



HAL
open science

Analyse et simulation du comportement anisotrope lors de la mise en forme de renforts tissés interlock

Jean-Guillaume Orliac

► **To cite this version:**

Jean-Guillaume Orliac. Analyse et simulation du comportement anisotrope lors de la mise en forme de renforts tissés interlock. Autre. INSA de Lyon, 2012. Français. NNT : 2012ISAL0121 . tel-00823359

HAL Id: tel-00823359

<https://theses.hal.science/tel-00823359>

Submitted on 16 May 2013

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Thèse

Analyse et simulation du comportement anisotrope lors de la mise en forme de renforts tissés interlock

Présentée devant

L'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon (INSA)

Pour obtenir

Le grade de docteur

Formation doctorale

Ecole doctorale Mécanique, Energétique, Génie Civil, Acoustique (MEGA)
Spécialité : Mécanique, génie mécanique, génie civil

Par

Jean-Guillaume ORLIAC

Soutenue le 27 Novembre 2012 devant la Commission d'examen

Jury

D. Soulat	Professeur (ENSAIT Roubaix)	Rapporteur
F. Thiébaud	Professeur (Université Franche-Comté)	Rapporteur
P. Boisse	Professeur (INSA Lyon)	Directeur
N. Hamila	Maître de conférences (INSA Lyon)	Examineur
C.-H. Lamarque	Professeur (ENTPE Vaulx-en-Velin)	Examineur
L. Marcin	Ingénieur de recherches (Snecma)	Examineur
F. Morestin	Maître de conférences (INSA Lyon)	Co Directeur

Laboratoire de recherche : Laboratoire de Mécanique des Contacts et des Structures (LaMCoS) - UMR5259

INSA Direction de la Recherche - Ecoles Doctorales - Quinquennal
2011-2015

SIGLE	ECOLE DOCTORALE	NOM ET COORDONNEES DU RESPONSABLE
CHIMIE	<u>CHIMIE DE LYON</u> http://www.edchimie-lyon.fr Insa : R. GOURDON	M. Jean Marc LANCELIN Université de Lyon – Collège Doctoral Bât ESCPE 43 bd du 11 novembre 1918 69622 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72.43 13 95 directeur@edchimie-lyon.fr
E.E.A.	<u>ELECTRONIQUE, ELECTROTECHNIQUE, AUTOMATIQUE</u> http://edeea.ec-lyon.fr Secrétariat : M.C. HAVGOUDOUKIAN eea@ec-lyon.fr	M. Gérard SCORLETTI Ecole Centrale de Lyon 36 avenue Guy de Collongue 69134 ECULLY Tél : 04.72.18 60 97 Fax : 04 78 43 37 17 Gerard.scorletti@ec-lyon.fr
E2M2	<u>EVOLUTION, ECOSYSTEME, MICROBIOLOGIE, MODELISATION</u> http://e2m2.universite-lyon.fr Insa : H. CHARLES	Mme Gudrun BORNETTE CNRS UMR 5023 LEHNA Université Claude Bernard Lyon 1 Bât Forel 43 bd du 11 novembre 1918 69622 VILLEURBANNE Cédex Tél : 04.72.43.12.94 e2m2@biomserv.univ-lyon1.fr
EDISS	<u>INTERDISCIPLINAIRE SCIENCES-SANTE</u> http://ww2.ibcp.fr/ediss Sec : Safia AIT CHALAL Insa : M. LAGARDE	M. Didier REVEL Hôpital Louis Pradel Bâtiment Central 28 Avenue Doyen Lépine 69677 BRON Tél : 04.72.68 49 09 Fax : 04 72 35 49 16 Didier.revel@creatis.uni-lyon1.fr
INFOMATHS	<u>INFORMATIQUE ET MATHÉMATIQUES</u> http://infomaths.univ-lyon1.fr	M. Johannes KELLENDONK Université Claude Bernard Lyon 1 LIRIS - INFOMATHS Bâtiment Nautibus 43 bd du 11 novembre 1918 69622 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72. 43.19.05 Fax 04 72 43 13 10 infomaths@bat710.univ-lyon1.fr
Matériaux	<u>MATERIAUX DE LYON</u>	M. Jean-Yves BUFFIERE Secrétaire : Mériem LABOUNE INSA de Lyon École Doctorale Matériaux Mériem LABOUNE Bâtiment Antoine de Saint-Exupéry 25bis Avenue Jean Capelle 69621 VILLEURBANNE Tel : 04 72 43 71 70 Fax : 04 72 43 72 37 ed.materiaux@insa-lyon.fr
MEGA	<u>MECANIQUE, ENERGETIQUE, GENIE CIVIL, ACOUSTIQUE (ED n°162)</u>	M. Philippe BOISSE Secrétaire : Mériem LABOUNE Adresse : INSA de Lyon École Doctorale MEGA Mériem LABOUNE Bâtiment Antoine de Saint-Exupéry 25bis Avenue Jean Capelle 69621 VILLEURBANNE Tel : 04 72 43 71 70 Fax : 04 72 43 72 37 mega@insa-lyon.fr Site web : http://www.ed-mega.com
ScSo	<u>ScSo*</u> M. OBADIA Lionel Sec : Viviane POLSINELLI Insa : J.Y. TOUSSAINT	M. OBADIA Lionel Université Lyon 2 86 rue Pasteur 69365 LYON Cedex 07 Tél : 04.78.69.72.76 Fax : 04.37.28.04.48 Lionel.Obadia@univ-lyon2.fr

*ScSo : Histoire, Géographie, Aménagement, Urbanisme, Archéologie, Science politique, Sociologie, Anthropologie

Analyse et simulation du comportement anisotrope lors de la mise en forme de renforts tissés interlock

Résumé

Afin de pouvoir prédire le comportement des renforts de composites 3D interlock au cours d'un procédé de mise en forme, il est nécessaire de connaître la position des mèches dans le renfort durant la phase de préformage du procédé. Les travaux présentés ici traitent de la simulation du préformage de renforts 3D épais à l'aide d'un élément fini hexaédrique semi-discret spécifique. En utilisant le principe des travaux virtuels, on distingue le travail interne virtuel dû à la tension des mèches des autres travaux virtuels. La raideur due aux tensions de mèches, qui constitue la contribution principale de la rigidité du matériau, est prise en compte à l'aide de barres incluses dans les éléments. Les rigidités dues aux autres sollicitations, comme la compression transverse, les cisaillements ou les frottements inter-mèches, sont décrites par un matériau continu additionnel. La combinaison de ce modèle discret du *premier ordre* et d'un matériau continu hyperélastique anisotrope dit du *second ordre*, pour formuler le comportement du matériau va permettre la simulation du préformage des renforts tissés épais. Conjointement aux travaux sur la simulation, des travaux expérimentaux pour l'identification des paramètres matériau de la loi de comportement ont été définis et réalisés. Ces paramètres concernent les deux parties de la formulation du comportement.

Mots-Clés

Renforts tissés, composites, mise en forme, propriétés mécaniques, analyse mésoscopique, analyse macroscopique, lois de comportements hyperélastiques, grandes transformations, méthode par éléments finis, caractérisation

Analysis and simulation of anisotropic behavior for the preforming of 3D interlocks composite reinforcements

Abstract

In order to simulate 3D interlock composite reinforcement behavior during forming process, it is necessary to predict yarns positions in the fabric during the preforming stage of the process. The present work deals with thick 3D interlock fabric forming simulation using specific hexahedral semi-discrete finite elements. Using the virtual work principle, we distinguish the virtual internal work due to tensions in yarns from other internal virtual works. The stiffness relative to yarns tension which is the main part of the rigidity is described by bars within the elements. The other rigidities - like transverse compression, shears or friction between yarns - are depicted by a continuous additional material. A combination of this "first order" discrete model and a continuous orthotropic hyperelastic "second order" material formulation will enable us to simulate the interlock preforming process. Jointly to the simulation work, we also had to specify and perform experimental testing identification of material parameters. These parameters concern both parts of the model.

Keywords

Textile composites, woven reinforcements, resin transfer moulding (RTM), mechanical properties, mesoscopic analysis, macroscopic analysis, hyperelastic behaviour laws, finite transformations, finite element analysis (FEA), characterization

Table des matières

Présentation et contexte de l'étude.....	11
Chapitre 1 Présentation des composites, les renforts tissés et leur mise en oeuvre	13
1.1 Description générale des composites.....	14
1.2 Différents types de matrice.....	14
1.3 Différents types de renforts fibreux.....	15
1.3.1 Différents types de fibres et de mèches	15
1.3.2 Des mèches au tissu : l'armure de tissage	16
1.3.3 Les renforts de composite tissés secs	17
1.4 La mise en forme du composite à renfort tissé : transfert de résine et applications	22
1.4.1 Moulage au contact.....	22
1.4.2 Infusions sous vide	23
1.4.3 Resin Transfer Molding.....	24
1.4.4 Simulation du préformage.....	25
1.4.5 Cas industriel : Les aubes de soufflantes à renforts interlocks pour les moteurs d'avion	25
Bilan du chapitre 1.....	27
Chapitre 2 Comportement mécanique des renforts tissés.....	29
2.1 Comportement mécanique des renforts tissés et effets d'échelle.....	30
2.1.1 Comportement à l'échelle de la mèche seule	30
2.1.2 Comportement à l'échelle mésoscopique	35
2.1.3 Comportement à l'échelle macroscopique	35
2.2 Essais sur tissés épais	36
2.2.1 Essai en tension.....	36
2.2.2 Essai de compression transverse.....	37
2.2.3 Essai de cisaillement dans le plan du renfort.....	39
2.2.4 Essai de cisaillement transverse	45
2.2.5 Essai de flexion	46
2.3 Le renfort étudié	48
2.3.1 Orthotropie des renforts interlocks	49
2.3.2 Périodicité et symétries	49
2.3.3 Modes de sollicitation des interlocks	49
2.4 Essais sur renfort sec interlock	50
2.4.1 Comportement en tension.....	50
2.4.2 Comportement en compression transverse.....	51
2.4.3 Comportement en cisaillement dans le plan du renfort.....	54
2.4.4 Comportement en cisaillement transverse	58
2.4.5 Comportement en flexion trois points	61
Bilan du chapitre 2.....	66
Chapitre 3 Simulation de la mise en forme des composites tissés	67
3.1 Outils d'analyse de la cinématique des grandes transformations.....	68
3.1.1 Problème de référence, suivi de la matière et repère local.....	68

3.1.2	Tenseur gradient de la transformation	70
3.1.3	Description des efforts internes	72
3.1.4	Dualité contraintes – déformations	74
3.2	Approches possibles et hypothèses sur le comportement	75
3.2.1	Particularités dues au matériau	75
3.2.2	Effets d'échelle et simulation	76
3.3	Cas du renfort interlock : types d'approches	84
3.3.1	Approche discrète	85
3.3.2	Approche continue	85
3.3.3	Approche semi-discrète	85
3.4	Le code Plast 4	86
3.4.1	Schéma de résolution en dynamique explicite	86
3.4.2	Loi retenue et exemples	88
	Bilan du chapitre 3	92
	Chapitre 4 Modèle hyperélastique	93
4.1	Quelle loi de comportement utiliser ?	95
4.1.1	Limitations du précédent modèle	95
4.1.2	Formulation d'une loi de comportement hyperélastique	97
4.1.3	Types de modèles hyperélastiques	99
4.1.4	Les invariants, formulation des potentiels et énergies associées	101
4.2	Identification de la loi de comportement	106
4.2.1	Méthodes d'identification utilisées	106
4.2.2	Identification du comportement en traction	107
4.2.3	Identification du comportement en compression	107
4.2.4	Identification du comportement en cisaillement dans le plan	108
4.2.5	Identification du comportement en cisaillement transverse	110
4.3	Comparaisons simulations/expériences	111
4.3.1	Validation de l'implémentation dans Plast 4	111
4.3.2	Flexion à 0°/90°	124
4.3.3	Flexion à 45°	125
4.3.4	Emboutissage hémisphérique	126
4.4	Evolutions du modèle	129
4.4.1	Modification des potentiels d'énergie	129
4.4.2	Visco-Plasticité	131
	Bilan du chapitre 4	134
	Conclusion générale	135
	Bibliographie	137
	Annexe 1 Découpe jet d'eau haute pression	145
	Annexe 2 Dérivation des potentiels d'énergie.....	147
	Elongation	149
	Compression transverse	150
	Cisaillement	153

Liste des illustrations

Figure 1 - Exemples de renforts fibreux de composites	16
Figure 2 - Renforts bidimensionnels non tissés.....	18
Figure 3 - Renfort tressé.....	19
Figure 4 - Renforts bidimensionnels tissés.....	19
Figure 5 - Renforts interlocks épais.....	20
Figure 6 - Définition de l'embuvage.....	21
Figure 7 - Principe du moulage au contact.....	22
Figure 8 - Schéma de principe du VARI.....	23
Figure 9 - Schéma de principe de l'infusion sous vide.....	23
Figure 10 - Etapes du procédé RTM (<i>Resin Transfer Moulding</i>).....	25
Figure 11 - Application du procédé RTM à une pièce structurale.....	26
Figure 12 - Différentes échelles au sein d'un renfort tissé.....	30
Figure 13 - Comportement en tension de mèches de carbone [DUM03].....	31
Figure 14 - Coupe par microtomographie X de la section d'une mèche au repos (a) et compactée (b) [BAD08a].....	32
Figure 15 - Vue d'une mèche constituée de 40 fibres en compression transverse [MOU12].....	32
Figure 16 - Distorsion de la mèche, cisaillement dans la section de la mèche.....	33
Figure 17 - Cisaillement transverse de la mèche.....	33
Figure 18 - Mécanismes intervenant dans la flexion d'une mèche de renfort tissé.....	35
Figure 19 - Essai de traction sur tissé épais.....	36
Figure 20 - Embuvage d'un tissé.....	37
Figure 21 - Essai de compression transverse sur tissé épais.....	38
Figure 22 - Picture Frame et Eprouvette de G1151 pour Picture Frame avec talons.....	40
Figure 23 - Cinématique et paramétrage d'une éprouvette de bias.....	41
Figure 24 - Essai de cisaillement simple sur tissé épais.....	45
Figure 25 - Dispositif de flexion ASTM.....	46
Figure 26 - Essai de flexion trois points sur tissé épais.....	47
Figure 27 - Courbes de charge normalisées sur éprouvettes sèches et mouillées.....	47
Figure 28 - Illustration de l'hypothèse de cisaillement transverse uniquement.....	48
Figure 29 - Interlock générique étudié.....	48
Figure 30 - Modes de déformation des renforts interlocks épais.....	50
Figure 31 - Essai de traction normalisé sur interlock équilibré épais.....	51
Figure 32 - Module d'essai de compression transverse.....	51
Figure 33 - Contrainte de compression normalisée en fonction du taux volumique de fibres.....	52
Figure 34 - Essais successifs de compression transverse sur éprouvette interlock.....	53
Figure 35 - Effort en compression normalisé en fonction du V_f pour différentes armures.....	54
Figure 36 - Bias test sur tissé épais de composite interlock (incrément 16.65 mm/image).....	55
Figure 37 - Comparaison normalisée des bias test réalisés.....	56
Figure 38 - Corrélation de l'angle de cisaillement plan sur une éprouvette de renfort tissé interlock.....	57
Figure 39 - Comparatif entre angle de cisaillement mesuré et calculé.....	58
Figure 40 - Eprouvette interlock placée sur le module de cisaillement.....	58
Figure 41 - Cisaillement à 0° (dep 0mm) et 27° (dep 7.5mm).....	59
Figure 42 - Comparatif normalisé d'essais de cisaillement simple sur interlocks.....	60

Figure 43 - Comparaison des angles de cisaillement transverse théorique et expérimental [CHA11].....	61
Figure 44 - Mesure de l'espacement des point d'appuis extérieurs par stéréo corrélation	62
Figure 45 - Mise en place du fil de suivi de la ligne moyenne	62
Figure 46 - Déformations dans les sens chaîne(a), trame(b) et 45°(c).....	63
Figure 47 - Comparatif normalisé des efforts chaîne/trame/45° suivant la présence de colle ou non.....	64
Figure 48 - Mode de chargement des essais de flexion alternée.....	65
Figure 49 - Réponse normalisée au chargement cyclique d'un tissé interlock	66
Figure 50 - Problème de référence	69
Figure 51 - Définition des efforts internes	73
Figure 52 - Isotropie transverse de la mèche de renfort tissé. vue par tomographie X [CHA11]	75
Figure 53 - Modes de déformation de la mèche (la flèche désigne la direction des fibres)	76
Figure 54 - Simulation à l'échelle mésoscopique du cisaillement d'un taffetas [DUR10].....	77
Figure 55 - 2-D woven fabric generated by multi-chain digital element model [ZHO04].....	77
Figure 56 - Modèle de Kawabata [KAW73a].....	78
Figure 57 - Deux CER envisageables pour l'étude mésoscopique d'un taffetas [BAD08a]....	79
Figure 58 - Modèle géométrique décrivant les mèches par leur ligne moyenne et leur section [HIV03].....	80
Figure 59 - Modèle mésoscopique de taffetas cisailé d'un angle de 54° [BAD08b]	80
Figure 60 - Principe de l'algorithme du filet	82
Figure 61 - Mise en forme par algorithme du filet d'une pièce non développable pour deux orientations différentes du renfort [BOR02].....	82
Figure 62 - Position d'un noeud O au sein de son voisinage (a) et ressorts modélisant les différentes rigidités du renfort (b, d).....	83
Figure 63 - Élément fini semi discret constitué de mèches.....	86
Figure 64 - Comportement de la mèche : embuvage structurel (a) ou numérique (b).....	89
Figure 65 - Simulation d'emboutissage hémisphérique de différents renforts.....	91
Figure 66 - Influence de l'orientation des mèches sur la simulation d'emboutissage hémisphérique	91
Figure 67 - Influence du module de Young E sur le comportement isotrope de la préforme..	96
Figure 68 - Comportement de la préforme en flexion trois points.....	96
Figure 69 - Simulation flexion 3 points, cas isotrope (a) et anisotrope (b).....	96
Figure 70 – Bias test sur interlock équilibré, courbe entière (a) et début (b).....	104
Figure 71 - Identification du comportement en traction	107
Figure 72 - Identification du comportement en compression transverse	108
Figure 73 - Comparaison de bias test essai (a) et simulation (b), déplacement 37,5 mm.....	109
Figure 74 - Convergence de l'algorithme de Levenberg-Marquardt [CHA11].....	109
Figure 75 - Sensibilité à la vitesse de traction des simulations de bias extension test [CHA11]	110
Figure 76 - Identification du comportement en cisaillement chaîne et trame.....	110
Figure 77 - Géométrie de référence	111
Figure 78 - Discrétisations de la géométrie de validation.....	112
Figure 79 - Elongation suivant l'axe X	113
Figure 80 - Validation énergétique de l'élongation sens Chaîne sur 1,2 et 8 éléments.....	114
Figure 81 - Elongation suivant l'axe Y	115
Figure 82 - Validation énergétique de l'élongation sens Trame sur 1,2 et 8 éléments	116
Figure 83 - Compaction suivant l'axe Z.....	117
Figure 84 - Validation énergétique de compaction sur 1,2 et 8 éléments.....	118
Figure 85 - Cisaillement plan XY	119
Figure 86 - Validation énergétique de cisaillement plan sur 1,2 et 8 éléments	120

Figure 87 - Cisaillement transverse chaîne XZ	121
Figure 88 - Validation énergétique de cisaillement XZ sur 1,2 et 8 éléments	122
Figure 89 - Cisaillement transverse trame YZ.....	123
Figure 90 - Validation énergétique de cisaillement YZ sur 1,2 et 8 éléments	124
Figure 91 - Simulation en flexion 3 points 0°/90°	125
Figure 92 - Simulation en flexion 3 points 45°	126
Figure 93 – Section déformée en flexion 3 points 45°	126
Figure 94 - Caractéristiques géométriques du montage d'emboutissage hémisphérique.	127
Figure 95 - Comparaison de déformée d'éprouvettes embouties par poinçon hémisphérique .	127
Figure 96 - Cartographies de propriétés du matériau rendues possibles par la simulation	128
Figure 97 - Ecart entre cisaillement de la face supérieure (a) et inférieure (b)	128
Figure 98 - Emboutissage hémisphérique, tension dans les mèches et angle de cisaillement	129
Figure 99 - Comparaison des potentiels de compaction.....	130
Figure 100 - Comparaison des potentiels de cisaillement plan	131
Figure 101 - Retour anélastique d'une éprouvette après un essai de flexion trois points	132
Figure 102 - Repères utilisés pour la modélisation de la flexion trois points	132
Figure 103 - Découpeuse HP <i>Flow Mach 3</i>	145
Figure 104 - Fixation de la préforme dans la machine jet d'eau.....	146
Figure 105 - Epreuves en fin de découpe	146

Liste des tableaux

Tableau 1 - Algorithme de calcul du couple surfacique	43
Tableau 2 - Protocole expérimental de l'essai de compression	53
Tableau 3 - Protocole expérimental du bias test.....	55
Tableau 4 - Protocole expérimental de l'essai de cisaillement	59
Tableau 5 - Protocole expérimental de l'essai de flexion trois points simple.....	63
Tableau 6 - Paramètres de coupe retenus	145

Présentation et contexte de l'étude

L'industrie des transports, dans sa démarche de conception de nouveaux produits plus performants, utilise de plus en plus les matériaux composites pour ses réalisations. Leurs moyens d'utilisation dépendent du niveau d'investissement : les composites dits "bas module" sont utilisés pour des pièces non structurales et les composites "haute performances" sont utilisés pour des pièces sensibles où la sécurité est un enjeu important. Les composites sont aujourd'hui utilisés aussi bien dans le domaine de l'automobile, de la voile que de l'aéronautique. Dans le domaine de l'aviation, le gain de masse sur les structures est un enjeu économique majeur. Parmi les derniers modèles des constructeurs, l'A380, le Boeing 787 ou l'A350 Extra Wide Body (XWB) utilisent des matériaux composites à fibres longues dans des proportions de plus en plus importantes. Initialement cantonnés aux pièces secondaires d'habillage, les composites sont peu à peu mis en oeuvre dans les pièces structurales vitales des avions en même temps qu'avancent les connaissances sur le comportement de ce type de matériau.

Les avantages de ces matériaux sont nombreux : conception précise de la structure d'un composite pour qu'il réponde expressément à certains types de sollicitations en situation, tenue à la corrosion, facilité d'usinage ou de mise en oeuvre dans certains cas, etc... Mais l'avantage premier de ces matériaux est le gain de masse par rapport aux métaux. Pour une même utilisation une pièce en composite sera plus légère à résistance équivalente qu'une pièce métallique.

Il existe une grande variété de matériaux composites. Comme nous le verrons, leurs propriétés et leurs applications sont très dépendantes de leurs caractéristiques internes. La bonne connaissance de leur comportement passe par une analyse multi-échelles de ces matériaux. Un matériau composite est constitué d'au moins deux matériaux dont l'assemblage permet de tirer profit des caractéristiques individuelles de chacun d'eux. Il s'agit en général d'un renfort et d'une matrice. Le renfort assure en grande partie la rigidité nécessaire au futur matériau et la matrice joue le rôle d'enrobage et de liant afin d'empêcher le mouvement relatif des fibres. La maîtrise de l'élaboration de ces matériaux est primordiale car une déviation de l'orientation des fibres du renfort au cours de la mise en forme impacte fortement les caractéristiques mécaniques de la pièce finie. La grande majorité des procédés de fabrication de pièces composites intègrent une phase de mise en forme du renfort sec ou préimprégné. Cette mise en forme est déterminante pour la pièce finale car c'est elle qui va donner à la fois la forme définitive et l'agencement des mèches du renfort au sein de la pièce finie.

L'objectif de cette thèse est de contribuer à l'amélioration de la simulation de la mise en forme des renforts de composites tissés épais secs. L'étude dont fait l'objet ce rapport est une étude sur un matériau composite, ou plus précisément sur un renfort tissé 3D épais, l'interlock, utilisé par exemple par Snecma pour la réalisation d'aubes de soufflantes. L'aube est une pièce présente dans le premier étage de compression d'un moteur d'avion. Connaître le comportement de l'interlock est alors un enjeu majeur, tant du point de vue mécanique que du point de vue de la sécurité des hommes à bord de l'avion. Dans le cas d'un moteur d'avion, un gain de masse sur le rotor du turboréacteur entraîne une augmentation du rendement de ce réacteur : en régime stationnaire la consommation est moindre pour produire la même poussée. Mais les hélices de ces moteurs, appelées *aubes*, sont également soumises à de fortes sollicitations extérieures comme les vibrations inhérentes au fonctionnement du moteur. Le pied d'aube, la partie qui permet à l'aube d'être fixée au rotor, est la zone qui subit le plus de contraintes car toutes les sollicitations sur l'aube sont répercutées sur le pied avec un effet de

bras de levier. Pour réaliser des aubes en composites tout en assurant une bonne tenue en exploitation et un respect des exigences de sécurité il faut pouvoir prédire précisément la position des mèches dans la pièce au cours de sa mise au point. De plus le schéma de tissage du renfort, appelé *armure*, impacte fortement la tenue du matériau à telle ou telle sollicitation. Une même pièce aura un comportement différent en fonction de l'armure utilisée pour le renfort. La simulation de la mise en forme doit pouvoir tenir compte de ces paramètres afin de traduire le comportement du tissé fidèlement à la réalité. Dans le cas où le matériau existe, on peut procéder à son identification par essais mécaniques mais un autre objectif des outils de simulation est de pouvoir procéder à des essais virtuels en amont de la phase de conception.

Ce travail s'inscrit dans la continuité de la thèse d'Emmanuel de Luycker [DEL09]. Il s'agit d'une démarche déjà avancée dans le domaine de la simulation des renforts de composites tissés épais non périodiques. Le comportement de ce type de tissé étant complexe, il a été choisi de dissocier les différentes contributions relatives aux différents phénomènes mis en jeu. Le but final est de pouvoir simuler le comportement d'un tissu 3D interlock, au cours et jusqu'à la fin de la mise en forme, pour prédire précisément la position et l'orientation de chaque mèche du tissé à la fin du procédé. Ceci est déjà utilisé pour les tissus 2D lorsque sont séparées les contributions des mèches en tension et les contributions du cisaillement [AIM07, HAM09]. Pour le cas des tissés 3D, nous proposons une possibilité de distinction des efforts internes afin de dissocier les sollicitations en tension des phénomènes de cisaillement et de compression transverse. Dans un tissé, le premier ordre de la rigidité est constitué par les mèches en tension, le second ordre représente les autres modes de chargement. En fonction de l'agencement des mèches, cela peut être de la compression, en particulier transverse, et différents cisaillements. Un modèle discret a été décrit permettant de simuler le comportement des mèches en tension. Par la suite, afin d'affiner les résultats de ces simulations, une contribution secondaire a été implémentée pour retranscrire les autres rigidités. Ce code de calcul se nomme « Plast 4 ». Il est développé conjointement par le Lamcos de Lyon et Snecma Villaroche.

Ce manuscrit est organisé en quatre chapitres dans lesquels la mécanique des renforts tissés, les procédés de fabrication de ces matériaux et la simulation de leur comportement seront abordés. Le premier chapitre constitue une présentation générale des composites et particulièrement des composites à renforts tissés, de leurs méthodes de fabrications et le détail d'un cas industriel particulier dans le contexte duquel la structure du renfort tissé est décisive sur la pièce finale. Le chapitre deux aborde en détail le comportement des renforts tissés, les essais mécaniques utilisables pour la caractérisation de leur comportement; il détaille le matériau type sur lequel ces travaux ont portés et son comportement à travers les différentes sollicitations. Ceci afin de mieux comprendre le matériau et de mettre en évidence les constituantes nécessaires pour obtenir une bonne simulation de son comportement. Le troisième chapitre traite de l'aspect numérique et de la simulation de la mise en forme des renforts tissés. Il contient un rappel des outils utilisés en mécanique des milieux continus en grandes transformations, une présentation des différentes approches possibles pour simuler notre renfort tissé épais au cours de la mise en forme et enfin les méthodes retenues pour notre code éléments finis. Le chapitre 4 met en évidence les limitations de cette première approche en comparant les comportements simulés par rapport aux résultats expérimentaux et développe un nouvel axe d'étude basé sur les travaux de thèse d'Adrien Charmetant [CHA11] pour notre code de calcul ainsi que sa validation : un modèle semi-discret combinant approche discrète et approche anisotrope hyperélastique pour le comportement de notre matériau.

Chapitre 1 Présentation des composites, les renforts tissés et leur mise en oeuvre

Ce premier chapitre présente les composites en général, différents types de renforts, de matrices et de procédés de fabrication. Il va décrire certains aspects de l'utilisation des composites, de leur conception à leur réalisation notamment dans le cadre du procédé RTM (Resin Transfert Molding). Un cas d'application industrielle dans laquelle se placent les travaux de ce manuscrit est également présenté, ainsi que les enjeux de la simulation du préformage pour l'industrie.

Sommaire du chapitre

1.1	Description générale des composites.....	14
1.2	Différents types de matrice.....	14
1.3	Différents types de renforts fibreux.....	15
1.3.1	Différents types de fibres et de mèches	15
1.3.2	Des mèches au tissu : l'armure de tissage	16
1.3.3	Les renforts de composite tissés secs	17
1.4	La mise en forme du composite à renfort tissé : transfert de résine et applications	22
1.4.1	Moulage au contact.....	22
1.4.2	Infusions sous vide	23
1.4.3	Resin Transfer Molding.....	24
1.4.4	Simulation du préformage.....	25
1.4.5	Cas industriel : Les aubes de soufflantes à renforts interlocks pour les moteurs d'avion	25
	Bilan du chapitre 1.....	27

1.1 Description générale des composites

Un matériau composite est par définition l'association de plusieurs composants non miscibles qui a pour objectif d'associer les caractéristiques de chacun de ses constituants pour répondre à un besoin que les constituants pris séparément ne peuvent satisfaire. Le terme composite peut avoir un sens très large puisque certains matériaux composites existent depuis très longtemps. Citons par exemple le bois, le torchis ou, plus récemment, le béton armé, les pneumatiques renforcés ou encore certaines prothèses médicales.

Dans la suite de ce manuscrit, ce terme sera utilisé pour désigner l'association de composants de natures différentes. Ainsi, un alliage de métaux ne rentrera pas dans cette désignation. Alliage ou composite tel que défini précédemment ont été imaginés pour la même raison : profiter des caractéristiques intéressantes de chaque composant afin que le matériau obtenu ait des propriétés supérieures aux propriétés de ses composants pris indépendamment.

Pour les applications qui nous intéressent, deux composants principaux constituent le matériau composite : un renfort textile et une matrice. Le renfort a pour fonction d'améliorer les propriétés de la matrice comme la masse, la résistance à l'usure ou à la corrosion, les propriétés mécaniques ou thermiques, apportant ainsi la plus grande part de résistance et/ou de rigidité à la structure. La matrice permet d'assurer la cohésion du matériau et d'empêcher les mouvements relatifs de fibres en liant l'ensemble en un matériau d'aspect "continu". Nous reviendrons sur cet aspect continu ou non car la nature même des matériaux composites nous oblige à les considérer de manière parfois discontinue suivant l'échelle à laquelle notre simulation se place. Les propriétés du matériau composite dépendent donc des matériaux constituant le renfort et la matrice mais également de leur distribution au sein de la pièce finie.

1.2 Différents types de matrice

Les matrices des matériaux composites développés à l'heure actuelle sont généralement classées en deux catégories :

- les matrices organiques sont les plus utilisées dans l'industrie, que ce soit à destination de produits grand public ou de produit de haute technicité. Elles sont constituées de polymères thermoplastiques ou thermodurcissables ou encore d'élastomères.
- les matrices minérales sont utilisées pour des applications de pointe et lorsque l'environnement revêt un caractère extrême qui est hostile aux matrices organiques. Elles sont constituées à base de céramiques, de métaux ou de graphite.

Les renforts que nous étudierons dans ce document seront principalement destinés à des matériaux composites à matrice organique (CMO) mais certaines applications de mise en forme seront à terme destinées à des pièces en composite à matrice céramique (CMC) fonctionnant dans les zones chaudes du moteur (plus de 500°C). Parmi les CMOs, les composites à matrice thermodurcissable sont aujourd'hui les plus utilisés pour les applications structurelles. La viscosité des polymères thermodurcissables avant réticulation est faible et facilite le processus de mise en forme du composite, notamment dans la phase d'injection de la résine. Par ailleurs ils brûlent à haute température une fois la polymérisation effectuée et ne peuvent alors plus être refondus. De plus leurs caractéristiques mécaniques sont souvent meilleures que celles des polymères thermoplastiques. Ces derniers ont néanmoins des propriétés qui encouragent aujourd'hui la recherche à leur sujet : ils se dégradent peu dans le

temps ce qui rend leur stockage plus aisé, leur mise en forme est rapide et ne provoque pas d'émanations toxiques, ils peuvent être refondus et possèdent une température de transition vitreuse faible ce qui permet de faire des réparations par refonte locale, de souder des pièces par migration de chaînes polymères et également de les recycler. Enfin les matrices élastomères sortent du cadre de cette étude du fait de leurs applications très spécifiques, notamment aux pneumatiques.

1.3 Différents types de renforts fibreux

Les renforts sont généralement classés en fonction de leur géométrie. On distingue notamment :

- *les renforts particuliers* : il s'agit généralement d'inclusions granulaires (craie), lamellaire (talc, mica) ou aciculaire (wollastonite, fibres courtes), dispersées dans la matrice. Les composites à renforts particuliers sont peu utilisés à des fins structurelles, mais le sont plutôt pour des applications spécifiques ou des produits de grande consommation.
- *les renforts à fibres discontinues* : ces renforts se présentent sous la forme de fibres de faible longueur (quelques dizaines de mm ou moins) orientées ou non, assemblées en nappes appelées *mats* (Figure 1, a). Cet assemblage se fait généralement à l'aide d'un liant ou d'une couture.
- *les renforts à fibres continues* : ce type de renfort est constitué d'un assemblage ordonné de fibres continues, c'est-à-dire dont la longueur est voisine des dimensions de la pièce finale. Les directions privilégiées des fibres confèrent à la pièce finale ses caractéristiques mécaniques principales, et le comportement de la matrice est de second ordre dans ces directions. Le comportement de la matrice dans les autres directions, et la cohésion qu'elle apporte, ont néanmoins une importance majeure.

1.3.1 Différents types de fibres et de mèches

Il existe un très grand nombre de fibres pouvant être mises en oeuvre. Elles peuvent être minérales (verre, carbone, ...) ou organiques (aramide ou kevlar[®], cellulose, ...). Ces fibres ont un diamètre de quelques micromètres.

Les fibres courtes discontinues sont utilisées comme charges d'une matrice dans laquelle ces fibres sont disposées avec ou sans aucune orientation préférentielle.

Les fibres continues sont assemblées pour constituer des fils appelés *mèches* ou *torons*. La cohésion des fibres au sein d'une mèche peut être obtenue soit par l'opération de retordage (exprimée en tours par mètre) soit grâce à un ensimage (revêtement surfacique des fibres). Cet ensimage, en plus d'assurer la cohésion entre les fibres, protège celles-ci de l'abrasion, permet d'éviter l'apparition de charges électrostatiques et améliore la mouillabilité et la compatibilité chimique entre les fibres et la résine. Les mèches ainsi constituées vont se caractériser par :

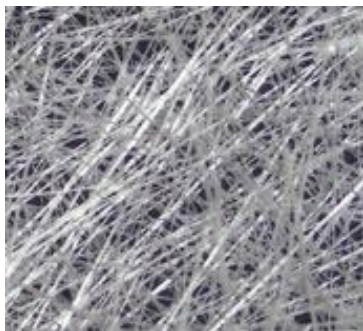
- la nature des fibres qui les composent (verre, carbone, aramide, ...)
- la manière d'assembler les fibres (assemblage avec ou sans torsion, ensimage, ...)
- leur masse linéaire, exprimée en tex (1 tex = 1 g/km)
- le nombre de fibres par mèche
- leur rigidité (en N), qui relie l'effort exercé sur la mèche à son allongement
- la résistance (en N), c'est-à-dire l'effort nécessaire pour rompre une mèche

Les fibres, longues ou continues, sont essentielles pour les pièces structurales. Le taux de fibres dans ce type de renfort peut varier de 40 à 80 % ils voient leur utilisation croître en particulier dans les domaines de l'automobile de pointe [BER89], de la construction navale [SMI90], du génie civil [BOW89, DOU06], et surtout de l'aéronautique [POR01, MAZ05]. Les fibres constituant les mèches du renfort peuvent posséder des diamètres très petits, de l'ordre du micromètre, et peuvent être formées à partir de nombreux matériaux : verre, carbone, métaux, ou encore matériaux d'origine végétale (cellulose, lignine) ou animale (collagène).

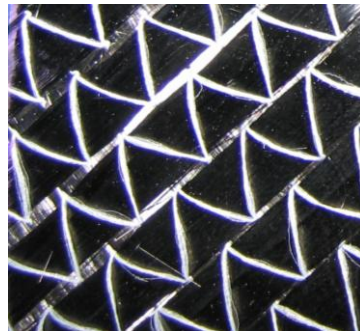
1.3.2 Des mèches au tissu : l'armure de tissage

Dans cette étude nous nous intéresserons exclusivement aux renforts à fibres continues. Dans ces renforts, l'assemblage des fibres peut être réalisé de différentes façons :

- en couches de fibres unidirectionnelles (UD) superposées. Ces couches sont généralement appelées « plis » et peuvent avoir des orientations de fibres différentes. Plusieurs plis d'orientation différente peuvent être cousus : on obtient alors un *Non Crimp Fabric* (NCF, Figure 1, b)
- par tricotage
- par tressage pour des applications comme les renforts de durites ou les cadres de vélo
- par tissage avec un métier à tisser, en utilisant les armures classique de l'industrie textile ou des armures plus complexes



(a) Mat de verre



(b) NCF de carbone



(c) Tissé interlock mince de carbone type 3D (G1151-Hexcel)

Figure 1 - Exemples de renforts fibreux de composites

Nous étudierons ici les *renforts tissés* : les fibres sont assemblées en paquets de plusieurs milliers de fibres constituant chaque mèche, puis tissées selon des armures plus ou moins complexes. Dans les applications structurales, des renforts de fibres de verre et de carbone sont généralement utilisés. Le coût élevé de ces matériaux les destine plutôt aux produits à haute valeur ajoutée pour lesquels l'allégement représente un enjeu économique fort (e.g. pour l'industrie aéronautique/aérospatiale ou automobile). Certaines applications « grand public » commencent néanmoins à voir le jour, souvent autant pour l'esthétique de ces matériaux que pour leur caractéristiques mécaniques. Notons également que des recherches sont menées à l'heure actuelle sur la possibilité de renforcer le renfort lui-même à l'aide de nanotubes de carbone [GOD09, LOM11]. Ces nanotubes, destinés à des applications de haute technicité, sont « cultivés » directement au sein du renfort, et permettent notamment d'améliorer le comportement en rupture du composite.

Il existe de nombreuses possibilités d'assemblage des mèches. On peut les classer en deux grandes catégories selon que leur structure est surfacique (mats que nous avons brièvement décrits dans la section précédente, unidirectionnels, NCFs, tissus bidimensionnels et tricots) ou tridimensionnelle (tissus tridimensionnels, tresses). Dans la suite de ce manuscrit, on utilisera les termes de chaîne et de trame pour désigner, lorsqu'il y a lieu, les deux directions perpendiculaires de mèches. Dans un métier à tisser, la direction chaîne est la direction principale de tissage, tandis que la direction trame est liée à la navette qui se déplace perpendiculairement entre les fils de chaîne. La manière dont les mèches de chaîne et de trame sont agencées définit *l'armure* du tissu. Des cas d'armures spécifiques seront détaillé paragraphe suivant.

On peut noter cependant qu'il existe d'autres variétés d'assemblage de mèches composites, notamment le procédé de *bobinage*, ou *enroulement filamentaire*. Ce dernier est réalisé par enroulement d'une fibre continue et empilements successifs en couches autour d'un mandrin et sert pour la réalisation de tubes, tuyaux et réservoirs basse et haute pression utilisés, en fonction du type de fibres, par exemple pour les filtres de piscines, les bouteilles de gaz industrielles ou encore le stockage des carburants pour la propulsion aérospatiale et militaire [COM09].

1.3.3 Les renforts de composite tissés secs

Actuellement, les matériaux composites fibreux sont de plus en plus utilisés et le choix des matériaux constitutifs ainsi que le mode d'assemblage des différents composants leur permettent de répondre à de nombreuses spécifications. Parmi les propriétés majeures qu'ils offrent, on peut noter :

- la possibilité de réalisation de formes complexes, permettant l'intégration de plusieurs fonctions. Là où une pièce équivalente en métal nécessiterait de nombreuses opérations d'usinage et/ou d'assemblage, une partie de ces opérations peut être évitée avec les matériaux composites
- leurs bonnes caractéristiques spécifiques (caractéristiques par unité de masse) permettant un gain de masse
- leur bonne ténacité (ou résistance aux dommages) offrant une grande sûreté aux structures
- leurs qualités d'amortissement des vibrations permettant, entre autres, la réduction des nuisances sonores
- leur bonne résistance à la fatigue permettant la création de structures durables
- l'absence d'assujettissement à la corrosion, contrairement aux matériaux métalliques

Une des principales idées directrices lors de l'élaboration d'un matériau composite est la diminution de la masse. On recherche alors des constituants ayant des propriétés mécaniques élevées pour une masse volumique faible, une forme d'optimisation des propriétés la plus élevée possible. Lorsque l'on considère les matériaux usuels élaborés sous forme massive, on constate que l'acier, les alliages d'aluminium, le bois ou le verre ont des modules d'élasticité spécifiques comparables. Par contre, lorsque l'on compare leurs contraintes spécifiques à rupture, on constate que celle du verre est nettement supérieure à celle des autres matériaux cités. Il peut donc être intéressant d'utiliser le verre en complément d'un autre matériau pour élaborer un composite, le verre ne pouvant être utilisé seul du fait de sa fragilité. De plus, les contraintes à rupture spécifiques mesurées expérimentalement se révèlent plus faibles que celles déterminées théoriquement. Cette différence provient des nombreux défauts présents dans les matériaux lors de leur élaboration massive. Pour minimiser cette différence, il est nécessaire d'utiliser des procédés d'élaboration faisant apparaître le moins de défauts possible. L'élaboration de fibres de très faible diamètre

(quelques micromètres) permet de remplir cet objectif. Ce constat est le même sur les fibres à base de carbone.

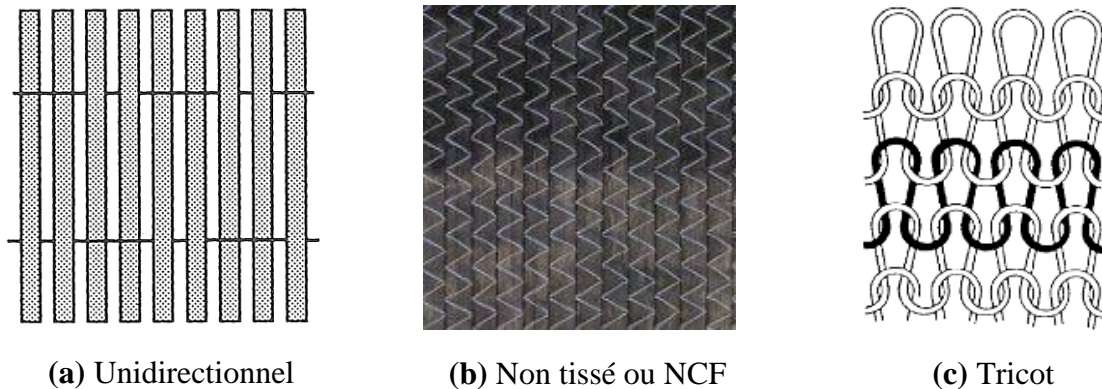


Figure 2 - Renforts bidimensionnels non tissés

Unidirectionnels

Les renforts unidirectionnels (Figure 2, a [BER99]) sont des nappes de mèches de chaîne disposées parallèlement. Ces renforts ne permettent pas de résister à une déformation dans la direction trame puisque aucune mèche n'est présente longitudinalement dans cette direction. Ainsi, il est seulement possible d'élaborer des pièces présentant une simple courbure suivant la direction chaîne, une courbure suivant la direction trame entraînant une séparation des fibres.

NCFs

Les non-tissés ou *NCFs* (Figure 2, b, [GIR10]) sont constitués de plusieurs nappes d'unidirectionnels maintenues entre elles par des fils de couture. Ce sont des empilements de nappes UD de différentes orientations cousues entre elles. Ces renforts offrent la solution la plus efficace en terme de rigidité par rapport au drapés car les mèches qui les constituent ne sont pas ondulées, ils seront alors qualifiés de renforts *HM* pour *haut module*. Leur mise en oeuvre est par contre peu aisée car le renfort est fragile. Ces matériaux sont donc généralement élaborés en blocs monolithiques stratifiés de composite fini (fibres avec résine durcie) présentant des séquences d'empilement de couches dans diverses directions (généralement 0, 45 et 90° exemple [90/45/0/-45]), qui sont ensuite assemblés pour constituer la structure finale. On peut citer par exemple le caisson central de voilure de l'airbus A380 réalisé entièrement avec ce type de matériau (blocs stratifiés de carbone époxy). Ce type d'assemblage permet d'obtenir un renfort plus rigide en traction dans les directions des fibres qu'un renfort tissé puisque les mèches sont rectilignes tout en permettant d'assurer une cohésion entre les mèches des différents réseaux.

Tricots

Les tricots (Figure 2, c [GOM98]) sont obtenus par bouclage d'une unique mèche. Ils ont une très grande souplesse et peuvent donc être facilement mis en forme. Ces renforts permettent de réaliser des formes complexes mais en comparaison avec les autres méthodes de tissage leur rigidité reste faible.

Tresses

Une tresse (Figure 3 [CAR10]) est un entrelacement de plusieurs mèches. Elle peut être élaborée dans un plan telle la tresse (ou natte) à trois brins largement utilisée pour les coiffures ou de manière à former une structure tubulaire autour d'un mandrin ou d'une âme dans le cas de l'élaboration de cordages.

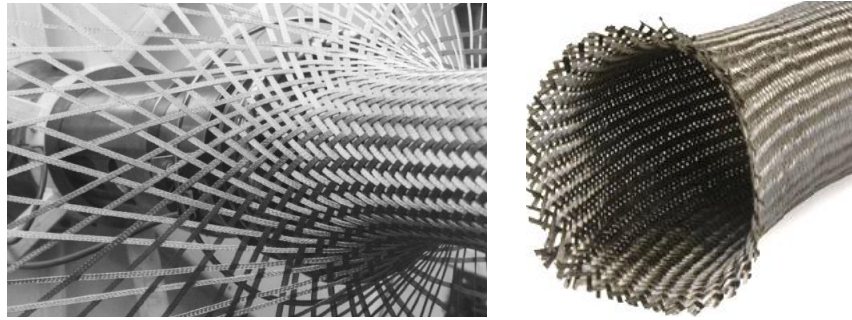


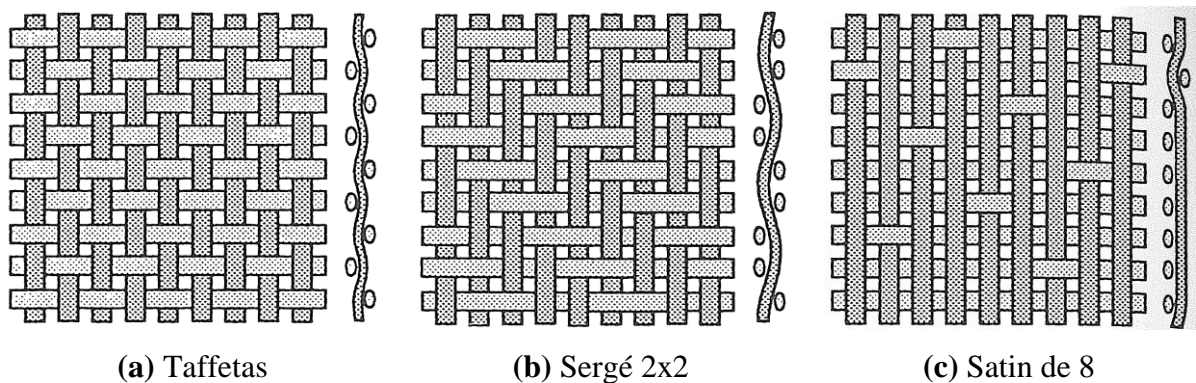
Figure 3 - Renfort tressé

Tissus 2D

Les renforts bidimensionnels sont réalisés dans des métiers à tisser par entrelacement de mèches de chaîne et de mèches de trame. Le mode d'entrelacement, l'armure, peut se classer en trois catégories [HIV03]:

- *taffetas* ou toile : chaque mèche de trame passe successivement au dessus puis en dessous d'une mèche de chaîne. Le fort entrelacement des mèches donne au taffetas une importante rigidité et une faible déformabilité (Figure 4, a).
- *sergé* $m \times n$: chaque mèche de trame passe successivement au dessus de m puis en dessous de n mèches de chaîne. Les points de liage (c'est-à-dire les croisements où une mèche de trame passe en dessous d'une mèche de chaîne) successifs forment une diagonale. La variation des paramètres m et n permet d'obtenir des tissus de rigidité de cisaillement variable. On peut remarquer que le taffetas est en fait un sergé 1×1 (Figure 4, b).
- *satins* de n de décrochement m : chaque mèche de trame passe au dessus de $(n-1)$ puis sous une mèche de chaîne. Les points de liage consécutifs ne forment pas de diagonale et leur position est définie par le décrochement m . Cette armure est très souple et facilement déformable en cisaillement (Figure 4, c).

La structure ainsi obtenue permet d'optimiser la raideur du matériau fini en jouant sur l'orientation des plis, mais elle est définitivement laminaire au sens où les différents plis ne possèdent pas de liens autres que la résine. Ces matériaux sont alors très sensibles au délaminage qui, quand il apparaît, se propage sans obstacles et peut conduire à une ruine de la structure. De plus, l'empilement des différentes couches (de quelques dixièmes de millimètre d'épaisseur chacune), souvent réalisé à la main, conduit, pour des pièces de forte épaisseur, à des coûts de fabrication prohibitifs.



(a) Taffetas

(b) Sergé 2x2

(c) Satin de 8

Figure 4 - Renforts bidimensionnels tissés

Tissus 3D : interlocks

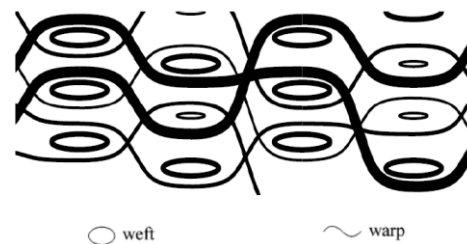
Pour pallier ces différents problèmes, les renforts tri-dimensionnels ont été conçus, en particulier les interlocks [MOU99, LOM00, TON02, BRI05]. Dans ces matériaux, les différentes « couches » sont assemblées structurellement entre elles lors du tissage de la préforme, qui est alors une structure évoluée en 3D. De la même manière que les tissus bidimensionnels, les tissus tridimensionnels ou 3D [DEL09] (Figure 1, c) (Figure 5) sont tissés mais au lieu de s'entrecroiser sur deux plans, les mèches de trame croisent plusieurs plans de mèches de chaîne dans l'épaisseur du matériau, ces mèches liant les différentes couches entre elles. Le tissu ainsi obtenu peut alors atteindre une épaisseur d'une dizaine de centimètres. Le motif de l'armure (Figure 5, c) peut éventuellement varier au sein d'une même pièce, tout comme la taille des mèches, pour adapter au mieux le matériau aux sollicitations locales rencontrées dans la future pièce. L'avantage de ce type d'armure est sa très bonne résistance au délaminage (traction transverse au plan des mèches) car la cohésion du matériau est assurée par les changements de plans des mèches de trame.

L'utilisation de préformes 3D interlocks permet d'ouvrir l'utilisation des composites à d'autres types d'applications pour lesquelles ils n'étaient jusque là pas compétitifs. En effet, le gain en termes de coût de fabrication est important pour des pièces de forte épaisseur nécessitant, à partir de fines couches de renforts 2D, un long et laborieux drapage à la main. De plus l'état de surface est souvent bon une fois la pièce mise en forme et injectée de résine et ne nécessite que peu d'étapes postérieures avant d'obtenir la pièce finale ce qui est un avantage indéniable dans une optique de fabrication à grande échelle.

Le métier à tisser nécessaire pour tisser des interlocks utilise la mécanique Jacquard, modifiée pour le cas de structures 3D de façon à disposer de plusieurs dizaines de couches de chaîne. La position de chaque mèche de chaîne est pilotée par commande numérique (par l'intermédiaire de *lisses*) afin d'assurer la position de chaque trame introduite l'une après l'autre de manière séquentielle. Cela permet des motifs de tissage très variés. Le terme de couche, peu adapté car l'ensemble de la préforme est tissée d'un seul et même bloc, correspond alors au nombre de mèches de trame présent dans l'épaisseur. Ainsi nous parlerons éventuellement de $N+1/2$ couches (en moyenne).



(a) Renfort interlock



(c) Principe de tissage d'un interlock

Figure 5 - Renforts interlocks épais

Le résultat de ce tissage est un matériau « continu » dans l'épaisseur (ou du moins n'offrant plus de plan favorable au délaminage), qui possède une bien meilleure tolérance aux dommages, à l'impact et au délaminage qu'un renfort multicouche de composites classique. Ce type de renfort constitue le cas d'application essentiel de notre étude et son comportement est approfondi tout au long de ce manuscrit.

Nous avons vu qu'il existe de nombreuses façons d'assembler des mèches. Nous allons dans cette étude nous limiter aux renforts de composites tissés tridimensionnels de type

interlock épais. Un tissu peut être composé de mèches de chaîne et de trame de différentes natures ou de mèches hybrides composées de différentes fibres. De plus, les mèches chaîne et trame ne sont pas toujours de même section et ne comportent pas toujours le même nombre de fibres. Dans le cas où les deux réseaux sont identiques, on parle de tissu équilibré. En résumé, un renfort va principalement se caractériser par :

- le type de mèches utilisées
- l'armure
- la densité de mèches (en mèches/mm) pour chaque réseau. La périodicité (en mm^{-1}) se définit alors comme étant l'inverse de la densité.
- l'embuvage qui caractérise l'ondulation des mèches au sein du tissé, exprimé en % (Figure 6, [CLA04]) et est défini par :

$$e = \frac{\text{longueur d'une mèche seule} - \text{longueur du tissu dont elle est extraite}}{\text{longueur du tissu}} \times 100 \quad (1.1)$$

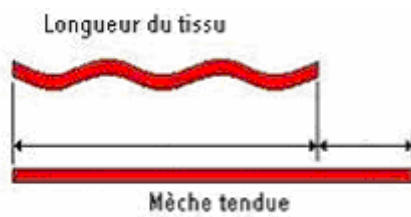


Figure 6 - Définition de l'embuvage

1.4 La mise en forme du composite à renfort tissé : transfert de résine et applications

Les renforts tissés sur lesquels porte notre étude étant destinés à être mis en forme par moulage, nous nous intéresserons uniquement aux procédés de ce type. Les procédés de type LCM (*Liquid Composite Moulding*) permettent de mettre en forme les composites à renforts tissés et à matrice polymère. Parmi ces procédés, l'infusion sous vide et le RTM (*Resin Transfer Moulding*) sont les plus utilisés. Ce sont des procédés « moule fermé » : la résine n'est pas en contact direct avec l'atmosphère ambiante, ce qui permet notamment un contrôle strict des composés organiques volatils émis lors de la fabrication des pièces et des conditions de polymérisation de la résine.

De nombreux procédés de formage par moulage existent [BER99, GAY97]. Ils varient en fonction de la nature des matériaux constituant le renfort et la matrice, de l'importance des séries à effectuer, de la cadence et du coût de production recherchés. Nous allons faire ici une description très simplifiée de quelques procédés de moulage pour finalement nous concentrer sur celui qui nous concerne : le RTM.

1.4.1 Moulage au contact

Le moulage au contact (Figure 7, [HOM12]) est le plus simple procédé auquel nous allons nous intéresser. Dans ce process, le renfort est manuellement placé dans un moule puis la résine est ajoutée. Ensuite, un opérateur fait pénétrer la résine dans le renfort et compacte l'ensemble à l'aide d'un rouleau afin de chasser les bulles d'air. Ce type de procédé permettant de traiter de très petites séries de pièces de grandes dimensions est fortement dépendant de l'opérateur. En effet, la manière dont celui-ci dépose le renfort dans le moule et la pression qu'il exerce sur le rouleau lors de la compaction de l'ensemble influent grandement sur les propriétés finales de la pièce.

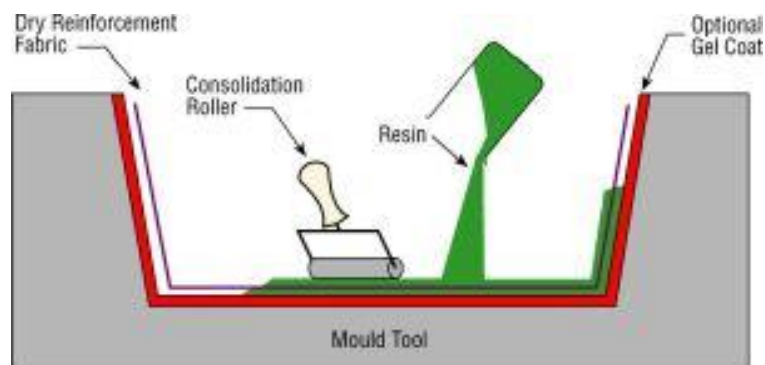


Figure 7 - Principe du moulage au contact

Il existe des variantes de ce process impliquant un poinçon et matrice qui permettent d'appliquer une pression contrôlée à l'ensemble constitué du renfort et de la résine. Un contre moule (ou poinçon) remplace alors la roulette manipulée par l'opérateur lors du moulage au contact. Si ce procédé permet de garantir un certain niveau de compaction, la dépose de la résine reste effectuée manuellement et n'est donc pas parfaitement reproductible.

Le moulage par injection de résine ("Resin Transfer Moulding" en anglais) permet d'automatiser complètement le procédé (cf. §1.4.3).

1.4.2 Infusions sous vide

Le VARI (*Vacuum Assisted Resin Infusion*) consiste à placer le renfort entre le moule et une membrane étanche, le poinçon exerçant une pression sur l'ensemble constitué du renfort et de la membrane (Figure 8, [HOM12]). Le vide est alors fait grâce à un ou des orifices placés sur le moule, la membrane entraînant le renfort. Une fois le vide fait, la résine est injectée à faible pression à l'opposé des orifices d'évacuation et la dépression aide à l'entraînement de la résine dans la pièce. Une fois le vide totalement remplacé par la résine, la pièce est chauffée pour polymériser cette résine.

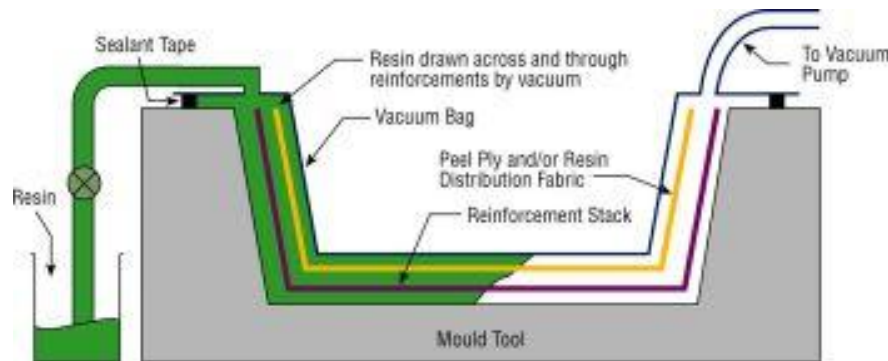


Figure 8 - Schéma de principe du VARI

Une variante de ce procédé d'infusion sous vide consiste à placer le renfort entre le moule et une membrane étanche mais ici c'est le vide fait entre le film et le moule qui entraîne la résine au sein de la pièce qui, une fois imprégnée, est polymérisée (Figure 9, [HOM12]).

