur. Phys. J. D*, **53** (2009) 353.
[10] Aminoff C. G. *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **71** (1993) 3083.
[11] Impens F., Bouyer P. and Bordé C. J., *Appl. Phys. B*, **84** (2006) 603.
[12] Hughes K. J., Burke J. H. T. and Sackett C. A., *Phys. Rev. Lett.*, **102** (2009) 150403.
[13] Weitz M., Heupel T. and Hänsch T. W., *Phys. Rev. Lett.*, **77** (1996) 2356.
[14] Hinderthür H. *et al.*, *Phys. Rev. A*, **59** (1999) 2216.
[15] Aoki T., Shinohara K. and Morinaga A., *Phys. Rev. A*, **63** (2001) 063611.
[16] Impens F. and Bordé C. J., *Phys. Rev. A*, **80** (2009) 031602(R).
[17] Rasel E. M., Oberthaler M. K., Batelaan H., Schmiedmayer J. and Zeilinger A., *Phys. Rev. Lett.*, **75** (1995) 2633.
[18] Gupta S., Dieckmann K., Hadzibabic Z. and Pritchard D. E., *Phys. Rev. Lett.*, **89** (2002) 140401.
[19] Kozuma M. *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **82** (1999) 871.
[20] Clément J.-F. *et al.*, *Phys. Rev. A*, **79** (2009) 061406(R).
[21] Bordé C. J., *C. R Acad. Sci. Ser. IV: Phys.*, **2** (2001) 509.
[22] Bordé C. J., *Metrologia*, **39** (2002) 435.
[23] Keller C. *et al.*, *Appl. Phys. B*, **69** (1999) 303.
[24] Ferrari G., Poli N., Sorrentino F. and Tino G. M., *Phys. Rev. Lett.*, **97** (2006) 060402.
[25] Carusotto I., Pitaevskii L., Stringari S., Modugno G. and Inguscio M., *Phys. Rev. Lett.*, **95** (2005) 093202.
[26] Harber D. M., Obrecht J. M., McGuirk J. M. and Cornell E. A., *Phys. Rev. A*, **72** (2005) 033610.
[27] Bordé C. J., *Gen. Relativ. Gravit.*, **36** (2004) 475.
[28] Moore F. L., Robinson J. C., Bharucha C., Williams P. E. and Raizen M. G., *Phys. Rev. Lett.*, **73** (1994) 2974.
[29] Ryu C. *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **96** (2006) 160403.
[30] Kempe J., *Contemp. Phys.*, **50** (2009) 339.
[31] Karski M. *et al.*, *Science*, **325** (2009) 5937.

Chapitre 5

Désordre et cohérence dans les gaz 2D

Ce chapitre est consacré à mon sujet actuel de recherche au sein laboratoire Charles-Fabry de l'Institut d'Optique, c'est-à-dire les gaz d'atomes froids en présence de désordre. Je me focalise plus particulièrement sur la physique en dimension deux (2D). Je décris d'abord les effets du désordre sur la physique à 1 particule. Cette physique est déjà très intéressante et on voit apparaitre, outre la diffusion des particules par le désordre, des effets d'interférences dont on attribue la découverte à P. Anderson [77]. C'est ce qu'on appelle les effets de localisation de Anderson. Je présente cette physique à 1 corps avant de m'attaquer à la physique à N-corps avec des interactions entre particules. Le sujet de la compétition entre désordre et interactions est un sujet complexe dont de nombreux aspects ne sont pas encore compris et qui prouve son importance dans certains systèmes de matières condensées. Je décris nos premiers pas pour tenter d'apporter notre contribution à la compréhension de ces systèmes. Les possibilités de contrôles offertes par les gaz ultra-froids peuvent apporter un plus par rapport à ce qui est possible en matière condensée pour l'étude de l'influence du désordre. Enfin, je donne des perspectives de recherches à court et moyen terme dans ce domaine des gaz ultrafroids en présence de désordre.

5.1 Physique à 1 particule : localisation de Anderson

5.1.1 La physique de Anderson, contexte et résultats

Introduction à la physique de Anderson

En physique classique, une particule dans un milieu désordonné subit des chocs sur les impuretés et dévie ainsi de sa trajectoire. On définit le temps de Boltzmann τ comme étant le temps nécessaire pour que la particule perde la mémoire de sa direction initiale. Pendant le temps τ, la particule parcourt la longueur de Boltzmann l_{B}. Le mouvement global de la particule est un mouvement de diffusion où la distance parcourue par la particule grandit comme la racine carrée du temps. En physique classique, les particules peuvent aussi être piégées dans une région du potentiel désordonné. L'énergie en dessous de laquelle toute les particules sont piégées s'appelle le seuil de percolation.

En physique quantique, la situation est différente car l'effet tunnel et les interférences modifient la physique de la propagation. De façon imagée, l'effet des interférences est de favoriser les trajectoires qui bouclent sur elles-mêmes (il faut sommer les amplitudes de probabilité et non les probabilités). Dans certaines conditions, les particules ne se propagent plus et sont localisées dans l'espace. C'est ce qu'on appelle la localisation de Anderson. Une autre façon de considérer cette physique est d'étudier les états propres de l'équation de Schrödinger. Ainsi, dans certains cas, ces états deviennent localisés dans l'espace. La taille typique des états à énergie fixée s'appelle la longueur de localisation ξ_{loc}.

Comme lors d'un processus de diffusion, la probabilité de revenir à son point de départ est très différente suivant la dimension du système physique, l'effet des interférences est plus important à basse dimension. Ainsi, à 1D et 2D, quelle que soit l'énergie de la particule, elle est localisée. Au contraire, à 3D, il y a une énergie en deçà de laquelle les états sont localisés, c'est le seuil de mobilité. Aux énergies supérieures au seuil de mobilité, les états sont délocalisés et on observe une physique de diffusion. Cependant, cette diffusion est ralentie par les effets d'interférence et le temps de Boltzmann est réduit par rapport à ce qu'on peut estimer naïvement en considérant l'interaction avec un défaut ponctuel. C'est ce qu'on appelle la localisation faible par rapport à la localisation forte décrite précédemment. De part et d'autre de la transition, τ tend vers 0 et ξ_{loc} tend vers l'infini. Le seuil de localisation à 3D n'est pas connu précisément mais intervient lorsque k le vecteur d'onde de la particule devient de l'ordre de $1/l_{\mathrm{B}}$. C'est la règle empirique de Ioffe

[78].

En dimension 2, la longueur de localisation peut être estimée dans le régime de faible désordre par [79, 80] :

$$\xi_{\mathrm{loc}} \approx l_{\mathrm{B}} \mathrm{e}^{\pi k l_{\mathrm{B}}/2} \tag{5.1}$$

Comme cela correspond à une variation très rapide, si kl_{B} est grand devant 1, la longueur de localisation est généralement trop grande pour avoir des effets notables sur la diffusion dans un système de taille finie. Finalement, il faut donc aussi être proche du critère de Ioffe pour avoir un effet de localisation. De plus, comme l_{B} est forcément toujours plus grand que σ, il faut donc aussi $k\sigma \leq 1$ (régime quantique) et aussi un désordre fort de telle sorte que $l_{\mathrm{B}} \approx \sigma$. La limite classique correspond à $k\sigma \gg 1$ (la longueur d'onde de DeBroglie est alors petite devant σ) et c'est un régime où la physique de Anderson ne joue pas de rôle en pratique. On peut noter que la transition de percolation, valide dans le régime classique, est un phénomène physique différent de la localisation de Anderson.

Réalisation expérimentale dans la physique des ondes

La physique de Anderson s'applique en général à des particules quantiques qui sont décrites par l'équation de Schrödinger. C'est un phénomène à un corps où les interactions ne jouent pas de rôle. Expérimentalement, dans les systèmes électroniques de la matière condensée, les effets d'interférence de Anderson sont très difficiles à observer à cause de l'importance des interactions et des phénomènes de décohérence par exemple dus aux phonons. De ce fait, la localisation forte n'a pas été observée dans ces systèmes et la localisation faible provoque seulement un faible effet de magnétorésistance négative notamment dans les films 2D [81, 82, 83, 84].

La physique de Anderson peut être observée avec n'importe quel type d'ondes ; pas seulement des ondes de DeBroglie mais aussi des ondes classiques. Dans le cas d'ondes classiques, il est plus facile d'assurer la condition $k\sigma \leq 1$, mais il faut quand même un désordre fort et donc des différentiels d'indice important pour observer la localisation à 2D et 3D. A titre d'exemple, avec des ondes lumineuses, ont été utilisés des poudres de semi-conducteurs très diffusantes pour des expériences à 3D [85] et des cristaux phoniques à 1D et 2D [86]. Avec des micro-ondes, des cylindres diélectriques placés entre deux plaques conductrices permettent l'observation de la localisation de Anderson à 2D [87]. Enfin, des expériences récentes avec des ondes élastiques se propageant dans un milieu constitué de sphères métalliques ont donné des résultats très convaincants de localisation de Anderson à 3D [88].

Expériences de localisation avec des atomes utrafroids

Tout d'abord, on peut se demander quel est l'intérêt de réaliser la localisation dans des systèmes d'atomes froids alors que la théorie est relativement bien comprise et que l'effet a déjà été observé dans d'autres systèmes. Une première réponse est, qu'à la différence des exemples précédents, les atomes sont des particules massiques, et qu'à ce titre ce sont des particules quantiques au sens de DeBroglie. A mon avis, comme cela ne change pas la physique, cela n'est pas une réponse convaincante. Une autre réponse est qu'il n'y a finalement que peu de systèmes physiques dans lesquels la localisation de Anderson est clairement observable et que l'étude de la localisation de Anderson dans un système contrôlé peut permettre une comparaison avec la théorie plus détaillée. C'est en effet le cas notamment à 1D. A mon avis, encore plus important est le fait qu'on peut introduire des interactions de façon controlée dans les gaz d'atomes ultra-foids et ainsi étudier les effets au-delà du simple modèle à une particule dans des régimes où la physique n'est encore que partiellement comprise. Avant d'aborder ces problèmes en présence d'interaction, il est intéressant de comprendre et caractériser la physique de Anderson dans nos gaz ultra-froids.

Les expériences d'atomes froids avec du désordre ont commencé vers 2005 dans une géométrie 1D. Si initialement, les interactions entre atomes et un désordre trop "classique" n'ont pas permis l'observation de la localisation de Anderson [89, 90], ce fut fait en 2008 après la diminution du rapport $k\sigma$ permettant d'atteindre le régime de désordre quantique. La localisation de Anderson (ou plus précisément l'arrêt de la propagation) a été observée dans un gaz de rubidium très dilué et en présence d'un désordre créé par une figure de tavelure (speckle) dans le groupe d'A. Aspect [91]. Simultanément, le groupe de M. Inguscio a présenté l'absence de diffusion dans un réseau optique dichromatique pour du potassium 39 et en utilisant la résonance de Feshbach pour annuler les interactions entre atomes [92].

Depuis cette première réalisation expérimentale, des progrès ont été faits pour comprendre l'effet des interactions sur la localisation de Anderson à 1D. A l'Institut d'Optique, nous avons choisi d'étendre ce résultat en dimension supérieure. L'expérience 1D a été rénovée et convertie à 3D lors du déménagement à Palaiseau. Cette expérience a permis l'observation de la localisation de Anderson à 3D en 2011 [93]. Parallèlement, l'expérience de condensation tout optique dont je m'occupe a été dédiée à l'étude des gaz 2D désordonnés. Se diriger vers la physique à 2D était un souhait de ma part et faisait partie de mon projet au CNRS. Un point important de mon projet consistait à avoir des interactions variables à 2D en utilisant du potassium, nous avons choisi de différer ces études pour nous consacrer directement à

l'étude du désordre qui faisait partie d'une des ouvertures possibles de mon projet. C'était à mon avis un choix judicieux.

5.1.2 Notre contribution : caractérisation de la diffusion classique à 2D

Vers la géométrie 2D

Pour aller vers la physique à 2D, il faut modifier la géométrie du piège de telle sorte que l'énergie caractéristique du gaz ($k_{\mathrm{B}}T$ pour un gaz thermique, μ pour un condensat) soit faible devant l'énergie de confinement vertical $\hbar\omega_z$ du piège. Cela implique de réaliser un piège de forme aplatie. Pour cela, plusieurs techniques expérimentales sont possibles. La plupart des expériences utilisent des pièges optiques constitués d'un faisceau très elliptique ou d'un réseau optique. Nous avons choisi d'utiliser un décalage vers le bleu pour éviter au maximum un effet de confinement radial qui est évidemment néfaste pour des expériences où l'on cherche à étudier la propagation du gaz. De plus, il nous a semblé souhaitable de n'avoir qu'un seul plan 2D et non plusieurs car cela permet de mieux contrôler le système. Nous avons donc opté pour la technique développée initialement par C. Foot [94] et actuellement utilisée notamment dans les expériences de J. Dalibard à 2D [95]. Elle consiste à utiliser un faisceau dans le mode TEM01 fortement focalisé dans une direction. On crée ainsi deux nappes de lumière parallèles.

La longueur d'onde du laser pour le piège 2D est choisie à 767 nm car nous avions déjà cette longueur d'onde disponible après des premiers essais de refroidissement du potassium [96] . Plus précisément l'écart entre les deux nappes de lumière est de 14 μm alors que le waist radial est de 1 mm [1]. Le choix d'une si grande taille horizontale est dû au fait qu'on veut effectuer une longue expansion dans le plan, pour observer la dynamique du gaz en présence de désordre. Le confinement radial, relativement faible, est réalisé par le piège optique initial ou par un piège additionnel dédié. Le piège final, après évaporation, a des fréquences de piégeage typiques de $8\times15\times1500$ Hz.

Dans la suite, je décris plus avant quelques détails et problèmes qui peuvent survenir avec ce type de piège. Tout d'abord, même avec un piège décalé vers le bleu , il y a un anti-piégeage résiduel. Il est dû, d'une part à l'énergie quantique de point zéro du confinement vertical, et d'autre part à la prise en compte de la gravité. Dans notre cas, cela donne un anti-confinement

1. Après expansion, le nuage a une très faible densité optique et il est alors préférable d'utiliser une imagerie par fluorescence avec une camera amplifiée EMCCD. Nous avons très bien caractérisé les caractéristiques de ce type de camera et les détails sont à retrouver dans la thèse de T. Plisson

de l'ordre du hertz qui ne pose pas vraiment de problème mais dont il faut parfois tenir compte dans l'analyse. On pourra se référer à la thèse de M. Robert-de-saint-Vincent pour plus de détails [71]. Expérimentalement, le principal problème que nous avons observé après la réalisation expérimentale est d'ordre plus technique. Nous avons remarqué que le potentiel de piégeage présenterait une rugosité de l'ordre de quelques nanoKelvins à des échelles de l'ordre de 10 à 100 μm (défaut linéaire dans le sens de propagation du faisceau). Nous avons mis ce problème en évidence en cherchant à réduire la température du gaz pour aller vers le régime de la localisation. Après avoir essayé de modifier et de comprendre ce problème, il semble que cela soit du à la diffraction par des impuretés sur le hublot de l'expérience (à 4 cm des atomes). On pourra se reporter à la thèse de B. Allard pour plus de détails [97]. Plus récemment, nous avons pu nous affranchir de ce problème en passant par des hublots situés plus loin des atomes, ce qui réduit fortement l'effet des ondes diffractées.

Diffusion à 2D dans le régime classique.

Notre première étude (voir article page 117) sur le désordre à 2D a concerné la diffusion dans un régime classique ($k\sigma \gg 1$). Notre expérience a consisté à lâcher un gaz d'atomes dans le désordre et à étudier l'expansion du nuage en fonction du temps. Malgré le fait que notre gaz thermique a une distribution large en énergie, nous avons pu tenir compte de cette convolution dans l'analyse et ainsi mettre en évidence la dépendance rapide des coefficients de diffusion en fonction de l'énergie. Nos résultats sont en accord avec un modèle complètement classique de boules de billard diffusant dans un potentiel désordonné [98]. Cette expérience est la première démonstration expérimentale d'un phénomène de diffusion non dissipatif dans des gaz ultra-froids. On connait ainsi le type de traitement nécessaire pour extraire de l'information malgré la dispersion d'un nuage ultra-froid en énergie. De plus, nos données montrent clairement qu'une distribution fortement piquée ressemblant à une exponentielle n'est pas une signature de localisation à 2D (comme c'était le cas à 1D avec un désordre faible). Notre technique consistant à se focaliser sur la densité centrale a été ensuite reprise dans l'observation de la localisation à 3D dans l'équipe de V. Josse [93]. Au regard de nos résultats, l'observation de la localisation de Anderson à 3D dans l'équipe de B. De Marco [99] n'est pas très convaincante car les profils observés ressemblent à nos résultats pour un nuage diffusif, alors qu'ils n'observent pas de régime de diffusion même pour les atomes les plus énergétiques.

Vers la localisation forte à 2D

A la suite de cette expérience sur la diffusion à 2D. Nous avons modifié plusieurs points pour aller vers le régime de localisation forte et donc $k\sigma \sim 1$. Nous avons tout d'abord changé la longueur d'onde qui crée le speckle et donc le désordre de 767 nm à 532 nm. Ce changement permet de réduire σ de 0.8 μm à 0.5 μm (largeur à $1/\sqrt{2}$ [100]) sans augmenter l'ouverture numérique et en gardant les mêmes optiques. Ensuite, pour être dans le régime de Anderson, il faut aussi réduire l'énergie des ondes de matières, c'est-à-dire réduire la température du gaz. Le gaz devient alors dégénéré et nous avons observé la transition BKT (voir partie suivante). On est alors limité par l'énergie d'interaction entre particules, autrement dit par le potentiel chimique μ. A 2D, par rapport au cas 3D, c'est plus difficile d'avoir un potentiel chimique petit car le confinement est grand dans une dimension. Il faut fortement réduire les fréquences de piégeage radial. En utilisant notamment un troisième faisceau large pour le piège optique à 1565 nm, nous avons pu décomprimer le piège jusqu'à des fréquences de l'ordre de quelques hertz. C'est ensuite difficile d'aller au-delà car la dynamique du gaz devient très lente. L'énergie d'expansion la plus basse que nous avons pu obtenir est de l'ordre de 4 nK, soit $k\sigma$ de l'ordre de 1.

Nous avons pu observer des atomes bloqués dans le désordre sur plus d'une seconde. Cependant, nous n'avons pas pu montrer de façon convaincante que cela correspond à un phénomène de localisation de Anderson. Ceci est dû au fait qu'il est très difficile de distinguer entre de la diffusion très lente ou un piégeage classique et la localisation forte. Dans l'expérience 3D, cela a été fait au prix d'une étude très détaillée des profils après expansion. En fait, dans notre expérience nous avons fait le choix scientifique d'aller, dans un premier temps, vers l'étude des systèmes en interaction, plutôt que de nous acharner à essayer de réaliser la localisation de Anderson à 2D. Les raisons de ce choix sont les suivantes. D'une part, l'intérêt intrinsèque de l'observation de la localisation à 2D est moindre que celui de la localisation à 3D car il n'y a pas de réelle transition de phase et donc pas de régime critique. Les questions théoriques dans le cas de la localisation à un corps se posent plutôt dans le cas 3D. D'autre part, la physique à 2D en présence d'interactions me semble particulièrement intéressante. La transition superfluide à 2D est une transition qui nécessite de façon cruciale les interactions et la modification de cette physique par le désordre est une question à la fois ouverte d'un point de vue théorique et très pertinente pour quelques systèmes de matière condensée. Nos études dans ce domaine sont présentés dans les parties suivantes.

5.2 Gaz de Bose 2D en interaction : la transition BKT

5.2.1 Présentation

La dimensionnalité d'un système quantique, et notamment d'un gaz dilué de bosons ultrafoids, a des conséquences importantes sur ses propriétés. A 3D, la transition de phase vers un état superfluide est très bien décrite par un modèle sans interaction, ne tenant compte que de la statistique bosonique. On peut clairement distinguer deux phases, une partie thermique dans les états excités et le condensat de Bose-Einstein qui est décrit par l'équation de Gross-Pitaevskii. Cependant, la physique à plus basse dimension (notamment à 2D) est différente car les interactions entre atomes jouent un rôle crucial [101]. Dans un gaz idéal et homogène à 2D, il n'y a pas de condensation de Bose-Einstein. Dans un gaz idéal 2D piégé harmoniquement, il y a un phénomène de condensation de Bose, mais cela arrive quand la densité au centre du piège devient infini. On comprend alors pourquoi les interactions doivent être prises en compte. Dans une approximation de champ moyen, il n'y a pas de transition de phase. En réalité, il y a bien une transition de phase superfluide dans un gaz de Bose 2D en interaction qui s'explique dans le cadre théorique introduit par Berezinskii, Kosterlitz et Thouless [102, 103]. Je décris brièvement cette théorie dans la suite, on pourra trouver plus de détails dans un article de revue [101] et dans les thèses de T. Plisson et B. Allard [100, 97].

La théorie BKT au départ s'applique au modèle XY à 2D, c'est-à-dire à un modèle de spin classique dans le plan avec une interaction entre proches voisins. Dans ce système, le théorème de Mermin-Wagner-Hohenberg stipule, qu'à température non nulle, aucun ordre à longue portée n'est possible [104, 105]. En fait, on peut le comprendre en considérant les ondes de spin de grandes longueurs d'onde (modes de Goldstone) qui prolifèrent à température non nulle. Paradoxalement, l'absence d'ordre à longueur portée n'empêche pas l'existence d'une transition de phase superfluide dans ce système. Au-dessus de la transition de phase la fonction de corrélation g_1 est exponentiellement décroissante alors qu'au-dessous de la transition la fonction de corrélation devient algébrique. Le mécanisme de cette transition de phase est lié à des défauts topologiques appelés vortex, c'est à dire un point autour duquel le spin tourne de 2π. A la transition les vortex thermiquement excités s'apparient, ce qui donne lieu au changement de comportement de la fonction g_1.

La théorie BKT précédente s'applique approximativement dans les gaz

dilués de bosons à basses températures car les interactions inhibent les fluctuations de densité. L'opérateur champ pour les atomes décomposé en opérateur densité et phase peut se réduire alors à l'opérateur phase et le hamiltonien est alors :

$$H = \frac{\hbar^2}{2m} \int (\nabla\theta(\mathbf{r}))^2 \mathrm{d}^2 r \tag{5.2}$$

Ce hamiltonien est la version continue du modèle XY où la phase θ correspond à la direction du spin. On retrouve alors la même physique au niveau de la transition de phase. Il est important de comprendre cependant que cela reste une approximation car en pratique les fluctuations de densité ne sont pas strictement gelées à la température de la transition [101]. Dans un gaz de Bose, le passage de la transition de phase s'accompagne d'un saut vers une fraction superfluide non nulle. Ce comportement universel a été mis en évidence dans les films d'hélium [106]. Le modèle XY, le gaz de Bose 2D en interaction et même la transition supraconductrice dans les systèmes d'électrons 2D appartiennent à la même classe d'universalité pour la transition BKT.

La théorie BKT ne permet pas de connaître précisément la température ou la densité critique n_c à la transition dans un gaz de Bose. Pour cela il faut recourir à des simulations Monte-Carlo. Dans le cas d'un gaz homogène [107], on trouve

$$n_c \lambda_{\mathrm{dB}}^2 = \log(\frac{380.3}{\tilde{g}}), \tag{5.3}$$

où $\tilde{g} = \sqrt{8\pi}a/a_z$ (avec $a_z = \sqrt{\hbar/m\omega_z}$) est le paramètre sans dimension décrivant la force des interactions. Typiquement, dans les expériences avec des atomes ultrafroids, $\tilde{g}$ vaut entre 0.01 et 0.2, ce qui donne $n_c\lambda_{\mathrm{dB}}^2 \approx 8$. Dans le cas expérimental d'un piège harmonique, il faut faire une approximation de densité locale pour trouver le moment où la densité critique est atteinte au centre du piège. Il n'y a pas de formule simple pour trouver la transition de phase. On peut aussi noter qu'il y a alors des effets de tailles finies importants (beaucoup plus qu'à 3D) et que la transition de phase dans un piège est plutôt une transition molle [101].

5.2.2 Quelques expériences marquantes dans le domaine des atomes froids

L'étude des gaz ultrafroids dilués à 2D a commencé au alentour de 2003. La transition BKT a été mise en évidence en 2005 dans l'équipe de J. Dalibard à l'ENS [95]. Plus précisément, l'analyse des interférences entre deux nuages a permis de mettre en évidence le changement de régime dans la décroissance

de la fonction g_1. De plus, la prolifération de vortex libres au-dessus de la température critique a été observée.

D'autres études ont suivi, en particulier sur la densité $in-situ$. La suppression des fluctuations de densité avant la transition de phase a été observée [108]. L'invariance d'échelle due à l'absence de dimension du paramètre d'interaction $\tilde{g}$ a été démontrée [109], et l'équation d'état mesurée [110]. En faisant varier la valeur de $\tilde{g}$, l'universalité à la transition de phase peut être mise en évidence [109]. Ces études ne s'intéressent pas directement aux signatures de la transition de phase. D'ailleurs, rien de spectaculaire ne change sur la densité $in-situ$ quand on passe la transition superfluide car le gaz est dominé par les interactions, et le profil de densité est donné par un profil Thomas-Fermi au centre du piège. Les ailes de la distribution peuvent être ajustées par une théorie de champ moyen ce qui permet de déterminer précisément la température et le potentiel chimique [111]. $In-situ$, à la différence de ce qui se passe à 3D, on ne peut pas distinguer directement la fraction superfluide ou condensée. On distingue seulement la région "quasi-condensée" caractérisée par un profil Thomas-Fermi et des fluctuations de densité réduite, qui apparaît avant la transition de phase BKT.

Pour avoir une signature claire de la transition de phase superfluide, il faut s'intéresser soit aux propriétés de cohérence, soit aux propriétés de transport qui sont les seules à vraiment changer à la transition. La superfluidité d'un gaz de Bose 2D a récemment été observée directement [112]. C'est cependant une méthode assez lourde et il est probablement difficile d'en faire une analyse quantitative. La cohérence peut être étudiée soit par interférence [95, 113], soit en en étudiant la distribution d'impulsion du gaz qui est lié à la transformée de Fourier de la fonction g_1. Cette solution a été mise en oeuvre dans le groupe d'E. Cornell mais dans une configuration pas vraiment 2D ($k_{\mathrm{B}}T \approx 2\hbar\omega_z$), et de façon peu détaillée car ce n'était pas le sujet principal de la publication [108].

5.2.3 Etude de la distribution en impulsion autour de la transition BKT pour un gaz piégé

Notre étude (voir l'article page 122) a consisté en l'analyse de la distribution en impulsion $n(k)$ d'un gaz 2D de façon beaucoup plus précise que cela n'avait été fait auparavant. Pour cela, nous avons simplement réalisé un temps de vol 3D à partir de notre gaz piégé. L'énergie d'interaction est relâchée dans la direction de fort confinement, et l'expansion du gaz dans la direction radiale reflète directement la distribution en k du nuage initial. Habituellement, (on peut le calculer exactement pour un gaz sans interaction),

il faut attendre un temps grand devant $1/\omega_r$ où ω_r est la fréquence radiale du piège pour que la distribution après expansion corresponde directement à celle en impulsion. Expérimentalement, nous utilisons un temps de 83 ms, ce qui correspond à $\omega_r t \approx 6$. Cependant, il faut noter qu'à cause des interactions le gaz initial est plus gros qu'un gaz sans interaction et que proche de la transition la longueur de cohérence diverge, notre temps de vol limite alors la résolution en impulsion. Notre résolution est de plus limité par notre résolution d'imagerie. Expérimentalement, nous mesurons une résolution de $0.3\,\mu m^{-1}$ (pour des gaz largement sous la transition), due à la combinaison des deux effets.

