



**HAL**  
open science

# Création d'états de précontrainte dans des composants en béton par alliages à mémoire de forme : approche expérimentale et modélisation

Hanh Tran

► **To cite this version:**

Hanh Tran. Création d'états de précontrainte dans des composants en béton par alliages à mémoire de forme : approche expérimentale et modélisation. Autre. Université Blaise Pascal - Clermont-Ferrand II, 2012. Français. NNT : 2012CLF22283 . tel-00818906

**HAL Id: tel-00818906**

**<https://theses.hal.science/tel-00818906>**

Submitted on 29 Apr 2013

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° d'ordre : D.U. 2283  
EDSPIC : 579

UNIVERSITÉ BLAISE PASCAL – CLERMONT II  
ÉCOLE DOCTORALE  
SCIENCES POUR L'INGÉNIEUR DE CLERMONT-FERRAND

# THÈSE

Présentée par

Hanh TRAN

pour obtenir le grade de

DOCTEUR D'UNIVERSITÉ

Spécialité : **Mécanique du Solide**

## CRÉATION D'ÉTATS DE PRÉCONTRAINTÉ DANS DES COMPOSANTS EN BÉTON PAR ALLIAGES À MÉMOIRE DE FORME : APPROCHE EXPÉRIMENTALE ET MODÉLISATION

Soutenue publiquement le 22 Octobre 2012 devant le jury composé de :

|     |  |                           |
|-----|--|---------------------------|
| MM. | <b>BOUBAKAR Lamine, Prof., UFC, Besançon</b>                       | <b>Président du Jury</b>  |
|     | <b>FAVIER Denis, Prof., INPG, Grenoble</b>                         | <b>Rapporteur</b>         |
|     | <b>FERRIER Emmanuel, Prof., UCBL-IUTA, Lyon</b>                    | <b>Rapporteur</b>         |
|     | <b>GWOZDZIEWICZ Piotr, Prof. Associé, UT de Cracovie (Pologne)</b> | <b>Examineur</b>          |
|     | <b>DESTREBECQ Jean-François, Prof., UBP, Clermont-Ferrand</b>      | <b>Directeur de thèse</b> |
|     | <b>BALANDRAUD Xavier, Prof., IFMA, Clermont-Ferrand</b>            | <b>Co-Encadrant</b>       |

## **Résumé :**

*Les Alliages à Mémoire de Forme (AMF) sont des matériaux actifs ayant des propriétés mécaniques spectaculaires comparées aux autres métaux : effets mémoire simple et double sens, pseudo-élasticité et amortissement. Les propriétés des AMF ont pour origine physique une transformation austénite – martensite pilotée par la température et le niveau de contrainte dans le matériau. Les phases austénite (A) et martensite (M) sont présentes respectivement à haute température et à basse température. L'effet mémoire, quant à lui, réside dans la capacité du matériau à retrouver la forme austénitique initiale par élévation de température, après avoir été déformé de manière permanente à l'état martensitique à basse température.*

*Le comportement mécanique des structures en béton est gouverné par le processus d'endommagement du matériau. Ce processus peut être retardé en appliquant un chargement uni ou multi-axial de compression, dans le but de contrer les contraintes locales de traction auxquelles le béton est peu résistant.*

*Cette thèse porte sur l'utilisation d'alliages à mémoire de forme (AMF) pour la création d'états de précontrainte dans des composants en béton. Le travail repose sur deux approches: expérimentation et modélisation. Dans la première partie, des essais préliminaires concernent l'étude du comportement thermomécanique de l'AMF en Ni-Ti. Cette réponse complexe est étudiée de manière séparée à l'aide d'une machine de traction – compression uni-axiale couplée à des moyens de chauffage et de refroidissement. Ensuite, des fils d'AMF sont utilisés pour la création de précontraintes dans des poutrelles et de confinements dans des cylindres en béton. Les fils sont étirés à l'état martensitique avant d'être fixés à leurs extrémités sur des éprouvettes en béton. L'activation thermique de l'effet mémoire provoque la mise en contrainte du béton. Et puis, des essais d'écrasement des cylindres sont réalisés pour estimer l'amélioration des performances du béton confiné à l'aide de fils d'AMF. Les résultats montrent que l'effet de confinement permet d'améliorer fortement la performance mécanique en compression du béton.*

*Dans la deuxième partie, un modèle thermomécanique est élaboré pour l'analyse du comportement de fils d'AMF sollicités en traction-compression alternée uni-axiale. Une procédure de calcul numérique pas-à-pas est développée pour la simulation du comportement de fils en AMF pour l'ensemble de la procédure de création d'effet de précontrainte. Cette simulation donne une description fine des mécanismes au sein du fil au cours des essais sur des composants en béton-AMF. L'interaction complexe entre le béton et l'AMF est précisément analysée grâce à l'utilisation du modèle thermomécanique de l'AMF.*

*Enfin, les études de cette thèse confirment une possibilité du champ d'application des AMF dans la thématique du renforcement préventif des structures en béton.*

## **Mots clés :**

*Génie civil, béton, alliages à mémoire de forme, précontrainte, effet mémoire, expérimentation, modélisation, renforcement préventif*

# Remerciements

*« Cho những người tôi yêu thương và yêu thương tôi, cho giấc mơ tuổi trẻ của tôi »*

Ce rapport de thèse n'est pas simplement un ensemble de textes et des chiffres mais tout un projet durant ma jeunesse, débuté depuis 2009 et terminé en 2012, qui n'aurait pas été possible sans l'amour, le soutien, l'accompagnement, les conseils et la présence des plusieurs personnes provenant de tous les coins du monde.

Tout d'abord, je ne pourrais rien faire sans mes parents et mon petit frère qui sont au Vietnam, qui m'aiment toujours sans compter et qui sacrifient tout pour moi. Malgré leur absence le jour de ma soutenance, je ressens profondément leurs soutiens dans chaque mot qu'ils m'ont prononcé au téléphone tous les weekends.

Qu'est-ce que je peux faire sans toi, Hélène ? Rien non plus. Je ne pourrais pas devenir comme je suis aujourd'hui, sans ton amour, sans ton soutien, sans le bonheur que tu m'apporte chaque jour. Ton nom n'est pas cité sur la page de couverture de ce rapport mais tu dois comprendre que cette thèse est aussi la tienne. Je veux remercier aussi tes parents et ta famille, que je nomme également « ma famille » en France et qui m'ont accueilli et m'ont beaucoup soutenu...

Evidemment, ce travail n'aurait pas eu lieu sans la direction et le soutien de mon directeur de thèse, Monsieur Jean-François DESTREBECQ. Je le remercie vivement non seulement pour ses conseils scientifiques et son intérêt qu'il consacre à mon travail mais aussi pour la confiance et l'encouragement qu'il m'a accordé pendant ces trois années à l'Institut Pascal.

Pendant cette période de recherche, j'ai eu le grand soutien d'une autre personne qui a été une clé dans la réalisation de ce travail de thèse : Monsieur Xavier BALANDRAUD, mon co-encadrant, qui m'a orienté et encadré du début jusqu'à la fin de cette thèse, qui a toujours été disponible malgré ses multiples occupations lorsque j'ai eu besoin de son aide. De façon particulière et sincère, merci beaucoup Xavier...

Je veux remercier Monsieur Lamine BOUBAKAR, qui a accepté de présider ma soutenance, ainsi que mes rapporteurs, Messieurs Denis FAVIER et Emmanuel FERRIER, qui se sont intéressés à mon travail en m'apportant leurs remarques constructives. Je veux également exprimer mes remerciements à Monsieur Piotr GWOZDZIEWICZ, qui a accepté d'être l'examinateur du jury malgré la distance (Pologne).

Je remercie également tous les membres et les doctorants de l'Institut Pascal, de l'Université Blaise Pascal et de l'IFMA, ainsi que mes amis à Clermont-Ferrand qui m'ont prodigué leur amitié et leurs conseils. Je ne peux tous les citer : qu'ils reçoivent ici mes remerciements les plus chaleureux !

*Hanh TRAN*

# Table des matières

|   |    |
|---|----|
| <i>Introduction générale</i> .....  | 1  |
| <b>Partie I – Etude bibliographique</b>   |    |
| <b>Chapitre I-1 : Propriétés thermomécaniques des AMF</b> .....                                     | 9  |
| <b>I-1.0. Introduction</b> .....  | 9  |
| <b>I-1.1. Propriétés physiques – Transformation martensitique</b> .....                             | 9  |
| <b>I-1.1.1. Définition</b> .....  | 9  |
| <b>I-1.1.2. Transformations martensitiques thermoélastiques</b> .....                               | 10 |
| <b>I-1.1.2.1. Températures de transformation</b> .....  | 10 |
| <b>I-1.1.2.2. Autres caractéristiques des transformations martensitiques thermoélastiques</b> ..... | 12 |
| <b>I-1.2. Propriétés thermomécaniques macroscopiques</b> .....                                      | 13 |
| <b>I-1.2.1. Effet de mémoire</b> .....  | 13 |
| <b>I-1.2.1.1. Effet de mémoire simple-sens</b> .....  | 13 |
| <b>I-1.2.1.2. Effet mémoire double-sens assisté</b> .....   | 14 |
| <b>I-1.2.1.3. Effet mémoire double-sens non assisté</b> .....                                       | 14 |
| <b>I-1.2.2. Comportement pseudoélastique et effet amortissant</b> .....                             | 15 |
| <b>Chapitre I-2 : Le béton – nature et comportement mécanique</b> .....                             | 17 |
| <b>I-2.0. Introduction</b> .....  | 17 |
| <b>I-2.1. Comportement mécanique à court terme</b> .....  | 17 |
| <b>I-2.1.1. Compression</b> .....   | 18 |
| <b>I-2.1.1.1. Mode de rupture sous un effort de compression</b> .....                               | 18 |
| <b>I-2.1.1.2. Compression uniaxiale</b> .....   | 18 |

|   |           |
|---|-----------|
| I-2.1.1.3. Compression biaxiale .....   | 19        |
| I-2.1.1.4. Compression triaxiale .....  | 20        |
| I-2.1.2. Traction .....   | 22        |
| I-2.2. Comportement à long terme du béton .....                                     | 24        |
| I-2.3. Conclusion .....   | 24        |
| <b>Chapitre I-3 : Les AMF dans le Génie Civil – applications intelligents .....</b> | <b>27</b> |
| I-3.0. Introduction .....   | 27        |
| I-3.1. Renforcement des structures en béton .....                                   | 28        |
| I-3.2. Protection parasismique .....  | 32        |
| <b>Chapitre I-4 : Modèles de comportement macroscopique des AMF .....</b>           | <b>35</b> |
| I-4.0. Introduction .....   | 35        |
| I-4.1. Modèle de Lagoudas et al. ....   | 36        |
| I-4.2. Modèle d'Auricchio et al. ....   | 38        |
| I-4.3. Modèle de Moumni et al. ....   | 39        |
| I-4.4. Modèle de Lexcellent et al. ....   | 40        |
| I-4.4.1. Variables d'état .....   | 41        |
| I-4.4.2. Potentiel thermodynamiques .....   | 41        |
| I-4.4.3. Dissipation intrinsèque et inégalité de Clausius-Duhem .....               | 43        |
| I-4.4.4. Cinétiques des transformations de phase .....                              | 43        |
| I-4.4.5. Asymétrie traction-compression .....                                       | 45        |
| <b>Conclusion de la Partie I .....</b>  | <b>47</b> |

## **Partie II – Etude expérimentale**

|  |           |
|--|-----------|
| <b>Chapitre II-1 : Caractérisation expérimentale de l'AMF en Ni-Ti utilisé .....</b> | <b>51</b> |
|--|-----------|

|   |    |
|---|----|
| <b>II-1.0. Introduction</b> .....   | 51 |
| <b>II-1.1. Choix de l'AMF utilisé</b> .....   | 51 |
| <b>II-1.1.1. Principe de la création de forces</b> .....  | 51 |
| <b>II-1.1.2. Choix des températures de transformation</b> .....   | 53 |
| <b>II-1.1.3. Liste des échantillons utilisés</b> .....  | 53 |
| <b>II-1.2. Etudes expérimentales à l'état martensitique</b> .....   | 54 |
| <b>II-1.2.1. Caractérisation en traction</b> .....  | 55 |
| <b>II-1.2.1.1. Réalisation des essais</b> .....   | 55 |
| <b>II-1.2.1.2. Interprétation des résultats</b> .....   | 56 |
| <b>II-1.2.2. Comportement en traction-compression</b> .....   | 57 |
| <b>II-1.2.2.1. Essai cyclique de traction-compression</b> .....   | 57 |
| <b>II-1.2.2.2. Résultats et analyses</b> .....  | 58 |
| <b>II-1.3. Création de forces par effet mémoire</b> .....   | 59 |
| <b>II-1.3.1. Création de forces en traction</b> .....   | 60 |
| <b>II-1.3.1.0. Introduction</b> .....   | 60 |
| <b>II-1.3.1.1. Préparations des essais</b> .....  | 60 |
| <b>II-1.3.1.2. Résultat des essais</b> .....  | 61 |
| <b>II-1.3.1.3. Relation entre <math>\mathcal{E}_{mar}</math>, <math>\sigma_{aus}</math> et <math>\sigma_{rec}</math></b> .....                          | 63 |
| <b>II-1.3.2. Asymétrie traction-compression de la « recovery stresses » <math>\sigma_{rec}</math></b> .....   | 64 |
| <b>II-1.3.2.0. Introduction</b> .....   | 64 |
| <b>II-1.3.2.1. Création de forces en compression</b> .....  | 64 |
| <b>II-1.3.2.1.1. Réalisation des essais</b> .....   | 64 |
| <b>II-1.3.2.1.2. Relation entre la pré-déformation <math>\mathcal{E}_{mar}</math>, <math>\sigma_{aus}^c</math> et <math>\sigma_{rec}^c</math></b> ..... | 66 |

|  |    |
|--|----|
| <i>II-1.3.2.2. Asymétrie en traction-compression de la « recovery stress » <math>\sigma_{rec}</math></i> ..... | 67 |
| <b>II-1.4. Conclusion</b> .....  | 67 |
| <b>Chapitre II-2 : Création de précontraintes dans des poutrelles en béton à l'aide de fils en AMF</b> .....   | 69 |
| <b>II-2.0. Introduction</b> .....  | 69 |
| <b>II-2.1. Préparation des essais</b> .....  | 69 |
| <i>II-2.1.1. Poutrelles en béton</i> .....   | 69 |
| <i>II-2.1.2. Préparation de poutrelles en béton-AMF</i> .....  | 70 |
| <b>II-2.2. Réalisation des essais</b> .....  | 71 |
| <b>II-2.3. Résultats des essais</b> .....  | 73 |
| <b>II-2.4. Interprétation des résultats</b> .....  | 74 |
| <b>II-2.5. Conclusion</b> .....  | 77 |
| <b>Chapitre II-3 : Confinement actif de cylindres en béton grâce à des fils en AMF</b> .....                   | 79 |
| <b>II-3.0. Introduction</b> .....  | 79 |
| <b>II-3.1. Création de confinements actifs dans des cylindres</b> .....  | 80 |
| <i>II-3.1.1. Dispositif expérimental</i> .....   | 80 |
| <i>II-3.1.1.1. Cylindres en béton</i> .....  | 80 |
| <i>II-3.1.1.2. Fil en AMF</i> .....  | 80 |
| <i>II-3.1.2. Réalisation des essais et résultats</i> .....   | 81 |
| <b>II-3.2. Essais d'écrasement de cylindres confinés</b> .....   | 83 |
| <i>II-3.2.1. Préparation des essais</i> .....  | 83 |
| <i>II-3.2.1.1. Echantillons</i> .....  | 83 |
| <i>II-3.2.1.2. Dispositif et préparation des cylindres</i> .....   | 84 |
| <i>II-3.2.1.3. Chargement et capteurs</i> .....  | 86 |

|  |     |
|--|-----|
| <b>II-3.2.1.4. Définition des paramètres d'analyse</b> .....   | 87  |
| <b>II-3.2.2. Résultats</b> .....   | 88  |
| <b>II-3.2.2.1. Première analyse visuelle</b> .....   | 88  |
| <b>II-3.2.2.2. Résultats des mesures</b> .....   | 89  |
| <b>II-3.2.3. Interprétation des résultats</b> .....  | 90  |
| <b>II-3.2.4. Remarque sur le rôle des blocs en aluminium lors des essais d'écrasement</b> .....              | 92  |
| <b>II-3.2.4.1. Contexte</b> .....  | 92  |
| <b>II-3.2.4.2. Analyse visuelle</b> .....  | 92  |
| <b>II-3.2.4.2. Comparaison entre les cylindres « sans blocs » et les cylindres « avec blocs »</b> .....      | 93  |
| <b>II-3.2.4.2.1. Pour le béton seul</b> .....  | 93  |
| <b>II-3.2.4.2.1. Pour le béton « confiné passif »</b> .....  | 93  |
| <b>II-3.4. Conclusion</b> .....  | 95  |
| <b>Partie III : Modélisations et analyse</b>   |     |
| <b>Chapitre III-1 : Modélisation thermomécanique du comportement de l'AMF utilisé</b>                        | 99  |
| <b>III-1.0. Introduction</b> .....   | 99  |
| <b>III-1.1. Modèle A (traction-compression à l'état martensitique)</b> .....                                 | 100 |
| <b>III-1.1.0. Introduction</b> .....   | 100 |
| <b>III-1.1.1. Description du modèle A</b> .....  | 100 |
| <b>III-1.1.1.1. Contexte expérimental pour le modèle</b> .....   | 100 |
| <b>III-1.1.1.2. Présentation du modèle</b> .....   | 101 |
| <b>III-1.1.1.2.1. Base thermomécanique</b> .....   | 102 |
| <b>III-1.1.1.2.2. Adaptation du modèle de L'excellent et al. au cas de la traction-compression uniaxiale</b> | 103 |
| <b>III-1.1.2. Mise en œuvre du modèle A</b> .....  | 106 |
| <b>III-1.1.2.1. Présentation</b> .....   | 106 |

|  |     |
|--|-----|
| <b>III-1.1.2.2. Description détaillée de la réponse de l'AMF</b> .....                             | 108 |
| <b>III-1.1.3. Conclusion</b> .....   | 113 |
| <b>III-1.2. Modèle B (création de force par activation de l'effet mémoire)</b> .....               | 114 |
| <b>III-1.2.0. Introduction</b> .....   | 114 |
| <b>III-1.2.1. Rappel sur le modèle de L'excellent</b> .....  | 114 |
| <b>III-1.2.2. Application pour la création de forces</b> .....                                     | 115 |
| <b>III-1.2.2.1. Modification du modèle</b> .....   | 116 |
| <b>III-1.2.2.2. Application du modèle pour simuler les étapes de création de contraintes</b> ..... | 116 |
| <b>III-1.2.3. Conclusion</b> .....   | 120 |
| <b>Chapitre III-2 : Identification des paramètres et validation expérimentale des modèles</b>      | 121 |
| <b>III-2.1. Identification de paramètres des modèles A et B</b> .....                              | 121 |
| <b>III-2.2. Validation expérimentale du modèle A</b> .....   | 125 |
| <b>III-2.2.0. Introduction</b> .....   | 125 |
| <b>III-2.2.1. Essais sur des fils courbés à l'état martensitique</b> .....                         | 126 |
| <b>III-2.2.1.1. Réalisation des essais</b> .....   | 126 |
| <b>III-2.2.1.2. Résultats expérimentaux</b> .....  | 127 |
| <b>III-2.2.2. Application du modèle A pour simuler le comportement du fil courbé</b> .....         | 128 |
| <b>III-2.2.2.1. Application à une section du fil</b> .....   | 128 |
| <b>III-2.2.2.2. Application</b> .....  | 129 |
| <b>III-2.2.2.2.1. Etats V1, V2 et V3</b> .....   | 129 |
| <b>III-2.2.2.2.2. Redressement et étirement du fil (états V4 et V5)</b> .....                      | 132 |
| <b>III-2.2.2.3. Comparaison entre la modélisation et l'expérimentation – Discussion</b> .....      | 133 |
| <b>III-2.2.3. Conclusion de la Section III-2.2</b> .....   | 135 |
| <b>III-2.3. Validation expérimentale du modèle B</b> .....   | 136 |

|  |     |
|--|-----|
| <b>III-2.3.0. Introduction</b> .....   | 136 |
| <b>III-2.3.1. Analyse du processus de création de forces par effet mémoire</b> .....   | 136 |
| <b>III-2.3.2. Analyse en termes de création de contrainte par effet mémoire</b> .....  | 140 |
| <b>III-2.3.3. Interprétation de la perte de contrainte au refroidissement</b> .....  | 141 |
| <b>III-2.3.3.1. Contrainte en fonction de la température</b> .....   | 141 |
| <b>III-2.3.3.2. Déformation en fonction de la température</b> .....  | 142 |
| <b>Chapitre III-3 : Simulation de la création de précontraintes dans des composants en béton</b>   | 145 |
| <b>III-3.1. Simulation de la création de précontraintes dans des poutrelles</b> .....  | 145 |
| <b>III-3.1.1. Simulation</b> .....   | 145 |
| <b>III-3.1.1.1. Modèle de comportement de l'AMF en traction uniaxiale</b> .....  | 145 |
| <b>III-3.1.1.2. Modèle thermomécanique d'une poutre en béton –AMF</b> .....  | 146 |
| <b>III-3.1.2. Comparaison entre simulation et expérimentation</b> .....  | 147 |
| <b>III-3.2. Simulation du confinement actif des cylindres en béton</b> .....   | 149 |
| <b>III-3.2.1. Simulation des étapes I à V</b> .....  | 149 |
| <b>III-3.2.1.1. Simulation des étapes I et II</b> .....  | 150 |
| <b>III-3.2.1.2. Simulation de l'enroulement du fil martensitique pré-déformé (étape III)</b> .....   | 150 |
| <b>III-3.2.1.3. Simulation de la réponse du fil durant les étapes IV et V</b> .....  | 151 |
| <b>III-3.2.2. Résultats et discussions</b> .....   | 152 |
| <b>III-3.2.2.1. Analyse des résultats dans une section de fil</b> .....  | 152 |
| <b>III-3.2.2.2. Analyse en fonction de la pré-déformation <math>\mathcal{E}_{mar}</math> et de diverses valeurs <math>y_0</math></b> ..... | 153 |
| <b>III-3.2.2.2. Discussion</b> .....   | 156 |
| <b>Conclusion de la Partie III</b> .....   | 159 |
| <b>Conclusion générale et perspectives</b> .....   | 161 |
| <b>Références</b> .....  | 167 |

**Annexes**

|                         |     |
|-------------------------|-----|
| <b>Annexe I</b> .....   | 179 |
| <b>Annexe II</b> .....  | 189 |
| <b>Annexe III</b> ..... | 195 |
| <b>Annexe IV</b> .....  | 205 |
| <b>Annexe V</b> .....   | 209 |
| <b>Annexe VI</b> .....  | 223 |

# ***Introduction générale***



Les innovations technologiques à base de matériaux actifs ont été intensivement développées dans la dernière décennie pour satisfaire des besoins émergents dans de nombreux domaines de l'ingénierie. Parmi eux, les Alliages à Mémoire de Forme (AMF) présentent des propriétés mécaniques remarquables qui peuvent être avantageusement utilisées pour des applications en Génie Civil [0-1 ; 0-2]. On peut citer la pseudoélasticité et l'effet mémoire, ainsi que de très bonnes propriétés d'amortissement. Ces propriétés ont pour origine physique une transformation martensitique pilotée par la contrainte et la température. Les phases austénite et martensite sont présentes respectivement à « haute » et à « basse » températures. La pseudoélasticité, nommée également superélasticité, traduit les très grandes déformations réversibles (jusqu'à 10% et plus) qu'il est possible d'avoir sous chargement mécanique en partant de l'état austénitique, à haute température. L'effet mémoire, quant à lui, réside dans la capacité du matériau à retrouver la forme austénitique initiale par élévation de température, après avoir été déformé de manière permanente à l'état martensitique à basse température.

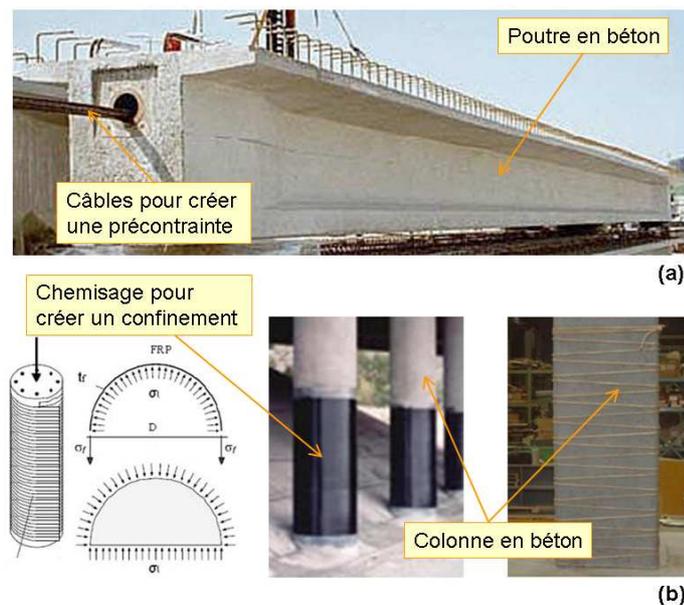


Figure 0.1. Illustration du renforcement du béton : a) précontrainte interne de poutre en béton ; b) confinement passif de colonnes en béton

Le comportement mécanique des structures en béton est gouverné par le processus d'endommagement du matériau. Cet endommagement consiste en des micro- et macro-fissures, qui progressent dans le matériau sous chargement mécanique. Ce processus peut être retardé en appliquant un chargement uni- ou multiaxial de compression, dans le but de contrer les contraintes locales de traction auxquelles le béton est peu résistant [0-3]. Ceci constitue donc une action de renforcement du matériau qui peut être réalisée au moyen de renforts passifs ou actifs, externes ou internes à la structure en béton. Plusieurs approches sont possibles : la plus classique consiste à utiliser des câbles généralement métalliques que l'on tend de manière à comprimer la structure, et que l'on maintient tendus en permanence (cf. Figure 0.1-a). Une autre application sous chargement de compression uniaxiale consiste à créer un état de confinement, en profitant de l'effet Poisson. Le béton voit, en effet, sa résistance à la compression augmenter en état de confinement. En pratique, on procède à un enroulement (« jacketing ») d'un renfort métallique ou composite autour de colonnes en béton (cf. Figure 0.1-b). Dans toutes ces solutions, il se produit une relaxation des contraintes qui atténue l'effet du renforcement, ce qui nécessite d'anticiper cet effet de manière à disposer d'un état de précontrainte suffisant à long terme.

Dans le domaine du Génie Civil, certaines études récentes visent à utiliser les propriétés des AMF pour créer des structures actives, capables d'ajuster leurs comportements aux conditions de chargement [0-4]. L'effet d'amortissement a également pu être utilisé pour le contrôle des effets dynamiques dans des structures en béton ou pour la protection sismique de ponts ou de bâtiments historiques [0-5]. Il a également

été possible de réduire des ouvertures de fissures dans des structures endommagées grâce à des barres en AMF [0-6]. Des effets de confinement ont également été obtenus à l'aide de fils en AMF enroulés sur des cylindres en béton [0-7] ; toutefois, cette étude ne montre pas clairement si l'utilisation d'un AMF apporte un gain véritable par rapport à un confinement avec un matériau non actif (type acier ou composite). Dans d'autres applications, la précontrainte est obtenue dans le béton par activation thermique de l'effet mémoire dans l'AMF. Les travaux récents mentionnent cependant des difficultés pour maintenir la précontrainte de façon permanente dans le béton. En effet, la perte de contrainte dans le béton serait probablement due à un choix inadapté des températures de transformation de l'AMF [0-4]. L'usage des AMF en Génie Civil reste néanmoins très limité, en partie à cause de leur coût, mais également par manque de connaissance des mécanismes impliqués dans leur association à des matériaux tels que le béton. A ce jour, seules quelques études préliminaires permettent d'entrevoir l'intérêt d'exploiter les propriétés exceptionnelles de ces alliages en les associant au matériau béton sous la forme de renforts internes ou externes.

Dans cette thèse sur la thématique de la création d'états de précontrainte dans des composants en béton grâce à des fils en AMF, deux voies sont explorées :

- utilisation de fils en AMF pour créer une précontrainte de flexion dans des poutrelles en béton. La Figure 0.2 en présente le principe.

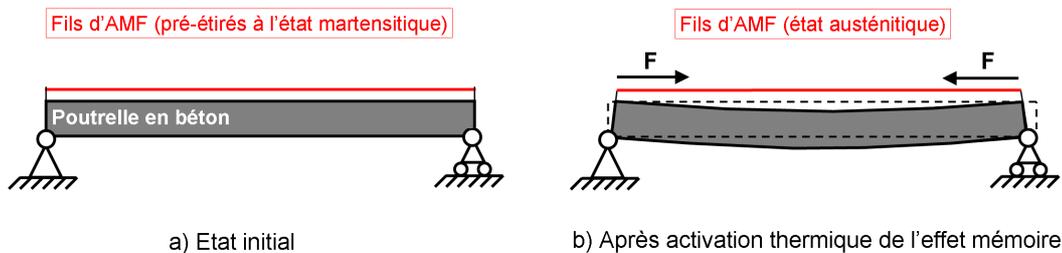


Figure 0.2. Principe de la création de précontrainte de flexion dans une poutrelle en béton

- utilisation de fils en AMF pour la création d'un confinement actif dans des cylindres en béton (Figure 0.3).

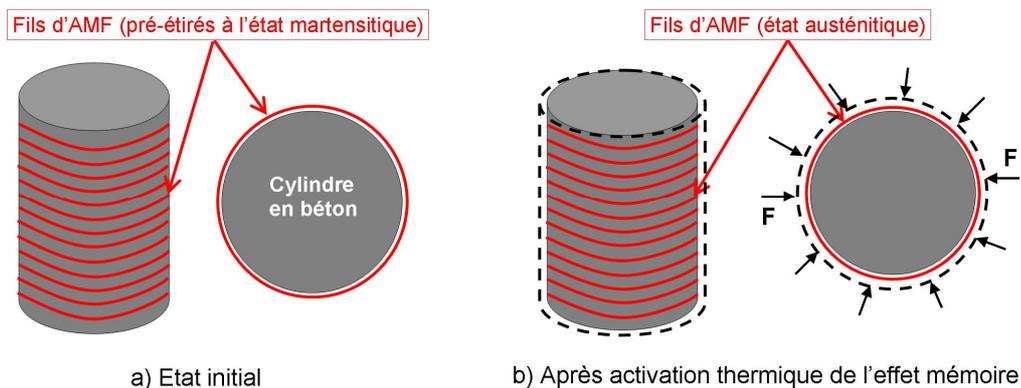


Figure 0.3. Principe de la création de confinement actif dans un cylindre en béton

Dans les cas ci-dessus, le développement de contraintes dans les fils en AMF résulte de l'activation de l'effet mémoire par élévation de leur température. Ces contraintes s'accompagnent d'une apparition de précontraintes dans les composants en béton selon des mécanismes qui sont l'objet de la thèse.

Les études de cette thèse s'appuient sur deux approches : expérimentation et modélisation. La présentation s'articule de la manière suivante :

- **Partie I – Etude bibliographie**

L'objectif de cette partie sera de rappeler les propriétés thermomécaniques des AMF ainsi que divers aspects du comportement mécanique du béton, de présenter les applications existantes en Génie Civil et de décrire les principaux modèles de comportement macroscopique des AMF :

- Chapitre I.1 – *Propriétés thermomécaniques des AMF*
- Chapitre I.2 – *Le béton : nature et comportement mécanique*
- Chapitre I.3 – *Les AMF dans le Génie Civil*
- Chapitre I.4 – *Modèles de comportement macroscopique des AMF*

- **Partie II – Etude expérimentale**

Dans cette partie, on étudiera le comportement de l'AMF utilisé à l'état martensitique et la transformation martensite ↔ austénite. On définira une méthode pour la création de forces dans un fil d'AMF par activation de l'effet mémoire puis retour à température ambiante, et on caractérisera la performance de l'AMF choisi pour l'étude. On présentera ensuite l'étude expérimentale de la création d'états de précontrainte dans des poutrelles et des cylindres en béton :

- Chapitre II.1 – *Caractérisation expérimentale de l'AMF en Ni-Ti utilisé*
- Chapitre II.2 – *Création de précontraintes dans des poutrelles en béton à l'aide de fils en AMF*
- Chapitre II.3 – *Confinement actif de cylindres en béton grâce à des fils en AMF*

- **Partie III – Modélisations et analyse**

Dans cette partie, on présentera deux modèles thermomécaniques de l'AMF qui serviront pour analyser les résultats expérimentaux. Ces modèles seront expérimentalement validés. Enfin, la création d'états de précontraintes dans les composants en béton testés dans la Partie II sera simulée afin de comprendre les mécanismes permettant de faire apparaître des états de précontrainte :

- Chapitre III.1 – *Modélisation thermomécanique du comportement de l'AMF utilisé*
- Chapitre III.2 – *Identification des paramètres et validation expérimentale des modèles*
- Chapitre III.3 – *Simulation de la création d'états de précontraintes dans des composants en béton*

En **perspective**, le champ d'application qui se situe dans la thématique du renforcement actif des structures en béton sera abordé. Les études présentées dans cette thèse permettront d'enrichir les connaissances des mécanismes impliqués dans l'association béton/AMF qui serviront pour l'usage des AMF en Génie Civil.

# ***Partie I – Etude bibliographique***

- Chapitre I-1 : *Propriétés thermomécaniques des AMF*
- Chapitre I-2 : *Le béton : nature et comportement mécanique*
- Chapitre I-3 : *Les AMF dans le Génie Civil*
- Chapitre I-4 : *Modèles de comportement macroscopique des AMF*



# Chapitre I-1 : Propriétés thermomécaniques des AMF

## I-1.0. Introduction

Les Alliages à Mémoire de Forme (AMF) ont connu un développement important ces vingt dernières années. Ils se caractérisent par des propriétés thermomécaniques spécifiques. Dans ce chapitre, on rappelle des données expérimentales qui illustrent les propriétés des AMF. L'objectif est de disposer des éléments utiles à la compréhension du comportement thermomécanique des AMF, afin de les utiliser dans le domaine du Génie Civil. Dans un premier temps, l'origine physique de l'effet mémoire est brièvement présentée, notamment l'aspect microscopique de la transformation. Dans un second temps, on présente les propriétés macroscopiques du matériau qui sont susceptibles d'être utilisées dans les applications du Génie Civil.

## I-1.1. Propriétés physiques - Transformation martensitique

### I-1.1.1. Définition

Il est bien connu que le terme de *transformation martensitique* a été employé initialement pour désigner le processus de refroidissement rapide (trempe) des alliages fer-carbone à partir de la phase *austénite*. Le produit de la transformation est alors appelé *martensite*. Ce terme de transformation martensitique a ensuite été étendu à une classe particulière de changement d'une phase *stable à haute-température*, appelée encore austénite ou phase mère, vers une phase *stable à basse-température*, appelée martensite ou phase produit [I-1].

La transformation martensitique est une transformation de phase solide-solide *displacive* du *premier ordre* présentant une *déformation homogène de réseau cristallographique*, constituée principalement par un *cisaillement* [I-2] présentant un plan invariant. Ce plan invariant coïncide avec l'interface qui sépare la phase mère et la martensite, et est appelé *plan d'habitat* ou *plan d'accolement* (cf. Figure I.1). Il définit le plan de cisaillement de la martensite au sein de la phase mère.

Le passage de la structure cristalline de la phase mère à celle du produit de transformation s'effectue par des déplacements *coopératifs* de tous les atomes ou d'une fraction de ceux-ci, sur des *distances relativement faibles* par rapport aux paramètres de *maille du réseau cristallin*. En effet, dans une transformation martensitique, les atomes qui constituent la phase mère se déplacent de manière très rapide sur de petites distances sans changer la composition chimique et se positionnent dans la nouvelle configuration du réseau cristallin tout en conservant leurs voisins. Ces déplacements engendrent une déformation homogène du réseau cristallin constituée principalement par un cisaillement avec une variation de volume très faible (inférieure à 0,5%). Pour cette raison, on considère, en première approximation, qu'il s'agit d'un cisaillement pur et homogène à l'échelle d'une maille du réseau. Du point de vue cristallographique, dans un cisaillement pur et homogène, chaque atome se déplace dans la direction du cisaillement, parallèlement au plan d'habitat séparant la partie cisailée de la partie non-cisailée, d'une quantité proportionnelle à sa distance au plan de l'interface. On appelle valeur du cisaillement, le déplacement d'un atome situé à distance unité du plan invariant.

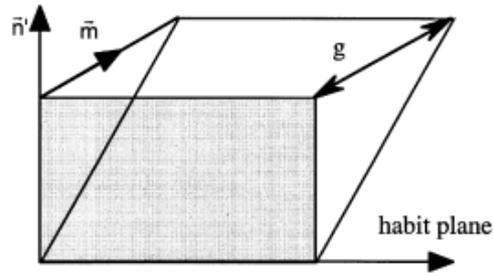


Figure I.1. Déformation d'un maillage élémentaire martensitique [I-3]. La normale au plan d'habitat est représentée par le vecteur  $n$ . La direction de transformation est représentée par  $m$ .

Suivant la symétrie cristalline de la phase mère, plusieurs plans d'habitat peuvent coexister au sein d'un même grain austénitique en cours de transformation. Ces différents plans permettent des développements des plaquettes de martensite avec des orientations différentes. On distingue ainsi différents types de martensite ou *variantes de martensite*. Par exemple, pour une phase mère monocristalline cubique, il existe 24 possibilités de variantes (6 plans d'habitat associés chacun à 4 orientations de cisaillement). Lors que les différentes variantes existent en proportions égales, la martensite est dite « auto-accommodante » et elle ne présente pas de déformation macroscopique.

### ***I-1.1.2. Transformations martensitiques thermoélastiques***

#### ***I-1.1.2.1. Températures de transformation***

Au cours d'un refroidissement, depuis un état initial austénitique et en l'absence de force appliquée, la transformation martensitique commence à la température  $M_s^0$  (*martensite start*) et se termine à la température  $M_f^0$  (*martensite finish*). Pour des températures inférieures à la température  $M_f^0$ , le matériau est donc entièrement martensitique (NB : dans ce qui suit, l'index supérieur « 0 » indique que la grandeur concernée correspond à une contrainte nulle).

Les points de transformation  $M_s^0$  et  $M_f^0$  sont généralement indépendants de la vitesse de refroidissement. Cependant, le point  $M_s^0$  dépend non seulement du type d'alliage, mais également du pourcentage des éléments constitutifs, et de certains facteurs tels que la grosseur des grains de la phase mère, les traitements thermiques et mécaniques appliqués antérieurement... La Figure I.2 donne un exemple de la dépendance de la température de transformation  $M_s^0$  par rapport au pourcentage d'une composante de l'alliage [I-4].

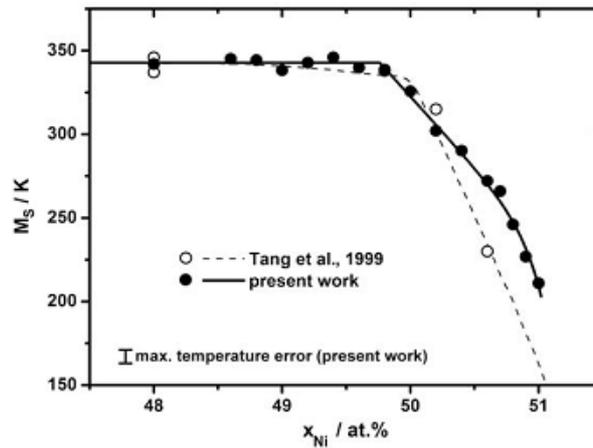


Figure I.2 Température  $M_s^0$  en fonction du pourcentage en masse de Ni pour des alliages de type Ni-Ti, [I-4].

De même, au cours d'un processus de réchauffement à force appliquée nulle, la transformation inverse (martensite  $\rightarrow$  austénite) débute à la température  $A_s^0$  (*austenite start*) et s'achève à la température  $A_f^0$  (*austenite finish*). La température  $A_f^0$  est donc celle au-dessus de laquelle l'état du matériau est complètement austénitique.

Ces points de transformation sont habituellement déterminés par des mesures de propriétés physiques sensibles à la structure du matériau (résistivité, dilatométrie, analyse micrographique ...) au cours des processus de refroidissement et de réchauffement à contrainte nulle. En effet, on peut déduire de ces mesures la proportion volumique de la phase formée en fonction de la température (Figures I.3 et I.4).

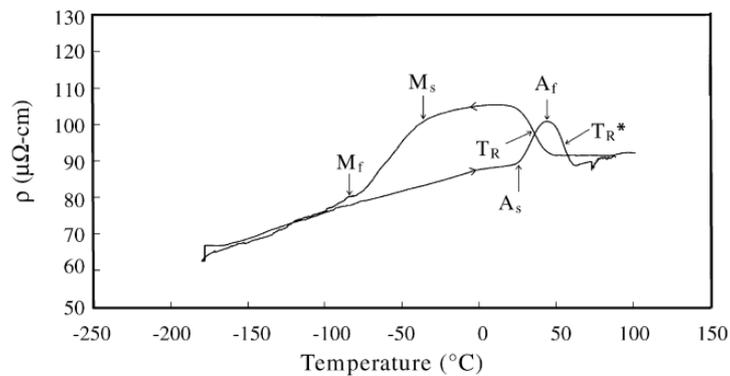


Figure I.3. Mesure de résistivité sur un alliage de type Ni-Ti (51% Ni) [I-5]

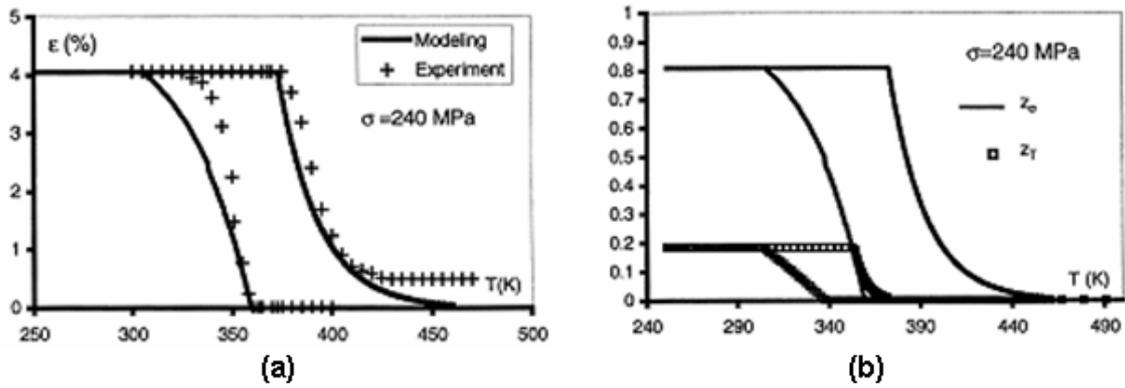


Figure I.4. (a) Evolution de la déformation d'un alliage de type Ni-Ti (48.7% Ni) en fonction de la température à contrainte imposée ; (b) Evolution des fractions volumiques de martensite déduites en fonction de la température en suivant la loi des mélanges, [I-6].

**I-1.1.2.2. Autres caractéristiques des transformations martensitiques thermoélastiques**

On a vu que le caractère thermoélastique des transformations martensitiques correspond à la conservation de l'orientation cristallographique de la phase mère après un cycle de la transformation et à une cinétique de changement de phase gouvernée par la température. En fait, les transformations martensitiques thermomélastiques peuvent être aussi induites par une sollicitation mécanique. Plus précisément, si le matériau est dans un état austénitique, l'application d'une contrainte imposée peut élever sa température de transformation martensitique notée  $M_s^\sigma$  (*Martensite start*) par comparaison avec le point de transformation à contrainte nulle  $M_s^0$ . La contrainte critique notée  $\sigma_s^M$  correspondant à l'apparition de la martensite (Figure I.5), varie de manière linéaire en fonction de la température du début de transformation  $M_s^\sigma$  [I-1]. La température critique  $M_d$  est définie par l'atteinte pour la valeur critique  $\sigma_s^M$  de la contrainte limite de début de plastification de l'AMF.

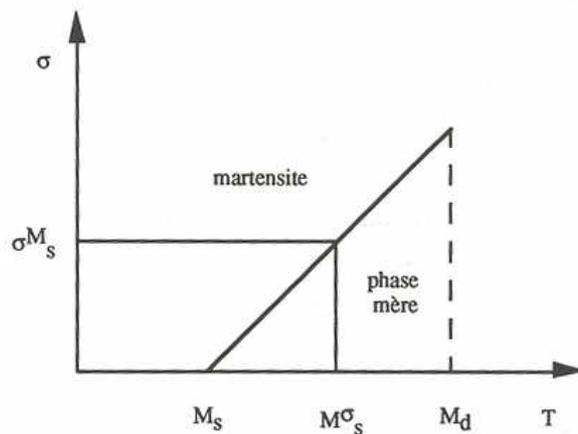


Figure I.5. Evolution schématique de la température du début de transformation martensitique sous l'effet d'une action mécanique [I-1].

D'une manière générale, on admet que les contraintes de début et de fin de transformation dépendent linéairement de la température de l'échantillon [I-7]. Ces contraintes sont représentées dans le plan contrainte-température par des portions de droites (Figure I.6) délimitant le domaine de transition du matériau.

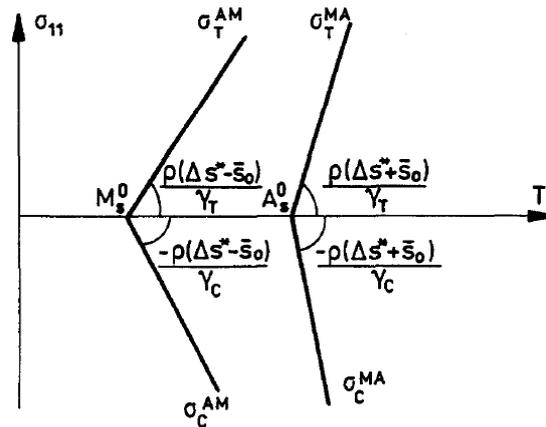


Figure I.6. Illustration des contraintes critiques en fonction de la température pour les transformations A → M et M → A en traction et compression simple, [I-7].

## I-1.2. Propriétés thermomécaniques macroscopiques

### I-1.2.1. Effet de mémoire

#### I-1.2.1.1. Effet mémoire simple-sens

En dessous de la température  $A_s^0$ , l'AMF ne reprend pas sa forme initiale lors d'une charge-décharge. On appelle ce phénomène **pseudoplasticité**. La déformation résiduelle obtenue après le déchargement résulte d'un processus de réorientation des variantes de martensite (on parle de « martensite orientée »). La déformation disparaît si l'on élève la température de l'échantillon au-dessus de  $A_f^0$ . En effet, ce réchauffement entraîne une transformation inverse (M→A) : les variantes de martensite se transforment pour redonner les cristaux initiaux de la phase austénitique, ce qui conduit à une disparition complète de la déformation résiduelle.

Comme montré sur la Figure I.7, le chargement thermomécanique correspondant à l'effet mémoire simple-sens consiste à se placer en dessous de la température de fin de transformation directe  $M_f^0$ , avec un alliage constitué de martensite auto-accommodante (point O sur la Figure I.7). Le fait d'appliquer un chargement mécanique va orienter les variantes de martensite et donc entraîner une déformation (entre les points A et B). Lorsque l'on supprime le chargement, les variantes de martensite restent en place et il subsiste alors une déformation permanente (point C). Si on chauffe l'alliage au-dessus de la température de fin de transformation inverse (M→A)  $A_f^0$ , la martensite va se transformer en austénite ; la déformation va disparaître (trajet DEF) et l'alliage retrouve sa forme initiale. En revanche, le refroidissement de l'alliage en dessous de la température de fin de transformation directe (A→M)  $M_f^0$ , provoque la formation de martensite auto-accommodante et n'entraîne donc pas de déformation (entre les points F et O).

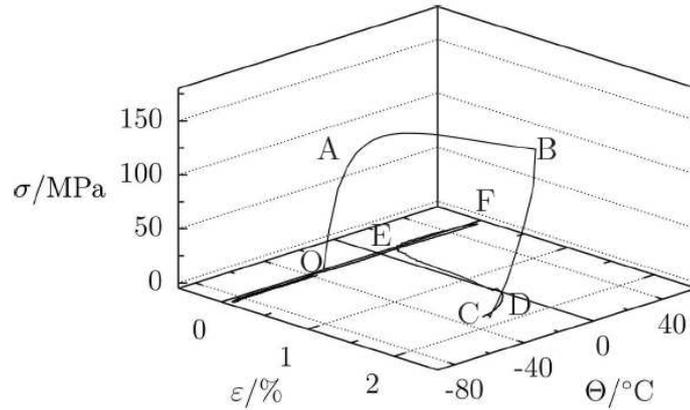


Figure I.7. Effet de mémoire de forme simple sens, [I-8].

### I-1.2.1.2. Effet mémoire double-sens assisté

L'effet mémoire double-sens assisté consiste à réaliser un cycle thermique entre l'austénite et la martensite orientée tout en appliquant une contrainte constante (Figure I.8). Avec le chargement mécanique, la formation de martensite orientée entraîne une déformation de transformation. Lorsque l'on refroidit l'alliage à partir de l'état austénitique (point O sur la Figure I.8), celle-ci va se transformer en martensite orientée grâce à la contrainte qui va favoriser l'apparition de certaines variantes de martensite et une déformation de transformation apparaît (entre les points A et B). Lors du chauffage, la martensite va se retransformer en austénite et la déformation de transformation va disparaître (entre les points D et E). Il s'agit de l'effet mémoire assisté par une contrainte.

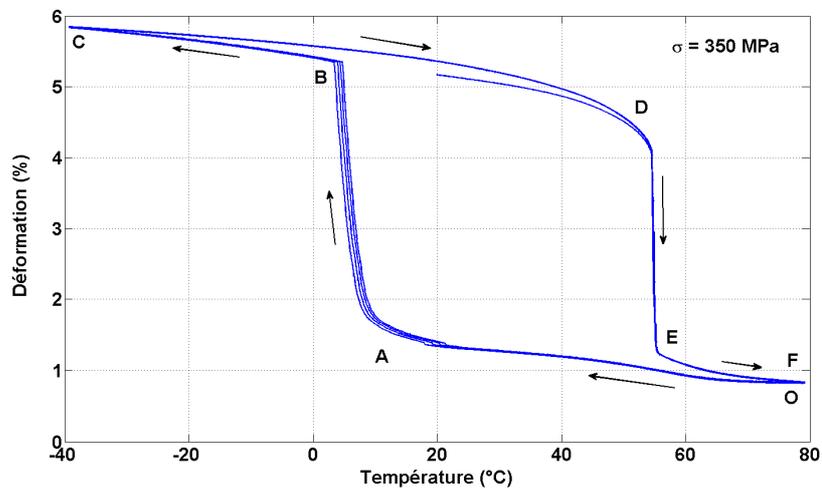


Figure I.8. Effet mémoire double-sens assisté sur un AMF de Ni-Ti (essai de François Hernigou, élève de l'IFMA, Clermont Ferrand, 2009)

### I-1.2.1.3. Effet mémoire double-sens non assisté

Il est aussi possible d'avoir un effet mémoire dans les deux sens de transformation sans avoir besoin de contrainte externe pour orienter la martensite lors de la transformation directe (Figure I.9). Pour cela il faut appliquer préalablement à l'alliage une phase d'éducation qui consiste en un cyclage thermique sous contrainte ou en un cyclage mécanique. La création de défauts (précipités, dislocations...) est à l'origine

d'un champ de contraintes internes. Celui-ci va privilégier par la suite, l'apparition de certaines variantes de martensite et donc l'apparition d'une déformation de transformation.

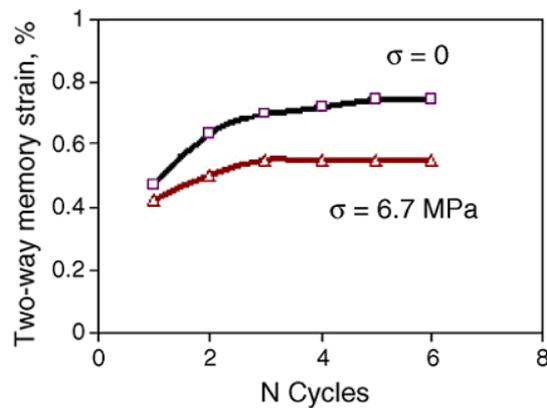


Figure I.9. Déformation en fonction de nombre de cycles thermiques avec effet mémoire double sens assisté ou non d'un AMF en Ni-Ti [I-9].

À partir de l'état austénitique, le refroidissement de l'alliage à contrainte extérieure nulle entraîne donc la transformation de l'austénite en martensite orientée et donc une déformation de transformation apparaît entre  $M_s^0$  et  $M_f^0$ . En chauffant, la martensite se transforme en austénite et cette déformation disparaît entre  $A_s^0$  et  $A_f^0$ . La Figure I.9 présente la déformation obtenue en fonction de nombre de cycles thermiques avec effet mémoire double sens assisté ou non d'un alliage à mémoire de forme en Ni-Ti.

### I-1.2.2. Comportement pseudoélastique et effet amortissant

A température ambiante constante appartenant au domaine dit de « hautes températures » ( $T > A_f^0$ ), la courbe contrainte-déformation d'un essai charge-décharge en traction présente une hystérésis mécanique (Figure I.10). Ce comportement est appelé « pseudoélasticité », ou « superélasticité », ou encore « superthermoélasticité ». Il est dû à une production de certaines variantes de martensite durant la charge et à une disparition de celles-ci pendant la décharge.

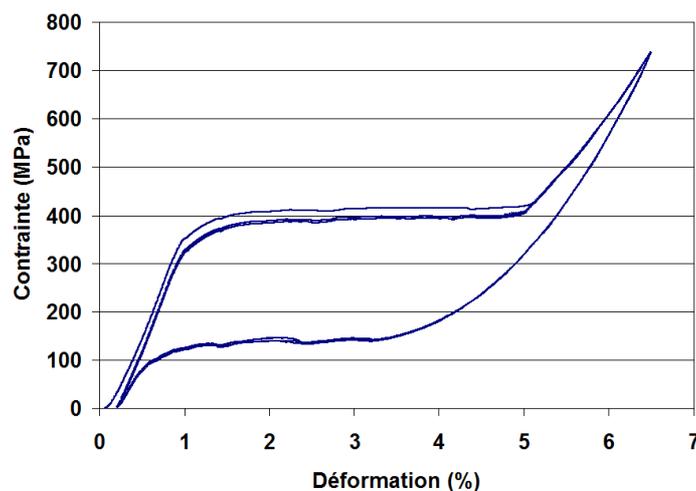


Figure I.10. Comportement pseudoélastique d'un AMF en Ni-Ti : la courbe contrainte – déformation présente une hystérésis mécanique pour  $T > A_f^0$  (essai de François Hernigou, élève de l'IFMA, Clermont Ferrand, 2009)

Pour obtenir ce type de comportement, les deux conditions suivantes doivent être réalisées :

- Premièrement, la température de l'essai  $T$  doit être supérieure à  $A_f^0$  - Si la température  $T$  est seulement au-dessus de  $A_s^0$ , il n'y a, lors de la décharge, qu'une disparition partielle de la martensite formée durant la phase de chargement, ce qui conduit à une déformation résiduelle.
- Deuxièmement, le matériau doit rester dans son domaine d'élasticité au cours du cycle de chargement [I-10] – Ceci n'est possible que si la température de l'essai est inférieure à la température critique  $M_d$  définie au § I-1.2.2.

L'effet amortissant est très important dans le domaine de la superélasticité ( $T > A_f^0$ ). Le frottement interne associé aux mouvements des interfaces entre les différentes variantes et entre l'austénite et la martensite entraîne une dissipation d'énergie permettant par exemple d'amortir des vibrations. La Figure I.11 présente l'amortissement de la déformation en traction-compression d'un AMF en Ni-Ti.

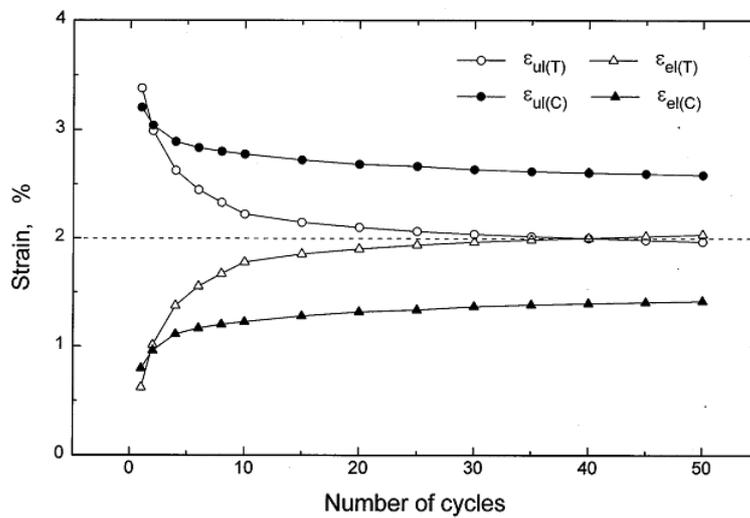


Figure I.11. Effet amortissant d'un AMF en Ti-Ni, [I-11].

# Chapitre I-2 : Le béton - nature et comportement mécanique

## I-2.0. Introduction

Le béton hydraulique est un matériau connu depuis fort longtemps. Le béton du latin *bitumen* existait à l'époque romaine. Il y a plus de deux mille ans, les Romains ont inventé les premiers mortiers en mélangeant de la chaux avec de l'eau et des pouzzolanes [I-12]. Après une longue période d'oubli, le béton a été redécouvert et il a connu un grand développement avec la création du béton armé à la fin du XIX<sup>e</sup> siècle [I-13]. Le béton est actuellement un matériau très répandu qui présente les particularités suivantes :

- Il résulte de l'association de plusieurs constituants. A la base, ceux-ci sont au nombre de quatre, à savoir du gravier, du sable, du ciment et de l'eau qui sont des matériaux abondants et facilement disponibles. Mais cette liste s'allonge dès que des propriétés particulières sont visées, on utilise alors des additions minérales sous la forme de fines complémentaires par exemple ou divers adjuvants [I-14].
- Il est facile à fabriquer (par simple mélange) et à mettre en œuvre dans des moules de formes quelconques ; on dispose pour cela d'un temps suffisant pouvant aller jusqu'à quelques heures grâce à l'utilisation de retardateurs de prise.
- Il présente des caractéristiques mécaniques intéressantes, notamment en compression (bonne résistance et rigidité). Par contre son comportement en traction est très médiocre, ce qui nécessite de lui associer des renforts généralement métalliques.
- Il est compatible avec d'autres matériaux, en particulier l'acier, qu'il protège contre la corrosion du fait de son pH élevé (phénomène de passivation de l'acier).
- Il a une bonne durabilité et une bonne résistance au feu (utile en cas d'incendie).

Dans la présente section, afin d'étudier les propriétés mécaniques du béton, on va séparer en deux classes les types de sollicitations auxquelles on peut le soumettre. Ces deux classes concernent le comportement à court terme (sans effet dynamique) et le comportement à long terme (le fluage et le retrait).

## I-2.1. Comportement mécanique à court terme

Du fait de sa constitution, le béton est un matériau fortement hétérogène à l'échelle du grain. Cependant, il peut être considéré comme homogène à l'échelle d'un ouvrage ou d'un élément d'ouvrage. C'est cette échelle « macroscopique » que l'on va utiliser dans cette étude pour décrire son comportement et pour définir des quantités « matériaux ». A cette échelle, le béton est un matériau qui présente une dissymétrie de comportement très marquée entre compression et traction [I-15]. Dans cette section, on présentera :

- *I-2.1.1. Compression* : on présente le comportement du béton en compression uniaxiale, biaxiale et triaxiale.

- *I-2.1.2. Traction* : on présente une comparaison entre la traction uniaxiale et la compression uniaxiale.

### ***I-2.1.1. Compression***

#### ***I-2.1.1.1. Mode de rupture sous un effort de compression***

Afin de bien comprendre les phénomènes mis en jeu dans ce matériau hétérogène, on commence par décrire la rupture d'un béton sous un effort de compression. La résistance à la compression est reliée très étroitement aux détails de la microstructure du béton qui, eux, gouvernent d'autres propriétés, telles que les propriétés élastiques et la perméabilité [I-16].

Lorsque l'on examine la surface de rupture d'une éprouvette de béton soumise à un effort de compression uniaxiale, on s'aperçoit que la rupture se développe soit dans le mortier (Figure I.12-a) ou le long de l'interface entre le mortier et les gros granulats, appelée zone de transition, qui constitue en règle générale le point faible d'un béton. Cependant, dans certains cas, si le béton contient des granulats faibles ou friables, on peut voir des plans de rupture se propager à travers ces granulats (Figure I.12-b). Si la surface de rupture est examinée attentivement au microscope, on s'aperçoit que la zone de transition est composée de pâte de ciment hydraté très poreuse contenant de nombreux cristaux différents (Figure I.12-c).

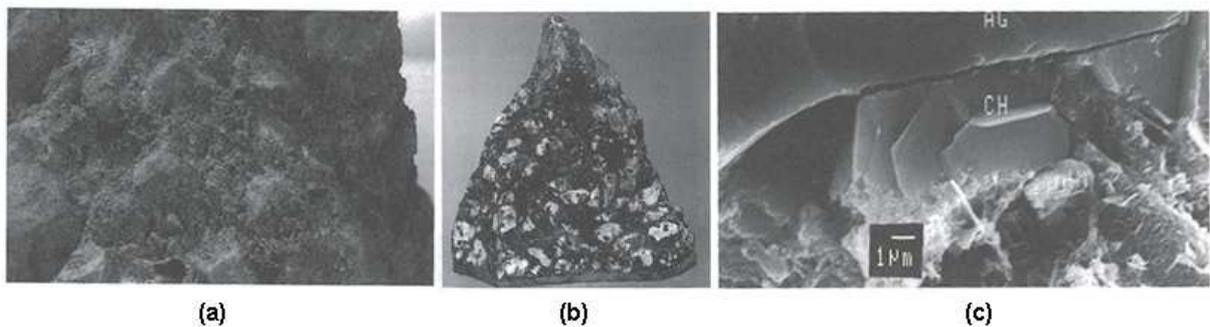


Figure I.12. Surface de rupture d'un béton : a) dans le mortier ; b) dans de gros granulats faibles ; c) dans la zone de transition [I-16].

En conclusion, la rupture d'un béton se développe toujours dans la partie la plus faible des trois régions suivantes : le mortier, les granulats faibles et la zone de transition. L'interaction des constituants provoque une micro-fissuration et un comportement non linéaire. Cette micro-fissuration s'amorce à l'interface mortier-granat, qui constitue le point faible. Elle se propage ensuite de façon préférentielle parallèlement à la direction du chargement de compression, c'est-à-dire en suivant la direction d'extension maximale [I-12].

#### ***I-2.1.1.2. Compression uniaxiale***

On examine maintenant le comportement du béton en compression simple au niveau macroscopique. De la multitude d'études effectuées sur ce comportement [I-17 ; I-18 ; I-19], on retiendra les résultats suivants.

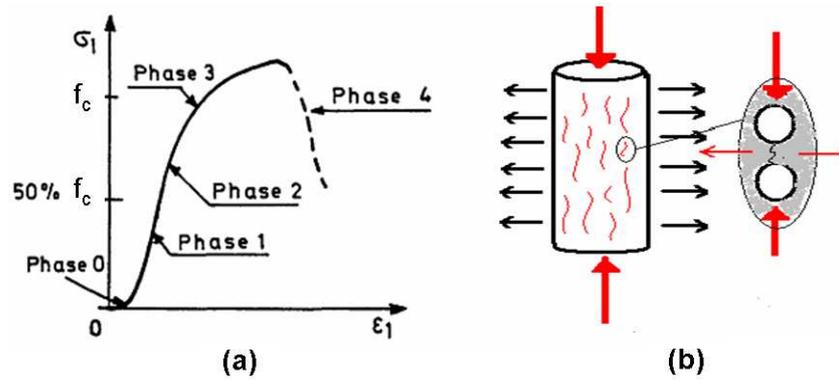


Figure I.13. a) Allure générale du diagramme contrainte-déformation du béton en compression simple [I-12] ;  
b) Processus d'endommagement en compression uniaxiale

La Figure I.13-a présente l'allure générale du diagramme contrainte-déformation du béton obtenu lors d'un essai en compression simple jusqu'à la rupture. Par résistance du béton, on entend habituellement résistance à la compression à 28 jours, que l'on note  $f_c$ . Cette résistance correspond à la valeur maximale atteinte par la contrainte lors d'un essai de compression. On peut distinguer plusieurs phases dans le comportement en compression jusqu'à la rupture :

- Phase 0 (jusqu'à 10% de  $f_c$ ) : le béton est en phase de serrage ou raidissement dû aux fermetures des microfissures préexistantes. Cette phase n'existe pas toujours.
- Phase 1 (jusqu'à 30 à 50% de  $f_c$ ) : le comportement est quasi linéaire. Des microfissures apparaissent aux interfaces mortier-granulat mais le frottement permet de transmettre encore le chargement sans non-linéarité apparente.
- Phase 2 (jusqu'à 70 à 80% de  $f_c$ ) : la non-linéarité et l'irréversibilité apparaissent. Il y a développement et propagation des microfissures de plus en plus nombreuses aux interfaces, parallèlement à la direction du chargement (Figure I.13-b).
- Phase 3 (jusqu'à  $f_c$ ) : on observe un comportement fortement non linéaire. Les fissures se propagent dans la matrice parallèlement à la direction de chargement. Le coefficient de Poisson apparent devient très grand, avec une augmentation du volume apparent.
- Phase 4 : le béton est en phase « post-pic ». Cette phase correspond à un comportement radoucissant avec développement de macrofissures. On a alors un endommagement rapide qui correspond à la désagrégation du béton jusqu'à la ruine [I-20].

### I-2.1.1.3. Compression biaxiale

En règle générale pour un tel essai, on observe :

- un diagramme contrainte-déformation analogue à celui obtenu sous chargement uniaxial avec des valeurs maximales de contrainte et de déformation plus importantes.

- une rupture parallèle au plan de chargement (Figure I.14-a). Il s'agit d'une rupture en traction perpendiculairement à la direction d'extension maximale.

L'influence du chargement biaxial sur la résistance du béton est présentée dans la Figure I.14-b. En observant cette figure, on ne voit pas d'effet dans le domaine de bi-traction (1) : la résistance à la traction n'est pas affectée par la nature biaxiale de la sollicitation. Par contre, on observe un effet négatif d'une traction transverse sur la résistance à la compression (2), dû au cumul des deux processus d'endommagement. Enfin, on observe une amélioration sensible de la résistance à la compression dans le cas de bi-compression (3).

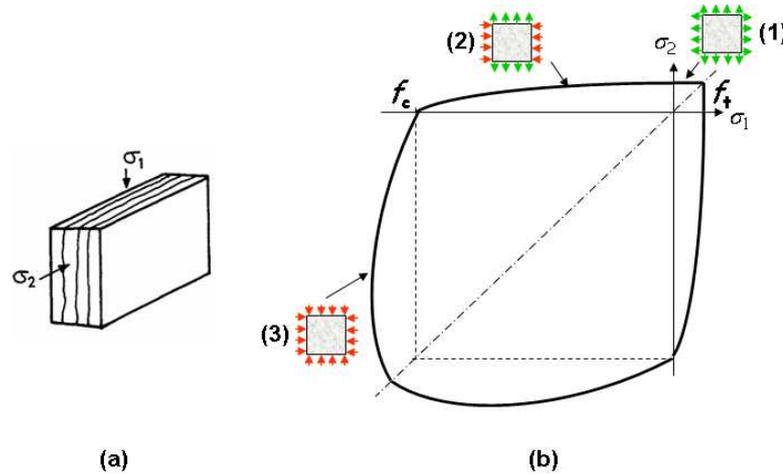


Figure I.14. a) Schéma de rupture lors d'un essai de compression biaxiale [I-12] ; b) Courbe limite de résistance sous chargement biaxial : (1) traction – traction ; (2) compression – traction ; (3) compression – compression.

#### I-2.1.1.4. Compression triaxiale

On distinguera ici deux cas : celui où l'on est proche de l'isotropie et celui où l'on s'en éloigne.

##### I-2.1.1.4.1. Compression isotrope

Dans ce cas, le mode de rupture correspond à un effondrement de la structure microporeuse du béton. La Figure I.15 présente la relation entre la pression hydrostatique et la variation de volume durant une compression hydrostatique.

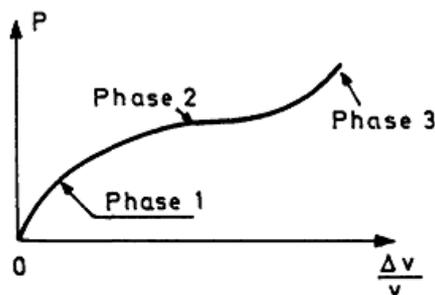


Figure I.15. Relation entre la pression hydrostatique et la variation de volume dans le cas d'une compression hydrostatique [I-12].

Le comportement obtenu est analysé selon trois phases :

- Phase 1 : on obtient un comportement quasi élastique.
- Phase 2 : on observe un effondrement progressif de la structure.
- Phase 3 : on a un raidissement dû au fait que les vides ont disparu. Une décharge à ce niveau là s'accompagne d'un matériau sous forme de poudre.

Il est à noter que ce cas n'est pas considéré dans le cadre de la thèse.

#### I-2.1.1.4.2. Compression triaxiale déviatoire

La Figure I.16 présente la relation contrainte-déformation dans le cas de compression triaxiale. Dans ce cas, la rupture apparaît dans un plan perpendiculaire à la plus faible contrainte principale ( $\sigma_1 \ll \sigma_2 < \sigma_3$ ) ou parallèle à la plus grande ( $\sigma_1 < \sigma_2 \ll \sigma_3$ ). On remarque que si l'on raisonne en terme déviatoire, le plan de rupture est perpendiculaire à la direction où la contrainte déviatoire correspond à une traction. Concrètement, le plan de rupture est parallèle à la direction d'extension déviatoire maximale.

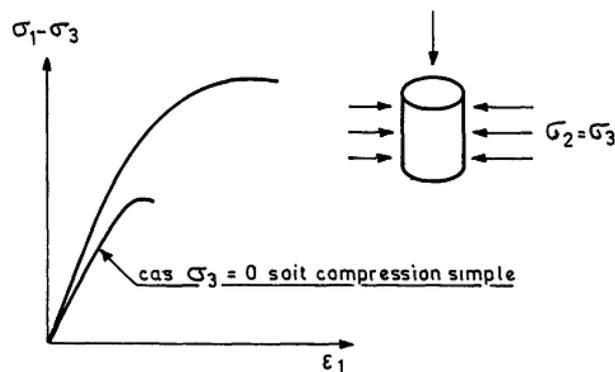


Figure I.16. Relation contrainte-déformation lors d'une compression triaxiale [I-12].

La Figure I.17 présente l'évolution du comportement axial du béton pour différentes pressions de confinement. Plus précisément, la Figure I.17-a montre que le comportement jusqu'à la rupture évolue très nettement avec le confinement. Pour un confinement faible, la rupture peut être localisée ou diffuse selon les zones de l'échantillon. Pour un confinement plus élevé, la rupture est uniquement localisée. Les courbes de la Figure I.17-b présentent la contrainte axiale en fonction de la déformation axiale et de la déformation volumique. En conclusion, la présence d'une pression de confinement appliquée sur la face de l'éprouvette conduit à une rupture ductile avec une charge à rupture plus élevée.

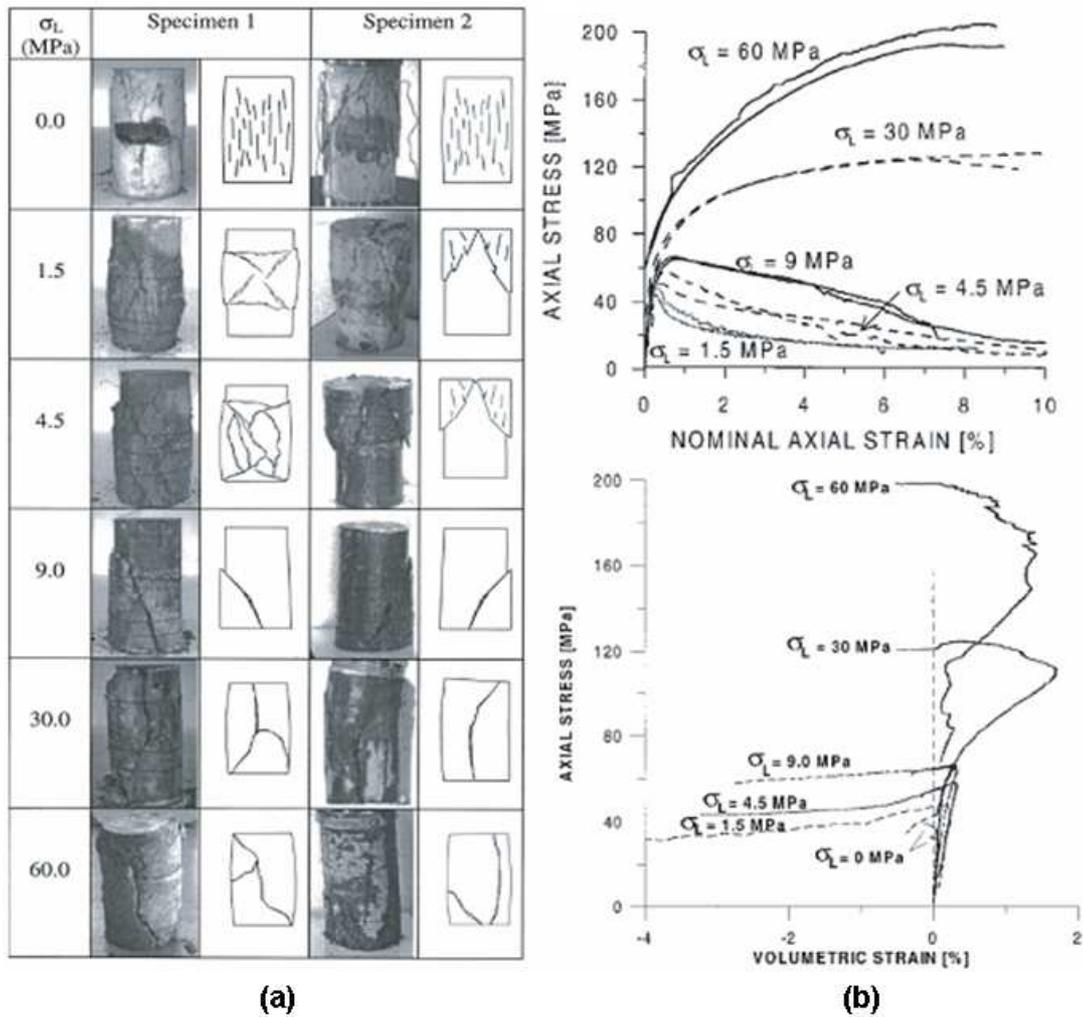


Figure I.17. Evolution du comportement axial du béton pour différentes pressions de confinement : a) Faciès de ruptures ; b) Relation contrainte axiale-déformation [I-21].

### I-2.1.2. Traction

L'essai de traction simple est un essai moins courant que celui de compression simple parce qu'il est plus difficile à réaliser, mais aussi du fait de la réglementation relative au dimensionnement des ouvrages en béton armé qui ne prévoit pas de faire travailler le béton sous une telle sollicitation. On trouve généralement deux méthodes d'essais pour la mesure de la résistance à la traction  $f_t$  du béton [I-13] :

- Essai de flexion d'une éprouvette prismatique soumise à une charge concentrée à mi-portée. Les résultats de mesure sont optimistes à cause de l'endommagement progressif de la zone tendue.
- Essai de traction par fendage (dit essai brésilien) dans lequel le cylindre se trouve comprimé selon deux génératrices diamétralement opposées. Ce mode particulier de chargement provoque l'apparition d'une contrainte de traction quasi-uniforme dans le plan diamétral. Les résultats obtenus sont moins dispersés que pour l'essai de flexion. A titre d'exemple, la Figure I.18 illustre cet essai.

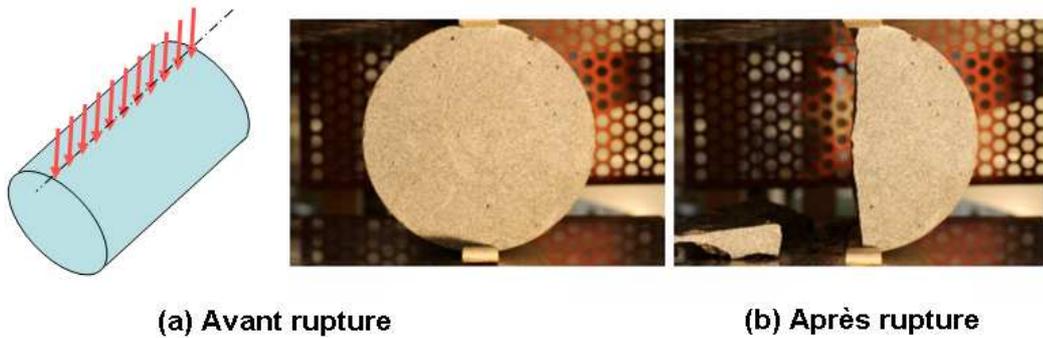


Figure I.18. Essai brésilien pour déterminer la résistance en traction du béton [I-22].

La Figure I.19 présente le comportement en traction uniaxiale et en compression uniaxiale sur le même graphe. La relation contrainte-déformation uniaxiale en traction a l'allure suivante :

- Le comportement est quasi-linéaire jusqu'à la rupture. Ceci correspond à un comportement fragile. Le module d'Young (pente à l'origine) et le coefficient de Poisson sont sensiblement les mêmes en traction et en compression.
- La microfissuration se développe perpendiculairement au chargement et aboutit à une surface de rupture unique.

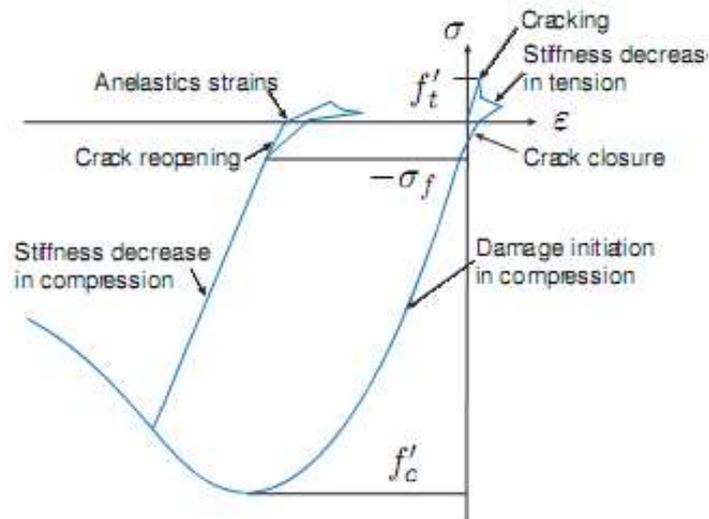


Figure I.19. Relation contrainte – déformation uniaxiale : comparaison entre la traction uniaxiale et la compression uniaxiale [I-23].

En comparant avec le comportement du béton en compression uniaxiale (voir Figure I.19), la résistance en traction uniaxiale du béton  $f_t$  est beaucoup plus faible en valeur absolue, ce qui justifie que la résistance en traction soit négligée dans la démarche de dimensionnement :

$$f_t \approx \frac{f_c}{10} \tag{I-2.1}$$

## I-2.2. Comportement à long terme du béton

Dans la présente section, on aborde le problème des déformations différées du béton - le retrait et le fluage :

Le retrait est un phénomène de contraction volumique qui accompagne la prise et le durcissement du béton. Il est dû à une perte de volume qui se produit lors de l'adsorption de l'eau qui se lie chimiquement au ciment lors de la cristallisation (prise), ainsi qu'à l'évaporation de l'eau excédentaire qui chimiquement n'était pas nécessaire à la prise du ciment, mais qui était indispensable pour obtenir une consistance plastique du béton pour faciliter sa mise en œuvre au moment du coulage [I-13]. Le phénomène de retrait se produit sur plusieurs années en se stabilisant avec le temps.

Le fluage correspond à une déformation croissante dans le temps sous contrainte constante. Un composant en béton soumis à un chargement mécanique se déforme au moment de l'application de la charge : déformation élastique instantanée. Mais dans le temps, la déformation évolue pour atteindre une limite après plusieurs années, qui peut être trois fois plus importante que la déformation instantanée [I-13]. L'amplitude du fluage dépend d'un certain nombre de paramètres tels que la contrainte appliquée, la constitution du béton, les conditions ambiantes (humidité, température...). Un des points cruciaux réside dans l'influence de la teneur en eau. A titre d'exemple, la Figure I.20 présente les déformations différées en fonction de la teneur en eau  $h$  [I-12]. On voit qu'un béton pratiquement sec ne flue que très peu.

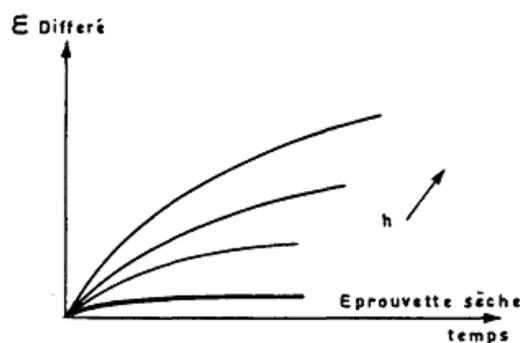


Figure I.20. Déformations différées en fonction de la teneur en eau  $h$  (épreuves homogènes) [I-12].

Ces phénomènes ont des effets significatifs sur l'évolution au cours du temps des efforts internes dans les composants en béton, en particulier dans ceux en béton précontraint. Dans ce cas en effet, le développement des déformations différées s'accompagne d'une variation de longueur des composants, ce qui entraîne une perte de précontrainte par raccourcissement des organes de précontrainte (câbles par exemple).

## I-2.3. Conclusion

Du point de vue de la constitution du béton, le béton se présente comme un assemblage compact de grains rigides et résistants, liés par une matrice cimentaire. Très résistant sous sollicitation de compression uni- ou multiaxiale, ses performances mécaniques sont en revanche médiocres lorsqu'il se trouve sollicité en traction. Concrètement, la résistance en traction uniaxiale du béton est environ dix fois plus faible en valeur absolue que celle en compression uniaxiale. Parmi les particularités de son comportement, on peut mentionner l'existence de déformations de retrait et de fluage élevées, ainsi qu'une forte sensibilité à l'endommagement conduisant à des ruptures fragiles en traction, ou faiblement ductile en compression.

