



**HAL**  
open science

# Analyse de l'interaction entre un jet turbulent et un tourbillon

Guillaume Depommier

► **To cite this version:**

Guillaume Depommier. Analyse de l'interaction entre un jet turbulent et un tourbillon. Mécanique [physics.med-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2010. Français. NNT : 2010PA066026 . tel-00814804

**HAL Id: tel-00814804**

**<https://theses.hal.science/tel-00814804>**

Submitted on 17 Apr 2013

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



THÈSE DE DOCTORAT  
DE L'UNIVERSITÉ PIERRE ET MARIE CURIE – PARIS 6

École doctorale de Sciences Mécaniques, Acoustique et Électronique de  
Paris

Spécialité : Mécanique

Présentée par

Guillaume DEPOMMIER

Pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ PIERRE ET MARIE CURIE

Sujet de la thèse :

**Analyse de l'interaction entre un jet turbulent  
et un tourbillon**

|      |       |             |                             |                           |
|------|-------|-------------|-----------------------------|---------------------------|
| M.   | J.-P. | Caltagirone | ENSCBP                      | <i>Examineur</i>          |
| M.   | C.    | Cambon      | Ecole Centrale de Lyon      | <i>Rapporteur</i>         |
| Mme. | O.    | Labbé       | ONERA/DSNA                  | <i>Examinatrice</i>       |
| M.   | E.    | Lamballais  | LEA Poitiers                | <i>Rapporteur</i>         |
| M.   | R.    | Paoli       | CERFACS                     | <i>Examineur</i>          |
| M.   | P.    | Sagaut      | Univ. Pierre et Marie Curie | <i>Directeur de thèse</i> |
| M.   | S.    | Zalesky     | Univ. Pierre et Marie Curie | <i>Examineur</i>          |



# Table des matières

|  |             |
|--|-------------|
| <b>Introduction</b>  | <b>xiii</b> |
| <b>1 Synthèse bibliographique</b>  | <b>1</b>    |
| 1.1 Développement du jet turbulent . . . . .   | 1           |
| 1.2 Formation des structures tourbillonnaires azimutales primaires . . . . .               | 2           |
| 1.3 Approche des structures tourbillonnaires et enroulement autour du tourbillon . . . . . | 7           |
| 1.4 Dissipation des structures tourbillonnaires . . . . .                                  | 11          |
| 1.5 Stabilité des tourbillons . . . . .  | 11          |
| 1.5.1 Différents types d'instabilités tourbillonnaires . . . . .                           | 12          |
| 1.5.2 Instabilités pour un tourbillon de sillage . . . . .                                 | 14          |
| 1.5.3 Stabilité linéaire . . . . .   | 15          |
| 1.6 Structures cohérentes . . . . .  | 16          |
| 1.6.1 Concept de structure cohérente . . . . .   | 16          |
| 1.6.2 Identification des structures tourbillonnaires . . . . .                             | 17          |
| <b>2 Méthodes numériques</b>   | <b>21</b>   |
| 2.1 Présentation du code FLUDILES . . . . .  | 21          |
| 2.2 Équations de la mécanique des fluides et Modélisation . . . . .                        | 21          |
| 2.2.1 Équations pour la simulation numérique directe . . . . .                             | 21          |
| 2.2.2 Équations pour la simulation des grandes échelles . . . . .                          | 23          |
| 2.2.3 Modélisation des termes de sous-maille . . . . .                                     | 27          |
| 2.3 Méthodes numériques . . . . .  | 29          |
| 2.3.1 Discrétisation spatiale . . . . .  | 29          |
| 2.3.2 Intégration temporelle . . . . .   | 32          |
| 2.3.3 Conditions aux limites . . . . .   | 33          |
| 2.4 Simulation de l'interaction Jet/Tourbillon . . . . .                                   | 35          |
| 2.4.1 Simulation du régime jet . . . . .   | 36          |
| 2.4.2 Simulation de l'interaction . . . . .  | 37          |
| 2.4.3 Comparaison des résultats aux niveaux expérimentaux . . . . .                        | 38          |
| <b>I Développement d'une méthode d'analyse</b>   | <b>41</b>   |
| <b>3 Introduction</b>  | <b>43</b>   |
| <b>4 Développement de la méthode</b>   | <b>45</b>   |
| 4.1 Séparation de l'action de chaque structure tourbillonnaire . . . . .                   | 45          |
| 4.1.1 Équations de la dynamique de la vorticit e . . . . .                                 | 45          |
| 4.1.2 Changement de base . . . . .   | 46          |
| 4.1.3 S eparation des actions correspondant  a chaque structure . . . . .                  | 47          |

|           |  |            |
|-----------|--|------------|
| 4.2       | Sélection des structures tourbillonnaires . . . . .                              | 49         |
| 4.2.1     | Définition d'un critère de sélection . . . . .                                   | 49         |
| 4.2.2     | Construction d'un algorithme d'isolement de tourbillon . . . . .                 | 50         |
| 4.2.3     | Construction d'un test d'appartenance . . . . .                                  | 50         |
| 4.2.4     | Finalisation de l'algorithme d'isolement . . . . .                               | 53         |
| 4.3       | Quantification des actions pour chaque structure et algorithme général . . . . . | 54         |
| 4.3.1     | Calcul des champs de vitesse . . . . .   | 55         |
| 4.3.2     | Algorithme général . . . . .   | 55         |
| 4.4       | Conclusion . . . . .   | 57         |
| <b>5</b>  | <b>Test des différents éléments de la méthode</b>                                | <b>59</b>  |
| 5.1       | Test de l'algorithme d'isolement des structures tourbillonnaires . . . . .       | 59         |
| 5.2       | Test du calcul des champs de vitesse induits . . . . .                           | 62         |
| 5.2.1     | Calcul de la vitesse azimutale . . . . .   | 62         |
| 5.2.2     | Calcul de la vitesse radiale . . . . .   | 68         |
| 5.3       | Calcul des termes de convection, diffusion et d'étirement . . . . .              | 69         |
| 5.3.1     | Calcul des termes de vortacité pour un Lamb-Oseen théorique. . . . .             | 69         |
| 5.3.2     | Comparaison entre résultats du post-traitement et cas théorique . . . . .        | 71         |
| 5.3.3     | Recherche de l'origine des erreurs . . . . .                                     | 71         |
| 5.3.4     | Impact du raffinement du maillage . . . . .                                      | 74         |
| 5.4       | Conclusion . . . . .   | 78         |
| <b>6</b>  | <b>Résumé</b>  | <b>79</b>  |
| <b>II</b> | <b>Analyse de l'interaction jet/tourbillon</b>                                   | <b>81</b>  |
| <b>7</b>  | <b>Introduction</b>  | <b>83</b>  |
| <b>8</b>  | <b>Recherche de mécanismes dominants caractéristiques de l'interaction</b>       | <b>85</b>  |
| 8.1       | Acquisition de simulations test . . . . .  | 85         |
| 8.1.1     | Rappel du déroulement d'une simulation à l'aide du code FLUDILES . . . . .       | 85         |
| 8.1.2     | Paramètres de la simulation et cas-test . . . . .                                | 86         |
| 8.1.3     | Étude comparative des cas tests . . . . .  | 89         |
| 8.2       | Post-traitement et analyse comparative des courbes d'évolution. . . . .          | 96         |
| 8.2.1     | Définition des paramètres du post-traitement . . . . .                           | 96         |
| 8.2.2     | Comparaison des résultats du post-traitement . . . . .                           | 97         |
| 8.2.3     | Conclusion . . . . .   | 109        |
| <b>9</b>  | <b>Analyse de l'action des mécanismes majeurs</b>                                | <b>111</b> |
| 9.1       | Découpage de l'interaction en périodes . . . . .                                 | 111        |
| 9.1.1     | Choix de découpage . . . . .   | 111        |
| 9.1.2     | Découpage des périodes . . . . .   | 112        |
| 9.2       | Analyse de chaque période . . . . .  | 118        |
| 9.2.1     | Première période : $t' = 0$ à $t' = 12$ . . . . .                                | 118        |
| 9.2.2     | Deuxième période : $t' = 12$ à $t' = 22$ . . . . .                               | 123        |
| 9.2.3     | Troisième période : $t' = 22$ à $t' = 40$ . . . . .                              | 128        |
| 9.2.4     | Quatrième période : $t' = 40$ à $t' = 50$ . . . . .                              | 134        |
| 9.2.5     | Périodes suivantes . . . . .   | 138        |
| 9.3       | Bilan des actions et construction d'un scénario . . . . .                        | 141        |
| 9.3.1     | Bilan des actions au cours des quatre premières périodes . . . . .               | 141        |

---

|  |  |            |
|--|--|------------|
| 9.3.2  | Construction d'un scénario pour l'interaction jet/tourbillon . . . . . | 145        |
| 9.4  | Conclusion . . . . .   | 152        |
| <b>Conclusion et perspectives</b>                    |  | <b>153</b> |
| <b>Annexe A : Calcul de la dissipation visqueuse</b> |  | <b>157</b> |
| <b>Annexe B : Coordonnées cylindriques</b>           |  | <b>159</b> |
| .1   | Equations de la vorticité en base cylindrique . . . . .                | 159        |
| .2   | Calcul des dérivées spatiales en repère cylindrique . . . . .          | 161        |



# Table des figures

|      |   |     |
|------|---|-----|
| 1    | Traînées de condensation au dessus de la vallée du Rhône. . . . .                 | xiv |
| 1.1  | Déstabilisation d'un jet et formation d'anneau tourbillonnaire. . . . .           | 2   |
| 1.2  | Exemple de regroupement de coeurs tourbillonnaires. . . . .                       | 3   |
| 1.3  | Représentation du cisaillement considéré. . . . .                                 | 3   |
| 1.4  | Effet du cisaillement sur une structure tourbillonnaire. . . . .                  | 4   |
| 1.5  | Effet de la force de Coriolis pour un tourbillon axial. . . . .                   | 7   |
| 1.6  | Enroulement des structures sous forme de spirales. . . . .                        | 8   |
| 1.7  | Étirement de filaments tourbillonnaires. . . . .                                  | 8   |
| 1.8  | Aspiration de vorticit   par deux tourbillons contra-rotatifs. . . . .            | 8   |
| 1.9  | Cr  ation de vorticit   azimutale sur un tourbillon axial. . . . .                | 9   |
| 1.10 | Sch  ma de l'  coulement de Taylor-Couette. . . . .                               | 12  |
| 1.11 | Visualisation d'instabilit  s inflexionnelles. . . . .                            | 13  |
| 1.12 | D  veloppement d'instabilit   de Crow dans un sillage d'avion . . . . .           | 14  |
| 1.13 | Visualisation d'instabilit  s coop  ratives. . . . .                              | 15  |
| 1.14 | Repr  sentation sch  matique d'ondes de Kelvin. . . . .                           | 16  |
| 2.1  | Diff  rences entre l'approche DNS et LES. . . . .                                 | 23  |
| 2.2  | Accumulation d'  nergie    la coupure. . . . .                                    | 28  |
| 2.3  | Configuration exp  rimentale sur laquelle est bas  e la simulation. . . . .       | 35  |
| 2.4  | Disposition du jet par rapport au centre du domaine . . . . .                     | 37  |
| 2.5  | Visualisation du champ de vitesse exp  rimental    $X/b = 5$ . . . . .            | 39  |
| 2.6  | Comparaison des r  sultats num  riques et exp  rimentaux    $X/b = 0.1$ . . . . . | 40  |
| 2.7  | Comparaison des r  sultats num  riques et exp  rimentaux    $X/b = 0.3$ . . . . . | 40  |
| 4.1  | Sch  ma g  n  ral des   tapes de la m  thode . . . . .                            | 49  |
| 4.2  | Exemple de probl  me d   au maillage . . . . .                                    | 51  |
| 4.3  | Test d'appartenance : sch  ma des diff  rentes   tapes . . . . .                  | 52  |
| 4.4  | Sch  ma g  n  ral de l'algorithme . . . . .                                       | 53  |
| 4.5  | Sch  ma du test d'un voisin . . . . .   | 54  |
| 4.6  | Sch  ma de l'algorithme pour le calcul des champs de vitesse. . . . .             | 56  |
| 4.7  | Sch  ma du programme de post-traitement . . . . .                                 | 57  |
| 5.1  | Surfaces de crit  re $Q = 0.01$ color  es par la vorticit   azimutale. . . . .    | 59  |
| 5.2  | Choix des structures    s  lectionner. . . . .                                    | 60  |
| 5.3  | R  sultat de la s  lection apr  s l'isolement via l'algorithme. . . . .           | 60  |
| 5.4  | R  sultat de la s  lection du tourbillon principal. . . . .                       | 61  |
| 5.5  | R  sultat de la s  lection de la structure tourbillonnaire primaire. . . . .      | 61  |
| 5.6  | R  sultat de la s  lection de la structure tourbillonnaire secondaire. . . . .    | 61  |
| 5.7  | Illustration d'un d  faut de s  lection. . . . .                                  | 62  |

|      |   |     |
|------|---|-----|
| 5.8  | Comparaison de profils de vitesse azimutale. . . . .  | 63  |
| 5.9  | Champs de vorticité axiale après sélection par le programme. . . . .                        | 63  |
| 5.10 | Profils de la norme de vorticité au centre du tourbillon. . . . .                           | 64  |
| 5.11 | Profils de norme de vorticité après baisse du critère de sélection. . . . .                 | 65  |
| 5.12 | Profil de la vitesse azimutale après augmentation de la sélection du tourbillon . . . . .   | 65  |
| 5.13 | Schéma de l'intégration sur un domaine axial doublé. . . . .                                | 66  |
| 5.14 | Profil de la vitesse azimutale après augmentation du domaine axial d'intégration. . . . .   | 67  |
| 5.15 | Effet du raffinement de maillage sur le calcul de la vitesse azimutale . . . . .            | 67  |
| 5.16 | Profils de vitesse radiale et limites radiales du tourbillon. . . . .                       | 68  |
| 5.17 | Profils de vitesse radiale pour le calcul étendu. . . . .                                   | 69  |
| 5.18 | Variations azimutales du champ de vorticité axiale. . . . .                                 | 74  |
| 5.19 | Exemple de résultats pour l'enstrophie pour un modèle   trois structures. . . . .           | 77  |
|      |   |     |
| 8.1  |  volution de l'énergie cinétique turbulente pour une interaction jet/tourbillon . . . . .   | 86  |
| 8.2  |  volution de l'énergie cinétique turbulente pour les cas A et B. . . . .                    | 87  |
| 8.3  | Comparaison entre les cas A et B au temps relatif $t = 120$ . . . . .                       | 88  |
| 8.4  |  volution de l'énergie cinétique turbulente pour les quatre cas. . . . .                    | 90  |
| 8.5  | Comparaison des profils de vorticité des quatre cas au temps $t = 120$ . . . . .            | 91  |
| 8.6  | Comparaison des profils de vorticité des quatre cas au minimum d'énergie . . . . .          | 93  |
| 8.7  | Comparaison des profils de vorticité des quatre cas au palier d'énergie. . . . .            | 94  |
| 8.8  | Comparaison des profils de vorticité des cas A, B et D au maximum d'énergie. . . . .        | 95  |
| 8.9  |  volution de la vorticité axiale de la structure 1 pour les cas A, C et D. . . . .          | 98  |
| 8.10 | Schéma des champs de vitesse générés par les structures azimutales. . . . .                 | 99  |
| 8.11 | Iso-surfaces de vorticité du Cas A au temps $t = 108$ . . . . .                             | 100 |
| 8.12 | Iso-surfaces de vorticité du Cas A au temps $t = 114$ . . . . .                             | 100 |
| 8.13 | Iso-surfaces de vorticité du Cas A au temps $t = 120$ . . . . .                             | 101 |
| 8.14 |  volution de la vorticité azimutale de la structure 2 pour les cas A, C et D. . . . .       | 103 |
| 8.15 |  volution de la vorticité azimutale de la structure 3 pour les cas A, C et D. . . . .       | 104 |
| 8.16 |  volution de la vorticité axiale de la structure 2 pour les cas A, C et D . . . . .         | 105 |
| 8.17 |  volution de la vorticité axiale de la structure 3 pour les cas A, C et D. . . . .          | 106 |
| 8.18 |  volution du nombre de points sélectionnés, cas D. . . . .                                  | 107 |
| 8.19 | Comparaison de la sélection des trois structures   différents temps. . . . .                | 108 |
| 8.20 | Sélection des structures, cas D   $t' = 50$ . . . . .                                       | 109 |
|      |   |     |
| 9.1  | Découpage temporel   l'aide de la première méthode. . . . .                                 | 113 |
| 9.2  | Deuxième étape du découpage temporel : simplification des courbes . . . . .                 | 114 |
| 9.3  | Découpage temporel   l'aide de la deuxième méthode . . . . .                                | 116 |
| 9.4  | Découpage temporel final. . . . .   | 117 |
| 9.5  | Isosurfaces de vorticité colorées par vorticité azimutale. . . . .                          | 119 |
| 9.6  | Schéma de la création de vorticité azimutale par convection de vorticité radiale . . . . .  | 119 |
| 9.7  | Répartition de l'étirement induits par la structure 1 sur les structures 2 et 3. . . . .    | 120 |
| 9.8  | Iso-surfaces de vorticité colorées par vorticité axiale au temps $t' = 8$ . . . . .         | 121 |
| 9.9  | Alignement azimutal de la vorticité pour les structures 2 et 3 . . . . .                    | 122 |
| 9.10 | Champ de vitesse radiale générée par les structures 2 et 3, au temps $t' = 8$ . . . . .     | 123 |
| 9.11 | Isosurfaces de vorticité colorées par la vorticité azimutale. . . . .                       | 124 |
| 9.12 | Extraction de vorticité axiale du tourbillon central par les structures azimutales. . . . . | 125 |
| 9.13 | Schéma d'enroulement de vorticité azimutale autour des structures 2 et 3. . . . .           | 125 |
| 9.14 | Lignes de vorticité sur le tourbillon central au temps $t' = 20$ . . . . .                  | 126 |
| 9.15 | Schéma de création de vorticité radiale. . . . .  | 127 |
| 9.16 | Isosurfaces de vorticité colorées par la vorticité azimutale. . . . .                       | 128 |

---

|      |   |     |
|------|---|-----|
| 9.17 | Schémas de l'attraction spiralée des structures 2 et 3 par le tourbillon axial. . . . . | 130 |
| 9.18 | Schémas explicatifs de l'écartement d'une partie des structures 2 et 3. . . . .         | 130 |
| 9.19 | Déformation de la structure 2 par production de vorticité axiale . . . . .              | 132 |
| 9.20 | Schémas de la déformation du tourbillon axial par son propre champ de vitesse . . . . . | 132 |
| 9.21 | Schéma de formations de paires tourbillonnaires. . . . .                                | 133 |
| 9.22 | Fractionnement des excroissances de vorticité azimuthale au temps $t' = 38$ . . . . .   | 134 |
| 9.23 | Isosurfaces de vorticité colorées par la vorticité azimuthale. . . . .                  | 135 |
| 9.24 | Séparation des structures azimuthales primaires . . . . .                               | 135 |
| 9.25 | Emergence des structures tourbillonnaires secondaires . . . . .                         | 136 |
| 9.26 | Déformation d'une structure en U. . . . .   | 137 |
| 9.27 | Isosurfaces de vorticité colorées par la vorticité azimuthale. . . . .                  | 139 |
| 9.28 | Isosurfaces de vorticité colorées par la vorticité azimuthale. . . . .                  | 140 |
| 9.29 | Comparaison de niveaux de vitesse azimuthale et vorticité axiale. . . . .               | 143 |
| 9.30 | Comparaison de l'évolution temporelle de la dissipation visqueuse. . . . .              | 144 |
| 9.31 | Scénario de l'interaction, première phase . . . . .                                     | 145 |
| 9.32 | Scénario de l'interaction, deuxième phase . . . . .                                     | 146 |
| 9.33 | Scénario de l'interaction, troisième phase . . . . .                                    | 146 |
| 9.34 | Scénario de l'interaction, quatrième phase . . . . .                                    | 146 |
| 9.35 | Scénario de l'interaction, cinquième phase . . . . .                                    | 147 |
| 9.36 | Scénario de l'interaction, sixième phase . . . . .                                      | 147 |
| 9.37 | Scénario de l'interaction, septième phase . . . . .                                     | 148 |
| 9.38 | Scénario de l'interaction, huitième et dernière phase . . . . .                         | 149 |
| 9.39 | Isosurfaces de vorticité colorées par la vorticité azimuthale. . . . .                  | 150 |
| 9.40 | Effet d'un nombre plus important de structures azimuthales primaires. . . . .           | 151 |
| 41   | Schéma du repère cylindrique par rapport au repère cartésien du calcul FLUIDILES        | 159 |
| 42   | Schéma de la configuration pour le changement de base . . . . .                         | 161 |



# Liste des tableaux

|     |  |     |
|-----|--|-----|
| 5.1 | Tableau comparatif du calcul des termes de convection, diffusion, et d'étirement.  | 71  |
| 5.2 | Tableau comparatif du calcul des termes de convection, diffusion, et d'étirement.  | 72  |
| 5.3 | Tableau comparatif de l'erreur commise sur les termes calculés. . . . .            | 72  |
| 5.4 | Tableau présentant les résultats de différents post-traitements. . . . .           | 75  |
| 5.5 | Tableau comparatif de l'erreur commise sur les termes des équations de vorticité.  | 75  |
| 8.1 | Spécifications du cas A . . . . .  | 87  |
| 8.2 | Spécifications des différents cas . . . . .  | 89  |
| 9.1 | Découpage temporel à l'aide de la première méthode. . . . .                        | 115 |
| 9.2 | Découpage temporel à l'aide de la deuxième méthode. . . . .                        | 115 |
| 9.3 | Découpage final de l'intervalle de temps correspondant au régime d'interaction . . | 118 |



# Introduction

Selon les prévisions de l'Organisation Internationale de l'Aviation Civile, la croissance annuelle du trafic aérien mondial pour les dix prochaines années sera en moyenne de 6,5% pour le transport de marchandises, et de 5% pour le transport de passagers. L'augmentation de la densité ( déjà élevée) d'avions en l'air, à proximité des aéroports et au sol, soulève plusieurs problèmes : gestion du transit dans les aéroports, gestion des routes aériennes, augmentation des nuisances sonores, de la pollution... Plusieurs de ces problèmes sont reliés au sillage d'un avion. Ce dernier se compose du jet issu du réacteur, qui est un ensemble de gaz chauds (produits par la combustion) expulsés à haute vitesse dans l'atmosphère et du tourbillon de sillage (ou tourbillon marginal) qui se forme au bout des ailes par l'enroulement de la nappe tourbillonnaire.

Si un avion croise le sillage d'un avion le précédant, et s'il est placé dans l'axe d'un tourbillon de sillage, il risque d'être fortement déstabilisé. En effet le tourbillon de sillage induit un fort moment de rotation, proportionnel à la circulation de ce tourbillon. Donc, si le premier avion est un gros porteur de type Boeing 747 ou Airbus A380, il va produire un tourbillon de sillage très énergétique et donc source de problèmes pour l'avion suiveur, surtout si ce dernier se trouve à proximité du sol (phase de décollage, ou phase d'atterrissage). Il est donc nécessaire de respecter des distances de séparation entre deux avions, le temps que l'intensité des tourbillons de sillage baisse. Pour un aéroport, cette distance se traduit par un temps d'attente entre deux décollages/atterrissages, contribuant ainsi à la congestion du transit.

Les problèmes associés au jet sont d'une autre nature, et se placent dans un contexte plus environnemental. L'intérêt se porte ici sur la diffusion des produits de la combustion. La densité d'avions dans un aéroport favorise la concentration de ces espèces chimiques du jet qui sont toxiques et polluantes. Il est aussi connu que les gaz chauds du jet se refroidissent rapidement au contact de l'air froid en vol, créant ainsi des traînées de condensation visibles depuis le sol. L'intensification du trafic aérien augmente le nombre de traînées dans le ciel, comme on peut le voir sur la figure 1 pour la région proche de l'aéroport Lyon-Saint Exupéry. Des études en cours cherchent à déterminer l'influence de ces traînées sur l'effet de serre. Pour les espèces chimiques comme pour la traînée, l'enroulement du jet autour du tourbillon peut favoriser la dispersion de cette traînée.

Il apparaît donc qu'une meilleure compréhension de la physique du sillage et de ses deux composantes (jet, tourbillon) pourrait amener à un contrôle de l'origine ou de l'évolution des problèmes évoqués ci-dessus, ce qui a suscité de nombreuses études. Historiquement, les premières de ces études portant sur le sillage d'avion se sont concentrées sur les tourbillons de sillage, et coïncident avec les premiers pas de l'aviation. Il y a eu un regain d'intérêt pour ce sujet dans les années 1970 avec l'apparition des gros porteurs de type Boeing 747 (premier vol commercial en 1969) à cause des problèmes liés aux tourbillons. La liste des études menées à cette époque est longue, et on conseille la lecture de l'article de 1999 de Rossow [77], qui reprend l'ensemble des résultats obtenus au cours de ces années. On retiendra que l'ensemble de ces études, expérimentales (faites au sol et en vol) ou comportementales, ont majoritairement été axées sur la recherche de solutions (manoeuvres d'évitement, une dissipation plus rapide du



FIG. 1 – Traînées de condensation au dessus de la vallée du Rhône. Source : NASA.

tourbillon . . . ) pour éviter les problèmes liés aux tourbillons.

Le thème a connu un renouveau dans les années 90 avec l'apparition de nouveaux moyens expérimentaux non-intrusifs, tels que la PIV ("Particule Image Velocimetry"), rendue possible avec l'arrivée de caméras plus performantes, ou bien la LDV ("Laser-Doppler-Velocimetry"). Ces nouveaux moyens permettent alors d'obtenir des relevés de vitesse et de pression plus précis pour les différentes régions du sillage\*. Pour une vue d'ensemble des études expérimentales sur le sujet, on conseille l'article de Savaş [80], qui a classé l'ensemble des études expérimentales sur les tourbillons de sillage, en détaillant pour chacune de ces études le type d'expérience (soufflerie, tunnel hydraulique, bassin à eau, . . .), l'instrumentation (tube de pitot, LDV, PIV, . . .), les données de l'écoulement (nombre de Reynolds) et la maquette utilisée (profil Naca0012, aile complète, etc). Cependant, malgré ces nouveaux moyens expérimentaux, un problème subsiste pour effectuer des mesures expérimentales dans le champ lointain. En effet, pour atteindre des distances de mesures élevées dans l'axe du sillage, il faut soit avoir une longue section de test dans la soufflerie, soit avoir une maquette réduite. L'étude expérimentale du champ lointain d'un sillage tourbillonnaire à haut nombre de Reynolds est donc difficile.

Un des moyens pour y remédier a été la simulation numérique. Dans les années 90 se sont développées de nouvelles méthodes numériques et, grâce à des moyens informatiques plus importants, la simulation du champ lointain est devenue possible. C'est la deuxième raison de ce regain d'intérêt pour le sillage d'avion. Ces études se sont basées sur différentes méthodes : simulation numérique directe (DNS) [76], simulation aux grandes échelles (LES) [27, 31], simulation des équations d'Euler [84] et méthodes basées sur des lâchers particuliers [13]. Ces études se sont attachées à reproduire les mesures expérimentales, à comprendre la formation des tourbillons et leur développement (trajectoire, interaction entre les différents tourbillons) et à produire des modèles réalistes.

Enfin, si les études du sillage d'un avion étaient jusque là essentiellement tournées vers le tourbillon marginal, l'intérêt s'est, à cette époque, tourné vers l'évolution du jet, pour les raisons

---

\*En effet, il est courant de découper le sillage en quatre régions : Le champ proche ("near-field"), couvrant une distance  $x$  derrière l'avion de l'ordre de la corde de l'avion  $x/c = \mathcal{O}(1)$ , le champ proche étendu ("extended near-field") couvrant une distance de l'ordre de l'envergure  $b$  de l'avion  $x/b = \mathcal{O}(1)$ , le champ semi-lointain ("mid-far-field")  $x/b = \mathcal{O}(10)$ , et le champ lointain ("far-field") pour des distances supérieures à  $10b$ .

environnementales mentionnées plus haut. Ici encore, ces études ont été à la fois expérimentales [36, 94], théoriques [63], et numériques [10, 50, 69, 70]. Le comportement du jet lors de la formation du tourbillon, la dispersion des particules de suie et la formation des traînées de condensation font partis des thèmes alors analysés.

Grâce à ces études, la description du sillage est allée plus loin que le découpage champ proche/champ lointain. Miake-Lye *et al.* [63] distinguent différentes étapes dans la formation et la vie du sillage. Dans une première phase, le jet sortant du réacteur se développe librement par mélange tourbillonnaire à l'air froid ambiant. Si les relations entre le jet et le tourbillon naissant dans cette zone du sillage restent sujet d'études\* [14, 20, 27, 31], l'impact du tourbillon sur le développement du jet est généralement jugé mineur et c'est pourquoi cette phase est appelée "*régime jet*". Après cette période, qui dure environ dix secondes, commence la phase "*régime de sillage*". C'est une phase d'interaction forte entre le tourbillon maintenant formé et le jet, qui ne possède plus assez de quantité de mouvement axiale pour résister à l'attraction du tourbillon. Le jet s'enroule alors autour de ce dernier, et change de structure turbulente. La dernière phase est le "*régime de destruction*" : les tourbillons contrarotatifs sont suffisamment proches pour que leurs champs de vitesse interagissent mutuellement et que des instabilités coopératives se développent, aboutissant à la destruction du tourbillon. Si on s'attache plus particulièrement au régime de sillage, on peut là aussi distinguer deux phases. La première est une phase d'interaction pendant laquelle le tourbillon modifie fortement la structure de la turbulence du jet s'enroulant autour de lui. De nouvelles structures tourbillonnaires plus intenses font alors leur apparition. Il y a ensuite une phase de dissipation durant laquelle ces structures disparaissent, par diffusion ou par éclatement tourbillonnaire.

Ce régime de sillage a fait l'objet de nombreuses études, qui se sont attachées à prédire la diffusion des espèces chimiques du jet, à comprendre la manière dont ces espèces chimiques sont piégées par le tourbillon, l'effet de la position du jet par rapport au tourbillon . . . Cependant, ces études expérimentales et numériques s'attachent le plus souvent à un point spécifique de l'interaction, et il n'y a eu que peu d'analyses physiques ou comportementales effectuées en considérant l'interaction dans son ensemble. Plus particulièrement, il n'y a pas eu, à notre connaissance, d'analyse détaillée de la phase d'interaction du régime de sillage. On ne connaît pas précisément l'impact du tourbillon sur les structures turbulentes du jet, et inversement, les mécanismes intervenant lors de l'interaction entre ces structures et le tourbillon.

Le but de cette étude consiste donc à effectuer une analyse fine de l'interaction jet/tourbillon, en particulier pour la phase d'interaction du régime de sillage. Cette analyse se traduit par une recherche des mécanismes physiques régissant les différentes périodes de l'interaction, leur origine et leur enchaînement, en s'appuyant sur les résultats d'une simulation numérique.

Après un rappel de l'état de l'art sur le sujet (chapitre 1), et une présentation des outils numériques utilisés pour simuler l'interaction jet/tourbillon (chapitre 2), on présentera dans une première partie la méthode employée pour analyser finement cette interaction. On s'attachera alors, dans un premier temps, à construire l'outil d'analyse en expliquant son intérêt, et sa mise en oeuvre (chapitre 4). Afin de vérifier que cet outil est pertinent pour l'utilisation que l'on compte en faire et se comporte tel que prévu, on effectuera, dans un deuxième temps, un ensemble de tests de validation (chapitre 5). A l'aide de la méthode mise au point dans la première, nous nous attacherons dans une deuxième partie à l'analyse à proprement parler de la phase d'interaction du régime de sillage. Cette analyse se déroulera aussi en deux temps. La démarche consistera d'abord à utiliser la méthode mise au point pour mettre en évidence les mécanismes dominants, caractéristiques de l'interaction (chapitre 8). C'est à dire les mécanismes

---

\*en particulier sur l'enroulement de la nappe tourbillonnaire et sa capacité à piéger les espèces du jet

dont l'action est déterminante dans l'évolution du jet et du tourbillon, et qui sont identifiables pour toute interaction. Ensuite, l'étude se concentrera sur l'action de ces mécanismes majeurs, en s'attachant à faire ressortir leurs enchaînements et leur origine (chapitre 9).

# Chapitre 1

## Synthèse bibliographique

L'objectif de ce premier chapitre est de donner au lecteur une vue d'ensemble du sujet, c'est à dire l'interaction jet/tourbillon. Ce sujet est complexe et comporte diverses thématiques très distinctes : il mêle développement de structures turbulentes dans un jet, mécanismes de production de vorticit   via cisaillement, stabilit   tourbillonnaire . . . Aussi il nous para  t appropri  , dans un premier temps, de suivre l'interaction depuis le d  veloppement turbulent du jet (phase jet selon Miake-Lye *et al.* [63]) jusque dans la zone lointaine du sillage et de d  crire chaque m  canisme. On d  veloppera ensuite quelques points particuliers : la stabilit   des tourbillons, le concept de structures coh  rentes et leur d  tection.

### 1.1 D  veloppement du jet turbulent

Durant la phase jet de l'interaction, c'est    dire dans le champ proche du sillage, le tourbillon marginal est encore en formation et n'affecte pas encore le jet. Ce dernier est alors libre de se d  velopper. C'est pourquoi nous allons commencer par d  crire la transition    la turbulence d'un jet laminaire, bien que dans un cas r  el, ce dernier soit d  j   turbulent en sortant de la tuy  re. Les   tudes exp  rimentales [68] ainsi que les   tudes num  riques [18, 58, 59, 60] ont montr   qu'il se forme des anneaux tourbillonnaires dans la couche de cisaillement d'un jet rond initialement laminaire (voir figure 1.1). La cr  ation de ces anneaux r  sulte du d  veloppement d'instabilit  s de type Kelvin-Helmholtz dans la couche de m  lange, dues au cisaillement    l'interface entre le jet et l'ext  rieur. Martin et Meiburg [60] ont montr   que sous certaines conditions, des anneaux tourbillonnaires contra-rotatifs peuvent appara  tre entre les anneaux cr   s par l'instabilit   de Kelvin-Helmholtz.

Ces anneaux tourbillonnaires sont eux-m  mes soumis    des perturbations [59] : ils sont d  stabilis  s radialement et axialement et cette perte d'axisym  trie favorise l'apparition de tourbillons axiaux ("braids vortices" en anglais) reliant les anneaux entre eux. Ces perturbations sont en partie dues aux ph  nom  nes d'appariements faisant   voluer les anneaux entre eux et d  pla  ant les points d'arr  t libres entre chaque anneau. Le cisaillement amplifie ces perturbations qui forment les structures tourbillonnaires longitudinales. En fin de compte, les perturbations s'intensifient et finissent par d  stabiliser compl  tement les anneaux tourbillonnaires qui se fractionnent en plusieurs morceaux.

Les perturbations non-visqueuses, initi  es dans la couche de cisaillement, cr  ent donc un ensemble tourbillonnaire    la p  riph  rie radiale du jet. Les variations radiales de ces anneaux se r  percutent sur le coeur du jet (proche de son axe) et excitent des modes d'instabilit  s appel  s "jet-column modes". Comme le r  sum  t Danaila, Du  sek et Anselmet [18], un jet axisym  trique d  finit deux longueurs caract  ristiques : l'  paisseur initiale de quantit   de mouvement de la couche limite  $\Theta_0$ , d  crivant la dynamique du jet    proximit   de la tuy  re, et le rayon du jet  $R$  qui influe sur l'  volution du jet dans le champ lointain. Pour une   tude de stabilit   lin  aire

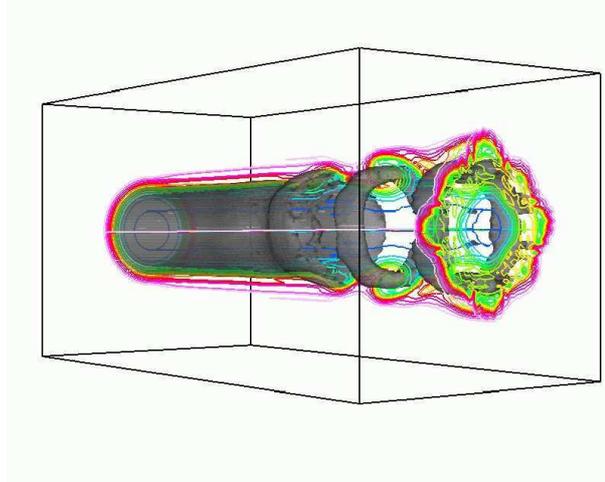


FIG. 1.1 – Déstabilisation d’un jet et formation d’anneau tourbillonnaire. Source : internet.

non-visqueuse, le rapport  $R/\Theta_0$  définit le nombre d’onde dominant pour les modes azimutaux. Pour le jet, ce rapport décroît le long de l’axe et donc si les modes  $m = 0$  et  $m = 1$  sont tous les deux présents dans la zone proche de la sortie du jet, le mode  $m = 1$  est le plus amplifié dès la fin du cône potentiel. L’ensemble de ces perturbations, amplifiées par l’apparition des structures longitudinales, fait progressivement transiter le jet à la turbulence.

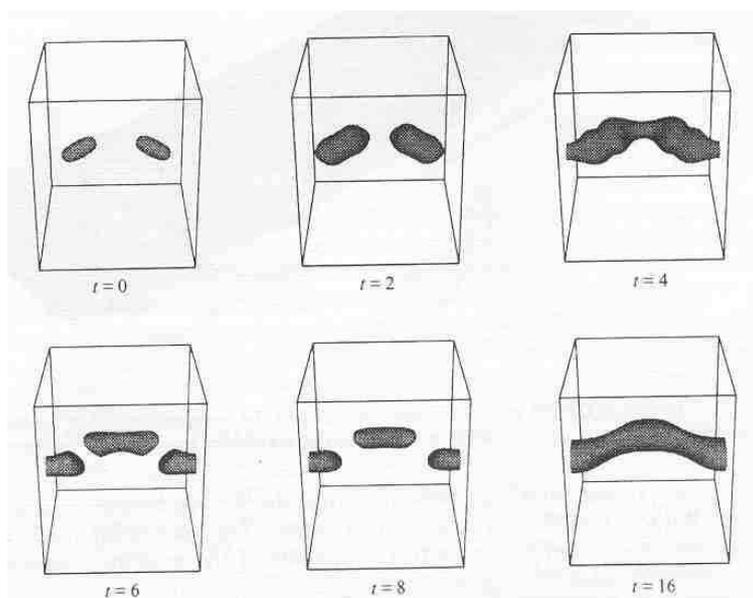
## 1.2 Formation des structures tourbillonnaires azimutales primaires

La phase “tourbillon” du régime de sillage de l’interaction commence lorsque le tourbillon nouvellement formé possède suffisamment d’intensité pour capter le jet et l’attirer à lui. Le jet, dont la vitesse axiale a chuté au cours de son développement, n’est plus en mesure de résister à l’attraction du champ de vitesse créé par le tourbillon et s’enroule autour de ce dernier. Au cours de cet enroulement, de nouvelles structures tourbillonnaires, majoritairement composées de vorticité azimutale, font leur apparition. Ces structures s’enroulent sous forme d’anneaux tourbillonnaires, ou de manière spiralée autour du tourbillon [66, 83, 85].

Selon Melander et Hussain [62], lorsque les anneaux tourbillonnaires se morcellent suite au développement d’instabilités azimutales, ils forment des structures tourbillonnaires polarisées\* en forme d’épingle à cheveux (*i.e* “hairpin vortex”). Cet effet est confirmé par Marshall [57] : une structure tourbillonnaire devenue instable s’allonge dans le sens de l’écoulement sous la forme de delta ou d’épingles (“hairpin vortices”) dont les deux jambes ont des vorticités de signes opposés. Ces structures sont alors alignées dans la direction azimutale par le cisaillement induit par le champ de vitesse généré par le tourbillon. En donnant une direction privilégiée à ces structures (qui sinon sont réparties de manière chaotique), le tourbillon favorise alors les appariements, les reconnections (voir figure 1.2) et autres phénomènes tourbillonnaires essentiellement bidimensionnels. De cette façon, des structures tourbillonnaires composées majoritairement de vorticité azimutale font leur apparition autour du tourbillon.

**Effet du cisaillement** Le cisaillement induit par le champ de vitesse azimutale créé par le tourbillon central semble être à l’origine de cette formation de structures tourbillonnaires. Si dans notre cas, ce cisaillement favorise l’émergence d’un certain type de structures, des études ont été menées sur l’effet d’un cisaillement sur de la turbulence isotrope homogène [40, 48], et

\*C’est à dire représentables par un champ de vecteur comportant une partie rotationnelle.

FIG. 1.2 – Exemple de regroupement de coeurs tourbillonnaires (Source : Verzicco *et. al.* [92])

ont constaté l'émergence de structures tourbillonnaires.

Par exemple, si on considère l'étude menée par Kida et Tanaka [48], un cisaillement de type  $S = (Sx_2, 0, 0)$  dans un repère  $(x_1, x_2, x_3)$  (voir figure 1.3 ci-dessous) ayant pour axe principal l'axe  $x_1$ , pour axe vertical l'axe  $x_2$  et l'axe  $x_3$  en tant qu'axe transverse, a la forme suivante pour l'équation de la vorticité :

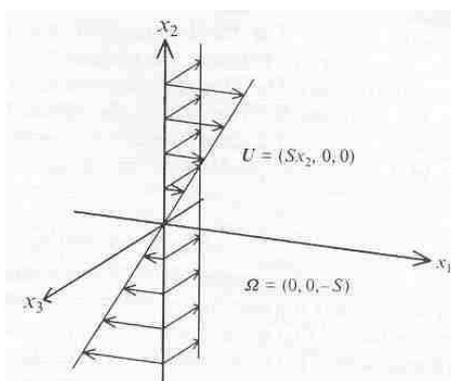


FIG. 1.3 – Représentation du cisaillement considéré (source : Kida et Tanaka [48])

$$\frac{\partial \omega_i}{\partial t} = \underbrace{\left( -Sx_2 \frac{\partial \omega_i}{\partial x_1} - U_k \frac{\partial \omega_i}{\partial x_k} \right)}_I + \underbrace{\left( S \cdot \omega_2 \cdot \delta_{i1} - S \frac{\partial U_i}{\partial x_3} + \omega_k \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \right)}_{II} + \nu \nabla^2 \omega_i \quad (1.2.1)$$

(I) contient les termes d'advection. On peut y distinguer l'advection de la vorticité par le cisaillement (1<sup>er</sup> terme) et l'advection de la vorticité par la vitesse (2<sup>ème</sup> terme). Dans (II), on peut distinguer trois termes (de gauche à droite) :

- Le premier décrit un passage de la vorticité verticale à la vorticité dominante de l'écoulement (axiale dans notre cas) par l'effet du cisaillement,
- Le deuxième montre la conversion de la vorticité moyenne ambiante suivant la composante  $x_i$  (pour  $i \neq 3$ ) ou alors une modification de l'intensité de la vorticité transverse,

- Le troisième terme convertit la vorticité de la composante  $x_k$    la composante  $x_i$  (pour  $k \neq i$ ), ou un changement d'intensité de la vorticité par étirement ou contraction des lignes vortex.

On peut donc,   l'aide de cette équation, mesurer l'influence du cisaillement sur l'interaction, sur l'organisation de la turbulence. En effet, on peut considérer que ce modèle de cisaillement plan est vrai sur la frontière du tourbillon principal dans notre cas d'interaction jet/tourbillon. Localement, le cisaillement induit par le tourbillon est analogue au cisaillement plan (localement  $x_2$  est analogue au rayon et  $x_1$    la direction azimutale). Dès lors, l'équation ci-dessus devient intéressante pour  $i=1$  ( $\theta$ ).

$$\frac{\partial \omega_\theta}{\partial t} = \underbrace{\left( -Sx_2 \frac{\partial \omega_\theta}{\partial x_1} - U_k \frac{\partial \omega_\theta}{\partial x_k} \right)}_I + \underbrace{\left( S \cdot \omega_2 - S \frac{\partial U_\theta}{\partial x_3} + \omega_k \frac{\partial U_\theta}{\partial x_k} \right)}_{II} + \nu \nabla^2 \omega_\theta \quad (1.2.2)$$

Si l'on reprend l'explication des termes de (II), on a globalement une réorientation de la vorticité radiale et axiale suivant la composante azimutale ou une modification de l'intensité de cette dernière. Le cisaillement induit par le tourbillon principal impose donc une réorientation de la vorticité dans son voisinage.

L'écoulement cisailé moyen étire la vorticité ambiante pour générer des tubes vortex longitudinaux. Ces mêmes tubes induisent un mouvement de rotation autour d'eux, qui étire les lignes tourbillonnaires perpendiculairement au sens de l'écoulement afin de créer des nappes vortex. Sous l'effet de l'instabilité de Kelvin-Helmholtz, ces nappes s'enroulent sur elles-même et forment des tubes vortex latéraux. De fortes interactions existent entre ces différentes entités (nappe, filament, tourbillons longitudinaux et latéraux, écoulement cisailé), comme on peut le voir sur la figure 1.4.

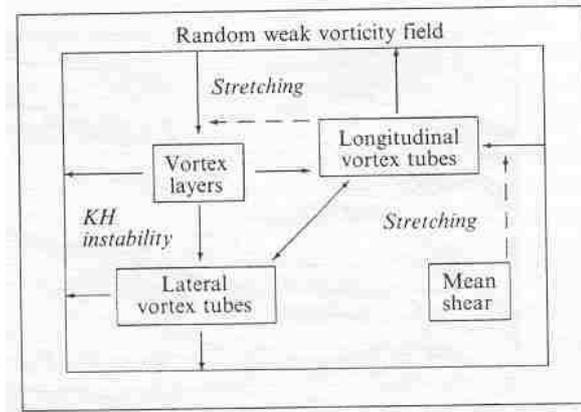


FIG. 1.4 – Formation et destruction de structures tourbillonnaires dans un champ cisailé uniforme [48]

Ces structures se forment perpendiculairement   la direction de l'écoulement,   45  ou   135  par rapport   la direction du cisaillement. Pour faire le pendant au cas de l'interaction jet/tourbillon, les structures se formeraient perpendiculairement   l'axe du jet et avec un certain angle par rapport   la direction azimutale. Cet angle décroît avec le temps, et les structures ont tendance   s'aligner dans la direction du cisaillement. En menant conjointement une étude   partir de simulation numérique directe (DNS) et une analyse négligeant les termes non-lin aires\*, Iida *et al.* [40] ont montré que l'alignement dans la direction longitudinale des structures (et donc

\*Ce type d'analyse est appelé "Rapid Distortion Theory" ou RDT. Cette méthode a été introduite par Batchelor et Proudman [6] en 1952, et sert d'outil d'analyse pour la turbulence [34].

leur intensification) était un mécanisme linéaire, au contraire de la déformation horizontale (ou “tilting” en anglais).

**Force de Coriolis** Un autre phénomène qui se produit au début de l’interaction entre un jet turbulent et un tourbillon de sillage, est dû à la force de Coriolis. Nous allons nous baser sur les travaux d’Arnaud Antkowiak [2] pour présenter un mécanisme de formation et d’amplification de structures tourbillonnaires azimutales.

Le phénomène s’appuie sur le principe de la pseudo-force de Coriolis, appliquée aux perturbations de vitesse azimutales, autour du tourbillon de sillage, dues à la turbulence. Ces perturbations de vitesse azimutale localisées dans l’espace (que l’on appellera maintenant “stries”) induisent alors un effet d’expulsion ou d’attraction ( par rapport au centre du tourbillon ) pour les éléments de fluide aux alentours des stries. Cet effet se traduit donc par un mouvement de rotation autour d’un axe azimutal dans la zone potentielle du tourbillon, et il se crée des anneaux tourbillonnaires autour du tourbillon principal.

En s’intéressant aux perturbations axisymétriques d’un tourbillon de Lamb-Oseen ([2] chapitre 3.1), Antkowiak propose une perturbation optimale\* composée uniquement d’un empilement de stries de haute et basse vitesse azimutale  $u_\theta$ , localisé à la périphérie du tourbillon, dans la région quasi-potentielle. Suite à cette perturbation, “on observe la génération et le développement des tores de vorticité azimutale  $\omega_\theta$ . Ces rouleaux s’amplifient très nettement, et au temps optimal, quasiment toute l’énergie de la perturbation est contenue dans ces structures”.

On peut être tenté de faire un parallèle avec l’effet *lift-up*<sup>†</sup>, mais le cas n’est pas le même. Dans le cas de l’effet *lift-up*, on considère un écoulement plan cisailé dans lequel on plonge une perturbation optimale sous la forme de rouleaux longitudinaux et cet effet crée des stries axiales de haute et basse vitesse. Dans le cas présent, ce serait plutôt l’inverse : des stries longitudinales (en considérant un rayon de tourbillon très grand) de haute vitesse formant de puissants rouleaux longitudinaux contra-rotatifs. A partir de cette remarque, Antkowiak nomme l’effet qui nous intéresse : effet *anti-lift-up*.

Si on considère le tourbillon de Lamb-Oseen dans un milieu homogène, il correspond   un état d’équilibre des forces en présence. L’effet d’expulsion d    la force centrifuge est contrebalancé par les forces de pression du coeur tourbillonnaire. Dès lors, si l’on perturbe cet équilibre en faisant varier la vitesse azimutale des particules fluides, on les soumet   la pseudo-force de Coriolis :

$$\vec{F}_{\text{coriolis}} = -2\Omega(r)\vec{e}_z \wedge u_\theta\vec{e}_\theta \text{ soit } \vec{F}_{\text{coriolis}} = 2\Omega(r)u_\theta\vec{e}_r$$

où  $\Omega(r)$  est la vitesse angulaire induite par le tourbillon de Lamb-Oseen, et  $u_\theta$  la variation de vitesse azimutale. Ce qui veut dire qu’une particule dans une strie de haute vitesse (resp. basse vitesse) sera expulsée vers l’extérieur du tourbillon (resp. vers le coeur du tourbillon).

Cependant, comme indiqué précédemment, les particules sont aussi soumises   d’autres forces que celle de Coriolis. Si on part des équations de Navier-Stokes linéarisées (en axisymétrique) pour un champ de perturbation  $u = (u_r, u_\theta, u_z, p)$  autour d’un champ moyen  $U = (0, r\Omega(r), W, P)$  (cf.

---

\*Le principe d’optimisation a été ainsi résumé par Pradeep et Hussain [73] : on appelle le gain  $G(t)$  l’enveloppe des courbes d’évolution d’énergie  $E(t)$  des perturbations. Si l’énergie  $E(t)$  d’une perturbation atteint  $G(t)$     $t = \tau$ , on dit que cette perturbation est ‘ $t = \tau$  optimale’. Elle est optimale dans le sens où aucune autre perturbation n’atteint une aussi grande énergie d’amplification   cet instant  $t = \tau$ . Pour plus de précisions sur la méthode des perturbations optimales, voir l’article de Corbett et Bottaro [16].

<sup>†</sup>Si on considère une perturbation en vitesse verticale (ie. un tourbillon longitudinal), des particules seront soulevées (*lifted-up*) et, en conservant leur quantité de mouvement, créeront localement une forte perturbation de vitesse (cf. [51]). Dans un article publié en 1992, Butler et Farrell [11] ont démontré que la perturbation optimale d’un écoulement plan cisailé est un tourbillon longitudinal qui évolue de sorte   former de fortes perturbations de vitesse longitudinale : ce sont les fameuses *stries* de haute et basse vitesse cr ees par l’effet *lift-up*.

[2], chapitre 2.1) :

$$\frac{\partial u_r}{\partial t} - 2\Omega(r)u_\theta = -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{\text{Re}}(\Delta u_r - \frac{u_r}{r^2}) \quad (1.2.3)$$

$$\frac{\partial u_\theta}{\partial t} + \frac{\kappa(r)^2}{2\Omega(r)}u_r = \frac{1}{\text{Re}}(\Delta u_\theta - \frac{u_\theta}{r^2}) \quad (1.2.4)$$

$$\frac{\partial u_z}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{\text{Re}}(\Delta u_z) \quad (1.2.5)$$

où  $\kappa(r)$  est la fréquence epicyclique locale. On ajoute l'équation de continuité :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial ru_r}{\partial r} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0 \quad (1.2.6)$$

on peut alors, en prenant la divergence du système (1.2.3 - 1.2.5), soit

$$\frac{1}{r} \frac{\partial r(1.2.3)}{\partial r} + \frac{\partial(1.2.3)}{\partial z} = 0 \quad (1.2.7)$$

et en faisant disparaître les termes visqueux et de dérivée temporelle, faire apparaître une équation scalaire dite de Poisson :

$$\Delta p = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (2r\Omega(r)u_\theta) \quad (1.2.8)$$

que l'on peut voir sous la forme

$$[\nabla \cdot (-\nabla p)] = -[\nabla \cdot \vec{F}_{\text{coriolis}}] \quad (1.2.9)$$

On peut donc voir que la force de pression correspond à l'opposée de la partie potentielle de la force de Coriolis. Elles s'annulent donc. Dès lors, la composante qu'il nous reste de cette force de Coriolis est la partie rotationnelle, comme on peut le voir sur la figure 1.5, qui va générer un mouvement toroïdal axisymétrique. C'est à dire que cette partie rotationnelle va forcer la génération de rouleaux de vorticit    $\omega_\theta$ .

De plus, si l'on considère l'équation d'évolution linéarisée de la vorticit   azimutale ci-dessous, on peut voir qu'une modification de la vitesse azimutale va entra  ner une modification de la vorticit   azimutale.

$$\frac{\partial \omega_\theta}{\partial t} = 2\Omega(r, t) \frac{\partial u_\theta}{\partial t} + \frac{1}{\text{Re}} \Delta \omega_\theta \quad (1.2.10)$$

Cette   quation, qui peut aussi   tre vue en termes d'  tirement et de changement d'inclinaison [73], montre que l'  volution de la vorticit   azimutale est lin  airement d  pendante des stries de vitesse azimutale. Cependant, si l'on consid  re l'  quation d'  volution de la vitesse azimutale (  quation 1.2.11 ci-dessous), on peut s'apercevoir que si ces stries semblent   voluer ind  pendamment de contraintes hydrodynamiques, il n'en est rien concernant l'  volution des anneaux tourbillonnaires, qui sont enti  rement r  gis par ces stries.

$$\frac{\partial u_\theta}{\partial t} = \frac{1}{\text{Re}} \Delta u_\theta \quad (1.2.11)$$

On retrouve cette d  pendance lin  aire vis    vis des perturbations de vitesse azimutale  $u_\theta$  dans l'  quation d'  volution de la vitesse radiale :

$$\frac{\partial u_r}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial r} + 2\Omega(r, t)u_\theta + \frac{1}{\text{Re}}(\Delta \vec{u}) \cdot \vec{e}_r \quad (1.2.12)$$

On retrouve donc le fait que si une particule se trouve dans une strie de basse vitesse azimutale, elle aura tendance    se rapprocher du coeur, et si elle se trouve dans une strie de haute vitesse,

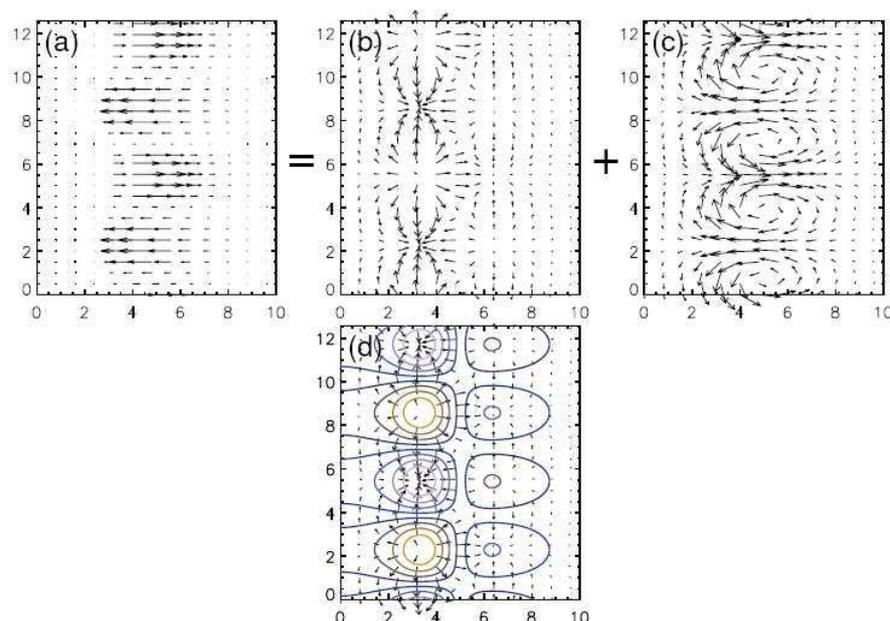


FIG. 1.5 – (a) Densité de force de Coriolis à l’instant initial. (b) et (c) Décomposition de Helmholtz de ce champ de force en partie potentielle et rotationnelle respectivement. (d) Force de pression  $-\nabla p$  à l’instant initial et isobares correspondants. (Source [2])

vers l’extérieur. On voit donc bien comment le mouvement circulaire peut être engendré, les stries de vitesse azimutales engendrant un mouvement radial sur les particules, et un champ rotationnel intense (figure 1.5(c)).

Si dans le cas étudié par Antkowiak, les perturbations sont optimales et régulièrement réparties le long du tourbillon, l’effet de la force de Coriolis a été vérifié dans le cadre d’une turbulence homogène isotrope [98]. Les structures sont donc générées conjointement par le cisaillement induit par le tourbillon et la force de Coriolis.

### 1.3 Approche des structures tourbillonnaires et enroulement autour du tourbillon

Une fois formées, les structures tourbillonnaires sont convectées vers le tourbillon et s’enroulent de manière spiralée autour de ce dernier. Dans leur article, Melander et Hussain [62] faisaient remarquer qu’après l’alignement azimutal induit par le cisaillement lors de la création des structures tourbillonnaires, la vorticité de ces dernières n’est pas absolument alignée avec la direction azimutale : les lignes de vorticité ont une forme spiralée (cf. figure 1.6). Cet alignement purement azimutal se fait progressivement, au fur et à mesure que la structure approche et s’enroule autour du tourbillon. La vitesse azimutale engendrée par ce dernier est plus intense lorsque l’on s’approche du rayon de coeur, comme le montre la figure 1.7. Le cisaillement est alors plus intense lorsque l’on s’approche de l’axe du tourbillon, ce qui favorise l’alignement.

**Déformation du tourbillon** Cet enroulement des structures tourbillonnaires autour du tourbillon principal le perturbe de diverses façons. Tout d’abord, cette proximité des structures déforme le tourbillon. L’effet conjoint de deux structures tourbillonnaires contra-rotatives (ou co-rotative avec un effet moindre) attire la vorticité du tourbillon à elles : le tourbillon marginal est alors modifié radialement. Dans un article de 1997, Marshall [57] a étudié l’effet d’anneaux tourbillonnaires co- et contra-rotatifs sur un tourbillon axial. Dans le cas d’anneaux co-rotatif,

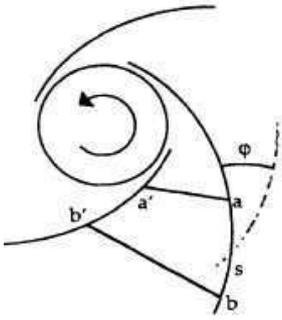


FIG. 1.6 – Enroulement des structures sous forme de spirales (Source : Melander et Hussain [62])

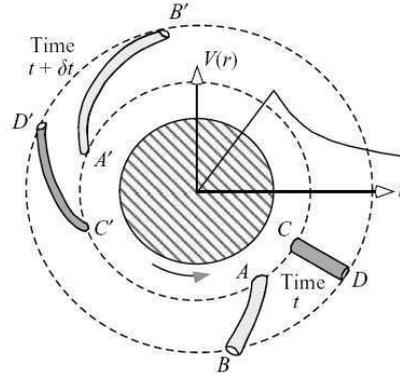


FIG. 1.7 – Illustration de l'étirement de filaments tourbillonnaires par le tourbillon principal (Source : Pradeep et Hussain [73]).

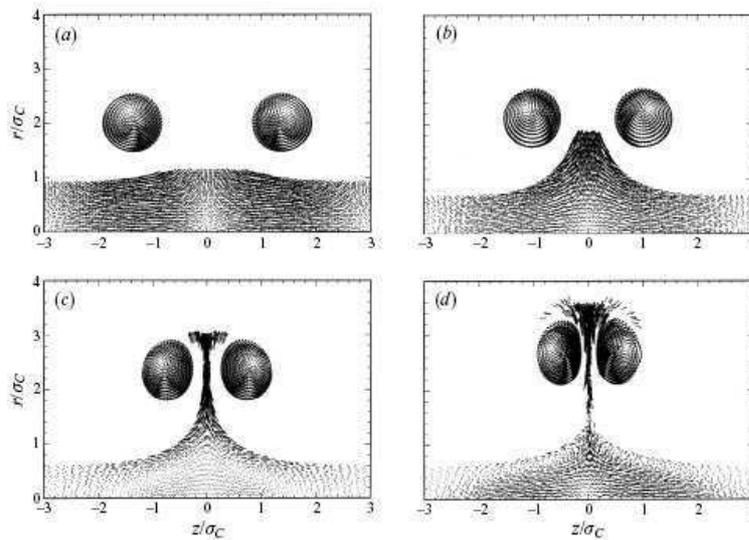


FIG. 1.8 – Aspiration de vorticité par deux tourbillons contra-rotatifs (Source : Marshall [57])

une déformation radiale du tourbillon se propage le long de l'axe, suivant les anneaux dans leur mouvement. Ces derniers attirent à eux des nappes de vorticité, à partir du tourbillon, qui sont rapidement diffusées par la viscosité ambiante (voir figure 1.8). Dans le cas d'anneaux contra-rotatifs, la modification du rayon reste locale, mais est plus importante en amplitude, et la vorticité extraite par ce biais est donc elle aussi plus importante. Cependant, elle est étirée radialement par les structures tourbillonnaires [48], ce qui affine cette nappe de vorticité qui finit par diffuser.

Selon Melander et Hussain [62], la vorticité ainsi éjectée peut être captée par des structures tourbillonnaires plus petites, appelées “secondaires” par opposition avec les structures tourbillonnaires “primaires” qui créent cet arrachement de vorticité. Ces structures secondaires “gravitent” à proximité des structures primaires qui organisent la turbulence ambiante, de la même façon que le tourbillon axial le fait pour ces structures primaires. En transmettant le moment angulaire dans leur voisinage [83], les structures primaires permettent aux structures secondaires de croître.

Du point de vue du tourbillon axial, cet arrachement de vorticité favorise la dissipation de son énergie. Takahashi *et al.* [85] ont étudié en 2005 l'influence de la turbulence sur un tourbillon axial

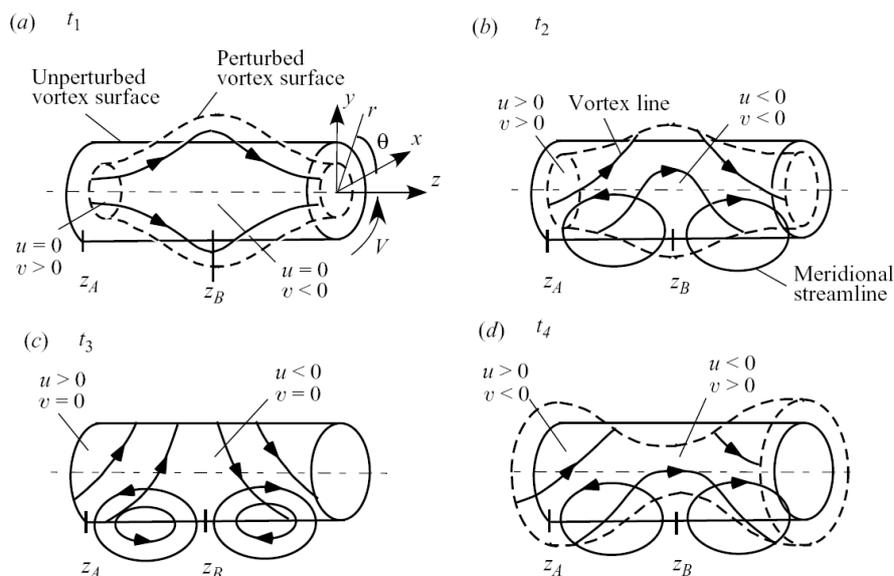


FIG. 1.9 – Schéma de la création de vorticité azimuthale sur un tourbillon axial après variation de son rayon. Source : Pradeep et Hussain [73]

et ont pu constater que la décroissance temporelle des niveaux de vorticité était plus importante pour un tourbillon plongé dans un milieu turbulent que s'il était isolé. Cette différence est plus marquée à l'intérieur du coeur du tourbillon qu'à l'extérieur. De plus, ils ont constaté que le rayon de coeur était lui aussi plus important pour un cas avec turbulence.

**Création de vorticité radiale et azimuthale** La modification radiale du tourbillon axial a pour autre effet de modifier les lignes vortex qui le composent. En effet, cette déformation des lignes crée par étirement de la vorticité radiale jusque là inexistante. De plus, la zone la plus éloignée radialement n'est pas advectée avec la même vitesse que la zone non-modifiée pour les raisons évoquées ci-dessus, à savoir que l'intensité de la vitesse azimuthale générée par le tourbillon varie avec le rayon. Il y a alors création de vorticité azimuthale. La figure 1.9 ci-dessus extraite de l'article de 2006 de Pradeep et Hussain [73] schématise ces étapes, pour une déformation axi-symétrique. Au temps  $t_1$ , le tourbillon est modifié axialement à la position axiale  $z_B$ . Cette perturbation courbe les lignes de vorticité de telle sorte qu'au temps  $t_2$ , des zones de vorticité azimuthale font leur apparition. Au temps  $t_3$ , les forces de pression ont ramené le tourbillon à un état non-déformé. Cependant, les lignes de vorticité sont fortement modifiées, et les zones de vorticité azimuthales amènent le tourbillon à se déformer au temps  $t_4$  de la manière inverse qu'au temps  $t_1$ . Dans un cas non-visqueux, les cas (a) et (d) continuent à alterner de manière continue, puisque les oscillations ne sont pas amorties. De plus, si un cisaillement transversal est rajouté, les zones de vorticité azimuthale se forment continument et s'amplifient au lieu d'osciller [72]. Les perturbations restant axi-symétriques, ces zones de vorticité azimuthale forment alors des anneaux tourbillonnaires supplémentaires autour du tourbillon axial, et s'auto-convectent le long de ce dernier. La perturbation de rayon est alors propagée le long du tourbillon. Dans un cas visqueux, les oscillations sont amorties et la création de vorticité azimuthale est donc limitée [29, 73].

**Excitation des modes d'instabilité** Bien que réduites dans le cas visqueux, les oscillations créées par les variations de rayon excitent les modes d'instabilités azimuthaux du tourbillon (voir section 1.5 ci-après).

**Modes axisymétriques :  $m = 0$**  Dans le cadre de perturbations axisymétriques, des variations de rayon vont tout naturellement exciter le mode  $m = 0$ . Ces perturbations ont pour effet la production de vorticité radiale   la périphérie du coeur du tourbillon. En effet si les différentes valeurs propres des modes d’instabilité ont individuellement leur maximum de croissance près de l’axe, ils ont tendance   se compenser par superposition au centre du tourbillon, et   interférer de manière constructive en dehors [73]. Dans un cadre non-visqueux, il pourrait n’y avoir aucune limitation   la croissance d’énergie des instabilités  $m = 0$  comme il a été mentionné dans le paragraphe précédent. La viscosité ainsi que la vorticité (de manière intrinsèque) réduisent et atténuent ces perturbations, favorisant l’émergence d’un seul mode pour un rayon de coeur.

Si un champ de contrainte, tel que de l’étirement, est superposé   ces variations axisymétriques, des modes  $|m| = 2$  peuvent se développer et le tourbillon se d saxer. En effet, les modes  $|m| = 2$  et  $m = 0$  se compensent pour un champ de contraintes compressif, et s’additionnent pour un champ d’étirement [72]. Le point majeur de cette remarque est que les modes  $|m| = 2$  et  $m = 0$  peuvent ainsi s’intensifier par résonance et résister   l’amortissement visqueux.

**Modes hélicoïdaux  $|m| = 1$**  La production des composantes radiales et azimutales de la vorticité par le procédé décrit dans le paragraphe précédent peut changer le caractère axisymétrique des perturbations. En effet, ces deux composantes, soumises   des processus d’étirement/compression et de réorientation (“tilting” en anglais), peuvent aussi créer un cisaillement de la vorticité axiale. Cette combinaison de mécanismes peut alors exciter les modes  $|m| = 1$  [73]. Dans le cas où le nombre d’onde axial  $k$  est petit (soit pour des modes   grande longueur d’onde), le mécanisme de cisaillement, par son caractère bidimensionnel, domine les mécanismes d’étirement et redirection. Au contraire, pour un nombre d’onde  $k \gg 1$ , les modes s’intensifient via les mécanismes tridimensionnels d’étirement et redirection.

Dans les deux cas, les modes  $|m| = 1$  conduisent   des modifications de vorticité axiale, en créant de la vorticité  $\omega_z > 0$  ou  $\omega_z < 0$  supplémentaire. Dans le premier cas,  $\omega_r$  et  $\omega_\theta$  induisent une vitesse axiale  $u_z$  non-nulle, ce qui entraine que le terme d’étirement axial pur  $\omega_z \frac{\partial u_z}{\partial z}$  devient non-négligeable [45]. Dans le cas où les mécanismes d’étirements et redirection dominant, la vorticité azimutale  $\omega_\theta$  induit une perturbation axiale des champs de vitesse radiale et azimutale, ce qui réoriente la vorticité axiale dans les directions radiale et azimutale. On a alors un mécanisme qui réduit l’intensité de la vorticité axiale.

**Recirculation et éclatement tourbillonnaire** Comme il vient juste d’être mentionné, les zones de vorticité azimutale cr ees sur le tourbillon axial peuvent engendrer localement des vitesses axiales négatives. Or, une zone de recirculation dans un tourbillon peut amener   ce qu’on appelle l’éclatement tourbillonnaire [30]. On utilise ce terme pour désigner le changement abrupt de structure du tourbillon qui survient parfois lors d’écoulement   haut nombre de Reynolds. Il est caractérisé par une soudaine décélération axiale, formant un point d’arrêt suivi par une zone de séparation [95]. Suivant l’intensité initiale de la vitesse angulaire du tourbillon, l’éclatement peut prendre un certain nombre de formes (axisymétriques, spirales . . .). L’éclatement tourbillonnaire est un sujet complexe, qui fait l’objet d’études   part enti re\* et n’est pas le thème de ce mémoire. Nous nous intéresserons brièvement aux travaux de Brown & Lopez [29], qui mettent en valeur l’ensemble des forces s’opposant dans un écoulement tourbillonnaire stationnaire dans un cas non-visqueux. On peut voir cet écoulement de trois façon différentes. Premièrement, comme un équilibre entre les forces de pression contractant la section courante du tourbillon et la force

---

\*On peut néanmoins citer les travaux fondateurs de Squire [82] et Benjamin [7, 8]

centrifuge expulsant les particules fluides loin de l'axe, en considérant l'équation ci-dessous :

$$u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + u_z \frac{\partial u_r}{\partial z} = \frac{u_\theta^2}{r} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r}$$

On peut aussi considérer cet écoulement comme une interaction entre la charge hydraulique (ou "Total Head" en anglais)  $\mathcal{H} = p/\rho + \frac{1}{2}(u_r^2 + u_\theta^2 + u_z^2)$  et la circulation  $\Gamma = ru_\theta$ . Dans ce cas là, l'équation ci-dessus se réécrit de la manière suivante :

$$u_z \frac{\partial u_r}{\partial z} = \frac{\Gamma}{r^2} \frac{\partial \Gamma}{\partial r} - \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial r} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial r}$$

Et enfin, on peut voir l'écoulement en terme de création de vorticité azimutale par étirement et redirection des lignes de vorticité :

$$u_z \omega_\theta = \frac{\Gamma}{r^2} \frac{\partial \Gamma}{\partial r} - \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial r}$$

car  $\omega_\theta = \partial u_r / \partial z - \partial u_z / \partial r$ . De plus, en introduisant la fonction de courant  $\Psi$  de telle façon que  $u_r = -(1/r)(\partial \Psi / \partial z)$  et  $u_z = (1/r)(\partial \Psi / \partial r)$ , on peut noter que pour le cas considéré  $\Gamma$  et  $\mathcal{H}$  sont constant sur une surface de courant. On obtient alors l'équation suivante :

$$\omega_\theta = \frac{\Gamma}{r} \frac{d\Gamma}{d\Psi} - r \frac{d\mathcal{H}}{d\Psi}$$

En considérant l'écoulement de ces trois manières différentes, on peut facilement visualiser quelles sont les conditions pour que l'éclatement tourbillonnaire ait lieu. Si les forces centrifuges exc dent les forces de pression, on aura alors divergence de l'écoulement avec un terme  $\frac{\partial u_r}{\partial z} > 0$ . Cette divergence des lignes de courant, avec la création d'un point d'arrêt, correspond de la même manière   la formation axisymétrique de vorticité azimutale. Dans un cas visqueux, ces mécanismes persistent mais sont atténués. Il y a d'ailleurs là un effet perturbant : la viscosité est nécessaire pour amorcer la divergence des lignes de courant. Par contre le développement de l'éclatement est lui non-visqueux.

Dans le cadre de l'interaction jet/tourbillon, la création de vorticité azimutale et donc de variations de vitesse radiale et axiale peut donc théoriquement amener le tourbillon   éclater. Cependant, cette création est caus e par la déformation du tourbillon par les structures tourbillonnaires issues du jet. Et ces dernières ne sont pas nécessairement réparties de manière uniforme autour du tourbillon, ce qui implique que la déformation est elle-même non-axisymétrique. Il est donc possible que les mécanismes amenant   l'éclatement subsistent individuellement mais ne soient plus constructifs. Une étude menée par Labbé *et al.* [50] sur l'influence de la position du jet par rapport au tourbillon a constaté que même si le jet était inséré   l'intérieur même du tourbillon, ce dernier conservait sa cohérence et finissait par retrouver sa stabilité.

## 1.4 Dissipation des structures tourbillonnaires

La dernière phase relevée par Miake-Lye *et al.* [63] est une phase de dissipation. Le tourbillon est cerné par un ensemble de structures tourbillonnaires qui ont été soit extraites du jet, soit formées lors de l'enroulement de ces dernières autour du tourbillon. Cet ensemble de structures enroulées autour du tourbillon perd progressivement en densité lors de cette phase, pour finir par compl tement disparaître. Le tourbillon regagne alors un aspect axisymétrique et stable.

## 1.5 Stabilité des tourbillons

Les mécanismes d'instabilités qui peuvent avoir lieu   l'intérieur d'un tourbillon sont nombreux et complexes. Nous allons ici rapidement décrire les différents types d'instabilités, avant de nous recentrer sur les instabilités connues pour un tourbillon marginal.

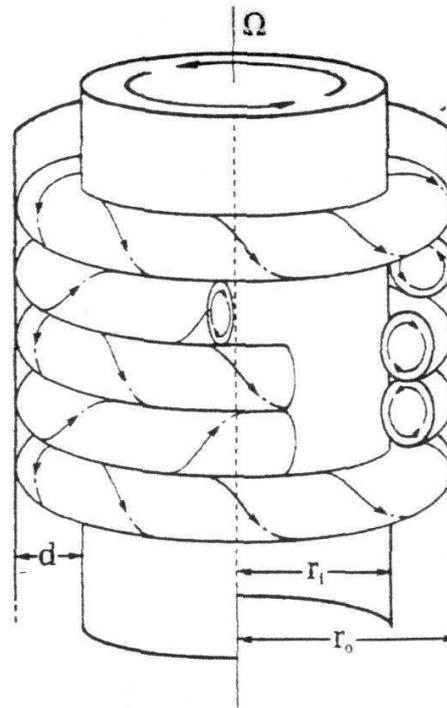


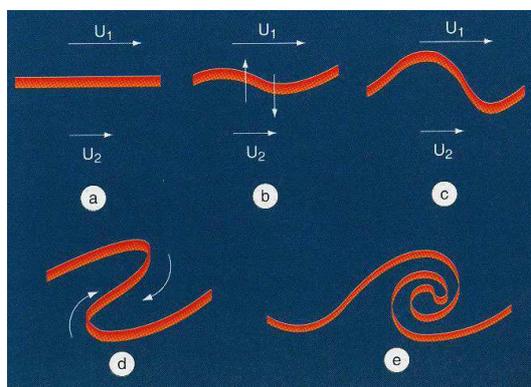
FIG. 1.10 – Schéma des rouleaux de Taylor se formant par instabilité centrifuge pour un écoulement de Taylor-Couette. Source Laboratory for Applied Fluid Dynamics

### 1.5.1 Différents types d'instabilités tourbillonnaires

**Instabilité centrifuge** Comme dans tous les systèmes en rotation, les particules fluides se trouvant dans un écoulement tournant sont soumises à une force centrifuge tendant à les expulser loin de l'axe. Mais à cette force s'oppose un gradient de pression radial, qui peut totalement la contrebalancer. Lord Rayleigh [75] s'est le premier intéressé à cette question et a proposé un critère d'instabilité, dans un cadre non-visqueux et axisymétrique. Le sujet a depuis fait l'objet d'un certain nombre d'études, notamment de manière expérimentale par Taylor [87], avec l'écoulement de Taylor-Couette (voir figure 1.10). Il a alors montré que le rôle de la viscosité dans ce type d'écoulement est de retarder la déstabilisation. Il faut aussi noter que cette instabilité est aussi détectable en écoulement non-confiné, comme pour des jets tournants [60].