Les résultats principaux de l'article sont la première caractérisation précise de la distribution en impulsion d'un gaz à 2D. Nous avons étendu une théorie quasi-classique de champ moyen développer pour la densité $in-situ$ [111] pour l'étude des profils en impulsion. Cela nous permet d'ajuster les ailes des profils observés et ainsi d'extraire la température. Une comparaison directe avec des simulations Monte-Carlo permet de montrer un bon accord et de vérifier que nous comprenons bien notre système expérimental. Une observation particulièrement intéressante est le fait que la cohérence commence à grandir largement avant la transition de phase. C'est un résultat attendu d'un point de vue théorique car la divergence exponentielle de la longueur de cohérence à la transition donne lieu à une région critique large [101]. Ce point n'avait pas été mis en évidence dans le groupe d'E. Cornell [108], probablement à cause d'un caractère 2D moins marqué.

Enfin, nous étudions à la fois la largeur de la distribution reliée à la longueur de cohérence moyenne ou le pic $n(k=0)$ relié à la fraction du nuage d'impulsion inférieure à notre résolution de $0.3\,\mu\mathrm{m}^{-1}$. Ces deux quantités nous permettent de quantifier le degré de cohérence de nos gaz. En particulier, la valeur $n(k=0)$ a l'avantage de pas saturer dans la phase superfluide et sera utilisée pour nos études sur les gaz 2D en présence de désordre.

5.3 Superfluidité et désordre

5.3.1 Un problème important en matière condensée

Le désordre est un paramètre qui influence grandement les propriétés des systèmes de matière condensée. Par exemple, les propriétés de conduction sont affectées par le désordre. Un des ingrédients importants est la localisation de Anderson, mais il est aussi très important de comprendre comment les interactions agissent sur un système désordonné [114]. La compétition entre désordre et interaction donne lieu à des transitions de phase métal-isolant

[115, 116]. Le concept de localisation de Anderson à N-corps ("Many body Anderson localization ") a été introduit pour expliquer ce type de physique par Basko, Aleiner et Altshuler [117]. On peut le comprendre comme étant la localisation de Anderson des fonctions d'onde à N-corps dans la base des états de Fock.

Des transition de phases directes entre une phase isolante et une phase supraconductrice sont aussi observées [118]. Les films métalliques minces montrent une transition de phase supraconducteur-isolant à basse température en fonction de leur épaisseur et donc de l'importance du désordre [119, 120]. Cette physique, liée à la compétition entre désordre et superfluidité, est aussi à l'oeuvre dans les supraconducteurs à haute température critique qui ont une structure bidimensionnelle et dans lesquels le dopage introduit naturellement du désordre [121]. La supraconductivité peut alors prendre une structure granulaire sur des échelles mésoscopiques [122]. On peut imaginer deux mécanismes pour une transition de phase supraconducteur-isolant : soit les paires de Cooper sont détruites par le désordre, soit les paires de Cooper survivent mais on a une transition de phase superfluide-isolant pour des bosons en présence de désordre [123]. Ce deuxième scénario a poussé Fisher et al. à s'intéresser au problème de bosons désordonnés ("dirty boson problem") [124]. Cette étude sur réseau montre l'existence, outre des phases superfluide et isolant de Mott, d'une phase isolante, compressible et sans gap : le verre de Bose. Des études expérimentales récentes semblent confirmer la nature bosonique de la transition de phase dans les supraconducteurs à hautes températures critiques [125]. Enfin, les condensats de polaritons-excitons dans les cavités semi-conductrices sont des systèmes bosoniques où le désordre joue aussi un rôle important [126].

5.3.2 Résultats sur l'effet des interactions dans les gaz désordonnés

Dans ce contexte où la physique n'est que partiellement comprise, les gaz ultra-froids peuvent apporter un angle de vue nouveau. Dès 2003, plusieurs publications ont proposé d'utiliser des gaz d'atomes ultra-froids pour réaliser et ainsi étudier le modèle de Bose-Hubbard désordonné [127, 128] introduit par Fisher et al. [124]. Cela a été réalisé à 1D dans l'équipe de M. Inguscio en 2007 [129, 130]. Le désordre est alors introduit par un deuxième réseau de longueur d'onde incommensurable. Plus récemment, un gaz de bosons dans un réseau 3D désordonné a été obtenu dans l'équipe de B. DeMarco [131, 132]. En utilisant un réseau dépendant du spin, du désordre créé par des impuretés atomiques piégées a pu être étudié dans le groupe de D. Schneble [133, 134].

Tous ces travaux sur réseaux s'intéressent au passage entre la phase isolant de Mott et la phase superfluide en passant par la phase de verre de Bose.

Parallèlement, à partir d'états localisés, la subdiffusion due à l'ajout des interactions dans un gaz 1D (et qui donc serait localisé en l'absence d'interaction) a été observée [135]. Ce type d'expérience recherche le comportement aux temps longs d'un gaz en expansion en présence de désordre et de non-linéarité. Il n'est pas évident de savoir si le gaz va alors finir par localiser ou si il va toujours s'étendre à l'infini de façon subdiffusive [136, 137, 138].

Nos expériences avec des gaz piégés en interaction et du désordre continu diffèrent assez fortement des études ci-dessus et j'explicite plus avant notre problématique dans la partie suivante.

5.3.3 Bosons désordonnés dans les systèmes continus, résultats théoriques

Dans cette partie, je fais une revue bibliographique des résultats sur les systèmes de bosons en présence de désordre continu à 2D et 3D. J'essaie en particulier de faire émerger la physique à l'oeuvre dans ces systèmes ainsi que les questions ouvertes. J'omets volontairement de discuter la physique à 1D en présence de désordre et d'interaction, qui est très différente de celle en dimension supérieure [139]. Dans le cas de systèmes continus, c'est-à-dire en l'absence de réseau, on évite les complications liées à l'existence d'une transition de Mott en l'absence de désordre.

Diagramme de phase

La forme du diagramme de phase pour les gaz 2D et 3D en présence de désordre a été schématisée récemment dans un article théorique de I. Aleiner, B. Altshuler et G. Shlyapnikov [140]. Ils donnent en particulier des arguments pour expliquer qu'il existe trois phases (isolante, normale, superfluide) qui se rejoignent à température nulle (voir fig. 5.1). On a donc la forme du diagramme de phase, mais sans connaître les frontières entre les différentes phases de façon précise. Par exemple, la valeur du désordre critique ou la dépendance de la température critique de superfluidité avec le désordre ne sont pas précisément connues.

Traitement perturbatif du désordre à partir de la phase superfluide

A 3D, pour un désordre faible et des interactions de contacts, on peut traiter le système de façon perturbative à partir de l'état à température nulle et sans désordre en utilisant la théorie de Bogoliubov [141, 142, 143, 144, 145,

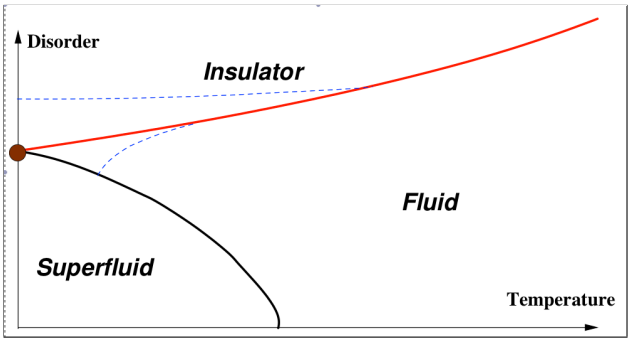


FIGURE 5.1 – *Diagramme de phase d'un gaz de Bose désordonné. Cette figure est extraite de [140]. A 2D, la transition entre la phase isolant et normale est véritablement une transition de phase alors qu'à 3D, c'est un crossover.*

146, 147, 148]. Ces travaux indiquent que la fraction superfluide ainsi que la fraction condensée sont diminuées par le désordre. Ils ne traitent pas de façon précise de la transition de phase quantique qui nécessite un désordre fort. Des simulations Monte-Carlo [149, 150] corroborent les résultats analytiques, et indiquent la possibilité d'avoir une fraction superfluide plus petite que la fraction condensée [147]. Ces travaux à 3D modélisent de l'hélium dans une matrice poreuse [151].

Transition de phase superfluide isolant à température nulle.

A température nulle, il a été montré que le gaz peut être fragmenté et donc non superfluide [152, 153]. Plus précisément, l'image de la transition de phase quantique est la suivante. A basse densité, les bosons occupent les états quantiques de basses énergies dans le désordre. Ce sont les états de Lifshitz. Ces états sont spatialement isolés les uns des autres. Si très peu d'états sont occupés (suivant la taille du système) , on peut avoir un régime non ergodique où le résultat dépend de la réalisation du désordre. Au fur et à mesure qu'on augmente le nombre de particules (ou le potentiel chimique), de plus en plus d'ilots superfluides se forment et grossissent. C'est un régime de condensat fragmenté qu'on peut associer à une phase de verre de Bose car c'est un isolant compressible et sans gap. Enfin, l'effet tunnel entre les ilots finît par être suffisant pour que leur phase soient liée, on a alors un état superfluide. Le lien entre le potentiel chimique critique, et le seuil de mobilité de Anderson n'est pas évident [154]. En particulier, les interactions entre atomes sont cruciales pour comprendre la transition de phase quantique superfluide-isolant alors qu'elles n'interviennent pas pour la localisation de

Anderson.

Importance des corrélations du désordre

Les études présentées précédemment pointent aussi vers l'importance des corrélations pour le désordre. On peut étudier les cas limites où l'énergie de corrélation du désordre $E_\sigma = \hbar^2/m\sigma^2$ est très inférieure ou très supérieure aux autres énergies caractéristiques du problème, c'est-à-dire l'amplitude du désordre V et le potentiel chimique μ. Dans le premier cas, le désordre est classique ; il y de nombreux niveaux quantiques dans chaque grain de désordre et on peut utiliser l'approximation de densité locale. La transition de phase peut se comprendre comme la percolation classique d'ilots superfluide. Le potentiel chimique critique correspond au seuil de percolation classique. Dans le cas contraire où la corrélation du désordre σ est très faible, on peut remplacer le désordre par un potentiel δ corrélé tout en conservant la même physique. Par analyse dimensionnelle, la fonction de corrélation du potentiel en delta prend l'amplitude $V^2\sigma^d$, où d est la dimension. La seule énergie caractéristique du désordre est alors V^2/E_σ à 2D et V^4/E_σ^3 à 3D. Naturellement, ces énergies donnent l'ordre de grandeur du potentiel chimique critique dans ce régime.

Les résultats précédents trouvés par analyse dimensionnelle, peuvent se retrouver par d'autres approches. Ainsi, on peut se baser sur l'équation de Gross-Pitaevski et ajouter le désordre en perturbation. Le désordre alors est moyenné ou non suivant la valeur de σ par rapport à ξ [155]. On retrouve le désordre critique pour lequel la densité devient fractionnée. Une autre façon de retrouver le résultat utilise la façon dont les états de basses énergies (de Lifshitz) grossissent quand les interactions augmentent et finissent par se chevaucher [153]. Cette façon de traiter le problème donne le bon résultat pour un désordre de statistique gaussienne. On peut cependant douter de la généralité de la méthode car on ne retrouve pas le résultat lorsqu'on l'applique à un désordre de speckle qui a des états de Lifshitz très particuliers [152, 154].

Influence du désordre sur la température critique de superfluidité

L'influence du désordre sur T_c est aussi une inconnue dans le diagramme de phase. Il y a assez peu de résultats sur ce problème. Récemment, une étude Monte-Carlo à 3D avec un désordre de type speckle a été mise en oeuvre [156]. Le résultat est que pour un désordre quantique, la température critique a tendance à diminuer ce qui correspond à l'intuition. L'effet est cependant assez faible et il faut mettre un désordre bien supérieur à la température critique pour avoir un effet notable. Dans le régime classique, au contraire,

la température critique augmente avec le désordre. En fait, cet effet peut se comprendre car le désordre à pour effet de comprimer le gaz et d'augmenter ainsi la densité dans certaines zones. C'est un effet sur la densité d'état du gaz thermique [157] comparable à un effet de type dimple [158]. Le seuil de percolation classique est très faible à 3D [156] et ne joue essentiellement pas de rôle ici.

A deux dimensions on peut s'attendre à des résultats différents car les effets du désordre sont plus grands : non seulement les effets à 1 corps de type Anderson, mais aussi les effets de piégeage classique. De plus, la transition de phase à 2D de type Kosterlitz-Thouless requiert de prendre en compte les interactions au-delà du champ moyen. Quel est alors l'effet du désordre et par quel mécanisme le désordre agît-il sur la transition de phase sont des questions ouvertes. On peut s'attendre à ce que l'effet du désordre soit différent suivant sa longueur de corrélations. Dans la limite d'un désordre avec une longueur de corrélation très grande devant la longueur de cicatrisation ξ et la longueur d'onde de de Broglie thermique λ_{dB}, on aura une physique de type percolation des ilots superfluides. Dans ce cas, la physique sous-jacente reste celle de la transition de phase BKT et le désordre peut être considéré dans une approximation de densité locale. Dans le cas contraire pour $\sigma \leq \xi, \lambda_{dB}$, la physique va être modifiée au niveau microscopique. Ce régime est essentiellement inconnu et c'est justement ce qui nous pousse à l'étudier dans notre expérience. On peut noter qu'il n'est pas nécessaire d'aller vers le régime $\sigma \ll \xi, \lambda_{dB}$ car on aurait alors simplement un effet de moyennage du désordre sur une taille de ξ ouλ_{dB}, où la physique de la transition de phase se passe.

5.3.4 Mesure expérimentale de l'effet du désordre sur la transition BKT

Expérimentalement, nous avons étudié l'effet d'un désordre de speckle corrélé à une échelle microscopique ($\sigma = 0.5\,\mu$m, $\xi = 0.8\,\mu$m, $\lambda_{dB} = 0.7\,\mu$m) autour de la transition BKT. Notre technique expérimentale consiste à ajouter le désordre de façon réversible après avoir préparé un gaz 2D autour de la transition BKT avec un degré de dégénérescence bien contrôlé. Nos études précédentes sur les gaz 2D piégés harmoniquement nous permettent d'extraire de façon précise la température T, le nombres d'atomes N, et donc le degré de dégénérescence du gaz. Au contraire, en présence de désordre, nous n'avons pas de théorie exacte pour déterminer les caractéristiques du gaz. Nous basons alors notre étude sur la conservation de l'entropie lorsqu'on ajoute le désordre. Nous choisissons d'étudier plus particulièrement le pic au-

tour de $k = 0$ dans la distribution d'impulsion. Cela a l'avantage d'être une mesure bien définie et ne dépendant pas d'un modèle. Nous observons un léger décalage en entropie de l'apparition de la cohérence pour un désordre de $0.4\,T_c$. Pour un désordre plus fort de l'ordre de la température, nous observons une forte réduction du pic à $k = 0$ même aux entropies les plus faibles de nos données. Il n'y a alors plus de véritable augmentation soudaine de la cohérence. Nos mesures sont quantitatives mais nous n'avons pas de théorie quantitative à laquelle comparer nos données. Une question qui reste ouverte est celle de la relation entre l'augmentation soudaine du pic de cohérence en $k = 0$ et la transition de phase superfluide. Il semble logique de les associer mais nous n'en avons pas une preuve explicite.

Pour notre désordre fort de l'ordre de la température, il est possible que même à température nulle, le gaz ne soit pas superfluide mais reste isolant. On a plusieurs méthodes possibles pour estimer le point de la transition de phase quantique et ainsi faire des comparaisons avec nos mesures expérimentales. On peut utiliser des résultats sur réseaux [159] en remplaçant la maille du réseau par une valeur réaliste $\sqrt{\sigma_x \sigma_y} = 0.7\,\mu$m. On trouve alors $V_c = 50\,nK$ (voir le détail de ce calcul dans la footnote de l'article [11]). On peut aussi utiliser le résultat $\mu \sim V^2/E_\sigma$ pour un désordre quantique en supposant que la densité est celle du gaz piégé dans le régime de Thomas-Fermi à température nulle pour 4×10^4 atomes [2]. On trouve alors, pour $E_\sigma = \frac{\hbar^2}{m\sigma_x\sigma_y} = 11\,$nK, un désordre critique de 15 nK à un facteur numérique près. Dans l'approximation de densité locale valable pour un désordre classique, on peut faire le calcul du désordre critique pour un gaz avec un profil Thomas-Fermi dans le désordre et un potentiel chimique égal au seuil de percolation classique. On pourra se reporter à la publication reproduite page 133. On trouve alors $V_c = 90\,nK$. Ces valeurs de désordres critiques donnent seulement un ordre de grandeur du désordre nécessaire pour vraiment affecter la transition de phase. Elles se comparent bien avec nos valeurs expérimentales, mais nous manquons d'une théorie précise dans notre régime.

Dans notre article, nous avons aussi essayé d'estimer l'effet du désordre à température constante, il faut alors estimer la température en présence de désordre. En l'absence de théorie exacte, nous avons utilisé notre théorie sans désordre sur les ailes de la distribution d'impulsion, ce qui nous permet d'estimer le chauffage lors de l'allumage du désordre. Expérimentalement, nous n'observons pas vraiment de décalage de l'apparition de la cohérence en fonction de la température pour un désordre de $0.4T_c$. Depuis la parution de l'article, nous avons testé cette méthode d'ajustement de la température sur des résultats Monte-Carlo avec désordre, et il semble que notre méthode

2. A 2D, on a $N = \frac{\pi\mu^2}{\tilde{g}(\hbar\bar{\omega})^2}$.

sous-estime la température de quelques nanokelvins [97]. A la lumière de ces nouveaux éléments, nos conclusions restent cependant essentiellement inchangées. Il faut un désordre de l'ordre de la température pour changer notablement la température d'apparition de la cohérence et donc aussi probablement la température de la transition dans nos conditions expérimentales.

5.3.5 Théorie dans l'approximation de densité locale pour un désordre corrélé à longue distance

Comme évoqué déjà plus haut, le problème de l'influence du désordre sur la transition superfluide est un problème difficile. C'est en particulier le cas quand le désordre est corrélé à l'échelle microscopique. Au contraire, dans le cas d'un désordre corrélé à grande distance par rapport aux longueurs caractéristiques du gaz telles que la longueur de corrélation ξ et la longueur de de Broglie λ_{dB}, on peut traiter le problème dans l'approximation de densité locale, c'est-à-dire en supposant que localement le gaz à le comportement du gaz homogène [3]. Dans cette approximation, le gaz sera globalement superfluide si la partie superfluide percole dans le désordre traité de façon classique. Nos conditions ne correspondent pas au domaine de validité de l'approximation de densité locale mais nous ne sommes pas non plus infiniment loin de cette limite. Elle permet donc d'obtenir des ordres de grandeurs réalistes à comparer aux expériences. Il serait évidemment intéressant de voir des effets au-delà de cette approximation car c'est alors la signature d'effets nouveaux dans le désordre.

Les calculs du diagramme de phase sont présentés dans l'article reproduit page 133. Dans l'approximation de densité locale, il y a deux effets du désordre qui s'opposent : l'augmentation du seuil de percolation qui a tendance à inhiber la superfluidité, et la diminution du volume disponible qui a, au contraire, tendance à la favoriser. On peut quantitativement comparer nos résultats expérimentaux à cette théorie approchée. La théorie prévoit un décalage de la transition de $0.3\,k_B$ pour $V = 0.4\,T_c$ alors que nous voyons environ $0.2\,k_B$. Pour un désordre d'amplitude $\sim T_c$, le décalage de l'entropie critique est très important de l'ordre de k_B par particule. C'est en accord avec nos observations expérimentales qui tendent à montrer que nous n'avons pas passé la transition pour un tel désordre.

Dans l'approximation de champ moyen, on peut aussi à entropie constante, évaluer le chauffage induit par le désordre pour nos conditions expérimentales.

3. Pour que l'approximation de densité locale soit strictement valide, il faut que le potentiel varie peu à l'échelle de la longueur de cohérence qui peut, à 2D, être beaucoup plus grande que λ_{dB}.

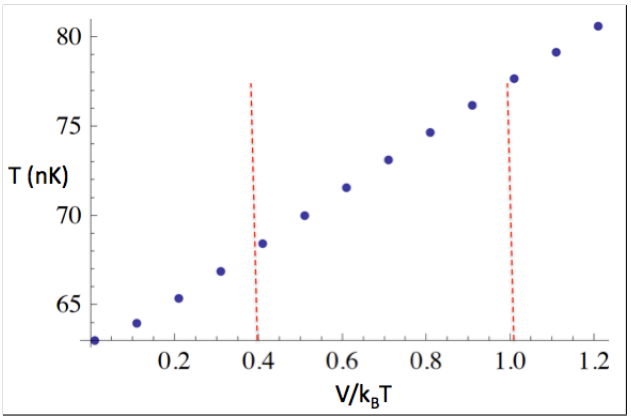


FIGURE 5.2 – *Augmentation de la température du gaz en fonction du désordre dans l'approximation de densité locale. L'état initial correspond à un gaz à la transition BKT pour nos paramètres expérimentaux.*

On prend ici un gaz proche de la transition BKT en l'absence de désordre. La figure 5.2 donne la température en fonction du désordre. On trouve un chauffage de l'ordre de 5 nK pour $V = 0.4\,T_c$ et de 15 nK pour $V = T_c$. Nos mesures expérimentales nous donnaient plutôt une augmentation de température plus faible (5 nK pour $V = T_c$) mais avec une fonction d'ajustement approximative. Plus récemment, des comparaisons directes avec des résultats Monte-Carlo, nous donnent plutôt un chauffage de l'ordre de 10 nK, ce qui reste inférieur aux prédictions dans l'approximation de densité locale. Il est légitime de penser que nous observons ici une déviation par rapport à l'approximation de densité locale. Cela n'est pas vraiment étonnant, car, pour σ de l'ordre de ξ et λ_{dB}, on peut s'attendre à un moyennage du désordre et donc à des effets plus faibles.

5.4 Perspectives

Nos études concernant les gaz de Bose désordonnés sont relativement pionnières et il reste beaucoup à faire pour mieux comprendre ce type de système. Continuer dans cette voie dans les années à venir semble donc naturel. Dans la suite, je détaille quelques perspectives possibles, d'abord à court terme avec des projets qui sont déjà plus ou moins avancés et puis je propose d'autres idées pour poursuivre nos recherches.

5.4.1 Vers la localisation d'Anderson à 2D

Fin 2011, début 2012, après nos expériences sur les gaz 2D en interaction, nous avons apporté plusieurs améliorations importantes au dispositif expérimental pour aller vers l'observation de la localisation de Anderson 2D dans un gaz en expansion. Un réseau optique pour le piégeage vertical a été mis en place pour éviter les faibles rugosités présentes dans le piège 2D initial. La fixation du montage speckle a été changé pour éviter des vibrations qui induisent du chauffage. De plus, nous avons mis en oeuvre une méthode de refroidissement supplémentaire qui consiste à rallumer le piège harmonique après une première courte expansion [160]. Cette technique a aussi été utilisée dans l'expérience de retrodiffusion cohérente dans l'équipe de Vincent Josse [161]. Alors que nous étions sur le point de faire des mesures précises pour détecter la localisation de Anderson, notre laser de puissance consacré au piégeage a malheureusement rendu l'âme en Mars 2012 après plusieurs années de fonctionnement sans soucis. La fibre laser a brulé, sans cause évidente. La panne n'étant pas réparable, nous avons dû commander un nouveau laser, ce qui impliquait un délai de 4 mois. De plus, notre laser initial de 50 W n'est malheureusement plus commercialisé et nous devrons nous contenter de 30 W à 1550 nm. Nous avons alors décidé de commencer l'installation du refroidissement du potassium. L'observation claire de la localisation de Anderson à 2D figure donc encore dans notre programme de recherche.

5.4.2 Controle des interactions, potassium

Le potassium est un alcalin avec trois isotopes stables de masses atomique 39, 40, et 41. Le ^{39}K et le ^{41}K sont des bosons et la condensation de Bose-Einstein a été atteinte [162, 163]. Le ^{40}K est un fermion avec lequel beaucoup d'expériences sur la transition BEC-BCS ont été réalisées [164, 165]. Tous les isotopes bénéficient de résonances de Feshbach, larges de quelques Gauss, à des champs de l'ordre de quelques centaines de Gauss. Ils sont donc bien adaptés pour faire varier la force des interaction entre atomes [166]. Dans le cadre de nos recherches, nous avons choisi de refroidir le ^{39}K qui est l'isotope bosonique le plus abondant. Le contrôle des interactions est intéressant à plusieurs titres pour nos recherches sur les gaz désordonnés. D'une part, pour l'étude de la localisation de Anderson qui est un phénomène à 1 corps, il est évidemment favorable de ne pas avoir d'interaction. En fait, cela permet surtout d'éviter que les atomes gagnent une énergie d'interaction importante lorsqu'on les relâche à partir du piège. Il est alors plus facile de réduire le vecteur d'onde k des atomes. Ensuite, on pourra étudier comment l'ajout

d'interactions répulsives ou même attractives modifient la physique de la localisation. On peut imaginer observer de la subdiffusion de façon analogue à ce qui a été fait à 1D [135]. D'autre part, pour la physique de la transition BKT avec ou sans désordre, le rôle des interactions est déterminant. La modification des interactions permet donc des études plus détaillées [109].

Expérimentalement, le refroidissement du ^{39}K n'est pas une tâche simple à cause d'un refroidissement laser difficile. Cela est dû à la faible différence en énergie pour la structure hyperfine dans les niveaux excités. Il faut alors une puissance équivalente pour les lasers principal et repompeur. De plus, le refroidissement subdoppler n'est que marginal et pour des conditions expérimentales bien précises [167, 168]. Très récemment, l'équipe de F. Chevy et C. Salomon a prouvé qu'un refroidissement sur le raie D1 était efficace sur le ^{40}K [169]. cela n'a pas encore été testé sur le ^{39}K. Ces difficultés pour le refroidissement expliquent pourquoi le potassium a toujours été placé pour une première étape d'évaporation dans un piège magnétique qui bénéficie d'une grande profondeur. De plus, le refroidissement sympathique par du rubidium a souvent été utilisé et ce n'est que récemment que le potassium 39 a pu être condensé sans l'aide d'un autre élément [170].

