



HAL
open science

Temps de cohérence temporelle de structures turbulentes porteuses de scalaires passifs au sein d'une turbulence homogène quasi-isotrope

Jean-Michel Lenoir

► **To cite this version:**

Jean-Michel Lenoir. Temps de cohérence temporelle de structures turbulentes porteuses de scalaires passifs au sein d'une turbulence homogène quasi-isotrope. Autre [cond-mat.other]. Université Claude Bernard - Lyon I, 2011. Français. NNT : 2011LYO10139 . tel-00819861

HAL Id: tel-00819861

<https://theses.hal.science/tel-00819861>

Submitted on 2 May 2013

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE

délivrée par

L'UNIVERSITÉ CLAUDE BERNARD LYON 1
ÉCOLE DOCTORALE MEGA

pour l'obtention

du DIPLÔME DE DOCTORAT
Spécialité: MÉCANIQUE

(arrêté du 7 août 2006)

Présentée et soutenue publiquement
le 18 juillet 2011 par

LENOIR Jean-Michel

*Temps de cohérence temporelle de structures turbulentes
porteuses de scalaires passifs au sein d'une turbulence
homogène quasi-isotrope*

Jury :

Rapporteurs :

Thierry FAURE	Maître de conférences - HDR	LIMSI
Laurent DAVID	Professeur Université de Poitiers	LEA Poitiers

Directeurs de thèse:

Serge SIMOËNS	Directeur de recherches CNRS	LMFA
Jean-Noël GENCE	Professeur Université Lyon 1	LMFA

Examineurs :

Philippe BLANC-BENON	Directeur de recherches CNRS	LMFA
Jean-Pierre BRANCHER	Professeur ENSEM-INPL	Nancy

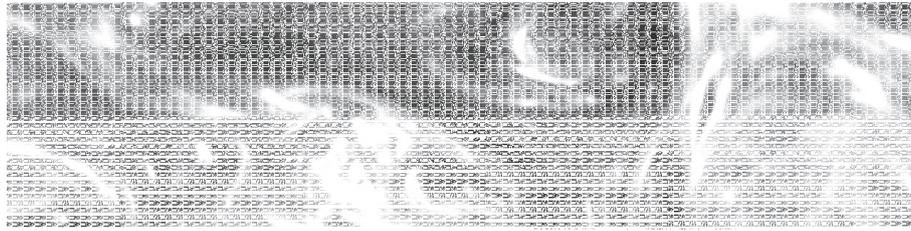


Figure 1: Exemple d'une image de fluctuations de concentration en rhodamine B prise pendant ce travail. Les dégradés de noir correspondent à des fluctuations négatives tandis que les dégradés blancs correspondent à des fluctuations positives. L'image est relative à une taille physique dans l'écoulement de 3cm.

LENOIR Jean-Michel

*Temps de cohérence temporelle de structures
turbulentes porteuses de scalaires passifs au sein
d'une turbulence homogène quasi-isotrope*

Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique
Ecole Centrale de Lyon, 18 av. Guy de Collongue, 69134 Ecully
Cedex

UMR CNRS 5509, EC Lyon - UCB Lyon1 - INSA Lyon
Université de Lyon

Remerciements

En premier lieu, mes remerciements vont à mes deux directeurs, Messieurs Jean-Noël Gence et Serge Simoëns. Leurs compétences complémentaires m'ont été indispensables pour mener à bien cette thèse. Tout d'abord, je remercie Serge pour m'avoir pris en thèse sur ce sujet alors que j'effectuais mon stage de master recherche sur l'acoustic streaming, sous la direction de Valéry Botton. J'ai pu bénéficier de ses compétences expérimentales. Sa disponibilité m'a été utile au jour le jour lors des campagnes expérimentales et pendant le post-traitement des données qui se sont révélés plus ardues que prévu. Merci aussi à lui pour m'avoir financé sur ses contrats pour arriver jusqu'à la soutenance.

Je remercie Jean-Noël pour sa participation à la partie exploitation des résultats expérimentaux, et pour sa contribution à l'édification et à la cohérence d'ensemble du manuscrit. Sa connaissance encyclopédique de la turbulence, et sa façon de la communiquer m'a été précieuse. Grace à vous deux j'ai pu atteindre l'objectif de cette thèse.

La tâche fastidieuse de rapporteur est revenue à Messieurs Thierry Faure et Laurent David. Je les remercie tous deux pour s'être attaqué à la lecture de mes travaux et pour leurs commentaires détaillés.

Merci à M. Philippe Blanc-Benon d'avoir examiner ce travail et d'avoir corrigé les nombreuses fautes de français et coquilles restantes dans le manuscrit. Merci au président du jury M. Jean-Pierre Brancher d'avoir pu pallier une semaine avant la soutenance au désistement d'un examinateur.

L'ensemble des membres du Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique, avec qui j'ai interagi de près ou de loin, ont contribué d'une manière ou d'une autre à l'accomplissement du présent manuscrit. Je remercie Patrick Duteil, ex-ingénieur au bureau d'études et concepteur du canal, que j'ai harcelé lors de ma première année au laboratoire. Je remercie les techniciens de l'atelier toujours prêts à aider, Alain Effernelli, Bruno Poirel et Horacio Correia. Dominique Echampard m'a dépanné sur la soudure de câbles d'alimentation d'une caméra. Emmanuel Jondeau m'a permis d'utiliser le système LDA du groupe turbomachines.

Je remercie particulièrement Nathalie Grosjean qui m'a aidé à l'installation des systèmes d'acquisition et au coup par coup. Sa compétence technique est m'a été d'un grand secours.

Merci à l'équipe pédagogique de l'UFR Mécanique de l'UCB Lyon 1 et de l'ISTIL avec qui j'ai pu enseigner pendant mes 2 années d'ATER à temps partiel. Merci aux élèves et aux stagiaires qui sont venus participer aux manip.

Je remercie chaleureusement les mécaniciens algériens (Messieurs Rabah Zegadi, Fatah Allag et Miloud Belhmedi) qui m'ont aidé lors de la mise en place des grilles de turbulence en lors de plusieurs campagnes expérimentales pour la caractérisation du canal. J'ai aussi pu mettre en place une expérience d'holographie numérique au côté de M. Larbi Bouamama et de ses thésards, ce qui a été une expérience enrichissante.

Enfin j'aimerais remercier ma famille et mes proches pour leur soutien pendant toutes ces années, et plus particulièrement à ma tendre et chère épouse Séverine.

Résumé

Le but principal du présent travail est ainsi de réaliser une expérience de mélange par la turbulence, dans laquelle il est possible de déterminer et de quantifier les temps de cohérence des différentes échelles spatiales des fluctuations du champ de vitesse et du champ de concentration qu'il transporte et mélange. La turbulence est ici voisine de la situation idéale statistiquement homogène et isotrope, et la configuration est conçue pour qu'il en soit de même pour le champ de concentration. La turbulence est créée par une grille placée perpendiculairement à un écoulement uniforme à l'extérieur des couches limites qui se développent le long des parois de la veine d'essais à section carrée constante. L'écoulement de la présente étude est un écoulement d'eau, dans lequel le champ de concentration est celui d'une solution de Rhodamine B injectée au niveau de la grille à travers des injecteurs équi-répartis le long des barreaux de celle-ci. Ce choix, dicté par la technique de mesure du champ de concentration par Fluorescence Induite par Laser, permet en outre de mesurer le champ de vitesse par une autre technique optique, elle aussi non-intrusive. Pour se rapprocher le plus de la théorie d'un mélange idéal statistiquement homogène et isotrope sans vitesse moyenne, on considère dans l'expérience, conformément à l'hypothèse de Taylor, que toutes les échelles associées à chacun de ces champs, sont convectés à la vitesse moyenne \overline{U}_1 de l'écoulement, et l'on suit une "boite de turbulence" qui se déplace à cette vitesse le long de la veine. Par suite déterminer l'état de la turbulence en un point donné de cette boite à l'instant t et à l'instant $t' = t + \Delta T$, revient à l'étudier dans l'expérience à t à l'abscisse x_1 de la veine d'essai, et à t' à l'abscisse $x_1 + \Delta x_1$, avec $\Delta x_1 = \overline{U}_1 \Delta T$, où se trouve le point de la boite aux deux instants successifs. Les résultats expérimentaux concernant les échelles pour lesquelles l'isotropie statistique est satisfaite, permettent alors de vérifier une phénoménologie de l'évolution de la cohérence temporelle des diverses échelles spatiales du champ des fluctuations de concentration fondée sur les idées de Comte-Bellot et Corrsin. Cette expérience, est en outre l'occasion de donner des résultats sur les densités de probabilité de diverses propriétés statistiques des champs de fluctuation de vitesse.

mots clés : VIP, FIPL, Turbulence Homogène et Isotrope, Temps de cohérence, Temps caractéristiques, Concentration, Rhodamine B, Echelles spatiales, Mesures spatio-temporelles, Canal à eau, Turbulence de grille.

Abstract

The main purpose of this work is to make an experiment of mixing by turbulence, in which it is possible to determine and quantify the coherence time of the different spatial scales of fluctuations of a scalar field. We measure concentration fluctuations of rhodamine B by Planar Laser Induced Fluorescence (PLIF) which is transported and mixed by velocity fluctuations. These latter ones are generated by a grid placed perpendicularly to the flow in a water channel and are measured by Particle Image Velocimetry (PIV). The concentration field is injected in the flow by injectors regularly spaced on the grid so that it is a situation where both the velocity and the concentration fields are statistically homogeneous and isotropic. To get as close as the theory of statistically homogeneous and isotropic turbulence with no mean velocity, we consider, according to Taylor's hypothesis, that all the scales associated with each of these fields are convected with the mean velocity \overline{U}_1 of the flow, and we follow a "turbulent box" that moves at \overline{U}_1 along the channel. As a result determining the state of turbulence at a given point of the box at time t and time $t' = t + \Delta T$, is like studying in the experiment at time t and space x_1 of the test section, and time t' and space $x_1 + \Delta x_1$ of the test section, with $\Delta x_1 = \overline{U}_1 \Delta T$. When statistical isotropy is satisfied, we can verify a phenomenology of the temporal coherence evolution of the different space scales of the concentration fluctuation fields based on the ideas of Comte-Bellot and Corrsin. This experiment is also an opportunity to give results on probability densities of various statistical properties of fluctuating velocity fields.

Key words: *PIV, PLIF, Homogeneous and Isotropic Turbulence, Coherence time, Characteristic times, Concentration, Rhodamine B, Space scales, Space-time measurements, Water channel, Grid-turbulence.*

Table des matières

1	Introduction	9
2	Ce que l'on cherche : aspects théoriques	14
2.1	La notion de temps de cohérence temporelle d'un champ aléatoire . . .	15
2.2	Les différentes échelles spatiales constituant les champs de vitesse et de concentration dans une turbulence statistiquement homogène et isotrope et leur temps de cohérence temporelle	16
2.2.1	Echelles spatiales et analyse de Fourier	16
2.2.2	Le temps de cohérence de ces différentes échelles spatiales . . .	17
2.2.3	La cohérence temporelle d'une échelle particulière définie par trois composantes k_i et l'influence de l'isotropie statistique . .	19
2.2.3.1	Cas du champ de concentration	19
2.2.3.2	Cas du champ des fluctuations de vitesse	21
2.2.4	Ce que doit alors fournir l'expérience	22
2.3	La phénoménologie de Comte-Bellot et Corrsin pour l'évolution de la cohérence temporelle des échelles et son extension aux champs de concentration	23
2.3.1	Rappels sur la notion de temps caractéristique associé à un mécanisme	23
2.3.2	Le temps caractéristique associé à l'évolution du coefficient de corrélation $\rho(k, t, t')$	25
2.3.3	Les mécanismes gouvernant l'évolution du coefficient de corrélation $R(k, t; t' = t + \tau)$ et les modèles de leur temps caractéristique proposés par Comte-Bellot et Corrsin	27
2.3.4	Les mesures à effectuer	30
3	Installation expérimentale et techniques de mesure	32
3.1	L'installation et la métrologie	33
3.1.1	Le canal	33
3.1.2	La grille et les injecteurs	33
3.2	La métrologie	37
3.2.1	VIP	37
3.2.1.1	La VIP	38

3.2.1.2	Le traitement des images	40
3.2.1.3	Présentation de la VIP en deux points et en deux temps	47
3.2.2	FIPL	52
3.2.2.1	Principe de la méthode	53
3.2.2.2	Mesure par FIPL	59
3.2.2.3	Erreurs intrinsèques à notre expérience	69
4	Caractéristiques statistiques générales des champs de fluctuations de vitesse et de concentration en aval de la grille	75
4.1	Vitesse moyenne	76
4.2	Profils	76
4.3	Décroissance	76
4.4	Isotropie	81
4.4.1	Coeff de corrélation vitesse	81
4.4.2	Les échelles	84
4.4.3	L'isotropie par les spectres	87
4.4.4	Les spectres en $k = \vec{k} $	92
4.4.5	L'isotropie de la concentration	95
4.4.6	Coefficients de corrélation de la concentration	97
4.4.7	Spectres 1D associés à des champs de concentration	100
4.5	Conclusions	102
5	Résultats expérimentaux concernant les temps de cohérence eu- lériens des échelles du champ de fluctuation de vitesse.	105
5.1	Lien entre la théorie et l'expérience	106
5.2	Résultats expérimentaux concernant les coefficients $R_{11}(r_1 =$ $\overline{U_1 \Delta T}, 0, 0; t_0, t_0 + \Delta T)$	107
5.3	Coefficient de corrélation R_{11} issu d'un filtrage du champ de vitesse en k_1	111
5.4	Coefficient de corrélation issu d'un filtrage en k	114
5.5	Temps caractéristiques	117
5.6	Coefficient $R(k, \Delta T)$ tracé en fonction du groupement adimensionnel $\Delta T/\theta$: recherche d'une représentation "universelle"	119
6	Résultats expérimentaux concernant les temps de cohérence eu- lériens des échelles du champ de fluctuation de concentration.	123
6.1	Résultats expérimentaux	124
6.1.1	Corrélation des champs de fluctuations de concentration	124
6.1.2	Coefficient de corrélation des fluctuations de concentration après un filtrage en k_2	125
6.1.3	Coefficient de corrélation temporelle, eulérienne, des champs de fluctuations en concentration, filtrée en k	126

6.1.4	Les temps caractéristiques des mécanismes de perte de cohérence du champ de concentration extrapolés à partir de ceux déjà utilisés pour les champs de fluctuations de vitesse par Comte-Bellot et Corrsin.	128
6.1.5	Similitude des temps de cohérence des structures turbulentes porteuses de scalaire passif de différentes tailles	130
7	Densités de probabilité des incréments de vitesse	134
7.1	Introduction	135
7.1.1	La théorie de Kolmogoroff 1941	135
7.1.2	La théorie de Kolmogoroff 1962	136
7.1.3	Les quantités statistiques que l'on peut mesurer pour caractériser l'intermittence	136
7.2	Densités de probabilité des incréments de vitesse	137
7.2.1	Evolution des densités de probabilité des incréments de vitesse avec $r_\star = \Delta x_1/M$	138
7.2.2	Densités de probabilité des incréments de vitesse filtrée en k_1	139
7.2.3	Mise en parallèle des spectres en k_1 avec les densités de probabilité des incréments de vitesse filtrée en k_1	141
8	Conclusions	146
9	Annexes	149
.1	La turbulence statistiquement homogène et isotrope à masse volumique constante : rappels de quelques concepts de bases.	150
.1.1	L'homogénéité et l'isotropie statistique : définition et premières conséquences	150
.1.2	Equations d'évolution de $\overline{q^2}(t)$ et de $\overline{c^2}(t)$	152
.1.3	Les échelles spatiales fondamentales.	153
.1.4	Sur la phénoménologie de Kolmogoroff.	158
.2	Les spectres spatiaux associés à des champs aléatoires de moyenne nulle	160
.2.1	Les définitions	160
.2.1.1	Le spectre spatial 3D du champ $f(\vec{x}, t)$	160
.2.1.2	Le spectre spatial 1D dans la direction de vecteur \vec{e}_1	161
.2.1.3	Champ résultant d'un filtrage par bandes	163
.2.2	Ce que l'on mesure réellement	164
.2.3	Application de ces définitions et remarques aux spectres 3D et en $k = \ \vec{k}\ $ associés aux fluctuations de vitesse et de concentration dans une turbulence statistiquement homogène et isotrope	167
.2.3.1	Les différents spectres associés aux fluctuations de concentration	167
.2.3.2	Les différents spectres associés aux fluctuations de vitesse	168

.2.4	Extension aux spectres spatiaux mettant en jeu deux temps t et t'	169
.3	Les coefficients de corrélation temporelle d'un champ filtré spatialement dans une turbulence statistiquement homogène et isotrope	171
.3.1	Généralités	171
.3.2	Cas d'un champ de concentration statistiquement homogène et isotrope	175
.3.3	Cas du champ de fluctuations de vitesse d'une THI	176
.4	Temps caractéristiques	178
.5	Dissipation	179
.6	Précision et erreurs de mesure	181
.6.1	Champ de vitesse	181
.6.2	Champ de concentration	184
	Bibliographie	187

Table des figures

1	Exemple d'une image de fluctuations de concentration en rhodamine B prise pendant ce travail. Les dégradés de noir correspondent à des fluctuations négatives tandis que les dégradés blancs correspondent à des fluctuations positives. L'image est relative à une taille physique dans l'écoulement de 3cm.	1
2.1	Courbe 2 points de temps CBC1971	27
3.1	Schéma d'ensemble du canal.	34
3.2	Schéma d'une grille.	35
3.3	Grille d'injection utilisée pour la dynamique et la concentration. . .	35
3.4	Grille d'injection : détails des injecteurs.	36
3.5	Schéma de principe de la VIP. Image Dantec Dynamics.	39
3.6	VIP : Doublet d'images successives	40
3.7	VIP : Schéma de principe de la synchronisation	41
3.8	VIP : Inter-corrélation d'une zone d'interrogation	42
3.9	pdf de vitesse	45
3.10	VIP : Exemple de calibration	48
3.11	Schéma de synchronisation de 2 systèmes VIP.	49
3.12	Dispositions possibles des caméras.	51
3.13	Principe de la transition électronique pour la fluorescence.	54
3.14	Absorption d'un faisceau lumineux par une substance fluorescente. .	56
3.15	Spectres d'absorption et d'émission d'une substance fluorescente. . .	57
3.16	Schéma montrant l'absorption et l'émission d'un élément dy fluorescent.	59
3.17	Spectres d'absorption $\epsilon_R(\lambda)$ et d'émission $\Phi_R(\lambda)$ de la rhodamine B, tirés de Broquet [51].	60
3.18	Concentration : courbes d'étalonnage	62
3.19	Traitement non satisfaisant des images de concentration	63
3.20	Traitement satisfaisant des images de concentration	64
3.21	Courbe de la dérive temporelle en concentration	66
3.22	Image instantanée de concentration	70
3.23	PDFs de concentration	74
4.1	Evolution de la vitesse moyenne \overline{U}_1 le long de la veine.	77

4.2	Profil de vitesse moyenne mesuré par VLD	78
4.3	Décroissance de l'énergie turbulente	79
4.4	Décroissance de l'énergie turbulente	80
4.5	Test d'isotropie : type f	82
4.6	Test d'isotropie : type g	83
4.7	Test d'isotropie avec la relation d'isotropie	83
4.8	Test d'isotropie avec la relation d'isotropie	84
4.9	Evolution de L_f	86
4.10	Spectres spatiaux à $x_1/M=50$ et avec une résolution spatiale 64 pix × 64 pix.	89
4.11	Spectres spatiaux à $x_1/M=50$ et avec une résolution spatiale 64 pix × 64 pix.	90
4.12	Spectres Karman-Howarth	90
4.13	Spectres en représentation de Kolmogoroff	91
4.14	Spectres à différentes résolutions	92
4.15	Comparaison spectre-densité spectrale	93
4.16	Spectres 3D de vitesse	94
4.17	Spectres 3D de vitesse et de dissipation	95
4.18	Comparaison du spectre 3D avec CBC1971 en kL	96
4.19	expérience 1	98
4.20	expérience 2	98
4.21	expérience 3	98
4.22	expérience 4	98
4.23	expérience 5	98
4.24	expérience 6	98
4.25	expérience 7	98
4.26	expérience 8	98
4.27	expérience 9	99
4.28	expérience 10	99
4.29	expérience 11	99
4.30	expérience 12	99
4.31	expérience 13	99
4.32	expérience 14	99
4.33	Concentration : coefficients de corrélation	100
4.34	Spectres de concentration $E_c(k_1)$ et $E_c(k_2)$	101
4.35	Spectres de concentration $E_c(k_1)$ adimensionnés	102
4.36	Spectre compensé de concentration $E_c(k_1)$	103
4.37	Spectre compensé de concentration $E_c(k_1)$	104
5.1	Illustration de la boîte de turbulence.	107
5.2	Courbe 2 points de temps CBC1971	108
5.3	Schéma illustrant la mise en œuvre du principe de suivi d'une "boîte de turbulence" lors de la corrélation des champs de fluctuations de vitesse issus de mesures VIP.	108
5.4	Courbes 2 points de temps	109
5.5	Courbes 2 points de temps 1.2 et 1.8 m/s	110

5.6	Comparaison des expériences, corrélation filtrée en k_1	112
5.7	Comparaison des turbulences en représentation grandes échelles . . .	113
5.8	Comparaison des turbulences en représentation grandes échelles . . .	114
5.9	Comparaison des corrélations filtrées en k	115
5.10	Comparaison des corrélations filtrées en k	116
5.11	Comparaison des corrélations filtrées en k	116
5.12	Temps caractéristiques en fonction du nombre d'onde k	118
5.13	Temps caractéristiques en $k\eta$	118
5.14	Evolution temporelle des temps spectraux	119
5.15	Auto-similarité de quelques courbes de corrélation, le station	121
5.16	Auto-similarité de quelques courbes de corrélation, le station	122
6.1	Concentration : courbe 2 points 2 temps	125
6.2	Coefficient de corrélation temporelle des fluctuations de concentra- tion filtrées en k_2 dans la boîte de turbulence.	126
6.3	Coefficient de corrélation temporelle des fluctuations de concentra- tion filtrées en k , dans la boîte de turbulence.	127
6.4	Temps caractéristiques de concentration	128
6.5	Corrélation τ_C	131
6.6	Corrélation τ_*	132
7.1	Evolution des densités de probabilité de δu $1.2m.s^{-1}$	138
7.2	Evolution des densités de probabilité de δu $1.8m.s^{-1}$	139
7.3	pdf de δu $x_1/M = 70, 90$	140
7.4	pdf de δu filtrées	141
7.5	pdf de δu $1.25m.s^{-1}$ <i>filtre</i>	142
7.6	pdf de δu filtrées $1.8m.s^{-1}$	142
7.7	Spectre de vitesse et densité de probabilité de δu $1.2m.s^{-1}$	143
7.8	Spectre de vitesse et densité de probabilité de δu $1.8m.s^{-1}$	143
7.9	Flatness 1.2 m/s	144
7.10	Flatness 1.8 m/s	145
1	Spectre de dissipation à $x_1/M = 50$	179
2	Spectres et cospectre de fluctuations de vitesse pour $\Delta T = 0$	183
3	Spectres et cospectre de fluctuations de vitesse pour $\Delta T = 4000\mu s$.	185

Liste des tableaux

3.1	Tableau détaillant la manip de concentration.	65
3.2	Tableau caractérisant l'homogénéité de la concentration moyenne. Les valeurs données sont calculées à l'aide de l'équation 3.52.	68
3.3	Tableau caractérisant l'homogénéité des champs fluctuants de concentration. Les valeurs données sont calculées à l'aide de l'équa- tion 3.54.	68
3.4	Tableau caractérisant la reproductibilité de l'injection de concen- tration par rapport aux valeurs prises par le coefficient d'applatiss- ement (CA).	72
4.1	Grandeurs de l'écoulement	88
4.2	Erreurs sur l'homogénéité	97
4.3	Equivalence pixel-mètre	97
1	Erreurs sur les corrélations.	184

Chapitre **1**

Introduction

Il est bien connu que la turbulence d'un écoulement favorise le mélange d'une substance répartie initialement de manière hétérogène dans le fluide en mouvement. Plus précisément, elle tend à rendre uniforme la concentration de cette substance au sein du fluide, plus rapidement que ne le feraient les seuls effets de diffusion moléculaire s'ils agissaient seuls.

Les principaux mécanismes propres à la turbulence qui favorisent ce mélange, sont maintenant connus et identifiés dans leurs grandes lignes. On peut dire qu'ils consistent, d'une part, en un transport aléatoire qualifié de dispersion, qui est souvent modélisé comme une "diffusion turbulente" assez loin des sources, et d'autre part en des étirements contractions des "taches" de concentrations transportées. Ces derniers peuvent se schématiser par un étirement dans une direction, associé à un amincissement dans les autres. Ainsi, au moins dans les directions d'amincissement, ces mécanismes font apparaître en moyenne de plus petites "taches", donc de plus petites échelles spatiales, c'est à dire de plus petites distances sur lesquelles la concentration varie. L'expérience prouve que celles-ci sont associées à de plus forts gradients de concentration, qui favorisent la diffusion moléculaire. Bien évidemment, c'est la seule diffusion moléculaire, qui mélange véritablement à l'échelle des particules fluides transportées aléatoirement, c'est à dire des paquets de molécules, mais c'est bien la création de petites échelles par la turbulence qui entretient, voire renforce celle-ci. De ce point de vue, on peut dire que chaque échelle spatiale met un certain temps pour devenir plus petite, et finalement disparaître sous l'effet de la diffusion moléculaire. C'est ce temps que l'on peut qualifier de temps de mélange pour une échelle de taille donnée. Si cette interprétation du rôle de la turbulence sur les mécanismes et les temps de mélange est en accord avec l'expérience, elle reste globale et mérite d'être précisée suivant les différentes échelles spatiales mises en jeu, c'est à dire suivant les dimensions des différentes "taches" de concentration.

Or, indépendamment du phénomène de mélange, l'une des caractéristiques générales de la turbulence est son caractère multi-échelles, c'est à dire l'existence d'un continuum d'échelles spatiales (voire temporelles) s'étendant d'une taille maximale, à une taille minimale. On sait que cette dernière reste grande devant la distance intermoléculaire, de sorte que le phénomène relève encore d'une description par le modèle de milieu continu, que ce soit pour le champ de vitesse comme pour celui de concentration. De plus, on sait qu'en moyenne, la création de petites échelles spatiales à partir des plus grosses l'emporte pour le champ de fluctuations de vitesse sur le mécanisme inverse. Ainsi pour le champ de concentration hétérogène, qui subit l'action des différentes échelles du champ des fluctuations de vitesse, cela se traduit bien par la création de "taches" de plus en plus petites et de gradients de plus en plus forts, au niveau desquels les flux de diffusion moléculaire sont de plus en plus intenses. On conçoit alors que les temps de mélange ne se résument pas à des temps de diffusion, mais résultent des divers mécanismes qui contribuent à faire évoluer les différentes échelles spatiales de ce champ de concentration. Les temps de vie de ces échelles spatiales étant étroitement liés au champ des fluctuations de vitesse et à sa dynamique, il serait

illusoire de vouloir étudier le mélange par la turbulence, sans s'intéresser aux temps caractéristiques associés à l'évolution des échelles spatiales du champ de vitesse lui-même. Celles-ci vont elles-mêmes contribuer à l'évolution de celles de champ de concentration. D'un point de vue statistique, ces temps de vie moyens sont des temps de cohérence temporelle, qui vont a priori dépendre de la taille des "taches" de concentration, ou des échelles spatiales du champ des fluctuations de vitesse.

L'étude expérimentale la plus fine menée sur les temps de cohérence des échelles spatiales du champ des fluctuations de vitesse, fut effectuée par Comte-Bellot et Corrsin en 1971, dans une turbulence statistiquement homogène et isotrope engendrée par une grille. L'énorme avantage de cette turbulence modèle est de permettre de fournir un modèle simple du concept d'échelle spatiale, car l'homogénéité statistique permet une analyse spatiale de Fourier tridimensionnelle. Les échelles spatiales du champ des fluctuations de vitesse ou de concentration évoquées ci-dessus, sont alors dans chaque direction des "périodes spatiales", inverses de "nombres d'onde" qui jouent le rôle de pulsations spatiales. En outre, l'isotropie statistique permet, quant à elle, de s'affranchir de certains effets directionnels (sans perdre tout à fait l'influence de la direction) et, ce faisant, de permettre la mesure des temps de cohérence de chaque échelle spatiale, tant pour le champ des fluctuations de vitesse que pour celui des fluctuations de concentration. On peut alors véritablement quantifier ces temps si l'on sait identifier et modéliser les mécanismes qui sont associés à l'évolution temporelle de ces échelles. C'est ce travail expérimental pour le champ des fluctuations de vitesse, associé à une analyse phénoménologique de ces mécanismes, qui constitue le fond du travail effectué par Comte-Bellot et Corrsin. Il est essentiel pour la modélisation, comme pour l'intuition d'une véritable phénoménologie de l'évolution des échelles. Compte tenu de ce qui est dit plus haut, une analyse de ce type peut être aussi menée pour le champ de concentration, sachant que le champ de vitesse et la dynamique de ses échelles seront essentiels dans l'évolution des échelles du champ de concentration et donc dans l'ensemble du processus de mélange.

Le but principal du présent travail est ainsi de réaliser une expérience de mélange par la turbulence, dans laquelle il est possible de déterminer et de quantifier les temps de cohérence des différentes échelles spatiales des fluctuations du champ de vitesse et du champ de concentration qu'il transporte et mélange. Pour les raisons de simplification rappelées plus haut, la turbulence est voisine de la situation idéale statistiquement homogène et isotrope, et la configuration est conçue pour qu'il en soit de même pour le champ de concentration. Comme dans l'expérience de Comte-Bellot et Corrsin déjà citée plus haut, la turbulence est créée par une grille placée perpendiculairement à un écoulement uniforme à l'extérieur des couches limites qui se développent le long des parois de la veine d'essais à section carrée constante. Toutefois, à la différence de ces auteurs qui utilisent un écoulement d'air, l'écoulement de la présente étude est un écoulement d'eau, dans lequel le champ de concentration est celui d'une solution de Rhodamine B injectée

au niveau de la grille à travers des injecteurs équi-répartis le long des barreaux de celle-ci. Ce choix, dicté par la technique de mesure du champ de concentration par Fluorescence Induite par Laser, permet en outre de mesurer le champ de vitesse par une technique de mesure non-intrusive, la Vélométrie par Image de Particules, différente de celle employée par Comte-Bellot et Corrsin. Pour se rapprocher le plus de la théorie d'un mélange idéal statistiquement homogène et isotrope sans vitesse moyenne, on considère dans l'expérience, conformément à l'hypothèse de Taylor, que toutes les échelles associées à chacun de ces champs, sont convectées à la vitesse moyenne \overline{U}_1 de l'écoulement, et l'on suit une "boite de turbulence" qui se déplace à cette vitesse le long de la veine. Par suite, déterminer l'état de la turbulence en un point donné de cette boite à l'instant t et à l'instant $t' = t + \Delta T$, revient à l'étudier dans l'expérience, à t à l'abscisse x_1 de la veine d'essai, et à $t + \Delta T$ à l'abscisse $x_1 + \Delta x_1$, avec $\Delta x_1 = \overline{U}_1 \Delta T$, où se trouve le point de la boite aux deux instants successifs. De tels principes sont largement justifiés par toutes les expériences de turbulence de grille avec ou sans adjonction d'un champ de concentration ou plus généralement de scalaire passif. (On peut citer en particulier les expériences de Van Atta et Chen [98], Sirivat et Warhaft [7], Warhaft et Lumley [107], Warhaft [104], Sreenivasan et al [71], etc...)

Dans la présente expérience, les mesures des champs de vitesse et de concentration exploitent des images de l'écoulement obtenues sous forme d'instantanés à l'aide de caméras CCD. Deux composantes du champ de vitesse instantané dans le plan des images sont obtenues par suivi de particules qui ensemencent l'écoulement, et dont les "petits" déplacements entre deux instants t et $t + \Delta t$ sont déduits de deux images prises à ces deux instants successifs dans la même zone d'observation, c'est à dire avec la même caméra. Le champ de concentration, quant à lui, est obtenu à partir de l'image enregistrant à un instant donné, le champ d'intensité de fluorescence émis dans la zone observée et qui, localement, est une fonction (ici linéaire) du champ de concentration connue par étalonnage. Pour accéder à la mesure de ces champs de t à t' en un point de la boite de turbulence suivie à la vitesse \overline{U}_1 , il suffit alors de considérer des images prises aux instants t et t' par deux caméras observant des domaines séparés de la distance longitudinale $\Delta x_1 = \overline{U}_1(t' - t)$. Ceci n'est qu'un principe général dont l'utilisation est détaillée dans le second chapitre.

Toute cette étude expérimentale, fondée sur le suivi à la vitesse moyenne, d'une "boite de turbulence", suppose évidemment que l'on puisse définir une telle boite dans l'expérience, sachant que celle-ci est sensée représenter l'espace infini dans lequel les champs de vitesse et de concentration évoluent en l'absence de vitesse moyenne et y possèdent des propriétés statistiquement homogènes et isotropes. Il faut d'abord que la boite puisse contenir les grandes échelles spatiales les plus énergétiques associées aux champs de fluctuations de vitesse et de concentration, qui sont représentées en ordre de grandeur par les échelles intégrales de longueur. On doit donc pouvoir raisonner avec une boite dont la dimension L_B dans les trois directions est de l'ordre de grandeur de plusieurs échelles intégrales de longueur, afin qu'elle paraisse infiniment étendue pour l'écoulement turbulent. Par ailleurs, dans l'expérience, la turbulence est statistiquement stationnaire,

mais évolue selon l'axe des x_1 le long duquel elle inscrit son histoire statistique. Il faut alors, pour préserver l'homogénéité statistique dans la "boîte" le long de cet axe, que l'échelle spatiale L_e d'évolution de toutes les grandeurs statistiques le long de cet axe, soit grande devant L_B . C'est en suivant alors la boîte à la vitesse moyenne $\overline{U_1}$, que l'on voit évoluer les propriétés statistique du mélange turbulent au cours du temps, et que l'on retrouve ainsi l'instationnarité statistique du mélange statistiquement homogène et isotrope idéal. En outre, l'homogénéité statistique transversale et le caractère infini de la boîte sont eux aussi réalisés si L_B est petite devant la distance h entre les parois ou entre les couches limites qui s'y développent. Comme ces échelles sont fixées par la maille M de la grille et la distance entre les injecteurs du champ de concentration (qui ici sont du même ordre), M doit donc être petite devant L_B , donc être sensiblement plus faible que L_e et h . Ce sont ces conditions, connues des expériences de la littérature, qui sont exploitées dans la présente situation, et qui nous assurent de la compatibilité de la configuration avec l'objectif visé, qui, on le rappelle, est en priorité, de déterminer les temps de cohérence (ou de vie) des différentes échelles spatiales des champs de fluctuations de vitesse et de concentration. Il faut souligner que, contrairement à l'expérience de Comte-Bellot et Corrsin, il n'y a pas de faible contraction placée en aval de la grille pour "isotropiser" le champ de fluctuations de vitesse. La turbulence présente ainsi une faible anisotropie statistique, qui va se retrouver au niveau du champ des fluctuations de concentration, au moins au niveau des plus grandes échelles spatiales. Les résultats expérimentaux concernant les échelles pour lesquelles l'isotropie statistique est satisfaite, permettent alors de vérifier une phénoménologie de l'évolution de la cohérence temporelle des diverses échelles spatiales du champ des fluctuations de concentration fondée sur les idées de Comte-Bellot et Corrsin.

Cette expérience, est en outre l'occasion de donner des résultats sur les densités de probabilité de diverses propriétés statistiques des champs de fluctuation de vitesse et de concentration.

Chapitre 2

Ce que l'on cherche : aspects théoriques

Sommaire

2.1	La notion de temps de cohérence temporelle d'un champ aléatoire	15
2.2	Les différentes échelles spatiales constituant les champs de vitesse et de concentration dans une turbulence statistiquement homogène et isotrope et leur temps de cohérence temporelle	16
2.2.1	Echelles spatiales et analyse de Fourier	16
2.2.2	Le temps de cohérence de ces différentes échelles spatiales	17
2.2.3	La cohérence temporelle d'une échelle particulière définie par trois composantes k_i et l'influence de l'isotropie statistique	19
2.2.3.1	Cas du champ de concentration	19
2.2.3.2	Cas du champ des fluctuations de vitesse	21
2.2.4	Ce que doit alors fournir l'expérience	22
2.3	La phénoménologie de Comte-Bellot et Corrsin pour l'évolution de la cohérence temporelle des échelles et son extension aux champs de concentration	23
2.3.1	Rappels sur la notion de temps caractéristique associé à un mécanisme	23
2.3.2	Le temps caractéristique associé à l'évolution du coefficient de corrélation $\rho(k, t, t')$	25
2.3.3	Les mécanismes gouvernant l'évolution du coefficient de corrélation $R(k, t; t' = t + \tau)$ et les modèles de leur temps caractéristique proposés par Comte-Bellot et Corrsin	27
2.3.4	Les mesures à effectuer	30

L'un des principaux objectifs de ce travail étant la détermination expérimentale des temps de cohérence ou encore des temps moyens de vie des différentes échelles spatiales qui sont associées aux champs des fluctuations de vitesse et de concentration dans un mélange turbulent de scalaire passif, ce chapitre rappelle ce que l'on entend par temps de cohérence et échelle spatiale. Il aborde en outre la phénoménologie des mécanismes participants à la perte de cohérence des échelles spatiales du champ de vitesse proposée par Comte-Bellot et Corrsin. C'est cette approche qui est reprise plus loin dans ce travail, pour être appliquée à la perte de cohérence des échelles du champ de concentration.

2.1 La notion de temps de cohérence temporelle d'un champ aléatoire

Considérons un champ aléatoire général $f(\vec{x}, t)$ de moyenne nulle et statistiquement homogène, donc évoluant dans un espace infini (ou dans une "boîte infinie de turbulence" où se trouve l'observateur), et possédant des propriétés statistiques invariantes par translation. Dire qu'il perd de la cohérence au cours du temps $t' > t$ est simplement exprimer qu'en moyenne à t' , il ressemble de moins en moins à sa répartition spatiale à t , ce que l'on exprime par le fait que sa fonction de corrélation temporelle entre t et t' diminue lorsque t est fixé et que t' augmente. Or, si l'on note $(\bar{\cdot})$ la moyenne sur un ensemble de réalisations du champ, cette fonction de corrélation en deux instants t et t' en un point donné, est la grandeur :

$$C_f(t, t') = \overline{f(\vec{x}, t)f(\vec{x}, t')}, \quad (2.1)$$

qui ne dépend pas de \vec{x} , puisqu'elle est invariante par translation à cause de l'homogénéité statistique. On lui associe le coefficient de corrélation :

$$R_f(t, t') = \frac{C_f(t, t')}{\sqrt{\overline{f^2(t)}}\sqrt{\overline{f^2(t')}}} = \frac{C_f(t, t + \tau)}{\sqrt{\overline{f^2(t)}}\sqrt{\overline{f^2(t + \tau)}}}. \quad (2.2)$$

Ce dernier, qui vaut 1 lorsque $t = t'$, et diminue lorsque τ augmente, permet de déterminer le temps de cohérence de ce champ par :

$$\Theta_f(t) = \int_0^\infty R_f(t, t + \tau) d\tau \quad (2.3)$$

qui représente l'ordre de grandeur de l'intervalle de temps $\tau = t' - t$ au bout duquel le champ a perdu sa cohérence, c'est à dire "a oublié en moyenne ce qu'il était à l'instant t ". On rappelle que si la décroissance du coefficient de corrélation était une pure exponentielle du type :

$$R_f(t, t + \tau) = e^{-\frac{\tau}{\theta(t)}}, \quad (2.4)$$

le temps $\Theta_f(t)$ calculé par la relation (2.3) serait exactement égal à $\theta(t)$, qui satisfait :

$$\frac{1}{\theta(t)} = -\frac{1}{R_f} \frac{\partial R_f}{\partial \tau},$$

de sorte qu'on peut le considérer comme un temps caractéristique d'évolution du coefficient de corrélation R_f , au sens du paragraphe ci-après.

2.2 Les différentes échelles spatiales constituant les champs de vitesse et de concentration dans une turbulence statistiquement homogène et isotrope et leur temps de cohérence temporelle

2.2.1 Echelles spatiales et analyse de Fourier

Dans ce travail, le champ aléatoire f précédent est celui des fluctuations de vitesse ou de concentration autour de leur moyenne dans un écoulement turbulent statistiquement homogène et isotrope. On sait alors qu'il est constitué d'un continuum d'échelles spatiales dont les temps de cohérence n'ont pas de raison d'être identiques. En effet, la phénoménologie de la turbulence dont on dispose pour ce type de turbulence, montre que les mécanismes agissant sur ces différentes échelles ne sont pas a priori les mêmes, et dépendent sensiblement de leur taille. La manière classique de mettre en évidence ces échelles spatiales dans les trois directions dans un espace infini est d'introduire les modes de Fourier :

$$\widehat{f}(\vec{k}, t) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{\mathbb{R}^3} f(\vec{x}, t) e^{-i\vec{k} \cdot \vec{x}} dV_{\vec{x}}, \quad (2.5)$$

qui conduisent à la décomposition du champ selon :

$$f(\vec{x}, t) = \int_{\mathbb{R}^3} \widehat{f}(\vec{k}, t) e^{i\vec{k} \cdot \vec{x}} dk_1 dk_2 dk_3. \quad (2.6)$$

A chaque composante k_i du vecteur d'onde, on peut associer une échelle de longueur $l_i \approx 1/|k_i|$, de sorte que l'on peut considérer les quantités $\widehat{f}(\vec{k}, t) dV_k$ comme la contribution au champ, des composantes k_i comprises dans l'intervalle $[k_i, k_i + dk_i]$, c'est à dire des échelles spatiales l_i correspondantes. Il est ici trivial de souligner que la présence de l'élément de volume dV_k traduit le fait que c'est la contribution d'un ensemble d'échelles associées à cet élément et non d'une échelle particulière qui intervient dans la décomposition traduite par 2.6. Si, à partir de 2.6, on veut isoler les échelles associées à une direction particulière, par exemple (O, \vec{e}_1) , on peut raisonner avec :

$$\widehat{f^{(1)}}(k_1, t) = \int_{\mathbb{R}^2} \widehat{f}(k_1, k_2, k_3, t) dk_2 dk_3 = \int_{\mathbb{R}^2} \widehat{f}(\vec{k}, t) dk_2 dk_3, \quad (2.7)$$

qui contient donc la contribution de toutes les échelles dans les deux autres directions. Comme (2.6) permet d'écrire :

$$\begin{aligned}
 f(x_1, 0, 0, t) &= \int_{\mathbb{R}^3} \widehat{f}(\vec{k}, t) e^{ik_1 x_1} dk_1 dk_2 dk_3 \\
 &= \int_{\mathbb{R}} [\int_{\mathbb{R}^2} \widehat{f}(\vec{k}, t) dk_2 dk_3] e^{ik_1 x_1} dk_1 \\
 &= \int_{\mathbb{R}} \widehat{f}^{(1)}(k_1, t) e^{ik_1 x_1} dk_1,
 \end{aligned} \tag{2.8}$$

on a encore :

$$\widehat{f}^{(1)}(k_1, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{\mathbb{R}} f(x_1, 0, 0, t) e^{-ik_1 x_1} dx_1. \tag{2.9}$$

Ainsi on interprète $\widehat{f}^{(1)}(k_1, t) dk_1$ comme la contribution au champ $f(x_1, 0, 0, t)$ le long des (O, \vec{e}_1) , des composantes k_1 de l'intervalle $[k_1, k_1 + dk_1]$ intervenant dans la décomposition de Fourier (2.9), donc des échelles $k_1 \approx 1/|l_1|$ associées. Comme pour le champ complet, on peut définir un temps de cohérence pour ces échelles.

2.2.2 Le temps de cohérence de ces différentes échelles spatiales

Le plus logique d'un point de vue "pratique" est de chercher à isoler ces échelles, qui interviennent par "bandes" de largeur dk_1 , ou qui constituent le volume $dV_k = dk_1 dk_2 dk_3$, et de considérer le champ qui en résulte après un filtrage "passe bande". Le temps de cohérence des échelles correspondantes est alors le temps de cohérence de ce champ issu du filtrage, au sens du paragraphe I-1. Si l'on raisonne en isolant les échelles dans la direction (O, \vec{e}_1) , et en prenant en compte la contribution au champ de toutes les échelles dans les deux autres directions, le champ résultant d'un filtrage dans la bande (en pratique de largeur finie) $[k_1 + \Delta k_1, k_1 - \Delta k_1]$ met en jeu tous les modes de Fourier $\widehat{f}^{(1)}(q_1, t)$ associés à cette bande. C'est un champ, a priori complexe, qui s'écrit ainsi :

$$g(x_1; k_1, \Delta k_1, t) = \int_{\mathbb{R}} \widehat{f}^{(1)}(q_1, t) \Pi\left(\frac{q_1 - k_1}{2\Delta k_1}\right) e^{iq_1 x_1} dq_1, \tag{2.10}$$

où $\Pi\left(\frac{q_1 - k_1}{2\Delta k_1}\right)$ est la porte de largeur $2\Delta k_1$ centrée en k_1 . (On utilise ici la notation $\Pi(x)$ pour la fonction qui vaut 1 pour $|x| < 1/2$ et qui est nulle ailleurs). Comme pour le champ complet $f(\vec{x}, t)$, on lui associe une corrélation temporelle, qui doit être indépendante de x_1 à cause de l'homogénéité statistique, et qui s'écrit :

$$\begin{aligned}
 C_g(k_1, \Delta k_1; t, t') &= \overline{g(x_1; k_1, \Delta k_1; t) g^*(x_1; k_1, \Delta k_1; t')} \\
 &= \int_{\mathbb{R}^2} \widehat{f}^{(1)}(q_1, t) \widehat{f}^{(1)*}(q'_1, t') \Pi\left(\frac{q_1 - k_1}{2\Delta k_1}\right) \Pi\left(\frac{q'_1 - k_1}{2\Delta k_1}\right) e^{i(q_1 - q'_1)x_1} dq_1.
 \end{aligned} \tag{2.11}$$

Comme il est rappelé dans l'annexe 2 :

$$\overline{\widehat{f}^{(1)}(q_1, t) \widehat{f}^{(1)*}(q'_1, t')} = \delta(q_1 - q'_1) E_f^{(1)}(q'_1, t, t'), \tag{2.12}$$

où l'on a introduit le spectre en deux temps :

$$\widetilde{E}_f^{(1)}(q'_1, t, t') = \frac{1}{2\pi} \int_{\mathbb{R}} \overline{f f'(r_1, 0, 0, t, t')} e^{-iq'_1 r_1} dr_1. \quad (2.13)$$

Ce spectre $\widetilde{E}_f^{(1)}(q'_1, t, t')$ est donc défini à partir de la corrélation spatiale et temporelle $\overline{f(x_1, 0, 0, t)f(x'_1, 0, 0, t')}$, qui, compte tenu de l'homogénéité statistique, satisfait :

$$\begin{aligned} \forall a, \quad \overline{f(x_1, 0, 0, t)f(x'_1, 0, 0, t')} &= \overline{f(x_1 + a, 0, 0, t)f(x'_1 + a, 0, 0, t')} \\ &= \overline{f(0, 0, 0, t)f(x'_1 - x_1, 0, 0, t')} \\ &= \overline{f f'(r_1, 0, 0; t, t')} \\ &= \overline{f(x_1 - x'_1, 0, 0, t)f(0, 0, 0, t')} \\ &= \overline{f f'(-r_1, 0, 0; t', t)} \end{aligned} \quad (2.14)$$

Elle corrèle le champ f à l'abscisse x_1 à l'instant t , avec sa valeur à l'instant t' à l'abscisse $x_1 + r_1$, d'où son nom de corrélation spatio-temporelle (eulérienne, puisque les deux points sont fixes). Avec ces notations et concepts, (2.11) prend la forme :

$$\begin{aligned} C_g(k_1, \Delta k_1; t, t') &= \int_{\mathbb{R}^2} \delta(q_1 - q'_1) \widetilde{E}_f^{(1)}(q'_1, t, t') \Pi\left(\frac{q_1 - k_1}{2\Delta k_1}\right) \Pi\left(\frac{q'_1 - k_1}{2\Delta k_1}\right) e^{i(q_1 - q'_1)x_1} dq_1 dq'_1 \\ &= \int_{\mathbb{R}} \widetilde{E}_f^{(1)}(q_1, t, t') \Pi^2\left(\frac{q_1 - k_1}{2\Delta k_1}\right) dq_1 = \int_{k_1 - \Delta k_1}^{k_1 + \Delta k_1} \widetilde{E}_f^{(1)}(q_1, t, t') \\ &\approx 2\Delta k_1 \widetilde{E}_f^{(1)}(k_1, t, t') \end{aligned} \quad (2.15)$$

où l'approximation est d'autant meilleure que la largeur de bande est petite. On peut écrire en toute rigueur :

$$\widetilde{E}_f^{(1)}(k_1, t, t') = \lim_{\Delta k_1 \rightarrow 0} \frac{C_g(k_1, \Delta k_1; t, t')}{2\Delta k_1} \quad (2.16)$$

Ainsi, d'après (2.11), on a :

$$C_g(k_1, \Delta k_1; t, t) = \overline{|g|^2(k_1, \Delta k_1, t, t)} = \int_{k_1 - \Delta k_1}^{k_1 + \Delta k_1} E_f^{(1)}(q_1, t) dq_1, \quad (2.17)$$

où $E_f^{(1)}(k_1, t) = \widetilde{E}_f^{(1)}(k_1, t, t' = t)$ représente le spectre unidimensionnel associé à la composante u_1 et rappelé dans l'annexe 2. Avec 2.17 et 2.11, on peut alors écrire le coefficient de corrélation temporelle du champ issu du filtrage passe-bande précédent sous la forme :

$$\begin{aligned} R_g(k_1, \Delta k_1, t, t') &= \frac{C_g(k_1, \Delta k_1, t, t')}{\left[\overline{|g|^2(k_1, \Delta k_1, t, t)} \overline{|g|^2(k_1, \Delta k_1, t', t')}\right]^{1/2}} \\ &= \frac{\int_{k_1 - \Delta k_1}^{k_1 + \Delta k_1} \widetilde{E}_f^{(1)}(q_1, t, t') dq_1}{\left[\int_{k_1 - \Delta k_1}^{k_1 + \Delta k_1} E_f^{(1)}(q_1, t) dq_1 \int_{k_1 - \Delta k_1}^{k_1 + \Delta k_1} E_f^{(1)}(q_1, t') dq_1\right]^{1/2}}. \end{aligned} \quad (2.18)$$

Il est alors évident que, si l'on fait tendre vers zéro la largeur de bande $2\Delta q_1$, on obtient le coefficient de corrélation temporel spécifique à la composante $k_1 \approx 1/l_1$, soit :

$$\rho_f^{(1)}(k_1, t, t') = R_g(k_1, \Delta k_1 = 0, t, t') = \frac{\widetilde{E}_f^{(1)}(k_1, t, t')}{[E_f^{(1)}(k_1, t)E_f^{(1)}(k_1, t')]^{1/2}}. \quad (2.19)$$

On en déduit alors les temps de cohérence de ces échelles à l'instant t , pour le champ f , par :

$$\Theta_f^{(1)}(k_1, t) = \int_0^\infty \rho_f^{(1)}(k_1, t, t + \tau) d\tau. \quad (2.20)$$

Il ne faut toutefois pas perdre de vue que ce temps contient par contre l'influence de toutes les échelles associées aux deux autres directions, de sorte qu'il garde un caractère encore global, et ne concerne pas une échelle particulière que nous considérerons comme associée à un ensemble donné de trois composantes k_i , donc de trois échelles $l_i \approx \frac{1}{|k_i|}$. Une telle échelle est alors caractérisée de façon équivalente par la norme et la direction du vecteur \vec{k} . On discute dans le paragraphe suivant la possibilité d'atteindre l'information concernant la fonction de cohérence temporelle et le temps de cohérence d'une telle échelle.

2.2.3 La cohérence temporelle d'une échelle particulière définie par trois composantes k_i et l'influence de l'isotropie statistique

2.2.3.1 Cas du champ de concentration

Tout ce qui précède s'applique directement à un champ scalaire comme le champ de concentration $c(\vec{x}, t)$, pour lequel, en particulier, on peut donc introduire à partir de 2.19 :

$$\rho_c^{(1)}(k_1, t, t') = \frac{\widetilde{E}_c^{(1)}(k_1, t, t')}{[E_c^{(1)}(k_1, t)E_c^{(1)}(k_1, t')]^{1/2}}. \quad (2.21)$$

Pour affiner la description, en considérant cette fois la corrélation temporelle d'échelles spatiales respectivement associées aux composantes k_1, k_2, k_3 du vecteur \vec{k} , il faut raisonner avec un spectre 3D associé à la corrélation spatiale en deux temps, défini par :

$$\widetilde{\Phi}_c(\vec{k}, t, t') = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{\mathbb{R}^3} \overline{cc'}(\vec{r}', t, t') e^{-i\vec{k} \cdot \vec{r}'} dV_r \quad (2.22)$$

où :

$$\overline{cc'}(\vec{r}', t, t') = \overline{c(\vec{x}, t)c(\vec{x}', t')} = \overline{c(\vec{0}, t)c(\vec{x}' - \vec{x}, t')} = \overline{c(\vec{0}, t)c(\vec{r}', t')} = \overline{c(-\vec{r}', t)c(\vec{0}, t')} = \overline{cc'}(-\vec{r}', t, t').$$

Sachant alors que :

$$\tilde{\Phi}_c(\vec{k}, t, t) = \Phi_c(\vec{k}, t), \quad (2.23)$$

où $\Phi_c(\vec{k}, t)$ rappelé dans l'annexe 2, est le spectre 3D associé aux fluctuations de concentration à un instant donné, on peut définir le coefficient :

$$\rho_c(\vec{k}, t, t') = \frac{\tilde{\Phi}_c(\vec{k}, t, t')}{[\Phi_c(\vec{k}, t)\Phi_c(\vec{k}, t')]^{1/2}}. \quad (2.24)$$

Toutefois, pour un tel champ scalaire statistiquement isotrope, on peut introduire un spectre $\tilde{E}_c(k, t, t')$, analogue au spectre $E_c(k, t)$ défini dans l'annexe 2, à partir du spectre 3D $\Phi_c(\vec{k}, t)$ associé à ce champ. En effet, l'isotropie impose à $\tilde{\Phi}_c(\vec{k}, t, t')$ de ne dépendre de \vec{k} uniquement qu'à travers $k = \|\vec{k}\|$, et on a intérêt à écrire cette fonction :

$$\tilde{\Phi}_c(\vec{k}, t, t') = \frac{\tilde{E}_c(k, t, t')}{4\pi k^2}, \quad (2.25)$$

car on a alors :

$$C_c(t, t') = \overline{c(\vec{x}, t)c(\vec{x}, t')} = \int_0^\infty E_c(k, t, t')dk. \quad (2.26)$$

En introduisant le spectre $E_c(k, t)$ rappelé dans l'annexe 2, il est évident que l'on a l'égalité :

$$\tilde{E}_c(k, t, t) = E_c(k, t). \quad (2.27)$$

Finalement le coefficient de corrélation temporelle (2.24) peut encore s'écrire :

$$\rho_c(\vec{k}, t, t') = \rho_c(k, t, t') = \frac{\tilde{E}_c(k, t, t')}{[E_c(k, t)E_c(k, t')]^{1/2}}. \quad (2.28)$$

Un tel coefficient donne évidemment la vision la plus fine de la cohérence des échelles spatiales du champ de concentration au cours du temps. Ce qui est remarquable c'est que l'isotropie statistique permet de l'obtenir à partir des spectres 1D intervenant dans (2.21). En effet, il est évident que la relation reliant $E_c(k, t)$ à $E_c^{(1)}(k_1, t)$ rappelée dans l'annexe 2, s'étend aux spectres mettant en jeu deux temps, c'est à dire que l'on a aussi :

$$\tilde{E}_c(k, t, t') = -2k \left(\frac{\partial \tilde{E}_c^{(1)}(k_1, t, t')}{\partial k_1} \Big|_{k_1=k} \right), \quad (2.29)$$

où $\tilde{E}_c^{(1)}(k_1, t, t')$ est le spectre en deux temps défini par 2.13, c'est à dire ici, par :

$$\tilde{E}_c^{(1)}(k_1, t, t') = \frac{1}{2\pi} \int_{\mathbb{R}} \overline{cc'}(r_1, 0, 0, t, t') e^{-ik_1 r_1} dr_1. \quad (2.30)$$

Ainsi, on a encore :

$$\rho_c(k, t, t') = \frac{- \left. \frac{\partial \tilde{E}_c^{(1)}(k_1, t, t')}{\partial k_1} \right|_{k_1=k}}{\left[\left. \frac{\partial E_c^{(1)}(k_1, t)}{\partial k_1} \right|_{k_1=k} \left. \frac{\partial E_c^{(1)}(k_1, t')}{\partial k_1} \right|_{k_1=k} \right]^{1/2}}. \quad (2.31)$$

On peut alors en déduire en temps de cohérence correspondant aux échelles associées à un nombre d'onde k par :

$$\Theta_c(k, t) = \int_0^\infty \rho_c(k, t, t + \tau) d\tau \quad (2.32)$$

Notons que ce temps est bien associé à un vecteur d'onde \vec{k} donné, mais l'isotropie statistique fait que tous les vecteurs d'onde de même norme k correspondent au même temps de cohérence.

2.2.3.2 Cas du champ des fluctuations de vitesse

On peut mener un raisonnement identique au niveau d'une composante de vitesse, par exemple u_1 , pour laquelle on peut définir le coefficient :

$$\rho_{11}^{(1)}(k_1, t, t') = \frac{\tilde{E}_{11}^{(1)}(k_1, t, t')}{[E_{11}(k_1, t)E_{11}(k_1, t')]^{1/2}}, \quad (2.33)$$

dans lequel le numérateur est défini par la relation (2.13) dans laquelle $f = u_1$, c'est à dire par :

$$\tilde{E}_{11}^{(1)}(k_1, t, t') = \frac{1}{2\pi} \int_{\mathbb{R}} \overline{u_1 u_1'}(r_1, 0, 0, t, t') e^{-ik_1 r_1} dr_1. \quad (2.34)$$

Pour atteindre la cohérence des échelles dans les trois directions, on peut introduire comme pour le champ de concentration, le spectre 3D associé à la corrélation spatiale en deux temps. Pour pouvoir pleinement exploiter l'isotropie statistique en faisant apparaître des grandeurs scalaires, on a intérêt à mettre en jeu les trois composantes de la vitesse, en introduisant le spectre tridimensionnel (3D) en deux temps, défini par :

$$\tilde{\Phi}_{ii}(\vec{k}, t, t') = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{\mathbb{R}^3} \overline{u_i u_i'}(\vec{r}, t, t') e^{-i\vec{k} \cdot \vec{r}} dV_r = \tilde{\Phi}_{11}(\vec{k}, t, t') + \tilde{\Phi}_{22}(\vec{k}, t, t') + \tilde{\Phi}_{33}(\vec{k}, t, t') \quad (2.35)$$

Comme c'est un scalaire, il ne dépend alors de \vec{k} qu'à travers k , compte tenu de l'isotropie. A cause de l'isotropie statistique, et comme $\Phi_{ij}(\vec{k}, t)$ introduit dans l'annexe 2, le spectre 3D associé à la corrélation spatiale en deux temps $\overline{u_i u_j'}(\vec{r}, t, t')$ est un tenseur du second ordre de la forme nécessaire :

$$\tilde{\Phi}_{ij}(\vec{k}, t, t') = \frac{\tilde{E}(k, t, t')}{4\pi k^2} (\delta_{ij} - \frac{k_i k_j}{k^2}) \quad (2.36)$$

de sorte que l'on peut écrire :

$$\tilde{\Phi}_{ii}(\vec{k}, t, t') = \frac{\tilde{E}(k, t, t')}{2\pi k^2} \quad (2.37)$$

Ainsi le coefficient de corrélation le plus fin sur la cohérence temporelle des différentes échelles associées au champ des fluctuations de vitesse peut encore s'écrire :

$$\rho(k, t, t') = \frac{\tilde{\Phi}_{ii}(\vec{k}, t, t')}{[\tilde{\Phi}_{ii}(\vec{k}, t)\tilde{\Phi}_{ii}(\vec{k}, t')]^{1/2}} = \frac{\tilde{E}(k, t, t')}{[E(k, t)E(k, t')]^{1/2}}, \quad (2.38)$$

car on a aussi :

$$\tilde{E}(k, t, t) = E(k, t), \quad (2.39)$$

où $E(k, t)$ est rappelé dans l'annexe 2. Dans ce cas encore, le spectre $\tilde{E}(k, t, t')$ est relié au spectre $\tilde{E}_{11}^{(1)}(k_1, t, t')$, par une relation analogue à celle qui lie $E(k, t)$ à $E_{11}^{(1)}(k_1, t)$, c'est à dire :

$$\tilde{E}(k, t, t') = \frac{1}{2} \left(k_1^2 \frac{\partial^2 \tilde{E}_{11}^{(1)}(k_1, t, t')}{\partial k_1^2} - k_1 \frac{\partial \tilde{E}_{11}^{(1)}(k_1, t, t')}{\partial k_1} \right) \Big|_{k_1=k}. \quad (2.40)$$

Le temps de cohérence correspondant à ces échelles est alors donné par :

$$\Theta(k, t) = \int_0^\infty \rho(k, t, t + \tau) d\tau. \quad (2.41)$$

On dispose ainsi de tous les concepts permettant d'atteindre l'objectif fixé au début dans le résumé.

2.2.4 Ce que doit alors fournir l'expérience

D'après ce qui précède, l'expérience doit nous permettre de mesurer les corrélations en deux points et deux temps $\overline{c\tilde{c}}(r_1, 0, 0, t, t')$ et $\overline{u_1\tilde{u}_1}(r_1, 0, 0, t, t')$, ainsi que ces mêmes corrélations pour deux instants identiques $\overline{c\tilde{c}}(r_1, 0, 0, t, t)$ et $\overline{u_1\tilde{u}_1}(r_1, 0, 0, t, t)$. On peut alors en déduire, par transformation de Fourier spatiale, les spectres en deux temps $\tilde{E}_c^{(1)}(k_1, t, t')$ et $\tilde{E}_{11}^{(1)}(k_1, t, t')$, à l'aide des relations 2.30 et 2.34, et obtenir par la même démarche les spectres en un seul temps $E_c^{(1)}(k_1, t)$ et $E_{11}^{(1)}(k_1, t)$. Les spectres $\tilde{E}_c(k, t, t')$ et $\tilde{E}(k, t, t')$ s'obtiennent alors à l'aide des relations 2.29 et 2.40, qui sont aussi utilisées pour obtenir les spectres $E_c(k, t)$ et $E(k, t)$. On obtient enfin les coefficients de corrélation $\rho_c(k, t, t')$ et $\rho(k, t, t')$ à partir des relations 2.28 et 2.38. Les techniques optiques de mesure détaillées dans le chapitre suivant, sont particulièrement bien adaptées à l'obtention de ces grandeurs.

Ces résultats expérimentaux vont ainsi permettre de connaître les coefficients de corrélation temporelle et les temps de cohérence des différentes échelles associées aux champs des fluctuations de vitesse et de concentration. La question qui se

pose alors est celle de la détermination et de la quantification des mécanismes qui sont à l'origine de la perte de cohérence mise en évidence par ces coefficients de corrélation. L'analyse expérimentale et phénoménologique de Comte-Bellot et Corrsin apporte une réponse à cette question pour le champ de vitesse, à travers une modélisation de ces mécanismes conduisant à une évaluation de leurs temps caractéristiques en total accord avec l'expérience. L'un des objectifs du présent travail, est de reprendre l'expérience et l'analyse phénoménologique de ces auteurs en utilisant des techniques optiques, et en les étendant au champ de concentration. Nous revenons sur cette phénoménologie dans le paragraphe suivant, où nous verrons que la seule mesure des spectres $E(k, t)$ associés aux fluctuations de vitesse, doit permettre de vérifier expérimentalement cette analyse pour le champ de concentration.

2.3 La phénoménologie de Comte-Bellot et Corrsin pour l'évolution de la cohérence temporelle des échelles et son extension aux champs de concentration

L'évolution d'un phénomène physique comme la cohérence des échelles associées au champ de vitesse ou de concentration est le résultat de l'action de plusieurs mécanismes. En turbulence, la plupart de ces derniers se traduit dans les équations par des termes inconnus nécessitant des modélisations (fermetures). En outre, comme souvent ces mécanismes ne sont pas du même ordre de grandeur, il est essentiel de pouvoir au moins les évaluer pour pouvoir les comparer. Les raisonnements qui suivent, reposent sur le fait que modéliser ou évaluer un mécanisme est équivalent à modéliser ou évaluer le temps caractéristique qui lui est associé, c'est à dire l'ordre de grandeur de l'intervalle de temps durant lequel il agit. Ils s'appliquent lorsque l'évolution du phénomène étudié est gouvernée par une équation différentielle du premier ordre en temps, comme c'est le cas des corrélations temporelles des fluctuations de vitesse et de concentration dans un écoulement turbulent. C'est ce point de vue qui est adopté par Comte-Bellot et Corrsin, car il se prête particulièrement bien aux comparaisons à l'expérience, pour des coefficients de corrélation temporelle en un point donné.

2.3.1 Rappels sur la notion de temps caractéristique associé à un mécanisme

Considérons une grandeur représentée par la fonction du temps $F(t)$. Son temps caractéristique $\theta(t)$ d'évolution à l'instant t , est défini comme l'ordre de grandeur du temps que met cette grandeur pour varier de $\delta F = |F(t)|$, en supposant que l'ordre de grandeur de sa dérivée temporelle reste le même durant cet intervalle de temps. Ainsi, en ordre de grandeur, on peut écrire :

$$\frac{\delta F}{\theta(t)} = \frac{|F|}{\theta(t)} \approx \left| \frac{dF}{dt} \right| \Rightarrow \frac{1}{\theta(t)} \approx \frac{1}{|F|} \left| \frac{dF}{dt} \right| \quad (2.42)$$

Supposons alors que $F(t)$ soit positive et croissante (pour fixer les signes, mais le raisonnement peut être repris avec des signes et des évolutions différentes), et que son évolution temporelle soit fournie par une équation différentielle du premier ordre de type :

$$\frac{dF}{dt} = m_1 + m_2, \quad (2.43)$$

dans laquelle m_1 et m_2 supposés positifs, représentent deux mécanismes. On peut alors poser :

$$\left. \frac{dF}{dt} \right|_{m_1} = m_1, \quad (2.44)$$

pour souligner la contribution du mécanisme m_1 au taux de variation temporelle de F . Le temps caractéristique associé à l'évolution de F à l'instant t est alors fourni d'après 2.42, en ordre de grandeur, par :

$$\frac{1}{\theta(t)} \approx \frac{1}{F} \frac{dF}{dt} = \frac{1}{F} (m_1 + m_2) \approx \frac{1}{F} \left. \frac{dF}{dt} \right|_{m_1} + \frac{1}{F} \left. \frac{dF}{dt} \right|_{m_2}, \quad (2.45)$$

en notant les ordres de grandeurs positifs comme les grandeurs elles-mêmes. Il est alors logique d'introduire le temps caractéristique θ_1 associé à l'influence du mécanisme m_1 , par :

$$\frac{1}{\theta_1} \approx \frac{1}{F} \left. \frac{dF}{dt} \right|_{m_1} = \frac{m_1}{F}, \quad (2.46)$$

de sorte que finalement, en faisant de même pour le mécanisme m_2 , on a d'après 2.45 :

$$\frac{1}{\theta} \approx \frac{1}{\theta_1} + \frac{1}{\theta_2}. \quad (2.47)$$

Si l'on connaît ou si l'on est capable de modéliser les différents temps θ_1 et θ_2 , on connaît alors $\theta(t)$, et l'évolution de $F(t)$ se déduit de 2.45 et de la condition initiale selon :

$$F(t) = F(0) e^{\int_0^t \frac{dy}{\theta(y)}}. \quad (2.48)$$

Ainsi, connaître ou modéliser le temps caractéristique d'évolution d'un phénomène revient à connaître ou modéliser le phénomène lui-même, si l'on dispose de sa valeur initiale.

On peut encore souligner que ces temps quantifient l'influence de chaque mécanisme dans l'évolution de F . En particulier, si le mécanisme m_2 domine, on doit avoir, en ordre de grandeur :

$$m_2 \gg m_1 \Leftrightarrow \frac{m_2}{F} \gg \frac{m_1}{F} \Leftrightarrow \frac{1}{\theta_2} \gg \frac{1}{\theta_1} \Leftrightarrow \theta_2 \ll \theta_1, \quad (2.49)$$

c'est à dire que le mécanisme dominant possède nécessairement le temps caractéristique le plus faible. On peut interpréter ce résultat en disant que l'autre mécanisme n'a pas le temps d'agir sur l'évolution de F pendant que le mécanisme dominant intervient, et donc est négligeable. Il est aussi équivalent d'après 2.47 de dire que θ est égal au plus petit temps caractéristique des mécanismes intervenant dans l'évolution de F . Quel que soit le point de vue adopté, comparer des mécanismes revient ainsi à comparer leur temps caractéristiques, et modéliser ces derniers revient à modéliser les mécanismes eux-mêmes.

2.3.2 Le temps caractéristique associé à l'évolution du coefficient de corrélation $\rho(k, t, t')$

On peut appliquer ces considérations au coefficient de corrélation $\rho(k, t, t') = \rho(k, t, t + \tau)$ en analysant son évolution avec τ , de sorte que 2.42 permet d'écrire, en utilisant le fait que ρ est a priori positif et doit décroître avec τ (ce que montre l'expérience) :

$$-\frac{1}{\rho(k, t, t + \tau)} \frac{\partial \rho(k, t, t + \tau)}{\partial \tau} = \frac{1}{\theta(k, t, t + \tau)} \Leftrightarrow \frac{\partial \rho(k, t, t + \tau)}{\partial \tau} = -\frac{\rho(k, t, t + \tau)}{\theta(k, t, t + \tau)}. \quad (2.50)$$

On en déduit :

$$\rho(k, t, t + \tau) = \rho(k, t, t) e^{-\int_t^{t+\tau} \frac{dy}{\theta(k, t, t+y)}}. \quad (2.51)$$

Comme d'après 2.27, 2.28, 2.38 et 2.39 :

$$\rho(k, t, t) = 1,$$

il vient finalement :

$$\rho(k, t, t + \tau) = e^{-\int_0^\tau \frac{dy}{\theta(k, t, t+y)}}. \quad (2.52)$$

Pour simplifier l'analyse et aller plus loin, on peut considérer le cas particulier où la turbulence est en plus statistiquement stationnaire (comme le font Comte-Bellot et Corrsin pour leurs raisonnements), ce qui implique :

$$\rho(k, t, t + \tau) = \rho(k, 0, \tau) = \tilde{\rho}(k, \tau); \theta(k, t, t + y) = \tilde{\theta}(k, y). \quad (2.53)$$

Ces simplifications conduisent alors à :

$$\tilde{\rho}(k, \tau) = e^{-\int_0^\tau \frac{dy}{\tilde{\theta}(k, y)}}. \quad (2.54)$$

Dans ce cas particulier, les mécanismes qui participent à la perte de cohérence temporelle, tant des échelles du champ de vitesse que celles du champ de concentration, sont évidemment indépendants du temps en moyenne, mais pas de l'intervalle τ a priori. Si l'on suppose toutefois en plus qu'ils ne dépendent pas de τ , alors $\tilde{\theta}$ ne dépend que de k , et il vient finalement :

$$\tilde{\rho}(k, \tau) = e^{-\frac{\tau}{\tilde{\theta}(k)}} = f\left(\frac{\tau}{\tilde{\theta}(k)}\right). \quad (2.55)$$

Ces hypothèses imposent même à la fonction f d'être une exponentielle. Ce comportement de similitude traduit par 2.55, est bien vérifié par les résultats expérimentaux de Comte-Bellot et Corrsin. Pour mettre en évidence un tel comportement de similitude, les auteurs proposent un modèle de temps caractéristique $\tilde{\theta}(k)$ reposant sur une phénoménologie rappelée dans le paragraphe suivant. Plus précisément, comme la turbulence de grille étudiée par ces auteurs n'est pas statistiquement stationnaire (ce qui est aussi le cas dans notre expérience), ces auteurs remplacent $\frac{1}{\tilde{\theta}(k)}$ par sa moyenne sur l'intervalle $[t_0, t_0 + \tau]$, c'est à dire par $\frac{1}{\tau} \int_{t_0}^{t_0+\tau} \frac{dt_1}{\tilde{\theta}(k, t_1)}$ pour tenir compte du déclin de l'énergie de la turbulence en aval de la grille. On vérifie alors avec leur modèle pour θ , que l'on a bien :

$$\rho(k, t_0, \tau) = f\left(\int_{t_0}^{t_0+\tau} \frac{dt_1}{\theta(k, t_1)}\right),$$

et même :

$$\rho(k, t_0, \tau) = e^{-\frac{1}{4} \int_{t_0}^{t_0+\tau} \frac{dt_1}{\theta(k, t_1)}}.$$

sauf pour les plus petites valeurs de k correspondant à des nombres d'ondes inférieurs à celui qui correspond au pic du spectre $E(k, t)$ (figure 4.17).