**Instabilité inflexionnelle** Un système en rotation est aussi un système où les forces de cisaillement jouent un rôle, et notamment sur la stabilité. Depuis les études portant sur des écoulements plan cisailés de Lord Rayleigh [74], on sait qu'un profil de vitesse présentant un point d'inflexion est susceptible de développer une instabilité non-visqueuse. Un exemple parfait de ce genre d'instabilité est un écoulement de type couche de mélange, où les perturbations amènent la nappe de vorticité de plan à se restructurer, de manière à former ce qu'on appelle des *rouleaux de Kelvin-Helmholtz* (voir figure 1.11(a)). Ce type d'instabilité peut se développer dans tous les milieux où des points d'inflexion au sein de l'écoulement existent, comme le montrent les figures 1.11(b) et (c).

**Instabilité dues   un jet axial tournant** Nous venons de voir que le cisaillement azimuthal pouvait créer des instabilités. Nous allons maintenant nous intéresser aux écoulements de tourbillons avec jet axial, aussi appelés écoulements de jet tournant ("swirling jet" en anglais). La présence d'un jet axial introduit au moins un degré de liberté supplémentaire dans le problème,



(a)



(b)



(c)

FIG. 1.11 – (a) Schéma explicatif de l'instabilité de *Kelvin-Helmholtz*. (b) Nuages au dessus du Mont Shasta. (c) Vue satellite d'une allée tourbillonnaire dans le sillage des îles Canaries. Source : Mark R. Petersen du "Los Alamos National Laboratory"



FIG. 1.12 – Développement d'instabilité de Crow dans un sillage d'avion

pouvant par exemple être une mesure de l'importance relative du jet par rapport au tourbillon. Dans la limite de jet rond pur, des instabilités non visqueuses peuvent se développer, soit de type hélicoïdal [5], soit de type axisymétrique, en fonction du profil précis du jet [64]. Mais lorsque l'on rajoute la rotation, la combinaison entre les effets de rotation et de cisaillement azimutal d'une part, et de cisaillement axial d'autre part, peuvent favoriser l'émergence de nouveaux modes d'instabilité. Un modèle d'écoulement couramment utilisé pour une étude de stabilité de jet tournant est le *q-vortex* introduit par Batchelor en 1964 [4], où  $q$  est le rapport de l'intensité du tourbillon sur celle du jet axial.

### 1.5.2 Instabilités pour un tourbillon de sillage

On va maintenant s'intéresser plus particulièrement aux instabilités pour un tourbillon de sillage. Ce sujet a fait l'objet d'un certain nombre d'études, puisqu'une meilleure compréhension de ces mécanismes pourraient contribuer à la maîtrise de la dissipation du sillage d'un avion. Un rapide tour d'horizon de la bibliographie montre que l'on peut identifier cinq mécanismes principaux, qui se traitent tous à l'aide de la théorie de la stabilité linéaire. Ces mécanismes sont les suivants :

**1** Instabilité de Crow [17] : celle-ci intervient dans une paire de tourbillons contra-rotatifs, et prend la forme d'oscillations sinusoidales et symétriques des tourbillons à grande longueur d'onde (de l'ordre de 5 à 10 fois la séparation entre les tourbillons). Ces oscillations aboutissent à une reconnection des tourbillons sous forme d'une allée d'anneaux tourbillonnaires qui se dispersent ensuite rapidement. Lorsque les conditions météorologiques rendent visibles les tourbillons, on peut parfois observer tout cette séquence d'évolution dans le sillage des avions (figure 1.12). Ce type d'instabilités est difficilement observable de manière expérimentale, puisqu'elle ne se développe que dans le champ lointain du sillage.

**2** Instabilité de Widnall [67, 91] : ce type d'instabilité intervient dans un tourbillon soumis à un champ d'étirement, imposé par exemple par la présence d'un second tourbillon. Cette instabilité prend la forme d'oscillations à courte longueur d'onde (de l'ordre du rayon du tourbillon), et se caractérise par un déplacement du centre et de la périphérie du tourbillon dans des directions opposées. On peut plus facilement observer ce type d'instabilités de manière expérimentale, comme le montre la figure 1.13 qui présente une photographie d'une expérience de cuve à eau

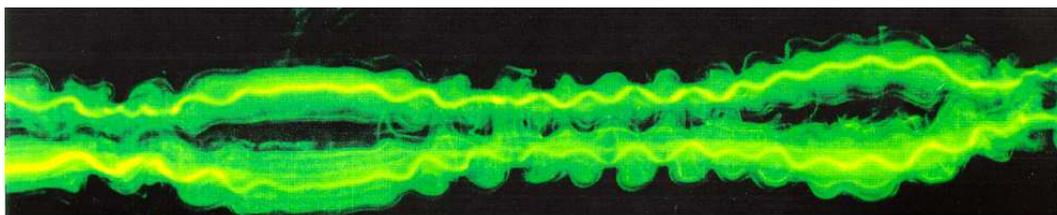


FIG. 1.13 – Instabilités coopératives d’une paire de tourbillons observées dans une cuve à eau [97]

menée par Leweke et Williamson [97, 96]. On peut aussi observer sur cette figure l’instabilité de Crow.

L’instabilité de Widnall et l’instabilité de Crow sont appelées “instabilités coopératives” parce qu’elles sont initiées dans un tourbillon par un élément extérieur, soit dans le cas présent le deuxième tourbillon de sillage.

**3 Jet tournant** : cette troisième famille d’instabilité dont nous avons parlé plus haut intervient dans le cas d’un tourbillon de sillage. Ces instabilités peuvent être axisymétriques (nombre d’onde azimutal  $m = 0$ , voir section 1.5.3 ci-dessous), hélicoïdales ( $|m| = 1$ ) ou de géométrie d’ordre plus élevé. Certaines sont d’origine non visqueuse et s’apparentent à des instabilités centrifuges [53], tandis que d’autres sont d’origine purement visqueuse [47]. On peut citer les travaux de Mayer et Powell [61] qui effectuent une cartographie de ces instabilités et les travaux plus récents de Fabre et Jacquin [22].

**4** Le quatrième mécanisme est constitué par un régime d’ondes neutres, appelées “ondes de Kelvin” [46]. Ces ondes sont l’équivalent des ondes d’inertie existant dans un écoulement en rotation uniforme, qui sont guidées par le tourbillon et se propagent le long de ce dernier.

**5** Enfin, il existe un mécanisme d’étirement des perturbations à l’extérieur d’un tourbillon qui aboutit à la formation d’anneaux de vorticit   entourant le tourbillon et à l’excitation d’ondes de Kelvin axisymétriques [66].

### 1.5.3 Stabilité linéaire

On va maintenant présenter le problème de la stabilité linéaire d’un tourbillon isolé, en se restreignant à la théorie de la stabilité *temporelle et modale*.

**Équations de base** Une étude de stabilité linéaire consiste à décomposer le champ de vitesse et de pression en un écoulement de base plus des perturbations de faible amplitude. En introduisant cette décomposition dans les équations du mouvement, on obtient un système linéaire d’équations gouvernant les perturbations, dont la résolution est plus aisée que celle des équations générales. Pour un tourbillon axisymétrique uniforme, l’écoulement est décomposé sous la forme :

$$\begin{aligned}
 u_r &= u'_r(r, \theta, z, t) \\
 u_\theta &= U_\theta(r) + u'_\theta(r, \theta, z, t) \\
 u_z &= u'_z(r, \theta, z, t) \\
 (p - p_0)/\rho &= \Pi(r) + p'(r, \theta, z, t)
 \end{aligned} \tag{1.5.1}$$

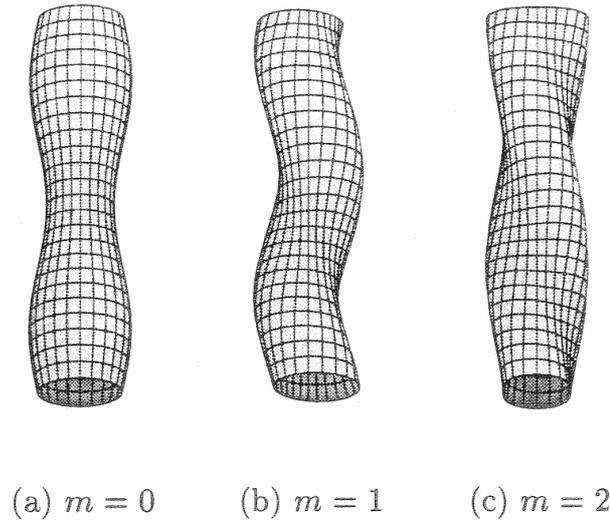


FIG. 1.14 – Représentation schématique de la forme de quelques ondes de Kelvin : ondes axisymétriques ( $m = 0$ ), ondes hélicoïdales ( $|m| = 1$ ), ondes en double hélice ( $|m| = 2$ ). Source [21].

L'invariance du champ de base dans les directions  $z, \theta$  permet de considérer des perturbations sous forme de modes propres, caractérisés par un nombre d'onde axial  $k$ , un nombre d'onde azimutal  $m$ , et une fréquence  $\omega$  (éventuellement complexe), sous la forme :

$$(u'_r, u'_\theta, u'_z, p') = \Re[F(r), iG(r), H(r), P(r)] \exp(ikz + im\theta - i\omega t) \quad (1.5.2)$$

Le nombre d'onde axial  $k$  est relié à la longueur d'onde par  $\lambda = 2\pi/k$ . Le nombre d'onde azimutal  $m$  caractérise la géométrie des modes ; en particulier,  $m = 0$  correspond à des modes axisymétriques, ou variqueux,  $m = \pm 1$  à des modes hélicoïdaux, et  $m = \pm 2$  à des modes en double hélice, comme le montre la figure 1.14

## 1.6 Structures cohérentes

### 1.6.1 Concept de structure cohérente

Dans ses publications ([37], [38]), Hussain établit une relation entre structure cohérente et vorticité cohérente. De fait il définit une structure cohérente de la manière suivante :

“ Une structure cohérente est une masse de fluide continue contenant de larges échelles de turbulence, et une vorticité de phase corrélée sur toute son étendue spatiale”.

On dit qu'il y a une vorticité de phase corrélée si au milieu de la vorticité aléatoire 3D qui caractérise la turbulence, il existe une composante de vorticité de grande échelle qui est instantanément cohérente sur toute la longueur de la structure cohérente. Cette vorticité de grande échelle sera appelée vorticité cohérente. De fait, une zone de vorticité cohérente sera le meilleur moyen de détecter des structures cohérentes.

Concernant leur création, il est dit qu'une structure cohérente a forcément pour origine une instabilité d'un certain type. Cependant, une fois crée, cette structure peut se dissiper sous l'effet de la viscosité, cette dernière ayant généralement pour effet de diffuser la vorticité ( et donc  accroître le volume de la structure) et d'en diminuer l'intensité.

Si l'on s'intéresse à l'interaction entre deux structures, il est à noter que deux structures cohérentes disjointes s'excluent naturellement l'une l'autre. Il ne peut pas y avoir de recouvrement spatial, chaque structure a un domaine et des limites propres. Hussain suppose qu'à cause de cette propriété de non-composition, toute interaction entre deux structures cohérentes est forcément non-linéaire. De plus ces interactions se terminent généralement par l'émergence d'une nouvelle structure via un appariement complet, partiel ou fractionnel, ou alors par la division en de nouvelles structures par étirement. Par contre, la durée de vie d'une structure cohérente n'est pas forcément très longue. La distance de survie décroît avec un nombre de Reynolds croissant. Le temps de vie est typiquement de l'ordre du temps de retournement de la structure. Cependant, le rapide changement d'organisation, et la présence de structures partout dans la zone de vorticit e sugg ere un m ecanisme de r eg eneration. Hussain en propose deux : d es qu'une structure a baiss e d'intensit e, l' ecoulement turbulent cisailée devient sensible  a une instabilit e cr ee par l' etat instationnaire de l' ecoulement, qui r esulte dans l'apparition d'une nouvelle structure coh erente. La deuxi eme possibilit e est que l'intensit e des structures ne d ecro it pas totalement. Les structures, d eform ees et morcel ees trouvent le moyen de se recombinaer et de r eappara tre.

Enfin, on peut noter que les structures coh erentes jouent un r ole important dans le transport de chaleur, de masse ou de quantit e de mouvement, ainsi que dans la production de bruit a erodynamique, mais que ces structures ne sont pas forc ement elles-m eme tr es  energ etiques étant donnée leur nature  ph em ere.

Dans un  ecoulement turbulent, ces structures coh erentes se traduisent principalement sous la forme de feuilles, de rubans de vorticit e ("vortex sheets and ribbons" en anglais) pour un faible nombre de Reynolds, et sous la forme de tourbillons cylindriques   haut nombre de Reynolds. En étudiant la structure des zones   forte vorticit e dans un  ecoulement turbulent, Jim enez *et al.* [44] d efinissent trois types de vorticit e :

- la *faible vorticit e* dont l'intensit e est inf erieure   une valeur seuil  $\omega'$  :  $|\omega| < \omega'$  ;
- les zones de forte vorticit e, ou tourbillons, d'une intensit e suffisante pour que le volume occupée par ces zones corresponde   1% du volume total ;
- et la vorticit e ambiante, donc l'intensit e est sup erieure   la valeur seuil  $\omega'$  mais inf erieure   celle des tourbillons

Ces tourbillons sont g en er es par l' etirement produit par l'effet global de la vorticit e ambiante. D es qu'ils deviennent suffisamment intenses, les structures tourbillonnaires se d ecouplent du m ecanisme d' etirement qui les a cr e . Il est donc difficile d'observer une structure tourbillonnaire   sa formation dans un  ecoulement tr es turbulent, puisque celle-ci n'est observable que si elle se d ecoupe de la vorticit e ambiante [43].

### 1.6.2 Identification des structures tourbillonnaires

Afin d'observer les structures tourbillonnaires, il faut pouvoir d efinir un crit ere d eterminant si une zone d'un  ecoulement correspond   un tourbillon. Or, comme le font remarquer dans leur introduction Chakraborty *et al.* [12], si les tourbillons sont souvent consid er es comme "les muscles et les tendons de la turbulence" [49], il n'existe pas encore de d efinition math ematique d'un "tourbillon\*" unanimement accept ee. En effet, il existe un nombre cons equent de type de tourbillons : "vortex worms" en turbulence isotropique homog ene, "vortex braids" pour des couches turbulentes cisail ees, tourbillons longitudinaux, tourbillons en épingle   cheveux ("hairpin vortices") pour des écoulements en proche paroi ... et trouver une d efinition (via un crit ere d'identification) commune pour chacun de ces tourbillons est compliqu ee, et fait l'objet d'un certain nombre d'articles [12, 32, 33, 42, 86]. Parmi cet ensemble de crit eres, les plus populaires sont le *crit ere*  $Q$ , le *crit ere*  $\lambda_2$  et le *crit ere*  $\Delta$ . Nous allons ici pr esenter succinctement ces trois crit eres.

---

\*Au sens de coeur tourbillonnaire. Voir Jeong et Hussain [42]

**Critère Q [35]** Ce critère identifie les tourbillons comme des régions de l'écoulement où le second invariant de  $\overline{\nabla \vec{u}}$ ,  $Q$ , est positif. De plus, la pression dans le tourbillon doit être inférieure à la pression locale. Le second invariant,  $Q$  est défini ainsi :

$$Q = \frac{1}{2} \left( \overline{\overline{\Omega}} : \overline{\overline{\Omega}} - \overline{\overline{S}} : \overline{\overline{S}} \right) \quad (1.6.1)$$

Donc, en se basant sur ce critère, il est possible de détecter les régions pour lesquelles la rotation domine la déformation. De plus, on peut montrer que  $Q$  est directement lié à la pression. En effet, en appliquant l'opérateur divergence à l'équation de Navier-Stokes, on obtient :

$$\operatorname{div} \left[ \vec{u} \cdot \overline{\overline{\operatorname{grad} \vec{u}}} \right] = -\frac{1}{\rho} \operatorname{div} \left( \overline{\overline{\operatorname{grad} p}} \right)$$

Les relations générales

$$\operatorname{div} \left( \overline{\overline{\operatorname{grad} p}} \right) = \Delta p$$

et

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \left[ \vec{u} \cdot \overline{\overline{\operatorname{grad}}} \right] &= \vec{u} \cdot \operatorname{div} \left( \overline{\overline{\operatorname{grad} \vec{u}}} \right) + \overline{\overline{\operatorname{grad} \vec{u}}}^T : \overline{\overline{\operatorname{grad} \vec{u}}} \\ &= \vec{u} \cdot \overline{\overline{\operatorname{grad}}} (\operatorname{div} \vec{u}) + \overline{\overline{\operatorname{grad} \vec{u}}}^T : \overline{\overline{\operatorname{grad} \vec{u}}} \end{aligned}$$

permettent de dériver l'équation de Poisson vérifiée par la pression

$$\Delta p = -\rho \overline{\overline{\operatorname{grad} \vec{u}}}^T : \overline{\overline{\operatorname{grad} \vec{u}}}$$

En remarquant que

$$\left( \overline{\overline{\Omega}} : \overline{\overline{\Omega}} - \overline{\overline{S}} : \overline{\overline{S}} \right) = -\overline{\overline{\operatorname{grad} \vec{u}}}^T : \overline{\overline{\operatorname{grad} \vec{u}}}$$

on en déduit que l'équation de Poisson s'écrit également

$$\Delta p = 2\rho Q \quad (1.6.2)$$

On pourrait penser avec cette équation que la condition  $Q > 0$  suffit à assurer d'un minimum local de pression. Cependant, Jeong et Hussain [42] ont montré que l'on pouvait avoir  $Q$  positif sans avoir le minimum de pression, bien que ce soit vrai dans la plupart des cas. C'est pourquoi cette condition sur  $Q$  est souvent doublée d'une condition sur le minimum de pression.

**Critère  $\lambda_2$  [42]** Ce critère a été mis au point en se basant sur le fait qu'un minimum local de pression sur un plan ne permet pas d'identifier de manière sûre un tourbillon sous fortes contraintes visqueuses instationnaires. En négligeant ces effets visqueux, la partie symétrique du gradient des équations incompressibles de Navier-Stokes s'écrit de la manière suivante :

$$\overline{\overline{S}}^2 + \overline{\overline{\Omega}}^2 = -\frac{1}{\rho} \overline{\overline{\nabla}} \cdot \overline{\overline{\nabla}} p \quad (1.6.3)$$

où  $p$  est la pression et l'équation 1.6.3 est une représentation du Hessien de pression  $((\nabla(\nabla p))_{ij} = \partial^2 p / \partial x_i \partial x_j)$ . Afin d'isoler une région où il existe un minimum local de pression, Jeong et Hussain [42] définissent un coeur de tourbillon comme une région continue contenant deux valeurs propres positives du Hessien de pression. Comme le tenseur  $\overline{\overline{S}}^2 + \overline{\overline{\Omega}}^2$  est symétrique, il ne possède que des valeurs propres réelles. Si  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  sont ces valeurs propres, avec  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3$ , alors la condition sur les valeurs propres du Hessien de pression revient à avoir  $\lambda_2 < 0$  à l'intérieur du coeur du tourbillon. Le critère  $Q$  et les valeurs propres de  $\overline{\overline{S}}^2 + \overline{\overline{\Omega}}^2$  sont liées de la manière suivante :

$$Q = -\frac{1}{2}\text{Tr}(\overline{\overline{S}}^2 + \overline{\overline{\Omega}}^2) = -\frac{1}{2}(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) \quad (1.6.4)$$

On peut montrer que, lorsque le critère  $Q$  mesure l'excès de taux de rotation par rapport au taux de déformation dans toutes les directions, le critère  $\lambda_2$  ne considère ce rapport que sur un plan spécifique [42].

**Critère  $\Delta$**  Chong *et al.* [15] définissent un coeur tourbillonnaire comme une région où le gradient de vitesse  $\vec{\nabla}\vec{u}$  a des valeurs propres complexes. Dans un repère de référence non-tournant se translatant avec une particule fluide, la forme que prennent les lignes de courant dépend des valeurs propres de  $\vec{\nabla}\vec{u}$ . Ces lignes de courant forment une boucle ou une spirale si deux des valeurs propres sont des complexes conjugués (en compressible comme en incompressible). Dans un écoulement instationnaire, l'utilisation de lignes de courant ne peut se faire que si le champ de vitesse est figé à cet instant du temps.

L'équation caractéristique pour le gradient de vitesse est la suivante :

$$\lambda^3 + P\lambda^2 + Q\lambda + R = 0 \quad (1.6.5)$$

où  $P$ ,  $Q$ , et  $R$  sont les trois invariants de  $\vec{\nabla}\vec{u}$ , définis ainsi :  $P = -\vec{\nabla}\cdot\vec{u}$  (premier invariant),  $Q$  (deuxième invariant) défini ci-dessus, et  $R = -\text{Det}(\vec{\nabla}\vec{u})$  (troisième invariant). Le discriminant de l'équation 1.6.5, pour un cas incompressible (soit pour  $P = 0$ ) est :

$$\Delta = \left(\frac{1}{2}R\right)^2 + \left(\frac{1}{3}Q\right)^3 \quad (1.6.6)$$

La condition  $\Delta > 0$  implique alors que  $\vec{\nabla}\vec{u}$  possède des valeurs propres complexes. Avec l'équation ci-dessus, on peut voir que  $Q > 0$  est une condition plus restrictive que  $\Delta > 0$ .



# Chapitre 2

## Méthodes numériques

### 2.1 Présentation du code FLUIDILES

Le code FLUIDILES résout numériquement les équations de la mécanique des fluides. Deux approches sont considérées : la simulation numérique directe (Direct Numerical Simulation, DNS) et la simulation des grandes échelles (Large Eddy Simulation, LES). L'acronyme FLUIDILES reprend donc les principales caractéristiques du code avec **FLU** pour FLUId, **DI** pour DIrect, **LE** pour Large Eddy et enfin **S** pour Simulation. Ce code a été développé sur la base du code PEGASE au cours des thèses successives de Brunet [9], Ferreira Gago [24] et plus récemment Maglaras [56].

Ce code a été spécifiquement développé pour la simulation numérique de l'écoulement d'un tourbillon de sillage, le développement turbulent d'un jet rond, et leur interaction. Il s'appuie sur les équations de Navier-Stokes compressibles instationnaires.

### 2.2 Équations de la mécanique des fluides et Modélisation

#### 2.2.1 Équations pour la simulation numérique directe

Les équations de Navier-Stokes instationnaire, dans le cas d'un écoulement compressible de fluide Newtonien, sont formulées en variables conservatives (densité  $\rho$ , quantité de mouvement  $\rho u_i$ , et énergie totale  $E$ ). Le système d'équation est adimensionné au moyen des grandeurs de référence  $L_0, U_0, \rho_0, T_0, \mu_0$  qui sont respectivement une longueur, une vitesse, une densité, une température et une viscosité dynamique. Les variables adimensionnées sont obtenues à partir des variables dimensionnées, repérées par le symbole (\*) de la manière suivante :

$$u = \frac{u^*}{U_0}, \quad T = \frac{T^*}{T_0}, \quad \rho = \frac{\rho^*}{\rho_0}, \quad p = \frac{p^*}{\rho_0 U_0^2}, \quad E = \frac{E^*}{\rho_0 U_0^2}, \quad \mu = \frac{\mu^*}{\mu_0}$$

Le système formé par l'équation de continuité, l'équation de quantité de mouvement, et l'équation d'énergie totale, exprimé en fonction des variables adimensionnées, s'écrit :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j) = 0 \quad (2.2.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_i u_j) + \frac{\partial p}{\partial x_i} - \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = 0 \quad (2.2.2)$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(E + p)u_j - \frac{\partial}{\partial x_j}(\sigma_{ij}u_i) + \frac{\partial q_j}{\partial x_j} = 0 \quad (2.2.3)$$

Ici  $t$  et  $x_i$  sont des variables indépendantes représentant respectivement le temps et les coordonnées spatiales. Les trois composantes de la vitesse sont notées  $u_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ). La convention de

sommation sur les indices répétés est utilisée. Le tenseur des contraintes visqueuses est donné par :

$$\sigma_{ij} = \frac{\mu(T)}{Re} S_{ij} \quad (2.2.4)$$

$$\text{où } S_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \quad (2.2.5)$$

$S_{ij}$  est le tenseur des taux de déformation, et  $\delta_{ij}$  le symbole de Kronecker. La viscosité dynamique  $\mu(T)$  du fluide peut dépendre de la température via une loi en puissance [1] :

$$\mu(T) = \frac{\mu^*(T^*)}{\mu_0} = \left( \frac{T^*}{T_0} \right)^\omega \quad \text{avec } 0.5 < \omega < 1 \quad (2.2.6)$$

Dans notre étude,  $\omega$  est fixé à 0,75. L'énergie totale  $E$  est définie comme :

$$E = \frac{p}{\gamma - 1} + \frac{1}{2} \rho u_i u_i \quad (2.2.7)$$

Le flux de chaleur  $q_j$  est donné par la relation :

$$q_j = \frac{-\mu(T)}{(\gamma - 1) Re Pr M^2} \frac{\partial T}{\partial x_j} \quad (2.2.8)$$

La pression  $p$ , la température  $T$  et la densité  $\rho$  sont liées par la loi d'état des gaz parfaits adimensionnée :

$$p = \frac{\rho T}{\gamma M^2}$$

La température  $T$  et la pression  $p$  sont obtenues au cours du calcul par les relations suivantes :

$$T = \gamma(\gamma - 1) M^2 \left\{ \frac{E}{\rho} - \frac{1}{2} u_i u_i \right\} \quad (2.2.9)$$

$$P = (\gamma - 1) E - \rho(\gamma - 1) \frac{1}{2} u_i u_i \quad (2.2.10)$$

Cette forme adimensionnelle des équations fait apparaître plusieurs nombres sans dimension :

- Le *nombre de Reynolds*  $Re$ . Il compare les forces d'inertie aux forces de viscosité, et il est défini de la manière suivante :

$$Re = \frac{\rho_0 U_0 L_0}{\mu_0}$$

- Le *coefficient*  $\gamma$ , rapport des chaleurs spécifiques à pression et à volume constant. Dans cette étude, afin de ne pas introduire de non-linéarité supplémentaire, on choisit de ne pas tenir compte de la variation des chaleurs spécifiques avec la température, et la valeur de  $\gamma$  est fixée à 1,4; qui est la valeur communément admise pour l'air.
- Le *nombre de Prandtl*  $Pr$  est obtenu à partir de la viscosité dynamique de référence  $\mu_0$ , de la chaleur spécifique à pression constante  $C_p$ , et de la conductivité thermique  $k$ . Ce nombre sans dimension compare les transferts de quantité de mouvement associés aux forces visqueuses, aux transferts de chaleur par conduction. Le nombre de Prandtl est ici choisi constant et égal à 0,7; valeur représentative pour un écoulement d'air.

$$Pr = \frac{\mu_0 C_p}{k}$$

– Le nombre de Mach  $M$  est défini comme :

$$M = \frac{U_0}{c_0}$$

où la vitesse du son de référence  $c_0$  est donnée par la relation

$$c_0 = \sqrt{\gamma r T_0}$$

$r$  désigne le rapport :  $r = R/\mathcal{M}$  ;  $R$  est la constante universelle des gaz parfaits :  $R = 8,314 J mol^{-1} K^{-1}$  ;  $\mathcal{M}$  est la masse molaire du gaz considéré, exprimée en  $kg mol^{-1}$ . Pour l'air, la valeur admise est :  $r = 287 J kg^{-1} K^{-1}$ .

### 2.2.2 Équations pour la simulation des grandes échelles

L'approche de la simulation des grandes échelles consiste à ne simuler que les structures les plus énergétiques de l'écoulement, correspondant aux grandes échelles. On rappelle que la taille de maille  $\Delta$  pour la simulation numérique directe est imposée par  $\Delta \leq \eta/2$  où  $\eta$  est l'échelle de dissipation de Kolmogorov. L'approche LES consiste à augmenter la taille de maille afin de pouvoir simuler des écoulements à plus haut Reynolds que dans l'approche DNS. Ceci correspond à une augmentation de la longueur d'onde de coupure  $\lambda_c = 2\Delta$  (d'après le théorème de Nyquist) due au maillage\*. Les échelles supérieures de la longueur d'onde de coupure sont des échelles résolues alors que les échelles de taille sous-maille deviennent non résolues. Dans ce cas, les transferts d'énergie entre les échelles résolues et non résolues doivent être modélisés. La figure 2.1 résume schématiquement l'approche LES dans l'espace spectral.

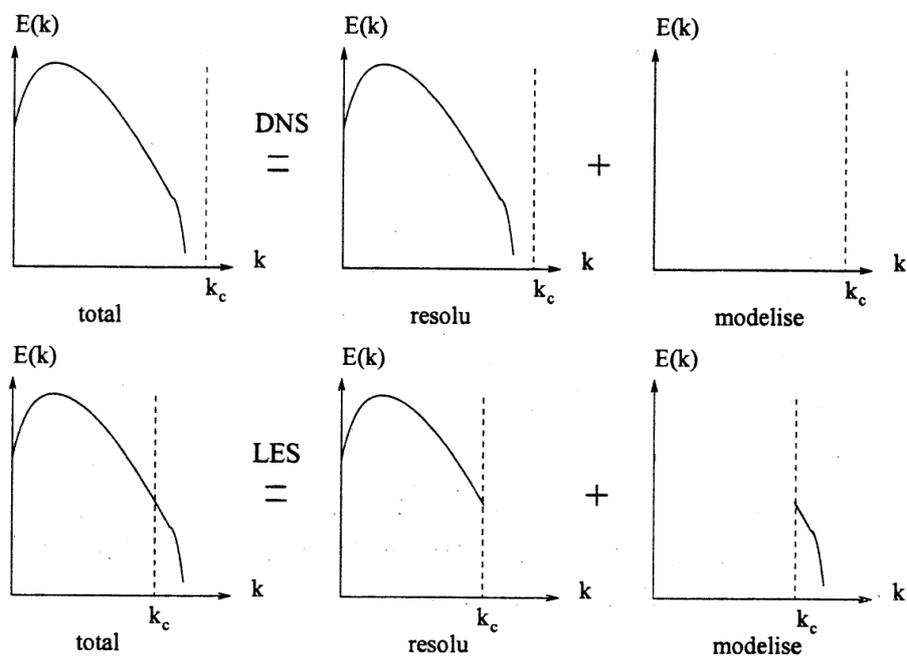


FIG. 2.1 – Décomposition du spectre d'énergie total entre les échelles résolues et modélisées dans l'approche DNS et LES.

\*Toute discrétisation spatiale d'un domaine de calcul induit un filtrage implicite des modes simulés dans l'espace spectral. Les structures de l'écoulement de longueur d'onde supérieure à  $\lambda_c$  ne sont pas simulées

### Définition et propriétés du filtre

Le formalisme mathématique associé à la notion de filtrage (ou de séparation d'échelles), présentée en introduction, fait l'objet du présent paragraphe. Pour plus d'informations, le lecteur est invité à se référer à l'ouvrage de Pierre Sagaut [78].

Soit  $f$  une variable caractéristique de l'écoulement ; elle peut être décomposée de la façon suivante :

$$f = \bar{f} + f' \quad (2.2.11)$$

La séparation d'échelles est réalisée par l'application d'un filtre passe-haut en échelles (*i.e.* passe-bas en fréquence) à la solution exacte.  $\bar{f}$  représente la partie basse fréquence (ou contribution grande échelle) de  $f$ , et  $f'$  son complémentaire, qui correspond donc à la partie haute fréquence. Ce filtrage est représenté mathématiquement dans l'espace physique comme un produit de convolution.

Ainsi la partie résolue  $\bar{f}$  est définie formellement par la relation :

$$\bar{f} = \int_{\Omega} G_{\Delta}(x - \xi) f(\xi) d\xi \quad (2.2.12)$$

où  $\Omega$  désigne l'ensemble du domaine fluide. Cette relation est notée symboliquement :

$$\bar{f} = G_{\Delta} f \quad (2.2.13)$$

De sorte que :

$$f' = (1 - G_{\Delta}) f \quad (2.2.14)$$

Le noyau de convolution  $G_{\Delta}$  est caractéristique du filtre utilisé. Il dépend de la longueur de coupure du filtre  $\Delta$  et doit vérifier la relation de normalisation suivante :

$$\int_{\Omega} G_{\Delta}(x - \xi) d\xi = 1 \quad (2.2.15)$$

Afin de permettre la manipulation des équations de Navier-Stokes, après l'application d'un filtre, on impose à ce dernier de vérifier les trois propriétés de conservation des constantes, de linéarité et de commutativité avec la dérivation. En d'autres termes :

$$\bar{a} = a \quad \text{si} \quad a = \text{cste} \quad (2.2.16)$$

$$\overline{\Phi + \Psi} = \bar{\Phi} + \bar{\Psi} \quad (2.2.17)$$

$$\frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial s} = \bar{\frac{\partial \Phi}{\partial s}}, \quad s = x_i, t, \quad i = 1, 2, 3 \quad (2.2.18)$$

Les filtres qui vérifient ces trois propriétés ne sont pas, dans le cadre général, des opérateurs de Reynolds, *i.e.* :

$$\bar{\bar{\Phi}} = G_{\Delta}^2 \Phi \neq \bar{\Phi} = G_{\Delta} \Phi \quad (2.2.19)$$

$$\overline{\Phi'} = G_{\Delta}(1 - G_{\Delta})\Phi \neq 0 \quad (2.2.20)$$

Ceci implique que l'opérateur de filtrage peut être inversé : il n'y a donc pas de perte d'information par l'application du filtre [26]. Le noyau de l'application est réduit à l'élément nul, *i.e.*  $\ker(G_{\Delta}) = \{0\}$ . Dans le cas où le filtre serait un opérateur de Reynolds, le filtrage ne peut plus être inversé, car son noyau  $\ker(G_{\Delta}) = \{f'\}$  n'est plus réduit à l'élément nul, et en conséquence le filtrage induit une perte irrémédiable d'information [78].

La méthode la plus généralement employée pour définir la longueur de coupure du filtre est celle proposée par Deardorff [19], selon laquelle  $\Delta = \Delta_{iso}$  est définie comme :

$$\Delta_{iso} = (\Delta_x \Delta_y \Delta_z)^{1/3} \quad (2.2.21)$$

Ici  $\Delta_x, \Delta_y$  et  $\Delta_z$  désignent respectivement les pas de discrétisation spatiale dans les directions  $x, y$  et  $z$  de la maille considérée.

**Filtrage de Favre** En simulation des grandes échelles d'écoulements compressibles, le changement de variable par pondération par la masse volumique est largement employé. Cette méthode consiste à écrire :

$$\overline{\rho f} = \bar{\rho} \tilde{f} \quad (2.2.22)$$

Ainsi une variable scalaire ou vectorielle peut être décomposée de la manière suivante :

$$f = \tilde{f} + f'' \quad (2.2.23)$$

On peut souligner le fait que l'opérateur ( $\tilde{\phantom{x}}$ ) est linéaire, mais ne commute pas avec les opérateurs de dérivation en temps et en espace :

$$\frac{\partial \tilde{f}}{\partial s} \neq \tilde{\frac{\partial f}{\partial s}}, \quad s = x_i, t, \quad i = 1, 2, 3 \quad (2.2.24)$$

On appelle ce changement de variable *filtrage de Favre*. Une telle décomposition permet de simplifier considérablement l'écriture des équations pour les échelles résolues, de sorte que ces dernières prennent une forme structurellement très proches de leurs homologues non-filtrées.

### Équations filtrées

On s'attache ici à écrire les équations utilisées en simulation des grandes échelles. Dans cette optique, on applique un filtre aux équations de Navier-Stokes. Ce filtrage en fréquence induit un nombre important de termes de sous-maille qu'il faudra modéliser. On choisit ici de faire apparaître dans les équations filtrées les termes calculables à gauche et les termes de sous-maille à droite. On peut alors écrire les équations filtrées de manière analogue aux équations non-filtrées 2.2.1, 2.2.2 et 2.2.3, aux termes de sous-maille près.

**Équation de continuité** Le filtrage en fréquence appliqué à l'équation de conservation de la masse 2.2.1 peut s'écrire :

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \bar{u}_j) = 0$$

En utilisant le changement de variable de Favre, on obtient une équation d'évolution filtrée ne contenant aucun terme de sous-maille. C'est d'ailleurs pour cette raison que ce changement de variable a été introduit. On obtient finalement :

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \tilde{u}_j) = 0 \quad (2.2.25)$$

**Équation de quantité de mouvement** De la même manière on aboutit à l'équation de quantité de mouvement filtrée suivante :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} \tilde{u}_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j) + \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} - \frac{\partial \hat{\sigma}_{ij}}{\partial x_j} = -\frac{\partial}{\partial x_j} \tau_{ij} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\sigma}_{ij} - \hat{\sigma}_{ij}) \quad (2.2.26)$$

L'expression ci-dessus fait apparaître deux termes de sous maille : le tenseur de sous-maille,

$$A_1 = \tau_{ij} = \bar{\rho} (\tilde{u}_i \tilde{u}_j - \tilde{u}_i \tilde{u}_j) \quad (2.2.27)$$

et le terme

$$A_2 = \bar{\sigma}_{ij} - \hat{\sigma}_{ij} = \frac{\mu(T) S_{ij}}{Re} - \frac{\mu(\tilde{T}) \tilde{S}_{ij}}{Re} \quad (2.2.28)$$

avec

$$\tilde{S}_{ij} = \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_k} \quad (2.2.29)$$

Ces deux termes de sous-maille  $A_1$  et  $A_2$  résultent respectivement du caractère non-linéaire du terme convectif et du terme visqueux apparaissant dans l'expression 2.2.2. Afin de fermer le problème, il faudra exprimer ces deux termes en fonction des variables de base filtrées, ici  $\bar{\rho}$  et  $\tilde{u}_i$ .

**Équation de conservation de l'énergie** Après filtrage de l'équation de conservation de l'énergie 2.2.3, on obtient :

$$\frac{\partial \hat{E}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \{(\hat{E} + \bar{p})\tilde{u}_j\} - \frac{\partial}{\partial x_j} (\hat{\sigma}_{ij}\tilde{u}_i) + \frac{\partial \hat{q}_j}{\partial x_j} = -B_1 - B_2 - B_3 + B_4 + B_5 + B_6 - B_7 \quad (2.2.30)$$

avec :

$$\hat{E} = \frac{\bar{p}}{\gamma - 1} + \frac{1}{2}\bar{\rho}\tilde{u}_i\tilde{u}_j \quad (2.2.31)$$

et

$$\hat{q}_j = -\frac{\mu(\tilde{T})}{(\gamma - 1)Re Pr M^2} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_j} \quad (2.2.32)$$

Les termes  $B_j$  sont des termes de sous-maille qu'il faudra exprimer à l'aide d'un modèle de turbulence.

$$B_1 = \frac{1}{\gamma - 1} \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{p u_j} - \bar{p} \tilde{u}_j) \quad (2.2.33)$$

$$B_2 = \overline{p \frac{\partial u_k}{\partial x_k}} - \bar{p} \frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_k} \quad (2.2.34)$$

$$B_3 = \frac{\partial}{\partial x_j} (\tau_{kj} \tilde{u}_k) \quad (2.2.35)$$

$$B_4 = \tau_{kj} \frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_j} \quad (2.2.36)$$

$$B_5 = \overline{\sigma_{kj} \frac{\partial u_k}{\partial x_j}} - \overline{\sigma_{kj}} \frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_j} \quad (2.2.37)$$

$$B_6 = \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{\sigma_{ij} \tilde{u}_i} - \hat{\sigma}_{ij} \tilde{u}_i) \quad (2.2.38)$$

$$B_7 = \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{q_j} - \hat{q}_j) \quad (2.2.39)$$

Le terme de corrélation pression-vitesse  $B_1$  représente l'action de la turbulence de sous-maille sur la puissance des forces de pression à l'échelle résolue. Le terme de pression-dilatation  $B_2$  ne rend compte que des effets purement compressibles, puisqu'il disparaît si l'écoulement est à divergence nulle. Le terme  $(B_3 - B_4)$  traduit le transport d'énergie cinétique des échelles résolues vers les échelles de sous-maille. La dissipation turbulente de sous-maille  $B_5$  représente la quantité d'énergie cinétique transformée en énergie interne de fluide par frottement visqueux. Enfin, les deux derniers termes de sous-maille  $B_6$  et  $B_7$  sont dus aux non-linéarités respectives du terme visqueux et du flux de chaleur.

**Conclusion** Le filtrage des équations de Navier-Stokes, tel que nous venons de le présenter, fait intervenir un nombre important de termes de sous-maille, représentant l'effet des échelles non-résolues de l'écoulement sur les échelles résolues. Ces termes ne sont pas directement calculables et devront être modélisés. Des hypothèses supplémentaires sont donc nécessaires à la fermeture du modèle mathématique constitué par les équations filtrées.

On supposera d'une part que les petites échelles (ou échelles de sous-maille) sont isotropes, c'est à dire indépendantes des conditions initiales et des conditions aux limites. De cette dernière

hypothèse découle l'universalité du comportement des petites échelles, qui justifie leur modélisation. D'autre part, les termes de sous-maille doivent rendre compte de l'action des échelles de sous-maille sur les échelles résolues et une description des interactions entre ces deux catégories d'échelles est donc nécessaire. Le développement des modèles de sous-maille a tout d'abord été basé sur le concept de cascade directe d'énergie (théorie de Kolmogorov). Selon cette théorie les grands tourbillons extraient l'énergie cinétique de l'écoulement moyen de sorte que, les grandes échelles de l'écoulement turbulent (ou échelles intégrales) sont les structures les plus énergétiques. Lorsqu'elles sont suffisamment petites (de l'ordre de l'échelle dissipative de Kolmogorov), les structures sont "gommées" par la viscosité moléculaire, et l'énergie est ainsi transformée en chaleur. L'interaction entre fluctuations hautes fréquences et basses fréquences se résumerait donc à un drainage de l'énergie des grandes échelles vers les plus petites. En l'occurrence, on parlera ici de transfert d'énergie des petites vers les grandes échelles, particulièrement observé dans le cadre de la turbulence bidimensionnelle.

Une fois ces hypothèses admises, la modélisation consiste à intégrer les effets de dissipation ou de production d'énergie désirés, dans les équations filtrées et ce, par l'intermédiaire des termes de sous-maille. Ces derniers ne seront finalement fonction que des variables filtrées ( $\bar{\rho}$ ,  $\tilde{u}_i$ ,  $\bar{p}$ ,  $\tilde{T}$ ,  $\tilde{Z}$ ) accessibles par le calcul.

### 2.2.3 Modélisation des termes de sous-maille

#### *Modélisation des termes de sous-maille présents dans l'équation de quantité de mouvement*

Les termes de sous-maille apparaissant dans l'équation de quantité de mouvement filtrée 2.2.26 sont au nombre de deux . Le premier,  $A_1$ , résulte du caractère non-linéaire du terme convectif et est appelé tenseur de sous-maille, noté  $\tau_{ij}$ . Le deuxième,  $A_2$ , provient du caractère non-linéaire du terme visqueux. Comme dans la grande majorité des études LES, l'influence du terme  $A_2$  est ici négligée [39]. On ne va donc s'intéresser par la suite qu'à la modélisation du tenseur de sous-maille.

Parmi l'ensemble des modèles de turbulence disponible dans la littérature, le code FLUIDILES en propose quatre : le modèle de Smagorinsky [81], le modèle d'échelle mixte [79], le modèle de Bardina [3] et un modèle hybride [78]. On ne détaillera dans le présent mémoire que le modèle utilisé pour la simulation, le modèle d'échelle mixte.

**Modèle d'échelle mixte** Ce modèle possède une capacité d'adaptation à la structure locale de l'écoulement. Il s'annule dans les régions résolues et/ou laminares de l'écoulement. Cependant, il ne s'accompagne pas des inconvénients déjà mentionnés plus haut : il est numériquement stable, et n'induit pas de surcoûts de calcul. En s'inspirant du fait qu'une simulation sous-résolue se traduit par une accumulation d'énergie cinétique dans la zone proche de la coupure (voir figure 2.2), Sagaut *et al.* en ont déduit que l'énergie cinétique à la coupure  $q_c$  (énergie cinétique des plus petites échelles résolues de l'écoulement) constitue un bon senseur pour la détection des régions sous résolues de l'écoulement.

La viscosité de sous-maille est alors définie comme :

$$\nu_{sm} = C_m |S|^\alpha (q_c^2)^{\frac{1-\alpha}{2}} \Delta^{1+\alpha} \quad (2.2.40)$$

Dans cette dernière expression, il nous reste à déterminer la constante  $C_m$ , l'énergie cinétique  $q_c^2$  et le paramètre  $\alpha$  ( $S$  est le tenseur des taux de déformation, et la longueur de coupure  $\Delta$  est donnée par la relation 2.2.21). L'énergie cinétique  $q_c^2$  est évaluée dans l'espace physique par la formule :

$$q_c^2 = \frac{1}{2} \tilde{u}'_i \tilde{u}'_i \quad (2.2.41)$$

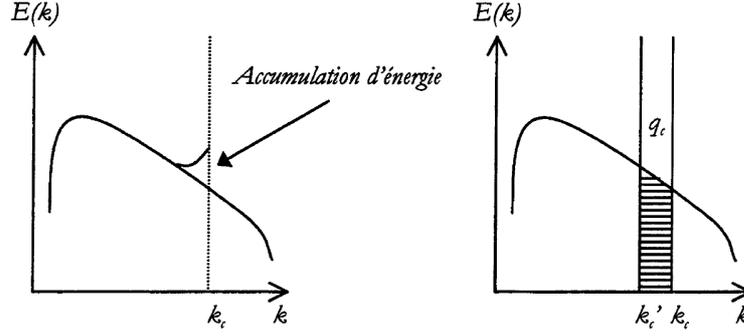


FIG. 2.2 – Accumulation d'énergie à la coupure et énergie cinétique des plus petites échelles résolues (représentation symbolique). Source [24].

Le champ d'épreuve  $\tilde{u}'$  est déterminé à l'aide d'un filtre test repéré par le symbole ( $\hat{\cdot}$ ), de la manière suivante :

$$\tilde{u}'_i = \tilde{u}_i - \hat{\tilde{u}}_i \quad (2.2.42)$$

Tout comme dans le cas de la procédure dynamique de Germano-Lilly, la longueur de coupure du filtre test doit être supérieure à celle du premier filtrage. Sagaut *et al.* proposent d'utiliser le filtre test défini par :

$$\hat{\tilde{u}}_i = \frac{1}{4}\tilde{u}_{i-1} + \frac{1}{2}\tilde{u}_i + \frac{1}{4}\tilde{u}_{i+1} \quad (2.2.43)$$

Ce dernier peut être interprété comme une approximation au second ordre d'un filtre Gaussien dont la longueur de coupure serait  $\hat{\Delta} = \sqrt{6}\Delta$ .

On peut remarquer que pour des valeurs de  $\alpha$  appartenant à l'intervalle  $[0, 1]$ , la viscosité de sous-maille est toujours définie. Au delà de ces deux limites, l'expression 2.2.40 apparaissant sous la forme d'un quotient, le dénominateur peut alors s'annuler et engendrer des instabilités numériques. De plus, le modèle d'échelle mixte peut être considéré comme une combinaison du modèle de Smagorinsky ( $\alpha = 1$ ) et du modèle TKE (Turbulent Kinetic Energy) de Bardina ( $\alpha = 0$ )[3]. Dans le code FLUIDILES le paramètre  $\alpha$  est fixé à 0,5. Cette valeur est associée, dans le cadre d'une turbulence homogène isotrope, à celle de la constante  $C_m = C_m(\alpha) = 0.06$ . [78].

### Modélisation des termes de sous-maille présents dans l'équation d'énergie

Il a été choisi de ne prendre en compte que les termes  $B_1$ ,  $B_3$ ,  $B_4$  et  $B_5^*$ .

**Modélisation du terme de corrélation pression-vitesse  $B_1$**  On rappelle que le terme  $B_1$  représente l'action de la turbulence de sous-maille sur la puissance des forces de pression :

$$B_1 = \frac{1}{\gamma - 1} \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{p u_j} - \tilde{p} \tilde{u}_j) \quad (2.2.44)$$

A l'aide de l'équation d'état des gaz parfaits appliquée aux échelles résolues, le terme  $B_1$  peut être réécrit sous la forme suivante :

$$B_1 = \frac{1}{\gamma M^2 (\gamma - 1)} \frac{\partial}{\partial x_j} q_{\theta j} \quad (2.2.45)$$

où  $q_{\theta j}$  désigne le flux de chaleur de sous-maille :

$$q_{\theta j} = \overline{\tilde{\rho} (T \tilde{u}_j)} \times \tilde{\rho} \tilde{T} \tilde{u}_j \quad (2.2.46)$$

\*On invite le lecteur à lire les travaux de Ferreira-Gago [24] pour les justifications de ce choix.

Par analogie avec l'expression du flux de chaleur résolu, présent dans l'équation de conservation de l'énergie, le terme  $B_1$  prend généralement la forme suivante pour le modèle d'échelle mixte :

$$B_1 = -\frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \frac{\bar{\rho}\nu_{sm}}{(\gamma-1)Pr_t M^2} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_j} \right\} \quad (2.2.47)$$

**Modélisation des termes de transport d'énergie cinétique  $B_3$  et  $B_4$**  Les termes  $B_3$  et  $B_4$  sont uniquement fonction du tenseur de sous-maille et du champ de vitesse résolu, ce qui rend leur modélisation immédiate, une fois choisi le modèle de turbulence pour le tenseur de sous-maille.

**Modélisation du terme de dissipation turbulente de sous-maille  $B_5$**  Ce terme apparaît également dans l'équation d'évolution de l'énergie cinétique turbulente, pour la simulation des grandes échelles en incompressible étudiée par Ghosal *et al.* [28]. Sur la base de cette référence, le terme  $B_5$  est modélisé de la façon suivante :

$$B_5 = C_\epsilon \bar{\rho} \frac{k^{3/2}}{\Delta} \quad (2.2.48)$$

avec

$$k = \frac{\tau_{ll}}{2\bar{\rho}} \quad (2.2.49)$$

$k$  est l'énergie cinétique turbulence de sous-maille, et  $C_\epsilon$  un coefficient dynamique supposé n'être fonction que du temps. Dans le code FLUIDILES ce coefficient est déterminé dynamiquement [24] par :

$$C_\epsilon = \frac{\int_\Omega ((1-\gamma)B_1 + B_3 - B_4) d\Omega}{\int_\Omega \bar{\rho} \frac{k^{3/2}}{\Delta} d\Omega} \quad (2.2.50)$$

Avec

$$k = \frac{\nu_{sm}^2}{\Delta^2} \quad (2.2.51)$$

## 2.3 Méthodes numériques

On va maintenant présenter les méthodes numériques utilisées pour résoudre les équations de Navier-Stokes (DNS) et les équations de Navier-Stokes filtrées (LES). Les variables vitesse, pression, température et densité sont discrétisées sur un maillage cartésien de  $m$  noeuds avec :

$$m = m_1 \times m_2 \times m_3 \quad (2.3.1)$$

$$[x, y, z] = [x, y, z](i, j, k) \quad (2.3.2)$$

$$i = 1, m_1; j = 1, m_2; k = 1, m_3 \quad (2.3.3)$$

On va commencer par traiter des schémas de discrétisation, puis des conditions aux limites utilisées sur les frontières du calcul.

### 2.3.1 Discrétisation spatiale

Cette partie concerne les schémas de discrétisation spatiale utilisés dans le code FLUIDILES. On distinguera la discrétisation des termes convectifs, précise au sixième ordre, de celle des termes dissipatifs effectuée à l'ordre deux. L'ensemble des schémas est de type différences finies.

### Discrétisation des termes convectifs

**Équations de continuité, de quantité de mouvement et d'énergie** Un schéma compact [54] est utilisé pour la discrétisation des termes convectifs présents dans les équations de continuité, de quantité de mouvement et d'énergie. Afin de simplifier les notations, nous prendrons comme référence la direction  $x$  (dénomination dans le code), les expressions des dérivées restant les mêmes quelle que soit la direction considérée. A un noeud indexé  $i$ , on désigne par  $\Phi'_i$ , l'approximation de la dérivée première qui est ainsi écrite sous la forme :

$$\alpha\Phi'_{i-1} + \Phi'_i + \alpha\Phi'_{i+1} = b\frac{\Phi_{i+2} - \Phi_{i-2}}{4h} + a\frac{\Phi_{i+1} - \Phi_{i-1}}{2h} \quad (2.3.4)$$

où  $h$  désigne le pas d'espace spatial défini par :  $h = x_{i+1} - x_{i-1}$ . Les coefficients  $\alpha$ ,  $a$  et  $b$  sont obtenus en égalant les coefficients des développements limités d'ordre successifs.

Premier cas :  $3 \leq i \leq m_1 - 2$  alors  $\alpha = 1/3$ ,  $a = 14/9$  et  $b = 1/9$ . Le schéma est d'ordre six et l'erreur de troncature est de  $4/7 \times h^6 \times u_i^{(6)}$ .

Deuxième cas :  $i = 2$  et  $i = m_1 - 1$  alors  $\alpha = 1/4$ ,  $a = 3/2$  et  $b = 0$ . Le schéma est d'ordre quatre et l'erreur de troncature est de  $1/5 \times h^4 \times u_i^{(5)}$ .

Troisième et quatrième cas :  $i = 1$  et  $i = m_1$

L'approximation de la dérivée première au noeud  $i = 1$  s'écrit :

$$\Phi'_1 + 2\Phi'_2 = 1/h\{2\Phi_2 + 0,5\Phi_3 - 2,5\Phi_1\} \quad (2.3.5)$$

Le schéma est d'ordre trois et l'erreur de troncature est de  $1/12 \times h^3 \times u_1^{(4)}$ .

L'approximation de la dérivée première au noeud  $i = m_1$  s'écrit :

$$\Phi'_{m_1} + 2\Phi'_{m_1-1} = 1/h\{2,5\Phi_{m_1} - 2\Phi_{m_1-1} - 0,5\Phi_{m_1-2}\} \quad (2.3.6)$$

Le schéma est d'ordre trois et l'erreur de troncature est de  $1/12 \times h^3 \times u_{m_1}^{(4)}$ .

**Erreur "d'aliasing" ou de "repliement"** Les non-linéarités des équations discrétisées introduisent une erreur supplémentaire (en plus de l'erreur de troncature) souvent désignée dans la littérature sous le nom d'erreur d'aliasing" ou de "repliement". Afin de faciliter son interprétation, l'étude de l'erreur de repliement se fera dans l'espace spectral. En prenant comme référence la direction  $x$ , les termes convectifs non-linéaires peuvent s'écrire sous la forme :

$$\frac{\partial}{\partial x}(f g) \quad (2.3.7)$$

Les séries de Fourier associées à  $f$  et  $g$  sont définies comme suit :

$$f_j = \sum_{n=-N/2+1}^{n=N/2} \hat{f}_n \exp(ik_n x_j), \quad k_n = 2\pi n/L, \quad x_j = (j-1)L/N \quad (j = 1, \dots, N) \quad (2.3.8)$$

$$g_l = \sum_{m=-N/2+1}^{m=N/2} \hat{g}_m \exp(ik_m x_l), \quad k_m = 2\pi m/L, \quad x_l = (l-1)L/N \quad (l = 1, \dots, N) \quad (2.3.9)$$

$L$  désigne la longueur du domaine, et les nombres d'onde  $k_n$  et  $k_m$  appartiennent au domaine :

$$\left\{ -\frac{2\pi}{L}\left(\frac{N}{2} - 1\right), \dots, \frac{2\pi}{L}\left(\frac{N}{2}\right) \right\} \quad (2.3.10)$$

La discrétisation des termes convectifs non-linéaires donne alors :

$$\left[ \frac{\partial}{\partial x} (f g) \right]_j = \sum_{n=-N/2+1}^{n=N/2} \sum_{m=-N/2+1}^{m=N/2} \iota(k_n + k_m)^* \hat{f}_n \hat{g}_m \exp\{\iota(k_n + k_m)^* x_j\} \quad (2.3.11)$$

Cette discrétisation fait apparaître la somme :

$$(k_n + k_m)^* = (k_n + k_m) - \frac{|k_n + k_m|}{(k_n + k_m)} \frac{2\pi N}{L} \quad (2.3.12)$$

Cette somme peut dépasser les limites des nombres d'ondes pouvant être représentés sur la grille de discrétisation. Il s'ensuit que l'énergie qui devrait être transférée vers des nombres d'onde dépassant les limites du domaine 2.3.10 se retrouve à des nombres d'onde plus faibles : une contribution haute fréquence apparaît sous la forme d'une contribution de plus basse fréquence. D'où le nom de repliement attribué à cette erreur. Cette accumulation d'énergie au niveau des grands nombres d'onde peut conduire à l'apparition d'oscillations et à la détérioration de la solution.

Pour minimiser l'erreur de repliement, une formulation semi-conservative des termes non-linéaires de convection est donc employée, de sorte que :

$$\frac{\partial \rho u_j q}{\partial x_j} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial \rho u_j q}{\partial x_j} + q \frac{\partial \rho u_j}{\partial x_j} + \rho u_j \frac{\partial q}{\partial x_j} \right\} \quad (2.3.13)$$

où  $q$  désigne une composante de vitesse ou un scalaire (énergie totale). Pour l'équation de continuité, on utilise une formulation équivalente :

$$\frac{\partial \rho u_j}{\partial x_j} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial \rho u_j}{\partial x_j} + \rho \frac{\partial u_j}{\partial x_j} + u_j \frac{\partial \rho}{\partial x_j} \right\} \quad (2.3.14)$$

### *Discrétisation des termes diffusifs*

Pour la DNS, les termes diffusifs peuvent être discrétisés, au choix, à l'ordre six ou à l'ordre deux. Pour la LES, en revanche, les termes diffusifs sont exclusivement discrétisés à l'aide d'un schéma d'ordre deux.

**Discrétisation à l'ordre deux** Les termes de dissipation sont discrétisés par des schémas centrés du second ordre. Pour les explications, nous prendrons comme référence la direction  $x$ . Le cas ici considéré est celui d'un maillage à pas constant. Les dérivées premières s'écrivent comme :

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = \frac{\Phi_{i+1} - \Phi_{i-1}}{2\Delta_i} \text{ avec } \Delta_i = x_{i+1} - x_i \quad (2.3.15)$$

Cette expression permet de discrétiser les termes dissipatifs croisés tels que  $\frac{\partial}{\partial x_i} \mu \frac{\partial \Phi}{\partial x_j}$  avec  $i \neq j$ . Cependant il a été constaté que l'utilisation de ce même schéma pour la discrétisation des termes dissipatifs tels que  $i = j$  donne lieu à l'apparition de fortes oscillations. Dans ce dernier cas, on utilisera donc plutôt la définition suivante :

$$\frac{\partial}{\partial x} \mu \frac{\partial \Phi}{\partial x} = \frac{1}{2\Delta_i^2} \left\{ (\mu_i + \mu_{i+1})\Phi_{i+1} - 2\left(\mu_i + \frac{\mu_{i-1} - \mu_{i+1}}{2}\right)\Phi_i + (\mu_{i-1} + \mu_i)\Phi_{i-1} \right\} \quad (2.3.16)$$

**Discrétisation à l'ordre six** Un schéma compact peut également être utilisé pour la discrétisation des termes diffusifs. Dans ce cas, les termes dissipatifs du type  $\frac{\partial}{\partial x_i} \mu \frac{\partial \Phi}{\partial x_j}$  avec  $i \neq j$  sont discrétisés à l'aide des schémas explicites pour les termes convectifs. En revanche, les termes dissipatifs tels que  $i = j$  seront, pour éviter les oscillations, décomposés de la manière suivante :

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \mu \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} = \frac{\partial \mu}{\partial x_i} \mu \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_i^2} \quad (2.3.17)$$

### 2.3.2 Intégration temporelle

L'intégration temporelle est effectuée à l'aide d'un schéma de Runge-Kutta compact à trois pas. Ce schéma est précis au troisième ordre, et ne nécessite que deux tableaux de stockage par variable. Les schémas de type Runge-Kutta sont couramment utilisés en simulation numérique [23], de par leur relative simplicité de mise en oeuvre, mais surtout parce qu'ils offrent un bon compromis entre précision, stabilité, coût de stockage et temps de calcul.

Par soucis de lisibilité, les équations sont écrites sous la forme symbolique :

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = H(\Phi) = -C(\Phi) + D(\Phi) - P(\Phi) \quad (2.3.18)$$

$\Phi$  représente les vecteurs formés par les variables conservatives  $[\rho, \rho u_i, E]^T$ , et les opérateurs  $C$ ,  $D$  et  $P$  regroupent respectivement les termes de convection, de diffusion et de pression. En désignant par  $n$  l'incrément temporel, le schéma s'écrit :

$$\begin{aligned} \Phi_0 &= \Phi^n \\ \Phi_1 &= \Phi_0 + \gamma_1 \Delta t H_0 & H_0 &= H(\Phi_0) \\ \Phi_2 &= \Phi_1 + \gamma_2 \Delta t H_1 & H_1 &= H(\Phi_1) + \epsilon_1 H_0 \\ \Phi_3 &= \Phi_2 + \gamma_3 \Delta t H_2 & H_2 &= H(\Phi_2) + \epsilon_2 H_1 \\ \Phi^{n+1} &= \Phi_3 \end{aligned} \quad (2.3.19)$$

Afin d'assurer une précision d'ordre trois, les coefficients  $\gamma_k$  et  $\epsilon_k$  doivent vérifier le système suivant :

$$\gamma_1 + \gamma_2(1 + \epsilon_1) + \gamma_3\{1 + \epsilon_2(1 + \epsilon_1)\} = 1 \quad (2.3.20)$$

$$\gamma_1 \gamma_2 + \gamma_3\{\gamma_1 + (1 + \epsilon_2) + \gamma_2(1 + \epsilon_1)\} = 1/2 \quad (2.3.21)$$

$$\gamma_1^2 \gamma_2 + \gamma_3\{\gamma_1 + \gamma_2(1 + \epsilon_1)^2\} + \gamma_1 \gamma_3 \epsilon_2 = 1/3 \quad (2.3.22)$$

$$\gamma_1 \gamma_2 \gamma_3 = 1/6 \quad (2.3.23)$$

Dans le code FLUIDILES, les valeurs préconisées par Lowery et Reynolds [55] (méthode à faible encombrement en mémoire) sont utilisées :

$$\gamma_1 = 1/2 \quad (2.3.24)$$

$$\gamma_2 = 0.9106836025229591 \quad (2.3.25)$$

$$\gamma_3 = 0.3660254037844387 \quad (2.3.26)$$

$$\epsilon_1 = -0.6830127018922193 \quad (2.3.27)$$

$$\epsilon_2 = -4/3 \quad (2.3.28)$$

La limite de stabilité des schémas explicites est donnée par la condition non-visqueuse de Courant-Fredricks-Levy ("CFL") suivante :

$$\Delta t \leq \left( \frac{|u_x|}{\Delta x} + \frac{|u_y|}{\Delta y} + \frac{|u_z|}{\Delta z} + \frac{1}{M} \sqrt{\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} + \frac{1}{\Delta z^2}} \right)^{-1} \quad (2.3.29)$$

Dans son étude sur les schémas compacts, Lele [54] donne les conditions nécessaires à la stabilité du schéma de Runge-Kutta. On se placera dans le cas particulier où les conditions aux limites sont périodiques et on considèrera l'équation de convection pure :

$$\frac{\partial f}{\partial t} + c \frac{\partial f}{\partial x} = 0 \quad (2.3.30)$$

La limite de stabilité non-visqueuse est alors donnée par la relation :

$$\frac{c\Delta t}{\Delta x} \leq \frac{\sigma_i}{\omega'_m} \quad (2.3.31)$$

où  $[-i\sigma_i, i\sigma_i]$  est le segment imaginaire de la région de stabilité du schéma en temps,  $\omega'_m$  la valeur maximum du nombre d'onde modifié pour le schéma d'espace et  $c$  la vitesse du son. Pour le schéma de Runge-Kutta d'ordre trois,  $\sigma_i = \sqrt{3}$  et pour le schéma compact d'ordre six,  $\omega'_m = 1,989$ . Dans ces conditions la stabilité numérique du calcul est assurée pour des nombres de CFL inférieures à 0,9.

### 2.3.3 Conditions aux limites

Les calculs que nous avons réalisés sont des simulations d'écoulement d'air avec des frontières libres. Il s'agit, dans cette section, de définir des conditions sur les frontières du domaine de calcul aptes à traduire cette caractéristique, tout en restant en accord avec la physique de notre problème.

#### *Frontière longitudinale*

Une simulation spatiale permet de connaître l'état d'un écoulement à chaque position en espace. Cependant, lorsque l'on étudie des phénomènes pouvant se produire sur plusieurs centaines de mètres, le nombre de points de maillage nécessaire pour représenter de telles distances dépasse le niveau de puissance actuel des super-calculateurs. Ce type de calcul reste donc aujourd'hui inenvisageable.

Une simulation temporelle permet de contourner cet obstacle en faisant appel à l'hypothèse de Taylor [52, 88], selon laquelle la variable de temps  $t$  et la position longitudinale  $y$  peuvent être considérées comme équivalentes. Ces deux dernières sont alors liées par la relation  $t = y/V_0$ , où  $V_0$  désigne la vitesse de l'écoulement libre (par exemple la vitesse de l'avion). Autrement dit, le calcul est réalisé dans un repère se déplaçant à la vitesse  $v_0$  et l'écoulement est supposé périodique dans la direction  $y$  [23, 71]. Cette méthode permet donc, *a priori*, de représenter un domaine infini en espace.

Étant donnée l'étendue des phénomènes auxquels nous nous sommes intéressés (plusieurs envergures derrière l'avion), nous avons choisi d'appliquer ce type de simulation. Des conditions de périodicité sont, par conséquent, imposées aux frontières longitudinales du domaine de calcul. Il s'agit d'une formulation simple de périodicité à deux points. On rappelle que, dans l'axe de l'écoulement, le domaine de calcul s'étend des points indicés de 1 à  $m_2$ , et on désigne par  $\Phi$  tout variable instantanée du calcul. Les conditions aux limites s'écrivent :

$$\Phi(1) = \Phi(m_2 - 1) \quad (2.3.32)$$

$$\Phi(m_2) = \Phi(2) \quad (2.3.33)$$

Il est important de noter que le domaine de validité de la simulation temporelle s'inscrit dans les hypothèses de couche limite : les gradients longitudinaux doivent rester négligeables devant les gradients transversaux.

#### *Frontières transverses*

La formulation des conditions aux limites retenue est celle des conditions de non-réflexion, aussi appelées conditions de Thompson [89, 90], et dont l'objectif est de recréer avec des frontières artificielles le comportement d'un écoulement libre non-confiné. Comme nous l'avons précédemment évoqué, ces dernières sont fortement recommandées lorsque l'on utilise des schémas de

discrétisation compacts. Plusieurs études concernant la simulation de tourbillons ont par ailleurs montré que les conditions de non-réflexion présentent de meilleurs résultats par rapport à ceux obtenus avec des conditions de périodicité, de symétrie ou encore de Von Neumann [71]. Les paragraphes qui suivent rappellent le principe de l'approche de Thompson.

L'approche consiste à linéariser à chaque pas de temps les équations de conservation de la masse, de quantité de mouvement et de l'énergie, et à étudier les variables caractéristiques monodimensionnelles normales à la frontière considérée. Le traitement sera basé sur une approche non-visqueuse. Le système global regroupant les équations de Navier-Stokes peut se mettre sous la forme suivante :

$$\frac{\partial \bar{U}}{\partial t} + \bar{A} \frac{\partial \bar{U}}{\partial x} + \bar{B} \frac{\partial \bar{U}}{\partial y} + \bar{C} \frac{\partial \bar{U}}{\partial z} = 0 \quad (2.3.34)$$

avec :

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -u^2 & 2u & 0 & 0 & 1 \\ -uv & v & u & 0 & 0 \\ -uw & w & 0 & u & 0 \\ -c^2u & c^2 & 0 & 0 & u \end{bmatrix} \quad (2.3.35)$$

$$\bar{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -uv & v & u & 0 & 0 \\ -v^2 & 0 & 2v & 0 & 1 \\ -vw & 0 & w & v & 0 \\ -c^2v & 0 & c^2 & 0 & v \end{bmatrix} \quad (2.3.36)$$

$$\bar{C} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -uw & w & 0 & u & 0 \\ -vw & 0 & w & v & 0 \\ -w^2 & 0 & 0 & 2w & 1 \\ -c^2w & 0 & 0 & c^2 & w \end{bmatrix} \quad (2.3.37)$$

Ici  $c$  désigne la vitesse du son. Les trois matrices  $\bar{A}$ ,  $\bar{B}$  et  $\bar{C}$  sont diagonalisables, ce qui permet de faire apparaître une forme caractéristique du problème. Lorsque l'on s'intéresse à la propagation de l'information dans une direction  $x_i$ , on considère uniquement une équation du type :

$$\frac{\partial \bar{U}}{\partial t} + \bar{M} \frac{\partial \bar{U}}{\partial x_i} = 0 \quad (2.3.38)$$

$\bar{M}$  désigne la matrice  $\bar{A}$ ,  $\bar{B}$  ou  $\bar{C}$  suivant la direction  $x_i$  considérée. La diagonalisation de  $\bar{M}$  donne des valeurs propres  $\lambda_i$  et des vecteurs  $\Psi_i (i = 1, 5)$ . En multipliant l'équation 2.3.34 par  $\Psi_i$ , on peut définir une nouvelle fonction  $W_i$ , telle que pour tout  $i$  :

$$dW_i = \Psi_i d\bar{U} \quad (2.3.39)$$

Le système précédent s'écrit alors :

$$\frac{\partial W_i}{\partial t} + \Psi_i \frac{\partial W_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.3.40)$$

Les variables  $W_i$  sont appelées variables caractéristiques, et on peut écrire pour toutes les frontières :

$$\begin{aligned} dW_1 &= dp - \tilde{c}^2 d\rho \\ dW_2 &= dU.n_1 \\ dW_3 &= dU.n_2 \\ dW_4 &= dp + \tilde{\rho} \tilde{c} dU.n \\ dW_5 &= dp - \tilde{\rho} \tilde{c} dU.n \end{aligned} \quad (2.3.41)$$

Les valeurs propres  $\lambda_i$  vérifient :

$$\begin{aligned}\lambda_1 &= \lambda_2 = \lambda_3 = U.n \\ \lambda_4 &= U.n + c \\ \lambda_5 &= U.n - c\end{aligned}\tag{2.3.42}$$

$U$  désigne le champ de vitesse dans le repère cartésien  $(x, y, z)$  et  $n$  la normale extérieure à la frontière. Le trièdre formé par les vecteurs  $(n, n_1, n_2)$  est direct et la base des vecteurs  $(n_1, n_2)$  est une base du plan tangentiel à la frontière considérée. Les lettres surmontées du symbole  $\tilde{\phantom{x}}$  désignent une approximation de la valeur des variables correspondantes au pas de temps précédent.

Le calcul des conditions aux limites s'opère en trois temps, et ceci pour chaque passe directionnelle non-visqueuse dans une direction  $x_i$ . Dans une première étape, on impose des conditions aux limites de type Von Neumann (pente nulle), et on détermine ainsi les variations temporelles  $dW_i$  de chaque variable caractéristique sur les frontières. Dans une seconde étape, une procédure de traitement/correction de ces conditions aux limites est utilisée. Ce traitement non-réfléchissant consiste à annuler les variations temporelles de chaque variable caractéristique entrante, ce qui se traduit par :

$$\forall \lambda_i < 0, dW_i = 0\tag{2.3.43}$$

Enfin, une fois que les variations temporelles des variables caractéristiques sont obtenues aux points frontières, il suffit de résoudre le système 2.3.41, en cherchant des solutions en termes de :

$$dp = p^{n+1} - p^n, dU = U^{n+1} - U^n, d\rho = \rho^{n+1} - \rho^n\tag{2.3.44}$$

et de déterminer ainsi toutes les variables au pas de temps  $n + 1$  sur les frontières.

## 2.4 Simulation de l'interaction Jet/Tourbillon

Dans cette section, nous allons présenter la manière dont l'interaction Jet/Tourbillon est simulée à l'aide du code FLUIDILES. Conformément aux deux régimes évoqués en introduction de ce mémoire : régime jet et régime d'entraînement, le calcul est décomposé en deux étapes. Dans un premier temps, une simulation temporelle de la transition d'un jet rond est effectuée sans tenir compte du champ tourbillonnaire (*i.e.* régime jet). Ce premier calcul prend fin lorsqu'il fournit une estimation de la fin du régime jet. Ce critère est obtenu à partir d'une comparaison entre les valeurs numériques et expérimentales [10, 41] de la vitesse axiale au centre du jet. Dans une deuxième étape, un tourbillon de sillage est pris en compte, et son interaction avec le jet précédemment calculé est examinée (*i.e.* régime d'entraînement). Cette procédure en deux étapes a été utilisée dans un certain nombre d'études [10, 23, 50, 63]. La figure 2.3 présente la configuration expérimentale servant de support à la simulation. Dans leurs expériences, Jacquin et Molton ont mesuré l'impact la distance entre le jet et le tourbillon marginal en faisant varier la distance entre le bout d'aile et la buse. Nous nous sommes basés sur une distance jet/tourbillon de  $\Delta_j/b = 0.1$  où  $b$  est l'envergure du dispositif et  $\Delta_j$  la distance entre la position du centre du jet par rapport au bout de l'aile.

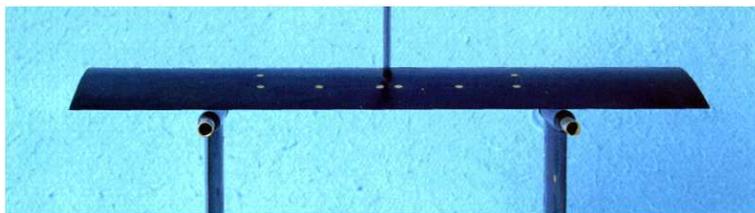


FIG. 2.3 – Configuration expérimentale sur laquelle est basée la simulation. Source [41].