Dans notre système expérimental, nous avons déjà réalisé un piège magnéto-optique de potassium 39 et sommes en train d'optimiser la phase de refroidissement laser. Par la suite, nous allons chercher à refroidir le ^{39}K jusqu'à la condensation par une méthode tout optique telle que celle que nous avons mis en oeuvre pour le rubidium. Cela n'a jamais été réalisé auparavant, et cela reste un défi. Ce défi est intéressant à relever non seulement dans le cadre de nos recherches, mais plus généralement car cela rendrait accessible cette méthode à l'ensemble de la communauté des atomes ultra-froids, alors que les expériences utilisant du potassium se développent et qu'un refroidissement tout-optique tend à simplifier les dispositifs. La principale difficulté technique est d'obtenir un chargement efficace du piège optique à partir du piège magnéto-optique compte-tenu des mauvaises propriétés de refroidissement laser. A cet égard, je pense qu'un piège à une longueur d'onde de 1550 nm est particulièrement favorable pour un chargement continu du ^{39}K à partir du piège magnétique. En effet, le décalage lumineux de l'état excité est 5 fois plus grand et dans le même sens que l'état fondamental [59]. Cette situation est due à la présence d'une raie atomique à 1178 nm vers un état D. Compte-tenu de notre expérience sur le refroidissement du rubidium, un tel rapport des décalages lumineux semble favorable car cela permet un effet de dépompage important, sans pour autant devoir changer trop les fréquences de refroidissement. Expérimentalement, le décalage lumineux de la transition optique pour du lithium dans un piège CO_2 est faible et malgré une structure hyperfine resserrée, le chargement du piège est efficace [171]. Enfin, le

refroidissement évaporatif du ^{39}K proche de la résonance de Feshbach a déjà été réalisé et est aussi très efficace [170].

5.4.3 Etude détaillée de la transition superfluide

Nos études sur l'effet du désordre autour de la transition BKT pour un gaz 2D constituent un premier pas vers une exploration plus systématique de ce système. Motivées par nos avancées expérimentales, des études Monte-Carlo quantiques de notre système ont démarré. Dans l'équipe de Laurent Sanchez-Palencia, le cas du gaz désordonné homogène est étudié alors que nous continuons à avoir une collaboration avec M. Holzmann, S. Piatecki et W. Krauth qui étudient le cas d'un cas piégé. Ces études sont complémentaires, le cas homogène étant sans doute plus adapté à étudier le diagramme de phase du système alors que le cas piégé est plus directement comparable aux expériences. En particulier, on s'attend à un fort effet du piège car les effets de taille finie sont grands à deux dimensions et les transitions de phase sont plutôt des transitions molles. Nous pouvons par exemple directement comparer nos profils aux profils simulés pour connaitre la température de nos nuages. On peut ainsi valider ou non nos méthodes d'ajustement en présence de désordre alors qu'il n'existe pas de théorie exacte [97].

Expérimentalement, il est souhaitable d'étendre nos mesures au-delà de la région proche de la transition BKT sans désordre dans le diagramme de phase (voir Fig. 5.1). La transition de phase quantique à $T = 0$ reste par exemple à étudier. On peut s'attendre à une signature de la transition dans la distribution d'impulsion mais il serait aussi intéressant d'étendre nos possibilités avec des mesures complémentaires. On peut penser à une mesure directe de la superfluidité comme ce qui a été fait dans l'équipe de J. Dalibard [112], à la mesure de la dissipation ou de la fréquence de modes d'excitation du gaz [172], à la mesure du profil de densité $in-situ$ (ce qui nécessite le développement d'un objectif de haute résolution [173, 174]), ou même à la détection des vortex.

Enfin, il me semble intéressant de faire varier la longueur de corrélation du désordre σ. On peut ainsi passer du régime où l'approximation de densité locale est valide, au régime de désordre microscopique. On pourrait chercher à mettre en évidence des déviations à la théorie utilisant l'approximation de densité locale ou des lois d'échelles différentes dans chacun des deux régimes [175].

5.4.4 Etude de la phase verre de Bose

Jusqu'à maintenant, nous nous sommes focalisés sur la transition vers la phase superfluide. D'après le diagramme de phase de la figure 5.1, à température non nulle, il existe une autre transition de phase entre une phase normale de conductivité finie et une phase isolante. Cette dernière est associée à un verre de Bose, une phase désordonnée introduite pour un gaz de Bose dans un réseau désordonné [124]. En l'absence de réseau sous-jacent les propriétés sont cependant probablement différentes. En l'absence d'étude expérimentale d'un verre de Bose dans un système réel, il est difficile de prévoir la meilleure façon d'étudier ce système. Probablement, la réponse du système à une mise hors équilibre est particulière et sur des temps longs. Expérimentalement, on pourrait par exemple changer brusquement la raideur ou la position du piège et étudier l'évolution ultérieure [176]. Ces études s'inscriraient dans le cadre plus général de l'étude de la dynamique quantique hors équilibre, qui est un domaine très difficile du point de vue de la modélisation mais est sans aucun doute amené à se développer à l'avenir en particulier dans les gaz quantiques ou les constantes de temps de relaxation sont accessibles [177, 178, 179, 4, 180, 181].

5.4.5 Champ magnétique effectif

En matière condensée, le champ magnétique est une variable qui se couple à la charge et qui agit directement sur le mouvement des électrons. Il permet parfois de changer la phase du système. Par exemple, un supraconducteur cesse de l'être au-delà d'un champ magnétique critique. Dans le cas d'atomes neutres, il est possible de créer un champ effectif qui a les mêmes propriétés qu'un champ magnétique avec des particules chargées. Dans le cas des systèmes désordonnés, l'ajout d'un champ magnétique peut avoir des conséquences importantes.

Un champ magnétique a tendance à s'opposer aux effets de localisation de Anderson. Cela donne lieu au phénomène de magnéto-résistance négative [81, 82, 83, 84]. Il est plus simple de s'en rendre compte en considérant le phénomène de localisation faible. L'équivalence entre deux boucles parcourues en sens inverse est alors brisée par l'ajout d'un champ magnétique. Expérimentalement, dans les films minces, cela se manifeste par une faible magnéto-résistance négative à faible champ magnétique. Dans le cas des gaz quantiques, on peut s'attendre à réduire l'amplitude du pic de rétrodiffusion cohérente [182, 161] quand le champ magnétique est suffisant pour changer la phase de π pour un chemin de diffusion typique. L'effet est donc de plus en plus grand en fonction du temps. Dans le cadre d'une simulation numérique

de l'équation de Schrödinger en présence de champ magnétique menée par Thomas Plisson, cet effet a pu être mis en évidence [100]. Pour un désordre plus grand et dans le cas de la localisation forte, on s'attend à observer une augmentation de la longueur de localisation ou peut-être même à une transition vers des états étendus.

Pour la transition de phase supraconducteur-isolant observée dans les films minces, le champ magnétique est souvent utilisé pour changer l'état du système. Expérimentalement, cela est plus simple que de changer la force du désordre ou l'épaisseur du film [119]. Par analogie avec ces expériences, nous pourrions utiliser un champ magnétique effectif pour modifier la phase de nos gaz de Bose en présence de désordre. Ce nouveau degré de liberté ajoute une variable au diagramme de phase.

Expérimentalement, la création de champ magnétique effectif pour les gaz d'atomes neutres est possible [183, 184, 185]. Le champ est limité en amplitude pour des raisons expérimentales telles que le manque de puissance laser, qui obligent a se placer proche de résonance ou par le chauffage résiduel dû aux fluctuations du champ magnétique réel. Il n'a par exemple pas été possible de s'approcher du régime de l'effet Hall quantique qui correspond à un fort champ magnétique. Cependant les effets du champ magnétique proposés ci-dessus sont au contraire des effets à relativement faibles champs magnétiques semblables à ceux créés expérimentalement dans l'équipe de W. Philipps et I. Spielman [185].

5.5 Articles liés à ce chapitre

5.5.1 Anisotropic 2D Diffusive Expansion of Ultracold Atoms in a Disordered Potential [9]

Anisotropic 2D Diffusive Expansion of Ultracold Atoms in a Disordered Potential

M. Robert-de-Saint-Vincent, J.-P. Brantut,[†] B. Allard, T. Plisson, L. Pezzé, L. Sanchez-Palencia, A. Aspect, T. Bourdel,[*] and P. Bouyer

Laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique, Univ. Paris Sud, CNRS, campus polytechnique RD128, 91127 Palaiseau France

(Received 2 April 2010; published 2 June 2010)

We study the horizontal expansion of vertically confined ultracold atoms in the presence of disorder. Vertical confinement allows us to realize a situation with a few coupled harmonic oscillator quantum states. The disordered potential is created by an optical speckle at an angle of 30° with respect to the horizontal plane, resulting in an effective anisotropy of the correlation lengths of a factor of 2 in that plane. We observe diffusion leading to non-Gaussian density profiles. Diffusion coefficients, extracted from the experimental results, show anisotropy and strong energy dependence, in agreement with numerical calculations.

DOI: 10.1103/PhysRevLett.104.220602 PACS numbers: 05.60.Gg, 37.10.Gh, 67.85.Hj, 73.50.Bk

Transport in most materials is determined by the complex interplay of many ingredients, for instance the structure and thermal fluctuations of the substrate [1], the interparticle interactions, which can induce superconductivity [2] or metal-insulator transitions [3], and disorder [4]. Disorder is relevant to many condensed-matter systems and strongly affects transport via scattering. Its primary effect is thus diffusion, an effect underlying the Drude theory of conductivity [1], as well as the self-consistent theory of Anderson localization [5]. Disorder is of special interest in dimension two (2D), which is the marginal dimension for return probability in Brownian motion and for Anderson localization [6]. Moreover, intriguing effects, which are not fully understood, occur in 2D, such as the metal-insulator transitions in high-mobility Si MOSFETs [7,8], GaAs heterostructures [9,10], and thin metal-alloy films [11].

Ultracold atomic gases are good candidates to study classical or quantum disordered systems (see Refs. [12,13], and references therein). They offer unique versatility as one can control the amount and type of disorder, the interaction strength or the confinement geometry. In 1D, Anderson localization [14,15] and interaction-induced delocalization [16] have been observed. In 3D, the competition between interaction and disorder has been investigated in disordered optical lattices [17,18]. Diffusion was reported for speckle-induced 3D optical molasses in the dissipative regime [19]. So far, less work has been devoted to 2D.

In this Letter, we study diffusion of ultracold atoms in an effectively anisotropic disordered potential without dissipation. The geometry is planar as the atoms are confined vertically to a size of about 1 μm in a dipole trap and horizontally free to move over a millimeter. In the presence of disorder, we observe expansion at a reduced speed and anisotropic, non-Gaussian atomic density profiles. We show that the dynamics is horizontally diffusive. Fitting a diffusive model to the data, we extract the diffusion coefficients and find that they are anisotropic and strongly energy-dependent. Our results are consistent with numerical simulations assuming classical dynamics.

The experimental setup uses a vertically confining potential and a speckle light field (see Fig. 1). Both are created with 767 nm laser light [20], blue detuned from the resonance at 780 nm for ^{87}Rb atoms in their ground state. They thus induce a repulsive potential. The vertical confinement is realized between the two lobes of a vertically focused Hermite-Gauss TEM01-like mode, prepared with a holographic $0-\pi$ phase plate [21,22]. The measured vertical trapping frequency is $\omega/2\pi = 680$ Hz with a 22 μm separation between the two intensity maxima, a total power of 150 mW, and an horizontal waist radius at $1/e^2$ of 1.1 mm.

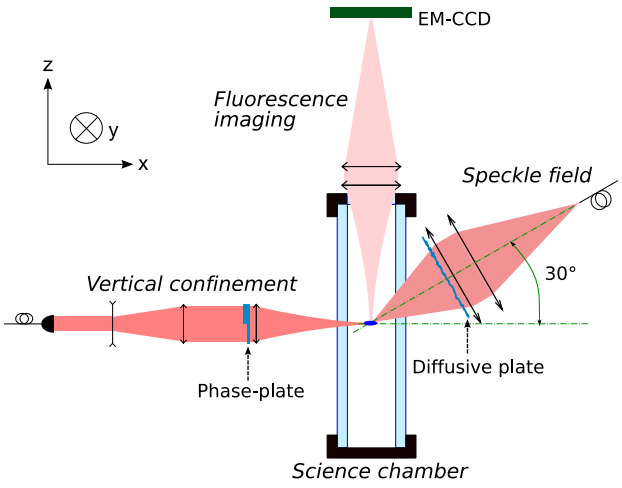


FIG. 1 (color online). Experimental setup (see details in text). Atoms are detected from the top by fluorescence imaging on an Andor electron multiplying charge coupled device (EM-CCD).

 © 2010 The American Physical Society

The speckle light field is produced by a beam passing through a diffusive plate [23,24] and focused on the atoms. The high numerical aperture (a 75 mm diameter aperture at a distance of 150 mm from the atoms) allows us to achieve an approximately Gaussian correlation function with transverse correlation length $\sigma_y = 0.8\ \mu$m (half-width at $1/\sqrt{e}$). The longitudinal correlation length (in the direction of propagation) is deduced to be $\sigma_{\text{long}} \approx 9\ \mu$m [24]. As the speckle beam is at 30° from the horizontal expansion plane, the correlation length σ_x along x is $2\sigma_y = 1.6\ \mu$m. With a power of 66 mW and a Gaussian waist radius of 1.1 mm, at the center of the beam, the standard deviation of the disordered repulsive potential (equal to its average value) is $\bar{V} \approx k_B \times 53(8)$ nK $\approx (2\pi\hbar) \times 1.1(2)$ kHz (where k_B is the Boltzmann constant and $2\pi\hbar$ the Planck constant).

The experiment proceeds as follows. An ultracold atom sample is produced by an all-optical runaway evaporation in a crossed dipole trap at 1565 nm, as described in Ref. [25]. The atom cloud is first transferred in 5 ms in a trap combining simultaneously the initial crossed dipole trap and the vertically confining beam. The crossed trap is then further ramped down in 200 ms in order to reduce the confinement and thus also the temperature to $k_B T \approx k_B \times 200(20)$ nK $\approx (2\pi\hbar) \times 4.2(4)$ kHz, slightly above the condensation threshold. Finally, the speckle field is ramped up in 4 ms, and 1 ms later a thermal cloud of $N = 1.5 \times 10^5$ atoms is released in the horizontal plane by suddenly turning off the crossed dipole trap. After a chosen 2D expansion time, the vertical confinement and the speckle potential are switched off. After 0.1 ms, the atomic column density is measured from the top through fluorescence imaging.

A typical image for an expansion time of 50 ms in the disordered potential is presented in Fig. 2(a). The corresponding integrated density along y (respectively x) is plotted in Fig. 2(b) [respectively 2(c)]. We observe a sharp anisotropic structure elongated along x around the initial position, surrounded by a broader isotropic cloud similar to what is observed in the absence of disorder. The sharp anisotropic structure corresponds to low energy atoms, whose expansion has been slowed down by the disorder, whereas the broad cloud corresponds to atoms which expand almost ballistically at this time scale. For an expansion time of 200 ms [see Figs. 2(b) and 2(c)], the contribution of the ballistic atoms is negligible with respect to the lowest energy atoms. The cloud profiles are then found to be non-Gaussian with long tails in both directions. Similar profiles have been theoretically predicted for energy-dependent diffusive behavior in the expansion of Bose-Einstein condensates [26].

We first study the behavior of the peak column density $n(0, 0, t)$ as a function of time. It should scale as $1/t$ in a diffusive regime, and as $1/t^2$ for a ballistic expansion. Figure 3 shows a log-log plot of the measured peak density as a function of time. For times below 15 ms, the cloud is

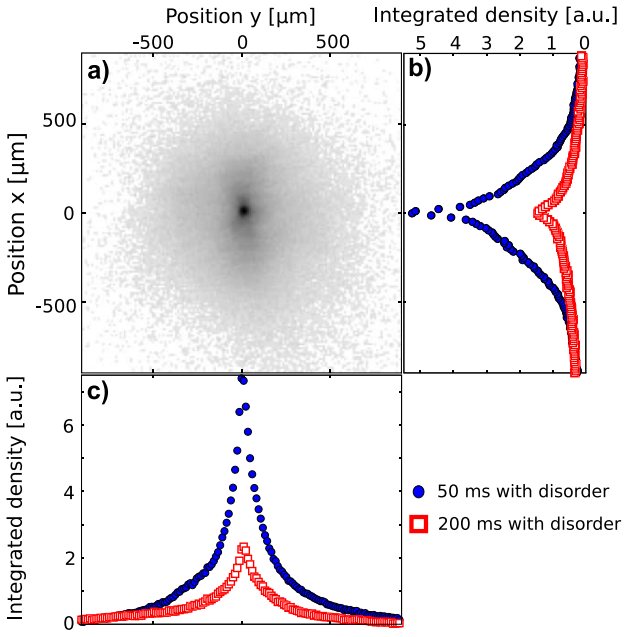


FIG. 2 (color online). Atomic column density after planar expansion of an ultracold gas in an anisotropic speckle potential. (a) Image after 50 ms of expansion. (b),(c) Integrated density along the two major axes. The plain dots (open squares) correspond to 50 ms (200 ms) of expansion.

smaller than the pixel size and therefore our measurement does not reflect $n(0, 0, t)$. Between 15 and 200 ms, we observe a linear behavior with a slope $-2.0^{-0.2}_{+0.3}$ without disorder, whereas with disorder, we find a linear behavior with a slope $-1.0^{-0.1}_{+0.3}$. The uncertainties come from the dispersion of the slopes found for different data sets taken in similar conditions. This measurement is consistent with diffusive expansion of a significant part of the atoms in the horizontal plane. After only 15 ms, the contribution of the

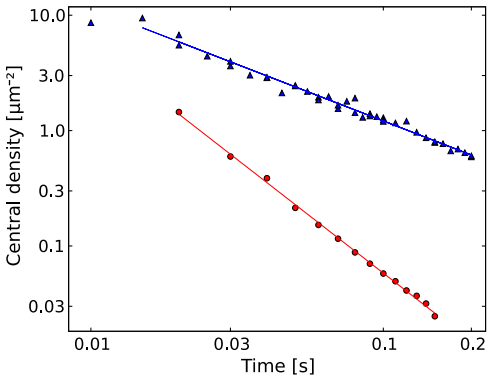


FIG. 3 (color online). Evolution of the peak column density $n(0, 0, t)$ as a function of expansion time. Triangles: with disorder; circles: without disorder. The solid lines are fits with algebraic time dependence between 15 and 200 ms. The fitted slopes of the decay are -0.98 with disorder and -1.97 without disorder.

ballistically expanding atoms to the density at the origin vanishes.

In order to understand our experimental findings in more detail, we have performed numerical simulations. In the experiment, $k_B T \approx 6\hbar\omega$, so that a few vertical harmonic oscillator states are populated. The vertical size of the atomic cloud, $\Delta z \simeq \sqrt{k_B T/m\omega} \approx 1$ μm (where m is the atom mass), is much smaller than σ_{long} and the speckle potential can be considered invariant along its propagation axis. Since it makes an angle $\theta = 30°$ with respect to the expansion plane, it couples the vertical quantum states. To account for these features in the numerics, we consider the 3D dynamics of classical particles in the external potential $V(x, y, z) + m\omega^2 z^2/2$, with $V(x, y, z) = V_{\text{iso}}(x \sin\theta - z\cos\theta, y)$ where $V_{\text{iso}}(u, v)$ is a 2D *isotropic* speckle potential with correlation length σ_y. Using a classical particle model is a reasonable approximation since $k_B T/\hbar\omega \approx 6$ and $k\sigma_y \approx 5$ where $k = \sqrt{mk_B T}/\hbar$. Note also that our experiment is not in the weak scattering limit [27] as $(\bar{V}/k_B T)^2 (k\sigma_y)^2 \approx 1.6$.

A characteristic time scale for the dynamics is the Boltzmann time τ_B, i.e., the time after which the memory of the direction is lost, which depends on the particle energy. For long times ($t \gg \tau_B$), scattering from the angled speckle potential redistributes the kinetic and potential energies in 3D, so that the dynamics in the horizontal plane is expected to depend on the 3D particle energy E. We hence calculate the spatial variances $\langle \xi^2(E, t)\rangle$ as a function of time, where $\xi = x, y$ and brackets indicate averaging over disorder and over initial conditions corresponding to the energy E. The evolution is described by $\langle \xi^2(E, t)\rangle \simeq 2D_\xi(E) t^{\gamma_\xi(E)}$. We identify three regimes characterized by the value of $\gamma_\xi(E)$. For $E/\bar{V} \lesssim 2$, we find a subdiffusive dynamics, i.e., $\gamma_\xi(E) < 1$, for experimentally relevant time scales. In particular, for $E/\bar{V} \lesssim 0.52$, we find strictly bounded trajectories, $\gamma_\xi(E) = 0$. This is consistent with the percolation threshold expected for 2D speckle potentials [28,29]. For $E/\bar{V} \gtrsim 2$, numerical simulations yield a diffusive dynamics, i.e., $\gamma_\xi(E) \simeq 1$. In this regime, the diffusion coefficients $D_\xi(E)$ are strongly anisotropic and grow algebraically with the particle energy [Fig. 4(a)]. From a fit to the numerical calculations for our parameters, we find $D_x(E) = 2.4\sqrt{\bar{V}\sigma_y^2/m}(E/\bar{V})^{2.8}$ and $D_y(E) = 0.65\sqrt{\bar{V}\sigma_y^2/m}(E/\bar{V})^{2.8}$ [30,31]. We have also done simulations of a classical 2D diffusion in the same anisotropic disorder. The various regimes found in the 3D simulations with vertical confinement are also found in 2D simulations at the same values of $E/\bar{V}$. In the diffusive regime, the energy dependence of the diffusion coefficients remains algebraic but with modified constants.

In the experiment, the observed expansion results from the diffusion of atoms with a broad energy distribution, $N(E)$. It can be calculated assuming that, before abrupt release in the horizontal plane, the gas is at thermal equilibrium in the trap plus speckle potential. The corresponding energy distribution $N(E) \propto e^{-E/k_B T} \sum_{n=0}^{E/\hbar\omega} (1 - e^{(n\hbar\omega - E)/\bar{V}})$ is plotted in Fig. 4(b) [32]. It is fully determined from the experimental parameters ω, N, $\bar{V}$, and T. Here, only 6% of the atoms are subdiffusive [$E \leq 2\bar{V}$, shaded regions in Fig. 4(b)]. Incorporating their contribution to the diffusive regime is thus a small error, and for long expansion time, the column density can be approximated by

$$n(x, y, t) \simeq \int_0^\infty dE N(E) \frac{1}{t} \frac{\exp(-\frac{x^2}{4D_x(E)t} - \frac{y^2}{4D_y(E)t})}{4\pi\sqrt{D_x(E)D_y(E)}}. \quad (1)$$

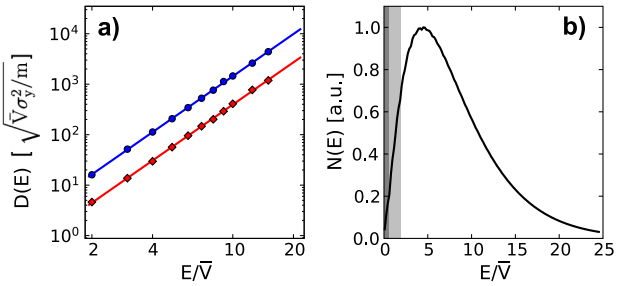


FIG. 4 (color online). (a) Diffusion coefficients along x (blue circles) and y (red diamonds) as a function of energy in log-log scale. Points are numerical results, lines are fits to power laws. (b) Energy distribution for the experimental parameters. The shaded regions correspond to subdiffusive regimes (see text).

We fit Eq. (1) (convolved with our imaging resolution $\sim$15 μm) to the experimental 2D density distribution with $D_x(E) = D_x^0(E/E_R)^\alpha$ and $D_y(E) = D_y^0(E/E_R)^\alpha$, D_x^0, D_y^0, and α as fitting parameters, and the recoil energy $E_R = k_B \times 180$ nK as energy scale. As can be seen on Fig. 5, the 2D fit function reproduces the data both close to the central peak and in the wings. We find $D_x^0 = 3.0(1.5) \times 10^{-7}$ m^2 s^{-1}, $D_y^0 = 8.7(4.3) \times 10^{-8}$ m^2 ms^{-1}, and $\alpha = 3.3(3)$. The uncertainties come from the uncertainties on the measurements of N, $\bar{V}$, and T used in $N(E)$ and from an observed systematic drift of the results as a function of the expansion time [33]. Experimentally, the power-law exponent is found to be $\alpha = 3.3(3)$, to be compared with 2.8 in the simulation. The observed ratio of the two diffusion coefficients is 3.45(15) when it is 3.7 in the simulation. These slight discrepancies can be due to the approximations made in order to derive Eq. (1). At $E = E_R \approx k_B T$, numerically, we find $D_x(E_R) = 1.3(0.6) \times 10^{-7}$ m^2 s^{-1} and $D_y(E_R) = 3.5(1.7) \times 10^{-8}$ m^2 s^{-1}, where the uncertainties come from the uncertainties on $\bar{V}$ and σ_y. The experimental values of the diffusion coefficients are thus in quantitative agreement with the 3D classical simulation.

In conclusion, we have observed and studied 2D diffusive expansion of ultracold atoms in a disordered potential. As a result of the effective anisotropy of the speckle potential, the diffusion is anisotropic. Fitting a diffusive model to our density profiles, we are able to extract the

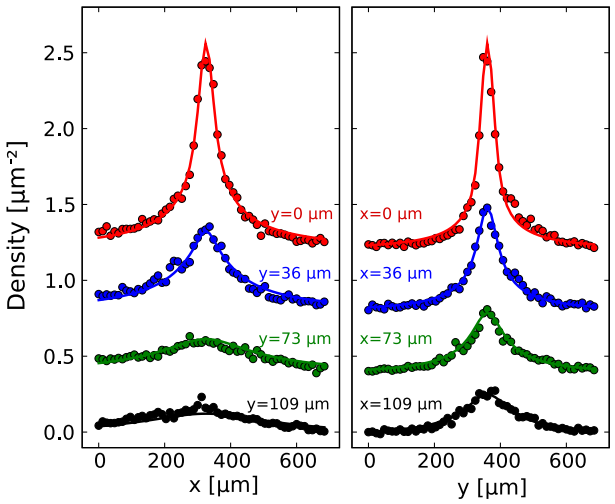


FIG. 5 (color online). 2D density distribution after 200 ms of expansion. Density profiles through cuts along x (respectively y) at different positions along y (respectively x). The upper (red) points are cuts through the central peak, whereas the other curves downward correspond to positions separated by ~ 36 μm. They are artificially offset for clarity. The lines are the result from the 2D fit with Eq. (1) convolved by the imaging resolution (~ 15 μm).

diffusion coefficients and find a strong dependence on the atom energy, in quantitative agreement with a classical simulation for our parameters.

Understanding the diffusion properties as a function of energy (in particular out of the weak scattering regime) is a necessary step towards the study of other disorder-induced effects in two dimensions, starting with anomalous subdiffusion [34] and classical trapping under the percolation threshold [28,29]. By cooling the gas further or by reducing the correlation length of the disorder, we expect quantum corrections to the diffusion and Anderson localization to show up at the sub-mm length scale of the experiment [27]. Moreover, in a 2D degenerate gas, the influence of disorder on the Berezinskii-Kosterlitz-Thouless transition [35] is especially intriguing. Will the vortices be pinned by disorder [36]?