L'hypothèse fondamentale faite pour obtenir le résultat de similitude 2.55 est seulement l'indépendance du temps caractéristique $\theta(k)$ vis à vis de τ , la turbulence étant statistiquement stationnaire. Cela revient à supposer que les mécanismes qui gouvernent l'évolution de $\tilde{\rho}(k, \tau)$ dans ce cas particulier ne dépendent pas de ce dernier paramètre, c'est à dire qu'ils agissent de la même manière durant toute la durée de l'intervalle de temps τ . Manifestement, les résultats de Comte-Bellot et Corrsin militent clairement en ce sens, sauf pour les petits nombres d'onde.

Dans ce qui suit, nous rappelons les différents mécanismes pris en compte par Comte-Bellot et Corrsin pour proposer un modèle du temps caractéristique θ associé à la perte de cohérence des différentes échelles du champ des fluctuations de vitesse. Il est clair que nous serons conduits à la même analyse pour l'étude de la perte de cohérence du champ des fluctuations de concentration, d'où l'importance des raisonnements qui suivent. En effet, aux mécanismes de diffusion moléculaires près, la dynamique du champ des fluctuations de concentration, est entièrement dominée par celle des fluctuations de vitesse. D'un certain point de vue, elle est même plus simple, car elle est linéaire vis à vis de la concentration.

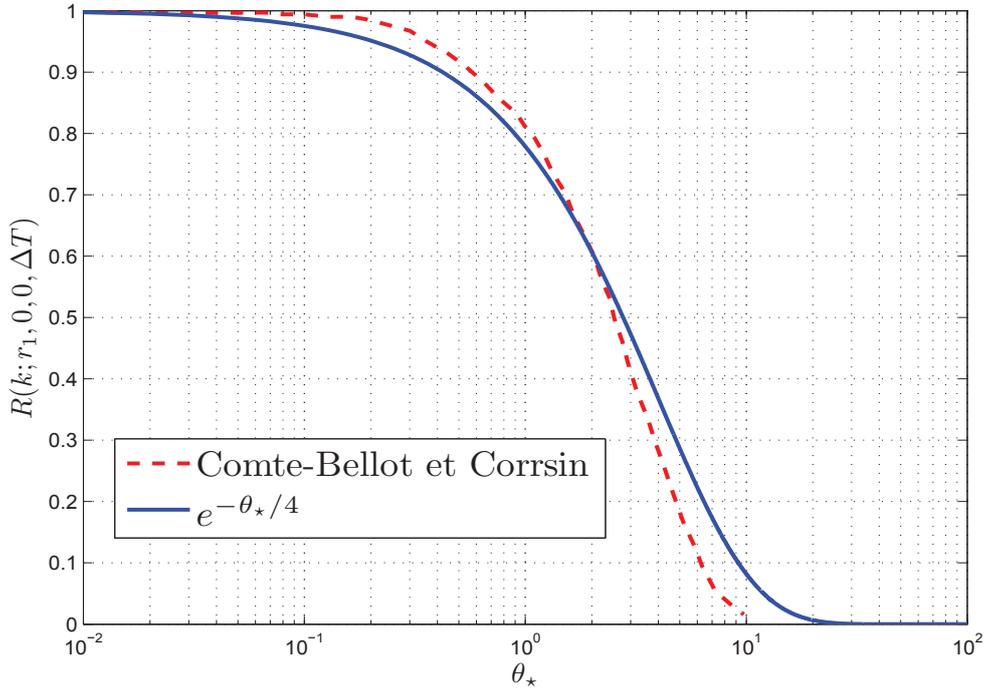


FIGURE 2.1 – Coefficient de corrélation temporel eulérien de la boîte de turbulence suivie à la vitesse \overline{U}_1 , tiré de l'expérience (Comte-Bellot et Corrsin [26]). θ_* est une variable sans dimension utilisée pour tenir compte du déclin le long du tunnel.

2.3.3 Les mécanismes gouvernant l'évolution du coefficient de corrélation $R(k, t; t' = t + \tau)$ et les modèles de leur temps caractéristique proposés par Comte-Bellot et Corrsin

On notera sans distinction $\rho(k, t, t + \tau)$ le coefficient de corrélation temporelle associé au champ filtré en nombres d'onde des fluctuations de vitesse ou de concentration, c'est à dire associé à des échelles spatiales de taille $l \approx 1/k$, où $k = \|\vec{k}\|$. Il est clair que son évolution relève d'une équation aux dérivées partielles du premier ordre en temps que l'on peut écrire a priori :

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} = \text{somme des différents mécanismes d'évolution de } \rho.$$

Que l'on sache ou non écrire le second membre de cette équation (on sait évidemment le faire), on peut affirmer que la majorité des termes du second membre sera inconnue et exigera une modélisation. Par suite, pour évaluer le temps caractéristique $\theta(k, t; \tau)$ associé à l'évolution de ρ , on peut se contenter, comme le font Comte-Bellot et Corrsin, de dresser la liste des ces mécanismes, et d'en modéliser les temps caractéristiques, ce qui revient à modéliser ces mécanismes eux-mêmes, comme on l'a vu précédemment. Le temps cherché est alors tel que son inverse est la somme des inverses des temps associés à ces mécanismes, conformément à (2.49). Cette liste, qui repose sur une forme générale de toutes les équations de

moments de la turbulence, et qui fait appel à la phénoménologie de la turbulence statistiquement homogène et isotrope, est la suivante pour les échelles associées à une valeur donnée de k :

1. Convection par des échelles de taille supérieure à $1/k$ de temps θ_c
2. Distortion et rotation locale par ces mêmes échelles de temps θ_s
3. Diffusion turbulente par des échelles de taille inférieure à $1/k$ de temps θ_{dT}
4. Diffusion moléculaire au niveau des plus petites échelles du champ de vitesse, de temps θ_{mv}
5. Mécanismes particuliers pour les échelles du champ de concentration, qui sont plus petites que l'échelle de Kolmogoroff lorsque le nombre de Schmidt est sensiblement supérieur à l'unité, ce qui est le cas de la présente expérience. Le nombre de Schmidt est un nombre sans dimension qui permet de comparer les effets de diffusion à ceux dû à la viscosité est se définit comme $Sc = \nu/D$, avec D le coefficient de diffusivité moléculaire et ν la viscosité cinématique.

La modélisation des quatre premiers temps, proposé par Comte-Bellot et Corrsin, et que nous rappelons ici, est alors la suivante :

a) La convection par de plus grandes échelles (donc par de plus petits nombres d'onde k) possède un temps θ_c tel que l'on ait dimensionnellement et en respectant le sens physique de ce mécanisme :

$$\frac{1}{\theta_c} \approx U|_{<k} \frac{\partial}{\partial x},$$

où U représente l'échelle de vitesse associée à cet ensemble d'échelles. On peut évaluer cette dernière par :

$$U|_{<k} \approx \sqrt{\int_0^k E(p, t) dp}, \tag{2.56}$$

c'est à dire la racine carrée de l'énergie moyenne des fluctuations de vitesse associées aux nombres d'onde inférieurs à k . La dérivée spatiale qui concerne les échelles de taille $l \approx 1/k$ peut s'évaluer en considérant que dans un écoulement turbulent, une grandeur de taille l ne varie sensiblement que sur cette distance. Par suite, on peut écrire :

$$\frac{1}{\theta_c} \approx U|_{<k} \frac{\partial}{\partial x} \approx \frac{U}{l} \approx k \sqrt{\int_0^k E(p, t) dp} = \left(k^2 \int_0^k E(p, t) dp \right)^{1/2}. \tag{2.57}$$

b) Les taux de déformation ou de rotation locale, associés à de plus grandes échelles, qui sont respectivement les parties symétriques et antisymétriques du tenseur gradient de vitesse, de dimension $\frac{\partial U}{\partial x}$. En considérant qu'en turbulence, ces taux sont

en moyenne quadratique du même ordre, on peut évaluer ce gradient par la racine carrée de l'énergie moyenne des fluctuations de gradient de vitesse de cette gamme de nombres d'onde, soit :

$$\left. \frac{\partial U}{\partial x} \right|_{<k} \approx \sqrt{\int_0^k p^2 E(p, t) dp} = \left(\int_0^k p^2 E(p, t) dp \right)^{1/2}. \quad (2.58)$$

On rappelle en effet que, dans une turbulence homogène et isotrope, on a :

$$\overline{\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}} = \int_0^\infty p^2 E(p, t) dp,$$

qui représente la moyenne quadratique des gradients de vitesse, et qui met en jeu l'ensemble des nombres d'onde, dont (2.58) traduit uniquement la contribution de ceux qui sont inférieurs à k . Comme l'inverse du temps caractéristique d'un taux de déformation ou d'un taux de rotation est égal à l'intensité de ce taux, on a donc aussi :

$$\frac{1}{\theta_s} \approx \left. \frac{\partial U}{\partial x} \right|_{<k} \approx \left(\int_0^k p^2 E(p, t) dp \right)^{1/2}.$$

c) La diffusion turbulente des échelles $l \approx 1/k$ par des échelles plus petites, donc des nombres d'onde supérieurs à k comme tout processus de diffusion, met en jeu un temps θ_{dT} , tel que :

$$\frac{1}{\theta_{dT}} \approx \left. \frac{\nu_T}{l^2} \right|_{<k} \approx k^2 \nu_T|_{<k}, \quad (2.59)$$

où $\nu_T|_{<k}$ est le coefficient de diffusion global résultant de l'action des nombres d'onde supérieurs à k . Or, un coefficient de diffusion peut toujours être exprimé comme le produit d'une distance moyenne de transport par une échelle moyenne de vitesse de transport sur cette distance. De ce point de vue, on peut dire qu'une échelle de taille $1/p$ associée à l'intervalle δp transporte sur une distance égale à sa taille, avec une vitesse dont l'ordre de grandeur est $\sqrt{E(p, t)\delta p}$. Elle correspond alors au coefficient de diffusion $\frac{\sqrt{E(p, t)\delta p}}{p}$. Toutefois, il n'est pas possible d'exprimer simplement la contribution diffusivité de tous les nombres d'onde supérieurs à k avec cette évaluation, qui fait apparaître l'élément différentiel δp sous une racine carrée. Pour éviter cette difficulté, on peut raisonner avec son carré $\frac{E(p, t)\delta p}{p^2}$, et on obtient cette contribution par sommation :

$$\nu_T^2|_{>k} \approx \int_k^\infty \frac{E(p, t)}{p^2} dp.$$

On en déduit alors de (2.59) :

$$\frac{1}{\theta_{dT}} \approx k^2 \sqrt{\int_k^\infty \frac{E(p, t)}{p^2} dp} \approx \left(k^4 \int_k^\infty \frac{E(p, t)}{p^2} dp \right)^{1/2}.$$

d) La diffusion moléculaire ν , qui n'intervient qu'au niveau des échelles voisines de l'échelle de Kolmogoroff, est associée au temps caractéristique θ_{mv} , tel que :

$$\frac{1}{\theta_{mv}} = \frac{\nu}{l^2} = \nu k^2 \quad (2.60)$$

e) Il faut noter que, pour un champ de concentration associé à un nombre de Schmidt supérieur à 1, comme c'est le cas dans la présente expérience, il existe des échelles spatiales du champ de concentration, qui sont plus petites que l'échelle de Kolmogoroff $\eta = \left(\frac{\nu^3}{\bar{\epsilon}}\right)^{1/4}$ et dont la plus petite taille est de l'ordre de l'échelle de Batchelor $\eta_c = \left(\frac{\nu D^2}{\bar{\epsilon}}\right)^{1/4}$. Ces échelles subissent a priori les trois premiers mécanismes précédents de la part du champ de fluctuations de vitesse, mais elles correspondent à des valeurs de k pour lesquelles il n'y a plus de fluctuations de vitesse, de sorte que pour ces échelles, donc pour $k \gg 1/\eta$, on aura :

$$\begin{aligned} \frac{1}{\theta_c} &\approx (k^2 \int_0^\infty E(p, t) dp)^{1/2} \approx k \sqrt{q^2}, \\ \frac{1}{\theta_s} &\approx \left(\int_0^\infty p^2 E(p, t) dp\right)^{1/2} \approx \sqrt{\frac{\bar{\epsilon}}{\nu}}, \\ &\frac{1}{\theta_{dT}} = 0, \\ &\frac{1}{\theta_{mD}} = Dk^2. \end{aligned}$$

Il est alors clair que le temps caractéristique $\theta(t)$ est donné par la relation (2.49), qui prend la forme :

$$\frac{1}{\theta(t)} = \frac{1}{\theta_c(t)} + \frac{1}{\theta_s(t)} + \frac{1}{\theta_{dT}(t)} + \frac{1}{\theta_{mv}(t)} \left(+ \frac{1}{\theta_{mD}(t)} \right)$$

le dernier terme entre parenthèses ne devant intervenir que pour un champ de concentration lorsque le nombre de Schmidt est grand devant l'unité, et pour les plus grands nombres d'ondes, proches de ceux qui sont associés à l'échelle de Batchelor.

2.3.4 Les mesures à effectuer

La présente expérience est ainsi conçue pour fournir les mesures des coefficients de corrélation $R(k, t, t + \tau)$ et $R_c(k, t, t + \tau)$, ainsi que des différents spectres $E(k, t)$ associés au champ de vitesse, de manière à déterminer les temps modélisés conformément aux relations précédentes et obtenir un modèle de $\theta(k, t)$. Cela permet aussi de mettre en évidence, pour chaque valeur de k , le temps le plus faible, qui correspond au mécanisme dominant la perte de corrélation pour cette gamme de

nombres d'onde. Le modèle est enfin confronté à l'expérience, en traçant les coefficients de corrélation en fonction de $\frac{\tau}{\theta(k,t)}$. La modélisation de ces différents temps et la phénoménologie sur laquelle elle repose seront alors pleinement validées si, pour le champ de concentration, on obtient une courbe unique, comme pour le champ des fluctuations de vitesse.

Installation expérimentale et techniques de mesure

Sommaire

3.1	L'installation et la métrologie	33
3.1.1	Le canal	33
3.1.2	La grille et les injecteurs	33
3.2	La métrologie	37
3.2.1	VIP	37
3.2.1.1	La VIP	38
3.2.1.2	Le traitement des images	40
3.2.1.3	Présentation de la VIP en deux points et en deux temps	47
3.2.2	FIPL	52
3.2.2.1	Principe de la méthode	53
3.2.2.2	Mesure par FIPL	59
3.2.2.3	Erreurs intrinsèques à notre expérience	69

Nous présentons dans ce chapitre l'installation expérimentale dans laquelle se situe ce travail, ainsi que la métrologie utilisée pour la mesure des champs de vitesse et de concentration.

On rappelle que l'objectif est d'étudier une turbulence mettant en jeu des fluctuations de vitesse et de concentration d'un scalaire passif, ces deux champs devant se trouver dans une situation la plus proche possible d'un état statistique homogène et isotrope.

3.1 L'installation

3.1.1 Le canal

L'expérience menée dans ce travail est réalisée dans un canal à eau de grande dimension, reproduction à l'échelle d'un canal de plus faible dimension utilisé pour la mise au point des métrologies utilisées ici ([86], [87] ou [51]). La raison principale du choix d'un canal à eau (et non d'une soufflerie) pour faire nos mesures se précise quant à l'objectif final qui se situe au-delà de ce travail de thèse : l'étude de l'influence de la turbulence sur les réactions chimiques. Il est plus raisonnable d'utiliser des produits chimiques dans l'eau plutôt que dans l'air pour la métrologie optique développée au LMFA. De plus, l'ensemencement en traceurs pour les mesures de vitesse et de concentration est plus aisé dans l'eau que dans l'air. La veine de mesure utilisable, en verre d'épaisseur 1 cm, présente une section carrée de 20 cm par 20 cm, suffisante pour que l'on ne soit pas gêné par les couches limites lors de mesures au centre du canal sur une distance à la grille de l'ordre de 4 m. La veine est modulée en deux parties de 2m chacune. Les deux parties sont raccordées à l'aide de brides. La modularité ainsi permise est précieuse si l'on veut introduire des sondes dans l'écoulement (films chauds). La veine de 4m de long utilisable se poursuit dans une cuve de neutralisation chimique (schéma 3.1). Cela permet d'éviter tout phénomène de retour en fin de zone mesurable. On peut la faire fonctionner par rafale avec la cuve intérieure (pour la chimie) ou en continu avec la cuve extérieure. Nous utilisons ce dernier mode de fonctionnement, on est alors en circuit fermé.

L'écoulement dans le canal a été caractérisé par Anémométrie Doppler Laser (ADL) et par Vélocimétrie par Images de Particules (VIP). La vitesse moyenne de l'écoulement peut être comprise dans la gamme $0, 2m.s^{-1} - 2, 3m.s^{-1}$, et en régime turbulent les fluctuations à 50 mailles de la grille de turbulence sont de l'ordre de 2% de la vitesse moyenne.

3.1.2 La grille et les injecteurs

La turbulence est engendrée dans notre expérience par une grille. Les barreaux de la grille créent des sillages qui interagissent afin de créer un écoulement turbulent. La grille de turbulence est construite pour avoir une solidité de 0.44. Suite au travail de Corrsin [79], la plupart des expérimentateurs utilisent une solidité de grille de 0.44 dans l'eau et de 0.33 dans l'air. La solidité d'une grille est définie

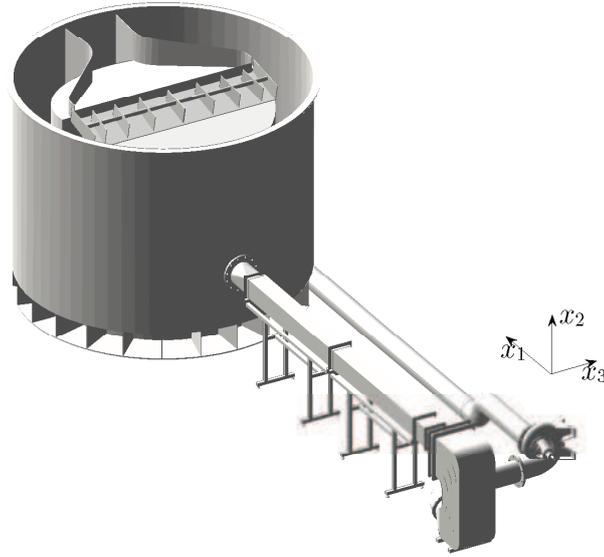


FIGURE 3.1 – Schéma d'ensemble du canal.

comme :

$$\sigma = \frac{\text{surface de la grille vue de face dans le plan } (Ox_2x_3)}{\text{surface de section transversale de la veine}} \quad (3.1)$$

Si, comme dans la figure (3.2), e est l'épaisseur d'un barreau de la grille, l la largeur de la veine, et M la taille de la maille, on obtient :

$$\sigma = \left(\frac{e}{M}\right) \left(2 - \frac{e}{M}\right) = \frac{(M + e)^2 - M^2}{M^2} \quad (3.2)$$

Nous avons préparé deux grilles. Pour la première $e = 5$ mm et $M = 20$ mm, pour la seconde $e = 2,5$ mm et $M = 10$ mm. Nous n'avons finalement pas utilisé la première grille car le temps intégral correspondant à la surface sous la courbe des corrélation spatio-temporelles serait trop grand par rapport au temps de traversée de la veine $\Theta_{u_1} \gg L/\bar{U}$. Une telle grille, pour le même régime, nécessiterait donc une veine plus longue pour conduire une décorrélation temporelle complète du champ des fluctuations de vitesse. Pour l'étude de concentration, nous avons mis en place une grille semblable à celle utilisée pour la mesure de vitesse avec présence d'injecteurs de diamètre 0,5 mm et 1 cm de long. Ces injecteurs sont disposés au centre de chacun des noeuds des barreaux horizontaux de la grille.

Chaque barreau horizontal de la grille est relié à une micro-pompe placée dans une cuve contenant la solution à injecter. Elle même est située en hauteur de façon à maximiser le débit. La pompe a un rôle de régulation et stationnarise le débit. On mesure le débit d'injection des injecteurs d'un barreau par un rotamètre. Chaque barreau a ainsi un rotamètre. On injecte la solution à la même vitesse que l'écoulement principal. On a vérifié que l'injection ne perturbait pas l'écoulement en mesurant le champ de vitesse avec ou sans injection d'eau.

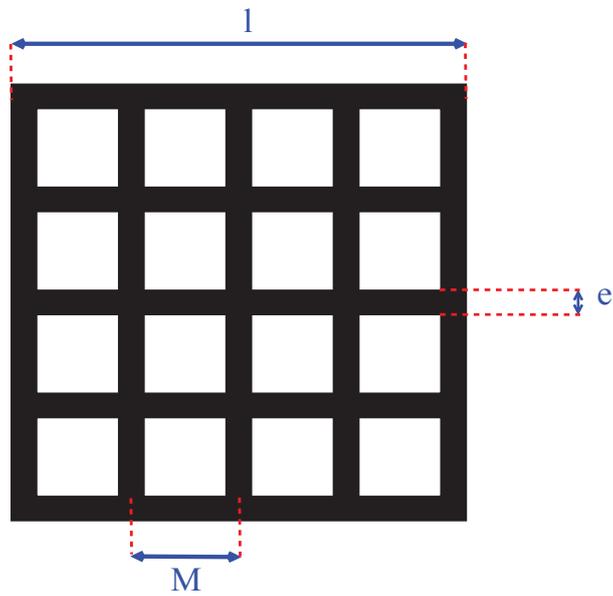


FIGURE 3.2 – Schéma d'une grille.

FIGURE 3.3 – Grille d'injection utilisée pour la dynamique et la concentration.

FIGURE 3.4 – Grille d'injection : détails des injecteurs.

3.2 La métrologie

3.2.1 Mesures de vitesse

Introduction

D'emblée notons une différence fondamentale entre les mesures de Comte-Bellot et Corrsin (CBC71) effectuées avec des fils chauds et nos mesures par VIP : cette dernière est de nature spatiale alors qu'elle est temporelle pour les fils chauds. On note, pour les mesures d'incrément de vitesse présentées au chapitre 6 que la VIP en deux points et deux temps permet de suivre des structures turbulentes dans la limite où elles restent dans le plan. Cela est réalisé ici car la turbulence est de quelques pourcent de la vitesse moyenne, et le plan laser est relativement épais. Ces structures sortent du plan, d'autant plus que le temps entre deux instants est grand.

Pour accéder à la vitesse de l'écoulement d'un fluide plusieurs techniques sont possibles : ponctuelle, planaire ou volumique. On cite ci-après quelques méthodes utilisées pour accéder à la vitesse. Nous détaillerons ensuite la Vélocimétrie par Images de Particules (VIP) en regard des avantages qu'elle apporte par rapport aux autres méthodes puisque nous allons l'utiliser lors de cette étude pour la mesure des temps caractéristiques de la turbulence.

Le tube de Pitot est un manomètre différentiel. Il permet d'accéder à la vitesse moyenne d'un écoulement via une mesure de pression par la formule : $v = \sqrt{\frac{2 \times \Delta P}{\rho}}$ où v est la vitesse, ΔP la différence de pression et ρ la masse volumique du fluide. Il ne permet pas d'accéder aux fluctuations de vitesse pour l'étude de la turbulence. Le fil chaud (ou film chaud) permet d'accéder à la vitesse de manière ponctuelle, avec un très bon échantillonnage temporel, ainsi qu'avec une bonne résolution spatiale. C'est cette technique que Comte-Bellot et Corrsin (CBC71) ont utilisé dans l'air. Cette technique est intrusive, la sonde étant introduite dans l'écoulement. C'est une restriction pour les mesures en deux points deux temps que nous voulons faire, où le sillage de la sonde située en amont perturberait celle située en aval pour des temps très proches. CBC71 ont dû corriger leurs signaux afin d'obtenir des mesures en des points proches.

A l'heure actuelle, les techniques optiques sont souvent préférées pour les mesures de turbulence car le capteur se trouve à l'extérieur de l'écoulement. Elles sont dites non intrusives et ne "perturbent" pas l'écoulement. Des particules très petites (par rapport aux échelles qui caractérisent l'écoulement) ensemencent l'écoulement en suivant les trajectoires fluides.

L'ALD (Anémométrie Laser Doppler) est la technique de mesure de vitesse optique ponctuelle la plus utilisée. Elle est basée sur la mesure du décalage en fréquence d'un réseau de franges perturbées lors du passage de particules marquant l'écoulement. On obtient un signal temporel de vitesse échantillonné à très haute fréquence mais de façon aléatoire, contrairement au fil chaud. Elle nécessite donc

un rééchantillonnage du signal qui est complexe pour des mesures de turbulence "fines".

3.2.1.1 La VIP

La Vélocimétrie par Images de Particules (VIP ou PIV en anglais pour Particle Image Velocimetry) permet d'accéder à une cartographie 2D des champs de vitesses instantanés. Il consiste à enregistrer des images de particules-traceurs introduites dans l'écoulement, éclairées par une fine tranche de lumière à des instants successifs. On détermine ensuite la distance parcourue par ces particules par analyse d'images. C'est une technique optique non intrusive dans le sens où aucune sonde n'est introduite dans l'écoulement. L'analyse des images de particules qui sont à l'intersection du plan lumineux et de l'écoulement est basée sur la corrélation d'images de particules aux instants successifs.

Cette technique de mesure est par exemple détaillée dans le livre de Raffel et Al [60]. Nous aborderons la technique afin d'évaluer la difficulté de son utilisation pour nos mesures.

La VIP est une technique mature (Raffel et al [60], Stanislas et al [[62], [63]], Scarano [22], Keane et al [73]) et a été développée à partir des années 80. La VIP rapide est maintenant utilisée pour des applications complexes comme le suivi de structures [16],[35]. La VIP fournit les deux composantes U_1 et U_2 , dans un plan (la troisième U_3 pouvant être obtenue par stéréo), des champs de vitesse instantanés. On est alors capable de "figer" un champ de l'écoulement étudié et donc en turbulence les structures turbulentes du champ. La création des plans se fait à l'aide de pulses laser dont les faisceaux ont été disposés de façon à générer une "tranche" lumineuse la plus fine possible. Les pulses lasers sont de l'ordre de 10 ns. On peut donc, en théorie, filtrer spatialement au sens de Fourier ces structures selon leurs tailles si on les suppose inversement proportionnelles aux nombres d'onde de la transformée de Fourier. Contrairement au fil chaud, on filtre une structure non déformée dans le temps. On peut ainsi réaliser les mesures en deux points et en deux temps glissants de Comte-Bellot et Corrsin [26] et on peut combiner deux systèmes VIP, en vue de faire des corrélations spatio-temporelles, en deux points et en deux temps, dans une turbulence homogène quasi-isotrope porteuse ou non, de scalaire passif.

Pour l'ensemencement de l'écoulement on utilise de petites particules solides, petites devant l'échelle de Kolmogoroff. Une hypothèse de la VIP est que la particule reste toujours dans la même particule fluide afin que l'on puisse dire qu'elle suit le mouvement du fluide. Les limites quant à la validité de cette hypothèse ont été longuement étudiées (Keane et al [73], S. Simoëns [86], Raffel et al [61]). Nous utiliserons pour notre part, des particules fluorescentes [85] dont la taille d_p est de l'ordre de 10 μm et la densité ρ_p de l'ordre de 3 $g.cm^{-3}$.

Acquisition des images Pour obtenir des images des particules, nous devons créer un plan lumineux intersectant l'écoulement. Les particules traversant ce plan diffuseront la lumière et pourront être enregistrées par une caméra CCD ou CMOS.

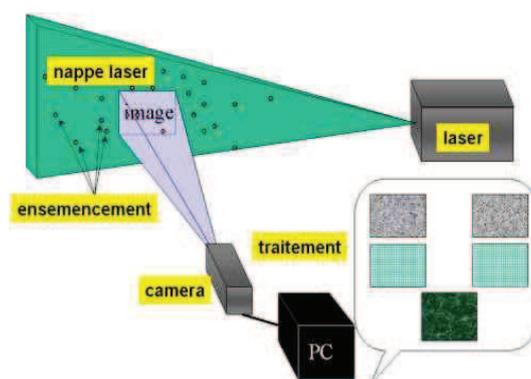


FIGURE 3.5 – Schéma de principe de la VIP. Image Dantec Dynamics.

L'axe de l'objectif de la caméra est placé perpendiculairement à la tranche lumineuse (figure 3.5).

Nous utilisons des lasers YAGs pour la création de cette tranche. L'énergie du laser par pulse est de l'ordre de 150 mJ. Cela nous permet d'avoir une énergie suffisante, au sein du volume d'intérêt, afin que les particules rémettent suffisamment de lumière pour l'enregistrement.

Les images des particules à différents instants successifs peuvent être soit enregistrées sur un même support (multi-exposition), soit sur des supports différents (exposition simple). Dans le premier cas, l'enregistrement sera analysé par auto-corrélation. Dans le second, on aura recours à l'inter-corrélation. L'intervalle de temps Δt séparant l'enregistrement de deux images d'une même particule est à ajuster en fonction du régime étudié, de la taille des images de particules, de leur mouvement 3D. Nous reviendrons sur ces détails plus loin.

On se sert ici de caméras doubles trames, capables d'enregistrer deux images successives séparées d'un laps de temps minimum de l'ordre de quelques microsecondes. Un exemple d'enregistrement pris par cette technique est illustré sur la figure 3.6 pour nos expériences.

Une caméra de ce type est synchronisée à deux lasers YAGs de façon à prendre des images du champ éclairé au moment des pulses des lasers qui ont une durée inférieure à 10 ns. Nous utilisons ici une analyse par inter-corrélation. Le schéma temporel de synchronisation en mode inter-corrélation d'images est illustré sur la figure 3.7. Un signal TTL est émis dans le but de déclencher l'accumulation d'énergie de la cavité du premier laser. L'événement est noté FL1. Un second signal TTL est envoyé au laser afin de déclencher le tir de l'énergie accumulée. L'événement est noté QS1. Entre ces deux instants l'intervalle de temps est de l'ordre de 100 ns. Un signal trigger caméra est envoyé pour l'ouverture de la première trame de la caméra. Le capteur est alors illuminé par la lumière diffusée par les particules. L'acquisition sur la première trame de la caméra est fixée par les contraintes expérimentales. La caméra vide les charges électriques qu'elle a accumulées pendant la 1ère phase (notre image) en même temps qu'elle acquiert l'image de la seconde trame. On ne peut donc reprendre une autre paire d'images qu'après ce transfert d'image. Le temps d'exposition de la deuxième trame n'est pas contrôlé par l'utilisateur et est beaucoup plus long en général (et dans notre cas) que celui de la

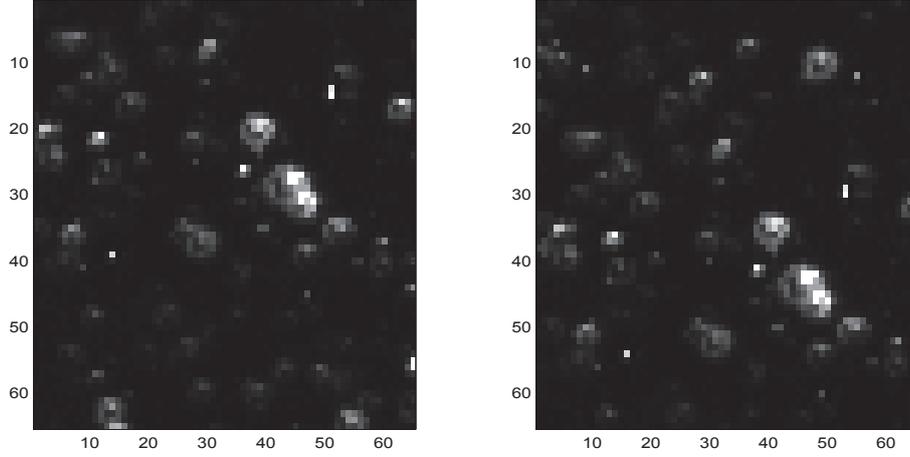


FIGURE 3.6 – Doublet d’images successives correspondant à une zone d’interrogation de 64×64 pixels au sein d’une image type de notre expérience.

première trame. La cadence d’acquisition est, pour le système que l’on utilise au laboratoire, au maximum de 4 Hz. Le temps Δt , réglé par l’utilisateur est un laps de temps durant lequel les particules se déplacent. Il correspond au temps entre QS1 et QS2, le tir de l’énergie accumulée par le second laser. Les systèmes commerciaux sont de plus capables de gérer la synchronisation de deux systèmes VIP. Cette explication est importante en vue de combiner deux systèmes d’acquisition VIP pour nos mesures spatio-temporelles.

3.2.1.2 Le traitement des images

Deux objets sont corrélés dès qu’ils ont un certain degré de ressemblance. En mathématique, la corrélation est une grandeur statistique qui permet de mesurer le degré de ressemblance de deux séries de variables aléatoires. Le coefficient de corrélation de deux séries de variables aléatoires (X_i) et (Y_i) avec $i = 1, N$ est défini par :

$$R = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i' - \bar{x}_i) \times (y_i' - \bar{y}_i)}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (x_i' - \bar{x}_i)^2 \times \sum_{i=1}^N (y_i' - \bar{y}_i)^2}} \quad (3.3)$$

On a :

1. $+1 \leq R \leq 1$
2. $R = +1$ si $x_i = y_i, \forall i \in [1, N]$
3. $R = -1$ si $(x_i - \bar{x}_i) = -(y_i - \bar{y}_i), \forall i \in [1, N]$.

En traitement du signal, on se sert, entre autre, des maxima de corrélations pour extraire des informations proches.

En VIP, on utilise l’inter-corrélation 2D à partir de paires d’images de particules.

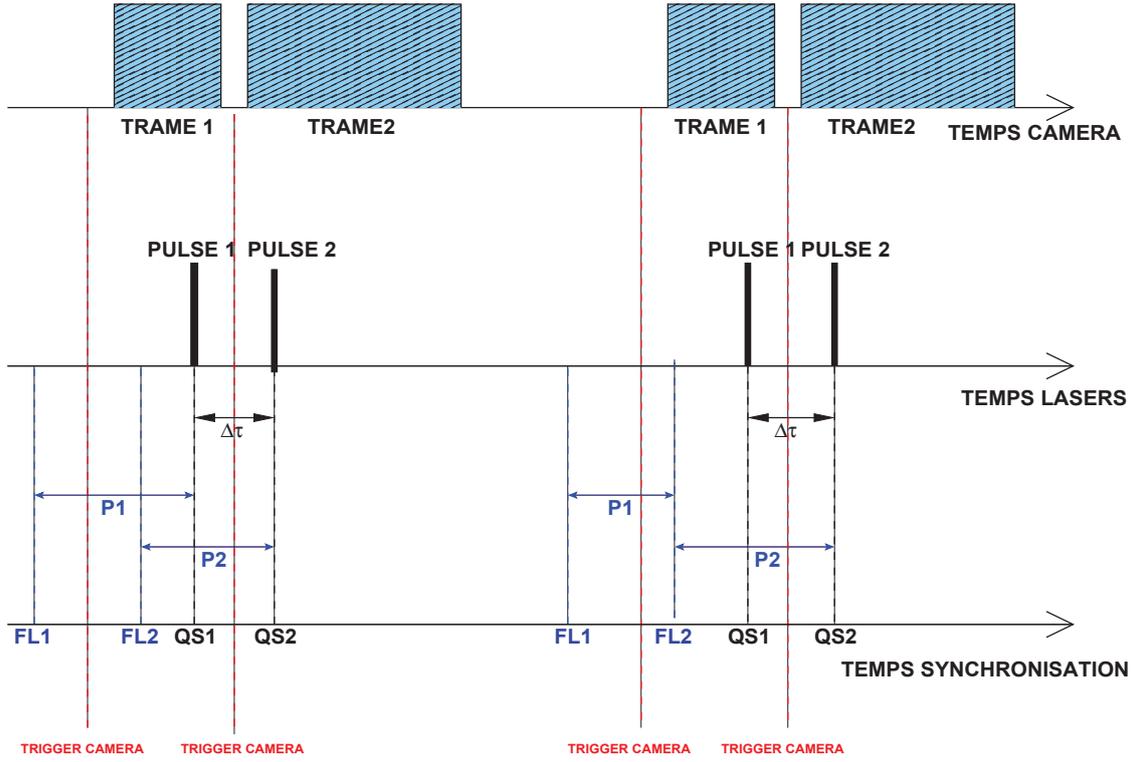


FIGURE 3.7 – Schéma de principe de la synchronisation VIP inter-corrélation.

L'inter-corrélation d'images (ou corrélation croisée) est la corrélation d'une image par une autre image décalée par rapport à la première. C'est en fait le produit de convolution de ces deux signaux.

C'est l'analyse systématique que l'on utilise en VIP pour trouver le déplacement majoritaire des particules. (voir la figure 3.8)

$$R_{12}(i, j) = \frac{\sum_{x=1}^N \sum_{y=1}^M I_1(x, y) I_2(x + i, y + j)}{\sqrt{\sum_{x=1}^N \sum_{y=1}^M I_1^2(x, y) \sum_{x=1}^N \sum_{y=1}^M I_2^2(x, y)}} \quad (3.4)$$

Le théorème de Wiener-Khintchine nous donne la relation suivante :

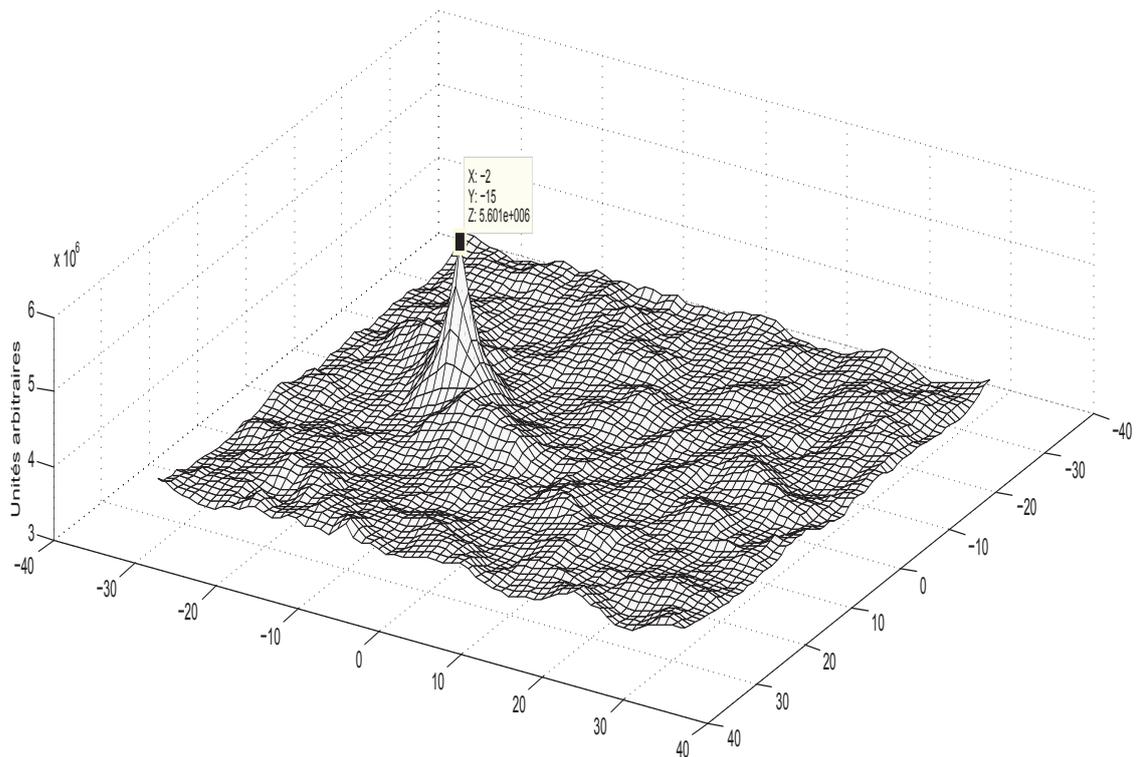
$$R_{x,y} = \text{Re} \{ IFT ([FT(I) \times FT(I)^*]) \} \quad (3.5)$$

où Re dénote la partie réelle, le symbole $*$ le conjugué, FT la transformée de Fourier 2D, IFT la transformée de Fourier inverse 2D et I une matrice 2D correspondant aux images de particules.

On utilisera des Transformées de Fourier Rapides (Fast Fourier Transform ou FFT) pour gagner en temps de calcul avec la formule issue de 3.5 :

$$R_{12} = IFFT [\Re (FFT(I_1(x, y)) \times FFT(I_2(x, y))^*)] \quad (3.6)$$

où le symbole $*$ indique le conjugué complexe, $IFFT$ marque la transformée de Fourier rapide inverse 2D, FFT la transformée de Fourier rapide 2D, \Re la partie réelle, $I_1(x, y)$ une première carte d'intensité et $I_2(x, y)$ une deuxième carte d'intensité pour $(x, y) \in [N, M]$.

FIGURE 3.8 – Inter-corrélation d’une zone d’interrogation de 64×64 pixels.

La fonction d’inter-corrélation se caractérise par la présence d’un pic principal correspondant à la superposition de l’image 1 sur l’image 2 pour un déplacement $(\Delta x, \Delta y)$ (figure 3.8). On a les propriétés suivantes :

- Présence d’un seul pic (de hauteur N) permettant de déterminer directement la direction et le sens du vecteur vitesse.
- Pas de pic central : la détermination des vitesses quasiment nulles ne pose pas de problème.
- Le bruit est généré par N images de particules, et est proportionnel à N^2 (N^2 pics de hauteur 1). Le rapport signal sur bruit devient au moins deux fois meilleur que celui obtenu lors de l’auto corrélation.

Les méthodes de corrélation croisées permettent de retrouver le nombre entier de pixels le plus proche des déplacements $(\Delta x, \Delta y)$. La précision de ces méthodes est ainsi de $\pm \frac{1}{2}$ pixel. Dans notre cas et pour la turbulence en général, ce n’est pas suffisant pour atteindre des fluctuations de quelques pourcent de la vitesse principale. Ainsi la dynamique de mesure n’est pas suffisante. Il faut pouvoir l’augmenter en détectant des déplacements sous le pixel. Les caméras ayant des valeurs discrètes d’intensité de niveau de gris en des points discrets, on interpole entre les points (pixels) un signal d’inter-corrélation dont la forme est supposée connue a priori. On remarque que l’on peut toujours décomposer le déplacement selon la direction x en :

$$\Delta \vec{x} = \Delta \vec{x}_E + \Delta \vec{x}_f \quad (3.7)$$

où $\Delta\vec{x}_E$ et $\Delta\vec{x}_f$ sont respectivement les déplacements "entier" et "fractionnaire". Les méthodes d'interpolation sub-pixel consistent à déterminer la partie fractionnaire $\Delta\vec{x}_f$. Il existe plusieurs méthodes utilisées classiquement pour déterminer $\Delta\vec{x}_f$. Les plus connues sont la méthode du centre de masse (centroïde), la méthode d'ajustement par fonction parabolique, la méthode d'ajustement par fonction gaussienne et la méthode polynomiale utilisant le théorème de Shannon (Whittaker). Pour toutes ces méthodes, la première étape consiste à effectuer un changement de repère par translation sur les axes x et y ($\vec{x} = (x, y)$) de la figure de corrélation considérée de telle sorte que le pixel de niveau de gris le plus élevé (que l'on notera I_0) se trouve à l'origine $x = y = 0$ de ce nouveau repère. On considère ensuite les niveaux de gris immédiatement à gauche et à droite de I_0 , niveaux notés respectivement I_{-1} et I_1 . Le déplacement fractionnaire $\Delta\vec{x}_f$ sera alors donné par l'abscisse du "centre" interpolé de la distribution des niveaux de gris I_1 , I_0 et I_{-1} . Les différentes méthodes se distinguent par la façon de définir ce "centre". On ne décrira ci-après que les méthodes d'ajustement par une fonction parabolique et par une fonction gaussienne.

- Dans le premier cas, en raisonnement 1D, l'hypothèse est que l'on peut faire passer une courbe parabolique d'équation $I(x) = ax^2 + bx + c$ par trois points $x = (-1, 0, 1)$ pour lesquels on connaît la valeur de $I(x)$. Le déplacement fractionnaire Δx_f est l'abscisse du maximum de cette courbe et on a alors :

$$\begin{cases} I_{-1} = I(-1) = a - b + c \\ I_0 = I(0) = c \\ I_1 = I(1) = a + b + c \end{cases} \quad (3.8)$$

On résout le système 3.8 et on obtient le déplacement fractionnaire :

$$\Delta x_f = \frac{I_{-1} - I_1}{2(I_{-1} + I_1 - 2I_0)} \quad (3.9)$$

- Pour la seconde méthode, l'hypothèse est que la courbe représentative d'une fonction gaussienne passe par trois points s'écrit : $I(x) = \exp(ax^2 + bx + c)$. En remarquant que le logarithme népérien de $I(x)$ devient la fonction parabolique ci-dessus, les calculs étant linéaires, on obtient le déplacement fractionnaire :

$$\Delta x_f = \frac{\ln I_{-1} - \ln I_1}{2(\ln I_{-1} + \ln I_1 - 2 \ln I_0)} \quad (3.10)$$

On parle d'une précision de Δx_f de l'ordre de un dixième de pixel. L'algorithme que nous utiliserons dans cette étude est celui du logiciel de VIP Davies de la société Lavisson, qui emploie une interpolation gaussienne sur trois points dans la direction x puis dans la direction y .

L'interpolation sous-pixel peut conduire dans certains cas à des biais de mesure : le peak locking ou pixel locking. Il décale les déplacements $\Delta\vec{x}_f$ vers le plus proche entier. Il dépend de l'algorithme sous pixel choisi, de la taille de l'objet à détecter par rapport à la taille d'un pixel sur la caméra CCD, des bords de la zone d'interrogation, et de la densité des objets similaires. Cet effet s'ajoute au bruit

de mesure pour limiter la précision du calcul VIP. On peut se rendre compte de sa présence en traçant la densité de probabilité des déplacements obtenus après analyse. Si la courbe obtenue n'est pas lisse, et présente des bosses aux valeurs entières, il y a biais dû à ce phénomène. Pour éviter cela, il faut avoir un diamètre moyen d'image de particule supérieur à deux pixels (Westerweel [41]). En dessous de cet intervalle, l'estimateur sous pixel n'est plus efficace et conduit à ce biais. Un déplacement de la fenêtre d'interrogation fractionnaire de la seconde image réduit l'erreur due à cet effet [23]. L'interpolation sous pixel avec interpolation de Whittaker, que nous avons utilisée permet de minimiser cette erreur de biais [93]. On peut voir sur la figure 3.9 que ces densités de probabilité de vitesse ont une forme gaussienne. Le signal de vitesse obtenu par VIP dans notre cas ne présente pas d'effet de biais dû au peak-locking. Nous avons choisi nos conditions de prise de vue afin d'avoir une image de particule supérieure à deux pixels.

Comme nous l'avons vu plus haut, on améliore la qualité de l'analyse en effectuant un déplacement de la zone d'interrogation de la seconde image lors de l'inter-corrélation, c'est la corrélation adaptative. Son principe fondamental repose sur l'utilisation d'une procédure itérative, faite après une première analyse. Après une première évaluation du déplacement des particules $\Delta \vec{x}$, un décalage inverse $-\Delta \vec{x}$ correspondant à ce champ prédictif est appliqué à la zone d'interrogation qui vient d'être analysée, au sein de la seconde image. Une nouvelle inter-corrélation de la zone fournit alors un pic de corrélation centré en zéro. Une nouvelle interpolation permet d'affiner la position du pic. Cette opération est itérée N fois jusqu'à une condition d'arrêt fixée au préalable. On ajoute le déplacement trouvé à l'étape N à celui de l'étape N-1. Le principal avantage de l'utilisation du décalage de fenêtre est de pouvoir suivre les marqueurs qui auraient pu sortir de la zone d'observation à $t+\Delta t$. Le rattrapage de ces particules améliore le rapport signal sur bruit (S/B) et augmente donc le nombre de vecteurs corrects qui peuvent être obtenus. Grâce à ce décalage, on peut de plus réduire la taille des fenêtres entre deux itérations N-1 et N tant que la zone interrogée dispose d'un nombre de marqueurs suffisant.

L'utilisation de la corrélation croisée en présence de forts gradients de vitesse au sein d'une même fenêtre d'interrogation réduit la validité des résultats. On peut considérer comme règle générale que le plus grand écart de vitesses ne doit pas excéder 5% de la vitesse principale. Il existe cependant l'amélioration ci-dessous afin de détecter des gradients plus importants. Même si dans notre cas les gradients locaux instantanés (ils correspondent au mieux à la turbulence qui est de l'ordre de quelques pourcent de la vitesse moyenne) sont faibles, nous les utiliserons.

Parmi les développements les plus récents en VIP, les déformations de mailles permettent de gagner encore en rapport S/B surtout en présence de forts gradients. Les zones d'interrogations de la deuxième image à $t + \Delta t$ sont déformées du déplacement $\Delta \vec{x}$ trouvé à l'étape précédente. Les gradients de vitesse potentiels sont ainsi pris en compte et le déplacement devient uniforme dans la forme de la zone d'interrogation. On décrit ci-après l'algorithme utilisé par la suite dans cette étude avec le logiciel de la société Lavision. Tout d'abord, comme pour la corrélation adaptative, un champ de vecteurs, filtré de façon à n'avoir que des vecteurs proches du déplacement réel des particules, est calculé. En effet, un vecteur

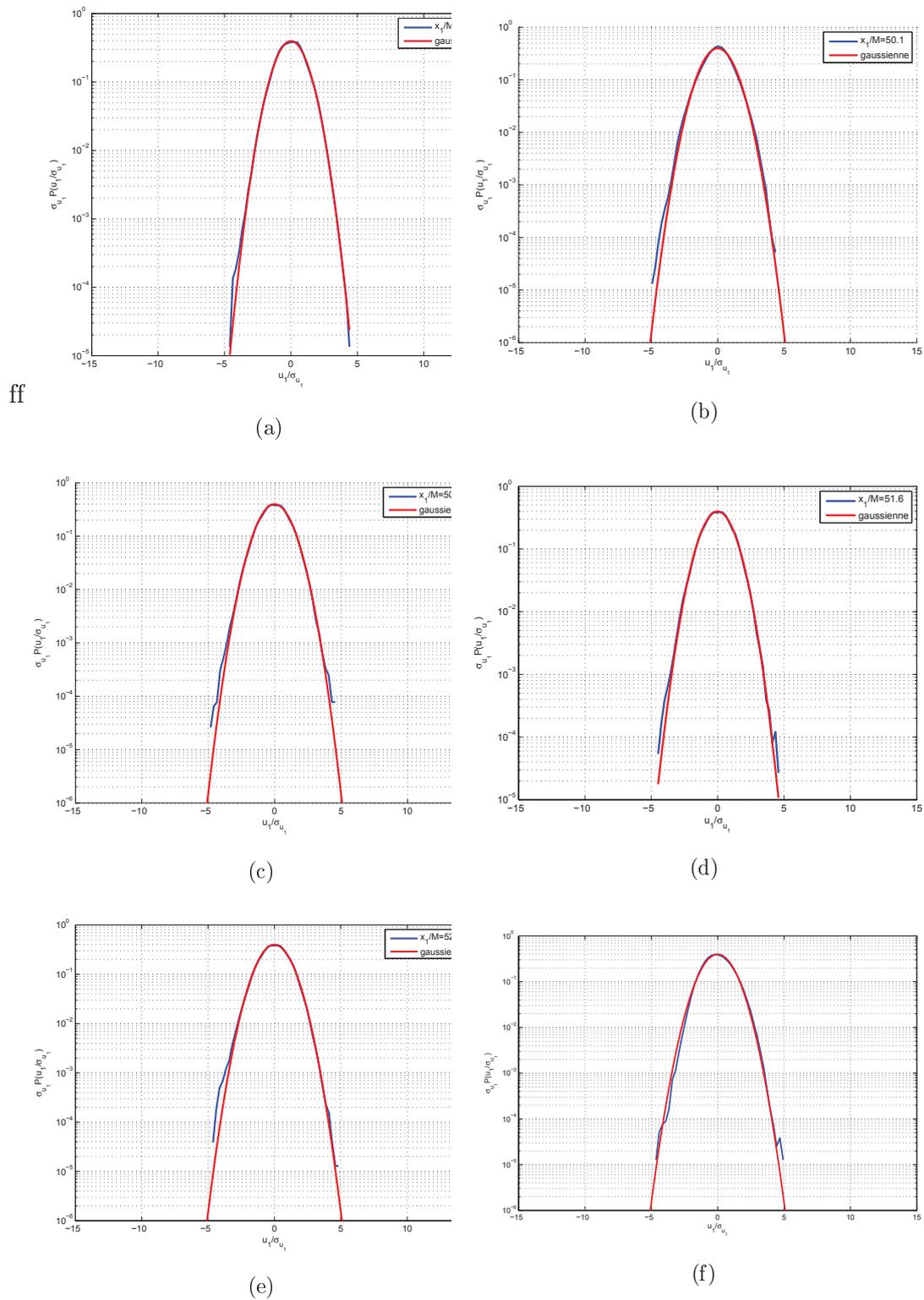


FIGURE 3.9 – Densités de probabilité des fluctuations de vitesses longitudinales pour plusieurs distances à la grille et pour un écoulement de $\overline{u}_1 = 1,2 m.s^{-1}$

aberrant trouvé à une étape de calcul antérieure perturbera la suite des opérations. Ce champ prédictif est interpolé afin d'avoir un vecteur par pixel de l'image. Une des deux images du doublet (ou les deux images) est ensuite déformée en tenant compte du champ interpolé. Comme le déplacement est déterminé avec des valeurs sous pixel, l'image doit être interpolée avec une méthode bilinéaire ou de type Whittaker. Cette étape s'appelle "image reconstruction" en anglais. Cette méthode permet aussi de réduire l'effet de peak locking [[33], [22], [89]]. Nous venons de voir que la technique sous pixel qui nous permet d'augmenter la dynamique de mesure que nous allons définir.

Soit Δx_{min} le déplacement minimal mesurable pendant l'intervalle de temps Δt . La vitesse minimale correspondante est :

$$u_{min} = \frac{\Delta x_{min}}{\Delta t} \quad (3.11)$$

De même la vitesse maximale mesurable est :

$$u_{max} = \frac{\Delta x_{max}}{\Delta t} \quad (3.12)$$

Ayant ces deux extrema (3.11) et (3.12), on peut connaître la dynamique de mesure relative $G = \frac{u_{max}-u_{min}}{u_{min}}$. Cependant, le déplacement maximal mesurable est dépendant de la taille de la zone d'interrogation D_I , donc du rapport $C_R = \frac{\Delta x_{max}}{D_I}$. On obtient alors :

$$u_{max} = \frac{C_R D_I}{\Delta t} = \frac{C_R D_I}{\Delta x_{min}} \Delta l \quad (3.13)$$

Finalement, on voit que G augmente si D_I augmente. Ceci a le désagrément dans notre cas de diminuer la résolution spatiale. Keane et Adrian [73] recommandent de prendre C_R dans l'intervalle $0.2 \leq C_R \leq 0.3$. Le déplacement minimal dépendra principalement de la méthode sous pixel utilisée. Pour un plus petit déplacement mesuré de 0.1 pixel et une zone d'interrogation de 64 pixels par exemple, la dynamique relative sera de 128.

Notre objectif passe par l'utilisation de statistiques d'ensemble relatives aux champs de vitesse. Pour obtenir de bonnes statistiques, l'étape de post-traitement est fondamentale. Connaissant l'écoulement a priori, on peut filtrer les déplacements qui ont mal été détectés par l'algorithme VIP. On fixe alors un intervalle de déplacements considérés comme corrects. Tous ceux qui sortent, pour diverses raisons, de cet intervalle sont écartés. On peut itérer cette étape en fixant les bornes de l'intervalle en fonction de la moyenne et (ou) de l'écart-type des champs obtenus à l'étape précédente.

Quelques paramètres importants sont à prendre en compte avant l'acquisition des données. La tranche laser doit être la plus fine possible. Elle a typiquement une épaisseur de l'ordre de quelques centaines de micromètres. Les plans issus des deux cavités laser doivent être parfaitement superposés. L'intervalle de temps entre deux pulses doit être minimisé de telle sorte que les particules ne sortent pas de la tranche laser. Cela réduit l'effet d'un éventuel gradient de vitesse et de biais dû

à la projection par rapport à l'axe de l'optique de prise de vue (dans la direction transverse au plan de prise de vue). Mais Δt doit être le plus grand possible pour avoir une meilleure précision sur les mesures de déplacements. Un compromis est à faire.

Le grossissement de la caméra est essentiel. Il permet de choisir le champ spatial instantané désiré. Il fixe de plus la résolution spatiale qui sera donnée par la dimension physique des fenêtres d'interrogation.

La taille des particules est un paramètre important. Il faut focaliser les particules de telle façon que leur image fasse plus de deux pixels de diamètre sur les enregistrements à analyser afin de minimiser le peak-locking. Toutefois, la profondeur de champ, définie l'intervalle dans la direction orthogonale au plan de prise de vue, pour lequel les particules restent nettes dans la mise au point, doit être restreinte afin d'être sûr d'enregistrer des particules du plan et non des particules hors plan éclairées par diffusion. Or, la profondeur de champ varie avec l'ouverture du diaphragme de l'objectif de la caméra. Plus le diaphragme est ouvert moins la profondeur de champ est grande. Ici encore un compromis est à faire entre l'énergie réémise par les particules et l'ouverture du diaphragme pour que les images des particules ne soient pas non plus saturées en intensité.

Un minimum de dix images de particules dans une zone d'interrogation sera nécessaire pour obtenir un bon rapport S/B par la suite.

En enregistrant l'image d'une mire calibrée mise à l'emplacement du plan laser, on fait une correspondance entre l'espace physique et l'ensemble des pixels de la caméra. On a alors la mesure physique des déplacements de particules. Travailler dans l'eau s'avère avantageux pour l'ensemencement en traceurs mais cette étape de calibration VIP pose alors problème. En effet, ouvrir le canal entre chaque mesure n'étant pas envisageable dans notre cas, il a fallu installer un pointeur laser sur une table de translation micrométrique. En fixant un déplacement du rayon laser dans le plan où l'on mesure, on peut déterminer de combien de pixels ce faisceau se déplace entre deux prises de vue (voir figure 3.10 page suivante).

Nous rappelons en annexe les erreurs communément admises dans la littérature sur la détermination d'un champ de vitesse.

3.2.1.3 Présentation de la VIP en deux points et en deux temps

Dans notre cas l'utilisation de la VIP est plus complexe. Comme dans Comte-Bellot et Corrsin [26], on veut corrélérer temporellement une "boîte de turbulence" avec la même "boîte de turbulence" convectée plus loin dans le canal à eau. On doit donc utiliser deux systèmes VIP synchronisés. Cela signifie deux plans laser et l'acquisition par deux caméras. On fixe la première caméra en un point x donné, en amont de la deuxième caméra. Ce point x représente la distance par rapport à la grille de turbulence. Pour un point de mesure cette caméra placée reste fixe en x . On place ensuite en aval de la première, la deuxième caméra en $x + \Delta x$, où $\Delta x = \bar{U} \Delta T$, et \bar{U} représente la vitesse longitudinale moyenne de l'écoulement si $\bar{U} = \Delta x / \Delta T$. On déclenchera l'enregistrement de la deuxième caméra ΔT après la première. De cette façon on aura 2 images de la même tranche de la boîte de



FIGURE 3.10 – Exemple de calibration. 14mm de déplacement du pointeur laser. 0,5mm d'écart entre les 2 caméras. La caméra 1 est en haut et la caméra 2 est en bas.

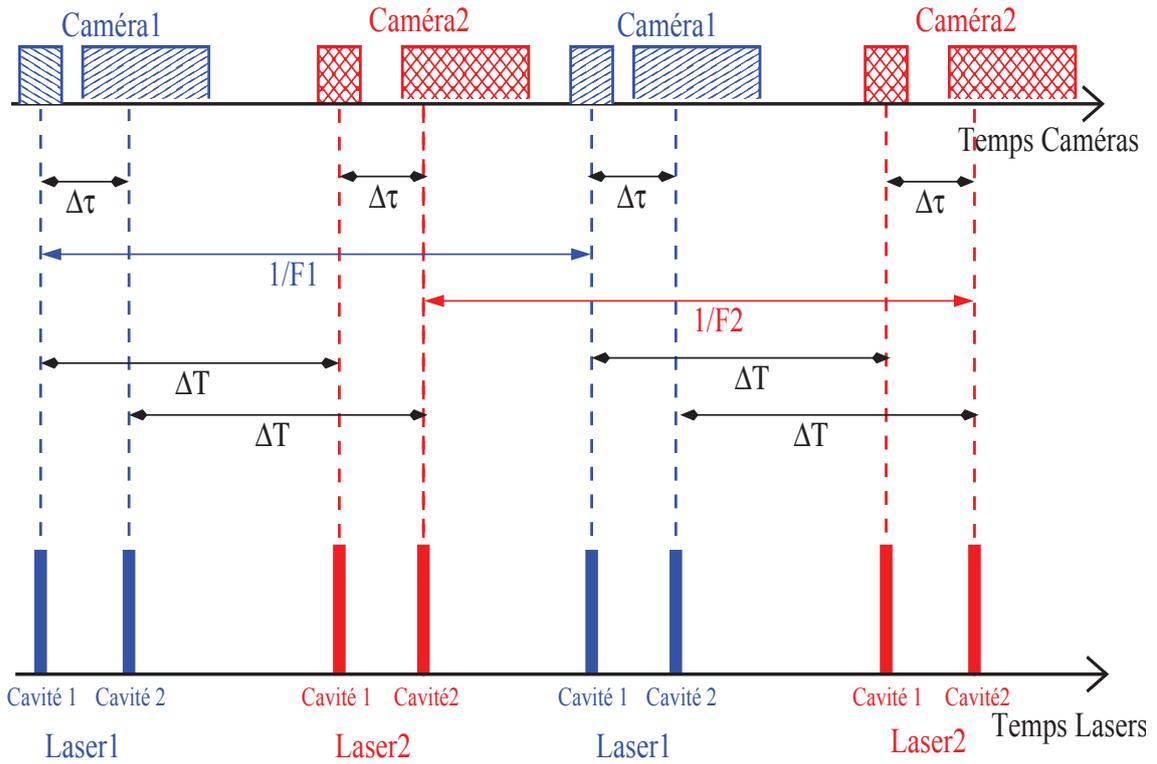


FIGURE 3.11 – Schéma de synchronisation de 2 systèmes VIP.

turbulence étudiée, à deux temps différents. En faisant varier l'écart entre les deux caméras et le temps d'enregistrement correspondant ΔT , on décrit une courbe de corrélations en deux points deux temps. Notons que pour les petits ΔT , on peut obtenir ainsi des incréments de vitesse, voire des accélérations eulériennes tant que les plans se superposent.

Une telle VIP spatio-temporelle a déjà été testée dans plusieurs études, pour mesurer des accélérations ([47], [69], [54], [5], [56]) ou des corrélations (thèse de T. Favelier [90]). Il s'agit donc de coupler deux systèmes VIP indépendants, le deuxième étant retardé par rapport au premier. Dans notre cas le retard entre les deux systèmes sera le temps de convection ΔT . La figure 3.11 illustre la synchronisation de deux systèmes VIP. Les triggers caméras et lasers ne sont pas représentés sur la figure pour plus de clareté. On voit sur la figure 3.11 que si $\Delta T > \frac{1}{F1}$, le schéma de synchronisation présente un défaut. Le retard qu'on impose à notre deuxième système rattrape le cycle d'acquisition des caméras. Si nos caméras ont un cycle de 4Hz, il faudra que ΔT soit inférieur à 250 ms. Cela nous limite à n'explorer qu'une partie de notre canal (jusqu'à $\Delta x_1/M = 2 \times 250.10^{-3} = 50$, où M est la taille de maille de la grille de turbulence utilisée, pour $\overline{U}_1 = 2m.s^{-1}$). La zone à étudier faisant plus de 400 mailles (correspondant dans notre cas à une estimation a priori de la distance de relaxation des plus grandes échelles de l'écoulement). Il faut donc trouver une alternative. Diminuer la cadence d'acquisition nous permettrait d'augmenter la zone d'inspection, mais ceci conduit dans notre cas à malmener le matériel conçu pour fonctionner sur une certaine gamme de fréquence. Cette première solution a

été utilisée avec succès mais présente l'inconvénient de ralentir la prise de mesure. Une solution plus astucieuse est de mettre un temps $\Delta T'$ entre les deux systèmes VIP tel que $\Delta T' = \Delta T - N \times \Delta T_{cycle}$ où N est appelé le nombre de cycles et $\Delta T_{cycle} = 250$ ms dans notre cas. Si nos deux séries de champs de vitesses sont constituées de n paires de champs, notés $C_A[i]$ et $C_B[i]$ avec $i = [1, n]$, on corrèlera pour $\Delta T > 250$ ms $C_A[i]$ avec $C_B[i + N]$. Cette deuxième solution permet de prendre les mesures beaucoup plus rapidement mais rejette N paires d'images.

Un point délicat est la superposition des plans laser issus des deux systèmes VIP avec l'axe du canal qui est porteur des points de mesures que nous avons choisis. Un suivi de boîte implique de retrouver la même zone de la boîte plus loin et à un autre instant. Il faut pour cela estimer la convection exacte pour le déplacement longitudinal. On verra plus loin lors de la caractérisation de la turbulence en aval de la grille que l'énergie maximale turbulente est $\overline{u_1^2}/\overline{U_1^2} \sim 0.001$ (voir figure 4.3 page 79). Ceci correspond à $\sqrt{\overline{u_1^2}} = 0,0632m.s^{-1}$ pour une vitesse moyenne $\overline{U_1} = 2m.s^{-1}$. Si $\Delta T = 2ms$, $\Delta x_1 = u' \cdot \Delta T = 0.0632 \cdot 2 \times 10^{-3} \approx 126\mu m$. On voit que le déplacement transversal du fluide par la turbulence est inférieur à l'épaisseur d'une nappe laser. Cela permet donc de faire du suivi de particules d'un plan à un autre fournissant alors des mesures lagrangiennes. A partir d'une dizaine de millisecondes il faudrait faire idéalement une recherche de corrélation maximale sur plusieurs plans transversaux du laser placé en aval, dans le but de ne pas perdre les structures qui sortiraient du plan initial de mesure. Pour ce suivi lagrangien, une autre solution est l'utilisation d'une technique 3D par holographie digitale. Ce type de technique est en cours de développement par l'équipe (voir [76]). Pour les petits temps nous avons utilisé un système de couplage de deux lasers afin de superposer très finement les deux nappes laser. Pour les temps plus grands nous les avons découplés. Il est à noter que la finesse de positionnement spatial par rapport à la veine est très astreignante.

Intensité des 2 nappes laser

Pour les petits temps il y a chevauchement des deux nappes lasers ; les temps d'expositions des caméras étant longs, la deuxième trame de la première caméra sera multiexposée. Le système de couplage des lasers possède un cube séparateur permettant d'avoir des polarités orthogonales sur les deux lasers. En mettant des analyseurs correspondants sur les caméras, il est théoriquement possible de réduire ces nuisances. En pratique, cela ne s'est pas avéré efficace, le rapport signal sur bruit étant faible dû probablement à la mauvaise qualité de la polarisation. Ceci est peut être aussi dû à ce que la lumière émise par les particules se dépoliarise. Nous avons préféré diminuer l'intensité du deuxième laser pour réduire cet effet néfaste. L'écoulement ayant une convection principale et une faible turbulence, nous avons forcé la recherche de l'algorithme VIP à retrouver une vitesse proche de la vitesse moyenne a priori.

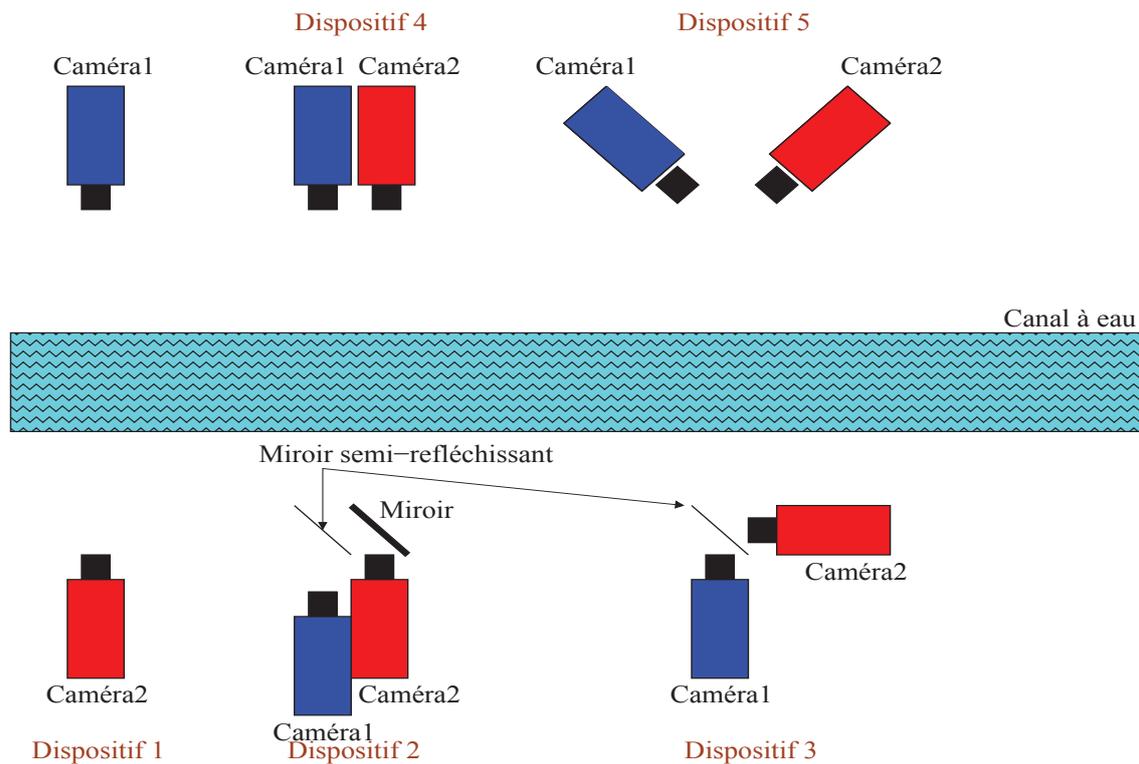


FIGURE 3.12 – Dispositions possibles des caméras.

Une nouvelle source d'erreur se situe dans le placement des caméras. Plusieurs configurations sont possibles afin de placer deux caméras visant le même champ. Le premier dispositif de la figure 3.12 est le plus simple, les caméras sont en vis à vis de part et d'autre du canal. Sur le dispositif 2, les caméras sont du même côté et visent le même champ grâce à un miroir et à un miroir semi-réfléchissant. Une des caméras est légèrement décalée par rapport à l'autre de façon à ce que le chemin optique entre le canal et les caméras ait la même longueur. La présence des optiques complique le maniement et le réglage des caméras. De plus, il faut s'attendre à avoir une déformation entre les deux caméras et de l'absorption de lumière. Le dispositif 3 est une variante du dispositif 2. Les dispositifs 4 et 5 peuvent être utilisés dans des montages stéréoscopiques. Le dernier est plus fréquemment rencontré car les caméras ont alors une zone de visée entièrement commune ce qui n'est pas le cas quand les caméras sont mises en parallèle. Elle nécessite une déformation des images a priori (critère de Scheimpflug). Après avoir testé le dispositif 3, trop difficile à mettre en oeuvre, et sujet à trop de déformations pour la finesse nécessaire à nos mesures, nous avons opté pour le dispositif 1 avec les deux caméras montées sur des tables micrométriques. Bien qu'avec cette configuration, ce ne soit pas le même côté d'une particule qui est visé, la méthode donne les meilleurs résultats.

Tailles des échelles

Le problème physique étudié nous impose la zone à inspecter instantanément. Comme l'introduction de cette thèse nous le rappelle, le fait d'étudier une

turbulence homogène et isotrope nous impose de capter une zone de l'écoulement loin des parois, pour éviter des structures porteuses de perturbations, et la plus grande possible pour nous rapprocher d'un espace infini sans "voir" le déclin de l'énergie turbulente. Les plus petites tailles d'échelles résolues par la technique sont quant à elles déterminées par la taille des zones d'interrogation de la VIP. On doit ainsi faire face à un compromis pour choisir la taille physique de la zone à étudier par rapport à la résolution spatiale. Nous avons choisi d'avoir au moins trois échelles intégrales turbulentes relatives à notre écoulement sur les images issues de chaque caméras. Avec un champ de 3 cm et un capteur de 1280 pixels, une maille de 64×64 pixels représente $1,5 \times 1,5 \text{ mm}^2$, une maille de 32×32 pixels représentera $0,75 \times 0,75 \text{ mm}^2$, une maille de 16×16 pixels représentera $0,375 \times 0,375 \text{ mm}^2$, etc... Ces valeurs donnent la résolution spatiale de la technique de mesure et sont à comparer avec les tailles caractéristiques les plus petites de l'écoulement. Ici, on parlera des échelles de Kolmogoroff. On choisit donc un compromis de façon à avoir un maximum d'échelles caractéristiques entre échelle intégrale et échelle de Kolmogoroff.