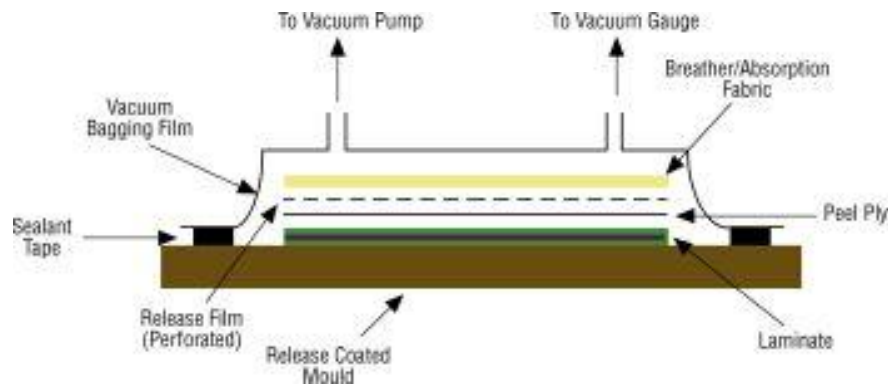


Figure 9 - Schéma de principe de l'infusion sous vide

Ces deux derniers procédés permettent ainsi de produire des pièces en grandes séries avec une bonne reproductibilité du fait de l'automatisation possible. Ils sont applicables à de nombreux types de renforts, autorisent la réalisation de formes assez complexes et permettent d'atteindre des taux volumiques de fibres dans une gamme assez large.

Le principal défaut de ces procédés réside dans le moyen de faire polymériser la résine: cela nécessite souvent de mettre la pièce en une seule fois dans un autoclave de façon à pouvoir contrôler à la fois les conditions de températures et de pression pour la transformation. La taille de l'autoclave induit donc la taille maximale des pièces réalisables.

1.4.3 Resin Transfer Molding

Le procédé RTM (Resin Transfer Molding) est également très utilisé pour la mise en forme des composites à renforts tissés [RUD97, POT99, PAR00]. Le renfort est placé entre un moule (ou *matrice*) et un poinçon. Ce dernier vient alors emboutir le renfort jusqu'à ce qu'il ait pris la forme du moule, le renfort étant éventuellement maintenu par des serre-flans. La résine est ensuite injectée sous une pression élevée dans le renfort avant d'être polymérisée. Le procédé VARTM est une variante des procédés RTM.

Le RTM en 3 étapes :

- La première étape, dite de préformage (Figure 10, a et b), consiste à mettre en forme le renfort : celui-ci est déposé puis embouti dans un moule constitué d'un poinçon et d'une matrice. Les deux parties du moule étant rigides, il est possible de maîtriser l'épaisseur de la pièce et d'obtenir un bon état de surface des deux côtés, ce qui n'est pas le cas pour l'infusion sous vide. Des serre-flans sont généralement utilisés lors de cette étape pour tendre le tissu et retarder l'apparition de plis.
- Une fois le renfort mis en forme, la résine liquide est injectée dans le renfort (Figure 10, c). La consolidation de la matrice est alors effectuée par chauffage pour une matrice thermodurcissable, et par refroidissement pour une matrice thermoplastique.
- Lorsque la résine est consolidée la pièce est finalement démoulée (Figure 10, d).

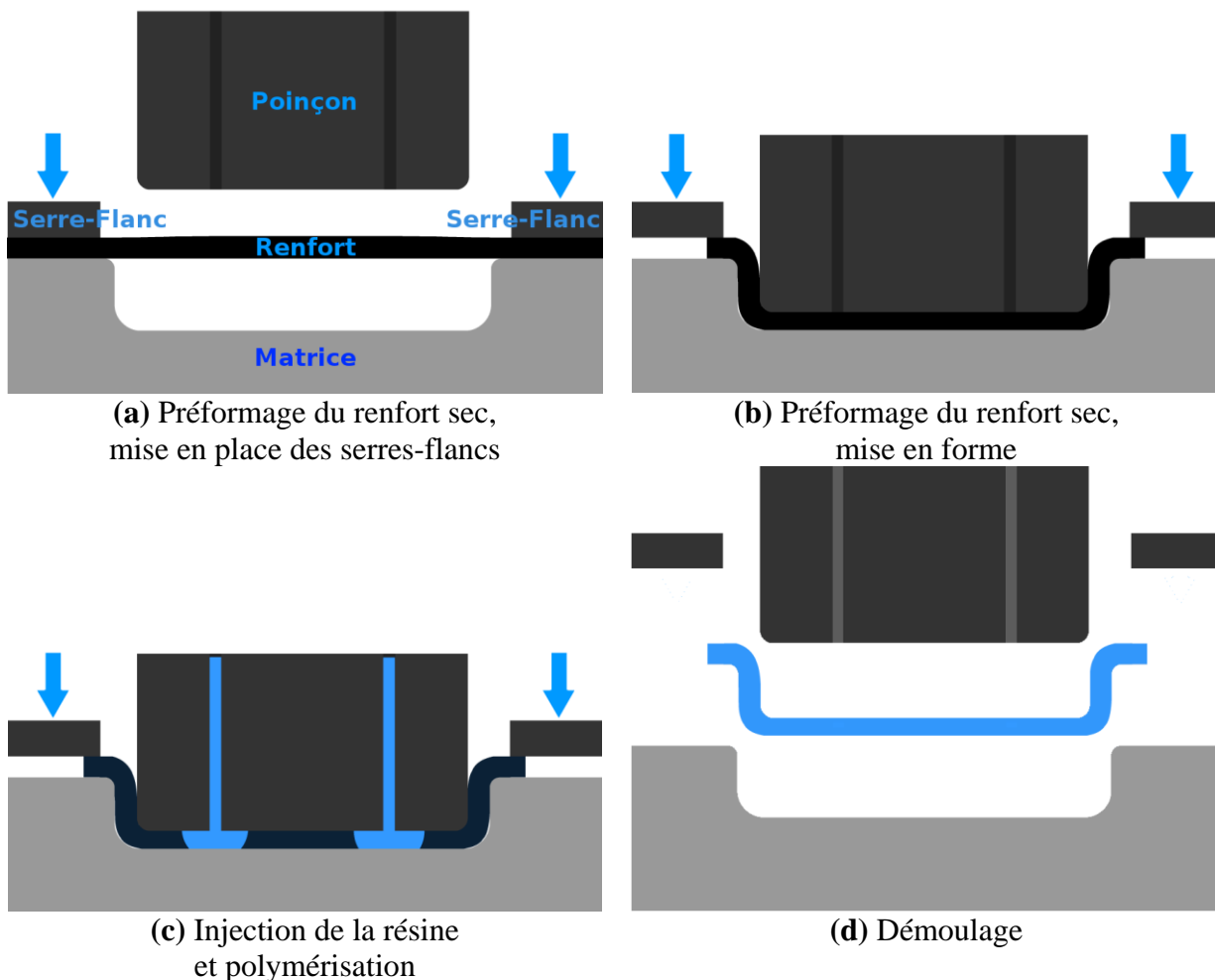


Figure 10 - Etapes du procédé RTM (*Resin Transfer Moulding*)

1.4.4 Simulation du préformage

Le R.T.M. est un procédé qui n'est pas totalement maîtrisé mais qui fonctionne dans l'industrie. De nombreuses études ont été menées sur l'écoulement de la résine lors de l'injection, qui dépend de nombreux paramètres, comme par exemple K : la résistance de l'avancement d'un fluide en milieu poreux. D'autres travaux, dont ceux présentés ici, s'intéressent aux propriétés mécaniques du tissu lors du formage. Ces comportements sont effectivement fondamentaux, car ils conditionnent grandement la qualité de la pièce finie. Lors d'une mise en forme, des phénomènes préjudiciables peuvent apparaître. Ces phénomènes sont essentiellement dus au caractère multiéchelle du matériau et de ses composants. Cela peut se traduire par l'observation d'évènements tels que :

- des ruptures de fibres, lorsque la tension dans les mèches dépasse la résistance de celles-ci
- la formation de flambements locaux lorsque les mèches sont trop sollicitées en compression
- l'apparition de plis, également générés par la compression des mèches ou lorsque les angles de cisaillement deviennent trop importants [PRO97, BOI11a]
- la création de zones sèches engendrées par un taux volumique de fibres trop important avant injection ce qui réduit la perméabilité du renfort à la résine.

L'étude du préformage est importante pour vérifier la faisabilité d'une mise en forme (tension, angle limite, efforts sur les outils,...), et surtout pour fournir la position et l'orientation des mèches dans la pièce finie. Ces informations sont précieuses car elles permettent d'accéder au comportement mécanique effectif rencontré dans la pièce mise en forme. Elles conditionnent aussi la perméabilité du renfort puisque la connaissance de la position des mèches est importante aussi pour l'infiltration de ce dernier par la résine. Le comportement de ce type de renfort diffère suivant la direction que l'on considère pour une sollicitation, la structure de ces matériaux est donc fortement anisotrope. Ceci est dû notamment au caractère discret des mèches, à leurs orientations fortes dues au tissage, et au contraste important entre leur rigidité dans la direction de la mèches par rapport aux autres directions. Ces particularités doivent être prises en compte dans la simulation de leur comportement.

Maîtriser ce procédé est un enjeu majeur pour un industriel. Les démarches de type prototypage/essai/erreur/corrections sont à diminuer pour des raisons de coût dans tous les secteurs de développement industriel, le cas présenté ne fait pas exception. Réaliser des moules pour R.T.M. ou un nouveau renfort avec une armure particulière sont des actions longues et très coûteuses. C'est pourquoi la simulation numérique de la mise en forme à l'échelle macroscopique présente un intérêt important.

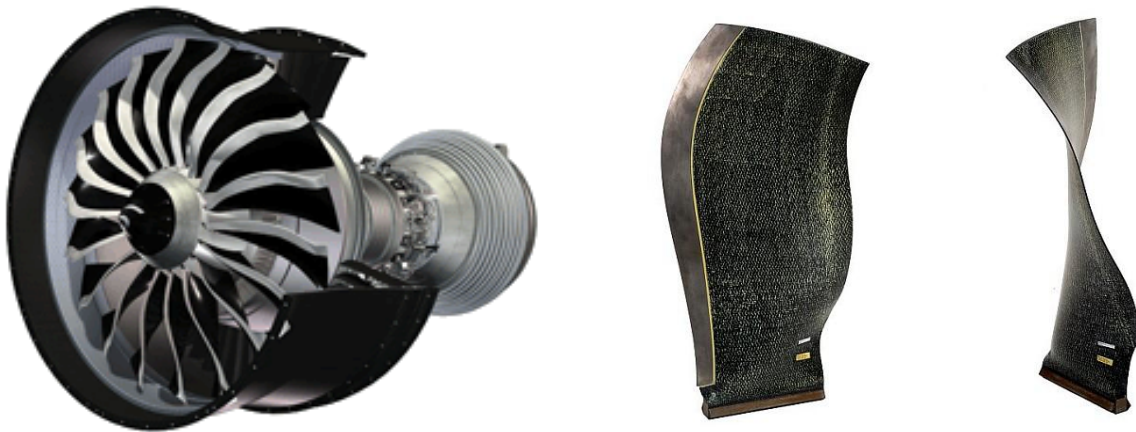
Nous citerons différentes approches de simulations possibles au paragraphe §3.2.2 de ce manuscrit.

1.4.5 Cas industriel : Les aubes de soufflantes à renforts interlocks pour les moteurs d'avion

L'application qui nous intéresse concerne les turboréacteurs de la prochaine génération. Afin d'être le plus compétitif possible dans le domaine de la propulsion aéronautique, le moteur du futur doit être plus performant tout en restant moins énergivore et moins bruyant que ses prédécesseurs. C'est l'objectif du moteur LEAP développé par CFM International (Snecma groupe Safran & General Electric), successeur de la gamme CFM-56

produite depuis les années 80 et équipant notamment les Boeing 737, certains Airbus A320 et A340. Ce nouveau moteur utilisera des aubes de soufflante réalisées en composite CMO interlock, développées par Snecma à partir de renfort tissé épais de fibres de carbone (Figure 11, [SNE12]). Les composites sont déjà présents dans les moteurs d'avions militaires depuis quelques années, avec l'utilisation de matériaux carbone/carbone ou SiC/carbone voire SiC/SiC, très particuliers, pouvant résister à de très hautes températures (dans la turbine haute pression par exemple).

Ici, la pièce considérée est dans le premier étage de compression d'un moteur double flux, la partie froide du moteur. Dans ces moteurs, l'essentiel de la poussée (80% à 90%) est générée par la soufflante, un disque aubagé de grand diamètre. Les contraintes mécaniques sont alors très importantes sur l'ensemble de la surface des aubes et plus particulièrement au niveau du pied de ces dernières. Celles-ci, pouvant mesurer plus d'un mètre, présentent une masse non négligeable et sont soumises à de très fortes vibrations. De plus, la consommation d'un moteur étant très liée à la masse de son équipement tournant, il existe un enjeu majeur sur la réduction de masse des aubes de soufflante. Le gain de masse se traduit en effet par une augmentation du rendement du moteur. Ces pièces sont en même temps des organes très sensibles du moteur puisque soumises aux contraintes centrifuges et à des impacts éventuels (causés par l'ingestion d'oiseaux ou de blocs de glace pendant le vol).



(a) Turboréacteur LEAP Snecma [SNE12] (b) Aube de soufflante de turboréacteur [DEL09]

Figure 11 - Application du procédé RTM à une pièce structurale

L'utilisation de composites stratifiés classiques pour réaliser des aubes fonctionne, citons par exemple le cas du moteur GE90. Mais cette solution n'est plus valable pour des aubes de tailles plus réduites comme c'est le cas pour les moteurs CFM. L'énergie dissipée par délaminage est alors trop importante au regard des dimensions de la pièce et conduit à la ruine de cette dernière. C'est une question de surface délaminée par impact.

L'industrie s'est donc tournée vers les renforts épais de composite, tissés en 3D pour améliorer leur tenue au délaminage et réalise ces pièces par procédé RTM. Ces aubes de soufflante à renfort composite interlock constituent une avancée majeure dans le domaine du transport aérien. Chaque aube est réalisée à partir d'une préforme tissée d'un seul bloc qui, après découpe de parties chutéées, est mise en forme dans un moule pour injection de résine par procédé R.T.M. La pièce obtenue après polymérisation de la résine, ne nécessite pas de rectification importante pour être utilisée, ce qui permet de minimiser le coût de fabrication.

Les propriétés de la pièce finie doivent être précisément maîtrisées pour connaître à priori sa réponse dynamique (qui doit être correcte vis-à-vis des fréquences propres des régimes moteurs standards) et pour garantir une bonne tenue à l'impact, indispensable pour assurer la sécurité nécessaire à une telle application. Ces propriétés mécaniques étant grandement influencées par les directions fortes d'anisotropie du matériau, une maîtrise de la

phase de fabrication par la connaissance des positions et orientations de mèches dans la pièce finie est indispensable.

La mise au point de ce process nécessite de longues et onéreuses campagnes d'essais afin de déterminer les différents paramètres à utiliser comme par exemple le schéma de tissage (armure), les courbures réalisables ou le choix des fibres et des résines. La simulation numérique apparaît alors comme étant un moyen possible pour réduire les essais à effectuer. Elle sert d'outil à plusieurs niveaux de la conception : la simulation du renfort sec pendant la phase de mise en forme (ou préformage), la simulation de la phase d'injection de la résine et de sa polymérisation (qui fait intervenir la thermodynamique, la mécanique des fluides et implique le couplage entre la résine fluide et la structure du renfort), et enfin la simulation sur la pièce finie pour déterminer sa tenue à la fatigue, à l'impact ou encore les possibilités de réparations éventuelles de la pièce après un incident en fonctionnement. En effet les réparations sur pièces sont aussi un paramètre à prendre en compte puisqu'il est intimement lié au coût de maintenance du moteur au cours de sa durée de vie. La simulation peut permettre d'anticiper certains types de réparations réalisables sur pièces composites et d'en estimer les coûts.

Nos travaux se focalisent sur la simulation du préformage du renfort dans le moule avant la phase d'injection. Les simulations de mise en forme doivent permettre :

- la détermination des conditions de la mise en forme comme l'orientation du renfort, la pression à exercer sur les serre-flans, la vitesse d'emboutissage,...
- la détermination de la position des mèches et des éventuelles contraintes résiduelles, ces deux données étant primordiales dans le calcul des caractéristiques mécaniques de la pièce finale
- le calcul du tenseur de perméabilité nécessaire à la détermination des conditions d'injection de la résine
- la prévision de l'apparition de défauts sur la pièce notamment les plissements du renfort, les zones vides de renfort et la rupture de mèches

La simulation de la mise en forme des interlocks permet d'atteindre ces informations, et quantifie également la faisabilité d'une mise en forme : efforts nécessaires (rupture de fibres ou pas), apparition de plis ou de flambement locaux, création de zones sèches (pour des taux de fibres trop élevés), maîtrise de l'angle de cisaillement entre les réseaux chaîne et trame (futur angle de décadage après injection). Elle présente donc un intérêt majeur pour l'application considérée.

Mais pour effectuer des simulations mécaniques de la mise en forme d'un renfort, il faut une bonne connaissance du comportement de celui-ci. Le prochain chapitre présente donc les différents modes de déformation qu'un renfort peut subir et sa réponse à ceux-ci. Nous verrons également que du fait de sa nature et de celle de ses composants, un renfort tissé peut être modélisé à différentes échelles et nous présenterons différentes approches permettant la modélisation des tissus.

Bilan du chapitre 1

Ce premier chapitre a permis de présenter les composites en général et, de manière plus détaillée, les renforts tissés épais de composites. Nous avons décrit quelques procédés de réalisation de tels composites, évoqué leurs avantages et leurs inconvénients et mis en évidence les difficultés que posent ce type de réalisation. Un cas d'étude a été présenté ainsi que le contexte dans lequel se place l'utilisation de ces matériaux composites. Les enjeux industriels de la simulation de procédés du type RTM et plus particulièrement du préformage ont été mis en évidence.

Nous avons vu que la réalisation de ce type de renforts nécessitait une très bonne connaissance des matériaux les constituant mais également des paramètres du procédé utilisé. La structure multi-échelle d'un renfort tissé impacte les méthodes de simulation utilisables suivant que l'on se place au niveau des fibres, des mèches constituées de fibres, d'un Volume Élémentaire Représentatif (VER) constitué de mèches, de la pièce complète constituée de mèches ou, le cas échéant, de VER quand l'armure de tissage est périodique.

Il nous faut donc mieux connaître la mécanique au sein de notre matériau en vue de la simulation du comportement de ce dernier au cours du préformage. Le prochain chapitre détaille les sollicitations auxquelles peuvent être soumis notre renfort sec, le comportement du renfort quand il est soumis à ces sollicitations ainsi que les essais élémentaires de caractérisation utilisables pour remonter aux propriétés mécaniques du renfort.

Chapitre 2 Comportement mécanique des renforts tissés

Ce chapitre présente le comportement d'un renfort tissé épais de composite en fonction de différents modes de déformation. Les effets d'échelle sont discutés suivant les constituants du renfort. Ensuite les essais mécaniques standards d'identification sont présentés. Enfin le matériau utilisé dans cette étude est détaillé ainsi que son comportement au cours des essais. Ces informations nous seront utiles pour la mise en place de simulations représentatives du comportement réel du matériau.

Sommaire du chapitre

2.1	Comportement mécanique des renforts tissés et effets d'échelle.....	30
2.1.1	Comportement à l'échelle de la mèche seule	30
2.1.2	Comportement à l'échelle mésoscopique	35
2.1.3	Comportement à l'échelle macroscopique	35
2.2	Essais sur tissés épais	36
2.2.1	Essai en tension.....	36
2.2.2	Essai de compression transverse.....	37
2.2.3	Essai de cisaillement dans le plan du renfort.....	39
2.2.4	Essai de cisaillement transverse	45
2.2.5	Essai de flexion	46
2.3	Le renfort étudié	48
2.3.1	Orthotropie des renforts interlocks	49
2.3.2	Périodicité et symétries	49
2.3.3	Modes de sollicitation des interlocks	49
2.4	Essais sur renfort sec interlock	50
2.4.1	Comportement en tension.....	50
2.4.2	Comportement en compression transverse.....	51
2.4.3	Comportement en cisaillement dans le plan du renfort.....	54
2.4.4	Comportement en cisaillement transverse	58
2.4.5	Comportement en flexion trois points	61
	Bilan du chapitre 2.....	66

2.1 Comportement mécanique des renforts tissés et effets d'échelle

Un renfort tissé est composé d'une succession de sous-assemblages : fibres assemblées en mèches, elles-mêmes assemblées en réseau tissé. Notre renfort tissé est donc un matériau fondamentalement multiéchelle dans lequel le comportement mécanique macroscopique du tissu est directement hérité de son comportement aux échelles inférieures. Trois échelles d'observation du renfort sont généralement distinguées (Figure 12, [GAT10]) :

- *échelle microscopique* : on se positionne à l'échelle de la fibre
- *échelle mésoscopique* : on se positionne à l'échelle de la mèche
- *échelle macroscopique* : on considère la pièce complète

Le comportement mécanique est différent à chaque échelle, il en résulte donc que des hypothèses valables à une échelle ne le sont plus à une autre. Dans cette section, nous allons décrire les mécanismes connus qui régissent le comportement à chaque échelle afin de synthétiser le comportement du matériau dans son ensemble. Les moyens d'essai associés à ces mécanismes seront également présentés. De ces constatations découleront les hypothèses d'homogénéisation du matériau que nous utiliserons ensuite pour la simulation de la mise en forme.

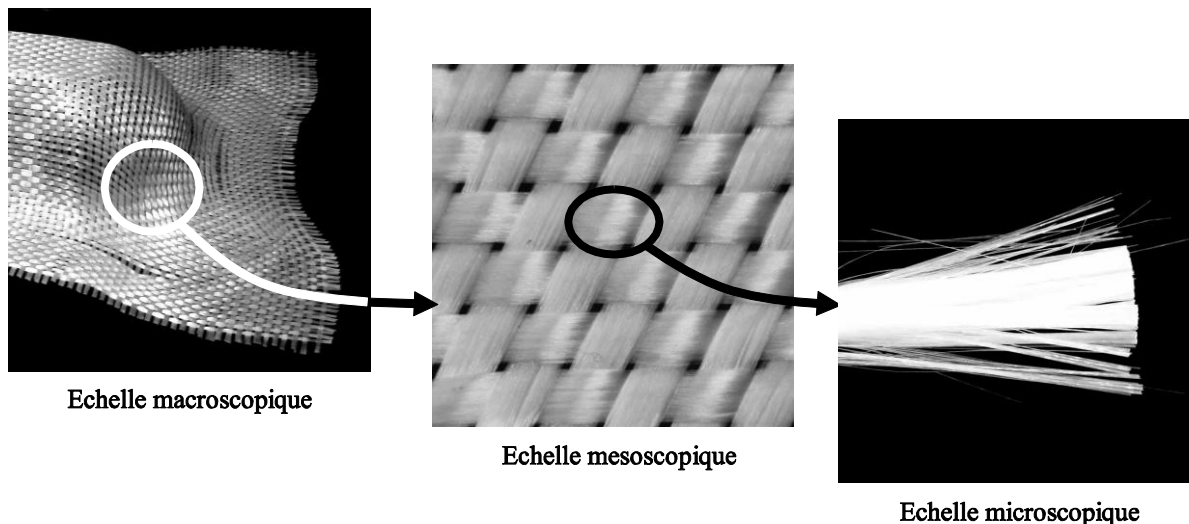


Figure 12 - Différentes échelles au sein d'un renfort tissé.

2.1.1 Comportement à l'échelle de la mèche seule

A cette échelle, une seule mèche est considérée et ce sont les fibres qui la constituent qui régissent le comportement du matériau en interagissant les unes avec les autres. Un moyen d'observer les mécanismes d'interaction entre les fibres au sein de la mèche est d'utiliser une méthode non destructrice : la microtomographie par rayons X. A l'instar de la technique utilisée pour les radiographies médicales, une éprouvette est placée dans une enceinte fermée et bombardée de rayons X. L'éprouvette est mise en rotation au sein de l'enceinte et les images successives obtenues en décomposant les rayons l'ayant traversée permettent d'obtenir une image tridimensionnelle de la structure interne de l'éprouvette. Cette technique est prometteuse pour l'analyse du comportement des renforts tissés à l'échelle mésoscopique [DES05, BAD08b, LAT11]. Mais elle demande beaucoup de temps et cantonne l'observation à une éprouvette de taille réduite, limitée par la taille du tomographe.

Une fibre de carbone, et par extension une mèche qui est constituée d'un ensemble de fibres, possède une raideur importante en traction. Par contre sa résistance à la rupture est relativement faible sur une fibre seule. L'assemblage de fibres en mèches permet d'augmenter la résistance à rupture de la mèche. La rigidité de flexion d'une mèche est très faible tout comme sa rigidité en compaction dans la direction des fibres. En effet, une mèche compactée dans cette direction flambe et n'oppose donc presque pas de résistance à ce type de sollicitation.

Comportement d'une mèche en tension

Les mèches étudiées sont constituées de plusieurs milliers de fibres. Lorsqu'une mèche est mise sous tension, toutes les fibres qui la constituent ne se tendent pas simultanément. Cette tension progressive des fibres au sein de la mèche induit une non-linéarité du comportement de la mèche en début de tension qui dépend du type de mèche. La Figure 13 illustre le comportement en tension d'une mèche carbone dont les 6000 fibres sont assemblées sans torsion, possédant un traitement de surface pour assurer une bonne cohésion du fil, et dont les propriétés mécaniques sont les suivantes : masse linéaire = 800tex (0.8g/m), ténacité = 840N. Cette non-linéarité dépend du matériau, ainsi que du procédé de fabrication de la mèche. Dans le cas d'une mèche de carbone, les fibres s'allongent très peu avant rupture. La non-linéarité au début du chargement est donc limitée par la faible déformation du matériau.

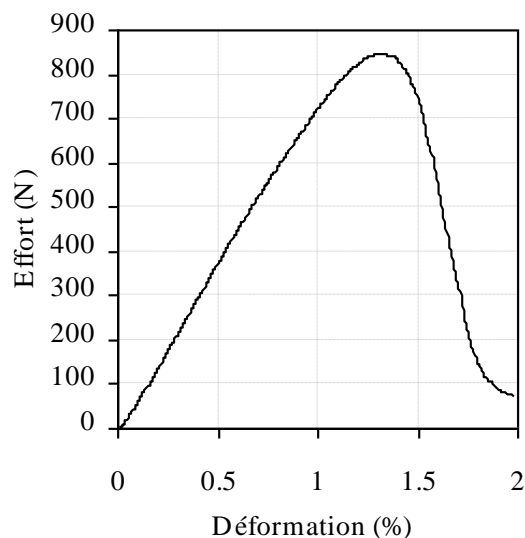


Figure 13 - Comportement en tension de mèches de carbone [DUM03]

Dans ce type de matériau à structure discrète, la notion de contrainte est moins évidente que telle qu'elle est définie dans les matériaux continus. Un effort exercé sur une mèche restera identique, même si l'espace entre les fibres change. Or si la section de la mèche change, la contrainte change aussi tandis que la tension dans les fibres n'aura pas changé. Définir une contrainte dans la mèche comme l'effort divisé par la section apparente n'a que peu de sens, cette section n'ayant pas une influence directe sur la réponse en effort du matériau. Le comportement en élongation de la mèche est donc caractérisé non pas par un module mais par une *rigidité*, rapport de l'effort sur la déformation dans la partie linéaire de la réponse en tension, et un *effort maximum*, tous deux exprimés en N.

Comportement d'une mèche en compaction dans le plan transverse

La compaction transverse se traduit par un changement d'aire dans le plan transverse de la mèche, le plan normal à la direction des fibres. Il s'agit donc d'une diminution de la section de la mèche (ou du toron). Dans une mèche compactée, l'espacement entre les fibres est réduit (Figure 14, [BAD08a]). C'est l'un des modes de déformation privilégiés de la mèche, et il intervient dans la plupart des sollicitations auxquelles le tissu peut être soumis.

La compaction transverse impacte la densité de fibres au sein de la mèche et a une influence considérable sur la perméabilité locale de la mèche, ce qui se traduit par une modification de la capacité à injecter correctement ou non la résine dans l'étape d'injection du procédé RTM. Il est donc nécessaire de bien identifier le comportement en compaction pour prédire la perméabilité locale d'un renfort au cours de la mise en forme.

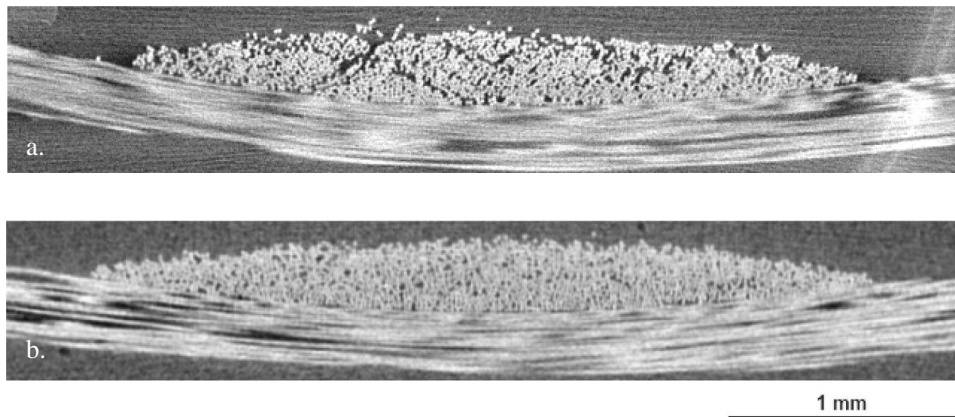


Figure 14 - Coupe par microtomographie X de la section d'une mèche au repos (a) et compactée (b) [BAD08a]

La compaction d'une mèche peut se décomposer en deux étapes :

- les fibres commencent par se réorganiser de façon à combler les vides, avec généralement l'apparition de flexions locales de fibres qui confèrent à ce mode de déformation son comportement élastique
- La mèche atteint ensuite progressivement un blocage et sa rigidité de compaction tend vers celle du matériau constituant les fibres.

Les travaux de Moustaghfir, Durville et al [MOU12] pour la simulation et l'identification du comportement d'un réseau de mèches constituées de fibres permettent d'illustrer les réarrangements ayant lieu au sein de la mèche au cours de la compression transverse (Figure 15, [MOU12]).

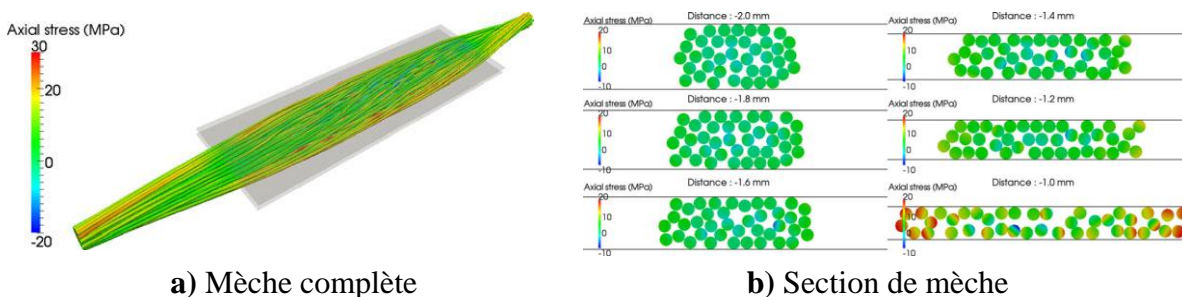


Figure 15 - Vue d'une mèche constituée de 40 fibres en compression transverse [MOU12]

Ce comportement en compaction est difficile à caractériser expérimentalement, car la mise en place d'essais de compaction pure sur une mèche sortie du tissu est difficile à mettre en oeuvre. Le comportement des mèches est souvent parasité, par exemple par les effets de frottement des fibres sur le module d'essai, et dépend également de la torsion de la mèche. Dans les études précédentes décrivant le comportement de la mèche à l'échelle mésoscopique, le comportement en compaction de la mèche est généralement identifié par une méthode inverse à partir d'un essai à l'échelle macroscopique [GAS00, HAG04, POT08]. Nous nous baserons notamment sur les travaux de thèse de T. Nguyen [NGU11, NGU12].

Comportement d'une mèche en cisaillement/flexion

Il existe deux modes de cisaillement possibles au sein d'une mèche :

- le *cisaillement dans le plan* de la mèche, un cisaillement qui a lieu dans la section de la mèche
- le *cisaillement transverse*, au sens du cisaillement transverse des poutres, qui a lieu dans la direction de la mèche

La distorsion correspond au changement de forme de la mèche dans le plan transverse sans compaction (Figure 16, [CHA11]). Au cours de cette transformation les fibres glissent les unes par rapport aux autres et se réarrangent pour s'adapter à la déformation. Quand il n'y a pas d'intervention de la compaction il y a peu d'interactions entre les fibres et les réarrangements entre fibres sont aisés. Lorsque la mèche est compactée, les nombreuses interactions entre les fibres rigidifient ce comportement en distorsion. Il existe donc un couplage entre ces deux modes de déformation, mais dont la caractérisation expérimentale reste difficile.

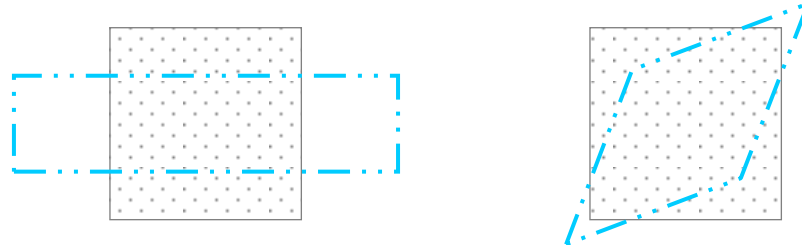


Figure 16 - Distorsion de la mèche, cisaillement dans la section de la mèche

Le cisaillement transverse est un mode de cisaillement dans la direction des fibres au sein de la mèche. Les fibres glissent les unes par rapport aux autres dans la direction de leur alignement (Figure 17, [CHA11]). Ce comportement fait intervenir le frottement entre les fibres et, la présence d'ensimage sur ces fibres créant une cohésion entre les fibres à l'échelle microscopique, confère à ce mode de déformation une raideur et une élasticité. De même que la distorsion, le cisaillement transverse est rigidifié lorsque la densité de fibres est élevée, notamment en cas de compaction.



Figure 17 - Cisaillement transverse de la mèche

Enfin ces modes de déformation constituent une partie de la flexion d'une mèche vue comme une poutre ou une plaque. Ce comportement est très intéressant sur le plan de la mécanique des milieux continus, et sa description peut s'avérer nécessaire lorsque l'on cherche à déterminer par une étude mésoscopique le comportement en flexion du renfort entier (voir Chapitre 2.2.5). Nous allons donc faire ici une ébauche du comportement des mèches en flexion car nous verrons par la suite que les renforts épais ont, à l'échelle macroscopique, un comportement en flexion voisin de celui de la mèche à l'échelle mésoscopique.

Au cours d'une déformation de type flexion trois points sur une mèche, trois phénomènes sont susceptibles de se produire : un cisaillement transverse de la mèche, une flexion de chaque fibre constituant la mèche et un flambement latéral des fibres au niveau de l'appui central. Le comportement de la mèche en flexion dépend donc du cisaillement transverse local et de la courbure locale des fibres au sein de la mèche.

Une raideur en cisaillement transverse peut être attribuée à la mèche du fait du frottement entre les fibres et de la présence d'ensimage. En général, localement, la mèche est sollicitée entre le cisaillement transverse et le flambement latéral. Or la rigidité de cisaillement transverse est supérieure à celle qui régit le flambement. C'est pourquoi le cisaillement transverse au sein de la mèche ne se propage pas sur toute la longueur de la mèche mais reste un phénomène localisé (Figure 18, [CHA11]). Le flambement, et donc par extension le cisaillement transverse, est dépendant de la courbure locale de la mèche. Cette dépendance à la courbure locale permet d'affirmer que le comportement de la mèche en flexion n'est pas un comportement classique de milieu continu. Le comportement local étant dépendant des rotations locales au sein du milieu, la mèche est en fait un milieu faisant intervenir les notions de courbures et de moments locaux [COS09, MIN65, IND08]. Un modèle prenant en compte explicitement l'influence de la courbure sur le comportement du renfort est proposé dans [MAG01].

Notre étude restera limitée aux chargements du renfort dans le plan mais abordera la flexion de la maille élémentaire. L'embuvage des mèches étant très faible, la courbure de la mèche ne varie que très peu au cours de ces chargements mais le comportement associé à la courbure, et plus particulièrement à la flexion, devra être pris en compte dans les simulations à l'échelle mésoscopique.

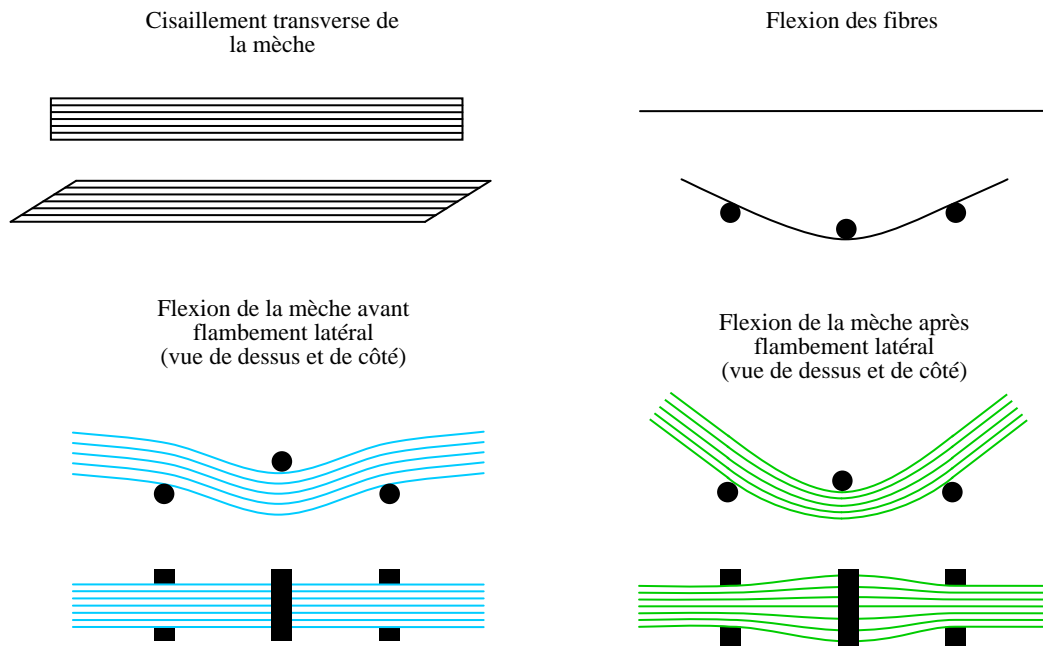


Figure 18 - Mécanismes intervenant dans la flexion d'une mèche de renfort tissé.

Comme évoqué ci-dessus, à l'échelle macroscopique, le renfort a un comportement en flexion semblable à celui de la mèche, sauf que l'armure du renfort empêche généralement le flambement latéral. Le renfort pouvant être soumis à des flexions très importantes, notamment lors des essais d'emboutissage et de mise en forme de pièces réelles, ce comportement a une influence plus significative que dans le cas de la mèche. Un élément fini possédant une rigidité de flexion permet de prendre en compte ce comportement. Ainsi les modèles macroscopiques utilisant des modèles classiques de coque prennent en compte cet aspect. Un exemple de travaux incluant cette dépendance des contraintes à la courbure du matériau a été réalisé pour le composite final (après injection) dans [SPE07].

2.1.2 Comportement à l'échelle mésoscopique

L'échelle mésoscopique considère un réseau de mèches tissées, généralement de la taille d'un volume élémentaire représentatif (VER) quand il existe. Dans ce cas la structure du renfort et surtout le schéma de tissage utilisé pour le réaliser impactent son comportement. Le rôle de l'armure intervient dans la répartition des mèches au sein du renfort et donc de ses propriétés : vis-à-vis de la flexion, de la variation d'embuvage entre les deux directions principales des mèches ou encore de la capacité qu'aura le renfort à se cisailier. Lorsqu'un renfort est constitué d'une proportion équivalente de mèches dans le sens chaîne et dans le sens trame, il est dit *équilibré*. Or pour les applications industrielles et à fortiori les applications de pointe, il est courant d'avoir des renforts dont le ratio chaîne/trame (RCT) est différent de 50/50, ce qui signifie que le renfort est *déséquilibré*. L'approche mésoscopique permet de prendre en compte ces variations en rendant le comportement du VER plus fidèle au tissage effectif.

2.1.3 Comportement à l'échelle macroscopique

A cette échelle, la pièce est considérée dans son ensemble. Cette échelle est particulière car ici plusieurs approches sont possibles. La plus traditionnelle est de considérer la pièce comme un milieu continu qui, à l'échelle macroscopique, a un comportement

spécifique lié aux constituants des échelles inférieures. L'avantage de cette approche est qu'elle permet de modéliser une pièce entière. Un inconvénient est que cette approche est plus difficile dans le cas où le renfort est aperiodique et n'est donc pas constitué de VERs.

Pour palier ce désagrément, une autre approche possible est de décrire le tissage réel du matériau. Pour cela, il est nécessaire de connaître son armure et de mettre en place un modèle numérique permettant de prendre en compte les variations locales de la répartition des mèches [DEL09].

Différents type d'approches possibles pour la simulation de la mise en forme des renforts à plusieurs échelles sont présentés au chapitre 3.2.

2.2 Essais sur tissés épais

Ce chapitre a pour but de présenter le fonctionnement des essais élémentaires praticables sur les renforts tissés. Ces essais seront par la suite utilisés pour l'identification des paramètres de la loi de comportement mise en place au chapitre 3.4.2 et au chapitre 4.

2.2.1 Essai en tension

2.2.1.1 Tension simple

Le comportement en traction des tissés est non linéaire. Cette non linéarité provient de l'embuvage du tissé et de la compression transverse. En effet, lors d'un essai, les mèches vont dans un premier temps se redresser (cette phase se passe à faible raideur). Dans un second temps, lorsque la géométrie se stabilise et que la compression des mèches devient difficile, il y a rigidification. L'embuvage au sein du tissu entraîne un couplage entre la tension dans la direction chaîne et la direction trame. Dès lors qu'une direction est sollicitée, l'autre sera impactée à cause de l'ondulation des mèches constituant chaque réseau. C'est pourquoi il est courant d'utiliser des essais de tension biaxiale qui permettent de maîtriser la tension dans les deux directions de mèches à la fois.

L'essai de traction biaxiale est cependant lourd à mettre en œuvre pour des tissés minces et d'autant plus pour des tissés épais car il faut s'assurer que les réseaux chaîne et trame commencent à se tendre au même instant (qui est défini comme le début de l'essai). Ceci est extrêmement délicat à vérifier pour des matériaux aussi souples que les tissés.

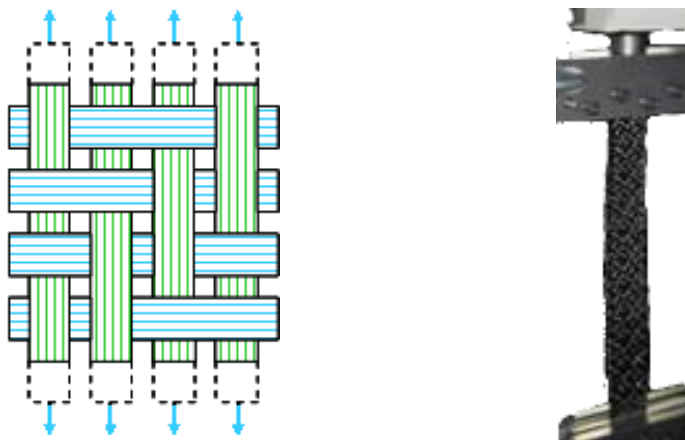


Figure 19 - Essai de traction sur tissé épais

2.2.1.2 Tension biaxiale

Le comportement en traction des tissés est non linéaire. Comme évoqué ci-dessus cette non linéarité provient de l'embuvage du tissé mais aussi de la compression transverse. Lors d'un essai de ce type, les mèches vont, dans une première phase à faible raideur, se redresser (Figure 20, [BUE01], passage du cas *a* au cas *b*). Dans un second temps, lorsque la compression des mèches devient difficile, la géométrie se stabilise et il y a rigidification du renfort et donc augmentation de la raideur en tension, les mèches étant alors droites.

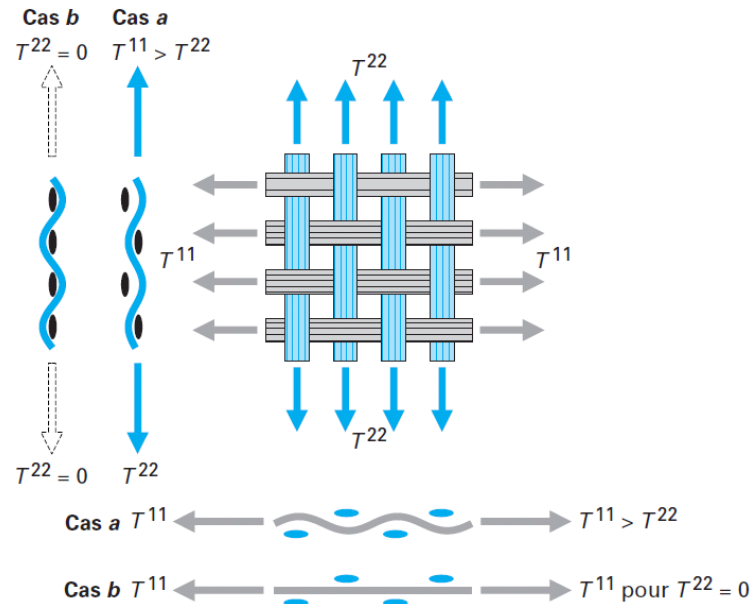


Figure 20 - Embuvage d'un tissé

Ce comportement est bien biaxial car le comportement en tension dans une direction est influencé par l'état de tension dans l'autre direction. Ceci a été mis en évidence par les travaux de thèse de Buet [BUE98] [BOI01a], qui a réalisé un dispositif constitué de parallélogrammes déformables permettant de faire ces essais à des rapports de déformations *chaîne sur trame* fixés. Dans ce cas, le comportement transverse des mèches est également mis en œuvre. Cet essai a été utilisé dans [BOI01b] pour quantifier les propriétés transverses des mèches grâce à une méthode d'identification inverse sur des simulations à l'échelle mésoscopique ; les grandeurs ainsi obtenues sont ensuite utilisées pour simuler le comportement en cisaillement et en tension de mailles élémentaires [DUM03] [BAD08a].

Cet essai, qui est déjà lourd à mettre en œuvre pour des tissés fins, l'est d'autant plus pour des tissés épais car il faut s'assurer que les réseaux chaîne et trame commencent à se tendre au même instant sur toute l'épaisseur, ce qui définit le début de l'essai. Pour des matériaux aussi souples que les tissés cette condition est très difficile à vérifier.

2.2.2 Essai de compression transverse

L'essai de compression transverse permet de caractériser la rigidité du matériau dans l'épaisseur. Le comportement est lui aussi non-linéaire car plus le matériau fibreux se compacte, et plus il se raidit : le nombre de contacts entre fibres augmente lorsque le matériau se densifie.



Figure 21 - Essai de compression transverse sur tissé épais

Cet essai est habituellement réalisé en comprimant une éprouvette de renfort entre deux plateaux parallèles. Le parallélisme parfait n'existant pas, le plateau du bas est en fait un plateau rotulé permettant de positionner correctement les plateaux l'un par rapport à l'autre avant de placer l'éprouvette. Au cours de cet essai, on ne considère que le premier chargement.

La section du matériau testé présente la particularité de ne pas être modifiée au cours de l'essai. On peut donc relier la variation de volume de l'éprouvette à sa variation d'épaisseur qui est suivie grâce au capteur de déplacement de la machine de compression. Cette variation d'épaisseur peut être reliée au taux volumique de fibre (2.1) ce qui permet de comparer les résultats pour des matériaux différents, y compris pour des épaisseurs très distinctes.

$$V_f = \frac{M}{\rho_c S e} = \frac{V_F}{V} = \frac{S * M_S}{V * d_C} \quad (2.1)$$

Avec :

- V_F , le volume de fibres calculé dans l'éprouvette initiale
- V , le volume actuel de tissu entre les mors de la machine
- ρ_c , la masse volumique du carbone
- M , la masse de l'éprouvette
- e , l'épaisseur actuelle de l'éprouvette
- S , la surface de l'éprouvette
- M_S , la masse surfacique du tissu
- d_C , la densité du carbone

La répétabilité de ce type d'essai est bonne mais il peut arriver que la variation soit importante pour certains matériaux, en particulier quand le phénomène de *nesting* apparaît. Ce phénomène, occasionnant le glissement dans un plan horizontal d'une mèche d'un réseau par rapport à la colonne de mèche du même réseau, peut apparaître dans les interlocks et influencer leur comportement. Il a été montré que le nesting pouvait avoir une influence forte sur le raidissement des tissés 2D et des tissés multi-couches. L'étude de T. Nguyen sur l'influence de l'empilement de couches tissées et de leurs orientations relatives sur la rigidité de compression transverse en témoigne [NGU12]. Il en ressort que c'est dans le cas où les mèches des différents plis sont parallèles que l'influence du phénomène de nesting est la plus grande. Cependant, dans le cas d'un tissé 3D interlock, l'ondulation des mèches de chaque réseau assure la cohésion des plis entre eux et limite donc la possibilité pour un pli de glisser par rapport aux plis qui l'entourent. Le nesting peut malgré tout apparaître localement au cours de l'essai.

On peut noter que cet essai met en évidence une anélasticité du matériau car si l'on teste la même éprouvette à plusieurs reprises, elle ne reprend pas son épaisseur initiale à la fin de l'essai et elle se rigidifie plus rapidement au deuxième essai. Ceci traduit les réarrangements au sein de l'éprouvette : les mèches s'ordonnent de façon à minimiser les vides dans le matériau et il n'y a donc pas un retour élastique complet.

2.2.3 Essai de cisaillement dans le plan du renfort

Le comportement en cisaillement met en œuvre deux mécanismes successifs : tout d'abord pour de faibles angles de cisaillement, les mèches pivotent les unes sur les autres sans beaucoup d'efforts, les mèches sont alors quasiment en rotation de corps rigide, et ne sont que très peu déformées. La raideur est ici générée principalement par le frottement des mèches les unes sur les autres. Ensuite les interstices se comblerent progressivement et une compression transverse des mèches vient s'ajouter à ce frottement, provoquant un raidissement du renfort. Tous les interstices ne se comblerent pas simultanément, ce qui se traduit par un raidissement progressif. Ceci conduit au phénomène de *verrouillage en cisaillement*

Le type d'armure de tissage joue un rôle prépondérant dans l'apparition du blocage. Pour les matériaux interlock, le raidissement est progressif tout au long de l'essai. Le comportement en cisaillement présente également plusieurs sources de dissipations :

- Une dissipation anélastique provoquée par les réarrangements des fibres au sein des mèches. Cette diminution de rigidité, analogue à celle observée en compression transverse, s'explique par la compaction résiduelle des mèches déjà sollicitées. Ce phénomène est bien une source de dissipation puisqu'une partie de l'énergie développée lors du premier essai contribue à un réarrangement résiduel (ou plastique) des fibres à l'intérieur des mèches. Cette déformation permanente, qui se traduit par une diminution de la largeur des mèches, est maintenue par les frottements inter-fibres à l'échelle microscopique. Elle a également un caractère visqueux puisqu'elle diminue avec le temps, un phénomène de relaxation pouvant être observé si l'éprouvette est maintenue en position dans la machine en fin d'essai.
- Une dissipation due aux frottements inter-mèches. En fin d'essai l'éprouvette ne retrouve pas sa position initiale d'elle-même : il y a persistance d'une déformation résiduelle générée par les frottements inter-mèches.
- Une dissipation provenant de l'ensimage des mèches, qui a pour but d'aider à maintenir les fibres en place pendant le stockage de la préforme et surtout de favoriser l'adhérence de la matrice aux fibres. Cet ensimage agit comme une matrice, très faible, qui résiste au départ avant de céder. Une rigidité additionnelle est alors observée en début d'essai sur des tissés fortement embuvés. Le comportement résultant est alors assez raide initialement, avant de s'assouplir quand l'endommagement intervient.

2.2.3.1 Essai de Cadre

L'essai de cadre (ou *Picture Frame*) est un test permettant d'imposer une cinématique de cisaillement pur à un tissé. L'éprouvette est montée dans un parallélogramme déformable qui permet de solliciter l'échantillon. L'éprouvette est une croix, dont le coté a la même dimension que le cadre. Elle est maintenue par l'intermédiaire de talons généralement réalisés par collage de plaques d'aluminium sur chacun des bords (Figure 22, [CHA11]).

Ce dispositif a été largement étudié notamment par [McG97] qui propose un calcul de l'angle de cisaillement théorique γ induit par le cadre en fonction du déplacement imposé par la machine de traction. Les réflexions et résultats de [CAO08, PEN04, HAR04] ont été utilisés dans les travaux de thèse de [DEL09] pour effectuer le dépouillement de ce type d'essai.

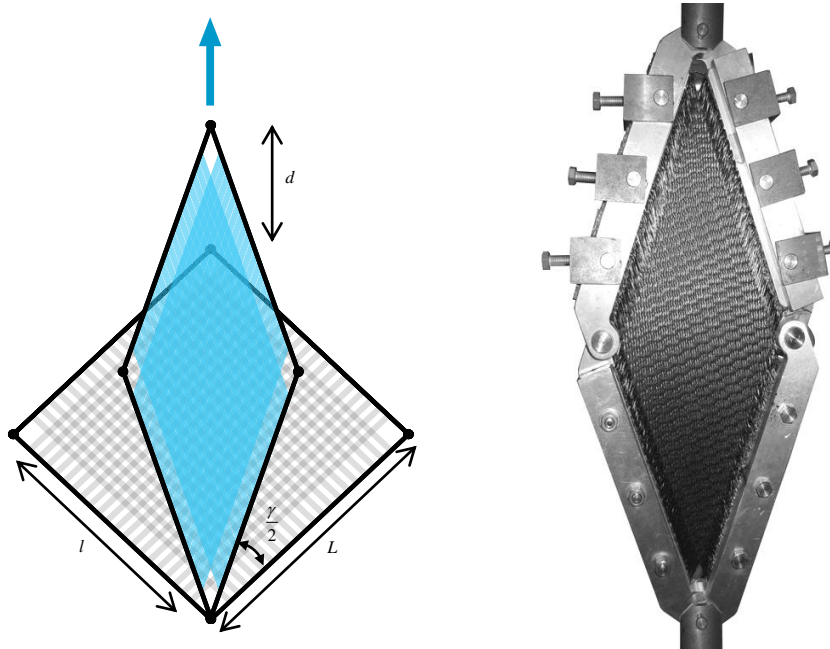


Figure 22 - Picture Frame et Epreuve de G1151 pour Picture Frame avec talons

Ce test permet d'imposer une cinématique de cisaillement pur et est donc facile à dépouiller. Cependant sa difficulté provient de l'alignement initial du tissu qui doit être rigoureusement identique à celui du cadre. En effet, dans ce test, on veut solliciter le tissu en cisaillement pur, or il persiste forcément un défaut angulaire initial. Et donc la cinématique engendre de la tension dans les mèches dont la rigidité en tension est de loin prépondérante à la rigidité en cisaillement du tissu. Il a été proposé par [LEB03] une géométrie d'éprouvette modifiée permettant de limiter le nombre de mèches contraintes en ne fixant que les extrémités des cotés de l'éprouvette, mais le problème peut encore persister.

2.2.3.2 Bias Test

Cet essai est une alternative au traditionnel essai de cadre et permet d'identifier le module de cisaillement de l'éprouvette dans le plan des mèches [JOH95, McG97, PRO97, WAN98, POT02]. Il présente l'avantage de ne pas être aussi sensible au positionnement de l'éprouvette que l'essai de cadre. Son principe repose sur l'élongation d'une éprouvette dont les mèches sont orientées à 45° par rapport à la direction de traction (Figure 23, [CHA11]). Ceci induit une cinématique particulière du renfort qui implique une déformation de type cadre au centre de l'éprouvette si celle-ci est suffisamment allongée ($L > 2 \cdot l$) et si la rigidité des mèches est grande devant celle de cisaillement. Cette cinématique est garantie si l'hypothèse de non glissement des mèches est vérifiée : les mèches doivent pivoter uniquement et il ne doit pas y avoir de glissement de translation entre les mèches de chaîne et celles de trame. Cette hypothèse a été vérifiée lors de mises en forme [BOI95], pour le bias extension test elle s'avère valable jusqu'à des angles de cisaillement de 40° [GAT10]. Néanmoins il conviendra de vérifier son domaine de validité dans notre cas pour les grands angles de cisaillement, quand le blocage cinématique intervient et que les mèches commencent à glisser.

Il existe trois zones de cisaillement différentes à distinguer (Figure 23, b [CHA11]) :

- Les zones d'accroche de l'éprouvette qui restent non cisillées (en gris)
- La zone centrale qui est cisillée (en bleu foncé)
- Les zones demi-cisillées (en bleu clair)

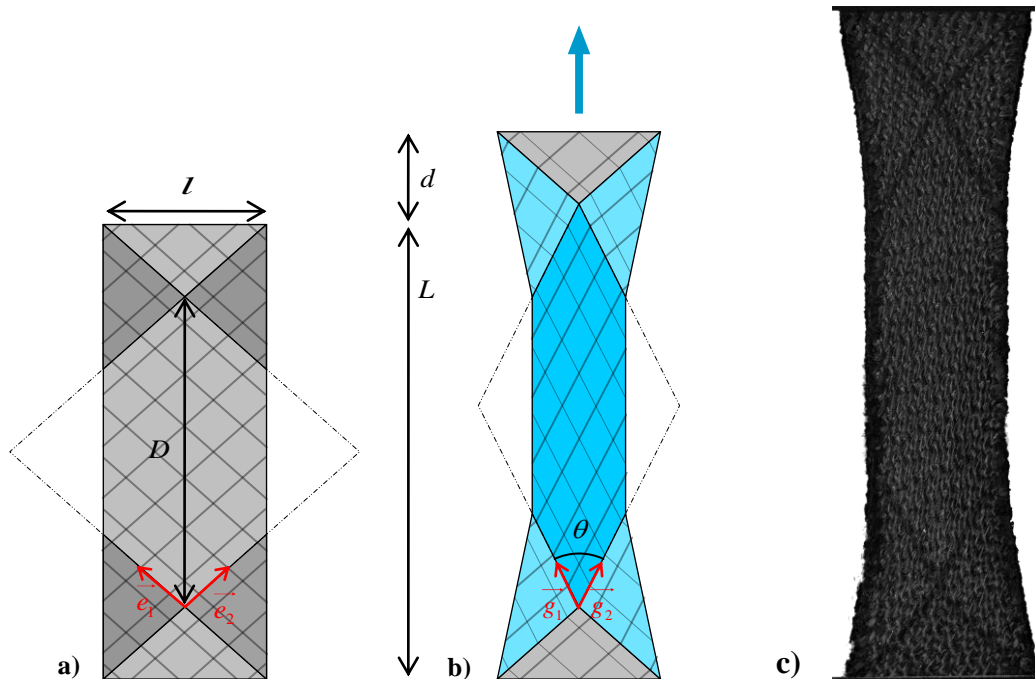


Figure 23 - Cinématique et paramétrage d'une éprouvette de biais

Les zones d'accroche, dites non-cisillées, sont constituées de deux réseaux (le réseau chaîne et le réseau trame) dont l'un des côtés est encastré. Les zones demi-cisillées sont constituées d'un réseau libre à ses deux bords et d'un réseau encastré d'un côté. Enfin, la zone centrale est constituée de deux réseaux libres à leurs deux bords. Ainsi, il n'apparaît pas de tension parasite dans les mèches.

On pose l'angle de cisaillement communément utilisé γ tel que : $\gamma = \frac{\pi}{2} - \theta$. Cet angle γ définit donc la variation d'angle par rapport à la position initiale $0^\circ/90^\circ$ des réseaux chaîne et trame. Il est possible d'exprimer l'angle de cisaillement γ en fonction de l'allongement d de l'éprouvette (autrement dit du déplacement des mors).

$$\gamma(d) = \frac{\pi}{2} - 2 \cdot \text{Arc cos} \left(\frac{D+d}{\sqrt{2} \cdot D} \right) \quad (2.2)$$

Ce résultat est valable dans l'hypothèse où les mèches ne glissent pas mais pivotent l'une par rapport à l'autre [DEL09]. Pour pouvoir dépouiller cet essai, et le rendre comparable avec un picture frame par exemple, il faut déterminer le couple surfacique au sein de l'éprouvette. La difficulté provient du fait que la cinématique imposée dans l'éprouvette n'est

pas homogène. Il va donc falloir dissocier la contribution de chacune des trois zones de déformation.