We thank F. Moron and A. Villing for technical assistance, M. Besbes and GMPCS high performance computing facilities of the LUMAT federation for numerical support. This research was supported by CNRS, CNES as part of the ICE project, Direction Générale de l'Armement, ANR-08-blan-0016-01, IXSEA, EuroQuasar program of the EU. LCFIO is member of IFRAF.

*Corresponding author.
thomas.bourdel@institutoptique.fr
†Present address: ETH Zürich, 8093 Zürich, Switzerland.

[1] N. W. Ashcroft and N. D. Mermin, *Solid State Physics* (Saunders, Philadelphia, USA, 1976).
[2] P.-G. de Gennes, *Superconductivity of Metals and Alloys* (Benjamin, New York, 1966).
[3] N. Mott, Rev. Mod. Phys. **40**, 677 (1968).
[4] P. Anderson, Phys. Rev. **109**, 1492 (1958).
[5] D. Vollhardt and P. Wölfle, Phys. Rev. Lett. **45**, 842 (1980).
[6] E. Abrahams, P. W. Anderson, D. C. Licciardello, and T. V. Ramakrishnan, Phys. Rev. Lett. **42**, 673 (1979).
[7] E. Abrahams, S. V. Kravchenko, and M. P. Sarachik, Rev. Mod. Phys. **73**, 251 (2001).
[8] S. V. Kravchenko and M. P. Sarachik, Rep. Prog. Phys. **67**, 1 (2004).
[9] G. Allison *et al.*, Phys. Rev. Lett. **96**, 216407 (2006).
[10] L. A. Tracy *et al.*, Phys. Rev. B **79**, 235307 (2009).
[11] Y. Dubi, Y. Meir, and Y. Avishai, Nature (London) **449**, 876 (2007).
[12] L. Fallani, C. Fort, and M. Inguscio, *Advances in Atomic, Molecular, and Optical Physics* (Academic Press, New York, 2008), Vol. 56, p. 119.
[13] L. Sanchez-Palencia and M. Lewenstein, Nature Phys. **6**, 87 (2010).
[14] J. Billy *et al.*, Nature (London) **453**, 891 (2008).
[15] G. Roati *et al.*, Nature (London) **453**, 895 (2008).
[16] B. Deissler *et al.*, Nature Phys. **6**, 354 (2010).
[17] M. White *et al.*, Phys. Rev. Lett. **102**, 055301 (2009).
[18] M. Pasienski, D. McKay, M. White, and B. DeMarco, arXiv:0908.1182.
[19] G. Grynberg, P. Horak, and C. Mennerat-Robilliard, Europhys. Lett. **49**, 424 (2000).
[20] G. Stern *et al.*, arXiv:1003.4761.
[21] T. P. Meyrath, F. Schreck, J. L. Hanssen, C.-S. Chuu, and M. G. Raizen, Opt. Express **13**, 2843 (2005).
[22] N. L. Smith, W. H. Heathcote, G. Hechenblaikner, E. Nugent, and C. J. Foot, J. Phys. B **38**, 223 (2005).
[23] J. W. Goodman, *Speckle Phenomena in Optics* (Roberts, Greenwood Village, Colorado, 2007).
[24] D. Clément *et al.*, New J. Phys. **8**, 165 (2006).
[25] J.-F. Clément *et al.*, Phys. Rev. A **79**, 061406(R) (2009).
[26] B. Shapiro, Phys. Rev. Lett. **99**, 060602 (2007); L. Beilin, E. Gurevich, and B. Shapiro, Phys. Rev. A **81**, 033612 (2010).
[27] R. C. Kuhn, O. Sigwarth, C. Miniatura, D. Delande, and C. A. Müller, New J. Phys. **9**, 161 (2007).
[28] L. N. Smith and C. J. Lobb, Phys. Rev. B **20**, 3653 (1979).
[29] A. Weinrib, Phys. Rev. B **26**, 1352 (1982).
[30] An algebraic increase of the diffusion coefficients with the energy is also found in the weak scattering limit for isotropic speckle potentials, with $\gamma = 2.5$ [27].
[31] The numerical factors depend on $\hbar\omega/\bar{V}$ and σ_x/σ_y.
[32] The vertical harmonic oscillator is quantized and the zero point energy is taken as the energy of the ground state.
[33] For atoms with energy $k_B T$, we find $\tau_B \sim 50$ ms and these atoms behave almost diffusively after 200 ms. However, some atoms with larger energy remain ballistic over the time scale of the experiment. These atoms could be responsible for the observed drift.
[34] R. Metzler and J. Klafter, Phys. Rep. **339**, 1 (2000).
[35] Z. Hadzibabic, P. Krüger, M. Cheneau, B. Battelier, and J. Dalibard, Nature (London) **441**, 1118 (2006).
[36] S. Tung, V. Schweikhard, and E. A. Cornell, Phys. Rev. Lett. **97**, 240402 (2006).

5.5.2 Coherence properties of a two-dimensional trapped Bose gas around the superfluid transition [10]

PHYSICAL REVIEW A **84**, 061606(R) (2011)

Coherence properties of a two-dimensional trapped Bose gas around the superfluid transition

T. Plisson,[1] B. Allard,[1] M. Holzmann,[2,3] G. Salomon,[1] A. Aspect,[1] P. Bouyer,[1,4] and T. Bourdel[1,*]

[1]*Laboratoire Charles Fabry, Institut d'Optique, CNRS, Université Paris-Sud, 2 Avenue Augustin Fresnel, F-91127 Palaiseau CEDEX, France*

[2]*LPTMC, UMR 7600 of CNRS, Université P. et M. Curie, F-75752 Paris, France*

[3]*Université Grenoble 1, CNRS, LPMMC, UMR 5493, Boîte Postale 166, F-38042 Grenoble, France*

[4]*LP2N, Université Bordeaux 1, IOGS, CNRS, 351 Cours de la Libération, F-33405 Talence, France*

(Received 14 October 2011; published 19 December 2011)

We measure the momentum distribution of a two-dimensional trapped Bose gas and observe the increase of the range of coherence around the Berezinskii-Kosterlitz-Thouless (BKT) transition. We quantitatively compare our observed profiles to both a Hartree-Fock mean-field theory and quantum Monte Carlo simulations. In the normal phase, the momentum distribution is observed to sharpen well before the phase transition. This behavior is partially captured in a mean-field approach, in contrast to the physics of the BKT transition.

DOI: 10.1103/PhysRevA.84.061606 PACS number(s): 67.85.Jk, 05.30.Jp, 05.10.Ln

The characteristics of a Bose gas in the degenerate regime are greatly dependent on the dimensionality of the system. In contrast to its three-dimensional (3D) counterpart, a two-dimensional (2D) interacting Bose gas does not present true long-range order at low temperature [1,2]. Instead, it undergoes a superfluid–to–normal-fluid transition described by the Berezinskii-Kosterlitz-Thouless (BKT) theory [3,4]. This superfluid transition has been observed in ^{4}He films [5], Josephson-coupled superconducting arrays [6], and recently in dilute ultracold atomic gases [7].

In ultracold 2D trapped Bose gases, the appearance of superfluidity was predicted to be preceded by a reduction of density fluctuations [8,9] and by an increase of coherence [10,11]. Experimentally, great efforts have been devoted to the study of the density distribution $n(\mathbf{r})$ of 2D gases, which gives direct access to the phase-space density and to the density fluctuations. It has permitted the study of the scale invariance [12] and universality in 2D Bose gases [13] as well as their thermodynamics [14]. The study of the first-order correlation function g_1 is possible in real space through interferences between two clouds of atoms [7,15], which revealed its expected algebraic decay in the superfluid regime [7]. The Fourier transform of g_1 is also naturally embedded in the momentum distribution [16,17]. For example, the narrow peak in the density distribution after time of flight is frequently used as an indicator of the slow algebraic decay of the coherence in the superfluid regime [15,18,19].

In this paper, we present a detailed analysis of the experimental momentum distribution of a 2D Bose gas closer to a genuine 2D gas than in previous studies [19]. In addition, we fit our profiles using a Hartree-Fock mean-field (HFMF) model already used in density space [20] but extended here for the momentum distribution, and compare our results to quantum Monte Carlo (QMC) simulations [11,20]. As we increase the phase-space density, we observe a progressive narrowing of the momentum distribution and a change of shape from approximately Gaussian to a peaked distribution, which is not an unambiguous signature of the superfluid phase. In particular, at the superfluid phase transition, the momentum distribution is already peaked and its width reduced by a factor $\sim$7 compared to a Boltzmann thermal gas. Whereas this behavior is partially captured in a mean-field approach where the 2D Bose statistics plays a central role, correlation effects beyond the mean field are clearly visible in the full momentum profile.

Experimentally, the 2D Bose gases are prepared as follows. We prepare a 3D cloud of ^{87}Rb atoms cooled by all-optical runaway evaporation in a crossed-dipole trap, as described in [21]. During the evaporation process, we turn on a uniform magnetic gradient to select a single hyperfine state ($|F = 1, m_F = 0\rangle$) [22]. We then transfer the cloud to a 2D trap [23]. For that, we adiabatically ramp on a blue-detuned laser at 767 nm in a TEM_{01}-like mode, providing an intensity node in the horizontal plane of the atoms (see Fig. 1). It induces a strong confinement in the vertical direction, with an oscillation frequency of $\omega_z/2\pi = 1.5$ kHz, corresponding to a dimensionless interaction strength $\tilde{g} = gm/\hbar^2 = \sqrt{8\pi}a_s/a_z = 0.096$, where $a_s = 5.3$ nm is the 3D scattering length, $a_z = \sqrt{\hbar/m\omega_z}$ is the harmonic oscillator length in the vertical direction, $\hbar$ is the reduced Planck constant, and m is the atomic mass.

Horizontally, the 2D trap is made of a laser beam at 1565 nm with a waist $w = 200$ μm and tilted by $\sim 30^\circ$ with respect to the horizontal plane (see Fig. 1). Its oscillation frequencies are $\omega_x/2\pi = 8$ Hz, $\omega_y/2\pi = 15$ Hz. The atom number N is varied from 2×10^4 to 6×10^4 by changing the number of atoms initially loaded. The final temperature remains approximately constant at $T = 64.5 \pm 2.0$ nK. The two-dimensional character of our experiment is given by $k_B T/\hbar\omega_z = 0.90$ where k_B is the Boltzmann constant, which results in having $\sim$70% of the atoms in the ground state of the vertical harmonic oscillator.

We let the atoms thermalize for 500 ms in the final trap before probing the momentum distribution function through time-of-flight (TOF) imaging. In the first milliseconds of expansion, the gas expands predominantly in the vertical direction and the interaction energy is thus quickly released in this direction. As a result, the horizontal momentum distribution (in the xy plane) remains unchanged during the expansion. After an expansion time of $t_{\mathrm{TOF}} = 83.5$ ms, much longer than $1/\omega_x$ and $1/\omega_y$, the horizontal density distribution reflects the initial momentum distribution [24]. Finally, two circularly

*thomas.bourdel@institutoptique.fr

 ©2011 American Physical Society

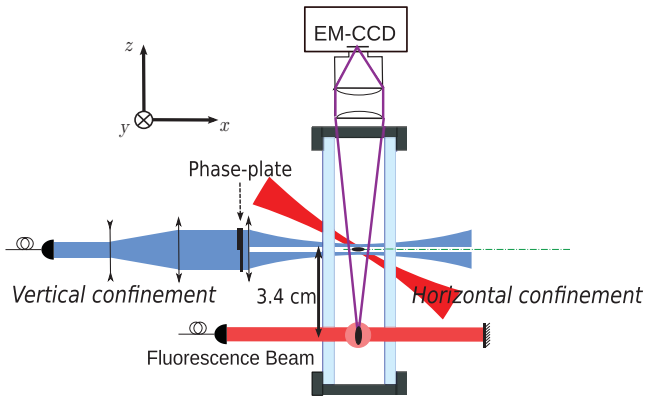


FIG. 1. (Color online) Scheme of the experimental setup. The atom cloud, initially trapped in a harmonic 2D trap with frequencies 8 Hz × 15 Hz × 1.5 kHz, is dropped for 83.5 ms before shining a fluorescence beam situated 3.4 cm below the initial position. The fluorescence signal is recorded from above with an electron-multiplying CCD camera.

polarized saturating retroreflected laser beams, resonant with the $|5S_{1/2}, F = 2\rangle \rightarrow |5P_{3/2}, F' = 3\rangle$ transition and with the $|5S_{1/2}, F = 1\rangle \rightarrow |5P_{3/2}, F' = 2\rangle$ transition allow the atoms to fluoresce for 100 μs. The fluorescence signal is recorded on an electron-multiplying CCD camera placed along the vertical axis, thus imaging the horizontal profile.

To analyze the experimental data, we perform an azimuthal averaging of the single pictures, as described in [12], in order to extract radial profiles corresponding to the momentum distributions $n(|\mathbf{k}|)$, where $\mathbf{k}$ is the atom wave vector. Experimentally, we weight every point of the profile by its experimental standard deviation (coming from the photon shot noise, the camera dark noise, and the number of averaging points). Such profiles are presented in Fig. 2. For a low atom number [see Fig. 2(e)], the distribution is approximately Gaussian and relatively broad. For a higher atom number [Figs. 2(c) and 2(d)], the curve progressively peaks and deviates from a Gaussian. At high atom number [Figs. 2(a) and 2(b)], a sharp feature develops at very low momentum and grows with increasing atom number. Its width tends to a constant and agrees with our resolution in momentum space (half-width of $\sim$0.3 μm^{-1}) coming essentially from our imaging resolution and from the initial size of the cloud. Since the peak at low momentum develops on top of a distribution that is not a Gaussian, it is hard to precisely pinpoint when it first appears.

In order to attribute a temperature to each profile, we have to rely on a model. More precisely, we fit the Hartree-Fock mean-field model to the wings of the momentum distribution data. This model has already been used for *in situ* density profiles [11,12,20] but needs to be extended to get the momentum distribution. We proceed as follows. The density distribution in HFMF theory, in the local density approximation, reads

$$n(\mathbf{r}) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_0^\infty \frac{2\pi k\, dk}{e^{\beta[\hbar^2 k^2/2m + 2gn(\mathbf{r}) - \mu(\mathbf{r})]} - 1}, \qquad (1)$$

where $\beta = 1/k_B T$, and $\mu(\mathbf{r}) = \mu_0 - m\omega_x^2 x^2/2 - m\omega_y^2 y^2/2$ is the local chemical potential with μ_0 the chemical potential at the trap center. After integration, this leads to the following equation relating $\mu(\mathbf{r})$ and $n(\mathbf{r})$ [25]:

$$\beta\mu(\mathbf{r}) = 2\beta g n(\mathbf{r}) + \ln\left(1 - e^{-\lambda_{dB}^2 n(\mathbf{r})}\right), \qquad (2)$$

where $\lambda_{dB} = \sqrt{2\pi\hbar^2/mk_B T}$ is the thermal de Broglie wavelength. Writing the momentum distribution

$$n(\mathbf{k}) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int \frac{dx\, dy}{e^{\beta[\hbar^2 k^2/2m + 2gn(\mathbf{r}) - \mu(\mathbf{r})]} - 1} \qquad (3)$$

and making the change of variables from (x, y) to μ, we obtain $n(\mathbf{k})$ after integration. By taking into account the thermally populated vertical levels but neglecting the interaction in these

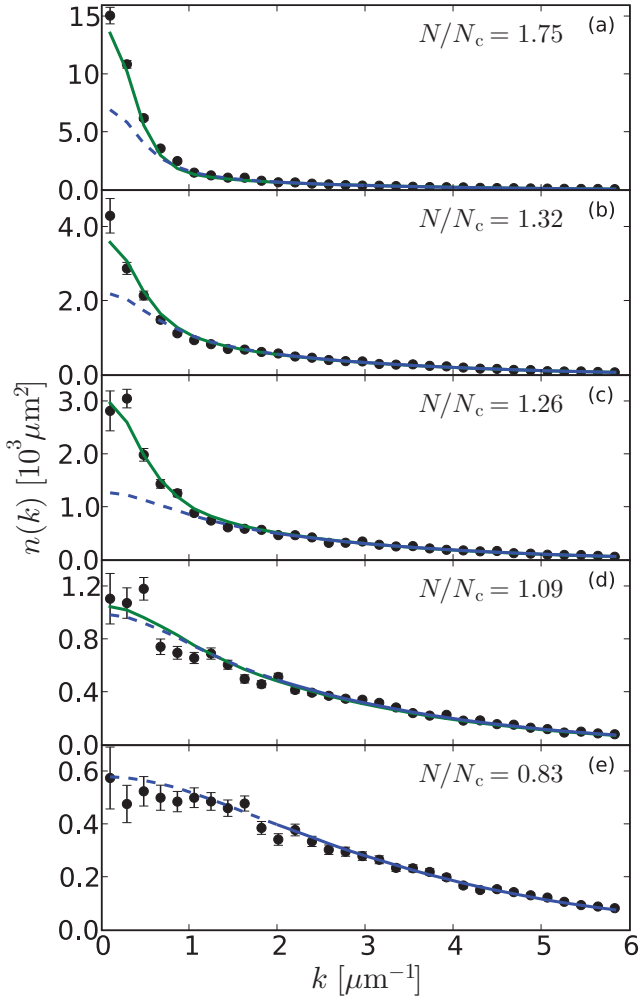


FIG. 2. (Color online) Radial profiles of the momentum distribution for five different atom numbers at constant temperature $T = 64.5 \pm 2.0$ nK. The atom number N is given in units of the critical number for the ideal gas Bose-Einstein condensation $N_c \approx 3 \times 10^4$ and the superfluid phase transition is expected for $N/N_c \approx 1.26$ (see text). In each plot, we present the experimental data (black dots), the mean-field profiles (blue dashed line) resulting from the fit in the wings (i.e., for $k > 2$ μm^{-1}), and the corresponding quantum Monte Carlo profiles (green continuous line) with the same temperature and the measured atom number.

levels, which is justified since the densities in the excited levels are small, we finally calculate the function

$$n(\mathbf{k}) = \frac{1}{2\pi m\omega^2}\int_{-\infty}^{\mu_0}\frac{d\mu}{e^{\beta[\hbar^2k^2/2m+2gn(\mu)-\mu]}-1} + \sum_{\nu>0}\frac{-1}{2\pi\beta m\omega^2}\ln\left(1-e^{-\beta(\hbar^2k^2/2m+\nu\hbar\omega_z-\mu_0)}\right), \quad (4)$$

where $n(\mu)$ is determined numerically by solving Eq. (2), and where $\omega^2 = \omega_x\omega_y$. For given values of μ_0 and T, we can calculate $n(|\mathbf{k}|)$ and then use this function to fit to the experimental data.

More precisely, we fit the wings of the data where we expect beyond-mean-field effects to play little role and we can extract the temperature and chemical potential. This requires an accurate calibration of the atom detection efficiency, which is a rather difficult task. We have performed QMC simulations based on a numerically exact path-integral algorithm [20,26,27] to calculate the momentum profiles, so that we can adjust the calibration of the atom detector. Within the experimental error bars, it agrees with an independent calibration using the 3D condensation threshold. Moreover, by fitting a mean-field model to the wings of QMC simulations, we find the accurate temperature and thus validate our fitting method.

In Fig. 2, we plot with each profile the fitted mean-field distribution (blue dashed line). We observe that the mean-field fit reproduces well the experimental data at low atom number, while it fails to account for the central part of the profiles when the number of atoms increases. However, the QMC simulations for the fitted temperatures and the experimental atom numbers (green continuous lines in Fig. 2) are in agreement with the experiment in all regimes. For both the calculated mean-field and QMC profiles, we take into account the finite resolution of our imaging system.

In order to quantify the degeneracy of the gas, we calculate N/N_c, where

$$N_c = \sum_{\nu}(\beta\hbar\omega)^{-2}g_2(e^{-\nu\beta\hbar\omega_z}) \quad (5)$$

is the critical atom number for a noninteracting Bose gas for our trap parameters, and $g_2(x) = \sum_{n=1}^{\infty}x^n/n^2$. From classical field calculations [8,9,28], the BKT transition is expected at a central density of the lowest vertical level $\ln(380.3/\tilde{g})/\lambda_{\mathrm{dB}}^2$ with small quantum corrections of order $\tilde{g}/\lambda_{\mathrm{dB}}^2$ [11,20]. Integration of the dominating classical field corrections to the mean field [11] yields $(N/N_c)_{\mathrm{BKT}} \approx 1.26$ as the critical value of the particle number. Close to this value, the experimental profiles are already peaked at low momentum [Fig. 2(c)].

In order to analyze our experimental findings further, we now consider two quantities: the half width at half maximum (HWHM) and the fraction of atoms in the central pixel N_0/N. The advantage of these two quantities is that they are model independent and quantify the degree of coherence of the gas. The HWHM gives a measure of the inverse of the coherence length, whereas the fraction of atoms in the central pixel is related to the fraction of atoms which are coherent on a length scale larger than $\sim 5\ \mu$m. In Fig. 3, we plot these two quantities as functions of N/N_c. The HWHM is normalized to the HWHM of a Gaussian distribution:

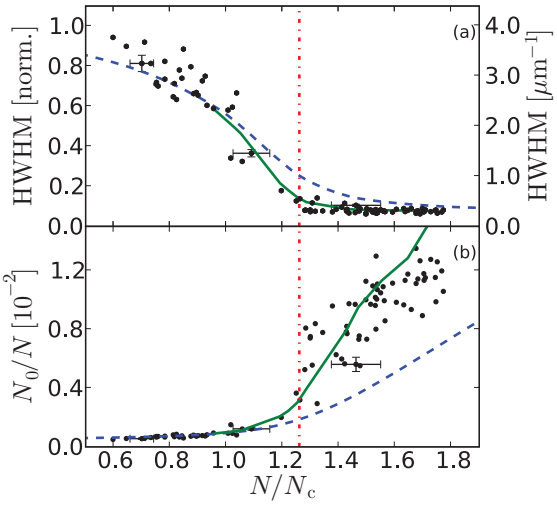


FIG. 3. (Color online) (a) Half width at half maximum of the profiles, normalized to the HWHM of a Gaussian profile for the same temperature, plotted versus the number of atoms normalized to N_c. (b) Fraction of atoms in the central pixel of the image, N_0/N. Blue dashed line, mean-field prediction for $T = 64.5$ nK. Green continuous line, Monte Carlo data for $T = 64.5 \pm 0.3$ nK. Red vertical dot-dashed line, superfluid transition.

$2\sqrt{\pi\ln(2)}/\lambda_{\mathrm{dB}} = 4.0\,\mu\mathrm{m}^{-1}$. Already for $N/N_c \approx 0.5$, the normalized width of the momentum distribution starts to decrease from 1. In other words, the distribution is not a Gaussian any more and tends to peak at low momentum. At the superfluid transition point ($N/N_c \approx 1.26$), the HWHM has already decreased by a factor of $\sim$7. After the transition, the HWHM saturates to a value corresponding to the imaging resolution.

The change of shape in the momentum distribution is also reflected in the fraction of atoms in the central pixel [Fig. 3(b)]. This value increases rapidly with the number of atoms. For low atom number, it corresponds to the decrease of the width. For high atom number, while the HWHM saturates, the fraction of atoms in the central pixel keeps growing, reflecting the increasing coherence of the gas with atom number. In our experiment, we finely tune the degeneracy of the cloud and thus resolve the increase of coherence close to the BKT phase transition [19], which does not appear as a sharp feature. This is in contrast to what is predicted for the superfluid fraction [10,25].

In addition to the experimental points, we also plot Monte Carlo simulations and mean-field calculations for our experimental conditions. The Monte Carlo simulations show a good agreement with our experimental findings. The mean-field results coincide with the Monte Carlo simulations at low atom number up to about $N/N_c \approx 1$. For high degeneracy parameters $N/N_c > 1$, the mean-field model underestimates the height of the coherence peak, showing that beyond-mean-field effects become important. It is remarkable that the mean-field approximation captures the initial increase of the coherence length. This effect is thus not directly linked to the physics of the BKT phase transition for which the theory is inherently beyond mean field. In fact, even in a 2D noninteracting trapped Bose gas, for which calculations are

exact, there is also an increase of the coherence length before the Bose-Einstein phase transition.

The presence of a low-momentum coherence peak cannot be considered as an unambiguous signature of the BKT phase transition. An accurate signature, however, is the slow algebraic decay of the first-order coherence function (as $1/r^{\alpha}$ with $\alpha < 0.25$) [7]. This decay can in principle be observed in the momentum distribution, and indeed our QMC calculations show a change of slope (to negative) in the function $k^{2-\alpha}n(k)$ at low momentum, $k < \lambda_{\mathrm{dB}}^{-1}$ for $N \gtrsim 1.3N_c$, together with the onset of superfluidity. Unfortunately, our experimental resolution is not sufficient for direct observation of this feature.

In conclusion, we have studied the momentum distribution of a trapped interacting 2D Bose gas. In particular, we show that the momentum distribution narrows progressively and well before the BKT phase transition and therefore that a peak in the momentum distribution is not an evidence of the BKT transition. We also performed a quantitative comparison of the experimental momentum distribution profiles with mean-field and Monte Carlo calculations, strengthening our interpretation. Our detailed characterization of the 2D trapped-Bose-gas momentum distribution will be a useful tool for further studies of the remarkable properties of 2D gases of ultracold atoms.

We thank M. Robert-de-Saint-Vincent for early contributions to the experiment, F. Moron and A. Villing for technical assistance, and J. Dalibard, T. Giamarchi, and W. Krauth for discussions. This research was supported by CNRS, Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche, Direction Générale de l'Armement, Grant No. ANR-08-blan-0016-01, IXBLUE, RTRA "Triangle de la physique," the EuroQuasar program of the ESF and EU, and iSense. LCFIO is a member of IFRAF.