### 2.4.1 Simulation du régime jet

Nous allons donc commencer par présenter la simulation du régime jet. On considère un jet rond débouchant d'une buse de rayon  $r_j$  à la vitesse  $U_j$  dans un fluide dont la vitesse est  $U_0$ . La région située près de la buse est communément appelée région du noyau potentiel. En effet, dans cette dernière, il existe au centre du jet un noyau de fluide dont la vitesse reste égale à  $U_j$ . L'écoulement s'apparente alors à une couche de mélange axisymétrique entre deux courants de vitesses respectives  $U_j$  et  $U_0$ . Un écoulement unidirectionnel, dont le profil correspond à la région du noyau potentiel, est pris en compte. Ce profil de vitesse est de type "chapeau à haut de forme", qui se rapproche d'une loi en tangente hyperbolique souvent utilisée pour les calculs de stabilité [65].

$$U(r) = \frac{1}{2}(U_j + U_0) - \frac{1}{2}(U_j - U_0) \tanh \left\{ \frac{1}{4} \frac{R}{\theta} \left( \frac{r}{R} - \frac{R}{r} \right) \right\} \quad (2.4.1)$$

$U_0$  et  $U_j$  étant respectivement les vitesses à l'extérieur du jet et au centre du jet.  $R$  correspond à l'épaisseur à demi-vitesse telle que :

$$U(R) = (U_j + U_0)/2 \quad (2.4.2)$$

$\theta$  désigne l'épaisseur de quantité de mouvement définie par :

$$\theta = \int_0^\infty \left( \frac{U - U_0}{U_j - U_0} \right) \left( 1 - \frac{U - U_0}{U_j - U_0} \right) dr \quad (2.4.3)$$

Enfin, dans le repère cartésien,  $r$  est donné par la relation :

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (2.4.4)$$

L'influence du rapport  $R/\theta$  sur la déstabilisation du jet a été étudiée par Michalke & Hermann [65], qui ont montré que lorsque ce facteur valait 10 les taux d'amplifications des instabilités étaient les plus grands. Nous avons retenu cette valeur du facteur  $R/\theta$ . Afin d'amorcer le développement des phénomènes turbulents, des perturbations pseudo-aléatoires de faibles amplitude, pondérées par une Gaussienne et centrées sur le rayon à demi-vitesse du jet, sont ajoutées sur les composantes de vitesse, de sorte que :

$$u'_{x,z} = A \times f \times \left( \exp \left\{ - \left[ \frac{1}{4} \frac{R}{\theta} \left( \frac{r}{R} - \frac{R}{r} \right) \right]^2 \right\} \right)^{1/2} \quad (2.4.5)$$

$$u'_y = A \times f \times \left( 0.95 \exp \left\{ - \left[ \frac{1}{4} \frac{R}{\theta} \left( \frac{r}{R} - \frac{R}{r} \right) \right]^2 \right\} + 0.05(1 - U(r)) \right)^{1/2} \quad (2.4.6)$$

$A$  représente l'amplitude des perturbations et  $f$  une fonction pseudo aléatoire générée par un sous-programme random-number  $f = 2 \times \text{random number} - 1$ .  $f$  dépend de chaque point de l'espace et parcourt l'intervalle  $[-1;1]$ . Les valeurs prises par  $f$  pour chaque composante de vitesse sont, *a priori*, différentes et non-corrélées.

Le profil initial de température est donné par la relation de Crocco-Busemann :

$$T(r) = T_j \left\{ \frac{U}{U_j} + \frac{T_0}{T_j} \left( 1 - \frac{U}{U_j} \right) + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \times \frac{U}{U_j} \left( 1 - \frac{U}{U_j} \right) \right\} \quad (2.4.7)$$

$T_0$  et  $T_j$  étant respectivement les températures à l'extérieur et au centre du jet. Le rapport  $T_j/T_0$  est pris égal à deux et correspond à la situation rencontrée en sortie de jets de moteurs d'avion de ligne.

Dans tous les calculs, les grandeurs de référence sont le rayon à demi-vitesse du jet  $r_j$  et les caractéristiques du fluide au centre. Le nombre de Reynolds basé sur ces grandeurs est  $Re_j = \frac{V_j R}{\nu} = 14483$ . Le nombre de Mach est fixé à  $M = 0.13$ , les nombres de Prandtl et de Schmidt sont  $Pr = 0.75$  and  $Sc = 1$ . Le domaine de calcul est rectangulaire et le maillage est régulier dans les trois directions de l'espace. Les plans transverses sont compris entre  $x, z = -15R$  et  $x, z = +15R$ . La longueur du domaine de calcul dans la direction de l'écoulement,  $y$ , doit être un multiple d'une longueur d'onde du mode hélicoïdal [93]. L'étude menée par Michalke et Hermann [65] permet de déterminer la fréquence de la perturbation correspondant au taux maximum d'amplification spatiale pour le mode hélicoïdal. Cependant, dans notre cas, il s'agit plutôt de déterminer la longueur d'onde du mode hélicoïdal pour une croissance temporelle. Gaster [25] a étudié la relation existant entre la croissance spatiale et temporelle d'une perturbation. Il a réussi à montrer que la longueur d'onde reste la même qu'elle soit exprimée pour une croissance spatiale ou temporelle d'une perturbation. Nous avons alors choisi pour la direction de l'écoulement une longueur égale à deux fois la longueur d'onde du mode hélicoïdal, correspondant à  $L_y = 6R$ .

Étant donné notre nombre de Reynolds, nous avons choisi d'effectuer une simulation aux grandes échelles (LES) en utilisant le modèle de turbulence d'échelle mixte (voir 2.2.3). Le centre du jet est placé à une distance  $7.81R$  du centre du domaine  $(0, 0, 0)$ , de la manière indiquée sur la figure 2.4.

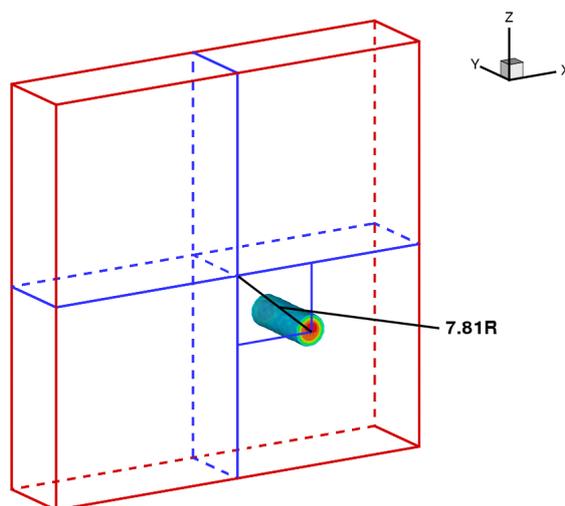


FIG. 2.4 – Disposition du jet par rapport au centre du domaine

### 2.4.2 Simulation de l'interaction

Une fois que le jet a atteint un niveau de turbulence comparable au niveau expérimental, on introduit un tourbillon dans le domaine de calcul. Nous avons choisi d'utiliser un modèle de tourbillon de Lamb-Oseen pour modéliser le tourbillon de sillage. Ce modèle décrit l'évolution d'un tourbillon bidimensionnel et axisymétrique dans un fluide Newtonien incompressible. Il s'agit, de surcroît, d'un modèle qui fait partie des approches les plus courantes de modélisation du tourbillon de sillage [10, 23, 27, 83]. Le tourbillon de Lamb-Oseen correspond à une solution exacte des équations de Navier-Stokes, et constitue par ce fait une situation très particulière permettant une résolution analytique complète.

La détermination de l'expression de la vitesse tangentielle de ce tourbillon nécessite la formulation de quelques hypothèses qui sont : l'écoulement est instationnaire, incompressible et purement tangentiel (la vitesse et la pression ne dépendent que du rayon  $r$  et du temps  $t$ ), la

composante de vitesse radiale est nulle, et enfin les forces de pesanteur sont négligeables. L'écoulement est alors régi par les équations de Navier-Stokes, ci-dessous formulées dans le repère cylindrique  $(r, \theta, z)$ .

Équation de quantité de mouvement dans la direction radiale :

$$\frac{U_\theta^2}{r} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} \quad (2.4.8)$$

Équation de quantité de mouvement dans la direction tangentielle :

$$\frac{\partial U_\theta}{\partial t} = \nu \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \frac{1}{r} (r U_\theta) \right\} \quad (2.4.9)$$

où  $\nu$  désigne la viscosité cinématique.

Une des solutions stationnaires de l'équation ci-dessus a pour forme :

$$U_s(r) = \frac{\Gamma(r)}{2\pi r} \quad (2.4.10)$$

où  $\Gamma(r)$  désigne la circulation autour de l'axe  $z$ , calculée sur le cercle de rayon  $r$  :

$$\Gamma(r) = \int_0^{2\pi} U_s(r) r d\theta \quad (2.4.11)$$

La solution de l'équation 2.4.8 peut être obtenue à partir d'une solution auto-semblable, et le champ de vitesse tangentielle a finalement pour expression :

$$U_\theta(r, t) = \frac{\Gamma}{2\pi r} \left\{ 1 - \exp\left(\frac{-r^2}{4\nu t}\right) \right\} \quad (2.4.12)$$

Cette expression du tourbillon de Lamb-Oseen peut se réécrire, pour un temps donné, sous la forme suivante :

$$U_\theta(r) = \frac{a}{r} \left\{ 1 - \exp(-br^2) \right\} \quad (2.4.13)$$

On peut alors fixer les paramètres  $a$  et  $b$  de telle sorte que le profil initial de vitesse tangentielle du tourbillon de Lamb-Oseen coïncide avec le profil expérimental de vitesse tangentielle du tourbillon. Dans notre cas, ces paramètres sont fixés à :

$$a = 1.3979525473159, \quad b = 1.2564312086262$$

Le tourbillon est placé au centre  $(0, y, 0)$  de la boîte de calcul, et on laisse ensuite l'interaction se dérouler librement.

### 2.4.3 Comparaison des résultats aux niveaux expérimentaux

On se base sur les mesures expérimentales de Jacquin et Molton [41] pour valider les résultats de la simulation numérique. Ces mesures ont été faites sur trois plans axiaux, à des distances respectives de  $X/b = 1, 3$  et  $5$  où  $X$  est la distance axiale et  $b$  l'envergure du modèle d'aile utilisé. Pour chaque plan les mesures se font par LDV, et décrivent une grille centrée sur le tourbillon de sillage et régulière : les mesures sont espacées horizontalement et verticalement de la même façon ( $\Delta Y = \Delta Z = 5$  mm). On peut alors reconstruire un champ 2D de vitesse, comme le montre la figure 2.5.

Sur cette figure on peut identifier le jet au centre de la figure, dont la vitesse excède la vitesse ambiante et qui est donc repérable en rouge en position  $Y/b = -0.3$ . On distingue aussi très bien la nappe tourbillonnaire qui s'enroule au bout de l'aile (à gauche par rapport au jet). Grâce à

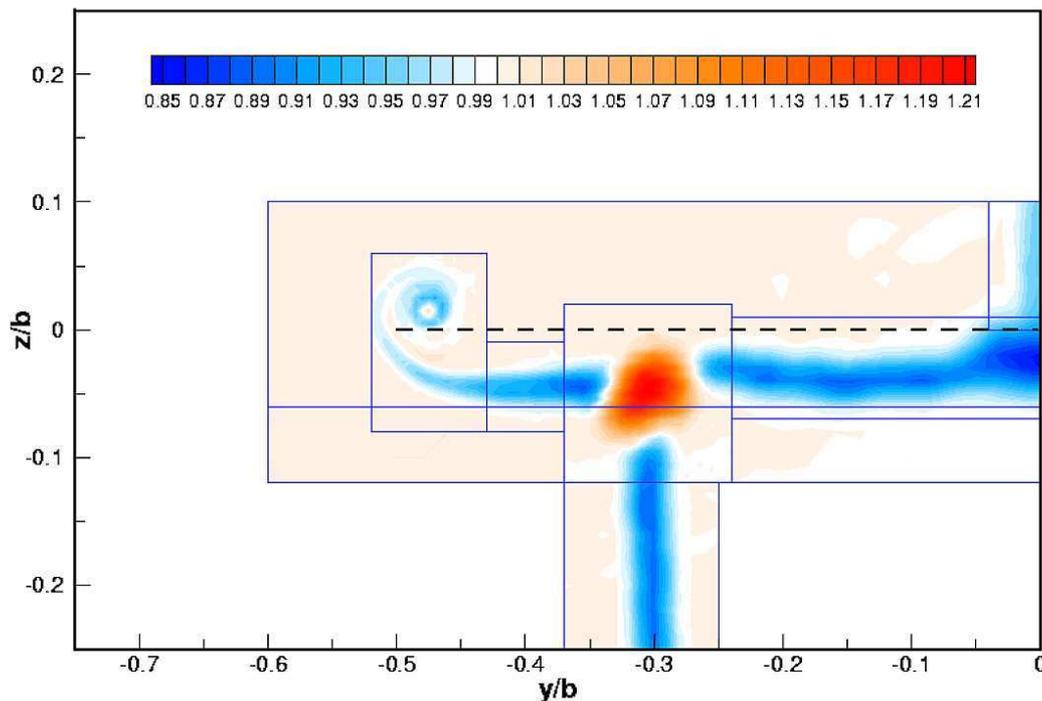


FIG. 2.5 – Visualisation du champ de vitesse expérimental à  $X/b = 5$ , pour un cas où la distance jet/tourbillon est plus grande que dans notre cas. Iso-valeurs de la composante axiale de vitesse. La position de l'aile est représentée en pointillés.

ces mesures expérimentales, on peut constater aisément que le tourbillon se forme par dans un sillage, c'est à dire que la vitesse au sein du tourbillon est inférieure à la vitesse ambiante.

Lors de la simulation, on utilise des conditions de périodicité sur les frontières longitudinales (voir section 2.3.3). On peut donc relier les champs de données d'un temps  $t$  de la simulation à une position  $X/b$  de l'expérience et comparer les résultats pour la composante axiale de la vitesse. On va tout d'abord comparer les données expérimentales et numériques au plan  $X/b = 1$ , avec la figure 2.6. Pour les deux figures, le repère est centré sur le centre du tourbillon.

Dans les deux cas, le jet a commencé à s'enrouler autour du tourbillon et on peut constater que cet enroulement est à un niveau similaire entre les deux cas. Le jet semble avoir perdu plus de vitesse axiale dans le cas expérimental par rapport au cas numérique. De même, on peut constater des zones où la vitesse est moindre dans le cas expérimental, par exemple au voisinage des coordonnées ( $Y \approx 50\text{mm}$ ;  $Z \approx -45\text{mm}$ ) et ( $Y \approx 0\text{mm}$ ;  $Z \approx -45\text{mm}$ ). Ces zones correspondent à des zones de recirculation derrière le dispositif expérimental, c'est à dire le pilier tenant la buse du jet et l'aile à proprement parler. Ce dispositif n'est pas modélisé dans le cas numérique, ce qui explique l'absence de ces zones sur la figure 2.6. De la même façon, notre tourbillon de Lamb-Oseen ne permet pas de retrouver le déficit de vitesse du tourbillon de sillage.

La figure 2.7 présente les profils de vitesse axiale pour les résultats expérimentaux et numériques à la position  $X/b = 3$ . A cette distance, le jet est maintenant enroulé presque dans sa totalité autour du tourbillon. On retrouve pour le cas numérique des valeurs de vitesse similaires au cas expérimental, bien qu'en constatant toujours quelques différences. Ces dernières peuvent toutefois provenir du manque de finesse des mesures expérimentales, notamment au niveau du raffinement du quadrillage.

Le cas numérique semble donc simuler correctement l'enroulement du jet autour du tourbillon.

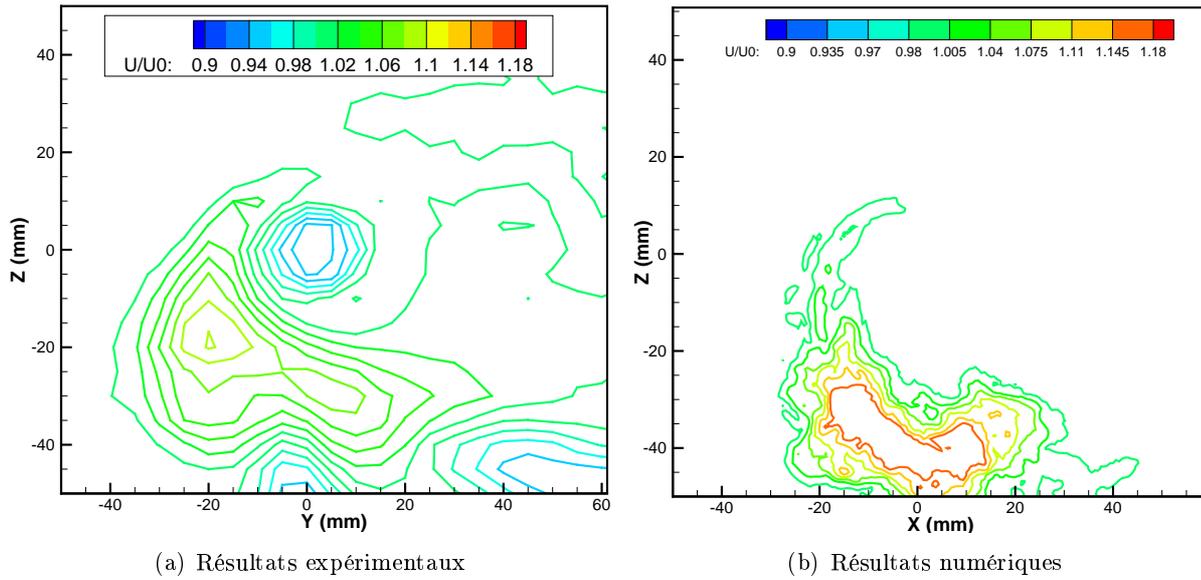


FIG. 2.6 – Comparaison des résultats numériques et expérimentaux à  $X/b = 0.1$ . Profils de vitesse axiale.

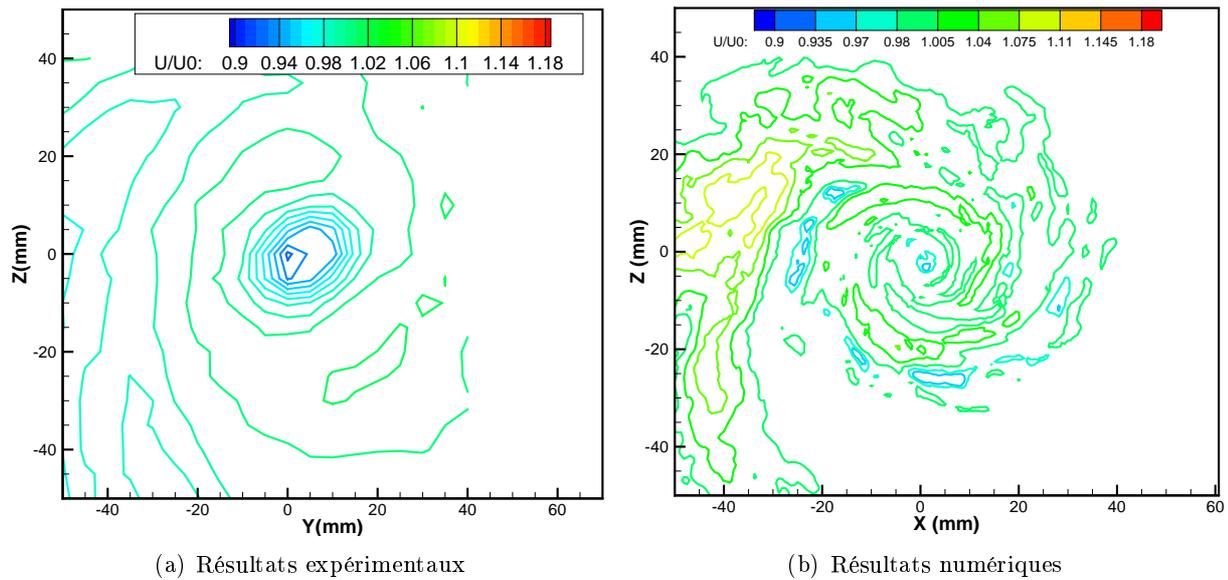


FIG. 2.7 – Comparaison des résultats numériques et expérimentaux à  $X/b = 0.3$ . Profils de vitesse axiale.

Si quelques différences, principalement de niveau d'intensité, ont été relevées entre les deux cas, on a pu voir qu'elles étaient dues au choix fait de ne pas modéliser le dispositif expérimental. Ce choix est valable si l'on considère le but de notre étude : effectuer une analyse des phénomènes physiques et non approcher au mieux les valeurs expérimentales. Il suffit donc que la physique soit bien reproduite par la simulation pour considérer que ces résultats soient valides.

## Première partie

# Développement d'une méthode d'analyse temporelle des mécanismes de l'interaction



# Chapitre 3

## Introduction

Comme nous avons pu le constater avec le rappel de l'état de l'art au chapitre 1, l'interaction jet/tourbillon est complexe et fait appel à des connaissances variées, issues de sujets connexes : écoulement cisailé, stabilité tourbillonnaire, écoulement tournant. . . C'est pourquoi il est courant d'isoler une partie du phénomène pour pouvoir l'étudier correctement. En se restreignant de cette façon, il est possible d'utiliser des outils d'analyse spécifiques au mécanisme étudié. Il a ainsi été possible d'analyser les effets d'anneaux tourbillonnaires sur un tourbillon axial, ou l'organisation de la turbulence par un tourbillon axial. . . Cependant, si l'on souhaite étudier l'interaction dans son ensemble (en se limitant à la phase d'interaction du régime de sillage [63]), il est nécessaire d'utiliser un outil d'analyse qui suive l'interaction au cours de son évolution.

Grâce aux études antérieures sur le sillage et en particulier sur l'interaction jet/tourbillon (dont il a été fait mention en introduction du présent mémoire), on peut maintenant découper l'interaction en différentes phases (régime jet, phase d'interaction, phase de dissipation . . .), et on s'est doté d'outils numériques capables de simuler l'ensemble de ces phases. Cependant, ces études ne se sont pas attachées à considérer l'interaction dans son ensemble, et surtout à déterminer quelles sont les forces en présence, quels mécanismes sont pré-dominants ou bien quelle est leur origine. Pour bien comprendre l'origine des mécanismes, il nous faut tout d'abord isoler les différents "acteurs" de l'interaction du reste de l'écoulement, et comprendre leurs actions respectives. Ensuite il faut pouvoir comparer et analyser ces actions pour déterminer lesquelles sont prédominantes et influent sur le reste de l'interaction. Or il n'y a pas, à notre disposition, d'outil d'analyse capable d'effectuer chacune de ces actions.

C'est pourquoi on se propose dans cette partie de créer un nouvel outil d'analyse qui nous permettra de répondre à ces besoins. Dans le chapitre 4, on présentera la manière dont cet outil a été développé, la manière dont il fonctionne et en quoi il répond à nos attentes. Ensuite, au chapitre 5, les fonctionnalités de cet outil d'analyse seront testées, ainsi que leur précision. Il s'agira de vérifier que les différents éléments de la méthode (la sélection des structures tourbillonnaires, le calcul des champs de vitesse, et des termes des équations de vorticité) remplissent leur office, en les comparant à des résultats théoriques.



## Chapitre 4

# Développement de la méthode

Ce chapitre a pour but de décrire le développement d'une nouvelle méthode d'analyse de l'interaction jet/tourbillon. Elle devra permettre de distinguer l'action d'une structure tourbillonnaire sur une autre et d'en suivre l'évolution au cours du temps. L'analyse de ces actions devra permettre d'extraire les principaux mécanismes physiques de l'interaction. Pour cela la méthode doit pouvoir séparer l'action propre à chaque structure, ce qui nécessite de les isoler de l'ensemble tourbillonnaire du jet. L'action de chaque structure sera ensuite quantifiée.

### 4.1 Séparation de l'action de chaque structure tourbillonnaire

L'objectif de cette section est de distinguer l'action d'une structure tourbillonnaire de l'ensemble des actions que subit une autre structure tourbillonnaire. Dans un premier temps, nous nous intéresserons à l'équation de la vorticité, qui permettra de déterminer les actions que subissent ces structures. Dans un deuxième temps, la partie des actions propre à chaque structure sera séparée du reste par le biais des champs de vitesse induits par chaque structure.

#### 4.1.1 Équations de la dynamique de la vorticité

Le parallèle entre vorticité et structures tourbillonnaires est classique mais généralement pas satisfaisant. Cependant, ici on peut le faire raisonnablement. Aussi, si l'on s'intéresse à l'évolution d'une structure tourbillonnaire, il est courant de considérer les équations de la vorticité. Nous allons dans un premier temps rappeler ces dernières, puis les adapter à l'interaction jet/tourbillon.

En appliquant l'opérateur  $\overrightarrow{\text{rot}}$  à l'équation de quantité de mouvement générale (valable en incompressible) suivante :

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \overline{(\overrightarrow{\text{grad}} \vec{u})} \vec{u} = -\frac{1}{\rho} \overrightarrow{\text{grad}} p + \nu [\Delta \vec{u} + \frac{1}{3} \overrightarrow{\text{grad}}(\text{div } \vec{u})] \quad (4.1.1)$$

on obtient

$$\frac{\partial \vec{\omega}}{\partial t} + \overrightarrow{\text{rot}}[\overline{(\overrightarrow{\text{grad}} \vec{u})} \vec{u}] = -\overrightarrow{\text{rot}}\left(\frac{1}{\rho} \overrightarrow{\text{grad}} p\right) + \nu \Delta \vec{\omega} \quad (4.1.2)$$

en négligeant les variations spatiales de  $\nu$  associées à celles de  $\rho$  (hypothèse de simplification peu restrictive et secondaire dans les arguments qui vont suivre).

A partir de la relation générale

$$\overline{(\overrightarrow{\text{grad}} \vec{u})} \vec{u} = \overrightarrow{\text{grad}} \frac{\vec{u}^2}{2} + \overrightarrow{\text{rot}} \vec{u} \wedge \vec{u} \quad (4.1.3)$$

on en déduit

$$\overrightarrow{\text{rot}}[\overline{(\overrightarrow{\text{grad}} \vec{u})} \vec{u}] = \overrightarrow{\text{rot}}(\vec{\omega} \wedge \vec{u}) \quad (4.1.4)$$

De la même façon, la relation générale

$$\overrightarrow{\text{rot}}(f\vec{v}) = f\overrightarrow{\text{rot}}\vec{v} + \overrightarrow{\text{grad}}f \wedge \vec{v} \quad (4.1.5)$$

fournit, en posant  $f = 1/\rho$  et  $\vec{v} = \overrightarrow{\text{grad}}p$

$$\overrightarrow{\text{rot}}\left(\frac{1}{\rho}\overrightarrow{\text{grad}}p\right) = \frac{1}{\rho}\underbrace{\overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{grad}}p)}_{=0} + \overrightarrow{\text{grad}}\left(\frac{1}{\rho}\right) \wedge \overrightarrow{\text{grad}}p \quad (4.1.6)$$

$$= -\frac{1}{\rho^2}\overrightarrow{\text{grad}}\rho \wedge \overrightarrow{\text{grad}}p \quad (4.1.7)$$

A partir de ces simplifications, l'équation (4.1.2) s'écrit

$$\frac{\partial \vec{\omega}}{\partial t} + \overrightarrow{\text{rot}}(\vec{\omega} \wedge \vec{u}) = \frac{1}{\rho^2}\overrightarrow{\text{grad}}\rho \wedge \overrightarrow{\text{grad}}p + \nu \Delta \vec{\omega} \quad (4.1.8)$$

La relation générale

$$\overrightarrow{\text{rot}}(\vec{\omega} \wedge \vec{u}) = \vec{\omega} \text{div } \vec{u} - \underbrace{\vec{u} \text{div } \vec{\omega}}_{=0} + (\overrightarrow{\text{grad}}\vec{\omega})\vec{u} - (\overrightarrow{\text{grad}}\vec{u})\vec{\omega} \quad (4.1.9)$$

permet d'obtenir une troisième version de l'équation de la dynamique de la vorticité avec

$$\frac{\partial \vec{\omega}}{\partial t} + (\overrightarrow{\text{grad}}\vec{\omega})\vec{u} = (\overrightarrow{\text{grad}}\vec{u})\vec{\omega} - \vec{\omega} \text{div } \vec{u} + \frac{1}{\rho^2}\overrightarrow{\text{grad}}\rho \wedge \overrightarrow{\text{grad}}p + \nu \Delta \vec{\omega} \quad (4.1.10)$$

ou encore

$$\frac{d\vec{\omega}}{dt} = (\overrightarrow{\text{grad}}\vec{u})\vec{\omega} - \vec{\omega} \text{div } \vec{u} + \frac{1}{\rho^2}\overrightarrow{\text{grad}}\rho \wedge \overrightarrow{\text{grad}}p + \nu \Delta \vec{\omega} \quad (4.1.11)$$

Par la suite, on se basera sur l'équation (4.1.10) pour effectuer nos modifications.

#### 4.1.2 Changement de base

En r ecrivant ces équations dans un repere cylindrique\*, on obtient les équations suivantes :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \omega_r}{\partial t} &+ u_r \frac{\partial \omega_r}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial \omega_r}{\partial \theta} + u_z \frac{\partial \omega_r}{\partial z} \\ &= \omega_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{\omega_\theta}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} + \omega_z \frac{\partial u_r}{\partial z} \\ &+ \nu \left( \frac{\partial^2 \omega_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \omega_r}{\partial r} - \frac{\omega_r}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \omega_r}{\partial \theta^2} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial^2 \omega_r}{\partial z^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial \omega_\theta}{\partial \theta} \right) \\ &+ \text{termes compressibles} \end{aligned} \quad (4.1.12)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \omega_\theta}{\partial t} &+ u_r \frac{\partial \omega_\theta}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial \omega_\theta}{\partial \theta} + \frac{u_\theta \omega_r}{r} + u_z \frac{\partial \omega_\theta}{\partial z} \\ &= \omega_r \frac{\partial u_\theta}{\partial r} + \omega_\theta \left( \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{u_r}{r} \right) + \omega_z \frac{\partial u_\theta}{\partial z} \\ &+ \nu \left( \frac{\partial^2 \omega_\theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \omega_\theta}{\partial r} - \frac{\omega_\theta}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \omega_\theta}{\partial \theta^2} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial^2 \omega_\theta}{\partial z^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial \omega_r}{\partial \theta} \right) \\ &+ \text{termes compressibles} \end{aligned} \quad (4.1.13)$$

\*Voir Annexe .1 pour les détails du changement de base

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \omega_z}{\partial t} &+ u_r \frac{\partial \omega_z}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial \omega_z}{\partial \theta} + u_z \frac{\partial \omega_z}{\partial z} \\
&= \omega_r \frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\omega_\theta}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \theta} + \omega_z \frac{\partial u_z}{\partial z} \\
&\quad + \nu \left( \frac{\partial^2 \omega_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \omega_z}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \omega_z}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \omega_z}{\partial z^2} \right) \\
&\quad + \text{termes compressibles}
\end{aligned} \tag{4.1.14}$$

Les équations (4.1.12), (4.1.13), et (4.1.14) sont les projections des équations de la dynamique de la vorticité en cylindrique suivant les directions  $e_r$ ,  $e_\theta$ , et  $e_z$  respectivement.

### 4.1.3 Séparation des actions correspondant   chaque structure

Les équations de la vorticité étant r -écrites en repère cylindrique, il faut distinguer l'action d'une structure tourbillonnaire de l'ensemble des autres.

On considère une structure tourbillonnaire  $\mathbf{A}$ , *i.e.* un champ de vorticité  $\vec{\omega}(\vec{x})$  avec  $\vec{x} \in \mathbf{A}$ . Si l'on r ecrit l'équation 4.1.10 pour  $\vec{x} \in \mathbf{A}$  :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \vec{\omega}(\vec{x}, t)}{\partial t} + \vec{u}(\vec{x}, t) \cdot \overline{\text{grad}} \vec{\omega}(\vec{x}, t) &= \vec{\omega}(\vec{x}, t) \cdot \overline{\text{grad}} \vec{u}(\vec{x}, t) - \vec{\omega}(\vec{x}, t) \text{div} \vec{u}(\vec{x}, t) \\
&\quad + \frac{1}{\rho^2(\vec{x}, t)} \overrightarrow{\text{grad}} \rho(\vec{x}, t) \wedge \overrightarrow{\text{grad}} p(\vec{x}, t) \\
&\quad + \nu \Delta \vec{\omega}(\vec{x}, t)
\end{aligned} \tag{4.1.15}$$

**Notation 1** on prendra la notation suivante :  $\vec{\omega}_{\mathbf{A}} = \vec{\omega}(\vec{x}, t)$  avec  $\vec{x} \in \mathbf{A}$ . On prendra de plus la notation suivante :  $\vec{u}^{\square}$  est le champ de vitesse induit par la structure  $\square$ .

Avec ces notations le champ de vorticité  $\vec{\omega}(\vec{x}, t)$  avec  $\vec{x} \in \mathbf{A}$  s'écrira  $\vec{\omega}_{\mathbf{A}}$  et le champ de vitesse engendré par cette même structure  $\mathbf{A}$ ,  $\vec{u}^{\mathbf{A}}$ . On peut alors décomposer le champ de vitesse total  $\vec{u}^{total}$  en la somme des champs de vitesse induite :

$$\vec{u} = \vec{u}^{total} = \vec{U}_0 + \vec{u}^{\mathbf{A}} + \vec{u}^{\mathbf{B}} + \dots$$

avec  $\vec{U}_0$  le champ de vitesse de l'écoulement ambiant.

On peut reporter ces notations dans l'équation 4.1.15 qui devient :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \vec{\omega}_{\mathbf{A}}}{\partial t} + \vec{u}_{\mathbf{A}}^{total} \cdot \overline{\text{grad}} \vec{\omega}_{\mathbf{A}} &= \vec{\omega}_{\mathbf{A}} \cdot \overline{\text{grad}} \vec{u}_{\mathbf{A}}^{total} - \vec{\omega}_{\mathbf{A}} \text{div} \vec{u}_{\mathbf{A}}^{total} \\
&\quad + \frac{1}{\rho_{\mathbf{A}}^2} \overrightarrow{\text{grad}} \rho_{\mathbf{A}} \wedge \overrightarrow{\text{grad}} p_{\mathbf{A}} \\
&\quad + \nu \Delta \vec{\omega}_{\mathbf{A}}
\end{aligned} \tag{4.1.16}$$

On peut alors séparer les actions induites par les différentes structures :

$$\frac{\partial \vec{\omega}_{\mathbf{A}}}{\partial t} = I_{\mathbf{A}} + F_{\mathbf{A}}^{\mathbf{A}} + F_{\mathbf{A}}^{\mathbf{B}} + \dots \tag{4.1.17}$$

avec

$$F_{\mathbf{A}}^{\square} = -\vec{u}_{\mathbf{A}}^{\square} \cdot \overline{\text{grad}} \vec{\omega}_{\mathbf{A}} + \vec{\omega}_{\mathbf{A}} \cdot \overline{\text{grad}} \vec{u}_{\mathbf{A}}^{\square} - \vec{\omega}_{\mathbf{A}} \text{div} \vec{u}_{\mathbf{A}}^{\square}$$

et

$$I_{\mathbf{A}} = \frac{1}{\rho_{\mathbf{A}}^2} \overrightarrow{\text{grad}} \rho_{\mathbf{A}} \wedge \overrightarrow{\text{grad}} p_{\mathbf{A}} + \nu \Delta \vec{\omega}_{\mathbf{A}}$$

En décomposant les actions de cette manière, on s'aperçoit que l'on peut séparer les actions de chaque structure tourbillonnaire sur la structure  $\mathbf{A}$  : chaque fonction  $F^\square$  représente l'action de la structure  $\square$  sur  $\mathbf{A}$ . Pour séparer les actions de chaque structure, il faut donc séparer les champs de vitesse induits par chaque structure.

La question qui se pose alors est : comment estimer le champ de vitesse engendré par chaque structure ? Une manière simple de l'obtenir est d'utiliser la formule de *Biot et Savart* qui permet de recalculer le champ de vitesse généré par un champ de vorticit   :

$$\vec{u}(\vec{x}) = \frac{1}{4\pi} \int_V \frac{\vec{\omega}(\vec{x}') \wedge (\vec{x} - \vec{x}')}{|\vec{x} - \vec{x}'|^3} d\vec{x}' \quad (4.1.18)$$

o    $V$  est le volume contenant un champ de vorticit  . Pour la structure  $\mathbf{A}$ , on aura donc :

$$\vec{u}^{\mathbf{A}}(\vec{x}) = \frac{1}{4\pi} \int_{\mathbf{A}} \frac{\vec{\omega}(\vec{x}') \wedge (\vec{x} - \vec{x}')}{|\vec{x} - \vec{x}'|^3} d\vec{x}' \quad (4.1.19)$$

Ainsi, pour isoler l'action d'une structure tourbillonnaire dans l'  volution d'une autre structure, il faut s  parer les champs de vitesse induits par chaque structure. Le champ de vitesse    l'int  rieur d'une structure se d  compose en la somme des champs de vitesse g  n  r  s par chaque structure tourbillonnaire. En reportant cette s  paration dans les   quations de vorticit  , il est possible d'isoler l'action de chaque structure. Gr  ce    la formule de *Biot et Savart*, il est possible d'acc  der au champ de vitesse engendr   par chaque structure. La figure 4.1 pr  sente les diff  rentes   tapes n  cessaires pour s  parer l'action des diff  rentes structures. Il faut d'abord isoler chacune des structures en identifiant l'ensemble des points du maillage les composant. Ensuite,    l'aide de la formule de *Biot et Savart*, on peut calculer les champs de vitesse induits pour chacune des structures. A partir de ces champs de vitesse, on peut calculer les diff  rents termes des   quations de la vorticit   : diffusion, convection et   tirement, qui seront int  gr  s sur le volume de la structure consid  r  e avant d'  tre analys  s. La premi  re   tape est donc l'identification et l'isolement de chaque structure tourbillonnaire, ce qui fera l'objet de la section suivante.

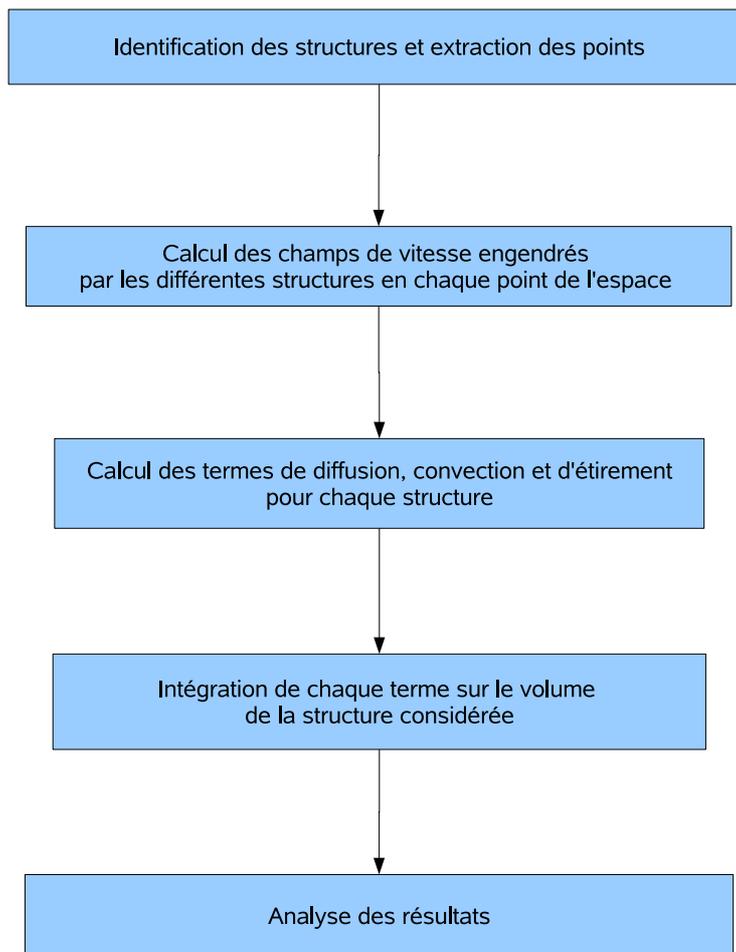


FIG. 4.1 – Schéma des différentes étapes nécessaires à l'analyse détaillée de l'action séparée des différentes structures

## 4.2 Sélection des structures tourbillonnaires

L'objectif de cette section est de sélectionner et d'isoler une structure tourbillonnaire de l'ensemble du jet turbulent. Pour cela, il faut définir ce qu'on appelle une structure tourbillonnaire et établir alors un critère de sélection. Ensuite il faut isoler cette structure de l'ensemble tourbillonnaire composant le jet. Pour cela, un algorithme de sélection fonctionnant de proche en proche sera établi.

### 4.2.1 Définition d'un critère de sélection

Pour pouvoir isoler une structure, il faut pouvoir la sélectionner, c'est à dire la définir d'un point de vue contenu, limites spatiales et retenir une enveloppe de points. Or la définition d'une structure tourbillonnaire reste délicate et fait l'objet de plusieurs articles [86, 42, 32, 33, 12] qui définissent des critères de sélection différents (voir section 1.6.2). On retiendra que le tourbillon est associé à un mouvement de rotation, qui crée localement un minimum de pression afin d'assurer un équilibre entre le gradient de pression et la force centrifuge s'exerçant sur les particules fluides. La capacité de la vorticit   à d  tecter la rotation des particules fluides en fait un crit  re de choix pour identifier les tourbillons. L'inconv  nient est que d  tecter la vorticit   conduit    la d  tection d'un cisaillement, qu'il corresponde ou non    un mouvement tourbillonnaire. Pour   liminer ce

problème on peut coupler le critère de vorticit   avec le crit  re  $Q$  d  fini dans la section 1.6.2 de la mani  re suivante :

$$Q = \frac{1}{2} \left( \overline{\overline{\Omega}} : \overline{\overline{\Omega}} - \overline{\overline{S}} : \overline{\overline{S}} \right) \quad (4.2.1)$$

La condition  $Q > 0$  est n  cessaire dans les r  gions de l'  coulement o   la pression admet un minimum, c'est    dire les zones o   il y a probablement un tourbillon. Il en ressort qu'en couplant le crit  re  $Q$  avec une d  tection par zone de vorticit  , il est possible d'isoler un domaine de l'espace correspondant    un tourbillon.

### 4.2.2 Construction d'un algorithme d'isolement de tourbillon

Il s'agit de d  finir une m  thode permettant d'isoler une structure parmi l'ensemble tourbillonnaire du jet,    l'aide des deux crit  res choisis : la vorticit   et le crit  re  $Q$ . On cherche    r  cup  rer l'ensemble des points du maillage du fichier 3D (issu de la simulation) constituant la structure tourbillonnaire. Pour cela, on se propose de cr  er un algorithme d'isolement qui fonctionnera de proche en proche. La premi  re   tape consiste    d  terminer le point de d  part de l'algorithme. En effet pour trouver r  cursivement l'ensemble des points constituant une structure, il faut trouver au moins un point appartenant pr  cis  ment    cette structure.

**Remarque 1** *Une recherche automatique de points de d  part aurait pu   tre mise en place,    l'aide de recherches de maxima de norme de vorticit   par exemple. Une recherche automatique s  lectionnerait l'ensemble des structures alors que l'utilisateur peut choisir de restreindre son   tude    un nombre limit   de tourbillons, donc une s  lection par des crit  res autres que ceux introduits jusqu'   pr  sent. Certaines structures peuvent   tre choisies pour n'  tudier qu'une partie des tourbillons, ou alors certains tourbillons poss  dant tous une forme particuli  re... Le choix du/des points de d  part a donc   t   laiss      l'utilisateur.*

Consid  rons une structure tourbillonnaire, et les coordonn  es de son point de d  part  $I = (i_0, j_0, k_0)$ . L'objectif est de r  cup  rer l'ensemble des points composant la structure de mani  re it  rative : si un point de l'espace est identifi   comme appartenant    la structure    l'it  ration  $n$ , alors l'appartenance de ses plus proches voisins sera test  e    l'it  ration suivante. Par exemple, si l'on consid  re le point de d  part  $I$  :

- $I$  fait partie de la liste des points composant la structure. Appelons cette liste  $\mathbb{L}$ . On a donc  $I \in \mathbb{L}$ .
- On teste l'appartenance des proches voisins de  $I$ . Ces proches voisins sont les suivants :
  - $(i_0 + 1, j_0, k_0)$ ,  $(i_0 - 1, j_0, k_0)$ ,
  - $(i_0, j_0 + 1, k_0)$ ,  $(i_0, j_0 - 1, k_0)$ ,
  - $(i_0, j_0, k_0 + 1)$  et  $(i_0, j_0, k_0 - 1)$ .
- Si un des points ci-dessus v  rifie le test d'appartenance alors il est rajout      la liste  $\mathbb{L}$ , et ses plus proches voisins seront test  s    l'it  ration suivante.

Ainsi, l'ensemble des points composant la structure peut   tre reconstitu   de proche en proche.

### 4.2.3 Construction d'un test d'appartenance

Initialement, ce test n'  tait compos   que des deux crit  res cit  s ci-dessus : la vorticit   et le crit  re  $Q$ . Cependant, il s'est av  r   que l'ensemble tourbillonnaire composant le jet peut   tre tr  s dense et compact. Ainsi, une valeur faible du crit  re de vorticit   peut entra  ner une mauvaise s  lection de structure car celui-ci peut identifier la vorticit   ambiante comme faisant partie de la structure.

Normalement, le couplage du crit  re de vorticit   avec le crit  re  $Q$  est sens     viter ce probl  me. Cependant la s  lection des points est bas  e sur le maillage de la simulation, et donc si la distance

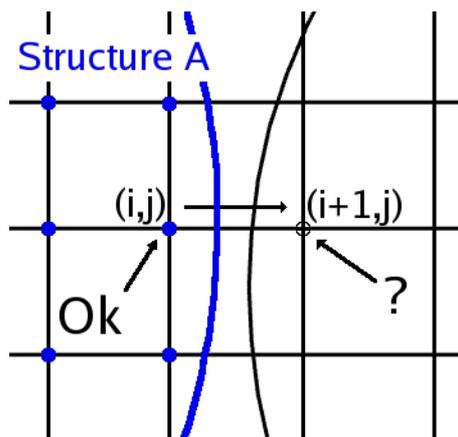


FIG. 4.2 – Exemple de problème dû au maillage lors de la recherche de points appartenant à une structure (ici la structure **A**).

entre deux structures distinctes est inférieure à la taille de maille, les critères ne feront pas la différence entre les deux structures. Ce problème est illustré sur la figure 4.2. L'algorithme recherche l'ensemble des points composant la structure **A** (structure bleue à gauche). Lorsque sont testés les voisins du point  $(i, j, k)$ , l'algorithme est amené à tester le point  $(i + 1, j, k)$  qui appartient à une autre structure. Cependant, si le critère de vorticité et le critère  $Q$  ne sont pas adaptés, alors le point  $(i + 1, j, k)$  sera considéré comme un point de **A**. L'algorithme testera ensuite les voisins de ce point et de proche en proche l'ensemble de la structure du point  $(i + 1, j, k)$  sera assimilé à la structure **A**. Si un critère de vorticité plus restrictif est imposé, ce problème ne se pose pas. Si l'on prend l'exemple de la figure 4.2, la structure **A** s'arrêtera au point  $(i - 1, j, k)$  et n'aura pas de problème de "saut de structure". Cependant, ce critère plus sévère limitera la taille de l'enveloppe de la structure.

Il a donc fallu rajouter d'autres critères pour s'assurer que la structure isolée soit celle qui était sélectionnée initialement et que l'algorithme récupère l'ensemble des points la composant. Pour constituer de nouveaux critères, les assertions suivantes ont été établies :

- Une structure tourbillonnaire possède une certaine cohésion. C'est à dire que les valeurs des variables de vitesse, de pression et de vorticité changent peu entre deux points voisins de la structure.
- Certaines structures tourbillonnaires ont une composante de vorticité majeure. Dans le cas du tourbillon principal par exemple, il s'agit de la composante axiale. Il s'agira donc de repérer cette composante et de vérifier que tous les points de la structure ont la même composante majeure.

Nous avons donc opté pour un test d'appartenance par étapes successives. Le schéma de ces étapes est représenté sur la figure 4.3. Le premier point consiste à rechercher la composante dominante de la vorticité à partir du point initial  $(i_0, j_0, k_0)$ . Une fois cette composante établie, l'algorithme itératif est lancé. Dès lors, pour le test d'un voisin (**B**) d'un point **A**, l'enchaînement est le suivant :

- Tout d'abord, la valeur du critère  $Q$  au point **B** doit être supérieure à une valeur  $Q_0$  définie par l'utilisateur. Le choix de ce critère sera discuté ci-après
- Ensuite il s'agit de vérifier que la composante majeure de la vorticité du point **B** est la même que celle du point **A**. Par la même occasion, nous avons fait le choix de séparer les structures dont la composante majeure de vorticité est de signe positif de celles ayant un signe négatif. Les raisons de ce choix seront expliquées ultérieurement.
- Enfin, si la valeur de la norme de vorticité au point **B** est supérieure à un minimum établi à l'initialisation du programme, alors **B** appartient à la même structure que **A**

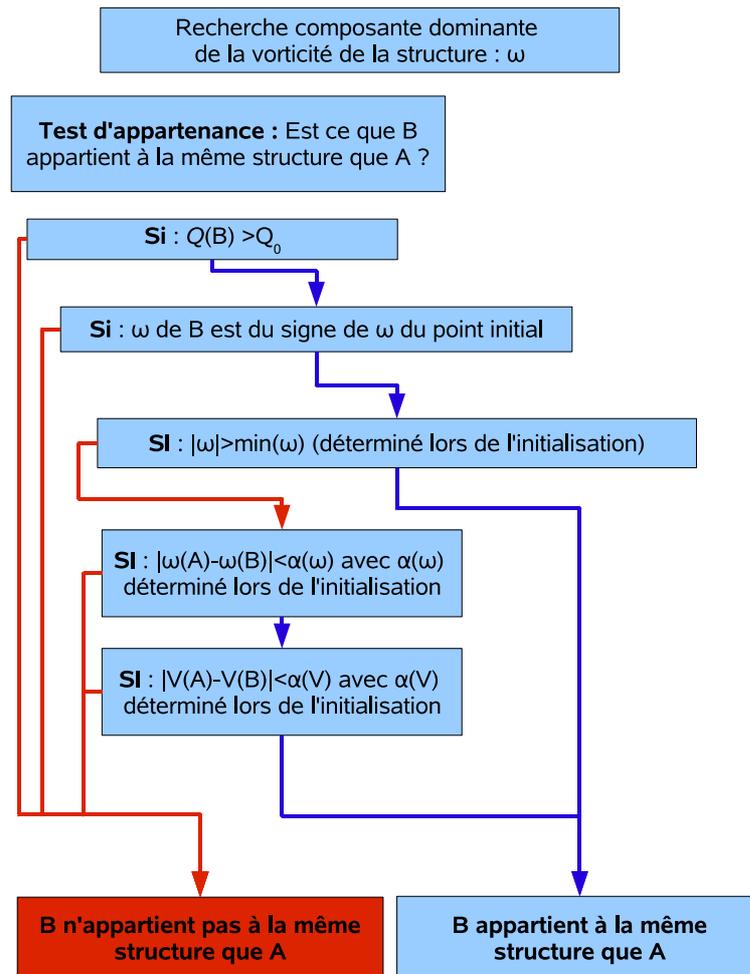


FIG. 4.3 – Test d'appartenance : schéma des différentes étapes

Pour les deux premières étapes, si le test du critère échoue le point **B** est déclaré “extérieur” à la structure. Pour la dernière étape, il se peut que le point **B** testé soit un point critique : en bordure de structure. Dans ce cas, il se peut que la condition de minimum de norme de vorticité ne soit pas vérifiée, mais que le point fasse néanmoins partie de la structure. C’est pourquoi deux autres conditions ont été rajoutées dans le cas où le test échouerait (voir figure 4.3) :

- Le premier test vérifie que les composantes de la vorticité du point **B** et du point **A** sont voisines. L’écart entre les valeurs ne doit pas dépasser un seuil établi lors de l’initialisation de l’algorithme.
- Ensuite, le même test est effectué pour les composantes de la vitesse. La valeur du seuil est également déterminée lors de l’initialisation.
- Si ces deux tests sont vérifiés, alors le point **B** est rajouté à la liste de points composants la structure considérée

Le choix des valeurs seuils pour le test de la norme de vorticité, de ses composantes, et de celles de la vitesse sont déterminées à l’initialisation du programme, à partir du point initial. Ces seuils se sont révélés être plus performants que des valeurs fixées par l’utilisateur. Comme il est nécessaire de distinguer les deux branches des structures tourbillonnaires en “U”, afin d’étudier l’effet de l’une sur l’autre, cela a conduit à faire une distinction entre composante majeure de vorticité positive et négative (étape 2 du test).

#### 4.2.4 Finalisation de l'algorithme d'isolement

Maintenant que le test d'appartenance a été établi, il s'agit de finaliser l'algorithme d'isolement. L'algorithme va être itératif et soumis à une condition d'arrêt de nature  $FINI = FAUX$ . Cette condition explicite permettra à l'itération de continuer tant que l'algorithme trouve de nouveaux points à la structure. Le schéma général de l'algorithme est donc le suivant :

- Tout d'abord est initialisé l'algorithme : l'utilisateur rentre les coordonnées de la structure, et les valeurs seuils sont calculées.
- Commence ensuite la boucle itérative. Comme on peut le voir sur la figure 4.4, à chaque itération l'ensemble des points connus en temps que "points de la structure" sont lus, et leurs voisins sont soumis au test d'appartenance.
- Si de nouveaux points ont été trouvés au cours de cette itération, ils sont alors ajoutés à la liste des points connus, et l'itération reprend. Sinon, la valeur  $FINI$  est changée de  $FAUX$  à  $VRAI$  et l'itération cesse.

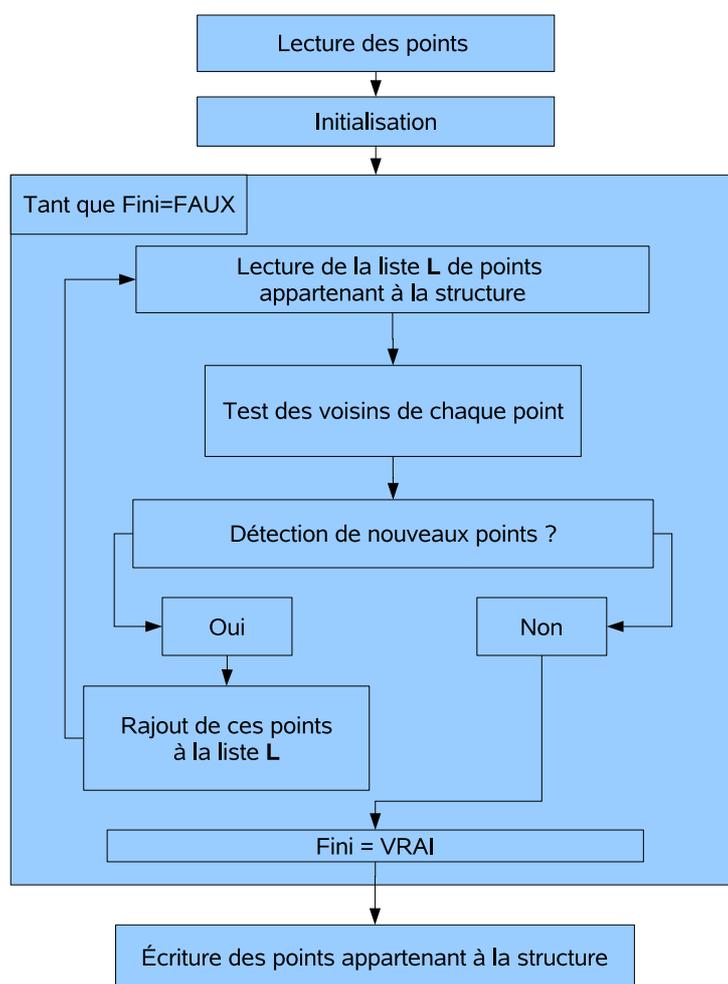


FIG. 4.4 – Schéma général de l'algorithme

Pour chaque point appartenant à la liste, le test des voisins se déroule selon le schéma de la figure 4.5. Le test d'appartenance n'est lancé que si le voisin du point considéré ne figure pas dans la liste  $\mathbb{L}$  des points appartenant à la structure.

*En Conclusion* : l'objectif de cette partie était de trouver comment isoler une structure de l'ensemble tourbillonnaire. Un certain nombre de critères ont été établis : critère  $Q$ , vorticités ... Ces critères sont utilisés lors de l'isolement de la structure par le biais d'un algorithme itératif.

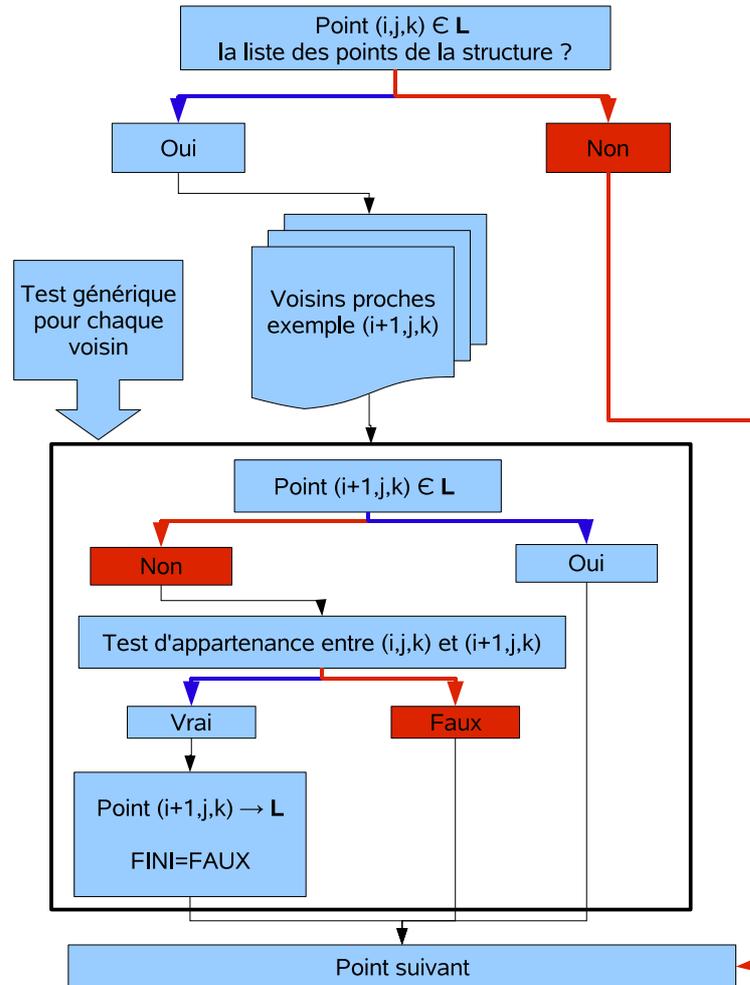


FIG. 4.5 – Schéma du test d'un voisin

Ce dernier part d'un point initial et identifie de proche en proche les points appartenant à la structure. Maintenant que l'on possède un moyen de sélectionner chaque structure, il s'agit de calculer les vitesses induites et quantifier les actions de chaque structure (voir figure 4.1).

### 4.3 Quantification des actions pour chaque structure et algorithme général

Nous allons dans cette section détailler les moyens mis en oeuvre pour quantifier les actions de chaque structure au cours de l'interaction. Nous avons vu dans la section 4.1 que le moyen de séparer l'action d'une structure particulière de l'ensemble est de séparer les champs de vitesse engendrés par ces structures dans les équations de la vorticité. Maintenant que nous avons le moyen de sélectionner une structure tourbillonnaire spécifique, il va falloir dans un premier temps calculer le champ de vitesse engendré par cette même structure. Ensuite chaque terme des équations de la vorticité sera calculé pour chacun des champs de vitesse. Enfin un bilan sur la structure sera fait.

### 4.3.1 Calcul des champs de vitesse

Le moyen retenu pour calculer le champ de vitesse généré par une structure est la loi de *Biot et Savart* :

$$\vec{u}(\vec{x}) = \frac{1}{4\pi} \int_V \frac{\vec{\omega}(\vec{x}') \wedge (\vec{x} - \vec{x}')}{|\vec{x} - \vec{x}'|^3} d\vec{x}'$$

Comme pour l'isolement des structures, nous allons recalculer le champ de vitesse induit par ces dernières en se basant sur le maillage. Il va donc falloir utiliser la loi de *Biot et Savart* de manière discrète. De plus, même si on compte utiliser les champs de vitesse en cylindrique, le maillage initial reste cartésien. L'avantage en cartésien est que l'intégration peut se faire indépendamment pour chaque composante :

$$\vec{\omega}(\vec{x}') \wedge (\vec{x} - \vec{x}') = \begin{pmatrix} \omega_y(\vec{x}') (z - z') - \omega_z(\vec{x}') (y - y') \\ \omega_z(\vec{x}') (x - x') - \omega_x(\vec{x}') (z - z') \\ \omega_x(\vec{x}') (y - y') - \omega_y(\vec{x}') (x - x') \end{pmatrix}_{(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)} \quad (4.3.1)$$

Le calcul s'effectuera donc en cartésien pour des raisons de simplicité, et la conversion en cylindrique se fera ensuite\*.

L'algorithmique pour les champs de vitesse est ici assez simple, comme on peut le voir sur la figure 4.6. L'incrémentation pour un point  $\mathbf{B}$  des composantes suivant  $x, y, z$  de  $\vec{u}^{\mathbf{B}}$  est représenté par des fonctions F, G et H qui sont les suivantes :

$$\begin{aligned} F(\vec{x}_A, \vec{x}_B) &= \frac{1}{D_{ab}^3} [\omega_y(\vec{x}_b)(z_a - z_b) - \omega_z(\vec{x}_b)(y_a - y_b)] dV_b \\ G(\vec{x}_A, \vec{x}_B) &= \frac{1}{D_{ab}^3} [\omega_z(\vec{x}_b)(x_a - x_b) - \omega_x(\vec{x}_b)(z_a - z_b)] dV_b \\ H(\vec{x}_A, \vec{x}_B) &= \frac{1}{D_{ab}^3} [\omega_x(\vec{x}_b)(y_a - y_b) - \omega_y(\vec{x}_b)(x_a - x_b)] dV_b \end{aligned}$$

avec

$$D_{ab} = [(x_a - x_b)^2 + (y_a - y_b)^2 + (z_a - z_b)^2]^{1/2}$$

la distance entre  $\vec{x}_A \in \mathbf{A}$  et  $\vec{x}_B \in \mathbf{B}$  et  $dV_b$  un élément de volume local en  $\vec{x}_b$ . En l'occurrence, on travaille sur des maillages réguliers, donc l'élément de volume est déterminé à l'initialisation du programme, avant de rentrer dans les boucles itératives.

**Remarque 2** *Le calcul des champs de vitesse pour tout le domaine de calcul peut s'avérer coûteux d'un point de vue numérique. De plus, il n'est pas nécessaire de connaître l'intégralité du champ de vitesse pour le calcul des actions sur une structure particulière. Il suffit de calculer les champs de vitesse dans le domaine de la structure considérée. Nous avons donc fait le choix de restreindre le calcul des champs de vitesse au volume correspondant aux structures tourbillonnaires considérées.*

### 4.3.2 Algorithme général

Maintenant que l'ensemble des parties du calcul des termes des équations de la vorticité ont été définies, nous allons présenter le schéma final du programme de post-traitement. La première étape consiste bien sûr   sélectionner et isoler les structures. L'algorithme développé en 4.2 est alors utilisé. Dès que l'ensemble des structures sélectionnées est isolé, le champ de vitesse généré par chacune d'entre elles est alors calculé ainsi que les termes de diffusion visqueuse (ces derniers

---

\* voir Annexe .2

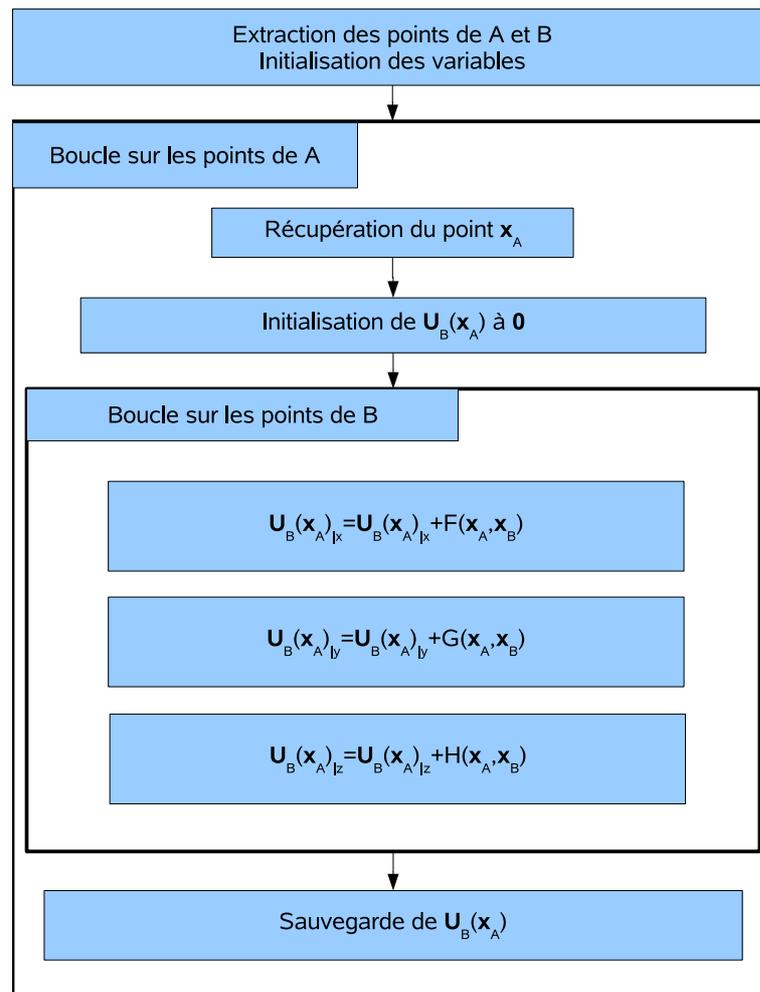


FIG. 4.6 – Schéma de l'algorithme pour le calcul des champs de vitesse.

étant propres à chaque structure). Enfin l'ensemble des termes des équations de la vorticité est calculé pour chaque point de chaque structure. Afin d'obtenir une vision plus claire de l'action propre à chaque structure, chacun des termes est intégré sur le volume de la structure considérée, comme on peut le voir sur la figure 4.7.

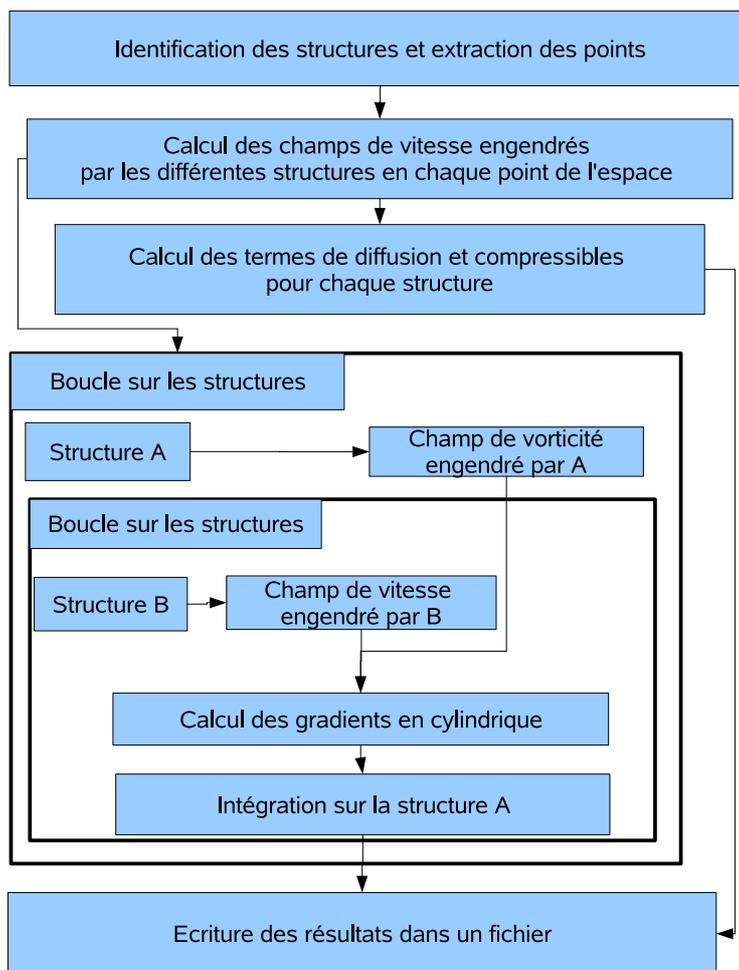


FIG. 4.7 – Schéma du programme de post-traitement

## 4.4 Conclusion

Dans ce chapitre, l'objectif était de développer une méthode permettant de suivre dans le temps l'évolution de l'action d'une structure tourbillonnaire **A** sur une autre structure **B**. C'est   dire de pouvoir isoler l'action de **A** parmi l'ensemble des actions que subit **B**, et de pouvoir suivre son comportement au cours du temps afin de pouvoir   terme extraire les principaux mécanismes physiques de l'interaction jet/tourbillon.

Pour cela, nous avons dans un premier temps récrit les équations de la vorticité dans un repère cylindrique adapté   notre cas. Puis nous avons déterminé un moyen de séparer les actions propre   chaque structure tourbillonnaire en séparant le champ de vitesse total en la somme des champs de vitesse induits par chaque structure. En calculant la distribution de ces champs   l'aide de la formule de *Biot et Savart* et en les injectant dans les équations de la vorticité, il est possible d'isoler l'action de chaque structure.

Dans un deuxième temps, nous avons développé un algorithme de sélection permettant d'isoler une structure de l'ensemble tourbillonnaire du jet. Nous avons commencé par définir des critères de sélection, basés sur des niveaux de vitesse et de vorticité, que nous avons couplé   un critère de sélection plus traditionnel : le *critère Q*. Nous avons alors établi un algorithme itératif de sélection de proche en proche pour sélectionner l'ensemble des points du domaine 3D (issu du calcul FLUIDILES) composant la structure sélectionnée.

Enfin, nous avons établi un algorithme permettant de calculer l'ensemble des termes des équations de la vorticit      partir des champs de vorticit   et de vitesse induite propre    chaque structure. Afin de pouvoir comparer l'action de l'ensemble des structures sur une en particulier, nous avons choisi d'int  grer chaque terme sur le volume de la structure consid  r  e. De cette mani  re, on peut comparer    chaque instant l'action induite par chaque structure de l'ensemble tourbillonnaire sur la structure consid  r  e.

Il faut maintenant v  rifier que chacun des algorithmes de la m  thode d  velopp  e dans ce chapitre fonctionnent correctement. C'est    dire qu'il va falloir v  rifier que l'algorithme d'isolement remplit son r  le, que le calcul des champs de vitesse induite et que le calcul des termes des   quations de la vorticit   ne comportent pas d'erreurs et se rapprochent au mieux d'une solution th  orique. Ce sera l'objectif du prochain chapitre.

## Chapitre 5

# Test des différents éléments de la méthode

L'objectif de ce chapitre est de tester les différentes fonctions mises en place dans le chapitre précédent, c'est à dire qu'il s'agit de vérifier les trois étapes du post-traitement : la sélection et l'isolement des structures tourbillonnaires, le calcul des champs de vitesse induits et le calcul des termes des équations de la vorticité.

### 5.1 Test de l'algorithme d'isolement des structures tourbillonnaires

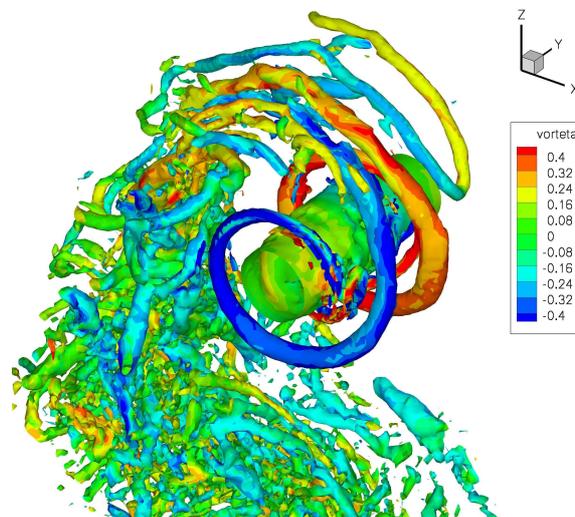


FIG. 5.1 – Surfaces de critère  $Q = 0.01$  colorées par la vorticité azimuthale.

L'objectif de cette section est de vérifier que l'algorithme d'isolement fonctionne en sélectionnant la structure   laquelle appartient le point initial dont les coordonnées ont été renseignées par l'utilisateur. Il s'agit aussi de vérifier que le nombre de points composant la structure est maximal, que l'algorithme distingue les différentes branches de vorticité et ne saute pas d'une structure tourbillonnaire   une autre. Pour cela, l'algorithme va être validé sur différents cas.

Le premier test va consister   vérifier que l'algorithme sélectionne bien les structures souhaitées. Pour cela, nous allons utiliser une simulation de l'interaction jet/tourbillon   un temps relativement avancé. C'est   dire lorsque des structures tourbillonnaires primaires sont enroulées

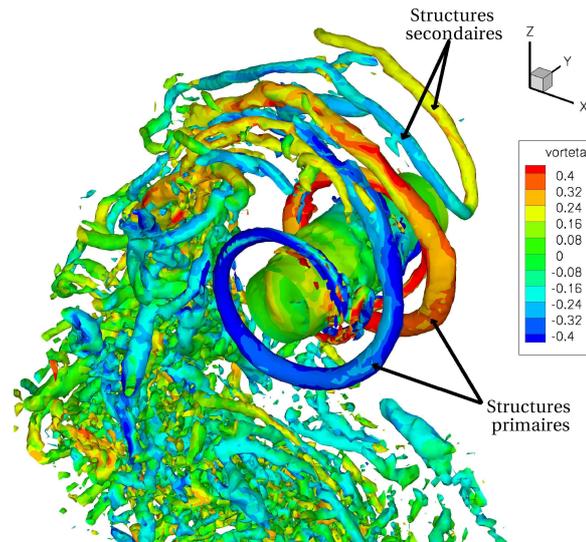


FIG. 5.2 – Choix des structures à sélectionner.

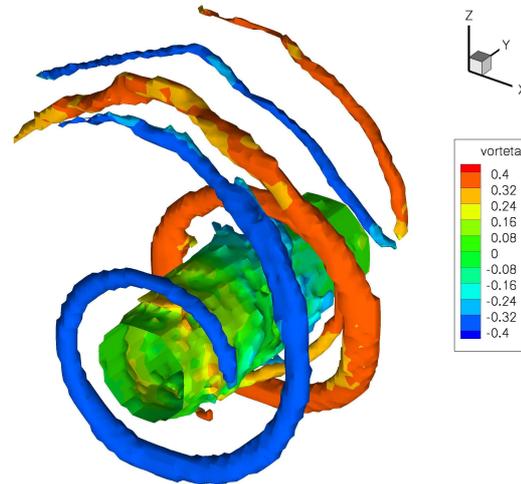


FIG. 5.3 – Résultat de la sélection après l'isolement via l'algorithme.

autour du tourbillon central, et que des structures tourbillonnaires secondaires sont proches de ce même tourbillon. La figure 5.1 montre des iso-surfaces du *critère*  $Q$  colorées par la vorticité azimutale.

Lors du test, nous avons cherché à sélectionner le tourbillon central, la structure tourbillonnaire primaire enroulée autour du tourbillon et la structure secondaire en “U” approchant, comme l’indique la figure 5.2.

La figure 5.3 montre le résultat de la sélection effectuée par l’algorithme. Comme on peut le constater, les cinq structures sont bien isolées et aucun autre champ de vorticité ambiant n’a été récupéré. La figure 5.4, qui présente les détails de la sélection pour le tourbillon axial, permet de vérifier que l’algorithme d’isolement récupère jusqu’aux points limites du tourbillon central. En effet, l’iso-surface présentée s’appuie directement sur le maillage (et n’est pas interpolée par le logiciel *TECPLOT*). De plus, une partie de ces points limites possède une composante azimutale de la vorticité non nulle et sont malgré tout sélectionnés. L’algorithme les considère bien comme des points composant le tourbillon central.

De la même façon, les figures 5.5 et 5.6 présentent les détails de la sélection pour les structures

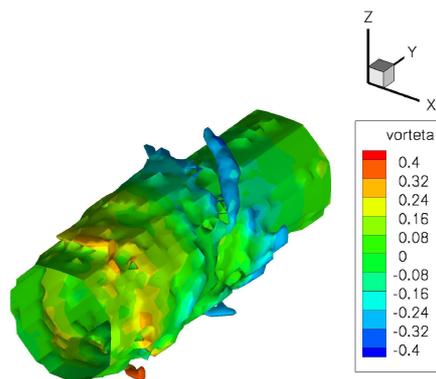


FIG. 5.4 – Résultat de la sélection du tourbillon principal.