Les solutions technologiques traditionnelles consistent à renforcer le béton à l'aide de barres d'acier disposées dans les zones tendues (béton armé) [I-24], ou à l'aide de câbles tendus de manière à créer des états de compression à même à compenser les efforts de traction susceptibles de se produire durant la vie de la construction (béton précontraint) [I-13]. Une autre application sous chargement de compression uniaxiale consiste à créer un état de confinement en mobilisant une sollicitation transverse. Le béton voit, en effet, sa résistance à la compression augmenter en état de confinement [I-23]. Ces dispositions visent à améliorer la résistance et la rigidité des composants structuraux, tout en limitant le risque de fissuration.



# Chapitre I-3 : Les AMF dans le Génie Civil

## I-3.0. Introduction

Les AMF présentent plusieurs types de comportement en fonction du trajet de chargement imposé dans l'espace contrainte-déformation-température [I-25]. Du fait de leurs propriétés exceptionnelles, les AMF ont trouvé des applications dans plusieurs domaines [I-26] tels que l'ingénierie mécanique ou le domaine médical (Figure I.21). Depuis 1960, 29% d'applications des AMF se trouvent dans le domaine de l'ingénierie mécanique, et 23% des AMF sont utilisés pour le domaine médical. A titre d'exemple, on peut appliquer l'effet mémoire des AMF pour créer des systèmes adaptatifs de contrôle de la température [I-27] ainsi que des stents vasculaires servants à dilater des artères [I-28].

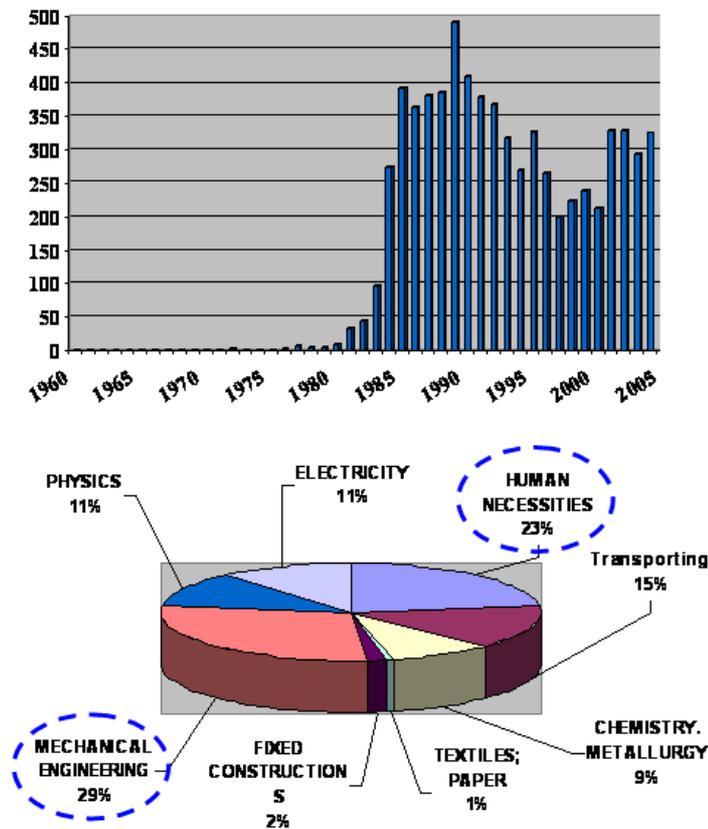


Figure I.21. Dépôts de brevets concernant les AMF depuis 1960, [I-29].

Dans le domaine du Génie Civil, l'utilisation des AMF reste très limitée (2%) en partie à cause de leur coût, mais surtout en raison du manque actuel de connaissances scientifiques sur les mécanismes complexes impliqués dans leur association avec des matériaux de construction comme le béton. Dans ce chapitre, les principales applications des AMF dans le domaine du Génie Civil sont présentées selon deux directions : d'une part l'application des AMF au renforcement des structures en béton, d'autre part leur application au contrôle dynamique et à la protection parasismique des structures.

Le comportement mécanique des structures en béton est gouverné par le processus d'endommagement du matériau béton. Comme il a été vu dans le chapitre précédent, cet endommagement consiste en des micro- et macro-fissures, qui progressent dans le matériau sous chargement mécanique [I-30]. Ce processus peut être retardé en appliquant un chargement uni- ou multi-axial de compression, dans le

but d'éviter ou de limiter les contraintes locales de traction auxquelles le béton est peu résistant. Ceci constitue donc une action « renforçante » du matériau. En pratique, ceci peut être réalisé au moyen de renforts passifs ou actifs, externes ou internes à la structure en béton. Plusieurs approches sont possibles. La plus classique consiste à utiliser des câbles métalliques que l'on tend de manière à comprimer la structure, et que l'on maintient tendus en permanence. Une autre application sous chargement de compression uni-axiale consiste à créer un état de confinement. Le béton voit, en effet, sa résistance à la compression augmenter en état de confinement. En pratique, on procède à un enroulement d'un renfort métallique ou composite autour de colonnes en béton. Dans ces solutions, il se produit une relaxation des contraintes qui atténue l'effet du renforcement, ce qui nécessite d'anticiper sur les pertes de précontrainte dans la structure. Certaines études visent à utiliser les propriétés des alliages à mémoire de forme telles que la super-élasticité, l'effet mémoire ainsi que leurs très bonnes propriétés d'amortissement, pour créer des structures actives capables d'ajuster leur comportement aux conditions de chargement [I-31].

### I-3.1. Renforcement des structures en béton

La première application des AMF pour la création de précontraintes dans des structures en béton a été faite pour la réparation de fissures locales dans un pont du Michigan aux Etats-Unis en 2001 [I-32]. Des fissures de largeur 0,55mm ont été trouvées dans des poutres en T en béton causées par une résistance du béton au cisaillement insuffisante. Un système de barres d'AMF en Fe-Mn-Si-Cr de diamètre 10,4 mm a été monté. Les barres d'AMF sont pré-déformées à l'état martensitique avant d'être utilisées. Ces barres sont disposées perpendiculairement aux fissures, sur les deux faces opposées des poutres endommagées (Figure I.22). L'activation thermique de l'effet mémoire par effet Joule provoque un retour à l'état austénitique des barres d'AMF. Cet effet crée des forces dans les barres d'AMF. La contrainte finale obtenue après le retour à température ambiante a été mesurée à environ 120 MPa. Grâce aux forces obtenues, les fissures ont réduit leurs ouvertures de 40%.

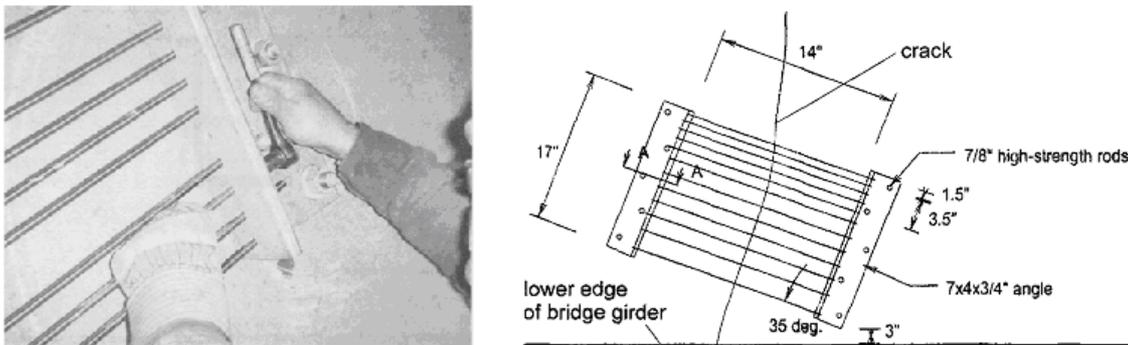


Figure I.22. Réparation d'une fissure dans un pont au Michigan en créant une précontrainte à l'aide de barres d'AMF à base de Fer, [I-32].

D'autres études ont montré que l'association béton/AMF permet d'obtenir des gains significatifs en termes de résistance et de ductilité, ou pour retarder la fissuration. En particulier, l'effet mémoire a été utilisé pour la création de précontraintes dans des poutrelles en béton renforcées par des fils en AMF à base de nickel-titane (Ni-Ti) (Figure I.23a). Des fils de diamètre 4,3 mm sont utilisés pour renforcer une poutre en béton de longueur 1,14m par activation thermique de l'effet mémoire. Les résultats obtenus durant un test cyclique (Figure I.23b) prouvent que l'utilisation des AMF peut changer la rigidité et la résistance des poutres en béton. De plus, ils confirment que de la précontrainte peut être créée dans des poutres par effet mémoire.

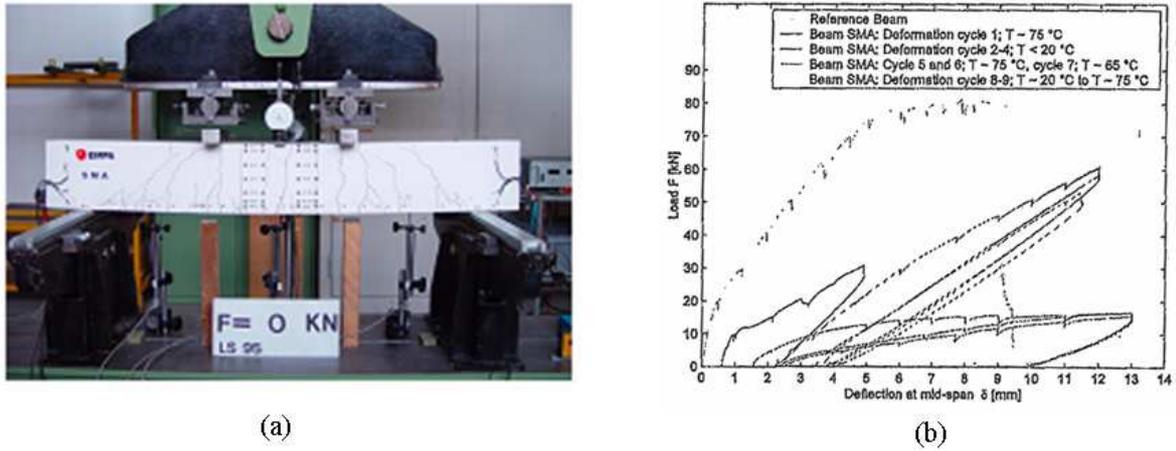


Figure I.23. a) Poutre en béton renforcée à l'aide de fils en AMF ; b) Test cyclique d'une poutre en béton [I-33].

Des tests de flexion sur des poutrelles en béton renforcées par des fils d'AMF pré-étirés montrent que la présence des fils peut améliorer la ductilité du béton (Figure I.24). Lorsque le béton commence à s'endommager, la réorientation des AMF permet de retarder la propagation de fissures et d'augmenter ainsi la ductilité de la structure.

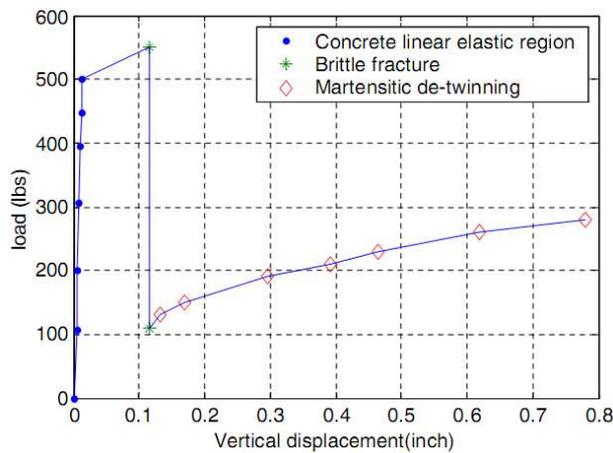


Figure I.24. Test de flexion d'une poutre en béton renforcée par des fils d'AMF pré-étirés, [I-34].

Comme autre manière de créer de la précontrainte interne, des fibres en AMF sont mises dans un mortier (Figure I.25). Diverses formes des fibres sont choisies afin d'obtenir des précontraintes multiaxiales. Après le durcissement du mortier, les prismes en béton-fibre d'AMF sont chauffés pour activer l'effet mémoire, qui provoque des précontraintes dans le mortier. L'effet de précontrainte a été déduit de mesures de déformations sur un prisme non renforcé et un autre renforcé par des fibres d'AMF (voir Figure I.26). Au final, une contrainte de compression égale à 6MPa dans le mortier a été obtenue par effet mémoire.

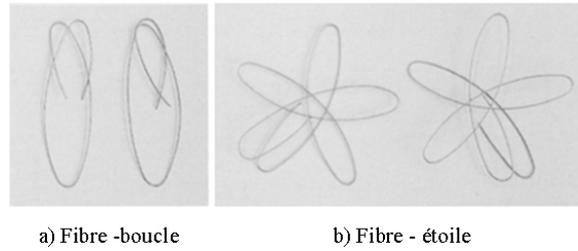


Figure I.25. Forme des fibres utilisées [I-35].

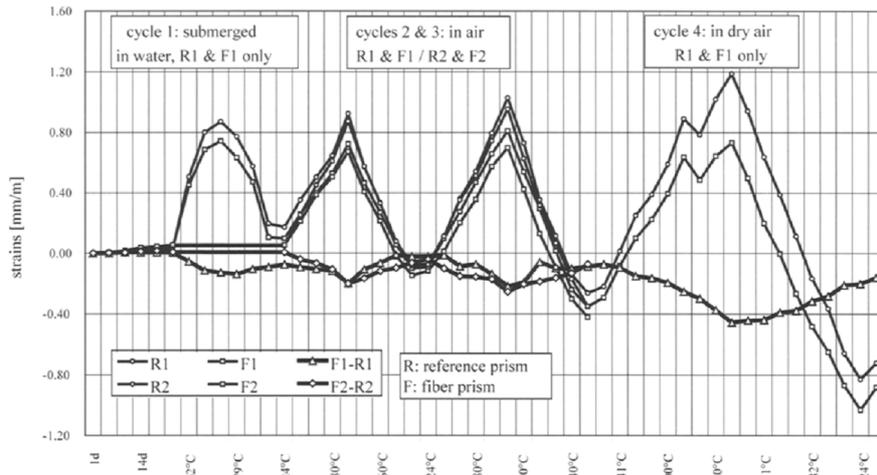


Figure I.26. Déformations des prismes en béton fibré mesurées durant l’activation thermique cyclique [I-35].

Par ailleurs, des effets de confinement ont également été obtenus à l’aide de fils en AMF enroulés sur des cylindres en béton. En 2008, des fils en Ni-Ti à l’état austénitique et à l’état martensitique sont utilisés par Choi et al. [I-36]. Ils sont enroulés sur des cylindres en béton, sans activation thermique, afin d’améliorer la résistance du béton (Figure I.27a). L’existence de cet effet de **confinement passif** a été estimée indirectement par l’observation du comportement du béton durant des essais d’écrasement. Les résultats obtenus montrent que des fils martensitiques permettent d’augmenter la résistance et la ductilité du béton tandis que des fils austénitiques peuvent seulement améliorer la ductilité du béton (Figure I.27b).

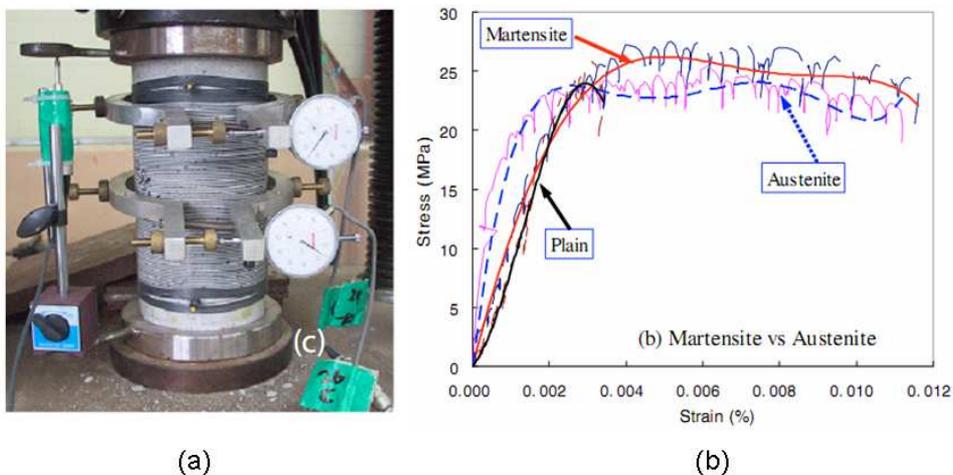


Figure I.27. Confinement passif : a) Cylindres en béton renforcés par des fils d’AMF ; b) Essais d’écrasement des cylindres, [I-36].

En 2009, Shin et Andrawes [I-37] ont utilisé plusieurs fils « courts » en Ni-Ti liés chacun au cylindre par des ancrages à leurs extrémités pour créer un effet de **confinement actif** dans des cylindres en béton (Figure I.28a). La présence de fils d'AMF permet d'améliorer la résistance et la ductilité du béton durant des essais de compression simple (Figure I.28b).

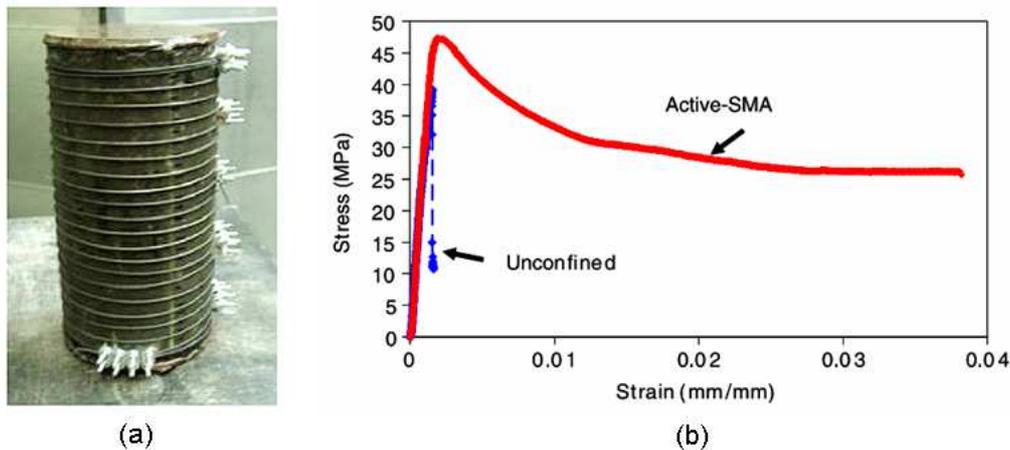


Figure I.28. Confinement actif : a) Utilisation de plusieurs fils « courts » en Ni-Ti pour la création d'un confinement actif dans des cylindres; b) Comparaison entre le béton non confiné et le béton confiné [I-37].

En 2010, des fils en Ni-Ti-Nb sont utilisés par Choi et al. [I-38] pour la création de confinement dans des cylindres en béton (Figure I.29a). Les AMF en Ni-Ti-Nb permettent de créer de la force par effet mémoire plus efficacement que des AMF classiques en Ni-Ti parce que les températures de transformations du Ni-Ti-Nb permettent de limiter la perte de force après l'activation thermique de l'effet mémoire et le refroidissement. Des résultats expérimentaux d'essais d'écrasement du béton confirment ce principe grâce à la comparaison entre deux cas : Ni-Ti-Nb et Ni-Ti (voir Figure I.29b).

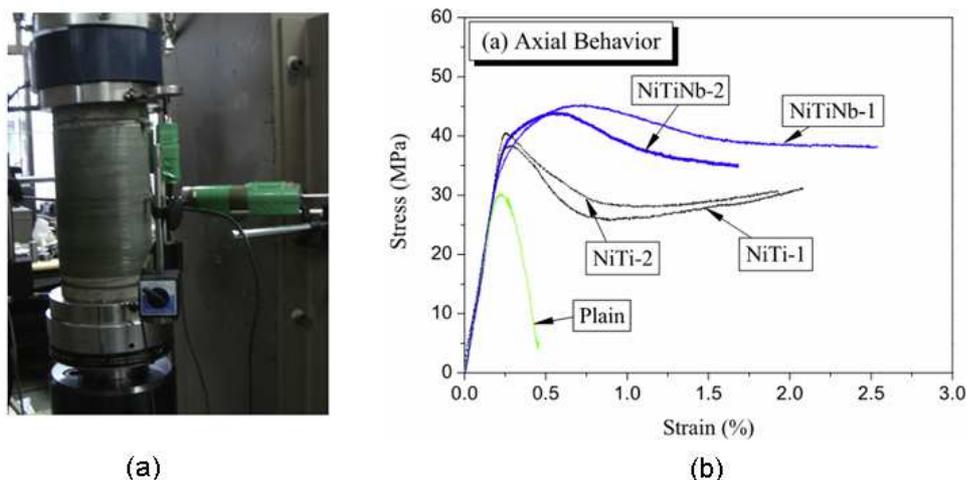


Figure I.29. Confinement actif : a) Utilisation de fils en Ni-Ti-Nb pour la création d'un confinement actif dans des cylindres en béton ; b) Comparaison de l'effet de confinement entre des AMF en Ni-Ti et en Ni-Ti-Nb, [I-38].

L'existence de l'effet de confinement peut être estimée par des mesures de la contrainte d'adhérence entre béton et acier. A cet effet, des cylindres équipés d'une barre en acier sont renforcés par des fils d'AMF enroulés sur leur face latérale (Figure I.30a). Des essais de traction permettent de mesurer la contrainte d'adhérence entre le béton et la barre en acier en fonction du confinement. En conclusion, la présence de l'effet de confinement dans les cylindres renforcés à l'aide de fils d'AMF est attestée par l'augmentation de

la contrainte d'adhérence entre le béton et la barre en acier, comme le montrent les résultats expérimentaux présentés dans la Figure I.30b.

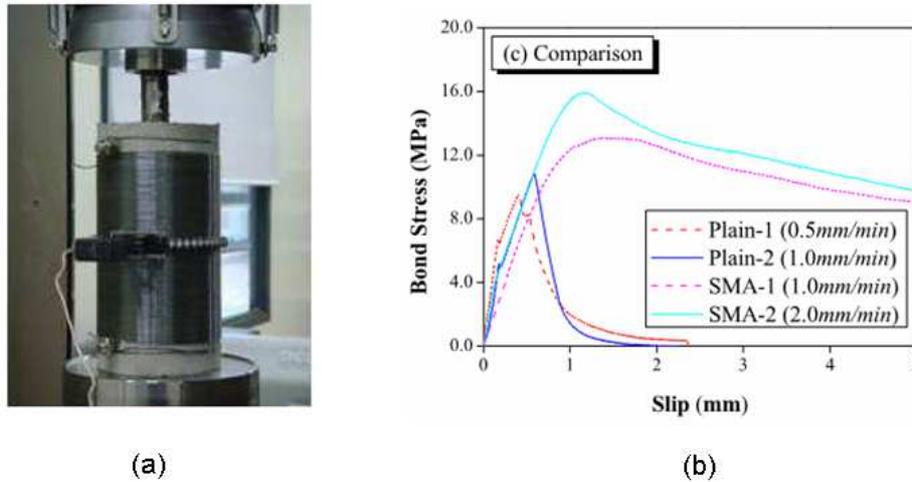


Figure I.30. Confinement actif : a) Mesure de la contrainte d'adhérence béton-acier sur des cylindres renforcés par des AMF; b) Comparaison entre le béton non confiné et le béton confiné [I-39].

Toutefois, ces études ne montrent pas clairement si l'utilisation d'un AMF apporte un gain véritable par rapport à un confinement avec un matériau non actif (type acier ou composite). De plus, l'intensité de la contrainte de confinement n'a pas pu être estimée directement.

### I-3.2. Protection parasismique

L'effet d'amortissement lié à la pseudoélasticité a également été utilisé pour le contrôle des effets dynamiques dans des structures en béton ou en maçonnerie, ou pour la protection sismique de ponts ou de bâtiments historiques. La Figure I-31 montre un exemple de dispositif à base de fils en AMF spécialement mis au point à cet effet [I-32]. Ce dispositif est conçu pour supporter des efforts de traction-compression au moyen de fils d'AMF constamment tendus. Il joue un double rôle de limiteur de force et d'amortisseur. Concrètement, sous des chargements cycliques « normaux » (dus au vent par exemple), le comportement élastique linéaire des dispositifs en AMF correspond à de faibles déplacements dans la structure (voir Figure I.32 « load path 1 »). Par contre, dans le cas de chargements cycliques de niveau élevé, provoqués par un séisme par exemple, l'effort transmis par le dispositif se trouve plafonné lorsque la contrainte seuil de transformation est dépassée (voir Figure I.32 « load path II »). De plus, l'hystérésis lié au comportement superélastique des fils d'AMF provoque un effet amortissant dans le cas d'un chargement cyclique, utile pour limiter l'intensité des efforts et des déplacements en cas de séisme.

Ce dispositif a été utilisé lors de la restauration de la Basilique San Francesco à Assise en Italie, fortement endommagée par un séisme en 1997 [I-32]. Son utilisation pour la connection de deux parties de l'édifice (de rigidités très différentes), a permis d'assurer une liaison parfaite sous sollicitations habituelles (vent par exemple). Par contre, sous des sollicitations plus élevées telles que celles induites par un séisme, l'effet de plateau et d'amortissement lié au comportement superélastique du dispositif à base d'AMF permet de limiter les accélérations et les forces transmises entre les différentes parties de la construction, dans l'objectif de limiter les dommages lors d'un futur séisme.

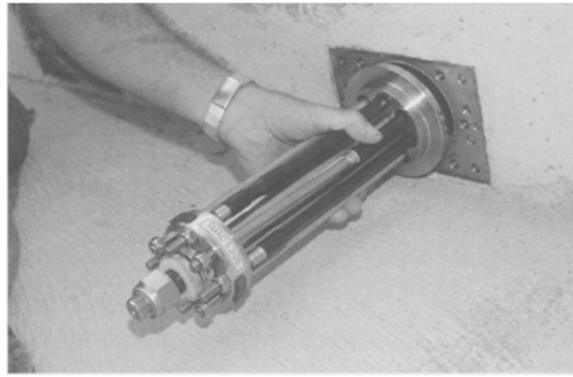


Figure I.31. Exemple de dispositif à base de fils en AMF utilisés pour le contrôle des effets dynamiques dans les constructions [I-32].

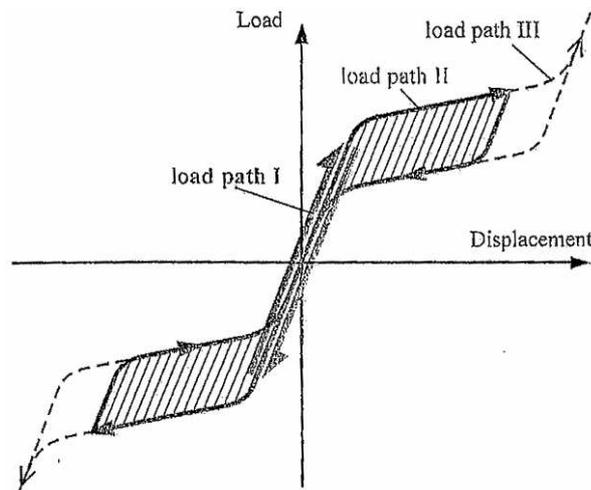


Figure I.32. Principe de comportement des dispositifs amortissants utilisant des AMF pour la protection sismique des constructions [I-32].

De même, ce principe a été utilisé dans d'autres constructions anti-sismiques, par exemple dans le clocher de la cathédrale San Giorgio à Trignano en Italie [I-32] ou dans des amortisseurs de ponts à haubans [I-32 ; I-34]. Dans le cas de la cathédrale San Giorgio, une protection anti-sismique s'est avérée nécessaire après un fort tremblement de terre de 1996. Des dispositifs amortissants sont conçus avec 60 fils super-élastiques sous tension en NiTi de diamètre 1 mm et de longueur 30 mm (Figure I.33). La tension dans les fils est choisie de manière à se placer dans la zone du plateau super-élastique de l'AMF. Ces amortisseurs visent à limiter les forces internes dans la structure en cas de nouveau séisme tandis qu'ils dissipent de l'énergie grâce à l'hystérésis dans le comportement superélastique de l'AMF, et permettent ainsi d'atténuer les vibrations.

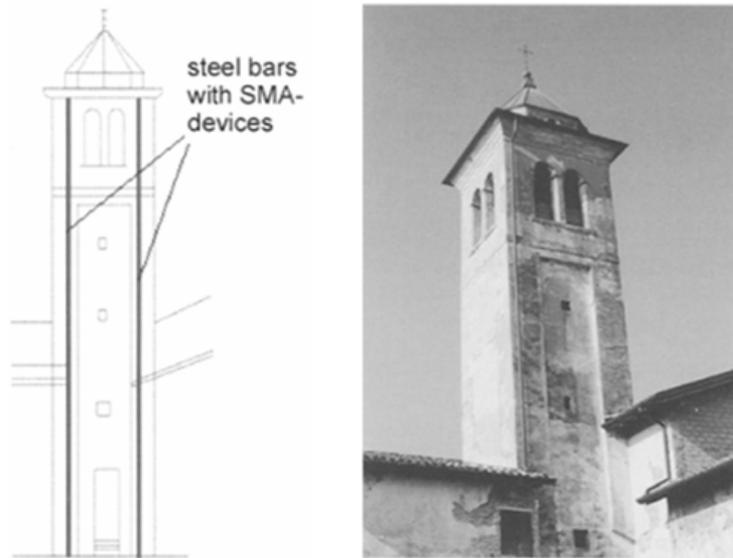


Figure I.33. Système d’amortissement anti-sismique utilisant des AMF dans le clocher de la cathédrale San Giorgio à Trignano en Italie, [I-32].

De même, dans le cas du pont à haubans (Figure I.34), des connexions entre les pieds et les pylônes contenant des AMF permettent d’amortir les vibrations dues à un tremblement de terre et évitent ainsi la détérioration de la structure.

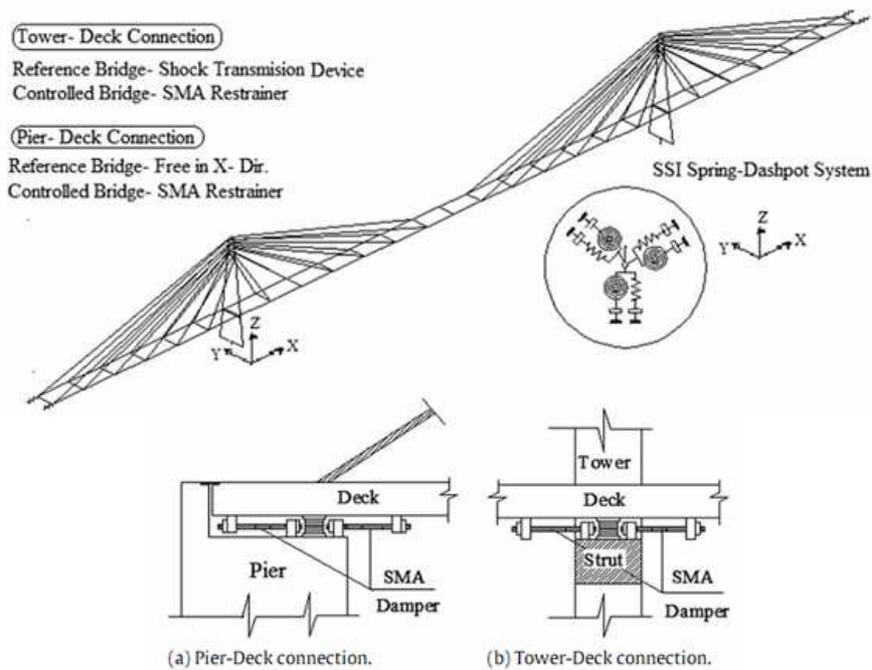


Figure I.34. Schémas des amortisseurs en AMF dans les connexions entre les pieds et les pylônes d’un pont à haubans [I-40].

## **Chapitre I-4 : Modèles de comportement macroscopique des AMF**

### **I-4.0. Introduction**

Les sections précédentes ont présenté les comportements macroscopiques des AMF ainsi que leurs applications pour le renforcement de structures du Génie Civil. Plusieurs études ont montré que l'interaction béton/AMF peut être complexe. Dans la Partie II de ce mémoire, des études expérimentales seront présentées sur la caractérisation des AMF utilisés et sur la création de forces par effet mémoire dans des composants en béton. Les résultats expérimentaux seront ensuite précisément analysés dans la Partie III du mémoire. On aura donc besoin d'un modèle précis de comportement des AMF. Dans ce contexte, on présente ici les principaux modèles thermomécaniques du comportement macroscopique des AMF disponibles dans la littérature.

Depuis plusieurs années, certaines études sur les AMF sont réalisées par méthode numérique. Un bon nombre de modèles a donc été créé. A titre d'exemples, on présente ici le modèle de Lagoudas [I-41, I-42], le modèle d'Auricchio [I-43, I-44], le modèle de Mourni [I-45] et le modèle de LExcellent [I-46, I-47]. Ces modèles sont comparés afin de faire une synthèse des caractéristiques prises en compte. Les principales caractéristiques sont résumées dans le Tableau I.1 :

Tableau I.1. Comparaison des caractéristiques principales des modèles présentés

| <b>Modèle</b>                           | <i>Lagoudas</i> | <i>Auricchio</i> | <i>Mourni</i> | <i>LExcellent</i>         |
|---|-----------------|------------------|---------------|---------------------------|
| Matériau                                | Ni-Ti           | Ni-Ti            | Ni-Ti         | Ni-Ti, Cu-Al-Be, Cu-Zn-Al |
| Comportement de super-élasticité        | Oui             | Oui              | Oui           | Oui                       |
| Chargement thermomécanique              | Oui             | Non              | Oui           | Oui                       |
| Comportement de pseudo-plasticité       | Oui             | Oui              | Oui           | Oui                       |
| Asymétrie traction-compression          | Non             | Non              | Non           | Oui                       |
| Chargement multiaxial non-proportionnel | Non             | Oui              | Oui           | Non                       |
| Effet mémoire non assisté               | Non             | Non              | Non           | Oui                       |
| Effet mémoire assisté                   | Oui             | Non              | Oui           | Oui                       |

En observant le Tableau I.1, on peut remarquer que tous les modèles permettent de simuler des chargements de super-élasticité et de pseudo-plasticité et presque tous des chargements thermomécaniques. La moitié des modèles permet de modéliser le comportement sous chargement multiaxial non-proportionnel. Seul le modèle développé par LExcellent prend en compte l'asymétrie traction-compression. Ce modèle permet de prendre en compte le mécanisme de réorientation et l'effet mémoire. Ce sont des caractéristiques qui jouent un rôle important dans le comportement de l'AMF pour la création de forces par effet mémoire. Parmi ces quatre modèles, on a donc choisi de privilégier le modèle de LExcellent et al. (1996) [I-47] qui sera utilisé pour la suite de l'étude.

On présente d’abord brièvement les modèles de Lagoudas, d’Auricchio et de Moumni. Le modèle de LExcellent et al. est ensuite détaillé. Le modèle de comportement utilisé dans la Partie III du mémoire sera basé sur ce modèle.

### **I-4.1. Modèle de Lagoudas et al.**

Le modèle développé par Lagoudas et al. [I-41, I-42] est un modèle de comportement thermomécanique des AMF qui permet de simuler des chargements de pseudo-plasticité ainsi que des chargements cycliques d’effet mémoire assisté et de super-élasticité [I-8].

La température  $T$  et la contrainte  $\bar{\sigma}$  sont utilisées comme variables observables. Le modèle se base sur la partition de la déformation suivante :

$$\underline{\varepsilon} = \underline{\varepsilon}^e + \underline{\varepsilon}^\theta + \underline{\varepsilon}^{tr} + \underline{\varepsilon}^d + \underline{\varepsilon}^p \quad (\text{I-4.1})$$

avec  $\underline{\varepsilon}^e$  la déformation élastique,  $\underline{\varepsilon}^\theta$  la déformation thermique,  $\underline{\varepsilon}^{tr}$  la déformation associée à la transformation de l’austénite en martensite orientée,  $\underline{\varepsilon}^d$  la déformation associée à la transformation de la martensite auto-accommodante en martensite orientée et  $\underline{\varepsilon}^p$  la déformation plastique. Les variables internes du modèle sont  $\underline{\varepsilon}^{tr}$ ,  $\underline{\varepsilon}^d$  et  $\underline{\varepsilon}^p$ .

Les surfaces « seuils » pilotant la transformation sont décrites par les critères de transformation suivants :

$$\begin{aligned} \Phi_1 &= \pi_1 - Y_1 && \text{en transformation auto-accommodée directe } (\dot{\xi}_1 > 0) \\ \Phi_1 &= -\pi_1 - Y_1 && \text{en transformation auto-accommodée inverse } (\dot{\xi}_1 < 0) \\ \Phi_2 &= \pi_2 - Y_2 && \text{en transformation orientée directe } (\dot{\xi}_2 > 0) \\ \Phi_2 &= -\pi_2 - Y_2 && \text{en transformation orientée inverse } (\dot{\xi}_2 < 0) \\ \Phi_3 &= \pi_3 - Y_3 && \text{en pseudo-plasticité } (\dot{\xi}_3 > 0) \end{aligned} \quad (\text{I-4.2})$$

où  $Y_1$ ,  $Y_2$  et  $Y_3$  sont des paramètres dépendants du matériau et  $\pi_1$ ,  $\pi_2$  et  $\pi_3$  sont les forces thermodynamiques associées respectivement aux fractions volumiques transformées  $\xi_1$ ,  $\xi_2$  et  $\xi_3$ . Ces fractions correspondent respectivement à : <sup>1</sup> la fraction volumique d’austénite transformée en martensite auto-accommodante ; <sup>2</sup> la fraction volumique d’austénite transformée en martensite orientée ; <sup>3</sup> la fraction volumique de martensite auto-accommodante transformée en martensite orientée ( $\dot{\xi}_3 \geq 0$ ).

Les forces thermodynamiques sont définies par :

$$\begin{aligned}
 \pi_1 &= \tilde{\pi}(\underline{\sigma}, T) - g_1(\xi_1, \xi_3) \\
 \pi_2 &= \underline{\sigma} : \underline{\lambda}^{tr} + \tilde{\pi}(\underline{\sigma}, T) - g_2(\xi_2, \xi_3) \\
 \pi_3 &= \underline{\sigma} : \underline{\lambda}^d - g_3(\xi_2, \xi_3)
 \end{aligned} \tag{I-4.3}$$

avec  $g_1$ ,  $g_2$  et  $g_3$  des fonctions de forme dépendantes du matériau,  $\underline{\lambda}^{tr}$  le tenseur de transformation de l'austénite en martensite,  $\underline{\lambda}^d$  le tenseur de transformation de la martensite auto-accommodante en martensite orientée et  $\tilde{\pi}$  le potentiel énergie libre de Helmholtz dépendant de la contrainte et de la température :

$$\begin{aligned}
 \tilde{\pi} &= \frac{1}{2} \underline{\sigma} : \Delta \underline{E} : \underline{\sigma} + \Delta \underline{\alpha} : \underline{\sigma} (T - T_0) - \rho \Delta c \left[ (T - T_0) - T \ln \left( \frac{T}{T_0} \right) \right] \\
 &+ \rho \Delta s_0 T - \rho \Delta u_0
 \end{aligned} \tag{I-4.4}$$

avec  $\Delta \underline{E}$ ,  $\Delta \underline{\alpha}$ ,  $\rho$ ,  $\Delta c$ ,  $\Delta s_0$  et  $\Delta u_0$  des paramètres dépendant du matériau et  $T_0$  la température à l'état initial.

L'évolution de chacune des fractions volumiques est donnée par la loi de normalité par rapport au critère seuil correspondant à la fraction volumique :

$$\dot{\xi}_i = \gamma \frac{\partial \phi_i}{\partial \pi_i} \quad \forall i \in \{1; 2; 3\} \tag{I-4.5}$$

avec  $\gamma$  un paramètre dépendant du matériau et  $\phi_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ), où  $i$  est le type de transformation (cf. Equation I-4.2)

Les évolutions de  $\underline{\varepsilon}^{tr}$  et  $\underline{\varepsilon}^d$  sont définies proportionnellement à celles des fractions volumiques transformées  $\xi_2$  et  $\xi_3$ , respectivement :

$$\begin{aligned}
 \underline{\dot{\varepsilon}}^{tr} &= \underline{\lambda}^{tr} \dot{\xi}_2 \\
 \underline{\dot{\varepsilon}}^d &= \underline{\lambda}^d \dot{\xi}_3
 \end{aligned} \tag{I-4.6}$$

Les tenseurs  $\bar{\lambda}^{tr}$  et  $\bar{\lambda}^d$  sont définis colinéaires au déviateur des contraintes efficaces  $\bar{s}^{eff}$  en transformation directe de l'austénite en martensite orientée, et colinéaires à la déformation de transformation maximale  $\bar{\varepsilon}_{max}^{tr}$  en transformation inverse de la martensite orientée en austénite, respectivement :

$$\underline{\lambda}^{tr} = \begin{cases} \frac{3}{2} \gamma \frac{\bar{s}^{eff}}{\bar{\sigma}^{eff}} & (\dot{\xi}_2 > 0) \\ \frac{\bar{\varepsilon}_{max}^{tr}}{z_{max}} & (\dot{\xi}_2 < 0) \end{cases} \tag{I-4.7}$$

$$\underline{\lambda}^d = \frac{3}{2} \gamma \frac{\underline{s}^{eff}}{\underline{\sigma}^{eff}} \quad (\text{I-4.8})$$

avec  $\underline{\sigma}^{eff} = \underline{\sigma} + \underline{\alpha} \Delta T$  où  $\underline{\alpha}$  est le tenseur du coefficient de dilatation thermique et  $\underline{s}^{eff}$  la partie déviatorique de  $\underline{\sigma}^{eff}$ .

### I-4.2. Modèle d'Auricchio et al.

Le modèle développé par Auricchio et al. [I-43, I-44] est un modèle de comportement thermomécanique multiaxial des AMF qui permet de simuler aussi bien le comportement super-élastique que la pseudo-plasticité, mais pas l'effet mémoire assisté.

Ce modèle utilise la déformation totale  $\bar{\underline{\epsilon}}$  et la température  $T$  comme variables observables, ainsi que la déformation de transformation  $\bar{\underline{\epsilon}}^{tr}$  et la déformation plastique  $\bar{\underline{\epsilon}}^p$  comme variables internes. Le modèle se base sur la partition de la déformation suivante :

$$\underline{\underline{\epsilon}} = \underline{\underline{\epsilon}}^e + \underline{\underline{\epsilon}}^{tr} + \underline{\underline{\epsilon}}^p \quad (\text{I-4.9})$$

La transformation et la plasticité sont pilotées à l'aide d'un unique critère :

$$f = \bar{X} + \kappa \bar{Q} - R \quad (\text{I-4.10})$$

avec  $\kappa$ ,  $R$  des paramètres dépendant du matériau. Les forces thermodynamiques  $\underline{X}$  et  $\underline{Q}$  sont données par :

$$\begin{aligned} \underline{X} &= -\frac{\partial \psi}{\partial \underline{\underline{\epsilon}}^{tr}} = \underline{s} - \beta \langle T - M_f \rangle \frac{\underline{\underline{\epsilon}}^{tr} - \underline{\underline{\epsilon}}^p}{\bar{\underline{\epsilon}}^{tr} - \bar{\underline{\epsilon}}^p} - h \underline{\underline{\epsilon}}^{tr} + A \underline{\underline{\epsilon}}^p - \gamma \frac{\underline{\underline{\epsilon}}^{tr}}{\bar{\underline{\epsilon}}^{tr}} \\ \underline{Q} &= -\frac{\partial \psi}{\partial \underline{\underline{\epsilon}}^p} = \beta \langle T - M_f \rangle \frac{\underline{\underline{\epsilon}}^{tr} - \underline{\underline{\epsilon}}^p}{\bar{\underline{\epsilon}}^{tr} - \bar{\underline{\epsilon}}^p} - H \underline{\underline{\epsilon}}^p + A \underline{\underline{\epsilon}}^{tr} \end{aligned} \quad (\text{I-4.11})$$

avec  $\beta$ ,  $M_f$ ,  $h$ ,  $A$ ,  $H$ ,  $\gamma$  des paramètres dépendants du matériau ;  $\psi$  l'énergie libre ;  $\underline{s}$  le déviateur des contraintes et  $\langle x \rangle = \begin{cases} x & \Leftrightarrow x \geq 0 \\ 0 & \Leftrightarrow x < 0 \end{cases}$ .

L'évolution de la déformation de transformation suit la loi de normalité :

$$\underline{\dot{\underline{\underline{\epsilon}}}}^{tr} = \dot{z} \frac{\partial f}{\partial \underline{X}} = \dot{z} \frac{\underline{X}}{X} \quad (\text{I-4.12})$$

La déformation plastique évolue en suivant elle aussi la loi de normalité :

$$\underline{\dot{\varepsilon}}^p = \dot{z} \frac{\partial f}{\partial \underline{Q}} = \dot{z} \underline{\kappa} \frac{Q}{Q} \quad (\text{I-4.13})$$

### I-4.3. Modèle de Moumni et al.

Le modèle développé par Moumni et al. [I-45] est un modèle de comportement multiaxial des AMF qui permet de simuler aussi bien le comportement super-élastique que l'effet mémoire assisté et la pseudo-plasticité.

Ce modèle utilise la déformation totale  $\bar{\varepsilon}$  et la température  $T$  comme variables observables, et la fraction volumique de martensite  $z$ , la déformation de transformation  $\bar{\varepsilon}^{tr}$  et la déformation résiduelle  $\bar{\varepsilon}^r$  comme variables internes. Le modèle se base sur la partition de la déformation suivante :

$$\underline{\varepsilon} = \underline{\varepsilon}^e + z\underline{\varepsilon}^{tr} + \underline{\varepsilon}^r \quad (\text{I-4.14})$$

La transformation est pilotée à l'aide de trois critères de transformation qui contrôlent respectivement la transformation directe, la transformation inverse et la réorientation :

$$\begin{aligned} f_z^1 &= \left( \frac{1}{3} El_{MA} \bar{\sigma}^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{3} El_{MA} + P_{MA} \right) tr^2(\underline{\sigma}) - C(T) \right) \dots \\ &\quad + \left( \underline{\sigma} + \frac{2}{3} \underline{B} \right) : \underline{\varepsilon}^{tr} - (G+b)z - a(1-z) - \left( (\alpha - \beta)z + \frac{\beta}{2} \right) \left( \frac{2}{3} \underline{\varepsilon}^{tr} : \underline{\varepsilon}^{tr} \right) \\ f_z^2 &= - \left( \frac{1}{3} El_{MA} \bar{\sigma}^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{3} El_{MA} + P_{MA} \right) tr^2(\underline{\sigma}) - C(T) \right) \dots \\ &\quad - \left( \underline{\sigma} + \frac{2}{3} \underline{B} \right) : \underline{\varepsilon}^{tr} + (G+b)z - a(1-z) + \left( (\alpha - \beta)z + \frac{\beta}{2} \right) \left( \frac{2}{3} \underline{\varepsilon}^{tr} : \underline{\varepsilon}^{tr} \right) \\ f_{ori} &= \bar{X} - zY \end{aligned} \quad (\text{I-4.15})$$

avec  $El_{MA}$ ,  $P_{MA}$  et  $Y$  des paramètres dépendant du matériau et  $a$ ,  $b$ ,  $G$ ,  $\alpha$  et  $\beta$  des paramètres évoluant au cours du chargement en fonction de la fraction volumique cumulée de martensite  $z_c$  avec une relation du type :

$$P = P_0 + (P_{sat} - P_0) \left( 1 - e^{-\frac{z_c}{\tau}} \right) \quad (\text{I-4.16})$$

où  $P_0$ ,  $P_{sat}$  et  $\tau$  sont des paramètres dépendant du matériau.

$C(T)$  évolue suivant une relation du même type que dans l'Equation I-4.16 sauf que  $C_0(T)$  et  $C_{sat}(T)$  sont définis par :

$$\begin{aligned} C_0(T) &= \xi_0 (T - A_{f0}^0) + \kappa_0 \\ C_{sat}(T) &= \xi_{sat} (T - A_{f sat}^0) + \kappa_{sat} \end{aligned} \quad (\text{I-4.17})$$

avec  $\xi_0, \xi_{sat}, A_{f0}^0, A_{f sat}^0, \kappa_0$  et  $\kappa_{sat}$  des paramètres dépendant du matériau.

La force thermodynamique  $\underline{X}$  est donnée par :

$$\underline{X} = \left( \underline{s} + \frac{2}{3} \underline{B} \right) - \frac{2}{3\gamma^2} \left( \left( \underline{s} + \frac{2}{3} \underline{B} \right) : \underline{\epsilon}^{tr} \right) \underline{\epsilon}^{tr} \quad (\text{I-4.18})$$

avec  $\gamma$  qui évolue suivant une relation du même type que dans l'Equation I-4.16,  $\underline{s}$  le déviateur des contraintes et  $\underline{B}$  le tenseur de contrainte interne.

La déformation de transformation  $\bar{\epsilon}^{tr}$  évolue en suivant la loi de normalité :

$$\underline{\dot{\epsilon}}^{tr} = \eta \frac{\partial f_{ori}}{\partial \underline{X}} = \frac{3}{2} \eta \frac{\underline{X}}{\bar{X}} \quad (\text{I-4.19})$$

Le multiplicateur de transformation  $\eta$  est défini par :

$$\eta = \begin{cases} \frac{3}{2(\alpha z + \beta(1-z) + 3\mu_{eq}z)} \dot{s} : \frac{\underline{X}}{\bar{X}} & \left( \sqrt{\frac{2}{3} \underline{\epsilon}^{tr} : \underline{\epsilon}^{tr}} < \gamma \right) \\ \frac{3}{2\left(\frac{1}{\gamma^2} \left( \underline{s} + \frac{2}{3} \underline{B} \right) : \underline{\epsilon}^{tr} + 3\mu_{eq}z\right)} \dot{s} : \frac{\underline{X}}{\bar{X}} & \left( \sqrt{\frac{2}{3} \underline{\epsilon}^{tr} : \underline{\epsilon}^{tr}} = \gamma \right) \end{cases} \quad (\text{I-4.20})$$

avec  $\mu_{eq}$  un paramètre dépendant du matériau.

#### **I-4.4. Modèle de Lexcellent et al.**

Le modèle développé par Lexcellent et al. est aussi un modèle décrivant le comportement des AMF à l'échelle macroscopique. Il est basé sur la notion de la surface de début de transformation de phase séparant le domaine austénitique du domaine martensitique [I-46]. Il se base sur les travaux effectués par Raniecki et Lexcellent (1992, 1998) [I-49 ; I-7] et par Leclercq et Lexcellent (1996) [I-47] pour la structure du modèle et par Thiebaud et Lexcellent (2007) [I-50] pour l'implémentation de l'asymétrie traction-compression. Ce modèle permet de simuler des chargements de super-élasticité, de pseudo-plasticité, d'effet mémoire assisté et non assisté. Ici, on présente brièvement de principaux points de ce modèle. Le lecteur pourra trouver plus de détails dans l'Annexe 1.

### I-4.4.1. Variables d'état

Le modèle de L'excellent et al. utilise la déformation  $\bar{\epsilon}$ , la température  $T$  et des fractions volumiques de martensite  $z_T$  et  $z_\sigma$  comme variables d'état [I-47]. Ces deux dernières grandeurs définissent respectivement la martensite orientée en traction et la martensite auto-accommodante. La fraction volumique totale de martensite est donc définie par :

$$z = z_T + z_\sigma \quad (\text{I-4.21})$$

Les conditions suivantes sont imposées pour toutes les fractions volumiques de martensite :

$$0 \leq z_T \leq 1; 0 \leq z_\sigma \leq 1; 0 \leq z \leq 1 \quad (\text{I-4.22})$$

Le tenseur des déformations  $\underline{\epsilon}$  est composé d'une partie élastique  $\underline{\epsilon}^e$  et d'une partie  $\underline{\epsilon}^{tr}$  due à la phase de transformation :

$$\underline{\epsilon} = \underline{\epsilon}^e + \underline{\epsilon}^{tr} \quad (\text{I-4.23})$$

### I-4.4.2. Potentiel thermodynamique

Dans les descriptions des différents modèles présentés précédemment, on remarque que toute description macroscopique est basée sur l'écriture d'un potentiel thermodynamique. De même, le potentiel choisi dans le modèle de L'excellent est l'énergie libre de Helmholtz pour un système triphasé : austénite, martensite auto-accommodante et martensite orientée [I-47]. L'énergie libre de Helmholtz est donnée par :

$$\phi(T, \underline{\epsilon}^e, z_T, z_\sigma) = (1-z) \phi^1(T, \underline{\epsilon}^e) + z_T \phi^2(T, \underline{\epsilon}^e) + z_\sigma \phi^3(T, \underline{\epsilon}^e) + \Delta\phi(T, z_T, z_\sigma) \quad (\text{I-4.24})$$

où  $\phi^\alpha$  ( $\alpha = 1, 2, 3$ ) est l'énergie libre de la phase  $\alpha$ . On notera par la suite :  $\alpha = 1$  pour l'austénite,  $\alpha = 2$  pour la martensite auto-accommodante et  $\alpha = 3$  pour la martensite orientée.

Les différences se situent dans les expressions de l'énergie libre de chaque phase :

$$\phi^\alpha = u_0^\alpha - T s_0^\alpha + \frac{1}{2\rho} \underline{\epsilon}_\alpha^e : \underline{\underline{L}} : \underline{\epsilon}_\alpha^e + C_V \left[ (T - T_0) - T \text{Log} \frac{T}{T_0} \right] \quad (\text{I-4.25})$$

où  $u_0^\alpha$  et  $s_0^\alpha$  représentent respectivement l'énergie libre interne et l'entropie de la phase  $\alpha$ .  $C_V$  est la chaleur massique à volume constant.  $T_0$  est la température de l'état de référence.

L'expression de l'énergie libre de chacune des phases suit une forme classique faisant intervenir une partie élastique et une partie thermique (la majorité des modèles macroscopiques adoptent cette description).

La différence majeure distinguant les modélisations réside dans l'expression de l'énergie d'interaction notée  $\Delta\phi$  :

$$\Delta\phi(T, z_T, z_\sigma) = z(1-z)\phi_{it}(T) + z_T z_\sigma \phi_{it}^m \quad (\text{I-4.26})$$

où  $\phi_{it}^m$  est constant et  $\phi_{it}$  est donné par :

$$\phi_{it}(T) = u_0 - T s_0 \quad (\text{I-4.27})$$

On note que  $z(1-z)\phi_{it}(T)$  correspond à l'interaction austénite-martensite et  $z_T z_\sigma \phi_{it}^m$  correspond à l'interaction martensite auto-accommodante-martensite orientée.

Pour permettre la prise en compte d'un nombre croissant de phénomènes associés au comportement des AMF, Raniecki et Lexcelent (1992) [I-49] ont défini le concept d'« arrangement interne optimal » par association entre l'énergie libre de Helmholtz et l'énergie libre de Gibbs. Ce concept traduit la minimisation de la fonction d'énergie libre de Helmholtz équivalente  $\phi_{eq}$  (ici,  $\phi$  et  $\phi_{eq}$  sont équivalents) en fonctions des variables internes  $h_K$  ( $h_K$ , « variables of displacement type » [I-7]) :

$$\frac{\partial\phi_{eq}}{\partial h_K} = -\frac{z}{\rho} \underline{\sigma} \frac{\partial \underline{\varepsilon}_m}{\partial h_K} = 0 \quad (\text{I-4.28})$$

On prend l'énergie libre de Gibbs associée à l'énergie libre de Helmholtz pour un « arrangement interne optimal » :

$$\begin{aligned} \rho g(\underline{\sigma}, z_\sigma, z_T, T) &= \rho\phi_{eq} - \underline{\sigma} : \underline{\varepsilon} \\ &= \rho \left( u_0^1 - T s_0^1 - z\pi_0^f(T) + C_v \left[ (T - T_0) - T \ln \left( \frac{T}{T_0} \right) \right] \right) - \frac{1}{2} \underline{\sigma} : \underline{L}^{-1} : \underline{\sigma} - z_\sigma \underline{\sigma} : \underline{\varepsilon}_m \\ &\quad - \lambda(T - T_0) \underline{\sigma} : \underline{I} + \rho z(1-z)\phi_{it} + \rho z_T z_\sigma \phi_{it}^m \end{aligned} \quad (\text{I-4.29})$$

où :

$$\begin{aligned} \pi_0^f(T) &= \Delta u^* - T \Delta s^* \\ \Delta u^* &= u_0^1 - u_0^2 = u_0^1 - u_0^3; \quad \Delta s^* = s_0^1 - s_0^2 = s_0^1 - s_0^3 \end{aligned} \quad (\text{I-4.30})$$

Grâce à ce potentiel thermodynamique, les expressions utiles peuvent être ensuite déterminées pour la modélisation.

### I-4.4.3. Dissipation intrinsèque et inégalité de Clausius-Duhem

La dissipation intrinsèque  $D_i$  traduit les irréversibilités mécaniques :  $D_i \geq 0$  [I-47]. On obtient par les 1<sup>er</sup> et 2<sup>nd</sup> principes de la thermodynamique :

$$D_i = \left( -\frac{1}{\rho} \underline{\varepsilon} - \frac{\partial g}{\partial \underline{\sigma}} \right) \dot{\underline{\sigma}} + \left( -\frac{\partial g}{\partial T} - s \right) \dot{T} - \frac{\partial g}{\partial z_\sigma} \dot{z}_\sigma - \frac{\partial g}{\partial z_T} \dot{z}_T \geq 0 \quad (\text{I-4.31})$$

où  $s$  représente l'entropie du système.

Dans le cadre des milieux standards généralisés, l'expression de la dissipation intrinsèque doit être vérifiée pour toutes les vitesses de chargements mécaniques  $\dot{\underline{\sigma}}$  et thermiques  $\dot{T}$ . On note  $\pi_\sigma^f$  et  $\pi_T^f$  les forces thermodynamiques respectivement associées à la fraction volumique de martensite orientée  $z_\sigma$  et de martensite auto-accommodante  $z_T$ . On définit ces forces par :

$$\begin{aligned} \pi_\sigma^f &= -\frac{\partial g}{\partial z_\sigma} = \frac{\gamma_\sigma}{\rho} \bar{\sigma} - (1-2z) \phi_{it} - z_T \phi_{it}^m + \pi_0^f(T) \\ \pi_T^f &= -\frac{\partial g}{\partial z_T} = -(1-2z) \phi_{it} - z_\sigma \phi_{it}^m + \pi_0^f(T) \end{aligned} \quad (\text{I-4.32})$$

En annulant les deux premiers termes de l'inégalité I-4.31, il vient :

$$D_i = \pi_\sigma^f \dot{z}_\sigma + \pi_T^f \dot{z}_T \geq 0 \quad (\text{I-4.33})$$

Notamment, dans le cas de l'orientation de la martensite auto-accommodante, l'inégalité I-4.33 devient :

$$D_i = \pi_{T\sigma}^f \dot{z}_\sigma \geq 0 \quad (\text{I-4.34})$$

$$\text{avec : } \pi_{T\sigma}^f = \pi_\sigma^f - \pi_T^f = \frac{\gamma_\sigma}{\rho} \bar{\sigma} - (z_T - z_\sigma) \phi_{it}^m \quad (\text{I-4.35})$$

avec  $\pi_{T\sigma}^f$  la force thermodynamique associée à la réorientation de la martensite auto-accommodante.

### I-4.4.4. Cinétiques des transformations de phase

Le cadre constitutif du modèle est désormais posé. On doit définir maintenant la forme des cinétiques de transformations. Pour cela, cinq fonctions constitutives  $\psi_F^\sigma$ ,  $\psi_F^T$ ,  $\psi_R^\sigma$ ,  $\psi_R^T$  et  $\psi^{T\sigma}$  [I-47] sont définies par les équations suivantes:

$$\begin{aligned}
 \psi_F^\sigma(z_\sigma, \sigma, T) &= \pi_\sigma^f - k_F^\sigma = Y_F^\sigma \\
 \psi_F^T(z_T, \sigma, T) &= \pi_T^f - k_F^T = Y_F^T \\
 \psi_R^\sigma(z_\sigma, \sigma, T) &= -\pi_\sigma^f + k_R^\sigma = Y_R^\sigma \\
 \psi_R^T(z_T, \sigma, T) &= -\pi_T^f + k_R^T = Y_R^T \\
 \psi^{T\sigma}(z_\sigma, \sigma) &= \pi^{T\sigma} - k^{T\sigma} = Y^{T\sigma}
 \end{aligned} \tag{I-4.36}$$

**On notera :**  $F$  pour les transformations directes (comme Forward) ;  $R$  pour les transformations inverses (comme Reverse) ;  $\sigma$  signale les transformations martensitiques activées par la contrainte (martensite orientée) et  $T$  signale les transformations martensitiques activées par la température (martensite auto-accommodante).

Les fonctions  $k_F^\sigma, k_F^T, k_R^\sigma, k_R^T, k^{T\sigma}$  sont inspirées des formes cinétiques proposées par des métallurgistes comme Koistinen and Marburger (1959) [I-48] et Raniecki et al. (1992) [I-49]. Ensuite, on utilise les conditions de cohérence sur la nullité des dérivées des fonctions définies précédemment, soit :

$$\dot{\psi}_F^\sigma = \dot{\psi}_F^T = \dot{\psi}_R^\sigma = \dot{\psi}_R^T = \dot{\psi}^{T\sigma} = 0 \tag{I-4.37}$$

On obtient finalement les expressions suivantes pour les taux de fractions volumiques de martensite [I-6] :

- Pour la transformation directe (A→M) :

$$\begin{cases} \dot{z}_\sigma = (1 - z_\sigma) \left[ \frac{\gamma_\sigma a_f^\sigma}{\rho(\Delta s^* - s_0)} \left( \dot{\sigma} - \rho \left( \frac{\Delta s^* - s_0}{\gamma_\sigma} \right) \dot{T} \right) \right] \\ \dot{z}_T = a_f^T (1 - z_T) \dot{T} \end{cases} \tag{I-4.38}$$

- Pour la transformation inverse (M→A) :

$$\begin{cases} \dot{z}_\sigma = z_\sigma \left[ \frac{\gamma_\sigma a_r^\sigma}{\rho(\Delta s^* + s_0)} \left( \dot{\sigma} - \rho \left( \frac{\Delta s^* + s_0}{\gamma_\sigma} \right) \dot{T} \right) \right] \\ \dot{z}_T = -a_r^T z_T \dot{T} \end{cases} \tag{I-4.39}$$

- Pour la réorientation de la martensite auto-accommodante :

$$\begin{cases} \dot{z}_\sigma = (1 - z_\sigma) \frac{\gamma_\sigma a^{T\sigma}}{\rho \Delta s^*} \dot{\sigma} \\ \dot{z}_T = -\dot{z}_\sigma \end{cases} \tag{I-4.40}$$

où  $a_f^\sigma$ ,  $a_f^T$ ,  $a_r^\sigma$  et  $a^{T\sigma}$  sont des paramètres du matériau.

### I-4.4.5. Asymétrie traction-compression

La Figure I.35 présente l'évolution de la contrainte axiale en fonction de la déformation des AMF en super-élasticité.

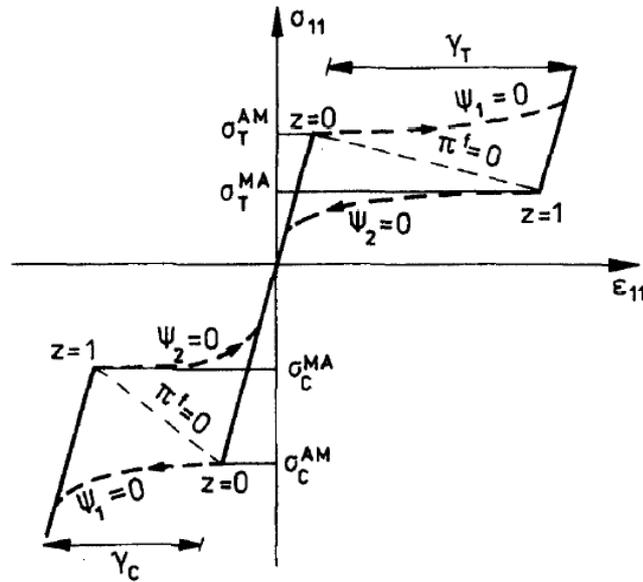


Figure I.35. Illustration de la relation isothermique entre la contrainte axiale et la déformation axiale (Pseudoélasticité  $T > A_f$ ), [I-7].

Pour conclure, on note que :

- L'intensité de la contrainte critique  $\sigma_T^{AM}$  de la transformation directe A→M en traction est plus petite que la valeur absolue de la contrainte critique  $\sigma_C^{AM} < 0$  en compression [I-50] :

$$\sigma_T^{AM} < -\sigma_C^{AM} \quad (I-4.41)$$

- L'amplitude de déformation de transformation  $\gamma_T$  en traction est plus grande que celle en compression  $\gamma_C$ . Cependant, les énergies de déformation en traction et en compression ont la même valeur [I-50] :

$$\begin{aligned} \gamma_T &> |\gamma_C| \\ \sigma_T^{AM} \gamma_T &= |\sigma_C^{AM} \gamma_C| \end{aligned} \quad (I-4.42)$$

- Les deux valeurs  $\sigma_T^{AM}$  et  $\sigma_C^{AM}$  sont des fonctions linéaires de la température. Cependant, la sensibilité à la température de la limite pseudoélastique en compression est plus forte que celle en traction [I-50] :

$$-\frac{d\sigma_C^{AM}}{dT} > \frac{d\sigma_T^{AM}}{dT} \quad (\text{I-4.43})$$

## Conclusion de la Partie I

Les **Alliages à Mémoire de Forme (AMF)** sont des matériaux actifs qui présentent des **propriétés thermomécaniques particulières** telles que la pseudoélasticité et l'effet mémoire. Ces propriétés ont pour origine physique, une transformation de phases solide-solide pilotée par la contrainte et la température. Les phases « mère » et « produit » sont respectivement appelées austénite et martensite. Du fait de leurs propriétés exceptionnelles, les AMF ont trouvé des applications dans plusieurs domaines tels que l'ingénierie mécanique ou le domaine médical.

Le **Béton** est un matériau connu depuis longtemps et très utilisé. Très résistant en compression, ses performances mécaniques sont en revanche médiocres en traction. Le processus d'endommagement peut être retardé par l'application d'une compression uni- ou multi-axiale afin de contrebalancer les contraintes locales de traction dans le matériau.

Dans le domaine du **Génie Civil**, quelques études ont visé à utiliser les AMF comme renforts externes ou internes de composants en béton ou pour créer des structures actives, capables d'ajuster leur comportement aux conditions de chargement.

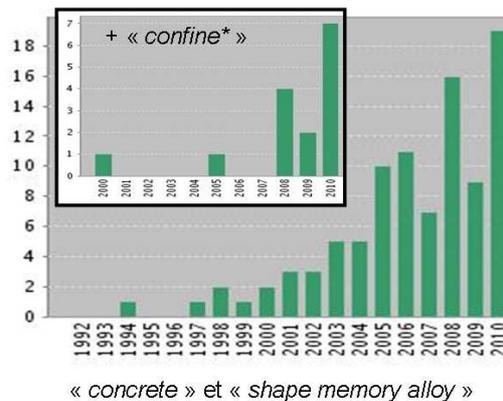


Figure I.36. Nombres de publications par an traitant du renforcement du béton en utilisant des AMF depuis 1992 sur web of science, [I-29].

En conclusion de cette partie bibliographique, les principaux points sont résumés :

- La **réorientation** et l'**effet mémoire** sont des points clé pour la **création de forces** permanentes dans des fils d'AMF par activation thermique de la transformation austénite-martensite en déformation bloquée. Ces deux propriétés des AMF seront précisément étudiées dans la Partie II de cette thèse.
- L'usage des AMF en **Génie Civil** reste très **limité** en partie du fait de leur coût, mais également par **manque de connaissance** des mécanismes impliqués dans leur association à des matériaux tels que le béton. A ce jour, seules quelques études préliminaires permettent d'entrevoir l'intérêt d'exploiter les propriétés exceptionnelles de ces alliages en les associant au matériau béton sous la forme de renforts internes ou externes. La Figure I.36 indique le nombre de publications ayant les mots-clés « concrete » et « shape memory alloy ». L'objectif de ces études récentes est, soit de créer des précontraintes dans des structures en béton, soit d'utiliser les propriétés d'amortissement des AMF dans le cas de secousses sismiques. On trouve quelques travaux où l'AMF est directement intégré dans le béton avant son durcissement. Quelques applications concrètes ont vu le jour dans le domaine de la protection sismique en utilisant l'effet d'amortissement des AMF. Le confinement des colonnes de béton à l'aide de fils d'AMF a également été testé ; toutefois du fait de la complexité des comportements des deux matériaux en question (béton et AMF), cette approche

n'en est qu'à l'état de recherche prospective (voir le nombre réduit de publications dans l'encadré de la Figure I.36).

- Dans le cadre de ce mémoire, deux aspects seront abordés :
  - ✓ Utilisation de fils en AMF pour créer des états de **précontrainte** dans des **poutrelles** en béton.
  - ✓ Utilisation de fils en AMF pour la création d'effet de **confinement** dans des **cylindres** en béton.
- Le **modèle thermomécanique** du comportement des AMF créé par L'excellent et al. (qui permet de simuler l'**effet mémoire** et de prendre en compte l'**asymétrie traction-compression**) sera choisi afin d'analyser des résultats expérimentaux dans le cadre de cette thèse. Une adaptation de ce modèle sera faite dans la Partie III afin de simuler les essais réalisés.

## ***Partie II – Etude expérimentale***

- *Chapitre II.1 : Caractérisation expérimentale de l'AMF en Ni-Ti utilisé*
- *Chapitre II.2 : Création de précontraintes dans des poutrelles en béton à l'aide de fils en AMF*
- *Chapitre II.3 : Confinement actif de cylindres en béton grâce à des fils en AMF*



# Chapitre II-1 : Caractérisation expérimentale de l'AMF en Ni-Ti utilisé

## II-1.0. Introduction

Les AMF sont connus pour être des matériaux actifs qui présentent des propriétés thermomécaniques particulières telles que la pseudoélasticité et l'effet mémoire [II-1]. Ces propriétés ont pour origine physique une transformation austénite-martensite pilotée par la température et le niveau de contrainte dans le matériau. Les phases austénite et martensite sont respectivement présentes à haute température et à basse température. Un AMF a la capacité de conserver la forme qui lui est donnée à l'état austénitique ; il revient à sa forme initiale par élévation de température. Cet « effet mémoire » peut être mis à profit pour créer des forces.

Dans ce contexte, l'objectif de ce Chapitre II-1 est la caractérisation de l'AMF du type Ni-Ti utilisé pour la création de forces par activation de l'effet mémoire. Ce chapitre comprend trois études expérimentales :

- Section II-1.1 : le choix de l'AMF utilisé est discuté. On présente le choix des températures de transformation et le principe de la création de forces, ce qui justifie le choix de l'AMF utilisé [II-2]. La série des échantillons utilisés pour la caractérisation de l'AMF est présentée.
- Section II-1.2 : on présente l'étude expérimentale du comportement de l'AMF utilisé à l'état martensitique. L'objectif est d'étudier la réorientation de la martensite qui correspond en fait à la préparation des échantillons pour la création de forces.
- Section II-1.3 : la démarche pour la création de forces par effet mémoire est étudiée.

Ces études préalables sont un point-clé pour l'utilisation des AMF pour la création de précontraintes dans des composants en béton dans le cadre de cette thèse.

## II-1.1. Choix de l'AMF utilisé

### II-1.1.1. Principe de la création de forces

La Figure II.1 rappelle le diagramme de phase indiquant l'état cristallographique d'un AMF en fonction de la température et de la contrainte. Comme il a été vu au Chapitre I-1, le matériau peut être soit purement austénitique, soit purement martensitique (avec diverses proportions de variantes de martensite), soit un mélange des deux phases :

- A partir de l'austénite, la martensite peut être obtenue soit en diminuant la température, soit en appliquant une contrainte. Sur la Figure II.1-a, les deux lignes obliques correspondent au début et la fin de la transformation  $A \rightarrow M$ .  $M_s^0$  et  $M_f^0$  sont les températures de début et de fin de transformation à contrainte nulle. Notons que lors d'un refroidissement à contrainte nulle, la martensite obtenue est entièrement auto-accommodante : il n'y a donc pas de déformation macroscopique. En revanche, la martensite produite par un chargement mécanique n'est pas auto-accommodante : l'orientation des variantes sous l'effet de la contrainte s'accompagne d'une déformation importante.

- La Figure II.1-b présente le diagramme de phase lorsque l'on part de l'état martensitique. L'étirement de la martensite à température constante se traduit par une modification des proportions de variantes de martensite, tout en gardant la proportion totale à 100%. On dit que la martensite « s'oriente » et la déformation obtenue est préservée lors de la décharge. On peut ainsi obtenir des formes macroscopiques différentes après déchargement. Le retour à l'état austénitique est obtenu par une élévation de température. A contrainte nulle, la transformation débute à la température  $A_s^0$  et se termine à la température  $A_f^0$ . Le passage à l'état austénitique s'accompagne d'un retour du matériau à sa forme initiale. Cette propriété exceptionnelle, appelée « effet mémoire », est obtenue par simple activation thermique.

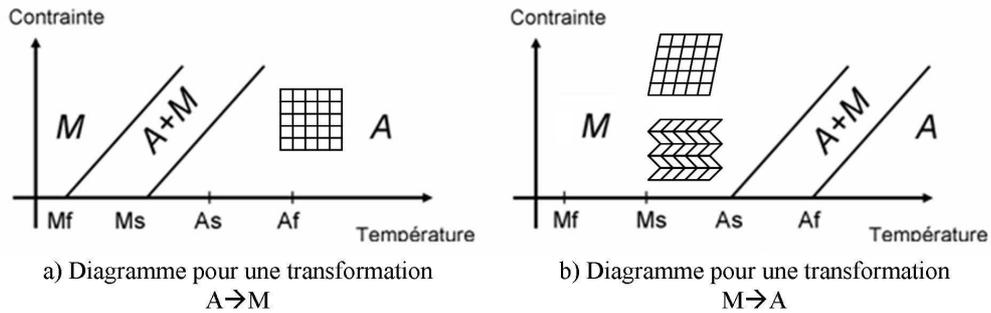


Figure II.1. Diagramme d'équilibre d'un AMF [II-3].

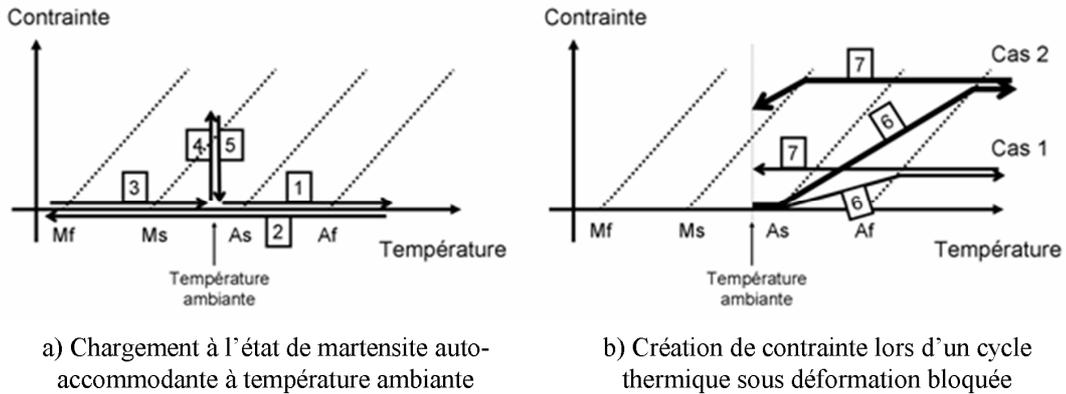


Figure II.2. Principe de création de contrainte dans un AMF [II-3].

Sur ces bases, une réflexion a été menée pour définir une procédure expérimentale permettant la création de contrainte dans un fil en AMF en profitant de l'effet mémoire. La procédure retenue dans le cadre de cette thèse est la suivante (voir Figure II.2) :

- Etapes 1 à 3 : Chauffage ( $T > A_f^0$ ) pour mettre l'AMF en phase austénite, puis refroidissement ( $T < M_f^0$ ) pour passer à l'état de martensite auto-accommodante, enfin retour à la température ambiante. A la fin de l'étape 3, l'AMF reste à l'état de martensite auto-accommodante car  $T_{amb} < A_s^0$  (voir Figure II.2-a).
- Etapes 4 et 5 : Chargement mécanique de l'AMF pour provoquer une déformation par orientation de la martensite. On note  $\epsilon_{mar}$  la déformation résiduelle après déchargement.

- Etape 6 : Chauffage de l'AMF à déformation bloquée ( $T \gg A_f^0$ ). L'effet mémoire qui accompagne le retour à l'état austénitique provoque l'apparition d'une contrainte. La contrainte obtenue dépend de la pré-déformation  $\varepsilon_{mar}$ .
- Etape 7 : Retour à la température ambiante, toujours à déformation bloquée. La Figure II.2-b illustre que deux cas sont possibles. Dans le cas n°2, une production partielle de martensite provoque une chute de la contrainte en fin de refroidissement. Le niveau de force finale peut donc être différent selon la température ambiante.

### II-1.1.2. Choix des températures de transformation

Le choix de l'alliage à utiliser est un point clé pour le succès de son application à la création de forces [II-2]. L'étude sur cette thématique a donc débuté par une phase de choix du matériau. Comme l'objectif est de créer de la précontrainte dans des composants en béton à température ambiante, les caractéristiques importantes de l'AMF sont ses *températures de transformation* [II-1].

L'objectif de la thèse est de mettre en évidence les mécanismes impliqués dans la création d'états de précontrainte par activation de l'effet mémoire, ce qui inclut le risque de perte de contrainte par production de martensite au refroidissement (retour à température ambiante). La procédure qui vient d'être décrite nécessite d'utiliser un AMF ayant les propriétés suivantes :

$$M_s^0 < T_{amb} < A_s^0 \quad (II-1.1)$$

où  $T_{amb}$  est la température ambiante (comprise entre 17°C et 20°C). On se trouve donc dans la configuration de la Figure II.2 : il est à noter que la propriété  $M_s^0 < A_s^0$  n'est pas vraie pour tous les AMF.

Une autre contrainte doit être ajoutée si l'on veut limiter le cas n°2 de la Figure II.2-b. Il faut en effet que la température  $M_s^0$  soit la plus basse possible pour limiter le retour partiel de la martensite durant l'étape 7. Le choix de l'alliage doit donc se faire avec le critère suivant :

$$M_s^0 \ll T_{amb} < A_s^0 \quad (II-1.2)$$

En se basant sur une température ambiante comprise entre 17°C et 20°C, une recherche a donc été menée auprès du fournisseur pour avoir un AMF vérifiant la relation  $M_s^0 \ll T_{amb} < A_s^0$ . Le choix s'est porté sur un alliage Ni<sub>50,8</sub>-Ti<sub>49,2</sub>, (% at.) dont les températures de transformation sont :  $A_s^0 = 24^\circ\text{C}$ ,  $A_f^0 = 36^\circ\text{C}$ ,  $M_s^0 = -7^\circ\text{C}$  et  $M_f^0 = -25^\circ\text{C}$  [II-3].

### II-1.1.3. Liste des échantillons utilisés

Afin de réaliser la caractérisation de l'AMF utilisé, divers échantillons sont préparés. Etant donné les températures de transformation, l'AMF peut être à l'état austénitique ou martensitique à température ambiante. Pour préciser ce point, on indique ici les préparations nécessaires pour obtenir les échantillons dans les conditions requises :

- Pour avoir un échantillon en phase 100% austénite à température ambiante, on doit le chauffer jusqu'à une température supérieure à  $A_f^0$  à l'aide d'une enceinte thermique régulée puis revenir à température ambiante ( $T_{amb} > M_s^0$ ).
- Pour avoir un échantillon à l'état de martensite auto-accommodante à température ambiante, on doit d'abord passer à l'état austénitique ( $T > A_f^0$ ) puis passer à l'état de martensite auto-accommodante ( $T < M_f^0$ ) avant de revenir à température ambiante ( $T_{amb} < A_s^0$ ).

La présente étude s'inscrit dans la thématique de la création de précontraintes dans les composants en béton (poutrelles et cylindres). Les fils utilisés doivent être caractérisés afin de décrire leurs réponses dans les conditions d'utilisation. Pour les poutrelles, les fils seront toujours en traction. Par contre, les fils seront enroulés lors de l'application au confinement de cylindres en béton et seront donc dans un état de flexion qui provoquera simultanément une traction et une compression dans la section du fil.

Dans ce contexte, les échantillons sont préparés pour des essais en traction ainsi qu'en traction-compression. Pour le cas de la compression, en particulier, la longueur de l'échantillon est choisie attentivement de manière à limiter l'influence de flambement sur le résultat obtenu. Dans l'**Annexe 2**, des calculs préalables donnent une longueur acceptable de 20 mm pour un fil de 3 mm de diamètre.

Le Tableau II.1 détaille la liste des échantillons utilisés dans les essais présentés aux §II-1.2 et §II-1.3.

Tableau II.1. Liste des échantillons utilisés

| <b>Echant.</b> | <b>Etat initial</b>          | <b>Longueur</b> | <b>Diam.</b> | <b>Objectif</b>   |
|----------------|------------------------------|-----------------|--------------|---|
| E1             | Martensite auto-accommodante | 150 mm          | 1 mm         | Etude de la réorientation de la martensite par traction             |
| E2             | Martensite auto-accommodante | 20 mm           | 3 mm         | Etude de la réorientation de la martensite en traction-compression  |
| E3             | Austénite                    | 150 mm          | 1 mm         | Création de forces en traction par activation de l'effet mémoire    |
| E4             | Austénite                    | 20 mm           | 3 mm         | Création de forces en compression par activation de l'effet mémoire |
| E5             | Austénite                    | 150 mm          | 3 mm         | Création de forces en traction par activation de l'effet mémoire    |

## **II-1.2. Etudes expérimentales à l'état martensitique**

Dans la présente section, l'étude porte sur la caractérisation des AMF à l'état martensitique (échantillons E1 et E2). Les essais sont réalisés à l'aide d'une machine MTS  $\pm 15$ kN (Figure II.3). L'objectif de cette section est l'étude de la réorientation de l'AMF à l'état initial de martensite auto-accommodante:

- Section II-1.2.1 : Caractérisation en traction. On utilise l'échantillon E1 pour étudier la réponse de l'AMF durant plusieurs cycles de charge-décharge.

