



Approche micromécanique de la capillarité dans les milieux granulaires : rétention d'eau et comportement mécanique

Jean-Philippe Gras

► To cite this version:

Jean-Philippe Gras. Approche micromécanique de la capillarité dans les milieux granulaires : rétention d'eau et comportement mécanique. Mécanique des matériaux [physics.class-ph]. Université Montpellier II - Sciences et Techniques du Languedoc, 2011. Français. NNT : 2011MON20049 . tel-00821687

HAL Id: tel-00821687

<https://theses.hal.science/tel-00821687>

Submitted on 11 May 2013

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITE MONTPELLIER 2
— Sciences et Techniques du Languedoc —

THESE

pour obtenir le grade de
DOCTEUR DE L'UNIVERSITE MONTPELLIER 2

Spécialité : Mécanique et Génie Civil.
Formation doctorale : Mécanique des matériaux et des milieux complexes,
des structures et des systèmes.
Ecole doctorale : Informations, Structures, Systèmes.

Approche micromécanique de la capillarité
dans les milieux granulaires :
rétention d'eau et comportement mécanique

par

Jean-Philippe GRAS

Soutenue publiquement le 25 Mars 2011 devant le jury composé de :

O. MILLET	Maître de Conférences à l'université La Rochelle	Président
T. HUECKEL	Professeur à Duke University, Durham	Rapporteur
F. NICOT	Directeur de Recherche au Cemagref, Grenoble	Rapporteur
S. TAIBI	Maître de Conférences à l'Université du Havre	Rapporteur
F. SOULIE	Maître de Conférences à l'Université Montpellier 2	Examineur
J.-Y. DELENNE	Maître de Conférences à l'Université Montpellier 2	Co-directeur de thèse
M. S. EL YOUSOUFI	Professeur à l'Université Montpellier 2	Directeur de thèse

Sans certaines personnes, certaines rencontres, cette thèse n'aurait jamais été ce qu'elle est. A travers ces quelques lignes, je tiens à leur exprimer toute ma gratitude. Pour commencer, je tiens à remercier Jean-Yves Delenne et Moulay Saïd El Youssoufi qui m'ont accordé toute leur confiance pour réaliser ce travail sous leur direction. Par leurs compétences scientifiques et leur investissement, ils m'ont beaucoup appris et apporté.

Je suis très reconnaissant envers Thomasz Hueckel, François Nicot et Saïd Taïbi pour avoir accepté la lourde tâche de rapporter mes travaux ainsi qu'à Olivier Millet pour avoir bien voulu présider le jury de ma soutenance.

Je tiens à remercier tous les membres de l'équipe PMMG et CMH pour leur gentillesse ainsi que pour le cadre de travail fourni idéal pour le déroulement d'une thèse, et plus généralement tous les membres du LMGC pour leur accueil. Un merci aussi à toute l'équipe d'enseignement de l'IUT de Nîmes. Je tiens à remercier Gilles Camp et Alain Clary pour leur accueil à la halle, pour la réalisation experte de nombreuses pièces insolites et leur implication dans le montage progressif de l'expérience. Je remercie aussi Bertrand Wattrisse pour m'avoir donné les clés pour l'analyse d'images, Jean-Claude Bénét pour les discussions autour de la succion, Christian Saix pour son aide durant mon stage de Master 2 et Farhang Radjaï pour ses conseils précieux. Un merci aussi à mes prédécesseurs sur la capillarité au LMGC, Vincent Richefeu et Fabien Soulié qui m'ont transmis un héritage conséquent et m'ont fourni une aide de premier plan au cours de ces années. Je remercie par la même occasion Fabien pour avoir accepté d'examiner mes travaux. Enfin, je tiens à remercier Reine Causse pour m'avoir guidé efficacement dans les rouages de l'administration.

Je remercie bien évidemment mes collègues doctorants et post-doctorants avec qui j'ai passé de très bons moments au cours de ces années. Je pense notamment à Mouloud Mansouri, Edward Romero, Yoann Chelin, Rafik Affes et bien sûr à Samuel Ouoba et Baptiste Saint-Cyr avec qui j'ai longuement partagé le bureau dans la bonne humeur. Un merci aussi à Cyril Bordreuil et Julien Chapuis, et sans oublier Alejandra Ramirez Martinez qui m'ont accompagné durant l'été de la rédaction. Je souhaite remercier deux anciens du bureau 240, Simon Salager et François Ouedraogo, qui m'ont bien épaulé lors de mon stage de Master 2. Merci aussi aux récents docteurs pour leurs tuyaux, je pense en particulier à Charles Voivret, Alexandre Martin et Emilien Azéma.

Je tiens à remercier Laurence et Hector qui m'ont bien dépanné à trois semaines du dénouement, les chatelins pour le prêt régulier du pied de l'appareil photo et Nouchine pour son importante contribution au pot de thèse. Je remercie fortement tous mes amis pour leur présence bienfaitrice dans ma vie et qui sont venus pour la plupart me soutenir le jour de la soutenance.

Un énorme merci pour mes grands parents, mes oncles et tantes, mes cousins et cousines, mon frère et bien sûr mes parents pour leur soutien tout au long de mes études, qui se sont déplacés en nombre pour la soutenance et en ont bien garni le pot. Enfin, je remercie du fond du cœur Négui, qui m'a soutenu, supporté et encouragé au cours de ces trois dernières années.

Table des matières

Introduction générale	5
1 Milieux granulaires humides	9
1.1 Introduction	10
1.2 L'eau dans les milieux granulaires humides	10
1.2.1 Paramètres de description du milieu	10
1.2.2 Etats hydriques	12
1.2.3 Capillarité, adsorption	12
1.2.4 Mouillage d'un solide par un liquide	14
1.2.5 Succion et rétention d'eau	16
1.3 Comportement mécanique	20
1.3.1 Cohésion des milieux granulaires humides	20
1.3.2 Quelle(s) contrainte(s) ?	23
1.3.3 Effet de la succion et de la teneur en eau sur le cisaillement	26
1.3.4 Effet de la succion sur la déformation volumique	29
1.4 Choix d'une approche	30
1.4.1 Méthodes discrètes	30
1.4.2 Répartition de l'eau	32
1.5 Conclusion	34

2	Etude théorique du pont liquide	35
2.1	Introduction	36
2.2	Généralités sur les ponts liquides	36
2.2.1	Equation de Young-Laplace	37
2.2.2	Existence et forme du pont liquide	39
2.2.3	Force de capillarité	42
2.2.4	Effet de la gravité, de la rugosité et de la viscosité	44
2.3	Modélisation du pont liquide	47
2.3.1	Méthode basée sur la résolution de l'équation différentielle de Young-Laplace	48
2.3.2	Approximation toroïdale	50
2.3.3	Description des variables adimensionnées	55
2.3.4	Comparaison des résultats avec des expressions de la littérature	56
2.4	Variable de contrôle : succion	58
2.4.1	Essai de traction à succion constante, influence de la succion	58
2.4.2	Influence des paramètres caractéristiques du doublet	60
2.4.3	Distance de rupture	70
2.5	Conclusion	71
3	Etude expérimentale du pont liquide	73
3.1	Introduction	74
3.2	Description des dispositifs expérimentaux mis en oeuvre	74
3.2.1	Dispositif d'imposition de la succion et de traction	74
3.2.2	Traitement d'image	81
3.2.3	Dispositif de mesure de la tension superficielle	83
3.3	Essais de traction à succion constante	84
3.3.1	Résultats expérimentaux	84
3.3.2	Comparaison avec des essais de traction à volume constant	86
3.3.3	Comparaison avec le modèle	88
3.4	Hystérésis de mouillage et de séchage	95
3.5	Phénomène de coalescence	97
3.6	Conclusion	100

4	Description de la méthode numérique	101
4.1	Introduction	102
4.2	Lois de comportement locales	102
4.2.1	Description du milieu granulaire	102
4.2.2	Effort normal de contact	104
4.2.3	Effort normal de cohésion et répartition de l'eau	105
4.2.4	Effort tangentiel au contact	108
4.3	Mise en oeuvre de la méthode	109
4.3.1	Algorithme Velocity Verlet	109
4.3.2	Paramètres de simulation	110
4.3.3	Optimisation	112
4.4	Simulations et post-traitement d'essais mécaniques	112
4.4.1	Contrôle de la granulométrie	113
4.4.2	Essais mécaniques	114
4.4.3	Post-traitement	115
4.5	Conclusion	116
5	Courbe de rétention	117
5.1	Introduction	118
5.2	Description de la courbe de rétention	118
5.3	Description des méthodes expérimentales utilisées	121
5.3.1	Plaque tensiométrique	122
5.3.2	Plaque de pression	123
5.3.3	Banc de sorption	125
5.3.4	Protocole de mesure de la teneur en eau	126
5.4	Courbes de rétention expérimentales	126
5.4.1	Intérêt de la plaque tensiométrique pour les matériaux grossiers	127
5.4.2	Résultats et analyses des courbes de rétention	129
5.4.3	Comparaison aux données de la littérature	131
5.5	Modélisation de la courbe de rétention	132
5.5.1	Etat de l'art	132
5.5.2	Résultats de la méthode DM	133
5.5.3	Comparaison des résultats expérimentaux et des résultats de modélisation	137

5.5.4	Une approche simplifiée du domaine funiculaire	139
5.6	Conclusion	141
6	Simulation du comportement mécanique	143
6.1	Introduction	144
6.2	Etude des contraintes internes d'origine capillaire	144
6.2.1	Evolution de la contrainte "capillaire" avec la succion	146
6.2.2	Prise en compte de la rugosité des particules	148
6.3	Compression simple à gravité nulle	149
6.3.1	Etude de l'influence de la succion	151
6.3.2	Etude de l'influence de la rugosité	156
6.3.3	Comparaison entre différentes méthodes de répartition de l'eau	158
6.4	Œdomètre	161
6.5	Conclusion	165
	Conclusion générale	167
	Bilan	167
	Perspectives	170
A	Etude du pont liquide à partir d'une approximation basé sur un polynôme	181

Introduction générale

Les milieux granulaires, qui sont des milieux formés par une collection de particules, sont très répandus dans notre environnement. Certains aspects des milieux granulaires se manifestent dans la création des dunes, les glissements de terrains, les avalanches de roches et de neige, ou même dans les anneaux de Saturne... De nombreux secteurs de l'industrie utilisent des milieux granulaires. On peut citer l'activité minière (extraction de minerais, transport...), le bâtiment et le génie civil (bétons, bitumes, remblais...), l'industrie chimique (combustibles, catalyseurs), l'industrie pharmaceutique (manipulation de poudres...), l'agroalimentaire (céréales, aliments), l'agronomie (sols). Dans ces domaines, de nombreux procédés ont été mis au point de manière empirique [32] pour répondre aux problèmes de stockage, de transport, de mélange, d'écoulement, de compactage, de transformations propres à ces milieux. Par ailleurs, les milieux granulaires présentent souvent des comportements génériques surprenants (dilatance, ségrégation, effet de voûtes, avalanche...). La connaissance des mécanismes mis en jeu dans ces comportements ainsi que dans les procédés industriels reste cependant un problème ouvert [54, 32, 38]. Pour ces différentes raisons, ces milieux ont suscité et suscitent encore l'intérêt de nombreux scientifiques.

De par leur caractère divisé, les milieux granulaires ont un comportement qui trouve son origine à différentes échelles (figure 1). On peut différencier l'échelle microscopique des interactions et des particules, de l'échelle mésoscopique relative à l'assemblage de plusieurs particules. Enfin à l'échelle macroscopique, il est possible de déterminer un Volume Élémentaire Représentatif (VER) du milieu granulaire, élément de base de la structure. Le comportement de ces milieux et notamment du VER dépend donc en partie (figure 1) :

- des propriétés géométriques et physiques des particules,
- des interactions entre particules voisines (contact, frottement, adhésion, ...),
- de la texture (arrangement, orientation des grains, ...),

Dans le cadre de ce travail, on s'intéressera plus particulièrement à la description précise de la

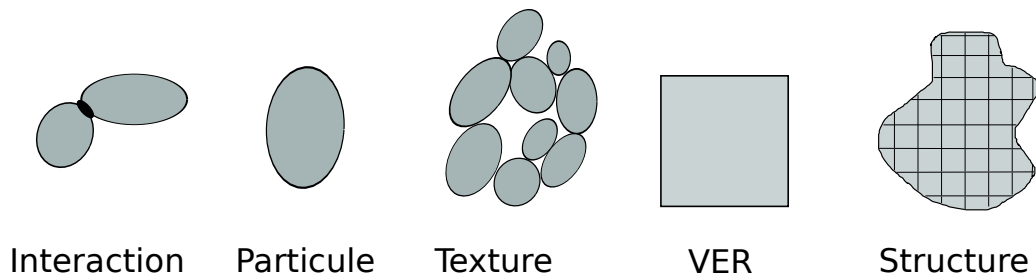


FIGURE 1 – *Différentes échelles d'un milieu granulaire.*

micromécanique des interactions d'adhésion entre particules et de son influence sur le comportement macroscopique du matériau. Les influences de la forme des particules ainsi que de la texture du milieu ne seront pas étudiées.

Les méthodes numériques par éléments discrets sont des méthodes multi-échelles bien adaptées à la nature discrète des milieux granulaires et à la séparation évidente des échelles microscopique, mésoscopique et macroscopique dans ces milieux (figure 1). Ces méthodes ont connu des développements très importants sur les trente dernières années. Elles permettent par une prise en compte des informations au niveau des grains, et de leurs interactions, d'accéder au comportement macroscopique du milieu. Ces méthodes s'appuient sur des modèles et n'ont pas la prétention de représenter le milieu réel dans toute sa complexité (nombre et forme des grains, diversité des interactions...). Elles se limitent le plus souvent à l'étude du VER mais sont des outils pertinents pour la compréhension de la physique des milieux granulaires.

Dans le cadre de cette étude, on s'intéresse plus particulièrement aux milieux granulaires humides. L'intérêt de cette étude porte sur la cohésion par capillarité, conséquence de la présence de ponts liquides entre les grains. Ce phénomène a son importance dans de nombreuses problématiques en géotechnique (glissement de terrain, construction sur sol non saturé...), science des sols (rétention d'eau...), industries pharmaceutiques (compaction de poudres cohésives)... La méthode par éléments discrets a permis de reproduire certains traits du comportement mécanique des milieux granulaires humides dans le cas de sollicitations quasi-statiques en 2D [51, 34, 64] ou en 3D [117, 106, 112]. Certains résultats remarquables associent représentation qualitative et quantitative du comportement mécanique lors d'essais de compression simple [116, 104] et de cisaillement direct [104] malgré une distribution très simplifiée de l'eau dans le milieu. De nombreuses questions restent néanmoins encore en suspens dans le cas de ces milieux non saturés. La validité du concept de contrainte effective, la répartition de l'eau dans le milieu dans les domaines pendulaire et funiculaire, la modélisation du comportement mécanique aux fortes succions, la modélisation de la courbe de rétention et du phénomène d'effondrement, l'explication de l'existence d'un plateau de cohésion dans une certaine gamme de teneurs en eau, sont autant de verrous scientifiques qui suscitent l'intérêt de la communauté.

L'objectif de cette étude est d'apporter une contribution à la compréhension et à la modélisation du comportement mécanique de milieux granulaires humides. La méthode utilisée pour la modélisation est basée sur une méthode par éléments discrets. Une part importante du tra-

vail concerne la gestion de la répartition de l'eau dans le milieu ainsi que le calcul des forces d'attraction entre les grains générées par la présence de ponts liquides. Un aspect original de ce travail est de confronter études expérimentale et théorique au niveau local et au niveau macroscopique. La grande partie de ce travail est limitée aux faibles teneurs en eau. Néanmoins, quelques investigations ont été faites aux niveaux expérimental et numérique en vue d'une extension de ce travail à des teneurs en eau plus élevées. Ce document se décompose en six chapitres :

Le *premier chapitre* traite de généralités sur les milieux granulaires humides. Les effets de la présence d'eau et d'air dans un milieu granulaire sont présentés (phénomène de capillarité, mouillage). Les bases du comportement mécanique des milieux granulaires non saturés, et en particulier des sols, ainsi que les variables pertinentes qui pilotent le comportement du milieu, sont définies. Enfin, on présente l'approche choisie pour modéliser la répartition d'eau dans le milieu et l'approche choisie pour modéliser son comportement mécanique.

Le *second chapitre* est consacré à l'étude théorique du phénomène de capillarité au niveau du pont liquide entre deux grains. Les grains sont supposés sphériques. On commence par présenter une étude bibliographique sur le comportement d'un pont liquide. Ensuite, la modélisation générale du pont liquide est explicitée et, enfin, le cas d'un pilotage en succion est analysé en détail avec l'objectif d'établir des lois locales explicites de comportement.

Le *troisième chapitre* présente un dispositif expérimental innovant mis au point pour étudier le comportement d'un pont liquide piloté en succion. Les résultats expérimentaux d'un essai de traction à succion constante sont alors comparés aux résultats du modèle théorique. L'hystérésis de mouillage et de séchage est ensuite abordée au niveau local lors de cycles de succion à une distance intergranulaire nulle. Enfin, le phénomène de coalescence des ponts liquides, dans une configuration particulière des grains, est étudié.

Le *quatrième chapitre* décrit en détail la méthode par éléments discrets utilisée. On présente les différentes interactions de contact ainsi que les interactions liées à la présence d'eau. Les deux méthodes de répartition d'eau utilisées dans ce travail sont présentées, et notamment la méthode originale qui consiste à répartir l'eau avec un contrôle en succion. Enfin, on présente la méthodologie de prise en compte de la granularité des échantillons, des conditions aux limites lors d'essais de compression simple et de compression œdométrique, et les possibilités de post-traitement.

Le *cinquième chapitre* est consacré à la courbe de rétention des milieux granulaires. La sensibilité de la courbe de rétention à différentes variables est étudiée. Dans le domaine pendulaire, la courbe de rétention est basée sur la modélisation des ponts liquides. Elle est étendue au domaine funiculaire par deux méthodes simplifiées. La première utilise le calcul de la succion d'entrée d'air et de la teneur en eau de saturation et la seconde prend en compte numériquement la coalescence des ponts liquides. Des courbes de rétention expérimentales sur milieux modèles constitués de billes de verre ainsi que des courbes de rétention numériques sur des grains sphériques sont établies et ensuite comparées.

Le *dernier chapitre* est consacré à la simulation du comportement mécanique de milieux gra-

nulaires non saturés. Cette simulation concerne deux essais classiques : la compression simple et la compression œdométrique. On s'intéresse principalement à l'effet de la succion dans le domaine pendulaire et à la transition vers le cas limite correspondant à l'état sec. Le rôle des contraintes générées par la présence de ponts liquides entre les grains est discuté lors de chaque essai.

CHAPITRE 1

Milieux granulaires humides

Sommaire

1.1	Introduction	10
1.2	L'eau dans les milieux granulaires humides	10
1.2.1	Paramètres de description du milieu	10
1.2.2	Etats hydriques	12
1.2.3	Capillarité, adsorption	12
1.2.4	Mouillage d'un solide par un liquide	14
1.2.5	Succion et rétention d'eau	16
1.3	Comportement mécanique	20
1.3.1	Cohésion des milieux granulaires humides	20
1.3.2	Quelle(s) contrainte(s) ?	23
1.3.3	Effet de la succion et de la teneur en eau sur le cisaillement	26
1.3.4	Effet de la succion sur la déformation volumique	29
1.4	Choix d'une approche	30
1.4.1	Méthodes discrètes	30
1.4.2	Répartition de l'eau	32
1.5	Conclusion	34

1.1 Introduction

Les milieux granulaires humides (non saturés) sont des milieux constitués de trois phases (en général il s'agit d'air et de vapeur d'eau, d'eau liquide et de grains de sol) à la différence des milieux granulaires saturés et secs qui sont composés uniquement de deux phases. Le caractère non saturé des milieux granulaires humides introduit une grande complexité dans leur comportement mécanique dont de nombreuses particularités ne sont toujours pas modélisées convenablement. Dans une première partie, quelques généralités sur la description des milieux granulaires humides seront présentées. Dans un second temps, on évoquera les principales propriétés mécaniques des milieux granulaires humides dans le cadre de l'étude des sols non saturés. On s'attardera ensuite sur le choix des contraintes à utiliser pour modéliser le comportement mécanique d'un sol non saturé et on analysera les différents modèles de comportement disponibles dans la littérature ainsi que leurs avantages et leurs inconvénients. Enfin on proposera les grandes orientations du choix de modélisation que nous avons fait dans cette thèse.

1.2 L'eau dans les milieux granulaires humides

Cette section traite des généralités concernant les milieux granulaires humides. Il présente les différents paramètres utilisés pour caractériser ces milieux ainsi que les définitions de la succion et des différents états hydriques possibles dans un sol non saturé.

1.2.1 Paramètres de description du milieu

Un milieu granulaire humide est constitué de 3 phases (figure 1.1a) qui sont chacune associée à un volume et à une masse (figure 1.1b) :

- Une phase solide “s” constituée d'un ensemble de grains de formes, de tailles, de masses volumique et de compositions minéralogiques diverses.
- Une phase liquide “l” pouvant s'écouler librement ou, au contraire être liée aux grains.
- Une phase gazeuse “g” constituée le plus souvent d'air et de vapeur de liquide.

Le volume V d'un élément d'un milieu granulaire peut donc être décomposé de la façon suivante (figure 1.1b) :

$$V = V_s + V_l + V_g \quad (1.1)$$

Le volume des vides V_v entre les grains est :

$$V_v = V_l + V_g \quad (1.2)$$

Cette décomposition constitue un diagramme de phases qui est une représentation simplifiée dans la mesure où l'interface entre le liquide et l'air a des propriétés bien distinctes de l'eau classique et peut être considérée comme une phase à part entière [42].

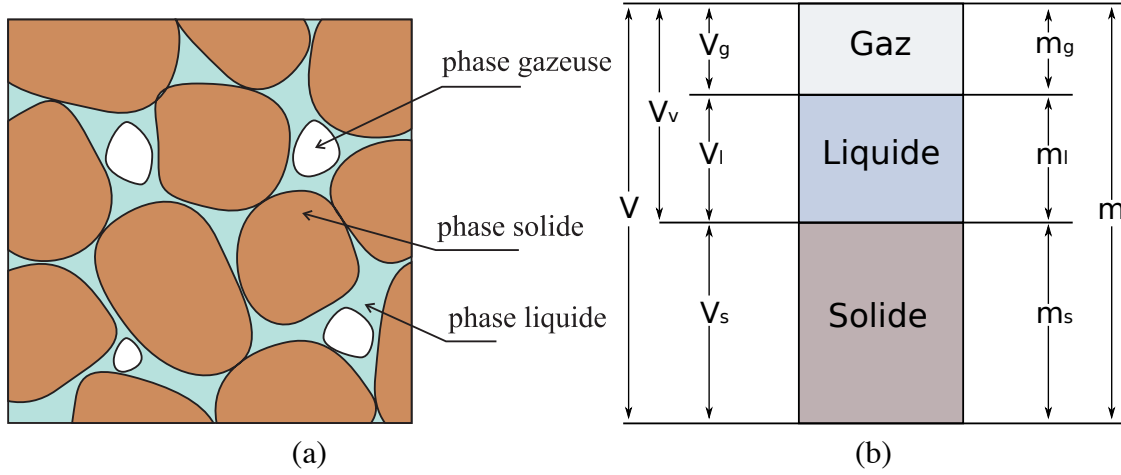


FIGURE 1.1 – (a) Schéma d'un milieu granulaire humide avec une phase gazeuse occluse. (b) Diagramme des phases pour un milieu granulaire humide.

Pour analyser le comportement mécanique des milieux granulaires humides, il faut définir certains paramètres qui se rapportent aux proportions dans lesquelles se trouvent les différentes phases (liquide, solide, gaz). La proportion de liquide est définie par la teneur en eau w qui est le rapport entre la masse liquide m_l et la masse solide m_s exprimée en pourcentage,

$$w = 100 \frac{m_l}{m_s} \quad (1.3)$$

et par le degré de saturation S_r qui est défini comme étant le rapport du volume de liquide V_l sur le volume des vides V_v :

$$S_r = 100 \frac{V_l}{V_v} \quad (1.4)$$

La phase solide étant généralement considérée comme incompressible ($V_s = \text{constante}$), il est usuel de décrire l'état de compaction d'un milieu granulaire à travers l'indice des vides défini par le rapport entre le volume des vides et le volume du solide :

$$e = \frac{V_v}{V_s} \quad (1.5)$$

De manière analogue, on peut définir la porosité n ,

$$n = \frac{V_v}{V} \quad (1.6)$$

et la compacité c .

$$c = \frac{V_s}{V} \quad (1.7)$$

Connaissant le volume de l'échantillon, la masse volumique spécifique de la phase liquide ρ_l^* (prise égale à 1000 kg.m^{-3} en conditions isothermales pour l'eau) et la masse volumique spécifique ρ_s^* de la phase solide (en général prise autour de 2650 kg.m^{-3} dans le cas des sols), l'état du sol peut être décrit en partie à l'aide des paramètres sans dimensions e et w .

1.2.2 Etats hydriques

Il est d'usage de définir 3 domaines hydriques au sein d'un milieu granulaire humide :

- Dans le domaine hygroscopique, le liquide se trouve sous forme adsorbée autour des grains. La phase liquide est discontinue et la phase gazeuse est continue (figure 1.2a).
- Pour une quantité d'eau plus importante, des ponts liquides commencent à se former entre les grains grâce aux effets de la tension superficielle et de la différence de pression entre la phase liquide et la phase gazeuse. Cet état est appelé domaine pendulaire. La phase gazeuse est continue (figure 1.2b).
- Le domaine funiculaire correspond à une quantité d'eau encore plus importante. Dans ce domaine la phase liquide est continue alors que la phase gazeuse est discontinue. L'air est piégé sous forme de bulles et de poches d'air (figure 1.2c).

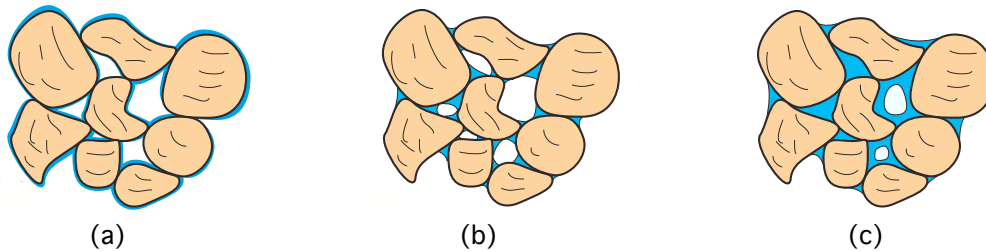


FIGURE 1.2 – Différents domaines hydriques d'un milieu granulaire : (a)-domaine hygroscopique, (b)-domaine pendulaire, (c)-domaine funiculaire (d'après [116]).

Le comportement mécanique est directement lié à la répartition de l'eau dans le milieu. Dans les domaines pendulaire et funiculaire, la présence de ponts liquides entre 2 grains ou entre plusieurs grains a pour effet de lier les grains entre eux et de générer une cohésion dans le milieu. Dans le domaine hygroscopique, le sol se comporte quasiment comme un sol sec, dans le cas de milieu assez grossier (sables). Quand le sol est quasi-saturé ($0,8 \leq S_r \leq 1$), le sol a un comportement similaire à un sol saturé en eau. Dans ce cas, l'air dans le sol se trouve sous forme de bulles isolées dans les interstices et ne joue aucun rôle dans la résistance du matériau [120]. Néanmoins, la délimitation entre les différents domaines n'est pas clairement établie et n'est toujours pas prévisible par les modèles.

1.2.3 Capillarité, adsorption

On peut distinguer deux catégories d'eau dans les milieux granulaires humides. L'eau libre qui peut circuler librement entre les grains et s'évapore lorsque le milieu est porté à une température supérieure à 100°C . Dans les milieux granulaires humides, cette eau se présente sous la forme de ponts liquides entre les grains. L'eau liée (eau adsorbée) qui constitue un film autour de chaque grains et qui est difficilement séparable de la matrice solide. Ces deux catégories d'eau sont respectivement une conséquence des phénomènes de capillarité et d'adsorption.

Capillarité :

La tension superficielle est à l'origine du phénomène de capillarité. L'origine de la tension superficielle trouve une explication au niveau moléculaire. Les molécules ne sont pas dans la même situation au sein du liquide ou à sa surface. A l'interface entre le liquide et le gaz, les molécules sont soumises à un ensemble de forces d'interaction non équilibrées, à la différence d'une molécule située au sein du liquide (figure 1.3) [47]. En effet, au sein d'une masse liquide, une molécule de liquide est soumise à un champ de force de symétrie sphérique (actions de même nature), alors qu'à l'interface liquide-gaz, une molécule de liquide est soumise à un champ de force qui n'obéit plus à une symétrie sphérique (actions d'attraction dues au liquide supérieure aux actions d'attraction dues au gaz). En conséquence, les molécules de liquide situées à l'interface sont attirées vers la masse de liquide [116]. Afin que l'interface entre le liquide et l'air soit à l'équilibre, une tension élastique est générée le long de celle-ci. D'un point de vue mécanique, c'est cette propriété de l'interface qui lui permet d'exercer une tension de surface qui est appelée tension superficielle, notée γ et exprimée en N/m . La tension superficielle dépend de la nature du liquide et est fortement influencée par la température et par les impuretés présentes dans le liquide.

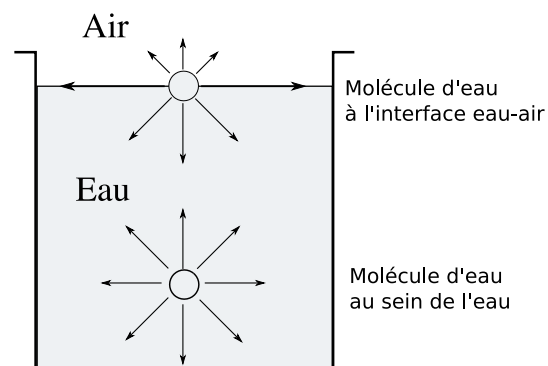


FIGURE 1.3 – Forces agissant sur une molécule d'eau au niveau de l'interface entre le liquide et l'air et au sein du liquide. Au niveau de l'interface, on note que les forces résultant de la tension superficielle sont orientées tangentiellement à l'interface.

Ainsi, la création de ponts liquides entre 2 grains, voire d'agglomérats de grains, les remontées capillaires dans les tubes fins et les forces de capillarité sont dues à la tension superficielle. L'existence de la tension superficielle se traduit principalement par deux effets :

- L'interface liquide-air se comporte comme une membrane élastique qui a tendance à maintenir les grains liés.
- La pression de la phase gazeuse et de la phase liquide de part et d'autre de l'interface sont différentes.

Le phénomène de capillarité dans les milieux granulaires se manifeste en général par l'apparition de ponts liquides concaves entre les grains (figure 1.4). Dans le cas d'un pont liquide concave, la pression de la phase gazeuse est supérieure à la pression de la phase liquide. La différence de pression ainsi que la tension superficielle sont à l'origine de la création d'une force

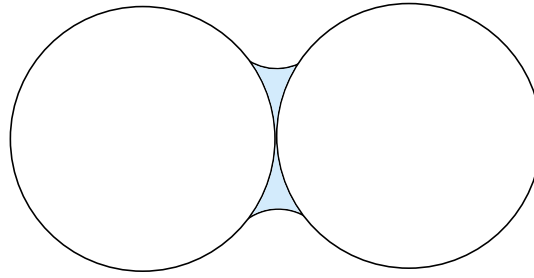


FIGURE 1.4 – Pont liquide entre deux grains sphériques.

d'attraction entre les grains appelée force capillaire et notée f_{cap} . Les ponts liquides contribuent ainsi à la cohésion du milieu granulaire non saturé.

Adsorption :

L'adsorption de l'eau par les grains a pour effet de créer un film d'eau fin autour des grains. A l'origine de cette adsorption, on peut citer les mécanismes suivants [88] :

- Les liaisons hydrogènes de type dipôle-dipôle entre les atomes d'oxygène de l'eau et les groupements hydroxyles (OH) à la surface du minéral ou entre les atomes d'hydrogène de l'eau et l'oxygène de la surface du minéral.
- L'hydratation des cations en défaut de charge qui se trouvent à la surface du minéral. Dans ce cas l'énergie d'interaction entre la phase solide et l'eau peut être jusqu'à 50 fois plus grande que dans le cas précédent.
- L'attraction par osmose résultant de l'augmentation de la concentration des cations à l'approche de la surface du grain chargée négativement.
- L'attraction de van der Waals par les forces de dispersion de London

Les mécanismes d'adsorption deviennent très importants dans les milieux fins comme les argiles. Dans cette étude, on se limite au cas de milieux tels que les sables pour lesquels l'effet des mécanismes d'adsorption est très faible voir négligeable. Il faut noter cependant que pour les teneurs en eau très faibles, ce phénomène prend le pas sur le phénomène de capillarité.

1.2.4 Mouillage d'un solide par un liquide

Le mouillage est l'étude de l'étalement de liquide déposé à la surface d'un corps solide (ou liquide)[47]. Une manière de caractériser les propriétés de mouillage d'un matériau consiste en l'étude de l'angle de contact qui se forme à l'interface entre le liquide et le substrat solide. Concernant les milieux granulaires non saturés, les propriétés de mouillage peuvent avoir de nombreuses incidences sur le comportement mécanique du milieu.

Le paramètre d'étalement S , qui mesure la différence d'énergie entre l'énergie de surface du substrat sec et mouillé, différencie le cas où le liquide mouille totalement le solide du cas où le mouillage est partiel. Il est défini par l'expression suivante [47] :

$$S = \gamma_{SV} - (\gamma_{SL} + \gamma) \quad (1.8)$$

où γ_{SV} , γ_{SL} et γ représentent respectivement la tension superficielle entre le solide et le gaz, entre le solide et le liquide et entre le liquide et le gaz. Si le paramètre S est supérieur à 0, le mouillage est total (création d'un film de liquide à la surface du substrat) et l'angle de contact θ est égal à 0. Dans le cas où S est inférieur à 0, on dit que le mouillage est partiel (figure 1.5). On distingue alors le cas du liquide "non mouillant" qui correspond à un angle de contact supérieur à $\frac{\pi}{2}$, du cas du liquide "mouillant" qui correspond à un angle de contact inférieur à $\frac{\pi}{2}$. On remarque qu'un liquide non mouillant va descendre dans un tube capillaire (cas du mercure), tandis qu'un liquide mouillant subira une ascension capillaire.

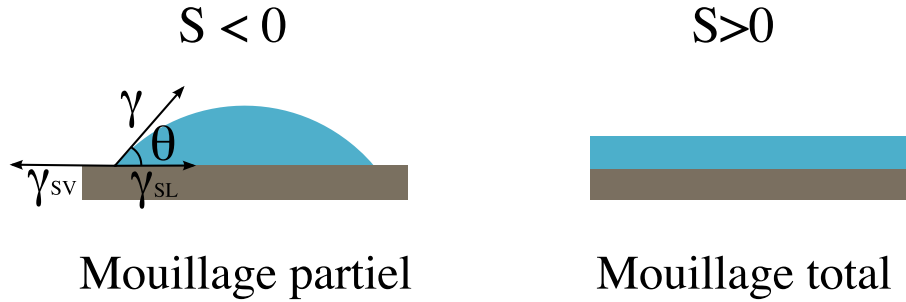


FIGURE 1.5 – Illustration du mouillage.

Considérons un solide S en contact avec un liquide L et un gaz V (les résultats sont également valables dans le cas où V est un liquide). A l'équilibre, la somme des forces s'exerçant au niveau de la ligne triple s'annule. En projection sur le plan de la surface du solide, on peut donc écrire la loi de Young-Duprè découverte en 1805 [135] :

$$\gamma_{SV} - \gamma_{SL} = \gamma \cos \theta \quad (1.9)$$

Dans les cas réels, la loi d'Young n'est pas bien vérifiée à cause des défauts de surface du grain (défauts chimiques ou aspérités) qui modifient les propriétés de glissement du fluide. Par exemple, si on fait grossir une goutte de liquide sur une surface, elle progresse en faisant un angle de contact θ_a avec la surface. Cependant, si on la force à diminuer de taille (par exemple, avec une seringue), elle le fait en formant un angle de contact $\theta_r < \theta_a$. Dans le cas général, l'angle de contact θ peut prendre toutes les valeurs intermédiaires : $\theta_r < \theta < \theta_a$. Ainsi, les angles de contact situés aux deux extrémités d'une goutte déposée sur un plan incliné peuvent varier, l'un pouvant augmenter jusqu'à θ_a et l'autre diminuer jusqu'à θ_r . Un autre exemple est la traction sur un pont liquide : dans ce cas, les défauts chimiques et les aspérités à la surface du grain impliquent que le pont liquide passe par plusieurs états métastables avec un blocage du liquide à la surface des grains (blocage de l'angle de remplissage) et une variation de l'angle de contact.

La force par unité de longueur exercée par l'interface liquide-vapeur sur le solide dans la direction parallèle à la surface au niveau de la ligne triple est [93] :

$$f = -\gamma \cos \theta \quad (1.10)$$

Dans le cas d'une hystérésis de l'angle de contact θ ($\theta_r \leq \theta \leq \theta_a$), par exemple lors d'un cycle de séchage/mouillage, cette force se situe dans la gamme :

$$-\gamma \cos \theta_r \leq f \leq -\gamma \cos \theta_a \quad (1.11)$$

L'hystérésis de l'angle de contact aura donc un effet sur les forces capillaires exercées au niveau des ponts liquides et pourra avoir des conséquences sur le comportement mécanique d'un milieu granulaire.

Il faut noter que l'angle de contact statique n'a pas de signification lorsque le liquide pénètre dans le substrat (parce que la goutte n'atteint pas de situation d'équilibre) ou réagit avec des composés solubles à la surface du solide (parce que cela modifierait la tension de surface du liquide). Sur des matériaux absorbants, où le liquide pénètre dans le substrat, l'angle de contact change de façon continue en fonction du temps.

La tension de surface a une influence sur l'angle de contact. Par exemple, si un tensio-actif est ajouté au liquide (un détergent par exemple), la tension de surface du liquide est plus faible et la goutte s'étale plus facilement sur la surface solide. L'angle de contact est alors plus faible.

1.2.5 Succion et rétention d'eau

La variable succion et la rétention d'eau dans les milieux granulaires sont étroitement liées. Dans cette sous-section, après avoir défini la variable succion, on décrira la rétention d'eau dans les milieux granulaires.

Succion :

Dans un milieu granulaire, les potentiels chimiques de l'eau en phase liquide μ_l et de l'eau en phase gazeuse μ_g sont égaux à l'équilibre, ce qui conduit à :

$$\mu_l = \mu_g = \mu_0 + RT \ln \left(\frac{p_v}{p_{sat}} \right) = \mu_0 + RT \ln(H_r) \quad (1.12)$$

où μ_0 est le potentiel chimique de l'eau libre et pure pour une interface plane (en général pris égal à zéro), p_v est la pression de la vapeur d'eau en équilibre avec l'eau du milieu, p_{sat} est la pression de vapeur saturante en équilibre avec une surface plane d'eau libre et pure, $R = 8,314 \text{ J.mol}^{-1}\text{K}^{-1}$ est la constante des gaz parfaits, T est la température en Kelvin et H_r est l'humidité relative.

Dans certains milieux et notamment en mécanique des sols, l'énergie libre de l'eau dans le sol est décrite par la succion [33]. La succion est étroitement liée au potentiel chimique de l'eau. On la définit comme l'écart entre le potentiel chimique de l'eau du milieu μ_l et le potentiel

chimique de l'eau libre et pure dans le cas d'une interface plane μ_0 divisé par le volume molaire V_e :

$$s = \frac{1}{V_e}(\mu_0 - \mu_l) = -\frac{RT}{V_e} \ln \left(\frac{p_v}{p_{sat}} \right) = -\frac{RT}{V_e} \ln(H_r) \quad (1.13)$$

où $V_e = 0,018 * 10^{-3} m^3 mol^{-1}$ est le volume molaire de l'eau.

D'après l'équation 1.13, dans le cas d'une succion positive, ce qui est l'usage dans les milieux granulaires non saturés, la pression de la vapeur d'eau p_v est plus petite que la pression de vapeur saturante p_{sat} . Il y a donc moins de molécules d'eau dans la vapeur d'eau d'un milieu granulaire non saturé que dans la vapeur d'eau située au dessus d'une interface plane d'eau libre et pure. Ceci revient à dire que les molécules d'eau sont plus retenues par l'eau du milieu granulaire non saturé que sous une surface d'eau libre et pure et donc plus difficiles à extraire [17].

Dans les domaines pendulaires et funiculaires, la succion s peut être décomposée en une succion d'origine capillaire s_{cap} et une succion d'origine osmotique s_π :

$$s = s_{cap} + s_\pi \quad (1.14)$$

- A partir de l'égalité des potentiels chimiques de l'eau sous forme gazeuse et liquide et à partir de la définition de la succion précédente, on peut démontrer que la succion d'origine capillaire s_{cap} , positive, est égale à la différence entre la pression de l'air p_a et la pression de l'eau p_e [75] :

$$s_{cap} = p_a - p_e \quad (1.15)$$

- Le phénomène d'osmose se produit quand l'eau contient des sels dissouts. La pression de vapeur saturante au dessus d'une surface plane constituée d'une eau mélangée avec un sel est moins importante que la pression de vapeur saturante au dessus d'une surface plane constituée d'eau pure. L'ajout de sel modifie donc le potentiel chimique de l'eau et donc la succion. La succion d'origine osmotique s_π ou pression osmotique p_π est donnée par la relation suivante [52] :

$$s_\pi = p_\pi = -\frac{RT}{V_e} \ln x_e \quad (1.16)$$

où x_e désigne la fraction molaire d'eau. Il est nécessaire de quantifier l'importance de la succion osmotique en comparaison à la succion capillaire. Dans certains sols, la succion osmotique est non négligeable du fait de la présence de sels ou de polluants contenus dans l'eau. Cependant, il a été observé qu'un changement du degré de saturation ou de la teneur en eau pendant une phase de séchage affecte très peu la succion osmotique [42]. La succion osmotique est alors une constante. Les changements de la succion sont alors directement liés aux variations de la succion capillaire. Dans le cas des argiles cependant, on peut noter une légère variation, non négligeable de la succion osmotique en fonction de la teneur en eau.

Dans le domaine hygroscopique, le potentiel chimique de l'eau et donc la succion est une conséquence des phénomènes d'adsorption. Dans les milieux visés par cette étude (type sables),

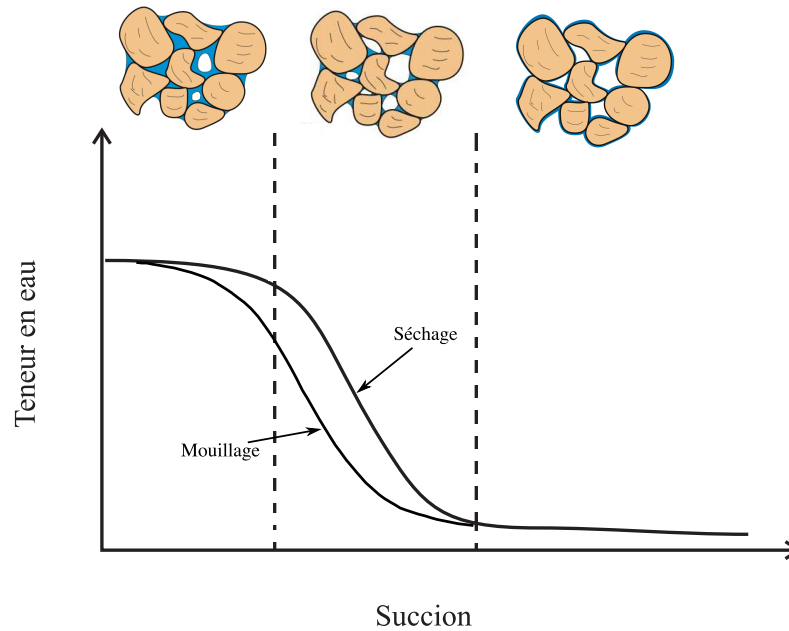


FIGURE 1.6 – Schéma de la courbe de rétention d'un milieu non compressible (teneur en eau en fonction de la succion exprimée en échelle logarithmique) d'un sol.

le domaine hygroscopique correspond à de très faibles teneurs en eau. Dans ce domaine, le comportement mécanique de ce type de sol est semblable à celui d'un sol sec.

Dans la suite, on supposera l'influence du phénomène d'osmose négligeable (cas de l'eau pure). On considérera les phénomènes d'adsorption uniquement lors du tracé expérimental de la courbe de rétention. Pour le reste, l'essentiel du travail présenté concernant le domaine pendulaire, la succion totale s sera égale à la succion capillaire.

Rétention d'eau :

La teneur en eau w ou le degré de saturation S_r et la succion s sont les deux variables conjuguées qui nous renseignent sur l'état de l'eau et sa répartition dans le milieu. L'état de ces deux variables a une influence sur le comportement mécanique des milieux granulaires non saturés. La relation entre la teneur en eau et la succion est appelée courbe de rétention (figure 1.6). L'importance de cette relation dans l'étude des milieux granulaires non saturés sera expliquée dans la suite de ce premier chapitre et une description plus détaillée de la courbe de rétention sera donnée dans le chapitre 4.

Les principaux phénomènes physiques expliquant la rétention de l'eau dans un milieu granulaire non saturé sont la capillarité et l'adsorption. Les phénomènes mis en jeu dans la rétention d'eau sont liés aux différents domaines hydriques (figure 1.2). Dans les domaines pendulaire et funiculaire l'eau est surtout retenue par capillarité tandis que dans le domaine hygroscopique l'eau est principalement retenue par adsorption. Le phénomène d'osmose peut aussi contribuer à la rétention de l'eau.

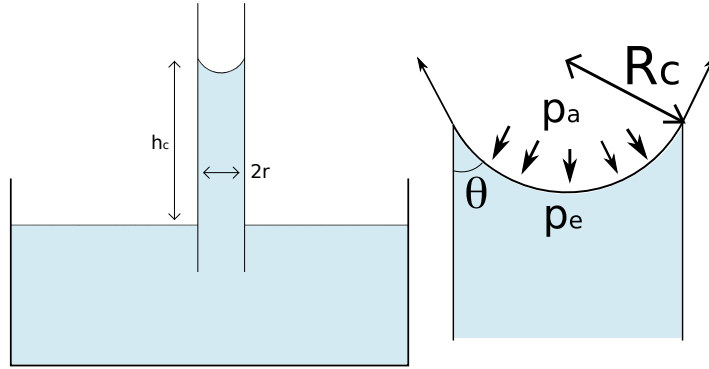


FIGURE 1.7 – Détails du phénomène d'ascension capillaire

Si on assimile un milieu granulaire à un réseau de tubes capillaires interconnectés, on peut analyser de manière qualitative l'influence de différents facteurs sur la rétention d'eau d'origine capillaire à l'aide de la loi de Jurin qui définit la hauteur d'ascension d'un liquide dans un tube capillaire (figure 1.7) :

$$h_c = \frac{s}{\rho_e^* g} = \frac{2\gamma \cos \theta}{\rho_e^* g r} \quad (1.17)$$

où ρ_e^* est la masse spécifique de l'eau et g est l'accélération de la pesanteur.

Si l'on considère que plus la hauteur capillaire est grande et plus l'eau est retenue par le sol, la rétention d'eau sera d'autant plus grande que :

- l'angle de contact est petit,
- la tension superficielle est grande,
- le rayon des pores est petit (si on assimile les pores à des tubes capillaires).

L'assimilation du milieu granulaire à un réseau de tubes capillaires interconnectés peut aussi en partie expliquer la présence de l'hystérésis de la courbe de rétention (figure 1.6). En effet, si on trempe un capillaire dans un réservoir contenant un liquide (mouillage), ce dernier remonte à une hauteur h_a (angle de contact θ_a) mais si on commence par emplir le capillaire de liquide que l'on laisse redescendre (séchage), il se stabilise à la hauteur h_b (angle de contact $\theta_r < \theta_a$) supérieure à h_a . Cette différence de hauteur s'explique par une différence d'angle de contact entre le séchage et le mouillage :

$$h_a = \frac{2\gamma \cos \theta_a}{\rho g r} < h_b = \frac{2\gamma \cos \theta_r}{\rho g r} \quad (1.18)$$

L'hystérésis de l'angle de contact lors d'un cycle de mouillage/séchage aura donc une influence sur la rétention d'eau dans les sols.

1.3 Comportement mécanique

L'eau a une influence notable sur le comportement mécanique d'un milieu granulaire. Par exemple, la présence d'eau peut permettre à un amas de sable d'avoir une certaine tenue mécanique (châteaux de sable). La densité finale d'un échantillon compacté dépend de sa teneur en eau. Dans cette section, après la description de la cohésion dans les milieux granulaires humides et la revue des variables pertinentes pour l'étude de ces milieux, l'influence de l'eau et plus particulièrement de la succion sur leur comportement mécanique sera étudiée.

1.3.1 Cohésion des milieux granulaires humides

On présente de manière succincte quelques aspects importants de la rhéologie et de la cohésion à l'échelle macroscopique des milieux granulaires. Dans un second temps, on aborde les différents mécanismes à l'échelle locale à l'origine de cette cohésion.

Rhéologie et cohésion macroscopique :

Les matériaux granulaires ont une rhéologie proche d'un matériau élasto-plastique dans le cas d'une sollicitation quasi-statique (figure 1.8a). L'état de compacité du milieu a une influence sur le comportement mécanique (figure 1.8a). On remarque la présence d'un pic pour le milieu dense qui n'existe pas quand le milieu est lâche. Dans les deux cas on remarque, que la contrainte de cisaillement tend vers un même état stationnaire appelé état critique. De manière analogue, selon l'état de compacité initial de l'échantillon, le volume va respectivement augmenter (échantillon dense) ou diminuer (échantillon lâche) de manière à tendre vers une densité critique atteinte à l'état critique (figure 1.8b).

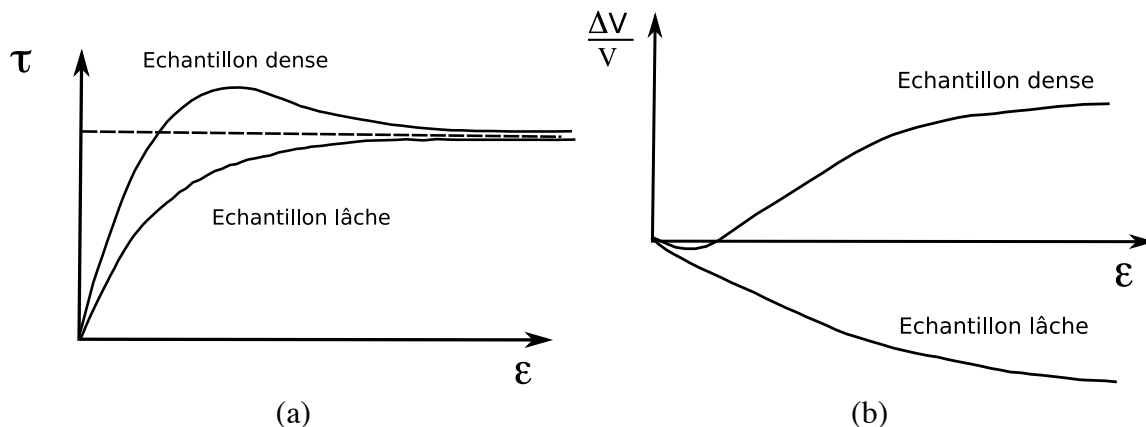


FIGURE 1.8 – Contrainte tangentielle (figure a) et variation de volume (figure b) en fonction de la déformation axiale ϵ_1 lors d'essais triaxiaux réalisés à la même contrainte de confinement.

La pression de confinement des matériaux pulvérulents leur assure leur intégrité mécanique

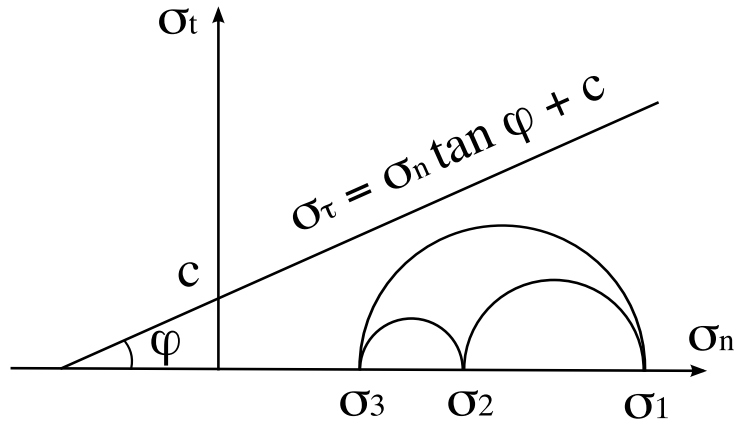


FIGURE 1.9 – Critère de Mohr-Coulomb (d'après [122])

et a une influence sur le seuil plastique. En présence de cohésion, les matériaux granulaires peuvent présenter une résistance mécanique sans confinement [122]. Cette cohésion a aussi pour effet d'élargir le domaine élastique du milieu. Le critère de Mohr-Coulomb qui relie la contrainte tangentielle maximale σ_t et la contrainte normale σ_n (figure 1.9) est défini par :

$$\sigma_t = c + \sigma_n \tan \varphi \quad (1.19)$$

où c est la cohésion et φ l'angle de frottement interne. Ce critère est aussi défini à partir des invariants de contrainte :

$$\frac{q}{p} = \frac{6}{3 - \sin \varphi} \left(\sin \varphi + \frac{c}{p} \cos \varphi \right) \quad (1.20)$$

où les invariants de contrainte p et q sont définis par :

$$p = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \text{ et } q = \sigma_1 - \sigma_3 \quad (1.21)$$

L'importance de la cohésion est alors exprimée par le rapport $\frac{c}{p}$ et devient négligeable lorsque $\frac{c}{p} \ll 1$ [126]. On peut distinguer les matériaux granulaires faiblement cohésifs dont le comportement est plus dicté par les contraintes extérieures que par la cohésion, des matériaux fortement cohésifs, dont le comportement dépend essentiellement des interactions cohésives entre les particules. La cohésion est d'autant plus forte que la dimension des grains est petite. Dans le cas des sols par exemple, une distinction grossière peut être faite entre les sols "grenus" peu cohérents et les sols "fins" plus cohérents (figure 1.10).

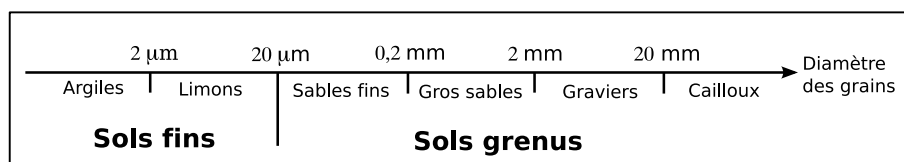


FIGURE 1.10 – Distinction entre les sols fins "cohérents" et les sols grenus "peu cohérents".

Mécanismes de cohésion :

Les différents mécanismes de cohésion, qui ont pour effet de restreindre le mouvement relatif des particules, peuvent être classés en deux classes. La première concerne les mécanismes de cohésion liés à la présence d'eau et la seconde classe, les mécanismes de cohésion entre solides.

Les phénomènes de capillarité et d'adsorption, conséquences de la présence d'eau dans le milieu, contribuent à la cohésion. Dans le cas de la capillarité, la présence de ponts liquides entraîne une attraction entre les grains. Concernant l'adsorption, l'eau adsorbée peut entraîner de la cohésion entre les feuillets (cas de l'argile). Pour les milieux étudiés dans cette étude (types sables), l'effet de l'eau adsorbée sur le comportement mécanique du sol est négligeable.

Les principaux mécanismes de cohésion entre les particules solides sont :

- La cimentation entre les grains solides. Elle a une influence importante sur la cohésion des sols. Même en faible proportion (2%), la présence de liens solides modifie la nature des courbes contraintes-déformation [116].
- Les forces de van der Waals. Elles existent quels que soient les corps considérés. Ces forces sont d'autant plus grandes que la taille des grains est petite.
- Les forces de liaison d'origine chimique (liaisons hydrogènes, liaisons entre groupements d'atomes métalliques, liaisons covalentes). En général, ces forces n'interviennent pas dans la cohésion macroscopique du milieu (hormis pour les argiles).
- Les liaisons ioniques (attractives ou répulsives) produites par la présence de cations et d'anions dans le milieu. Sauf dans le cas de milieux particuliers, l'action des forces d'attraction et de répulsion a peu d'effet sur la cohésion macroscopique du milieu [116].
- L'effet de la forme des particules et de leur rugosité. Il contribue à l'augmentation de la cohésion en limitant le déplacement des particules les unes par rapport aux autres.

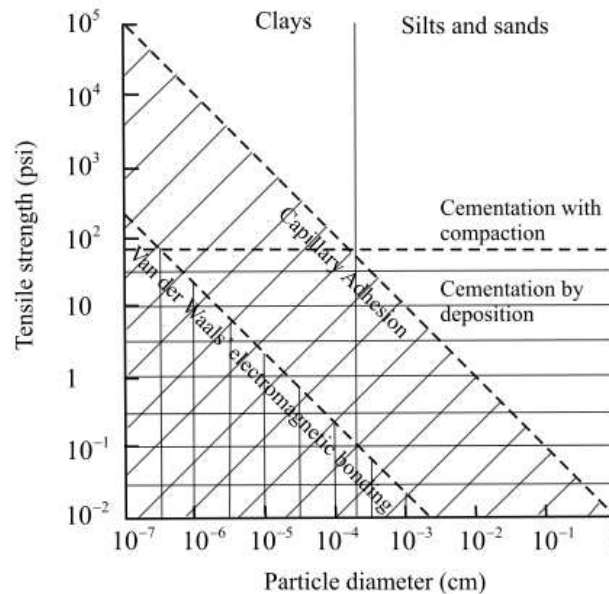


FIGURE 1.11 – Comparaison de l'influence des forces de van der Waals, des forces de capillarité et des forces issue de la cimentation sur la résistance mécanique de sols (d'après [88]).

La figure 1.11 est une illustration du rôle des interactions capillaire, de cimentation et de van der Waals sur la résistance à la traction en fonction de la taille des particules. On remarque un rôle prépondérant des phénomènes de capillarité et de cimentation sur la cohésion d'un milieu granulaire (cet effet s'accroît avec l'augmentation de la taille des grains, pour des milieux tels les limons ou les sables).

1.3.2 Quelle(s) contrainte(s) ?

Dans ses travaux sur les sols saturés, Terzaghi (1923) réalise que la contrainte totale exercée sur un sol se compose de deux types de contrainte : la contrainte intergranulaire et la pression de la phase liquide. La contrainte intergranulaire, appelée contrainte effective, représente l'état de contrainte du matériau et régit les déformations élastiques du squelette solide. La pression interstitielle n'est alors pas directement liée aux déformations [73]. Dans le cas des sols saturés d'eau, l'expression de la contrainte effective définie par Terzaghi est la suivante :

$$\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} - p_e \delta_{ij} \quad (1.22)$$

où p_e est la pression de l'eau, δ_{ij} le symbole de Kronecker. Dans cette expression la compressibilité des grains devant celle du squelette solide est supposée négligeable et l'eau est supposée incompressible. Pour des contraintes inférieures à 100MPa, ce qui correspond à la plupart des sollicitations d'ouvrages en géotechnique, cette relation donne de très bons résultats [73]. Dans le cas des sols quasi-saturés, certains auteurs [70, 137, 120] ont montré que le comportement du sol était identique à celui d'un sol saturé.

A des degrés de saturation inférieurs, la non saturation du milieu se traduit par l'existence de forces d'attraction supplémentaires entre les grains, qui entraînent une rigidification du milieu, une augmentation de sa résistance et une diminution de sa déformabilité [21]. Différentes approches ont été envisagées pour établir un cadre théorique pour l'étude du comportement mécanique des sols non saturés.

Contraintes indépendantes :

De nombreux auteurs ont décidé de considérer indépendamment les variables succion et contrainte nette à l'instar de Bishop et Blight [11] ou Coleman [20]. Sur cette base, certains auteurs [83] ont proposé une surface d'état liant l'indice des vides e , la contrainte moyenne nette ($\sigma - p_a$) et la succion ($p_a - p_e$). Cette surface d'état est le lieu des points représentant tous les états de contraintes admissibles possibles du matériau dans un espace contrainte nette, succion et indice des vides. Cette surface apporte des éclairages partiels mais ne permet pas de modéliser le comportement général et complexe d'un sol non saturé.

La plupart du temps, la contrainte nette et la succion sont les deux variables les plus souvent utilisées. Cependant, Fredlund et Morgenstern [41] ont approfondi cette notion de variables indépendantes en démontrant que n'importe quel jeu de contraintes indépendantes parmi les trois suivants convenait pour décrire le comportement des sols non saturés :

- $(\sigma - u_a)$ et $(u_a - u_w)$
- $(\sigma - u_w)$ et $(u_a - u_w)$
- $(\sigma - u_a)$ et $(\sigma - u_w)$

Cette approche a été utilisée pour des modèles utilisant la surface d'état. Plus tard, des modèles élastoplastiques comme celui d'Alonso et al [5] connus sous le nom de modèle de Barcelone ou d'autres dérivés de celui-ci ont permis une approche plus précise des principales caractéristiques du comportement mécanique des sols non saturés.

Cette approche n'est pas une solution pour modéliser le gonflement et l'effondrement après plusieurs cycles de chargement. Les surfaces d'état doivent être déterminées pour chaque matériau sous certains états de contraintes et restent applicable pour des chemins de contraintes strictement similaires. Ce modèle ne permet pas la transition entre les sols saturés et les sols non saturés sauf si on prend le second jeu de variables. Il ne tient pas compte du domaine quasi saturé à succion nulle et ne permet pas de prendre en compte les phénomènes d'hystérésis liés à l'hystérésis de la courbe de rétention.

Approche en contrainte effective :

De nombreux auteurs se sont intéressés à modéliser le comportement mécanique des sols non saturés par le biais d'une contrainte effective. Bishop a proposé l'expression ci-dessous de la contrainte effective pour les sols non saturés [11] :

$$\sigma'_{ij} = (\sigma_{ij} - p_a \delta_{ij}) + \chi s \delta_{ij} \quad (1.23)$$

où χ est appelé paramètre de contrainte effective, $\sigma_{ij} - p_a \delta_{ij}$ est la contrainte nette et $s = p_a - p_e$ est la succion capillaire. χ varie entre 0 et 1 et vaut 0 pour les sols secs et 1 pour les sols saturés et semble dépendant du degré de saturation S_r . Pour $\chi=1$, on retrouve l'expression de Terzaghi pour les sols saturés. De nombreuses expressions ont été proposées pour le paramètre χ sur la base d'observations expérimentales. Pour certains auteurs [2], $\chi = S_r$. Pour d'autres, la microstructure du matériau est prise en compte indirectement en faisant apparaître la succion d'entrée d'air [69, 3] dans la définition de χ . Certains auteurs [10, 71, 89] proposent de définir une contrainte capillaire de façon à ce que le tenseur de contraintes effectives devienne :

$$\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} - p_a \delta_{ij} + \sigma_c \quad (1.24)$$

où σ_c est une fonction de la pression capillaire ainsi que de la densité et de la granulométrie du matériau. Cette expression est une généralisation de l'expression proposée par Bishop.

Certains auteurs [68, 94] ont remarqué que la ligne d'état critique ne dépend pas de la succion quand on la trace dans le plan $(q - p')$ tandis que l'on note des variations dans le plan $(q - p_{net})$. Par exemple, Nuth et Laloui [94], à partir de données expérimentales de Cui [23], Maâtouk [86], et Wheeler et Sivakumar [129], ont pu noter l'unicité de la ligne d'état critique dans les différents essais (voir Fig 1.12) dans le plan $(q - p')$ en prenant $\chi = S_r$. De façon analogue au milieu, on peut alors tracer un critère de Mohr-Coulomb unique indépendant de la valeur de la succion.

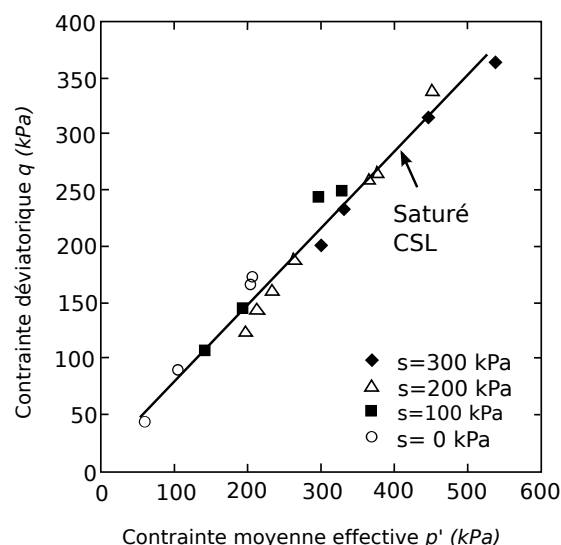


FIGURE 1.12 – Evolution de l'état critique avec la succion dans le plan $(p' - q)$. Le coefficient χ utilisé dans la description de la contrainte effective est égal à $S_r[94]$.

Cependant, des vérifications expérimentales ont souligné les limites de cette approche :

- Les résultats de Cui et Delage [23] tendent à infirmer le concept de contrainte effective. En effet, lors d'essais triaxiaux à succion constante, on remarque que plus la succion est grande moins la déformation volumique l'est.
- Le concept de contrainte effective n'explique pas le phénomène d'effondrement. Ce phénomène se produit lors de l'humidification du sol. Selon le concept de contrainte effective, une augmentation de la teneur en eau du sol entraîne une diminution de la succion d'où une diminution de la contrainte effective. Cette diminution de la contrainte effective devrait entraîner une augmentation du volume, or c'est le contraire qui se produit lors du phénomène d'effondrement. Certains auteurs, défendant le concept de contrainte effective, avancent que ce phénomène est lié au comportement plastique du matériau (les particules glisseraient les unes par rapport aux autres et se réarrangeraient).
- Le paramètre χ est très délicat à déterminer et dépend du chemin de contrainte suivi.
- Jennings & Burland [63] ainsi que Cuisinier [24] supposent que le principe de contrainte effective appliqué aux sols non saturés n'est valable que pour des degrés de saturation supérieur à 0,5 pour les sables et limons et à 0,85 pour des argiles.

Contrainte effective couplée avec une autre variable :

Selon Nuth et al. [94], l'effet de la succion est double : elle modifie directement l'état général des contraintes du matériau, et participe à renforcer le matériau (dans le cas d'un séchage) de l'intérieur (augmentation des forces de liaison entre les particules : capillarité). Ce renforcement n'est pas pris en compte dans l'expression de la contrainte effective. Ce dernier effet semble être à l'origine de l'augmentation de la contrainte de préconsolidation avec l'augmentation de la succion et pourrait même être à l'origine du phénomène d'effondrement. En utilisant l'existence

de ce couplage hydro-mécanique, il a été imaginé de combiner la contrainte effective avec une contrainte dépendant de l'état hydrique du matériau :

$$\sigma' = \sigma_{net} + \mu(s, S_r) \quad (1.25)$$

$$\xi = \tilde{\xi}(s, S_r) \quad (1.26)$$

où μ et ξ sont fonction de la succion et/ou du degré de saturation. La variable ξ permet de prendre en compte le renforcement dû à la succion (augmentation de la contrainte de préconsolidation, diminution de la compressibilité), conséquence des ponts capillaires entre les particules. Cette variable est nécessaire aussi pour modéliser le phénomène d'effondrement. Plusieurs expressions sont proposées pour μ et ξ [13, 128, 114, 119, 118, 45, 66, 67]. Dans le cas où μ et/ou ξ sont fonction de la succion et du degré de saturation, la connaissance de la courbe de rétention est nécessaire. Le chemin de contrainte dans le plan $(\xi(s, S_r) - \sigma')$ est alors différent selon que l'on soit en séchage ou en humidification et l'hystérésis hydraulique, souvent à l'origine d'une hystérésis de comportement mécanique, peut alors être prise en compte dans l'expression de la contrainte effective. On notera que dans cette approche, la contrainte effective ne l'est plus puisqu'elle est associée à une autre variable. Néanmoins, on continue à l'appeler contrainte effective du fait de sa similarité avec l'expression de Bishop.

Dans les modèles phénoménologiques associés, l'expression la plus couramment utilisée pour $\mu(s, S_r)$ est $S_r s$. Cette expression permet une dépendance directe de la contrainte effective à travers les variables suctions et degré de saturation. ξ est en général la succion s [114] ou la succion modifiée $n s$ [128]. Dans d'autres modèles, ξ représente d'une manière plus précise l'intensité des liaisons interparticulaires dues à la capillarité [45].

1.3.3 Effet de la succion et de la teneur en eau sur le cisaillement

Pour étudier expérimentalement le cisaillement d'un sol non saturé, on utilise souvent un appareil triaxial. Ce dispositif consiste à appliquer dans un premier temps une contrainte isotrope à un échantillon cylindrique (échantillon immergé dans un fluide de confinement). Le cisaillement est ensuite obtenu par compression verticale de l'échantillon. Pour l'étude des sols non saturés, on peut différencier l'essai drainé (la succion est imposée) de l'essai non drainé (la teneur en eau est imposée).

Pour les petites déformations, le comportement est élastique. La relation entre le module de cisaillement maximal G_{max} et le degré de saturation S_r présente un pic (figure 1.13). Ce pic a lieu pour un degré de saturation d'environ 20%. Entre l'état saturé et ce degré de saturation, une augmentation de succion entraîne une augmentation du module de cisaillement maximal tandis qu'entre ce degré de saturation et l'état sec, une augmentation de succion entraîne une diminution du module de cisaillement maximal.

Le critère de rupture dans le plan $(\tau, \sigma - p_a)$ est une droite (figures 1.14a et 1.14b). La cohésion apparente évolue non linéairement avec la valeur de la succion ou de la teneur en eau

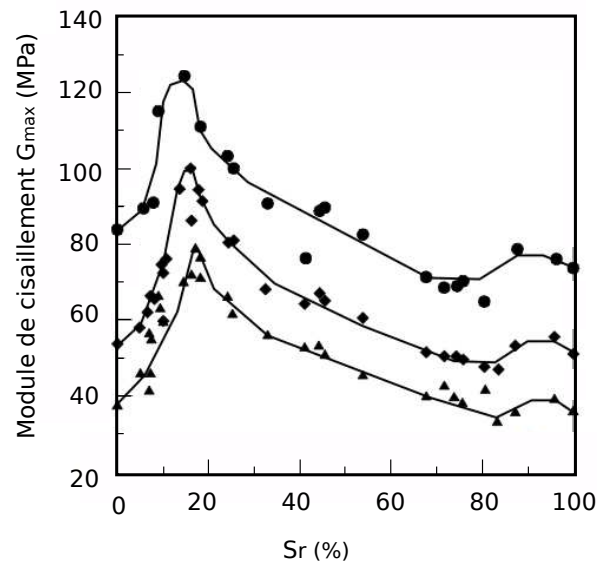


FIGURE 1.13 – Evolution du module de cisaillement d'un sable en petites déformations en fonction du degré de saturation pour trois contraintes de confinement différentes [132].

(figures 1.15a et 1.15b). Dans les deux cas, on observe un plateau de cohésion. On note une différence de comportement entre les enveloppes de rupture établies sur une argile puis sur un sable. La cohésion augmente avec la succion dans le cas de l'argile rouge de Guadalix (figures 1.14a et 1.15a). Au contraire, dans le cas du sable, la cohésion augmente avec l'augmentation de la teneur en eau et donc avec une diminution de la succion (figures 1.14b et 1.15b).