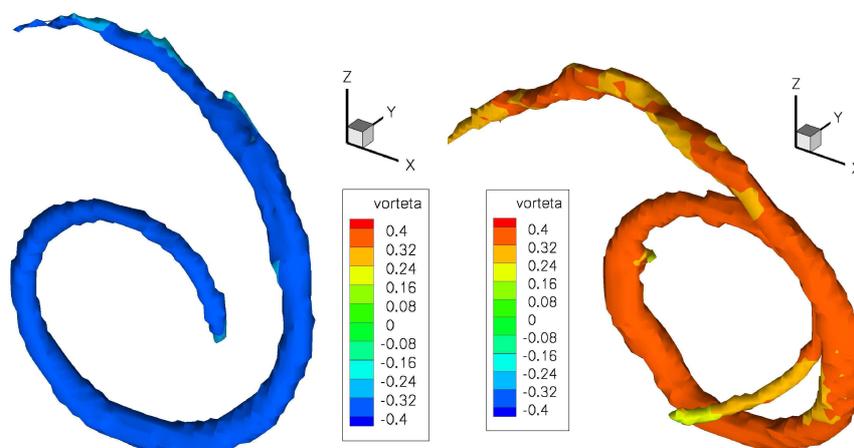


FIG. 5.5 – Résultat de la sélection de la structure tourbillonnaire primaire.

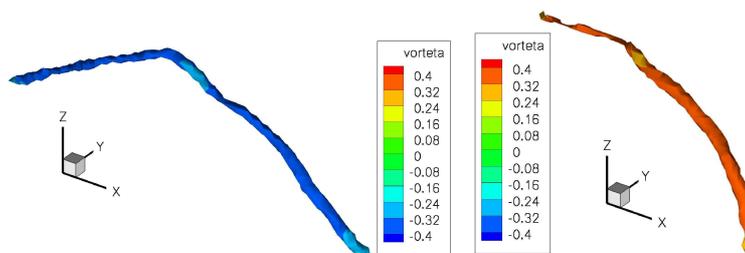


FIG. 5.6 – Résultat de la sélection de la structure tourbillonnaire secondaire.

primaires et secondaires. Comme on peut le constater, pour chaque structure tourbillonnaire à composante majoritairement azimutale, les deux branches de vorticité composant le "U" sont séparées en deux structures distinctes.

Cependant, l'image de gauche de la figure 5.5 révèle un défaut de sélection pour la branche de vorticité azimutale négative de la structure tourbillonnaire primaire. En effet, si l'on compare avec la figure 5.2, une des extrémités de cette branche paraît plus courte après avoir été sélectionnée. C'est dû au fait que cette branche comporte une partie composée principalement de vorticité axiale, comme on peut le constater sur la figure 5.7. Comme l'algorithme d'isolement contient un critère de sélection basé sur la composante principale de vorticité d'une structure, la recherche de points de proche en proche s'arrête lors de ce "pont de vorticité axiale". Ce défaut de sélection

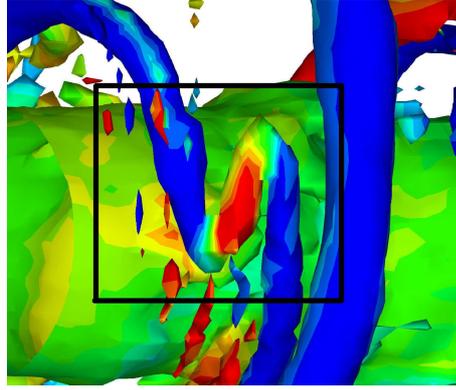


FIG. 5.7 – Illustration d’une zone d’une structure tourbillonnaire pouvant entraîner un défaut de sélection.

peut représenter une limite de l’algorithme d’isolement. L’impact de cette limite sur les résultats du post-traitement dans son ensemble sera discuté ci-après.

Les résultats du test sur l’algorithme d’isolement ont montré que ce dernier fonctionnait, c’est à dire qu’il isolait les structures tourbillonnaires sélectionnées en récupérant les points appartenant à ces structures. De plus chaque structure tourbillonnaire “en U” est séparée en deux : la distinction entre branches de vorticité azimutale positives et négatives s’effectue correctement. Une limitation a cependant été découverte : si une structure tourbillonnaire comporte un changement de composante majeure de la vorticité dans une zone de son volume, alors l’algorithme d’isolement s’arrêtera juste avant le changement. Ce type de changement intervient lorsque la structure se tord et fait un “coude”, et la base du “U” que forme les structures primaires et secondaires en est un exemple.

Malgré cette limitation, l’algorithme de sélection et d’isolement des structures tourbillonnaires fonctionne et va permettre d’effectuer les tests du calcul des champs de vitesse induite puis du calcul des termes des équations de vorticité.

## 5.2 Test du calcul des champs de vitesse induits

Il s’agit tout d’abord de vérifier si le champ de vitesse calculé correspond   celui que génère la structure. Pour cela, on se propose de comparer un champ de vitesse théorique avec celui calculé par le programme. On va simuler un tourbillon de Lamb-Oseen via le code FLUDILES, et l’isoler   l’aide de l’algorithme de sélection. Le champ de vitesse calculé par notre programme sera confronté au champ de vitesse théorique projet  sur le maillage. en nous intéressant dans un premier temps au champ de vitesse azimutal avant de considérer la composante radiale de ce champ de vitesse.

### 5.2.1 Calcul de la vitesse azimutale

Le champ de vitesse d’un tourbillon de Lamb-Oseen est le suivant :

$$u_{\theta}(r, t) = \frac{\Gamma_0}{2\pi r} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{r^2}{4\nu t}\right) \right] \quad (5.2.1)$$

correspondant   un champ de vorticité axiale :

$$\omega_z(r, t) = \frac{\Gamma_0}{4\nu\pi t} \exp\left(-\frac{r^2}{4\nu t}\right) \quad (5.2.2)$$

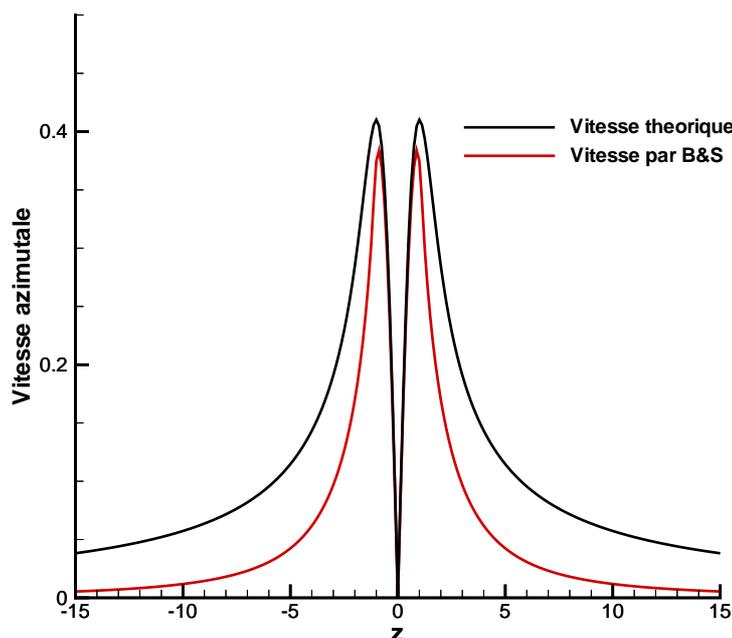


FIG. 5.8 – Comparaison entre les profils de vitesse azimutale théorique et calculée par le programme de post-traitement.

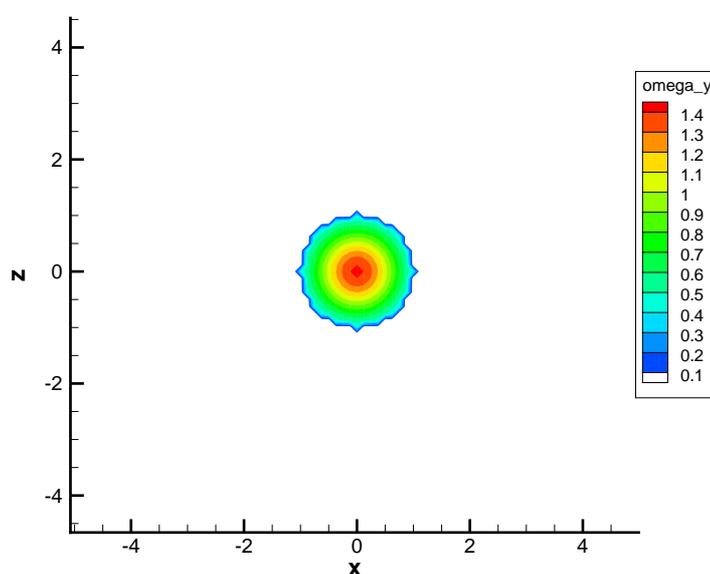


FIG. 5.9 – Champs de vorticité axiale après sélection par le programme.

A  $t$  fixé, le profil de vitesse théorique et celui calculé par le programme de post-traitement   l'aide de la formule de *Biot et Savart* sont représentés sur la figure 5.8. On peut constater que le champ de vitesse calculé est sous-estimé, surtout en dehors du coeur du tourbillon. On pourrait croire que le calcul de la vitesse azimutale comporte un problème ou alors ne fonctionne pas du tout. Cependant, il faut rappeler que ce calcul ne prend pas en compte tout le tourbillon mais seulement la partie sélectionnée   l'aide du *critère Q*. Cette dernière se restreint   la zone

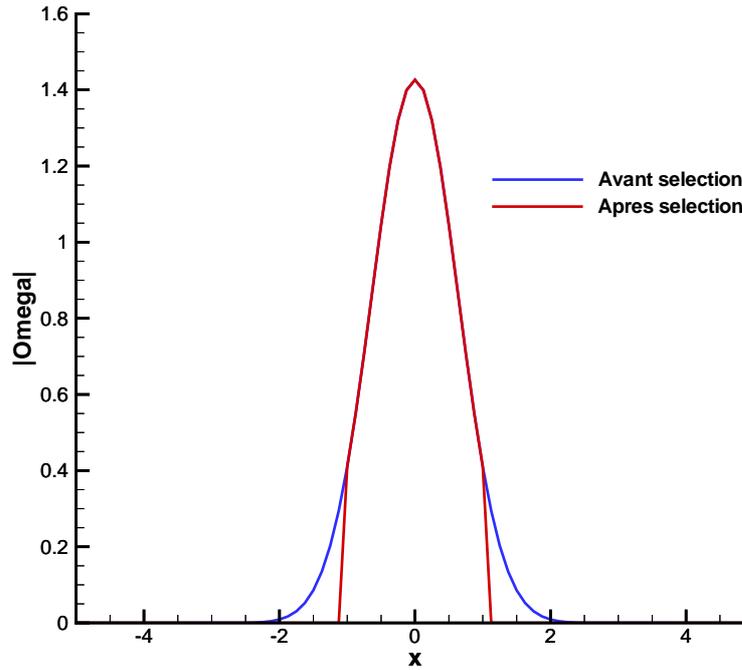


FIG. 5.10 – Profil de la norme de vorticité au centre du tourbillon, avant et après sélection par le programme de post-traitement

de vorticité interne au tourbillon comme on peut le voir sur les figures 5.9 et 5.10. Dès lors, l'intégration volumique dans la formule de *Biot et Savart* (équation 5.2.3 ci-dessous) ne prend pas en compte tout le volume théorique du tourbillon et l'intensité de la vitesse calculée baisse.

$$\vec{u}(\vec{x}) = \frac{1}{4\pi} \int_{V'} \frac{\vec{\omega}(\vec{x}') \wedge (\vec{x} - \vec{x}')}{|\vec{x} - \vec{x}'|^3} d\vec{x}' \quad (5.2.3)$$

avec  $V'$  le volume du tourbillon sélectionné par le programme de post-traitement et  $V$  l'ensemble de l'espace ( $V' \subset V = \mathbb{R}^3$ ).

De plus, contrairement au cas théorique, notre intégration est restreinte dans la direction axiale. C'est à dire que l'intégration de la formule de *Biot et Savart* se fait dans notre cas entre  $z = 0$  et  $z = L$  ( $L$  étant la dimension axiale de la boîte de calcul) et non pas entre  $z = -\infty$  et  $z = \infty$  comme pour le tourbillon théorique. Le calcul de la vitesse azimutale par le programme de post-traitement ne pouvait donc pas atteindre les niveaux de la vitesse théorique.

Pour confirmer ces observations, nous avons décidé de tester l'effet de la sélection du tourbillon en élargissant cette dernière grâce à la réduction du niveau des critères du test d'appartenance. Nous espérons ainsi réduire l'écart entre le profil théorique et le profil calculé. Comme on peut le voir sur la figure 5.11, le profil de vorticité sélectionné est plus large après diminution des critères. La figure 5.12 montre l'impact de cette sélection sur le calcul des vitesses. Pour simplifier, on nommera *calcul étendu* le calcul actuel, avec un profil de vorticité *étendu à des niveaux plus bas*. On peut constater une amélioration du profil des vitesses principalement à proximité du coeur du tourbillon, mais qui reste légère. On attribue la faiblesse de l'amélioration au poids relatif qu'ont les niveaux de vorticité rajoutés par le profil étendu dans le calcul de la formule de *Biot et Savart* (voir équation 5.2.3).

Nous allons maintenant tester la sensibilité du calcul des vitesses au domaine axial d'intégration dans la formule de *Biot et Savart*. Pour cela nous allons simuler une intégration sur un domaine axialement deux fois plus grand en utilisant la périodicité de notre domaine de calcul.

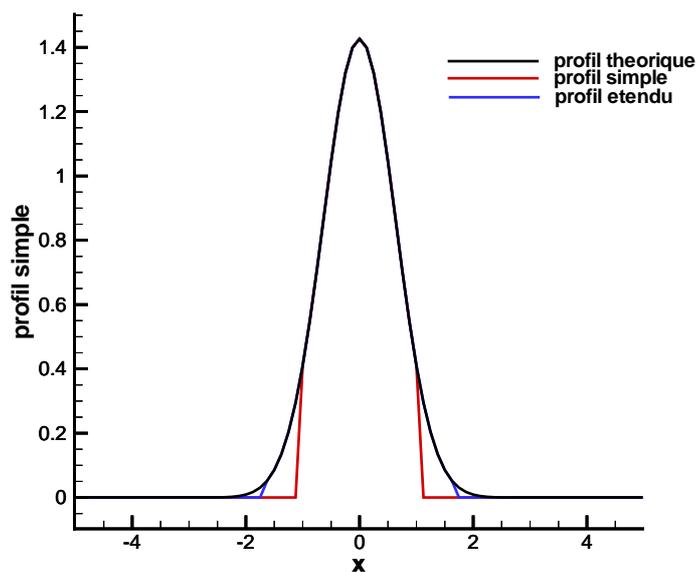


FIG. 5.11 – Profil de la norme de vorticité au centre du tourbillon après avoir abaissé les critères de sélection

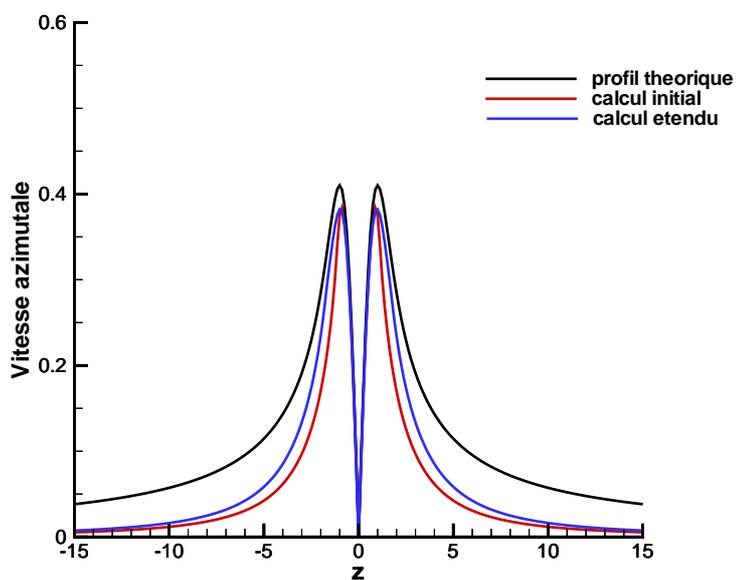


FIG. 5.12 – Profil de la vitesse azimutale après augmentation de la sélection du tourbillon

On considère deux points  $\mathbf{A}$  et  $\mathbf{B}$  de coordonnées  $(r, \theta, z)$  et  $(r', \theta', z')$  tels que :

$$\begin{aligned} r &= r' \\ \text{et } \theta &= \theta' \end{aligned} \quad (5.2.4)$$

Comme le tourbillon de Lamb-Oseen est axisymétrique et uniforme suivant son axe, on a :

$$\vec{\omega}(\mathbf{A}) = \vec{\omega}(\mathbf{B}) = \omega(r) \vec{e}_z$$

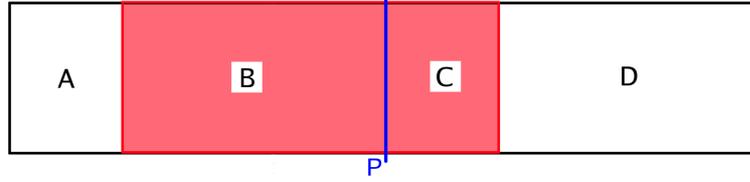


FIG. 5.13 – Schéma de l'intégration sur un domaine axial doublé. En bleu un plan P d'intégration. En rouge la boîte sur laquelle s'effectue le calcul. En noir, le domaine sur lequel on souhaite faire l'intégration de la formule de *Biot et Savart*.

Donc

$$\vec{\omega}(\mathbf{A}) \wedge [\vec{x} - \vec{x}(\mathbf{A})] = \omega(r) \vec{e}_z \wedge [\vec{x} - \vec{x}(\mathbf{A})]$$

Or  $\vec{e}_z \wedge [\vec{x} - \vec{x}(\mathbf{A})]$  ne fait pas intervenir les coordonnées axiales. En tenant compte de l'équation 5.2.4, on a :

$$\vec{\omega}(\mathbf{A}) \wedge [\vec{x} - \vec{x}(\mathbf{A})] = \vec{\omega}(\mathbf{B}) \wedge [\vec{x} - \vec{x}(\mathbf{B})]$$

avec  $\vec{x}$  le point sur lequel on cherche à connaître la vitesse. Le numérateur de la fraction dans la formule de *Biot et Savart* est donc indépendant de la position axiale. Le seul élément différenciant **A** de **B** est donc le dénominateur de la même équation :

$$\frac{1}{|\vec{x} - \vec{x}'|^3}$$

En utilisant la périodicité du domaine de calcul, on peut alors doubler le domaine d'intégration. On considère la figure 5.13. Notre boîte de calcul est représentée en rouge. On considère un plan P sur lequel on souhaite calculer la vitesse générée par le tourbillon, mais en doublant les dimensions axiales de la boîte de calcul. Pour simuler l'intégration dans la zone A, on se sert des valeurs de la zone C (champ de vorticité, coordonnées) mais en décalant les coordonnées axiales d'une longueur de boîte L. Le numérateur devient alors :

$$\frac{1}{|\vec{x} - \vec{x}(A)|^3} = \frac{1}{|\vec{x} - (\vec{x}(C) - L\vec{e}_z)|^3}$$

avec  $\vec{x}(A) = (r, \theta, z)$  et  $\vec{x}(C) = (r, \theta, z')$ . Soit  $z = z' - L$ .

De même, on calcule la contribution de la zone D   l'aide de la zone B et ainsi on simule un domaine d'intégration axiale deux fois plus grand.

Pour ce test, nous avons gardé les mêmes critères d'isolement du tourbillon que pour le cas précédent, c'est   dire le *calcul étendu* (voir figure 5.11). En augmentant le domaine axial d'intégration le profil de vitesse se trouve augmenté, comme on peut le constater sur la figure 5.14 (courbe verte, intitulée *test suivant l'axe*).

Avec ce dernier cas nous avons pu confirmer que la sous-estimation était principalement due au domaine d'intégration, restreint radialement par le critère de sélection et axialement par les dimensions de la boîte de calcul. Il s'agit maintenant de tester l'influence du raffinement du maillage dans le calcul des champs de vitesse. Pour cela, nous avons effectué une simulation d'un tourbillon de Lamb-Oseen   l'aide du code FLUDILES pour un maillage plus fin que la simulation jusqu'ici utilisée. La taille de maille est passée de  $\Delta x = \Delta y = \Delta z = 0.125R$     $\Delta x = \Delta y = \Delta z = 0.1R$ . L'intensité du tourbillon reste la même. Le fichier de données issu de cette simulation a été ensuite post-traité   l'aide du programme. Comme on peut le constater sur la figure 5.15, le raffinement du maillage améliore sensiblement le calcul au niveau du rayon de coeur. C'est   dire pour le maximum de vitesse azimutale. Néanmoins cette amélioration reste légère au regard du raffinement, c'est   dire que la faible amélioration du calcul de la vitesse azimutale ne justifie pas la recherche d'un raffinement optimal. De plus, raffiner le maillage

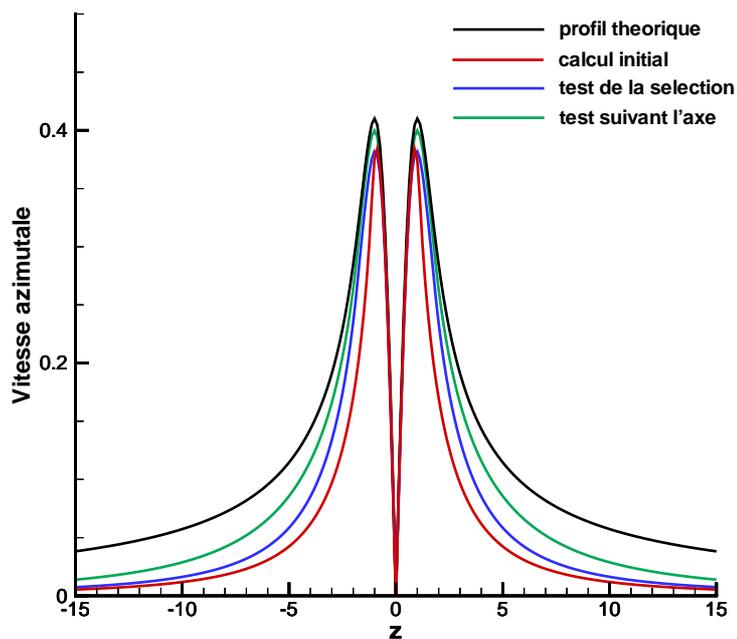


FIG. 5.14 – Profil de la vitesse azimutale après augmentation du domaine axial d'intégration.

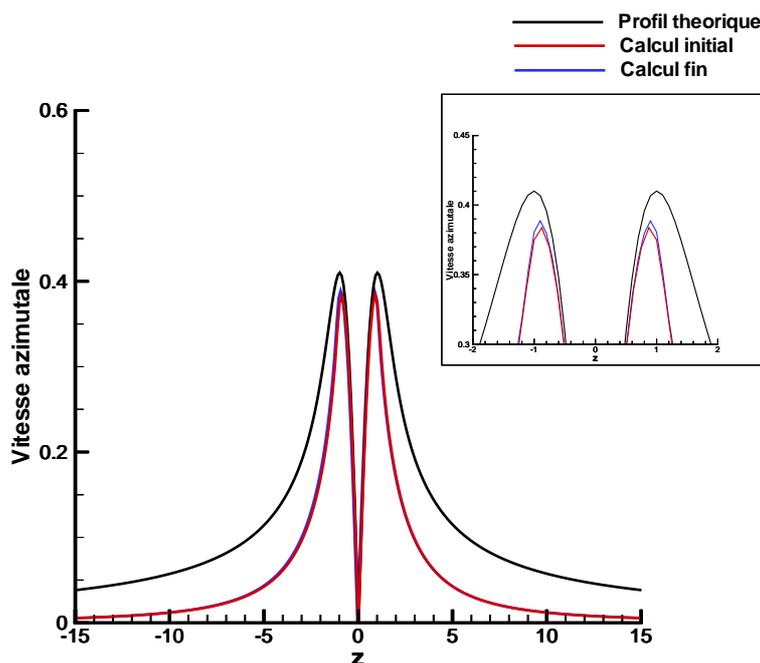


FIG. 5.15 – Effet du raffinement de maillage sur le calcul de la vitesse azimutale

implique une augmentation du coût de calcul pour la simulation comme pour le post-traitement. En effet l'intégration de la formule de *Biot et Savart* se fait de manière discrète, et raffiner le maillage augmente le nombre de points sur lesquels cette intégration se fait. On a donc un temps de calcul plus important pour un maillage plus fin.

### 5.2.2 Calcul de la vitesse radiale

On s'intéresse maintenant à la vitesse radiale. Théoriquement, un tourbillon de Lamb-Oseen ne génère pas, en incompressible, de vitesse radiale puisqu'il est axisymétrique et ne comporte qu'une composante de vorticité. Cependant, il est possible que le calcul des vitesses par le programme de post-traitement fasse ressortir des niveaux parasites.

La figure 5.16 présente les résultats du calcul des vitesses pour la composante radiale. Comme on peut le constater, le calcul fait en effet ressortir des niveaux de vitesse radiale faibles et de manière très localisée. Cette localisation peut être due aux effets de la sélection du tourbillon, et c'est pourquoi nous avons tracé en noir les limites radiales de la sélection du tourbillon. On s'aperçoit que les niveaux non nuls de vitesse radiale sont localisés   la périphérie de la sélection, et semblent donc être dues   cette sélection.

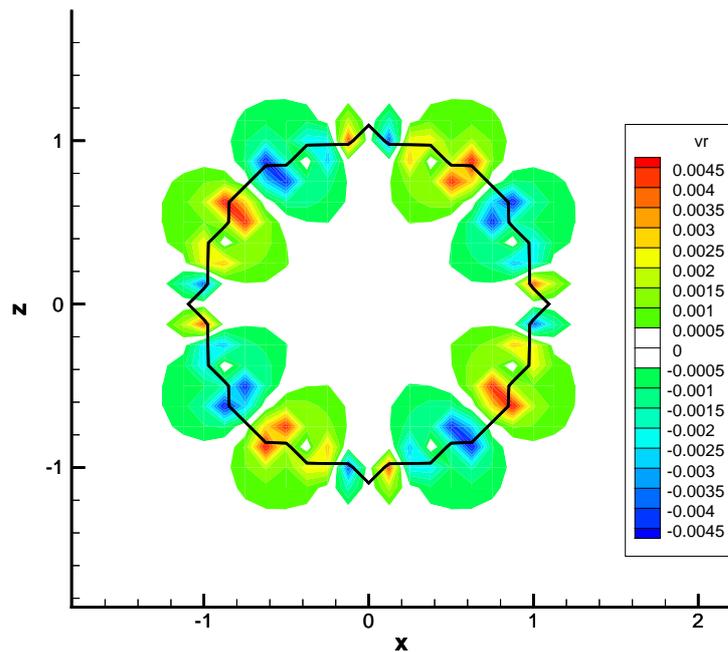


FIG. 5.16 – Champ de vitesse radiale calculé par le programme et représentation des limites radiales du tourbillon pour ce même calcul.

**Remarque 3** *Le tourbillon tel qu'il est simulé par le code FLUIDILES, n'est sens  comporter que de la vorticité axiale. Or une étude poussée des fichiers issus de la simulation montre qu'il existe des niveaux parasites de vorticité radiale et azimutale. Nous avons alors vérifié que les problèmes de vitesse radiale ne venaient pas de ces niveaux parasites, en ne calculant la vitesse induite qu'  partir de la vorticité axiale. Comme l'erreur sur la vitesse radiale persistait, nous en avons déduit que le problème ne venait pas de là.*

Afin de vérifier l'impact de la sélection du tourbillon par le post-traitement sur ces vitesses radiales, nous avons tracé sur la figure 5.17 le profil des vitesses radiales pour le calcul où les critères de sélection ont été diminués (*calcul étendu*). Comme on peut le constater, ce cas aussi présente des zones de vitesse radiale non nulles, localisées ici encore   la périphérie de la zone sélectionnée par le programme de post-traitement. L'origine de ces erreurs semble donc être la forme que prend la frontière du domaine sélectionné, qui est intrinsèque au caractère cartésien du maillage, et donc inapte   restituer correctement des profils cylindriques. Cependant les niveaux parasites de vitesse radiale considérés sont très faibles, et il s'agira de déterminer leur impact

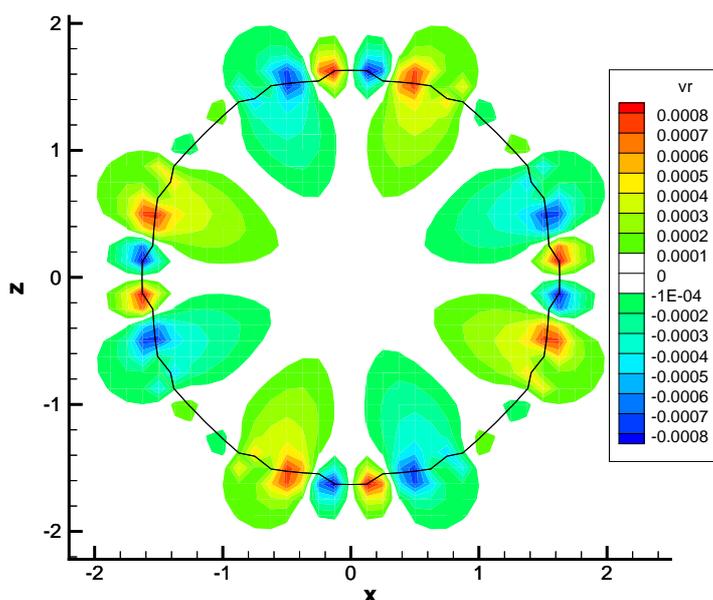


FIG. 5.17 – Champ de vitesse radiale calculé par le programme et représentation des limites radiales du tourbillon pour le *calcul étendu*

sur le calcul des termes des équations de la vorticité pour savoir s'il est nécessaire d'améliorer ce calcul des champs de vitesse.

*En conclusion* : Notre calcul des vitesses à l'aide la formule de *Biot et Savart* semble bien fonctionner même si les niveaux n'atteignent pas les valeurs théoriques, principalement à l'extérieur du coeur du tourbillon. Les causes de cette sous-estimation ont été établies : la restriction axiale et radiale du volume d'intégration par l'algorithme de sélection, ce qui différencie d'autant le tourbillon ainsi sélectionné du tourbillon théorique. Il reste maintenant à mesurer l'impact de ces différences sur le calcul des termes de diffusion, d'étirement tourbillonnaire et de convection.

### 5.3 Calcul des termes de convection, diffusion et d'étirement

Dans cette section, nous allons nous intéresser au calcul des termes des équations de la vorticité. Il s'agit de comparer le calcul de ces termes par le programme de post-traitement au cas théorique. Pour cela, il va d'abord falloir calculer les termes pour un tourbillon de Lamb-Oseen théorique, de la même manière que ce calcul s'effectue dans le post-traitement. C'est à dire pour un tourbillon restreint en taille et en intégrant chaque terme des équations sur ce tourbillon.

#### 5.3.1 Calcul des termes de la vorticité pour un tourbillon de Lamb-Oseen théorique

Pour le tourbillon de Lamb-Oseen, les champs de vitesse et de vorticité ont la forme suivante :

$$\vec{u} = \begin{Bmatrix} 0. \\ u_{\theta}(r) \\ 0. \end{Bmatrix}; \vec{\omega} = \begin{Bmatrix} 0. \\ 0. \\ \omega_z(r) \end{Bmatrix} \quad (5.3.1)$$

donc, d'après les équations 4.1.12, 4.1.13 et 4.1.14, le seul terme non nul des équations de la vorticité est le terme axial de diffusion visqueuse réduit   deux termes :

$$\text{Diffusion}(r) = \nu \left( \frac{\partial^2 \omega_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \omega_z}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \omega_z}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \omega_z}{\partial z^2} \right)$$

On récrit l'équation 5.2.2 sous la forme :

$$\omega_z(r) = \mathbf{A}.e^{-br^2}$$

avec

$$\mathbf{A} = \frac{\Gamma_0}{4\nu\pi t}$$

et

$$b = \frac{1}{4\nu t}$$

D'après la figure 5.10 et nos observations,  $\omega_z(r=0) = 1,4265$ . D'où pour le cas présent :

$$\mathbf{A} = 1,4265 \quad (5.3.2)$$

On a donc :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \omega_z}{\partial r} &= -2br.\mathbf{A}.e^{-br^2} \\ \frac{\partial^2 \omega_z}{\partial r^2} &= -2b.\mathbf{A}.e^{-br^2} + 4b^2r^2.\mathbf{A}.e^{-br^2} \end{aligned} \quad (5.3.3)$$

D'où

$$\begin{aligned} \text{Diffusion}(r) &= \nu \left( 4b^2 \mathbf{A} r^2 . e^{-br^2} - 4b \mathbf{A} . e^{-br^2} \right) \\ &= 4\nu \mathbf{A} (br^2 - b) . e^{-br^2} \end{aligned} \quad (5.3.4)$$

Reste maintenant   intégrer ce terme sur le volume du tourbillon retenu par le programme de sélection. Pour cela il reste   identifier le rayon maximum sélectionné. Si l'on considère la figure 5.10 présentant le profil de la vorticité après sélection, on peut en déduire que le rayon maximum correspond   un minimum de la norme de la vorticité de  $|\vec{\omega}| = 0,4$ . Soit :

$$\omega_z(r_{max}) = 0,4 \Leftrightarrow r_{max} \approx 1,01$$

L'intégration des termes de diffusion visqueuse (que l'on appellera  $D_{theo}$ ) est donc la suivante :

$$\begin{aligned} D_{theo} &= \iiint_V \text{Diffusion}(r) . dV \\ &= \int_{\theta=0}^{2\pi} \int_{z=0}^L \int_{r=0}^{r_{max}} 4\nu \mathbf{A} (br^2 - b) . e^{-br^2} r . dr . d\theta . dz \\ &= L . 2\pi . 4\nu \mathbf{A} . \int_{r=0}^{r_{max}} (br^2 - b) . e^{-br^2} r . dr \\ &= 8 . L\pi\nu \mathbf{A} . \int_{x=br^2=0}^{br^2_{max}} \frac{1}{2} (x - 1) . e^{-x} dx \\ &= 4 . L\pi\nu \mathbf{A} . \left[ -x . e^{-x} \right]_{x=0}^{x=br^2_{max}} \\ D_{theo} &= -4 . bL\pi\nu \mathbf{A} r_{max}^2 \exp(-br^2_{max}) \end{aligned} \quad (5.3.5)$$

D'où, sachant que  $\nu = 1,5.10^{-5}$  et  $L = 6$  dans notre cas, on obtient :

$$D_{theo} = -5,74.10^{-4} \quad (5.3.6)$$

### 5.3.2 Comparaison entre résultats du post-traitement et cas théorique

Maintenant que l'on a déterminé la valeur des termes théoriques, on peut les comparer avec les valeurs des termes calculés par le post-traitement. Le tableau 5.1 présente les valeurs pour les deux cas, ainsi que les écarts.

TAB. 5.1 – Tableau présentant les résultats du calcul théorique et par le programme de post-traitement des termes de convection, diffusion, et d'étirement tourbillonnaire.

| Termes     |          | Calcul théorique | Calcul initial  | Différence      |
|------------|----------|------------------|-----------------|-----------------|
| Diffusion  | radial   | 0.               | $1.5.10^{-10}$  | $1.5.10^{-10}$  |
|            | azimutal | 0.               | $1.13.10^{-9}$  | $1.13.10^{-9}$  |
|            | axial    | $-5.74.10^{-4}$  | $-6.03.10^{-4}$ | $2.9.10^{-5}$   |
| Convection | radial   | 0.               | $3.03.10^{-7}$  | $3.03.10^{-7}$  |
|            | azimutal | 0.               | $8.61.10^{-7}$  | $8.61.10^{-7}$  |
|            | axial    | 0.               | $-1.89.10^{-5}$ | $-1.89.10^{-5}$ |
| Étirement  | radial   | 0.               | $-1.13.10^{-5}$ | $-1.13.10^{-5}$ |
|            | azimutal | 0.               | $-2.83.10^{-6}$ | $-2.83.10^{-6}$ |
|            | axial    | 0.               | $5.2.10^{-10}$  | $5.2.10^{-10}$  |

Comme on peut le constater, le programme de post-traitement ne trouve pas de valeurs nulles pour chacun des termes et l'écart le plus important est de  $2,9.10^{-5}$  pour la diffusion axiale. Cet écart représente une erreur relative de **5,05** %.

L'origine des variations entre le calcul théorique et le post-traitement sont multiples. On ne considère que les termes dont l'intensité dépasse  $5.10^{-6}$  en intensité (soit 1% du maximum théorique,  $D_{theo}$ ). Ces termes sont :

- l'étirement radial, azimutal et axial
- la convection axiale
- la diffusion axiale

Si on considère les équations de la vorticité,  $\omega_z$  intervient dans chacun de ces termes. Les autres composantes de la vorticité étant supposées nulles, l'erreur semble donc provenir du calcul de la vitesse induite par le programme. Comme nous avons pu le voir, ce dernier induit une vitesse radiale parasite. Il est donc tout à fait possible qu'il y ait des petites variations axiales, radiales ou azimutales des vitesses ainsi calculées. Ces variations induiraient des dérivées spatiales non-nulles de ces mêmes vitesses, et donc des termes d'étirement non-nuls. Cependant, comme il a été souligné dans la section précédente, une analyse du fichier de données issu du code FLUDILES montre que les composantes radiales et azimutales de la vorticité ne sont pas nulles pour le tourbillon de Lamb-Oseen, mais comporte des petites variations de faible intensité ( $\approx 1.10^{-5}$ ). Si l'on prend en compte ces composantes de vorticité non-nulles ainsi que les petites variations de vitesse, on peut donc facilement expliquer les termes non nuls calculés par le programme de post-traitement dans le tableau 5.1.

### 5.3.3 Recherche de l'origine des erreurs

#### *Influence des champs de vorticité et de vitesse*

Pour quantifier l'impact des niveaux parasites de vorticité radiale et azimutale sur ce calcul des termes, nous avons effectué un post-traitement d'un fichier issu du calcul FLUDILES où nous avons imposé une vorticité radiale et azimutale nulles. Les résultats de ce calcul sont présentés dans le tableau 5.2 dans la colonne "Vorticité axiale". De la même façon, on cherche à connaître

TAB. 5.2 – Tableau présentant les résultats du calcul théorique et par le programme de post-traitement des termes de convection, diffusion, et d'étirement tourbillonnaire.

| Termes     |          | Calcul théorique | Champ de vitesse théorique | Vorticité axiale | Calcul initial  |
|------------|----------|------------------|----------------------------|------------------|-----------------|
| Diffusion  | radial   | 0.               | 0.                         | 0.               | $1.5.10^{-10}$  |
|            | azimutal | 0.               | 0.                         | 0.               | $1.13.10^{-9}$  |
|            | axial    | $-5.74.10^{-4}$  | $-6.03.10^{-4}$            | $-6.03.10^{-4}$  | $-6.03.10^{-4}$ |
| Convection | radial   | 0.               | 0.                         | 0.               | $3.03.10^{-7}$  |
|            | azimutal | 0.               | 0.                         | 0.               | $8.61.10^{-7}$  |
|            | axial    | 0.               | $-2.07.10^{-5}$            | $-1.89.10^{-5}$  | $-1.89.10^{-5}$ |
| Étirement  | radial   | 0.               | 0.                         | $-1.15.10^{-12}$ | $-1.13.10^{-5}$ |
|            | azimutal | 0.               | 0.                         | $-9.49.10^{-12}$ | $-2.83.10^{-6}$ |
|            | axial    | 0.               | 0.                         | 0.               | $5.2.10^{-10}$  |

l'impact de la vitesse radiale non-nulle, et de la vitesse azimutale sous-estimée. Pour cela, nous avons imposé les valeurs théoriques du champ de vitesse dans le fichier issu du calcul FLUIDILES utilisé pour le test précédent (*i.e.* où les niveaux de vorticité parasites ont été éliminés). Ce fichier a ensuite été post-traité et les résultats de ce calcul sont présentés sur le tableau 5.2 dans la colonne "Champ de vitesse théorique".

On peut alors estimer les erreurs dues au seul calcul des vitesses et au champ de vorticité. Pour calculer les erreurs dues au seul champ de vorticité, il suffit de faire la différence entre les résultats du calcul pour le champ de vorticité purement axial et le calcul initial. Pour mesurer l'erreur due au mauvais calcul des champs de vitesse, il faut faire la différence entre le calcul avec le champ de vorticité purement axial et le calcul où les composantes radiales et azimutales de vitesse ont été supprimées. Le tableau 5.3 résume ces erreurs.

TAB. 5.3 – Tableau détaillant les parts du calcul des vitesses et du champ de vorticité dans l'erreur commise sur le calcul des termes des équations de vorticité

| Termes     |          | Erreur totale   | Erreur due au champ de vorticité | Erreur due au calcul des vitesses |
|------------|----------|-----------------|----------------------------------|-----------------------------------|
| Diffusion  | radial   | $1.5.10^{-10}$  | $1.5.10^{-10}$                   | 0.                                |
|            | azimutal | $1.13.10^{-9}$  | $1.13.10^{-9}$                   | 0.                                |
|            | axial    | $2.9.10^{-5}$   | 0.                               | 0.                                |
| Convection | radial   | $3.03.10^{-7}$  | $3.03.10^{-7}$                   | 0.                                |
|            | azimutal | $8.61.10^{-7}$  | $8.61.10^{-7}$                   | 0.                                |
|            | axial    | $-1.89.10^{-5}$ | 0.                               | $-1.78.10^{-6}$                   |
| Étirement  | radial   | $-1.13.10^{-5}$ | $-1.129.10^{-5}$                 | $-1.15.10^{-12}$                  |
|            | azimutal | $-2.83.10^{-6}$ | $-2.829.10^{-6}$                 | $9.49.10^{-12}$                   |
|            | axial    | $5.2.10^{-10}$  | $5.2.10^{-10}$                   | 0.                                |

Comme on peut le voir, les niveaux parasites de vorticité radiale et azimutale sont responsables de la plupart des termes de convection et d'étirement non-nuls. Comparativement, les erreurs commises lors du calcul de la vitesse induite n'ont que peu d'impact sur ces mêmes termes. Le seul effet notable est l'erreur commise sur le terme de convection axiale.

### **Analyse des erreurs persistantes pour les termes de diffusion et convection axiales**

Il faut noter que malgré le remplacement dans le fichier de données des champs de vitesse et de vorticit   th  oriques, l'erreur commise sur le terme de diffusion axiale subsiste. L'origine de cette erreur est donc autre. De m  me il subsiste un terme de convection non nul, le terme de convection axiale. On peut alors se demander d'o   proviennent ces erreurs. Le d  tail des termes mentionn  s ci-avant est le suivant :

$$\nu \left( \frac{\partial^2 \omega_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \omega_z}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \omega_z}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \omega_z}{\partial z^2} \right) \quad (5.3.7)$$

pour la diffusion et

$$-u_r \frac{\partial \omega_z}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial \omega_z}{\partial \theta} - u_z \frac{\partial \omega_z}{\partial z} \quad (5.3.8)$$

pour le terme de convection.

Attachons nous tout d'abord    l'analyse de la convection axiale. D'apr  s les r  sultats du post-traitement, on a :

$$\begin{aligned} -u_r \frac{\partial \omega_z}{\partial r} &= -4.25 \cdot 10^{-8} \\ -\frac{u_\theta}{r} \frac{\partial \omega_z}{\partial \theta} &= -2.06 \cdot 10^{-5} \\ u_z \frac{\partial \omega_z}{\partial z} &= 0. \end{aligned}$$

Ce qui signifie que l'on a des variations azimutales de la vorticit   et que la vitesse radiale est non-nulle. Pour cette derni  re, une visualisation du champ de vitesse (apr  s modifications) confirme l'existence de ces niveaux de vitesse radiale. Leur intensit   est n  anmoins tr  s faible : elle n'atteint pas un millièème de l'intensit   maximum du champ de vitesse azimutale. Donc    priori n  gligeable. Cependant on peut se demander pourquoi le fichier de donn  es 3D comporte toujours une vitesse radiale, malgr   l'imposition de la vitesse th  orique ? Il faut savoir que puisque le maillage est cart  sien, il n'a pas   t   sp  cifiquement impos    $u_\theta = u_\theta(r) = \dots$  et  $u_r = 0$ . Nous avons impos   les champs de vitesse transversaux :  $u_x$  et  $u_z$ , ce qui peut impliquer par la suite des erreurs lors du calcul des vitesses radiales et azimutales puisque ce dernier n  cessite la connaissance de l'angle  $\theta$ , calcul   de mani  re interne via la formule :

$$\theta = \tan^{-1} \left( \frac{x}{z} \right)$$

d'apr  s le syst  me consid  r   en section 4.1.2. Le calcul de la vitesse radiale est donc soumis sur ce calcul aux erreurs dues    la pr  cision du programme.

Pour juger des variations azimutales de la vorticit  , nous avons interpol   le champ de vorticit   axiale sur un maillage cylindrique et nous avons trac   l'  volution de certains niveaux de vitesse suivant l'azimut. Comme on peut le constater sur la figure 5.18, le champ de vorticit   axiale pr  sente de faibles variations azimutales, mais n  anmoins suffisantes pour g  n  rer des d  riv  es azimutales non-nulles. Ce qui peut donc expliquer le terme non-nul de convection axiale consid  r   un peu plus haut.

Dans le cas du terme de diffusion axiale, on peut s'attendre    ce que les trois premiers termes de l'  quation 5.3.7 soient non-nuls : les deux premiers subsistant dans le cas d'un tourbillon th  orique et le troisi  me puisqu'on vient de voir qu'il existait des variations azimutales de  $\omega_z$ . Une possibilit   pour am  liorer le calcul des d  riv  es radiales et azimutales est de raffiner le maillage, puisqu'il y aura moins d'  carts entre un maillage cylindrique et le maillage cart  sien. C'est ce que nous ferons dans la prochaine section.

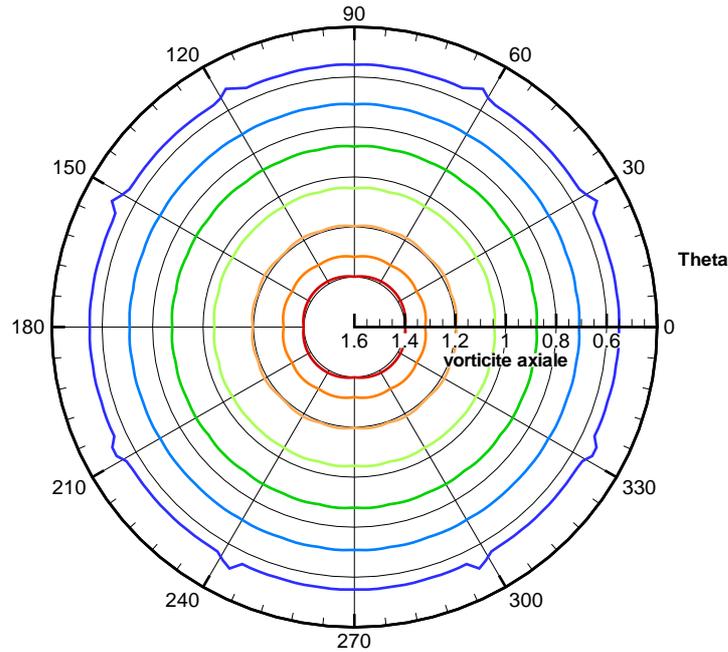


FIG. 5.18 – Variations azimuthales du champ de vorticité axiale.

### 5.3.4 Impact du raffinement du maillage

Afin de pouvoir déterminer l'impact du raffinement du maillage sur le calcul des termes de diffusion, convection et étirement, nous avons simulé à l'aide du code FLUDILES un tourbillon de Lamb-Oseen dans un domaine ayant la taille de maille suivante :  $\Delta x = \Delta y = \Delta z = 0.1$  ( $\Delta x = \Delta y = \Delta z = 0.125$  précédemment). De la même façon que pour le premier cas, nous avons effectué trois post-traitements :

- un post-traitement du fichier de données brutes, appelé "Calcul fin",
- un post-traitement du fichier où les composantes de vorticité radiale et azimuthale intempêtes ont été supprimées, appelé "Vorticité axiale",
- un post-traitement du fichier où les champs de vorticité et de vitesse correspondent aux champs théoriques, appelé "Champ de vitesse théorique".

Les résultats de ce post-traitement sont présentés dans le tableau 5.4.

On peut d'ors et déjà noter que raffiner le maillage n'améliore pas le calcul du seul terme théorique non nul : la diffusion axiale. De plus on peut voir que, selon le terme considéré, le raffinement améliore la précision ou augmente l'erreur. Pour connaître leur impact, nous avons évalué les erreurs dues aux seuls champs de vorticité et de vitesse et les avons présentées dans le tableau 5.5. L'erreur totale est calculée à partir des termes théoriques et du calcul fin ; l'erreur due au champ de vorticité à partir du calcul fin et du calcul où seule la vorticité axiale est conservée, et l'erreur due au calcul des vitesses à partir de ce dernier calcul et du calcul où l'on impose aux champs de vorticité et de vitesse d'avoir les mêmes composantes nulles que les champs théoriques.

Comme pour le cas initial, la vitesse radiale résiduelle calculée par le programme n'a que peu d'impact sur le calcul des termes. Les termes non-nuls de diffusion, convection et étirement sont principalement dûs aux champs de vorticité radiale et azimuthale parasites (on peut considérer que les termes d'étirement radial et azimuthal sont nuls puisqu'ayant une intensité très faible). Seul subsiste le terme de convection axiale, pour lequel l'erreur due aux champs de vitesse et vorticité est de l'ordre de  $\pm 3.5 \cdot 10^{-6}$ , soit  $1/10^{\text{ème}}$  de l'erreur totale commise sur ce terme. Cette

TAB. 5.4 – Tableau présentant les résultats du post-traitement pour le calcul théorique, le calcul initial, le calcul fin et les tests ayant les champs de vitesse et de vorticit e modifiées.

| Termes     |          | Calcul th eorique | Calcul initial  | Calcul fin      | Vorticit e axiale | Champ de vitesse th eorique |
|------------|----------|-------------------|-----------------|-----------------|-------------------|-----------------------------|
| Diffusion  | radial   | 0.                | $1.5.10^{-10}$  | $5.1.10^{-10}$  | 0.                | 0.                          |
|            | azimutal | 0.                | $1.13.10^{-9}$  | $7.1.10^{-9}$   | 0.                | 0.                          |
|            | axial    | $-5.74.10^{-4}$   | $-6.03.10^{-4}$ | $-6.03.10^{-4}$ | $-6.03.10^{-4}$   | $-6.03.10^{-4}$             |
| Convection | radial   | 0.                | $3.03.10^{-7}$  | $-9.79.10^{-7}$ | 0.                | 0.                          |
|            | azimutal | 0.                | $8.61.10^{-7}$  | $-6.37.10^{-7}$ | 0.                | 0.                          |
|            | axial    | 0.                | $-1.89.10^{-5}$ | $-1.14.10^{-5}$ | $-1.498.10^{-5}$  | $-1.173.10^{-5}$            |
|  Etirement | radial   | 0.                | $-1.13.10^{-5}$ | $-1.82.10^{-5}$ | $4.14.10^{-11}$   | 0.                          |
|            | azimutal | 0.                | $-2.83.10^{-6}$ | $2.52.10^{-6}$  | $4.62.10^{-11}$   | 0.                          |
|            | axial    | 0.                | $5.2.10^{-10}$  | $1.43.10^{-10}$ | 0.                | 0.                          |

TAB. 5.5 – Tableau d etaillant les parts du calcul des vitesses et du champ de vorticit e dans l'erreur commise sur le calcul des termes des  equations de vorticit e

| Termes     |          | Erreur totale   | Erreur due au champ de vorticit e | Erreur due au calcul des vitesses |
|------------|----------|-----------------|-----------------------------------|-----------------------------------|
| Diffusion  | radial   | $5.1.10^{-10}$  | $5.1.10^{-10}$                    | 0.                                |
|            | azimutal | $7.1.10^{-9}$   | $7.1.10^{-9}$                     | 0.                                |
|            | axial    | $2.9.10^{-5}$   | 0.                                | 0.                                |
| Convection | radial   | $-9.79.10^{-7}$ | $-9.79.10^{-7}$                   | 0.                                |
|            | azimutal | $-6.37.10^{-7}$ | $-6.37.10^{-7}$                   | 0.                                |
|            | axial    | $-1.14.10^{-5}$ | $3.58.10^{-6}$                    | $-3.25.10^{-6}$                   |
|  Etirement | radial   | $-1.82.10^{-5}$ | $-1.82.10^{-5}$                   | $4.14.10^{-11}$                   |
|            | azimutal | $-2.52.10^{-6}$ | $2.52.10^{-6}$                    | $4.62.10^{-11}$                   |
|            | axial    | $1.43.10^{-10}$ | $1.43.10^{-10}$                   | 0.                                |

erreur totale est quant  a elle du m eme ordre que celle commise sur le terme de diffusion axiale, et semble ici encore essentiellement due au calcul des d eriv ees radiales et azimutales.

On peut donc conclure en disant que si le raffinement du maillage am elior e l eg erement le calcul des termes, le caract ere cart esien du maillage utilisée fait qu'il subsistera toujours des erreurs pour le calcul des d eriv ees radiales et azimutales. Il faudrait, pour r eduire ces erreurs, utiliser un maillage cylindrique. On pourrait rechercher un raffinement du maillage cart esien optimal, mais il n'est pas dit que ce soit n ecessaire pour l'utilisation que l'on souhaite faire du programme de post-traitement. C'est  a dire que ce programme est sensée servir de base  a une analyse d etaill ee de l'interaction jet/tourbillon. Ce qui entra ene deux remarques :

- Contrairement au cas utilisée pour le test,  a savoir un tourbillon isolée, l' etude de l'interaction que l'on souhaite faire nous am enera  a isoler plusieurs structures tourbillonnaires, de composantes de vorticit e majeure diff erentes, mais poss edant toutes des composantes de vorticit e mineures non-nulles. D es lors, chaque terme calculée sera  a prendre en compte, et non pas consid er e comme un "terme parasite" comme pour le cas du tourbillon isolée.

- Pour obtenir une analyse temporelle de l'interaction, un post-traitement de beaucoup de fichiers sera nécessaire. Or pour chacun de ces fichiers, la part dans le temps de post-traitement du calcul des vitesses induites est majeure. Car la formule de *Biot et Savart* en version discrète dépend directement du nombre de points de maillage composant chaque structure. C'est d'ailleurs pour cette raison que le calcul des vitesses a été restreint au volume des structures sélectionnées. Donc si l'on recherchait un raffinement optimal, ce temps de calcul des vitesses augmenterait d'autant plus.

On a donc fait le choix de ne pas chercher un maillage optimal, et d'accepter ces 5% d'erreur commise sur la composante majeure de la vorticité (à noter que le raffinement n'avait pas réduit cette erreur) s'ils n'empêchaient pas d'obtenir une analyse correcte de l'interaction.

Afin de le vérifier, on se propose de s'intéresser à l'interaction jet/tourbillon et de vérifier que les termes secondaires n'interviennent pas. Pour cela, il s'agit de choisir un format pour l'ensemble des données issues du post-traitement permettant une analyse aisée de l'évolution de l'interaction. C'est à dire un format permettant :

- d'effectuer une analyse temporelle. Il va donc falloir que le format présente l'évolution des résultats dans le temps.
- de séparer les mécanismes dominants des mécanismes secondaires. Le mode de présentation devra permettre de distinguer aisément les deux.
- de séparer l'action de chaque mécanisme (convection, diffusion, étirement) induit par chaque structure. L'action de chaque structure devra donc être aisément reconnue via un mode de présentation adapté, ainsi que chaque mécanisme.

Afin de distinguer facilement les mécanismes dominants des mécanismes secondaires, on se propose de normer l'ensemble des mécanismes par la somme des intensités de ces termes. Par exemple, pour l'équation d'évolution de la vorticité radiale (équation 4.1.12) :

$$\frac{\partial \omega_r}{\partial t} = D + P + \sum_{\text{structures}} F(u^{\text{structure}})$$

avec

$$F(u^{\text{structure}}) = C + E$$

et

$$\begin{aligned} C &= - \left( u_r^{\text{struc}} \frac{\partial \omega_r}{\partial r} + \frac{u_\theta^{\text{struc}}}{r} \frac{\partial \omega_r}{\partial \theta} + u_z^{\text{struc}} \frac{\partial \omega_r}{\partial z} \right) \\ E &= \omega_r \frac{\partial u_r^{\text{struc}}}{\partial r} + \frac{\omega_\theta}{r} \frac{\partial u_r^{\text{struc}}}{\partial \theta} + \omega_z \frac{\partial u_r^{\text{struc}}}{\partial z} \\ D &= \nu \left( \frac{\partial^2 \omega_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \omega_r}{\partial r} - \frac{\omega_r}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \omega_r}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \omega_r}{\partial z^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial \omega_\theta}{\partial \theta} \right) \\ P &= \text{Termes compressibles} \end{aligned}$$

Les termes C et E dépendant du champ  $u^{\text{structure}}$  généré par la *structure* considérée.

Afin de normer les différents termes de cette équation, on va les pondérer par la somme S suivante :

$$S = |D| + |P| + \sum_{\text{structures}} (|C| + |E|)$$

On construit donc alors les termes pondérés :

$$\begin{aligned} C_p &= C/S & ; & & E_p &= E/S \\ D_p &= D/S & ; & & P_p &= P/S \end{aligned}$$

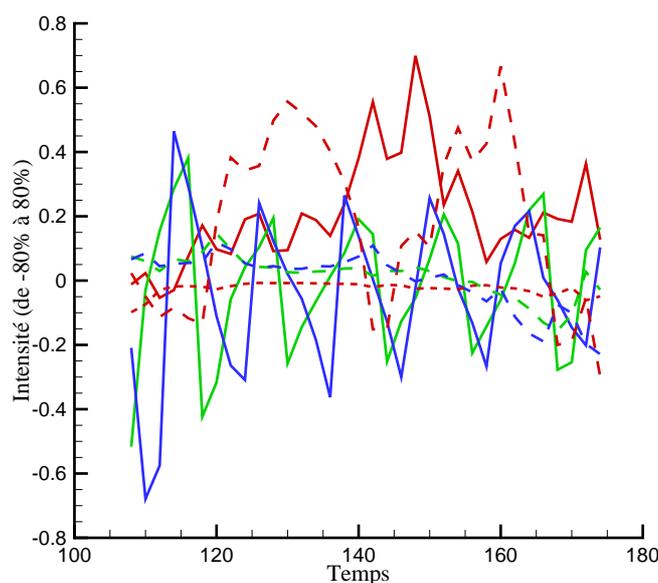


FIG. 5.19 – Exemple de résultats pour l'ensrophie pour un modèle à trois structures.

Il faut maintenant pouvoir trouver un format de présentation suffisamment clair pour séparer les actions dues à l'influence d'une structure **A** des actions induites par une autre structure. L'action de chaque structure sera représentée par une couleur, et les différentes actions par différents styles de courbe. Un exemple est donné avec la figure 5.19 représentant l'évolution de l'ensrophie pour le tourbillon principal. On distingue l'effet de trois structures tourbillonnaires : celui du tourbillon principal, en rouge, celui d'une structure azimuthale, en bleu, et celui d'une autre structure azimuthale en vert. Ensuite, pour l'effet induit par chaque structure, la courbe en trait plein représente l'effet de la convection, celle en trait haché l'effet de l'étirement tourbillonnaire et celle en pointillé l'effet de la diffusion.

Ainsi, si on cherche à connaître l'effet de la convection auto-induite par le tourbillon axial sur lui même on s'intéressera à la courbe rouge en trait haché. L'avantage de la normalisation est qu'à chaque instant la somme des intensités de chaque courbe fait 100%.

Si on reprend le cas du tourbillon de Lamb-Oseen isolé, on aurait pour l'équation 4.1.14 :

$$S = |D| + |\mathcal{P}| + |E| + |C|$$

avec  $|E| = |C| = 3\%|D|$  dans le pire des cas (voir tableau 5.1). Soit :

$$S = 1.06|D|$$

et

$$\begin{aligned} D_p &= \frac{1}{1.06} = 94.3\% \\ E_p &= C_p = 2.8\% \end{aligned} \tag{5.3.9}$$

Les termes d'étirement et de convection sont donc bien négligeables dans ce cas. Cependant le tableau 5.1 montre que pour les équations 4.1.12 et 4.1.13, les termes les plus intenses sont les termes d'étirement sensés théoriquement être nuls et ne l'étant pas à cause des champs résiduels

de vorticité radiale et azimutale (*cf.* section 5.3.3). Donc, si on fait la même normalisation que précédemment, les valeurs de  $E_p$  et  $C_p$  ne seront plus négligeables pour ces équations. L'analyse des résultats du post-traitement peut donc s'avérer erronée par mégarde. De plus, comme nous l'avons déjà fait remarquer, les composantes mineures de vorticité des structures tourbillonnaires ne sont pas nulles lors de l'interaction jet/tourbillon. Donc, il sera difficile de faire la distinction entre une erreur due   un champ de vorticité parasite et un terme calculé pour une composante de vorticité mineure bien réelle. Dans le cas de l'interaction jet/tourbillon, il faudra donc faire attention   l'analyse des résultats pour les composantes mineures, où il n'y a pas de terme prépondérant. On pourra coupler cette analyse avec une étude détaillée des fichiers 3D issus du calcul FLUDILES pour mesurer la pertinence des résultats du post-traitement.

*En conclusion* : nous avons testé dans cette partie la validité du calcul des termes des équations de la vorticité par le programme de post-traitement. Nous avons pu voir que le calcul présentait peu de différences avec un cas théorique pour les composantes majeures des équations de la vorticité, avec une erreur de **5%** due aux champs de vorticité issu du calcul FLUDILES. L'erreur commise sur les composantes mineures provient quand   elle non seulement des champs de vorticité mais aussi des erreurs commises lors du calcul des vitesses induites et du maillage cartésien empêchant une répartition parfaitement axisymétrique. Enfin, nous avons vu que le raffinement du maillage jouait peu sur la qualité du post-traitement.

## 5.4 Conclusion

Dans ce chapitre, l'objectif était de vérifier que les différents éléments de la méthode développée dans le chapitre précédent fonctionnaient correctement. Dans un premier temps, la fonction de sélection et d'isolement des structures tourbillonnaires a été testée. Nous avons alors pu voir que l'algorithme sélectionnait bien les structures demandées, en récupérant jusqu'aux points limites. Il a alors été montré que la condition d'appartenance portant sur la composante majeure de la vorticité pouvait restreindre la détection des structures lorsque ces dernières présentaient des zones où leur composante majeure change. Dans ce cas, la détection de la structure s'arrête   la frontière de ce changement. L'impact de cette limitation reste   définir lors de l'analyse du post-traitement.

Dans un deuxième temps, nous nous sommes intéressés au calcul des champs de vitesse induite. Nous avons pu constater que l'intensité des vitesses calculées était moindre que celle des vitesses théoriques. Cette sous-estimation a été attribuée   la taille du domaine d'intégration pour les équations de *Biot et Savart*, restreint au domaine du tourbillon sélectionné par le programme. Les restrictions radiale et axiale de ce domaine ne permettent pas de retrouver l'intensité théorique de la vitesse induite par un tourbillon de Lamb-Oseen (calculée pour un domaine radialement et axialement infinis). Nous avons pu constater que le raffinement d'un maillage n'avait, par contre, que peu d'effet sur le calcul des champs de vitesse.

Enfin, nous avons calculé l'intensité des termes des équations de la vorticité et comparé ces résultats avec les résultats théoriques. Nous avons pu alors constater que l'erreur commise sur le terme principal est négligeable, mais reste importante pour des termes secondaires. Cette erreur est en partie due aux champs de vorticité résiduels du fichier issu du code FLUDILES, mais aussi au raffinement du maillage ainsi qu'aux vitesses calculées   l'aide de la formule de *Biot et Savart*, parasitant le calcul. Comme l'intensité des termes secondaires reste faible par rapport   celle du terme principal, l'erreur commise a été jugée recevable pour la suite des calculs,   condition d'en tenir compte lors de l'analyse des résultats. Ces derniers devront être exploités en menant en parallèle un étude des champs de données du calcul FLUDILES, pour ne pas tirer de conclusions erronées.

# Chapitre 6

## Résumé

L'objectif de cette partie était de se doter d'un outil d'analyse adapté au type d'étude que l'on souhaite faire, c'est à dire de suivre l'interaction jet/tourbillon au cours de la phase d'interaction du régime de sillage. Cet outil devait aussi être capable de séparer l'action des différents acteurs de l'interaction (à savoir le tourbillon axial et les structures turbulentes générées par le jet) et donc de permettre de repérer quels étaient les mécanismes dominants à chaque instant et leur origine.

Pour cela, nous avons dans un premier temps défini un moyen de séparer les actions de chaque acteur en séparant les champs de vitesses induites par ces différentes structures tourbillonnaires dans les équations de vorticité. Nous avons ensuite construit un algorithme de sélection basé sur des niveaux de vitesse et de vorticité, que nous avons couplé à un critère de sélection plus traditionnel : le *critère Q*. Cet algorithme permet d'isoler chacune des structures du reste de l'écoulement, afin de pouvoir ensuite calculer le champ de vitesse induit par cette structure à l'aide de la relation de *Biot et Savart*. Enfin, nous avons établi un algorithme permettant de calculer l'ensemble des termes des équations de la vorticité à partir des champs de vorticité et de vitesse induite propre à chaque structure. Afin de pouvoir comparer l'action de l'ensemble des structures sur une en particulier, nous avons choisi d'intégrer chaque terme sur le volume de la structure considérée. De cette manière, on peut comparer à chaque instant l'action induite par chaque structure de l'ensemble tourbillonnaire sur la structure considérée.

Dans un deuxième temps, l'objectif a été de vérifier que les différentes étapes de la méthode fonctionnaient correctement. Nous avons d'abord testé l'algorithme de sélection, et vérifié qu'il fonctionnait de manière satisfaisante en récupérant l'ensemble du volume de la structure sélectionnée. On a pu alors constater l'existence de certains cas limites où la sélection se faisait de manière plus restrictive. Bien que fonctionnant de la manière souhaitée, le test du calcul des vitesses induites a révélé que l'intensité des vitesses calculées était moindre que celle des vitesses théoriques, et on a alors pu identifier l'origine de ces erreurs. Enfin, l'intensité des termes des équations de la vorticité a été calculée. Les résultats montrent que cette étape de la méthode fonctionne de façon satisfaisante pour les composantes majeures de la vorticité de chaque structure tourbillonnaire. Des erreurs ont été relevées sur le calcul des composantes mineures de la vorticité, et leur origine a pu être identifiée. L'importance de ces termes a été jugée moindre que celle des composantes majeures, et il a été préconisé d'effectuer une analyse des champs de données 3D en parallèle de l'étude menée avec l'outil développé dans cette partie.

En conclusion, on s'est doté d'un outil d'analyse adapté à nos besoins, capable de suivre l'interaction dans son évolution et de distinguer l'action de chaque structure tourbillonnaire. Maintenant que l'on a pu vérifier que cet outil fonctionnait de la manière souhaitée, on peut désormais utiliser cet outil afin d'effectuer l'étude de la phase d'interaction du régime de sillage.



## Deuxième partie

# Analyse de l'interaction jet/tourbillon



# Chapitre 7

## Introduction

Grâce à l'outil d'analyse adapté et performant décrit précédemment, nous allons maintenant nous intéresser à la phase d'interaction du régime de sillage de l'interaction jet/tourbillon. Le but de cette partie est d'identifier des mécanismes, des phénomènes physiques dominants, que l'on peut observer lorsqu'on étudie l'interaction entre un jet turbulent et un tourbillon de sillage. On cherchera à détailler le fonctionnement de ces mécanismes et à déterminer la période temporelle durant laquelle ils sont pré-dominants. On identifiera leur origine et on s'appuiera sur des mécanismes observés sur des modèles plus simples, et dont le fonctionnement est connu, pour comprendre la façon dont ces mécanismes agissent.

Pour cela, on va, dans un premier temps, effectuer le post-traitement de plusieurs cas issus de simulations obtenues à l'aide du code FLUIDILES. En faisant varier certains paramètres, on déterminera si un mécanisme observé dans chacune des simulations est un mécanisme inhérent à l'interaction jet/tourbillon ou dû à un des paramètres de la simulation. Les courbes d'évolution issues du post-traitement de chacun des cas seront comparées afin d'identifier de tels mécanismes, qui doivent se retrouver dans chaque cas.

Dans un deuxième temps, on s'intéressera à l'action (ou le fonctionnement) des mécanismes ainsi identifiés. On déterminera leur domaine temporel d'activité ainsi que leur origine, c'est à dire la structure tourbillonnaire qui, en agissant sur les autres, cause le mécanisme étudié. L'analyse s'appuiera sur des phénomènes physiques connus, issus d'études menées sur des sujets annexes tels que l'effet du cisaillement sur de la turbulence, des études de stabilité d'un tourbillon. . . Bien que différents de l'interaction jet/tourbillon, ces sujets s'en rapprochent fortement et on peut les considérer comme des modèles simplifiés de l'interaction, ou de parties de l'interaction. On peut alors, en les extrapolant, comparer les résultats issus de ces études aux phénomènes physiques que nous identifierons.



## Chapitre 8

# Recherche de mécanismes dominants caractéristiques de l'interaction

L'objet de ce chapitre est d'identifier les mécanismes dominants caractéristiques de l'interaction jet/tourbillon en mettant en évidence des phénomènes ( convection, étirement, diffusion . . . ) induits par une ou plusieurs structures tourbillonnaires sur les autres, facilement repérables si on s'intéresse de près à l'interaction. Il s'agira de s'assurer que ces phénomènes sont caractéristiques de l'interaction. Pour cela, des simulations obtenues à l'aide du code FLUDILES, ayant des paramètres suffisamment différents, sont effectuées pour que tout mécanisme relevé sur l'ensemble de ces simulations puisse être déclaré "mécanisme caractéristique de l'interaction jet/tourbillon". Ensuite l'outil d'analyse construit et testé dans la partie précédente sera utilisé sur ces différents cas pour extraire des courbes d'évolution. A l'aide de ces courbes, on s'attachera à identifier les mécanismes observables dans chacun des cas, en complétant si c'est possible cette comparaison par des visualisations de chacune des simulations (ainsi qu'il a été suggéré au cours du chapitre précédent). Si des différences entre les cas sont observables, on cherchera alors à les expliquer en fonction des paramètres.

### 8.1 Acquisition de simulations test

Il s'agit tout d'abord d'obtenir un jeu de simulations ayant des paramètres suffisamment différents pour s'affranchir de ces paramètres lorsqu'on observe un mécanisme physique. Dans un premier temps, nous allons rappeler la manière dont l'interaction jet/tourbillon est simulée avec le code FLUDILES. On discutera ensuite des différents paramètres pouvant jouer sur le déroulement et les résultats de la simulation. Les différents cas qui serviront à tester la sensibilité de la simulation à ces mêmes paramètres, seront alors présentés.

#### 8.1.1 Rappel du déroulement d'une simulation à l'aide du code FLUDILES

La simulation de l'interaction jet/tourbillon à l'aide du code FLUDILES se déroule en deux temps. Dans un premier temps on simule la déstabilisation d'un jet rond laminaire en initiant des perturbations au sein du jet :

$$V = V_0(1 + \epsilon\tilde{V})$$

où  $\epsilon\tilde{V}$  représente un bruit blanc dont on peut choisir l'amplitude en fonction de celle du champ laminaire initial  $V_0$ . Cette partie de la simulation permet non seulement d'obtenir un jet turbulent mais représente aussi en partie la phase dite "jet" de l'interaction (telle que décrite en introduction de ce mémoire). En effet pendant cette phase, le jet est connu pour n'avoir pas ou peu d'influence

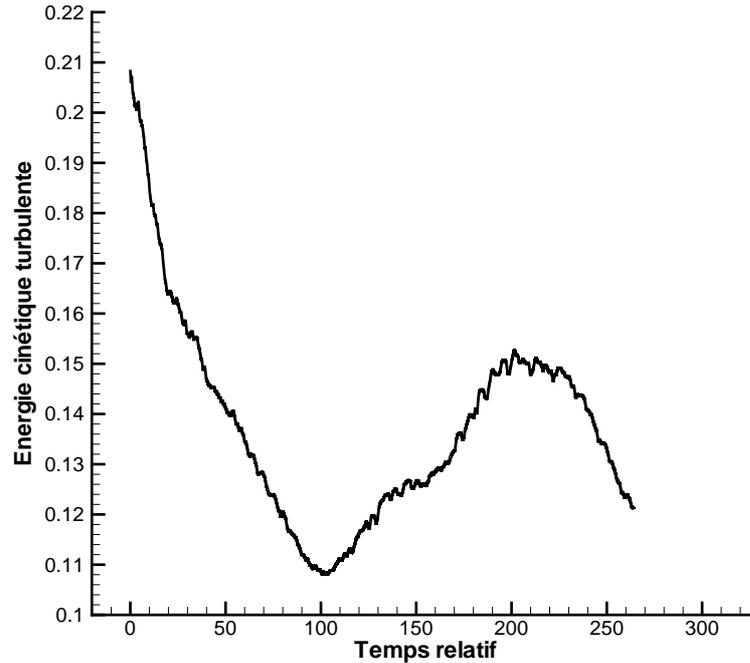


FIG. 8.1 – Exemple d'évolution de l'énergie cinétique turbulente lors de la simulation d'une interaction jet/tourbillon. L'origine en temps correspond au moment où le tourbillon est ajouté.

sur le tourbillon ( ce qui n'est pas forcément réciproque\*). Ainsi, effectuer une simulation, dans un premier temps, du jet turbulent seul n'est pas incohérent. Cette simulation est arrêtée lorsque le maximum d'énergie cinétique turbulente est atteint.

Dans un deuxième temps, on introduit un tourbillon de Lamb-Oseen dans le domaine de calcul. Le tourbillon est placé de manière à respecter la distance jet-tourbillon de sillage du dispositif expérimental de Jacquin et Molton [41]. La simulation continue librement par la suite. Il y a d'abord une première phase pendant laquelle le domaine de calcul s'adapte à l'arrivée du tourbillon, puis le niveau d'énergie cinétique turbulente suit l'évolution classique (décroissance, croissance, décroissance), caractéristique de l'interaction jet/tourbillon. Un exemple de cette évolution est tracé sur la figure 8.1.

### 8.1.2 Paramètres de la simulation et cas-test

Il faut maintenant définir les paramètres de la simulation qui peuvent fortement influencer ces résultats : c'est à dire l'évolution du jet par rapport au tourbillon, les niveaux de vitesse, de vorticité, le nombre de structures tourbillonnaires. Pour cette recherche, on s'appuiera sur une simulation de référence que l'on appellera **cas A**. Les spécifications de ce cas de référence sont récapitulées dans le tableau 8.1. Le niveau de perturbation initial du jet ne dépasse pas 1% de l'amplitude du champ laminaire  $V_0$ . On a utilisé un maillage basé sur une taille de maille faisant un huitième du rayon du jet (ce dernier servant de longueur de référence). Ce qui donne une discrétisation du domaine en  $241 \times 49 \times 241$  points, soit 49 points dans la direction axiale du tourbillon. Les valeurs des nombres de Mach  $\mathcal{M} = 0,13$ , Prandtl  $\mathcal{P}_r = 0,75$ , Reynolds  $\mathcal{R}_e = 14483$ , de la température de référence  $T_0$ , de la constante de chaleur spécifique  $\gamma = c_p/c_v = 1,4$  ... correspondent aux mesures expérimentales.

Un des premiers paramètres classiques dont il faut s'affranchir est le maillage. Nous avons

\*La présence du tourbillon (ou de la nappe vortex en train de s'enrouler) modifie la façon dont les niveaux de vitesse décroissent et permet au jet d'engendrer plus de structures turbulentes [94, 70].

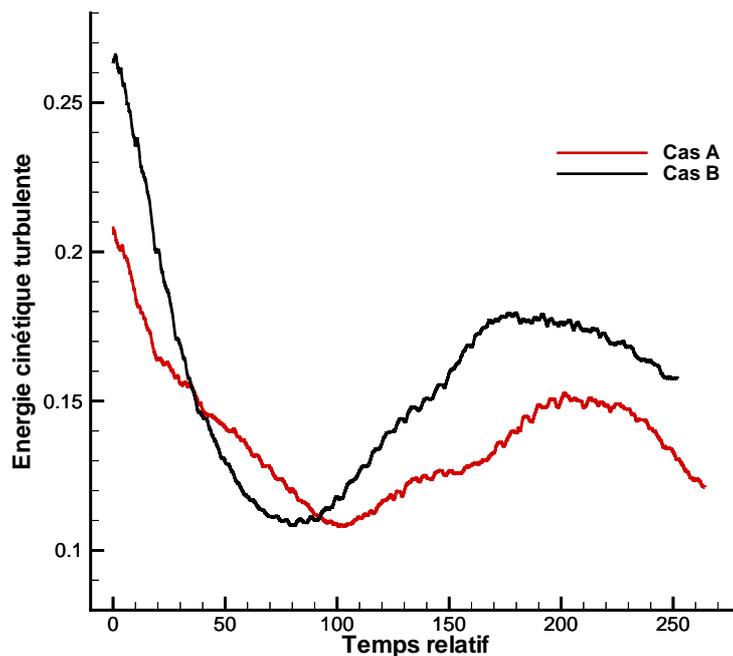


FIG. 8.2 – Évolution de l'énergie cinétique turbulente pour les cas A et B.