Même si c'est au-delà de l'objectif initial de la thèse, le fait d'avoir pris deux champs de vitesse à deux instants différents t et $t + \Delta T$ nous permet de calculer des incréments de vitesse $\delta u_i = u_i(t + \Delta T) - u_i(t)$. Il est important de noter cela car nous verrons que cela permet d'éclairer le problème soulevé en 1962 par Kolmogoroff [46]. Christensen et Adrian [47] se sont servis du même type de mesures dans une version eulérienne classique, c'est à dire qu'ils ont laissé fixe leurs deux caméras qui regardent le même champ. Ceci fut fait pour quantifier les erreurs VIP dues notamment aux gradients. Nous avons pris des mesures de la sorte, ainsi que des mesures en déplaçant une caméra de $\Delta x_1 = \overline{U_1} \Delta T$. De plus, nous avons accès à partir de ces dernières données à l'accélération lagrangienne. En effet, comme Greated C.A. et al [54], nous avons quatre images de particules enregistrées à des temps différents. Nous sommes ainsi capable de faire du suivi des particules associées aux structures présentes dans le champ de mesure. Ceci se fait entre les positions relatives à nos deux caméras. Une particule fluide qui était à (x_1, y_1) en t et qui se retrouve à (x_2, y_2) en $t + \Delta T$ sera suivie exactement. Les derniers auteurs cités s'en étaient servis pour la mesure de l'accélération de fronts déferlants.

On verra en annexe 7 les types d'erreur et les ordres de grandeurs des erreurs que nous faisons sur nos mesures. Enfin notons que nous obtenons les densités de probabilité de ces incréments.

3.2.2 Fluorescence Induite par Plan Laser (FIPL)

L'objectif de cette thèse est la détermination de la corrélation en deux points et deux temps des champs de concentration dispersés au sein d'une THI. A notre connaissance aucune étude fondamentale de l'évolution d'un champ de concentration homogène et isotrope évoluant en THQI n'a été effectuée dans l'eau. Une technique ponctuelle et intrusive a été utilisée au laboratoire (Bennani, Lièvre et

Gence [1]) : la conductimétrie. Cette dernière n'est pas assez résolue en fréquence et en espace pour atteindre toutes les échelles de concentration. Les plus petites échelles, appelées échelles de Batchelor, sont caractéristiques des plus fines échelles de concentration en THI existent et sont égales à :

$$\eta_B = \eta \times Sc^{-1/2}. \quad (3.14)$$

Pour palier à cet inconvénient, nous utilisons une technique non-intrusive permettant la mesure de concentration résolue en espace ou en temps. Cette technique a été développée au LMFA dès la fin des années 80 (thèse Jean Lièvre, thèse S. Simoëns [86], thèse L. Brocquet [51]) en mesure ponctuelle puis planaire. Cette métrologie a par la suite été étendue à la visualisation par fluorescence induite par plan laser et c'est celle que nous allons utiliser [87],[43]. Bien que très délicate de mise en œuvre elle permet des mesures à haut nombre de Schmidt (Sc) et donc, a priori, de séparer le problème de la diffusion scalaire à petite échelle, du reste de la problématique de dispersion turbulente scalaire. De plus, contrairement à une technique comme la diffusion de Mie (Vinçont et Al [43]) il s'agit de la diffusion moléculaire et non d'une diffusion apparente.

Dans le cas de l'utilisation de la FIPL dans l'eau, l'échelle de Batchelor sera de l'ordre de 20 fois inférieure à l'échelle de Kolmogoroff. Beaucoup de travaux ont fourni les temps caractéristiques eulériens d'un scalaire se dispersant en THQI. Il n'en existe pourtant peu ou pas par ces techniques optiques non intrusives. Afin de pouvoir les obtenir il faut connaître la concentration d'un produit de façon instantanée. Plusieurs techniques optiques permettent de mesurer une concentration C_a d'un constituant (a) dans un écoulement : la diffusion de Mie, la fluorescence induite par laser ponctuelle, ou la FIPL sont les plus courantes en mécanique des fluides.

3.2.2.1 Principe de la méthode

Nous présentons ici quelques notions concernant la fluorescence, tirées de L. Brocquet [51], et résumées ci après.

Absorption et émission de photons par une molécule fluorescente

Le phénomène de fluorescence repose sur la propriété qu'ont certaines molécules d'absorber et de réémettre les photons. Nous décrivons ci-après les caractéristiques principales de ce phénomène. L'énergie potentielle totale E d'une molécule se décompose en trois termes : l'énergie du niveau E^{el} , l'énergie vibrationnelle E^v et l'énergie rotationnelle E^r [20] :

$$E = E^{el} + E^v + E^r \quad (3.15)$$

Chacune des énergies peut prendre un nombre discret de niveaux, l'intervalle entre deux niveaux consécutifs vérifiant :

$$\Delta E^{el} \gg \Delta E^v \gg \Delta E^r \quad (3.16)$$

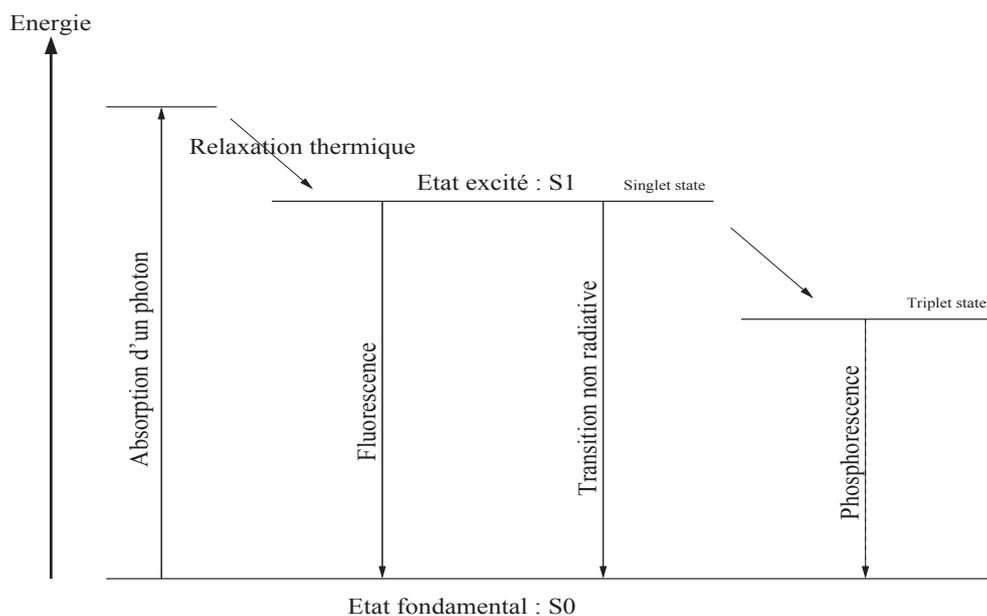


FIGURE 3.13 – Principe de la transition électronique pour la fluorescence.

A température ambiante, l'énergie des molécules est au niveau le plus bas de l'état fondamental S_0 d'énergie E_0 . L'absorption d'un photon de fréquence ν_i fait passer du niveau d'énergie E_0 de l'état fondamental S_0 à un des niveaux d'énergie E_1 de l'état électronique supérieur S_1 . Le saut d'énergie de la molécule est relié à la fréquence ν_i du photon absorbé par la relation de Planck :

$$h\nu_i = E_1 - E_0 \quad (3.17)$$

où h est la constante de Planck égale à $6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}^{-1}$. La molécule ainsi excitée se met d'abord en équilibre thermique avec son milieu pour acquérir le niveau d'énergie vibrationnel et rotationnel de celui-ci, en général le plus bas niveau d'énergie de cet état excité S_1 (voir figure 3.13). Cette molécule particulière peut soit céder de l'énergie à son milieu environnant soit retourner à son état fondamental en émettant **spontanément** un photon de fréquence ν_f inférieure à la fréquence excitatrice ν_i , et d'énergie :

$$h\nu_e = E_2 - E_0 \quad (3.18)$$

Cette énergie est inférieure à l'énergie absorbée ($h\nu_e < h\nu$). C'est le phénomène de fluorescence. Cela implique donc une longueur d'onde supérieure à la longueur d'onde excitatrice. Il existe d'autres phénomènes inélastiques comme par exemple la phosphorescence ou la diffusion Raman.

Pouvoir absorbant d'une solution fluorescente - Loi d'absorption de Beer-Lambert

Considérons un pinceau de lumière monochromatique et parallèle de longueur d'onde λ traversant une solution fluorescente de concentration homogène C sur un

élément de longueur δL . Soit F la densité de flux de photons la traversant, qu'on exprimera en $Einstein.m^{-2}.s^{-1}$ (l'Einstein représente une mole de photons, soit $6,022.10^{23}$ photons). La loi d'absorption de Beer-Lambert exprime que le flux δF absorbé par la substance sur un élément de longueur δL parallèle à ce flux, est proportionnel au flux incident F , à la concentration C et à la longueur δL . Ce qui conduit à :

$$\delta F = -F.C.\delta L\epsilon(\lambda) \quad (3.19)$$

où $\epsilon(\lambda)$ traduit le pouvoir absorbant de la solution, et est appelé coefficient d'extinction ou d'absorption de la solution, et dépend en général de la longueur d'onde λ du flux de lumière incident pour l'espèce de fluorescence considérée. Ce coefficient a pour unité S.I. le $m^2.mol^{-1}$ mais on utilise couramment le $L.mol^{-1}.m^{-1}$ ou bien le $L.g^{-1}.cm^{-1}$. Il peut être encore exprimé en unité de surface, car il est équivalent à une surface transverse d'absorption. Si l'on considère un flux de densité initiale F_0 traversant la solution à la concentration homogène C , le flux transmis à une profondeur L de la solution, qu'on notera $F_t(L)$ vérifie en intégrant l'expression 3.19 :

$$\ln\left(\frac{F_0}{F_t}\right) = \epsilon(\lambda).C.L \quad (3.20)$$

Le produit $\epsilon.C.L$ est une quantité sans dimension appelée densité optique de la solution (DO) et traduit son pouvoir absorbant. Le flux transmis à la profondeur L est d'après la relation précédente égal à :

$$F_t(L) = F_0.e^{-\epsilon(\lambda).C.L} \quad (3.21)$$

L'atténuation du faisceau à la traversée d'une épaisseur δL de solution et à la profondeur L est :

$$\delta F_t(L) = -\epsilon(\lambda).C.F_0.e^{-\epsilon(\lambda).C.L}.\delta L \quad (3.22)$$

Considérons un volume δV construit sur l'élément de surface δS perpendiculaire à ce flux et l'élément de longueur δL , figure 3.14. L'intensité absorbée par l'élément de volume δV , qu'on notera δI_a est égale à :

$$\delta I_a = -\epsilon(\lambda).C.F_0.e^{\epsilon(\lambda).C.L}.\delta L.\delta S = \epsilon(\lambda).C.F_0.e^{\epsilon(\lambda).C.L}.\delta V \quad (3.23)$$

L'intensité absorbée par unité de volume est donc égale à :

$$\frac{\delta I_a}{\delta V} = -\epsilon(\lambda).C.F_0.e^{-\epsilon(\lambda).C.L} \quad (3.24)$$

Pour une solution dont la concentration n'est pas uniforme suivant la direction parallèle au flux lumineux, mais dépend de l'axe x , l'intensité absorbée à la profondeur L de la solution, est obtenue en intégrant la relation :

$$\delta F_t(x) = -F_t(x).C(x).\epsilon(x).\delta x \quad (3.25)$$

On obtient :

$$F_t(L) = F_0.e^{(-\epsilon(\lambda)\int_0^L C(x).dx)} \quad (3.26)$$

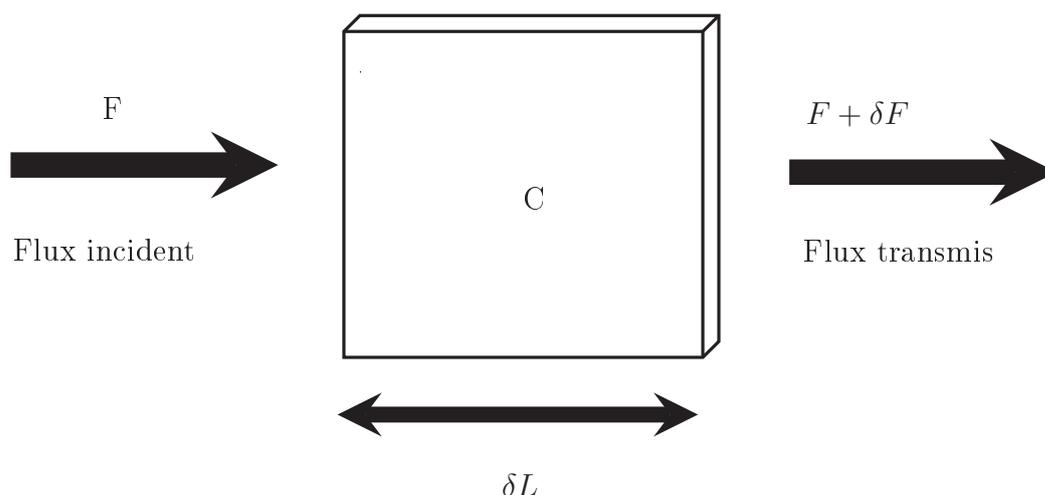


FIGURE 3.14 – Absorption d’un faisceau lumineux par une substance fluorescente.

Rendement quantique de fluorescence - Spectres d’émission et d’absorption des substances fluorescentes

Chaque substance fluorescente est caractérisée par un spectre d’absorption et d’émission qui lui est propre. En milieu gazeux, les spectres d’absorption et d’émission sont caractérisés par des raies bien délimitées qui correspondent aux niveaux d’énergie de chaque molécule prise individuellement, les molécules n’interagissant que très peu entre elles, alors qu’en milieu liquide, du fait de l’interaction entre les molécules fluorescentes et le solvant, les niveaux d’énergie de la molécule dégènerent, ce qui donne lieu à des spectres d’absorption et d’émission continus. Les spectres d’absorption et d’émission, bien que se recouvrant sont, compte-tenu du phénomène de relaxation thermique, caractérisés par des domaines de fréquence et de longueurs d’onde distincts (voir la figure 3.15).

On définit le rendement quantique de fluorescence Φ comme la probabilité pour qu’un photon absorbé par une molécule soit réémis sous forme de fluorescence, par :

$$\Phi = \frac{\text{NOMBRE DE PHOTONS ÉMIS PAR FLUORESCENCE}}{\text{NOMBRE DE PHOTONS ABSORBÉS}} \quad (3.27)$$

On marque donc une partie de l’écoulement avec une espèce dite fluorescente. On l’éclaire avec une lumière monochromatique de longueur d’onde λ_i , la plus proche possible du maximum d’absorption de ce produit. La lumière est absorbée par le marqueur fluorescent et celui-ci va ré-émettre de la lumière à une longueur d’onde plus grande $\lambda_f \pm \Delta\lambda_f$, avec $\Delta\lambda_f$ une gamme de longueurs d’onde centrée autour de λ_f . Ce principe est illustré sur la figure(3.15). Il est démontré dans [88], que le taux global de fluorescence dans un volume fixé peut s’écrire sous la forme :

$$FR = N_1(0)B_{12}I_v \left(\frac{A_{21}}{Q_{21} + A_{21}} \right) \frac{1}{1 + \frac{I_v}{I_v^{sat}}} \quad (3.28)$$

où $N_1(0)$ représente la densité initiale de molécules de fluophore, $I_v^{sat} = \frac{Q_{21} + A_{21}}{B_{12}(1 + g_1/g_2)}$ représente l’intensité de saturation du laser, I_v l’intensité spectrale

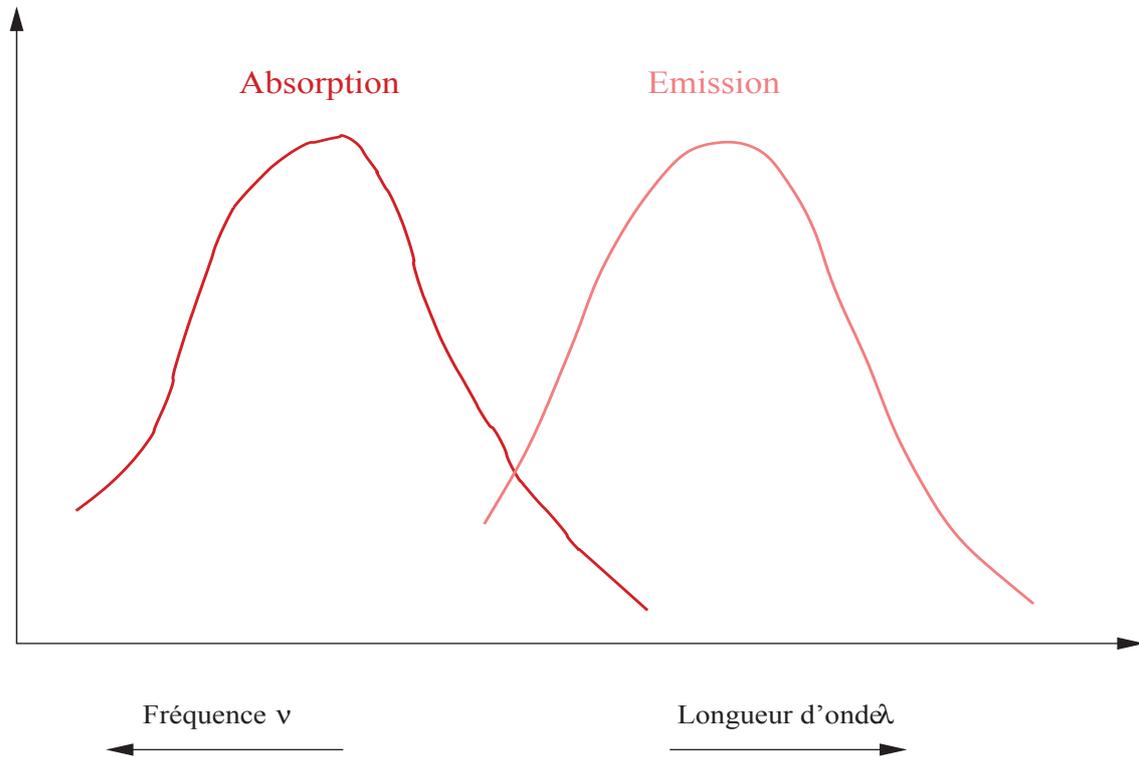


FIGURE 3.15 – Spectres d’absorption et d’émission d’une substance fluorescente.

laser, Q_{21} le taux d’extinction, le coefficient A l’émission spontanée de lumière, le coefficient B l’émission stimulée de lumière, g_1/g_2 est le rapport population/dépopulation. L’intensité de fluorescence est alors :

$$I_f = (FR)h\nu_f \tag{3.29}$$

et la concentration s’écrit :

$$C = \frac{N_1(0)}{N_A} \tag{3.30}$$

où $N_1(0)$ représente la densité initiale de molécules de fluophore et N_A le nombre d’Avogadro. On a finalement :

$$I_f = N_A h\nu_f B_{12} I_v \left(\frac{A_{21}}{Q_{21} + A_{21}} \right) \frac{1}{1 + \frac{I_v}{I_v^{sat}}} C \tag{3.31}$$

L’intensité fluorescée est donc proportionnelle à la concentration C de produit fluorescent et peut s’écrire sous la forme :

$$I_f = K_{opt} \varepsilon_1 \eta C \tag{3.32}$$

où K_{opt} est la longueur du trajet optique dans la solution considérée, ε_1 est le coefficient d’absorption molaire et C est la concentration molaire de la solution.

On voit donc que dans un volume donné δV , l’intensité lumineuse fluorescée sera proportionnelle au nombre de molécules fluorescentes présentes dans ce volume

pour une intensité d'éclairement constante. Considérons maintenant l'écoulement de notre canal à eau, une nappe laser d'épaisseur e disposée transversalement selon le plan (Oxy). Soient I_0 l'intensité lumineuse incidente à la longueur d'onde initiale λ_i et $I_i(x, y, z, t)$ l'intensité incidente au point $i(x, y, z = 0, t)$. L'intensité lumineuse dI_a absorbée par un élément $\delta V = dx dy e$ (voir la figure 3.16) de l'écoulement centré en $(x, y, z = 0)$ est donné par la loi de Lambert-Beer :

$$dI_a(x, y, 0) = \varepsilon_i(\lambda_i) I_i(x, y, t) \mathcal{C}(x, y, t) dy \quad (3.33)$$

où $\varepsilon_i(\lambda_i)$ est le coefficient d'absorption molaire de la substance fluorescente à la longueur d'onde λ_i et $\mathcal{C}(x, y, t)$ est la concentration le long de l'élément de mesure dy . L'intensité lumineuse $I_i(x, y, t)$ du rayon incident éclairant le volume de mesure à un instant donné dépend de la concentration de la substance fluorescente en chacun des points situés sur le trajet optique incident et s'écrit :

$$I_i(x, y, t) = I_0 \exp \left(-\varepsilon_i(\lambda_i) \int_0^y \mathcal{C}(x_1, x_2', t) dy' \right) \quad (3.34)$$

l'intensité absorbée par l'élément dy de l'écoulement s'écrit :

$$dI_a(x, y, t) = -\varepsilon_i(\lambda_i) I_0 \mathcal{C}(x, y, t) \exp \left(-\varepsilon_i(\lambda_i) \int_0^y \mathcal{C}(x, y', t) dy' \right) dy \quad (3.35)$$

Nous allons à partir de ce processus de fluorescence, tenir compte des absorptions lumineuses le long des trajets à la traversée de volume fluorescent jusqu'au capteur de la caméra.

L'élément dv réémettra par fluorescence la quantité $dI_f(x, y, t)$ dans tout l'espace, pour une bande passante de longueur d'onde λ_f de largeur $\delta\lambda_f$:

$$dI_f(x, y, t) = \phi(\lambda_f) |dI_a| \delta\lambda_f = \phi(\lambda_f) \varepsilon_i(\lambda_f) I_i(x, y, t) \mathcal{C}(x, y, t) dy \delta\lambda_f \quad (3.36)$$

$$dI_f(x, y, t) = I_0 \phi(\lambda_f) \varepsilon_i(\lambda_f) \mathcal{C}(x, y, t) dy \delta\lambda_f \exp \left(-\varepsilon_i(\lambda_i) \int_0^y \mathcal{C}(x, y', t) dy' \right) dy \quad (3.37)$$

où $\phi(\lambda_f)$ est le rendement quantique ou spectre d'émission de la substance fluorescente.

La caméra enregistre la lumière fluorescente à l'aide d'un objectif. L'intensité lumineuse contenue dans l'angle solide Ω et reçue par le capteur est atténuée lors de la traversée de l'écoulement puis lors de la traversée de l'air et de l'objectif selon la loi de Lambert-Beer :

$$dI_r(x, y, t) = dI_f(x, y, t) \Omega \tau_i \tau_0 \exp \left(-\varepsilon_f(\lambda_f) \int_0^L \mathcal{C}(z, t) dz \right) \quad (3.38)$$

d'où :

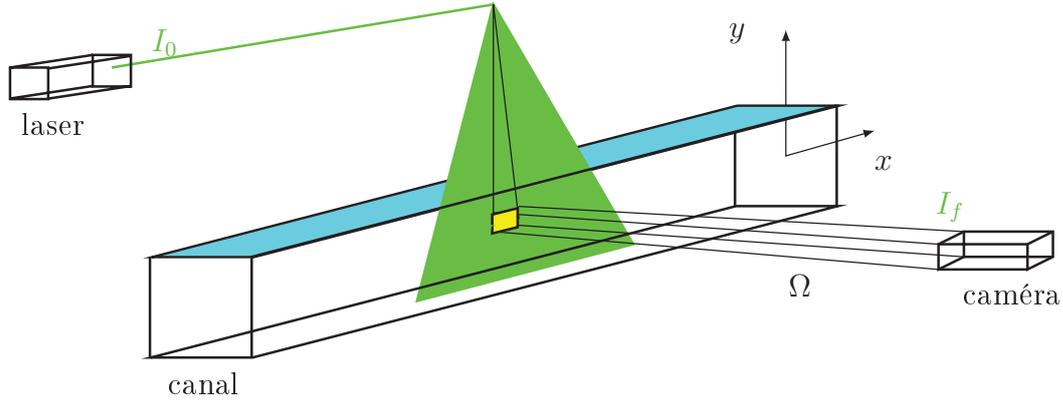


FIGURE 3.16 – Schéma montrant l'absorption et l'émission d'un élément dy fluorescent.

$$dI_r(x, y, t) = I_0 \varepsilon_i(\lambda_i) \Omega \tau_t \tau_0 \mathcal{C}(x, y, t) dy \delta \lambda_f \phi(\lambda_f) \exp\left(-\varepsilon_i(\lambda_i) \int_0^y \mathcal{C}(x, y', t) dy'\right) \exp\left(-\varepsilon_f(\lambda_f) \int_0^L \mathcal{C}(z, t) dz\right) \quad (3.39)$$

où τ_0 et τ_t sont respectivement les transmittivités de l'objectif et du milieu extérieur à l'écoulement traversé par la lumière fluorescée. Ces transmittivités peuvent être supposées constantes. Pour de faibles concentrations, on a :

$$\varepsilon_i(\lambda_i) \int_0^y \mathcal{C}(x, y', t) dy' \ll 1 \quad (3.40)$$

et dans 3.39

$$\varepsilon_f(\lambda_f) \int_0^L \mathcal{C}(z, t) dz \ll 1. \quad (3.41)$$

Les exponentielles peuvent alors être considérées égales à 1 et la lumière enregistrée s'écrit :

$$dI_r(x, y, t) = I_0 \varepsilon_i(\lambda_i) \frac{\Omega}{4\pi} \tau_t \tau_0 \mathcal{C}(x, y, t) dy \delta \lambda_f \phi(\lambda_f) \propto I_0 \mathcal{C}(x, y, t) dy \quad (3.42)$$

La lumière fluorescée est proportionnelle à la concentration locale $\mathcal{C}(x, y, t)$ au sein de dv dès lors que les relations 3.40 et 3.41 sont satisfaites.

3.2.2.2 Mesure par FIPL

Nous avons vu (équation 3.42) que l'intensité réémise d'un volume dV au sein de la zone d'intérêt dépend de I_0 . Ce point est fondamental dès lors que l'on veut une bonne dynamique d'enregistrement. Pour obtenir cette bonne dynamique, on augmente l'intensité initiale d'éclairement I_0 en prenant des lasers YAG pulsés à

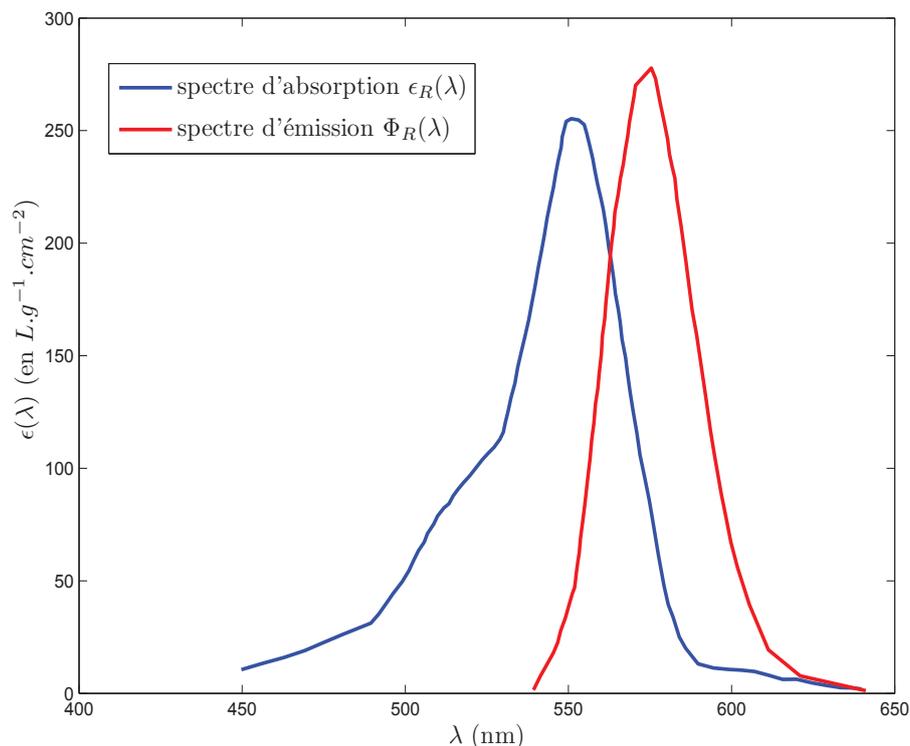


FIGURE 3.17 – Spectres d’absorption $\epsilon_R(\lambda)$ et d’émission $\Phi_R(\lambda)$ de la rhodamine B, tirés de Broquet [51].

plus forte énergie que ceux utilisés pour les mesures de vitesse (900 mJ contre 150 mJ). L’utilisation d’un intensificateur aurait été trop problématique. Nous utiliserons ici de la rhodamine B. C’est un composé organique de formule chimique $C_{28}H_{31}N_2O_3Cl$ et de masse molaire $M = 479,02 \text{ g.mol}^{-1}$. Le maximum de son spectre d’absorption en solution aqueuse alcaline est situé aux alentours de 550 nm et celui de son spectre d’émission aux alentours de 575 nm, comme on peut le voir sur la figure 3.17. Son rendement quantique de fluorescence est de 67 % [51]. Son nombre de Schmidt dans l’eau est de $Sc = 2740$ [51].

Pour les mesures qui nous intéressent, le problème de dynamique de mesure (dilution le long de la veine) est crucial et l’utilisation d’un laser YAG à haute énergie (900 mJ/pulse contre 150 mJ/pulse pour les lasers utilisés en VIP) a été nécessaire d’autant plus que la taille de champ d’inspection voulue est relativement importante pour notre objectif (quelques longueurs intégrales). Les caméras utilisées sont les mêmes que celles qui ont servies pour les mesures VIP. On a choisi un objectif de 50 mm équipé d’une bague allonge de 0,5 dont l’ouverture est de 1,4. Nous avons finalement une taille de champ de $4,4 \text{ cm} \times 3,4 \text{ cm}$. Nous allons exposer ici les points clés relatifs à la méthode. Notre objectif est la mesure de concentration en deux points et en deux temps. Le problème principal de notre installation et de nos mesures est qu’après la mesure en un point pour l’établissement de la courbe de corrélation, l’installation est polluée par le rejet de rhodamine

qui a été effectué. Cela induit un problème de dérive en temps de l'intensité fluorescente I_F lors d'une série qui va servir pour établir la statistique en un point. On a de plus un problème d'accumulation du fond de fluorescence, relatif aux injections successives. Le premier problème est résolu en corrigeant de la dérive temporelle, via une fonction obtenue à l'aide des échantillons nécessaires aux statistiques en un point. Le deuxième problème est pris en compte d'une part par la soustraction du fond initial à une mesure mais aussi par le nettoyage régulier et donc la mise à zéro de ce fond. Cela nécessite de façon pratique des campagnes de mesures étalées sur plusieurs semaines à cause de la taille de l'installation. Cela implique un étalonnage de nos mesures à chaque changement de conditions au cours de ces semaines. Nous allons maintenant expliquer les différentes étapes nécessaires pour prendre en compte et corriger ces points.

Etalonnage

Nous avons établi la procédure suivante qui nous permet de calibrer chacun des échantillons relatifs à nos points de mesures par l'obtention conjointe à ces points d'une courbe d'étalonnage partielle. Un résultat expérimental montre que pour différents niveaux d'intensité d'éclairement les courbes d'étalonnage obtenues dans des conditions similaires ont des pentes parallèles dans leurs zones linéaires. La connaissance du rapport d'intensité permet la superposition exacte de ces courbes d'étalonnage. Ainsi, pour différentes courbes d'étalonnage partielles le seul problème pour avoir des mesures absolues comparables est de tenir compte de ce rapport défini en 3.44. On réalise le cycle d'acquisition suivant entre chaque nettoyage d'installation :

- (a) Une série d'images (300) sans concentration, notée SF, est prise au préalable de toute injection pour obtenir le bruit de fond relatif aux mesures. On note l'intensité correspondante à ce bruit : I_F .
- (b) Une série d'images (500) avec injection, notée SI est ensuite enregistrée. Nous l'utiliserons lors du calcul des corrélations.
- (c) A partir du moment où l'on cesse l'injection de scalaire nécessaire à cette série SI, on laisse durant plusieurs fois le temps de recirculation T_{rec} l'écoulement tourner en boucle fermée. Ainsi la rhodamine B injectée sera parfaitement mélangée au sein de toute l'installation (nous verrons plus bas l'erreur relative à ce mélange). On définit T_{rec} comme le temps nécessaire à un volume V pour revenir à sa position initiale après avoir parcouru toute l'installation. Notons que l'installation est munie en son centre d'une grande cuve de neutralisation qui reçoit le fluide du canal principal avant sa réinjection dans le même canal. Cela permet un brassage très important du fluide de l'installation (voir schéma 3.1). Cette étape d'homogénéisation permet donc d'obtenir la série notée SNU. Cette série contient 300 images d'intensités I_{NU} . Ces intensités sont traitées

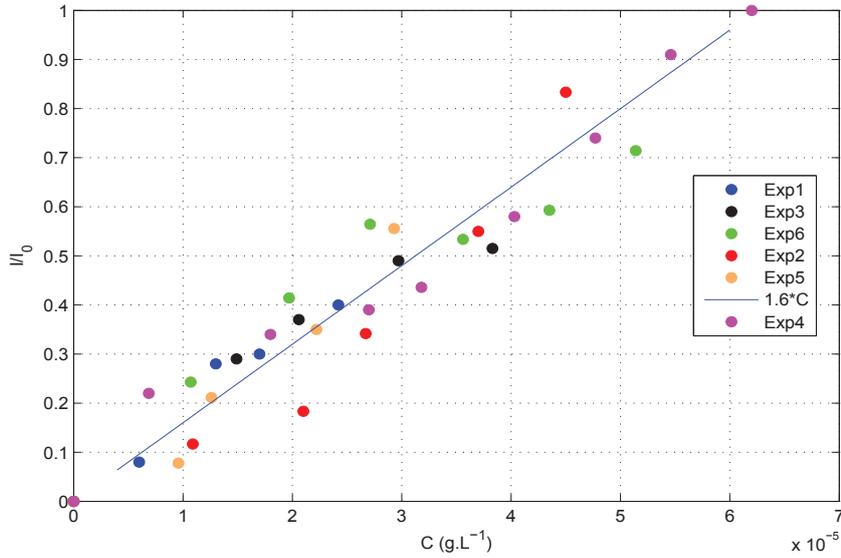


FIGURE 3.18 – Courbes d'étalonnage intensité-concentration des différentes mesures utilisées.

classiquement [65] à l'aide de l'équation :

$$I_c^{NU} = \frac{I_{NU} - I_F}{I_{NU}^{max} - I_F}. \quad (3.43)$$

Cela permet l'obtention d'une image homogène d'intensité fluorescée dont on relève la valeur comprise entre 0 et 1. Ces séries nous serviront pour l'établissement des courbes d'étalonnage partielles. Puis on recommence le processus en b) jusqu'à ce que la concentration moyenne au sein du canal (fond d'accumulation) en rhodamine B d'une série SNU dépasse une valeur critique nous empêchant de respecter les conditions de non-absorption (formules 3.40 et 3.41).

On a fait ainsi six lots de série (SF, SI, SNU, voir tableau 3.1), notés LS. Chaque LS contient une quantité quelconque de paires SNU, SI. Cela correspond à six nettoyages de cuve. On verra plus loin comment sont utilisées les séries SI permettant de remonter aux mesures statistiques en un point ou en deux points et deux temps. Notons cependant que nous n'avons conservé que les images instantanées SI jugées visuellement assez bonnes après le traitement par l'équation 3.43. En effet l'image originale est bruitée par des bandes, qui constituent le plan d'éclairage, d'intensités inégales. Pour la FIPL, l'hypothèse d'intensité d'éclairage uniforme et constante est fondamentale pour respecter la validité de (3.42). Chaque image instantanée est corrigée de cette non-uniformité en divisant par une image de référence en concentration prise dans les mêmes conditions que celles de l'expérience. Cette dernière image fournit une intensité fluorescée pour une concentration fixée et constante que nous notons I_{NU}^{max} . Un exemple de traitement satisfaisant sur une image instantanée d'une série SI est montré sur les figures

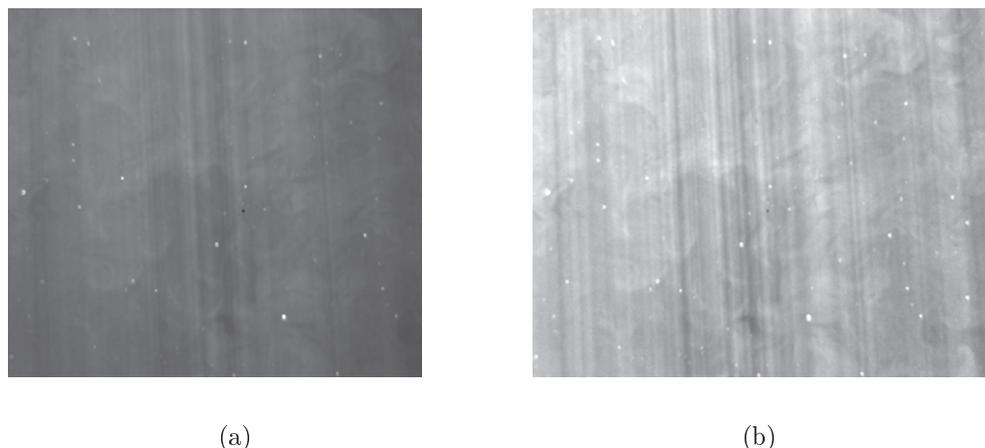


FIGURE 3.19 – Illustration d’un cas non-satisfaisant de traitement d’image instantanée par l’équation 3.43. Image de concentration non traitée (a). Image de concentration traitée sans soustraction des images de particules (b).

3.20. Dans la majorité des cas ce traitement a donné de bons résultats mais la présence de micro-bulles au sein de l’installation a pu modifier, certaines fois, le positionnement laser empêchant la correction de non-uniformités.

Sur la figure 3.19 on a un exemple pour lequel la prise en compte de la non-uniformité par l’équation 3.43 n’a pas donné de bons résultats. A contrario on voit sur la figure 3.20 (b) un exemple de correction donnant de bons résultats.

On note dans le tableau 3.1 le nombre de série SI réalisées pour l’établissement de la courbe en deux points et deux temps et l’ordre des expériences pour notre étude. On voit donc qu’on a établi six courbes d’étalonnage partielles, notées EP, correspondantes aux six LS. Chaque courbe d’EP ne contient pas le même nombre de points. Ce n’est en effet pas nécessaire dès lors que la linéarité est respectée. On voit dans ce tableau que nous n’avons pas utilisé toutes les séries de points SI disponibles pour construire la courbe de corrélation en deux points deux temps. Ceci est dû au fait qu’on a été très strict dans le rejet des SI touchés par le problème des micro-bulles et nous l’avons moins été dans le cas de la construction des EP. En effet, ces EP sont construites à partir de grandeurs moyennes à l’image (voir ci-dessous) alors que les courbes deux points deux temps sont construites à partir de corrélations pixel à pixel donc d’intensités locales instantanées plus sensibles au bruit, a priori. On va détailler maintenant comment on obtient la courbe d’étalonnage finale présentée figure 3.18 et obtenue à partir des courbes d’étalonnage partielles dont nous avons parlé plus haut. A l’étape c) nous estimons la quantité de rhodamine B, qui a été utilisée à l’étape b) pour obtenir une série SI, ainsi que le volume total de fluide transitant dans l’expérience. Cela nous permet d’estimer la valeur de la concentration C_i au sein du canal correspondant à la série SNU. Après correction par l’équation 3.43, de toutes les images instantanées relatives à une série SNU, on obtient une valeur moyenne I_C^{NU} relative à cette concentration. Cela donne un point de calibration $I(C_i)$.

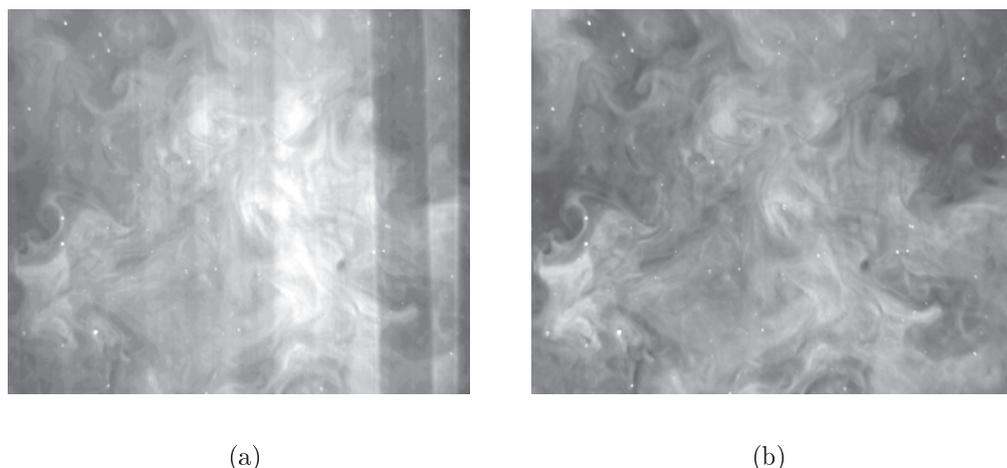


FIGURE 3.20 – Illustration d’un cas satisfaisant de traitement d’image instantanée par l’équation 3.43. Image de concentration non traitée (a). Image de concentration traitée sans soustraction des images de particules (b).

Cela permet d’obtenir pour chaque LS une courbe d’étalonnage partielle. Nous devons recalibrer tous ces étalonnages partiels puisque l’intensité d’éclairement relatif à chaque LS, donc à chaque étalonnage est différent, les expériences étant faites à des jours différents. Ceci est réalisable car, comme nous l’avons dit plus haut, les pentes des EP sont parallèles et ne diffèrent que par leurs amplitudes, qui sont proportionnelles à leur rapport d’intensité d’éclairement.

On appelle I_{LS}^{max} l’intensité maximale relative à la courbe d’étalonnage partielle d’une série LS. Elle correspond à la concentration maximum C_i d’une LS donnée. On choisit (tableau 3.1) le lot de série 1 comme courbe d’étalonnage de référence. On a alors pour cette série LS I_{LS}^{max} qui devient $I_{LS_{Ref}}^{max}$. On définit le rapport précédent, noté α , qui servira à ajuster les cinq LS restantes à la LS de référence :

$$\alpha_i = \frac{I_{LS_{Ref}}^{max}}{I_{LS}^{max}}, (i = 1, 5), \quad (3.44)$$

Toutes les images des séries SI et SNU formant un lot $(LS)_i$, $i = 1..5$ seront multipliées par le coefficient de correction α_i , après correction à l’aide de l’équation 3.43.

On voit sur la courbe d’étalonnage finale, figure 3.18, une forte dispersion pouvant aller jusqu’à trente pourcent d’erreur. Dans leurs grandes majorités, les erreurs pour l’obtention des points relatifs à chaque $(EP)_i$ sont de l’ordre de quinze pourcent.

Ces erreurs sont dues à plusieurs facteurs :

1. La mesure du volume total dans l’installation (évaporation, ...).
2. La mesure exacte du volume injecté de produit rhodaminé (10 % d’erreur).

numéro de LS	nombre de SF	nombre de SI	nombre de SNU	nombre de SI utilisées
1	1	8	8	1
2	1	4	4	1
3	1	7	7	6
4	1	8	8	1
5	1	5	5	2
6	1	6	6	2

TABLE 3.1 – Tableau détaillant la manip de concentration.

3. La correction par l'équation 3.43 (bulles, ...)
4. D'éventuelles zones mortes dans l'installation relative au temps de recouvrement T_{rec} .
5. La dégradation du produit rhodaminé (photobleaching).
6. Les fluctuations du laser (1%)

Mesures en un point ou deux points et deux temps

Nous allons détailler la façon dont nous avons corrigé les images des SI qui vont nous servir pour les mesures statistiques en un point ou deux points et deux temps. Comme nous l'avons dit plus haut on effectue deux types de corrections.

- I/ On corrige les images relatives aux SI, de la même façon que l'on a réalisé pour les SNU à l'aide de l'équation 3.43 pour tenir compte des problèmes de fond et de non-uniformités d'éclairement.
- II/ Une correction de la dérive temporelle est ensuite effectuée.
Pour établir la loi qui nous permettra de corriger de cette dérive, on doit définir une valeur caractéristique relative à une image à un instant donné. On suppose qu'on a suffisamment d'échelles intégrales sur une image à un instant t pour que cette valeur caractéristique soit définie à partir d'une statistique construite sur toutes les intensités $I_C(x, y, t)$ issues de tous les pixels d'une image. Ainsi, cette valeur est définie par :

$$I_C^{I_{moy}}(x, y, t) = \frac{1}{MN} \sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N I_C(x, y, t), \quad (3.45)$$

où M est le nombre de pixels sur une ligne de l'image et N le nombre de pixels sur une colonne de l'image.

Cela représente la moyenne de toutes les intensités I_C sur une image. Cela est représentatif de l'augmentation du fond responsable de la dérive. En outre, on prend une moyenne de dix échantillons lors de l'établissement de la courbe de dérive temporelle. On montre sur la figure 3.21 l'évolution de cette quantité

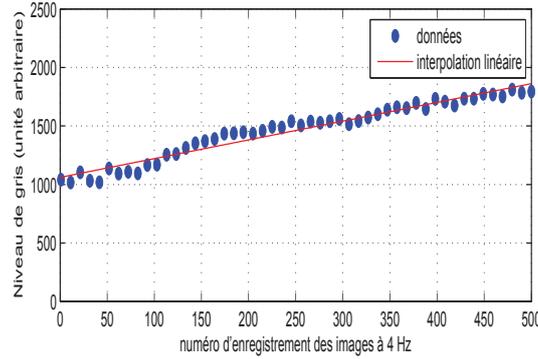


FIGURE 3.21 – Courbe de la dérive temporelle en concentration.

lorsqu'elle est bâtie sur toutes les images relatives à une série SI. De telles courbes pour chaque SI permettent de construire une fonction $I_C(t)$ de façon à corriger de cette dérive temporelle donnant de nouvelles valeurs $I'_C(x, y, t)$ pour chaque image. Ainsi si l'on utilise 3.45 à l'aide $I'_C(x, y, t)$ on obtiendra une valeur $I'_C{}^{moy}(t) = Cte \forall t$. L'écart moyen entre la dérive temporelle et une relation linéaire (figure 3.21), phénomène linéaire auquel on peut s'attendre est de l'ordre de 3,7 %.

Mesures absolues

Lorsque l'on fait des mesures absolues, après correction à l'aide de l'équation 3.43, on divisera chaque image instantanée par son coefficient correspondant α_i défini en 3.44. Pour obtenir les coefficients de corrélation, on n'a pas besoin de réaliser une telle correction. En effet celle-ci correspond à une division par l'intensité I_0 d'éclairement utilisé durant l'obtention d'un lot de série LS. A partir de 3.42 on a $I(x, y, t) \propto I_0 C(x, y, t)$. Si on définit $I_{MOY}(x, y)$ par :

$$I_{MOY}(x, y) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N I(x, y, t_i), i = 1..N \quad (3.46)$$

on obtient $I_{MOY}(x, y) \propto I_0 C_{MOY}(x, y)$.

De même, si :

$$I_{RMS}(x, y) = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_{i=1}^N (I(x, y, t_i) - I_{MOY}(x, y))^2}, i = 1..N \quad (3.47)$$

on obtient :

$$\begin{aligned} I_{RMS}(x, y) &\propto \frac{I_0}{N} \sqrt{\sum_{i=1}^N (C(x, y, t_i) - C_{MOY}(x, y))^2}, i = 1..N \\ &\propto I_0 \sqrt{c^2} \end{aligned}$$

On a $I(x, y, t_i)$ qui représente la valeur de l'intensité fluorescée en un point (x,y) d'une image en un instant t_i et N qui représente le nombre d'échantillons pour une série SI quelconque.

De même :

$$\begin{aligned} I_{corr}(\Delta x, \Delta y) &= \overline{I_1(x, y)I_2(x + \Delta x, y + \Delta y)} \\ &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (I_1(x, y, t_i) - I_{1moy}(x, y)) \\ &\quad (I_2(x + \Delta x, y + \Delta y, t_i) - I_{2moy}(x + \Delta x, y + \Delta y)) \quad , i = 1..N \end{aligned}$$

d'où :

$$\begin{aligned} I_{corr}(\Delta x, \Delta y) &\propto I_0^2 \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (C_1(x, y, t_i) - C_{1moy}(x, y)) \\ &\quad (C_2(x + \Delta x, y + \Delta y, t_i) - C_{2moy}(x + \Delta x, y + \Delta y)), \quad i = 1..N \end{aligned}$$

\Leftrightarrow

$$I_{corr}(\Delta x, \Delta y) \propto I_0^2 \overline{c_1 c_2}. \quad (3.48)$$

Le coefficient de corrélation qu'on désigne par $\rho_{c_1 c_2}$ et qui vaut :

$$\rho_{c_1 c_2} = \frac{\overline{c_1 c_2}}{\sqrt{\overline{c_1^2}} \sqrt{\overline{c_2^2}}}, \quad (3.49)$$

devient :

$$\rho_{c_1 c_2} = \frac{I_{corr}}{I_{1RMS} I_{2RMS}}, \quad (3.50)$$

et est indépendant de I_0 .

Remarque : Comme nous n'avons enregistré que des petits temps de corrélation nous n'utilisons qu'une seule position de caméra pour une valeur $(\Delta x, \Delta y)$ donnée de la corrélation. Cela nous permet d'utiliser pour calculer la corrélation $\rho_{c_1 c_2}$ la première trame de la caméra pour l'instant t et la seconde trame de la caméra pour l'instant $t + \Delta T$. Cela nous évite des erreurs de correspondances entre (x, y, t) et $(x + \Delta x, y + \Delta y, t + \Delta T)$ que nous aurions faites pour des temps plus longs avec deux caméras différentes.

Quantification de la validité des mesures SI

Afin de réaliser des statistiques correctes en Turbulence Homogène Isotrope pour le scalaire nous devons vérifier que les séries SI sont reproductibles et répondent à un certain nombre de propriétés de base, à savoir l'homogénéité moyenne de concentration moyenne sur un profil vertical, l'homogénéité RMS sur un profil vertical. Pour se faire, on va d'abord définir des paramètres nécessaire à la mesure de cette qualité et de cette reproductibilité. On a vu dans le tableau 3.1 qu'on utilisait au total treize SI. Pour chaque SI on calcule I_{MOY} par l'équation 3.46. On choisit $I_{MOY}(y)$ pour x fixé. On calcule maintenant la grandeur :

$$E_{MOY}^{Pmoy} = \frac{1}{M} \sum_{y=1}^M I_{MOY}(\cdot, y) \quad (3.51)$$

de même,

$$E_{RMS}^{Pmoy} = \frac{1}{M} \sum_{y=1}^M (I_{MOY}(\cdot, y) - E_{MOY}^P)^2. \quad (3.52)$$

On obtient ainsi pour chacune des treize SI utilisées pour l'établissement des corrélations en deux points deux temps le tableau suivant :

Expé SI	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$\frac{E_{RMS}^{Pmoy}}{I_{MOY}}$ (%)	2.4	5.3	4.2	7.5	4.3	4.5	10.8	6.3	6.7	6.7	4.8	5.3	3.8

TABLE 3.2 – Tableau caractérisant l'homogénéité de la concentration moyenne. Les valeurs données sont calculées à l'aide de l'équation 3.52.

On peut ainsi en déduire une erreur relative à l'homogénéité en concentration moyenne qui va de 2,4 % à 6,7% en dehors du point 7 qui va jusqu'à 10%. De même on réalise cette quantification pour les valeurs RMS de concentration. A l'aide de la formule 3.47 on obtient I_{RMS} relatif à chaque SI. On choisit un profil RMS $I_{RMS}(\cdot, y)$, x quelconque, relatif à chaque SI. Sur chaque profil on calcul de la même façon que les valeurs moyennes, un profil RMS :

$$E_{MOY}^{Prms} = \frac{1}{M} \sum_{y=1}^M I_{RMS}(\cdot, y) \quad (3.53)$$

De même,

$$E_{RMS}^{Prms} = \frac{1}{M} \sum_{y=1}^M (I_{RMS}(\cdot, y) - E_{RMS}^P)^2 \quad (3.54)$$

On peut voir, tableau 3.4, la valeur relative à la RMS :

Expé SI	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$\frac{E_{RMS}^{Prms}}{I_{MOY}}$ (%)	1.3	2.5	1.5	1.5	1.1	1.1	2	2.1	1.6	2.4	1.8	2.1	1.7

TABLE 3.3 – Tableau caractérisant l'homogénéité des champs fluctuants de concentration. Les valeurs données sont calculées à l'aide de l'équation 3.54.

On peut ainsi en déduire une erreur relative à l'homogénéité du champ RMS de concentration qui va de 1,3 % à 2,5%.

La première erreur nous permet de juger de la régularité du mode d'injection du scalaire passif. Cette erreur nous permet de juger, entre autres, d'une turbulence homogène pour le champ scalaire. La seconde erreur nous permet quant à elle de juger de la répétabilité de l'injection des fluctuations scalaires.

Remarque :

- Notons que nous avons vérifié que pour tous les débits d'injection possibles, le champ de vitesse n'était pas perturbé par l'injection.
- L'injection s'est faite à isovitesse.
- En ce qui concerne les valeurs RMS, un nombre supérieur d'échantillons SI aurait été nécessaire. Ce qui n'était pas réalisable à cause du circuit fermé. Nous avons fait nos mesures pour un régime correspondant à une vitesse de $1,2 \text{ m.s}^{-1}$. L'expérience se déroulant en circuit fermé, le temps de recouvrement T_{rec} de l'expérience est égal à 167 s ce qui correspond à environ 660 paires d'images enregistrées à 4 Hz (volume fluide estimé à 8.36 m^3). En pratique, nous avons pris des séries de 500 paires d'images.

3.2.2.3 Erreurs intrinsèques à notre expérience

Il nous reste à qualifier et à quantifier les erreurs relatives à notre façon de procéder expérimentalement et non pas à la méthode de mesure.

- On peut voir, figure 3.23(a), une image instantanée relative à l'intensité fluorescée. On observe des particules qui sont passées outre le filtre passe-bande monté sur l'objectif. Ces particules sont résiduelles aux mesures de vitesses faites au préalable. Vue la structure de l'expérience, il nous a été impossible de toutes les éliminer après nettoyage. Il est relativement simple de les éliminer par traitement et analyse d'image. En effet, elles sont réparties uniformément et ont une intensité saturante largement supérieure à l'intensité fluorescée. On effectue un traitement par seuillage local qui nous permet d'éliminer ces particules. On voit figure 3.23(b) les zones où ces particules ont été éliminées où l'on leur a substitué des zéros.
- Le débit d'injection au niveau de chaque barreau d'injecteur est contrôlé et a une fluctuation inférieure à 1 %. On prépare une solution de rhodamine B, de concentration $C=0,8 \text{ g.L}^{-1}$, que l'on met dans une cuve de 80 L située en hauteur. De plus, dans le but de maintenir une pression constante d'injection, à chaque barreau horizontal de la grille est associé une micro-pompe que l'on place dans la cuve. Le débit d'injection est contrôlé par un rotamètre pour chaque barreau.
- Une erreur difficilement quantifiable est relative à la taille des plus petites structures scalaires et à l'épaisseur du plan laser. Les échelles mises en jeu ici sont en ordre de grandeur \sqrt{Sc} , donc ici environ trente fois, plus petites que les plus petites échelles de vitesse, on arrive vite à être limité en résolution spatiale. Nous avons choisi une taille de champ correspondant à 4,4 cm. Avec nos caméras 1280×1024 pixels, il est théoriquement possible de descendre

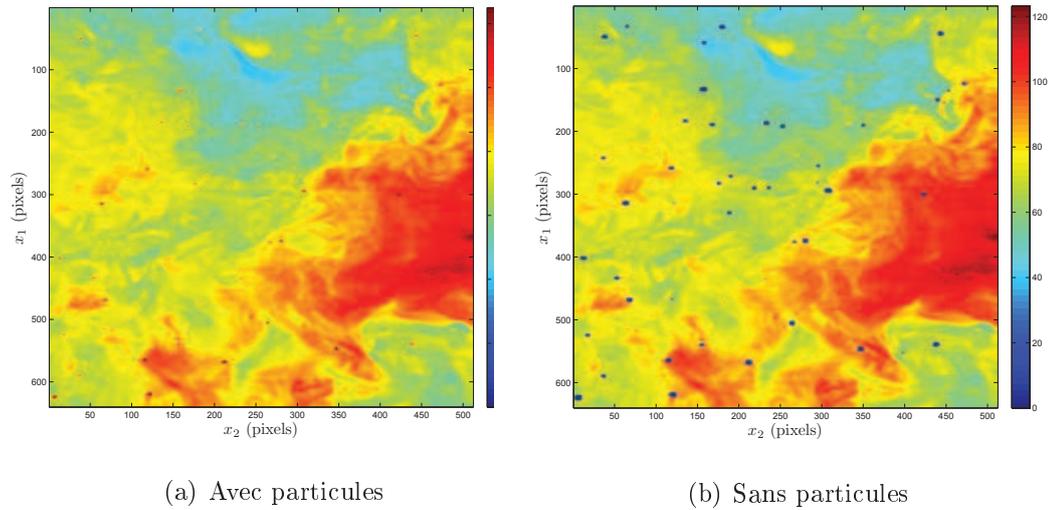
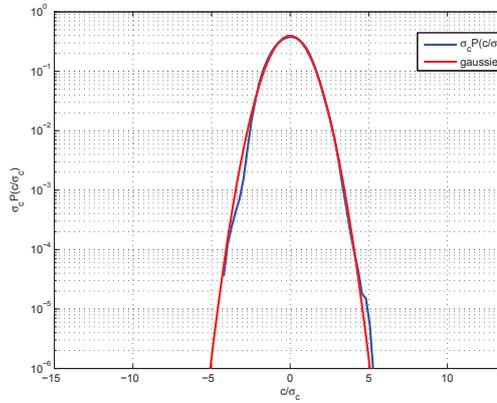


FIGURE 3.22 – Reconnaissance automatique des particules sur des images instantanées de concentration. Image instantanée à traiter (a). Image traitée : le niveau de gris des particules détectées est mis à zéro en (b). La couleur bleue représente ici du noir et le rouge du blanc.

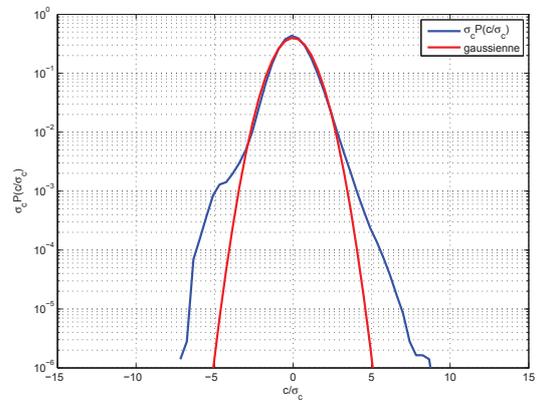
jusqu'à une résolution spatiale d'environ $34 \mu m$. L'épaisseur du plan laser est de l'ordre de $200 \mu m$, qui est plus importante que cette dernière valeur. C'est a priori notre facteur limitant. On arrivera à voir des structures de taille de deux ordres de grandeur plus grande que la plus petite taille d'échelle scalaire qu'on estime dans notre écoulement à $3 \mu m$.

Densités de probabilité de concentration

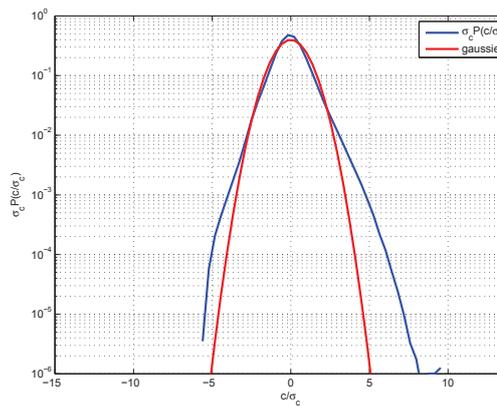
Un bon moyen de mesurer la sensibilité de la mesure est de regarder les densités de probabilité des fluctuations de concentration. On voit que toutes les courbes sont reproductibles jusqu'à environ $10^{-2} \sigma_c P(c/\sigma_c)$, ce qui correspond à des fluctuations de concentration inférieures en valeur absolue à $c/\sigma_c \approx 2.5$.



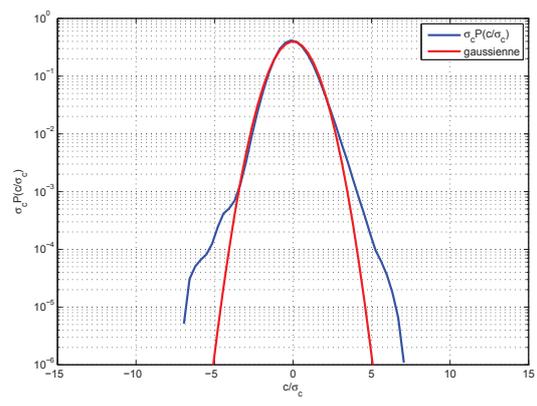
(a)



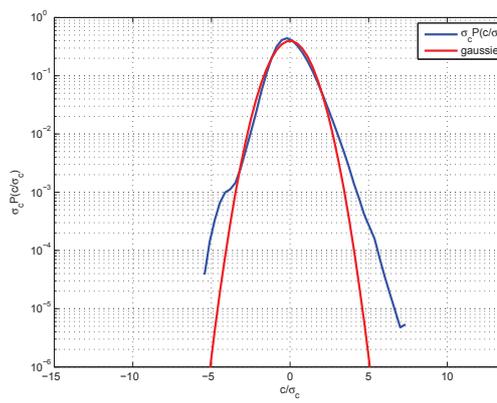
(b)



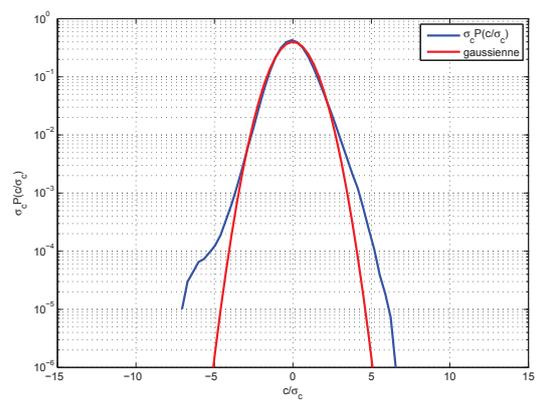
(c)



(d)



(e)



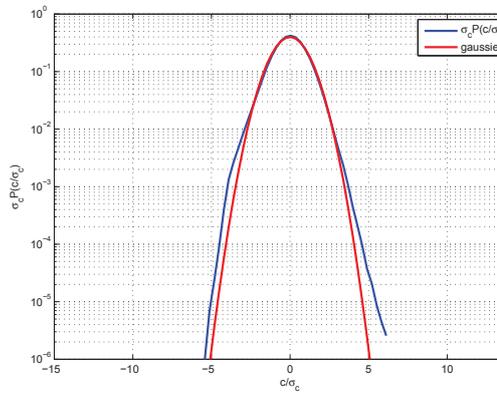
(f)

Au moins sur l'intervalle $-2.5 \lesssim c/\sigma_c \lesssim 2.5$, les courbes se rapprochent de la gaussianité. Le coefficient d'applatissage prend les valeurs données dans le tableau :

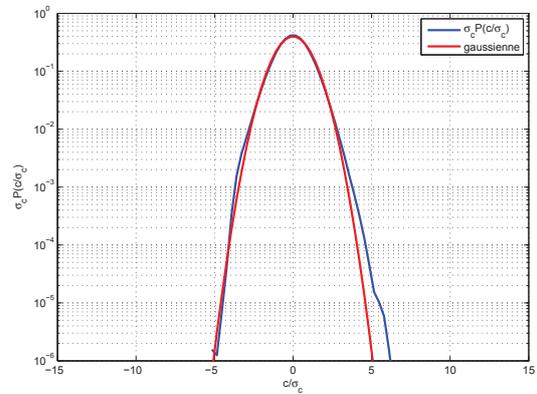
Expé SI	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
CA	2.8	4.6	5.0	3.7	4.1	3.9	3.5	3.4	4.2	3.8	4.0	4.0	4.3	4.6

TABLE 3.4 – Tableau caractérisant la reproductibilité de l'injection de concentration par rapport aux valeurs prises par le coefficient d'applatissage (CA).

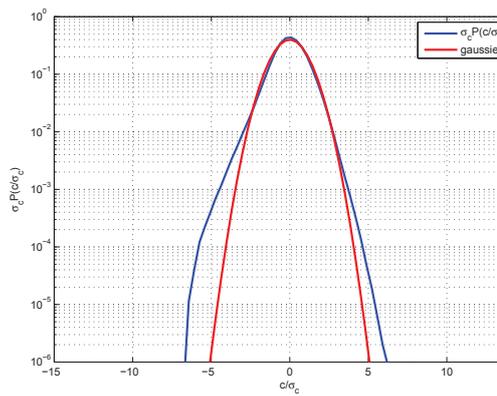
On constate que l'expérience est très sensible. La moyenne des valeurs de ces coefficient d'applatissage étant ~ 4 , on peut considérer que l'expérience est reproductible à environ vingt-cinq pourcent au niveau des moments d'ordre quatre (coefficient d'applatissage). Peu importe la forme des densités de probabilité, on regarde ici la reproductibilité des expériences.



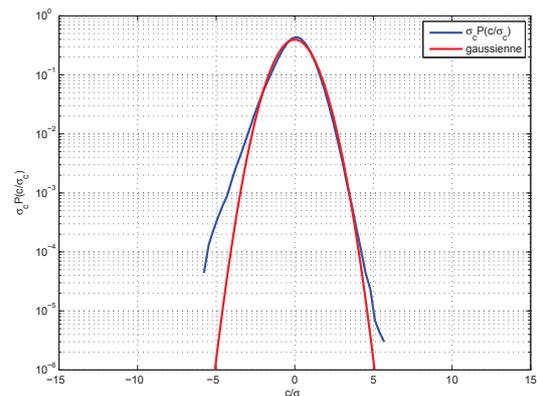
(g)



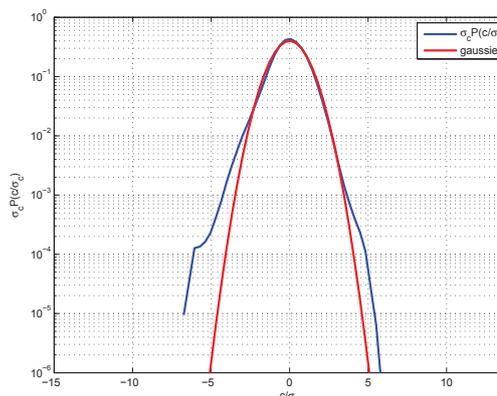
(h)



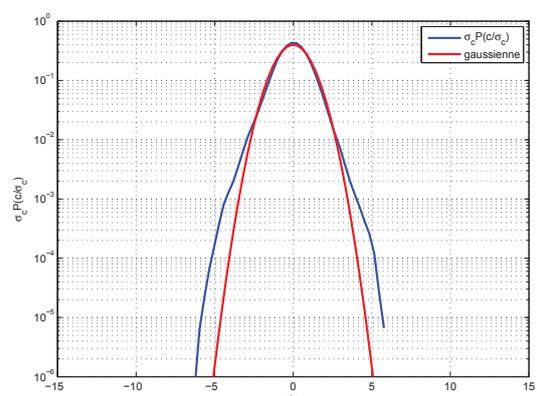
(i)



(j)



(k)



(l)

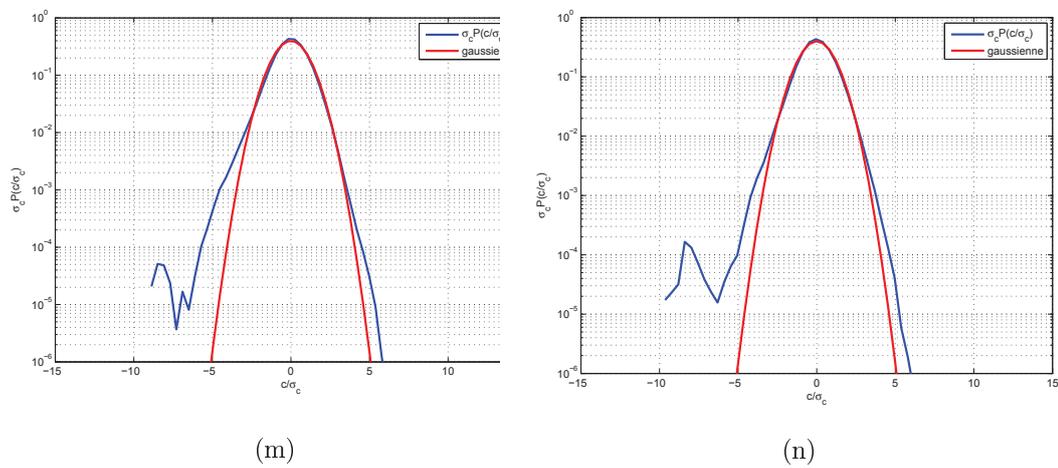


FIGURE 3.23 – Densités de probabilité en concentration correspondant aux expériences servant pour les mesures en 2 points et en 2 temps a) expé SI 1. b) expé SI 2. c) expé SI 3. d) expé SI 4. e) expé SI 5. f) expé SI 6. g) expé SI 7. h) expé SI 8. i) expé SI 9. j) expé SI 10. k) expé SI 11. l) expé SI 12. m) expé SI 13. n) expé SI 14. Ces densités sont adimensionnées par la variance de concentration σ_c .

Chapitre 4

Caractéristiques statistiques générales des champs de fluctuations de vitesse et de concentration en aval de la grille

Sommaire

4.1	Vitesse moyenne	76
4.2	Profils	76
4.3	Décroissance	76
4.4	Isotropie	81
4.4.1	Coeff de corrélation vitesse	81
4.4.2	Les échelles	84
4.4.3	L'isotropie par les spectres	87
4.4.4	Les spectres en $k = \vec{k} $	92
4.4.5	L'isotropie de la concentration	95
4.4.6	Coefficients de corrélation de la concentration	97
4.4.7	Spectres 1D associés à des champs de concentration	100
4.5	Conclusions	102

On dira par la suite qu'un champ est statistiquement homogène si ses propriétés statistiques sont invariantes à toute translation, et qu'il est statistiquement isotrope si elles sont invariantes à toute rotation et symétrie par rapport à un plan. Afin d'améliorer notre connaissance des temps caractéristiques de la turbulence homogène isotrope (THI), exposés en introduction, nous avons choisi l'étude d'un écoulement connu. La turbulence de grille est l'écoulement qui fournit le plus "simple" la turbulence homogène quasi-isotrope. C'est une turbulence où l'énergie produite au niveau de la grille décroît le long de la veine, on est donc en présence d'une turbulence statistiquement inhomogène et stationnaire, si l'on considère que la vitesse moyenne ne varie pas au cours du temps. Par un changement de repère $dt = \bar{U}_1/dx_1$, on arrive à une turbulence homogène et instationnaire sans vitesse moyenne. On accède ainsi expérimentalement à des quantités qui permettent de valider les théories développées en turbulence homogène isotrope, et on peut parler de "turbulence de boîte".

On notera (U_1, U_2, U_3) le champ de vitesse instantané suivant la décomposition de Reynolds. \bar{U}_i sera la i -ième composante de la vitesse moyenne et u_i la fluctuation autour de la moyenne.

4.1 Vitesse moyenne sur l'axe de la veine

Les mesures ont été effectuées pour deux vitesses \bar{U}_g de traversée de la grille, correspondant à $1,2 \text{ m.s}^{-1}$ et $1,8 \text{ m.s}^{-1}$ et apparaissent sur la figure 4.1. On observe une légère augmentation de la vitesse moyenne \bar{U}_1 le long de la veine ce qui est vraisemblablement dû au développement des couches limites.