- Section II-1.2.2 : Caractérisation en traction-compression. L'échantillon E2 est utilisé afin d'analyser l'asymétrie traction-compression du comportement de l'AMF.

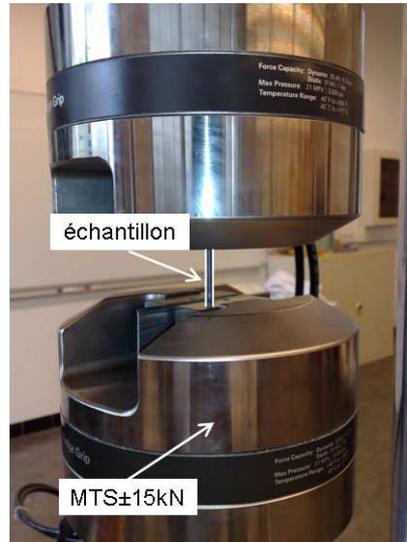


Figure II.3. Installation d'un échantillon dans les mors de la machine MTS ±15kN

## II-1.2.1. Caractérisation en traction

### II-1.2.1.1. Réalisation des essais

L'échantillon E1 (cf. Tableau II.1) est soumis à des cycles de charge-décharge à température ambiante. Le chargement est piloté par la déformation et le déchargement est piloté par la contrainte  $\sigma$  pour revenir à  $\sigma = 0$ . Sept cycles sont réalisés. Au 1<sup>er</sup> cycle, on applique une déformation maximale  $\epsilon_{\max}$  égale à  $9 \times 10^{-3}$  puis on diminue la contrainte jusqu'à zéro. On répète ensuite le cycle en augmentant la déformation maximale avec un pas égal à  $2 \times 10^{-3}$  environ. Enfin, pour le dernier cycle, on applique  $\epsilon_{\max}$  égale à  $21 \times 10^{-3}$ .

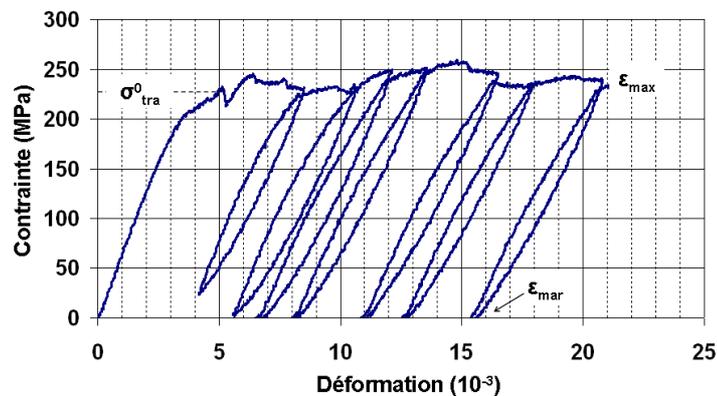


Figure II.4. Diagramme contrainte-déformation à partir d'un état de martensite auto-accommodante (Echant. E1).

La Figure II.4 présente le diagramme contrainte-déformation obtenu. Chacun des cycles peut être analysé en trois phases. La phase initiale correspond au comportement élastique. La phase de transformation est activée lorsque la contrainte dépasse la limite de transformation  $\sigma_{tra}^0$ , trouvée égale à 230MPa. Ensuite, la

contrainte augmente très légèrement tandis que des variantes de martensite orientée remplacent celles de martensite auto-accommodante. Enfin, durant la phase de décharge, la contrainte commence à diminuer linéairement au début et change ensuite sa pente à la fin de cette phase. Ce dernier changement correspond à un léger retour de la martensite auto-accommodante.

Classiquement, sous l'effet de la sollicitation mécanique, les variantes martensitiques dont l'orientation est dans le même sens que la force appliquée, se développent au détriment des autres variantes de martensite auto-accommodante, et provoquent une déformation dite par réorientation des variantes martensitiques [II-4]. On observe que la déformation par réorientation n'est pas « réversible » : on obtient des déformations résiduelles  $\epsilon_{mar}$  qui sont obtenues après décharge, sans qu'il y a eu de déformation par écrouissage plastique. En particulier, la déformation résiduelle augmente progressivement en raison de l'augmentation progressive de la déformation maximale  $\epsilon_{max}$  appliquée.

### II-1.2.1.2. Interprétation des résultats

L'objectif de cette section est de trouver la relation entre la déformation maximale  $\epsilon_{max}$  imposée et la déformation résiduelle obtenue  $\epsilon_{mar}$  après déchargement. On réalise deux essais conduisant à la même valeur de  $\epsilon_{max} = 21 \times 10^{-3}$ . Il y a sept cycles dans le test n°1 et un cycle dans le test n°2.

La Figure II.5 présente la comparaison entre l'essai n°1 et l'essai n°2. On observe que la même déformation maximale imposée dans le cycle de l'essai n°2 et dans le septième cycle pendant l'essai n°1, conduisent à une même valeur de déformation résiduelle. En conclusion, l'amplitude de déformation  $\epsilon_{mar}$  dépend uniquement de l'amplitude de  $\epsilon_{max}$ .

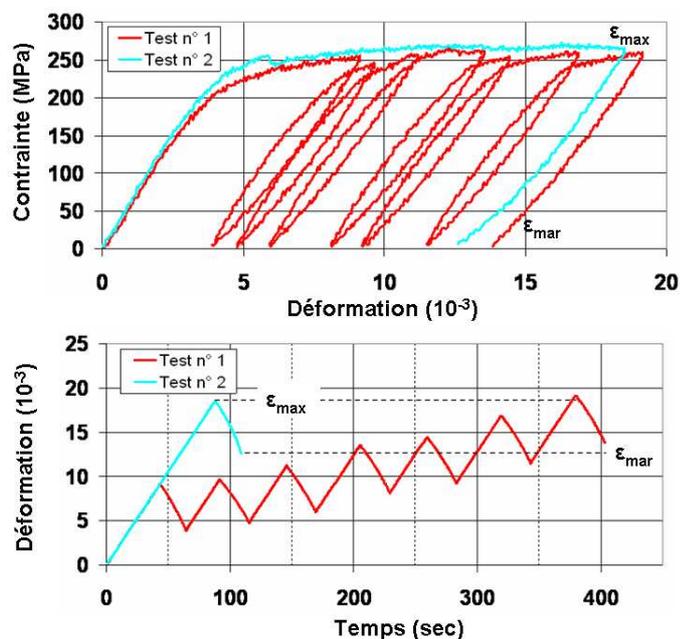


Figure II.5. Comparaison entre l'essai n°1 et l'essai n°2, correspondant à la même valeur de  $\epsilon_{max}$  (Echant. E1)

La Figure II.6 présente la relation obtenue entre  $\epsilon_{max}$  et  $\epsilon_{mar}$ . On trouve que la relation entre  $\epsilon_{max}$  et  $\epsilon_{mar}$  est quasiment linéaire :

$$\varepsilon_{mar} = 0,97\varepsilon_{max} - 4,85 \times 10^{-3} \quad (\text{II-1.3})$$

Dans l'application des AMF pour la création de forces par effet mémoire (cf. Figure II.2), le fil sera pré-déformé avant d'être chauffé. Donc, la déformation maximale  $\varepsilon_{max}$  à appliquer pour obtenir la pré-déformation  $\varepsilon_{mar}$  devra être estimée avant de réaliser l'étirement des fils à l'état martensitique. L'application de l'équation II-1.3 permettra d'estimer  $\varepsilon_{max}$  en fonction de la valeur de  $\varepsilon_{mar}$  visée.

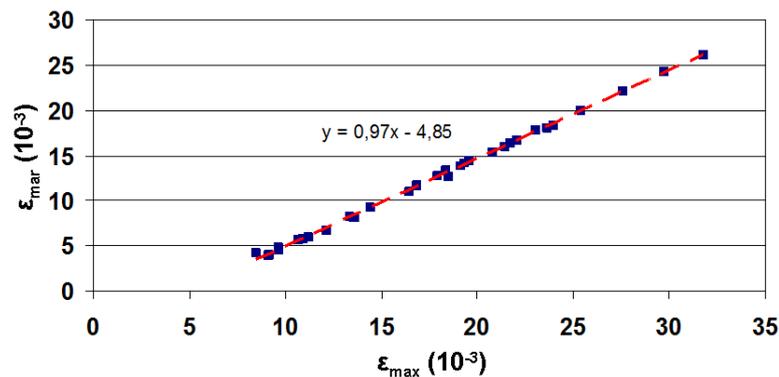


Figure II.6. Relation entre la déformation résiduelle obtenue  $\varepsilon_{mar}$  et la déformation maximale appliquée  $\varepsilon_{max}$  (Echant. E1).

### II-1.2.2. Comportement en traction-compression

Rappelons que les fils seront enroulés lors de l'application au confinement de cylindres en béton. Ils seront donc en flexion, ce qui conduira à l'existence de traction et de compression dans la section. Dans ce contexte, le comportement en traction-compression de l'AMF purement martensitique doit être étudié. Dans la présente section, une série d'essais a été réalisée sur l'échantillon E2 (cf. Tableau II.1) afin d'étudier le mécanisme complexe de l'AMF durant la réorientation en traction-compression de la martensite.

#### II-1.2.2.1. Essai cyclique de traction-compression

L'essai de traction-compression est entièrement piloté en déformation. La Figure II.7 montre le chargement appliqué.

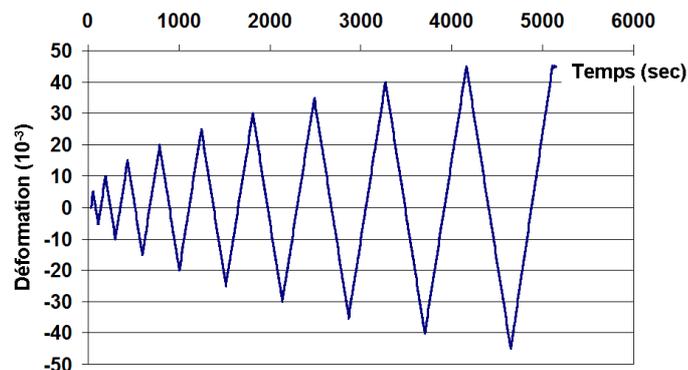


Figure II.7. Déformation imposée durant les essais de traction-compression (Echant. E2).

### II-1.2.2.2. Résultats et analyses

La Figure II.8 montre un exemple de résultat obtenu sous la forme d'un diagramme contrainte-déformation. Les principaux résultats sont présentés ci dessous :

- On observe clairement l'existence de deux débuts de transformation  $\sigma_{tra}^0$  et  $\sigma_{com}^0$  correspondant au cas de traction et de compression, respectivement. Les valeurs mesurées de  $\sigma_{tra}^0$  et  $\sigma_{com}^0$  sont respectivement égales à 230MPa et -340MPa. L'asymétrie traction-compression du comportement dans l'état martensitique est donc clairement mise en évidence. Concrètement, un facteur d'asymétrie traction-compression peut être évalué :

$$n = \frac{|\sigma_{com}^0|}{\sigma_{tra}^0} \approx 1,5 \quad (\text{II-1.4})$$

Ce résultat expérimental est en accord avec la Ref. [II-5].

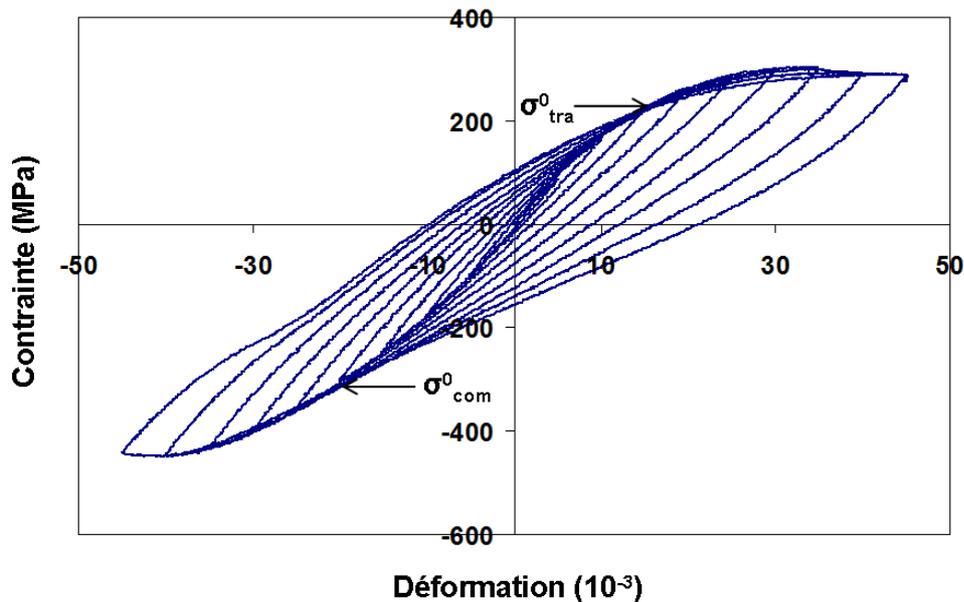


Figure II.8. Diagramme contrainte-déformation obtenu lors d'un essai en traction-compression cyclique de l'AMF dans l'état martensitique (Echant. E2)

- La réorientation de martensite se produit lorsque la contrainte de traction ou de compression dépasse  $\sigma_{tra}^0$  ou  $\sigma_{com}^0$ . Plus précisément, on décrit ici l'évolution de la réorientation de martensite auto-accommodante durant le 7<sup>ième</sup> cycle (dernier cycle) :
  - ✓ Lorsque la déformation augmente jusqu'à  $+35 \times 10^{-3}$ , la contrainte dépasse la limite de transformation de martensite en traction  $\sigma_{tra}^0$ . La phase de transformation est donc activée. En observant la Figure II.8, on remarque que la contrainte augmente de 230 à 250 MPa tandis que des variantes de martensite orientée remplacent progressivement celles de martensite auto-accommodée.

- ✓ Durant le déchargement, la courbe contrainte-déformation est d'abord quasiment linéaire et change ensuite progressivement de pente. Lorsque la contrainte retourne à zéro, on obtient une déformation résiduelle  $\varepsilon_{mar}$ . Lors que la contrainte change de signe, la courbe contrainte-déformation converge vers le point  $\sigma_{com}^0$ . Ce mécanisme peut être observé également dans la Ref. [II-6].
- ✓ Ensuite, lorsque la déformation diminue jusqu'à  $-35 \times 10^{-3}$ , la contrainte dépasse la limite de transformation de martensite en compression  $\sigma_{com}^0$ . Une réorientation de martensite est obtenue. La valeur de la contrainte diminue de -340 à -400 MPa.
- ✓ Enfin, au déchargement, la courbe contrainte-déformation est d'abord quasiment linéaire. La courbe change ensuite sa pente et elle converge vers le point  $\sigma_{tra}^0$  de la courbe obtenue lors du chargement.

### **II-1.3. Création de forces par effet mémoire**

Dans la présente section, l'étude porte sur la création de forces dans l'AMF par activation de l'effet mémoire (Echantillons E3, E4 et E5). L'effet mémoire qui accompagne le retour à l'état austénitique [II-4 ; II-7] provoque l'apparition d'une contrainte dans l'échantillon en AMF à déformation bloquée. Le principe de création de contrainte, qui inclut sept étapes, a été présenté sur la Figure II.2. Ici, on rappelle rapidement la procédure qui sera utilisée pour les essais :

- ✓ Etapes 1 à 3 : Chauffage ( $T > A_f^0$ ) pour mettre l'AMF en phase austénite, puis refroidissement ( $T < M_f^0$ ) pour passer à l'état de martensite auto-accommodante, enfin retour à la température ambiante ( $T_{amb} < A_s^0$ ).
- ✓ Etapes 4 et 5 : Chargement-déchargement de l'AMF pour obtenir une pré-déformation  $\varepsilon_{mar}$  par orientation de la martensite.
- ✓ Etape 6 : Chauffage de l'AMF pour activer l'effet mémoire à déformation bloquée ( $T \gg A_f^0$ ). Le retour à l'état austénitique provoque l'apparition d'une contrainte.
- ✓ Etape 7 : Retour à la température ambiante, toujours à déformation bloquée.

L'objectif est de décrire l'apparition de contrainte dans l'échantillon durant l'activation thermique de l'effet mémoire :

- Section II-1.3.1 – *création de forces en traction*
- Section II-1.3.2 – *asymétrie traction-compression de la contrainte de recouvrement* : on présente pour cela la création de forces en compression.

### II-1.3.1. Création de forces en traction

#### II-1.3.1.0. Introduction

L'objectif est de déterminer la relation entre la pré-déformation  $\varepsilon_{mar}$  obtenue en traction à la fin de l'étape 5 et la force créée dans le fil à la fin de la procédure (fin de l'étape 7). On utilise l'échantillon E3 (cf. Tableau II.1). Cette étude est un point-clé de l'utilisation des AMF pour la création de précontraintes dans des composants en béton (voir Chapitres II-2 et II-3).

#### II-1.3.1.1. Préparations des essais

Les essais ont été planifiés en fonction des saisons pour avoir une température ambiante voisine de 20°C (étant donné que  $A_s^0 = 24^\circ\text{C}$ ). L'échantillon E3 est préparé selon les étapes 1 à 3 pour être à l'état de martensite auto-accommodante avant d'être mis dans les mors de la machine de traction. La Figure II.9 présente le dispositif expérimental pour les étapes 4 à 7 (voir Figure II.2).

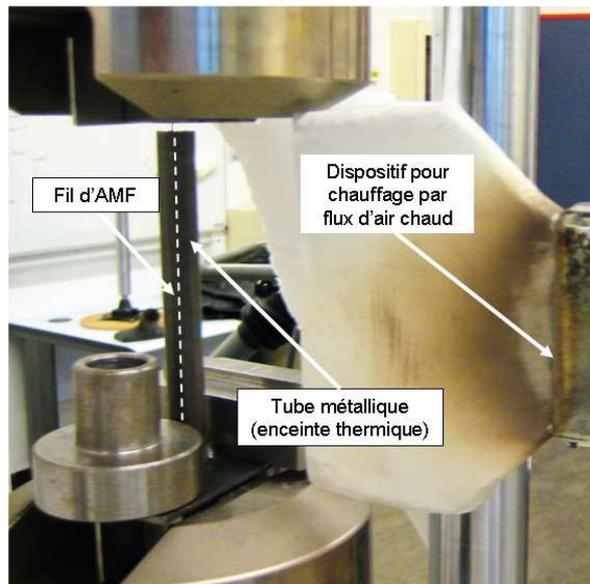


Figure II.9. Dispositif expérimental pour les tests sur fils en AMF avec le chauffage par air chaud

Le dispositif mis au point pour le chauffage du fil d'AMF est constitué d'un tube métallique de diamètre intérieur 15 mm et de longueur 140 mm disposé autour du fil. Ce tube, qui joue le rôle d'une enceinte thermique, est exposé à un flux d'air chaud sur sa paroi extérieure. Le fil se trouve ainsi exposé à une température croissante à peu près homogène.

Bien que ce dispositif ne permette pas de contrôler de manière précise la température, quelques essais préliminaires ont permis d'estimer l'évolution de la température et sa valeur maximale atteinte durant la phase de chauffage avec une précision acceptable pour les simulations numériques qui seront faites au Chapitre III-1.

### II-1.3.1.2. Résultat des essais

A titre d'exemple, la Figure II.10 détaille le mécanisme de création de la contrainte par activation thermique de l'effet mémoire pour  $\varepsilon_{mar} = 2,5 \times 10^{-3}$  dans les conditions expérimentales suivantes :

- Etape 4 : augmentation de la déformation de 0 jusqu'à  $9,5 \times 10^{-3}$  à raison de  $0,23 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ .
- Etape 5 : diminution de la contrainte jusqu'à 0 à raison de  $-3,4 \text{ MPa.s}^{-1}$ . En fait, une faible contrainte positive est conservée à la fin d'étape 5 afin de garder le fil légèrement tendu.
- Attente pendant 10 secondes à déformation bloquée avant de commencer l'étape 6.
- Etape 6 : chauffage de l'AMF durant 120 secondes pour activer l'effet mémoire à déformation bloquée par flux d'air chaud (Figure II.9).
- Etape 7 : retour à la température ambiante, toujours à déformation bloquée.

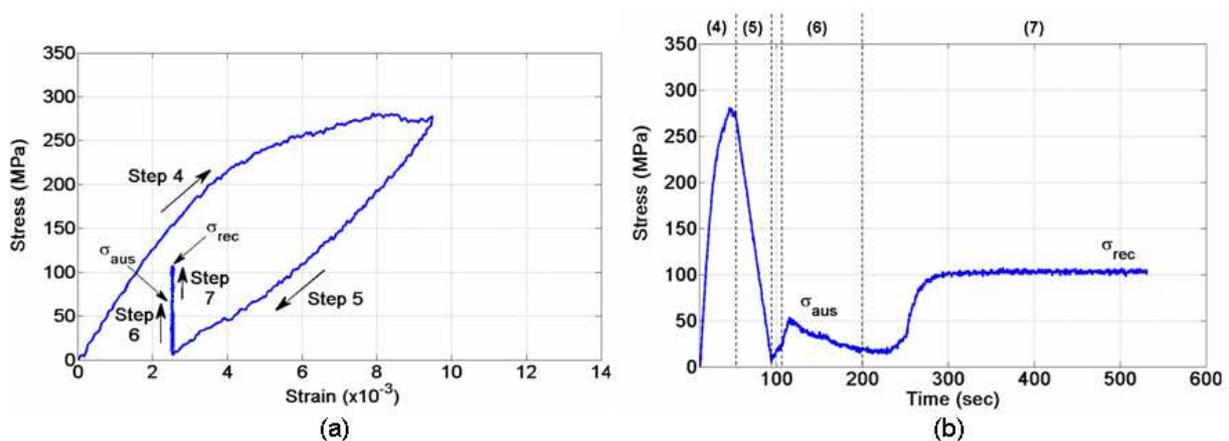


Figure II.10. Réponse du fil durant le processus de création de contrainte par activation thermique de l'effet mémoire pour  $\varepsilon_{mar} = 2,5 \times 10^{-3}$ . Définition des grandeurs  $\sigma_{aus}$  et  $\sigma_{rec}$  [II-10].

On observe que:

- Durant l'étape 6, parce que la température  $A_s^0$  est légèrement supérieure à la température ambiante ( $A_s^0 = 24^\circ\text{C}$ , à comparer avec  $T_{amb} = 19^\circ\text{C}$ ), le chauffage provoque presque immédiatement l'activation de l'effet mémoire. Le fil en AMF veut reprendre sa forme initiale à l'état austénitique. Cependant, la déformation étant bloquée, une contrainte apparaît. Cette contrainte passe par un maximum ( $\sigma_{aus}$ ) puis diminue ensuite à cause de la dilatation thermique à l'état austénitique en déformation bloquée. On précise ici la signification de la grandeur  $\sigma_{aus}$  servant à caractériser la performance de l'AMF en terme de création de contrainte :  $\sigma_{aus}$  est la contrainte maximale atteinte durant le chauffage, correspondant à la transformation totale en austénite.  $\sigma_{aus}$  est ici égale à 55 MPa.

- Durant l'étape 7 : on observe une augmentation de la contrainte du fait de la contraction thermique à déformation bloquée durant le refroidissement (retour à température ambiante). Cette augmentation n'est pas suivie d'une diminution, contrairement au cas ci-dessous. On précise que  $\sigma_{rec}$  est la *contrainte de recouvrement (recovery stress)*, obtenue après retour à température ambiante à la fin de la procédure. Cette grandeur sera utilisée pour caractériser la performance de l'AMF en termes de création de contrainte. La contrainte  $\sigma_{rec}$  est ici égale à 100 MPa.

En revanche, lorsque la procédure expérimentale est appliquée pour  $\epsilon_{mar} = 7 \times 10^{-3}$ , une perte de contrainte au retour à température ambiante est observée (voir Figure II.11). Concrètement, on constate que :

- Durant l'étape 6 : en observant la Figure II.11, une augmentation de la contrainte lors de la phase de chauffage est bien observée. On obtient une valeur de  $\sigma_{aus}$  égale à 275 MPa. Comme dans le cas précédent, après la forte augmentation de contrainte causée par le retour en austénite, il y a une petite diminution de contrainte due à la dilatation thermique du fil austénitique à déformation bloquée.
- Durant l'étape 7 (retour à température ambiante), tout d'abord, la contrainte augmente légèrement à cause de la contraction thermique et diminue ensuite vers la fin. Cette diminution peut être attribuée à une production de martensite comme cela sera montré ultérieurement au Chapitre III-2, Section III-2.3.1. La contrainte finale  $\sigma_{rec}$  est égale à 230 MPa dans ce cas. Un résultat analogue est également rapporté dans la Ref. [II-8].

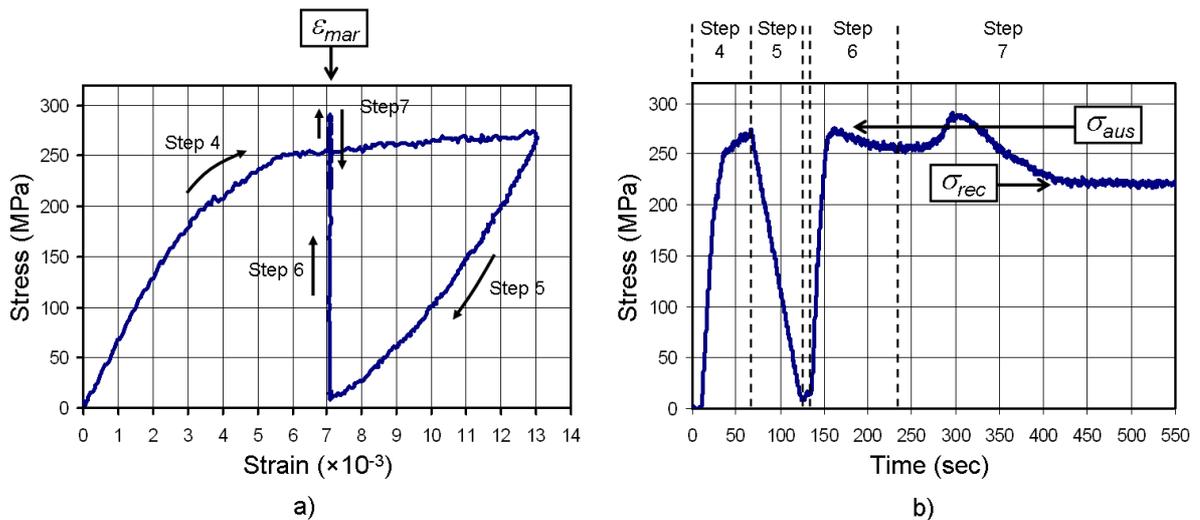


Figure II.11. Réponse du fil E3 durant le processus de création de contrainte par activation thermique de l'effet mémoire pour  $\epsilon_{mar} = 7 \times 10^{-3}$ .

Pour conclure, on note que les deux contraintes  $\sigma_{aus}$  et  $\sigma_{rec}$  dépendent fortement de la pré-déformation  $\epsilon_{mar}$  [II-9]. L'objectif de la section suivante est d'analyser la relation entre de la pré-déformation  $\epsilon_{mar}$  et les contraintes  $\sigma_{aus}$  et  $\sigma_{rec}$ .

**II-1.3.1.3. Relations entre  $\epsilon_{mar}$ ,  $\sigma_{aus}$  et  $\sigma_{rec}$**

Une série de 50 essais a été réalisée sur les fils E3 pour tester différentes valeurs de la pré-déformation  $\epsilon_{mar}$ . Chaque essai correspond à une valeur de  $\epsilon_{mar}$  comprise entre  $1,26 \times 10^{-3}$  et  $15,74 \times 10^{-3}$ . La Figure II.12 présente les évolutions de la contrainte enregistrées durant le déroulement des 50 essais.

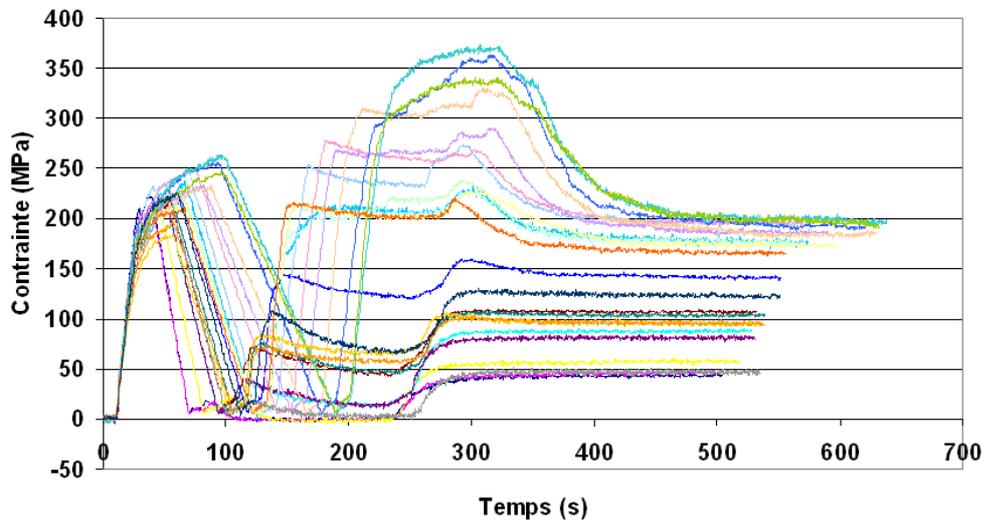


Figure II.12. Processus de création de contrainte pour 50 valeurs de  $\epsilon_{mar}$  comprises entre  $1,26 \times 10^{-3}$  et  $15,74 \times 10^{-3}$  (Echant. E3).

Les valeurs de  $\sigma_{aus}$  et  $\sigma_{rec}$  définies précédemment en fonction de la pré-déformation  $\epsilon_{mar}$  et relevées sur la Figure II.12 pour l'ensemble des essais réalisés sont reportées sur la Figure II.13.

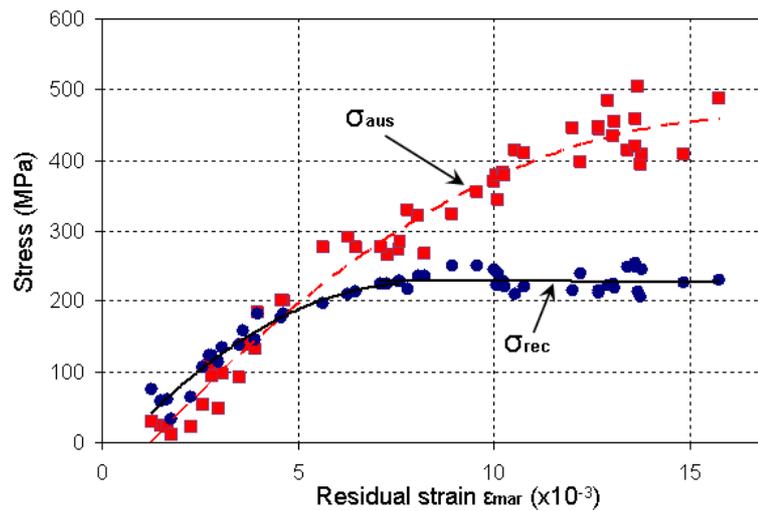


Figure II.13. Performance en terme de création de contrainte par effet mémoire à contrainte initiale nulle : valeurs de  $\sigma_{aus}$  et  $\sigma_{rec}$  en fonction de la pré-déformation  $\epsilon_{mar}$  [II-10] (Echant. E3).

Les remarques suivantes peuvent être faites :

- La contrainte maximale  $\sigma_{aus}$  atteinte durant le chauffage (étape 6) augmente avec la pré-déformation  $\varepsilon_{mar}$ .
- Tant que la pré-déformation  $\varepsilon_{mar}$  ne dépasse pas  $6 \times 10^{-3}$ , la contrainte de recouvrement  $\sigma_{rec}$  (*recovery stress*) à la fin du refroidissement (étape 7) augmente avec  $\varepsilon_{mar}$  de manière similaire à  $\sigma_{aus}$ . Cependant, les valeurs de  $\sigma_{rec}$  sont légèrement plus hautes que celle de  $\sigma_{aus}$  à cause de la contraction thermique durant le refroidissement (voir Figure II.10).
- Au-delà de cette valeur, l'augmentation de la pré-déformation  $\varepsilon_{mar}$  n'a plus d'influence sur la contrainte de recouvrement  $\sigma_{rec}$  obtenue qui se trouve plafonnée à 230 MPa environ.

En termes de création de contrainte par activation de l'effet mémoire, quelques essais complémentaires présentés dans l'**Annexe 4** montre que l'existence d'une contrainte initiale non nulle [II-11 ; II-12] ne change pas la valeur de  $\sigma_{rec}$ .

### ***II-1.3.2. Asymétrie traction-compression de la « recovery stress » $\sigma_{rec}$***

#### ***II-1.3.2.0. Introduction***

L'objectif de cette section est d'étudier la création de contraintes en compression par effet mémoire [II-13] et de mesurer l'asymétrie traction-compression de la contrainte de recouvrement (*recovery stress*)  $\sigma_{rec}$ . Ce résultat sera pris en compte dans la modélisation du fil courbé durant l'enroulement sur les cylindres (voir Chapitre II-3).

#### ***II-1.3.2.1. Création de forces en compression***

##### ***II-1.3.2.1.1. Réalisation des essais***

Dans la présente section, on utilise les échantillons E4 (cf. Tableau II.1). La température ambiante est de  $17^\circ\text{C} \pm 1.5^\circ\text{C}$ . Les échantillons E4 sont préparés selon les étapes 1 à 3 pour être à l'état de martensite auto-accommodante avant d'être fixés dans les mors de la machine de traction-compression uniaxiale. Les essais sont ensuite réalisés selon les conditions expérimentales suivantes, analogues à celles utilisées pour les essais en traction :

- Etape 4 : diminution de la déformation de 0 jusqu'à  $-4,66 \times 10^{-3}$  à raison de  $-0,17 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$  ;
- Etape 5 : décharge de la contrainte jusqu'à 0 à raison de  $7,5 \text{ MPa} \cdot \text{s}^{-1}$ .
- Attente pendant 10 secondes à déformation bloquée avant de commencer l'étape 6.
- Etape 6 : chauffage de l'AMF pour activer l'effet mémoire à déformation bloquée durant 480 secondes.

- Etape 7 : retour à la température ambiante, toujours à déformation bloquée.

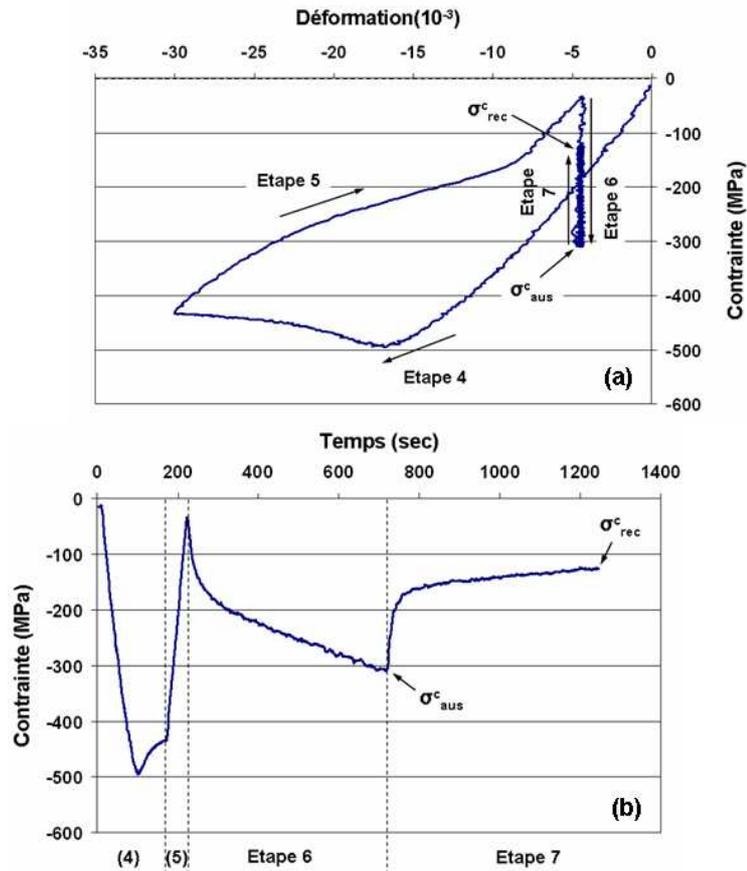


Figure II.14. Réponse d'un fil E4 durant le processus de la création de forces en compression pour  $\epsilon_{mar} = -4,66 \times 10^{-3}$ .

La Figure II.14 illustre la réponse d'un échantillon durant le processus de la création de force en compression pour  $\epsilon_{mar} = -4,66 \times 10^{-3}$ . On note les résultats importants suivants :

- Durant les étapes 4 (chargement) et 5 (déchargement) : on observe une réorientation de la martensite conduisant à une pré-déformation négative  $\epsilon_{mar} = -4,66 \times 10^{-3}$ .
- Durant l'étape 6 (chauffage) : dans la Figure II.14-b, on observe une augmentation de contrainte de compression (en valeur absolue) lors de la phase de chauffage. En fait, durant l'étape 6, après la forte augmentation de contrainte causée par le retour en austénite, il y a une augmentation supplémentaire de la contrainte due à la dilatation thermique.
- Durant l'étape 7 (refroidissement) : après la baisse de la contrainte de compression causée par le retour de la martensite, il y a une diminution supplémentaire de la contrainte également due à la contraction thermique.
- On utilise les symboles  $\sigma_{aus}^c$  et  $\sigma_{rec}^c$  pour caractériser la performance de l'AMF en termes de création de contrainte. On note « c » pour distinguer le cas de compression. On trouve pour  $\epsilon_{mar}$

=  $-4,66 \times 10^{-3}$  une valeur de  $\sigma_{aus}^c$  égale à -304 MPa durant le chauffage (Etape 6). On constate, à la fin du retour à température ambiante (Etape 7), une contrainte  $\sigma_{rec}^c$  égale à -126 MPa. Une perte de contrainte après refroidissement est clairement observée ici.

### II-1.3.2.1.2. Relations entre $\epsilon_{mar}$ , $\sigma_{aus}^c$ et $\sigma_{rec}^c$

Une série d'essais est réalisée pour obtenir la relation entre les deux contraintes  $\sigma_{aus}^c$  et  $\sigma_{rec}^c$  et la pré-déformation  $\epsilon_{mar}$ . Chaque essai correspond à une valeur de  $\epsilon_{mar}$  fixée entre  $-1,46 \times 10^{-3}$  et  $-21,42 \times 10^{-3}$ .

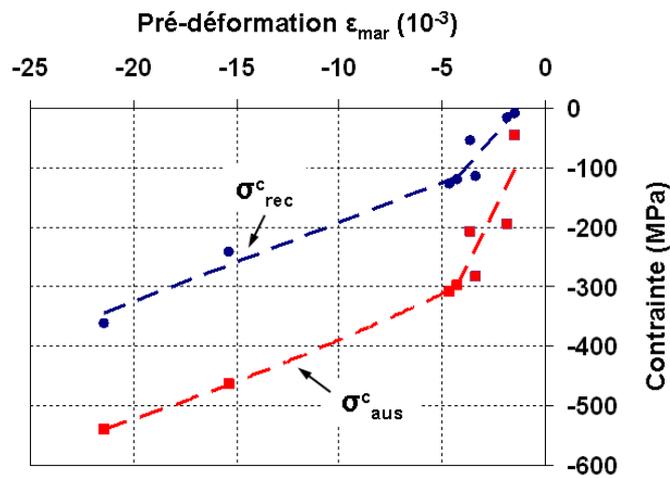


Figure II.15. Performance en termes de création de contrainte de compression par activation de l'effet mémoire : valeurs de  $\sigma_{aus}^c$  et  $\sigma_{rec}^c$  en fonction de la pré-déformation  $\epsilon_{mar}$

La Figure II.15 donne les valeurs de  $\sigma_{aus}^c$  et  $\sigma_{rec}^c$  en fonction de la pré-déformation  $\epsilon_{mar}$ . Quelques remarques peuvent être faites :

- La contrainte de compression maximale  $\sigma_{aus}^c$  durant le chauffage (étape 6) augmente en valeur absolue avec la pré-déformation  $\epsilon_{mar}$  de la même façon que la contrainte de recouvrement  $\sigma_{rec}^c$  (*recovery stress*) en compression à la fin du refroidissement (étape 7).
- Tant que la pré-déformation  $\epsilon_{mar}$  ne dépasse pas  $-5 \times 10^{-3}$ , on trouve que les deux contraintes  $\sigma_{aus}^c$  et  $\sigma_{rec}^c$  augmentent de la manière quasi-linéaire avec  $\epsilon_{mar}$ . On obtient  $|\sigma_{rec}^c|$  **inférieure** à  $|\sigma_{aus}^c|$  à cause de la contraction thermique en déformation bloquée.
- Au-delà de cette valeur, la contrainte de recouvrement  $\sigma_{rec}^c$  ne se trouve pas plafonnée pour des « hautes pré-déformations » comme dans le cas de la traction.

### II-1.3.2.2. Asymétrie en traction-compression de la « recovery stress » $\sigma_{rec}$

Lors de l'enroulement autour du cylindre, le fil sera mis en flexion qui provoquera simultanément une traction et une compression dans sa section. Donc, l'effet de confinement obtenu par activation de l'effet mémoire résultera d'une combinaison des « recovery stress »  $\sigma_{rec}$  en traction et en compression. Dans ce contexte, l'asymétrie traction-compression de la « recovery stress »  $\sigma_{rec}$  doit être étudiée [II-14].

Afin d'étudier l'asymétrie traction-compression de  $\sigma_{rec}$ , une autre série d'essais de création de contrainte en traction a été réalisée sur les mêmes échantillons E4. Dans la présente section, on note  $\sigma_{rec}^t$  la contrainte de recouvrement en traction et  $\sigma_{rec}^c$  la contrainte de recouvrement en compression.

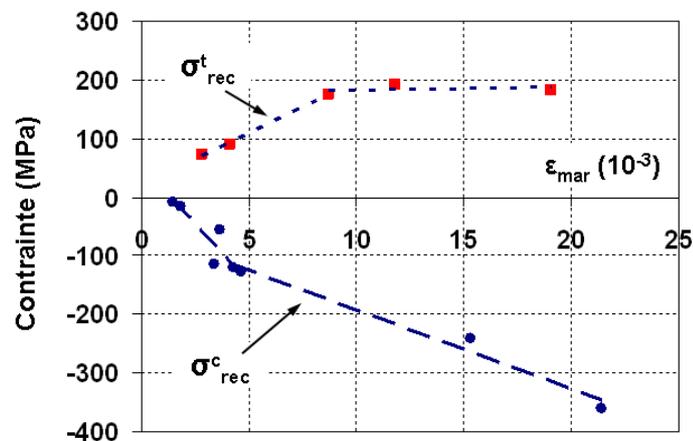


Figure II.16. Comparaison des contraintes de recouvrement obtenues dans le fil de 3mm de diamètre par effet mémoire dans deux cas : traction et compression

La Figure II.16 montre la comparaison entre  $\sigma_{rec}^t$  et  $\sigma_{rec}^c$  en fonction de  $|\epsilon_{mar}|$ . Les contraintes de recouvrement  $\sigma_{rec}^t$  et  $\sigma_{rec}^c$  dépendent de la pré-déformation  $\epsilon_{mar}$  :

- ✓ Tant que la pré-déformation  $|\epsilon_{mar}|$  ne dépasse pas une certaine valeur, les deux contraintes de recouvrement  $\sigma_{rec}^t$  et  $|\sigma_{rec}^c|$  augmentent de manière quasi-linéaire avec la pré-déformation  $|\epsilon_{mar}|$ .
- ✓ Au-delà de cette valeur de  $|\epsilon_{mar}|$ ,  $\sigma_{rec}^t$  se trouve plafonnée ( $\approx 200$  MPa) pour chacun des essais et  $|\sigma_{rec}^c|$  continue à augmenter avec  $|\epsilon_{mar}|$ .

## II-1.4. Conclusion

Une méthode pour la **création de forces par effet mémoire** a été présentée dans ce chapitre qui comprend deux études expérimentales : la caractérisation des AMF à l'état martensitique et la création de forces par activation de l'effet mémoire. Les principaux résultats sont résumés dans les points suivants :

- **Le choix** de l'alliage à utiliser est un **point-clé** pour le succès de son application à la **création de forces** permanentes à température ambiante. La procédure nécessite d'utiliser un AMF ayant les propriétés suivantes :  $M_s^0 \ll T_{amb} < A_s^0$ . Le choix s'est porté sur un alliage Ni<sub>50.8</sub>-Ti<sub>49.2</sub> (% at.) dont les températures de transformation sont :  $A_s^0 = 24^\circ\text{C}$ ,  $A_f^0 = 36^\circ\text{C}$ ,  $M_s^0 = -7^\circ\text{C}$  et  $M_f^0 = -25^\circ\text{C}$ .
- L'asymétrie traction-compression du comportement de l'AMF dans l'état purement martensitique a été mise en évidence. Un facteur d'asymétrie traction-compression égal à 1,5 environ a été trouvé.
- La possibilité de créer des contraintes de traction et de compression à température ambiante dans des fils en AMF après activation de l'effet mémoire a été mise en évidence. Les contraintes obtenues dans l'AMF dépendent fortement de la pré-déformation  $\varepsilon_{mar}$  :
  - ✓ Pour des « basses pré-déformations »  $|\varepsilon_{mar}|$  (inférieures à  $6 \times 10^{-3}$  pour la traction et  $5 \times 10^{-3}$  pour la compression), la contrainte de recouvrement à la fin du retour à température ambiante  $|\sigma_{rec}|$  augmente avec  $|\varepsilon_{mar}|$  de la même manière que  $|\sigma_{aus}|$ . Cependant, la valeur de  $\sigma_{rec}$  est plus haute que celle de  $\sigma_{aus}$  en raison de la contraction thermique qui se fait à déformation bloquée.
  - ✓ Dans le cas de traction, pour des « hautes pré-déformations »  $\varepsilon_{mar}$  (supérieure à  $6 \times 10^{-3}$ ), la contrainte  $\sigma_{rec}$  est bornée. A chaque essai, après le retour à la température ambiante, la contrainte  $\sigma_{rec}$  retombe toujours sur la même contrainte (égale à 230 MPa).
- L'asymétrie traction-compression des contraintes de recouvrement (recovery stresses) a été mise en évidence.

## Chapitre II-2 : Création de précontraintes dans des poutrelles en béton à l'aide de fils en AMF

### II-2.0. Introduction

Depuis quelques années, plusieurs études expérimentales ont visé à utiliser les AMF comme renforts externes ou internes de composants en béton [II-2 ; II-8 ; II-15 ; II-18]. Dans le Chapitre II-1, on a montré comment créer des forces à l'aide de fils en AMF par activation de l'effet mémoire. Dans ce Chapitre II-2, on se propose d'utiliser des fils en Nickel-Titane comme renforts extérieurs pour créer des états de précontrainte dans des poutrelles en béton. Comme il a été vu au Chapitre II-1, les températures de transformation austénite-martensite ont été choisies de manière à permettre l'obtention de contraintes permanentes à température ambiante.

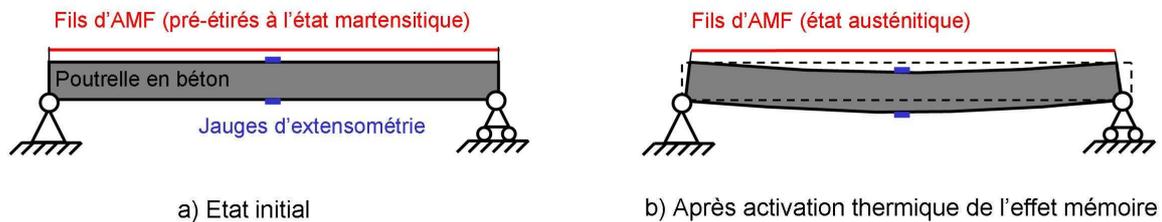


Figure II.17. Principe de la création de précontrainte de flexion dans une poutrelle en béton

La Figure II.17 illustre le principe de l'étude expérimentale réalisée. Les fils en AMF sont pré-étirés à l'état martensitique avant d'être fixés à leurs extrémités sur des poutrelles en béton. Pour l'activation thermique de l'effet mémoire, on utilise deux méthodes de chauffage, dans une enceinte thermique et par effet Joule. Le retour des fils à l'état d'austénite entraîne la mise en tension des fils. Le développement de l'effet de précontrainte qui en résulte est évalué à partir de l'état de déformation induit dans chaque poutrelle. Le nombre et la pré-déformation des fils sont les paramètres de l'étude.

### II-2.1. Préparation des essais

#### II-2.1.1. Poutrelles en béton

Les poutrelles en béton utilisées dans ce travail ont été réalisées dans le cadre d'une étude préliminaire réalisée par A. Debska [II-19]. Trois poutrelles en béton courant de dimension 48x60x520 mm ont été confectionnées. Compte tenu de la dimension des poutrelles, la taille des granulats a été limitée à 8 mm. Les proportions utilisées pour la préparation du béton étaient les suivantes : gravier 1202,6 kg/m<sup>3</sup>, sable 560,0 kg/m<sup>3</sup>, ciment 353,4 kg/m<sup>3</sup>, eau 213,2 l/m<sup>3</sup>. Les poutrelles ont été conservées dans leur moule sous film plastique jusqu'à 28 jours, puis à l'air dans le laboratoire après décoffrage jusqu'à la réalisation des essais.

Un dispositif mécanique présenté dans la Figure II.18 constitué d'un double étrier collé au béton et de contreplaques métalliques a été disposé aux extrémités de chaque poutrelle ; ce dispositif est destiné à fixer solidement les fils AMF sur la poutrelle avant la réalisation de l'essai.

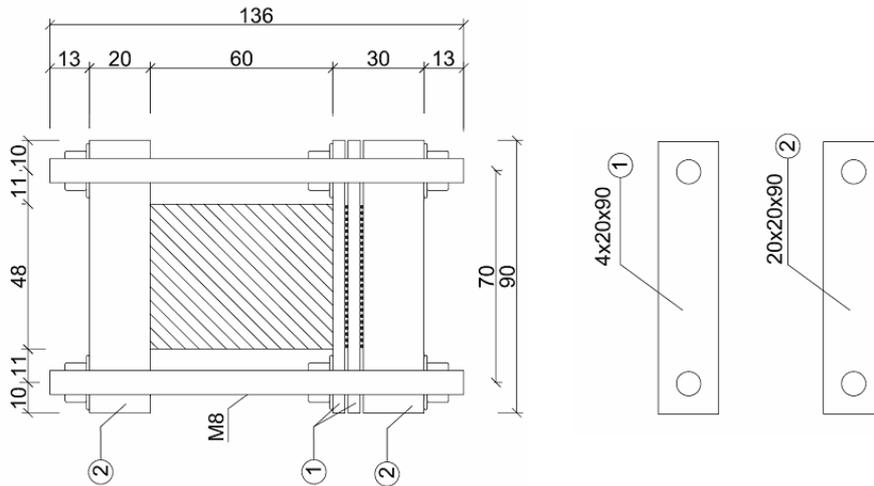


Figure II.18. Ancrage des fils en AMF – coupe transversale [II-19].

Chaque poutrelle a été équipée de deux jauges extensométriques de longueur 30 mm collées à mi-travée selon l’axe longitudinal sur les faces supérieure et inférieure (Figure II.19). Le module d’élasticité du béton a été déterminé à partir de tests de flexion trois points :  $E_c = 19,9 \pm 1,7$  GPa.

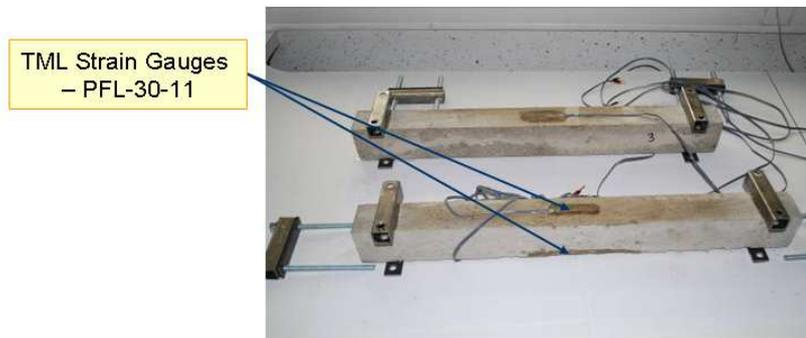
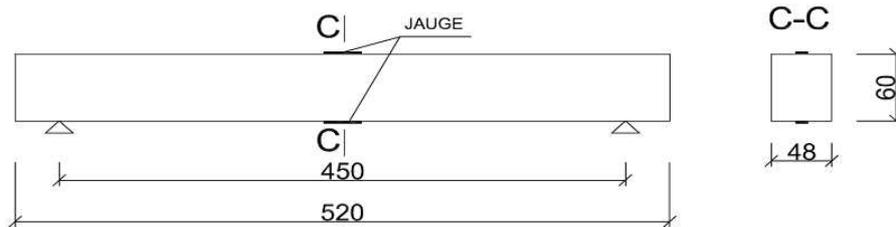


Figure II.19. Vue des poutrelles en béton équipées des deux jauges extensométriques

### II-2.1.2. Préparation des poutrelles en béton-AMF

Les fils d’AMF utilisés sont les mêmes que précédemment ( $Ni_{50,8}-Ti_{49,2}$ , diamètre 1 mm) mais de longueur 520 mm. Le module d’Young de l’austénite doit être déterminé pour la présente étude. Un essai de traction réalisé sur un fil à l’état austénitique a donné la valeur suivante :  $E = 62,9$  GPa. Les caractéristiques de l’AMF en termes de création de contrainte, déterminées à partir des tests de caractérisation détaillés dans le Chapitre II-1, sont décrites dans la Figure II.13. Rappelons que  $\sigma_{aus}$  (contrainte maximale atteinte durant l’activation thermique de l’effet mémoire) augmente avec  $\epsilon_{mar}$ . Pour  $\epsilon_{mar} < 6 \times 10^{-3}$ , la contrainte de recouvrance  $\sigma_{rec}$  après retour à température ambiante est sensiblement égale à  $\sigma_{aus}$  (à l’effet de la

contraction thermique près). Pour  $\epsilon_{\text{mar}} \geq 6 \times 10^{-3}$ , une perte de contrainte ( $\sigma_{\text{rec}} < \sigma_{\text{aus}}$ ) se produit lors du retour à température ambiante. On obtient alors une valeur constante pour la contrainte de recouvrance  $\sigma_{\text{rec}}$  égale à environ 230 MPa.



Figure II.20. Vue d'une poutrelle en béton équipée de quatre fils en AMF.

Les fils en AMF doivent être pré-étirés à l'état martensitique avant d'être fixés aux poutrelles (Figure II.20). On prépare six séries de fils. Chaque série correspond à une valeur donnée de la pré-déformation  $\epsilon_{\text{mar}}$ . Les valeurs retenues sont données dans le Tableau II-2. Ces valeurs ont été choisies de manière à avoir trois essais avec  $\epsilon_{\text{mar}} < 6 \times 10^{-3}$ , un essai avec  $\epsilon_{\text{mar}} \approx 6 \times 10^{-3}$  et deux essais avec  $\epsilon_{\text{mar}} > 6 \times 10^{-3}$ .

Tableau II.2. Pré-déformation imposées aux fils AMF à l'état martensitique (avant positionnement sur les poutrelles).

| série :                             | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6     |
|-------------------------------------|------|------|------|------|------|-------|
| $\epsilon_{\text{mar}} (10^{-3}) :$ | 1,60 | 2,64 | 4,26 | 5,69 | 8,44 | 10,99 |

Les fils sont d'abord mis à l'état martensitique auto-accommodante en suivant les étapes 1 à 3 du Chapitre II-1 (§II-1.1.2). Puis ils sont pré-étirés à température ambiante ( $19^{\circ}\text{C} \pm 1,5^{\circ}\text{C}$ ) à l'aide de la machine de traction MTS $\pm$ 15kN, en suivant les étapes 4 et 5 de manière atteindre la valeur fixée de  $\epsilon_{\text{mar}}$  pour chaque série (Tableau II-2). Les fils sont ensuite fixés sur chaque poutrelle au moyen du dispositif d'ancrage décrit précédemment. Il est à noter que dans le cas du chauffage des fils par effet Joule, un isolant électrique résistant à la chaleur est intercalé entre les fils et le système d'ancrage de manière à éviter toute perte de courant.

## II-2.2. Réalisation des essais

Le principe de réalisation des essais consiste à appliquer un cycle thermique est appliqué afin de transformer la martensite en austénite. Deux méthodes de chauffage ont été utilisées : (1) chauffage dans une enceinte thermique régulée et (2) chauffage par effet Joule en faisant passer un courant électrique dans les fils :

- La méthode (1) permet de chauffer régulièrement toutes les poutrelles. Cependant, le béton et les jauges extensométriques sont également chauffés, ce qui provoque des incertitudes de mesures. Cette méthode a été utilisée dans le cadre de l'étude préliminaire réalisée par A. Debska pour des poutrelles équipées de 4, 8 ou 12 fils [II-19].
- La méthode (2) évite les inconvénients de la méthode (1) puisque le béton et les jauges ne sont pas chauffés. Cependant, cette méthode nécessite de limiter le nombre des fils à 4 car le générateur électrique utilisé (intensité maximale de 5A) ne délivre pas assez de puissance pour chauffer un nombre plus élevé de fils. C'est cette seconde méthode qui est utilisée dans le cadre de la présente étude.

La Figure II.21 présente la poutrelle équipée des quatre fils en AMF et le dispositif de chauffage des fils par effet Joule (cf. **Note 1**). Il est à noter que les fils d'AMF sont branchés en série afin d'assurer qu'ils soient traversés un courant de même intensité.

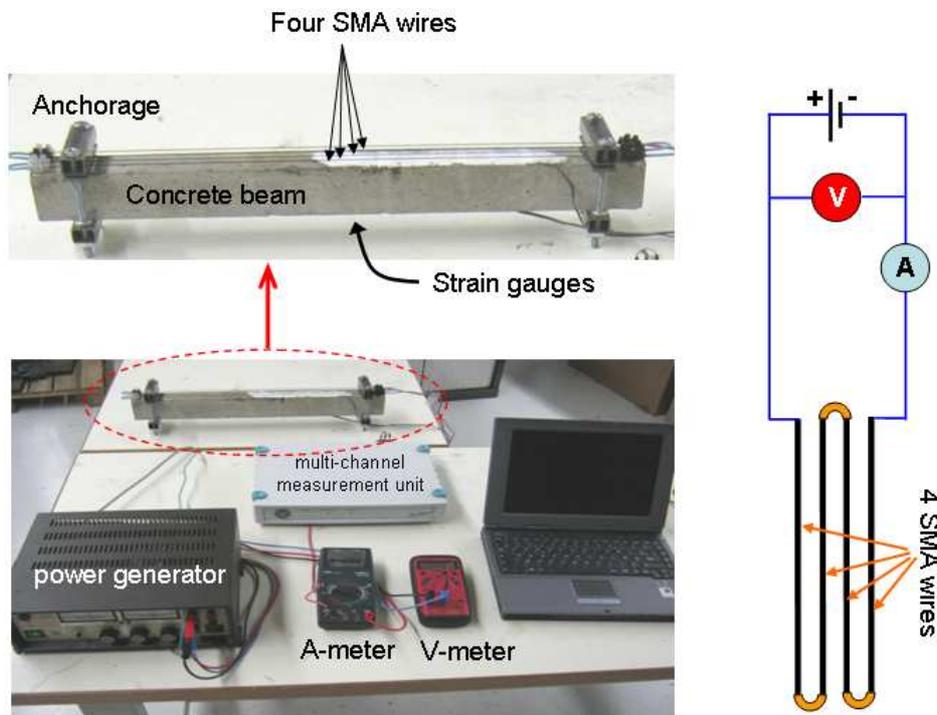


Figure II.21. Dispositif expérimental pour le chauffage par effet Joule [II-21]

**Note 1:** Ces essais ont été réalisés avec la participation de Mohamad El Hajjar, dans le cadre de la préparation de son master recherche

Afin de faciliter la réalisation des essais, on a d'abord calibré le dispositif de chauffage par effet Joule. Pour cela, un fil d'AMF préalablement recouvert d'une fine couche de peinture noire mate est chauffé par le système électrique et la température est mesurée à l'aide d'une caméra infrarouge. L'intensité du courant est augmentée par palier de manière à provoquer des incréments de température de 2,5°C environ. Chaque palier est maintenu 200s environ de manière à assurer une stabilisation parfaite de la température du fil. Une étude théorique de l'équilibre thermique du fil montre que la température de surface est très proche de la température moyenne dans la section du fil (voir **Annexe 3**). La relation obtenue entre l'intensité appliquée et la température obtenue est présentée sur la Figure II.22. Cette relation est ensuite utilisée pour le pilotage des essais.

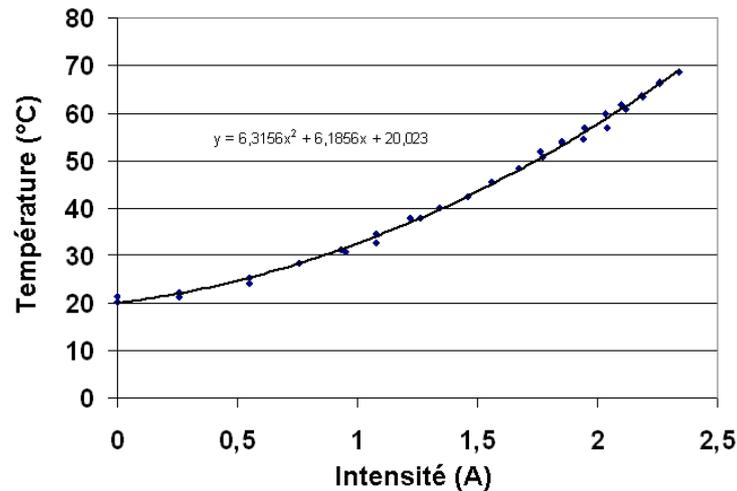


Figure II.22. Relation entre l'intensité du courant électrique et la température obtenue dans le fil en AMF

### II-2.3. Résultats des essais

La déformation longitudinale mesurée à mi-travée sur la face inférieure de chaque poutrelle (non équipée des 4 fils d'AMF) au cours des essais est présentée dans la Figure II.23 pour chacun des six essais réalisés. Les courbes correspondent respectivement aux six valeurs de pré-déformation  $\varepsilon_{\text{mar}}$  (cf. Tableau II.2) :

- Partant d'une déformation initiale nulle, on observe que la déformation augmente à partir de 24°C environ jusqu'à un maximum atteint à une température qui dépend de la pré-déformation  $\varepsilon_{\text{mar}}$  : de 37°C environ pour la série 1 (correspondant à  $\varepsilon_{\text{mar}} = 1,60 \times 10^{-3}$ ) à 120°C environ pour la série 6 (correspondant à  $\varepsilon_{\text{mar}} = 10,99 \times 10^{-3}$ ). Cette phase correspond à l'activation thermique de l'effet mémoire dans les fils d'AMF.
- Lorsque la température continue d'augmenter, on observe une légère diminution de déformation avec une pente à peu près constante. Cette seconde phase peut être interprétée comme résultant de la dilatation thermique des fils revenus à l'état austénitique, qui provoque une légère diminution de force dans les fils.
- Au refroidissement, on observe une légère augmentation de la déformation avec une pente sensiblement égale à celle observée dans la seconde phase de la période de chauffage. Cette augmentation qui peut être attribuée à la contraction thermique des fils, se produit de manière linéaire jusqu'au retour à la température ambiante pour les séries 1 à 4. Par contre, pour les séries 5 à 6, elle augmente d'abord linéairement avec la diminution de température, puis elle décroît de manière progressive pour tendre vers une valeur commune.

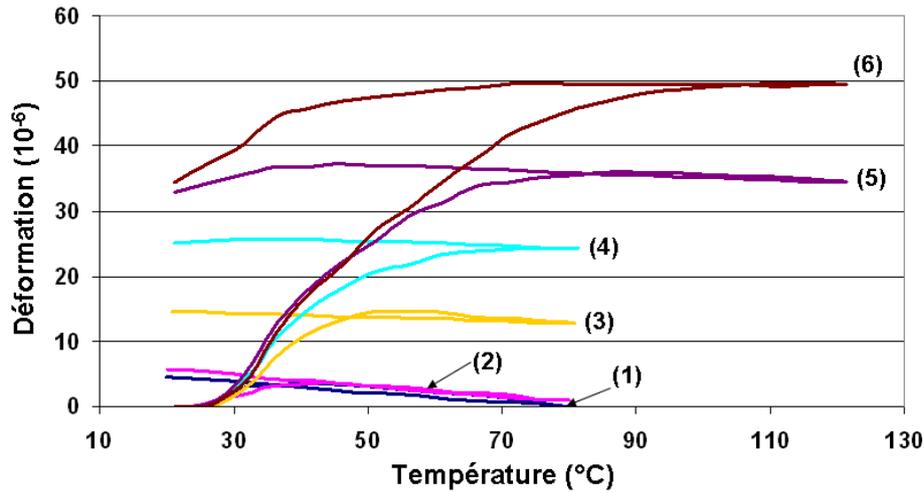


Figure II.23. Evolution de la déformation longitudinale à mi-travée sur la face inférieure de la poutrelle (non équipée de 4 fils d'AMF) en fonction de la température pour les six poutrelles correspondant aux six valeurs de pré-déformation.

A partir des mesures du potentiel et de l'intensité du courant électrique, il est facile de déduire l'évolution de la résistance électrique des fils par la loi d'Ohm. A titre d'exemple, la Figure II.24 montre l'évolution de la résistance électrique des fils durant l'activation thermique de l'effet mémoire et le retour à température ambiante pour la poutrelle 5 ( $\epsilon_{\text{mar}} = 8,44 \times 10^{-3}$ ). Partant d'une valeur de 2,35 Ohms (correspond à l'état de martensite orientée), on observe que durant le chauffage la résistance électrique des fils diminue d'abord progressivement et se stabilise ensuite à une valeur égale à 2,30 Ohms environ au-delà de +70 $^{\circ}\text{C}$ . Ce résultat confirme que le retour à l'état austénitique des fils est complètement effectué. Durant le retour à température ambiante, on observe une augmentation marquée de la résistance électrique en-deçà de 50 $^{\circ}\text{C}$  qui peut être attribuée à une réapparition de martensite orientée dans des fils en AMF.

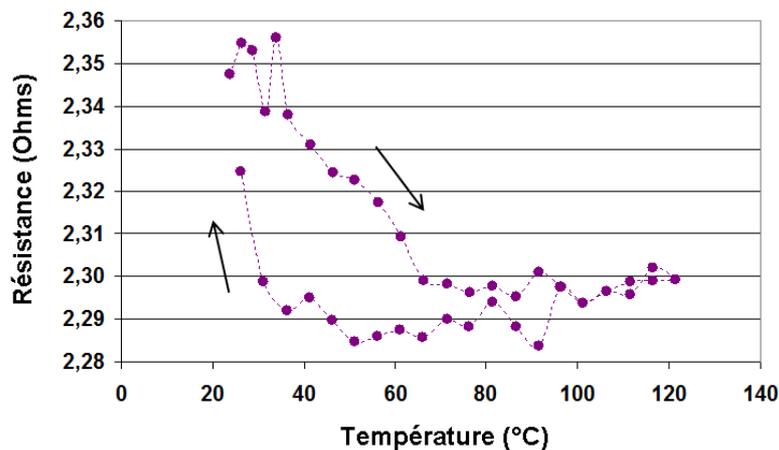


Figure II.24. Evolution de la résistance électrique des fils d'AMF en fonction de la température pour la poutrelle 5 ( $\epsilon_{\text{mar}} = 8,44 \times 10^{-3}$ ).

## II-2.4. Interprétation des résultats

En s'aidant des équations classiques de la théorie des poutres, il est facile de déduire l'évolution des forces de traction dans les fils AMF à partir des déformations mesurées au cours des essais. Les valeurs obtenues sont représentées sur la Figure II.25 pour les six poutrelles testées.

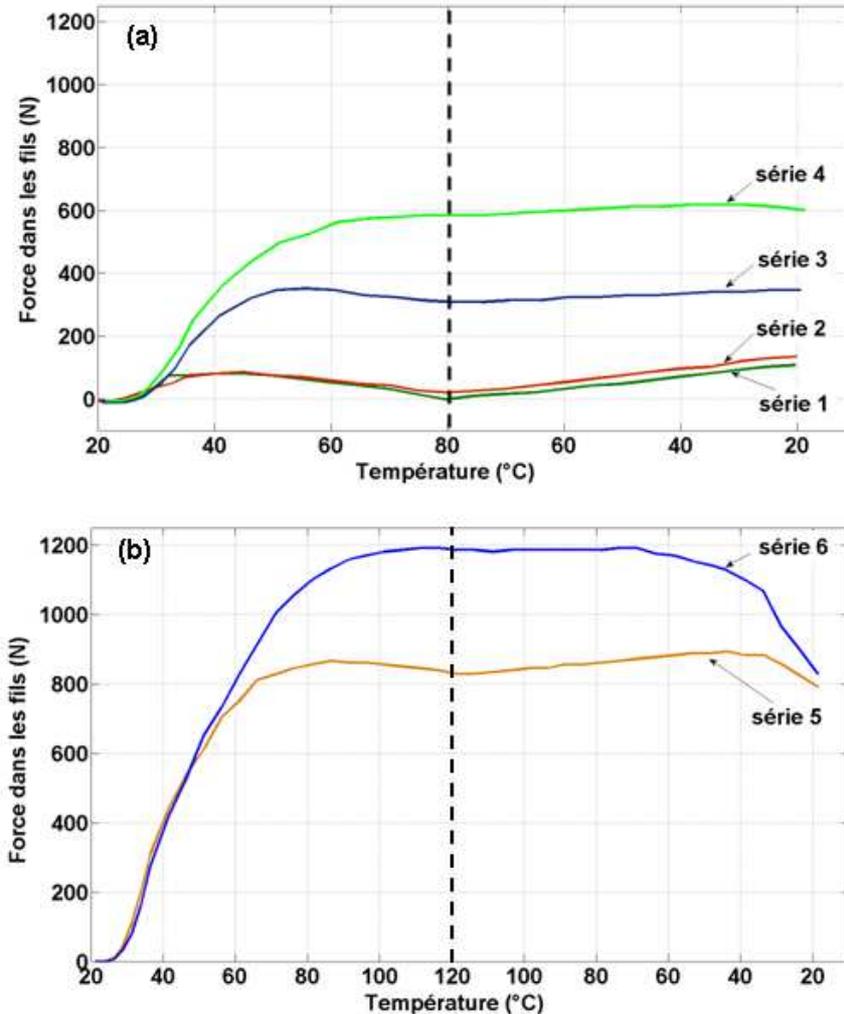


Figure II.25. Evolution de la force totale de traction dans les fils pour les six poutrelles testées.

Chacune des courbes présentées sur cette figure peut être analysée selon trois phases :

- Pour les poutrelles 1 à 4 (Figure II.25-a):
  - La phase initiale à force nulle correspond au temps nécessaire pour atteindre la température  $A_s^0$  de début de transformation de la martensite en austénite.
  - La phase ascendante qui lui fait suite (température croissante) correspond à l'activation thermique de l'effet mémoire. Durant cette phase, le retour progressif à l'état austénitique s'accompagne d'une annulation de la pré-déformation  $\epsilon_{mar}$  donnée aux fils AMF dans l'état martensitique. De cette transformation, s'effectuant en déformation quasi-bloquée, il résulte une mise en traction progressive des fils. La légère décroissance de la force observée après le premier maximum sur chaque courbe correspond à une perte de force induite par la dilatation thermique du fil revenu à l'état austénitique.
  - La troisième phase (température décroissante) correspond au retour à température ambiante. Le plateau légèrement ascendant observé durant cette phase correspond au gain complémentaire de force qui résulte de la contraction thermique des fils austénitiques durant

cette phase de refroidissement. La valeur finale de la force correspond à la force totale de précontrainte exercée sur chaque poutrelle par les fils AMF.

- Pour les poutrelles 5 à 6 (Figure II.25-b) :
  - La partie descendante observée dans la période finale de la phase de refroidissement correspond à une perte de force de précontrainte due à la production partielle de martensite orientée mise en évidence précédemment par la mesure de résistance électrique.
  - Ce résultat peut être comparé à ceux obtenus par A. Debska dans son étude préliminaire pour une poutrelle équipée de 12 fils d'AMF [II-19]. Ses six essais correspondent quasiment aux mêmes pré-déformations  $\varepsilon_{\text{mar}}$  que celles retenues dans le présent travail pour nos six poutrelles (cf. Tableau II.2). Dans la Figure II.26, on observe que pour les poutrelles des séries 1 à 4, qui correspondent à des prédéformations  $\varepsilon_{\text{mar}}$  croissantes comprises entre  $1,6 \times 10^{-3}$  et  $6 \times 10^{-3}$ , la force finale de traction croît avec la valeur de la prédéformation donnée aux fils à l'état martensitique. Pour les poutrelles des séries 5 et 6, correspondant à des prédéformations  $\varepsilon_{\text{mar}}$  égales à  $8,2 \times 10^{-3}$  et  $10,2 \times 10^{-3}$ , l'effort de traction diminue durant la phase de refroidissement pour tendre vers une valeur finale de 1400 N environ proche de celle atteinte pour la poutrelle de la série 4.

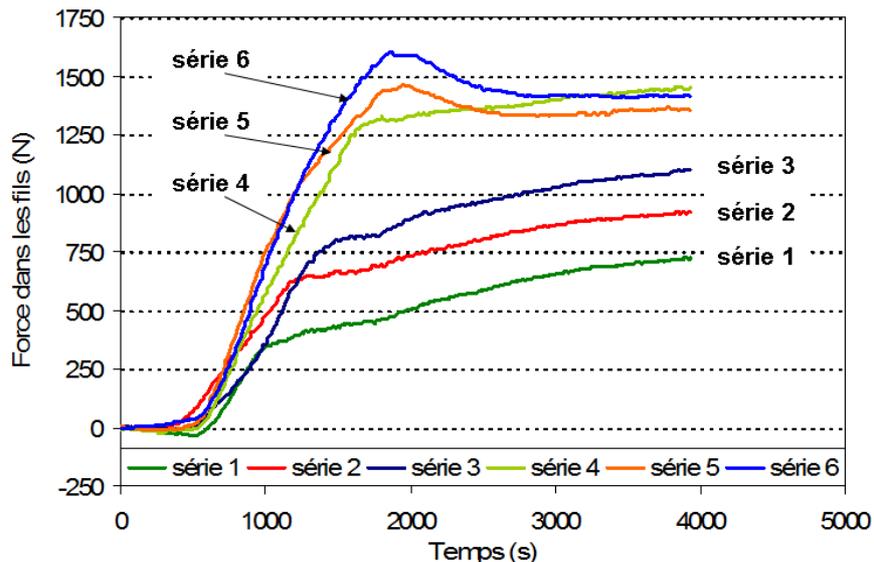


Figure II.26. Evolution de la force totale de traction dans les fils obtenus pour des poutrelles à 12 fils [II-20].

Ces résultats peuvent être rapprochés de la relation de comportement des fils présentée dans la Figure II.13. On observe sur cette figure, qu'au-delà d'une prédéformation égale à  $6 \times 10^{-3}$  environ, la contrainte  $\sigma_{\text{aus}}$  induite dans le fil par activation thermique de l'effet mémoire décroît pour atteindre une valeur de palier  $\sigma_{\text{rec}}$  lorsque le fil revient à température ambiante. Ce phénomène résulte d'une production de martensite sous contrainte lorsque la température de transformation A→M est atteinte au refroidissement.

La production de martensite durant le retour à température ambiante peut être évaluée à partir de la résistance électrique mesurée au cours des essais. On propose ici de déduire la proportion de martensite dans les fils AMF à partir des résistances mesurées (voir Figure II.24) en s'aidant de la loi de mélange :

$$R = (1-z)R_A + zR_M \quad (\text{II-2.1})$$

avec  $z$ , la fraction volumique de martensite et  $R$ ,  $R_A$ ,  $R_M$ , la résistance électrique mesurée, la résistance électrique de l'austénite et la résistance électrique de la martensite, respectivement.

Les valeurs de  $z$  déduites de cette relation en fonction de la température à partir des mesures de résistance présentées à la Figure II.24 sont présentées à titre d'exemple sur la Figure II.27 pour la poutrelle 5. Partant de l'état initial purement martensitique ( $\approx 100\%$ ), on trouve que la martensite disparaît progressivement durant l'activation thermique de l'effet mémoire. A la fin de cette période, le pourcentage de martensite reste d'encore environ 20%. Durant le retour à température ambiante, la proportion de martensite est d'abord constante puis augmente jusqu'à environ 60% en fin du processus.

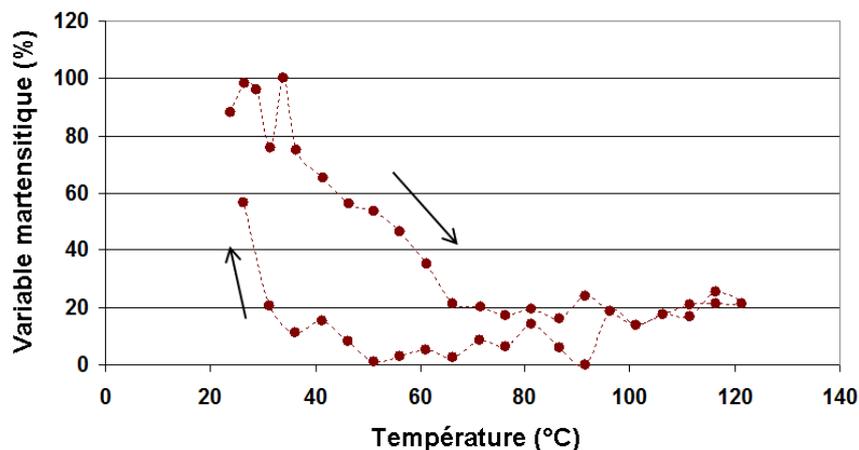


Figure II.27. Pourcentage de la martensite déduite de la résistance électrique mesurée en fonction de la température pour la poutrelle 5 ( $\epsilon_{\text{mar}} = 8,44 \times 10^{-3}$ ).

## II-2.5. Conclusion

La présente étude a montré la possibilité d'induire des états de précontrainte dans des poutrelles en béton à l'aide de fils AMF. Les principaux résultats sont résumés dans les points suivants :

- La procédure consiste à étirer les fils à l'état martensitique avant de les fixer sur les poutrelles. L'effet mémoire est activé par élévation de la température au-delà de la température de transformation  $A_f^0$  de manière à provoquer le retour des fils à l'état austénitique. Cette transformation en déformation « gênée » provoque l'apparition d'une force de traction dans les fils qui agit comme une force de précontrainte. Cette force a pu être évaluée à partir des déformations induites dans chaque poutrelle testée.
- Les essais réalisés ont permis de décrire le processus de développement de cette force de précontrainte durant la phase d'activation de l'effet mémoire. L'intensité de la force obtenue dépend de la pré-déformation donnée aux fils à l'état martensitique. Il a été mis en évidence que la force finale de précontrainte après retour à température ambiante est bornée par la valeur obtenue pour une pré-déformation égale à  $6 \times 10^{-3}$ . Cet effet peut être expliqué par une production partielle de martensite lors du refroidissement.

- L'étude sur l'évolution de la résistance des fils utilisés au cours des essais permet de confirmer une production de martensite lors du retour à température ambiante lorsque  $\varepsilon_{\text{mar}} \geq 6 \times 10^{-3}$ .

Le fait que la déformation finale soit identique pour les poutrelles correspondant au cas de « haut niveau » de pré-déformations  $\varepsilon_{\text{mar}}$  est cohérent avec le fait que la valeur de la contrainte finale  $\sigma_{\text{rec}}$  soit constante pour  $\varepsilon_{\text{mar}} > 6 \times 10^{-3}$ . Ce résultat confirme que l'association béton/AMF dans des applications sur des poutrelles ne modifie pas le comportement propre du fil droit en AMF.

## **Chapitre II-3 : Confinement actif de cylindres en béton grâce à des fils en AMF**

### **II-3.0. Introduction**

La réponse mécanique de structures en béton est fortement dépendante de l'endommagement (présence de macro- ou micro-fissures). Le processus d'endommagement peut être retardé par l'application d'une compression uni- ou multi-axiale afin de contrebalancer les contraintes locales de traction dans le matériau. Du fait des propriétés exceptionnelles des AMF, diverses solutions ont été proposées pour la création d'un renforcement passif ou actif, extérieur ou intérieur, d'un composant en béton par utilisation des AMF comme matériau de renfort [II-2 ; II-22].

Dans le chapitre précédent, l'effet mémoire a été utilisé pour la création de précontraintes dans des poutrelles en béton renforcées par des fils en Ni-Ti. Par ailleurs, des études récentes ont montré que des AMF peuvent également être utilisés pour créer des contraintes de confinement dans des cylindres en béton dans le but d'augmenter leurs performances en compression uni-axiale. Choi et al. ont utilisé des fils à l'état austénitique et des fils à l'état martensitique [II-16]. L'existence d'un effet de confinement a été estimée directement en testant les cylindres en compression jusqu'à rupture. Des cylindres entourés de fils en AMF martensitique ont montré une ductilité améliorée sans augmentation de la résistance ultime en compression. D'autres auteurs [II-8 ; II-16 ; II-18] ont conclu à l'effet bénéfique des fils d'AMF (aussi bien à l'état austénitique que martensitique). La même conclusion a été faite par Krstulovic-Opara et Thiedeman [II-24], qui ont, quant à eux, observé une augmentation de la résistance ultime en compression des cylindres.

Dans la présente étude, on part de résultats déjà obtenus au laboratoire sur la création d'états de confinement actif de cylindres en béton à l'aide de fils en Ni-Ti utilisés comme renforts extérieurs [II-3]. Cette étude préliminaire a permis de mettre en évidence le processus de création d'une contrainte de confinement par activation thermique de l'effet mémoire ainsi que l'existence d'un mécanisme complexe d'interaction entre le fil d'AMF et le cylindre dû à la courbure imposée au fil lors de son enroulement sur le cylindre. Dans le prolongement de cette étude préliminaire, le travail effectué dans le cadre de la thèse présente un double aspect :

- 1) élucider les mécanismes mis en jeu lors de l'enroulement du fil sur le cylindre, et leur influence sur l'effet de confinement obtenu - Ceci sera traité dans la Partie III du mémoire, dédiée à la modélisation.
- 2) étudier l'influence du confinement créé à l'aide du fil d'AMF sur le comportement du cylindre en béton sollicité en compression uniaxiale jusqu'à la rupture. L'objectif ici est de simuler le comportement d'une colonne courte (c'est-à-dire hors effet lié au flambement) après renforcement actif à l'aide d'un fil d'AMF enroulé sur sa surface latérale.