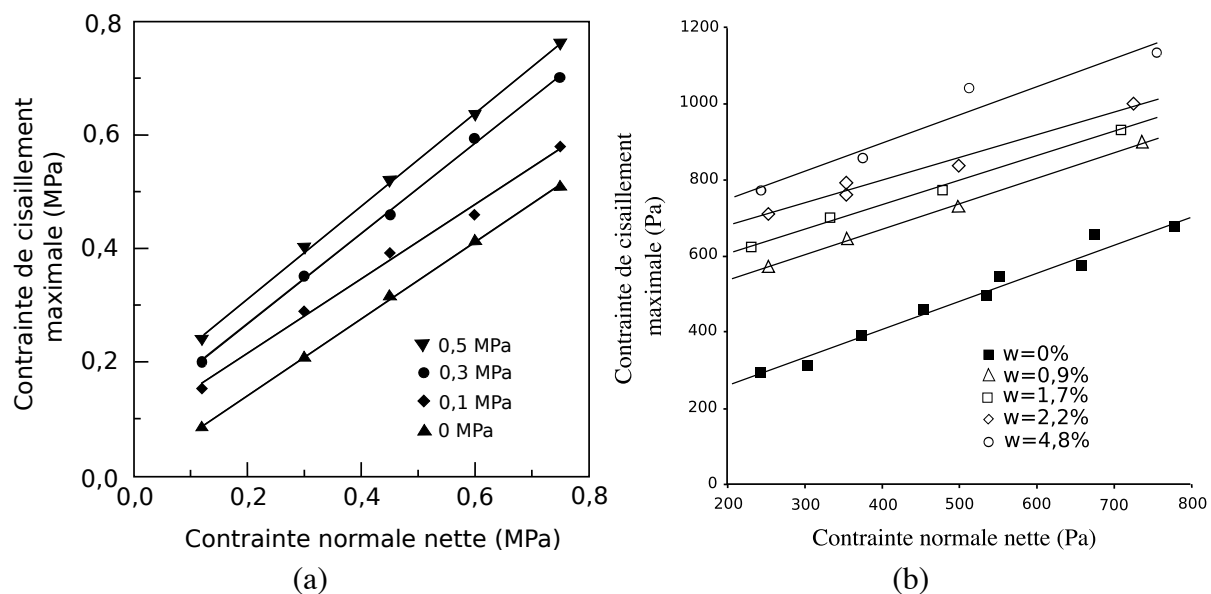


FIGURE 1.14 – Enveloppe de rupture pour différentes succions de l'argile rouge de Guadalix de la Sierra[37] (figure a) et pour différentes teneur en eau pour du sable [104] (figure b).

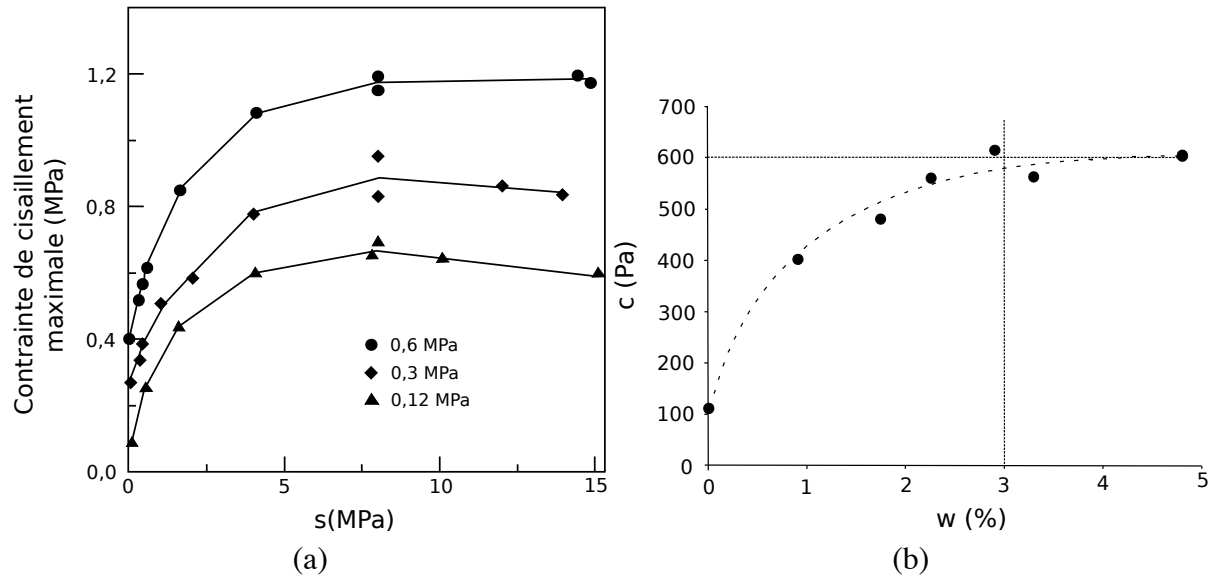


FIGURE 1.15 – (a) Contrainte de cisaillement τ à la rupture en fonction de la succion s de l'argile rouge de Guadalix de la Sierra pour différentes valeurs de la contrainte de confinement [36]. (b) Evolution de la cohésion apparente c avec la teneur en eau w pour un sable [104].

On explique cette différence par l'action combinée ou non de deux facteurs :

- Ces 2 études n'ont pas été faites dans les mêmes domaines hydriques. On voit d'ailleurs que dans le cas de l'argile, le comportement semble s'inverser à partir d'une certaine valeur de succion. En effet, on note une légère décroissance de la cohésion à partir d'une certaine valeur de succion (figure 1.15a).
- Les deux matériaux étudiés, argile et sable, n'ont pas le même comportement vis à vis de la succion. Il semblerait que l'argile conserve une cohésion pour les faibles teneurs en eau (succions fortes) alors que le comportement d'un sable non saturé devient similaire à celui d'un sable sec et perd sa cohésion quand la teneur en eau devient très faible (fortes succions). Dans le cas de l'argile, l'eau adsorbée joue un rôle sur la tenue mécanique du milieu alors que dans le cas d'un sable cette influence semble être négligeable.

Cette fragilisation du sol avec la succion a aussi été observée par Cui [22] et Lagny [74]. Scheel et al. [111] ont aussi observé une augmentation de la résistance à la traction avec l'augmentation de la teneur en eau et la présence rapide d'un plateau de cohésion avec l'augmentation de la teneur en eau. Une analyse tomographique a permis de corréler le début de la coalescence des ponts liquides avec l'apparition du plateau de cohésion [111].

L'état critique a été étudié par peu d'auteurs. L'étude de Wheeler [129] montre l'existence d'un état critique dans le plan $q-p^*$ linéaire. La pente de la droite ainsi que la cohésion semblent être des fonctions de la succion. Un état critique dans le plan $e-\ln p^*$ est aussi répertorié. Dans le cas de l'argile (argile de Guadalix) ou d'un limon (limon de Trois-Rivières, limon de Jossigny), il semblerait que l'angle de frottement ne soit pas constant [28]. Il semblerait néanmoins que l'angle de frottement soit indépendant de la succion dans le cas d'un matériau grenu (exemple du sable argileux de Madrid [28]).

1.3.4 Effet de la succion sur la déformation volumique

L'influence de la succion sur la déformation volumique d'un sol peut être abordée à partir d'un chemin de drainage-imbibition à contrainte nette nulle. On observe 2 domaines dans le comportement du sol sur un plan (e - $\ln s$) : un domaine où l'indice des vides varie beaucoup avec la succion et un autre où l'indice des vides évolue peu (1.16a). Aux faibles suctions, l'effet de la succion semble identique à celui d'une contrainte isotrope et provoque le réarrangement des grains (on suppose que le séchage crée uniquement des ménisques sur le contour). A partir d'une certaine valeur de la succion, le volume ne change plus trop. Cette succion est appelée limite de retrait (s_{WR}). La pente de compressibilité dépend de la pression de consolidation et dans le cas d'une pression de consolidation importante au préalable, la succion n'a plus d'influence sur l'indice des vides. Elle dépend aussi de la plus grande succion connue par le matériau au cours de son histoire [25].

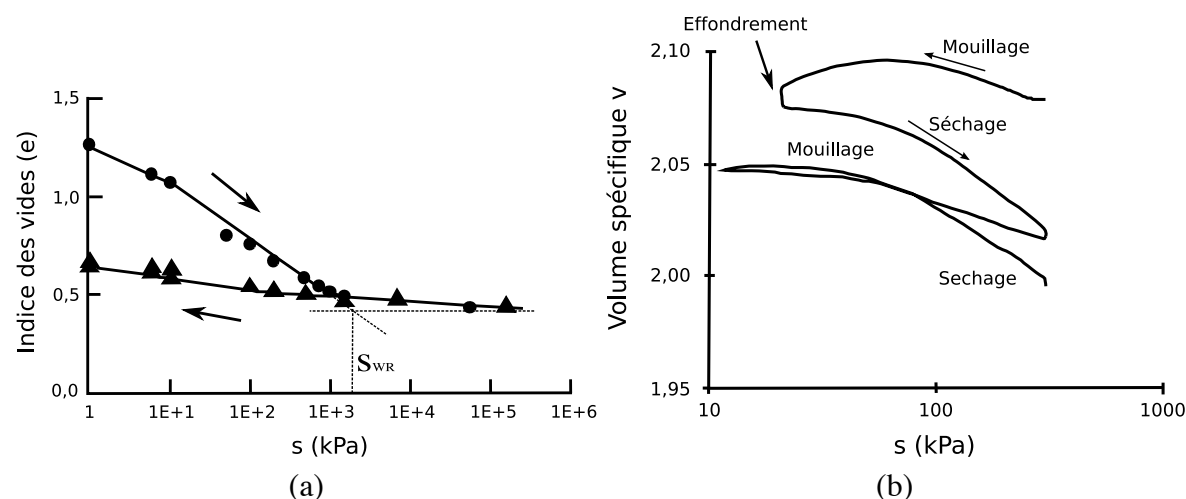


FIGURE 1.16 – (a) Variation de l'indice des vides en fonction de la succion sur un cycle drainage-imbibition sur un limon de Jossigny normalement consolidé [59]. (b) Evolution du volume spécifique v ($v = 1 + e$) en fonction de la succion sur plusieurs cycles de drainage-imbibition pour un kaolin [16]. Mise en évidence du phénomène d'effondrement.

Lors des cycles de séchage-imbibition, on remarque une hystérésis entre le mouillage et le séchage (figure 1.16a et 1.16b). Cette hystérésis qui diminue avec le nombre de cycles et le tassement du matériau (figure 1.16b) est liée à l'hystérésis de la courbe de rétention. Généralement, on observe un retrait du sol sous l'effet d'une succion croissante et un gonflement de celui-ci sous l'effet d'une succion décroissante. Néanmoins, dans certains cas, un mouillage de l'échantillon peut entraîner un effondrement et un tassement de celui-ci (figure 1.16b). Une explication possible du phénomène d'effondrement est la suivante : sous l'effet de la succion à laquelle il est soumis, le sol peut se trouver dans un état métastable, à un indice des vides supérieur à celui du chemin normalement consolidé (correspondant ici à $s = 0$) sous la même contrainte nette moyenne [21]. En général, les sols effondrables sont des sols peu plastiques et

lâches. Dans le cas de sols surconsolidés, on remarque que l'hystérésis dans le plan ($e - s$) dans les chemins de drainage-imbibition diminue en fonction de la contrainte de consolidation.

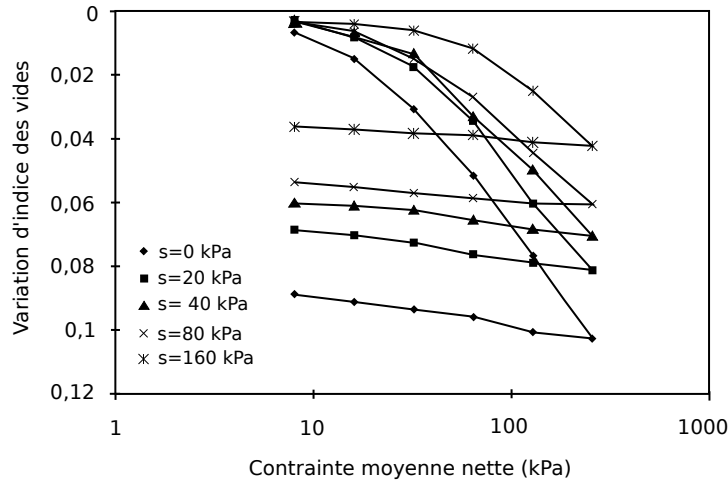


FIGURE 1.17 – Evolution de l'indice des vides en fonction de la contrainte moyenne nette lors d'un essai œdométrique à succion constante sur le limon de Sterrebeek remanié [21].

On peut s'intéresser aussi à l'effet de la succion lors d'un essai œdométrique sur un sol non saturé. On note que la compressibilité diminue avec la succion. En l'absence de confinement, l'indice des vides est d'autant plus faible que la succion est grande (figure 1.16a). Par contre, avec l'augmentation de la contrainte nette, la variation de l'indice des vides est d'autant plus faible que la succion est grande (figure 1.17). La présence de ménisques apporte une explication physique de l'observation expérimentale selon laquelle, à la même valeur de la contrainte moyenne du squelette, un sol non saturé se comprime moins qu'un sol saturé. Certains auteurs ont quant à eux observé une diminution puis une augmentation de la compressibilité avec la succion [129, 120]. Il faut garder à l'esprit que l'influence de la densité initiale de l'échantillon sur la compressibilité est parfois comparable ou supérieure à l'influence de la succion [23].

1.4 Choix d'une approche

Pour étudier les milieux granulaires, une approche par éléments discrets a été choisie. Dans un premier temps on décrit succinctement la méthode ainsi que ses avantages. Dans un second temps, la méthode de répartition de l'eau dans le milieu est explicitée.

1.4.1 Méthodes discrètes

Bien que permettant une assez bonne reproduction du comportement dans le cas des sols non saturés, les modèles de comportement basés sur des méthodes phénoménologiques ne sont

pas encore complets et sont encore basés sur certaines hypothèses plus ou moins subjectives. De plus, pour chaque type de matériau, ces modèles nécessitent de nombreux essais expérimentaux afin de caler les nombreux paramètres du modèle qui n'ont pas toujours un sens physique clair. Il peut donc être intéressant de réaliser une étude "systématique" sur un milieu modèle associant expérimentation et analyse générique afin de comprendre les comportements observés à l'échelle macroscopique et de conforter ou infirmer les hypothèses qui fondent les modèles phénoménologiques.

Les méthodes par éléments discrets sont parfaitement adaptées à l'analyse et la simulation des matériaux granulaires (tels que les sols non saturés). Ces matériaux peuvent en effet être modélisés comme un assemblage de grains rigides indépendants qui interagissent localement au niveau de leurs contacts par élasticité, viscosité, frottement, ou par l'intermédiaire de cohésion solide (cimentation) ou liquide (capillarité). Dans ces méthodes, les interactions entre grains au niveau local conditionnent le comportement macroscopique du matériau.

Pour simuler de façon représentative un milieu réel, il faut arriver à prendre en compte un nombre important de grains et être capable de décrire le plus précisément possible les interactions entre les grains. Il existe de nombreuses méthodes numériques par éléments discrets. Les méthodes newtoniennes sont les méthodes les plus utilisées. Elles utilisent les équations de la dynamique de Newton pour la description du mouvement. Pour chaque grain et à chaque pas de temps, on résout l'équation suivante :

$$m\vec{a} = \vec{F} \quad (1.27)$$

où m est la masse du grain, $\vec{a}$ son accélération et $\vec{F}$ la résultante des forces qui agissent sur le grain.

Les méthodes newtoniennes peuvent être classées en deux grandes familles :

- les méthodes de type "**Non Smooth Discrete Element Method**" (**NS-DEM**) permettent de prendre en compte des lois d'interactions non différentiables. Les grains sont traités comme des corps dur : cette approche est basée sur la rigidité des grains et ne permet aucune déformation au niveau du contact (interpénétrations exclues). La loi de contact (figure 1.18a) ainsi que l'évolution avant et après le choc sont non régulières. L'équation de la dynamique est résolue sous sa forme intégrée. Parmi ces méthodes, on peut citer la "dynamique des contacts (DC)" développée par J.-J. Moreau et M. Jean [91, 62].
- Les méthodes de type "**Smooth Discrete Element Method**" (**S-DEM**) utilisent des lois de contact régulières. Ces méthodes considèrent les grains comme des corps mous et autorisent la déformation élastique des grains au niveau du contact (interpénétration). Les forces de contact qui en résultent sont directement reliées à la valeur de la déformation élastique des zones de contact (figure 1.18b). Ces méthodes sont basées sur l'approche "Molecular Dynamics (DM)" [4], à l'origine développé pour l'étude des liquides, de cristaux ou encore de molécules. Cundall et Strack [26] ("Discrete Element Method") ont étendu ces méthodes au cas de corps solides.

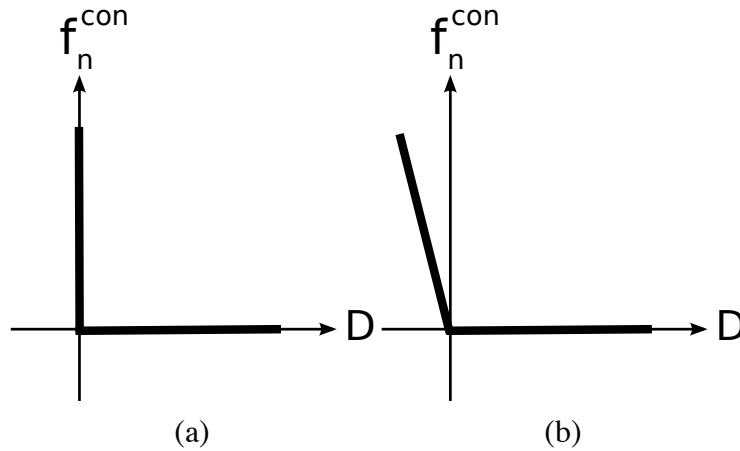


FIGURE 1.18 – Exemple de prise en compte du contact dans le cas d’une méthode NS-DEM (figure a) et S-DEM (figure b). D est la distance entre les particules. Elle est négative en cas d’interpénétration des grains. f_n^{con} est la force normale de contact.

L’avantage des méthodes de type DM provient de la facilité d’implémentation de lois de forces au niveau local. Par exemple, par cette méthode la prise en compte de lois d’interactions multiphysiques régulières se fait aisément. L’avantage de la méthode DC provient surtout de la stabilité (résolution implicite) et de la durée des calculs et de la possibilité de prendre en compte des interactions simultanées.

Les modèles DEM ont été largement utilisés dans l’analyse des sols secs [9, 31, 121]. La prise en compte d’interactions de type capillaire a été effectuée à de nombreuses reprises avec les méthodes de type DM. Par exemple, elles ont été utilisées pour modéliser l’effondrement au mouillage des sols dû à une réduction de la succion pour des échantillons en 2D [48, 80] et 3D [113]. Elle a aussi été utilisée pour étudier le comportement de milieux granulaires en cisaillement [34, 105] et en compression simple [117] avec une validation expérimentale dans les deux derniers cas. Dans tous ces exemples, la prise en compte de la capillarité se fait par des efforts normaux d’attraction au niveau du contact entre les grains.

Au vu des nombreuses applications présentées précédemment, les méthodes par éléments discrets sont efficaces pour représenter des mécanismes complexes. Néanmoins, un des inconvénients de ces méthodes provient du nombre limité de particules dû à l’augmentation du temps de calcul avec le nombre de particules et de la difficulté à prendre en compte des matériaux fortement polydisperses.

1.4.2 Répartition de l’eau

Le comportement mécanique d’un milieu granulaire non saturé provient essentiellement de la répartition de l’eau dans le milieu et des forces de capillarité qui se créent entre les grains quand le milieu est composé de trois phases distinctes (eau/air/solide). Des simulations numériques basées sur des approches discrètes ont été réalisées précédemment au LMGC concernant

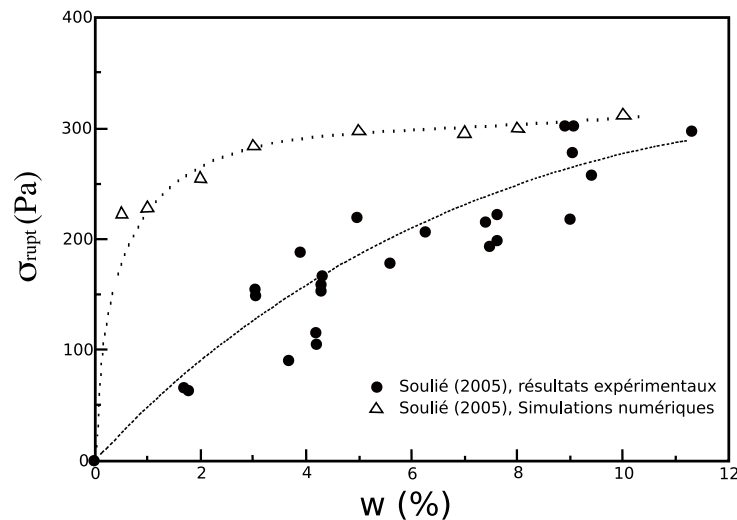


FIGURE 1.19 – Etude expérimentale et numérique de la compression simple [117].

l'étude de milieu granulaire cohésif [105, 117]. Les résultats obtenus sont très convaincants d'un point de vue quantitatif et qualitatif (figure 1.19). Néanmoins, pour les faibles teneurs en eau on remarque une surestimation de la contrainte à la rupture. Pour ces teneurs en eau, on remarque aussi une augmentation brutale de la contrainte à la rupture avec la teneur en eau dans le cas des essais numériques alors que la contrainte à la rupture du milieu réel évolue moins rapidement. Une des raisons avancée pour expliquer cet écart a été la répartition de l'eau dans le milieu. Dans cette étude, la variable qui contrôle la répartition d'eau est la teneur en eau. Les volumes des ponts liquides sont calculés à partir d'un critère arbitraire fonction de la taille des grains basé sur l'observation selon laquelle le volume d'un pont liquide est d'autant plus grand que le rayon des grains est grand. De plus, lors du mouvement relatif des grains entre eux, le pont se déforme à volume constant.

Dans les études précédentes réalisées au laboratoire [105, 117], le volume du pont était calculé à partir d'un critère sur la taille des deux grains. Une autre méthode pour répartir l'eau dans le milieu consiste à imposer la succion. Dans ce cas, l'application d'une succion dans l'échantillon entier, impose à travers l'équation de Laplace un volume d'eau particulier à chaque pont liquide compris entre deux grains en fonction de la taille des grains et de la distance qui les sépare. On peut ainsi avoir accès à la courbe de rétention d'eau de l'échantillon. La principale hypothèse de cette approche est la suivante :

- **Dans les domaines pendulaire et funiculaire, à l'équilibre, on considère que la succion est homogène dans tout le milieu granulaire étudié. On suppose que l'équilibre des suctions dans le milieu se fait de façon simultanée grâce à une fine couche de liquide à la surface des grains.**

L'influence de la gravité sur un possible gradient de succion dans le milieu granulaire est négligée car l'étude est réalisée à l'échelle du VER (petites dimensions). L'hypothèse principale semble être confirmée par une étude expérimentale réalisée par Scheel et al. [111]. Le principe de l'expérience consiste à étudier par tomographie l'évolution du volume des ponts liquides

dans un milieu granulaire après l'avoir humidifié. On remarque que le volume de chaque pont, qu'il s'agisse de ponts liquides entre deux grains ou plus tend vers une valeur asymptotique. Cette observation met en évidence que la succion est la même dans chaque pont.

Cette approche à succion contrôlée a déjà été utilisée dans le cas 2D [34, 64, 79] et en 3D [112] avec des résultats satisfaisants, bien que partiels, et présente l'avantage de répartir l'eau de façon plus "physique" que les approches précitées. L'utilisation de la succion pour contrôler la répartition de l'eau et l'intensité des forces capillaires dans le milieu nous permettra aussi de confronter les résultats du modèle numérique avec les différents modèles phénoménologiques qui utilisent toujours cette variable d'état. De plus, cette variable est directement liée au degré de saturation à travers la courbe de rétention et est la plupart du temps utilisée dans la définition de la contrainte effective et dans la définition de la seconde variable qui traduit le renforcement du matériau dans l'état non saturé. Enfin, l'étude du comportement mécanique des sols non saturés en laboratoire est souvent réalisée à partir d'essais drainés à succion contrôlée.

1.5 Conclusion

Dans ce chapitre, on a souligné l'importance de l'influence de la succion sur les déformations volumiques et le comportement en cisaillement d'un sol ou d'un milieu granulaire non saturé. Pour les milieux visés par cette étude (type sables), le phénomène de capillarité est prépondérant sur le phénomène d'adsorption. Les effets liés à l'osmose ne sont pas considérés. La succion s est donc définie par la suite comme la différence entre la pression de l'air p_a et la pression de l'eau p_e : $s = p_a - p_e$.

Il a été mis en évidence lors de l'étude des jeux de contraintes possibles dans les sols non saturés, que ce jeu de contrainte doit intégrer une variable déterminant la proportion de liquide (le degré de saturation S_r) et une variable caractérisant l'état énergétique de l'eau (la succion s), pour prendre en compte le comportement hystérétique de la courbe de rétention. L'étude de la courbe de rétention qui relie la succion au degré de saturation (ou les teneurs en eau massique w et volumique θ_l) est donc nécessaire à l'étude des milieux granulaires non saturés.

Dans cette étude, le milieu granulaire non saturé sera étudié par une approche en éléments discrets qui présente l'avantage de déterminer précisément l'influence d'un phénomène local (dans notre cas la capillarité) sur le comportement macroscopique du milieu.

Le choix utilisé pour contrôler la répartition de l'eau est un contrôle en succion utilisé dans de nombreux essais expérimentaux pour caractériser la rhéologie (triaxial, œdomètre) et la courbe de rétention des milieux granulaires. On suppose qu'à l'équilibre la succion est homogène dans le milieu et pilote une répartition hétérogène des volumes locaux. L'étude présentée dans ce travail portera essentiellement sur le domaine pendulaire, et plus précisément pour des teneurs en eau (faibles) où les ponts liquides se forment entre deux particules et où la capillarité est le phénomène prépondérant lié à la présence d'eau (une première approche de la coalescence sera néanmoins proposée par la suite).

CHAPITRE 2

Etude théorique du pont liquide

Sommaire

2.1	Introduction	36
2.2	Généralités sur les ponts liquides	36
2.2.1	Equation de Young-Laplace	37
2.2.2	Existence et forme du pont liquide	39
2.2.3	Force de capillarité	42
2.2.4	Effet de la gravité, de la rugosité et de la viscosité	44
2.3	Modélisation du pont liquide	47
2.3.1	Méthode basée sur la résolution de l'équation différentielle de Young-Laplace	48
2.3.2	Approximation toroïdale	50
2.3.3	Description des variables adimensionnées	55
2.3.4	Comparaison des résultats avec des expressions de la littérature	56
2.4	Variable de contrôle : succion	58
2.4.1	Essai de traction à succion constante, influence de la succion	58
2.4.2	Influence des paramètres caractéristiques du doublet	60
2.4.3	Distance de rupture	70
2.5	Conclusion	71

2.1 Introduction

La présence d'eau sous forme de pont liquide entre deux grains entraîne une force d'attraction entre ces grains. La forme des grains, et notamment la courbure de la surface en contact avec le pont liquide, a beaucoup d'importance. Par exemple, la force capillaire initiale entre un plan et une sphère est quasiment le double que celle entre deux sphères [82]. Par soucis de simplification, on étudiera principalement des ponts liquides formés entre deux grains sphériques. Plusieurs travaux théoriques concernant les ponts liquides entre deux grains sphériques ont été réalisés soit en utilisant une méthode basée sur la résolution numérique de l'équation différentielle de Young-Laplace, soit en utilisant une méthode basée sur l'approximation du profil du pont liquide par un cercle (approximation toroïdale). Dans la majorité des cas, ces travaux considèrent le cas d'un essai de traction à volume constant du pont liquide. De nombreuses expressions reliant la force capillaire au volume du pont liquide et aux caractéristiques géométriques et physiques du pont liquide ont été établies dans les cas monodisperse [87, 99] et polydisperse [117, 105]. Récemment, certains auteurs se sont intéressés plus particulièrement à la relation entre la succion et le volume des ponts liquides [90, 79, 76, 34] pour des distances intergranulaires données. Ces travaux considèrent soit des doublets monodisperses [90, 79, 34], soit des doublets polydisperses [76]. Lechman et al. [76] et Molenkamp et al. [90] ont étudié la validité de l'approximation toroïdale et la relation entre le volume et la succion respectivement dans le cas monodisperse et polydisperse. La sensibilité de la force capillaire à la succion ainsi que l'influence de la distance interparticulaire sur la précision de l'approximation toroïdale ont été étudiées par Molenkamp [90]. L'étude de la traction du pont liquide à succion imposée a été brièvement étudiée par Scholtès [112] par une méthode basée sur l'intégration de l'équation de Young-Laplace. Dans le cadre de ce chapitre, après un rappel des généralités concernant les ponts capillaires, une description des méthodes utilisées pour modéliser le comportement du pont liquide entre deux grains de différentes tailles sera présentée. Par la suite, la comparaison de ces méthodes, ainsi que les principaux résultats obtenus sur le comportement du pont liquide, seront analysés. L'accent sera mis sur l'étude de l'influence de la succion sur le comportement du pont liquide et sur l'étude de la traction d'un pont liquide à succion constante, peu étudiée.

2.2 Généralités sur les ponts liquides

Cette section présente les bases du comportement d'un pont liquide. On montre dans un premier temps l'origine de l'équation de Young-Laplace. Dans un second temps, la forme du pont liquide et ses conditions d'existence et de stabilité sont étudiées. Dans un troisième temps, les effets de la gravité, de la rugosité et de la viscosité sur le pont liquide seront discutés. Enfin, une revue des différentes méthodes existantes pour le calcul de la force capillaire sera présentée.

2.2.1 Equation de Young-Laplace

Lorsque l'on traverse une interface entre deux fluides différents, il y a un saut de pression (sauf cas particuliers des surfaces planes par exemple) dont l'origine est la tension de surface. L'équation de Young-Laplace relie ce saut de pression, la tension superficielle et la courbure de la surface. Elle est à la base des travaux analytiques sur la capillarité. On présente ici cette équation et son origine d'après les travaux de Mouette [93].

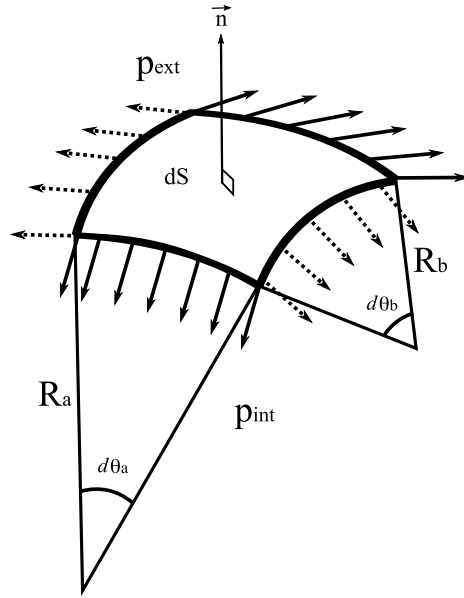


FIGURE 2.1 – Surface concave

On considère un élément de surface courbé dS dont les rayons de courbures dans deux directions orthogonales sont R_a et R_b . A l'équilibre, les forces dues à la différence de pression entre l'intérieur et l'extérieur ($\Delta p = p_{int} - p_{ext}$) et les forces dues à la tension superficielle s'équilibrent. Les projections sur la normale $\vec{n}$ à l'élément de surface dS des forces dues à la tension superficielle s'écrivent :

$$F_{\gamma R_a} = -d\theta_a d\theta_b R_a \gamma \text{ et } F_{\gamma R_b} = -d\theta_a d\theta_b R_b \gamma \quad (2.1)$$

La projection sur la normale à la surface de la force due à la différence de pression entre l'intérieur et l'extérieur est :

$$F_{\Delta p} = d\theta_a R_a d\theta_b R_b \Delta p \quad (2.2)$$

A l'équilibre on a donc :

$$F_{\Delta p} + F_{\gamma R_b} + F_{\gamma R_a} = 0 \quad (2.3)$$

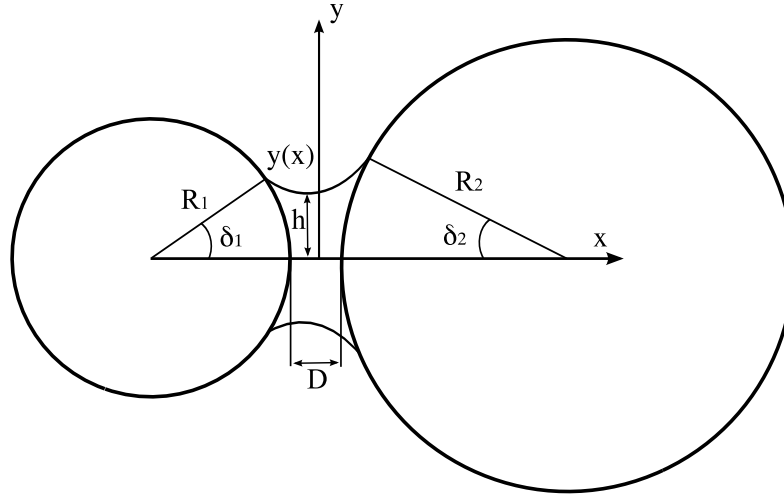


FIGURE 2.2 – Représentation géométrique du pont liquide entre deux grains de tailles différentes où δ_1 et δ_2 sont les angles de remplissage des ponts liquides, R_1 et R_2 sont respectivement les rayons du plus petit grain et du plus gros grain, D est la distance intergranulaire, h est le rayon de gorge.

On en déduit l'expression de l'équation de Young-Laplace :

$$\Delta p = \gamma \left(\frac{1}{R_a} + \frac{1}{R_b} \right) \quad (2.4)$$

Dans cette expression, les rayons de courbure doivent être pris en valeur algébrique. On peut distinguer quelques cas particuliers. Par exemple, dans le cas d'une interface cylindrique avec R rayon du cylindre, $\Delta p = \frac{\gamma}{R}$ car $R_a = R$ et $R_b = \infty$. Dans le cas d'une interface sphérique avec R rayon de la sphère, $\Delta p = \frac{2\gamma}{R}$ et $R_a = R_b = R$. Enfin, dans le cas d'une bulle de savon sphérique de rayon R , $\Delta p = \frac{4\gamma}{R}$ car il y a deux interfaces liquide-air. Dans le cas d'un pont liquide de profil $y(x)$ (figure 2.2), les courbure externe $\frac{1}{R_a}$ et interne $\frac{1}{R_b}$ peuvent s'écrire :

$$\begin{cases} \frac{1}{R_a} = \frac{-\ddot{y}(x)}{(1+\dot{y}^2(x))^{\frac{3}{2}}} \\ \frac{1}{R_b} = \frac{1}{y(x)\sqrt{1+\dot{y}^2(x)}} \end{cases} \quad (2.5)$$

A partir de l'équation de Young-Laplace, on peut donc écrire l'équation suivante :

$$-\frac{\Delta p}{\gamma} + \frac{1}{y(x)\sqrt{1+\dot{y}^2(x)}} - \frac{\ddot{y}(x)}{(1+\dot{y}^2(x))^{\frac{3}{2}}} = 0 \quad (2.6)$$

qui est communément appelée équation différentielle de Young-Laplace. Dans une écriture adimensionnée, elle s'écrit :

$$H + \frac{1}{y^*(x^*)\sqrt{1+\dot{y}^{*2}(x^*)}} - \frac{\ddot{y}^*(x^*)}{(1+\dot{y}^{*2}(x^*))^{\frac{3}{2}}} = 0, \quad (2.7)$$

où $x^* = \frac{x}{R_2}$, $y^* = \frac{y}{R_2}$, $s = -\Delta p$, et $H = \frac{sR_2}{\gamma}$ et R_2 est le rayon du plus gros grain.

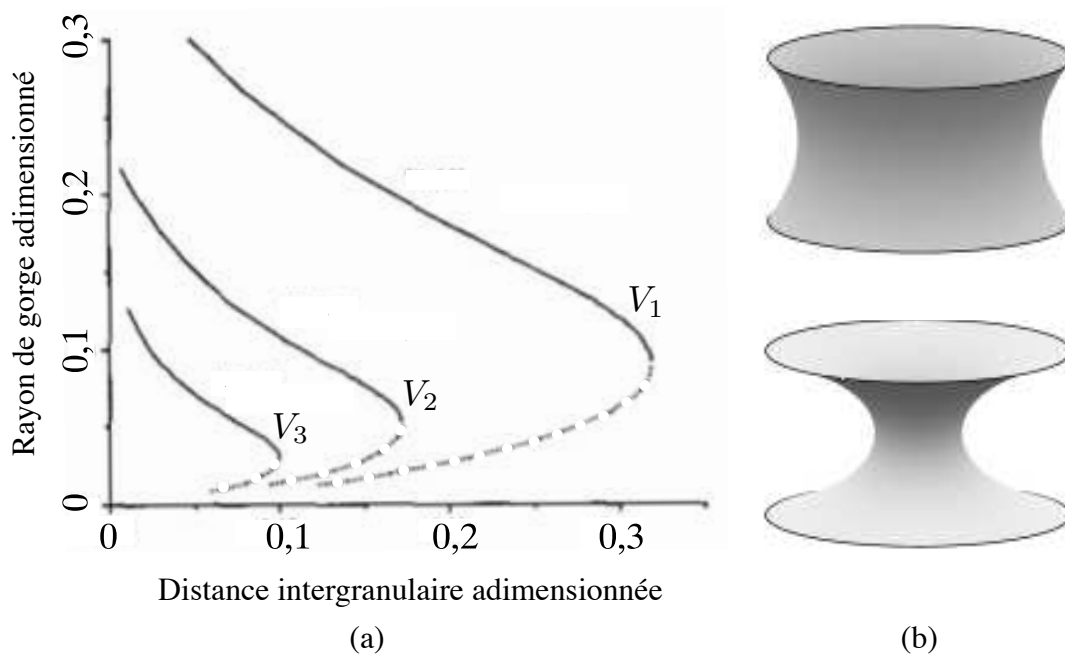


FIGURE 2.3 – (a) Solutions stables (traits pleins) et instables (pointillés) de l'équation de Young-Laplace lors d'un essai de traction à volume constant pour trois différentes valeurs du volume du pont liquide (V_1 , V_2 et V_3) [78]. (b) Figure du haut : pont stable ; figure du bas : pont instable [1].

Cette équation différentielle, qui régit le profil du pont liquide peut également être établie à partir de l'étude de l'équilibre d'une portion de pont liquide ou bien par la recherche d'une surface d'énergie minimale [116]. L'étude du profil suffit à caractériser la forme du pont liquide car celui-ci est une forme de révolution.

2.2.2 Existence et forme du pont liquide

L'équation différentielle de Young-Laplace est résolue le plus souvent de manière numérique car la résolution mathématique peut être très complexe. De Bisshop and Rigole [27] et Erle et al [35] ont étudié numériquement les solutions de cette équation et ont trouvé deux solutions pour chaque distance intergranulaire qui convergent vers une seule solution pour une distance intergranulaire critique qui peut être considérée comme la distance de rupture (figure 2.3a). Pour les distances supérieures à cette distance critique, il n'y a pas de solution. La stabilité de ces deux solutions a été étudiée par Lian et al [78] en considérant l'énergie libre de surface de ces deux solutions. Ils ont montré que la solution instable correspond au pont liquide dont le rayon de gorge est le plus petit (figure 2.3b). Les représentations des deux solutions stable et instable avec le même angle de remplissage du pont sont données sur la figure 2.3b.

La distance de rupture du pont liquide a été largement étudiée. La rupture se produit afin de minimiser l'aire d'interface entre le liquide et l'air [116]. Elle aura lieu lorsque le pont liquide

n'aura plus la forme adéquate à la minimisation de l'énergie de surface, autrement dit, lorsque l'aire d'interface liquide-air constituée par le pont sera supérieure à l'aire d'interface liquide-air des deux gouttes formées après rupture du pont liquide. Dans le cas monodisperse, un premier critère de rupture arbitraire proposé par de Bisshop and Rigole [27] consiste à considérer que le pont liquide se rompt quand l'angle de remplissage atteint un minimum. Ce critère est réfuté par des expériences réalisées par Mazzone et al [85] qui remarquent durant leur expérience qu'une valeur minimale de l'angle de remplissage est atteinte qui ne coïncide pas avec la rupture du pont liquide. Un critère de rupture du pont liquide a par la suite été défini par Lian et al [78] dans le cas monodisperse. Pour des angles de contact inférieurs à 40 degrés, la distance de rupture D_{rupt} dépend seulement du volume du pont liquide V et de l'angle de contact θ et est égale à :

$$D_{rupt} = (1 + 0.5\theta)V^{\frac{1}{3}} \quad (2.8)$$

Ce critère a été vérifié expérimentalement par Fairbrothers and Simons [39] et Soulié [116]. Dans le cas polydisperse, il a tendance à surestimer la distance de rupture réelle. Sur la base de résultats expérimentaux, Willet et al [131] ont proposé un critère de rupture qui exprime la distance de rupture en fonction des rayons des grains R_1 et R_2 , du volume du pont liquide V et de l'angle de contact θ :

$$D_{rupture} = (1 + 0.25\theta(\frac{R_1}{R_2} + 1))(V^{\frac{1}{3}} + (\frac{R_1}{2R_2^2} - \frac{2}{5R_2^2})V^{\frac{2}{3}}) \quad (2.9)$$

Orr et al [95], à partir d'une résolution analytique obtenue sur la base d'intégrales elliptiques, ont étendu l'étude des ponts capillaires à une large gamme de volumes de ponts liquides et ont répertorié les différentes formes que pouvait prendre le pont liquide. Avec l'augmentation du volume, le profil du pont liquide présente différentes formes dont les différentes surfaces sont les surfaces de courbure principale constante auparavant classifiées par Plateau [100]. Pour les faibles volumes correspondant au régime pendulaire, le pont liquide est une portion de nodoïde (figure 2.4a) et la succion est positive. Avec l'augmentation du volume, la surface peut devenir une caténoïde (forme d'un film d'eau savonneuse suspendu entre deux anneaux : figure 2.4b). La succion est alors nulle et l'angle de remplissage exact δ_0 correspondant est défini par [95] :

$$\tan\left(\frac{\delta_0 + \theta}{2}\right) + \exp\left[\frac{\tan\left(\frac{\delta_0}{2}\right)}{\sin(\delta_0 + \theta)}\right] - \cot\left(\frac{\theta}{2}\right) = 0 \quad (2.10)$$

Avec une augmentation progressive du volume, la surface devient successivement de la forme d'un unduloïde (figure 2.4c), une portion de sphère (figure 2.4h), et enfin un segment de nodoïde (figure 2.4e). Le segment de cylindre sur la figure 2.4e est un cas particulier d'unduloïde.

Pour s'affranchir des difficultés de résolution de cette équation, il est courant de considérer que le profil du pont liquide est circulaire. Cette approximation, proposée par Fisher [40] est appelée approximation toroïdale. Elle correspond à la solution exacte dans le cas où le profil du pont liquide a une forme cylindrique ou sphérique (figures 2.4e et 2.4h). Dans la plupart

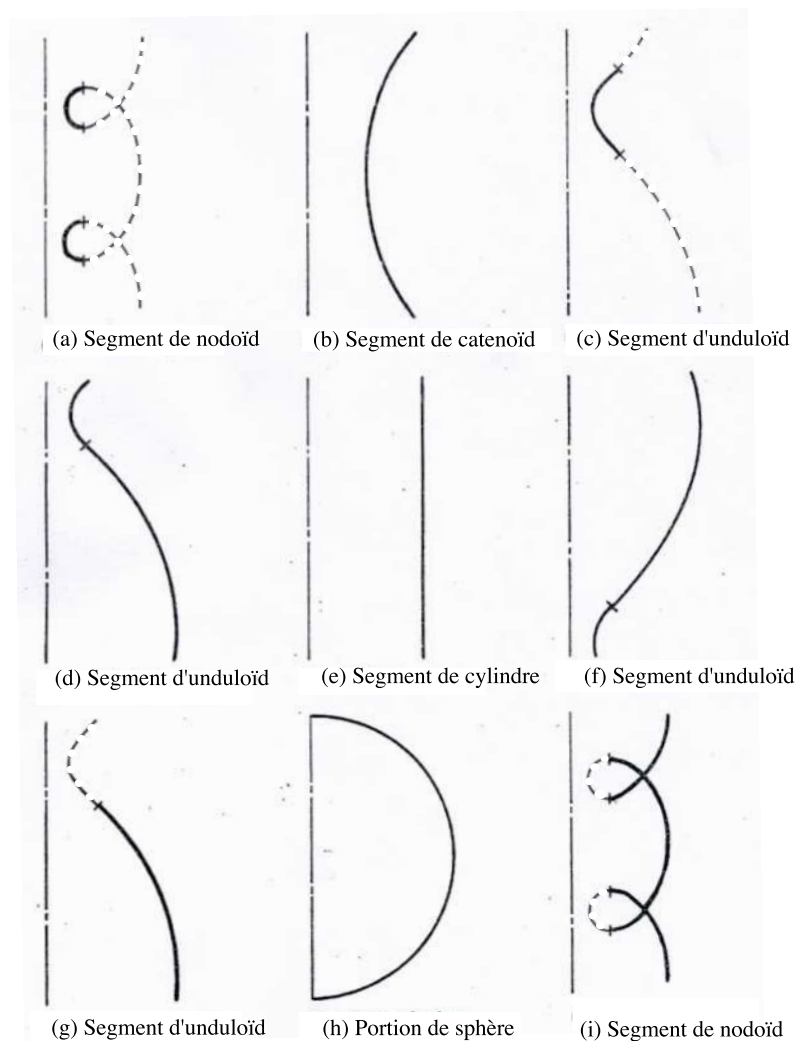


FIGURE 2.4 – Représentation des différentes surfaces de courbure principale constante que peut avoir le pont liquide d'après Orr et al. [95]. Le volume des ponts liquides est croissant de la figure (a) à la figure (i)

des cas, et surtout dans le domaine pendulaire, cette approximation ne respecte pas l'équation de Young-Laplace car la courbure n'est pas la même dans tout le pont liquide. Dans ce cas, la différence de pression au niveau du rayon de gorge est inférieure à la succion calculée au niveau de la ligne triple. Néanmoins, cette approche a été très largement utilisée et donne une bonne concordance entre les forces capillaires mesurées et les forces capillaires calculées (les erreurs sont inférieures à 10% pour une grande gamme de volumes de pont liquide et quelles que soit la distance de séparation [78]). L'estimation de la force est d'autant meilleure que la succion est forte [90]. Quand la succion approche de zéro, l'approximation toroïdale s'éloigne de la solution exacte [76]. Il faut noter une sous-estimation de la force avec l'augmentation de la distance inter-granulaire [85]. Pour des distances inter-granulaires nulles, l'évaluation du volume, et de la force capillaire en fonction de l'angle de remplissage du pont liquide par l'approximation toroïdale est bonne.

2.2.3 Force de capillarité

La force capillaire est issue de deux contributions séparées : de la succion et de la tension superficielle du liquide. Parmi les différentes méthodes utilisées pour calculer la force capillaire, on peut citer :

- La “Boundary method” établie par Princen [101] qui consiste à calculer la force de capillarité au niveau de la ligne triple pour des sphères de même rayon R .

$$f_{cap} = 2\pi\gamma R \sin \delta_1 \sin (\delta_1 + \theta) + \pi R^2 \sin \delta_1 s \quad (2.11)$$

Ici, la valeur de s est déterminée par l'équation de Laplace au niveau de la ligne triple.

- La “Boundary method” centrée qui utilise la même expression que la “Boundary method”, mais en procédant cette fois au calcul de s au niveau du rayon de gorge.

$$f_{cap} = 2\pi\gamma R \sin \delta_1 \sin (\delta_1 + \theta) + \pi R^2 \sin \delta_1^2 \gamma \left(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{h} \right) \quad (2.12)$$

où ρ est le rayon de courbure du profil et h est la valeur du rayon de gorge. Cette expression est valable dans le cas d'un pont liquide concave où $s = \gamma \left(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{h} \right)$ est valable.

- La “gorge method” qui consiste à calculer la force au niveau du rayon de gorge. Elle consiste à utiliser l'aire de la surface au niveau de la gorge pour calculer la force issue de la différence de pression et la tangente à la gorge pour obtenir la contribution de la tension superficielle à la force. L'expression obtenue est la suivante :

$$f_{cap} = \pi h^2 s + 2\pi h \gamma \quad (2.13)$$

La “gorge method” donne les meilleurs résultats pour l'approximation toroïdale. Les résultats sont très bons pour les faibles valeurs de D mais sont de moins bonne qualité pour les grandes valeurs de D . L'erreur maximale est inférieure à 10% pour le plus grand volume considéré [78].

Dans ces différentes expressions, on peut remarquer que la contribution de la différence de pression peut entraîner des forces d'attraction (si s est positif) ou des force de répulsion (si s est négatif) ; tandis que la contribution de la tension superficielle à la force capillaire est toujours une force d'attraction. Quand le volume du pont liquide augmente, les forces d'attraction dues à la tension superficielle deviennent plus importantes que celles dues à la succion [34] tandis que dans le domaine des faibles volumes leurs contributions sont quasiment identiques.

Les résultats obtenus par résolution numérique de l'équation différentielle par Erle et al [35] et Mazzone et al [85] sont comparables aux résultats expérimentaux de Mason et Clark [82]. Plus tard, Willet et al [131] trouvent une concordance remarquable entre leurs résultats expérimentaux et les résultats issus de la résolution numérique de l'équation différentielle de Young-Laplace. La résolution de Young-Laplace étant coûteuse en temps de calcul, de nombreux auteurs ont travaillé à la détermination d'une expression explicite de la force capillaire en fonction de paramètres géométriques caractéristiques du doublet de grains (R_1 , R_2 , D), de paramètres liés à la nature du liquide et à son interaction avec le solide (γ et θ) et enfin d'un paramètre lié à la quantité de liquide présente dans le pont V . Dans le cas monodisperse, en étendant les travaux d'Israelachvili [60] dont l'expression de la force capillaire n'était pas uniquement composée de paramètres accessibles à la mesure, une relation exprimant la force capillaire en fonction de R , D , γ , θ et le volume du pont liquide V a été obtenue par Pitois et al [99] :

$$f_{cap} = 2\pi\gamma R \cos\theta \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{2V}{\pi R D^2}}} \right) \quad (2.14)$$

L'inconvénient majeur de cette relation est qu'elle n'est pas définie pour des distances intergranulaires nulles. A partir de la résolution numérique de l'équation différentielle et par interpolation des résultats obtenus, une expression explicite de la force capillaire a été obtenue dans le cas monodisperse par Mikami et al. [87] en fonction du rayon des grains du doublet R , de la distance intergranulaire D , de la tension superficielle γ , de l'angle de contact θ et du volume du pont liquide V . S'inspirant de ces travaux, Soulié a proposé une relation explicite exprimant la force capillaire dans le cas polydisperse [117] :

$$f_{cap} = \pi\gamma\sqrt{R_1 R_2} (c + \exp(a \frac{D}{R_2} + b)) \quad (2.15)$$

Avec :

$$a = -1, 1 \left(\frac{V}{R_2^3} \right)^{-0,53}$$

$$b = (-0,148 \ln(\frac{V}{R_2^3}) - 0,96)\theta^2 - 0,0082 \ln \frac{V}{R_2^3} + 0,48$$

$$c = 0,0018 \ln(\frac{V}{R_2^3}) + 0,078$$

L'intérêt de cette expression est que tous les paramètres sont directement accessibles à la mesure. Les résultats issus de cette expression ont été comparés aux résultats expérimentaux obtenus par Willet et al [131] avec une très bonne concordance. Plus récemment, Richefeu [107] a proposé l'expression suivante pour définir la force capillaire qui a l'avantage de ne pas introduire beaucoup de coefficients arbitraires :

$$f_{cap} = 2\pi\gamma\cos\theta\sqrt{R_1R_2}\exp\left(\frac{D}{\lambda}\right) \quad (2.16)$$

Avec $\lambda = 0,9r^{-\frac{1}{2}}\left(\frac{V}{R_{12}}\right)^{\frac{1}{2}}$ où $R_{12} = \frac{2R_1R_2}{R_1+R_2}$ et $r = \frac{R_1}{R_2}$.

On remarque que dans toutes les expressions explicites développées jusqu'ici, on a considéré le volume du pont liquide comme la variable décrivant la quantité d'eau dans le pont liquide. Dans le cadre de cette thèse, où l'on souhaite s'intéresser à l'influence de la succion sur le comportement mécanique d'un milieu granulaire, une expression explicite de la force capillaire en fonction des paramètres géométriques du doublet R_1 , R_2 , D , des paramètres physiques (θ, γ) liés à la présence d'eau dans le milieu granulaire et de la succion s serait plus pertinente.

2.2.4 Effet de la gravité, de la rugosité et de la viscosité

Dans cette sous-section on s'intéresse à l'influence de la gravité, de la rugosité et de la viscosité sur le comportement du pont liquide.

Gravité :

Considérons un pont liquide vertical. L'effet de la gravité a tendance à diminuer la distance de rupture et peut entraîner une distortion du pont capillaire à l'origine de changement dans la force capillaire. En présence de la gravité, la différence de pression Δp au travers de l'interface peut s'écrire $\Delta p = \Delta p_0 - (\rho_e - \rho_a)gx$ [108, 136]. ρ_e et ρ_a sont respectivement la masse volumique de l'eau et de l'air, g est l'accélération de la pesanteur, Δp_0 est la différence de pression au niveau de la section de gorge du pont liquide et x est la position par rapport à cette même section. L'équation différentielle régissant le profil du pont liquide devient alors :

$$\frac{-\Delta p_0}{\gamma} + \frac{(\rho_e - \rho_a)g}{\gamma}x = \frac{\ddot{y}(x)}{(1 + \dot{y}^2(x))^{\frac{3}{2}}} - \frac{1}{y(x)\sqrt{1 + \dot{y}^2(x)}} \quad (2.17)$$

A travers cette équation, on note que l'effet de la gravité augmente avec la distance intergranulaire [85]. L'équation adimensionnée devient :

$$H = H_0 + B_0x^* = \frac{\ddot{y}^*(x^*)}{(1 + \dot{y}^{*2}(x^*))^{\frac{3}{2}}} - \frac{1}{y^*(x^*)\sqrt{1 + \dot{y}^{*2}(x^*)}} \quad (2.18)$$

où $H_0 = \frac{-\Delta p_0 R_2}{\gamma}$ et $B_0 = \frac{(\rho_e - \rho_a)gR_2^2}{\gamma}$, appelé le nombre de Bond, représente le rapport entre les effets gravitationnels et de tension de surface. Si $B_0 \ll 1$, alors la gravité peut être négligée [98]. Sur la figure 2.5, les solutions numériques du profil d'un pont liquide avec ou sans gravité (différents nombres de Bond) sont comparées [85]. On remarque la distortion du pont liquide pour un nombre de Bond important ($B_0 = 1, 254$). Dans le cas des sols relativement fins, la taille des particules est inférieure au millimètre. En considérant des particules de rayon $1mm$ liées

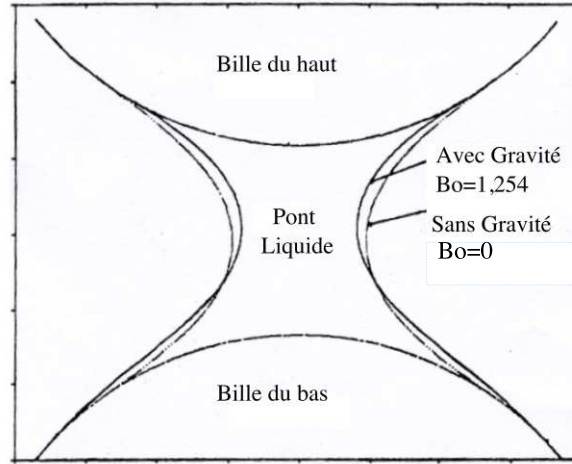


FIGURE 2.5 – Distorsion du pont liquide sous l'action de la gravité [85].

par un pont liquide constitué d'eau, le nombre de Bond est égal à 0,13 et satisfait $B_0 \ll 1$. Dans la suite de cette étude qui s'applique principalement aux sols, le choix de négliger les effets de la gravité semble donc justifié.

Il est important de noter que le nombre de Bond ne prend pas en compte l'effet du volume du pont liquide. Un pont liquide de faible volume, dont la valeur de H_0 est forte, est moins soumis à la gravité qu'un pont de volume important, dont la valeur de H_0 est faible. Il peut donc exister des cas où le nombre de Bond est élevé mais où l'influence de la gravité est faible. Orr et al. [95] ont utilisé le critère suivant pour étudier l'action de la gravité dans le cas d'une sphère et d'un plan en contact :

$$\frac{B_0}{H_0} \ll 1 \quad (2.19)$$

Ils ont établi que pour des rapports $\frac{B_0}{H_0} = 1,3\%$ et $\frac{B_0}{H_0} = 21\%$, les différences respectives avec les solutions sans gravité sont de 0,19% et 7,6%. Un autre critère peut être le rapport entre les deux termes de gauche de l'équation différentielle précédente. On pourrait alors considérer que la gravité peut être négligée si :

$$\frac{B_0 x^*}{H_0} \ll 1 \quad (2.20)$$

Rugosité :

La rugosité des grains a une influence notable sur la force capillaire [12]. Cette influence dépend fortement de la quantité d'eau présente dans le pont liquide : plus la quantité d'eau est importante, moins l'influence de la rugosité est grande. On peut distinguer plusieurs régimes

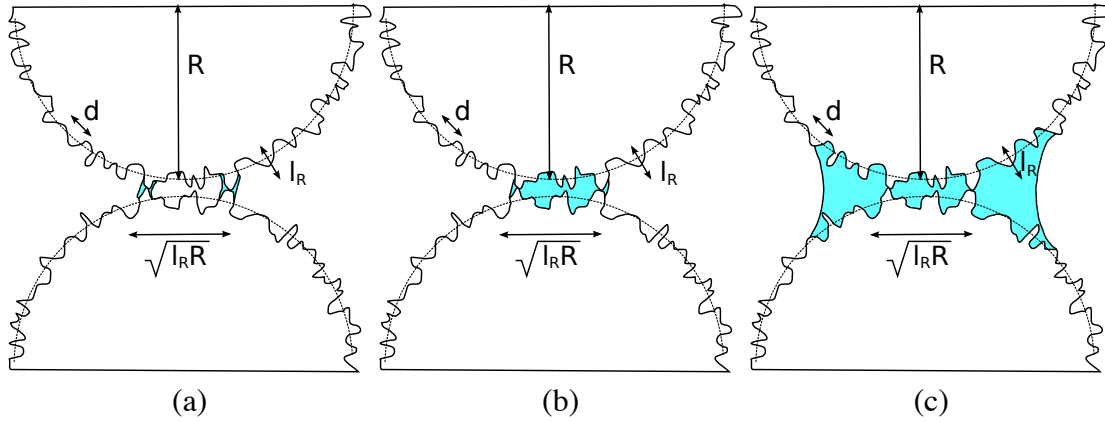


FIGURE 2.6 – (a) régime d'aspérités, (b) régime de rugosité, (c) régime sphérique [56]. l_R est la hauteur moyenne des aspérités, d est leur largeur moyenne, $\sqrt{l_R R}$ est approximativement la largeur de la zone de contact pour laquelle la courbure moyenne des particules n'est pas apparente.

en fonction de la quantité d'eau présente dans le pont liquide [56] : le “régime d'aspérités”, le “régime de rugosité” et le “régime sphérique” :

- Le régime d'aspérités est défini pour les très faibles valeurs du volume du pont liquide. Le volume se répartit autour d'une ou de quelques aspérités pour lesquelles les deux particules sont en contact (voir figure 2.6a). Ce régime perdure tant que le volume de liquide ne permet pas la jonction par le liquide de plusieurs aspérités successives. Sur la figure 2.6a, on s'aperçoit qu'il n'y a pas jonction tant que la largeur de la région remplie de liquide ne dépasse pas d . Le volume maximal est approché par $V = l_R d^2$. La force de capillarité se manifeste de façon discrète au niveau d'une ou de quelques aspérités.
- Le régime de rugosité se manifeste pour des volumes de liquide plus grands. Le liquide occupe alors une région plus grande qui peut rejoindre plusieurs aspérités (voir figure 2.6b). Néanmoins, la courbure des particules ne joue toujours aucun rôle. Elle est dominée par l'effet de la rugosité au niveau du contact. Ce régime existe tant que $V < l_R^2 R$ [56].
- Le régime sphérique existe pour des volumes de liquide encore plus grands à partir desquels la région remplie par le liquide a une largeur supérieure à $\sqrt{l_R R}$. La courbure moyenne de la surface dépasse alors les effets de la rugosité (voir figure 2.6c).

Dans le régime sphérique seulement (voir figure 2.6c), la rugosité n'influe quasiment pas sur la force capillaire. Dans le cadre de cette étude, on supposera que la surface des grains est lisse et que la rugosité est nulle. Néanmoins, dans certains cas, on proposera une prise en compte simplifiée de cette rugosité. Sur la figure 2.6, on constate que deux particules rugueuses en contact ne sont pas à une distance intergranulaire D nulle lorsque l'on approche leur géométrie par une sphère parfaite. Cette approche est plus réaliste car dans la réalité, les grains, si on les assimile à des sphères lisses ne sont jamais réellement en contact. Cet éloignement dû à la rugosité peut être pris en compte facilement dans l'étude numérique en translatant les distances entre les grains d'un facteur proche de l_R . Par exemple, soit deux grains sphériques en contact, on considérera alors que la distance intergranulaire entre les deux grains est l_R .

Viscosité :

Le nombre capillaire adimensionné $C_a = \frac{\mu v}{\gamma}$, qui représente le rapport entre le produit de la viscosité μ et de la vitesse v sur la tension superficielle γ , permet de comparer la contribution de la viscosité et la contribution de la tension superficielle à l'origine de la capillarité [87]. Si ce rapport est plus grand que 1, les effets dus à la viscosité dominent les effets dus à la capillarité. Si ce rapport est inférieur à 10^{-3} , les effets dus à la viscosité peuvent être négligés. Si l'on considère un pont liquide composé d'eau à 20° , la tension superficielle γ est égale à $0,073 \text{ N/m}$ et la viscosité μ vaut $1,01 \cdot 10^{-3} \text{ Pa.s}$. La vitesse caractéristique v correspondant donc à C_a égal à 10^{-3} vaut $0,072 \text{ m/s}$. Cette vitesse n'est jamais atteinte dans les simulations numériques, ou pendant la traction expérimentale du pont liquide. On considérera donc que les effets liés à la viscosité sont négligeables. Dans le cas où la viscosité serait non négligeable, une augmentation de la vitesse de séparation entraînerait une augmentation de la force capillaire.

2.3 Modélisation du pont liquide

Dans le cadre de cette étude, les grains sont assimilés à des sphères lisses et sont constitués par le même matériau (mêmes propriétés chimiques et physiques). Les effets de la gravité sur la distorsion du pont liquide et sur la valeur de la force capillaire sont négligés. Les effets de la viscosité sont négligés, l'étude se faisant dans une configuration quasi-statique. Dans cette section, deux méthodes sont présentées pour la modélisation du pont liquide. Dans les deux cas on considère des grains sphériques et lisses de rayons R_1 et R_2 avec $R_1 \leq R_2$. D désigne la distance intergranulaire, δ_1 et δ_2 les angles de remplissage et θ l'angle de contact (figure 2.7). Par la suite on appellera doublet de grains une entité représentée par les rayons des deux grains R_1 et R_2 , la tension superficielle entre le liquide constituant le pont capillaire γ et l'angle de contact θ entre le liquide et le matériau constituant des grains.

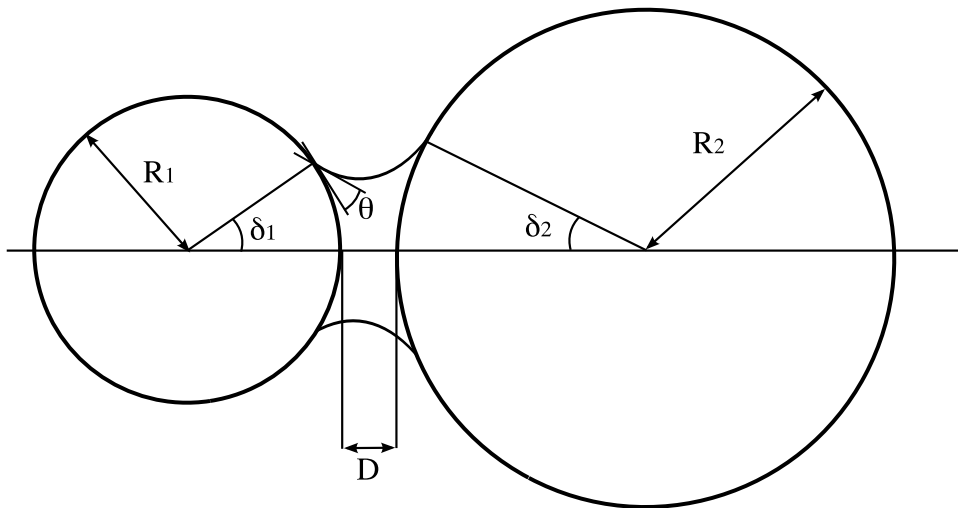


FIGURE 2.7 – Représentation du modèle de doublet capillaire utilisé

2.3.1 Méthode basée sur la résolution de l'équation différentielle de Young-Laplace

Considérons un pont liquide entre deux grains. L'axe x est dans la direction de la droite qui relie le centre des grains (axe central de révolution). L'axe y est perpendiculaire à x (figure 2.8).

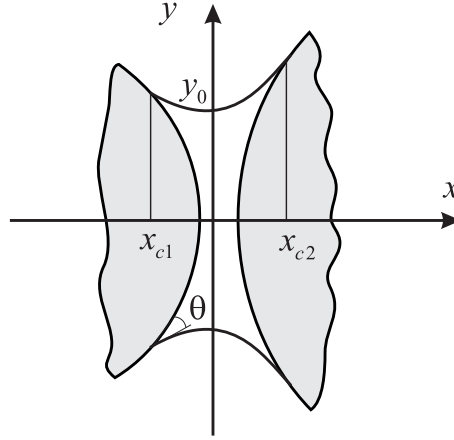


FIGURE 2.8 – Détails du pont liquide : y_0 est la valeur du rayon de gorge, x_{c1} et x_{c2} sont les abscisses de la ligne triple [116]

La méthode de résolution de l'équation différentielle est largement inspirée des travaux de Lian et al [78] et Soulié et al [116]. L'équation différentielle adimensionnée (Equation 2.7) qui régit le profil du pont liquide peut s'écrire de la forme suivante :

$$\frac{\ddot{y}^*}{(1 + \dot{y}^{*2})^{\frac{3}{2}}} - \frac{1}{y^* \sqrt{1 + \dot{y}^{*2}}} = H \quad (2.21)$$

Deux conditions aux limites sont nécessaires pour résoudre cette équation différentielle :

- La première condition est donnée par la valeur de la dérivée du profil au niveau de la gorge du pont liquide. Au niveau de la gorge, la dérivée du profil du pont liquide est nulle ($x^* = 0, \dot{y}^*(0) = 0$).
- La seconde condition est donnée par la valeur du rayon de gorge y_0^* (pour $x^* = 0$) à déterminer.

Afin de déterminer la valeur de y_0^* , on pose $Q = 1 + \dot{y}^{*2}$. L'équation 2.21 devient alors :

$$\frac{1}{2Q^{\frac{3}{2}}} \frac{dQ}{dy^*} - \frac{1}{y^* Q^{\frac{1}{2}}} = H \quad (2.22)$$

$$\frac{dQ}{dy^*} - \frac{2Q}{y^*} = 2HQ^{\frac{3}{2}} \quad (2.23)$$

$$Q = \frac{4y^{*2}}{(2K - Hy^{*2})^2} \quad (2.24)$$

$$\frac{y^*}{\sqrt{1 + \dot{y}^{*2}}} + \frac{1}{2}Hy^{*2} = K \quad (2.25)$$

On détermine la constante K en utilisant les conditions de contact au niveau de la ligne triple sur le grain 1, à savoir $y_1^* = r \sin \delta_1$ et $\dot{y}_1^* = \frac{1}{\tan(\delta_1 + \theta)}$. r est le rapport de polydispersité et est défini comme le rapport du plus petit rayon R_1 sur le plus gros rayon R_2 du doublet. On a donc avec l'équation 2.25 :

$$\frac{r \sin \delta_1}{\sqrt{1 + \frac{1}{\tan^2(\delta_1 + \theta)}}} + \frac{1}{2}Hr^2 \sin^2 \delta_1 = K \quad (2.26)$$

Comme $\cos^2 a = \frac{1}{1 + \tan^2 a}$, on obtient après simplification :

$$r \sin \delta_1 \sin(\delta_1 + \theta) + \frac{1}{2}Hr^2 \sin^2 \delta_1 = K \quad (2.27)$$

De la même façon, on peut déterminer la constante K en utilisant les conditions de contact sur le grain 2, à savoir $y_2^* = \sin \delta_2$ et $\dot{y}_2^* = \frac{1}{\tan(\delta_2 + \theta)}$:

$$r \sin \delta_2 \sin(\delta_2 + \theta) + \frac{1}{2}H \sin^2 \delta_2 = K \quad (2.28)$$

Les deux expressions précédentes de K sont équivalentes. On peut donc relier les angles de remplissage δ_1 et δ_2 . Le repère est centré au niveau du rayon de gorge. Au rayon de gorge on a donc $x^* = 0$. On a aussi $\dot{y}^* = 0$. On peut donc calculer la valeur y_0^* de y au niveau du rayon de gorge à l'aide de l'équation 2.25.

$$\frac{1}{2}Hy_0^{*2} + y_0^* = K \quad (2.29)$$

On remarque que cette équation correspond à l'équation de la "gorge method" pour calculer la force capillaire. La constante K sera donc égale à la force capillaire. La constante K étant connue, on peut déterminer la valeur de y_0^* :

$$\begin{cases} K & \text{si } H = 0 \\ \frac{-1 + \sqrt{1 + 2HK}}{H} & \text{si } H \neq 0 \end{cases} \quad (2.30)$$

A partir de ce stade, on connaît les deux conditions aux limites nécessaires pour résoudre l'équation différentielle. Afin de résoudre cette équation différentielle, une méthode d'intégration numérique basée sur la méthode des trapèzes est utilisée (fonction *ode23t* de Matlab).

Calcul des grandeurs caractéristiques du pont liquide

Pour un doublet de grains de rayons respectifs R_1 et R_2 dont l'angle de contact avec l'eau est θ ; on calcule le volume du pont liquide V , la distance inter-granulaire D et la force capillaire f_{cap} pour des valeurs de l'angle de remplissage δ_1 et de la succion s données. La procédure utilisée est la suivante : pour un angle δ_1 donné :

- On calcule la valeur de l'angle δ_2 à partir de l'équation suivante basée sur les équations 2.27 et 2.28 :

$$r \sin \delta_1 \sin (\delta_1 + \theta) + \frac{1}{2} H r^2 \sin^2 \delta_1 = r \sin \delta_2 \sin (\delta_2 + \theta) + \frac{1}{2} H \sin^2 \delta_2 \quad (2.31)$$

- On détermine la valeur des bornes x_{c1}^* et x_{c2}^* qui sont les abscisses pour lesquelles le pont liquide rentre respectivement en contact avec le grain 1 et le grain 2 en résolvant numériquement les équations suivantes :

$$y^*(x_{c1}^*) = r \sin \delta_1 \quad (2.32)$$

$$y^*(x_{c2}^*) = \sin \delta_2 \quad (2.33)$$

A partir des valeurs du profil du pont liquide $y^*(x^*)$, de x_{c1}^* et x_{c2}^* , de δ_1 et δ_2 et de R_1 et R_2 , on peut déterminer la valeur adimensionnée du volume du pont liquide à l'aide de l'équation suivante :

$$V^* = \pi \int_{x_{c1}^*}^{x_{c2}^*} y^{*2}(x^*) dx - V_1^* - V_2^* \quad (2.34)$$

V_1^* et V_2^* désignent les volumes des portions de grains solides recouvertes par le pont liquide. Ces portions mouillées sont des calottes sphériques de volumes respectifs :

$$V_j^* = \frac{1}{3} \pi \left(\frac{R_j}{R_2} \right)^3 (1 - \cos \delta_j)^2 (2 + \cos \delta_j), \quad j = 1, 2 \quad (2.35)$$

On peut aussi calculer la valeur de la distance intergranulaire adimensionnée avec la formule suivante :

$$D^* = x_{c2}^* - (1 - \cos \delta_2) - x_{c1}^* - r (1 - \cos \delta_1) \quad (2.36)$$

De même, on a accès à la valeur de la force capillaire adimensionnée à partir de la valeur de K .