[1] N. D. Mermin and H. Wagner, Phys. Rev. Lett. **17**, 1133 (1966).
[2] P. Hohenberg, Phys. Rev. **158**, 383 (1967).
[3] V. Berezinskii, Sov. Phys. JETP **34**, 610 (1972).
[4] J. M. Kosterlitz and D. J. Thouless, J. Phys. C **6**, 1181 (1973); J. M. Kosterlitz, *ibid.* **7**, 1046 (1974).
[5] D. J. Bishop and J. D. Reppy, Phys. Rev. Lett. **40**, 1727 (1978).
[6] D. J. Resnick, J. C. Garland, J. T. Boyd, S. Shoemaker, and R. S. Newrock, Phys. Rev. Lett. **47**, 1542 (1981).
[7] Z. Hadzibabic, P. Krüger, M. Cheneau, B. Battelier, and J. Dalibard, Nature (London) **441**, 1118 (2006).
[8] N. Prokof'ev, O. Ruebenacker, and B. Svistunov, Phys. Rev. Lett. **87**, 270402 (2001).
[9] N. Prokof'ev and B. Svistunov, Phys. Rev. A **66**, 043608 (2002).
[10] R. N. Bisset, M. J. Davis, T. P. Simula, and P. B. Blakie, Phys. Rev. A **79**, 033626 (2009).
[11] M. Holzmann, M. Chevallier, and W. Krauth, Phys. Rev. A **81**, 043622 (2010).
[12] S. P. Rath, T. Yefsah, K. J. Günter, M. Cheneau, R. Desbuquois, M. Holzmann, W. Krauth, and J. Dalibard, Phys. Rev. A **82**, 013609 (2010).
[13] C.-L. Hung, X. Zhang, N. Gemelke, and C. Chin, Nature (London) **470**, 236 (2011).
[14] T. Yefsah, R. Desbuquois, L. Chomaz, K. J. Günter, and J. Dalibard, Phys. Rev. Lett. **107**, 130401 (2011).
[15] P. Cladé, C. Ryu, A. Ramanathan, K. Helmerson, and W. D. Phillips, Phys. Rev. Lett. **102**, 170401 (2009).
[16] F. Gerbier, J. H. Thywissen, S. Richard, M. Hugbart, P. Bouyer, and A. Aspect, Phys. Rev. A **67**, 051602 (2003).
[17] S. Richard, F. Gerbier, J. H. Thywissen, M. Hugbart, P. Bouyer, and A. Aspect, Phys. Rev. Lett. **91**, 010405 (2003).
[18] P. Krüger, Z. Hadzibabic, and J. Dalibard, Phys. Rev. Lett. **99**, 040402 (2007).
[19] S. Tung, G. Lamporesi, D. Lobser, L. Xia, and E. A. Cornell, Phys. Rev. Lett. **105**, 230408 (2010).
[20] M. Holzmann and W. Krauth, Phys. Rev. Lett. **100**, 190402 (2008).
[21] J.-F. Clément, J.-P. Brantut, M. Robert-de-Saint-Vincent, R. A. Nyman, A. Aspect, T. Bourdel, and P. Bouyer, Phys. Rev. A **79**, 061406(R) (2009).
[22] A. Couvert, M. Jeppesen, T. Kawalec, G. Reinaudi, R. Mathevet, and D. Guéry-Odelin, Europhys. Lett. **83**, 50001 (2008).
[23] M. Robert-de-Saint-Vincent, J.-P. Brantut, B. Allard, T. Plisson, L. Pezzé, L. Sanchez-Palencia, A. Aspect, T. Bourdel, and P. Bouyer, Phys. Rev. Lett. **104**, 220602 (2010).
[24] For the detailed analysis of the profiles, we slightly correct t_{TOF} to the value $[(t_{\mathrm{TOF}}^2 + 1/\omega_x^2)(t_{\mathrm{TOF}}^2 + 1/\omega_y^2)]^{1/4} = 85\,\mathrm{ms}$, to take into account the effect of the initial size. We checked on the mean-field model that this expression corrects the finiteness of t_{TOF} at leading order.
[25] Z. Hadzibabic and J. Dalibard, Riv. Nuovo Cimento **34**, 389 (2011).
[26] W. Krauth, Phys. Rev. Lett. **77**, 3695 (1996).
[27] M. Holzmann, W. Krauth, and M. Naraschewski, Phys. Rev. A **59**, 2956 (1999).
[28] M. Holzmann, G. Baym, J.-P. Blaizot, and F. Laloë, Proc. Natl. Acad. Sci. USA **104**, 1476 (2007).

5.5.3 Effect of disorder close to the superfluid transition in a two-dimensional Bose gas [11]

PHYSICAL REVIEW A **85**, 033602 (2012)

Effect of disorder close to the superfluid transition in a two-dimensional Bose gas

B. Allard,[1] T. Plisson,[1] M. Holzmann,[2,3] G. Salomon,[1] A. Aspect,[1] P. Bouyer,[1,4] and T. Bourdel[1,*]

[1]*Laboratoire Charles Fabry, Institut d'Optique, CNRS, Univ Paris-Sud, 2, Avenue Augustin Fresnel, 91127 Palaiseau Cedex, France*

[2]*LPTMC, UMR 7600 of CNRS, Université P. et M. Curie, 75752 Paris, France*

[3]*Université Grenoble 1/CNRS, LPMMC, UMR 5493, B.P. 166, 38042 Grenoble, France*

[4]*LP2N, Univ Bordeaux 1, IOGS, CNRS, 351 cours de la Libération, 33405 Talence, France*

(Received 5 December 2011; published 2 March 2012)

We experimentally study the effect of disorder on trapped quasi-two-dimensional (2D) ^{87}Rb clouds in the vicinity of the Berezinskii-Kosterlitz-Thouless (BKT) phase transition. The disorder correlation length is of the order of the Bose gas characteristic length scales (thermal de Broglie wavelength, healing length) and disorder thus modifies the physics at a microscopic level. We analyze the coherence properties of the cloud through measurements of the momentum distributions for two disorder strengths as a function of its degeneracy. For moderate disorder, the emergence of coherence remains steep but is shifted to a lower entropy. In contrast, for strong disorder, the growth of coherence is hindered. Our study is an experimental realization of the dirty boson problem in a well controlled atomic system suitable for quantitative analysis.

DOI: 10.1103/PhysRevA.85.033602 PACS number(s): 67.85.Jk, 05.10.Ln, 05.60.Gg, 74.62.En

I. INTRODUCTION

Together with band structure and interactions, disorder is a key ingredient for the understanding of transport in condensed matter physics [1]. At low temperature it affects the conductivity of a metal and it even induces phase transitions to insulating states [2]. A striking example is Anderson localization [3], which has recently been observed in three-dimensional (3D) ultracold gases [4].

Disorder is especially relevant in 2D systems, such as Si-MOSFET (metal-oxide-semiconductor field-effect transistor) [5], or thin metal films [6], in which quantum phase transitions to insulating phases have been observed. Moreover, in high-T_c superconductors, doping intrinsically introduces inhomogeneities in the CuO planes [7]. Understanding the complex interplay between disorder and interactions in these systems remains a major challenge.

Whereas the above mentioned electronic systems are fermionic, superconductivity originates from the bosonic nature of Cooper pairs. As long as disorder does not break the Cooper pairs, the problem is reduced to a study of dirty bosons [8,9]. It has mainly been studied numerically in the framework of the disordered 2D Bose-Hubbard model. Disorder can both favor or disfavor superfluidity [10], and the occurrence of a Bose glass, an insulating, gapless, compressible phase has been predicted [8].

In the context of ultracold atoms, the properties of disordered *trapped* Bose gases have been studied both in one-dimension (1D) [11–13] and 3D [14]. In 2D Bose gases in the absence of disorder, the Berezinskii-Kosterlitz-Thouless (BKT) superfluid phase transition [15] has been experimentally studied through the modification of the gas coherence properties associated with the pairing of thermal vortices [16,17]. In a continuous system, the effect of disorder on the BKT superfluid transition is expected to depend on the correlation length of the disorder σ, which has to be compared to the characteristic length scales of the cloud such as the thermal de Broglie wavelength λ_{dB} and the healing length ξ, that is, the vortex core size [18]. For slowly varying disorder ($\sigma \gg \xi, \lambda_{\mathrm{dB}}$), the physics can be locally described by the homogeneous BKT transition, and disorder causes a percolation transition of superfluid islands. In contrast, for a microscopically correlated disorder ($\sigma \lesssim \xi, \lambda_{\mathrm{dB}}$), tunneling is possible and the very nature of the phase transition is affected.

A recent Monte Carlo study of the homogeneous 3D Bose gas in the presence of speckle disorder [18] has shown that, depending on its correlation length σ, the disorder can either reduce the critical temperature (due to quantum localization) or increase it because of the reduction of the available volume (see Fig. 14 in [18]). However there have been so far no theoretical prediction for the effect of disorder on the BKT superfluid transition in a continuous 2D system. As in 3D, Anderson localization [3] and percolation phenomena are likely to affect the superfluid transition, but reducing dimensionality should enhance their effects [18,19]. In addition, new phenomena affecting specifically the BKT transition such as enhanced phase fluctuations or vortex pinning [20] may play an important role.

In this paper we present an experimental study of the effect of microscopically correlated disorder on the coherence properties of a 2D ultracold atomic gas near the BKT superfluid transition. As in [21], the coherence properties are probed by the study of the momentum distribution, which is the Fourier transform of the first order correlation function g_1 [22]. We observe that an adiabatic ramping up of the disorder results in a suppression of the low momentum peak, that is, a decrease of coherence. In particular, for a moderate disorder strength of 0.4 times the temperature, we measure a small shift of the emergence of coherence toward low entropy. For stronger disorder strength of the order of the temperature, the growth of coherence is significantly hindered both as a function of entropy and temperature.

II. EXPERIMENTAL SETUP

Our experiment starts with a quantum degenerate 2D Bose gas in a trap obtained from a combination of a blue detuned

*thomas.bourdel@institutoptique.fr

 ©2012 American Physical Society

TEM_{01} beam, which confines the gas in a horizontal plane, and a red detuned Gaussian beam for the in-plane confinement [21]. The trap oscillation frequencies are $\omega_x/2\pi = 8$ Hz, $\omega_y/2\pi = 15$ Hz, $\omega_z/2\pi = 1.5$ kHz. The atom number N is varied between 2×10^4 and 6×10^4 in order to change the degeneracy of the gas across the BKT transition. The temperature, measured from a fit to the wings of the momentum distribution using a Hartree-Fock mean-field model [21], remains constant at 64.5 ± 2.0 nK. At this temperature ~70% of the atoms are in the ground state of the vertical harmonic oscillator. The dimensionless 2D interaction strength is $\tilde{g} = \sqrt{8\pi}a_s/a_z = 0.096$, where $a_s = 5.3$ nm is the 3D scattering length, $a_z = \sqrt{\hbar/m\omega_z} \approx 0.28\ \mu$m is the vertical harmonic oscillator characteristic length, m is the atom mass, and $\hbar$ is the reduced Planck constant.

The disorder potential is a speckle pattern produced by a 532 nm laser beam, which passes through a diffusive plate and is focused on the atoms. The repulsive disorder potential is characterized by its mean value $\overline{V}$ (equal to its standard deviation) and its correlation lengths, inversely proportional to the numerical aperture of the optical system [23]. Given the intensity of the beam and its transverse waist radius of 1 mm, the maximum value of $\overline{V}$ felt by the atoms is $\overline{V}_{\max} = k_B \times 60(10)$ nK. As the beam is tilted by 30°, the in-plane disorder is effectively anisotropic [24]. The correlation lengths of the disorder are such that $\sigma_x/2 = \sigma_y = 0.5\ \mu$m (half-width at $1/\sqrt{e}$). These correlation lengths are of the order of both the thermal de Broglie wavelength $\lambda_{dB} = \sqrt{2\pi\hbar^2/mk_BT} \approx 0.73\ \mu$m and the healing length (at the BKT transition) $\xi = \lambda_{dB}/\sqrt{D_c\tilde{g}} \approx 0.82\ \mu$m, where $D_c \approx \ln(380.3/\tilde{g}) \approx 8.3$ is the BKT critical phase space density [25]. However, σ_x and σ_y are small compared to the Thomas-Fermi radii of the cloud at the BKT transition $l_x = \frac{\hbar\sqrt{2\tilde{g}D_c}}{m\omega_x\lambda_{dB}} = 25\ \mu$m, $l_y = (\omega_x/\omega_y)l_x = 13\ \mu$m, a necessary condition for self-averaging measurements. In our experiment we use a single realization of the speckle pattern.

In the experimental sequence the disorder potential is slowly ramped up in 250 ms after the preparation of the 2D gas. After a holding time of 250 ms, all trapping potentials including the disorder are switched off and the atom cloud expands in 3D during a free fall of 83.5 ms. The column density of the gas along z is then measured by fluorescence imaging from the top. As explained in Ref. [21], it reflects the in-trap momentum distribution in the x, y plane. Since, the momentum distributions appear to be cylindrically symmetric, we perform an azimuthal averaging [26] to obtain the momentum profiles $n(k)$ as a function of the wave number k.

III. RESULTS

We study the effect of disorder on the momentum distribution for different initial conditions, both above and below the BKT transition. A narrow momentum distribution is the signature of a large coherence length in the sample. We quantify the degeneracy of the nondisordered gas with the ratio N/N_c, where N_c is the critical atom number of an ideal 3D Bose gas in our anisotropic trap. From our previous study of the 2D Bose gas in the absence of disorder [21], we know that the BKT phase transition happens at $N/N_c \approx 1.26$ for our

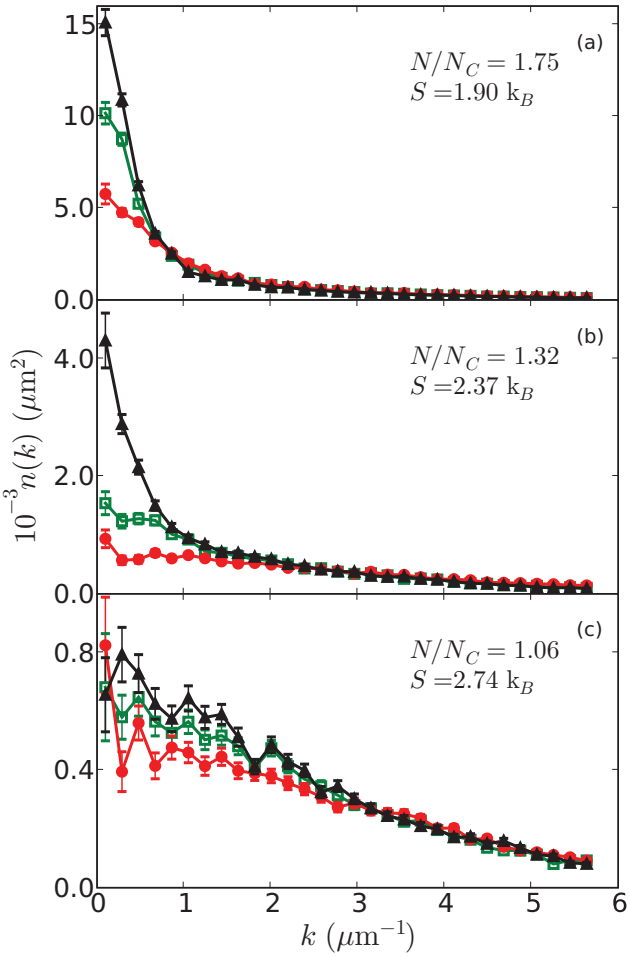


FIG. 1. (Color online) Azimuthally averaged momentum distribution profiles for (a) $N = 5.6 \times 10^4$, (b) $N = 3.8 \times 10^4$, and (c) $N = 2.9 \times 10^4$. In each case we show the influence of the disorder: no disorder $\overline{V} = 0$ (black triangles), $0.4\,\overline{V}_{\max}$ (green open squares), and $\overline{V}_{\max}$ (red circles).

parameters. In Fig. 1 we compare the momentum distribution without disorder to the results obtained after ramping up the disorder potential to $\overline{V} = 0.4\,\overline{V}_{\max}$ and $\overline{V} = \overline{V}_{\max}$. For $N/N_c = 1.06$ [Fig. 1(c)] and in the absence of disorder, the gas is in the normal phase. In this case, the addition of the disorder has little effect, reducing slightly the low momentum population ($k < 2\ \mu m^{-1}$). For $N/N_c = 1.32$ [Fig. 1(b)] the gas has just entered the superfluid phase in the absence of disorder and a low momentum peak is clearly present. In this case the disorder has a strong effect. The population at very low momentum ($k < 0.5\ \mu m^{-1}$) is strongly suppressed and the low momentum peak almost disappears. The profiles with disorder are then qualitatively similar to the one in the normal phase [Fig. 1(c)]. For $N/N_c = 1.75$ [Fig. 1(a)] and in the absence of disorder, the gas is deep in the superfluid phase with a large low momentum peak. In this case the addition of the disorder leads to a reduction of the height of the peak but not to its disappearance. In all our data, adding disorder always results in a reduction of the coherence of the Bose gas.

It should be noted that slowly applying the disorder preserves the entropy. When the disorder potential is ramped

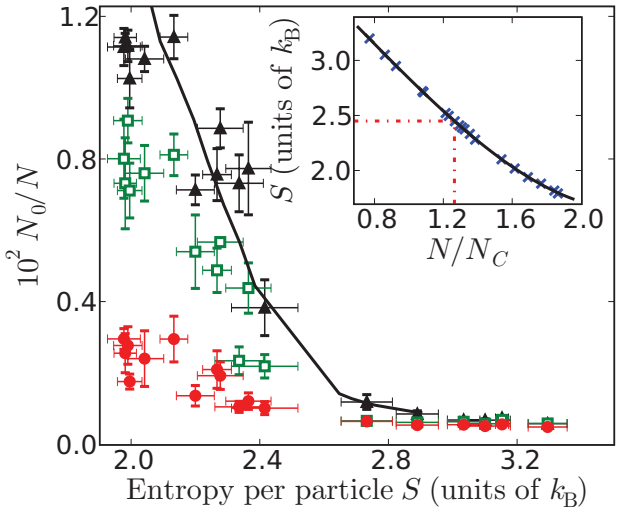


FIG. 2. (Color online) Fraction of atoms N_0/N in the central pixel of the momentum distribution as a function of the average entropy per particle S: nondisordered case $\overline{V} = 0$ (black triangles), $\overline{V} = 0.4\,\overline{V}_{\max}$ (green open squares), and $\overline{V} = \overline{V}_{\max}$ (red circles). Each point results from the averaging of five experimental profiles and the error bars are statistical. The line corresponds to a Monte Carlo simulation in the absence of disorder [21]. Inset: entropy per particle measured by quantum Monte Carlo simulations at 64.5 nK (blue cross) and fitted by a third order polynomial (black line). The dashed lines indicate the BKT transition.

up to a mean value $\overline{V}_{\max}$ in 250 ms and then down in 250 ms, we find no heating and no atom loss compared to the nondisordered situation, within our experimental precision (± 1 nK). This uncertainty comes from both the shot-to-shot fluctuation of the experiment and the accuracy of the fitting procedure. We thus observe that adding the disorder is a reversible process. In the following we assume that consecutive pictures with and without disorder correspond to the same entropy (Fig. 1). Presenting our data as a function of entropy is then a natural choice.

Even in the absence of disorder, we however do not have experimental access to the entropy. To find the correspondence between the ratio N/N_c, extracted from our measurements and entropy, we rely on quantum Monte Carlo simulations of the nondisordered *in situ* distribution [27], from which the entropy can be determined because of the scale invariance of the 2D Bose gas [28]. The calibration of the average entropy per particle S as a function of N/N_c for our experimental conditions is shown in the inset of Fig. 2.

IV. ANALYSIS AND DISCUSSION

In order to analyze our result in a simple way, we would like to characterize the degree of coherence of the gas with a single number and not with the full momentum distribution. A natural quantity to consider is the coherence length, that is, the inverse of the width of the momentum distribution. However, in our case, the width of the momentum distribution saturates because of the limited resolution of our imaging system for highly coherent clouds [21]. As an alternative we choose to focus our analysis on the fraction of atoms N_0/N in the central pixel of the momentum distribution ($k < 0.2\,\mu\text{m}^{-1}$). It is also a well-defined model-independent quantity and it is related to the fraction of atoms that are coherent on a length scale larger than $\sim 5\ \mu$m [29]. We plot N_0/N as a function of the entropy per particle S (Fig. 2) and find that, at fixed entropy, the coherence of the gas is reduced in the presence of disorder. For $\overline{V} = 0.4\,\overline{V}_{\max}$, the emergence of coherence is slightly shifted to a lower entropy per particle by $0.2(1)\,k_B$, compared to the nondisordered case. For $\overline{V} = \overline{V}_{\max}$, we never reach a sufficiently low entropy to observe a large increase of coherence.

Since the phase diagram of disordered systems is typically presented as a function of disorder and temperature [30], we now complement our analysis of the coherence as a function of these quantities. This means that we have to determine the temperature from the experimental disordered profiles. In the absence of an exact theoretical model for 2D disordered gases, we use our nondisordered Hartree-Fock mean-field model [21], which we expect to be valid at large momenta. Experimentally we fit to the wings of the distribution between a variable cut-off momentum k_c and 12 μm^{-1}. We find that for $2.75 \leqslant k_c \leqslant 3.75\ \mu\text{m}^{-1}$ our signal to noise ratio is sufficient and the fitted temperature varies typically less than 1 nK, indicating that our model is reasonably accurate in this range. We use $k_c = 3.5\ \mu\text{m}^{-1}$ in the following analysis. For $\overline{V} = \overline{V}_{\max}$ the temperature is found to increase on average by 5.5 nK compared to the nondisordered case ($T = 64.5$ nK).

Figure 3 presents N_0/N as a function of the temperature normalized to T_c, the critical temperature for an ideal 3D Bose gas in our anisotropic trap and the measured atom number. The results without disorder and with a disorder of amplitude $0.4\,\overline{V}_{\max}$ are similar and no clear shift is visible. Within our accuracy we can conclude that for this amount of disorder

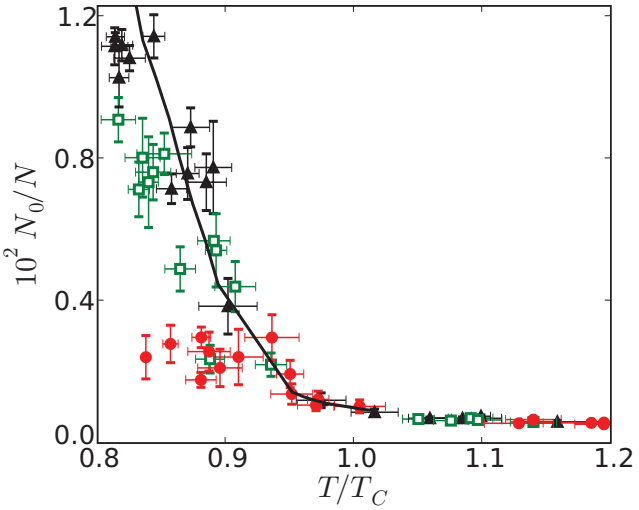


FIG. 3. (Color online) Fraction of atoms N_0/N in the central pixel of the momentum distribution as a function of the normalized estimated temperature for disorder strengths, $\overline{V} = 0$ (black triangles), $\overline{V} = 0.4\,\overline{V}_{\max}$ (green open squares), and $\overline{V} = \overline{V}_{\max}$ (red circles). T_c is the critical temperature of an ideal 3D Bose gas in our anisotropic trap. Each point results from the averaging of five experimental profiles and the error bars are statistical. The line corresponds to a Monte Carlo simulation in the absence of disorder [21].

the coherence properties are weakly affected. Note that the classical percolation threshold $\sim 0.52\bar{V} \approx 13$ nK [31] is larger than the mean-field chemical potential at the phase transition in the absence of disorder $\mu_c = \tilde{g}\hbar^2 D_c/m{\lambda_{\rm dB}}^2 \approx k_{\rm B} \times 8$ nK. The observation of a weak effect of disorder is a signature that classical percolation is not relevant in the regime of a microscopically correlated disorder ($\sigma \sim \xi, \lambda_{\rm dB}$).

For $\overline{V} = \overline{V}_{\rm max}$, the coherence increases much slower when T/T_c decreases. The coherence properties of the gas are greatly modified. This finding contrasts with the 3D quantum Monte Carlo calculation, which predicts a significant effect of the disorder only at larger disorder strength [18]. We thus show the enhanced role of disorder in 2D as compared to 3D. At our lowest temperatures, N_0/N does not reach the value of 0.0035 which corresponds to the superfluid transition in the absence of disorder [21]. Although we do not directly measure the superfluid fraction [17] since the superfluid transition is generally associated with the apparition of long range coherence, we can suspect that our system is not in a superfluid phase and that the critical temperature for superfluidity is shifted down by a significant amount. Actually, for our amount of disorder [32], the existence of a superfluid is not guaranteed even at zero temperature because of the disorder-driven quantum phase transition from a superfluid to an insulating Bose glass phase [30].

V. CONCLUSION

In conclusion, we have shown that a microscopically correlated disorder ($\sigma \sim \xi, \lambda_{\rm dB}$) always reduces the coherence of a 2D Bose gas, both at constant temperature and entropy. For moderate disorder strength of $0.4T$, the reduction is weak although we are able to measure a small shift of the emergence of coherence toward low entropy. A disorder strength of the order of gas temperature leads to a qualitative change of behavior with a suppressed coherence growth. We interpret the observed strong suppression of the coherence growth as a large shift of the superfluid transition. Theoretical studies in our experimental conditions would be of great interest and would strengthen our analysis. The mechanism of the disorder action can also be addressed both experimentally and theoretically. In the future, similar studies on strongly interacting fermions would add the possibility of elucidating the physics of disorder-induced breaking of bosonic pair.

Note added. Recently, we have learned about a complementary work about disordered 2D Bose gases in the deep superfluid regime [33]. It is focused on the different behaviors between quasicondensate fraction and coherence.

ACKNOWLEDGMENTS

We acknowledge F. Moron and A. Villing for technical assistance, J. Dalibard, T. Giamarchi, W. Krauth, and S. Piatecki for discussions. This research was supported by CNRS, Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche, Direction Générale de l'Armement, ANR-08-blan-0016-01, IXBLUE, RTRA: Triangle de la physique, EuroQuasar program of the ESF and EU, Sense, ERC senior grant Quantatop. LCFIO is supported by IFRAF.

[1] N. W. Ashcroft and N. D. Mermin, *Solid State Physics* (Saunders College, Philadelphia, 1976).

[2] M. Imada, A. Fujimori, and Y. Tokura, Rev. Mod. Phys. **70**, 1039 (1998).

[3] P. Anderson, Phys. Rev. **109**, 1492 (1958).

[4] S. S. Kondov, W. R. McGehee, J. J. Zirbel, and B. DeMarco, Science **334**, 66 (2011); F. Jendrzejewski, A. Bernard, K. Müller, P. Cheinet, V. Josse, M. Piraud, L. Pezzé, L. Sanchez-Palencia, A. Aspect, and P. Bouyer, e-print arXiv:1108.0137v2; with a mapping to a quasiperiodic kicked rotor: J. Chabé, G. Lemarié, B. Grémaud, D. Delande, P. Szriftgiser, and J. C. Garreau, Phys. Rev. Lett. **101**, 255702 (2008).

[5] S. V. Kravchenko and M. P. Sarachik, Rep. Prog. Phys. **67**, 1 (2004).

[6] A. M. Goldman and N. Marković, Phys. Today **51**, 39 (1998).

[7] S. H. Pan, J. P. O'Neal, R. L. Badzey, C. Chamon, H. Ding, J. R. Engelbrecht, Z. Wang, H. Eisaki, S. Uchida, A. K. Gupta, K.-W. Ng, E. W. Hudson, K. M. Lang, and J. C. Davis, Nature (London) **413**, 282 (2001).

[8] M. P. A. Fisher, G. Grinstein, and S. M. Girvin, Phys. Rev. Lett. **64**, 587 (1990).

[9] A. T. Bollinger, G. Dubuis, J. Yoon, D. Pavuna, J. Misewich, and I. Bozović, Nature (London) **472**, 458 (2011).

[10] W. Krauth, N. Trivedi, and D. Ceperley, Phys. Rev. Lett. **67**, 2307 (1991); F. Lin, E. S. Sørensen, and D. M. Ceperley, Phys. Rev. B **84**, 094507 (2011); S. G. Söyler, M. Kiselev, N. V. Prokof'ev, and B. V. Svistunov, Phys. Rev. Lett. **107**, 185301 (2011).

[11] L. Fallani, J. E. Lye, V. Guarrera, C. Fort, and M. Inguscio, Phys. Rev. Lett. **98**, 130404 (2007); B. Deissler, M. Zaccanti, G. Roati, C. DErrico, M. Fattori, M. Modugno, G. Modugno, and M. Inguscio, Nat. Phys. **6**, 354 (2010).