Pour exprimer le couple surfacique C_s en fonction de l'angle de cisaillement γ , on part d'une égalité des puissances : la puissance exercée par la machine sur l'éprouvette est égale à la puissance nécessaire pour cisailier les zones rose (zone de cisaillement complet) et bleues (zones dites « demi cisillées »). Les zones d'accroche de l'éprouvette restent non cisillées et ne développent donc pas de puissance.

$$\begin{aligned}
 P &= \dot{F}_b \cdot \dot{d} \\
 &\quad \text{PuissanceTractionMachine} \\
 &= \underbrace{\sum_{i=1}^3 n_i C_{\gamma_i} \cdot \dot{\gamma}_i}_{\text{PuissanceCisaillementEprouvette}}
 \end{aligned} \tag{2.3}$$

Avec :

- F_b , la force exercée sur l'éprouvette
- d , le déplacement
- C_{γ} , le couple unitaire pour un angle de cisaillement γ
- n_i , le nombre de cellules unitaires contenues dans la zone considérée i

D'où l'égalité suivante, dans laquelle 1 et 2 représentent respectivement les zones demi cisillée et cisillée.

$$\dot{F}_b \cdot \dot{d} = n_1 C_{\gamma_1} \cdot \dot{\gamma}_1 + n_2 C_{\gamma_2} \cdot \dot{\gamma}_2 \tag{2.4}$$

En exprimant d par considérations géométriques, on calcule \dot{d} . L'expression de $\dot{\gamma}$ est donnée par dérivation de l'équation (2.2).

Afin d'éviter le "comptage" des cellules élémentaires de chaque zones, on définit le couple surfacique C_s tel que

$$C = n_i \cdot C_i = S_{i0} \cdot C_s \tag{2.5}$$

Avec :

- C , le couple dans la zone considérée
- C_i , le couple unitaire dans la zone considérée
- C_s , le couple surfacique dans la zone considérée
- S_{i0} , la surface initiale de la zone considérée

Le couple surfacique est alors calculé via l'équation (2.2).

$$C_s \gamma = \frac{1}{2S_1} \left(F_b \sqrt{D^2 - d^2 - 2dD} - S_2 C_s \left(\frac{\gamma}{2} \right) \right) \tag{2.6}$$

Avec :

- $C_s \gamma$, le Couple surfacique pour un angle de cisaillement γ
- F_b , la force exercée sur l'éprouvette
- D , la diagonale initiale de la zone cisillée
- d , le déplacement
- S_1 , la surface de la zone cisillée de l'éprouvette. $S_1 = l \cdot (L - \frac{3}{2}l)$
- S_2 , la surface de la zone demi-cisillée de l'éprouvette. $S_2 = l^2$

En supposant connu le couple surfacique pour un demi angle de cisaillement $C_s\left(\frac{\gamma}{2}\right)$, on peut exprimer le couple surfacique pour un angle de cisaillement croissant γ . En effet on peut utiliser les valeurs de couple de cisaillement en fonction des angles de cisaillement des "pas" précédents pour évaluer le couple dans la zone demi cisailée. Hormis pour le premier pas où ce couple est pris nul.

Ainsi, pour chaque incrément de déplacement n , on calcule le couple surfacique $C_s(\gamma)$ pour l'angle de cisaillement correspondant à l'aide de l'algorithme séquentiel de calcul du couple surfacique suivant :

'Récupération des paramètres géométriques initiaux.

Diagonale = Longueur initiale de la diagonale de la zone cisailée

Surface1 = Surface initiale de la zone cisailée (en rose)

Surface2 = Surface initiale de la zone demi cisailée (en bleu)

'Algorithme séquentiel de calcul du couple surfacique pour chaque ligne des mesures.

Pour i allant de la première à la dernière ligne des mesures de l'essai

Force i = effort mesuré pour la ligne i

Déplacement i = déplacement mesuré pour la ligne i

DemiAngle i = demi angle de cisaillement calculé pour la ligne i

'On recherche maintenant le couple de cisaillement précédemment calculé pour une valeur de l'angle de cisaillement égale ou juste inférieure au demi-angle actuel.

TestLigne = i

Tant que DemiAngle i < Valeur de l'angle de cisaillement de la ligne TestLigne

TestLigne = TestLigne-1

Fin du Tant que

Si TestLigne > Première ligne des mesures de l'essai

'Si on a trouvé une valeur d'angle de cisaillement précédente inférieure à la valeur du demi angle, alors on prend la valeur du couple de cisaillement correspondant comme couple de cisaillement dans la zone demi cisailée.

DemiCouple i = Couple de la ligne TestLigne

Sinon

DemiCouple i = 0

Fin du Si

'On calcule enfin le couple de cisaillement actuel pour la ligne i .

Couple i =

$$\frac{\sqrt{2} * Force_i * Diagonale}{2 * Surface1} * \sqrt{\left(1 - \frac{Diagonale + Déplacement_i}{2 * Diagonale}\right)} - \frac{Surface2}{2 * Surface1} * DemiCouple_i$$

Fin Pour i

Tableau 1 - Algorithme de calcul du couple surfacique

Nous avons donc le couple surfacique calculé pour chacune des mesures de l'essai. Afin d'exprimer la contrainte de Cauchy au sens des milieux continus, plusieurs méthodes existent : par exemple en l'exprimant via un tenseur à variance mixte comme dans [HIV13] de façon à prendre en compte la forte anisotropie du tissé ou en l'exprimant par des considérations de puissances [DEL09]. Nous avons choisi d'exprimer la contrainte $\underline{\sigma}$ par considération de puissances : la puissance dégagée lors de l'essai pouvant également s'écrire

en fonction du tenseur des contraintes de Cauchy $\underline{\underline{\sigma}}$ et du tenseur taux de déformation $\underline{\underline{D}}$ obtenu par l'expression du gradient de transformation $\underline{\underline{F}}$ (équations (2.9) et (2.10)). On pose le Jacobien de la transformation $J = \det(\underline{\underline{F}})$.

$$P = \int_{V_0} \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{D}} J dV \quad (2.7)$$

Dans le cadre de notre transformation, on pose \mathbf{g}_1 et \mathbf{g}_2 notre base dans la configuration de cadre déformé. En se plaçant dans le repère (e_1, e_2) de la Figure 23 on a :

$$\underline{\underline{F}}_{e_i \otimes e_j} = \begin{pmatrix} \cos(\frac{\gamma}{2}) & \sin(\frac{\gamma}{2}) \\ \sin(\frac{\gamma}{2}) & \cos(\frac{\gamma}{2}) \end{pmatrix}_{e_i \otimes e_j} \quad (2.8)$$

$$\underline{\underline{\sigma}}_{e_i \otimes e_j} = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_{12} \\ \sigma_{12} & 0 \end{pmatrix}_{e_i \otimes e_j}$$

$$\underline{\underline{L}} = \dot{\underline{\underline{F}}} \underline{\underline{F}}^{-1}$$

$$\underline{\underline{L}}_{e_i \otimes e_j} = \begin{pmatrix} -\frac{\dot{\gamma}}{2} \tan(\gamma) & \frac{\dot{\gamma}}{2 \cos(\gamma)} \\ \frac{\dot{\gamma}}{2 \cos(\gamma)} & -\frac{\dot{\gamma}}{2} \tan(\gamma) \end{pmatrix}_{e_i \otimes e_j} \quad (2.9)$$

$$\underline{\underline{D}} = \frac{1}{2} \underline{\underline{L}} + \underline{\underline{L}}^T$$

$$\underline{\underline{D}}_{e_i \otimes e_j} = \frac{1}{\cos(\gamma)} \begin{pmatrix} -\frac{\dot{\gamma}}{2} \sin(\gamma) & \frac{\dot{\gamma}}{2} \\ \frac{\dot{\gamma}}{2} & -\frac{\dot{\gamma}}{2} \sin(\gamma) \end{pmatrix}_{e_i \otimes e_j} \quad (2.10)$$

On pose h l'épaisseur de l'éprouvette. On scinde l'intégrale de l'équation (2.7) sur la zone cisailée et la zone demi cisailée :

$$P = \int_{V_0} \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{D}} J dV = \int_{V_0} \text{tr}(\underline{\underline{\sigma}} \underline{\underline{D}}) J dV = \int_{V_0} \sigma_{12} \dot{\gamma} dV \quad (2.11)$$

$$P = \sigma_{12} \dot{\gamma} h S_1 + \sigma_{12} \frac{\dot{\gamma}}{2} h S_2$$

Or d'après l'équation (2.3) on peut aussi écrire la puissance sous la forme

$$P = C_S \gamma \cdot \dot{\gamma} \cdot S_{i0}(\gamma) + C_S \left(\frac{\gamma}{2} \right) \cdot \frac{\dot{\gamma}}{2} \cdot S_{i0} \left(\frac{\gamma}{2} \right) \quad (2.12)$$

D'où par identification on obtient l'expression du couple surfacique en fonction de l'angle de cisaillement :

$$C_S \gamma = h \sigma_{12}(\gamma) \quad (2.13)$$

Et donc il vient l'expression de la contrainte :

$$\sigma_{12}(\gamma) = \frac{C_S \gamma}{h} \quad (2.14)$$

En utilisant alors l'équation (2.8) on obtient l'expression de la contrainte en fonction du couple surfacique et donc de l'angle γ .

$$\underline{\underline{\sigma}}_{e_i \otimes e_j} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{C_s \gamma}{h} \\ \frac{C_s \gamma}{h} & 0 \end{pmatrix}_{e_i \otimes e_j} \quad (2.15)$$

$$\underline{\underline{\sigma}} = \frac{C_s \gamma}{h} (e_1 \otimes e_2 + e_2 \otimes e_1)$$

Avec :

- h , l'épaisseur de l'éprouvette
- γ , l'angle de cisaillement

Ce résultat correspond à la formulation détaillée dans les travaux de [HIV13]. C'est cette formule qui sera utilisée par la suite pour l'identification du comportement matériau en cisaillement plan.

2.2.4 Essai de cisaillement transverse

Cet essai a pour objectif d'imposer une cinématique de cisaillement pur à une éprouvette de forme parallélépipédique, afin de ne solliciter que le mode de déformation de cisaillement transverse. Cet essai est réalisé dans les deux directions de mèches afin d'identifier les comportements des deux directions, généralement différents si le renfort n'est pas équilibré. Le dispositif utilisé est constitué de deux plaques fixées à chaque côté du renfort transmettant l'effort imposé par la machine aux plans supérieur et inférieur de l'éprouvette (Figure 24). Les mors sont fixés dans la direction de l'épaisseur, ce qui implique que l'éprouvette ne peut pas se compacter ou gonfler librement.

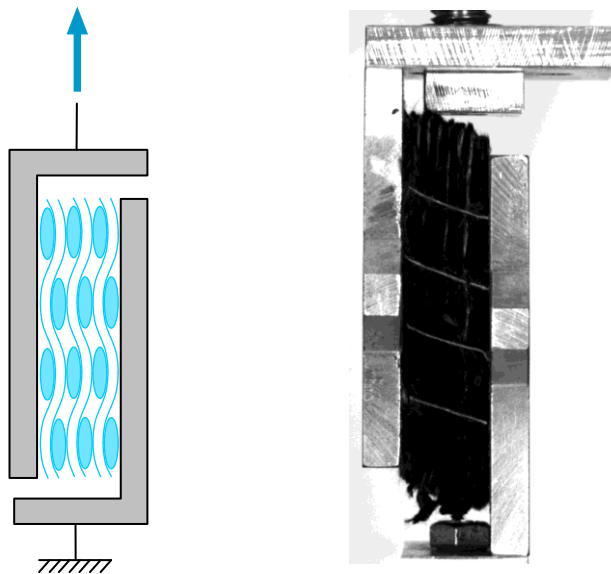


Figure 24 - Essai de cisaillement simple sur tissu épais

Un système de barres et de cales permet de centrer la position de l'axe de traction par rapport à l'épaisseur du renfort et de s'assurer du parallélisme des deux faces de l'éprouvette. La fixation du renfort sur les surfaces de contact est effectuée à l'aide de scotch double face (du type "Scapa", un scotch américain pour moquette de largeur 50mm). Ce mode de fixation présente l'avantage d'être moins intrusif qu'avec de la colle qui migre dans le renfort par capillarité et modifie davantage le comportement. Son inconvénient est qu'en cas d'effort

tangent élevé, le renfort "glisse" sur les surfaces. Ici le niveau d'effort atteint dans l'essai est faible, suffisamment pour que ces glissements n'apparaissent pas.

2.2.5 Essai de flexion

2.2.5.1 Flexion simple

Cet essai permet de mesurer de la rigidité de flexion sur un tissé. Il a été montré dans [HAM07, GAT10, BOI11a] que la raideur du renfort en flexion, même faible, a une influence significative sur la forme des plissements quand le renfort est soumis à des cisaillements importants. Il existe plusieurs dispositifs expérimentaux et méthodes de dépouillement qui ont été développés afin d'étudier cette flexion [DEB10], et plus particulièrement la relation entre le moment fléchissant et la courbure du renfort.

L'essai standard ASTM

L'essai de flexion tel que décrit par l'ASTM (D1388 et D5732), un standard de normes américaines, est très utilisé pour mesurer la raideur en flexion des tissus d'habillement. Il s'agit d'une méthodologie incluant un essai standard et sa méthode de dépouillement.

L'essai consiste à faire glisser le tissu sur le plan horizontal du dispositif jusqu'à ce que l'extrémité du tissu entre en contact avec un plan incliné à $41,5^\circ$ (Figure 25, [CHA11]). La longueur de surplomb, c'est-à-dire la distance de glissement du tissu, est alors mesurée et la méthode de dépouillement permet de remonter à la raideur de flexion. Cependant, cet essai repose sur des hypothèses incompatibles avec le comportement des renforts tissés épais. En effet, les interlocks sont suffisamment rigides et ne fléchissent donc pas aussi bien qu'un tissé 2D. De plus, dans l'essai ASTM, la raideur en flexion est supposée constante au cours de l'essai. Or, il a été montré que le comportement de flexion d'un renfort peut s'avérer fortement non-linéaire, ce qui invalide cet essai pour notre matériau [LIV64, KAW80, DEB10].

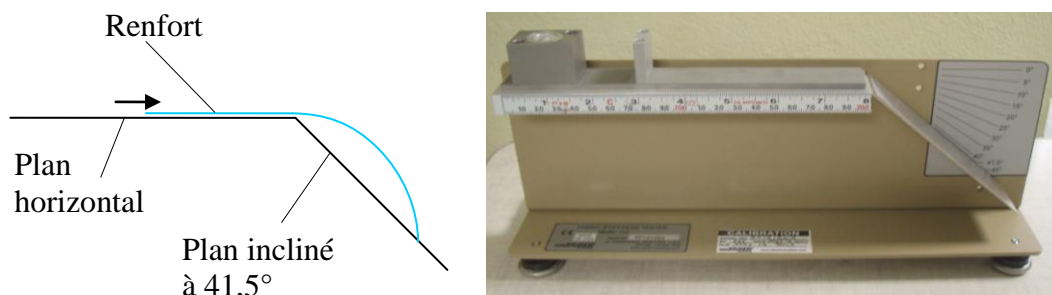


Figure 25 - Dispositif de flexion ASTM

Il existe d'autres méthodes permettant d'effectuer des essais de flexion simple sur tissé. Citons par exemple le dispositif de flexion du KES (Kawabata Evaluation System for fabrics, [KAW02]) qui permet d'appliquer une courbure uniforme dans une éprouvette fine de tissu, ou le flexomètre de De Bilbao [DEB10] qui se rapproche de l'essai ASTM dans son fonctionnement mais permet de mesurer des raideurs de flexion plus importantes.

Cependant, la mise en œuvre de ces essais est difficile pour les renforts tissés épais. Leur capacité à fléchir est bien plus faible à cause de l'épaisseur et du tissage interlock. C'est pourquoi nous nous sommes tournés vers un essai de flexion trois points pour ce type de matériau.

2.2.5.2 Flexion trois points

Le comportement en flexion a déjà été étudié, notamment dans les travaux de [HAM07] pour des matériaux tissés de faible épaisseur. Les travaux de [AYM09] ont mis en évidence certains aspects du comportement en flexion des matériaux tissés épais, ici l'interlock. Le principe d'essai est exposé Figure 26. Nous utilisons un module de flexion trois points conçu dans le cadre de cette thèse pendant les travaux de [FLO10].

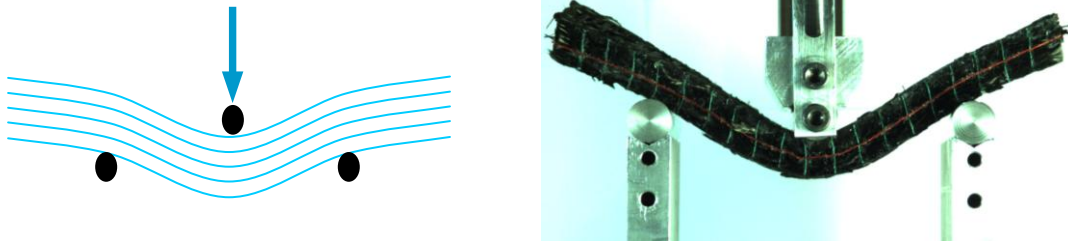


Figure 26 - Essai de flexion trois points sur tissu épais

Dans le comportement en flexion, les phénomènes de frottement inter-mèches et inter-fibres sont toujours présents, ce qui se traduit par un comportement non-linéaire illustré par des essais sur éprouvettes sèches et éprouvettes mouillées (Figure 27).

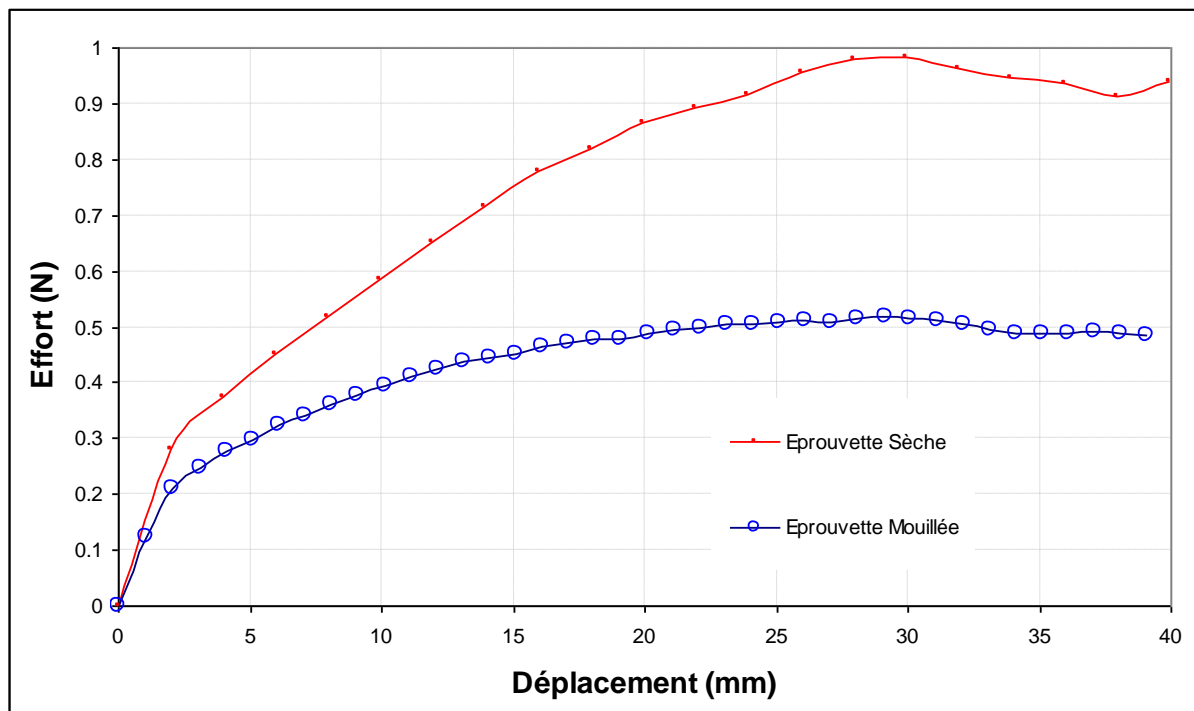


Figure 27 - Courbes de charge normalisées sur éprouvettes sèches et mouillées

Au cours de l'essai de flexion, l'éprouvette de renfort tissé épais semble soumise à du cisaillement transverse. Ce constat est basé sur l'observation faite au cours des essais : les sections droites de l'éprouvette restent verticales pendant la flexion, ce qui traduit une cinématique de cisaillement. Les différents « plan de mèches » glissent l'un sur l'autre.

Afin de valider cette cinématique de cisaillement transverse, des traits verticaux ont été dessinés sur la tranche d'une éprouvette lors d'essais de flexion. Ces traits restent verticaux au cours de l'essai, ce qui confirme que du cisaillement transverse intervient au cours de l'essai (Figure 28, [FLO10]).

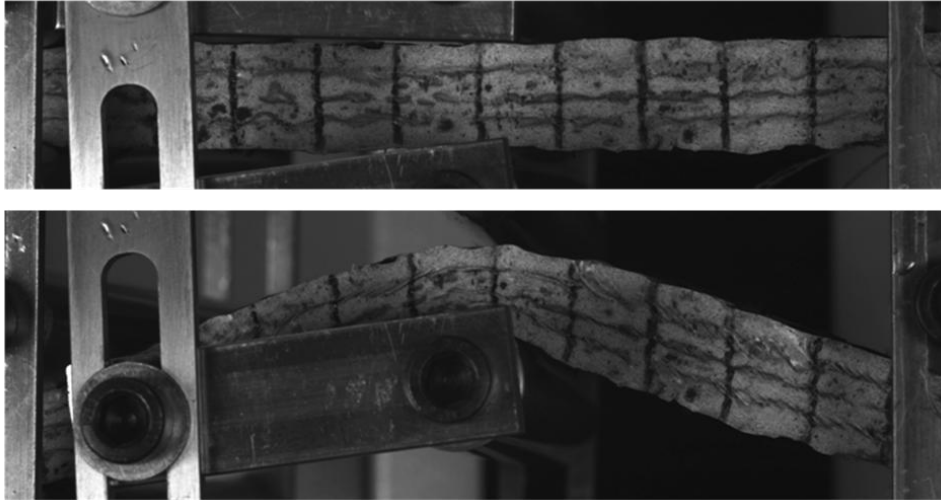


Figure 28 - Illustration de l'hypothèse de cisaillement transverse uniquement

Cette observation nous pousse à ne plus considérer le matériau fibreux comme un milieu de Cauchy car les conditions de Bernoulli-Kirchoff de la mécanique des milieux continus ne semblent plus vérifiées (*ie* les sections droites devraient rester perpendiculaires à la ligne moyenne dans ce type de milieu).

2.3 Le renfort étudié

Nous avons introduit les renforts interlocks dans le premier chapitre de ce manuscrit (cf §1.3.3). Comme pour les renforts 2D, l'armure des renforts interlocks est constituée de deux réseaux de mèches : les mèches de chaîne et les mèches de trame. Comme nous l'avons vu dans les armures des interlocks, les réseaux sont constitués de plusieurs couches entrelacées, définies par le motif de tissage. L'objectif est de lier les différentes couches entre elles par tissage sans ajouter un troisième réseau de mèches.

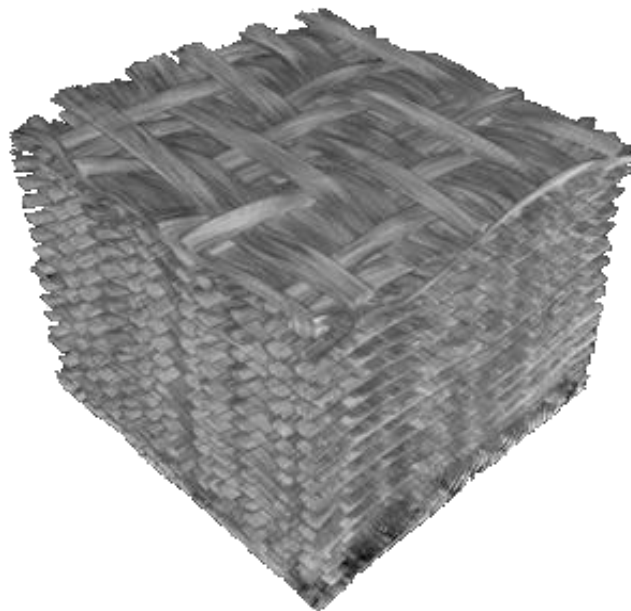


Figure 29 - Interlock générique étudié

A partir de cette description du renfort, plusieurs hypothèses de modélisation peuvent être formulées. L'objectif de cette partie est donc de définir les hypothèses sur le comportement du matériau d'après les observations faites sur celui-ci pour déterminer nos besoins en termes d'identification.

2.3.1 Orthotropie des renforts interlocks

A l'instar des autres tissés, les renforts interlocks épais sont constitués d'un réseau de chaînes et d'un réseau de trames, orthogonaux dans la configuration de référence. Le matériau considéré étant 3D, il convient de considérer également l'épaisseur de ce dernier qui, même si elle ne possède pas son réseau propre de mèches, est renforcée par l'ondulation des réseaux de chaîne et de trame sur plusieurs couches. Le matériau 3D homogénéisé correspondant peut donc être considéré comme orthotrope en configuration de référence, avec pour directions privilégiées :

- la direction chaîne \underline{M}_1
- la direction trame \underline{M}_2
- la direction normale au plan chaîne/trame \underline{M}_3

Le renfort sera donc supposé initialement orthotrope et ses déformations seront décrites par six modes de déformations. Cependant, en première approche, nous verrons que la combinaison d'un modèle discret et d'un modèle continu isotrope peut suffire pour certains type de simulations (cf §3.4.2 et [DEL09]).

2.3.2 Périodicité et symétries

Comme évoqué précédemment, l'armure d'un renfort tissé de composite peut être périodique ou non. Suivant les applications auxquelles ce renfort se destine, il est parfois nécessaire que l'armure change, afin que le ratio chaîne/trame évolue ou que l'épaisseur varie le long de la pièce. C'est pourquoi notre modèle numérique doit pouvoir permettre de prendre en compte cette définition aperiodique du matériau. Nous verrons dans le chapitre 3 les outils numériques utilisés pour y parvenir.

Cependant, pour bien corréler avec les matériaux à notre disposition et faciliter la mise en donnée de nos éprouvettes dans le code de calcul, nous envisageons aussi d'utiliser une description « standard » répétable sur toute l'éprouvette. Cette description sera faite à l'image d'un VER sur une partie de la pièce, ce qui nous permettra de simplifier la mise en donnée pour des tissages périodiques.

2.3.3 Modes de sollicitation des interlocks

Le renfort interlock est un renfort 3D mais dans lequel la présence d'un plan chaîne/trame permet de distinguer une direction transverse privilégiée. Ainsi les travaux de [DEL09] combinés à ceux de [CHA11] nous poussent à considérer six modes de déformation principaux au sein de notre renfort. Les modes de déformation retenus pour les renforts 3D interlocks sont les suivants (Figure 30, [CHA11]):

- élongation du renfort dans la direction chaîne (**b**)
- élongation du renfort dans la direction trame (**e**)
- compression transverse du renfort (**a**)
- cisaillement du renfort dans le plan chaîne/trame (**d**)

- cisaillement transverse sens chaîne (**c**)
- cisaillement transverse sens trame (**f**)

L'existence de la direction transverse permet de distinguer les cisaillements dans le plan et les deux cisaillements transverses. A l'inverse des modes de déformation de la mèche, la plupart des modes de déformation des renforts interlocks peuvent être caractérisés expérimentalement de façon directe. Le comportement non-linéaire dans ces modes et plusieurs types d'anélasticité ont été mis en évidence lors de la caractérisation expérimentale du comportement mécanique.

La structure fibreuse du renfort provoque des dissipations induites par les frottements entre les mèches et entre les fibres. Par ailleurs, les possibles réarrangements des fibres induisent des phénomènes de relaxation dans le comportement de la plupart de ces modes de déformation.

Ces phénomènes ont notamment une influence dans le cas de chargements cycliques, ce qui serait à prendre en compte dans le cadre d'une approche visqueuse ou plastique du comportement. En première approche dans ce manuscrit, seuls des cas de chargement simples, quasi statiques, ont été étudiés. C'est pourquoi le comportement plastique ou visqueux associé à ces phénomènes ne sera pas inclus dans la loi de comportement. Les comportements mécaniques associés aux différents modes de déformation seront supposés élastiques non-linéaires.

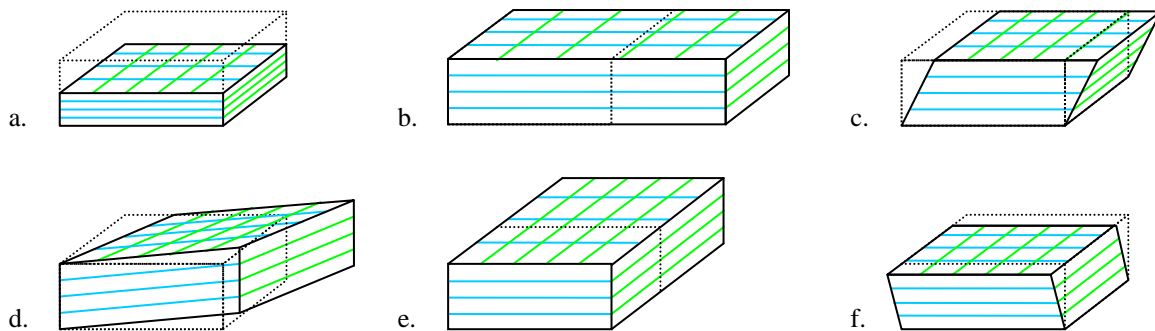


Figure 30 - Modes de déformation des renforts interlocks épais

2.4 Essais sur renfort sec interlock

Cette section a pour but de détailler les essais pratiqués sur le renfort interlock et de donner une approche des méthodes d'identification. L'hypothèse faite en première approche est que le matériau est isotrope. Les résultats expérimentaux obtenus seront utilisés dans une autre approche au chapitre 4 pour le cas d'un matériau initialement orthotrope.

2.4.1 Comportement en tension

Les essais en tension sur tissés à base de fibres de carbone sont difficiles à mettre en oeuvre. Ceci est dû au fait que les mèches de carbone ont une déformation maximale faible et que la déformation en élongation du renfort est difficile à mesurer avec précision. Ces essais sont malgré tout possibles. Un exemple d'essai de traction sur un renfort tissé interlock épais équilibré sur une éprouvette de $35 \times 275 \text{ mm}^2$ est présenté Figure 31. Sur cette courbe, deux parties peuvent être distinguées : une première partie correspondant à un changement d'ondulation des mèches qui se traduit par une mise en tension progressive de ces mèches et

donc à une rigidification progressive du matériau, et une seconde partie dans laquelle la raideur du matériau peut être supposée constante

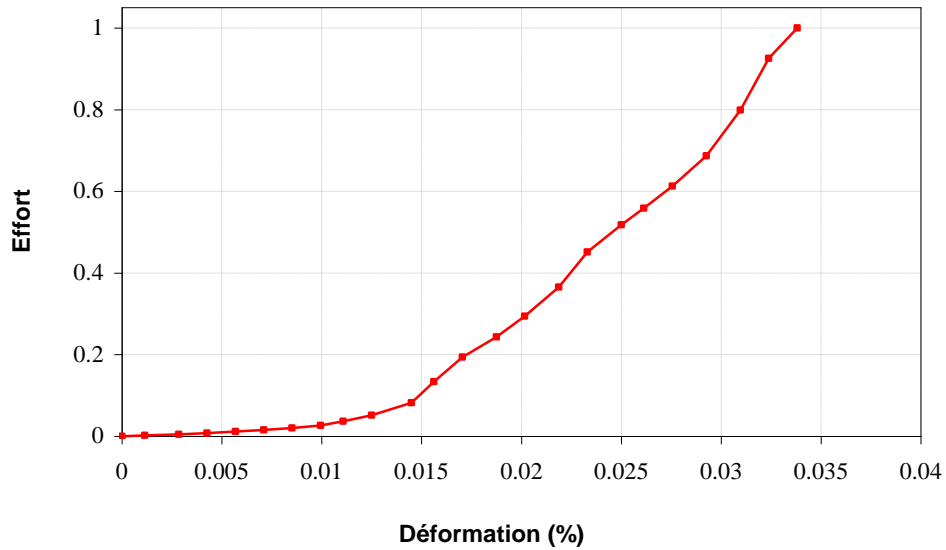


Figure 31 - Essai de traction normalisé sur interlock équilibré épais

2.4.2 Comportement en compression transverse

Pour effectuer cet essai, des mors circulaires de diamètre 100 mm sont utilisés de sorte que la surface d'appui sur les éprouvettes testées soit contenue dans celle des mors. La surface des mors est traitée au nitrure de titane afin de réduire le coefficient de frottement entre les mors et le matériau. Un plateau rotulé est aussi utilisé pour la partie basse afin de pallier les défauts éventuels de parallélisme entre les mors supérieur et inférieur. De l'autre côté, un capteur d'effort est intercalé entre le mors mobile et la traverse de la machine de traction. L'effort induit par la machine est ainsi considéré uniforme sur la surface de l'éprouvette (Figure 32).



Figure 32 - Module d'essai de compression transverse

Il s'agit d'identifier le comportement en compression dans l'épaisseur de l'éprouvette. En pratique, les essais ont été réalisés sur des éprouvettes interlock de $50*50*1.7 \text{ mm}^3$ dans le dispositif ci-dessus. On cherche à identifier E sur la courbe :

$$\sigma = f(\varepsilon) \quad (2.16)$$

Avec :

- σ est la contrainte exercée sur l'éprouvette
- ε la déformation de l'éprouvette

La valeur de E étant variable suivant l'état de compression de la préforme on postule une variation en fonction de la déformation $E(\varepsilon)$. L'effort est proportionnel à la surface de tissu chargée qui reste constante, mais le taux de compression dépend de l'épaisseur de l'éprouvette, qui varie au cours de l'essai. Afin de pouvoir généraliser ces résultats et les comparer d'un matériau à l'autre, nous voulons exprimer le module de Young de manière adimensionnée. Pour cela, d'après les travaux de [DEL09] basés sur les réflexions de [LUO99, KHA10], nous exprimons E en fonction du taux volumique de fibre dans l'éprouvette.

$$E=f(V_f) \quad (2.17)$$

Avec :

- E le module de Young du matériau
- V_f le taux volumique de fibres (2.1)

La loi utilisée est une loi exponentielle paramétrée comme suit :

$$E(V_f) = A.\exp(B.V_f) \quad (2.18)$$

Avec A et B deux constantes

Pour l'essai de compression, on peut donc exprimer la contrainte de compression en fonction du taux volumique de fibres au cours de l'essai (Figure 33):

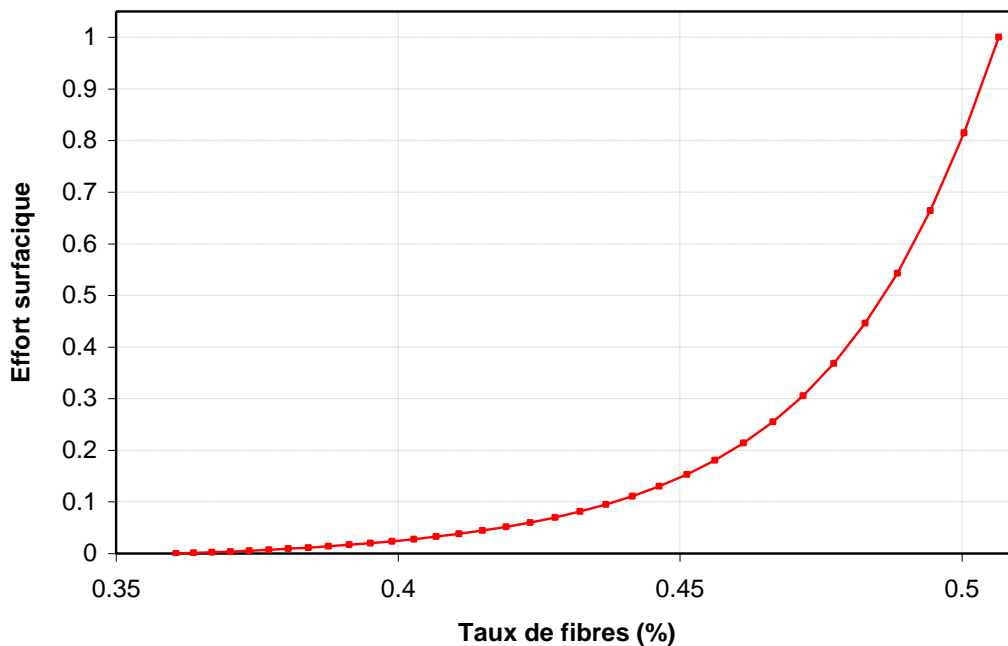


Figure 33 - Contrainte de compression normalisée en fonction du taux volumique de fibres

Le mode de charge montre que le comportement du matériau est non linéaire. De plus, la raideur est plus faible lors du deuxième essai sur la même éprouvette, ce qui tend à prouver qu'il y a eu réorganisation des mèches voire des fibres au sein de ces mèches lors de la première compression.

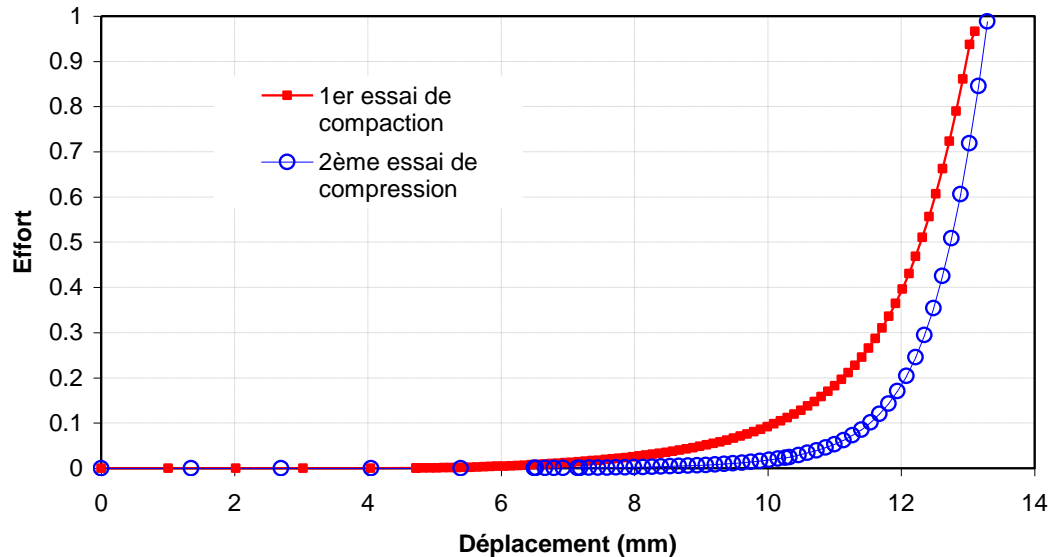


Figure 34 - Essais successifs de compression transverse sur éprouvette interlock

Le protocole expérimental devant être identique pour tous les essais, une position initiale de la machine est définie et elle restera la référence unique pour l'ensemble de la campagne expérimentale. Elle est choisie de telle sorte que les éprouvettes les plus épaisses puissent être positionnées aisément entre les 2 mors. L'essai réalisé est une approche asservie en déplacement dite *sur cible d'effort*, dans laquelle une limite d'effort est définie comme objectif. Le déplacement des mors s'effectue à vitesse donnée jusqu'à atteindre cet effort limite fixé au début de l'essai.

Etape	Caractéristiques	Vitesse déplacement	Etat
1	Pré chargement	10 mm/min	Charge le matériau à vitesse constante jusqu'à apparition d'un effort léger 0 N → 1 N
2	Chargement	1 mm/min	Charge le matériau à vitesse constante jusqu'à la cible d'effort 1 N → 4500 N
3	Relaxation	0	Maintien de la position pendant 1 min pour mettre en évidence le phénomène de relaxation Réorganisation des mèches
4	Déchargement	1 mm/min	Décharge le matériau à vitesse constante Retour à 0 N

Tableau 2 - Protocole expérimental de l'essai de compression

Chaque éprouvette a été testée deux fois de manière à observer l'influence de la réorganisation des fibres lors du premier essai sur son comportement. A titre informatif, on constate que, pour une compaction donnée, le niveau d'effort à atteindre est plus faible avec le

nombre de cycles réalisés. Ce phénomène met en évidence les différents réarrangements ayant lieu au sein du matériau :

- Au niveau du tissage, les mèches se réarrangent.
- A l'intérieur des mèches, les fibres se réarrangent également.
- Les frottements internes conduisent alors à une configuration du matériau différente de sa configuration initiale.

On peut également observer la relaxation du matériau suite à la mise en compression, en maintenant fixée en fin de charge la position de la machine.

Pour l'essai de compression, on peut donc exprimer la contrainte de compression en fonction du taux volumique de fibre au cours de l'essai. Les essais sont réalisés sur 3 éprouvettes de chaque matériau puis moyennés en masse et dimensions. La masse volumique ρ_c utilisée pour les calculs est la masse volumique du carbone qui vaut 1.78 g.cm^{-3} .

Un récapitulatif des essais réalisés sur plusieurs type d'armures d'un même renfort est donné Figure 35.

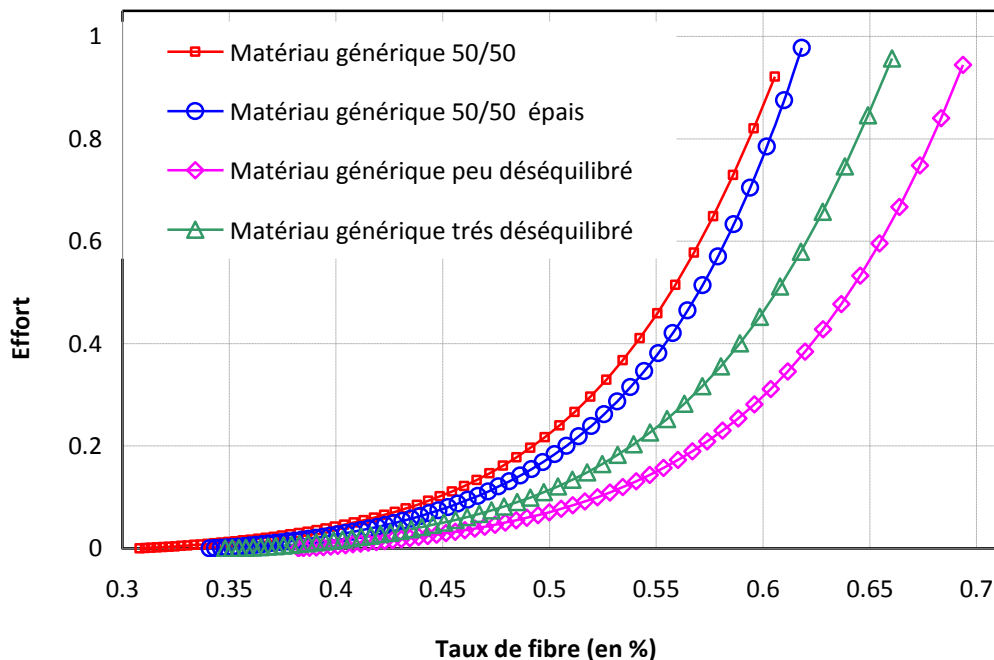


Figure 35 - Effort en compression normalisé en fonction du V_f pour différentes armures

2.4.3 Comportement en cisaillement dans le plan du renfort

Afin d'identifier le module de cisaillement dans le plan chaîne/trame, nous devons réaliser un essai induisant ce type de cinématique dans le matériau. Les deux principaux essais à notre disposition ayant été évoqués plus haut sont comparés dans les travaux de [CAO08]. Dans la suite nous allons conserver l'essai de bias test qui est plus simple à mettre en oeuvre que l'essai de cadre.

Nous disposons pour cela d'éprouvettes de dimensions $270*70 \text{ mm}^2$ prélevées à 45° dans des plaques de préformes interlock. Nous conservons ainsi le rapport $L_0 > 2*l_0$ tout en minimisant la quantité de matériau utilisée.

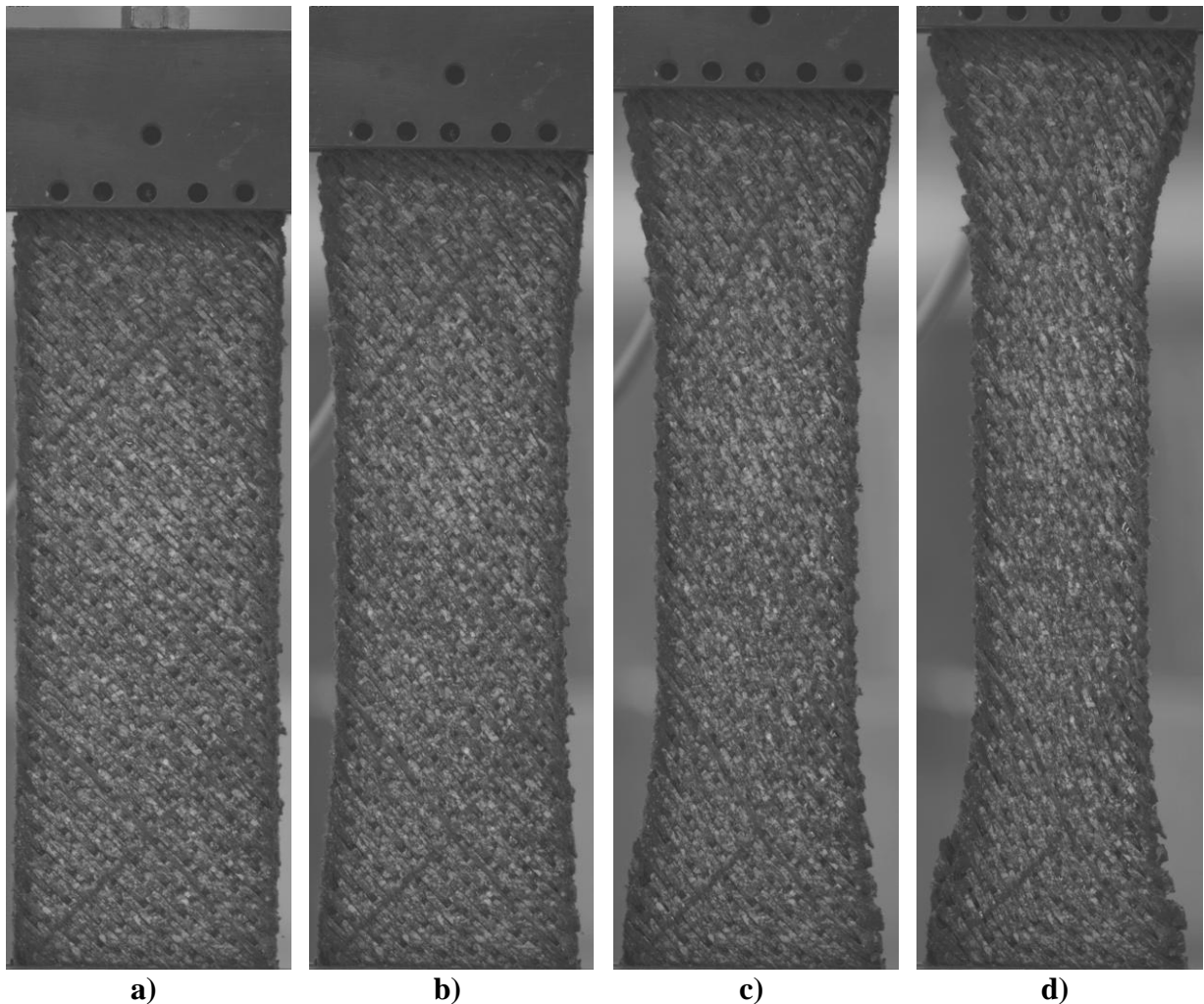


Figure 36 - Bias test sur tissu épais de composite interlock (incrément 16.65 mm/image)

Le protocole utilisé pour le bias test est exposé dans le Tableau 3. La position initiale de l'essai est importante car de sa définition dépend le calcul de l'angle de cisaillement. Aussi, pour garantir que l'éprouvette est droite mais pas encore mise en tension, celle-ci est montée à plat dans le dispositif puis le tout est verrouillé avant d'être monté dans la machine. Le verrouillage est retiré au moment de débiter l'essai.

Etape	Caractéristiques	Vitesse déplacement	Etat
1	Mise en position	0.5 mm/min	Centre l'éprouvette et mise à 0 déplacement/effort Déplacement = 0 mm Effort = 0 N
2	Chargement	6 mm/min	Charge le matériau à vitesse constante 0 mm → 80 mm
3	Déchargement	30 mm/min	Décharge le matériau à vitesse constante Retour à 0 mm

Tableau 3 - Protocole expérimental du bias test

Un récapitulatif des essais réalisés sur plusieurs types d'armures d'un même renfort est donné Figure 37. Dans le cas du bias test, l'identification directe n'est pas possible. En effet, au cours de l'essai, l'aire des zones cisailées et demi cisailées (respectivement en bleu foncé et en bleu clair sur la Figure 23) diminue de façon significative et s'accompagne d'une

variation d'épaisseur. Nous ne disposons pas d'une mesure fiable de l'évolution de l'épaisseur de l'éprouvette au cours d'un bias test car les bords de l'éprouvette foisonnent plus que le centre, ce qui rend inutiles nos tentatives de suivi de l'épaisseur par corrélation d'image. Il est donc difficile de savoir si cette variation d'aire induit une variation de volume de la préforme. Il n'est donc pas envisageable de déduire directement le comportement en cisaillement dans le plan à partir d'un essai de ce type, car l'énergie de compaction serait alors nulle dans l'identification, ce qui n'est pas le cas expérimentalement. Par ailleurs, les modes de déformation en élongation dans la direction des mèches risquent également d'être sollicités et donc l'hypothèse de rigidité infinie, nécessaire pour obtenir la cinématique de cadre au centre de l'éprouvette, n'est pas respectée. Nous procédons donc par identification inverse en remontant à l'énergie par unité de volume au sein du matériau (cf §4.2.4).

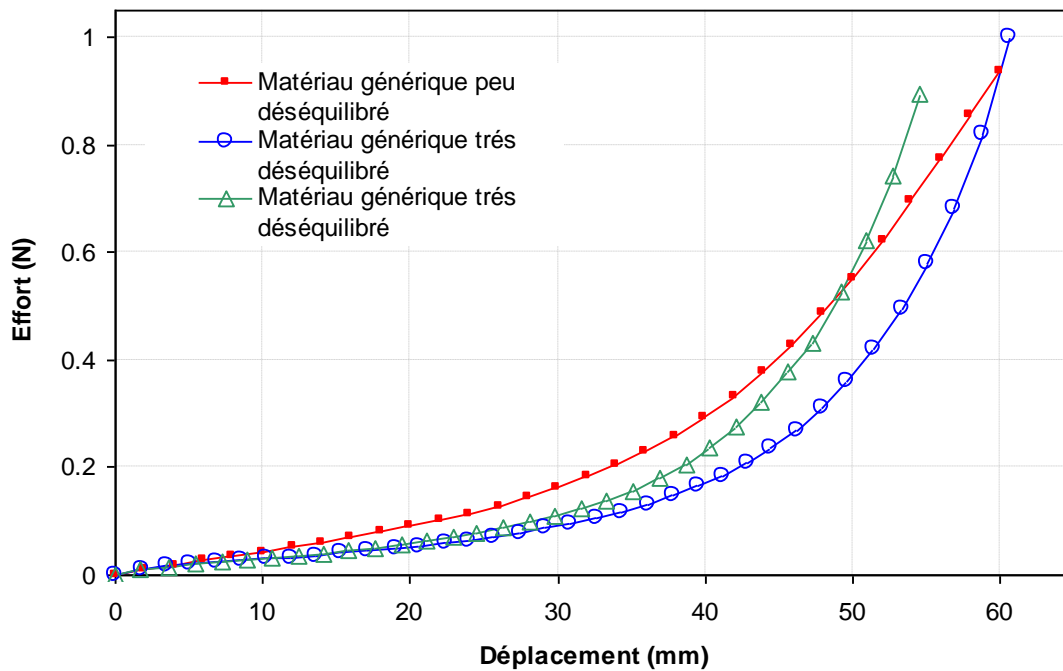


Figure 37 - Comparaison normalisée des bias test réalisés

Pour valider l'hypothèse de non-glissement mais de pivotement uniquement des mèches (exposée au §2.2.3.2) il faut vérifier la concordance entre l'angle de cisaillement calculé et l'angle réel du tissu au cours de l'essai. Pour cela nous avons utilisé la corrélation d'image. Ce protocole expérimental est donc assisté par un dispositif d'acquisition afin d'effectuer un suivi de l'angle de cisaillement (Figure 38).

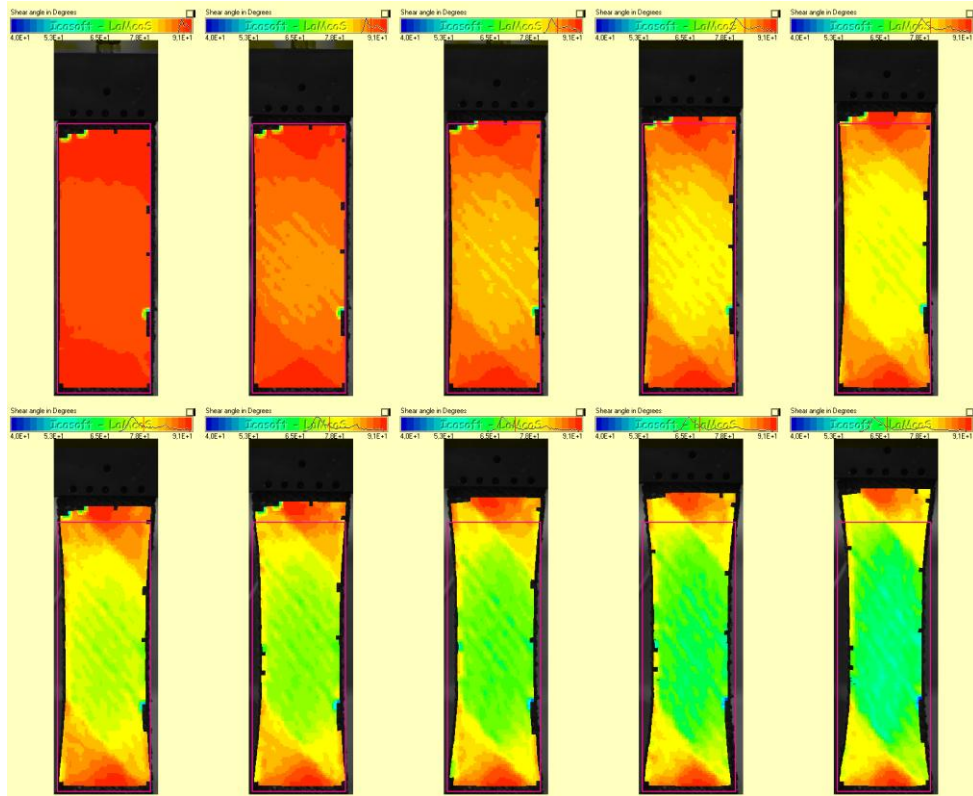


Figure 38 - Corrélation de l'angle de cisaillement plan sur une éprouvette de renfort tissé interlock

Afin de minimiser les erreurs de distorsions, qui sont dues aux mouvements hors plan de l'éprouvette à cause des variations d'épaisseur du matériau, nous utilisons un objectif disposant d'un niveau de zoom élevé et placé à bonne distance de l'éprouvette (plus de 2.25m pour notre cas). Le mouchetis déposé sur les préformes est une projection d'une bruite de dentifrice. Il est laissé sous forme légèrement visqueuse pour limiter la pénétration dans le matériau par capillarité. A l'aide de ce dispositif, nous avons pu réaliser un suivi par corrélation de l'angle de cisaillement jusqu'à des angles de plus de 45° . Il a été montré qu'au-delà l'angle calculé ne correspond plus à l'angle expérimental. Notre domaine de validité est compatible : le bias test reste dans le domaine de l'hypothèse de pivotement et de non-glissement des mèches jusqu'à des angles de 45° pour notre renfort (Figure 39). Au delà le verrouillage cinématique en cisaillement intervient et la valeur de l'angle n'est plus calculable par les considérations géométriques ci-dessus.

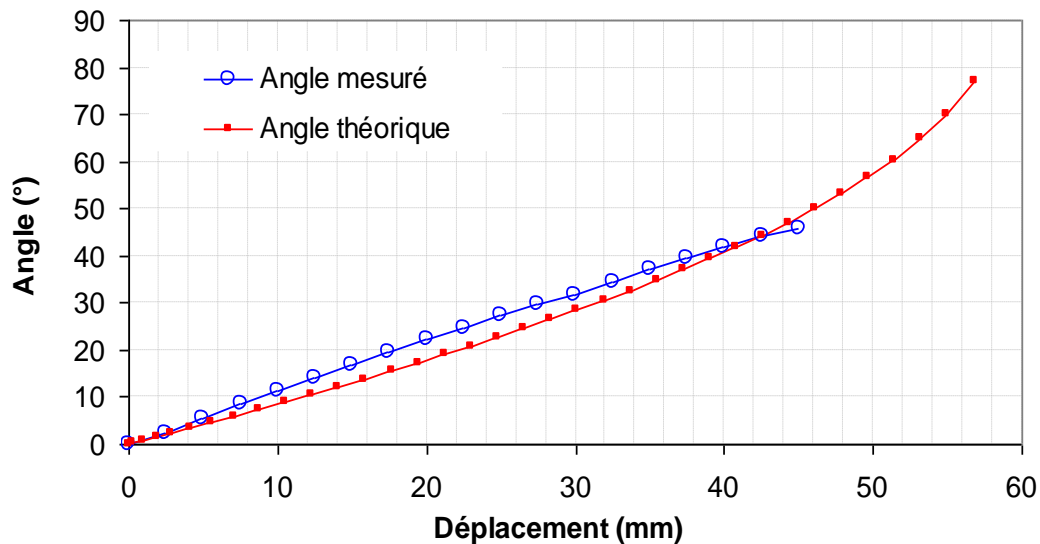


Figure 39 - Comparatif entre angle de cisaillement mesuré et calculé

2.4.4 Comportement en cisaillement transverse

Cet essai a été mis en place à la suite de l'essai de flexion afin de pouvoir identifier le module de cisaillement dans l'épaisseur du matériau (cisaillement transverse direction chaîne et direction trame). Le but de cet essai est d'appliquer une cinématique de cisaillement pur sur une éprouvette entre les faces supérieure et inférieure de celle-ci.

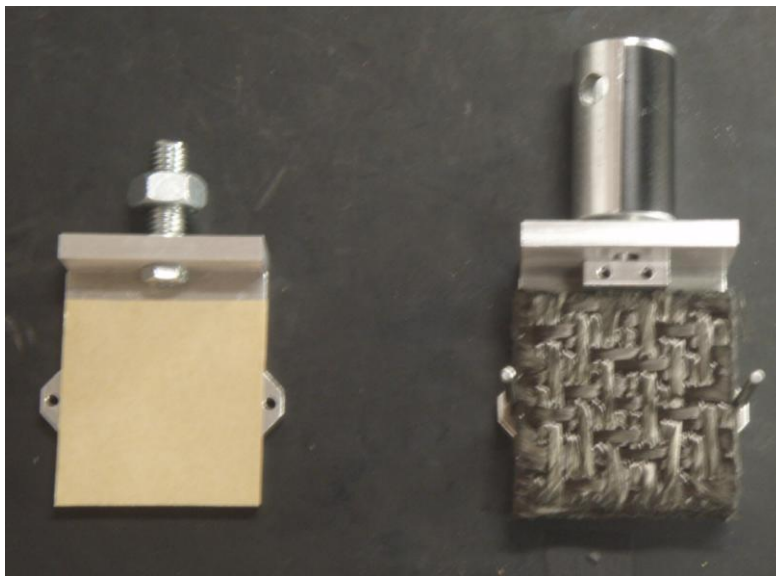


Figure 40 - Eprouvette interlock placée sur le module de cisaillement

Les éprouvettes utilisées pour ces essais sont identiques à celles utilisées pour les essais de compression : $50 \times 50 \text{ mm}^2$. Elles sont collées aux mors par le biais d'un scotch double face très résistant ("Scapa" double face 50mm pour moquette, Figure 40).

Les essais sont réalisés à l'aide d'une machine de traction asservie en déplacement à la vitesse de $2 \text{ mm} \cdot \text{min}^{-1}$ suivant le protocole expérimental suivant donné dans le Tableau 4. Ici aussi le positionnement initial de l'éprouvette est primordial. Le module est donc équipé d'un

système de verrouillage qui nous permet de mettre en place l'éprouvette sans la pré-cisailler lors de son positionnement dans la machine.

Etape	Caractéristiques	Vitesse déplacement	Etat
1	Mise en position	0 mm/min	Mise à 0 déplacement Déplacement = 0 mm
2	Chargement	2 mm/min	Charge le matériau à vitesse constante 0 mm → 15 mm (30 mm dans le cas épais)
3	Déchargement	30 mm/min	Décharge le matériau à vitesse constante Retour à 0 mm

Tableau 4 - Protocole expérimental de l'essai de cisaillement

La limite de déplacement utilisée a été définie par la géométrie des éprouvettes. Le but est qu'un angle théorique maximum de 45° en cisaillement puisse être atteint. L'essai est réalisé en tirant suivant la direction chaîne ou la direction trame sur deux éprouvettes distinctes.