On peut imaginer ensuite de multiples scénarios. Par exemple, en faisant varier δ_1 et en maintenant s à une valeur fixe, on peut donc avoir accès à la variation de V^* en fonction de D^* pour une succion donnée.

2.3.2 Approximation toroïdale

On suppose que la forme du pont liquide est un ménisque dont la courbure extérieure est circulaire (voir figure 2.9). Cette modélisation ne respecte pas tout à fait la loi de Laplace. En

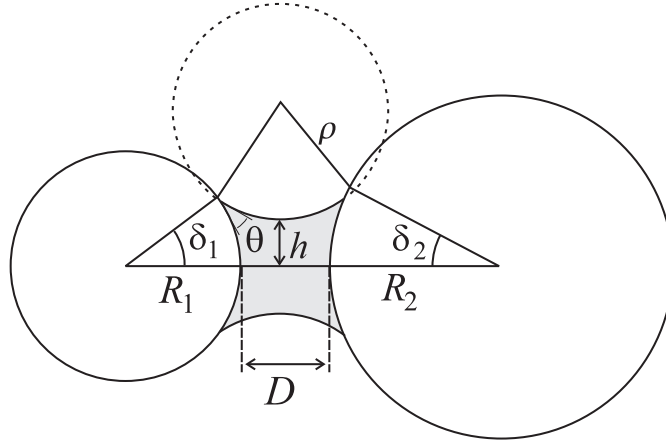


FIGURE 2.9 – Géométrie modèle d'un doublet et de son pont liquide concave.

effet, la courbure du pont liquide n'est pas la même le long du profil car le rayon de courbure externe est constant tandis que le rayon de courbure interne est variable. Cette approximation sera exacte dans les cas particuliers où le pont liquide est un cylindre ou une sphère (voir section 1). On désigne par ρ le rayon de courbure externe du pont liquide (rayon du cercle définissant le profil du pont liquide) et par h le rayon de courbure interne (rayon de gorge). ρ et h sont tous deux définis positifs. Dans ce travail, la loi de Laplace est appliquée au niveau du rayon de gorge. On peut différencier 2 cas : le cas où le pont est de forme concave (cas le plus courant dans le domaine pendulaire) et le cas où le pont est de forme convexe.

Pont liquide concave :

A partir de la figure 2.9, on peut établir de façon géométrique les expressions des principales grandeurs caractéristiques du pont liquide. L'expression de la distance intergranulaire D est :

$$D = \rho (\cos (\delta_1 + \theta) + \cos (\delta_2 + \theta)) + R_1 (\cos \delta_1 - 1) + R_2 (\cos \delta_2 - 1) \quad (2.37)$$

Une expression du rayon de courbure externe ρ du ménisque est la suivante :

$$\rho = \frac{D - R_1 (\cos \delta_1 - 1) - R_2 (\cos \delta_2 - 1)}{\cos (\delta_1 + \theta) + \cos (\delta_2 + \theta)} \quad (2.38)$$

Les expressions du rayon de gorge h sont :

$$h = \rho (\sin (\delta_2 + \theta) - 1) + R_2 \sin \delta_2 \quad (2.39)$$

$$h = \rho (\sin (\delta_1 + \theta) - 1) + R_1 \sin \delta_1 \quad (2.40)$$

En égalant les équations 2.39 et 2.40 on obtient l'expression suivante :

$$\rho = \frac{R_1 \sin \delta_1 - R_2 \sin \delta_2}{\sin (\delta_2 + \theta) - \sin (\delta_1 + \theta)} \quad (2.41)$$

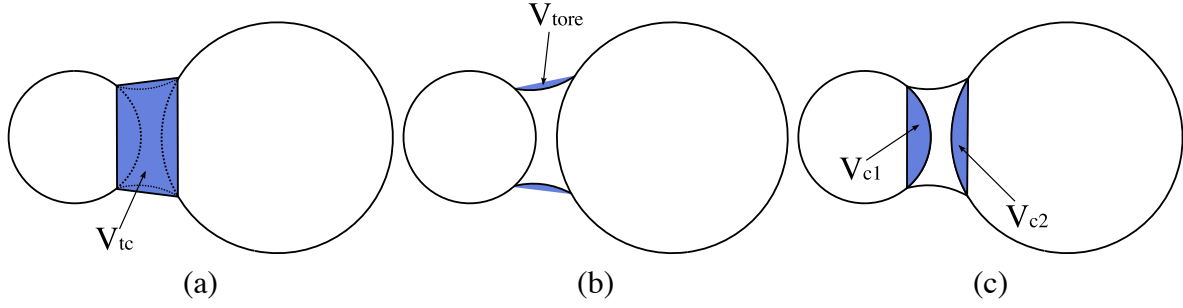


FIGURE 2.10 – (a) Volume du tronc de cône V_{tc} . (b) Volume du tore V_{tore} . (c) Volumes des calottes sphériques V_{c1} et V_{c2} recouvertes par le liquide.

Dans le cas monodisperse, $\delta_1 = \delta_2$. En combinant les équations 2.38 et 2.41, on établit une relation entre δ_1 et δ_2 dans le cas polydisperse :

$$\frac{\sin(\delta_1 + \delta_2 + \theta) - \sin \theta}{\sin(\delta_1 + \theta) - \sin(\delta_2 + \theta)} = \frac{1 + r + D^*}{1 - r} \quad (2.42)$$

L'expression de la succion s au niveau de la gorge du pont est donnée par l'expression de Laplace :

$$s = \gamma \left(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{h} \right) \quad (2.43)$$

Le volume du pont liquide est déterminé à partir des volumes suivants : le volume du tronc de cône, noté V_{tc} (figure 2.10a), le volume du tore compris entre le tronc de cône précédent et le pont liquide noté, V_{tore} (figure 2.10b) et les volumes des deux calottes sphériques V_{c1} et V_{c2} (figure 2.10c) qui correspondent aux angles de remplissage δ_1 et δ_2 :

$$V = V_{tc} - V_{tore} - V_{c1} - V_{c2} \quad (2.44)$$

avec :

$$V_{tc} = \frac{\pi}{3} R_2^3 \left[r(1 - \cos \delta_1) + \frac{D}{R_2} + 1 - \cos \delta_2 \right] [\sin^2 \delta_2 + r \sin \delta_1 \sin \delta_2 + r^2 \sin^2 \delta_1] \quad (2.45)$$

$$V_{tore} = 2\pi \left[\rho + h - \frac{4\rho \sin^3 \frac{\alpha}{2}}{3(\alpha - \sin \alpha)} \cos \left(\frac{\delta_2 - \delta_1}{2} \right) \right] \left[\frac{1}{2} \rho^2 (\alpha - \sin \alpha) \right] \quad (2.46)$$

avec $\alpha = \pi - \delta_1 - \delta_2 - 2\theta$

$$V_{c1} = \frac{\pi}{6} R_1^3 (1 - \cos \delta_1) (3 \sin^2 \delta_1 + (1 - \cos \delta_1)^2) \quad (2.47)$$

$$V_{c2} = \frac{\pi}{6} R_2^3 (1 - \cos \delta_2) (3 \sin^2 \delta_2 + (1 - \cos \delta_2)^2) \quad (2.48)$$

La méthode utilisée pour calculer la force capillaire f_{cap} est la “gorge method” :

$$f_{cap} = \pi h^2 s + 2\pi h \gamma \quad (2.49)$$

On peut imaginer plusieurs scénarios possibles :

- Celui qui nous intéresse le plus est le cas de la traction d’un pont à succion constante. Dans ce cas, on fait varier D pour une succion s constante et on résout numériquement le système composé des équations 2.38, 2.39, 2.42 et 2.43 pour déterminer ρ , h , δ_1 et δ_2 . Le volume V du pont liquide et la force capillaire f_{cap} peuvent ensuite être calculés respectivement à l’aide des équations 2.44 et 2.49.
- Un autre cas concerne la traction d’un pont à volume constant. Dans ce cas, on fait varier D pour un volume V constant et on résout numériquement le système composé des équations 2.38, 2.39, 2.42 et 2.44 pour déterminer ρ , h , δ_1 et δ_2 . La succion s et la force capillaire f_{cap} peuvent ensuite être calculées respectivement à l’aide des équations 2.43 et 2.49.

Pont liquide convexe :

Dans le cas d’un pont convexe (figure 2.11), certaines équations définissant les grandeurs caractéristiques du pont liquides changent par rapport au cas concave défini précédemment.

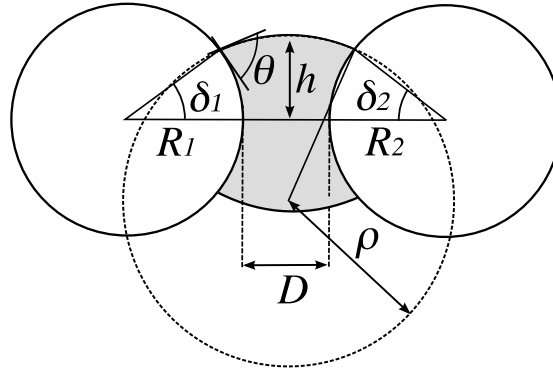


FIGURE 2.11 – Géométrie modèle d’un doublet et de son pont liquide convexe

Les expressions du rayon de gorge deviennent :

$$h = \rho (1 - \sin (\delta_1 + \theta)) + R_1 \sin \delta_1 \quad (2.50)$$

$$h = \rho (1 - \sin (\delta_2 + \theta)) + R_2 \sin \delta_2 \quad (2.51)$$

L’ expression du rayon de courbure externe est alors :

$$\rho = -\frac{D - R_1 (\cos \delta_1 - 1) - R_2 (\cos \delta_2 - 1)}{\cos (\delta_1 + \theta) + \cos (\delta_2 + \theta)} \quad (2.52)$$

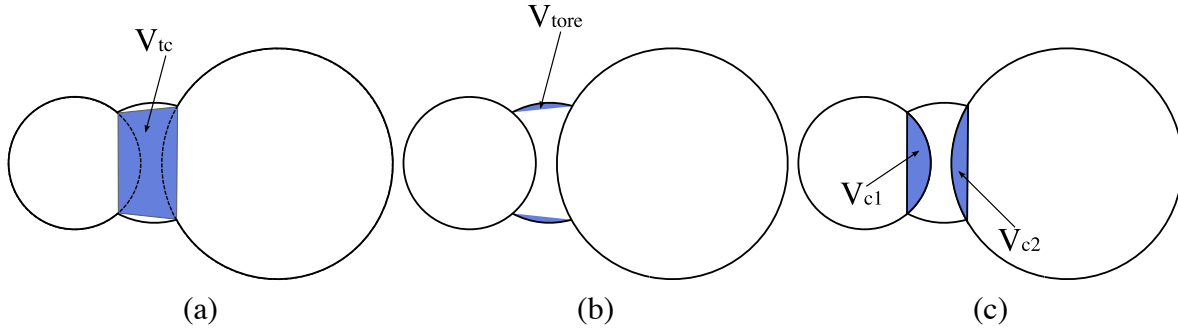


FIGURE 2.12 – (a) Volume du tronc de cône V_{tc} . (b) Volume du tore V_{tore} . (c) Volumes des calottes sphériques V_{c1} et V_{c2} recouvertes par le liquide.

Le volume du pont liquide s'exprime par (figure 2.12) :

$$V = V_{tc} + V_{tore} - V_{c1} - V_{c2} \quad (2.53)$$

Le volume du tore s'exprime par :

$$V_{tore} = 2\pi \left[-\rho + h + \frac{2}{3} \frac{\rho \sin^3 \left| \frac{\alpha}{2} \right|}{\left(\left| \frac{\alpha}{2} \right| - \sin \left| \frac{\alpha}{2} \right| \cos \left| \frac{\alpha}{2} \right| \right)} \cos \left(\frac{\delta_2 - \delta_1}{2} \right) \right] \left[\frac{1}{2} \rho^2 (|\alpha| - \sin |\alpha|) \right] \quad (2.54)$$

Le changement de courbure entraîne un changement de signe dans l'expression de Laplace :

$$s = \gamma \left(\frac{1}{\rho} + \frac{1}{h} \right) \quad (2.55)$$

Les méthodes pour simuler la traction du pont liquide à succion constante ou à volume constant sont les mêmes que dans le cas où le pont est de forme concave.

Premières limites de l'approche toroïdale :

A partir d'une analyse des angles de l'approximation toroïdale, on peut fixer certaines limites de sa validité. On étudie la géométrie et les angles du pont concave (figure 2.13a). Dans le cas polydisperse, si b est supérieur à $\frac{\pi}{2}$ ce qui équivaut à $\delta_1 + \theta > \frac{\pi}{2}$, un pont concave peut exister. Cependant, la gorge du pont n'est plus située dans le pont liquide. Le calcul de la succion au niveau de la gorge du pont n'est plus envisageable. On peut donc se fixer une limite à l'approximation toroïdale qui est $\delta_1 + \theta < \frac{\pi}{2}$ dans le cas polydisperse. Dans cette gamme d'angle de remplissage, le pont est concave. Dans le cas polydisperse, les formes de pont modélisées seront donc uniquement concaves. Dans le cas monodisperse, dès que $\delta_1 + \theta > \frac{\pi}{2}$, le pont devient convexe (figure 2.13b), la gorge (dans le cas concave) ou le ventre (dans le cas convexe) du pont est toujours dans le pont. Il semblerait donc que l'étude des ponts convexes et tout ce que ce qui en résulte (calcul de succion, force capillaire...) ne puisse être réalisée de façon satisfaisante que dans le cas monodisperse avec l'approximation toroïdale.

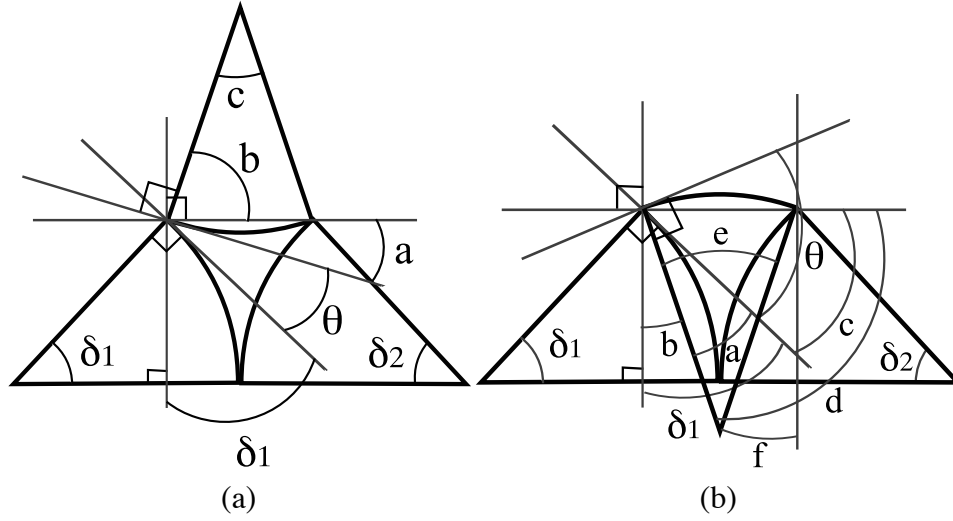


FIGURE 2.13 – (a) Définition des différents angles du modèle dans le cas concave : $a = \frac{\pi}{2} - \delta_1 - \theta$, $b = \delta_1 + \theta$ et $c = \pi - \delta_1 - \delta_2 - 2\theta$; (b) Définition des angles du modèle dans le cas convexe : $a = \frac{\pi}{2} - \theta$, $b = \delta_1 + \theta - \frac{\pi}{2}$, $c = \frac{\pi}{2} - \delta_1$, $d = \pi - \delta_1 - \theta$, $e = \delta_1 + \delta_2 + 2\theta - \pi$ et $f = \delta_2 + \theta - \frac{\pi}{2}$

2.3.3 Description des variables adimensionnées

Pour simplifier l'analyse, des grandeurs adimensionnées sont définies. Les deux grains du doublet de rayon R_1 et R_2 sont réduits en deux grains de même taille dont le rayon est égal à la moyenne arithmétique de R_1 et R_2 (rayon auparavant proposé par Derjaguin) :

$$R_{12} = \frac{2R_1R_2}{R_1 + R_2} \quad (2.56)$$

On définit alors le volume adimensionné V^* et la distance intergranulaire adimensionnée D^* par :

$$V^* = \frac{V}{R_{12}^3} \text{ et } D^* = \frac{D}{R_{12}} \quad (2.57)$$

La force capillaire adimensionnée est définie par :

$$f_{cap}^* = \frac{f_{cap}}{2\pi\gamma R_{12}} \quad (2.58)$$

La succion adimensionnée H_{12} vaut :

$$H_{12} = \frac{sR_{12}}{\gamma} \quad (2.59)$$

Elle est égale à H dans le cas monodisperse.

Dans le cas de l'approximation toroïdale, on peut dans un premier temps étudier la pertinence de H_{12} dans le cas monodisperse à partir du raisonnement suivant : Soit deux doublets

monodisperse dont les rayons des grains sont R_a et R_b , les succions appliquées à chacun sont s_a et s_b et les tensions superficielles des liquides sont γ_a et γ_b . Pour que ces doublets aient la même valeur de leur volume adimensionné respectif V_a^* et V_b^* et de leur force capillaire adimensionnée respective f_{cap-a}^* et f_{cap-b}^* , il faut qu'ils aient la même valeur de leurs angles de remplissage δ_{1a} et δ_{1b} car dans le cas monodisperse, le volume adimensionné et la force capillaire adimensionnée sont fonction uniquement de δ_1 et θ (voir équations 2.45, 2.46, 2.47, et 2.48 pour le cas du volume adimensionné). D'après les équations définissant ρ et h , on peut écrire que $\rho_a = R_a f(\delta_{1a})$, $h_a = R_a g(\delta_{1a})$, $\rho_b = R_b f(\delta_{1b})$ et $h_b = R_b g(\delta_{1b})$. Si $V_a^* = V_b^*$, alors $\delta_{1a} = \delta_{1b} = \delta_1$. A partir de l'équation de Laplace (équation 2.43), on peut donc écrire le système d'équations suivant :

$$s_a = \frac{\gamma_a}{R_a} \left(\frac{1}{f(\delta_1)} - \frac{1}{g(\delta_1)} \right) \quad (2.60)$$

$$s_b = \frac{\gamma_b}{R_b} \left(\frac{1}{f(\delta_1)} - \frac{1}{g(\delta_1)} \right) \quad (2.61)$$

qui équivaut à :

$$H_{12a} = H_{12b} \quad (2.62)$$

Dans le cas monodisperse, on en conclut donc que le volume adimensionné V^* et la force capillaire adimensionnée f_{cap}^* dépendent directement de la valeur de la succion adimensionnée H_{12} qui est une fonction du rayon des grains R , de la succion s et de la tension superficielle γ . La succion adimensionnée sera donc une variable importante pour la caractérisation de l'état d'un pont liquide.

2.3.4 Comparaison des résultats avec des expressions de la littérature

On compare les expressions explicites de Soulié et Richefeu, l'approximation toroïdale et la solution issue de l'intégration de l'équation différentielle de Young-Laplace pour $D^* = 0$ et $D^* = 0, 1$, (figure 2.14). Dans les deux cas, l'approximation toroïdale approche le mieux la solution de l'équation de Young-Laplace, les expressions explicites de Soulié et Richefeu surestimant la force capillaire. Pour ce qui concerne l'expression de Soulié, on remarque une assez bonne concordance pour les faibles valeurs du volume adimensionné V^* . Les expressions de Soulié et Richefeu sont respectivement quasiment indépendante et indépendante du volume du pont liquide pour $D = 0$, alors que la solution de Young-Laplace et celle issue de l'approximation toroïdale sont des fonctions décroissantes du volume de liquide.

Les résultats issus de l'approximation toroïdale et des expressions de Soulié et Richefeu ont été comparés à des essais expérimentaux très propres réalisés par Willet et al. [131] pour des volumes de ponts liquides faibles (figure 2.15). Une bonne concordance est observée dans le cas de l'approximation toroïdale et de l'expression de Soulié. Par contre, l'expression de Richefeu conduit à une surestimation de la force capillaire. Lorsque l'on compare l'expression de Soulié

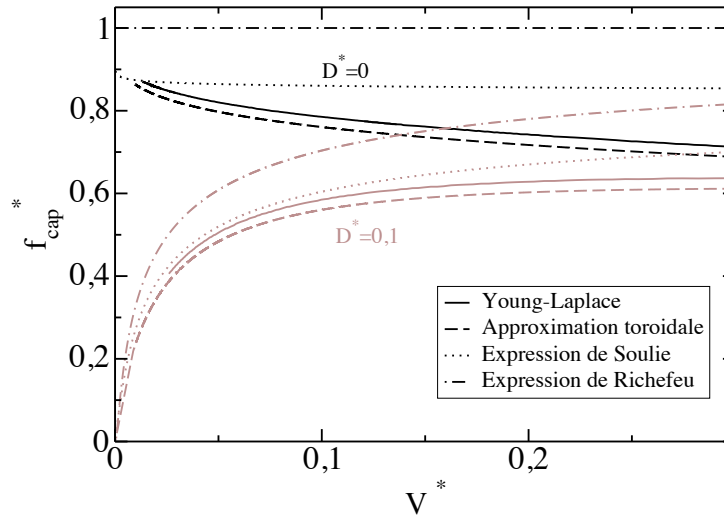


FIGURE 2.14 – Comparaison entre la solution de Young-Laplace, les expressions de Soulié et Richefeu et l'approximation toroidale. La figure représente la variation de f_{cap}^* en fonction de V^* pour une distance intergranulaire nulle $D^* = 0$ et $D^* = 0,1$ et pour $R_1 = 0,1 \text{ mm}$ et $R_2 = 0,2 \text{ mm}$.

aux résultats issus de l'approximation toroïdale, on observe toujours une déviation autour de $D = 0$.

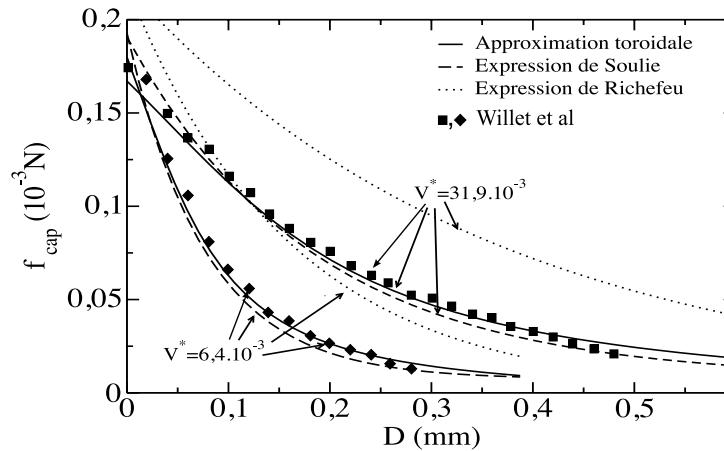


FIGURE 2.15 – Comparaison de l'approximation toroïdale, des expressions de Soulié et Richefeu avec les essais expérimentaux de traction à volume constant réalisés par Willet et al. [131] pour des ponts liquides de faibles volumes définis entre 2 grains de rayon respectifs $R_1 = 1,191 \text{ mm}$ et $R_2 = 2,381 \text{ mm}$. Le liquide a une tension superficielle égale à $0,0206 \text{ N/m}$.

2.4 Variable de contrôle : succion

L'essai de traction à volume constant a été beaucoup étudié. Dans cette étude, l'essai de traction à volume constant a d'abord été simulé avec les résultats attendus : la succion ainsi que la force capillaire sont des fonctions décroissantes de la distance intergranulaire. Nous nous intéressons plus particulièrement à l'essai de traction à succion constante qui n'a pas encore été étudié en profondeur et qui est lié à la méthode de distribution de l'eau dans le milieu que nous avons choisie. Dans cette section on étudie donc le pont liquide avec un contrôle en succion. On s'intéresse aux variations du volume V , du volume adimensionné V^* , de la force capillaire f_{cap} et de la force capillaire adimensionnée f_{cap}^* .

2.4.1 Essai de traction à succion constante, influence de la succion

La validité de l'approximation toroïdale a fait l'objet de différents travaux [76, 90, 95, 78]. La majorité des auteurs sont en accord sur la pertinence de cette approximation. Cependant, la pertinence de cette approximation dans le cadre d'un essai de traction à succion constante n'a été que très peu abordée dans la littérature. Dans un premier temps, on étudie la traction du pont liquide à succion constante pour un doublet donné. Connaissant s et les caractéristiques physiques (θ , γ) et géométriques (R_1 et R_2) du pont liquide, on peut déterminer les angles de remplissage (δ_1 , δ_2), les rayons de courbures (ρ , h) ainsi que les volumes (V , V^*) et les forces capillaires (f_{cap} , f_{cap}^*). Pour différentes valeurs de la succion et pour un doublet donné, les figures 2.16a et 2.16a présentent respectivement les évolutions du volume adimensionné V^* et de la force capillaire adimensionnée f_{cap}^* en fonction de la distance intergranulaire adimensionnée D^* déterminées à partir de la résolution numérique de l'équation différentielle de Young-Laplace ou à partir de l'approximation toroïdale. Comme dans le cas d'un essai de traction à volume constant, il existe deux solutions pour une distance intergranulaire donnée. Parmi ces deux solutions, l'une est instable et l'autre est stable. On considère que la solution stable correspond à la solution dont le rayon de gorge est le plus grand, c'est à dire la solution de plus grand volume. L'existence de deux solutions est retrouvée avec l'approximation toroïdale. La distance maximale admise correspond à la convergence de ces deux solutions stable et instable. A partir de cette distance, il n'y a plus de solution. Cette distance est donc la distance maximale admise par un pont liquide pour une succion donnée et sera donc considérée comme la distance de rupture du pont liquide et appelée D_{rupt} . De la même manière, lors d'un essai à distance intergranulaire fixée et pour les distances intergranulaires non nulles ($D^* \neq 0$), on peut définir une succion de rupture à partir de laquelle il n'y a plus de solution et où les solutions stable et instable convergent (figures 2.17a et 2.17b). Avec l'augmentation de la distance intergranulaire, la rupture intervient pour des succions de plus en plus faibles. Dans le plan volume adimensionné V^* /succion adimensionnée H_{12} (figure 2.17a), il est possible de confirmer la instabilité des solutions de plus faibles volumes. En effet, on remarque alors que pour ces solutions, une augmentation de la succion entraînerait une augmentation du volume du pont liquide ce qui n'est pas physiquement acceptable.

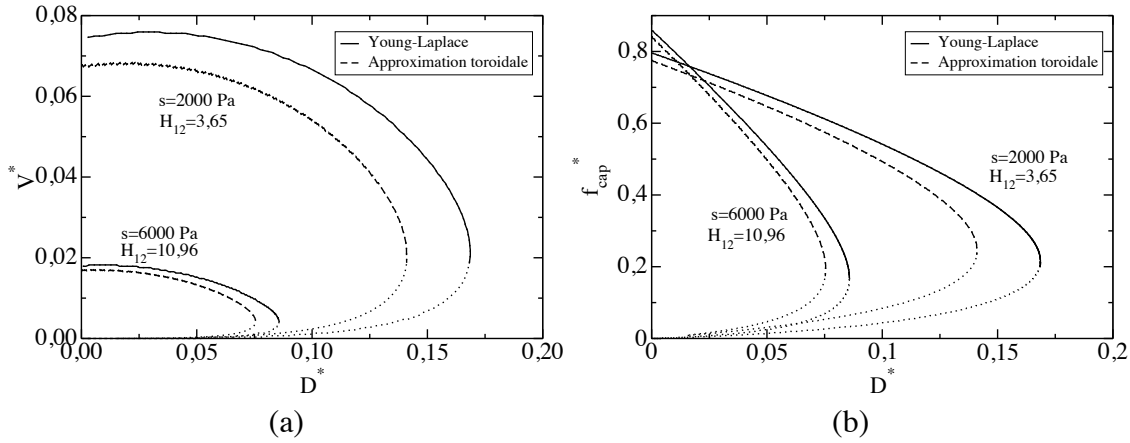


FIGURE 2.16 – Comparaison de la solution numérique de l'équation différentielle de Young-Laplace et de l'approximation toroïdale : $R_1 = 0,1\text{mm}$, $R_2 = 0,2\text{mm}$, $\theta = 0^\circ$ et $\gamma = 0,073\text{ N/m}$. Les petits pointillés correspondent aux solutions instables.

A suction s constante, contrairement à certains résultats de la littérature [113] le volume adimensionné est une fonction d'abord croissante puis décroissante de la distance intergranulaire adimensionnée D^* (la partie croissante étant limitée aux faibles distances intergranulaires). Cette observation a été faite par Molenkamp et al [90] qui ont observé un accroissement du volume avec la distance intergranulaire dans le domaine des faibles suctions. Ils avaient cependant observé une diminution monotone du volume avec la distance intergranulaire pour les fortes suctions. Il semblerait cependant que le caractère croissant et décroissant soit conservé pour les hautes suctions mais la partie croissante devient négligeable pour les hautes suctions. Le volume du pont liquide et la distance de rupture sont d'autant plus faibles que la suction est grande (figures 2.16a et figure 2.17a) ce qui est en adéquation avec la rétention d'eau dans les sols. A suction s constante, la force capillaire adimensionnée f_{cap}^* est une fonction décroissante de la distance intergranulaire adimensionnée D^* . Pour les faibles distances intergranulaires, la force capillaire est d'autant plus grande que la suction est grande (figure 2.16b et figure 2.17b). Il faut néanmoins garder à l'esprit que du fait de la rugosité des particules qui a tendance à séparer les particules et entraîner une distance inter-granulaire toujours différente de zéro [97, 90], la gamme des distances intergranulaires siège de ce comportement sera réduite. L'état de surface (qui a tendance à augmenter la distance intergranulaire en quelque sorte si il n'est pas lisse) devient très important dans le domaine des grandes suctions. La force capillaire peut varier entre son maximum et zéro en fonction de l'état de surface des grains (figure 2.17b). Pour les grandes distances intergranulaires, la force capillaire décroît avec l'augmentation de la suction. La valeur absolue de la pente de la fonction qui relie f_{cap}^* à D^* augmente avec la suction. Dans le cas $r = 0,5$ (figures 2.16a et 2.16b), le pourcentage d'erreur entre la solution exacte et la solution issue de l'approximation toroïdale lors d'un essai de traction à suction constante est évalué. On remarque qu'en général, avec l'approximation toroïdale, le calcul de la force capillaire adimensionnée est plus précis que celui du volume adimensionné (figure 2.16 et tableau 2.1). On remarque (tableau 2.1) que les écarts entre l'approximation toroïdale et la solution numérique de l'équation différentielle de Young-Laplace en terme de volume adimensionné et de force ca-

	$D = 0$	$D = 0,7D_{rupt}$	$D = D_{rupt}$
% d'erreur sur V^* : $s = 2000 Pa$	9%	19%	62%
% d'erreur sur V^* : $s = 6000 Pa$	6%	16%	51%
% d'erreur sur f_{cap}^* : $s = 2000 Pa$	3%	9%	42%
% d'erreur sur f_{cap}^* : $s = 6000 Pa$	2%	8%	38%

TABLE 2.1 – Pourcentage d'erreur entre l'approximation toroïdale et la solution de Young-Laplace pour $s = 2000 Pa$ et $s = 6000 Pa$

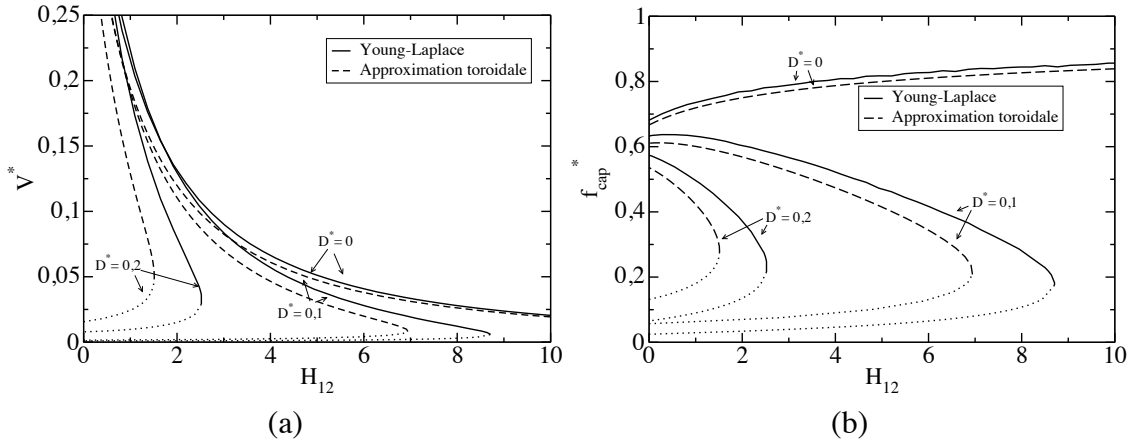


FIGURE 2.17 – Evolution du volume adimensionné V^* (figure a) et de la force capillaire adimensionnée f_{cap}^* (figure b) en fonction de la succion adimensionnée H_{12} pour différentes distances intergranulaires : $R_1 = R_2 = 0,1mm$, $\gamma = 0,073N/m$ et $\theta = 0^\circ$. Sur les deux figures, les petits pointillés correspondent aux solutions instables.

pillaire adimensionnée sont très faibles pour des distances intergranulaires nulles ($< 10\%$). Ces écarts croissent néanmoins avec la distance intergranulaire pour atteindre un écart de 62% pour ce qui concerne le volume adimensionné dans le cas d'une succion de 2000 Pa au niveau de la distance de rupture D_{rupt} . Par contre, ces écarts restent raisonnables pour une distance égale à $0,7D_{rupt}$ ne dépassant pas les 20% pour ce qui concerne le volume adimensionné et 10% pour ce qui concerne la force adimensionnée.

2.4.2 Influence des paramètres caractéristiques du doublet

Les paramètres qui caractérisent un doublet sont la taille des grains caractérisée par le rayon des grains R_1 et R_2 , la tension superficielle de l'interface liquide/gaz γ et l'angle de contact θ entre le solide et le liquide. Dans la partie qui suit, la sensibilité de la force capillaire et du volume du pont liquide à ces différents paramètres sera étudiée. Les études précédentes ont montré la pertinence de l'approximation toroïdale. L'étude paramétrique qui va suivre sera faite à l'aide de cette approximation. Le choix de tracer uniquement la solution correspondant au pont liquide stable est fait à partir de ce stade.

Influence de l'angle de contact θ :

Lors de nombreux essais expérimentaux de traction de ponts liquides à volume constant [82, 58, 116], un accroissement de la force capillaire en fonction de la distance intergranulaire est observée pour les faibles valeurs de la distance intergranulaire. Il a été démontré que cette augmentation est due à la variation de l'angle de contact lors de l'essai de traction du fait des hétérogénéités chimiques et de la rugosité de la surface des grains. En prenant en compte cette variation, la croissance de la force capillaire pour les faibles distances intergranulaires a pu être reproduite [116]. Cet effet peut aussi contribuer à augmenter la distance de rupture lors d'un essai de traction [130]. Plus récemment, des expériences remarquables ont été réalisées [99, 131] sur des sphères dont la surface était de très bonne qualité ($\theta \approx 0^\circ$). Dans ces cas là, la force capillaire est une fonction uniquement décroissante. A travers ces observations, on comprend que l'angle de contact est donc un paramètre important.

L'effet de l'angle de contact est donc étudié lors d'un essai de traction à succion constante. Le volume adimensionné ainsi que la force capillaire adimensionnée sont des fonctions décroissantes de l'angle de contact (figures 2.18a et 2.18b). Le volume adimensionné et la force capillaire adimensionnée ont une forte dépendance vis à vis de l'angle de contact (figures 2.18a et 2.18b). Contrairement à la traction à volume constant, une augmentation de l'angle de contact entraîne une diminution de la distance de rupture (figure 2.18a). Ceci peut s'expliquer par la diminution du volume du pont liquide avec l'augmentation de l'angle de contact.

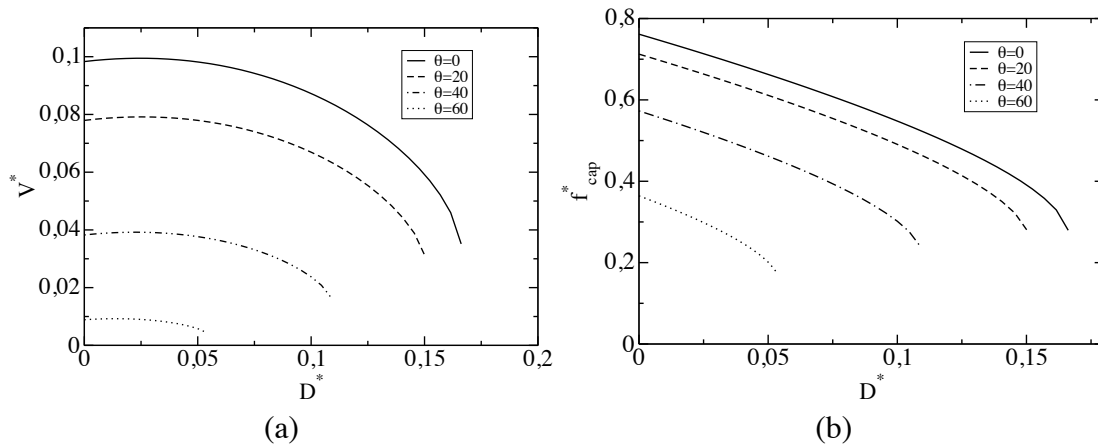


FIGURE 2.18 – Influence de l'angle de contact θ (en degrés) sur les variations du volume adimensionné V^* (figure a) et de la force capillaire adimensionnée f_{cap}^* (figure b) en fonction de la distance intergranulaire adimensionnée D^* pour $R = 0,1 \text{ mm}$, $\gamma = 0,073 \text{ N/m}$ et $s = 2000 \text{ Pa}$.

Au contact, on remarque que plus l'angle de contact θ est grand et plus les valeurs de la succion adimensionnée H_{12} peuvent être faibles (figure 2.19a). H_{12} devient même négatif pour $\theta = 50^\circ$ et $\theta = 70^\circ$ dans une gamme de volume correspondant au domaine pendulaire ($V^* < 0,3$). Pour les différents angles de contact, l'approximation toroïdale et la solution de Young-Laplace sont très proches. On peut remarquer aussi que plus l'angle de contact est grand et plus l'approximation toroïdale est précise. On remarque que pour les angles de contact éle-

vés, il existe deux solutions différentes dans le domaine des H_{12} négatifs même pour $D = 0$ (figure 2.19b). Ce comportement a été également mis en évidence par Orr et al. [95] dans le cas d'un pont liquide entre une sphère et une plaque. Ils expliquent que la partie de faible volume est stable car dans cette partie, un accroissement de volume entraîne une diminution de H_{12} ce qui entraîne une évaporation de l'eau. Par contre une diminution de volume entraîne un accroissement de H_{12} ce qui entraîne une condensation de l'eau. La partie des solutions de grands volumes est instable car dans cette zone, un accroissement de volume entraîne une augmentation de H_{12} qui favorise la condensation. Une diminution de volume a pour effet de diminuer H_{12} et donc entraîner une évaporation de l'eau.

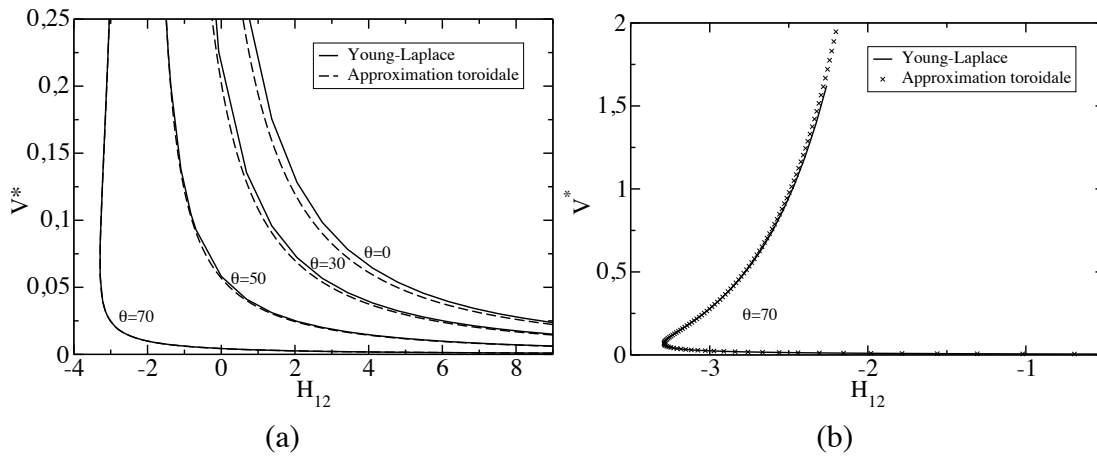


FIGURE 2.19 – (a) Evolution de V^* en fonction de H_{12} pour différents angles de contact (en degrés). (b) Evolution de V^* en fonction de H_{12} pour $\theta = 70^\circ$. Dans les deux cas : $R_1 = R_2 = 5\text{mm}$, $D = 0$, $\gamma = 0,073\text{N/m}$.

Influence du rayon des grains R dans le cas monodisperse :

Pour avoir une idée de l'ordre de grandeur de la force capillaire, on peut étudier le rapport entre la force capillaire et le poids d'un grain en fonction du rayon des grains pour une distance intergranulaire nulle (figure 2.20e). On fait cette étude pour une succion $s = 2000\text{Pa}$. Le rayon du grain limite à partir duquel la force capillaire est inférieure à son propre poids est approximativement 2mm . Pour des rayons inférieurs, le poids du grain devient vite négligeable devant l'intensité de la force capillaire. En effet, pour $R = 0,5\text{mm}$, la force capillaire est 16 fois plus grande que le poids du grain (figure 2.20). Pour des milieux granulaires suffisamment fins dont les particules ont un diamètre inférieur au millimètre, l'effet de la cohésion capillaire sera donc prépondérant sur l'action de la gravité.

Lors d'un essai de traction à succion constante, le volume V croît avec la taille des grains quelque soit la distance intergranulaire D . Il en est de même pour la distance de rupture D_{rupt} du pont liquide (figure 2.21a). Par contre, la distance de rupture adimensionnée D_{rupt}^* et le volume adimensionné V^* suivent une évolution contraire (figure 2.21b). Pour la même succion, un pont liquide de doublet de faible rayon a un volume adimensionné et un angle de remplissage δ_1 plus important qu'un doublet avec un rayon des grains plus grand. Soit deux doublets monodisperses

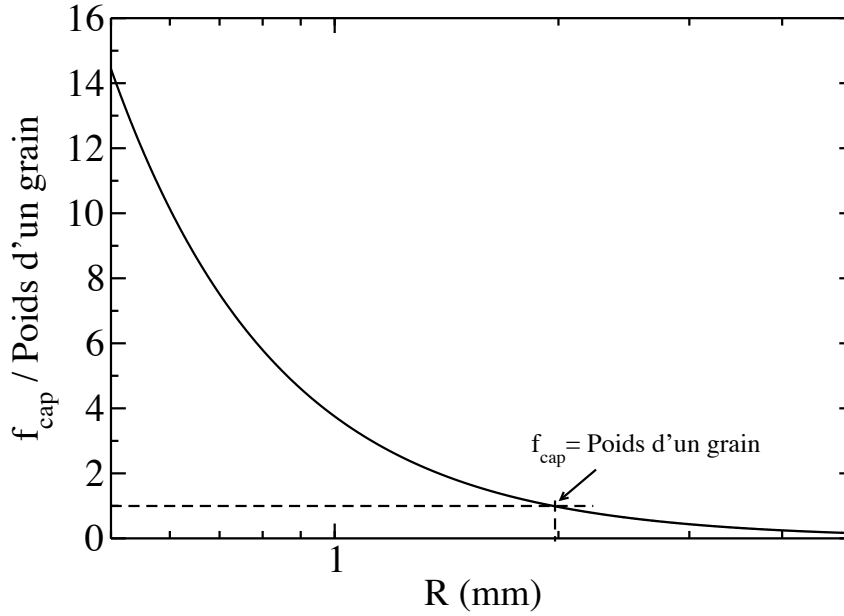


FIGURE 2.20 – Rapport entre la force capillaire et le poids du grain en fonction de la taille des grains pour $D^* = 0$. Dans tous les cas, $s = 2000 \text{ Pa}$, $\theta = 0^\circ$ et $\gamma = 0,073 \text{ N/m}$.

dont les rayons respectifs de leurs grains sont R_a et R_b , on sait que pour que ces doublets aient la même valeur de leur volume adimensionné respectif V_a^* et V_b^* et de leur force capillaire adimensionnée respective f_{cap-a}^* et f_{cap-b}^* il faut que (d'après la sous-section 2.3.3) :

$$H_{12a} = H_{12b} \quad (2.63)$$

Ceci équivaut donc à :

$$\frac{s_a}{s_b} = \frac{R_b}{R_a} \quad (2.64)$$

On remarque que le rapport des succions est l'inverse du rapport des rayons des grains. La granularité a donc un effet important sur les courbes de rétention. Cette remarque nous permet de tracer une courbe de rétention pour un échantillon de grains composés d'une granulométrie spécifique et ensuite par homothétie, on peut obtenir la courbe de rétention pour diverses granulométries ayant un rapport de proportionnalité avec la précédente.

La force capillaire f_{cap} est d'autant plus grande que le rayon des grains R est grand et ce quelque soit la valeur de D (figure 2.21c). La tendance s'inverse pour f_{cap}^* qui est d'autant plus grande que le rayon des grains R est petit, sauf pour les faibles valeurs de D^* où la tendance est la même que pour f_{cap} (figure 2.21d). Pour les distances intergranulaires nulles, on remarque que la force capillaire adimensionnée f_{cap}^* augmente légèrement avec le rayon des grains R . A distance intergranulaire nulle, il n'y a donc pas proportionnalité entre la force capillaire et le rayon des grains dans le cas d'un essai à succion constante contrairement à ce qui est généralement observé pour un essai à volume constant.

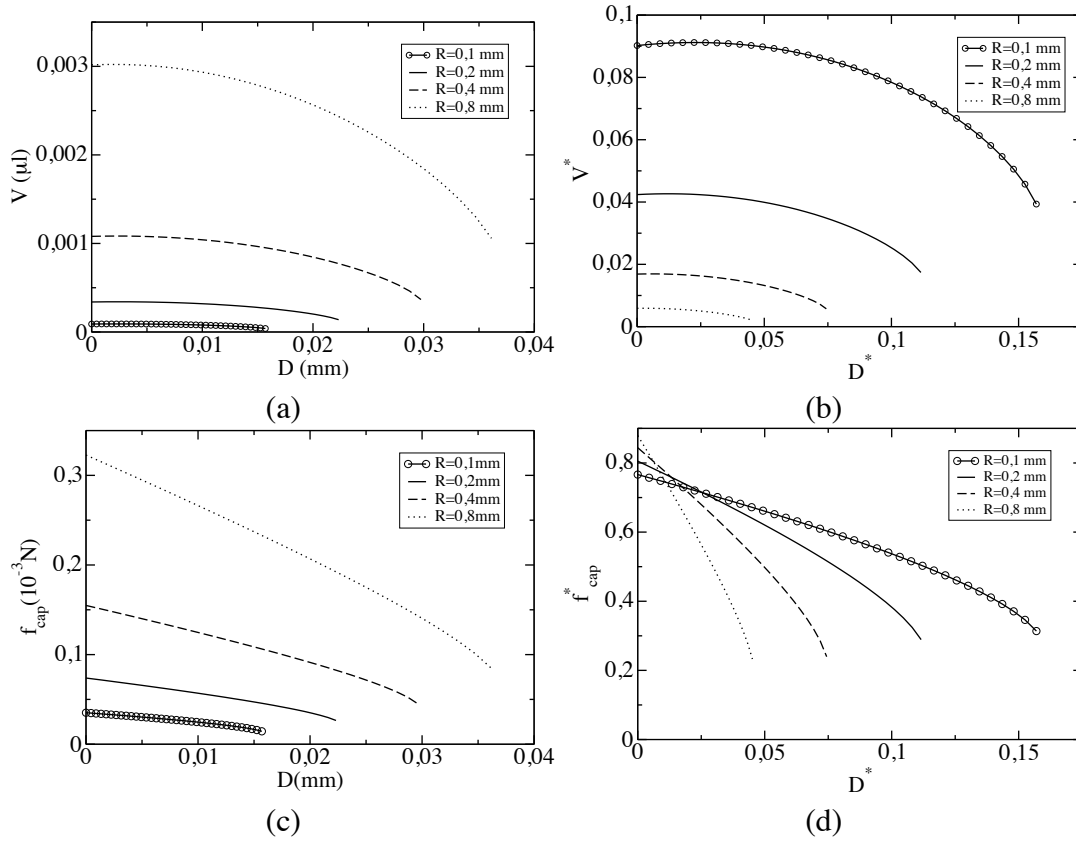


FIGURE 2.21 – Evolution de V (figure a), V^* (figure b), F (figure c) et f^* (figure d) lors d'un essai de traction à succion constante pour différentes valeurs du rayon des grains R . Dans tous les cas, $s = 2000$ Pa, $\theta = 0^\circ$ et $\gamma = 0,073$ N/m.

Influence de la tension superficielle γ :

La tension superficielle du liquide au sein de différents milieux ou dans le même milieu peut varier en fonction de la nature des matériaux en contact avec le liquide.

Les volumes (V et V^*) tout comme la distance de rupture D_{rupt} sont des fonctions croissantes de la tension superficielle (figures 2.22a et 2.22b, 2.22c et 2.22d). L'augmentation de la distance de rupture avec la tension superficielle est directement liée à l'augmentation du volume. La force capillaire croît avec la tension superficielle (figure 2.22c). Ce comportement se retrouve pour la force capillaire adimensionnée excepté pour les faibles valeurs de la distance intergranulaire (figure 2.22d). En effet, pour $D = 0$, la force capillaire adimensionnée est une fonction légèrement décroissante de la tension superficielle (figure 2.22d).

Pour $D = 0$, contrairement au cas à volume constant (figure 2.22f) où la force capillaire f_{cap} est proportionnelle à la tension superficielle γ (f_{cap}^* constante), f_{cap} n'est pas proportionnelle à la tension superficielle car f_{cap}^* est décroissante (figure 2.22e). Ce comportement s'explique à partir de l'expression de la "gorge method" : $f_{cap} = 2\pi h\gamma + \pi h^2 s = 2\pi h\gamma + \pi h^2 \gamma \left(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{h} \right)$.

Dans le cas monodisperse, h et ρ sont des fonctions de R , δ_1 , et θ . Dans le cas d'un essai à volume constant sur un doublet monodisperse de rayon R et d'angle de contact θ , δ_1 est constant -car le volume est une fonction de R , δ_1 , et θ - donc h et ρ sont constants. A partir de l'équation précédente, on déduit que f_{cap} est proportionnelle à γ . Dans le cas d'un essai à succion constante, ce raisonnement n'est plus possible car δ_1 évolue au cours de l'essai.

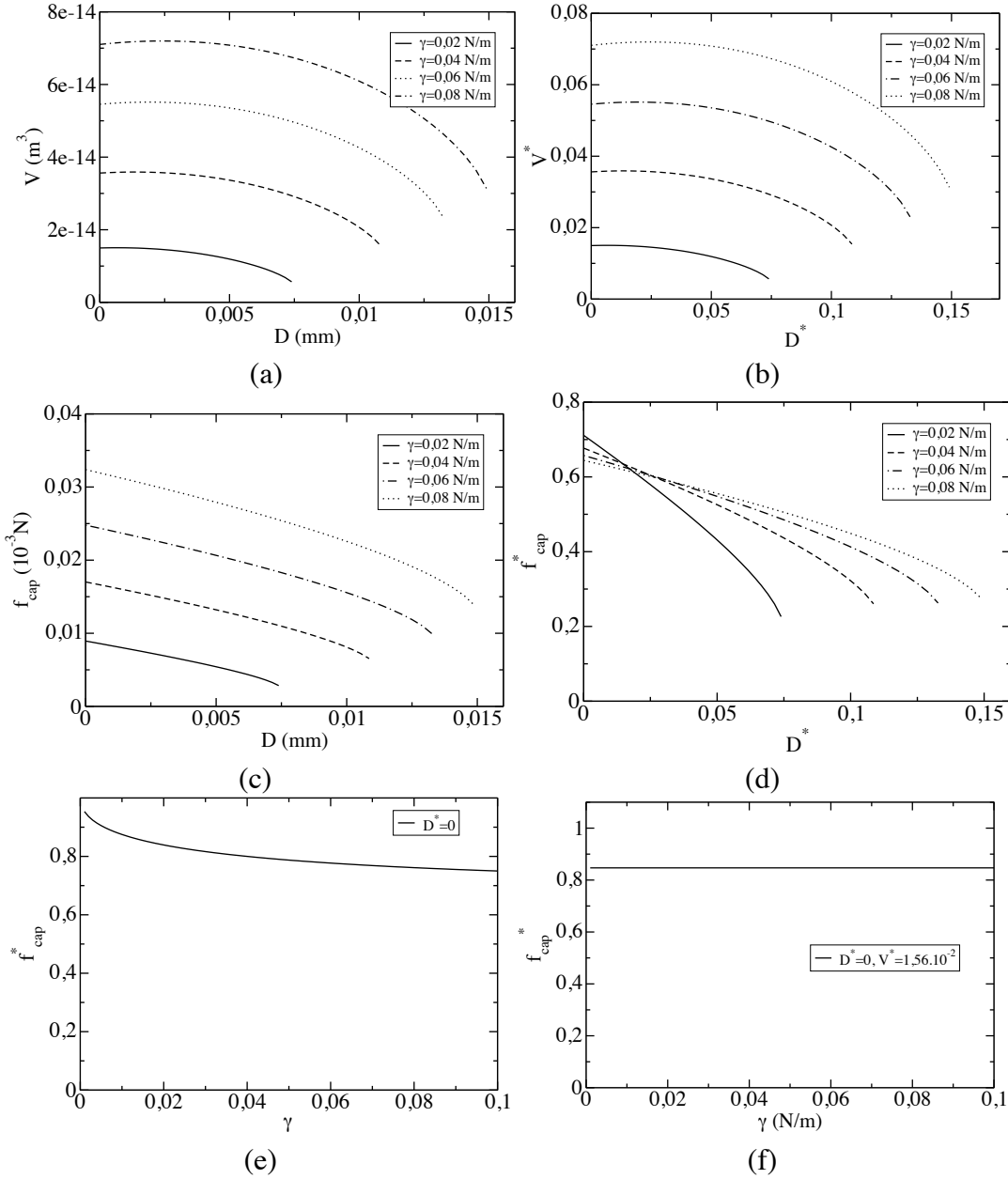


FIGURE 2.22 – Evolution de V (figure a), V^* (figure b), F (figure c) et f^* (figure d) lors d'un essai de traction à succion constante pour différentes valeurs de γ avec $R_1 = 0,075$ mm et $R_2 = 0,1$ mm. f^*_{cap} en fonction de γ lors d'un essai à succion constante (figure e) ou à volume constant (figure f) pour $D = 0$ et $R_1 = R_2 = 0,1$ mm. Dans tous les cas, $s = 2000$ Pa et $\theta = 0^\circ$.

Influence du rapport de polydispersité r :

L'influence du rapport de polydispersité r lors d'un essai de traction à succion constante est étudiée (voir figure 2.23). Pour une succion s et une tension superficielle γ données, plusieurs combinaisons de doublets de grains ayant le même R_{12} (même H_{12}) sont comparées. On étudie alors l'influence du rapport de polydispersité r à H_{12} constant. Par exemple, pour $R_{12} = 0,1/4 \text{ mm}$, on teste les couples suivants :

- $R_1 = 0,1/7 \text{ mm}$, $R_2 = 0,1 \text{ mm}$ et $r = 0,14$.
- $R_1 = 0,1/6 \text{ mm}$, $R_2 = 0,1/2 \text{ mm}$ et $r = 0,33$.
- $R_1 = 0,1/5 \text{ mm}$, $R_2 = 0,1/3 \text{ mm}$ et $r = 0,60$.
- $R_1 = 0,1/4 \text{ mm}$, $R_2 = 0,1/4 \text{ mm}$ et $r = 1$.

Pour une même valeur de R_{12} et différentes valeurs de r , on peut remarquer que les courbes représentant l'évolution du volume adimensionné V^* en fonction de la distance adimensionnée D^* sont relativement proches (figure 2.23a). Elles sont d'autant plus proches que la succion adimensionnée est grande (volume adimensionné faible) et que la distance intergranulaire est faible. En effet, on remarque que dans le cas où $R_{12} = 0,1 \text{ mm}$, les courbes sont presque confondues. Sur la figure 2.23b, on note que pour des valeurs de H_{12} comprises entre 1 et 100, le volume adimensionné V^* est quasiment indépendant du rapport r pour une distance intergranulaire nulle tandis que dans le cas d'une succion adimensionnée H_{12} égale à 0,1, on remarque une légère influence de r sur la valeur du volume adimensionné V^* .

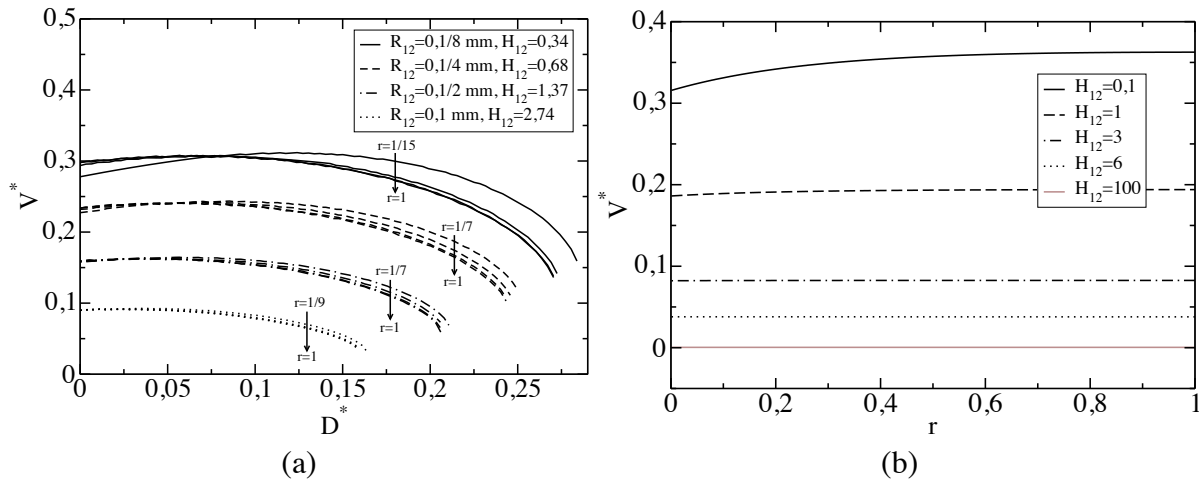


FIGURE 2.23 – Etude de la pertinence de l'adimensionnement proposé (utilisation du rayon de Derjaguin) pour la représentation du volume adimensionné V^* . (a) Volume adimensionné V^* en fonction de la distance intergranulaire adimensionnée D^* : $s = 2000 \text{ Pa}$. Pour $R_{12} = \frac{0,1}{8} \text{ mm}$: $r = 0,07$; $r = 0,45$; $r = 0,78$ et $r = 1$; pour $R_{12} \text{ mm} = \frac{0,1}{4}$: $r = 0,14$; $r = 0,33$; $r = 0,60$ et $r = 1$; pour $R_{12} = \frac{0,1}{2} \text{ mm}$: $r = 0,14$; $r = 0,33$; $r = 0,60$ et $r = 1$ et pour $R_{12} = 0,1 \text{ mm}$: $r = 0,11$; $r = 0,43$; $r = 0,67$ et $r = 1$. (b) Variation du volume adimensionné en fonction du rapport $r = \frac{R_1}{R_2}$ pour différentes valeurs de H_{12} et pour $D = 0$, $\gamma = 0,073 \text{ N/m}$, $\theta = 0^\circ$ et $R_2 = 0,1 \text{ mm}$.

On note aussi que la distance de rupture adimensionnée semble être peu dépendante du rapport de polydispersité r mais plus de la valeur de H_{12} . En effet, pour un même H_{12} et des rapports de polydispersité très différents, par exemple $r = 1$ et $r = 0,1$, on observe une faible différence dans la valeur de la distance de rupture adimensionnée.

On peut tracer la variation de V^* en fonction de H_{12} pour différents rapports de polydispersité r compris entre 0,1 et 1 (figure 2.24a) à $D = 0$. Le volume adimensionné V^* est une fonction décroissante de H_{12} (figure 2.24a) pour $D = 0$. On remarque que l'adimensionnement proposé est de bonne qualité pour H_{12} compris entre 0 et 30 car les courbes sont confondues quelle que soit la valeur de r comprises entre 0,1 et 1 (figure 2.24a). Le choix de $V^* = \frac{V}{R_{12}^3}$ et $H_{12} = \frac{sR_{12}}{\gamma}$ semble judicieux dans ce sens là. Une fonction puissance semble approcher particulièrement bien la relation entre V^* et H_{12} pour $D = 0$ et $\theta = 0^\circ$ avec des erreurs relatives inférieures à 10% pour H_{12} compris entre 0 et 25 (figure 2.24b). Son expression est la suivante :

$$V^* = (H_{12} + 1,7899)^{-1,5965} \quad (2.65)$$

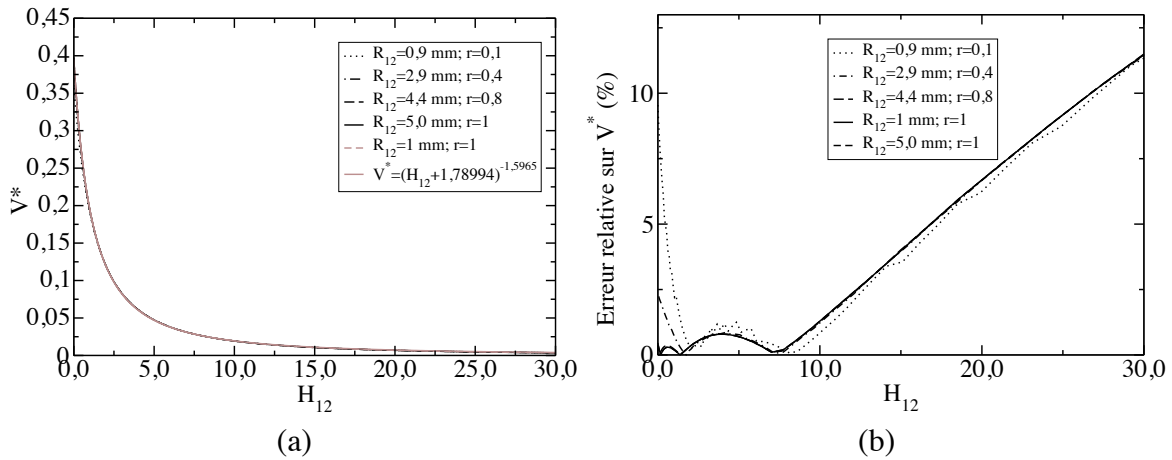


FIGURE 2.24 – Evolution du volume adimensionné V^* en fonction de H_{12} pour différentes polydispersités (figure a) et comparaison entre la relation entre le volume adimensionné V^* et la succion adimensionnée H_{12} ($V^* = (H_{12} + 1,7899)^{-1,5965}$) et l'approximation toroïdale (figure b) pour $R_2 = 5\text{mm}$, $D = 0$, $\gamma = 0,073\text{N/m}$ et $\theta = 0^\circ$.

Il est possible d'estimer la teneur en eau w et le degré de saturation correspondant à un volume adimensionné donnée en supposant un domaine où les ponts liquides sont formés entre deux grains. Par exemple, pour un assemblage cubique monodisperse qui est très lâche, le volume d'une maille élémentaire V_{el} est égal à $V_{el} = 8R^3$. Le nombre de ponts liquides dans une maille est 3 (12 ponts qui comptent pour un quart). Le volume des vides V_v est égal à $V_v = (8 - \frac{4}{3}\pi)R^3$. L'indice des vides $e = \frac{V_v}{V_s}$ est égal à 0,91 et le degré de saturation est égal à :

$$S_r = \frac{3V_{pont}}{V_v} = \frac{3}{8 - \frac{4}{3}\pi} V^* \quad (2.66)$$

La teneur en eau w est égale à :

$$w = \frac{S_r e}{G_s} \quad (2.67)$$

où $G_s = \frac{\rho_s^*}{\rho_l^*}$. Dans le cas où $H_{12} = 25$, $V^* = 0,00525$ et donc $S_r \approx 0,4\%$ et $w \approx 0,1\%$. La fonction de fittage permet donc de couvrir quasiment tout le domaine pendulaire. Pour $H_{12} = 10$, $w \approx 0,5\%$, donc $H_{12} = 10$ est une valeur pour laquelle une bonne partie du domaine pendulaire a déjà été couverte.

La force capillaire adimensionnée quant à elle est beaucoup plus sensible au rapport de polydispersité r à H_{12} constant que le volume adimensionné (figure 2.25a) notamment pour les faibles distances intergranulaires. Par contre, pour les plus grandes distances intergranulaires, la sensibilité au rapport r diminue. On note aussi une diminution de l'influence de r avec l'augmentation de la succion adimensionnée H_{12} (diminution du volume adimensionné V^*) pour des distances intergranulaires nulles (figure 2.25b). Plus généralement, on remarque que pour des valeurs de r environ supérieures à 0,4, la valeur de la force capillaire dépend très peu de r pour une valeur de H_{12} donnée (figure 2.25b).

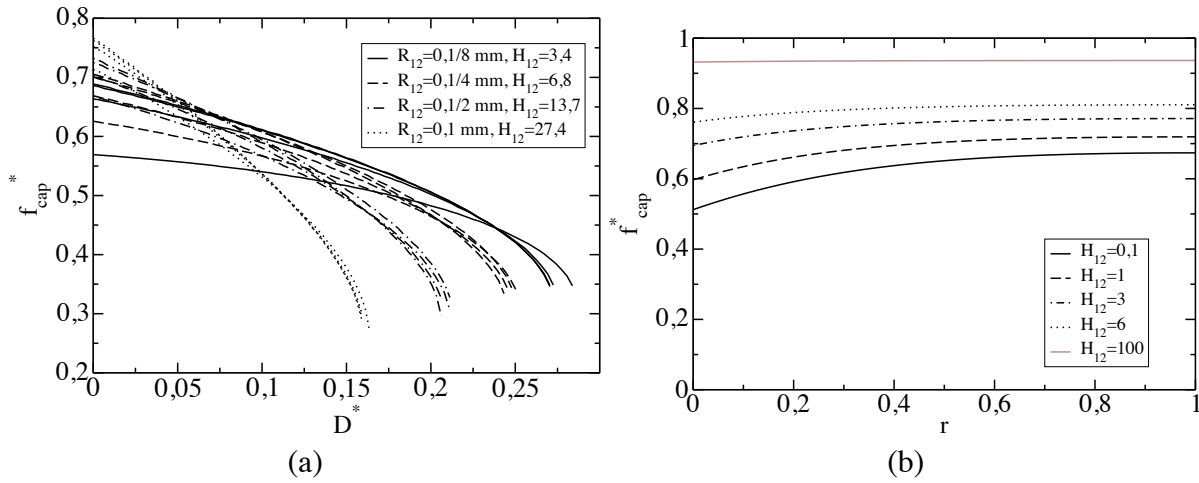


FIGURE 2.25 – (a) Etude de la pertinence du rayon de Derjaguin pour la représentation de la force capillaire adimensionnée f_{cap}^* lors d'un essai de traction : $s = 2000 Pa$. Pour $R_{12} = 0,0125$ mm : $r = 0,066$; $r = 0,454$; $r = 0,777$ et $r = 1$. Pour $R_{12} = 0,025$ mm : $r = 0,143$; $r = 0,333$; $r = 0,600$ et $r = 1$. Pour $R_{12} = 0,05$ mm : $r = 0,143$; $r = 0,333$; $r = 0,600$ et $r = 1$. Pour $R_{12} = 0,1$ mm : $r = 0,111$; $r = 0,428$; $r = 0,666$ et $r = 1$. (b) Variation de la force capillaire adimensionnée en fonction du rapport $r = \frac{R_1}{R_2}$ pour différentes valeurs de H_{12} et pour $D = 0$, $\gamma = 0,073$ N/m, $\theta = 0^\circ$ et $R_2 = 0,1$ mm.

La validité de l'approximation toroïdale est étudiée via la relation entre l'angle de remplissage δ_1 et la succion adimensionnée H_{12} pour des angles de remplissage δ_1 inférieurs à $\frac{\pi}{2} - \theta$ (figure 2.26a) et pour des rapports de polydispersité compris entre $r = 0,1$ et $r = 1$. La raison de cette limite a été abordée dans la section sur la modélisation du pont liquide : il s'agit d'éviter que le rayon de gorge ne s'échappe du pont. Ainsi on se limite à $\delta_1 = 30^\circ$ dans le cas d'un angle

de contact égal à 60° .

L'approximation toroïdale permet une bonne représentation de cette relation avec une erreur relative généralement inférieure à 10% en comparaison à la solution de Young-Laplace (figure 2.26b). On note néanmoins un pic de cette erreur relative quand la succion adimensionnée est proche de zéro. Dans le cadre de ce travail, cette erreur n'a pas de conséquence, car on s'intéresse à des milieux non saturés dont la succion est nettement supérieure à zéro. Ces observations concordent avec les résultats de Lechmann et al. [76] dans le cas monodisperse. Dans le cas polydisperse, les écarts observés par Lechmann et al. [76] entre l'approximation toroïdale et la solution exacte sont plus importants que ceux observés ici avec une réduction nette de la gamme des δ_1 cohérents avec l'augmentation de la polydispersité. Néanmoins ces deux études n'ont pas été réalisées avec le même angle de contact.

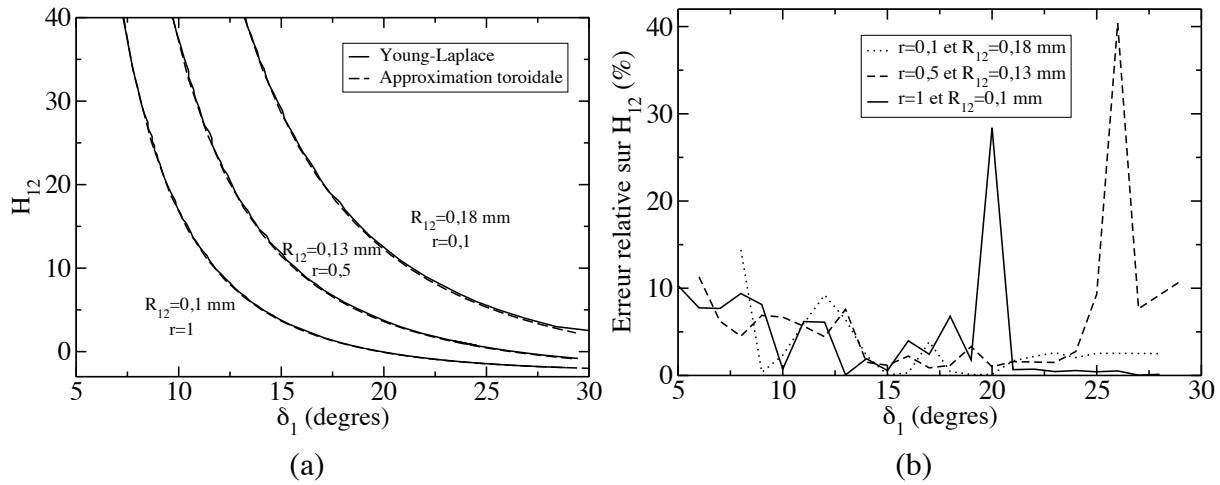


FIGURE 2.26 – Evolution de la succion adimensionnée H_{12} en fonction de l'angle de remplissage δ_1 (figure a) et erreur relative entre l'approximation toroïdale et la solution de l'équation de Young-Laplace (figure b) pour différents rapport de polydispersité r . Dans les deux cas : $R_1 = 0,1$ mm, $D = 0$, $\gamma = 0,073$ N/m et $\theta = 60^\circ$.