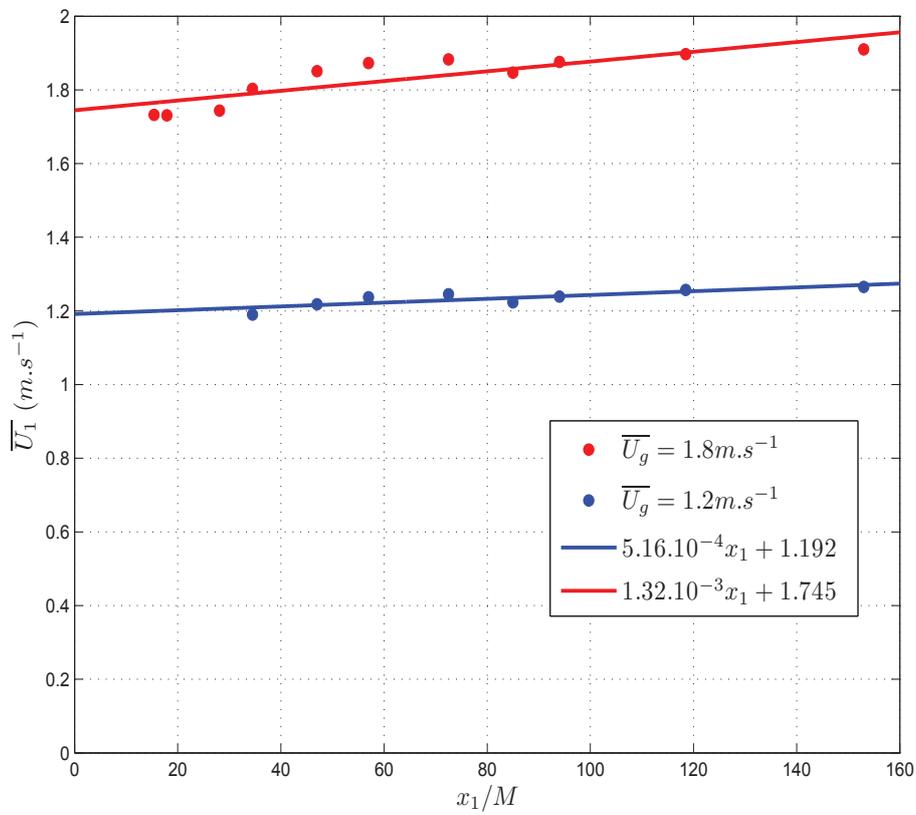
4.2 Profils de vitesse et de RMS de fluctuations de vitesse

Sur la figure 4.2 sont présentés des profils de vitesse moyenne \bar{U}_1 et des valeurs de RMS $\sqrt{u_1^2}$ mesurés par VLD à 98,5 cm de la grille de turbulence, soit 98,5M, où M est la maille de 1 cm de la grille.

Bien que les profils soient dissymétriques, ils sont sensiblement plats, au moins dans l'intervalle $-4 < x_2/M < 4$. On peut ainsi considérer que la turbulence est statistiquement homogène, dans cette section, sur une distance de l'ordre de 8 mailles.

4.3 Déclin de la turbulence sur l'axe

Nous présentons la courbe de décroissance des intensités de turbulence définies à partir des fluctuations u_1 et u_2 le long de la veine sur les figures 4.3 et 4.4. L'intensité bâtie sur u_1 suit une loi de puissance donnée par la relation 4.1. On a tracé, dans l'encart de cette même figure, le rapport des valeurs RMS des fluctuations longitudinales u_1 sur celles des fluctuations transversales u_2 de vitesse. Ce rapport

FIGURE 4.1 – Evolution de la vitesse moyenne \overline{U}_1 le long de la veine.

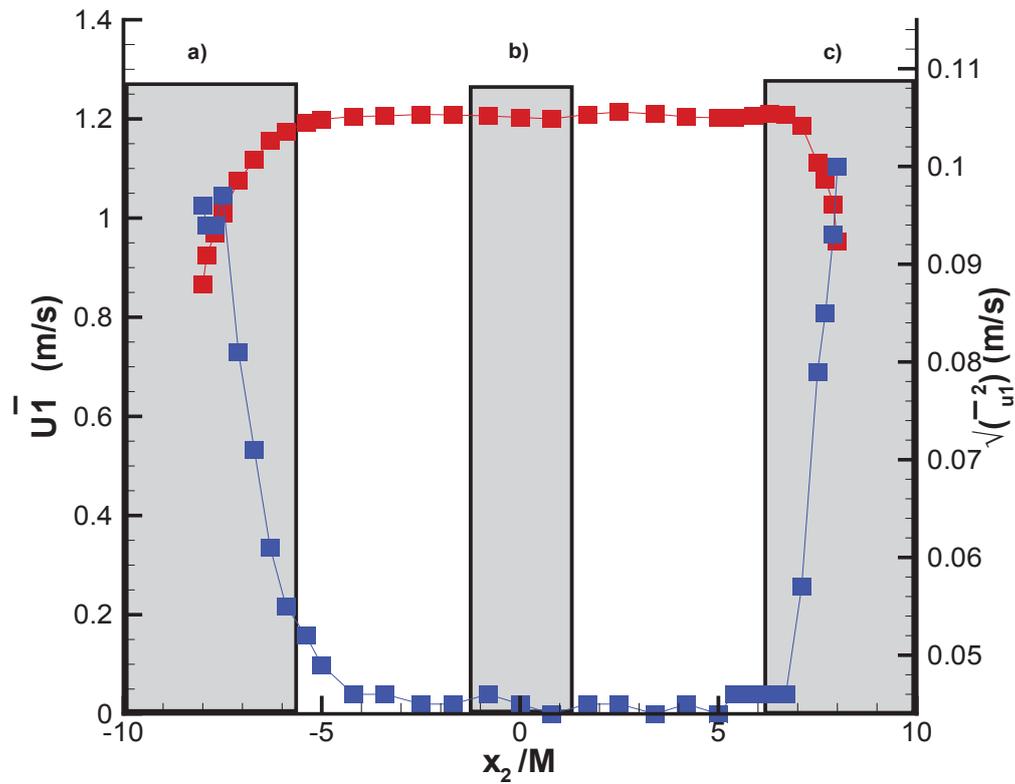


FIGURE 4.2 – Profils de vitesse longitudinale moyenne (courbe rouge) et des valeurs RMS de $\overline{u_1^2}$ (courbe bleue) mesurés par VLD à $98.5M$. Les zones grisées du profil de vitesse a) et c) où on voit que l'écoulement est non-uniforme ne sont pas utilisées dans cette thèse. La zone b) sera notre zone de travail dans l'étude principale de cette thèse.

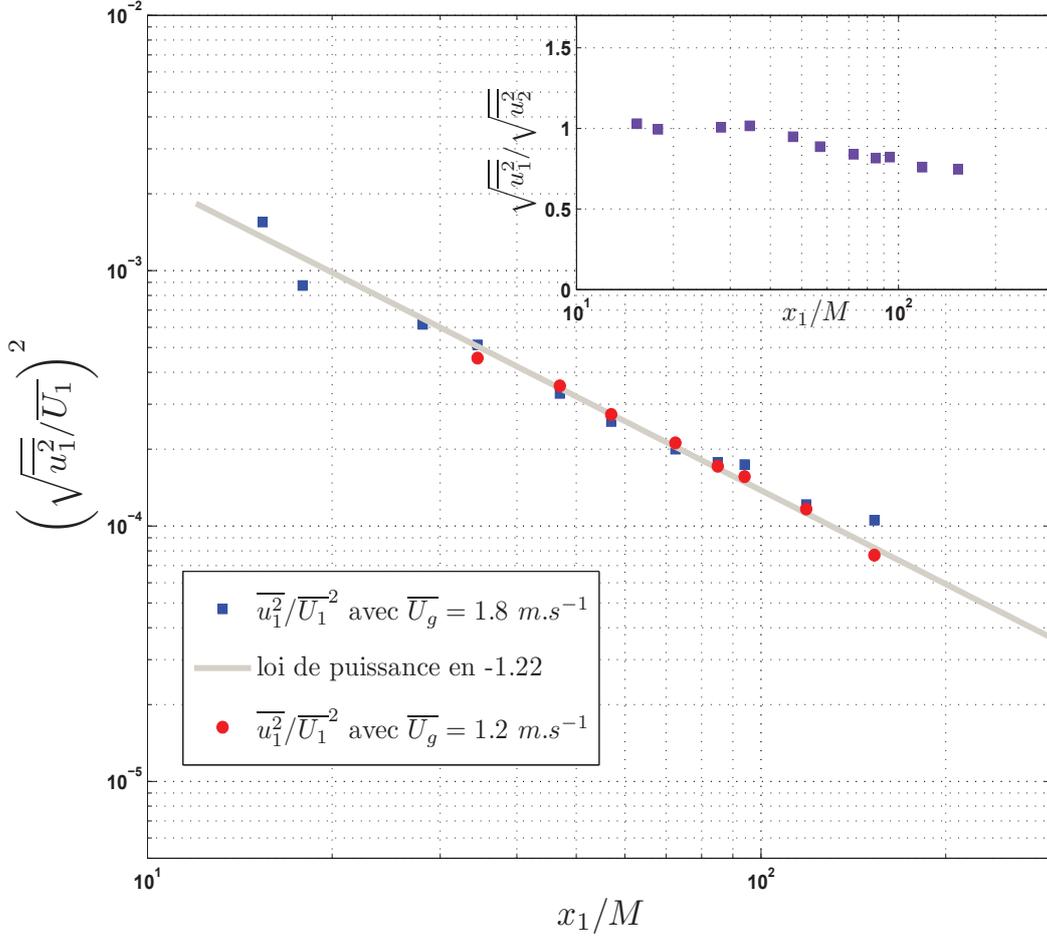


FIGURE 4.3 – Décroissance de l'énergie cinétique des composantes longitudinales des fluctuations de vitesse le long du canal. L'évolution du rapport u_1/u_2 le long de la veine est présentée dans l'encart.

n'a pas le comportement habituellement observé dans des situations expérimentales du même type, toutefois il faut tenir compte de la grande incertitude sur la composante transversale u_2 qui est discutée dans l'annexe 7. On peut supposer que la précision sur la composante verticale de la vitesse, que l'on a dans notre utilisation de la technique VIP, baisse avec la distance à la grille car le niveau de turbulence décline le long de la veine.

$$\frac{\overline{u_1^2}}{\overline{U_1}^2} = A \cdot \left(\frac{x_1}{M}\right)^n \quad (4.1)$$

avec $n = -1.22$ et $A = 3.8 \times 10^{-2}$. Ces valeurs sont en accord avec celles de la littérature, notamment celles de Sreenivasan et al [72], qui obtiennent $n = -1.2$ et $A = 4 \times 10^{-2}$.

On voit néanmoins apparaître une anisotropie statistique sur les composantes u_1^2 et u_2^2 du tenseur de Reynolds qu'il faut caractériser plus finement qu'avec les valeurs RMS des fluctuations de vitesse.

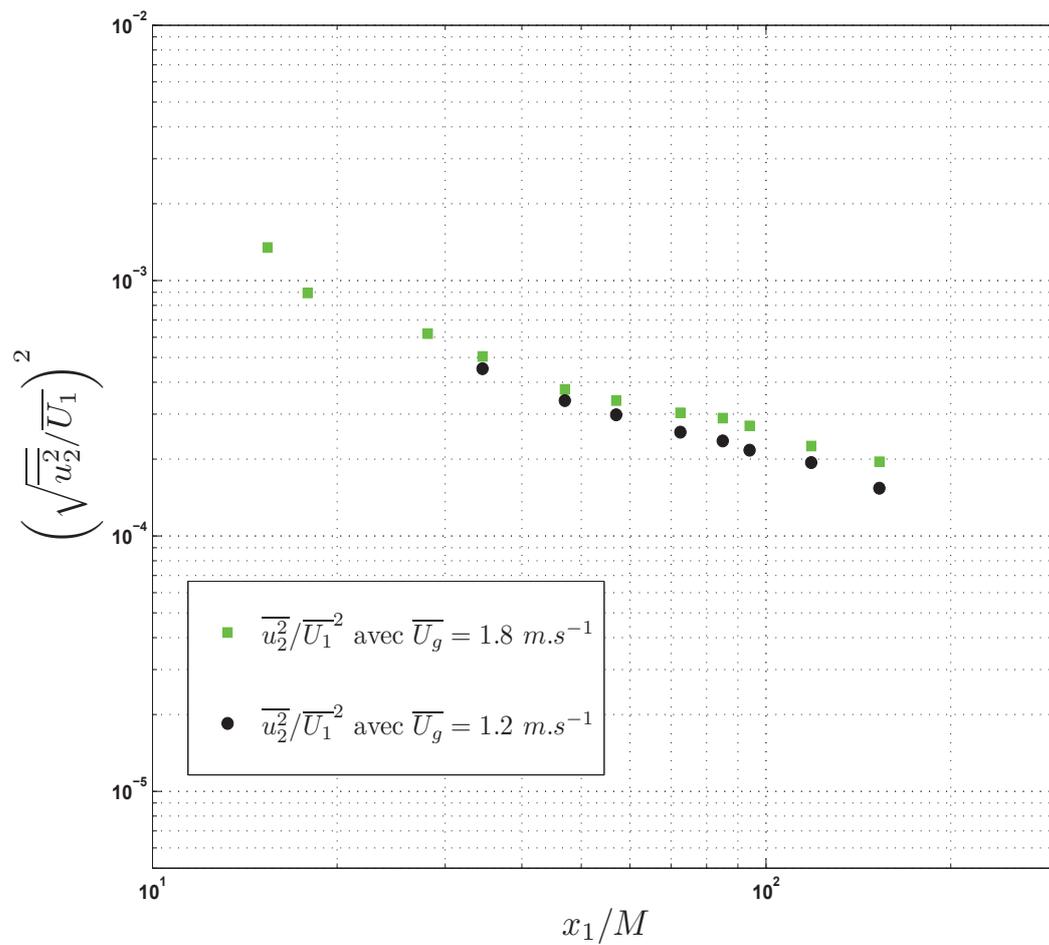


FIGURE 4.4 – Décroissance de l'énergie cinétique des composantes transverses des fluctuations de vitesse le long du canal.

4.4 Isotropie (et anisotropie) statistique des fluctuations de vitesse et ses conséquences

On peut mettre en évidence les propriétés d'isotropie statistique des fluctuations de vitesse dans la veine d'essai de plusieurs manières. Le plus simple est évidemment d'examiner les composantes $\overline{u_i u_j}$ du tenseur de Reynolds, qui s'écrivent alors :

$$\overline{u_i u_j} = \overline{u_1^2} \delta_{ij} = \frac{1}{3} \overline{u_k u_k} \delta_{ij} = \frac{1}{3} \overline{q^2} \delta_{ij} \quad (4.2)$$

Nous avons vu sur la figure 4.3 qu'en particulier $\overline{u_1^2}$ et $\overline{u_2^2}$ n'étaient pas égales durant le déclin, donc que cette condition d'isotropie statistique n'était pas remplie dans cette situation. Toutefois, ces quantités sont essentiellement marquées par les grandes échelles spatiales (c'est à dire les petits nombres d'onde) et donc cela signifie seulement que ces échelles ne sont pas dans un état statistique isotrope. Pour avoir plus d'informations sur l'état statistique des différentes échelles spatiales, sans se limiter à celles qui portent l'énergie des fluctuations, il faut raisonner avec les corrélations en deux points et avec les spectres qui en sont les transformées de Fourier spatiales.

4.4.1 Coefficients de corrélation en deux points des fluctuations de vitesse

On démontre que l'isotropie statistique impose au coefficient de corrélation en deux points

$$R_{ij}(\vec{r}, t) = \frac{\overline{u_i u_j}(\vec{r}, t)}{\overline{u_1^2}} \quad (4.3)$$

d'être de la forme :

$$R_{ij}(\vec{r}, t) = \frac{f - g}{r^2} \delta_{ij} - g \delta_{ij} \quad (4.4)$$

où les fonctions $f(r, t)$ et $g(r, t)$ représentent respectivement les coefficients :

$$\begin{cases} R_{11}(r, 0, 0, t) = R_{22}(0, r, 0, t) = f(r, t) \\ R_{11}(0, r, 0, t) = R_{22}(r, 0, 0, t) = g(r, t) \end{cases}$$

On démontre enfin que l'incompressibilité impose en outre à f et g d'être reliées par :

$$g(r, t) = f(r, t) + \frac{r}{2} \frac{\partial f}{\partial r}(r, t) \quad (4.5)$$

Pour notre situation de turbulence homogène décroissante, nous comparons sur la figure (4.5) les fonctions de corrélation de "type f", $R_{11}(r, 0, 0; t, 0)$ et $R_{22}(0, r, 0; t, 0)$ à la distance $x_1/M = 50$, et sur la figure 4.6, les fonctions de corrélation de "type g", $R_{11}(0, r, 0; t, 0)$ et $R_{22}(r, 0, 0; t, 0)$. Nous présentons sur les

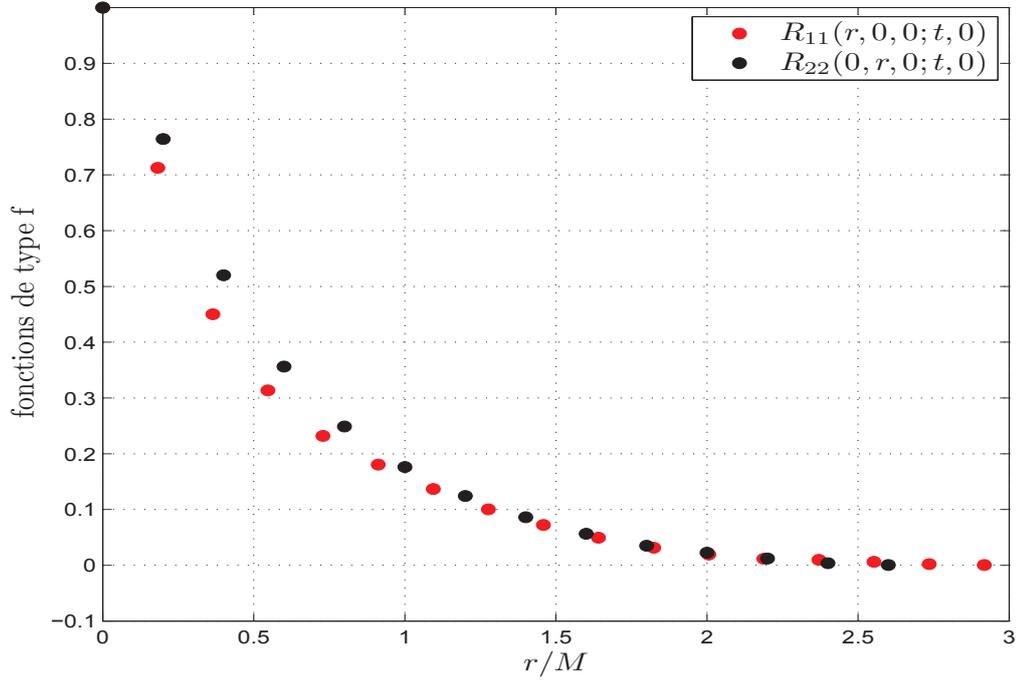


FIGURE 4.5 – Test d’isotropie entre 2 fonctions de type f, à $x_1/M=50$ avec une résolution spatiale de 64 pix \times 64 pix.

figures (4.7) et (4.8) le test d’isotropie à l’aide de la relation 4.5. On doit rappeler que l’incertitude de mesure sur la composante u_2 de vitesse, c’est à dire la composante de vitesse qui est dans la direction perpendiculaire à l’écoulement, est plus importante que pour la composante u_1 (voir annexe 7). Cette caractérisation de l’isotropie est donc à prendre en compte, tout en gardant à l’esprit l’erreur sur la mesure de la composante de vitesse u_2 . De plus, le nombre d’échantillons statistiques pris en compte lors de calcul des coefficients de corrélation est plus important pour les petites distances r_1 que pour les grandes. Ainsi, la convergence statistique est plus assurée pour les petits r_1 que pour les grands r_1 .

On peut conclure de ces premières comparaisons mettant en jeu les différentes échelles spatiales, que l’isotropie statistique, si elle n’est pas parfaite, est suffisamment approchée pour que l’on puisse l’utiliser dans les relations intégrales mettant en jeu les fonctions de corrélation en deux points par exemple pour déterminer les échelles intégrales spatiales. L’avantage de la technique optique de mesure d’un signal spatial, par rapport à l’analyse par fil chaud, est la non-utilisation de l’approximation de Taylor. En outre il n’y a pas de perturbation de la mesure de fluctuations en un point par la présence d’une sonde à l’autre point, ce qui est souvent le cas de deux fils chauds nécessairement proches.

On peut alors déduire de ces mesures des coefficients de corrélation les échelles intégrales spatiales caractéristiques de la turbulence étudiée dans cette expérience.

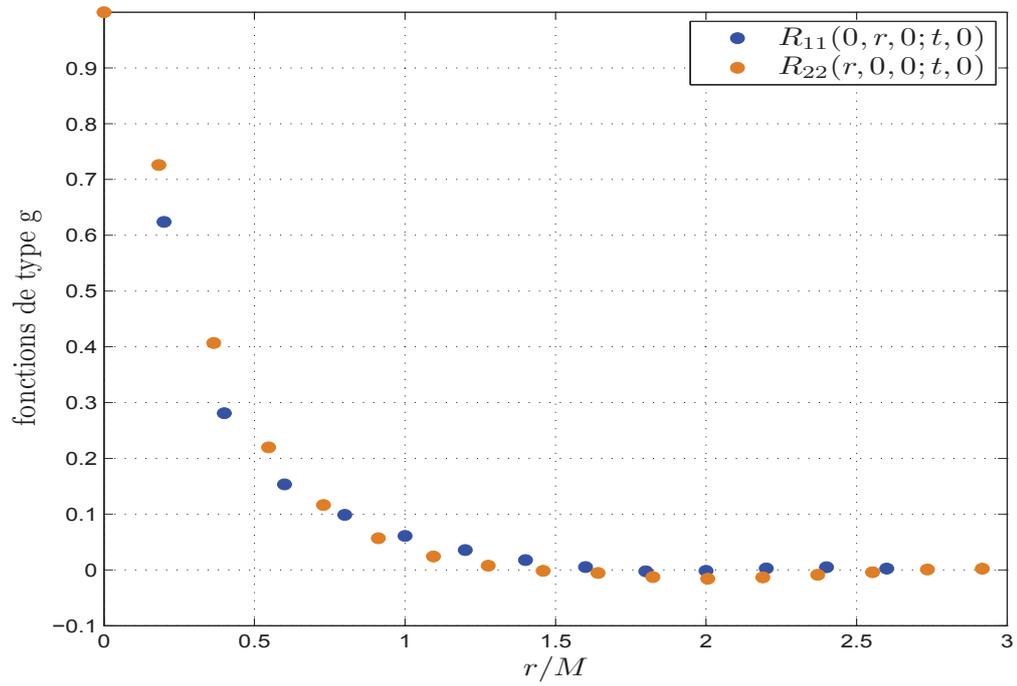


FIGURE 4.6 – Test d’isotropie entre 2 fonctions de type g, à $x_1/M=50$ avec une résolution spatiale de 64 pix \times 64 pix.

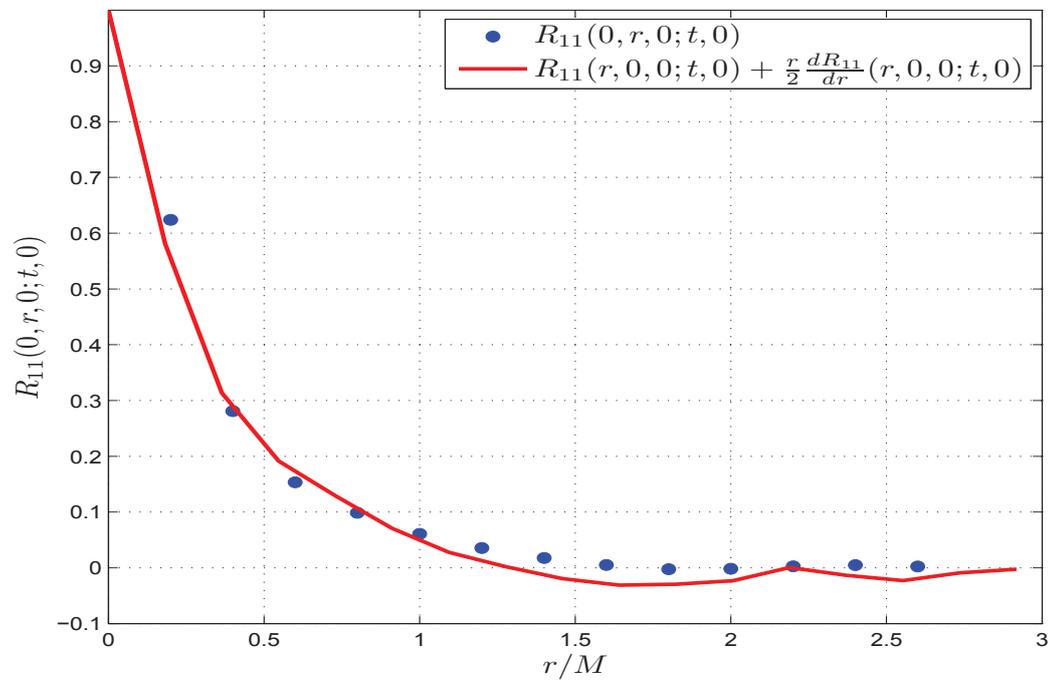


FIGURE 4.7 – Test avec la relation d’isotropie, à $x_1/M=50$ avec une résolution spatiale de 64 pix \times 64 pix.

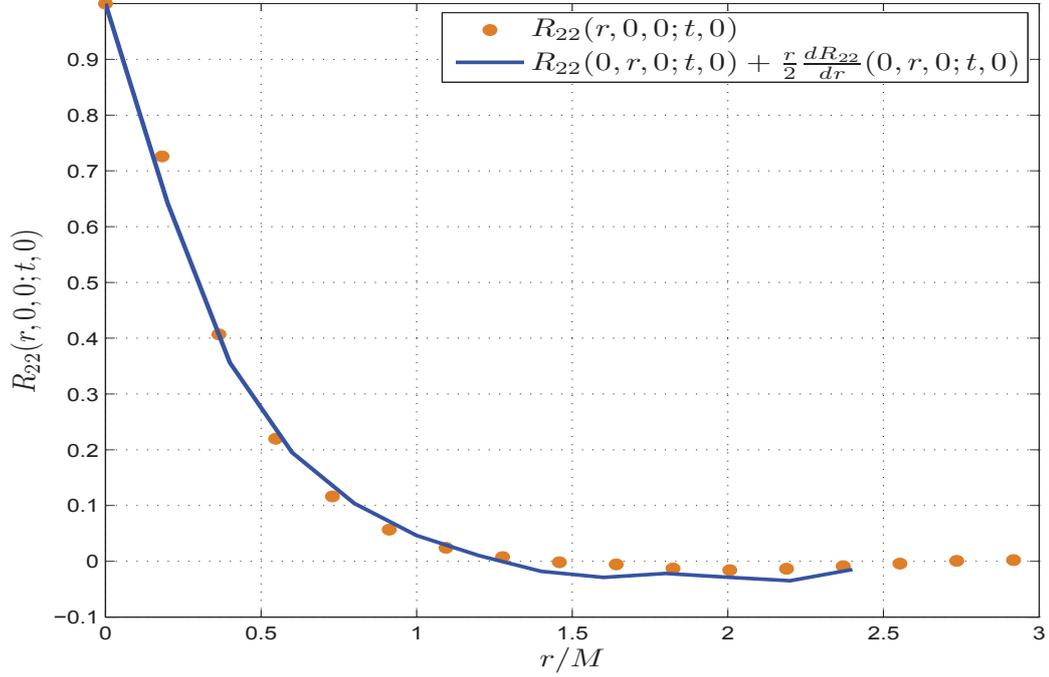


FIGURE 4.8 – Test avec la relation d’isotropie, à $x_1/M=50$ avec une résolution spatiale de 64 pix \times 64 pix.

4.4.2 Echelles spatiales intégrales, échelles de Taylor et échelles de Kolmogoroff

Les échelles intégrales spatiales, on le rappelle, (Annexe 1), représentent l’ordre de grandeur des tailles des plus grosses structures d’un écoulement turbulent. L’échelle intégrale longitudinale L_f , est définie à partir du coefficient de corrélation :

$$L_f = \int_0^{+\infty} R_{11}(r_1, 0, 0, t) dr_1 = \int_0^{+\infty} R_{22}(0, r_2, 0, t) dr_2 = \int_0^{+\infty} f(r, t) dr \quad (4.6)$$

et l’échelle intégrale transversale L_g , est définie quant à elle par :

$$L_g = \int_0^{+\infty} R_{22}(r_1, 0, 0, t) dr_1 = \int_0^{+\infty} R_{11}(0, r_2, 0, t) dr_2 = \int_0^{+\infty} g(r, t) dr \quad (4.7)$$

La relation 4.5 liant f et g impose :

$$L_f(t) = 2L_g(t) \quad (4.8)$$

Comme 4.5 est relativement satisfaite dans notre expérience comme l’indiquent les figures 4.7 et 4.8, on peut raisonner dans notre expérience avec une seule échelle intégrale $L_f(t)$. Son évolution en fonction de x_1/M est fournie figure 4.9 sur laquelle les points sont les mesures obtenues à partir des fonctions $f(r, \frac{x_1}{M} = \overline{U}_1 t)$

obtenues pour différents x_1/M . On peut obtenir aussi une information sur l'ordre de grandeur de $L_f(t)$ en se référant au raisonnement de Kolmogoroff qui permet de relier le taux de dissipation $\bar{\epsilon}$ (ordre de grandeur du taux de transfert dans l'analyse de Kolmogoroff) à L_f et $\overline{u_1^2}$, selon :

$$\bar{\epsilon} = \alpha \frac{(\overline{u_1^2})^{3/2}}{L_f} \iff L_f = \alpha \frac{(\overline{u_1^2})^{3/2}}{\bar{\epsilon}}, \quad (4.9)$$

où α est de l'ordre de 1.

Dans notre expérience $\bar{\epsilon}$ se déduit de la loi de déclin, en négligeant les termes liés à l'inhomogénéité selon x_1 (voir Comte-Bellot et Corrsin), selon :

$$\bar{\epsilon} = \underbrace{-\frac{3}{2} \frac{d\overline{u_1^2}}{dt}}_{\text{en suivant la boîte}} = -\frac{3}{2} \overline{U_1} \frac{d}{dx_1} \left(\frac{\overline{u_1^2}}{2} \right) \quad (4.10)$$

On obtient alors, à partir de la loi de décroissance 4.1 :

$$\frac{L_f}{M} = -2\alpha \frac{\sqrt{A}}{3n} \left(\frac{x_1}{M} \right)^{\frac{n}{2}+1}. \quad (4.11)$$

Avec $n = -1, 22$ et $A = 3, 8 \cdot 10^{-2}$, il vient alors :

$$\frac{L_f}{M} = 0, 11\alpha \left(\frac{x_1}{M} \right)^{0,39}. \quad (4.12)$$

Cette relation, tracée figure 4.9 avec $\alpha = 1$, est en bon accord avec l'évolution de L_f/M déduite des mesures de f. Par ailleurs, elle est très proche de la relation obtenue par Comte-Bellot et Corrsin [26] :

$$\frac{L_f}{M} = 0, 096 \left(\frac{x_1}{M} - 3,5 \right)^{0,4} \quad (4.13)$$

ou par Sreenivasan et al [72], qui obtiennent :

$$\frac{L_f}{M} = 0, 13 \left(\frac{x_1}{M} - 3 \right)^{0,4}. \quad (4.14)$$

On peut encore déduire de la loi de déclin 4.1 l'échelle de Taylor λ_f qui doit satisfaire :

$$\lambda_f = \left(30\nu \frac{\overline{u_1^2}}{\bar{\epsilon}} \right)^{1/2} = \sqrt{2}\lambda_g \quad (4.15)$$

L'imprécision sur les fonctions f et g pour $r \simeq 0$ nous empêche de déduire λ_f et λ_g directement. Dans notre cas, à $x_1/M = 50$, $\overline{U_1} = 1, 2$ et $M = 1$ cm, on a $\bar{\epsilon} \approx 20 \text{ cm}^2 \cdot \text{s}^{-3}$, d'après l'annexe 7. On a alors $\lambda_f \approx 0, 25 \text{ cm}$.

On déduit encore de la loi de déclin de $\overline{u_1^2}$ l'échelle de Kolmogoroff η , qui représente la taille des échelles spatiales pour lesquelles les effets visqueux l'emportent sur les étirements-contractions et dissipent l'énergie au taux $\bar{\epsilon}$:

$$\eta = \left(\frac{\nu^3}{\bar{\epsilon}} \right)^{1/4} \quad (4.16)$$

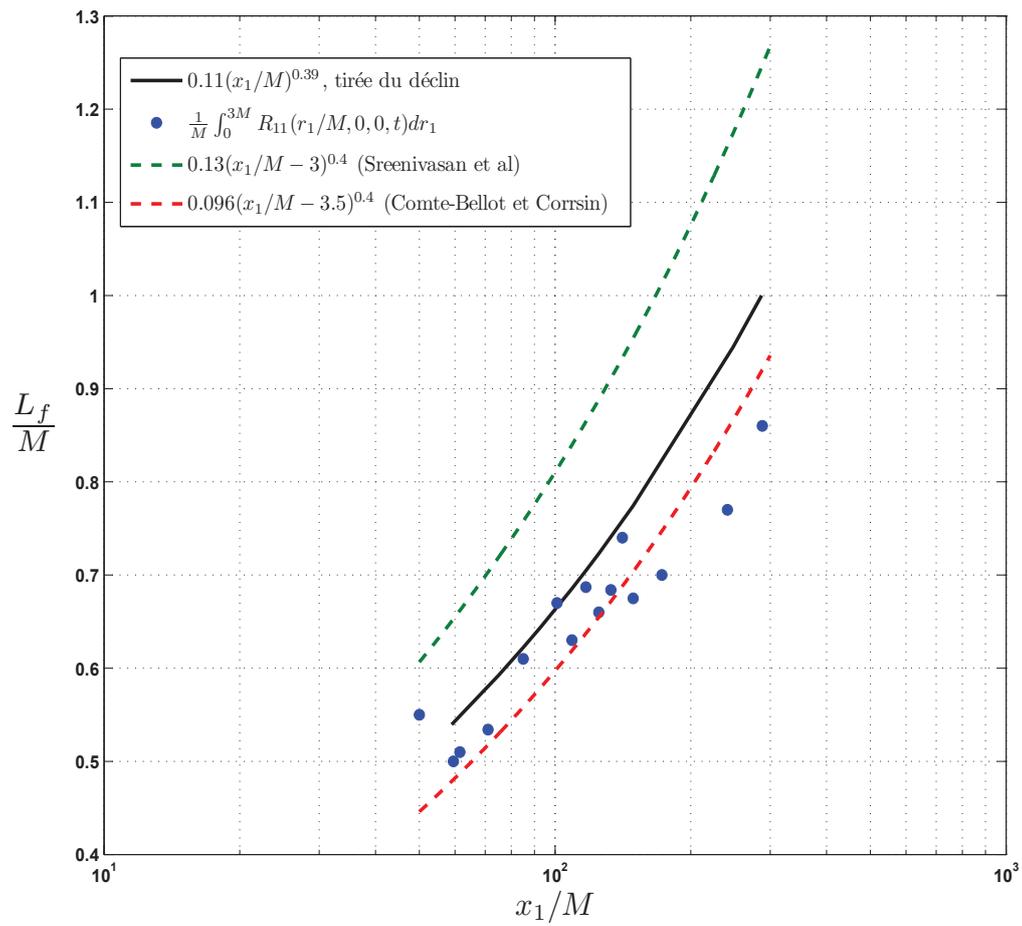


FIGURE 4.9 – Evolution de l'échelle intégrale de turbulence longitudinale L_f le long du canal, mesurée à partir des coefficients de corrélation $f(r)$ et comparaison avec la relation 4.16.

On peut dire que c'est la taille des plus petites structures dynamiques de l'écoulement. Elle est environ de $146 \mu m$ dans notre écoulement pour $\overline{U}_1 = 1,2 m.s^{-1}$, à $x_1/M = 50$. Les valeurs prises par ces diverses grandeurs sont fournies dans le tableau suivant où elles sont déterminées à partir de la loi de déclin 4.1. On déduit en effet de celle-ci, avec 4.10, 4.15 et 4.16 :

$$\bar{\epsilon} = -\frac{3}{2}An\frac{\overline{U}_1^3}{M}\left(\frac{x_1}{M}\right)^{n-1} \quad (4.17)$$

$$\frac{\lambda_f}{M} = \sqrt{\frac{-20}{nRe_M}}\left(\frac{x_1}{M}\right)^{1/2} \quad (4.18)$$

$$\frac{\eta}{M} = \left(\frac{-2}{3An}\right)^{1/4} Re_M^{-3/4}\left(\frac{x_1}{M}\right)^{-(n-1)/4} \quad (4.19)$$

$$Re_{\lambda_f} = \sqrt{2}Re_{\lambda_g} = \sqrt{\frac{-20A}{n}}\sqrt{Re_M}\left(\frac{x_1}{M}\right)^{(n+1)/2} \quad (4.20)$$

$$Re_{L_f} = -\frac{2A}{3n}Re_M\left(\frac{x_1}{M}\right)^{n+1} \quad (4.21)$$

où $Re_M = \frac{\overline{U}_1 M}{\nu}$.

On peut vérifier enfin de la mesure des échelles intégrales L_f , que celles-ci sont effectivement beaucoup plus faibles que l'échelle de longueur L_e d'évolution de $\overline{u_1^2}$ avec x_1 , définie par :

$$\frac{1}{L_e} = -\frac{1}{\overline{u_1^2}}\frac{d}{dx_1}\overline{u_1^2} \Rightarrow \frac{M}{L_e} = \frac{\overline{U}_1^2}{\overline{u_1^2}}\frac{d(\overline{u_1^2}/\overline{U}_1^2)}{d(x_1/M)} \quad (4.22)$$

On déduit de 4.1 et 4.11 :

$$\frac{L_f}{L_e} = \frac{2}{3}\sqrt{A}\left(\frac{x_1}{M}\right)^{n/2} \quad (4.23)$$

qui varie d'environ 10^{-2} à 4.10^{-2} sur la distance s'étendant de $50M$ à $250M$ de la grille. Ainsi les hypothèses d'homogénéité selon x_1 , dans la boîte suivie à la vitesse \overline{U}_1 et dont le côté doit être de quelques échelles L_f sont très bien satisfaites. Comme l'homogénéité statistique est aussi satisfaite transversalement sur une distance d'environ 8 mailles, on peut considérer qu'autour de chaque point de l'axe de la veine, on dispose d'une turbulence statistiquement homogène et quasi-isotrope sur une distance de plusieurs mailles dans chaque direction.

4.4.3 L'isotropie statistique d'un point de vue spectral

Nous présentons maintenant les spectres spatiaux unidimensionnels, obtenus par transformées de Fourier des fonctions de corrélation en deux points. Le champ de l'image doit être le plus grand possible pour que le signal VIP soit représentatif du signal turbulent. En effet, la théorie nous impose un espace infini. En pratique,

x_1/M	L_f/M	λ_f/M	η/M	Re_{λ_f}	Re_{L_f}	$\bar{\epsilon}(cm^2/s^3)$	Le/M	L_f/Le
50	0,49	0,26	0,014	57	110	23	41	0,012
60	0,52	0,28	0,016	56	105	15	49	0,011
80	0,58	0,32	0,019	54	99	8	66	0,009
100	0,64	0,36	0,021	53	94	4,9	82	0,008
120	0,69	0,4	0,023	52	91	3,3	98	0,007
150	0,75	0,44	0,027	51	86	2	123	0,006
200	0,84	0,51	0,031	49	80	1	164	0,005
250	0,91	0,57	0,035	48	77	0,6	205	0,004

TABLE 4.1 – Grandeurs caractéristiques de l'écoulement pour $\overline{U}_1 = 1,2 m.s^{-1}$ le long de la veine.

prendre un champ trop grand signifierait une perte de résolution spatiale due à la technique VIP. On fait donc un compromis, en prenant une taille de champ de quelques échelles intégrales. Ce compromis ne se pose pas avec l'anémométrie fil chaud, les échantillons des signaux temporels pouvant être pris très grands, en un point. Les plus petits nombres d'ondes obtenus avec nos mesures seront grands en comparaison des plus petits nombres d'onde obtenus avec des fils chauds. Notre échantillonnage spatial est aussi plus faible que l'échantillonnage temporel possible avec des fils chauds. La fréquence de coupure de nos spectres est plus petite que celle des spectres obtenus par des fils chauds.

La mesure des spectres unidimensionnels $E_{11}^{(1)}(k_1)$, $E_{11}^{(2)}(k_2)$, $E_{22}^{(1)}(k_1)$, $E_{22}^{(2)}(k_2)$ nous renseigne sur l'état d'anisotropie statistique des échelles spatiales associées aux directions (O,x_1) et (O,x_2) . En effet, pour une turbulence statistiquement isotrope on a, pour des valeurs identiques de k_1 et k_2 :

$$E_{11}^{(1)}(k) = E_{22}^{(2)}(k) \quad (4.24)$$

ainsi que

$$E_{11}^{(2)}(k) = E_{22}^{(1)}(k). \quad (4.25)$$

La figure (4.10) montre que la première de ces relations est assez bien satisfaite, sauf pour les plus petites valeurs de k_1 . Il en est de même, mais avec un peu moins d'acuité, pour la seconde relation, comme le montre la figure (4.11), pour une gamme de nombres d'onde (rendus adimensionnels par l'échelle de Kolmogoroff) s'étendant sur près d'une décade.

Les figures (4.10) et (4.11), présentent les spectres E_{11} et E_{22} , pour des zones d'interrogation VIP de 64×64 , pixels qui correspondent à $0,15cm \times 0,15cm$. Comme pour la caractérisation de l'isotropie par les coefficients de corrélation, les spectres portant sur la mesure de la composante de vitesse u_2 sont entachés d'une plus forte incertitude de mesure, ce qu'il faut bien garder à l'esprit. Tout de même, ces spectres nous renseignent sur le degré d'isotropie par bandes de fréquence. On voit que l'écoulement est plus isotrope aux petites échelles qu'aux grandes, qui on le sait, sont marquées par les conditions limites, et donc portent

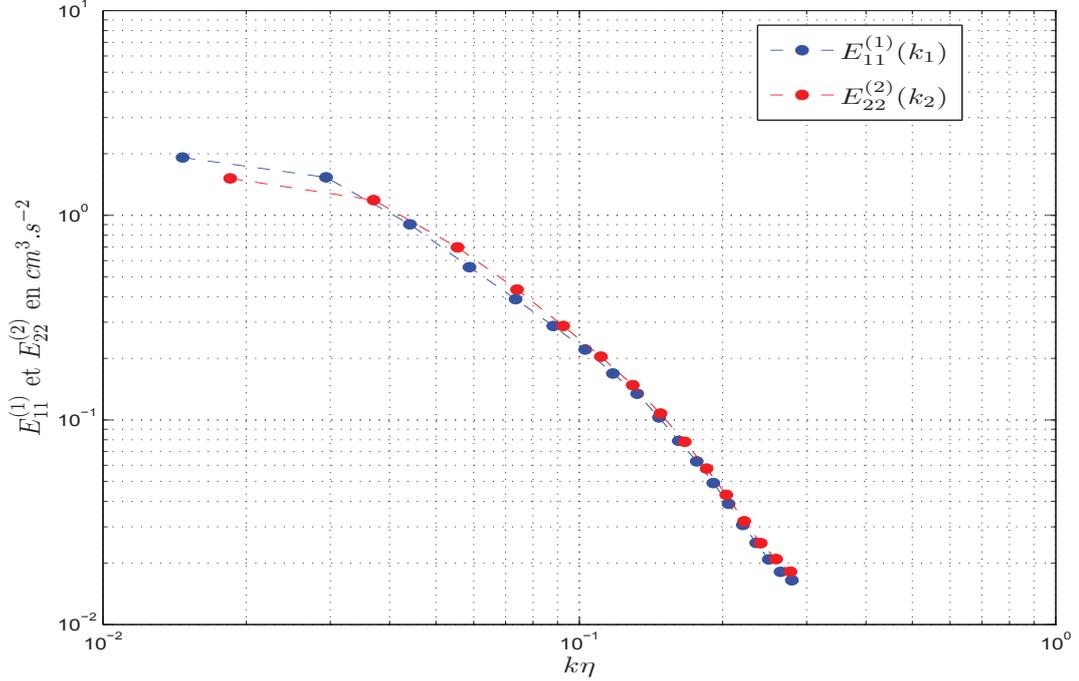


FIGURE 4.10 – Spectres spatiaux à $x_1/M=50$ et avec une résolution spatiale $64 \text{ pix} \times 64 \text{ pix}$.

un certain degré d'anisotropie.

On peut enfin retrouver ce fait d'une autre manière, en vérifiant la relation :

$$E_{22}(k_1) = \frac{1}{2} \left(E_{11}(k_1) - k_1 \frac{\partial E_{11}}{\partial k_1} \right). \quad (4.26)$$

Pour cela, on compare figure 4.12 la mesure directe de $E_{22}(k_1)$ au second membre de la relation précédente, calculé à partir de la mesure de $E_{11}(k_1)$. On retrouve ainsi les résultats précédents.

Avant d'exploiter ces résultats précisant la gamme de nombres d'onde k_1 (donc les échelles de longueur associées) étant dans un état statistique proche de l'état isotrope, on peut comparer les spectres $E_{11}(k_1)$ obtenus dans cette expérience, à ceux mesurés par Comte-Bellot et Corrsin dans la leur. Nous effectuons cette comparaison figure 4.13 dans la représentation de Kolmogoroff :

$$(\epsilon \nu^5)^{1/4} E_{11} = f(k_1 \eta),$$

qui constitue une représentation universelle permettant de comparer les spectres de différentes expériences, que ce soit en turbulence de grille ou non. Gibson et Schwarz [13] ont regroupé des spectres unidimensionnels issus d'expériences de toutes sortes, et variant par leur nombre de Reynolds Re_λ . On observe une similitude de toutes ces courbes aux petites échelles, et les écarts apparaissent

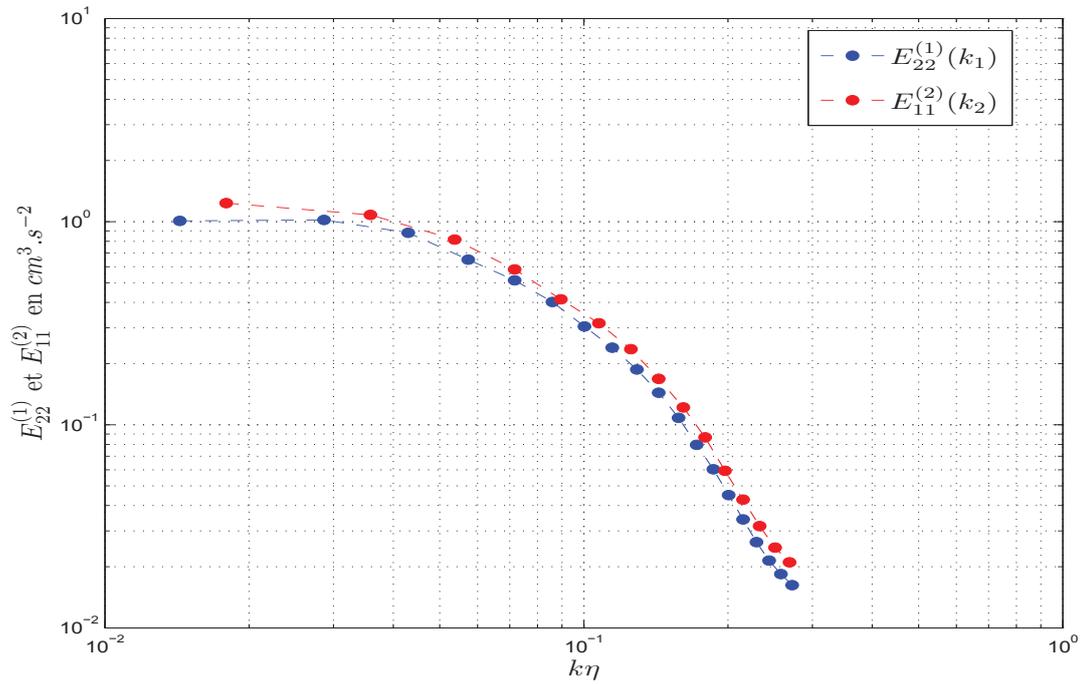


FIGURE 4.11 – Spectres spatiaux à $x_1/M=50$ et avec une résolution spatiale $64 \text{ pix} \times 64 \text{ pix}$.

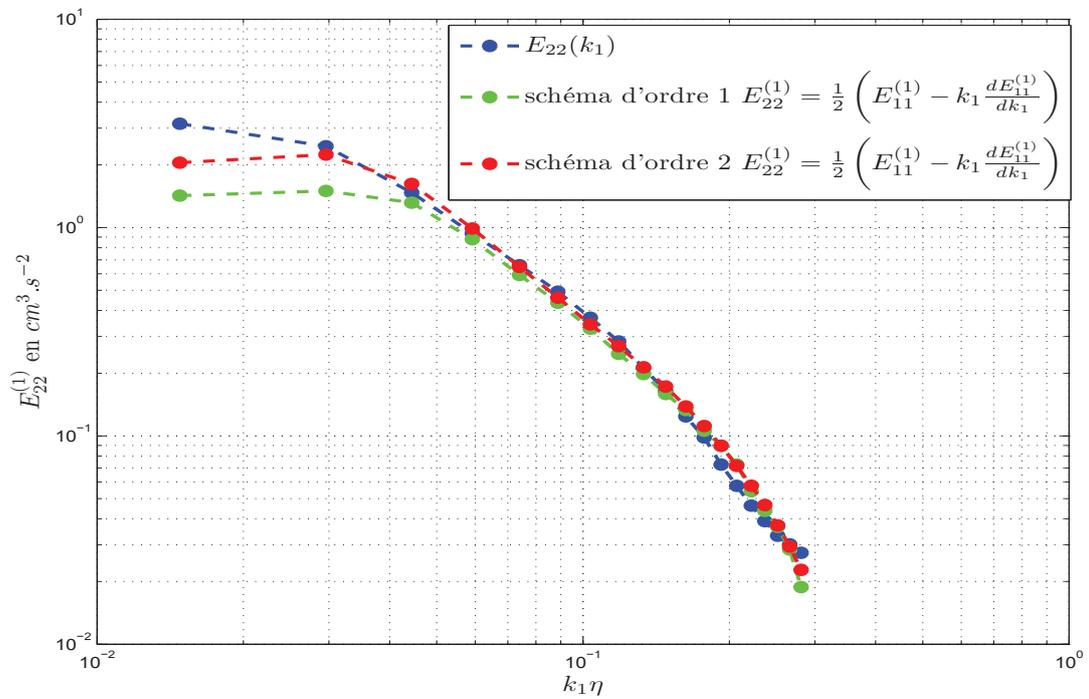


FIGURE 4.12 – Comparaison de spectres mesuré et calculé, à $x_1/M=50$. On présente ici 2 schémas numériques du calcul de la dérivée.

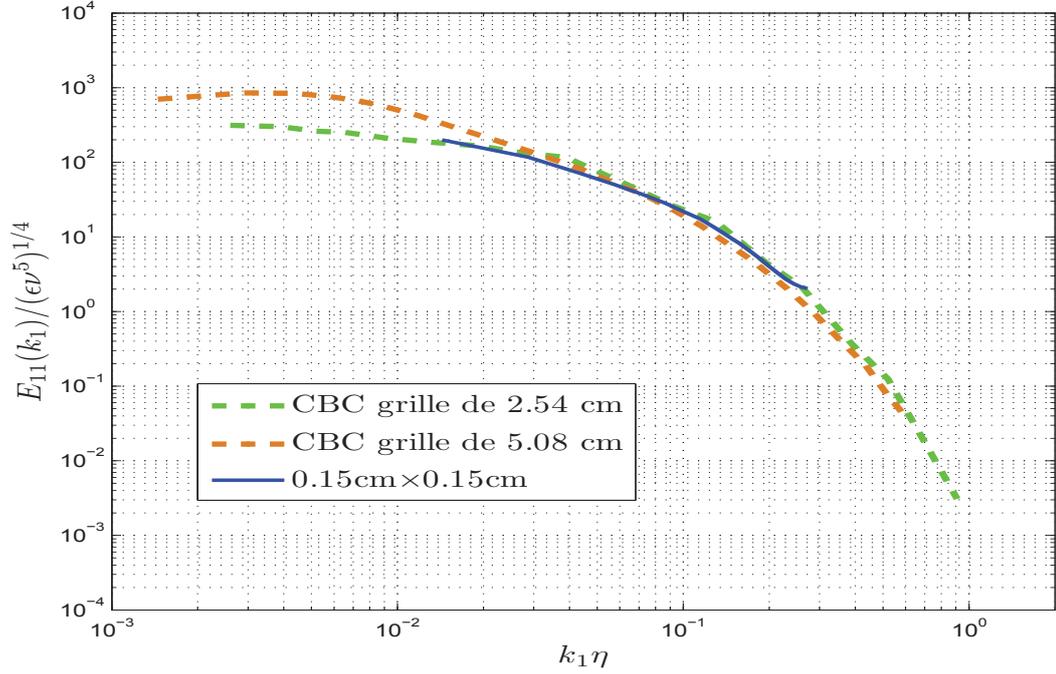


FIGURE 4.13 – Comparaison des spectres de notre expérience, à $x_1/M=50$, tracés en représentation de Kolmogoroff et avec une résolution spatiale $64 \text{ pix} \times 64 \text{ pix}$, avec ceux de l’expérience de Comte-Bellot et Corrsin.

aux grandes échelles qui restent marquées par les conditions initiales de création de la turbulence.

Pour nos conditions expérimentales, on voit sur la figure 4.14 que pour les tailles de zones d’interrogation plus petites (32×32 et 16×16 pixels) on augmente le bruit aux hautes fréquences spatiales. C’est tout à fait cohérent avec les résultats obtenus au PIV Challenge [62]. On ne présentera donc dans ce qui suit que nos résultats en 64×64 pixels, qui sont manifestement les plus représentatifs des phénomènes physiques.

Pour la gamme des valeurs de k_1 accessible à notre technique optique de mesure et, sauf pour les plus petites valeurs de k_1 , la comparaison avec le spectre de Comte-Bellot et Corrsin à $x_1/M = 50$ est très correcte.

On a pu ainsi identifier la gamme $2 \cdot 10^{-2} < k_1 \eta < 2 \cdot 10^{-1}$ des échelles spatiales pour laquelle l’isotropie statistique est sensiblement obtenue, et vérifier que la forme des spectres unidimensionnels obtenus dans notre expérience était bien conforme à ce que fournit la représentation universelle de Kolmogoroff dans d’autres turbulences. Soulignons enfin que l’on peut obtenir les spectres 1D précédents à partir des densités spectrales de puissance des fluctuations de vitesse filtrées dans une bande Δp_1 autour de k_1 et notées $\tilde{u}_1^2(k_1, \Delta p_1)$. On en déduit $E_{11}(k_1)$ par une approximation d’autant meilleure que Δp_1 est petit devant k_1 :

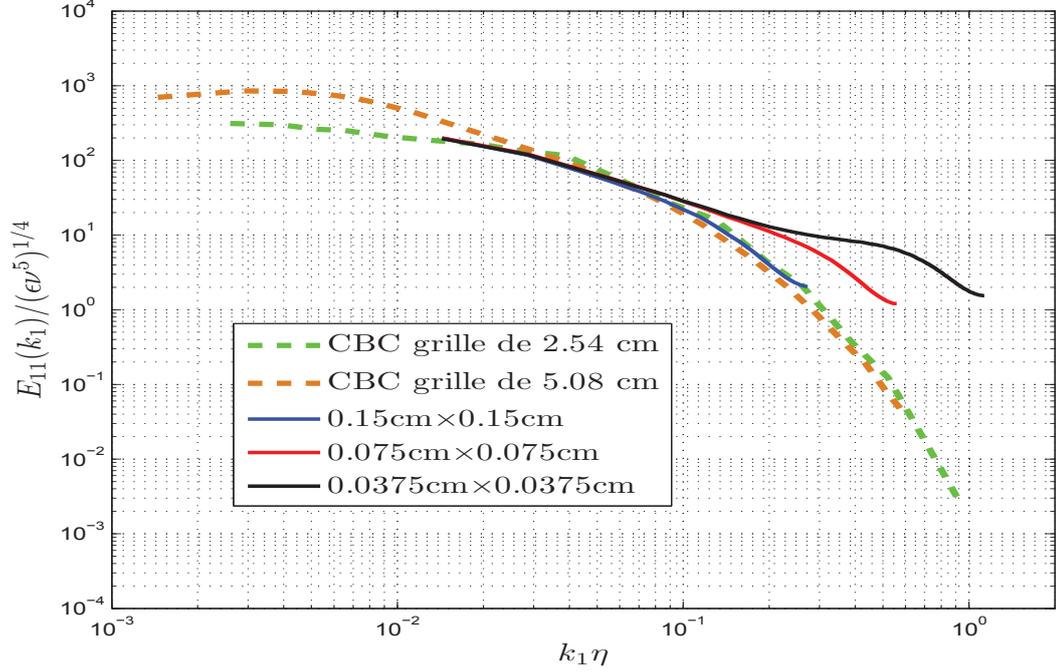


FIGURE 4.14 – Comparaison de spectres, à $x_1/M=50$, tracés en représentation de Kolmogoroff pour plusieurs résolutions.

$$E_{11}(k_1) \sim \frac{\tilde{u}_1^2(k_1, \Delta p_1)}{\Delta p_1} \quad (4.27)$$

La figure 4.15 montre une comparaison entre $E_{11}(k_1)$ obtenu par transformée de Fourier de la corrélation $\overline{u_1 u_1'}(r_1)$ et la densité spectrale de la relation précédente. L'incertitude sur le niveau du spectre croît avec le nombre d'onde k_1 .

4.4.4 Les spectres en $k = ||\vec{k}||$

L'un des intérêts de la turbulence statistiquement homogène et isotrope est de permettre l'obtention des spectres en k associés à l'énergie moyenne des fluctuations à partir de la seule connaissance des spectres 1D en k_1 .

Le spectre en k , $E(k, t)$ est tel que :

$$\frac{1}{2} \overline{u_i u_i}(t) = \frac{1}{2} \overline{q^2}(t) = \int_0^\infty E(k, t) dk \quad (4.28)$$

et on démontre, que dans ce cas particulier de symétrie statistique, on a :

$$E(k) = \frac{1}{2} k_1^3 \frac{\partial}{\partial k_1} \left(\frac{1}{k_1} \frac{\partial E_{11}(k_1)}{\partial k_1} \right) \Big|_{k_1=k}, \quad (4.29)$$

qui peut aussi s'écrire comme ci-dessous :

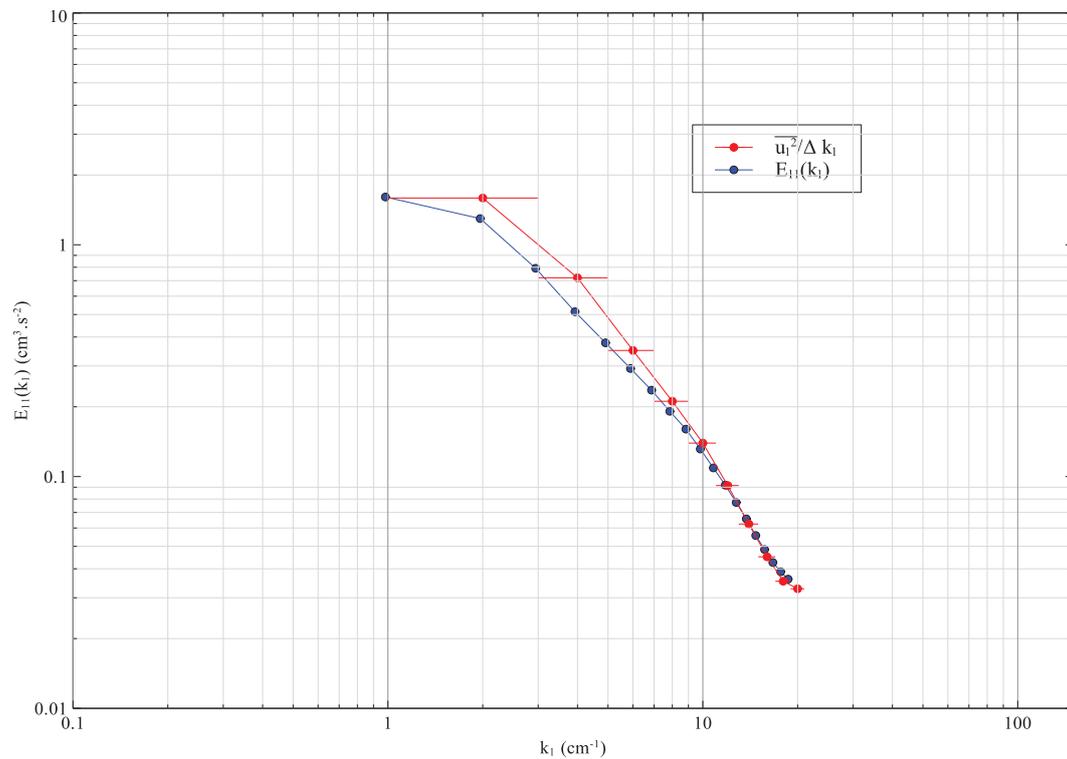


FIGURE 4.15 – Comparaison de spectres d'énergie, à $x_1/M=50$, avec la densité spectrale d'énergie, issus du même champ de fluctuation de vitesse de résolution spatiale de $64 \text{ pix} \times 64 \text{ pix}$. Les barres horizontales correspondent aux largeurs de bande de filtrage.

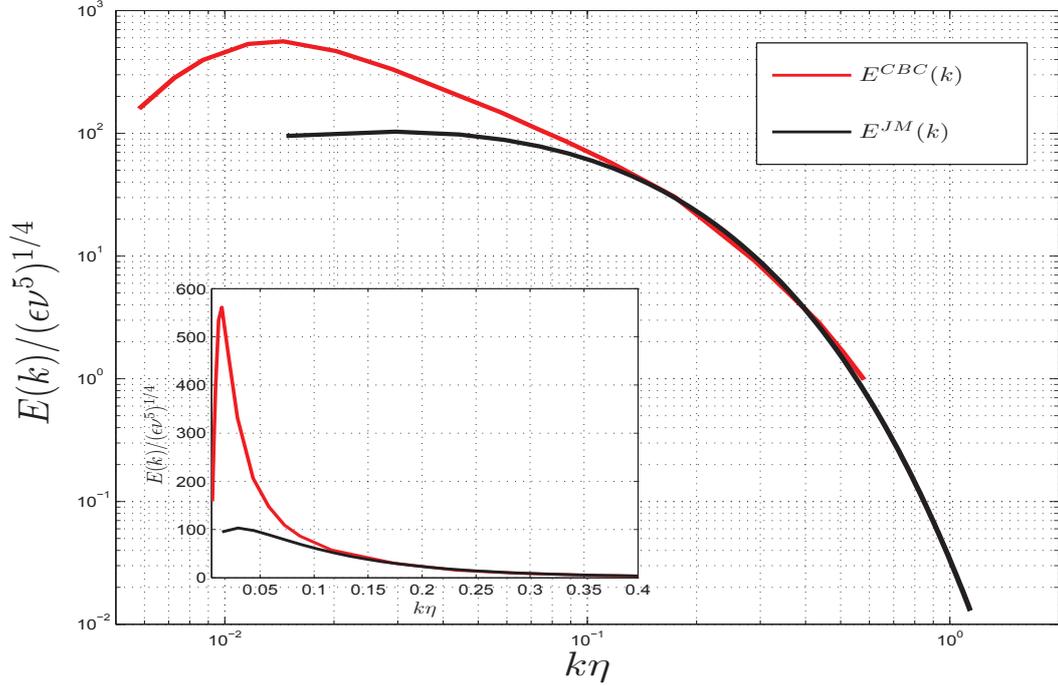


FIGURE 4.16 – Comparaison du spectre tri-dimensionnels $E^{JM}(k)$, obtenu à partir de $E_{11}(k_1)$ à $x_1/M=50$, avec celui de Comte-Bellot et Corrsin, tracés en représentation de Kolmogoroff.

$$E(k) = \frac{1}{2} \left(k_1^2 \frac{\partial^2 E_{11}(k_1)}{\partial k_1^2} - k_1 \frac{\partial E_{11}(k_1)}{\partial k_1} \right) \Big|_{k_1=k}. \quad (4.30)$$

On peut considérer que dans notre expérience, les nombres d'onde k_1 (donc les échelles associées) correspondant à un état statistique raisonnablement isotrope sont tels que :

$$2 \cdot 10^{-2} \leq k_1 \eta \leq 2 \cdot 10^{-1}$$

si l'on se réfère aux figures 4.10, 4.11 et 4.12. Ainsi, pour cette décade, les relations précédentes sont applicables et fournissent $E(k)$. Celui-ci est donné, dans la représentation de Kolmogoroff à la distance $x_1/M = 50$, sur la figure 4.16, où il est comparé à celui obtenu par Comte-Bellot et Corrsin. Les deux spectres coïncident sauf pour les petites valeurs de k ($k\eta < 10^{-1}$) qui se rapprochent des nombres d'onde qui portent l'essentiel de $\overline{q^2}/2$. On met clairement en évidence ces derniers sur la figure 4.17 où sont tracés de manière dimensionnelle le spectre $E(k)$, ainsi que le spectre $k^2 E(k)$ associé au taux de dissipation $\bar{\epsilon} = 2\nu \int_0^\infty k^2 E(k) dk$.

Les "pics" de ces deux spectres sont assez proches, car le nombre de Reynolds Re_L est de l'ordre de 10^2 dans cette expérience. Cette valeur est trop faible pour conduire à une séparation suffisante de deux pics qui permettrait d'espérer un comportement en $k^{-5/3}$ de $E(k)$ pour les nombres d'onde k de la gamme située entre les deux pics.

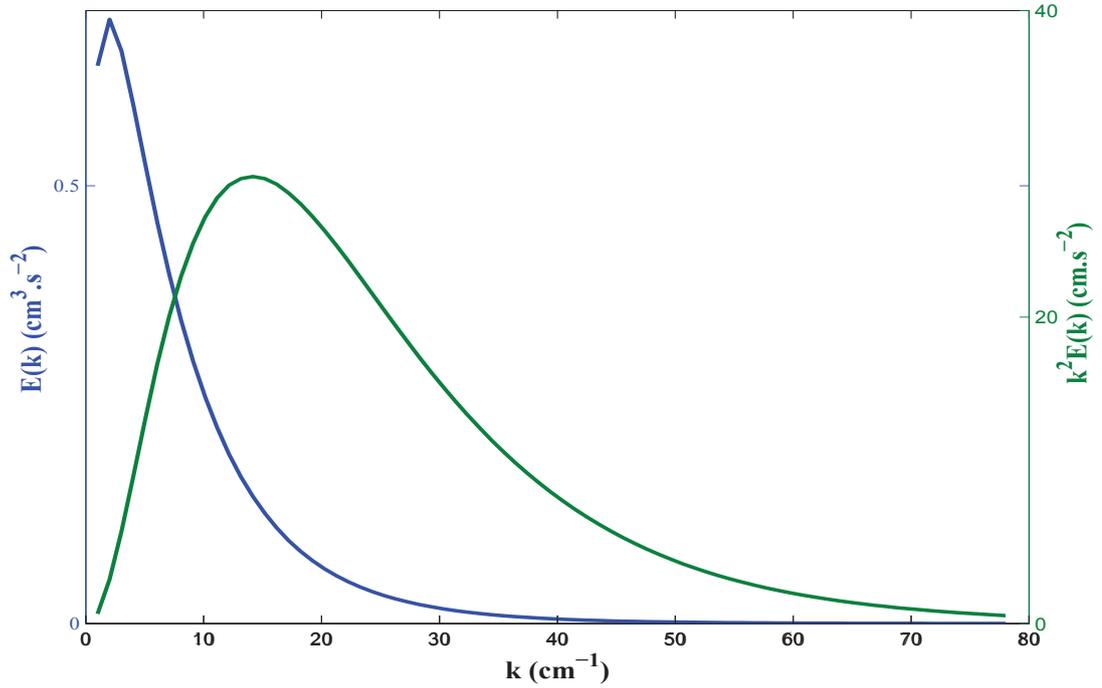


FIGURE 4.17 – Tracés des spectres tri-dimensionnels $E(k)$ et $k^2 E(k)$, obtenu à partir de $E_{11}(k_1)$ à $x_1/M=50$ dans notre expérience.

Pour pouvoir comparer les spectres $E(k)$ de notre expérience, à ceux de Comtebellot et Corrsin dans la gamme des plus petits nombres d'onde accessibles, on peut utiliser une représentation "grandes échelles" qui consiste à les tracer dans la représentation sans dimension :

$$\frac{E(k)}{\frac{3}{2}u_1^2 L_f} = f(kL_f) \quad (4.31)$$

qui apparaît sur la figure 4.18.

Ayant délimité la gamme des échelles spatiales des fluctuations de vitesse, qui sont dans un état statistique sensiblement homogène et isotrope, il reste à mener une étude analogue pour le champ de fluctuations de concentration.

4.4.5 L'isotropie statistique des fluctuations de concentration

Le tableau 4.2 donne, l'écart à la moyenne du profil de concentration moyen et du profil rms d'une expérience, par rapport à leur moyenne respective (pourcentage), parmi les 13 expériences utilisées pour construire la courbe deux points deux temps. Cela montre dans quelle mesure l'homogénéité statistique est atteinte.

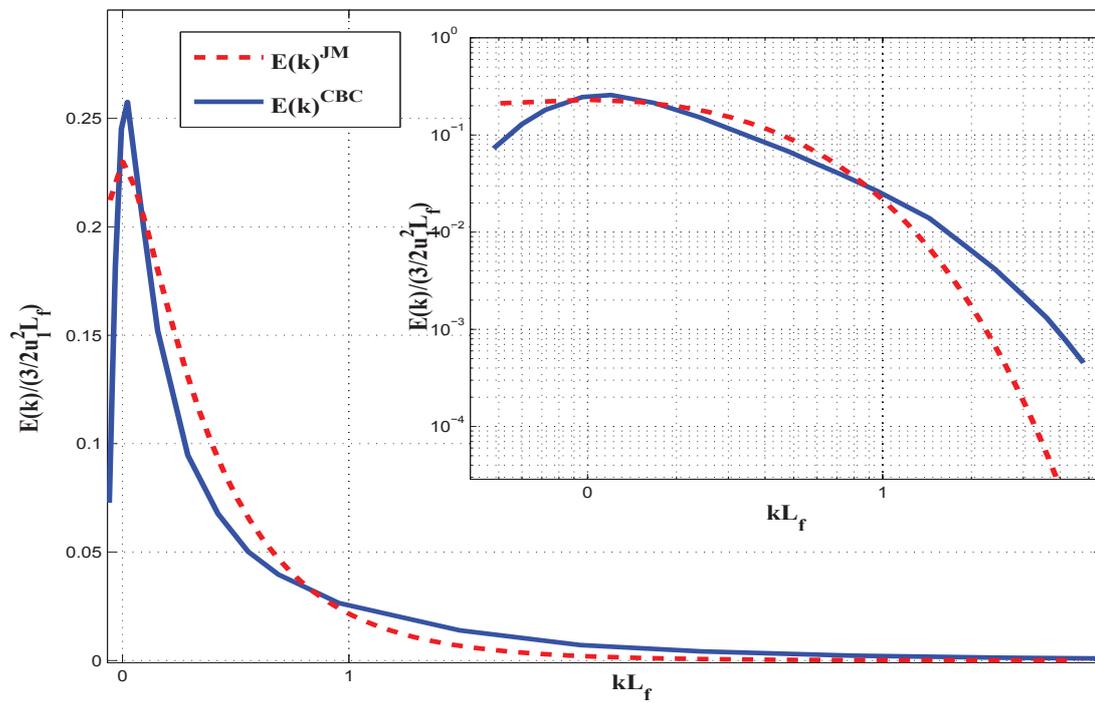


FIGURE 4.18 – Comparaison du spectre tri-dimensionnels $E^{JM}(k)$, obtenu à partir de $E_{11}(k_1)$ à $x_1/M=50$, avec celui de Comte-Bellot et Corrsin $E^{CBC}(k)$, tracés pour comparer les grandes échelles.

Expé	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Moy%	2.3	5.4	4	7.7	4.3	4.5	10.5	6.2	6.7	6.5	4.8	5.3	3.7
Rms%	9	14.1	8.9	9.3	5.5	8.2	11.4	15.5	9.9	15	12.7	13.5	13.01

TABLE 4.2 – Erreurs sur l'homogénéité statistique.

4.4.6 Coefficients de corrélation en deux points des fluctuations de concentration

Si le champ des fluctuations de concentration est dans un état statistique isotrope, les corrélations en deux points $\overline{cc'}(\vec{r}, t)$ ainsi que les coefficients de corrélation associés ne dépendent que de la distance $r=||\vec{r}'||$. Cette propriété doit aussi se retrouver plus généralement sur les corrélations spatio-temporelles $\overline{cc'}(\vec{r}, t, t + \Delta T)$, dans lesquelles la fluctuation c' , au deuxième point, est considérée à l'instant $t + \Delta T$.

On a ainsi tracé sur les figures 4.19 à 4.32 les courbes isocorrélations du plan (r_1, r_2) (qui sont les seules accessibles à notre technique de mesure), à la distance $x_1/M = 50$ et pour les 13 manipulations correspondant aux points de mesure de la corrélation spatio-temporelle.