Dans ce contexte, le présent chapitre est structuré selon le plan suivant :

- Section II-3.1 – *Création de confinements actifs dans des cylindres* : rappel les aspects essentiels de l'étude préliminaire [II-3] sur le confinement actif de cylindres en béton à l'aide de fils en AMF. On rappelle le principe de l'étude expérimentale réalisé et les principaux résultats obtenus.
- Section II-3.2 – *Essais d'écrasement de cylindres confinés* : comportement jusqu'à rupture de cylindres confinés. Des cylindres renforcés (confinement actif et passif) par un fil d'AMF

enroulé sur leur surface latérale sont testés en compression uniaxiale jusqu'à la rupture. L'objectif est de comparer le comportement de ces cylindres avec divers modes et divers taux de renforcement, à celui d'un cylindre témoin non renforcé.

### **II-3.1. Création de confinements actifs dans des cylindres**

#### **II-3.1.1. Dispositif expérimental**

##### **II-3.1.1.1. Cylindres en béton**

Une série de cylindres en béton de diamètres 74,4 mm et de hauteur 180 mm a été préparée. Les moules ont été découpés dans un tuyau en PVC afin que la surface extérieure des cylindres soit lisse. La composition du béton est la suivante (en  $\text{kg.m}^{-3}$ ) : gravier 1039,2 ; sable 782,7 ; ciment 324,5 ; eau 176,1. Du fait de la dimension des cylindres, la taille maximale des agrégats a été limitée à 12,5 mm. Le mélange utilisé permet d'obtenir une résistance en compression de 25 MPa au bout de 28 jours. Deux douilles filetées ont été disposées à une distance de 20 mm des extrémités du cylindre. Elles permettent l'accrochage du fil en AMF une fois le béton durci. Les cylindres ont été conservés dans leurs moules sous plastique après le coulage avant d'être démoulés à 28 jours puis conservés à l'air au laboratoire. Les cylindres ont été ensuite pesés afin d'éliminer ceux qui présenteraient des défauts tels que des vides internes par exemple.

Les cylindres sont ensuite équipés de jauges extensométriques (Figure II.28) : deux jauges circumférentielles diamétralement opposées pour les cylindres destinées aux essais de confinement ; deux jauges circumférentielles plus deux jauges longitudinales diamétralement opposées pour un cylindre destiné à la mesure du module d'Young  $E_c$  et du coefficient de Poisson  $\nu_c$  du béton. Des essais de compression réalisés sur ce dernier cylindre à l'âge de 105 jours ont donné les valeurs moyennes suivantes :  $E_c = 25,2$  GPa et  $\nu_c = 0,193$ .

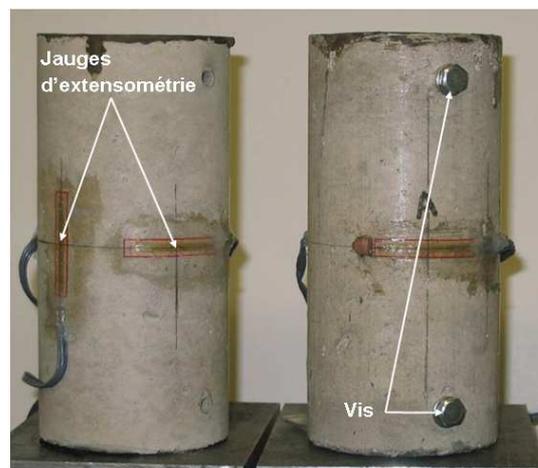


Figure II.28. Cylindres en béton utilisés pour les essais : pour la mesure de  $E_c$  et  $\nu_c$  (gauche) ; pour les essais de confinement (droite) [II-3].

##### **II-3.1.1.2. Fil en AMF**

Les fils d'AMF utilisés dans le présent chapitre sont les mêmes que ceux utilisés précédemment ( $\text{Ni}_{50,8}\text{-Ti}_{49,2}$ , diamètre 1 mm), mais de longueur **15 m**. Cette longueur correspond à la longueur développée

du fil enroulé sur les cylindres. Comme dans le cas des poutrelles, les fils ont été étirés à l'état martensitique avant d'être enroulés sur les cylindres, selon la procédure décrite au Chapitre II-1 :

- **Etape I :** mise du fil à l'état de martensite auto-accommodante à température ambiante (étapes 1 à 3).
- **Etape II :** création d'une pré-déformation  $\varepsilon_{\text{mar}}$  dans un état de martensite orientée par étirement du fil martensitique à température ambiante (étapes 4 et 5).
- **Etape III :** enroulement du fil pré-déformé sur le cylindre avec un pas constant de 2mm. Le fil est ensuite fermement fixé sur le cylindre à l'aide de deux vis placées dans les deux douilles filetées aux extrémités du cylindre.

Une vue du cylindre équipé des deux jauges extensométriques circonférentielles et du fil enroulé est présentée à la Figure II.29, ainsi que les pré-déformations  $\varepsilon_{\text{mar}}$  choisies pour les sept essais réalisés. Il est à noter que le cylindre C0 utilise un fil d'AMF à l'état martensitique non pré-déformé ( $\varepsilon_{\text{mar}}=0$ ).



(a)

| Eprouvette | $\varepsilon_{\text{mar}}$ ( $\times 10^{-3}$ ) |
|------------|---|
| C0         | 0.00  |
| C1         | 2.08  |
| C2         | 3.76  |
| C3         | 4.95  |
| C4         | 6.22  |
| C5         | 8.84  |
| C6         | 10.71   |

(b)

Figure II.29. Préparation des cylindres : a) cylindre avec fil d'AMF enroulé avec un pas de 2mm. b) valeurs de la pré-déformation  $\varepsilon_{\text{mar}}$  pour les sept essais [II-3].

Les dispositifs utilisés pour l'étirement et l'enroulement des fils seront présentés dans la deuxième partie du chapitre (cf. §II-3.2).

### II-3.1.2. Réalisation des essais et résultats

Les cylindres sont placés dans une enceinte thermique régulée. Un même cycle thermique est appliqué pour tous les cylindres selon la procédure suivante :

- **Etape IV :** chauffage des cylindres jusqu'à 60°C (supérieur à  $A_f^0$ ) à raison de +1,6°C/min pour provoquer le retour des fils à l'état austénitique (durée de 30 minutes).

- **Etape V** : retour à température ambiante à  $-1,2^{\circ}\text{C}/\text{min}$  (durée de 45 minutes).

L'activation thermique de l'effet mémoire provoque la mise en tension du fil, ce qui crée une contrainte de confinement dans le cylindre. Cet état de confinement provoque la déformation circonférentielle du cylindre, qui est mesurée par les jauges d'extensométrie au cours de l'essai. L'influence de la température sur les mesures est corrigée par comparaison avec un cylindre simple (sans fil en AMF) testé dans les mêmes conditions.

En s'aidant des équations classiques de la MMC appliquées à un cylindre élastique plein et moyennant une analyse complémentaire par éléments finis pour évaluer la perturbation causée par l'absence de confinement au droit des jauges circonférentielles, il est possible d'estimer l'état de confinement induit dans chaque cylindre ainsi que la contrainte de traction moyenne créée dans le fil enroulé correspondant à cet état de confinement [II-3].

Ce dernier résultat est présenté sur la Figure II.30 où les contraintes de traction moyennes  $\sigma_{SMA}$  obtenues dans les fils enroulés après refroidissement sont comparées aux contraintes de traction  $\sigma_{rec}$  du fil droit pour les mêmes valeurs de pré-déformation  $\varepsilon_{mar}$  (voir Figure II.13).

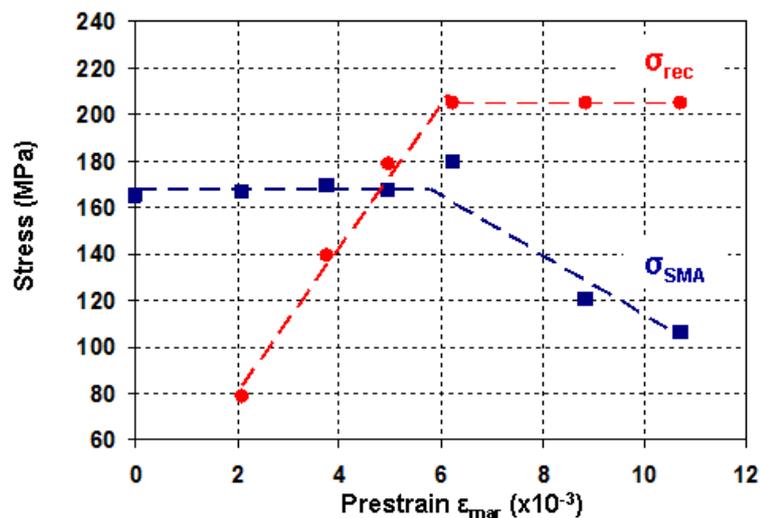


Figure II.30. Comparaison entre la contrainte résiduelle obtenue dans un fil droit  $\sigma_{rec}$  et celle obtenue dans un fil enroulé sur le cylindre  $\sigma_{SMA}$  (moyenne dans la section du fil), en fonction de la pré-déformation  $\varepsilon_{mar}$  [II-3].

Les résultats présentés sur la Figure II.30 montrent que le comportement du fil enroulé sur les cylindres n'est pas cohérent avec celui du fil droit. Les résultats sont assez surprenants à deux titres :

- Les résultats sur fils droits et sur fils enroulés autour des cylindres sont complètement différents. Les effets sont opposés : sur cylindre, plus la pré-déformation des fils est grande, plus la contrainte de recouvrement dans les fils est faible contrairement au comportement du fil droit. Sur fil droit, la contrainte de recouvrement est bornée au-dessus d'une certaine valeur de  $\varepsilon_{mar}$  ( $6 \times 10^{-3}$  environ); alors que sur cylindre, elle est bornée en-dessous de cette même valeur de  $\varepsilon_{mar}$ .

- Pour une pré-déformation nulle des fils, une contrainte de recouvrement non nulle est obtenue dans le cas des fils enroulés autour des cylindres (ce qui ne peut pas être le cas dans un fil droit).

Ce résultat montre l'existence d'un mécanisme complexe d'interaction entre le cylindre en béton et le fil d'AMF enroulé. Ce mécanisme peut être expliqué par **la courbure du fil** imposée par la géométrie du cylindre. Cette courbure provoque l'apparition d'une martensite orientée en traction et en compression dans la section du fil (flexion du fil). Ce phénomène peut expliquer pourquoi la contrainte obtenue dans un fil enroulé ne dépend pas uniquement de la pré-déformation  $\epsilon_{mar}$ , mais aussi de la courbure.

A partir des résultats obtenus, on peut classer les cylindres testés en deux groupes en fonction de la pré-déformation  $\epsilon_{mar}$ . Concrètement, le premier groupe correspond à des « bas niveaux » de pré-déformation  $\epsilon_{mar}$  (inférieure à  $6 \times 10^{-3}$ ) avec un « haut niveau » de confinement (-1,8 MPa environ). Le deuxième groupe correspond à des « haut niveaux » de  $\epsilon_{mar}$  (supérieures à  $6 \times 10^{-3}$ ), avec un « bas niveau » de confinement (entre -1,31 MPa et -1,14 MPa.).

Dans la Section II-3.2, les deux cylindres C3 ( $\epsilon_{mar} = 4,95 \times 10^{-3}$ ) correspondant à un « haut niveau » de confinement et C6 ( $\epsilon_{mar} = 10,71 \times 10^{-3}$ ) correspondant à un « bas niveau » de confinement seront choisis pour des essais d'écrasement afin d'estimer l'amélioration de la performance mécanique en compression du béton à l'aide de fils d'AMF.

## II-3.2. Essais d'écrasement de cylindres confinés

### II-3.2.1. Préparation des essais

#### II-3.2.1.1. Echantillons

Dans cette section, des essais d'écrasement sont réalisés sur des cylindres afin d'estimer l'amélioration de la performance du béton confiné à l'aide de fils d'AMF. Quatre cylindres sont préparés. Le Tableau II.4 détaille les caractéristiques des échantillons que l'on utilise dans les essais qui seront réalisés.

Tableau II.3. Caractéristiques des échantillons utilisés

| <i>Nom donné au cylindre</i>   | <i>Cylindre</i> | <i>Etat initial du fil avant d'être enroulé</i>         | <i>Etat de confinement</i>         |
|--------------------------------|-----------------|---|------------------------------------|
| Béton confiné « actif fort »   | C3              | Martensite –<br>$\epsilon_{mar} = 4,95 \times 10^{-3}$  | “Haut niveau” de confinement actif |
| Béton confiné « actif faible » | C6              | Martensite –<br>$\epsilon_{mar} = 10,71 \times 10^{-3}$ | “Bas niveau” de confinement actif  |
| Béton confiné « passif »       | -               | Austénite   | Confinement passif                 |
| Béton non confiné              | -               | Sans fil  | Sans confinement                   |

Dans la Section II-3.1, on a présenté les cylindres C3 ( $\epsilon_{mar} = 4,95 \times 10^{-3}$ ) et C6 ( $\epsilon_{mar} = 10,71 \times 10^{-3}$ ), qui correspondent aux deux groupes de cylindres (« haut niveau » et « bas niveau » de confinement actif). Dans la présente section, ces deux cylindres sont choisis pour les essais d'écrasement et sont nommés respectivement par « béton confiné actif fort » et « béton confiné actif faible » (cf. Tableau II.3). Chaque essai débute par la préparation du cylindre selon la procédure détaillée dans la section suivante en vue d'obtenir un effet de confinement actif après le cycle thermique. Les jauges d'extensométrie ne sont pas utilisées de manière à avoir un enroulement uniforme du fil sur la longueur du cylindre (Figure II.31-a). A chaque extrémité du cylindre, la zone non-enroulée par le fil est prise dans un bloc en aluminium usiné, de manière à éviter la rupture prématurée du béton dans cette zone (Figure II.31-b).

De plus, un cylindre équipé d'un fil d'AMF austénitique (destiné à provoquer un effet de confinement « passif ») et un cylindre en béton seul sont utilisés à des fins de comparaison avec les deux cylindres précédents. On appelle respectivement ces deux cylindres : « béton confiné passif » et « béton non confiné » (cf. Tableau II.3). Les blocs en aluminium sont également utilisés aux extrémités de ces deux cylindres, pour être dans la même configuration que les deux autres cylindres. La fonction de ces blocs est discutée en fin de chapitre.

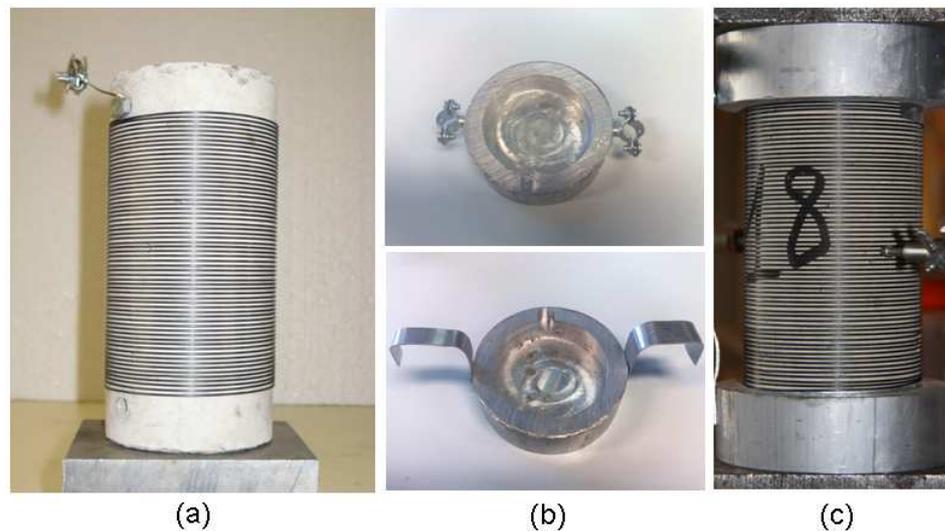


Figure II.31. a) Cylindre en béton équipé d'un fil en AMF avec un pas constant de 2mm (sans jauges d'extensométrie) ;  
b) Blocs en aluminium ; c) Montage final

### II-3.2.1.2. Dispositif et préparation des cylindres

Les cylindres avec confinement « actif » sont préparés selon la procédure suivante :

- **Etape I :** Obtention de fils à l'état martensitique auto-accommodante à température ambiante (inférieure à  $A_s^0$ ). En pratique, les fils de longueur 15 m sont d'abord placés sur un rouleau de diamètre 350 mm et sont chauffés ( $T = 60^\circ\text{C} > A_f^0$ ) pendant 30 minutes pour passer en phase austénite. Ensuite, on les refroidit ( $T = -30^\circ\text{C} < M_f^0$ ) pour les faire passer en phase martensite auto-accommodante et enfin on retourne à la température ambiante ( $< A_s^0$ ).
- **Etape II :** Etirement des fils à température ambiante pour obtenir la pré-déformation  $\epsilon_{mar}$  (fin de l'étape 5, voir Figure II.2, Chapitre II-1). Il est à noter que l'étape de pré-déformation des fils est ici assez délicate. La Figure II.32 illustre l'étirement horizontal d'un fil en AMF

de longueur 15 m. La procédure d'étirement par traction nécessite d'une part de l'espace, mais aussi un soin particulier pour limiter toute flexion parasite.

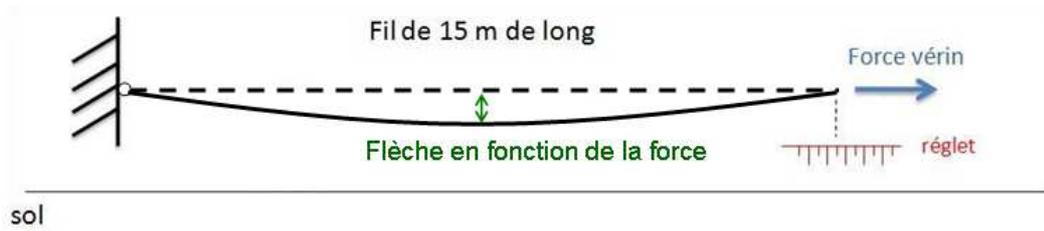


Figure II.32. Schéma de l'étirement horizontal d'un fil en AMF de longueur 15 m

La Figure II.33 montre précisément le dispositif expérimental pour les étirements des fils. En pratique, les fils sont étirés à l'aide d'un vérin hydraulique et en utilisant un capteur de force. L'allongement du fil est mesuré visuellement à l'aide d'un réglet. Au début du chargement, on applique une pré-force modérée afin de tendre le fil avec une flèche prédéterminée (cf. Figure II.32). Au déchargement, on revient progressivement à cette même force. On détermine  $\epsilon_{mar}$  la déformation résiduelle à partir de l'allongement résiduel mesuré avec le réglet.

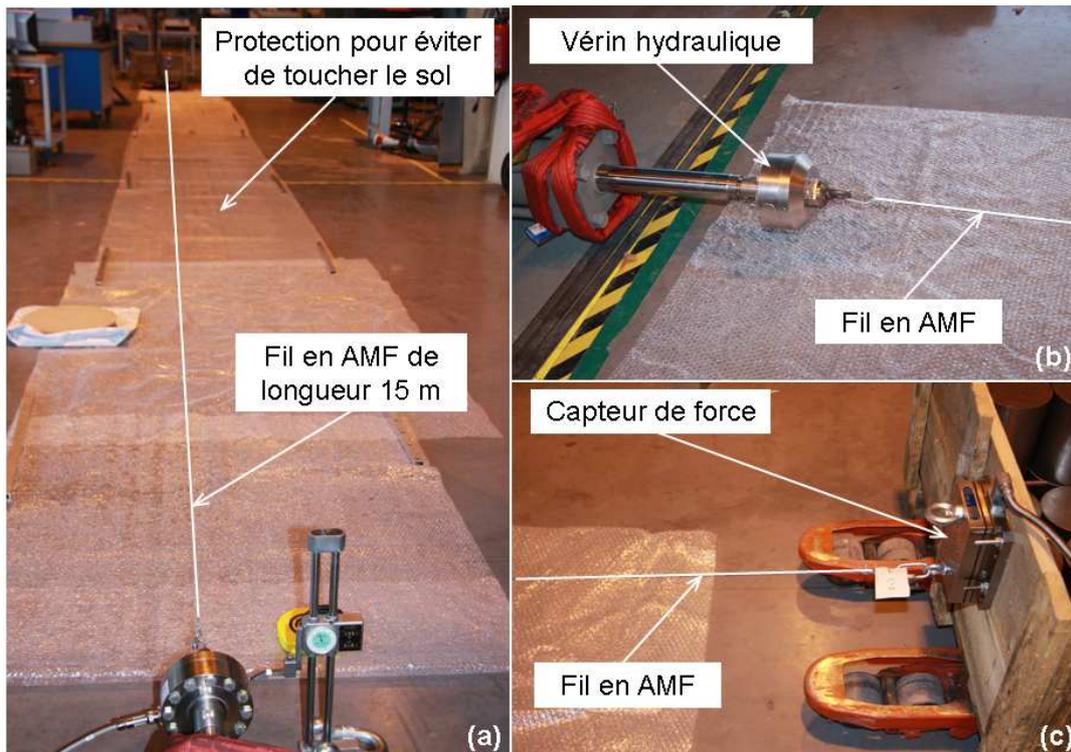


Figure II.33. Dispositif expérimental pour les étirements des fils en AMF de longueur 15 m.

- **Etape III :** Enroulement des fils autour des cylindres à température ambiante, avec un pas constant de 2 mm. Cette phase d'enroulement est assez délicate : elle nécessite un dispositif spécifiquement mis au point à cet effet et un certain « coup de main » (voir Figure II.34).

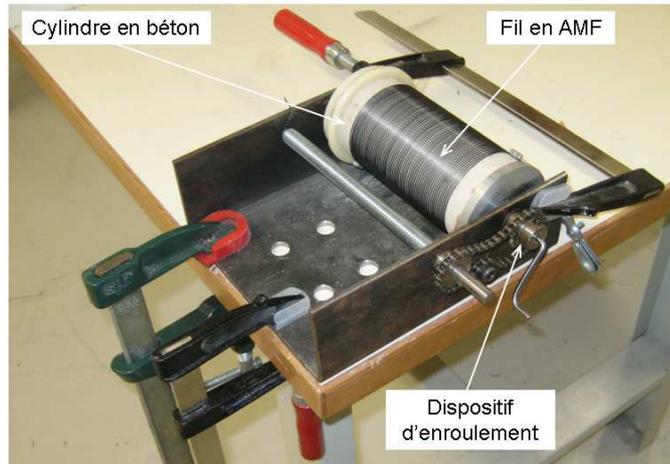


Figure II.34. Dispositif expérimental pour l'enroulement du fil en AMF autour du cylindre en béton avec un pas constant (2mm).

- **Etape IV :** Chauffage des cylindres jusqu'à 120°C (très supérieur à  $A_f^0$ ) à l'aide d'une enceinte thermique (Figure II.35) pour provoquer le retour des fils à l'état austénitique (durée de 30 minutes).
- **Etape V :** Retour à température ambiante.

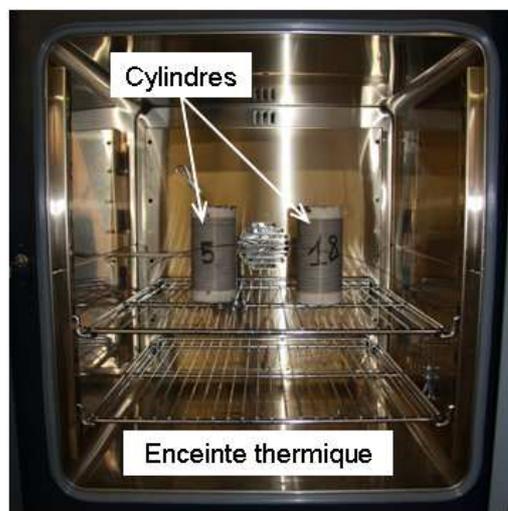


Figure II.35. Vue des deux cylindres placés dans l'enceinte thermique.

Pour le cylindre avec confinement « passif », le même fil d'AMF à l'état austénitique est simplement enroulé sur le cylindre avec le même pas constant de 2mm en utilisant le dispositif présenté dans la Figure II.34.

### II-3.2.1.3. Chargement et capteurs

On estime la force nécessaire pour écraser complètement les cylindres aux alentours de 200 kN. Les tests sont donc réalisés à l'aide d'une machine de compression uniaxiale de capacité 3000 kN. Chaque cylindre à tester doit être bien centré sur la machine et on utilise une rotule au dessus du cylindre pour

s'assurer que l'on a une force uniaxiale. Deux capteurs de déplacement sont utilisés pour mesurer le raccourcissement axial et de deux autres pour mesurer le gonflement radial (Figure II.36). Ces quatre capteurs sont branchés à la même centrale d'acquisition Spider. Les essais sont réalisés en vitesse d'écrasement contrôlée (0,2 mm/min) et sont poursuivis au delà du pic de force jusqu'à atteindre une déformation radiale de 2%. Ce critère permet de limiter le gonflement transversal du cylindre afin d'éviter de détruire le fil d'AMF. Le choix du critère d'arrêt des essais permet d'observer l'évolution du comportement du béton jusqu'à sa rupture.



Figure II.36. Vue du cylindre en béton en cours d'essai avec les capteurs de déplacement.

#### II-3.2.1.4. Définition des paramètres d'analyse

La Figure II.37 présente un exemple de mesures enregistrées au cours d'un essai : la contrainte axiale *versus* la déformation axiale et la déformation radiale du béton.

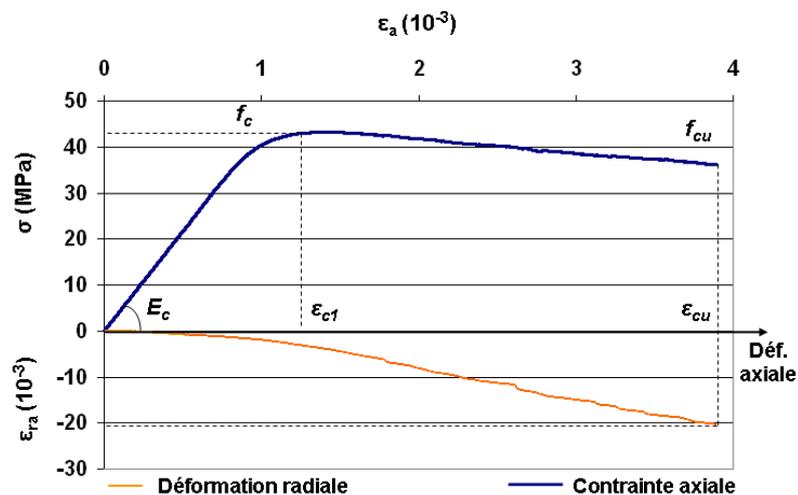


Figure II.37. Définition des paramètres utilisés pour mesurer la performance mécanique d'un échantillon

Voici les valeurs à extraire des mesures :

- la rigidité : module longitudinal d'élasticité  $E_c$
- la résistance : résistance de pic  $f_c$  et déformation de pic  $\varepsilon_{c1}$
- la ductilité : déformation axiale  $\varepsilon_{cu}$  correspondant à 2% de déformation radiale (critère permettant de limiter le gonflement transversal du cylindre afin d'éviter de détruire le fil d'AMF).  $f_{cu}$  est la contrainte correspondante.

On notera  $f_{c0}$ ,  $\varepsilon_{c0}$ ,  $f_{cu0}$  et  $\varepsilon_{cu0}$  les valeurs mesurées pour le cylindre en béton seul (sans fil en AMF).

### II-3.2.2. Résultats

#### II-3.2.2.1. Première analyse visuelle

La Figure II.38 montre l'état d'un « béton non confiné » et d'un « béton confiné actif » à la fin des essais d'écrasement. Dans les deux cas, on observe des fissures longitudinales ainsi qu'un gonflement du cylindre. Cependant, tandis que pour le « béton non confiné », le cylindre est complètement endommagé, pour le « béton confiné actif », le cylindre garde globalement sa structure initiale. Concrètement, on observe de grandes ouvertures de fissure et un gonflement important du béton dans le cas du « béton non confiné ». Les fissures sont « contenues » par la pression radiale exercée par le fil d'AMF dans le cas du cylindre confiné.

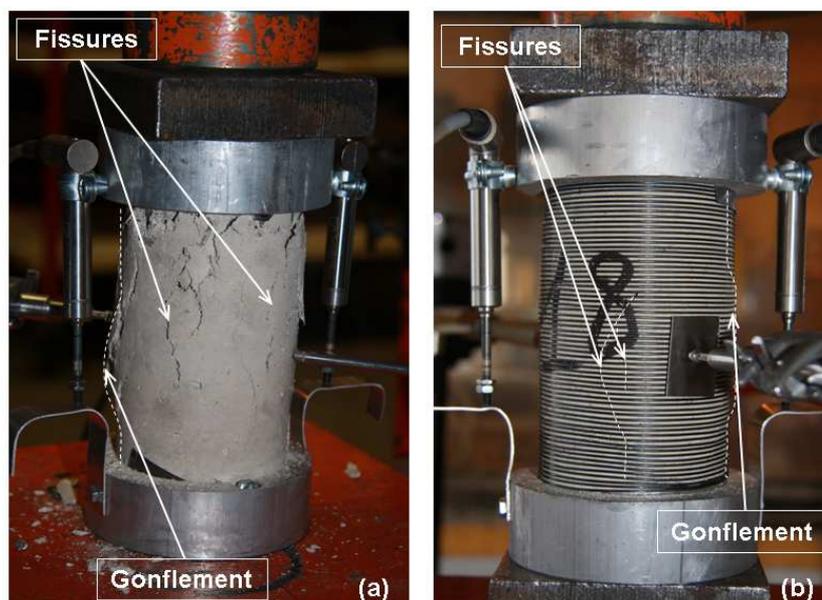


Figure II.38. Exemple d'endommagement du béton après les tests d'écrasement :

a) Béton non confiné ; b) Béton confiné « actif fort »

### II-3.2.2.2. Résultats des mesures

Les contraintes axiales et les déformations radiales mesurées en cours des essais sont présentées sur les Figures II.39 et II.40 pour les quatre cylindres testés. Rappelons que pour chaque cylindre, les mesures sont arrêtées lorsque la déformation radiale atteint la valeur de 2%. Dans la Figure II.39, on observe que les contraintes axiales augmentent et atteignent le pic de contrainte  $f_c$  à 500 secondes environ pour le cylindre confiné « actif fort » et pour le cylindre confiné « passif ». Pour le « béton confiné actif faible », on obtient le pic de contrainte  $f_c$  à 400 secondes. On trouve clairement que le module élastique et le niveau du pic de contrainte pour les « bétons confinés » est plus élevé que celui pour le « béton non confiné ». Au-delà de 500 secondes, les contraintes diminuent jusqu'à  $f_{cu}$ . Cette diminution de la contrainte est due à l'endommagement du béton sous la compression uniaxiale.

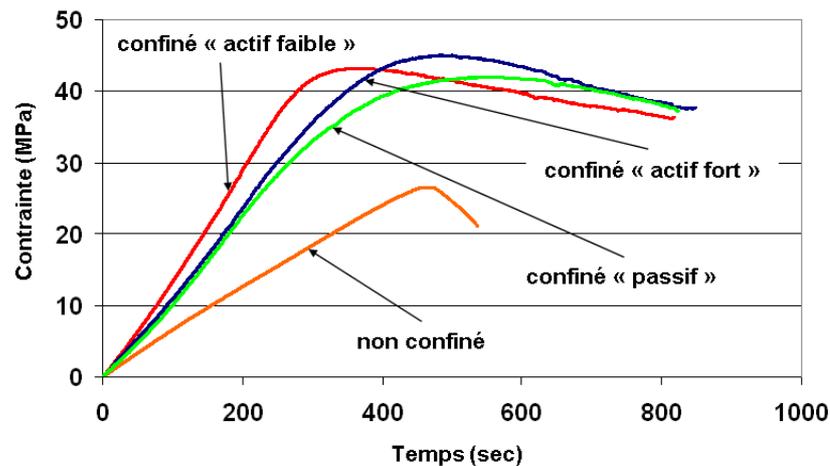


Figure II.39. Evolution des contraintes axiales au cours des essais pour les 4 cylindres.

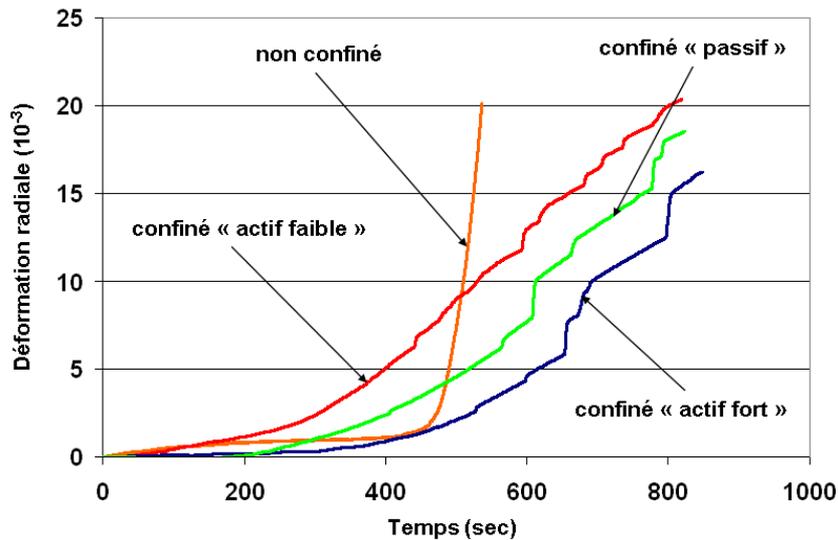


Figure II.40. Evolution des déformations radiales au cours des essais pour les 4 cylindres.

On observe sur la Figure II.40 que les déformations radiales augmentent légèrement à partir de 200 secondes (début de l'endommagement). Pour le « béton non confiné » autour 500 secondes, la déformation radiale augmente très rapidement, ce qui correspond à la rupture. Pour les « bétons confinés », les

déformations radiales augmentent progressivement. Cette augmentation des déformations radiales résulte également de l'endommagement du béton.

### II-3.2.3. Interprétation des résultats

Pour la comparaison entre le « béton confiné » et le « béton non confiné », la Figure II.41 présente la contrainte axiale en fonction de la déformation axiale et de la déformation radiale pour les quatre cylindres testés. Pour chaque cylindre, la ligne pointillée représente le diagramme contrainte axiale - déformation radiale ; la ligne continue représente le diagramme contrainte axiale - déformation axiale. Chacune des courbes présentées sur cette figure peut être analysée selon trois phases :

- La phase initiale correspond au comportement élastique du cylindre. La contrainte axiale augmente très rapidement lorsque la déformation axiale augmente. Durant cette phase, on n'observe pratiquement aucun gonflement (la déformation radiale du béton est quasiment nulle). En comparant le module longitudinal d'élasticité  $E_c$  du béton « non confiné » avec celui du « béton confiné », on voit une augmentation du module élastique  $E_c$  du béton due au confinement.
- La deuxième phase correspond au début de l'endommagement du béton. On observe une incurvation des courbes et un pic de contrainte axiale qui correspond à la résistance du béton. On voit que le confinement (actif ou passif) augmente la résistance de pic  $f_c$  et la déformation de pic  $\varepsilon_{c1}$  du béton par rapport au béton seul.
- Enfin, durant la phase post-pic, une diminution de la contrainte axiale est observée. Ceci correspond à l'endommagement du béton qui provoque une augmentation forte du gonflement des cylindres. On voit ici que la progression de l'endommagement du béton dépend fortement de la présence d'un confinement ou non. Concrètement, pour atteindre la valeur de 2% de déformation radiale, la déformation axiale du « béton non confiné » atteint la valeur de  $2 \times 10^{-3}$  ( $\varepsilon_{cu0}$ ) tandis que celle des « bétons confinés » atteint la valeur de  $4 \times 10^{-3}$  ( $\varepsilon_{cu}$ ). De plus, à la fin des essais, le « béton confiné » supporte encore une assez grande valeur de chargement ( $f_{cu}$ ) car sa structure n'est pas entièrement détruite (voir Figure II.38).

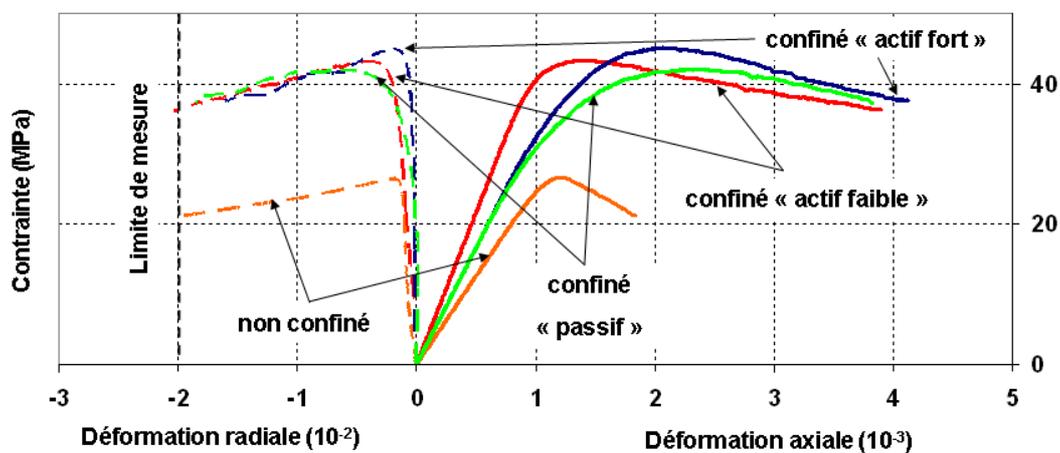


Figure II.41. Diagramme contrainte-déformations pour les quatre cylindres testés (mesures limitées à 2% de déformation radiale).

Ces résultats montrent que la présence du fil en AMF améliore de manière significative la performance mécanique du béton en termes de rigidité, de résistance et de ductilité.

Afin d'estimer l'influence de l'effet du confinement actif sur la performance mécanique du béton, on compare la réponse du « béton confiné passif » avec celle du « béton confiné actif ». Les valeurs des  $f_c$ ,  $\varepsilon_{cl}$ ,  $f_{cu}$  et  $\varepsilon_{cu}$  pour les trois cylindres confinés sont présentées dans le Tableau II.4, avec pour chacune le ratio rapporté à la valeur correspondante au cylindre non renforcé ( $f_{c0}$ ,  $\varepsilon_{c0}$ ,  $f_{cu0}$ ,  $\varepsilon_{cu0}$ ).

Tableau II.4. Résultats des essais d'écrasement

| Cylindre             | $f_c$<br>(MPa) | $f_c/f_{c0}$ | $\varepsilon_{cl}$ ( $10^{-3}$ ) | $\varepsilon_{cl}/\varepsilon_{c0}$ | $f_{cu}$<br>(MPa) | $f_{cu}/f_{cu0}$ | $\varepsilon_{cu}$ ( $10^{-3}$ ) | $\varepsilon_{cu}/\varepsilon_{cu0}$ |
|----------------------|----------------|--------------|----------------------------------|-------------------------------------|-------------------|------------------|----------------------------------|--------------------------------------|
| non confiné (ref.)   | 26,52          | 1            | 1,21                             | 1                                   | 20,24             | 1                | 1,91                             | 1                                    |
| confiné passif       | 42,04          | 1,59         | 2,33                             | 1,93                                | 37,22             | 1,84             | 3,72                             | 2,31                                 |
| confiné actif fort   | 45,05          | 1,70         | 2,15                             | 1,78                                | 37,62             | 1,86             | 4,12                             | 2,56                                 |
| confiné actif faible | 43,23          | 1,63         | 1,34                             | 1,12                                | 36,28             | 1,79             | 3,89                             | 2,42                                 |

De manière similaire, la Figure II.42 présente la comparaison entre le « confinement actif » et le « confinement passif » en terme d'amélioration de la résistance ( $f_c$ ) et de la ductilité du béton ( $\varepsilon_{cu}$ ).

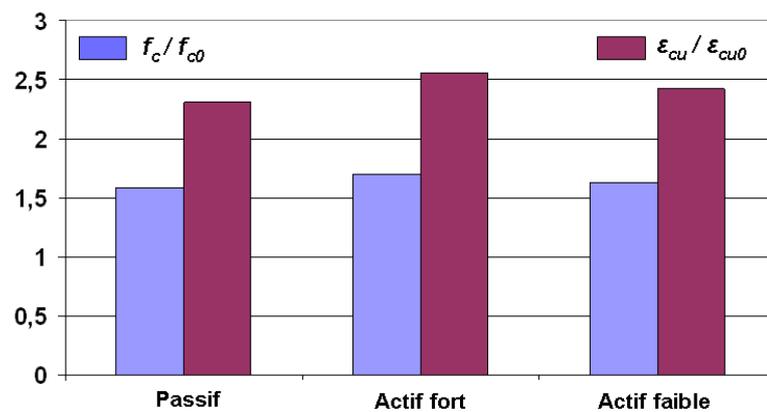


Figure II.42. Comparaison entre le « confinement actif » et le « confinement passif » en terme d'amélioration de la résistance et de la ductilité - Ratios  $f_c/f_{c0}$  et  $\varepsilon_{cu}/\varepsilon_{cu0}$ .

A l'examen des Figures II.41, II.42 et du Tableau II.4, on observe que le « confinement actif » est plus efficace que le « confinement passif » pour améliorer le comportement des cylindres :

- Gain de rigidité ( $E_c$ ) : on observe une élévation significative du module longitudinal d'élasticité pour les trois cylindres renforcés, avec un gain comparable (32%) pour les cas « confinement passif » (fil austénitique) et « confinement actif fort » (fil pré-déformé à  $4,95 \times 10^{-3}$ ), et un gain supérieur (72%) dans le cas « confinement actif faible » (fil pré-déformé à  $10,71 \times 10^{-3}$ ).

- Gain de résistance ( $f_c$ ) : la résistance au pic se trouve fortement améliorée pour les trois cylindres renforcés, ceci malgré la faiblesse de la contrainte de confinement (1,14 à 1,82 MPa selon le cas). En observant la Figure II.42, on constate une cohérence entre le gain maximum de résistance obtenu pour le cas de « confinement actif fort » (fil pré-déformé à  $4,95 \times 10^{-3}$ ) et l'effet de confinement maximal obtenu dans le même cas (voir Figure II.30).
- Déformation au pic ( $\varepsilon_{c1}$ ) : elle se trouve augmentée dans tous les cas, ceci malgré le gain de rigidité mentionné plus haut.
- Gain de ductilité ( $\varepsilon_{cu}$ ) : la présence des fils d'AMF confère aux cylindres renforcés une ductilité importante  $\varepsilon_{cu}$ , accompagnée d'un gain très important de résistance ultime ( $f_{cu}$ ). Il est à noter que l'augmentation de la déformation radiale durant la phase post-pic implique que les fils d'AMF évoluent vers un état de martensite orientée unique correspondant au plateau  $\sigma_{rec}$  de la Figure II-3.1. Ceci explique que les trois cylindres renforcés tendent vers un comportement ultime similaire (cf. Figure II.41).

### ***II-3.2.4. Remarque sur le rôle des blocs en aluminium lors des essais d'écrasement***

#### ***II-3.2.4.1. Contexte***

On explique ici pourquoi les blocs en aluminium sont utiles dans nos essais d'écrasement présentés ci-dessus. Rappelons que dans la plupart des études récentes sur la création du confinement dans des cylindres en béton [II-16 : II-24], l'existence d'un effet de confinement a été appréciée uniquement par des essais d'écrasement. En 2008, Choi et al. [II-16] ont réalisé des essais sur des cylindres qui sont équipés de fils en austénite et en martensite. Les résultats montrent que la présence du fil d'AMF peut augmenter la ductilité du béton mais n'augmente pas la résistance en compression. En 2010, Shin [II-17] et al. et Choi [II-8] et al. ont fait des tests d'écrasement sur des cylindres « confinés actifs » à l'aide de fils d'AMF. Les résultats montrent une diminution forte de la contrainte après le pic  $f_c$  et donc n'établissent pas clairement le rôle du confinement pour l'amélioration des performances du béton.

En observant les échantillons préparés dans les études de Choi [II-16 ; II-8] et Shin [II-17], on constate que l'absence du fil aux deux extrémités des cylindres (zones non enroulées par le fil) s'est accompagnée de la rupture prématurée du béton dans ces zones. En conséquence, ces ruptures prématurées ont rapidement provoqué une rupture globale et ont influencé les résultats. Ceci peut expliquer les résultats inattendus rappelés ci-dessus. Dans ce contexte, l'utilisation d'un dispositif pour protéger les deux extrémités du cylindre dans les essais d'écrasement est nécessaire.

Pour nos essais d'écrasement (présentés dans la Section II-3.2.2), on utilise deux blocs en aluminium qui s'adaptent à la géométrie du cylindre afin de protéger les deux extrémités du cylindre (voir Figure II.31). On expose ici la démarche qui nous a conduit à prévoir ces deux blocs en aluminium. Dans une étude préliminaire, nous avons réalisé deux essais d'écrasement pour deux cylindres non équipés des blocs. Ces deux cylindres sont respectivement en béton non confiné et en béton avec confinement passif. Les résultats obtenus sont discutés et comparés avec les résultats des cylindres équipés de blocs en aluminium pour les cas correspondants (« béton non confiné » et « béton confiné passif »).

#### ***II-3.2.4.2. Analyse visuelle***

La Figure II.43 montre l'endommagement du béton à la fin des tests d'écrasement pour les cylindres non équipés des blocs. En comparant avec les cylindres équipés des blocs (cf. Figure II.38), on observe clairement ici des ruptures prématurées aux deux extrémités des cylindres. Ces ruptures prématurées provoquent ensuite de grandes fissures longitudinales dans les cylindres qui ne sont pas observées dans les cylindres « avec blocs ».

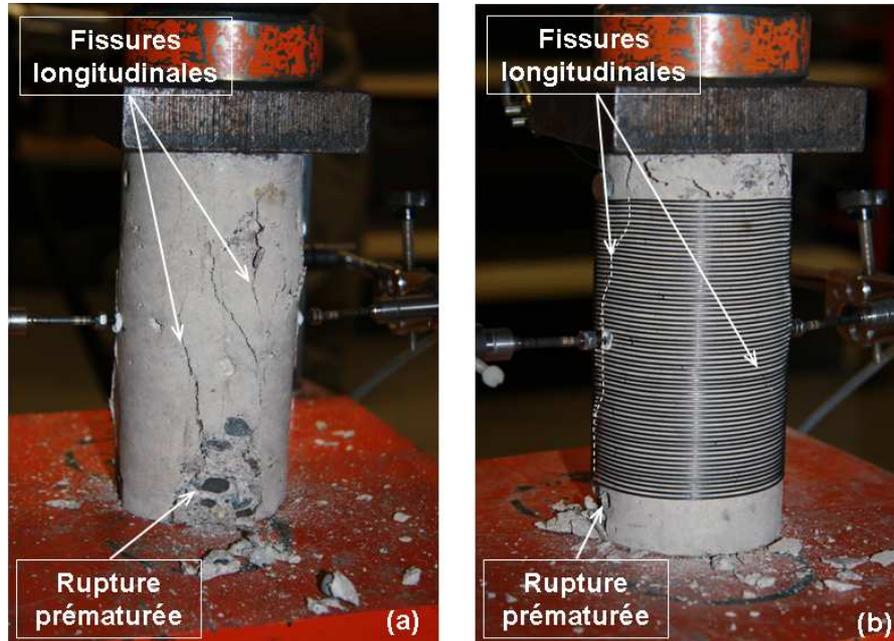


Figure II.43. Endommagement du béton après les tests d'écrasement pour des cylindres non équipés des deux blocs en aluminium : a) Béton seul ; b) Béton confiné passif

#### II-3.2.4.2. Comparaison entre les cylindres « sans blocs » et les cylindres « avec blocs »

##### II-3.2.4.2.1. Pour le béton seul

La Figures II.44 présente des diagrammes contrainte axiale - déformation axiale et déformation radiale - déformation axiale pour le béton seul « sans blocs » et le béton seul « avec blocs ». On observe que la présence des blocs en aluminium n'influence pas la rigidité ( $E_c$ ) et la résistance ( $f_c$ ) du béton mais améliore la ductilité ( $\varepsilon_{cu}$ ) du béton :

- Dans le cas « sans blocs », on observe une rupture brutale du béton (Figure II.44-a) avec une forte déformation radiale (Figure II.44-b) après le pic de contrainte (à  $1,2 \times 10^{-3}$  de déformation axiale environ).
- Dans le cas « avec blocs », au-delà du pic de contrainte, la contrainte diminue progressivement et la déformation radiale augmente plus modérément. A  $1,2 \times 10^{-3}$  de déformation axiale (correspondant au pic) la déformation radiale du béton « sans blocs » est vingt fois plus grande que celle du béton « avec blocs ». Lorsque la déformation radiale atteint 2%, on obtient une contrainte axiale de 20 MPa. Ceci veut dire que le béton « avec blocs » peut encore supporter une valeur assez grande de force et n'est pas entièrement détruit comme le béton « sans blocs ».

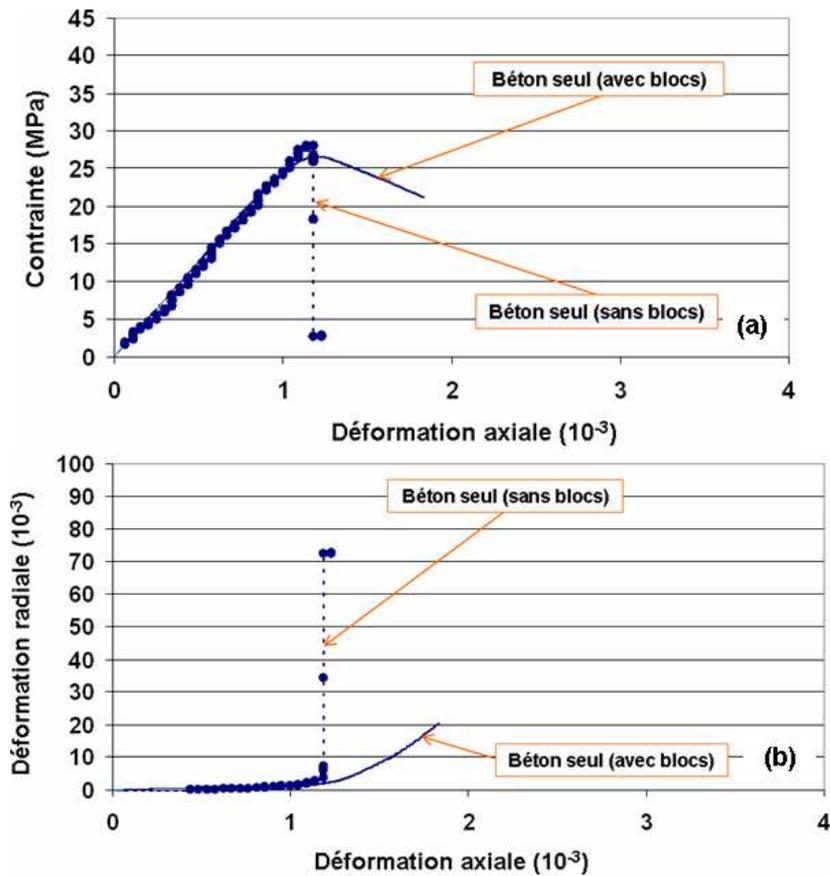


Figure II.44. Comparaison entre le cas « sans blocs » et le cas « avec blocs » pour le béton seul: a) contrainte axiale-déformation axiale ; b) déformation radiale-déformation axiale.

#### II-3.2.4.2.1. Pour le béton « confiné passif »

La Figure II.45 montre les diagrammes contrainte axiale-déformation axiale et déformation radiale-déformation axiale pour le béton confiné passif « sans blocs » et « avec blocs ». A l'examen de cette figure, on observe que la présence des blocs en aluminium influence le comportement des cylindres confinés, de la manière suivante :

- Gain de rigidité ( $E_c$ ) : on voit une augmentation de 52% de la rigidité dans le cas du cylindre confiné « avec blocs » (cf. Figure II.45-a).
- Gain de résistance ( $f_c$ ) : on obtient un léger gain de résistance au pic  $f_c$  du béton confiné dans le cas « avec blocs » par rapport au cas « sans blocs ».
- Déformation au pic ( $\epsilon_{cl}$ ) : on voit que le pic du béton confiné « sans blocs » (correspondant à  $\epsilon_{cl} = 1,81 \times 10^{-3}$ ) est obtenu plus tôt que celui du béton confiné « avec blocs » (correspondant à  $\epsilon_{cl} = 2,33 \times 10^{-3}$ ).
- Phase post-pic ( $f_{cu}$  et  $\epsilon_{cu}$ ) : dans le cas « sans blocs », on observe une diminution forte de contrainte dans la phase post-pic. Effectivement, on obtient  $f_{cu} = 46\% f_c$ . Cependant, dans le cas

« avec blocs », on trouve  $f_{cu} = 89\% f_c$ . Cette diminution importante de la contrainte du cas « sans blocs » durant la phase post-pic résulte de la rupture prématurée dans les zones d'extrémités non confinées (voir Figure II.43-b).

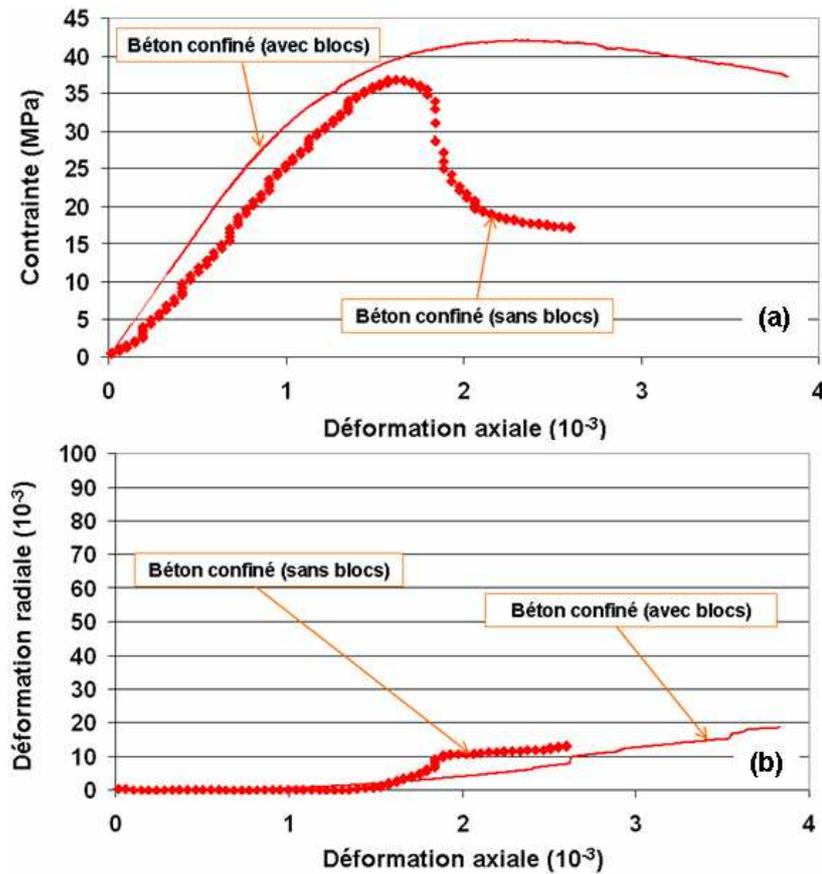


Figure II.45. Comparaison entre le cas « sans blocs » et le cas « avec blocs » pour le béton « confiné passif » : a) contrainte axiale-déformation axiale ; b) déformation radiale-déformation axiale.

En conclusion, l'utilisation des blocs en aluminium nous a permis d'éviter des incertitudes causées par la rupture prématurée du béton dans les zones d'extrémités non renforcées (ce que l'on observe dans les études récentes [II-16] ; [II-17] et [II-8]). En l'absence de blocs, le comportement post-pic des cylindres renforcés se rapproche de celui du cylindre non renforcé du fait de la rupture prématurée des zones d'extrémités. En outre, la présence des blocs ne modifie pas la résistance du cylindre non renforcé. On peut donc en conclure que l'utilisation des blocs ne modifie pas les résistances mesurées, mais qu'elle permet au comportement post-pic de s'exprimer totalement dans le cas des cylindres renforcés.

### II-3.4. Conclusion

L'effet de confinement actif sur le comportement de cylindres en béton équipés de fils d'AMF a été examiné dans la présente étude. Les principaux résultats du Chapitre II-3 sont résumés dans les points suivants :

- La création d'un confinement actif permanent dans des cylindres en béton à température ambiante par utilisation de fils d'AMF a été rendue possible par le choix d'un fil en Ni-Ti avec des températures de transformation appropriées. Les fils d'AMF doivent être étirés, puis être

enroulés sur les cylindres à l'état martensitique avant d'être chauffés pour obtenir un effet de confinement.

- L'influence de la pré-déformation  $\varepsilon_{mar}$  des fils d'AMF sur l'effet de confinement final dans les cylindres est mise en évidence par les résultats expérimentaux. Cependant, le comportement du fil enroulé sur le cylindre est très différent de celui du fil droit testé séparément. Cela signifie que la contrainte de confinement ne dépend pas seulement de  $\varepsilon_{mar}$  mais aussi de la courbure imposée au fil lors de l'enroulement autour du cylindre.
- Les essais d'écrasement montrent que le confinement à l'aide de fils d'AMF permet d'améliorer le comportement des cylindres de manière très significative. Le confinement actif s'avère plus efficace que le confinement passif. Concrètement, le confinement actif peut augmenter de 70% la résistance et de 150% la ductilité du béton.
- L'utilisation de blocs de protection aux extrémités des cylindres renforcés est nécessaire pour éviter les ruptures prématurées et permettre ainsi d'observer l'intégralité du comportement post-pic.

# **Partie III :**

## **Modélisations et analyse**

- Chapitre III.1 – *Modélisation thermomécanique du comportement de l'AMF utilisé*
- Chapitre III.2 – *Identification des paramètres et validation expérimentale des modèles*
- Chapitre III.3 – *Simulation de la création d'états de précontraintes dans les composants en béton*



# Chapitre III-1 : Modélisation thermomécanique du comportement de l'AMF utilisé

## III-1.0. Introduction

Dans le cadre de cette thèse, un modèle doit être développé pour analyser les résultats expérimentaux présentés dans la seconde partie de ce mémoire. En particulier, on a vu que pour créer des états de précontrainte dans des composants tels que des poutrelles (cf. Chapitre II-2) et des cylindres (cf. Chapitre II-3), il faut :

- étirer les fils à l'état martensitique
- enrouler les fils à l'état martensitique autour des cylindres
- chauffer les fils pour activer l'effet mémoire.

Le modèle développé devra donc être adapté aux réponses de ces fils sous un chargement en traction-compression ainsi que durant l'activation thermique de l'effet mémoire. Le but ici est de mettre en place deux modèles thermomécaniques du comportement de l'AMF : tout d'abord, un **modèle A** qui doit permettre de simuler le comportement en traction-compression à l'état martensitique pour l'étirement et l'enroulement du fil – ensuite, un **modèle B** qui doit permettre de modéliser la transformation  $A \leftrightarrow M$  pour la création de forces par activation de l'effet mémoire. La Figure III.1 détaille les transformations de phases impliquées dans les deux modèles A et B :

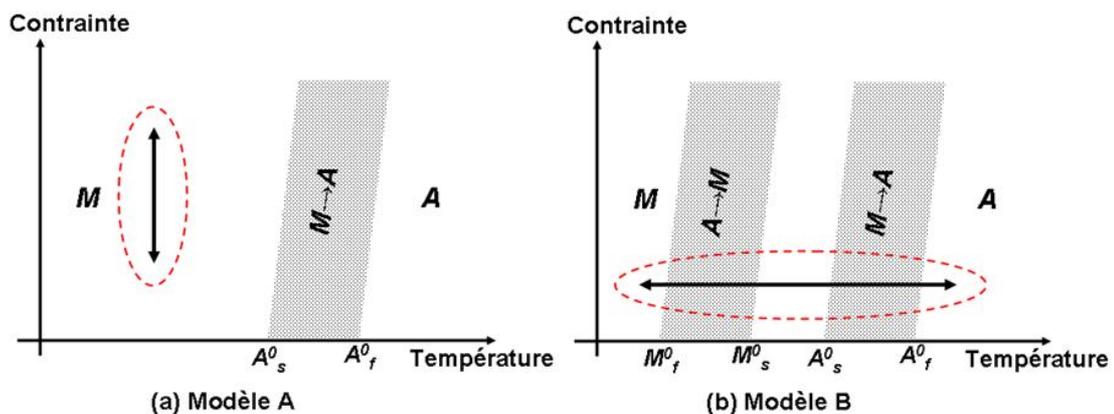


Figure III.1. Transformations de phase impliquées dans les modèles : a) Modèle A : transformation martensite auto-accommodante  $\leftrightarrow$  martensite orientée ; b) Modèle B : transformation austénite  $\leftrightarrow$  martensite.

Les deux modèles A et B présentés dans ce chapitre sont basés sur le modèle de Leclercq et al. [III-1]. Ce modèle a été présenté dans la Partie I (cf. Chapitre I-4, Section I-4.2). Le Chapitre III-1 est structuré selon le plan suivant :

- Section III-1.1 – *modèle A (traction-compression à l'état martensitique)* : description du modèle de comportement en traction-compression de l'AMF à l'état **martensitique**. Ce modèle prend en compte l'asymétrie traction-compression de la réponse de l'AMF, qui est un phénomène classiquement observé dans ces matériaux.

- Section III-1.2 – *modèle B (création de force par activation de l'effet mémoire)* : description du modèle thermomécanique du comportement en traction de l'AMF pour **des transformations A ↔ M**. Le modèle sera utilisé pour analyser la création de contraintes dans des fils en AMF par activation de l'effet mémoire.

### III-1.1. Modèle A (traction-compression à l'état martensitique)

#### III-1.1.0. Introduction

Dans cette section, un modèle de loi de comportement en traction-compression uniaxiale de l'AMF à l'état martensitique est présenté :

- Section II-1.1.1 : description du modèle A.
- Section II-1.1.2 : mise en œuvre du modèle A.

#### III-1.1.1. Description du modèle A

##### III-1.1.1.1. Contexte expérimental pour le modèle

Au cours des deux dernières décennies, de nombreux modèles ont été mis en place pour décrire le comportement en traction-compression des AMF [III-2 –III-10]. Cependant, ces modèles considèrent seulement le comportement de superélasticité à partir d'un état initial austénitique. Concernant la réponse à l'état martensitique, plusieurs études expérimentales ont été réalisées [III-11-III-15]. En 1997, des essais de flexion sur un fil martensitique ont été réalisés par H. Tobushi et al. [III-11]. En 1998, Y. Liu et al. [III-12 - III-14] ont présenté des résultats expérimentaux obtenus lors d'essais cycliques en traction-compression sur une barre en Ni-Ti à l'état martensitique (Figure III.2-a). Les résultats de tests de flexion sur une barre martensitique réalisés par M. Dolce et al. en 2005 (Figure III.2-b) peuvent être également cités [III-15].

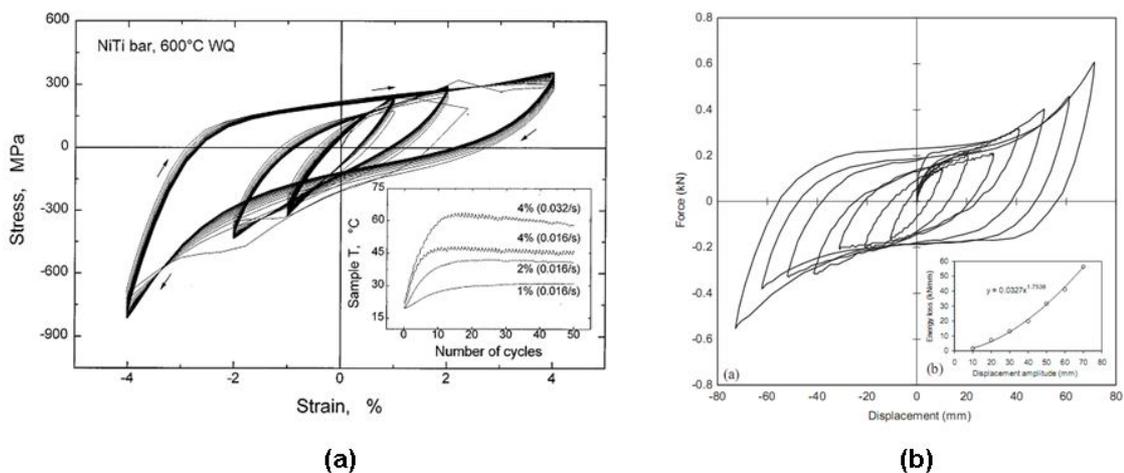


Figure III.2. Contexte expérimental pour la modélisation : a) Essai cyclique sur une barre en Ni-Ti à l'état martensitique [III-12-III-14] ; b) Essai de flexion cyclique sur une barre martensitique [III-15].

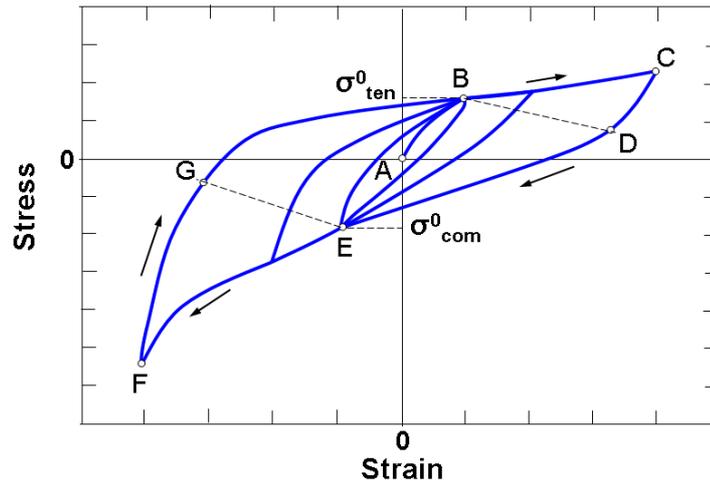


Figure III.3. Schématisation proposée du diagramme contrainte-déformation à l'état martensitique [III-16].

La Figure III.3 présente la schématisation du diagramme contrainte-déformation proposée dans le cadre de la présente étude pour un AMF en Ni-Ti à l'état martensitique sous traction-compression. Ce diagramme est basé sur nos essais en traction-compression cyclique réalisés sur des fils en Ni-Ti de diamètre 3mm (détaillés dans la Partie II, Chapitre II-1, Section II-1.2.2) et sur des résultats expérimentaux trouvés dans la littérature (cf. Figure III.2). Trois remarques principales peuvent être faites :

- L'AMF reste entièrement à l'état martensitique durant le chargement en traction-compression. Ceci suppose que la température ambiante reste inférieure à la température *Austénite start*  $A_s^0$  de l'AMF utilisé. En fonction de la contrainte, les proportions de martensite orientée et de martensite auto-accommodante changent au cours du cycle.
- L'asymétrie entre traction et compression est prise en compte. Concrètement, pour une même valeur absolue de la déformation, la valeur absolue de la contrainte en compression est plus élevée que celle en traction.
- Les points B et E correspondent respectivement aux contraintes seuils de la réorientation de martensite auto-accommodante en traction et en compression. Ces deux seuils sont nommés  $\sigma_{tra}^0$  et  $\sigma_{com}^0$ , respectivement. On suppose qu'au déchargement, toutes les courbes convergent vers les points B et E.
- Les lignes pointillées BD et EG correspondent aux seuils de « désorientation » de la martensite au déchargement en traction et en compression, respectivement.

### III-1.1.1.2. Présentation du modèle

On présente ici le modèle de traction-compression basé sur le modèle de LExcellent et al. [III-1, III-18 et III-19]. En supposant que la température ambiante reste inférieure à la température « *Austénite start* »  $A_s^0$ , l'AMF est donc à l'état martensitique pour tous les niveaux de contrainte donnée (voir Figure III.1). Cette section est structurée selon le plan suivant :

- III-1.1.1.2.1. Bases thermomécaniques

- III-1.1.1.2.2. Adaptation du modèle de Lexcellent et al. au cas de la traction-compression uniaxiale

### III-1.1.1.2.1. Bases thermomécaniques

La base thermomécanique complète du modèle de Lexcellent et al. a été présentée dans la Partie I, Chapitre I-4, avec des détails complémentaires à l'**Annexe 1**. Ici, on présente une adaptation de cette base au cas particulier de notre étude.

Rappelons que le modèle de Lexcellent et al. utilise la déformation  $\bar{\varepsilon}$ , la température  $T$  et les fractions volumiques de martensite. Cependant, à l'état purement martensitique à température ambiante constante (inférieure à  $A_s^0$ ), ce modèle considère que l'état d'équilibre d'un volume représentatif de l'AMF est seulement défini par les variables d'état suivantes : le tenseur de déformation totale macroscopique  $\underline{\varepsilon}$  et la fraction volumique de martensite orientée :  $z_\sigma$ . La fraction totale de martensite est toujours égale à 1. Il en résulte que la fraction volumique de martensite auto-accommodante, désignée par  $z_{self}$  s'obtient par :

$$z_{self} = 1 - z_\sigma \quad (\text{III-1.1})$$

On suppose que la déformation totale macroscopique  $\underline{\varepsilon}$  est la somme de la déformation élastique  $\underline{\varepsilon}^e$  et la déformation macroscopique de transformation  $\underline{\varepsilon}^{tr}$  :

$$\underline{\varepsilon} = \underline{\varepsilon}^e + \underline{\varepsilon}^{tr} \quad (\text{III-1.2})$$

La déformation élastique  $\underline{\varepsilon}^e$  est une fonction linéaire du tenseur de contrainte  $\underline{\sigma}$ . La déformation macroscopique de transformation  $\underline{\varepsilon}^{tr}$  est égale à zéro lorsque l'AMF est à l'état de martensite auto-accommodante ( $z_\sigma = 0$ ) et elle évolue d'une manière proportionnelle à  $z_\sigma$  (cf. Partie I, Section I-4.4).

Dans la bibliographie (cf. Partie I, Chapitre I-4), chaque description des modèles macroscopiques est basée sur l'écriture d'un potentiel thermodynamique. Ici, le potentiel choisi dans le modèle de Lexcellent est l'énergie libre de Helmholtz pour un système triphasé : austénite, martensite auto-accommodante et martensite orientée [III-1]. En l'absence d'austénite, l'expression de l'énergie libre de Helmholtz  $\phi$  se réduit à :

$$\phi = z_{self} \phi^{self} + z_\sigma \phi^\sigma + z_{self} z_\sigma \phi_{it}^m \quad (\text{III-1.3})$$

Dans l'équation précédente,  $\phi^{self}$  et  $\phi^\sigma$  sont respectivement l'énergie libre de la martensite auto-accommodante et celle de la martensite orientée. Leurs expressions s'écrivent de manière classique en fonction des variables d'état (voir Partie I, Chapitre I-4, Section I-4.2.2). L'« énergie d'interaction »,  $\phi_{it}^m$  est une constante dépendant du matériau. Elle permet de décrire l'interaction entre les différents types de martensite.

Ici, l'AMF reste toujours à l'état martensitique, donc le changement de phase est uniquement lié la réorientation de martensite. De l'équation III-1.1, il vient :

$$\dot{z}_\sigma = -\dot{z}_{self} \quad (\text{III-1.4})$$

L'inégalité de Clausius-Duhem présentée dans la Ref. [III-1] s'écrit :

$$\pi_{T\sigma}^f \dot{z}_\sigma \geq 0 \quad (\text{III-1.5})$$

où la force thermodynamique  $\pi_{T\sigma}^f$  s'écrit :

$$\pi_{T\sigma}^f = \frac{\gamma_\sigma}{\rho} (\bar{\sigma} - \sigma_s) \quad (\text{III-1.6})$$

$\gamma_\sigma$  est la déformation pseudoélastique uniaxiale maximale ;  $\rho$  est la masse volumique ;  $\bar{\sigma}$  est la contrainte équivalente de von Mises. La contrainte seuil  $\sigma_s$  est définie par :

$$\sigma_s = \frac{\rho (z_{self} - z_\sigma) \phi_{it}^m}{\gamma_\sigma} \quad (\text{III-1.7})$$

En observant l'Equation III-1.5, on trouve que  $\dot{z}_\sigma = 0$  lorsque  $\pi_{T\sigma}^f \leq 0$  ou plus exactement lorsque  $\bar{\sigma} \leq \sigma_s$  (voir Eq. III-1.6). Dans la Ref. [III-1],  $\pi_{T\sigma}^f = 0$  correspond à « l'instabilité de l'état d'équilibre de deux phases ». En conclusion, la fraction volumique de martensite orientée ne peut pas évoluer tant que la contrainte équivalente de von Mises  $\bar{\sigma}$  ne dépasse pas la contrainte limite  $\sigma_s$  définie par Eq.III-1.7.

Les expressions ci-dessus ne tiennent pas compte de l'asymétrie de traction-compression. Il est donc nécessaire de compléter cette approche afin de prendre en compte cette propriété spécifique dans le cas de chargement uniaxial.

### III-1.1.1.2.2. Adaptation du modèle de L'excellent et al. au cas de la traction-compression uniaxiale

A partir de la section précédente, des hypothèses supplémentaires sont introduites pour prendre en compte l'asymétrie traction-compression. Un système de trois phases est considéré : martensite auto-accommodante, martensite orientée en traction et martensite orientée en compression. L'existence de différents types de martensite dépendant du mode de chargement est cohérente avec les observations microscopiques. Celles-ci montrent que les mécanismes de déformation à l'état martensitique sont différents en traction et en compression [III-13]. Donc, deux variables d'état sont considérées pour définir la fraction volumique de martensite orientée :  $z_{ten}$  en traction et  $z_{com}$  en compression, respectivement. Ici, on suppose qu'il est impossible d'avoir simultanément  $z_{ten} \neq 0$  et  $z_{com} \neq 0$ . C'est-à-dire qu'il ne peut pas y avoir un mélange de martensite orientée en traction et en compression. Donc, la martensite orientée peut être représentée par une de ces deux variables :  $z_{ten}$  ou  $z_{com}$  mais pas les deux. Les variables  $z_\sigma$  s'écrit donc :

$$z_{\sigma} = z_{ten} \quad (\text{en traction}) \quad (\text{III-1.8})$$

$$z_{\sigma} = z_{com} \quad (\text{en compression}) \quad (\text{III-1.9})$$

De même, deux valeurs différentes sont introduites pour la déformation pseudoélastique uniaxiale totale  $\gamma_{\sigma}$ , afin de prendre en compte l'asymétrie du comportement en traction-compression :  $\gamma_{ten} > 0$  en traction uniaxiale et  $\gamma_{com} < 0$  en compression uniaxiale, respectivement. Donc, la déformation de transformation  $\varepsilon^{tr}$  s'écrit :

$$\begin{cases} \varepsilon^{tr} = \gamma_{ten} z_{ten} & (\text{en traction}) \\ \varepsilon^{tr} = \gamma_{com} z_{com} & (\text{en compression}) \end{cases} \quad (\text{III-1.10})$$

Dans le cas d'un chargement uniaxial, la contrainte équivalente de von Mises  $\bar{\sigma}$  est égale à la contrainte uniaxiale  $\sigma$ . Suite à la discussion du signe dans l'Equation III-1.5, la fraction volumique de martensite orientée  $z_{\sigma}$  n'évolue pas jusqu'à ce que la contrainte uniaxiale  $\sigma$  dépasse la contrainte limite  $\sigma_s$  obtenue dans l'Equation III-1.7. En écrivant que la fraction totale de martensite est égale à 1, la contrainte limite  $\sigma_s$  s'écrit :

$$\sigma_s = \frac{\rho(1-2z_{\sigma})\phi_{it}^m}{\gamma_{\sigma}} \quad (\text{III-1.11})$$

En appliquant l'Equation III-1.11 pour  $z_{\sigma} = 0$ , on obtient respectivement deux contraintes seuils de réorientation de la martensite en traction uniaxiale  $\sigma_{ten}^0$  et en compression uniaxiale  $\sigma_{com}^0$  :

$$\sigma_{ten}^0 = \frac{\phi_{it}^m \rho}{\gamma_{ten}} \quad \text{et} \quad \sigma_{com}^0 = \frac{\phi_{it}^m \rho}{\gamma_{com}} \quad (\text{III-1.12})$$

Lorsque la contrainte dépasse le seuil de réorientation  $\sigma_{ten}^0$  (ou  $\sigma_{com}^0$ ), de la martensite orientée est créée. L'Equation III-1.11 devient :

$$\begin{cases} \sigma_s = (1-2z_{ten})\sigma_{ten}^0 & (\text{en traction}) \\ \sigma_s = (1-2z_{com})\sigma_{com}^0 & (\text{en compression}) \end{cases} \quad (\text{III-1.13})$$

On remarque qu'à partir de l'Equation III-1.12, on peut estimer la valeur de la constante dépendante du matériau  $\phi_{it}^m$  :

$$\phi_{it}^m = \frac{\gamma_{ten} \sigma_{ten}^0}{\rho} = \frac{\gamma_{com} \sigma_{com}^0}{\rho} \quad (\text{III-1.14})$$

Cette expression traduit l'existence du coefficient d'asymétrie traction-compression  $n$  proposé dans la Ref. [III-19]. Compte tenu de l'Equation III-1.12, l'expression de ce coefficient est donnée par :

$$n = \left| \frac{\sigma_{com}^0}{\sigma_{ten}^0} \right| = \left| \frac{\gamma_{ten}}{\gamma_{com}} \right| \quad (\text{III-1.15})$$

La valeur de 1,5 a été obtenue pour le coefficient  $n$  dans les essais de traction-compression sur les fils en Ni-Ti à l'état martensitique (cf. Partie II, Chapitre II-1, Section II-1.2.2.2). Ce résultat expérimental est en accord avec la Ref. [III-20].

Enfin, les lois d'évolution de  $z_{self}$ ,  $z_{ten}$  et  $z_{com}$  en fonction de la contrainte uniaxiale  $\sigma$  peuvent être dérivées des lois de la thermodynamique (cf. Partie I, Chapitre I-4). Les expressions obtenues dépendent du type de transformation de phase :

- En présence de la martensite orientée en traction ( $z_{ten} \geq 0$  et  $z_{com} = 0$ )

$$\begin{cases} \dot{z}_{ten} = (1 - z_{ten}) \frac{\gamma_{ten} a^{T\sigma}}{\rho \Delta s^*} \dot{\sigma} \\ \dot{z}_{self} = -\dot{z}_{ten} \end{cases} \quad \text{durant le chargement, pour } \sigma \geq \sigma_{ten}^0 \text{ et } \dot{\sigma} > 0 \quad (\text{III-1.16})$$

$$\begin{cases} \dot{z}_{ten} = (1 - z_{ten}) \frac{\gamma_{ten} a_{unload}^{T\sigma}}{\rho \Delta s^*} \dot{\sigma} \\ \dot{z}_{self} = -\dot{z}_{ten} \end{cases} \quad \text{durant la décharge, pour } \sigma \leq \sigma_s \text{ et } \dot{\sigma} < 0 \quad (\text{III-1.17})$$

- En présence de la martensite orientée en compression ( $z_{com} \geq 0$  et  $z_{ten} = 0$ )

$$\begin{cases} \dot{z}_{com} = (1 - z_{com}) \frac{|\gamma_{com}| a^{T\sigma}}{\rho \Delta s^*} \dot{\sigma} \\ \dot{z}_{self} = -\dot{z}_{com} \end{cases} \quad \text{durant le chargement, pour } |\sigma| \geq |\sigma_{com}^0| \text{ et } |\dot{\sigma}| > 0 \quad (\text{III-1.18})$$

$$\begin{cases} \dot{z}_{com} = (1 - z_{com}) \frac{|\gamma_{com}| a_{unload}^{T\sigma}}{\rho \Delta s^*} \dot{\sigma} \\ \dot{z}_{self} = -\dot{z}_{com} \end{cases} \quad \text{durant la décharge, pour } |\sigma| \leq |\sigma_s| \text{ et } |\dot{\sigma}| < 0 \quad (\text{III-1.19})$$

où  $a^{T\sigma}$  et  $\Delta s^*$  sont des paramètres du matériau. Ces paramètres seront identifiés à partir d'essais (cf. Chapitre III-2, Section III-2.1).

Dans les Equations III-1.17 et III-1.19,  $a_{unload}^{T\sigma}$  dépend de l'état de transformation de phase. En fait, afin d'assurer l'hypothèse introduite plus haut (cf. §III-1.1.1.1.1) que toutes les courbes de déchargement convergent vers le point E (en traction  $\rightarrow$  compression) ou vers le point B (en compression  $\rightarrow$  traction), il est

nécessaire de donner à la constante  $a_{unload}^{T\sigma}$  une valeur qui dépend de la fraction volumique de martensite existante au début du déchargement. La valeur de  $a_{unload}^{T\sigma}$  peut être obtenue en intégrant l'équation différentielle III-1.17 ou III-1.19 avec les conditions limites correspondant aux point D et E (en traction  $\rightarrow$  compression) ou aux points G et B (en compression  $\rightarrow$  traction), ce qui donne :

$$a_{unload}^{T\sigma} = \frac{\rho \Delta s^* \ln(1 - z_{\sigma})}{\gamma_{\sigma} (\sigma_{\sigma}^0 - \sigma_s)} \quad (\text{III-1.20})$$

Ici, l'indice  $\sigma$  dans les symboles  $\sigma_{\sigma}^0$ ,  $z_{\sigma}$  et  $\gamma_{\sigma}$  utilisés dans l'Equation III-1.20 doit être remplacé par *ten* pour le cas de la traction et *com* pour le cas de la compression, respectivement.

### III-1.1.2. Mise en œuvre du modèle A

#### III-1.1.2.1. Présentation

Dans la présente section, on applique le modèle A pour simuler le comportement de l'AMF soumis à un cycle de traction-compression. La Figure III.4 décrit les différentes étapes de la procédure et le résultat de l'application du modèle A (les repères sont les mêmes que ceux employés à la Figure III.3).