TAB. 8.1 – Spécifications du cas A

| Cas | Amplitude de la perturbation $\epsilon\tilde{V}$ en % | Taille de la maille | Nombre de points           |
|-----|---|---------------------|----------------------------|
| A   | 1   | $\Delta x = 0.125R$ | $241 \times 49 \times 241$ |

alors défini un **cas B** où la taille de maille a été réduite à  $\Delta x = 0.1R$ , mais pour lequel l'ensemble des autres paramètres est resté le même. Chronologiquement, ce cas a été mis au point en vue d'une itération en maillage. Mais nous nous avons constaté qu'en faisant varier le maillage, on faisait changer les niveaux et l'évolution de certaines valeurs. La figure 8.2 montre les différences entre les deux cas dans l'évolution de l'énergie cinétique turbulente. Si, pour les deux cas, on relève bien les variations caractéristiques de l'interaction jet/tourbillon, les niveaux ne sont pas les mêmes. De même, les domaines de temps correspondants soit aux zones de décroissance d'énergie, soit à celle de croissance, ne correspondent pas.

Ces différences se reflètent sur les visualisations des champs de données. Par exemple si l'on compare l'allure des iso-surfaces de norme de vortacité pour ces deux cas (cf. figure 8.3), le cas B (image de droite) présente un nombre plus conséquent de structures tourbillonnaires que le cas A (image de gauche)\*. Le niveau d'énergie cinétique turbulente au temps  $t = 120$  du cas B est plus élevé que celui du cas A et pousse à cette conclusion. De même, les structures tourbillonnaires pour le cas B semblent être plus "enroulées" autour du tourbillon axial. Ce qui pourrait être expliqué par le fait que la phase dite "vortex" de l'interaction commence plus tôt pour le cas B que pour le cas A. En effet, on a remarqué que le début de cette phase "vortex" coïncidait avec le moment où le minimum d'énergie turbulente est atteint et que l'énergie se remet à croître. Cette phase commence donc plus tôt pour le cas B, c'est à dire que le jet, dans le cas B, est affecté plus tôt par les effets du tourbillon et commence à s'enrouler autour de ce dernier avant le cas

\*En faisant l'approximation inexacte qu'une concentration de vortacité correspond à une structure tourbillonnaire. On a vu en section 4.2.1 qu'il vaut mieux se baser sur une analyse menée conjointement avec le critère  $Q$ . Cependant, dans le cas présent, les iso-surfaces de critère  $Q$  ont le même aspect

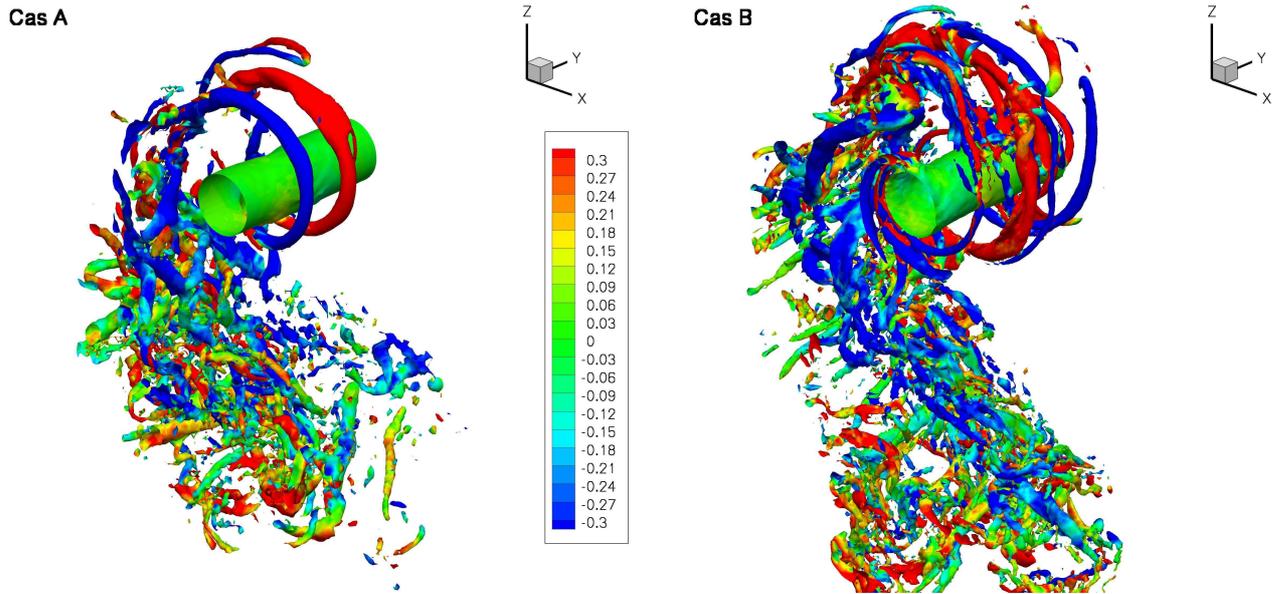


FIG. 8.3 – Iso-surfaces de norme de vorticité  $|\vec{\omega}|$  colorées par vorticité azimutale  $\omega_\theta$ . Comparaison entre les cas A et B au temps relatif  $t = 120$ .

A. L'aspect des surfaces de norme de vorticité semble donc cohérent avec les courbes d'énergie cinétique turbulente.

On peut néanmoins se poser la question suivante : est-ce qu'avec le cas B, on ne teste réellement que la sensibilité au maillage des résultats de la simulation ? Le principal argument pour juger de la pertinence de cette question est la différence de niveau d'énergie cinétique turbulente lors de l'initialisation du tourbillon. Dans le cas B, le niveau est plus élevé que dans le cas A. Pourtant, l'intensité des perturbations  $\epsilon\tilde{V}$  du jet est la même pour les deux cas. De plus, le temps nécessaire au jet pour atteindre son pic d'énergie cinétique turbulente est sensiblement le même dans les deux cas. En toute logique, le maillage fin du cas B semble être plus favorable à la déstabilisation du jet et à la création de structures tourbillonnaires turbulentes \*. On est alors en droit de se demander si les différences notées ci-dessus ( nombre de structures turbulentes, niveaux d'énergie . . . ) sont dues au développement turbulent du jet sur un maillage plus fin, ou alors à la simulation en général. Autrement dit, si on constate qu'il y a plus de structures tourbillonnaires qui s'enroulent autour du tourbillon axial, est-ce dû au fait que le jet comporte lui-même plus de structures avant que le tourbillon de Lamb-Oseen ne soit introduit dans le champ de données ?

Pour bien comprendre ce point, il faut considérer la simulation de la phase "vortex" comme une transformée prenant en entrée :

- Les données issues de la simulation du jet
- La discrétisation du domaine, c'est à dire la taille de maille
- Les autres paramètres tels que  $\gamma, T_0, \dots$

En raisonnant de cette manière, l'intensité de la turbulence du jet lors de l'initialisation du tourbillon joue un rôle important sur l'évolution des structures tourbillonnaires. Si l'on souhaite déterminer l'effet de la discrétisation du domaine, en comparant un cas test au cas A, il faut avoir le même champ de données du jet en entrée.

Deux autres cas tests ont alors été construits. Pour le **cas C**, nous avons souhaité tester l'effet du maillage lorsqu'on initie le tourbillon sur un maillage fin, mais en conservant en entrée le même champ de données issu de la déstabilisation du jet que pour le cas A. Nous avons

\* Cette conclusion semble logique puisqu'un maillage plus fin captera mieux les petites échelles de la turbulence, et les modes d'instabilité du jet pourront plus facilement se développer.

interpolé ce champ de données (ayant une taille de maille  $\Delta R = 0.125R$ ) sur un maillage plus raffiné ( $\Delta R = 0.1R$  comme pour le cas B). De cette manière on pourra juger de l'importance du raffinement du domaine lors de la phase dite "vortex". Les autres paramètres restent les mêmes.

Dans le **cas D**, c'est l'effet de l'intensité de la turbulence du jet en entrée que nous avons souhaité tester. En conservant le même raffinement de domaine que dans le cas de référence (*i.e* le cas A), l'intensité de la perturbation initiale du jet,  $\epsilon\tilde{V}$ , a été augmentée à 5% (1% dans le cas A). On espère ainsi obtenir pour l'initialisation du tourbillon un jet plus turbulent dans le cas D que dans le cas A. On sera alors à même de constater si l'intensité de la turbulence du jet a un effet sur la phase "vortex", en excluant l'effet du maillage. L'ensemble des spécifications des différents cas est résumé dans le tableau 8.2.

TAB. 8.2 – Spécifications des différents cas

| Cas | Amplitude de la perturbation $\epsilon\tilde{V}$ en % | Simulation du jet   |                            | Simulation de l'interaction |                            |
|-----|---|---------------------|----------------------------|-----------------------------|----------------------------|
|     |   | Taille de la maille | Nombre de points           | Taille de la maille         | Nombre de points           |
| A   | 1   | $\Delta x = 0.125R$ | $241 \times 49 \times 241$ | $\Delta x = 0.125R$         | $241 \times 49 \times 241$ |
| B   | 1   | $\Delta x = 0.1R$   | $301 \times 61 \times 301$ | $\Delta x = 0.1R$           | $301 \times 61 \times 301$ |
| C   | 1   | $\Delta x = 0.125R$ | $241 \times 49 \times 241$ | $\Delta x = 0.1R$           | $301 \times 61 \times 301$ |
| D   | 5   | $\Delta x = 0.125R$ | $241 \times 49 \times 241$ | $\Delta x = 0.125R$         | $241 \times 49 \times 241$ |

### 8.1.3 Étude comparative des cas tests

On a donc construit, à partir d'un cas de référence, trois simulations tests qui vont permettre de tester la sensibilité du cas test au maillage, et à l'intensité turbulente du jet avant initialisation du tourbillon. Nous allons maintenant comparer les résultats des simulations pour chacun des cas. Les points communs et les différences seront alors mis en avant et si possible, expliqués. Sur la figure 8.4 est tracée l'évolution de l'énergie cinétique turbulente pour les quatre cas.

On peut déjà constater que le cas A (courbe rouge) et C (courbe verte) ont le même niveau initial d'énergie, issu du développement du jet. La légère sous-estimation du départ du cas C est due à l'interpolation du champ de données du jet sur le maillage plus fin. Il faut alors quelques pas de temps pour que le jet "s'adapte" à ce nouveau maillage, ce qui explique la légère croissance par la suite (entre  $t = 0$  et  $t = 10$ ). Cette dernière atteint le même niveau d'énergie que le cas A puis commence sa décroissance. Un deuxième point à noter est que la déstabilisation du jet pour le cas D s'est bien révélée être plus intense. Le niveau initial en énergie du cas D (courbe bleue) est donc bien plus élevé que pour le cas A, et avoisine le niveau d'énergie du cas B (courbe noire). Enfin on peut constater que les quatre courbes ont l'évolution caractéristique de l'interaction jet/tourbillon (décroissance/croissance/décroissance).

Cependant, on peut remarquer un certain nombre de différences. Aucune courbe ne se ressemble. Chacune possède un minimum et un maximum d'énergie différents. Ces valeurs sont atteintes pour des temps là aussi différents (cette dernière remarque est surtout vraie pour le maximum d'énergie). Les différents moments où chaque courbe atteint son minimum d'énergie (avant le début de la phase "vortex") sont compris dans un intervalle de temps assez restreint  $\Delta t \approx 30$  comparativement à l'intervalle pour les maximums  $\Delta t \approx 90$ .

**Remarque 4** *Chacun des cas ne peut pas forcément être comparé à tous les autres. Par exemple, statuer sur les différences entre le cas C et le cas D peut amener à des conclusions erronées, puisque ces deux cas sont très différents. Ils n'ont pas le même niveau initial d'énergie et les simulations n'ont pas été menées sur les mêmes maillages.*

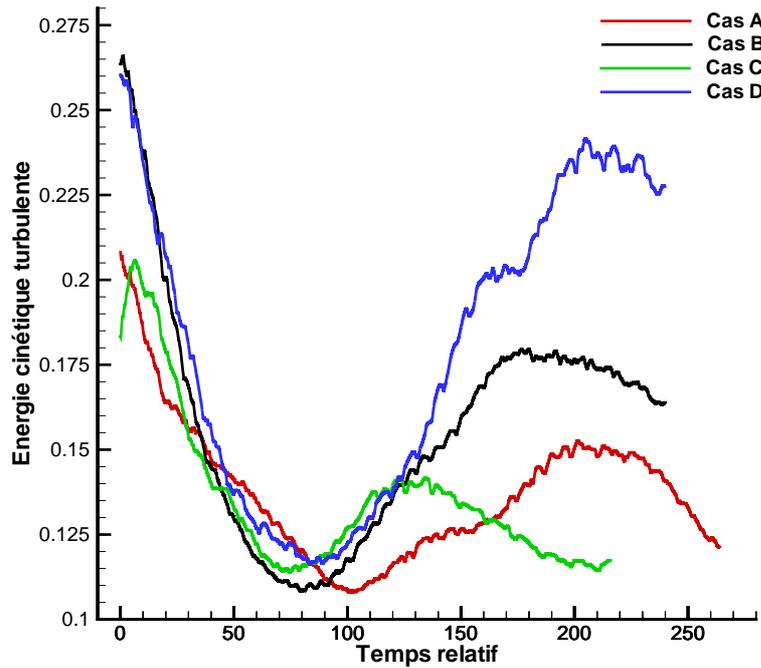


FIG. 8.4 – Évolution de l'énergie cinétique turbulente pour les quatre cas.

Tout dépend donc du paramètre auquel on s'intéresse. Si l'on souhaite connaître l'impact du raffinement du maillage sur la simulation, il faut considérer conjointement les courbes d'énergie des cas A et C. Bien qu'au moment où le tourbillon est initialisé, le niveau d'énergie turbulente pour les deux cas soit le même, leur décroissance n'est pas exactement la même. Celle du cas C est plus importante, ce qui fait que le minimum d'énergie est atteint pour le cas C avant le cas A. Mais la plus grande différence entre les deux cas concerne la phase de croissance d'énergie. L'intervalle de temps pendant lequel l'énergie croît pour le cas C est plus restreint que pour le cas A. Ce dernier présente une croissance en deux temps : de  $t = 100$  à  $t \approx 150$  on a une première phase de croissance suivie d'un "palier" pendant lequel l'énergie stagne. Ensuite, de  $t \approx 160$  à  $t \approx 210$ , l'énergie croît à nouveau et de manière plus importante que précédemment. Le cas C, quant à lui, ne présente pas de croissance en deux temps. Cependant la phase de croissance d'énergie du cas C se déroule sur un intervalle de temps aussi grand que la première phase de croissance du cas A. On peut donc penser que dans le cas C, la dissipation numérique, implicitement liée au maillage, est plus importante que les mécanismes de création d'énergie turbulente. Dans le cas A, le palier d'énergie correspond à un moment où création et dissipation s'équilibrent.

En ayant remarqué cette particularité du cas C, on est tenté de regarder l'évolution du cas B (qui a été simulé sur le même maillage que le cas C mais avec un jet différent). Et on peut constater que le domaine temporel de croissance d'énergie du cas B est similaire au cas A. De plus, même s'il est moins marqué, on peut aussi noter la présence d'un palier d'énergie pour le cas B. La seule explication possible, à ce stade de l'analyse, pour expliquer ce résultat est la suivante : on peut considérer les cas B et C comme deux cas similaires mais ayant un niveau différent d'énergie turbulente du jet en entrée. Pour le cas B, ce niveau initial d'énergie semble suffisant pour que la phase de croissance se fasse normalement, contrairement au cas C. Il semble donc que le niveau initial d'énergie joue un rôle important sur le déroulement de l'interaction, conjointement au maillage utilisé. Enfin, pour le cas D, on assiste au même phénomène de décroissance rapide, puis croissance en deux temps. Il faut cependant noter que les niveaux d'énergie atteints sont bien plus importants dans ce dernier cas.

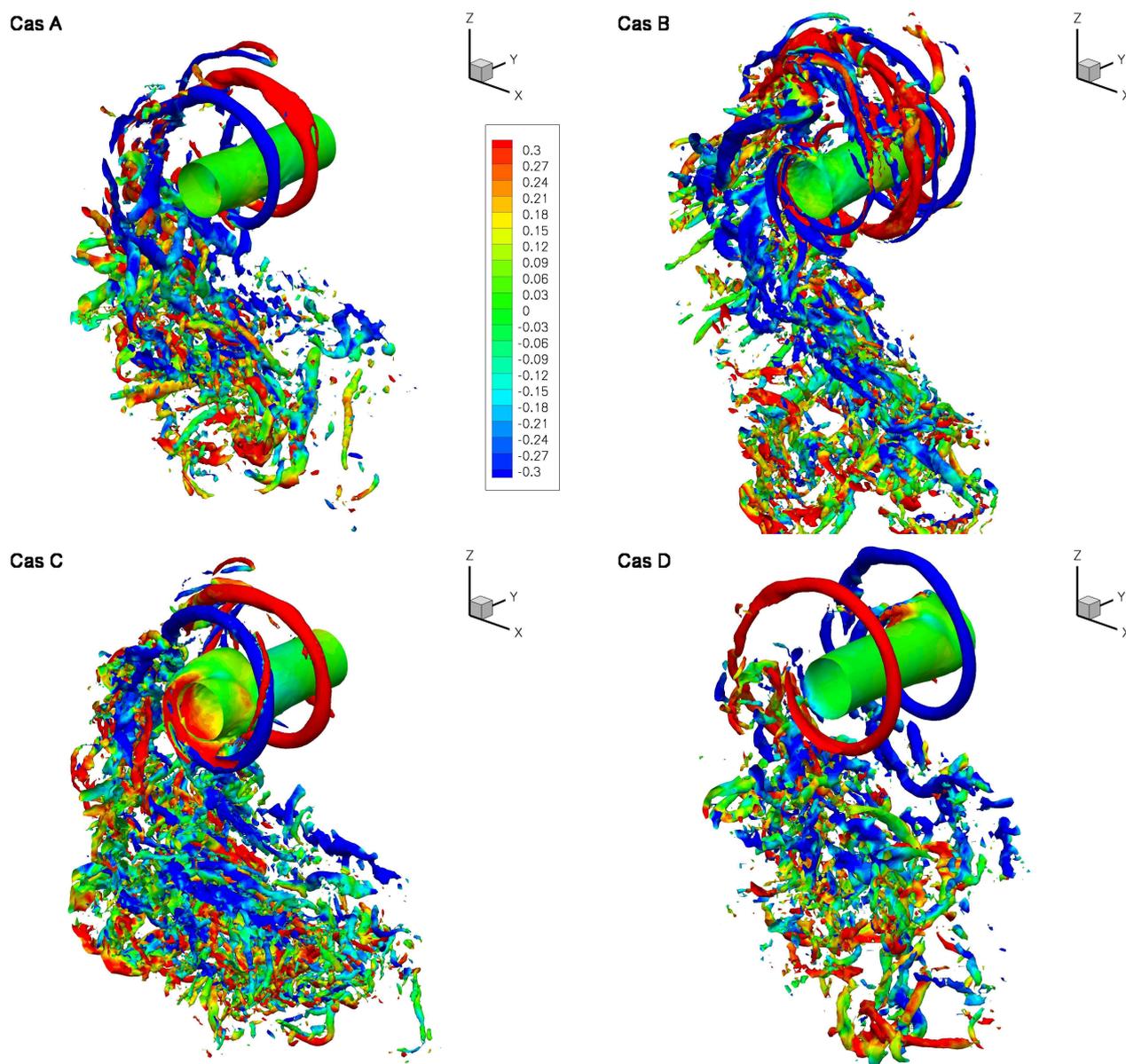


FIG. 8.5 – Iso-surfaces de norme de vorticité  $|\vec{\omega}|$  colorées par vorticité azimutale  $\omega_\theta$ . Comparaison des quatre cas au temps  $t = 120$ .

On souhaite maintenant analyser les résultats des quatre cas en observant l'aspect des champs de données. On a tracé sur la figure 8.5 les iso-surfaces de norme de vorticité colorées par vorticité azimutale, de la même manière que sur la figure 8.3 mais pour les quatre cas.

Comme on peut le constater, les cas C et D ressemblent beaucoup au cas de référence, le cas A. Pour ces trois cas, une seule structure tourbillonnaire majeure a commencé à s'enrouler autour du tourbillon central. On peut observer que des structures tourbillonnaires secondaires commencent elles-aussi à s'enrouler. Le reste du jet est composé d'un amas de structures très peu organisé. Si on compare l'amas du jet du cas C à celui du cas A, on constate qu'il est composé d'un nombre plus conséquent de structures, relativement plus fines, dont l'aspect se rapproche à celui du cas B. L'enroulement des structures semble toutefois plus avancé pour les cas C et D que dans le cas A. La figure 8.4 confirme cette tendance puisque pour les cas C et D le minimum d'énergie est atteint plus tôt que pour le cas A, c'est à dire que l'interaction commence plus

tôt pour ces deux cas. Autrement dit, l'effet du tourbillon se fait sentir plus tôt pour ces deux cas, et donc l'enroulement des structures commence pour eux à un temps inférieur à celui pour le cas A. Enfin, un des points que l'on peut noter c'est que bien qu'ayant des niveaux voisins d'énergie de jet en entrée, les cas B et D ne présentent, au final, pas le même nombre de structures tourbillonnaires s'enroulant autour du tourbillon axial.

Cette comparaison des différents cas à des temps égaux n'est peut être pas la plus adaptée pour l'analyse. Chaque cas présentant un découpage différent des phases de croissance et de décroissance d'énergie, il peut être plus judicieux de se baser sur ce découpage que sur l'échelle de temps global. Par exemple, on peut tracer pour chacun des cas l'aspect des champs de vorticit e lorsque le minimum d'énergie est atteint. La figure 8.6 montre qu' a ce moment l a, les 4 cas pr esentent des caract eristiques communes, mais aussi des diff erences. Attachons nous d'abord aux similarit es. Pour chacun des cas, un petit nombre de structures tourbillonnaires "en U"  emergent de l'amas du jet et sont capt ees par le tourbillon. Le reste du jet reste tr es compact, bien que convectée azimutalement par le tourbillon axial. Toutefois des diff erences existent : le nombre et l'intensit e des structures tourbillonnaires  emergant du jet ne sont pas les m emes pour tous les cas. Ensuite, l'enroulement n'est pas au m eme stade d'avancement ( le d ebut de l'enroulement est tr es d ependant de la fa con et du moment o u les structures tourbillonnaires  emergent du jet). Le jet  etant transportée convectivement de mani ere presque homog ene, le degr e d'avancement de l'enroulement d epend de l' echelle de temps global.

On peut, de la m eme fa con, comparer l'aspect des quatre cas lorsque le palier d' energie est atteint (figure 8.7), en consid erant que le maximum d' energie du cas C correspond  a ce palier.  Etonnamment, on peut facilement distinguer  a ce moment de l'interaction les cas simulées sur le maillage fin des cas simulées sur le maillage initial, gr ace au nombre de structures composant le jet. Ce nombre reste tr es important dans les cas B et C, contrairement aux cas A et D. Le nombre de structures azimutales enroul ees autour du tourbillon central varie d'un cas  a l'autre. Pour le cas C, seule une structure majeure est enroul ee autour du tourbillon central. Pour le cas A comme le cas D, il semblerait qu'il y en ait entre trois et cinq. Le cas B pr esente un nombre bien plus important de structures. Au regard de ces observations, il apparaîtrait que l'intervalle de croissance d' energie est liée au nombre de structures  emergant du jet.

Enfin, si on compare les quatre cas au moment o u le maximum d' energie est atteint (en excluant cette fois-ci le cas C), on peut constater (sur la figure 8.8) que les trois cas restants pr esentent un aspect similaire. L'ensemble des structures turbulentes issues du jet ont  et e soit dissip ees, soit capt ees par le tourbillon axial. Ce dernier est fortement perturbée et chahutée par les structures qui se sont enroul ees autour de lui.

Au terme de cette premi ere analyse, il semblerait que les diff erents cas pr esentent des similarit es tr es fortes si on les compare  a des moments identiques de leur  evolution. Bien que diff erentes, les courbes d' energie turbulente et les visualisations pr esentent des similarit es  a des temps diff erents. De plus, au cours de l'analyse des champs de donn ees  a l'aide de visualisations, nous avons pu constater que chacun des cas pr esentait des ph enomenes identiques comme l'enroulement de structures azimutales secondaires autour de structures azimutales primaires. De la m eme fa con, dans chacun des cas le tourbillon central est soumis  a de grosses contraintes de la part des structures s'enroulant autour de lui, et il y a extraction de vorticit e par ces derni eres, et formation "d'excroissances de vorticit e" progressant le long des branches des structures azimutales. . . Montrer que chacun de ces ph enomenes est pr esent dans chacune des simulations  a l'aide de visualisations serait fastidieux et alourdirait l'analyse\*. On peut donc conclure en affirmant que les quatre calculs, bien que tr es diff erents, ont en commun un certain nombre de ph enomenes, ind ependants des param etres citées ci-dessus, et donc propres  a l'interaction jet/tourbillon.

---

\*Toutefois dans le chapitre suivant, ces diff erents ph enomenes seront montrées et expliquées pour le cas A uniquement.

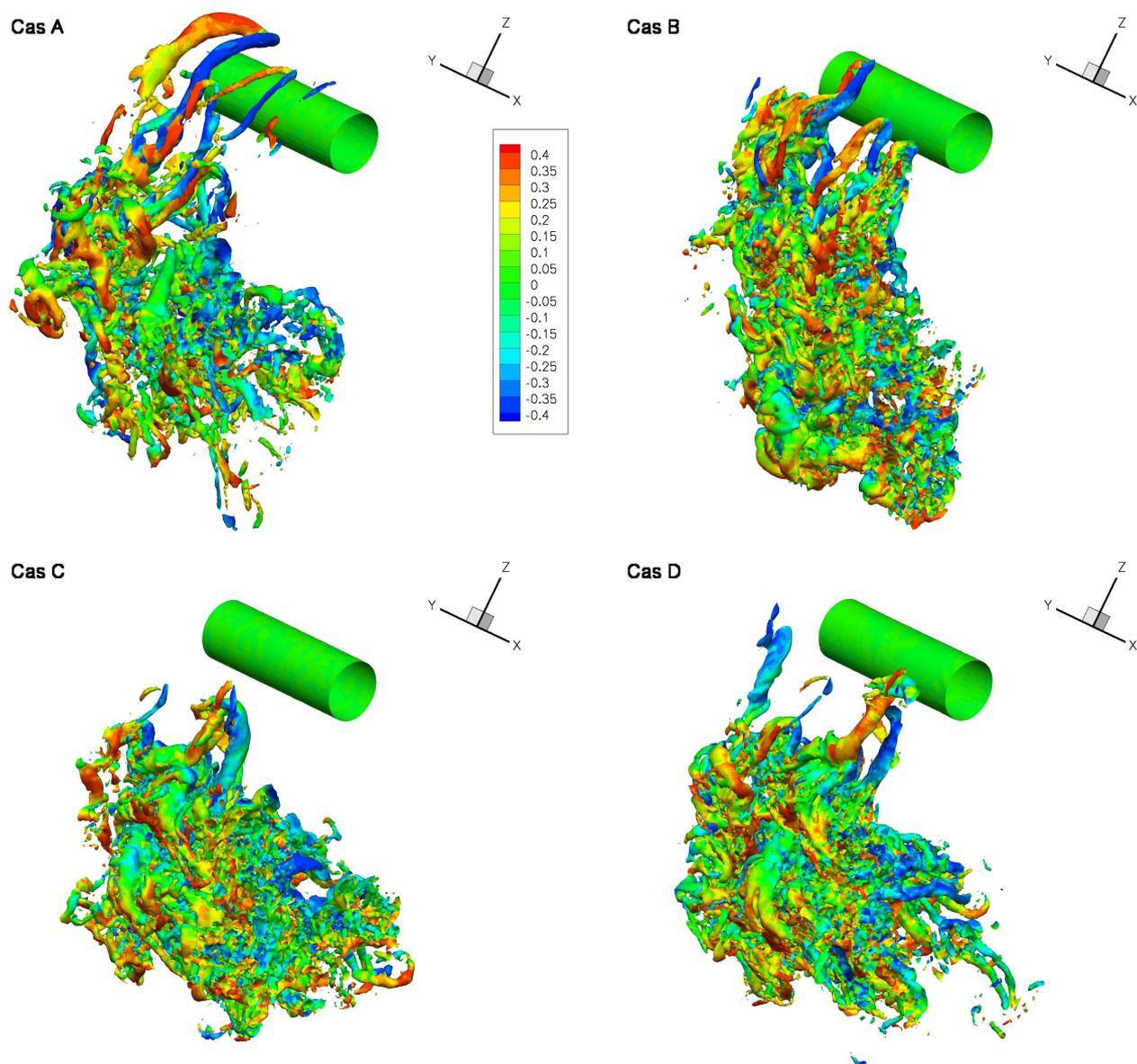


FIG. 8.6 – Comparaison des quatre cas lorsque leur minimum d'énergie est atteint. Iso-surfaces de norme de vorticité  $|\vec{\omega}|$  colorées par vorticité azimutale  $\omega_\theta$ .

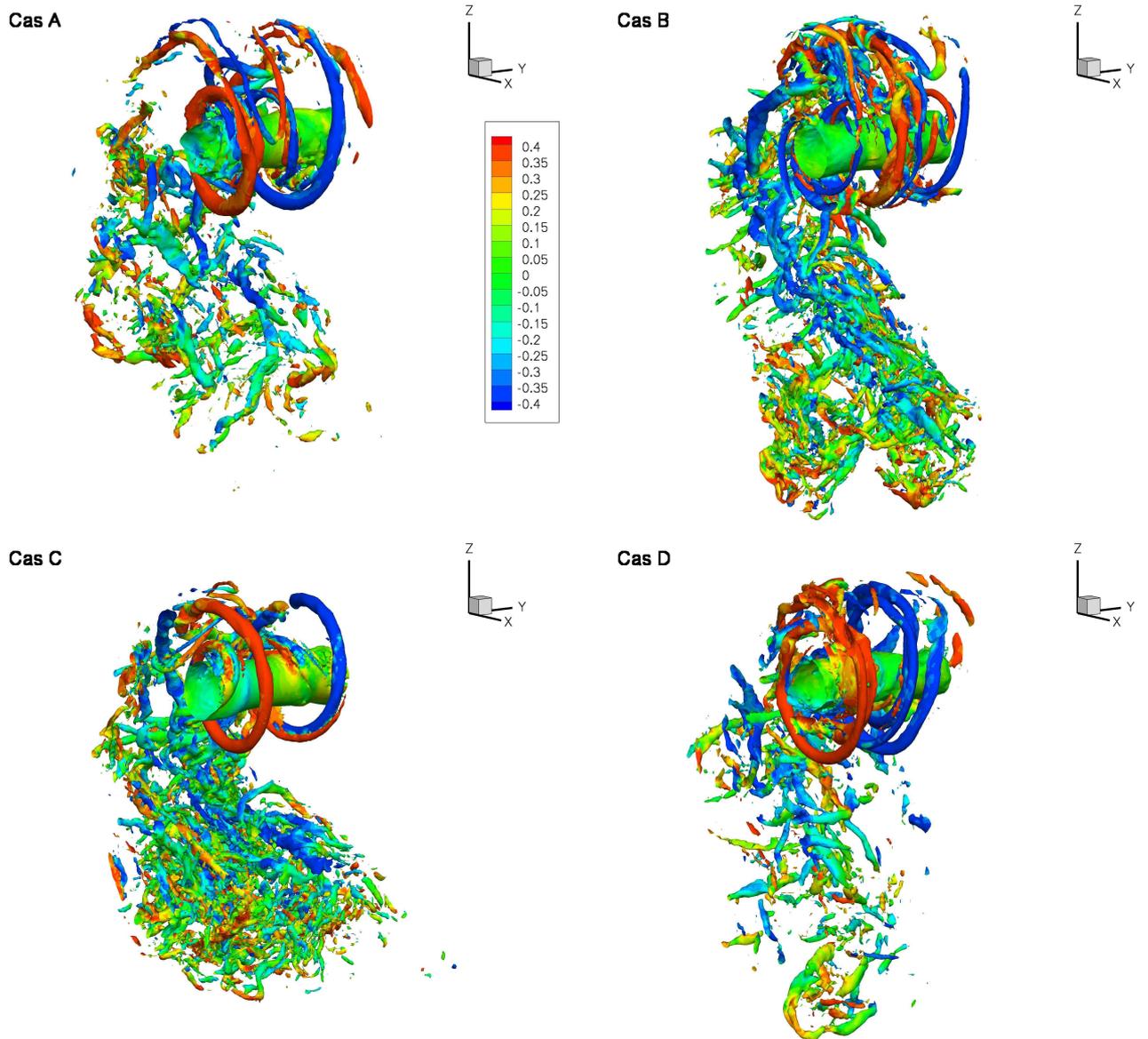


FIG. 8.7 – Comparaison des quatre cas lorsque leur palier d'énergie est atteint. Iso-surfaces de norme de vorticité  $|\vec{\omega}|$  colorées par vorticité azimutale  $\omega_\theta$ .

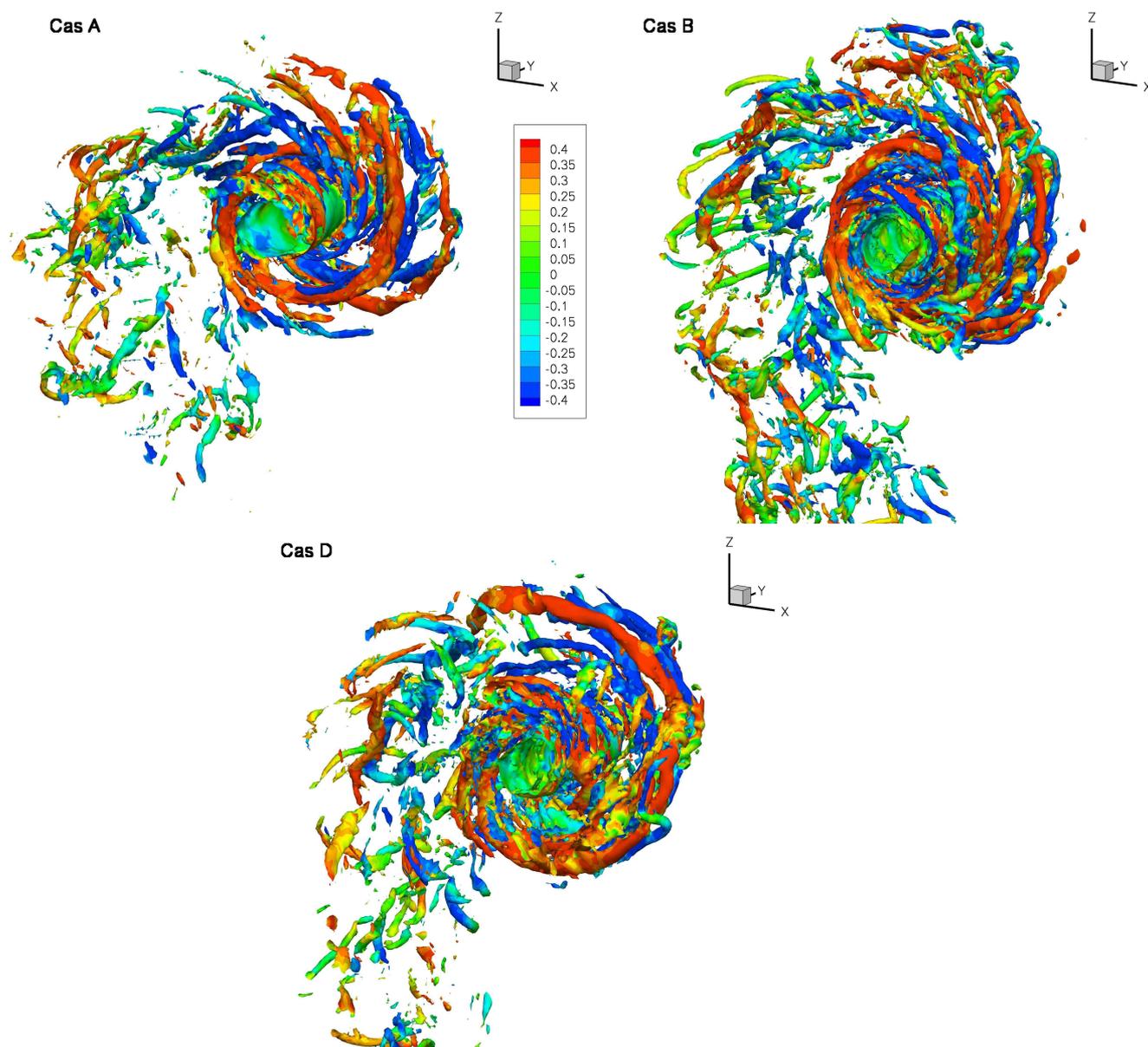


FIG. 8.8 – Comparaison des cas A, B et D lorsque leur maximum d'énergie est atteint. Iso-surfaces de norme de vorticité  $|\vec{\omega}|$  colorées par vorticité azimutale  $\omega_\theta$ .

## 8.2 Post-traitement et analyse comparative des courbes d'évolution pour chacun des cas

Dans la section précédente, un jeu de simulations test a été comparé et, malgré les différences dans leur évolutions, un certain nombre de phénomènes se retrouve dans chacun des cas. On va maintenant comparer l'évolution des mécanismes physiques (convection, diffusion, étirement) pour chaque simulation en utilisant l'outil de post-traitement mis au point dans la partie précédente.

Dans un premier temps, on définira les paramètres du post-traitement, ce qui nous amènera à définir un modèle à trois structures tourbillonnaires afin que l'analyse des résultats reste simple. Ensuite, les résultats du post-traitement pour chaque cas seront comparés pour les composantes majeures de la vorticité des trois structures considérées. Si c'est nécessaire, la comparaison sera étendue   l'analyse de l'évolution des composantes mineures de la vorticité. Enfin,   l'aide de ces comparaisons, on désignera les mécanismes qui semblent être caractéristiques de l'interaction jet/tourbillon.

### 8.2.1 Définition des paramètres du post-traitement

Avant de post-traiter les différents cas, il faut commencer par spécifier les paramètres du post-traitement qui sont :

- Nombre de structures dont on souhaite suivre l'évolution.
- Nature de ces structures.
- Valeurs des différentes constantes servant   l'identification de ces structures. En particulier la valeur seuil du critère  $Q$ .
- Domaine temporel sur lequel sera effectué l'analyse.

Plusieurs de ces points sont par ailleurs interdépendants : si l'on en modifie un, il faut alors en modifier un autre. Par exemple, si on souhaite suivre l'évolution de huit structures, il faut attendre que ces huit structures soient formées. Il faut alors décaler le début du post-traitement   des temps ultérieurs, par rapport   un modèle   deux ou trois structures tourbillonnaires.

Nous allons restreindre l'analyse   un modèle   trois structures pour des raisons de simplicité. Ces structures seront pour chacun des cas : le tourbillon axial, et une structure tourbillonnaire "en U", en considérant ses deux branches de vorticité comme deux structures diff rentes\*. Nous reviendrons sur le choix de ce découpage par la suite. Considérer plus de trois structures complique d'autant plus l'analyse des résultats du post-traitement. De plus, en nous limitant   trois structures, on peut commencer le post-traitement presque dès le début de la phase "vortex", c'est   dire lorsque le minimum d'énergie cinétique turbulente est atteint.

Si l'on considère la figure 8.6, on peut voir que pour tous les cas, il n'y a pas qu'une seule structure qui émerge de l'amas tourbillonnaire du jet, mais deux ou plus. Cependant, exception faite du cas B, l'intensité de ces structures n'est pas du même niveau. Il y a une structure que Melander et Hussain [62] qualifieraient de primaire, et une ou plusieurs autres de secondaires. Or, et on le verra lors de l'analyse des résultats du post-traitement, les premiers moments de l'interaction sont dominés par l'effet du tourbillon axial. Les structures tourbillonnaires ont peu d'effet sur ce tourbillon, et ce dernier influence beaucoup, au contraire, l'évolution de ces structures. L'impact des structures secondaires sera alors d'autant plus faible et on peut justifier le choix du modèle   trois structures. En ce qui concerne le cas B, plusieurs structures tourbillonnaires d'intensité égale, ou sinon voisine, émergent du jet en même temps. Il est donc plus difficile d'affirmer que se restreindre   telle ou telle structure "en U" n'aura pas d'impact sur les résultats. Il faudrait donc choisir pour le cas B (et donc aussi pour les autres cas) un modèle   plus de structures. Comme on vient de le préciser, l'analyse des résultats du post-traitement pour un

---

\* voir figures 5.4 et 5.5.

modèle à trois structures n'est déjà pas une tâche aisée. Aussi, nous avons choisi de garder le modèle à trois structures, et d'exclure le cas B des simulations à post-traiter. À noter qu'en choisissant de ne conserver que les cas A, C et D, on conserve toutefois un jeu de simulations test suffisant pour s'affranchir des effets de maillage et de condition de jet en entrée.

Une fois ce choix établi, nous avons déterminé le *critère*  $Q$  en nous basant sur deux critères. Premièrement : de manière à avoir l'intervalle de temps le plus grand pour l'analyse de ces trois structures. Sachant qu'à des temps ultérieurs la simplification à trois structures devient obsolète (car les structures secondaires s'intensifient), nous avons donc cherché à commencer le post-traitement le plus près du début de la phase "vortex". Deuxièmement, nous avons choisi  $Q$  de façon à ce que l'algorithme d'isolement des structures sélectionne un maximum de points du maillage. Ces deux critères nous ont permis d'établir le seuil du *critère*  $Q$  à  $Q = 0,05$ . Les autres critères de sélection sont quant à eux déterminés automatiquement par le programme de sélection (voir section 4.2).

Puisque l'instant où est atteint le minimum d'énergie cinétique turbulente est différent suivant les cas, le domaine temporel sur lequel le post-traitement sera effectué sera lui-aussi variable selon la simulation. Toutefois, les résultats du post-traitement seront présentés sur une échelle de temps différente de celle présentée jusque là. Les bornes temporelles de la zone post-traitée pour chaque cas, sera décalée de manière à avoir une origine commune : le moment où le minimum d'énergie est atteint. On considèrera donc une échelle de temps annexe  $t' = t - t_{min}$  où  $t_{min}$  est l'instant où le minimum est atteint. On a pu voir dans la section précédente, que si l'on se basait sur des instants similaires ( minimum, maximum et palier des courbes d'énergie) les cas présentaient des visualisations voisines. En définissant l'origine du temps de cette manière on espère pouvoir observer les mêmes phénomènes au même instant.

## 8.2.2 Comparaison des résultats du post-traitement

Une fois les paramètres du post-traitement déterminés, les cas A, C et D ont été post-traités. Nous allons dans un premier temps limiter la comparaison des résultats aux composantes majeures de la vorticit   pour chacune des structures. C'est    dire la vorticit   axiale  $\omega_z$  pour le tourbillon central (structure 1) et la vorticit   azimutale  $\omega_\theta$  pour les deux autres structures (structures 2 et 3).

### *Composantes majeures de la vorticit  *

Sur la figure 8.9 est repr  sent  e l'  volution des influences respectives des trois structures sur la vorticit   axiale de la structure 1 (*i.e.* le tourbillon axial). Pour chaque cas, le format de pr  sentation est le m  me que celui utilis   en section 5.3.4, page 77.

On peut voir que malgr   certaines diff  rences, les trois cas ont une allure similaire. Dans les premiers temps, l'  volution de la vorticit   axiale est pilot  e par l'action conjointe des forces de convection induites par les structures azimutales et le tourbillon axial lui-m  me (respectivement les courbes bleue, verte et rouge en trait continu). L'effet de la structure 1 sur elle m  me (*i.e.* les courbes en rouge) est faible au d  part puis prend de l'importance d  s  $t' \approx 20$ , principalement par une convection auto-induite. Les effets d'  tirement auto-induits s'intensifient au cours du temps mais sans devenir majoritaires. Les termes d'  tirements d  s aux structures 2 et 3 (courbes bleue et verte en trait interrompu) ainsi que le terme de diffusion restent mineurs tout au long de cette partie de l'interaction, par rapport    l'intensit   des autres termes.

On peut noter que le signe des termes de convection d  s aux structures azimutales est altern   (courbes bleue et verte en trait continu). On pourrait se demander si ces oscillations sont propres    la physique de l'interaction et y voir une fr  quence d'oscillation ...mais ce n'est pas le cas. En d  taillant les r  sultats, on s'aper  oit que le terme majeur causant cet effet convectif est le

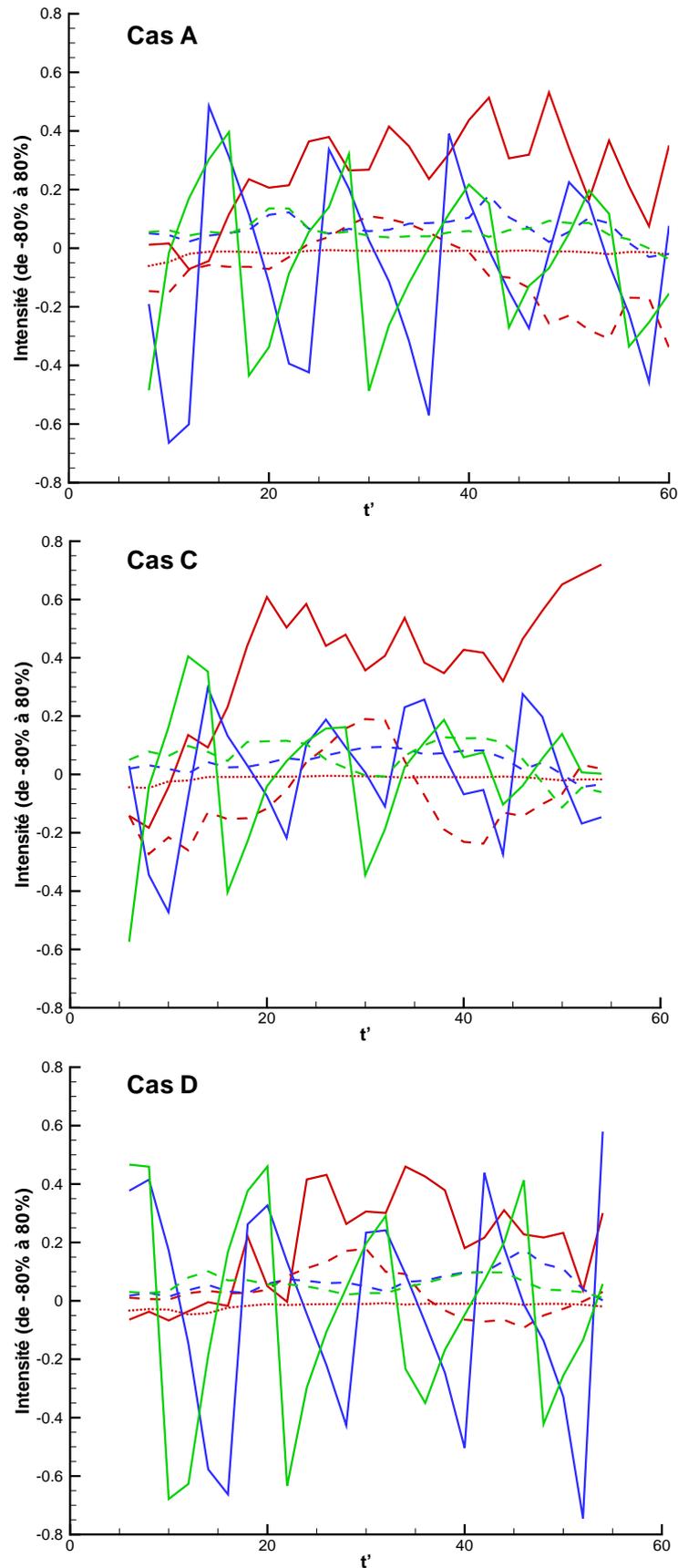


FIG. 8.9 – Évolution de la vorticité axiale de la structure 1 pour les cas A, C et D. L'effet des différentes structures est représenté par le code de couleur : rouge pour la structure 1, bleu pour la structure 2 et vert pour la structure 3. Trait continu : termes de convection, trait interrompu : termes d'étirement, et trait en pointillé : termes de diffusion.

suisant :

$$-u_r \frac{\partial \omega_z}{\partial r}$$

Or si  $\frac{\partial \omega_z}{\partial r}$ , bien que variant avec le rayon, reste négatif, ce n'est pas le cas de  $u_r$  qui varie suivant la disposition des structures azimuthales dans le domaine de calcul. Chacune de ces structures génère un champ de vitesse autour d'elles, qui se décompose suivant les trois composantes ( $e_r, e_\theta, e_z$ ) du repère cylindrique. Sur la figure 8.10 est représenté un schéma de ces champs de vitesse. On fait ici l'approximation que ces champs sont circulaires, ce qui n'est localement pas très éloigné de la vérité, et ne nuit pas au raisonnement qui suit. Considérons une structure azimuthale sur laquelle on construit un repère cylindrique local avec pour axe, l'axe de la structure azimuthale. Alors le champ de vitesse généré par cette structure dans ce repère local est principalement azimuthal. Mais ce champ de vitesse se décompose suivant ( $\omega_r$  et  $\omega_z$ ) dans le repère lié au tourbillon axial.

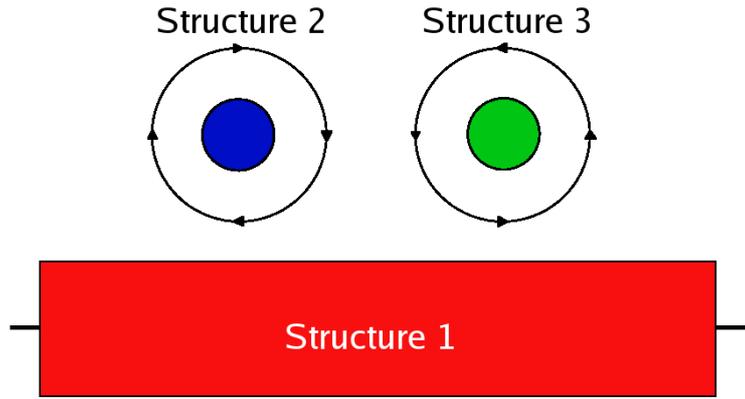


FIG. 8.10 – Schéma des champs de vitesse générés par les structures azimuthales.

On a donc un champ de vitesse radiale négative entre les deux structures azimuthales, et positive à l'extérieur de celles-ci (voir figure 8.11). Donc si l'espacement entre les deux branches varie, la proportion de zones où la vitesse radiale est soit négative, soit positive, sur le tourbillon central varie de la même façon, comme on peut le constater sur la figure 8.12. Lors du post-traitement, l'ensemble des termes de convection dus aux diverses structures est intégré sur le volume de la structure afin d'obtenir une valeur globale. Donc, plus le volume de la structure 1 pour lequel la vitesse radiale est positive est important, plus il y a de chances que le terme de convection correspondant à  $-u_r \frac{\partial \omega_z}{\partial r}$  soit lui-même du signe positif.

Ainsi la répartition spatiale du champ de vitesse radiale généré par les structures azimuthales décide du signe des termes de convection induit par ces structures dans la figure 8.9. On va maintenant expliquer comment et pourquoi ce signe varie. Tout d'abord, rappelons que pour chacune des simulations, des conditions de périodicité ont été utilisées aux frontières axiales du domaine de calcul (cf. section 2.3.3). Par ailleurs, la vitesse de convection axiale (transport de la boîte de calcul) est supposée constante. Temps et position axiale de la boîte sont donc reliés : un pas de temps  $\Delta t$  correspond à un déplacement  $\Delta z = \Delta t * U_0$  de la boîte, avec  $U_0$  la vitesse de référence. Le temps de convection du domaine de calcul est donc :

$$t_{\text{domaine}} = L/U_0$$

avec  $L = 6R$  la dimension axiale du domaine. Le pas de temps de la simulation  $\Delta t_0$  est quant à lui choisi en se basant sur la longueur de référence (*i.e.* le rayon du jet  $R$ ), et sur la vitesse de référence. On a donc  $\Delta t_0 = R/U_0$ . D'où :

$$t_{\text{domaine}} = \frac{L}{U_0} = \frac{6R}{U_0} = 6\Delta t_0$$

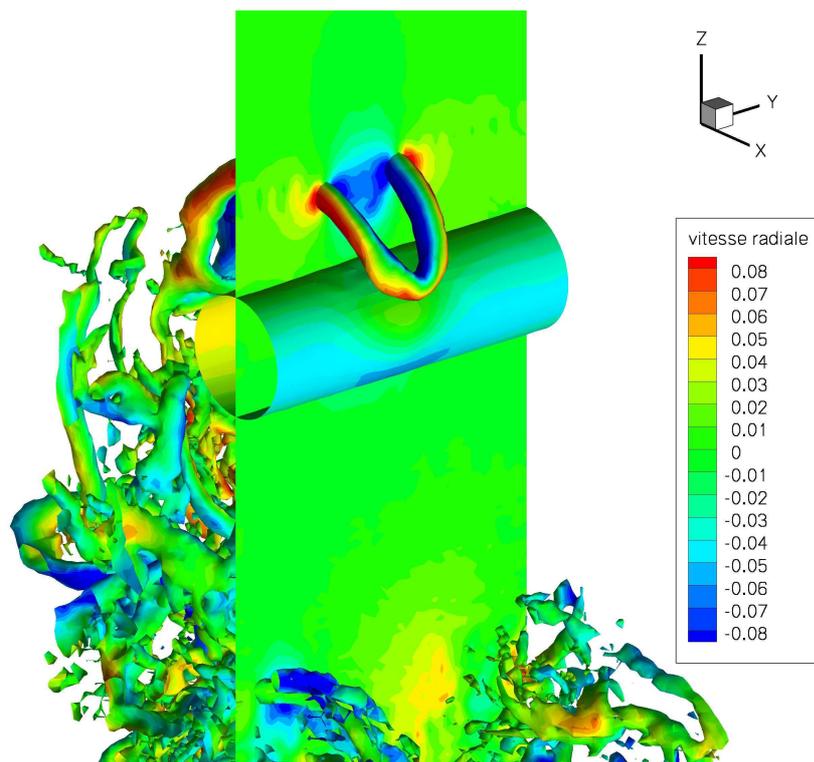


FIG. 8.11 – Iso-surfaces de norme de vorticité colorées par vitesse radiale. Cas A au temps  $t = 108$ .

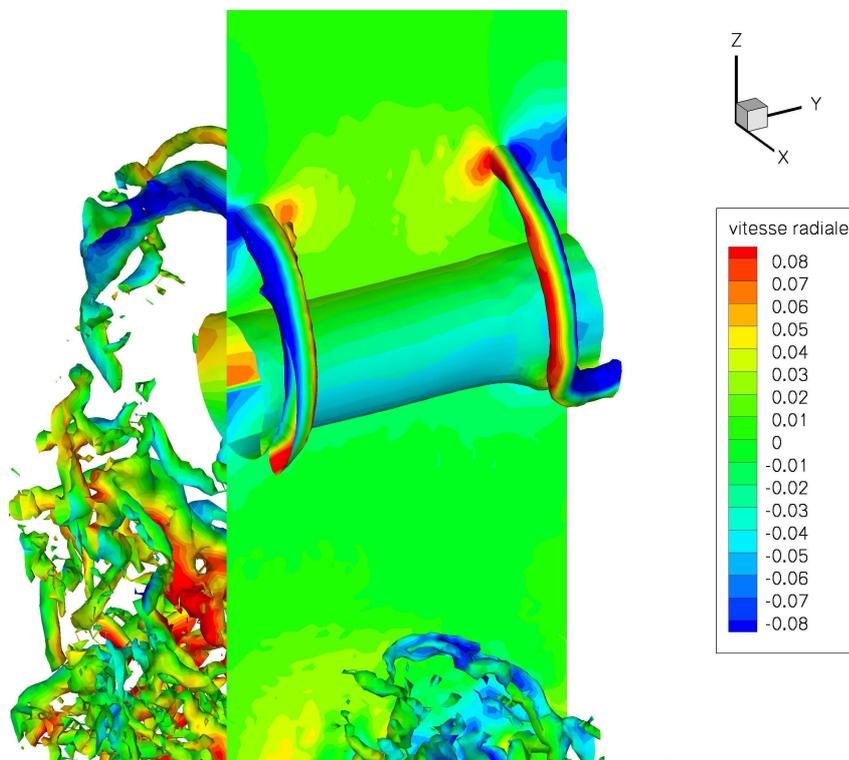


FIG. 8.12 – Iso-surfaces de norme de vorticité colorées par vitesse radiale. Cas A au temps  $t = 114$ .

Enfin, l'ensemble des structures tourbillonnaires issu du jet est convecté axialement par la vitesse du jet. Cette vitesse, initialement  $U_0$ , décroît lors de la phase "jet" à cause de la dispersion du jet dans l'air ambiant. Au début de la phase "vortex", l'intensité de cette vitesse a baissé de moitié. Le temps caractéristique de convection axiale des structures tourbillonnaires est alors :

$$t_{structures} = \frac{L}{U_0/2} = 2\frac{L}{U_0} = 2t_{domaine}$$

En conclusion, on retrouve la même disposition axiale des structures tous les  $12\Delta t_0$ . Attention à ne pas y voir de la périodicité temporelle, car, pendant les  $12\Delta t_0$ , les structures ont été convectées azimuthalement autour du tourbillon, comme on peut le constater à l'aide des figures 8.11 et 8.13. On ne parle ici que de disposition axiale. De même, une observation attentive de la figure 8.9 permet de retrouver cette période de douze temps pour les courbes de convection induites par les structures azimuthales. On peut donc affirmer que ces oscillations ne sont pas physiques mais liées au format de la simulation.

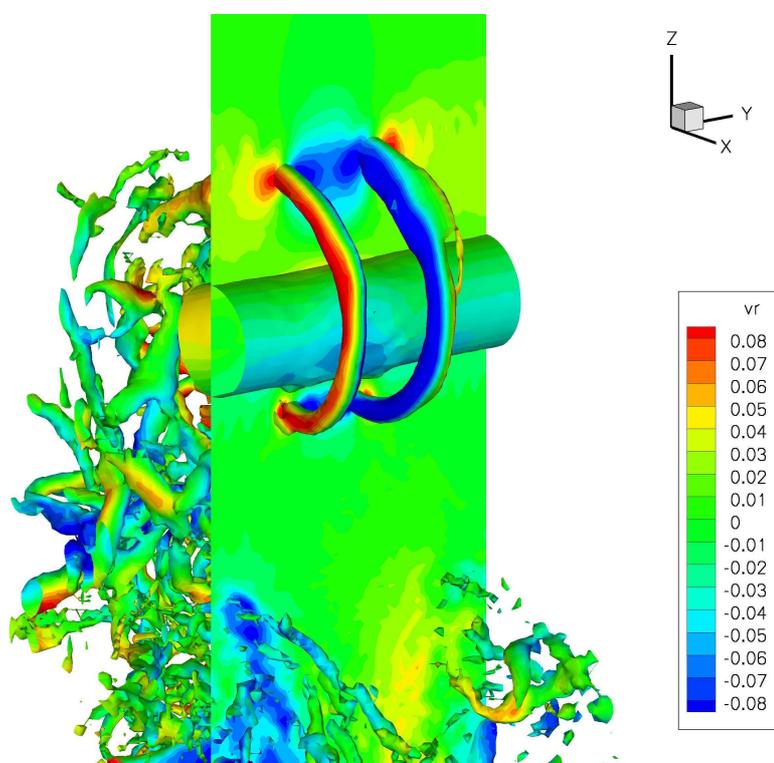


FIG. 8.13 – Iso-surfaces de norme de vorticité colorées par vitesse radiale. Cas A au temps  $t = 120$ .

Maintenant que ce point est éclairci, nous allons nous intéresser à l'évolution de la composante principale de vorticité des structures azimuthales, c'est à dire la vorticité azimuthale. Nous avons tracé sur les figures 8.14 et 8.15 les résultats du post-traitement des cas A, C et D, respectivement pour les structures 2 et 3.

Pour chacun des cas, l'effet de la convection induite par le tourbillon axial (*i.e.* la structure 1) reste du même signe pendant tout le domaine de temps considéré. De même, on peut voir que les variations de la courbe d'étirement induit par cette structure 1 (courbe rouge en trait interrompu) sont semblables pour chaque cas. Par exemple pour la structure 2, ce terme, négatif au départ, change de signe et croît jusqu'à atteindre un maximum en  $t' \approx 20$ . Suit une brève décroissance qui, pour les cas C et D, fait redevenir négatif le terme d'étirement, puis de nouveau une période de croissance avant de voir son intensité rebaisser et devenir négligeable, c'est à dire

une intensité ne dépassant pas 10–15% de l'intensité totale. L'effet des structures azimutales sur elles-même se traduit majoritairement par de l'étirement (courbe en trait interrompu verte pour la structure 2 dans la figure 8.14 et bleue pour la structure 3 dans la figure 8.15). L'évolution de cet étirement varie beaucoup suivant les cas, et surtout pour la figure 8.14 où les cas A et D présentent une intensité décroissante monotone, alors que le cas C présente des changements brusques de signe avec peu de perte d'intensité.

Enfin, l'effet d'une structure azimutale sur l'autre se traduit majoritairement par de la convection, dont l'intensité croît avec le temps, tout en restant mineure (trait continu bleu pour la figure 8.14 et vert pour l'autre).

En conclusion, on a pu voir que chaque cas présentait des évolutions similaires des composantes de la vorticité, c'est à dire la vorticité axiale pour la structure 1, et la vorticité azimutale pour les structures 2 et 3. Ces similarités sont plus évidentes pour le tourbillon axial que pour les structures tourbillonnaires, où les effets auto-induits se sont révélés être assez différents selon le cas-test considéré. Il n'est donc pas possible à ce stade de tirer des conclusions sur l'indépendance des évolutions observées vis-à-vis du maillage et de la condition initiale sur le jet. Il faut donc s'intéresser à l'évolution des composantes mineures de la vorticité.

### *Composantes mineures de la vorticité*

La présentation des résultats du post-traitement pour chaque composante mineure de vorticité, pour chaque structure, alourdirait l'analyse et surtout, ne serait pas forcément pertinente. En effet, ces composantes mineures ne gardent pas nécessairement un signe constant sur l'ensemble des volumes des structures considérées. Par exemple, lorsque les structures tourbillonnaires approchent du tourbillon axial, il y a création de vorticité azimutale sur ce dernier. Le signe de cette vorticité azimutale n'est pas le même partout et il est fortement dépendant du signe de la structure azimutale la plus proche. Lors du post-traitement, l'influence de chaque terme est intégré sur le volume de la structure. Donc, sous l'effet d'un même champ de vitesse, les termes négatifs vont compenser les termes positifs à l'intégration. La courbe résultante de ce post-traitement peut alors ne pas refléter exactement l'évolution du champ de vorticité azimutale.

La seule composante mineure conservant le même signe sur tout le volume d'une structure est la composante de vorticité axiale pour les structures 2 et 3. En effet, son signe est connu, négatif, et reste constant pour chacune de ces deux structures au cours du temps. Il faut rappeler que les deux structures azimutales sélectionnées sont en réalité une seule et même structure tourbillonnaire que l'on a séparée en deux lors de la sélection pour distinguer l'effet de l'une sur l'autre. La partie joignant ces deux branches, c'est à dire la base du "U", est la zone où la vorticité azimutale positive de la structure 3 se transforme en vorticité azimutale négative de la structure 2. Cette transformation fait que cette zone est composée majoritairement de vorticité axiale négative. On peut donc analyser les résultats du post-traitement pour cette composante de ces structures puisque l'on connaît son signe.

Les figures 8.16 et 8.17 montrent les résultats des post-traitements pour les cas A, C et D. L'action du tourbillon axial (*i.e.* la structure 1) sur les structures 2 et 3 est similaire pour chaque cas : elle se traduit par un effet convectif de signe constant mais dont l'intensité relative peut varier (courbe rouge en trait continu). Le deuxième mécanisme ayant une influence majeure sur l'évolution de la vorticité axiale est l'étirement auto-induit (courbe en trait interrompu bleu pour la figure 8.16 et vert pour l'autre). Au début de l'interaction, cet étirement baisse l'intensité de la vorticité axiale négative, avant de l'intensifier vers  $t' \approx 15$  (changement de signe brusque de la courbe). On assiste ensuite à une légère baisse d'intensité relative vers  $t' \approx 30$  pour chacun des cas et pour les deux structures. On constate donc que ces deux mécanismes (l'étirement induit par la structure 1 et l'étirement auto-induit) sont présents pour les deux structures et pour chaque cas, exception faite du cas C pour la structure 2. Enfin, l'action d'une structure sur

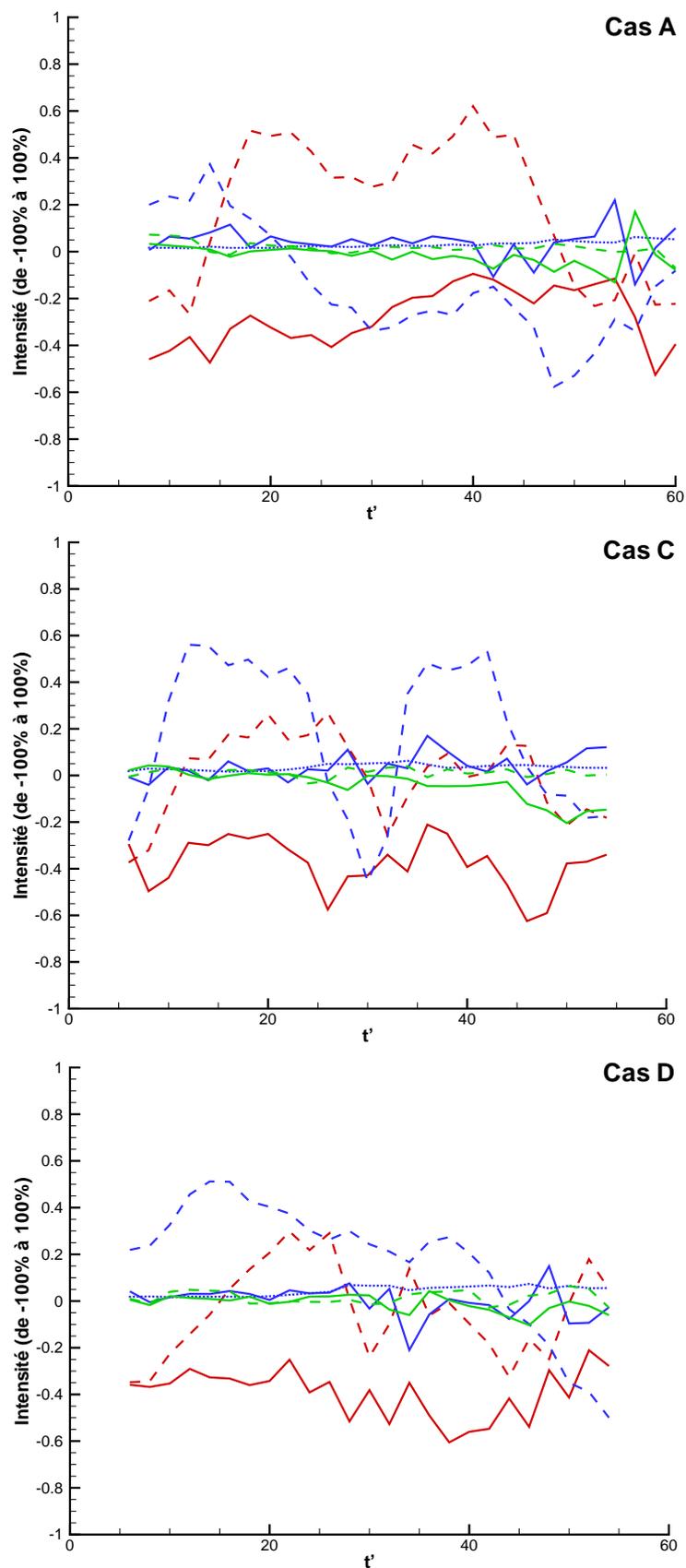


FIG. 8.14 – Évolution de la vorticité azimutale de la structure 2 pour les cas A, C et D. L'effet des différentes structures est représenté par le code de couleur : rouge pour la structure 1, bleu pour la structure 2 et vert pour la structure 3. Trait continu : termes de convection, trait interrompu : termes d'étirement, et trait en pointillé : termes de diffusion.

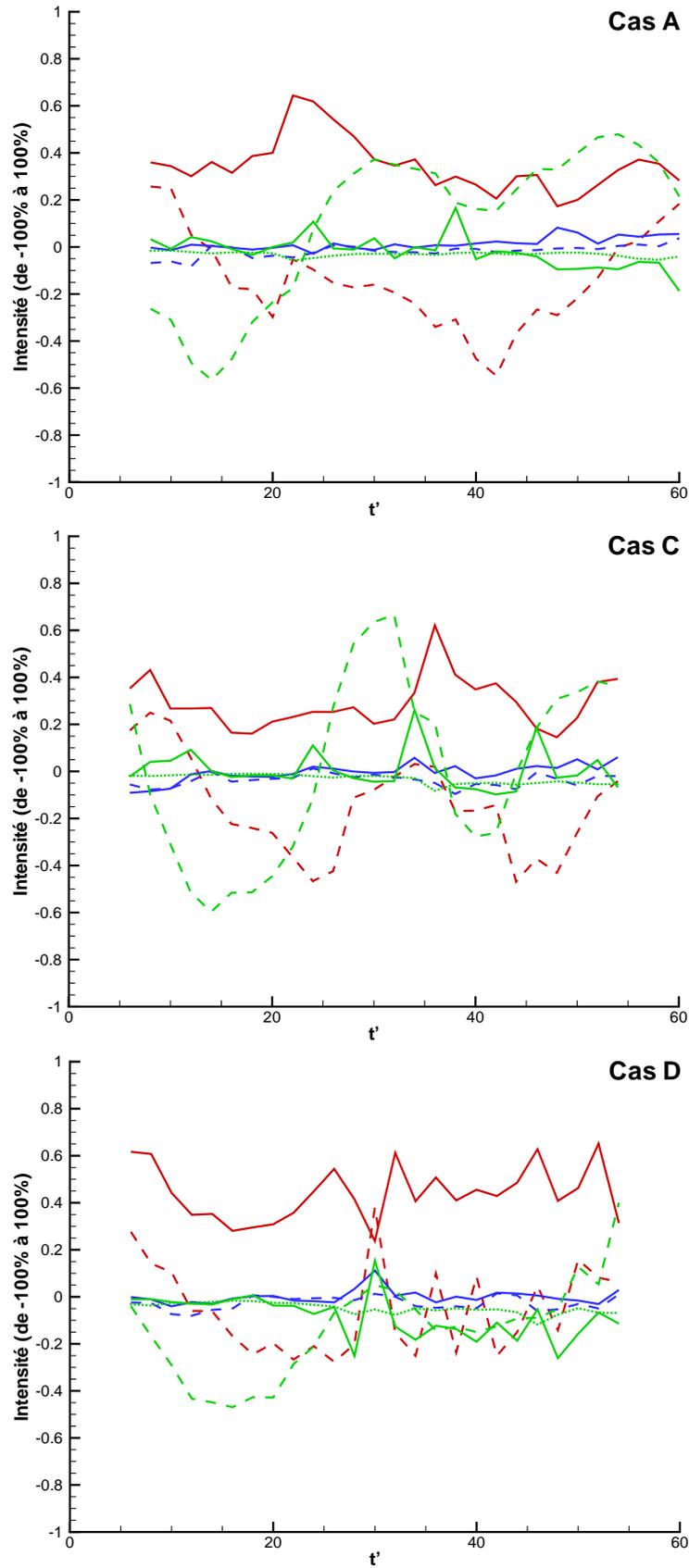


FIG. 8.15 – Évolution de la vorticité azimutale de la structure 3 pour les cas A, C et D. L'effet des différentes structures est représenté par le code de couleur : rouge pour la structure 1, bleu pour la structure 2 et vert pour la structure 3. Trait continu : termes de convection, trait interrompu : termes d'étirement, et trait en pointillé : termes de diffusion.

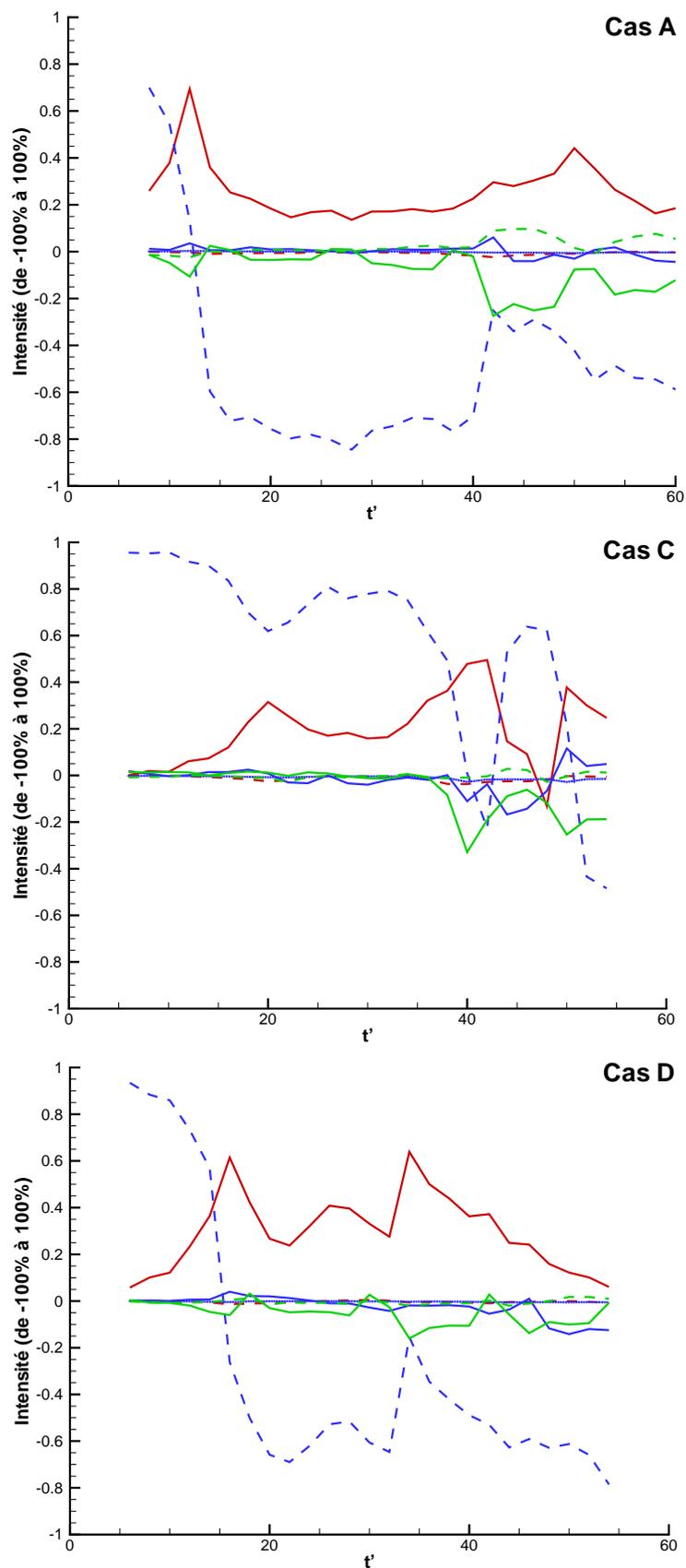


FIG. 8.16 – Évolution de la vorticité axiale de la structure 2 pour les cas A, C et D. L'effet des différentes structures est représenté par le code de couleur : rouge pour la structure 1, bleu pour la structure 2 et vert pour la structure 3. Trait continu : termes de convection, trait interrompu : termes d'étirement, et trait en pointillé : termes de diffusion.