[12] Y. P. Chen, J. Hitchcock, D. Dries, M. Junker, C. Welford, and R. G. Hulet, Phys. Rev. A **77**, 033632 (2008); D. Clément, P. Bouyer, A. Aspect, and L. Sanchez-Palencia, *ibid.* **77**, 033631 (2008).

[13] B. Gadway, D. Pertot, J. Reeves, M. Vogt, and D. Schneble, Phys. Rev. Lett. **107**, 145306 (2011).

[14] M. White, M. Pasienski, D. McKay, S. Q. Zhou, D. Ceperley, and B. DeMarco, Phys. Rev. Lett. **102**, 055301 (2009); M. Pasienski, D. McKay, M. White, and B. DeMarco, Nat. Phys. **6**, 677 (2010).

[15] V. L. Berezinskii, Sov. Phys. JETP **34**, 610 (1972); J. M. Kosterlitz and D. J. Thouless, J. Phys. C **6**, 1181 (1973); D. J. Bishop and J. D. Reppy, Phys. Rev. Lett. **40**, 1727 (1978).

[16] Z. Hadzibabic, P. Krüger, M. Cheneau, B. Battelier, and J. Dalibard, Nature (London) **441**, 1118 (2006); Z. Hadzibabic and J. Dalibard, Riv. Nuo. Cim. **34**, 389 (2011).

[17] Actually, the superfluid fraction has never been directly measured in 2D quantum gases.

[18] S. Pilati, S. Giorgini, and N. Prokof'ev, Phys. Rev. Lett. **102**, 150402 (2009); S. Pilati, S. Giorgini, M. Modugno, and N. Prokof'ev, New J. Phys. **12**, 073003 (2010).

[19] E. Abrahams, P. W. Anderson, D. C. Licciardello, and T. V. Ramakrishnan, Phys. Rev. Lett. **42**, 673 (1979).

[20] G. Blatter, M. Y. Feigel'man, V. B. Geshkenbein, A. I. Larkin, and V. M. Vinokur, Rev. Mod. Phys. **66**, 1125 (1994).

[21] T. Plisson, B. Allard, M. Holzmann, G. Salomon, A. Aspect, P. Bouyer, and T. Bourdel, Phys. Rev. A **84**, 061606(R) (2011).

[22] F. Gerbier, J. H. Thywissen, S. Richard, M. Hugbart, P. Bouyer, and A. Aspect, Phys. Rev. A **67**, 051602 (2003); S. Richard, F. Gerbier, J. H. Thywissen, M. Hugbart, P. Bouyer, and A. Aspect, Phys. Rev. Lett. **91**, 010405 (2003), and references therein.

[23] D. Clément, A. F. Varón, J. A. Retter, L. Sanchez-Palencia, A. Aspect, and P. Bouyer, New J. Phys. **8**, 165 (2006).

[24] M. Robert-de-Saint-Vincent, J.-P. Brantut, B. Allard, T. Plisson, L. Pezzé, L. Sanchez-Palencia, A. Aspect, T. Bourdel, and P. Bouyer, Phys. Rev. Lett. **104**, 220602 (2010).

[25] N. Prokof'ev, O. Ruebenacker, and B. Svistunov, Phys. Rev. Lett. **87**, 270402 (2001); N. Prokof'ev and B. Svistunov, Phys. Rev. A **66**, 043608 (2002).

[26] S. P. Rath, T. Yefsah, K. J. Günter, M. Cheneau, R. Desbuquois, M. Holzmann, W. Krauth, and J. Dalibard, Phys. Rev. A **82**, 013609 (2010).

[27] M. Holzmann and W. Krauth, Phys. Rev. Lett. **100**, 190402 (2008).

[28] T. Yefsah, R. Desbuquois, L. Chomaz, K. J. Günter, and J. Dalibard, Phys. Rev. Lett. **107**, 130401 (2011).

[29] Experimentally, the correspondence between N_0/N and the width of the momentum distribution $n(k)$ is only weakly modified in the presence of disorder. This correspondence can be found in Ref. [21].

[30] I. L. Aleiner, B. L. Altshuler, and G. V. Shlyapnikov, Nat. Phys. **6**, 900 (2010).

[31] L. N. Smith and C. J. Lobb, Phys. Rev. B **20**, 3653 (1979); A. Weinrib, *ibid.* **26**, 1352 (1982).

[32] We are not aware of any calculations of the critical parameters of a correlated disordered system at the quantum phase transition in a continuous 2D system. A rough estimate may be obtained from disordered 2D Bose-Hubbard models. Since the typical microscopic distance of our experimental setup is given by $a \approx (\sigma_x \sigma_y)^{1/2} \approx \lambda_{\mathrm{dB}}$, the relevant lattice parameters are $t = \hbar^2/2ma^2$ and $U = \hbar^2 \tilde{g}/ma^2$. The critical on-site disorder strength for the Bose glass transition [10] $\Delta_c \simeq 20t\sqrt{U/t}$ then corresponds to $\approx$50 nK for our parameters.

[33] M. C. Beeler, M. E. W. Reed, T. Hong, and S. L. Rolston, e-print arXiv:1111.1316v1.

5.5.4 Phase Diagrams of 2D and 3D disordered Bose gases in the local density approximation [12]

Phase diagrams of 2D and 3D disordered Bose gases in the local density approximation

Thomas Bourdel *
Laboratoire Charles Fabry, UMR 8501, Institut d'Optique, CNRS,
Univ Paris Sud 11, Avenue Augustin Fresnel, 91127 PALAISEAU CEDEX
(Dated: October 3, 2012)

We study the superfluid transitions in bidimensional (2D) and tridimensional (3D) disordered and interacting Bose gases. We work in the limit of long-range correlated disorder such that it can be treated in the local density approximation. We present the superfluid transition curves both in the disorder-temperature plane well as in the disorder-entropy plane in 2D and 3D Bose gases. Surprisingly, we find that a small amount of disorder is always favorable to the apparition of a superfluid. Our results offer a quantitative comparison with recent experiments in 2D disordered ultra-cold gases, for which no exact theory exists.

PACS numbers: 05.30.Jp, 74.62.En, 67.85.Hj, 64.70.Tg

I. INTRODUCTION

Disorder is an essential ingredient for the understanding of transport in condensed matter physics. At low temperature, it affects the conductivity of a metal and it even induces phase transitions to insulating states [1]. Superconductor-insulator transitions [2] are observed in thin metal films [3] and, in high-Tc superconductors, where doping intrinsically introduces inhomogeneities in the CuO-planes [4]. Understanding the complex interplay between disorder and interactions in these systems remains a major challenge. Whereas the above mentioned electronic systems are fermionic, superconductivity originates from the bosonic nature of Cooper pairs. As long as disorder does not break the Cooper pairs, the problem is reduced to a study of dirty bosons [5, 6]. It has mainly been studied numerically in the framework of the disordered Bose-Hubbard model [5, 7]. This model was realized experimentally in 1D and 3D ultra-cold gases in disordered lattices [8–10]. The physics is complicated by the presence of a Mott insulating transition, which occurs in the absence of disorder.

In this paper, we focus on a different model with correlated disorder in a continuous Bose system. This model has been studied previously in 3D [11]. Our work is motivated by recent experiments studying the superfluid transition in disordered 2D ultra-cold atomic Bose gases [12, 13]. A schematic phase diagram for such a system has been proposed and at low temperatures and low disorder, a superfluid is expected [14]. However, the exact shape of the superfluid region is not known. In this paper, we calculate the superfluid transition curve for a disorder that is correlated at long range such that we can make use of the local density approximation. In this limit, we find quantitative predictions in both 2D and 3D. In 3D, we rely on a mean-field description of the Bose gas [16] whereas in 2D, we use the equation of state from Monte-Carlo-simulations [15]. Interestingly, we find a very different quantitative behavior in 2D and 3D and that a small amount of disorder (either added reversibly or at constant temperature) is always favorable to the appearance of a superfluid.

The paper is structured as follows. In the second section, we define our system parameters and the conditions of validity of the local density approximation. In the following section, we calculate the critical disorder at zero temperature in homogeneous and harmonically trapped Bose gases in 3D and 2D. In the fourth section, the superfluid transition curves are found as a function of disorder and temperature. In the fifth section, we extend our results to get the curves as a function of entropy which is more convenient for the comparison to experiments which is presented in the sixth section.

II. THE LOCAL DENSITY APPROXIMATION IN A DISORDERED POTENTIAL

We consider Bose gases with repulsive contact interaction, i.e. with a positive scattering length a, such that there is no collapse of the wave function. The 2D gases are supposed to be harmonically confined in the vertical z direction with a frequency $\omega_z/2\pi$ such that the atoms occupies in this direction a single quantum state, whose size is $l_z = \sqrt{\hbar/m\omega_z}$, where $\hbar$ is the Planck constant and m the atomic mass. We also suppose that $a \ll l_z$, such that the interactions can be described by 3D scattering. The interaction parameter is then $g_{2\mathrm{D}} = (\hbar^2/m)\tilde{g} = (\hbar^2/m)\sqrt{8\pi}a/l_z$ [17]. In three dimensions, the interaction parameter is $g_{3\mathrm{D}} = 4\pi\hbar^2 a/m$. The healing length of a gas of density n_d, where d stands for the dimension, is $\xi = \hbar/\sqrt{m g_{\mathrm{dD}} n_\mathrm{d}}$. It reflects the size over which the density of a condensate (or quasi-condensate in 2D) comes back to its original value when a local perturbation is imposed.

We consider a disorder created by a laser speckle, with a blue detuned frequency as compared to the atomic transition frequency. In this case, the optical potential $V(\mathbf{r})$

*Email: thomas.bourdel@institutoptique.fr

is repulsive [18]. We suppose that the speckle intensity has a gaussian correlation function whose $1/\sqrt{e}$ radius is σ. The mean disorder potential $\bar{V}$ is proportional to the laser power. Knowing σ and $\bar{V}$, all statistical properties of the disorder are then known [19]. In particular, the probability density of having a disorder V is an exponential $P(V) = \exp(-V/\bar{V})/\bar{V}$. The classical percolation threshold for such a disorder is proportional to the mean disorder $\bar{V}$ and we call α the proportionality coefficient. In 2D, α_{2D} =0.52 [20–22] and, in 3D, $\alpha_{3D} \sim 4\,10^{-4}$ [11]. The much lower value of α in 3D as compared to 2D reflects the fact that it is easier to find ways around the peaks of the disorder in 3D.

The local density approximation (LDA) assumes that the gas can be considered locally as homogenous with a local chemical potential $\mu_{\rm local} = \mu - V_{\rm ext}$, where $V_{\rm ext}$ is the external potential, i.e. the sum of the trapping and disorder potential. In typical experimental conditions in non-disordered harmonic traps, the LDA tends to give extremely accurate results. In order for this approximation to be valid in a disorder potential, σ must be much larger than all characteristic lengths of the gas such as the healing length ξ and the thermal De Broglie wavelength $\lambda_{\rm dB} = \sqrt{2\pi\hbar^2/mk_{\rm B}T}$, where $k_{\rm B}$ is the Boltzmann factor and T the temperature.

III. SUPERFLUID TO INSULATOR QUANTUM PHASE TRANSITION

In 2D and 3D, homogeneous interacting Bose gases at zero temperature are always superfluid independently of the density. Within the local density approximation, a superflow in the presence of disorder can then exist, if the region of non-zero density percolates through the sample. The quantum phase transition ($T = 0$) is thus reduced to the percolation of the density. The density of the gas $n_{\rm d}$ can be found from the Thomas-Fermi approximation of the Gross-Pitaevskii equation [23] which corresponds to the local density approximation for a (quasi-)condensate $n_{\rm d} = {\rm Max}(\mu_{\rm local}, 0)/g_{\rm dD}$. The gas will thus be superfluid when the region where $\mu_{\rm local} > 0$ percolates, i.e. when the global chemical potential μ exceeds the classical percolation threshold of the disorder $\alpha\bar{V}$. For $0 < \mu < \alpha_{3D}\bar{V}$, local superfluid islands exist in the disorder minima but it does not lead to global superfluidity.

In a disordered Bose gas at zero temperature in a box the number of atoms is:

$$N = \int {\rm Max}(\mu - V(\mathbf{r}), 0)/g_{\rm dD}{\rm d}^d r. \qquad (1)$$

When averaging of the disorder, we can replace the position dependance of the disorder by an integral:

$$\langle N\rangle = \int\int {\rm Max}(\mu - V, 0)/g_{\rm dD}{\rm d}^d r P(V){\rm d}V. \qquad (2)$$

The integration over the volume is then trivial. At the transition point, i.e. for $\mu = \alpha\bar{V}$, we find the critical mean density

$$\langle n_{\rm dD}^{\rm cond}\rangle = \frac{\bar{V}}{g_{\rm dD}}(-1+\exp(-\alpha_{\rm dD})+\alpha_{\rm dD}) \underset{\alpha_{\rm dD}\to 0}{\approx} \frac{\bar{V}}{2g_{\rm dD}}\alpha_{\rm dD}^2\ , \qquad (3)$$

which is valid in both 2D and 3D. The expansion for low value of $\alpha_{\rm dD}$ is especially accurate in 3D. In 2D, we find the critical disorder strength $\bar{V}_{\rm crit} \approx 8.7 g_{2D}\langle n_{\rm 2D}^{\rm cond}\rangle$, whereas in 3D, $\bar{V}_{\rm crit} \approx 1.2\,10^7 g_{3D}\langle n_{\rm 3D}^{\rm cond}\rangle$. A much higher disorder is thus needed in order to reach the superfluid quantum phase transition in 3D.

In the presence of an additional harmonic confinement, we suppose that the gas is superfluid as soon as the superfluid threshold is obtained in the center of the trap where the density is maximal. The calculation can then be done along the same lines with the trapping potential entering in the expression of the local chemical potential. The spacial integration leads to different results in 2D and 3D for the critical atom number as a function of the disorder:

$$\langle N_{\rm 2D}^{\rm cond}\rangle = \pi\frac{\bar{V}^2}{\tilde{g}\hbar^2\omega^2}(2 - 2\exp(-\alpha_{\rm 2D}) - 2\alpha_{\rm 2D} + \alpha_{\rm 2D}^2) \qquad (4)$$

$$\langle N_{\rm 3D}^{\rm cond}\rangle = \frac{4\sqrt{2}}{15}\frac{\bar{V}^{5/2}}{(\hbar\omega)^{5/2}a\sqrt{m\omega/\hbar}}\int_0^{\alpha_{\rm 3D}}(\alpha_{\rm 3D} - v)^{5/2}{\rm e}^{-v}{\rm d}v \qquad (5)$$

$$\underset{\alpha_{\rm 3D}\to 0}{\approx} \frac{4\sqrt{2}}{15}\frac{\bar{V}^{5/2}}{(\hbar\omega)^{5/2}a\sqrt{m\omega/\hbar}}\frac{2}{7}\alpha_{\rm 3D}^{7/2}\ .$$

Here, ω is the geometrical mean of the two in-plane trap oscillation frequencies in 2D and of the three oscillation frequencies in 3D.

IV. PHASE DIAGRAM OF 2D AND 3D BOSE GASES AS A FUNCTION OF TEMPERATURE AND DISORDER

We now look for the temperature dependance of the superfluid transition in the presence of disorder. In the previous section, we have found the critical disorder at zero temperature. The critical temperature with no disorder is known both in 2D [15] and 3D [16]. In the following, we study the shape of the superfluid transition curve which connects these two points in the temperature-disorder phase diagram. We separate the 3D case, in which a mean field approximation is possible, from the 2D case, in which one has to rely on classical field numerical calculations.

A. The superfluid transition at finite temperature in a 3D gas

A 3D Bose gas at low temperatures is well described by two components, a condensate fraction and a thermal

fraction. For typical interaction parameters used in experiments, the interaction between the atoms in the thermal cloud can be neglected and the interaction between the thermal cloud and the condensate can be treated in a mean field approach. Similarly to the $T = 0$ case, the disordered 3D Bose gas is superfluid if the condensate density percolates through the sample. The critical chemical potential is thus equal to $\alpha_{3D}\bar{V}$. In order to know when the phase transition is reached, we have to calculate the relation between the atom number, the temperature and the chemical potential in the presence of disorder.

The thermal cloud can be treated in the semi-classical approximation. The atom number for a Bose gas in a box is [16]

$$N_{\rm th} = \int \frac{{\rm d}^3k{\rm d}^3r}{(2\pi)^3} \frac{1}{{\rm e}^{\beta(\hbar^2k^2/2m+2g_{3D}n_{3D}^{\rm cond}({\bf r})+V({\bf r})-\mu)}-1} \ , \tag{6}$$

where $\beta = 1/k_{\rm B}T$ and where $2g_{3D}n_{3D}^{\rm cond}$ is the term due to the interaction with the condensate part in the mean field approximation. After averaging over the disorder, and integrating over r and k, the mean thermal density is

$$\langle n_{\rm th}\rangle\lambda_{\rm dB}^3 = \int_0^\infty {\rm e}^{-v}{\rm PolyLog}\left[\frac{3}{2}, {\rm e}^{-|\beta\mu-\beta\bar{V}v)|}\right]{\rm d}v \ , \tag{7}$$

$$\text{where PolyLog}\,[n,a] = \sum_{l=0}^{\infty} a^l/l^n \ , \tag{8}$$

where the Polylog function is the result of the integration over k and where the absolute value comes from the mean field interaction with the condensate.

The total mean density is then $\langle n_{\rm tot}\rangle = \langle n_{3D}^{\rm cond}\rangle + \langle n_{\rm th}\rangle$, where $\langle n_{3D}^{\rm cond}\rangle$ comes from equation 3 and $\langle n_{\rm th}\rangle$ comes from equation 7. At the phase transition, the chemical potential is $\mu = \alpha_{3D}\bar{V}$ and the conservation of the density gives the relation between the disorder strength and the critical temperature. It can be written in a dimensionless form using the quantities $V' = \bar{V}/\langle n_{\rm tot}\rangle g_{3D}$, $T' = (\langle n_{\rm tot}\rangle\lambda_{\rm dB}^3)^{-2/3}$, and $a' = (\langle n_{\rm tot}\rangle a^3)^{1/3}$, which quantifies the interaction strength. The equation relating V' and T' at the phase transition is then

$$1 = V'((-1+\exp(-\alpha_{3D})+\alpha_{3D})) \tag{9}$$

$$+T'^{3/2}\int {\rm e}^{-v}{\rm PolyLog}\left[\frac{3}{2}, {\rm e}^{-2|\alpha_{3D}-v|a'V'/T'}\right]{\rm d}v \ . \tag{10}$$

It can be solved numerically.

The boundary between the normal and superfluid phase for a disordered Bose gas in a box is plotted in fig. 1. For low disorder, we find that the critical temperature increases with disorder. This is due to the compression of the gas by the disorder, which leads to an increase of the effective phase space density. When the disorder approaches its critical value at $T = 0$ corresponding to $V' \approx 1.2\,10^7$, the increase of the percolation threshold starts to play a role and the critical temperature quickly goes to zero.

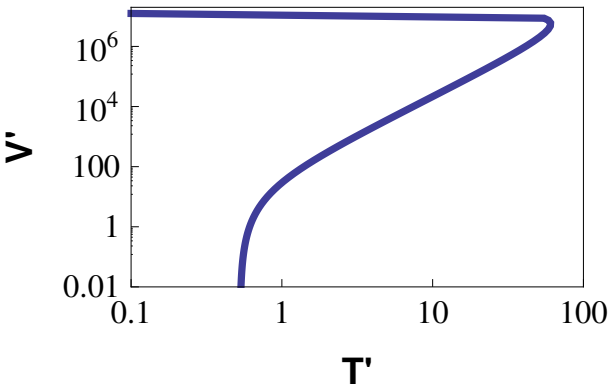


FIG. 1: Superfluid phase transition of a disordered 3D Bose gas in a box. We have fixed $\langle n_{\rm tot}\rangle a^3 = 10^{-6}$. At low temperature and low disorder the gas is superfluid.

A similar calculation, albeit slightly more technical, can be done in the presence of an harmonic confinement. In this case, natural non-dimensional parameters are $T' = k_{\rm B}T/\hbar\omega N^{1/3}$, $V' = \bar{V}/\hbar\omega N^{1/3}$, and the strength of the interaction is characterized by $a' = N^{1/6}a\sqrt{m\omega/\hbar}$.The equation of the superfluid boundary is then

$$1 = \frac{4\sqrt{2}}{15a'}V'^{5/2}\int_0^\alpha(\alpha_{3D}-v)^{5/2}{\rm e}^{-v}{\rm d}v$$
$$+T'^{3/2}V'^{3/2}\int_0^\infty(\frac{2}{\sqrt{\pi}}\sqrt{v}-{\rm e}^{-v}{\rm Erfi}\left[\sqrt{v}\right])$$
$$\times{\rm PolyLog}\left[\frac{3}{2}, \exp(-|\alpha_{3D}-v|\frac{V'}{T'})\right]{\rm d}v \ , \tag{11}$$

where Erfi is the imaginary error function.

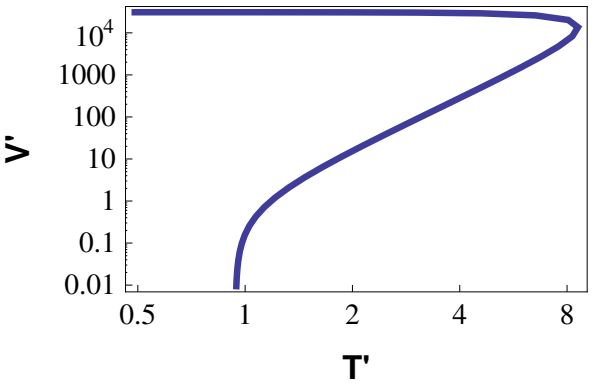


FIG. 2: Superfluid phase transition of a disordered 3D Bose gas in an harmonic trap. We have fixed $a' = N^{1/6}a\sqrt{m\omega/\hbar} = 0.023$. At low temperature and low disorder the gas is superfluid.

The boundary between the normal and superfluid

phase for a disordered Bose gas in an harmonic trap is plotted in fig. 2. The interpretation is the same as before except that the disorder induced enhancement for the critical temperature is not as strong because heating the gas results in a further spreading in the trap and in a reduced density.

B. The superfluid transition at finite temperature in a 2D gas

The physics of 2D gases is more complex than the one of 3D gases because the effects of interactions are much stronger and cannot be captured in a mean field approximation. The superfluid phase transition at finite temperature is of Berezinskii-Kosterlitz-Thouless type [17, 24, 25] and is intrinsically a beyond mean-field effect. As a consequence it is not possible to separate the gas into two components. The phase space density of the homogeneous 2D Bose gas $D = n_{2D}\lambda_{dB}^2$ has to be a function of μ/T and $\tilde{g}$ because the interaction parameter $\tilde{g}$ is dimensionless. This equation of state is not analytically known. It has been computed in Monte-Carlo simulations close to the phase transition [15]. Further from the transition, simple analytic forms are available. At low phase-space density the mean-field approximation works, and at high phase space density the Thomas-Fermi limit is rapidly approached. Numerically, it is possible to interpolate between the different regimes with a good accuracy.

From Monte-Carlo studies, we know that a finite superfluid fraction is expected at a critical value of the ratio $\mu_{crit}/k_B T \approx \tilde{g}\mathrm{Log}(13.2/\tilde{g})/\pi$ which depends on the interaction parameter $\tilde{g}$ [26]. In the local density approximation, we expect the gas to be superfluid if the regions of finite superfluid fraction percolate, i.e. if the difference of chemical potential $\mu - \mu_{crit}$ is larger than $\alpha\bar{V}$. To find the phase transition for a Bose gas in a box, the equation to solve is thus :

$$\langle n_{2D}\rangle\lambda_{dB}^2 = \int P(V)D(\beta(\mu_{crit}+\alpha_{2D}\bar{V}-V),\tilde{g})\mathrm{d}V \ . \quad (12)$$

Using the non dimensional parameters $V' = \bar{V}/g_{2D}\langle n_{2D}\rangle$, $T' = 1/\langle n_{2D}\rangle\lambda_{dB}^2$, and $\tilde{g}$, the phase diagram takes the form shown in fig. 3. At $V = 0$, the phase transition takes place at $\langle n_{2D}\rangle\lambda_{dB}^2 \approx 8 \approx 1/0.125$ as predicted in the absence of disorder for $\tilde{g} = 0.96$ [15]. A $T = 0$, we recover the moderate critical value expected from the treatment using the Thomas-fermi approximation. In between, the shape of the phase diagram is different from the 3D case. We interpret this as a consequence of the much higher percolation threshold in 2D. In the phase diagram in 2D, there is no region where the percolation threshold is irrelevant in contrast to the 3D case. Nevertheless at small disorder, the effect of compression is still dominant and the critical temperature increases with disorder albeit by a small amount.

Again, a similar calculation can be made in an harmonic trap. In this case, we chose $V' = \bar{V}/\hbar\omega N^{1/2}$ and

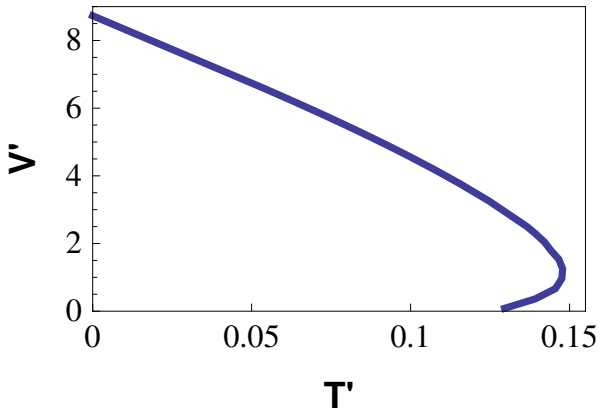


FIG. 3: Superfluid phase transition of a disordered 2D Bose gas in a box. $\tilde{g} = 0.096$. At low temperature and low disorder the gas is superfluid.

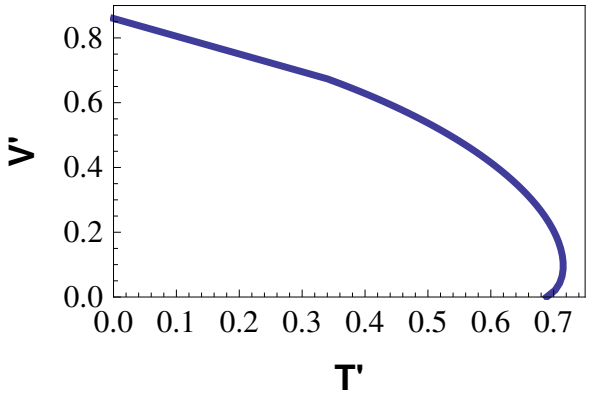


FIG. 4: Superfluid phase transition of a disordered 2D Bose gas in a harmonic trap. $\tilde{g} = 0.096$. At low temperature and low disorder the gas is superfluid.

$T' = k_B T/\hbar\omega N^{1/2}$ in addition to $\tilde{g}$ as non-dimensional variables. The phase diagram is then shown in fig. 4. The initial increase of the critical temperature with disorder is still present although it is a relatively weak effect.