Chaque étape de la procédure de chargement-déchargement est définie comme ceci :

- *Etat initial (Point A)* : à contrainte nulle, l'AMF est entièrement à l'état de martensite auto-accommodante.
- *De A à C* : chargement en traction.
  - ✓ Le comportement sur le trajet de A à B est purement élastique. L'AMF est entièrement à l'état de martensite auto-accommodante sur ce trajet.
  - ✓ Le point B correspond à la contrainte seuil de la réorientation martensitique en traction uniaxiale  $\sigma_{tra}^0$ . Le trajet de B à C correspond à la création de martensite orientée en traction.
- *De C à F* : déchargement et ensuite chargement en compression.
  - ✓ Le comportement sur le trajet de C à D est purement élastique. Le point D correspond au début de la désorientation de la martensite.
  - ✓ Le trajet de D à E correspond à la disparition progressive de la martensite orientée en traction. L'AMF revient complètement à l'état de martensite auto-accommodante au point E.
  - ✓ Le trajet de E à F correspond à la création de martensite orientée en compression.

- De F à B : déchargement puis chargement en traction.
  - ✓ Le comportement sur le trajet de F à G est purement élastique. Le point G correspond au début de la désorientation de la martensite.
  - ✓ Le trajet de G à B correspond à la disparition progressive de la martensite orientée en compression. L'AMF revient complètement à l'état de martensite auto-accommodante au point B.

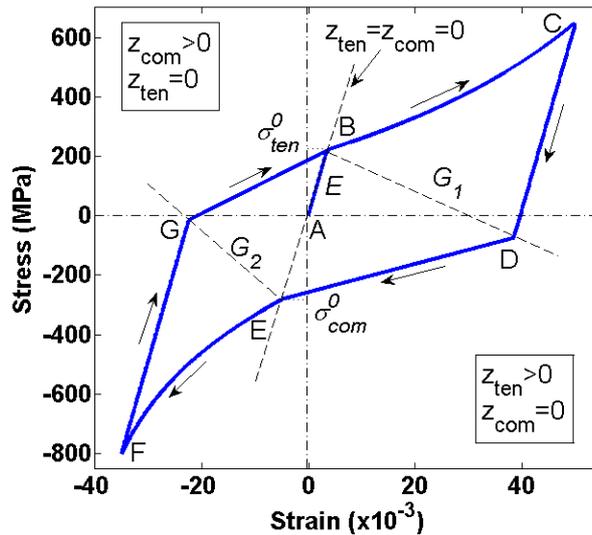


Figure III.4. Diagramme contrainte-déformation de l'AMF à l'état martensitique obtenu par le modèle A pour un cycle complet de traction-compression [III-16].

Comme le chargement est uniaxial, une version unidimensionnelle du modèle est utilisée avec les variables :  $E$ ,  $\varepsilon$  et  $\sigma$  qui représentent respectivement, le module d'Young, la déformation et la contrainte dans la direction du chargement. La relation entre la contrainte et la déformation est donnée par :

$$\sigma = E(\varepsilon - \gamma_{\sigma} z_{\sigma}) \quad (\text{III-1.21})$$

En observant la Figure III.4, deux remarques importantes peuvent être faites :

- La ligne AB est nommée « ligne auto-accommodante ». Sa pente correspond au module d'Young  $E$ . Sur cette ligne, les deux fractions volumiques de martensite orientée  $z_{ten}$  et  $z_{com}$  sont égales à zéro. Dans le demi-plan situé à droite de cette ligne,  $z_{ten}$  est non nulle tandis que  $z_{com}$  est nulle. Ce demi-plan décrit uniquement l'évolution de la martensite orientée en traction. En revanche, dans le demi-plan situé à gauche, on a  $z_{com} > 0$  et  $z_{ten} = 0$ . Dans ce demi-plan, seule la martensite orientée en compression évolue en fonction de chargement.
- Les deux droites pointillées de pentes négatives  $G_1$  et  $G_2$  définissent le changement de module tangent durant la décharge. Ces lignes qui correspondent à « l'instabilité de l'état d'équilibre de

deux phases », se définissent par  $\pi_{T\sigma}^f = 0$ . Plus exactement, les expressions de ces deux droites sont obtenues en partant des Equations III-1.6 et III-1.21 avec la condition  $\pi_{T\sigma}^f = 0$  :

$$\begin{cases} \varepsilon = \frac{\sigma}{G_1} + \frac{\gamma_{ten}}{2} & (\text{en traction}) \\ \varepsilon = \frac{\sigma}{G_2} + \frac{\gamma_{com}}{2} & (\text{en compression}) \end{cases} \quad (\text{III-1.22})$$

où les deux pentes  $G_1$  et  $G_2$  sont définies par :

$$G_1 = \frac{-2\sigma_{ten}^0}{\left[ \gamma_{ten} - \frac{-2\sigma_{ten}^0}{E} \right]} \quad \text{et} \quad G_2 = \frac{-2\sigma_{com}^0}{\left[ \gamma_{com} - \frac{-2\sigma_{com}^0}{E} \right]} \quad (\text{III-1.23})$$

### III-1.1.2.2. Description détaillée de la réponse de l'AMF

Dans la présente section, la réponse de l'AMF durant chaque étape de la procédure de chargement cyclique de traction-compression présentée ci-dessus est détaillée.

#### Etat initial (point A) :

A l'état de contrainte nulle, l'AMF est entièrement à l'état de martensite auto-accommodante. Donc, l'état au point A est simplement défini par :

$$\begin{cases} z_{self}^{(A)} = 1; z_{ten}^{(A)} = 0; z_{com}^{(A)} = 0 \\ \varepsilon^{(A)} = 0 \\ \sigma^{(A)} = 0 \end{cases} \quad (\text{III-1.24})$$

#### de A à B :

La contrainte est inférieure à la contrainte seuil de réorientation de la martensite ( $\sigma < \sigma_{ten}^0$ ). En conséquence, aucune martensite orientée n'est créée dans cette étape. La relation entre la contrainte et la déformation est purement élastique :

$$\sigma = E\varepsilon \quad (\text{III-1.25})$$

L'état du matériau au point B est donné par :

$$\begin{cases} z_{self}^{(B)} = 1; z_{ten}^{(B)} = 0; z_{com}^{(B)} = 0 \\ \varepsilon^{(B)} = \frac{\sigma_{ten}^0}{E} \\ \sigma^{(B)} = \sigma_{ten}^0 \end{cases} \quad (III-1.26)$$

de B à C :

La contrainte dépasse la contrainte seuil de réorientation de la martensite en traction ( $\sigma > \sigma_{ten}^0$ ). De la martensite orientée en traction est donc produite. Les fractions volumiques  $z_{ten}$  et  $z_{self}$  de martensite orientée et de martensite auto-accommodante, respectivement, sont obtenues par l'intégration de l'Equation III-1.16 :

$$\begin{cases} z_{ten} = 1 - \exp\left(-\frac{\gamma_{ten} a^{T\sigma}}{\rho \Delta s^*} \langle \sigma - \sigma_{ten}^0 \rangle\right) \\ z_{self} = 1 - z_{ten} \end{cases} \quad (III-1.27)$$

Dans l'expression ci-dessus, la convention suivante est utilisée :

$$\langle x \rangle = \begin{cases} x \Leftrightarrow x \geq 0 \\ 0 \Leftrightarrow x < 0 \end{cases} \quad (III-1.28)$$

Compte tenu de l'Equation III-1.21, la relation contrainte – déformation s'écrit :

$$\sigma = E(\varepsilon - \gamma_{ten} z_{ten}) \quad (III-1.29)$$

On observe que la valeur de  $z_{ten}$  dépend de  $\sigma$  (cf. Equation III-1.27) qui dépend en retour de  $z_{ten}$  et  $\varepsilon$  (cf. Equation III-1.29). Du point de vue numérique, si le calcul est piloté en déformation, le calcul de trois variables d'état  $z_{ten}$ ,  $\sigma$  et  $\varepsilon$  doit donc être mené de manière itérative. En pratique, un critère de convergence est appliqué sur la valeur de  $z_{ten}$ .

Pour conclure, l'état du matériau au point C est définie par :

$$\left\{ \begin{array}{l} z_{self}^{(C)} = 1 - z_{ten}^{(C)} \\ z_{ten}^{(C)} = 1 - \exp\left(-\frac{\gamma_{ten} a^{T\sigma}}{\rho \Delta s^*} \langle \sigma^{(C)} - \sigma_{ten}^0 \rangle\right) \\ z_{com}^{(C)} = 0 \\ \varepsilon^{(C)} = \frac{\sigma^{(C)}}{E} + \gamma_{ten} z_{ten}^{(C)} \\ \sigma^{(C)} = E \left( \varepsilon^{(C)} - \gamma_{ten} z_{ten}^{(C)} \right) \end{array} \right. \quad (III-1.30)$$

de C à D :

Le point D correspond à une contrainte seuil qui marque le début de la désorientation de la martensite. Ce point D est situé sur la ligne  $G_1$  définie par les Equations III-1.22 et III-1.23. Compte tenu de l'Equation III-1.13, la contrainte au point D est obtenue par l'expression suivante :

$$\sigma_s^{(D)} = (1 - 2z_{ten}^{(C)}) \sigma_{ten}^0 \quad (III-1.31)$$

On remarque que  $\sigma_s^{(D)}$  n'est pas un paramètre matériau puisque sa valeur dépend de la fraction volumique de la martensite orientée atteinte au point C,  $z_{ten}^{(C)}$ .

De C à D, la relation contrainte-déformation s'écrit :

$$\sigma = E \left( \varepsilon - \gamma_{ten} z_{ten}^{(C)} \right) \quad (III-1.32)$$

Puisque les fractions volumiques de martensite  $z_{ten}$ ,  $z_{com}$  et  $z_{self}$  ne changent pas durant cette étape, elles gardent les valeurs obtenues au point C. L'état du matériau au point D s'écrit :

$$\left\{ \begin{array}{l} z_{self}^{(D)} = z_{self}^{(C)} \\ z_{ten}^{(D)} = z_{ten}^{(C)} \\ z_{com}^{(D)} = 0 \\ \varepsilon^{(D)} = \frac{\sigma^{(D)}}{E} \\ \sigma^{(D)} = (1 - 2z_{ten}^{(C)}) \sigma_{ten}^0 = \sigma_s^{(D)} \end{array} \right. \quad (III-1.33)$$

de D à E :

La contrainte est inférieure à la contrainte seuil  $\sigma_s^{(D)}$ , on obtient donc  $\pi_{T\sigma}^f < 0$ . Compte tenu de l'inégalité III-1.5, on doit avoir  $\dot{z}_{ten} < 0$ . Donc, la martensite orientée en traction créée précédemment

disparaît progressivement durant la décharge à partir du point D. Elle est progressivement remplacée par la martensite auto-accommodante. L'évolution des fractions volumiques de martensite est obtenue dans ce cas par l'intégration de l'Equation III-1.17 :

$$\begin{cases} z_{ten} = 1 - (1 - z_{ten}^{(C)}) \exp \left( - \ln(1 - z_{ten}^{(C)}) \left\langle \frac{\sigma - \sigma_s^{(D)}}{\sigma_{com}^0 - \sigma_s^{(D)}} \right\rangle \right) \\ z_{self} = 1 - z_{ten} \end{cases} \quad (III-1.34)$$

Comme pour l'étape de B à C, le calcul est itératif et piloté en déformation avec un critère de convergence appliqué sur  $z_{ten}$ . La relation entre la contrainte et la déformation est la même que celle donnée par l'Equation III-1.29.

Au point E, l'AMF est totalement revenu à l'état de martensite auto-accommodante. En conclusion, on a l'état suivant au point E :

$$\begin{cases} z_{self}^{(E)} = 1; z_{ten}^{(E)} = 0; z_{com}^{(E)} = 0 \\ \varepsilon^{(E)} = \frac{\sigma^{(E)}}{E} \\ \sigma^{(E)} = \sigma_{com}^0 \end{cases} \quad (III-1.35)$$

de E à F :

A partir du point E, la valeur absolue de la contrainte dépasse la contrainte seuil de la réorientation en compression  $|\sigma| \geq |\sigma_{com}^0|$ . De la martensite orientée en compression est donc produite. Les fractions volumiques  $z_{com}$  et  $z_{self}$  de martensite orientée et de martensite auto-accommodante sont obtenues par l'intégration de l'Equation III-1.18:

$$\begin{cases} z_{com} = 1 - \exp \left( - \frac{|\gamma_{com}| a^{T\sigma}}{\rho \Delta s^*} \langle \sigma - \sigma_{com}^0 \rangle \right) \\ z_{self} = 1 - z_{com} \end{cases} \quad (III-1.36)$$

La relation entre la contrainte et la déformation est définie par l'application de l'Equation III-1.21 pour le cas de la compression :

$$\sigma = E(\varepsilon - \gamma_{com} z_{com}) \quad (III-1.37)$$

Comme pour les étapes de B à C et de D à E, le calcul est itératif avec un critère de convergence sur  $z_{com}$  s'il est piloté en déformation. L'état du matériau au point F est donné par :

$$\left\{ \begin{array}{l} z_{self}^{(F)} = 1 - z_{com}^{(F)} \\ z_{ten}^{(F)} = 0 \\ z_{com}^{(F)} = 1 - \exp\left(-\frac{|\gamma_{com}| a^{T\sigma}}{\rho \Delta s^*} \langle \sigma^{(F)} - \sigma_{com}^0 \rangle\right) \\ \varepsilon^{(F)} = \frac{\sigma^{(F)}}{E} + \gamma_{com} z_{com}^{(F)} \\ \sigma^{(F)} = E \left( \varepsilon^{(F)} - \gamma_{com} z_{com}^{(F)} \right) \end{array} \right. \quad (III-1.38)$$

de F à G :

Le point G correspond à une contrainte seuil qui marque le début de la désorientation de la martensite. Ce point G est situé sur la ligne  $G_2$  définie par les Equations III-1.22 et III-1.23. Compte tenu de l'Equation III-1.13, la contrainte au point G est obtenue par l'expression suivante :

$$\sigma_s^{(G)} = (1 - 2z_{com}^{(F)}) \sigma_{com}^0 \quad (III-1.39)$$

Comme pour  $\sigma_s^{(D)}$ , on note que  $\sigma_s^{(G)}$  n'est pas un paramètre matériau puisque sa valeur dépend de la fraction volumique de martensite orientée  $z_{com}^{(F)}$  obtenue à la fin de l'étape précédent (point F).

Aucune martensite orientée n'est produite dans cette étape. En conséquence, la proportion de martensite orientée obtenue au point F est prise en compte dans la relation contrainte-déformation :

$$\sigma = E \left( \varepsilon - \gamma_{com} z_{com}^{(F)} \right) \quad (III-1.40)$$

Puisqu'aucune martensite orientée n'est produite durant cette étape, les fractions volumiques de martensite  $z_{ten}$ ,  $z_{com}$  et  $z_{self}$  ne changent pas. Elles gardent les valeurs obtenues au point F. L'état du matériau au point G est :

$$\left\{ \begin{array}{l} z_{self}^{(G)} = z_{self}^{(F)} \\ z_{ten}^{(G)} = 0 \\ z_{com}^{(G)} = z_{com}^{(F)} \\ \varepsilon^{(G)} = \frac{\sigma^{(G)}}{E} + \gamma_{com} z_{com}^{(F)} \\ \sigma^{(G)} = (1 - 2z_{com}^{(F)}) \sigma_{com}^0 = \sigma_s^{(G)} \end{array} \right. \quad (III-1.41)$$

de G à B :

La valeur absolue de la contrainte est maintenant inférieure à la contrainte seuil  $\sigma_s^{(G)}$ . L'Equation III-1.6 donne  $\pi_{T\sigma}^f < 0$ , ce qui implique  $\dot{z}_{com} < 0$  compte tenu de l'inégalité III-1.5. Donc, la martensite orientée obtenue au point F disparaît durant la décharge à partir du point G. Elle est progressivement remplacée par de la martensite auto-accommodante. L'évolution des fractions volumiques de martensite est obtenue par l'intégration de l'Equation III-1.19 :

$$\begin{cases} z_{com} = 1 - (1 - z_{com}^{(F)}) \exp\left(-\ln(1 - z_{com}^{(F)}) \left\langle \frac{\sigma - \sigma_s^{(G)}}{\sigma_{ten}^0 - \sigma_s^{(G)}} \right\rangle\right) \\ z_{self} = 1 - z_{com} \end{cases} \quad (III-1.42)$$

Comme pour l'étape de E à F, s'il est piloté en déformation, le calcul est itératif avec un critère de convergence sur la valeur de  $z_{com}$ . La relation entre la contrainte et la déformation est la même que celle donnée par l'Equation III-1.37.

A la fin de l'étape (au point B), l'AMF est totalement revenu à l'état de martensite auto-accommodante. On obtient donc l'état du matériau à la fin de cette étape par l'Equation III-1.26.

**Remarque :** Le résultat de l'application du modèle A au cas d'un chargement cyclique en traction-compression est représenté sur la Figure III.4 sous la forme d'un diagramme contrainte-déformation. L'allure de ce diagramme peut être comparée aux Figure III.2 et III.3 ayant servi de base de réflexion pour l'élaboration du modèle.

### III-1.1.3. Conclusion

Pour terminer cette Section III-1.1, on note les points suivants :

- Le modèle A est basé sur le modèle de Leclercq & L'excellent [III-1] et sur l'analyse expérimentale des essais cycliques [III-17] présentés dans la Partie II, Chapitre II-1, Section II-1.2.2 et dans les Ref. [III-12 et III-15]. Ce modèle permet d'analyser la réponse non-linéaire de l'AMF et d'intégrer l'asymétrie traction-compression à l'état martensitique.
- En pratique, le calcul itératif peut prendre beaucoup de temps. Une version simplifiée « linéarisée » du modèle A a été créée afin d'éviter cet inconvénient. Ce modèle simplifié est détaillé dans l'**Annexe 5**.
- La validation expérimentale du modèle A sera réalisée dans le Chapitre III-2 du mémoire, à partir d'essais de flexion sur des fils martensitiques. Le modèle sera utilisé pour simuler le comportement en traction-compression dans une section du fil courbé. La comparaison avec les essais permettra la validation du modèle.

## III-1.2. Modèle B (création de force par activation de l'effet mémoire)

### III-1.2.0. Introduction

Dans la présente section, un modèle de comportement uniaxial de l'AMF pour la création de force par activation de l'effet mémoire (modèle B) est présenté [III-25]. Cette section porte sur la transformation austénite-martensite de l'AMF pour le cas d'un chargement uniaxial. Une adaptation du modèle de L'excellent pour le processus de création de forces est détaillée.

### III-1.2.1. Rappel sur le modèle de L'excellent

Le modèle B est basé sur une adaptation du modèle de Leclercq et L'excellent [III-1]. Une description précise de ce modèle a été présentée dans la Partie I, Chapitre I-4. Ici, les points principaux sont rappelés.

Ce modèle considère que l'état d'équilibre d'un volume représentatif de l'AMF est défini par les variables d'état suivantes : le tenseur des déformations  $\underline{\varepsilon}$ , la température  $T$  et les fractions volumiques de martensite ( $z_\sigma$  et  $z_{self}$ ). Ces deux grandeurs définissent respectivement la martensite orientée en traction et la martensite auto-accommodante. La fraction volumique totale de martensite est donc définie par :

$$z = z_{self} + z_\sigma \quad (\text{III-1.43})$$

Le tenseur des déformations  $\underline{\varepsilon}$  est composé d'une partie élastique  $\underline{\varepsilon}^e$  (qui crée la contrainte) et d'une partie  $\underline{\varepsilon}^{tr}$  due à la phase de transformation :

$$\underline{\varepsilon} = \underline{\varepsilon}^e + \underline{\varepsilon}^{tr} \quad (\text{III-1.44})$$

Seule la martensite orientée est responsable de la déformation de transformation de phase, selon l'expression suivante :

$$\underline{\varepsilon}^{tr} = \underline{k} z_\sigma \quad \text{avec} \quad \underline{k} = \frac{3}{2} \gamma_\sigma \frac{\text{dev } \underline{\sigma}}{\bar{\sigma}} \quad (\text{III-1.45})$$

où  $\gamma_\sigma$  est la déformation pseudoélastique en traction uniaxiale,  $\bar{\sigma}$  la contrainte équivalente de von Mises et "dev  $\underline{\sigma}$ " la partie déviatorique du tenseur des contraintes.

Les lois d'évolution de  $z_{self}$  et  $z_\sigma$  en fonction de  $T$  et  $\bar{\sigma}$  peuvent être dérivées des lois de la thermodynamique. Les expressions obtenues dépendent du type de transformation de phase (voir Chapitre I-4, Section I-4.4) :

- Pour la transformation de l'austénite en martensite ( $A \rightarrow M$ ) :

$$\begin{cases} \dot{z}_\sigma = (1 - z_\sigma) \left[ \frac{\gamma_\sigma a_f^\sigma}{\rho (\Delta s^* - s_0)} \left( \dot{\sigma} - \rho \left( \frac{\Delta s^* - s_0}{\gamma_\sigma} \right) \dot{T} \right) \right] \\ \dot{z}_{self} = a_f^T (1 - z_{self}) \dot{T} \end{cases} \quad (\text{III-1.46})$$

- Pour la transformation de la martensite en austénite ( $M \rightarrow A$ ) :

$$\begin{cases} \dot{z}_\sigma = z_\sigma \left[ \frac{\gamma_\sigma a_r^\sigma}{\rho (\Delta s^* + s_0)} \left( \dot{\sigma} - \rho \left( \frac{\Delta s^* + s_0}{\gamma_\sigma} \right) \dot{T} \right) \right] \\ \dot{z}_{self} = -a_r^T z_{self} \dot{T} \end{cases} \quad (\text{III-1.47})$$

- Pour la transformation de la martensite auto-accommodante en martensite réorientée:

$$\begin{cases} \dot{z}_\sigma = (1 - z_\sigma) \frac{\gamma_\sigma a^{T\sigma}}{\rho \Delta s^*} \dot{\sigma} \\ \dot{z}_T = -\dot{z}_\sigma \end{cases} \quad (\text{III-1.48})$$

Les noms des différents paramètres  $a_f^\sigma, a_f^T, \Delta s^*, s_0, a_r^\sigma, a_r^T$  et  $a^{T\sigma}$  qui apparaissent dans les équations III-1.46 à III-1.48 sont donnés dans la référence [III-25]. Ces paramètres seront identifiés à partir d'essais au Chapitre III-2, Section III-2.1.

### III-1.2.2. Application pour la création de forces

Le processus incluant 7 étapes a été présenté dans la Partie 2, Chapitre II-1. Dans la présente section, le modèle est explicité dans le cas des essais de création de contrainte présentés au Chapitre II-1, Section II-1.3. Sur la Figure III.5, on rappelle brièvement les étapes du processus de création de contrainte afin que le lecteur puisse suivre facilement la description du modèle :

- Etapes préliminaires : (1) à (3) Chauffage ( $T > A_f^0$ ) pour mettre le fil en phase austénite, puis refroidissement ( $T < M_f^0$ ) pour passer le fil en phase martensite, enfin retour à la température ambiante ( $T_{amb} < A_s^0$ ). L'AMF est alors à l'état de martensite auto-accommodante.
- Etapes (4) et (5) : Etirement du fil pour provoquer une pré-déformation par orientation de la martensite. On note  $\varepsilon_{mar}$  la déformation résiduelle après déchargement.
- Etape (6) : Chauffage du fil à déformation bloquée ( $T \gg A_f^0$ ). L'effet mémoire qui accompagne le retour à l'état austénitique provoque l'apparition d'une contrainte de traction dans le fil. La contrainte obtenue dépend de la pré-déformation  $\varepsilon_{mar}$ .
- Etape (7) : Retour à la température ambiante, toujours à déformation bloquée. La Figure 1-d illustre que deux cas sont possibles. Dans le cas 2, une production partielle de martensite provoque une chute de la contrainte dans le fil à la fin du refroidissement. Le niveau de force finale peut donc être différent suivant les conditions d'essais.

Les étapes (1 à 3 et 6 à 7) sont simulées à l'aide du modèle B qui fournit une description du processus de transformation conduisant à l'apparition de la contrainte. Pour les étapes 4 et 5, on applique le modèle A. Certaines modifications sont préalablement présentées dans le but de décrire précisément les résultats expérimentaux.

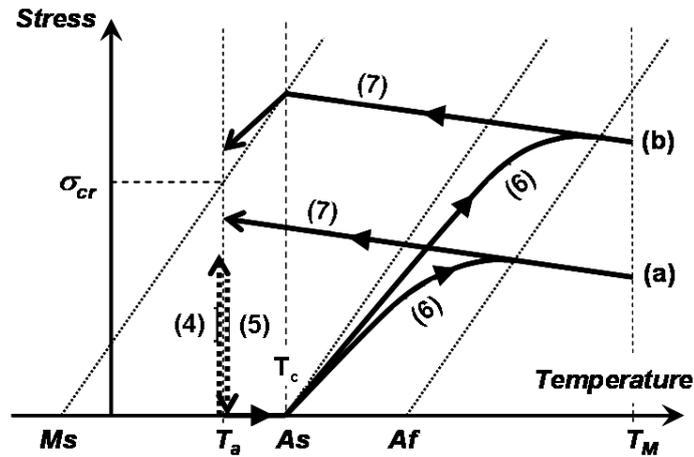


Figure III.5. Procédures pour la création de forces par activation de l'effet mémoire [III-22].

### III-1.2.2.1. Modification du modèle

Comme un chargement uniaxial est appliqué, un modèle unidimensionnel est donc utilisé. Ici,  $\varepsilon$ ,  $\sigma$  et  $E$  représentent respectivement la déformation, la contrainte et le module d'Young. Avant d'appliquer ce modèle pour simuler la création de contrainte, certaines modifications sont prises en compte :

- Dans le cas du chargement uniaxial, on utilise simplement  $z_\sigma$  (voir Equation III-1.8) pour définir la fraction volumique de martensite orientée soit en traction, soit en compression.
- La dilatation thermique est prise en compte car ce phénomène est apparu dans l'analyse expérimentale (cf. Partie II, Chapitre II-1, Section II-1.3.1.2). La contrainte est donc décrite par l'expression suivante :

$$\sigma = E \left[ \varepsilon - \gamma_\sigma z_\sigma - \alpha (T - T_{\text{amb}}) \right] \quad (\text{III-1.49})$$

où  $\alpha$  est le coefficient de la dilatation thermique et  $T_{\text{amb}}$  est la température ambiante.

### III-1.2.2.2. Application du modèle pour simuler les étapes de création de contraintes

- Premières étapes à contrainte nulle (variation de température) :

Étape 1 : on élève à une température supérieure à  $A_f^0$  pour mettre le fil en phase austénite :  $z_T = z_\sigma = 0$ .

Étape 2 : la température est ensuite abaissée en dessous de  $M_f^0$  afin de transformer l'AMF en martensite auto-accommodante. En principe, la fraction volumique de martensite auto-

accommodante  $z_{self}$  devient égale à 1. L'intégration de l'Equation III-1.46 avec  $\sigma = 0$  ( $\dot{\sigma} = 0$ ) donne :

$$\begin{cases} z_{\sigma} = 0 \\ z_{self} = 1 - \exp\left(-a_f^T \langle M_s^0 - T \rangle\right) \end{cases} \quad (III-1.50)$$

On trouve que la valeur de  $z_{self}$  tend asymptotiquement vers 1, mais on n'attend pas l'asymtote. Selon le modèle, une petite partie de l'AMF reste encore en phase austénite à la fin du refroidissement.

Etape 3 : l'AMF est ramené à la température ambiante  $T_{amb}$ . Puisque la température ambiante choisie est toujours inférieure à  $A_0^s$  ( $T_{amb} < A_0^s$ ), la phase austénitique n'apparaît pas. Donc, l'AMF reste entièrement à l'état de martensite auto-accommodante. Pour l'étape suivante, les valeurs initiales des fractions volumiques de martensite s'écrivent donc :

$$\begin{cases} z_{self}^{initial} \approx 1 \\ z_{\sigma}^{initial} = 0 \\ z_{\sigma}^{initial} = z_{self}^{initial} \approx 1 \end{cases} \quad (III-1.51)$$

- Etape 4 :

Durant le chargement, la relation entre la contrainte et la déformation est d'abord linéaire élastique tant que la contrainte est inférieure au seuil de réorientation de martensite  $\sigma_{ten}^0$ . La martensite orientée est obtenue lorsque la contrainte dépasse  $\sigma_{ten}^0$ . Les fractions volumiques  $z_{\sigma}$  et  $z_{self}$  de martensite orientée et de martensite auto-accommodante sont obtenues par l'intégration de l'Equation III-1.48 :

$$\begin{cases} z_{\sigma} = 1 - \exp\left(-\frac{\gamma_{ten} a^{T\sigma}}{\rho \Delta s^*} \langle \sigma - \sigma_{ten}^0 \rangle\right) \\ z_{self} = 1 - z_{\sigma} \end{cases} \quad (III-1.52)$$

A la fin de l'Etape 4, les valeurs des fractions volumiques de martensite sont données par :

$$\begin{cases} z_{\sigma}^{end\ of\ step\ 4} = z_{\sigma}^{initial} \approx 1 \\ z_{\sigma}^{end\ of\ step\ 4} = 1 - \exp\left(-\frac{\gamma_{\sigma} a^{T\sigma}}{\rho \Delta s^*} \langle \sigma^{end\ of\ step\ 4} - \sigma_{ten}^0 \rangle\right) \\ z_{self}^{end\ of\ step\ 4} = z_{self}^{initial} - z_{self}^{end\ of\ step\ 4} \approx 1 - z_{self}^{end\ of\ step\ 4} \end{cases} \quad (III-1.53)$$

La relation entre la contrainte et la déformation est définie par l'Equation III-1.49.

- Etape 5 :

Durant le déchargement, la relation entre la contrainte et la déformation est d'abord linéaire élastique tant que la contrainte ne passe pas en dessous de la contrainte seuil  $\sigma_s$  définie par l'Equation III-1.7. En dessous de cette valeur ( $\sigma < \sigma_s$ ), une désorientation de la martensite se produit. Les fractions volumiques  $z_\sigma$  et  $z_{self}$  de martensite orientée et de martensite auto-accommodante sont obtenues par l'intégration de l'Equation III-1.17 :

$$\begin{cases} z_\sigma = 1 - (1 - z_\sigma^{\text{end of step 4}}) \exp\left(-\frac{\gamma a_{unload}^{T\sigma}}{\rho \Delta s^*} \langle \sigma_s - \sigma \rangle\right) \\ z_{self} = 1 - z_\sigma \end{cases} \quad (\text{III-1.54})$$

A la fin de l'étape, les valeurs des fractions volumiques de martensite sont donc :

$$\begin{cases} z^{\text{end of step 5}} = z^{\text{initial}} \approx 1 \\ z_\sigma^{\text{end of step 5}} = 1 - (1 - z_\sigma^{\text{end of step 5}}) \exp\left(-\frac{\gamma a_{unload}^{T\sigma}}{\rho \Delta s^*} \sigma_c\right) \\ z_{self}^{\text{end of step 5}} = z^{\text{initial}} - z_\sigma^{\text{end of step 5}} \approx 1 - z_\sigma^{\text{end of step 5}} \end{cases} \quad (\text{III-1.55})$$

La déformation résiduelle  $\varepsilon_{mar}$  à la fin de l'Etape 5 est obtenue en appliquant l'Equation III-1.49 pour  $\sigma = 0$  et  $T = T_{amb}$  :

$$\varepsilon_{mar} = \varepsilon^{\text{end of step 5}} = \gamma_\sigma \times z_\sigma^{\text{end step 5}} \quad (\text{III-1.56})$$

- Etape 6 :

Durant le chauffage, deux phases se succèdent :

Phase 1 : Tant que la température reste inférieure à  $A_s^0$ , aucun changement de phase n'est activé.  $z_{self}$  et  $z_\sigma$  gardent leurs valeurs obtenues à la fin de l'Etape 5. Cependant, en raison de la déformation résiduelle  $\varepsilon_{mar}$  bloquée, la dilatation thermique provoque une contrainte légèrement négative.

Phase 2 : Lorsque la température dépasse  $A_s^0$ , la transformation de la martensite en austénite ( $M \rightarrow A$ ) est progressivement activée. L'évolution de  $z_\sigma$  et  $z_{self}$  s'obtient par l'intégration de l'Equation III-1.47 :

$$\begin{cases} z_{\sigma} = 1 - \exp \left[ -\frac{\gamma a_r^{\sigma}}{\rho(\Delta s^* - s_0)} \left\langle -\rho \left( \frac{\Delta s^* - s_0}{\gamma} \right) (T - A_s^0) \right\rangle \right] \\ z_{self} = 1 - \exp \left( -a_r^T \langle A_s^0 - T \rangle \right) \end{cases} \quad (\text{III-1.57})$$

On trouve que l'augmentation de la température provoque une diminution de  $z_{\sigma}$  et  $z_{self}$ . A la fin de l'Etape 6,  $z_{\sigma}$  et  $z_{self}$  sont quasiment nulles si la température  $T^{\text{end of step 6}}$  est assez haute :

$$\begin{cases} z_{\text{end of step 6}} \approx 0 \\ z_{\sigma}^{\text{end of step 6}} \approx 0 \\ z_{self}^{\text{end of step 6}} \approx 0 \end{cases} \quad (\text{III-1.58})$$

A partir de l'Equation III-1.49, la valeur de contrainte  $\sigma_{aus}$  obtenue en fin de chauffage s'écrit :

$$\sigma_{aus} = \sigma^{\text{end of step 6}} = E \left[ \varepsilon_{mar} - \gamma_{\sigma} z_{\sigma}^{\text{end of step 6}} - \alpha (T^{\text{end of step 6}} - T_{amb}) \right] \quad (\text{III-1.59})$$

On remarque que si la température est assez haute pour compléter la transformation M→A, la contrainte  $\sigma_{aus}$  est définie par :

$$\sigma_{aus} \approx E \left[ \varepsilon_{mar} - \alpha (T^{\text{end of step 6}} - T_{amb}) \right] \quad (\text{III-1.60})$$

- Etape 7 :

Durant le retour à température ambiante  $T_{amb}$  à déformation bloquée, deux cas peuvent être obtenus (Figure III.5).

Cas 7-a : Durant la diminution de la température, aucune nouvelle martensite orientée n'est produite. La contrainte augmente légèrement en raison de la contraction thermique du fil austénitique du fait que la déformation est bloquée. La contrainte obtenue à la fin du cycle thermomécanique s'écrit alors :

$$\sigma^{\text{end of step 7}} = E \left[ \varepsilon_{mar} - \gamma_{\sigma} z_{\sigma}^{\text{end of step 6}} \right] \quad (\text{III-1.61})$$

Cette contrainte est notée  $\sigma_{rec}$  (voir Partie II, Chapitre II-1, Section II-1.3.1.2). On remarque que si la température  $T^{\text{end of step 6}}$  était assez haute, pour compléter la transformation M→A durant l'étape 6, la contrainte  $\sigma_{rec}$  est simplement égale à  $E \varepsilon_{mar}$ .

Cas 7-b : De la martensite orientée apparaît au refroidissement lorsque la température devient inférieure à la température seuil  $T_c$  pour laquelle le droite (7) rencontre la frontière du domaine de transformation A→M passant  $M_s^0$  (voir Figure III.5). Cette température seuil est définie par :

$$T_c = M_s^0 + \frac{\gamma}{\rho(\Delta s^* - s_0)} \sigma^{\text{end of step 7.a}} \quad (\text{III-1.62})$$

où la contrainte  $\sigma^{\text{end of step 7.a}}$  est calculée par :

$$\sigma^{\text{end of step 7.a}} = E \left[ \varepsilon_{mar} - \gamma_\sigma z_\sigma^{\text{end of step 6}} - \alpha (T_c - T_{amb}) \right] \quad (\text{III-1.63})$$

On peut noter que le calcul de  $T_c$  est itératif puisque la valeur de  $T_c$  dépend de  $\sigma^{\text{end of step 7.a}}$  (cf. Equation III-1.62) tandis que celle de  $\sigma^{\text{end of step 7.a}}$  dépend également de  $T_c$  (cf. Equation III-1.63). En pratique, un critère de convergence est appliqué sur la valeur de  $T_c$ . On remarque que le cas 7-b correspondant au cas où  $T_c > T_{amb}$

Lorsque la température est inférieure à  $T_c$  ( $T < T_c$ ), les fractions volumiques de martensite  $z_\sigma$  et  $z_{self}$  évoluent selon :

$$\begin{cases} z_\sigma = 1 - \exp \left[ -\frac{\gamma_\sigma a_f^\sigma}{\rho(\Delta s^* - s_0)} \left\langle -\rho \left( \frac{\Delta s^* - s_0}{\gamma_\sigma} \right) (T - T_c) \right\rangle \right] \\ z_{self} = 1 - \exp \left( -a_f^T \langle T_c - T \rangle \right) \end{cases} \quad (\text{III-1.64})$$

En pratique, le calcul numérique est mené de manière itérative pour chaque incrément de température.

Après retour à la température ambiante, la contrainte finale  $\sigma_{rec}$  s'écrit en fonction de la fraction de martensite orientée  $z_\sigma^{\text{end of step 7}}$  créée durant la phase finale :

$$\sigma_{rec} = \sigma^{\text{end of step 7}} = E \left( \varepsilon_{mar} - \gamma_\sigma z_\sigma^{\text{end of step 7}} \right) \quad (\text{III-1.65})$$

### III-1.2.3. Conclusion

Au total, la simulation pour les étapes 1 à 7 utilise 17 paramètres matériau. L'identification de ces 17 paramètres est présentée dans le Chapitre III-2 du mémoire. La validation expérimentale du modèle B sera réalisée (cf. Chapitre III-2, §III-2.3) à partir de processus de création de forces par activation thermique de l'effet mémoire (cf. Partie II). La comparaison avec les 50 essais permettra la validation du modèle.

## Chapitre III-2 : Identification des paramètres et validation expérimentale des modèles

### III-2.1. Identification de paramètres des modèles A et B

La présente section détaille l'identification des paramètres des modèles A et B. La plupart de ces paramètres sont expérimentalement déterminés à partir d'essais sur l'AMF en Ni-Ti utilisé dans cette étude. Certains paramètres sont trouvés dans la bibliographie pour le même matériau.

- Les températures de transformation M→A à contrainte nulle ont été communiquées par le fournisseur :  $A_s^0 = 24^\circ\text{C}$  et  $A_f^0 = 36^\circ\text{C}$ . Les températures de transformation A→M ont été déduites de courbes contrainte-déformation obtenues à des températures différentes :  $M_f^0 = -25^\circ\text{C}$ ,  $M_s^0 = -7^\circ\text{C}$ .
- Le coefficient de dilatation thermique a été déduit d'essais à température variable en déformation bloquée. La valeur obtenue  $\alpha = 10 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$  est en accord avec les valeurs citées dans la littérature (voir Ref. [III-27] par exemple).
- La masse volumique a été mesurée. Elle a été trouvée égale à  $\rho = 6450 \text{ kg.m}^{-3}$  (conforme aux valeurs trouvées dans la littérature – voir Ref. [III-28] par exemple).
- L'identification de  $s_0$  a été réalisée en comparant tests et simulations par approches successives. La valeur de  $s_0$  qui permet d'obtenir une bonne correspondance entre expérimentation et simulation est égale à  $s_0 = 17,40 \text{ J/(Kg.K)}$ .
- Les grandeurs  $E$ ,  $\gamma_\sigma$ ,  $\Delta s^*$  et  $a_f^\sigma$  ont été déterminées à partir d'essais de traction à température ambiante pour l'AMF à l'état austénitique. La Figure III.6 décrit le comportement de l'AMF durant le chargement-déchargement à une température constante  $T_{amb} = 22^\circ\text{C}$ . Le comportement est d'abord linéaire élastique à l'état austénitique. Lorsque la contrainte dépasse la contrainte seuil  $\sigma_s^{A \rightarrow M}$ , l'AMF se transforme progressivement, d'austénite en martensite orientée. Cette transformation se termine lorsque la contrainte dépasse l'autre contrainte seuil  $\sigma_f^{A \rightarrow M}$  et le comportement de l'AMF est ensuite linéaire à l'état martensitique. Après décharge, la déformation ne revient pas à zéro car l'AMF ne peut pas retourner à l'état austénitique à température ambiante (inférieure à  $A_s^0 = 24^\circ\text{C}$ ).

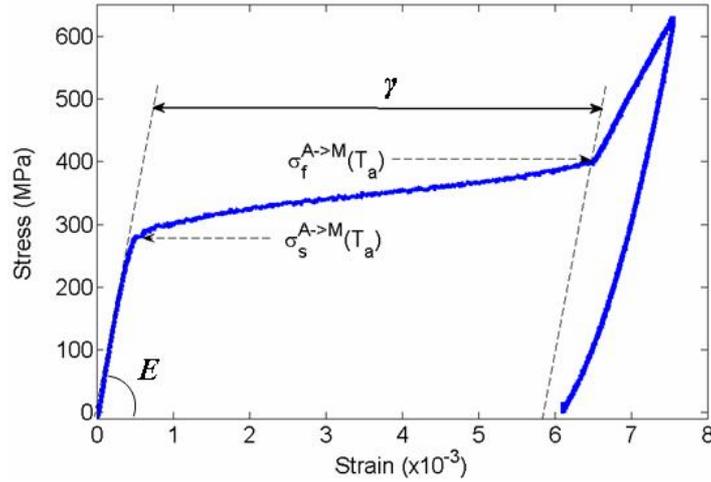


Figure III.6 : Diagramme contrainte-déformation du fil d'AMF à l'état initial purement austénitique à température constante (22°C).

Les valeurs des paramètres obtenues à partir de cet essai sont données ci-dessous :

- Le module d'Young est mesuré à partir de la pente élastique :  $E = 62,3$  GPa.
- La déformation pseudoélastique en traction uniaxiale est déterminée à la fin de la transformation  $A \rightarrow M$  :  $\gamma_\sigma = 5,9$  %.
- La valeur de  $\Delta s^*$  est déterminée en appliquant la relation suivante :

$$\Delta s^* = \frac{\gamma_\sigma \sigma_s^{A \rightarrow M}}{\rho (T_{amb} - M_s^0)} \quad (\text{III-2.1})$$

A température ambiante égale à 22°C,  $\sigma_s^{A \rightarrow M}$  mesurée est égale à 283 MPa. La valeur obtenue de  $\Delta s^*$  est donc égale à 89,26 J/(Kg.K).

- Le paramètre  $a_f^\sigma$  peut être déterminé à partir de l'intégration de l'Equation III-1.46 :

$$z_\sigma = 1 - \exp \left[ - \frac{\gamma_\sigma a_f^\sigma}{\rho (\Delta s^* - s_0)} \left\langle \sigma - \rho \frac{\Delta s^* - s_0}{\gamma_\sigma} (T_{amb} - M_s^0) \right\rangle \right] \quad (\text{III-2.2})$$

En appliquant l'Equation III-2.2 pour la fin de la transformation  $A \rightarrow M$ , on peut estimer la valeur de  $a_f^\sigma$ . En considérant la fraction volumique de martensite orientée  $z_\sigma$  égale à 0,99 en ce point, on déduit :

$$a_f^\sigma = \frac{\ln 0.01}{\left(T_a - M_s^0\right) - \frac{\gamma_\sigma \sigma_f^{A \rightarrow M}}{\rho(\Delta s^* - s_0)}} \quad (\text{III-2.3})$$

Sur la Figure III.7, la contrainte  $\sigma_f^{A \rightarrow M}$  est égale à 405 MPa. Donc, la valeur de  $a_f^\sigma$  égale à  $0,011 \text{ K}^{-1}$  est obtenue.

- L'identification de  $\phi_{it}^m$  et  $a^{T\sigma}$  a été réalisée à partir des tests de réorientation de la martensite auto-accommodante à température ambiante  $T_{amb} = 17^\circ\text{C}$  (cf. Partie II, Chapitre II-1, Section II-1.3). En fait, ces tests correspondent aux étapes 4 et 5.
  - La relation entre  $\phi_{it}^m$  et la contrainte seuil de réorientation de martensite  $\sigma_{ten}^0$  est définie par l'Equation III-1.12. En appliquant la valeur de  $\sigma_{ten}^0$  trouvée égale à 230 MPa, la valeur de  $\phi_{it}^m = 1098 \text{ J/Kg}$  est déterminée.
  - La valeurs de  $a^{T\sigma}$  a été déterminée en comparant les résultats de ces tests avec une simulation numérique. Un très bon accord entre tests et simulation est obtenu pour  $a^{T\sigma} = 0,047 \text{ K}^{-1}$ .
- Les valeurs de  $a_f^T$  et  $a_r^T$  sont déterminées à partir des températures de transformation. La Figure III.7 présente l'évolution théorique de la fraction volumique de martensite à contrainte nulle. Les températures  $M_f^0$  et  $A_f^0$  sont définies à partir des tangentes du diagramme pour des fractions volumiques de martensite respectivement égales à 0,8 et 0,2 (points A et B dans la Figure III.7).

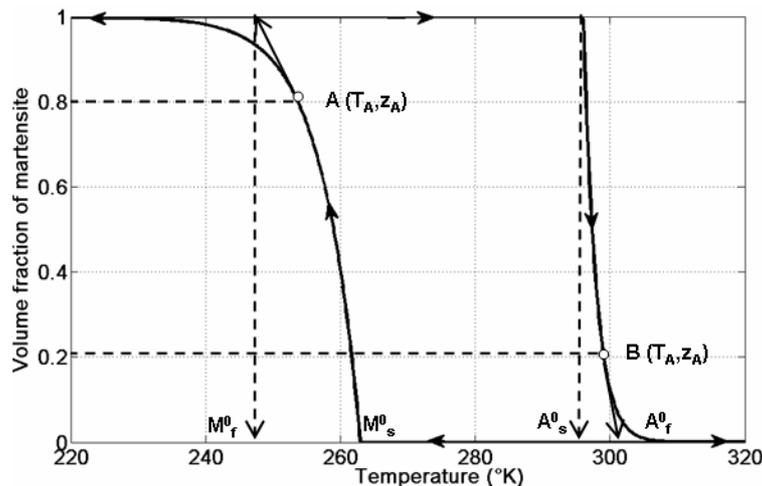


Figure III.7 : Identification des paramètres  $a_f^T$  et  $a_r^T$  à partir des températures de transformation  $M_f^0$  et  $A_f^0$

- Pour la transformation  $A \rightarrow M$ , l'équation de la tangente au point A est donnée par :

$$z = z_A - a_f^T \exp[-a_f^T (M_s^0 - T_A)] \times (T - T_A) \quad (\text{III-2.4})$$

où  $z_A$  et  $T_A$  sont respectivement la fraction volumique de martensite et la température au point A :  $z_A = 0,8$  et  $T_A = M_s^0 + (\ln 0,2)/a_f^T$ . La température  $M_f^0$  correspondant à  $z = 1$  donne :

$$a_f^T = \frac{(1 - \ln 0,2)}{(M_s^0 - M_f^0)} \quad (\text{III-2.5})$$

Avec des températures  $M_f^0 = -25^\circ\text{C}$  et  $M_s^0 = -7^\circ\text{C}$ , la valeur de  $a_f^T$  obtenue est égale à  $0,145 \text{ K}^{-1}$ .

➤ Pour la transformation  $M \rightarrow A$ , l'équation de la tangente au point B est donnée par :

$$z = z_B - a_r^T \exp[-a_r^T (T_B - A_s^0)] \times (T - T_B) \quad (\text{III-2.6})$$

où  $z_B$  et  $T_B$  sont respectivement la fraction volumique de martensite et la température au point B :  $z_B = 0,2$  et  $T_B = A_s^0 - (\ln 0,2)/a_r^T$ . La température  $A_f^0$  correspondant à  $z = 0$  donne :

$$a_r^T = \frac{(1 - \ln 0,2)}{(A_f^0 - A_s^0)} \quad (\text{III-2.7})$$

Avec des températures  $A_s^0 = 24^\circ\text{C}$  et  $A_f^0 = 36^\circ\text{C}$ , la valeur de  $a_r^T$  obtenue est égale à  $0,217 \text{ K}^{-1}$ .

- Enfin, le paramètre  $a_r^\sigma$  a été déterminé à partir de deux tests de création de contrainte par effet mémoire correspondant à deux niveaux différents de  $\varepsilon_{mar}$  (correspondant à la fin de l'étape 6, voir Partie II, Chapitre II-1, Section II-1.3). Ces deux valeurs sont nommées  $\varepsilon_{mar}^1$  et  $\varepsilon_{mar}^2$ . Les contraintes correspondantes à la fin de l'étape 6 sont respectivement  $\sigma_{aus}^1$  et  $\sigma_{aus}^2$ . En utilisant une combinaison des Equations III-1.56 et III-1.47, on obtient l'expression pour  $a_r^\sigma$  :

$$a_r^\sigma = \frac{\rho (\Delta s^* + s_0)}{\gamma_\sigma (\sigma_{aus}^2 - \sigma_{aus}^1)} \ln \left( \frac{\frac{\sigma_{aus}^2}{E} - \varepsilon_{mar}^2}{\frac{\sigma_{aus}^1}{E} - \varepsilon_{mar}^1} \right) \quad (\text{III-2.8})$$

Cette équation est appliquée pour plusieurs valeurs de  $\varepsilon_{mar}$ . La valeur moyenne de  $a_r^\sigma$  est trouvée égale à  $0,015 \text{ K}^{-1}$ .

Tableau III.1. Paramètres du modèle pour l'AMF utilisé

| Paramètres de matériau  | Notation        | Valeur    | Unité             |
|---|-----------------|-----------|-------------------|
| Température de début de transformation martensitique à contrainte nulle | $M_s^0$         | 266       | K                 |
| Température de fin de transformation martensitique à contrainte nulle   | $M_f^0$         | 248       | K                 |
| Température de début de transformation austénitique à contrainte nulle  | $A_s^0$         | 297       | K                 |
| Température de fin de transformation austénitique à contrainte nulle    | $A_f^0$         | 309       | K                 |
| Coefficient de la dilatation thermique                                  | $\alpha$        | $10^{-5}$ | K <sup>-1</sup>   |
| Masse volumique   | $\rho$          | 6450      | kg/m <sup>3</sup> |
| Entropie  | $s_0$           | 17,40     | J/kg K            |
| Module d'Young  | $E$             | 62,3      | GPa               |
| Déformation pseudoélastique maximale en traction uniaxiale              | $\gamma_\sigma$ | 5,9       | %                 |
| $\Delta$ entropie   | $\Delta s^*$    | 89,26     | J/kg K            |
| Terme de l'expression de l'énergie libre interne                        | $\phi_{it}^m$   | 1098      | J/kg              |
| Coefficient cinétique pour la réorientation M(non-orientée)→M(orientée) | $a^{T\sigma}$   | 0,047     | K <sup>-1</sup>   |
| Coefficient cinétique pour la transformation A → M (non-orientée)       | $a_f^T$         | 0,145     | K <sup>-1</sup>   |
| Coefficient cinétique pour la transformation M (non-orientée) → A       | $a_r^T$         | 0,217     | K <sup>-1</sup>   |
| Coefficient cinétique pour la transformation A → M (orientée)           | $a_f^\sigma$    | 0,011     | K <sup>-1</sup>   |
| Coefficient cinétique pour la transformation M (orientée) → A           | $a_r^\sigma$    | 0,015     | K <sup>-1</sup>   |
| coefficient d'asymétrie traction-compression                            | $n$             | 1,5       | -                 |

## III-2.2. Validation expérimentale du modèle A

### III-2.2.0. Introduction

Le but de la présente section est de valider le modèle A présenté au Chapitre II-1 en utilisant des essais de flexion sur des fils à l'état martensitique. L'étude comprend deux approches:

- Section III-2.2.1 : une étude expérimentale est menée sur des fils courbés à l'état martensitique. Un chargement de flexion est imposé aux fils. En faisant varier leur courbure [III-16, III-21 et III-22] avant de les étirer, on peut étudier l'influence de la courbure initiale imposée aux fils sur leur comportement ultérieur en traction.

- Section III-2.2.2 : le modèle A est utilisé pour simuler les tests réalisés à la Section III-2.2.1. La comparaison entre les résultats numériques et l'expérimentation permettra de valider ce modèle.

### III-2.2.1. Essais sur des fils courbés à l'état martensitique

#### III-2.2.1.1. Réalisation des essais

On utilise des fils en AMF de longueur 150 mm et de diamètre 1 mm (Eprouvette E1, cf. Partie II, Tableau II.1). Ces essais qui serviront à la validation du modèle A, sont réalisés selon la procédure suivante :

- Etat V1 : état initial - Les fils sont droits, à l'état de martensite auto-accommodante à température ambiante ( $19^{\circ}\text{C} \pm 1.5^{\circ}\text{C}$ ).
- Etat V2 : courbure des fils - Les fils sont placés dans une série de neuf rainures circulaires de largeur 1,1mm usinées en surface d'un bloc en aluminium, chaque rainure ayant un rayon déterminé (Figure III.8). Chaque fil à l'état martensitique doit être fléchi pour épouser la forme de la rainure qui l'accueille, ce qui provoque une formation non uniforme de martensite orientée en compression ou en traction dans chaque section du fil courbé [III-23]. On note  $\kappa_{ini}$  la courbure initiale imposée par la rainure au fil d'AMF :

$$\kappa_{ini} = \frac{1}{R} \quad (\text{III-2.9})$$

$R$  étant le rayon à l'axe de la rainure.

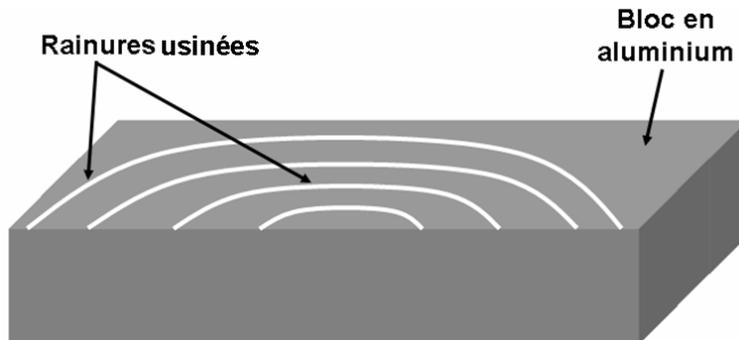


Figure III.8. Schéma du bloc en aluminium utilisé dans les tests

- Etat V3 : extraction des fils des rainures du bloc en aluminium - Lorsque l'on sort les fils des rainures, ils ne se redressent pas complètement. On mesure la courbure résiduelle  $\kappa_{res}$  de chaque fil en configuration relâchée en s'aidant d'un papier millimétré (Figure III.9).
- Etat V4 : redressement des fils - Les fils sont redressés manuellement avant d'être fixés dans les mors d'une machine de traction uniaxiale MTS  $\pm 15\text{kN}$ .

- Etat V5 : étirement des fils - Les fils sont ensuite étirés jusqu'à un niveau de déformation arbitraire égal à  $15 \times 10^{-3}$ . On mesure la contrainte (moyenne) qu'il faut appliquer au fil pour atteindre ce niveau de déformation.

Trois séries d'essais sont réalisées. Chaque série correspond aux neuf fils placés dans les neuf rainures à la surface du bloc en aluminium, soit neuf courbures initiales différentes (Figure III.9-a). Les résultats obtenus sont présentés dans la section suivante. L'influence de la courbure initiale sur le comportement global du fil sera notamment discutée.

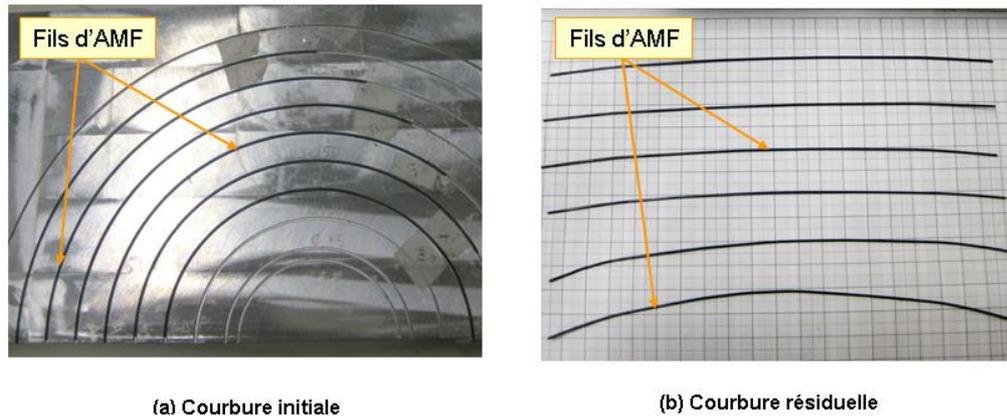


Figure III.9. a) Courbure initiale imposée (fils martensitiques dans les 9 rainures à la surface du bloc en aluminium) ; b) Courbure résiduelle des fils après leur extraction des rainures du bloc en aluminium [III-22].

### III-2.2.1.2. Résultats expérimentaux

La Figure III.10 décrit la relation obtenue durant les essais entre la courbure résiduelle et la courbure initiale. On observe que plus la courbure initiale des fils est grande, plus leur courbure résiduelle est également grande.

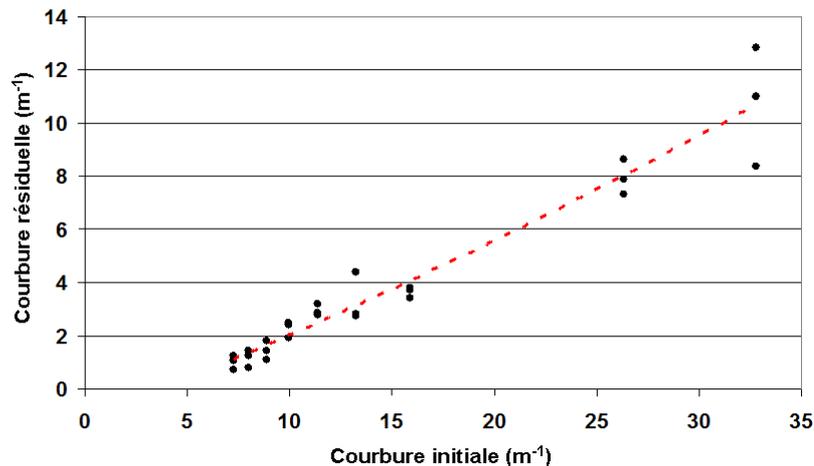


Figure III.10. Résultat expérimental : courbure résiduelle en fonction de la courbure initiale.

Les courbes contrainte-déformation obtenues lors des essais de traction sur les fils redressés (état V4) sont comparées à celles obtenues pour un fil martensitique droit (voir Figure III.11). On observe une influence marquée de la courbure initiale imposée au fil sur son comportement global ultérieur en traction. Les rigidités et les contraintes apparentes  $\sigma_f$  (relevées pour  $\varepsilon = 15 \times 10^{-3}$ ) seront utilisées dans la section suivante pour la validation du modèle A [III-16, III-21 et III-22].

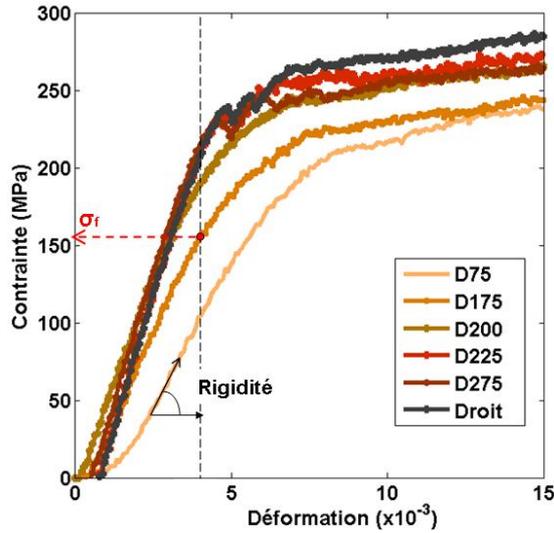


Figure III.11. Relations contrainte-déformation globales en traction uniaxiale pour 5 fils redressés et 1 fil martensitique droit [III-22].

### III-2.2.2. Application du modèle A pour simuler le comportement du fil courbé

#### III-2.2.2.1. Application à une section du fil

Le modèle A est appliqué à la modélisation d'une section du fil courbé. En raison de la courbure imposée dans l'état V2, une partie de la section du fil est en traction et l'autre est en compression. En pratique pour le calcul, la section est discrétisée en  $m$  bandes élémentaires de hauteurs  $dy$  (Figure III.12). Dans cette simulation, un nombre de bandes élémentaires  $m = 100$  est choisi.

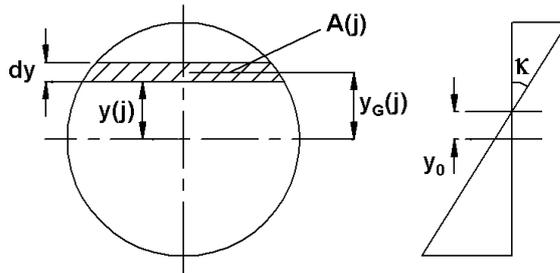


Figure III.12. Discrétisation de la section du fil (gauche) ; Distribution de la déformation de flexion (droite) [III-16].

Pour une valeur de courbure donnée  $\kappa$ , la déformation d'un point situé à la base d'une bande  $j$  est donnée par :

$$\varepsilon(j) = [y(j) - y_0] \times \kappa \tag{III-2.10}$$

où  $y_0$  et  $y(j)$  définissent respectivement la position de l'axe neutre du fil et la distance entre le centre de la section et le point considéré. Il peut être noté que la connaissance de la courbure  $\kappa$  ne permet pas de définir complètement la distribution de la déformation (il faut connaître aussi  $y_0$ ).

La part de la force normale correspondant à la bande  $j$  est donnée par :

$$dN(j) = A(j) \times \frac{\sigma(j) + \sigma(j+1)}{2} \quad (\text{III-2.11})$$

La part du moment de flexion liée à la bande  $j$  est donnée par :

$$dM(j) = y_G(j) \times A(j) \times \frac{\sigma(j) + \sigma(j+1)}{2} \quad (\text{III-2.12})$$

où :

- $y_G(j)$  est la distance entre le centre de la section et le centre de la bande  $j$  ;
- $\sigma(j)$  et  $\sigma(j+1)$  sont les contraintes en bas et en haut de la bande  $j$ . La relation entre la contrainte et la déformation est faite *via* le modèle A présenté dans le Chapitre III-1.1 ;
- $A(j)$  est l'aire de la bande  $j$  :

$$\left\{ \begin{array}{l} A(j) = \left\{ \phi(j) - \phi(j+1) + \frac{\sin[2\phi(j+1)]}{2} - \frac{\sin[2\phi(j)]}{2} \right\} \times \frac{d^2}{4} \\ \text{avec } \phi(.) = \arccos\left(\frac{2y(.)}{d}\right) \end{array} \right. \quad (\text{III-2.13})$$

Le moment de flexion total et la force normale totale sont ensuite obtenus par sommation sur toutes les bandes :

$$M = \sum_{j=1}^m dM(j) \quad \text{et} \quad N = \sum_{j=1}^m dN(j) \quad (\text{III-2.14})$$

Ces équations sont combinées avec les équations du modèle présenté précédemment pour déterminer l'évolution de la distribution des contraintes et des variables internes  $z_{ren}$  et  $z_{com}$  dans la section du fil, en fonction de la courbure imposée.

### III-2.2.2.2. Application

#### III-2.2.2.2.1. Etats VI, V2 et V3

Pour simuler l'imposition de la courbure et le relâchement du fil (correspondant à l'état V3), quelques hypothèses sont imposées dans le calcul :

- Pour l'état V2 (courbure), on suppose qu'il n'y a aucun changement de la longueur du fil lorsqu'il est placé dans la rainure du bloc en aluminium. Donc, l'axe neutre du fil est situé au centre de la section du fil :  $y_0 = 0$ .  $\kappa_{ini}$  est une valeur d'entrée pour la modélisation (cf. Equation III-2.9).
- Durant le relâchement du fil (état V3), aucune force n'est appliquée au fil : on a donc  $N = 0$  et  $M = 0$ . La position de l'axe neutre  $y_0$  et la courbure résiduelle  $\kappa_{res}$  du fil après son relâchement sont déterminées en appliquant ces conditions.

Avant de présenter la comparaison entre la simulation et l'expérimentation (cf. Section III-2.2.2.3), les distributions de la déformation, de la contrainte et des fractions volumiques de martensite au sein d'une section du fil sont analysées. En effet, ces informations ne peuvent pas être expérimentalement mesurées. De plus, l'analyse des variables locales obtenues par la simulation permet de mieux comprendre le comportement global du fil.

La Figure III.13 montre l'évolution de la déformation locale et de la contrainte locale en deux points d'une section du fil, obtenue par la simulation pour une valeur de la courbure initiale (obtenue à la fin de l'état V2)  $\kappa_{ini}$  égale à  $32,79 \text{ m}^{-1}$ . La ligne continue correspond au point de l'extrados ( $y = d/2$ ) en traction et la ligne pointillée correspond au point de l'intrados ( $y = -d/2$ ) en compression. A l'état initial (V1), le fil d'AMF est droit – contraintes et déformations sont nulles. A l'état (V2), il est à l'état de déformation imposé par le rayon de courbure de la rainure. A l'état (V3), il est relâché. La Figure III.13 montre une dissymétrie de la distribution des contraintes dans le fil due à l'asymétrie traction-compression de comportement de la martensite : à l'état (V2), le point « haut » est moins contraint que le point « bas » en valeur absolue.

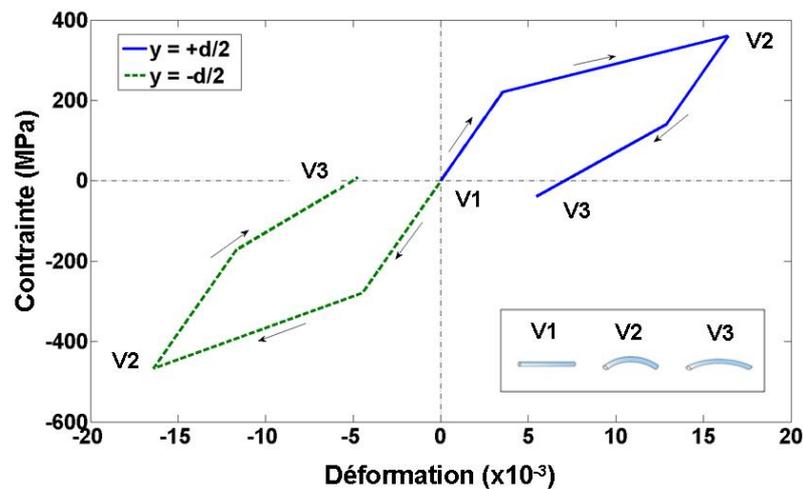


Figure III.13. Evolution de la contrainte locale en fonction de la déformation locale dans le fil purement martensitique, après courbure (état V2) et après relâchement (état V3). L'état V2 correspond à une courbure initiale  $\kappa_{ini}$  égale à  $32,79 \text{ m}^{-1}$  [III-16].

Les distributions de la déformation, de la contrainte et des fractions volumiques de martensite au sein d'une section du fil obtenues par la simulation sont décrites par la Figure III.14 et la Figure III.15. Ces figures correspondent respectivement aux états V2 et V3 :

- Etat V1 : le fil est droit à l'état martensitique. Donc,  $\varepsilon = 0$ ;  $\sigma = 0$  et  $z_{self} = 1$  partout dans la section du fil (non représenté).

- Etat V2 (Figure III.14) : la courbure initiale  $\kappa_{mi}$  est égale à  $32,79 \text{ m}^{-1}$ . La partie centrale de la section ( $-0.14 \text{ mm} \leq y \leq +0.11 \text{ mm}$ ) est restée à l'état élastique (martensite auto-accommodante :  $z_{self} = 1$ ). Une réorientation de la martensite s'est produite ailleurs : de la martensite orientée en traction est apparue dans la partie en haut ( $z_{ten} > 0$ ) pour  $y > +0.11 \text{ mm}$  ; en revanche, de la martensite orientée en compression a été produite dans la partie basse ( $z_{com} > 0$ ) pour  $y < -0.14 \text{ mm}$ . L'asymétrie traction-compression est clairement observée sur le diagramme de contrainte.
- Etat V3 (Figure III.14) : le fil reprend une partie de sa forme après relâchement. La courbure résiduelle calculée  $\kappa_{res} = 10.92 \text{ m}^{-1}$  correspond à la pente du diagramme de la déformation résiduelle dans la section. La valeur finale obtenue pour  $y_0 = +0,13 \text{ mm}$  résulte des deux conditions :  $N = 0$  et  $M = 0$ . On observe que les contraintes locales ne reviennent pas à zéro. En effet, un état de contrainte résiduelle auto-équilibrée est obtenu après le relâchement. Comme on peut le voir sur le diagramme du haut, ce résultat résulte d'une persistance de martensite orientée dans la section du fil.

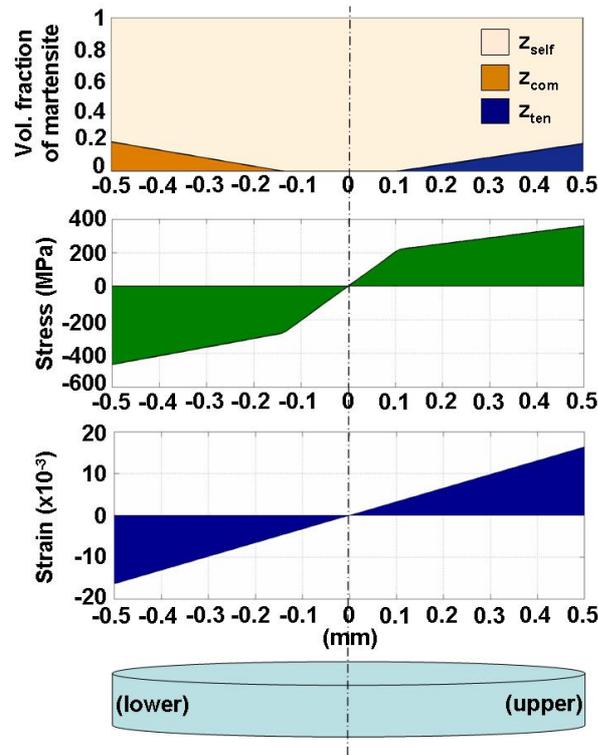


Figure III.14. Distributions de la déformation, de la contrainte et des fractions volumiques de martensite dans une section du fil courbé (état V2) pour  $\kappa_{mi} = 32,79 \text{ m}^{-1}$  [III-16].

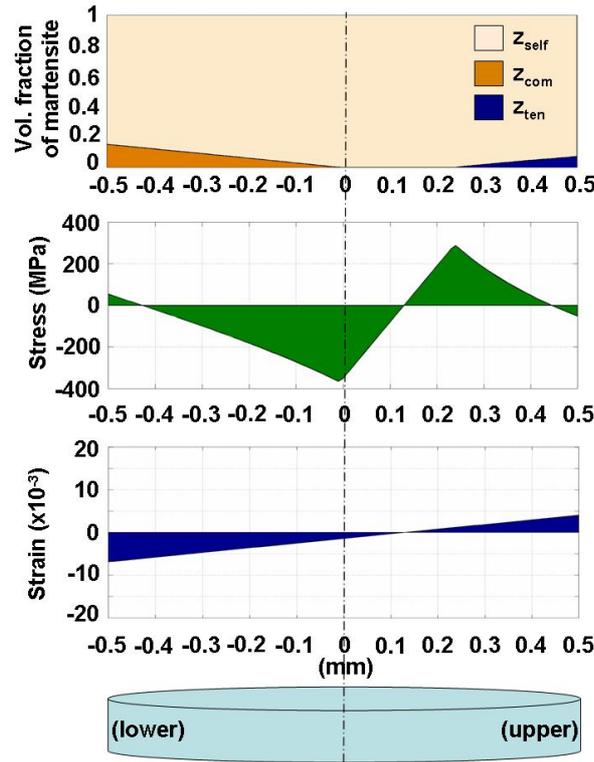


Figure III.15. Distributions de la déformation, de la contrainte et des fractions volumiques de martensite dans une section du fil après son relâchement (état V3) [III-16].

### III-2.2.2.2. Redressement et étirement du fil (états V4 et V5)

La Figure III.16 présente l'évolution de la contrainte en fonction de la déformation pour le point le plus « haut » (trait plein) et le point le plus « bas » (trait pointillé). Après relâchement, le fil est redressé et ramené à un état de déformation nulle (état V4). A l'état V5, il est étiré (ici, jusqu'à la déformation correspondant au seuil de réorientation de la martensite auto-accommodante).

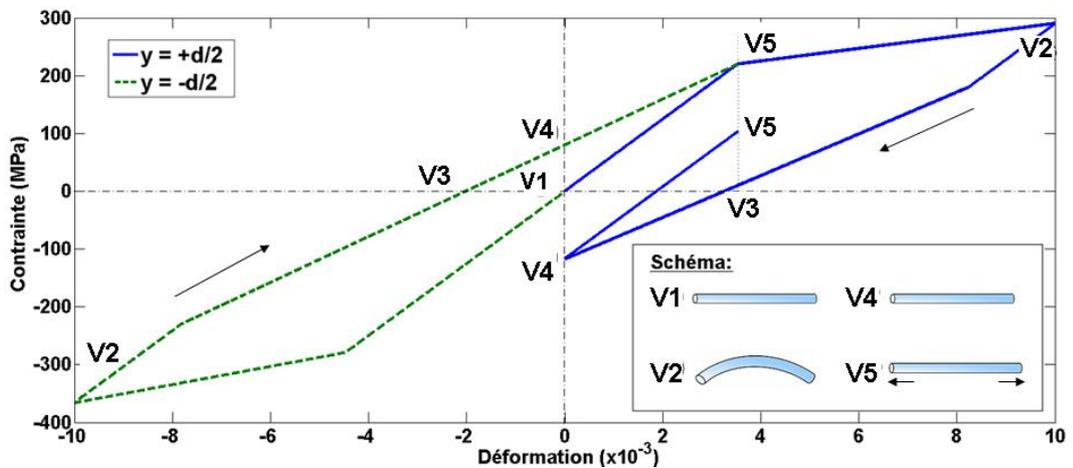
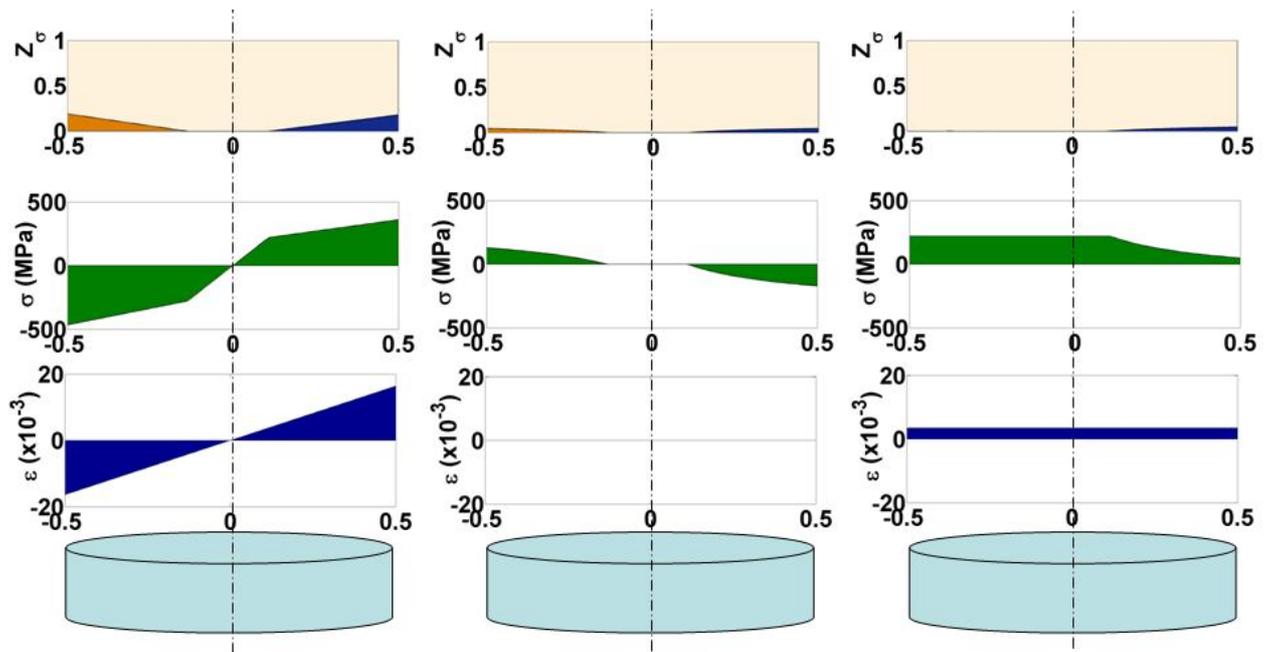


Figure III.16. Evolution de la contrainte locale en fonction de la déformation locale dans le fil purement martensitique de l'état V1 à l'état V5 [III-21].



(a) Courbure – état V2

(b) Redressement – état V4

(c) Traction – état V5

Figure III.17. Distributions de la déformation, de la contrainte et des fractions volumiques de martensite dans une section du fil à différents états du fil : états V2, V4 et V5 de la Figure III.16 [III-21]

La Figure III.17 présente la distribution des déformations, des contraintes et des fractions de martensite orientée ( $z_{ten}$  et  $z_{com}$ ) pour trois états (état V2, état V4 et état V5). L'état V2 a été analysé dans la section précédente. On analyse ici les états V4 et V5 :

- Etat V4 : dans l'état redressé (déformation ramenée à zéro, Figure III.17-b), on observe qu'il existe des contraintes non nulles dans le fil. Ces contraintes correspondent au moment de flexion qu'il a fallu appliquer au fil pour le redresser. On trouve également des fractions volumiques  $z_{ten}$  et  $z_{com}$  non nulles, c'est-à-dire qu'il persiste de la martensite orientée en traction et en compression malgré un état de déformation nulle.
- Etat V5 : sous traction (déformation positive uniforme dans la section, Figure III.17-c), on observe une distribution de la contrainte de traction non homogène dans la section du fil. Ceci est dû au fait qu'il existe une partie de la section de fil où  $z_{ten}$  est non nul (persistance de martensite orientée en traction).

### III-2.2.2.3. Comparaison entre la modélisation et l'expérimentation – Discussion

Cette section présente l'interprétation des résultats des essais à partir d'une comparaison entre expérimentation et modélisation. L'influence de la courbure initiale sur le comportement du fil est discutée.

Le modèle est maintenant appliqué pour déterminer la courbure résiduelle d'un fil en AMF après sortie de sa rainure du bloc en aluminium, en configuration relâchée (voir Section III-2.2.1). Comme vu à la section précédente, cette courbure résiduelle est causée par l'existence d'autocontraintes équilibrées due à la persistance de martensite orientée distribuée de manière non uniforme dans la section du fil. Cet état d'autocontrainte résulte de la redistribution des contraintes et des déformations dans la section du fil au cours du processus de décourbure, jusqu'à l'obtention d'un moment résultant et d'un effort normal nuls.

La Figure III.18 compare les valeurs simulées et expérimentales de la courbure résiduelle  $\kappa_{res}$  en fonction de la courbure initiale imposée  $\kappa_{ini}$  pour les 27 fils testés. On a déjà souligné qu'une grande valeur de la courbure initiale entraîne une grande valeur de la courbure résiduelle et inversement. Suite à la discussion ci-dessus, on note que la courbure résiduelle résulte d'une persistance de martensite orientée dans la section du fil après son relâchement. Cela signifie donc que la persistance de la martensite orientée augmente proportionnellement avec la valeur de la courbure initiale imposée au fil. Dans cette figure, la ligne continue représente le résultat de la simulation. Malgré la dispersion, on observe qu'un accord satisfaisant est obtenu entre modèle et expérimentation.

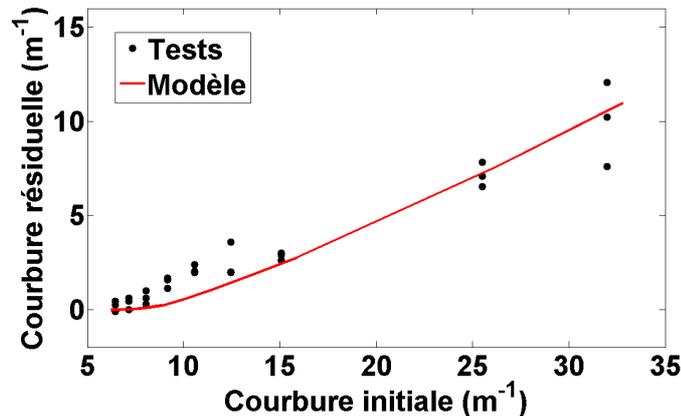


Figure III.18. Courbure résiduelle après relâchement en fonction de la courbure initiale imposée : expérimentation et modélisation [III-16].

La Figure III.19-a présente la contrainte moyenne  $\sigma_f$  dans le fil à l'état V5 en fonction de la courbure initiale imposée. On observe que la courbure initiale a pour effet de diminuer la valeur de  $\sigma_f$  :

- Pour un fil non préalablement courbé (fil droit),  $\sigma_f$  (qui correspond dans ce cas à la contrainte limite de réorientation) vaut 220 MPa.
- La valeur de  $\sigma_f$  obtenue à déformation du fil égale est pratiquement constante pour une courbure initiale inférieure à  $8 m^{-1}$ .
- La valeur de  $\sigma_f$  obtenue à déformation égale diminue ensuite fortement avec la courbure initiale supérieure à  $8 m^{-1}$ . La perte atteint 30% pour  $\kappa_{ini} = 32 m^{-1}$ . La courbure initiale a donc un effet significatif sur le niveau de la contrainte obtenue.

La Figure III.19-b présente la rigidité apparente à l'état V5 en fonction de la courbure initiale. On observe que la courbure initiale influence la rigidité du fil d'AMF :

- Pour les faibles courbures initiales ( $\kappa_{ini} < 8 m^{-1}$ ), on n'observe pas d'influence sur la rigidité en traction du fil redressé.
- Pour une courbure initiale de  $32 m^{-1}$ , la perte atteint par contre 50% par rapport au cas d'un fil non préalablement courbé.
- La courbure initiale influe donc de manière significative sur le niveau de la rigidité apparente du fil (réduction). Il a été vu précédemment que ce phénomène résulte d'un état d'orientation résiduelle en traction de la martensite dans une partie de la section du fil (Figure III.14-c).