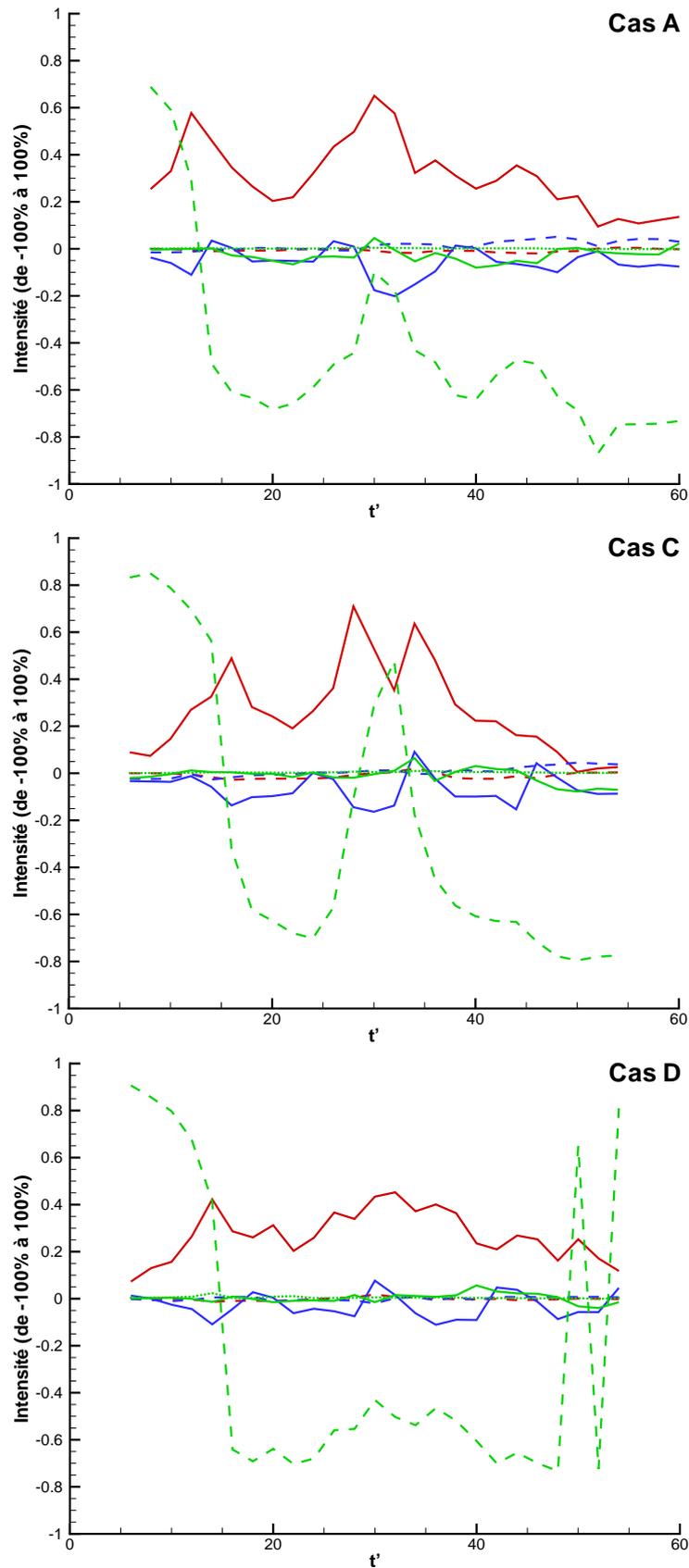


FIG. 8.17 – Évolution de la vorticité axiale de la structure 3 pour les cas A, C et D. L'effet des différentes structures est représenté par le code de couleur : rouge pour la structure 1, bleu pour la structure 2 et vert pour la structure 3. Trait continu : termes de convection, trait interrompu : termes d'étirement, et trait en pointillé : termes de diffusion.

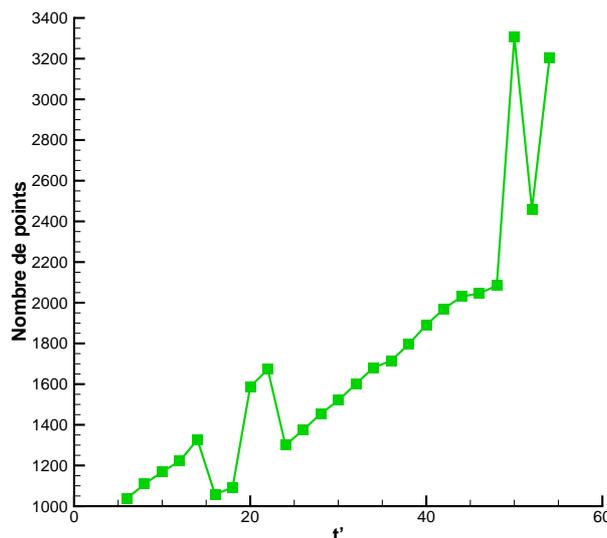


FIG. 8.18 – Évolution du nombre de points composant la structure 3 après sélection par le programme de post-traitement. Cas D

l'autre se traduit par de la convection dont l'intensité relative émerge pour  $t' \approx 40$ .

L'aspect de la courbe d'étirement auto-induit du cas D de la figure 8.17 (courbe verte en trait interrompu) au temps  $t' = 50$ , peut paraître étrange : la courbe a une oscillation avec changement de signe très brusque, entre  $t' = 48$  et  $t' = 54$ . Son explication va montrer une autre difficulté de l'analyse des courbes. A première vue, ce bref changement de signe peut être dû à un phénomène physique éphémère ou alors il peut provenir du programme de post-traitement, malgré tous les tests effectués au chapitre 5. Dans le cas présent, il est dû à la sélection de la structure 3 par la fonction d'isolement du post-traitement. Pour s'en convaincre, on a tracé en figure 8.18 l'évolution du nombre de points composant cette structure 3 pour le cas D. On peut voir que pour  $t' \approx 50$  il y a une brusque variation du nombre de points sélectionnés.

La figure 8.19 présente le résultat de la sélection des structures 1, 2 et 3 par le programme de post-traitement pour le cas D aux temps  $t' = 48, 50$ , et  $52$  (respectivement de haut en bas). Comme on peut le voir, au temps  $t' = 50$  (image du centre) l'outil d'isolement a sélectionné une branche de vorticité plus longue pour la structure 3 (structure en jaune   gauche de l'image). Ce n'est pas une erreur de sélection, ce bout de structure étant rattaché au reste de la structure 3 en traversant les frontières axiales du domaine (le calcul est périodique axialement). C'est la sélection de cette branche qui cause cette variation brusque du nombre de points composant la structure. On a alors deux possibilités pour expliquer le changement de signe. Soit cette portion supplémentaire est essentiellement composée de vorticité azimuthale, et elle contribue alors   diminuer l'intensité relative de l'auto-étirement de la vorticité axiale de la structure 3\*. Soit cette portion a une composante de vorticité axiale non-négligeable mais qui est transformée en vorticité azimuthale via étirement. On a donc  $\omega_z \Rightarrow \omega_\theta$ , ce qui diminue aussi l'intensité globale de  $\omega \leq 0$ . Cette seconde solution semble ici plus plausible, comme semble le confirmer la figure 8.20. On peut voir sur cette figure que la composante axiale de la vorticité est non nulle et négative pour la branche supplémentaire. La courbe d'étirement auto-induit est négative    $t' = 48$ , ce qui signifie que l'étirement contribue   intensifier  $\omega_z$ . Si,    $t' = 50$ , on rajoute un volume où  $\omega_z \Rightarrow \omega_\theta$ , et si ce volume est plus important que celui où la vorticité axiale est

---

\*Rappelons que le nombre de points composant une structure joue sur le calcul du terme considéré puisque, comme il a été dit précédemment, les termes mineurs de la vorticité sont fortement dépendants du nombre de points sur lesquels ils sont présents. Un mécanisme intense sur un petit ensemble de points sera moyenné par le reste des points de la structure, où il est moins intense.

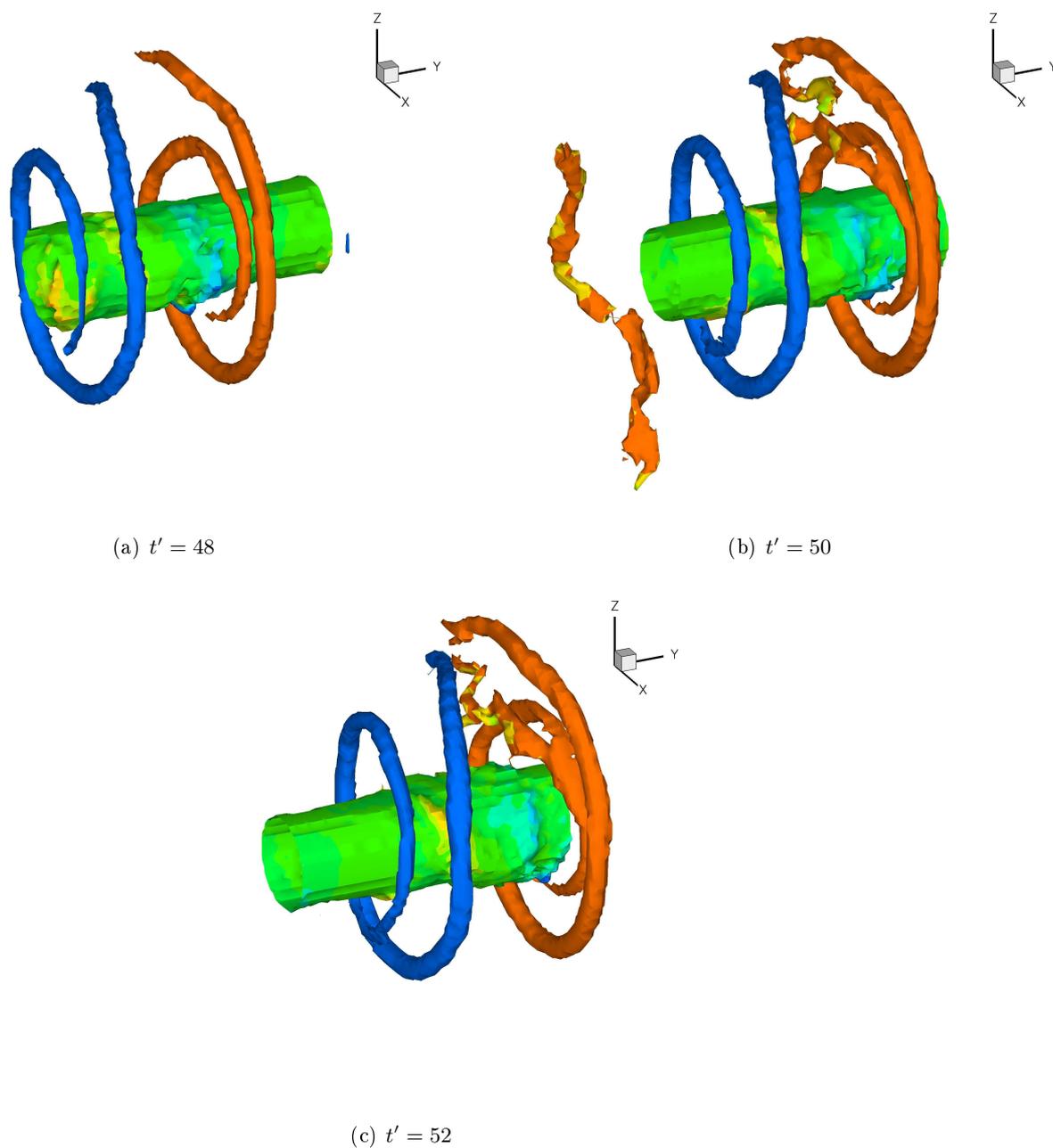


FIG. 8.19 – Comparaison de la sélection par le programme de post-traitement des trois structures à différents temps pour le cas D.

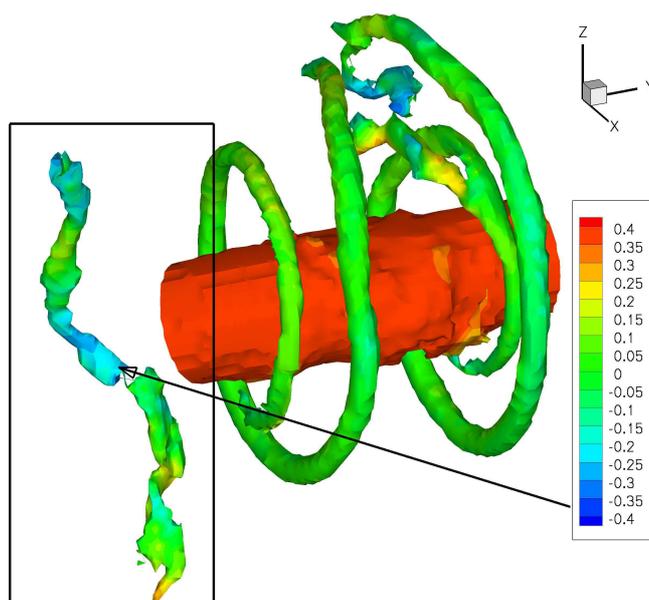


FIG. 8.20 – Structures sélectionnées par le programme de post-traitement colorées par la vorticité axiale. Cas D à  $t' = 50$ .

intensifiée, alors on aura après moyenne sur l'ensemble du volume de la structure 3, un étirement auto-induit positif.

On a pu voir avec cet exemple la difficulté que peut poser l'analyse des courbes de post-traitement. En effet, dans le cas présent, une analyse simple arriverait à la conclusion erronée que l'auto-étirement diminue pendant un court moment l'intensité de la vorticité axiale négative proche de la jonction entre la structure 2 et 3 (la base du "U"). En fait, le terme d'auto-étirement reflète une transformation  $\omega_z \leq 0 \Rightarrow \omega_\theta$  de la portion supplémentaire sélectionnée par le programme de post-traitement au temps  $t' = 50$ .

### 8.2.3 Conclusion

En conclusion, l'évolution des mécanismes majeurs de l'interaction est semblable pour chaque cas-test post-traité. Si, pour des raisons de simplicité nous n'avons pu observer les mécanismes pour le cas B, le comportement observé à l'aide de visualisations amène à penser que le post-traitement du cas B amènerait aux mêmes conclusions.

Pour chaque cas, on a pu voir que les mécanismes dominants étaient les mêmes pour les composantes majeures de la vorticité, et que leur courbes d'évolution suivaient les même variations. Comme la similitude est moins franche dans le cas des structures azimutales, la comparaison des résultats du post-traitement s'est portée sur les composantes mineures de la vorticité. L'analyse des courbes d'évolution de la vorticité axiale des structures 2 et 3 a alors révélé des mécanismes dominants identiques dans chacun des cas et présentant des variations elles-aussi similaires. On peut donc conclure que pour les trois cas A, C et D, la même séquence d'actions se produit. Bien qu'ayant des intensités parfois différentes, ces phénomènes interviennent sensiblement au même moment de l'interaction dans chaque cas. On en déduit que les mécanismes que l'on a identifiés au cours de cette comparaison sont propres à l'interaction jet/tourbillon et indépendants du maillage utilisé et du niveau de turbulence du jet à l'initialisation du tourbillon.

Lors de ce chapitre, on a pu constater que l'analyse des courbes issues du post-traitement n'est pas toujours une tâche facile. Les variations des courbes reflètent dans tous les cas le comportement des structures sélectionnées, mais ces dernières peuvent présenter des petites variations de volume suivant l'instant considéré et fausser l'analyse. On a ainsi vu que le comportement peu

anodin d'une courbe d'auto-étirement était causé par l'extension de la sélection à une branche tourbillonnaire plus éloignée du tourbillon. Un autre phénomène non-physique a été révélé par l'analyse des courbes d'évolution de la vorticité axiale de la structure 1. L'oscillation cyclique des courbes de convection induite par les structures azimutales s'est avérée être due aux conditions de périodicité axiale, et du temps de convection du domaine qui est différent du temps de convection de ces structures axiales.

Maintenant que l'on a pu lever la dépendance des simulations aux paramètres de maillage et d'intensité de la turbulence, on va pouvoir détailler les résultats du post-traitement en se limitant   un seul des cas test utilisés dans ce chapitre. Cette analyse approfondie se basera sur des phénomènes issus de la bibliographie et, lorsque ce sera nécessaire, s'attachera   se distinguer des résultats obtenus par des études de cas différents des nôtres.

## Chapitre 9

# Analyse de l'action des mécanismes majeurs

L'objectif de ce chapitre est d'analyser en détail les différents mécanismes dominants relevés dans le chapitre précédent, c'est à dire comprendre leur origine et leur fonctionnement, et identifier leur période d'action. Pour cela, on va expliciter les termes de convection, de diffusion et d'étirement pour déterminer précisément leur action. On mettra alors en relation les résultats du post-traitement avec la phénoménologie des champs de données, en explicitant à l'aide de schémas l'action de ces mécanismes. Parmi ceux-ci, on identifiera les mécanismes connus issus de la bibliographie, et on s'attachera à faire ressortir les phénomènes non-linéaires.

Dans une première partie, on découpera la phase dite "vortex" de l'interaction jet/tourbillon analysée en plusieurs périodes. On détaillera ensuite les actions des différentes structures pour chacune des périodes.

### 9.1 Découpage de l'interaction en périodes

La comparaison des différents cas dans le chapitre précédent a démontré plusieurs points. Tout d'abord que les phénomènes observés via le post-traitement, ou via la visualisation, sont propres à l'interaction, c'est à dire indépendants des paramètres de la simulation détaillés en section 8.1.2. Deuxièmement, on a pu constater que la plupart de ces mécanismes dominants agissaient de manière continue dans le temps, ou alors en alternant des périodes d'action continue et des périodes de transition. On peut alors découper l'interaction en un enchaînement de périodes d'actions continues et de périodes de transition. L'avantage de cette séparation est, période par période, de pouvoir identifier clairement quels sont les mécanismes dominants, et de se concentrer sur d'éventuels changements s'il y en a.

Dans cette section, nous allons présenter la façon dont le découpage a été fait. On commencera par présenter les différents types de découpage possible et quels sont les critères qui ont déterminé notre choix. Ensuite on effectuera le découpage à proprement parlé, avant de le simplifier pour n'obtenir qu'un petit nombre de périodes.

#### 9.1.1 Choix de découpage

Grâce aux comparaisons faites dans le chapitre précédent, on peut maintenant s'affranchir d'une étude sur chacun des cas-test. On effectuera donc nos observations uniquement sur le cas A. Le découpage se fait à partir des courbes d'évolution obtenues lors de la section précédente. L'objectif est d'obtenir des périodes de temps pendant lesquelles les phénomènes dominants sont constants pour chacune des structures. On s'attachera à retrouver des domaines de temps voisins pour chaque structure et d'obtenir un découpage le plus simple possible.

Pour découper la période de temps correspondant au *régime vortex*, plusieurs choix sont possibles. On va d'abord présenter chacune de ces méthodes de découpage en expliquant leur but, leurs avantages et leurs inconvénients. Puis dans un deuxième temps, on expliquera les raisons qui ont imposé le choix de la méthode utilisée par la suite.

Une fois la méthode choisie, on l'applique sur les courbes des composantes majeures de chacune des structures de même que sur la composante de vortacité axiale des structures 2 et 3. On récupère alors les instants caractéristiques pour chaque jeu de courbes, et on recoupe les intervalles de temps.

Le principe de la **première méthode** est de séparer le domaine de temps en intervalles pendant lesquels les phénomènes dominants sont les mêmes. Pour chaque période, les phénomènes dominants (dont l'intensité dépasse les 20% en valeur absolue) le restent tout au long de cette période sans qu'il y ait émergence d'un autre phénomène. L'avantage est de pouvoir identifier rapidement ces mécanismes, et de suivre leur évolution au fil des périodes. Le désavantage, c'est que pour certaines composantes de vortacité la prédominance des mécanismes est très changeante. La méthode découpera alors le domaine de temps en un nombre important de périodes.

Le principe de la **deuxième méthode** est de découper le domaine de temps en périodes pendant lesquelles les courbes ont un signe constant. On peut ainsi déterminer pour chaque période les mécanismes favorisant la création de vortacité axiale, azimutale ou radiale, et les mécanismes qui les défavorisent. En effet les courbes d'évolutions peuvent se lire de plusieurs façons. La première consiste, à chaque instant, à ne s'intéresser qu'aux mécanismes dominants, et à étudier leurs changements. Une deuxième façon d'analyser ces courbes consiste à évaluer les variations des composantes de vortacité et à identifier les mécanismes qui augmentent ou diminuent l'intensité de ces composantes. Pour cela, le signe de la courbe d'évolution correspondante suffit à déterminer l'action de ce mécanisme. En dehors des oscillations des courbes de convection induites par les structures azimutales sur le tourbillon axial, les signes changent peu. On peut donc s'attendre à obtenir un découpage de l'intervalle de temps moins dense que pour la première méthode. L'inconvénient est que ce découpage ne fait pas ressortir les mécanismes dominants, ce qui a motivé cette étude.

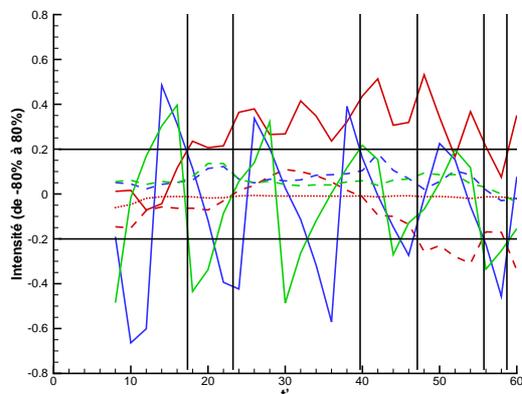
En conclusion, chacune des deux méthodes proposées semble pertinente pour le découpage de l'intervalle de temps en périodes, et pour l'analyse qui en découle. On se propose donc d'effectuer le découpage dans les deux cas et de comparer les résultats. L'objectif serait de trouver un découpage à mi-chemin entre les deux méthodes proposées et ayant les mêmes périodes de temps.

### 9.1.2 Découpage des périodes

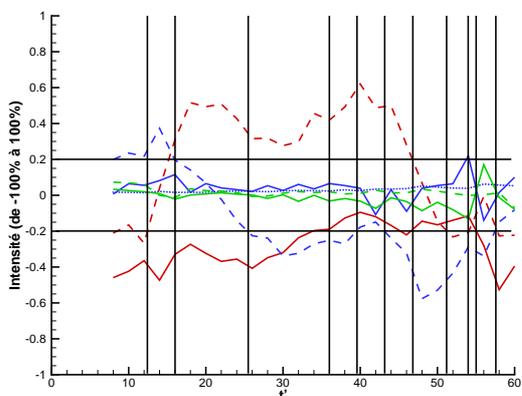
On va commencer par faire le découpage pour la **première méthode**. Pour chacune des courbes, la première étape consiste à noter chaque moment où un des mécanismes devient important, ou alors perd en intensité, c'est à dire lorsque sa courbe d'évolution franchit les valeurs seuils suivantes : 20 et  $-20\%$ . A chaque fois qu'une courbe franchit ces valeurs, on note le temps correspondant. On obtient alors les courbes présentées sur la figure 9.1. Ce découpage préliminaire est fait de manière arbitraire et automatique\*. Ainsi l'intervalle entre deux temps est parfois très court et pourrait se résumer à un seul temps représentant deux phénomènes. Par exemple, le découpage préliminaire pour la vortacité axiale de la structure 2 (figure 9.1(d)) a relevé les temps  $t' = 11$  et  $t' = 13$  comme instants importants. Or on peut voir que ces deux moments représentent la transition de l'étirement auto-induit d'une intensité supérieure à 20% à une intensité inférieure à  $-20\%$ , qui pourrait se résumer à un seul moment significatif. En

---

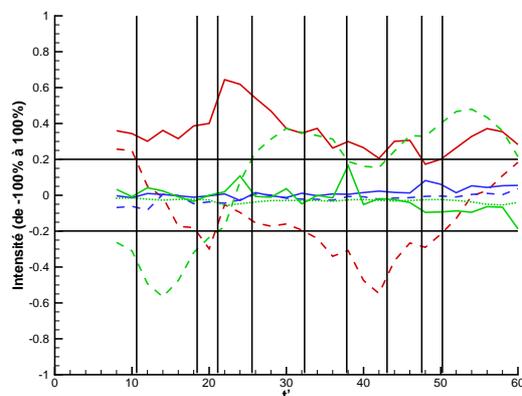
\*Le découpage n'est pas exactement automatique, puisque toutes les variations des courbes de convection n'ont pas été relevées sur la figure 9.1(a). Il a été montré que ces variations n'étaient pas dues à un phénomène purement physique au cours du chapitre précédent (section 8.2.2)



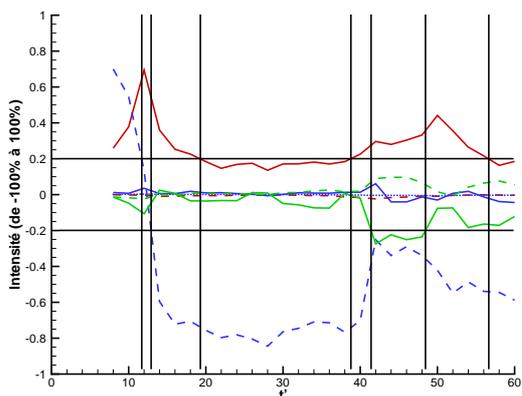
(a) Structure 1, vorticité axiale



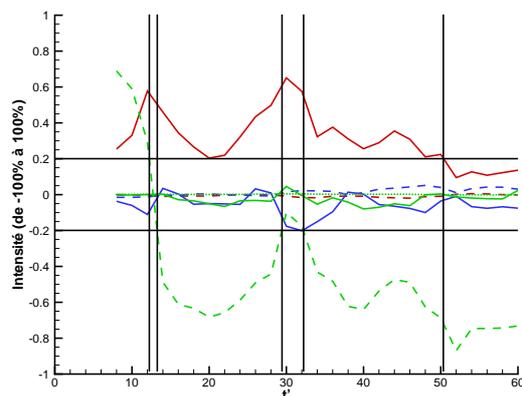
(b) Structure 2, vorticité azimutale



(c) Structure 3, vorticité azimutale

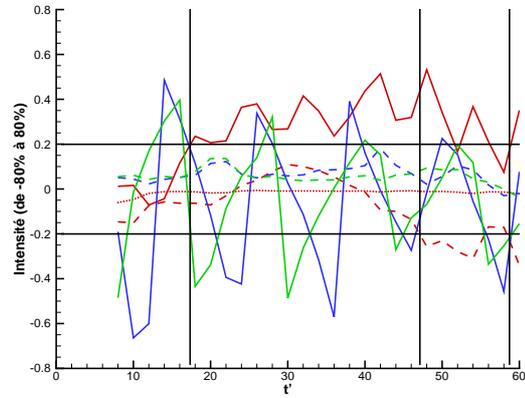


(d) Structure 2, vorticité axiale

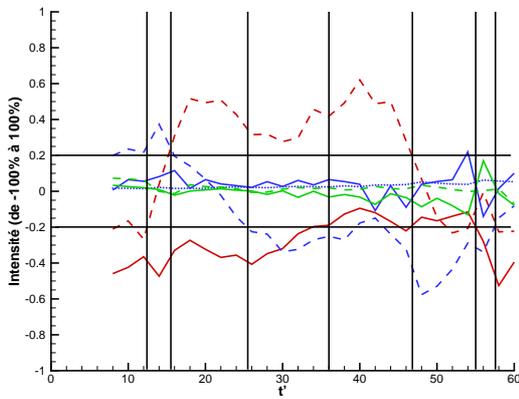


(e) Structure 3, vorticité axiale

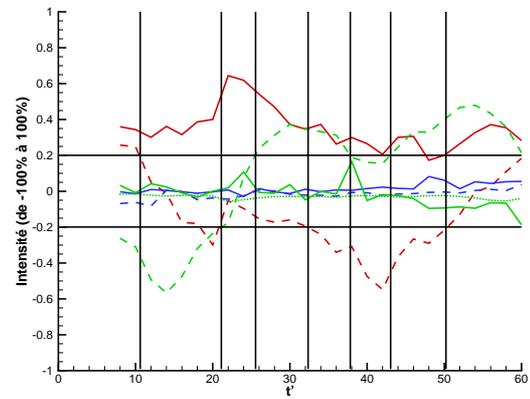
FIG. 9.1 – Découpage temporel à l'aide de la première méthode : mise en évidence des temps importants. Voir section 8.2.2 pour la légende des courbes.



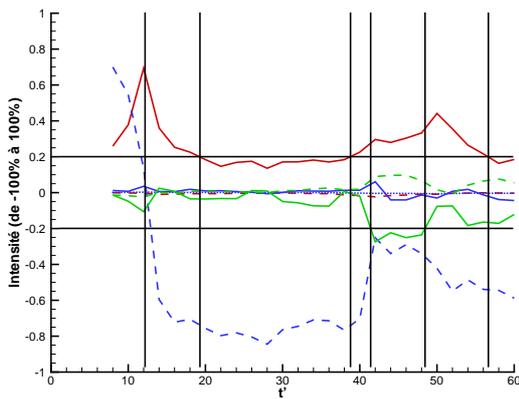
(a) Structure 1, vorticité axiale



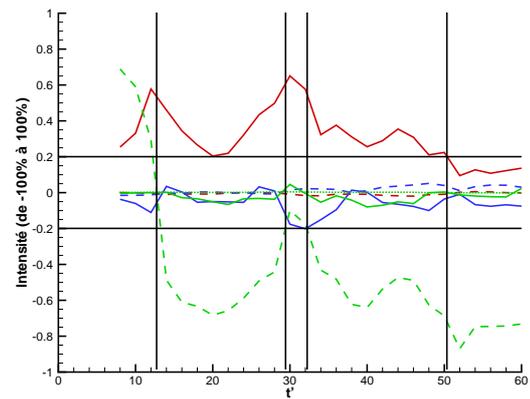
(b) Structure 2, vorticité azimutale



(c) Structure 3, vorticité azimutale



(d) Structure 2, vorticité axiale



(e) Structure 3, vorticité axiale

FIG. 9.2 – Deuxième étape du découpage temporel : simplification des courbes. Voir section 8.2.2 pour la légende des courbes.

raisonnant de la même façon, on simplifie l'ensemble des courbes. On obtient alors le jeu de courbe de la figure 9.2.

L'ensemble des temps relevés par ce découpage est reporté dans le tableau 9.1. On peut alors remarquer qu'un certain nombre de temps pour les différentes structures correspondent, ou tout du moins que certains temps sont suffisamment proches les uns des autres pour considérer qu'ils marquent le début ou la fin d'une même période. On distingue douze temps caractéristiques, soit un découpage en douze périodes (du temps  $t' = 0$  à  $t' > 60$ ). Cependant, les temps 5 et 11 sont discutables car ils ne font intervenir qu'une seule structure : la structure 3 pour le temps 5 et la structure 2 pour le temps 11. Pour la première, les temps 4 et 5 ( $t' = 30$  et  $32$ ) correspondent à la courte baisse d'intensité de l'éirement auto-induit de la structure 3, mais aussi à la légère hausse de la convection induite par la structure 2 (voir figure 9.2(e)). Pour la seconde, le temps 11 ( $t' = 55$ ) correspond au moment où la convection induite par la structure 1 repasse en dessous des  $-20\%$  (figure 9.2(c)). L'intensité de cette convection oscillant autour de  $-20\%$  depuis le temps  $t' = 36$ , il n'est pas nécessaire de garder le temps 11. On ne retient donc que 10 périodes.

TAB. 9.1 – Ensemble des temps relevés après le découpage des courbes d'évolution suivant la première méthode, pour les trois structures.

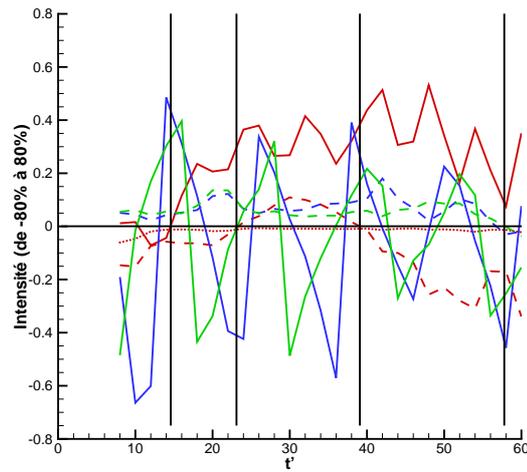
|             |                 | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 |
|-------------|-----------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Structure 1 | $\omega_z$      |    | 17 |    |    |    |    |    |    | 47 |    |    | 59 |
|             | $\omega_\theta$ | 12 | 16 |    | 26 |    |    | 36 |    | 47 |    | 55 | 58 |
| Structure 2 | $\omega_z$      | 12 |    | 20 |    |    |    | 39 | 42 | 48 |    |    | 57 |
|             | $\omega_\theta$ | 10 |    | 21 | 26 |    | 32 | 38 | 43 |    | 50 |    |    |
| Structure 3 | $\omega_\theta$ | 10 |    | 21 | 26 |    | 32 | 38 | 43 |    | 50 |    |    |
|             | $\omega_z$      | 12 |    |    |    | 30 | 32 |    |    |    | 50 |    |    |

De la même façon, on peut découper l'intervalle de temps à l'aide de la **deuxième méthode**, en se basant sur les changements de signes des courbes. On obtient alors le découpage présenté sur la figure 9.3. Comme il a été dit précédemment, nous n'avons pas tenu compte des oscillations des courbes de convection induites par la structure azimutale (courbes en trait continu bleu et vert) sur la vorticité axiale de la structure 1 (figure 9.3(a)). Les raisons de ces oscillations ont été expliquées en section 8.2.2. On peut constater que le découpage semble moins dense que pour la première méthode, comme on pouvait s'y attendre. L'ensemble des temps relevés sur ces courbes a été reporté dans le tableau 9.2.

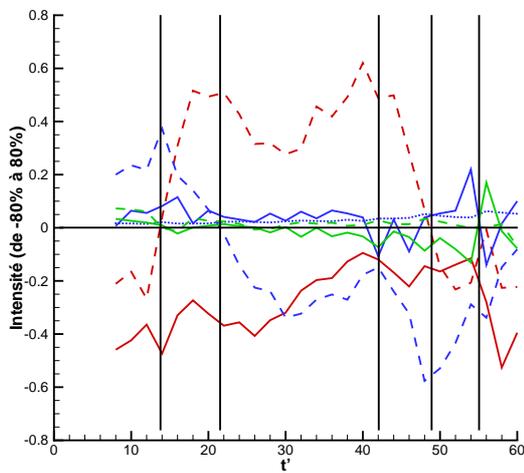
TAB. 9.2 – Ensemble des temps relevés après le découpage des courbes d'évolution suivant la deuxième méthode, pour les trois structures.

|             |                 | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  |
|-------------|-----------------|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Structure 1 | $\omega_z$      | 14 | 23 |    |    | 40 |    |    | 58 |
|             | $\omega_\theta$ | 14 | 22 |    |    | 42 | 49 |    | 55 |
| Structure 2 | $\omega_z$      | 12 |    |    |    | 40 |    | 51 |    |
|             | $\omega_\theta$ | 14 | 23 |    | 36 | 40 |    |    | 55 |
| Structure 3 | $\omega_\theta$ | 14 | 23 |    | 36 | 40 |    |    | 55 |
|             | $\omega_z$      | 13 |    | 28 |    |    | 48 | 52 |    |

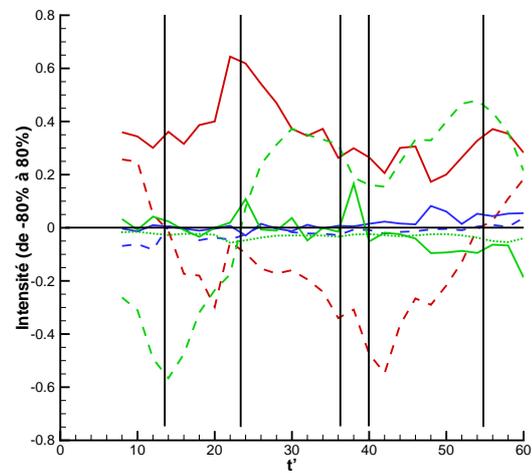
On se retrouve avec huit temps caractéristiques, soit huit périodes. On peut constater que certains des temps relevés   l'aide de la première méthode se retrouvent re-sélectionnés   l'aide de la deuxième. Par exemple, le premier instant caractéristique se trouve être  $t' \approx 12$  pour les deux méthodes. De même, les temps adimensionnés  $t' \approx 22$ ,  $t' \approx 40$  et  $t' \approx 50$  semblent être importants. Comme il a été dit précédemment, l'idéal serait de trouver un découpage   mi-chemin



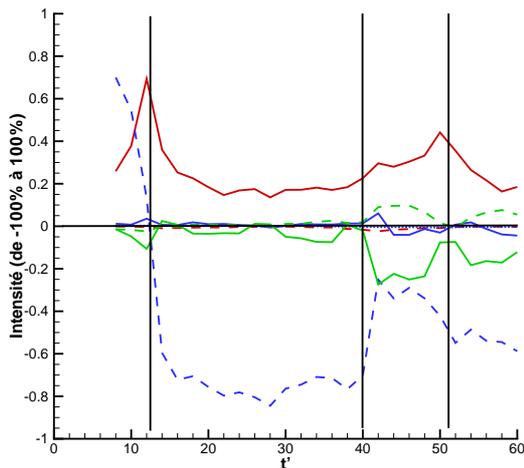
(a) Structure 1, vorticité axiale



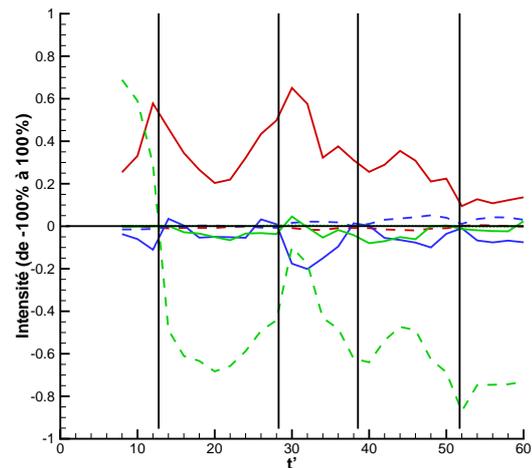
(b) Structure 2, vorticité azimutale



(c) Structure 3, vorticité azimutale

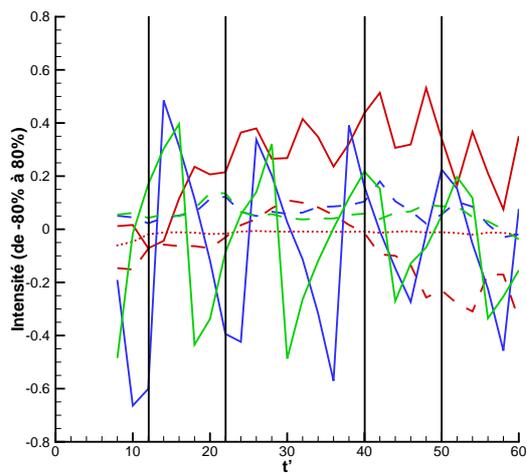


(d) Structure 2, vorticité axiale

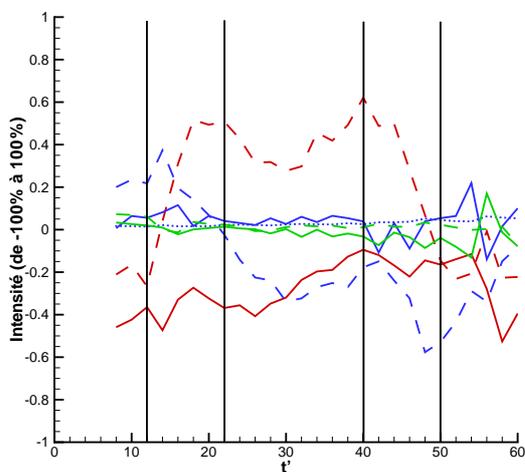


(e) Structure 3, vorticité axiale

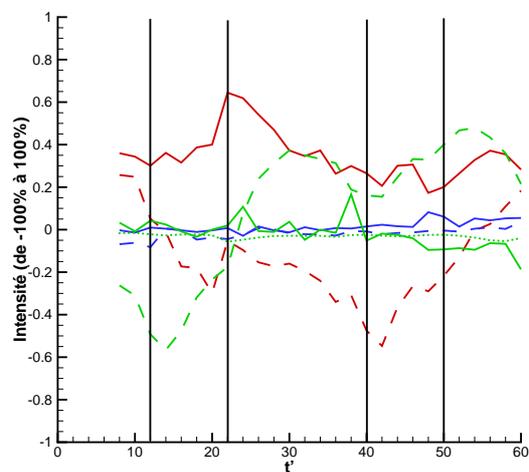
FIG. 9.3 – Découpage temporel à l'aide de la deuxième méthode. Voir section 8.2.2 pour la légende des courbes.



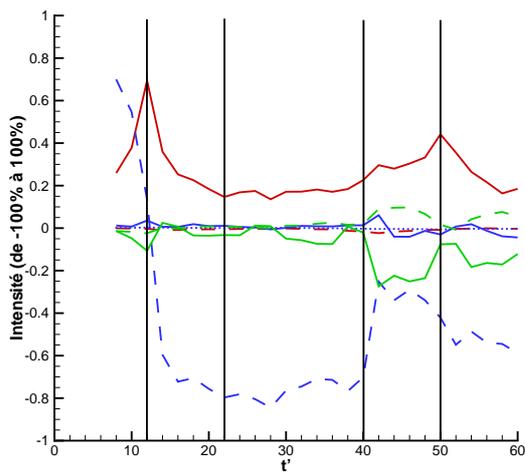
(a) Structure 1, vorticité axiale



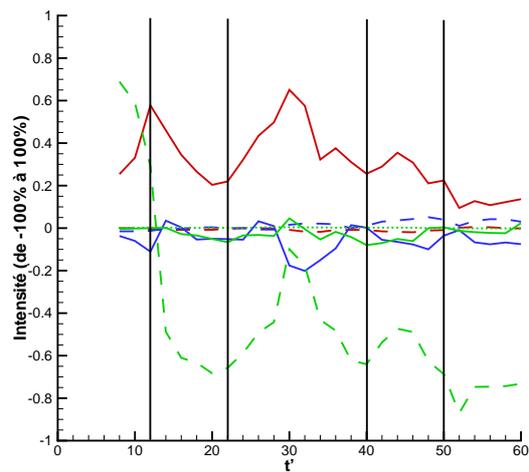
(b) Structure 2, vorticité azimutale



(c) Structure 3, vorticité azimutale



(d) Structure 2, vorticité axiale



(e) Structure 3, vorticité axiale

FIG. 9.4 – Découpage temporel final. Voir section 8.2.2 pour la légende des courbes.

entre les deux méthodes, donc qui comporterait des périodes similaires. De plus, on recherche un découpage simple qui puisse séparer les différentes périodes de l'interaction. On a donc choisi de se baser sur les temps caractéristiques cités ci-dessus pour le découpage, reporté sur la figure 9.4. Il s'agira de garder à l'esprit que chaque période issue de ce découpage peut comporter des changements de mécanisme dominants et des changements de signes pour les courbes d'évolution. Le découpage est donc le suivant :

TAB. 9.3 – Découpage final de l'intervalle de temps correspondant au régime d'interaction

| Périodes | <i>I</i> | <i>II</i> | <i>III</i> | <i>IV</i> | <i>V</i> |
|----------|----------|-----------|------------|-----------|----------|
| Temps    | 0        | 12        | 22         | 40        | 50       |

Nous avons donc choisi un découpage recoupant les deux méthodes présentées ci-dessus, qui permet d'avoir un nombre restreint de périodes. Il va s'agir maintenant de décrire phénoménologiquement ces périodes.

## 9.2 Analyse de chaque période

Une fois le découpage établi, on peut s'intéresser plus particulièrement à chaque période. A l'aide des résultats du post-traitement, on établira quels sont les mécanismes dominants, en détaillant leurs actions respectives sur les structures. On illustrera cette analyse à l'aide de visualisation des champs de données et en comparant les mécanismes observés à des résultats antérieurs issus de la bibliographie.

### 9.2.1 Première période : $t' = 0$ à $t' = 12$

Au début de cette première période, les structures 2 et 3 s'approchent lentement du tourbillon central. Elles sont en phase d'intensification et n'ont encore que peu d'influence sur le tourbillon central. Au fur et à mesure, les structures azimuthales s'enroulent autour de la structure 1 et commencent à la perturber, comme on peut le voir sur la figure 9.5(b) où le tourbillon central commence à présenter des traces de vorticité azimutale. On peut retrouver ces observations à l'aide des résultats du post-traitement. Dans les premiers temps, les structures azimuthales s'intensifient par convection et étirement induits par le tourbillon central, auxquels s'oppose l'étirement auto-induit (figure 9.4(b) et (c)).

On peut analyser plus précisément ces courbes d'évolution de la manière suivante : chacune des courbes représente l'intégration sur le volume de la structure concernée des termes des équations correspondantes (convection, étirement, diffusion) avec le champ de vitesse induit par telle ou telle structure. Par exemple pour la figure 9.4(a), c'est   dire l'évolution de la vorticité axiale de la structure 1, la courbe de convection auto-induite (trait continu rouge) représente l'intégration sur le volume de la structure 1 des termes suivants :

$$- \left( u_r \frac{\partial \omega_z}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial \omega_z}{\partial \theta} + u_z \frac{\partial \omega_z}{\partial z} \right)$$

avec le champ  $(u_r, u_\theta, u_z)$  produit par la structure 1. Or si l'on a regroupé ces termes en une seule courbe afin de limiter le nombre de courbes   analyser, on a accès,   l'aide du programme de post-traitement, au détail des intensités pour chacun des termes. On peut donc analyser plus finement l'action des forces de convection, étirement...

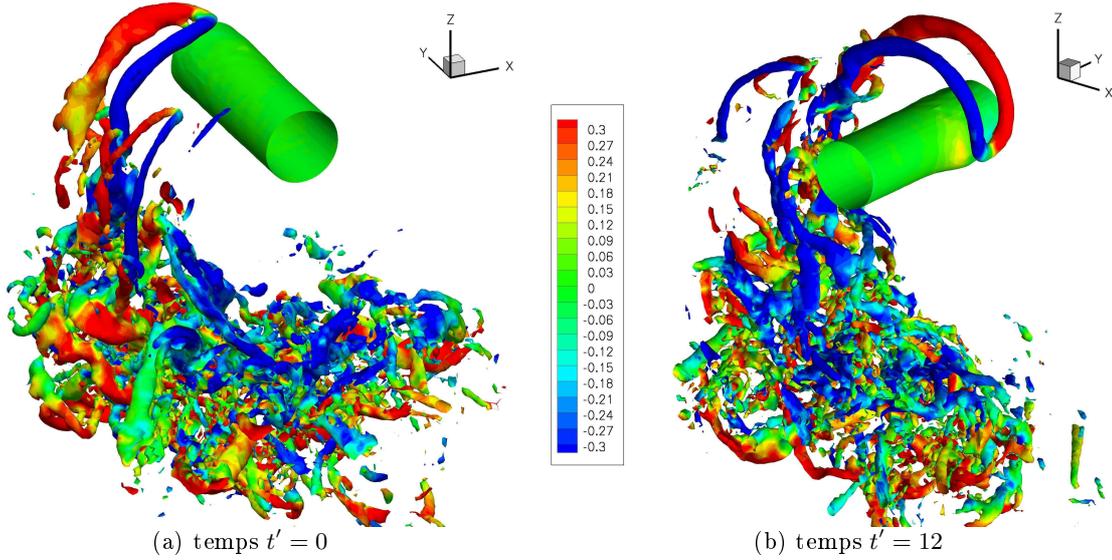


FIG. 9.5 – Isosurfaces de vorticité colorées par vorticité azimuthale.

### Structures 2 et 3

Analysons l'effet des termes dominants pour l'évolution de la **vorticité azimuthale** des structures 2 et 3 dans cette première période. *La convection* induite par le tourbillon central représente les termes suivants :

$$- \left( u_r \frac{\partial \omega_\theta}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial \omega_\theta}{\partial \theta} + \frac{u_\theta \omega_r}{r} + u_z \frac{\partial \omega_\theta}{\partial z} \right)$$

Le premier et le dernier termes sont négligeables car dans cette première période, le tourbillon axial est très peu perturbé, ce qui entraîne que les composantes radiale et axiale de son champ de vitesse induite sont très faibles. Les deux termes restants ont chacun un effet différent. Le terme de gauche traduit le déplacement azimuthal des structures 2 et 3 autour du tourbillon axial. C'est un simple transport, qui n'a aucune influence sur l'intensité des structures. Le terme de droite, en revanche, représente une réorientation de vorticité radiale dans la direction azimuthale. Pour bien s'en convaincre, considérons la figure 9.6.

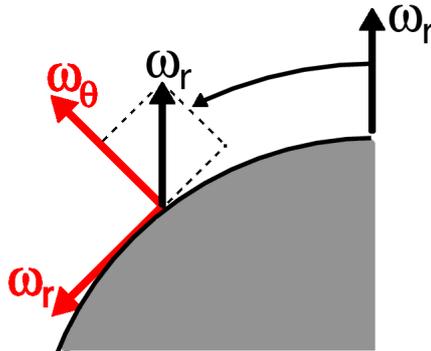


FIG. 9.6 – Schéma de la création de vorticité azimuthale par convection de vorticité radiale

Lorsqu'un vecteur vorticité purement radial est transporté azimuthalement (le vecteur  $\omega_r$  noir), il se décompose dans une nouvelle base azimuthale (la base en rouge). Ce vecteur purement radial avant le déplacement, se retrouve avec une composante azimuthale non nulle dans le nouveau repère. On comprend ainsi que le terme  $\frac{u_\theta \omega_r}{r}$  "transforme" de la vorticité radiale en vorticité

azimutale. On a ici un des effet du cisaillement induit par le champ de vitesse azimutale généré par le tourbillon, tel que décrit par Kida et Tanaka [48], que nous avons détaillé lors de l'introduction bibliographique (section 1.2). Pour les deux structures, cette transformation contribue à leur intensification : production de vorticité azimutale négative pour la structure 2 et positive pour la structure 3.

On s'intéresse maintenant à l'effet de *l'étirement induit par la structure 1*. La courbe (rouge en trait interrompu sur la figure 9.4) représente ici les termes suivants :

$$\omega_r \frac{\partial u_\theta}{\partial r} + \frac{\omega_\theta}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{\omega_\theta v_r}{r} + \omega_z \frac{\partial u_\theta}{\partial z}$$

Le troisième terme est éliminé pour les même raisons que dans le cas précédent, c'est à dire que le tourbillon axial ne génère pas de vitesse radiale. Si l'on s'intéresse au signe des trois termes restants, les deux premiers à gauche sont en faveur d'une intensification des structures azimutales, soit par étirement pur pour  $\frac{\omega_\theta}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta}$  soit en redirigeant la vorticité radiale suivant  $\theta$  pour le premier,  $\omega_r \frac{\partial u_\theta}{\partial r}$ . Le dernier (à droite) transforme quant à lui de la vorticité azimutale en vorticité axiale. Les deux processus ne sont pas incompatibles. En effet, chacun des termes est intégré sur le volume total de la structure concernée (ici les structures 2 et 3). Ce qui ne veut pas dire que chacun des termes a la même intensité sur la totalité du volume. En observant la répartition de cette intensité, on peut faire le schéma suivant :

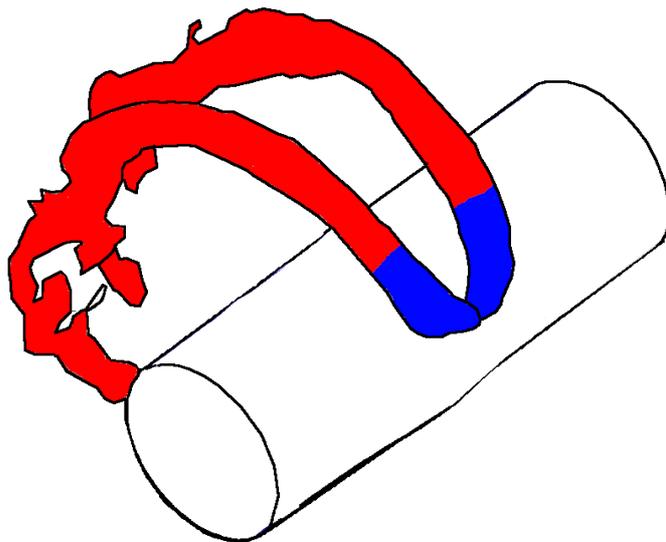
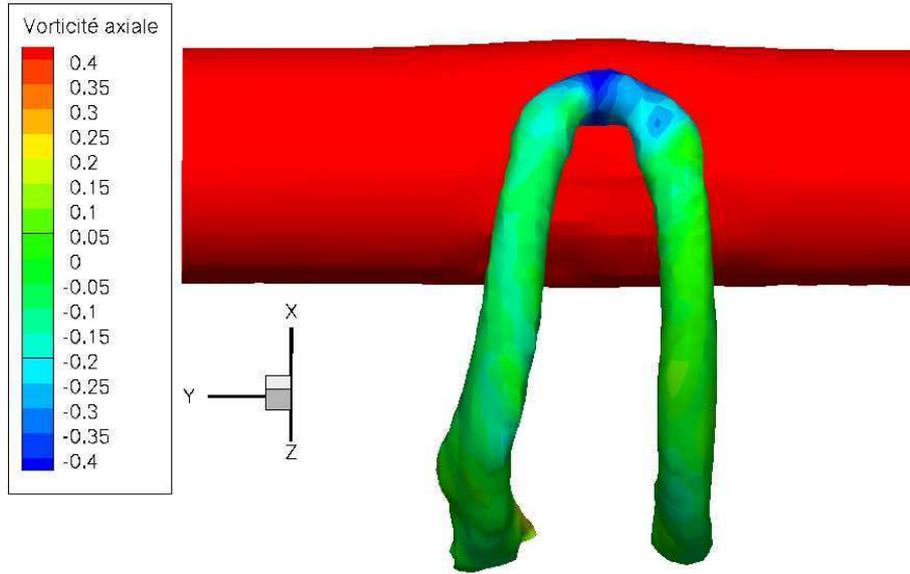


FIG. 9.7 – Schéma de la répartition des termes d'étirement induits par la structure 1 sur les structures 2 et 3. En rouge, l'effet d'intensification de la vorticité azimutale. En bleu, la conversion de vorticité azimutale suivant l'axe  $z$ .

La partie des structures 2 et 3 la plus éloignée du tourbillon axial (en rouge) est la zone où l'intensification se déroule à l'aide des termes décrits ci-dessus. Par contre, c'est dans la partie la plus proche du tourbillon axial que se déroule la réorientation suivant l'axe du tourbillon de la vorticité azimutale, ce qui contribue à intensifier cette zone qui est majoritairement composée de vorticité axiale. En effet cette zone est la zone de jonction entre les structures 2 et 3 qui sont initialement une seule et même structure tourbillonnaire. Comme on peut le voir sur la figure 9.8, la composante axiale de la vorticité pour cette zone est non-nulle et négative.

FIG. 9.8 – Iso-surfaces de vorticité colorées par vorticité axiale au temps  $t' = 8$ 

Enfin, il nous reste à détailler l'action de *l'étirement auto-induit* (en trait interrompu vert et bleu sur les figures 9.4). Pour cette courbe aussi, les termes qui la compose sont les suivants :

$$\omega_r \frac{\partial u_\theta}{\partial r} + \frac{\omega_\theta}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{\omega_\theta u_r}{r} + \cancel{\omega_z \frac{\partial u_\theta}{\partial z}}$$

D'après le programme de post-traitement, seuls les deux premiers termes sont non-négligeables, et diminuent tous les deux l'intensité de la vorticité azimutale des 2 structures. Respectivement en convertissant la vorticité azimutale en vorticité radiale, et par compression purement azimutale. On peut cependant noter que le premier terme de gauche voit son intensité décroître rapidement donc il y a peu de production de vorticité radiale  $\omega_r$  aux dépens de la vorticité azimutale  $\omega_\theta$ .

Si l'on s'intéresse maintenant à l'évolution de la **vorticité axiale** des structures 2 et 3, on vient de voir que la zone de jonction entre ces deux structures était majoritairement composée de vorticité axiale négative. Maintenant, si l'on considère les figures 9.4(d) et (e) pour la première période, on peut voir que les deux seules courbes majeures (*i.e.* dont l'intensité dépasse  $\pm 20\%$ ) sont positives. Ce qui signifie qu'elles ont pour effet de diminuer l'intensité de la vorticité axiale. Ces courbes sont :

- la courbe de convection induite par la structure 1 (courbe rouge en trait plein),
- la courbe d'auto-étirement des structures 2 et 3 (respectivement les courbes bleue et verte en trait interrompu).

La première se traduit par les termes suivants :

$$-\left( \cancel{u_r \frac{\partial \omega_z}{\partial r}} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial \omega_z}{\partial \theta} + \cancel{u_z \frac{\partial \omega_z}{\partial z}} \right)$$

car les composantes radiale et axiale du champ de vitesse produit par le tourbillon axial sont négligeables, ce dernier étant encore peu perturbé. Le terme restant correspond à un simple transport azimutal de vorticité axiale.

Les termes composant la courbe *d'auto-étirement* sont les suivants :

$$\omega_r \frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\omega_\theta}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \theta} + \cancel{\omega_z \frac{\partial u_z}{\partial z}}$$

et les deux termes non-négligeables sont tous les deux positifs, c'est à dire dans le sens d'une réduction de l'intensité de la vorticité axiale (négative). Le terme de gauche reflète une transformation de vorticité axiale en vorticité radiale et celui de droite une transformation de vorticité axiale en vorticité azimutale.

Dans l'ensemble, on a donc une intensification des structures azimutales par étirement pur, par redirection des autres composantes de la vorticité suivant l'azimut et aussi par convection. C'est un phénomène qui rappelle celui décrit dans les travaux de Melander & Hussain [62] en 1993 : les structures tourbillonnaires primaires attirent la vorticité ambiante et l'alignent suivant l'azimut, contribuant ainsi à l'intensification de ces structures primaires (voir section 1.2). On peut aussi visualiser cette redirection azimutale de la vorticité ambiante à l'aide de lignes de vorticité, comme sur la figure 9.9. Loin du tourbillon, les lignes s'enroulant sur la surface des structures azimutales ont des trajectoires diverses et variées, car elles proviennent du jet turbulent. Au fur et à mesure qu'elles s'approchent du tourbillon, les lignes deviennent parallèles les unes par rapport aux autres, et dans la direction azimutale.

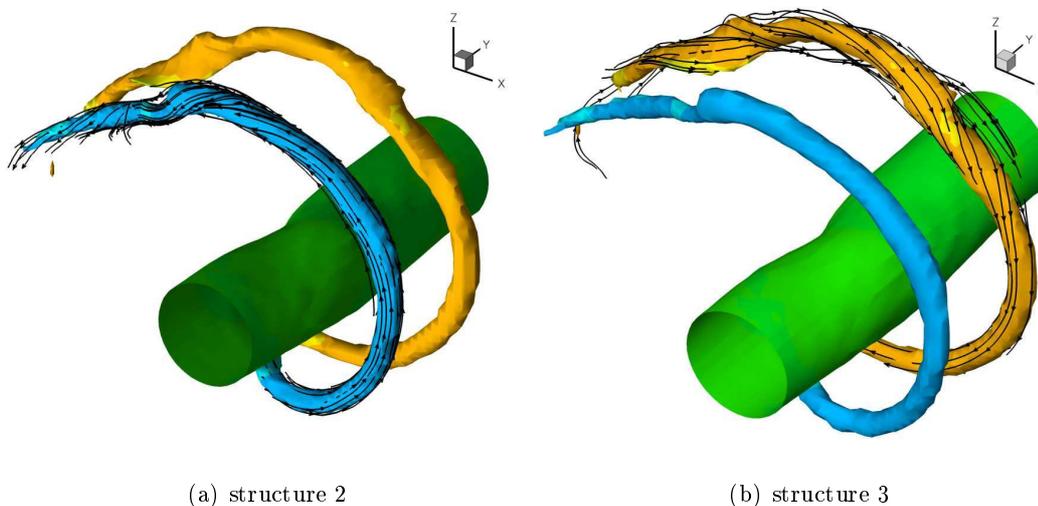


FIG. 9.9 – Visualisation de l'alignement azimutal de la vorticité pour les structures 2 et 3 à l'aide de lignes de vorticité. Isosurfaces de vorticité colorées par vorticité azimutale.

### Structure 1

Bien que nous ayons dit en introduction de cette première période que le tourbillon reste peu perturbé, ce n'est pas tout à fait vrai. En s'approchant du tourbillon, les structures azimutales ont un effet principalement convectif sur la **vorticité axiale** du tourbillon, comme on peut le voir sur la figure 9.4(a), et il n'y a que peu d'effet sur l'intensité du tourbillon sur lui-même. Les *courbes de convection* se traduisent par les termes suivants :

$$- \left( u_r \frac{\partial \omega_z}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial \omega_z}{\partial \theta} + u_z \frac{\partial \omega_z}{\partial z} \right)$$

Les deux termes de droite sont négligeables car, tant qu'il n'est pas perturbé, l'intensité de la vorticité axiale du tourbillon ne dépend que du rayon. Le terme restant, et donc prédominant, est un terme de convection radiale de la vorticité axiale. La figure 9.10 montre la forme que prend le champ de vitesse généré par les structures 2 et 3. On a donc une vitesse essentiellement négative entre les structures 2 et 3, et positive à l'extérieur. Ce qui veut donc dire que le tourbillon sera attiré entre les deux structures et repoussé à l'extérieur (à cause du signe négatif dans l'équation précédente).

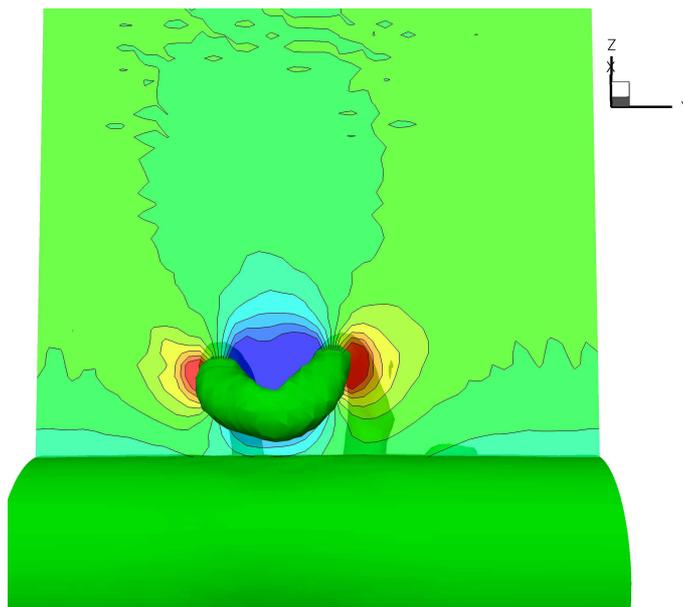


FIG. 9.10 – Vue en coupe du champ de vitesse radiale générée par les structures 2 et 3, au temps  $t' = 8$ .

Ce mécanisme d'attraction de vorticité par des structures azimutales n'est pas sans rappeler les travaux de Marshall [57]. La différence par rapport   notre cas, c'est qu'il s'intéressait   l'effet d'anneaux vortex entourant compl tement un tourbillon axial, c'est   dire   l'effet de contraintes axisymétriques sur ce tourbillon. Alors que dans notre cas les structures azimutales ont un effet local sur le tourbillon. Dans le cas de deux anneaux tourbillonnaires de signes opposés, Marshall a observé un processus d'attraction de la vorticité similaire au nôtre, processus qui amène par la suite   l'éjection de vorticité dans l'écoulement ambiant (voir section 1.3). Cependant dans notre cas, l'effet de cette convection reste faible tant que les structures n'approchent pas suffisamment du tourbillon central, comme on l'a dit précédemment, et on n'observe qu'une déformation simple du tourbillon.

### 9.2.2 Deuxième période : $t' = 12$   $t' = 22$

Au cours de la période suivante, les structures 2 et 3 s'enroulent autour du tourbillon central tout en s'approchant radialement. Les effets que chaque protagoniste induit sur l'autre en sont donc augmentés, comme on peut le voir sur la figure 9.11. L'attraction qu'exercent les structures azimutales sur le tourbillon central est amplifiée, et la zone de ce tourbillon déformée radialement s'enroule autour des structures azimutales lorsque celles-ci atteignent le coeur du tourbillon.

#### *Structures 2 et 3*

Lors de cette période, on peut observer un certain nombre de changements pour les mécanismes dominants pour les structures azimutales. Sur les figures 9.4(b) et (c), on peut voir que l'effet d'étirement auto-induit (courbes bleue ou verte en trait interrompu) baisse d'intensité, au profit de l'étirement induit par le tourbillon central (courbe rouge en trait interrompu), qui change de signe. De même, si l'on considère les figures 9.4(d) et (e), on peut voir ici aussi que l'étirement auto-induit baisse d'intensité, mais cette fois de manière brusque, et il change de signe. On va détailler ces courbes pour analyser l'effet de ces changements.

La *courbe d'auto-étirement* des structures 2 et 3 dans l'évolution de leur **vorticité azimutale**

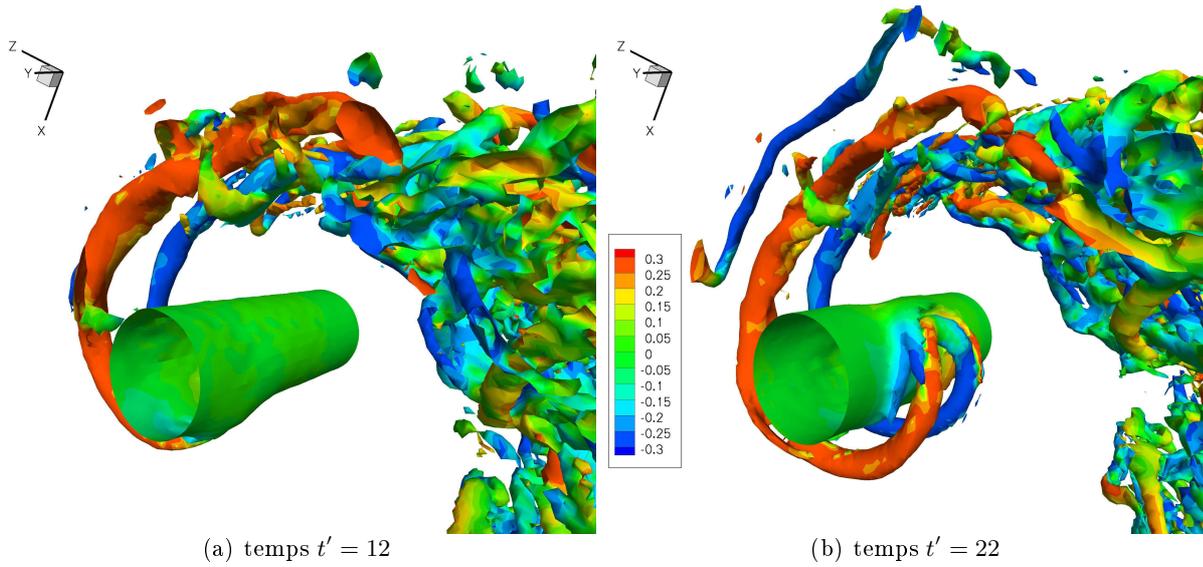


FIG. 9.11 – Isosurfaces de vorticité colorées par la vorticité azimuthale.

se développe de la manière suivante :

$$\cancel{\omega_r \frac{\partial u_\theta}{\partial r}} + \frac{\omega_\theta}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \cancel{\frac{\omega_\theta u_r}{r}} + \cancel{\omega_z \frac{\partial u_\theta}{\partial z}}$$

Par rapport   la période précédente, le premier terme de gauche est cette fois négligeable. C'est compréhensible si l'on considère que la plupart de la vorticité radiale a été transformée en vorticité azimuthale au cours de la première période, sous l'effet du champ de vitesse du tourbillon axial.

Les termes non-négligeables de la *courbe d'étirement induit par la structure 1* sont les mêmes, avec  $\omega_r \frac{\partial u_\theta}{\partial r}$  dont le signe montre qu'il continue dans cette période   transformer vorticité radiale en vorticité azimuthale. L'autre terme,  $\frac{\omega_\theta}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta}$ , change de signe et réduit l'intensité de la vorticité azimuthale par compression. Ce changement de comportement a lieu   peu de choses près au moment où les structures azimuthales arrivent au contact du cœur du tourbillon axial. On pourrait croire que lorsque les structures tourbillonnaires "impactent" sur le tourbillon central, qu'elles sont en quelque sorte compressées. Enfin, l'effet convectif induit par la structure 1 reste le même, mais en plus intense au fur et   mesure que les structures tourbillonnaires azimuthales approchent du tourbillon axial.

Pour la **composante axiale** de la vorticité des structures 2 et 3, la *courbe d'auto-étirement* est représentée par les termes suivants :

$$\omega_r \frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\omega_\theta}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \theta} + \cancel{\omega_z \frac{\partial u_z}{\partial z}}$$

où le premier, positif, décroit rapidement, et le deuxième, négatif, s'intensifie. On assiste ici   la création de vorticité axiale négative par réorientation de vorticité azimuthale. Et dans le cas présent, c'est une intensification de la jonction entre les structures 2 et 3 (cf. figure 9.8). Cet effet d'intensification reste toutefois atténué par la *convection induite par la structure 1* dont l'effet reste là aussi le même, mais de manière plus intense.

### Structure 1

La structure 1 est quant   elle plus perturbée lors de cette période que lors de la période précédente. L'effet des structures azimuthales s'amplifie au fur et   mesure que ces dernières

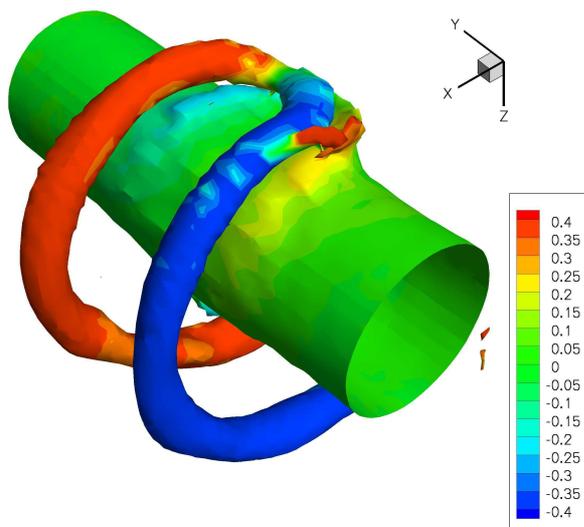


FIG. 9.12 – Extraction de vorticité axiale par les structures azimuthales sur le tourbillon central. Iso-surfaces de vorticité colorées par vorticité azimuthales.

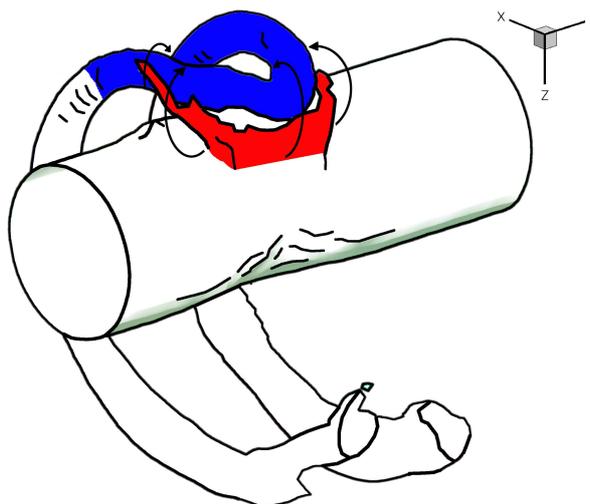


FIG. 9.13 – Schéma de l'enroulement de la vorticité azimuthale du tourbillon axial (en rouge) autour des structures azimuthales (en bleu)

s'approchent du tourbillon central. L'attraction qu'elles exercent s'amplifie et on peut assister au phénomène d'arrachement de vorticité dont parle Marshall (cf. figure 9.12).

Comme on peut le voir sur la figure 9.4(a), au cours de la seconde période il n'y a pas de changement de phénomène dominant pour la **vorticité axiale** : les mécanismes sont simplement plus intenses, comme on vient de le faire remarquer. Par contre, pour les composantes **radiales et azimuthales** de la vorticité, les choses changent légèrement. Les composantes radiales et axiales du champ de vitesse engendré par les structures 2 et 3 induisent des perturbations sur le tourbillon central autres que de la simple convection de vorticité axiale. D'après les résultats du post-traitement, ils ont aussi un effet convectif sur la composante azimuthale de la vorticité, et un effet

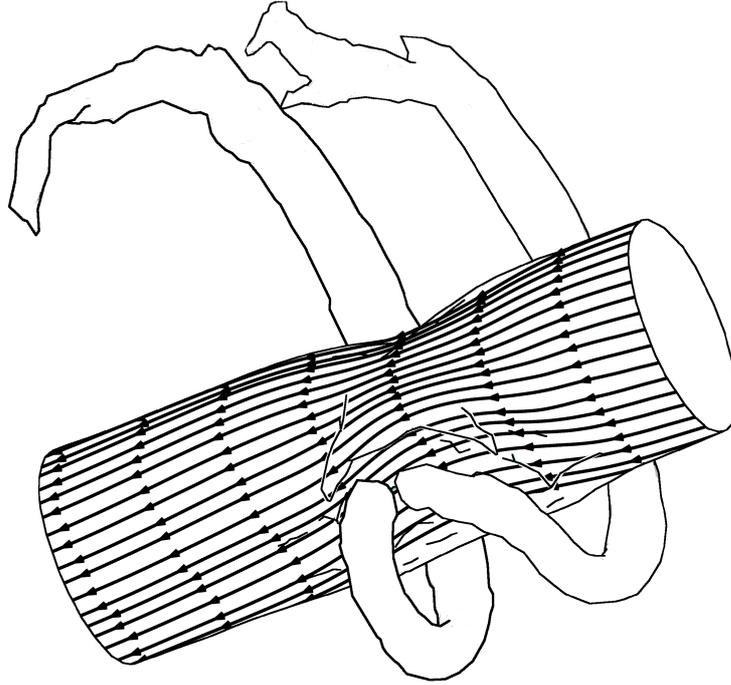


FIG. 9.14 – Lignes de vorticité sur le tourbillon central au temps  $t' = 20$ . Déformation des lignes dues à l'effet des structures azimutales.

d'étirement sur la composante radiale. L'effet de *convection* se traduit par les termes suivants :

$$-u_z \frac{\partial \omega_\theta}{\partial z} - u_r \frac{\partial \omega_\theta}{\partial r}$$

ce qui correspond à un transport radial et axial de la vorticité azimutale créée sur le tourbillon central, de la manière indiquée sur la figure 9.13. On a un enroulement de la vorticité azimutale, créée par l'arrachement de vorticité, autour des structures 2 et 3. On reviendra sur cette création de vorticité azimutale ci-après.

Le seul terme non-négligeable composant *l'effet d'étirement* des structures azimutales sur le tourbillon central est le suivant :

$$\omega_z \frac{\partial u_r}{\partial z}$$

La vorticité axiale est réorientée radialement, ce qui peut se comprendre facilement si l'on considère les lignes de vorticité de la structure 1 (figure 9.14). La zone attirée par les structures azimutales est simplement convectée, et garde son alignement axial. Par contre la bordure de cette zone est déformée, ce qui force les vecteurs vorticité à suivre la déformation, et être réorienté radialement. Pour mieux se représenter ce phénomène, considérons le schéma de la figure 9.15. On a une ligne vortex uniformément axiale, (correspondant au cas (a) de la figure) soumise localement à un champ de vitesse radiale (les flèches rouges). La partie convectée ne subit que peu de changements, et les zones restantes vont voir leurs vecteurs vorticité se réorienter de la façon indiquée sur les cas (b) et (c), de manière à conserver la continuité de la ligne vortex.