On voit que les iso-corrélations sont assez symétriques et circulaires pour les petites échelles et moins pour les grandes échelles.

Pour donner une idée de l'erreur que l'on peut commettre sur la mesure de tels coefficients on a analysé les champs de concentration pour plusieurs résolutions. On diminue la résolution de manière numérique (rés dans le tableau ci dessous), en prenant la valeur médiane des niveaux de gris dans une fenêtre carrée.

rés (<i>pixel</i>)	64 × 64	32 × 32	16 × 16	8 × 8	4 × 4	2 × 2	1 × 1
rés (μm)	2200 × 2200	1100 × 1100	550 × 550	275 × 275	138 × 138	69 × 69	34 × 34

TABLE 4.3 – Equivalence pixel-micromètre pour les mesures de concentration

La figure 4.33 donnant le coefficient de corrélation en fonction de r_1 permet de visualiser clairement l'effet de variation de la résolution. On voit que les courbes verte turquoise et noire, correspondant aux meilleures résolutions, sont confondues. On effectuera par la suite notre étude avec une résolution de 8 pixels × 8 pixels ce qui correspond à une surface de 275 μm × 275 μm . L'échelle intégrale correspondante vaut 0,73 cm à x_1/M et est plus élevée que l'échelle intégrale de vitesse qui fait 0,48 cm pour cette même position (figure 4.5). L'échelle intégrale du champ de concentration est du même ordre de grandeur que l'échelle intégrale du champ de vitesse sur la figure 4.5. Ce résultat est logique car d'une part le champ de vitesse est porteur du champ de concentration, qui possède un grand nombre de Schmidt, et donc les effets de convection et d'étirements-contraction sont dominants devant la diffusion moléculaire, et d'autre part les injecteurs sont répartis autour des mailles de la grille, à une distance égale à M . Ainsi, la "géométrie", des conditions initiales de création des fluctuations de concentration est sensiblement la même que celle des fluctuations de vitesse, dont la fonction est de transporter la concentration sans qu'elle ne diffuse sensiblement.

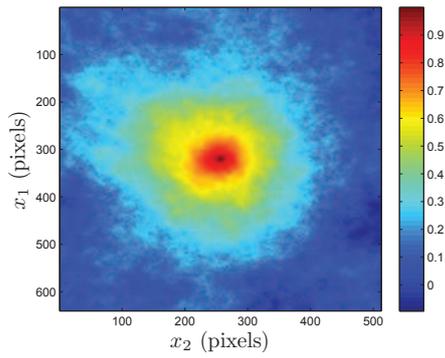


FIGURE 4.19 – expérience 1

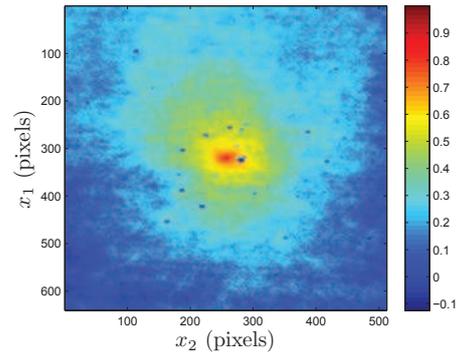


FIGURE 4.20 – expérience 2

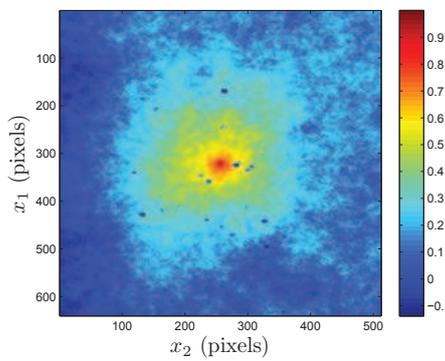


FIGURE 4.21 – expérience 3

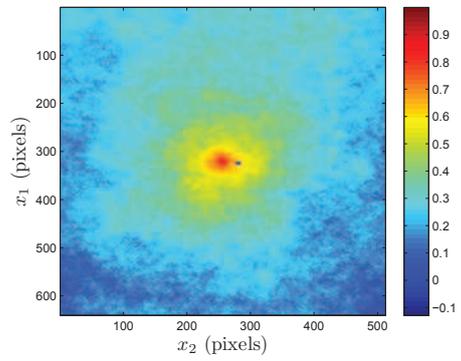


FIGURE 4.22 – expérience 4

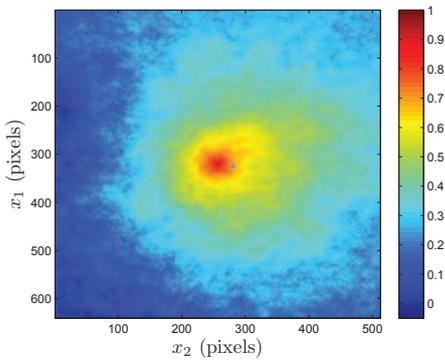


FIGURE 4.23 – expérience 5

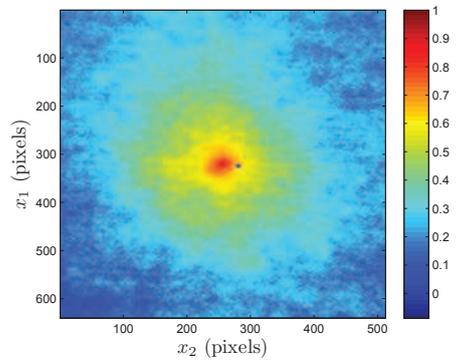


FIGURE 4.24 – expérience 6

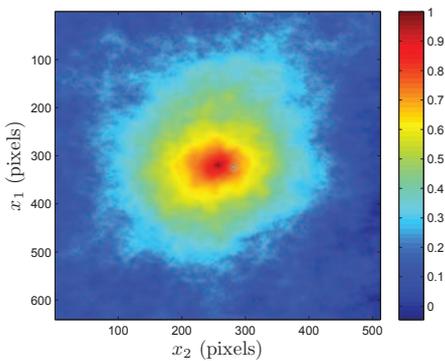


FIGURE 4.25 – expérience 7

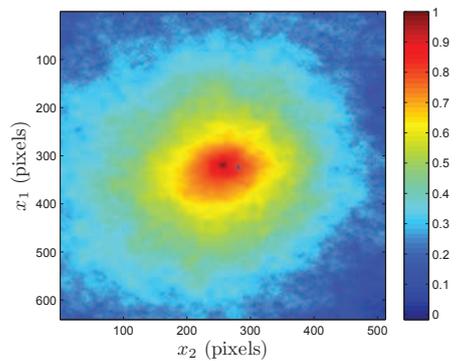


FIGURE 4.26 – expérience 8

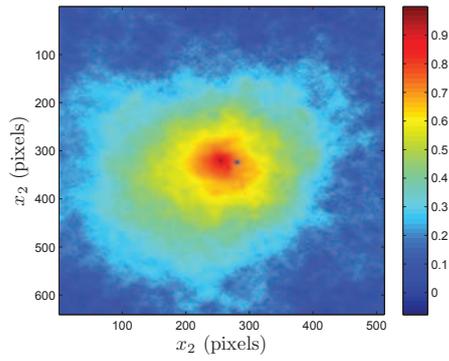


FIGURE 4.27 – expérience 9

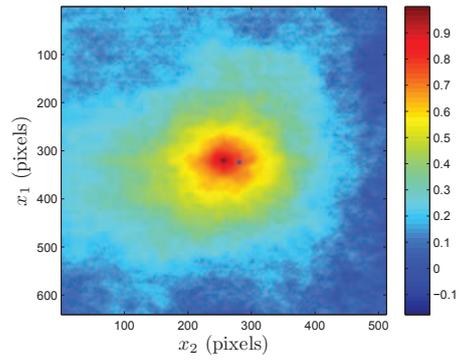


FIGURE 4.28 – expérience 10

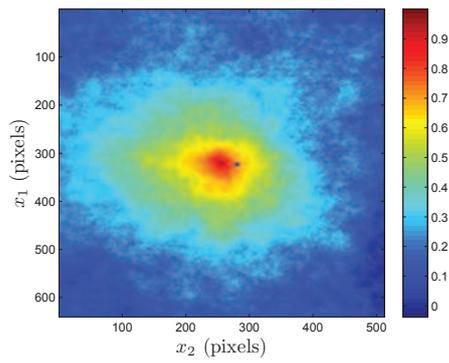


FIGURE 4.29 – expérience 11

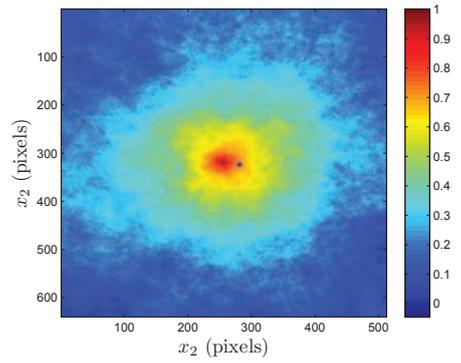


FIGURE 4.30 – expérience 12

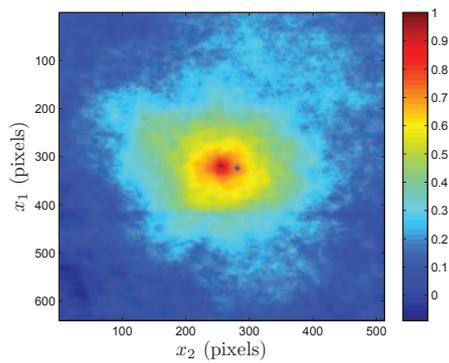


FIGURE 4.31 – expérience 13

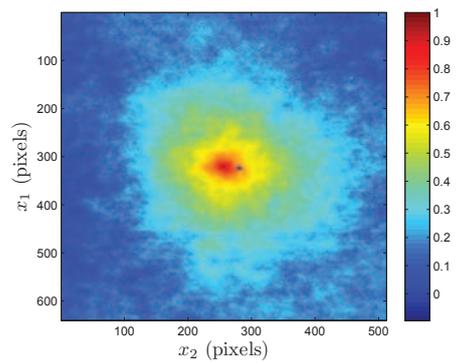


FIGURE 4.32 – expérience 14

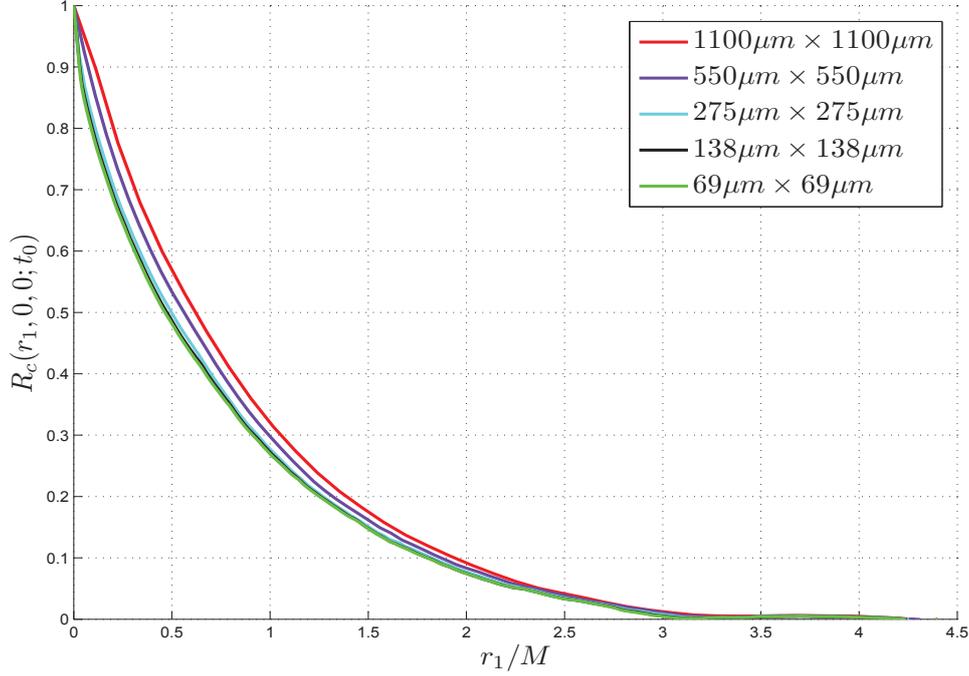


FIGURE 4.33 – Effets de la résolution spatiale sur la mesure des coefficients de corrélation de concentration longitudinaux, à $x/M=50$. On pourra voir la table 4.3 pour les équivalences pixels- μm .

4.4.7 Spectres 1D associés à des champs de concentration

Si ce champ satisfait les conditions d'isotropie statistique, les spectres 1D doivent être tels que, par exemple, $E_c(k_1) = E_c(k_2)$ pour $k_1 = k_2$. De tels spectres obtenus par transformées de Fourier des corrélations en deux points sont donnés figure 4.34. Les échelles spatiales (ou les k_1) du champ de concentration sont dans un état statistiquement isotrope aux grands nombres d'onde, un peu moins aux petits nombres d'onde, comme le champ des fluctuations de vitesse (on est tout de même plus précis en concentration pour la détermination du spectre dans la direction perpendiculaire à l'écoulement). On trace ces spectres en adimensionnant le nombre d'onde par l'échelle de Kolmogoroff de façon à faciliter la comparaison avec les spectres des fluctuations de vitesse des figures 4.10 à 4.13. L'échelle de Batchelor est donnée, à grand nombre de Schmidt, par :

$$\eta_B = \left(\frac{\nu D^2}{\bar{\epsilon}} \right)^{1/4} \quad (4.32)$$

et est estimée à $3 \mu m$ dans notre écoulement, trop éloignée de notre meilleure résolution spatiale pour servir de référence pour le tracé des spectres dans cette étude. De même, n'ayant pas mesuré la décroissance des fluctuations de concentration le long de la veine d'essais, nous n'avons pas accès à la dissipation scalaire $\bar{\epsilon}_c$ qui nous manque pour comparer nos spectres avec ceux de la littérature aux

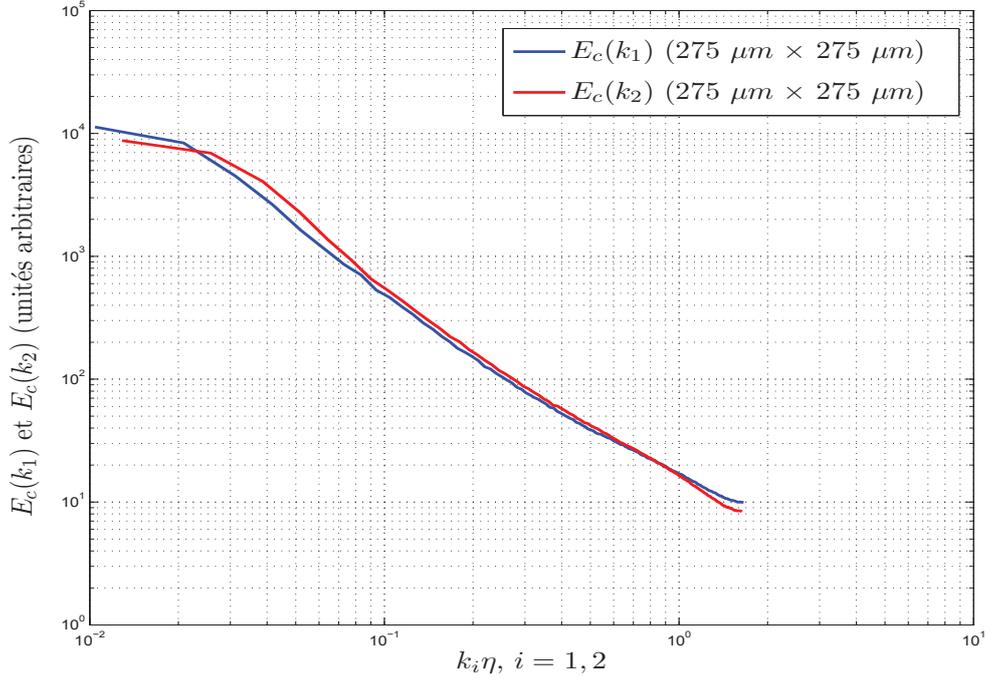


FIGURE 4.34 – Vérification de l'isotropie pour les spectres de concentration $E_c(k_1)$ et $E_c(k_2)$, à $x/M=50$, pour une résolution de $8 \text{ pix} \times 8 \text{ pix}$ correspondant à $275 \mu\text{m} \times 275 \mu\text{m}$.

petites échelles. On pourrait avoir accès à celle-ci via nos spectres si le volume de mesure était plus petit.

On peut voir sur la figure 4.35 l'effet de différentes résolutions spatiales, d'une même série de mesure. On observe une pente en $-5/3$ dans la première partie de la "zone inertielle" et on remarque pour les spectres les mieux résolus spatialement une tendance à la remontée du spectre vers une pente en -1 .

La zone en $k^{-5/3}$ n'est pas justifiable par un mécanisme de transfert relevant de l'analyse de Kolmogoroff, car, comme on l'a souligné pour la figure 4.17, le nombre de Reynolds Re_L est trop faible pour que la zone inertielle en $k_1^{-5/3}$ puisse exister au niveau des spectres des fluctuations de vitesse. Plus intéressant est l'enrichissement du spectre du champ scalaire en petites échelles et en énergie dans cette gamme de valeurs de k_1 . C'est une preuve expérimentale de plus de la création de petites échelles du champ scalaire par les gradients de vitesse pour de grands nombres de Schmidt (ici $Sc = \nu/D = 2500$). Pour mettre en évidence différemment ces deux pentes caractéristiques, on a tracé le spectre compensé $k_1 E_c(k_1)$ sur la figure 4.36 et le spectre compensé $k_1^{5/3} E_c(k_1)$ sur la figure 4.37.

On peut noter que la tendance vers une loi en k_1^{-1} se manifeste pour des nombres d'onde plus petits que le nombre d'onde de Kolmogoroff ($\sim 1/\eta$), ce qui n'est pas cohérent avec les hypothèses de Batchelor conduisant à la loi en k^{-1} . Toutefois, on peut considérer qu'en terme d'ordres de grandeur, il n'y a pas d'incompatibilité avec celle-ci.

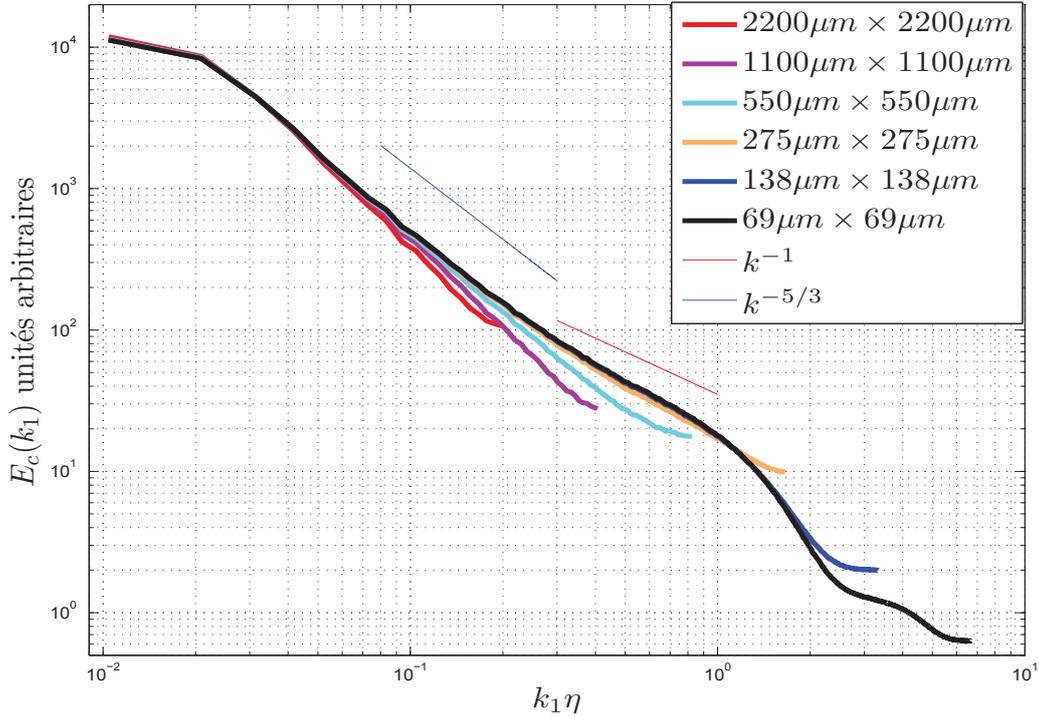


FIGURE 4.35 – Spectres de concentration $E_c(k_1)$ adimensionnés, à $x/M=50$ pour différentes résolutions.

4.5 Conclusions sur les qualités et les défauts de l'installation

La turbulence n'est pas ici rigoureusement statistiquement isotrope. On sait qu'une amélioration (Comte-Bellot et Corrsin 1966 [25]) peut être apportée par le rajout d'une seconde contraction après la grille de turbulence. La section de la veine d'essais de notre expérience aurait été toutefois trop petite pour éviter l'influence des couches limites des parois si nous avions ajouté une telle contraction.

Un autre défaut est de générer une turbulence à "faible" nombre de Reynolds. Les tracés des spectres de turbulence montrent que la zone inertielle n'est pas marquée, ce qui est normal pour de tels nombres de Reynolds. Les effets dissipatifs se font sentir très tôt dans le spectre, c'est à dire pour des nombres d'onde relativement petits.

Pour la concentration, chaque point de mesure s'est révélé être une expérience à part entière dans la mesure où les conditions expérimentales ne sont pas forcément les mêmes. Dans le futur, on pourra ainsi essayer d'améliorer les conditions d'ensemencement par exemple.

De plus, il est intéressant de noter que dans l'utilisation que nous faisons de la technique VIP, la mesure de la composante transversale de la vitesse s'est avérée beaucoup moins précise que la mesure de la composante de vitesse longitudinale. On fera attention à garder ce fait à l'esprit par la suite. Par ailleurs, en ce qui concerne la mesure de concentration, le facteur limitant en résolution spatiale est

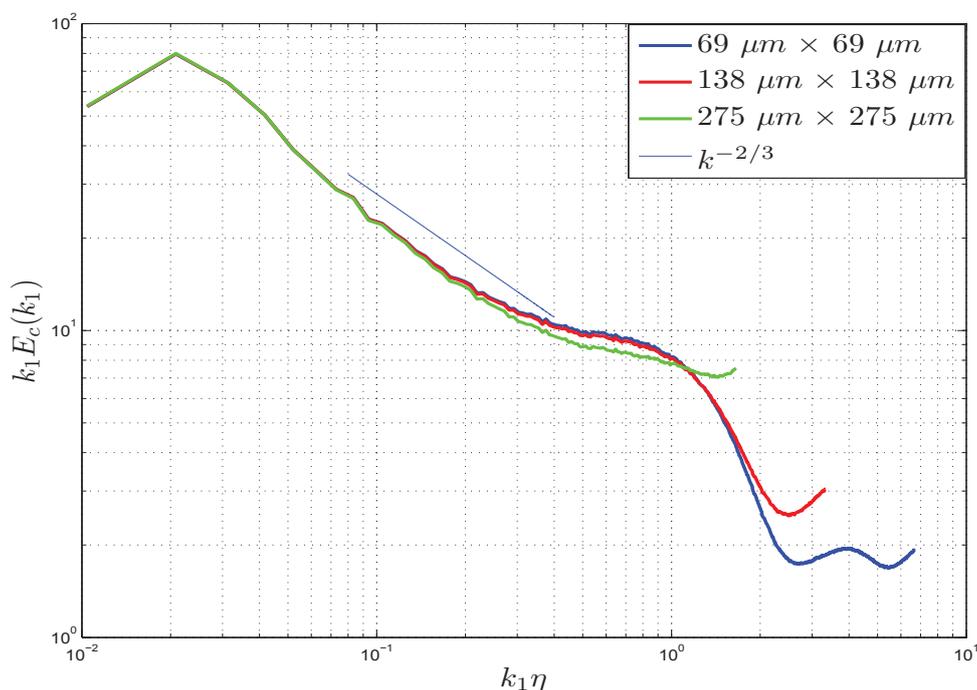


FIGURE 4.36 – Spectre compensé de concentration $E_c(k_1)$, à $x/M=50$ pour différentes résolutions.

l'épaisseur du plan laser. On observe aussi sur les spectres de concentration une tendance à une remont e vers une pente en k^{-1} pour les grands nombres d'onde, mais ceci pour des nombres d'onde plus petits que ceux attendus par la théorie de Batchelor [32]. Il n'y a pas, ou peu d'expérience, à notre connaissance, mise à part celle de Gibson et Schwartz [13], qui a clairement montr e cette pente en k^{-1} . Cette tendance que nous avons dans notre expérience à une remont e vers une pente en k^{-1} est donc un résultat à part entière, même si les spectres sont pr esent es dans ce chapitre pour caractériser les propriétés statistique de l'écoulement.

¹

¹Notons que le montage de l'expérience a été termin e au cours de cette thèse. La validation, cruciale pour une étude fondamentale, a permis de corriger certains points de l'expérience avant d'effectuer l'étude constituant l'objectif principal de ce travail. Cela signifie une perte de temps non négligeable et un travail expérimental de mise au point très lourd. Le fait que l'installation soit "en eau" a compliqu e la tâche. Le coût est aussi à prendre en compte puisqu'ici on a vingt mètres cube d'eau à vider à chaque fois que l'eau est pollu e (surtout pour la PLIF). On n'insistera donc pas assez sur la complexité de l'expérience, en dehors de celle due à la métrologie.

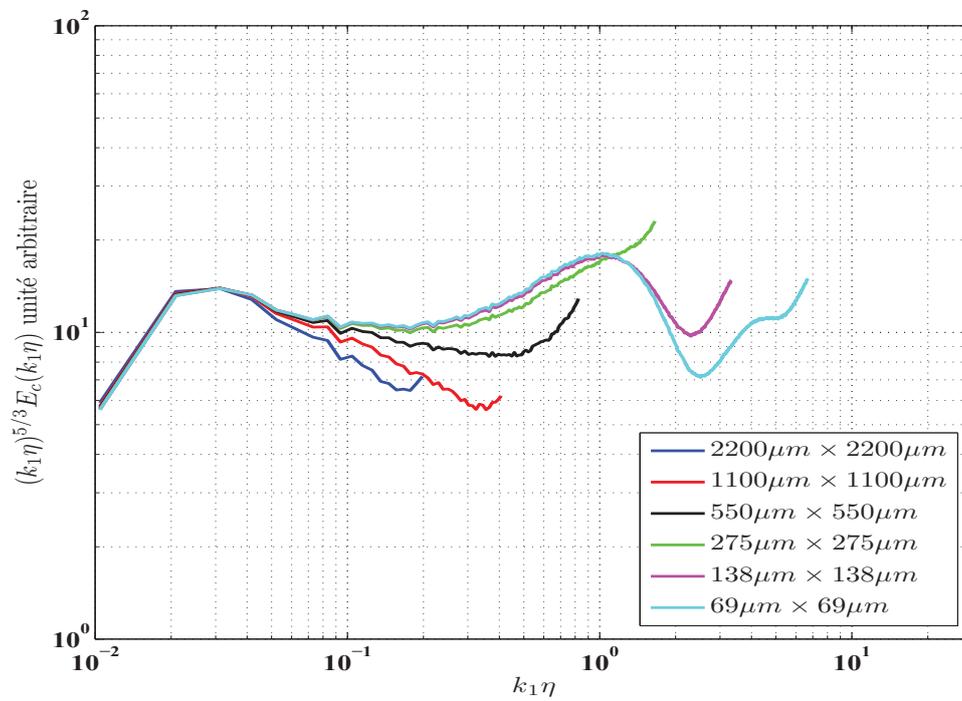


FIGURE 4.37 – Spectre compensé de concentration $E_c(k_1)$, à $x/M=50$ pour différentes résolutions.

Chapitre 5

Résultats expérimentaux concernant les temps de cohérence eulériens des échelles du champ de fluctuation de vitesse.

Sommaire

5.1	Lien entre la théorie et l'expérience	106
5.2	Résultats expérimentaux concernant les coefficients $R_{11}(r_1 = \overline{U_1} \Delta T, 0, 0; t_0, t_0 + \Delta T)$	107
5.3	Coefficient de corrélation R_{11} issu d'un filtrage du champ de vitesse en k_1	111
5.4	Coefficient de corrélation issu d'un filtrage en k	114
5.5	Temps caractéristiques	117
5.6	Coefficient $R(k, \Delta T)$ tracé en fonction du groupement adimensionnel $\Delta T/\theta$: recherche d'une représentation "universelle"	119

Après avoir déterminé les gammes des échelles pour lesquelles notre écoulement possède les bonnes propriétés d'isotropie statistique, on est en mesure d'obtenir des informations sur les temps de cohérence des différentes échelles spatiales associées aux fluctuations de vitesse. Ce chapitre est organisé comme suit. Nous rappelons dans un premier temps le sens qu'il faut donner à la notion de boîte de turbulence suivie à la vitesse \overline{U}_1 et le coefficient de corrélation eulérienne d'une fluctuation de vitesse en un point donné de cette boîte de turbulence. Cela nous conduit à la mesure du coefficient de corrélation temporelle de cette boîte pour les fluctuations de vitesse u_1 , et pour toutes les échelles spatiales associées au champ de fluctuation de vitesse. Dans un troisième temps, nous mesurons ces mêmes coefficients de corrélation pour des échelles spatiales associées à une direction donnée, en l'occurrence dans la direction x_1 , et dans une bande étroite fixée. Cela nous permet quelques comparaisons aux expériences de même nature, conduites par Comte-Bellot et Corrsin, mais avec des fils chauds. Enfin, grâce aux relations d'isotropie valables pour la gamme des échelles spatiales donc des nombres d'onde étudiés, on peut en déduire comme l'avaient fait Comte-Bellot et Corrsin, le coefficient de corrélation eulérienne du champ de vitesse pour des échelles spatiales associées à un nombre d'onde k sans tenir compte de la direction. Nous retrouvons alors, avec notre technique de mesure optique, des résultats comparables à ceux de Comte-Bellot et Corrsin, on peut donc en tirer les mêmes conclusions sur les mécanismes de perte de cohérence du champ de vitesse. Cette étude était indispensable pour vérifier que notre situation expérimentale et notre technique de mesure optique étaient bien exploitables pour obtenir ce type d'informations. Fort de ces résultats, nous serons donc en mesure d'effectuer ce même type d'analyse dans le chapitre suivant pour le champ de concentration

5.1 Comment relier la théorie et l'expérience pour les coefficients de corrélation temporelles eulériennes

Il faut distinguer la situation théorique de la turbulence statistiquement homogène isotrope, où l'écoulement est statistiquement instationnaire, homogène et isotrope, de la situation expérimentale où l'écoulement est statistiquement stationnaire, inhomogène, quasi-isotrope et créé par une grille. La correspondance entre ces deux situations se fait via l'approximation de Taylor (1935). Celle-ci suppose que toutes les échelles spatiales sont convectées à la vitesse moyenne \overline{U}_1 le long de la veine d'essai, c'est à dire que les fluctuations de vitesse associées à ces échelles sont négligeables devant \overline{U}_1 dans ce phénomène de convection. Soit alors Δx_1 la distance entre deux points de l'axe d'abscisses x_0 et x_1 et \overline{U}_1 la vitesse moyenne de l'écoulement. Cette distance, dans l'expérience correspond alors à l'intervalle de temps ΔT de la théorie tel que :

$$\Delta T = \frac{\Delta x_1}{\overline{U}_1}. \quad (5.1)$$

De ce point de vue, on peut dire que l'histoire de la turbulence est écrite le long de l'axe des x_1 , avec une correspondance entre temps et espace à l'aide de la relation $\Delta T = \Delta x_1 / \bar{U}_1$.

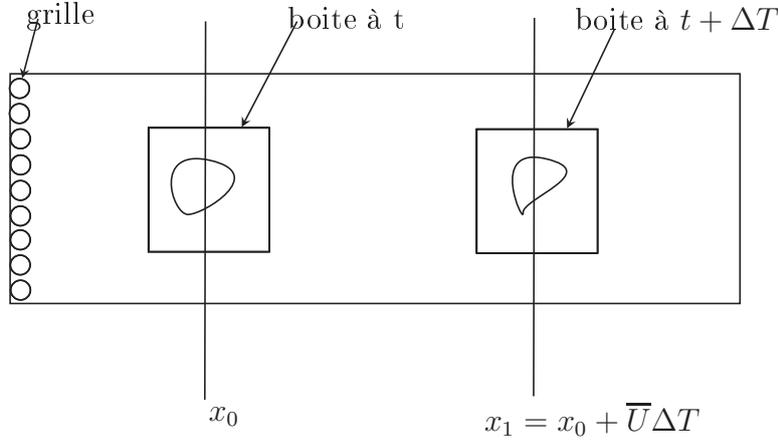


FIGURE 5.1 – Illustration de la boîte de turbulence.

Ainsi pour passer des mesures effectuées le long de l'axe des x_1 à l'évolution temporelle des propriétés statistiques de la turbulence "théorique", tout se passe comme si on suivait un volume fictif que l'on nommera "boîte de turbulence" à la vitesse \bar{U}_1 le long de la veine d'essai. C'est ce point de vue que l'on utilise déjà pour passer de la décroissance de $\overline{u_1^2}$ avec x_1 à la décroissance temporelle de la théorie. Du point de vue des corrélations, il y a équivalence entre la corrélation temporelle en un point dans la boîte, suivie à la vitesse \bar{U}_1 , et les corrélations en deux points séparés de Δx_1 et en deux temps t et $t + \Delta T$ dans l'expérience, si $\Delta t = \Delta x_1 / \bar{U}_1$. On peut écrire ainsi :

$${}_B R_{11}(x_1, t_0, t_0 + \Delta T) = R_{11}(r_1 = \bar{U}_1 \Delta T, 0, 0; t_0, \Delta T) \quad (5.2)$$

où l'indice B dénote une boîte dans laquelle on peut considérer une turbulence isotrope liée à un repère se déplaçant à la vitesse moyenne \bar{U}_1 de l'écoulement. Un exemple d'un tel coefficient, mesuré par Comte-Bellot et Corrsin est donné sur la figure 5.2.

5.2 Résultats expérimentaux concernant les coefficients $R_{11}(r_1 = \bar{U}_1 \Delta T, 0, 0; t_0, t_0 + \Delta T)$

On considère deux images dont les centres sont localisés sur l'axe aux distances x_1 et $x_1 + r_1$ et qui sont prises respectivement aux instants t et $t + \Delta T = t + r_1 / \bar{U}_1$. On effectue alors la corrélation de mille champs de fluctuations de vitesse u_1 (ou u_2) pris à t et $t + \Delta T$ pour chaque zone d'interrogation VIP.

Le champ étant statistiquement homogène sur chaque image, nous pouvons prendre la moyenne des différentes corrélations obtenues pour chaque zone d'interrogation VIP, de façon à obtenir un coefficient de corrélation correspondant à

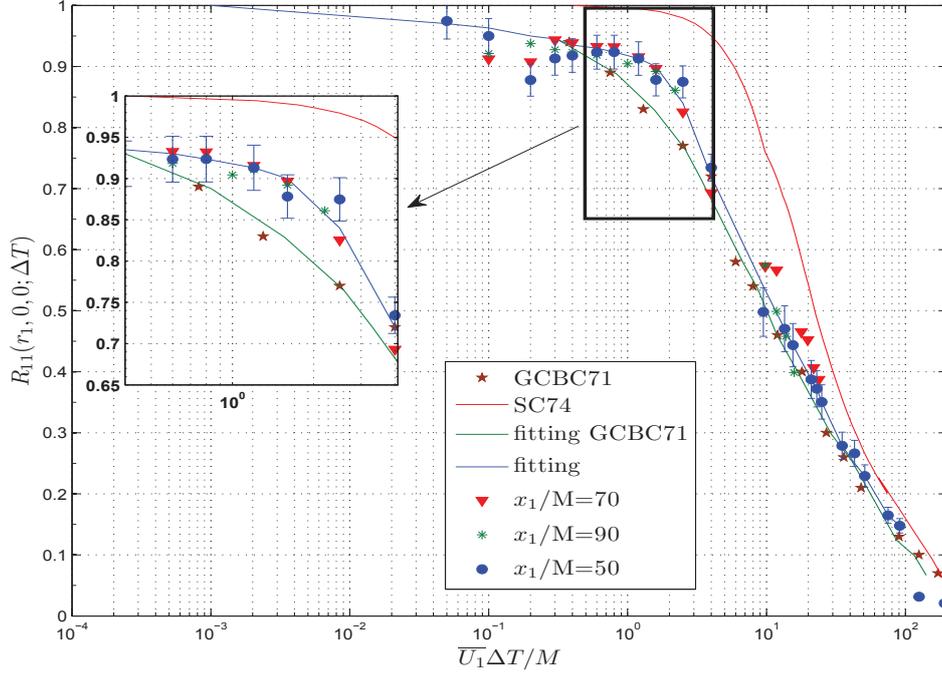


FIGURE 5.4 – Courbes de corrélation d’une structure turbulente convectée à la vitesse moyenne $\overline{U}_1 = 1,2 \text{ m.s}^{-1}$.

tion $R_{11}(r_1, 0, 0; \Delta T)$ pour trois distances à la grille de turbulence : $50M$, $70M$ et $90M$. Nous avons aussi considéré deux valeurs de \overline{U}_1 d’écoulement en prenant des mesures pour $\overline{U}_1 = 1,2 \text{ m.s}^{-1}$ et $\overline{U}_1 = 1,8 \text{ m.s}^{-1}$. Nous prenons comme références les mesures de Comte-Bellot et Corrsin, qui sont déjà représentées sur la figure 5.2. Eux-mêmes avaient comparé leurs résultats expérimentaux à ceux de Favre et al [3], [4] et Frenkiel et Klebanoff [64] pour montrer que ces auteurs sous-estimaient la valeur de la corrélation en ne tenant pas compte de l’effet du sillage du fil chaud amont sur le champ mesuré par le fil chaud aval. Comte-Bellot et Corrsin ont donc extrapolé les valeurs de $R_{11}(r_1, 0, 0; \Delta T)$ pour $\overline{U} \Delta T / M \lesssim 8$ à partir des corrélations $R_{11}(r_1, r_2, 0; \Delta T)$ en faisant $r_2 \rightarrow 0$. Il est à noter qu’ils ont fait ces mesures avec leur sonde amont placée à $42M$. On peut noter qu’une analyse des corrélations spatio-temporelles d’ordre deux $R_{11}(r_1, 0, 0; t_0, \Delta T)$ à partir des fonctions de structure d’ordre deux telles que :

$$R_{11}(r_1, 0, 0; t_0, \Delta T) = 1 - \frac{\overline{(u(\Delta T) - u(t_0))^2(r_1)}}{2\sigma_u \sigma'_u} \quad (5.3)$$

avec $\sigma_u = \sqrt{\overline{u(\Delta T)^2}}$ et $\sigma'_u = \sqrt{\overline{u(t_0)^2}}$, donne le même résultat.

Nos mesures de coefficients de corrélation $R_{11}(r_1, 0, 0; \Delta T)$, à $x_1/M = 50$, apparaissent sur la figure 5.4 où sont ajoutées des barres d’erreur. La détermination des erreurs est expliquée en annexe 7. Compte tenu de ces erreurs on peut estimer que les trois courbes sont comparables. On ne voit pas d’effet lié à la

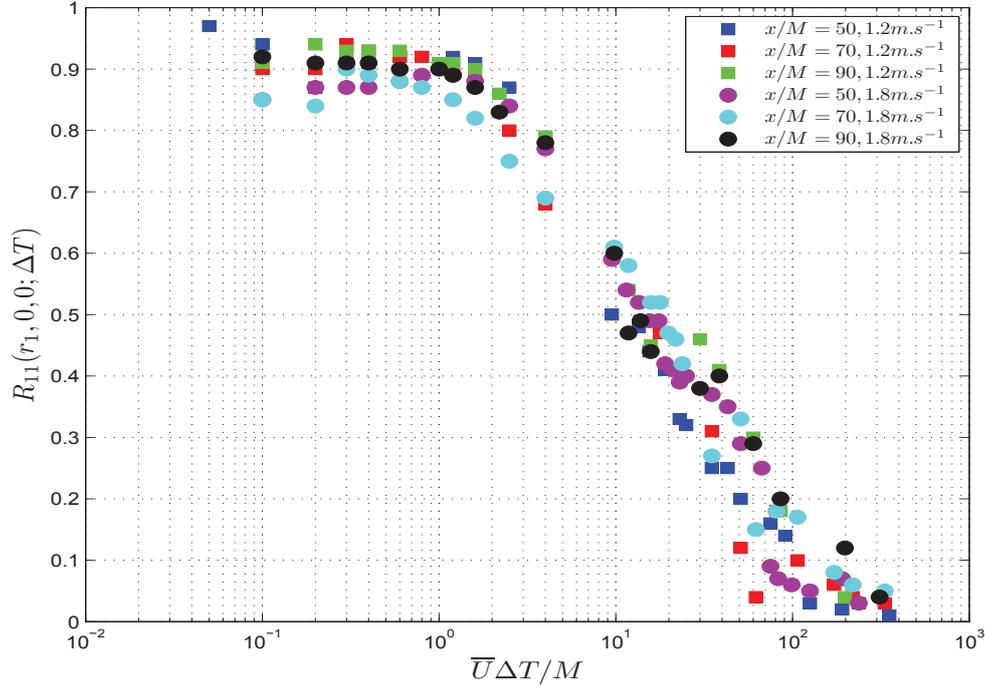


FIGURE 5.5 – Comparaison des courbes de corrélation d'une structure turbulente convectée à la vitesse moyenne $\overline{U}_1 = 1,2 \text{ m.s}^{-1}$ et $\overline{U}_1 = 1,8 \text{ m.s}^{-1}$.

position x_1/M de la sonde amont, si ce n'est une augmentation du rapport signal turbulent sur bruit avec la distance à la grille. Nous avons ajouté sur cette figure la courbe de corrélation lagrangienne de Schlien et Corrsin [39]. On voit alors que le temps intégral eulérien est bien inférieur au temps intégral lagrangien.

La vitesse moyenne \overline{U}_1 ne joue pas plus, les courbes se superposant de la même façon (figure 5.5), les nombres de Reynolds n'étant pas suffisamment différents pour avoir un effet sensible.

Une éventuelle différence de taille entre l'épaisseur du plan laser dans notre expérience et la longueur du fil chaud dans l'expérience de Comte-Bellot et Corrsin peut aussi être une source de différence entre les deux expériences.

Remarques :

- On observe "un creux" situé autour de $\overline{U}_1 \Delta T / M = 0.2$ qui semble s'estomper avec la distance à la grille pour une vitesse d'écoulement de $1,2 \text{ m.s}^{-1}$. Le creux est plutôt marqué pour la courbe $x_1/M = 50$, un peu moins marqué pour celle à $x_1/M = 70$ et encore moins pour $x_1/M = 90$. La forme de nos

courbes spatio-temporelles est différente de celle de Comte-Bellot et Corrsin pour les petits temps. En effet, le creux est suivi d'un "plateau" avec une corrélation élevée dans la région $0 < \overline{U}_1 \Delta T / M < 1,5$. De plus, bien qu'on ait une perte de corrélation dans cet intervalle, il est tout à fait étonnant de voir notre écoulement regagner en corrélation par la suite.

- On ne s'intéresse pas dans cette thèse à ce creux, car les temps situés dans cette zone sont inférieurs au temps de Kolmogoroff τ_k . En calculant l'ordre de grandeur du temps de Kolmogoroff qui est le temps caractéristique des plus petites échelles de notre écoulement et qui est donné par :

$$\tau_k = \sqrt{\frac{\nu}{\epsilon}}, \quad (5.4)$$

on s'aperçoit le creux correspond à un temps de l'ordre de 2ms, inférieur à τ_k que l'on estime dans notre écoulement à environ 22ms. Pour ces temps inférieurs au temps basé sur l'échelle de Kolmogoroff, il se passe des phénomènes physiques qui ne sont pas turbulents. Cela ne gêne pas pour l'analyse de la turbulence dans la gamme d'échelles comprises dans l'intervalle $\eta < r_1 < L$.

Il est à noter, que bien que Comte-Bellot et Corrsin aient extrapolé leur courbe par une parabole, aucun élément ne le justifie à cause du déclin (Tennekes [30]). Cette approximation n'est pas rigoureusement justifiée car dans la boîte la turbulence n'est pas statistiquement stationnaire. De plus, l'intégration de la courbe nous donne un temps de l'ordre de trente pour cents plus grand que Comte-Bellot et Corrsin. Tennekes prédit un temps deux fois plus grand [31]. Pour la suite de l'étude, nous ferons abstraction des temps $\Delta T < \tau_k$, c'est à dire des valeurs de $\overline{U}_1 \Delta T / M \lesssim 2$.

Remarque :

L'analyse des corrélations des fluctuations de vitesse longitudinales temporelles dans la boîte d'ordre supérieur à deux, en suivant Frenkiel et Klebanoff [64], permettrait de mesurer dans quelle mesure la densité de probabilité conjointe de ces deux variables s'éloigne de la gaussianité. Notre situation expérimentale nous permettrait de faire une telle analyse.

5.3 Coefficient de corrélation R_{11} issu d'un filtrage du champ de vitesse en k_1

On a vu dans le chapitre 1 qu'on pouvait filtrer spatialement le signal $u_1(x_1, 0, 0; t)$ uni-dimensionnel obtenu pour ne tenir compte que des tailles de structures turbulentes $\sim 1/k_1$ et obtenir le coefficient de corrélation ${}_B R_{11}^{(1)}(k_1, \Delta T)$. En pratique, on peut accéder à ce coefficient de 2 manières à partir des champs de fluctuations

de vitesse non-filtrés : par les densités spectrales ou par les spectres. Nous avons utilisé ici les spectres en k_1 en un temps ${}_B E_{11}^{(1)}(t)$ et ${}_B E_{11}^{(1)}(t + \Delta T)$ et les spectres en k_1 en deux temps ${}_B \tilde{E}_{11}^{(1)}(t, t + \Delta T)$ de façon à avoir ${}_B R(k_1; \Delta T)$ tel que :

$${}_B R_{11}^{(1)}(k_1; \Delta T) = \frac{{}_B \tilde{E}_{11}^{(1)}(t, t + \Delta T)}{\sqrt{{}_B E_{11}^{(1)}(t) {}_B E_{11}^{(1)}(t + \Delta T)}}, \quad (5.5)$$

car cela s'est avéré beaucoup plus rapide.

Comte-Bellot et Corrsin ont, quant à eux, obtenu ces coefficients de corrélation filtrés en k_1 de 2 façons dont ils retiennent celles qui marchèrent le mieux a priori dans certaines zones spectrales. Ils effectuèrent des mesures directes des ces coefficients de corrélation et ils les ont déduits des champs non-filtrés selon une méthode mise au point par Favre et al. Notre méthode est la même que cette dernière. La comparaison avec l'expérience de Comte-Bellot et Corrsin est montrée sur la figure 5.6. La corrélation $R_{11}^{(1)}$ est tracée en fonction de $\overline{U}_1 \Delta T / M$ et l'on compare les nombres d'onde $k_1 M$ des deux expériences. En effet le coefficient de corrélation filtré en k_1 $R_{11}^{(1)}(k_1; \Delta T)$ est fonction de 5 variables dimensionnelles indépendantes k_1 , ΔT , M , \overline{U}_1 et ν (la solidité de la grille, σ , intervient aussi mais c'est une quantité sans dimension) et mettent en jeu 2 unités fondamentales. On est donc en présence de 3 groupements sans dimension (auxquels s'ajoute σ) et qui sont $k_1 M$, $\overline{U}_1 \Delta T / M$ et $\overline{U}_1 M / \nu = Re$. On a donc $\Rightarrow R_{11}^{(1)}(k_1 M, \overline{U}_1 \Delta T / M, \sigma, \overline{U}_1 M / \nu)$.

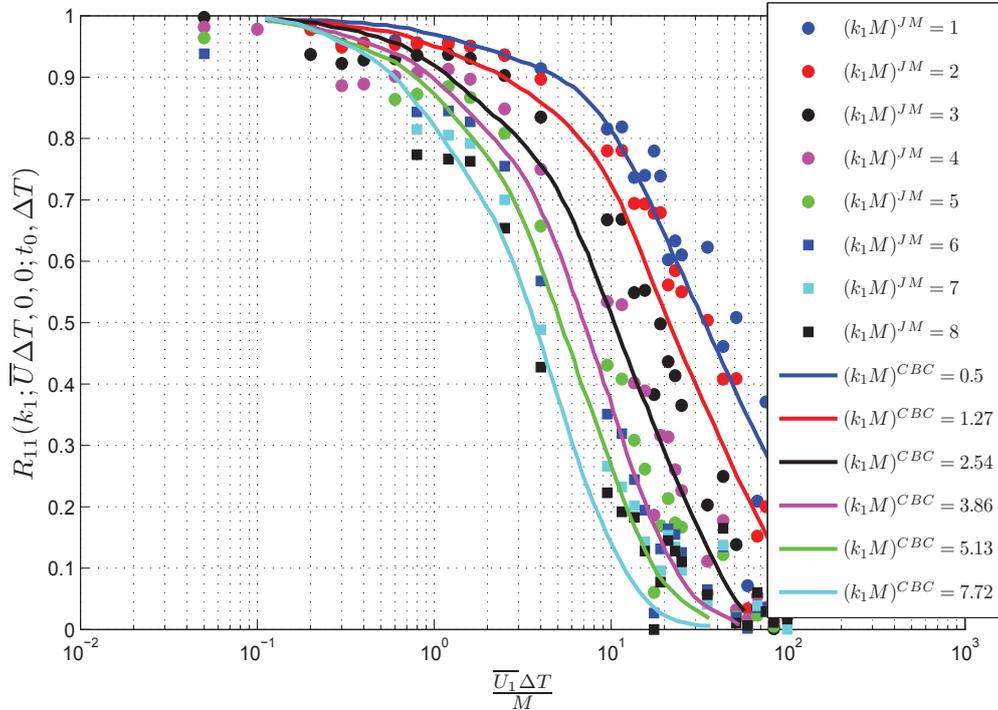


FIGURE 5.6 – Comparaison des expériences, avec des grandeurs prises à $x_1/M=50$ pour $\overline{U}_1 = 1, 2 \text{ m.s}^{-1}$.

La comparaison est satisfaisante compte tenu des incertitudes de mesures. Cela

confirme que le nombre de Reynolds, qui est du même ordre de grandeur dans les 2 expériences, ne joue pas dans cette gamme de valeurs $1 < k_1 M < 10$. Ainsi, on a comparé les résultats de 2 expériences avec leurs conditions limites d'expériences. On peut aussi comparer les turbulences en se plaçant dans la boîte, c'est à dire dans un espace infini où la turbulence est homogène et isotrope. Sachant que la dynamique d'évolution des moments d'ordre 2 comme $\overline{q^2}(t)$ est entièrement fixée par $L_f(t)$ et $\overline{q^2}(t)$ (puisque $\overline{\epsilon} = (\overline{q^2})^{3/2}/L_f$) on peut penser qu'il en est de même pour la perte de cohérence et donc considérer $R_{11}^{(1)}$ comme fonction de $(k_1, \Delta T, \overline{q^2}, L_f, \nu)$ et par l'analyse dimensionnelle, on arrive à $R_{11}^{(1)}(k_1 L_f, L_f \sqrt{\overline{q^2}}/\nu, \Delta T \sqrt{\overline{q^2}}/L_f)$.

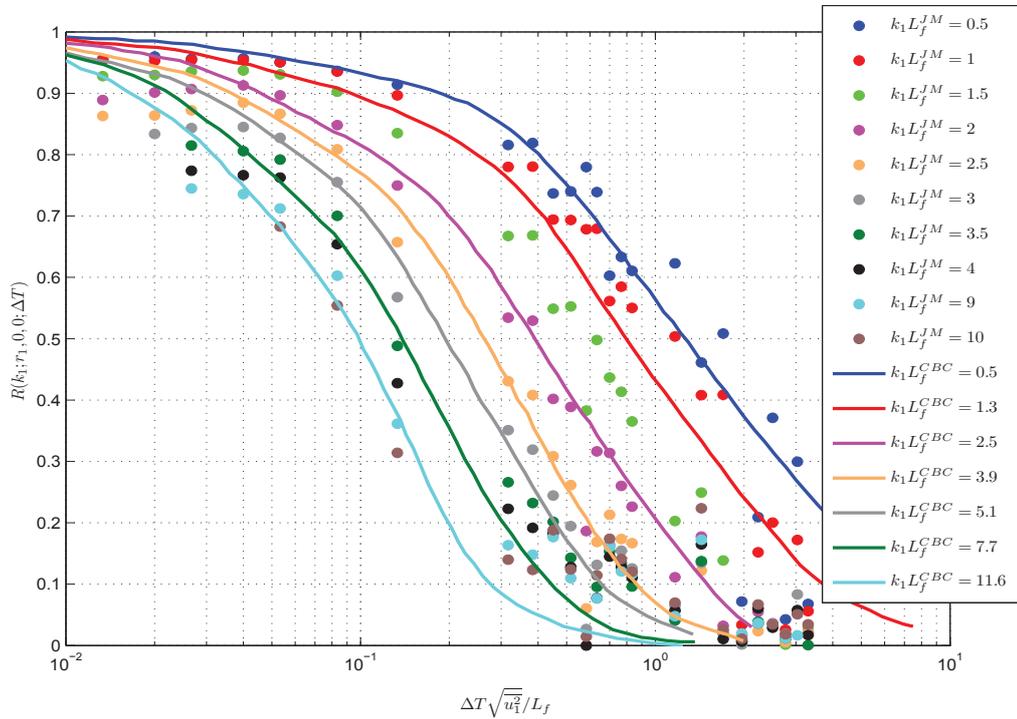


FIGURE 5.7 – Comparaison des coefficients de corrélation de la présente expérience avec les mesures de Comte-Bellot et Corrsin, avec filtrage en k_1 en représentation sans dimension avec $\overline{u_1^2}$ et L_f prises à $x_1/M=50$ pour $\overline{U_1} = 1, 2 \text{ m.s}^{-1}$.

On voit sur la figure 5.7 que cette représentation "grandes échelles" est la bonne façon de comparer la corrélation temporelle d'un champ turbulent dans la boîte. L'évolution de la turbulence dans les 2 expériences n'ayant pas les mêmes lois, tenir compte du déclin de l'énergie cinétique turbulente et de l'évolution de l'échelle intégrale le long de la veine peut améliorer la correspondance. Pour cela il faut remplacer $\sqrt{\overline{u_1^2}}/L_f(t)$ par sa moyenne sur l'intervalle ΔT , soit :

$$\frac{1}{\Delta T} \int_t^{t+\Delta T} \frac{\sqrt{\overline{u_1^2}}(\tau)}{L_f} d\tau = \frac{\sqrt{\overline{u_1^2}}}{L_f} \Big|_0^{\Delta T}. \quad (5.6)$$

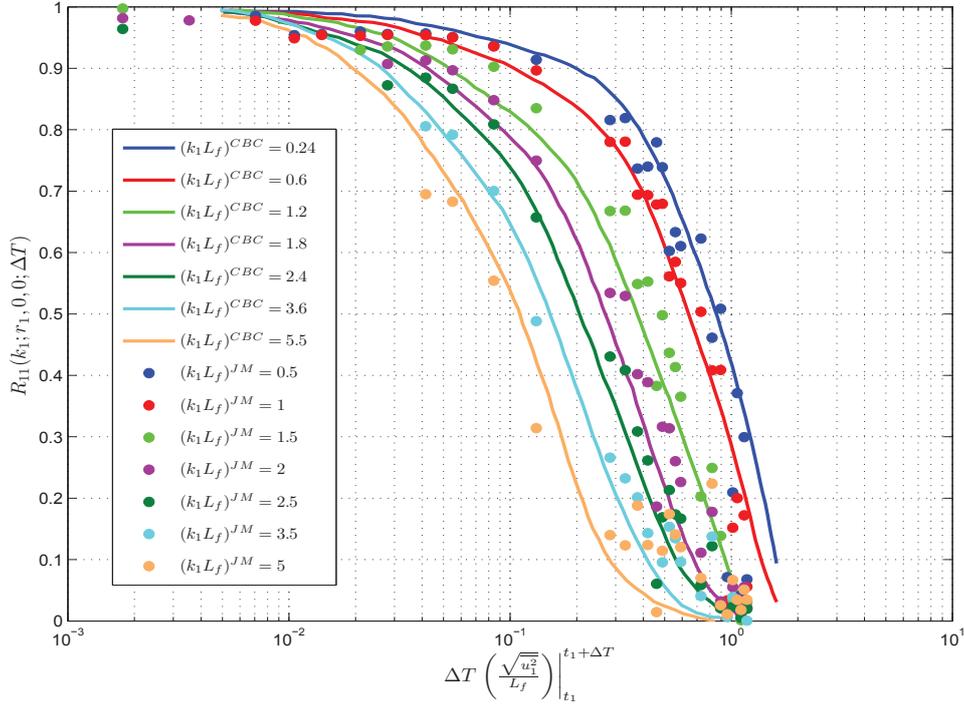


FIGURE 5.8 – Comparaison des corrélations filtrées en k_1 , corrigées du déclin, pour $\overline{U}_1 = 1, 2 \text{ m.s}^{-1}$.

La variable $\Delta T \frac{\sqrt{u_1^2}}{L_f}$ devient alors $\Delta T \frac{\sqrt{u_1^2}}{L_f} \Big|_0^{\Delta T}$. Là encore, figure 5.8, la comparaison des deux expériences est satisfaisante et apparaît même sensiblement meilleure lorsque le déclin est pris en compte.

Après cette première étape de détermination des coefficients de corrélation R_{11} résultant d'un filtrage en k_1 du champ de vitesse, on est en mesure d'obtenir des informations sur les coefficients de corrélation du champ de vitesse pour un filtrage en nombre d'onde $\vec{k} = \|k\|$. Comme on l'a rappelé dans le chapitre 1, c'est ce coefficient de corrélation qui apporte la meilleure information sur le temps de cohérence d'une échelle associée à un nombre d'onde k .

5.4 Coefficient de corrélation issu d'un filtrage en k

De la même façon que pour les coefficients de corrélation filtrés en k_1 , on compare les coefficients filtrés en k avec ceux de Comte-Bellot et Corrsin. On s'attend à une correspondance de même ordre que pour les coefficients en k_1 , voire légèrement plus mauvaise à cause de la double différentiation dans la relation 2.40. De plus, on a vu sur nos spectres dans le chapitre 2, que l'isotropie statistique n'était satisfaite pour cette relation que sur la dernière décade des nombres d'onde, sur la gamme

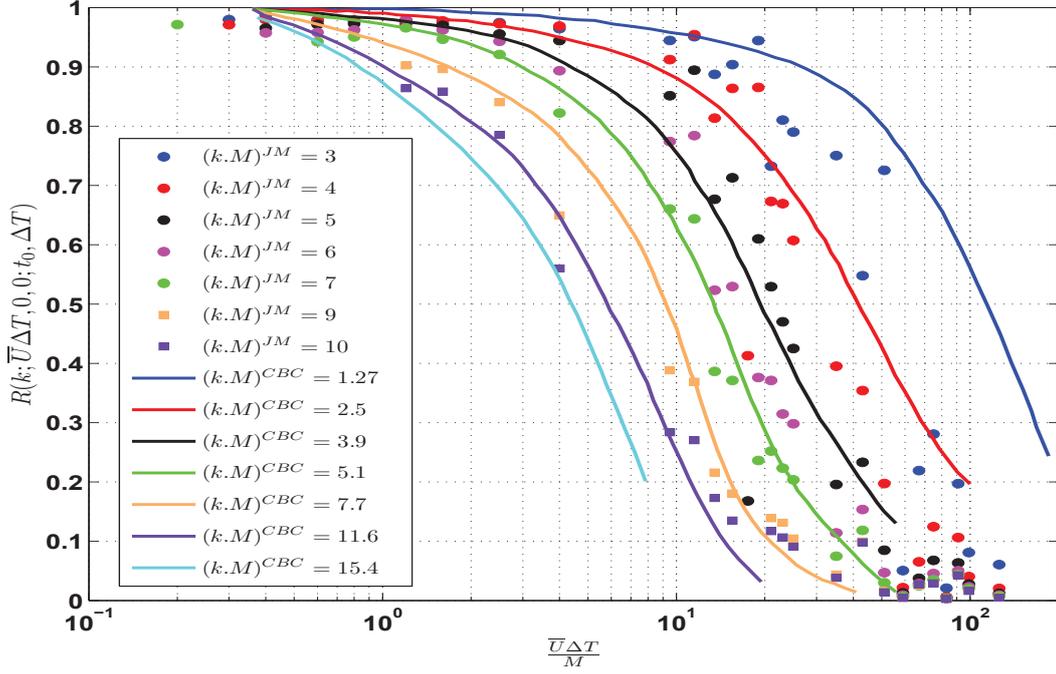


FIGURE 5.9 – Comparaison des corrélations filtrées en k , avec des grandeurs prises à $x_1/M=50$ pour $\bar{U}_1 = 1, 2 \text{ m.s}^{-1}$.

$3 < kM < 20$ ou encore $1,5 < kL_f < 10$. Comme on s'y attendait, on peut voir sur la figure 5.9 une assez bonne correspondance entre les expériences. Il est à noter que les valeurs servant à la mise sous forme adimensionnelle sont prises à 50 mailles de la grille de turbulence.

De même, la figure 5.10 montre dans quelle mesure les turbulences des deux expériences sont similaires pour $\sqrt{u_1^2}$ et L_f pris à $x_1/M=50$.

Comme cela a été fait pour le coefficient R_{11} filtré en k_1 (figure 5.8), on peut utiliser les lois de déclin de l'énergie turbulente et d'évolution de l'échelle intégrale L_f pour tenir compte de ces évolutions en traçant R en fonction de $\Delta T \frac{\sqrt{u_1^2}}{L_f} \Big|_{t_1}^{t_1+\Delta T}$.

Cette représentation est fournie figure 5.11 et donne une comparaison très satisfaisante entre les deux expériences.

Pour exploiter pleinement ces résultats de filtrage, il reste à identifier et quantifier les mécanismes à l'origine de cette perte de cohérence, c'est à dire à modéliser leur temps caractéristique comme l'on fait Comte-Bellot et Corrsin. Le paragraphe qui suit reprend leur modèle et donne les valeurs de ces temps en fonction de k , dans notre expérience. En outre, cela permettra une nouvelle comparaison avec l'expérience de Comte-Bellot et Corrsin.

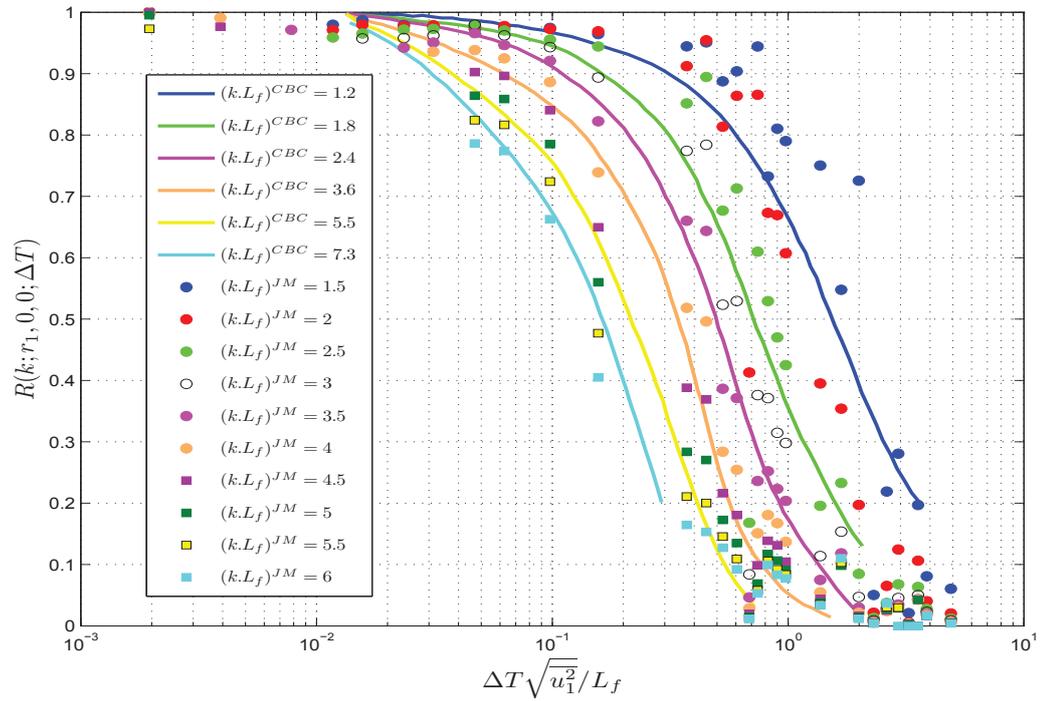


FIGURE 5.10 – Comparaison des corrélations filtrées en k , avec des grandeurs prises à $x_1/M=50$ pour $\overline{U}_1 = 1,2 \text{ m.s}^{-1}$.

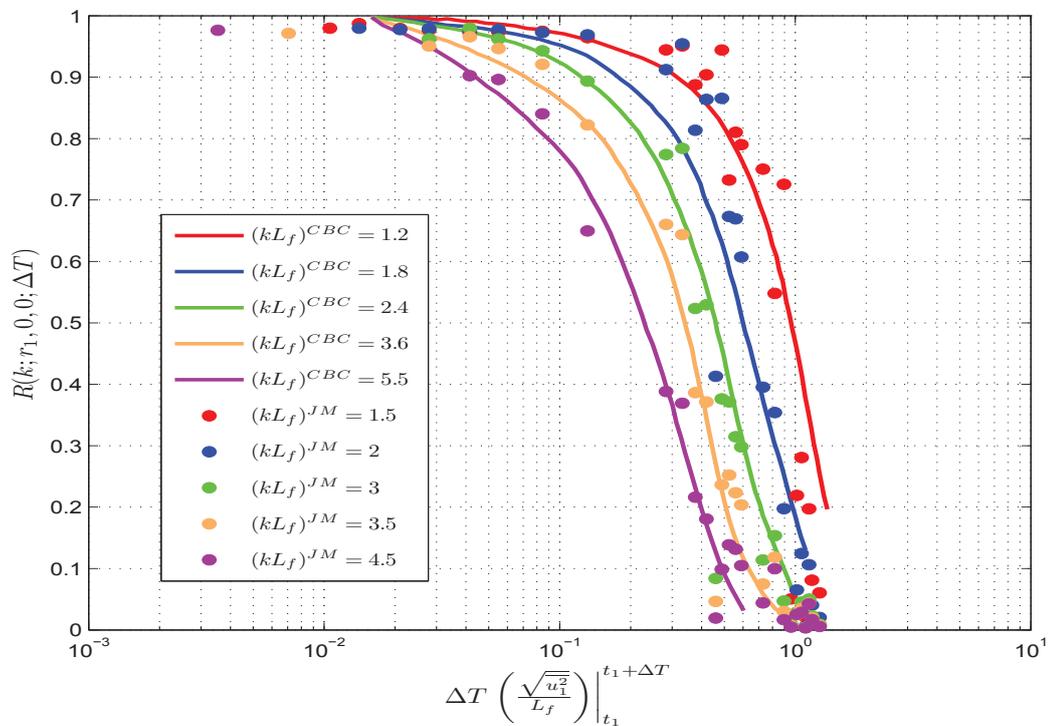


FIGURE 5.11 – Comparaison des corrélations filtrées en k , corrigées du déclin, pour $\overline{U}_1 = 1,2 \text{ m.s}^{-1}$.

5.5 Temps caractéristiques

Comme le rappelle l'annexe et le chapitre 1, les mécanismes qui détruisent la cohérence des structures turbulentes de différentes tailles, donc associés à différents nombre d'onde k , sont des mécanismes de translation par des échelles plus grandes, de rotation ou de déformation par de plus grosses échelles, et d'effritement par les plus petites échelles. D'un point de vue général, un phénomène est d'autant plus actif, que son temps caractéristique, c'est à dire le temps pendant lequel il agit, est court (voir chapitre 1). On définit quatre temps caractéristiques associés à ces quatre mécanismes pendant lesquels se déroule la décorrélation. L'établissement de ces temps est aussi fourni dans le premier chapitre de cette thèse, et reprend l'analyse de Comte-Bellot et Corrsin. On avait :

$$\theta_C(k) = \left[k^2 \int_0^k E dp \right]^{-1/2} \quad (5.7)$$

$$\theta_R(k) = \left[\int_0^k p^2 E dp \right]^{-1/2} \quad (5.8)$$

$$\theta_S(k) = \left[\int_0^k p^2 E dp \right]^{-1/2} \quad (5.9)$$

$$\theta_{dT}(k) = \left[k^4 \int_k^\infty p^{-2} E dp \right]^{-1/2} \quad (5.10)$$

On considerera par la suite, que les différents mécanismes donc les différents temps qui leurs sont associés n'interagissent pas entre eux, on a donc :

$$\theta(k) = \left\{ \frac{1}{\theta_C} + \frac{1}{\theta_R} + \frac{1}{\theta_S} + \frac{1}{\theta_{dT}} \right\}^{-1} \quad (5.11)$$

La figure 5.12 donne les différents temps caractéristiques, listés ci-dessus, à partir du spectre $E(k, t)$, à $x_1/M = 50$.

Pour pouvoir comparer ces temps à ceux obtenus par Comte-Bellot et Corrsin, on rend ces temps sans dimension en utilisant la représentation de Kolmogoroff. Il est naturel d'utiliser cette représentation car nous avons construit ces temps à partir des spectres en k , qui eux-mêmes sont comparés en représentation de Kolmogoroff. Les évolutions en fonction de k montrées figure 5.13 sont analogues et les temps $\theta(k)$ sont sensiblement égaux.

Or, l'énergie cinétique turbulente générée au niveau de la grille décline spatialement le long du canal (figure 4.3) (ou si l'on se place dans la boîte de turbulence elle décline temporellement). Ce déclin joue sur les temps caractéristiques qui sont calculés à partir des spectres en k . On voit ainsi sur la figure 5.14 une diminution de moitié des inverses des temps spectraux sur une durée de 1,2s correspondant

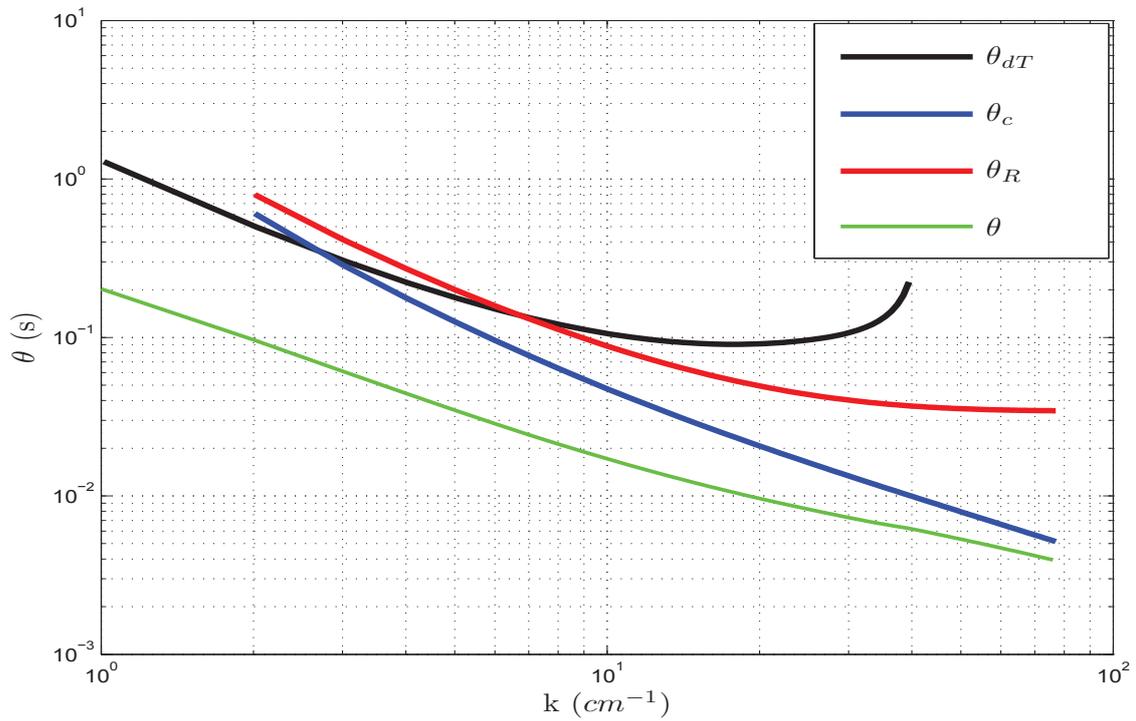


FIGURE 5.12 – Temps caractéristiques en fonction du nombre d’onde k .