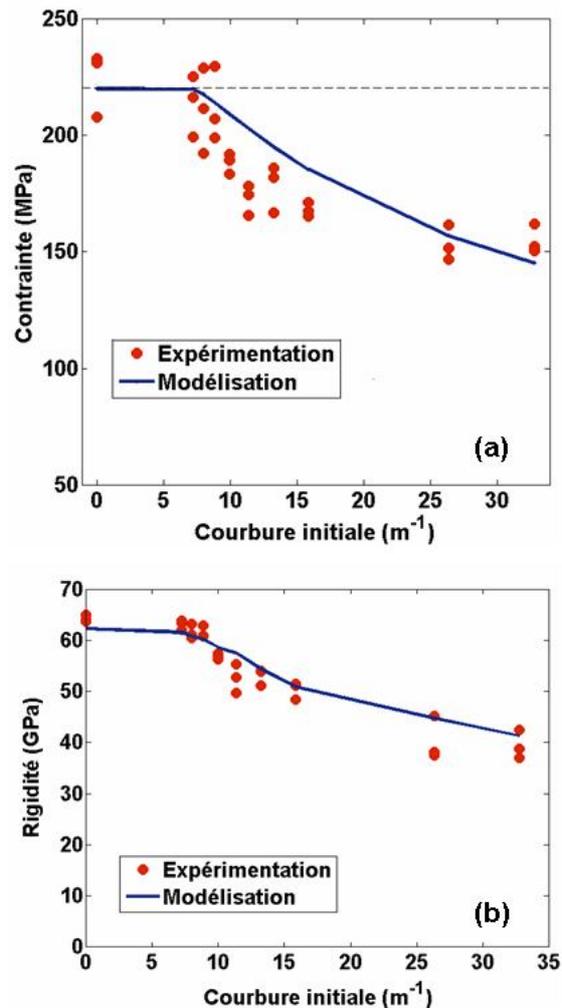


Figure III.19. Influence d'une courbure préalable sur le comportement à la traction d'un fil en AMF [III-21 et III-22] : (a) sur la contrainte de traction moyenne obtenue à l'état V5 ; (b) sur la rigidité moyenne à l'état V5.

Au final, on observe un assez bon accord entre les résultats d'essais et les simulations numériques, ceci malgré les difficultés inhérentes à ce type d'essais qui se manifestent par les dispersions observées sur les valeurs expérimentales. On peut donc considérer que le modèle A rend assez bien compte du comportement du fil utilisé à l'état martensitique.

### III-2.2.3. Conclusion de la Section III-2.2

- L'étude expérimentale menée dans cette section a montré l'influence d'une courbure initiale imposée à un fil en Ni-Ti à l'état martensitique sur son comportement ultérieur en traction. Le modèle A présenté dans la Section III-1.1 a été utilisé pour analyser cet effet. Il permet de simuler la réponse du fil pour une histoire de sollicitation donnée, et notamment d'accéder à l'évolution des contraintes, des déformations et des fractions de martensite dans une section du fil au cours d'essais de courbure-décourbure-traction. Les résultats numériques issus du modèle ont été confirmés par les résultats des essais réalisés. Malgré une certaine dispersion, l'accord plutôt satisfaisant obtenu entre modèle et expérimentation permet la validation du modèle A de comportement à l'état martensitique présenté dans la Section III-1.1.

- De plus, ces résultats montrent que le comportement du fil durant la traction ne dépend pas seulement des propriétés du matériau, mais aussi de l'histoire de sollicitation antérieure imposée au fil à l'état martensitique. Notamment, l'existence d'une courbure initiale entraîne une diminution de la contrainte moyenne de traction dans le fil pour une déformation donnée. Pour le fil de 1 mm utilisé, la diminution observée atteint 30% pour une courbure initiale de  $32 \text{ m}^{-1}$ . Elle s'avère en revanche négligeable si la courbure initiale est inférieure à  $8 \text{ m}^{-1}$ .
- La perspective de ce travail est l'application du modèle A pour analyser les résultats obtenus dans les tests de création de confinement de cylindres en béton par utilisation de fils d'AMF. Concrètement, ce modèle sera utilisé afin de simuler l'enroulement du fil à l'état martensitique autour du cylindre [III-24]. En effet, la géométrie du cylindre impose une courbure importante au fil utilisé. L'influence de la courbure du fil sur son comportement thermomécanique est un point clé pour l'application visée. Ceci sera détaillé dans le Chapitre III-3.

### **III-2.3. Validation expérimentale du modèle B**

#### **III-2.3.0. Introduction**

Dans la présente section, des comparaisons entre modèle et essais sont analysées afin de valider le modèle B :

- Section III-2.3.1 : évolution des contraintes et des fractions volumiques de la martensite au cours d'essais de création de forces par effet mémoire
- Section III-2.3.2 : analyse des contraintes créées en fonction de la pré-déformation  $\varepsilon_{mar}$
- Section III-2.3.3 : interprétation de résultats :
  - contrainte en fonction de la température
  - déformation en fonction de la température

#### **III-2.3.1. Analyse du processus de création de forces par effet mémoire**

Dans la Partie II, Chapitre II-1, Section II-1.3.1, les résultats expérimentaux montrent que le comportement de l'AMF durant l'activation thermique de l'effet mémoire dépend fortement du niveau de la pré-déformation  $\varepsilon_{mar}$ . Ce résultat peut être analysé selon deux niveaux de  $\varepsilon_{mar}$  : « bas niveau » (correspondant à  $\varepsilon_{mar}$  inférieure à  $6 \times 10^{-3}$ ) et « haut niveau » (correspondant à  $\varepsilon_{mar}$  supérieure à  $6 \times 10^{-3}$ ).

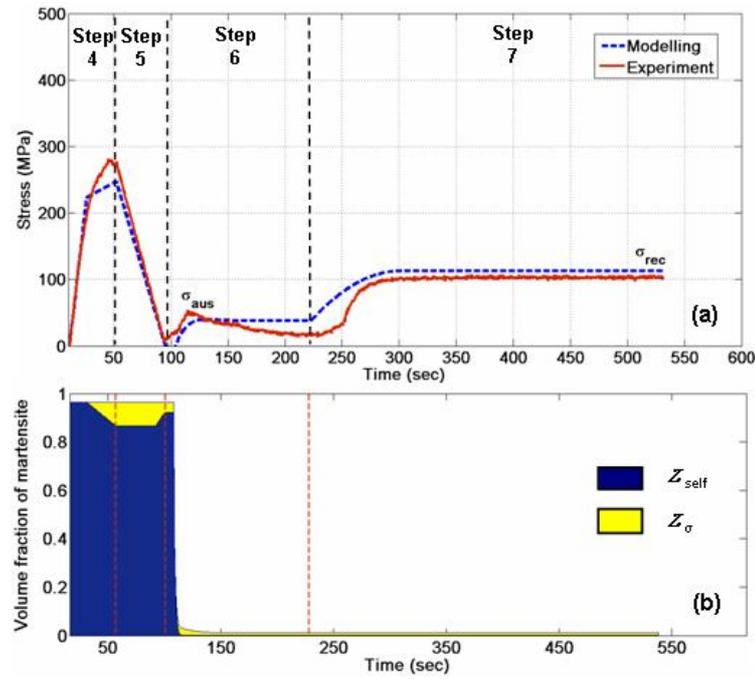


Figure III.20. Comparaison entre la modélisation et l'expérimentation pour  $\varepsilon_{mar} = 2,5 \times 10^{-3}$  : (a) Evolution de la contrainte de traction ; (b) Evolution des fractions volumiques de martensite.

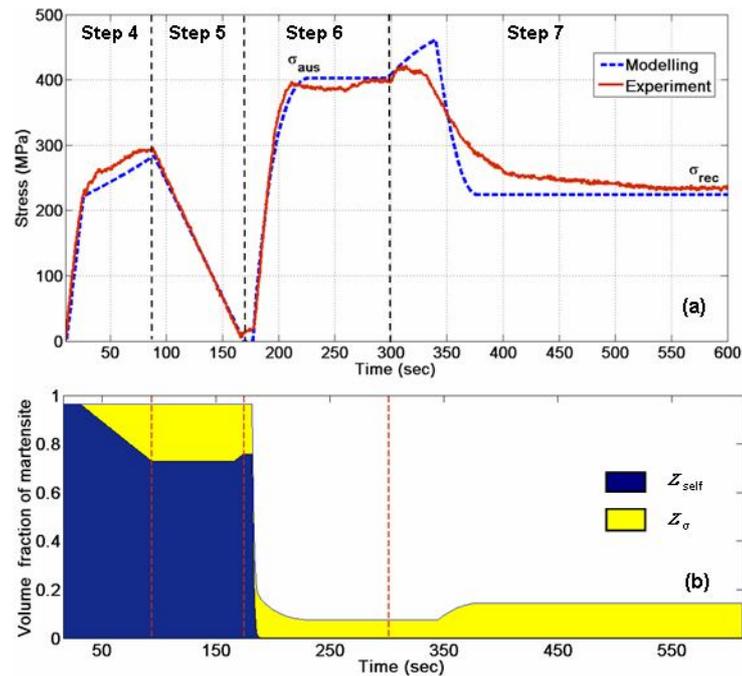


Figure III.21. Comparaison entre la modélisation et l'expérimentation pour  $\varepsilon_{mar} = 12,1 \times 10^{-3}$  : (a) Evolution de la contrainte de traction; (b) Evolution des fractions volumique de martensite [III-17].

Les Figures III.20-a et III.21-a présentent respectivement les évolutions de la contrainte de traction obtenues par le calcul numérique et par l'expérimentation au cours des étapes 4 à 7 pour  $\varepsilon_{mar} = 2,5 \times 10^{-3}$  et  $\varepsilon_{mar} = 12,1 \times 10^{-3}$ . D'une manière générale, on observe sur ces figures un bon accord entre les résultats expérimentaux et numériques pour l'évolution de la contrainte de traction au cours de la phase d'étirement à

l'état martensitique (étapes 4 et 5 – modèle A), et au cours de la phase d'activation de l'effet mémoire (étape 6 et 7 – modèle B).

On note cependant que l'effet de la contraction thermique est un peu plus marqué dans la simulation par rapport à la mesure au début de l'étape 7 : cela peut s'expliquer par une incertitude sur la température en début de refroidissement. Cependant, les contraintes maximales  $\sigma_{aus}$  et finales  $\sigma_{rec}$  sont correctement évaluées par le modèle. La Figure III.21-a montre en outre que la perte de contrainte observée à la fin du cas b de l'étape 7 est bien retrouvée par le modèle.

L'application du modèle permet de mieux comprendre les phénomènes. En effet, les variables internes (fractions volumiques de martensite) ne sont pas directement mesurables par l'expérimentation. Ces résultats sont présentés dans les Figures III.20-b et III.21-b. Pour chaque diagramme, l'évolution des fractions volumiques de la martensite peut être analysée selon quatre phases correspondant aux quatre étapes 4→7 :

- L'AMF est d'abord quasiment à l'état de martensite auto-accommodante (cf. Equation III-1.51) :  $z_{self}^{(0)} \approx 1$  and  $z_{\sigma}^{(0)} = 0$ .
- Durant l'étape 4 (chargement mécanique), de la martensite orientée apparaît au détriment de la martensite auto-accommodante lorsque la contrainte dépasse la contrainte seuil de réorientation  $\sigma_{ten}^0$  (égale à 230 MPa). On note que la fraction volumique totale de martensite ne change pas durant cette phase.
- Durant la décharge (étape 5), dans un premier temps la fraction volumique de martensite orientée ne change pas sa valeur. Cependant, à la fin de l'étape 5, un début de désorientation de la martensite orientée au déchargement provoque une légère diminution de  $z_{\sigma}$  (donc une augmentation de  $z_{self}$ ). En comparant les Figures III.20-b et III.21-b, on trouve que la valeur de fraction volumique de martensite orientée dépend du niveau de la pré-déformation  $\varepsilon_{mar}$  : plus la pré-déformation est grande, plus la quantité de martensite orientée est grande.
- Durant la transformation de la martensite en austénite, on observe que la martensite auto-accommodante disparaît presque instantanément :  $z_{self}^{(5)} \approx 0$ . Mais une martensite orientée résiduelle existe encore à la fin de l'étape 5 :
  - Pour  $\varepsilon_{mar} = 2,5 \times 10^{-3}$ , la fraction volumique de martensite orientée est quasiment nulle à la fin de l'étape 5. Ca signifie que la température  $T^{(5)}$  à la fin de l'étape 5 est assez haute pour que la transformation de la martensite en austénite (cf. Equation III-1.58) soit quasiment complète.
  - Pour  $\varepsilon_{mar} = 12,1 \times 10^{-3}$ , une martensite orientée résiduelle est clairement observée à la fin du chauffage :  $z_{\sigma}^{(5)} = 0,09$  (Figure III.21-b). Ceci veut dire que la température  $T^{(5)}$  à la fin de l'étape 5 n'est pas assez haute pour finir complètement la transformation de la martensite en austénite. Ceci entraîne une modification de la valeur de  $\sigma_{aus}$  (cf. Equation 92) mais n'influence pas la contrainte  $\sigma_{rec}$  à la fin de la procédure. Ce phénomène sera complètement analysé dans la Section III-2.3.3 ci-dessous.

- Durant le retour à température ambiante (étape 7), deux réponses différentes (selon le niveau de  $\varepsilon_{\text{mar}}$ ) sont distinguées :
  - Pour  $\varepsilon_{\text{mar}} = 2,5 \times 10^{-3}$ , aucune nouvelle martensite orientée n'apparaît. L'évolution croissante de la contrainte résulte simplement de la contraction thermique à déformation bloquée. La valeur de  $\sigma_{\text{rec}}$  est donnée par l'Equation III-1.61.
  - A l'inverse, pour  $\varepsilon_{\text{mar}} = 12,1 \times 10^{-3}$ , de la nouvelle martensite orientée apparaît à la fin du refroidissement. On observe que cette production de martensite orientée provoque une perte de contrainte à la fin de la procédure. La valeur de  $\sigma_{\text{rec}}$  est calculée par l'Equation III-1.63.

Les Figures III.22 et III.23 montrent la réponse du fil d'AMF sous la forme de diagrammes contrainte-déformation pour les deux cas précédents :  $\varepsilon_{\text{mar}} = 2,5 \times 10^{-3}$  et  $\varepsilon_{\text{mar}} = 12,1 \times 10^{-3}$ .

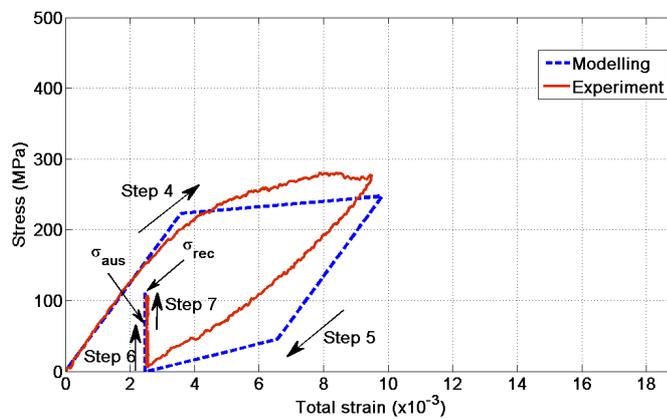


Figure III.22. Diagramme contrainte-déformation : comparaison entre la modélisation et l'expérimentation pour  $\varepsilon_{\text{mar}} = 2,5 \times 10^{-3}$  [III-22].

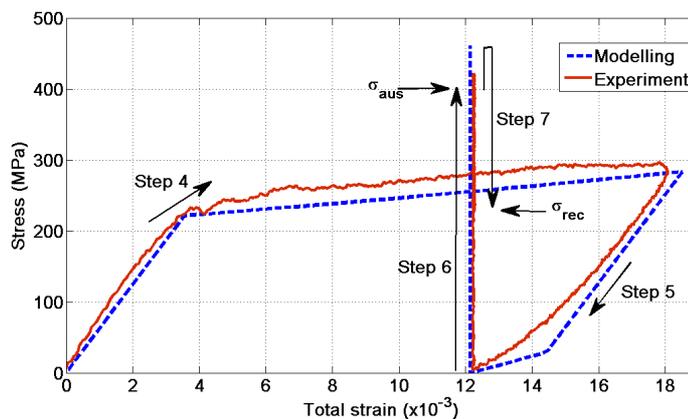


Figure III.23. Diagramme contrainte-déformation : comparaison entre la modélisation et l'expérimentation pour  $\varepsilon_{\text{mar}} = 12,1 \times 10^{-3}$  [III-22].

En regardant ces deux figures, on note un très bon accord entre essais et modélisation. En particulier, on note que le modèle décrit assez bien la phase de pré-étirement à l'état martensitique (étapes 4 et 5 – modèle A), et qu'il retrouve bien la diminution de la déformation résiduelle due à la désorientation partielle

de la martensite en fin de déchargement (étape 5). La création de contrainte par activation thermique de l'effet mémoire est également bien retrouvée (étapes 6 et 7 – modèle B), avec la perte de contrainte due à la création de martensite au refroidissement dans le second cas (Figure III.23).

### III-2.3.2. Analyse en termes de création de contrainte par effet mémoire

On applique maintenant les deux modèles A et B pour simuler les 50 tests correspondant à 50 valeurs de  $\varepsilon_{mar}$  entre  $1 \times 10^{-3}$  et  $17 \times 10^{-3}$  dont les résultats ont déjà été présentés au Chapitre II-1. La Figure III.24 montre la réponse du fil d'AMF sous la forme d'un diagramme contrainte-pré-déformation  $\varepsilon_{mar}$  (comme la Figure II.16).

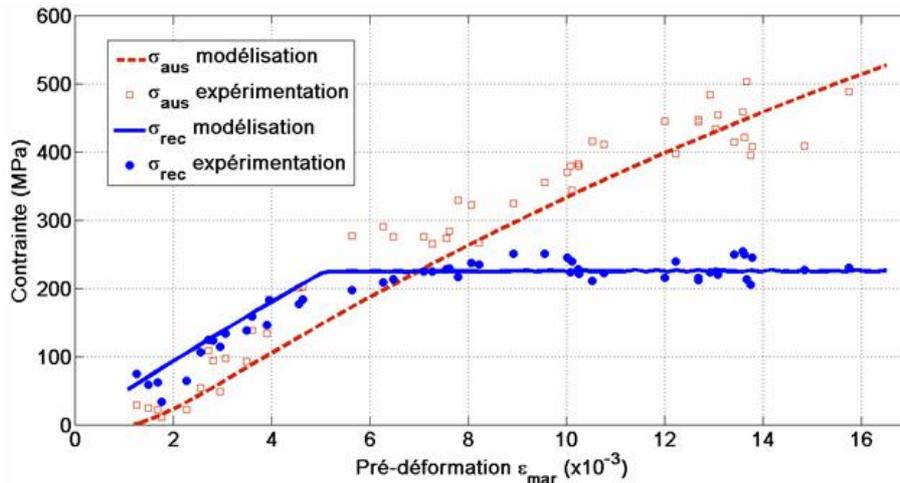


Figure III.24. Comparaison entre la modélisation et l'expérimentation : contraintes obtenues dans les fils d'AMF en fonction de la pré-déformation  $\varepsilon_{mar}$  (50 valeurs appliquées) [III-22].

On note que le modèle permet de décrire correctement la réponse complexe de l'AMF en fonction de la pré-déformation  $\varepsilon_{mar}$  :

- Deux types de réponse de l'AMF sont obtenus selon le niveau de  $\varepsilon_{mar}$  : « bas niveau » correspondant à  $\varepsilon_{mar}$  inférieure à  $6 \times 10^{-3}$  et « haut niveau » correspondant à  $\varepsilon_{mar}$  supérieure à  $6 \times 10^{-3}$ .
- La contrainte finale (« recovery stress »)  $\sigma_{rec}$  se situe à une valeur constante égale à 220 MPa pour les « hauts niveaux » de  $\varepsilon_{mar}$ . Ce phénomène est discuté plus en détail dans la Section III-2.3.3.

En conclusion, une très bonne adéquation entre la modélisation et l'expérimentation obtenue pour les 50 tests réalisés permet de valider le modèle B. Une étude complémentaire présentée dans l'Annexe 6 sur la création de forces avec contrainte initiale non nulle montre que le modèle B peut s'adapter à différentes conditions de chargement. Dans le Chapitre III-3, on utilisera ce modèle pour simuler la création de précontraintes dans des composants en béton par activation de l'effet mémoire.

### III-2.3.3. Interprétation de la perte de contrainte au refroidissement

Les résultats de la section précédente montrent que  $\sigma_{aus}$  augmente avec  $\varepsilon_{mar}$ . On montre aussi que la contrainte finale  $\sigma_{rec}$  est bornée au-delà d'une certaine valeur de  $\varepsilon_{mar}$  (Figure III.24). Dans la présente section, une analyse est réalisée pour comprendre ce résultat qui n'est pas attendu a priori :

- Section III-2.3.3.1 : on présente une analyse de l'évolution de la contrainte en fonction de la température durant les étapes 6 et 7.
- Section III-2.3.3.2 : les déformations thermo-élastiques et de transformation sont analysées en fonction de la température afin d'expliquer le résultat obtenu dans la section précédente.

#### III-2.3.3.1. Contrainte en fonction de la température

La Figure III.25 présente des diagrammes de contrainte-température simulés durant l'activation thermique de l'effet mémoire (étape 6) et le retour à température ambiante (étape 7) pour cinq valeurs différentes de  $\varepsilon_{mar}$ . Ces valeurs sont respectivement égales à : (1):  $2,5 \times 10^{-3}$  et (2):  $4,5 \times 10^{-3}$  ("basse"  $\varepsilon_{mar}$ ) ; (3):  $6,8 \times 10^{-3}$ , (4):  $9,8 \times 10^{-3}$  et (5):  $12,1 \times 10^{-3}$  ("haute"  $\varepsilon_{mar}$ ).

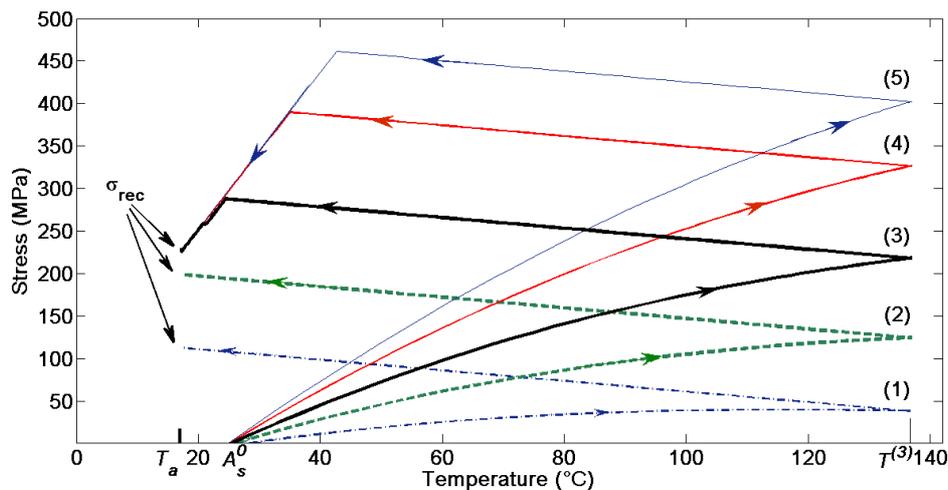


Figure III.25. Diagramme contrainte-température (étapes 6 et 7) pour cinq valeurs de  $\varepsilon_{mar}$  : (1)  $\varepsilon_{mar} = 2,5 \times 10^{-3}$  ; (2)  $\varepsilon_{mar} = 4,5 \times 10^{-3}$  ; (3)  $\varepsilon_{mar} = 6,8 \times 10^{-3}$  ; (4)  $\varepsilon_{mar} = 9,8 \times 10^{-3}$  ; (5)  $\varepsilon_{mar} = 12,1 \times 10^{-3}$ .

En observant la Figure III.25, on voit que :

- Durant l'étape 6 (augmentation de la température) chaque courbe peut être analysée en deux phases. Dans une première phase, la contrainte reste égale à zéro tant que la température est inférieure à  $A_s^0$ . Au-delà, la contrainte augmente progressivement en raison d'une combinaison entre la transformation M→A et de la dilatation thermique à déformation bloquée.
- Pour les courbes (1) et (2), on observe que la contrainte diminue très légèrement à la fin de l'étape 6. La valeur maximale de la contrainte est obtenue lorsque la transformation M→A

est complète. Ceci signifie que la température à la fin de l'étape 6 (égale ici à 138°C) est suffisante pour compléter la transformation M→A pour les deux cas (1) et (2).

- Les contraintes dans les cas (3), (4) et (5) n'atteignent pas leurs valeurs maximales. La température de 138°C n'est donc pas assez haute pour compléter la transformation M→A.
- Durant le retour à température ambiante à déformation bloquée (étape 7), l'effet de contraction thermique, qui provoque d'abord une augmentation de contrainte, est observé dans tous les cas. Cependant, à la fin de cette étape, la contrainte pour les cas (3), (4) et (5) (« hauts niveaux » de  $\varepsilon_{\text{mar}}$ ) diminue pour tendre vers une valeur finale commune égale à 220 MPa tandis que la contrainte pour les cas (1) et (2) (« bas niveaux » de  $\varepsilon_{\text{mar}}$ ) continue à augmenter. Concrètement, pour les « hauts niveaux » de  $\varepsilon_{\text{mar}}$ , la simulation montre que, lors de l'apparition de martensite orientée au refroidissement, on suit la même droite dans les trois cas dans le plan contrainte-température. Comme on revient dans tous les essais à la même température ambiante, on retombe toujours sur la même contrainte qui correspond de fait à  $\sigma_{\text{rec}}$ .

### III-2.3.3.2. Déformation en fonction de la température

L'étude précédente confirme que la contrainte obtenue durant l'activation thermique de l'effet mémoire est le résultat d'une combinaison de la transformation M↔A et de la dilatation thermique du fil en AMF. Dans la présente section, la déformation de transformation  $\varepsilon^{\text{tr}}$  et la déformation thermo-élastique  $\varepsilon^{\text{ther}}$  sont analysées. Cette analyse permet de déterminer exactement la contribution de chaque déformation partielle à la déformation totale  $\varepsilon$ , la déformation totale étant la somme des deux déformations partielles :

$$\varepsilon = \varepsilon^{\text{ther}} + \varepsilon^{\text{tr}} \tag{III-2.15}$$

$$\text{avec } \begin{cases} \varepsilon^{\text{ther}} = \frac{\sigma}{E} + \alpha(T - T_a) \\ \varepsilon^{\text{tr}} = \gamma_{\sigma} z_{\sigma} \end{cases} \tag{III-2.16}$$

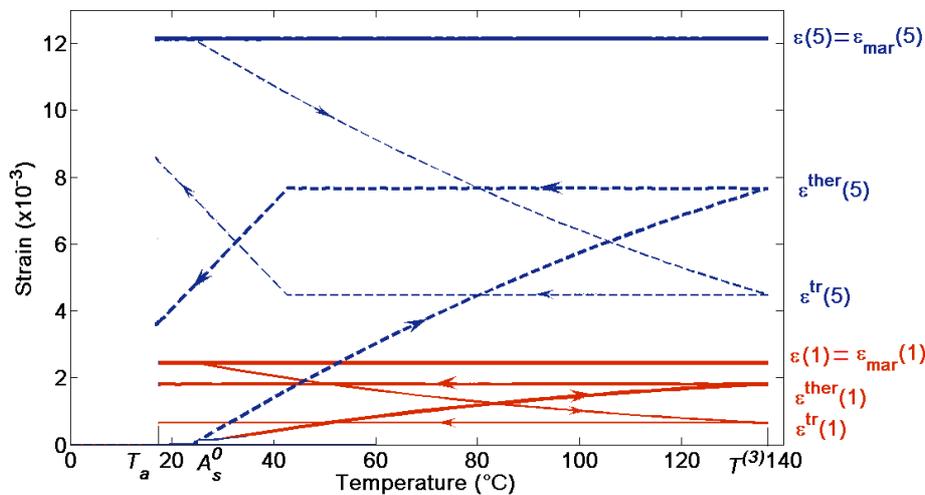


Figure III.26. Diagramme déformation-température pour deux cas de pré-déformation : “bas niveau” (1)  $\varepsilon_{\text{mar}} = 2.5 \times 10^{-3}$ ; “haut niveau” (5)  $\varepsilon_{\text{mar}} = 12.1 \times 10^{-3}$ .

La Figure III.26 illustre l'évolution de chaque déformation partielle durant l'activation thermique de l'effet mémoire (étape 6) et le retour à température ambiante (étape 7) pour les deux cas de  $\varepsilon_{mar}$  présentés précédemment (voir Figure III.25): cas (1):  $2.5 \times 10^{-3}$  ("basse"  $\varepsilon_{mar}$ ) et cas (5):  $12.1 \times 10^{-3}$  ("haute"  $\varepsilon_{mar}$ ). On note que, la déformation totale étant bloquée, on a donc  $\varepsilon = \varepsilon_{mar}$  durant tout l'essai dans les deux cas. Cependant, les déformations partielles évoluent de manières différentes en fonction de la température. Chaque diagramme peut être analysé en deux phases :

- Durant l'étape 6, la déformation de transformation est d'abord constante et égale à  $\varepsilon_{mar}$  tant que la température est inférieure à  $A_s^0$ . La déformation thermo-élastique est quasiment nulle pendant cette première période. Au-delà de  $A_s^0$ , la déformation thermique augmente tandis que la déformation de transformation diminue. Ceci signifie que la variante de martensite correspondant à la déformation de transformation disparaît. A l'inverse, l'élévation de la température provoque une augmentation de la déformation thermique.
- Durant l'étape 7, les deux niveaux de  $\varepsilon_{mar}$  correspondent à deux évolutions complètement différentes des déformations partielles :
  - Pour le cas (1) correspondant au « bas niveau » de  $\varepsilon_{mar}$ , aucun changement des déformations partielles n'est observé (ni déformation de transformation, ni déformation thermo-élastique). Ceci veut dire que durant toute l'étape 7, la contraction thermique est intégralement compensée par une augmentation de la déformation élastique (Equation III-2.16) et qu'aucune nouvelle martensite orientée n'est produite.
  - Cependant, pour le cas (5) correspondant au « haut niveau » de  $\varepsilon_{mar}$ , la déformation de transformation est d'abord constante tant que la température est supérieure à  $42^\circ\text{C}$ . En dessous de cette température, cette déformation augmente. Ce résultat montre qu'une nouvelle martensite orientée est produite lorsque la température est inférieure à  $42^\circ\text{C}$ . Au contraire, la déformation thermo-élastique diminue après avoir été constante, ce qui s'accompagne d'une perte de contrainte.

Afin de comprendre comment des déformations partielles influencent la contrainte finale  $\sigma_{rec}$  « recovery stress », qui est bornée au-delà d'une certaine valeur de  $\varepsilon_{mar}$ , la Figure III.27 montre le diagramme déformation partielle-température durant les étapes 6 et 7 pour deux cas correspondants à deux "hauts niveaux" de  $\varepsilon_{mar}$  : cas (4):  $\varepsilon_{mar} = 9,8 \times 10^{-3}$  et cas (5):  $\varepsilon_{mar} = 12,1 \times 10^{-3}$ .

Ici, on s'intéresse seulement au retour de l'AMF à température ambiante (étape 7). Suite à la discussion ci-dessus, on trouve que la déformation de transformation pour chaque cas est d'abord constante et augmente ensuite lorsque la température est inférieure à une certaine température. Les deux déformations thermo-élastiques diminuent à partir de  $42^\circ\text{C}$  pour le cas (5) ( $\varepsilon_{mar} = 12,1 \times 10^{-3}$ ) et de  $38^\circ\text{C}$  pour le cas (4) ( $\varepsilon_{mar} = 9,8 \times 10^{-3}$ ). Ce résultat montre que la température  $T_c$  correspondant au début de la production de martensite orientée dépend du niveau de  $\varepsilon_{mar}$ . Concrètement, une plus grande valeur de  $\varepsilon_{mar}$  s'accompagne d'une plus haute température  $T_c$ .

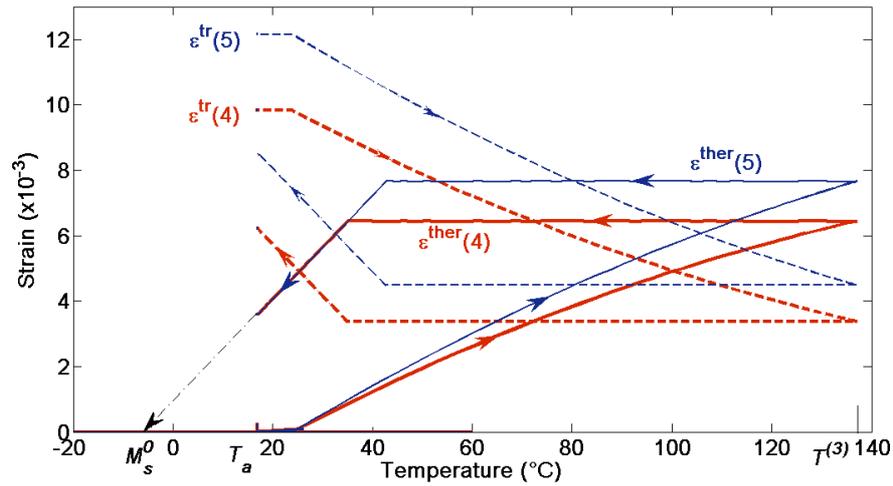


Figure III.27. Evolution de la déformation en fonction de la température pour deux cas “haut niveau” de pré-déformation : (4)  $\varepsilon_{\text{mar}} = 9,8 \times 10^{-3}$ ; (5)  $\varepsilon_{\text{mar}} = 12,1 \times 10^{-3}$ .

En observant l'évolution des déformations thermo-élastiques, on note que ces déformations suivent toujours la même droite dans le plan déformation-température. Cette droite passe par la température de transformation  $M_s^0$ . Comme on revient, dans tous les essais, à la même température ambiante, on retombe toujours sur la même valeur égale à environ  $3,9 \times 10^{-3}$ . Ceci conduit au retour de la contrainte à la valeur de 220MPa identique pour tous les essais, donc à une valeur constante de la contrainte finale  $\sigma_{\text{rec}}$  quelle que soit  $\varepsilon_{\text{mar}} > 6 \times 10^{-3}$  comme observé à la Figure III.24.

## Chapitre III-3 : Simulation de la création de précontraintes dans les composants en béton

### III-3.1. Simulation de la mise en précontraintes des poutrelles

Dans la présente section, le comportement d'une poutre renforcée par des fils en AMF est analysé à l'aide du modèle thermomécanique de l'AMF (modèle B) [III-25] détaillé dans le Chapitre III-1 :

- Section III-3.1.1 – Simulation : dans un premier temps, le modèle thermomécanique de l'AMF (modèle B) pour la transformation martensite  $\leftrightarrow$  austénite (voir Chapitre III-1, Section III-1.2) est brièvement rappelé. Les étapes expérimentales précisées précédemment sont simulées en couplant le modèle de l'AMF avec celui de la poutre élastique en béton.
- Section III-3.1.2 – Comparaison entre la modélisation et l'expérimentation : à partir de cette comparaison, une description fine du mécanisme de l'association béton/AMF ainsi que la perte de précontrainte durant le processus de la création de précontraintes par effet mémoire seront analysées.

#### III-3.1.1. Simulation

##### III-3.1.1.1. Modèle de comportement de l'AMF en traction uniaxiale

La présente section rappelle le modèle [III-25] du comportement thermomécanique de l'AMF (modèle B) détaillé dans le Chapitre III-1, Section III-1.2. Seules les équations principales pour la création de forces par activation thermique de l'effet mémoire sont rappelées ici. Les lois d'évolution de  $z_{self}$  et  $z_\sigma$  en fonction de  $T$  et  $\sigma$  peuvent être dérivées des lois de la thermodynamique. Les expressions obtenues dépendent du type de transformation de phase :

- Pour la transformation de l'austénite en martensite ( $A \rightarrow M$ ) :
 
$$\begin{cases} dz_\sigma = (1 - z_\sigma) \left[ \frac{\gamma_\sigma a_f^\sigma}{\rho (\Delta s^* - s_0)} \left( d\sigma - \rho \left( \frac{\Delta s^* - s_0}{\gamma_\sigma} \right) dT \right) \right] \\ dz_{self} = a_f^T (1 - z_{self}) dT \end{cases} \quad (III-3.1)$$

- Pour la transformation de la martensite en austénite ( $M \rightarrow A$ ) :
 
$$\begin{cases} dz_\sigma = z_\sigma \left[ \frac{\gamma_\sigma a_r^\sigma}{\rho (\Delta s^* + s_0)} \left( d\sigma - \rho \left( \frac{\Delta s^* + s_0}{\gamma_\sigma} \right) dT \right) \right] \\ dz_{self} = -a_r^T z_{self} dT \end{cases} \quad (III-3.2)$$

Les valeurs des différents paramètres  $a_f^\sigma$ ,  $a_f^T$ ,  $\Delta s^*$ ,  $s_0$ ,  $a_r^\sigma$  et  $a_r^T$  qui apparaissent dans ces équations sont données dans le Chapitre III-2, Tableau III.1.

Ici, ces expressions correspondent au cas d'un chargement uniaxial. La contrainte de traction uniaxiale s'écrit alors:

$$\sigma = E [\varepsilon - \gamma_{\sigma} z_{\sigma} - \alpha (T - T_{amb})] \quad (\text{III-3.3})$$

où  $E$  est le module d'Young de l'AMF et  $\alpha$  son coefficient de dilatation thermique.

### III-3.1.1.2. Modèle thermomécanique d'une poutre en béton -AMF

L'objectif de cette section est de créer un modèle thermomécanique pour la création de précontraintes dans une poutre en béton en utilisant des fils en AMF. Le modèle est créé en couplant le modèle de l'AMF avec le modèle du béton.

Pour le comportement des fils en AMF, le modèle B présentée ci-dessus est appliqué. Les données d'entrée de ce modèle sont la pré-déformation donnée aux fils et le cycle de température appliqué pour l'activation de l'effet mémoire. Le modèle permet de calculer l'évolution de la contrainte dans les fils.

Pour le comportement du béton, on utilise un modèle purement élastique. Le module d'Young du béton  $E_c = 19,9$  GPa est appliqué. La Figure III.28 présente le schéma de la poutrelle équipée de 4 fils d'AMF.

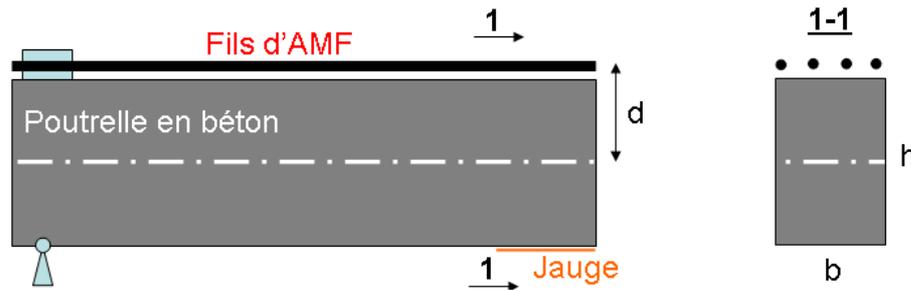


Figure III.28. Schéma de la poutrelle équipée de 4 fils d'AMF

En pratique, pour chaque poutrelle, la simulation est réalisée en trois étapes :

- Dans la première étape, on simule la création de contraintes dans un fil par utilisation du modèle B. Les données d'entrée pour ce modèle sont la pré-déformation  $\varepsilon_{mar}$  donnée aux fils à l'état martensitique avant leur fixation sur les poutrelles à température ambiante, et la température. La procédure de calcul détaillée à la Section III-1.2 est appliquée pour la simulation. Le résultat obtenu à l'aide de cette procédure est la contrainte dans les fils notée  $\sigma_{SMA}$  en fonction de la température.
- Dans la deuxième étape, on utilise la contrainte  $\sigma_{SMA}$  obtenue à la première étape pour calculer la déformation longitudinale notée  $\varepsilon_{c0}$  à mi-travée de la poutrelle. Les données d'entrée pour le calcul sont les caractéristiques géométriques et mécaniques de la poutrelle ainsi que la relation contrainte dans les fils d'AMF versus température calculée à l'étape précédente.
- La troisième étape consiste à tenir compte des effets du second ordre induits par la déformation de la poutrelle sur sa géométrie, en particulier sur la distance entre les ancrages des fils. En effet, la courbure de la poutrelle causée par la flexion provoque un rapprochement des ancrages, donc une

diminution de la longueur des fils qui entraîne une diminution de leur déformation longitudinale. La perte de contrainte qui en résulte induit une diminution des déformations dans la poutrelle qui peut être facilement évaluée à partir des équations classiques de la théorie des poutres élastique. En pratique, on obtient la valeur réelle  $\varepsilon_c$  de la déformation longitudinale sur la face inférieure de la poutrelle en divisant  $\varepsilon_{c0}$  par un coefficient de correction  $\zeta > 1$ :

$$\varepsilon_{cb} = \varepsilon_{c0} / \zeta \quad (\text{III-3.4})$$

avec  $\zeta$  donné par :

$$\zeta = 1 + \frac{EA_f}{E_c} \left( \frac{1}{A_c} + \frac{d^2}{I_c} \right) \quad (\text{III-3.5})$$

Finalement, compte tenu de l'équation classique donnant la déformation longitudinale dans une poutre sollicitée en flexion composée, il est facile de déduire l'évolution de la déformation réelle  $\varepsilon_c$  à partir de la contrainte  $\sigma_{SMA}$  calculée dans les fils à la première étape. La relation entre  $\varepsilon_c$  et  $\sigma_{SMA}$  est donnée par l'expression suivante:

$$\varepsilon_c = \frac{n_f \sigma_{SMA} A_f}{\zeta} \left( \frac{1}{E_c A_c} - \frac{dh}{2I_c E_c} \right) \quad (\text{III-3.6})$$

avec  $n_f$  le nombre de fils ;  $A_f$  la section du fil ;  $A_c$  l'aire et  $I_c$  l'inertie de la section de la poutrelle,  $E_c$  le module du béton.

### III-3.1.2. Comparaison entre simulation et expérimentation

Quatre des six poutrelles testées au Chapitre II-2 sont modélisées. Chaque poutrelle correspond à une valeur de la pré-déformation  $\varepsilon_{mar}$  des fils d'AMF (cf. Tableau III.2) selon deux groupes : « bas niveau » (inférieure à  $6 \times 10^{-3}$ ) et « haut niveau » (supérieure à  $6 \times 10^{-3}$ ).

Tableau III.2. Poutrelles en béton renforcées par des fils en AMF utilisées pour la comparaison entre simulation et expérimentation [III-30]

| Poutrelle | Pré-déformation        |
|-----------|------------------------|
| P1        | $4.26 \times 10^{-3}$  |
| P2        | $5.69 \times 10^{-3}$  |
| P3        | $8.44 \times 10^{-3}$  |
| P4        | $10.99 \times 10^{-3}$ |

On part d'une température ambiante égale à 21°C. La température maximale est prise égale à 80°C pour les poutrelles P1 et P2, et 120°C pour les poutrelles P3 et P4, conformément aux conditions d'essais. L'évolution de la déformation  $\varepsilon_c$  obtenue par la simulation pour chacune des quatre poutrelles durant

l'activation thermique de l'effet mémoire et le retour à température ambiante sont présentées sur les Figures III.29 et III.30.

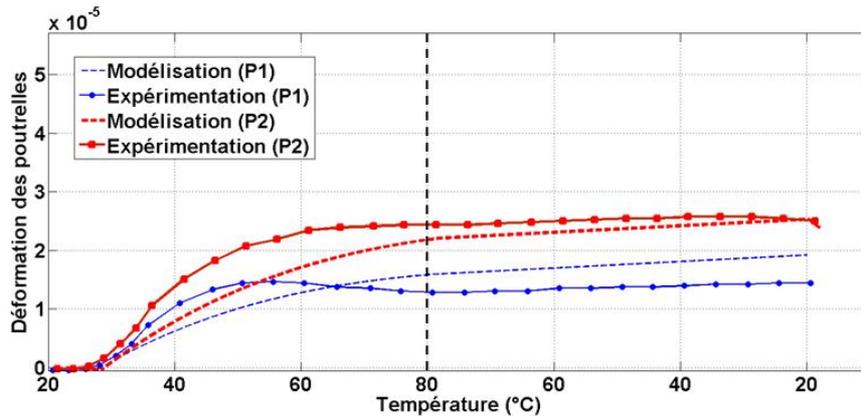


Figure III.29. Comparaison entre la modélisation et l'expérimentation pour les poutrelles P1 et P2 : déformation  $\varepsilon_c$  sur la face inférieure des poutrelles en fonction de la température (limitée à 80°C) durant le processus de création de la précontraintes par effet mémoire [III-30].

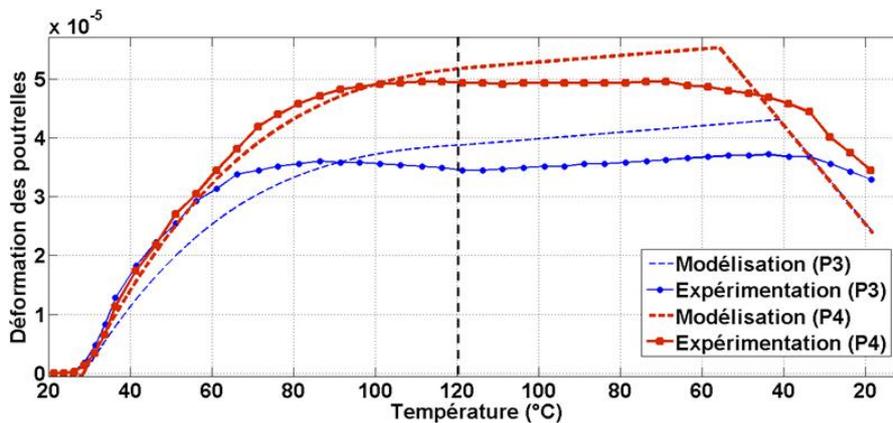


Figure III.30. Comparaison entre la modélisation et l'expérimentation pour les poutrelles P3 et P4 : déformations  $\varepsilon_c$  sur la face inférieure des poutrelles en fonction de la température (limitée à 120°C) durant le processus de création de la précontraintes par effet mémoire [III-30].

On observe sur ces figures que la simulation retrouve les principaux aspects du processus de mise en précontrainte des poutrelles. Chaque couple de courbes expérimentales et calculées présenté sur cette figure peut être analysé selon deux phases :

- Dans la première phase, partant d'une déformation initiale nulle, on observe une augmentation de la déformation due à la mise en tension des fil par activation thermique de l'effet mémoire. Le léger décalage entre la modélisation et l'expérimentation peut être expliqué par la difficulté de maîtriser la condition initiale lors de la mise en place des fils qui doivent être parfaitement rectilignes sans être tendus. De plus, les fils sont étirés séparément avant d'être fixés sur chaque poutrelle et la valeur de pré-déformation  $\varepsilon_{mar}$  utilisée pour la simulation est la valeur moyenne des  $\varepsilon_{mar}$  effectifs pour les quatre fils de chaque poutrelle. Donc, il existe une incertitude entre la pré-déformation utilisée pour le modèle et pour le test qui peut être une source supplémentaire d'écart entre la modélisation et l'expérimentation.

- La légère diminution de déformation obtenue par le calcul à la fin de la phase de chauffage résulte de la dilatation thermique du fil entièrement revenu à l'état austénitique. Ceci n'est pas visible sur les courbes expérimentales où l'évolution est plus progressive.
- Au début de la phase de refroidissement, la déformation augmente légèrement à cause de la contraction thermique du fil. Ce mécanisme est trouvé dans toutes les poutrelles. Puis, en deçà de 60°C, tandis que pour les poutrelles P1&P2 (correspondant à un « bas niveau » de  $\varepsilon_{\text{mar}}$ ), la déformation continue d'augmenter, pour les poutrelles P3&P4 (correspondant à un « bas niveau » de  $\varepsilon_{\text{mar}}$ ), celle-ci diminue vers une valeur finale de  $3 \times 10^{-5}$  environ. Le fait que la déformation finale calculée soit identique pour les deux poutrelles est cohérent avec le fait que la valeur de la contrainte finale  $\sigma_{\text{rec}}$  est constante pour  $\varepsilon_{\text{mar}} > 6 \times 10^{-3}$  (voir Figure III.24). L'analyse de l'évolution des fractions calculées de martensite montre que la diminution de déformation observée en fin d'essai pour les poutrelles P3 et P4 résulte d'une production partielle de martensite orientée durant le refroidissement. Ce phénomène a été précisément analysé dans le Chapitre III-2, Section III-2.3).

### **III-3.2. Simulation du confinement actif des cylindres en béton**

La présente section porte sur la simulation du confinement actif des cylindres en béton, et plus particulièrement de la réponse thermomécanique complexe des fils d'AMF enroulés sur les cylindres. On utilise les deux modèles de l'AMF détaillés dans le Chapitre III-1 pour simuler des étapes I à V présentées dans la Partie II (cf. Chapitre II-3, Section II-3.1). Les essais d'écrasement ne sont pas concernés dans ce travail. L'objectif de l'étude est de comprendre la phase de création du confinement actif et d'analyser les résultats surprenants donnés par les essais (cf. §II-3.1.2) :

- ❖ En termes de création de contrainte, le comportement global des fils courbes est très différent de celui des fils droits.
- ❖ Un état de confinement est obtenu avec un fil enroulé sans avoir été pré-étiré (pré-déformation nulle).

La présente section est structurée selon le plan suivant :

- Section III-3.2.1 – Simulation des étapes I à V :
  - ❖ Dans un premier temps, on utilise le modèle A (comportement en traction-compression de l'AMF à l'état martensitique, voir Chapitre III-1, Section III-1.1) afin de simuler la phase d'enroulement du fil martensitique autour du cylindre (étapes I à III).
  - ❖ Dans un second temps, le modèle B (transformation martensite  $\leftrightarrow$  austénite, voir Chapitre III-1, Section III-1.2) est utilisé afin de simuler l'activation thermique de l'effet mémoire (étape IV) et le retour à température ambiante (étape V).
- Section III-3.2.2 – Résultats et discussions : à partir de la comparaison entre l'expérimentation et la modélisation, on propose une interprétation du mécanisme complexe de l'interaction béton/AMF.

#### **III-3.2.1. Simulation des étapes I à V**

Toutes les étapes d'essais détaillées dans le Chapitre II-3, Section II-3.1 sont simulées. Les étapes d'étirement du fil (étapes I et II) sont discutées dans la Section III-3.2.1.1. Ensuite, l'étape III est simulée en utilisant le modèle A. Enfin, on simule dans la Section III-3.2.1.3 la création du confinement actif (étapes IV et V) par l'utilisation du modèle B.

### III-3.2.1.1. Simulation des étapes I et II

Les étapes I et II correspondent à l'étirement du fil droit à l'état martensitique pour obtenir une pré-déformation  $\varepsilon_{mar}$  après déchargement. Ces étapes correspondent à la préparation des fils avant leur mise en place sur les cylindres (voir Chapitre II-3, Section II-3.1.1.2). En conséquence, une certaine proportion de martensite orientée en traction est créée. En pratique, la fraction volumique initiale de martensite orientée en traction  $z_{ten}^{initial}$  est simplement donnée par l'équation suivante :

$$z_{ten}^{initial} = \frac{\varepsilon_{mar}}{\gamma_{ten}} \quad (III-3.7)$$

où  $\gamma_{ten}$  est la déformation pseudoélastique maximale en traction uniaxiale. La valeur  $z_{ten}^{initial}$  ainsi calculée s'applique à l'ensemble du fil, c'est-à-dire de manière uniforme dans toute section transversale du fil. Cette quantité est une donnée d'entrée pour la simulation de l'étape d'enroulement du fil autour du cylindre.

### III-3.2.1.2. Simulation de l'enroulement du fil martensitique pré-déformé (étape III)

Le modèle A élaboré dans le Chapitre III-1, Section III-1.1 est appliqué à la simulation d'une section du fil dans la phase de son enroulement autour du cylindre. En pratique pour le calcul, la section est discrétisée en  $m$  bandes élémentaires de hauteur  $dy$  (Figure III.31-a). Dans cette simulation, un nombre de bandes élémentaires  $m = 100$  est choisi.

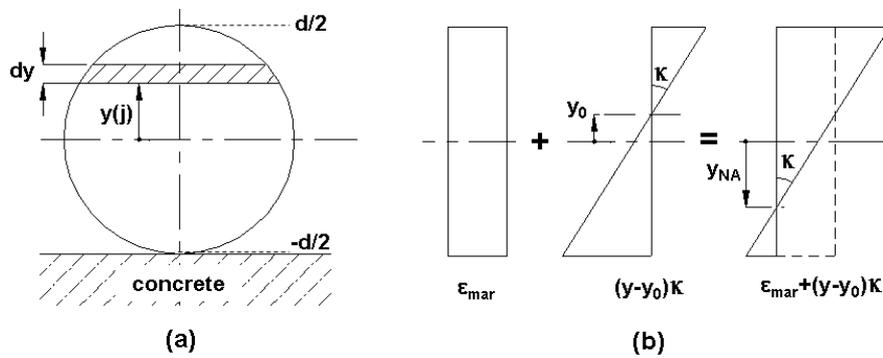


Figure III.31. a) Discretisation de la section du fil ; b) Distribution de la déformation dans la section.

La Figure III.31-b présente l'état de déformation imposé au fil enroulé sur le cylindre en béton.  $\varepsilon_{mar}$  est la pré-déformation imposée au fil martensitique avant l'enroulement du fil. La courbure  $\kappa$  imposée au fil par la géométrie du cylindre lors de l'enroulement est calculée à l'axe du fil à partir du diamètre du cylindre  $D$  et de celui du fil  $d$  :

$$\kappa = \frac{2}{(d + D)} \quad (III-3.8)$$

Compte tenu du diamètre du cylindre égal à 74,4 mm et de celui du fil égal à 1 mm, on obtient une courbure  $\kappa$  du fil égale à  $26,53 \text{ m}^{-1}$ , applicable à tous les cylindres.

En raison de la courbure imposée par l'enroulement du fil sur le cylindre, on voit sur la Figure III.31-b qu'une partie de la section du fil peut se trouver tendue et l'autre comprimée. Sur cette figure, plus exactement,  $y_0$  et  $y_{NA}$  sont définis comme suit :

- $y_0$  représente la localisation de l'axe neutre de la déformation provoquée par l'enroulement du fil. La valeur de  $y_0$  dépend des conditions de mise en œuvre de l'opération d'enroulement (avec ou sans glissement entre le fil et le béton par exemple...).
- $y_{NA}$  est la localisation de l'axe neutre dans la section du fil enroulé compte tenu de la pré-déformation. On voit que la valeur de  $y_{NA}$  dépend de  $\varepsilon_{mar}$ , de  $y_0$  et de  $\kappa$ .

Finalement, la déformation après enroulement d'un point situé à la base d'une bande  $j$  est donnée par:

$$\varepsilon(j) = [y(j) - y_0] \times \kappa + \varepsilon_{mar} \quad (\text{III-3.9})$$

où  $y(j)$  définit la distance entre le centre de la section et le point considéré. On en déduit la localisation de l'axe neutre dans la section du fil enroulé  $y_{NA}$  :

$$y_{NA} = y_0 - \frac{\varepsilon_{mar}}{\kappa} \quad (\text{III-3.10})$$

Dans la présente étude, la localisation de l'axe neutre de la déformation provoquée par l'enroulement du fil  $y_0$  est considérée comme un paramètre de la simulation. Plusieurs cas correspondant à  $y_0$  compris entre 0 (enroulement sans frottement) et  $-d/2$  (enroulement sans glissement) seront étudiés.

Ces points étant posés, la simulation de l'étape d'enroulement consiste à imposer des incréments de courbure  $\Delta\kappa$  depuis l'état initial  $\kappa=0$  (i.e.  $\varepsilon(j) = \varepsilon_{mar} \quad \forall y(j)$ ) jusqu'à  $\kappa$  donné par l'Equation III-3.8, avec une valeur de  $y_0$  fixée. A chaque incrément de la courbure correspond un incrément de déformation  $\Delta\varepsilon(j) = y(j)\Delta\kappa$ . L'application du modèle A permet de simuler l'évolution de la variable  $z_\sigma(j)$  qui en résulte.

Finalement, la relation entre la contrainte et la déformation d'un point situé à la base d'une bande  $j$  dans la section du fil enroulé s'écrit :

$$\sigma(j) = E [\varepsilon(j) - \gamma_\sigma z_\sigma(j)] \quad (\text{III-3.11})$$

avec  $E$  le module d'Young de l'AMF .

### III-3.2.1.3. Simulation de la réponse du fil durant les étapes IV et V

Le modèle B élaboré dans le Chapitre III-1, Section III-1.2 est maintenant appliqué à la simulation de l'état de contrainte créé dans une section du fil durant l'activation thermique de l'effet mémoire (étapes IV et V). Tout au long du cycle thermique, la géométrie du fil déformé imposée par celle du cylindre auquel il est fermement fixé, ne peut pas changer. Il en résulte que l'état de déformation atteint à l'issue de l'étape d'enroulement (Equation III-3.9) est supposé constant pour la simulation qui suit. Lorsque la température change, les fractions volumiques de martensite évoluent. En conséquence, la distribution de la contrainte

dans une section du fil évolue également. Comme la distribution des déformations est fixée, pour un point situé à la base d'une bande  $j$ , on a  $\dot{\varepsilon}(j) = 0$ . Compte tenu de l'Equation II-3.11, l'évolution de la contrainte en ce point s'écrit donc :

$$\dot{\sigma}(j) = -E [\gamma_{\sigma}(j) \dot{z}_{\sigma}(j) + \alpha \dot{T}] \quad (\text{III-3.12})$$

Le principe de la simulation numérique consiste à résoudre le système constitué par les Equations III-1.46 et III-1.47 établies au Chapitre III-1 et l'équation III-3.12. Ceci est fait dans une procédure pas-à-pas calée sur le cycle thermique utilisé pour les essais. Les résultats obtenus sont les évolutions de la contrainte et des fractions de martensite en tout point de la section du fil au cours du cycle thermique (chauffage/refroidissement). Ces résultats sont discutés dans la section suivante.

### III-3.2.2. Résultats et discussions

#### III-3.2.2.1. Analyse des résultats dans une section de fil

Avant de présenter la comparaison entre l'expérimentation et la modélisation, on analyse l'évolution des certaines grandeurs dans une section du fil obtenue par la simulation. Ces résultats ne peuvent pas être obtenus par l'étude expérimentale. A titre d'exemple, la Figure III.32 montre les distributions dans une section du fil de la déformation, de la contrainte et des fractions volumiques de martensite obtenue par la simulation pour deux étapes essentielles du processus de confinement : la simulation concerne le cylindre C4 (voir Figure II.29) avec  $\varepsilon_{mar} = 6,22 \times 10^{-3}$ , d'où  $z_{ten}^{initial} = 0,105$  et  $y_0 = 0$ .

- La Figure III.32-a décrit les résultats obtenus à la fin de la phase d'enroulement du fil autour du cylindre (modèle A – étape III). Suite à l'explication donnée à la section précédente, la distribution de la déformation est directement imposée par la pré-déformation  $\varepsilon_{mar}$ , par la courbure  $\kappa$  et par la localisation  $y_0$  de l'axe neutre de déformation lors de l'enroulement (cf. Equation III-3.9). La valeur de  $y_0$  a été fixée à 0 (enroulement sans frottement). La pente du diagramme de déformation est égale à  $\kappa$ . En regardant la distribution obtenue pour la contrainte, l'asymétrie traction-compression est clairement observée. On trouve également que la contrainte et la déformation ne sont pas égales à zéro à la même localisation dans la section. Ceci est dû au fait que l'axe neutre du diagramme de contrainte qui résulte du seul enroulement est nécessairement situé en  $y_0$  tandis que l'axe neutre de déformation  $y_{NA}$  se trouve décalé vers le bas (à gauche sur la figure) du fait de la pré-déformation  $\varepsilon_{mar}$  donnée au fil avant enroulement (cf. Equation III-3.10). Par ailleurs, on observe que la plus grande partie de la section reste à l'état de martensite auto-accommodante ( $z_{self} = 1$ ). La martensite orientée en traction existe non seulement dans la zone tendue (à droite), mais aussi dans la zone comprimée (à gauche). En particulier, dans une zone proche du centre du fil, on observe une fraction volumique de martensite orientée en traction égale 0,105. Cette valeur correspond à la pré-déformation  $\varepsilon_{mar} = 6,22 \times 10^{-3}$  imposée dans l'étape précédente (étape II). On trouve également une petite proportion de martensite orientée en compression dans la zone où le fil est le plus fortement comprimé (à gauche).
- La Figure III.32-b montre les grandeurs obtenues dans la section du fil après le retour à température ambiante (modèle B – étape V). Comme indiqué plus haut, le diagramme de déformation est inchangé. L'asymétrie traction-compression est également retrouvée sur le diagramme de contrainte qui a évolué. Par rapport au cas précédent, l'axe neutre de contrainte est décalé vers la gauche sur la figure. En particulier, la contrainte plafonne à la valeur  $\sigma_{rec}$  pour certaines zones de la section. Ce

résultat est cohérent avec le comportement du fil droit pour les grandes pré-déformations (cf. Figure III.24). On constate que la zone de contraintes positives (traction) est plus importante que celle de contraintes négatives (compression). L'intégration de la distribution des contraintes dans la section conduit à une contrainte moyenne de traction  $\sigma_{SMA}$  significative dans le fil ( $\sigma_{SMA} > 0$ ). Un effet de confinement significatif est donc obtenu dans le cylindre en béton. Le fil est maintenant principalement composé d'austénite (résultat de la transformation M→A durant le cycle thermique). Cependant, un peu de martensite orientée en traction est réapparue lors du retour à température ambiante en principalement dans la zone tendue de la section, mais aussi dans la zone comprimée près de l'axe neutre. On trouve, de plus, une petite quantité de martensite orientée en compression à l'extrémité de la zone comprimée (à gauche).

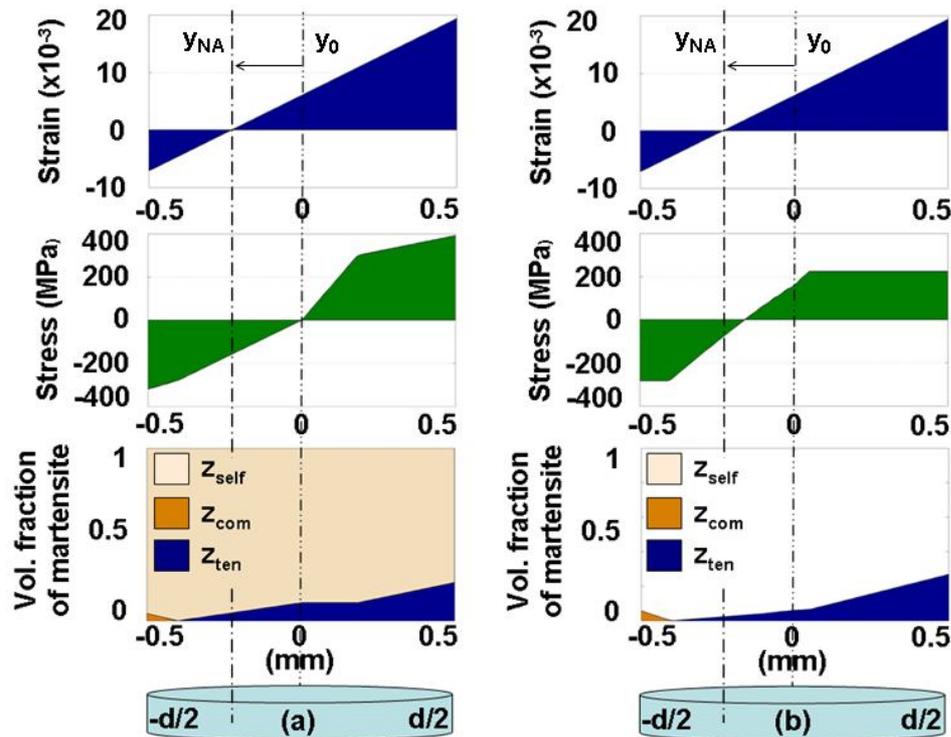


Figure III.32. Distributions de la déformation, de la contrainte et des fractions volumiques de martensite dans une section du fil enroulé avec  $\varepsilon_{mar} = 6,22 \times 10^{-3}$  et  $y_0 = 0$  : a) à la fin de l'étape III ; b) à la fin de l'étape V.

### III-3.2.2.2. Analyse en fonction de la pré-déformation $\varepsilon_{mar}$ et de diverses valeurs $y_0$

Sur la Figure III.33, on a reporté les valeurs de traction moyenne dans le fil déduites des essais à partir des mesures de la déformation circonférentielle des cylindres (voir Figure II.30). Comme cela a déjà été mentionné lors de la discussion des résultats expérimentaux (cf. Chapitre II-3, Section II-3.1.2), cette contrainte apparente moyenne, à l'origine de l'état de confinement du cylindre, est sensiblement constante pour les valeurs basses de la pré-déformation ( $\varepsilon_{mar} \leq 6 \times 10^{-3}$ ) ; par contre, elle décroît rapidement pour les pré-déformation plus élevées ( $\varepsilon_{mar} > 6 \times 10^{-3}$ ). Ce résultat, contradictoire avec le comportement d'un fil droit, semble indiquer une influence majeure de la courbure sur le comportement global du fil. Afin de comprendre ce phénomène, on se propose de simuler le comportement du fil enroulé pour diverses combinaisons de la pré-déformation  $\varepsilon_{mar}$  et de  $y_0$ .

Dans ce qui suit, les mêmes calculs sont donc répétés pour diverses valeurs de  $\varepsilon_{mar}$  comprises entre 0 à  $14 \times 10^{-3}$  et pour différentes positions de l'axe neutre  $y_0$  comprises entre 0 et  $-d/2$ . Cette dernière grandeur est quantifiée par le ratio rapporté au diamètre du fil :

$$\delta = -\frac{y_0}{d} \quad (\text{III-3.13})$$

Les résultats de ces simulations sont représentées par les lignes continues sur la Figure III.33. Chaque ligne correspond à une valeur fixée de  $\delta$  comprise entre 0 (enroulement sans frottement entre le béton et le fil) et 0,5 (enroulement sans glissement du fil sur le béton).

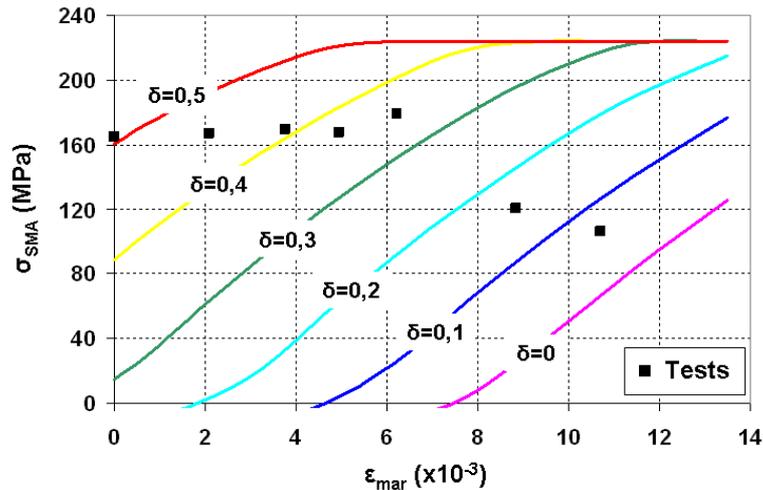


Figure III.33. Contrainte moyenne finale de traction dans le fil en AMF enroulé en fonction de la pré-déformation  $\varepsilon_{mar}$  pour différentes valeurs de  $\delta = -\frac{y_0}{d}$  : comparaison entre essais et simulations.

Cette figure confirme l'existence d'un mécanisme complexe d'interaction entre le fil et le cylindre, dû à la courbure imposée par le cylindre au fil lors de l'enroulement ainsi qu'aux conditions d'enroulement (position de  $y_0$ ) :

- Tout d'abord, les résultats simulés confirment la possibilité d'obtenir un effet de confinement ( $\sigma_{SMA} > 0$ ) à l'aide d'un fil non pré-étiré ( $\varepsilon_{mar} = 0$ ). En particulier, on observe que la valeur déduite de l'essai du cylindre C0 ( $\sigma_{SMA} = 160 \text{ MPa}$ ) est retrouvée pour  $\delta = 0,5$ , c'est-à-dire pour  $y_0 = -0,5 \text{ mm}$ .
- Pour chaque valeur de  $\delta$ , la contrainte de traction simulée  $\sigma_{SMA}$  augmente avec la pré-déformation  $\varepsilon_{mar}$  imposée au fil martensitique avant enroulement. Lors  $\delta < 0,27$  environ, la contrainte  $\sigma_{SMA} > 0$  n'est obtenue qu'à partir d'une certaine valeur de  $\varepsilon_{mar}$  qui augmente lorsque  $\delta$  diminue. A l'inverse, l'effet de confinement ( $\sigma_{SMA} > 0$ ) peut être obtenu sans pré-déformation ( $\varepsilon_{mar} = 0$ ) dès que  $\delta > 0,27$ . Dans tous les cas cependant, les courbes simulées tendent vers une limite supérieure correspondant à  $\sigma_{rec} = 230 \text{ MPa}$ .

On observe sur la Figure III.33 que les points expérimentaux s'intercalent entre les courbes simulées, c'est-à-dire que chaque point semble correspondre à une valeur différente de  $\delta$ . Afin d'analyser ce phénomène, on détermine précisément la valeur  $\delta$  qui correspond à chaque point dont on déduit ensuite la position  $y_{NA}$  de l'axe neutre de déformation après enroulement à l'aide de l'Equation III-3.10. Les résultats obtenus sont présentés dans le Tableau III.3.

Tableau III.3. Les valeurs de  $\delta$ ,  $y_0$  et  $y_{NA}$  déduites des résultats expérimentaux pour les sept cylindres testés (cf. Chapitre II-3).

| Cylindre | $\varepsilon_{mar}(10^{-3})$ | $\delta$ | $y_0$ (mm) | $y_{NA}$ (mm) |
|----------|------------------------------|----------|------------|---------------|
| C0       | 0                            | 0,499    | -0,499     | -0,499        |
| C1       | 2,08                         | 0,443    | -0,443     | -0,521        |
| C2       | 3,76                         | 0,403    | -0,403     | -0,545        |
| C3       | 4,95                         | 0,362    | -0,362     | -0,549        |
| C4       | 6,22                         | 0,353    | -0,353     | -0,587        |
| C5       | 8,84                         | 0,184    | -0,184     | -0,517        |
| C6       | 10,71                        | 0,074    | -0,074     | -0,478        |

Ce résultat est présenté sur la Figure III.34 sur laquelle on a reporté les positions  $y_0$  et  $y_{NA}$  en fonction de  $\varepsilon_{mar}$ . Cette figure montre clairement que la valeur de  $y_0$  passe progressivement de -0,5mm (cylindre C0) à presque 0 (cylindre C6), comme si l'on passait d'un contact sans glissement entre le fil et le béton pour  $\varepsilon_{mar} = 0$  à un contact sans frottement pour  $\varepsilon_{mar} = 12 \times 10^{-3}$  environ. Par contre, la position de l'axe neutre  $y_{NA}$  ne change pas et garde une valeur constante égale à -0,5mm environ quelle que soit la valeur de  $\varepsilon_{mar}$ .

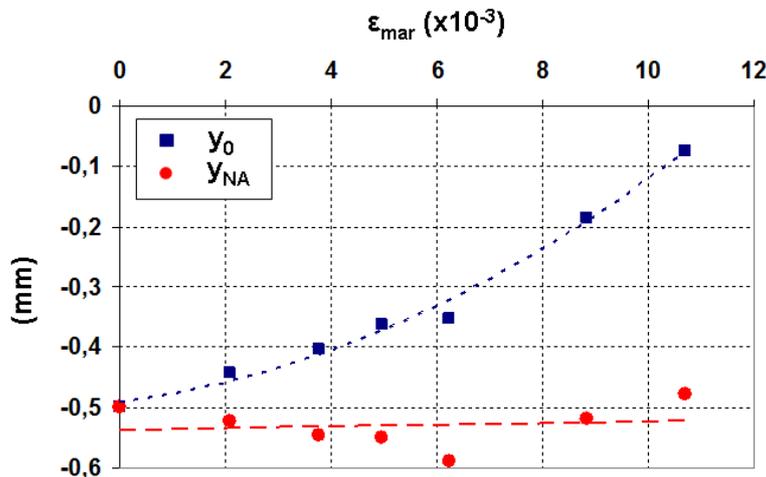


Figure III.34. Positions de  $y_0$  et  $y_{NA}$  en fonction de la pré-déformation du fil  $\varepsilon_{mar}$ .

On peut conclure de cette analyse que le comportement singulier du fil et les contraintes de confinement déduites des essais s'expliquent par le fait que lors de l'enroulement du fil, l'axe neutre de déformation se positionne au point de contact entre le fil et le béton (i.e.  $y_{NA} = -0,5$ mm) de telle manière que la totalité de la section du fil soit en extension.

Afin de compléter l'analyse, on examine en détail le mécanisme de création du confinement dans le cylindre C0. La simulation est réalisée avec  $\varepsilon_{mar} = 0$  et  $y_0 = -0,5\text{mm}$ . Les résultats sont présentés sur la Figure III.35. La position de l'axe neutre  $y_{NA} = y_0 = -0,5\text{mm}$  (cf. Equation III-3.8) fait que l'enroulement du fil crée un état de pré-déformation dans la section (Figure III.35-a). L'activation thermique provoque le retour à l'état austénitique avec un effet mémoire à déformation bloquée ce qui entraîne l'apparition de contraintes dans le fil (Figure III.35-b). L'intégration de la distribution des contraintes après refroidissement conduit à une contrainte moyenne  $\sigma_{SMA}$  non nulle dans le fil en AMF. Un effet de confinement significatif est ainsi obtenu dans le cylindre en béton à l'aide d'un fin non pré-étiré.

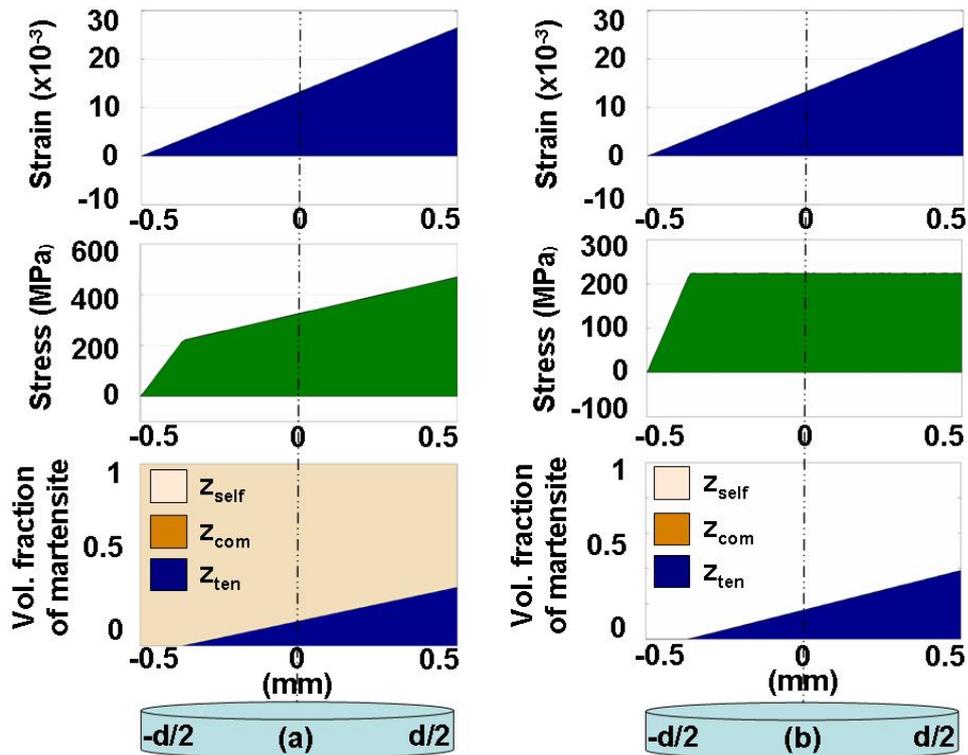


Figure III.35. Distributions de la déformation, de la contrainte et des fractions volumiques de martensite dans la section du fil pour  $\varepsilon_{mar} = 0$  et  $y_0 = -0,5\text{ mm}$  : a) après enroulement du fil martensitique sur le cylindre (étape III) ; b) après chauffage et retour à température ambiante (étape V).

### III-3.2.2.3. Discussion

Pour conclure, les principales remarques sont résumées dans les points suivants :

- Pour les petites valeurs de  $\varepsilon_{mar}$ , la déformation du fil à l'état martensitique dépend principalement de la courbure imposée au fil. Dans ce cas, le rôle de la courbure envers la contrainte moyenne  $\sigma_{SMA}$  dans le fil est plus important que celui de la pré-déformation. Ici on a la même valeur de courbure ( $26,53\text{ m}^{-1}$ ) pour les cylindres C0 à C6. Cette donnée explique pourquoi dans la Figure III.33, on observe la même valeur de  $\sigma_{SMA}$  dans le fil d'AMF correspondant aux petites valeurs de  $\varepsilon_{mar}$  (inférieure à  $6 \times 10^{-3}$ ).
- En revanche, pour les « grandes » valeurs de  $\varepsilon_{mar}$  (supérieure à  $6 \times 10^{-3}$ ), l'influence de la courbure est moins importante que celle de la pré-déformation. Il en résulte que la contrainte

$\sigma_{SMA}$  obtenue dans le fil enroulé ne dépend pas seulement de sa courbure, mais aussi de sa pré-déformation. Ce mécanisme provoque une diminution de  $\sigma_{SMA}$  lorsque la pré-déformation  $\varepsilon_{mar}$  augmente de  $6 \times 10^{-3}$  à  $10 \times 10^{-3}$  comme le montrent les résultats expérimentaux (cf. Figure III.33).

- Enfin, pour les très grandes valeurs de  $\varepsilon_{mar}$  (supérieures à  $20 \times 10^{-3}$  environ), les résultats de la simulation montrent que la contrainte moyenne  $\sigma_{SMA}$  est plafonnée (cf. Figure III.33). Dans ce cas, le rôle de la courbure du fil sur la contrainte  $\sigma_{SMA}$  est très faible. Le comportement du fil enroulé ressemble au comportement du fil droit en termes de création de forces par effet mémoire. Comme pour le fil droit, la valeur de  $\sigma_{SMA}$  du fil enroulé plafonne à une limite  $\sigma_{rec} = 230$  MPa lorsque  $\varepsilon_{mar}$  augmente. Le fait d'augmenter  $\varepsilon_{mar}$  n'a plus d'effet sur la contrainte  $\sigma_{SMA}$ .



## Conclusion de la Partie III

La Partie III a traité de la simulation du comportement de l'AMF de type nickel-titane utilisé dans l'étude expérimentale présentée dans la Partie II. Cette étude numérique permet de présenter une description fine du phénomène complexe au sein du fil utilisé. Pour conclure, les principaux résultats de la Partie III sont résumés dans les points suivants :

- Pour les modèles du fil :
  - Un modèle de comportement en traction-compression à l'état martensitique (Modèle A) a été développé. Ce modèle analyse la réponse non-linéaire de l'AMF et intègre l'asymétrie traction-compression. Il a été validé par une analyse de l'influence d'une courbure préalable imposée au fil d'AMF sur son comportement ultérieur en traction. Le modèle A a finalement été utilisé pour modéliser l'enroulement du fil martensitique autour du cylindre.
  - Un modèle thermomécanique a été adapté pour simuler la création de forces par activation de l'effet mémoire (Modèle B). Il a été validé par une comparaison entre la modélisation et les résultats expérimentaux présentés dans la Partie II, Chapitre II-1, Section II-1.3 pour des fils droits. Le modèle permet de décrire correctement la réponse complexe de l'AMF :
    - La création de contraintes par activation de l'effet mémoire sous déformation bloquée résulte d'une combinaison entre la dilatation/contraction thermique et la transformation de phase.
    - Une production partielle de martensite orientée peut se produire durant le retour à température ambiante (étape 7) et provoquer une perte de contrainte.

Les modèles A et B ont été utilisés afin de simuler le processus de création de précontraintes par activation thermique de l'effet mémoire dans des composants en béton (poutrelles et cylindres) grâce à des fils en AMF.

- Pour les poutrelles :
  - Un modèle thermomécanique du comportement de l'AMF couplé avec un modèle élastique du béton a été adapté à plusieurs conditions de chargement expérimentales. La simulation a montré que la dilatation/contraction thermique se combine avec la transformation de phase lors de l'activation thermique de l'effet mémoire. Cette combinaison provoque une apparition de forces dans des fils en AMF conduisant à un état de précontrainte dans les poutrelles en béton.
  - L'étude numérique permet de donner une description de l'évolution des fractions volumiques de martensite dans les fils au cours des essais. Ce résultat montre que dans le cas de « bas niveau » de pré-déformation (inférieure à  $6 \times 10^{-3}$ ), aucune perte de précontrainte n'est trouvée dans les poutrelles. Cependant, dans le cas de « haut niveau » de pré-déformation (supérieure à  $6 \times 10^{-3}$ ), une production de martensite est obtenue pendant le retour à température ambiante (refroidissement), entraînant une perte de précontrainte.

- Pour les cylindres :
  - La simulation montre que la courbure du fil modifie fortement son état de déformation :
    - Pour les petites valeurs de  $\varepsilon_{mar}$  (inférieures à  $6 \times 10^{-3}$ ), le rôle de la courbure sur la contrainte moyenne  $\sigma_{SMA}$  obtenue dans le fil est très important. Ceci permet notamment d'obtenir un effet de confinement sans étirement préalable du fil à l'état martensitique.
    - En revanche, pour les grandes valeurs de  $\varepsilon_{mar}$  (supérieures à  $20 \times 10^{-3}$ ), la contrainte moyenne  $\sigma_{SMA}$  plafonne à la valeur  $\sigma_{rec}$  obtenue pour les fils droits. L'effet de confinement est donc borné par cette valeur.
    - Pour  $\varepsilon_{mar}$  entre  $6 \times 10^{-3}$  et  $20 \times 10^{-3}$ , la valeur de  $\sigma_{SMA}$  résulte d'une combinaison entre la pré-déformation, la courbure et la position de l'axe neutre du fil. Dans les essais réalisés, ceci résulte en une diminution de  $\sigma_{SMA}$  lorsque  $\varepsilon_{mar}$  augmente. Ce mécanisme complexe explique la différence de réponse entre le fil enroulé et le fil droit (cf. Partie II, §II-3.1.2).
  - En pratique, la pré-déformation du fil et la géométrie des cylindres doivent être choisies de manière à permettre l'obtention de contraintes de confinement optimales après activation thermique de l'effet mémoire et retour à température ambiante.