Pour chaque direction de mèche, les essais réalisés ont été complétés par de petits fils collés sur la tranche de l'éprouvette pour permettre de vérifier l'angle de cisaillement réel dans l'épaisseur du matériau (Figure 41). Cette méthode de mesure, même si elle a été pensée pour minimiser son impact sur le comportement du matériau seul, reste intrusive. Elle reste néanmoins utile pour comparer l'adéquation de l'angle théorique avec l'angle réel au cours de la transformation (Figure 43). Les courbes d'effort utilisées pour l'identification ont été obtenues à partir d'essais réalisés sans les fils témoins.

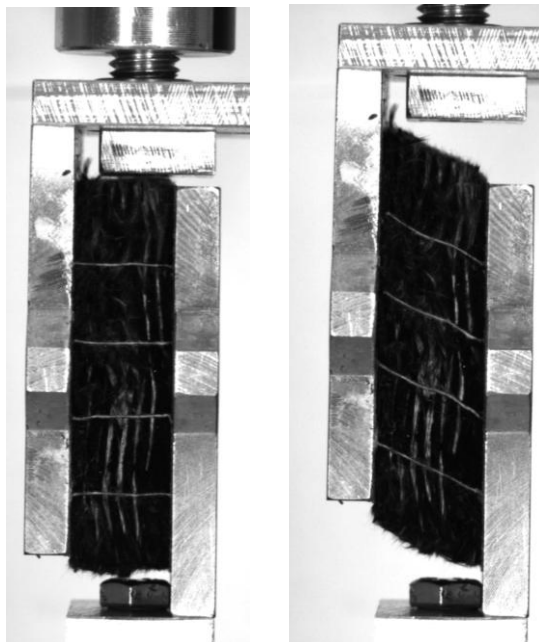


Figure 41 - Cisaillement à 0° (dep 0mm) et 27° (dep 7.5mm)

Un récapitulatif des essais réalisés sur les différentes armures de notre renfort est donné Figure 42.

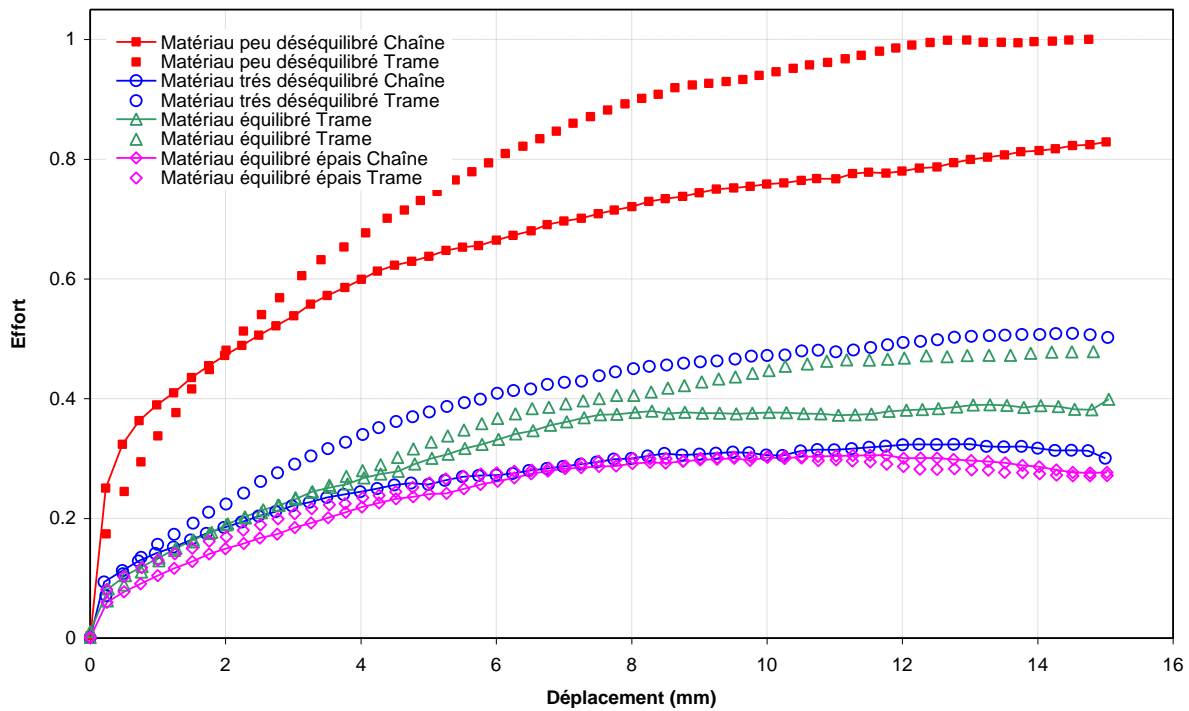


Figure 42 - Comparatif normalisé d'essais de cisaillement simple sur interlocks

L'utilisation de cet essai pour l'identification dépendra de la formulation retenue pour la loi de comportement (cf §4.1.4). Les efforts mesurés restants faibles, nous considérons que nous ne sollicitons pas les mèches en tension au cours de cet essai. La cinématique induite dans le matériau est donc considérée comme étant une cinématique de cisaillement pur, les parois n'étant pas bloquées dans l'épaisseur.

Le matériau interlock possède des propriétés particulières. Cette série d'essais montre que le volume de l'éprouvette augmente au cours de l'essai : sous l'effet du cisaillement, quand les mèches se réarrangent, l'épaisseur du matériau varie. Ce comportement a été mis en évidence au cours des essais de flexion : pour les cisaillements importants la section de l'éprouvette change de forme et de dimensions. Dans le cas de l'essai de cisaillement effectué ci-dessus, le matériau a tendance à gonfler au cours de l'essai (on dit qu'il *foisonne*) et il pousse sur les parois collantes (0.6 mm de déplacement latéral pour 7.5 mm de déplacement vertical). Nous perdons alors le parallélisme entre les deux surfaces collantes, notamment en fin d'essai. Ceci provoque une modification de l'effort induit par l'essai car le matériau s'épaissit suivant la direction transverse (l'épaisseur).

Une prochaine évolution de l'essai d'identification en cisaillement est d'améliorer la possibilité de rendre libre en translation horizontale les deux surfaces collantes tout en conservant leur parallélisme.

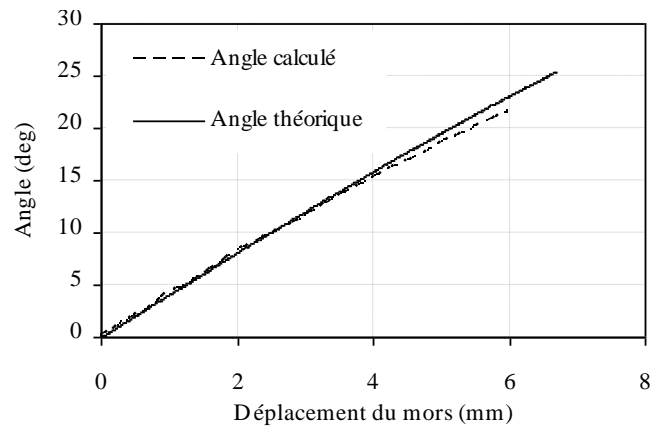


Figure 43 - Comparaison des angles de cisaillement transverse théorique et expérimental [CHA11]

Cette figure présente la comparaison entre l'angle de cisaillement théorique et l'angle de cisaillement calculé à partir du traitement des images d'essai. A partir d'environ 22° , les fils se détachent et le calcul de leur orientation par traitement d'images n'est plus pertinent. Une bonne corrélation est obtenue entre l'angle théorique et l'angle mesuré pour la gamme de déformation considérée.

2.4.5 Comportement en flexion trois points

L'objectif de cette section est de comprendre le comportement d'un renfort interlock épais en flexion afin de formaliser une loi de comportement dans le cadre de la flexion pour une éprouvette d'interlock, de manière à pouvoir l'implanter dans le code de calcul pour les simulations de mise en forme.

L'essai de flexion trois points est réalisé dans le module décrit §2.2.5.2. Nous disposons de trois types d'éprouvettes de dimensions $200 \times 30 \text{ mm}^2$ prélevées dans les directions suivantes :

- Sens chaîne
- Sens trame
- Sens 45° par rapport aux directions chaîne et trame (comme pour le bias test)

Les essais de flexion simple consistent à imposer une flèche de 60 mm à l'éprouvette (c'est à dire la demi-longueur entre les points d'appuis) afin d'être dans le domaine des grandes transformations. Le déplacement est voulu quasi statique aussi nous imposons une vitesse de déplacement du point d'appui central de $10 \text{ mm} \cdot \text{min}^{-1}$. Ce module permet également d'effectuer des essais de flexion cycliques sur le matériau, qui permettront de nourrir une future loi de plasticité du modèle, ils seront exposés à titre informatif à la fin de cette section.

Etant donné la nature de la déformation appliquée au système, et malgré le niveau d'effort faible pour ce type de sollicitation, nous avons dû vérifier que le module ne se déformait pas au cours de l'essai de flexion. Pour cela, un suivi par stéréo corrélation d'image a été effectué (Figure 44). Chacun des points d'appui extérieur est moucheté et ses déplacements sont suivis au cours d'un essai de flexion trois points. Le but est de déterminer dans quelle mesure les points d'appui s'écartent l'un de l'autre au cours de l'essai. Si cet écart est trop important, cela fausse la mesure de déformation effectuée sur le matériau.

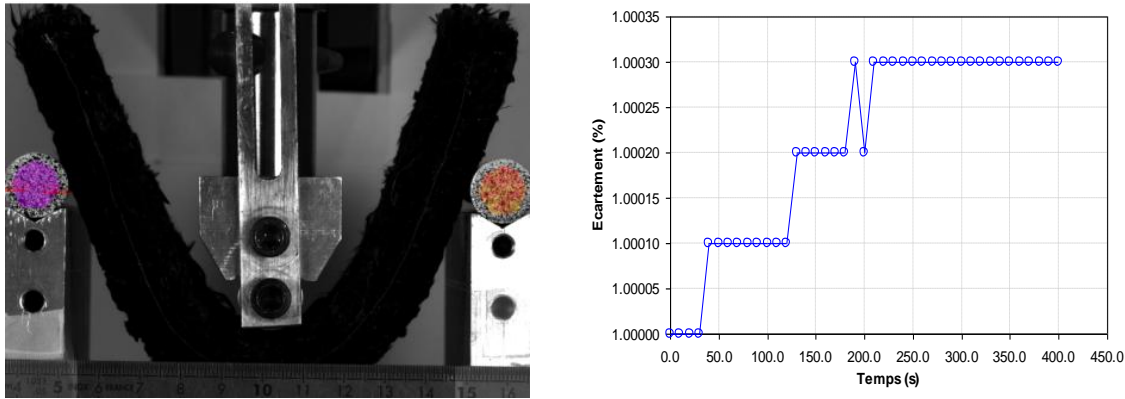


Figure 44 - Mesure de l'écartement des points d'appuis extérieurs par stéréocorrélation

Le rapport entre l'écartement mesuré au cours de l'essai et la distance initiale entre les points d'appui est inférieur à 3 millièmes. La déformation peut donc être considérée comme négligeable.

Pour suivre la déformation de l'éprouvette, nous ne pouvons pas nous contenter des mesures d'effort et de déplacement habituelles. En effet, pour pouvoir calculer la déformation (et donc la courbure) il faut utiliser une méthode de mesure de champ. La méthode mise en place est une méthode optique de corrélation d'image. Cette méthode nécessite d'utiliser sur le matériau un mouchetis qui permettra de suivre des déformations du matériau au cours de l'essai. Différents types de mouchetis ont été testés [DEL09, AYM09, FLO10] et nous rencontrons suivant les cas : soit des problèmes d'adhérence du mouchetis à l'éprouvette, soit une perturbation trop importante du comportement de l'éprouvette par le mouchetis. Notre essai ne nécessite pas une mesure de champ complète mais seulement de suivre la ligne moyenne de l'éprouvette au cours de l'essai. Aussi nous sommes nous penchés sur un autre moyen de marquer la ligne moyenne : à l'aide d'un fil de couture de rigidité très faible (Figure 45). Ce fil est apposé à l'aide de colle à chaud (dans des proportions minimales) et il nous permet de suivre la déformation de l'éprouvette. Pour limiter la quantité de colle appliquée sur le matériau, les fils sont préimprégnés de colle puis simplement chauffés au contact afin d'assurer leur adhérence aux éprouvettes. Nous avons également placé des fils de manière à suivre les sections droites du matériau sur certaines éprouvettes, le but étant de confirmer notre hypothèse de cisaillement uniquement transversal.

Ici encore, comme pour le cisaillement transverse, la méthode étant intrusive. Les mesures d'effort sont donc réalisées sur une deuxième éprouvette ne disposant pas de tels fils collés pour éviter la perturbation des mesures (cf Figure 47).

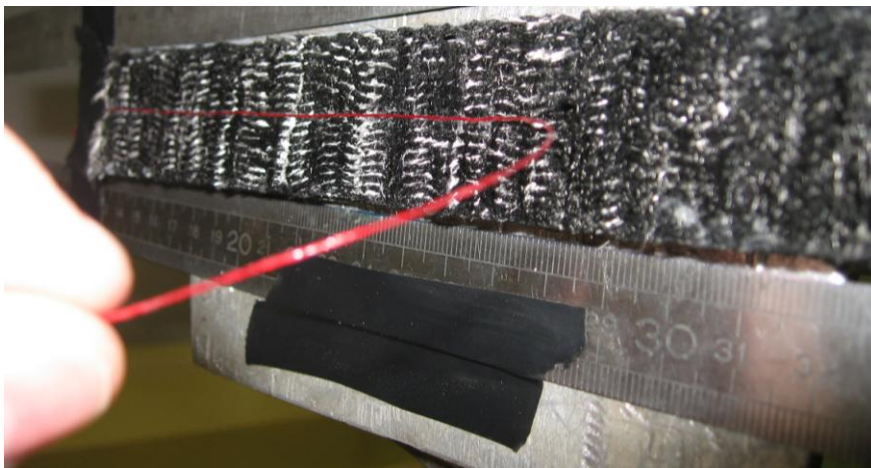


Figure 45 - Mise en place du fil de suivi de la ligne moyenne

Les capteurs machine donnent des informations sur le déplacement et l'effort. Un système d'acquisition d'image permet d'obtenir un suivi de la déformation au cours des essais avec fils et d'analyser pas à pas l'évolution du comportement du matériau grâce à un traitement d'image.

Le protocole de l'essai de flexion trois points (Tableau 5) nécessite que l'éprouvette soit centrée précisément sur le module, que le point de départ du déplacement soit constant sur l'ensemble de la campagne d'essai, et que les vitesses de déplacement soient identiques. L'essai réalisé est une approche asservie en déplacement dite *sur cible de déplacement* où un déplacement limite est défini comme objectif.

Etape	Caractéristiques	Vitesse déplacement	Etat
1	Mise en position	50 mm/min	Centrage éprouvette et mise à 0 du déplacement Déplacement = 0 mm
2	Chargement	10 mm/min	Charge le matériau à vitesse constante jusqu'à la cible 0 mm → 60 mm
3	Déchargement	10 mm/min	Décharge le matériau à vitesse constante Retour à 0 mm

Tableau 5 - Protocole expérimental de l'essai de flexion trois points simple

Les essais ont d'abord été réalisés dans les directions principales du matériau, c'est à dire les directions chaîne et trame, puis à 45°.

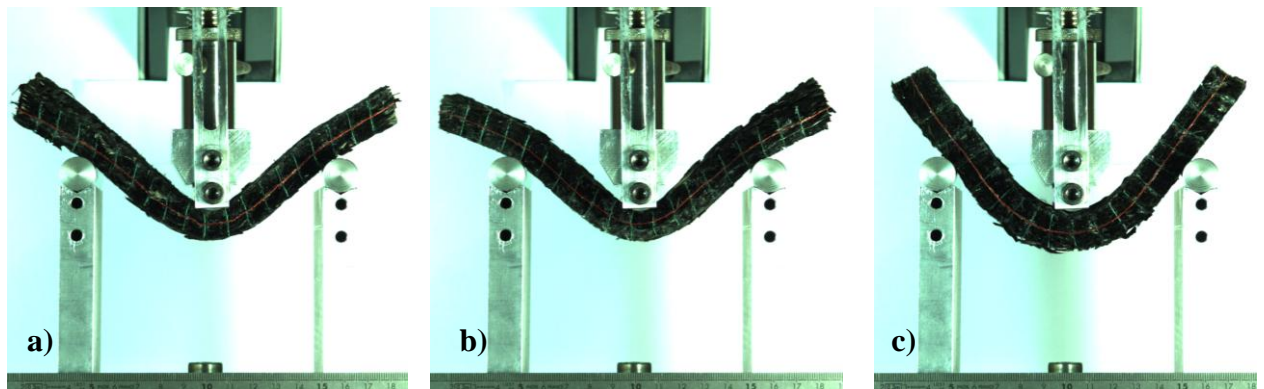


Figure 46 - Déformations dans les sens chaîne(a), trame(b) et 45°(c)

Nous avons ainsi constaté deux points importants se rapportant à nos hypothèses (Figure 46) :

- Les sections droites, dans les cas des directions principales, et même si elles ne restent pas perpendiculaires par rapport à la ligne moyenne ne sont pas non plus parfaitement verticales (**a** et **b**). Il est possible que ce soit lié aux dimensions du module et de l'éprouvette par rapport à la taille du VER du matériau. L'éprouvette ne subirait pas uniquement une cinématique de flexion mais serait également "tranchée".
- Dans le cas particulier de la flexion des éprouvettes prélevées à 45° ces mêmes sections droites vérifient les conditions de Bernoulli-Kirchhoff; elles restent perpendiculaires à la ligne moyenne. De plus, le niveau d'effort est bien plus faible que dans les directions principales (**c**).

L'étude expérimentale a mis en évidence qu'il sera difficile d'utiliser un tel essai pour identifier un comportement matériau. En effet, les grandes transformations induites par l'essai de flexion provoquent plusieurs modes de déformation simultanés dans l'éprouvette, ce qui

rend difficile l'identification d'une partie spécifique du comportement. Ce constat a provoqué une remise en question de la formulation du comportement du matériau. En effet, il est apparu qu'il serait plus judicieux de pouvoir dissocier les différentes composantes du comportement plutôt que de chercher à tout rassembler dans une loi de comportements unique mais donc moins paramétrable. Le comportement du matériau du second ordre se verrait alors piloté en énergie par les déformations engendrées lors de la mise en forme. Ceci sera exposé dans le chapitre 4.1 du présent rapport.

La déformation engendrée pas l'essai de flexion étant complexe, nous utiliserons cet essai comme validation d'un modèle qui sera identifié à partir des essais réalisés ci-dessus (voir §2.4.1 à §2.4.4). Un récapitulatif des essais réalisés pour plusieurs directions d'un même renfort est donné Figure 47.

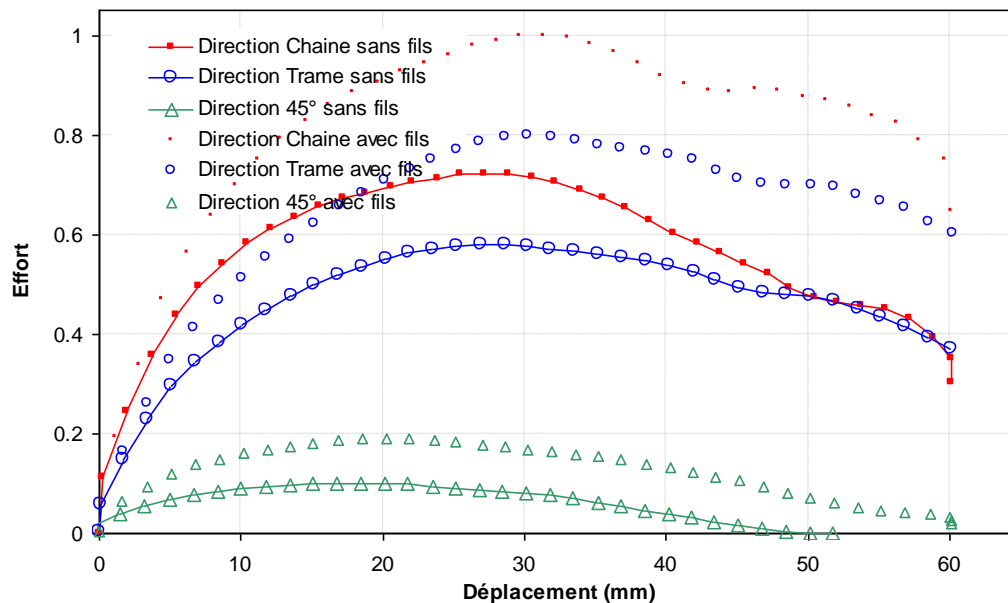


Figure 47 - Comparatif normalisé des efforts chaîne/trame/45° suivant la présence de colle ou non

Comme le montre la courbe, le niveau d'effort global diminue quand on dépasse les 20 à 30 mm de déplacement. Ceci illustre et justifie le fait que nous ne pouvons pas utiliser cet essai pour une identification complète du comportement en cisaillement, ce dernier étant perturbé par d'autres modes de déformation ainsi que du glissement de l'éprouvette sur les points d'appui pour les grandes transformations. Ce graphique permet également d'attester que la colle influe le comportement du matériau. Cette influence nous oblige, comme expliqué plus haut, à réaliser deux essais par type d'éprouvette : l'un réalisé sur une éprouvette avec les fils pour suivre la ligne moyenne et les sections droites et l'autre sur une éprouvette vierge pour obtenir les efforts réels.

De plus il est à noter qu'au cours de l'essai de flexion, l'effort maximal mesuré est d'environ 4N. L'éprouvette testée ici pèse 52.5g, ce qui représente un effort de gravité de 0.5N, soit environ 12% de l'effort maximal mesuré. Il faut donc veiller à prendre en compte le poids de l'éprouvette lors des simulations de flexion.

A titre informatif, pour approfondir la démarche sur l'élasto-plasticité, nous avons également réalisé des essais de chargement cyclique. Ces essais sont présentés ici mais ne sont pas encore utilisés pour le modèle numérique.

Le module de flexion est équipé de trois rouleaux supplémentaires : supérieurs au niveau des points d'appuis et inférieur sur l'appui central. Il nous est donc possible d'effectuer des déplacements jusqu'à ± 60 mm entre les deux points d'appuis extérieurs écartés de 120 mm. Nous avons opté pour un chargement en trois cycles de traction/compression pour trois flèches distinctes : ± 20 mm, ± 40 mm et ± 60 mm. La vitesse de déplacement est imposée à $10 \text{ mm}\cdot\text{min}^{-1}$ (Figure 48).

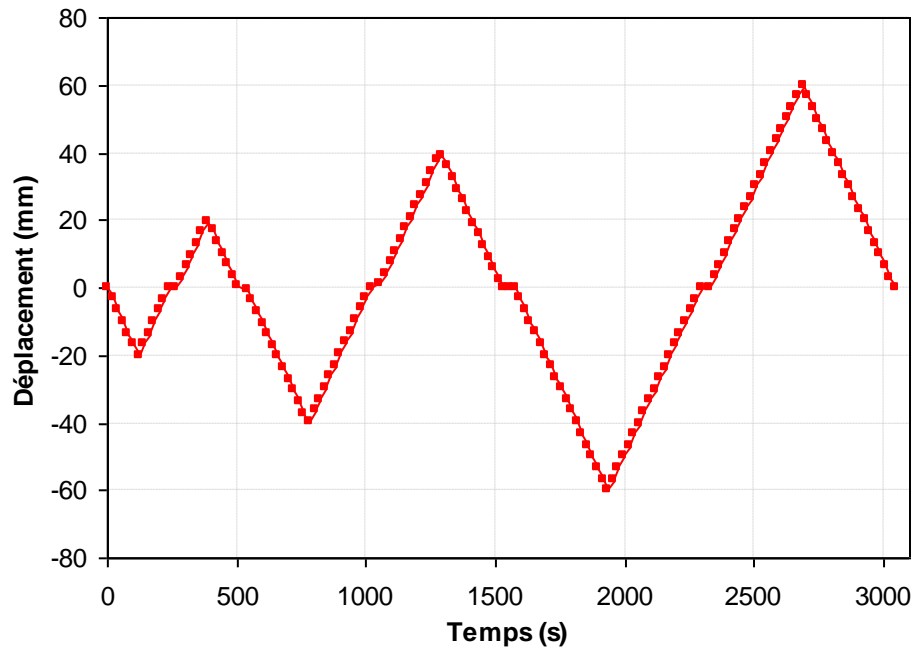


Figure 48 - Mode de chargement des essais de flexion alternée

L'objectif est de faire apparaître un cycle hystérétique dans la courbe effort/déplacement. Ceci afin d'identifier le type d'évolution de la surface de charge du matériau. On considère que les fibres ne s'allongent pas dans la longueur. Le renfort étant constitué de fibres de carbone dont la rigidité est bien supérieure à celle en jeu dans le réarrangement des fibres. On considérera également qu'elles sont incompressibles en première approche, ainsi nous aurons un blocage cinématique lorsque l'ensemble des fibres seront en contact. Pour représenter cela, nous utilisons la fraction volumique de fibre. Le domaine du taux volumique de fibres dans le renfort est $]0;1]$ où 1 est la valeur atteinte lorsque l'espace entre les mèches, ainsi que les fibres au sein des mèches, est entièrement comblé : c'est la valeur de blocage.

Les essais réalisés nous ont poussé à envisager une loi de plasticité portant sur le cisaillement et comportant à la fois une composante cinématique et une composante isotrope. Cette approche est approfondie au chapitre §4.4.2 mais pour la suite de ce manuscrit, il n'y a pas de loi de plasticité mise en oeuvre.

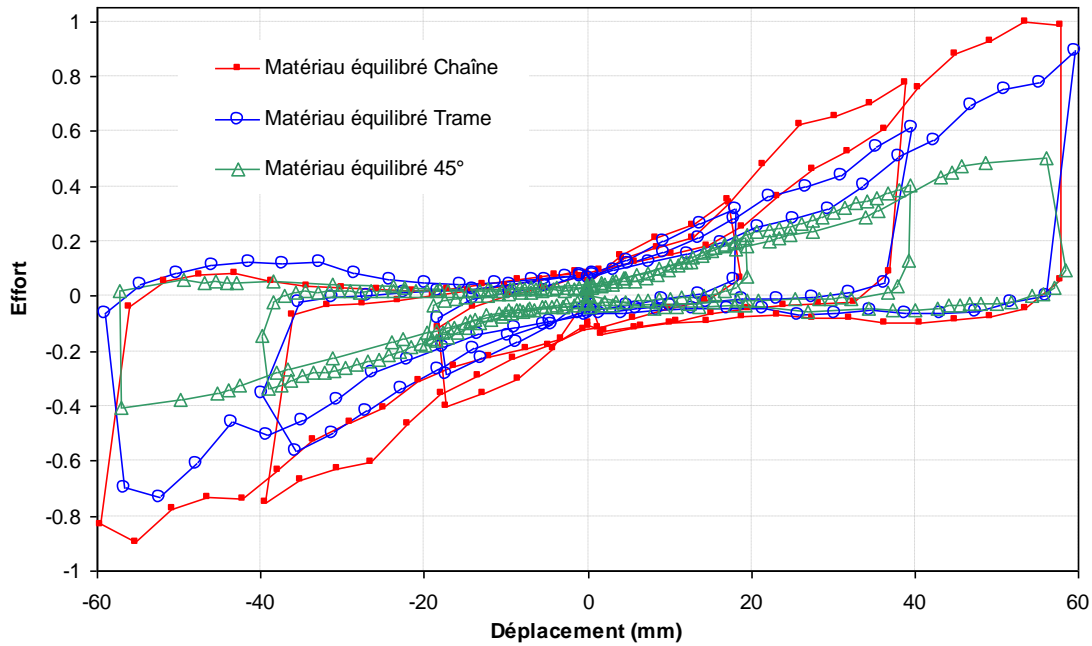


Figure 49 - Réponse normalisée au chargement cyclique d'un tissé interlock

Bilan du chapitre 2

Ce chapitre présente en détail le comportement des renforts tissés de composites. Nous avons mis en avant les effets d'échelles dus à la structure fibreuse des renforts tissés de composites et nous avons vu que ces effets se traduisent par des réponses différentes suivant l'échelle à laquelle se placent nos essais. Nous avons aussi présenté les principaux essais de caractérisation réalisables sur préforme tissée ainsi que les modes de déformation associés. Les caractéristiques propres au renfort étudié ont été mises en évidence conjointement à l'approche générale du chapitre 1. Par la suite nous avons détaillé les essais mécaniques réalisés sur ce renfort ainsi que sa réponse aux différentes sollicitations. Les essais de bias test ont été décrits précisément car ils mettent en oeuvre une cinématique particulière des tissés. Les essais de flexion trois points simples ont aussi été approfondis car ils mettent en évidence un comportement complexe de ces matériaux, notamment leur aspect anisotrope. De plus, l'essai de flexion alternée illustre les caractéristiques du comportement cyclique du matériau et permet donc éventuellement d'approfondir la notion de déformation permanente au cours de la mise en forme qui illustre la plasticité du comportement.

Ces éléments sur le comportement du matériau vont nous donner les moyens de discuter le type de loi de comportement que nous pouvons utiliser pour la simulation de la mise en forme des renforts de composites tissés épais.

Chapitre 3 Simulation de la mise en forme des composites tissés

Ce chapitre a pour objectif de présenter différentes approches possibles pour la simulation de la mise en forme des renforts épais de composites. Seront abordées des approches géométriques, discrètes et continues, à l'échelle méso, macro et multi-échelle. Les méthodes retenues pour le code de calcul seront détaillées ainsi que les éventuelles limites de leur domaine d'application. Ce chapitre débute par une présentation du problème de référence et un rappel des outils utilisés en mécanique générale. Sont ensuite présentés un panel d'outils numériques utilisables à différentes échelles pour simuler le comportement des renforts tissés. Enfin l'approche retenue dans notre code de calcul est détaillée et illustrée par des résultats de simulation.

Sommaire du chapitre

3.1	Outils d'analyse de la cinématique des grandes transformations.....	68
3.1.1	Problème de référence, suivi de la matière et repère local.....	68
3.1.2	Tenseur gradient de la transformation.....	70
3.1.3	Description des efforts internes.....	72
3.1.4	Dualité contraintes – déformations.....	74
3.2	Approches possibles et hypothèses sur le comportement.....	75
3.2.1	Particularités dues au matériau.....	75
3.2.2	Effets d'échelle et simulation.....	76
3.3	Cas du renfort interlock : types d'approches.....	84
3.3.1	Approche discrète.....	85
3.3.2	Approche continue.....	85
3.3.3	Approche semi-discrète.....	85
3.4	Le code Plast 4.....	86
3.4.1	Schéma de résolution en dynamique explicite.....	86
3.4.2	Loi retenue et exemples.....	88
	Bilan du chapitre 3.....	92

3.1 Outils d'analyse de la cinématique des grandes transformations

3.1.1 Problème de référence, suivi de la matière et repère local

Dans le cas d'une approche par élément-finis, afin de suivre la direction des mèches au cours de la déformation, il est nécessaire de définir une base matérielle locale. Une base privilégiée, couramment utilisée dans la méthode des éléments finis est la base des vecteurs covariants de l'élément \underline{g}_i qui est fixée à la matière.

$$\underline{g}_i = \frac{\partial \underline{x}}{\partial \xi_i} \quad (3.1)$$

Avec :

- \underline{x} , le vecteur position d'un point de l'élément
- ξ_i , les coordonnées matérielles de ce point

Dans notre cas les éléments finis considérés sont iso paramétriques c'est à dire que les fonctions de transformation géométrique sont identiques aux fonctions d'interpolation : les noeuds géométriques sont confondus avec les noeuds d'interpolation. Si l'on connaît le jeu de coefficient permettant de positionner un point au sein d'un élément dans sa configuration de référence alors, d'après les fonctions de forme de l'élément, on pourra déduire la position de ce point dans n'importe quelle configuration future de l'élément. Ce positionnement est interpolé à partir des positions des huit noeuds de l'élément. Les vecteurs covariants que l'on va considérer dépendent donc des coordonnées nodales.

On pose N la matrice d'interpolation qui permet l'expression des coordonnées d'un point courant d'un élément à partir des coordonnées des noeuds de cet élément dans notre problème de référence (Figure 50)

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \xi_1, \xi_2, \xi_3 = \begin{matrix} & \begin{matrix} \text{3} \times \text{24} \end{matrix} \\ \begin{matrix} N_1 & 0 & 0 & N_2 & \cdots & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & N_1 & 0 & & N_8 \end{matrix} & \xi_1, \xi_2, \xi_3 \end{matrix} \begin{bmatrix} X_{11} \\ X_{12} \\ X_{13} \\ X_{21} \\ \vdots \\ X_{83} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

$$\underline{x} = N \underline{X}_n$$

Avec :

- \underline{x} , le vecteur position du point considéré
- N_i , les fonctions de forme (pour des éléments briques linéaires à huit noeuds)
- \underline{X}_n , le vecteur position des noeuds

Notons \underline{G}_i , les trois matrices permettant de déterminer les vecteurs covariants en fonction des coordonnées nodales :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{g}_{i\ 1} \\ \mathbf{g}_{i\ 2} \\ \mathbf{g}_{i\ 3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_{1,i} & 0 & 0 & N_{2,i} & \dots & 0 \\ 0 & N_{1,i} & 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & N_{1,i} & 0 & & N_{8,i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{11} \\ X_{12} \\ X_{13} \\ X_{21} \\ \vdots \\ X_{83} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

$$\mathbf{g}_i = \mathbf{G}_i \mathbf{X}_n$$

Si l'on considère un petit incrément de déformation de notre structure. Soient :

- \underline{X} , les coordonnées Lagrangiennes du point courant M_0 dans la configuration de référence Ω_0 , $\underline{X} \in \Omega_0$
- \underline{x} , les coordonnées de ce même point M_t dans la configuration actuelle déformée Ω_t , $\underline{x} \in \Omega$
- $\underline{\mathbf{g}}_i$, la base covariante dans la configuration actuelle
- $\underline{\Delta u}$, l'incrément de déplacement, $\underline{x}' = \underline{x} + \underline{\Delta u}$ les coordonnées du point dans la configuration finale $\Omega_{t+\Delta t}$
- $\underline{\mathbf{G}}_i$, la base covariante dans la configuration initiale

Par convention on notera $\underline{\mathbf{g}}^i$ et $\underline{\mathbf{G}}^i$ les bases contravariantes correspondant respectivement à $\underline{\mathbf{g}}_i$ et $\underline{\mathbf{G}}_i$ telles que :

$$\begin{aligned} g_i \otimes g^j &= \delta^{ij} \\ G_i \otimes G^j &= \delta^{ij} \end{aligned} \quad (3.4)$$

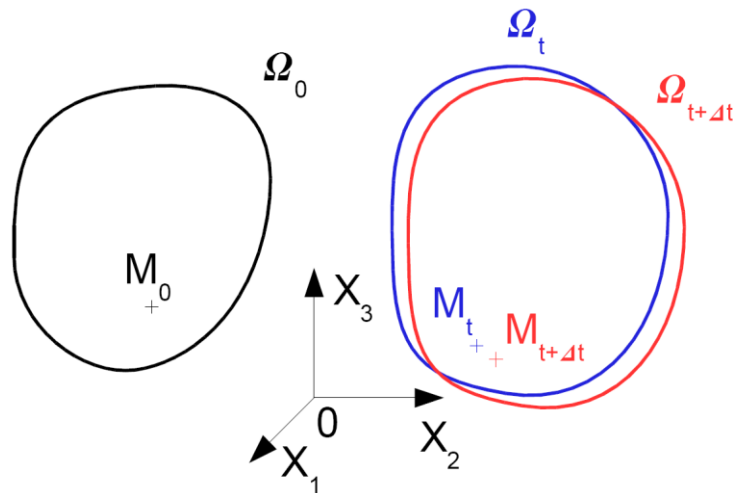


Figure 50 - Problème de référence

En pratique, c'est le gradient symétrisé du déplacement virtuel dans la configuration actuelle qui nous intéresse pour le principe des travaux virtuels. Ce tenseur peut être déterminé en prenant la partie linéarisée du tenseur des déformations de Green-Lagrange, ce qui revient à faire tendre l'incrément de déplacement vers zéro. Dans ce cas de figure, l'incrément de déformation est si faible que la variation de configuration est négligeable. On peut alors s'affranchir de la distinction entre $\underline{\mathbf{G}}_i$ et $\underline{\mathbf{g}}_i$ pour les bases covariantes et contravariantes que nous noterons simplement $\underline{\mathbf{g}}_i$ et $\underline{\mathbf{g}}^i$.

$$\begin{aligned}\underline{\varepsilon} \underline{\mathbf{u}}^* &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \underline{\mathbf{u}}^*}{\partial \underline{\mathbf{X}}_j} \cdot \underline{\mathbf{g}}_i + \frac{\partial \underline{\mathbf{u}}^*}{\partial \underline{\mathbf{X}}_i} \cdot \underline{\mathbf{g}}_j \right) \underline{\mathbf{g}}^i \otimes \underline{\mathbf{g}}^j \\ &= \bar{\varepsilon}_{ij} \underline{\mathbf{u}}^* \underline{\mathbf{g}}^i \otimes \underline{\mathbf{g}}^j\end{aligned}\quad (3.5)$$

En utilisant l'équation (3.3), on obtient la formulation dans la configuration déformée,

$$\begin{aligned}\bar{\varepsilon}_{ij} \underline{\mathbf{u}}^* &= \frac{1}{2} \underline{\mathbf{G}}_j \underline{\mathbf{U}}_n^{*T} \underline{\mathbf{G}}_i \underline{\mathbf{X}}_n + \underline{\mathbf{G}}_i \underline{\mathbf{U}}_n^{*T} \underline{\mathbf{G}}_j \underline{\mathbf{X}}_n \\ &= \frac{1}{2} \underline{\mathbf{X}}_n^T \underline{\mathbf{G}}_i^T \underline{\mathbf{G}}_j \underline{\mathbf{U}}_n^* + \underline{\mathbf{X}}_n^T \underline{\mathbf{G}}_j^T \underline{\mathbf{G}}_i \underline{\mathbf{U}}_n^* \\ &= \frac{1}{2} \underline{\mathbf{X}}_n^T \underline{\mathbf{G}}_i^T \underline{\mathbf{G}}_j + \underline{\mathbf{G}}_j^T \underline{\mathbf{G}}_i \underline{\mathbf{U}}_n^*\end{aligned}\quad (3.6)$$

Nous pouvons dès lors identifier alors les neuf matrices lignes, fonction des coordonnées nodales, notées $\underline{\mathbf{B}}_{ij}$, qui nous permettent de calculer l'approximation éléments finis de la déformation $\bar{\varepsilon}_{ij}$ à partir du vecteur des déplacements nodaux virtuels $\underline{\mathbf{U}}_n^*$:

$$\bar{\varepsilon}_{ij} \underline{\mathbf{u}}^* = \underline{\mathbf{B}}_{ij} \underline{\mathbf{U}}_n^* \quad (3.7)$$

$$\underline{\mathbf{B}}_{ij} = \frac{1}{2} \underline{\mathbf{X}}_n^T \underline{\mathbf{G}}_i^T \underline{\mathbf{G}}_j + \underline{\mathbf{G}}_j^T \underline{\mathbf{G}}_i \quad (3.8)$$

3.1.2 Tenseur gradient de la transformation

Pour décrire le mouvement dans la loi de comportement en grandes transformations il faut dépasser le cadre de l'hypothèse des petites perturbations. Seules les grandeurs et les concepts de base utilisés en mécanique des milieux continus de Cauchy en grandes transformations seront présentés, basé sur le cours de [BRU09].

D'après la Figure 50, la transformation d'un milieu continu, occupant le volume Ω_0 dans la configuration de référence (i.e. à l'état naturel non contraint du matériau), et le volume Ω dans la configuration actuelle, peut être décrite par une application χ bijective qui fait correspondre à chaque position initiale $\underline{\mathbf{X}} \in \Omega_0$ une position actuelle $\underline{\mathbf{x}} \in \Omega$:

$$\underline{\mathbf{x}} = \chi(\underline{\mathbf{X}}) \quad (3.9)$$

Pour décrire localement la transformation, on considère un point matériel $P(\underline{\mathbf{X}}_P)$, ainsi qu'un point $Q(\underline{\mathbf{X}}_Q)$ dans le voisinage de P , formant le vecteur élémentaire $d\underline{\mathbf{X}} = \underline{\mathbf{X}}_Q - \underline{\mathbf{X}}_P$ en configuration initiale. Le vecteur transformé s'écrit alors :

$$d\underline{\mathbf{x}} = \underline{\mathbf{x}}_q - \underline{\mathbf{x}}_p = \chi(\underline{\mathbf{X}}_P + d\underline{\mathbf{X}}) - \chi(\underline{\mathbf{X}}_P) \quad (3.10)$$

Le *tenseur gradient de la transformation* $\underline{\underline{\mathbf{F}}}$, également appelé *application linéaire tangente* ou *transformation homogène tangente*, est le Jacobien de l'application χ . Ce tenseur permet d'écrire le vecteur $d\underline{\mathbf{x}}$ sous la forme :

$$d\underline{\mathbf{x}} = \frac{\partial \chi}{\partial \underline{\mathbf{X}}} \cdot d\underline{\mathbf{X}} = \underline{\underline{\mathbf{F}}} \cdot d\underline{\mathbf{X}} \quad (3.11)$$

Ainsi défini, le tenseur gradient de la transformation $\underline{\underline{\mathbf{F}}}$ constitue une description locale au premier ordre de la transformation du solide permettant de passer de tout $\underline{\mathbf{X}} \in \Omega_0$ à sa position $\underline{\mathbf{x}}$ dans la configuration actuelle. Dans le cas de notre modèle la description de $\underline{\underline{\mathbf{F}}}$ sera faite à partir des base covariantes et contravariantes définies précédemment. On a donc :

$$\underline{\underline{F}} = \frac{d\underline{x}}{d\underline{X}} \quad (3.12)$$

$$F_{ij} = \frac{\partial x_i}{\partial X_j} = g_i \otimes G_0^j$$

Avec G_0^j la base contravariante de la configuration initiale.

3.1.2.1 Transformation d'un élément de volume

Pour le cas volumique, on pose $dV \subset \Omega_0$ un volume élémentaire dans la configuration initiale. la transformée de ce volume, $dv \subset \Omega$, est donnée par le jacobien de la transformation, dans notre cas par le déterminant du tenseur gradient de la transformation :

$$dv = J \cdot dV ; J = \det(\underline{\underline{F}}) \quad (3.13)$$

L'application χ étant bijective, alors son déterminant est strictement positif, ce qui revient à dire que le volume de l'élément de matière défini par le volume élémentaire dV ne peut s'annuler. On a donc dans tous les cas $J > 0$.

3.1.2.2 Transformation d'un élément de surface

Dans le cas surfacique, on pose $d\underline{A} = dA \underline{N}$ un élément de surface de normale \underline{N} dans la configuration initiale. La surface transformée $d\underline{a} = da \underline{n}$, de normale \underline{n} , est donnée classiquement par la formule de Nanson :

$$da \underline{n} = J \cdot \underline{\underline{F}}^{-T} \cdot \underline{N} dA \quad (3.14)$$

3.1.2.3 Mesure des déformations

Le tenseur gradient de la transformation décrit les transformations locales du milieu étudié. Le théorème de la décomposition polaire du gradient de la transformation donne une décomposition de ces transformations en une rotation de corps rigide et une déformation de la matière. Le théorème garanti l'unicité de la décomposition :

$$\underline{\underline{F}} = \underline{\underline{R}} \cdot \underline{\underline{U}} = \underline{\underline{V}} \cdot \underline{\underline{R}} \quad (3.15)$$

Avec :

- $\underline{\underline{R}}$ est un tenseur de rotation (et donc orthogonal) tel que $\underline{\underline{R}} \cdot \underline{\underline{R}}^T = \underline{\underline{R}}^T \cdot \underline{\underline{R}} = \underline{\underline{I}}$
- $\underline{\underline{U}}$ et $\underline{\underline{V}}$ sont des tenseurs symétriques définis positifs appelés tenseurs de déformation pure

On peut étudier le produit scalaire de deux vecteurs élémentaires en configuration déformée afin d'étudier les variations de longueur et d'angle au sein du solide. Ce qui permet d'introduire deux tenseurs supplémentaires :

- le *tenseur de Cauchy-Green droit* $\underline{\underline{C}} = \underline{\underline{F}}^T \cdot \underline{\underline{F}} = \underline{\underline{U}}^2$.

$$\begin{aligned} d\underline{u} \cdot d\underline{v} &= du_i dv_i \\ &= F_{ij} dU_j F_{ik} dV_k \\ &= dU_j F_{ji}^T F_{ik} dV_k \\ &= d\underline{U} \cdot \underline{\underline{F}}^T \cdot \underline{\underline{F}} \cdot d\underline{V} \\ &= d\underline{U} \cdot \underline{\underline{C}} \cdot d\underline{V} \end{aligned} \quad (3.16)$$

- et le *tenseur des dilatations de Green-Lagrange* $\underline{\underline{E}} = 1/2(\underline{\underline{C}} - \underline{\underline{I}})$

$$\begin{aligned} d\underline{\underline{u}} \cdot d\underline{\underline{v}} - d\underline{\underline{U}} \cdot d\underline{\underline{V}} &= d\underline{\underline{U}} \cdot \underline{\underline{C}} \cdot d\underline{\underline{V}} - d\underline{\underline{U}} \cdot d\underline{\underline{V}} \\ &= d\underline{\underline{U}} \cdot (\underline{\underline{C}} - \underline{\underline{I}}) \cdot d\underline{\underline{V}} \\ &= d\underline{\underline{U}} \cdot 2\underline{\underline{E}} \cdot d\underline{\underline{V}} \end{aligned} \quad (3.17)$$

Dans le cas des petites déformations, ce tenseur $\underline{\underline{E}}$ se confond avec le tenseur des déformations linéarisé $\underline{\underline{\varepsilon}}$. Les deux tenseurs précédents sont définis dans la configuration initiale. A ce titre, ils sont dits *Lagrangiens*. On peut définir de la même façon leurs équivalents en configuration actuelle, qui seront dits *Eulériens* (3.18)(3.19). Un tenseur sera dit *Lagrangien* (resp. *Eulérien*) lorsque ses quantités d'entrée et de sortie sont exprimées dans la configuration initiale (resp. actuelle). Un tenseur dont la quantité d'entrée et la quantité de sortie ne sont pas exprimées dans la même configuration sera dit *bipoint*.

$$\underline{\underline{b}} = \underline{\underline{F}} \cdot \underline{\underline{F}}^T = \underline{\underline{V}}^2 \quad (3.18)$$

$$\underline{\underline{a}} = \frac{1}{2}(\underline{\underline{I}} - \underline{\underline{b}}^{-1}) \quad (3.19)$$

Les tenseurs définis par (3.18) et (3.19) seront appelés respectivement *tenseur de Cauchy-Green gauche* et *tenseur d'Euler-Almansi*.

3.1.2.4 Vitesses de déformation

La notion de vitesse de déformation est nécessaire pour l'écriture de la puissance des efforts internes ainsi que certains types de lois de comportement utilisant la viscosité. En différentiant l'équation (3.11), on obtient :

$$d\underline{\underline{\dot{x}}} = \underline{\underline{\dot{F}}} \cdot d\underline{\underline{X}} = \underline{\underline{\dot{F}}} \cdot \underline{\underline{F}}^{-1} \cdot d\underline{\underline{x}} = \underline{\underline{l}} \cdot d\underline{\underline{x}} \quad (3.20)$$

Le tenseur $\underline{\underline{l}}$ est appelé *tenseur gradient de vitesse*. Il est classiquement décomposé en un terme symétrique $\underline{\underline{d}}$ (*tenseur taux de déformation*) et un terme antisymétrique $\underline{\underline{\omega}}$ (*tenseur taux de rotation*).

$$\underline{\underline{l}} = \underline{\underline{d}} + \underline{\underline{\omega}}$$

$$\underline{\underline{d}} = \frac{1}{2}(\underline{\underline{F}} + \underline{\underline{F}}^T), \quad \underline{\underline{\omega}} = \frac{1}{2}(\underline{\underline{F}} - \underline{\underline{F}}^T) \quad (3.21)$$

Le tenseur taux de déformation est une mesure de la vitesse de déformation dans la configuration actuelle. Il est également possible d'obtenir une mesure de la vitesse de déformation dans la configuration initiale en différentiant l'équation (3.16) :

$$\underline{\underline{\dot{E}}} = \frac{1}{2}\underline{\underline{\dot{C}}} = \underline{\underline{F}}^T \cdot \underline{\underline{d}} \cdot \underline{\underline{F}} \quad (3.22)$$

3.1.3 Description des efforts internes

Pour définir la notion d'efforts internes on considère un solide déformable divisé virtuellement en deux sous domaines, avant et après une transformation décrite par le gradient $\underline{\underline{F}}$ (Figure 51, [CHA11]).

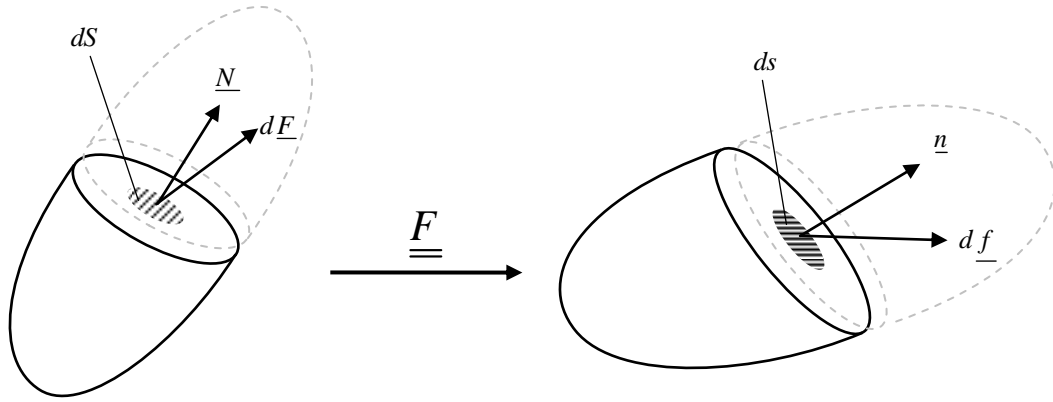


Figure 51 - Définition des efforts internes

L'équilibre de chacun des deux sous domaines ainsi définis impose l'existence de forces internes à la frontière entre les deux. On pose ds un élément de surface infinitésimal, positionné sur la frontière entre les deux sous domaines, et soumis à un effort $d\underline{f}$. On définit alors localement le *vecteur contrainte* (3.23) qui, selon le théorème de Cauchy, ne dépend linéairement que de la normale \underline{n} à la surface élémentaire ds considérée.

$$\underline{t} = \frac{d\underline{f}}{ds} \quad (3.23)$$

Il existe donc un tenseur d'ordre deux, appelé *tenseur des contraintes de Cauchy* $\underline{\underline{\sigma}}$, tel que :

$$\underline{t} = \underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{n} \quad (3.24)$$

Ce tenseur des contraintes de Cauchy est symétrique et représente les efforts internes exprimés dans la configuration actuelle, car il est construit d'après les vecteurs \underline{t} et \underline{n} qui sont eux aussi définis en configuration actuelle. Avec (3.23) et (3.24), l'effort exercé sur la surface élémentaire s'écrit :

$$d\underline{f} = \underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{n} ds \quad (3.25)$$

De même que pour les différentes mesures de déformation établies précédemment, il est possible de définir d'autres mesures des efforts internes. Ainsi, en notant $d\underline{F}$, dS et \underline{N} l'effort, la surface et sa normale ramenés en configuration initiale, on définit les trois tenseurs : le *premier tenseur de Piola-Kirchhoff* $\underline{\underline{P}}$, le *second tenseur de Piola-Kirchhoff* (ou tenseur de Boussinesq) $\underline{\underline{S}}$ et le *tenseur de Kirchhoff* $\underline{\underline{\tau}}$:

$$\begin{aligned} d\underline{f} &= \underline{\underline{P}} \cdot \underline{N} dS \\ d\underline{F} &= \underline{\underline{S}} \cdot \underline{N} dS \\ d\underline{F} &= \underline{\underline{\tau}} \cdot \underline{n} ds \end{aligned} \quad (3.26)$$

En petites déformations, ces quatre tenseurs sont identiques. Les équations (3.11) et (3.14) permettent de démontrer les relations suivantes qui nous serviront dans le modèle pour passer de la configuration actuelle à la configuration initiale et inversement :

$$\underline{\underline{\tau}} = J \underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{F}} \cdot \underline{\underline{S}} \cdot \underline{\underline{F}}^T = \underline{\underline{P}} \cdot \underline{\underline{F}}^T \quad (3.27).$$

Le tenseur des contraintes de Cauchy $\underline{\underline{\sigma}}$ est *Eulérien* car il permet d'obtenir le vecteur contrainte dans la configuration actuelle en fonction de la normale dans cette même

configuration. A l'inverse, le second tenseur des contraintes de Piola-Kirchhoff $\underline{\underline{S}}$ est Lagrangien car il permet d'obtenir le vecteur contrainte dans la configuration initiale en fonction de la normale dans cette même configuration. Le premier tenseur de Piola-Kirchhoff $\underline{\underline{P}}$ et le tenseur de Kirchhoff $\underline{\underline{\tau}}$ ne sont ni lagrangiens ni eulérien : ils sont appelés tenseurs bipoints car ils expriment une grandeur dans une configuration en utilisant des grandeurs dans l'autre configuration.

3.1.4 Dualité contraintes – déformations

Dans la théorie du premier gradient, la puissance des efforts intérieurs s'écrit sous la forme [SAL05] :

$$P_i = - \int_{\Omega} \underline{\underline{\sigma}} : \left(\underline{\underline{\text{grad}}}(\underline{v}) \right)^T d\Omega \quad (3.28)$$

Avec :

- $\underline{\underline{\sigma}}$ le tenseur des contraintes de Cauchy introduit précédemment
- \underline{v} le champ de vitesse au point considéré
- $\underline{\underline{\text{grad}}}(\underline{v})$ le tenseur gradient de vitesse

$$\underline{\underline{\text{grad}}}(\underline{v}) = \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = \frac{\partial v_i}{\partial X_k} \frac{\partial X_j}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial x_i}{\partial X_k} \right) \frac{\partial X_j}{\partial x_j} = \underline{\underline{\dot{F}}} \cdot \underline{\underline{F}}^{-1} = \underline{\underline{l}} \quad (3.29)$$

En utilisant la décomposition sphérique / déviatorique de $\underline{\underline{l}}$ et la symétrie de $\underline{\underline{\sigma}}$, on fait apparaître la dualité du tenseur des contraintes de Cauchy avec le tenseur des taux de déformation :

$$P_i = - \int_{\Omega} \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{d}} d\Omega \quad (3.30)$$

On note p_i la puissance massique des efforts intérieurs, et ρ (resp. ρ_0) la densité en configuration actuelle (resp. initiale) :

$$P_i = - \int_{\Omega} \rho p_i d\Omega = - \int_{\Omega_0} \rho_0 p_i d\Omega_0 \quad (3.31)$$

En utilisant l'expression (3.30) de la puissance des efforts intérieurs, ainsi que les relations (3.27) entre les différentes mesures de contraintes, cette puissance massique peut s'écrire :

$$p_i = \frac{1}{\rho} \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{d}} = \frac{1}{\rho_0} \underline{\underline{S}} : \underline{\underline{\dot{E}}} = \frac{1}{\rho_0} \underline{\underline{P}} : \underline{\underline{\dot{F}}} \quad (3.32)$$

La dualité entre les autres mesures de déformation et d'efforts internes introduites précédemment est ainsi illustrée. Le terme $\underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{d}}$ représente la puissance des efforts internes par unité de volume final, tandis que les termes $\underline{\underline{S}} : \underline{\underline{\dot{E}}}$ et $\underline{\underline{P}} : \underline{\underline{\dot{F}}}$ représentent la puissance des efforts internes par unité de volume initial. Ces différentes formulations vont nous être utiles dans le modèle pour déterminer la contrainte à partir de la déformation dans l'une ou l'autre des configurations.

3.2 Approches possibles et hypothèses sur le comportement

3.2.1 Particularités dues au matériau

Cette section a pour but de revenir sur les spécificités du comportement des tissés, relevés pendant la phase expérimentale. L'objectif est bien sûr de déterminer les choix de modélisations qui sont susceptibles d'en découler.

3.2.1.1 Hypothèse de non-glissement entre réseau chaîne et trame de mèches

Cette hypothèse, soulevée pour le cas du cisaillement plan (cf §2.2.3.2) est en fait plus générale au comportement du matériau : il s'agit de l'hypothèse de milieu continu. Elle est importante pour la simulation car faire cette hypothèse permet de nous affranchir du problème de frottement entre les mèches. Les réseaux étant réduits au pivotement simple l'un par rapport à l'autre, on s'affranchit des problèmes de glissement dans le renfort : c'est à dire le frottement entre les mèches qui peut dépendre à la fois de l'état de surface de chaque mèche, de l'embuvage et du niveau de contrainte actuel du renfort ainsi que d'autres paramètres tels que la présence d'ensimage, l'humidification du matériau ou la température. Prendre en compte le glissement est très contraignant d'un point de vue du calcul car cela entraîne de nombreuses non-linéarités dans le comportement.

De manière générale, cette hypothèse est valide en petites perturbations. Dans le cas des grandes transformations une partie des causes de ce comportement est prise en charge par la loi de comportement du matériau et il convient de vérifier que la simulation reste dans le domaine de validité de cette hypothèse.

3.2.1.2 Isotropie transverse de la mèche

Une mèche est constituée d'un assemblage de fibres orientées approximativement dans la même direction (Figure 52, [CHA11]). Cet assemblage est supposé suffisamment compact : on fait donc l'hypothèse que les fibres ne peuvent pas se déplacer de façon indépendante. De fait, on peut considérer la mèche comme un matériau continu. Dans les travaux de [LAT11], des observations précises de la déformation microscopique et des mouvements de fibres au sein d'une mèche ont pu être effectuées lors d'essais mécaniques réalisés à l'intérieur d'un microtomographe à rayons X. Ceci confirme la validité d'une approche continue. Le matériau homogénéisé correspondant présente alors une direction privilégiée, celle des fibres. Au cours de sa thèse, [BAD08b] a analysé la distribution transverse des fibres dans la mèche également par microtomographie à rayons X. Il en a conclu que cette distribution est isotrope pour les mèches de carbone, comme celles qui constituent notre renfort. Notons que certains matériaux dont la structure est plus complexe ne satisfont pas cette hypothèse [KOI06].

Le matériau homogénéisé de la mèche sera donc supposé *isotrope transverse*.

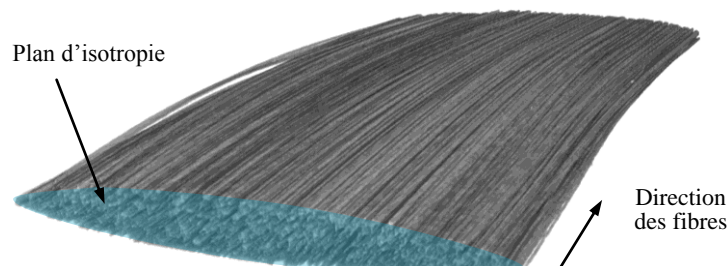


Figure 52 - Isotropie transverse de la mèche de renfort tissé. vue par tomographie X [CHA11]

3.2.1.3 Modes de déformation de la mèche

Ces modes de déformation découlent directement de la microstructure de la mèche, c'est-à-dire de l'arrangement des fibres à l'échelle microscopique. Quatre modes de déformation introduits dans les travaux de [CHA11] seront retenus. Ces modes de déformation sont illustrés sur la Figure 53.

- l'*élongation* dans la direction des fibres (**a**)
- la *compaction* dans le plan transverse (**b**)
- la *distorsion* dans le plan transverse (**c**)
- le *cisaillement transverse* (**d**)

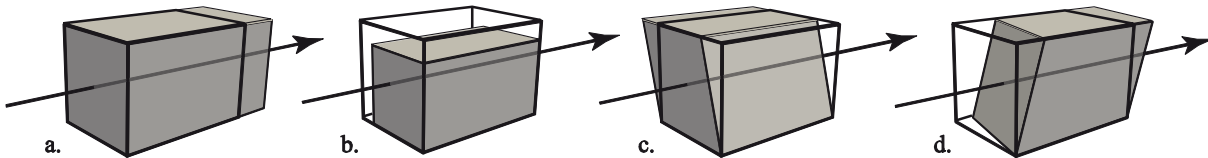


Figure 53 - Modes de déformation de la mèche (la flèche désigne la direction des fibres)

Le comportement de la mèche en élongation est relativement aisé à caractériser expérimentalement, mais ce n'est pas le cas pour les trois autres modes de déformation. En effet, le tissage avec les autres mèches du renfort et l'ensimage apportent une cohésion à la mèche, qui change lorsque la mèche est manipulée une fois sortie du renfort. La caractérisation et l'identification de ces derniers modes de déformation sont difficiles. Deux approches sont envisageables : la réalisation de simulations à l'échelle microscopique [DUR10], ou l'utilisation d'une méthode inverse à partir d'essais sur des éprouvettes de renfort tissé (voir §4.2.1.2).