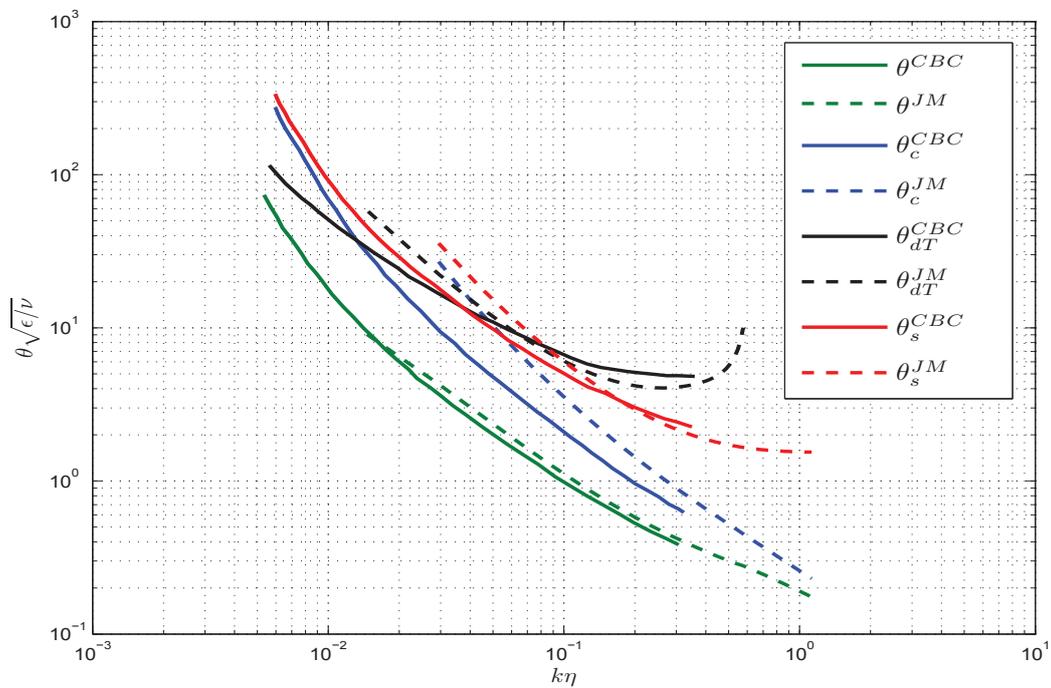


FIGURE 5.13 – Comparaison des temps caractéristiques en représentation de Kolmogoroff. θ^{JM} représente un temps caractéristique dans la présente expérience et θ^{CBC} un temps caractéristique dans l’expérience de Comte-Bellot et Corrsin.

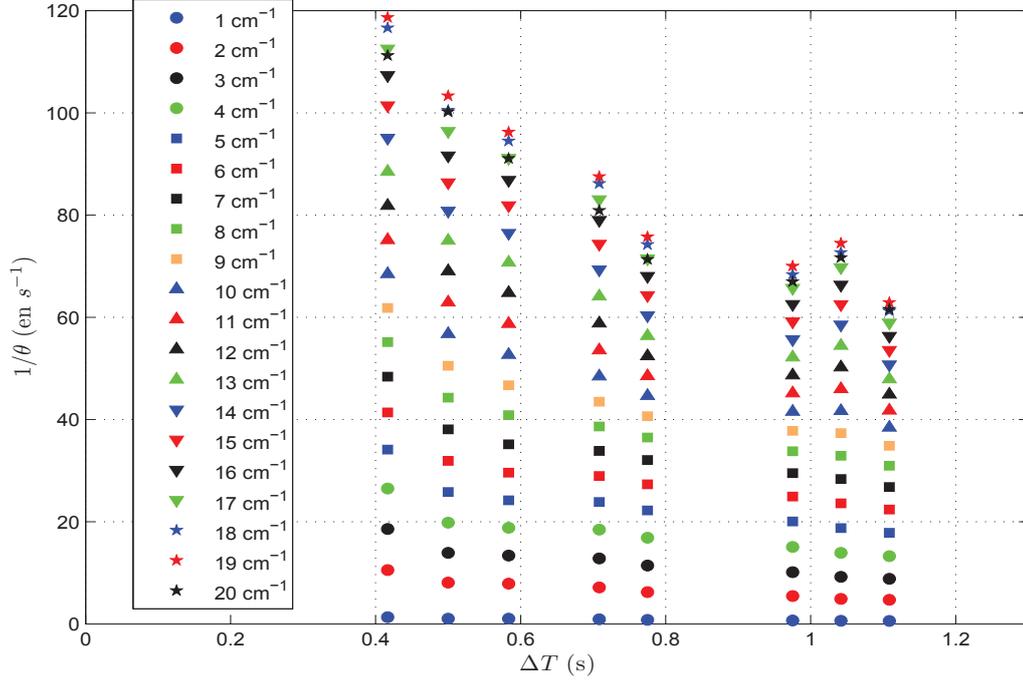


FIGURE 5.14 – Evolution temporelle des temps spectraux.

à une distance $\Delta x_1/M = \bar{U}\Delta T \approx 100$. Pour corriger ce déclin on fait, comme Comte-Bellot et Corrsin, une moyenne de $1/\theta$ sur l'intervalle ΔT de la forme :

$$\left(\overline{\frac{1}{\theta}}\right)\Big|_{t_0}^{t_0+\Delta T}(k) = \frac{1}{\Delta T} \int_{t_0}^{t_0+\Delta T} \frac{dt_1}{\theta(k, t)}.$$

On en déduit alors :

$$\theta^*(k, t_0, \Delta T) = \Delta T \left(\overline{\frac{1}{\theta}}\right)\Big|_{t_0}^{t_0+\Delta T}(k) = \int_{t_0}^{t_0+\Delta T} \frac{dt_1}{\theta(k, t)}. \quad (5.12)$$

En pratique, nous avons assimilé les évolutions données figure 5.14 à des évolutions linéaires pour faire la moyenne des $1/\theta$ entre 2 temps t_0 et $t_0 + \Delta T$. On pourra donc tracer par la suite la courbe de corrélation en fonction de θ^* .

5.6 Coefficient $R(k, \Delta T)$ tracé en fonction du groupement adimensionnel $\Delta T/\theta$: recherche d'une représentation "universelle"

On rappelle que pour une situation statistiquement stationnaire, le temps caractéristique est défini par :

$$\frac{1}{\theta} = -\frac{1}{R} \frac{\partial R}{\partial(\Delta T)}(k, \Delta T) \quad (5.13)$$

C'est donc une fonction de k et de ΔT . Si toutefois, on admet que les mécanismes qui gouvernent la perte de corrélation d'une échelle de taille $\sim 1/k$ ne dépendent pas de ΔT , on a seulement :

$$\frac{1}{\theta} = \frac{1}{\theta(k)}, \quad (5.14)$$

et alors

$$R(k, \Delta T) = e^{-\Delta T/\theta(k)} = f(\Delta T/\theta(k)). \quad (5.15)$$

Dans ce contexte statistiquement stationnaire (qui n'est pas celui de l'expérience) Comte-Bellot et Corrsin, en identifiant chaque mécanisme, obtiennent un modèle pour $\theta(k)$ qui ne fait pas intervenir ΔT . Pour pouvoir l'exploiter dans le cadre expérimental qui est le leur, comme le nôtre, ils remplacent $1/\theta(k)$ par la valeur moyenne durant ΔT :

$$\frac{1}{\theta(k)} \Big|_t^{t+\Delta T} = \frac{1}{\Delta T} \int_t^{t+\Delta T} \frac{dy}{\theta(k, y)} = \frac{\theta_*(k)}{\Delta T} \quad (5.16)$$

Par suite $R(k, \Delta T)$ devrait être une simple fonction universelle de $\theta_*(k) = \Delta T \times (1/\theta(k))|_t^{t+\Delta T}$, ce que prouvent leurs résultats expérimentaux, ainsi que ceux de notre expérience montrés sur la figure 5.16, pour les nombres d'onde k qui vont de 8 cm^{-1} à 20 cm^{-1} . Ils correspondent à ceux pour lesquels les relations d'isotropie sont exploitables dans notre expérience pour les spectres. Dans notre expérience, les k les plus petits, qui donnent des évolutions s'écartant de la précédente, sont marqués par l'anisotropie des grandes échelles. On a, par ailleurs, tracé une exponentielle qui, ici, est :

$$e^{-\frac{\theta(k)}{4}}$$

qui semble correspondre à ces évolutions. La courbe obtenue par Comte-Bellot et Corrsin en pointillés, est légèrement différente. Ces résultats sont particulièrement intéressants, car ils fournissent une modélisation claire du temps de vie des échelles de taille $\sim 1/k$. En effet, ce dernier est défini dans une turbulence stationnaire par :

$$\Theta_v(k) = \int_0^\infty R(k, \Delta T) d(\Delta T) = \int_0^\infty f\left(\frac{\Delta T}{\theta(k)}\right) d(\Delta T) = \theta(k) \underbrace{\int_0^\infty f(\zeta) d\zeta}_{\text{constante universelle } a} \quad (5.17)$$

$$\Rightarrow \Theta_v(k) = a\theta(k) \quad (5.18)$$

En prenant l'exponentielle précédente, il vient :

$$\int_0^\infty f(\zeta) d\zeta = \int_0^\infty e^{-\frac{\zeta}{4}} d\zeta = 4. \quad (5.19)$$

On obtient ainsi :

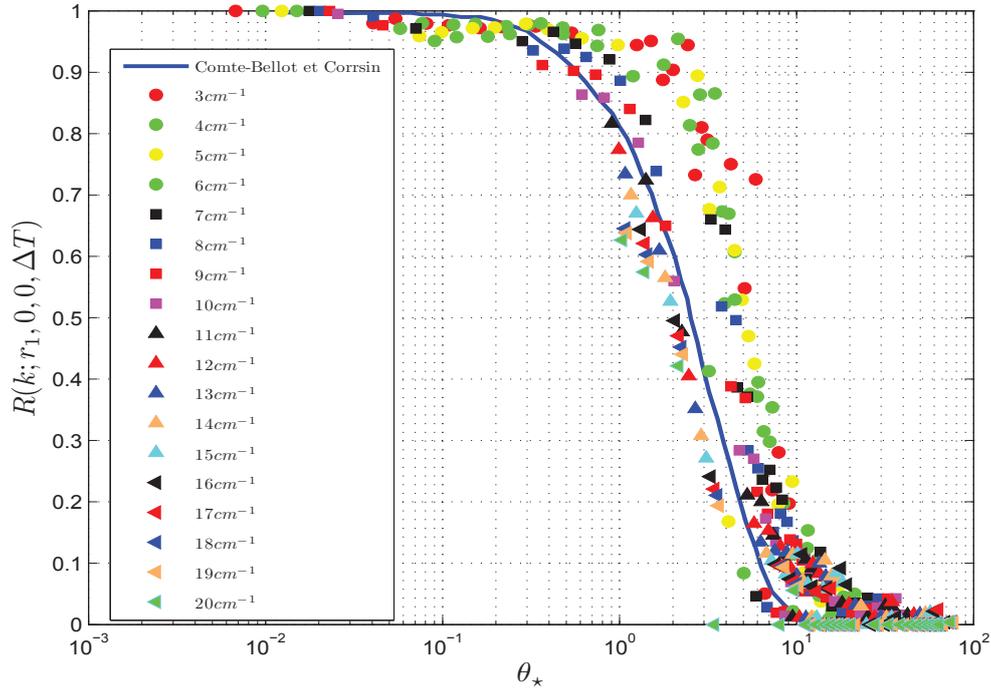


FIGURE 5.15 – Auto-similarité de quelques courbes de corrélation avec θ_* , $\overline{U}_1 = 1, 2$ $m.s^{-1}$.

$$\Theta_v(k) = 4\theta(k) \quad (5.20)$$

où $\theta(k)$ est fourni par le modèle proposé par Comte-Bellot et Corrsin.

La figure 5.16 montre que la corrélation ne dépend que de $\theta_*(k)$ c'est à dire de $\Delta T/\theta(k)$ dans une turbulence statistiquement stationnaire. Cela veut dire que les mécanismes responsables de cette perte de cohérence sont les mêmes pour différents nombres d'onde k donnés, mais leur importance respective est mesurée par leurs temps caractéristiques.

Conclusions

Nous observons sur la figure 5.15 un regroupement des courbes $R(\theta_*)$, identique à celui obtenu par Comte-Bellot et Corrsin dont la courbe est en accord avec nos points de mesure pour les nombres d'ondes k compris entre 8 cm^{-1} et 20 cm^{-1} . Pour des nombres d'onde plus faibles, la figure 5.15 montre que le regroupement est nettement moins clair et surtout ne s'accorde pas avec le précédent. On peut attribuer cela au fait que pour ces nombres d'onde, l'isotropie statistique n'est pas réalisée, donc que les relations 2.40 utilisées pour obtenir $R(k)$ dans notre situation ne sont plus valables. Cette isotropie était mieux satisfaite chez Comte-Bellot et

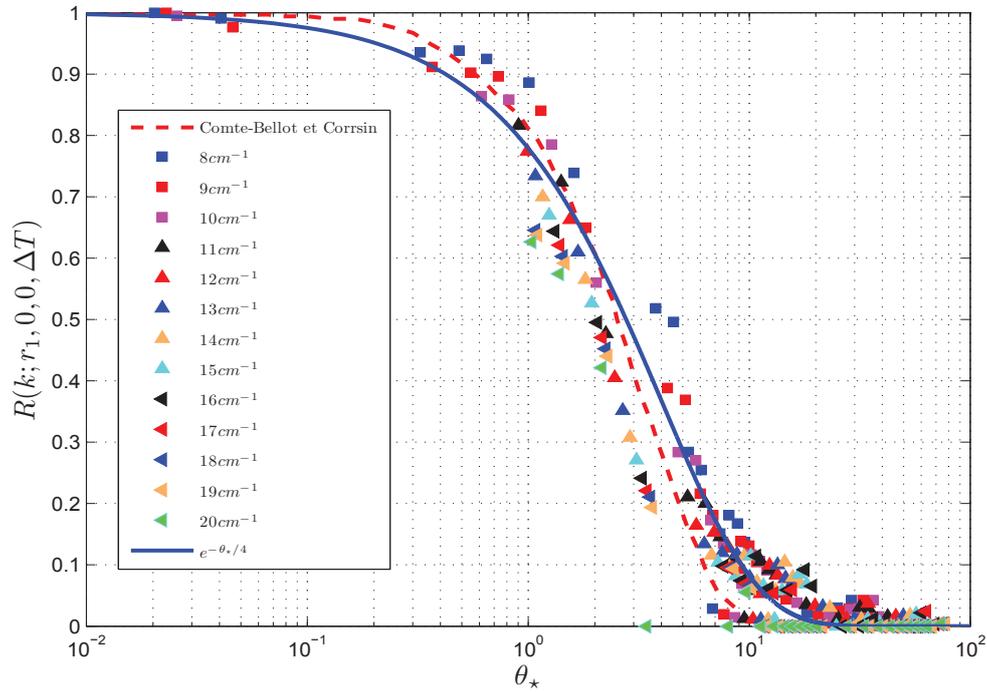


FIGURE 5.16 – Auto-similarité de quelques courbes de corrélation avec θ_* , $\overline{U}_1 = 1, 2 \text{ m.s}^{-1}$.

Corrsin y compris pour les petits k , à cause de la contraction placée en aval de la grille. Il faut donc rester réservé quant à ces valeurs de k . Pour les autres, correspondant à la figure 5.16, on peut dire que les mécanismes de décohérence présentent une claire universalité si on tient compte de tous les effets et donc de tous les temps caractéristiques fonction de k qui leur sont associés. Notons que nos mesures pour les petits nombres d'onde k , nos résultats sont dus à la mesure tandis que ceux de Comte-Bellot et Corrsin ont été extrapolés.

Chapitre 6

Résultats expérimentaux concernant les temps de cohérence eulériens des échelles du champ de fluctuation de concentration.

Sommaire

6.1 Résultats expérimentaux	124
6.1.1 Corrélation des champs de fluctuations de concentration	124
6.1.2 Coefficient de corrélation des fluctuations de concentration après un filtrage en k_2	125
6.1.3 Coefficient de corrélation temporelle, eulérienne, des champs de fluctuations en concentration, filtrée en k	126
6.1.4 Les temps caractéristiques des mécanismes de perte de cohérence du champ de concentration extrapolés à partir de ceux déjà utilisés pour les champs de fluctuations de vitesse par Comte-Bellot et Corrsin.	128
6.1.5 Similitude des temps de cohérence des structures turbulentes porteuses de scalaire passif de différentes tailles	130

Ce chapitre est consacré à la détermination expérimentale des coefficients de corrélation temporelle eulérienne dans la boîte de turbulence, des différentes échelles spatiales associées aux fluctuations du champ de concentration. Il suit la même logique que celle qui régissait le chapitre précédent. On commence donc par examiner, dans la boîte de turbulence, le coefficient de corrélation temporelle des fluctuations de concentration en tenant compte de toutes les échelles spatiales qui composent ces fluctuations. Dans un deuxième temps, on s'intéresse à ce même coefficient mais uniquement pour des fluctuations de concentration associées à des échelles dans une direction donnée, et dans une bande de valeur donnée du nombre d'onde. Enfin, en utilisant l'isotropie statistique, on s'intéresse uniquement à ce coefficient pour des échelles correspondant à un nombre d'onde $k = \|\vec{k}\|$ donné sans distinction de la direction. Le but est d'obtenir des informations sur les mécanismes associés à la perte de cohérence de ces échelles suivant leurs tailles. Avant de commencer la lecture de ce chapitre on pourra, si besoin, voir des rappels sur les propriétés statistiques des champs de fluctuations de concentration en annexe.

6.1 Résultats expérimentaux

Dans ce qui suit, toutes les mesures présentées concernant les champs de concentration sont effectuées avec une seule caméra, y compris celles qui concernent les corrélations en deux points et en deux temps, c'est à dire les corrélations temporelles eulériennes, dans la boîte de turbulence suivie à la vitesse \overline{U}_1 . Le principe est le même qu'avec le champ de vitesse, avec une seule caméra. On considère à l'instant t une image du champ de concentration et un point repéré par x_1 de cette image, et à l'instant $t + \Delta T$ une autre image et la concentration au point $x_1 + \overline{U}_1 \Delta T$. On procède à l'analyse statistique de ces couples d'échantillons. On déduit de ces mesures le coefficient de corrélation $R_c(r_1 = \overline{U}_1 \Delta T, 0, 0; \Delta T)$ et on les compare au coefficient analogue concernant la fluctuation de vitesse u_1 $R_{11}(r_1 = \overline{U}_1 \Delta T, 0, 0; \Delta T)$.

6.1.1 Corrélation des champs de fluctuations de concentration

Comme le scalaire est injecté dans un plan très voisin de celui des barreaux de la grille et comme la distance entre les injecteurs est sensiblement égale à la distance M de la maille de la grille, les conditions initiales de création du champ aléatoire de scalaire sont très voisines de celle de création du champ aléatoire de vitesse. Comme en plus le nombre de Schmidt est très grand dans notre expérience, le scalaire est essentiellement convecté sans avoir le temps de diffuser. Il est donc logique que les propriétés statistiques spatio-temporelles du champ de concentration soient très voisines de celles du champ de fluctuations de vitesse.

C'est bien ce que montre la figure 6.1 pour la gamme de valeur $\overline{U}_1 \Delta T$ pour laquelle on a pu faire les mesures. Pour le champ de concentration, on compare aussi, sur cette figure, différentes résolutions utilisées dans la technique de mesure. Comme pour les fluctuations de vitesse, on a procédé ensuite à la détermination

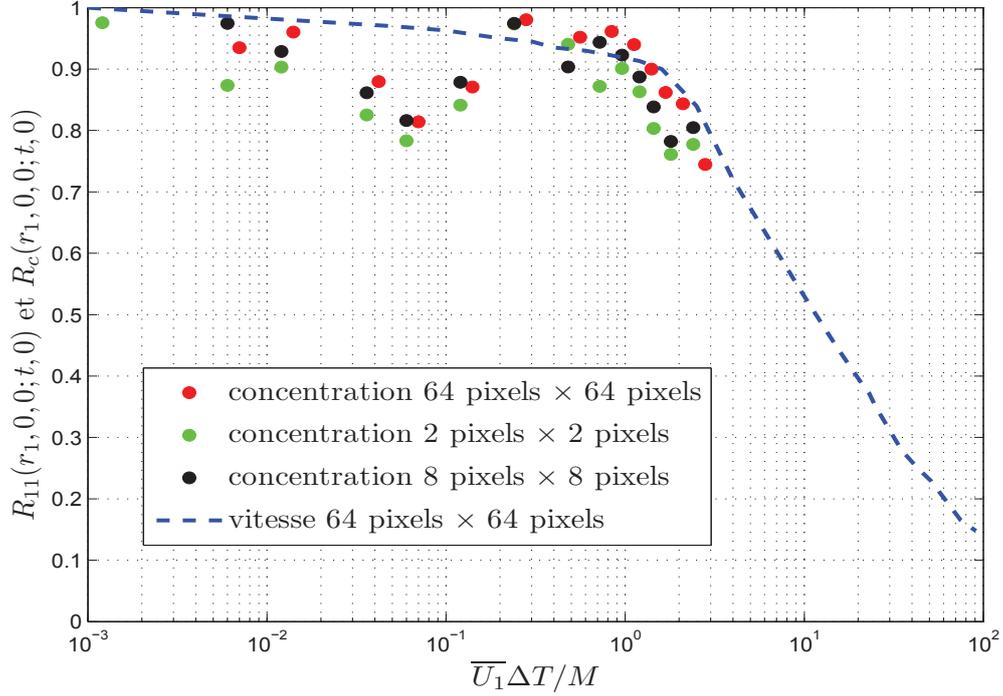


FIGURE 6.1 – Comparaison des coefficients de corrélation temporelle dans la boîte de turbulence pour les champs de concentration et des fluctuations u_1 de la vitesse.

des coefficients de corrélation pour les différentes échelles constituant le champ de scalaire. Pour cela, on utilise la démarche de filtrage spatial déjà utilisé pour le champ de vitesse. On commence ainsi par un filtrage spatial dans une direction, et ici on choisit la direction x_2 et non x_1 . En effet, comme une seule caméra est utilisée, plus ΔT augmente, plus la distance $r_1 = \overline{U}_1 \Delta T$ augmente sur une même image, ce qui restreint la zone utilisable pour définir les couples de points servant à la statistique. Cette limitation n'existant pas dans la direction x_2 , cela justifie notre choix de la prendre comme direction de filtrage. A partir des résultats obtenus par filtrage dans cette direction donc pour des nombres d'onde k_2 , on peut déduire grâce à l'isotropie statistique des résultats analogues pour la norme du vecteur d'onde \vec{k} .

6.1.2 Coefficient de corrélation des fluctuations de concentration après un filtrage en k_2

On utilise la relation, introduite dans le chapitre 1, qui donne le coefficient de corrélation filtré, des champs fluctuants de concentration pris à t et $t + \Delta T$:

$${}_B\rho_c(k_2, t, t + \Delta T) = \frac{\widetilde{E_c^{(2)}}(k_2; t, t + \Delta T)}{\sqrt{E_c^{(2)}(k_2, t)E_c^{(2)}(k_2, t + \Delta T)}} \quad (6.1)$$

Les corrélations des champs des fluctuations de concentration, filtrées dans la

direction perpendiculaire à l'écoulement dans une large gamme de bandes, allant de 1 à 120 cm^{-1} , sont tracées sur la figure 6.2.

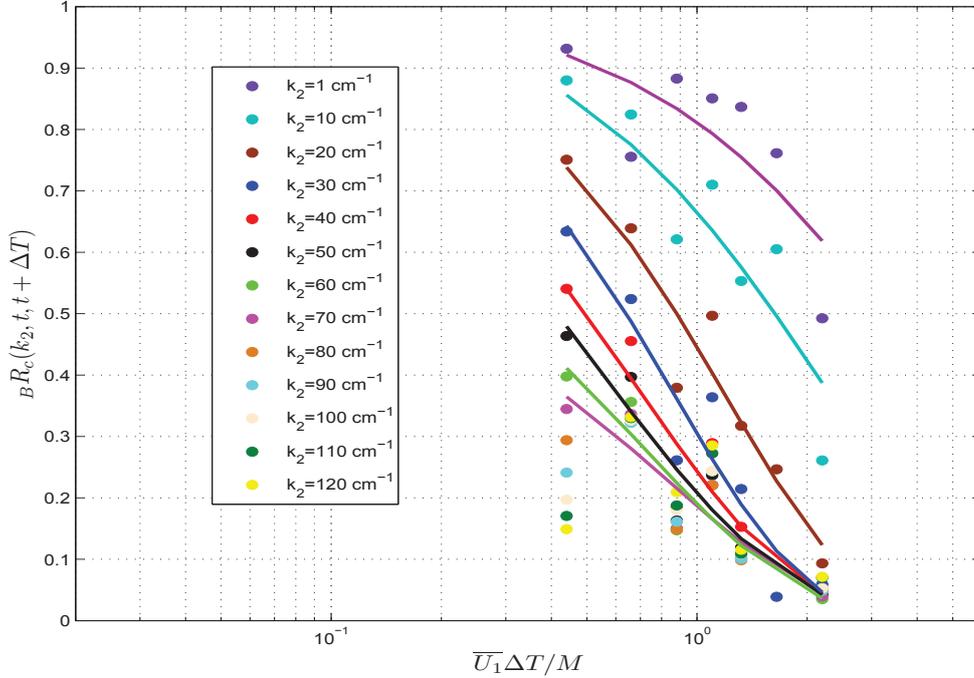


FIGURE 6.2 – Coefficient de corrélation temporelle des fluctuations de concentration filtrées en k_2 dans la boîte de turbulence.

On constate bien que la cohérence des échelles du champ de concentration décroît d'autant plus vite que ces échelles sont petites c'est à dire que k_2 est grand. Toutefois, il ne faut pas perdre de vue que ces courbes tiennent compte des contributions des échelles selon x_1 et x_3 . Pour mettre en évidence l'évolution de la cohérence d'une échelle donnée, il faut comme pour le champ de vitesse, regarder le coefficient de corrélation des fluctuations de concentration filtré en norme de k , avec $k = \sqrt{k_1^2 + k_2^2 + k_3^2}$.

6.1.3 Coefficient de corrélation temporelle, eulérienne, des champs de fluctuations en concentration, filtrée en k

On calcule les spectres en k à partir des spectres en k_2 à l'aide de la relation 4.30 pour $k_2 = k_1$. On déduit le coefficient de corrélation $B\rho_c(k, t, t + \Delta T)$ définit comme :

$$B\rho_c(k, t, t + \Delta T) = \frac{\widetilde{E}_c(k; t, t + \Delta T)}{\sqrt{E_c(k, t)E_c(k, t + \Delta T)}}, \quad (6.2)$$

qui apparaît sur la figure 6.3.

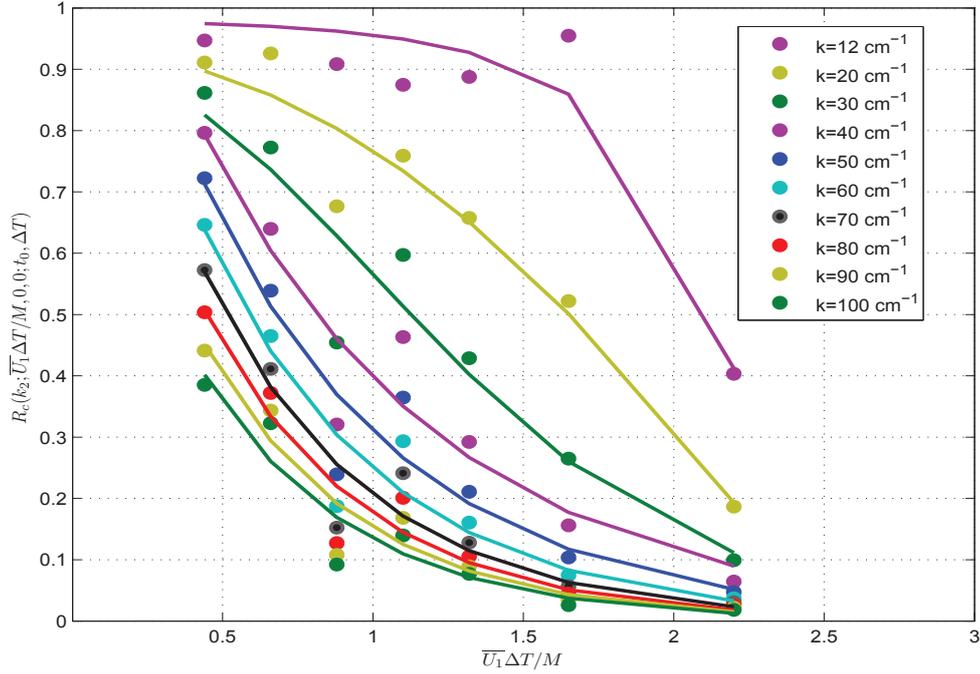


FIGURE 6.3 – Coefficient de corrélation temporelle des fluctuations de concentration filtrées en k , dans la boîte de turbulence.

Il ressort sans ambiguïté que le temps de cohérence des échelles spatiales du champ de concentration est d'autant plus petit que ces échelles sont petites c'est à dire que k est grand. Il nous reste à chercher, comme pour le champ de vitesse, si on peut trouver une représentation adimensionnelle de ces courbes permettant leur regroupement. Cela revient donc d'une part à faire la liste des mécanismes qui sont à l'origine de cette perte de cohérence, et à modéliser leur temps caractéristique d'action. A priori, ces mécanismes seront les mêmes que ceux qui sont à l'origine des pertes de cohérence du champ de vitesse, au moins pour les échelles supérieures à l'échelle de Kolmogoroff. Bien évidemment, a priori, dans ce cas où $Sc \gg 1$, il existe pour le champ de scalaire, des échelles plus petites que celles de Kolmogoroff (situées entre l'échelles de Kolmogoroff et de Batchelor) pour lesquelles on peut considérer que le mécanisme de décohérence dominant doit être celui qui a le plus petit temps caractéristique au voisinage de l'échelle de Kolmogoroff. Pour les plus petites échelles, celles qui sont voisines de l'échelle de Batchelor, il faudrait ajouter aussi le temps caractéristique de diffusion $\tau_{diff} \sim 1/Dk^2$. Toutefois, dans notre expérience, si nous avons pu considérer des échelles légèrement plus petites que celle de Kolmogoroff, ces dernières étaient encore beaucoup plus grandes que les échelles de Batchelor, et il n'est pas pertinent de prendre en compte ce temps pour nos résultats expérimentaux. Ici, l'échelle de Kolmogoroff vaut $146 \mu\text{m}$, et celle de Batchelor est de l'ordre de $4 \mu\text{m}$

6.1.4 Les temps caractéristiques des mécanismes de perte de cohérence du champ de concentration extrapolés à partir de ceux déjà utilisés pour les champs de fluctuations de vitesse par Comte-Bellot et Corrsin.

Comme nous l'avons déjà dit, les plus petites échelles des fluctuations de concentration sont plus petites que celles associées au champ des fluctuations de vitesse, pour le nombre de Schmidt de cette situation. De plus, dans notre cas, la technique par FIPL permet d'avoir une meilleure résolution spatiale que la VIP, comme la comparaison des figures 4.14 et 4.35 le montre, par exemple. Le champ de concentration étant porté par celui des vitesses, les temps caractéristiques que l'on va utiliser ici pour notre analyse sur le temps de cohérence des structures porteuses de scalaire passif, sont issus des spectres de vitesses. Nous sommes donc obligés de procéder à une extrapolation de ces temps à l'aide de connaissances a priori pour les valeurs de k supérieures au plus grand nombre d'onde que l'on pouvait atteindre dans notre utilisation de la technique VIP. Indépendamment de la technique de mesure, cette extrapolation est nécessaire au-delà de l'échelle de Kolmogoroff à partir de laquelle il n'y a plus de fluctuations de vitesse. Cette extrapolation est raisonnable si l'on considère que les plus petites échelles de vitesse sont isotropes, ce que semble confirmer les spectres tracés dans le chapitre 3 en représentation de Kolmogoroff. Ces temps caractéristiques sont tracés sur la figure 6.4.

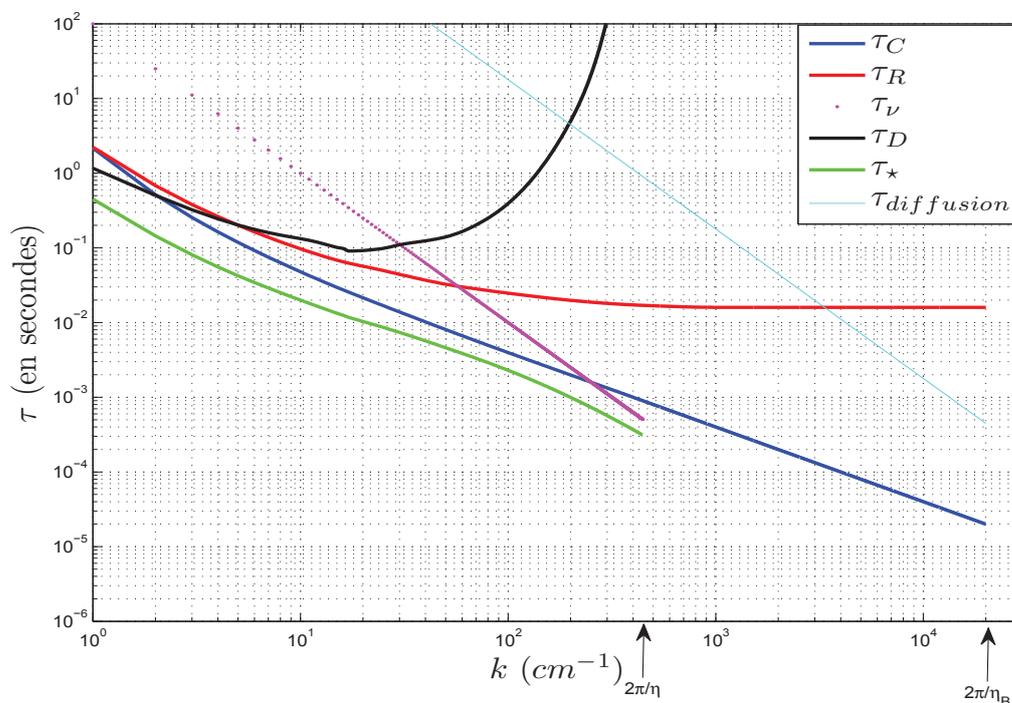


FIGURE 6.4 – Temps caractéristiques associés à la perte de cohérence des échelles du champ de concentration.

On rappelle ci-dessous les définitions de ces temps bien qu'ils aient déjà été

introduits dans le chapitre 1 et relistés au chapitre précédent. Les seuls effets supplémentaires qui pourraient éventuellement se faire sentir dans la gamme des échelles d'intérêt seraient dus au temps de diffusion scalaire comme nous l'avons rappelé, mais ces mécanismes se situent au-delà de nos capacités de mesure.

On commente, pour chaque temps considéré, les extrapolations que l'on a faites :

- En ce qui concerne le temps de diffusion turbulente par des échelles de tailles inférieures à l'échelle considérée

$$\tau_{dT} \approx \left(k^4 \int_k^\infty \frac{E(p, t)}{p^2} dp \right)^{-1/2}.$$

, on voit sur la figure 6.4 que plus les échelles sont petites plus τ_{dT} est grand. L'échelle de Kolmogoroff qui est l'ordre de grandeur des plus petites échelles de vitesse, est l'échelle qu'il faut donc considérer comme limite en nombre d'onde, car au-delà il n'y a plus d'échelle capable de faire diffuser des échelles de tailles supérieures. Plus le nombre d'onde considéré est proche de cette limite, plus ce temps est grand ce qui signifie que les mécanismes de diffusion deviennent de plus en plus insignifiants.

- On voit que le temps de diffusion moléculaire, τ_{mv} ,

$$\tau_{mv} = \frac{1}{\nu k^2}, \quad (6.3)$$

devient le plus petit des temps en s'approchant de l'échelle de Kolmogoroff. La viscosité se fait d'autant plus sentir vers l'échelle de Kolmogoroff. On ne prolonge pas ce temps au-delà de l'échelle de Kolmogoroff, l'énergie étant dissipée par viscosité au taux $\bar{\epsilon}$, il n'y a plus de fluctuations de vitesse pour $k \gtrsim 1/\eta$.

- Le temps de convection par des échelles de tailles supérieures, τ_c ,

$$\tau_c \approx \left(k^2 \int_0^k E(p, t) dp \right)^{-1/2}, \quad (6.4)$$

est prolongé en $\left(k \sqrt{q^2} \right)^{-1}$ jusqu'au nombre d'onde de Batchelor $\sim 1/\eta_B$.

En effet, les échelles de concentration sont portées par des échelles de vitesse de tailles supérieures, en l'occurrence par celles de tailles supérieures à η et qui constituent le champ de vitesse.

- Le temps de distortion et de rotation locale par des échelles de tailles supérieures, τ_S

$$\tau_s \approx \left(\int_0^k p^2 E(p, t) dp \right)^{-1/2},$$

tend vers la valeur $\sqrt{\nu/\epsilon}$ pour les grandes valeurs de k . En effet, la plus petite échelle de vitesse, d'ordre de grandeur de l'échelle de Kolmogoroff, pourra toujours être porteuse d'échelles de concentration de tailles inférieures.

On définit le temps τ_* , de la même façon que pour la vitesse, en prenant la somme des inverses de tous ces temps :

$$\frac{1}{\tau_*} = \frac{1}{\tau_{dT}} + \frac{1}{\tau_{mv}} + \frac{1}{\tau_c} + \frac{1}{\tau_s}. \quad (6.5)$$

Remarque : La taille du champ de mesure qui est de l'ordre de quelques centimètres est trop réduite pour voir l'influence du déclin de l'énergie cinétique turbulente et d'une manière générale pour mettre en évidence une évolution des grandeurs statistiques de cette turbulence. Cela signifie que, pour ces mesures, il n'est pas nécessaire de prendre en compte ce déclin de l'énergie, et de l'évolution des échelles intégrales, alors que nous l'avions fait pour le champ de vitesse dont la décohérence est étudiée sur des intervalles de temps plus longs. Nous raisonnerons donc comme si les spectres étaient indépendants du temps sur nos intervalles ΔT utilisés pour cette analyse.

Comme manifestement, figure 6.4, le temps de convection τ_C est le plus petit sur la gamme des nombres d'onde k utilisés dans les courbes précédentes, il est logique de chercher d'abord une représentation adimensionnelle utilisant ce temps qui devrait être associée au mécanisme dominant la décohérence du champ de concentration.

6.1.5 Similitude des temps de cohérence des structures turbulentes porteuses de scalaire passif de différentes tailles

On trace sur la figure 6.5 les courbes des coefficients de corrélation filtrés en k en fonction de l'intervalle de temps rendu sans dimension par τ_C .

On voit une bonne superposition des courbes qui se rapproche d'un comportement exponentiel pour les plus grands temps. Toutefois, comme le montre la figure 6.6 et comme on pouvait s'y attendre, on obtient un regroupement sensiblement analogue en tenant compte de l'ensemble des mécanismes de décohérence qui manifestement sont dominés par la convection.

La technique de mesure, si elle permet d'atteindre, pour le champ de concentration, des échelles plus petites que celles de Kolmogoroff, ne permet pas toutefois d'obtenir des informations jusqu'à l'échelle de Batchelor η_B car le nombre de Schmidt, dans cette situation, est trop élevé ($\eta_B \sim 1/\sqrt{Sc} \sim 3\mu m$). Ainsi dans la gamme des échelles étudiée, on peut considérer que les mécanismes de décohérence sont uniquement liés à l'action des échelles du champ de vitesse, sans que la diffusion moléculaire du scalaire n'ait le temps d'agir. Notre expérience montre

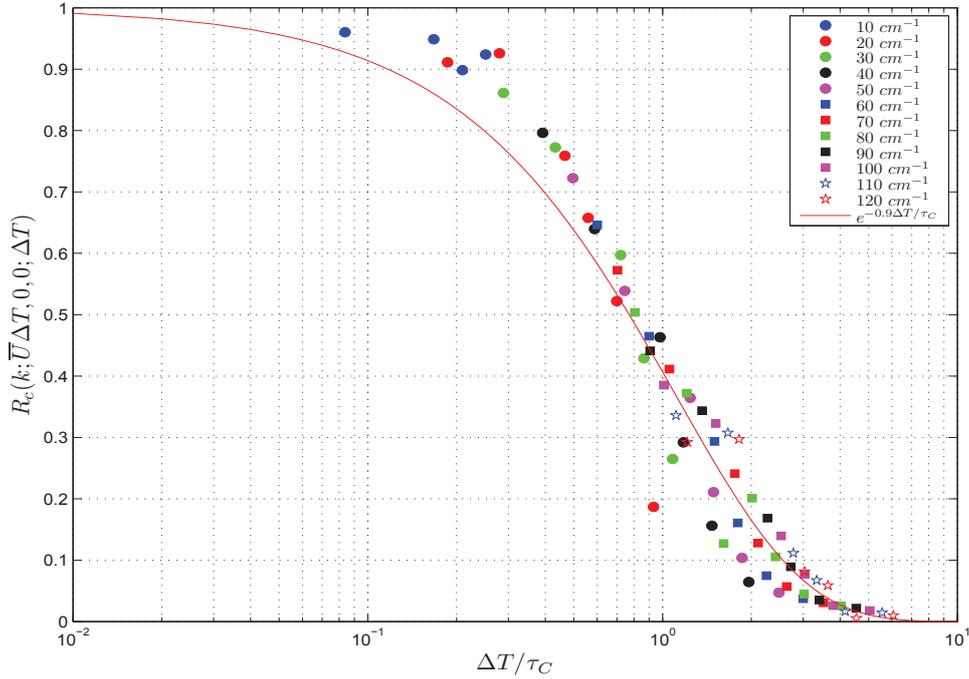


FIGURE 6.5 – Coefficient de corrélation temporelle de concentration filtré en norme de k en fonction de l'intervalle ΔT rapporté à τ_C pour être rendu sans dimension.

alors que, pour la gamme d'échelles spatiales du champ de concentration accessible à la mesure, le mécanisme de perte de cohérence qui s'impose est manifestement la convection par les échelles du champ de vitesse qui sont plus grosses que les échelles étudiées pour le champ de concentration. Cela est clairement mis en évidence, d'une part par la figure 6.5, et d'autre part par la figure 6.4 qui montre que le temps caractéristique de ce mécanisme de convection est bien le plus petit de tous ceux qui sont associés aux autres mécanismes qui sont considérés ici. Comme pour le champ de vitesse, pour cette gamme de k , on peut définir un temps de cohérence du champ de concentration par :

$$\Theta_C(k) = \int_0^\infty B\rho_C(k; t, t + \Delta T)d(\Delta T)$$

Or, on vient de voir que ρ_C peut être représenté par une fonction F du groupement $\Delta T/\tau_C$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \Theta_C(k) &= \int_0^\infty F(\Delta T/\tau_C(k))d(\Delta T/\tau_C(k)) \\ &= \tau_C(k) \int_0^\infty F(\xi)d\xi \end{aligned}$$

Or l'intégrale est une constante a , de sorte que l'on peut écrire :

$$\Theta_C(k) = a\tau_C(k)$$

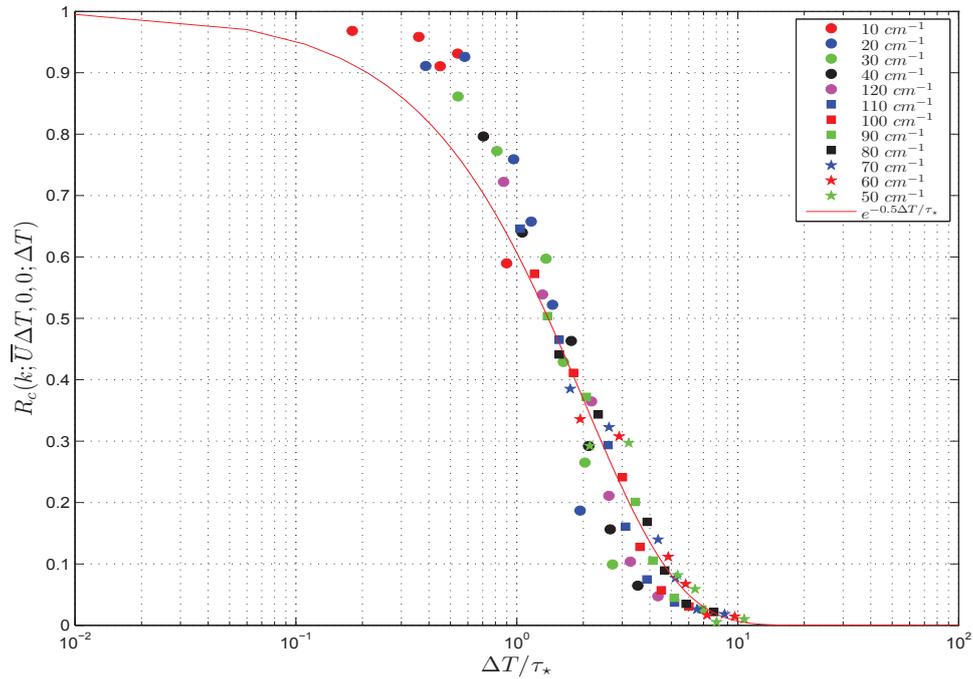


FIGURE 6.6 – Coefficient de corrélation temporelle de concentration filtré en norme de k en fonction de la grandeur sans dimension $\Delta T/\tau_*(k)$.

Si on prend l'approximation exponentielle de $F(\xi)$ de la figure 6.5, on trouve $a \sim 1$.

Conclusion :

Pour la gamme d'échelles accessibles à notre technique de mesure, on a pu ainsi mettre en évidence que le mécanisme dominant la perte de cohérence de chaque échelle du champ de concentration était essentiellement celui de convection par le champ fluctuant de vitesse. Ce n'est pas étonnant, dans la mesure où le nombre de Schmidt étant ici élevé (environ 2000), la diffusion moléculaire du champ de concentration n'a pas le temps de se manifester durant le transport par le champ de vitesse. Notre technique de mesure ne permet malheureusement pas d'accéder à des échelles plus fines comprises entre celle de Kolmogoroff et celle de Batchelor, de sorte que la question du mécanisme dominant dans cette gamme reste posée. On pourrait prétendre répondre à l'aide de la figure 6.4 sur laquelle le plus petit temps dans cette gamme de valeurs de k reste celui de convection. Toutefois, il ne faut pas perdre de vue qu'il s'agit d'une extrapolation.

Remarque :

Il est intéressant de noter que, si c'est bien le mécanisme de convection qui domine la perte de cohérence des petites échelles du champ de concentration (à

l'exception des plus petites qui subissent la diffusion moléculaire), c'est le mécanisme d'étirement contraction au taux $\sqrt{\bar{\epsilon}/\nu}$ qui domine le transfert entre échelles, si l'on en croit le point de vue de Batchelor qui conduit à la loi en k^{-1} dont on semble ici observer l'existence.

Chapitre 7

Densités de probabilité des incréments de vitesse

Sommaire

7.1 Introduction	135
7.1.1 La théorie de Kolmogoroff 1941	135
7.1.2 La théorie de Kolmogoroff 1962	136
7.1.3 Les quantités statistiques que l'on peut mesurer pour caractériser l'intermittence	136
7.2 Densités de probabilité des incréments de vitesse	137
7.2.1 Evolution des densités de probabilité des incréments de vitesse avec $r_* = \Delta x_1/M$	138
7.2.2 Densités de probabilité des incréments de vitesse filtrée en k_1	139
7.2.3 Mise en parallèle des spectres en k_1 avec les densités de probabilité des incréments de vitesse filtrée en k_1	141

7.1 Introduction

Comme nous l'avons vu sur la figure 3.9, la densité de probabilité des fluctuations de vitesse est proche de la gaussienne. Ce résultat est cohérent et attendu d'après la littérature (Tavoularis et Corrsin [?], Jayesh et Warhaft [44]).

En ce qui concerne les incréments des fluctuations de vitesse définis par la relation 7.1 ou les gradients des fluctuations de vitesse, les expériences montrent l'existence de distributions de probabilité non-gaussiennes (Tavoularis et Corrsin b, Anselmet et al 1984). La littérature (Frisch [95], Monin et Yaglom [84]) attribuent ceci au caractère intermittent de la turbulence des petites échelles. On trouvera aussi dans Frisch [95], à partir d'une densité de probabilité de vitesse gaussienne la démonstration qu'aux échelles dissipatives, la densité de probabilité des incréments ne peut être gaussienne. Cela est néanmoins cohérent avec la controverse sur la théorie de Kolmogoroff de 1941, que l'on notera par la suite (K41). Cette controverse amenera Kolmogoroff (K62), suite à une remarque de Landau, à la faire évoluer pour tenir compte en 1962, de l'intermittence petites échelles.

Quoi qu'il se passe, il n'existe pas à notre connaissance d'universalité reliée à cette intermittence et aucun travail n'a pu produire une évolution universelle des densités de probabilité liée à cette intermittence. Nous allons ici, à partir d'un fait expérimental proposer une modulation de la théorie et ainsi limiter l'influence de l'intermittence. Nous le faisons en introduisant ici la même analyse de Fourier que pour les fluctuations de vitesse (chapitre 4). Notons de plus qu'il n'existe pas à notre connaissance de mesure de ces incréments ou gradients de vitesse dans une turbulence non-forcée ou non alimentée par la paroi (canal), cas qui ne relèvent pas de la THI.

Dans le cadre de la modélisation du mouvement d'une particule fluide d'une THI pour un modèle stochastique lagrangien de type Langevin (Michélot [11], Vinkovic et al [34], ...) si nous faisons l'hypothèse que l'accélération lagrangienne est assimilable à l'accélération eulérienne, il est intéressant de vérifier si la gaussiannité de l'accélération est valide. C'est aussi la motivation de l'analyse par nombre d'onde de la densité de probabilité des incréments de vitesse en THI. Notons qu'à notre connaissance personne n'a fait de telles analyses. Seuls Kuo et Corrsin [83] s'en approchent, mais en utilisant l'hypothèse de Taylor. On se référera à Sreenivasan et Antonia [70] pour vérifier que le sujet a été l'objet de nombreux travaux. Ce sujet revient au devant de la scène avec les avancées météorologiques liées à la VIP ([63]) et au suivi lagrangien de particules solides par multivues rapides ([6]).

7.1.1 La théorie de Kolmogoroff 1941

La phénoménologie de Kolmogoroff est rappelée dans l'annexe 1. On décrit dans ce paragraphe les points de cette théorie qui vont concerner l'étude sur les incréments de vitesse. L'incrément de vitesse de la composante longitudinale entre deux points éloignés d'une distance r selon x_1 s'écrit :

$$\delta u_1(r) = u_1(x_1 + r, x_2, x_3, t) - u_1(x_1, x_2, x_3, t) \quad (7.1)$$

La fonction de structure d'ordre p que l'on note $S_p(r)$ est définie comme :

$$S_p(r) = \overline{|\delta u_1(r)|^p} \quad (7.2)$$

La théorie de Kolmogoroff (K41) prédit une loi d'exposant en $p/3$ de la fonction $S_p(r)$ pour les valeurs de r comprises dans la zone inertielle. La loi d'échelle en $p/3$ pour la fonction de structure d'ordre p s'écrit alors :

$$S_p(r) = C_p \bar{\epsilon}^{p/3} r^{p/3} \sim r^{p/3}, \quad (7.3)$$

où C_p est une constante universelle et $\bar{\epsilon}$ est la dissipation moyenne.

7.1.2 La théorie de Kolmogoroff 1962

Kolmogoroff a revu sa théorie ([46], 1962) suite à une remarque de Landau pour tenir compte du caractère fluctuant du mécanisme du transfert d'énergie des grandes échelles vers les plus petites. En effet la variance du taux de dissipation instantané d'énergie :

$$\epsilon = \frac{1}{2} \nu \sum_{\alpha} \sum_{\beta} \left(\frac{\partial u_{\alpha}}{\partial x_{\beta}} + \frac{\partial u_{\beta}}{\partial x_{\alpha}} \right)^2 \quad (7.4)$$

doit augmenter de façon infinie quand le nombre de Reynolds tend lui-même vers l'infini. En suivant Obukhov, Kolmogoroff introduit une loi de probabilité lognormale pour la dissipation dont la variance du logarithme pour $L/l \gg 1$ se comporte selon :

$$\sigma_{\log(\epsilon)}^2 \sim A + k' \log\left(\frac{L}{l}\right) \quad (7.5)$$

où A est une fonction caractérisant la structure macroscopique de l'écoulement et k' est une constante universelle. La fonction de structure d'ordre p , est alors définie par la relation 7.3 :

$$S_p(r) \sim r^{\zeta_p}, \quad (7.6)$$

où ζ_p n'est plus égal à $p/3$, et reste à déterminer. Ce type de loi ne permet plus d'assurer l'existence de la gaussianité pour la densité de probabilité de $S_1(r)$.

7.1.3 Les quantités statistiques que l'on peut mesurer pour caractériser l'intermittence

Nous proposons d'analyser le point de vue formulé par Kolmogoroff en 1941 et corrigé en 1962 par une analyse spectrale du comportement des incréments de vitesse. Cela permet de ne rejeter aucune des deux formulations. Pour les plus petits incréments spatiaux, on peut construire des gradients de vitesse, et donc la dissipation.

Comme nous l'avons vu plus haut, de nombreux auteurs se sont intéressés à l'intermittence petites échelles (Frisch [95]). Pour vérifier 7.6 ils ont quantifié les

incrément de vitesse. En fait ces quantifications tentent de mesurer un écart à la gaussianité des densités de probabilité des incréments de vitesse, les queues de ces densités de probabilité remontant par rapport à celles d'une gaussienne, ce qui est caractéristique d'évènements très intenses et plus rares. Toute apparition d'une intermittence devrait fournir un écart à la gaussianité. Nous avons principalement utilisé cet écart à la normalité pour quantifier le degré d'intermittence de notre écoulement turbulent, notamment en montrant le coefficient d'aplatissement (flatness) des incréments de vitesse. Il devrait être égal à trois pour une loi de probabilité normale.

Les premières études se sont intéressées à l'intermittence à l'aide de signaux temporels turbulents eulériens qui ne nécessitent l'utilisation que d'un fil chaud ([83] par exemple), puis aux gradients spatiaux qui en nécessite deux ([67] par exemple).

Nous avons fait des mesures spatio-temporelles à celles de Frenkiel et Klebanoff [64], mais ces auteurs ont comparé les coefficients de corrélation d'ordre supérieur à deux à ceux déduits des coefficients d'ordre deux en supposant la loi de probabilité des vitesses comme normale, pour différents séparations r_* ($\overline{U_1 \Delta T} / M$ ici). Ils en concluent que les moments impairs sont beaucoup plus sensibles que les moments pairs sur l'écart à la normalité. Notons ici que ces auteurs, contrairement à Comte-Bellot et Corrsin, n'ont pas corrigé le signal de fil chaud situé à l'aval du signal du fil chaud amont. Ainsi, ils n'ont pu analyser correctement les incréments pour les r_* petits.

Plus récemment, des études sur l'accélération lagrangienne ont été effectuées dans des expériences mettant en jeu des turbulences confinées et à très haut nombre de Reynolds ([68]), de façon à se rapprocher de la mesure des incréments de vitesse, mais aussi d'une zone inertielle pleinement développée, ie d'un nombre de Reynolds infini. Leurs expériences ne sont pas, pour notre interprétation, significatives de la THI. L'intermittence est forcément présente et liée aux grandes échelles et donc d'origine différente de (K62).

7.2 Densités de probabilité des incréments de vitesse

On utilisera ici et dans la suite, les champs de fluctuations de vitesse pris à t et à $t + \Delta T$, qui sont respectivement $u_1(t)$ et $u_1(t + \Delta T)$. On n'analyse ici que la composante longitudinale des fluctuations du champ de vitesse u_1 . On ne présente que les résultats avec des fenêtres $64 \text{ pixels} \times 64 \text{ pixels}$ car on estime qu'elles permettent de capturer la vitesse correspondant aux structures de l'ordre de trois échelles de Kolmogoroff (si on estime qu'elles sont entourées d'échelles du même ordre de grandeur, ce qui est vrai dans le cadre de la phénoménologie des étirements-contractions de la turbulence). L'incrément de vitesse noté δu_1 , sera alors défini par :

$$\delta u_1 = u_1(t + \Delta T) - u_1(t). \quad (7.7)$$

Nous calculons alors le coefficient d'aplatissement de δu_1 en fonction de l'écart

r_* (aussi égal à $\Delta x_1/M$). Pour un écart r_* donné, nous calculons aussi le coefficient d'aplatissement de δu_1 en fonction du nombre d'onde k_1 et nous le montrerons en regard du spectre d'énergie en k_1 de la composante longitudinale des fluctuations de vitesse. Cela devrait permettre de situer la contribution à l'intermittence de chaque échelle de taille $\sim 1/k_1$ par rapport aux zones bien identifiées du spectre (chapitre 4).

7.2.1 Evolution des densités de probabilité des incréments de vitesse avec $r_* = \Delta x_1/M$

On mesure les densités de probabilité des incréments eulériens de vitesse, dans une boîte de turbulence se déplaçant le long de la veine à la vitesse moyenne \overline{U}_1 . L'évolution des densités de probabilité des incréments de vitesse, pour un écoulement à $1,2m.s^{-1}$ ($Re_\lambda = 35$, tableau 4.1), avec plusieurs écarts temporels correspondant à plusieurs distances r entre les deux lieux de mesure sont représentés sur la figure (7.1). On observe, dans le petit encart où est tracé la densité de probabilité, un maximum pour $r_* (= \overline{U}_1 \Delta T/M = \Delta x_1/M) \sim 0,8$. Ce maximum correspond au temps de Kolmogoroff pour l'expérience.

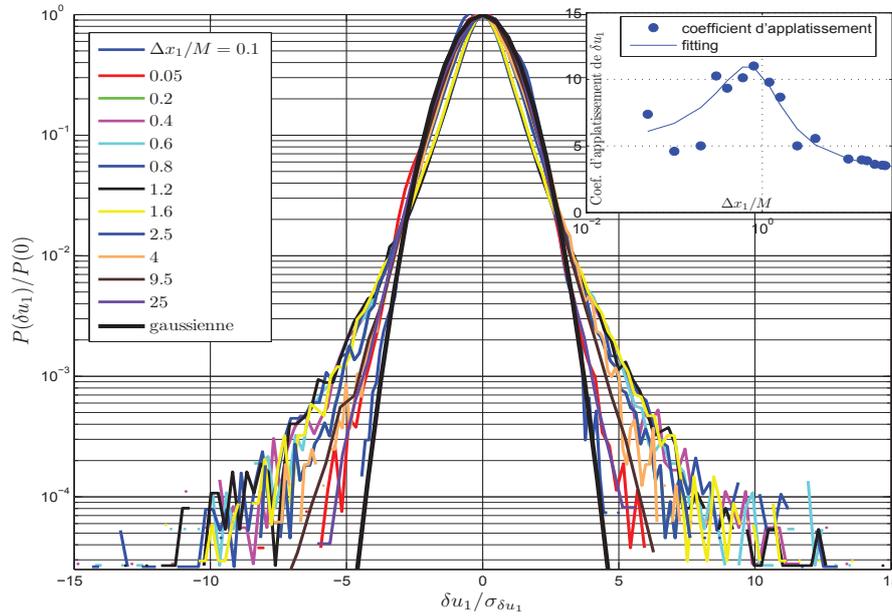


FIGURE 7.1 – Evolution des densités de probabilités des incréments de vitesse calculées à partir de zones d'interrogations de 64×64 pixels avec différents écarts temporels à $1,2m.s^{-1}$.

De la même manière l'évolution des densités de probabilité des incréments de vitesse est tracée sur la figure (7.2), pour un écoulement à $1,8m.s^{-1}$ ($Re_\lambda = 63$, tableau 4.1). On voit que les plus fortes valeurs de densité de probabilité sont de l'ordre de deux fois plus faibles pour ce régime et présentent une plus large zone

aux petits temps pour laquelle le densité de probabilité est maximum. Enfin, la valeur du densité de probabilité montre la non-gaussienneté de la grandeur δu_1 . Ces mesures correspondent à la position $x_1/M = 50$ pour les deux cas. Nous avons en figure 7.3 la même mesure pour les positions $x_1/M = 70$ et $x_1/M = 90$ pour les deux régimes. Nous avons ici des densités de probabilité non-gaussiennes. Cela correspond aux résultats classiques obtenus numériquement (Yeung et Pope [49]) ou en turbulence inhomogène (Gagne [9]) ou forcée (Mordant et al [68]). Ainsi, plus l'espacement r_* est grand, plus la densité de probabilité tend vers la gaussianité.

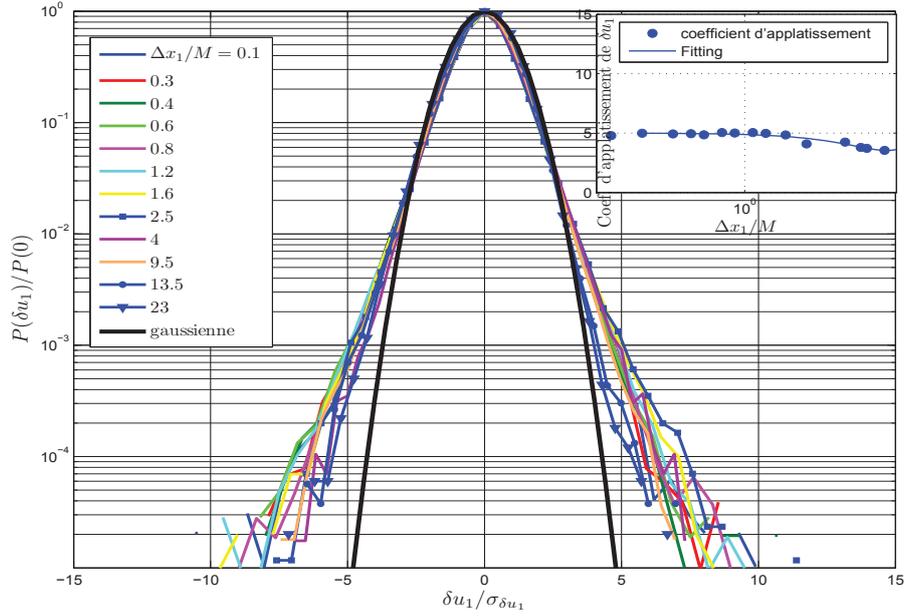


FIGURE 7.2 – Evolution des densités de probabilités des incréments de vitesse calculées à partir de zones d’interrogations de 64×64 pixels avec différents écarts temporels à $1,8 m.s^{-1}$.

7.2.2 Densités de probabilité des incréments de vitesse filtrée en k_1

On utilise maintenant les champs fluctuants de vitesse filtrée par bandes de fréquence $u_1(k_1, t)$ et $u_1(k_1, t + \Delta T)$ (cf chapitre 4) pour tracer les densités de probabilité des incréments de vitesse filtrée en k_1 , notées $\delta u_1(k_1)$, et définis par :

$$\delta u_1(k_1) = u_1(k_1, t + \Delta T) - u_1(k_1, t). \quad (7.8)$$

Le traitement est plus long que pour le calcul des corrélations où nous avons utilisés les spectres, puisque ici pour chaque bande de fréquence on applique le filtre fréquentiel. On peut voir sur la figure 7.4 les densités de probabilité des incréments de vitesse filtrée, adimensionnées par leur écart-type, pour une vitesse d’écoulement de $\overline{U}_1 = 1,2 m.s^{-1}$ et sur la figure 7.6 pour une vitesse d’écoulement de $\overline{U}_1 = 1,8 m.s^{-1}$ pour la position $x_1/M = 50$ et l’écart $\Delta x_1/M = 0,05$.

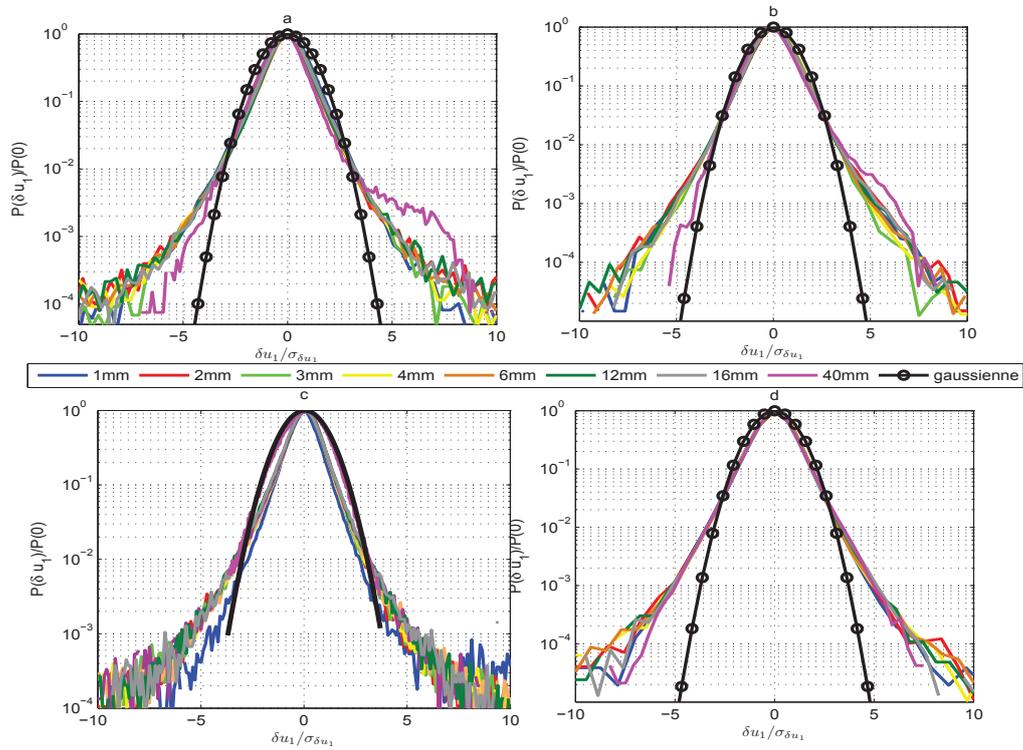


FIGURE 7.3 – Densités de probabilités d’incrément de vitesse calculées à partir de zones d’interrogations de 64×64 pixels pour différentes valeurs $\Delta x_1/M$. a) $x_1/M = 70$ et $\overline{U}_1 = 1,2\text{m/s}$, b) $x_1/M = 70$ et $\overline{U}_1 = 1,8\text{m/s}$, c) $x_1/M = 90$ et $\overline{U}_1 = 1,2\text{m/s}$, d) $x_1/M = 90$ et $\overline{U}_1 = 1,8\text{m/s}$.

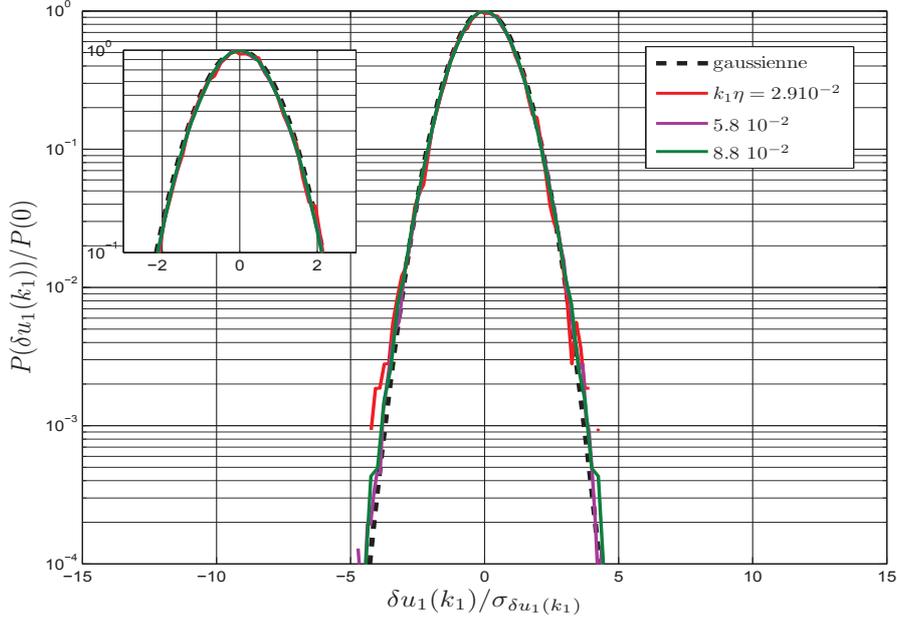


FIGURE 7.4 – Densités de probabilités d’incrément de vitesse calculées à partir de zones d’interrogations de 64×64 pixels à $x_1/M = 50$ pour $r_* = 0,05$ ($\Delta T = 315 \mu s$) et filtrées pour plusieurs bandes de fréquence, pour un écoulement à $1,2 \text{ m/s}$

On peut maintenant savoir quelle est la correspondance entre les bandes de filtrage des fréquences $k_1 \eta$ et les zones qui sont identifiées (chapitre 4) du spectre turbulent.

7.2.3 Mise en parallèle des spectres en k_1 avec les densités de probabilité des incréments de vitesse filtrée en k_1

On trace figure 7.7 le spectre compensé (chapitre 4) en représentation de Kolmogoroff en regard des valeurs prises par la densité de probabilité des incréments de vitesse δu_1 , pour les plus petits écarts $r_* = 0,05$ ($\Delta T = 315 \mu s$), pour une vitesse d’écoulement $\overline{U}_1 = 1,2 \text{ m.s}^{-1}$. Cela permet de voir une gamme de nombre d’onde du spectre pour laquelle les valeurs de densité de probabilité sont très proches de trois.

On voit sur la figure 7.8, pour le régime $\overline{U}_1 = 1,8 \text{ m.s}^{-1}$, un tracé similaire au tracé de la figure 7.7. Théoriquement la zone "inertielle" doit être plus importante. Les valeurs de densité de probabilité présentées en regard de ce spectre ont un comportement similaire au précédent. La densité de probabilité prend une valeur proche de trois dans une gamme de nombres d’onde pour laquelle la pente du spectre est presque nulle de même que pour la vitesse $\overline{U}_1 = 1,2 \text{ m.s}^{-1}$.

Ainsi, pour ces deux valeurs d’écoulement, à $x_1/M = 50$ et $r_* = 0,05$, la gamme de nombres d’onde pour laquelle les valeurs de densité de probabilité des incréments de vitesse sont presque identiques à la valeur trois, caractéristique d’une gaussienne, correspondent à la zone inertielle du spectre. On calcule de la même

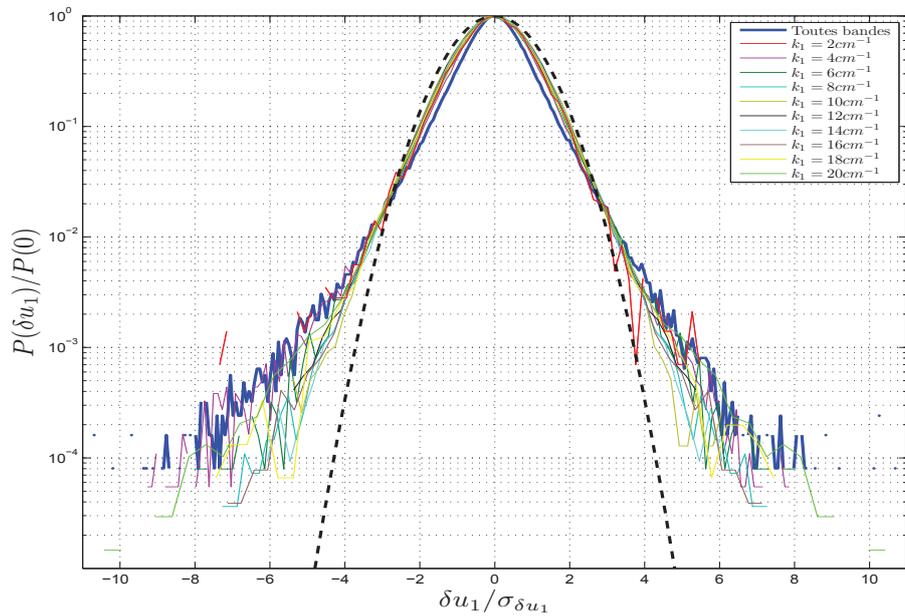


FIGURE 7.5 – Densités de probabilités des incréments de vitesse pour $\Delta T = 19,950$ ms, filtrées par bandes de fréquences calculées à partir de zones d’interrogations de 64×64 pixels pour $1,2 \text{ m.s}^{-1}$.