Le choix de ce rayon moyen R_{12} semble être une bonne façon de réduire le doublet de grains polydisperse à un doublet monodisperse pour l'étude du volume adimensionné et de la distance de rupture adimensionnée pour des rapports de polydispersité compris entre 0,1 et 1. Son intérêt est plus limité pour l'étude de la force capillaire adimensionnée. Dans ce cas là néanmoins, le rapport de polydispersité a peu d'influence à partir du moment où il dépasse approximativement 0,4. Dans la suite, il a été choisi de continuer à travailler avec les variables adimensionnées précédemment décrites (R_{12} , H_{12} , V^* , D^*). Néanmoins, le rayon des grains sera toujours rappelé car le rayon R_{12} n'est pas suffisant pour une représentation adéquate de f_{cap}^* .

2.4.3 Distance de rupture

Plusieurs essais de traction à succion constante sont simulés sur un doublet donné pour différentes valeurs de succion dans le cadre de l'approximation toroïdale et de la résolution numérique de l'équation de Young-Laplace. Le volume du pont à la rupture V_{rupt} et la distance de rupture D_{rupt} sont enregistrés pour chaque essai. Il est alors possible de tracer la relation entre la distance à la rupture D_{rupt} et le volume du pont à la rupture V_{rupt} . Cette relation est alors comparée au critère de Lian (figure 3.16) défini par :

$$D_{rupt} = (1 + 0,5\theta)V^{\frac{1}{3}} \quad (2.68)$$

On remarque dans les deux cas (approximation toroïdale et solution exacte), que pour un même volume V^* , la distance de rupture adimensionnée D_{rupt}^* est largement inférieure à la distance de rupture adimensionnée calculée à partir du critère de Lian et al. [78]. Il semblerait que la relation de Lian et al. [78] ne s'applique pas dans le cadre d'un essai à succion constante. Lors d'un essai à succion constante, la rupture semble être dominée par l'effet du rayon des grains R , de la tension superficielle γ , de la succion s et de l'angle de contact. Sur la base de l'approximation toroïdale, une relation a été proposée dans le cas d'un angle de contact nul et d'un rapport de polydispersité supérieur à 0,1 qui définit la distance de rupture uniquement à partir de la succion adimensionnée $H_{12} = \frac{sR_{12}}{\gamma}$. Cette relation donne une approximation convenable de la distance de rupture (figure 2.27b) et est définie par l'expression suivante :

$$D_{rupt}^* = (H_{12} + 4,42)^{-0,94} \quad (2.69)$$

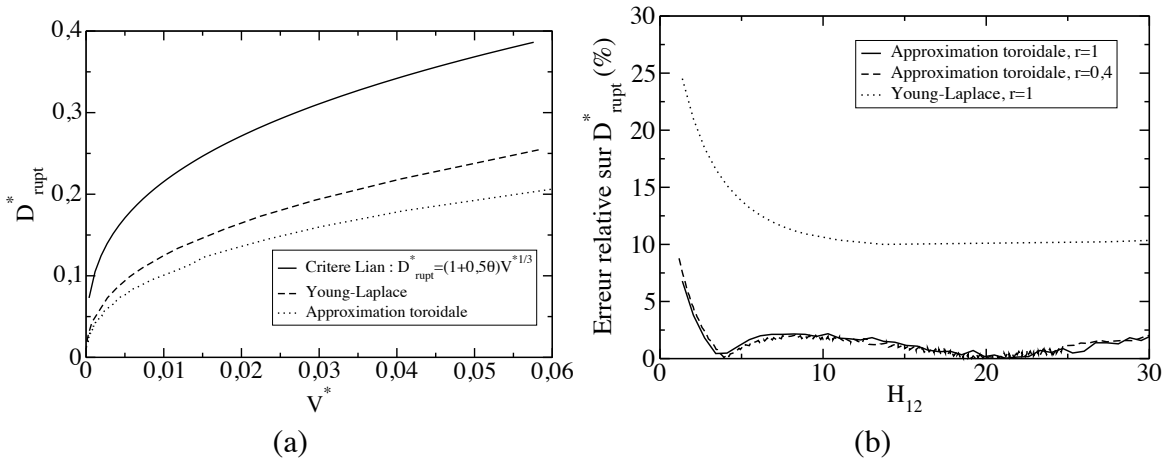


FIGURE 2.27 – (a) Evolution de la distance de rupture adimensionnée en fonction du volume adimensionné lors d'un essai de traction à succion constante avec les 2 méthodes présentées (Young-Laplace et approximation toroïdale) et comparaison avec le critère de Lian. (b) Comparaison entre le critère de rupture réalisé ($D_{rupt}^* = (H_{12} + 4,42)^{-0,94}$) et les solutions de l'approximation toroïdale et de l'équation de Laplace-Young. Dans les deux cas les paramètres suivants sont utilisés : $R = 0,1\text{mm}$, $\theta = 0$, $D = 0$, $\gamma = 0,073\text{N/m}$.

2.5 Conclusion

Le comportement du pont liquide a été modélisé par deux méthodes de résolution différentes. La première méthode est une méthode basée sur la résolution numérique de l'équation de Young-Laplace. La seconde méthode est basée sur l'approximation toroïdale. Ces deux méthodes ont été comparées et il apparaît que l'approximation toroïdale est une bonne approximation avec des écarts en général inférieurs à 20% sur la valeur du volume du pont liquide et inférieur à 10% sur la valeur de la force capillaire. Il a été décidé pour la suite d'utiliser l'approximation toroïdale pour simuler la capillarité dans les codes à éléments discrets car cette méthode a l'avantage d'être rapide en comparaison à la résolution numérique de l'équation de Young-Laplace. Cependant, il faut garder à l'esprit que cette approximation perd en précision pour les grandes distances intergranulaires, sous-estime la distance de rupture D_{rupt} et le volume du pont liquide V dans le cas d'un essai de traction à succion constante.

Une étude paramétrique a permis de mettre en évidence l'influence des différents paramètres (taille des grains, rapport de polydispersité, angle de contact, tension superficielle) sur la valeur de la force capillaire et du volume lors d'essais à succion constante.

Une représentation adimensionnée a été proposée qui assimile les grains polydispersés de rayon respectifs R_1 et R_2 à un doublet monodisperse de rayon R_{12} égal à la moyenne arithmétique du rayon des deux grains. Cet adimensionnement conduit à une indépendance du volume adimensionné et de la distance de rupture en fonction du rapport de polydispersité r ($0, 1 < r < 1$) pour une même valeur de la succion adimensionnée H_{12} . Cette indépendance a conduit à la formulation d'une loi exprimant le volume adimensionné en fonction de la succion adimensionnée H_{12} pour $D = 0$ et $\theta = 0$ et d'une autre exprimant la distance de rupture adimensionnée en fonction de la succion adimensionnée H_{12} pour $\theta = 0$. Par contre, il faut noter que l'indépendance de la force capillaire adimensionnée en fonction de r à H_{12} constant ne se vérifie que pour $r \gtrsim 0,4$.

On a remarqué aussi que le critère de rupture de Lian et al. [78] défini dans le cadre d'un essai de traction à volume constant ne semble pas s'appliquer dans le cadre d'un essai à succion constante. Dans le cas d'un essai de traction à volume constant, la distance de rupture dépend uniquement du volume et de l'angle de contact tandis que dans le cas d'un essai de traction à succion constante, elle dépend de la succion s , du rayon des grains R_1 et R_2 réduits à R_{12} , de la tension superficielle γ et de l'angle de contact θ .

CHAPITRE 3

Etude expérimentale du pont liquide

Sommaire

3.1	Introduction	74
3.2	Description des dispositifs expérimentaux mis en oeuvre	74
3.2.1	Dispositif d'imposition de la succion et de traction	74
3.2.2	Traitement d'image	81
3.2.3	Dispositif de mesure de la tension superficielle	83
3.3	Essais de traction à succion constante	84
3.3.1	Résultats expérimentaux	84
3.3.2	Comparaison avec des essais de traction à volume constant	86
3.3.3	Comparaison avec le modèle	88
3.4	Hystérésis de mouillage et de séchage	95
3.5	Phénomène de coalescence	97
3.6	Conclusion	100

3.1 Introduction

De nombreux auteurs se sont intéressés à l'étude de la traction d'un pont liquide à volume constant. On peut citer les travaux pionniers de Mason et Clark [82] qui mesurèrent la force capillaire en fonction de la distance intergranulaire entre deux sphères de même rayon ou entre une sphère et un plan. Depuis de nombreux travaux expérimentaux ont été réalisés [58, 116, 99, 131, 130] avec une bonne concordance avec les développements théoriques. On peut citer particulièrement les travaux de Willet et al. [131] dont les résultats expérimentaux sont quasiment confondus avec ceux issus de la théorie.

Dans cette étude, une expérience originale et innovante qui permet d'imposer la succion au pont liquide a été réalisée. A partir de cette expérience, on peut réaliser principalement 2 types d'essais :

- Un essai qui consiste à imposer une succion s constante au pont liquide et à faire varier la distance intergranulaire D : essai de traction à succion constante.
- Un essai qui consiste à faire varier la succion s pour une distance intergranulaire D donnée.

Les résultats de ces deux essais sont présentés dans ce chapitre. Pour ce qui concerne l'essai de traction à succion constante, les résultats expérimentaux sont comparés à l'approximation toroïdale. Enfin, on abordera brièvement l'effet de la coalescence sur la force capillaire à travers l'étude un pont liquide formé entre trois billes.

3.2 Description des dispositifs expérimentaux mis en oeuvre

Cette section concerne la réalisation de l'expérience et des différents outils réalisés pour analyser les résultats. Elle comprend trois paragraphes. Le premier traite du principe, de la description et du protocole de l'expérience réalisée. Le second traite d'un dispositif expérimental réalisé pour mesurer la tension superficielle du liquide utilisé. Enfin, le dernier paragraphe décrit le programme de traitement d'image réalisé pour déterminer de façon précise la forme du pont liquide.

3.2.1 Dispositif d'imposition de la succion et de traction

L'expérience présentée ci-dessous est une expérience innovante qui consiste à étudier des ponts liquides à succion imposée. La plupart des essais expérimentaux concernant les ponts liquides entre deux particules se sont faits jusqu'à présent à volume imposé. Néanmoins, dans de nombreux essais de caractérisation des milieux granulaires non saturés (notamment les sols), c'est la succion qui est imposée au milieu (essais drainés). De plus, à l'équilibre, il est fort probable que dans un milieu granulaire, la succion macroscopique corresponde aux suctions locales alors que les volumes des ponts liquides vont être très différents entre chaque doublet de

grains. Pour modéliser un milieu granulaire, il est donc plus aisé et plus intéressant de contrôler la succion, homogène, que le volume des ponts liquides, fortement hétérogène.

Principe

Cette expérience consiste à créer un pont liquide entre deux sphères avec imposition de la succion dans le pont par imposition de la pression d'eau du pont. Les différentes caractéristiques géométriques, ainsi que la force capillaire peuvent être mesurées.

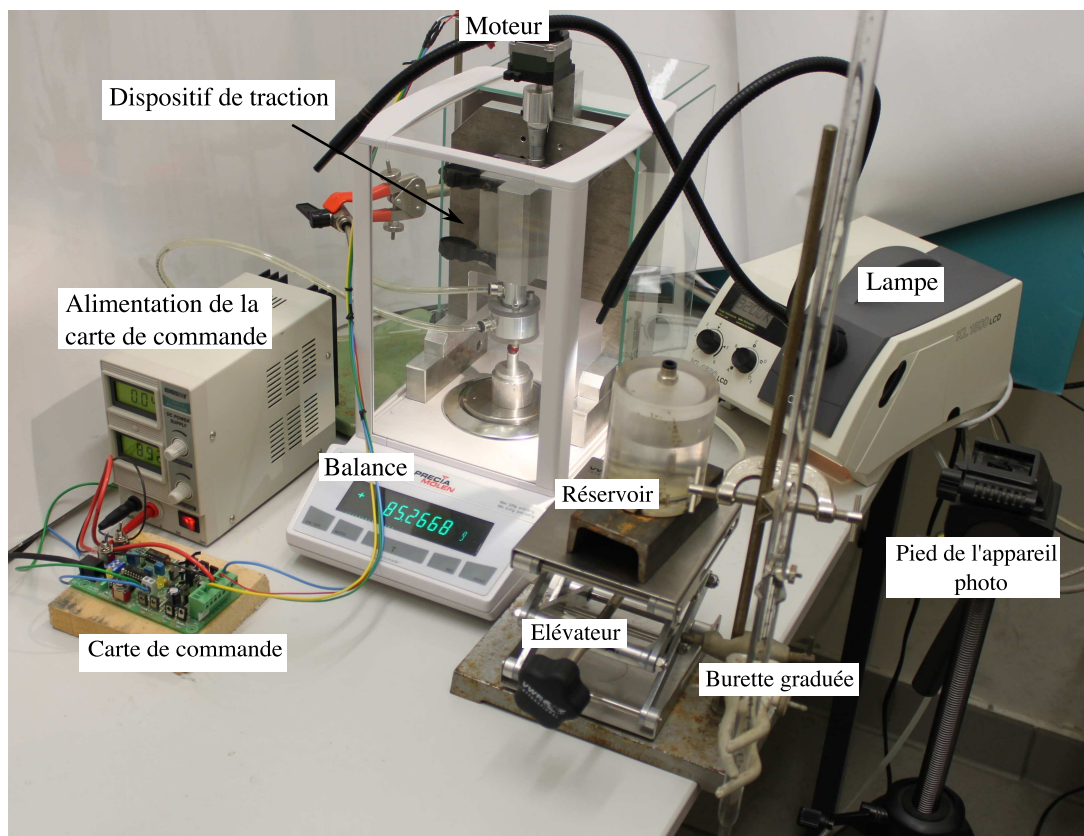


FIGURE 3.1 – Dispositif expérimental.

Description de l'expérience

Le dispositif expérimental mis en œuvre est décrit sur les figures 3.1 et 3.2. Un pont liquide est réalisé entre deux perles de diamètre $D = 10,05\text{mm}$ (figure 3.3). Les diamètres sont mesurés avec un micromètre digital de résolution $10\mu\text{m}$. Le diamètre du trou des perles est de 1mm . Bien que de plus petites perles auraient été préférables pour éviter les effets de la gravité, il était nécessaire que la taille du trou ne soit pas trop faible pour le bon déroulement de l'expérience et que le rapport entre le rayon du trou et le rayon des perles ne soit pas trop grand de façon à pouvoir traiter le plus large champ d'angles de remplissage. Le dispositif se situe dans une pièce régulée en température. Les mesures ont été réalisées à 24° .

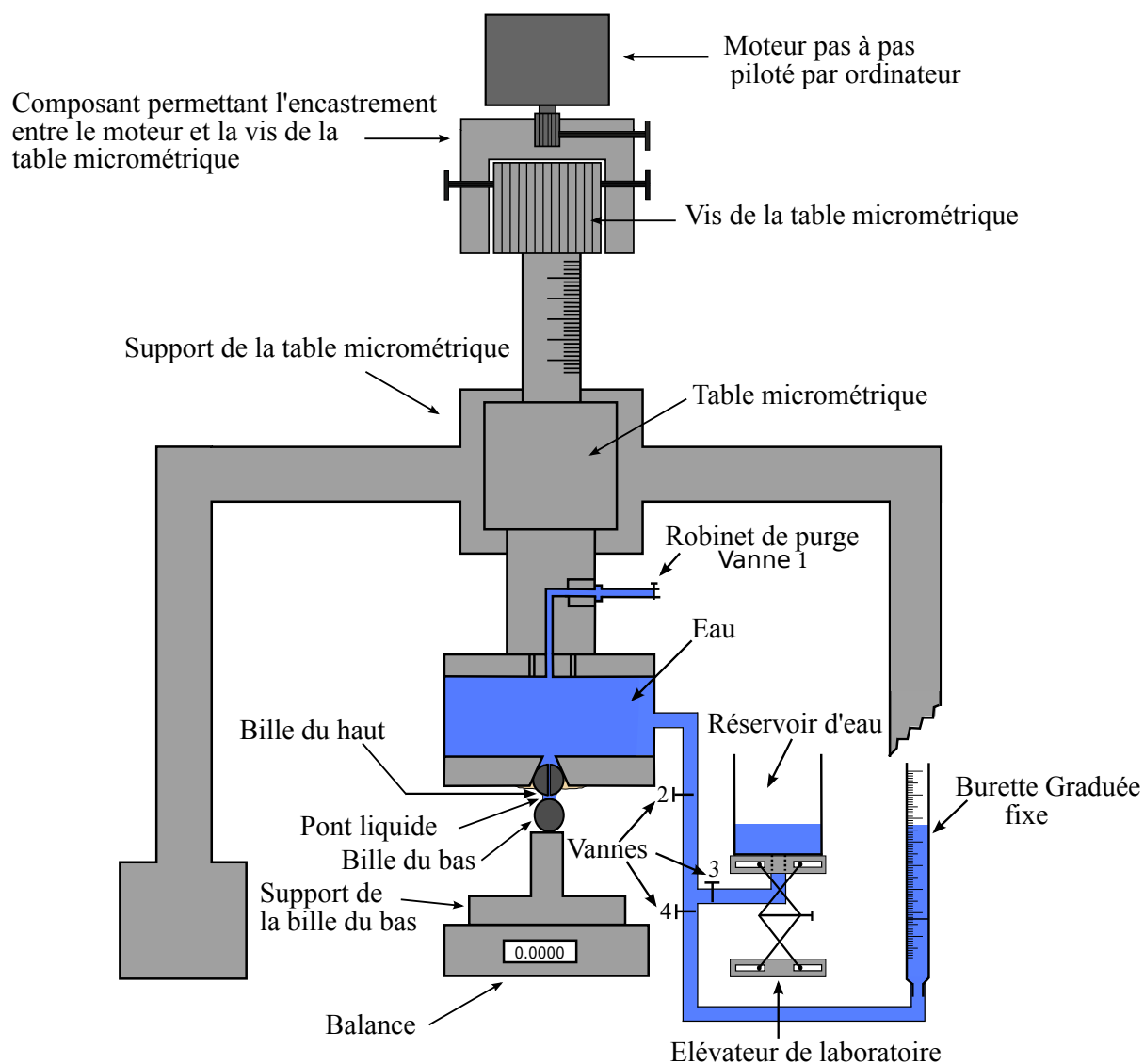


FIGURE 3.2 – Description du dispositif expérimental



FIGURE 3.3 – Exemple de Perle utilisée pour les expériences.

Description du dispositif de traction :

Une table micrométrique, associée à un moteur pas à pas contrôlé par ordinateur, permet d'imposer le déplacement de la bille du haut qui est solidaire de la table micrométrique. La vitesse et le sens de rotation du moteur sont variables ce qui permet la réalisation d'essais à différentes vitesses de traction. Le moteur est relié à l'ordinateur via une carte Comio qui est alimentée par une alimentation ($U \leq 9\text{ V}$). Le logiciel accompagnant la carte nous permet de régler la vitesse et de faire des cycles aller-retour de chargement. La distance interparticulaire n'est pas directement mesurée mais est déduite à partir de la vitesse et du temps à l'instant t enregistré par l'ordinateur. La vitesse utilisée pour les tests présentés est de $5\mu\text{m/s}$. Cette vitesse très lente devrait nous permettre d'éviter les effets dus à la viscosité de l'eau.

Description de la méthode d'imposition de la succion :

La difficulté et la particularité de cette expérience est l'imposition d'une succion contrôlée au pont liquide. Pour ce faire le pont liquide est réalisé entre deux perles (figure 3.2). La bille du haut est trouée afin de permettre la continuité entre l'eau du pont liquide et l'eau du réservoir (figure 3.2). Une "pièce clé" du dispositif qui permet l'imposition de la succion est la pièce illustrée par la figure 3.4. Cette pièce permet la liaison entre l'eau du pont liquide qui passe à travers la perle et l'eau du réservoir. Cette pièce est constituée de quatre pièces différentes. Il s'agit de deux rondelles en plexiglass dont l'une supporte la perle, d'un cylindre métallique avec un orifice relié au réservoir d'eau et à la burette graduée, et enfin d'un autre cylindre métallique avec un orifice dont l'office est la purge du système, muni d'un filetage qui le relie à la table micrométrique. Ce dernier orifice est relié à un robinet placé à l'extrémité supérieure du système d'imposition de la succion. Cette purge est nécessaire car les bulles d'air présentes dans le système peuvent entraîner de grossières erreurs d'imposition de la succion.

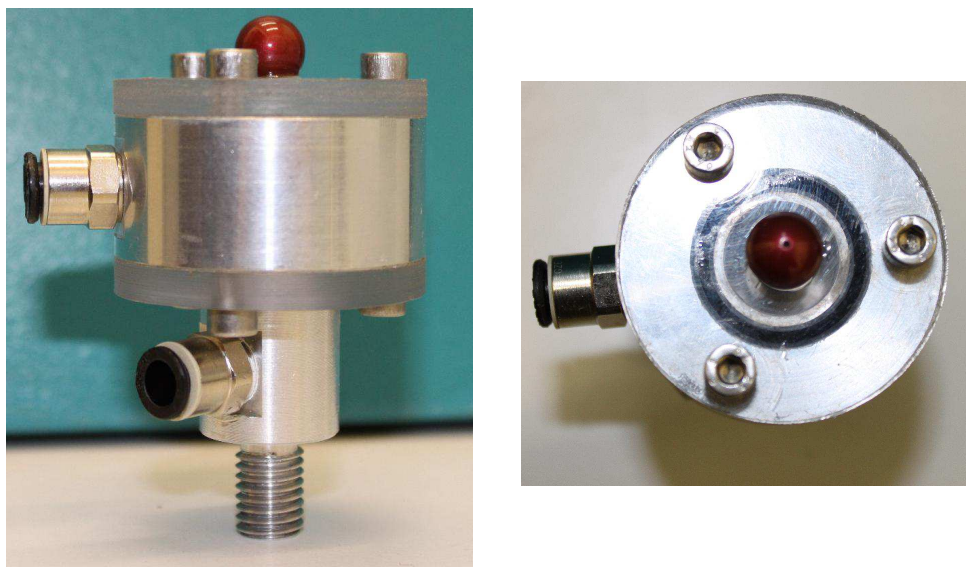


FIGURE 3.4 – Pièce permettant la continuité entre l'eau du pont liquide et l'eau du réservoir et aussi la purge des bulles d'air.

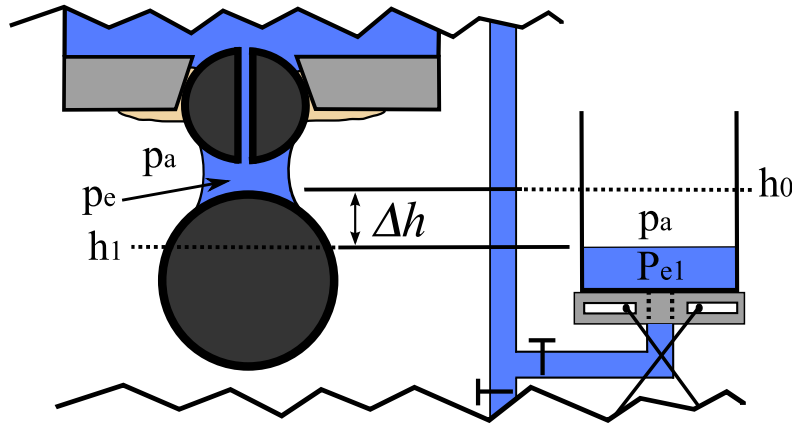


FIGURE 3.5 – Schéma de la méthode d'imposition de la succion.

Le pont liquide agit comme un tube capillaire et retient l'eau même pour des pressions d'eau p_e négative. La pression de l'air p_a est la pression atmosphérique. L'équation de Young-Laplace peut être appliquée dans le pont liquide et son expression est :

$$p_a - p_e = \gamma \left(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{h} \right) \quad (3.1)$$

où ρ et h sont respectivement le rayon externe et le rayon de gorge du pont liquide.

En faisant varier la hauteur du réservoir, on peut imposer la pression d'eau négative souhaitée au pont liquide et donc imposer la succion souhaitée (figure 3.5). La hauteur du niveau d'eau du réservoir peut être réglée à l'aide de l'élévateur de laboratoire et est mesurée grâce à la burette graduée (figure 3.2). La précision δh de la mesure est égale à 0,25 mm. La pression de l'eau dans le pont liquide p_e est imposée par la différence de hauteur Δh entre le sommet de la bille du bas de hauteur h_0 et le niveau d'eau dans le réservoir d'eau de hauteur h_1 (figure 3.5). Dans le réservoir d'eau et dans la burette graduée, la pression de l'eau au niveau de l'interface liquide/air p_{e1} est égale à la pression atmosphérique p_a . L'expression de la succion appliquée dans le pont liquide s est donc la suivante (figure 3.5) :

$$s = p_a - p_e = p_{e1} - p_e = \rho g (h_0 - h_1) = \rho g \Delta h \quad (3.2)$$

La précision sur la succion pour tous les essais présentés dans la suite sera donc égale à $2\delta h \rho g = 4,9 \text{ Pa}$. De plus, la succion n'est pas totalement constante au niveau du rayon de gorge durant l'essai de traction car le rayon de gorge s'élève durant l'essai. Néanmoins, l'évolution de la succion due à cette élévation est la plupart du temps négligeable devant la valeur de la succion imposée initialement car les valeurs de la distance de rupture sont faibles devant la différence de hauteur Δh imposée initialement. Dans le cas d'essais à très faibles succions néanmoins, il sera intéressant de prendre en compte ce changement de succion.

Description de la mesure de la force capillaire :

La bille du bas et son support reposent sur une balance de haute précision ($10^{-3}g - 10^{-5}N$). La balance est connectée à un ordinateur qui enregistre en temps réel la masse mesurée par la balance en fonction du temps. Il est donc possible de connaître l'évolution de la masse apparente de la bille inférieure connectée au pont liquide au cours du temps. L'expérience dure environ 5 minutes. Pendant ce temps, la déviation de la balance est insignifiante en comparaison à l'intensité de la force capillaire. Dans un premier temps, la masse du liquide est négligée dans le calcul de la force capillaire f_{cap} qui est calculée par pesée différentielle :

$$f_{cap} = (m_d - m_a)g \quad (3.3)$$

où m_d est la masse sèche de la bille du bas et de son support, m_a est la masse apparente de la bille du bas et de son support mesurée durant le test et g est l'accélération de la gravité. La force capillaire a des valeurs comprises entre $10^{-4}N$ et $10^{-3}N$. La non prise en compte de la masse du volume de liquide conduira à une sous-estimation de la force capillaire réelle. On verra par la suite qu'il est possible de corriger la valeur de la force mesurée à partir de l'estimation du volume du pont liquide effectuée à partir du programme de traitement d'image présenté dans la suite. Cette correction devient importante quand le volume du pont liquide est supérieur à $5\mu l$ ce qui correspond à une force capillaire de $0,5 \cdot 10^{-4}N$.

Description de l'appareillage d'imagerie :

Un appareil photo (Canon eos 500d) équipé d'un zoom macro (Sigma 150), nous permet d'étudier avec précision la forme du pont liquide durant le test de traction. Celui-ci est positionné sur un pied réglable dont le niveau est contrôlé et réglé (horizontalité, verticalité). Cet appareillage permet de réaliser des images de bonne qualité à partir desquelles sont faites différentes mesures. Il nous permet aussi de contrôler l'alignement entre les deux sphères qui est effectué manuellement. L'éclairage est régulée par une lampe équipée d'un col de cygne à fibre optique flexible. Cet appareil est piloté par ordinateur et la fréquence maximale d'acquisition est d'une photo toutes les 5 secondes.

Protocole expérimental

Le détail des différentes étapes pour la mise en place du pont liquide est fait sur la figure 3.6. Sur cette figure, le système hydraulique est présenté tandis que les autres éléments de l'expérience ont volontairement été enlevés. Les quatre étapes sont présentées :

- Première étape (figure 3.6) : dans un premier temps, seules les vannes 2 et 3 sont ouvertes. Le système est alimenté en eau, par remplissage au niveau de la burette. Le niveau entre la burette et le réservoir se fait alors automatiquement. L'élévateur est placé en "position haute" de manière à ce que le niveau d'eau du réservoir et de la burette soit à une hauteur supérieure à la hauteur de la vanne 1.
- Deuxième étape (figure 3.7) : dans un premier temps, la vanne 2 est ouverte. L'eau parcourt alors le système et s'écoule à travers le trou de la bille et l'orifice de la vanne 1. Le trou de la bille est alors obturé à plusieurs reprises pour éliminer les bulles d'air (qui

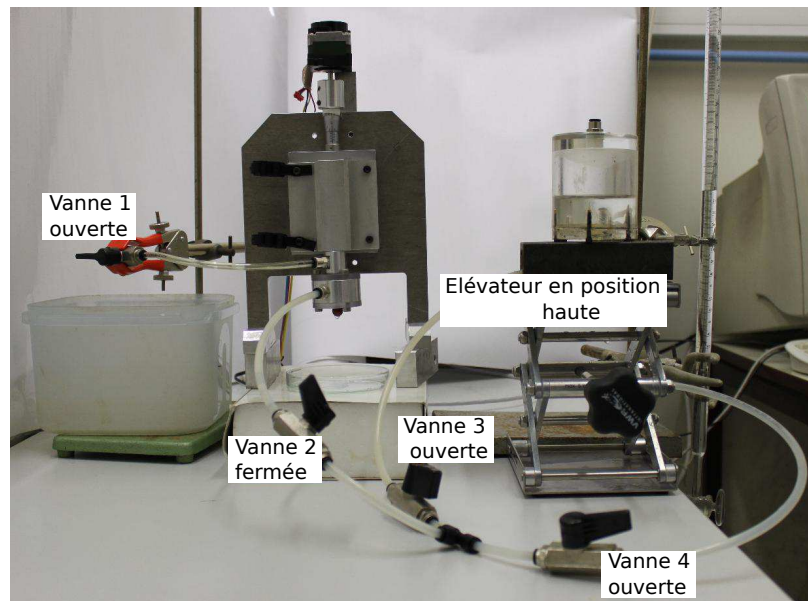


FIGURE 3.6 – Etape 1

s'échappent alors par la vanne 1) qui peuvent être coincées dans les réservoirs en inox de la "pièce clé". Enfin, la vanne 1 est fermée.

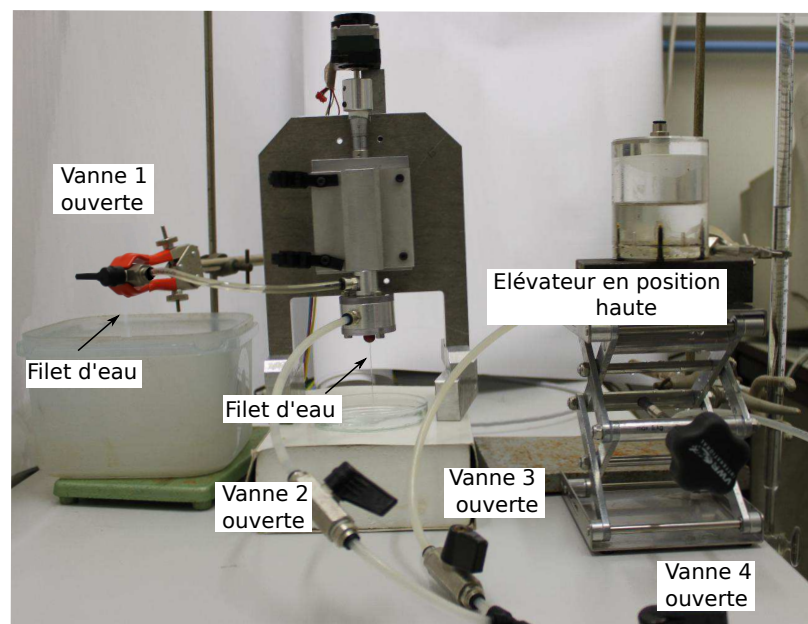


FIGURE 3.7 – Etape 2.

- Troisième étape (figure 3.8) : l'élévateur est alors descendu de façon à ce que la hauteur de l'orifice de la bille du haut soit comprise entre la hauteur du niveau d'eau dans le réservoir et la hauteur de la base du réservoir. Ensuite, on attend la vidange du système jusqu'à ce

que la hauteur du niveau d'eau du réservoir soit égale à la hauteur de l'orifice de la bille supérieure ($h = 0$ et $s = 0Pa$). La hauteur de la bille du haut a été préalablement réglée de façon à ce que les deux billes soient au contact.

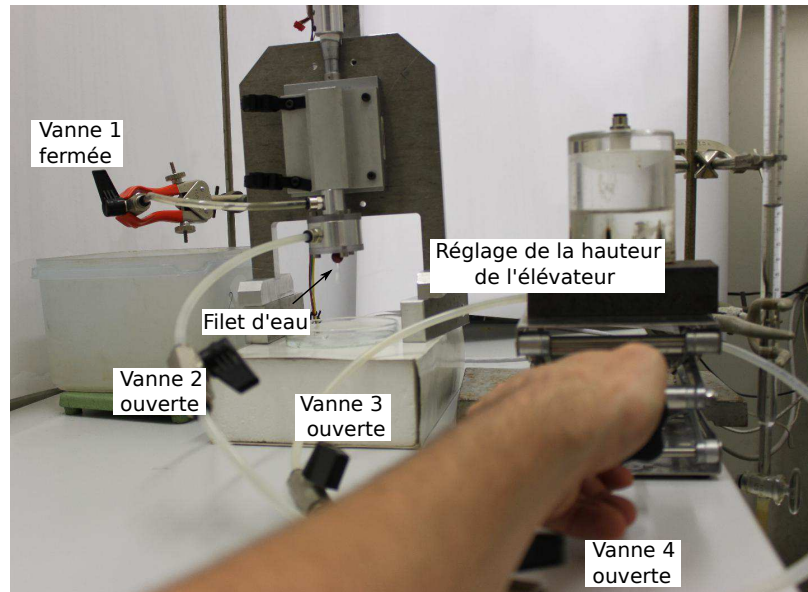


FIGURE 3.8 – Etape 3.

- Quatrième étape : la bille du bas est positionnée au contact de la bille du haut et un pont liquide se forme pour $h = 0$. Le centrage de la bille se fait à l'oeil et avec l'aide de l'appareil photo. Enfin, en déplaçant le réservoir d'eau à l'aide de l'élèveur de laboratoire (la hauteur d'eau est alors lue sur la burette graduée), une succion s est imposée au pont liquide. Le test de traction peut alors commencer.

3.2.2 Traitement d'image

Un programme de traitement d'image a été développé dans le cadre de cette thèse. Il permet d'étudier la forme du profil du pont liquide à partir des photos. Dans un premier temps, le contour des deux billes et du profil est repéré en utilisant le gradient d'intensité de chaque pixel composant la photo (figure 3.9). Une fois le contour établi, les grains sont approchés par des cercles par une méthode des moindres carrés. Le rayon du cercle trouvé définit l'échelle de la photo à partir du rayon réel des grains. Ensuite le contour du pont liquide est isolé du contour des billes et est approximé par deux polynômes de degré 4 (un pour le contour de droite, un pour le contour de gauche) dans les exemples présentés dans la suite de ce chapitre (figure 3.10). Le rayon de gorge est alors calculé à partir des minimums du polynôme sur les parties gauche et droite. Les points de contact entre le ménisque et les billes sont donc déduits en calculant les points d'intersection entre les polynômes et les équations des cercles. Au niveau de ces points de contact, on peut calculer les angles de contact entre le liquide et le grain à partir des dérivés

respectives du contour du cercle et du ménisque et les angles de remplissage du pont liquide. Le volume du pont liquide est la moyenne des volumes calculés à partir de l'intégration respective des polynômes définissant le contour du haut et le contour du bas entre les points de contact entre le liquide et les perles. Pour calculer le rayon externe du ménisque, le contour du pont liquide est approché par un cercle par la méthode des moindres carrés. Le programme réalisé permet donc de mesurer toutes les caractéristiques géométriques du pont liquide au cours de l'essai (le rayon de gorge h , le rayon externe du profil ρ , les angles de remplissage δ_1 et δ_2 , les angles de contact θ_1 et θ_2 que fait le liquide avec les grains 1 et 2) et permet d'évaluer le volume V du pont liquide.

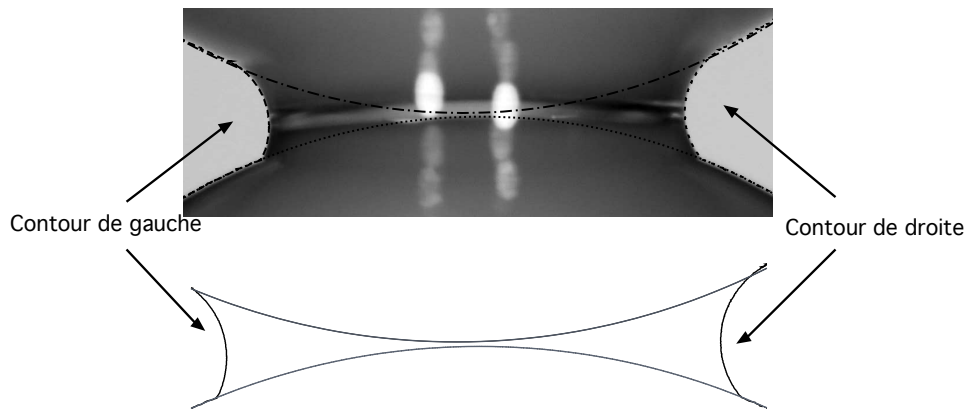


FIGURE 3.9 – Repérage du contour des billes et du pont liquide par analyse d'image.

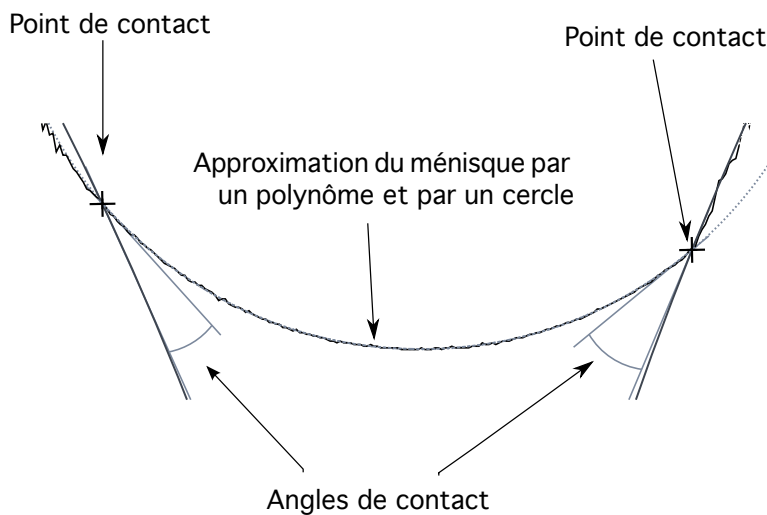


FIGURE 3.10 – Détails du contour de droite après traitement de la photo par le programme d'analyse d'image.

3.2.3 Dispositif de mesure de la tension superficielle

Pour mesurer la tension superficielle, on réalise un essai de traction sur une lame de verre en contact avec l'eau. L'expérience consiste à placer un réservoir d'eau sur une balance dans lequel on plonge une fine lame de verre de façon verticale (figure 3.11a et 3.11b). Cette lame de verre est alors progressivement déplacée vers le haut à vitesse constante grâce au dispositif de traction présenté au préalable. On enregistre en continu la variation de masse de laquelle on peut déduire la force capillaire. La force capillaire maximum correspond au moment où l'angle de contact entre le verre et l'eau est minimal (on considérera qu'il est nul à ce moment là pour le calcul). En général ce maximum se produit au moment de l'arrachement. La lame de verre utilisée est nettoyée à chaque essai pour éliminer les impuretés. L'épaisseur e et la longueur de la lame l sont explicitées sur les figures 3.11a et 3.11b. La valeur de la force capillaire exercée par la lame de verre au moment de l'arrachement (en supposant que $\theta = 0$) est :

$$f_{cap} = \gamma(2l + 2e) \quad (3.4)$$

La valeur de la force capillaire mesurée à ce moment là est égale à :

$$f_{capMesure} = (m_{init} - m_{mes})g \quad (3.5)$$

où m_{init} correspond à la masse du réservoir sans la plaque de verre, m_{mes} correspond au minimum enregistré par la balance durant l'essai (en général au moment de l'arrachement) et $f_{capMesure}$ est la force capillaire résultante. La valeur de la tension superficielle est donc donnée par l'expression suivante :

$$\gamma = \frac{f_{capMesure}}{2l + 2e} \quad (3.6)$$

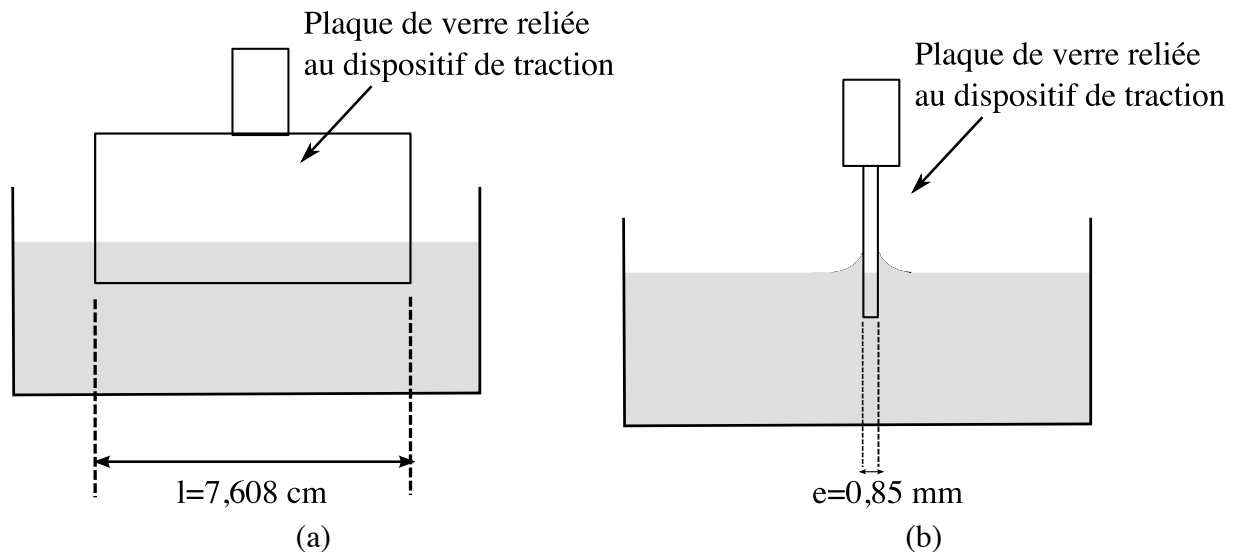


FIGURE 3.11 – Vue de face (a) et de profil (b) du dispositif de mesure de la tension superficielle par arrachement.

3.3 Essais de traction à succion constante

Dans un premier temps, les résultats des essais expérimentaux avec contrôle en succion sont présentés. Ensuite, l'allure des courbes obtenues est comparée à des essais avec contrôle en volume réalisés dans le cadre de cette thèse. Enfin, les résultats des essais à succion contrôlée sont comparés au modèle basé sur l'approximation toroïdale.

3.3.1 Résultats expérimentaux

La forme du pont liquide durant la traction est représentée par la figure 3.12. Plusieurs essais ont été réalisés pour différentes valeurs de la succion imposée (figure 3.13). La succion adimensionnée varie entre 0 et 14, 1, ce qui suggère qu'une grande partie du domaine pendulaire est couverte par ces essais (voir chapitre 2). Dans tous les cas, on remarque une excellente répétabilité des résultats expérimentaux. Les variations de la succion imposée au cours de l'essai dues au déplacement de la bille du haut sont annotées sur les figures 3.13 et 3.14. On note que ces variations sont négligeables excepté dans l'essai à succion nulle.

Sur la figure 3.14, on retrouve bien le comportement prédit par le modèle :

- L'allure de la relation entre la force capillaire et la distance intergranulaire est typique de l'essai de traction à succion constante.
- La distance de rupture décroît avec l'augmentation de la succion.
- La valeur absolue de la pente de la courbe reliant la force capillaire à la distance intergranulaire augmente avec la succion.
- La force capillaire est d'autant plus grande que la succion est grande pour ce qui concerne les faibles distances intergranulaires.
- A partir d'une certaine distance intergranulaire, la force capillaire est d'autant plus faible que la succion est grande.

A l'oeil, on note une diminution du volume du pont avec l'augmentation de la succion pour $D = 0$ (figure 3.13) et une diminution du volume avec la distance intergranulaire pour une succion donnée (figure 3.12) comme dans le modèle.

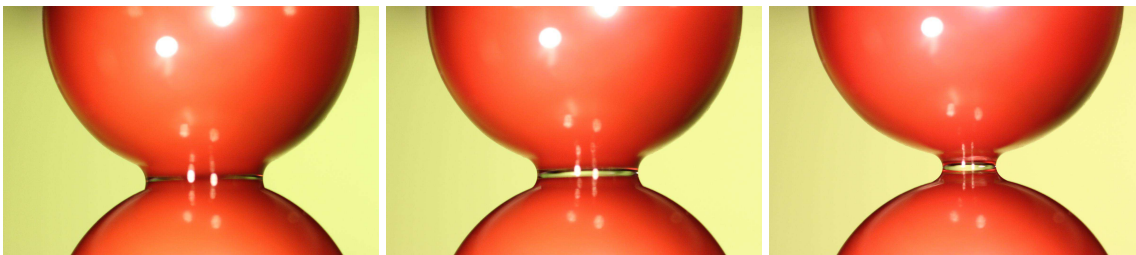


FIGURE 3.12 – De gauche à droite, photographies du pont liquide pour des distances intergranulaires D de 0 mm, 0,3 mm et 0,67 mm. Dans les deux cas, $R = 5.025$ mm et $s = 40 - 46$ Pa et $H = 3,9 - 4,5$.

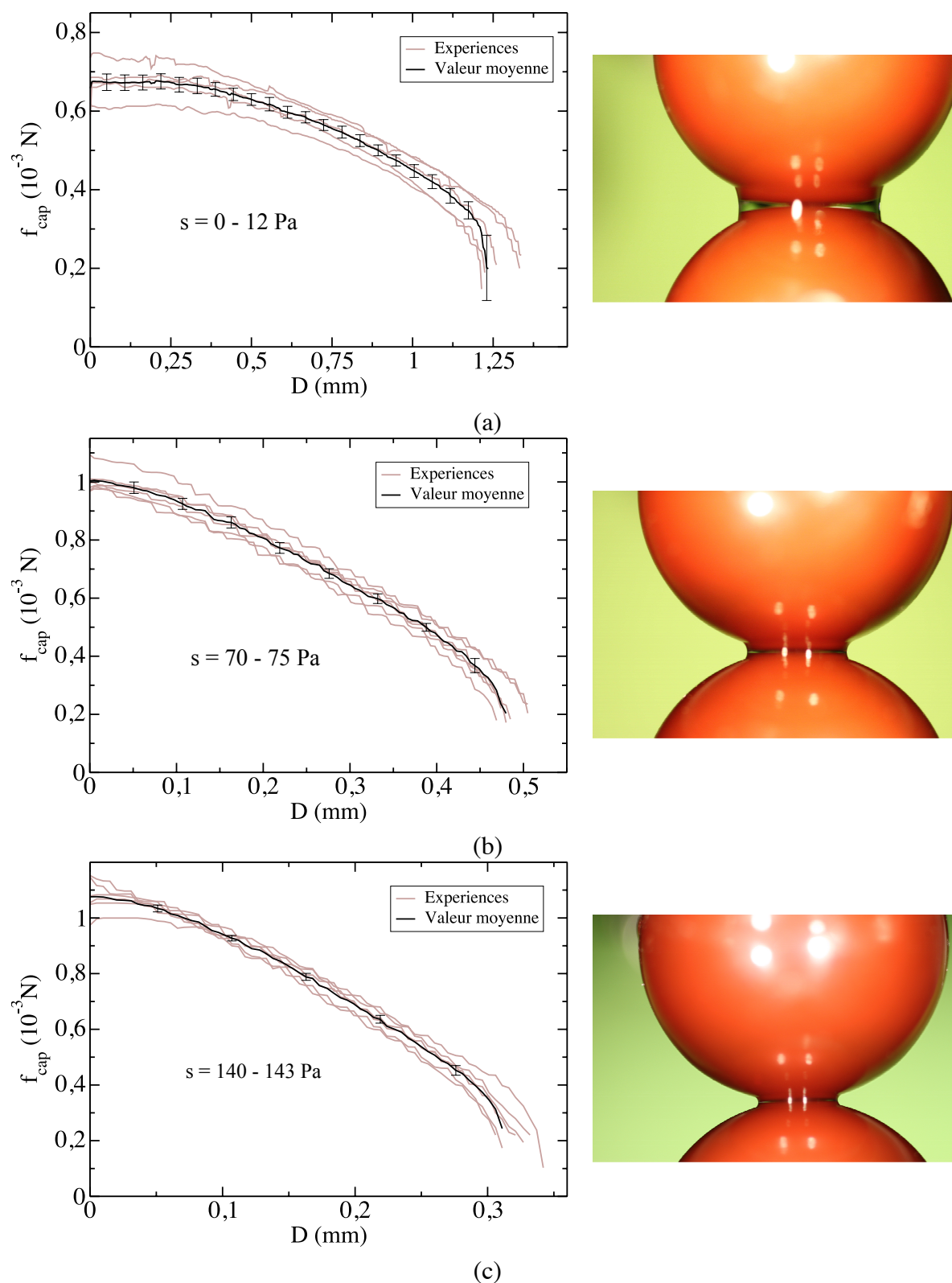


FIGURE 3.13 – Essais de traction à succion constante : $R = 5,025$ mm, $\gamma = 0,051$ N/m, $\theta = 0$. On représente la relation entre la force capillaire et la distance intergranulaire ainsi qu’une photo du pont pour une distance intergranulaire nulle. (a) $s = 0 - 12$ Pa, $H = 0 - 1,2$ et $D_{\text{rupt}} \simeq 1,29$ mm, (b) $s = 70 - 75$ Pa, $H = 6,9 - 7,4$ et $D_{\text{rupt}} \simeq 0,49$ mm, (c) $s = 140 - 143$ Pa, $H = 13,8 - 14,1$ et $D_{\text{rupt}} \simeq 0,32$ mm

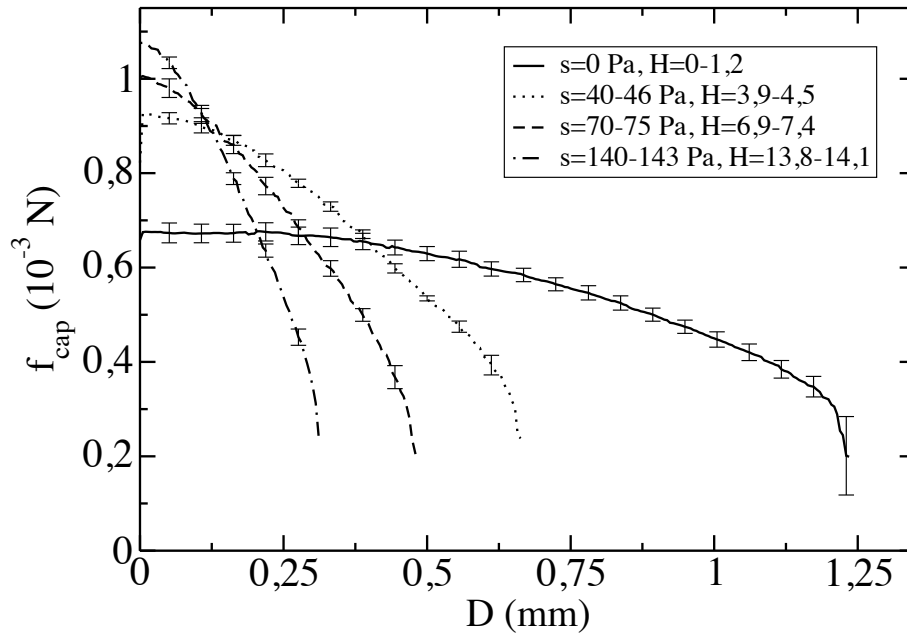


FIGURE 3.14 – Comparaison des différents essais à succion constante

3.3.2 Comparaison avec des essais de traction à volume constant

Ces résultats ont été comparés de façon qualitative à des essais de traction à volume constant (figure 3.15). Ces essais ont été réalisés grâce à un dispositif expérimental basé sur le même dispositif de traction. La différence est que dans ce cas là, une microseringue (Hamilton série 700 5 μl résolution 0,1 μl) permet d'introduire un volume prédéfini entre les billes pour former le pont liquide. On remarque sur la figure 3.15 que l'allure des courbes de l'essai de traction à volume constant est différente de celle de l'essai de traction à succion constante. La relation entre la force capillaire et la distance intergranulaire est une fonction convexe dans le cas de l'essai à volume constant (si on omet la présence du pic due aux impuretés) et est une fonction concave dans le cas de l'essai à succion constante. Dans le cadre de l'étude expérimentale, on a constaté une meilleure répétabilité des résultats dans le cas de l'essai à succion constante comme si le système était plus contraint en succion qu'en volume. L'influence du volume a en quelque sorte l'effet opposé de la succion :

- Plus le volume est grand est plus la distance de rupture est grande.
- Pour les grandes distances intergranulaires, plus le volume est grand et plus la force capillaire est grande.
- Pour les faibles distances intergranulaires, l'effet du volume est moins marqué mais la tendance établie par le modèle semble se dégager, c'est à dire que la force capillaire est d'autant plus grande que le volume est faible.

Sur la figure 3.15, on peut noter par ailleurs l'influence du rayon des grains sur la force capillaire dans le cas d'un essai de traction à volume constant. On note bien l'augmentation de la force capillaire avec le rayon des grains de façon quasi-linéaire au pic en accord avec

le modèle. Pour les fortes distances intergranulaires, on retrouve l'influence limitée du rayon des grains sur la force capillaire prédite par le modèle : les courbes se rejoignent. Le critère de rupture de Lian et al [78] est bien vérifié au cours de nos expériences (figure 3.16). On rappelle le critère :

$$D_{rupt} = (1 + 0,5\theta)V^{\frac{1}{3}} \quad (3.7)$$

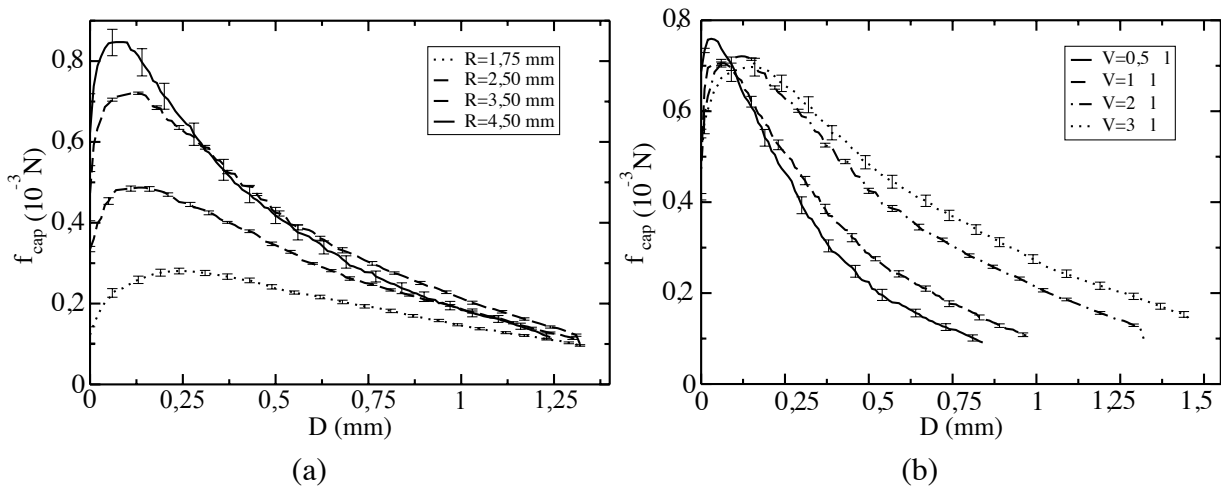


FIGURE 3.15 – Exemples de résultats d’essais de traction à volume constant. (a) Influence du rayon des grains sur la force capillaire, billes de verre, $V = 2\mu$ l. (b) Influence du volume du pont liquide sur la force capillaire : billes de verre, $R = 3.5$ mm

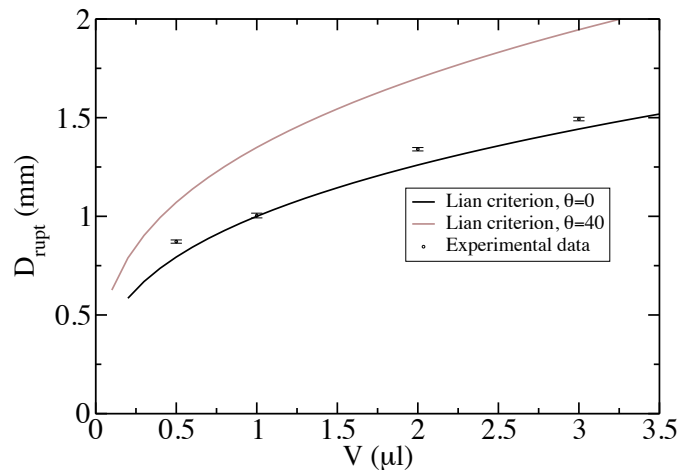


FIGURE 3.16 – Vérification du critère de rupture de Lian et al. [78] dans le cas d’un essai à volume constant.

3.3.3 Comparaison avec le modèle

Dans un premier temps, on réalise une étude préliminaire pour caractériser le doublet au cours de l'essai (rayons des grains, tension superficielle, angles de contact) et pour déterminer l'influence de la gravité sur nos essais. Dans un second temps, les résultats du modèle sont comparés aux résultats expérimentaux.

Etude préliminaire :

Pour procéder à la comparaison entre les résultats expérimentaux et les résultats issus de la modélisation, il faut connaître avec précision les caractéristiques du doublet que sont les rayons des grains R_1 et R_2 , la tension superficielle γ et l'angle de contact θ .

- Le rayon des grains est mesuré à l'aide d'un pied à coulisse et vaut 5,025 mm.
- La tension superficielle est mesurée grâce au dispositif présenté dans la section précédente.
- L'angle de contact est déterminé à partir du programme de traitement d'image.

Le liquide utilisé pour les expériences est de l'eau déminéralisée. Sa tension superficielle devrait donc être proche de l'eau pure qui vaut 0,072 N/m. Les mesures de la tension superficielle de l'eau déminéralisée utilisée pour les expériences et de l'eau du robinet sont présentées dans le tableau 3.1. On retrouve approximativement les valeurs de la littérature concernant l'eau déminéralisée. La tension superficielle de l'eau du robinet étant plus faible que l'eau déminéralisée du fait d'impuretés. On s'est aussi intéressé à la mesure de la tension superficielle de l'eau déminéralisée à la sortie du système d'imposition de la succion. Les valeurs mesurées sont répertoriées dans le tableau 3.1. La tension superficielle chute fortement après le passage dans le système. En effet la valeur moyenne de γ est de 0,051 N/m après passage dans le système alors qu'elle était de 0,074 N/m avant le passage. On associe cette chute au fait que l'eau puisse se charger d'impuretés au cours de son passage dans le système d'imposition de la succion. Par la suite, pour la comparaison entre les résultats expérimentaux et les résultats issus du modèle, la valeur de 0,051 N/m sera donc utilisée pour la tension superficielle de l'eau.

	Moyenne de la tension de surface (N/m)	Ecart type
Eau déminéralisée (ED)	0,074	0,0007
Eau Robinet	0,07	0,0017
ED à la sortie du système (test 1)	0,052	0,0010
ED à la sortie du système (test 2)	0,050	0,0029

TABLE 3.1 – Tension superficielle moyenne et écart type d'une série de mesure sur quatre eaux différentes.

L'angle de contact entre les grains et le liquide est déterminé à l'aide du programme d'analyse d'image mis au point. On remarque que les angles de contact correspondant au contact entre le liquide et la bille du haut θ_h sont différents des angles de contact entre le liquide et

la bille du bas θ_b (figure 3.17). Cet écart peut s'expliquer par l'effet de la gravité sur la forme du pont liquide. En général, θ_b est décroissant tandis que θ_h est une constante. On remarque néanmoins que l'écart entre θ_b et θ_h s'amenuise avec l'augmentation de la succion (figure 3.17). En effet, plus la succion est grande et moins l'effet de la gravité est important.

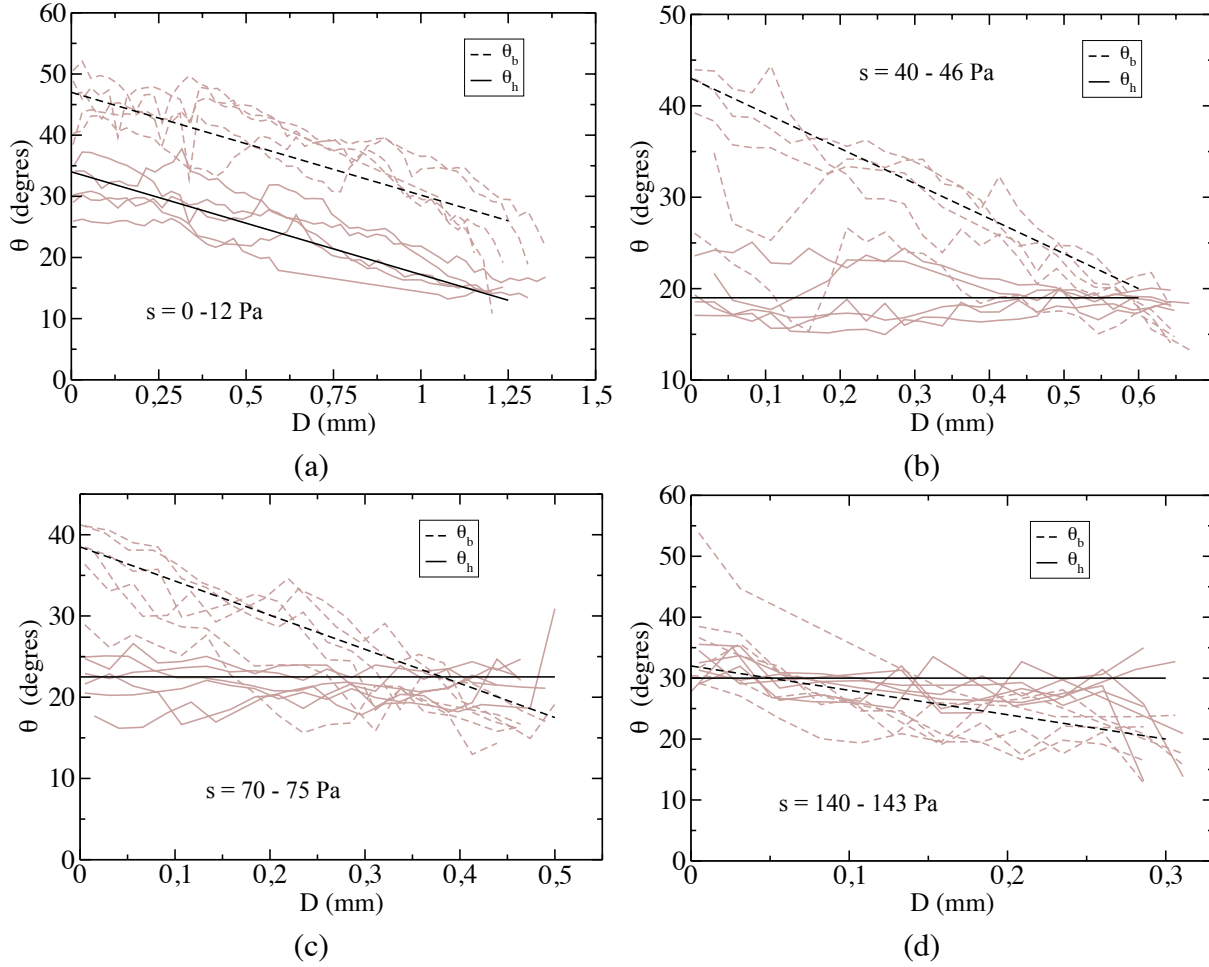


FIGURE 3.17 – Evolution des angles de contact θ_h et θ_b lors d'essais de traction à succion constante. (a) $\theta_b = -16800D + 47$ et $\theta_h = -16800D + 34$. (b) $\theta_b = -38333D + 43$ et $\theta_h = 19^\circ$. (c) $\theta_b = -42000D + 38,5$ et $\theta_h = 22,5^\circ$. (d) $\theta_b = -40000D + 32$ et $\theta_h = 30^\circ$

Afin de représenter au mieux le comportement expérimental, on introduit un second angle de contact θ_2 dans le modèle pour prendre en compte les éventuelles dissymétries. On a donc un angle de contact θ_1 entre le grain 1 et le liquide et un angle θ_2 entre le grain 2 et le liquide. L'expression du rayon de courbure extérieur adimensionné est alors :

$$\rho = \frac{D - R_1 (\cos \delta_1 - 1) - R_2 (\cos \delta_2 - 1)}{\cos (\delta_1 + \theta_1) + \cos (\delta_2 + \theta_2)} \quad (3.8)$$

Les expressions du rayon de gorge adimensionné sont alors :

$$h = \rho (\sin (\delta_2 + \theta_1) - 1) + R_2 \sin \delta_2 \quad (3.9)$$

$$h = \rho (\sin (\delta_1 + \theta_2) - 1) + R_1 \sin \delta_1 \quad (3.10)$$

A partir de ces trois équations, l'équation suivante est obtenue :

$$1 + r + D^* = \frac{-r(\sin (\delta_1 + \delta_2 + \theta_2) - \sin \theta_1) - \sin \theta_2 + \sin (\delta_1 + \delta_2 + \theta_1)}{\sin (\delta_1 + \theta_1) - \sin (\delta_2 + \theta_2)} \quad (3.11)$$

En combinant ces équations à l'équation de Young-Laplace, il est alors possible de modéliser un pont liquide avec deux angles de contact différents avec chacun des grains (l'expression du volume reste la même mais maintenant $\alpha = \pi - \delta_1 - \delta_2 - \theta_1 - \theta_2$).

Lors de cette expérience, le rayon des billes est de $5,025 \text{ mm}$ et la tension superficielle est égale à $0,051 \text{ N/m}$. Le nombre de Bond B_0 est alors égal à $4,9$. L'effet de la gravité risque donc de n'être pas négligeable. Comme on l'a vu au chapitre précédent, la prise en compte de la gravité modifie l'équation différentielle de Young-Laplace de la façon suivante :

$$H_0 + B_0 x^* = \frac{1 + \dot{y}^{*2}}{y^* (1 + \dot{y}^{*2})^{\frac{3}{2}}} - \frac{\ddot{y}^*}{y^* (1 + \dot{y}^{*2})^{\frac{3}{2}}} \quad (3.12)$$

On étudie la valeur du ratio $\frac{B_0 x^*}{H_0}$ pour x^* égal à $\frac{D_{rupt}}{R_2}$ dans le cadre des expériences réalisées pour évaluer de façon grossière l'influence de la gravité sur le pont liquide (tableau 3.2). On remarque que l'influence de la gravité diminue avec l'augmentation de la succion. Son influence est très importante pour l'essai à succion nulle mais devient peu à peu faible avec l'augmentation de la succion (tableau 3.2).

	Valeur du ratio $\frac{B_0 x^*}{H_0}$ pour $x^* = \frac{D_{rupt}}{R_2}$
$s = 0 - 12 \text{ Pa}$	101%
$s = 40 - 46 \text{ Pa}$	15%
$s = 70 - 75 \text{ Pa}$	7%
$s = 140 - 143 \text{ Pa}$	2%

TABLE 3.2 – Estimation de l'influence de la gravité par le rapport $\frac{B_0 x^*}{H_0}$

Résultats du modèle

Dans un premier temps, on remarque que le pont liquide prédit par le modèle épouse plutôt bien la forme du pont liquide réel (3.18).

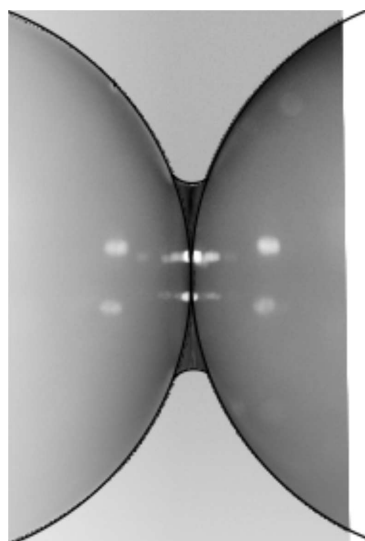


FIGURE 3.18 – Superposition de la forme du pont liquide prédite par le modèle (contour noir en trait plein) et la forme du pont liquide réel : $D = 0$, $s = 70$ Pa.

Les valeurs du rayon de gorge adimensionné h^* et du rayon du profil externe adimensionné ρ^* sont déterminées à partir des photographies et sont ensuite comparées aux valeurs issues du modèle (figure 3.19). Dans les deux cas, on remarque que le modèle reproduit qualitativement les tendances des expériences. L'estimation du rayon de gorge adimensionné modélisée est très proche de la valeur mesurée expérimentalement. Elle est d'autant plus proche que la succion est grande.

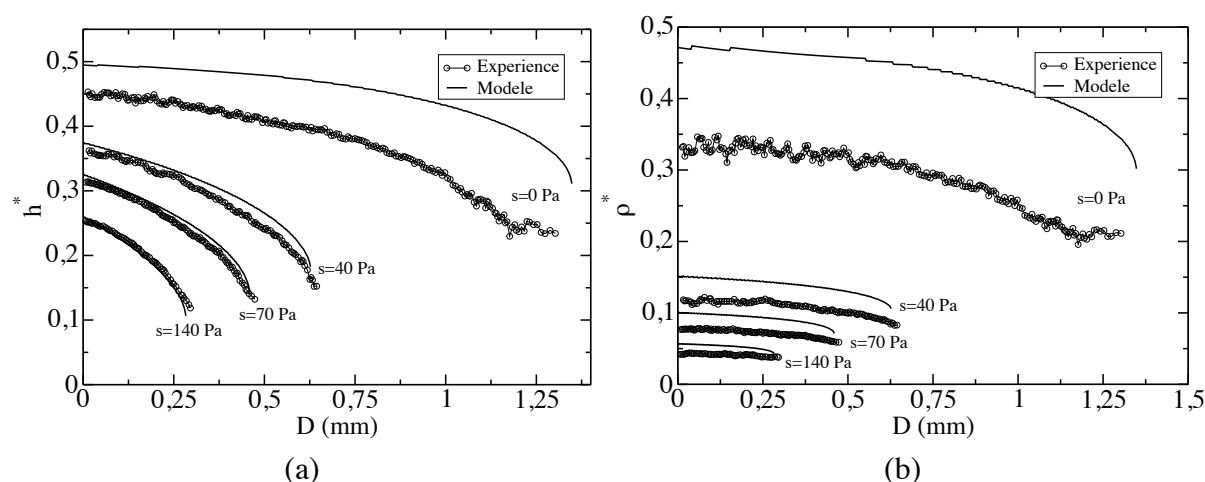


FIGURE 3.19 – Comparaison des valeurs du rayon de gorge adimensionné (figure a) et du rayon externe adimensionné (figure b) mesuré avec les valeurs issues du modèle.

Les valeurs du rayon de courbure externe sont moins proches et les valeurs mesurées sont inférieures aux valeurs du modèle. Plusieurs raisons peuvent expliquer ce décalage :

- La courbure du profil est plus difficile à mesurer que le rayon de gorge.
- Un placement parfait de l'appareil photo ainsi que des deux billes est difficile à réaliser ce qui peut entraîner des distortions dans la mesure des courbures.
- Il se peut que le pont ne soit pas totalement de symétrie de révolution du fait des hétérogénéités de surface et ainsi n'ait pas un rayon de courbure externe constant dans chaque plan du pont liquide.
- La forme du pont liquide pour des grains de grande dimension est soumise à la gravité et a tendance à s'éloigner de la forme toroïdale. Dans les deux cas (rayon de gorge adimensionné et rayon de courbure externe adimensionné), les différences s'amenuisent avec l'augmentation de la succion ce qui laisse supposer qu'une partie de cet écart est du à l'action de la gravité qui diminue avec le volume du pont et l'augmentation de la succion.
- La sphéricité non parfaite des perles peut aussi être une raison de cette déviation.