3.2.2 Effets d'échelle et simulation

3.2.2.1 Echelle microscopique

L'objectif d'un modèle microscopique est de déterminer le comportement d'un renfort à partir du comportement du constituant le plus élémentaire : la fibre. On considère alors que chaque mèche contient un certain nombre de fibres interagissant au sein de la mèche et entre les mèches. Le modèle utilise donc comme données les caractéristiques mécaniques et rhéologiques des fibres définies sur une petite portion du tissage : l'équivalent des VERs du tissage. Le matériau constitutif des fibres peut être considéré comme continu mais la difficulté d'une telle approche réside dans la gestion du très important nombre de contacts entre fibres et du nombre de corps différents qu'elles représentent. Des simulations sont effectuées sur une à quelques cellules de tissage. Des études sont réalisées à cette échelle sur les tricots [DUH06] et les tissus (Figure 54, [DUR10] et Figure 55, [ZHO04]) et fournissent des résultats intéressants.

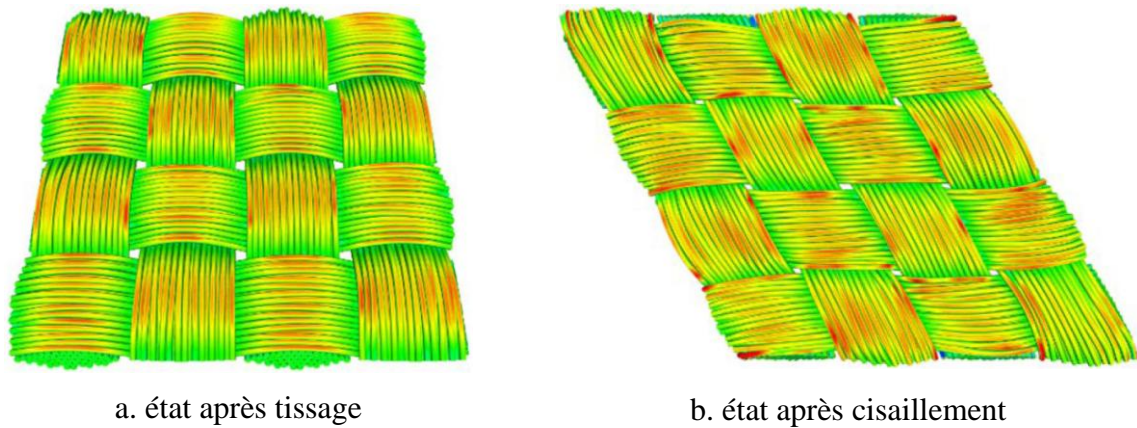


Figure 54 - Simulation à l'échelle mésoscopique du cisaillement d'un taffetas [DUR10]

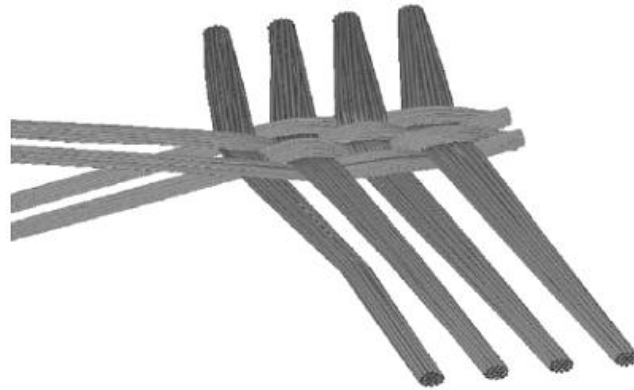


Figure 55 - 2-D woven fabric generated by multi-chain digital element model [ZHO04]

L'intérêt majeur de ce type d'approche est qu'elle permet de connaître la position des fibres au sein des mèches dans le renfort après l'étape de tissage. Cette connaissance de l'état réel du matériau est très utile lors de l'utilisation du renfort par la suite car les positions de chaque mèche dans l'espace peuvent être connues précisément, ce qui améliore la réponse du modèle, par exemple dans le cas d'une mise en forme.

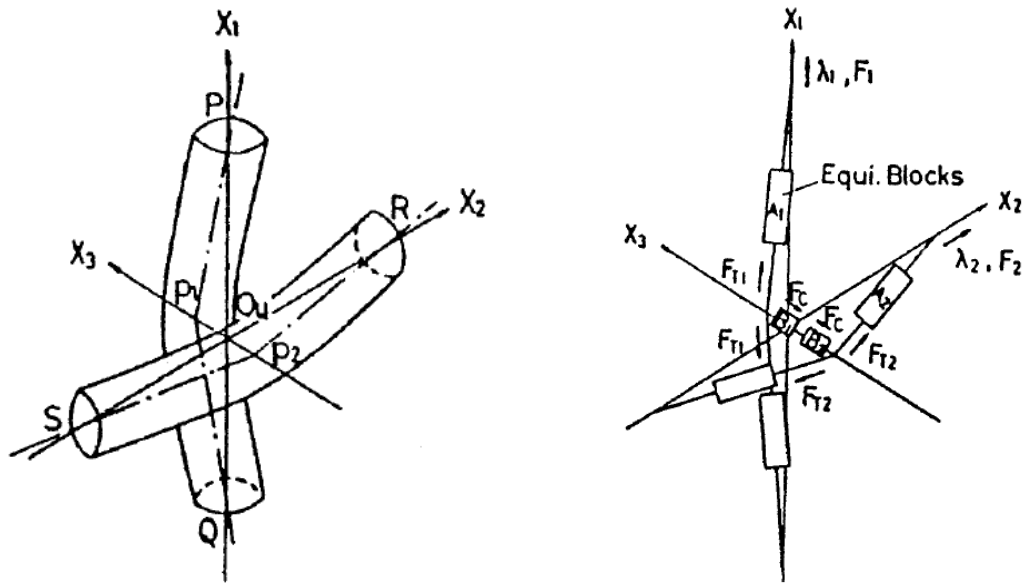
Cependant, compte tenu des capacités de calcul actuellement disponibles, ces modèles sont limités à quelques dizaines de fibres par mèche et à quelques cellules tissées ce qui est relativement faible comparé aux milliers de fibres composant nos mèches réelles et aux dimensions réelles de la pièce qui peuvent dépasser le mètre carré.

3.2.2.2 Echelle mésoscopique

Dans un modèle à l'échelle mésoscopique, le constituant élémentaire n'est plus la fibre mais la mèche. Celle-ci est considérée comme un matériau continu au sein du renfort et elle interagit avec les autres mèches du tissu. L'objectif d'un modèle mésoscopique est avant tout de déterminer le comportement du renfort modélisé à partir de la connaissance du comportement des mèches qui le composent et ainsi alimenter les modèles macroscopiques.

Le modèle mésoscopique proposé par [KAW73] considère les mèches comme composées de segments de droites. Celles-ci sont modélisées par des éléments de barre en traction dont le comportement élastique, linéaire ou non, est quant à lui modélisé par une série de blocks A_1 et A_2 (Figure 56, [KAW73a]). Les interactions et le comportement des mèches en compaction sont modélisés par les blocks B_1 et B_2 aux intersections. Ce modèle permet l'étude de la traction biaxiale de manière analytique. Ce type de modèle permet d'approcher le comportement des renforts, notamment en traction biaxiale, mais les simplifications et

hypothèses faites sont très importantes par rapport aux nombreux phénomènes mis en jeu. Ce qui permet difficilement une modélisation réaliste du cisaillement.



a) Représentation de la structure

b) Modélisation de la structure unitaire

Figure 56 - Modèle de Kawabata [KAW73a]

Augmentant la complexité du modèle, le passage d'une description de ce type à une description volumique peut nécessiter la détermination d'une cellule élémentaire représentative (CER) du tissu. Elle correspond au plus petit motif de tissage permettant de reconstruire le tissu complet (Figure 57, [BAD08a]) et permet l'étude des sollicitations élémentaires que peut subir un renfort. Il est alors nécessaire de connaître la forme des mèches et de la décrire. Il est également important de traduire la périodicité du renfort par des conditions aux limites appropriées. L'étude d'un tissu en utilisant une description volumique des mèches s'accompagne nécessairement d'une discrétisation du modèle de tissage en vue de son traitement par une méthode numérique telle que celle des éléments finis.

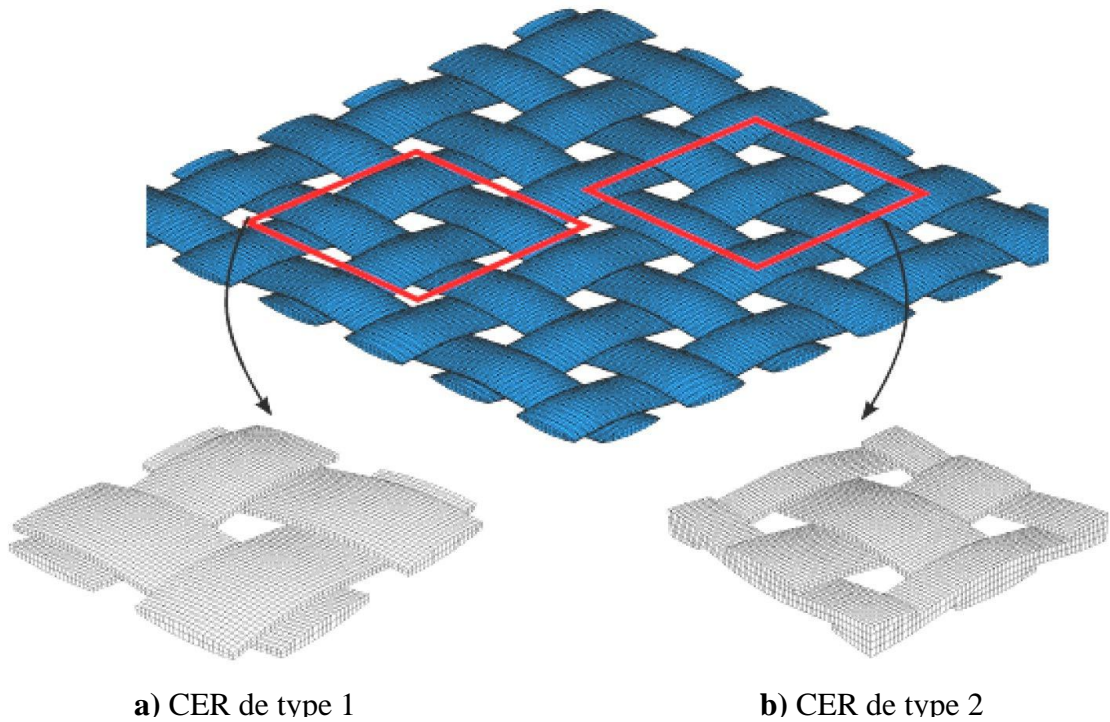


Figure 57 - Deux CER envisageables pour l'étude mésoscopique d'un taffetas [BAD08a]

La description géométrique d'un tissu consiste de manière générale à donner la trajectoire de la ligne moyenne de chaque mèche et de ses sections caractéristiques en différents points. Les sections caractéristiques sont définies par des segments de droite, d'ellipse, de sinusöide ou des arcs de cercle. Par exemple, [HIV03, HIV05] propose un modèle géométrique basé sur des observations expérimentales effectuées en microscopie 3D et en tomographie (

Figure 58, [HIV03]).

Ce modèle prend notamment en compte le fait que les formes de deux mèches de chaîne et de trame sont complémentaires à leur intersection. Ce point est à souligner car tous les modèles mésoscopiques proposés n'assurent pas la non interpénétration des mèches ni l'absence de vides entre elles. Cela entraîne le fait que les sections des mèches sont non symétriques dans le cas général. Le matériau constitutif des mèches est généralement considéré comme orthotrope dans une description mésoscopique des renforts et la direction des fibres est strictement suivie. Ce type de modèle a prouvé sa capacité à décrire le comportement mécanique des renforts tissés en traction biaxiale [HIV08] et en cisaillement [BAD08b] (Figure 59, [BAD08b]).

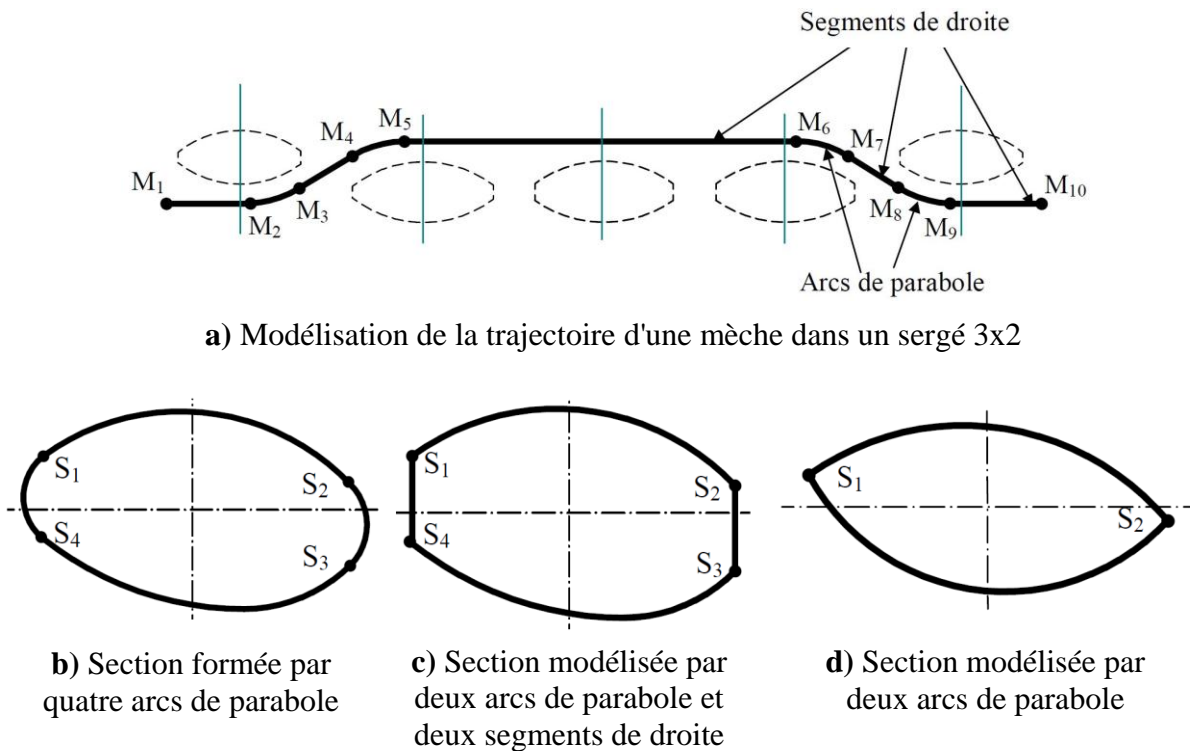


Figure 58 - Modèle géométrique décrivant les mèches par leur ligne moyenne et leur section [HIV03]

Un autre exemple de description mésoscopique prend pour point de départ l'équilibre mécanique des mèches [LOM00, LOM06]. La géométrie initiale du renfort est obtenue par minimisation de l'énergie de déformation tout en prenant en compte les phénomènes de traction, compression, flexion, torsion des mèches et les frottements. Ce modèle nécessite des données expérimentales concernant la traction longitudinale, la compression transversale, la flexion, et la torsion d'une mèche, qui sont difficiles à obtenir. De plus, il fait l'hypothèse que les sections de mèches sont symétriques, ce qui est contraire aux observations expérimentales. Cette méthode ne garantit pas la non interpénétration des mèches mais est à la base du logiciel "WiseTex" développé à l'Université de Louvain [LOM00, LOM06, VER05].

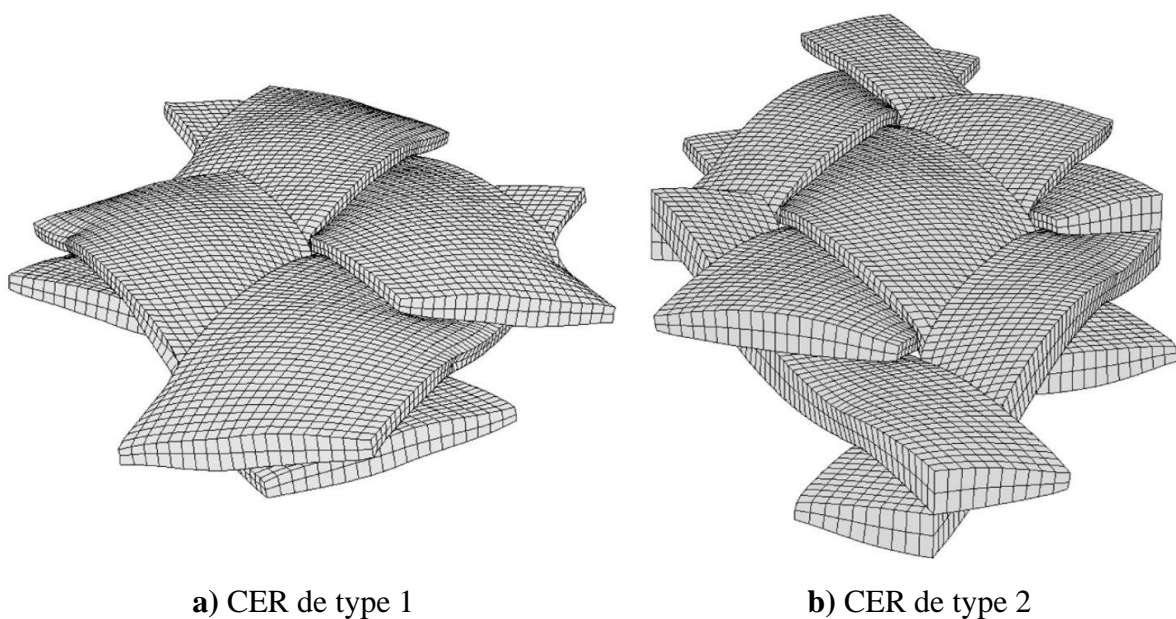


Figure 59 - Modèle mésoscopique de taffetas cisailé d'un angle de 54° [BAD08b]

Les modélisations mésoscopiques de ce type présentent l'avantage de décrire précisément la géométrie des mèches et du tissage et de ce fait permettent de considérer les contacts entre mèches de manière précise. Elles permettent ainsi d'obtenir les propriétés macroscopiques du tissu à partir des propriétés des mèches. En contrepartie de quoi ces méthodes ne permettent pas la simulation de la mise en forme des renforts tissés. En effet, leur extension de la CER au tissu complet est difficile à ce jour étant donné le temps et les capacités de calcul nécessaires.

On peut aussi citer [CRE06] qui modélise des renforts NCF en décrivant les mèches unidirectionnelles par des éléments finis 3D et les coutures par des éléments de barre.

D'autres modèles utilisant une description mésoscopique du renfort mais ne se limitant pas à la description d'une CER ont été proposés. Ces modèles consistent en une simplification des modèles mésoscopiques précédemment évoqués afin de pouvoir traiter des tailles de renforts plus importantes, initialement dans le but de simuler les impacts balistiques sur les renforts fibreux. Certains utilisent une discrétisation volumique plus grossière [DUA06], tandis que d'autres modélisent les mèches par des éléments de coque [NIL09] ou de membrane [BAR07]. Ces modèles fournissent de très bons résultats mais ne sont pas utilisables directement pour la simulation de la mise en forme des renforts, surtout épais. En effet, ils font principalement intervenir la déformation longitudinale des mèches et une loi d'endommagement de celles-ci, le cisaillement du tissu restant marginal contrairement au cas qui nous intéresse.

Ces simulations à l'échelle mésoscopique permettent de prédire l'aptitude d'un renfort cisaillé à l'injection de résine. Ceci est réalisé par le calcul du tenseur de perméabilité pour des géométries déformées par considération d'un écoulement dans le complémentaire du renfort fibreux [LAI05, LOI08].

3.2.2.3 Echelle macroscopique

Les approches macroscopiques permettent d'effectuer des calculs sur des structures complètes éventuellement constituées de différentes couches de renfort. Des phénomènes n'apparaissant pas aux échelles inférieures peuvent alors être mis en évidence. Il s'agit, en caractérisant la déformation globale du renfort, d'étudier la formabilité d'une pièce composite à renfort tissé. L'étude de la formabilité consiste notamment à prévoir l'apparition de défauts macroscopique comme les plissements ou les glissements de mèches. La possibilité de les détecter est par conséquent un atout très intéressant des modèles macroscopiques.

Un modèle à l'échelle macroscopique nécessite donc soit d'effectuer une caractérisation expérimentale afin de déterminer le comportement macroscopique du tissu, soit d'effectuer des simulations aux échelles inférieures afin de déterminer le comportement du renfort à partir de celui d'une cellule élémentaire. La complexité d'un modèle macroscopique se situe alors dans la loi de comportement du matériau et non plus dans celle des composants du tissu et dans leurs interactions. Il est alors permis d'effectuer des calculs sur des structures complètes.

De nombreux modèles permettent de simuler la déformation d'un renfort tissés, depuis les modèles géométriques simples, utilisés pour simuler le drapage au stade du bureau d'étude par exemple, jusqu'aux modèles éléments finis les plus complexes. Ces modèles macroscopiques nécessitent une caractérisation locale du comportement du renfort, qui peut être obtenue à l'aide des modèles à l'échelle mésoscopique. Les modèles macroscopiques sont donc présentés ici car ils constituent, pour certains d'entre eux, la raison d'être des modèles mésoscopiques qui seront étudiés dans ce manuscrit. Le renfort tissé dispose alors de son propre comportement, hérité de celui de ses composants aux échelles inférieures.

Approche géométrique

L'approche géométrique (ou cinématique) ne prend pas en compte l'aspect mécanique du matériau et repose sur plusieurs hypothèses fortes :

- on fait l'hypothèse de non glissement entre les mèches de chaîne et de trame
- les mèches sont considérées comme inextensibles
- la rigidité de cisaillement du renfort est considérée nulle

Ainsi, le renfort s'apparente à un système de barres inextensibles et infiniment flexibles reliées entre elles par des liaisons rotules. La mise en forme se fait sans effort et sans frottement étant donné que la mécanique n'est pas considérée. Cette méthode est connue sous le nom d'*Algorithme du filet* [MAR56, VAN91, BOR02]. La position du point C est déterminée à partir des positions des points A et B (Figure 60, [BOI04]). Les mèches étant inextensibles, il se situe à l'intersection des deux géodésiques issues de A et de B distantes de ceux-ci de la longueur du côté de la maille.

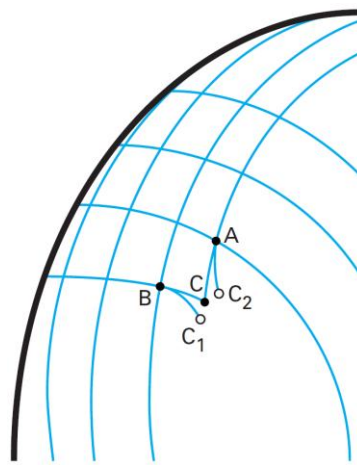


Figure 60 - Principe de l'algorithme du filet

L'algorithme permet, en calculant les positions des noeuds de proche en proche à partir de la donnée initiale d'un point et des deux directions des mèches de chaîne et de trame en ce point de déterminer la mise en forme. Cette donnée initiale doit être sûre car elle conditionne le résultat obtenu. La résolution de cet algorithme est un problème non linéaire qui peut néanmoins être rapidement résolu par des méthodes numériques (Figure 61, [BOR02]).

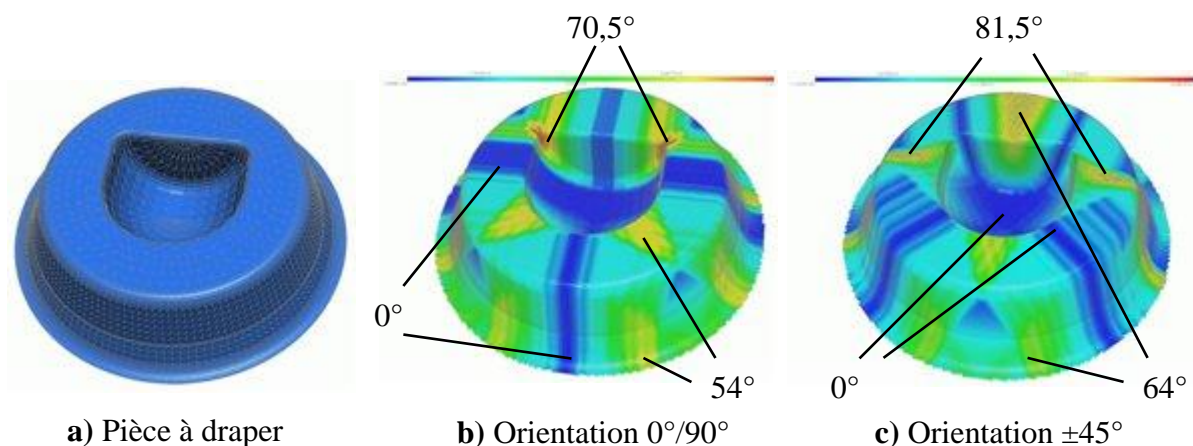


Figure 61 - Mise en forme par algorithme du filet d'une pièce non développable pour deux orientations différentes du renfort [BOR02]

Cette méthode permet de calculer rapidement le drapage d'un tissu et d'obtenir la carte des angles de cisaillement entre les mèches de chaîne et de trame. Elle est utilisée par certains logiciels. Cependant l'exploitation des résultats de cette méthode est difficile compte tenu des hypothèses faites pour les obtenir.

L'approche étant géométrique, les résultats ne dépendent ni du matériau constitutif du renfort ni des efforts extérieurs et les angles de cisaillement calculés peuvent atteindre des valeurs très élevées non conformes à la réalité. Par exemple le blocage cinématique en cisaillement, dû à la compaction des mèches, n'est pas pris en compte. Un résultat obtenu proche ou supérieur à celui-ci permet toutefois d'envisager des difficultés de mise en forme. Enfin les interactions avec les outils, notamment les frottements, ne sont pas considérées. Cette méthode est donc intéressante pour effectuer une première approche de la mise en forme d'un renfort mais la considération des phénomènes mécaniques est nécessaire pour obtenir des résultats plus précis. Des travaux sont en cours pour améliorer cette approche en lui ajoutant des considérations mécaniques.

Approches mécaniques

Trois types d'approches sont possibles : approches discrètes, approches continues et approches hybrides.

- Approches discrètes

Cette approche consiste à considérer le textile comme un assemblage discret d'éléments. Avec cette approche, il est possible d'aborder différentes échelles de problèmes, selon la discrétisation choisie. Ainsi, la mise en forme complète (échelle macroscopique) peut être simulée par des approches simplifiées considérant par exemple le tissé comme un système de barres jointes par des ressorts [CHE01, SHA04, SZE05], alors que la prise en compte fine des contacts permet de simuler finement un ensemble de quelques mèches (une maille élémentaire par exemple) à l'échelle mésoscopique [DUH06, GAT09, DUR10].

Par exemple dans le cas des travaux de [SZE05], les noeuds sont reliés entre eux par des barres dans les directions chaîne et trame pour modéliser les phénomènes de traction biaxiale (Figure 62, a, [SZE05]). Les jonctions des barres aux noeuds étant libres, des ressorts linéaires sont ajoutés pour modéliser les phénomènes de cisaillement (Figure 62, c) et de flexion (Figure 62, d).

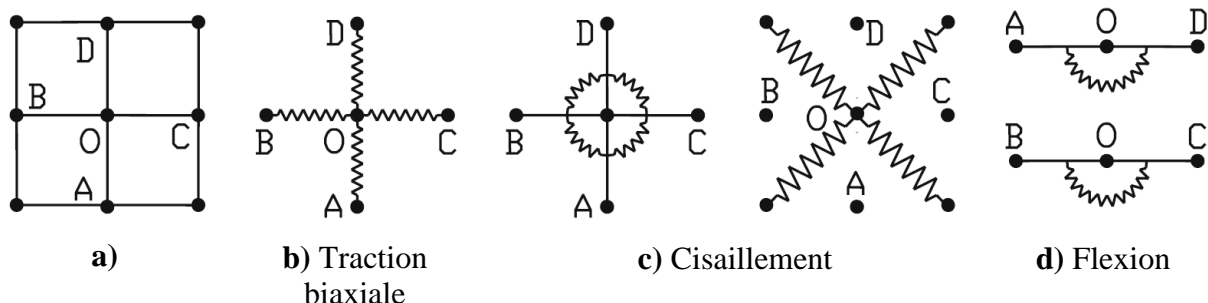


Figure 62 - Position d'un noeud O au sein de son voisinage (a) et ressorts modélisant les différentes rigidités du renfort (b, d)

Ces approches sont surtout rencontrées pour les tissus d'habillement pour simuler le drapage, les méthodes continues et semi discrètes étant préférées pour l'étude des renforts techniques.

- **Approches continues**

Le matériau peut être considéré comme un solide continu [AIM07, THI07, KHA09, ALL11], une homogénéisation du matériau est alors effectuée afin de définir un continuum anisotrope qui peut alors être intégré dans des éléments de membrane ou de coque dans le cadre d'une étude par la méthode des éléments finis. L'identification des paramètres homogénéisés du matériau est une étape difficile, car ils dépendent de l'état de déformation du renfort. Le suivi des directions d'anisotropie, essentiel pour l'obtention de résultats réalistes, est également un point délicat.

- **Approches semi-discrètes**

D'autres approches consistent à combiner la modélisation discrète et la modélisation continue: certains phénomènes sont simulés par des éléments discrets et d'autres par des éléments continus [BOI05, HAM07]. Ainsi [DEL09] propose un modèle de renfort interlock associant des éléments de barre pour décrire les phénomènes de tension des mèches et une phase solide représentant les phénomènes de cisaillement et de compaction transverse. Ce modèle sera détaillé dans le paragraphe suivant.

3.3 Cas du renfort interlock : types d'approches

Plusieurs approches sont envisageables pour simuler le comportement de tissés interlock, elles vont de l'approche totalement discrète [BEN07] jusqu'au milieu continu [ROG89, SPE00, HAG04]. Ces deux extrêmes présentent chacun des inconvénients majeurs pour notre application : l'approche continue par sa complexité due à la non périodicité du matériaux et aux grandes déformations, et l'approche discrète par la consommation en temps de calcul qu'implique le grand nombre de degrés de liberté des structures fibreuses étendues.

Les modèles suivants ont été développés pour simuler la mise en forme des tissés. La simulation de la mise en forme des composites tissés épais en grandes transformations nécessite l'utilisation d'un modèle 3D. Plusieurs approches sont possibles selon la façon dont on considère le matériau et l'échelle à laquelle on l'étudie.

La première méthode géométrique présentée ci-dessus est très rapide mais ne permet cependant pas de prendre en compte le comportement réel du matériau, notamment en cisaillement. Les méthodes du filet fonctionnent pour des renforts 2D mais elles n'ont pas grand sens dans les parties épaisses. Ceci peut alors conduire à une surestimation du cisaillement. De plus, seules les grandeurs cinématiques sont accessibles, ce qui constitue également une limite : les tensions dans les mèches, et donc les ruptures éventuelles de fibres ne peuvent pas être déterminées. Pour ces raisons, les approches mécaniques ont été développées.

Dans le cadre d'une approche mécanique, plusieurs méthodes permettent à l'heure actuelle de rendre compte du comportement de tissés 2D, que ce soit à l'aide de modèles continu homogénéisés ou de méthodes basées sur des éléments finis semi discrets. Et ces modèles arrivent à maturité. Néanmoins, une simulation efficace du drapage, ou plus généralement de la mise en forme, n'est envisageable qu'une fois connues les propriétés mécaniques du matériau à simuler.

3.3.1 Approche discrète

Une première approche consiste à considérer le matériau à l'échelle mésoscopique comme un enchevêtrement de mèches. Un premier modèle numérique développé par DeLuycker utilise cette échelle dans une approche discrète pour le calcul élément fini [DEL08]. L'élément utilisé est un élément hexaédrique dans lequel sont placés des segments de mèches. La cinématique de l'élément est pilotée par le comportement en tension de chaque mèche. Le maillage 3D est donc continu mais le calcul des forces internes à chaque élément est effectué de manière discrète. Pour assurer ce suivi, il convient de définir une base matérielle locale dans l'élément. Nous utilisons celle décrite au §3.1.1.

Les mèches considérées sont approximées comme étant un faisceau de fibres parallèles.

3.3.2 Approche continue

Un textile n'est pas rigoureusement un milieu continu dans le sens où il est constitué de mèches et de vide. Par conséquent, des glissements peuvent apparaître entre les différents constituants. Néanmoins, une approche rencontrée est de considérer le textile comme un milieu continu anisotrope dont le comportement est homogénéisé à partir des échelles inférieures [ROG89, SPE00, BOI05, TEN07]. Ce type de méthode présente l'avantage de pouvoir être implémenté dans des codes éléments finis standards. L'identification des paramètres homogénéisés ainsi que l'actualisation des directions d'anisotropie restent toutefois un sujet délicat en grandes transformations. Bien que de nombreux modèles aient été proposés, il n'existe pas actuellement de modèle communément admis pour les grandes transformations de fibreux. D'autre part, ce type d'approche nécessite une périodicité du matériau. Cette périodicité, classique pour les tissés minces, devient moins évidente en ce qui concerne les interlocks, en particulier dans les applications qui nous intéressent. En effet, la préforme fibreuse d'une aube est loin d'être un assemblage de motifs périodiques. Les paramètres tels que la section des mèches, le motif de tissage et le taux volumique de fibres varient en chaque point considéré. Une identification du comportement homogénéisé n'est donc pas envisageable dans notre cas.

3.3.3 Approche semi-discrète

Une approche semi-discrète combine les deux approches présentées ci-dessus. Le comportement est décomposé en plusieurs contributions : une partie du comportement est traitée de manière discrète et une autre partie de manière continue. Cette approche semi discrète s'appuie sur une formulation développée initialement pour les tissus plans périodiques (éléments finis 2D) [BOI04, BOI06, BOI11a, HAM07, HAM09]. Elle propose une prise en compte des mèches du tissé tout en introduisant une approximation du champ cinématique de type éléments finis. Ces travaux sont détaillés dans [DEL09].

L'approche est Lagrangienne, c'est-à-dire qu'il n'y a pas de transfert de matière d'un élément à l'autre : une mèche contenue dans un élément est liée à celui-ci. Le modèle est scindé en deux parties : la partie discrète assure la simulation du comportement des mèches en tension tandis que la partie continue décrite traduit les autres types de sollicitations comme la compression transverse ou l'interaction entre les mèches. Les méthodes exposées ci-dessus présentent des points intéressants, mais aussi des limites. [DEL09] a donc tiré partie de ces deux approches pour en bâtir une nouvelle située entre le discret et le continu.

Le comportement particulier des tissés vient de l'anisotropie qui découle de la position des mèches présentes dans le matériau. Les directions fortes peuvent changer au cours du temps au sein du matériau. Ainsi, bâtir un modèle continu permettant de rendre compte de cette anisotropie est complexe, car il faut suivre ces directions fortes.

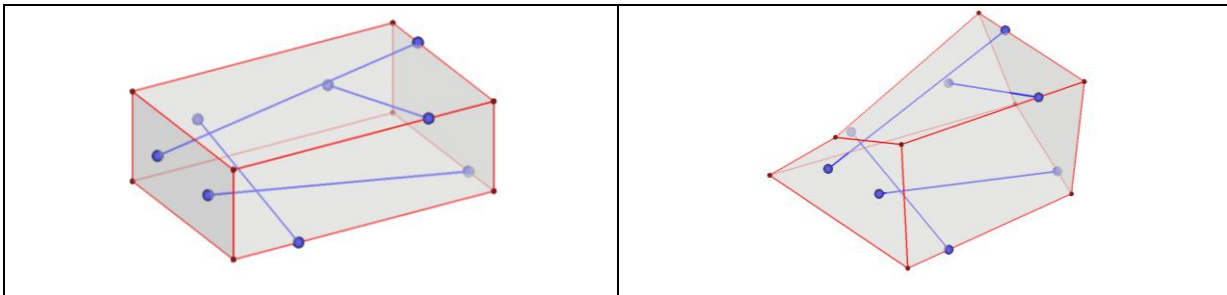


Figure 63 - Élément fini semi discret constitué de mèches

L'idée est de distinguer deux échelles pour la définition du comportement. Une partie du comportement provenant de l'échelle mésoscopique, l'anisotropie est prise en compte à cette échelle par la contribution discrète des mèches en tension. Cette contribution est dite *de premier ordre* car elle met en jeu des raideurs importantes. L'autre partie du comportement provenant du cisaillement et de la compression transverse du tissé, ce modèle peut être simple car la rigidité correspondante est de *second ordre*. Les termes rigides et complexes étant déjà pris en compte par le modèle discret. Cet aspect utilise un modèle continu isotrope. Il permet de compléter le comportement du matériau en prenant en compte les cas où la raideur en tension des mèches n'est pas sollicitée.

3.4 Le code Plast 4

3.4.1 Schéma de résolution en dynamique explicite

Nous utilisons la méthode des éléments finis pour approximer notre problème de mise en forme. L'équation fondamentale à résoudre sur chaque nœud est le principe fondamental de la dynamique exprimé en chacun des nœuds du maillage.

$$\mathbf{M}\mathbf{a}_n^t + \mathbf{C}\mathbf{v}_n^t + \mathbf{K}\mathbf{u}_n^t = \mathbf{F}_t^{\text{ext}} \quad (3.33)$$

Avec :

- \mathbf{a}_n^t , l'accélération du nœud n au pas de temps t
- \mathbf{v}_n^t , la vitesse du nœud n au pas de temps t
- \mathbf{u}_n^t , la vitesse du nœud n au pas de temps t
- \mathbf{M} , la matrice de masse
- \mathbf{C} , la matrice de damping de Rayleigh
- \mathbf{K} , la matrice de rigidité
- $\mathbf{F}_t^{\text{ext}}$, les efforts externes

Dans le cadre du principe des travaux virtuels, on dissocie le travail des forces internes dû à la tension des mèches du travail des forces internes des autres contributions.

$$\begin{aligned} W_a^* &= W_{\text{ext}}^* - W_{\text{int}}^* \\ W_a^* &= W_{\text{ext}}^* - (W_{\text{int}}^* + W_{\text{int}}^{a*}) \end{aligned} \quad (3.34)$$

Avec :

- W_a^* , travail virtuel des quantités d'accélération du nœud n
- W_{ext}^* , travail virtuel des efforts externes
- W_{int}^* , travail virtuel des efforts internes

Les efforts internes et externes sont supposés connus (calculés sur une configuration au pas de temps t proche de la configuration cherchée), ce qui nous permet de déterminer les forces d'inertie qui, après intégration, donnent les déplacements. Afin de résoudre numériquement l'équation (3.33) et pour stabiliser le calcul, un terme d'amortissement visqueux (proportionnel à la vitesse) est introduit.

$$\mathbf{M}\mathbf{a}_t + \mathbf{C}\mathbf{v}_t = \mathbf{F}_t^{\text{ext}} - \mathbf{F}_t^{\text{int}} \quad (3.35)$$

Pour la résolution, un schéma de Newmark pris dans le cas explicite est utilisé (différences centrées). Ainsi seule la matrice de masse doit être inversée puisque la matrice de damping est constituée à partir de celle-ci. Le principe est de déterminer le déplacement au pas de temps $t+1$ en considérant les grandeurs au pas de temps t . Ce déplacement est obtenu par intégration de l'accélération au noeud considéré.

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{u}}_{t+1} &= \mathbf{M}^{-1} \left(\mathbf{F}_{t+1}^{\text{ext}} - \mathbf{F}_{t+1}^{\text{int}} - \mathbf{C} \dot{\mathbf{u}}_{t+1} \right) \\ \dot{\mathbf{u}}_{t+1} &= \dot{\mathbf{u}}_t + \frac{\Delta t}{2} \left(\ddot{\mathbf{u}}_t + \ddot{\mathbf{u}}_{t+1} \right) \\ \mathbf{u}_{t+1} &= \mathbf{u}_t + \Delta t \dot{\mathbf{u}}_t + \frac{\Delta t^2}{2} \ddot{\mathbf{u}}_t \end{aligned} \quad (3.36)$$

Ce schéma est dit explicite car le calcul du déplacement au pas de temps suivant ne fait intervenir que des grandeurs connues au pas de temps considéré, ce qui permet une résolution directe. En explicite, les efforts externes et internes sont supposés connus au pas de temps t et permettent le calcul du déplacement au pas de temps $t+1$. Un des points majeur du développement du code Plast4 réside donc dans le calcul de ces efforts internes.

Nous travaillons avec un élément fini 3D constitué de huit nœuds. Dans cet élément fini sont fixés les segments de mèche constituant la partie discrète du modèle. L'interpolation des déplacements est Lagrangienne, c'est à dire que les mèches sont cinématiquement liées à l'élément et ne peuvent donc pas se déplacer d'un élément à l'autre. Cette décision repose sur l'hypothèse qu'il y a absence de glissement entre les mèches quand elles se croisent.

En pratique, cette condition est vérifiée pour des mises en forme raisonnables, c'est à dire pour des angles de cisaillement allant jusqu'à 40-45° (voir Figure 39).

3.4.2 Loi retenue et exemples

3.4.2.1 Modèle semi-discret

Partie discrète : tension dans les mèches

Dans la partie discrète, l'effort interne est généré uniquement par la tension dans les mèches. Comme l'explique [DEL09], pour exprimer cette tension dans chaque mèche p , notons $\underline{\mathbf{h}}^p$ le vecteur unitaire tangent à cette mèche sur la fibre moyenne d'une section droite. Nous introduisons alors le vecteur tension $\underline{\mathbf{T}}^p$ dans la mèche p . Selon l'échelle adoptée, nous pourrions le définir comme une intégrale sur la section de mèche S^p . Si l'on considère la mèche comme un milieu continu, cette tension s'exprime comme suit :

$$\underline{\mathbf{T}}^p = \left(\int_{S^p} \underline{\underline{\underline{\sigma}}}^p \underline{\mathbf{h}}^p \cdot \underline{\mathbf{h}}^p dS \right) \underline{\mathbf{h}}^p = \left(\int_{S^p} \sigma_{hh}^p dS \right) \underline{\mathbf{h}}^p \quad (3.37)$$

Ce qui, si l'on considère la mèche comme un paquet discontinu de fibres, s'écrit comme une somme discrète sur chacune de ces N^f fibres des tensions de chaque fibre T^f .

$$\underline{\mathbf{T}}^p = T^p \underline{\mathbf{h}}^p = \sum_{f=1}^{N^f} T^f \underline{\mathbf{h}}^f \approx \left(\sum_{f=1}^{N^f} T^f \right) \underline{\mathbf{h}}^p \quad (3.38)$$

La partie de gauche cette équation peut être considérée comme très proche de sa partie de droite car, dans une section droite, les fibres sont peu distordues, bien que, le plus souvent, légèrement torsadées au sein d'une mèche. En première approximation, on a donc affaire à un faisceau de fibres parallèles. Il faut ensuite déterminer le travail virtuel de tension au sein de la mèche W_{int}^{tp} pour aboutir au vecteur nodal des efforts internes générés par les mèches en tension. On pose $\varepsilon_{hh}^p \underline{\mathbf{u}}^*$ la déformation virtuelle dans la direction de la mèche. Cette déformation est pratiquement calculée, comme pour la tension, en projetant le tenseur des déformations dans la direction de la mèche.

$$\varepsilon_{hh}^p \underline{\mathbf{u}}^* = \underline{\mathbf{h}}^p \cdot (\underline{\underline{\underline{\varepsilon}}} \underline{\mathbf{u}}^* \cdot \underline{\mathbf{h}}^p) \quad (3.39)$$

La direction privilégiée considérée dans une mèche de longueur L^p étant unique, alors ε^p est un scalaire et le travail virtuel au sein de la mèche s'écrit alors :

$$W_{\text{int}}^{tp} \underline{\mathbf{u}}^* = \int_{L^p} T^p \varepsilon^p \underline{\mathbf{u}}^* dL \quad (3.40)$$

Et donc en sommant sur l'ensemble des mèches d'un élément e contenant N^m mèches :

$$\mathbf{F}_{\text{int}}^{te} \underline{\mathbf{u}}^* = \sum_{p=1}^{N^m} \int_{L^p} T^p \varepsilon^p \underline{\mathbf{u}}^* dL = \mathbf{U}_n^{*T} \mathbf{F}_{\text{int}}^{te} \quad (3.41)$$

Le vecteur global des efforts internes relatifs aux tensions $\mathbf{F}_{\text{int}}^t$ est l'assemblage des vecteurs élémentaires $\mathbf{F}_{\text{int}}^{te}$. Pour effectuer le calcul réel de la déformation de la mèche p , on procède en suivant la déformation du vecteur tangent à la mèche dans la base covariante qui est matérielle. Le vecteur nodal des efforts internes du aux tensions dans les mèches peut alors être calculé :

$$\mathbf{F}_{\text{int}}^{te} = \sum_{p=1}^{nme} \int_{L^p} T^p \alpha_{jt}^p \mathbf{G}_j^T \underline{\mathbf{h}}^p dL \quad (3.42)$$

Le comportement des mèches étant formulé de manière hypoélastique, il faut calculer le taux de tension qui représente l'incrément de tension au pas de temps actuel. Ce taux est lié au taux de déformation longitudinal par un « module de tension » de mèche C^{pi} (en Newtons) à l'instant t^i (qui peut être variable).

$$\frac{dT^{pi}}{dt} = C^{pi} \frac{d\varepsilon^{pi}}{dt} \tag{3.43}$$

Cette équation s'intègre simplement entre t^0 et t^{i+1} et donc l'incrément de tension vaut :

$$\Delta T^{pi} = C^{pi} \Delta \varepsilon^{pi} = C^{pi} \frac{\Delta L^{pi}}{L^{pi}} = C^{pi} \frac{L^{pi+1} - L^{pi}}{L^{pi}} \tag{3.44}$$

Cette forme permet de gérer facilement un module de tension variable au cours du temps. Cela permet notamment de considérer le comportement des mèches de deux façons suivant l'embuvage. Si le comportement des mèches en traction est généralement considéré comme linéaire, celui des tissés lui, est très non linéaire à la fois par son embuvage et par le comportement transverse rigidifiant des mèches [BUE98, BOI01a, BAD08a]. Sous l'effet de la traction, les mèches constituant le tissé vont progressivement se redresser tout en se compactant (sous l'effet du réseau complémentaire) pour donner enfin au tissu sa raideur maximale une fois la géométrie stabilisée. Pour prendre en compte ceci dans notre modèle, deux approches sont envisagées (Figure 64) :

- Une première méthode est d'utiliser un maillage de mèches ondulées. Dans ce cas, le comportement des mèches est pris linéaire en fonction de la déformation de Hencky (a).
- Une autre solution utilisable dans des structures trop complexes pour être maillées finement, est d'introduire dans notre maillage des mèches droites, mais possédant un comportement non linéaire (plus souple au départ) (b).

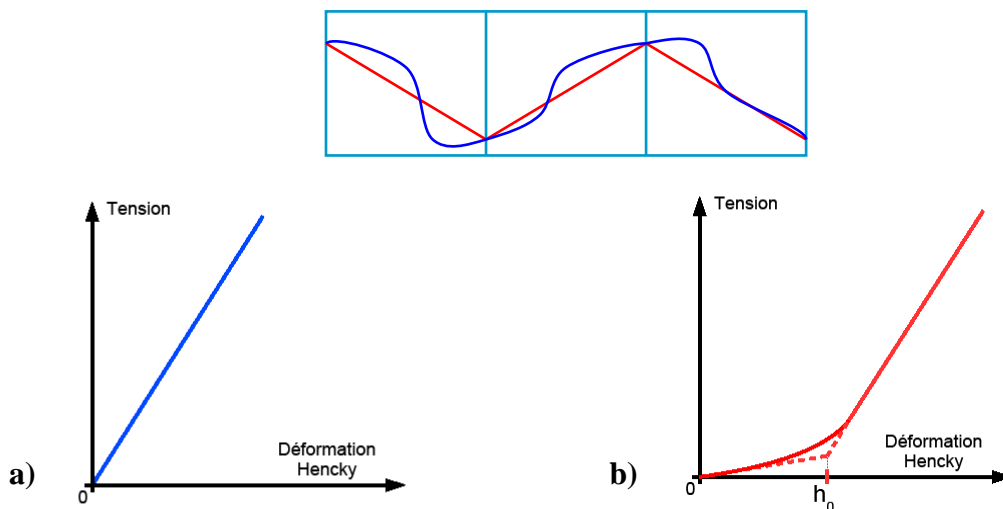


Figure 64 - Comportement de la mèche : embuvage structurel (a) ou numérique (b)

Partie continue : Hypoélasticité isotrope

Le modèle continu utilisé pour le matériau de second ordre par [DEL09] est hypoélastique isotrope. Certains aspects du comportement ne sont pas pris en compte par la rigidité des mèches en tension et doivent être transcrits par la partie continue du modèle. En particulier, les rigidités de cisaillement et de compression transverse. Dans certains champs de déplacements pour lesquels les mèches ne sont pas sollicitées en tension, ces rigidités de

deuxième ordre peuvent jouer un rôle important. Et, si ces termes ne sont pas pris en compte, des modes à énergie nulle peuvent alors apparaître. Par exemple, une cinématique de cisaillement pur n'introduit pas de tensions dans les mèches et, en l'absence de raideur additionnelle, le matériau ainsi simulé n'oppose aucune rigidité en cisaillement. Il en va de même pour une sollicitation de compression transverse.

Le terme associé à cette rigidité sera dit de *second ordre*, car s'il peut avoir une influence non négligeable dans des simulations de mise en forme de tissés 2D [BOI06], il met en œuvre des raideurs négligeables devant celles des mèches. La raideur des mèches en traction est très grande devant la raideur transverse (en cisaillement et en compression). Dans un souci de simplicité, et parce que la raideur principale est celle de la tension des mèches, le modèle du matériau continu est simplement pris isotrope. Celui-ci viendra ajouter une raideur (négligeable devant la raideur des mèches) dans la direction des mèches, et une contribution suffisante sur les modes de déformation qui ne tendent pas les mèches. Ce matériau isotrope permettra de rendre compte du comportement en cisaillement et en compression transverse. L'utilisation d'une formulation hypoélastique est une des approches envisageables en grandes transformations pour décrire un comportement élastique. Le principe est d'utiliser une écriture de la loi de comportement en taux, et de cumuler des incréments de contrainte dans un repère *matériel*.

$$\underline{\underline{\sigma}}^\nabla = \underline{\underline{C}} : \underline{\underline{D}} \quad (3.45)$$

La notion de repère matériel impose l'utilisation de dérivées objectives tournant avec la matière afin d'effectuer le cumul des contraintes. [DEL09] utilise pour cela la dérivée de Jaumann pour assurer l'objectivité de la contrainte, qui doit rester inchangée pour tout mouvement de corps solide et en particulier pour une rotation [SID82]. Nous utilisons la dérivée de Jaumann dans notre cas isotrope :

$$\underline{\underline{\dot{\sigma}}}^\nabla = \underline{\underline{\dot{\sigma}}} + \underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{\underline{\Omega}} - \underline{\underline{\Omega}} \cdot \underline{\underline{\sigma}} \quad (3.46)$$

Cette dérivée permet d'écrire le cumul des incréments de contrainte dans un repère tournant avec la matière. Dans le cas de Jaumann, c'est le repère qui suit la rotation donnée par la partie antisymétrique du gradient des vitesses, le repère *corrotationnel* qui est défini par la rotation Ω (rotation moyenne de la matière).

$$\underline{\underline{W}} = \frac{1}{2} \left(\underline{\underline{\nabla}}(\underline{\underline{v}}) - \underline{\underline{\nabla}}(\underline{\underline{v}})^\top \right) = \underline{\underline{\dot{\Omega}}} \cdot \underline{\underline{\Omega}}^\top \quad (3.47)$$

Dans le code de calcul, ce cumul est réalisé à l'aide du schéma d'intégration de Hughes et Winget permettant d'obtenir l'état de contrainte au pas de temps $n+1$ à partir de l'incrément de déformation [HUG80].

$$\underline{\underline{\sigma}}_{e_i^{n+1}}^{n+1} = \underline{\underline{\sigma}}_{e_i^n}^n + \left[\underline{\underline{C}}^{n+1/2} \right]_{e_i^{n+1/2}} \Delta \underline{\underline{\epsilon}}_{e_i^{n+1/2}} \quad (3.48)$$

Enfin, l'expression des forces internes dues à ce modèle continu s'exprime en intégrant sur le volume de l'élément :

$$F_{int}^{at} = \int_{V^e} B^T \underline{\underline{\sigma}}^a dV \quad (3.49)$$

Avec :

- F_{int}^{at} , l'effort interne dû aux sollicitations autres que la tension des mèches à l'instant t
- V^e , le volume de l'élément
- B , la matrice standard d'interpolation des déformations des 8 noeuds d'un élément hexaèdre
- $\underline{\underline{\sigma}}^a$, la contrainte due aux autres sollicitations dans l'élément

3.4.2.2 Problématique d'identification du modèle isotrope

Ce matériau ne représente pas les fibres à proprement parler mais seulement la partie de leur comportement qui ne met pas en jeu la tension dans les mèches, notamment l'interaction entre les fibres. Par hypothèse, nous prendrons un coefficient de Poisson ν nul pour ce matériau. Le modèle hypoélastique isotrope utilisé ne nécessite donc qu'un seul paramètre : le module de Young E . Ce module peut être identifié à partir des résultats d'essais ne sollicitant pas les mèches en tension. Nous possédons les résultats de deux type d'essai décrits dans [DEL09] : l'essai de compression transverse et l'essai de bias (voir §2.4.2 et §2.4.3).

La Figure 65 présente des exemples de mise en forme par approche macroscopique (a, [HAM08] et b, [DEL09]).

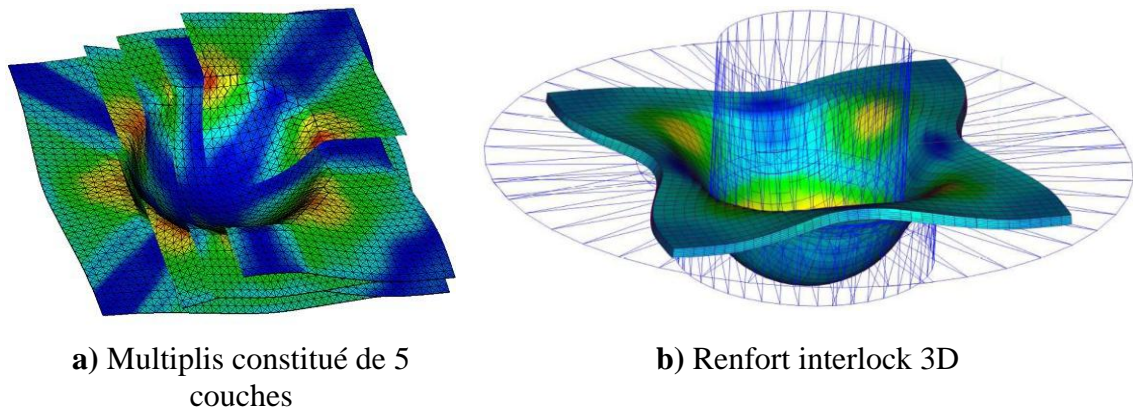


Figure 65 - Simulation d'emboutissage hémisphérique de différents renforts

Les simulations obtenues permettent bien de suivre l'orientation des mèches au cours de la mise en forme. La figure illustre la différence entre les déformées en emboutissage hémisphérique en fonction de deux orientations des réseaux chaîne/trame.

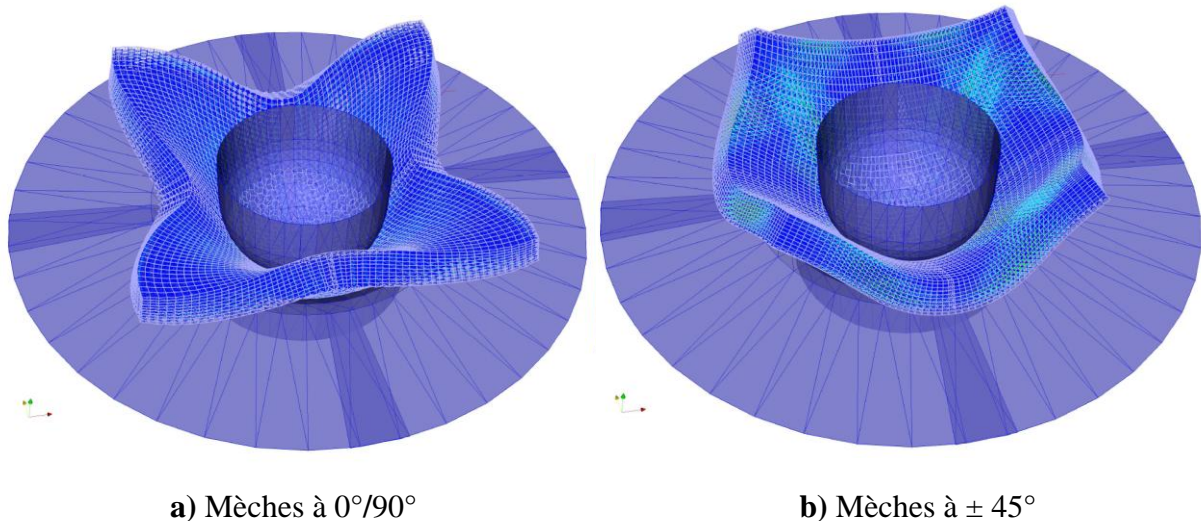


Figure 66 - Influence de l'orientation des mèches sur la simulation d'emboutissage hémisphérique

Bilan du chapitre 3

Dans ce chapitre, nous avons pu détailler les outils numériques à notre disposition pour simuler la mise en forme. Les approches à différentes échelles ont été abordées ainsi que leurs avantages et leurs inconvénients. Notre code de calcul par éléments finis est basé sur une approche semi-discrète comportant un modèle discret pour les mèches, dit de *premier ordre* car la rigidité des mèches pilote la déformation des éléments, et complété par un modèle continu dit du *second ordre* qui complète le comportement du matériau pour les cas où les mèches ne sont pas sollicitées en tension. Des exemples de simulations obtenues avec ce type d'approche ont été montrés. Le prochain chapitre met en évidence les limites de l'approche actuelle et propose un nouveau type de formalisme.

Chapitre 4 Modèle hyperélastique

Dans ce chapitre, nous allons voir comment améliorer le modèle semi-discret actuel en remplaçant la loi de comportement hypoélastique isotrope de la partie continue par une loi hyperélastique anisotrope. L'objectif est de pouvoir prendre en compte les cas de déformation du renfort où les mèches ne sont pas sollicitées en tension. Et ce sans être contraint par le lien entre les différentes rigidités du renfort qu'impose l'isotropie. Ces approches permettent notamment de s'affranchir de la définition d'une dérivée objective nécessaire aux approches hypoélastiques.

Des lois de comportement hypoélastiques à plusieurs directions de fibres peuvent être formulées [HAG04, KHA10] mais elles nécessitent soit l'introduction d'hypothèses fortes, soit l'utilisation des outils complexes de la géométrie différentielle. En comparaison, le formalisme de l'hyperélasticité anisotrope non-linéaire, utilisant les tenseurs de structure, reste relativement simple. C'est pourquoi un modèle hyperélastique est proposé par [CHA11]. Son objectif est de modéliser le comportement mécanique des renforts épais interlocks possédant plusieurs directions privilégiées initialement orthogonales. La méthodologie utilisée pour définir cette nouvelle loi de comportement hyperélastique est basée sur la description des modes de déformation, sur l'association d'invariants associés à ces modes de déformation et sur l'écriture des énergies associées à chacun de ces modes.

Les renforts de faible épaisseur sont généralement modélisés, à l'échelle macroscopique, à l'aide d'approches 2D utilisant une discrétisation par éléments finis avec des coques ou des membranes [HAM07, HAM09, AIM10, KHA10, BOI11]. La loi de comportement utilisée dans ce chapitre vise à modéliser le comportement mécanique des renforts interlocks 3D, dont l'épaisseur est beaucoup plus importante que celle des tissés 2D (plusieurs centimètres). Les lois de comportement macroscopiques 2D ne permettent pas de modéliser les déformations de ces renforts dans l'épaisseur : elles ne sont donc pas adaptées à la modélisation du comportement macroscopique des interlocks. La loi de comportement présentée dans ce chapitre propose une modélisation macroscopique 3D, utilisant des éléments finis volumiques, permettant de prendre en compte le comportement du renfort dans l'épaisseur.