On a donc création de vorticité radiale dans les zones radialement déformées du tourbillon axial. Bien que restant minoritaires, des phénomènes d'auto-étirement rentrent alors en jeu. Si on développe la *courbe d'auto-étirement* pour la composante **radiale** de la vorticité de la structure 1, on obtient les termes suivants :

$$\omega_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{\omega_\theta}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} + \omega_z \frac{\partial u_r}{\partial z}$$

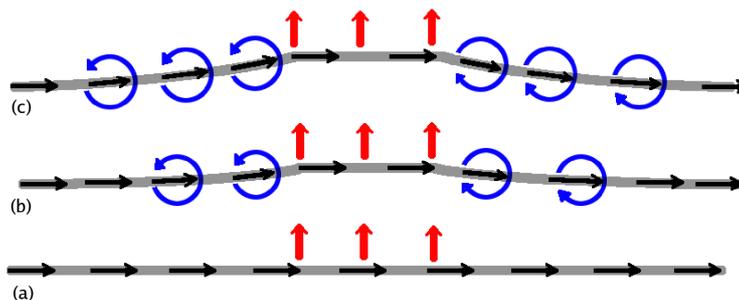


FIG. 9.15 – Schéma de la création de vorticité radiale par convection radiale de vorticité axiale

Aucun des termes n'est négligeable :

- Pour le terme de gauche, la composante de vorticité radiale est non-nulle comme on vient de le voir, et génère un champ de vitesse radiale non nul\*. Ce terme a pour effet d'étirer ou de compresser la vorticité radiale dans son axe, c'est à dire soit d'augmenter son intensité soit de la diminuer.
- Le terme du milieu est lui aussi non-nul (on verra par la suite pourquoi la vorticité azimutale est non nulle), et a pour effet de transformer la vorticité radiale en vorticité azimutale. Il contribue donc à l'intensification de cette composante de la vorticité.
- Enfin, le terme de droite est lui aussi non-nul, et intensifie la vorticité radiale en réorientant la vorticité axiale.

D'après ce qui précède, on aurait donc le processus suivant :

**Création de  $\omega_r$**  induit par le champ de vitesse  
 créé par les structures azimutales  
 ↓  
**Amplification de  $\omega_r$**  induit par le champ de  
 vitesse créé par le tourbillon central  
 ↓  
**Création et amplification de  $\omega_\theta$**  par le même moyen  
**Enroulement** de cette vorticité azimutale autour des structures 2 et 3

Reste donc à préciser d'où provient la vorticité azimutale initiale sur le tourbillon central. Les travaux de Pradeep et Hussain [72, 73] (voir section 1.3) auraient tendance à suggérer que cette création provient de la modification des lignes vortex par un processus interne au tourbillon, un phénomène de coeur. Cependant, il nous a été impossible de vérifier une telle hypothèse : les phénomènes auto-induits du tourbillon central sont faibles à cette période, et difficiles à interpréter. De plus, dès que de la vorticité azimutale apparaît sur la structure 1, apparaissent conjointement le processus décrit ci-dessus et les modifications de lignes vortex. Ce qui ne permet pas de savoir lequel est responsable de la création. Cependant, l'arrachement de vorticité dû à la proximité des structures azimutales nous paraît avoir plus de "poids" que des phénomènes auto-induits à ce moment de l'interaction.

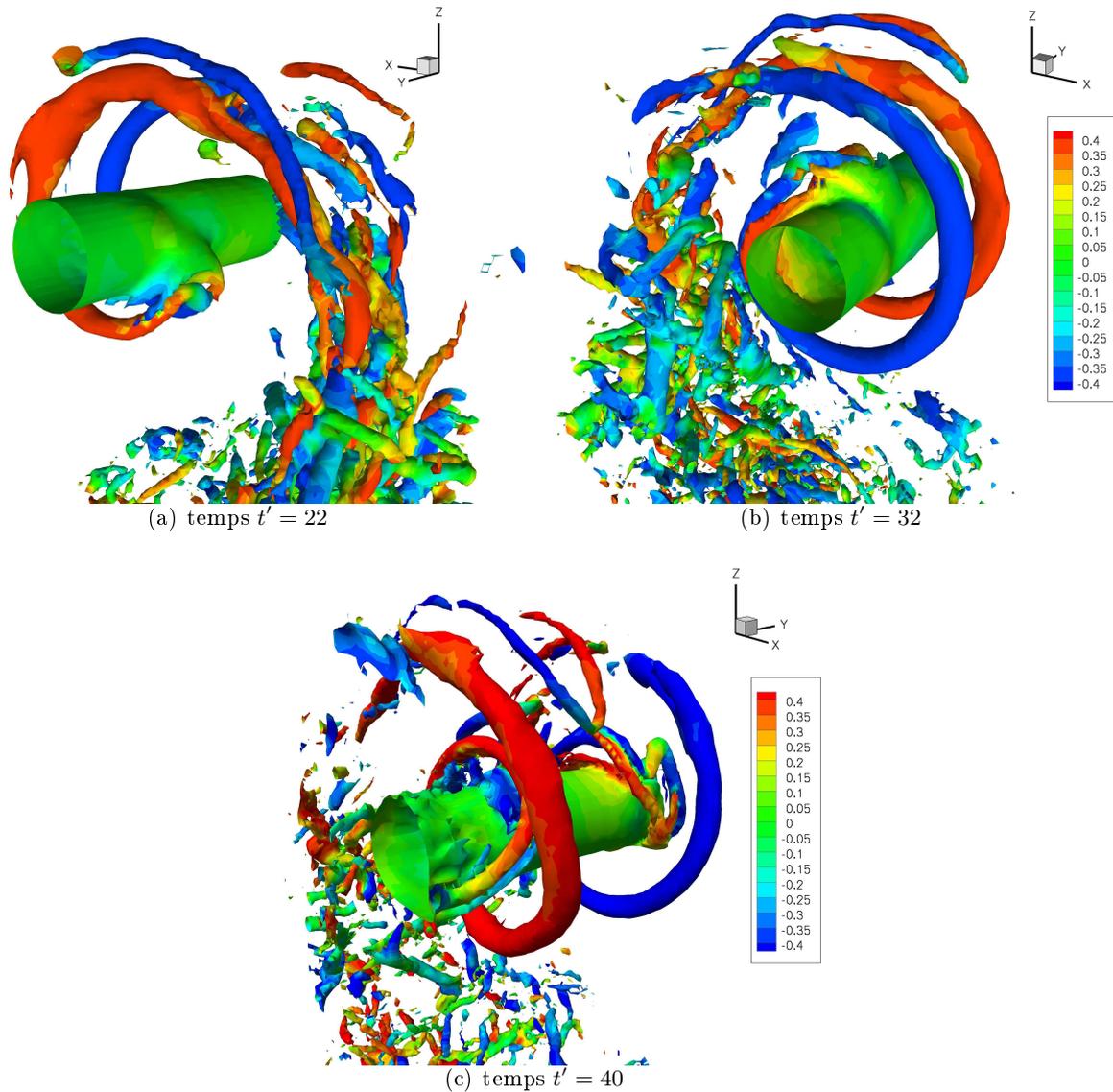


FIG. 9.16 – Isosurfaces de vorticité colorées par la vorticité azimutale.

### 9.2.3 Troisième période : $t' = 22$ à $t' = 40$

La troisième période est une longue période, où se déroulent un certain nombre de changements. De manière phénoménologique, les structures azimutales continuent de s'enrouler autour du tourbillon central et "achèvent" un tour complet autour de ce dernier. L'extraction de vorticité en amont de la jonction entre les structures 2 et 3 se poursuit, ainsi que l'enroulement des excroissances de vorticité azimutale autour des structures azimutales. Cet enroulement engendre d'ailleurs des perturbations sur ces structures 2 et 3, et principalement sur la structure 2. Cette structure se courbe petit à petit jusqu'à créer un coude, comme on peut le voir sur les figures 9.16(b) et (c) (structure azimutale bleue).

\*Cela peut paraître paradoxal, mais c'est dû à la différence entre repère local et repère global. Dans un repère local, la vorticité radiale ne générera pas de vitesse radiale. Dans le repère global, cette vitesse non-radiale locale se décomposera suivant les trois composantes, par le même principe qu'en section 9.2.1 pour la création de  $\omega_\theta$  par convection azimutale de  $\omega_r$ .

### Structures 2 et 3

Si l'on considère les structures azimuthales, il y a des changements phénoménologiques (comme évoqués ci-dessus) qui se reflètent sur les courbes d'évolution. Les baisses d'intensité (et changement de signe) de l'étirement auto-induit s'achèvent et cet étirement redevient dominant (voir figures 9.4(b) à (e) pour la période considérée).

Concentrons-nous tout d'abord sur l'analyse des courbes pour la **vorticité azimuthale**. L'effet de l'étirement induit par la structure 1 est opposé à l'effet conjoint de la convection induite par ce tourbillon central et l'étirement auto-induit\*. Si on développe les *courbes d'étirement*, on s'aperçoit que leurs effets sont antagonistes. Le terme principal de ces deux courbes est le même :

$$\frac{\omega_\theta}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta}$$

Mais son signe n'est pas le même suivant la courbe. Dans le cas de l'étirement induit par la structure 1, ce terme traduit la compression des structures 2 et 3 à l'approche du tourbillon central, et se traduit par une réduction d'intensité (et gain en rayon). Dans le cas de l'étirement auto-induit, c'est l'effet inverse : la structure s'étire azimuthalement et donc s'intensifie.

Si on développe la courbe *de convection* induite par le tourbillon axial, on observe ici aussi différents effets :

$$- \left( u_r \frac{\partial \omega_\theta}{\partial r} + \frac{u_\theta \omega_r}{r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial \omega_\theta}{\partial \theta} \right)$$

- Le terme de gauche transporte radialement les structures azimuthales. Cependant, l'effet n'est pas le même partout sur les structures : la modification du tourbillon axial produit un champ de vitesse radial avec deux pôles diamétralement opposés. La partie des structures 2 et 3 la plus proche du tourbillon se trouve plongée dans un champ de vitesse radiale positive, contrairement à la partie de l'autre côté du tourbillon.
- Le terme du milieu va dans le sens d'une intensification de la vorticité azimuthale, puisqu'il en crée en transportant la vorticité radiale azimuthalement (comme en première période).
- Le terme de droite convecte azimuthalement les structures 2 et 3, sans modification particulière d'intensité.

L'effet combiné des deux termes de convection pure est d'attirer les structures azimuthales près du tourbillon central avec une trajectoire en spirale. Ce qui peut paraître surprenant est que l'attraction radiale ne se fait que d'un côté du tourbillon, alors que de l'autre côté, les structures sont maintenues à distance. Pour mieux comprendre ce phénomène, nous avons tracé deux schémas sur la figure 9.17, représentant l'enroulement des structures à deux temps différents. A  $t' = 20$ , la partie la plus éloignée du tourbillon central est attirée alors que la partie la plus proche est maintenue à distance. A  $t' = 32$ , c'est l'inverse. Dans les deux cas, la structure continue "d'avancer" azimuthalement. Et elle "avance" d'autant plus vite qu'elle est proche du tourbillon axial.

Ce transport azimuthal en spirale est amplifié par l'effet *convectif* qui s'applique sur la **composante axiale de la vorticité** des structures 2 et 3. Cet effet convectif est, comme pour la composante azimuthale, dû au champ de vitesse azimuthale de la structure 1 et se traduit par le terme suivant :  $-\frac{u_\theta}{r} \frac{\partial \omega_z}{\partial \theta}$ . La zone de vorticité azimuthale négative qui se trouve à l'extrémité des structures 2 et 3 la plus proche du tourbillon se voit elle aussi transportée azimuthalement.

De manière générale, les phénomènes dominants restent les mêmes, pour cette période, pour la composante axiale de la vorticité, et leurs actions restent aussi les mêmes. L'auto-étirement des structures se traduit par une intensification de  $\omega_z$  aux dépens de  $\omega_\theta$ , et de  $\omega_r$  aux dépens de  $\omega_z$ . Cette création de vorticité radiale, au regard du phénomène d'attraction décrit ci-dessus,

---

\*Respectivement les courbes rouge en trait interrompu, en trait continu, et la courbe bleue ou verte en trait interrompu sur les figures 9.4(b) et (c).

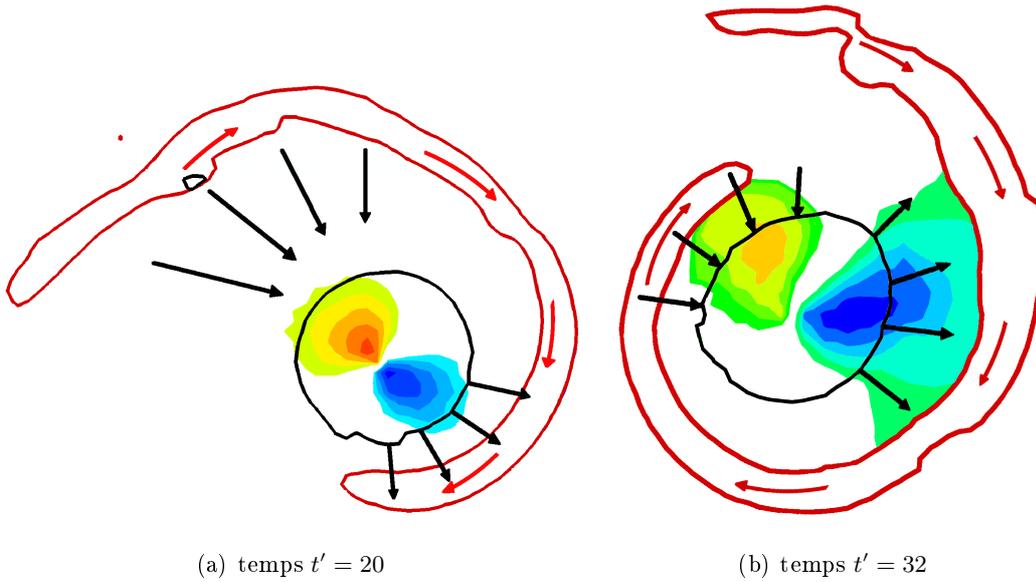


FIG. 9.17 – Schémas explicatifs de l'effet d'attraction spiralée des structures azimuthales par le tourbillon axial. Les zones de couleur correspondent au champ de vitesse radiale produit par le tourbillon, de bleu : négatif à rouge : positif

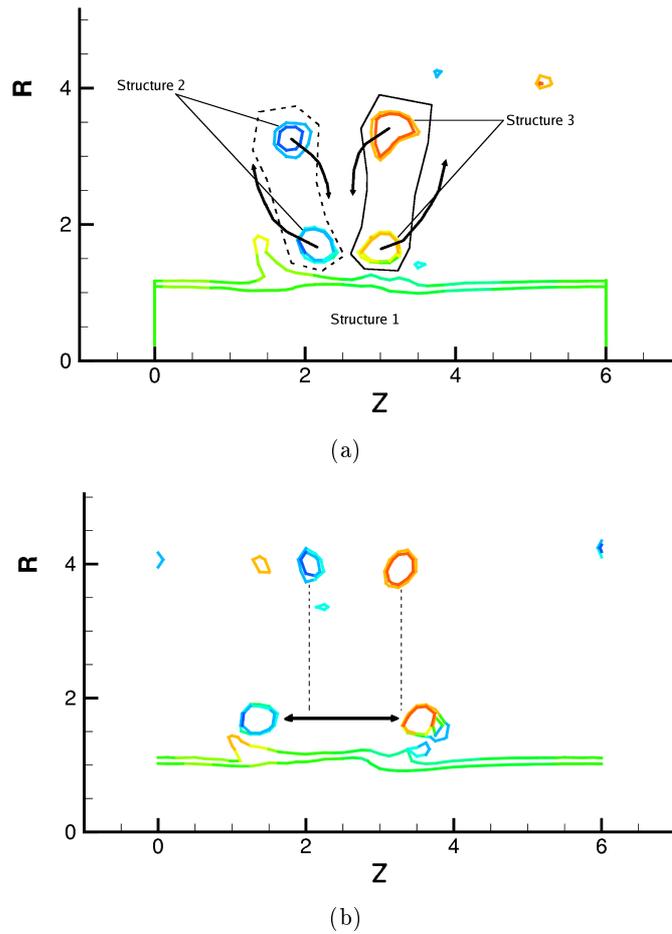


FIG. 9.18 – Schémas explicatifs de l'effet d'écartement de la partie des structures 2 et 3 la plus proche du tourbillon axial. Lignes d'iso-vorticité colorées par la vorticité azimuthale (de bleu : négatif à rouge : positif.)

prend une nouvelle dimension. Les vecteurs vorticit e sont redirigées vers l'axe du tourbillon, ce qui contribue   donner cet aspect spirale aux structures azimutales. Cependant l'intensification de la composante axiale de la vorticit e induit deux ph enomenes.

Premi erement, les structures 2 et 3 se voient " loign ees" l'une de l'autre. Cette transformation de vorticit e azimutale en vorticit e axiale peut se voir ainsi : la structure tourbillonnaire (que constituent les structures 2 et 3) se d eforme lorsqu'elle "impacte" le coeur du tourbillon axial. Mais c'est aussi d u   la convection des structures par leur propre champ de vitesse. Lorsque les structures azimutales se sont enroul ees suffisamment autour du tourbillon axial, la partie la plus proche du tourbillon se retrouve proche de la partie la plus  loign ee, comme indiquée sur la figure 9.18(a). Cette figure pr esente des lignes d'iso-vorticit e, color ees par la vorticit e azimutale, en coupe azimutale. Les structures 2 et 3 forment des paires tourbillonnaires avec elles-m emes, et donc ont tendance   tourner autour d'elles-m emes, ce qu'on peut voir avec la figure 9.18(b).

Deuxi emement, la production de vorticit e axiale se fait   un autre endroit que la zone de jonction entre la structure 2 et la structure 3. Au fur et   mesure de cette troisi eme p eriodes, cette production de vorticit e axiale, ainsi que l'effet d'appariement de la structures 2 avec les excroissances de vorticit e azimutale du tourbillon central, cr eent un "coude" dans la structure 2. Les diff erentes étapes de cette d eformation sont report ees sur la figure 9.19. La question l egitime que l'on peut se poser au vu de ce ph enomenes est la suivante : pourquoi cette d eformation n'a pas aussi lieu sur la structure 3 ? Nous n'avons pas r eussi   établir une r eponse ad equate, mais seulement des suppositions. Cette d eformation doit techniquement pouvoir se produire sur les deux structures. On suppose que la d eformation a  t e favoris ee sur la structure 2 par une singularit e ant erieure.

Enfin, si l'on consid ere l'évolution de la **composante radiale** de la vorticit e, l'effet de l'étirement auto-induit change de signe et augmente d'intensit e sans toutefois d epasser celle de l'étirement induit par la structure 1. L'étirement auto-induit refl ete l'effet mentionnée ci-dessus, en transformant de la vorticit e axiale en vorticit e radiale. L'étirement induit par le tourbillon central continue quant   lui d'intensifier les structures en redirigeant cette vorticit e radiale suivant l'azimut via le terme  $\frac{\omega_\theta}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta}$ .

### Structure 1

On va maintenant s'int eresser   l'évolution de la structure 1 pendant cette troisi eme p eriodes. Comme on peut le voir sur la figure 9.4(a), cette p eriodes voit l'émergence de la convection auto-induite (courbe pleine rouge) en tant que ph enomenes dominant de l'évolution de la composante axiale. De plus on peut constater que le signe de la courbe d'étirement auto-induit (courbe rouge en trait interrompu) n'est pas le m eme pour cette p eriodes. Nous allons voir ce que ces changements impliquent pour le tourbillon axial.

Commençons donc par analyser ces courbes d'évolution pour la **composante axiale** de la vorticit e. La *convection* auto-induite existait pr ec edemment, mais avait un effet diff erent de celui pour cette p eriodes. Lors de la p eriodes pr ec edente, cette convection était principalement radiale. Maintenant le terme principal est le suivant :

$$-\frac{u_\theta}{r} \frac{\partial \omega_z}{\partial \theta}$$

qui correspond   une convection azimutale de sa vorticit e axiale. Pour mieux comprendre ce ph enomenes, et surtout pourquoi il intervient   ce moment de l'interaction, on propose l'analogie suivante : celle d'un cylindre de mati ere tournant sur lui-m eme. S'il est uniforme, les forces dites centrifuges s'équilibrent. Par contre si une d eformation apparait, soit par exemple si un d efaut de mati ere se pr esente sur la surface du cylindre, alors ce d efaut va entra ener une modification de toute la structure, selon les sch emas de la figure 9.20. Le d efaut d eforme de mani ere localis ee le cylindre car il brise l'axi-sym etrie du cylindre. Dans le cas pr esent, la modification du tourbillon

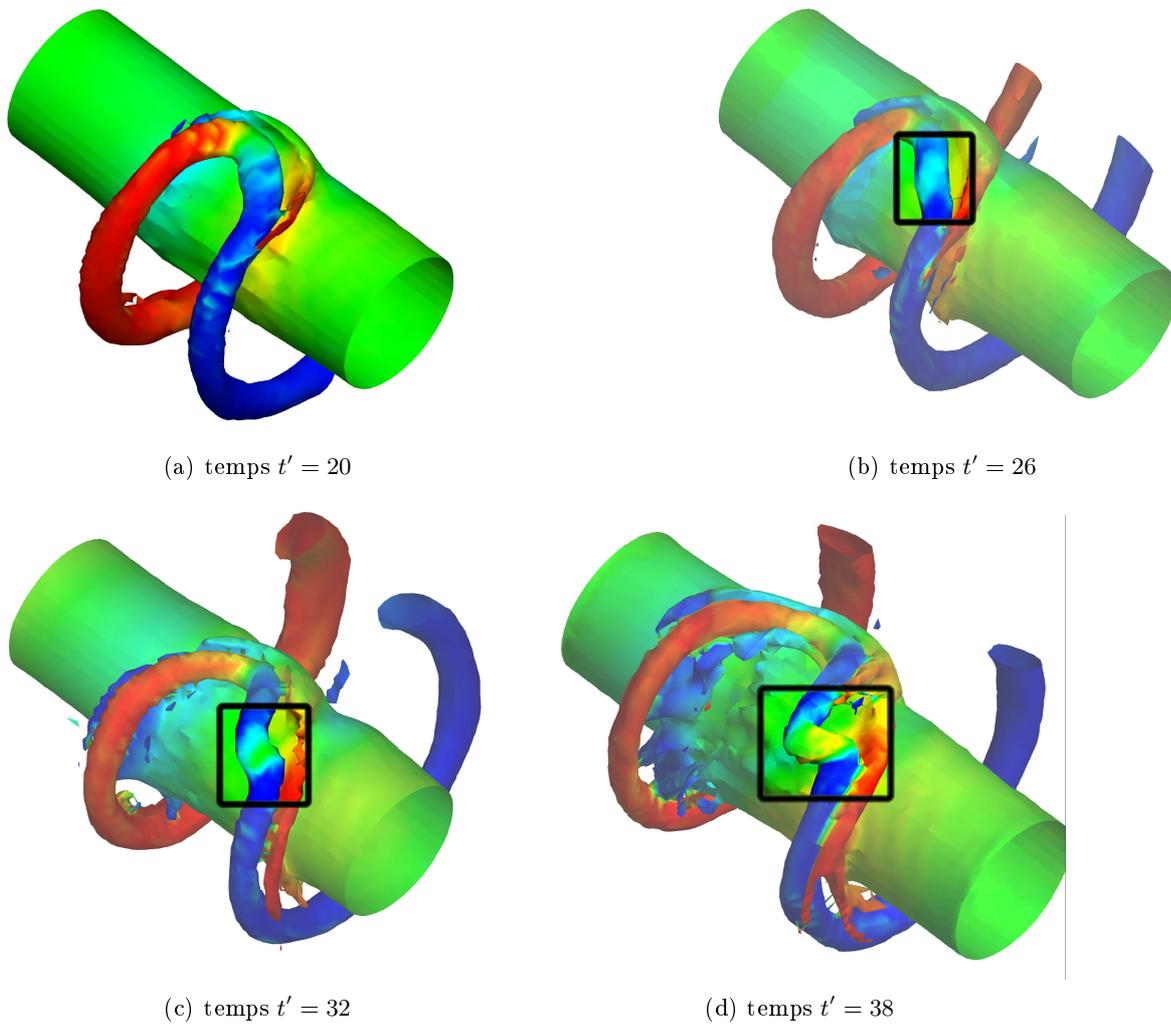


FIG. 9.19 – Schémas explicatifs de la déformation de la structure 2 par production de vorticité axiale. Surfaces d'iso-vorticité colorées par vorticité azimutale (de bleu : négatif à rouge : positif.)

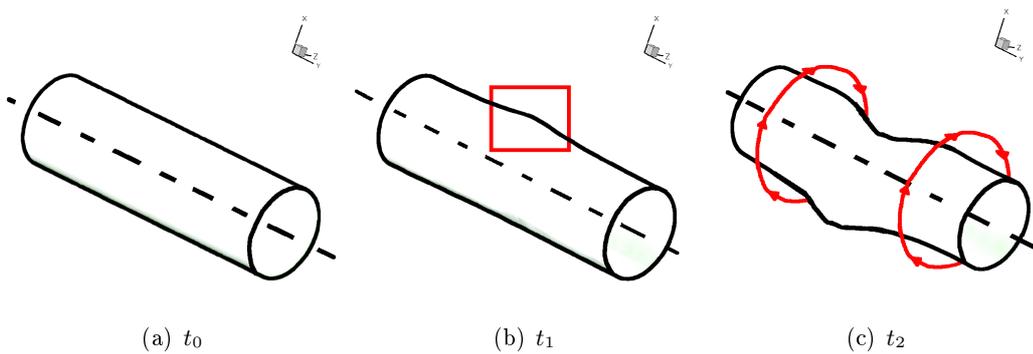


FIG. 9.20 – Schémas explicatifs de l'effet de déformation du tourbillon axial par son propre champ de vitesse. A  $t_0$ , le cylindre ne comporte aucune déformation et donc son propre champ de vitesse n'a pas d'effet sur lui. A  $t_1$ , on introduit une déformation. Dès lors, sous l'effet de son moment angulaire, la structure se déforme, ce qui peut amener au résultat du temps  $t_2$ .

est la déformation radiale induite par les structures azimuthales. Le tourbillon se retrouve donc soumis à son champ de vitesse azimuthale, ce qui contribue d'autant plus à le modifier.

L'effet des structures azimuthales reste quant à lui le même, c'est à dire une convection radiale de la vorticité axiale, sous l'effet du terme  $-u_r \frac{\partial \omega_\theta}{\partial z}$ .

Bien que toujours mineur, on a pu noter que *l'étirement auto-induit* voit sa courbe changer de signe. Pour cette raison, nous avons décidé de nous pencher sur cette courbe. Elle se décompose en les termes suivants :

$$\omega_r \frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\omega_\theta}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \theta} + \omega_z \frac{\partial u_z}{\partial z}$$

Si l'intensité du premier et du dernier terme n'est pas négligeable, celle du milieu est beaucoup plus forte lors de cette période. Positif, ce terme traduit la réorientation axiale de la vorticité azimuthale créée sur la structure 1. L'effet auto-induit semble donc "lutter" contre les perturbations que sont les zones de vorticité azimuthale, principalement dans la zone radialement modifiée. Il reste toutefois minoritaire, comme on l'a dit.

De plus il est contrebalancé par *l'étirement auto-induit* pour la composante **azimutale** de la vorticité,  $\frac{\omega_\theta}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta}$ , qui intensifie ces zones de vorticité azimuthale. L'effet d'enroulement autour des structures azimuthales, dû à la *convection* induite par ces dernières, persiste durant cette période. Cette intensification et cet enroulement contribuent à créer des paires entre les structures secondaires et ces zones de vorticité. Pour bien comprendre ce processus, la figure 9.21 propose un schéma explicatif. Les excroissances de vorticité sont principalement composées de vorticité azimuthale positive ou négative. Comme les signes des structures tourbillonnaires azimuthales proches de ces excroissances ont un signe opposé, on peut alors comprendre que des paires tourbillonnaires peuvent se créer, qui contribuent à la déformation de la structure 2, comme nous l'avons mentionné ci-dessus. On peut noter que lorsque la structure 2 forme un coude (sous l'effet de production de vorticité axiale et celui des excroissances), les excroissances se séparent elles aussi pour former d'autres couples, comme le montre la figure 9.22

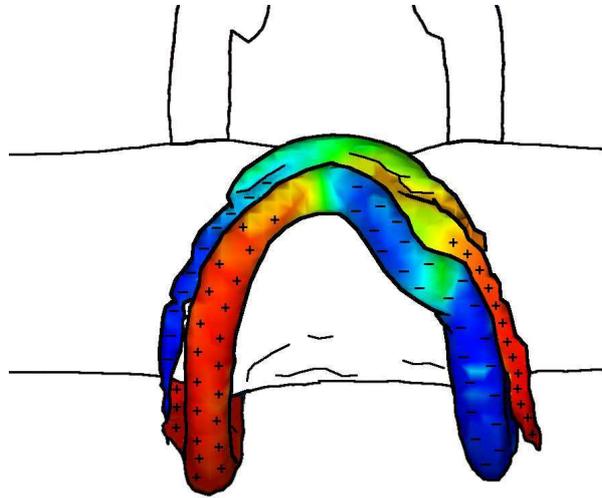


FIG. 9.21 – Schéma explicatif des paires formées par les excroissances du tourbillon axial et les structures azimuthales.

Enfin, l'évolution de la **composante radiale** de la vorticité est conjointement dirigée par l'étirement auto-induit et par la convection induite par les structures 2 et 3. *L'étirement auto-induit* est essentiellement radial,  $\omega_r \frac{\partial u_r}{\partial r}$ , et contribue à l'intensification des zones de vorticité radiale. La *convection induite par les structures 2 et 3* se fait suivant les trois axes. Ces structures sont suffisamment proches du tourbillon central pour attirer à elles la vorticité de ce dernier.

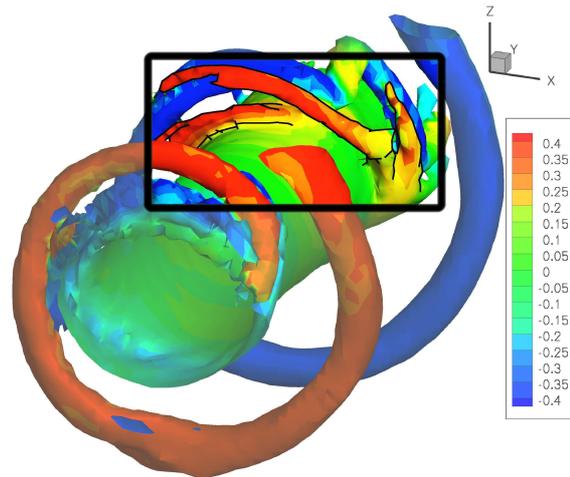


FIG. 9.22 – Fractionnement des excroissances de vorticité azimuthale au temps  $t' = 38$ . Surfaces d'iso-vorticité colorées par vorticité azimuthale.

Revenons maintenant sur la raison pour laquelle nous avons décidé de développer les termes composant la courbe d'étirement auto-induit pour la composante axiale de la vorticité, bien que l'intensité de cet étirement ne dépasse pas les 20%. Il nous a paru intéressant de montrer que des phénomènes auto-induits apparaissent pour les trois composantes de la vorticité du tourbillon axial, bien qu'ayant encore une intensité mineure pour certaines de ces composantes. En effet, ces phénomènes auto-induits peuvent se voir comme des phénomènes non-linéaires : la structure 1 agissant sur elle-même. De plus le terme principal composant l'étirement auto-induit pour la composante axiale est :  $\frac{\omega_\theta}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \theta}$ , et transforme la vorticité azimuthale en vorticité axiale. Bien que produites de manière indirecte, les variations d'intensité de la vorticité axiale ne s'apparentent pas à un simple déplacement axial. On peut alors faire un parallèle entre ces variations et les phénomènes d'instabilité de coeur qu'ont étudiés Pradeep et Hussain [72, 73] (voir section 1.3). Nos résultats montrent que des instabilités de coeur sont présentes à l'intérieur du tourbillon principal, mais qu'elles ne sont pas d'intensité suffisante pour diriger son évolution.

#### 9.2.4 Quatrième période : $t' = 40$ à $t' = 50$

D'un point de vue phénoménologique, la quatrième période est très intense, bien que courte. Les changements survenus au cours de la troisième période, en particulier la modification de la structure 2 et l'intensification des excroissances de vorticité azimuthale sur la structure 1, amènent les structures 2 et 3 à se séparer pour former des structures tourbillonnaires plus petites. On peut voir sur la figure 9.24 que la séparation pour la structure 3 se fait plus tard que pour la structure 2. Le morcellement des structures azimuthales primaires ainsi que l'approche de structures tourbillonnaires secondaires\* (voir figure 9.25) qui ont émergé du jet, nous obligent à remettre en question la validité de notre modèle de post-traitement à trois structures.

Cependant l'analyse des résultats pour le modèle à trois structures s'est déjà révélé d'une certaine difficulté, ce qui implique que l'analyse de résultats pour un modèle de post-traitement comportant plus de structures doit être compliquée. Nous avons donc choisi pour cette période de présenter les résultats obtenus à l'aide du modèle à 3 structures, tout en sachant que les intensités obtenues peuvent être trompeuses.

\*selon l'appellation de Melander et Hussain [62].

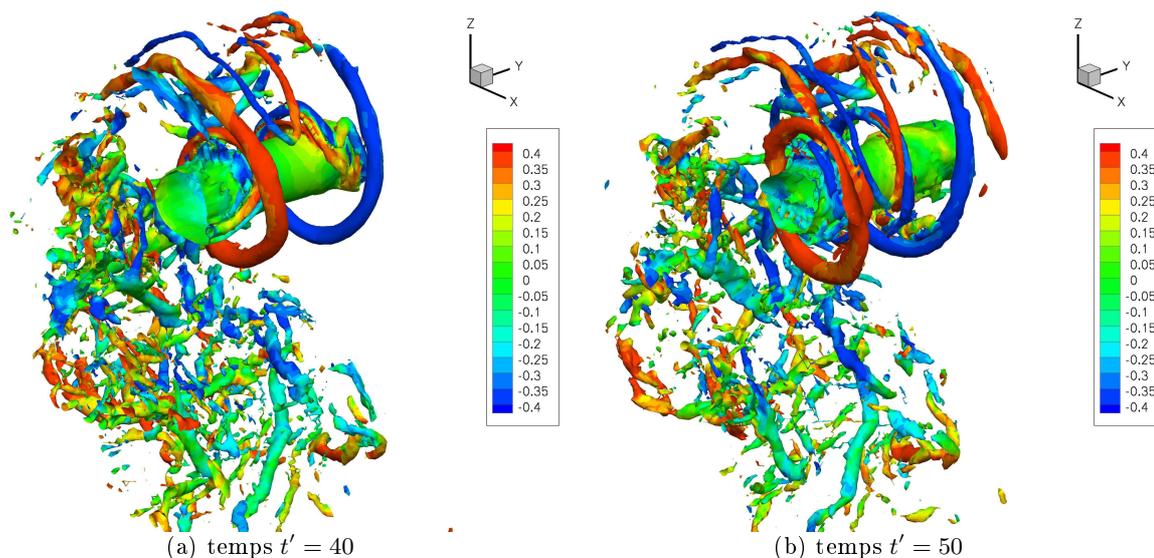


FIG. 9.23 – Isosurfaces de vorticité colorées par la vorticité azimutale.

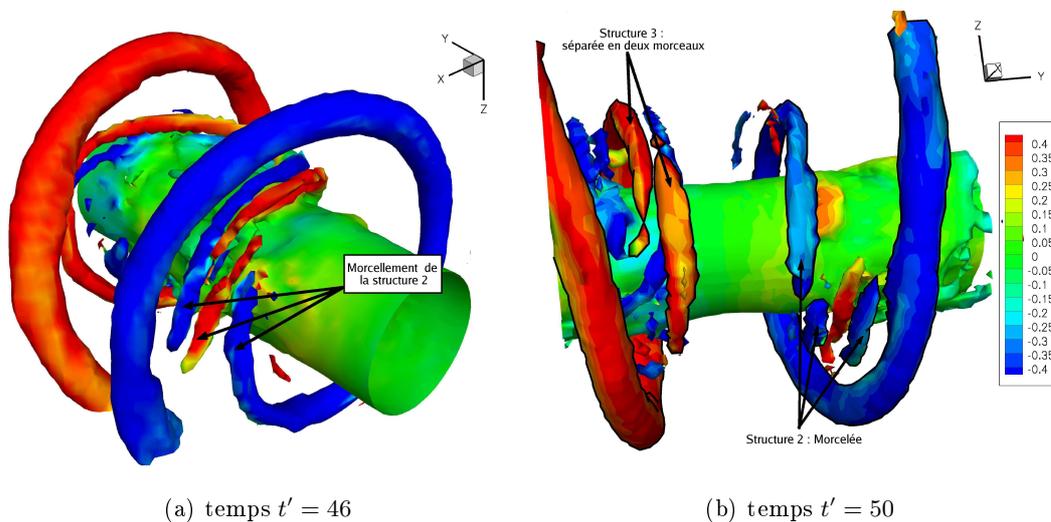


FIG. 9.24 – Séparation des structures azimutales primaires. Isosurfaces de vorticité colorées par la vorticité azimutale.

### Structures 2 et 3

On s'intéresse tout d'abord aux résultats pour les structures 2 et 3, en considérant qu'elles sont encore d'un seul tenant. Sur les courbes des figures 9.4(b) et (c), on constate une baisse de l'intensité de l'étirement induit par la structure 1 (courbe rouge en trait interrompu) au profit de l'étirement auto-induit (courbe bleue ou verte en trait interrompu). L'effet est plus prononcé pour la structure 2 car le programme de sélection des structures ne récupère pas les points du maillage composant la partie de la structure 2 la plus proche du tourbillon après la séparation de cette structure en deux. Or c'est sur cette partie que les effets de l'étirement induit par le tourbillon central se font le plus sentir, et donc l'intensité de cet étirement décroît d'autant plus dans les courbes d'évolution.

Les mécanismes dominants pour l'évolution de la **vorticité azimutale** restent toutefois les mêmes. *L'étirement induit par la structure 1* courbe les structures en transformant la vorticité

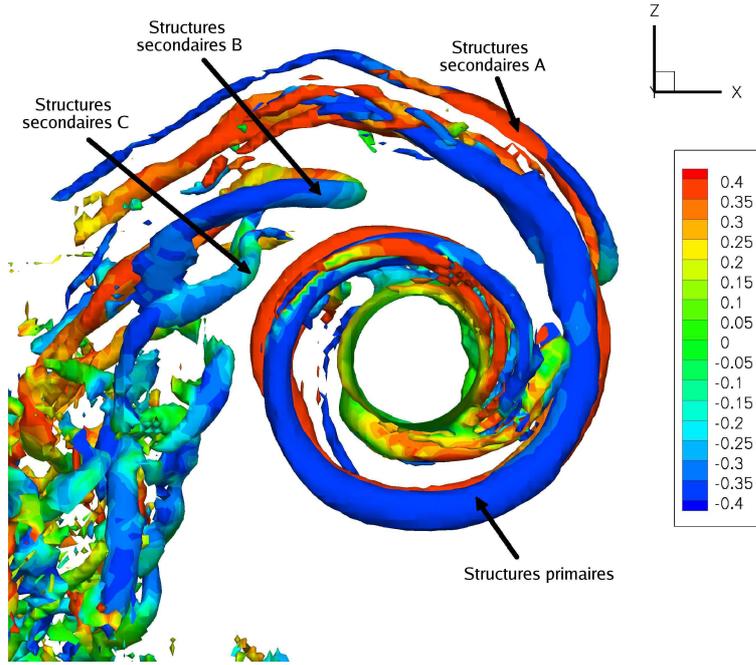


FIG. 9.25 – Emergence des structures tourbillonnaires secondaires. Surfaces d'iso-vorticité colorée par la vorticité azimutale.

azimutale en vorticité radiale, via le terme  $\omega_r \frac{\partial u_\theta}{\partial r}$ . Les structures 2 et 3 continuent de s'approcher du tourbillon axial, convectées azimutalement par le champ de vitesse induit par ce dernier. Cette *convection induite par la structure 1* a deux effets : le transport à proprement dit  $-\frac{u_\theta}{r} \frac{\partial \omega_\theta}{\partial \theta}$ , et l'intensification des structures par convection de la vorticité radiale,  $-\frac{u_\theta \omega_r}{r}$ . Enfin, *l'étirement auto-induit* se traduit par de l'étirement azimutal pur,  $\frac{\omega_\theta}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta}$ , continuant à intensifier les structures primaires.

On relève deux mécanismes dominants pour l'évolution de la **vorticité radiale**. Le premier, *l'étirement induit par la structure 1*, intensifie la vorticité radiale via le terme  $\frac{\omega_\theta}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta}$  qui est le parfait pendant du terme de l'étirement induit par la structure 1 pour la composante azimutale de la vorticité. Le deuxième mécanisme est *l'étirement auto-induit* qui, d'après son signe, diminue l'intensité de la vorticité radiale en la redirigeant suivant les composantes azimutale ( $\frac{\omega_\theta}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta}$ ), et axiale ( $\omega_z \frac{\partial u_r}{\partial z}$ ).

L'étude des courbes d'évolution pour la **composante axiale** de la vorticité des structures 2 et 3 est compliquée pour cette période. Non seulement pour les raisons évoquées précédemment, c'est à dire la validité du modèle à trois structures, mais aussi parce que le morcellement des structures enlève de la sélection les zones comportant majoritairement de la vorticité axiale. Nous allons analyser les courbes des figures 9.4(d) et (e) pour  $t' = 40$  à  $t' = 50$ , mais il faudra garder à l'esprit que leur validité reste douteuse. La courbe *d'auto-étirement* reste prédominante, et son action reste la même : une redirection de la vorticité azimutale suivant l'axe, via le terme  $\frac{\omega_\theta}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \theta}$ . Ce terme reste plausible puisque les parties des structures 2 et 3 proches de la zone de morcellement doivent comporter de la vorticité axiale. La courbe de *convection induite par la structure 1* est majoritairement composée par les termes suivants :

$$-\frac{u_\theta}{r} \frac{\partial \omega_z}{\partial \theta} - u_r \frac{\partial \omega_z}{\partial r}$$

Le terme de gauche est cohérent avec la remarque précédente, c'est à dire qu'il doit subsister, même après morcellement, des zones de vorticité axiale sur les structures 2 et 3. Et ces zones

sont forcément transportées azimuthalement avec le reste de la structure. Le terme de droite est plus discutable, puisque le champ de vitesse radiale produit par la structure 1 est faible, surtout à distance du coeur du tourbillon. D'ailleurs l'intensité de ce terme est bien moindre que celle de l'autre. Enfin, on peut noter sur la figure 9.4(d), le bref pic d'intensité de la *convection induite par la structure 3* (courbe verte en trait continu) ou induite par la structure 2 sur la figure 9.4(e) (courbe bleue en trait continu), mais au cours de la troisième période. Le terme principal composant cette courbe est le suivant :  $-u_r \frac{\partial \omega_z}{\partial r}$ , ce qui correspond à un transport radial de la composante axiale de la vorticité. Chaque branche de vorticité (*i.e.* les structures 2 et 3) entraîne l'autre radialement, l'amenant plus près du tourbillon central. Ce phénomène est inhérent aux structures en épingle à cheveux (ou "structures en U") : même sans le tourbillon central, une structure de ce type se courbe sous l'effet de son propre champ de vitesse. En effet, si on considère une structure en "U", modélisée de façon grossière sur la figure 9.26(a), les deux branches du U sont composées de vorticité azimuthale de signe opposé, et reliées par la base du U, composée de vorticité axiale négative. Les deux branches du U produisent un champ de vitesse radiale positif entre les deux branches et négatif à l'extérieur, comme indiqué sur la figure 9.26(b). La base du U, composée essentiellement de vorticité axiale, subit alors l'effet convectif de ce champ de vitesse radiale généré par les deux branches, via le terme  $-u_r \frac{\partial \omega_z}{\partial r}$ . La structure, initialement dans le même plan se courbe radialement alors sous l'effet de ce champ de vitesse, de la façon indiquée sur la figure 9.26(c).

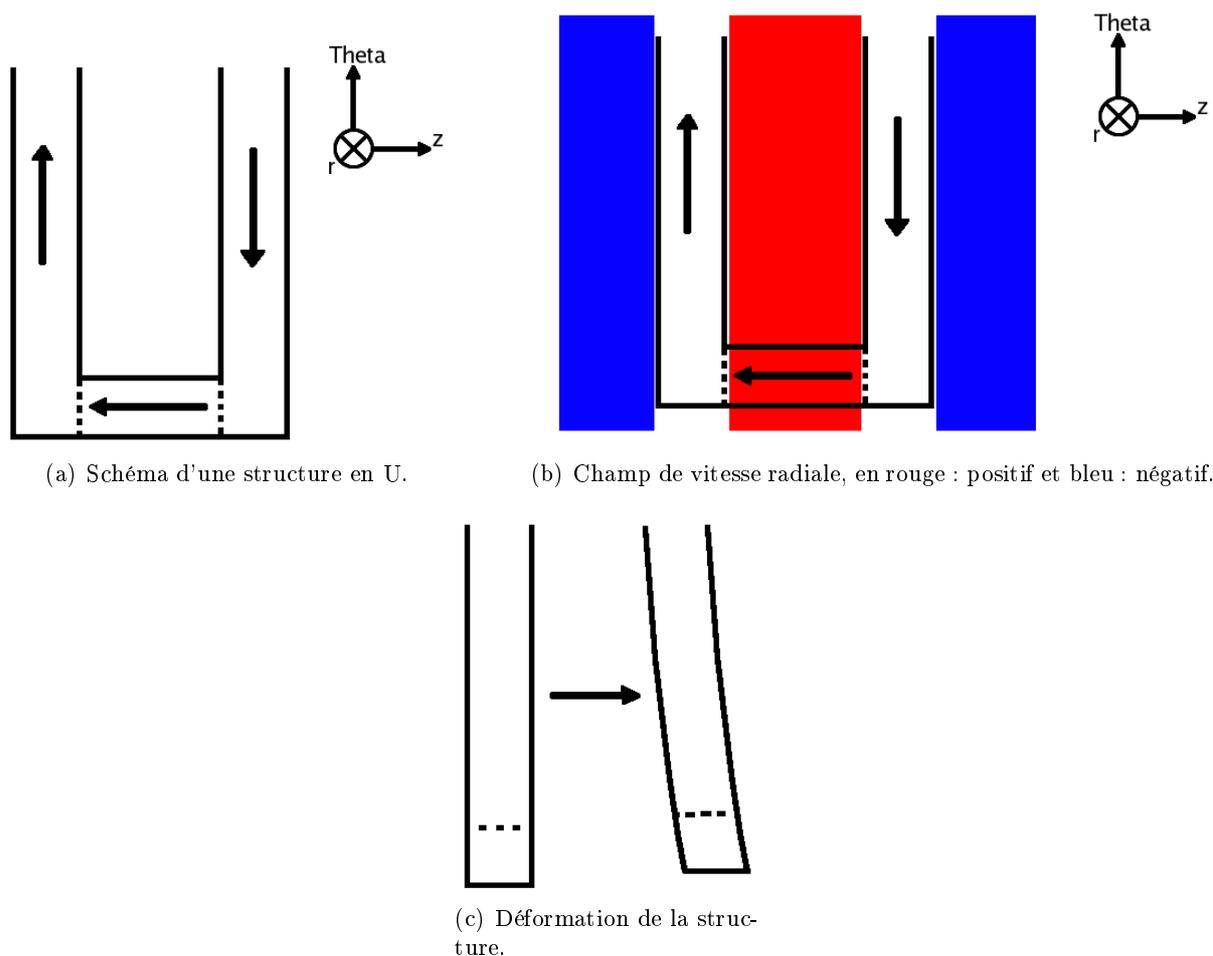


FIG. 9.26 – Schémas de la déformation d'une structure en "U" sous l'effet de son propre champs de vitesse.

### Structure 1

D'un point de vue phénoménologique, le tourbillon est, dans cette période, moins "chahuté" que dans les périodes précédentes. Le morcellement des structures azimuthales répartit les contraintes sur le tourbillon et uniformise les déformations. Il reste néanmoins sujet à des perturbations, comme on peut le voir sur les figures 9.23(a) et (b).

Considérons tout d'abord la **composante axiale de la vorticité**. Si l'on observe la figure 9.4(a), on peut voir que l'effet marquant de cette quatrième période est l'émergence de l'étirement auto-induit en tant que phénomène dominant ( *i.e.* d'intensité supérieure   20%). Cet effet est d'autant plus marqué par la réduction de l'effet convectif induit par les structures azimuthales, en partie due au morcellement de ces dernières. *L'étirement auto-induit* se traduit par les termes suivants :

$$\omega_r \frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\omega_\theta}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \theta} + \cancel{\omega_z \frac{\partial u_z}{\partial z}}$$

Le terme de droite est négligeable par rapport   l'action des deux autres, ce qui peut paraître surprenant. Mais le tourbillon est relativement axi-symétrique durant cette période, ce qui rend négligeable la composante axiale du champ de vitesse produit par le tourbillon. Les deux termes restants sont tous les deux négatifs, indiquant par là que l'étirement auto-induit a pour effet principal de réorienter la vorticité axiale suivant les deux autres axes. *L'auto-convection* a majoritairement pour effet le transport azimuthal de la vorticité axiale, via le terme  $-\frac{u_\theta}{r} \frac{\partial \omega_z}{\partial \theta}$ . Par rapport aux périodes précédentes, ce terme perd en intensité puisque le tourbillon tend   redevenir axi-symétrique. Enfin, la *convection induite par les structures 2 et 3* reste majoritairement radiale, même si le fractionnement des structures et leur répartition plus uniforme autour du tourbillon axial rendent cette déformation moins intense.

L'évolution de la **composante azimuthale** de la vorticité est elle-aussi essentiellement dirigée par *l'étirement auto-induit*. Ce dernier est composé par deux termes :  $\frac{\omega_\theta}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta}$  et  $\omega_r \frac{\partial u_\theta}{\partial r}$ , qui sont de signes opposés. L'autre mécanisme dominant pour la composante azimuthale est *la convection induite par les structures 2 et 3*. Leur principal effet est inchangé par rapport   la période 3, c'est   dire une convection axiale de la vorticité azimuthale :  $u_z \frac{\partial \omega_\theta}{\partial z}$ . Les structures azimuthales continuent d'attirer   elles les excroissances de vorticité azimuthale qui se créent sur le tourbillon axial.

Enfin, la **composante radiale** de la vorticité du tourbillon est essentiellement régie par des phénomènes auto-induits. *L'étirement auto-induit* est composé de deux termes :

$$\cancel{\omega_r \frac{\partial u_r}{\partial r}} + \frac{\omega_\theta}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} + \omega_z \frac{\partial u_r}{\partial z}$$

Le terme de droite est le parfait pendant du terme d'étirement pour la composante axiale de la vorticité, c'est   dire qu'il représente la création de vorticité radiale par redirection de la vorticité axiale. Le terme du milieu quant   lui fait le pendant au terme d'étirement auto-induit pour la vorticité azimuthale ci-dessus. Enfin, le terme de gauche est négligeable par rapport aux autres, ce qui signifie qu'il n'y a pas ou peu d'intensification de la vorticité radiale entre le moment où elle est produite   partir de la vorticité axiale, et le moment où elle est transformée en vorticité azimuthale. *La convection auto-induite* consiste ici aussi en du transport azimuthal de la vorticité radiale.

#### 9.2.5 Périodes suivantes

Nous avons vu que le modèle de post-traitement   trois structures perdait sa validité pendant la quatrième période. Il nous paraît donc inadéquat de continuer   analyser les résultats de ce post-traitement, après cette période. Nous allons donc juste présenter les observations que

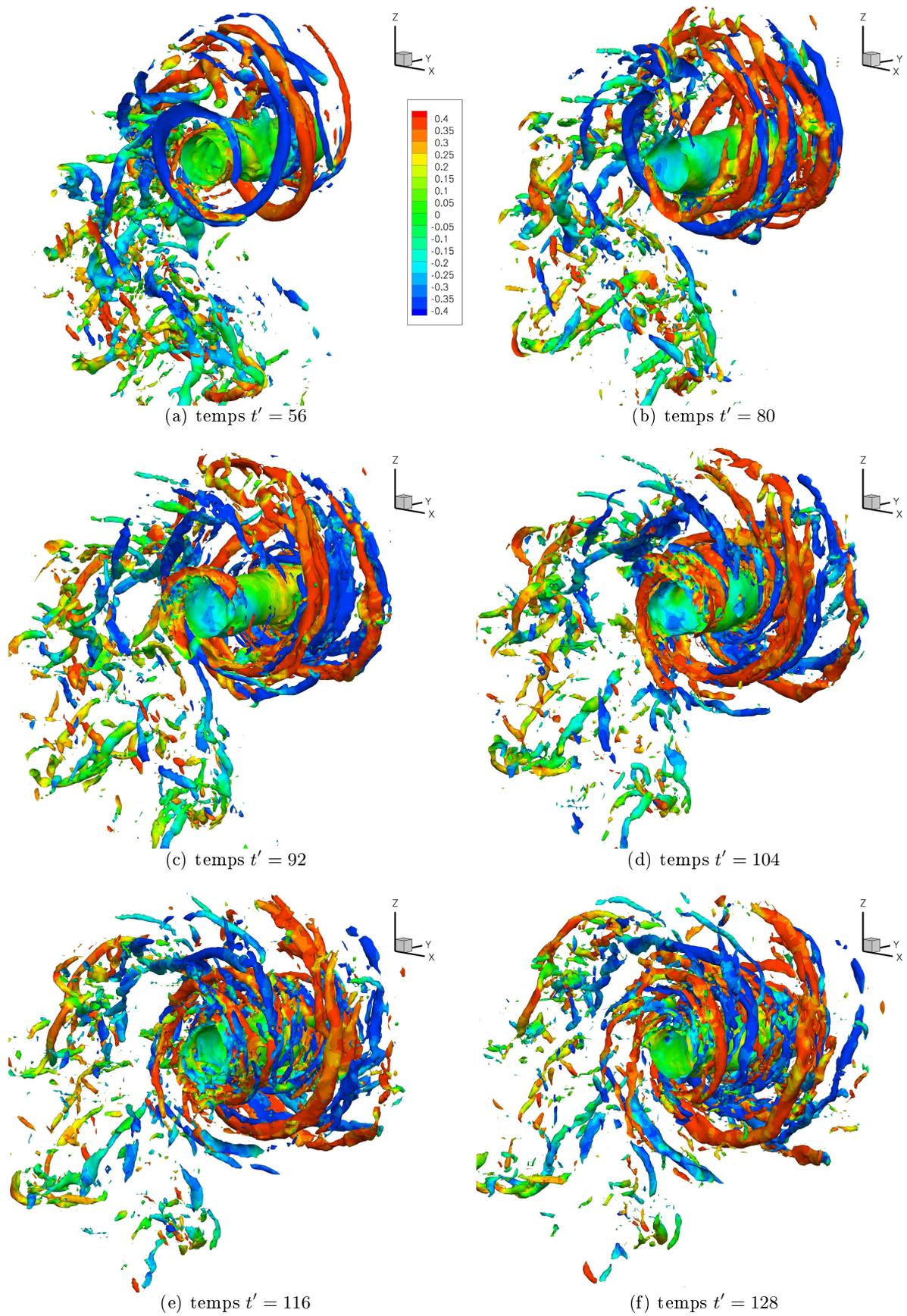


FIG. 9.27 – Isosurfaces de vorticité colorées par la vorticité azimutale.

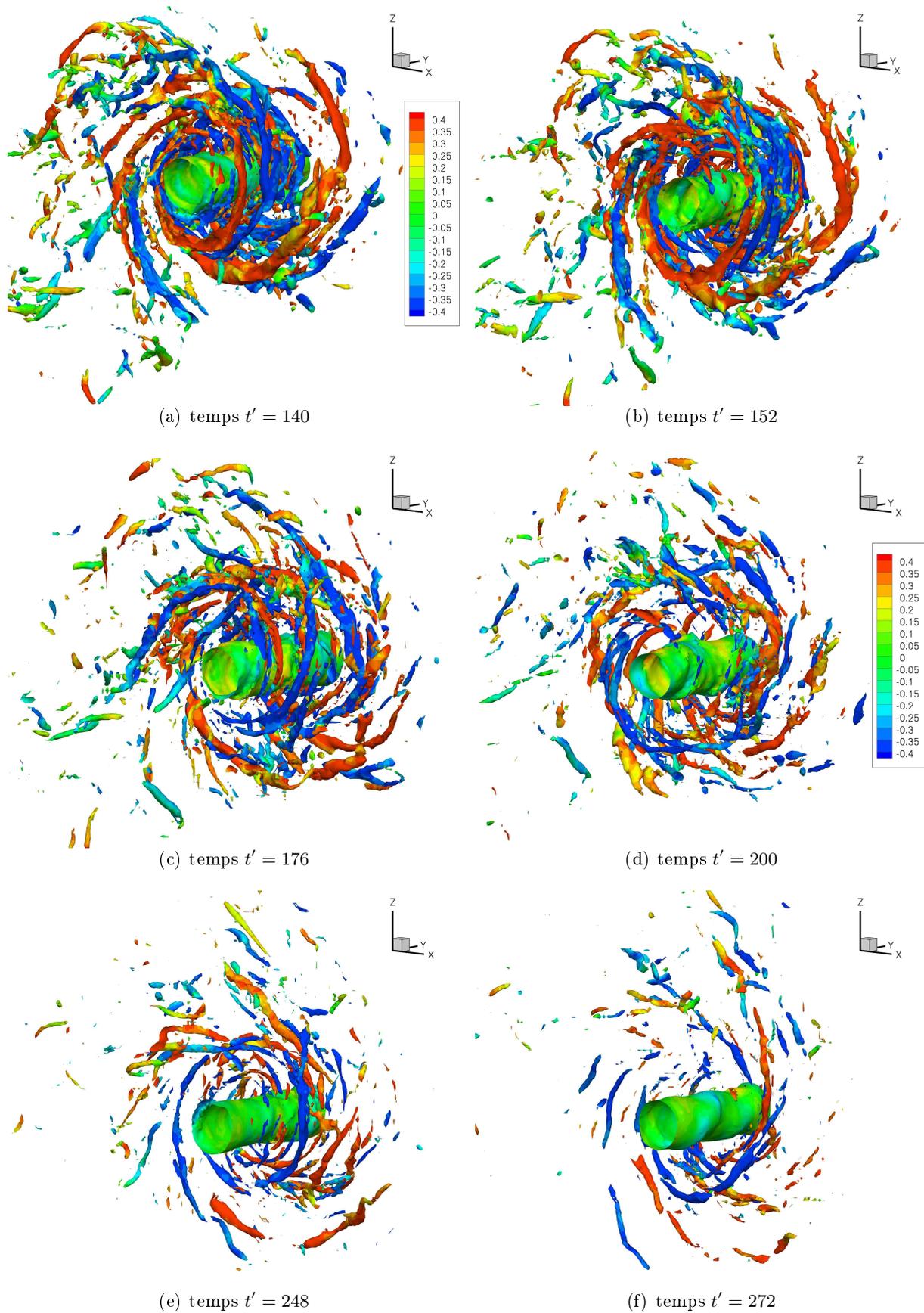


FIG. 9.28 – Isosurfaces de vorticité colorées par la vorticité azimuthale.

nous avons pu faire à partir de la simulation. Les figures 9.27 et 9.28 montrent l'évolution de l'interaction entre les structures issues du jet et le tourbillon axial à partir du temps  $t' = 56$ .

Le morcellement des structures et l'arrivée de nouvelles structures tourbillonnaires issues du jet augmentent le nombre de structures s'enroulant autour du tourbillon axial. Cet amas tourbillonnaire devient très compact et concentré autour du tourbillon, qui reste malgré tout cohérent. A  $t' = 128$ , on atteint le maximum d'énergie cinétique turbulente (voir figure 8.1, en section 8.1), et à partir de cet instant commence la phase dite *de dissipation*. Comme on peut le voir sur la figure 9.28, les structures se morcellent, et disparaissent petit à petit. Le tourbillon central, quant à lui, finit par retrouver sa stabilité à des temps supérieurs.

Détailler les interactions entre les différentes structures lors de la phase de dissipation (et même avant) semble très compliqué, à cause de la densité des structures et de la quantité de phénomènes qui doivent se dérouler en même temps. Cependant, la façon dont les structures tourbillonnaires primaires (les structures 2 et 3) se sont morcelées avec l'arrivée des structures secondaires, nous suggère un scénario pour la transition phase d'interaction  $\rightarrow$  phase de dissipation. Pour chaque structure tourbillonnaire approchant le tourbillon axial, la séquence d'événements serait la suivante :

- émergence de la structure à partir du jet et intensification par le tourbillon axial ;
- à l'approche de ce dernier, interaction avec les précédentes structures tourbillonnaires qui se sont morcelées ;
- la structure est alors perturbée, et finit par se morceler.

Et ainsi de suite, tant que des structures tourbillonnaires émergent du jet. Cependant, il arrive un moment où il n'y a plus de structures tourbillonnaires qui émergent du jet, ou alors ce dernier est tellement enroulé autour du tourbillon que les structures tourbillonnaires qui le composent n'ont pas le temps d'être intensifiées avant d'être perturbées par les autres structures. Alors le cycle est brisé et les structures tourbillonnaires enroulées autour du tourbillon central finissent par se dissiper.

## 9.3 Bilan des actions et construction d'un scénario

Nous avons pu, dans la section précédente, analyser point par point les différentes actions qui s'enchaînent et les mécanismes agissant pendant la phase d'interaction. Cette analyse séparée par période, par structure et par composante de vorticité, est performante pour une étude approfondie de ces mécanismes. Cependant, elle ne permet pas de comprendre leur évolution de manière générale, leurs enchaînements. Dans cette section nous allons nous efforcer de montrer de manière plus compréhensible comment les mécanismes se succèdent, en faisant tout d'abord un bilan des actions, en dégageant les mécanismes dominants et les points importants de chaque période. Puis dans un deuxième temps nous nous attacherons   construire un scénario type pour les interactions jet/tourbillon.

### 9.3.1 Bilan des actions au cours des quatre premières périodes

L'objectif de cette section est de dresser un bilan des actions qui se déroulent au cours des quatre premières périodes de la phase d'interaction. Contrairement   la section précédente, le bilan ne présentera pas les différents phénomènes en séparant le domaine temporel en périodes mais en se concentrant sur les phénomènes. Pour cette raison, nous présenterons un bilan différent pour le tourbillon axial et pour les structures azimutales.

### *Tourbillon axial*

A l'approche des structures azimutales, le premier changement notable sur le tourbillon axial est la **déformation radiale** que le champ de vitesse, généré par les structures azimutales, induit. Cette déformation a plusieurs conséquences :

- l'excitation des modes de stabilité  $m = 0$  ;
- la modification des lignes de vortacité ;
- la modification du champ de vitesse produit par le tourbillon ;
- et donc la production de composantes mineures de la vortacité, c'est à dire  $\omega_r$  et  $\omega_\theta$ .

Au fur et à mesure que les structures azimutales s'approchent du tourbillon, la déformation radiale s'accroît, et il y a **formation des excroissances** de vortacité. Cette formation est en partie due à l'étirement auto-induit par le tourbillon, qui intensifie les composantes mineures de la vortacité, et en partie due à l'attraction des structures azimutales proches. Ici encore, cette formation et l'intensification de la déformation radiale ont plusieurs conséquences :

- le tourbillon subit l'effet convectif de son propre champ de vitesse azimutale. Il s'ensuit un déplacement de l'axe du tourbillon, et donc l'excitation des modes de stabilité  $m = 1$  ;
- la proximité des structures azimutales favorise l'expulsion de vortacité dans l'écoulement ambiant.

A partir de cette formation, les mécanismes dus à de la convection cèdent le pas à des mécanismes d'étirement, principalement auto-induit. Grâce à cet étirement, il y a **intensification** des excroissances de vortacité azimutales, ce qui induit plusieurs phénomènes :

- formation de paires tourbillonnaires avec les structures azimutales les plus proches ;
- séparation des excroissances du tourbillon et donc uniformisation des contraintes sur ce dernier ;
- ré-axisymétrisation du tourbillon

On est alors en fin de quatrième période, et il devient difficile de déterminer l'origine de certains mécanismes que l'on peut observer à partir de visualisations des champs de données. Bien que perturbé, le coeur du tourbillon semble toutefois soumis à moins de contrainte qu'au voisinage de son enveloppe, où des phénomènes intenses d'étirement semblent se dérouler. De plus il nous paraît difficile, avec le nombre de structures azimutales à proximité du tourbillon, de faire la distinction entre :

- déformation du tourbillon due à la présence de ces structures et de leurs champs de vitesse ;
- et développement d'instabilités de coeur pour les modes  $m = 0$ ,  $m = 1$ , et  $m = 2$  (pour les modes principaux).

Enfin, lorsque la phase de dissipation s'achève, le tourbillon récupère sa stabilité, et présente un aspect similaire à celui qu'il avait avant le début de l'interaction. Cependant, on peut constater que les niveaux de vortacité sont bien moindres que s'il avait subi une dissipation théorique d'un tourbillon de Lamb-Oseen. Les figures 9.29(a) et (b) présentent une telle comparaison pour la vitesse azimutale et pour la vortacité axiale. Afin de comparer nos résultats issus de la simulation FLUIDILES et un résultat théorique pour un tourbillon axisymétrique et de longueur infinie suivant son axe, nous avons moyenné nos résultats suivant  $\theta$ , puis suivant la direction axiale. Les courbes vertes correspondent aux profils de vitesse azimutale de chaque plan axial, et moyennés azimutalement. Les courbes rouges correspondent à ces mêmes profils, mais moyennés azimutalement et axialement. Enfin, les courbes noires représentent les profils théoriques d'un tourbillon de Lamb-Oseen isolé ayant diffusé visqueusement pendant un intervalle de temps identique à l'interaction jet/tourbillon, soit pour  $t' = 488$ .

On peut commencer par remarquer qu'au temps  $t' = 488$ , le tourbillon ayant interagi avec un jet n'a pas totalement retrouvé un état stationnaire, axisymétrique et uniforme axialement. En effet, on constate encore des niveaux différents suivant les plans axiaux du champ de données 3D (courbes vertes), et ces différences sont beaucoup plus notables en  $R = 0$ , *i.e.* proche de cet axe,

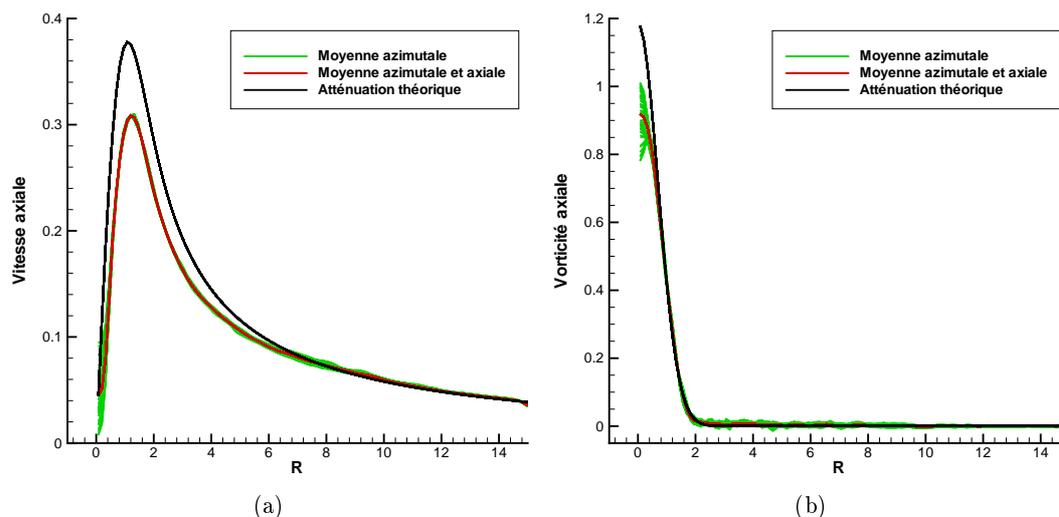


FIG. 9.29 – Comparaison des niveaux de vitesse azimuthale et vorticité axiale pour un tourbillon de Lamb-Oseen théorique et un tourbillon après interaction avec un jet turbulent, au temps  $t' = 488$ . En noir, les profils théoriques pour un tourbillon de Lamb-Oseen isolé. En vert, les profils moyennés azimuthalement, pour chaque plan axial. En rouge, les profils moyennés axialement et azimuthalement.

que loin du tourbillon. Cependant, si on compare les courbes théoriques (en noir) et les courbes moyennées axialement et azimuthalement, on peut constater que les niveaux de ces dernières sont moindres que dans le cas théorique. Les raisons possibles de ce déficit sont les suivantes :

- l'interaction entre les structures tourbillonnaires issues du jet et le tourbillon favorise la dissipation visqueuse de ce dernier ;
- la formation des excroissances de vorticité, leur séparation du tourbillon, ainsi que la possible extraction de vorticité par les structures azimuthales diminuent forcément l'intensité du tourbillon ;

On peut vérifier la validité de la première raison en calculant l'évolution de la dissipation visqueuse pour l'ensemble jet/tourbillon. De plus amples détails de ce calcul sont disponible en annexe 9.4. La figure 9.30 présente les résultats de ce calcul de dissipation.

Nous avons simulé numériquement, à l'aide du code FLUIDILES, l'évolution d'un tourbillon de Lamb-Oseen isolé afin de comparer l'évolution de la diffusion visqueuse entre un cas théorique et le cas numérique. On peut voir, avec les courbes rouge et orange que l'écart entre ces deux cas est faible. Ensuite, nous avons simulé le développement d'un jet turbulent isolé sur une durée identique ( $\Delta t' = 416$ ), et calculé sa dissipation (courbe verte). En sommant la courbe de ce jet, et celle du tourbillon isolé, simulé numériquement, on peut estimer la dissipation visqueuse d'un ensemble [jet + tourbillon] (courbe bleue) où toute interaction entre les deux serait supprimée. On peut alors comparer cette courbe à celle de la dissipation visqueuse calculée pour l'interaction jet/tourbillon (courbe noire). Si, dans un premier temps, l'ensemble [jet + tourbillon] et la courbe d'interaction présentent les mêmes niveaux\*, on peut voir qu'à partir de la phase d'interaction ( $t \approx 100$ ) la dissipation visqueuse augmente pour le cas interaction jet/tourbillon (courbe noire), avec un pic de dissipation aux alentours de  $t = 220$ , soit le moment où cette phase se termine et la phase de dissipation commence.

\*La valeur plus élevée de la courbe bleue par rapport à la courbe noire n'est pas physique : en sommant les courbes pour le tourbillon isolé et le jet isolé, le volume occupé par ces deux est compté deux fois, au lieu d'une seule fois dans le cas de l'interaction jet/tourbillon.

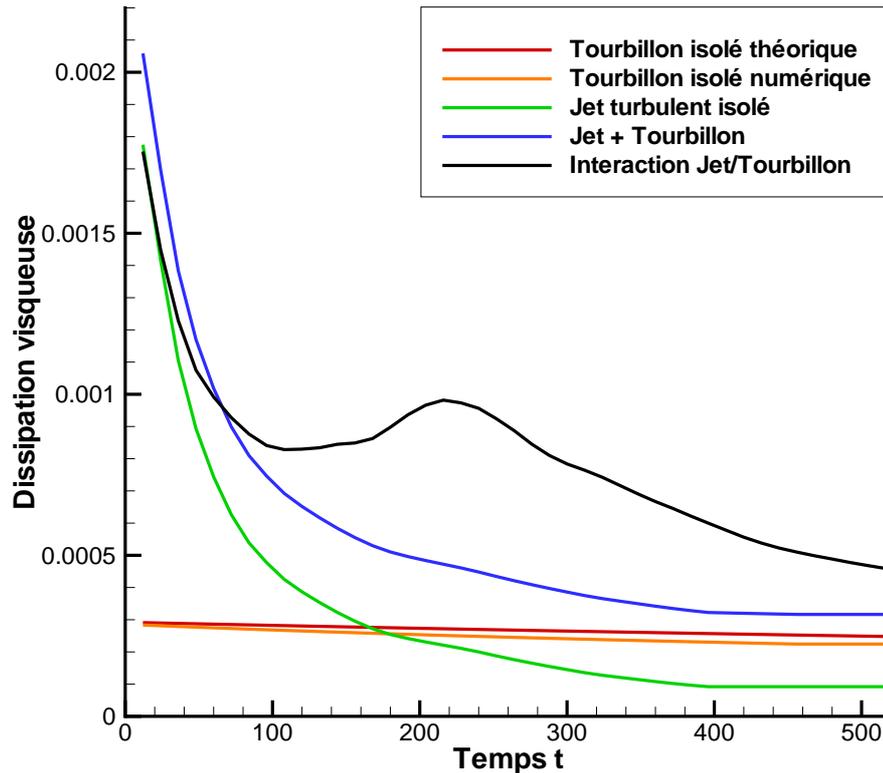


FIG. 9.30 – Comparaison de l'évolution temporelle de la dissipation visqueuse pour différents cas. En rouge, la diffusion visqueuse d'un tourbillon de Lamb-Oseen théorique isolé ; en orange, celle d'un tourbillon de Lamb-Oseen isolé, simulé numériquement ; en vert, la diffusion visqueuse d'un jet turbulent isolé, simulé numériquement ; en bleu, la somme des deux précédentes courbes ; en noir, la diffusion visqueuse d'une interaction jet/tourbillon.

On peut donc conclure que la dissipation visqueuse est favorisée dans le cas d'une interaction jet/tourbillon, et que son impact sur l'intensité du tourbillon est réelle.

Nous n'avons malheureusement pas pu juger de la pertinence de la deuxième proposition à l'aide des outils à notre disposition. C'est à dire qu'il nous a été impossible de vérifier si l'arrachement de vorticité et la création d'excroissances de vorticité contribuaient à la diminution d'intensité du tourbillon. Cependant, une étude menée par Takahashi *et. al.* [85] est déjà arrivée à cette conclusion comme nous l'avons rappelé en section 1.3. De plus, cette hypothèse nous paraît tout à fait valable, en faisant une analogie avec un tube plein auquel on arracherait de la matière.

### Structures azimutales

On va maintenant s'attacher à effectuer un bilan des actions subies par les structures azimutales. Nous ne discuterons pas de l'influence du tourbillon dans la formation de ces structures au cours de ce bilan (voir section 1.1). Ce dernier commencera avec l'émergence des structures primaires à partir du jet.

A l'aide de l'analyse effectuée dans la section précédente, on peut découper l'ensemble des actions subies par les structures azimutales en trois phases distinctes. La première d'entre elles est une **phase d'intensification**. Cette intensification se fait de deux façons différentes :

- étirement : en réorientant les composantes radiale et axiale de la vorticité suivant l'azimut, et par étirement purement azimutal,

– convection : le transport azimuthal de vorticité radiale peut créer de la vorticité azimuthale. Ces deux moyens sont tous les deux provoqués par le champ de vitesse généré par le tourbillon axial. Comme il a été précisé dans la section précédente, cette réorientation de la vorticité suivant l'azimut traduit l'alignement des structures dans cette direction. On peut aussi constater l'intensification des structures en considérant le volume de ces structures qui augmente au fil du temps. Or une intensification d'un tourbillon via un étirement suivant son axe, entraîne un rétrécissement de sa section courante. Dans le cas présent, un étirement azimuthal des structures azimuthales devrait réduire leur section. C'est donc que les mécanismes augmentant le volume de la structure sont plus importants que les mécanismes d'étirement suivant l'azimut, tout en contribuant aussi   l'intensification de la structure. Cette intensification se poursuit plus ou moins tout au long de l'interaction.

Parall llement, les structures sont convectées et s'enroulent autour du tourbillon central. Elles finissent par "impacter" le tourbillon. Durant cette **phase d'enroulement et d'impact**, les structures azimuthales sont devenues suffisamment intenses pour ressentir l'effet du champ de vitesse qu'elles produisent, et des mécanismes auto-induits ont lieu. On peut citer un effet compressif auto-induit réduisant l'intensité, au moment de l'impact, ainsi qu'un écartement des deux branches de vorticité azimuthale par production de vorticité axiale négative. Ce dernier effet est aussi affecté par les excroissances de vorticité azimuthales présentes sur le tourbillon principal. Cette phase est une phase de déformation des structures azimuthales, et de couplage avec ces excroissances.

Enfin, la dernière phase est une phase de dislocation des structures azimuthales. L'étirement induit par le tourbillon, l'écartement des branches, le couplage avec les excroissances de vorticité azimuthale, ainsi que le cisaillement induit par le champ de vitesse généré par le tourbillon conduit au morcellement des structures azimuthales. Ce morcellement peut être partiel (une seule séparation) ou bien complet (la structure est morcelée en un grand nombre de petites structures tourbillonnaires). Ces petites structures sont moins intenses que les structures dont elles sont issues. Elles sont donc moins aptes   résister aux contraintes générées   proximité du tourbillon et finissent par disparaître par la suite. L'analyse faite dans la section précédente ne permet pas de déterminer si ces structures sont dissipées, s'il y a éclatement tourbillonnaire, ou bien si elles sont captées par les structures secondaires, avec lesquelles elles fusionnent.