On peut calculer la succion à partir du rayon de gorge et du rayon externe du profil du pont liquide mesurés. On remarque que la succion calculée à partir des mesures est constante à des fluctuations près en fonction de la distance intergranulaire pour un même essai (figure 3.20). Néanmoins, la succion ainsi calculée est toujours supérieure à la succion imposée expérimentalement (ceci s'explique par l'écart de mesure pour ce qui concerne le rayon de courbure externe). Dans ce cas ci, si on s'intéresse à l'effet de la gravité, on remarque bien que la prise en compte de la gravité équivaut à une augmentation du membre de gauche (voir équation 3.12), et peut donc être de façon simplificatrice réduite à une augmentation de la succion.

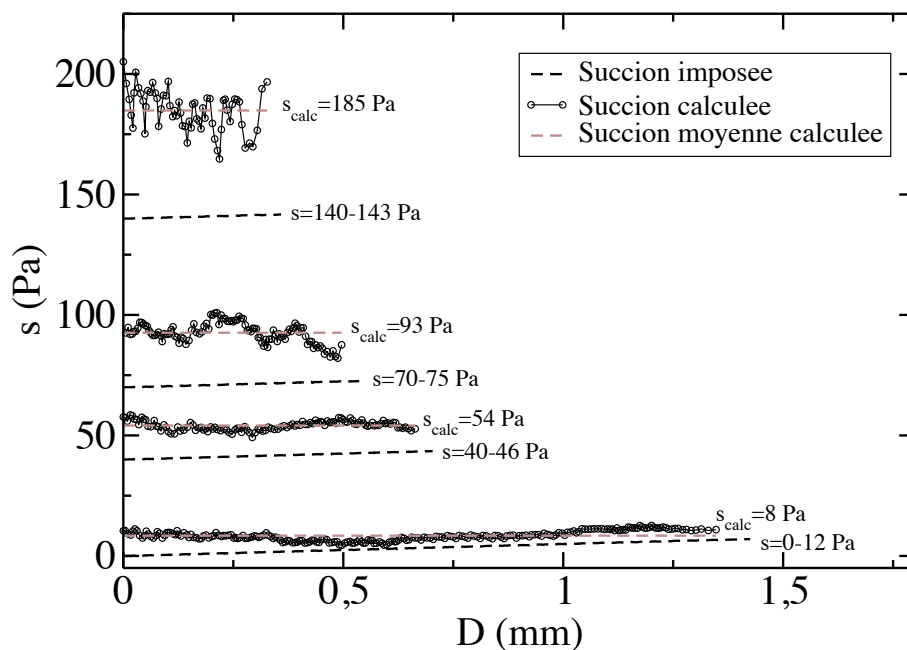


FIGURE 3.20 – Comparaison de l'évolution de la succion calculée à l'aide du programme d'analyse d'image avec la succion imposée.

A partir des valeurs du rayon de gorge mesuré h , de la succion imposée s et de la tension superficielle γ , la force capillaire est calculée en utilisant la "gorge method" ($f_{cap} = \pi h^2 s + 2\pi \gamma h$). La force capillaire alors calculée est très proche de la force capillaire mesurée (figure 3.21a) et est d'autant plus proche que la succion est grande. Néanmoins, la force calculée surestime la force mesurée. Une explication possible est la non prise en compte du poids exercé par le volume du pont liquide lors de la mesure expérimentale (voir section 1). A partir de l'analyse d'image, on peut estimer le volume et donc le poids du liquide et par la suite l'ajouter à la force capillaire mesurée. Si on compare alors les résultats (figure 3.21b), on remarque qu'ils sont en totale adéquation excepté pour le cas où la succion est très faible (influence de la gravité).

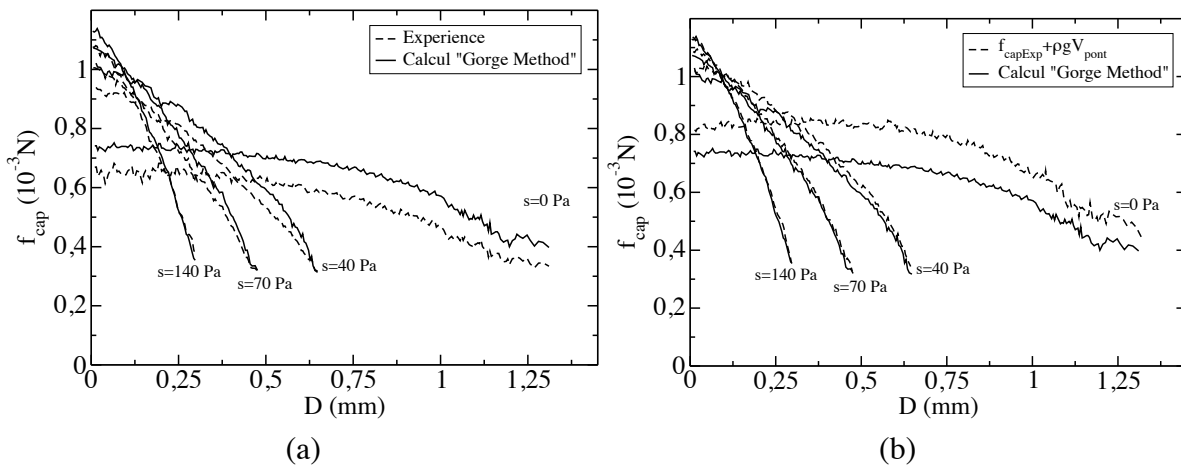


FIGURE 3.21 – (a) et (b) Validité de la "gorge method". Sur la figure b, le poids du volume du pont liquide a été ajouté à la force capillaire mesurée f_{capExp} .

La force capillaire prédite par le modèle utilisant l'approximation toroïdale est comparée avec les résultats expérimentaux (figure 3.22a) sur la figure suivante :

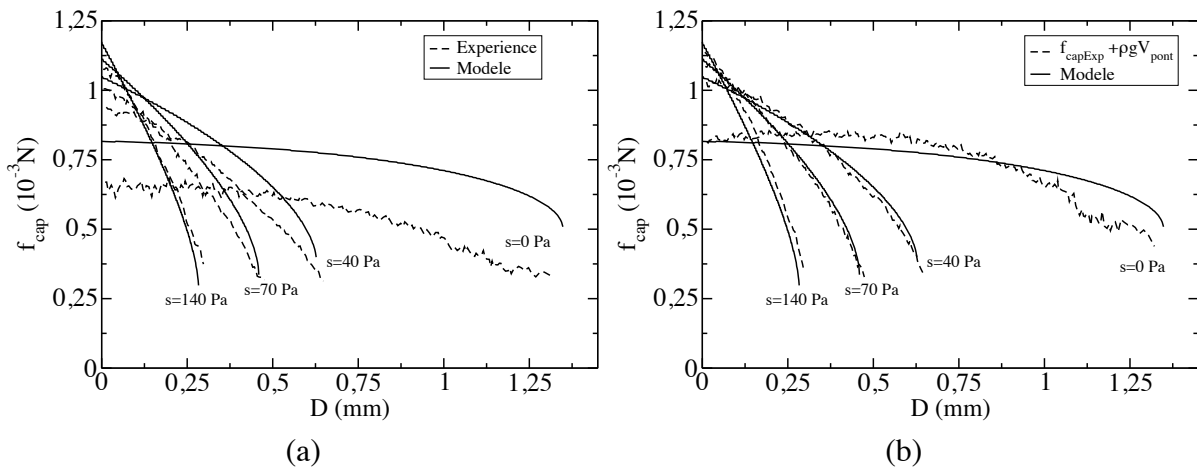


FIGURE 3.22 – (a) et (b) Validité de l'approximation toroïdale pour le calcul de la force capillaire. Sur la figure b, le poids du volume du pont liquide a été ajouté à la force capillaire mesurée f_{capExp} .

On remarque que les résultats issus du modèle et les résultats expérimentaux sont très proches d'un point de vue qualitatif et quantitatif avec néanmoins une sur-estimation de la force par le modèle. Si on prend en compte le poids du volume du pont liquide, la force capillaire calculée devient alors très proche de la force capillaire mesurée (figure 3.22b).

Le volume du pont liquide mesuré à partir de l'analyse d'image est comparé au volume prédit par le modèle (figure 3.23). On note un léger écart entre le volume prédit et le volume mesuré qui s'atténue avec l'augmentation de la succion. Les origines de cet écart peuvent être les mêmes que celles invoquées pour expliquer l'écart entre le rayon de courbure externe mesuré et calculé. Concernant l'effet du positionnement de l'appareil photo et des deux billes, des distances légèrement inférieures à zéro sont mesurées à partir du traitement d'image alors que les billes sont en contact. Cet effet a tendance à diminuer le volume du pont liquide mesuré.

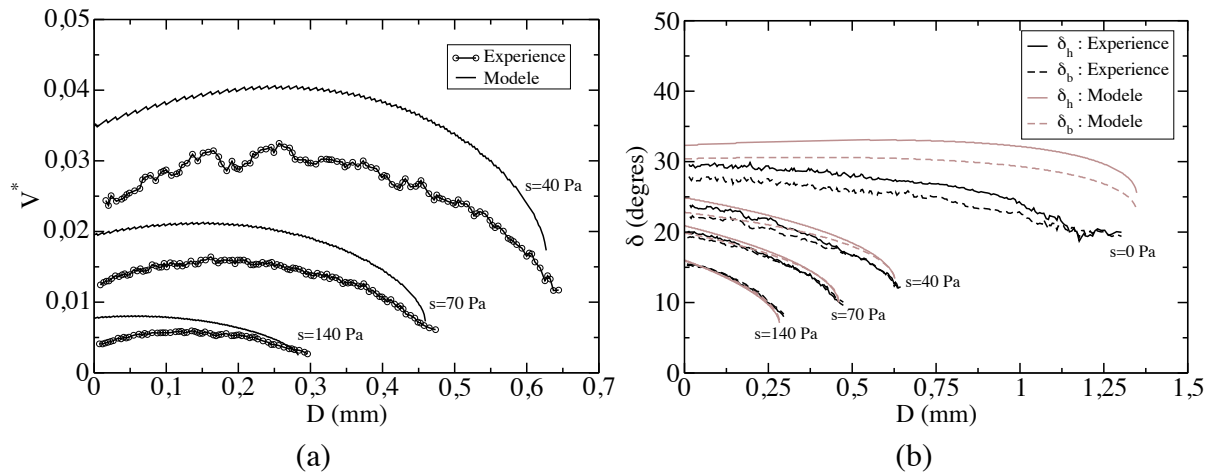


FIGURE 3.23 – (a) Comparaison entre le volume adimensionné mesuré et calculé. (b) Comparaison entre les angles de remplissage mesurés et calculés (en degrés).

A partir de la mesure du volume du pont liquide avant la rupture, on peut calculer la distance de rupture prédite par le critère de Lian et al pour une valeur de l'angle de contact égal à 25° . Les résultats sont présentés sur le tableau 3.3. On s'aperçoit que le critère de Lian surestime la distance de rupture dans le cas d'un essai de traction à succion constante. Ceci est conforme aux résultats de la modélisation proposée.

Succion (Pa)	Volume mesuré à la rupture (μl)	Distance de rupture mesurée (mm)	Distance de rupture calculée avec le critère de Lian (mm)
40	1,22	0,68	1,30
70	0,68	0,51	1,07
140	0,31	0,33	0,83

TABLE 3.3 – Comparaison entre les distances de rupture mesurées et celles prédites par le critère de Lian et al.

La validité du critère de rupture défini lors de l'étude théorique du pont liquide ($D_{rupt}^* = (H + 4,42)^{-0,94}$) est testée pour les essais de traction réalisés. On remarque une très bonne correspondance entre les distances de rupture prédites par le critère et les distances de rupture mesurées (tableau 3.4). Ceci est étonnant car l'angle de contact entre le liquide et les perles est différent de zéro alors que le critère de rupture n'a été défini que pour les angles de contact nuls. Normalement il devrait surestimer la distance de rupture. On peut aussi faire l'hypothèse que l'action de la gravité a tendance à diminuer la distance de rupture expérimentale.

s	H	D_{rupt}^*	$D_{rupt}(mm)$	D_{rupt} mesurée (mm)
0	0	0,247	1,24	1,29
40	3,941	0,136	0,68	0,67
70	6,897	0,102	0,51	0,49
140	13,794	0,065	0,33	0,32

TABLE 3.4 – Calcul de la distance de rupture pour le doublet de grain et les différentes succions avec le critère suivant : $D_{rupt}^* = (H + 4,42315)^{-0,939372}$ et comparaison avec la distance de rupture mesuré expérimentalement pour $R = 5,025$ mm et $\gamma = 0,051$ N/m.

3.4 Hystérésis de mouillage et de séchage

Un essai consistant à faire varier la succion pour une distance intergranulaire donnée a été réalisé. L'influence de la succion sur la valeur de la force capillaire a ainsi pu être étudiée pour une distance intergranulaire nulle (figure 3.24a). On a pu aussi mettre en évidence l'hystérésis entre le mouillage et le séchage du pont capillaire (figure 3.24a et 3.24b).

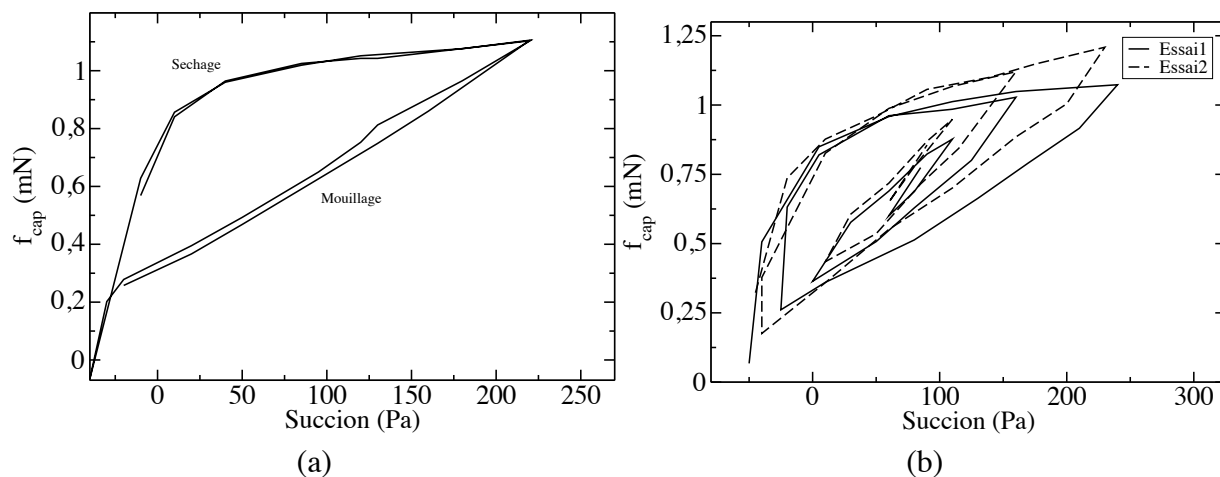


FIGURE 3.24 – Mise en évidence de l'hystérésis de la force capillaire entre le mouillage et le séchage pour des billes au contact : cycles de séchage-mouillage avec des succions maximum et minimum égales (figure a) et différentes (figure b).

Le protocole de cet essai est le suivant : on crée un pont capillaire pour une succion négative ou proche de zéro. On augmente ensuite la succion jusqu'à une certaine valeur puis on diminue la succion de nouveau jusqu'à une valeur proche de zéro. La phase où l'on augmente la succion est appelée phase de séchage et la phase où l'on diminue la succion est appelée phase de mouillage. On remarque une nette différence entre la force capillaire au mouillage et la force capillaire au séchage. La force capillaire est plus grande dans la phase de séchage que dans la phase de mouillage. En accord avec le modèle, on remarque que la force capillaire est une fonction croissante de la succion. En phase de séchage, la courbe peut se décomposer en deux parties. Une première partie où la croissance de la force est forte dans le domaine des faibles succions et une seconde partie où la croissance est faible pour les plus fortes succions. Dans cette partie, la dépendance de la force capillaire à la succion est faible. Dans la phase de mouillage, la force capillaire est une fonction linéaire croissante de la succion sur toute la gamme des succions.

On remarque aussi une hystérésis du volume en fonction de la succion. Sur les photographies de ponts liquides (figures 3.25) pour une même succion dans une phase de mouillage et une phase de séchage, l'hystérésis du volume est bien marquée. On remarque que le volume est plus grand dans la phase de séchage que dans la phase de mouillage (figures 3.25 et 3.26) . Une hypothèse pour expliquer ce phénomène d'hystérésis -de la force capillaire et du volume- est la variation de l'angle de contact entre la phase de mouillage et la phase de séchage. Par analyse d'image, on a pu tracer l'évolution de l'angle de mouillage en fonction de la succion (figure 3.27). A succion égale, on remarque que l'angle de contact au séchage est nettement inférieur à l'angle de contact au mouillage. Ce phénomène est connu pour l'avancée d'une goutte sur une surface mais n'avait encore jamais été mis en évidence pour le cas de ponts liquides. On peut donc dire en conclusion que la valeur de l'angle de contact entre le liquide et le matériau n'est pas forcément une valeur stable et peut varier en fonction de l'histoire du chargement de succion. Cette variation est à l'origine de l'hystérésis du volume du pont liquide et de la force capillaire en fonction de la succion.

L'hystérésis de la courbe de rétention dans le domaine pendulaire pourrait donc être en partie associée à l'hystérésis de l'angle de contact. Néanmoins, il n'est pas évident qu'un tel comportement se retrouve à l'intérieur d'un assemblage de grains dans le domaine pendulaire. En effet, dans ce domaine, une fine couche d'eau assure la continuité de l'eau dans le milieu et pourrait empêcher l'hystérésis de l'angle de contact.

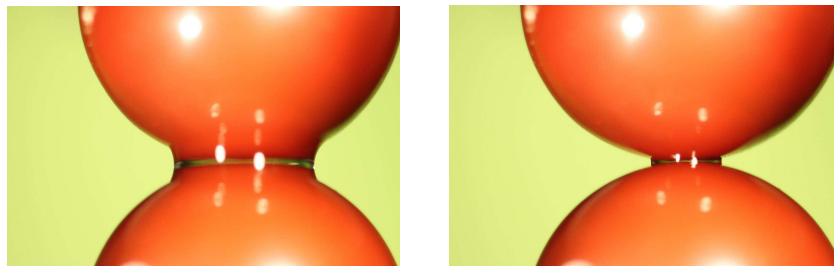


FIGURE 3.25 – Photos de pont liquide pour une succion de 10 Pa durant une phase de séchage (photographie de gauche) et de mouillage (photographie de droite).

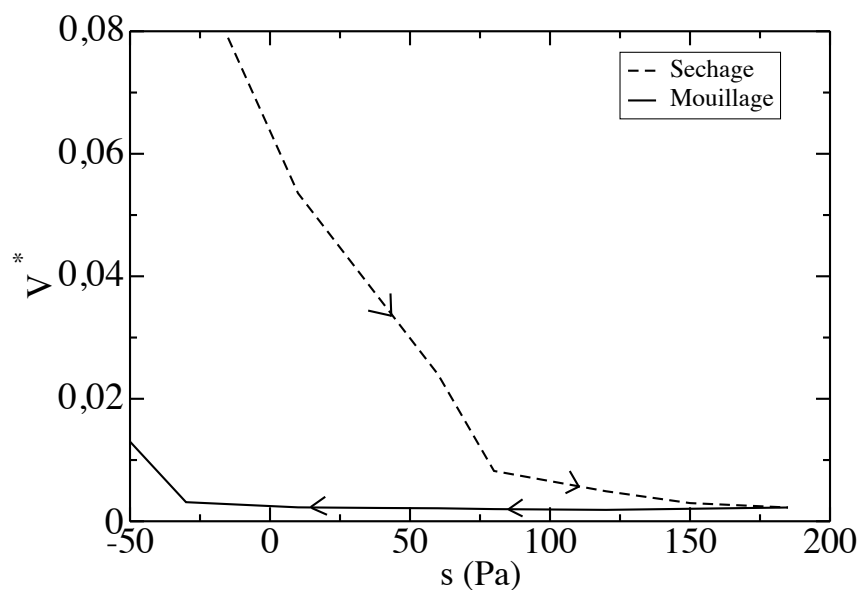


FIGURE 3.26 – Analyse du volume du pont liquide pour un essai à partir de l'analyse d'image. Evolution du volume en fonction de la succion pour un cycle de séchage-mouillage.

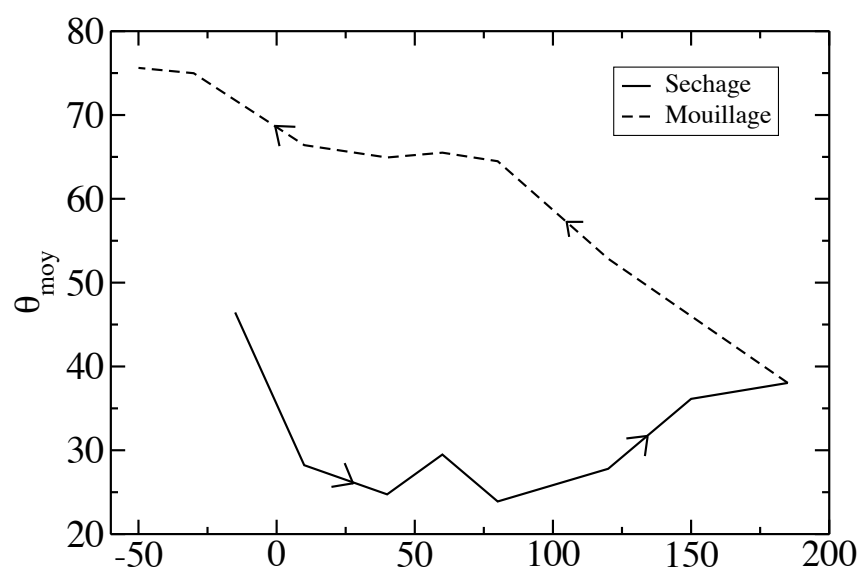


FIGURE 3.27 – Evolution de l'angle de contact avec la succion lors d'un cycle de mouillage séchage.

3.5 Phénomène de coalescence

Dans le but d'étendre notre étude au domaine funiculaire, on s'est intéressé à la coalescence de ponts liquides. Lors de la coalescence, des ponts liquides se forment entre 3 grains, 4 grains

voire de nombreux grains. On décide dans un premier temps d'étudier la coalescence entre 3 billes. La première expérience réalisée consiste à disposer trois billes de façon à ce que les centres des trois billes forment un triangle isocèle dans un plan vertical (figure 3.28). Le protocole expérimental consiste à imposer un même volume constant dans chaque pont et ensuite par incrément de volume arriver à la coalescence. Pendant ce temps on mesure la résultante verticale de la force capillaire exercée par les ponts par pesée différentielle. On remarque que avant la coalescence, l'effet du volume est limité sur la valeur de la force capillaire : on mesure une force de $1,36\text{ N}$ pour deux ponts dont le volume est $4,5\text{ }\mu\text{l}$ et une force de $1,32\text{ N}$ pour deux ponts dont le volume est $9\text{ }\mu\text{l}$. Par contre, au moment de la coalescence on remarque une brusque augmentation de la force capillaire ($f_{cap} = 1,82\text{ N}$).

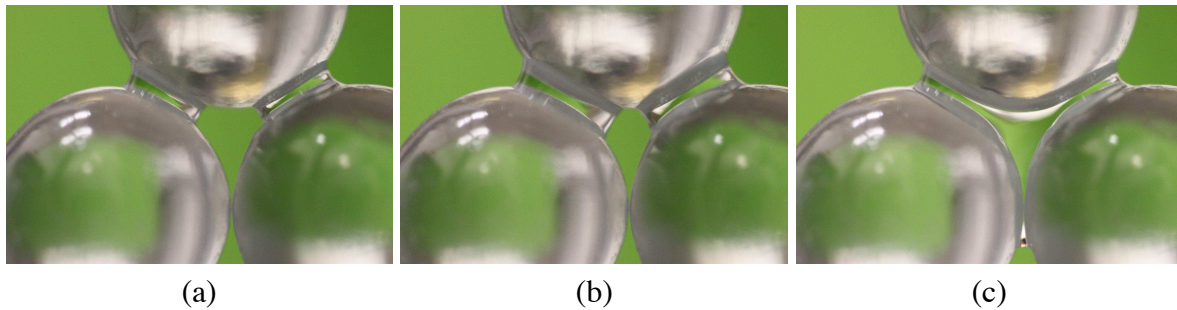


FIGURE 3.28 – (a)- $4,5\text{ }\mu\text{l}$ dans chaque pont : $f_{cap} = 1,36\text{ N}$, (b)- $9\text{ }\mu\text{l}$ dans chaque pont : $f_{cap} = 1,32\text{ N}$, (c)-Rajout de $6,5\text{ }\mu\text{l}$: $f_{cap} = 1,82\text{ N}$

Pour préciser cet effet, on a réalisé une seconde expérience qui consiste à créer un pont coalescé entre les trois billes et procéder au séchage de celui-ci. Pendant ce temps, on procède à l'acquisition des données de la balance toutes les minutes pour le calcul de la force capillaire et des photos sont prises toutes les 15 minutes. On remarque sur la figure 3.29 la diminution du volume du pont coalescé dans un premier temps. A partir d'une certaine durée du séchage le pont coalescé se scinde en trois ponts distincts. Cette scission correspond à une brusque chute de la valeur de la force capillaire (figure 3.30). Ensuite les ponts diminuent jusqu'à la rupture. Tout le long de l'essai, on remarque que la force capillaire diminue avec la diminution du volume du pont liquide. Ceci est certainement dû au fait que les billes ne sont pas au contact. Il est intéressant de noter à nouveau que la force de capillarité du pont coalescé est plus grande que celle de deux ponts distincts. Dans les deux cas le rapport entre la force capillaire avant coalescence et la force capillaire après coalescence est de l'ordre de 0,7. Rynhart et al [109] ont fait des essais sur des ponts liquides coalescés entre trois billes et avaient déjà noté une augmentation de la force capillaire en comparaison à des essais réalisés par Simons et al [115] sur un pont liquide formé entre deux billes. Cette augmentation de la force est due à l'augmentation de la longueur de la ligne triple (ligne de contact entre la bille, le liquide et l'air) selon Rynhart et al [109].

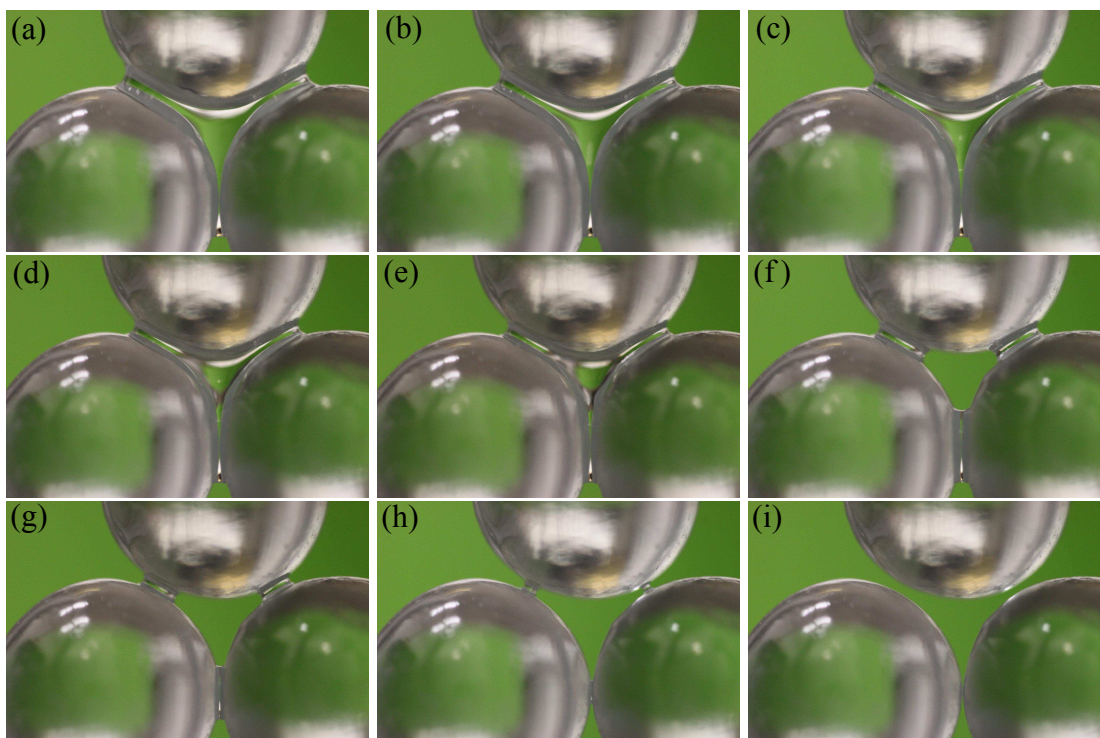


FIGURE 3.29 – Séchage du pont liquide entre les trois billes. Les photos sont prises toutes les 15 minutes.

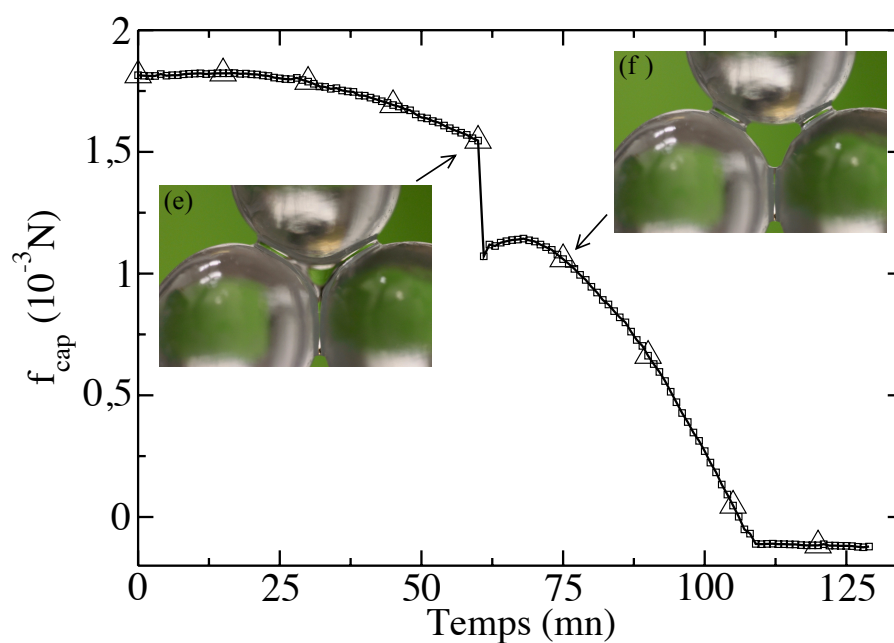


FIGURE 3.30 – Evolution de la force capillaire verticale en fonction du temps. Les triangles correspondent au moment où les photos ont été prises.

3.6 Conclusion

Un essai de traction à succion constante a été réalisé pour la première fois. Cet essai a donné des résultats très satisfaisants quant à la répétabilité des essais qui est excellente. Un programme d'analyse d'image a été mis au point qui nous permet de décrire avec précision les principales caractéristiques du pont liquide (rayon de gorge, rayon de courbure, angle de remplissage, angles de contact, volume) au cours de l'essai. Cette description fine nous a permis de comparer les résultats expérimentaux avec le modèle dans des conditions très proches. La comparaison avec le modèle théorique basé sur l'approximation toroïdale a été réalisée et confirme le choix effectué pour la modélisation dans le cas monodisperse, les résultats expérimentaux et numérique étant très proche.

Le critère de rupture établi au chapitre précédent a été testé et validé dans le cas monodisperse. La réalisation de cet essai a mis en évidence la sensibilité de la tension superficielle aux impuretés et nous permet d'imaginer une grande hétérogénéité de tension superficielle à l'intérieur d'un même sol. L'hystérésis de la force capillaire et du volume du pont liquide en fonction de la succion lors d'un cycle de séchage-mouillage a pu être mis en évidence. L'hystérésis de l'angle de contact au cours d'un cycle de mouillage-séchage a été clairement identifiée comme étant la cause de cette hystérésis. L'hystérésis de la courbe de rétention dans le domaine pendulaire pourrait donc être due à l'hystérésis de l'angle de contact. Enfin, une brève étude de la coalescence de ponts formés entre trois billes a pu mettre en évidence une augmentation soudaine de la force capillaire au moment de la coalescence.

Description de la méthode numérique

Sommaire

4.1	Introduction	102
4.2	Lois de comportement locales	102
4.2.1	Description du milieu granulaire	102
4.2.2	Effort normal de contact	104
4.2.3	Effort normal de cohésion et répartition de l'eau	105
4.2.4	Effort tangentiel au contact	108
4.3	Mise en oeuvre de la méthode	109
4.3.1	Algorithme Velocity Verlet	109
4.3.2	Paramètres de simulation	110
4.3.3	Optimisation	112
4.4	Simulations et post-traitement d'essais mécaniques	112
4.4.1	Contrôle de la granulométrie	113
4.4.2	Essais mécaniques	114
4.4.3	Post-traitement	115
4.5	Conclusion	116

4.1 Introduction

Les principales étapes pour la réalisation de simulations numériques du comportement mécanique d'un milieu granulaire sont :

- la phase de prétraitement qui consiste à définir les propriétés des grains (forme, raideur...), la granulométrie de l'échantillon, et les conditions initiales et aux limites.
- l'étape de calcul qui consiste à intégrer les équation de la dynamique pour calculer la position et la vitesse de chaque grain à chaque pas de temps.
- l'étape de post traitement qui regroupe les opérations nécessaires à l'analyse des résultats de calcul.

Bien que différents travaux existent sur la prise en compte de grains de formes complexes, on se limite au cas de sphères. On considère les contacts frottants et la cohésion par capillarité comme seules interactions locales. Par convention, les actions de compression sont positives et les actions de traction sont négatives. Dans le cadre de ce travail, un code initié par Vincent Richefeu au LMGC utilisant la dynamique moléculaire (DM) a été étendu afin de piloter la répartition de l'eau par la succion, supposée homogène dans le milieu granulaire.

Dans un premier temps, on va s'attarder sur la description des interactions entre les grains qui représentent le coeur physique du code DM. Dans un second temps, la méthode de calcul numérique sera détaillée et enfin on décrira tout ce qui concerne la préparation des échantillons.

4.2 Lois de comportement locales

Après avoir décrit de manière succincte les repères ainsi que les variables locales utilisées, on va s'intéresser aux actions normales de contact élastique entre les grains. Ensuite l'accent sera mis sur les forces normales de cohésion capillaire et enfin on discutera des forces de frottement.

4.2.1 Description du milieu granulaire

Pour représenter le milieu on considère un repère global pour repérer la position des grains dans l'échantillon et un repère local pour considérer les interactions entre les grains. Le repère global $(O, \vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z})$ est défini par les vecteurs $\vec{X}$, $\vec{Y}$ et $\vec{Z}$ qui forment un repère direct et orthonormé (figure 4.1a) avec $\vec{X}$ horizontal et $\vec{Y}$ vertical. Le vecteur $\vec{Z}$ est vertical pour faciliter la transition entre le 2D et le 3D. Dans ce repère, les vecteurs positions $\vec{X}_i$, les vecteurs vitesses $\vec{V}_i$, les vecteurs vitesses de rotation $\vec{W}_i$ et les vecteurs accélérations $\vec{A}_i$ de chaque grain sont calculés. De la même façon on définit un repère local (figure 4.1b) direct et orthonormé $(P_i, \vec{n}, \vec{t}, \vec{s})$ associé aux interactions entre les grains [104]. Soit un grain i de centre O_i et de rayon R_i , si celui interagit avec un grain j de centre O_j et de rayon R_j , alors le repère local est défini de la manière suivante :

- L'origine du repère est le point de contact entre les grains P_i .

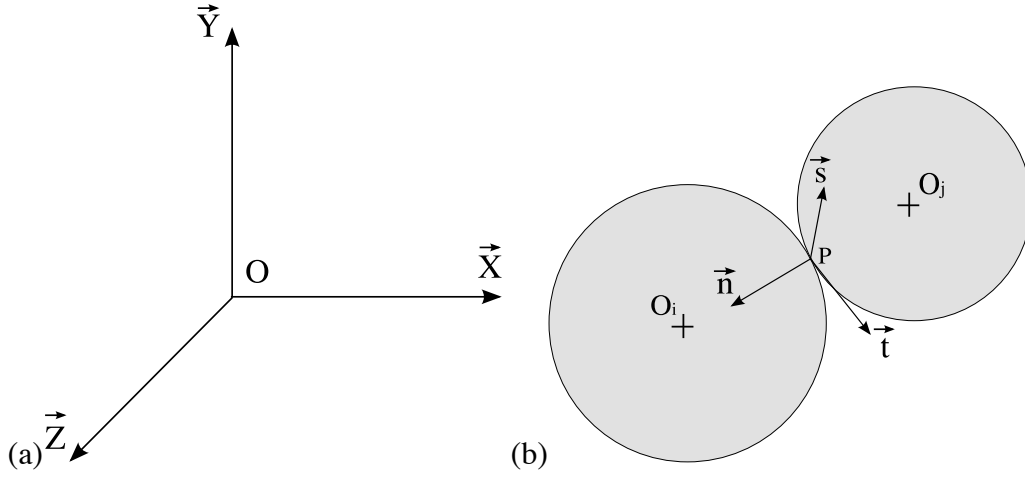


FIGURE 4.1 – (a) Repère global. (b) Repère local

- Le vecteur normale $\vec{n}$ est porté par la normale au contact, dirigé du grain j vers le grain i, et définit par :

$$\vec{n} = \frac{\overrightarrow{O_i O_j}}{\|\overrightarrow{O_i O_j}\|} \quad (4.1)$$

- Les vecteurs tangentiels $\vec{s}$ et $\vec{t}$ sont définis par :

$$\vec{s} = \frac{\vec{Y} \wedge \vec{n}}{\|\vec{Y} \wedge \vec{n}\|} \text{ et } \vec{t} = \vec{s} \wedge \vec{n} \quad (4.2)$$

Dans le cas particulier où $\vec{n}$ et $\vec{Y}$ sont colinéaires, $\vec{s}$ ne peut plus être défini par cette relation. Dans ce cas, si $\vec{n} \cdot \vec{Y} > 0$, $\vec{t} = -\vec{X}$ et $\vec{s} = \vec{Z}$, et si $\vec{n} \cdot \vec{Y} < 0$, $\vec{t} = -\vec{X}$ et $\vec{s} = \vec{Z}$.

On définit par la suite les variables locales utiles à la compréhension. La distance intergranulaire entre le grain i et le grain j est définie par la relation :

$$D = \|\overrightarrow{O_i O_j}\| - R_i - R_j \quad (4.3)$$

Dans le cas où D est négatif, l'interpénétration entre les grains δ_n est définie par :

$$\delta_n = -D \quad (4.4)$$

La vitesse du point de contact P_i appartenant à la surface du grain est définie par :

$$\vec{V}(P_i) = \vec{V}_i + \overrightarrow{P_i O_i} \wedge \vec{\omega}_i \quad (4.5)$$

D'où l'expression suivante de la vitesse relative entre un grain i et un grain j :

$$\vec{V}_{ij} = \vec{V}(P_j) - \vec{V}(P_i) \quad (4.6)$$

La vitesse relative normale V_{ij}^n entre un grain i et un grain j est la projection de la vitesse relative sur la normale $\vec{n}$:

$$V_{ij}^n = V_{ij} \cdot \vec{n} \quad (4.7)$$

La vitesse de glissement V_{ij}^{gliss} entre un grain i et un grain j est donc définie par la norme de la projection de la vitesse relative sur le plan tangent au contact engendré par les vecteurs $\vec{t}$ et $\vec{s}$:

$$V_{ij}^{gliss} = \text{sqrt} \left(\left(V_{ij} \cdot \vec{t} \right)^2 + \left(V_{ij} \cdot \vec{s} \right)^2 \right) \quad (4.8)$$

Pour ce qui concerne les composantes de la force d'interaction qui comprend la force de contact, de frottement et de cohésion, elles sont calculées dans le repère local et sont ensuite projetées sur le repère global.

4.2.2 Effort normal de contact

Le contact est supposé être seulement viscoélastique. La force normale de contact f_n^{con} est une force répulsive qui existe lorsque les particules sont en contact. Cette force est la somme d'une partie élastique f_n^{el} due à la déformation des grains et d'une partie visqueuse f_n^{vis} issue de la dissipation d'énergie lors du choc.

$$f_n^{con} = f_n^{el} + f_n^{vis} \quad (4.9)$$

Quand deux grains rentrent en contact, on suppose que leurs déformations respectives sont localisées au niveau du contact. Pour des sphères lisses avec une interpénétration petite devant le rayon de la surface de contact, la valeur de la force de contact peut être déterminée par la loi de Hertz [65, 84]. Pour les méthodes MED, on a souvent recours à des lois d'interaction simplifiées. En effet, pour des pressions de confinement faibles, une description beaucoup moins précise de l'élasticité du contact est souvent utilisée. Il s'agit de décrire le lien entre la force de contact f_n et l'interpénétration δ_n par une approximation linéaire :

$$f_n^{el} = K_n \delta_n \quad (4.10)$$

Le coefficient K_n est communément appelé *raideur de contact*. Le contact peut être alors perçu comme une forme régularisée des conditions de Signorini et la loi de contact est illustrée sur la figure 4.2. Pour tenir compte de la perte d'énergie dans le choc, on introduit un amortissement :

$$f_n^{vis} = -\mu_n V_{ij}^n \quad (4.11)$$

où μ_n est le coefficient d'amortissement normal.

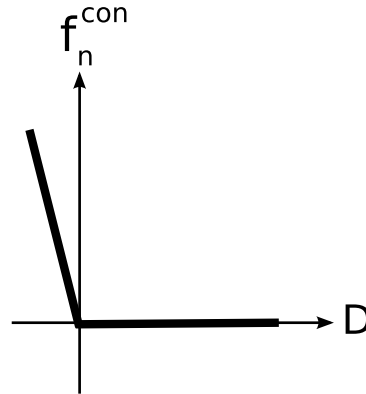


FIGURE 4.2 – Conditions de contact de Signorini : forme régularisée utilisée

4.2.3 Effort normal de cohésion et répartition de l'eau

Dans cette étude, l'accent est mis sur la description de la cohésion d'origine capillaire (voir chapitre 1). On suppose que les forces capillaires agissent uniquement dans la direction normale au contact entre grains. L'action des forces de capillarité est supposée être uniquement dans la direction normale, les essais étant réalisés dans le régime quasistatique. En effet, étant donné la faible valeur de la viscosité de l'eau, il faudrait des vitesses de glissement très grandes (de l'ordre de 73 m/s) [104] pour voir apparaître un effort tangentiel dû au pont liquide. Deux différentes méthodes de répartition de l'eau et de calcul de la force capillaire ont été utilisées dans cette étude pour étudier le comportement mécanique des milieux granulaires. Dans la première méthode, déjà utilisée au LMGC [104, 116], la variable qui pilote la répartition d'eau est alors le volume d'eau des ponts liquides. Dans la seconde méthode, développée pour cette étude, la variable qui pilote la répartition d'eau est la succion.

Répartition de l'eau à volume constant :

Dans ce cas-là, la procédure de répartition de l'eau est la suivante. La première condition est que la somme des volumes des ponts liquides $V_{Total} = \sum V_{liq}$ doit être constante au cours de l'essai. Le volume associé à chaque doublet (figure 4.3a) est calculée à partir d'un critère arbitraire basé sur la taille des grains du doublet basé sur les deux hypothèses suivantes :

- Le volume du pont liquide est d'autant plus grand que la taille des grains est grande.
- Le volume des ponts liquides doit devenir homogène lorsque l'échantillon étudié est un échantillon monodisperse.

L'affectation du volume d'un pont liquide entre deux grains se fait alors en deux temps. La première étape consiste à affecter un volume fictif V_{fictif} basé sur un critère géométrique à tous les ponts liquides de l'échantillon :

$$V_{fictif} = R_i R_j (R_i + R_j) \quad (4.12)$$

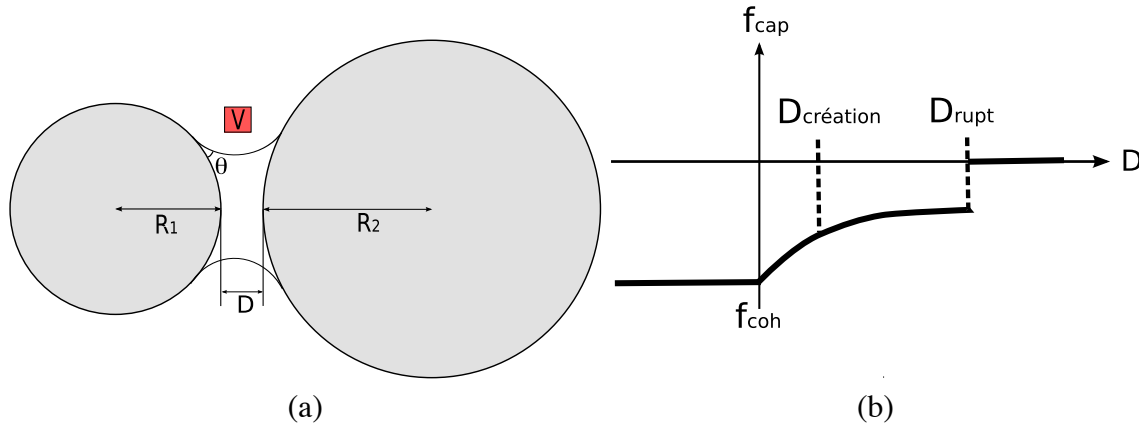


FIGURE 4.3 – (a) Description du pont liquide. (b) Loi de cohésion capillaire pour une traction du pont liquide à volume constant.

Ensuite chaque volume de ponts fictif est pondéré par la somme de tous les volumes fictifs pour évaluer la proportion du liquide total représentée par chaque pont. Le volume réel du pont liquide est alors défini comme suit :

$$V_{liq} = \frac{V_{Total}}{\sum V_{fictif}} V_l \quad (4.13)$$

Enfin, il est nécessaire de définir une distance de création et de rupture des ponts liquides 4.3b. Dans les simulations numériques présentées, la distance de création des ponts liquides utilisée est une distance nulle. On dit que les ponts liquides se créent uniquement au moment où les grains entrent en contact. Cette distance de création nulle est utilisée dans le code hormis pour la phase de répartition initiale de l'eau où dans ce cas un pont liquide est affecté à tout doublet dont la distance intergranulaire est inférieure à la distance de rupture. La distance de rupture utilisée est la distance de rupture définie par Lian et al. [78] qui est uniquement fonction du volume des grains et de l'angle de contact :

$$D_{rupt} = (1 + 0.5\theta)V^{\frac{1}{3}} \quad (4.14)$$

La distribution du liquide est ensuite effectuée à intervalles de temps régulier afin d'attribuer un volume aux ponts nouvellement formés et de réaffecter un nouveau volume aux ponts liquides déjà existant. La distribution du liquide est réactualisée régulièrement. La force de capillarité f_{cap} exercée par chaque doublet est alors calculée à partir de l'expression de Soulié précédemment définie dans le chapitre 2. Cette expression définit la force capillaire de manière explicite à partir des caractéristiques du doublet et du volume du pont liquide. La loi de cohésion est alors représentée sur la figure 4.3b.

Répartition de l'eau à succion constante :

L'autre méthode développée dans le cadre de cette étude consiste à imposer une succion

constante dans le milieu et dans les ponts liquides au niveau local. L'hypothèse suivante est faite : à l'équilibre, la succion est homogène dans tout l'échantillon dans le domaine pendulaire. Autrement dit, tous les ponts liquides sont soumis à la même succion qui est égale à la succion macroscopique. Cette méthode est utilisée pour la modélisation de la courbe de rétention proposée dans le chapitre 5.

La méthodologie de distribution est alors très simple. Dans ce cas là, un pont liquide existe si la distance entre les deux grains du doublet est inférieure à la distance de rupture. La première étape consiste à calculer la distance de rupture d'un pont liquide entre un grain et ses voisins à partir du modèle proposé dans le chapitre 2 suivant les caractéristiques de chaque doublet. Dans un second temps le volume d'eau est calculé en fonction des caractéristiques géométriques (R_1 , R_2 , D), de la tension superficielle de l'eau γ , de l'angle de contact θ et de la succion s de chaque doublet dont la distance intergranulaire est inférieure à la distance de rupture précédemment calculée (figure 4.4a). Ensuite, à chaque actualisation de la liste de voisins, les distances de rupture sont calculées pour ce qui concerne les nouveaux voisins. Le volume des ponts liquides de chaque doublet dont la distance intergranulaire est inférieure à la distance de rupture est alors recalculé avec les nouvelles caractéristiques des doublets (évolution de la distance intergranulaire, nouveaux doublets) pour une succion donnée.

Pour chaque pont liquide, la force capillaire est calculée à partir de l'approximation toroïdale. L'évolution de la force capillaire avec la distance intergranulaire D , la valeur de la distance de rupture D_{rupt} ont été discutées dans le chapitre 2. La loi de cohésion est représentée sur la figure 4.4b avec f_{coh} qui représente la force capillaire pour $D \leq 0$.

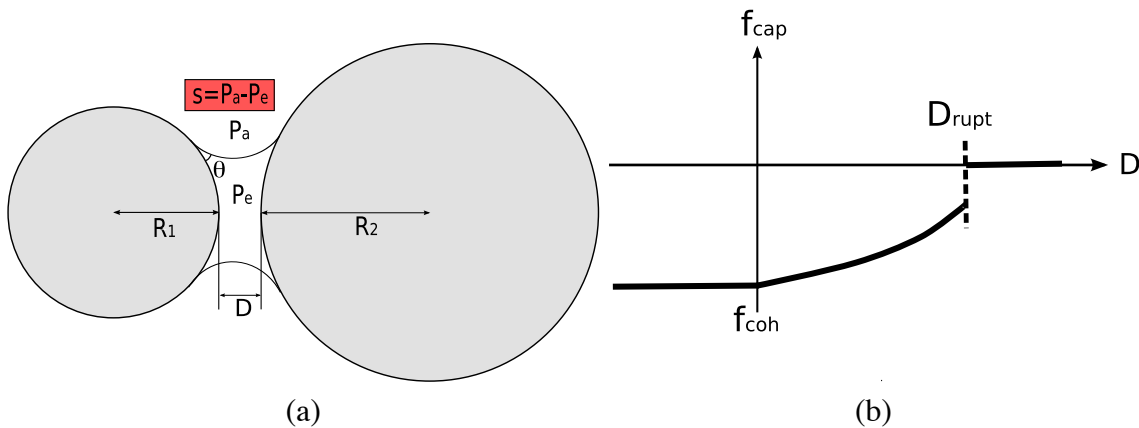


FIGURE 4.4 – (a) Description du pont liquide. (b) Loi de cohésion capillaire.

On peut choisir différents scénarios pour essayer d'appréhender au mieux la réalité des phénomènes. Par exemple, pour représenter l'hystérèsis capillaire on peut agir sur la distance de formation des ponts liquides.

4.2.4 Effort tangentiel au contact

Les forces de frottement sont des forces qui sont dirigées dans le sens inverse du mouvement. Une force est nécessaire pour vaincre le frottement statique et initier le mouvement. Cette force seuil est égale au produit entre la force normale au contact f_n^{con} et le coefficient de frottement statique μ . Ce coefficient est fonction de la nature des matériaux en contact, de l'état de surface, de la température... On peut distinguer une différence entre la force nécessaire à l'obtention du mouvement et la force de frottement du solide en mouvement. Il est plus facile de maintenir le mouvement que de le déclencher. Il existe donc un coefficient de frottement dynamique inférieur au coefficient statique. Dans cette étude, on considère uniquement le frottement statique.

Une loi classique pour appréhender le glissement est la loi de Coulomb (figure 4.5) : si les grains ne glissent pas les uns par rapport aux autres, la force de frottement est inférieure à un seuil défini par le produit entre la force normale au contact f_n^{con} et le coefficient de frottement statique μ , et si les grains glissent les uns par rapport aux autres, la force de frottement est égale à ce même seuil :

$$\begin{cases} f_t = -\mu f_n^{con} \operatorname{sgn}(v_{ij}^{gliss}) & \text{si } |v_{ij}^{gliss}| > 0 \\ f_t \leq \mu f_n^{con} & \text{si } |v_{ij}^{gliss}| = 0 \end{cases} \quad (4.15)$$

où v_{ij}^{gliss} est la vitesse de glissement d'un grain i par rapport à un grain j . De la même manière que l'on utilise une loi de Signorini "régularisée" pour la force normale au contact, on utilise une loi de Coulomb régularisée pour la description du frottement pour faciliter le traitement numérique du frottement.

$$f_t = -\min(|k_t v_{ij}^{gliss}|, \mu f_n^{con}) \operatorname{sgn}(v_{ij}^{gliss}) \quad (4.16)$$

Dans le cas non cohésif, la force normale de contact f_n^{con} est égale à la résultante des forces normales f_n qui s'exercent sur le grain au niveau de ce contact. Dans le cas cohésif, la force normale de contact f_n^{con} est égale à $f_n - f_{coh}$. Ceci explique la translation du seuil de Coulomb dans le cas cohésif (figure 4.5-a). f_{coh} étant négative, il est possible que la résultante des forces normales f_n soit négative en présence d'interpénétration. De même, pour une valeur de f_n nulle, f_n^{con} est non nulle d'où l'existence d'une force de frottement non nulle pour une valeur de f_n nulle dans le cas cohésif.

Il est possible de raffiner la description du contact en introduisant un frottement de roulement qui freine la rotation des billes les unes sur les autres. Néanmoins, ce frottement n'a pas été pris en compte dans l'étude proposée.

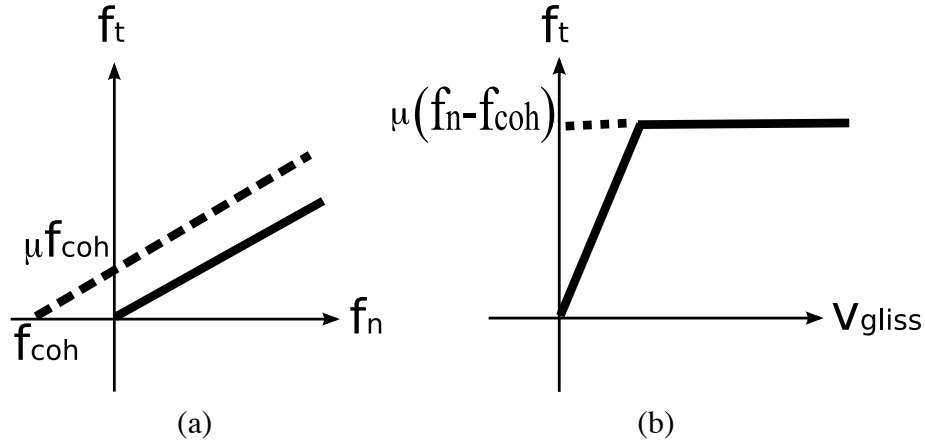


FIGURE 4.5 – (a) Seuil de la loi de Coulomb dans le cas sec et cohésif. (b) Loi de Coulomb régularisée étendue au cas cohésif.

4.3 Mise en oeuvre de la méthode

Les essais numériques réalisés sont basés sur des échantillons cylindrique de plusieurs milliers de grains sphériques. Dans un premier temps, la définition des repères liés à la description du milieu granulaire est présentée. Ensuite, l’algorithme utilisé pour la résolution des équations de la dynamique pour chaque grain est décrit. Enfin quelques commentaires sur le choix du pas de temps, des paramètres et l’optimisation des temps de calcul sont donnés.

4.3.1 Algorithme Velocity Verlet

L’algorithme d’intégration Velocity Verlet a été choisi pour sa rapidité ainsi que pour sa facilité d’implémentation. Cette extension de l’algorithme de Verlet minimise les erreurs d’arrondi et fait un traitement plus “correct” de la vitesse [29]. Le déplacement de chaque grain suit la seconde loi de Newton. Connaissant les variables cinématiques au temps t , les nouvelles positions au temps $t + \Delta t$ sont calculées en utilisant le développement limité au second ordre :

$$\vec{X}_i(t + \Delta t) = \vec{X}_i(t) + \Delta t \vec{V}_i(t) + \frac{\Delta t^2}{2} \vec{A}_i(t) + o(\Delta t^3) \quad (4.17)$$

L’algorithme permet la détermination des vitesse de translation et de rotation et de l’accélération de translation et de rotation des grains avec une bonne approximation. Le calcul s’effectue en plusieurs étapes. La vitesse de translation est d’abord calculée à un temps intermédiaire $t + \frac{\Delta t}{2}$ en utilisant l’équation des différences finies à droite.

$$\vec{V}_i(t + \frac{\Delta t}{2}) = \vec{V}_i(t) + \frac{\Delta t}{2} \vec{A}_i(t) + o(\Delta t^2) \quad (4.18)$$

$$\vec{W}_i(t + \frac{\Delta t}{2}) = \vec{W}_i(t) + \frac{\Delta t}{2} \vec{\dot{W}}_i(t) + \mathcal{O}(\Delta t^3) \quad (4.19)$$

A partir de la position $\vec{X}_i(t + \Delta t)$ et des vitesses $\vec{V}_i(t + \frac{\Delta t}{2})$ et $\vec{W}_i(t + \frac{\Delta t}{2})$ (nécessaire pour calculer la vitesse relative entre deux grains voisins), la force $\vec{F}_i$ et le moment $\vec{M}_i$ résultants des actions de contact appliquées sur un grain i sont calculés. A partir de ces valeurs, l'accélération $\vec{A}_i(t + \frac{1}{2}\Delta t)$ et l'accélération de rotation $\vec{\dot{W}}_i(t + \frac{1}{2}\Delta t)$ sont calculées à partir du principe fondamental de la dynamique (seconde loi de Newton) :

$$\vec{A}_i(t + \frac{\Delta t}{2}) = \frac{\vec{F}_i}{m_i} + \vec{g} \quad (4.20)$$

$$\vec{\dot{W}}_i(t + \frac{\Delta t}{2}) = \frac{1}{I_i} \vec{M}_i \quad (4.21)$$

Dans le cas d'une sphère, solide de révolution, la matrice d'inertie est diagonale avec ses termes diagonaux tous égaux et égaux à $I_i = (\frac{2}{5}m_i R_i^2)$. Le calcul des vitesses au temps $t + \Delta t$ peut alors être réalisé en utilisant l'équation aux différences finies à droite :

$$\vec{V}_i(t + \Delta t) = \vec{V}_i(t + \frac{1}{2}\Delta t) + \frac{\Delta t}{2} \vec{A}_i(t + \frac{1}{2}\Delta t) + \mathcal{O}(\Delta t^2) \quad (4.22)$$

$$\vec{W}_i(t + \Delta t) = \vec{W}_i(t + \frac{1}{2}\Delta t) + \frac{\Delta t}{2} \vec{\dot{W}}_i(t + \frac{1}{2}\Delta t) + \mathcal{O}(\Delta t^2) \quad (4.23)$$

Ensuite on passe à l'instant suivant, et on recommence la séquence de détermination des positions, vitesses et accélérations au temps $t + 2\Delta t$ à partir des positions, vitesses et accélérations précédemment calculées au temps $t + \Delta t$.

4.3.2 Paramètres de simulation

Dans les approches DM, le **pas de temps** dépend principalement de la rigidité et de la masse des particules parce qu'il est gouverné par l'équation d'oscillation. En effet, on peut considérer une interaction de contact comme un système masse-ressort. La distance normale D_n entre un grain et la paroi verticale obéit à l'équation différentielle d'une masse oscillante autour de la position de contact sans interpénétration [104] (l'effet de la viscosité est négligé) :

$$m\ddot{D}_n(t) + K_n D_n(t) = 0 \quad (4.24)$$

La solution de cette équation a la forme suivante :

$$D_n(t) = D_n^{max} \sin \left(\sqrt{\frac{K_n}{m(t - t_{choc})}} \right) \quad (4.25)$$

La durée de contact correspond à une demi période d'oscillation et est égale à $\Delta t_c = \pi \sqrt{\frac{m}{K_n}}$. Le pas de temps doit être suffisamment petit devant la durée de contact. Si les paramètres réalistes du matériau composé de fines particules sont utilisés, le pas de temps prend des valeurs qui ne sont pas abordables par la puissance de calcul des ordinateurs. En dynamique moléculaire, il est d'usage de diminuer la rigidité des particules de plusieurs décades. Bien que cela puisse changer fortement le comportement de système granulaire, c'est acceptable pour des systèmes faiblement confinés et en sollicitation lente. Malheureusement, dans le cas de fortes charges de compression, la déformation de contact peut devenir non réaliste. En conséquence, ceci va entraîner de plus grands nombre de coordination et un plus faible indice des vides que le matériau réel. De même, le tenseur de fabrique et l'état des contraintes internes est susceptible d'être modifié. Une autre méthode pour augmenter le pas de temps consiste à augmenter l'inertie des grains. Si la masse est augmentée d'un facteur f , le pas de temps devra être augmenté d'un facteur $\sqrt{f}$. Dans le code, l'application d'un facteur de masse consiste à multiplier la masse volumique des grains par le facteur de masse f . Concernant la masse des parois, il est classique de la définir comme le produit entre la masse totale des grains et le facteur f .

Dans le cas d'un choc amorti, l'évolution de la distance lors du choc est régit par l'équation suivante :

$$m\ddot{D}(t) + \nu_n \dot{D}(t) + K_n D(t) = 0 \quad (4.26)$$

L'amortissement normal ν_n est défini à partir du terme d'amortissement critique $\nu_{crit} = 2\sqrt{m_{eff}K_n}$ et du taux d'amortissement α_n . Dans le cas de deux grains en interaction et mobiles, la masse efficace des grains est définie par $m_{eff} = \frac{m_i m_j}{m_i + m_j}$. Dans le cas d'une interaction entre un grain et une paroi, la masse efficace est égale à la masse du grain $m_{eff} = m(i)$.

$$\nu_n = \alpha_n \nu_{crit} \quad (4.27)$$

Le taux d'amortissement normal α_n est défini à partir du coefficient de restitution normal défini par le rapport entre la vitesse après le choc et la vitesse avant le choc. Ting and Corkum (1992) ont montré que le taux d'amortissement pouvait être relié au coefficient de restitution par la relation suivante :

$$\alpha_n = \frac{\ln e_n}{\sqrt{(\ln e_n)^2 + \pi^2}} \quad (4.28)$$

Ces considérations mécaniques aident pour le choix du temps de calcul et de l'amortissement. Cependant, ces valeurs ne sont pas pour autant une assurance de la stabilité du système. En pratique, les meilleurs choix de paramètres sont issus des expérimentations numériques.

4.3.3 Optimisation

Pour étudier les interactions entre un grain i et les autres grains de l'échantillon, il serait très coûteux en temps de calcul de calculer la distance entre ce grain et tous les grains de l'échantillon pour déterminer les grains qui interagissent avec lui. Afin de limiter ces opérations, une solution consiste à prendre en compte seulement les grains contenu dans le voisinage de ce grain i . Plusieurs techniques d'optimisation par voisinage existent. On peut citer la technique de quadrillage de l'espace, du "halo" ou "voisinage de Verlet" ou encore une technique basée sur un principe de "triangulation dynamique". La technique utilisée dans ce code est la technique du "voisinage de Verlet" qui consiste à considérer comme voisins de i les grains situés à une distance inférieure à la distance d'alerte (figure 4.6). Cette distance doit évidemment être choisie plus grande que la plus grande distance d'interaction capillaire et suffisamment grande aussi pour ne pas oublier de potentiels voisins. La liste de voisins est construite et mise à jour à des intervalles de temps très supérieurs au pas de temps de calcul (Dans notre cas, cet intervalle est 100 fois plus grand que le pas de temps de calcul). Dans la mesure où les essais sont quasi-statiques, il n'y a pas de risques à utiliser de tels intervalles de temps. Cette technique permet de réduire considérablement les temps de calcul.

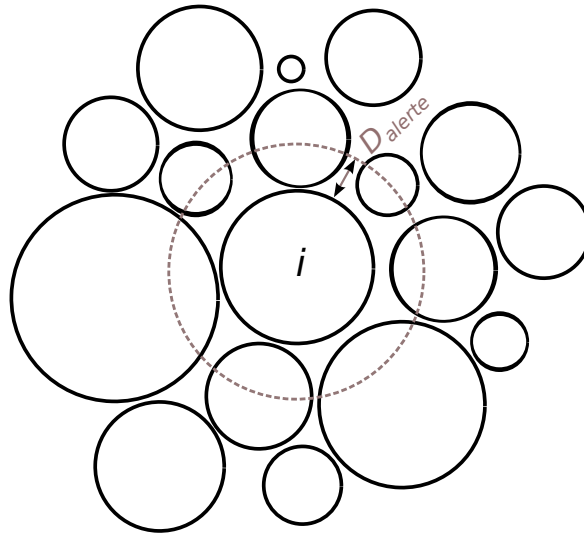


FIGURE 4.6 – Liste de voisin et distance d'alerte.

4.4 Simulations et post-traitement d'essais mécaniques

Pour simuler le comportement de milieux granulaires réels soumis à différents chargements tels que le triaxial, la compression simple ou l'œdomètre, il est nécessaire de construire un échantillon initial représentatif d'un tel milieu en terme de granulométrie, isotropie, indices des vides. Ensuite, il faut être capable d'imposer numériquement les conditions aux limites propres à chaque essai. Enfin, il est nécessaire d'utiliser un logiciel de post traitement qui va nous

permettre tout d'abord de contrôler l'état initial (indices des vides, valeurs des anisotropies), d'avoir un oeil sur le bon déroulement d'une simulation, et in fine nous permettre d'analyser les résultats de ces simulations.

4.4.1 Contrôle de la granulométrie

Les milieux réels ne sont en général pas monodisperse. Dans les simulations numériques, le problème de la représentativité statistique des différentes classes granulométrique se pose. Pour faire face à ce problème, nous utiliserons un code développé par Charles Voivret [126] au LMGC dans le but d'étudier les ensembles de grains fortement polydisperses. Dans notre cas, nous nous arrêterons à un rapport 10 entre le plus gros grain et le plus petit grain. Le code qui permet de générer les distributions granulométriques est basé sur la distribution bêta (β) sous sa forme cumulée définie par :

$$\beta(d_r(d), a, b) = \frac{1}{B(a, b)} \int_0^{d_r(d)} t^{a-1} (1-t)^{b-1} dt \quad (4.29)$$

avec $a > 0$ et $b > 0$ et d_r est le diamètre réduit défini par $d_r(d) = \frac{d-d_{min}}{d_{max}-d_{min}}$ avec d_{max} et d_{min} respectivement les diamètres maximum et minimum de la distribution granulométrique. La fonction $B(a, b)$ est donnée par :

$$B(a, b) = \frac{\Gamma(a)\Gamma(b)}{\Gamma(a+b)} \quad (4.30)$$

et où Γ est la fonction définie par :

$$\Gamma(x) = \int_0^\infty t^{(x-1)} e^{-t} dt \quad (4.31)$$

On définit aussi le paramètre r égal à $r = \frac{d_{max}}{d_{min}}$. Pour établir notre distribution granulométrique, on a donc besoin de seulement 4 paramètres qui sont a , b , r et d_{max} . a , b agissent sur la forme de la distribution granulométrique tandis que r agit sur l'étalement et d_{max} sur la taille des grains. La figure (4.7) représente l'influence des paramètres a et b sur la distribution granulométrique.

On remarque qu'en faisant varier a et b , on peut retrouver la forme des distributions granulométriques cumulées des sols (double courbure notable). Avec le code utilisé, on peut fabriquer des distributions continues ou discrètes. En DM, le nombre de grains est limité autour de 10000 pour avoir des temps de calcul raisonnablement longs. Certains types de distributions-selon les paramètres a et b utilisés- nécessitent beaucoup plus de grains pour être statistiquement bien représentées. Pour s'approcher au mieux d'un sol, il est recommandé de veiller à la représentativité de notre échantillon lors de sa création [126].

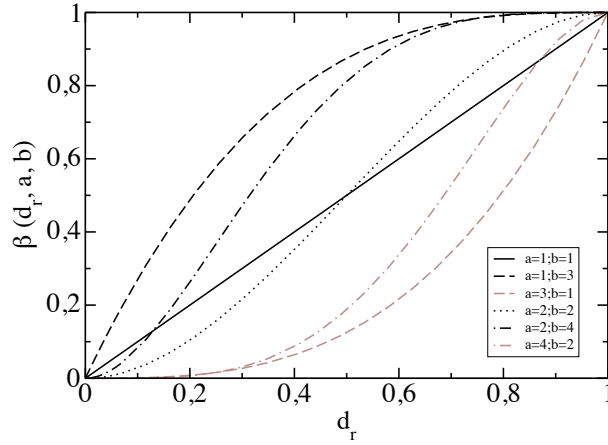


FIGURE 4.7 – Influence des paramètres a et b sur les distributions cumulées d'après [126]

4.4.2 Essais mécaniques

Dans le cadre de cette thèse, des essais de compression simple et œdométriques ont été réalisés. L'**essai de compression simple** est un cas particulier de l'essai triaxial. L'essai triaxial est surtout utilisé pour déterminer la résistance du sol au cisaillement. Dans les essais classiques, l'échantillon est un échantillon cylindrique dont le rapport entre hauteur et diamètre est environ égal à 2. Dans le cas de la compression simple, la pression latérale appliquée est nulle. Une vitesse de déplacement est imposée à la paroi supérieure appelée Mur pour comprimer l'échantillon. La position du Mur est donc déterminée par :

$$Y_{Mur}(t + \Delta t) = Y_{Mur}(t) + \Delta t V_{Mur} \quad (4.32)$$

L'**essai œdométrique** est utilisé pour déterminer la compressibilité d'un sol. L'échantillon est placé dans une enceinte cylindrique qui bloque les déformations latérales. Cet essai consiste à appliquer un cycle de chargement en appliquant successivement des charges verticales sur l'échantillon. Sous l'effet de la charge appliquée, la matériau va se déformer ou se tasser plutôt. On mesure la déformation correspondant à la charge appliquée après stabilisation de l'échantillon. D'un point de vue expérimental, il est courant de considérer que l'échantillon est stabilisé lorsque les deux dernières mesures diffèrent de moins de $5/1000^{eme}$ (dans notre cas, l'écart sera pris égal à 10^{-4}).

Dans le cas de l'œdomètre, l'échantillon est placé entre deux Murs horizontaux et entouré d'une enveloppe cylindrique. Le pilotage de l'enveloppe cylindrique est réalisé en position. Son rayon est maintenu constant tout le long de l'essai tandis que sa hauteur peut évoluer. La hauteur du cylindre h est définie comme :

$$h = \|(\vec{X}_{Mur} - \vec{X}_{Mur0})\| \quad (4.33)$$

Une pression est appliquée sur la paroi supérieure qui exerce une force verticale sur le mur

supérieur $\vec{F}_{pression}$ dont la projection sur l'axe vertical est égale à $F_{pression}$:

$$F_{pression} = -\pi r^2 P \quad (4.34)$$

Avec P , la pression appliquée sur la surface supérieure et r rayon du cylindre de l'échantillon. Ensuite, à partir du calcul des forces normales grains-Mur orientées verticalement (calculées à l'aide de $\vec{X}_{Mur}(t + \Delta t)$ et $\vec{V}_{Mur}(t + \frac{\Delta t}{2})$), la projection sur l'axe vertical de la résultante des forces exercée sur la paroi supérieure F_{Res} peut être calculée :

$$F_{Res} = F_{pression} + \sum f_n \quad (4.35)$$

avec f_n projections des forces normales grains-Mur sur la verticale (f_n positives). A partir de la valeur de F_{Res} , on peut calculer l'accélération de la paroi supérieure au temps $t + \Delta t$ pour ensuite pouvoir déduire sa vitesse au temps $t + \Delta t$.

4.4.3 Post-traitement

Tout essai numérique nécessite un post-traitement pour analyser les résultats des simulations. Nous utilisons *Mgpost*, développé au LMGC par Vincent Richefeu et auquel quelques options ont été ajoutées pour les besoins de notre étude.