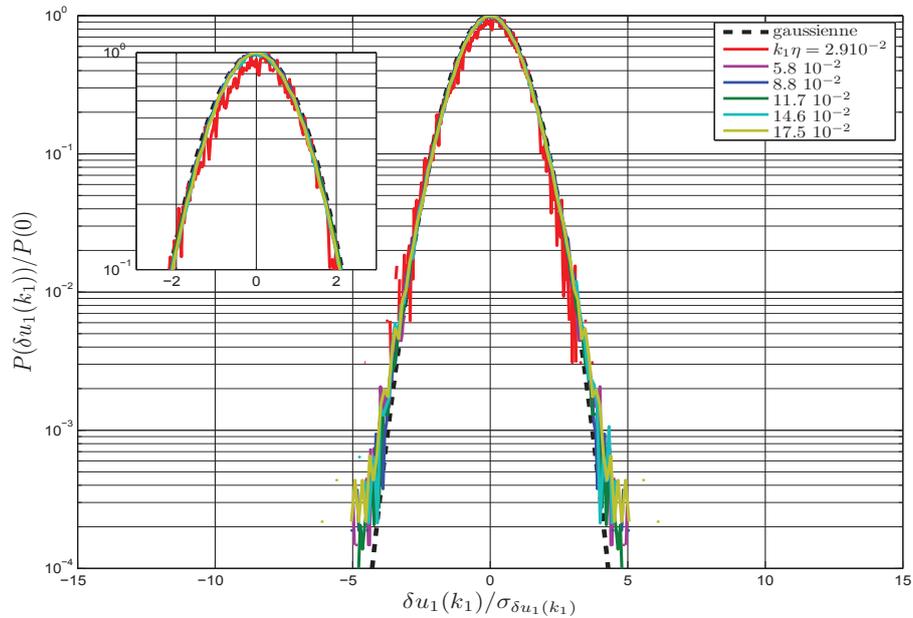


FIGURE 7.6 – Densités de probabilités d’incrément de vitesse calculées à partir de zones d’interrogations de 64×64 pixels à $x_1/M = 50$ pour $r_* = (\Delta T = 540 \mu s)$ et filtrées pour plusieurs bandes de fréquence, pour un écoulement à $1,8 \text{ m/s}$.

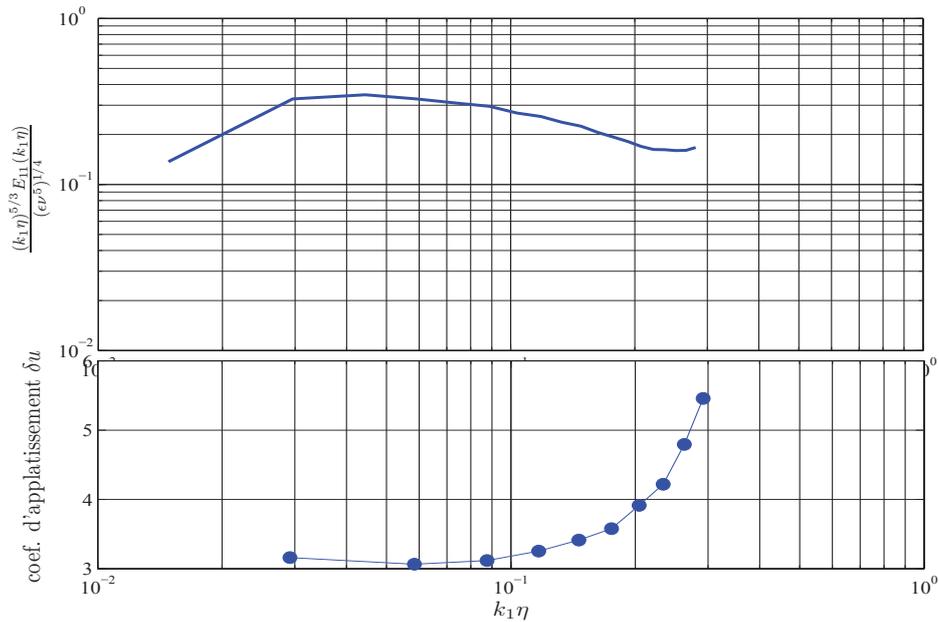


FIGURE 7.7 – Spectre compensé de vitesse et densité de probabilité des incréments de vitesse calculées à partir de zones d’interrogations de 64×64 pixels à $x_1/M = 50$ pour $\Delta T = 315\mu s$ et filtrées pour plusieurs bandes de fréquence, pour un écoulement à 1,2 m/s.

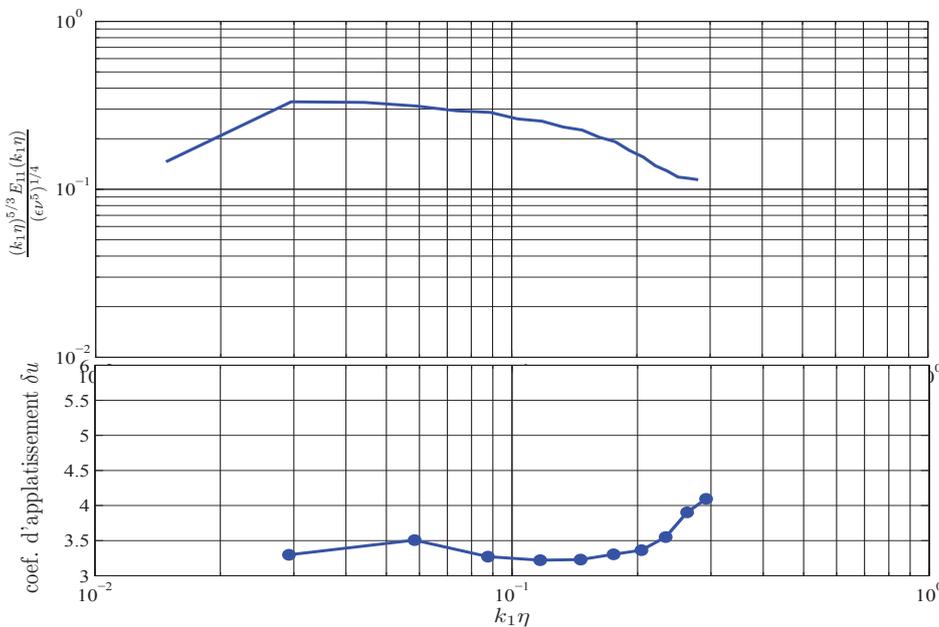


FIGURE 7.8 – Spectre compensé de vitesse et densité de probabilité des incréments de vitesse calculées à partir de zones d’interrogations de 64×64 pixels à $x_1/M = 50$ pour $\Delta T = 540\mu s$ et filtrées pour plusieurs bandes de fréquence, pour un écoulement à 1,8 m/s.

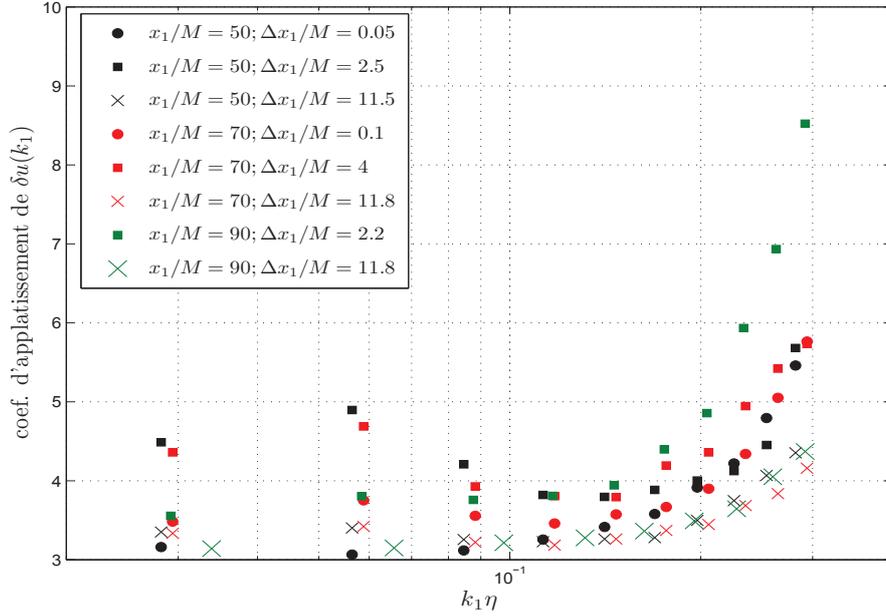


FIGURE 7.9 – Densités de probabilité des incréments de vitesse, pour 3 stations $x_1/M = 50, 70$ et 90 , avec $Re_\lambda \sim 55$. 3 valeurs de $\overline{U_1}\Delta T/M$ sont présentées.

façon les valeurs des densités de probabilité des incréments de vitesse issus des champs de fluctuation de vitesse filtrée pour différentes positions dans la veine, mais aussi pour différents écarts r , pour la vitesse d'écoulement $\overline{U_1} = 1,2 \text{ m.s}^{-1}$ figure 7.9 et pour la vitesse d'écoulement $\overline{U_1} = 1,8 \text{ m.s}^{-1}$ pour la figure 7.10.

On observe le même comportement pour tous les cas. Compte-tenu de la "bonne qualité" du signal VIP pour les petits nombres d'onde, les résultats sur les densités de probabilité des incréments de vitesse δu_1 sont effectivement très proches de la valeur caractéristique d'une distribution gaussienne. Comme on peut le voir en annexe 8, les spectres sont bruités aux plus grands nombres d'onde. Les résultats sur les densités de probabilité doivent être entachés d'une certaine erreur que l'on ne quantifiera pas ici car elles ne sont pas un problème pour notre propos. Pour les petits écarts, cela est intéressant car on se rapproche de l'accélération. Pour les grands nombres d'onde dans la zone "inertielle", on voit que lorsque le régime augmente, la gaussianité est marquée pour un plus grand nombre de nombres d'onde. On pourra observer les mêmes comportements pour des séparations r_* plus élevées analysées de la même façon à l'aide d'un filtrage par bandes de nombres d'onde.

Ainsi nous avons montré que des incréments de vitesse ont une densité de probabilité qui tend vers la gaussianité et de façon plus marquée lorsqu'ils correspondent aux nombres d'onde de la zone "inertielle" du spectre d'énergie en k_1 des fluctuations de vitesse longitudinales. Des expériences similaires à plus haut régime seraient nécessaires afin de voir dans quelle mesure il existe un nombre seuil $k_c(Re_\lambda)$ pour lequel la gaussianité disparaît et donc jusqu'où (K41) est valide

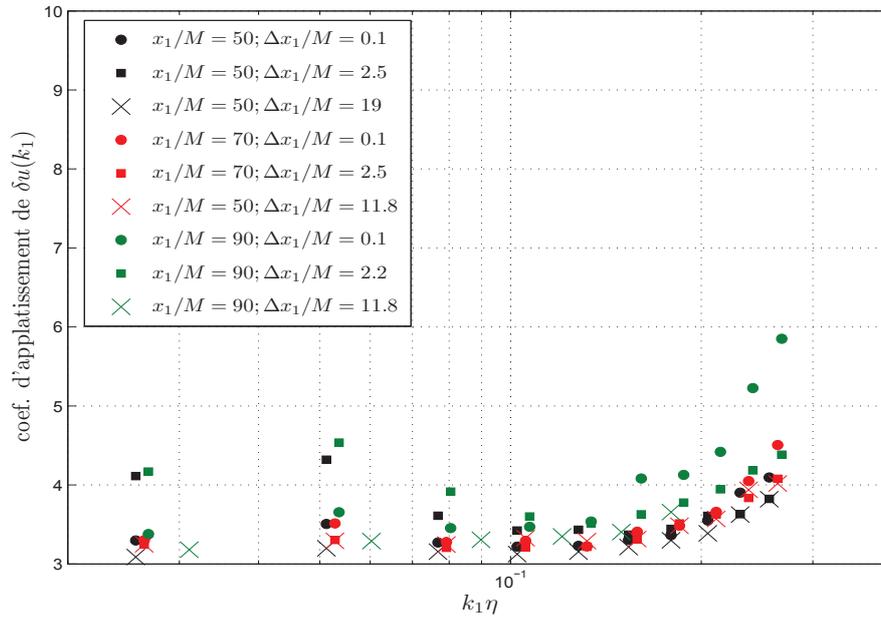


FIGURE 7.10 – Densités de probabilité des incréments de vitesse, pour 3 stations $X/M = 50, 70$ et 90 , avec $Re_\lambda = 63$. 3 valeurs de $\overline{U}_1 \Delta T/M$ sont présentées.

et à partir duquel (K62) devient valide. Nous avons vu, de plus, que pour les r petits ($< \eta$) la gaussianité est encore plus marquée. Ainsi, pour la modélisation sous-maille, cela est à prendre en compte pour les modèles stochastiques portant sur l'équation de Langevin de l'accélération (Vinkovic et al [34]).

Chapitre 8

Conclusions

Les avancées métrologiques de ces dernières années (VIP et FIPL) nous ont permis de revisiter certaines démarches de base relatives à la description du champ de vitesse turbulent pour une THI et de tenter de les étendre à l'étude du mélange d'un scalaire passif pour une THI. C'est le travail que nous avons réalisé lors de cette thèse par l'étude d'une turbulence homogène en décroissance (turbulence de grille). Afin d'obtenir des régimes suffisamment turbulents mais aussi non-perturbés par les parois de l'expérience, nous avons bâti une expérience nouvelle au LMFA et de grande dimension, utilisant un écoulement d'eau. Le choix de ce fluide s'explique par la possibilité d'utilisation de la fluorescence induite pour la mesure de concentration. Ainsi, ce travail de thèse représente un travail expérimental lourd, caractérisé dans un premier temps par la validation d'une grosse installation, d'autant plus complexe que l'eau a nécessité une grande attention quant à son contrôle. Les problèmes de jointage interdisent un étalonnage simple pour la FIPL ou la calibration physique simple pour la VIP. La première partie de ce mémoire est la caractérisation de cette expérience à l'aide de mesures VIP et FIPL donnant les propriétés de décroissance de la turbulence, les spectres d'énergie des fluctuations de vitesse et de concentration turbulentes et enfin des densités de probabilité des quantités en un point telles que les fluctuations de vitesse et de concentration du scalaire transporté. Nous avons ensuite quantifié l'isotropie statistique des champs aléatoires étudiés dans cette expérience en vérifiant des relations existant entre grandeurs statistiques associées aux fluctuations du champ de vitesse et du champ de concentration. La vérification du bon comportement de notre installation et de nos mesures par rapport aux propriétés nécessaires à l'obtention d'une THI nous a permis de vérifier et d'étendre au champ de concentration la description réalisée par Comte-Bellot et Corrsin, à l'aide de fils chauds.

En second lieu, nous avons essayé d'établir une analyse similaire pour un scalaire passif évoluant en THI. La difficulté métrologique (principalement due à l'étalonnage mais aussi au circuit fermé de l'installation) ne nous a permis de faire qu'une partie limitée des mesures nécessaires à l'établissement complet de la courbe de corrélation en deux points deux temps glissante en THI pour le scalaire. Néanmoins, nos résultats nous ont permis d'établir l'existence d'un temps caractéristique pour le scalaire passif évoluant dans une THI, de façon similaire à celui établi pour la vitesse.

Nous avons de plus établi que les temps de vie des échelles spatiales du champ de concentration, dans une THI, ne nécessitent pas la connaissance de la corrélation en deux points deux temps glissante. Ce résultat est essentiel, car la seule connaissance des spectres de vitesse nous permet maintenant de déduire ces temps.

Un résultat intéressant et peu courant est aussi, de façon annexe, l'obtention d'un comportement voisin de celui qui est donné par la loi en -1 , prédite par Batchelor pour le spectre des fluctuations de concentration d'un scalaire passif en THI et pour un nombre de Schmidt élevé, dans la zone visco-dissipative du scalaire. Il n'existe pas, un tel résultat en THI, à part celui de Gibson et Schwartz ([13]).

Enfin, nos mesures en deux points et deux temps nous ont permis d'éclairer un sujet crucial lié au comportement des incréments de vitesse dans une situation de

THI, même si cela n'était pas l'objectif principal de la thèse. A notre connaissance, aucune étude spectrale n'a permis de mesurer l'écart à gaussianité de la pdf de ces grandeurs en fonction des nombres d'onde "caractéristiques" des tailles d'échelles spatiales au sein de l'écoulement. Nos résultats ont permis de quantifier une tendance à la gaussianité des incréments de vitesse, dès lors que leurs statistiques sont conditionnées par la caractérisation d'échelles situées dans la zone inertielle du spectre. Ce résultat est fondamental car il permet de dire, s'il était confirmé pour des turbulences "non polluées" (c'est à dire non perturbées par des grandes échelles anisotropes se renouvelant en réinjectant régulièrement de l'énergie) à haut nombre de Reynolds, que l'intermittence petites échelles ne perturbe pas la zone "établie" inertielle du spectre.

Ce travail est utile pour la modélisation de la turbulence, et en particulier dès lors que l'on fait l'hypothèse de l'homogénéité et de l'isotropie statistique locale. Une suite de ce travail sera d'approfondir l'étude statistique du champ scalaire au sein de cet écoulement.

Chapitre 9

Annexes

.1 La turbulence statistiquement homogène et isotrope à masse volumique constante : rappels de quelques concepts de bases.

On présente ici des rappels de turbulence, pour plus de détails on se référera à [24].

Dans tout ce qui suit l'opération de moyenne d'ensemble statistique est notée par une barre supérieure.

.1.1 L'homogénéité et l'isotropie statistique : définition et premières conséquences

Homogénéité statistique : Un champ aléatoire de moyenne nulle $f(\vec{x}, t)$ scalaire ou vectoriel est statistiquement homogène si ses propriétés statistiques, c'est à dire sa densité de probabilité en \vec{x} et à t ou en différents points et différents instants, et donc les différents moments statistiques que l'on peut en déduire, sont invariants par translation spatiale. On en déduit en particulier :

a) **pour les fluctuations de concentration :**

$$\begin{aligned} \forall \vec{d}, \overline{c(\vec{x}, t)c(\vec{x}', t)} &= \overline{c(\vec{x} + \vec{d}, t)c(\vec{x}' + \vec{d}, t)}, \\ \Rightarrow \overline{c(\vec{x}, t)c(\vec{x}', t)} &= \overline{c(\vec{0}, t)c(\vec{x}' - \vec{x}, t)} = \overline{cc'}(\vec{r}, t). \end{aligned} \quad (1)$$

en précisant avec un "prime" la fluctuation prise au deuxième point, et en posant : $\vec{r} = \vec{x}' - \vec{x}$. Il est alors facile de vérifier que l'on a encore :

$$\overline{c(\vec{x}, t)c(\vec{x}', t)} = \overline{c(\vec{x} - \vec{x}', t)c(\vec{0}, t)} = \overline{cc'}(-\vec{r}, t) = \overline{cc'}(\vec{r}, t). \quad (2)$$

On en déduit :

$$\overline{c(\vec{x}, t)c(x, t)} = \overline{c^2(\vec{0}, t)} = \overline{c^2(t)} = \overline{cc'}(\vec{0}, t). \quad (3)$$

Si on s'intéresse aux mêmes propriétés statistiques, mais en considérant les fluctuations à deux instants t et t' , on obtient, avec les mêmes méthodes :

$$\begin{aligned} \overline{c(\vec{x}, t)c(\vec{x}', t')} &= \overline{c(\vec{0}, t)c(\vec{x}' - \vec{x}, t')} \\ = \overline{cc'}(\vec{r}, t, t') &= \overline{c(\vec{x} - \vec{x}', t)c(\vec{0}, t')} = \overline{cc'}(-\vec{r}, t', t) \end{aligned} \quad (4)$$

$$\overline{c(\vec{x}, t)c(\vec{x}', t')} = \overline{c(\vec{0}, t)c(\vec{0}, t')} = C_c(t, t') = C_c(t', t). \quad (5)$$

b) pour les fluctuations de vitesse :

$$\begin{aligned} \forall \vec{a}, \overline{u_i(\vec{x}, t)u_j(\vec{x}', t)} &= \overline{u_i(\vec{x} + \vec{a}, t)u_j(\vec{x}' + \vec{a}, t)} \\ \Rightarrow \overline{u_i(\vec{x}, t)u_j(\vec{x}', t)} &= \overline{u_i(\vec{0}, t)u_j(\vec{x}' - \vec{x}, t)} = \overline{u_i u'_j(\vec{r}', t)}. \end{aligned} \quad (6)$$

ou encore :

$$\overline{u_i(\vec{x}, t)u_j(\vec{x}', t)} = \overline{u_i(\vec{x} - \vec{x}', t)u_j(\vec{0}, t)} = \overline{u_j u'_i(-\vec{r}', t)} = \overline{u_i u'_j(\vec{r}', t)}. \quad (7)$$

On en déduit :

$$\overline{u_i(\vec{x}, t)u_j(\vec{x}, t)} = \overline{u_i(\vec{0}, t)u_j(\vec{0}, t)} = \overline{u_i u_j(t)} = \overline{u_i u'_j(\vec{0}, t)}. \quad (8)$$

On posera dans la suite :

$$\overline{u_i u_i(t)} = \overline{q^2(t)}. \quad (9)$$

Avec les fluctuations à deux instants successifs, on a :

$$\begin{aligned} \overline{u_i(\vec{x}, t)u_j(\vec{x}', t')} &= \overline{u_i(\vec{0}, t)u_j(\vec{x}' - \vec{x}, t')} \\ &= \overline{u_i u'_j(\vec{r}', t, t')} \\ &= \overline{u_i(\vec{x} - \vec{x}', t)u_j(\vec{0}, t')} = \overline{u_j u'_i(-\vec{r}', t', t)}. \end{aligned} \quad (10)$$

$$\overline{u_i(\vec{x}, t)u_j(\vec{x}, t')} = \overline{u_i(\vec{0}, t)u_j(\vec{0}, t')} = C_{ij}(t, t') = C_{ji}(t', t). \quad (11)$$

c) pour des grandeurs aléatoires quelconques **f** et **g** de moyenne nulle

$$\overline{f g'(\vec{r}, t)} = \overline{f' g(-\vec{r}, t)}; \overline{f(\vec{x}, t)g(\vec{x}, t)} = \overline{f g(t)}, \quad (12)$$

$$\overline{f g'(\vec{r}, t, t')} = \overline{f' g(-\vec{r}, t', t)}; \overline{f(\vec{x}, t)g(\vec{x}, t')} = C_{fg}(t, t') = C_{gf}(t', t). \quad (13)$$

Isotropie statistique : Un champ aléatoire statistiquement homogène est en plus statistiquement isotrope si ses propriétés statistiques sont en outre invariantes à toute rotation ou symétrie par rapport à un plan quelconque que l'on peut faire subir à la configuration observée. Cette propriété se traduit analytiquement par le fait que ces propriétés sont des fonctions tensorielles isotropes de l'espace, c'est à dire sont représentées par des fonctions à valeurs tensorielles qui ont la même expression mathématique en fonction de leurs arguments dans toute base ortho-normée. On en déduit en particulier pour les moments en un point des fluctuations de vitesse, (composantes du tenseur de Reynolds) :

$$\overline{u_i u_j}(t) = \frac{1}{3} \overline{u_k u_k}(t) \delta_{ij} = \frac{\overline{q^2}(t)}{3} \delta_{ij}. \quad (14)$$

Si l'on pose $r = \|\vec{r}\|$, il vient pour les moments en deux points des fluctuations de concentration :

$$\overline{cc'}(-\vec{r}, t) = \overline{cc'}(\vec{r}, t) = \overline{cc'}(r, t), \quad (15)$$

et pour les fluctuations de vitesse :

$$\overline{u_i u'_j}(\vec{r}, t) = a(r, t) r_i r_j + b(r, t) \delta_{ij}. \quad (16)$$

Toutes ces propriétés statistiques conduisent à des expressions de même type si les fluctuations en un ou deux points sont considérées à deux instants différents t et t' , mais alors la variable t est remplacée par le couple de variables (t, t') . On aura par exemple :

$$\begin{aligned} \overline{cc'}(\vec{r}, t, t') &= \overline{cc'}(-\vec{r}, t', t) = \overline{cc'}(r, t, t'), \\ \overline{u_i u'_j}(\vec{r}, t, t') &= \overline{u_j u'_i}(-\vec{r}, t', t) = a(r, t, t') r_i r_j + b(r, t, t') \delta_{ij}. \end{aligned} \quad (17)$$

Il faut souligner que l'isotropie statistique fait disparaître l'influence de la direction pour un champ scalaire comme l'indique 15, mais cela n'est pas vrai pour un champ vectoriel comme le montre 16. Dans ce cas, la dépendance vis à vis de la direction de \vec{r} existe, mais elle possède une forme particulière.

.1.2 Equations d'évolution de $\overline{q^2}(t)$ et de $\overline{c^2}(t)$

D'une manière générale, le système des équations d'évolution des champs de vitesse $U_i(\vec{x}, t)$ et de concentration $C(\vec{x}, t)$ d'un scalaire passif dans un mélange turbulent est constitué des équations de Navier-Stokes associées à la condition d'incompressibilité et d'une équation de convection-diffusion, qui s'écrivent, en tenant compte du fait que la masse volumique ρ est donnée et constante :

$$\begin{aligned} \frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j \partial x_j} & (a) \\ \frac{\partial U_j}{\partial x_j} &= 0 & (b) \\ \frac{\partial C}{\partial t} + U_j \frac{\partial C}{\partial x_j} &= D \frac{\partial^2 C}{\partial x_j \partial x_j}, & (c) \end{aligned} \quad (18)$$

où ν et D sont respectivement la viscosité cinématique et le coefficient de diffusion de l'espèce passive dans le fluide. En reportant dans ces équations la classique décomposition de Reynolds :

$$U_i = \overline{U}_i + u_i; \quad P = \overline{P} + p; \quad C = \overline{C} + c, \quad (19)$$

et en les moyennant, on obtient des équations pour \overline{U}_i et \overline{C} , qui sont trivialement vérifiées dans cette situation idéale dans laquelle ces champs moyens sont uniformes et les champs de fluctuations statistiquement homogènes. Pour ce qui concerne les fluctuations $u_i(\vec{x}, t)$ et $c(\vec{x}, t)$, il reste alors, tous calculs faits, puisque les gradients des valeurs moyennes sont nuls :

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_i}{\partial t} + \overline{U}_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial u}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} & (a) \\ \frac{\partial u_j}{\partial x_j} &= 0 & (b) \\ \frac{\partial c}{\partial t} + \overline{U}_j \frac{\partial c}{\partial x_j} &= D \frac{\partial^2 c}{\partial x_j \partial x_j}. & (c) \end{aligned} \quad (20)$$

On en déduit, avec la seule homogénéité statistique :

$$\frac{d\overline{u_i u_i}}{dt}(t) = \frac{d\overline{q^2}}{dt}(t) = \frac{\partial \overline{q^2}}{\partial t} = -2\nu \overline{\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}} = -2\overline{\epsilon}(t) < 0, \quad (21)$$

où $\overline{\epsilon}$ représente le taux moyen de dissipation par unité de masse par le champ de fluctuations de vitesse, et de même :

$$\frac{d\overline{c^2}}{dt}(t) = \frac{\partial \overline{c^2}}{\partial t} = -2D \overline{\frac{\partial c}{\partial x_j} \frac{\partial c}{\partial x_j}} = -2\overline{\epsilon_c}(t) < 0, \quad (22)$$

où $\overline{\epsilon_c}$ est le taux massique de destruction de $\overline{c^2}$.

On constate que dans cette situation idéale de mélange turbulent, l'"énergie" des fluctuations de vitesse et de concentration ne peut que décroître avec le temps. On peut aussi noter, qu'au moins formellement, l'isotropie statistique n'apporte rien à ces équations qui portent sur des grandeurs scalaires.

.1.3 Les échelles spatiales fondamentales.

On peut introduire à partir des concepts précédents trois types d'échelles spatiales qui servent à définir en ordre de grandeur les tailles moyennes des plus grandes échelles, celles des plus petites, ou qui permettent d'évaluer des gradients de fluctuations de vitesse et de concentration.

a) les coefficients de corrélation en deux points et les échelles intégrales de longueur

Les échelles intégrales de longueur servent à définir la taille moyenne des plus grandes structures associées aux champs de fluctuations de vitesse ou de concentration, c'est à dire des plus grandes régions de l'espace où ces champs présentent un certain degré de cohérence. Il est clair que ce concept repose donc

sur la notion de corrélation spatiale, c'est à dire sur les moments en deux points. Plutôt que de raisonner toutefois avec les fonctions de corrélation 10 ou 11, on préfère utiliser les coefficients de corrélation associés dont la valeur est comprise entre -1 et +1. Compte tenu de l'isotropie statistique, ces derniers sont alors de la forme :

$$R_{ij}(\vec{r}, t) = \frac{\overline{u_i u_j'}(\vec{r}, t)}{\frac{\overline{q^2}(t)}{3}} = A(r, t)r_i r_j + B(r, t)\delta_{ij}, \quad (23)$$

$$R(\vec{r}, t) = \frac{\overline{cc'}(r, t)}{\overline{C^2}(t)} = R(r, t). \quad (24)$$

Pour préciser le sens de $A(r, t)$ et de $B(r, t)$ dans 23, on peut introduire :

$$\begin{aligned} f(r, t) &= R_{11}(r_1 = r, 0, 0, t) = R_{22}(0, r_2 = r, 0, t) \quad (a) \\ g(r, t) &= R_{11}(0, r_2 = r, 0, t) = R_{22}(r_1 = r, 0, 0, t) \quad (b). \end{aligned} \quad (25)$$

On montre alors que 23 s'écrit aussi :

$$R_{ij}(\vec{r}, t) = \frac{f(r, t) - g(r, t)}{r^2} r_i r_j + g(r, t)\delta_{ij} \quad (26)$$

et que la condition d'incompressibilité 20-b) impose alors avec 26 :

$$g(r, t) = f(r, t) + \frac{r}{2} \frac{\partial g}{\partial r}. \quad (27)$$

Ainsi, les relations 25-a) et 25-b) et 27 peuvent servir à vérifier l'isotropie statistique des fluctuations de vitesse dans une expérience, et 24 peut avoir la même utilité pour les fluctuations de concentration. Pour les fluctuations de vitesse, on définit l'échelle intégrale dans la direction $(0, \vec{e}_1)$ pour les composantes i, j par :

$$L_{ij}^{(1)}(t) = \int_0^\infty R_{ij}(r_1, 0, 0, t) dr_1. \quad (28)$$

Il est clair que si $R_{ij}(r_1, 0, 0, t) dr_1$ était l'exponentielle $e^{-\frac{r_1}{L}}$, la longueur L , qui représente la distance sur laquelle cette quantité a une valeur de l'ordre de 1, serait exactement égale à $L_{ij}^{(1)}(t)$. Ainsi, cette échelle représente, en moyenne, l'ordre de grandeur de la distance sur laquelle ce coefficient de corrélation possède une valeur de l'ordre de 1; c'est donc une bonne évaluation de la taille moyenne des plus grandes structures du champ des fluctuations de vitesse. Avec l'isotropie statistique et la relation 27, on montre qu'il n'existe en fait que deux échelles intégrales différentes $L_{11}^{(1)}(t) = L_f(t)$, définie à partir de $R_{11}(r_1, 0, 0, t)$,

et $L_{22}^{(2)}(t) = L_g(t)$ définie à partir de $R_{11}(0, r_2, 0, t)$, ces coefficients de corrélation étant aussi $f(r, t)$ ou $g(r, t)$ définis par 25. En outre 27 impose la relation :

$$L_f(t) = 2L_g(t), \quad (29)$$

qui peut aussi servir à vérifier expérimentalement l'isotropie statistique. En termes d'ordres de grandeur, on peut alors introduire pour les fluctuations de vitesse une seule échelle intégrale :

$$L(t) \approx L_f(t) \approx L_g(t). \quad (30)$$

Pour le champ des fluctuations de concentration, la taille moyenne des plus grandes structures est donnée pour les mêmes raisons que précédemment, par la seule échelle intégrale :

$$L_c(t) = \int_0^\infty R(r, t) dr. \quad (31)$$

b) **les échelles de longueur de Taylor**

Elles aussi sont définies à partir des coefficients de corrélation précédents. On peut en particulier écrire, en tenant compte de la nécessaire parité de R_{11} , R_{22} , et R_{33} vis à vis de \vec{r} imposée par 7 :

$$\begin{aligned} R_{11}(r_1, 0, 0, t) &= 1 + \frac{r_1^2}{2} \frac{\partial^2 R_{11}}{\partial r_1^2} \Big|_{\vec{r}=\vec{0}} + \mathcal{O}(r_1^2) \\ &= 1 + \frac{r_1^2}{2} \frac{\partial^2 \overline{u_1 u_1'}}{\overline{u_1^2} \partial r_1^2} \Big|_{\vec{r}=\vec{0}} + \mathcal{O}(r_1^2). \end{aligned} \quad (32)$$

Comme ce coefficient décroît à partir de 1, et est sans dimension, on peut introduire l'échelle de longueur $\lambda_{11}^{(1)}(t)$ définie par :

$$\begin{aligned} R_{11}(r_1, 0, 0, t) &= 1 - \frac{r_1^2}{2[\lambda_{11}^{(1)}(t)]^2} + \mathcal{O}(r_1^2) \\ \Rightarrow \frac{1}{[\lambda_{11}^{(1)}(t)]^2} &= -\frac{1}{2} \frac{\partial^2 \overline{u_1 u_1'}}{\overline{u_1^2} \partial r_1^2} \Big|_{\vec{r}=\vec{0}} = -\frac{1}{2} \frac{\partial^2 R_{11}}{\partial r_1^2} \Big|_{\vec{r}=\vec{0}} \end{aligned} \quad (33)$$

On démontre alors que l'on peut écrire :

$$\overline{\left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1} \right)^2} = \frac{2\overline{u_1^2}}{[\lambda_{11}^{(1)}(t)]^2}, \quad (34)$$

de sorte que ces échelles fournissent la valeur de l'intensité des gradients fluctuants $\frac{\partial u_1}{\partial x_1}$ à partir de la donnée de la composante $\overline{u_1^2}$ du tenseur de Reynolds. On

démontre enfin, comme pour les échelles intégrales, qu'à cause de l'isotropie statistique, deux d'entre elles seulement sont indépendantes : $\lambda_f(t) = \lambda_{11}^{(1)}(t)$ définie à partir de $R_{11}(r_1, 0, 0, t)$, et $\lambda_g(t) = \lambda_{11}^{(2)}(t)$ définie à partir de $R_{11}(0, r_2, 0, t)$. En outre ces échelles satisfont à cause de 27 :

$$\lambda_f(t) = \sqrt{2}\lambda_g(t). \quad (35)$$

On démontre enfin, que le taux de dissipation $\bar{\epsilon}$ apparaissant dans 21 peut d'écrire :

$$\bar{\epsilon}(t) = 30\nu\frac{u^2}{\lambda_f^2} = 10\nu\frac{\overline{q^2}}{\lambda_f^2}. \quad (36)$$

Là encore, en termes d'ordres de grandeur, on peut considérer λ telle que :

$$\lambda(t) \approx \lambda_f(t) \approx \lambda_g(t).$$

Un raisonnement analogue conduit à définir une seule échelle de Taylor pour le champ de fluctuations de concentration, par :

$$\frac{1}{[\lambda_c(t)]^2} = -\frac{1}{2} \frac{\partial \overline{cc'}}{\overline{c^2} \partial r^2} \Big|_{\vec{r}=\vec{0}} = -\frac{1}{2} \frac{\partial R}{\partial r^2} \Big|_{\vec{r}=\vec{0}}. \quad (37)$$

c) **l'échelle de Kolmogoroff**

Elle sert à définir l'ordre de grandeur des plus petites échelles spatiales du champ des fluctuations de vitesse. C'est, avec l'échelle intégrale $L(t)$, celle qui possède le sens physique le plus clair. Son introduction repose sur la phénoménologie de Kolmogoroff, qui interprète le transfert moyen d'énergie des fluctuations de vitesse des grandes vers les petites échelles comme un mécanisme d'étirement-contraction qui transforment les grandes échelles en plus petites. En outre, ce dernier est considéré comme suffisamment rapide pour que les effets de diffusion de quantité de mouvement (ou de vortacité) n'aient pas le temps de se manifester sensiblement pour la gamme d'échelles considérée. Ces effets de frottement, qui se manifestent par le taux de dissipation $\bar{\epsilon}$, ne se font véritablement sentir qu'au niveau des plus petites échelles, donc des grandes valeurs de k . Pour ces dernières, que l'on notera $k_k \approx \frac{1}{\eta}$, on peut considérer que le mécanisme d'étirement contraction, en ordre de grandeur, est compensé par celui de diffusion. Cela se traduit, par exemple pour la vortacité d'ordre ω , par :

$$D_{def}\omega \approx \nu\Delta\omega \approx \nu\frac{\omega}{\eta^2}, \quad (38)$$

où D_{def} est l'ordre de grandeur du taux de déformation qui agit sur ces échelles de longueur η , c'est à dire l'ordre de grandeur des gradient de vitesse qu'elles subissent. Dans la phénoménologie de Kolmogoroff, les échelles qui agissent par étirement contraction sur une gamme d'échelles donnée, sont de l'ordre

de grandeur de celles qui subissent cette action. Ici se sont donc des échelles dissipatives, dont l'ordre de grandeur du taux de déformation associé, c'est à dire du gradient de vitesse correspondant est :

$$D_{def} \approx \sqrt{\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}\right)^2} \approx \sqrt{\frac{\bar{\epsilon}}{\nu}}. \quad (39)$$

Par suite, 91 conduit à :

$$\sqrt{\frac{\bar{\epsilon}}{\nu}} \approx \frac{\nu}{\eta^2} \Rightarrow \eta = \left(\frac{\nu^3}{\bar{\epsilon}}\right)^{\frac{1}{4}}, \quad (40)$$

qui représente l'échelle de Kolmogoroff, donnant l'ordre de grandeur des échelles pour lesquelles le processus d'amincissement par déformation, est compensé par celui d'épaississement par diffusion, donc l'ordre de grandeur des plus petites échelles du champ des fluctuations de vitesse.

d) **l'échelle de Batchelor pour les mélanges associés à un grand nombre de Schmidt**

Lors d'un processus de mélange turbulent, l'expérience prouve que les échelles spatiales du champ des fluctuations de concentration deviennent en moyenne de plus en plus petites, et cela peut s'interpréter par les étirements-contractions de la phénoménologie de Kolmogoroff développée pour les échelles du champ de vitesse. Si toutefois le coefficient de diffusion D du scalaire passif est plus petit que ν , qui est associé à la diffusion de quantité de mouvement, le scalaire va diffuser moins efficacement que la quantité de mouvement. Cela se traduit par le fait que les structures du champ des fluctuations de concentration peuvent subir les étirements contraction plus longtemps avant de diffuser, ce qui conduit au phénomène de création d'échelles plus petites que l'échelle de Kolmogoroff 40, qui est clairement mis en évidence dans l'expérience. En d'autres termes, si le nombre de Schmitt $Sc = \frac{\nu}{D}$ est supérieur à l'unité, comme c'est le cas dans cette expérience où il est de l'ordre de 10^3 , les étirements-contractions des échelles du champ scalaire dus à l'action des plus petites échelles du champ fluctuant de vitesse, continuent à créer des petites échelles jusqu'à une taille η_c pour laquelle le processus de diffusion scalaire compense ce mécanisme. En termes d'ordre de grandeur, cela se traduit, par analogie avec 91, si C est l'ordre de grandeur de la concentration au niveau de ces échelles, par :

$$D_{def}C \approx \sqrt{\frac{\bar{\epsilon}}{\nu}}C \approx \frac{C}{\eta_c^2} \Rightarrow \eta_c = \left(\frac{\nu D^2}{\bar{\epsilon}}\right)^{\frac{1}{4}}, \quad (41)$$

qui constitue l'échelle de Batchelor. Celle-ci représente l'ordre de grandeur de la taille des plus petites échelles spatiales du champ des fluctuations de scalaire passif, pour un grand nombre de Schmitt, et on peut écrire, avec 40 et 41 :

$$\frac{\eta_c}{\eta} = \sqrt{\frac{\nu}{D}} = \sqrt{Sc} \quad (\text{si } Sc > 1). \quad (42)$$

.1.4 Sur la phénoménologie de Kolmogoroff.

Comme on vient de le voir, on peut résumer et caricaturer la phénoménologie de Kolmogoroff sur les mécanismes de transfert d'énergie des grandes vers les plus petites échelles au taux $\bar{\epsilon}$, en disant qu'elle se réduit à considérer ce transfert comme lié à un changement de taille (en moyenne un amincissement) imposé par des étirements-contractions dus aux échelles sensiblement de même taille que celles qui le subissent. Dans ce contexte, par exemple, les grandes échelles de taille L qui portent l'essentiel de $\overline{q^2} = \overline{u_i u_i}$ (résultat d'expérience sur la forme du spectre $E(k)$) étirent et contractent ces mêmes échelles avec un temps caractéristique égal à l'inverse du taux de déformation qu'elles appliquent, et qui peut s'évaluer par :

$$\frac{1}{\tau_{def}} = \frac{\sqrt{\overline{q^2}}}{L}. \quad (43)$$

Si ce temps est alors celui du mécanisme de transfert, qui est sensiblement égal à celui de dissipation, on a encore :

$$\bar{\epsilon} = -\frac{1}{2} \frac{d\overline{q^2}}{dt} \approx \frac{\overline{q^2}}{\tau_{def}} = \frac{\overline{q^2}^{3/2}}{L} \approx \frac{\overline{u^2}^{3/2}}{L}. \quad (44)$$

On peut appliquer le même raisonnement à des échelles correspondant à des nombres d'onde k compris entre $\frac{k}{2}$ et $2k$, qui sont de tailles $l(k) \approx \frac{1}{k}$ et contiennent l'énergie $\overline{q^2}(k) = \int_{k/2}^{2k} E(k) dk \approx kE(k)$. Elles étirent et contractent ces mêmes échelles avec un temps caractéristique τ_{def} tel que :

$$\frac{1}{\tau_{def}(k)} = \frac{\sqrt{\overline{q^2}(k)}}{l(k)} \approx k\sqrt{kE(k)}. \quad (45)$$

Par suite, si ce temps est aussi celui du transfert, on a encore :

$$\bar{\epsilon} \approx \frac{\overline{q^2}(k)}{\tau_{def}(k)} = \frac{\overline{q^2}(k)^{3/2}}{l(k)} \approx k[kE(k)]^{3/2}, \quad (46)$$

ce qui implique alors la "loi de Kolmogoroff" :

$$E(k) \approx \bar{\epsilon}^{-2/3} k^{-5/3}. \quad (47)$$

La gamme de valeurs de k concernée ne doit pas subir que ce mécanisme d'étirement contraction, pour conduire à une telle loi, ce qui suppose que la diffusion visqueuse n'a pas le temps de se manifester, c'est à dire que le nombre de Reynolds associé à ces échelles doit être grand devant l'unité. Cela doit être en particulier vrai pour les échelles L qui portent $\overline{q^2}$, ce qui impose, entre autre :

$$Re_L = \frac{L\sqrt{q^2}}{\nu} \gg 1. \quad (48)$$

.2 Les spectres spatiaux associés à des champs aléatoires de moyenne nulle

.2.1 Les définitions

Dans tout ce qui suit, on considère un champ scalaire ou vectoriel $f(\vec{x}, t)$ aléatoire et de moyenne nulle. Ce champ représente soit un champ de fluctuations de concentration, soit un champ de fluctuations de vitesse. Ce champ est supposé dans un premier temps statistiquement homogène, c'est à dire que les propriétés statistiques de ses fluctuations sont invariantes par translation, comme cela est rappelé dans l'annexe 1. En particulier, on peut écrire :

$$\overline{f(\vec{x}, t)f(\vec{x}', t)} = \overline{f(\vec{0}, t)f(\vec{x}' - \vec{x}, t)} = \overline{ff'(\vec{r}, t)}, \quad (49)$$

en posant : $\vec{r} = \vec{x}' - \vec{x}$.

On rappelle que l'on a encore :

$$\overline{ff'(-\vec{r}, t)} = \overline{ff'(\vec{r}, t)}. \quad (50)$$

.2.1.1 Le spectre spatial 3D du champ $f(\vec{x}, t)$.

L'analyse de Fourier spatiale donne accès aux modes de Fourier :

$$\widehat{f}(\vec{p}, t) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{\mathbb{R}^3} f(\vec{x}, t) e^{-i\vec{p} \cdot \vec{x}} dV_x \Leftrightarrow f(\vec{x}, t) = \int_{\mathbb{R}^3} \widehat{f}(\vec{p}, t) e^{i\vec{p} \cdot \vec{x}} dV_p \quad (51)$$

Le vecteur \vec{p} est le "vecteur d'onde". Ce champ $f(\vec{x}, t)$ est réel, on a aussi :

$$\widehat{f}^*(\vec{p}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{\mathbb{R}^3} f(\vec{x}, t) e^{i\vec{p} \cdot \vec{x}} dV_x = \widehat{f}(-\vec{p}, t). \quad (52)$$

On en déduit alors la corrélation entre modes de Fourier :

$$\overline{\widehat{f}(\vec{p}, t)\widehat{f}^*(\vec{q}, t)} = \frac{1}{(2\pi)^6} \int_{\mathbb{R}^6} \overline{f(\vec{x}, t)f(\vec{x}', t)} e^{-i(\vec{p} \cdot \vec{x} - \vec{q} \cdot \vec{x}')} dV_x dV_{x'} \quad (53)$$

qui, compte tenu de l'homogénéité statistique imposant (49), s'écrit encore :

$$\begin{aligned} \overline{\widehat{f}(\vec{p}, t)\widehat{f}^*(\vec{q}, t)} &= \frac{1}{(2\pi)^6} \int_{\mathbb{R}^6} \overline{ff'(\vec{r}, t)} e^{-i\vec{q} \cdot \vec{r}} e^{-i(\vec{p} - \vec{q}) \cdot \vec{x}} dV_r dV_x \\ &= \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{\mathbb{R}^3} \overline{ff'(\vec{r}, t)} e^{-i\vec{q} \cdot \vec{r}} dV_r \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{\mathbb{R}^3} e^{-i(\vec{p} - \vec{q}) \cdot \vec{x}} dV_x. \end{aligned} \quad (54)$$

En introduisant le "spectre spatial 3D" associé à $f(\vec{x}, t)$, défini par :

$$\Phi(\vec{q}, t) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{\mathbb{R}^3} \overline{ff'(\vec{r}, t)} e^{-i\vec{q} \cdot \vec{r}} dV_r, \quad (55)$$

et en remarquant que :

$$\frac{1}{(2\pi)^3} \int_{\mathbb{R}^3} e^{-i(\vec{p}-\vec{q})\cdot\vec{x}} dV_x = \delta(\vec{p} - \vec{q}),$$

il vient la relation :

$$\overline{\widehat{f}(\vec{p}, t)\widehat{f}^*(\vec{q}, t)} = \delta(\vec{p} - \vec{q})\Phi(\vec{q}, t) \quad (56)$$

On peut noter que, compte tenu de (50), on a :

$$\Phi(\vec{q}, t) = \Phi(-\vec{q}, t). \quad (57)$$

La relation (55) définissant le spectre 3D, est équivalente à :

$$\overline{ff'}(\vec{r}, t) = \int_{\mathbb{R}^3} \Phi(\vec{q}, t)e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}} dV_q, \quad (58)$$

qui impose :

$$\overline{f^2}(t) = \overline{ff'}(\vec{0}, t) = \int_{\mathbb{R}^3} \Phi(\vec{q}, t)dV_q = \int_{\mathbb{R}^3} \Phi(q_1, q_2, q_3; t)dq_1dq_2dq_3, \quad (59)$$

de sorte que $\Phi(\vec{q})dV_q$ représente la contribution à la moyenne quadratique $\overline{f^2}$, des vecteurs d'onde \vec{q} appartenant à l'élément de volume dV_q . Ce spectre 3D, contient donc l'information sur la contribution à $\overline{f^2}$ des composantes q_1, q_2, q_3 associées à l'élément de volume $dV_q = dq_1dq_2dq_3$, c'est à dire comprises dans les intervalles $[q_i, q_i + dq_i]$ ($i = 1, 2, 3$). Comme chaque composante q_i de \vec{q} est associée à une échelle spatiale $l_i = \frac{2\pi}{q_i} \approx \frac{1}{q_i}$, ce spectre traduit aussi la contribution à $\overline{f^2}$, des différentes échelles spatiales associées à ces composantes. C'est donc ce spectre 3D qui fait en quelque sorte le tri entre les différentes échelles spatiales, du moins sur le plan énergétique. La relation (56) montre qu'il est relié simplement aux modes de Fourier des fluctuations du champ définis par (51).

.2.1.2 Le spectre spatial 1D dans la direction de vecteur \vec{e}_1

La détermination directe du spectre 3D $\Phi(\vec{q}, t)$ nécessite d'après (55) la connaissance de la corrélation spatiale $\overline{ff'}(\vec{r}, t)$ qui est quasi-impossible. Il est par contre plus facile de ne s'intéresser qu'à la contribution à $\overline{f^2}$ des composantes q_1 , c'est à dire des échelles spatiales $l_1 \approx \frac{1}{q_1}$. En effet, on peut toujours écrire (59) sous la forme :

$$\overline{f^2}(t) = \int_{\mathbb{R}} \left[\int_{\mathbb{R}^2} \Phi(q_1, q_2, q_3, t)dq_2dq_3 \right] dq_1 = \int_{\mathbb{R}} E_f^{(1)}(q_1, t)dq_1, \quad (60)$$

où on a introduit le spectre 1D défini par :

$$E_f^{(1)}(q_1, t) = \int_{\mathbb{R}^2} \Phi(q_1, q_2, q_3, t)dq_2dq_3 \quad (61)$$

qui correspond bien à la contribution cherchée. Elle contient par contre celle des échelles dans les deux autres directions. Ainsi, $E_f^{(1)}(q_1, t)dq_1$ est la contribution

à $\overline{f^2}(t)$ des composantes q_1 de l'intervalle $[q_1, q_1 + dq_1]$. Comme dans (56), on peut relier ce spectre aux modes de Fourier ne faisant intervenir que les composantes de \vec{q} dans la direction de \vec{e}_1 , qui satisfont, par analogie avec (61) :

$$\widehat{f^{(1)}}(q_1, t) = \int_{\mathbb{R}^2} \widehat{f}(q_1, q_2, q_3, t) dq_2 dq_3 = \int_{\mathbb{R}^2} \widehat{f}(\vec{q}, t) dq_2 dq_3. \quad (62)$$

En outre, on peut écrire à partir de (51) :

$$\begin{aligned} f(x_1, 0, 0, t) &= \int_{\mathbb{R}^3} \widehat{f}(\vec{q}, t) e^{iq_1 \cdot x_1} dq_1 dq_2 dq_3 = \int_{\mathbb{R}} \left[\int_{\mathbb{R}^2} \widehat{f}(q_1, q_2, q_3, t) dq_2 dq_3 \right] e^{iq_1 \cdot x_1} dq_1 \\ &= \int_{\mathbb{R}} \widehat{f^{(1)}}(q_1, t) e^{iq_1 x_1} dq_1. \end{aligned} \quad (63)$$

Par suite, il vient encore :

$$\widehat{f^{(1)}}(q_1, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{\mathbb{R}} f(x_1, 0, 0, t) e^{-iq_1 x_1} dq_1, \quad (64)$$

faisant apparaître $\widehat{f^{(1)}}(q_1, t)$ comme la transformée de Fourier du champ dans la direction de vecteur \vec{e}_1 . La liaison entre ces modes et le spectre 1D donné par (61) s'obtient en utilisant (62) et (56), selon :

$$\begin{aligned} \overline{\widehat{f^{(1)}}(p_1, t) \widehat{f^{(1)}}^*(q_1, t)} &= \int_{\mathbb{R}^4} \overline{\widehat{f}(\vec{p}, t) \widehat{f}^*(\vec{q}, t)} dp_2 dp_3 dq_2 dq_3 \\ &= \int_{\mathbb{R}^4} \delta(\vec{p} - \vec{q}) \Phi(\vec{q}, t) dp_2 dp_3 dq_2 dq_3 \\ &= \delta(p_1 - q_1) \int_{\mathbb{R}^2} \Phi(q_1, q_2, q_3, t) dq_2 dq_3 = \delta(p_1 - q_1) E_f^{(1)}(q_1, t) \end{aligned} \quad (65)$$

soit :

$$\overline{\widehat{f^{(1)}}(p_1, t) \widehat{f^{(1)}}^*(q_1, t)} = \delta(p_1 - q_1) E_f^{(1)}(q_1, t). \quad (66)$$

On retrouve ainsi au niveau du spectre 1D, l'équivalent de la relation (56) mettant en jeu le spectre 3D. On peut enfin obtenir ce spectre d'une autre manière, en écrivant (59) dans le cas particulier où $r_2 = r_3 = 0$, ce qui donne avec (61) :

$$\begin{aligned} \overline{f f'}(r_1, 0, 0, t) &= \int_{\mathbb{R}^3} \Phi(\vec{q}, t) e^{iq_1 r_1} dv_q = \int_{\mathbb{R}} \left[\int_{\mathbb{R}^2} \Phi(q_1, q_2, q_3, t) dq_2 dq_3 \right] e^{iq_1 r_1} dq_1 \\ &= \int_{\mathbb{R}} E_f^{(1)}(q_1, t) e^{iq_1 r_1} dq_1 \end{aligned}$$

dont on déduit :

$$E_f^{(1)}(q_1, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{\mathbb{R}} \overline{f f'}(r_1, 0, 0, t) e^{-iq_1 r_1} dr_1, \quad (67)$$

qui apparaît comme la transformée de Fourier de la corrélation selon la direction (O, \vec{e}_1) .

Ainsi, ce spectre 1D sera facile à mesurer. Evidemment, tous les raisonnements développés ici pour le spectre 1D dans une direction donnée, sont aussi valables pour toute autre direction.

.2.1.3 Champ résultant d'un filtrage par bandes

La relation (63) montre que s'il connaît $\widehat{f^{(1)}}(q_1, t)$, on connaît le champ $f(x_1, 0, 0, t)$. On peut alors en déduire un champ filtré dans une bande de largeur $2\Delta q_1$ centrée en q_1 , en remplaçant le mode de Fourier $\widehat{f^{(1)}}(q_1, t)$ par la fonction :

$$\widehat{g}(q'_1; q_1, \Delta q_1, t) = \widehat{f^{(1)}}(q'_1, t) \Pi \left(\frac{q'_1 - q_1}{2\Delta q_1} \right), \quad (68)$$

où $\Pi \left(\frac{q'_1 - q_1}{2\Delta q_1} \right)$ est la porte de largeur $2\Delta q_1$ centrée en q_1 . (on utilise ici la notation $\Pi(x)$ pour la fonction qui vaut 1 pour $|x| < 1/2$ et qui est nulle ailleurs). Le champ filtré s'écrit alors :

$$g(x_1; q_1, \Delta q_1, t) = \int_{\mathbb{R}} \widehat{g}(q'_1; q_1, \Delta q_1, t) e^{iq'_1 x_1} dq'_1 = \int_{\mathbb{R}} \widehat{f^{(1)}}(q'_1, t) \Pi \left(\frac{q'_1 - q_1}{2\Delta q_1} \right) e^{iq'_1 x_1} dq'_1 \quad (69)$$

Sa moyenne quadratique, qui ne doit pas dépendre de x_1 compte tenu de l'homogénéité statistique, s'écrit alors en utilisant (66) :

$$\begin{aligned} \overline{|g|^2}(q_1, \Delta q_1, t) &= \int_{\mathbb{R}^3} \overline{\widehat{g}(q'_1; q_1, \Delta q_1, t) \widehat{g}^*(q''_1; q_1, \Delta q_1, t)} e^{i(q'_1 - q''_1)x_1} dq'_1 dq''_1 \\ &= \int_{\mathbb{R}^2} \overline{\widehat{f^{(1)}}(q'_1, t) \widehat{f^{(1)}}^*(q''_1, t)} \Pi \left(\frac{q'_1 - q_1}{2\Delta q_1} \right) \Pi \left(\frac{q''_1 - q_1}{2\Delta q_1} \right) e^{i(q'_1 - q''_1)x_1} dq'_1 dq''_1 \\ &= \int_{\mathbb{R}^2} \delta(q'_1 - q''_1) E_f^{(1)}(q''_1, t) \Pi \left(\frac{q'_1 - q_1}{2\Delta q_1} \right) \Pi \left(\frac{q''_1 - q_1}{2\Delta q_1} \right) e^{i(q'_1 - q''_1)x_1} dq'_1 dq''_1 \\ &= \int_{\mathbb{R}} E_f^{(1)}(q''_1, t) \Pi^2 \left(\frac{q''_1 - q_1}{2\Delta q_1} \right) dq''_1 \\ &= \int_{q_1 - \Delta q_1}^{q_1 + \Delta q_1} E_f^{(1)}(q''_1, t) dq''_1. \end{aligned} \quad (70)$$

Ainsi, on obtient finalement :

$$\overline{|g|^2}(q_1, \Delta q_1, t) = \int_{q_1 - \Delta q_1}^{q_1 + \Delta q_1} E_f^{(1)}(q''_1, t) dq''_1 \approx 2\Delta q_1 E_f^{(1)}(q_1, t), \quad (71)$$

l'approximation dans 71 étant d'autant meilleure que la bande Δq_1 est étroite. Finalement, le spectre 1D $E_f^{(1)}(q_1, t)$ peut être obtenu par les relations :

$$\begin{aligned} E_f^{(1)}(q_1, t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{\mathbb{R}} \overline{f f'}(r_1, 0, 0, t) e^{-q_1 r_1} dr_1 \\ &= \lim_{\Delta q_1 \rightarrow 0} \frac{1}{2\Delta q_1} \overline{|g|^2}(q_1, \Delta q_1, t) \approx \frac{1}{2\Delta q_1} \overline{|g|^2}(q_1, \Delta q_1, t) \end{aligned} \quad (72)$$

.2.2 Ce que l'on mesure réellement

Comme un champ aléatoire statistiquement homogène est un modèle que l'on tente d'approcher dans la réalité, l'analyse de Fourier décrite précédemment n'est pas rigoureusement possible. En particulier, ce champ n'occupe qu'une partie finie de l'espace, dans laquelle ses propriétés d'homogénéité statistique ne sont valables que dans un domaine suffisamment éloigné des frontières. En outre, en général, la mesure de ce champ ne s'effectue que sur une partie encore plus restreinte de ce domaine. En particulier, le cas de mesures fondées sur des images de dimension caractéristique $2L$, centrées à l'abscisse x_1 , on ne détermine pas rigoureusement les modes de Fourier $\widehat{f^{(1)}}(q_1)$, mais les quantités :

$$\begin{aligned}\widehat{F^{(1)}}(q_1, L; x_1, t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{x_1-L}^{x_1+L} f(x'_1, 0, 0, t) e^{-iq_1 x'_1} dx_1 \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{\mathbb{R}} f(x'_1, 0, 0, t) \Pi\left(\frac{x'_1 - x_1}{2L}\right) e^{-iq_1 x'_1} dx_1,\end{aligned}\quad (73)$$

où $\Pi\left(\frac{x'_1 - x_1}{2L}\right)$ est la porte de largeur $2L$ centrée au point de mesure d'abscisse x_1 . La transformée de Fourier de cette porte étant :

$$\frac{1}{2\pi} \int_{\mathbb{R}} \Pi\left(\frac{x'_1 - x_1}{2L}\right) e^{-iq_1 x'_1} dx_1 = \frac{2L \sin(q_1 L)}{2\pi q_1 L} e^{-iq_1 x_1} = \frac{\sin(q_1 L)}{\pi q_1} e^{-iq_1 x_1},$$

on détermine ainsi la convolution :

$$\begin{aligned}\widehat{F^{(1)}}(q_1, L; x_1, t) &= \widehat{F^{(1)}}(q_1, t) \cdot \frac{\sin(q_1 L)}{\pi q_1} e^{-iq_1 x_1} \\ &= \int_{\mathbb{R}} \widehat{f^{(1)}}(q'_1, t) \frac{\sin[(q_1 - q'_1)L]}{\pi(q_1 - q'_1)} e^{-i(q_1 - q'_1)x_1} dq'_1\end{aligned}\quad (74)$$

qui redonne bien $\widehat{f^{(1)}}(q_1, t)$ si L tend vers l'infini, car au sens des distributions, $\frac{\sin[\pi(q_1 - q'_1)L/\pi]}{\pi(q_1 - q'_1)}$ converge vers $\delta(q_1 - q'_1)$ dans ce cas ([21], p.51 et p.252). Ainsi, dans ce contexte, on raisonne non pas avec $\widehat{f^{(1)}}(q_1, t)$, mais avec une moyenne de cette quantité pondérée par $2L \frac{\sin[(q_1 - q'_1)L]}{\pi(q_1 - q'_1)}$ autour de q_1 . Ainsi, en ordre de grandeur, compte tenu de cette fonction, on peut dire que la valeur de q_1 est remplacée par une bande spectrale centrée en cette valeur, et de largeur $\Delta q_1 \approx \frac{1}{L}$, qui fixe la finesse de résolution, ainsi que la valeur moyenne de $\widehat{f^{(1)}}(q_1, t)$ dans cette bande.

Si on calcule la corrélation entre deux modes $\widehat{F^{(1)}}(q_1, L; x_1)$ au même instant t , il vient, avec (74) :

$$\begin{aligned}&\overline{\widehat{F^{(1)}}(k_1, L; x_1, t) \widehat{F^{(1)}}^*(p_1, L; x_1, t)} \\ &= \int_{\mathbb{R}^2} \overline{\widehat{f^{(1)}}(q_1, t) \widehat{f^{(1)}}^*(q'_1, t)} \frac{\sin[(k_1 - q_1)L]}{\pi(k_1 - q_1)} \frac{\sin[(p_1 - q'_1)L]}{\pi(p_1 - q'_1)} e^{-i[(k_1 - q_1) - (p_1 - q'_1)]x_1} dq_1 dq'_1\end{aligned}$$

Or, la relation 66 permet d'écrire :

$$\overline{\widehat{f^{(1)}}(q_1, t) \widehat{f^{(1)*}}(q'_1, t)} = \delta(q_1 - q'_1) E_f^{(1)}(q'_1, t), \quad (76)$$

de sorte qu'en intégrant par rapport à q'_1 , on obtient :

$$\overline{\widehat{F^{(1)}}(k_1, L; x_1, t) \widehat{F^{(1)*}}(p_1, L; x_1, t)} = \int_{\mathbb{R}} E_f^{(1)}(q_1, t) \frac{\sin[(k_1 - q_1)L]}{\pi(k_1 - q_1)} \frac{\sin[(p_1 - q_1)L]}{\pi(p_1 - q'_1)} e^{-i(k_1 - p_1)x_1} dq_1.$$

Par suite, si L tend vers l'infini, l'intégrale du second membre tend vers :

$$\begin{aligned} & \int_{\mathbb{R}} E_f^{(1)}(q_1, t) \delta(k_1 - q_1) \delta(p_1 - q_1) e^{-i(k_1 - p_1)x_1} dq_1 \\ &= E_f^{(1)}(p_1, t) e^{-i(k_1 - p_1)x_1} \delta(k_1 - p_1) \\ &= E_f^{(1)}(p_1, t) \delta(k_1 - p_1). \end{aligned}$$

Ainsi, on retrouve bien :

$$\lim_{L \rightarrow \infty} \overline{\widehat{F^{(1)}}(k_1, L; x_1, t) \widehat{F^{(1)*}}(p_1, L; x_1, t)} = E_f^{(1)}(p_1, t) \delta(k_1 - p_1). \quad (77)$$

Si on raisonne avec le champ résultant d'un filtrage par bande, on ne raisonne pas avec $\widehat{g}(q'_1; q_1, \Delta q_1, t)$ défini par 68, mais avec :

$$\widehat{G}^{(1)}(q'_1; q_1, \Delta q_1; L, x_1, t) = \widehat{F^{(1)}}(q'_1; L, x_1, t) \Pi \left(\frac{q'_1 - q_1}{2\Delta q_1} \right)$$

c'est à dire :

$$\widehat{G}^{(1)}(q'_1; q_1, \Delta q_1; L, x_1, t) = \Pi \left(\frac{q'_1 - q_1}{2\Delta q_1} \right) \int_{\mathbb{R}} \widehat{f^{(1)}}(q''_1, t) \frac{\sin[q'_1 - q''_1)L]}{\pi(q_1 - q'_1)} e^{-i(q'_1 - q''_1)x_1} dq''_1. \quad (78)$$

On en déduit alors le champ filtré comme dans 69 :

$$G(x; q_1, \Delta q_1; L, x_1, t) = \int_{\mathbb{R}} \widehat{G}^{(1)}(q'_1; q_1, \Delta q_1; L, x_1, t) e^{iq'_1 x} dq'_1. \quad (79)$$

On peut alors en déduire sa moyenne quadratique :

$$\begin{aligned} & \overline{|G|^2}(x; q_1, \Delta q_1; L, x_1, t) \\ &= \int_{\mathbb{R}^2} \overline{\widehat{G}^{(1)}(q'_1; q_1, \Delta q_1; L, x_1, t) \widehat{G}^{(1)*}(q''_1; q_1, \Delta q_1; L, x_1, t)} e^{i(q'_1 - q''_1)x} dq'_1 dq''_1 \\ &= \int_{\mathbb{R}^2} \left[\Pi \left(\frac{q'_1 - q_1}{2\Delta q_1} \right) \int_{\mathbb{R}} \widehat{f^{(1)}}(k_1, t) \frac{\sin[(q'_1 - k_1)L]}{\pi(q'_1 - k_1)} e^{-i(q'_1 - k_1)x_1} dk_1 \right. \\ & \quad \left. \times \int_{\mathbb{R}} \widehat{f^{(1)*}}(p_1, t) \frac{\sin[(q''_1 - p_1)L]}{\pi(q''_1 - p_1)} e^{-i(q''_1 - p_1)x_1} dp_1 \right] e^{i(q'_1 - q''_1)x} dq'_1 dq''_1, \end{aligned}$$

soit :

$$\begin{aligned} & \overline{|G|^2}(x; q_1, \Delta q_1; L, x_1, t) \\ &= \int_{\mathbb{R}^4} \overline{\widehat{f^{(1)}}(k_1, t) \widehat{f^{(1)}}^*(p_1, t)} \Pi\left(\frac{q'_1 - q_1}{2\Delta q_1}\right) \Pi\left(\frac{q''_1 - q_1}{2\Delta q_1}\right) \\ & \times \frac{\sin[(q'_1 - k_1)L]}{\pi(q'_1 - k_1)} \frac{\sin[(q''_1 - p_1)L]}{\pi(q''_1 - p_1)} e^{-i[(q'_1 - k_1) - (q''_1 - p_1)]x_1} e^{i(q'_1 - q''_1)x} dq'_1 dq''_1 dk_1 dp_1. \end{aligned}$$

Or, compte tenu de 66, qui s'écrit ici :

$$\overline{\widehat{f^{(1)}}(k_1, t) \widehat{f^{(1)}}^*(p_1, t)} = \delta(k_1 - p_1) E_f^{(1)}(p_1, t),$$

l'intégrale du second membre se réduit, après intégration vis à vis de k_1 , à :

$$\begin{aligned} & \overline{|G|^2}(x; q_1, \Delta q_1; L, x_1, t) \\ &= \int_{\mathbb{R}^3} E_f^{(1)}(p_1, t) \Pi\left(\frac{q'_1 - q_1}{2\Delta q_1}\right) \Pi\left(\frac{q''_1 - q_1}{2\Delta q_1}\right) \\ & \times \frac{\sin[(q'_1 - k_1)L]}{\pi(q'_1 - k_1)} \frac{\sin[(q''_1 - p_1)L]}{\pi(q''_1 - p_1)} e^{i(q'_1 - q''_1)(x - x_1)} dq'_1 dq''_1 dp_1 \quad (80) \end{aligned}$$

où apparaît clairement une dépendance vis à vis de $x - x_1$, (où x_1 correspond à l'abscisse de la zone où sont calculés les modes servant au filtrage, et x représente l'abscisse courante), ce qui est la conséquence de l'homogénéité statistique.

Si la distance L tend vers l'infini, les sinus cardinaux convergent vers des distributions de Dirac, de sorte que l'expression précédente devient, à la limite :

$$\begin{aligned} & \overline{|G|^2}(x; q_1, \Delta q_1; L, x_1, t) \\ &= \int_{\mathbb{R}^3} E_f^{(1)}(p_1, t) \Pi\left(\frac{q'_1 - q_1}{2\Delta q_1}\right) \Pi\left(\frac{q''_1 - q_1}{2\Delta q_1}\right) \delta(q'_1 - p_1) \delta(q''_1 - p_1) e^{i(q'_1 - q''_1)(x - x_1)} dq'_1 dq''_1 dp_1 \\ &= \int_{\mathbb{R}^3} E_f^{(1)}(p_1, t) \Pi\left(\frac{q'_1 - q_1}{2\Delta q_1}\right) \Pi\left(\frac{q''_1 - q_1}{2\Delta q_1}\right) \delta(q'_1 - p_1) \delta(q''_1 - q'_1) e^{i(q'_1 - q''_1)(x - x_1)} dq'_1 dq''_1 dp_1 \\ &= \int_{\mathbb{R}^3} E_f^{(1)}(p_1, t) \Pi\left(\frac{p_1 - q_1}{2\Delta q_1}\right) \Pi\left(\frac{q''_1 - q_1}{2\Delta q_1}\right) \delta(q''_1 - p_1) e^{-i(p_1 - q''_1)(x_1 - x)} dq''_1 dp_1 \\ &= \int_{\mathbb{R}^3} E_f^{(1)}(p_1, t) \Pi^2\left(\frac{p_1 - q_1}{2\Delta q_1}\right) dp_1 \\ &= \int_{q_1 - \Delta q_1}^{q_1 + \Delta q_1} E_f^{(1)}(p_1, t) dp_1 \approx 2\Delta q_1 E_f^{(1)}(q_1, t). \end{aligned}$$

En conclusion, on peut écrire :

$$\lim_{L \rightarrow \infty} \overline{|G|^2}(x; q_1, \Delta q_1; L, x_1, t) = \int_{q_1 - \Delta q_1}^{q_1 + \Delta q_1} E_f^{(1)}(p_1, t) dp_1 \approx 2\Delta q_1 E_f^{(1)}(q_1, t). \quad (81)$$

On peut finalement écrire à l'instant t :

$$E_f^{(1)}(q_1, t) = \lim_{\Delta q_1 \rightarrow 0} \frac{1}{2\Delta q_1} \left[\lim_{\Delta L \rightarrow \infty} \overline{|G|^2}(x - x_1; q_1, \Delta q_1; L, t) \right] \quad (82)$$

.2.3 Application de ces définitions et remarques aux spectres 3D et en $k = \|\vec{k}\|$ associés aux fluctuations de vitesse et de concentration dans une turbulence statistiquement homogène et isotrope

.2.3.1 Les différents spectres associés aux fluctuations de concentration

Considérons le cas où $f(\vec{x}, t)$ est un champ de concentration $c(\vec{x}, t)$. Les relations 55 et 67 conduisent aux spectres 3D et 1D dans une direction $(0, \vec{e}_1)$ notés :

$$\Phi_c(\vec{k}, t) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{\mathbb{R}^3} \overline{cc'}(\vec{r}, t) e^{-i\vec{k} \cdot \vec{r}} dV_r, \quad (83)$$

$$E_c^{(1)}(k_1, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{\mathbb{R}} \overline{cc'}(r_1, 0, 0, t) e^{-ik_1 r_1} dr_1. \quad (84)$$

Les champs de vitesse et de concentration étant statistiquement homogène et isotrope, le spectre 3D est une fonction isotrope de \vec{k} , donc de la forme :

$$\Phi_c(\vec{k}, t) = \phi_c(k, t), \quad (k = \|\vec{k}\|). \quad (85)$$

On a alors d'après 59 :

$$\overline{c^2}(t) = \int_{\mathbb{R}^3} \Phi_c(\vec{k}) dV_k = \int_{\mathbb{R}^3} \Phi_c(k_1, k_2, k_3, t) dk_1 dk_2 dk_3 = \int_{\mathbb{R}^3} \phi_c(k, t) dk_1 dk_2 dk_3.$$

En utilisant alors des coordonnées sphériques, il vient finalement :

$$\overline{c^2}(t) = \int_0^\infty 4\pi k^2 \phi_c(k, t) = \int_0^\infty E_c(k, t) dk, \quad (86)$$

où on a posé :

$$4\pi k^2 \phi_c(k, t) = E_c(k, t), \quad (87)$$

et il vient finalement :

$$\Phi_c(\vec{k}, t) = \frac{E_c(k, t)}{4\pi k^2} \Rightarrow \overline{c^2}(t) = \int_0^\infty E_c(k, t) dk. \quad (88)$$

Ainsi le spectre $E_c(k, t)$ où "spectre en k " représente la contribution à $\overline{c^2}(t)$, de tous les vecteurs \vec{k} , dont la norme est dans l'intervalle $[k, k + dk]$ (c'est à dire de toutes les directions à k fixé). Ce spectre en k peut se déduire simplement du

spectre 1D $E_c^{(1)}(k_1, t)$, en revenant à la définition 61, qui fournit, compte tenu de 80 :

$$E_c^{(1)}(k_1, t) = \int_{\mathbb{R}^2} \Phi_c(k_1, k_2, k_3, t) dk_2 dk_3 = \int_{\mathbb{R}^2} \frac{E_c(k, t)}{4\pi k^2} dk_2 dk_3.$$

En utilisant alors les coordonnées cylindriques d'axe (O, k_1) , on obtient :

$$E_c^{(1)}(k_1, t) = \frac{1}{2} \int_{k_1}^{\infty} \frac{E_c(k, t)}{k} dk,$$

qui conduit, en dérivant vis à vis de k_1 , à la relation :

$$\frac{\partial E_c^{(1)}(k_1, t)}{\partial k_1} = -\frac{E_c(k_1, t)}{2k_1} \Rightarrow E_c(k, t) = -2k \left(\frac{\partial E_c^{(1)}(k_1, t)}{\partial k_1} \Big|_{k_1=k} \right). \quad (89)$$

Cette possibilité d'accès direct au spectre en k à partir de la mesure du spectre 1D se retrouve au niveau du spectre associé aux fluctuations de vitesse.