Sommaire du chapitre

4.1	Quelle loi de comportement utiliser ?	95
4.1.1	Limitations du précédent modèle.....	95
4.1.2	Formulation d'une loi de comportement hyperélastique	97
4.1.3	Types de modèles hyperélastiques.....	99
4.1.4	Les invariants, formulation des potentiels et énergies associées	101
4.2	Identification de la loi de comportement	106
4.2.1	Méthodes d'identification utilisées	106
4.2.2	Identification du comportement en traction	107
4.2.3	Identification du comportement en compression.....	107
4.2.4	Identification du comportement en cisaillement dans le plan	108
4.2.5	Identification du comportement en cisaillement transverse	110
4.3	Comparaisons simulations/expériences	111
4.3.1	Validation de l'implémentation dans Plast 4.....	111
4.3.2	Flexion à 0°/90°.....	124
4.3.3	Flexion à 45°	125
4.3.4	Emboutissage hémisphérique	126
4.4	Evolutions du modèle	129
4.4.1	Modification des potentiels d'énergie	129
4.4.2	Visco-Plasticité.....	131
	Bilan du chapitre 4.....	134

4.1 Quelle loi de comportement utiliser ?

4.1.1 Limitations du précédent modèle

Des travaux expérimentaux réalisés sur les interlocks ont montré que ce type de loi isotrope était bien adapté à certains modes de déformation. Mais ce type de loi de comportement présente également des inconvénients : pour certaines sollicitations, avoir une loi de comportement isotrope est insuffisant. En particulier, le comportement isotrope induit le lien suivant entre le module d'Young E , qui traduit la raideur en tension des mèches, et le module de Coulomb G , qui traduit celle de cisaillement.

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (4.1)$$

Avec :

- E , le module de Young
- G , le module de Coulomb
- ν , le coefficient de Poisson

Cette relation a été validée dans le cas d'un coefficient de Poisson nul pour le lien entre la raideur des mèches en tension et le cisaillement du matériau dans le plan des mèches [DEL09]. La relation isotrope entre E et G semble bien fonctionner dans le plan des mèches pour un renfort tissé épais de composite.

Mais le comportement du matériau possède un caractère fortement orthotrope qui rend les cisaillements transverses très différents du cisaillement dans le plan des mèches. Cette inégalité entre les rigidités impose de compléter le modèle actuel par une loi de comportement anisotrope afin de prendre en compte ces singularités. Si le comportement des simulations est satisfaisant pour les problèmes de traction/compression ainsi que pour l'emboutissage hémisphérique, des essais plus poussés de flexion 3 points ont mis en lumière une limitation. Lorsque les mèches ne sont pas sollicitées en traction, le second ordre de la simulation devient l'unique acteur de la rigidité au cours de la simulation. Les essais de flexion 3 points réalisés nous encouragent à poursuivre dans la voie d'un découplage des propriétés du matériau entre le plan des mèches et la normale à ce plan [AYM09] : le module de cisaillement est différent dans le plan chaîne/trame (que nous noterons G_{12}) et dans la section transverse de l'éprouvette (G_{13} et G_{23}). De même le module de compression suivant la direction normale au plan des mèches (notons le E_3) n'est pas nécessairement le même que les modules de compression dans le plan des mèches (E_1 et E_2).

Le matériau du second ordre utilisé pour transcrire les sollicitations propres à l'interaction entre les mèches est jusqu'ici défini de manière isotrope, ce qui entraîne un lien inévitable entre rigidité de cisaillement et raideur en compaction (4.1). Ce couplage intervient dans le comportement de la préforme, en particulier dans le cas de la flexion 3 points. Suivant la valeur de E indiquée pour la simulation, la préforme conserve un caractère très rigide en compression transverse mais également en cisaillement. L'éprouvette simulée valide alors les conditions de Bernoulli-Kirchhoff de la mécanique générale des matériaux continus : Les sections droites de l'éprouvette restent perpendiculaires à la ligne moyenne (ou *fibre neutre*) de l'éprouvette (Figure 67, a).

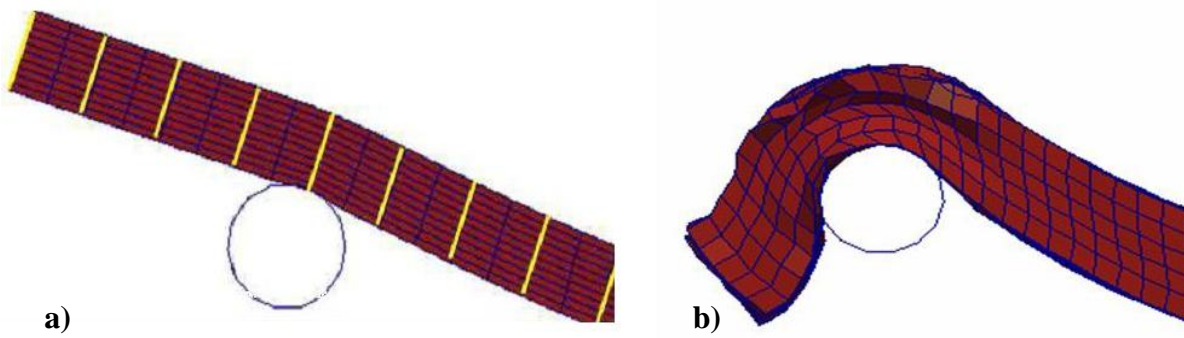


Figure 67 - Influence du module de Young E sur le comportement isotrope de la préforme

Or, les essais de flexion trois points ont montré qu'expérimentalement, le renfort ne vérifie pas cette condition. Au cours de l'essai, les sections droites restent quasiment verticales par rapport au repère galiléen du laboratoire (Figure 68).

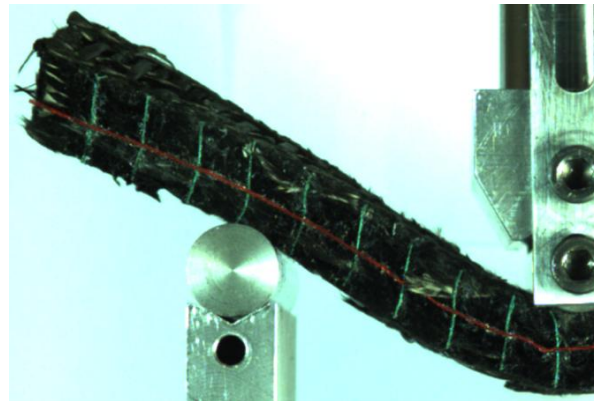


Figure 68 - Comportement de la préforme en flexion trois points

Un matériau isotrope, dont les raideurs ne dépendent que de E , ne permet pas à la fois une souplesse suffisante en cisaillement transverse et une rigidité suffisante en compression transverse. Donc, pour le cas isotrope, en diminuant la valeur de E pour réduire la rigidité de cisaillement, on s'écarte des conditions de Kirchhoff. Mais dans ce cas la rigidité en compression transverse devient insuffisante pour assurer un comportement correspondant à la réalité au niveau des points d'appuis (Figure 67, b).

Avec un matériau anisotrope, il est possible de dissocier le comportement en cisaillement et en compaction transverse du matériau du second ordre. Avec une raideur de cisaillement transverse faible, le comportement s'éloigne des conditions de Bernoulli-Kirchhoff sans pour autant présenter la faiblesse de rigidité en compression transverse comme c'était le cas en isotrope (Figure 69).

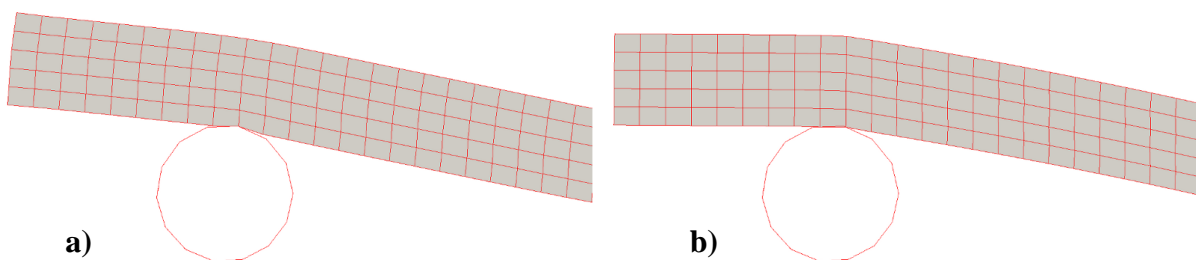


Figure 69 - Simulation flexion 3 points, cas isotrope (a) et anisotrope (b)

Mais un comportement matériau anisotrope est complexe et nécessite beaucoup de paramètres. En particulier le suivi des directions d'anisotropie est difficile. De plus, l'hypothèse sur le comportement orthotrope du matériau n'est valable que dans la configuration initiale puisqu'une fois le renfort déformé, l'angle entre les directions principales du renfort change et que ce dernier n'est donc plus orthotrope.

Il faut donc pouvoir dissocier deux formes de sollicitations : celles ayant lieu dans le plan des mèches et celles ayant lieu dans un plan transverse aux mèches. D'où l'utilisation d'une description anisotrope de la rigidité du matériau du second ordre. Pour cela nous allons nous baser sur les travaux récents de [CHA11]. L'idée est de conserver l'approche semi-discrète mais de modifier la formulation de la loi de comportement pour le matériau continu en utilisant une forme particulière d'anisotropie : un matériau orthotrope hyperélastique.

4.1.2 Formulation d'une loi de comportement hyperélastique

Nous allons implémenter une loi de comportement hyperélastique anisotrope pour le comportement continu de notre modèle semi-discret. Le choix de changer la formulation hypoélastique est dû à la perte de l'hypothèse d'isotropie initiale de la partie continue du modèle. En effet, comme nous l'avons vu dans le paragraphe 3.4.2, l'approche hypoélastique est basée sur un cumul des contraintes effectué dans le repère matériel de chaque élément : la base covariante. Ce cumul est réalisé de manière objective à l'aide de la dérivée de Jaumann. Or si cette dérivée remplit cet objectif dans le cas isotrope où la notion de direction principale de déformation n'existe pas, ce n'est plus le cas pour le cas anisotrope. De plus, l'orthogonalité de la base covariante, qui aurait pu nous permettre d'utiliser malgré tout cette méthode, est perdue quand le renfort se déforme. Nous nous sommes donc intéressés à un autre type de formulation : une loi de comportement hyperélastique.

Les lois de comportement hyperélastiques sont issues de l'inégalité de Clausius-Duhem dans le cadre de la thermodynamique. Ces lois diffèrent en ce point des lois hypoélastiques qui sont dépourvues de fondements thermodynamiques. Notons que les lois hyperélastiques font partie des lois élastiques, qui font elles-mêmes partie des lois hypoélastiques. Ce type de loi est basé sur une approche énergétique de la mécanique car chaque mode de déformation du matériau va être décrit indépendamment des autres par le biais d'une énergie de déformation exprimée par un potentiel. La formulation de ces potentiels sera développée dans le paragraphe 4.1.4.

Dans la configuration initiale et dans la configuration déformée, l'inégalité de Clausius-Duhem prend respectivement les formes (4.2) et (4.3) :

$$\Phi_0 = -\rho_0 \left(\dot{\psi} - \dot{\theta} \eta \right) - \frac{1}{\theta} \underline{Q} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial \underline{x}} + \underline{S} : \underline{\dot{E}} \geq 0 \quad (4.2)$$

$$\Phi = -\rho \left(\dot{\psi} - \dot{\theta} \eta \right) - \frac{1}{\theta} \underline{q} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial \underline{X}} + \underline{\sigma} : \underline{D} \geq 0 \quad (4.3)$$

Avec :

- Φ_0 et Φ les dissipations par unité de volume (initial et final)
- ψ l'énergie libre spécifique (i.e. par unité de masse)
- θ la température
- \underline{Q} et \underline{q} les vecteurs flux de chaleur en configuration initiale et actuelle

En théorie « purement mécanique », il est courant de s'affranchir des effets thermiques, c'est-à-dire de considérer la transformation isotherme et la température homogène. Les dissipations s'écrivent alors :

$$\Phi_0 = -\rho_0 \dot{\psi} + \underline{\underline{S}} : \underline{\underline{\dot{E}}} \quad (4.4)$$

$$\Phi = -\rho \dot{\psi} + \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\dot{D}}} \quad (4.5)$$

De plus, un matériau hyperélastique est par définition un matériau non dissipatif (i.e. pour lequel les dissipations (4.4) et (4.5) sont nulles) dont l'énergie de déformation par unité de volume initial $w = \rho_0 \psi$ ne dépend que de l'état actuel des déformations du matériau. Ces deux considérations se traduisent par les équations suivantes :

$$\dot{w}(\underline{\underline{F}}) = \underline{\underline{S}} : \underline{\underline{\dot{E}}} \quad (4.6)$$

$$w = w(\underline{\underline{F}}) = \rho_0 \psi$$

On peut montrer par ailleurs [CIA88] qu'afin que le matériau respecte le principe d'indifférence matérielle, il faut et il suffit que cette énergie de déformation soit une fonction du tenseur de Cauchy-Green droit. Nous écrirons donc directement les relations (4.6) sous la forme :

$$w = w(\underline{\underline{C}}) = \rho_0 \psi \quad (4.7)$$

$$\dot{w}(\underline{\underline{C}}) = \underline{\underline{S}} : \underline{\underline{\dot{C}}} = \frac{1}{2} \underline{\underline{S}} : \underline{\underline{\dot{C}}}$$

A partir de l'équation précédente, on peut écrire :

$$\dot{w}(\underline{\underline{C}}) = \frac{1}{2} \underline{\underline{S}} : \underline{\underline{\dot{C}}} \Leftrightarrow \left(\frac{\partial w}{\partial \underline{\underline{C}}} - \frac{1}{2} \underline{\underline{S}} \right) : \underline{\underline{\dot{C}}} = 0 \Leftrightarrow \underline{\underline{S}} = 2 \frac{\partial w}{\partial \underline{\underline{C}}} \quad (4.8)$$

Cette dernière équation constitue l'expression générale des lois de comportement hyperélastique. Nous l'utiliserons sous la forme :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \frac{2}{J} \underline{\underline{F}} \cdot \frac{\partial w}{\partial \underline{\underline{C}}} \cdot \underline{\underline{F}}^T \quad (4.9)$$

Pour établir la loi de comportement d'un matériau hyperélastique, il faut donc déterminer l'énergie de déformation w correspondant au comportement mécanique du matériau considéré. Afin d'être admissible, cette énergie de déformation doit vérifier plusieurs conditions :

- w s'annule lorsque le matériau est dans son état naturel (i.e. sans sollicitation ni contraintes résiduelles) :

$$w(\underline{\underline{I}}) = 0 \quad (4.10)$$

- w respecte le principe d'indifférence matérielle :

$$w(\underline{\underline{F}}) = w(\underline{\underline{QF}}), \quad \forall \underline{\underline{Q}} \in \text{SO}_3 \quad (4.11)$$

- w respecte les symétries du matériau :

$$w(\underline{\underline{F}}) = w(\underline{\underline{FQ}}), \quad \forall \underline{\underline{Q}} \in \mathbf{G} \subset \text{SO}_3 \quad (4.12)$$

Avec \mathbf{G} , le groupe de symétrie du matériau.

La condition (4.10) dépend de la forme choisie pour l'énergie de déformation, elle devra donc être vérifiée lors de l'établissement concret de la loi de comportement. La condition (4.11) est satisfaite par l'utilisation du tenseur de Cauchy-Green droit comme argument de w [CIA88]. Enfin concernant la condition (4.12), nous allons voir à travers les cas de l'isotropie et le l'isotropie transverse, que le respect des symétries du matériau est satisfait par l'introduction d'invariants du tenseur de Cauchy-Green droit.

4.1.3 Types de modèles hyperélastiques

Afin de bien comprendre la formulation pour notre renfort tissé épais, il convient de rappeler les différents types de modèles s'en rapprochant. Nous concluons sur le modèle orthotrope qui sera utilisé pour notre code de calcul.

4.1.3.1 Hyperélasticité isotrope

Le groupe de symétrie d'un matériau isotrope est constitué de l'ensemble entier des rotations et des réflexions (i.e. $\mathbf{G} = O_3$). La fonction w est donc isotrope au sens mathématique. Les théorèmes de représentation des fonctions à arguments vectoriels ou tensoriels statuent qu'une fonction d'un tenseur symétrique d'ordre deux est isotrope si et seulement si elle peut être représentée par une fonction de trois invariants du tenseur argument [ITS00] :

$$w(\underline{\underline{C}}) \text{ est isotrope} \Leftrightarrow \exists \tilde{w} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}, w(\underline{\underline{C}}) = \tilde{w}(I_1, I_2, I_3) \quad (4.13)$$

Les invariants classiquement utilisés pour définir la fonction \tilde{w} sont les coefficients du polynôme caractéristique de $\underline{\underline{C}}$ (ou les valeurs propres $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ de $\underline{\underline{F}}$ qui y sont liées directement):

$$\begin{aligned} I_1 &= Tr(\underline{\underline{C}}) = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 \\ I_2 &= \frac{1}{2} \left(Tr(\underline{\underline{C}})^2 - Tr(\underline{\underline{C}}^2) \right) = (\lambda_1 \lambda_2)^2 + (\lambda_1 \lambda_3)^2 + (\lambda_2 \lambda_3)^2 \\ I_3 &= Det(\underline{\underline{C}}) = (\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3)^2 \end{aligned} \quad (4.14)$$

Dans un souci de simplicité, la même notation sera utilisée pour w et \tilde{w} . Différentes lois de comportement isotropes peuvent être trouvées dans la littérature : ces lois sont classiquement utilisées pour étudier le comportement de matériaux caoutchoutiques, ainsi que de certains tissus biologiques. Lorsque le matériau étudié est considéré comme incompressibles (ce qui est souvent le cas dans les matériaux caoutchoutiques notamment), une liaison interne est souvent postulée sous la forme $I_3 = 1$, qui se traduit dans la loi de comportement par une pression hydrostatique p :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \frac{2}{J} \underline{\underline{F}} \cdot \frac{\partial w}{\partial \underline{\underline{C}}} \cdot \underline{\underline{F}}^T - p \underline{\underline{I}} \quad (4.15)$$

4.1.3.2 Hyperélasticité anisotrope

Dans le cas d'un matériau anisotrope, $\mathbf{G} \subsetneq O_3$ donc la fonction w est anisotrope. Des tenseurs de structure $\underline{\underline{M}}_i = \underline{\underline{M}}_{ii} = \underline{\underline{M}}_i \otimes \underline{\underline{M}}_i$ peuvent être définis pour caractériser mathématiquement le groupe de symétrie du matériau [BOE87]. Il a été montré dans

[ZHA90] qu'il existe une fonction isotrope \hat{w} dépendant de $\underline{\underline{C}}$ ainsi que de ces tenseurs de structure telle que :

$$w(\underline{\underline{C}}) = \hat{w}(\underline{\underline{C}}, \underline{\underline{M}}_1, \dots, \underline{\underline{M}}_N) \quad (4.16)$$

Comme pour le cas isotrope, les théorèmes de représentations des fonctions isotropes à valeurs réelles et à arguments scalaires, vectoriels et/ou tensoriels, donnent alors l'existence d'un nombre fini de scalaires (I_1, \dots, I_n) (n dépendant du nombre et du type d'arguments de la fonction considérée) ainsi qu'une fonction \hat{w} tels que

$$\hat{w}(\underline{\underline{C}}, \underline{\underline{M}}_i) = \hat{w}(I_1, \dots, I_n) \quad (4.17)$$

4.1.3.3 Hyperélasticité isotrope transverse

Un matériau isotrope transverse est caractérisé, dans la configuration initiale, par une direction privilégiée \underline{M} (normée). Cette direction permet de définir le tenseur de structure $\underline{\underline{M}} = \underline{M} \otimes \underline{M}$ caractéristique du groupe de symétrie du matériau. D'après le théorème de représentation, la représentation du potentiel de déformation s'écrit dans ce cas [BOE87, QUA94, ITS00] :

$$w^{it} = w^{it}(I_1, I_2, I_3, I_4, I_5) \quad (4.18)$$

Avec :

- I_1, I_2, I_3 , les invariants classiques de $\underline{\underline{C}}$ définis pour le cas isotrope
- $I_4 = \underline{\underline{C}} : \underline{\underline{M}} = \underline{M} \cdot \underline{C} \cdot \underline{M}$ et $I_5 = \underline{\underline{C}}^2 : \underline{\underline{M}} = \underline{M} \cdot \underline{C}^2 \cdot \underline{M}$, des invariants structuraux (ou *mixtes*), correspondant au tenseur de structure $\underline{\underline{M}}$

Le second tenseur de contraintes de Piola-Kirchhoff peut donc s'écrire :

$$\underline{\underline{S}} = 2 \frac{\partial w}{\partial \underline{\underline{C}}} = 2 \left(\frac{\partial w}{\partial I_1} \frac{\partial I_1}{\partial \underline{\underline{C}}} + \frac{\partial w}{\partial I_2} \frac{\partial I_2}{\partial \underline{\underline{C}}} + \frac{\partial w}{\partial I_3} \frac{\partial I_3}{\partial \underline{\underline{C}}} + \frac{\partial w}{\partial I_4} \frac{\partial I_4}{\partial \underline{\underline{C}}} + \frac{\partial w}{\partial I_5} \frac{\partial I_5}{\partial \underline{\underline{C}}} \right) \quad (4.19)$$

L'expression (4.19) est la forme la plus générale des lois de comportement hyperélastique pour les matériaux isotropes transverse.

Des modèles isotropes transverses peuvent être trouvés dans la littérature. La plupart d'entre eux décrivent le comportement de matériaux dans lequel une matrice et un renfort peuvent être distingués : matériaux caoutchoutiques renforcés [AGO09, DIA04], composites fibres/matrice organique [GUO07], tissus organiques comme les parois artérielles [BAS09, HOL00] ou les ligaments [HIR00].

En général ces modèles utilisent une superposition du comportement de la matrice et du comportement du renfort en additionnant deux densités d'énergie distinctes pour chacune de ces phases. Pour nos simulations nous considérons le renfort sec, il n'y a donc pas de densité d'énergie associée à la matrice.

4.1.3.4 Hyperélasticité orthotrope

Un matériau orthotrope possède trois directions privilégiées orthogonales (en configuration initiale) ce qui convient bien au comportement du renfort tissé de composite. De même que pour l'isotropie transverse, ces directions privilégiées peuvent être caractérisées par trois vecteurs unitaires $\underline{M}_1, \underline{M}_2$ et \underline{M}_3 . Le groupe de symétrie du matériau est alors caractérisé par les tenseurs de structure $\underline{\underline{M}}_1 = \underline{M}_1 \otimes \underline{M}_1$, $\underline{\underline{M}}_2 = \underline{M}_2 \otimes \underline{M}_2$ et $\underline{\underline{M}}_3 = \underline{M}_3 \otimes \underline{M}_3$.

Dans la suite de ce manuscrit, les vecteurs \underline{M}_1 et \underline{M}_2 décrivent respectivement les directions chaîne et trame du renfort, et le vecteur \underline{M}_3 est initialement orthogonal à ces deux directions en configuration initiale. Le théorème de représentation permet alors l'écriture de la fonction densité d'énergie de la façon suivante [QUA94, ITS00] :

$$w^{orth} = w^{orth}(I_1, I_2, I_3, I_{41}, I_{42}, I_{43}, I_{412}, I_{423}, I_{51}, I_{52}, I_{53}) \quad (4.20)$$

Avec, comme pour le cas précédent :

- I_1, I_2, I_3 , les invariants classiques de \underline{C} définis par les équations (4.14)
- $I_{4i} = \underline{C} : \underline{M}_{ii} = \underline{M}_i \cdot \underline{C} \cdot \underline{M}_i$, $I_{4ij} = \underline{C} : \underline{M}_{ij} = \underline{M}_i \cdot \underline{C} \cdot \underline{M}_j$ et $I_{5i} = \underline{C}^2 : \underline{M}_{ii} = \underline{M}_i \cdot \underline{C}^2 \cdot \underline{M}_i$, des invariants structuraux (ou *mixtes*), présentés dans [BOI11b], chapitre 16.5.2, correspondant au tenseur de structure.

4.1.4 Les invariants, formulation des potentiels et énergies associées

Dans le cas des renforts tissés épais de composites, le choix d'un modèle anisotrope type orthotrope pour notre matériau du second ordre est le plus indiqué. Comme nous l'avons vu au §2.3.1, le renfort peut être considéré orthotrope en configuration initiale. Nous allons donc utiliser le modèle ci-dessus adapté à notre matériau.

4.1.4.1 Invariants correspondant aux modes de déformation

Les invariants du tenseur de Cauchy-Green droit \underline{C} définis pour un matériau orthotrope ne sont pas directement porteurs de sens physique. Nous allons donc effectuer des combinaisons de ces invariants pour traduire physiquement les six modes de déformations retenus pour notre renfort. Ces combinaisons sont basées sur une décomposition du gradient de transformation \underline{F} mettant en évidence les différents modes de déformation du matériau [CHA11].

Cette décomposition permet d'exprimer les invariants *normalisés* suivants, qui seront utilisés pour décrire la transformation :

$$\begin{aligned} I_{elong}^1 &= \ln\left(\sqrt{I_{41}}\right) \\ I_{elong}^2 &= \ln\left(\sqrt{I_{42}}\right) \\ I_{comp} &= \frac{1}{2} \ln\left(\frac{I_3}{I_{41}I_{42}}\right) \\ I_{cp} &= \frac{I_{412}}{\sqrt{I_{41}I_{42}}} = \sin(\gamma) \\ I_{cr1} &= \frac{I_{413}}{\sqrt{I_{41}I_{43}}} = \sin(\alpha_{13}) \\ I_{cr2} &= \frac{I_{423}}{\sqrt{I_{42}I_{43}}} = \sin(\alpha_{23}) \end{aligned} \quad (4.21)$$

Avec :

- I_{elong}^1 , invariant associé à l'élongation dans la direction \underline{M}_1
- I_{elong}^2 , invariant associé à l'élongation dans la direction \underline{M}_2
- I_{comp} , invariant associé à la compaction dans la direction \underline{M}_3

- I_{cp} , invariant associé au cisaillement dans le plan $(\underline{M}_1, \underline{M}_2)$ où γ est l'angle de cisaillement dans le plan chaîne/trame
- I_{ct1} , invariant porteur de sens physique associé au cisaillement dans le plan $(\underline{M}_1, \underline{M}_3)$
- I_{ct2} , invariant associé au cisaillement dans le plan $(\underline{M}_2, \underline{M}_3)$

L'énergie de déformation dérive d'un potentiel exprimé en fonction de ces invariants. Nous avons donc besoin des dérivées de ces invariants pour la formulation ultérieure. Le détail du calcul de ces dérivées est donné dans [CHA11].

$$\begin{aligned}
\frac{\partial I_{elong}^1}{\partial \underline{\underline{C}}} &= \frac{1}{2I_{41}} \underline{\underline{M}}_{11} \\
\frac{\partial I_{elong}^2}{\partial \underline{\underline{C}}} &= \frac{1}{2I_{42}} \underline{\underline{M}}_{22} \\
\frac{\partial I_{comp}}{\partial \underline{\underline{C}}} &= \frac{1}{2} \left(\underline{\underline{C}}^{-1} - \frac{1}{I_{41}} \underline{\underline{M}}_{11} - \frac{1}{I_{42}} \underline{\underline{M}}_{22} \right) \\
\frac{\partial I_{cp}}{\partial \underline{\underline{C}}} &= \frac{1}{2\sqrt{I_{41}I_{42}}} (\underline{M}_1 \otimes \underline{M}_2 + \underline{M}_2 \otimes \underline{M}_1) - \frac{I_{cp}}{2I_{41}} \underline{\underline{M}}_{11} - \frac{I_{cp}}{2I_{42}} \underline{\underline{M}}_{22} \\
\frac{\partial I_{ct1}}{\partial \underline{\underline{C}}} &= \frac{1}{2\sqrt{I_{41}I_{43}}} (\underline{M}_1 \otimes \underline{M}_3 + \underline{M}_3 \otimes \underline{M}_1) - \frac{I_{ct}}{2I_{41}} \underline{\underline{M}}_{11} - \frac{I_{ct}}{2I_{43}} \underline{\underline{M}}_{33} \\
\frac{\partial I_{ct2}}{\partial \underline{\underline{C}}} &= \frac{1}{2\sqrt{I_{42}I_{43}}} (\underline{M}_2 \otimes \underline{M}_3 + \underline{M}_3 \otimes \underline{M}_2) - \frac{I_{ct}}{2I_{42}} \underline{\underline{M}}_{22} - \frac{I_{ct}}{2I_{43}} \underline{\underline{M}}_{33}
\end{aligned} \tag{4.22}$$

Ces expressions vont nous être utiles car d'après l'équation (4.8), nous exprimons le second tenseur de contraintes de Piola-Kirchhoff $\underline{\underline{S}}$ en fonction du potentiel total de déformation. Ce potentiel total est la somme des potentiels associés aux six modes de déformation considérés. Pour le calculer, nous allons donc effectuer l'opération suivante, pour le mode de déformation k :

$$\underline{\underline{S}}_k = \frac{\partial w_k}{\partial I_k} \cdot \frac{\partial I_k}{\partial \underline{\underline{C}}} \quad k \in 1,6 \tag{4.23}$$

Avec :

- $\underline{\underline{S}}_k$, l'une des composantes du second tenseur de contraintes de Piola-Kirchhoff $\underline{\underline{S}}$
- w_k , le potentiel de l'énergie de déformation associé
- I_k , l'invariant utilisé pour exprimer ce potentiel

4.1.4.2 Formulation des potentiels associés aux modes de déformation

Comme nous l'avons vu au §2.3.3, le comportement d'un renfort tissé épais peut être décomposé en 6 modes de déformations. En se basant sur cette hypothèse, pour exprimer l'énergie de déformation de ce type de matériau, on décompose l'énergie de déformation comme la somme des 6 énergies de déformation, chacune associée à un mode de déformation du renfort interlock. L'expression du second tenseur de contraintes de Piola-Kirchhoff $\underline{\underline{S}}$ est donc la suivante :

$$\begin{aligned} \underline{\underline{S}} &= 2 \frac{\partial w}{\partial \underline{\underline{C}}} \\ &= 2 \left(\frac{\partial w_{elong1}}{\partial \underline{\underline{C}}} + \frac{\partial w_{elong2}}{\partial \underline{\underline{C}}} + \frac{\partial w_{comp}}{\partial \underline{\underline{C}}} + \frac{\partial w_{cp}}{\partial \underline{\underline{C}}} + \frac{\partial w_{ct1}}{\partial \underline{\underline{C}}} + \frac{\partial w_{ct2}}{\partial \underline{\underline{C}}} \right) \end{aligned} \quad (4.24)$$

Tension dans les directions chaîne et trame

Le comportement en tension dans les directions de chaîne et de trame est différent selon l'équilibrage du renfort. Le code de calcul développé permet de dissocier les deux comportements en tension pour décrire le comportement des renforts moins équilibrés. Mais pour le renfort étudié qui est équilibré, le comportement est supposé identique dans les deux directions.

D'après les observations faites sur la courbe d'essai de traction (cf §2.4.1), deux parties peuvent être distinguées : une première partie correspondant à une mise en tension progressive des mèches, et donc à une rigidification progressive du matériau, et une seconde partie dans laquelle la raideur du matériau peut être supposée constante. Un paramètre I_{elong}^0 fixe la limite entre ces deux parties. Les énergies de déformation associées à l'élongation dans les directions de chaîne et de trame sont donc écrites par morceaux. Pour i , la direction considérée, on a :

$$w_{elong}^i = \begin{cases} \frac{1}{2} K_{elong}^0 (I_{elong}^i)^2 & \text{si } I_{elong}^i \leq I_{elong}^0 \\ \frac{1}{2} K_{elong}^0 (I_{elong}^i - I_{elong}^0)^2 + \frac{1}{2} K_{elong}^0 I_{elong}^0 I_{elong}^i & \text{si } I_{elong}^i > I_{elong}^0 \end{cases} \quad (4.25)$$

Les seconds tenseurs des contraintes de Piola-Kirchhoff dérivant de l'énergie d'élongation (4.25) s'écrivent donc :

$$\begin{aligned} \underline{\underline{S}}_{elong}^i &= 2 \frac{\partial w_{elong}^i}{\partial \underline{\underline{C}}} = 2 \frac{\partial w_{elong}^i}{\partial I_{elong}^i} \frac{\partial I_{elong}^i}{\partial \underline{\underline{C}}} \\ &= \frac{1}{I_{4i}} \underline{\underline{M}}_{ii} \begin{cases} K_{elong}^0 I_{elong}^i & \text{si } I_{elong}^i \leq I_{elong}^0 \\ K_{elong}^0 (I_{elong}^i - I_{elong}^0) + K_{elong}^0 I_{elong}^0 & \text{sinon} \end{cases} \end{aligned} \quad (4.26)$$

Compaction transverse

Les essais de compaction transverse réalisés ont donné l'allure du comportement du matériau dans ce mode de déformation. Les résultats expérimentaux nous ont aiguillé vers une expression en puissance de l'énergie de déformation :

$$w_{comp} = K_{comp} \left[\left(1 - \frac{I_{comp}}{I_{comp}^0} \right)^{-p} - p \frac{I_{comp}}{I_{comp}^0} - 1 \right] \quad (4.27)$$

Le coefficient I_{comp}^0 correspond à la valeur que prendrait l'invariant I_{comp} si le renfort était compacté jusqu'à l'obtention d'une proportion de 100% de carbone, c'est la valeur limite de l'invariant I_{comp} .

Le second tenseur des contraintes de Piola-Kirchhoff dérivant de l'énergie (4.27) s'écrit :

$$\underline{\underline{S}}_{comp} = \frac{p K_{comp}}{I_{comp}^0} \left[\left(1 - \frac{I_{comp}}{I_{comp}^0} \right)^{-p-1} - 1 \right] \left(\underline{\underline{C}}^{-1} - \frac{1}{I_{41}} \underline{\underline{M}}_{11} - \frac{1}{I_{42}} \underline{\underline{M}}_{22} \right) \quad (4.28)$$

Cisaillement du renfort dans le plan Chaîne/Trame

Le comportement mécanique du renfort interlock en cisaillement dans le plan peut être obtenu à l'aide d'essais de type *bias test* ou *picture frame* (voir §2.4.3). L'identification est faite d'après les essais de bias réalisés. On cherche à extraire l'énergie de déformation par unité de volume initial liée au mode de déformation de cisaillement du renfort interlock épais à partir d'une courbe effort/déplacement mesurée sur un bias extension test (Figure 70).

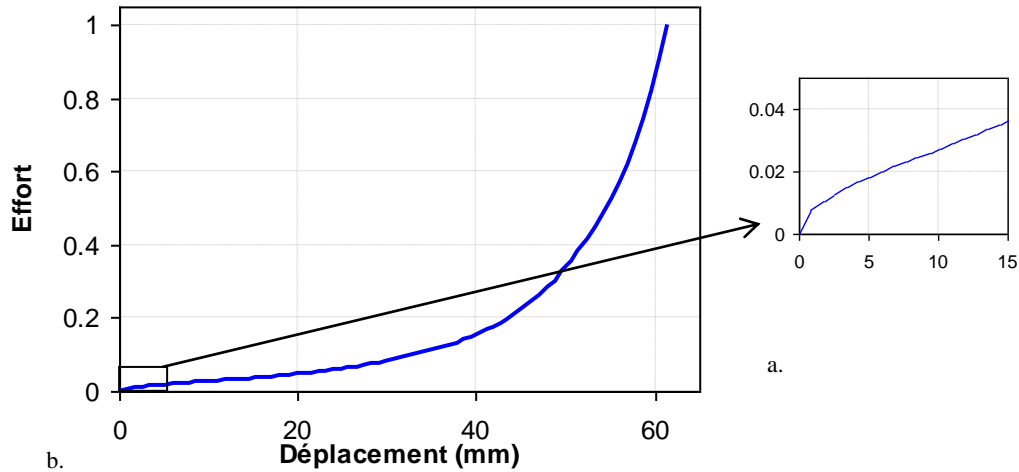


Figure 70 – Bias test sur interlock équilibré, courbe entière (a) et début (b)

Afin de déterminer l'énergie de cisaillement dans le plan, une méthode inverse par un algorithme d'optimisation est utilisée. Une forme d'énergie est postulée, dont les paramètres sont recalés afin de faire correspondre les courbes efforts/déplacements issues de l'expérience et de la simulation. L'énergie de cisaillement dans le plan est définie par morceaux. Un premier morceau correspond à la variation de raideur du comportement en cisaillement dans le plan que l'on peut observer sur le début de la courbe de bias extension test (Figure 70) : la raideur mesurée au cours d'un bias extension test est d'abord relativement importante avant de diminuer de façon significative. Ce comportement peut correspondre à la rupture de l'ensimage. Il est important de prendre en compte ce comportement, notamment pour deux raisons :

- pour obtenir le palier d'effort que l'on peut observer sur les courbes de bias extension test
- pour éviter les flambements du mode de déformation en cisaillement dans le plan qui peuvent apparaître au cours des simulations : si la raideur initiale est choisie nulle (ce qui est généralement obtenu avec une loi puissance ou exponentielle), le cisaillement dans le plan devient un mode de déformation à énergie nulle en début d'essai.

Un polynôme d'ordre 3 sera utilisé pour décrire cette variation de raideur en début d'essai. Le second morceau de l'énergie de déformation sera décrit à l'aide d'une loi puissance. Finalement, la forme postulée pour l'énergie de déformation en cisaillement dans le plan est définie par morceaux :

$$w_{\varphi}(I_{\varphi}) = \begin{cases} w_{\varphi}^1(I_{\varphi}) & \text{si } I_{\varphi} \leq I_{\varphi}^0 \\ w_{\varphi}^2(I_{\varphi}) & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.29)$$

Avec :

$$\begin{aligned}
w_{\varphi}^1(I_{\varphi}) &= K_{\varphi 12} I_{\varphi}^2 + K_{\varphi 13} I_{\varphi}^3 \\
w_{\varphi}^2(I_{\varphi}) &= K_{\varphi 21} (1 - I_{\varphi})^{-p_{22}} + w_{\varphi 20}
\end{aligned} \tag{4.30}$$

Afin que la raideur évolue de façon continue, la fonction w_{φ} doit être de classe C^2 . Ceci induit des relations entre les différents coefficients des fonctions w_{φ}^1 et w_{φ}^2 . Une fois ces conditions prises en compte, seules trois grandeurs suffisent pour décrire le comportement en cisaillement dans le plan :

- la raideur initiale : K_{φ}^0
- la grandeur définissant la limite entre les deux formes d'énergies (4.30) : I_{φ}^0
- la raideur à la limite entre les deux formes d'énergies (4.30) : K_{φ}^1

Avec ces trois grandeurs, les coefficients des énergies (4.30) s'écrivent :

$$\begin{aligned}
K_{\varphi 12} &= \frac{K_0}{2} & p_{22} &= \frac{K_1(2 - 3I_{\varphi}^0) - K_0 I_{\varphi}^0}{I_{\varphi}^0(K_0 + K_1)} \\
K_{\varphi 13} &= \frac{K_1 - K_0}{6I_{\varphi}^0} & K_{21} &= \frac{K_0 + K_1}{2p_{22}} I_{\varphi}^0 (1 - I_{\varphi}^0)^{1+p_{22}} \\
&& w_{20} &= w_{\varphi}^1(I_{\varphi}^0) - w_{\varphi}^2(I_{\varphi}^0)
\end{aligned} \tag{4.31}$$

Le second tenseur des contraintes de Piola-Kirchhoff dérivant de cette énergie s'écrit :

$$\begin{aligned}
\underline{\underline{S}}_{cp} &= 2 \frac{\partial w_{cp}}{\partial \underline{\underline{C}}} = 2 \frac{\partial w_{cp}}{\partial I_{cp}} \frac{\partial I_{cp}}{\partial \underline{\underline{C}}} \\
&= \begin{cases} \left(2K_{cp12} I_{cp} + 3K_{cp13} I_{cp}^2 \right) \left[\frac{1}{\sqrt{I_{41} I_{42}}} \left(\underline{\underline{M}}_{12} + \underline{\underline{M}}_{21} \right) - \frac{I_{cp}}{I_{41}} \underline{\underline{M}}_{11} - \frac{I_{cp}}{I_{42}} \underline{\underline{M}}_{22} \right] & \text{si } I_{cp} \leq I_{cp}^0 \\ p_{22} K_{cp21} (1 - I_{cp})^{-p_{22}-1} \left[\frac{1}{\sqrt{I_{41} I_{42}}} \left(\underline{\underline{M}}_{12} + \underline{\underline{M}}_{21} \right) - \frac{I_{cp}}{I_{41}} \underline{\underline{M}}_{11} - \frac{I_{cp}}{I_{42}} \underline{\underline{M}}_{22} \right] & \text{sinon} \end{cases} \tag{4.32}
\end{aligned}$$

Cisaillement transverse

Les essais de cisaillement transverse effectués sur notre renfort ont montré que le choix de dissocier le comportement en cisaillement dans le plan des 2 autres cisaillements est judicieux : l'écart entre les rigidités de ces modes est important. Ces essais ont été réalisés dans le sens chaîne et dans le sens trame afin d'identifier les comportements des deux directions, généralement différents. Les fils témoins, déposés pour certains essais sur le côté de l'éprouvette, ont permis de vérifier l'homogénéité du champ de déplacement au sein de l'éprouvette et ainsi de déterminer le champ de validité de l'essai. Les courbes mesurées nous permettent d'envisager une énergie de déformation définie par partie pour chacune des phases de la déformation. La première phase sera décrite par une loi puissance avec une puissance comprise entre 1 et 2, permettant d'obtenir pour la réponse en effort une fonction de type *racine*. Pour la seconde phase, une énergie quadratique sera utilisée, permettant d'obtenir une réponse en effort linéaire. La forme d'énergie proposée est donc la suivante :

$$w_{ai}(I_{ai}) = \begin{cases} K_{ai} |I_{ai}|^{p_{ai}} & \text{si } |I_{ai}| \leq I_{ai}^0 \\ K_2 |I_{ai}|^2 + K_1 |I_{ai}| + K_0 & \text{avec } 0 < p_{ai} < 2 \text{ et } i = C, T \end{cases} \tag{4.33}$$

Les conditions de compatibilité entre les deux morceaux de l'énergie (4.33) permettent d'introduire des relations entre les différents paramètres introduits :

$$\begin{aligned}
 K_0 &= \left(1 - \frac{3}{2} p_{ai} + \frac{1}{2} (p_{ai})^2\right) K_{ai} (I_{ai}^0)^{p_{ai}} \\
 K_1 &= K_{ai} p_{ai} (2 - p_{ai}) (I_{ai}^0)^{p_{ai}-1} \\
 K_2 &= \frac{1}{2} K_{ai} p_{ai} (p_{ai} - 1) (I_{ai}^0)^{p_{ai}-2}
 \end{aligned} \tag{4.34}$$

Le calcul du tenseur de Piola-Kirchhoff 2 associé à ce mode de déformation est réalisé par dérivation de ce potentiel.

$$\begin{aligned}
 \underline{\underline{S}}_{cti} &= 2 \frac{\partial w_{cti}}{\partial \underline{\underline{C}}} = 2 \frac{\partial w_{cti}}{\partial I_{cti}} \frac{\partial I_{cti}}{\partial \underline{\underline{C}}} \\
 &= \begin{cases} \left(\text{sgn}(I_{cti}) K_{cti} p_{cti} |I_{cti}|^{p_{cti}-1} \right) \left[\frac{1}{2\sqrt{I_{4i} I_{43}}} (M_{i3} + M_{3i}) - \frac{I_{cti}}{2I_{4i}} M_{ii} - \frac{I_{cti}}{2I_{43}} M_{33} \right] & \text{si } I_{cti} \leq I_{cti}^0 \\ \left(2 \text{sgn}(I_{cti}) K_2 |I_{cti}| + K_1 \right) \left[\frac{1}{2\sqrt{I_{4i} I_{43}}} (M_{i3} + M_{3i}) - \frac{I_{cti}}{2I_{4i}} M_{ii} - \frac{I_{cti}}{2I_{43}} M_{33} \right] & \text{sinon} \end{cases} \tag{4.35}
 \end{aligned}$$

Avec $i=1,2$ respectivement pour le cisaillement transverse dans la direction chaîne et trame.

4.2 Identification de la loi de comportement

4.2.1 Méthodes d'identification utilisées

4.2.1.1 Méthode Directe

La majorité des essais effectués sur notre renfort peuvent être identifiés directement. Pour cela, il faut exprimer la contrainte en fonction de la déformation du matériau à partir de la courbe effort/déplacement obtenue lors de l'essai. La formulation de la loi de comportement permet d'identifier les paramètres matériau sur cette courbe suivant le type de formulation utilisée (régression linéaire, polynomiale, minimisation par les moindres carrés,...).

4.2.1.2 Méthode Indirecte

Dans le cas où il est impossible de formaliser directement la contrainte d'après les courbes effort/déplacement de l'essai, il faut recourir à une méthode d'identification inverse. C'est le cas notamment pour le bias test qui induit dans l'éprouvette plusieurs zones aux cinématiques différentes.

Dans ce genre de cas, l'identification est réalisée par itérations successives de simulations numériques de l'essai expérimental. Un jeu de paramètres matériau est déterminé a priori et un essai est simulé avec ces paramètres. L'effort calculé est alors comparé avec les résultats expérimentaux et un nouveau jeu de paramètres, normalement plus proches des paramètres finaux, est déterminé par optimisation. Une simulation est relancée avec ces nouveaux paramètres et ainsi de suite jusqu'à convergence des paramètres vers une valeur asymptotique. Ce type d'identification est coûteux en temps de calcul car la simulation doit représenter avec exactitude l'éprouvette réelle utilisée pour l'expérimentation. Si ce n'est pas le cas, on prend le risque de ne pas identifier les bons paramètres pour la loi de comportement.

4.2.2 Identification du comportement en traction

Les coefficients identifiés à partir de la courbe expérimentale sont les suivants :

$$\begin{aligned} I_{elong}^0 &= 0.0145 \\ K_{elong}^0 &= 37.85 \text{ MPa} \\ K_{elong} &= 816.33 \text{ MPa} \end{aligned} \quad (4.36)$$

La rigidité de ce mode de déformation étant très importante par rapport aux rigidités des autres modes de déformation, ce mode de déformation est très peu sollicité lors de la mise en forme.

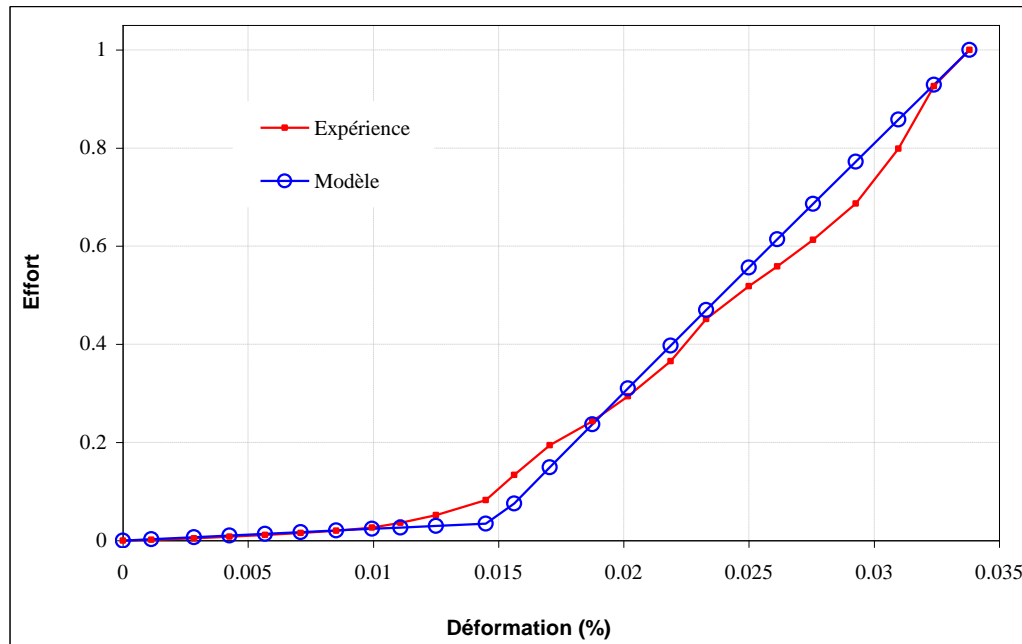


Figure 71 - Identification du comportement en traction

L'implémentation effectuée dans le code de calcul permet d'effectuer les calculs avec les deux types d'approches : hyperélastique seule et semi-discrète. Dans le cadre de notre approche semi-discrète, ce mode de déformation n'est pas pris en compte pour le matériau du second ordre car la rigidité des mèches en tension est déjà considérée dans la partie discrète du modèle. Le potentiel associé à la raideur en tension dans les directions de mèches est donc pris nul pour éviter la redondance de sa considération.

4.2.3 Identification du comportement en compression

L'identification du coefficient I_{comp}^0 peut être effectuée en pesant l'éprouvette. En notant m_{ep} la masse de l'éprouvette de volume initial V_0 , et en supposant connue la densité du carbone constituant les fibres $\rho_{carb} = 1.78e-6 \text{ kg/mm}^3$, ce coefficient s'exprime :

$$I_{comp}^0 = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{m_{ep}}{\rho_{carb} V_0} \right) = -1.12 \quad (4.37)$$

Pour l'identification des coefficients K_{amp}^0 et p , le solveur d'Excel est utilisé : ces paramètres sont optimisés afin que la courbe théorique corresponde à la courbe expérimentale.

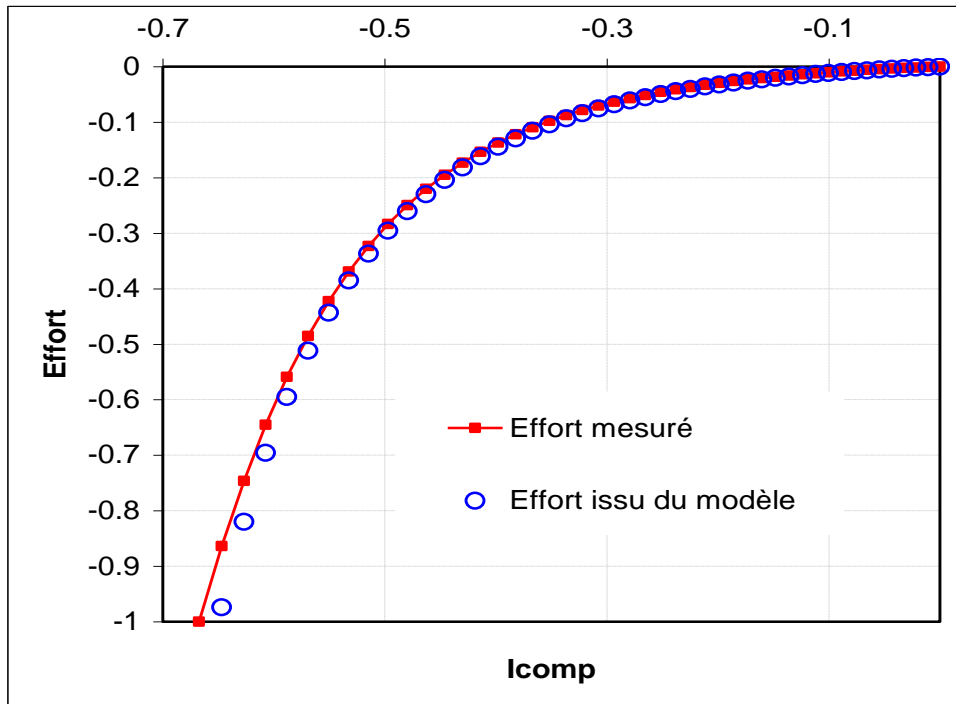


Figure 72 - Identification du comportement en compression transverse

Les paramètres identifiés sont les suivants :

$$\begin{aligned} K_{amp}^0 &= 7.57e-3 \text{ MPa} \\ p &= 2.85 \end{aligned} \quad (4.38)$$

4.2.4 Identification du comportement en cisaillement dans le plan

Pour l'identification inverse de ce mode de déformation, un algorithme de Levenberg-Marquardt est utilisé afin de déterminer ces trois grandeurs. Les paramètres identifiés pour l'interlock équilibré considéré sont les suivants :

$$K_0 = 3.0 \text{ MPa} \quad I_\varphi^0 = 4.2e-3 \quad K_1 = 3.0e-2 \text{ MPa} \quad (4.39)$$

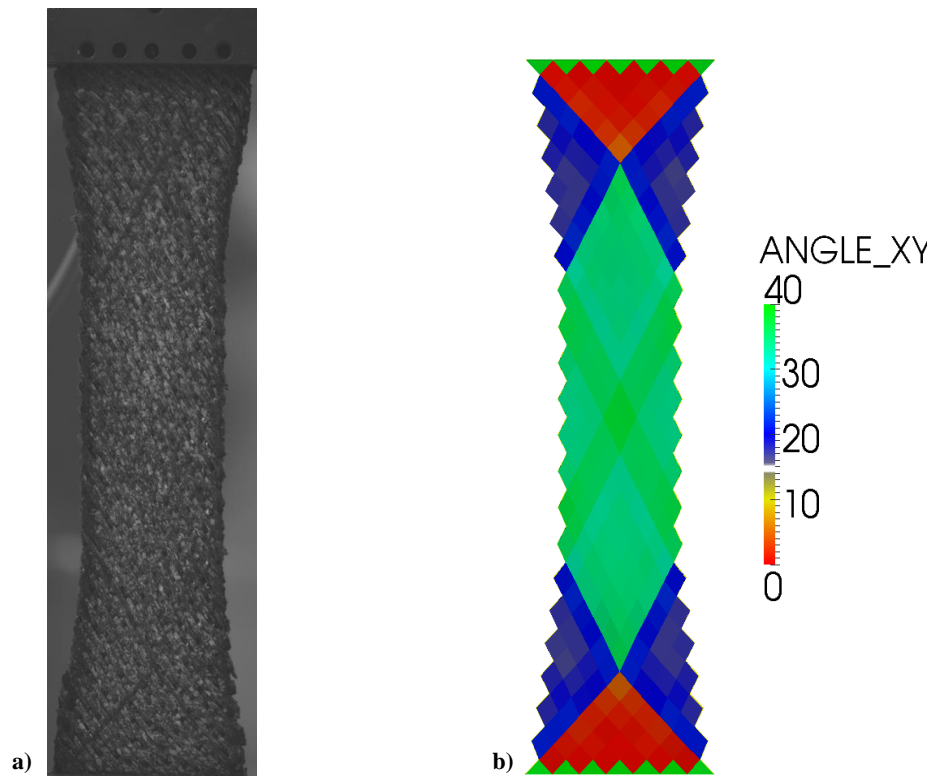


Figure 73 - Comparaison de bias test essai (a) et simulation (b), déplacement 37,5 mm

Les courbes effort/déplacement obtenues par simulation à chaque itération de l'algorithme sont données sur la Figure 74 [CHA11].

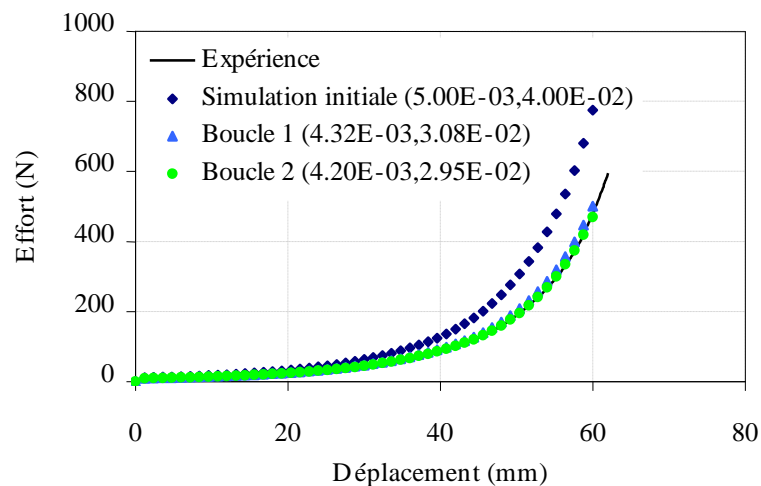


Figure 74 - Convergence de l'algorithme de Levenberg-Marquardt [CHA11]

Il est courant de diminuer la durée de la simulation, c'est-à-dire d'augmenter la vitesse de traction (pour un débattement donné) afin de diminuer le temps de calcul. Une telle augmentation de la vitesse peut faire apparaître des effets d'inertie non négligeable sur les résultats obtenus dans le cadre de la dynamique explicite (Figure 75, [CHA11]). Ce qui n'est pas envisageable dans le cas de simulation qui a pour but l'identification de paramètres matériau.

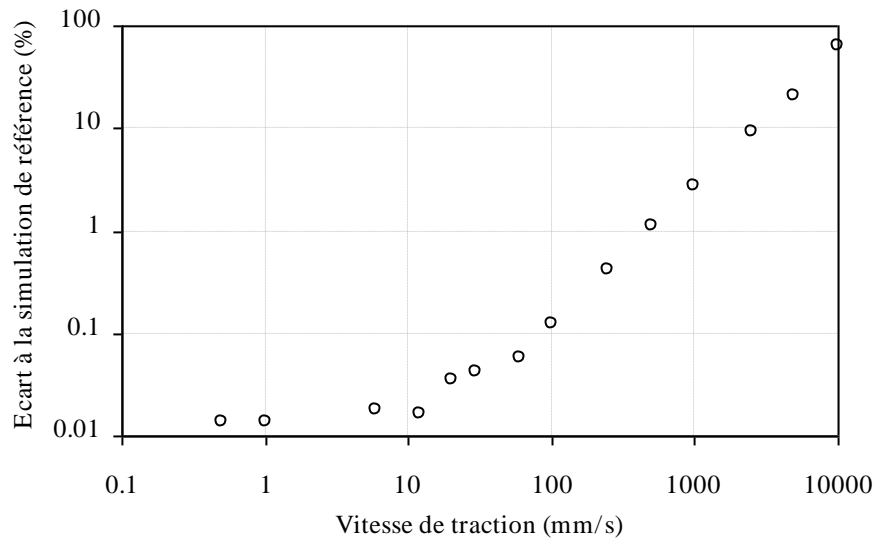


Figure 75 - Sensibilité à la vitesse de traction des simulations de bias extension test [CHA11]

4.2.5 Identification du comportement en cisaillement transverse

La forme d'énergie retenue induit l'identification de trois paramètres. Ces paramètres sont identifiés sur la courbe expérimentale à l'aide du solveur d'Excel.

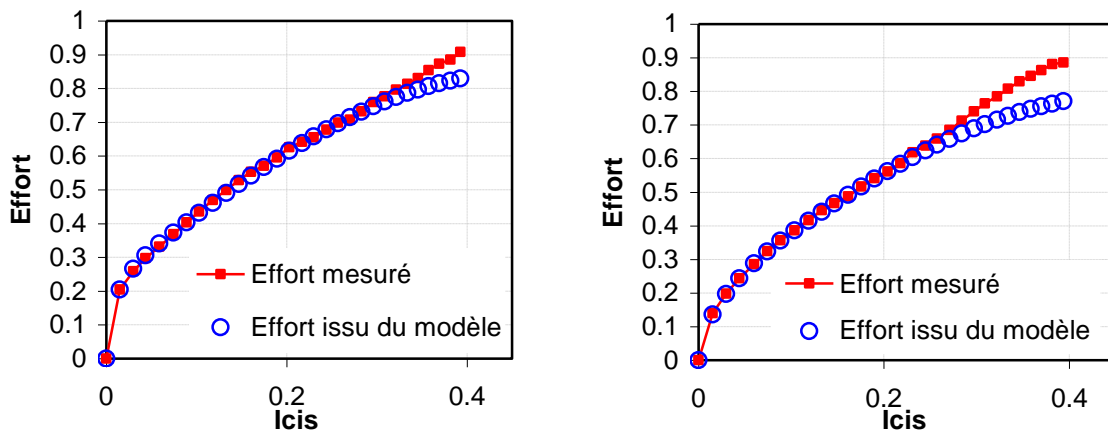


Figure 76 - Identification du comportement en cisaillement chaîne et trame

Les valeurs obtenues au terme de l'identification sont les suivantes :

<i>Sens chaîne</i>	<i>Sens trame</i>	
$K_{ac} = 2.67 \text{ e}^{-3} \text{ MPa}$	$K_{aT} = 3.65 \text{ e}^{-3} \text{ MPa}$	(4.40)
$I_{ac}^0 = 5.96 \text{ e}^{-2}$	$I_{aT}^0 = 10.74 \text{ e}^{-2}$	
$p_{ac} = 1.375$	$p_{aT} = 1.5536$	

4.3 Comparaisons simulations/expériences

4.3.1 Validation de l'implémentation dans Plast 4

4.3.1.1 Géométrie et éléments de référence

Afin de valider l'implémentation et la correspondance des potentiels aux modes de déformation de notre matériau nous procédons à des test de validation. La géométrie de référence considérée est un cube 3D de 6 millimètres de coté.