V. CRITICAL ENTROPY AS A FUNCTION OF DISORDER

In all the previous cases, the addition of a small amount of disorder is favorable to the apparition of a superfluid fraction, in the sense that the critical temperature increases. This is due to the fact that the disorder compresses the gas in a smaller region and therefore leads locally to an increase of the phase space density (at constant temperature). In a recent experiment with ultra-cold atoms [12], the disorder is added reversibly af-

ter the preparation of the gas. In this case, the entropy is conserved (as well as the number of particles) but the temperature increases due to the effective compression of the gas. In the following, we derive the phase diagram as a function of disorder and entropy per particle, which is more directly related to the experiment.

In the local density approximation, the calculation of the critical entropy can be done as soon as the entropy of a homogeneous gas is known. In the 3D case, as before the semi-classical approximation can be used and the entropy per unit of volume is [16]

$$S = k_{\rm B}\lambda_{\rm dB}^{-3}\Big(\frac{5}{2}\mathrm{PolyLog}\left[\frac{5}{2}, \mathrm{e}^{\mu_{\rm local}/k_{\rm B}T}\right] - \frac{\mu_{\rm local}}{k_{\rm B}T}\mathrm{PolyLog}\left[\frac{3}{2}, \mathrm{e}^{\mu_{\rm local}/k_{\rm B}T}\right]\Big). \quad (13)$$

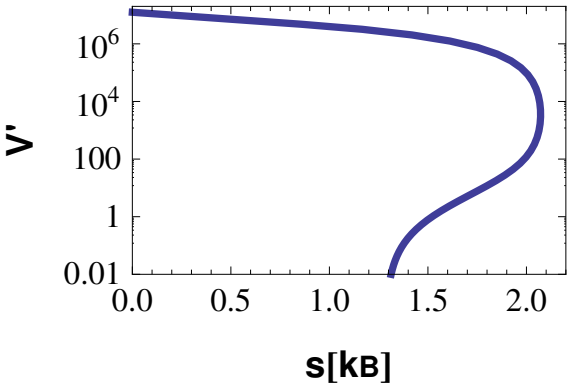


FIG. 5: Superfluid phase transition of a disordered 3D Bose gas in a box as a function of entropy per particle and disorder. $\langle n_{\rm tot}\rangle a^3 = 10^{-6}$. At low entropy and low disorder the gas is superfluid.

This expression can be used to find the phase diagram as a function of the entropy and the disorder. It is plotted in fig. 5. Without disorder, the critical entropy per particle is the one that is found at the Bose-Einstein condensation threshold in a box. When increasing the disorder, the critical entropy first increases to a value close to 2.1. This is a consequence of the change of the shape of the density of state at low energy [27] from proportional to $\sqrt{E}$ without disorder to proportional to $E^{3/2}$ with disorder. Only at a disorder of the order of the critical disorder at $T = 0$, the critical entropy decreases. In a 3D experiment, although it may appear counterintuitive, it is thus possible to induce superfluidity in slowly adding some disorder. A similar statement holds in the 3D harmonically trapped Bose gas, although we do not show the plot in this paper.

In the 2D case, the calculation of the entropy is possible as soon as the equation of state is known because of the scale invariance in 2D interacting Bose gases [28]. More precisely, the entropy per particle is $S_{\rm 2D} = k_{\rm B}(2P_{\rm red}/D - \mu/k_{\rm B}T)$, where the reduced pressure $P_{\rm red} = \int_{-\infty}^{\mu/k_{\rm B}T} D\mathrm{d}(\mu/k_{\rm B}T)$ can be calculated from the equation of state.

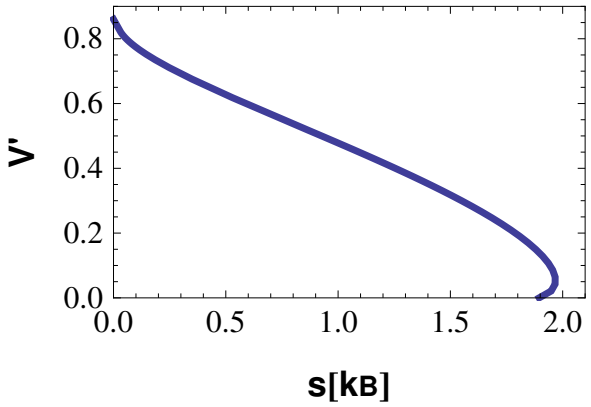


FIG. 6: Superfluid phase transition of a disordered 2D Bose gas in a harmonic trap as a function of entropy per particle and disorder. $\tilde{g} = 0.096$. At low entropy and low disorder the gas is superfluid.

In fig. 6, the phase diagram of a harmonically trapped 2D gas is plotted as a function of entropy per particle and disorder. For small disorder, the critical entropy still increases with disorder and it is thus favorable for the appearance of a superfluid fraction. However, this effect due to the change in the density of state is rapidly hindered by the effect of the increase of the percolation threshold in contrast to the 3D case.

VI. COMPARISON TO EXPERIMENTS

Experimentally, the appearance of coherence have been studied in ultra-cold 2D rubidium disordered gases [12]. In this experiment, we expect noticeable deviations from the LDA because $\sigma \approx \xi \approx \lambda_{\rm dB}$. Nevertheless, since there is no quantitative theory in the regime of microscopic disorder explored in the experiment, it is interesting to compare with the LDA approximation results. The two disorder strengths used in the experiment correspond to $V' \approx 0.3$ and $V' \approx 0.7$. The value $V' = 0.7$ is close to the critical disorder and the transition is strongly shifted. This is in agreement with the observation of no sudden appearance of phase coherence in the range of entropy explored in the experiment. The value $V' = 0.3$ corresponds to a lowering of the critical entropy per particle by $0.3\,k_{\rm B}$. This value is somewhat larger than the shift $\sim 0.2\,k_{\rm B}$ found in the experiment for the sudden appearance of coherence, a phenomenon linked to the superfluid phase transition. Note that the absolute values of the entropy per particles differ between the above theory and the experiment because of a small fraction of atoms that populates the excited states of the vertical strongly con-

fining harmonic oscillator. We have checked that adding the vertical levels does not significantly affect the value of the entropy shift in the LDA approximation.

Another quantity that we can calculate in the local density approximation is the change of temperature due to the addition of the disorder. For the parameters of the experiment, the temperature changes are found to be 5 nK and 14 nK. These values clearly exceed the experimentally observed heating. The fact that the LDA approximation overestimates the effects of the disorder can be interpreted as a consequence of an effective smoothing of the disorder for $\sigma \approx \xi \approx \lambda_{\mathrm{dB}}$ and thus as a proof of beyond LDA physics.

VII. CONCLUSION

In this paper, we have analyzed 2D and 3D Bose gases in the presence of disorder, which is treated in the local density approximation. The superfluid part of the phase diagram is found as a function of disorder and temperature and as a function of disorder and entropy. Our results show the competition between two effects when adding disorder. One is the appearance of a percolation threshold, which tends to hinder superfluidity. The second is the disorder induced compression of the gas and the change of the density of state. On the contrary, it is favorable for the appearance of superfluidity. Since the percolation thresholds greatly differ in 2D and 3D, we find very different quantitative behaviors of the superfluid transition curves. Although it might be counterintuitive, the addition of a low amount of disorder always lowers the critical temperature as well as the critical entropy. Finally, this works permit quantitative comparisons with experimental findings in the presence of disorder.

VIII. ACKNOWLEDGEMENTS

We thank B. Allard, L. Fouché, M. Holzmann, T. Plisson, G. Salomon, and L. Sanchez-Palencia for discussions. This research was supported by RTRA Triangle de la physique, ANR, I-Sense. LCFIO is member of IFRAF.

[1] M. Imada, A. Fujimori, and Y. Tokura, Reviews of Modern Physics **70**, 1039 (1998).
[2] V.F. Gantmakher and V.T. Dolgopolov, Phyiscs-Uspekhi **53**, 1 (2010).
[3] A. M. Goldman and N. Markovic, Physics Today **51**, 39 (1998).
[4] S.H. Pan, *et al.*, Nature, **413**, 282 (2001).
[5] M.P.A. Fisher, P.B. Weichman, G. Grinstein, and D.S. Fisher, Physical Review B, **40**, 546 (1989).
[6] A. T. Bollinger, G. Dubuis, J. Yoon, D. Pavuna, J. Misewich, and I. Božović, Nature **472**, 458 (2011).
[7] W. Krauth, N. Trivedi, and D. Ceperley, Physical Review Letters **67**, 2307 (1991).
[8] L. Fallani, J.E. Lye, V. Guarrera, C. Fort, and M. Inguscio, Physical Review Letters **98**, 130404 (2007)
[9] M. White, M. Pasienski, D. McKay, S. Q. Zhou, D. Ceperley, and B. DeMarco, Physical Review Letters **102**, 055301 (2009)
[10] M. Pasienski, D. McKay, M. White, and B. DeMarco, Nature Physics **6**, 677 (2010).
[11] S. Pilati, S. Giorgini, M. Modugno, and N. Prokof'ev, New Journal of Physics **12**, 73003 (2010).
[12] B. Allard, T. Plisson, M. Holzmann, G. Salomon, A. Aspect, P. Bouyer, and T. Bourdel, Physical Review A **85** 033602 (2012).
[13] M. C. Beeler, M. E. W. Reed, T. Hong, and S. L. Rolston, New Journal of Physics **14**, 73024 (2012).
[14] I.L. Aleiner, B.L. Altshuler, and G.V. Shlyapnikov, arXiv:0910.4534v1 (2009).
[15] N. Prokof'ev and B. Svistunov, Physical Review A **66**, 043608 (2002).
[16] K. Huang, *Statistical physics*, (Wiley, 1987).
[17] Z. Hadzibabic and J. Dalibard, Rivisita del nuovo cimento **34**, 389 (2011).
[18] R. Grimm, M. Weidemüller, and Y. B. Ovchinnikov, Advances In Atomic, Molecular, and Optical Physics **42**, 95 (2000).
[19] D. Clément, A. F. Varón, J. A. Retter, L. Sanchez-Palencia, A. Aspect, and P. Bouyer, New Journal of Physics **8**, 165 (2006).
[20] L. N. Smith and C. J. Lobb, Physical Review B **20**, 3653 (1979).
[21] A. Weinrib, Physical Review B **26**, 1352 (1982).
[22] L. Pezzé, M. Robert-de Saint-Vincent, T. Bourdel, J.-P. Brantut, B. Allard, T. Plisson, A. Aspect, P. Bouyer, and L. Sanchez-Palencia, New Journal of Physics **13**, 95015 (2011).
[23] L. Sanchez-Palencia, Physical Review A **74**, 053625 (2006).
[24] V. L. Berezinskii, Soviet Physics JETP **34**, 610 (1972).
[25] J. M. Kosterlitz and D. J. Thouless, Journal of Physics C: Solid State Physics **6**, 1181 (1973).
[26] N. Prokof'ev, O. Ruebenacker, and B. Svistunov, Physical Review Letters **87** 270402 (2001).
[27] P. W. H. Pinkse, A. Mosk, M. Weidemüller, M. W. Reynolds, T. W. Hijmans, and J. T. M. Walraven, Physical Review Letters **78**, 990 (1997).
[28] T. Yefsah, R. Desbuquois, L. Chomaz, K.J. Günter, and J. Dalibard, Physical Review Letters **107**, 130401 (2011).

Conclusion

Dans ce manuscrit, j'ai détaillé l'ensemble de mes travaux de recherche, qui se placent dans le domaine des gaz d'atomes ultra-froids. Plutôt que de revenir sur les résultats que j'ai obtenus, je voudrais expliquer dans cette conclusion les raisons de mon intérêt constant pour ce domaine de recherche et en particulier pour ce qui a trait à la physique des systèmes quantiques en présence d'interactions et dans des géométries variées.

Une physique fascinante

La physique en général s'attache à la compréhension si possible quantitative des phénomènes. La physique quantique donne lieu à des phénomènes contraires à l'intuition. Comment ne pas être fasciné par la superfluidité de l'hélium et encore plus par le fait qu'on est capable de la comprendre ? Alors que les solides sont tous composés d'un ensemble d'ions et d'électrons au niveau microscopique, ils peuvent avoir des propriétés très différentes. Il y a des isolants, des métaux, des semi-conducteurs, voir à basses températures des supra-conducteurs. Ces propriétés de conduction dépendent de la physique du gaz d'électrons présent dans le solide. Alors que les gaz d'électrons dans les solides sont dans le régime quantique, la physique quantique est cruciale pour comprendre la diversité des phénomènes observés. La géométrie du réseau sous-jacent, les interactions entre atomes, ou la dimension du système sont des ingrédients importants. Typiquement, les phénomènes physiques sont reproduits avec un hamiltonien bien choisi et où les paramètres doivent être ajustés à posteriori.

Un gaz d'atomes ultra-froids placé dans des potentiels optiques ou magnétiques adéquats est aussi un système à N-corps quantique alors que sa densité est environ 10^{10} fois moins grande que celle des électrons dans un solide. L'avantage principal des gaz ultra-froids est qu'il est possible de modifier grandement les paramètres tels que les interactions ou la géométrie du potentiel. On peut ainsi reproduire de multiples phénomènes quantiques, tels des transitions de phase. Un autre aspect fascinant des gaz d'atomes ultra-froids est la possibilité de mesures variées et précises qui permet de se focaliser sur les quantités

les plus intéressantes. On peut mesurer par exemple la distribution en position ou en vitesse, mais aussi les fonctions de corrélations telles que les fonctions de corrélations du champ atomique g^1 ou g^2 qui permettent d'avoir des informations directes sur la physique à l'oeuvre. Dans plusieurs expériences récentes, tous les atomes sont détectés individuellement [173, 174].

Une physique modèle

Les atomes ultra-froids ont pour avantage que le système est parfaitement caractérisé au niveau microscopique. On connait exactement le potentiel appliqué sur les atomes et les interactions entre atomes sont facilement modélisables. Le hamiltonien est donc connu très précisément. Cela permet une comparaison quantitative entre la théorie et l'expérience. On acquiert de cette façon plus facilement une compréhension fine de la physique en jeu. Cet aspect pédagogique constitue sans aucun doute l'un des attraits de la recherche dans le domaine des atomes ultra-froids.

Parfois, le hamiltonien est connu mais les résolutions théoriques ne sont qu'approchées. On peut alors considérer les expériences d'atomes froids comme des simulateurs pour la résolution de problèmes quantiques complexes. Par exemple, les problèmes dépendant du temps sont en général très difficiles théoriquement alors qu'expérimentalement dans un gaz d'atomes ultra-froids on peut facilement varier brusquement les paramètres par rapport aux temps d'évolution typiques qui sont de l'ordre de 1 ms à 1 s dans les gaz ultra-froids. Cette physique hors équilibre est amenée à se développer encore plus dans les années à venir.

Dans le cas des systèmes quantiques en présence de désordre, les calculs sont aussi très difficiles. Expérimentalement, dans les systèmes de matière condensée, le désordre est intrinsèque et ses propriétés ne sont pas forcément connues alors qu'il joue parfois un rôle essentiel dans les propriétés physiques. On comprend tout l'intérêt d'ajouter du désordre dans un gaz ultra-froid. On contrôle alors précisément les propriétés du désordre et on connait le hamiltonien du problème. L'étude d'un tel système peut permettre de mieux comprendre la physique du désordre en général.

Une physique fondamentale et expérimentale

On peut légitimement s'inquiéter du fait que les études de la physique à N-corps ne débouchent pas directement vers des applications concrètes. En effet, à l'heure actuelle, le seul débouché industriel des atomes ultra-froids concerne l'interférométrie et donc plutôt des atomes dans le régime classique et essentiellement sans interactions. Une première réponse est qu'une

meilleure compréhension de la physique des gaz ultra-froids en interaction est bénéfique pour ces applications. Une deuxième réponse est que les expériences d'atomes ultra-froids sont très souvent à la pointe de la technologie, et sont donc particulièrement propices aux développements technologiques. C'est, à mon avis, un autre aspect particulièrement attrayant de cette physique. On peut citer par exemple les lasers à peigne de fréquences [186] qui sont directement issus du laboratoire de recherche de T. Hänsch. Un étudiant dans ce domaine acquiert, outre de solides connaissances en physique quantiques, des compétences expérimentales poussées dans des domaines variés ; optique, laser, ultra-vide, électronique, gestion informatique complexe, traitement d'images, modélisation. C'est une très bonne formation. Enfin, si nous ne voyons pas, pour l'instant, d'applications concrètes des gaz quantique, cela ne veut pas dire qu'il n'y en aura jamais. Le domaine continue à évoluer extrêmement rapidement, les techniques expérimentales se simplifient alors que nous sommes capables de réaliser des situations de plus en plus complexes. Après tout, l'invention du laser ne découle pas d'une recherche guidée par les applications, mais plutôt par la compréhension.

Bibliographie

[1] M. Köhl, A. Öttl, S. Ritter, T. Donner, T. Bourdel, and T. Esslinger, "Time interval distributions of atoms in atomic beams," Applied Physics B **86**, 391 (2006).

[2] T. Bourdel, T. Donner, S. Ritter, A. Öttl, M. Köhl, and T. Esslinger, "Cavity QED detection of interfering matter waves," Physical Review A **73**, 043602 (2006).

[3] T. Donner, S. Ritter, T. Bourdel, A. Ottl, M. Köhl, and T. Esslinger, "Critical behavior of a trapped interacting Bose gas.," Science (New York, N.Y.) **315**, 1556 (2007).

[4] S. Ritter, A. Öttl, T. Donner, T. Bourdel, M. Köhl, and T. Esslinger, "Observing the Formation of Long-Range Order during Bose-Einstein Condensation," Physical Review Letters **98**, 090402 (2007).

[5] F. Brennecke, T. Donner, S. Ritter, T. Bourdel, M. Köhl, and T. Esslinger, "Cavity QED with a Bose-Einstein condensate.," Nature **450**, 268 (2007).

[6] J. Brantut, J. Clément, M. de Saint Vincent, G. Varoquaux, R. Nyman, A. Aspect, T. Bourdel, and P. Bouyer, "Light-shift tomography in an optical-dipole trap for neutral atoms," Physical Review A **78**, 031401(R) (2008).

[7] J.-F. Clément, J.-P. Brantut, M. Robert-de Saint-Vincent, R. A. Nyman, A. Aspect, T. Bourdel, and P. Bouyer, "All-optical runaway evaporation to Bose-Einstein condensation," Physical Review A **79**, 061406(R) (2009).

[8] M. Robert-de Saint-Vincent, J.-P. Brantut, C. J. Bordé, A. Aspect, T. Bourdel, and P. Bouyer, "A quantum trampoline for ultra-cold atoms," EPL (Europhysics Letters) **89**, 10002 (2010).

[9] M. Robert-de Saint-Vincent, J.-P. Brantut, B. Allard, T. Plisson, L. Pezzé, L. Sanchez-Palencia, A. Aspect, T. Bourdel, and P. Bouyer, "Anisotropic 2D Diffusive Expansion of Ultracold Atoms in a Disordered Potential," Physical Review Letters **104**, 220602 (2010).

[10] T. Plisson, B. Allard, M. Holzmann, G. Salomon, A. Aspect, P. Bouyer, and T. Bourdel, "Coherence properties of a two-dimensional trapped Bose gas around the superfluid transition," Physical Review A **84**, 061606(R) (2011).

[11] B. Allard, T. Plisson, M. Holzmann, G. Salomon, A. Aspect, P. Bouyer, and T. Bourdel, "Effect of disorder close to the superfluid transition in a two-dimensional Bose gas," Physical Review A **85**, 033602 (2012).

[12] T. Bourdel, "Phase diagrams of 2D and 3D disordered Bose gases in the local density approximation," arXiv :1210.1096 (2012).

[13] A. Kastler, "Optical Methods for Studying Hertzian Resonances," Nobel Lecture (1966).

[14] T. Hänsch and A. Schawlow, "Cooling of gases by laser radiation," Optics Communications **13**, 68 (1975).

[15] H. J. Metcalf and P. van der Straten, *Laser Cooling and Trapping* (Springer-Verlag, New York, 1999).

[16] P. Lett, R. Watts, C. Westbrook, W. Phillips, P. Gould, and H. Metcalf, "Observation of Atoms Laser Cooled below the Doppler Limit," Physical Review Letters **61**, 169 (1988).

[17] C. N. Cohen-Tannoudji, "Nobel Lecture : Manipulating atoms with photons," Reviews of Modern Physics **70**, 707 (1998).

[18] H. Hess, G. P. Kochanski, J. M. Doyle, N. Masuhara, D. Kleppner, and T. J. Greytak, "Magnetic Trapping of Spin-Polarized Atomic Hdrogen," Phys. Rev. Lett. **59**, 672 (1987).

[19] E. L. Raab, M. Prentiss, A. Cable, S. Chu, and D. E. Pritchard, "Trapping of Neutral Sodium with Radiation Pressure," Phys. Rev. Lett. **59**, 2631 (1987).

[20] C. Schwob, L. Jozefowski, B. de Beauvoir, L. Hilico, F. Nez, L. Julien, F. Biraben, O. Acef, J.-J. Zondy, and A. Clairon, "Optical Frequency Measurement of the 2S-12D Transitions in Hydrogen and Deuterium : Rydberg Constant and Lamb Shift Determinations," Physical Review Letters **82**, 4960 (1999).

[21] R. Bouchendira, P. Cladé, S. Guellati-Khélifa, F. Nez, and F. Biraben, "New Determination of the Fine Structure Constant and Test of the Quantum Electrodynamics," Physical Review Letters **106**, 080801 (2011).

[22] P. Cladé, E. de Mirandes, M. Cadoret, S. Guellati-Khélifa, C. Schwob, F. Nez, L. Julien, and F. Biraben, "Precise measurement of h/m using

Bloch oscillations in a vertical optical lattice : Determination of the fine-structure constant," Physical Review A **74**, 052109 (2006).

[23] P. Courteille, R. S. Freeland, D. J. Heinzen, F. A. van Abeelen, and B. J. Verhaar, "Observation of a Feshbach resonance in cold atom scattering," Phys. Rev. Lett. **81**, 69 (1998).

[24] S. Inouye, M. R. Andrews, J. Stenger, H.-J. Miesner, D. M. Stamper-Kurn, and W. Ketterle, "Observation of Feshbach resonances in a Bose-Einstein condensate," Nature **392**, 151 (1998).

[25] C. Chin, P. Julienne, and E. Tiesinga, "Feshbach resonances in ultracold gases," Reviews of Modern Physics **82**, 1225 (2010).

[26] M. Greiner, O. Mandel, T. Esslinger, T. W. Hänsch, and I. Bloch, "Quantum phase transition from a superfluid to a Mott insulator in a gas of ultracold atoms.," Nature **415**, 39 (2002).

[27] I. Bloch and W. Zwerger, "Many-body physics with ultracold gases," Reviews of Modern Physics **80**, 885 (2008).

[28] A. Einstein, "On a heuristic viewpoint concerning the production and transformation of light," Annalen der Physik **17**, 132 (1905).

[29] K. J. Vahala, "Optical microcavities," Nature **424**, 839 (2003).

[30] E. Jaynes and F. Cummings, "Comparison of Quantum and Semiclassical Radiation Theory with Application to the Beam Maser," Proc. IEEE **51**, 89 (1963).

[31] S. Ritter, Ph.D. thesis, ETH Zürich, 2007.

[32] H. J. Kimble, "Strong interactions of single atoms and photons in cavity QED," Jour. Physica Scripta **T76**, 127 (1998).

[33] H. Mabuchi, Q. A. Turchette, M. S. Chapman, and H. J. Kimble, "Real-time detection of individual atoms falling through a high-finesse optical cavity," Opt. Lett. **21**, 1393 (1996).

[34] R. Miller, T. E. Northup, K. M. Birnbaum, A. Boca, A. D. Boozer, and H. J. Kimble, "Trapped atoms in cavity QED : coupling quantized light and matter," J. Phys. B : At. Mol. Opt. Phys. **38**, 8551 (2005).

[35] A. Öttl, S. Ritter, M. Köhl, and T. Esslinger, "Real-time detection of individual atoms falling through a high-finesse optical cavity," Rev. Sci. Instrum. **77**, 63118 (2006).

[36] A. Öttl, Ph.D. thesis, ETH Zürich, 2006.

[37] S. Haroche, "Cours du collège de France en 2004, http ://www.cqed.org/college/collegeparis.html," .

[38] H. Mabuchi, J. Ye, and H. J. Kimble, "Full observation of single-atom dynamics in cavity QED," Appl. Phys. B **68**, 1095 (1998).

[39] J. Dalibard, Y. Castin, and K. Molmer, "Wave-Function Approach to Dissipative Processes in Quantum Optics," Phys. Rev. Lett. **68**, 580 (1992).

[40] G. Puebla, Technical report (unpublished).

[41] M. O. Mewes, M. R. Andrews, D. M. Kurn, D. S. Durfee, C. G. Townsend, and W. Ketterle, "Output Coupler for Bose Condensed Atoms," Phys. Rev. Lett. **78**, 582 (1997).

[42] T. Donner, Ph.D. thesis, ETH Zürich, 2008.

[43] H. Ritsch, P. Domokos, F. Brennecke, and T. Esslinger, "Cold atoms in cavity-generated dynamical optical potentials," arXiv : 1210.0013 (2012).

[44] S. Ritter, F. Brennecke, K. Baumann, T. Donner, C. Guerlin, and T. Esslinger, "Dynamical coupling between a Bose-Einstein condensate and a cavity optical lattice," Applied Physics B : Lasers and Optics **95**, 213 (2009).

[45] G. Rempe, R. J. Thompson, R. J. Brecha, W. D. Lee, and H. J. Kimble, "Optical bistability and photon statistics in cavity quantum electrodynamics," Phys. Rev. Lett. **67**, 1727 (1991).

[46] F. Brennecke, S. Ritter, T. Donner, and T. Esslinger, "Cavity optomechanics with a Bose-Einstein condensate," Science **322**, 235 (2008).

[47] J. Zhang, F. Cui, D. Zhou, and W. Liu, "Nonlinear dynamics of a cigar-shaped Bose-Einstein condensate in an optical cavity," Physical Review A **79**, 03340 (2009).

[48] K. Baumann, C. Guerlin, F. Brennecke, and T. Esslinger, "Dicke quantum phase transition with a superfluid gas in an optical cavity," Nature **464**, 1301 (2010).

[49] Y. Colombe, T. Steinmetz, G. Dubois, F. Linke, D. Hunger, and J. Reichel, "Strong atom-field coupling for Bose-Einstein condensates in an optical cavity on a chip," Nature **450**, 272 (2007).

[50] S. Gupta, K. L. Moore, K. W. Murch, and D. M. S. Kurn, "Cavity Nonlinear Optics at Low Photon Numbers from Collective Atomic Motion," Phys. Rev. Lett. **99**, 213601 (2007).

[51] R. Mottl, F. Brennecke, K. Baumann, R. Landig, T. Donner, and T. Esslinger, "Roton-type mode softening in a quantum gas with cavity-mediated long-range interactions.," Science (New York, N.Y.) **336**, 1570 (2012).

[52] G. Varoquaux, Ph.D. thesis, Institut optique, Palaiseau, 2008.

[53] K. Dieckmann, R. J. C. Spreeuw, M. Weidemüller, and J. T. M. Walraven, "Two-dimensional magneto-optical trap as a source of slow atoms," Phys. Rev. A **58**, 3891 (1998).