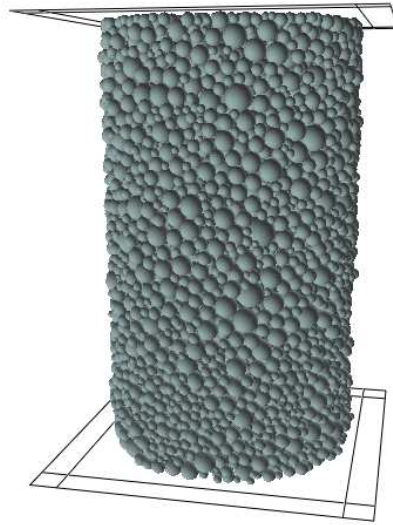


FIGURE 4.8 – Visualisation d'un échantillon polydisperse

Mgpost permet la visualisation de l'échantillon au cours de la simulation et l'exportation d'image au format EPS, TIFF (figure 4.8)... La visualisation est une aide précieuse pour avoir un aperçu de la qualité des simulations effectuées. Ce logiciel permet de visionner les chaînes de forces au sein de l'échantillon- avec un distinguo possible entre les forces négatives et positives (très utile quand on traite la cohésion)- la distribution des volumes... Il permet de générer la densité de probabilité de forces, les probabilité d'orientation des contacts, les champs de contraintes, les différentes anisotropies liées à la texture, aux forces de contact et capillaire et aux vecteurs branches. Il nous donne aussi des informations sur la coordinance au sein de l'échantillon. Les variables hydriques comme la teneur en eau ou le degré de saturation sont aussi disponibles. En bref, cet outil est très utile pour procéder à une analyse microstructurale des simulations effectuées. Cette partie concernant l'analyse de la microstructure a été en partie développée dans le cadre de ce travail. Cette liste des possibilités de *Mgpost* ne se veut pas exhaustive. Elle concerne uniquement les fonctionnalités que j'ai utilisées durant ce travail.

4.5 Conclusion

Dans ce chapitre les principaux ingrédients nécessaires à la constitution d'un code par éléments discrets basé sur la dynamique moléculaire (DM) ont été présentés. Le choix de modélisation des interactions normales (de contact et de cohésion) et de frottement ont été décrites. L'extension du code à une répartition de l'eau pilotée par la succion présente l'avantage de fournir une gestion de l'eau dans le milieu granulaire plus cohérente d'un point de vue physique que la répartition à volume constant. Néanmoins, on peut noter une augmentation du temps de calcul car dans le cas de la répartition à succion constante, les volumes des ponts liquides et les forces capillaires ne sont pas issus d'une relation explicite mais sont issus de la résolution de l'équation de Laplace combinée à l'approximation toroïdale. L'algorithme de calcul relatif à la méthode numérique choisie, de type dynamique moléculaire (DM), a ensuite été brièvement présenté. Enfin, les clés de la simulation de chargements mécaniques (compression simple, œdomètre) les plus réalistes possible ont été données, de la constitution de la granulométrie de l'échantillon jusqu'à la façon d'imposer les conditions aux limites propres à chaque chargement.

Courbe de rétention

Sommaire

5.1	Introduction	118
5.2	Description de la courbe de rétention	118
5.3	Description des méthodes expérimentales utilisées	121
5.3.1	Plaque tensiométrique	122
5.3.2	Plaque de pression	123
5.3.3	Banc de sorption	125
5.3.4	Protocole de mesure de la teneur en eau	126
5.4	Courbes de rétention expérimentales	126
5.4.1	Intérêt de la plaque tensiométrique pour les matériaux grossiers	127
5.4.2	Résultats et analyses des courbes de rétention	129
5.4.3	Comparaison aux données de la littérature	131
5.5	Modélisation de la courbe de rétention	132
5.5.1	Etat de l'art	132
5.5.2	Résultats de la méthode DM	133
5.5.3	Comparaison des résultats expérimentaux et des résultats de modélisation	137
5.5.4	Une approche simplifiée du domaine funiculaire	139
5.6	Conclusion	141

5.1 Introduction

Les milieux granulaires humides sont toujours dotés d'une certaine capacité de rétention d'eau. Dans de tels milieux, il existe des forces qui s'opposent à la gravité et empêchent l'eau de s'écouler. Dans le cas de milieux tels que les sables fins, ces forces sont en grande partie d'origine capillaire et en moindre partie sont la conséquence de l'adsorption d'eau à la surface des grains. Cette capacité à retenir l'eau peut être quantifiée par la courbe de rétention d'eau qui représente une relation entre l'état de tension de l'eau caractérisé par la **succion** s et la quantité d'eau caractérisée par la **teneur en eau massique** w (teneur en eau volumique $\theta_l = \frac{V_l}{V}$, degré de saturation S_r) du milieu.

Pour étudier les propriétés mécaniques d'un matériau granulaire non saturé, il est nécessaire de connaître la distribution d'eau dans le milieu et les contraintes internes engendrées par la présence d'eau. La succion et la teneur en eau massique (ou degré de saturation) sont des variables qui donnent des informations sur la distribution de l'eau dans le milieu et qui interviennent dans la définition de la contrainte effective [11] pour les sols non saturés en prenant $\chi = S_r$. Ces variables paraissent donc appropriées à la description des couplages hydro-mécaniques dans les milieux non saturés. La modélisation de la courbe de rétention est nécessaire pour la modélisation du comportement mécanique d'un milieu granulaire non saturé qui constitue l'un des objectifs de ce travail.

Dans le cadre de ce travail, une expérience sur des milieux granulaires modèles (billes de verre) ainsi qu'une étude théorique basée sur une approche micromécanique couplée à une méthode aux éléments discrets ont été réalisées pour représenter la courbe de rétention d'eau. Dans les deux cas, expérience et simulation, la méthode consiste à imposer une succion au milieu et à mesurer ou calculer la teneur en eau.

5.2 Description de la courbe de rétention

La courbe de rétention décrit la relation entre la teneur en eau massique w (ou encore la teneur en eau volumique θ_l , ou le degré de saturation S_r) et la succion s . Classiquement, les courbes de rétention sont représentées dans le plan "teneur en eau/logarithme de la succion". Cette courbe caractérise la capacité de rétention de la phase solide sur la phase liquide pour une température T donnée et un indice des vides e supposé constant. Il s'agit d'une relation entre la masse ou le volume d'eau emmagasiné dans le milieu et l'énergie de la phase liquide.

Dans le plan $(w - \ln s)$, la courbe de rétention comprend généralement 3 parties distinctes (figure 5.1) :

1. Une zone à pente faible (A) correspondant au domaine funiculaire (quasi-saturé).
2. Une zone à forte pente (B) correspondant aux domaines funiculaire et pendulaire.
3. Une seconde zone à pente faible (C) correspondant aux domaines pendulaire et hygroscopique.

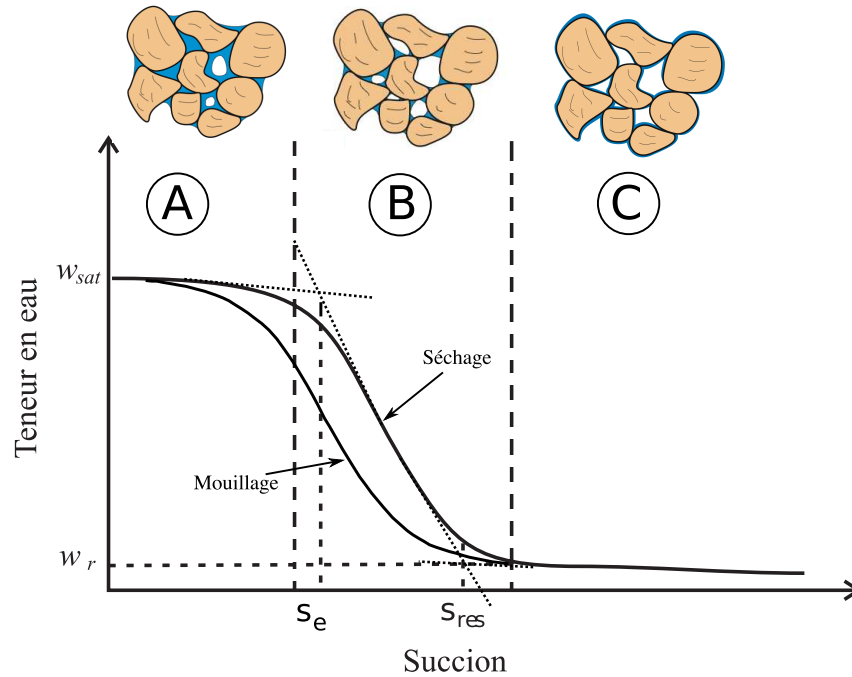


FIGURE 5.1 – Courbe de rétention

Dans les domaines funiculaire et pendulaire, le phénomène de capillarité a une forte influence sur la rétention d'eau et donc sur l'allure de la courbe tandis que dans le domaine hygroscopique, c'est le phénomène d'adsorption qui donne son allure à la courbe. On s'aperçoit que dans les domaines funiculaire et pendulaire (dont la limite n'est pas clairement établie) le milieu perd de l'eau "plus facilement" que dans le domaine hygroscopique (figure 5.1).

Les principaux paramètres qui caractérisent cette courbe sont la suction d'entrée d'air s_e , la suction résiduelle s_{res} , la teneur en eau de saturation $w_{sat} = e \frac{\rho_l^*}{\rho_s^*}$ et la teneur en eau résiduelle w_r . La suction d'entrée d'air s_e correspond à la suction à partir de laquelle le processus de drainage du milieu devient plus rapide. La suction résiduelle correspond à une suction limite à partir de laquelle il est très difficile de drainer davantage l'eau. Un drainage supplémentaire du milieu ne peut alors se faire que par migration en phase vapeur [134].

Comme on l'a vu précédemment au chapitre 1, la courbe de rétention présente une hystérésis (figure 5.2). Les principaux mécanismes qui sont classiquement avancés pour expliquer l'hystérésis sont liés à la connectivité du milieu (figure 5.3a et 5.3b) et à l'angle de contact (figure 5.3c). Concernant la connectivité du milieu :

- Considérons un gros pore connecté en parallèle avec un petit pore. Lors de la phase de séchage, pour une suction donnée, le gros pore va se vider alors que le petit pore va garder son eau car la suction nécessaire à sa vidange est plus importante. Lors de la phase de mouillage, à la même suction le petit tube est vide car il n'a pas été atteint par l'eau.
- Considérons 2 pores de tailles différentes connectés en série, l'effet dit de *goulot* peut alors entraîner une teneur en eau différente selon si l'on est en séchage ou en mouillage.

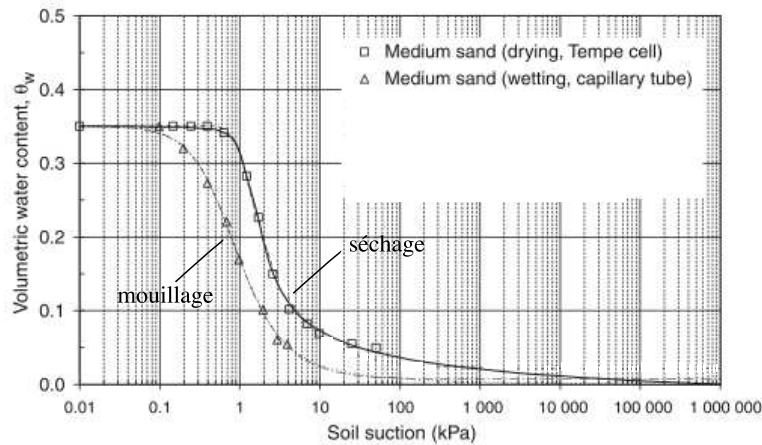


FIGURE 5.2 – Exemple de l'hystérésis de la courbe de rétention [134] sur un sable moyennement grossier ($D_{10} = 290\mu m$).

La notion de pores en série ou en parallèles est une notion difficile à imaginer pour un milieu granulaire en trois dimensions où les connections entre les pores sont multiples. Cependant, ces mécanismes ont l'avantage de donner une illustration de phénomènes complexes. Concernant l'angle de contact, la différence entre l'angle de contact au mouillage et au séchage (figure 5.3c) est aussi une cause probable de l'hystérésis de la courbe de rétention d'eau.

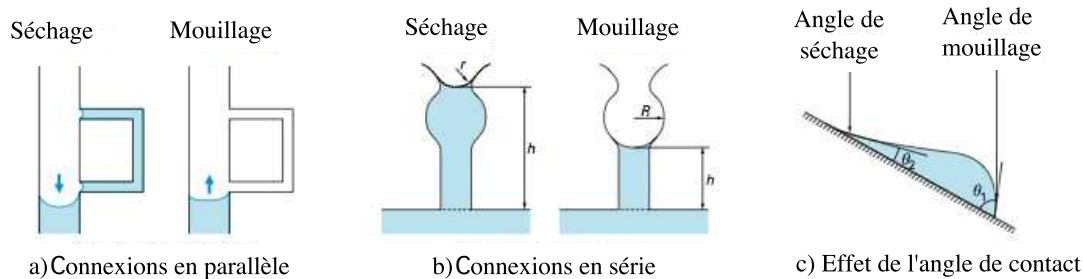


FIGURE 5.3 – Différents mécanismes à l'origine du phénomène d'hystérésis [28].

La courbe de rétention dépend de la taille des pores, laquelle est liée à la taille des grains et à la distribution granulométrique. Un milieu à pores fins retiendra mieux l'eau (plus grande succion d'entrée d'air, plus grande succion résiduelle...) qu'un milieu à gros pores. Cette remarque est illustrée par la figure 5.4 qui met en évidence la différence de rétention d'eau entre un sable, un limon et une argile. Pour des sables dont les grains ont des tailles supérieures à 3mm, la succion d'entrée d'air et la succion résiduelle sont voisines de zéro [134]. La pente de la courbe de rétention dépend aussi de la distribution granulométrique. On remarque par exemple pour des sables bien classés (distribution serrée des pores) un drainage brutal du milieu à partir de la succion d'entrée d'air alors que dans le cas d'un limon ou d'une argile qui ont généralement une distribution granulométrique plus étalée, le drainage est moins brutal (figure 5.4). Concernant l'hystérésis, elle diminue avec une augmentation de la taille des grains et de la pente de la distribution granulométrique. Ceci suggère qu'un milieu quasiment monodisperse et à grains

grossiers a tendance à avoir une faible hystérésis [134].

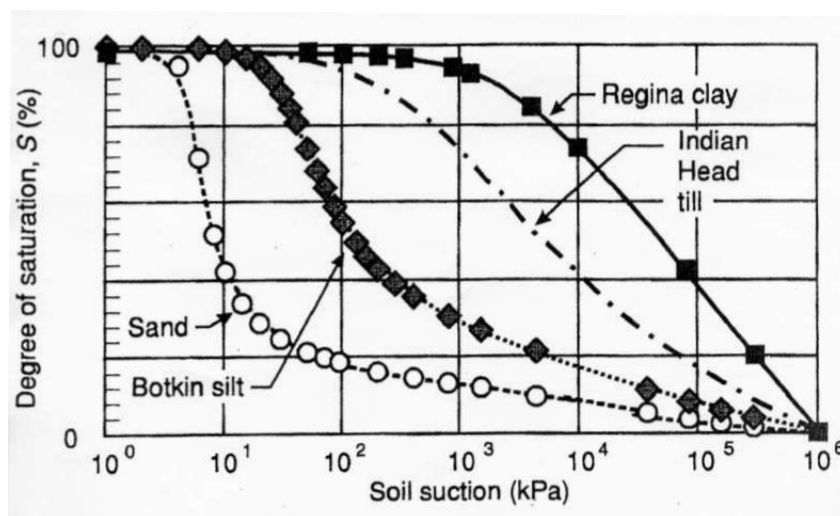


FIGURE 5.4 – Influence de la nature d'un sol sur la courbe de rétention [124].

La structure du milieu a aussi son importance. Dans le cas des argiles pures plaquettaires (illites, kaolinite), du fait de leur structure organisée en fines plaquettes ; la surface spécifique est élevée et entraîne un domaine hygroscopique plus vaste que pour les sables et limons par exemple.

La compacité a aussi un effet sur la courbe de désorption. Par exemple, plus la compacité est élevée (porosité faible), plus la teneur en eau de saturation est faible. Pour un même matériau, plus la compacité est grande (porosité faible), plus la pression d'entrée d'air est grande. Ceci suggère que la teneur en eau dans un sol compact peut être plus grande que dans le même sol lâche, pour une succion supérieure à la succion d'entrée d'air du sol.

Concernant l'influence de la température, Gardner [46] fut le premier à montrer, expérimentalement, qu'à teneur en eau constante, la succion diminue lorsque la température augmente car la tension superficielle diminue en fonction de la température. Autrement dit, plus la température est importante, plus le sol a de facilité à se drainer.

La tension superficielle du liquide et l'angle de contact entre le solide et le liquide sont aussi des paramètres qui influent sur la courbe de rétention. Leur influence sera discutée dans la suite.

5.3 Description des méthodes expérimentales utilisées

Plusieurs méthodes expérimentales permettent de déterminer la courbe de rétention. On peut les regrouper en deux catégories [77, 21] selon qu'il s'agit d'une méthode de **mesure de la succion** (tensiomètre, psychomètre, méthodes des papiers filtres, méthodes des blocs poreux) ; ou

d'une méthode d'**imposition de la succion** (plaque de pression, banc de sorption). En général, les méthodes qui permettent de mesurer la succion sont plutôt utilisées *in situ* tandis que les méthodes qui consistent à imposer la succion sont utilisées en laboratoire. Dans le cadre de cette étude, nous utiliserons uniquement des méthodes imposant une succion.

L'étude expérimentale a pour objectif d'aborder la construction de la courbe de rétention d'un milieu granulaire modèle (billes de verre). Deux dispositifs expérimentaux sont comparés pour ce qui concerne l'étude des faibles suctions ($0,5 - 10 \text{ kPa}$) : la plaque tensiométrique et la plaque de pression. L'étude des fortes suctions ($37000 - 332000 \text{ kPa}$) est faite moyennant un banc de sorption.

5.3.1 Plaque tensiométrique

Ce dispositif a été conçu pour déterminer la courbe de rétention d'un milieu grossier tel que les billes de verre. Le principe de cet essai consiste à imposer différentes pressions d'eau négatives au milieu granulaire préalablement saturé d'eau et à attendre que celui-ci se désature jusqu'à une teneur en eau d'équilibre. Lorsque l'équilibre est atteint, par continuité de la phase liquide, on connaît la pression d'eau à l'intérieur du milieu granulaire (donc la valeur de la succion car la pression relative de l'air est nulle). On peut aussi déterminer la valeur de la teneur en eau. On connaît donc pour chaque pression d'eau imposée, la valeur du couple (w ; s) ce qui permet ainsi de construire la courbe de rétention. Cette méthode suppose la continuité de la phase liquide dans le milieu étudié. Elle se limite donc aux domaines funiculaire voire pendulaire. Cette méthode est limitée à des gammes de suctions comprises entre 0 Pa et 100 kPa par le phénomène de cavitation. Dans notre cas, on est limité à 30 kPa par la hauteur de la pièce. Comme dans le cas du tensiomètre, la qualité du contact entre le milieu étudié et la céramique poreuse est essentielle à la réalisation de bonnes mesures.

La cellule de désaturation est constituée d'un porte échantillon en plexiglas fermé par deux flasques métalliques. Le milieu granulaire est posé sur une céramique poreuse (perméabilité : $8.6 \times 10^{-8} \text{ m/s}$, diamètre maximal des pores : $2.5 \mu\text{m}$, porosité : 45%, pression d'entrée d'air : 1 bar) à haute pression d'entrée d'air. Une balance connectée à un ordinateur permet de mesurer la masse d'eau qui s'échappe du tuyau de drainage relié au porte échantillon. Un dispositif de régulation d'humidité permet d'humidifier l'air qui est en contact avec la partie supérieure de l'échantillon afin de limiter l'évaporation de l'eau de l'échantillon par sa partie supérieure.

Le protocole expérimental est le suivant :

1. Une masse de billes est insérée dans le porte échantillon.
2. Ensuite on procède à la saturation de la céramique et de l'échantillon en les soumettant à une charge hydraulique pendant une durée d'une journée. La continuité entre la phase liquide de l'échantillon et le circuit hydraulique (tuyau transparent) est ainsi assurée.
3. Enfin, on soumet l'échantillon à une dépression d'eau en le positionnant à une certaine hauteur h (figure 5.5b) de l'extrémité du tuyau de drainage et on attend l'équilibre.

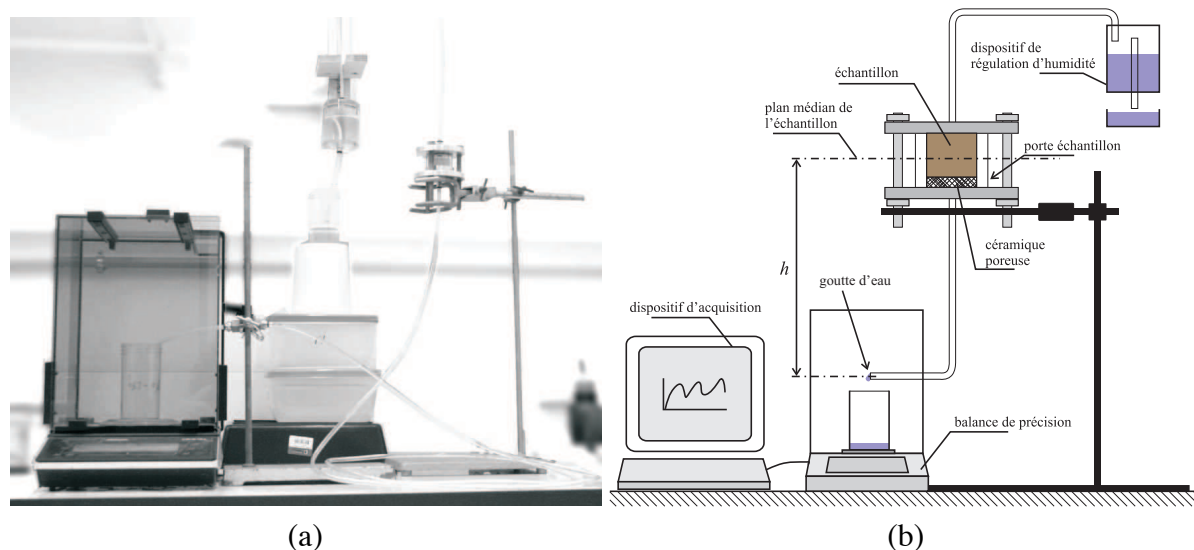


FIGURE 5.5 – (a) Photographie de la plaque tensiométrique réalisée. (b) Schéma du dispositif expérimental.

Quand le milieu se désature, l'eau passe par le circuit hydraulique et est récupérée dans une coupelle posée sur une balance de précision. Pour déterminer la cinétique de désaturation, on note l'évolution de la masse de la coupelle en fonction du temps. Cette évolution est très lente (plusieurs jours) et nécessite une acquisition en continu des mesures lors de l'expérimentation (interfaçage de la balance avec l'ordinateur) (voir figures 5.5a et 5.5b).

L'idée originelle de cette expérience était de pouvoir mesurer la teneur en eau par une méthode non destructive basée sur la pesée de l'eau tombée sur la balance au cours du temps. Après comparaison avec la mesure de la teneur en eau par une méthode destructive classique (voir sous-section 5.3.4), il s'est avéré que les écarts entre ces deux méthodes étaient importants. On peut expliquer cette différence, d'une part, par la probable non saturation totale des échantillons (la teneur en eau de saturation intervient dans le calcul) à l'état initial et, d'autre part, par l'évaporation au niveau du tuyau d'où tombent les gouttes qui n'est pas négligeable. Il aurait été idéal d'installer la balance et l'extrémité du tuyau dans une atmosphère saturée en eau. Malheureusement, ceci n'a pas pu être réalisé. Le choix d'utiliser une méthode destructive pour mesurer la teneur en eau a donc été privilégié (voir paragraphe 5.3.4). Les inconvénients de cette technique sont que les échantillons utilisés pour chaque succion ne sont pas rigoureusement les mêmes et qu'elle est plus coûteuse en temps. Toutefois, elle a l'avantage de permettre une mesure de la teneur en eau plus proche de la réalité.

5.3.2 Plaque de pression

Le principe de cette expérience est le même que celui de la plaque tensiométrique à la seule différence que p_a^* peut être différent de zéro (on peut imposer une pression d'air). Ainsi,

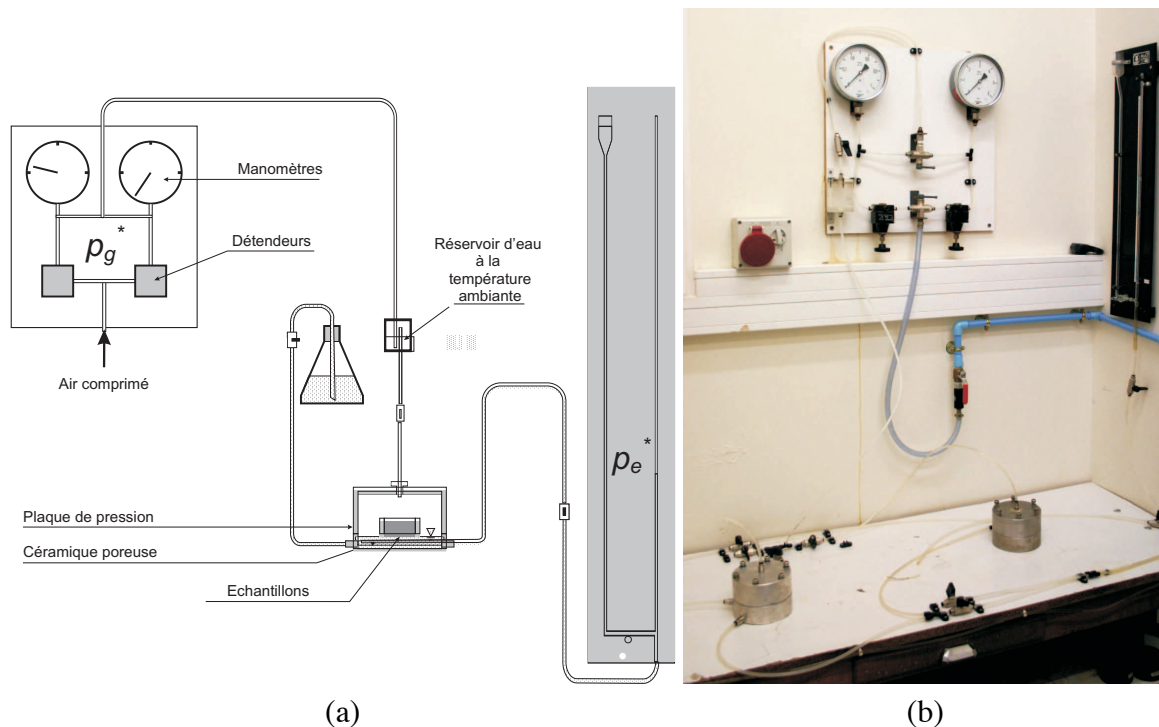


FIGURE 5.6 – (a)-Schéma de principe du dispositif de plaques de pression, (b)-Photo du dispositif de plaques de pression utilisé.

le phénomène de cavitation qui apparaît pour des pressions supérieures à 100 kPa peut être évité, et une large gamme de succion est couverte (de 0 à 500 kPa). Cette méthode nécessite la continuité de la phase liquide dans le milieu étudié. Comme la plaque tensiométrique, elle se limite donc au domaine funiculaire, voire pendulaire, et la qualité du contact entre le milieu étudié et la céramique poreuse est essentielle à la réalisation de bonnes mesures.

Le dispositif expérimental est illustré par la figure 5.6a et la photo 5.6b. L'échantillon est placé dans une cellule hermétique en acier inoxydable sur une céramique poreuse à haute pression d'entrée d'air saturée d'eau qui assure la continuité de la phase liquide entre l'échantillon et le circuit hydraulique. Un circuit d'air comprimé, composé de détendeurs pour ajuster la pression et de manomètres pour la contrôler, régule la pression de la phase gazeuse de la cellule d'essai. Deux circuits parallèles de plages de fonctionnement différentes (de 0 à 50 kPa pour le premier et de 0 à 500 kPa pour le second) sont mis en place pour imposer la pression d'air. Le compresseur fournit un air propre et sec. Pour limiter les changements de phase, l'air barbote dans un réservoir d'eau avant d'atteindre la cellule d'essai. L'air qui arrive au contact de l'échantillon est donc très proche de la saturation en vapeur d'eau [110]. Le dispositif de mesure ou de régulation de la pression d'eau est assuré par un panneau équipé d'une burette graduée avec une incertitude de $0,1 \text{ cm}$. On peut ainsi imposer des pressions d'eau allant de -10 kPa à 10 kPa .

On prépare les échantillons que l'on dispose sur la céramique poreuse. On procède à la sa-

turation des échantillons (voir figure 5.7) en injectant de l'eau sur la céramique poreuse (les échantillons seaturent alors par capillarité). Ensuite, on dispose les échantillons dans l'enceinte métallique et on applique la succion choisie. Environ trois jours après (temps nécessaire à l'obtention de l'équilibre), on récupère les échantillons. La teneur en eau est mesurée par une méthode destructive (voir sous-section 5.3.4).

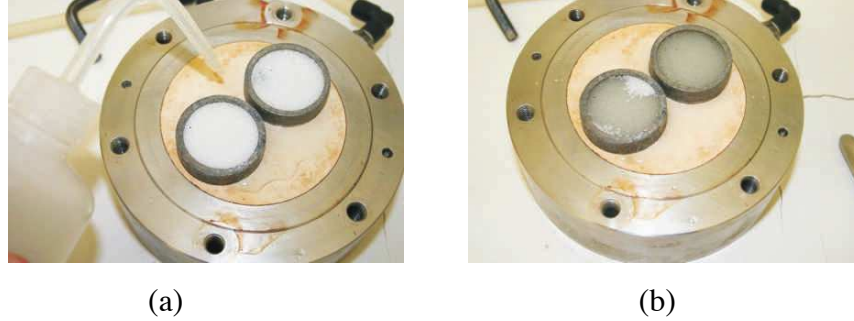


FIGURE 5.7 – (a) Echantillons avant saturation. (b) Echantillons en phase de saturation.

5.3.3 Banc de sorption

L'expérience consiste à placer l'échantillon dans un milieu dont l'humidité relative H_r est imposée par des solutions saturées en sels. La particularité de cette expérience réside dans le fait que c'est l'ambiance à humidité relative H_r qui permet d'imposer une succion s à l'échantillon. La succion est liée à l'humidité relative par la loi de Kelvin (équation 1.13) définie au premier chapitre :

$$s = -\frac{RT}{V_e} \ln(H_r) \quad (5.1)$$

où V_e est le volume molaire, R la constante des gaz parfaits et T la température en Kelvin. Dans ce cas, contrairement au cas précédent, les échanges se font en phase vapeur. Cette méthode est sensible à la température et nécessite de travailler à température constante. Elle permet de mesurer la teneur en eau d'équilibre des échantillons soumis à de fortes succions.

Nous utilisons un banc de sorption qui est composé de plusieurs enceintes hermétiques réglées en température ($T=25^\circ\text{C}$) avec quatre solutions salines différentes. Quatre sels ont été utilisés pour imposer des humidités relatives différentes et donc, d'après la loi de Kelvin, des succions différentes (figure 5.8). L'échantillon est placé dans une coupelle métallique à l'intérieur de chaque enceinte hermétique à humidité relative fixée (figure 5.8).

L'échantillon est saturé de la même façon que pour la plaque de pression. La détermination de l'état d'équilibre est réalisée en suivant la pesée journalière de l'échantillon. Une fois que la masse de celui-ci devient constante, on peut procéder à la mesure de sa teneur en eau d'équilibre.

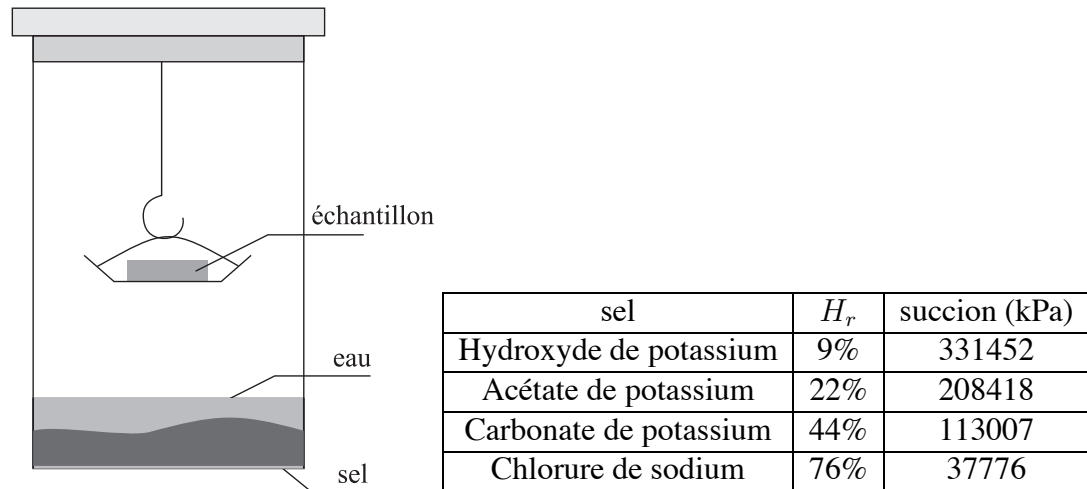


FIGURE 5.8 – Schéma d'une enceinte régulée en H_r et T et succions imposées par les différents sels à $T = 25^\circ\text{C}$.

5.3.4 Protocole de mesure de la teneur en eau

Dans les trois expériences décrites précédemment, la méthode adoptée pour mesurer la teneur en eau est la même. Il s'agit d'une méthode destructive. Les appareils nécessaires pour effectuer cette mesure simple sont une balance (dans notre cas il s'agit d'une balance électronique d'une précision du millième de gramme) et une étuve. Le principe, en deux étapes, se déroule ainsi :

- Quand l'équilibre est atteint, on retire l'échantillon de son dispositif expérimental, et on le pèse aussitôt afin d'avoir sa masse humide m_h :

$$m_h = m_s + m_l \quad (5.2)$$

- Après 24 heures dans une étuve à 105°C , on considère que l'échantillon est totalement sec et on le pèse pour avoir sa masse sèche m_s . On peut donc déterminer la teneur en eau massique de la manière suivante :

$$w = \frac{m_l}{m_s} = \frac{m_h - m_s}{m_s} \quad (5.3)$$

5.4 Courbes de rétention expérimentales

Des courbes de rétention expérimentales ont été construites pour un milieu modèle composé de billes de verre. Les billes de verre ont une masse volumique spécifique ρ_s égale à 2600 kg/m^3 et sont tamisées pour contrôler la granulométrie. Deux types d'échantillons à granulométries différentes sont étudiés. L'un est constitué de billes dont le diamètre est compris entre $500\mu\text{m}$

et $630\mu\text{m}$ et donc de diamètre moyen $d_{\text{moy}} \approx 565\mu\text{m}$ et l'autre de billes dont le diamètre est compris entre $100\mu\text{m}$ et $200\mu\text{m}$ et donc de diamètre moyen $d_{\text{moy}} \approx 150\mu\text{m}$.

Une expérience a été réalisée pour mesurer la masse volumique apparente de ces deux types d'échantillons pour différents volumes de billes. On s'est aperçu que la masse volumique apparente des billes varie très peu en fonction du volume de l'échantillon. Dans le cas d'un échantillon avec un faible étalement granulométrique, les billes ont tendance à s'autoarranger de façon à avoir la même masse volumique apparente. Les masses volumiques apparentes moyennes des échantillons constitués de billes de diamètres moyens $565\mu\text{m}$ et $150\mu\text{m}$ sont respectivement $\rho=1,51\text{ g/cm}^3$ et $\rho=1,50\text{ g/cm}^3$.

La masse volumique apparente ne variant que très peu, les masses de billes à mettre à l'intérieur de l'anneau métallique (plaque de pression et banc de sorption) et dans le porte échantillon (plaque tensiométrique) sont évaluées respectivement à $10,7\text{ g}$ et à $15,6\text{ g}$. Les caractéristiques de l'échantillon utilisé pour la plaque tensiométrique, la plaque de pression et le banc de sorption sont données dans le tableau 5.1.

	Hauteur (cm)	$V(\text{cm}^3)$	$V_s(\text{cm}^3)$	$V_v(\text{cm}^3)$	e	$w_{\text{sat}}(\%)$
Porte échantillon	2,1	10,3	6,0	4,3	0,72	27,6
Anneau métallique	1,5	7,1	4,1	3,0	0,72	27,6

TABLE 5.1 – Caractéristiques des échantillons

5.4.1 Intérêt de la plaque tensiométrique pour les matériaux grossiers

La comparaison des courbes de rétention réalisées à la plaque de pression et celles réalisées grâce à la plaque tensiométrique est effectuée sur le milieu modèle composé de billes de verre de diamètre moyen égal à $d_{\text{moy}} = 565\mu\text{m}$ (figure 5.9). Les résultats des 2 expériences présentent des différences assez importantes avec un décalage vers les fortes suctions de la courbe de rétention réalisée avec la plaque de pression. Pourtant, les précautions concernant la reproductibilité d'échantillons de même indice des vides ont été prises. Il semblerait que les résultats obtenus à partir de la plaque de pression soient les moins concluants. En effet :

- On a du mal à reproduire les résultats qui semblent très sensibles au mode opératoire.
- Selon cette expérience, l'échantillon de billes de verre aurait une succion d'entrée d'air proche de celle de la courbe de rétention du sol de Nasso de $D_{60} \approx 300\mu\text{m}$ et de $D_{10} \approx 100\mu\text{m}$ (figure 5.10) ce qui n'est pas usuel pour un milieu aussi grossier.

Dans le cas de la plaque de pression, une cause probable d'erreur est la plus grande difficulté à établir un bon contact entre l'eau saturant la céramique et l'eau de l'échantillon composé de billes de verre à distribution granulométrique peu étalée. Dans le cas d'une distribution granulométrique plus étalée, le contact entre le milieu et la céramique est meilleur et la continuité de la phase liquide est plus facile à assurer. De plus, des pertes d'eau qui perturbent la continuité de la phase liquide peuvent s'établir sur les côtés car le contact anneau métallique-céramique

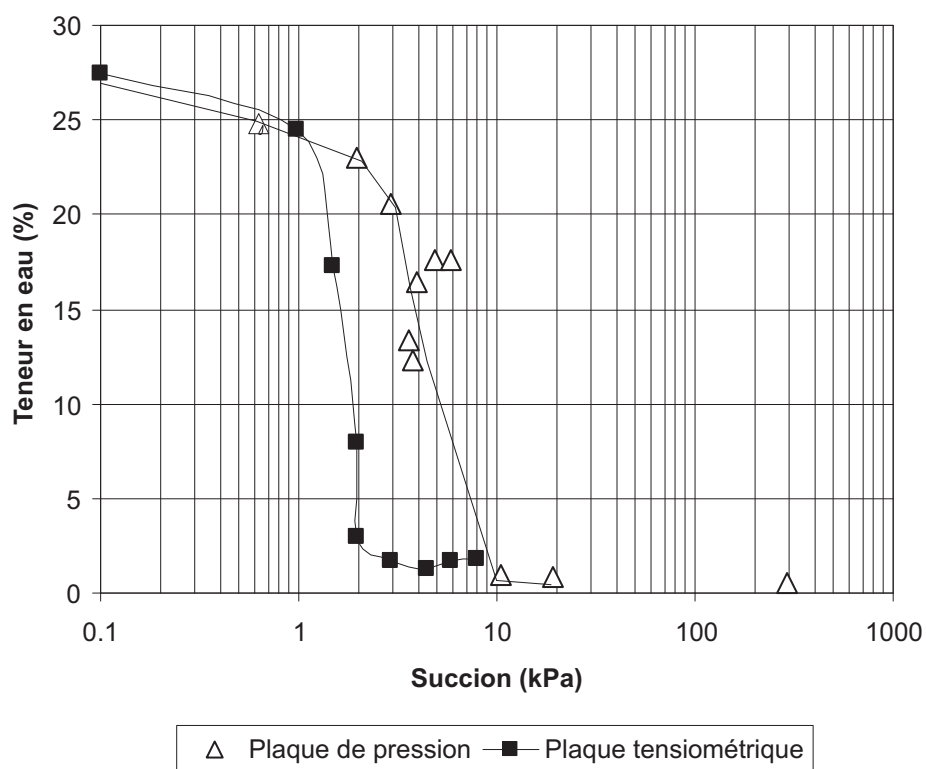


FIGURE 5.9 – Comparaison des résultats des 2 méthodes expérimentales

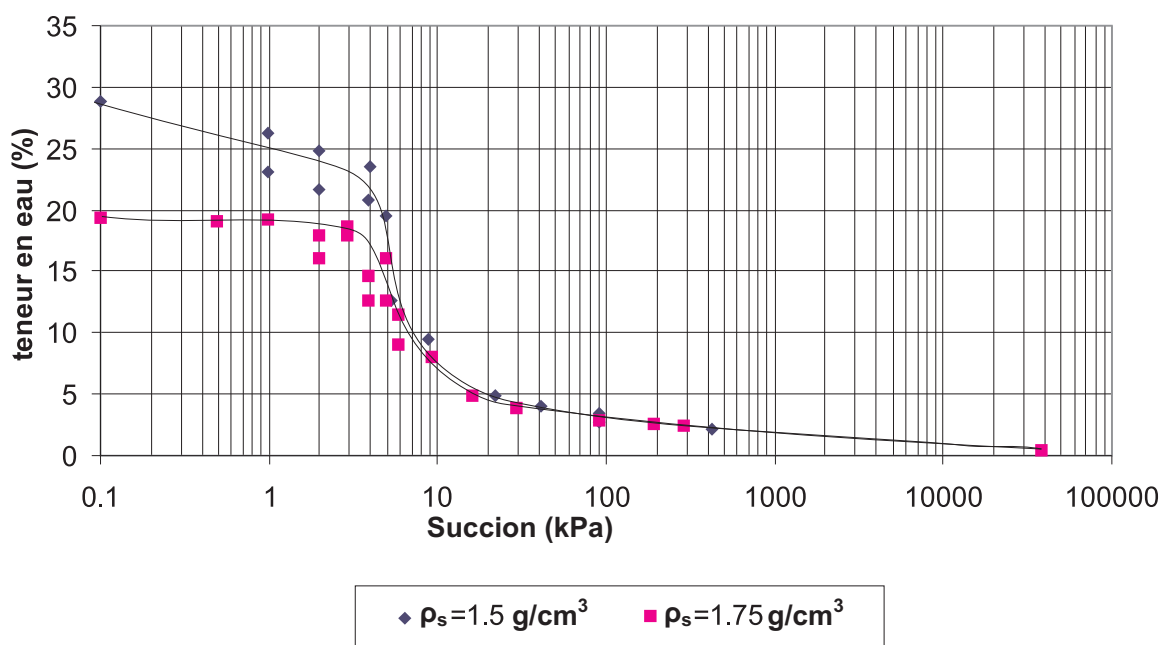


FIGURE 5.10 – Comparaison des courbes de rétention du sol de Nasso pour différentes densités ($\rho_s = 1.5 \text{ g/cm}^3$ [96] et $\rho_s = 1.75 \text{ g/cm}^3$).

n'est pas étanche. Dans le cas de la plaque tensiométrique, la céramique est adaptée à la taille de l'échantillon qui est enveloppé dans une enceinte étanche, ce qui peut assurer une meilleure continuité de la phase liquide.

La cinétique de drainage peut être appréhendée avec la plaque tensiométrique. La figure 5.11 représente la masse d'eau tombée dans le bécier. Quand plus aucune goutte ne tombe, il se peut que l'on ne soit pas encore à l'équilibre si l'évaporation à la sortie du tuyau l'emporte sur la cinétique de drainage. Néanmoins, il s'agit d'un indicateur du temps pour arriver à l'équilibre. Pour les hauteurs d'eau inférieures à 20 cm, il est très difficile de déterminer le temps d'équilibre étant donné qu'aucune goutte ne tombe dans le bécier. Partant sur la base des 87h pour une hauteur d'eau de 20cm, on décide de laisser l'échantillon en désaturation durant une période de 7 à 8 jours pour les hauteurs d'eau inférieures à 20cm.

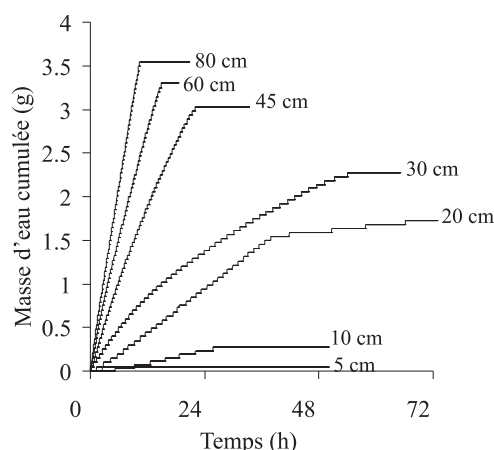


FIGURE 5.11 – Masse d'eau cumulée en fonction du temps

5.4.2 Résultats et analyses des courbes de rétention

La figure 5.12 représente la courbe de rétention des billes de verre de $565\mu\text{m}$ de diamètre moyen réalisée avec la plaque tensiométrique pour les faibles suctions et le banc de sorption pour les fortes suctions. La suction d'entrée d'air ($s_e=1,2\text{ kPa}$) et la suction résiduelle ($s_{res} = 2\text{ kPa}$) de ce milieu granulaire sont très faibles. Il en est de même pour la teneur en eau résiduelle (2%). Peu d'eau est piégée dans le milieu par adsorption (en comparaison avec un milieu argileux). C'est un milieu qui a une faible capacité de rétention. On pouvait s'y attendre car l'échantillon est constitué de billes de tailles assez importantes (environ la taille des grains d'un sable). Nous remarquons que la pente de la courbe de désaturation est très raide. En effet, le milieu se vide de la quasi-totalité de son eau pour des suctions comprises entre $1,2\text{ kPa}$ et 2 kPa . Ce phénomène est favorisé par le fait que l'échantillon de billes est quasiment monodisperse. On peut penser qu'on a donc une taille de pores assez uniforme, ce qui peut expliquer le fait que la pente soit si raide. Si l'on compare ces résultats à des résultats sur des sables dont le $D_{60} = 0,35\text{ mm}$ [134] donc très proche du diamètre des billes que nous avons utilisées, on

remarque beaucoup de similitude (succions d'entrée d'air très proches, pente abrupte, teneurs en eau résiduelles proches). L'utilisation de billes comme milieu modèle est donc confortée par cette expérience.

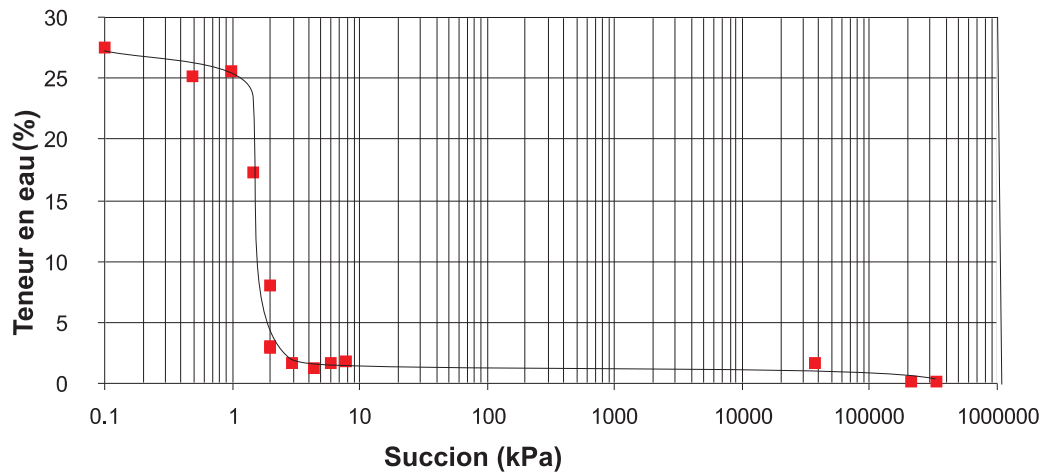


FIGURE 5.12 – Courbe de rétention expérimentale des billes de verre ($d_{moy} \approx 565 \mu m$)

Dans le cas des billes de $150 \mu m$ de diamètre moyen, les essais correspondant aux fortes succions n'ont pas été réalisés. On peut s'attendre néanmoins à une teneur en eau résiduelle proche de celle du premier type d'échantillon. La succion d'entrée d'air est autour de $3,2 kPa$. Elle est supérieure à celle du milieu constitué de billes de $565 \mu m$ de diamètre moyen ce qui peut s'expliquer par la présence de plus petits pores dans un échantillon constitué de particules plus fines. La pente de la courbe correspondant à la zone de forte désaturation semble moins prononcée que dans le cas des billes de plus gros diamètre.

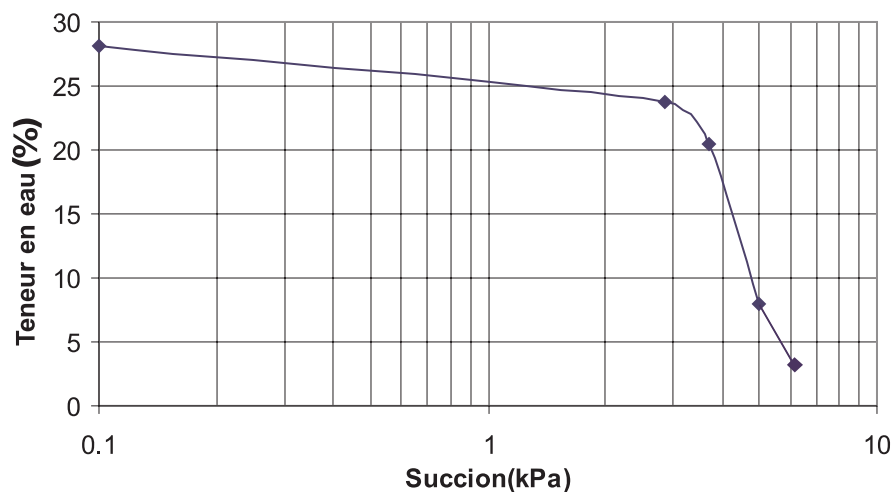


FIGURE 5.13 – Courbe de rétention des billes de verre ($d_{moy} \approx 150 \mu m$)

5.4.3 Comparaison aux données de la littérature

Peu d'études expérimentales existent concernant l'étude de la rétention d'eau par un milieu modèle composé de billes de verre. Parmi celles-ci, on peut citer les travaux de Taibi [120] qui a étudié la capacité de rétention d'eau de ces milieux modèles en séchage et en mouillage. Trois granulométries différentes ont été étudiées :

- Deux échantillons monodisperses de diamètres moyens respectifs de $80\ \mu\text{m}$ et $300\ \mu\text{m}$.
- Un échantillon polydisperse dont le diamètre des billes varie entre 4 et $40\ \mu\text{m}$.

Sur la figure 5.14, on compare les résultats de Taibi [120] réalisés en séchage aux résultats que nous avons obtenus expérimentalement (figure 5.14). La comparaison semble perturbée par le fait que ces échantillons n'ont pas tous le même indice des vides initial. Néanmoins, on peut dégager quelques tendances. On remarque que la courbe de rétention de l'échantillon constitué de billes de verre dont le diamètre est compris entre 100 et $200\ \mu\text{m}$ est bien comprise entre les courbes de rétention des échantillons dont le diamètre est respectivement de $80\ \mu\text{m}$ et de $300\ \mu\text{m}$. Par contre, pour ce qui concerne la courbe de rétention de l'échantillon dont le diamètre des billes est compris entre 500 et $630\ \mu\text{m}$, elle est superposée à celle de l'échantillon de billes dont le diamètre est de $300\ \mu\text{m}$. Ce constat peut en partie s'expliquer par la différence d'indice des vides des deux échantillons. L'échantillon dont le diamètre des billes est de $300\ \mu\text{m}$ a un indice des vides plus faible que l'autre échantillon (teneur en eau de saturation plus faible). Ceci suppose une plus grande taille des pores d'où une augmentation de la succion d'entrée d'air. Néanmoins, il est possible que dans le cas de billes de diamètres compris entre 500 et $630\ \mu\text{m}$, l'on ait atteint la limite de sensibilité de notre dispositif expérimental car il faut alors des succions très faibles pour drainer le milieu.

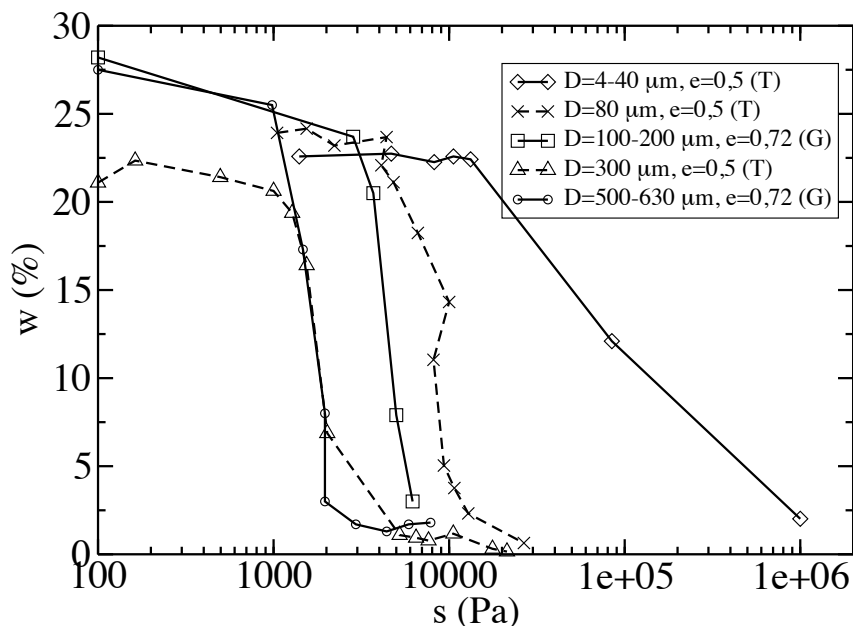


FIGURE 5.14 – Comparaison entre des courbes de rétention expérimentales réalisées par Taibi [120] (T) et les courbes de rétention expérimentales réalisées dans cette étude (G).

5.5 Modélisation de la courbe de rétention

Dans cette étude, la méthode en éléments discrets a été utilisée pour simuler la rétention d'eau dans les milieux granulaires. L'intérêt de cette méthode a été évoqué dans la première section. La rétention d'eau est uniquement due aux phénomènes de capillarité dans cette étude. Le domaine hydrique considéré est essentiellement le domaine pendulaire où les ponts liquides n'ont pas encore coalescé. Une approche simplifiée de la coalescence est tout de même proposée en fin de chapitre.

5.5.1 Etat de l'art

La mesure de la courbe de rétention en laboratoire et sur le terrain peut prendre longtemps. Dans de nombreuses situations, il peut être utile d'estimer la courbe de rétention, par exemple dans les étapes préliminaires d'un projet où les informations disponibles sont limitées. Des modèles prédictifs basés sur des données pédologiques simples comme la taille des grains ou la porosité peuvent être utiles pour analyser et valider des résultats et aussi pour évaluer les variations de teneurs en eau dans un sol non homogène.

De nombreux modèles prédictifs ont été développés pour modéliser la courbe de rétention durant les deux dernières décennies. Certains modèles, discrets, permettent de relier la teneur en eau à quelques valeurs particulières de la succion. Des fonctions relient la teneur en eau du milieu à des caractéristiques simples et accessibles du sol comme les pourcentages d'argile, de sable, de limon, la densité apparente, la distribution granulométrique ou encore la teneur en carbone organique [55, 53, 103, 15]. Ces fonctions peuvent se limiter pour une classe de composition donnée à l'influence de la texture sur la teneur en eau [61] par exemple.

Certains modèles [18, 125, 133], continus, permettent la détermination des paramètres du sol utilisés dans les fonctions d'ajustement mathématique de la courbe de rétention empirique (équations de Brooks et Corey [14], de Van Genuchten [123], de Fredlund et Xing [43]). Parmi ces modèles continus, certains utilisent directement les caractéristiques de constitution du milieu. Dans ceux-ci, la distribution des tailles des grains ainsi que la porosité du milieu, avec l'aide d'hypothèses sur le mode d'assemblage permettent d'estimer la géométrie des pores [92] liée à la rétention d'eau du sol. Les modèles d'Arya et Paris [6], d'Haverkamp et Parlange [57] et de Fredlund et al. [44] utilisant la distribution de taille des particules, ou encore celui proposé par Assouline et al. [7] utilisant la distribution de taille des particules et des agrégats en sont des exemples. Le modèle de Kovács [72] étendu par Aubertin [8] fait partie de la même classe de modèles mais a la particularité de distinguer les forces d'adhésion des forces de capillarité.

Ces modèles permettent d'obtenir de bons résultats mais le principal défaut de ceux-ci réside dans le nombre de paramètres les constituant. D'un matériau à l'autre, ces paramètres vont changer et il faudra procéder à un nouveau calage de ceux-ci. Il existe aussi une variabilité de l'adéquation des différents modèles avec les résultats expérimentaux selon le type de matériau étudié. On peut même constater que dans le troisième type de modèle, certains paramètres sont

ajustés à partir des courbes de rétention expérimentales pour avoir une meilleure approximation de la réalité. Dans ce cas, le modèle est utilisé de façon descriptive. Ces modèles ne prennent pas en compte l'anisotropie, les changements de volumes pouvant intervenir ainsi que les hétérogénéités de texture et les localisations pouvant exister dans les matériaux granulaires.

Récemment d'autres modèles ont été développés utilisant la nature discrète du milieu et les propriétés des interactions. Dans un premier temps, le milieu granulaire a été représenté par un empilement régulier de sphères [120, 19, 79, 49]. Dans un second temps, il a été simulé par une méthode en éléments discrets [113] sans comparaison avec des courbes réelles. Dans tous les cas, ces modèles se limitent à de faibles teneurs en eau. Dans l'étude proposée, la courbe de rétention est principalement modélisée à l'aide de simulations numériques en éléments discrets. Un avantage de cette méthode provient du fait que la densité apparente, la texture du matériau, la granulométrie, la taille des pores sont alors des données parfaitement accessibles. Un autre avantage est qu'il s'agit d'une méthode qui permet d'isoler les mécanismes de rétention (capillarité, adsorption, rugosité..) et, de ce fait, comprendre la proportion de ceux-ci dans le phénomène global de rétention d'eau. D'un point de vue qualitatif, cette méthode est donc particulièrement intéressante. La difficulté principale réside dans la réalisation d'échantillons de sol réalistes d'un point de vue de la répartition granulométrique et de la représentativité de chaque classe granulométrique car les simulations numériques sont encore limitées à quelques dizaines de milliers de grains et les fortes polydispersités sont encore difficiles à prendre en compte. Avec les avancées technologiques futures, et la prise en compte de plus de grains dans les calculs, on peut imaginer une amélioration des résultats quantitatifs de ces méthodes.

5.5.2 Résultats de la méthode DM

On construit un échantillon par la méthode DM [26] et le code de calcul réalisé par Richefeu [105]. L'échantillon est composé d'une série de doublets de grains où un pont capillaire est susceptible d'exister. Numériquement, on connaît le nombre de ponts liquides qui est directement lié au nombre de contacts et à la succion. Pour une succion donnée, on affecte le volume du pont liquide correspondant à chaque doublet. Ce volume dépend des rayons des grains du doublet, de la distance interparticulaire et des paramètres physiques (angle de contact, tension superficielle). En sommant les volumes de tous ces ponts liquides, on peut déterminer la teneur en eau pour une succion donnée (figure 5.15). Si on réitère cette opération pour différentes valeurs de la succion, on peut représenter la courbe de rétention de l'échantillon numérique dans le domaine pendulaire.

Il est nécessaire de définir la teneur en eau à partir de laquelle les ponts coalescent car à partir de là, le modèle fondé sur des ponts liquides uniquement entre deux grains n'est plus valide. En faisant l'hypothèse que les ponts liquides se remplissent en même temps avec un même angle de remplissage δ , on peut imaginer qu'il existe un angle de remplissage limite δ_{coal} à partir duquel les ponts fusionnent. Dans les cas d'un empilement orthorombique (dense : $e = 0,65$), dont l'indice des vides est proche de celui des échantillons de billes de verre, les ponts coalescent quand l'angle de remplissage atteint 30° (figure 5.16). On peut donc considérer

Pour une succion donnée :

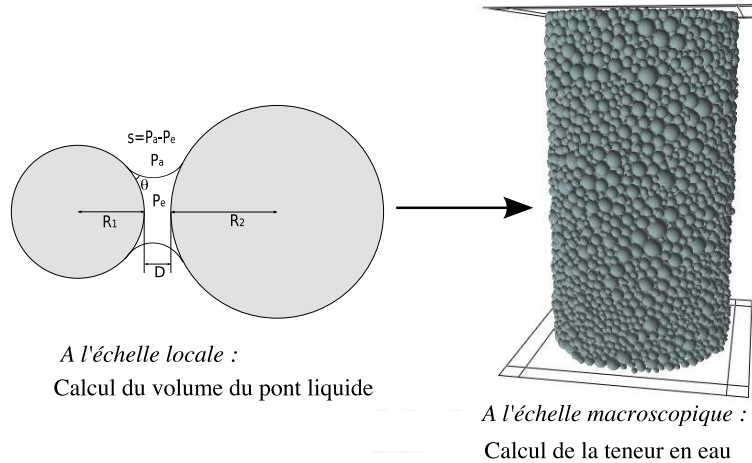


FIGURE 5.15 – Description simplifiée de la méthode utilisée

que pour un milieu constitué de billes de verre monodisperses, la coalescence débutera pour un angle de remplissage proche de 30° . Numériquement, la teneur en eau correspondant à un angle de remplissage moyen égal à 30° est calculée. Elle est de l'ordre de 2% dans les échantillons générés et présentés. Il est alors possible de séparer la partie de la courbe de rétention simulée en une partie valide avant la coalescence et une partie non valide après la coalescence (figure 5.17). Cette méthode trouve sa limite dans le cas de milieux polydisperses. En effet, dans des milieux polydisperses, pour une même succion, on peut trouver des angles de remplissage différents. De plus, les empilements s'éloignent alors des empilements parfaits. Dans ce cas, il faudra une procédure plus adaptée pour la détection de la coalescence.

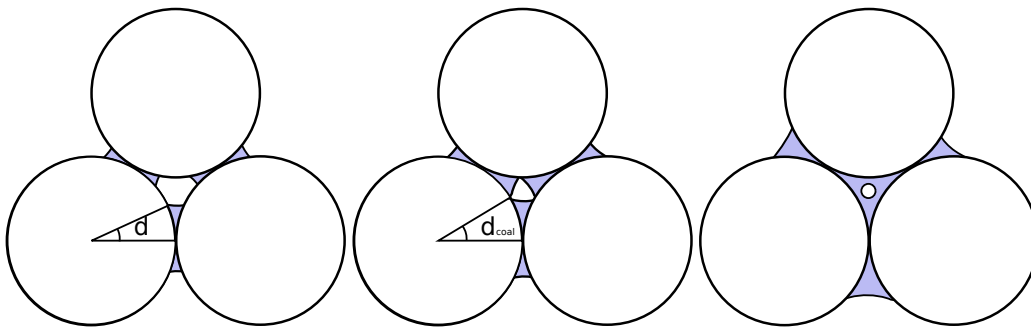


FIGURE 5.16 – Visualisation de l'angle δ_{coal} à partir duquel la coalescence débute. Ici, dans le cas d'un empilement orthorombique, $\delta_{coal} = 30^\circ$.

La sensibilité des courbes de rétention aux différents paramètres physiques et géométriques tels que la tension superficielle, la distance de rupture des ponts liquides, le diamètre des grains, ou enfin l'angle de contact est alors étudiée dans la partie valide [50] (figure 5.18).

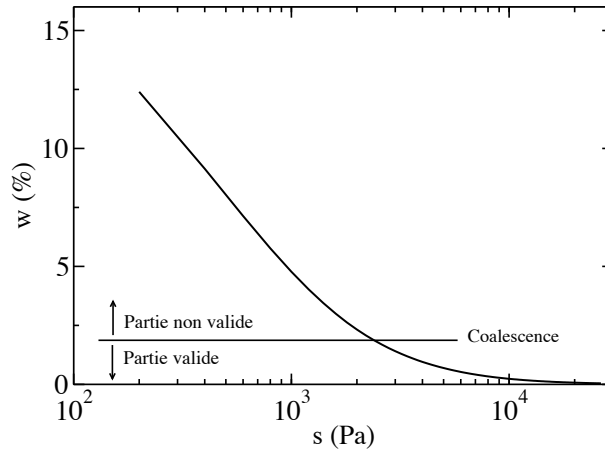


FIGURE 5.17 – Mise en évidence de la limite de coalescence : diamètre des grains compris entre $100\mu\text{m}$ et $200\mu\text{m}$, $\theta = 0^\circ$, $\gamma = 0,073\text{ N/m}$ et $e = 0,7$.

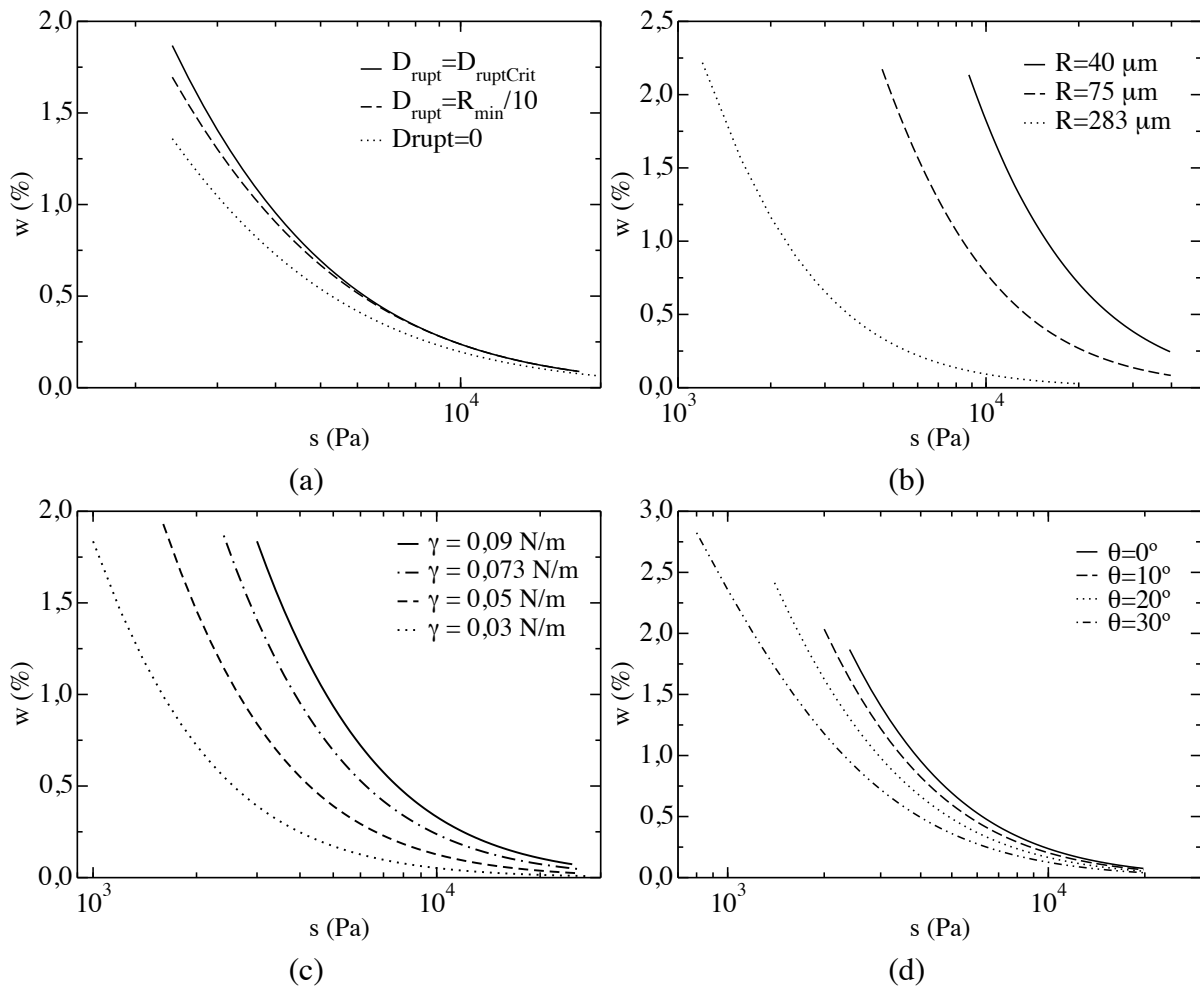


FIGURE 5.18 – Sensibilité de la courbe de rétention à différents paramètres tels que : (a) la distance de rupture, (b) le rayon des grains, (c) la tension superficielle, (d) l'angle de contact. Sur les figures (a), (b) et (c), la taille des grains est comprise entre $100\mu\text{m}$ et $200\mu\text{m}$ avec une distribution granulométrique uniforme en masse. Sur la figure (a) et (c), l'angle de contact est nul. Sur les figures (a), (b) et (d), la tension superficielle est égale à $\gamma = 0,073\text{ N/m}$. L'indice des vides est égal à $e = 0,7$.

On remarque que tous ces paramètres ont une grande influence sur la courbe de rétention. Par exemple, la capacité de rétention d'un milieu granulaire va décroître avec l'augmentation du rayon des grains et de l'angle de contact. Pour ce qui est de la granulométrie, supposons deux échantillons 1 et 2 composés respectivement de grains de tailles R_1 et R_2 . Si $R_1 = \alpha R_2$, alors pour une même teneur en eau, les succions d'équilibre respecteront en première approximation $s_1 = \frac{s_2}{\alpha}$ (voir chapitre 2). La capacité de rétention augmente avec la distance de rupture des ponts liquides et la tension superficielle. La teneur en eau de coalescence dépend de l'angle de contact et de la distance de formation des ponts mais ne dépend ni de la taille des grains ni de la tension superficielle. La succion à laquelle la coalescence se produit dépend de l'angle de contact, de la taille des grains et de la tension superficielle mais ne semble pas dépendre de la distance de formation des ponts liquides. Pour les grandes succions, l'effet de la distance de rupture imposée des ponts liquides est faible car les ponts liquides n'existent probablement qu'au contact. Si on considère que l'angle de contact durant le mouillage est supérieur à l'angle de contact durant le séchage, on note bien l'effet attendu : une diminution de la rétention durant le mouillage. De même, si l'on considère la difficulté de formation de ponts éloignés durant le mouillage, on peut assimiler ceci à une faible distance de rupture des ponts liquides et donc noter une diminution de la rétention d'eau durant le mouillage dû à cet effet. Ces deux effets peuvent en partie expliquer les causes de l'hystérésis de la courbe de rétention d'eau.