### 9.3.2 Construction d'un scénario pour l'interaction jet/tourbillon

Maintenant que nous avons effectué le bilan des actions ressenties par chacun des protagonistes de l'interaction, c'est   dire le tourbillon axial et les structures tourbillonnaires azimuthales, on peut élaborer un scénario-type qui permettra de repérer plus aisément quel mécanisme est important pour favoriser un aspect de l'interaction.

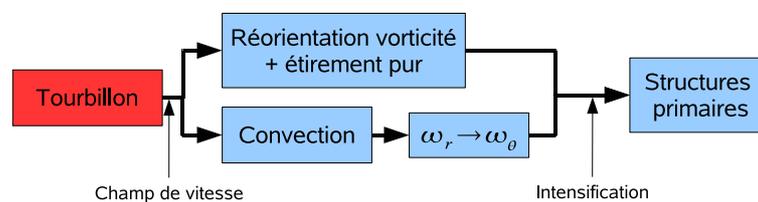


FIG. 9.31 – Scénario de l'interaction, première phase

On a choisi de ne conserver que les mécanismes prédominants qui ont été cités plus haut, lorsque l'on a effectué le bilan des actions. Le scénario débute lorsque les premières structures azimuthales émergent du jet turbulent. Le champ de vitesse (essentiellement azimuthal) produit par le tourbillon a alors deux effets, présentés sur la figure 9.31 : un effet d'étirement et un effet de

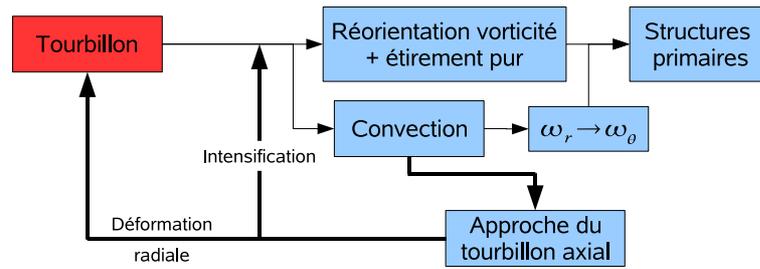


FIG. 9.32 – Scénario de l'interaction, deuxième phase

convection qui ont tous deux pour résultat d'intensifier les structures azimutales, pour les raisons évoquées dans la section précédente. Mais l'effet convectif n'a pas qu'un rôle d'intensification mais aussi (et surtout) de transport des structures azimutales. Ces dernières sont donc attirées par le tourbillon central, ce qui implique une amplification des effets du champ de vitesse du tourbillon, mais aussi une déformation de ce dernier par le champ de vitesse produit par les structures azimutales (figure 9.32).

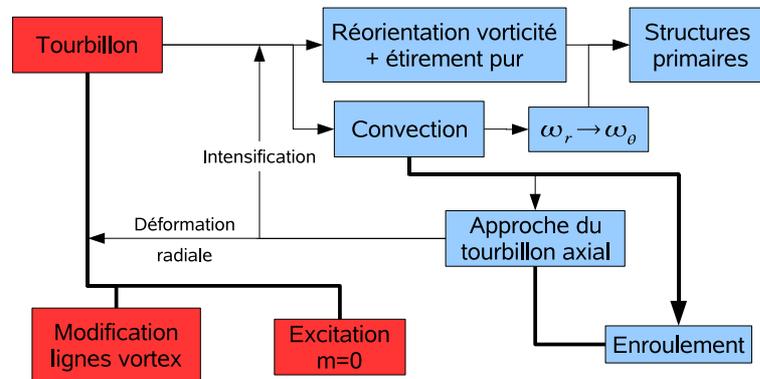


FIG. 9.33 – Scénario de l'interaction, troisième phase

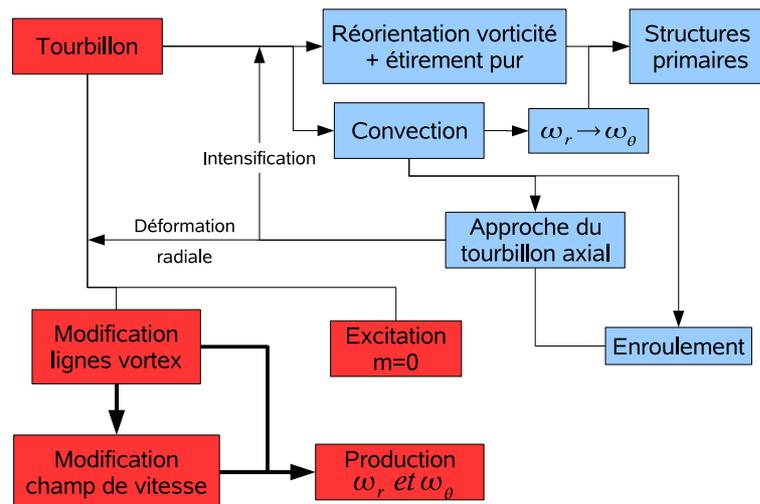


FIG. 9.34 – Scénario de l'interaction, quatrième phase

On a vu précédemment que cette déformation était essentiellement radiale. Elle entraîne une déformation des lignes tourbillonnaires et une excitation des modes de stabilité  $m = 0$ . Au

moment où se développent ces modes, les structures tourbillonnaires azimuthales sont arrivées à proximité du tourbillon et commencent leur enroulement, comme le montre la figure 9.33. La modification des lignes de vorticit e implique une modification du champ de vitesse g en er e, comme expliquée en section 9.2.2, et ce champ de vitesse perturbée agit sur les lignes de vorticit e pour former de la vorticit e radiale et azimuthale (figure 9.34).

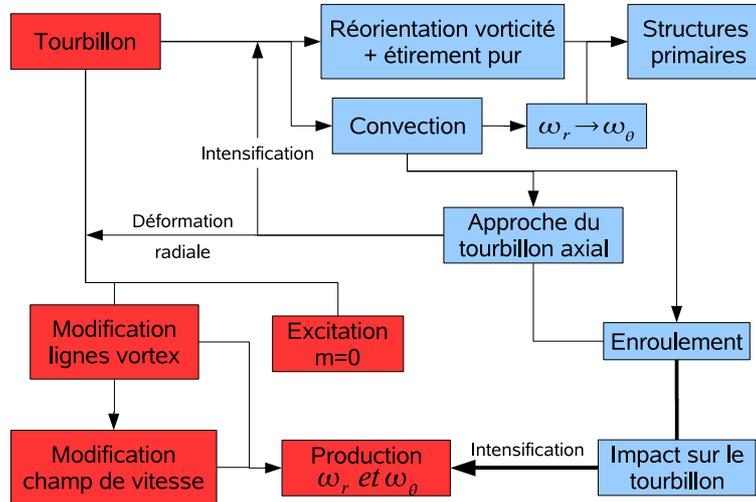


FIG. 9.35 – Sc enario de l'interaction, cinqui e phase

Au cours de leur enroulement autour du tourbillon, les structures azimuthales finissent par "impacter" le coeur du tourbillon. De la même façon que l'approche des structures azimuthales amplifiait l'effet du champ de vitesse produit par le tourbillon, l'approche des structures intensifie la production des composantes radiale et azimuthale de vorticit e sur le tourbillon, comme le montre la figure 9.35. Cet impact a aussi pour effet, comme nous l'avons mentionnée dans la section précédente, de forcer la création de vorticit e axiale négative sur les structures azimuthales, qui sont soumises   de la compression (voir figure 9.36). Dans le même temps, cette création de

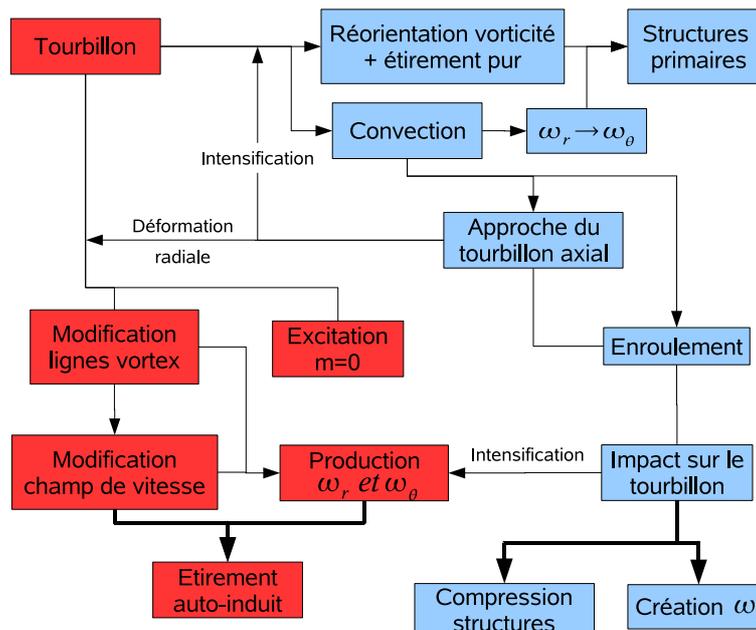


FIG. 9.36 – Sc enario de l'interaction, sixi e phase

vorticité et la modification des champs de vitesse amènent le tourbillon à ressentir l'effet de son propre champ de vitesse, maintenant tridimensionnel (et non plus essentiellement azimutal). Le tourbillon est alors sujet à un effet d'étirement auto-induit. L'effet de cet étirement se traduit de deux façons différentes : l'excitation du mode azimutal de stabilité,  $m = 1$ , et l'amplification des excroissances de vorticité azimutale qui se créent sur le tourbillon. Ces excroissances attirent à elles les structures azimutales, ce qui a pour effet d'écarter ces dernières les unes des autres.

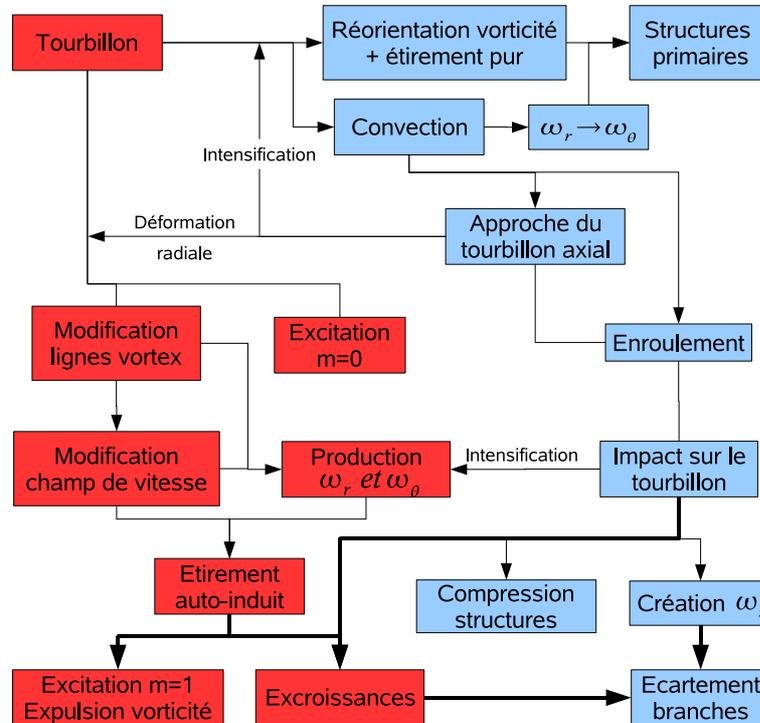


FIG. 9.37 – Scénario de l'interaction, septième phase

Enfin, à ce stade de l'interaction, on peut estimer que le tourbillon est trop perturbé pour résister plus longtemps à l'effet d'arrachement de vorticité causé par les structures tourbillonnaires azimutales.

Comme nous l'avons mentionné dans la section précédente, les structures azimutales et les excroissances de vorticité créent des paires tourbillonnaires lorsque les excroissances sont devenues suffisamment intenses. Les paires tourbillonnaires finissent par séparer les excroissances du tourbillon axial, et par scinder les structures azimutales en plusieurs structures tourbillonnaires de plus petite taille, qui finissent par se dissiper à un temps ultérieur. En ce qui concerne le tourbillon, cette séparation se couple à l'expulsion de vorticité de la phase précédente, ce qui conduit à une diminution de l'intensité du tourbillon.

Nous avons donc maintenant établi un scénario, présenté sur la figure 9.38, à partir des observations tirées de notre outil d'analyse. Il s'agit maintenant de déterminer les limites de ce scénario, c'est à dire sa validité. Il faut tout d'abord remarquer que la construction de ce scénario est basée sur nos observations des structures primaires issues du jet. On peut supposer que les premières phases de ce scénario restent valables pour les structures tourbillonnaires secondaires : c'est à dire que ces structures sont intensifiées par le champ de vitesse du tourbillon, qu'elles sont attirées par ce dernier et finissent par "impacter" et interagir avec d'autres petites structures tourbillonnaires avant de se morceler. Par contre l'effet de ces structures sur le tourbillon doit relativement changer puisque ce dernier est déjà fort perturbé. Certains effets doivent persister mais l'analyse effectuée dans la présente étude ne nous permet pas de les différencier.

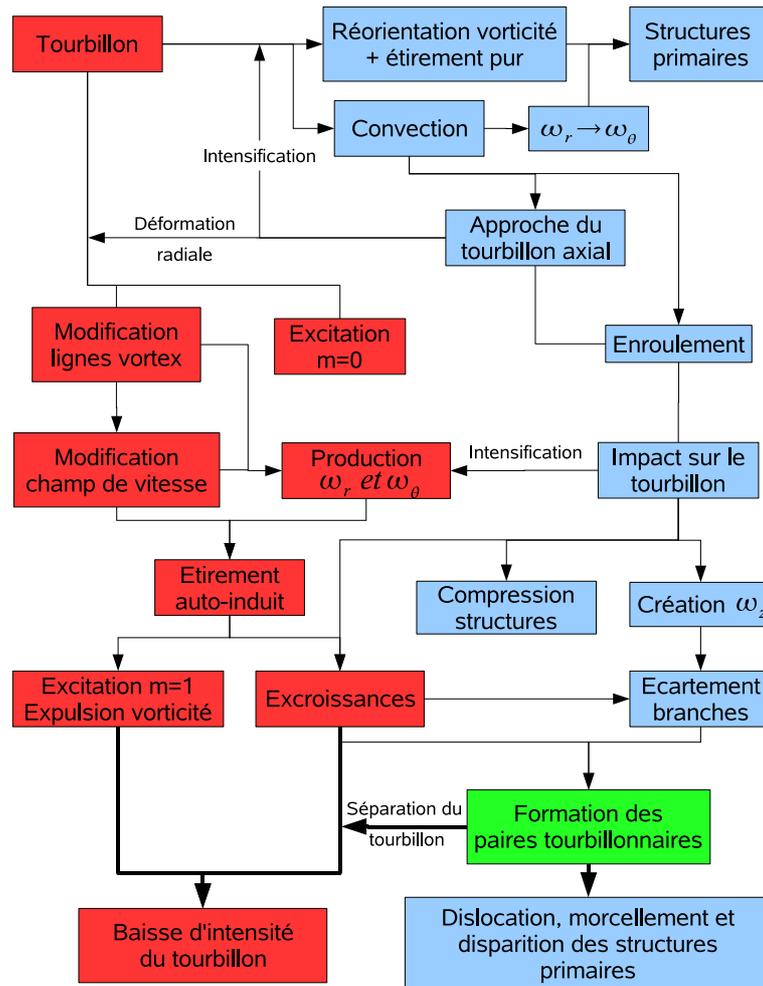


FIG. 9.38 – Scénario de l'interaction, huitième et dernière phase

On peut, dans un second temps, faire la remarque que le cas analysé n'est pas forcément représentatif d'un cas réel, ne serait ce que par le nombre de structures tourbillonnaires primaires s'enroulant autour du tourbillon. En effet, notre analyse des courbes d'intensité au chapitre 8 nous avait permis de déterminer que les mécanismes étudiés étaient indépendants de la simulation, et bien représentatifs de l'interaction jet/tourbillon. Cependant, cette analyse ne nous permet pas de statuer sur le caractère représentatif de notre cas par rapport à un cas réel d'interaction. On peut donc s'attendre à ce que, pour un cas réel, le scénario soit légèrement modifié. Par exemple, qu'un nombre plus important de structures primaires perturbe plus rapidement le tourbillon, mais que dans un même temps cette perturbation soit plus uniforme. C'est à dire que la déformation radiale, locale dans notre cas, soit plus répartie et que donc l'expulsion de vorticité soit moins intense. Encore une fois, ce ne sont que des hypothèses et il faudrait effectuer l'analyse à l'aide de l'outil de post-traitement sur le cas réel.

Même si ce scénario présente des limites, il représente suffisamment l'interaction pour servir de base à un raisonnement visant par exemple la réduction de l'intensité du tourbillon. Si l'on a cet objectif, on pourrait tirer cette conclusion du scénario : il faut favoriser l'approche des structures primaires, afin qu'elles le perturbent le plus rapidement possible. Il serait alors possible que le tourbillon expulse de la vorticité ou alors forme des excroissances de manière accélérée, amenant à une baisse d'intensité du tourbillon plus rapidement. Le problème qui se pose est que si le rapprochement des structures primaires par rapport au tourbillon est accéléré, ces structures ne

vont pas pouvoir être intensifiées suffisamment pour résister au cisaillement du tourbillon. Il est alors possible que ces structures se déforment et se scindent avant même de pouvoir correctement déstabiliser le tourbillon. L'autre solution consisterait à ce que plus de structures azimuthales primaires approchent du tourbillon dès le début. Cette hypothèse nous paraît plus plausible et on se propose de la tester à l'aide des cas A et B des simulations.

En effet si l'on considère ces deux simulations à la toute fin de la phase jet (voir figure 9.39), le cas B présente plus de structures tourbillonnaires azimuthales primaires que le cas A\*. Donc en comparant la décroissance de l'intensité du tourbillon pour les deux cas, on devrait pouvoir tester l'hypothèse.

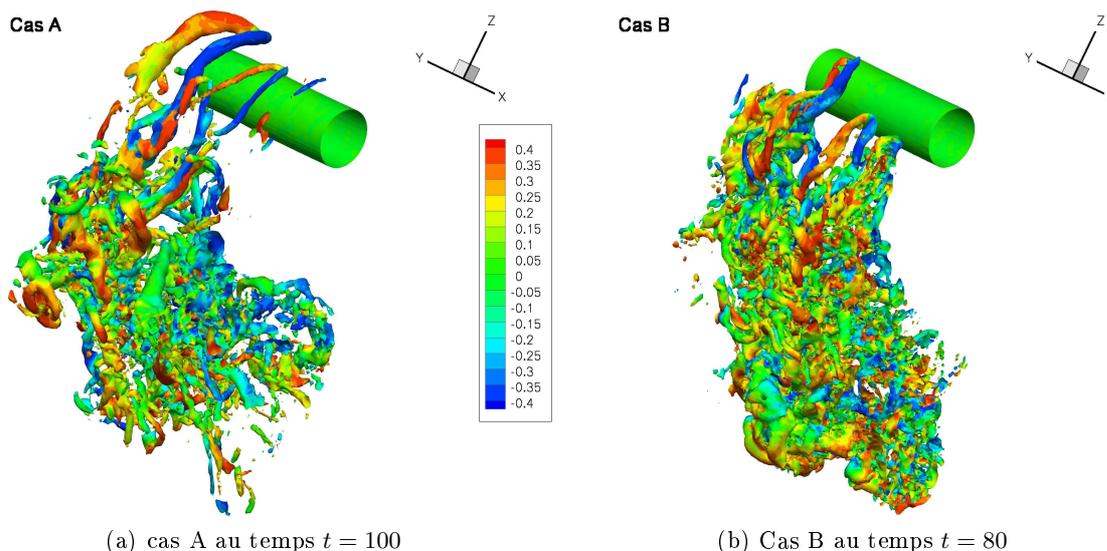


FIG. 9.39 – Isosurfaces de vorticité colorées par la vorticité azimuthale.

Pour déterminer l'évolution de l'intensité du tourbillon, on peut considérer plusieurs variables : l'évolution de l'énstrophie, qui donne une indication générale sur l'intensité du tourbillon, ou alors seulement la composante axiale de la vorticité. En effet, cette dernière reste dominante tout au long de l'interaction, et génère le champ de vitesse azimuthale qui est problématique lorsqu'un avion rencontre le sillage d'un avion précédent. Enfin on peut considérer l'évolution de la dissipation visqueuse, calculée comme dans la sous-section précédente. Ce calcul prend en compte à la fois le jet et le tourbillon, et ne donne pas d'informations spécifiques sur le tourbillon seulement. Cependant il reste un bon indicateur de l'évolution de l'interaction et nous avons donc choisi de le conserver.

L'énstrophie et la composante axiale de la vorticité sont moyennées sur le volume du tourbillon, de la même façon que la dissipation visqueuse était moyennée sur le volume de la boîte de calcul. Comme nous l'avons vu au chapitre 8, l'évolution de l'énergie cinétique turbulente est différente pour les deux cas, en partie à cause de l'intensité initiale résultant de la simulation du régime jet. Donc pour comparer les courbes d'évolution, nous avons choisi d'adimensionner les résultats par l'intensité initiale de l'énergie cinétique turbulente des deux cas. Les résultats sont donnés sur la figure 9.40.

On peut commencer par vérifier que l'on considère des tourbillons de volume équivalent puisque les niveaux d'énstrophie et, dans une moindre mesure, de vorticité axiale sont quasiment identiques pour les deux cas. Comme à cet instant initial le tourbillon n'est pas perturbé par le jet, il est logique que les niveaux pour les deux cas soient semblables. Le fait qu'on relève une

\*voir section 8.1.2 pour les raisons de ce nombre plus important.

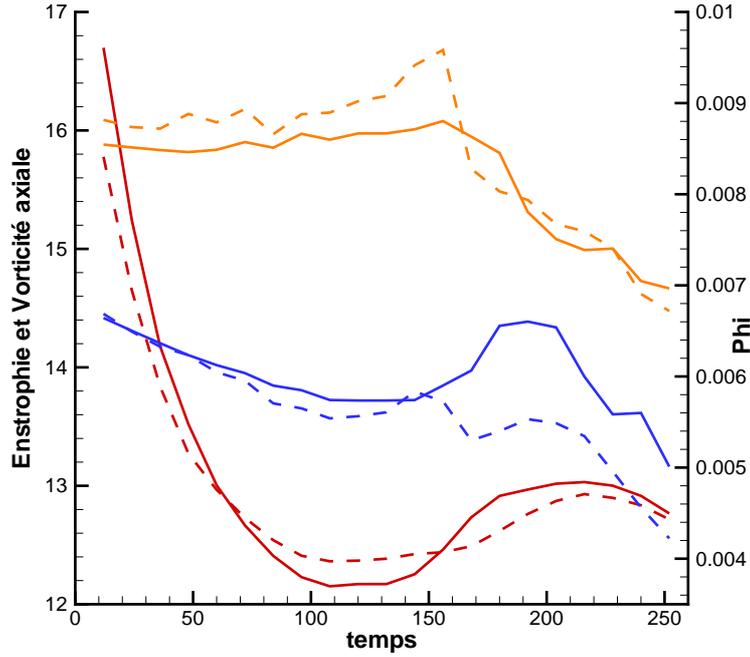


FIG. 9.40 – Comparaison de l'effet d'un nombre plus important de structures azimuthales primaires. Évolution de l'intensité de l'enstrophie (en bleu), de la vorticité axiale  $\omega_z$  (en orange) du tourbillon et de la dissipation visqueuse  $\phi$  du domaine de calcul (en rouge). Les courbes en trait continu représentent le cas B et les courbes en trait interrompu le cas A.

différence pour la vorticité axiale et non pour l'enstrophie prouve que les domaines sont entachés de valeurs de vorticité radiale et azimuthale parasites. Ce problème avait déjà été évoqué lors des tests du programme de post-traitement, effectués dans la première partie (section 5.3.3).

Ensuite, on peut noter que la période où l'enstrophie (en bleu) arrête de diminuer et que la courbe croît, correspond à la période où l'enstrophie fait de même (en rouge). C'est particulièrement observable pour le cas B. L'instant où l'enstrophie se met à croître correspond à l'instant où la vorticité axiale décroît brusquement, donc cette intensification de l'enstrophie reflète une production des composantes radiale et azimuthale de la vorticité, par le biais des mécanismes évoqués dans la section précédente\*.

Considérons maintenant avec plus d'attention les courbes de vorticité axiale. Leur évolution est du même type pour le cas A ou le cas B : une intensité à peu près constante jusqu'à  $t \approx 150$  puis décroît fortement de manière très brusque. Cette décroissance se poursuit ensuite de manière plus modérée. Cette chute brusque provient des arrachements de vorticité axiale par les structures azimuthales, mais aussi par la formation des excroissances de vorticité azimuthale puisque cette formation se fait aux dépens de la vorticité axiale.

Notre hypothèse est, rappelons le, qu'un nombre plus important de structures primaires s'enroulant autour du tourbillon fera décroître plus rapidement l'intensité de ce dernier. Si on compare les courbes pour les deux calculs, A et B, on peut constater que la décroissance d'intensité, en particulier pour la vorticité axiale, se fait plus rapidement dans le cas A que dans le cas B. C'est à dire dans le cas où le nombre de structures primaires est plus faible. L'hypothèse semble donc à première vue réfutée. L'étude des champs de vorticité du cas B confirme par ailleurs ces observations, puisque les perturbations du tourbillon axial ne commencent vraiment que pour  $t \approx 160$ . Les structures tourbillonnaires azimuthales s'enroulant autour du tourbillon axial, avant cet instant, semblent interagir plus fortement entre elles que pour le cas A, et leur influence

\*A savoir réorientation de vorticité et intensification.

sur le tourbillon semble se compenser. Leurs actions respectives sur le tourbillon sont donc plus réparties sur sa longueur et la forte déformation radiale observée pour le cas A\* n'apparaît que plus tard dans l'interaction, lorsque certaines structures azimuthales se sont morcellées.

## 9.4 Conclusion

L'objectif de ce chapitre était d'analyser les différents mécanismes dominants révélés par le programme de post-traitement développé en première partie. Pour cela, nous nous sommes attachés, dans un premier temps, à découper la phase de l'interaction considérée (phase d'interaction du régime de sillage) en un nombre restreint de périodes. Le but était d'obtenir des périodes pendant lesquelles les mécanismes isolés par le programme de post-traitement étaient d'intensité constante, ou alors pendant lesquelles leurs actions restaient les mêmes (création de vorticité, transport de structures ...). Nous avons retenu un découpage de cinq périodes, tenant compte des deux possibilités que nous venons de citer.

Une fois le découpage effectué, l'étude des mécanismes intervenant au cours de chacune des périodes a été effectuée. On a pu retrouver des phénomènes observés lors d'études précédentes, parfois adaptés au cas de l'interaction jet/tourbillon, mais aussi des phénomènes nouveaux, tel que la formation des excroissances de vorticité azimuthale sur le tourbillon axial. Grâce   cette analyse nous avons pu effectuer un bilan des actions ressenties par chacune des structures considérées : le tourbillon axial et les deux branches de la structure tourbillonnaire primaire en "U" s'enroulant autour de ce dernier. Au cours de ce bilan, on a pu constater que la phase d'interaction entre le jet et le tourbillon augmentait la dissipation visqueuse et que son impact sur l'intensité du tourbillon était suffisante pour que celle-ci devienne inférieure   celle d'un tourbillon théorique isolé.

Enfin cette étude, période par période, ainsi que le bilan des actions effectué pour chaque structure nous ont permis de construire un scénario simplifié de l'interaction jet/tourbillon. Ce scénario présente l'enchaînement des mécanismes qui surviennent entre les structures tourbillonnaires primaires et le tourbillon encore non perturbé, de l'approche initiale de ces structures jusqu'  leur morcellement et leur dissipation. Les limites de ce scénario ont alors été établies : le nombre de structures approchant initialement le tourbillon est sans doute différent pour un cas réel, et ce scénario peut être différent pour des structures tourbillonnaires secondaires. Cependant ce scénario peut servir de base   un raisonnement visant par exemple la réduction de l'intensité du tourbillon. Dans cette optique, une hypothèse a été testée   l'aide de deux des cas simulés au chapitre précédent, les cas A et B. Si l'hypothèse avancée a ensuite été  cart e, on a pu grâce   elle mettre en évidence la création de composantes radiale et azimuthale de la vorticité aux dépens de la vorticité axiale.

---

\*Rappelons que cette déformation amène   l'arrachement de vorticité sur le tourbillon axial et est   l'origine de la formation des excroissances.

# Conclusion et perspectives

Ce travail a permis une meilleure compréhension des mécanismes de l'interaction entre un jet turbulent et un tourbillon de sillage, en particulier pour la phase dite d'interaction du régime de sillage. L'objectif était de rechercher les mécanismes physiques régissant l'interaction, déterminer leur origine et leur enchaînement, et les suivre au cours du temps.

Dans une première partie, nous avons mis au point une méthode d'analyse nous permettant d'isoler la part d'une structure tourbillonnaire, composant le jet, dans l'ensemble des forces que ressent une autre structure. Cette méthode est basée sur la séparation du champ de vitesse total en la somme des champs de vitesse produits par chacune de ces structures tourbillonnaires. En reportant cette décomposition dans les équations de la vorticité, on peut isoler les termes qui ne font intervenir que le champ de vitesse induit par une structure en particulier. Ces termes représentent alors la part de cette structure dans l'ensemble des forces que ressent une autre structure. Afin d'appliquer cette méthode, nous avons construit un programme de post-traitement qui isolait les différents acteurs principaux de l'interaction, c'est   dire les structures tourbillonnaires les plus intenses du jet et le tourbillon lui-même. Le programme s'est attaché ensuite   calculer les champs de vitesse induits par ces acteurs, puis leurs actions respectives sur chacun des acteurs. Ce programme permet de suivre ces actions au cours du temps et de faire ressortir les mécanismes dominants, facilitant ainsi l'analyse détaillée de l'interaction, car plus adaptée, détaillée et complète.

Nous avons ensuite validé les fonctionnalités du programme   l'aide d'un ensemble de tests, vérifiant la sélection des structures tourbillonnaires, le calcul des champs de vitesse et des termes de convection, diffusion et d'étirement. Grâce   ces tests, nous avons pu valider le programme basé sur la méthode de décomposition des champs de vitesse. Cependant, ces tests ont aussi fait ressortir les limites d'une telle analyse. Il a été montré que les conditions d'appartenance, imposées pour la détection et l'isolement d'une structure tourbillonnaire, pouvaient amener   la sélection d'un volume restreint de cette structure, et non le volume total. L'analyse de l'action de la structure sera alors biaisée puisque le champ de vitesse calculé par le programme ne sera pas représentatif de l'ensemble de la structure. De plus, comme ces actions sont moyennées sur le volume de la structure, il est possible que des mécanismes locaux, qui ne s'appliquent qu'  certaines zones d'une structure, soient ignorés. Enfin, la sélection restreinte de certaines structures, considérées comme majeures, amène   négliger au cours de cette analyse l'effet des autres structures tourbillonnaires composant le jet, dont l'action peut être importante.

Dans un deuxième temps, nous avons utilisé la méthode mise au point dans la première partie pour l'étude de plusieurs simulations. Cette étude a permis de nous affranchir des paramètres numériques liés   la simulation de l'interaction jet/tourbillon   l'aide du code FLUIDILES. En effet, on a pu isoler des mécanismes présents dans chacun des cas simulés, ayant des évolutions similaires aux mêmes moments de l'interaction. Puisque ces mécanismes sont présents sur des simulations ayant différents paramètres (raffinement de maillage et intensité de l'énergie cinétique turbulente   l'initialisation), on peut affirmer que ces mécanismes sont caractéristiques de l'interaction. L'étude a alors pu se concentrer sur un seul cas pour effectuer l'analyse de ces mécanismes. Parmi ceux-ci, nous n'avons retenu que les mécanismes dominants, c'est   dire les mécanismes

dont l'intensité était supérieure ou égale à 20% de l'intensité totale des forces ressenties par la structure tourbillonnaire considérée.

L'étude de ces mécanismes a permis de découper la phase d'interaction du régime sillage en différentes périodes pendant lesquelles les mécanismes isolés gardaient la même intensité, ou pendant lesquelles l'action de ces mécanismes était constante. Pour chacune de ces périodes, les actions du tourbillon et des structures tourbillonnaires azimutales du jet ont été décryptées, analysées et comparées à des mécanismes connus, issus de la littérature, parfois en les adaptant au cas de l'interaction jet/tourbillon. On a ainsi détaillé des mécanismes de création de vorticité, de déformation des structures tourbillonnaires et du tourbillon lui-même, l'enroulement de ces structures autour de ce dernier . . . Grâce   l'étude de ces mécanismes, et de leurs enchaînements, nous avons pu établir un bilan des efforts ressentis par les différents acteurs de l'interaction et construire alors un scénario de l'interaction jet/tourbillon. On a alors remarqué que l'interaction simulée,   partir de laquelle on s'est basé pour construire le scénario, ne représente pas un cas réel car le tourbillon simulé est un tourbillon de Lamb-Oseen et non un tourbillon formé par l'enroulement d'une nappe tourbillonnaire derrière un profil d'aile. Pour un cas réel, il est fort possible que ce scénario soit légèrement modifié. On peut cependant se baser sur ce scénario pour envisager des méthodes de contrôle de l'interaction, visant par exemple une réduction plus rapide de l'intensité du tourbillon.

L'interaction entre un jet turbulent et un tourbillon marginal est un sujet complexe et très intéressant car elle fait intervenir, entre autres, plusieurs domaines d'étude de mécanique des fluides. Si l'étude présentée dans ce mémoire a amené   une meilleure compréhension du sujet, un certain nombre de points restent encore   éclaircir, et pourraient faire l'objet de travaux   venir. L'ensemble de ces travaux permettront de raffiner le scénario de l'interaction construit au cours du dernier chapitre, et pouvoir envisager un contrôle de cette interaction.

Dans la continuité des travaux effectués, il pourrait être intéressant de mesurer l'impact du niveau d'énergie cinétique turbulente du jet   l'initialisation sur le développement de l'interaction. En effet, nous avons pu voir avec les différents cas simulés que ce niveau d'énergie avait un effet sur le déroulement de l'interaction. Cependant, il faudrait un nombre plus important de cas avec des niveaux d'énergie cinétique turbulente très différents pour confirmer nos observations.

Au cours de notre étude la question s'est posée de l'effet du nombre de structures tourbillonnaires primaires, issues du jet et s'enroulant autour du tourbillon, sur l'évolution de ce dernier. On a pu voir   la fin du dernier chapitre, qu'un nombre plus important de ces structures pouvait retarder la décroissance d'intensité du tourbillon. Le nombre de structures émergeant du jet a donc une importance qu'il ne faut pas négliger. Une étude ultérieure pourrait donc se pencher sur l'effet de ce nombre et serait nécessairement amenée   analyser leur formation, notamment en lien avec le niveau d'énergie cinétique turbulente du jet. Il serait aussi intéressant de considérer l'effet du reste du jet, ou du moins d'un nombre plus grand de structures. Comme on a pu voir qu'il y avait peu d'effet d'une branche d'une structure en "U" sur son autre branche, une nouvelle étude   l'aide de la méthode mise au point ne devrait plus dissocier ces structures en "U" et les considérer dans leur intégralité. Cela permettrait d'établir des modèles d'analyse comportant un nombre plus important de structures tourbillonnaires sans alourdir outre mesure l'analyse.

Il pourrait aussi être intéressant de considérer les structures en "U" qui s'approchent du tourbillon dans une optique de *mécanismes auto-entretenus*. En effet les travaux d'Antkowiak, que nous avons cités dans le premier chapitre, font mention d'un effet *anti-lift-up* appelé ainsi en raison de ses similarités avec l'effet *lift-up* intervenant dans une couche de cisaillement sur une plaque plane. Dans le cas de l'effet lift-up, il a été constaté que les stries de vitesse contribuaient   intensifier les structures tourbillonnaires longitudinales qui sont   leur origine. Le mécanisme est alors *auto-entretenu*. Dans ses travaux, Antkowiak n'a pas retrouvé cet aspect pour l'effet anti-lift-up, mais on a pu constater au cours de notre étude que les structures en "U" s'intensifiaient

sous l'effet de leur propre champ de vitesse. Il pourrait donc être intéressant d'étudier l'évolution d'une structure en U dans une rotation solide, l'effet de sa propre courbure et de vérifier si l'intensification est un effet auto-entretenu.

Il pourrait aussi être intéressant d'utiliser l'outil de sélection des structures pour effectuer une analyse de stabilité sur le tourbillon. En effet, si l'on a parlé d'excitation des modes de stabilité dans ce mémoire, aucune analyse de stabilité n'a été menée à proprement parler. Il est donc nécessaire de confirmer nos observations par une étude spécifique, et de mesurer l'effet des structures tourbillonnaires azimutales sur le développement des modes à l'intérieur du tourbillon axial, et de déterminer si ceux-ci sont excités par les déformations que subit le tourbillon, ainsi que par les arrachements visqueux.

Enfin, il serait intéressant d'étendre la méthode d'isolement des structures et de calcul des champs de vitesse induite à d'autres domaines que l'interaction jet/tourbillon, ou alors sous d'autres considérations. En particulier, on pourrait envisager d'utiliser cette méthode pour une étude acoustique du jet, mais cette fois en essayant de remonter aux champs de pression des structures pour calculer le rayonnement acoustique en champ proche du jet, et identifier les causes du bruit.



# Annexe A : Calcul de la dissipation visqueuse

Le calcul de la dissipation visqueuse se base sur l'équation de bilan d'énergie interne.

$$\rho \frac{de}{dt} = -p \cdot \text{div } \vec{u} + \bar{\tau} : \bar{d} - \text{div } \vec{q} \quad (.0.1)$$

avec :

- $e$  l'énergie interne,
- $p$  la pression,
- $\vec{u}$  la vitesse,
- $\bar{\tau}$  le tenseur des contraintes visqueuses,
- $\bar{d}$  le tenseur des taux de déformations,
- $\vec{q}$  le vecteur flux de chaleur.

Dans le cas de la simulation, nous avons un nombre de Mach faible  $M = 0,2$ , ce qui nous amené lors de nos calculs à considérer un cas quasi-incompressible. On a donc :

$$-p \text{div } \vec{u} \approx 0$$

De même, on peut supposer que dans notre cas les variations d'énergie interne sont négligeables :

$$-\text{div } \vec{q} \approx 0$$

L'équation .0.1 se résume donc à l'égalité suivante :

$$\rho \frac{de}{dt} = \bar{\tau} : \bar{d}$$

D'après la loi de comportement des fluides newtoniens, le tenseur des contraintes visqueuses peut s'exprimer de la façon suivante :

$$\bar{\tau} = \lambda \text{div } \vec{u} \cdot \bar{I} + 2\mu \bar{d} \quad (.0.2)$$

Avec  $\lambda$  et  $\mu$  les coefficients de viscosité de Lamé et  $\bar{I}$  le tenseur identité. Le premier terme s'annule grace à l'hypothèse d'incompressibilité, et l'équation .0.1 se résume à l'égalité suivante :

$$\rho \frac{de}{dt} = 2\mu \bar{d} : \bar{d} = \hat{\Phi}$$

soit, dans sa forme développée, en repère cylindrique :

$$\begin{aligned} \rho \frac{de}{dt} = & \mu \{ 2 [ (\frac{\partial u_r}{\partial r})^2 + (\frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{u_r}{r})^2 + (\frac{\partial u_z}{\partial z})^2 ] \\ & + (r \frac{\partial}{\partial r} (\frac{u_\theta}{r}) + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta})^2 + (\frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \theta} + \frac{\partial u_\theta}{\partial z})^2 + (\frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r})^2 \} \end{aligned} \quad (.0.3)$$

Dans le cas d'un tourbillon de Lamb-Oseen théorique, la vitesse est azimutale et ne dépend que du rayon,  $r$ . On a donc :

$$\begin{aligned}
\hat{\Phi} &= \mu \left[ r \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{u_\theta}{r} \right) \right]^2 \\
&= \mu \left[ r \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\Gamma_0}{2\pi r^2} (1 - \exp(-\frac{r^2}{4\nu t})) \right) \right]^2 \\
&= \mu \left[ \frac{\Gamma_0}{2\pi r^2} \left\{ 2 \exp(-\frac{r^2}{4\nu t}) - 2 - \frac{r^2}{4\nu t} \exp(-\frac{r^2}{4\nu t}) \right\} \right]^2 \\
&= \frac{\nu \Gamma_0}{4\pi^2 r^4} \left\{ 4 + \left[ 4 + \frac{r^4}{16\nu^2 t^2} - \frac{r^2}{\nu t} \right] \exp(-\frac{r^2}{2\nu t}) + \left[ \frac{r^2}{\nu t} - 8 \right] \exp(-\frac{r^2}{4\nu t}) \right\} \quad (.0.4)
\end{aligned}$$

Pour le calcul de la dissipation visqueuse dans le cas des simulations numériques, on utilise l'équation .0.3, appliquée au domaine de la simulation. Enfin, on effectue une intégration volumique sur le domaine de calcul afin d'obtenir des courbes d'évolution en temps de la dissipation visqueuse sur l'ensemble de ce domaine.

# Annexe B : Coordonnées cylindriques

## .1 Equations de la vorticité en base cylindrique

Dans le cas de l'interaction jet/tourbillon, le système cylindrique est plus adapté en prenant l'axe du tourbillon comme axe du système. Le but de cette partie est de r -écrire les équations de la vorticité en forme cylindrique adaptée   notre cas. Il s'agit donc de définir une base appropriée pour définir les équations.

### *Définition de la base cylindrique*

On souhaite passer d'une base cartésienne de coordonnées  $(x,y,z)$    une base  $(r,\theta,z')$ , de la manière suivante :

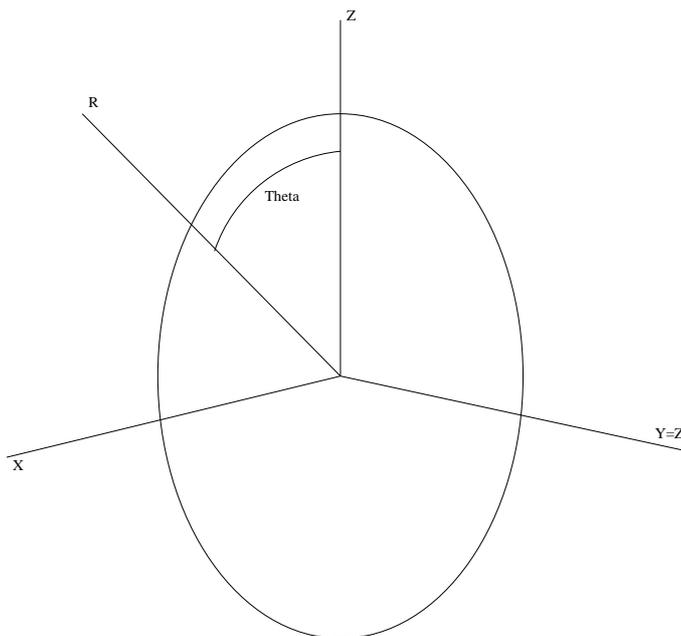


FIG. 41 – Schéma du repère cylindrique par rapport au repère cartésien du calcul FLUIDILES

**Remarque 5** *La base cartésienne d'origine est la base choisie dans la simulation de l'interaction jet/tourbillon par le code FLUIDILES. Lors de la simulation l'axe du tourbillon est l'axe  $y$ , et non l'axe  $z$  usuel.*

C'est donc un changement de repère par rotation. La matrice de changement de base  $\overline{\overline{J}}$  est donc de la forme suivante :

$$\overline{\overline{J}} = \begin{bmatrix} \sin \theta & 0 & \cos \theta \\ \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (.1.1)$$

ce qui implique les relations suivantes pour la vitesse  $\vec{u}$  et la vorticité  $\vec{\omega}$  en cylindrique :

$$\begin{bmatrix} u_r \\ u_\theta \\ u_{z'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin \theta & 0 & \cos \theta \\ \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_x \sin \theta + u_z \cos \theta \\ u_x \cos \theta - u_z \sin \theta \\ u_y \end{bmatrix} \quad (.1.2)$$

$$\begin{bmatrix} \omega_r \\ \omega_\theta \\ \omega_{z'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin \theta & 0 & \cos \theta \\ \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_x \sin \theta + \omega_z \cos \theta \\ \omega_x \cos \theta - \omega_z \sin \theta \\ \omega_y \end{bmatrix} \quad (.1.3)$$

La matrice inverse  $\overline{\overline{\mathcal{J}}}^{-1}$  est donnée par la matrice transposée de  $\overline{\overline{\mathcal{J}}}$  :

$${}^t\overline{\overline{\mathcal{J}}} = \begin{bmatrix} \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \cos \theta & -\sin \theta & 0 \end{bmatrix} \quad (.1.4)$$

On peut alors, à l'aide de ces relations, expliciter les différents éléments de l'équation (4.1.10).

### Développement des termes en cylindrique

On va dans un premier temps s'intéresser au terme d'entraînement de la vorticité par la vitesse,  $(\overline{\overline{\text{grad}}}\vec{\omega})\vec{u}$ , que l'on va développer dans la base  $(r, \theta, z')$ .

$$\begin{aligned} (\overline{\overline{\text{grad}}}\vec{\omega})\vec{u} &= \begin{bmatrix} \frac{\partial \omega_r}{\partial r} & \frac{1}{r} \frac{\partial \omega_r}{\partial \theta} - \frac{\omega_\theta}{r} & \frac{\partial \omega_r}{\partial z'} \\ \frac{\partial \omega_\theta}{\partial r} & \frac{1}{r} \frac{\partial \omega_\theta}{\partial \theta} + \frac{\omega_r}{r} & \frac{\partial \omega_\theta}{\partial z'} \\ \frac{\partial \omega_{z'}}{\partial r} & \frac{1}{r} \frac{\partial \omega_{z'}}{\partial \theta} & \frac{\partial \omega_{z'}}{\partial z'} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_r \\ u_\theta \\ u_{z'} \end{bmatrix} \\ (\overline{\overline{\text{grad}}}\vec{\omega})\vec{u} &= \begin{bmatrix} u_r \frac{\partial \omega_r}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial \omega_r}{\partial \theta} - \frac{u_\theta \omega_\theta}{r} + u_{z'} \frac{\partial \omega_r}{\partial z'} \\ u_r \frac{\partial \omega_\theta}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial \omega_\theta}{\partial \theta} + \frac{u_\theta \omega_r}{r} + u_{z'} \frac{\partial \omega_\theta}{\partial z'} \\ u_r \frac{\partial \omega_{z'}}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial \omega_{z'}}{\partial \theta} + u_{z'} \frac{\partial \omega_{z'}}{\partial z'} \end{bmatrix}_{(r,\theta,z')} \end{aligned} \quad (.1.5)$$

De même on peut développer le terme  $(\overline{\overline{\text{grad}}}\vec{u})\vec{\omega}$  de la manière suivante :

$$(\overline{\overline{\text{grad}}}\vec{u})\vec{\omega} = \begin{bmatrix} \omega_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{\omega_\theta}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} - \frac{u_\theta \omega_\theta}{r} + \omega_{z'} \frac{\partial u_r}{\partial z'} \\ \omega_r \frac{\partial u_\theta}{\partial r} + \frac{\omega_\theta}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{\omega_\theta u_r}{r} + u_{z'} \frac{\partial u_\theta}{\partial z'} \\ \omega_r \frac{\partial u_{z'}}{\partial r} + \frac{\omega_\theta}{r} \frac{\partial u_{z'}}{\partial \theta} + \omega_{z'} \frac{\partial u_{z'}}{\partial z'} \end{bmatrix}_{(r,\theta,z')} \quad (.1.6)$$

Enfin, on peut aussi développer le terme  $\Delta \vec{\omega}$  :

$$\Delta \vec{\omega} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \omega_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \omega_r}{\partial r} - \frac{\omega_r}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \omega_r}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \omega_r}{\partial z'^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial \omega_\theta}{\partial \theta} \\ \frac{\partial^2 \omega_\theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \omega_\theta}{\partial r} - \frac{\omega_\theta}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \omega_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \omega_\theta}{\partial z'^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial \omega_r}{\partial \theta} \\ \frac{\partial^2 \omega_{z'}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \omega_{z'}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \omega_{z'}}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \omega_{z'}}{\partial z'^2} \end{bmatrix}_{(r,\theta,z')} \quad (.1.7)$$

**Remarque 6** Le nombre de Mach étant relativement faible, il pourrait être pertinent de considérer l'hypothèse d'incompressibilité et l'appliquer à l'équation 4.1.10. On fera donc abstraction de la partie compressible des équations, c'est à dire :  $-\vec{\omega} \text{div} \vec{u} + \frac{1}{\rho^2} \overrightarrow{\text{grad}} \rho \wedge \overrightarrow{\text{grad}} \rho$  et on ne développera ici leur représentation dans la base cylindrique. Cette hypothèse devra être vérifiée par la suite.

## .2 Calcul des dérivées spatiales en repère cylindrique

Pour calculer les termes des équations 4.1.12, 4.1.13 et 4.1.14, il va falloir calculer des dérivées en repère cylindrique. Or le maillage utilisé et l'ensemble des données sont accessibles via des coordonnées cartésiennes.

Un calcul exact passe par la dérivation composée :

$$\frac{\partial}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial r} \quad (.2.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta} = \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \theta} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \theta} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial \theta} \quad (.2.2)$$

$$\frac{\partial}{\partial z'} = \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial z'} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial z'} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial z'} \quad (.2.3)$$

Rappelons que la matrice de passage entre les coordonnées cartésiennes et notre système de coordonnées cylindriques est la suivante :

$$\bar{J} = \begin{bmatrix} \sin \theta & 0 & \cos \theta \\ \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (.2.4)$$

correspondant à la configuration suivante :

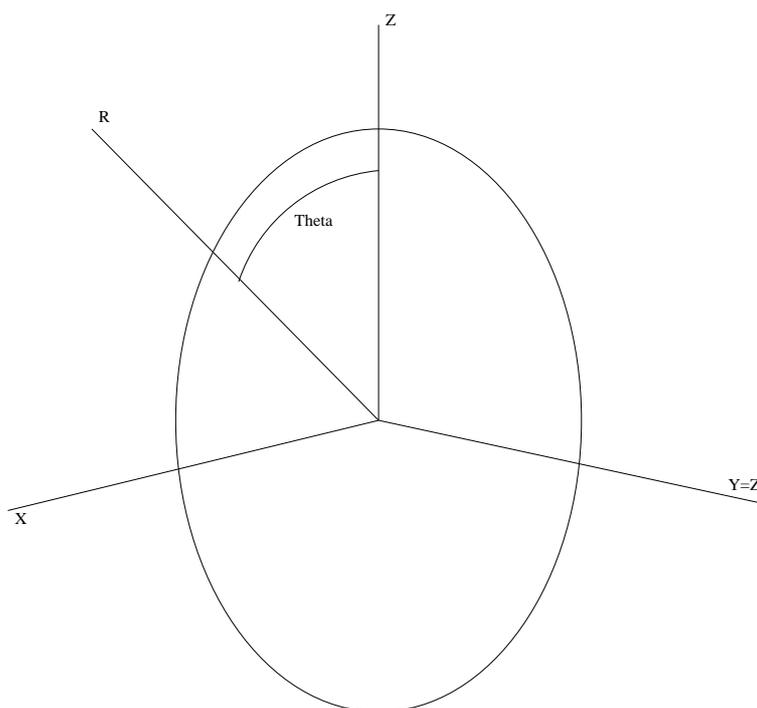


FIG. 42 – Schéma de la configuration pour le changement de base

Dès lors on peut facilement calculer les dérivées de type  $\frac{\partial x}{\partial r}$ .

$$\begin{aligned} \frac{\partial x}{\partial r} &= \frac{\partial}{\partial r} (r \sin(\theta)) \\ &= \sin(\theta) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial x}{\partial r} = \sin(\arctan(\frac{x}{z}))$$

de même

$$\begin{aligned}
\frac{\partial x}{\partial \theta} &= \sqrt{x^2 + z^2} \cos(\operatorname{artan}\left(\frac{x}{z}\right)) \\
\frac{\partial x}{\partial z'} &= 0 \\
\frac{\partial y}{\partial r} = \frac{\partial y}{\partial \theta} &= 0 \\
\frac{\partial y}{\partial z'} &= 1 \\
\frac{\partial z}{\partial r} &= \cos(\operatorname{artan}\left(\frac{x}{z}\right)) \\
\frac{\partial z}{\partial \theta} &= -\sqrt{x^2 + z^2} \sin(\operatorname{artan}\left(\frac{x}{z}\right)) \\
\frac{\partial z}{\partial z'} &= 0
\end{aligned}$$

Soit

$$\frac{\partial}{\partial r} = \sin(\operatorname{artan}\left(\frac{x}{z}\right)) \frac{\partial}{\partial x} + \cos(\operatorname{artan}\left(\frac{x}{z}\right)) \frac{\partial}{\partial z} \quad (.2.5)$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta} = \sqrt{x^2 + z^2} \left( \cos(\operatorname{artan}\left(\frac{x}{z}\right)) \frac{\partial}{\partial x} - \sin(\operatorname{artan}\left(\frac{x}{z}\right)) \frac{\partial}{\partial z} \right) \quad (.2.6)$$

$$\frac{\partial}{\partial z'} = \frac{\partial}{\partial y} \quad (.2.7)$$

On peut de la même façon calculer les dérivées du second ordre.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2}{\partial r^2} &= \frac{\partial}{\partial r} \left( \sin(\theta) \frac{\partial}{\partial x} + \cos(\theta) \frac{\partial}{\partial z} \right) \\
&= \sin(\theta) \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\partial}{\partial x} \right) + \cos(\theta) \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\partial}{\partial z} \right) \\
&= \sin(\theta) \left( \sin(\theta) \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \cos(\theta) \frac{\partial^2}{\partial z \partial x} \right) + \cos(\theta) \left( \sin(\theta) \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} + \cos(\theta) \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \\
&= \sin^2(\theta) \frac{\partial^2}{\partial x^2} + 2 \sin(\theta) \cos(\theta) \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} + \cos^2(\theta) \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (.2.8)
\end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} &= \frac{\partial}{\partial \theta} \left( r \left( \cos(\theta) \frac{\partial}{\partial x} - \sin(\theta) \frac{\partial}{\partial z} \right) \right) \\
&= r \left[ -\sin(\theta) \frac{\partial}{\partial x} + \cos(\theta) \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{\partial}{\partial x} \right) - \cos(\theta) \frac{\partial}{\partial z} - \sin(\theta) \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{\partial}{\partial z} \right) \right] \\
&= r \left[ - \left( \sin(\theta) \frac{\partial}{\partial x} + \cos(\theta) \frac{\partial}{\partial z} \right) + r \cos(\theta) \left( \cos(\theta) \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \sin(\theta) \frac{\partial^2}{\partial z \partial x} \right) \right. \\
&\quad \left. - r \sin(\theta) \left( \cos(\theta) \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} - \sin(\theta) \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \right] \\
&= r^2 \left[ \cos^2(\theta) \frac{\partial^2}{\partial x^2} - 2 \sin(\theta) \cos(\theta) \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} + \sin^2(\theta) \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] \\
&\quad - r \left( \sin(\theta) \frac{\partial}{\partial x} + \cos(\theta) \frac{\partial}{\partial z} \right) \quad (.2.9)
\end{aligned}$$

A l'aide de ces précisions, on peut calculer n'importe laquelle des dérivées des équations 4.1.12, 4.1.13 et 4.1.14. En effet, on peut utiliser les schémas de discrétisation de dérivées utilisés par le code FLUIDILES pour calculer les dérivées cartésiennes et reconstituer ensuite les différents termes des équations (advection, diffusion).



# Bibliographie

- [1] *Boundary-Layer Theory*. Mc Graw-Hill, New York, 1968.
- [2] A. Antkowiak. *Dynamique aux temps courts d'un tourbillon isolé*. PhD thesis, Université Paul Sabatier, Toulouse, France, 2005.
- [3] J. Bardina, J.H. Ferziger, and W.C. Reynolds. Improved subgrid scale models for large-eddy-simulation. *AIAA Paper*, 80(1357), 1980.
- [4] G.K. Batchelor. Axial flow in trailing line vortices. *Journal of Fluid Mechanics*, 20(4) :645–658, 1964.
- [5] G.K. Batchelor and A.E. Gill. Analysis of the stability of axisymmetric jets. *Journal of Fluid Mechanics*, 14 :529–551, 1962.
- [6] G.K. Batchelor and I. Proudman. The effect of rapid distortion of a fluid in turbulent motion. *Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics*.
- [7] T.B. Benjamin. Theory of the vortex breakdown phenomenon. *Journal of Fluid Mechanics*, 14 :593–629, 1962.
- [8] T.B. Benjamin. Some developments in the theory of vortex breakdown. *Journal of Fluid Mechanics*, 28 :65–84, 1967.
- [9] S. Brunet. *Etude numérique et expérimentale du mélange des jets de moteurs dans les tourbillons de sillage d'un avion de ligne*. PhD thesis, Institut Universitaire des Systèmes Thermiques et Industriels, Université de Provence, 1999.
- [10] S. Brunet, F. Garnier, and L. Jacquin. Numerical/experimental simulation of exhaust jet mixing in wake vortex. *AIAA Paper*, (1999-3418), 1999.
- [11] K.M. Butler and B.F. Farrell. Three-dimensional optimal perturbations in viscous shear flow. *Physics of Fluids*, 4 :1637–1650, 1992.
- [12] Pinaki Chakraborty, S. Balachandar, and Ronald J. Adrian. On the relationships between local vortex identification schemes. *Journal of Fluid Mechanics*, 535 :189–214, 2005.
- [13] P. Chatelain, A. Curioni, M. Bergdorf, D. Rossinelli, W. Andreoni, and P. Koumoutsakos. Billion vortex particle direct numerical simulations of aircraft wakes. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 197 :1296–1304, 2008.
- [14] A.L. Chen, J.D. Jacob, and Ö. Savaş. Dynamics of corotating vortex pairs in the wakes of flapped airfoils. *Journal of Fluid Mechanics*, 382 :155–193, 1999.
- [15] M.S. Chong, A.E. Perry, and B.J. Cantwell. A general classification of three-dimensional flow fields. *Physics of Fluids A*, 2 :765–777, 1990.
- [16] P. Corbett and A. Bottaro. Optimal linear growth in swept boundary layers. *Journal of Fluid Mechanics*, 435 :1–23, 2001.
- [17] S.C. Crow. Stability theory for a pair of trailing vortices. *AIAA Journal*, 8(12) :2172–2179, December 1970.

- [18] I. Danaïla, J. Dušek, and F. Anselmet. Coherent structures in a round, spatially evolving, unforced, homogeneous jet at low reynolds numbers. *Physics of Fluids*, 9(11) :3323–3342, November 1997.
- [19] J.W. Deardorff. A numerical study of three-dimensional turbulent channel flow at large reynolds number. *Journal of Fluid Mechanics*, 41 :453–480, 1970.
- [20] W.J. Devenport, C.M. Vogel, and J.S. Zsoldos. Flow structure produced by the interaction and merger of a pair of co-rotating wing-tip vortices. *Journal of Fluid Mechanics*, 394 :357–377, 1999.
- [21] D. Fabre. *Instabilités et instationnarités dans les tourbillons : Application aux sillages d'avions*. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie, Paris VI, 2002.
- [22] D. Fabre and L. Jacquin. Viscous instabilities in trailing vortices at large swirl numbers. *Journal of Fluid Mechanics*, 500 :239–262, 2004.
- [23] C. Ferreira-Gago, S. Brunet, and F. Garnier. Numerical investigation of turbulent mixing in a jet/wake vortex interaction. *AIAA Journal*, 40 :276, 2002.
- [24] Cécile Ferreira Gago. *Simulations numériques de l'interaction entre un jet rond turbulent et un tourbillon de sillage*. PhD thesis, Université de Marne-La-Vallée, 2002.
- [25] M. Gaster. A note on the relation between temporally-increasing and spatially-increasing disturbances in hydrodynamic stability. *Journal of Fluid Mechanics*, 286 :229–255, 1962.
- [26] M. Germano. Differential filters of elliptic type. *Physics of Fluids*, 29(6) :1757–1758, 1986.
- [27] T. Gerz and T. Ehret. Wingtip vortices and exhaust jets during the jet regime of aircraft wakes. *Aerospace Sciences and Technology*, 7 :463–474, 1997.
- [28] S. Ghosal, T.S. Lund, P. Moin, and K. Akselvoll. A dynamic localization model for large-eddy simulation of turbulent flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 286 :229–255, 1995.
- [29] G.L. Brown and J.M. Lopez. Axisymmetric vortex breakdown. part 2. physical mechanisms. *Journal of Fluid Mechanics*, 221 :553–576, 1990.
- [30] M.A. Herrada and R. Fernandez-Feria. On the development of three-dimensional vortex breakdown in cylindrical regions. *Physics of Fluids*, 18, 2006.
- [31] F. Holsäpfel, T. Gerz, and R. Baumann. The turbulent decay of trailing vortex pairs in stably stratified environments. *Aerospace Science and Technology*, 1 :95–108, 2001.
- [32] Kiyoshi Horiuti. A classification method for vortex sheet and tube structures in turbulent flows. *Physics of Fluids*, 13(12).
- [33] Kiyoshi Horiuti and Youhei Takagi. Identification method for vortex sheet structures structures in turbulent flows. *Physics of Fluids*, 17(12), 2005.
- [34] J.C.R. Hunt and D.J. Carruthers. Rapid distortion theory and the 'problems' of turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 212 :497–532, 1990.
- [35] J.C.R. Hunt, A.A. Wray, and P. Moin. Eddies, stream, and convergence zones in turbulent flows. *Center for Turbulence Research Report*, CTR-S88 :193–208, 1988.
- [36] G. Huppertz, E. fares, R. Abstiens, and W. Schröder. Investigation of engine jet/wing-tip vortex interference. *Aerospace Sciences and Technology*, 8 :175–183, 2004.
- [37] A.K.M.F. Hussain. Coherent structures-reality and myth. *Physics of Fluids*, 26(10) :2816–2850, October 1983.
- [38] A.K.M.F. Hussain. Coherent structures and turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 173 :303–356, 1986.
- [39] M.Y. Hussaini. On large-eddy simulation of compressible flows. *AIAA Paper*, 98(2802), 1998.

- [40] O. Iida, M. Iwatsuki, and Y. Nagano. Vortical turbulence structure and transport mechanism in a homogeneous shear flow. *Physics of Fluids*, 12(11) :2895–2905, November 2000.
- [41] L. Jacquin and P. Molton. Experiments on cold/hot jet-vortex interaction. Technical report, Onera, 2006. FAR-WAKE TECHNICAL REPORT TR 2.1.2-6.
- [42] Jinhee Jeong and Fazle Hussain. On the identification of a vortex. *Journal of Fluid Mechanics*, 285 :69–94, 1995.
- [43] J. Jiménez and A.A. Wray. On the characteristics of vortex filaments in isotropic turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 373 :255–285, 1998.
- [44] J. Jiménez, A.A. Wray, P.G. Saffman, and R.S. Rogallo. The structure of intense vorticity in isotropic turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 255 :65–90, 1993.
- [45] G. Kawahara, S. Kida, M. Tanaka, and S. Yanase. Wrap, tilt and stretch of vorticity line around a strong thin straight vortex tube in a simple shear flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 353 :115–162, 1997.
- [46] Lord Kelvin. Vibrations of a columnar vortex. *Philosophical Magazine*, 10 :155–168, 1880.
- [47] M.R. Khorrami. On the viscous modes of instability of a trailing line vortex. *Journal of Fluid Mechanics*, 225 :197–212, 1992.
- [48] S. Kida and M. Tanaka. Dynamics of vortical structures in a homogeneous shear flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 274 :43–68, 1994.
- [49] D. Küchermann. Report on the iutam symposium on concentrated vortex motion in fluids. *Journal of Fluid Mechanics*, 21 :1–20, 1965.
- [50] O. Labbé, E. Maglaras, and F. Garnier. Large-eddy simulation of a turbulent jet and wake vortex interaction. *Computers and Fluids*, 36 :772–785, 2007.
- [51] M.T. Landahl. A note on an algebraic instability of inviscid parallel shear flows. *Journal of Fluids Mechanics*, 98 :243–251, 1980.
- [52] R.L. Leboeuf and R.D. Mehta. On using Taylor’s hypothesis for three dimensional mixing layers. *Physics of Fluids*, 7(6) :1516–1519, 1995.
- [53] S. Leibovich and K. Stewartson. A sufficient condition for the instability of columnar vortices. *Journal of Fluid Mechanics*, 126 :335–356, 1983.
- [54] S.K. Lele. Compact finite difference scheme with spectral-like resolution. *Journal of Computational Physics*, 10 :16–42, 1992.
- [55] P.S. Lowery and W.C. Reynolds. Numerical simulation of a spatially developing forced mixing layer. Technical Report TF-26, Stanford University, 1986.
- [56] Ephi Maglaras. *Application de la Simulation Numérique des Grandes Echelles à la Formation des Traînés de Condensation dans le Sillage d’un Avion*. PhD thesis, Université Bordeaux 1, 2007.
- [57] J.S. Marshall. The flow induced by periodic vortex rings wrapped around a columnar vortex core. *Journal of Fluid Mechanics*, 345 :1–30, 1997.
- [58] J.E. Martin and E. Meiburg. Numerical investigation of three-dimensionally evolving jets subject to axisymmetric and azimuthal perturbations. *Journal of Fluid Mechanics*, 230 :271–318, 1991.
- [59] J.E. Martin and E. Meiburg. Numerical investigation of three-dimensionally evolving jets under helical perturbations. *Journal of Fluid Mechanics*, 243 :457–487, 1992.
- [60] J.E. Martin and E. Meiburg. Nonlinear axisymmetric and three-dimensional vorticity dynamics in a swirling jet model. *Physics of Fluids*, 8(7) :1917–1928, July 1996.

- [61] E.W. Mayer and K. G. Powell. Viscous and inviscid instabilities of a trailing vortex. *Journal of Fluid Mechanics*, 245 :91–114, 1992.
- [62] M. V. Melander and Fazle Hussain. Coupling between a coherent structure and fine-scale turbulence. *Physical Review*, 48(4) :2669–2689, Octobre 1993.
- [63] R.C. Miake-Lye, M. Martinez-Sanchez, R.C. Brown, and C.E. Kolb. Plume and wake dynamics, mixing, and chemistry behind a high speed civil transport aircraft. *Journal of Aircraft*, 30(4) :467–479, 1993.
- [64] A. Michalke. Survey on jet instability theory. *Progress in Aerospace Sciences*, 21(3) :159–199, 1984.
- [65] A. Michalke and G. Hermann. On the inviscid instability of a circular jet with external flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 114 :343–359, 1982.
- [66] T. Miyazaki and J.C.R. Hunt. Linear and nonlinear interactions between a columnar vortex and external turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 402 :349–378, 2000.
- [67] D.W. Moore and P.G. Saffman. The instability of a straight vortex filament in a strain field. *Proceedings of the Royal Society London Serie A*, 346 :413–425, 1975.
- [68] J. Panda and D.K. McLaughlin. Experiments on the instabilities of a swirling jet. *Physic of Fluids*, 6(1) :263–276, 1993.
- [69] R. Paoli and F. Garnier. Interaction of exhaust jets and aircraft wake vortices : small-scale dynamics and potential microphysical-chemical transformations. *Comptes Rendus Physique*, 6 :525–547, 2005.
- [70] R. Paoli, F. Laporte, B. Cuenot, and T. Poinso. Dynamics and mixing in jet/vortex interactions. *Physics of Fluids*, 15(7) :1843–1860, 2003.
- [71] T.J. Poinso and S.K. Lele. Boundary conditions for direct simulations of compressible viscous flows. *Journal of Computational Physics*, 101 :104–129, 1992.
- [72] D.S. Pradeep and F. Hussain. Core dynamics of a strained vortex : instability and transition. *Journal of Fluid Mechanics*, 447 :247–285, 2001.
- [73] D.S. Pradeep and F. Hussain. Transient growth of perturbation in a vortex column. *Journal of Fluid Mechanics*, 550 :251–288, 2006.
- [74] Lord Rayleigh. On the stability, or instability, of a certain fluid motions. *Proceedings of the London Mathematical Society*, 11 :57–70, 1880.
- [75] Lord Rayleigh. On the dynamics of revolving fluids. *Proceedings of the Royal Society London Serie A*, 93 :148–154, 1916.
- [76] F. Risso, A. Corjon, and A. Stoessel. Direct numerical simulations of wake vortices in intense homogeneous turbulence. *AIAA Journal*, 35(6) :1030–1040, 1997.
- [77] V.J. Rossow. Lift-generated vortex wakes of subsonic transport aircraft. *Progress in Aerospace sciences*, 35 :507–660, 1999.
- [78] P. Sagaut. *Large Eddy Simulation for Incompressible Flows : an Introduction*. Springer, Berlin, 3th edition edition, 2004.
- [79] P. Sagaut, B. Troff, T.H. Le, K. Dang-Tran, and L. Ta Phuoc. Large-eddy simulation of turbulent flow past a backward facing step with a new mixed-scale sgs model. *IMACS-COST Conference*, 1996.
- [80] Ö. Savaş. Experimental investigations on wake vortices and their alleviation. *Comptes Rendus Physiques*, 6 :415–429, 2005.
- [81] J. Smagorinsky. General circulation experiments with the primitive equations. *Monthly Weather Review*, 91(3), 1963.

- [82] H.B. Squire. Analysis of the ‘vortex breakdown’ phenomenon. part 1. *Imperial College Aeronautics Department Report*, 102, 1960.
- [83] M. Sreedhar and S. Ragab. Large eddy simulation of longitudinal stationary vortices. *Physics of Fluids*, 6(7) :2501–2514, July 1994.
- [84] E. Stumpf, R. Rudnik, and A. Ronzheimer. Euler computation of the nearfield wake vortex of an aircraft in take-off configuration. *Aerospace Science and Technology*, 4 :535–543, 2000.
- [85] N. Takahashi, H. Ishii, and T. Miyazaki. The influence of turbulence on a columnar vortex. *Physics of Fluids*, 17, 2005.
- [86] Mitsuru Tanaka and Shigeo Kida. Characterization of vortex tubes and sheets. *Physics of Fluids A*, 5(9), 1993.
- [87] G. I. Taylor. Stability of a viscous liquid contained between two rotating cylinder. *Philosophical Transactions of the Royal Society (London) A*, 223 :289–343, 1923.
- [88] G.I. Taylor. Statistical theory of turbulence. *Proceedings of the Royal Society London, Serie A*, 164(476), 1938.
- [89] K.W. Thompson. Time dependent boundary conditions for hyperbolic system i. *Journal of Computational Physics*, 68 :1–24, 1986.
- [90] K.W. Thompson. Time dependent boundary conditions for hyperbolic system ii. *Journal of Computational Physics*, 89 :439–461, 1986.
- [91] C.-Y. Tsai and S.E. Widnall. The stability of short waves on a straight vortex filament in a weak externally imposed strain field. *Journal of Fluid Dynamics*, 73 :721–733, 1976.
- [92] R. Verzicco, J. Jiménez, and P. Orlandi. On steady columnar vortices under local compression. *Journal of Fluid Mechanics*, 299 :367–388, 1995.
- [93] R. Verzicco and P. Orlandi. Direct simulations of the transitional regime of a circular jet. *Physics of Fluids*, 6 :751, 1994.
- [94] Frank Y. Wang and K. B. M. Q. Zaman. Aerodynamics of a jet in the vortex wake of a wing. *AIAA Journal*, 40(3) :401–407, 2002.
- [95] S. Wang and Z. Rusak. The dynamics of a swirling flow in a pipe and transition to axisymmetric vortex breakdown. *Journal of Fluid Mechanics*, 340 :177–223, 1997.
- [96] C.H.K Williamson, T. Leweke, and G.D. Miller. Fundamental instabilities in spatially-developing wing wakes and temporally-developing vortex pairs. In *Proceedings of FEDSM ’98, 1998 ASME Fluids Engineering Division Summer Meeting, June 21-25 1998, Washington DC*.
- [97] T. Leweke C.H.K. Williamson. Cooperative elliptic instability of a vortex pair. *Journal of Fluid Mechanics*, 360 :85–119, 1998.
- [98] S. Yanase, M. Tanaka, S. Kida, and G. Kawahara. Generation and sustenance mechanisms of coherent vortical structures in rotating shear turbulence of zero-mean-absolute vorticity. *Fluid Dynamic Research*, 35 :237–254, 2004.





## **Analyse de l'interaction entre un jet turbulent et un tourbillon**

Cette thèse a pour but l'analyse de l'interaction entre un jet turbulent et un tourbillon de sillage, dans la phase dite d'interaction du régime de sillage. C'est à dire lorsque le jet s'enroule autour du tourbillon car sa vitesse axiale n'est plus suffisamment élevée pour résister à l'attraction de ce tourbillon. Il y a alors un changement dans la nature de la turbulence du jet : des structures tourbillonnaires plus intenses émergent et perturbent le tourbillon autour duquel elles s'enroulent.

Parmi les mécanismes physiques intervenant au cours de l'interaction, le travail effectué au cours de cette thèse a permis de déterminer quels étaient les mécanismes majeurs, ainsi que leur origine et leur enchaînement. Pour cela, nous avons dans un premier temps mis au point un outil d'analyse adapté à notre étude, basé sur une méthode de décomposition du champ de vitesse globale en la somme des champs de vitesse induite par chacune des structures tourbillonnaires. Dans un deuxième temps, l'ensemble des fonctionnalités de cet outil ont été validées à l'aide de différents tests, qui ont par ailleurs permis de faire le point sur certaines limites de la méthode.

Une fois cet outil validé, il a été utilisé sur quatre simulations de l'interaction jet/tourbillon effectuées à l'aide d'un solveur qui résout les équations de Navier-Stokes tridimensionnelles pour un fluide compressible. Cette analyse comparative a permis de mettre en évidence les mécanismes propres à l'interaction et d'éliminer les phénomènes induits par les différents paramètres de la simulation.

Une fois cette dépendance levée, l'étude s'est focalisée sur l'analyse des mécanismes dominants en identifiant leur origine, i.e. la structure tourbillonnaire à l'origine du mécanisme, et leur action, en les confrontant à des mécanismes issus de la littérature. On a ainsi pu, entre autres, mettre en valeur les mécanismes d'intensification des structures tourbillonnaires issues du jet, la déformation du tourbillon axial par ces mêmes structures et la création d'excroissances de vortacité azimuthale sur le tourbillon axial.

Enfin, cette étude a permis de construire un scénario de l'interaction jet/tourbillon qui pourra servir de base pour une étude de cette interaction dans une démarche de contrôle.

## **Analysis of the interaction between a turbulent jet and a vortex**

The purpose of thesis is the analysis of the interaction between a turbulent jet and a wake vortex, during the interaction phase of the wake regime. During this phase, the jet is attracted by the vortex because of the decrease of its axial velocity. As the jet rolls up around the vortex, its turbulence structure changes and bigger vortical structures appear which perturb the axial vortex.

This work helped to define which were the dominant mechanisms of the interaction, their origin and their linking. An analysis tool based on a velocity field decomposition method was first built. The total velocity field is split into the sum of the velocity fields induced by each vortical structure. In a second step, all the features of this tool have been validated using different tests, which helped to ascertain some limitations of the method.

Once validated, the tool was used on four cases of the jet / vortex interaction simulated with a three-dimensional compressible Navier-Stokes solver. This comparative analysis made it possible to highlight the mechanisms, which are characteristic of the interaction and to eliminate phenomena induced by some parameters of the simulations.

This issue once settled, the study was focused on the analysis of the dominant mechanisms by identifying their origin, i.e. the vortex structure in the beginning of the mechanism, and their action and confronted them to mechanisms described in the literature. Among all the studied mechanisms, intensification mechanisms of the vortical structures born of the jet were detailed. The deformation of the axial vortex by the same structures, and the creation of outgrowth of azimuthal vorticity on the vortex were also investigated.

Finally this study has constructed a scenario of the jet/vortex interaction that may help future process control studies of this interaction.

Les travaux de recherche ont été effectués au  
Département de Simulation Numérique et Aéroacoustique de l'ONERA  
BP72 – 29 avenue de la Division Leclerc 92322 Châtillon Cedex  
Tel +33 1 46 73 40 40 Fax +33 1 46 73 41 41  
<http://www.onera.fr/dsna/index.php>