[54] J. Schoser, A. Batär, R. Löw, V. Schweikhard, A. Grabowski, Y. Ovchinnikov, and T. Pfau, "Intense source of cold Rb atoms from a pure two-dimensional magneto-optical trap," Physical Review A **66**, 023410 (2002).

[55] J. Fuchs, Technical report (unpublished).

[56] P. Cheinet, Technical report (unpublished).

[57] J. Catani, P. Maioli, L. De Sarlo, F. Minardi, and M. Inguscio, "Intense slow beams of bosonic potassium isotopes," Physical Review A **73**, 033415 (2006).

[58] T. Müller, T. Wendrich, M. Gilowski, C. Jentsch, E. Rasel, and W. Ertmer, "Versatile compact atomic source for high-resolution dual atom interferometry," Physical Review A **76**, 063611 (2007).

[59] J.-F. Clément, "Réalisation d'un condensat de Bose-Einstein dans un piège dipolaire optique à 1565 nm," (2008).

[60] J. P. Brantut, Ph.D. thesis, Institut optique, Palaiseau, 2009.

[61] P. Cheinet, F. D. Santos, T. Petelski, J. L. Gouet, J. Kim, K. T. Therkildsen, A. Claironona, and A. Landragin, "Compact laser system for atom interferometry," Appl. Phys. B **84**, 643 (2006).

[62] S. Chu, J. E. Bjorkholm, A. Ashkin, and A. Cable, "Experimental Observation of Optically Trapped Atoms," Phys. Rev. Lett. **57**, 314 (1986).

[63] R. Grimm, M. Weidemüller, and Y. B. Ovchinnikov, "Optical Dipole Traps for Neutral Atoms," Advances In Atomic, Molecular, and Optical Physics **42**, 95 (2000).

[64] P. M. Barrett, J. Sauer, and M. Chapman, "All-Optical Formation of an Atomic Bose-Einstein Condensate," Phys. Rev. Lett. **87**, 10404 (2001).

[65] T. Kinoshita, T. Wenger, and D. S. Weiss, "All-optical Bose-Einstein condensation using a compressible crossed dipole trap," Phys. Rev. A **71**, 11602 (2005).

[66] A. Couvert, M. Jeppesen, T. Kawalec, G. Reinaudi, R. Mathevet, and D. Guï¿½ry-Odelin, "A quasi-monomode guided atom-laser from an all-optical Bose-Einstein condensate," Europhys. Lett. **83**, 50001 (2008).

[67] M. H. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Wieman, and E. A. Cornell, "Observation of Bose-Einstein Condensation in a Dilute Atomic Vapor," Science **269**, 198 (1995).

[68] W. Ketterle, K. B. Davis, M. A. Joffe, A. Martin, and D. E. Pritchard, "High Densities of Cold Atoms in a Dark Spontaneous Force Optical Trap," Phys. Rev. Lett. **70**, 2253 (1993).

[69] K. M. O'Hara, M. E. Gehm, S. R. Granade, and J. E. Thomas, "Scaling laws for evaporative cooling in time-dependent optical traps," Phys.˜Rev.˜A **88**, 51403 (2001).

[70] J. F. Clément, Ph.D. thesis, Institut optique, Palaiseau, 2008.

[71] M. Robert-de-saint Vincent, Ph.D. thesis, Institut optique, Palaiseau, 2010.

[72] K. J. Hughes, J. H. T. Burke, and C. A. Sackett, "Suspension of Atoms Using Optical Pulses, and Application to Gravimetry," Phys. Rev. Lett. **102**, 150403 (2009).

[73] T. Bourdel, M. Doser, a.D. Ernest, A. Voronin, and V. Voronin, "Quantum phenomena in gravitational field," Comptes Rendus Physique **12**, 779 (2011).

[74] A. Peters, K. Y. Chung, and S. Chu, "A measurement of gravitational acceleration by dropping atoms," Nature **400**, 849 (1999).

[75] G. Ferrari, N. Poli, F. Sorrentino, and G. M. Tino, "Long-Lived Bloch Oscillations with Bosonic Sr Atoms and Application to Gravity Measurement at the Micrometer Scale," Phys. Rev. Lett. **97**, 60402 (2006).

[76] F. Impens, F. P. D. Santos, and C. J. Bordé, "The theory of quantum levitators," New Journal of physics **13**, 65024 (2011).

[77] P. W. Anderson, "Absence of diffusion in certain random lattices," Physical Review **109**, 1492 (1958).

[78] A. Lagendijk, B. van Tiggelen, and D. S. Wiersma, "Fifty years of Anderson localization," Physics Today **62**, 24 (2009).

[79] R. Kuhn, C. Miniatura, D. Delande, O. Sigwarth, and C. Müller, "Localization of Matter Waves in Two-Dimensional Disordered Optical Potentials," Physical Review Letters **95**, 250403 (2005).

[80] R. C. Kuhn, O. Sigwarth, C. Miniatura, D. Delande, and C. A. Müller, "Coherent matter wave transport in speckle potentials," New Journal of Physics **9**, 161 (2007).

[81] G. Bergmann, "Field-Induced Resistance Minimum in Palladium with Lattice Defects," Physical Review Letters **43**, 1357 (1979).

[82] R. Cochrane, R. Harris, J. Ström-Olson, and M. Zuckermann, "Structural Manifestations in Amorphous Alloys : Resistance Minima," Physical Review Letters **35**, 676 (1975).

[83] G. Bergmann, "Weak localization in thin films," Physics Reports **107**, 1 (1984).

[84] B. Kramer and A. MacKinnon, "Localization : theory and experiment," Rep. Prog. Phys. **56**, 1469 (1993).

[85] M. Störzer, P. Gross, C. Aegerter, and G. Maret, "Observation of the Critical Regime Near Anderson Localization of Light," Physical Review Letters **96**, 063904 (2006).

[86] T. Schwartz, G. Bartal, S. Fishman, and M. Segev, "Transport and Anderson localization in disordered two-dimensional photonic lattices.," Nature **446**, 52 (2007).

[87] R. Dalichaouch, J. P. Armstrong, S. Schultz, P. M. Platzman, and S. L. McCall, "Microwave localization by two-dimensional random scattering," Nature **354**, 53 (1991).

[88] H. Hu, A. Strybulevych, J. H. Page, S. E. Skipetrov, and B. A. van Tiggelen, "Localization of ultrasound in a three-dimensional elastic network," Nature Physics **4**, 945 (2008).

[89] D. Clément, A. F. Varón, M. Hugbart, J. A. Retter, P. Bouyer, L. Sanchez-Palencia, D. M. Gangardt, G. V. Shlyapnikov, and A. Aspect, "Suppression of Transport of an Interacting Elongated Bose-Einstein Condensate in a Random Potential," Phys. Rev. Lett. **95**, 170409 (2005).

[90] C. Fort, L. Fallani, V. Guarrera, J. Lye, M. Modugno, D. Wiersma, and M. Inguscio, "Effect of Optical Disorder and Single Defects on the Expansion of a Bose-Einstein Condensate in a One-Dimensional Waveguide," Physical Review Letters **95**, 1 (2005).

[91] J. Billy, V. Josse, Z. Zuo, A. Bernard, B. Hambrecht, P. Lugan, D. Clément, L. Sanchez-Palencia, P. Bouyer, and A. Aspect, "Direct observation of Anderson localization of matter waves in a controlled disorder.," Nature **453**, 891 (2008).

[92] G. Roati, C. D'Errico, L. Fallani, M. Fattori, C. Fort, M. Zaccanti, G. Modugno, M. Modugno, and M. Inguscio, "Anderson localization of a non-interacting Bose-Einstein condensate.," Nature **453**, 895 (2008).

[93] F. Jendrzejewski, A. Bernard, K. Müller, P. Cheinet, V. Josse, M. Piraud, L. Pezzé, L. Sanchez-Palencia, A. Aspect, and P. Bouyer, "Three-dimensional localization of ultracold atoms in an optical disordered potential," Nature Physics **8**, 1 (2012).

[94] N. L. Smith, W. H. Heathcote, G. Hechenblaikner, E. Nugent, and C. J. Foot, "Quasi-2D confinement of a BEC in a combined optical and magnetic potential," Journal of Physics B : Atomic, Molecular and Optical Physics **38**, 223 (2005).

[95] Z. Hadzibabic, P. Krüger, M. Cheneau, B. Battelier, and J. Dalibard, "Berezinskii-Kosterlitz-Thouless crossover in a trapped atomic gas," Nature **441**, 1118 (2006).

[96] G. Stern, B. Allard, M. Robert-de Saint-Vincent, J.-p. Brantut, B. Battelier, T. Bourdel, and P. Bouyer, "Frequency doubled 1534 nm laser system for potassium laser cooling," Applied Optics (2010).

[97] B. Allard, Ph.D. thesis, Institut optique, Palaiseau, 2012.

[98] L. Pezzé, M. Robert-de Saint-Vincent, T. Bourdel, J.-P. Brantut, B. Allard, T. Plisson, A. Aspect, P. Bouyer, and L. Sanchez-Palencia, "Regimes of classical transport of cold gases in a two-dimensional anisotropic disorder," New Journal of Physics **13**, 95015 (2011).

[99] S. S. Kondov, W. R. McGehee, J. J. Zirbel, and B. DeMarco, "Three-dimensional Anderson localization of ultracold matter.," Science (New York, N.Y.) **334**, 66 (2011).

[100] T. Plisson, Ph.D. thesis, Institut optique, Palaiseau, 2012.

[101] Z. Hadzibabic and J. Dalibard, "Two-dimensional Bose fluids : An atomic physics perspective," Rivisita del nuovo cimento **34**, 389 (2011).

[102] V. L. Berezinskii, "Destruction of long-range order in one-dimensional and two-dimensional systems with a continuous symetry group.," Sov. Phys. JETP **34**, 610 (1972).

[103] J. M. Kosterlitz and D. J. Thouless, "Ordering, metastability and phase transitions in two-dimensional systems," Journal of Physics C : Solid State Physics **6**, 1181 (1973).

[104] N. D. Mermin and H. Wagner, "Absence of Ferromagnetism or Antiferromagnetism in One- or Two-Dimensional Isotropic Heisenberg Models," Physical Review Letters **17**, 1133 (1966).

[105] P. C. Hohenberg, "Existence of Long-Range Order in One and Two Dimensions," Phys. Rev. **158**, 383 (1967).

[106] D. Bishop and J. Reppy, "Study of the Superfluid Transition in Two-Dimensional 4He Films," Physical Review Letters **40**, 1727 (1978).

[107] N. Prokof'ev, O. Ruebenacker, and B. Svistunov, "Critical Point of a Weakly Interacting Two-Dimensional Bose Gas," Physical Review Letters **87**, 270402 (2001).

[108] S. Tung, G. Lamporesi, D. Lobser, L. Xia, and E. Cornell, "Observation of the Presuperfluid Regime in a Two-Dimensional Bose Gas," Physical Review Letters **105**, 230408 (2010).

[109] C.-L. Hung, X. Zhang, N. Gemelke, and C. Chin, "Observation of scale invariance and universality in two-dimensional Bose gases.," Nature **470**, 236 (2011).

[110] T. Yefsah, R. Desbuquois, L. Chomaz, K. J. Günter, and J. Dalibard, "Exploring the Thermodynamics of a Two-Dimensional Bose Gas," Physical Review Letters **107**, 130401 (2011).

[111] Z. Hadzibabic, P. Krüger, M. Cheneau, S. P. Rath, and J. Dalibard, "The trapped two-dimensional Bose gas : from Bose-Einstein condensation to Berezinskii-Kosterlitz-Thouless physics," New Journal of Physics **10**, 45006 (2008).

[112] R. Desbuquois, L. Chomaz, T. Yefsah, J. Léonard, J. Beugnon, C. Weitenberg, and J. Dalibard, "Superfluid behaviour of a two-dimensional Bose gas," Nature Physics (2012).

[113] P. Cladé, C. Ryu, A. Ramanathan, K. Helmerson, and W. D. Phillips, "Observation of a 2D Bose Gas : From Thermal to Quasicondensate to Superfluid," Physical Review Letters **102**, 170401 (2009).

[114] P. A. Lee and T. V. Ramakrishnan, "Disordered electronic systems," Reviews of Modern Physics **57**, 287 (1985).

[115] M. Imada, A. Fujimori, and Y. Tokura, "Metal-insulator transitions," Reviews of Modern Physics **70**, 1039 (1998).

[116] F. Evers and A. Mirlin, "Anderson transitions," Reviews of Modern Physics **80**, 1355 (2008).

[117] D. Basko, I. Aleiner, and B. Altshuler, "Metal-insulator transition in a weakly interacting many-electron system with localized single-particle states," Annals of Physics **321**, 1126 (2006).

[118] V. F. Gantmakher and V. T. Dolgopolov, "Superconductor insulator quantum phase transition," Physics-Uspekhi **53**, 1 (2010).

[119] A. M. Goldman and N. Markovic, "Superconductor-Insulator Transitions in the Two-Dimensional Limit," Physics Today **51**, 39 (1998).

[120] A. Goldman, "Superconductor insulator transitions in the two dimensional limit," Physica E : Low-dimensional Systems and Nanostructures **18**, 1 (2003).

[121] S. H. Pan, J. P. O'Neal, R. L. Badzey, C. Chamon, H. Ding, J. R. Engelbrecht, Z. Wang, H. Eisaki, S. Uchida, A. K. Gupta, K. W. Ng,

E. W. Hudson, K. M. Lang, and J. C. Davis, "Microscopic electronic inhomogeneity in the high-Tc superconductor Bi2Sr2CaCu2O8+x.," Nature **413**, 282 (2001).

[122] K. M. Lang, V. Madhavan, J. E. Hoffman, E. W. Hudson, H. Eisaki, S. Uchida, and J. C. Davis, "Imaging the granular structure of high-Tc superconductivity in underdoped Bi2Sr2CaCu2O8+delta.," Nature **415**, 412 (2002).

[123] A. J. Leggett, *Course : physics in two dimensions* (http ://online.physics.uiuc.edu/courses/phys598PTD/fall09/, University of Illinois at Urbana-Champaign, 2009).

[124] M. P. A. Fisher, P. B. Weichman, G. Grinstein, and D. S. Fisher, "Boson localization and the superfluid-insulator transition," Physical Review B **40**, 546 (1989).

[125] A. T. Bollinger, G. Dubuis, J. Yoon, D. Pavuna, J. Misewich, and I. Božović, "Superconductor-insulator transition in La2-xSrxCuO4 at the pair quantum resistance.," Nature **472**, 458 (2011).

[126] M. Richard, J. Kasprzak, A. Baas, S. Kundermann, K. G. Lagoudakis, M. Wouters, I. Carusotto, R. André, B. Deveaud-Plédran, and L. S. Dang, "Exciton-polariton Bose-Einstein condensation : advances and issues," International journal of nanotechnology **7**, 668 .

[127] B. Damski, J. Zakrzewski, L. Santos, P. Zoller, and M. Lewenstein, "Atomic Bose and Anderson Glasses in Optical Lattices," Physical Review Letters **91**, 080403 (2003).

[128] R. Roth and K. Burnett, "Phase diagram of bosonic atoms in two-color superlattices," Physical Review A **68**, 023604 (2003).

[129] L. Fallani, J. Lye, V. Guarrera, C. Fort, and M. Inguscio, "Ultracold Atoms in a Disordered Crystal of Light : Towards a Bose Glass," Physical Review Letters **98**, 130404 (2007).

[130] B. Deissler, M. Zaccanti, G. Roati, C. D'Errico, M. Fattori, M. Modugno, G. Modugno, and M. Inguscio, "Delocalization of a disordered bosonic system by repulsive interactions," Nature Physics **6**, 354 (2010).

[131] M. White, M. Pasienski, D. McKay, S. Q. Zhou, D. Ceperley, and B. DeMarco, "Strongly Interacting Bosons in a Disordered Optical Lattice," Physical Review Letters **102**, 055301 (2009).

[132] M. Pasienski, D. McKay, M. White, and B. DeMarco, "A disordered insulator in an optical lattice," Nature Physics **6**, 677 (2010).

[133] B. Gadway, D. Pertot, R. Reimann, and D. Schneble, "Superfluidity of Interacting Bosonic Mixtures in Optical Lattices," Physical Review Letters **105**, 045303 (2010).

[134] B. Gadway, D. Pertot, J. Reeves, M. Vogt, and D. Schneble, "Glassy Behavior in a Binary Atomic Mixture," Physical Review Letters **107**, 145306 (2011).

[135] E. Lucioni, B. Deissler, L. Tanzi, G. Roati, M. Zaccanti, M. Modugno, M. Larcher, F. Dalfovo, M. Inguscio, and G. Modugno, "Observation of Subdiffusion in a Disordered Interacting System," Physical Review Letters **106**, 230403 (2011).

[136] G. Kopidakis, S. Komineas, S. Flach, and S. Aubry, "Absence of Wave Packet Diffusion in Disordered Nonlinear Systems," Physical Review Letters **100**, 084103 (2008).

[137] A. Pikovsky and D. Shepelyansky, "Destruction of Anderson Localization by a Weak Nonlinearity," Physical Review Letters **100**, 094101 (2008).

[138] S. Flach, D. Krimer, and C. Skokos, "Universal Spreading of Wave Packets in Disordered Nonlinear Systems," Physical Review Letters **102**, 024101 (2009).

[139] T. Giamarchi and H. J. Schulz, "Anderson localization and interactions in one-dimensional metals," Physical Review B **37**, 325 (1988).

[140] I. L. Aleiner, B. L. Altshuler, and G. V. Shlyapnikov, "Finite temperature phase transition for disordered weakly interacting bosons in one dimension (cond-mat version)," Arxiv preprint arXiv :0910.4534 (2009).

[141] K. Huang and H. F. Meng, "Hard-Sphere Bose Gas in Random external Potential," Physical Review Letters **69**, 644 (1992).

[142] S. Giorgini, L. Pitaevskii, and S. Stringari, "Effects of disorder in a dilute Bose gas," Physical Review B **49**, 938 (1994).

[143] M. Kobayashi and M. Tsubota, "Bose-Einstein condensation and superfluidity of a dilute Bose gas in a random potential," Physical Review B **66**, 174516 (2002).

[144] A. Lopatin and V. Vinokur, "Thermodynamics of the Superfluid Dilute Bose Gas with Disorder," Physical Review Letters **88**, 235503 (2002).

[145] G. Falco, A. Pelster, and R. Graham, "Thermodynamics of a Bose-Einstein condensate with weak disorder," Physical Review A **75**, 063619 (2007).

[146] V. Yukalov and R. Graham, "Bose-Einstein-condensed systems in random potentials," Physical Review A **75**, 023619 (2007).

[147] V. Yukalov, E. Yukalova, K. Krutitsky, and R. Graham, "Bose-Einstein-condensed gases in arbitrarily strong random potentials," Physical Review A **76**, 053623 (2007).

[148] P. Lugan and L. Sanchez-Palencia, "Localization of Bogoliubov quasiparticles in interacting Bose gases with correlated disorder," Physical Review A **84**, 013612 (2011).

[149] M. Gordillo and D. Ceperley, "Effect of disorder on the critical temperature of a dilute hard-sphere Gas," Physical review letters **85**, 4735 (2000).

[150] G. E. Astrakharchik, J. Boronat, J. Casulleras, and S. Giorgini, "Superfluidity versus Bose-Einstein condensation in a Bose gas with disorder," Physical Review A **66**, 023603 (2002).

[151] M. H. W. Chan, K. I. Blum, S. Q. Murphy, W. G. K. S, and R. J. D, "Disorder and the superfluid transition in liquid 4He," Physical Review Letters **61**, 1950 (1988).

[152] P. Lugan, D. Clément, P. Bouyer, A. Aspect, M. Lewenstein, and L. Sanchez-Palencia, "Ultracold Bose Gases in 1D Disorder : From Lifshits Glass to Bose-Einstein Condensate," Physical Review Letters **98**, 170403 (2007).

[153] G. Falco, T. Nattermann, and V. Pokrovsky, "Weakly interacting Bose gas in a random environment," Physical Review B **80**, 104515 (2009).

[154] B. Shapiro, "Cold atoms in the presence of disorder," Journal of Physics A : Mathematical and Theoretical **45**, 143001 (2012).

[155] L. Sanchez-Palencia, "Smoothing effect and delocalization of interacting Bose-Einstein condensates in random potentials," Physical Review A **74**, 053625 (2006).

[156] S. Pilati, S. Giorgini, M. Modugno, and N. Prokof'ev, "Dilute Bose gas with correlated disorder : a path integral Monte Carlo study," New Journal of Physics **12**, 73003 (2010).

[157] P. W. H. Pinkse, A. Mosk, M. Weidemüller, M. W. Reynolds, T. W. Hijmans, and J. T. M. Walraven, "Adiabatically changing the phase-space density of a trapped Bose gas," Phys. Rev. Lett. **78**, 990 (1997).

[158] D. M. Stamper-Kurn, H.-J. Miesner, A. P. Chikkatur, S. Inouye, J. Stenger, and W. Ketterle, "Reversible formation of a Bose-Einstein condensate," Phys. Rev. Lett. **81**, 2194 (1998).

[159] S. G. Söyler, M. Kiselev, N. Prokof'ev, and B. Svistunov, "Phase Diagram of the Commensurate Two-Dimensional Disordered Bose-Hubbard Model," Physical Review Letters **107**, 185301 (2011).

[160] H. Ammann and N. Christensen, "Delta Kick Cooling : A New Method for Cooling Atoms," Physical Review Letters **78**, 2088 (1997).

[161] F. Jendrzejewski, K. Müller, J. Richard, A. Date, T. Plisson, P. Bouyer, A. Aspect, and V. Josse, "Coherent Backscattering of Ultracold Atoms," Arxiv preprint arXiv :1207.4775v1 1 (2012).

[162] G. Modugno, M. Modugno, F. Riboli, G. Roati, and M. Inguscio, "Two Atomic Species Superfluid," Physical Review Letters **89**, 190404 (2002).

[163] G. Roati, M. Zaccanti, C. D Errico, J. Catani, M. Modugno, A. Simoni, M. Inguscio, and G. Modugno, "39K Bose-Einstein Condensate with Tunable Interactions," Physical Review Letters **99**, 010403 (2007).

[164] B. DeMarco, "Onset of Fermi Degeneracy in a Trapped Atomic Gas," Science **285**, 1703 (1999).

[165] C. A. Regal, M. Greiner, and D. S. Jin, "Observation of Resonance Condensation of Fermionic Atom Pairs," Physical Review Letters **92**, 040403 (2004).

[166] C. D'Errico, M. Zaccanti, M. Fattori, G. Roati, M. Inguscio, G. Modugno, and A. Simoni, "Feshbach resonances in ultracold 39 K," New Journal of Physics **9**, 223 (2007).

[167] M. Landini, S. Roy, L. Carcagní, D. Trypogeorgos, M. Fattori, M. Inguscio, and G. Modugno, "Sub-Doppler laser cooling of potassium atoms," Physical Review A **84**, 043432 (2011).

[168] V. Gokhroo, G. Rajalakshmi, R. K. Easwaran, and C. S. Unnikrishnan, "Sub-Doppler deep-cooled bosonic and fermionic isotopes of potassium in a compact 2D+3D MOT setup," Journal of Physics B : Atomic, Molecular and Optical Physics **44**, 115307 (2011).

[169] D. R. Fernandes, F. Sievers, N. Kretzschmar, S. Wu, C. Salomon, and F. Chevy, "Sub-Doppler laser cooling of fermionic 40K atoms in three-dimensional gray optical molasses," arXiv :1210.1310 (2012).

[170] M. Landini, S. Roy, G. Roati, A. Simoni, M. Inguscio, G. Modugno, and M. Fattori, "Direct evaporative cooling of ˆ{39}K atoms to Bose-Einstein condensation," Physical Review A **86**, 033421 (2012).

[171] S. R. Granade, M. E. Gehm, K. M. O'Hara, and J. E. Thomas, "Preparation of a degenerate, two-component fermi gas by evaporation in a single beam optical trap," Phys. Rev. Lett. **88**, 120405 (2002).

[172] A. Altmeyer, S. Riedl, C. Kohstall, M. Wright, R. Geursen, M. Bartenstein, C. Chin, J. Denschlag, and R. Grimm, "Precision Measurements of Collective Oscillations in the BEC-BCS Crossover," Physical Review Letters **98**, 040401 (2007).

[173] W. S. Bakr, J. I. Gillen, A. Peng, S. Fölling, and M. Greiner, "A quantum gas microscope for detecting single atoms in a Hubbard-regime optical lattice.," Nature **462**, 74 (2009).

[174] J. F. Sherson, C. Weitenberg, M. Endres, M. Cheneau, I. Bloch, and S. Kuhr, "Single-atom-resolved fluorescence imaging of an atomic Mott insulator.," Nature **467**, 68 (2010).

[175] T. Nattermann and V. Pokrovsky, "Bose-Einstein Condensates in Strongly Disordered Traps," Physical Review Letters **100**, 060402 (2008).

[176] H. Ott, E. de Mirandes, F. Ferlaino, G. Roati, G. Modugno, and M. Inguscio, "Collisionally Induced Transport in Periodic Potentials," Physical Review Letters **92**, 160601 (2004).

[177] H. Miesner, D. Stamper-Kurn, M. Andrews, D. Durfee, S. Inouye, and W. Ketterle, "Bosonic Stimulation in the Formation of a Bose-Einstein Condensate," Science **279**, 1005 (1998).

[178] I. Shvarchuck, C. Buggle, D. Petrov, K. Dieckmann, M. Zielonkowski, M. Kemmann, T. Tiecke, W. von Klitzing, G. Shlyapnikov, and J. Walraven, "Bose-Einstein Condensation into Nonequilibrium States Studied by Condensate Focusing," Physical Review Letters **89**, 270404 (2002).

[179] M. Hugbart, J. A. Retter, A. F. Varón, P. Bouyer, and A. Aspect, "Population and phase coherence during the growth of an elongated Bose-Einstein condensate," Physical Review A **75**, 011602(R) (2007).

[180] C.-L. Hung, V. Gurarie, and C. Chin, "From Cosmology to Cold Atoms : Observation of Sakharov Oscillations in Quenched Atomic Superfluids," (2012).

[181] G. Labeyrie, T. Karpiuk, C. Miniatura, and D. Delande, "Coherent backscattering of a dilute Bose-Einstein condensate," Arxiv preprint arXiv :1206.0845v1 1 (2012).

[182] G. Juzeliunas, J. Ruseckas, P. Öhberg, and M. Fleischhauer, "Light-induced effective magnetic fields for ultracold atoms in planar geometries," Physical Review A **73**, 025602 (2006).

[183] K. Günter, M. Cheneau, T. Yefsah, S. Rath, and J. Dalibard, "Practical scheme for a light-induced gauge field in an atomic Bose gas," Physical Review A **79**, 011604(R) (2009).

[184] Y.-J. Lin, R. L. Compton, K. Jiménez-García, J. V. Porto, and I. B. Spielman, "Synthetic magnetic fields for ultracold neutral atoms.," Nature **462**, 628 (2009).

[185] T. Hänsch, "A Passion for Precision," Nobel Lecture (2005).