Afin d'étendre le modèle au domaine funiculaire dans le but d'une comparaison avec les expériences réalisées sur milieu modèle, une estimation de la succion d'entrée d'air est effectuée en considérant que les premiers pores à se vider dans un milieu granulaire sont les plus gros [42]. Ceux-ci apparaissent dans un arrangement cubique et entre les plus gros grains du milieu. La valeur du rayon de ces pores R_s est (figure 5.19) [42] :

$$R_s = \frac{R}{\cos 45^\circ} - R = R(\sqrt{2} - 1) \quad (5.4)$$

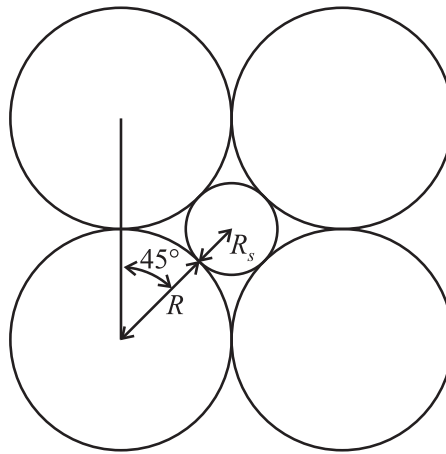


FIGURE 5.19 – Géométrie d'une cellule cubique

Considérant un tube de Jurin dont le rayon est égal au rayon de ces pores, dans le cas d'un angle de contact nul, on peut dire que la vidange de ce tube s'effectuera pour des succions

supérieures à la succion d'entrée d'air s_e [42] :

$$s_e = (p_g - p_l) = \frac{2\gamma}{R_s} \quad (5.5)$$

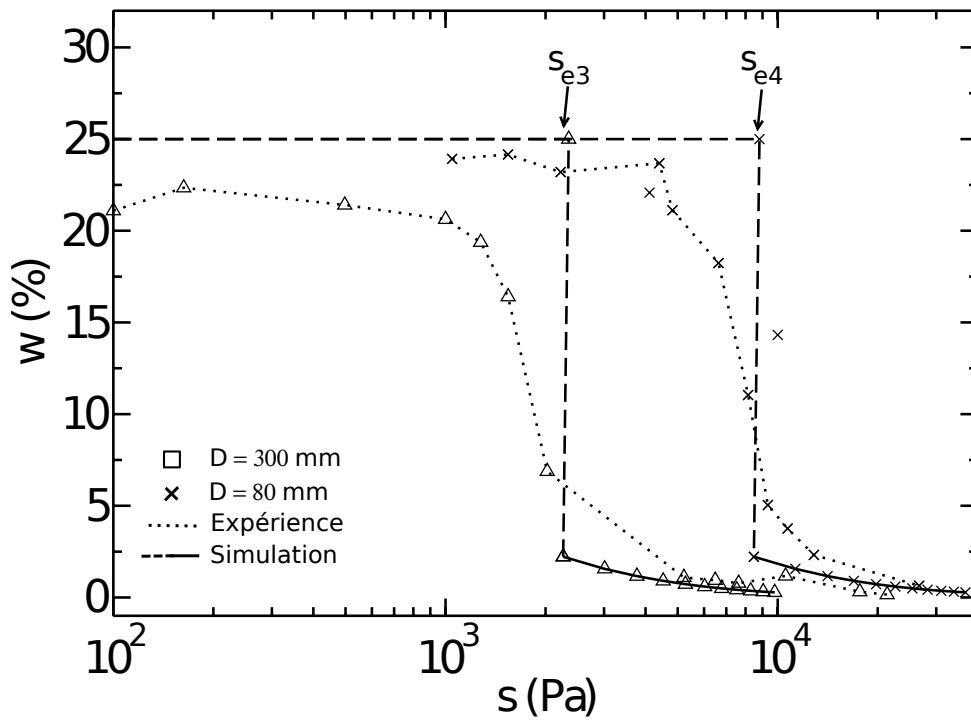
où γ est la tension superficielle du liquide et R_s est le rayon de courbure du ménisque (les deux rayons de courbure sont identiques dans le cas d'un tube de Jurin) qui est égal au rayon des pores dans le cas d'un angle de contact nul.

5.5.3 Comparaison des résultats expérimentaux et des résultats de modélisation

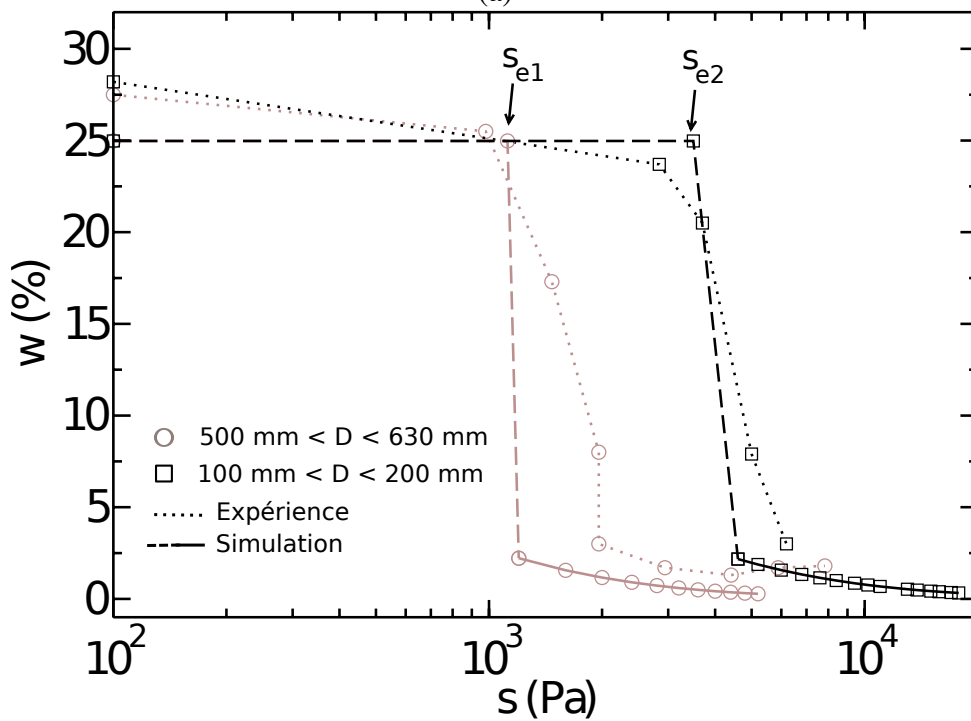
Pour comparer les courbes de rétention expérimentales aux courbes de rétention théoriques, des échantillons numériques ont été construits avec une porosité sensiblement équivalente à la celle des échantillons expérimentaux réalisés dans le cadre de cette thèse (les indices des vides des échantillons numériques et expérimentaux sont respectivement $e = 0,66$ et $e = 0,71$).

Afin d'étendre l'étude de la courbe de rétention au domaine funiculaire, la teneur en eau de saturation w_{sat} est calculée à partir de l'indice des vides du milieu et la succion d'entrée d'air à partir de l'équation 5.5. Dans le cas du milieu granulaire dont le diamètre moyen est égal à $d_{moy} = 565 \mu m$, la succion d'entrée d'air calculée est égale à $s_{e1} = 1,12 kPa$, ce qui est très proche de la succion d'entrée d'air mesurée qui était de $1,2 kPa$. Pour le milieu constitué de billes de verre de rayon moyen égal à $150 \mu m$, on obtient une succion d'entrée d'air théorique égale à $s_{e2} = 3,5 kPa$ ce qui est très proche de la succion d'entrée d'air expérimentale ($3,2 kPa$). Pour les deux autres milieux monodisperses correspondant aux essais de Taibi [120], les succions d'entrée d'air calculées (s_{e3} et s_{e4}) sont un peu plus éloignées des succions d'entrée d'air expérimentales. Une autre méthode possible pour modéliser le domaine funiculaire d'un milieu monodisperse serait de considérer qu'à partir de la coalescence, les pores se remplissent complètement sans diminution de succion.

Les résultats de la modélisation sont plutôt satisfaisants (figure 5.20a et 5.20b). En effet, on remarque que les courbes expérimentales et les courbes issues de la modélisation sont proches. On remarque cependant que les pentes de drainage des courbes expérimentales sont moins fortes que celles de la modélisation, ce qui peut s'expliquer par la polydispersité de l'échantillon de billes. D'autre part, dans le cas des essais réalisés lors de cette étude (figure 5.20b), les courbes de rétention modélisées sont légèrement décalées vers les succions plus faibles. Ceci peut s'expliquer par le fait que les échantillons de billes et les échantillons numériques n'ont pas la même courbe granulométrique. Il se pourrait que l'échantillon de billes ait un pourcentage de petites billes élevé et donc une influence non négligeable. La non prise en compte dans le calcul de la teneur en eau de la fine couche d'eau entourant les grains peut en partie expliquer le léger décalage de la courbe de rétention modélisée. La rugosité des billes peut aussi être un facteur qui amène à une rétention de l'eau plus grande que dans le cas de grains lisses.



(a)



(b)

FIGURE 5.20 – Comparaison entre les courbes de rétention modélisées et les courbes de rétention expérimentales réalisées sur des billes de verre par Taibi [120] (figure a) et lors de cette étude (figure b). Les courbes issues du modèle sont décomposées en deux parties : une partie en trait plein issue de l'approximation toroïdale et une partie en pointillé issue du calcul de la succion d'entrée d'air ainsi que de la teneur en eau de saturation. s_{e1} , s_{e2} , s_{e3} et s_{e4} représentent les succions d'entrée d'air calculées pour les différents échantillons.

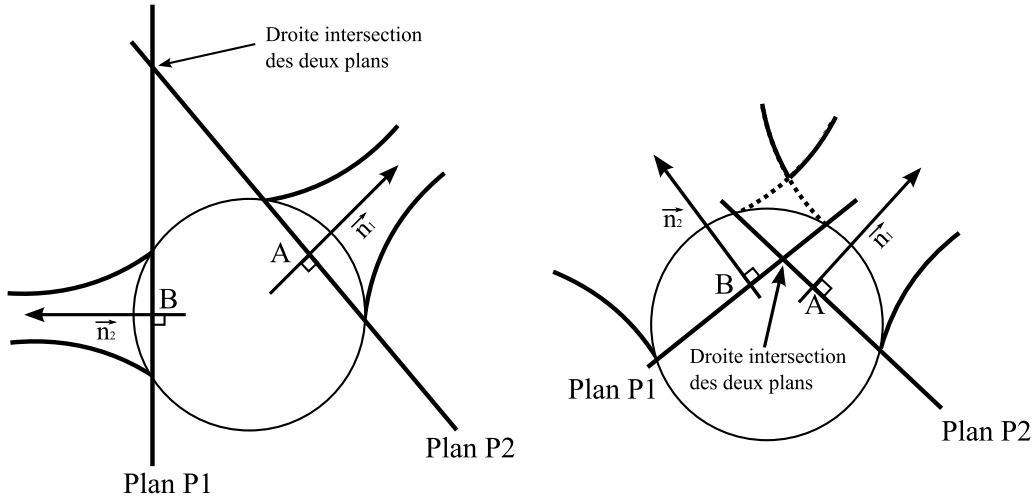


FIGURE 5.21 – Visualisation du critère de coalescence sur une coupe d'un grain

5.5.4 Une approche simplifiée du domaine funiculaire

Pour simuler la rétention d'eau dans le domaine funiculaire, on utilise une simplification numérique basée sur l'hypothèse que dès lors qu'un triplet de ponts se forme, l'espace résiduel entre les trois ponts se remplit instantanément. Pour repérer les endroits où les ponts coalescent dans le milieu granulaire, on définit les plan P1 et P2, perpendiculaires aux ponts liquides du grain et passant par leur ligne triple (figure 5.21). L'équation du plan P1 est $a_1x + b_1y + c_1z + d_1 = 0$ avec (a_1, b_1, c_1) coordonnées du vecteur normal $\vec{n}_1$ au plan P1 et d_1 défini par $d_1 = -a_1x_A - b_1y_A - c_1z_A$ avec $A(x_A, y_A, z_A)$ un point du plan P1 (figure 5.21). L'équation du plan P2 est $a_2x + b_2y + c_2z + d_2 = 0$ avec (a_2, b_2, c_2) coordonnées du vecteur normal $\vec{n}_2$ au plan P2 et d_2 défini par $d_2 = -a_2x_B - b_2y_B - c_2z_B$ avec $B(x_B, y_B, z_B)$ un point du plan P2. L'équation de la droite intersection des deux plans est alors la suivante :

$$\begin{cases} y = \frac{c_2a_1 - a_2c_1}{b_2c_1 - c_2b_1}x + \frac{c_2d_1 - c_1d_2}{b_2c_1 - c_2b_1} \\ z = \frac{-a_1b_2 + a_2b_1}{b_2c_1 - c_2b_1}x + \frac{b_1c_1d_2 - b_2c_2d_1}{b_2c_1^2 - c_2c_1b_1} - \frac{d_1}{c_1} \end{cases}$$

On dit qu'il y a coalescence entre deux ponts liquides quand la distance entre la droite intersection des plans P1 et P2 et le centre du grain est inférieure au rayon du grain (autrement dit, quand la droite intersection traverse le grain).

La procédure numérique est la suivante. On s'intéresse au nombre de triplets qui coalescent. Un triplet est un assemblage de trois grains reliés par un seul pont liquide. On commence donc par considérer les ponts qui coalescent au niveau du grain 1 (figure 5.22) (ici les ponts 1 et 2) puis on s'assure que les grains 2 et 3 qui sont reliés aux ponts 1 et 2 sont reliés par un pont liquide (pont 3) qui coalesce avec les ponts 1 et 2. Si c'est le cas, alors il y a formation d'un triplet. On considère alors que l'espace résiduel entre les trois ponts se remplit instantanément d'eau. Cette hypothèse s'appuie sur les expériences réalisées par Scheel et al. [111]. Selon eux, dans

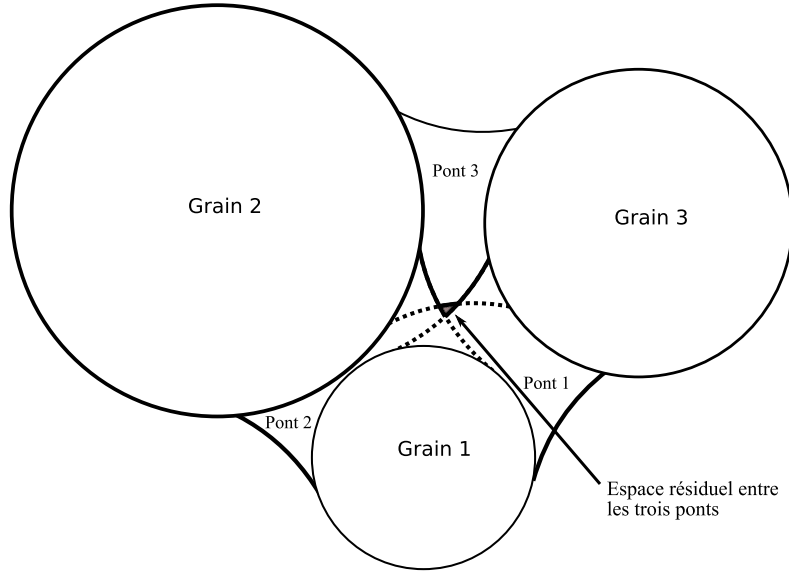


FIGURE 5.22 – Exemple de triplet entre trois grains

un milieu granulaire non saturé qui a coalescé, la succion est la même dans les ponts liquides constitués entre 2, 3 ou encore plus de grains. Ceci montre bien que lorsqu'un pont liquide formé entre deux grains coalesce avec 2 autres ponts liquides voisins, l'espace interstitiel se remplit sans augmentation de succion.

Une technique pour prendre en compte la coalescence dans le calcul de rétention d'eau peut être la suivante. On choisit une valeur de l'angle de remplissage à partir de laquelle on considère que le milieu est saturé d'eau. On choisit cette valeur égale environ à 45 degré. Cette valeur correspond à la valeur utilisée pour calculer la succion d'entrée d'air. On dit alors que en dessous de cet angle le milieu se désature. Pour cette valeur de l'angle de remplissage, on calcule numériquement le nombre de triplets dans le milieu $NbTripletMax$. Ensuite pour calculer la teneur en eau pour une succion donnée, on ajoute les volumes des ponts liquides V_{Pont} qui n'ont pas coalescé auxquels on ajoute une teneur en eau issue d'une pondération entre le nombre de triplets dans le milieu $NbTriplet$ et le nombre de triplet maximum $NbTripletMax$.

$$w = \left[\sum V_{Pont} + \frac{NbTriplet}{NbTripletMax} (V - V_s - \sum V_{Pont}) \right] \frac{1}{V_s G_s} \quad (5.6)$$

On peut aussi ajouter la contribution du volume d'eau hygroscopique V_{hyg} qui n'a pas été pris en compte jusqu'à présent. L'expression finale est donc :

$$w = \left[\sum V_{Pont} + V_{hyg} + \frac{NbTriplet}{NbTripletMax} (V - V_s - \sum V_{Pont} - V_{hyg}) \right] \frac{1}{V_s G_s} \quad (5.7)$$

Dans cette méthode, le volume interstitiel rempli automatiquement lors de la coalescence est le même quelle que soit la taille des grains composant le triplet. Afin d'améliorer ce modèle dans

le cas d'échantillons polydisperses, il serait intéressant d'établir un critère reliant la taille des grains à ce volume interstitiel.

Cette méthode permet d'approcher la courbe expérimentale de la courbe de rétention et d'avoir une meilleure approximation de la pente de désaturation (voir figure 5.23). La comparaison avec les expériences réalisées sur des milieux monodisperses est bonne. Pour ce qui est de la comparaison avec les essais réalisés sur des échantillons faiblement monodisperses, la comparaison est moins bonne (la répartition granulométrique est mal connue). La sous-estimation de la teneur en eau par le modèle peut aussi s'expliquer par le fait que le processus que l'on décrit est un processus de mouillage alors que les courbes expérimentales étudiées sont des courbes de séchage.

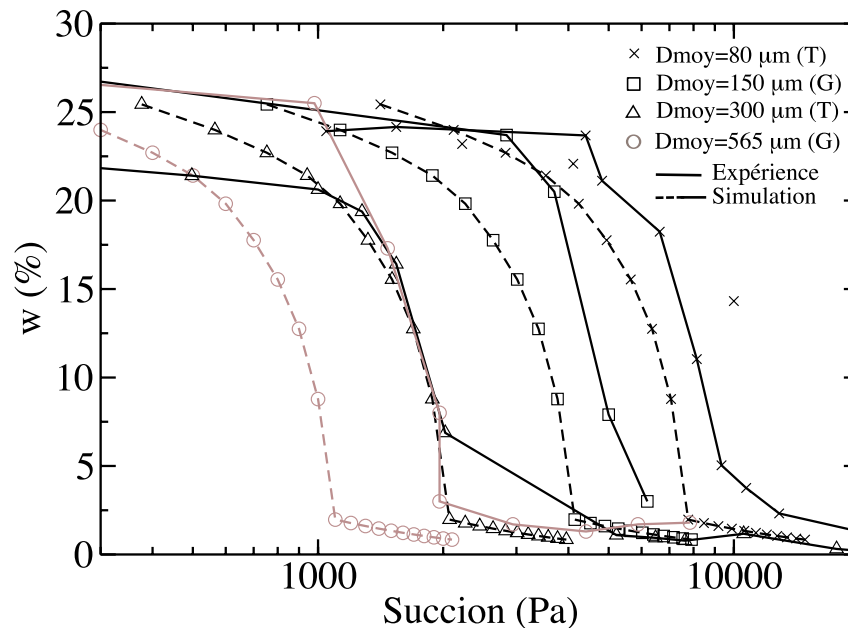


FIGURE 5.23 – Comparaison entre les courbes de rétention expérimentales réalisées par Taibi [120] (T) sur des échantillons monodisperses et lors de cette étude (G) sur des milieux faiblement polydisperses avec les courbes de rétention modélisées en prenant en compte la coalescence.

5.6 Conclusion

Un dispositif expérimental nommé plaque tensiométrique a été conçu, réalisé et mis au point afin de mesurer la courbe de rétention d'un milieu modèle composé de billes de verre. Les résultats des expériences sur les billes de verre nous ont renseignés sur la pertinence du choix du milieu modèle qui se comporte comme un sable fin. La courbe est décomposée en 3 parties bien distinctes : un premier palier quasiment horizontal jusqu'à la succion d'entrée d'air, une pente raide (due à la quasi-monodispersité du milieu) jusqu'à la succion résiduelle et un autre palier proche de l'horizontale (teneur en eau résiduelle autour de 2%).

A partir d'un contrôle en succion dans tout le milieu granulaire, à la manière de la plupart des essais de laboratoire, la construction de la courbe de rétention par simulation numérique a pu être réalisée. L'influence de différents paramètres physique et géométriques (rayons grains, distance d'existence du pont liquide, tension superficielle, angle de contact) sur la courbe de rétention a été étudiée. Les hystérésis de la distance d'existence d'un pont liquide et de la valeur de l'angle de contact entre le liquide et le grain durant un cycle de mouillage/séchage ont pu être identifiées comme de probables origines de l'hystérésis de la courbe de rétention.

Cette modélisation fournit des résultats encourageants avec des courbes de rétention obtenues proches des courbes expérimentales réalisées sur les billes de verre. Néanmoins des différences existent et peuvent s'expliquer par la polydispersité du milieu testé, la non prise en compte de la fine couche d'eau adsorbée et de la rugosité des billes de verre.

Enfin, un outil numérique a été mis au point permettant la détection des ponts qui ont coalescé dans le milieu et un calcul de la teneur en eau prenant en compte la coalescence. Cet outil a montré des perspectives intéressantes pour l'étude de la courbe de rétention dans le domaine funiculaire.

CHAPITRE 6

Simulation du comportement mécanique

Sommaire

6.1	Introduction	144
6.2	Etude des contraintes internes d'origine capillaire	144
6.2.1	Evolution de la contrainte "capillaire" avec la succion	146
6.2.2	Prise en compte de la rugosité des particules	148
6.3	Compression simple à gravité nulle	149
6.3.1	Etude de l'influence de la succion	151
6.3.2	Etude de l'influence de la rugosité	156
6.3.3	Comparaison entre différentes méthodes de répartition de l'eau	158
6.4	Œdomètre	161
6.5	Conclusion	165

6.1 Introduction

L'objectif de ce chapitre est d'étudier le comportement mécanique d'un milieu granulaire humide par la méthode des éléments discrets. On se place dans le domaine pendulaire, et plus précisément dans un domaine où les ponts capillaires mettent en relation seulement deux grains. L'étude numérique est réalisée à l'aide du code de calcul **Tapio-k** [104]. Un mode de distribution de l'eau en fonction de la succion a été implémenté dans ce code qui nous permet de considérer l'influence de la succion sur le comportement mécanique d'un milieu granulaire non saturé dans le domaine pendulaire. Pour cela, deux types d'essais seront réalisés : des essais de compression simple et des essais œdométriques. Ce chapitre se décompose en trois sections : la première section concerne l'étude du tenseur des forces capillaires en fonction de la succion, la seconde partie traite d'un essai de compression simple et la troisième partie décrit un essai œdométrique.

6.2 Etude des contraintes internes d'origine capillaire

Le tenseur des contraintes dans un milieu granulaire peut s'exprimer à partir de la contribution de chaque interaction entre les grains. Dans le cadre de sollicitations quasi-statiques, le tenseur des contraintes σ correspondant à N_i interactions compris dans un volume V peut s'écrire de la façon suivante [81, 127] :

$$\sigma_{\alpha\beta} = n_i \langle f_{\alpha} l_{\beta} \rangle = \frac{1}{V} \sum_{i=1}^{N_i} f_{\alpha}^i l_{\beta}^i \quad (6.1)$$

où $\vec{l}^i$ et $\vec{f}^i$ correspondent respectivement au vecteur intercentre (vecteur qui relie le centre des deux grains) et au vecteur définissant la force d'interaction correspondant à l'interaction i (figure 6.1). n_i représente la densité de ponts liquides définie par $n_i = \frac{N_i}{V}$. Cette expression est très utile pour calculer le tenseur des contraintes lors de simulations numérique.

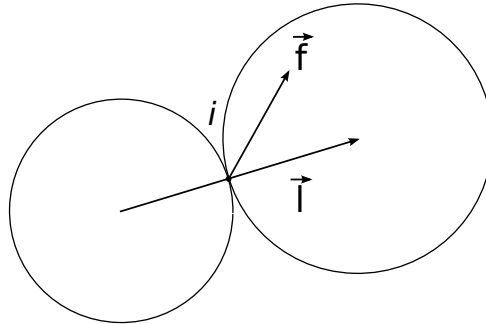


FIGURE 6.1 – Représentation du vecteur intercentre $\vec{l}$ et de la force d'interaction $\vec{f}$ au niveau du contact.

Le tenseur des contraintes peut être décomposé en deux contributions, un tenseur associé aux actions de contact $\sigma_{\alpha\beta}^{rep}$ (contrainte intergranulaire) et un tenseur associé aux actions d'origine capillaire $\sigma_{\alpha\beta}^{cap}$ [51, 112] :

$$\sigma_{\alpha\beta} = \sigma_{\alpha\beta}^{rep} + \sigma_{\alpha\beta}^{cap} \quad (6.2)$$

qui peut aussi s'écrire :

$$\sigma_{\alpha\beta} = \frac{1}{V} \sum_{i=1}^{N_c} f_{\alpha con}^i l_{\beta}^i + \frac{1}{V} \sum_{i=1}^{N_i} f_{cap}^i l^i \quad (6.3)$$

où N_c est le nombre de contacts, $f_{con}^{\rightarrow i}$ la force de contact entre les grains et $f_{cap}^{\rightarrow i}$ la force normale d'origine capillaire.

La contrainte capillaire moyenne $\frac{\sigma_{11}^{cap} + \sigma_{22}^{cap} + \sigma_{33}^{cap}}{3}$ est aussi appelée contrainte de résistance à la traction σ_c et représente l'intersection de la droite de rupture de Coulomb dans le plan (τ, σ_n) avec l'axe des abscisses dans le cas où la rupture se produit en traction [30]. Cette résistance à la traction peut être déterminée de façon numérique à l'aide de la définition des contraintes précédemment définie (équation 6.1) en ne considérant que les forces capillaires et peut être évaluée par l'expression suivante :

$$\sigma_c = \frac{1}{3} n_i < f_{cap} l > \approx \frac{1}{3} n_i l f_{cap} \quad (6.4)$$

L'approximation précédente est valable en supposant un échantillon monodisperse avec une isotropie de la distribution des directions de contact et une force d'attraction unique. n_i représente la densité de ponts liquides dans le matériau et est égale à :

$$n_i = \frac{Z_l}{2V_p} = \frac{3Z_l * c}{\pi < d >^3} \quad (6.5)$$

où Z_l représente le nombre de ponts liquide par grain, $< d >$ correspond au diamètre moyen des grains, c à la compacité et V_p correspond au volume moyen des grains. En supposant que $< l > \approx < d >$, σ_c s'écrit [51] :

$$\sigma_c = \frac{Z_l * c}{\pi < d >^2} < f_{cap} > \quad (6.6)$$

A partir de la contrainte de résistance à la traction, on peut calculer la valeur de la cohésion du matériau en faisant l'hypothèse que la rupture se produit en traction. A partir du critère de Mohr-Coulomb, on peut alors calculer la valeur de la cohésion c en fonction de l'angle de frottement interne φ et de la contrainte capillaire moyenne σ_c :

$$c = \sigma_c \tan \varphi \quad (6.7)$$

6.2.1 Evolution de la contrainte "capillaire" avec la succion

Afin d'étudier l'évolution de la contrainte capillaire avec la succion, on construit un échantillon relativement dense ($c = 0,6$) composé de grains monodisperses de rayon $R = 29 \mu m$ (figure 6.2a). Après tracé de la courbe de rétention de cet échantillon (figure 6.2b), la limite de coalescence est estimée pour une valeur de succion égale à $9200 Pa$. L'échantillon étant très compact, les variations de succion ne provoquent pas de mouvement des grains. Comme pour le tracé de la courbe de rétention, les positions des grains sont fixées et on affecte à chaque doublet le volume du pont liquide, et la force capillaire correspondante à la succion imposée.

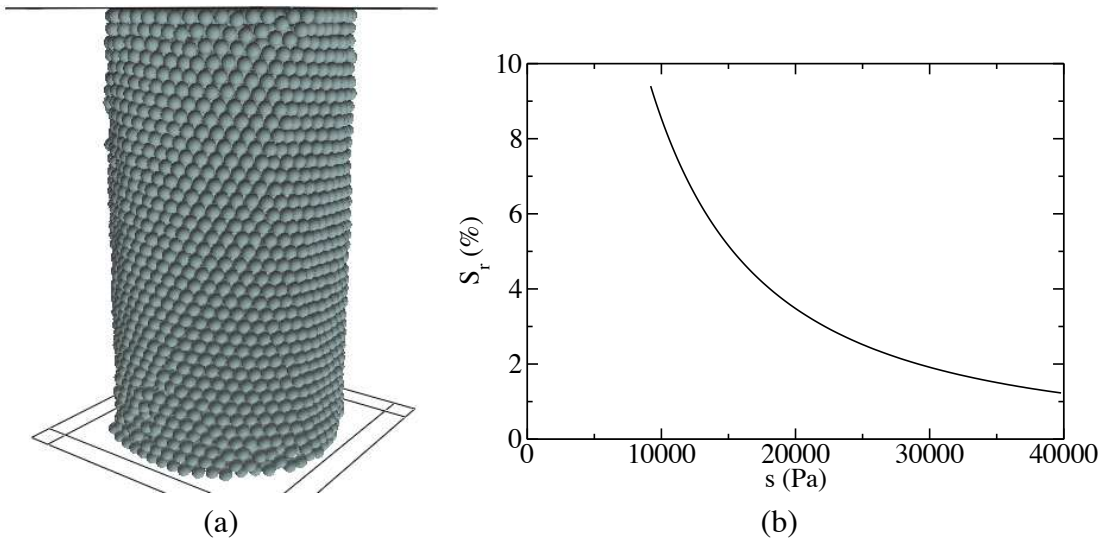


FIGURE 6.2 – (a) Echantillon utilisé pour le calcul des contraintes capillaires : $R = 29 \mu m$ et $c = 0,6$. (b) Courbe de rétention de l'échantillon ci-contre tracée dans le domaine pendulaire.

L'évolution de la contrainte capillaire en fonction de la succion est étudiée pour la répartition d'eau décrite par la courbe de rétention de la figure 6.2b. Dans un cas, la force capillaire est calculée à partir de l'expression de Soulié [117] et dans l'autre cas à l'aide de l'approximation toroïdale. Sur la figure 6.3, on remarque une différence de comportement entre ces deux méthodes. Dans le cas où la force capillaire est calculée à l'aide de l'expression de Soulié, la contrainte capillaire moyenne σ_c est une fonction décroissante de la succion tandis que dans le cas où la force capillaire est calculée avec l'approximation toroïdale, σ_c est légèrement décroissante voir constante en fonction de la succion. Ce comportement est étonnant car on s'attend à ce que la cohésion, directement liée aux contraintes capillaires, décroisse jusqu'à une valeur nulle pour les succions très fortes dans le cas d'un milieu granulaire grossier.

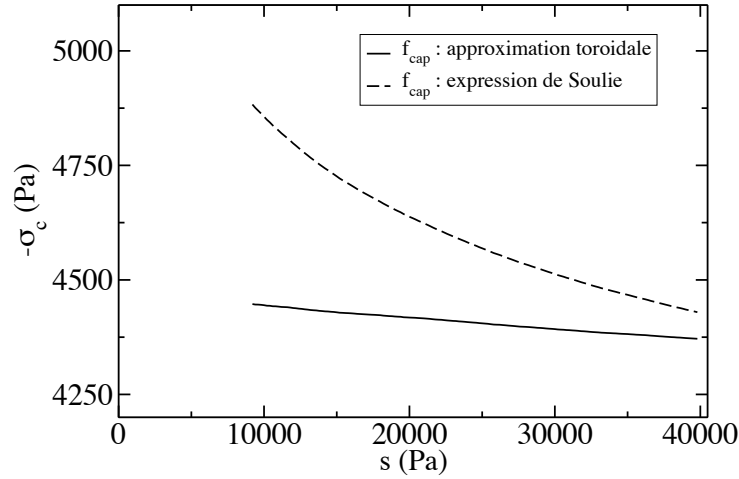


FIGURE 6.3 – Evolution de la contrainte capillaire moyenne en fonction de la suction.

Lors du séchage d'un matériau granulaire dense, l'évolution de σ_c va dépendre surtout du nombre de ponts liquides par grain Z_l et de la valeur de la force capillaire moyenne f_{cap} (d'après l'équation 6.6). Le nombre de ponts liquides par grain est une fonction décroissante de la suction (figure 6.4a) car la distance de rupture d'un pont liquide est une fonction décroissante de la suction. L'évolution de la force capillaire adimensionnée en fonction de la suction dépend de la méthode utilisée pour le calcul de la force capillaire (figure 6.4b déjà présentée au chapitre 2). Pour $D = 0$, la force capillaire issue de l'expression de Soulié est quasiment constante en fonction du volume (et de la suction) alors que l'expression de Richefeu ne dépend pas du volume (et de la suction). Pour les deux autres méthodes (approximation toroïdale et intégration de l'équation de Young-Laplace), la force capillaire est une fonction décroissante du volume du pont liquide et une fonction croissante de la suction (figure 6.4b).

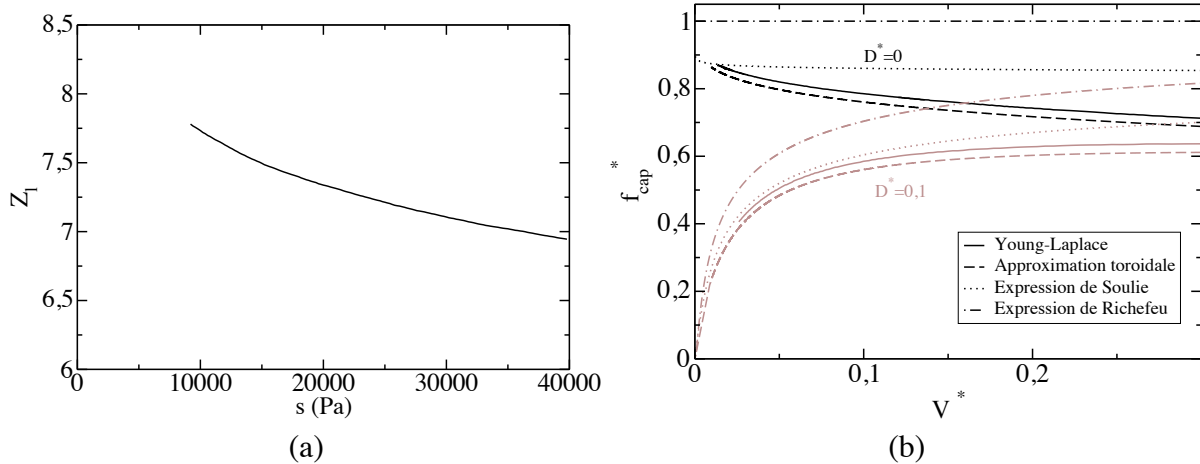


FIGURE 6.4 – (a) Evolution du nombre de ponts liquides par grain Z_l en fonction de la suction s . (b) Evolution de la force capillaire adimensionnée f_{cap}^* en fonction du volume adimensionné du pont V^* . Dans les deux cas, $R = 29 \mu m$.

La majorité des ponts liquides se situant entre particules en contact, on comprend alors pourquoi l'évolution de la contrainte capillaire moyenne calculée en utilisant l'expression de la force capillaire définie par Soulié suit l'évolution de la densité de ponts liquides par grain (figures 6.3 et 6.4a). En effet, on remarque que l'évolution de la contrainte capillaire est quasiment proportionnelle au nombre de ponts liquides par grain (les rapports $\frac{\sigma_c(s=9200 \text{ Pa})}{\sigma_c(s=40000 \text{ Pa})}$ et $\frac{Z(s=9200 \text{ Pa})}{Z(s=40000 \text{ Pa})}$ sont quasiment égaux). Par contre, dans le cas où la force capillaire est calculée avec l'approximation toroïdale la diminution de la densité de ponts liquides avec la succion est compensée par l'augmentation de la force capillaire moyenne avec la succion (figure 6.4).

6.2.2 Prise en compte de la rugosité des particules

Dans le chapitre 2, la rugosité des particules a été introduite. Sur la figure 6.5, deux particules rugueuses en contact sont présentées. On constate que les deux sphères lisses approchant la géométrie des grains ne sont alors pas en contact mais à une distance l_R l'une de l'autre. Pour prendre en compte la rugosité des particules, les distances intergranulaires sont translatées du nombre l_R dans les simulations numériques. La valeur de la force capillaire en fonction du volume se rapproche alors plus du comportement décrit sur la figure 6.4b pour une distance intergranulaire adimensionnée de 0, 1. On constate alors que la force capillaire est une fonction décroissante de la succion. Un autre questionnement est résolu avec l'introduction de la rugosité, il s'agit de l'évolution du nombre de ponts liquides avec la succion. Quand la rugosité n'est pas prise en compte, un pont liquide entre deux ponts au contact existe toujours quelque soit la valeur de la succion au regard de l'équation différentielle de Young-Laplace. Passé un certain niveau de succion pour lequel plus aucun pont liquide à distance intergranulaire non nulle existe, le nombre de ponts liquides minimum sera égal au nombre de particules au contact. L'introduction de la distance l_R permet d'éviter ce comportement en permettant la rupture des ponts liquides dans le cas de particules en contact pour des teneurs en eau très faibles.

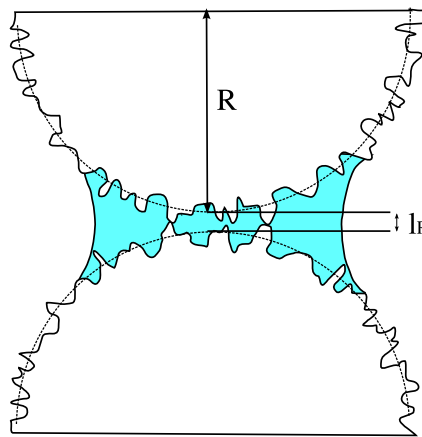


FIGURE 6.5 – Définition d'une rugosité

Pour un assemblage de grains monodisperse, on s'intéresse à l'évolution de la courbe de

rétenction et à la valeur de la contrainte capillaire moyenne avec la succion pour différents niveaux de rugosité. On constate que la valeur de la contrainte capillaire moyenne en valeur absolue diminue avec l'augmentation de la rugosité des particules (figure 6.6a). L'évolution de la contrainte capillaire moyenne en fonction de la succion est alors de plus en plus décroissante avec les niveaux de rugosité. En même temps, l'introduction de cette rugosité a pour effet de diminuer la capacité de rétenction d'eau du milieu granulaire (figure 6.6b).

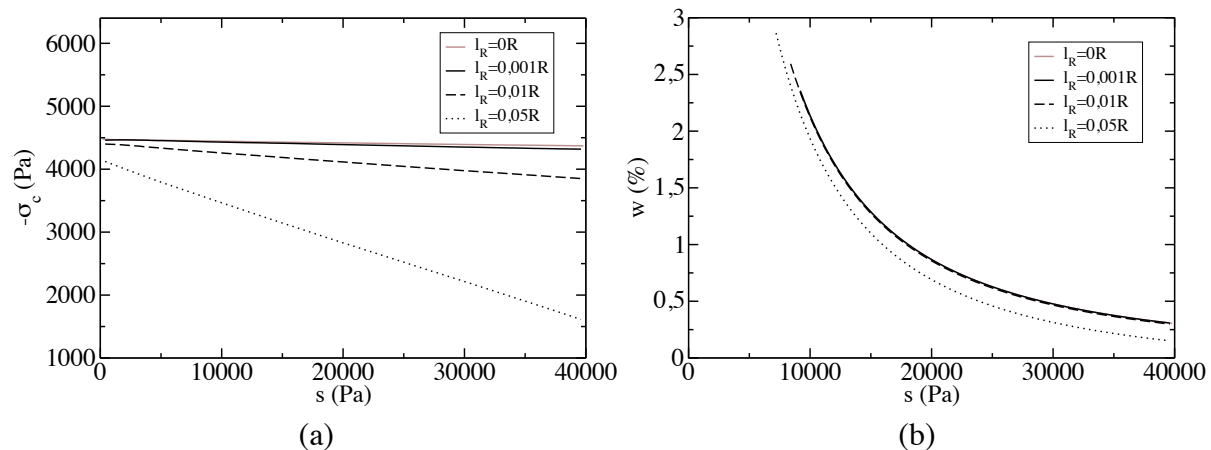


FIGURE 6.6 – Influence de la rugosité sur σ_c (figure a) et sur la courbe de rétenction (figure b).

6.3 Compression simple à gravité nulle

Dans cette partie, on s'intéresse à la résistance à la compression simple d'un échantillon de forme cylindrique de 8000 grains (figure 6.7a) de hauteur $2,2\text{ cm}$ et de diamètre égal à $1,3\text{ cm}$. Cet échantillon est polydisperse et sa courbe granulométrique est illustrée sur la figure 6.7a. Sa courbe de rétenction est illustrée sur la figure 6.7b. Les diamètres des grains sont compris entre $0,2\text{ mm}$ et $1,6\text{ mm}$. La protocole de fabrication de l'échantillon numérique est le suivant :

1. Une distribution continue de grains polydisperses est générée selon la méthode proposée par Voivret et al. [126].
2. Les grains sont déposés par gravité dans un cylindre sans activation de la force capillaire.
3. Une compression isotrope à 100 Pa est appliquée sur l'échantillon jusqu'à l'équilibre de celui-ci. La gravité est égale à zéro et la force capillaire entre les grains n'est toujours pas activée. A l'équilibre, le plateau supérieur est maintenu dans sa position.
4. La force capillaire entre les grains est activée.
5. L'échantillon est ensuite sollicité en compression uniaxiale à la vitesse de $0,001\text{ m/s}$.

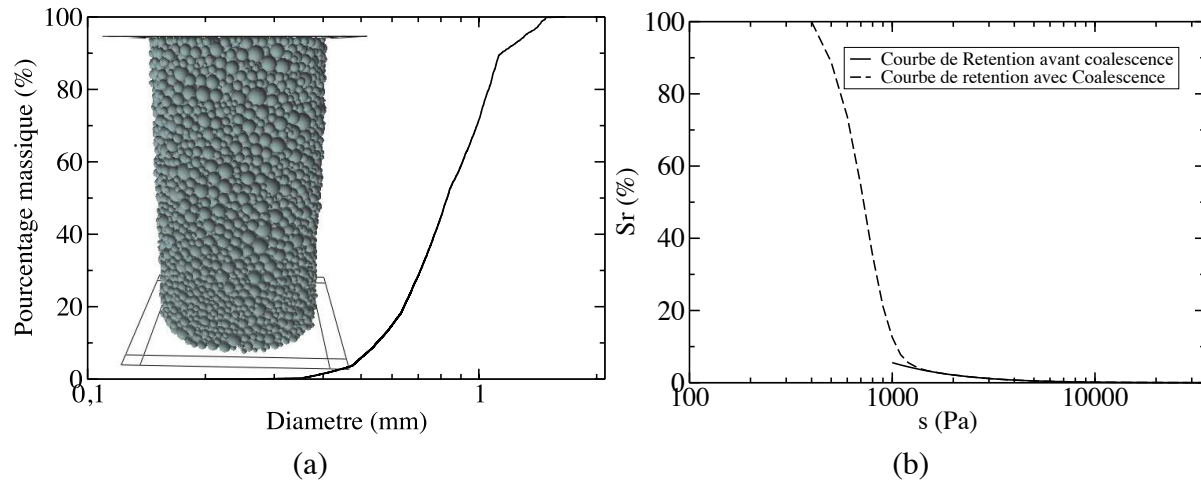


FIGURE 6.7 – (a) Courbe granulométrique de l'échantillon utilisé et vue de l'échantillon. (b) Courbe de rétention de l'échantillon.

Les paramètres utilisés pour la simulation numérique sont décrits sur le tableau 6.1. Le frottement entre les parois et les grains est très faible. L'essai de compression simple est réalisé à gravité nulle pour isoler les effets de la succion sur le comportement mécanique.

Paramètres	Valeurs
Pas de temps (s)	10^{-6}
Taux d'amortissement normal	0,8
Raideurs normales de contact (N/m)	1000
Coefficients de frottement grain-grain et grain-paroi	0,5
Coefficients de régularisation tangentielle grain-grain (Ns/m)	1000
Coefficients de régularisation tangentielle grain-paroi (Ns/m)	1000
Angle de contact $\theta(^{\circ})$	0
Tension superficielle γ	0,073 N/m

TABLE 6.1 – Valeurs des paramètres pour la simulation de la compression simple sans gravité.

Le calcul de la contrainte appliquée au matériau lors de l'essai de compression simple peut être effectué de deux différentes manières :

- On peut considérer la résultante des forces verticales appliquée à la paroi supérieure et diviser celle-ci par la surface de la tranche supérieure de l'échantillon.
- Il est aussi possible de considérer la contrainte verticale du tenseur des contraintes calculé dans le volume à l'aide de l'équation 6.1.

Lors des simulations, on a pu noter une très bonne concordance des valeurs de la contrainte verticale entre les deux méthodes. Le calcul des contraintes latérales à l'aide de la seconde méthode donne des valeurs proches de zéro, ce qui est en accord avec le fait que l'échantillon soit non confiné.

6.3.1 Etude de l'influence de la succion

La figure 6.8 présente une comparaison entre trois essais de compression simple réalisés pour trois différentes valeurs de la succion à gravité nulle. On distingue deux parties dans l'essai de compression : une première partie élastique où la contrainte croît avec les déformations jusqu'à un pic (σ_{rupt}) et une seconde partie qui correspond à un domaine plastique où la contrainte évolue peu avec la déformation. Cette seconde partie est étonnante pour un essai de compression simple-car la rupture est nette lors d'un essai de compression simple habituel- mais elle peut s'expliquer en partie par l'absence de gravité. On remarque que la contrainte à la rupture est d'autant plus grande que la succion est faible dans le domaine pendulaire. La contrainte à la rupture σ_{rupt} est égale à $96 Pa$, $72 Pa$ et $61 Pa$ pour des succions respectives de $1000 Pa$, $4000 Pa$ et $8000 Pa$. Ce résultat est en accord avec les résultats de Richefeu et al. [104] qui avait remarqué de manière expérimentale et numérique une diminution de la cohésion avec la diminution de la teneur en eau (donc une augmentation de la succion).

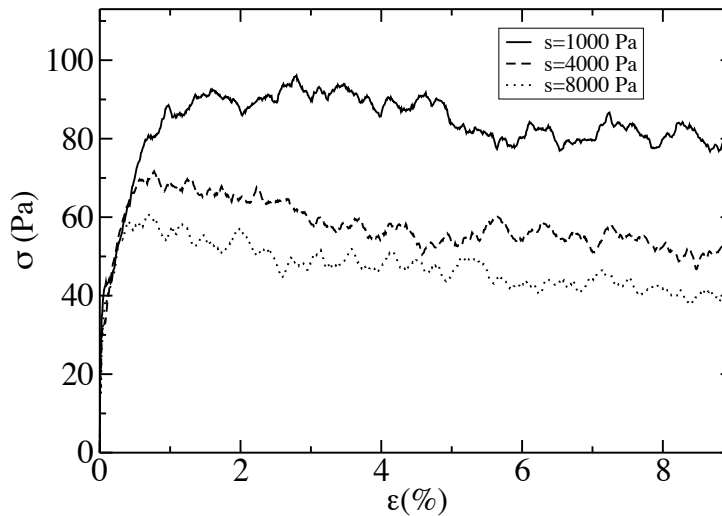


FIGURE 6.8 – Courbe contrainte-déformation de l'essai de compression simple

A partir de la théorie de Coulomb, il est possible d'estimer la valeur de la contrainte à la rupture du matériau granulaire [30] : $\frac{q}{p}$ peut s'exprimer en fonction de l'angle de frottement interne ϕ et de la cohésion c :

$$\frac{q}{p} = \frac{6}{3 - \sin \phi} \left(\sin \phi + \frac{c}{p} \cos \phi \right) \quad (6.8)$$

La compression simple est un cas particulier de l'essai triaxial dans le sens où les contraintes latérales sont nulles $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$. $\frac{q}{p} = 1$ car $q = \sigma_1 - \sigma_3$ et $p = \frac{1}{3}(\sigma_1 + 2\sigma_3)$. La contrainte de compression maximale $\sigma_{VertMax}$ ($\sigma_{VertMax} = 3p$ dans le cas de la compression simple) peut donc être directement déduite de ces deux expressions :

$$\sigma_{VertMax} = \frac{2 \cos \varphi}{1 - \sin \varphi} c \quad (6.9)$$

Cette expression de la contrainte à la rupture est directement reliée à la valeur de la cohésion c et à l'angle de frottement interne φ . On a vu dans l'introduction que si la rupture se produit en traction alors $c = \sigma_c \tan \varphi$. Dans ce cas là, la valeur de la contrainte à la rupture devrait être étroitement liée à la contrainte capillaire moyenne σ_c .

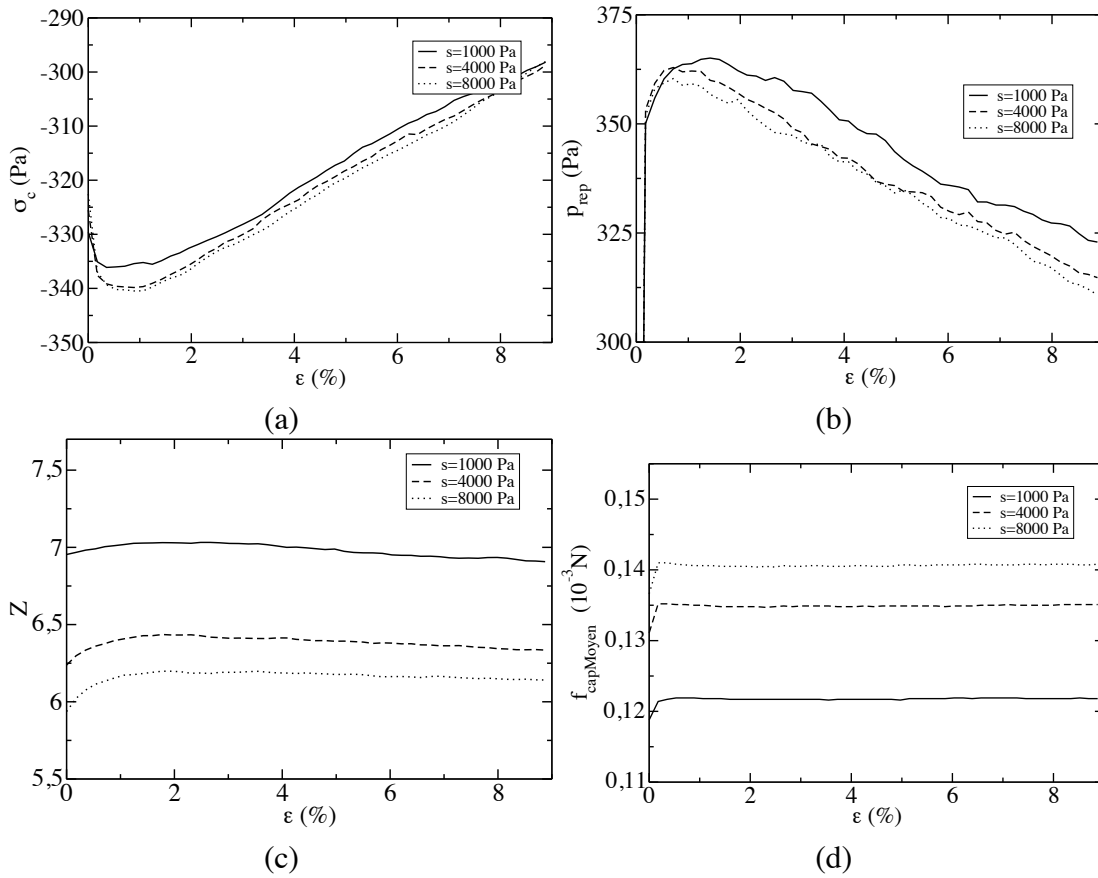


FIGURE 6.9 – (a) Evolution du tenseur des forces capillaires en fonction de la déformation. (b) Evolution du tenseur des forces de répulsion en fonction de la déformation. (c) Nombre de ponts liquides par grain en fonction de la déformation. (d) Valeur de la force capillaire moyenne en fonction de la déformation.

Dans le cadre de nos essais, il est surprenant de remarquer que malgré le fait que la valeur de $|\sigma_c|$ est quasiment indépendante de la suction (on note même une légère augmentation de $|\sigma_c|$ avec la suction) en fonction de la déformation (figure 6.9a), la valeur de la contrainte à la rupture σ_{rupt} diffère pour les trois différentes succions étudiées. Il semblerait donc que la valeur de σ_c ne nous permette pas de conclure sur la valeur de la contrainte à la rupture. L'évolution de la contrainte moyenne de répulsion $p_{rep} = \frac{\sigma_{11}^{rep} + \sigma_{22}^{rep} + \sigma_{33}^{rep}}{3}$ en fonction de la déformation est sensiblement équivalente pour les trois succions (figure 6.9b). La décomposition du tenseur des

contraintes en une contrainte d'origine capillaire et une contrainte qui a pour origine le contact entre les grains ne semble donc pas très pertinente pour l'analyse de la rupture lors d'un essai de compression simple. La vérification que $p_{rep} + \sigma_c = \frac{\sigma_{appliquée}}{3}$ a été effectuée avec succès. Les origines de la constance de σ_c sont les mêmes que celles citées précédemment, à savoir une diminution du nombre de ponts par grain (figure 6.9c) compensée par une augmentation de la force capillaire moyenne en fonction de la succion (figure 6.9d). On remarque sur la figure 6.9c une diminution du nombre de ponts liquides par grain en fonction de la succion qui s'explique par une diminution de la distance de rupture des ponts liquides et donc du nombre de ponts liquides entre particules hors contact (orientées préférentiellement de façon horizontale) avec l'augmentation de la succion (figures 6.10a et 6.10b). Cette diminution du nombre de ponts liquides est directement liée à la teneur en eau du milieu qui diminue avec l'augmentation de la succion.

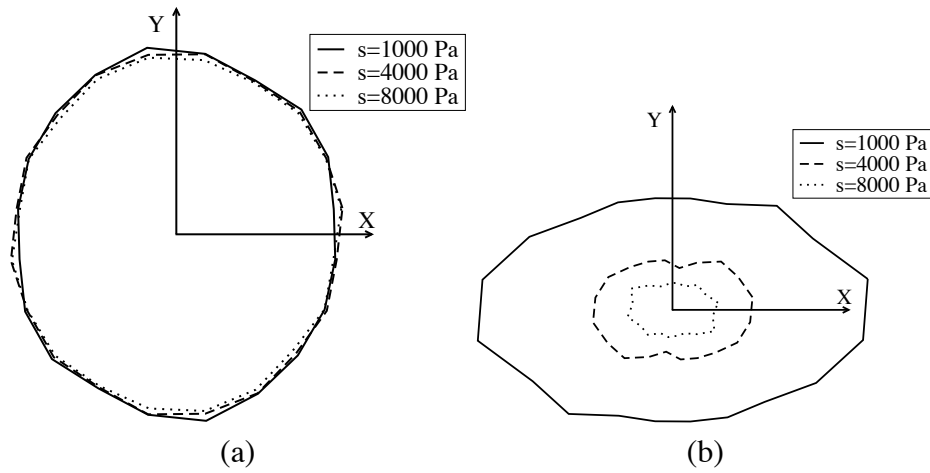


FIGURE 6.10 – Diagrammes polaires du nombre de liens en fonction de la direction du lien. (a) Interactions entre grains en contact. (b) Interactions entre grains qui ne sont pas au contact.

Pour expliquer cette différence de contrainte à la rupture en fonction de la succion malgré une constance de la contrainte capillaire moyenne, le tenseur des contraintes a été décomposé en un tenseur représentant les interactions de traction (négatives) σ_{neg} et un tenseur représentant les interactions de compression (positives) σ_{pos} :

$$\sigma_{\alpha\beta} = \sigma_{\alpha\beta}^{pos} + \sigma_{\alpha\beta}^{neg} \quad (6.10)$$

Cette décomposition permet clairement de distinguer la différence entre les trois essais présentés (figures 6.11a et 6.11b). En effet, on note une augmentation de la contrainte moyenne associée aux interactions de traction (négatives) $p_{neg} = \frac{\sigma_{11}^{neg} + \sigma_{22}^{neg} + \sigma_{33}^{neg}}{3}$ en valeur absolue accompagnée d'une diminution de la contrainte moyenne associée aux interactions de compression (positives) $p_{pos} = \frac{\sigma_{11}^{pos} + \sigma_{22}^{pos} + \sigma_{33}^{pos}}{3}$ en fonction de la succion. Il est aussi intéressant de noter que le niveau de p_{neg} est proche de celui de la contrainte à la rupture σ_{rupt} . Il semblerait que cette décomposition soit pertinente pour l'étude de la rupture en compression simple.

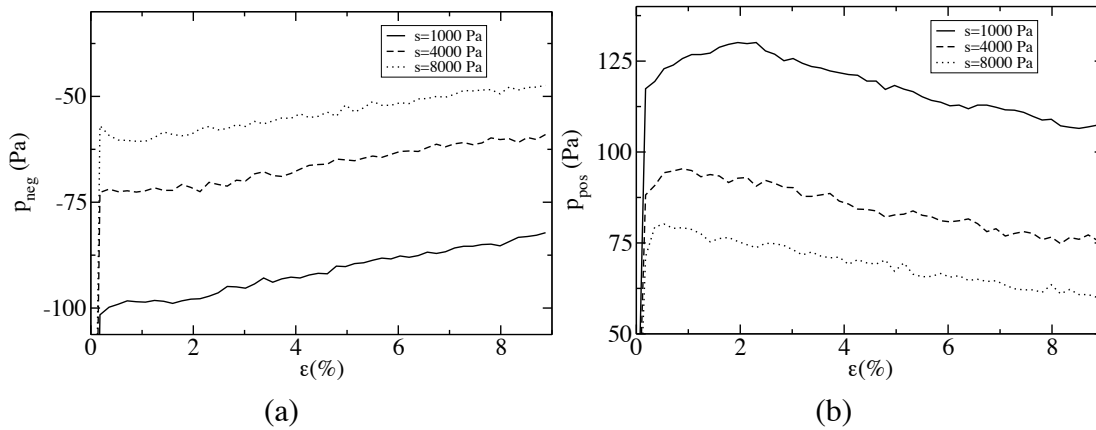


FIGURE 6.11 – Evolution de p_{neg} (figure a) et de p_{pos} (figure b) en fonction de la déformation.

L'augmentation de p_{neg} quand la succion diminue semble corrélée à une augmentation du nombre d'interactions de traction (figure 6.12). Ces interactions sont orientées préférentiellement dans la direction horizontale alors que les interactions de compression sont plutôt orientées verticalement (figure 6.12). On note que le nombre d'interactions de traction (figure 6.12) et que l'intensité de la contrainte associée aux interactions de traction (figure 6.13) sont loin d'être négligeables dans la direction verticale. Ceci peut s'expliquer en partie par l'hétérogénéité de la transmission des forces dans les milieux granulaires. En effet, dans ces milieux, il existe des chaînes de forces fortes qui supportent une grande partie de la contrainte et en même temps des chaînes de forces faibles [102] dans lesquelles la force capillaire peut dominer la force de contact. Cette hétérogénéité est accentuée par la polydispersité du milieu [126].

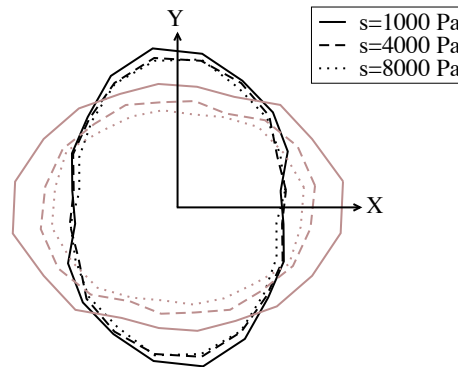


FIGURE 6.12 – Diagramme polaire du nombre de liens en fonction de la direction du lien (en noir, les interactions de compression et en marron, les interactions de traction).

Sur la figure 6.13, on peut remarquer que les contraintes latérales issues des interactions de compression et de traction ont quasiment la même valeur algébrique et donc s'annulent mutuellement ce qui est cohérent avec l'essai de compression simple (absence de confinement latéral). De même, dans la direction verticale, la somme des contraintes issues des interactions positives et négatives est égale à la contrainte appliquée sur l'échantillon.

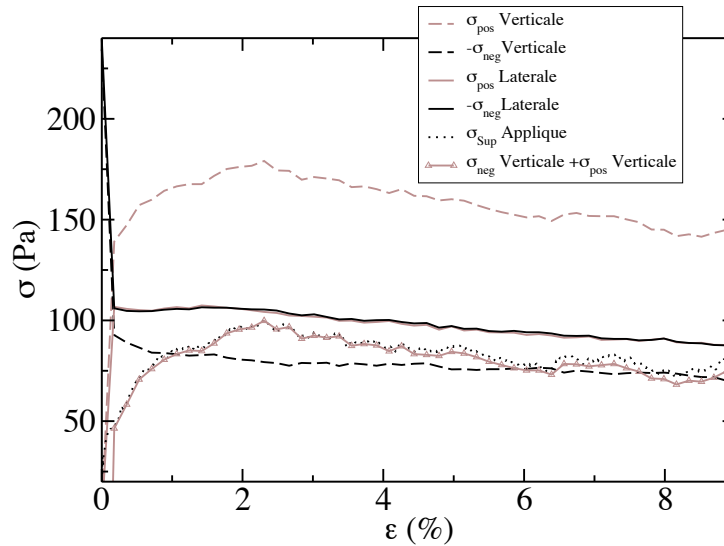


FIGURE 6.13 – Comparaison des valeurs des contraintes dans les directions latérale et verticale.

On peut décomposer les interactions de traction entre celles qui ont lieu au contact et celles qui ont lieu hors contact. Au contact, le nombre de ces interactions dépend très peu de la succion (figure 6.14a). Hors contact, cependant, on note une nette différence de leur nombre en fonction des trois niveaux de succions (figure 6.14a) qui s'explique par la diminution de la distance de rupture des ponts liquides en fonction de la succion. Sur la figure 6.14b, on remarque que pour les interactions de traction au contact, la valeur de la contrainte associée est faiblement influencée par la succion. Par contre, pour les interactions de traction hors contact, on remarque une forte dépendance de la contrainte associée en fonction de la succion. Il semblerait donc que ce soit le nombre des interactions à distance qui dans ce cas là distinguent les 3 différents essais et explique la différence de contrainte à la rupture enregistrée.

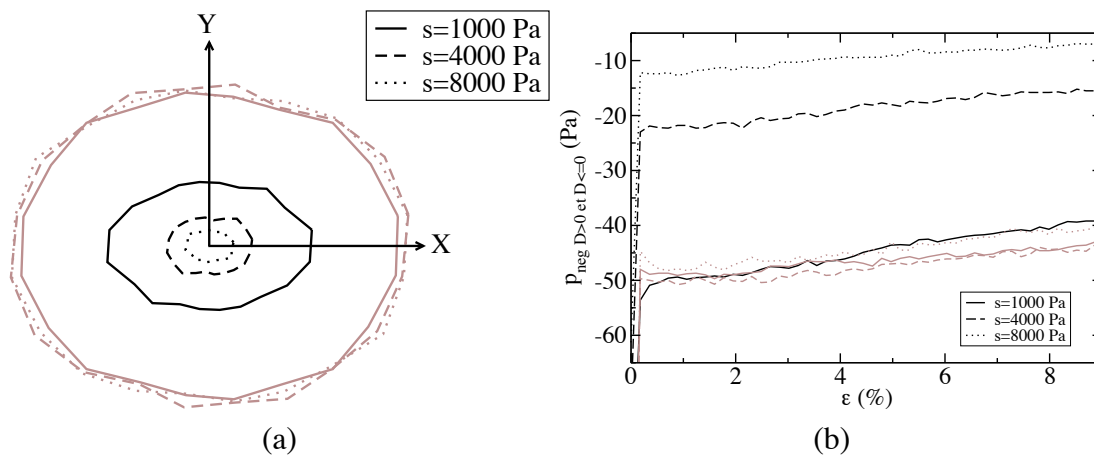


FIGURE 6.14 – (a) Diagramme polaire du nombre d'interactions de traction au contact (en marron) et hors contact (en noir) en fonction de la direction d'interaction. (b) Contrainte associée aux interactions de traction dans le cas de grains au contact (en marron) et hors contact (en noir).

Dans le cas de la compression simple il semblerait donc que la valeur de la cohésion c ne soit pas uniquement reliée à σ_c mais dépende surtout des interactions de traction entre les grains et de leur contrainte moyenne associée p_{neg} . Il semblerait donc que les forces capillaires agissant entre grains en compression n'influent pas sur le comportement à la rupture lors d'un essai de compression simple.

6.3.2 Etude de l'influence de la rugosité

On s'intéresse à l'effet d'une rugosité sur le comportement mécanique. Dans les essais précédents, à l'état initial les teneurs en eau des différents échantillons sont $w = 1,43\%$, $w = 0,18\%$ et $w = 0,06\%$ pour des succions respectives de $s = 1000 Pa$, $s = 4000 Pa$ et $s = 8000 Pa$. Dans les deux derniers cas, les teneurs en eau sont relativement faibles et le comportement du milieu devrait s'apparenter à un milieu granulaire sec et avoir une cohésion nulle, or ce n'est pas le cas. Ce comportement se retrouve lors d'essais numériques de compression simple réalisés par Richefeu [104] et Soulié [116] (figure 6.15) sur un échantillon de billes polydisperses dont le diamètre est compris entre $0,8$ et $1,3 mm$. Dans ces essais, le choix de répartition de l'eau est la répartition à volume constant décrite dans le chapitre 4. Pour les faibles teneurs en eau, on peut noter un écart important entre les résultats expérimentaux et numériques (figure 6.15). Dans le cas des essais expérimentaux, la contrainte à la rupture est très faible pour les faibles teneurs en eau et augmente progressivement avec l'augmentation de la teneur en eau. Dans le cas des simulations numériques, la contrainte à la rupture augmente brutalement avec l'introduction d'eau dans le milieu. L'écart entre les valeurs expérimentales et numériques se réduit avec l'augmentation de la teneur en eau (figure 6.15). Dans tous ces essais (répartition à succion constante et à volume constant), chaque contact possède un pont liquide quelle que soit la valeur de la teneur en eau. Le comportement observé est donc assez éloigné de la réalité.

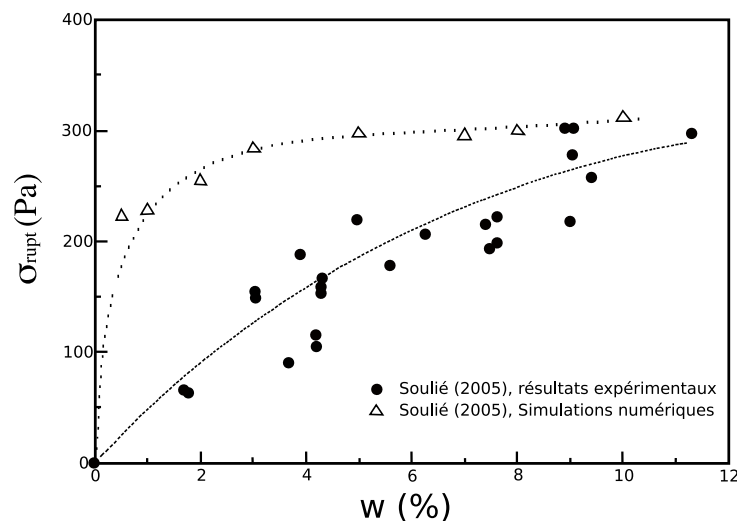


FIGURE 6.15 – Etude expérimentale et numérique de la compression simple [116]

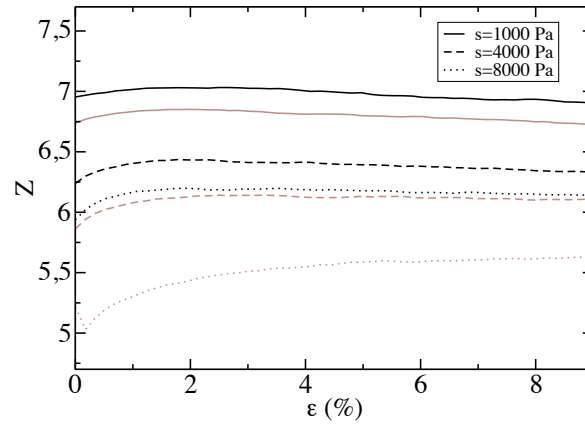


FIGURE 6.16 – Nombre de ponts liquides par grain en fonction de la déformation pour différentes valeurs de succions sans tenir compte de la rugosité (en noir) avec une rugosité égale à 2% du rayon minimum des deux grains de chaque doublet capillaire présents dans l'échantillon (en marron).

Pour pallier ce défaut de notre modèle, on introduit une rugosité définie dans la première section qui va permettre la rupture de ponts liquides entre grains au contact. L'introduction de la rugosité entraîne une diminution du nombre de ponts liquide par grain (figure 6.16). On remarque que la rugosité a bien l'effet escompté, c'est à dire une diminution de la contrainte à la rupture (figure 6.17). Cet effet est d'autant plus marqué que la suction est grande (figure 6.17). La prise en compte de la rugosité des particules semble donc avoir une grande importance notamment lorsque l'on s'intéresse aux fortes valeurs de succions (teneurs en eau très faibles). On peut donc penser que la prise en compte de la rugosité peut compenser le manque des modèles présentés précédemment et permettre une meilleure transition entre l'état non saturé et l'état sec.

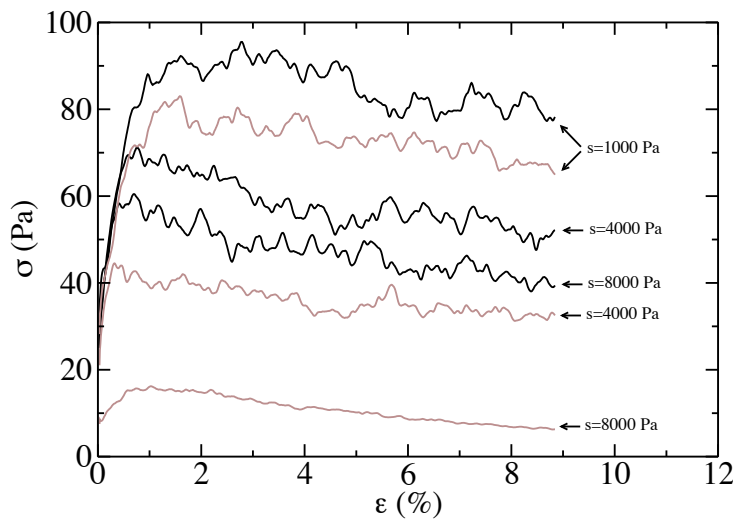


FIGURE 6.17 – (a) Courbes contrainte-déformation sans tenir compte de la rugosité (en noir) et avec une rugosité égale à 2% du rayon minimum des deux grains de chaque doublet capillaire présents dans l'échantillon (en marron).

Les figures 6.18a, 6.18b, 6.18c et 6.18d permettent de confirmer la pertinence de la décomposition du tenseur de contrainte en un tenseur associé aux interactions de traction et un tenseur associé aux interactions de compression. On remarque bien que la contrainte à la rupture ne dépend pas directement de σ_c . En effet on peut remarquer que l'essai réalisé à une succion de 1000 Pa avec rugosité, malgré une contrainte capillaire moyenne plus faible en valeur absolue possède une contrainte à la rupture plus grande que les essais réalisés à des succions de 4000 Pa et 8000 Pa sans rugosité. Par contre, pour ce qui concerne p_{neg} , l'évolution de la contrainte à la rupture est d'autant plus grande que $|p_{neg}|$ est grand.

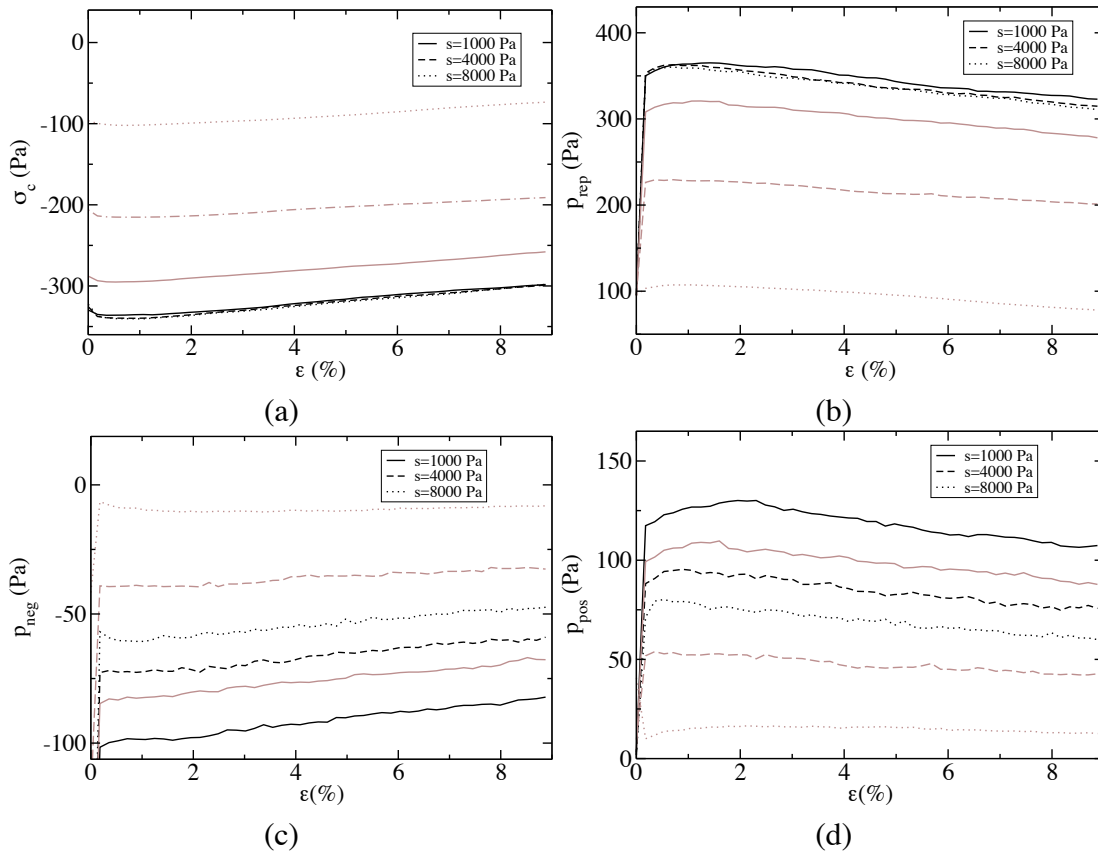


FIGURE 6.18 – Evolutions de la contrainte capillaire moyenne (figure a), de la contrainte moyenne de répulsion (figure b), de la contrainte moyenne associée aux interactions de traction (figure c) et de la contrainte moyenne associée aux interactions de compression (figure d) en fonction de la déformation pour différentes succions dans le cas d'une rugosité nulle (en noir) et d'une rugosité des particules égale à 2% du rayon minimum des deux grains du doublet (en marron).