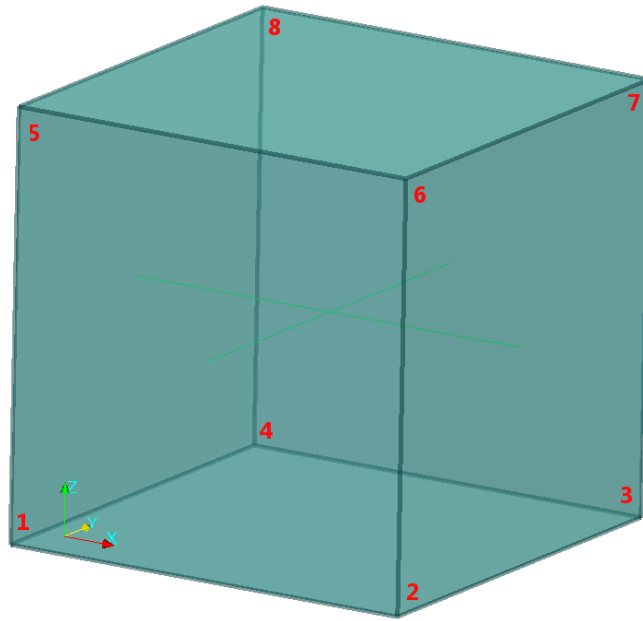


Figure 77 - Géométrie de référence

Nous cherchons à valider le modèle hyperélastique complet sans prise en compte du modèle discret précédent. La position des mèches dans l'élément est donnée à titre indicatif mais le modèle discret n'a pas d'influence sur le comportement de l'élément dans notre étude. Les directions de mèches, c'est à dire dans notre cas les direction principales \underline{M}_1 et \underline{M}_2 , sont donc \underline{X} et \underline{Y} (Figure 77).

Trois discrétisations différentes sont utilisées, chacune utilisant des éléments hexaédrique à 8 noeuds et qui possèdent 8 points d'intégration : 1 élément, 2 éléments et 8 éléments. La version 1 élément décrit la géométrie ci-dessus, la version 2 éléments est une discrétisation de cette géométrie variant suivant la direction de sollicitation à valider (Figure 78, a) et enfin la version 8 éléments correspond à une discrétisation sur 2 éléments dans toutes les directions de sollicitation (Figure 78, b).

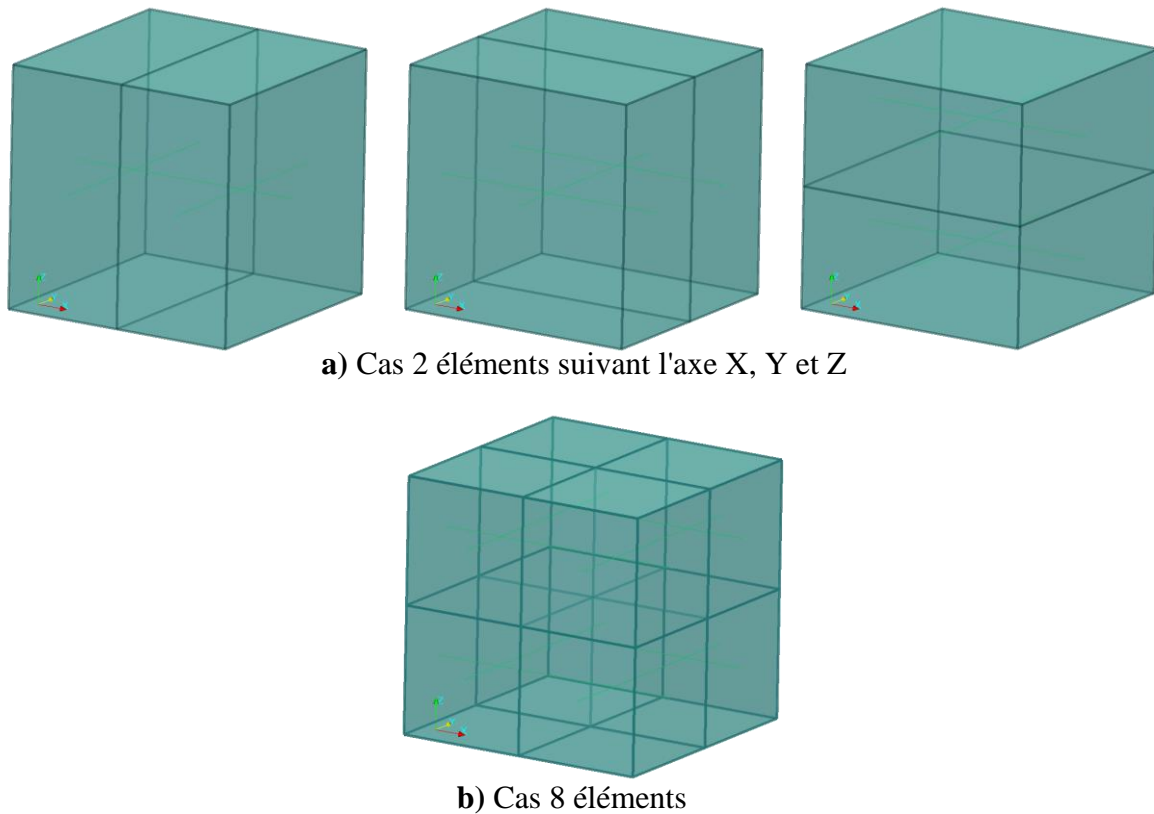


Figure 78 - Discretisations de la géométrie de validation

4.3.1.2 Elongation suivant X

La direction X s'apparente dans nos simulation au sens Chaîne de la préforme. La formulation hyperélastique de l'énergie d'élongation utilise les invariants suivants :

$$I_{41} = \underline{\underline{C}} : \underline{\underline{M}}_{11} = \underline{\underline{M}}_1 \cdot \underline{\underline{C}} \cdot \underline{\underline{M}}_1 \quad (4.41)$$

Où les $\underline{\underline{M}}_i$ sont les directions principales d'anisotropie de déformation du tissé (1 direction chaîne, 2 direction trame, 3 la direction transverse). Dans le cas, orthotrope I_{41} correspond au carré de l'élongation dans la direction 1. On utilise l'invariant d'élongation suivant :

$$I_{elong1} = \ln(\sqrt{I_{41}}) \quad (4.42)$$

On peut donc exprimer l'énergie de déformation associé à l'élongation dans cette direction par morceau pour traduire la non-linéarité du comportement du matériau observée lors des essais de traction.

$$w_{elong1} = \begin{cases} \frac{1}{2} K_{elong1}^0 (I_{elong1})^2 & \text{si } I_{elong1} \leq I_{elong1}^0 \\ \frac{1}{2} K_{elong1} (I_{elong1} - I_{elong1}^0)^2 + \frac{1}{2} K_{elong1}^0 I_{elong1}^0 I_{elong1} & \text{si } I_{elong1} > I_{elong1}^0 \end{cases} \quad (4.43)$$

Le calcul du tenseur de Piola-Kirchhoff 2 associé à ce mode de déformation est réalisé par dérivation de ce potentiel.

$$\begin{aligned}
\underline{S}_{elong1} &= 2 \frac{\partial w_{elong1}}{\partial \underline{C}} = 2 \frac{\partial w_{elong1}}{\partial I_{elong1}} \frac{\partial I_{elong1}}{\partial \underline{C}} \\
&= \frac{1}{I_{41}} \underline{M}_{11} \begin{cases} K_{elong1}^0 I_{elong1} & \text{si } I_{elong1} \leq I_{elong1}^0 \\ K_{elong1} (I_{elong1} - I_{elong1}^0) + K_{elong1}^0 I_{elong1}^0 & \text{sinon} \end{cases}
\end{aligned} \tag{4.44}$$

Avec $\underline{M}_{11} = \underline{M}_1 \otimes \underline{M}_1$.

La cinématique imposée à l'élément est un déplacement imposé à une vitesse de 0.2mm/s. Les facettes contenant les noeuds 1, 4, 5 et 8 sont encastrées tandis que les facettes contenant les noeuds 2, 3, 6 et 7 sont asservies en déplacement. Les noeuds ne sont pas bloqués en translation suivant les directions Y et Z.

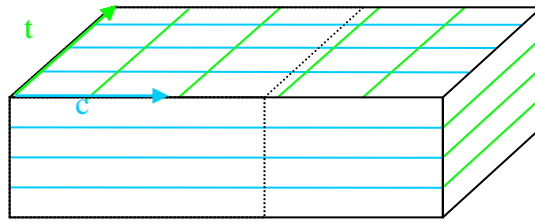


Figure 79 - Elongation suivant l'axe X

Les paramètres matériau utilisés pour le calcul sont les suivants :

- $K_{elong1}^0 = 37.85$
- $K_{elong1} = 816.33$
- $I_{elong1}^0 = 0.0145$

La validation est effectuée énergétiquement par comparaison de l'énergie de déformation numérique w_{num} obtenue par le calcul élément fini et de l'énergie analytique w_{an} obtenue par le calcul du potentiel défini ci-dessus. L'énergie numérique w_{num} est obtenue en cumulant l'énergie de déformation dans l'élément sur chaque pas de temps.

$$w_{num}^{i+1} = w_{num}^i + \underline{F}_{int} \cdot \underline{\Delta U}^{i+1} \tag{4.45}$$

L'erreur est calculée par différence des deux énergies. Le graphique suivant montre que la valeur de l'erreur est acceptable puisque faible : elle est inférieure à $5e^{-8}$ en fin de simulation.

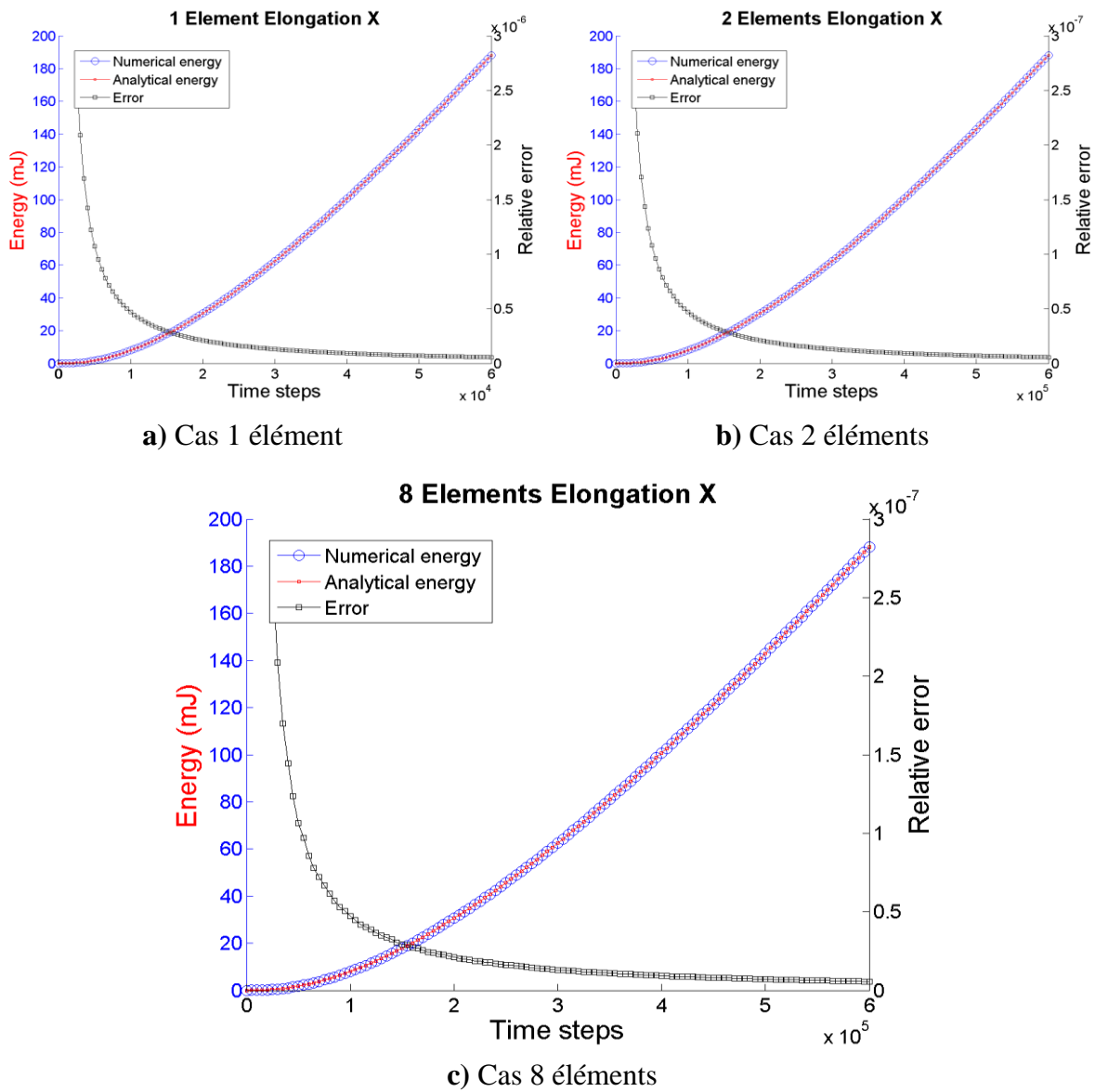


Figure 80 - Validation énergétique de l'élongation sens Chaîne sur 1,2 et 8 éléments

4.3.1.3 Elongation suivant Y

A l'instar du cas d'élongation suivant X, la direction Y s'apparente dans nos simulations au sens trame de la préforme. La formulation hyperélastique de l'énergie d'élongation utilise les invariants suivants :

$$I_{42} = \underline{\underline{C}} : \underline{\underline{M}}_{22} = \underline{\underline{M}}_2 \cdot \underline{\underline{C}} \cdot \underline{\underline{M}}_2 \quad (4.46)$$

Dans le cas orthotrope, I_{42} correspond au carré de l'élongation dans la direction 2. On utilise l'invariant d'élongation suivant :

$$I_{elong2} = \ln(\sqrt{I_{42}}) \quad (4.47)$$

On peut donc exprimer l'énergie de déformation associé à l'élongation dans cette direction par morceau pour traduire la non-linéarité du comportement du matériau observée lors des essais de traction.

$$w_{elong2} = \begin{cases} \frac{1}{2} K_{elong2}^0 (I_{elong2})^2 & \text{si } I_{elong2} \leq I_{elong2}^0 \\ \frac{1}{2} K_{elong2} (I_{elong2} - I_{elong2}^0)^2 + \frac{1}{2} K_{elong2}^0 I_{elong2}^0 I_{elong2} & \text{si } I_{elong2} > I_{elong2}^0 \end{cases} \quad (4.48)$$

Le calcul du tenseur de Piola-Kirchhoff 2 associé à ce mode de déformation est réalisé par dérivation de ce potentiel.

$$\begin{aligned} \underline{\underline{S}}_{elong2} &= 2 \frac{\partial w_{elong2}}{\partial \underline{\underline{C}}} = 2 \frac{\partial w_{elong2}}{\partial I_{elong2}} \frac{\partial I_{elong2}}{\partial \underline{\underline{C}}} \\ &= \frac{1}{I_{42}} \underline{\underline{M}}_{22} \begin{cases} K_{elong2}^0 I_{elong2} & \text{si } I_{elong2} \leq I_{elong2}^0 \\ K_{elong2} (I_{elong2} - I_{elong2}^0) + K_{elong2}^0 I_{elong2}^0 & \text{sinon} \end{cases} \end{aligned} \quad (4.49)$$

Avec $\underline{\underline{M}}_{22} = \underline{\underline{M}}_2 \otimes \underline{\underline{M}}_2$.

La cinématique imposée à l'élément est un déplacement imposé à une vitesse de 0.2mm/s. Les facettes contenant les noeuds 1, 2, 5 et 6 sont encastrées tandis que les facettes contenant les noeuds 3, 4, 7 et 8 sont asservies en déplacement. Les noeuds ne sont pas bloqués en translation suivant les directions X et Z.

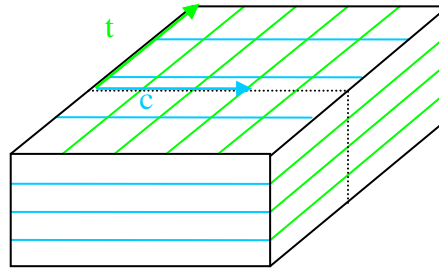


Figure 81 - Elongation suivant l'axe Y

Les paramètres matériau utilisés pour le calcul sont les mêmes que pour le sens chaîne. La validation est effectuée énergétiquement par comparaison de l'énergie de déformation numérique w_{num} obtenue par le calcul élément fini et de l'énergie analytique w_{an} obtenue par le calcul du potentiel défini ci-dessus. L'énergie numérique w_{num} est obtenue en cumulant l'énergie de déformation dans l'élément sur chaque pas de temps.

$$w_{num}^{i+1} = w_{num}^i + \underline{\underline{F}}_{int} \cdot \underline{\underline{\Delta U}}^{i+1} \quad (4.50)$$

L'erreur est calculée par différence des deux énergies. Le graphique suivant montre que la valeur de l'erreur est acceptable puisque faible : elle est inférieure à $5e^{-8}$ en fin de simulation.

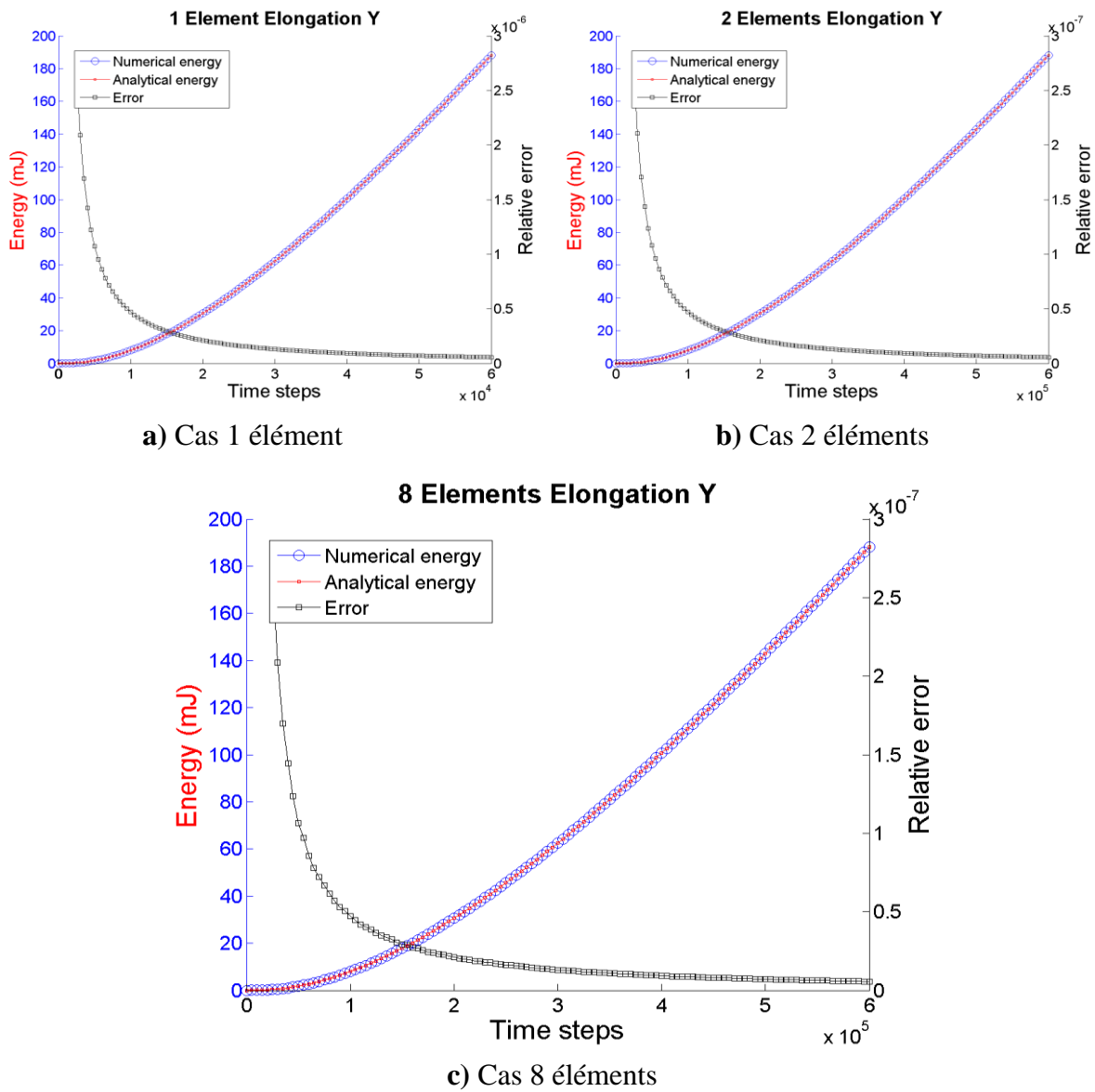


Figure 82 - Validation énergétique de l'élongation sens Trame sur 1,2 et 8 éléments

4.3.1.4 Compaction suivant Z

Dans le cas de la compaction transverse, nous utilisons un invariant de compression différent basé sur la variation de volume de l'élément. Le but est de permettre la prise en compte de la compression transverse même si la norme du vecteur matériel dans la direction Z ne change pas (comme c'est le cas en cisaillement pur). On utilise donc l'invariant suivant :

$$I_3 = \det(\underline{\underline{C}}) \tag{4.51}$$

$$I_{comp} = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{I_3}{I_{41} I_{42}} \right) \tag{4.52}$$

On peut donc exprimer l'énergie à la variation de volume de l'élément divisée par les élongations dans les directions chaîne et trame.

$$w_{comp} = K_{comp} \left[\left(1 - \frac{I_{comp}}{I_{comp}^0} \right)^{-p} - p \frac{I_{comp}}{I_{comp}^0} - 1 \right] \tag{4.53}$$

Le calcul du tenseur de Piola-Kirchhoff 2 associé à ce mode de déformation est réalisé par dérivation de ce potentiel.

$$\begin{aligned} \underline{\underline{S}}_{comp} &= 2 \frac{\partial w_{comp}}{\partial \underline{\underline{C}}} = 2 \frac{\partial w_{comp}}{\partial I_{comp}} \frac{\partial I_{comp}}{\partial \underline{\underline{C}}} \\ &= \frac{p K_{comp}}{I_{comp}^0} \left[\left(1 - \frac{I_{comp}}{I_{comp}^0} \right)^{-p-1} - 1 \right] \left(\underline{\underline{C}}^{-1} - \frac{1}{I_{41}} \underline{\underline{M}}_{11} - \frac{1}{I_{42}} \underline{\underline{M}}_{22} \right) \end{aligned} \quad (4.54)$$

Avec $\underline{\underline{M}}_{ii} = \underline{\underline{M}}_i \otimes \underline{\underline{M}}_i$ (i=1,2).

La cinématique imposée à l'élément est un déplacement imposé de 0.2mm/s. Les facettes contenant les noeuds 1, 2, 3 et 4 sont encastées tandis que les facettes contenant les noeuds 5, 6, 7 et 8 sont asservies en déplacement. Les noeuds ne sont pas bloqués en translation suivant les directions X et Y.

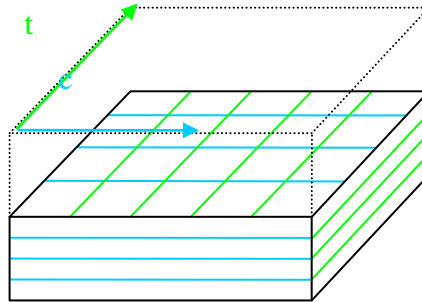


Figure 83 - Compaction suivant l'axe Z

Les paramètres matériau utilisés pour le calcul sont les suivants :

- $K_{comp} = 7.57e-3$ MPa
- $p = 2.85$
- $I_{comp}^0 = -1.12$

La validation est effectuée comme pour les cas précédents. Le graphique suivant montre que la valeur de l'erreur est acceptable puisque faible : elle est inférieure à $8e^{-5}$ en fin de simulation.

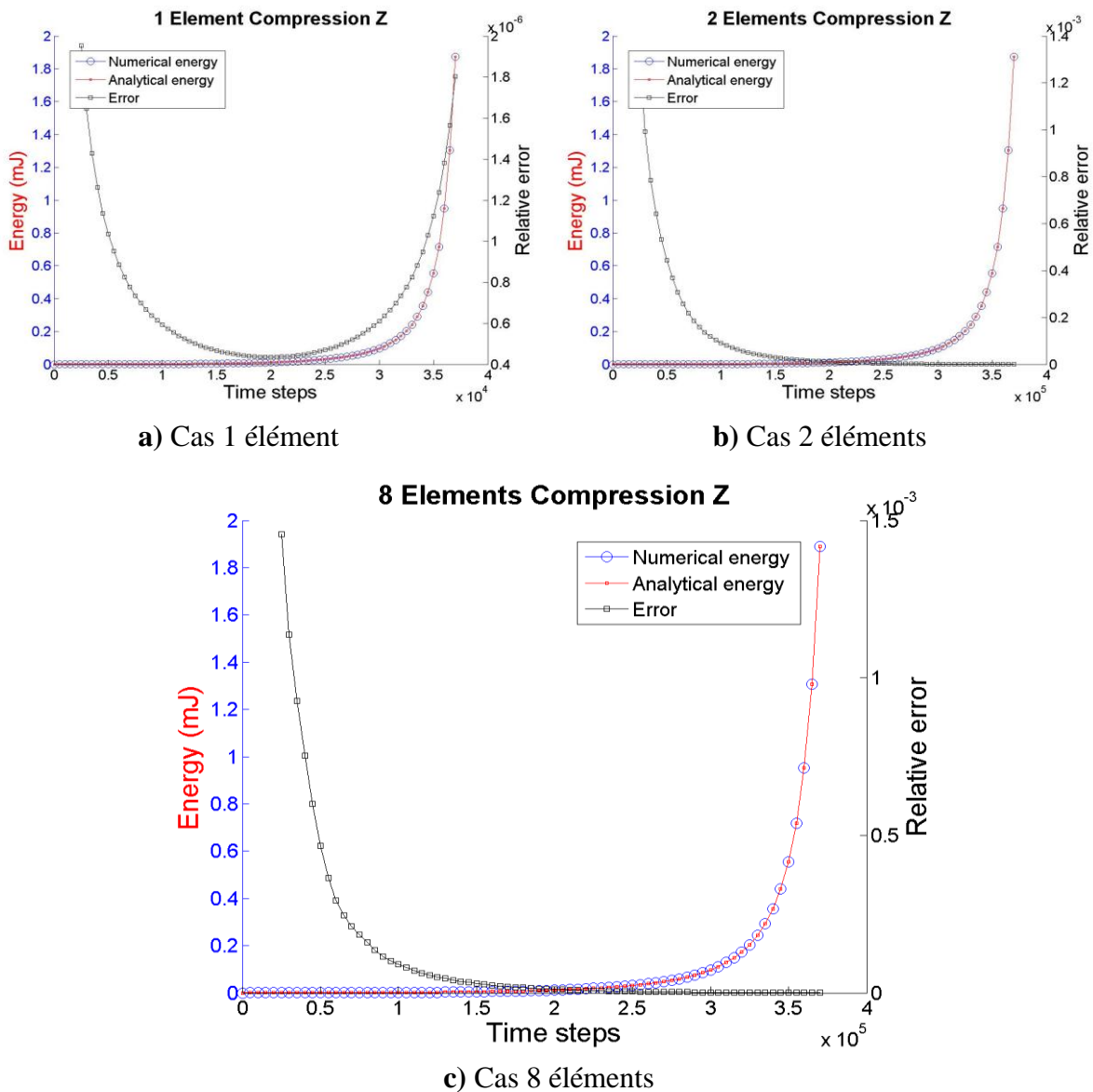


Figure 84 - Validation énergétique de compaction sur 1,2 et 8 éléments

4.3.1.5 Cisaillement XY

Le cisaillement plan est traduit numériquement par l'angle entre les directions chaîne et trame. Nous utilisons l'invariant suivant qui traduit le produit scalaire entre les deux directions. Le sinus de l'angle de cisaillement est donné par la division de ce produit scalaire par les normes des deux vecteurs directeurs.

$$I_{412} = \underline{M}_1 \cdot \underline{C} \cdot \underline{M}_2 \tag{4.55}$$

$$I_{cp} = \frac{I_{421}}{\sqrt{I_{41} I_{42}}} = \sin(\gamma) \tag{4.56}$$

L'énergie associée à cet invariant s'exprime

$$w_{cp}(I_{cp}) = \begin{cases} K_{cp12} I_{cp}^2 + K_{cp13} I_{cp}^3 & \text{si } I_{cp} \leq I_{cp}^0 \\ K_{cp21} (1 - I_{cp})^{-p_{22}} + w_{cp20} & \text{sinon} \end{cases} \tag{4.57}$$

Avec

$$\begin{aligned}
 K_{cp12} &= \frac{K_0}{2} & P_{22} &= \frac{K_1(2-3I_{cp}^0) - K_0 I_{cp}^0}{I_{cp}^0(K_0 + K_1)} \\
 K_{cp13} &= \frac{K_1 - K_0}{6I_{cp}^0} & K_{21} &= \frac{K_0 + K_1}{2P_{22}} I_{cp}^0 (1 - I_{cp}^0)^{1+P_{22}} \\
 & & w_{20} &= w_{cp}^1(I_{cp}^0) - w_{cp}^2(I_{cp}^0)
 \end{aligned} \tag{4.58}$$

Le calcul du tenseur de Piola-Kirchhoff 2 associé à ce mode de déformation est réalisé par dérivation de ce potentiel.

$$\begin{aligned}
 \underline{\underline{S}}_{cp} &= 2 \frac{\partial w_{cp}}{\partial \underline{\underline{C}}} = 2 \frac{\partial w_{cp}}{\partial I_{cp}} \frac{\partial I_{cp}}{\partial \underline{\underline{C}}} \\
 &= \begin{cases} \left(2K_{cp12}I_{cp} + 3K_{cp13}I_{cp}^2 \right) \left[\frac{1}{\sqrt{I_{41}I_{42}}} \left(\underline{\underline{M}}_{12} + \underline{\underline{M}}_{21} \right) - \frac{I_{cp}}{I_{41}} \underline{\underline{M}}_{11} - \frac{I_{cp}}{I_{42}} \underline{\underline{M}}_{22} \right] & \text{si } I_{cp} \leq I_{cp}^0 \\ p_{22} K_{cp21} (1 - I_{cp})^{-p_{22}-1} \left[\frac{1}{\sqrt{I_{41}I_{42}}} \left(\underline{\underline{M}}_{12} + \underline{\underline{M}}_{21} \right) - \frac{I_{cp}}{I_{41}} \underline{\underline{M}}_{11} - \frac{I_{cp}}{I_{42}} \underline{\underline{M}}_{22} \right] & \text{sinon} \end{cases} \tag{4.59}
 \end{aligned}$$

Avec $\underline{\underline{M}}_{ij} = \underline{\underline{M}}_i \otimes \underline{\underline{M}}_j$ ($i, j=1, 2$).

Dans le cadre de la validation, le cisaillement entre les réseaux chaîne et trame (cisaillement plan) doit être un cisaillement pur afin de ne pas solliciter les mèches en tension, ce qui ferait intervenir les invariants d'élongation dans les directions des mèches. La cinématique imposée est donc un déplacement dans le plan z non fixé tel que la longueur des côté de l'élément ne varie pas au cours de la transformation en fonction de l'angle de cisaillement. Les facettes contenant les noeuds 1, 2, 3 et 4 sont encastées tandis que les facettes contenant les noeuds 5, 6, 7 et 8 sont asservies en déplacement.

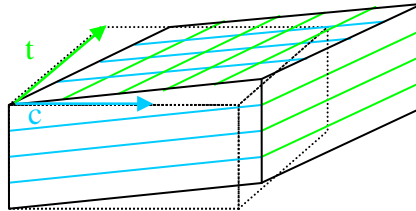


Figure 85 - Cisaillement plan XY

Les paramètres matériau utilisés pour le calcul sont les suivants :

- $K_0 = 3.0 \text{ MPa}$
- $K_1 = 3.0e^{-2} \text{ MPa}$
- $I_{cp}^0 = 4.2e^{-3}$
-

Le graphique suivant montre que la valeur de l'erreur est acceptable puisque faible : elle est inférieure à $1e^{-4}$ en fin de simulation.

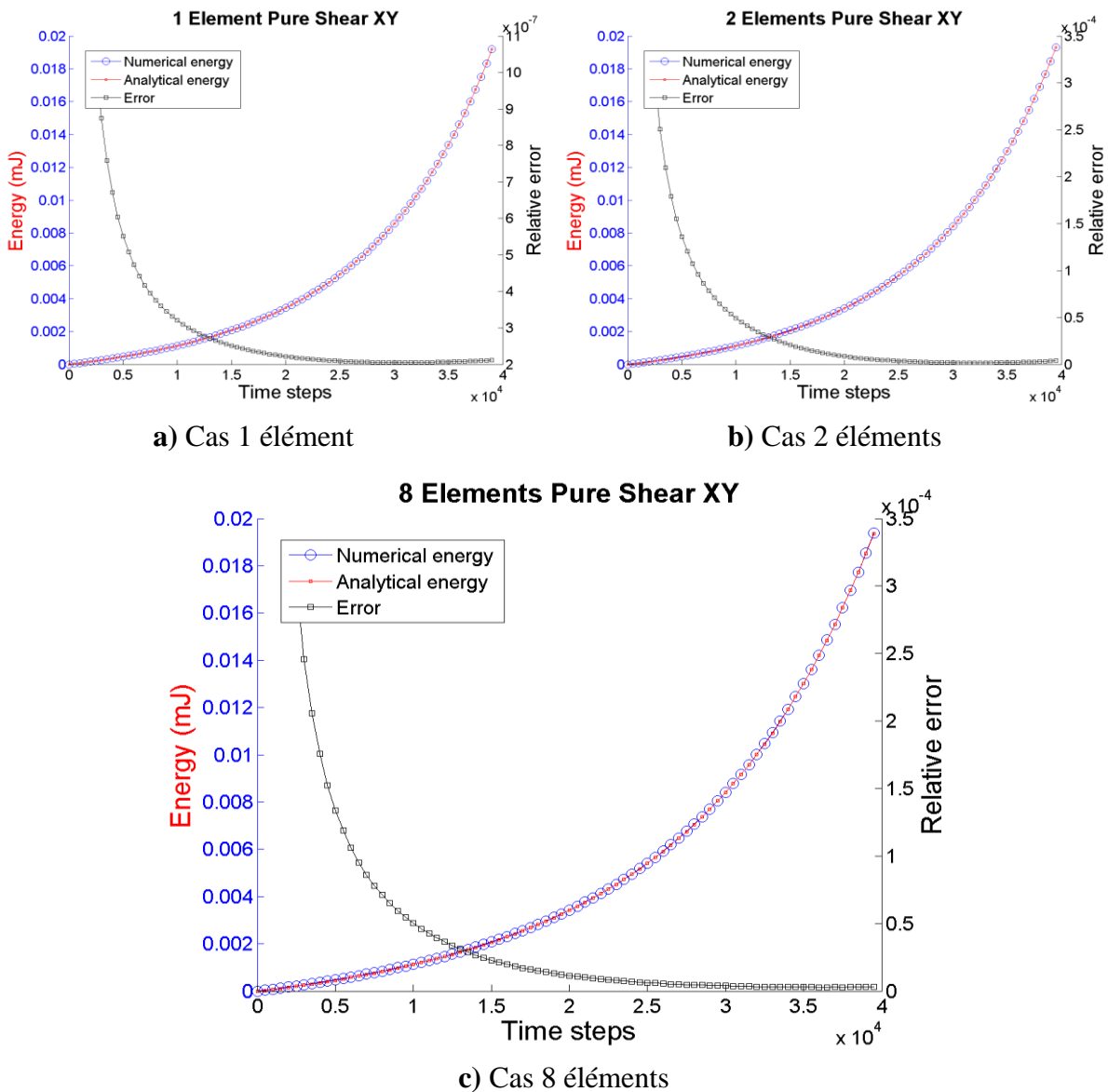


Figure 86 - Validation énergétique de cisaillement plan sur 1,2 et 8 éléments

4.3.1.6 Cisaillement XZ

Le cisaillement transverse XZ est traduit numériquement par l'angle entre la direction chaîne des mèches et la direction transverse. Nous utilisons l'invariant suivant qui traduit le produit scalaire entre les deux directions. Le sinus de cet angle est donné par la division de ce produit scalaire par les normes des deux vecteurs directeurs.

$$I_{413} = \underline{M}_1 \cdot \underline{C} \cdot \underline{M}_3 \tag{4.60}$$

$$I_{ctc} = \frac{I_{413}}{\sqrt{I_{41} I_{43}}} \tag{4.61}$$

L'énergie associée à cet invariant s'exprime

$$w_{ctc}(I_{ctc}) = \begin{cases} K_{ctc} |I_{ctc}|^{p_{ctc}} & \text{si } |I_{ctc}| \leq I_{ctc}^0 \\ K_{2ctc} |I_{ctc}|^2 + K_{1ctc} |I_{ctc}| + K_{0ctc} & \text{sinon} \end{cases} \tag{4.62}$$

Avec

$$\begin{aligned}
K_{0ctc} &= K_{ctc} \left(1 - \frac{3}{2} p_{ctc} + \frac{1}{2} p_{ctc}^2 \right) (I_{ctc}^0)^{p_{ctc}} \\
K_{1ctc} &= K_{ctc} p_{ctc} (2 - p_{ctc}) (I_{ctc}^0)^{p_{ctc}-1} \\
K_{2ctc} &= \frac{1}{2} K_{ctc} p_{ctc} (p_{ctc} - 1) (I_{ctc}^0)^{p_{ctc}-2}
\end{aligned} \tag{4.63}$$

Le calcul du tenseur de Piola-Kirchhoff 2 associé à ce mode de déformation est réalisé par dérivation de ce potentiel.

$$\begin{aligned}
\underline{\underline{S}}_{ctc} &= 2 \frac{\partial w_{ctc}}{\partial \underline{\underline{C}}} = 2 \frac{\partial w_{ctc}}{\partial I_{ctc}} \frac{\partial I_{ctc}}{\partial \underline{\underline{C}}} \\
&= \begin{cases} \left(\text{sgn}(I_{ctc}) K_{ctc} p_{ctc} |I_{ctc}|^{p_{ctc}-1} \right) \left[\frac{1}{2\sqrt{I_{41}I_{43}}} (\underline{\underline{M}}_{13} + \underline{\underline{M}}_{31}) - \frac{I_{ctc}}{2I_{41}} \underline{\underline{M}}_{11} - \frac{I_{ctc}}{2I_{43}} \underline{\underline{M}}_{33} \right] & \text{si } I_{ctc} \leq I_{ctc}^0 \\ \left(2 \text{sgn}(I_{ctc}) K_{2ctc} |I_{ctc}| + K_{1ctc} \right) \left[\frac{1}{2\sqrt{I_{41}I_{43}}} (\underline{\underline{M}}_{13} + \underline{\underline{M}}_{31}) - \frac{I_{ctc}}{2I_{41}} \underline{\underline{M}}_{11} - \frac{I_{ctc}}{2I_{43}} \underline{\underline{M}}_{33} \right] & \text{sinon} \end{cases} \tag{4.64}
\end{aligned}$$

Avec $\underline{\underline{M}}_{ij} = \underline{M}_i \otimes \underline{M}_j$ ($i, j = 1, 3$).

Dans le cadre de la validation, le cisaillement transverse doit être un cisaillement simple afin de vérifier le bon comportement de l'élément dans les conditions d'utilisation les plus réelles possibles. Dans la pratique le cisaillement transverse sera le plus souvent un cisaillement simple et non pur. La cinématique imposée est donc un déplacement de translation dans la direction X de la partie supérieure de l'élément dans le plan XZ non fixé.

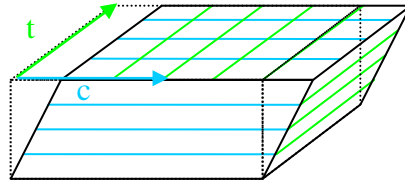


Figure 87 - Cisaillement transverse chaîne XZ

Les paramètres matériau utilisés pour le calcul sont les suivants :

- $K_{ctc} = 2.67e^{-3}$ MPa
- $I_{ctc}^0 = 5.96e^{-2}$
- $p_{ctc} = 1.375$

Le graphique suivant montre que la valeur de l'erreur est acceptable puisque faible : elle est inférieure à $1e^{-4}$ en fin de simulation.

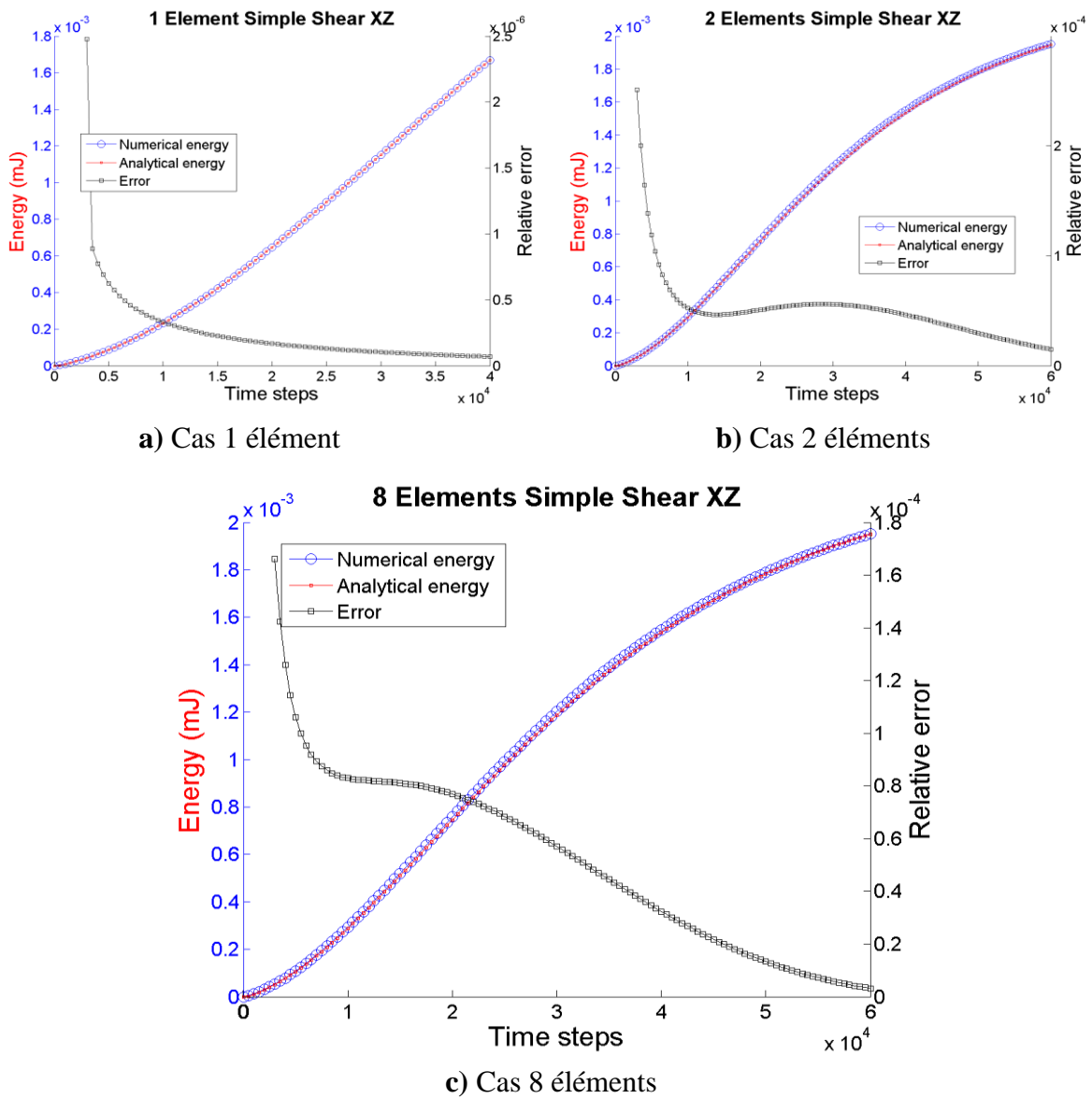


Figure 88 - Validation énergétique de cisaillement XZ sur 1,2 et 8 éléments

4.3.1.7 Cisaillement YZ

Le cisaillement transverse YZ est traduit numériquement par l'angle entre la direction chaîne des mèches et la direction transverse. Nous utilisons l'invariant suivant qui traduit le produit scalaire entre les deux directions. Le sinus de cet angle est donné par la division de ce produit scalaire par les normes des deux vecteurs directeurs.

$$I_{423} = \underline{\underline{M}}_2 \cdot \underline{\underline{C}} \cdot \underline{\underline{M}}_3 \tag{4.65}$$

$$I_{ctt} = \frac{I_{423}}{\sqrt{I_{42} I_{43}}} \tag{4.66}$$

L'énergie associée à cet invariant s'exprime

$$w_{ctt}(I_{ctt}) = \begin{cases} K_{ctt} |I_{ctt}|^{p_{ctt}} & \text{si } |I_{ctt}| \leq I_{ctt}^0 \\ K_{2ctt} |I_{ctt}|^2 + K_{1ctt} |I_{ctt}| + K_{0ctt} & \text{sinon} \end{cases} \tag{4.67}$$

Avec

$$\begin{aligned}
K_{0ctt} &= K_{ctt} \left(1 - \frac{3}{2} p_{ctt} + \frac{1}{2} p_{ctt}^2 \right) (I_{ctt}^0)^{p_{ctt}} \\
K_{1ctt} &= K_{ctt} p_{ctt} (2 - p_{ctt}) (I_{ctt}^0)^{p_{ctt}-1} \\
K_{2ctt} &= \frac{1}{2} K_{ctt} p_{ctt} (p_{ctt} - 1) (I_{ctt}^0)^{p_{ctt}-2}
\end{aligned} \tag{4.68}$$

Le calcul du tenseur de Piola-Kirchhoff 2 associé à ce mode de déformation est réalisé par dérivation de ce potentiel.

$$\begin{aligned}
\underline{\underline{S}}_{ctt} &= 2 \frac{\partial w_{ctt}}{\partial \underline{\underline{C}}} = 2 \frac{\partial w_{ctt}}{\partial I_{ctt}} \frac{\partial I_{ctt}}{\partial \underline{\underline{C}}} \\
&= \begin{cases} \left(\text{sgn}(I_{ctt}) K_{ctt} p_{ctt} |I_{ctt}|^{p_{ctt}-1} \right) \left[\frac{1}{2\sqrt{I_{42}I_{43}}} (\underline{\underline{M}}_{23} + \underline{\underline{M}}_{32}) - \frac{I_{ctt}}{2I_{42}} \underline{\underline{M}}_{22} - \frac{I_{ctt}}{2I_{43}} \underline{\underline{M}}_{33} \right] & \text{si } I_{ctt} \leq I_{ctt}^0 \\ \left(2 \text{sgn}(I_{ctt}) K_{2ctt} |I_{ctt}| + K_{1ctt} \right) \left[\frac{1}{2\sqrt{I_{42}I_{43}}} (\underline{\underline{M}}_{23} + \underline{\underline{M}}_{32}) - \frac{I_{ctt}}{2I_{42}} \underline{\underline{M}}_{22} - \frac{I_{ctt}}{2I_{43}} \underline{\underline{M}}_{33} \right] & \text{sinon} \end{cases} \tag{4.69}
\end{aligned}$$

Avec $\underline{\underline{M}}_{ij} = \underline{\underline{M}}_i \otimes \underline{\underline{M}}_j$ ($i, j = 1, 3$).

Dans le cadre de la validation, le cisaillement transverse doit être un cisaillement simple afin de vérifier le bon comportement de l'élément dans les conditions d'utilisation les plus réelles possibles. Dans la pratique le cisaillement transverse sera le plus souvent un cisaillement simple et non pur. La cinématique imposée est donc un déplacement de translation dans la direction Y de la partie supérieure de l'élément dans le plan YZ non fixé.

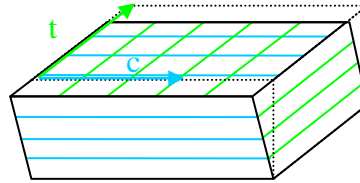


Figure 89 - Cisaillement transverse trame YZ

Les paramètres matériau utilisés pour le calcul sont les suivants :

- $K_{ctt} = 3.65e^{-3}$ MPa
- $I_{ctt}^0 = 10.74e^{-2}$
- $p_{ctt} = 1.5536$

Le graphique suivant montre que la valeur de l'erreur est acceptable puisque faible : elle est inférieure à $1e^{-4}$ en fin de simulation.

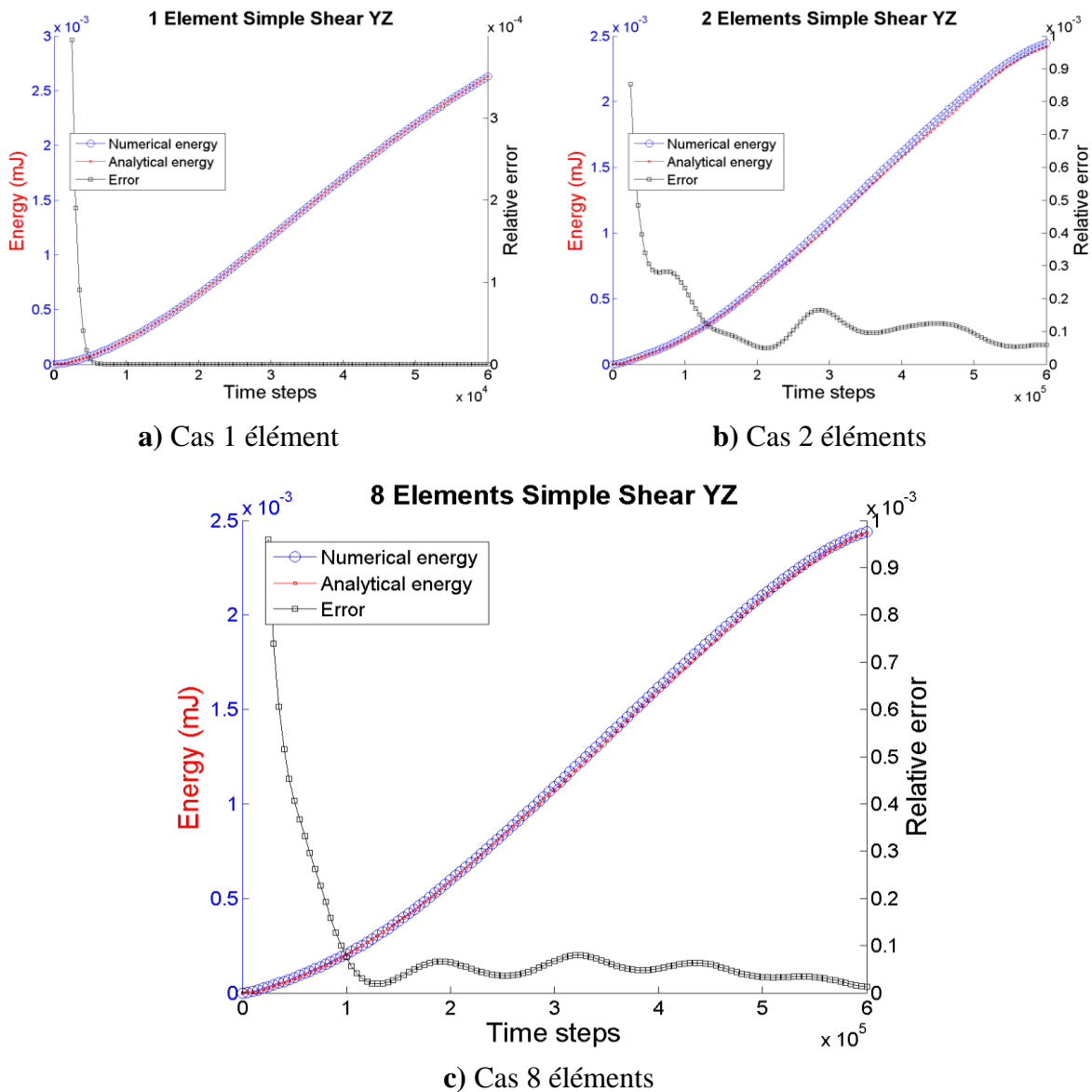


Figure 90 - Validation énergétique de cisaillement YZ sur 1,2 et 8 éléments

4.3.2 Flexion à 0°/90°

L'objectif de cette partie est de valider le modèle pour la simulation de l'essai de flexion 3 points. Cet essai de flexion met en évidence un comportement très particulier des renforts interlocks (voir §2.4.5). Pour la simulation, nous avons modélisé une demi-éprouvette par des éléments finis contenant les segments de mèches, et les appuis ont été modélisés par des corps rigides. La loi de comportement hyperélastique développée précédemment est utilisée avec les paramètres issus de l'identification. Afin de satisfaire les considérations précédentes concernant le poids de l'éprouvette, la gravité est modélisée dans l'ensemble du modèle. Les efforts et les déformations mis en œuvre au cours de l'essai et de la simulation seront comparés.

La comparaison des cinématiques entre simulation et expérimentation est faite d'après deux critères :

- l'orientation des sections transverses

- la déformée de l'éprouvette qui, compte tenu des informations à notre disposition, se résumera à la forme de la ligne moyenne (fibre neutre dans l'épaisseur de l'éprouvette)

La comparaison des déformées est présentée sur la Figure 91. Le modèle sous Abaqus est constitué de la loi de comportement hyperélastique seule. Le modèle Plast intègre l'approche semi-discrète et ajoute donc au modèle hyper élastique la raideur en tension des segments de mèches dans les éléments.

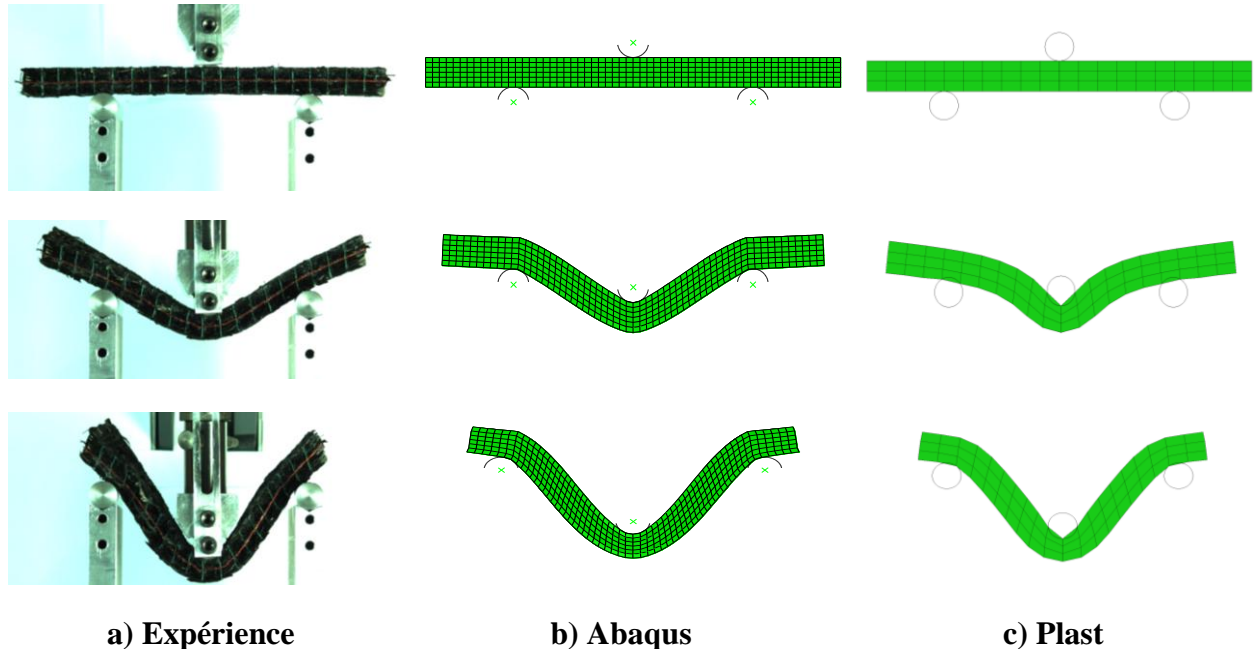


Figure 91 - Simulation en flexion 3 points 0°/90°

Dans cet essai, les sections dans la zone centrale ne restent pas perpendiculaires à la ligne moyenne de l'éprouvette. Il s'agit là d'une caractéristique importante du comportement des renforts interlocks. Il faut cependant noter que ces sections ne restent pas non plus tout à fait verticales.

4.3.3 Flexion à 45°

La flexion à 45°, comme expliqué §2.4.5, présente un comportement très particulier des renforts tissés épais. Dans ce cas, la déformée issue de l'expérience présente une cinématique caractéristique : au niveau du point d'appui central, l'éprouvette a un rayon de courbure plus important que lors d'un essai de flexion classique, mais surtout les sections transverses restent presque orthogonales à la ligne moyenne. Par ailleurs, les zones situées à l'extérieur des points d'appui ne sont pas déformées. Le comportement des interlocks en flexion à 45° ressemble à un comportement de poutre d'Euler-Bernoulli dans le cadre de la mécanique des matériaux continus. Les sections tournent plus que dans le cas de la flexion à 0°/90°.

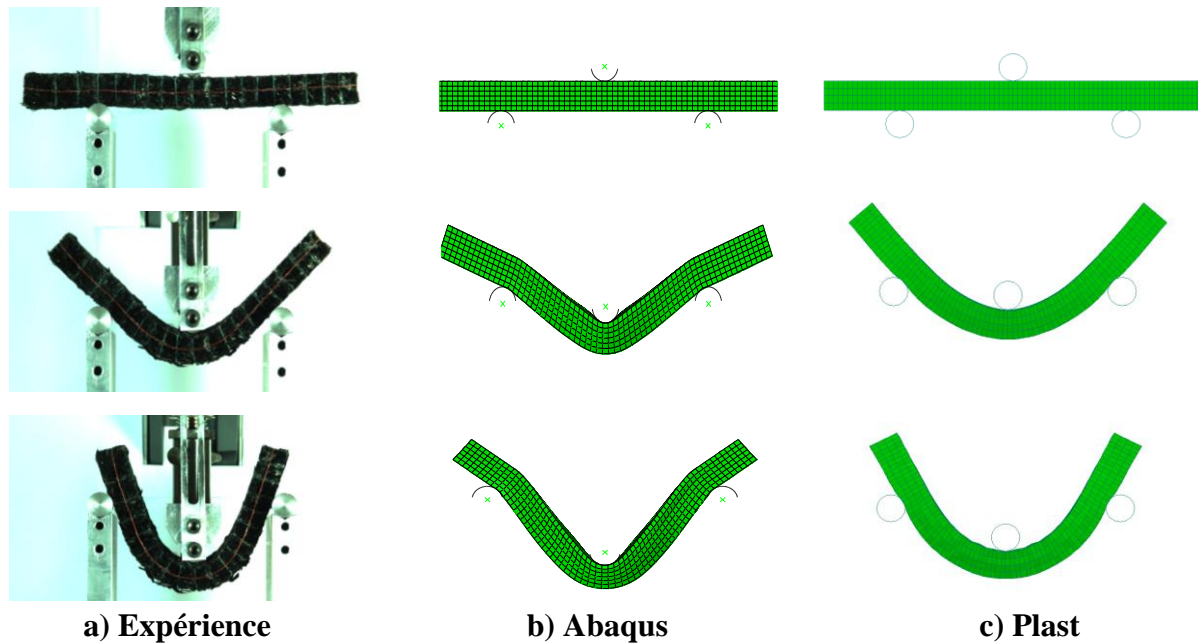


Figure 92 - Simulation en flexion 3 points 45°

Nous avons observé une variation particulière de la section de l'éprouvette au cours de cet essai. Il s'agit d'une courbure dans la largeur de l'éprouvette au niveau du point central de la machine de flexion. Cette courbure est difficile à photographier expérimentalement mais on retrouve ce type de déformation dans les deux simulations, sur Abaqus et sur Plast4 (Figure 93). La section déformée obtenue par simulation avec la loi de comportement précédente est présentée Figure 93.