.2.3.2 Les différents spectres associés aux fluctuations de vitesse

Dans le cas où $f(\vec{x}, t)$ représente une composante u_i quelconque du champ des fluctuations de vitesse, la relation 58, conduit plus généralement à un spectre 3D constituant les composantes d'un tenseur du second ordre :

$$\Phi_{ij}(\vec{k}, t) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{\mathbb{R}^3} \overline{u_i u_j'}(\vec{r}, t) e^{-i\vec{k} \cdot \vec{r}} dV_r. \quad (90)$$

Quant au spectre 1D dans la direction (O, \vec{e}_1) associée à une composante particulière du champ des fluctuations de vitesse est, en vertu de 61 et 67, par exemple pour la composante u_1 à partir des expressions :

$$E_{11}^{(1)}(k_1, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{\mathbb{R}} \overline{u_1 u_1'}(r_1, 0, 0, t) e^{-ik_1 r_1} dr_1 = \int_{\mathbb{R}^2} \Phi_{11}(k_1, k_2, k_3, t) dk_2 dk_3. \quad (91)$$

La turbulence étant isotrope $\Phi_{ij}(\vec{k}, t)$ est nécessairement une fonction tensorielle isotrope de \vec{k} , dont on montre en tenant compte de l'incompressibilité, qu'elle peut s'écrire :

$$\Phi_{ij}(\vec{k}, t) = \frac{E(k, t)}{4\pi k^2} (\delta_{ij} - \frac{k_i k_j}{k^2}). \quad (92)$$

Ici, $E(k, t)$ est tel que :

$$\frac{1}{2} \overline{u_i u_i}(t) = \frac{\overline{q^2}}{2}(t) = \int_0^{\infty} E(k, t) dk. \quad (93)$$

Comme pour le champ scalaire, on peut relier $E(k, t)$ au spectre 1D $E_{11}^{(1)}(k_1, t)$ en utilisant (91) et (92), qui conduisent à :

$$E_{11}^{(1)}(k_1, t) = \int_{\mathbb{R}^2} \Phi_{11}(\vec{k}, t) dk_2 dk_3 = \int_{\mathbb{R}^2} \frac{E(k, t)}{4\pi k^2} \left(1 - \frac{k_1^2}{k^2}\right) dk_2 dk_3.$$

Comme dans le cas précédent, l'utilisation des coordonnées cylindriques d'axe (O, k_1) permet d'écrire :

$$E_{11}^{(1)}(k_1, t) = \frac{1}{2} \int_{k_1}^{\infty} \frac{E(k, t)}{k} \left(1 - \frac{k_1^2}{k^2}\right) dk,$$

dont on déduit par dérivations successives vis à vis de k_1 :

$$E(k, t) = \frac{1}{2} \left[k_1^2 \frac{\partial^2 E_{11}^{(1)}}{\partial k_1^2} - k_1 \frac{\partial E_{11}^{(1)}}{\partial k_1} \right] \Bigg|_{k_1=k}. \quad (94)$$

Ainsi, à partir des seules informations concernant le champ $f(x_1, 0, 0, t)$, qui donnent accès à la corrélation spatiale $\overline{ff'}(r_1, 0, 0, t)$, on peut obtenir les spectres 1D dans la direction (O, \vec{e}_1) , et en déduire les spectres en k par les relations 89 et 87, et même les spectres 3D par les relations 88 et 92. Toutes ces relations reposent évidemment sur l'isotropie statistique des champs de concentration et de vitesse de cette turbulence, qui vient s'ajouter à l'homogénéité statistique qui permet l'analyse de Fourier.

.2.4 Extension aux spectres spatiaux mettant en jeu deux temps t et t'

Toutes les relations précédentes établies à partir de corrélations spatiales à un instant donné et de leurs transformées de Fourier spatiales, s'étendent aux corrélations spatiales dans lesquelles les fluctuations sont considérées en deux points et en deux instants différents. Plus précisément, pour le champ $f(\vec{x}, t)$ précédent (champ de fluctuations de vitesse ou de concentration), on définira la corrélation en deux points et deux instants dans une turbulence statistiquement homogène par :

$$\begin{aligned} \overline{f(\vec{x}, t) f(\vec{x}', t')} &= \overline{f(\vec{0}, t) f(\vec{x}' - \vec{x}, t')} = \overline{f(\vec{0}, t) f(\vec{r}; t')} \\ &= \overline{\widetilde{ff'}(\vec{r}, t, t')} \\ &= \overline{f(\vec{x} - \vec{x}', t) f(\vec{0}, t')} = \overline{ff'(-\vec{r}, t, t')}. \end{aligned} \quad (95)$$

On vérifie que l'on a lorsque $t=t'$:

$$\overline{\widetilde{ff'}(\vec{r}, t, t)} = \overline{ff'(\vec{r}, t)}. \quad (96)$$

Il s'en déduit un spectre 3D par une relation identique à 55 :

$$\widetilde{\Phi}(\vec{q}, t, t') = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{\mathbb{R}^3} \overline{\widetilde{ff'}(\vec{r}, t, t')} e^{-i\vec{q} \cdot \vec{r}} dV_r, \quad (97)$$

qui compte tenu de 96, est tel que :

$$\tilde{\Phi}(\vec{q}, t, t) = \Phi(\vec{q}, t) \quad (98)$$

Enfin, on définit les spectres 1D par des relations analogues à 61 et 67 :

$$\tilde{E}_f^{(1)}(q_1, t, t') = \frac{\tilde{E}_c(k, t, t')}{4\pi k^2}; \tilde{\Phi}_{ij}(\vec{k}, t, t') = \frac{\tilde{E}(k, t, t')}{4\pi k^2}(\delta_{ij} - \frac{k_i k_j}{k^2}), \quad (99)$$

faisant apparaître les spectres en k et deux instants $\tilde{E}_c(k, t, t')$ et $\tilde{E}(k, t, t')$. Ces derniers sont reliés aux spectres 1D dans la direction $(0, \vec{e}_1)$ par des relations identiques à 89 et 94,

$$\begin{aligned} \tilde{E}_c(k, t, t') &= -2k \left(\left. \frac{\partial \tilde{E}_c^{(1)}(k_1, t, t')}{\partial k_1} \right|_{k_1=k} \right), \\ \tilde{E}(k, t, t') &= \frac{1}{2} \left[\left. k_1^2 \frac{\partial^2 E_{11}^{(1)}(k_1, t, t')}{\partial k_1^2} - k_1 \frac{\partial E_{11}^{(1)}(k_1, t, t')}{\partial k_1} \right] \Bigg|_{k_1=k}. \end{aligned} \quad (100)$$

.3 Les coefficients de corrélation temporelle d'un champ filtré spatialement dans une turbulence statistiquement homogène et isotrope

.3.1 Généralités

On revient au champ général aléatoire $f(\vec{x}, t)$ de moyenne nulle et statistiquement homogène.

Sa corrélation temporelle en deux instants t et t' en un point donné est alors la grandeur :

$$C_f(t, t') = \overline{f(\vec{x}, t)f(\vec{x}, t')} \quad (101)$$

qui ne dépend pas de \vec{x} puisqu'elle est invariante par translation. On en déduit un coefficient de corrélation :

$$R_f(t, t') = \frac{C_f(t, t')}{\sqrt{\overline{f^2(t)}}\sqrt{\overline{f^2(t')}}} \quad (102)$$

Ce dernier donne des informations sur le temps de cohérence de ce champ qui englobe un continuum d'échelles spatiales, que l'on peut définir par :

$$\Theta_f(t) = \int_0^\infty R_f(t, t + \tau) d\tau \quad (103)$$

qui représente l'ordre de grandeur de l'intervalle de temps $t' - t$ au bout duquel le champ a perdu sa cohérence, c'est à dire "a oublié en moyenne ce qu'il était à l'instant t ".

Si l'on s'intéresse plus précisément au temps de cohérence des échelles spatiales dans une direction donnée, par exemple (O, \vec{e}_1) , on peut considérer la corrélation temporelle du champ $g(x_1; k_1, \Delta k_1; t)$, filtré autour d'une composante k_1 du vecteur d'onde \vec{k} , dans une bande de largeur Δk_1 donnée et défini par (21) de l'annexe 1. On doit donc raisonner avec la corrélation, indépendante de x_1 :

$$\begin{aligned} C_g(k_1, \Delta k_1; t, t') &= \overline{g(x_1; k_1, \Delta k_1; t)g^*(x_1; k_1, \Delta k_1; t')} \\ &= \int_{\mathbb{R}^2} \overline{\widehat{f^{(1)}}(q_1, t)\widehat{f^{(1)*}}(q'_1, t')\Pi\left(\frac{q_1 - k_1}{d\Delta k_1}\right)\Pi\left(\frac{q'_1 - k_1}{d\Delta k_1}\right)} e^{i(q_1 - q'_1)x_1} dq_1 dq'_1 \end{aligned}$$

Le complexe conjugué est introduit ici pour que cette corrélation redonne l'énergie du signal filtré $|g|^2(k_1, \Delta k_1)$ dans la bande Δk_1 lorsque $t = t'$. A ce stade, il devient nécessaire de préciser le sens de la corrélation $\overline{\widehat{f^{(1)}}(q_1, t)\widehat{f^{(1)*}}(q'_1, t')}$ entre deux modes de Fourier à deux instants différents. Conformément à (16), utilisé pour deux temps différents, celle-ci s'explicite selon :

$$\overline{\widehat{f^{(1)}}(q_1, t)\widehat{f^{(1)*}}(q'_1, t')} = \frac{1}{4\pi^2} \int_{\mathbb{R}^2} \overline{f(x_1, 0, 0, t)f(x'_1, 0, 0, t')} e^{-i(q_1 x_1 - q'_1 x'_1)} dx_1 dx'_1 \quad (104)$$

La corrélation du champ non filtré qui apparaît dans l'intégrale est invariante par translation, et satisfait donc :

$$\begin{aligned} & \forall a, \overline{f(x_1, 0, 0, t)f(x'_1, 0, 0, t')} \\ &= \overline{f(x_1 + a, 0, 0, t)f(x'_1 + a, 0, 0, t')} = \overline{f(0, 0, 0, t)f(x'_1 - x_1, 0, 0, t')} \\ &= \overline{ff'(r_1, 0, 0; t, t')} = \overline{f(x_1 - x'_1, 0, 0, t)f(0, 0, 0, t')} = \overline{ff'(-r_1, 0, 0; t', t)} \end{aligned} \quad (105)$$

en posant $r_1 = x'_1 - x_1$, conformément à ce qui précède. Ainsi, elle représente la corrélation en deux points et à deux instants différents. Il faut noter, qu'à la différence de la corrélation spatiale à un instant donné ($t=t'$), il n'y a plus la symétrie traduite par (2), car (44) implique seulement :

$$\overline{ff'(r_1, 0, 0; t, t')} = \overline{ff'(-r_1, 0, 0; t', t)}$$

Par suite, (43) s'écrit encore :

$$\begin{aligned} \overline{\widehat{f^{(1)}}(q_1, t)\widehat{f^{(1)*}}(q'_1, t')} &= \frac{1}{4\pi^2} \int_{\mathbb{R}^2} \overline{ff'(r_1, 0, 0, t, t')} e^{-iq'_1 r_1} e^{-i(q_1 - q'_1)x_1} dx_1 dr_1 \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{\mathbb{R}} \overline{ff'(r_1, 0, 0, t, t')} e^{-iq'_1 r_1} dr_1 \frac{1}{2\pi} \int_{\mathbb{R}} e^{-i(q_1 - q'_1)x_1} dx_1 \end{aligned}$$

Comme dans (19), on peut alors introduire le spectre 1D associé à la corrélation spatiale en deux temps, défini par :

$$E_f^{(1)}(q'_1, t, t') = \frac{1}{2\pi} \int_{\mathbb{R}} \overline{ff'(r_1, 0, 0, t, t')} e^{-iq'_1 r_1} dr_1 \quad (106)$$

et en notant que :

$$\frac{1}{2\pi} \int_{\mathbb{R}} e^{-i(q_1 - q'_1)x_1} dx_1 = \delta(q_1 - q'_1)$$

il vient finalement :

$$\overline{\widehat{f^{(1)}}(q_1, t)\widehat{f^{(1)*}}(q'_1, t')} = \delta(q_1 - q'_1) E_f^{(1)}(q'_1, t, t') \quad (107)$$

Avec ces définitions, (42) prend la forme :

$$\begin{aligned} C_g(k_1, \Delta k_1; t, t') &= \int_{\mathbb{R}^2} \delta(q_1 - q'_1) E_f^{(1)}(q'_1, t, t') \Pi\left(\frac{q_1 - k_1}{2\Delta k_1}\right) \Pi\left(\frac{q'_1 - k_1}{2\Delta k_1}\right) e^{i(q_1 - q'_1)x_1} dq_1 dq'_1 \\ &= \int_{\mathbb{R}} E_f^{(1)}(q'_1, t, t') \Pi^2\left(\frac{q_1 - k_1}{2\Delta k_1}\right) dq'_1 \\ &= \int_{k_1 - \Delta k_1}^{k_1 + \Delta k_1} E_f^{(1)}(q'_1, t, t') dq_1 \approx 2\Delta k_1 E_f^{(1)}(q'_1, t, t') \end{aligned}$$

On obtient finalement :

$$C_g(k_1, \Delta k_1; t, t') = \int_{k_1 - \Delta k_1}^{k_1 + \Delta k_1} E_f^{(1)}(q'_1, t, t') dq_1 \approx 2\Delta k_1 E_f^{(1)}(q'_1, t, t') \quad (108)$$

On peut écrire en toute rigueur :

$$E_f^{(1)}(q'_1, t, t') = \lim_{\Delta k_1 \rightarrow 0} \frac{C_g(k_1, \Delta k_1; t, t')}{2\Delta k_1} \quad (109)$$

On peut alors en déduire un coefficient de corrélation temporel associé aux nombres d'onde de l'intervalle $[k_1, k_1 + dk_1]$:

$$R_g(k_1, \Delta k_1, t, t') = \frac{C_g(k_1, \Delta k_1, t, t')}{[|g|^2(k_1, \Delta k_1, t)|g|^2(k_1, \Delta k_1, t')]^{1/2}} \quad (110)$$

Ce dernier, dans le cadre de (108), peut être donné par l'approximation :

$$R_g(k_1, \Delta k_1, t, t') \approx \frac{2\Delta k_1 E_f^{(1)}(k_1, t, t')}{[2\Delta k_1 E_f^{(1)}(k_1, t, t)2\Delta k_1 E_f^{(1)}(k_1, t', t')]^{1/2}} = \frac{E_f^{(1)}(k_1, t, t')}{[E_f^{(1)}(k_1, t)E_f^{(1)}(k_1, t')]^{1/2}} \quad (111)$$

car $E_f^{(1)}(k_1, t, t)$ est égal au spectre 1D $E_f^{(1)}(k_1, t)$ défini par (19), la corrélation étant prise au même instant. De ce coefficient, on peut déduire un temps de cohérence :

$$\Theta_g(k_1, \Delta k_1, t) = \int_0^\infty R_g(k_1, \Delta k_1, t, t + \tau) d\tau \quad (112)$$

Il représente le temps de vie moyen des échelles selon (O, x_1) associés au champ de départ, les échelles dans les autres directions étant globalement prises en compte. En réalité, ce n'est pas $g(x_1; k_1, \Delta k_1; t)$ que l'on mesure, mais $G(x; k_1, \Delta k_1; L, x_1; t)$ donné par (30). Il vient alors, pour la corrélation en deux temps en un même point :

$$\begin{aligned} & \overline{G(x; k_1, \Delta k_1; L, x_1; t)G^*(x; k_1, \Delta k_1; L, x_1; t')} \\ &= \int_{\mathbb{R}^2} \overline{\widehat{G^{(1)}}(q'_1; k_1, \Delta k_1; L, x_1; t)\widehat{G^{(1)}}^*(q''_1; k_1, \Delta k_1; L, x_1; t')} e^{i(q'_1 - q''_1)x} dq'_1 dq''_1 \end{aligned}$$

soit explicitement, en ne notant plus la liste de variables $k_1, \delta k_1; L, x_1$ et en utilisant (29) :

$$\begin{aligned} \overline{G(x, t)G^*(x, t')} &= \int_{\mathbb{R}^2} \overline{\widehat{G^{(1)}}(q'_1, t)\widehat{G^{(1)}}^*(q''_1, t')} e^{i(q'_1 - q''_1)x} dq'_1 dq''_1 \\ &= \int_{\mathbb{R}^2} \left[\Pi \left(\frac{q'_1 - k_1}{2\Delta k_1} \right) \int_{\mathbb{R}} \widehat{f^{(1)}}(r_1, t) \frac{\sin[(q'_1 - r_1)L]}{\pi(q'_1 - r_1)} e^{-i(q'_1 - r_1)x_1} dk_1 \right. \\ & \quad \left. \times \Pi \left(\frac{q''_1 - k_1}{2\Delta k_1} \right) \int_{\mathbb{R}} \widehat{f^{(1)}}^*(p_1, t') \frac{\sin[(q''_1 - p_1)L]}{\pi(q''_1 - p_1)} e^{-i(q''_1 - p_1)x_1} dp_1 \right] e^{i(q'_1 - q''_1)x} dq'_1 dq''_1 \\ &= \int_{\mathbb{R}^4} \overline{\widehat{f^{(1)}}(r_1, t)\widehat{f^{(1)}}^*(p_1, t')} \Pi \left(\frac{q'_1 - k_1}{2\Delta k_1} \right) \Pi \left(\frac{q''_1 - k_1}{2\Delta k_1} \right) \frac{\sin[(q'_1 - r_1)L]}{\pi(q'_1 - r_1)} \frac{\sin[(q''_1 - p_1)L]}{\pi(q''_1 - p_1)} \\ & \quad \times e^{-i[(q'_1 - r_1) - (q''_1 - p_1)]x_1} e^{i(q'_1 - q''_1)x} dq'_1 dq''_1 dk_1 dp_1 \end{aligned} \quad (113)$$

Compte tenu de (107) qui fournit :

$$\overline{\widehat{f^{(1)}}(r_1, t) \widehat{f^{(1)*}}(p_1, t')} = \delta(r_1 - p_1) E_f^{(1)}(p_1, t, t')$$

Il vient en intégrant par rapport à r_1 :

$$\begin{aligned} \overline{G(x, t) G^*(x, t')} &= \overline{G(x; k_1, \Delta k_1; L, x_1; t) G^*(x; k_1, \Delta k_1; L, x_1; t')} \\ &= \int_{\mathbb{R}^3} E_f^{(1)}(p_1, t, t') \Pi \left(\frac{q'_1 - k_1}{2\Delta k_1} \right) \Pi \left(\frac{q''_1 - k_1}{2\Delta k_1} \right) \frac{\sin[(q'_1 - p_1)L]}{\pi(q'_1 - p_1)} \frac{\sin[(q''_1 - p_1)L]}{\pi(q''_1 - p_1)} \\ &\quad e^{i(q'_1 - q''_1)(x - x_1)} dq'_1 dq''_1 dp_1 \end{aligned} \quad (114)$$

Dans ce cas encore, si la distance L tend vers l'infini, les sinus cardinaux convergent vers des distributions de Dirac, et l'expression précédente devient, à la limite :

$$\begin{aligned} &\overline{G(x; k_1, \Delta k_1; L, x_1; t) G^*(x; k_1, \Delta k_1; L \rightarrow \infty, x_1; t')} \\ &= \int_{\mathbb{R}^3} E_f^{(1)}(p_1, t, t') \Pi \left(\frac{q'_1 - k_1}{2\Delta k_1} \right) \Pi \left(\frac{q''_1 - k_1}{2\Delta k_1} \right) \delta(q'_1 - p_1) \delta(q''_1 - p_1) e^{i(q'_1 - q''_1)(x - x_1)} dq'_1 dq''_1 dp_1 \\ &= \int_{\mathbb{R}^3} E_f^{(1)}(p_1, t, t') \Pi \left(\frac{q'_1 - k_1}{2\Delta k_1} \right) \Pi \left(\frac{q''_1 - k_1}{2\Delta k_1} \right) \delta(q'_1 - p_1) \delta(q''_1 - q'_1) e^{i(q'_1 - q''_1)(x - x_1)} dq'_1 dq''_1 dp_1 \\ &= \int_{\mathbb{R}^3} E_f^{(1)}(p_1, t, t') \Pi \left(\frac{p_1 - k_1}{2\Delta k_1} \right) \Pi \left(\frac{q''_1 - k_1}{2\Delta k_1} \right) \delta(q''_1 - q'_1) e^{-i(p_1 - q''_1)(x_1 - x)} dq''_1 dp_1 \\ &= \int_{\mathbb{R}^3} E_f^{(1)}(p_1, t, t') \Pi^2 \left(\frac{p_1 - k_1}{2\Delta k_1} \right) dp_1 \\ &= \int_{k_1 - \Delta k_1}^{k_1 + \Delta k_1} E_f^{(1)}(p_1, t, t') dp_1 \approx 2\Delta k_1 E_f^{(1)}(k_1, t, t') \end{aligned} \quad (115)$$

soit, en résumé :

$$\begin{aligned} &\lim_{L \rightarrow \infty} \overline{G(x; k_1, \Delta k_1; L, x_1; t) G^*(x; k_1, \Delta k_1; L, x_1; t')} \\ &= \int_{k_1 - \Delta k_1}^{k_1 + \Delta k_1} E_f^{(1)}(p_1, t, t') dp_1 \approx 2\Delta k_1 E_f^{(1)}(k_1, t, t') \end{aligned} \quad (116)$$

qui fournit encore :

$$E_f^{(1)}(k_1, t, t') = \lim_{\Delta k_1 \rightarrow 0} \frac{1}{2\Delta k_1} \left[\lim_{L \rightarrow \infty} \overline{G(x; k_1, \Delta k_1; L, x_1; t) G^*(x; k_1, \Delta k_1; L, x_1; t')} \right] \quad (117)$$

En tenant compte des grandeurs réellement mesurées, on s'intéresse donc au coefficient de corrélation temporelle des différentes "échelles" résultant de ce filtrage par bandes :

$$R_G(k_1, \Delta k_1, t, t'; x - x_1, L) = \frac{\overline{G(x; k_1, \Delta k_1; L, x_1; t)G^*(x; k_1, \Delta k_1; L, x_1; t')}}{[\overline{|G|^2(x; k_1, \Delta k_1; L, x_1; t)|G|^2(x; k_1, \Delta k_1; L, x_1; t')}]^{1/2}} \quad (118)$$

Dans le passage à la limite sur L et sur Δk_1 , il reste :

$$R_f(k_1, t, t') = \frac{E_f^{(1)}(k_1, t, t')}{[E_f^{(1)}(k_1, t)E_f^{(1)}(k_1, t')]^{1/2}} \quad (119)$$

.3.2 Cas d'un champ de concentration statistiquement homogène et isotrope

Tout ce qui précède s'applique directement à un tel champ scalaire $c(\vec{x}, t)$, et en particulier, en théorie, on peut définir :

$$R_c(k_1, t, t') = \frac{E_c^{(1)}(k_1, t, t')}{[E_c^{(1)}(k_1, t)E_c^{(1)}(k_1, t')]^{1/2}} \quad (120)$$

(sachant que l'on ne peut atteindre pas la mesure que la quantité définie par (118) pour ce champ). Le numérateur de (120) est défini par la relation (106) dans laquelle $f=c$. Ici, on considère la corrélation temporelle d'échelles spatiales associées aux autres directions. On peut affiner la description, en considérant cette fois la corrélation temporelle d'échelles spatiales respectivement associées aux composantes k_1, k_2, k_3 du vecteur \vec{k} . Pour cela, il faut alors raisonner avec un spectre 3D associé à la corrélation spatiale en deux temps, défini par :

$$\Phi_c(\vec{k}, t, t') = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{\mathbb{R}^3} \overline{cc'}(\vec{r}, t, t') e^{-i\vec{k} \cdot \vec{r}} dV_r \quad (121)$$

où :

$$\begin{aligned} \overline{cc'}(\vec{r}, t, t') &= \overline{c(\vec{x}, t)c(\vec{x}', t')} \\ &= \overline{c(\vec{0}, t)c(\vec{x}' - \vec{x}, t)} \\ &= \overline{c(\vec{0}, t)c(\vec{r}, t)} = \overline{c(-\vec{r}, t)c(\vec{0}, t')} \\ &= \overline{cc'}(-\vec{r}, t', t) \end{aligned}$$

Sachant alors que :

$$\Phi_c(\vec{k}, t, t) = \Phi_c(\vec{k}, t) \quad (122)$$

défini par (34), on peut définir le coefficient :

$$R_c(\vec{k}, t, t') = \frac{\Phi_c(\vec{k}, t, t')}{[\Phi_c(\vec{k}, t)\Phi_c(\vec{k}, t')]^{1/2}} \quad (123)$$

Toutefois, pour un tel champ scalaire statistiquement isotrope, on peut introduire un spectre $E_c(k, t, t')$, analogue au spectre $E_c(k, t)$ défini par (38) à partir du spectre 3D associé à ce champ. En effet, l'isotropie impose à $\Phi_c(\vec{k}, t, t')$ de dépendre de \vec{k} uniquement à travers $k = \|\vec{k}\|$, et on montre comme dans l'établissement de (38), que :

$$\Phi_c(\vec{k}, t, t') = \frac{E_c(k, t, t')}{4\pi k^2} \quad (124)$$

avec :

$$E_c(k, t, t) = E_c(k, t) \quad (125)$$

défini par (34). Finalement :

$$R_c(\vec{k}, t, t') = R_c(k, t, t') = \frac{E_c(k, t, t')}{[E_c(k, t)E_c(k, t')]^{1/2}} \quad (126)$$

Un tel coefficient donne évidemment la vision la plus fine de la cohérence des échelles spatiales du champ scalaire au cours du temps, et peut s'obtenir à partir des spectres 1D intervenant dans (119), compte tenu de l'isotropie statistique. En effet, il est évident que la relation (38) s'étend aux spectres mettant en jeu deux temps, c'est à dire que l'on a aussi :

$$E_c(k, t, t') = -2k \left(\frac{\partial E_c^{(1)}(k, t, t')}{\partial k_1} \Big|_{k_1=k} \right) \quad (127)$$

de sorte que :

$$R_c(k, t, t') = \frac{- \frac{\partial E_c^{(1)}(k, t, t')}{\partial k_1} \Big|_{k_1=k}}{\left[\frac{\partial E_c^{(1)}(k, t)}{\partial k_1} \Big|_{k_1=k} \frac{\partial E_c^{(1)}(k, t')}{\partial k_1} \Big|_{k_1=k} \right]^{1/2}} \quad (128)$$

On peut alors en déduire un temps de cohérence correspondant aux échelles associées à un nombre d'onde k par :

$$\Theta_c(k, t) = \int_0^\infty R_c(k, t, t + \tau) d\tau \quad (129)$$

.3.3 Cas du champ de fluctuations de vitesse d'une turbulence statistiquement homogène et isotrope

On peut mener un raisonnement identique au niveau d'une composante du champ de vitesse, par exemple u_1 , pour laquelle on peut définir la coefficient :

$$R_{11}(k_1, t, t') = \frac{E_{11}^{(1)}(k_1, t, t')}{[E_{11}^{(1)}(k_1, t)E_{11}^{(1)}(k_1, t')]^{1/2}} \quad (130)$$

dans lequel le numérateur est défini par la relation (106) dans laquelle $f = u_1$. Pour atteindre la cohérence des échelles dans les trois directions, on peut introduire

comme pour le champ de concentration, le spectre 3D associé à la corrélation spatiale en deux temps et mettant en jeu les trois composantes de la vitesse. Il est défini par :

$$\Phi_{ii}(\vec{k}, t, t') = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{\mathbb{R}^3} \overline{u_i u'_i}(\vec{r}, t, t') e^{-i\vec{k} \cdot \vec{r}} dV_r \quad (131)$$

Comme c'est un scalaire, il ne dépend de \vec{k} qu'à travers k , compte tenu de l'isotropie. Or, il est facile de montrer que, comme pour (43), le spectre 3D associé à la corrélation spatiale en deux temps $\overline{u_i u'_j}(\vec{r}, t, t')$ est un tenseur du second ordre de la forme nécessaire :

$$\Phi_{ij}(\vec{k}, t, t') = \frac{E(k, t, t')}{4\pi k^2} (\delta_{ij} - \frac{k_i k_j}{k^2}) \quad (132)$$

de sorte que l'on peut écrire :

$$\Phi_{ii}(\vec{k}, t, t') = \frac{E(k, t, t')}{2\pi k^2} \quad (133)$$

Ainsi le coefficient de corrélation le plus fin sur la cohérence temporelle des différentes échelles peut s'écrire :

$$R(k, t, t') = \frac{\Phi_{ii}(\vec{k}, t, t')}{[\Phi_{ii}(\vec{k}, t) \Phi_{ii}(\vec{k}, t')]^{1/2}} = \frac{E(k, t, t')}{[E(k, t) E(k, t')]^{1/2}} \quad (134)$$

car on a :

$$E(k, t, t) = E(k, t)$$

intervenant dans (44). Dans ce cas encore, le spectre $E(k, t, t')$ est relié au spectre $E_{11}^{(1)}(k_1, t, t')$, par une relation analogue à (45), c'est à dire :

$$E(k, t, t') = \frac{1}{2} \left[k_1^2 \frac{\partial^2 E_{11}^{(1)}(k_1, t, t')}{\partial k_1^2} - k_1 \frac{\partial E_{11}^{(1)}(k_1, t, t')}{\partial k_1} \right] \Bigg|_{k_1=k} \quad (135)$$

Le temps de cohérence correspondant est alors donné par :

$$\Theta(k, t) = \int_0^\infty R(k, t, t + \tau) d\tau \quad (136)$$

.4 Représentation auto-similaire des temps caractéristiques dans la représentation de Kolmogoroff

Soient, le temps de diffusion τ_D , défini comme dans Comte-Bellot et Corrsin [[26]], et le spectre tri-dimensionnel $E(k)$, en représentation de Kolmogoroff :

$$\tau_D = \left(k^4 \int_k^{+\infty} \frac{E(p)}{p^2} dp \right)^{-1/2} \quad (137)$$

et

$$E(k) = (\epsilon \nu^5)^{1/4} f(k\eta) \quad (138)$$

On voit dans l'expression du temps de diffusion 137 la présence du spectre tri-dimensionnel $E(k)$. En combinant dans 137, l'expression du spectre $E(k)$ en représentation de Kolmogoroff dans 138, on obtient :

$$\begin{aligned} \tau_D(k) &= \left((k\eta)^4 \frac{1}{\eta^4} \int_{k\eta}^{+\infty} \eta^2 (\epsilon \nu^5)^{-1/4} \frac{f(p\eta)}{(p\eta)^2} \frac{d(p\eta)}{\eta} \right)^{-1/2} \\ &= \left(\frac{(\epsilon \nu^5)^{1/4}}{\eta^3} (k\eta)^4 \int_{k\eta}^{+\infty} \frac{f(p\eta)}{(p\eta)^2} d(p\eta) \right)^{-1/2} \\ &= \frac{(\epsilon \nu^5)^{-1/8}}{\eta^{-3/2}} = \epsilon^{1/8} \nu^{5/8} \nu^{+9/8} \epsilon^{-3/8} = \sqrt{\frac{\nu}{\epsilon}} F(k\eta) \end{aligned} \quad (139)$$

Il faudra donc tracer $\sqrt{\frac{\nu}{\epsilon}} \tau$ en fonction de $k\eta$ pour pouvoir comparer un temps caractéristique d'une expérience à une autre. Cette dérivation est identique pour d'autres temps que celui de diffusion. En fait, si le spectre $E(k)$ est le même sur une portion fréquentielle $k\eta$, alors les temps caractéristiques seront auto-similaires.

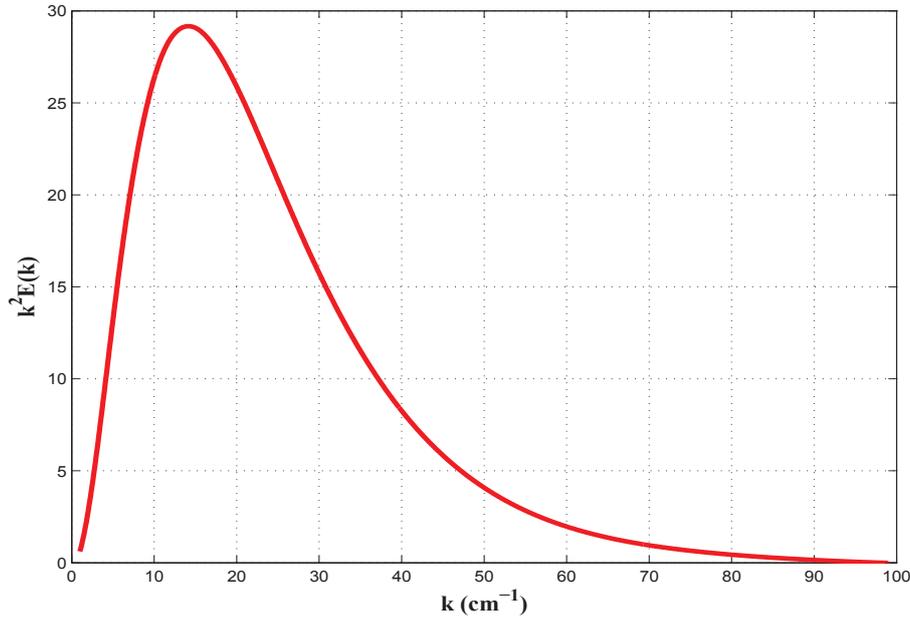


FIGURE 1 – Spectre de dissipation à $x_1/M = 50$.

.5 Calcul de la dissipation

- On dérive l'expression de la dissipation à partir de la loi de décroissance de l'énergie turbulente.

$$\epsilon = -\frac{3}{2}\overline{U} \frac{d\overline{u^2}}{dx} \quad (140)$$

et

$$\frac{\overline{u^2}}{\overline{U^2}} = A \left(\frac{x}{M}\right)^{-n} \implies \overline{u^2} = A\overline{U^2} M^n x^{-n} \quad (141)$$

On remplace $\overline{u^2}$ dans 140 et on obtient :

$$\epsilon = \frac{3}{2}nA \frac{\overline{U^3}}{M} \left(\frac{x}{M}\right)^{-(n+1)} \quad (142)$$

En mettant les valeurs physiques correspondantes à $50M$ dans l'expression précédente, on arrive à $\epsilon \simeq 20 \text{cm}^2/\text{s}^3$.

- D'après la théorie de Kolmogorov, on a :

$$\epsilon = \frac{\overline{u_1^2}^{3/2}}{L_f} \quad (143)$$

En remplaçant par les valeurs physiques à $50M$, on arrive cette fois à $\epsilon \simeq 16 \text{cm}^2/\text{s}^3$, ce qui est tout à fait comparable à la valeur obtenu précédemment, en ordre de grandeur.

- En intégrant le spectre de la figure 1 et en le multipliant par 2ν , on obtient environ $17 \text{ cm}^2.\text{s}^{-3}$.

De plus, la dissipation vaut environ $80 \text{ cm}^2.\text{s}^{-3}$ pour un écoulement à $1,8 \text{ m.s}^{-1}$.

.6 Précision et erreurs de mesure

La métrologie VIP est une métrologie mature. Le logiciel Lavision que nous utilisons est un des meilleurs logiciel du commerce (PIV challenge [62]). Nous n'allons pas ici faire le bilan des erreurs classiques de la VIP que l'on va retrouver (livre Raffel et al [61], cours de master ED MEGA [88]). Rappelons simplement que nous nous sommes mis dans des conditions de façon à éviter l'erreur du peak locking, c'est à dire que la taille des images de particules a toujours été supérieure à deux pixels. Le fait d'être dans un écoulement à vitesse transversale nulle et à très faible fluctuations transverses nous permet d'éviter l'essentiel des erreurs liées au positionnement hors plan des particules à l'un des deux instants utilisé lors de l'analyse VIP. Nous utilisons d'autre part des particules dont le comportement dynamique, dans nos conditions d'écoulement, est très proche de celui d'une particule fluide. La vitesse limite de chute de la particule est négligeable, le temps de relaxation de la particule est très petit devant les temps caractéristiques de la turbulence, la taille de la particule est très petite par rapport à la taille de l'échelle de Kolmogoroff de l'écoulement (on pourra s'en assurer en reportant les caractéristiques des particules et de notre écoulement dans les formules développées, entre autres, dans Simoëns ([86])). Notons enfin que l'écoulement étant homogène. Nous avons moins d'erreurs liées à l'inhomogénéité spatiale que dans le cas d'un écoulement inhomogène. On va simplement ici insister sur les erreurs spécifiques liées à la mesure particulière en deux points deux temps glissants et au fait que la composante instantanée transverse est beaucoup plus petite (facteur 100) que la composante instantanée longitudinale.

.6.1 Champ de vitesse

Généralement, on considère que les algorithmes VIP sont capables d'être précis à 0.1 pixels près dès lors que l'on respecte le rapport $d_p/pix > 2$ où d_p est le diamètre de la particule et pix est la distance interpixel lors de la prise de vue ([48]). Pour toutes nos mesures, les déplacements de particules correspondent à une gamme de 12 à 45 pixels. Donc l'erreur absolue se situe dans la gamme 0.2 à 1.2% dans la direction longitudinale.

Pour les mesures où les points sont distants d'une valeur supérieure à $\overline{U}\Delta T/M > 0.4$, les plans lasers ont été séparés, ceci pour chaque point de mesure de la courbe de corrélation en deux points deux temps glissants. Un mauvais alignement des nappes est une source d'erreur. On verra plus loin quelles sont les erreurs (liées à la mesure de cette corrélation) qu'il est possible de quantifier individuellement.

On va, avant tout, estimer l'erreur aléatoire totale relative à la chaîne de mesure. Pour connaître l'ordre de grandeur de cette erreur totale commise sur cette corrélation, on utilise un champ de vitesse pris simultanément par les deux chaînes de mesure au même endroit et au même instant. Pour analyser les deux champs de vitesse qui en sont déduits, on utilise par exemple l'inter-corrélation de deux signaux de vitesse issus des deux sources distinctes S_1 et S_1^* (que sont les systèmes VIP), avec présence de bruits aléatoires b et b^* . Cette inter-corrélation s'écrit alors :

$$\begin{aligned}
 \overline{(u_1 + b)^2} &= \overline{(u_1 + b)(u_1 + b^*)} = \overline{u_1^2} + \overline{u_1 b^*} + \overline{b u_1} + \overline{b b^*} \\
 &= \overline{u_1^2} + \overline{b b^*} = \overline{u_1^2}
 \end{aligned} \tag{144}$$

car l'inter-corrélation de deux bruits aléatoires indépendants est nulle ([51]). Dans le cas où, en plus, les deux signaux sont systématiquement biaisés de la même manière, on ajoute deux bruits supplémentaires (non-aléatoires) c et c^* issus respectivement des sources S_1 et S_1^* . On peut alors écrire :

$$\begin{aligned}
 \overline{(u_1 + b + c)^2} &= \overline{(u_1 + b + c)(u_1 + b^* + c^*)} \\
 &= \overline{u_1^2} + \overline{u_1 b^*} + \overline{u_1 c} + \overline{b u_1} + \overline{b b^*} + \overline{b c} + \overline{c u_1} + \overline{c b^*} + \overline{c c^*} \\
 &= \overline{u_1^2} + \overline{b b^*} + \overline{c c^*} = \overline{u_1^2} + \overline{c c^*}
 \end{aligned} \tag{145}$$

Cette fois, la corrélation $\overline{c_1 c_1^*}$ ne disparaît pas. De ce co-spectre des champs de vitesse on peut déduire le spectre de vitesse qui ne contiendra plus le bruit aléatoire de mesure, mais conservera le terme lié au biais fixe. Ce résultat peut être illustré de la façon suivante. Soit le coefficient de corrélation spatio-temporel filtré par bande. Il s'écrira, d'après l'annexe 3 :

$$R_{11}(k_1, t, t') = \frac{E_{11}^{(1)}(k_1, t, t')}{[E_{11}^{(1)}(k_1, t) E_{11}^{(1)}(k_1, t')]^{1/2}} \tag{146}$$

et pour $t=t'$, on a :

$$R_{11}(k_1, t, t) = \frac{E_{11}^{(1)}(k_1, t, t)}{[E_{11}^{(1)}(k_1, t) E_{11}^{(1)}(k_1, t)]^{1/2}} \tag{147}$$

Le signal toutes bandes est retrouvé en intégrant sur tous les nombres d'onde k_1 :

$$R_{11}(t, t) = \frac{\int_{k_1^{min}}^{k_1^{max}} E_{11}^{(1)}(k_1, t, t) dk_1}{[\int_{k_1^{min}}^{k_1^{max}} E_{11}^{(1)}(k_1, t) dk_1 \int_{k_1^{min}}^{k_1^{max}} E_{11}^{(1)}(k_1, t) dk_1]^{1/2}} \tag{148}$$

Ce dernier coefficient est égal à l'unité si les trois courbes de la figure (2) se superposent. On voit que ce n'est pas le cas, on peut donc estimer que l'erreur aléatoire vient surtout des hautes fréquences spatiales des signaux. Heureusement, l'énergie associée aux grandes échelles spatiales est plus grande que celles associée aux petites, ce qui ne fait pas diminuer la corrélation de manière significative lorsque l'on intègre les signaux sur toutes les bandes 147. Le coefficient de corrélation $R_{11}(r_1, 0, 0; t, t = 0)$, tiré de la figure (2), est égal à 0.96 au lieu de 1. On a donc 4% d'erreur due à un bruit aléatoire sur cette série de mesures ($x_1/M=50$, $\overline{U_1} = 1, 8 \text{ m.s}^{-1}$). On pourrait complètement enlever cette source d'erreur due au bruit aléatoire sur nos mesures, en retranchant la quantité $E_{11}^A(k_1; t_0, 0) - E_{11}^{AB}(k_1; t_0, 0)$ au spectre $E_{11}(k_1, t)$. En diminuant la taille des zones d'interrogation, on diminue le rapport signal sur bruit ce qui fait s'écarter d'autant plus le co-spectre des deux

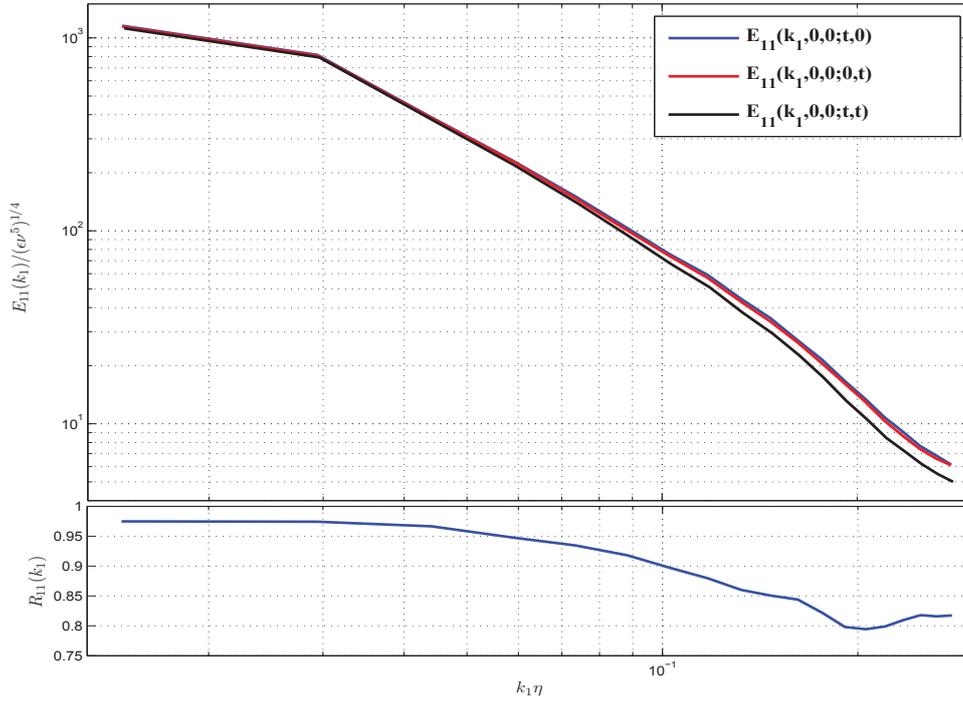


FIGURE 2 – Spectres et cospectre de fluctuations de vitesse, à $x_1/M=50$ pour une résolution spatiale de $0,15 \times 0,15 \text{ cm}^2$, à $1,8 \text{ m/s}$. La courbe du bas montre le rapport 147 entre le co-spectre et les spectres des fluctuations de vitesse de la courbe du haut.

spectres aux hautes fréquences. Cela a pour conséquence de diminuer la valeur du coefficient de corrélation. Dans ces deux cas, nous avons respectivement 0,92 et 0,8. La valeur pour les zones d'interrogation $32 \text{ pixels} \times 32 \text{ pixels}$ est encore acceptable car elle représente 8% d'erreur. Par contre, elle devient importante (20%) pour les zones d'interrogation $16 \text{ pixels} \times 16 \text{ pixels}$. Ceci est améliorable à la condition d'avoir des caméras de plus grandes tailles. Nous ne présentons pas de résultats associés aux tailles de zones d'interrogations 32×32 et 16×16 pixels.

En outre, la figure (2) nous permet d'illustrer le bruit aux grands nombres d'onde que nous avons sur nos courbes de corrélation filtrées par bandes, $R_{11}(k_1; \bar{U}\Delta T, 0, 0; t_0, \Delta T)$. En effet, on s'aperçoit que, individuellement, pour des nombres d'onde k_1 assez grands la corrélation 147 ne tend plus vers l'unité.

De façon pratique, on atteint un coefficient de corrélation égal à 0,966 pour le champ des fluctuations de vitesse en intégrant sur k_1 . On a donc 3,4% d'erreur dû au bruit aléatoire sur la chaîne de mesure.

On va estimer maintenant l'erreur de positionnement du glissement. Pour les petits ΔT , on a pu obtenir un fort taux de corrélation des champs de particules obtenus aux deux points différents car les particules, dû au faible taux de turbulence, n'ont pu sortir rapidement du plan de mesure. Pour de plus grands ΔT , malgré la faible turbulence, cela n'a pas été possible. Ainsi, la corrélation des

série de mesure	\overline{U}_1 (m.s ⁻¹)	$\overline{U}_1\Delta T/M$	erreur (0,15 cm × 0,15cm)
$x_1/M=50$	1,2	0,05-4	2%
$x_1/M=50$	1,2	9,5-300	8,5 %
$x_1/M=50$	1,8	0,1-4	4 %
$x_1/M=50$	1,8	9,5-300	8,5 %
$x_1/M=70$	1,2	0,1-4	3%
$x_1/M=70$	1,2	9,8-300	8,5 %
$x_1/M=70$	1,8	0,1-4	4 %
$x_1/M=70$	1,8	9,8-300	8,5 %
$x_1/M=90$	1,2	0,1-4	3%
$x_1/M=90$	1,2	9,8-300	8,5 %
$x_1/M=90$	1,8	0,1-4	5 %
$x_1/M=90$	1,8	9,8-300	8,5 %

TABLE 1 – Erreurs sur les corrélations.

images aux deux instants ne nous a pas permis de rendre optimal l'estimation du glissement moyen. Pour les grands ΔT , l'erreur de glissement maximal correspond à une taille d'une demie zone d'interrogation VIP. Dans le cas de mailles de 64×64 pixels correspondant physiquement à $0,15 \times 0,15$ cm, l'erreur maximale de glissement est donc de $r_1 = 0,08$ cm. On connaît la valeur théorique que peut prendre au maximum la corrélation spatio-temporelle que l'on mesure en regardant l'auto-corrélation spatiale $R_{11}(r_1, 0, 0; t, 0)$ en $r_1 = 0,08$ cm. Elle vaut $R_{11}(r_1 = 0,08, 0, 0; t, 0) = 0,94$ à $x_1/M=50$. On fait donc, pour $\overline{U}_1\Delta T/M > 9$ une erreur de glissement qui est de 6% au maximum qui s'ajoute aux erreurs classiques de la VIP.

Nous allons maintenant, de la même façon, établir la source des erreurs relatives au champ de concentration. On trouvera dans Simoëns ([86]) l'essentiel des erreurs qui peuvent être commises en fluorescence induite. De plus, dans le chapitre 2, on a déjà donné une estimation des erreurs liées à l'étalonnage et à la reproductibilité de l'injection de concentration.

.6.2 Champ de concentration

Nous avons pris le champ de concentration avec la même caméra double trame donc nous avons le même grossissement sur les images des deux trames. Comme nous n'utilisons qu'une caméra pour l'enregistrement des images de concentration, nous ne déplaçons donc pas la deuxième trame de la distance correspondant à la vitesse moyenne de l'écoulement. On procède à ce décalage numériquement, en étant précis à un demi-pixel près. De plus, le champ de concentration est vu du même côté de la tranche laser, c'est une remarque importante si l'on compare la taille des plus fines structures de concentration à l'épaisseur de la tranche laser.

On a repris la même procédure que pour les co-spectres de vitesse ci-dessus. On a tracé sur la figure 3 les spectres spatiaux de concentration en un point ainsi que le co-spectre en un point, pris à l'instant t et au même instant t . On note, de la même façon que le rapport 147 s'éloigne de 1 pour les grands nombre d'onde

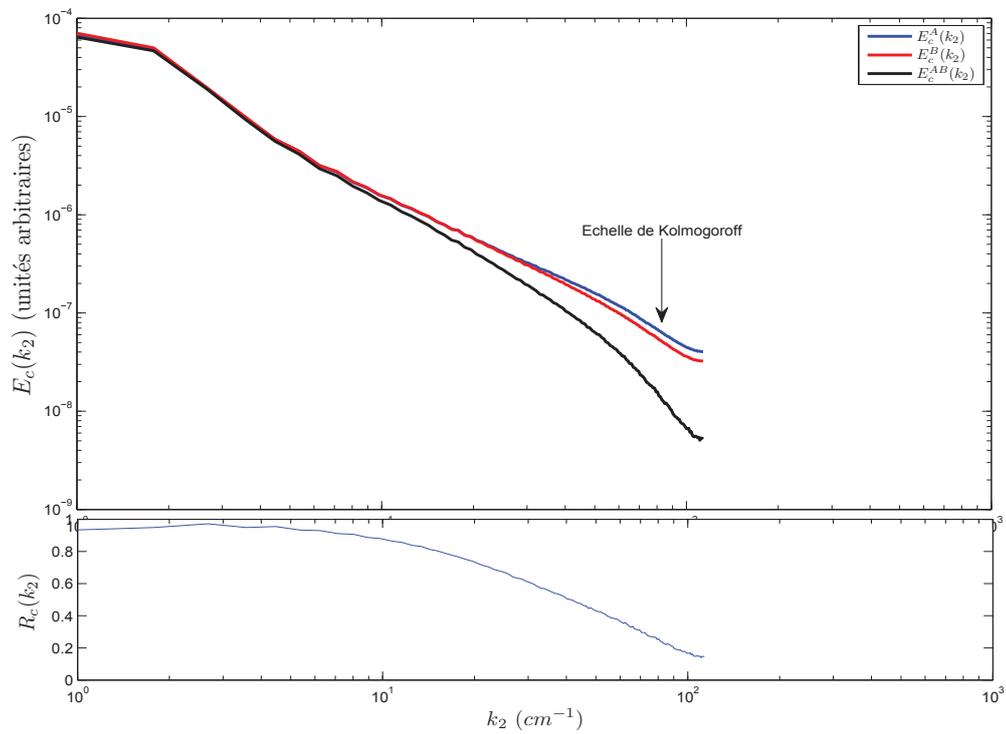


FIGURE 3 – Spectres et cospectre de fluctuations de concentration, à $x_1/M=50$ pour une résolution spatiale de $275\mu m \times 275\mu m$, à 1,2 m/s. La courbe du bas montre le rapport 147 entre le co-spectre et les spectres des fluctuations de concentration de la courbe du haut.

k_2 . Par ailleurs, on peut faire sur les spectres un type de correction lié au bruit aléatoire tel que présenté sur la formule 147 pour les rms. On a testé ce type de correction qui nous amène à une baisse de l'amplitude des spectres aux grands nombres d'onde.

Bibliographie

- [1] Bennani A., Lièvre J., and Gence J.-N. Sur une étude comparative des méthodes de mesure de fluctuations de concentration par conductimétrie et par fluorescence induite par laser dans les écoulements turbulents en milieux aqueux. *CRAS série 2*, 310 :453–457, 1990. [53](#)
- [2] Durbin P. A. Analysis of the decay of temperature fluctuations in isotropic turbulence. *Physics of Fluids*, 25(8) :1328–1332, 08/00 1982.
- [3] Favre A., Gaviglio J., and Dumas R. Mesures de la corrélation dans le temps et l'espace et spectres de la turbulence en soufflerie. *Publ. Sci. et Tech. Ministère Air*, 251 :293–309, 1951. [109](#)
- [4] Favre A., Gaviglio J., and Dumas R. Corrélation dans le temps et l'espace, avec filtre de bande, en aval d'une grille de turbulence. *La Recherche Aeronautique*, 40 :7–14, 1954. [109](#)
- [5] Jensen A. and Pedersen G. K. Optimization of acceleration measurements using piv. *Measurement Science and Technology*, 15(11) :2275–2283, 2004. [49](#)
- [6] La Porta A., Voth G. A., Crawford A. M., Alexander J., and Bodenschatz E. Fluid particle accelerations in fully developed turbulence. *Nature*, 409(6823) :1017–1019, 02/22 2001. [135](#)
- [7] Sirivat A. and Warhaft Z. The mixing of passive helium and temperature fluctuations in grid turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 120 :475–504, 1982. [12](#)
- [8] Sirivat A. and Warhaft Z. The mixing of passive helium and temperature fluctuations in grid turbulence. *Journal of Fluid Mechanics Digital Archive*, 120(-1) :475, 1982.
- [9] Castaing B., Gagne Y., and Hopfinger E. J. Velocity probability density functions of high reynolds number turbulence. *Physica D*, 46 :177–200, 1990. [139](#)

- [10] Lehmann B., Nobach H., and Tropea C. Measurement of acceleration using the laser doppler technique. *Measurement Science and Technology*, 13(9) :1367–1381, 2002.
- [11] Michelot C. *Développement d'un modèle stochastique lagrangien. Application à la dispersion et à la chimie de l'atmosphère*. PhD thesis, Ecole Centrale de Lyon, 1996. Numéro d'ordre 96-57. 135
- [12] Poelma C., Westerweel J., and Ooms G. Particle-fluid interactions in grid-generated turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 589(-1) :315, 2007.
- [13] Gibson C.H. and Schwarz W.H. The universal equilibrium spectra of turbulent velocity and scalar fields. *Journal of Fluid Mechanics*, 16 :365–384, 1963. 89, 103, 147
- [14] Chareyron D. *Développement de méthodes instrumentales en vue de l'étude Lagrangienne de l'évaporation dans une turbulence homogène isotrope*. PhD thesis, Ecole Centrale de Lyon, 2009. Numéro d'ordre 2009-33.
- [15] Squires K. D. and Eaton J. K. Lagrangian and eulerian statistics obtained from direct numerical simulations of homogeneous turbulence. *Physics of Fluids A : Fluid Dynamics*, 3(1) :130–143, 01/00 1991.
- [16] Kurtulus D.F. and al. Unsteady aerodynamic forces estimation on a square cylinder by tr-piv. *Exp. Fluids*, 42 :185–196, 2008. 38
- [17] Leith E. and Upatnieks J. Microscopy by wavefront reconstruction. *Journal of Optical Society of America*, 55 :569–570, 1965.
- [18] Mell W. E., Kosaly G., and Riley J. J. The length-scale dependence of scalar mixing. *Physics of Fluids A : Fluid Dynamics*, 3(10) :2474–2476, 10/00 1991.
- [19] Kerhervé F., Fitzpatrick J., and Chatellier L. A sensitivity analysis of the point reference global correlation (prgc) technique for spatio-temporal correlations in turbulent flows. *Experiments in Fluids*, 44(4) :577–589, 04/01 2008.
- [20] Mayinger F. and Feldman O. *Optical Measurements : Techniques and Applications, 2nd edition*. Springer, 2001. 53
- [21] Roddier F. *Distributions et Transformation de Fourier*. Ediscience, 1978. 164
- [22] Scarano F. Iterative image deformation methods in piv. *Measurements Science And Technology*, 38 :R1–R19, 2002. 38, 46
- [23] Scarano F. and Riethmuller M. L. Advances in iterative multigrid piv image processing. *Experiments in Fluids*, 29 :S51–S60, 2000. 44
- [24] Comte-Bellot G. and Bailly C. *Turbulence*. CNRS Editions, 2003. 150

- [25] Comte-Bellot G. and Corrsin S. The use of a contraction to improve the isotropy of grid-generated turbulence. *Journal of Fluid Mechanics Digital Archive*, 25(04) :657, 1966. [102](#)
- [26] Comte-Bellot G. and Corrsin S. Simple eulerian time correlation of full-and narrow-band velocity signals in grid-generated, isotropic turbulence. *Journal of Fluid Mechanics Digital Archive*, 48(02) :273, 1971. [27](#), [38](#), [47](#), [85](#), [108](#), [178](#)
- [27] Wei G., Vinkovic I., Shao L., and Simoëns S. Corrélations de vitesse lagrangienne et échelle intégrale temporelle en simulation des grandes échelles. *Compte Rendus de l'académie des sciences*, 334(5) :298–303, 2006.
- [28] Taylor G.I. Diffusion by continuous movements. *Scientific Papers. Cambridge University Press*, 2 :172–184, 1921.
- [29] Snyder W. H. and Lumley J. L. Some measurements of particle velocity autocorrelation functions in a turbulent flow. *Journal of Fluid Mechanics Digital Archive*, 48(01) :41, 1971.
- [30] Tennekes H. Eulerian and lagrangian time microscales in isotropic turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 67, part3 :561–567, 1974. [111](#)
- [31] Tennekes H. Eulerian and lagrangian time microscales in isotropic turbulence. *Journal of Fluid Mech.*, 67 :561–567, 1974. [111](#)
- [32] Tennekes H. and Lumley J. L. *A first course in turbulence*. The MIT pressf, 1972. [103](#)
- [33] Huang H.T., Fiedler H.E., and Wang J.J. Limitation and improvement of piv, part1 and part2. *Experiments in Fluids*, 15 :168–174, 263–273, 1993. [46](#)
- [34] Vinkovic I., Aguirre C., Simoëns S., and Gence J.-N. Couplage d'un modèle stochastique lagrangien sous-maille avec une simulation grandes échelles. *Comptes Rendus Mécanique*, 333(4) :325–330, 4 2005. [135](#), [145](#)
- [35] Balsey J. and al. Experimental investigation of global structures in an incompressible cavity flow using tile-resolved piv. *Exp. Fluids*, 50 :905–918, 2011. [38](#)
- [36] Borowsky J. and Wei T. Simultaneous velocimetry/accelerometry measurements in a turbulent two-phase pipe flow. *Experiments in Fluids*, 41(1) :13–20, 07/01 2006.
- [37] Hill R. J. and Thoroddsen S. T. Experimental evaluation of acceleration correlations for locally isotropic turbulence. *Physical Review E*, 55(2) :1600, /02/1/ 1997.
- [38] Sheng J., Malkiel E., and Katz J. Single beam two-views holographic particle image velocimetry. *Appl. Opt.*, 42 :235–250, 2003.

- [39] Shlien D. J. and Corrsin S. A measurement of lagrangian velocity autocorrelation in approximately isotropic turbulence. *Journal of Fluid Mechanics Digital Archive*, 62(02) :255, 1974. [110](#)
- [40] Thomson D. J. Dispersion of particle pairs and decay of scalar fields in isotropic turbulence. *Physics of Fluids*, 15(3) :801–813, 03/00 2003.
- [41] Westerweel J. *Digital particle image velocimetry*. PhD thesis, Delft university, 1993. [44](#)
- [42] Foucaut J.-M., Carlier J., and Stanislas M. Piv optimization for the study of turbulent flow using spectral analysis. *Meas. Sci. Technol.*, 15 :1046–1058, 2004.
- [43] Vincot J.-Y. and al. Passive scalar dispersion in a turbulent boundary layer from a line source at the wall and downstream of an obstacle. *Journal of Fluid Mechanics*, 424 :127–167, 2000. [53](#)
- [44] Jayesh and Warhaft Z. Turbulent penetration of a thermally stratified interfacial layer in a wind tunnel. *Journal of Fluid Mechanics*, 277 :23–54, 1994. [135](#)
- [45] Batchelor G. K. Small-scale variation of convected quantities like temperature in turbulent fluid. part 1. general discussion and the case of small conductivity. *Journal of Fluid Mech.*, 5 :113–133, 1959.
- [46] Batchelor G. K. and Townsend A. A. The nature of turbulent motion at large wave-numbers. *Proc. Roy. Soc. A*, 199 :238–255, 1949. [52](#), [136](#)
- [47] Christensen K. and Adrian R. Measurement of instantaneous eulerian acceleration fields by particle image accelerometry : method and accuracy. *Experiments in Fluids*, 33(6) :759–769, 12/01 2002. [49](#), [52](#)
- [48] Prasad A. K. Particle image velocimetry. *Current Science*, 79 :51–60, 2000. [181](#)
- [49] Young P. K. and Pope S. B. Lagrangian statistics from direct numerical simulations of isotropic turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 207 :531–586, 1989. [139](#)
- [50] Biferale L., Bodenschatz E., Cencini M., Lanotte A. S., Ouellette N. T., Toschi F., and Xu H. Lagrangian structure functions in turbulence : A quantitative comparison between experiment and direct numerical simulation. *Physics of Fluids*, 20(6) :065103–12, 06/00 2008.
- [51] Broquet L. *Application de la fluorescence induite par laser à l'étude du mélange d'espèces en turbulence de grille*. PhD thesis, Université Claude Bernard Lyon 1, 1997. Numéro d'ordre 200-97. [5](#), [33](#), [53](#), [60](#), [182](#)

- [52] Chatellier L. and Fitzpatrick J. Spatio-temporal correlation analysis of turbulent flows using global and single-point measurements. *Experiments in Fluids*, 38(5) :563–575, 05/01 2005.
- [53] Chevillard L., Roux S. G., Leveque E., Mordant N., Pinton J.-F., and Arneodo A. Intermittency of velocity time increments in turbulence. *Physical Review Letters*, 95(6) :064501–4, 08/05 2005.
- [54] Jakobsen M. L., Dewhurst T. P., and Greated C. A. Particle image velocimetry for predictions of acceleration fields and force within fluid flows. *Measurement Science and Technology*, 8 :1502–1516, 1997. 49, 52
- [55] Mydlarski L. and Warhaft Z. Passive scalar statistics in high-péclet-number grid turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 358(-1) :135, 1998.
- [56] Perret L., Braud P., Fourment C., David L., and Delville J. 3-component acceleration field measurement by dual-time stereoscopic particle image velocimetry. *Experiments in Fluids*, 40(5) :813–824, 05/01 2006. 49
- [57] Sawford B. L. Reynolds number effects in lagrangian stochastic models of turbulent dispersion. *Physics of Fluids A : Fluid Dynamics*, 3(6) :1577–1586, 06/00 1991.
- [58] Ayrault M. and Simoëns S. Turbulent concentration determination in gas flow using multiple ccd cameras. *Journal of Flow Visualization and Image Processing*, 2 :195, 1995.
- [59] Pinsky M., Khain A., and Tsinober A. Accelerations in isotropic and homogeneous turbulence and taylor’s hypothesis. *Physics of Fluids*, 12(12) :3195–3204, 12/00 2000.
- [60] Raffel M., Willert C., and Kompenhans J. *Particle Image Velocimetry : A Practicle Guide*. Springer, 2002. 38
- [61] Raffel M., Willert C. E., Wereley S. T., and Kompenhans J. *Particle Image Velocimetry : A practical guide*. Springer, 2nd edition edition, 2007. 38, 181
- [62] Stanislas M., Okamoto K., and Kähler C. Main results of the first international piv challenge 2003. *Meas. Sci. Technol.*, 14 :R63–R89, 2003. 38, 91, 181
- [63] Stanislas M., Okamoto K., Kähler C., and Westerweel J. Main results of the second international piv challenge 2005. *Experiments in Fluids*, 39 :170–191, 2005. 38, 135
- [64] Frenkiel F. N. and Klebanoff P. S. Space-time correlations in turbulence. pages 257–274, 1966. 109, 111, 137
- [65] Frenkiel F. N. and Klebanoff P. S. Higher-order correlations in a turbulent field. *The Physics of Fluids*, 10 :507–520, 1967. 62

- [66] Kolmogorov A. N. The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large reynolds numbers. *Dokl. Akad. Nauk SSSR*, 30 :301–305, 1941.
- [67] Kolmogorov A. N. A refinement of previous hypothesis concerning the local structure of turbulence in a viscous incompressible fluid at high reynolds number. *Journal of Fluid Mechanics*, 13 :82–85, 1962. [137](#)
- [68] Mordant N., Metz P., Michel O., and Pinton J.-F. Measurement of lagrangian velocity in fully developed turbulence. *Physical Review Letters*, 87(21) :214501, 11/02 2001. [137](#), [139](#)
- [69] Dong P., Hsu T., Atsavapranee P., and Wei T. Digital particle image accelerometry. *Experiments in Fluids*, 30(6) :626–632, 06/15 2001. [49](#)
- [70] Sreenivasan K. R. and Antonia R. A. The phenomenology of small-scale turbulence. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 29 :435–72, 1997. [135](#)
- [71] Sreenivasan K. R., Tavoularis S., Henry R., and Corrsin S. Temperature fluctuations and scales in grid-generated turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 100 :597–621, 1980. [12](#)
- [72] Sreenivasan K. R., Tavoularis S., Henry R., and Corrsin S. Temperature fluctuations and scales in grid-generated turbulence. *Journal of Fluid Mechanics Digital Archive*, 100(03) :597, 1980. [79](#), [85](#)
- [73] Keane R.D. and Adrian R.J. Optimization of particle image velocimeters, part1 and part2. *Meas. Sci. Technol.*, 1-2 :1202–1215, 963–974, 1990-1991. [38](#), [46](#)
- [74] Ayyalasomayajula S., Warhaft Z., and Collins L. R. Modeling inertial particle acceleration statistics in isotropic turbulence. *Physics of Fluids*, 20(9) :095104–9, 09/00 2008.
- [75] Bendat J. S. and Piersol A. G. *Random Data : Analysis & Measurement Procedures*. Wiley-Interscience, 3rd edition edition, 2000.
- [76] Boucherit S., Bouamama L., Benchickh H., Lenoir J.-M., and Simoëns S. Three-dimensional solid particle positions in a flow via multiangle off-axis digital holography. *Optics Letters*, 33(18) :2095–2097, 09/15 2008. [50](#)
- [77] Corrsin S. On the spectrum of isotropic temperature fluctuations in an isotropic turbulence. *Journal of Applied Physics*, 22 :469–473, 1951.
- [78] Corrsin S. Estimates of the relations between eulerian and lagrangian scales in large reynolds number turbulence. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 20 :115–119, 1963.
- [79] Corrsin S. *Turbulence : experimental methods*. Handbuch der Physik 8, 1963. [33](#)

- [80] Corrsin S. Further generalisation of onsager's cascade model for turbulent spectra. *Phys. Fluids*, 7 :1156–1159, 1964.
- [81] Ferrari S. and Rossi L. Particle tracking velocimetry and accelerometry (ptva) measurements applied to quasi-two-dimensional multi-scale flows. *Experiments in Fluids*, 44(6) :873–886, 06/01 2008.
- [82] Gerashchenko S., Sharp N. S., Neuscamman S., and Warhaft Z. Lagrangian measurements of inertial particle accelerations in a turbulent boundary layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 617(-1) :255, 2008.
- [83] Kuo A. Y. S. and Corrsin S. Experiments on internal intermittency and fine-structure distribution functions in fully turbulent fluid. *Journal of Fluid Mechanics*, 50 :285–319, 1971. [135](#), [137](#)
- [84] Monin A. S. and Yaglom A. M. *Statistical Fluid Mechanics*. MIT Press, 1971. [135](#)
- [85] Nogueira S., Sousa R. G., Pinto A. M. F. R., Riethmuller M. L., and Campos J. B. L. M. Simultaneous piv and pulsed shadow technique in slug flow : a solution for optical problems. *Experiments in Fluids*, 35(6) :598–609, 12/01 2003. [38](#)
- [86] Simoëns S. *Applications de l'analyse d'images à des phénomènes de mélange et de dispersion turbulents*. PhD thesis, Ecole Centrale de Lyon, 1992. Numéro d'ordre 92-29. [33](#), [38](#), [53](#), [181](#), [184](#)
- [87] Simoëns S. and Ayrault M. Concentration flux measurements of a scalar quantity in turbulent flows. *Experiments in Fluids*, 16 :273–224, 1994. [33](#), [53](#)
- [88] Simoëns S. and Ayrault M. *Cours de Master : Techniques expérimentales en mécanique des fluides*. Ecole Doctorale MEGA ; ECL, UCBL, INSA, 2005. [56](#), [181](#)
- [89] Arista T. and Cardone G. Analysis of interpolation schemes for image deformation. *Experiments in Fluids*, 38 :233–243, 2005. [46](#)
- [90] Favelier T. *Couplage de la vélocimétrie par images de particules en deux temps avec la décomposition en modes propres pour la caractérisation d'un écoulement*. PhD thesis, Université Claude Bernard Lyon 1, 2006. Numéro d'ordre 16-2006. [49](#)
- [91] Gotoh T., Rogallo R. S., Herring J. R., and Kraichnan R. H. Lagrangian velocity correlations in homogeneous isotropic turbulence. *Physics of Fluids A : Fluid Dynamics*, 5(11) :2846–2864, 11/00 1993.
- [92] Katsuyama T. and al. Intermittency and scaling property of band-pass-filtered signals in moderate-reynolds-number turbulent flows. *Physical Review E*, 49 :4052–4059, 1994.

- [93] Roesgen T. Optimal subpixel interpolation in particle image velocimetry. *Experiments in Fluids*, 35 :252–256, 2003. 44
- [94] Jiang T.-L. and O’Brien E. E. Simulation of scalar mixing by stationary isotropic turbulence. *Physics of Fluids A : Fluid Dynamics*, 3(6) :1612–1624, 06/00 1991.
- [95] Frisch U. *The legacy of A. N. Kolmogorov*. Cambridge University Press, 1995. 135, 136
- [96] Schnars U. and Jüptner W. P. O. Digital recording and reconstruction of holograms in hologram interferometry and shearography. *Appl. Opt.*, 33 :4373–4377, 1994.
- [97] Guoxin W. *Modélisation stochastique du champ Lagrangien des vitesses de sous-maille en Simulation Numérique des grandes échelles*. PhD thesis, Ecole Centrale de Lyon, Numéro d’ordre 2005-52 1995.
- [98] Van Atta C. W. and Chen W. Y. Measurements of spectral energy transfer in grid turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 38 :743–763, 1969. 12
- [99] Liu X. and Katz J. Instantaneous pressure and material acceleration measurements using a four-exposure piv system. *Experiments in Fluids*, 41(2) :227–240, 08/01 2006.
- [100] Kaneda Y. Lagrangian and eulerian time correlations in turbulence. *Physics of Fluids A : Fluid Dynamics*, 5(11) :2835–2845, 11/00 1993.
- [101] Kaneda Y. and Gotoh T. Lagrangian velocity autocorrelation in isotropic turbulence. *Physics of Fluids A : Fluid Dynamics*, 3(8) :1924–1933, 08/00 1991.
- [102] Kaneda Y., Ishihara T., and Gotoh K. Taylor expansions in powers of time of lagrangian and eulerian two-point two-time velocity correlations in turbulence. *Physics of Fluids*, 11(8) :2154–2166, 08/00 1999.
- [103] Sato Y. and Yamamoto K. Lagrangian measurement of fluid-particle motion in an isotropic turbulent field. *Journal of Fluid Mechanics*, 175 :183–190, 1987.
- [104] Warhaft Z. The use of dual heat injection to infer scalar covariance decay in grid turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 104 :93–109, 1981. 12
- [105] Warhaft Z. The use of dual heat injection to infer scalar covariance decay in grid turbulence. *Journal of Fluid Mechanics Digital Archive*, 104(-1) :93, 1981.
- [106] Warhaft Z. The interference of thermal fields from line sources in grid turbulence. *Journal of Fluid Mechanics Digital Archive*, 144(-1) :363, 1984.

- [107] Warhaft Z. and Lumley J. L. An experimental study of the decay of temperature fluctuations in grid-generated turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 88 :659–684, 1978. [12](#)
- [108] Warhaft Z. and Lumley J. L. An experimental study of the decay of temperature fluctuations in grid-generated turbulence. *Journal of Fluid Mechanics Digital Archive*, 88(04) :659, 1978.