6.3.3 Comparaison entre différentes méthodes de répartition de l'eau

Dans cette sous-section, les deux différentes méthodes de répartition présentées dans le chapitre 4 sont comparées. La première méthode consiste à répartir l'eau en imposant une succion globale à l'échantillon et la seconde méthode consiste à répartir les volumes des ponts liquide

en suivant un critère arbitraire basé sur le rayon des grains de chaque doublet. Dans le premier cas, le volume du pont liquide évolue avec la distance intergranulaire entre les grains et dans l'autre cas il est constant.

1. Un premier essai a été réalisé pour une succion de 1000 Pa . On remarque sur la figure 6.19 que la teneur en eau évolue très peu au cours de la déformation du milieu lors d'un essai de traction. La valeur de la teneur en eau est d'environ 1,43%.
2. Un second essai a été effectué toujours en utilisant la première méthode pour la répartition de l'eau mais en calculant la force capillaire à partir de l'expression développée par Richefeu et al. [105] (dont l'évolution en fonction du volume est présentée sur la figure 6.4 aussi utilisée dans la seconde méthode de répartition de l'eau).
3. Enfin, un troisième essai utilisant la seconde méthode de répartition de l'eau a été effectué pour une teneur en eau de 1,43%.

Ces trois essais sont comparés sur la figure 6.19. On remarque que la contrainte à la rupture est nettement plus importante lors du troisième essai que lors du deuxième essai. Cette différence s'explique par la méthode de répartition de l'eau car la seule différence entre le deuxième et le troisième essai provient de la gestion de la répartition de l'eau dans l'échantillon, l'expression utilisée pour le calcul de la force capillaire étant la même. La méthode de calcul de la force a aussi une influence sur le résultat final, avec une contrainte à la rupture plus importante quand la force capillaire est calculée avec l'expression de Richefeu. Néanmoins cette influence reste nettement moins importante que la méthode de répartition de l'eau.

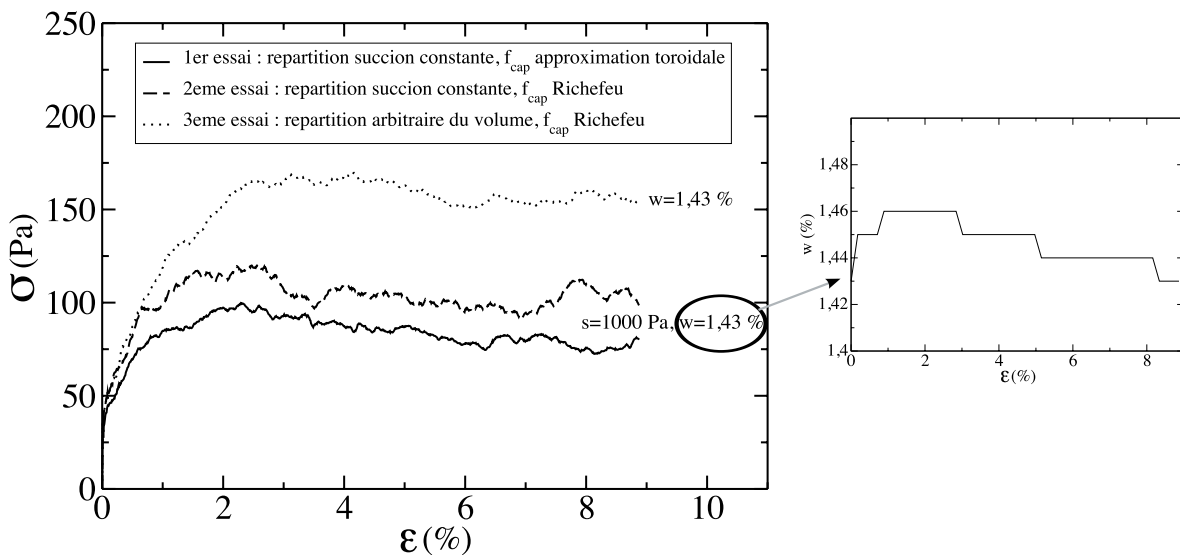


FIGURE 6.19 – Contrainte verticale appliquée en fonction de la déformation verticale de l'échantillon : comparaison entre différentes méthodes de répartition de l'eau et de calcul de la force capillaire. Dans les trois cas la teneur en eau de l'échantillon est égale 1,43%. A droite, évolution de la teneur en eau avec la déformation : $s = 1000 Pa$

Sur la figure 6.20a, on note que le nombre de ponts liquides par grain est plus important quand on utilise la seconde méthode de répartition d'eau plutôt que la première méthode. Cette différence s'explique certainement par la différence entre les distances de rupture à succion constante et à volume constant pour un même volume observée lors du chapitre 2. En effet, on remarque que le nombre de ponts liquides entre grains au contact est quasiment le même pour les deux méthodes 6.20b alors que le nombre de ponts liquides entre grains qui ne sont pas en contact est différent 6.20c. Cette différence est encore plus marquée dans la direction transversale, direction dans laquelle les grains ont tendance à s'éloigner lors d'un essai de compression. Enfin, si on compare les deux premiers essais, on s'aperçoit que la contrainte à la rupture est supérieure dans le cas où la force capillaire est calculée avec l'expression de Richefeu et al. Il semblerait donc que l'utilisation de la méthode de répartition de l'eau à succion constante associée au calcul de la force avec l'expression toroïdale puisse limiter la sur-estimation de la contrainte à la rupture observée par Soulié lors de la comparaison entre ses essais expérimentaux et numériques de compression simple (figure 6.15). Il reste cependant à vérifier cela lors d'essais de compression simple à gravité non nulle sur le même échantillon que celui utilisé par ces auteurs pour confirmer la justesse de cette analyse.

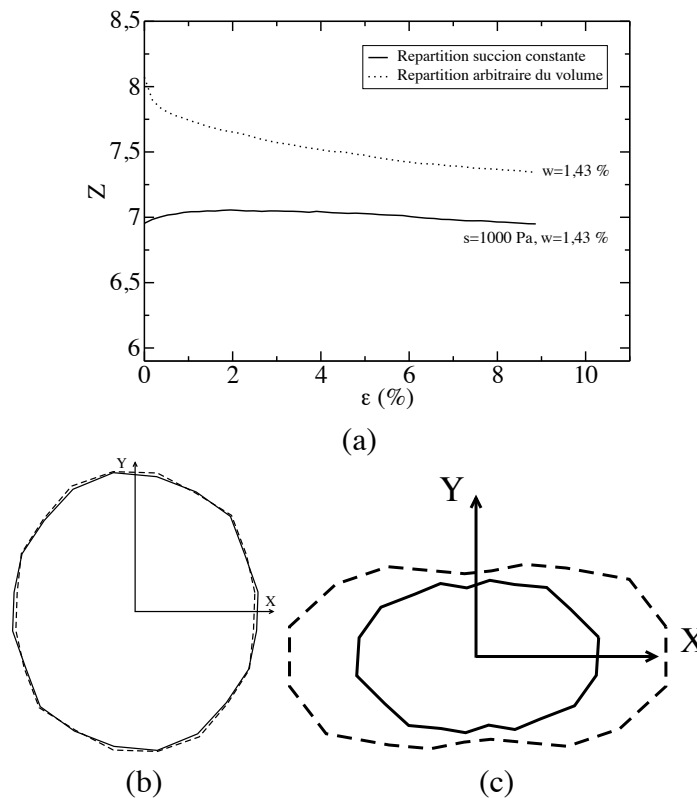


FIGURE 6.20 – (a) Nombre de ponts liquides par grain en fonction de la déformation pour différentes valeurs de succions. (b) et (c) : Diagramme polaire du nombre d'interactions au contact (figure b) et hors contact (figure c) en fonction de la direction de l'interaction. En pointillé, répartition arbitraire du volume et en traits pleins, répartition à succion constante

6.4 Œdomètre

Dans cette section, on s'intéresse à la simulation d'essais œdométriques. L'échantillon utilisé pour la simuler un essai œdométrique sans gravité est de forme cylindrique (figure 6.21 a) et est composé de 5300 grains. Cet échantillon est polydisperse et sa courbe granulométrique est illustrée sur la figure 6.7a. Sa courbe de rétention est illustrée sur la figure 6.7b. Les diamètres des grains sont compris entre 0,4 mm et 1,2 mm. Pour étudier l'effet de la cohésion lors d'un essai œdométrique, il a été décidé d'utiliser un échantillon très lâche. Le premier état stable est réalisé en cinq étapes :

1. Dans un premier temps, une distribution continue de grains polydisperses est générée selon la méthode proposée par Voivret et al. [126].
2. Les grains sont ensuite disposés dans un cylindre par dépôt gravitaire sans activation de la force capillaire entre les grains.
3. Le rayon des grains est alors réduit d'un rapport 1,2.
4. Des vitesses aléatoires dans toutes les directions de l'espace sont données à chaque grain et la cohésion est activée avec une succion de 1000 Pa.
5. Une pression de 10 Pa est appliquée sur le mur supérieur. L'état initial alors créé est un échantillon très lâche dont l'indice des vides est égal à 1,4.

La diminution du rayon des grains et la dispersion avec activation de la cohésion des grains de manière aléatoire dans l'espace sont des opérations réalisées dans le but de générer un échantillon lâche. Une fois le premier état généré, l'essai consiste à imposer différents paliers de contrainte sur le mur supérieur le tout à succion constante et à attendre l'équilibre du milieu. L'équilibre est décrété lorsque la variation de l'indice des vides entre deux pas de calcul est inférieure à 10^{-4} .

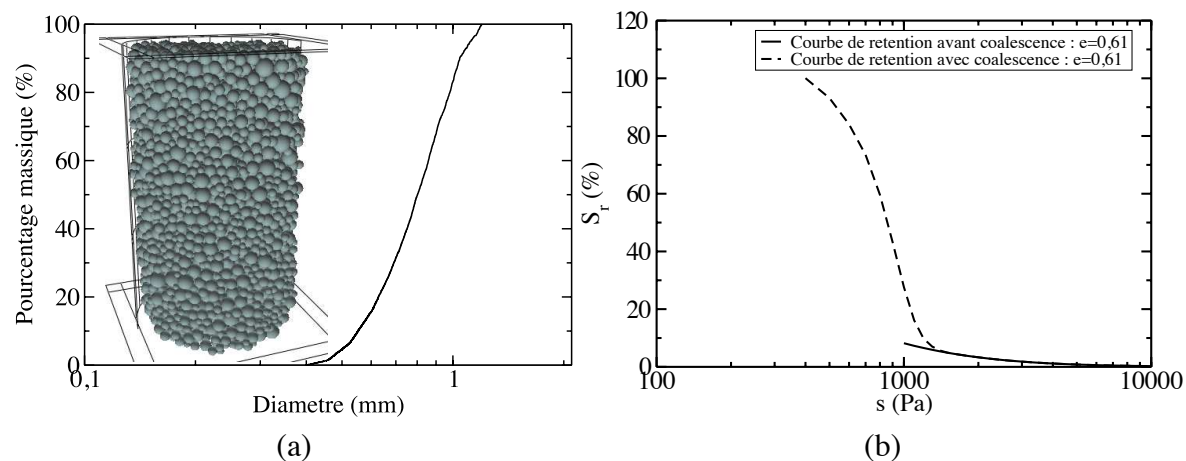


FIGURE 6.21 – (a) Courbe granulométrique de l'échantillon utilisé et vue de l'échantillon. (b) Courbe de rétention de l'échantillon pour un indice des vides égal à 0,61.

Les paramètres utilisés pour la simulation numérique sont décrits sur le tableau 6.2. Le frottement entre les parois et les grains est très faible. L'essai de compression œdométrique est réalisé à gravité nulle pour isoler les effets de la succion sur le comportement mécanique du milieu granulaire.

Paramètres	Valeurs
Pas de temps (s)	$5 \cdot 10^{-7}$
Taux d'amortissement normal	0,5
Raideurs normales de contact (N/m)	10000
Coefficient de frottement grain-grain	0,2
Coefficient de frottement grain-paroi	0,3
Coefficients de régularisation tangentielle grain/grain (Ns/m)	2857
Coefficients de régularisation tangentielle grain/paroi (Ns/m)	10^{-6}
Angle de contact $\theta(^{\circ})$	0
Tension superficielle γ	$0,073 \text{ N/m}$

TABLE 6.2 – Valeurs des paramètres pour la simulation de l'essai œdométrique sans gravité.

Dans un premier temps l'indice des vides décroît fortement en fonction de la contrainte appliquée σ_{appli} puis cette diminution ralentit quand l'indice des vides devient faible 6.22. On note que l'échantillon soumis à une succion de 1000 Pa résiste mieux à la compression œdométrique que l'échantillon soumis à une succion de 8000 Pa. Cette observation va de pair avec les essais de compression simple dans lesquels on a pu remarquer une diminution de la contrainte à la rupture avec l'augmentation de la succion. Une vue des différents états d'équilibre est donnée sur la figure 6.23 qui permet de voir la forte déformation de l'échantillon lors de l'essai.

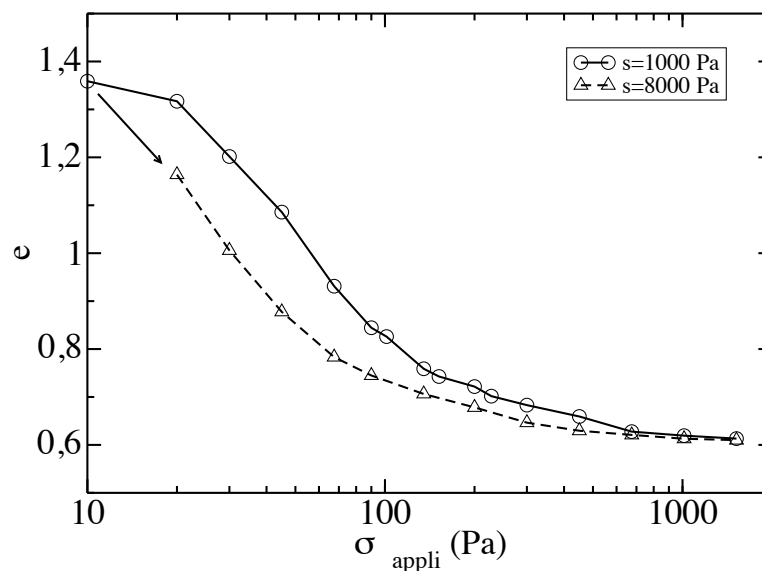


FIGURE 6.22 – Evolution de l'indice des vides en fonction de la contrainte appliquée σ_{appli} pour deux différentes valeurs de la succion.

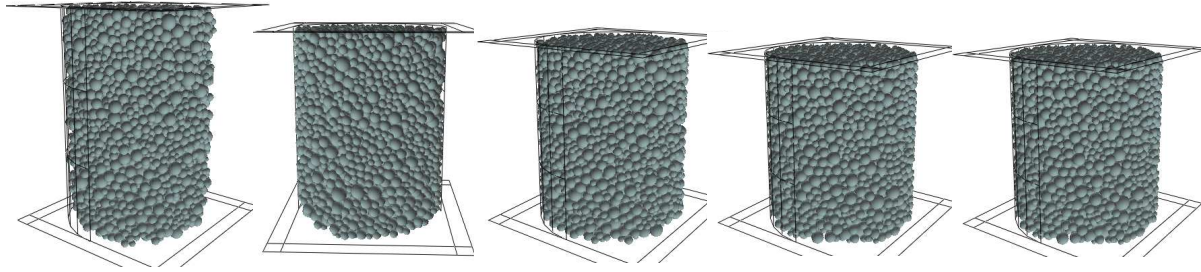


FIGURE 6.23 – Vue de différents états d'équilibre pour une succion de 1000 Pa.

Comme précédemment lors de l'essai de compression simple, ce renforcement pour les petites succions s'explique par une plus grande densité de ponts liquides 6.24a qui est associée à un degré de saturation plus important 6.24b. De la même manière, la pertinence de la décomposition du tenseur des contraintes en tenseur représentant les interactions de compression et de traction plutôt qu'en tenseur associé aux forces capillaires et aux forces de répulsion au contact pour expliquer la résistance à la compression est vérifiée sur la figure 6.25. On remarque à nouveau une constance de σ_c en fonction de la succion alors que $|p_{neg}|$ est supérieur dans le cas de la succion de 1000 Pa. Enfin, il est intéressant de remarquer que l'évolution de l'indice des vides en fonctions de p_{con} (figure 6.26a) se superpose presque pour les deux succions appliquée alors que l'évolution de l'indice des vides en fonction de p_{pos} (figure 6.26b) est bien séparée pour les deux différentes succions appliquée. On peut alors imaginer que p_{con} pourrait correspondre à une contrainte effective qui pilote les déformations du milieu granulaire non saturé. Cette remarque a déjà été faite par Scholtès [113] qui a remarqué que les lignes d'états critiques tracés dans le plan (q, p_{con}) se superposent dans le cas d'essais triaxiaux numériques réalisés pour différentes valeurs de succions.

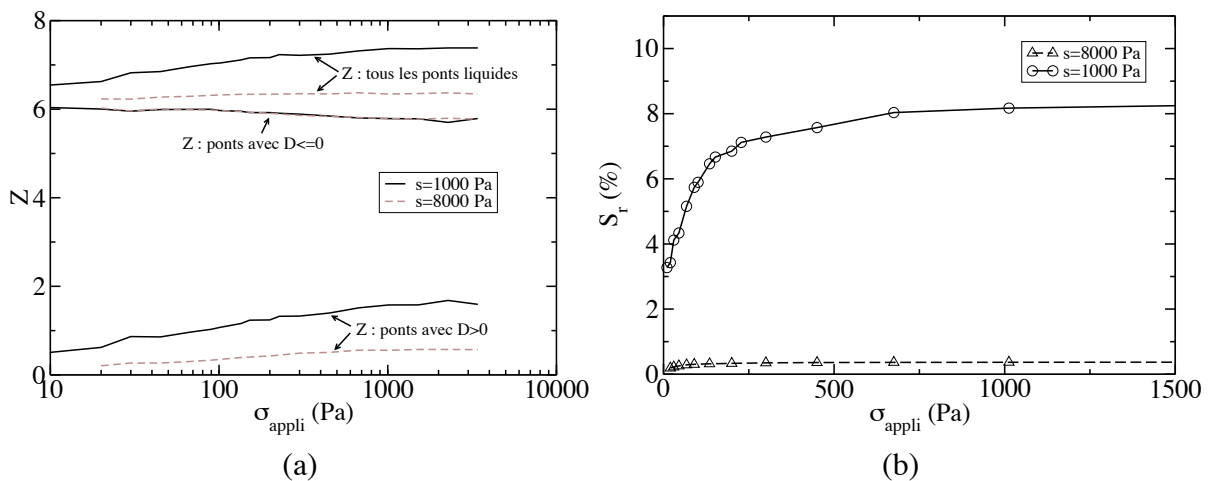


FIGURE 6.24 – (a) Evolution du nombre de ponts liquides par grains en fonction de la contrainte appliquée σ_{appli} . Décomposition entre ponts avec grains en contact et hors contact. (b) Evolution du degré de saturation en fonction de la contrainte appliquée σ_{appli} . Comparaison pour deux valeurs de succions différentes.

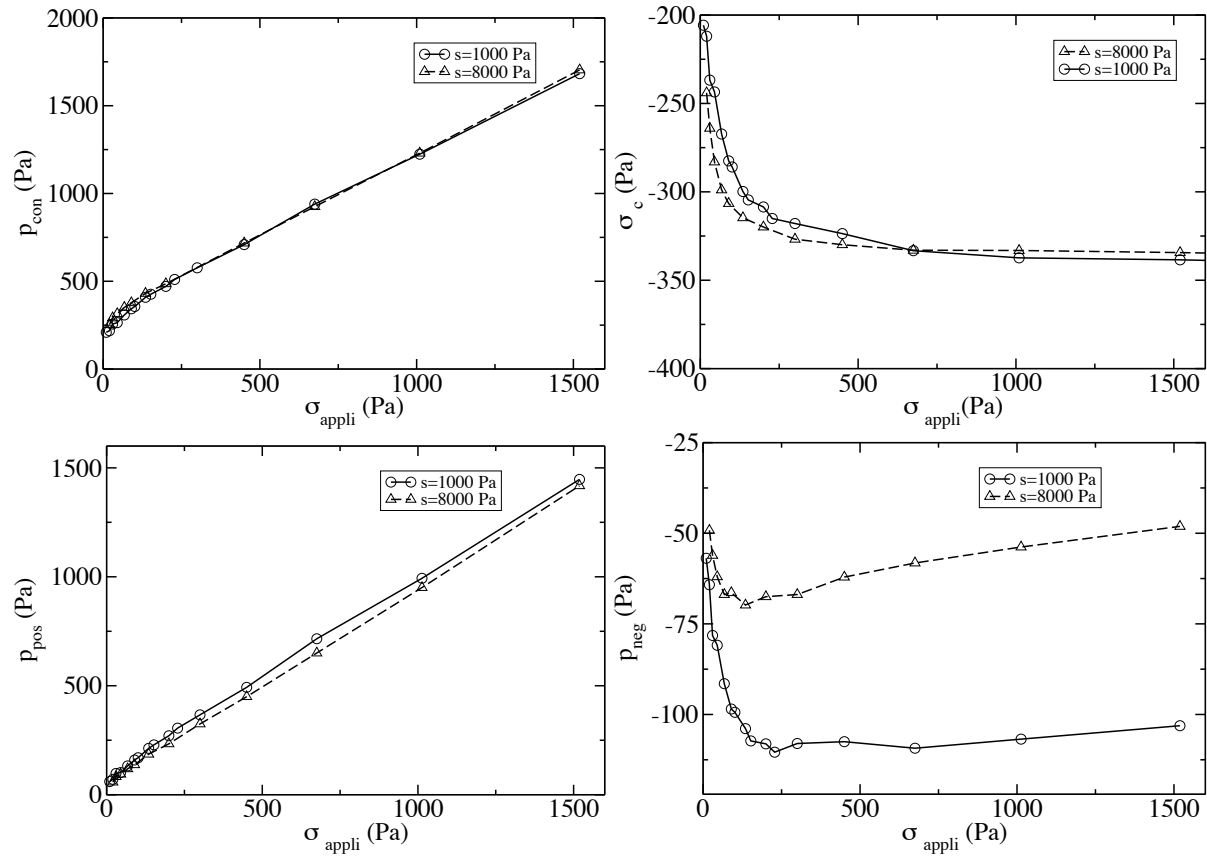


FIGURE 6.25 – Evolution de la contrainte capillaire moyenne en fonction de la pression appliquée.

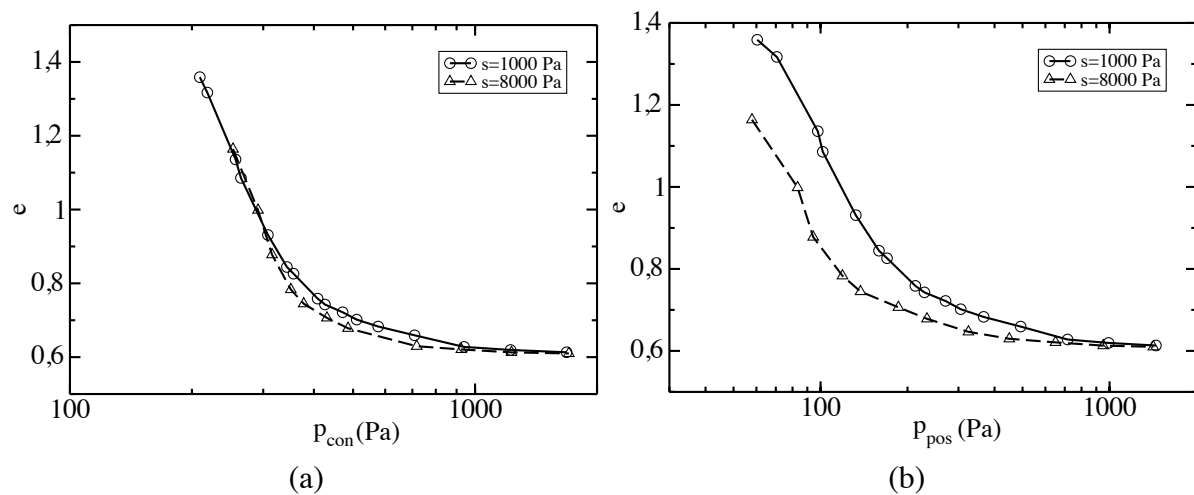


FIGURE 6.26 – Evolution de l'indice des vides en fonction de la contrainte intergranulaire p_{con} (figure a) et la contrainte assimilée aux interactions positives p_{pos} (figure b).

6.5 Conclusion

Dans ce chapitre une fragilisation du matériau granulaire avec l'augmentation de la succion dans le domaine pendulaire a été observée. En effet, lors de l'essai de compression simple, la contrainte à la rupture du milieu granulaire décroît avec l'augmentation de la succion et lors de l'essai de compression œdométrique, la compressibilité d'un milieu granulaire lâche est plus grande pour les fortes succions. Cet effet est dû en grande partie à l'augmentation de la densité de ponts liquides avec la diminution de la succion et notamment à l'augmentation du nombre de ponts liquides entre grains qui ne sont pas au contact. L'analyse des contraintes internes a permis de mettre en évidence que la contrainte de résistance à la traction σ_c n'était pas appropriée pour étudier l'évolution de la résistance à la rupture en fonction de la succion lors d'un essai de compression. Il est en effet plus pertinent d'analyser la rupture à partir du tenseur des contraintes associée aux interactions de traction (négatives) dans le milieu granulaire. L'introduction d'une rugosité numérique permet de modéliser la transition entre un milieu granulaire non saturé et un milieu sec. Enfin il a été constaté que la répartition d'eau à succion constante entraîne une contrainte à la rupture plus faible qu'une répartition à volume constant. Ceci s'explique par une diminution de la densité de ponts liquides dans le cas d'une répartition à succion constante due à une distance de rupture plus faible du pont liquide pour un même volume de pont à la rupture lors d'un essai de traction à succion constante (chapitre 2). Enfin, il a été observé que le tenseur de contrainte représentant les forces de contact pourrait être le tenseur de contrainte qui dirige les déformations du milieu granulaire, autrement dit la contrainte effective.

Conclusion générale

Sommaire

Bilan	167
Perspectives	170

Bilan

Cette étude avait pour objectif la compréhension et la modélisation du comportement mécanique de milieux granulaires humides et en particulier les sols. De tels milieux sont constitués d'une phase solide, d'une phase liquide et d'une phase gazeuse. L'étude a été restreinte aux milieux granulaires humides de type sable avec un diamètre des grains inférieurs à 1 millimètre et demi. Dans ces milieux, le phénomène prépondérant lié à la présence d'eau est le phénomène de capillarité, responsable de la cohésion entre grains. La majeure partie de l'étude concerne des teneurs en eau faibles, où l'eau se présente sous la forme de ponts liquides entre deux grains.

La modélisation du comportement de milieux granulaires humides nécessite la connaissance de la courbe de rétention d'eau qui représente une relation entre les deux variables conjuguées teneur en eau et succion. Dans ce travail, une approche numérique de construction de la courbe de rétention a été proposée. Cette approche, basée sur une méthode en éléments discrets, présente l'avantage d'être générique et de permettre ainsi d'étudier la sensibilité de la courbe de rétention d'eau aux différents paramètres physiques, de texture et environnementaux, et ce en partant d'une description des phénomènes à l'échelle locale. En effet, il est possible de varier la taille et la forme des grains, la compacité, la tension superficielle du liquide, l'angle de contact entre le liquide et le solide... Dans ce travail, les principales hypothèses pour répartir l'eau dans

le milieu sont de considérer que dans un volume élémentaire représentatif à l'équilibre, la succion est homogène et que l'équilibre des succions se fait de manière simultanée ; ce qui pourrait être assuré, par exemple, grâce à une fine couche de liquide à la surface des grains. L'application d'une succion homogène entraîne ainsi une répartition hétérogène des volumes des ponts liquides en fonction des caractéristiques géométriques des différents doublets de grains.

Du fait du caractère discret de l'approche et du choix de répartition des volumes des ponts liquides pour une succion donnée, homogène dans le milieu, le comportement d'un pont liquide entre 2 grains avec un pilotage en succion a été étudié en détail à partir de l'équation de Young-Laplace. Contrairement aux essais pilotés en volume, les essais pilotés en succion et notamment l'essai de traction à succion constante ont été peu étudiés. L'expérimentation a été, dans cette étude, associée à la modélisation aux deux échelles locale et macroscopique. A l'échelle locale, elle a permis de valider le modèle issu de l'intégration de l'équation de Laplace-Young et, à l'échelle macroscopique, elle a permis de juger de la pertinence de l'approche en éléments discrets utilisée. Un intérêt particulier a été réservé à l'étude des deux variables volume V du pont liquide et force capillaire f_{cap} développée au niveau du même pont. En vue d'une extension de l'approche à des teneurs en eau plus élevées, l'étude de ponts liquides plus volumineux correspondant à un amas d'eau entre plusieurs grains a été entreprise. L'étude de l'hystérésis de la courbe de rétention a également été abordée de manière expérimentale par des cycles de mouillage-séchage sur un pont liquide.

Sur la base de la connaissance de la physique des interactions capillaires entre les grains et de la répartition de l'eau dans le milieu, le comportement mécanique des milieux granulaires humides a pu être approché par simulations numériques (code en éléments discrets). Il est alors possible d'étudier l'influence de la succion sur le comportement d'un milieu granulaire aux faibles teneurs en eau. En particulier, il a été possible de simuler la transition entre un état humide et un état sec, transition qui présente un caractère fortement discontinu dans les simulations de la littérature [104, 116, 113]. De manière générale, il est possible d'étudier les interactions à l'origine de la rupture d'un milieu granulaire en compression simple.

Comme on l'a vu précédemment, la méthode utilisée pour répondre à ces questionnements est une méthode multi-échelles. La particularité et l'originalité de cette étude consiste à mêler expérimentations/modélisation des interactions entre grains et expérimentations/simulation du comportement macroscopique de milieux modèles. Dans l'esprit de la méthodologie utilisée, le détail des conclusions portera en premier sur les résultats propres aux interactions capillaires, suivis par des résultats concernant la courbe de rétention, et enfin la simulation du comportement d'un milieu granulaire humide.

Interactions capillaires

Le pont liquide a été étudié d'un point de vue théorique et expérimental. L'approximation de la forme du profil du pont liquide par un cercle (approximation toroïdale) présente des avantages non négligeables pour l'utilisation dans un code en éléments discrets. Elle a été jugée de bonne qualité par comparaison avec la résolution numérique de l'équation de Laplace-Young dans le cas d'un essai à succion constante. Du point de vue expérimental, la conception, la fabrication et

la mise au point d'une expérimentation originale et innovante a permis l'étude d'un pont liquide à succion constante dans différentes configurations des paramètres. Un programme d'analyse d'image permettant de mesurer les principales caractéristiques géométriques du pont liquide au cours de l'essai a été mis au point. La comparaison des résultats expérimentaux aux prédictions du modèle théorique a été concluante. La pertinence d'un adimensionnement utilisant le rayon de Derjaguin R_{12} dans le cas polydisperse (pour $0,1 < r < 1$) a pu être démontrée. Ceci a permis la mise au point de relations explicites entre le volume adimensionné V^* et la succion adimensionnée H_{12} pour $D = 0$ et $\theta = 0$, d'une part, et entre la distance de rupture adimensionnée D_{rupt}^* et la succion adimensionnée H_{12} pour $\theta = 0$, d'autre part. Cette dernière a été validée de manière expérimentale. Pour ce qui concerne la distance de rupture dans un essai de traction à succion constante, elle est plus faible que celle prévue par le critère de Lian et al. [78] pour un même volume du pont liquide à la rupture. L'hystérésis de l'angle de contact lors d'un cycle de séchage-mouillage a pu être mise en évidence. Il a été montré que cette hystérésis était responsable de l'hystérésis de la force capillaire et du volume du pont liquide en fonction de la succion lors d'un cycle de séchage-mouillage. Enfin, une brève étude de la coalescence de ponts formés entre trois billes a pu mettre en évidence une augmentation brusque de la force capillaire au moment de la coalescence.

Courbe de rétention

Il a été montré dans le cas d'un milieu granulaire monodisperse que, pour des teneurs en eau de l'ordre de 2%, les ponts liquides commencent à coalescer. L'étude de la courbe de rétention par une modélisation basée sur l'existence de ponts liquides simples (entre deux grains) n'est donc possible que pour une faible gamme de teneurs en eau. L'influence de différents paramètres physiques et géométriques (rayons des grains, distance d'existence du pont liquide, tension superficielle, angle de contact) sur la courbe de rétention a été étudiée. Les hystérésis de la distance d'existence d'un pont liquide et de la valeur de l'angle de contact entre le liquide et le grain durant un cycle de mouillage/séchage ont pu être identifiées comme potentiellement responsables de l'hystérésis de la courbe de rétention. Pour étendre de façon simple la simulation aux teneurs en eau plus élevées, la courbe de rétention a été complétée par deux points correspondant au calcul de la succion d'entrée d'air et de la teneur en eau de saturation. Les résultats sont encourageants car les courbes de rétention obtenues sont proches des courbes expérimentales. Ces dernières ont été réalisées sur un milieu modèle composé de billes de verre à l'aide d'un dispositif conçu, réalisé et mis au point dans le cadre de ce travail. Enfin, un outil numérique permettant la détection de la coalescence a été mis au point et le calcul simplifié du volume du pont coalescé a montré un potentiel intéressant d'extension de cette étude au domaine funiculaire. On a noté néanmoins dans ce cas une réelle difficulté dans la prise en compte de distributions granulométriques étalées.

Comportement mécanique

Dans le domaine pendulaire, une fragilisation du matériau granulaire avec l'augmentation de la succion a été observée dans la simulation d'essais de compression simple et de compression œdométrique. Cette fragilisation s'explique par une diminution du nombre de ponts liquides

avec la succion. On peut donc admettre que la courbe qui représente la relation entre la cohésion et la succion est en forme de cloche, avec en partant de l'état saturé une augmentation de la cohésion avec la succion, puis l'apparition d'un plateau de cohésion qui correspondrait à un domaine où les ponts liquides sont coalescents, et enfin une chute de la cohésion avec la succion dans le domaine où les ponts liquides deviennent isolés entre deux grains.

La prise en compte d'une répartition d'eau à succion constante semble corriger la surestimation de la contrainte à la rupture dans les faibles teneurs en eau [116, 104]. En effet, il a été remarqué qu'une répartition de l'eau à succion constante entraîne une fragilisation du matériau si on la compare à une répartition à volume constant. Cette fragilisation s'explique par une diminution du nombre de ponts liquides par grain due à une distance de rupture plus faible des ponts liquides pour un même volume de ponts lors d'un essai à succion constante. Dans les simulations numériques de la littérature, il existe un saut de cohésion entre un état à très faible teneur en eau et l'état sec [116, 104, 113]. L'introduction d'un paramètre de rugosité permet de simuler une transition moins abrupte entre ces deux états.

Dans la simulation d'un essai de compression simple, il a été noté que la contrainte à la rupture est liée au tenseur de contraintes associé aux interactions de traction (négatives) et non à la contrainte capillaire moyenne σ_c . Les forces d'attraction capillaire au niveau des interactions de compression ne semblent donc pas entrer en jeu dans la résistance à la rupture du matériau. Il en est de même pour la compressibilité du milieu lors d'un essai de compression œdométrique.

Enfin, il a été observé lors de la simulation de l'essai de compression œdométrique que la contrainte moyenne associée aux forces de répulsion semble diriger les déformations du milieu granulaire. A ce titre, il pourrait avoir un statut particulier dans la définition d'un jeu de contraintes pertinent pour la description des lois de comportement de matériaux granulaires humides.

Perspectives

A court terme, ce travail offre de nombreuses perspectives concernant l'étude du pont liquide et le comportement macroscopique :

- L'amélioration de la rapidité des simulations numériques nécessite le développement de lois explicites exprimant la force capillaire F_{cap} , le volume V et la distance de rupture D_{rupt} d'un pont liquide en fonction des paramètres du doublet (rayons des grains, distance intergranulaire, tension superficielle, angle de contact) et de la succion.
- Sur le plan expérimental, le dispositif mis au point peut-être exploité pour identifier et analyser de multiples phénomènes existant dans les milieux granulaires et pouvant avoir une grande influence sur le comportement d'un sol humide. On pense par exemple à l'influence de la viscosité du liquide, de la température, de la présence d'un soluté dans le liquide par son action sur la tension superficielle et les angles de contact, la transition liquide/solide par cimentation ou par gel...
- L'introduction de la gravité dans le code en éléments discrets pourrait trouver des applica-

tions dans des problèmes liés à la compaction (poudres, granulats) ; stabilité des pentes ; écoulements (céréales, granulats...) en présence d'eau.

Un des défis les plus difficiles à relever pour l'étude de ces milieux non saturés est la modélisation des domaines à teneur en eau plus élevée pour lesquels il existe une coalescence de ponts liquides. Dans ces domaines :

- Une étude expérimentale approfondie de la coalescence entre 3 ponts liquides (étude des forces capillaires mais aussi du volume et de la succion) ainsi que l'introduction d'un calcul du volume d'eau en fonction de la succion à une échelle mésoscopique (pour des ponts liquides compris entre 3 ou 4 grains pour commencer) dans un code en éléments discrets permettraient une meilleure description de la répartition de l'eau.
- A plus long terme, il faudrait peut être s'orienter vers d'autres méthodes pour traiter l'eau (Lattice Boltzman Method, méthodes de minimisation d'énergie, etc).

A plus long terme, quand une large gamme de teneurs en eau sera couverte, il sera possible :

- d'étudier l'effondrement au remouillage par la comparaison entre des essais triaxiaux numériques et des essais triaxiaux réels sur milieux modèles.
- de travailler sur la définition d'un concept de contraintes cohérent, qui reste un défi important à relever dans le domaine du comportement de milieux granulaires humides. L'approche développée dans cette étude est un premier pas sur cette voie puisqu'elle permet d'accéder aux variables succion et teneur en eau lors d'essais mécaniques.

Bibliographie

- [1] Surface evolver. <http://www.susqu.edu/brakke/evolver/evolver.html>.
- [2] Schrefler B. A. *The finite element method in soil consolidation (with applications to surface subsidence)*. PhD thesis, University College of Swansea, 1984.
- [3] G. D. Aitchison. Relationships of moisture stress and effective stress functions in unsaturated soils. In *Pore Pressure and Suction in Soils*. Butterworths : London, 1960.
- [4] M. P. Allen and D. J. Tildesley. Computer simulations of liquids. *Oxford University Press*, 1987.
- [5] E. E. Alonso, A. Gens, and A. Josa. A constitutive modelling for partially saturated soils. *Geotechnique*, 40 :405–430, 1990.
- [6] L. M. Arya and J. F. Paris. A physico-empirical model to predict the soil moisture characteristic from particle-size distribution and bulk density data. *Soil Science Society of America Journal*, 45 :1023–1030, 1981.
- [7] S. Assouline, D. Tessier, and A. Bruand. A conceptual model of the soil water retention curve. *Water Resources Research*, 34(2) :223–231, 1998.
- [8] M. Aubertin, M. Mbonimpa, B. Bussière, and R. P. Chapuis. A physically-based model to predict the water retention curve from basic geotechnical properties. *Canadian Geotechnical Journal*, 2003.
- [9] R. Bathurst and L. Rothenburg. Micromechanical aspects of isotropic granular assemblies with linear contact interactions. *Journal of Applied Mechanics*, 55 :17–23, 1988.
- [10] J. Biarez, J.-M. Fleureau, and S. Taibi. *Proc. 2nd International Conference on Micromechanics of Granular Media*, chapter Mechanical constitutive model for unsaturated granular media made up by spheres, pages 51–58. Thornton, C., Balkema, Rotterdam, 1993.
- [11] A. W. Bishop and G. E. Blight. Some aspects of effective stress in saturated and partly saturated soils. *Géotechnique*, 13 :177–196, 1963.
- [12] L. Bocquet, E. Charlaix, and F. Restagno. Physics of humid granular media. *C. R.*

- Physique*, 3 :207–215, 2002.
- [13] G. Bolzon, B. A. Schrefler, and O. C. Zienkiewicz. Elastoplastic soil constitutive laws generalized to partially saturated states. *Géotechnique*, 46 :279–289, 1996.
 - [14] R. H. Brooks and A. T. Corey. Hydraulic properties of porous media. *Colorado State University (Fort Collins), Hydrology Paper 3*, 1964.
 - [15] A. Bruand. Improved prediction of water retention properties of clayey soils by pedological stratification. *Journal of Soil Science*, 41 :491–497, 1990.
 - [16] M. S. R. Buisson and S. J. Wheeler. *Inclusion of hydraulic hysteresis in a new elastoplastic framework for unsaturated soils.*, pages 109–119. Taylor & Francis, Balkema, 2000.
 - [17] Raoul Calvet. *Le sol - Propriétés et fonctions - Tome 1 - Constitution et structure, phénomènes aux interfaces*. Editions France Agricole, DUNOD, 2003.
 - [18] G. S. Campbell. A simple method for determining unsaturated conductivity moisture retention data. *Soil Science*, 117(6) :311–314, 1974.
 - [19] G. C. Cho and J. C. Santamarina. Unsaturated particulate materials particle-level studies. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 84, 2001.
 - [20] J. D. Coleman. Stress-strain relations for partly saturated soils. *Géotechnique*, 12 :348–350, 1962.
 - [21] O. Coussy and J.-M. Fleureau, editors. *Mécanique des sols non saturés*. Hermes, 2002.
 - [22] Y. J. Cui. *Etude du comportement d'un limon compacté non saturé et de sa modélisation dans un cadre élastoplastique*. PhD thesis, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 1993.
 - [23] Y. J. Cui and P. Delage. Yielding and plastic behaviour of an unsaturated compacted silt. *Géotechnique*, 46 :291–311, 1996.
 - [24] O. Cuisinier. *Comportement hydromécanique des sols gonflants compactés*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Lorraine, 2002.
 - [25] O. Cuisinier and F. Masrouri. Influence des sollicitations hydriques et mécaniques complexes sur le comportement d'un sol gonflant compacté. *Canadian Geotechnical Journal*, 42 :731–741, 2005.
 - [26] P. A. Cundall and O. D. L. Strack. A discrete numerical model for granular assemblies. *Géotechnique*, 29 (1) :47–65, 1979.
 - [27] F. R. E. De Bissshop and W. J. L. Rigole. A physical model for liquid capillary bridges between adsorptive solid spheres : the nodoid of plateau. *J. Colloid Interface Science*, 88 :117–128, 1982.
 - [28] P. Delage and Y. J. Cui. *L'eau dans les sols non saturés*. Techniques de l'ingénieur, 2000.
 - [29] J.-Y. Delenne. *Milieux granulaires à comportement solide*. PhD thesis, Université Montpellier II, 2002.
 - [30] J. Y. Delenne, F. Soulié, M. S. El Youssoufi, and F. Radjaï. From liquid to solid bonding in cohesive granular media. *Mechanics of Materials*, 43 :529–537, 2011.
 - [31] R. Dobry and T. T. Ng. Discrete modelling of stress-strain behavior of granular media at small and large strains. *Engineering Computations*, 9 :129–143, 1992.
 - [32] J. Duran. *Sables, poudres et grains*. Eyrolles Sciences, 1999.
 - [33] N. E. Edlefsen and A. B. C. Anderson. Thermodynamics of soil moisture. *Hilgardia*, 15 :31–298, 1943.

- [34] U. El Shamy and T. Gröger. Micromechanical aspects of the shear strength of wet granular soils. *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.*, 32 :1763–1790, 2008.
- [35] M. A. Erle, D. C. Dyson, and N. R. Morrow. Liquid bridges between cylinders, in a torus, and between spheres. *AIChE Journal*, 17 :115–121, 1971.
- [36] V. Escario. Formulations para la definicion de la resistencia a esfuerzo cortante de los suelos parcialmente saturados. In *Ingenieria Civil*. 68, 1988.
- [37] V. Escario and J. Saez. The shear strength of partly saturated soils. *Géotechnique*, 36 :453–456, 1987.
- [38] P. Evesque. Eléments de mécanique quasistatique des milieux granulaires mouillés ou sec. *Poudres & Grains*, NS-1 :1–155, 2000.
- [39] R. J. Fairbrother and S. J. R. Simons. Modelling of binder-induced agglomeration. *Particle & particle systems characterization*, 15 :16–20, 1998.
- [40] R. A. Fisher. On the capillary forces in an ideal soil ; correction of formulae given by w. b. haines. *Journal of Agricultural Science*, 16 :492–505, 1926.
- [41] D. G. Fredlund and N. R. Morgenstern. Stress state variables for unsaturated soils. *Journal of the Geotechnical engineering Division*, 103 :447–466, 1977.
- [42] D. G. Fredlund and H. Rahardjo. *Soil mechanics for unsaturated soils*. John Wiley & Sons Inc., New York, 1993.
- [43] D. G. Fredlund and A. Xing. Equations for the soil-water characteristic curve. *Canadian Geotechnical Journal*, 31 :521–532, 1994.
- [44] M. D. Fredlund, G. W. Wilson, and D. G. Fredlund. Use of the grain-size distribution for estimation of the soil-water characteristic curve. *Canadian Geotechnical Journal*, 39 :1103–1117, 2002.
- [45] D. Gallipoli. An elasto-plastic model for unsaturated soil incorporating the effects of suction and degree of saturation on mechanical behaviour. *Géotechnique*, 53 :123–135, 2003.
- [46] W. R. Gardner. Relation of temperature to moisture tension of soil. *Soil Science*, 79 :257–265, 1954.
- [47] P.-G. De Gennes, F. Brochart-Wyart, and D. Quéré. *Gouttes, bulles, perles et ondes*. Collection Echelles. Belin, Paris, 2002.
- [48] J. A. Gili and E. E. Alonso. Microstructural deformation mechanisms of unsaturated granular soils. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 26 :433–468, 2002.
- [49] J. P. Gras. Approches expérimentale et théorique de la courbe de rétention d’eau d’un milieu granulaire. Master’s thesis, Université Montpellier 2, 2007.
- [50] J.-P. Gras, J.-Y. Delenne, F. Soulié, and M. S. El Youssofi. Dem and experimental analysis of the water retention curve in polydisperse granular media. *Powder Technology*, 208 :296–300, 2011.
- [51] T. Gröger, U. Tüzün, and D. M. Heyes. Modelling and measuring of cohesion in wet granular materials. *Powder Technology*, 133 :203–215, 2003.
- [52] E. A. Guggenheim. *Thermodynamique*. Dunod, Paris, 1965.
- [53] S. C. Gupta and W. E. Larson. Estimating soil water retention characteristics from particle size distribution, organic matter percent and bulk density. *Water Resources Re-*

- search, 15(6) :1633–1635, 1979.
- [54] E. Guyon and J. P. Troadec. *Du sac de billes au tas de sable*. Odile Jacob, 1994.
 - [55] D. G. Hall, M. J. Reeve, A. J. Thomasson, and V. F. Wright. Water retention, porosity and density of field soils. *Technical Monograph. Soil Survey of England & Wales*, 9, 1977.
 - [56] T. C. Halsey and A. J. Levine. How sandcastles fall. *Phys. Rev. Lett.*, 80(14) :3141–3144, Apr 1998.
 - [57] R. Haverkamp and J. Y. Parlange. Predicting the water-retention curve from particle-size distribution : 1. sandy soils without organic matter. *Soil Science*, 142(6) :325–338, 1986.
 - [58] K. Hotta, K. Takeda, and K. Linoya. The capillary binding force of a liquid bridge. *Powder Technology*, 10 :231–242, 1974.
 - [59] Indarto. *Comportement mécanique et compactage des matériaux de barrages*. PhD thesis, Ecole Centrale Paris, 1991.
 - [60] J. N. Israelachvili. *Intermolecular and surface Forces*. London : Academic, 1992.
 - [61] M. Jamagne, R. Bétrémieux, J. C. Bégon, and A. Mori. Quelques données sur la variabilité dans le milieu naturel de la réserve en eau des sols. *Bulletin Technique d'Information.*, pages 324–325, 627–641, 1977.
 - [62] M. Jean. The non-smooth contact dynamics method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 177 :235–257, 1999.
 - [63] J. E. B. Jennings and J. B. Burland. Limitations to the use of effective stresses in partly saturated soils. *Géotechnique*, 12 :125–144, 1962.
 - [64] M. J. Jiang, S. Leroueil, and J. M. Konrad. Insight into shear strength functions of unsaturated granulates by dem analyses. *Computers and Geotechnics*, 31 :473–489, 2004.
 - [65] K. L. Johnson. *Contact mechanics*. Cambridge University Press, 1985.
 - [66] C. Jommi. *Experimental evidence and theoretical approaches in unsaturated soils.*, chapter Remarks on the constitutive modelling of unsaturated soils, pages 139–153. A. Tarrantino and Mancuso, C., Balkema, Rotterdam, 2000.
 - [67] C. Jommi and C. Di Prisco. Un semplice approccio teorico per la modellazione del comportamento meccanico di terreni granular parzialmente saturi. *Conference Il ruolo dei fluidi nei problemi di ingegneria geotecnica, Mondovi.*, pages 167–188, 1994.
 - [68] N. Khalili, F. Geiser, and G. E. Blight. Effective stress in unsaturated soils : Review with new evidence. *International journal of geomechanics*, 4 :115–126, 2004.
 - [69] N. Khalili and M. H. Khabbaz. A unique relationship for χ for the determination of the shear strength of unsaturated soils. *Géotechnique*, 48 :681–687, 1998.
 - [70] S. Kheirbek-Saoud. *Comportement mécanique de la couche de fondation d'une voie ferrée : Mechanical behaviour of the foundation of a railroad track*. PhD thesis, Ecole centrale des arts et manufactures, Chatenay-Malabry, FRANCE, 1994.
 - [71] Y. Kohgo, M. Nakano, and T. Miyazaki. Theoretical aspects of constitutive modelling for unsaturated soils. *Soils and foundations*, 33 :49–63, 1993.
 - [72] G. Kovács. *Seepage hydraulics*. Elsevier Science Publishers, 1981.
 - [73] P. V. Lade and R. De Boer. The concept of effective stress for soil, concrete and rock. *Geotechnique*, 47 :61–78, 1997.
 - [74] C. Lagny. *Comportement mécanique des sols fins sous fortes contraintes et fortes pressions négatives*. PhD thesis, Ecole Centrale de Paris, 1996.

- [75] A. Lassin and M. Azaroual. Thermodynamique de la zone non saturée en eau des systèmes géologiques : Extension du modèle hkf- révisé et intégration des phénomènes capillaires. Technical report, BRGM, 2001.
- [76] J. Lechman and N. Lu. Capillary force and water retention between two uneven-sized particles. *Journal of Engineering Mechanics*, 374, 2008.
- [77] H. C. Lee and W. K. Wray. Techniques to evaluate soil suction-a vital unsaturated soil variable. In *Proc. 1st Int. Conf. on Unsaturated Soils (UNSAT'95)*, 1995.
- [78] G. Lian, C. Thornton, and J. M. Adams. A theoretical study of the liquid bridge forces between two rigid spherical bodies. *Journal of colloid and Interface Science*, 161 :138–147, 1993.
- [79] J. W. Likos and N. Lu. Hysteresis of capillary stress in unsaturated granular soil. *Journal of Engineering mechanics*, 130 :646–655, 2004.
- [80] S. H. Liu and D. A. Sun. Simulating the collapse of unsaturated soil by dem. *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.*, 26 :633–646, 2002.
- [81] A. Love. *A treatise on the mathematical theory of elasticity*. Dover Publication, 1998.
- [82] G. Mason and W. C. Clark. Liquid bridges between spheres. *Chemical Engineering Science*, 20 :859–866, 1965.
- [83] E. L. Matyas and H. S. Radhakrishna. Volume change characteristics of partially saturated soils. *Géotechnique*, 18 :432–448, 1968.
- [84] D. Maugis. *Contact, Adhesion and Rupture of Elastic Solids*. Solid-State Sciences, Springer, 2000.
- [85] D. N. Mazzone, G. I. Tardos, and R. Pfeffer. The effect of gravity on the shape and strength of a liquid bridge between two spheres. *Journal of Colloid and Interface Science*, 113 :544–556, 1986.
- [86] A. Maâtouk, S. Leroueil, and P. La Rochelle. Yielding and critical state of a collapsible unsaturated silty soil. *Géotechnique*, 45 :465–477, 1995.
- [87] T. Mikami, H. Kamiya, and M. Horio. Numerical simulation of cohesive powder behavior in a fluidized bed. *Chemical Engineering Science*, 53(10) :1927–1940, 1998.
- [88] J. K. Mitchell. *Fundamentals of soil behavior*. John Wiley and Sons Inc., 1993.
- [89] A. Modaressi and N. Abou-Bekr. *Computer Methods and Advances in Geomechanics*, chapter A unified approach to model the behavior of saturated and unsaturated soils., pages 1507–1513. Balkema, Morgantown, 1994.
- [90] F. Molenkamp and A. H. Nazemi. Interactions between two rough spheres, water bridge and water vapour. *Géotechnique*, 53 :255–264, 2003.
- [91] J. J. Moreau. Contact et frottement en dynamique des sys de corps rigides. *Revue européenne des éléments finis*, 9(11) :9–28, 2000.
- [92] X. Morvan, A. Bruand, I. Cousin, J. Roqued, N. Barana, and C. Mouveta. Prédiction des propriétés de rétention en eau des sols d'un bassin versant à l'aide de fonctions de pédotransfert : influence de la densité apparente et de la teneur en éléments grossiers. *Etude et Gestion des sols*, 11, 2004.
- [93] J. Mouette. Physique des surfaces et des interfaces. Technical report, 2000.
- [94] M. Nuth and L. Laloui. Effective stress concept in unsaturated soils : Clarification and validation of a unified framework. *International journal for numerical and analytical*

- method in geomechanics*, 2007.
- [95] F. M. Orr, L. E. Scriven, and A. P. Rivas. Pendular rings between solids : meniscus properties and capillary force. *Journal of Fluid Mechanics of Cohesive-frictional Materials*, 67(4) :723–742, 1975.
 - [96] F. Ouedraogo. *Etude des transferts d'eau à l'interface sol-atmosphère : Cas d'un sol du Burkina Faso à faible teneur en eau*. PhD thesis, Université Montpellier 2, 2008.
 - [97] W. B. Pietsch. Tensile strength of granular materials. *Nature*, 217 :736–737, 1968.
 - [98] O. Pitois. *Assemblées de grains lubrifiés : élaboration d'un système modèle expérimental et étude de la loi de contact*. PhD thesis, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 1999.
 - [99] O. Pitois, P. Moucheron, and X. Chateau. Liquid bridge between two moving spheres : An experimental study of viscosity effects. *Journal of colloid and Interface Science*, 231 :26–31, 2000.
 - [100] J. Plateau. The figures of equilibrium of a liquid mass. Technical report, The Annual Report of the Smithsonian Institution, 1864.
 - [101] H. M. Princen. Comments on the effect of capillary liquid on the force between two spherical solid particles. *Journal of Colloid and Interface*, 26 :249–253, 1968.
 - [102] F. Radjai, D. E. Wolf, M. Jean, and J.-J. Moreau. Bimodal character of stress transmission in granular packings. *Phys. Rev. Lett.*, 80 :61–64, 1998.
 - [103] W. J. Rawls, D. L. Brakensiek, and K. E. Saxton. Estimation of soil water properties. *Transaction of the ASAE*, 26 :1747–1752, 1982.
 - [104] V. Richefeu. *Approche par éléments discrets 3D du comportement de matériaux granulaires cohésifs faiblement contraints*. PhD thesis, Université Montpellier 2, 2005.
 - [105] V. Richefeu, M. S. El Youssoufi, R. Peyroux, and F. Radjaï. Model of capillary cohesion for numerical simulations of 3d polydisperse granular media. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 32(11) :1365–1383, 2008.
 - [106] V. Richefeu, M. S. El Youssoufi, and F. Radjaï. Shear strength properties of wet granular materials. *Physical Review E*, 73 :051304, 2006.
 - [107] V. Richefeu, F. Radjaï, and M. S. El Youssoufi. Stress transmission in wet granular materials. *The European Physical Journal E*, 21 :359–369, 2006.
 - [108] Y. Rotenberg, L. Boruvka, and W. Neumann. Determination of surface tension and contact angle from the shapes of axisymmetric fluid interfaces. *Journal of colloid and Interface Science*, 93, 1983.
 - [109] P. R. Rynhart, R. McLachlan, J. R. Jones, and R. McKibbin. Solution of the young-laplace equation for three particles. *Res. Lett. Inf. Math. Sci.*, 5 :119–127, 2003.
 - [110] S. Salager. *Etude de la rétention d'eau et de la consolidation dans un cadre thermo-hydro-mécanique*. PhD thesis, Laboratoire de mécanique et de génie civil, Université de Montpellier 2, 2007.
 - [111] M. Scheel, R. Seemann, M. Brinkmann, M. Di Michiel, A. Sheppard, and S. Herminghaus. Liquid distribution and cohesion in wet granular assemblies beyond the capillary bridge regime. *J. Phys. : Condens. Matter*, 20 :494236 (7pp), 2008.
 - [112] L. Scholtès. *Modélisation Micro-Mécanique des Milieux Granulaires Partiellement Saturés*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble, 2008.
 - [113] L. Scholtès, B. Chareyre, and F. Darve. Modélisation micro-mécanique des milieux gra-

- nulaires non saturés. In *18ème Congrès Français de Mécanique*, 2007.
- [114] D. Sheng, S. W. Sloan, and A. Gens. A constitutive model for unsaturated soils : thermo-mechanical and computational aspects. *Computational Mechanics*, 33 :453–465, 2004.
- [115] S. J. R. Simons and R. J. Fairbrother. Direct observations of liquid binder-particle interactions : the role of wetting behaviour in agglomerate growth. *Powder Technology*, 110 :44–58, 2000.
- [116] F. Soulié. *Cohésion par capillarité et comportement mécanique de milieux granulaires*. PhD thesis, Université Montpellier 2, 2005.
- [117] F. Soulié, M. S. El youssoufi, F. Cherblanc, and C. Saix. Capillary cohesion and mechanical strenght of polydisperse granular materials. *The European Physical Journal.*, 21 :349–357, 2006.
- [118] D. A. Sun, D. Sheng, and S. W. Sloan. Elastoplastic modelling of hydraulic and stress-strain behaviour of unsaturated soils. *Mechanics of Materials*, 39 :212–221, 2007.
- [119] D. A. Sun, D. C. Sheng, H. B. Cui, and S. W. Sloan. A density-dependent elastoplastic hydro-mechanical model for unsaturated compacted soils. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 31(11) :1257–1279, 2007.
- [120] S. Taibi. *Comportement mécanique et hydraulique des sols soumis à une pression interstitielle négative -Etude expérimentale et modélisation*. PhD thesis, Ecole centrale des arts et manufactures, Chatenay-Malabry, 1994.
- [121] C. Thornton and L. Liu. Dem simulations of uni-axial compression and decompression. In *Compaction of Soils, Granulates and Powders*, 2000.
- [122] V. Topin. *Matériaux granulaires cimentés : modélisation et application à l'albumen de blé*. PhD thesis, Université Montpellier 2, 2008.
- [123] M. Th. Van Genuchten. A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soil. *Soil Science Society of America Journal*, 44 :892–898, 1980.
- [124] S. K. Vanapalli. *Simple test procedures and their interpretation in evaluating the shear strength of unsaturated soils*. PhD thesis, University of Saskatchewan, Saskatoon, Sask, 1994.
- [125] H. Vereecken, J. Maes, J. Feyen, and P. Darius. Estimating the soil moisture retention characteristics from texture, bulk density and carbon content. *Soil Science*, 148(6) :389–403, 1989.
- [126] C. Voivret. *Texture et comportement des matériaux granulaires à grande polydispersité*. PhD thesis, Université Montpellier 2, 2008.
- [127] J. Weber. Recherches concernant les contraintes intergranulaires dans les milieux pulvérulents. *Bulletin de Liaison des Ponts et Chaussées*, 1966.
- [128] S. J. Wheeler, R. S. Sharma, and M. S. R. Buisson. Coupling of hydraulic hysteresis and stress-strain behaviour in unsaturated soils. *Géotechnique*, 53 :41–54, 2003.
- [129] S. J. Wheeler and V. Sivakumar. An elasto-plastic critical state framework for unsaturated soil. *Geotechnique*, 45 :35–53, 1995.
- [130] C. D. Willet, J. M. Adams, S. A. Johnson, and J. P. K. Seville. Effects of wetting hysteresis on pendular liquid bridges between rigid spheres. *Powder Technology*, 130 :63–69, 2003.
- [131] C. D. Willet, M. J. Adams, S. A. Johnson, and J. P. K. Seville. Capillary bridges between

- two spherical bodies. *Langmuir*, 16 :9396–9405, 2000.
- [132] S. Wu, D. M. Gray, and F. E. Jr. Richart. Capillary effects on shear modulus at high strains. *11th International conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering.*, 2 :1091–1094, 1985.
- [133] J. H. Wösten, P. A. Finke, and M. J. W. Jansen. Comparison of class and continuous pedotransfer functions to generate soil hydraulic characteristics. *Geoderma*, 66 :227–237, 1995.
- [134] H. Yang, H. Rahardjo, E.-H. Leong, and D. G. Fredlund. Factors affecting drying and wetting soil-water characteristic curves of sandy soils. *Can. Geotech. J.*, 41 :908–920, 2004.
- [135] T. Young. *T. Philos. Trans. Soc., London*, 95(65), 1805.
- [136] S. Zeinali Heris, M. T. Hamed Mosavian, and E. T. White. Capillary holdup between vertical spheres. *Brazilian Journal of Chemical Engineering*, 26 :695–704, 2009.
- [137] M. I. Zerhouni. *Rôle de la pression intersticielle négative dans le comportement des sols-application au calcul des routes*. PhD thesis, Ecole centrale Paris, 1991.

Etude du pont liquide à partir d'une approximation basé sur un polynôme

A partir des conditions aux limites que nous calculons préalablement, on détermine une solution de l'équation différentielle de Young-Laplace de la forme :

$$y(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 \dots a_nx^n + O(x^n) \quad (\text{A.1})$$

Après résolution, on s'aperçoit que les solutions de cette équation différentielle comprennent uniquement des polynomes avec des puissances paires et la solution peut donc s'écrire :

$$y(x) = a_0 + a_2x^2 + a_4x^4 + \dots a_{2n}x^{2n} + O(x^{2n}) \quad (\text{A.2})$$

Dans un premier temps, on compare la méthode proposée ici avec la solution de Young-Laplace (figure A.1). A partir d'une certaine distance reconnue pour être la distance de rupture, plus aucune solution n'existe. Pour les distances inférieures à cette distance de rupture, deux solutions stables et instables existent. La partie stable des solutions est représentée sur la figure A.1. D'un point de vue qualitatif, les deux méthodes sont semblables. D'un point de vue quantitatif, on s'aperçoit que l'écart entre les deux méthodes décroît avec l'augmentation du degré du polynôme. Pour un ordre du polynôme égal à 15, la courbe est quasiment superposée à la

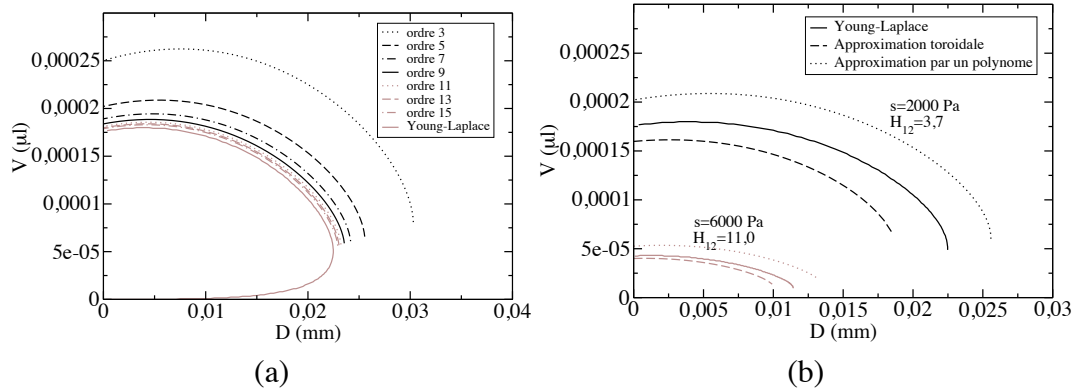


FIGURE A.1 – (a) Volume en fonction de la distance intergranulaire pour différents ordres du polynôme. (b) Volume adimensionné V^* en fonction de la distance adimensionnée D^* pour deux 2 valeurs de succions. Dans les deux cas, $R_1 = 0,1 \text{ mm}$, $R_2 = 0,2 \text{ mm}$, $\gamma = 0,073 \text{ N/m}$, et $\theta = 0^\circ$.

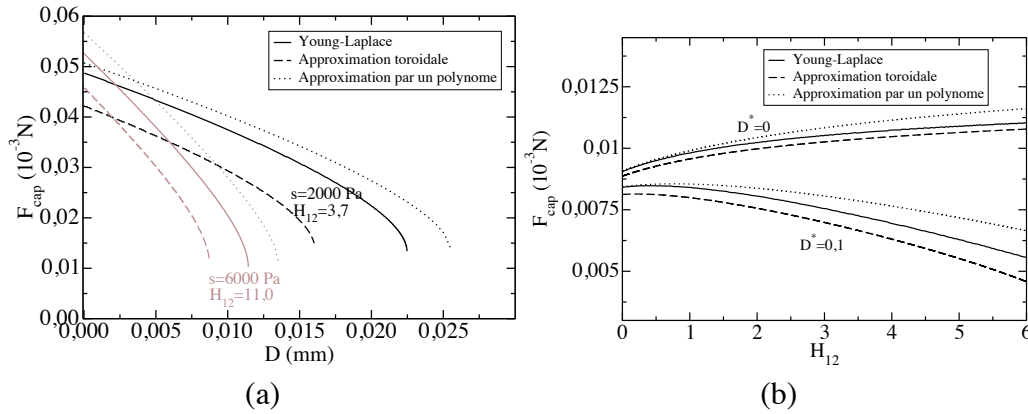


FIGURE A.2 – (a) Force capillaire F_{cap} en fonction de la distance intergranulaire D pour 2 valeurs de succions. $R_1 = 0,1 \text{ mm}$, $R_2 = 0,2 \text{ mm}$, $\gamma = 0,073 \text{ N/m}$, et $\theta = 0^\circ$. (b) Evolution de la force capillaire en fonction de la suction adimensionnée H pour 2 valeurs de la distance intergranulaire : $R = 0,029 \text{ mm}$, $\gamma = 0,073 \text{ N/m}$ et $\theta = 0^\circ$.

solution exacte. Néanmoins, le temps de calcul est alors très long et les expressions respectives du volume, du rayon de gorge et des différentes variables sont très longues. Pour avoir un ordre de calcul comparable à l'approximation toroïdale, il faut utiliser un polynôme d'ordre 5.

D'un point de vue quantitatif, on remarque que l'écart entre la solution quasi-exacte et l'approximation toroïdale et entre la solution quasi-exacte et l'approximation réalisée par un polynôme d'ordre 5 sont sensiblement équivalente. Néanmoins, la première méthode sous-estime le volume du pont liquide, la distance de rupture et la force capillaire tandis que la seconde les surestime (figure A.1b et A.2a). On remarque que l'approximation toroïdale est plus proche de la solution exacte pour les fortes succions et que l'approximation par un polynôme d'ordre 5 est plus proche pour les faibles succions (figure A.2b). Cette dernière méthode par ses résultats quantitatifs et qualitatifs comparables à l'approximation toroïdale pourrait être utilisée. Nous avons choisi d'utiliser l'approximation toroïdale car elle a une formulation plus facile.

Titre : Contribution à l'étude du comportement de milieux granulaires humides : approche à succion constante

Résumé : Ce travail de thèse est consacré à l'étude des milieux granulaires humides. On étudie principalement le cas de faibles teneurs en eau. L'influence du phénomène de capillarité sur la rétention d'eau et sur le comportement mécanique du milieu est analysée. A chaque état d'équilibre, la distribution d'eau dans le milieu granulaire est obtenue en appliquant une succion homogène dans un volume élémentaire représentatif. La méthode multi-échelles utilisée se nourrit d'expérimentations/modélisation à l'échelle des interactions entre les grains, et produit des simulations en éléments discrets du comportement macroscopique qui sont comparées aux résultats d'expérimentation. A l'échelle des interactions capillaires, une étude expérimentale du pont liquide pilotée en succion permet la validation d'un modèle basé sur l'approximation toroïdale du profil du pont liquide. Dans le cas d'un essai à succion constante, on note que la distance de rupture des ponts liquides n'obéit plus au critère de Lian valide dans le cas d'un essai de traction à volume constant. A l'échelle macroscopique, les courbes de rétention d'eau simulées sont proches des courbes de rétention d'eau expérimentales réalisées sur des milieux modèles composés de billes de verre. Enfin, le comportement mécanique macroscopique est simulé. On note une fragilisation du matériau en fonction de la succion dans le domaines des faibles teneurs en eau qui s'explique par une diminution de la densité des ponts liquides. La prise en compte d'une rugosité des grains permet une meilleure description de la transition entre un état humide et un état sec. L'analyse des contraintes montre la pertinence du tenseur des contraintes associé aux interactions de traction pour analyser l'évolution de la contrainte à la rupture (compression simple) en fonction de la succion.

Mots clefs : milieux granulaires humides, méthode par éléments discrets, milieu triphasique, capillarité, succion, ponts liquides, courbe de rétention.

Title : Study of humid granular media : constant suction approach

Summary : This work deals with study of humid granular media. We mainly study media containing weak water percent (around 2%). The influence of capillarity on water retention and mechanical behaviour is analyzed. At each state of equilibrium, water distribution is obtained by applying a homogeneous suction in the entire elementary representative volume. The approach is a multi-scale approach based on experimental/modelling at the local scale (interaction between grains) and produces discrete element simulations of the macroscopic behaviour which are compared to experimental results. At the scale of interactions, an experimental study of the liquid bridge piloted by suction validates a model based on the toroidal approximation of the liquid bridge shape. At constant suction, we note that the criterion of rupture proposed by Lian in the case of traction at constant volume is no more valid. At the macroscopic scale, simulated water retention curves are close to experimental water retention curves made on a model sample composed of glass beads. Then, the mechanical behaviour is simulated. We remark a loss of cohesion in function of suction because of the reduction of the liquid bridge density. The introduction of a roughness allows a best representation of the transition between the non saturation state and the dry state. The analysis of the stress reveals the pertinence of the stress tensor associated with traction interactions to analyze the evolution of rupture stress (simple compression) in function of suction.

Keywords : humid granular media, discrete element method, triphasic media, capillarity, suction, liquid bridges, retention curve.