# ***Conclusion générale et perspectives***



Dans le cadre de cette thèse, deux applications ont été traitées dans la thématique du renforcement de structures en béton par utilisation de fils en AMF : création de précontrainte dans des poutrelles et création d'états de confinement actif dans des cylindres. L'étude a été menée en trois étapes : 1) une analyse bibliographique portant sur les matériaux concernés ; 2) une étude expérimentales des matériaux utilisés et de leur association ; 3) une analyse basée sur la modélisation thermomécanique de l'AMF utilisé et sur la simulation numériques des essais réalisés. Les principaux résultats sont rappelés ci-dessous :

❖ **Caractérisation expérimentale de l'AMF en Ni-Ti utilisé pour la création de forces par activation de l'effet mémoire :**

- Le point de départ des études présentées dans cette thèse a été le choix pertinent d'un AMF du point de vue de ses températures de transformation, afin de définir une procédure concluante de création de contrainte à température ambiante ( $T_{amb}=19^{\circ}\text{C}$ ). La procédure nécessite d'utiliser un AMF ayant les propriétés suivantes :  $M_s^0 \ll T_{amb} < A_s^0$ . Le choix s'est porté sur un alliage Ni<sub>50,8</sub>-Ti<sub>49,2</sub> (% at.) dont les températures de transformation sont :  $A_s^0 = 24^{\circ}\text{C}$ ,  $A_f^0 = 36^{\circ}\text{C}$ ,  $M_s^0 = -7^{\circ}\text{C}$  et  $M_f^0 = -25^{\circ}\text{C}$ .
- Une procédure expérimentale en 7 étapes a été définie pour la création de forces dans des fils en AMF par activation de l'effet mémoire : (1) Chauffage ( $T > A_f^0$ ) ; (2) Refroidissement ( $T < M_f^0$ ) ; (3) Retour à température ambiante ( $T_{amb} < A_s^0$ ) ; (4) Chargement ; (5) Déchargement ; (6) Chauffage ( $T > A_f^0$ ) à déformation bloquée et (7) Retour à température ambiante.
- La possibilité de créer des contraintes à température ambiante dans l'AMF après activation de l'effet mémoire a été mise en évidence. Les contraintes obtenues dépendent fortement de la pré-déformation  $\varepsilon_{mar}$ . Une perte de contrainte finale (« recovery stress ») est observée après retour à température ambiante (fin de l'étape 7) lorsque  $\varepsilon_{mar}$  dépasse une certaine valeur (ici  $\approx 6 \times 10^{-3}$ ). L'asymétrie traction-compression de cette recovery stress a été également mise en évidence.

❖ **Modélisation thermomécanique du comportement de l'AMF utilisé :**

- Un modèle de comportement en traction-compression à l'état martensitique (modèle A) a été développé. Ce modèle intègre la réponse non-linéaire de l'AMF et l'asymétrie traction-compression. Il a été validé par une comparaison avec des essais portant sur l'influence d'une courbure préalable imposée au fil d'AMF sur son comportement ultérieur en traction.
- Un modèle thermomécanique pour la création de forces par activation thermique de l'effet mémoire (modèle B) a également été développé. Il a été utilisé pour simuler la procédure expérimentale. La comparaison entre la modélisation et les résultats expérimentaux sur fils droits a permis de valider ce modèle.
- Ces modèles permettent d'expliquer correctement la réponse complexe de l'AMF :
  - La création de contraintes par activation de l'effet mémoire résulte d'une combinaison entre la dilatation/contraction thermique et la transformation de phase.

- Une production partielle de martensite orientée est observée dans certains cas durant le retour à température ambiante (étape 7) ; elle provoque une perte partielle de contrainte au refroidissement.

❖ **Création de précontraintes dans des poutrelles en béton :**

- L'étude expérimentale a montré la possibilité d'induire des états de précontrainte dans des poutrelles en béton à l'aide de fils en AMF. La procédure utilise les 7 étapes précédentes. L'intensité de la force obtenue dépend de la pré-déformation  $\varepsilon_{mar}$  donnée aux fils à l'état martensitique. Il a été mis en évidence que la force finale de précontrainte après retour à température ambiante est bornée pour des valeurs de  $\varepsilon_{mar}$  supérieures à  $6 \times 10^{-3}$ .
- L'étude numérique par utilisation des modèles A et B a montré que la perte de précontrainte observée dans l'étude expérimentale résultait d'une production partielle de martensite lors du refroidissement.

❖ **Confinement actif de cylindres en béton :**

- La création de confinement actif permanent dans des cylindres en béton à température ambiante a pu être réalisée par utilisation de fils d'AMF. L'intensité de la contrainte de confinement ne dépend pas seulement de la pré-déformation du fil  $\varepsilon_{mar}$  mais aussi de la courbure imposée au fil lors de l'enroulement autour du cylindre.
- Une interaction complexe entre le béton et l'AMF a été mise en évidence. En termes de contrainte finale (recovery stress) à la fin de la procédure, les résultats sur fils droits et sur fils enroulés autour des cylindres sont complètement différents. Les effets sont même opposés : sur cylindre, plus la pré-déformation des fils est grande, plus la contrainte finale dans les fils est faible. En particulier, même pour une pré-déformation des fils nulle, une recovery stress non nulle est obtenue dans le cas de fils enroulés sur cylindres.
- La simulation par utilisation des modèles A et B a permis de mettre en évidence les mécanismes complexes d'interaction entre béton et AMF pour les cylindres renforcés par AMF. Le résultat numérique montre que la courbure imposée au fil par le cylindre modifie fortement son état de déformation avant l'activation thermique de l'effet mémoire. Ceci explique pourquoi le comportement du fil enroulé autour des cylindres ne dépend pas uniquement de la pré-déformation  $\varepsilon_{mar}$  comme celui du fil droit.

❖ **Essais d'écrasement des cylindres en béton confinés :**

- Les essais d'écrasement ont montré que le confinement à l'aide de fils d'AMF permettait d'améliorer la performance mécanique en compression du béton de manière très significative. Concrètement, le confinement actif peut augmenter de 70% la résistance et de 150% la ductilité du béton.
- Le confinement actif s'avère plus efficace que le confinement passif réalisé avec le même fil à l'état austénitique.

# Perspectives

Dans le domaine du renforcement des structures du Génie Civil, les applications existent largement. Parmi elles, la technologie de la précontrainte selon laquelle des câbles généralement métalliques sont tendus en permanence afin de limiter la présence d'états de traction dans la structure en béton [C-1]. En général, les solutions classiques pour le renforcement de structures sont complexes et coûteuses à mettre en œuvre. Il est à noter que dans toutes ces solutions, il se produit généralement une relaxation des contraintes qui réduit l'effet du renforcement, ce qui nécessite d'anticiper ce phénomène en sur-dimensionnement la précontrainte initiale dans la structure [C-2].

Les études de cette thèse confirment une possibilité du champ d'application des AMF dans la thématique du renforcement préventif des structures en béton. Une perspective de ce travail est la création d'une nouvelle solution de **renforcement préventif** qui permettra d'éviter des inconvénients des solutions classiques. En effet, l'état de précontrainte obtenu dans des composants en béton par activation de l'effet mémoire est intéressant d'un point de vue pratique : il n'est pas utile de tendre « mécaniquement » des câbles comme dans les solutions classiques pour obtenir une précontrainte dans la structure en béton. La mise en œuvre se fait par simple chauffage. Les AMF semblent donc avoir un potentiel dans le domaine du Génie Civil.

La problématique est la suivante : on devra améliorer la performance des AMF utilisés afin d'élever l'état de précontrainte et de contrer la perte de précontrainte permanente dans la structure. Avec les travaux récents [C-3 : C-5], les résultats de cette thèse ont montré que le **choix** de l'AMF à utiliser était un **point clé** pour le succès de son application à la création de contrainte.

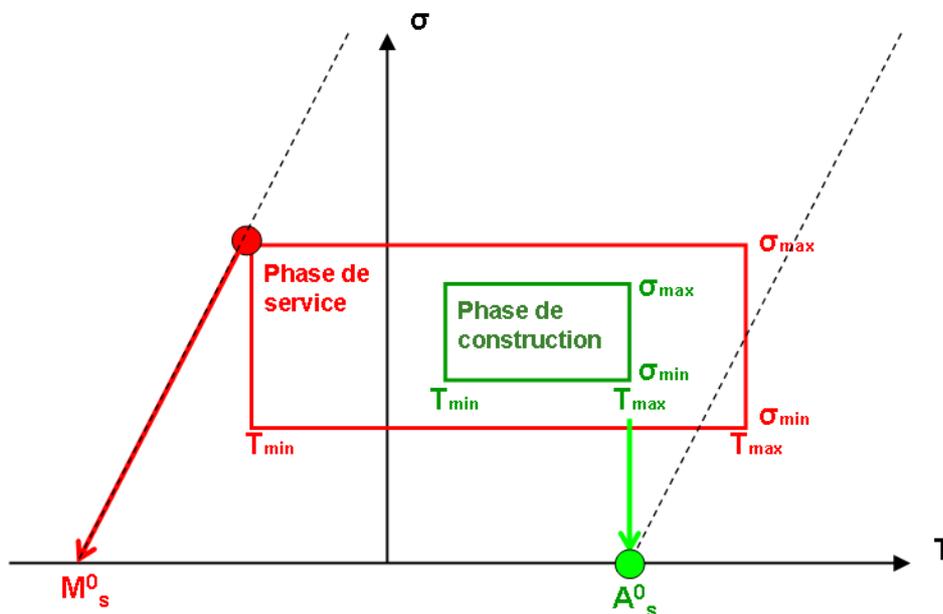


Figure C.1. Critères du choix de l'AMF permettant d'être utilisé en Génie Civil

En prenant en compte les aspects de construction et de service, la Figure C.1 présente les critères du choix de l'AMF idéal utilisé en Génie Civil de manière à faciliter la phase de construction et à limiter les pertes ultérieures en phase de service. Le choix de l'alliage doit permettre d'avoir un AMF ayant des températures de transformation  $M_s^0$  et  $A_s^0$  convenables. Plus précisément, on note que dans la phase de

construction, la température ambiante maximale décide du choix de  $A_s^0$  pour permettre d'avoir toujours un AMF à l'état martensitique pendant sa mise en place. Dans la phase de service, la température ambiante conduit le choix de  $M_s^0$  afin d'éviter le retour partiel de la martensite. En effet, la température peut augmenter jusqu'à 40°C et elle peut diminuer jusqu'à -30°C (en zone tempérée). Donc, une perspective sera le choix d'AMF ayant  $A_s^0 > 40^\circ\text{C}$  et  $M_s^0 < -30^\circ\text{C}$  ou  $A_s^0 - M_s^0 > 70^\circ\text{C}$ .

A titre d'exemple, par rapport au fil d'AMF en Ni-Ti utilisé dans cette thèse ( $A_s^0 - M_s^0 \approx 30^\circ\text{C}$ ), des résultats expérimentaux récents [C-6] ont montré que l'utilisation de fils en Ni<sub>47.4</sub>-Ti<sub>37.86</sub>-Nb<sub>14.69</sub> (% at.) (avec  $A_s^0 - M_s^0 \approx 40^\circ\text{C}$ ) pouvait créer un effet de précontrainte plus efficacement qu'avec des fils en Ni-Ti. Par ailleurs, la mesure de résistivité réalisée par S.K. Wu et al. [C-7] confirme l'existence d'un alliage Ni<sub>50.8</sub>-Ti<sub>49.2</sub> (% at.) ayant  $A_s^0 \approx 30^\circ\text{C}$  et  $M_s^0 \approx -40^\circ\text{C}$  et en particulier, E. Choi et al. [C-8 ; C-9] trouve un alliage Ni<sub>50</sub>-Ti<sub>41</sub>-Nb<sub>9</sub> (% at.) ayant  $A_s^0 = 104,9^\circ\text{C}$  et  $M_s^0 = -17,6^\circ\text{C}$ . Ces nouveaux AMF satisfont donc complètement les critères présentés dans la Figure C.1.

Rappelons que l'usage des AMF tels que des alliages Ni-Ti et Ni-Ti-Nb en Génie Civil reste néanmoins très limité à cause de leur coût. Cependant, la mise au point d'alliages à base Fer devrait permettre de résoudre ce problème [C-4 ; C-10 ; C-11]. En effet, dans le cas d'applications nécessitant une quantité importante de matière ou une production de grande série avec un coût le plus faible possible, les AMF à base Fer sont d'excellents candidats. A titre d'exemple, en 2000, un pont au Michigan aux Etats Unis a été réparé par utilisation de barres d'AMF en Fe-Mn-Si-Cr [C-5].

Par rapport aux matériaux classiques, les AMF sont apparus très tard mais ont été développés très rapidement, en particulier, dans la dernière décennie. Si l'on a commencé à parler des AMF en 1932, les recherches et les applications ont véritablement débuté en 1960, notamment après la découverte d'un AMF en Ni-Ti par un centre de recherche militaire américain. En 1990, on estimait à 30 millions de dollars le marché mondial de ces alliages, en croissance de 25% par an [C-12]. A ce moment-là, personne n'avait vraiment songé à utiliser les AMF pour le renforcement des bâtiments **mais aujourd'hui, pourquoi pas ?**

# Références



## Références

### Référence de l'introduction générale

- [0-1] K. Otsuka, C. M. Wayman, *Shape memory materials*, **2002**, Cambridge University Press, Cambridge.
- [0-2] *Rapport Alliages à Mémoire de Forme*, **2001**, Centre d'Animation Régional en Matériaux Avancés (CARMA).
- [0-3] *CEB-FIP Model Code*, **1991**, Comité Euro-International du Béton.
- [0-4] L. Janke, C. Czaderski, M. Motavalli, J. Ruth, *Applications of shape memory alloys in civil engineering structures – Overview, limits and new ideas*, **2005**, Materials and Structures 38, p. 578-592.
- [0-5] M. Motavalli, C. Czaderski, A. Bergamini, *Shape memory alloys for civil engineering structures – On the way from vision to reality*, **2008**, 6<sup>th</sup> AMCM, Lodz, Poland, p. 91-108.
- [0-6] M. Motavalli, C. Czaderski, A. Bergamini, L. Janke, *Application of shape memory alloys in civil engineering: past, present and future*, ACEE **2009**, p. 81-94.
- [0-7] E. Choi, Y-S. Chung, T.H. Nam, *Confining concrete cylinders using shape memory alloy wires*, **2008**, Eur. Phys. J. Special Topics 158, p. 255-259.

### Référence de la Partie I

- [I-1] H. Pham, **Thèse** : *Analyse thermomécanique du comportement d'un alliage à mémoire de forme de type Cu-Zn-Al*, **1994**, Université Montpellier II, Sciences et Techniques du Languedoc.
- [I-2] C. Bouvet, **Thèse** : *De l'uniaxial au multiaxial : Comportement pseudoélastique des alliages à mémoire de forme*, **2001**, Université de Franche-Comté, U.F.R des Sciences et Techniques.
- [I-3] N. Siredey, E. Patoor, M. Berveiller, A. Eberhardt, *Constitutive equations for polycrystalline thermoelastic shape memory alloys. Part I. Intragranular interactions and behaviour of the grain*, **1999**, International Journal of Solids and Structures 36, p. 4289-4315.
- [I-4] J. Frenzel, E.P. George, A. Dlouhy, Ch. Somsen, M.F.-X. Wagner, G. Eggeler, *Influence of Ni on martensitic phase transformation in NiTi shape memory alloys*, **2010**, Acta Materialia 58, p. 3444-3458.
- [I-5] S.K. Wu, H.C. Lin, T.Y. Lin, *Electrical resistivity of Ti-Ni binary and Ti-Ni-X (X=Fe, Cu) ternary shape memory alloys*, **2006**, Materials Science and Engineering A 438-440, p. 536-539.
- [I-6] B. Gabry, C. LExcellent, V.H. No, S. Miyazaki, *Thermodynamic modelling of the recovery strains of sputter-deposited shape memory alloys Ti-Ni and Ti-Ni-Cu thin films*, **2000**, Thin Solid Films 372, p. 118-133.
- [I-7] B. Raniecki, C. LExcellent, *Thermodynamics of isotropic pseudoelasticity in shape memory alloys*, **1998**, Eur. J. Mech. A/Solids. 17, N° 2, p. 185-205.
- [I-8] L. Saint-Sulpice, **Thèse** : *Etude et modélisation du comportement cycliques des Alliages à Mémoire de Forme*, **2009**, Université de Bretagne Occidentale.
- [I-9] E.P. Ryklina, I.Yu. Khmelevskaya, S.D. Prokoshkin, K.E. Inaekyan, R.V. Ipatkin, *Effet of strain aging on two-way shape memory effect in a nickel-titanium alloy for medical application*, **2006**, Materials Science and Engineering A 438-440, p. 1093-1096.
- [I-10] S. Nemat-Nasser, W-G. Guo, *Superelastic and cyclic response of NiTi SMA at various stain rates and temperature*, **2006**, Mechanics of Materials 38, p. 463-474.
- [I-11] Y. Liu, Z. Xie, J. Van Humbeeck, L. Delaey, *Asymmetry of stress-strain curves under tension and compression for NiTi shape memory alloys*, **1998**, Acta mater 46(12), p. 4325-4338.
- [I-12] J.M. Torrenti, **Thèse** : *Comportement multiaxial du béton : aspects expérimentaux et modélisation*, **1987**, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris, France.

- [I-13] H. Thonier, *Le béton précontraint aux états-limites*, **1985**, Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées (ENPC), Paris, France.
- [I-14] G. Chanvillard, *Le matériau béton : connaissances générales*, **1999**, ENTPE ALÉAS.
- [I-15] P. Berthet-Rambaud, **Thèse : Structures rigides soumises aux avalanches et chutes de blocs : modélisation du comportement mécanique et caractérisation de l'interaction « phénomène-ouvrage »**, **2004**, Université Grenoble 1 – Joseph Fourier, Sciences et Géographie, Grenoble, France.
- [I-16] P.C. Aïtcin, *Bétons haute performance*, **2001**, Editions Eyrolles, ISBN 2-212-01323-X.
- [I-17] R. Le Roy, *Déformation instantanées et différées des bétons à hautes performances*, **1996**, Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, France.
- [I-18] Y. Malier, *Les bétons à hautes performances : caractérisation, durabilité, applications*, **1992**, Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris, France.
- [I-19] Rapport SEM-202013, *Rapport de l'étude des caractéristiques du béton compacté au rouleau routier*.
- [I-20] F. Thummen, **Thèse : Propriétés mécaniques et durée de vie de béton réfractaires**, **2004**, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon (INSA Lyon), Lyon, France.
- [I-21] T. Gabet, **Thèse : Comportement triaxial du béton sous fortes contraintes : Influence du trajet de chargement**, **2006**, Université Grenoble 1 - Joseph Fourier, Grenoble, France.
- [I-22] T. de Larrard, **Thèse : Variabilité des propriétés du béton : caractérisation expérimentale et modélisation probabiliste de la lixiviation**, **2010**, Ecole Normale Supérieure de Cachan (ENS Cachan), Cachan, France.
- [I-23] C. Desprez, J. Mazars, P. Kotronis, P. Paultre, N. Roy, M. B-Trudeau, *Modèle cyclique de béton confine par TFC pour poteaux circulaires en béton armé*, **2009**, 19<sup>ème</sup> CFM, Marseille, France, 24-28 août.
- [I-24] B. Farra, **Thèse : Influence de la résistance du béton et de son adhérence avec l'armature sur la fissuration**, **1995**, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, Lausanne, Suisse.
- [I-25] K. Otsuka, C. M. Wayman, *Shape memory materials*, **2002**, Cambridge University Press, Cambridge.
- [I-26] *Rapport Alliages à Mémoire de Forme*, **2001**, Centre d'Animation Régional en Matériaux Avancés (CARMA).
- [I-27] Furukawa Techno Material Corporation (<http://www.furukawa-ftm.com>).
- [I-28] Memry Corporation (<http://www.memry.com>).
- [I-29] X. Balandraud, **Habilitation à Diriger des Recherches (HDR) : Renforcement préventif de structures métalliques et en béton : approches thermomécaniques expérimentales**, **2011**, Université Blaise Pascal – Clermont II, U.F.R Sciences et Technologies.
- [I-30] *CEB-FIP Model Code*, **1991**, Comité Euro-International du Béton.
- [I-31] L. Janke, C. Czaderski, M. Motavalli, J. Ruth, *Applications of shape memory alloys in civil engineering structures – Overview, limits and new ideas*, **2005**, Materials and Structures 38, p. 578-592.
- [I-32] M. Motavalli, C. Czaderski, A. Bergamini, *Shape memory alloys for civil engineering structures – On the way from vision to reality*, **2008**, 6<sup>th</sup> AMCM, Lodz, Poland, p. 91-108.
- [I-33] M. Motavalli, C. Czaderski, A. Bergamini, L. Janke, *Application of shape memory alloys in civil engineering: past, present and future*, ACEE **2009**, p. 81-94.
- [I-34] G. Song, Y.L. Mo, K. Otero, H. Gu, *Health monitoring and rehabilitation of a concrete structure using intelligent materials*, **2006**, Smart Mater. Struct. 15, p. 309-314.
- [I-35] K. Moser, A. Bergamini, R. Christen, C. Czaderski, *Feasibility of concrete prestressed by shape memory alloy short fibers*, **2005**, Materials and Structures 38, p. 593-600.
- [I-36] E. Choi, Y-S. Chung, T.H. Nam, *Confining concrete cylinders using shape memory alloy wires*, **2008**, Eur. Phys. J. Special Topics 158, p. 255-259.
- [I-37] M. Shin, B. Andrawes, *Experimental investigation of actively confined concrete using shape*

memory alloys, **2010**, Engineering Structures 32, p. 656-664.

[I-38] E. Choi, Y-S. Chung, J-H. Choi, H-T. Kim, H. Lee, *The confining effectiveness of NiTiNb and NiTi SMA wires jackets for concrete*, **2010**, Smart Mater. Struct. 19, 035024 (8pp).

[I-39] E. Choi, Y-W. Kim, Y-S. Chung, K-T. Yang, *Bond strength of concrete confined by SMA wire jackets*, **2010**, Physics Procedia 10, p. 210-215.

[I-40] A. M. Sharabash, B. O. Andrawes, *Application of shape memory alloy dampers in the seismic control of cable-stayed bridges*, **2009**, Engineering Structures 31, p. 607-616.

[I-41] Z. Bo, D. C. Lagoudas, *Thermomechanical modeling of polycrystalline SMAs under cyclic loading - Part I: theoretical derivations*, **1999**, International Journal of Engineering Science, 37 (9), p. 1205-1249.

[I-42] Z. Bo, D. C. Lagoudas, *Thermomechanical modeling of polycrystalline SMAs under cyclic loading - Part IV: modeling of minor hysteresis*, **1999**, International Journal of Engineering Science, 37 (9), p. 1205-1249.

[I-43] F. Auricchio, E. Sacco, *Thermo-mechanical modelling of a superelastic shape memory wire under cyclic stretching-bending loadings*, **2001**, International Journal of Solids and Structures, 38, 6123-6145.

[I-44] F. Auricchio, A. Reali, U. Stefanelli, *A three-dimensional model describing stress-induced solid phase transformation with permanent inelasticity*, **2007**, International Journal of Plasticity, 23 (2), p. 207-226.

[I-45] Z. Moumni, W. Zaki, Q. S. Nguyen, *Theoretical and numerical modeling of solid-solid phase change: Application to the description of the thermomechanical behavior of shape memory alloys*, **2008**, International Journal of Plasticity, 24, p. 614-645.

[I-46] E. Gibeau, **Thèse : Comparaison entre diverses approches de la modélisation du comportement thermomécanique des alliages à mémoire de forme**, **2009**, Université de Franche-Comté.

[I-47] S. Leclercq, C. LExcellent, *A general macroscopic description of the thermo-mechanical behaviour of shape memory alloys*, **1996**, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, vol. 44, n°6, p.953-980.

[I-48] D. P. Koistinen, R. E. Marburger, *A general equation prescribing the extent of the austenite-martensite transformation in pure iron-carbon alloys and plain carbon steels*, **1959**, Acta Metallurgica, 7, p. 59-69.

[I-49] B. Raniecki, C. LExcellent, K. Tanaka, *Thermodynamic models of pseudoelastic behaviour of shape memory alloys*, 1992, Archives of Mechanics, 44, p. 261-284.

[I-50] F. Thiebaud, C. LExcellent, M. Collet, E. Foltete, *Implementation of a model taking into account the asymmetry between tension and compression, the temperature effects in a finite element code for shape memory alloys structures calculations*, **2007**, Computational Materials Science 41, p. 208-221.

## Référence de la Partie II

[II-1] K. Otsuka, C. M. Wayman, *Shape memory materials*, **2002**, Cambridge University Press, Cambridge.

[II-2] L. Janke, C. Czaderski, M. Motavalli, J. Ruth, *Applications of shape memory alloys in civil engineering structures – Overview, limits and new ideas*, **2005**, Materials and Structures 38, p. 578-592.

[II-3] J.F. Destrebecq, X. Balandraud, *Complex interaction between concrete cylinders and shape-memory wires in the achievement of active confinement*, **2010**, Materials with Complex Behaviour Springer Advanced Structured Materials, 3(1), p. 19-34.

[II-4] G. Tan, Y.Liu, *Comparative study of deformation-induced martensite stabilisation via martensite reorientation and stress-induced martensitic transformation in NiTi*, **2004**, Intermetallics 12, p. 373-381.

[II-5] J. Rejzner, C. LExcellent and B. Raniecki, *Pseudoelastic behaviour of shape memory alloy beams under pure bending: experiments and modelling*, **2002**, Int. J. Mechanical Sciences, 44, p. 665-686.

- [II-6] Y. Liu, Z. Xie, J. Van Humbeeck, L. Delaey, *Asymmetry of stress-strain curves under tension and compression for NiTi shape memory alloys*, **1998**, Acta mater 46(12), p. 4325-4338.
- [II-7] B. Gabry, C. LExcellent, V.H. No, S. Miyazaki, *Thermodynamic modelling of the recovery strains of sputter-deposited shape memory alloys Ti-Ni and Ti-Ni-Cu thin films*, **2000**, Thin Solid Films 372, p. 118-133.
- [II-8] E. Choi, Y-S. Chung, J-H. Choi, H-T. Kim, H. Lee, *The confining effectiveness of NiTiNb and NiTi SMA wires jackets for concrete*, **2010**, Smart Mater. Struct. 19, 035024 (8pp).
- [II-9] X. Yan, J.V. Humbeeck, *Influence of pre-strain on recovery stress of annealed NiTi thin wire during isothermal holding*, **2011**, Journal of Alloys and Compounds 509, p. 1001-1006.
- [II-10] H. Tran, X. Balandraud, J-F. Destrebecq, *Recovery stresses in SMA wires for civil engineering applications: experimental analysis and thermomechanical modelling*, **2011**, Materialwissenschaft und Werkstofftechnik, Vol42, N°5, p. 435-443.
- [II-11] K. Wada, Y. Liu, *On the mechanisms of two-way memory effect and stress-assisted two-way memory effect in NiTi shape memory alloy*, **2008**, Journal of Alloys and Compounds 449, p. 125-128.
- [II-12] D. Vokoun, V. Kafka, C.T. Hu, *Recovery stresses generated by NiTi shape memory wires under different constraint conditions*, **2003**, Smart Mater. Struct. 12, p. 680-685.
- [II-13] A. Rudajevova, J. Pospisil, *Shape memory behavior of a Ni<sub>3</sub>Ta alloy pre-deformed in compression*, **2010**, Materials Science and Engineering A 527, p. 2900-2905.
- [II-14] H.J. Maier, A. Tverdokhlebova, A. Ovsyannikov, *Orientation dependence and tension/compression asymmetry of shape memory effect and superelasticity in ferromagnetic Co<sub>40</sub>Ni<sub>33</sub>Al<sub>27</sub>, Co<sub>49</sub>Ni<sub>21</sub>Ga<sub>30</sub> and Ni<sub>54</sub>Fe<sub>19</sub>Ga<sub>27</sub> single crystals*, **2008**, Materials Science and Engineering, A 481-482, p. 95-100.
- [II-15] M. Motavalli, C. Czaderski, A. Bergamini, *Shape memory alloys for civil engineering structures – On the way from vision to reality*, **2008**, 6<sup>th</sup> AMCM, Lodz, Poland, p. 91-108.
- [II-16] E. Choi, Y-S. Chung, T.H. Nam, *Confining concrete cylinders using shape memory alloy wires*, **2008**, Eur. Phys. J. Special Topics 158, p. 255-259.
- [II-17] M. Shin, B. Andrawes, *Experimental investigation of actively confined concrete using shape memory alloys*, **2010**, Engineering Structures 32, p. 656-664.
- [II-18] E. Choi, Y-W. Kim, Y-S. Chung, K-T. Yang, *Bond strength of concrete confined by SMA wire jackets*, **2010**, Physics Procedia 10, p. 210-215.
- [II-19] A. Debska, **Mémoire de Master : Application des alliages à mémoire de forme pour la création de contraintes dans les structures en béton**, **2009**, Université Blaise Pascal – Clermont II, U.F.R Sciences et Technologies.
- [II-20] H. Tran, A. Debska, X. Balandraud, J-F. Destrebecq, *Use of shape memory alloys wires for the creation of prestress states in concrete beams*, 2011, Annales du Bâtiments et des Travaux Publics, N°1, pp.41-46.
- [II-21] H. Tran, M. El Hajjar, X. Balandraud, J-F. Destrebecq, *Analysis of stress creation in small scale concrete beams by means of shape memory alloy wires*, AMCM **2011**, Krakow, Poland, June 13-15.
- [II-22] G. Song, Y.L. Mo, K. Otero, H. Gu, *Health monitoring and rehabilitation of a concrete structure using intelligent materials*, **2006**, Smart Mater. Struct. 15, p. 309-314.
- [II-23] K. Moser, A. Bergamini, R. Christen, C. Czaderski, *Feasibility of concrete prestressed by shape memory alloy short fibers*, **2005**, Materials and Structures 38, p. 593-600.
- [II-24] N. Krstulovic-Opara, A.E. Naaman, *Self-stressing fiber composites*, **2000**, ACI Struct. J., 97, p. 335-345.

### Référence de la Partie III

- [III-1] S. Leclercq, C. LExcellent, *A general macroscopic description of the thermo-mechanical*

*behaviour of shape memory alloys*, **1996**, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, vol. 44, n°6, p.953-980.

[III-2] R. Abeyaratne and S.J. Kim, *Cyclic effects in shape memory alloys: a one dimensional continuum model*, **1997**, Int. J. Solids Structures, 34(25), p. 3273-3289.

[III-3] A. Paiva, M.A. Savi, A.M.B Braga and P.M.C.L. Pacheco, *A constitutive model for shape memory alloys considering tensile-compressive asymmetry and plasticity*, **2005**, Int. J. Solids Struct, 42, pp. 3439-3457.

[III-4] S. Sun and R.K.N.D Rajapakse, *Simulation of pseudoelastic behaviour of SMA under cyclic loading*, **2003**, Computational Materials Science, 28, 663-674.

[III-5] A. Paradis, P. Terriault and V. Brailovski, *Modelling of residual strain accumulation of NiTi shape memory alloys under uniaxial cyclic loading*, **2009**, Computational Materials Science, 47, 373-383.

[III-6] L. Saint-Sulpice, S. A. Chirani and S. Calloch, *A 3D super-elastic model for shape memory alloys taking into account progressive strain under cyclic loadings*, **2009**, Mechanics of Materials, 41, 12-26.

[III-7] F. Auricchio and E. Sacco, *Thermo-mechanical modelling of a superelastic shape-memory wire under cyclic stretching-bending loadings*, **2001**, Int. J. Solids and Structures, 38, 6123-6145.

[III-8] W. Zaki and Z. Moumni, *A 3D model of the cyclic thermomechanical behaviour of shape memory alloys*, **2007**, J. Mechanics and Physics of Solids, 55, 2427-2454.

[III-9] R. Mahnken and S. Wilmanns, *Simulation of asymmetric effects for shape memory alloys by decomposition of transformation strains*, **2008**, Computational Materials Science, 42, 295-305.

[III-10] R. Mahnken and S. Wilmanns, *Simulation of asymmetric effects for shape memory alloys using the concept of stress mode dependent weighting functions*, **2008**, Materials Science and Engineering, A 481-482, 376-378.

[III-11] H. Tobushi, T. Hachisuka, S. Yamada and P. Lin, *Rotating-bending fatigue of a TiNi shape memory alloy wire*, **1997**, Mechanics of Materials, 26, 35-42.

[III-12] Y. Liu, Z. Xie, J. Van Humbeeck, L. Delaey, *Asymmetry of stress-strain curves under tension and compression for NiTi shape memory alloys*, **1998**, Acta mater 46(12), p. 4325-4338.

[III-13] Z. Xie, Y. Liu, J.V. Humbeeck, *Microstructure of NiTi shape memory alloy due to tension-compression cyclic deformation*, **1998**, Acta mater. Vol. 46, N° 6, p. 1989-2000.

[III-14] Y. Liu, Z. Xie and J. V. Humbeeck, *Cyclic deformation of NiTi shape memory alloys*, **1999**, Materials Science and Engineering, A 273-275, 673-678.

[III-15] M. Dolce and D. Cardone, *Fatigue resistance of SMA-martensite bars subjected to flexural bending*, **2005**, Int. J. Mechanical Sciences, 47, 1693-1717.

[III-16] H. Tran, X. Balandraud, J-F. Destrebecq, *Active confinement of concrete cylinders using shape memory alloy wires. Part 1: A model for the wrapping in a purely martensitic state*, **2012**, Smart Materials and Structures (Soumis).

[III-17] H. Tran, *Utilisation d'alliages à mémoire de forme pour l'amélioration des performances mécaniques des structures en béton*, **2012**, Prix Jeunes Chercheurs « René Houpert », Chambéry, 8 pages.

[III-18] B. Raniecki, C. LExcellent, *Thermodynamics of isotropic pseudoelasticity in shape memory alloys*, **1998**, Eur. J. Mech. A/Solids. 17, N° 2, p. 185-205.

[III-19] F. Thiebaud, C. LExcellent, M. Collet, E. Foltete, *Implementation of a model taking into account the asymmetry between tension and compression, the temperature effects in a finite element code for shape memory alloys structures calculations*, **2007**, Computational Materials Science 41, p. 208-221.

[III-20] J. Rejzner, C. LExcellent and B. Raniecki, *Pseudoelastic behaviour of shape memory alloy beams under pure bending: experiments and modelling*, **2002**, Int. J. Mechanical Sciences, 44, p. 665-686.

- [III-21] H. Tran, X. Balandraud, J-F. Destrebecq, *Influence de la courbure d'un fil en AMF sur son comportement en traction dans une perspective de confinement de composant en béton*, **2011**, CFM, Besançon, 29 Août -2 Septembre.
- [III-22] H. Tran, X. Balandraud, J-F. Destrebecq, *Modélisation du comportement thermomécanique d'un alliage à mémoire de forme en vue d'application en génie civil*, **2011**, 15e Journée Scientifique de l'Ecole Doctorale Scène pour l'Ingénieur, Université Blaise Pascal, 27 mai.
- [III-23] M. F. X. Wagner and G. Eggeler, *Stress and strain states in a pseudoelastic wire subjected to bending rotation*, **2006**, Mechanics of Materials, 38, 1012-1025.
- [III-24] H. Tran, X. Balandraud, J-F. Destrebecq, *Active confinement of concrete cylinders using shape memory alloy wires. Part 2: Experimental analysis and modelling*, **2012**, Smart Materials and Structures (Soumis).
- [III-25] H. Tran, X. Balandraud, J-F. Destrebecq, *Recovery stresses in SMA wires for civil engineering applications: experimental analysis and thermomechanical modelling*, **2011**, Materialwissenschaft und Werkstofftechnik, Vol42, N°5, p. 435–443.
- [III-26] B. Gabry, C. LExcellent, V.H. No, S. Miyazaki, *Thermodynamic modelling of the recovery strains of sputter-deposited shape memory alloys Ti-Ni and Ti-Ni-Cu thin films*, **2000**, Thin Solid Films 372, p. 118-133.
- [III-27] Nimesis, Intelligent materials, [www.nimesis.com](http://www.nimesis.com).
- [III-28] J. Ren, K.M. Liew, S.A. Meguid, *Modelling and simulation of the superelastic behaviour of shape memory alloys using the element-free Galerkin method*, **2002**, Int. J. Mech. Sc., 44, 2393-2413.
- [III-29] H. Tran, A. Debska, X. Balandraud, J-F. Destrebecq, *Use of shape memory alloys wires for the creation of prestress states in concrete beams*, 2011, Annales du Bâtiments et des Travaux Publics, N°1, pp.41-46.
- [III-30] H. Tran, M. El Hajjar, X. Balandraud, J-F. Destrebecq, *Analysis of stress creation in small scale concrete beams by means of shape memory alloy wires*, AMCM **2011**, Krakow, Poland, June 13-15.

### Référence de la conclusion générale et des perspectives

- [C-1] *CEB-FIP Model Code*, **1991**, Comité Euro-International du Béton.
- [C-2] X. Balandraud, **Habilitation à Diriger des Recherches (HDR) : Renforcement préventif de structures métalliques et en béton : approches thermomécaniques expérimentales**, **2011**, Université Blaise Pascal – Clermont II, U.F.R Sciences et Technologies.
- [C-3] L. Janke, C. Czaderski, M. Motavalli, J. Ruth, *Applications of shape memory alloys in civil engineering structures – Overview, limits and new ideas*, **2005**, Materials and Structures 38, p. 578-592.
- [C-4] M. Motavalli, C. Czaderski, A. Bergamini, *Shape memory alloys for civil engineering structures – On the way from vision to reality*, **2008**, 6<sup>th</sup> AMCM, Lodz, Poland, p. 91-108.
- [C-5] M. Motavalli, C. Czaderski, A. Bergamini, L. Janke, *Application of shape memory alloys in civil engineering: past, present and future*, ACEE **2009**, p. 81-94.
- [C-6] E. Choi, Y-S. Chung, J-H. Choi, H-T. Kim, H. Lee, *The confining effectiveness of NiTiNb and NiTi SMA wires jackets for concrete*, **2010**, Smart Mater. Struct. 19, 035024 (8pp).
- [C-7] S.K. Wu, H.C. Lin, T.Y. Lin, *Electrical resistivity of Ti-Ni binary and Ti-Ni-X (X=Fe, Cu) ternary shape memory alloys*, **2006**, Materials Science and Engineering A 438-440, p. 536-539.
- [C-8] E. Choi, S.H. Park, B.S. Cho, D. Hui, *Lateral reinforcement of welded SMA rings for reinforced concrete column*, **2012**, Journal of Alloys and Compounds, 4p.
- [C-9] E. Choi, H-K. Hong, H. S. Kim, Y-S. Chung, *Hysteretic behavior of Ni-Ti and Ni-Ti-Nb SMA wires under recovery or pre-stressing stress*, **2012**, Journal of Alloys and Compounds, 4p.
- [C-10] W. Khalil, C. Bouby, A. Mikolajczak, T. Ben Zineb, *Modèle de comportement des AMF à base Fer : effet du couplage transformation de phase plasticité*, **2011**, CFM, Besançon, 29 Août-2 Septembre.

[C-11] T. Kirindi, U. Sari, M. Dikici, *The effects of pre-strain, recovery temperature, and bending deformation on shape memory effect in an Fe-Mn-Si-Cr-Ni alloy*, **2009**, Journal of Alloys and Compounds 475, p. 145-150.

[C-12] *Rapport Alliages à Mémoire de Forme*, **2001**, Centre d'Animation Régional en Matériaux Avancés (CARMA).

### **Référence de l'Annexe I**

[A-1-1] E. Gibeau, **Thèse : Comparaison entre diverses approches de la modélisation du comportement thermomécanique des alliages à mémoire de forme**, **2009**, Université de Franche-Comté.

[A-1-2] B. Raniecki, C. Lexcellent, K. Tanaka, Thermodynamic models of pseudoelastic behaviour of shape memory alloys, 1992, Archives of Mechanics, 44, p. 261-284.

[A-1-3] B. Raniecki, C. Lexcellent, *Thermodynamics of isotropic pseudoelasticity in shape memory alloys*, **1998**, Eur. J. Mech. A/Solids. 17, N° 2, p. 185-205.

[A-1-4] S. Leclercq, C. Lexcellent, *A general macroscopic description of the thermo-mechanical behaviour of shape memory alloys*, **1996**, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, vol. 44, n°6, p.953-980.

[A-1-5] F. Thiebeaud, C. Lexcellent, M. Collet, E. Foltete, *Implementation of a model taking into account the asymmetry between tension and compression, the temperature effects in a finite element code for shape memory alloys structures calculations*, **2007**, Computational Materials Science 41, p. 208-221.

[A-1-6] D. P. Koistinen, R. E. Marburger, *A general equation prescribing the extent of the austenite-martensite transformation in pure iron-carbon alloys and plain carbon steels*, **1959**, Acta Metallurgica, 7, p. 59-69.

[A-1-7] B. Gabry, C. Lexcellent, V.H. No, S. Miyazaki, *Thermodynamic modelling of the recovery strains of sputter-deposited shape memory alloys Ti-Ni and Ti-Ni-Cu thin films*, **2000**, Thin Solid Films 372, p. 118-133.



# **Annexes**

- *Annexe I : Description détaillée du modèle de L'excellent et al.*
- *Annexe II : Dimensionnement des échantillons utilisés pour les essais de compression*
- *Annexe III : Equilibres thermiques d'un fil en AMF chauffé par effet Joule*
- *Annexe IV : Création de forces avec contrainte initiale non nulle*
- *Annexe V : Modèle simplifié du comportement en traction-compression à l'état martensitique*
- *Annexe VI : Simulation de la création de forces avec contrainte initiale non nulle*



## Annexe I – Description détaillée du modèle de LExcellent et al.

Le modèle développé par LExcellent et al. décrit le comportement des AMF à l'échelle macroscopique. Il est basé sur la notion de la surface de début de transformation de phase séparant le domaine austénitique du domaine martensitique [A-1-1]. Il se base sur les travaux effectués par Raniecki et LExcellent (1992, 1998) [A-1-2 ; A-1-3] et par Leclercq et LExcellent (1996) [A-1-4] pour la structure du modèle et par Thiebeaud et LExcellent (2007) [A-1-5] pour l'implémentation de l'asymétrie traction-compression. Ce modèle permet de simuler des chargements de super-élasticité, de pseudo-plasticité, d'effet mémoire assisté et non assisté.

### A-1.1. Variables d'état

Le modèle de LExcellent et al. utilise la déformation  $\bar{\varepsilon}$ , la température  $T$ , des fractions volumiques de martensite  $z_T$  et  $z_\sigma$  comme variables d'état [A-1-4]. Ces deux dernières grandeurs définissent respectivement la martensite orientée en traction et la martensite auto-accommodante. La fraction volumique totale de martensite est donc définie par :

$$z = z_T + z_\sigma \quad (\text{A-1.1})$$

Les conditions suivantes sont imposées pour toutes les fractions volumiques de martensite :

$$0 \leq z_T \leq 1; 0 \leq z_\sigma \leq 1; 0 \leq z \leq 1 \quad (\text{A-1.2})$$

Le tenseur des déformations  $\underline{\varepsilon}$  est composé d'une partie élastique  $\underline{\varepsilon}^e$  et d'une partie  $\underline{\varepsilon}^{tr}$  due à la phase de transformation :

$$\underline{\varepsilon} = \underline{\varepsilon}^e + \underline{\varepsilon}^{tr} \quad (\text{A-1.3})$$

### A-1.2. Potentiels thermodynamiques

Le potentiel thermodynamique choisi dans le modèle de LExcellent est l'énergie libre de Helmholtz pour un système triphasé : austénite, martensite auto-accommodante et martensite orientée [A-1-4]. L'énergie libre de Helmholtz est donnée par :

$$\phi(T, \underline{\varepsilon}^e, z_T, z_\sigma) = (1-z) \phi^1(T, \underline{\varepsilon}^e) + z_T \phi^2(T, \underline{\varepsilon}^e) + z_\sigma \phi^3(T, \underline{\varepsilon}^e) + \Delta\phi(T, z_T, z_\sigma) \quad (\text{A-1.4})$$

où  $\phi^\alpha$  ( $\alpha = 1, 2, 3$ ) est l'énergie libre de la phase  $\alpha$ . On notera par la suite :  $\alpha = 1$  pour l'austénite,  $\alpha = 2$  pour la martensite auto-accommodante et  $\alpha = 3$  pour la martensite orientée.

Les différences se situent dans les expressions de l'énergie libre de chaque phase :

$$\phi^\alpha = u_0^\alpha - T s_0^\alpha + \frac{1}{2\rho} \underline{\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}}_\alpha^e : \underline{\underline{\boldsymbol{L}}}_\alpha : \underline{\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}}_\alpha^e + C_V \left[ (T - T_0) - T \text{Log} \frac{T}{T_0} \right] \quad (\text{A-1.5})$$

où  $u_0^\alpha$  et  $s_0^\alpha$  représentent respectivement l'énergie libre interne et l'entropie de la phase  $\alpha$ .  $C_V$  est la chaleur massique à volume constant.  $T_0$  est la température de l'état de référence.

L'expression de l'énergie libre de chacune des phases suit une forme classique faisant intervenir une partie élastique et une partie thermique (la plupart des modèles macroscopiques prennent cette description). La différence majeure distinguant les modélisations réside dans l'expression de l'énergie d'interaction notée  $\Delta\phi$  :

$$\Delta\phi(T, z_T, z_\sigma) = z(1-z)\phi_{it}(T) + z_T z_\sigma \phi_{it}^m \quad (\text{A-1.6})$$

où  $\phi_{it}^m$  est constant et  $\phi_{it}$  est donné par :

$$\phi_{it}(T) = u_0 - T s_0 \quad (\text{A-1.7})$$

On note que  $z(1-z)\phi_{it}(T)$  correspond à l'interaction austénite – martensite et  $z_T z_\sigma \phi_{it}^m$  correspond à l'interaction martensite auto-accommodante – martensite orientée.

Les hypothèses sont présentées ci-après :

- Hypothèse 1 :

On suppose que pour toute phase et pour tout type de martensite, les coefficients de dilatation thermique, ainsi que les masses volumiques, sont égaux :

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha \\ \rho_1 &= \rho_2 = \rho_3 = \rho \end{aligned} \quad (\text{A-1.8})$$

Ceci amène à exprimer les déformations thermiques sous une forme unique :

$$\underline{\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}}^\theta = \alpha (T - T_0) \underline{\underline{\boldsymbol{I}}} \quad (\text{A-1.9})$$

- Hypothèse 2 :

On prend l'hypothèse de Sachs : l'état de contrainte est indifférent de l'état de phase :

$$\underline{\sigma}_1 = \underline{\sigma}_2 = \underline{\sigma}_3 = \underline{\sigma} \quad (\text{A-1.10})$$

On suppose aussi que le tenseur de rigidité  $\underline{\underline{L}}$  est le même pour l'austénite et la martensite.

Comme on a le même  $\underline{\sigma}$ , alors on a le même  $\underline{\underline{\varepsilon}}^e$  :

$$\underline{\sigma} = \underline{\underline{L}} \underline{\underline{\varepsilon}}^e \quad (\text{A-1.11})$$

- Hypothèse 3 :

Si on considère les déformations de transformation de l'austénite et de la martensite auto-accommodante nulles, seule la martensite orientée est associée une déformation :

$$\underline{\underline{\varepsilon}}_1^{tr} = \underline{\underline{\varepsilon}}_2^{tr} = 0; \quad \underline{\underline{\varepsilon}}_3^{tr} = \underline{\underline{\varepsilon}}_m \quad (\text{A-1.12})$$

Le tenseur  $\underline{\underline{\varepsilon}}_m$  représente le tenseur des déformations associées à la transformation de la phase martensitique. On a  $tr(\underline{\underline{\varepsilon}}_m) = 0$ .

Pour permettre la prise en compte d'un nombre croissant de phénomènes associés au comportement des AMF, Raniecki et Lexcellent (1992) [A-1-2] ont défini le concept d'« arrangement interne optimal » par association entre l'énergie libre de Helmholtz et l'énergie libre de Gibbs. Ce concept traduit la minimisation de la fonction d'énergie libre de Helmholtz équivalente  $\phi_{eq}$  (ici,  $\phi$  et  $\phi_{eq}$  sont équivalents) en fonctions des variables internes  $h_K$  ( $h_K$ , « variables of displacement type » [A-1-3]) :

$$\frac{\partial \phi_{eq}}{\partial h_K} = -\frac{z}{\rho} \underline{\sigma} \frac{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}_m}{\partial h_K} = 0 \quad (\text{A-1.13})$$

Par la suite, les mêmes auteurs établiront que le tenseur  $\underline{\underline{\varepsilon}}_m$  peut être vu comme dérivant d'un potentiel qui s'écrit sous la forme d'une fonction positivement homogène  $g^*$  telle que :

$$\underline{\sigma} : \underline{\underline{\varepsilon}}_m = \rho g^*(\underline{\sigma}) \quad (\text{A-1.14})$$

Soit :

$$\underline{\underline{\varepsilon}}_m = \rho \frac{\partial g^*(\underline{\sigma})}{\partial \underline{\sigma}} \quad (\text{A-1.15})$$

On fait l'hypothèse d'un écoulement normal de transformation, appelée par la suite « loi de normalité » qui suppose que les directions de transformation sont normales à la surface de transformation de phase. Cette loi de normalité se traduit par :

$$\underline{\dot{\varepsilon}}^{tr} = \dot{\lambda}_F \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \underline{\sigma}} \quad (\text{A-1.16})$$

où  $\bar{\sigma}$  est la contrainte équivalente de Von Mises et la déformation de transformation est définie par :

$$\underline{\varepsilon}^{tr} = z_\sigma \underline{\varepsilon}_m \quad (\text{A-1.17})$$

si on note  $\gamma_\sigma$  la déformation pseudoélastique maximum, on a :

$$\begin{aligned} \underline{\varepsilon}_m &= \gamma_\sigma \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \underline{\sigma}} \\ \dot{\lambda}_F &= \gamma_\sigma \dot{z}_\sigma \end{aligned} \quad (\text{A-1.18})$$

Ce qui amène finalement à :

$$g^*(\underline{\sigma}) = \gamma_\sigma \frac{\bar{\sigma}}{\rho} \quad (\text{A-1.19})$$

On prend l'énergie libre de Gibbs associée à l'énergie libre de Helmholtz pour un « arrangement interne optimal » :

$$\begin{aligned} \rho g(\underline{\sigma}, z_\sigma, z_T, T) &= \rho \phi_{eq} - \underline{\sigma} : \underline{\varepsilon} \\ &= \rho \left( u_0^1 - T s_0^1 - z \pi_0^f(T) + C_v \left[ (T - T_0) - T \ln \left( \frac{T}{T_0} \right) \right] \right) - \frac{1}{2} \underline{\sigma} : \underline{L}^{-1} : \underline{\sigma} - z_\sigma \underline{\sigma} : \underline{\varepsilon}_m \\ &\quad - \lambda (T - T_0) \underline{\sigma} : \underline{I} + \rho z (1 - z) \phi_{it} + \rho z_T z_\sigma \phi_{it}^m \end{aligned} \quad (\text{A-1.20})$$

où :

$$\begin{aligned} \pi_0^f(T) &= \Delta u^* - T \Delta s^* \\ \Delta u^* &= u_0^1 - u_0^2 = u_0^1 - u_0^3; \quad \Delta s^* = s_0^1 - s_0^2 = s_0^1 - s_0^3 \end{aligned} \quad (\text{A-1.21})$$

Grâce à ce potentiel thermodynamique, les expressions utiles peuvent être ensuite déterminées pour la modélisation.

### A-1.3. Dissipation intrinsèque et inégalité de Clausius-Duhem

La dissipation intrinsèque  $D_i$  traduit les irréversibilités mécaniques :  $D_i \geq 0$  [A-1-4]. On obtient par les 1<sup>er</sup> et 2<sup>nd</sup> principes de la thermodynamique :

$$D_i = \left( -\frac{1}{\rho} \underline{\underline{\varepsilon}} - \frac{\partial g}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \right) \dot{\underline{\underline{\sigma}}} + \left( -\frac{\partial g}{\partial T} - s \right) \dot{T} - \frac{\partial g}{\partial z_\sigma} \dot{z}_\sigma - \frac{\partial g}{\partial z_T} \dot{z}_T \geq 0 \quad (\text{A-1.22})$$

où  $s$  représente l'entropie du système.

Dans le cadre des milieux standards généralisés, l'expression de la dissipation intrinsèque doit être vérifiée pour toutes les vitesses de chargements mécaniques  $\dot{\underline{\underline{\sigma}}}$  et thermiques  $\dot{T}$ . Ce qui amène à définir le tenseur de la déformation et l'entropie de manière à annuler les deux premiers termes de la somme dans l'Equation A-1.22. Le tenseur de la déformation  $\underline{\underline{\varepsilon}}$  présenté dans l'Equation A-1.3 est définie par :

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = -\rho \frac{\partial g}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \quad (\text{A-1.23})$$

L'entropie totale du système  $s$  est donnée par :

$$s = -\frac{\partial g}{\partial T} \quad (\text{A-1.24})$$

On note  $\pi_\sigma^f$  et  $\pi_T^f$  les forces thermodynamiques respectivement associées à la fraction volumique de martensite orientée  $z_\sigma$  et de martensite auto-accommodante  $z_T$ . On définit ces forces par :

$$\begin{aligned} \pi_\sigma^f &= -\frac{\partial g}{\partial z_\sigma} = \frac{\gamma_\sigma}{\rho} \bar{\sigma} - (1-2z) \phi_{ii} - z_T \phi_{ii}^m + \pi_0^f(T) \\ \pi_T^f &= -\frac{\partial g}{\partial z_T} = -(1-2z) \phi_{ii} - z_\sigma \phi_{ii}^m + \pi_0^f(T) \end{aligned} \quad (\text{A-1.25})$$

En annulant les deux premiers termes de l'inégalité A-1.22, il devient :

$$D_i = \pi_\sigma^f \dot{z}_\sigma + \pi_T^f \dot{z}_T \geq 0 \quad (\text{A-1.26})$$

Dans le cas de l'orientation de la martensite auto-accommodante, la relation entre la fraction volumique de martensite orientée  $z_\sigma$  et celle de martensite auto-accommodante  $z_T$  donne :

$$\dot{z}_\sigma = -\dot{z}_T \quad (\text{A-1.27})$$

Donc, l'inégalité A-1.26 devient :

$$D_i = \pi_T^f \dot{z}_\sigma \geq 0 \quad (\text{A-1.28})$$

$$\text{avec : } \pi_{T\sigma}^f = \pi_\sigma^f - \pi_T^f = \frac{\gamma_\sigma}{\rho} \bar{\sigma} - (z_T - z_\sigma) \phi_{ii}^m \quad (\text{A-1.29})$$

avec  $\pi_{T\sigma}^f$  la force thermodynamique associée à la réorientation de la martensite auto-accommodante.

#### A-1.4. Cinétiques des transformations de phase

Le cadre constitutif du modèle est désormais posé. On doit définir maintenant la forme des cinétiques de transformations. Pour cela, cinq fonctions constitutives  $\psi_F^\sigma$ ,  $\psi_F^T$ ,  $\psi_R^\sigma$ ,  $\psi_R^T$  et  $\psi^{T\sigma}$  [A-1-4] sont définies par les équations suivantes:

$$\begin{aligned} \psi_F^\sigma(z_\sigma, \sigma, T) &= \pi_\sigma^f - k_F^\sigma = Y_F^\sigma \\ \psi_F^T(z_T, \sigma, T) &= \pi_T^f - k_F^T = Y_F^T \\ \psi_R^\sigma(z_\sigma, \sigma, T) &= -\pi_\sigma^f + k_R^\sigma = Y_R^\sigma \\ \psi_R^T(z_T, \sigma, T) &= -\pi_T^f + k_R^T = Y_R^T \\ \psi^{T\sigma}(z_\sigma, \sigma) &= \pi^{T\sigma} - k^{T\sigma} = Y^{T\sigma} \end{aligned} \quad (\text{A-1.30})$$

**On notera :  $F$  pour les transformations directes (comme Forward) ;  $R$  pour les transformations inverses (comme Reverse) ;  $\sigma$  signale les transformations martensitiques activées par la contrainte (martensite orientée) et  $T$  signale les transformations martensitiques activées par la température (martensite auto-accommodante).**

Les fonctions  $k_F^\sigma, k_F^T, k_R^\sigma, k_R^T, k^{T\sigma}$  sont inspirées des formes cinétiques proposées par des métallurgistes comme Koistinen and Marburger (1959) [A-1-6] et Raniecki et al. (1992) [A-1-2]. Ensuite, on utilise les conditions de cohérence sur la nullité des dérivées des fonctions définies précédemment, soit :

$$\dot{\psi}_F^\sigma = \dot{\psi}_F^T = \dot{\psi}_R^\sigma = \dot{\psi}_R^T = \dot{\psi}^{T\sigma} = 0 \quad (\text{A-1.31})$$

On peut obtenir les expressions suivantes pour les taux de fractions volumiques de martensite [A-1-7] :

- Pour la transformation directe (A→M) :

$$\begin{cases} \dot{z}_\sigma = (1 - z_\sigma) \left[ \frac{\gamma_\sigma a_f^\sigma}{\rho (\Delta s^* - s_0)} \left( \dot{\bar{\sigma}} - \rho \left( \frac{\Delta s^* - s_0}{\gamma_\sigma} \right) \dot{T} \right) \right] \\ \dot{z}_T = a_f^T (1 - z_T) \dot{T} \end{cases} \quad (\text{A-1.32})$$

- Pour la transformation inverse (M→A) :

$$\begin{cases} \dot{z}_\sigma = z_\sigma \left[ \frac{\gamma_\sigma a_r^\sigma}{\rho(\Delta s^* + s_0)} \left( \dot{\bar{\sigma}} - \rho \left( \frac{\Delta s^* + s_0}{\gamma_\sigma} \right) \dot{T} \right) \right] \\ \dot{z}_T = -a_r^T z_T \dot{T} \end{cases} \quad (\text{A-1.33})$$

- Pour la réorientation de la martensite auto-accommodante :

$$\begin{cases} \dot{z}_\sigma = (1 - z_\sigma) \frac{\gamma_\sigma a^{T\sigma}}{\rho \Delta s^*} \dot{\bar{\sigma}} \\ \dot{z}_T = -\dot{z}_\sigma \end{cases} \quad (\text{A-1.34})$$

où  $a_f^\sigma$ ,  $a_f^T$ ,  $a_r^\sigma$  et  $a^{T\sigma}$  sont des paramètres du matériau.

#### A-1.4. Asymétrie traction-compression

La contrainte équivalente von Mises est insuffisante pour traduire une distinction entre traction et compression. Pour prendre en compte l'asymétrie traction-compression du comportement des AMF, la contrainte équivalente  $\sigma_{eq}$  dépend de deux invariants :

- La contrainte équivalente von Mises  $\bar{\sigma}$  :

$$\bar{\sigma} = \left( \frac{3}{2} dev(\underline{\sigma}) : dev(\underline{\sigma}) \right)^{1/2} \quad (\text{A-1.35})$$

- L'angle de Lode  $\theta$  dérivé de la contrainte déviatorique :

$$y = \frac{27 \det(dev(\underline{\sigma}))}{2 \bar{\sigma}^3} = \cos(3\theta) \quad (\text{A-1.36})$$

La contrainte équivalente  $\sigma_{eq}$  s'écrit :

$$\sigma_{eq} = \sigma_{eq}(\bar{\sigma}, y) = \bar{\sigma} / f(y) \quad (\text{A-1.37})$$

où  $f(y)$  est une fonction positive non-dimensionnelle de la forme [A-1-3]. Cette fonction est décrite par l'équation suivante [A-1-5] :

$$f(y) = \cos \left[ \frac{\cos^{-1}(1 - a(1 - y))}{3} \right] \quad (\text{A-1.38})$$

avec  $a$ , un paramètre du matériau.

En effet, on a  $|y| \leq 1$  pour tous les états de contraintes. Une restriction de la fonction dimensionnelle  $f(y)$  doit être appliquée par l'expression suivante :

$$f(+1) > f(-1) \quad (\text{A-1.39})$$

où  $y = +1$  pour la traction et  $y = -1$  pour la compression.

En appliquant ce résultat pour la fonction définie par l'Equation A-1.19  $g^*$ , on obtient :

$$g^*(\underline{\sigma}) = \gamma_{\sigma} \frac{\sigma_{eq}}{\rho} \quad (\text{A-1.40})$$

Dans le cas de traction-compression simple uniaxiale (ici, on utilise respectivement des valeurs de  $\pm 1$  pour la traction et la compression), l'expression A-1.40 donne :

$$\rho g^* = |\sigma_{11}| \cdot \bar{\gamma}_{\sigma}(\pm 1) \quad (\text{A-1.41})$$

$$\text{avec } \bar{\gamma}_{\sigma}(\pm 1) = \gamma_{\sigma} \cdot f(\pm 1)$$

La force thermodynamique respectivement associée à la fraction volumique de martensite orientée dans le cas de traction-compression uniaxiale s'écrit :

$$\pi_{\sigma}^f = \bar{\gamma}_{\sigma}(\pm 1) \cdot (|\sigma_{11}| / \rho) - (1 - 2z) \phi_{it} + \pi_0^f(T) \quad (\text{A-1.42})$$

La combinaison entre les équations A-1.39, A-1.41 et A-1.42 permet de décrire l'asymétrie traction-compression du comportement des AMF. Concrètement, on obtient :

$$\bar{\gamma}_{\sigma}(+1) > \bar{\gamma}_{\sigma}(-1) \quad (\text{A-1.43})$$

Pour un chargement uniaxial,  $\bar{\gamma}_{\sigma}(+1)$  et  $\bar{\gamma}_{\sigma}(-1)$  sont respectivement nommés par « amplitudes de déformation de transformation  $\gamma_T$  en traction » et «  $\gamma_C$  en compression ». Figure A-1.1 présente l'évolution de la contrainte axiale en fonction de la déformation des AMF en super-élasticité.

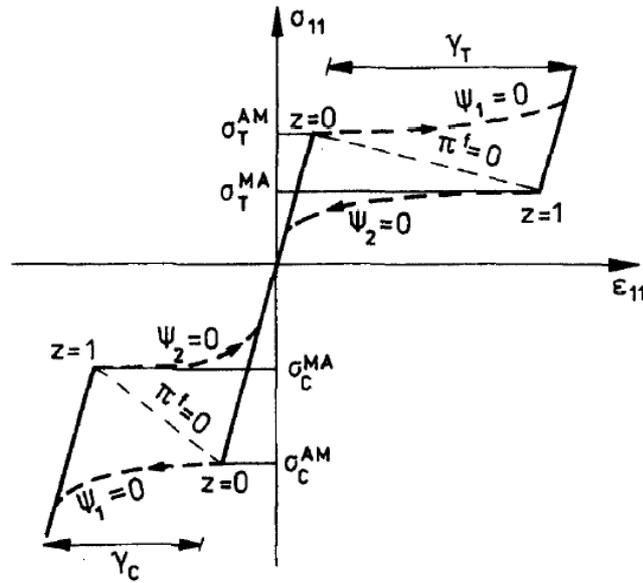


Figure A-1.1. Illustration de la relation isothermique entre la contrainte axiale et la déformation axiale (Pseudoélasticité  $T > A_f$ ), [A-1-3].

Pour conclure, les implémentations principales du modèle de L'excellent et al. sont résumées dans les points suivants [A-1-5]:

- L'intensité de la contrainte critique  $\sigma_T^{AM}$  de la transformation directe A→M en traction est plus petite que la valeur absolue de la contrainte critique  $\sigma_C^{AM} < 0$  en compression :

$$\sigma_T^{AM} < -\sigma_C^{AM} \quad (\text{A-1.44})$$

- L'amplitude de déformation de transformation  $\gamma_T$  en traction est plus grande que celle en compression  $\gamma_C$ . Cependant, les énergies de déformation en traction et en compression ont une même valeur :

$$\begin{aligned} \gamma_T &> |\gamma_C| \\ \sigma_T^{AM} \gamma_T &= |\sigma_C^{AM} \gamma_C| \end{aligned} \quad (\text{A-1.45})$$

- Les deux valeurs  $\sigma_T^{AM}$  et  $\sigma_C^{AM}$  sont en fonction linéaire de la température. Cependant, la sensibilité pour la température de la limite pseudoélastique en compression est plus forte que celle en traction :

$$-\frac{d\sigma_C^{AM}}{dT} > \frac{d\sigma_T^{AM}}{dT} \quad (\text{A-1.46})$$

### A-1.5. Paramètres du modèle

On peut classer les paramètres du modèle en deux grandes catégories :

- Paramètres classiques des matériaux AMF [A-1-7 ; A-1-5] :

| Notation           | Signification   |
|--------------------|---|
| $\rho$             | Masse volumique   |
| $E$                | Module d'Young  |
| $\gamma_\sigma$    | Déformation pseudoélastique maximum en uniaxial                   |
| $A_s^0$ et $A_f^0$ | Température de début et de fin de la transformation austénitique  |
| $M_s^0$ et $M_f^0$ | Température de début et de fin de la transformation martensitique |
| $\lambda$          | Coefficient de la dilatation thermique                            |

- Paramètres additionnels du modèle [A-1-7] :

| Notation                | Signification  |
|-------------------------|--|
| $u_0$                   | Energie libre interne  |
| $s_0$                   | Entropie   |
| $\Delta u^*$            | $\Delta$ énergie libre interne   |
| $\Delta s^*$            | $\Delta$ entropie  |
| $\phi_{it}^m$           | Terme de l'expression de l'énergie libre interne                               |
| $a_f^\sigma$ et $a_f^T$ | Coefficients cinétiques pour la transformation directe                         |
| $a_r^\sigma$ et $a_r^T$ | Coefficients cinétiques pour la transformation inverse                         |
| $a^{T\sigma}$           | Coefficient cinétique pour la réorientation de la martensite auto-accommodante |

## Annexe II – Dimensionnement des échantillons utilisés pour les essais de compression

Cette annexe porte sur le dimensionnement des fils en AMF utilisées dans des essais de compression (voir Partie II, Chapitre II-1, Section II-1.1.3). L'objectif est de trouver la longueur convenable pour un fil de diamètre 3mm afin d'éviter un flambement.

Sous l'effet de l'effort de compression, une barre est susceptible de présenter une flèche transversale  $y(x)$ . Concrètement, elle peut être soumise, en plus de la force de compression  $N$ , à une flèche initiale  $e_0$  causée par un défaut qui provoque l'apparition d'un moment fléchissant. Donc, le moment de flexion s'écrit :

$$M(x) = N[y(x) + y_0(x)] = -EIy''(x) \quad (\text{A-2.1})$$

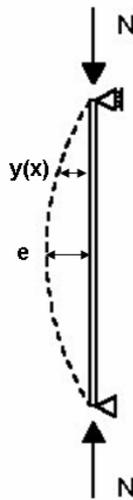


Figure A-2.1. Flambement d'une barre sous l'effet d'un effort de compression

L'équation d'équilibre de la barre déformée peut se mettre sous la forme d'une équation différentielle du 2<sup>nd</sup> ordre avec 2<sup>nd</sup> membre :

$$y''(x) + k^2 y(x) = -k^2 y_0(x) \quad \text{avec} \quad k = \sqrt{\frac{N}{EI}} \quad (\text{A-2.2})$$

La déformée initiale  $y_0(x)$  satisfait aux conditions aux limites suivantes :

$$y_0(0) = 0; y_0\left(\frac{L}{2}\right) = e_0; y_0(L) = 0 \quad (\text{A-2.3})$$

où  $L$  est la longueur de la barre.

Pour  $y_0(x)$ , on choisit :

$$y_0(x) = \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) \quad (\text{A-2.4})$$

L'équation A-2.2 admet comme solution (somme d'une solution générale sans 2<sup>nd</sup> membre et d'une solution particulière avec 2<sup>nd</sup> membre) :

$$y(x) = C_1 \sin kx + C_2 \cos kx + C_3 \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) \quad (\text{A-2.5})$$

Les trois constantes d'intégration  $C_1$ ,  $C_2$  et  $C_3$  sont déterminées à partir des conditions aux limites :

$$\begin{aligned} y(0) = 0 &\rightarrow C_2 = 0 \\ y(l) = 0 &\rightarrow C_1 = 0 \end{aligned} \quad (\text{A-2.6})$$

$$y''\left(\frac{L}{2}\right) + k^2 y\left(\frac{L}{2}\right) = -k^2 e_0 \rightarrow C_3 = \frac{k^2}{\left(\frac{\pi}{L}\right)^2 - k^2} e_0 = \frac{\frac{N}{\pi^2 EI/L^2}}{1 - \frac{N}{\pi^2 EI/L^2}} e_0$$

D'où l'expression de la flèche :

$$y(x) = \frac{\frac{N}{\pi^2 EI/L^2}}{1 - \frac{N}{\pi^2 EI/L^2}} e_0 \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) \quad (\text{A-2.7})$$

Donc, la flèche totale s'écrit :

$$y^{total}(x) = y(x) + y_0(x) = \frac{1}{1 - \frac{N}{\pi^2 EI/L^2}} e_0 \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) \quad (\text{A-2.8})$$

La flèche à mi-portée s'écrit donc :

$$e = y^{total}\left(\frac{l}{2}\right) = \frac{1}{1 - \frac{N}{\pi^2 EI/L^2}} e_0 \quad (\text{A-2.9})$$

On trouve que pour  $N = 0 \rightarrow e = e_0$ .

Lorsque  $N = \frac{\pi^2 EI}{L^2} \rightarrow e = \infty \equiv$  flambement. Cette valeur correspond à la valeur critique  $N_{cr}$  de  $N$ , telle que :

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2} \quad (\text{A-2.10})$$

On observe que la flèche à mi-portée et la contrainte maximale dépendent fortement de la longueur de la barre et de la flèche initiale. La présence d'une flèche dans la barre provoque des incertitudes de déformation déduite de la longueur mesurée.

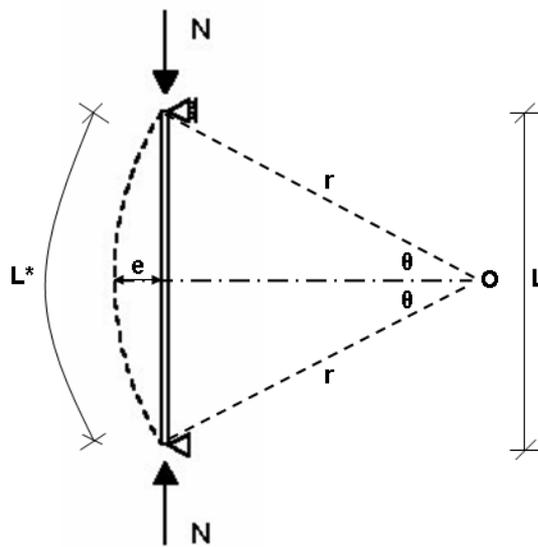


Figure A-2.2. Schéma de longueur réelle de la barre

La Figure A-2.2 décrit le schéma de longueur réelle  $L^*$  de barre en comparant avec sa longueur mesurée  $L$ . La relation entre la longueur réelle et la longueur mesurée de barre est représentée dans par l'expression suivante :

$$L = 2 \operatorname{atan} \left( \frac{L^*}{r - e} \right) \frac{(L^*)^2 + 4e^2}{8e} \quad \text{avec} \quad e = \frac{1}{1 - \frac{N}{N_{cr}}} e_0 \quad (\text{A-2.11})$$

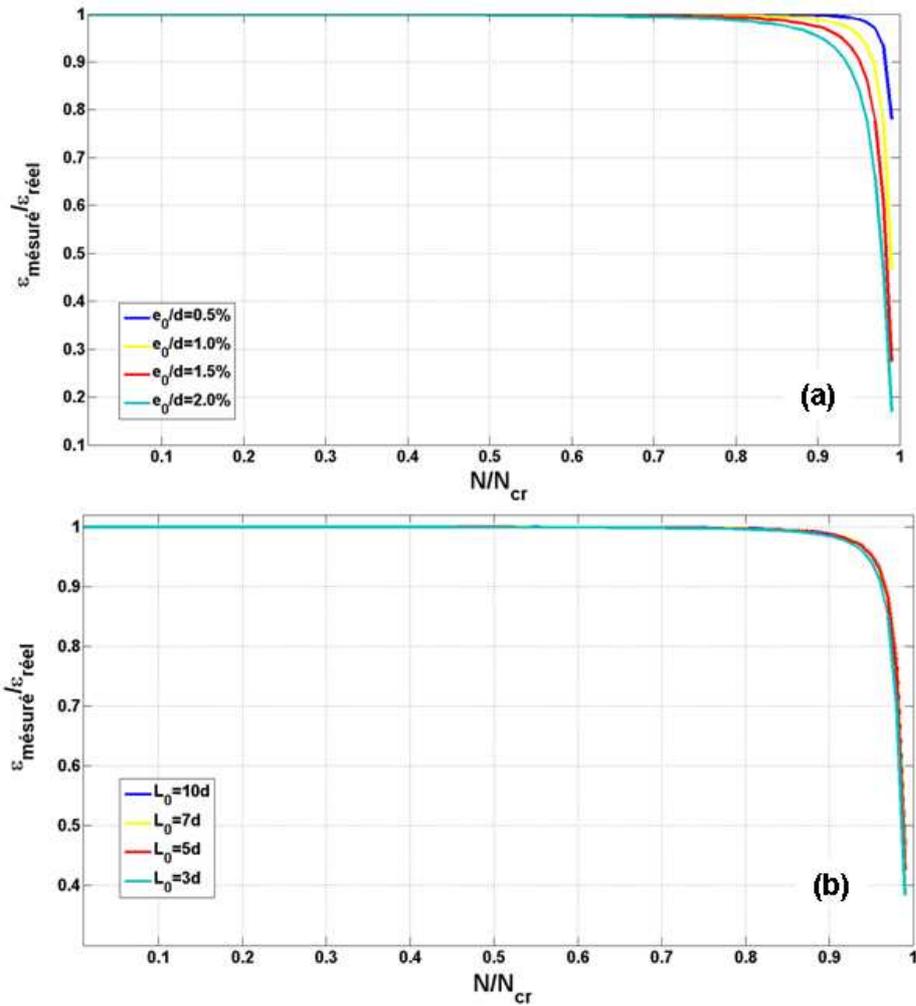


Figure A-2.3. Déformation mesurée en fonction de la force : a) influence de flèche initiale ; b) influence de longueur d'une barre

Donc, la longueur réelle d'une barre est en fonction de la force donnée :  $L^* = f\left(\frac{N}{N_{cr}}\right)$ . La déformation réelle déduite de la longueur réelle se met sous la forme suivante :

$$\varepsilon_{réel} = \frac{\Delta L^*}{L_0^*} = \frac{L^* - L_0^*}{L_0^*} \quad (\text{A-2.12})$$

où  $L_0^*$  correspond à la force nulle.

Cependant, la déformation mesurée s'écrit simplement :

$$\varepsilon_{mesuré} = \frac{N}{E\Omega} \quad (\text{A-2.13})$$

Avec  $E$ , module d'Young et  $\Omega$ , section de barre.

La Figure A-2.3 présente l'influence de la flèche initiale et de la longueur de la barre sur la mesure de la déformation. On observe que la flèche initiale a une influence plus importante que la longueur sur la déformation obtenue, en particulier pour de grandes valeurs de forces.

Ensuite, la contrainte maximale de compression est atteinte dans la section médiane ( $x = \frac{L_0}{2} \rightarrow M(x) = M_{\max}$ ), sur la fibre extrême de la section:

$$\sigma_{\max} = \frac{N}{\Omega} + \frac{M_{\max} d/2}{I} \quad (\text{A-2.4})$$

La comparaison entre la contrainte maximale et la contrainte normale s'écrit :

$$\frac{\sigma_{\max}}{\sigma_N} = 1 + \frac{8}{1 - \frac{N}{N_{cr}}} \frac{e_0}{d} \quad (\text{A-2.5})$$

La Figure A-2.4 présente l'influence de la flèche initiale sur la contrainte maximale. Cette contrainte peut provoquer une distribution non homogène de contrainte dans une section de la barre. La flèche initiale de la barre en Ni-Ti utilisée est déterminée à partir de photos numériques. Une valeur moyenne égale à 0,18 mm de flèche initiale a été trouvée.

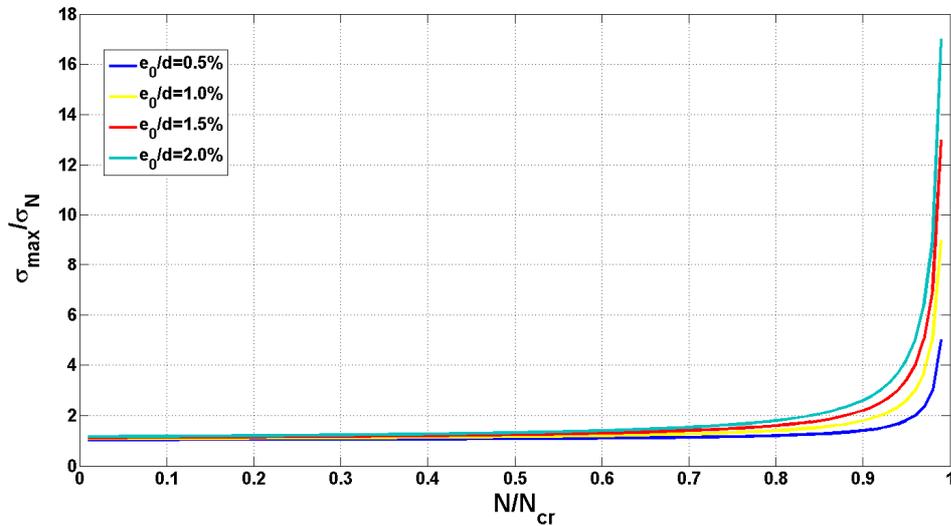


Figure A-2.4. Contrainte maximale en fonction de la force : influence de la flèche initiale

Plusieurs valeurs de longueur de barre ont été appliquées. Cependant, des barres de longueur supérieure à 30 mm s'accompagnent des résultats modifiés par le flambement. La Figure A-2.5 présente un diagramme contrainte-déformation de l'AMF sous l'effet de flambement en comparant avec celui du cas de non flambement. On observe bien que l'effet de flambement modifie fortement le comportement de l'AMF en compression. La réorientation en compression de la martensite auto-accommodante est écrasée par le flambement donc il n'y a pas de déformation résiduelle après décharge (voir Figure A-2.5-a).

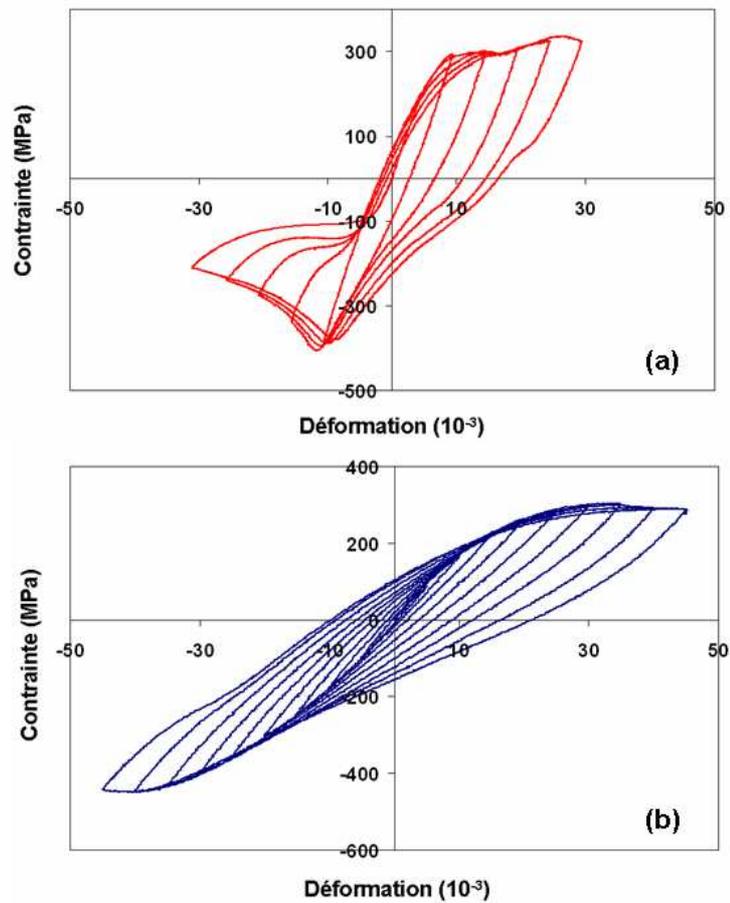


Figure A-2.5. Diagramme contrainte-déformation de l'AMF à l'état martensitique: a) avec l'effet de flambement ; b) sans l'effet de flambement

Pour conclure, la longueur convenable égale à 20 mm est choisie pour le fil de 3mm de diamètre afin de minimiser l'effet de flambement. L'effet de flambement n'est donc pas observé dans des essais en compression (voir Figure A-2.5-b).

## **Annexe III – Equilibres thermiques d'un fil en AMF chauffé par effet Joule**

Durant des essais de création d'états de précontrainte dans des poutrelles en béton par AMF, l'utilisation de caméra infrarouge a permis de donner une mesure assez bien de température (cf. Partie II, Chapitre II-2). Cependant, des résultats obtenus montrent clairement que la distribution de température dans le fil n'est pas vraiment homogène. Une attention a été portée sur cette distribution, du fait que le contact avec le mors crée un gradient thermique. Une étude expérimentale à l'aide d'une caméra infrarouge, détaillée dans cette annexe, permet de quantifier les échanges thermiques avec l'air par convection et avec les mors par contact. Cette étude a été réalisée avec les participations de M. El Hajjar, stagiaire de Master 2 Recherche au laboratoire en 2010 et de A. Debska dans le cadre d'une thèse en cours.

### ***A-III.1. Modèle thermique de diffusion de la chaleur dans le fil***

#### ***A-III.1.1. Modèle radial***

On part de l'équation de la chaleur dans le repère du fil :

$$\lambda \Delta T(r,t) + p = \rho c \frac{\partial T(r,t)}{\partial t} \quad (\text{A-3.1})$$

Avec  $\lambda$  la conductivité thermique (W/(m.°C)),  $T$  la température (pour une coordonnée axiale  $x$  donnée),  $p$  une source de chaleur au sein du matériau (W/m<sup>3</sup>),  $\rho$  la masse volumique du fil d'AMF (kg/m<sup>3</sup>), et  $c$  la chaleur massique (J/kg), d'où  $\rho c$  la chaleur volumique (J/m<sup>3</sup>).

On se place en régime stabilisé, ce qui donne  $\frac{\partial T(r,t)}{\partial t} = 0$ , alors l'équation devient :

$$\Delta T(r) = -\frac{p}{\lambda} \quad (\text{A-3.2})$$

Ce qui donne en coordonnées polaires :  $\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} = -\frac{p}{\lambda}$  qui est une équation différentielle du second ordre avec un second membre à coefficients constants avec les conditions aux limites :

$$T(R) = T_s \quad \text{et} \quad \frac{\partial T}{\partial r}(0) = 0 \quad (\text{A-3.3})$$

où  $R$  est le rayon du fil d'AMF et  $T_s$  est sa température de surface.

Cette équation différentielle a comme solution homogène :

$$T(r) = c_1 \ln r + c_2 \quad (\text{A-3.4})$$

et comme solution particulière :

$$T(r) = -\frac{pr^2}{4\lambda} \quad (\text{A-3.5})$$

$c_1$  et  $c_2$  sont des constantes à déterminer d'après les conditions aux limites. D'où la solution générale :

$$T(r) = T_s + \frac{p(R^2 - r^2)}{4\lambda} \quad (\text{A-3.6})$$

C'est l'équation d'une parabole de maximum  $T_s + \frac{pR^2}{4\lambda}$ , comme le montre la Figure A-3.1. Ici,  $T_{moy}(x)$  est la température moyenne qui va être utilisée dans le modèle longitudinal dans ce qui suit.

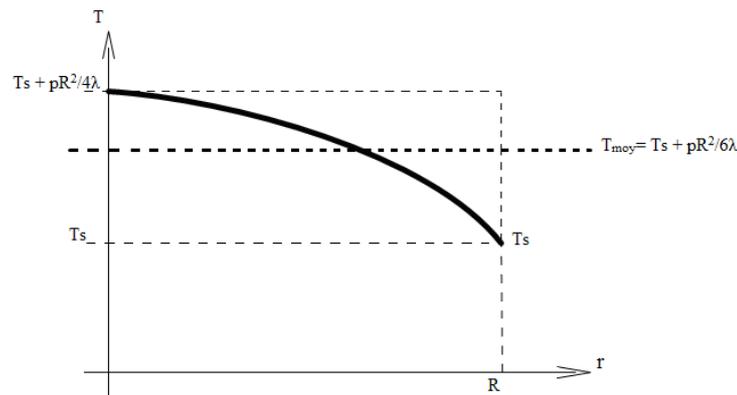


Figure A-3.1. Diffusion de la chaleur : modèle radial

L'écart entre la température moyenne et la température de surface n'excède pas quelques dixièmes de degrés K pour un fil de diamètre 1mm.

### A-III.1.2. Modèle longitudinal

Pour obtenir une solution analytique de la distribution longitudinale de la température, le problème est simplifié à une seule dimension, et la température ne dépend que de la coordonnée axiale le long du fil,  $x$  qui doit être comprise entre  $-L/2$  et  $L/2$ .

En partant de l'équation de la chaleur :

$$\lambda \Delta T(x, r, t) + p = \rho c \frac{\partial T(x, r, t)}{\partial t} \quad (\text{A-3.7})$$

Tels que  $r \in [0; R]$ ;  $x \in [-L/2; L/2]$ ;  $t \geq 0$ .

Or la distribution radiale, pour  $x$  donné,  $T(r) \approx T_{moy}$ . Donc,  $T_{moy}(x)$  est la température qui va être utilisée pour l'analyse longitudinale.

En régime stabilisé  $\frac{\partial T(x, r, t)}{\partial t} = 0$ . Donc l'équation de la chaleur devient :

$$\lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = -p(x) \quad (\text{A-3.8})$$

On prend un tronçon de longueur  $dx$  et on considère une source électrique qui chauffe le fil d'AMF par effet Joule :

$$P_0 = \pi R^2 p_0 dx \quad (\text{A-3.8})$$

La déperdition surfacique s'écrit :

$$\Delta p = k \Delta T \quad (\text{A-3.9})$$

Avec  $\Delta T = T_{moy}(x) - T_{amb}$ ;  $k$  le coefficient de convection qui va ensuite être déterminé expérimentalement et  $T_{amb}$  la température ambiante. La perte radiale s'écrit donc :

$$\Delta P = 2\pi R k \Delta T dx \quad (\text{A-3.10})$$

Alors :

$$P_0 - \Delta P = \pi R^2 \left( p_0 - \frac{2}{R} k \Delta T \right) dx \quad (\text{A-3.11})$$

D'où  $p(x) = p_0 - \xi (T(x) - T_{amb})$  avec  $\xi = \frac{2k}{R}$  [W/m<sup>3</sup>.°C].

On obtient donc l'équation différentielle :

$$\lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = -p_0 + \xi (T(x) - T_{amb}) \rightarrow \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \beta^2 T(x) = K \quad (\text{A-3.12})$$

$$\text{Avec } \beta = \sqrt{\frac{\xi}{\lambda}} = \sqrt{\frac{2k}{\lambda R}} \text{ et } K = -\frac{P + \xi T_{amb}}{\lambda}.$$

Il s'agit d'une équation différentielle du second ordre à coefficients constants avec second membre avec les conditions aux limites  $T(L/2) = T(-L/2) = T_{amb}$ . Elle a comme solution homogène  $T(x) = c_1 e^{\beta x} + c_2 e^{-\beta x}$  et comme solution particulière  $T = -\frac{K}{\beta^2}$ . Ici,  $c_1$  et  $c_2$  sont des constantes à déterminer d'après les conditions aux limites. D'où la solution générale :

$$T(x) = \frac{T_{amb} + \frac{K}{\beta^2}}{ch\left(\frac{\beta L}{2}\right)} ch(\beta x) - \frac{K}{\beta^2} \quad (\text{A-3.13})$$

C'est une fonction qui représente le profil de la température le long du fil. Ce modèle théorique devra être validé expérimentalement dans ce qui suit.

### ***A-III.2. Validation expérimentale par utilisation d'une caméra infrarouge***

Plusieurs essais ont été préparés et réalisés proprement avec différents fils en Ni-Ti de diamètre 1mm, soit en austénite, soit en martensite, pour étudier le profil de température du fil mesuré à l'aide d'une caméra infrarouge. Il s'agit en réalité d'une mesure de la température de la surface du fil chauffé par effet Joule, qu'il faut comparer avec le modèle théorique établi précédemment, de manière à estimer les valeurs de deux paramètres principaux dans la transmission de la chaleur, la conductivité thermique  $\lambda$  [ $\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ ] et le coefficient de convection  $k$  [ $\text{W.m}^{-2}.\text{k}^{-1}$ ].

#### ***A-III.2.1. Dispositif expérimental et résultats***

Dans cet essai, le dispositif expérimental est le même que précédemment, auquel on a ajouté la caméra thermique qui est placée devant le fil d'AMF à une distance bien précise pour mesurer la température exacte de la surface du fil avec une échelle de 319 pixels/mm.

La caméra connectée à un ordinateur donne la température à chaque pixel de l'image du fil. Deux cales en aluminium qui est un bon conducteur thermique sont placées aux extrémités du fil de manière à les maintenir à la température de la pièce. Le montage est présenté par la Figure A-3.2. On voit sur cette figure l'ensemble qui forme un circuit électrique simple : la source électrique dont la tension est mesurée par le voltmètre en parallèle, donne un courant électrique qui est mesuré par l'ampèremètre en série et qui traverse le fil en AMF pour le chauffer par effet Joule. La caméra thermique est connectée à un ordinateur qui donne la température du fil. Une série d'essais a été réalisée sur un fil en Ni-Ti de longueur 424mm et sur un autre fil de longueur de 110mm.

A l'aide du générateur électrique connecté au fil, on peut augmenter progressivement le courant électrique d'intensité de 0 jusqu'à 3,99A. La caméra infrarouge connectée à un ordinateur permet de mesurer la température à chaque pixel de l'image. A titre d'exemple, la Figure A-3.3 présente des images thermiques du fil correspondant à dix valeurs d'intensité. Parce que la caméra infrarouge doit être positionnée à deux positions différentes pour pouvoir observer le fil avec une résolution suffisante (voir Figure A-3.2), on observe une petite discontinuité des images. Cet effet peut provoquer une faible incertitude de 1% de la

mesure de la température environ.

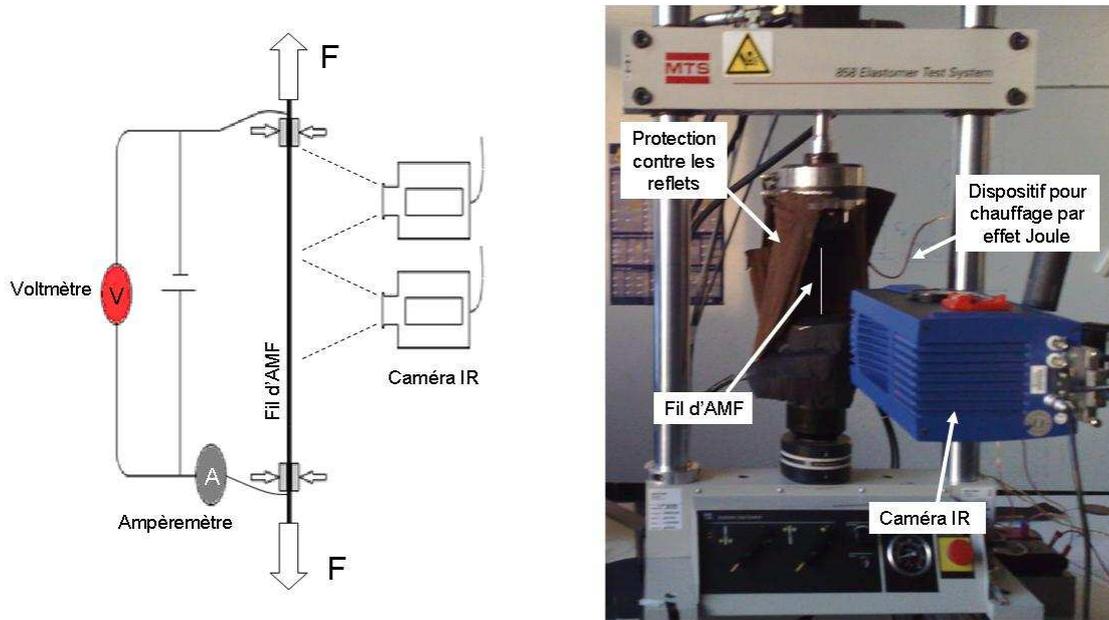


Figure A-3.2. Dispositif expérimental pour les mesures de température dans le fil par caméra infrarouge

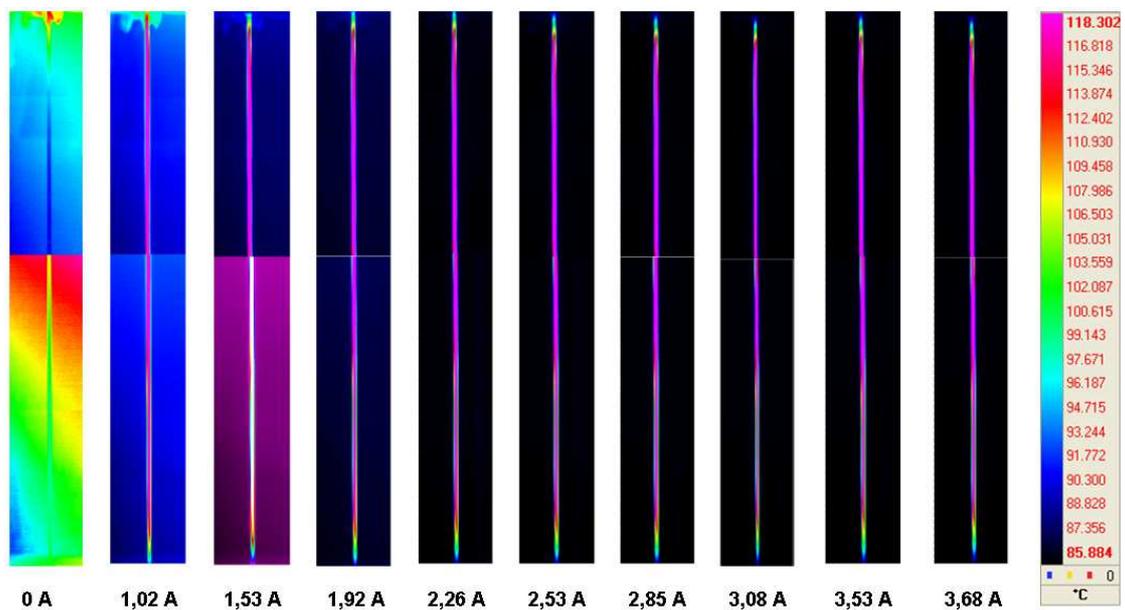


Figure A-3.3. Mesure de température à l'aide de la caméra infrarouge durant le chauffage par effet Joule

**Remarque :** tous les fils en AMF ont été peints avec une peinture noire mate de manière à lui donner la caractéristique d'un corps noir. Le corps noir est un objet idéal qui absorbe toute l'énergie électromagnétique qu'il reçoit, sans en réfléchir ni en transmettre. La lumière étant une onde électromagnétique, elle est totalement absorbée et l'objet doit donc apparaître noir, d'où son nom. Alors, toutes les réflexions parasites qui perturbent les résultats de la caméra sont absorbées par la peinture noire.

### A-III.2.2. Interprétation

Les premiers essais sont réalisés sur un fil de longueur 424mm. Le modèle thermique longitudinal établi au début de cette partie est une fonction exponentielle (voir Figure A-3.4). On trouve que la température reste presque constante au centre et le long du fil (Zone I) avec une chute de température sur une longueur très courte de l'extrémité du fil (Zone II). Pour cela, on a décidé d'installer la caméra thermique devant la Zone II, de manière à voir la chute de température.

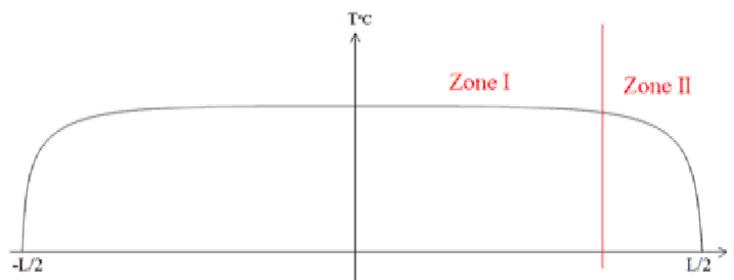


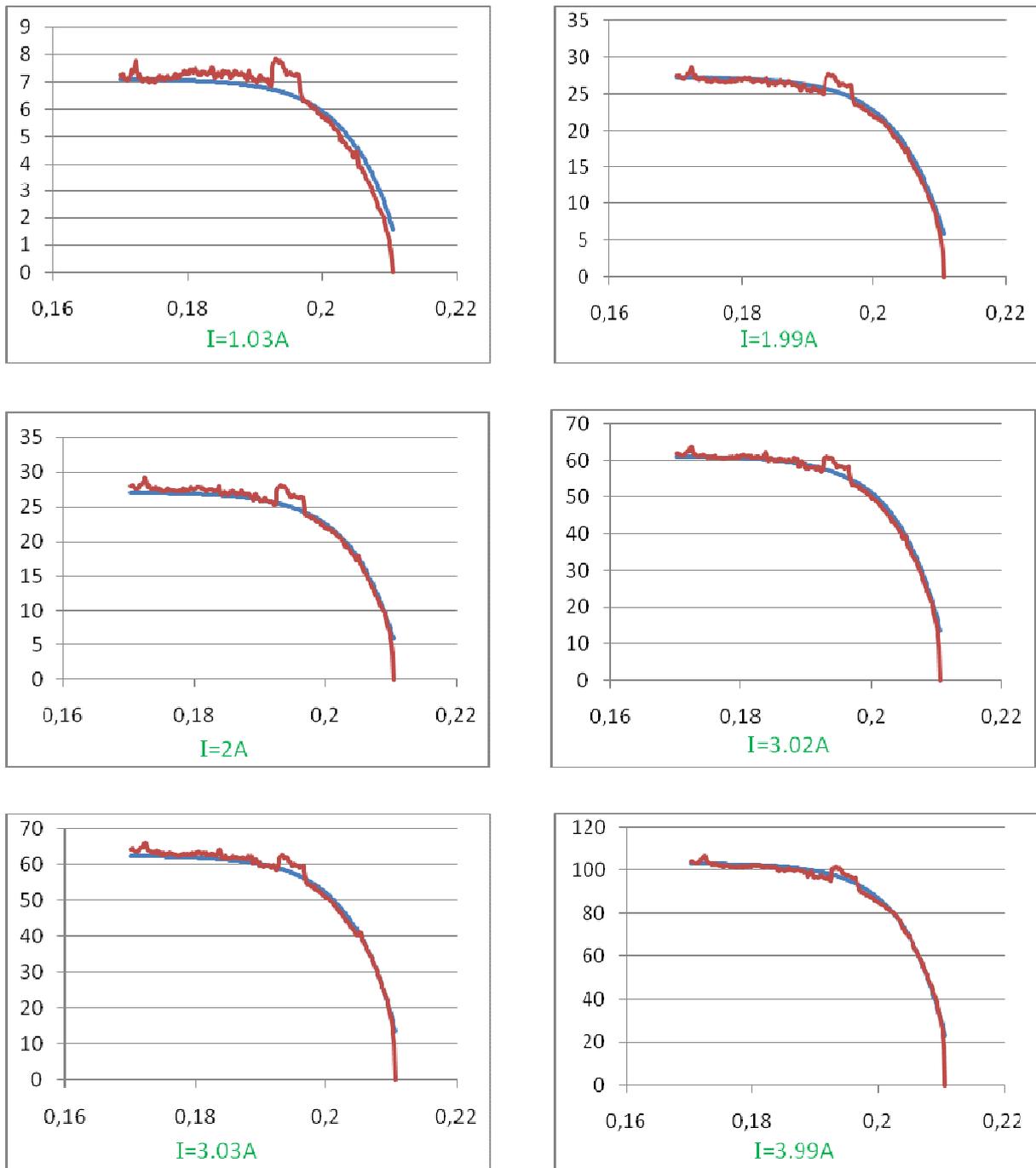
Figure A-3.4. Profil théorique de température dans le fil en AMF

Le fil a été progressivement chauffé par effet Joule et mesuré par caméra infrarouge. Les résultats obtenus sont présentés dans la Tableau A-3.a :

Tableau A-3.a : Résultats sur le fil de longueur de 424mm (à l'extrémité).

| U(V)  | I(A) | T(°C) | P(W)  | R( $\Omega$ ) | P/m   | R/m   | k    |
|-------|------|-------|-------|---------------|-------|-------|------|
| 0     | 0    | 19.5  | 0.000 | -             | 0.00  | -     | -    |
| 0.291 | 0.5  | 21.1  | 0.146 | 0.582         | 0.34  | 1.371 | 68.2 |
| 0.598 | 1.03 | 27    | 0.616 | 0.581         | 1.45  | 1.368 | 61.6 |
| 1.154 | 1.99 | 47.2  | 2.296 | 0.580         | 5.41  | 1.366 | 62.2 |
| 1.756 | 3.02 | 82.6  | 5.303 | 0.581         | 12.49 | 1.370 | 63.0 |
| 2.352 | 3.99 | 128.5 | 9.384 | 0.589         | 22.11 | 1.389 | 64.6 |
| 1.77  | 3.03 | 83.5  | 5.363 | 0.584         | 12.63 | 1.376 | 62.8 |
| 1.159 | 2    | 47    | 2.318 | 0.580         | 5.46  | 1.365 | 63.2 |
| 0.582 | 1    | 26.5  | 0.582 | 0.582         | 1.37  | 1.371 | 62.3 |
| 0.29  | 0.51 | 21.2  | 0.148 | 0.569         | 0.35  | 1.340 | 65.2 |

Puis en se servant des images données par la caméra thermique, on a dessiné sur le même graphe le profil expérimental de la température en fonction de x. En réalité, ce qui est représenté n'est pas le profil de température, mais le profil de THETA, la différence de température avec l'image de référence pris par la caméra avant le chauffage. Pour le modèle théorique, c'est la différence de température avec la température initiale de la pièce. La Figure A-3.5 décrit la comparaison entre les résultats théoriques et les expérimentations pour diverses valeurs de l'intensité.



N.B. : la courbe bleue est la théorique et la courbe rouge est l'expérimentale

Figure A-3.5. Comparaison entre la théorie et l'expérimentation pour le fil de longueur 424 mm

On voit sur les courbes expérimentales de tous les graphes une petite erreur au même endroit du fil due à un manque de peinture noire, ce qui donne des réflexions sur la caméra. De plus, on remarque que les deux courbes coïncident sur chacun des graphes, ce qui montre la validité du modèle théorique. De cette façon, nous n'avons vu le profil de température qu'à l'extrémité du fil, tandis qu'il fallait le voir sur toute la moitié du fil, ce qui est impossible pour un fil très long car la caméra ne voit qu'une petite longueur du fil. Il faut donc chercher la longueur minimale du fil en AMF avec lequel on peut exécuter l'essai, de façon à ce qu'il n'y ait pas d'influence de la perte thermique longitudinale sur la température au centre  $T(0)$ . On trace

le graphe de la température au centre du fil ( $x = 0$ ) pour différentes puissances, en fonction de la longueur du fil (Figure A-3.6).

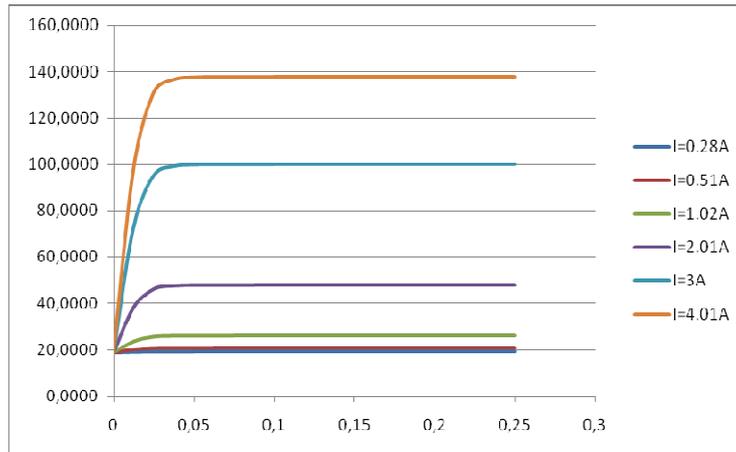


Figure A-3.6. Diagramme théorique de température au centre en variant la longueur du fil pour différentes puissances.

On remarque qu'à partir de  $L/2=0.05m$ , les températures au centre de toutes les courbes deviennent constantes et indépendantes de la longueur du fil. On trace ensuite les profils de température pour différentes longueurs du fil pour une intensité de 3A de manière à confirmer la longueur minimale du fil à partir de laquelle il n'y a pas d'effet de la perte longitudinale sur la température au centre. Ceci est présenté dans la Figure A-3.7.

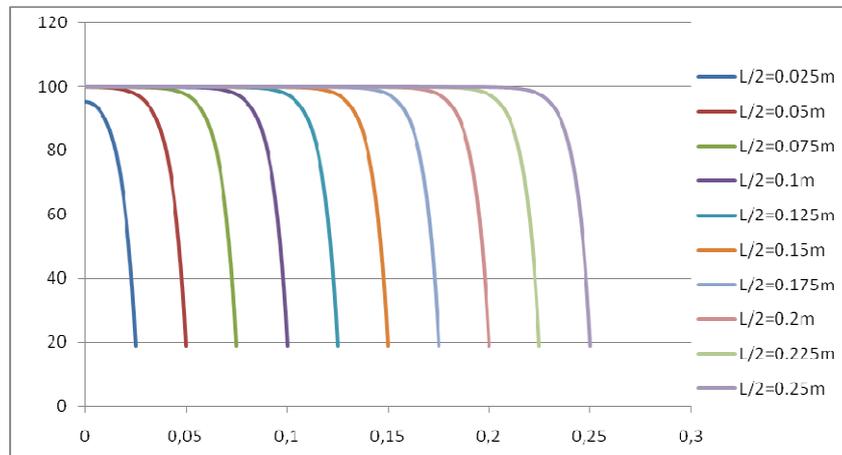
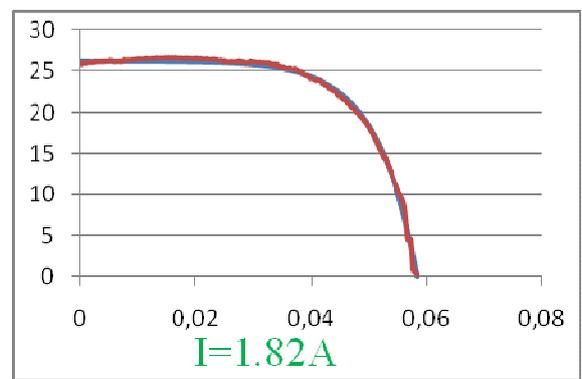
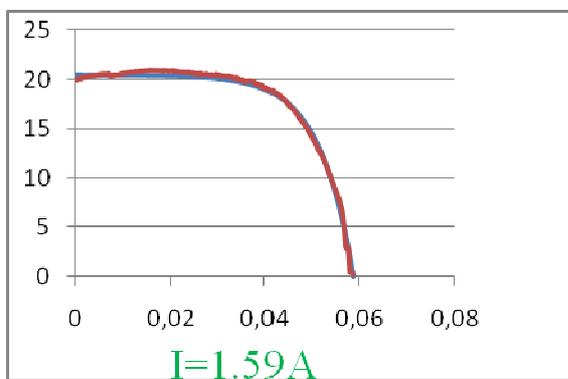
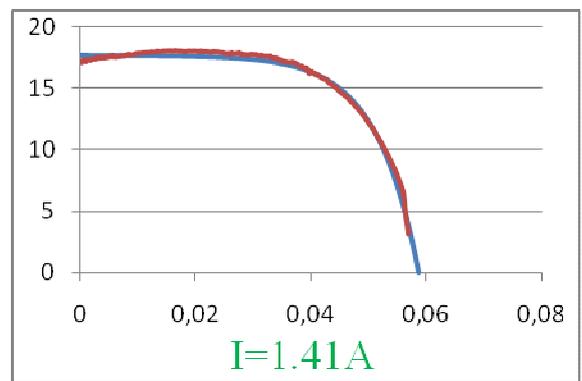
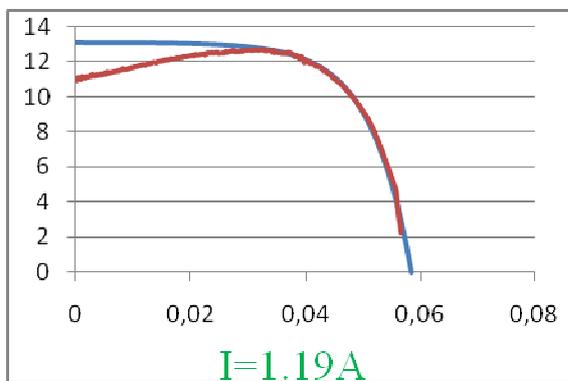
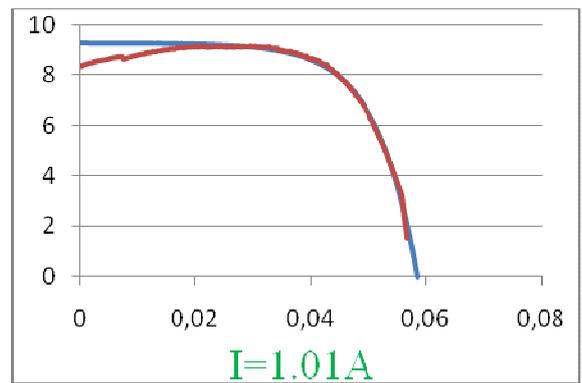
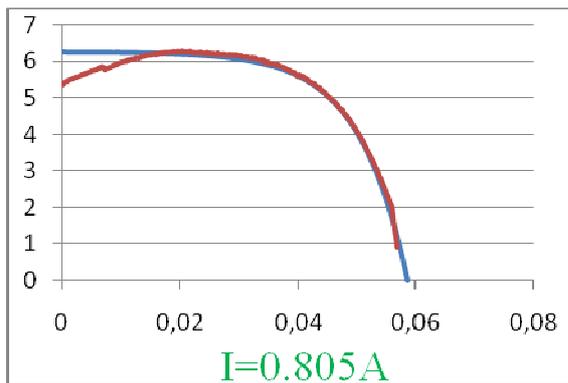
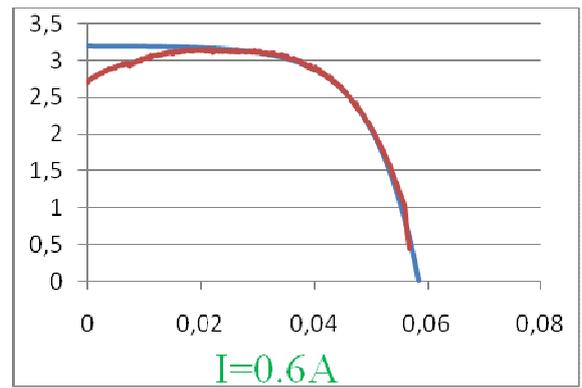
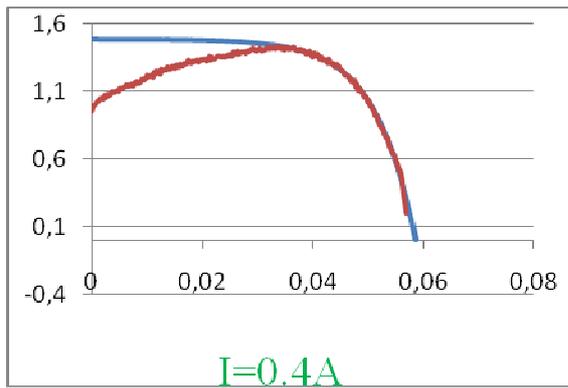
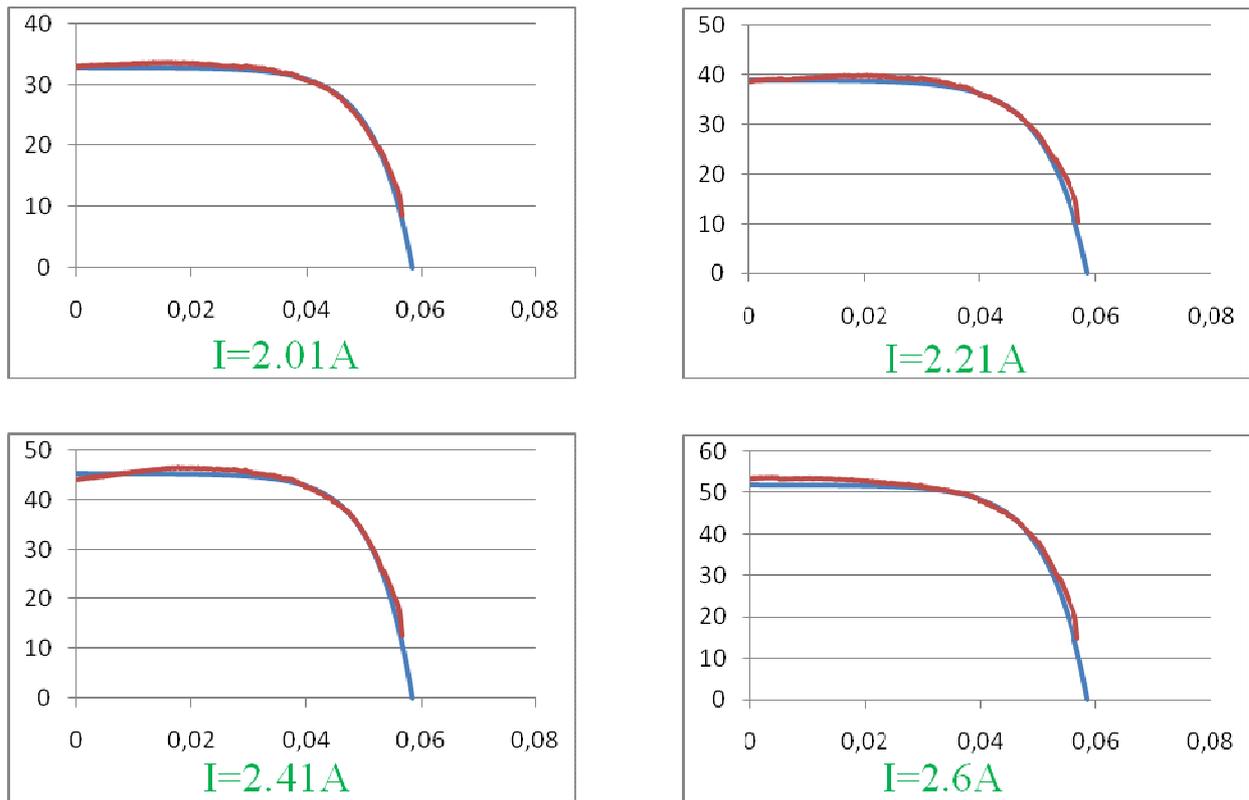


Figure A-3.7. Diagramme des profils de température pour différentes longueurs du fil

Les essais suivants sont réalisés sur un fil de longueur 110mm afin d'observer le profil de température sur toute la moitié du fil. Dans l'essai précédent on a une comparaison entre le profil théorique et celui expérimental. Les résultats obtenus sont présentés dans la Figure A-3.8.





N.B. : la courbe bleue est la théorique et la courbe rouge est l'expérimentale

Figure A-3.8. Comparaison entre la théorie et l'expérimentation pour le fil de longueur 110 mm

Pour chacune des courbes, le décalage entre la courbe expérimentale et la courbe théorique est influencé par les deux paramètres  $\lambda$  la conductivité thermique, et  $k$  le coefficient de convection. Pour cela, nous avons recherché leurs valeurs de façon à obtenir le plus petit décalage entre les deux courbes, soit dans la zone I en déterminant  $k$ , soit dans la zone II en déterminant  $\lambda$ . On a ainsi obtenu 25 valeurs différentes pour  $k$  et 25 pour  $\lambda$ , de moyennes respectives  $52,28 [W.m^{-2}.k^{-1}]$  et  $9,633 [W.m^{-1}.K^{-1}]$ .

## **Annexe IV – Création de forces avec contrainte initiale non nulle**

### **A-IV.0. Introduction**

La possibilité de création de contraintes dans l'AMF en partant d'une contrainte initiale nulle a été validée expérimentalement dans la Partie II, Chapitre II-1, Section II-1.3.1. Cependant, la contrainte initiale du fil n'est pas toujours nulle du fait de différentes conditions initiales. L'objectif de cette section est d'étudier l'influence de la contrainte initiale sur la création de contrainte. L'activation thermique de l'effet mémoire est réalisée de même manière que dans la Section II-1.3.1 sauf que le fil en AMF est tendu avant d'être chauffé.

### **A-IV.1. Réalisation des essais**

Une série d'essais a été réalisée sur l'échantillon E3 comme dans la Section II-1.3.1 sauf que l'étape de déchargement (étape 5) n'est pas appliquée. Donc, on résume rapidement les principales étapes des essais :

- Etape 4: Chargement de l'AMF pour obtenir une pré-déformation  $\varepsilon_{mar} = \varepsilon_{max}$  par orientation de la martensite à la fin de l'étape 4. On ne réalise pas de déchargement.
- Etape 5 : Chauffage de l'AMF pour activer l'effet mémoire à déformation bloquée ( $T \gg A_f^0$ ).
- Etape 6 : Retour à la température ambiante, toujours à déformation bloquée.

On réalise une série d'essais pour  $\varepsilon_{mar} = \varepsilon_{max}$  entre  $0,16 \times 10^{-3}$  et  $13,88 \times 10^{-3}$ . Plus exactement, les valeurs retenues sont données dans la Table A-IV.1 pour chacune des cinq séries :

Tableau A-IV.1. Pré-déformation des fils AMF à l'état martensitique.

| série :                         | 1    | 2    | 3    | 4     | 5     |
|---------------------------------|------|------|------|-------|-------|
| $\varepsilon_{mar} (10^{-3}) :$ | 3,40 | 6,89 | 9,26 | 10,95 | 13,88 |

La Figures A-IV.1 présente respectivement les évolutions de la déformation et de la contrainte au cours des essais.

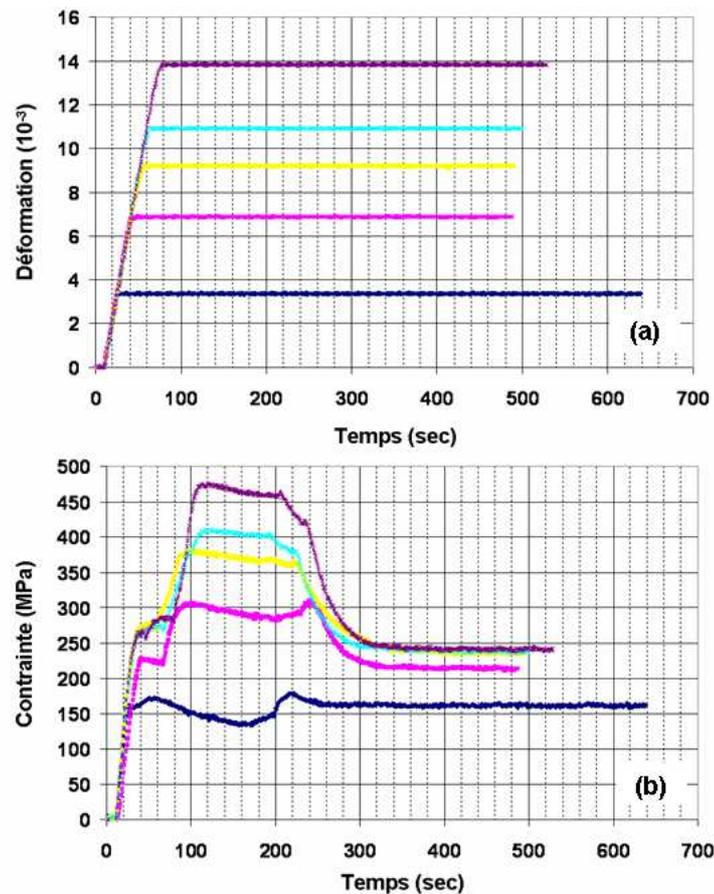


Figure A-IV.1. a) Déformation en fonction du temps ; b) Contrainte en fonction du temps

### A-IV.2. Comparaison

La Figure A-IV.2 montre la comparaison des comportements en termes de création de contrainte par effet mémoire dans les deux cas : « avec contrainte initiale non nulle » et « avec contrainte initiale nulle ».

En observant la Figure A-IV.2, quelques remarques suivantes peuvent être faites :

- Comme dans le cas « avec contrainte initiale nulle », la contrainte  $\sigma_{aus}$  du cas « avec contrainte initiale non nulle » augmente avec la pré-déformation  $\varepsilon_{mar}$ . Cependant, l'existence de contrainte initiale augmente légèrement les valeurs de  $\sigma_{aus}$  par rapport au cas « avec contrainte initiale nulle ».
- Lors que la pré-déformation  $\varepsilon_{mar} = \varepsilon_{max}$  dépasse  $6 \times 10^{-3}$ , on obtient également la contrainte de recouvrement  $\sigma_{rec}$  qui se trouve plafonnée  $\approx 230$  Mpa comme dans le cas « avec contrainte nulle ». Donc, on remarque que l'existence de la contrainte initiale non nulle ne change pas la valeur de  $\sigma_{rec}$ .

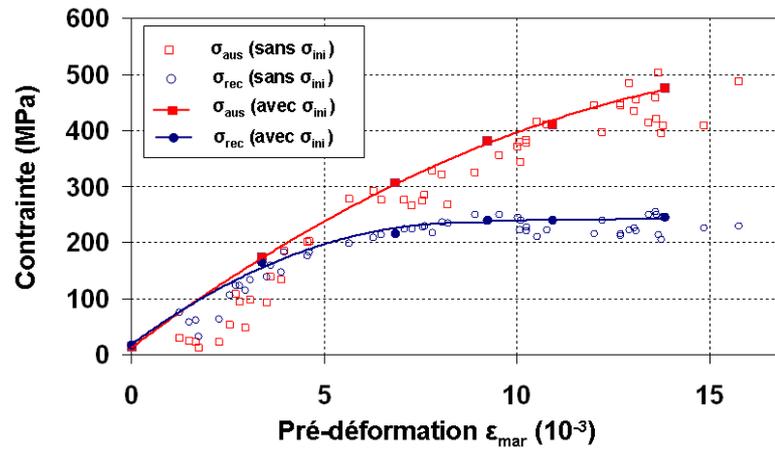


Figure A-IV.2. Comparaison des comportements des fils E3 en termes de création de contrainte par effet mémoire dans deux conditions : avec une contrainte initiale non nulle et avec contrainte initiale nulle.



## ***Annexe V – Modèle simplifié du comportement en traction-compression à l'état martensitique***

### ***Introduction***

Dans la Partie III, Chapitre III-1, Section III-1.1, le modèle général (modèle A) basé sur une adaptation du modèle de Leclercq et L'excellent [LEC 96] est précisément décrit. Il est défini pour le cas de traction-compression simple et il intègre l'asymétrie traction-compression en se basant sur les résultats expérimentaux. Ce modèle a été adapté à plusieurs conditions de chargement expérimentales. Il permet de simuler la réponse de l'AMF à une histoire de sollicitation donnée, et notamment d'accéder à l'évolution des contraintes, des déformations et des fractions de martensite au cours d'essais de traction-compression. Cependant, en pratique, suite à la discussion sur le calcul de deux variables d'état qui sont la fraction volumique de martensite orientée et la déformation (cf. Partie III, Chapitre III-1), on trouve que si le calcul est piloté par la déformation, le calcul de ces trois variables d'état est itératif.

L'objectif de la modélisation est d'analyser les résultats obtenus dans la partie expérimentale. Le modèle du comportement d'AMF est appliqué pour simuler le mécanisme au sein d'un échantillon en AMF, par exemple un fil ou une barre en AMF. En pratique, l'utilisation du modèle A pour beaucoup de points de calcul dans une section d'échantillon peut prendre beaucoup de temps de calcul du fait de la procédure itérative.

Dans la présente annexe, une version simplifiée du modèle général est créée afin de réduire le temps de calcul causé par des calculs itératifs. Concrètement, toutes les équations correspondant au calcul itératif sont linéarisées. En pratique, cette version est seulement appliquée pour simuler la réponse de l'AMF sous certaines amplitudes limitées de chargement afin d'éviter une grosse incertitude de calcul en comparant avec le résultat obtenu par le modèle général.

### ***Description du modèle simplifié***

#### ***A-V.1. Linéarisation des équations***

Cette section est dédiée à la linéarisation du modèle général présenté au Chapitre III-1. En fait, dans toutes les étapes présentées dans la Partie III, Section III.2.1.2, quatre étapes à savoir l'étape 2 (de B à C), l'étape 4 (de D à E), l'étape 5 (de E à F) et l'étape 7 (de G à B) exigent des calculs itératifs. Donc, pour réduire le temps de calcul nécessité par sa convergence, la relation contrainte-déformation relative à ces étapes est linéarisée. La Figure A-5.1 décrit le diagramme de contrainte-déformation de l'AMF à l'état martensitique obtenu par le modèle simplifié.

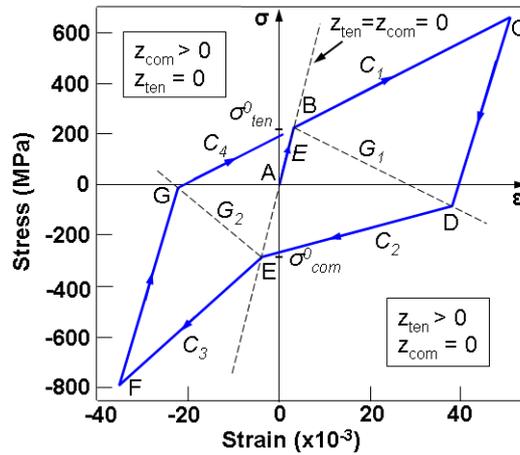


Figure A-5.1. Diagramme contrainte-déformation de l'AMF à l'état martensitique obtenu par le modèle linéaire

Plus précisément, les linéarisations appliquées pour ces étapes sont détaillées dans les expressions suivantes :

- Pour l'étape 2 (de B à C), la pente  $C_1$  est estimée par l'utilisation des Equations III.31 et III.33. En pratique, le point situé au milieu de la réorientation de la martensite auto-accommodante correspondant à  $z_{ten} = 0.5$ , est utilisé pour définir  $C_1$ . Donc, cette pente est donnée par l'équation suivante :

$$C_1 = \frac{E}{1 + 0.5E\gamma_{ten}^2 \frac{a^{T\sigma}}{\rho\Delta s^*}} \quad (A-5.1)$$

- De même, pour l'étape 5 (de E à F), la pente  $C_3$  est estimée par utilisation des Equations III.40 et III.41. En pratique, la même approche est utilisée,  $C_3$  est donc donnée par l'équation suivante :

$$C_3 = \frac{E}{1 + 0.5E\gamma_{com}^2 \frac{a^{T\sigma}}{\rho\Delta s^*}} \quad (A-5.2)$$

Plus simplement la pente  $C_3$  est calculée de manière proportionnelle à la pente  $C_1$  avec le coefficient d'asymétrie de traction-compression  $n$  :

$$C_3 = n C_1 \quad (A-5.3)$$

- Pour l'étape 4 (de D à E), la pente  $C_2$  est estimée par application des Equations III.33 et III.38 ce qui mène à l'expression suivante :

$$C_2 = \frac{\sigma^{(D)} - \sigma_{com}^0}{\varepsilon^{(D)} - \frac{\sigma_{com}^0}{E}} \quad (\text{A-5.4})$$

où  $\sigma^{(D)}$  et  $\varepsilon^{(D)}$  sont respectivement la contrainte et la déformation au point D.

- Pareillement, pour l'étape 7 (de G à B), la pente  $C_4$  est estimée par combinaison des Equations III.41 et III.46 ce qui donne l'expression suivante :

$$C_4 = \frac{\sigma^{(G)} - \sigma_{ten}^0}{\varepsilon^{(G)} - \frac{\sigma_{ten}^0}{E}} \quad (\text{A-5.5})$$

où  $\sigma^{(G)}$  et  $\varepsilon^{(G)}$  sont respectivement la contrainte et la déformation au point G.

En observant les Equations A-5.4 et A-5.5, on trouve que les deux pentes  $C_2$  et  $C_4$  ne sont pas constantes car leurs valeurs dépendent respectivement de valeurs de contraintes aux points D et G. Effectivement, la pente  $C_2$  assure que les lignes contrainte-déformation dans le demi-plan situé à droite convergent au point E tandis que la pente  $C_4$  assure que les lignes contrainte-déformation dans le demi-plan situé à gauche convergent au point B (voir Figure A-5.1).

### A-V.2. Algorithme

La présente section détaille l'algorithme incrémental utilisé pour simplifier le modèle linéaire présenté ci-dessus. Le chargement est piloté par la déformation. La déformation incrémentale est notée par  $d\varepsilon$ . En pratique pour modéliser toutes les étapes proposées dans la Section III.2.1.2, l'état du matériau à l'étape de calcul (i) est défini par un vecteur  $V_i$  composé de sept variables d'état comme suit :

$$V_i = [\varepsilon(i) \quad \sigma(i) \quad z_{com}(i) \quad z_{ten}(i) \quad z_{self}(i) \quad \varepsilon_{sup}(i) \quad \varepsilon_{inf}(i)] \quad (\text{A-5.6})$$

où les deux déformations seuils  $\varepsilon_{sup}$  et  $\varepsilon_{inf}$  sont définies dans la Figure A-5.2.

Ici,  $\varepsilon_{sup}$  et  $\varepsilon_{inf}$  ne sont pas des variables du matériau. Effectivement, elles apparaissent uniquement dans l'algorithme de calcul. Les valeurs de  $\varepsilon_{sup}$  et  $\varepsilon_{inf}$  dépendent du signe de la fraction volumique de

martensite orientée. Suite à la comparaison entre la déformation donnée et les deux déformations seuils  $\epsilon_{sup}$  et  $\epsilon_{inf}$ , les formules de calcul sont choisies comme suit :

- Si  $\epsilon_{inf} < \epsilon < \epsilon_{sup}$ , on utilise les formules de l'étape 1 (de A à B), de l'étape 3 (de C à D) ou de l'étape 6 (de F à G).
- Si  $\epsilon = \epsilon_{sup}$ , on utilise les formules de l'étape 2 (de B à C) ou de l'étape 7 (de G à B).
- Si  $\epsilon = \epsilon_{inf}$ , on utilise les formules de l'étape 4 (de D à E) ou de l'étape 5 (de E à F).

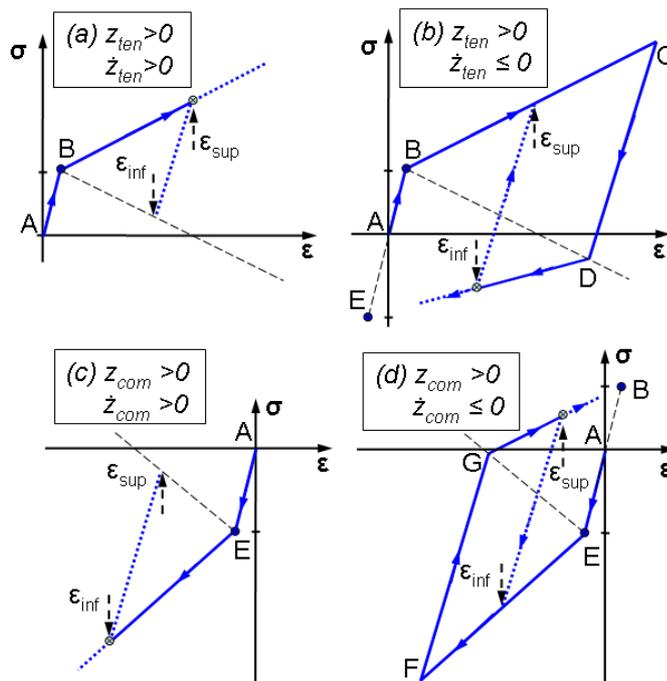


Figure A-5.2. Définition de deux déformations seuils  $\epsilon_{sup}$  et  $\epsilon_{inf}$  (deux seuils paramètres utilisés dans l'algorithme afin de déterminer les formules de calcul)

### A-V.3. Formules de calcul

En pratique, le vecteur  $V_i$  définit l'état du matériau à l'étape de calcul ( $i$ ). L'objectif du calcul numérique est de trouver l'état du matériau à l'étape ( $i+1$ ). L'application des formules de calcul permet d'estimer le vecteur incrémental  $dV_i$  en fonction de l'incrément de déformation incrémentale imposé  $d\epsilon$ . Finalement, le vecteur d'état du matériau à l'étape de calcul ( $i+1$ ) est présenté dans l'équation suivante :

$$V_{i+1} = V_i + dV_i \quad (A-5.7)$$

Maintenant, toutes les formules de calcul sont détaillées. En fonction de la valeur de fraction volumique de martensite orientée, trois cas de calcul ont été trouvés.

$$A-V.3.1. \text{ Case 1 : } z_{com}(i) = z_{ten}(i) = 0$$

Dans le cas 1, le matériau est détecté à l'état de martensite auto-accommodante à l'étape de calcul  $(i)$ . Le Tableau A-5.a détaille des composants du vecteur incrémental  $dV_i$  en fonction de la déformation incrémentale  $d\mathcal{E}(i)$ . Les formules de calcul sont déterminés par la comparaison entre la déformation  $\mathcal{E}(i+1) = \mathcal{E}(i) + d\mathcal{E}(i)$  et deux déformations seuils  $\mathcal{E}_{sup}(i)$  et  $\mathcal{E}_{inf}(i)$  (voir 3 colonnes du Tableau A-5.a). De plus, deux coefficients constants  $\xi_1$  et  $\xi_3$  sont utilisés afin de déterminer des valeurs de  $\mathcal{E}_{sup}(i)$  et  $\mathcal{E}_{inf}(i)$ . Ils sont donnés par l'expression suivante :

$$\xi_1 = (1 - C_1 / E) / (1 - G_1 / E) \quad \text{et} \quad \xi_3 = (1 - C_3 / E) / (1 - G_2 / E) \quad (A-5.8)$$

|                         | $\mathcal{E}_{inf}(i) \leq \mathcal{E}(i+1) \leq \mathcal{E}_{sup}(i)$ | $\mathcal{E}(i+1) < \mathcal{E}_{inf}(i)$            | $\mathcal{E}(i+1) > \mathcal{E}_{sup}(i)$            |
|-------------------------|--|--|--|
| $d\mathcal{E}(i)$       | $d\mathcal{E}(i)$  | $d\mathcal{E}(i)$                                    | $d\mathcal{E}(i)$                                    |
| $d\sigma(i)$            | $E d\mathcal{E}(i)$  | $C_3 d\mathcal{E}(i)$                                | $C_1 d\mathcal{E}(i)$                                |
| $dz_{com}(i)$           | 0  | $\frac{(1 - C_3 / E) d\mathcal{E}(i)}{\gamma_{com}}$ | 0  |
| $dz_{ten}(i)$           | 0  | 0  | $\frac{(1 - C_1 / E) d\mathcal{E}(i)}{\gamma_{ten}}$ |
| $dz_{self}(i)$          | 0  | $-dz_{com}(i)$                                       | $-dz_{ten}(i)$                                       |
| $d\mathcal{E}_{inf}(i)$ | 0  | $d\mathcal{E}(i)$                                    | $\xi_1 d\mathcal{E}(i)$                              |
| $d\mathcal{E}_{sup}(i)$ | 0  | $\xi_3 d\mathcal{E}(i)$                              | $d\mathcal{E}(i)$                                    |

Tableau A-5.a. Composantes de  $dV_i$  pour le cas de  $z_{com}(i) = z_{ten}(i) = 0$  (Les colonnes 2 et 3 correspondent respectivement aux points E et B dans le diagramme de contrainte-déformation, Figure A-5.1)

En observant le Tableau A-5.a, chaque colonne correspond à une formule de calcul différente :

$$A-V.3.1.a. \quad \varepsilon_{\text{inf}}(i) \leq \varepsilon(i+1) = \varepsilon(i) + d\varepsilon(i) \leq \varepsilon_{\text{sup}}(i)$$

La progression du calcul correspond à l'étape 1 (de A à B) dans le diagramme contrainte-déformation (voir Figure A-5.1). Le comportement du matériau est simplement élastique donc le vecteur incrémental  $dV_i$  est obtenu par l'expression suivante :

$$dV_i = \begin{bmatrix} d\varepsilon(i) \\ E d\varepsilon(i) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (A-5.9)$$

$$A-V.3.1.b. \quad \varepsilon(i) > \varepsilon_{\text{sup}}(i) - d\varepsilon(i)$$

La progression du calcul correspond au point B lorsque le chargement part de l'étape 1 (de A à B) à l'étape 2 (de B à C). Le calcul est réalisé en plusieurs étapes. Dans un premier temps,  $d\varepsilon(i)$  est décomposé dans l'expression suivante :

$$d\varepsilon(i) = d\varepsilon_1(i) + d\varepsilon_2(i) \quad (A-5.10)$$

$$\text{où } \begin{cases} d\varepsilon_1(i) = \varepsilon_{\text{sup}}(i) - \varepsilon(i) \\ d\varepsilon_2(i) = d\varepsilon(i) - d\varepsilon_1(i) \end{cases}$$

Dans un second temps, pour  $d\varepsilon_1(i)$ , la formule correspondant à la colonne 1 du Tableau A-5.a est appliquée. Enfin, pour  $d\varepsilon_2(i)$ , la formule correspondant à la colonne 3 du Tableau A-5.a est utilisée. En conclusion, le vecteur incrémental  $dV_i$  est obtenu par l'expression suivante :

$$dV_i = \begin{bmatrix} d\varepsilon_1(i) \\ Ed\varepsilon_1(i) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d\varepsilon_2(i) \\ C_1 d\varepsilon_2(i) \\ 0 \\ (1-C_1/E)d\varepsilon_2(i)/\gamma_{ten} \\ -(1-C_1/E)d\varepsilon_2(i)/\gamma_{ten} \\ \xi_1 d\varepsilon_2(i) \\ d\varepsilon_2(i) \end{bmatrix} \quad (A-5.11)$$

$$A-V.3.1.c. \quad \varepsilon(i) < \varepsilon_{inf}(i) - d\varepsilon(i)$$

De même, le calcul est réalisé en plusieurs étapes. Dans un premier temps,  $d\varepsilon(i)$  est décomposé dans l'expression suivante :

$$d\varepsilon(i) = d\varepsilon_1(i) + d\varepsilon_2(i) \quad (A-5.12)$$

$$\text{où } \begin{cases} d\varepsilon_1(i) = \varepsilon_{inf}(i) - \varepsilon(i) \\ d\varepsilon_2(i) = d\varepsilon(i) - d\varepsilon_1(i) \end{cases}$$

Dans un second temps, pour  $d\varepsilon_1(i)$ , la formule correspondant à la colonne 1 du Tableau A-5.a est appliquée. Enfin, pour  $d\varepsilon_2(i)$ , la formule correspondant à la colonne 2 du Tableau A-5.a est utilisée. En conclusion, le vecteur incrémental  $dV_i$  est obtenu par l'expression suivante :

$$dV_i = \begin{bmatrix} d\varepsilon_1(i) \\ Ed\varepsilon_1(i) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d\varepsilon_2(i) \\ C_3 d\varepsilon_2(i) \\ (1-C_3/E)d\varepsilon_2(i)/\gamma_{com} \\ 0 \\ -(1-C_3/E)d\varepsilon_2(i)/\gamma_{com} \\ d\varepsilon_2(i) \\ \xi_3 d\varepsilon_2(i) \end{bmatrix} \quad (A-5.13)$$

A-V.3.2. Case 2 :  $z_{ten}(i) > 0$  ( $z_{com}(i) = 0$ )

Dans le cas 2, le matériau est détecté à l'état de martensite orientée en traction à l'étape de calcul ( $i$ ). Le Tableau A-5.b détaille les composantes du vecteur incrémental  $dV_i$  en fonction de l'incrément de déformation  $d\mathcal{E}(i)$ . Le coefficient  $\xi_2(i)$  est utilisé afin de déterminer la valeur de  $\mathcal{E}_{sup}(i)$ . Il est donné par l'expression suivante :

$$\xi_2(i) = (1 - C_2(i)/E) / (1 - C_1/E) \quad (\text{A-5.14})$$

où la pente  $C_2(i)$  est définie dans l'Equation A-5.4. Parce que  $C_2(i)$  n'est pas constante,  $\xi_2(i)$  n'est pas constant non plus. En pratique, la valeur de  $C_2(i)$  est déterminée par l'équation suivante :

$$C_2(i) = \frac{G_1 \mathcal{E}_{inf}(i) + (1 - G_1/E) \sigma_{ten}^0 - \sigma_{com}^0}{\mathcal{E}_{inf}(i) - \sigma_{com}^0/E} \quad (\text{A-5.15})$$

|                         | $\mathcal{E}_{inf}(i) \leq \mathcal{E}(i+1) \leq \mathcal{E}_{sup}(i)$ | $\mathcal{E}(i+1) < \mathcal{E}_{inf}(i)$             | $\mathcal{E}(i+1) > \mathcal{E}_{sup}(i)$          |
|-------------------------|--|---|--|
| $d\mathcal{E}(i)$       | $d\mathcal{E}(i)$  | $d\mathcal{E}(i)$                                     | $d\mathcal{E}(i)$                                  |
| $d\sigma(i)$            | $E d\mathcal{E}(i)$  | $C_2(i) d\mathcal{E}(i)$                              | $C_1 d\mathcal{E}(i)$                              |
| $dz_{com}(i)$           | 0  | 0   | 0  |
| $dz_{ten}(i)$           | 0  | $\frac{(1 - C_2(i)/E) d\mathcal{E}(i)}{\gamma_{ten}}$ | $\frac{(1 - C_1/E) d\mathcal{E}(i)}{\gamma_{ten}}$ |
| $dz_{self}(i)$          | 0  | $-dz_{ten}(i)$  | $-dz_{ten}(i)$                                     |
| $d\mathcal{E}_{inf}(i)$ | 0  | $d\mathcal{E}(i)$                                     | $\xi_1 d\mathcal{E}(i)$                            |
| $d\mathcal{E}_{sup}(i)$ | 0  | $\xi_2(i) d\mathcal{E}(i)$                            | $d\mathcal{E}(i)$                                  |

Tableau A-5.b. Composantes de  $dV_i$  pour le cas où  $z_{ten}(i) > 0$  ( $z_{com}(i) = 0$ )

En observant le Tableau A-5.b, chaque colonne correspond à une formule de calcul différente :

$$A-V.3.2.a. \ \varepsilon_{\text{inf}}(i) \leq \varepsilon(i+1) = \varepsilon(i) + d\varepsilon(i) \leq \varepsilon_{\text{sup}}(i)$$

La progression du calcul correspond à l'étape 4 (de C à D) dans le diagramme contrainte-déformation (voir Figure A-5.1). Le comportement du matériau est simplement élastique donc le vecteur incrémental  $dV_i$  est également obtenu par l'Equation A-5.9.

$$A-V.3.2.b. \ \varepsilon(i) > \varepsilon_{\text{sup}}(i) - d\varepsilon(i)$$

La progression du calcul correspond à l'étape 2 (de B à C). Le calcul est réalisé en plusieurs étapes comme dans la Section A-V.3.1.b. Pour conclure, le vecteur incrémental  $dV_i$  est également obtenu par l'Equation A-5.11.

$$A-V.3.2.c. \ \varepsilon(i) < \varepsilon_{\text{inf}}(i) - d\varepsilon(i)$$

La progression du calcul correspond à l'étape 4 (de D à E). De même, le calcul est réalisé en plusieurs étapes. Dans un premier temps,  $d\varepsilon(i)$  est décomposé en deux composantes  $d\varepsilon_1(i)$  et  $d\varepsilon_2(i)$  dans l'Equation A-5.12.

Dans un second temps, pour  $d\varepsilon_1(i)$ , la formule correspondant à la colonne 1 du Tableau A-5.b est appliquée. Enfin, pour  $d\varepsilon_2(i)$ , la formule correspondant à la colonne 2 du Tableau A-5.b est utilisée. En conclusion, le vecteur incrémental  $dV_i$  est obtenu par l'expression suivante :

$$dV_i = \begin{bmatrix} d\varepsilon_1(i) \\ Ed\varepsilon_1(i) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d\varepsilon_2(i) \\ C_2(i)d\varepsilon_2(i) \\ 0 \\ (1-C_2(i)/E)d\varepsilon_2(i)/\gamma_{\text{ten}} \\ -(1-C_2(i)/E)d\varepsilon_2(i)/\gamma_{\text{ten}} \\ d\varepsilon_2(i) \\ \xi_2(i)d\varepsilon_2(i) \end{bmatrix} \quad (A-5.16)$$

**Remarque :** Si  $d\varepsilon_2(i) < \varepsilon_{com}^0 - \varepsilon_{inf}(i)$ , la progression du calcul correspond au point E lorsque le chargement part de l'étape 4 (de D à E) à l'étape 5 (de E à F). Certaines étapes supplémentaires doivent être réalisées. Concrètement,  $d\varepsilon_2(i)$  est décomposée dans l'expression suivante :

$$d\varepsilon_2(i) = d\varepsilon_3(i) + d\varepsilon_4(i) \quad (A-5.17)$$

$$\text{où } \begin{cases} d\varepsilon_3(i) = \varepsilon_{com}^0 - \varepsilon_{inf}(i) \\ d\varepsilon_4(i) = d\varepsilon_2(i) - d\varepsilon_3(i) \end{cases}$$

Ensuite, pour  $d\varepsilon_3(i)$ , la formule de calcul présentée dans la colonne 2 du Tableau A-5.b est appliquée. Enfin, pour  $d\varepsilon_4(i)$ , on utilise la formule de calcul présentée dans la colonne 2 du Tableau A-5.a. Donc, le vecteur incrémental  $dV_i$  est finalement obtenu par l'expression suivante :

$$dV_i = \begin{bmatrix} d\varepsilon_1(i) \\ Ed\varepsilon_1(i) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d\varepsilon_3(i) \\ C_2(i)d\varepsilon_3(i) \\ 0 \\ (1-C_2(i)/E)d\varepsilon_3(i)/\gamma_{ten} \\ -(1-C_2(i)/E)d\varepsilon_3(i)/\gamma_{ten} \\ d\varepsilon_3(i) \\ \xi_2(i)d\varepsilon_3(i) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d\varepsilon_4(i) \\ C_3d\varepsilon_4(i) \\ (1-C_3/E)d\varepsilon_4(i)/\gamma_{com} \\ 0 \\ -(1-C_3/E)d\varepsilon_4(i)/\gamma_{com} \\ d\varepsilon_4(i) \\ \xi_3d\varepsilon_4(i) \end{bmatrix} \quad (A-5.17)$$

### A-V.3.3. Case 3 : $z_{com}(i) > 0$ ( $z_{ten}(i) = 0$ )

Dans le cas 3, le matériau est détecté à l'état de martensite orientée en compression à l'étape de calcul  $(i)$ . Le Tableau A-5.c détaille les composantes du vecteur incrémental  $dV_i$  en fonction de la déformation incrémentale  $d\varepsilon(i)$ . Le coefficient  $\xi_4(i)$  est utilisé afin de déterminer la valeur de  $\varepsilon_{inf}(i)$ . Il est obtenu par l'expression suivante :

$$\xi_4(i) = (1 - C_4(i)/E) / (1 - C_3/E) \quad (A-5.18)$$

où la pente  $C_4(i)$  est définie par l'Equation A-5.5. Parce que  $C_4(i)$  n'est pas constante,  $\xi_4(i)$  n'est pas constant non plus. En pratique, la valeur de  $C_4(i)$  est déterminée par l'équation suivante :

$$C_4(i) = \frac{G_2 \varepsilon_{\text{sup}}(i) + (1 - G_2 / E) \sigma_{\text{com}}^0 - \sigma_{\text{tra}}^0}{\varepsilon_{\text{sup}}(i) - \sigma_{\text{ten}}^0 / E} \quad (\text{A-5.19})$$

|                                | $\varepsilon_{\text{inf}}(i) \leq \varepsilon(i+1) \leq \varepsilon_{\text{sup}}(i)$ | $\varepsilon(i+1) < \varepsilon_{\text{inf}}(i)$            | $\varepsilon(i+1) > \varepsilon_{\text{sup}}(i)$               |
|--------------------------------|--|---|--|
| $d\varepsilon(i)$              | $d\varepsilon(i)$  | $d\varepsilon(i)$   | $d\varepsilon(i)$  |
| $d\sigma(i)$                   | $E d\varepsilon(i)$  | $C_3 d\varepsilon(i)$                                       | $C_4(i) d\varepsilon(i)$                                       |
| $dz_{\text{com}}(i)$           | 0  | $\frac{(1 - C_3 / E) d\varepsilon(i)}{\gamma_{\text{com}}}$ | $\frac{(1 - C_4(i) / E) d\varepsilon(i)}{\gamma_{\text{com}}}$ |
| $dz_{\text{ten}}(i)$           | 0  | 0   | 0  |
| $dz_{\text{self}}(i)$          | 0  | $-dz_{\text{com}}(i)$                                       | $-dz_{\text{com}}(i)$  |
| $d\varepsilon_{\text{inf}}(i)$ | 0  | $d\varepsilon(i)$   | $\xi_4(i) d\varepsilon(i)$                                     |
| $d\varepsilon_{\text{sup}}(i)$ | 0  | $\xi_3 d\varepsilon(i)$                                     | $d\varepsilon(i)$  |

Tableau A-5.c. Composantes de  $dV_i$  pour le cas où  $z_{\text{com}}(i) > 0$  ( $z_{\text{ten}}(i) = 0$ )

En observant le Tableau A-5.c, chaque colonne correspond à une formule de calcul différente :

A-V.3.3.a.  $\varepsilon_{\text{inf}}(i) \leq \varepsilon(i+1) = \varepsilon(i) + d\varepsilon(i) \leq \varepsilon_{\text{sup}}(i)$

La progression du calcul correspond à l'étape 6 (de F à G) dans le diagramme contrainte-déformation (voir Figure A-5.1). Le comportement du matériau est simplement élastique donc le vecteur incrémental  $dV_i$  est également obtenu par l'Equation A-5.9.

A-V.3.3.b.  $\varepsilon(i) > \varepsilon_{\text{sup}}(i) - d\varepsilon(i)$

La progression du calcul correspond à l'étape 7 (de G à B). De même, le calcul est réalisé en plusieurs étapes. Dans un premier temps,  $d\mathcal{E}(i)$  est décomposé en deux composants  $d\mathcal{E}_1(i)$  et  $d\mathcal{E}_2(i)$  dans l'Equation A-5.10.

Dans un second temps, pour  $d\mathcal{E}_1(i)$ , la formule correspondant à la colonne 1 du Tableau A-5.c est appliquée. Enfin, pour  $d\mathcal{E}_2(i)$ , la formule correspondant à la colonne 3 du Tableau A-5.c est utilisée. Donc, le vecteur incrémental  $dV_i$  est obtenu par l'expression suivante :

$$dV_i = \begin{bmatrix} d\mathcal{E}_1(i) \\ E d\mathcal{E}_1(i) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d\mathcal{E}_2(i) \\ C_4(i) d\mathcal{E}_2(i) \\ (1-C_4(i)/E) d\mathcal{E}_2(i)/\gamma_{com} \\ 0 \\ -(1-C_4(i)/E) d\mathcal{E}_2(i)/\gamma_{com} \\ \xi_4(i) d\mathcal{E}_2(i) \\ d\mathcal{E}_2(i) \end{bmatrix} \quad (\text{A-5.20})$$

**Remarque :** Si  $d\mathcal{E}_2(i) > \mathcal{E}_{ten}^0(i) - \mathcal{E}_{sup}(i)$ , la progression de calcul correspond au point B lorsque le chargement part de l'étape 7 (de G à B) à l'étape 2 (de B à C). Certaines étapes supplémentaires doivent être réalisées. Concrètement,  $d\mathcal{E}_2(i)$  est décomposée par l'expression suivante :

$$d\mathcal{E}_2(i) = d\mathcal{E}_3(i) + d\mathcal{E}_4(i) \quad (\text{A-5.21})$$

$$\text{où } \begin{cases} d\mathcal{E}_3(i) = \mathcal{E}_{ten}^0(i) - \mathcal{E}_{sup}(i) \\ d\mathcal{E}_4(i) = d\mathcal{E}_2(i) - d\mathcal{E}_3(i) \end{cases}$$

Ensuite, pour  $d\mathcal{E}_3(i)$ , la formule de calcul présentée dans la colonne 3 du Tableau A-5.c est appliquée. Enfin, pour  $d\mathcal{E}_4(i)$ , on utilise la formule de calcul présentée dans la colonne 3 du Tableau A-5.a. Donc, le vecteur incrémental  $dV_i$  est finalement obtenu par l'expression suivante :

$$dV_i = \begin{bmatrix} d\varepsilon_1(i) \\ Ed\varepsilon_1(i) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d\varepsilon_3(i) \\ C_4(i)d\varepsilon_3(i) \\ (1-C_4(i)/E)d\varepsilon_3(i)/\gamma_{com} \\ 0 \\ -(1-C_4(i)/E)d\varepsilon_3(i)/\gamma_{com} \\ \xi_4(i)d\varepsilon_3(i) \\ d\varepsilon_3(i) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d\varepsilon_4(i) \\ C_1d\varepsilon_4(i) \\ 0 \\ (1-C_1/E)d\varepsilon_4(i)/\gamma_{ten} \\ -(1-C_1/E)d\varepsilon_4(i)/\gamma_{ten} \\ \xi_1d\varepsilon_4(i) \\ d\varepsilon_4(i) \end{bmatrix} \quad (A-5.22)$$

$$A-V.3.3.c. \quad \varepsilon(i) < \varepsilon_{inf}(i) - d\varepsilon(i)$$

La progression du calcul correspond à l'étape 5 (de E à F). Le calcul est réalisé en plusieurs étapes comme dans la Section A-V.3.1.c. En conclusion, le vecteur incrémental  $dV_i$  est également obtenu par l'Equation A-5.13.



## **Annexe VI – Simulation de la création de forces avec contrainte initiale non nulle**

Dans la Partie III, Chapitre III-2, Section III-2.3, la simulation de création de contraintes dans l'AMF avec contrainte initiale nulle a été détaillée. Une très bonne adéquation de la modélisation avec l'expérimentation obtenue pour 50 tests différents [cf. Partie II, Chapitre II-1, Section II-1.3.1] a permis de valider le modèle utilisé. Cependant, l'étude expérimentale présentée dans l'**Annexe IV** confirme une influence de la contrainte initiale sur la création de contrainte. Dans la présente annexe, on utilise le modèle B présenté dans la Partie III, Chapitre III-1, Section III-1.2 afin d'analyser ce phénomène.

### ***A-VI.1. Procédure expérimentale***

Ici, on répète brièvement les procédures des essais pour la création de forces dans des fils en AMF sous une contrainte initiale par effet mémoire :

- Etapes 1 à 3 : Chauffage ( $T > A_f^0$ ) pour mettre l'AMF en phase austénite, puis refroidissement ( $T < M_f^0$ ) pour passer à l'état de martensite auto-accommodante, enfin retour à la température ambiante.
- Etape 4: Chargement de l'AMF pour obtenir une pré-déformation  $\varepsilon_{mar}$  par orientation de la martensite à la fin de l'étape 4. Une contrainte initiale est maintenue dans le fil avant le chauffage (il n'y pas de déchargement).
- Etape 5 : Chauffage de l'AMF pour activer l'effet mémoire à déformation bloquée ( $T \gg A_f^0$ ).
- Etape 6 : Retour à la température ambiante, toujours à déformation bloquée.

Une série d'essais est réalisée. Les résultats expérimentaux obtenus ont été discutés dans l'**Annexe IV**.

### ***A-VI.2. Simulation et résultat***

Toutes les étapes des essais détaillées ci-dessus sont simulées à l'aide du modèle B. Dans cette étude, on utilise les paramètres présentés dans le Tableau III.1 (cf. Partie III). Les Figures A-VI.1 et A-VI.2 décrivent les comparaisons entre la modélisation et l'expérimentation sous la forme de diagrammes déformation-temps et contrainte-temps pour quatre essais correspondants à quatre valeurs différentes de  $\varepsilon_{mar}$  (cf. Tableau A-VI.1).

Tableau A-VI.1. Pré-déformation des fils AMF à l'état martensitique pour les quatre essais.

| série :                     | #1  | #2  | #3  | #4    |
|-----------------------------|-----|-----|-----|-------|
| $\epsilon_{mar} (x10^{-3})$ | 3,4 | 7,0 | 9,3 | 10,93 |

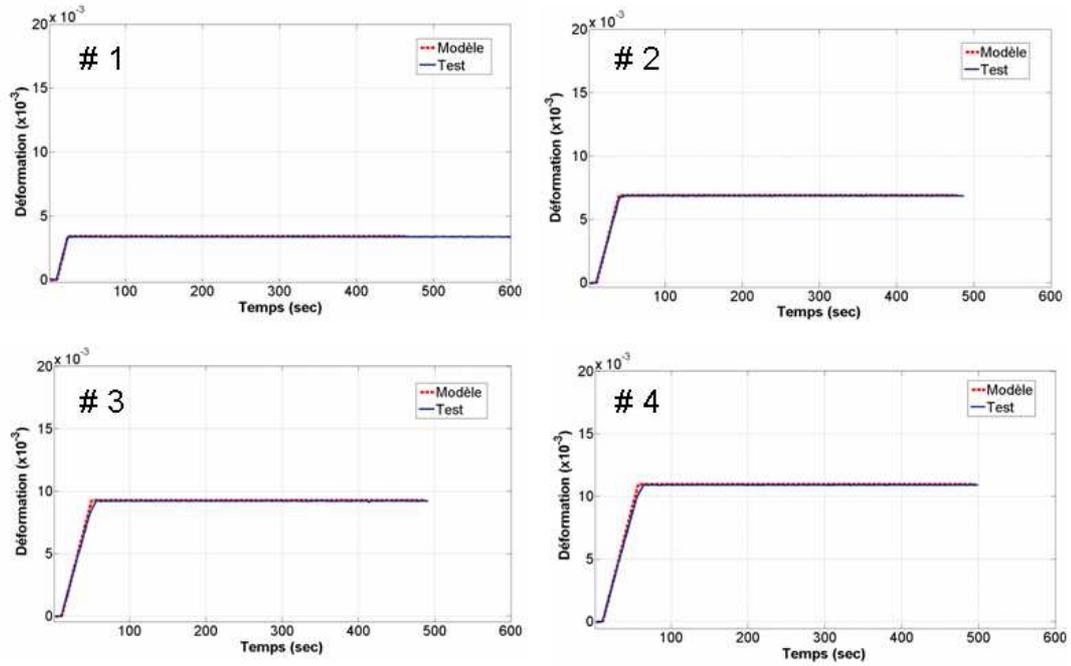


Figure A-VI.1. Comparaison entre la modélisation et l'expérimentation : Déformation en fonction du temps

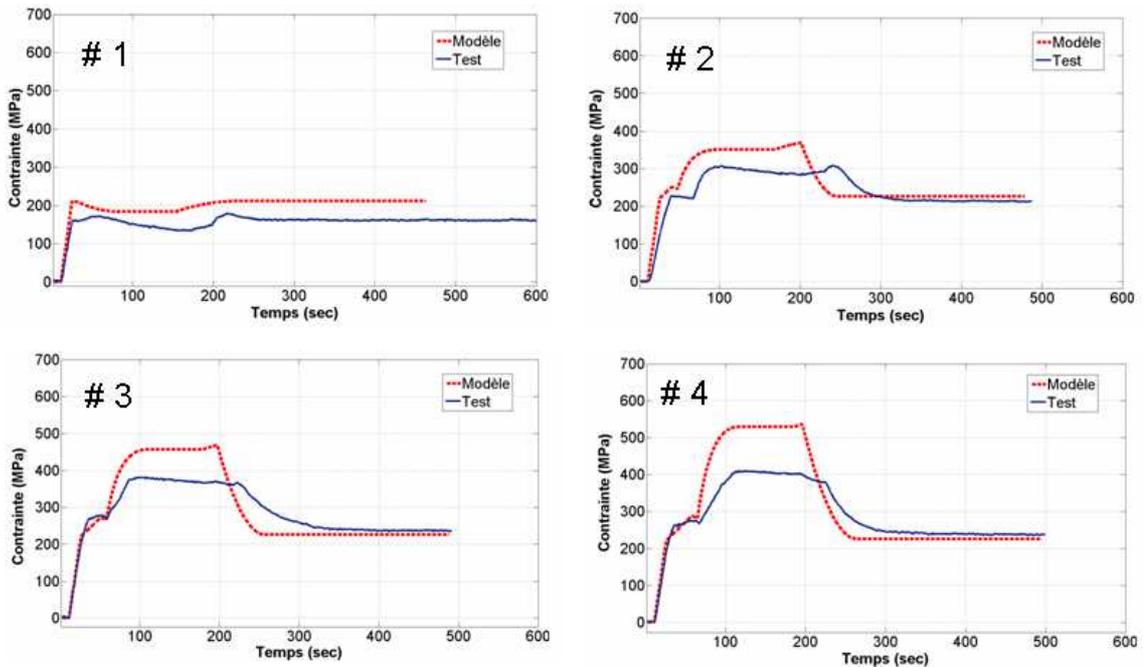


Figure A-VI.2. Comparaison entre la modélisation et l'expérimentation : Contrainte en fonction du temps

Une application du modèle pour simuler 6 tests correspondants à 6 valeurs de  $\varepsilon_{mar}$  entre  $1 \times 10^{-3}$  et  $14 \times 10^{-3}$  est ensuite réalisée. La Figure A-VI.3 présente la réponse du fil d'AMF sous la forme d'un diagramme contrainte-pré-déformation (comme la Figure III.22, cf. Partie III).

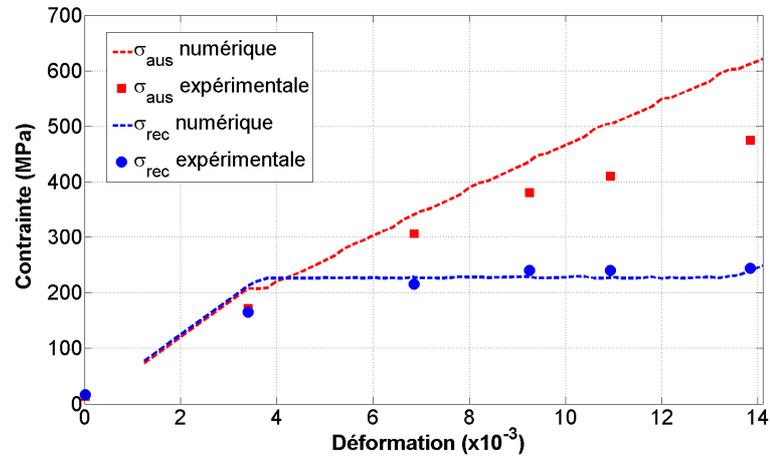


Figure A-VI.3. Comparaison entre la modélisation et l'expérimentation :  $\sigma_{aus}$  et  $\sigma_{rec}$  en fonction de  $\varepsilon_{mar}$  pour la création de contraintes avec contrainte initiale non nulle.

En conclusion, les principaux résultats sont résumés dans les points suivants :

- Un assez bon accord entre la modélisation et l'expérimentation a été trouvée en observant la Figure A-VI.3.
- La simulation permet de décrire des mécanismes trouvés dans l'étude expérimentale en terme de création de contrainte par effet mémoire :
  - L'existence d'une contrainte initiale peut modifier légèrement la contrainte maximale durant le chauffage  $\sigma_{aus}$  mais celle-ci n'a pas d'influence sur la contrainte de recouvrement (*recovery stress*)  $\sigma_{rec}$  après le retour à la température ambiante (voir Figures A-VI.2 et A-VI.3).
  - Si  $\varepsilon_{mar}$  ne dépasse pas  $6 \times 10^{-3}$ ,  $\sigma_{rec}$  est inférieure à 230 MPa. En revanche, si  $\varepsilon_{mar}$  est supérieure à  $6 \times 10^{-3}$ , la contrainte  $\sigma_{rec}$  retombe toujours sur la même contrainte égale à 230 MPa (voir Figure A-VI.4).

Le résultat signifie que le modèle B peut s'adapter à différentes conditions de chargement.