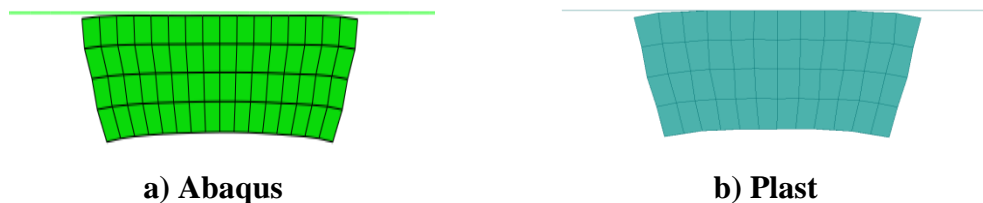


Figure 93 – Section déformée en flexion 3 points 45°

La section transverse de l'éprouvette subit, elle aussi, une cinématique particulière. Au cours de la flexion, du cisaillement plan est induit dans l'éprouvette comme dans le cas du bias test. Cela a pour effet de déformer la section transverse de l'éprouvette en particulier au niveau de l'appui central : la section passe d'une forme parallélépipédique à une forme trapézoïdale. C'est notamment la faible raideur du renfort en cisaillement dans le plan qui permet à l'éprouvette de se comprimer dans la partie supérieure et de s'allonger dans la partie inférieure. Cette raideur en cisaillement plan étant plus faible que la raideur en cisaillement transverse, l'éprouvette se déforme presque exclusivement en cisaillement dans le plan.

4.3.4 Emboutissage hémisphérique

Les caractéristiques géométriques du montage expérimental d'emboutissage hémisphérique sont présentées sur la Figure 94. Les mêmes caractéristiques sont utilisées dans le modèle éléments finis. L'essai d'emboutissage a été réalisé dans le cadre de la thèse

de [DEL09], sur un interlock différent de celui dont le comportement a été identifié dans ce chapitre. De plus, le montage expérimental ne permet pas d'obtenir les efforts d'emboutissage. La comparaison des déformées sera donc essentiellement qualitative et seules les déformées expérimentales et simulées seront comparées.

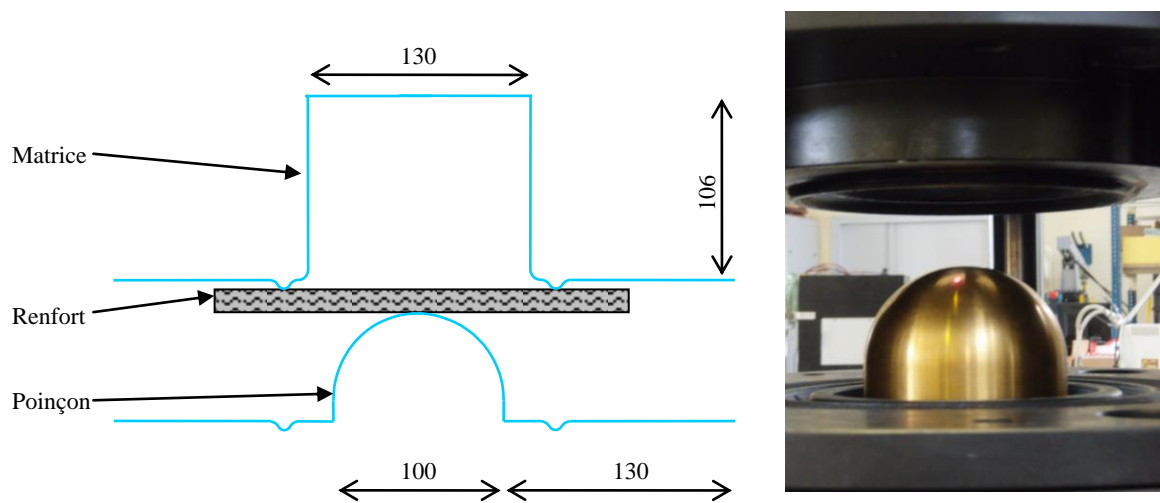


Figure 94 - Caractéristiques géométriques du montage d'emboutissage hémisphérique.

Les vues de dessus des éprouvettes embouties expérimentalement et par simulation permettent de comparer la cinématique des bords du renfort. La cinématique obtenue par simulation (Figure 95, b) est compatible avec la cinématique obtenue expérimentalement (Figure 95, a, [DEL09]).

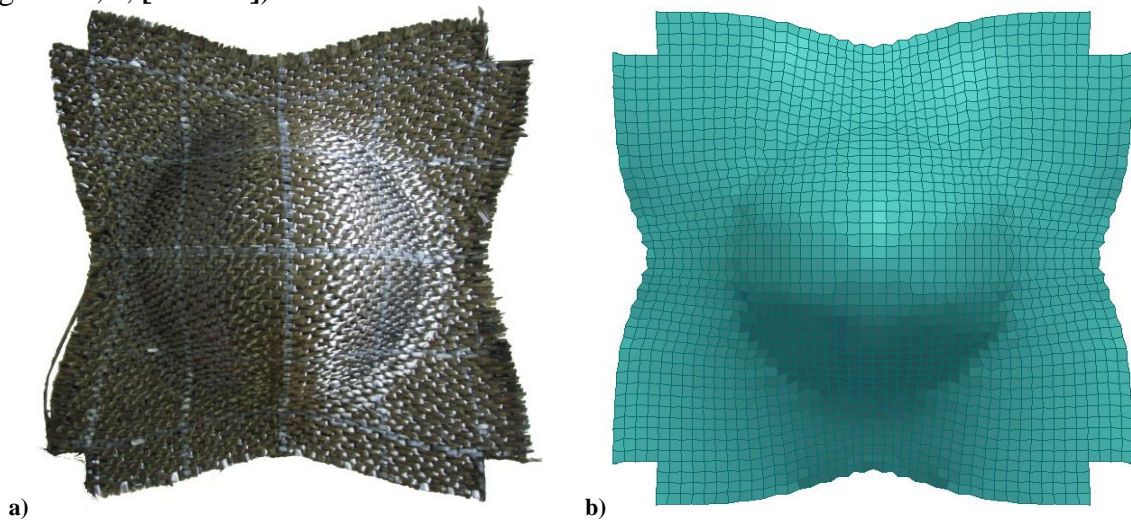


Figure 95 - Comparaison de déformée d'éprouvettes embouties par poinçon hémisphérique

La définition de la loi de comportement par les modes de déformation permet de visualiser directement les cisaillements plans ou la compaction du renfort au cours de la déformation. Des cartographies de ces grandeurs, obtenues par la simulation, sont présentées sur la Figure 96).

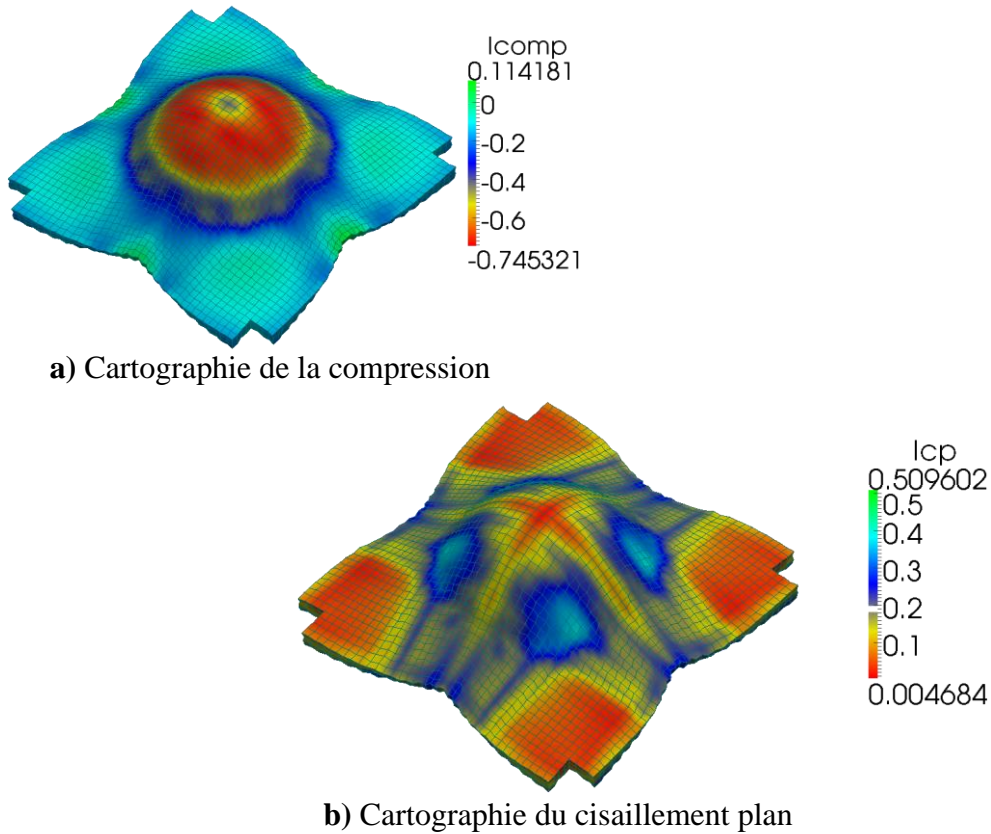


Figure 96 - Cartographies de propriétés du matériau rendues possibles par la simulation

L'écart constaté entre l'angle de cisaillement sur la face supérieure de la préforme et celui sur la face inférieure est important, ce qui est remarquable également dans l'expérimentation. Ceci confirme le bien fondé de l'approche 3D proposée dans ce chapitre par rapport aux approches 2D, qui ne permettent pas de caractériser les déformations du renfort dans l'épaisseur.

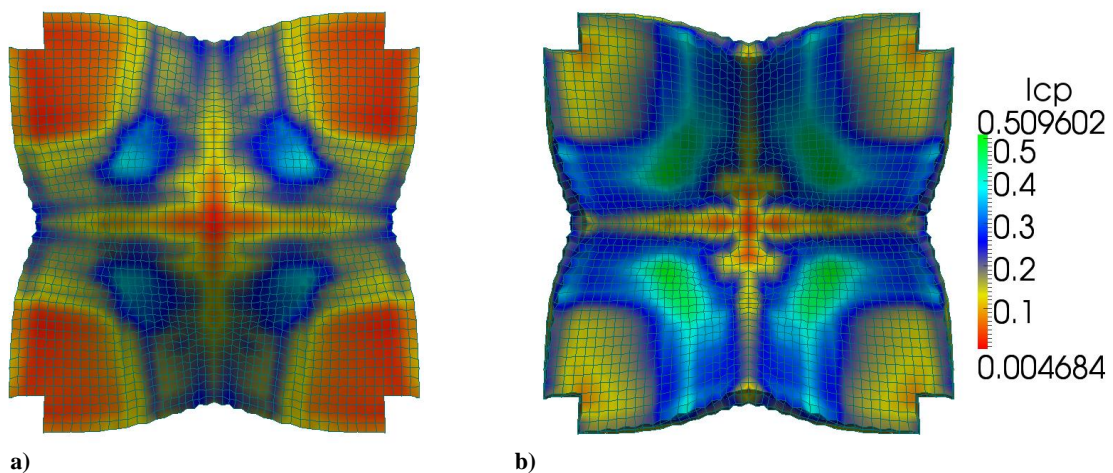


Figure 97 - Ecart entre cisaillement de la face supérieure (a) et inférieure (b)

Enfin, notre approche permet de suivre le tissage au sein de la préforme durant la mise en forme et d'en déduire les informations de positions des mèches et de tension de ces dernières. Ces informations sont importantes pour les prévisions de perméabilité et la définition de la faisabilité d'une mise en forme.

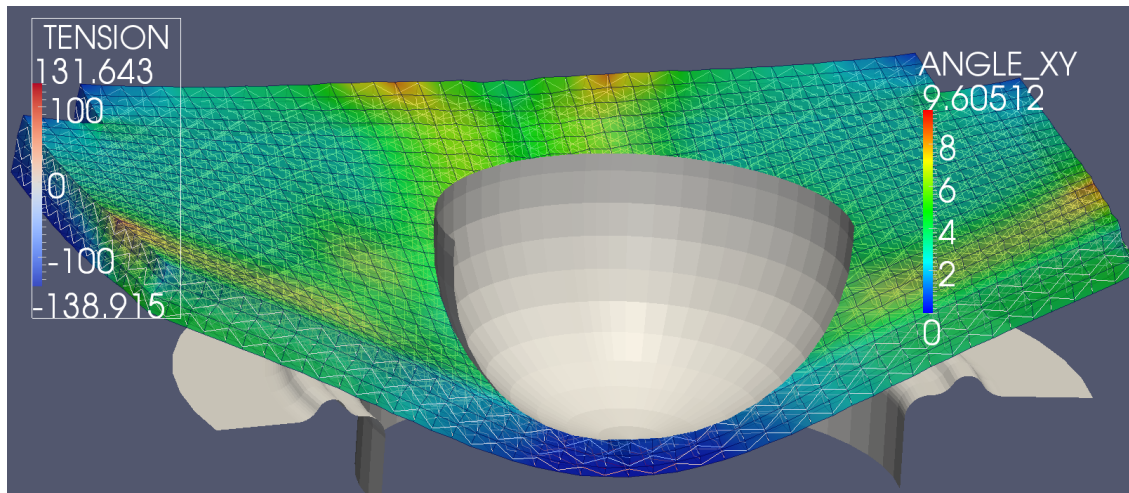


Figure 98 - Emboutissage hémisphérique, tension dans les mèches et angle de cisaillement

4.4 Evolutions du modèle

4.4.1 Modification des potentiels d'énergie

La définition actuelle des potentiels peut poser des problèmes pour certaines sollicitations, en particulier pour le cisaillement et la compaction transverse. Des modifications sont proposées dans cette partie pour changer la formulation de certains potentiels afin d'améliorer le comportement simulé du matériau. Ces modifications ont été implémentées dans le code.

4.4.1.1 Potentiel de compaction

Dans le cas de la compaction, le potentiel tel qu'il est défini induit, lorsque l'on atteint le taux de compaction maximum, une asymptote. Ceci signifie une raideur infinie pour notre matériau à l'approche de ce niveau de compaction. Un autre phénomène remarqué avec ce potentiel est son comportement dans le cas de la traction transverse. Aucun essai expérimental de traction transverse n'a été effectué sur le renfort épais, mais il arrive que cette cinématique se produise localement dans les éléments, notamment quand le matériau foisonne. Actuellement, le potentiel induit une rigidité très faible dans le cas de la traction transverse, c'est à dire pour un I_{comp} positif (Figure 99, courbe bleue).

Or, nous avons vu expérimentalement que le tissage 3D du matériau permet de limiter le phénomène de délaminage en induisant une résistance à la traction transverse. Le potentiel actuel est donc trop souple et doit être modifié pour traduire la raideur plus importante du renfort dans le cas de la traction transverse. Pour rendre ce potentiel plus proche de la réalité physique nous pouvons modifier sa formulation. L'énergie de déformation associée à la compaction peut être exprimée sous différentes formes [GUZ12]. Nous avons choisi de l'exprimer sous une forme impaire en cosinus hyperbolique.

$$W_{comp} = \cosh(K_{comp1}I_{comp} + K_{comp2}I_{comp}^3 + K_{comp3}I_{comp}^5) \quad (4.70)$$

Avec K_1, K_2, K_3 des paramètres recalés sur la courbe en puissance par l'algorithme de Gauss-Newton.

$$\begin{aligned}
 K_{comp1} &= 2.8955e^{-1} \\
 K_{comp2} &= 4.7059e^{-1} \\
 K_{comp3} &= 4.3244e^{-1}
 \end{aligned}
 \tag{4.71}$$

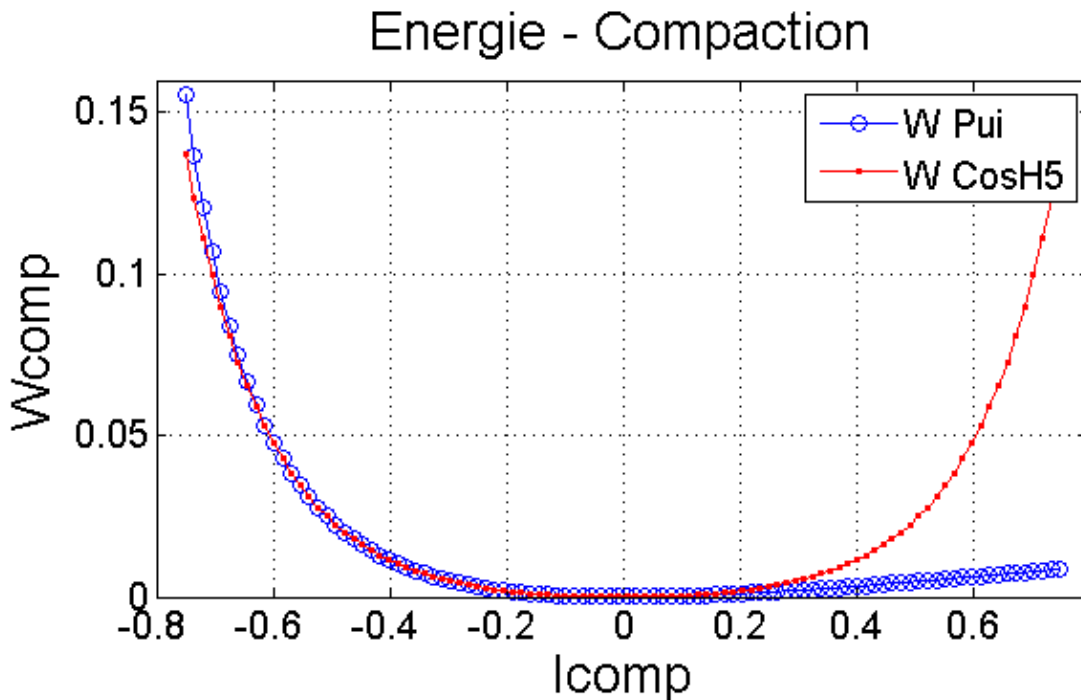


Figure 99 - Comparaison des potentiels de compaction

Le nouveau potentiel entraîne ainsi une rigidité plus importante en traction transverse, ce qui limitera l'augmentation d'épaisseur de nos éléments (Figure 99, courbe rouge).

4.4.1.2 Potentiel de cisaillement

Dans le cas du cisaillement, quel que soit le plan considéré, le potentiel tel qu'il est défini n'est pas symétrique, ce qui signifie une raideur différente si l'angle de cisaillement augmente ou s'il diminue par rapport à la position initiale de l'éprouvette (Figure 100, courbe bleue). L'objectif en modifiant le potentiel est de rendre le comportement symétrique pour les deux cas. Nous avons choisi une forme paire en cosinus hyperbolique.

$$W_{cij} = \cosh\left(K_{cij1}I_{cij}^2 + K_{cij2}I_{cij}^4 + K_{cij3}I_{cij}^6\right)
 \tag{4.72}$$

Avec K_1, K_2, K_3 des paramètres recalés sur la courbe en puissance par l'algorithme de Gauss-Newton. Par exemple pour le cas du cisaillement plan :

$$\begin{aligned}
 K_{cp1} &= K_{c121} = 1.2599 \\
 K_{cp2} &= K_{c122} = -3.2817 \\
 K_{cp3} &= K_{c123} = 5.956
 \end{aligned}
 \tag{4.73}$$

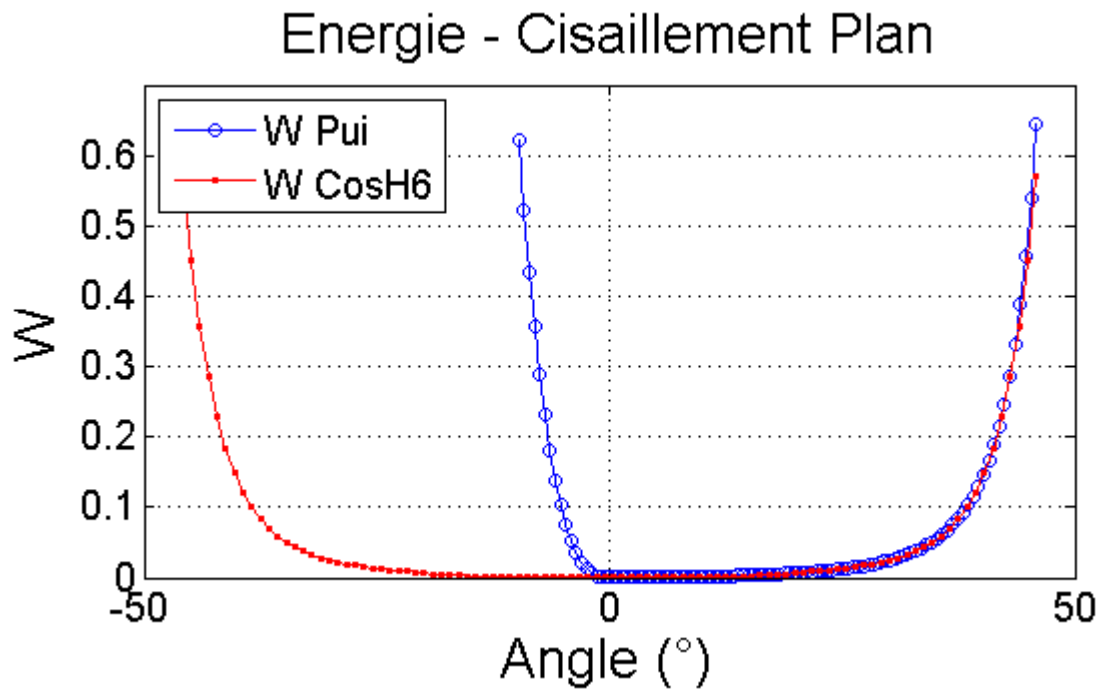


Figure 100 - Comparaison des potentiels de cisaillement plan

Le nouveau potentiel permet plus de souplesse dans le début du comportement dans le cas d'angles de cisaillement négatif puis la rigidité augmente comme pour les angles positifs (Figure 100, courbe rouge).

4.4.2 Visco-Plasticité

Afin d'améliorer la simulation du comportement, une possibilité serait de prendre en compte le phénomène de retour anélastique en fin d'essai. Cette anélasticité se traduit de deux façons :

- à la fin d'un d'essai, si l'on bloque les déplacements pour conserver l'éprouvette dans sa position, on constate un phénomène de relaxation. L'effort diminue au cours du temps. Cela traduit un phénomène lié à de la viscoélasticité : la diminution de l'effort est liée au temps de relaxation du matériau.
- si l'éprouvette est laissée au repos, et ce quel que soit le type d'essai, elle ne reprend pas sa forme initiale (Figure 101). Cela traduit une déformation permanente due au réarrangement des mèches et des fibres dans le renfort qui peuvent se traduire par une déformation plastique.

Afin d'introduire de l'amortissement dans notre modèle, une idée serait de modifier la modélisation du comportement. Pour ce faire, deux approches principales s'offrent à nous : soit introduire de la plasticité dans la partie continue du modèle, soit ajouter un comportement visqueux à notre matériau.

Il est également possible que la solution finale soit une combinaison des deux [SIM98]. Le comportement global du matériau est élasto-visco-plastique et, même si dans le cas de la mise en forme les sollicitations cycliques sont rares, l'ajout de ce type de lois dans les simulations donnerait de meilleurs résultats pour le formage des renforts tissés épais de composites.

En première approche, nous avons étudié un caractère plastique pour notre matériau. Ceci a été motivé par l'observation d'une déformation permanente des éprouvettes après les avoir testées (Figure 101).

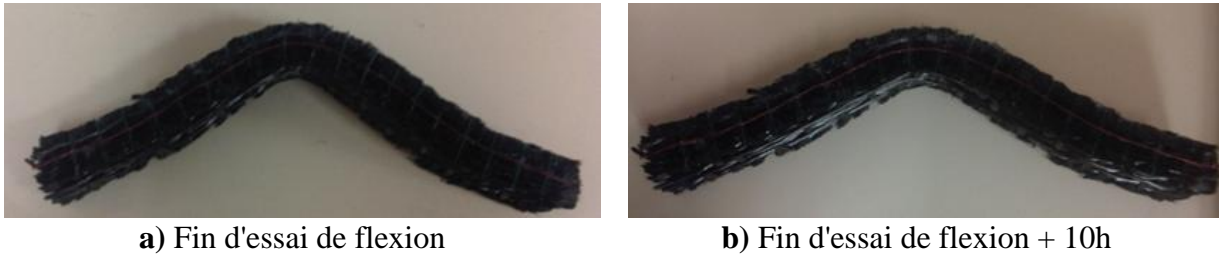


Figure 101 - Retour anélastique d'une éprouvette après un essai de flexion trois points

Le problème abordé est celui d'une poutre en 2D en flexion trois points [SPI11]. Ces travaux ayant été réalisés en deuxième année, l'approche utilisée n'est pas hyperélastique mais élastique.

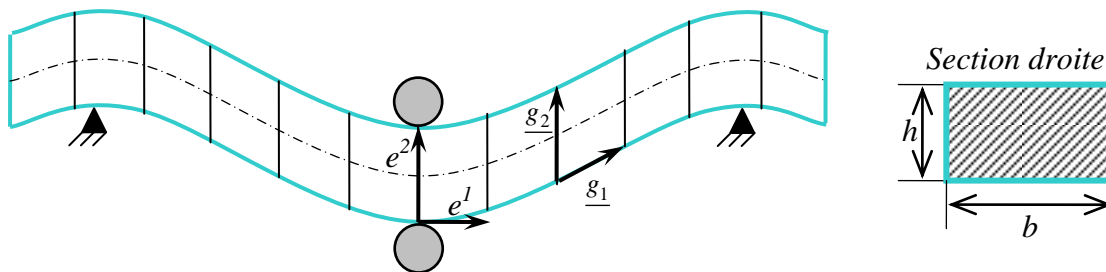


Figure 102 - Repères utilisés pour la modélisation de la flexion trois points

En prenant pour référence les axes de la Figure 102 ci-dessus, on exprime le gradient de la transformation $\underline{\underline{F}}$:

$$\underline{\underline{F}} = (\underline{g}_i \otimes \underline{e}^i) \quad (4.74)$$

Dans notre cas 2D, pour γ l'angle de cisaillement on a le repère local :

$$\begin{aligned} \underline{g}_1 &= \begin{pmatrix} \cos(\gamma) \\ \sin(\gamma) \end{pmatrix} & \underline{e}^1 &= \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \\ \underline{g}_2 &= \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} & \underline{e}^2 &= \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (4.75)$$

On peut exprimer les tenseurs dans la base d'origine ainsi :

$$\begin{aligned}
\underline{\underline{F}} &= \begin{bmatrix} \cos(\gamma) & 0 \\ \sin(\gamma) & 1 \end{bmatrix}_{(e_1, e_2)} \\
\underline{\underline{C}} &= \begin{bmatrix} 1 & \sin(\gamma) \\ \sin(\gamma) & 1 \end{bmatrix}_{(e_1, e_2)} \\
\underline{\underline{E}} &= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & \sin(\gamma) \\ \sin(\gamma) & 0 \end{bmatrix}_{(e_1, e_2)}
\end{aligned} \tag{4.76}$$

On en déduit le tenseur vitesse de déformation :

$$\underline{\underline{\dot{E}}} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & \dot{\gamma} \cdot \cos(\gamma) \\ \dot{\gamma} \cdot \cos(\gamma) & 0 \end{bmatrix}_{(e_1, e_2)} \tag{4.77}$$

Et, en posant le tenseur des contraintes de Piola-Kirchoff 2 sous la forme :

$$\underline{\underline{S}} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{12} & S_{22} \end{bmatrix}_{(e_1, e_2)} \tag{4.78}$$

On peut écrire la puissance de déformation :

$$P_{\text{int}} = \int_{\Omega} \underline{\underline{S}} : \underline{\underline{\dot{E}}} \cdot dV_0 = \int_{\Omega} S_{12} \cdot \dot{\gamma} \cdot \cos(\gamma) \cdot dV_0 \tag{4.79}$$

Pour notre poutre, l'intégrale sera donc :

$$P_{\text{int}} = b \cdot h \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} S_{12} \cdot \dot{\gamma} \cdot \cos(\gamma) \cdot dx \tag{4.80}$$

L'écart entre les rigidités des mèches et les rigidités impliquées dans le matériau du second ordre nous pousse à postuler que la plasticité n'a lieu qu'en cisaillement. En effet, le matériau aura tendance à se déformer dans les modes de déformation de cisaillement plutôt que dans les directions d'élongation et de compaction étant donné que la rigidité de ces modes est plus faible. Ceci réduit l'espace des contraintes associé à la plasticité à un espace de dimension 3. Dans un premier temps, la limite d'élasticité pour chacun des trois modes de cisaillement peut être représentée par la fonction seuil unidirectionnelle suivante :

$$f = |S - q| - (S_y - \alpha) \tag{4.81}$$

Avec :

- S , la contrainte
- q , la translation de la surface du domaine élastique que l'on exprime sous la forme :

$$q = H^{(1)} \cdot Ep + H^{(3)} \cdot Ep \tag{4.82}$$

- S_y , la limite d'élasticité
- α , l'expansion du domaine élastique que l'on exprime sous la forme :

$$\alpha = K \cdot Ep^2 \tag{4.83}$$

- Ep , la partie plastique de la déformation

La surface de charge peut donc être représentée par un cube dans l'espace des contraintes de cisaillement.

La loi plastique nécessite beaucoup de paramètres et met en jeu des phénomènes liés plus à la fatigue qu'à la mise en forme. Les sollicitations cycliques sont presque absentes en mise en forme.

Bilan du chapitre 4

Dans ce chapitre, une loi de comportement hyperélastique a été introduite pour la partie continue de notre modèle semi-discret. Nous avons implémenté et validé ce modèle dans Plast4. Il permet de prendre en compte le second ordre de la rigidité du matériau de manière anisotrope. Cette anisotropie permet de mieux traduire le comportement du matériau quand les mèches ne sont pas sollicitées en tension, notamment en dissociant les rigidités en compaction transverse et en cisaillement transverse.

Deux cas de validation ont été présentés : la flexion trois points et l'emboutissage par poinçon hémisphérique. Dans le cas de la flexion trois points, suivant l'orientation des réseaux de mèches dans le renfort le comportement de l'éprouvette est très différent. Quand les mèches sont orientées à 45° , le comportement du matériau est proche de la mécanique d'un milieu continu de Cauchy tandis que quand les mèches sont à $0^\circ/90^\circ$ cette propriété disparaît et le matériau ne respecte plus les conditions de Bernoulli-Kirchhoff.

Des pistes d'évolution de ce modèle ont également été présentées pour améliorer ce dernier et contourner les limitations actuelles.

Conclusion générale

Ce manuscrit présente les travaux de thèse effectués dans le cadre de l'étude des renforts composites à fibres longues, et plus particulièrement des renforts 3D interlocks. Il est composé d'un volet expérimental et d'un volet numérique.

La partie expérimentale est constituée par la préparation et l'élaboration d'essais mécaniques. Les essais mécaniques réalisés ont permis de manipuler ces matériaux interlock et de s'imprégner de leur comportement en vue de la phase de modélisation. Ces essais ont été la base de réflexions sur le comportement des tissés épais de composites. Ce manuscrit présente des solutions à adopter, basées sur ces observations, pour simuler le comportement de ces matériaux. Les essais ont permis une meilleure compréhension des mécanismes mis en jeu dans ce type de matériau et, ils ont également permis d'identifier les paramètres de la loi de comportement et de valider la simulation sur des cas réels. Parmi les essais sur renfort tissé 3D interlock abordés dans ce manuscrit, citons les essais de compression transverse, de traction dans les directions de mèches, de cisaillement plan et de cisaillement transverse. Les résultats de ces essais ont permis d'une part de mieux connaître ces matériaux, d'autre part de nourrir les modèles numériques de simulation et de les valider.

Ce volet expérimental a également été l'occasion de développer des protocoles et des méthodologies adaptées pour le dépouillement. L'identification des paramètres matériau doit être réalisée correctement, c'est pourquoi les méthodes d'identification sont détaillées ici. Nous avons de plus approfondi les connaissances sur le comportement des tissés épais en flexion et en cisaillement hors plan. Nous avons validé le caractère anisotrope de ces matériaux, et ainsi montré que les hypothèses d'orthotropie initiale sont judicieuses.

Diverses technologies ont été utilisées dans ce cadre expérimental : la découpe par jet d'eau haute pression, la corrélation d'images ou encore la conception et l'usinage de pièces et de mors permettant de réaliser les essais.

L'aspect numérique consiste en la consolidation d'un outil de simulation de la mise en forme des matériaux tissés interlocks : le code Plast 4. La méthode développée ici permet de simuler l'anisotropie de la préforme en tenant compte des énergies de tension et des modes de déformation particuliers aux renforts interlocks. La simulation est réalisée au moyen d'un élément fini hexaédrique spécifique, permettant de décomposer les sollicitations au sein du matériau. La partie du comportement associée à la tension des mèches est traitée par une méthode discrète au moyen d'éléments barre intégrés dans les éléments hexaédriques. Les autres contributions, caractérisées par le fait qu'elles ne sollicitent pas les mèches en tension, sont prises en compte à l'aide d'un modèle continu. Ce modèle, initialement isotrope hypoélastique, a été modifié et complété pour améliorer la qualité de la simulation de la mise en forme des renforts tissés de composites. La nouvelle formulation choisie est un modèle anisotrope, initialement orthotrope, hyperélastique. Ainsi chaque mode de déformation du matériau est traité par une énergie de déformation indépendante des autres modes. Le cumul de chacun des six modes de déformation retenus donne la loi de comportement pour la partie continue du modèle.

Nous avons validé cette approche, après identification des propriétés matériau lors des essais, sur les cas tests effectués sur des renforts tissés épais au LaMCoS. Parmi ces cas de validation, la flexion trois points, qui met en oeuvre le comportement en cisaillement transverse du renfort, permet d'illustrer le caractère orthotrope du matériau considéré. Un autre cas de validation intéressant est l'emboutissage hémisphérique car il permet d'effectuer une mise en forme dite à *double courbure* qui impose la déformation en cisaillement plan du matériau, générant des flambements locaux de mèches, des concentrations de contraintes ou même des plissements du renfort.

Les perspectives pour poursuivre ce travail sont nombreuses, nous en retenons quelques unes :

- La mise en place de potentiels d'énergie de déformation plus aboutis, adaptés aux propriétés intrinsèques, ou à la microstructure, des renforts utilisés.
- Des essais élémentaires associés particulièrement à la définition de ces potentiels en vue de rendre compte du comportement des variétés d'armures de renfort existantes et utilisées pour les aubes réelles.
- L'introduction de la viscoplasticité dans le modèle.
- L'amélioration du prototype actuel en vue d'une utilisation commerciale, notamment la parallélisation du code de calcul en Fortran, une meilleure gestion de la mémoire et approfondir la sauvegarde/reprise des calculs.

Bibliographie

- [AIM07] **Aimène Y.** *Approche hyper-élastique pour la simulation des renforts fibreux en grandes transformations*. Thèse de doctorat LaMCoS, Lyon : INSA de Lyon, 2007, 133 p.
- [AIM10] **Aimène Y., Vidal-Sallé E., Hagège B., Sidoroff F., Boisse P.** *A hyperelastic approach for composite reinforcement large deformation analysis*. Journal of Composite Materials, 2010, vol. 44, n°1, 5–26.
- [AGO09] **Agoras M., Lopez-Pamies O., PonteCastaneda P.** *A general hyperelastic model for incompressible fiber-reinforced elastomers*. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 2009, vol. 57, pp. 268–286.
- [ALL11] **Allaouia S., Boisse P., Chatel S., Hamila N., et al.** *Experimental and numerical analyses of textile reinforcement forming of a tetrahedral shape*. Composites Part A: Applied Science and Manufacturing, 2001, Vol 42, n°6, pps 612–622.
- [AYM09] **Aymard N.** *Simulation et modélisation de mise en forme de renforts composites interlocks 3D* Rapport de stage de Master, Master MEGA, INSA de Lyon, 2009, 78 p.
- [BAD08a] **Badel P.** *Analyse mésoscopique du comportement mécanique des renforts tissés de composites utilisant la tomographie aux rayons X*. Thèse de doctorat LaMCoS, Lyon : INSA de Lyon, 2008, 149 p.
- [BAD08b] **Badel P., Vidal-Sallé E., Maire E., Boisse P.** *Simulation and tomography analysis of textile composite reinforcement deformation at the mesoscopic scale*. Composite Science and Technology, 2008, vol. 68, n°12, pp. 2433–2440.
- [BAR07] **Barauskas R., Abraitien A.** *Computational analysis of impact of a bullet against the multilayer fabrics in LS-DYNA*. International Journal of Impact Engineering, 2007, vol. 34, n°7, pp. 1286-1305
- [BAS09] **Basciano C.A., Kleinstreuer C.** *Invariant-Based Anisotropic Constitutive Models of the Healthy and Aneurysmal Abdominal Aortic Wall*. Journal of Biomechanical Engineering, ASME, 2009, vol. 131, n°2, 021009.
- [BEN07] **Ben Boubaker B., Haussy B., Ganghoffer J.F.** *Discrete models of woven structures. Macroscopic approach*. Composites Part B: Engineering, 2007, vol. 38, pp. 498–505.
- [BER89] **Beardman P.** *Automotive components: fabrication*. A. Kelly, editor. Concise encyclopedia of composite materials, Oxford: Pergamon Press, 1989. pp. 24–31.
- [BER99] **Berthelot J.M.** *Matériaux composites - Comportement mécanique et analyse des structures*. 3ème éd. Paris : Tec & Doc, 1999, 642 p. ISBN 2-7430-0349-9
- [BOE87] **Boehler J.P.** *Applications of Tensor Functions in Solid Mechanics*. CISM Course no. 292, Springer-Verlag, 1987.
- [BOI95] **Boisse P., Cherout A., Gelin J.C., Sabhi H.** *Experimental study and finite element simulation of a glass fiber fabric shaping process*. Polymer Composites, 1995, vol. 16, n°1, pp. 83–95.
- [BOI01a] **Boisse P., Buet K., Gasser J.L., Launay J.** *Meso/macro-mechanical behaviour of textile reinforcements for thin composites*. CST, 2001, vol. 61, n°3, pp. 395-401.
- [BOI01b] **Boisse P., Gasser J.L., Hivet G.** *Analyses of fabric tensile behaviour: determination of the biaxial tension-strain surfaces and their use in forming simulations*. Composites: Part A, 2001, vol. 32, n°10, pp. 1395-1414.

- [BOI04] **Boisse P.** *Mise en forme des renforts fibreux de composites*. Techniques de l'Ingénieur, AM 3734, 2004, 10 p.
- [BOI05] **Boisse P., Gasser A., Hagege B., Billoët J.L.** *Analysis of the mechanical behavior of woven fibrous material using virtual tests at the unit cell level*. Journal of Materials Science, 2005, vol. 40, n°22, pp. 5955-5962
- [BOI06] **Boisse P., Zouari B., Daniel J.L.** *Importance of in-plane shear rigidity in finite element analyses of woven fabric composite preforming*. Composites Part A: Applied Science and Manufacturing, 2006, vol. 37, pp. 2201–2212.
- [BOI11a] **Boisse P., Hamila N., Vidal-Sallé E., Dumont F.** *Simulation of wrinkling during textile composite reinforcement forming. Influence of tensile, in-plane shear and bending stiffnesses*. Composites Science and Technology, 2011, vol. 71, n°5, pp. 683–692.
- [BOI11b] **Boisse P.** *Composite reinforcements for optimum performance*. Woodhead Publishing in Materials, 2011, 669p, ISBN9781845699659.
- [BOR02] **Borouchaki H., Cherouat A.** *Une nouvelle approche géométrique pour le drapage de structures composites*. Revue des composites et des matériaux avancés, 2002, vol. 12, n°3, pp. 407-421.
- [BOW89] **Bowen DH.** *Applications of composites: an overview*. A. Kelly, editor. Concise encyclopedia of composite materials. Oxford: Pergamon Press, 1989. pp. 7–15.
- [BRI05] **Bigaud D., Dreano L., Hamelin P.** *Models of interactions between process, microstructure and mechanical properties of composite materials--a study of the interlock layer-to-layer braiding technique*. Composite Structures, 2005, vol. 67, n°1, pp. 99-114.
- [BRU09] **Brunet M.** *Analyse non-linéaire des matériaux et des structures*. Support de cours, 2009, INSA-Lyon
- [BUE98] **Buet-Gautier K.** *Analyse et simulation du comportement mécanique des renforts composites tissés*. Thèse de doctorat LMMS, Orléans : Université d'Orléans, 1998, 129 p.
- [BUE01] **Buet-Gautier K., Boisse P., Gasser A., Launay J.** *Meso/macro-mechanical behaviour of textile reinforcements for thin composites*. Composites Science and Technology, February 2001, vol 61, n°3, pp 395-401.
- [CAI92] **Cai Z., Gutowski T.** *The 3-D deformation behavior of a lubricated fiber bundle*. Journal of composite materials, 1992, vol. 26, 1207–1237.
- [CAO08] **Cao J., Akkerman R., Boisse P., Chen J., et al.** *Characterization of mechanical behavior of woven fabrics: Experimental methods and benchmark results*. Composites Part A: Applied Science and Manufacturing, 2008, vol. 39, n°6, pp. 1037–1053.
- [CAR10] **B&F Carter.** *Carter - Industrial Braiders, Standers, Drum Twisting & Armouring Machines*. Disponible sur : <<http://www.bfcarter.co.uk>>.
- [CHA11] **Charmetant A.** *Approches hyperélastiques pour la modélisation du comportement mécanique de préformes tissées de composites*. Thèse de doctorat LaMCoS, Lyon : INSA de Lyon, 2011, 144 p.
- [CHE01] **Cherouat A., Billoët J.L.** *Mechanical and numerical modelling of composite manufacturing processes deep-drawing and laying-up of thin pre-impregnated woven fabrics*. Journal of Materials Processing Technology, 2001, vol. 118, pp. 460-471.
- [CLA04] **Clarke S., Wary P.** *Méthode de conception d'un tissage composite 3D - Modélisation par éléments finis*. Rapport de projet de fin d'étude, Lyon : INSA de Lyon, 2004, 33p.
- [COM09] **Comond O., Perreux D., Thiébaud F, Delobelle P., et al.** *Analyse et optimisation du comportement en fatigue des réservoirs d'hydrogène gazeux de type III*. JNC 16, Compte-rendu Toulouse, 2009, hal-00390969.

- [COS09] **Cosserat E., Cosserat F.** *Théorie des Corps Déformables*. Hermann, Paris, 1909, 226 p, ISBN 2705669205.
- [CRE06] **Creech G., Pickett A.K.** *Meso-modelling of Non-Crimp Fabric composites for coupled drape and failure analysis*. Journal of Materials Science, 2006, vol. 41, n°20, pp. 6725-6736.
- [DEB10] **de Bilbao E., Soulat D., Hivet G., Gasser A.** *Experimental study of bending behaviour of reinforcements*. Experimental Mechanics, 2010, vol. 50, pp. 333–351.
- [DEL08] **DeLuycker E., Morestin F., Boisse P., Marsal D.** *Simulation of 3D interlock composite preforming*. Composite Structures, 2008.
- [DEL09] **De Luycker E.** *Simulation et expérimentation en mise en forme de renforts composites 3D interlocks*. Thèse de doctorat LaMCoS, Lyon : INSA de Lyon, 2009, 148 p.
- [DEL09b] **De Luycker E., Morestin F., Boisse P., Marsal D.** *Simulation of 3D interlock composite preforming*. Composite Structures, vol. 88, pp. 615-623, 2009.
- [DOU06] **Douthe C., Baverel O., Caron JF.** *Form-Finding of a Grid Shell in Composite Materials*. Journal of the International Association For Shell And Spatial Structures, 2006, vol. 47, pp. 53-62.
- [DES05] **Desplentere F.S., Lomov S.V., Woerdeman D.L., Verpoest I., Wevers M., Bogdanovich A.** *Micro-CT characterization of variability in 3D textile architecture*. Composite Science and Technology, 2005, vol. 65, pp. 1920–30.
- [DIA04] **Diani J., Brieu M., Vacherand J.-M., Rezgui A.** *Directional model for isotropic and anisotropic hyperelastic rubber-like materials*. Mechanics of Materials, 2004, vol. 36, pp. 313–321.
- [DUA06] **Duan Y., Keefe M., Bogetti T.A., Powers B.** *Finite element modeling of transverse impact on a ballistic fabric*. International Journal of Mechanical Sciences, 2006, vol. 48, n°1, pp. 33-43
- [DUH06] **Duhovic M., Bhattacharyya D.** *Simulating the deformation mechanisms of knitted fabric composites*. Composites Part A: Applied Science and Manufacturing, 2006, vol. 37, n°11, p. 1897-1915
- [DUM03] **Dumont F.** *Contribution à l'expérimentation et à la modélisation du comportement de renforts de composites tissés*. Thèse de doctorat LMSP/LM2S, Paris : Université de Paris VI, 2003, 149 p.
- [DUR10] **Durville D.** *Simulation of the mechanical behaviour of woven fabrics at the scale of fibers*. International Journal of Material Forming, 2010, vol. 3, 1241–1251.
- [FLO10] **Florimont C.** *Analyse expérimentale et modélisation de composites 3D en aéronautique*. Rapport de stage de Master, Master MEGA, INSA de Lyon, 2010, 50 p.
- [GAS00] **Gasser A., Boisse P., Hanklar S.** *Mechanical behaviour of dry fabric reinforcements. 3D simulations versus biaxial tests*. Computational Materials Science, 2000, vol. 17, pp. 7–20.
- [GAT10] **Gatouillat S.** *Approche mésoscopique pour la mise en forme des renforts tissés de composites* Thèse de doctorat LaMCoS, Lyon : INSA de Lyon, 2010, 125 p.
- [GAY97] **Gay D.** *Matériaux composites*. 4ème éd. Paris : Hermès, 1997, 672 p. (Matériaux) ISBN 2-86601-586-X
- [GIR10] **Giraud J.** *Mise en forme de pièces composites pour hélicoptères : caractérisation et simulation de renforts NCF*. Rapport de stage de Master, Master MEGA, Lyon : INSA de Lyon, 2010, 67 p.
- [GOD09] **Godara A., Mezzo L., Luizi F, Warriier A., Lomov S.V., van Vuure A.W., Gorbatiikh L., Moldenaers P., Verpoest I.** *Influence of carbon nanotube*

- reinforcement on the rocessing and the mechanical behaviour of carbon fiber/epoxy composites.* Carbon, 2009, vol. 47, pp. 2914–2923.
- [GOM98] **Gommers B., Verpoest I., Van Houtte P.** *Analysis of knitted fabric reinforced composites: Part I. Fibre orientation distribution.* Composites Part A: Applied Science and Manufacturing, 1998, vol. 29, n°12, pp. 1579-1588.
- [GUO07] **Guo Z., Peng X., Moran B.** *Large deformation response of a hyperelastic fibre reinforced composite: Theoretical model and numerical validation.* Composites Part A: Applied Science and Manufacturing, 2007, vol. 38, pp. 1842–1851.
- [GUZ12] **Guzman-Maldonado E.** *Simulation du préformage des aubes fan moteur d'avion en composites.* Rapport de stage de Master, Master MEGA, INSA de Lyon, 2012, 37 p.
- [HAG04] **Hagège B.** *Simulation du comportement mécanique des milieux fibreux en grandes transformations : application aux renforts tricotés.* Thèse de doctorat LMSP, Paris : ENSAM de Paris, 2004, 262 p.
- [HAM07] **Hamila N.** *Simulation de la mise en forme des renforts composites mono et multi plis.* Thèse de doctorat LaMCoS, Lyon : INSA de Lyon, 2007, 136 p.
- [HAM09] **Hamila N., Boisse P., Sabourin F., Brunet M.** *A semi-discrete shell finite element for textile composite reinforcement forming simulation.* International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2009, vol. 79, pp. 1443–1466.
- [HAR04] **Harrison P., Clifford M. J., Long A. C.** *Shear characterisation of viscous woven textile composites: a comparison between picture frame ans bias extension experiments.* Composites Science and Technology, 2004, vol. 64, n°10–11, pp. 1453–1465.
- [HIR00] **Hirokawa S., Tsuruno R.** *Three-dimensional deformation and stress distribution in an analytical/computational model of the anterior cruciate ligament.* Journal of Biomechanics, 2000, vol. 33, pp. 1069–1077.
- [HIV03] **Hivet G.** *Modélisation mésoscopique pour le comportement bi-axial et la mise en forme des renforts de composites tissés.* Thèse de doctorat LMSP, Orléans : Université d'Orléans, 2003, 146 p.
- [HIV05] **Hivet G., Boisse P.** *Consistent 3D geometrical model of fabric elementary cell. Application to a meshing preprocessor for 3D finite element analysis.* Finite Elements in Analysis and Design, 2005, vol. 42, n°1, pp. 25-49.
- [HIV08] **Hivet G., Boisse P.** *Consistent mesoscopic mechanical behaviour model for woven composite reinforcements in biaxial tension.* Composites Part B: Engineering, 2008, vol. 39, n°2, pp. 345-361.
- [HIV13] **Hivet G., Vidal-Sallé E., Boisse P.** *Analysis of the stress components in a textile composite reinforcement.* Journal of Composite Materials, First published on March 2013.
- [HOL00] **Holzapfel G.A., Gasser T.C.** *A New Constitutive Framework for Arterial Wall Mechanics and a Comparative Study of Material Models.* Journal of Elasticity, 2000, vol. 61, pp. 1–48.
- [HOM10] **Home Made Composites (HomMaCom)** *Organizing your composite factory.* Disponible sur : <http://www.composites.ugent.be/home_made_composites/organizing_your_composite_workshop.html>
- [HUG80] **Hughes T.J.R., Winget J.** *Finite rotation effects in numerical integration of rate constitutive equations arising in large deformation analysis.* International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1980, vol. 15, 1862-1867.
- [IND08] **Indelicato G.** *Mechanical models for 2D fiber networks and textiles.* Thèse de doctorat LEMTA, Torino : Univerità degli studi di Torino, Institut National Polytechnique de Lorraine, 2008, 134 p.

- [ITS00] **Itskov M.** *On the theory of fourth-order tensors and their applications in computational mechanics*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2000, vol. 189, n°2, pp. 419–438.
- [JOH95] **Johnson A.F.** *Rheological model for the forming of fabric-reinforced thermoplastic sheets*. Composites Manufacturing, vol. 6, n°3-4, pp. 153-160, 1995.
- [KAW02] **Kawabata S., Masako N., Yoshihiro Y.** *Recent Developments in the Evaluation Technology of Fiber and Textile : Toward the Engineered Design of Textile Performance*. Journal of Applied Polymer Science, 83, 687-702, 2002.
- [KAW73a] **Kawabata S., Niwa M., Kawai H.** *The Finite Deformation Theory of Plain Weave Fabrics Part I: The biaxial deformation theory*. Journal of the Textile Institute, 1973, vol. 64, n°1, pp. 21–46.
- [KAW73b] **Kawabata S., Niwa M., Kawai H.** *The Finite Deformation Theory of Plain Weave Fabrics Part II: The uniaxial deformation theory*. Journal of the Textile Institute, 1973, vol. 64, n°2, pp. 47–61.
- [KAW80] **Kawabata S.** *The standardization and analysis of hand evaluation*, The Textile Machinery Society of Japan, 1980, 97p.
- [KHA10] **Khan M.A., Mabrouki T., Vidal-Sallé E., Boisse P.** *Numerical and experimental analyses of woven composite reinforcement forming using a hypoelastic behaviour. Application to the double dome benchmark*. Journal of Materials Processing Technology, 2010, vol. 210, pp. 378–388.
- [KOI06] **Koissin V., Ivanov D.S., Lomov S.V., Verpoest I.** *Fibre distribution inside yarns of textile composite: geometrical and FE modelling*, in Proceedings of the 8th International Conference on Textile Composites (TexComp-8), Nottingham, 2006, CD edition.
- [LAI05] **Laine B., Hivet G., Boisse P., Boust F., et al.** *Permeability of the woven fabrics: a parametric study*. In: Proceedings of the eighth ESAFORM conference, Cluj-Napoca; April 2005. p. 995–8.
- [LAT11] **Latil P., Orgéas L., Geindreau C., Dumont P.J.J., Rolland du Roscoat S.** *Towards the 3D in situ characterisation of deformation micro-mechanisms within a compressed bundle of fibres*. Composites Science and Technology, 2011, vol. 71, pp. 480–488.
- [LIV64] **Livesey R.G., Owen J.D.** *Cloth stiffness and hysteresis in bending*. Journal of the Textile Institute, 1964, vol. 55, 516–530.
- [LOI08] **Loic F., Badel P., Orgéas L., Geindreau C., et al.** *Woven fabric permeability: From textile deformation to fluid flow mesoscale simulations*. Composites Science and Technology, 2008, vol. 68, pp. 1624–1630.
- [LOM00] **Lomov S.V., Gusakov, A. V., Huysmans G., Prodromou A., Verpoest I.** *Textile geometry preprocessor for meso-mechanical models of woven composites*. Composites Science and Technology, 2000, vol. 60, n°11, pp. 2083–2095.
- [LOM06] **Lomov S.V., Verpoest I.** *Model of shear of woven fabric and parametric description of shear resistance of glass woven reinforcements*. Composites Science and Technology, 2006, vol. 66, n°7-8, pp. 919-933.
- [LOM11] **Lomov S.V., Gorbatikh L., Kotanjac Z., Koissin V., Houle M., Rochez O., Karahan M., Mezzo L., Verpoest I.** *Compressibility of carbon woven fabrics with carbon nanotubes/nanofibres grown on the fibres*. Composites Science and Technology, 2011, vol. 71, pp. 315–325.
- [LUO99] **Luo Y., Verpoest I.** *Compressibility and relaxation of a new sandwich textile preform for liquid composite molding*. Polymer Composites, 1999, vol. 20, n°2, pp. 179–191.

- [MAR56] **Mark C., Taylor H.M.** The fitting of woven cloth to surfaces. *Journal of Textile Institute*, 1956, vol. 47, pp. 477-488.
- [MAG01] **Magno M., Ganghoffer J.-F.** *Un modèle mésoscopique en grandes perturbations de matériaux textiles – Application à l'armure toile*. Comptes Rendus Académie des Sciences de Paris, 2001, vol. 329, pp. 149–152.
- [MAZ05] **Mazumdar S.** *Aerospace market forecast: what is in it for composites?* High Performance Composites, 2005 (March).
- [MCG97] **McGuinness G.B., O'Bradaigh C.M.** *Development of rheological model for forming flow and picture-frame shear testing of fabric reinforced thermoplastic sheets*. *Journal of Non-Newtonian fluid Mechanics*, vol. 73, n°1-2, pp. 1-28, 1997.
- [MIN65] **Mindlin R.D.** *Second gradient of strain and surface-tension in linear elasticity*. *International Journal of Solids and Structures*, 1965, vol. 1, n°4, pp. 417–438.
- [MOU99] **Mouritz AP., Bannister MK., Falzon PJ., Leong KH.** *Review of applications for advanced three-dimensional fibre textile composites*, *Compos Part A*, vol. 30, n°12, pp. 1445–1461, 1999.
- [MOU12] **Moustaghfir N., Jeguirim S.E., Durville D., Fontaine S., Wagner-Kocher C.** *Transverse compression behavior of textile rovings: finite element simulation and experimental study*. *Journal of Materials Science*, 2012, Online First, DOI 10.1007/s10853-012-6760-0.
- [NGU11] **Nguyen Q.T.** *Analyse expérimentale et numérique de la compaction des renforts fibreux. Application pour la perméabilité*. Thèse de doctorat LaMCoS, Lyon : INSA de Lyon, 2011, 148 p.
- [NGU12] **Nguyen Q.T., Vidal-Sallé E., Boisse P., Park C.H., et al.** *Mesosopic scale analyses of textile composite reinforcement compaction*. *Composites: Part B*, 2012, Available online <<http://dx.doi.org/10.1016/j.compositesb.2012.05.028>>
- [NIL09] **Nilakantan G., Keefe M., Gillespie J. W., Bogetti T. A.** *Simulating the Impact of Multi-Layer Fabric Targets using a Multi-Scale Model and the Finite Element Method*. *Recent Advances in Textile Composites (Proceedings of the 9th International Conference on Textile Composites)*, 13-15 October 2008, University of Delaware pp.506-515 ISBN 9781932078817.
- [OGD84] **Ogden R.W.** *Non-Linear Elastic Deformations*, Paris : John Wiley, 1984, 544 p, ISBN 0486696480
- [PAR00] **Parnas R.S.** *Liquid composite molding*. Hanser Garner Publications, 2000, 170 p., ISBN 1-56990-287-9.
- [PEN04] **Peng X., Cao J., Chen J., Xue P., Lussier D., Liu L.** *Experimental and numerical analysis on normalization of picture frame tests for composite materials*. *Composites Science and Technology*, 2004, vol. 64, pp. 11–2.
- [POR01] **Pora J.** *Composite materials in the airbus A380 – from history to future*. *Proceedings of ICCM13, Plenary lecture, CD-ROM*; 2001.
- [POT99] **Potter K.D.** *History of the resin transfer moulding for aerospace applications*. *Composites: Part A*, 1999, vol. 30, pp. 757–765.
- [POT02] **Potter K.** *Bias extension measurements on cross-plyed unidirectional prepreg*. *Composites Part A*, vol. 33, n°1, pp. 63-73, 2002.
- [POT08] **Potluri P., Sagar T.V.** *Compaction modelling of textile preforms for composite structures*. *Composite Structures*, 2008, vol. 86, pp. 177–185.
- [PRO97] **Prodormou AG., Chen J.** *On the relationship between shear angle and wrinkling of textile composite preforms*. *Composites Part A*, 1997, vol. 28, n°5, pp. 491-503.
- [QUA94] **Quanshui Z., Boehler J. P.** *Tensor function representations as applied to formulating constitutive laws for clinotropic materials*. *Acta Mechanica Sinica*, vol. 10, n°4, pp. 336–348.

- [ROG89] **Rogers T.G.** *Rheological characterisation of anisotropic materials*. Composites, vol. 20, 1989, n°1, pp. 21–7.
- [RUD97] **Rudd C.D., Long, A.C.** *Liquid moulding technologies: Resin transfer moulding, structural reaction injection moulding and related processing techniques*. Woodhead Publishing Limited, 1997, 304 p., ISBN 1855732424.
- [RIV48] **Rivlin R.S.** *Large elastic deformations of isotropic materials*, Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 1948, vol. 241, pp. 379–397.
- [SAL05] **Salençon J.** *Mécanique des milieux continus – Tome 1 : Concepts généraux*. Ecole polytechnique (editions), 2005, 370 p., ISBN 2730212450.
- [SHA04] **Sharma S.B., Sutcliffe M.P.F.** *A simplified finite element model for draping of woven material*. Composites Part A, vol. 35, n°6, 2004, pp. 637-643.
- [SID82] **Sidoroff F.** *Cours sur les grandes déformations*. Ecole d'été Sophia-Antipolis ; 8-10 septembre 1982 ; Rapport GRECO n°51/1982.
- [SIM98] **Simo J.C., Hughes T.J.R.** *Computational Inelasticity. Mechanics and materials (Interdisciplinary Applied Mathematics)*. Springer, 1998, v7, 426p, chp 1-2-3-5, ISBN 0387975209.
- [SMI90] **Smith CS.** *Design of marine structures in composite materials*. London: Elsevier Applied Science, 1990.
- [SNE12] **Snecma** site web Disponible sur : < <http://www.snecma.com/-leap-x,381-.html> >
- [SPE00] **Spencer A.J.M.** *Theory of fabric-reinforced viscous fluid*. Composites. Part A, , 2000, vol. 31, n°12, pp. 1311–1321.
- [SPE07] **Spencer A.J.M., Soldatos K.P.** *Finite deformations of fibre-reinforced elastic solids with fibre bending stiffness*. International Journal of Non-Linear Mechanics, 2007, vol. 42, pp. 355–368.
- [SPI11] **Spinnler O.** *Analyse et simulation de mises en oeuvre de composites 3D en aéronautique*. Rapport de stage de Master, Master MEGA, INSA de Lyon, 2011, 67 p.
- [SZE05] **Sze K.Y., Liu X.H.** *A new skeletal model for fabric drapes*. International Journal of Mechanics and Materials in Design, 2005, vol. 2, n°3-4, pp. 79-97.
- [THI07] **Thije R.H.W., Akkerman R., Huétink J.** *Large deformation simulation of anisotropic material using an updated Lagrangian finite element method*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2007, vol. 196, n°33-34, pp. 3141-3150.
- [TON02] **Tong L., Mouritz AP., Bannister MK.** *3D Fibre reinforced polymer composites*. Elsevier Science, 2002.
- [VAN91] **Van Der Weeën F.** *Algorithms for draping fabrics on doubly-curved surfaces*. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1991, vol. 31, n°7, pp. 1415–1426.
- [VER05] **Verpoest I., Lomov S.V.** *Virtual textile composites software WiseTex: Integration with micro-mechanical, permeability and structural analysis*. Composites Science and Technology, 2005, vol. 65, n°15-16, pp. 2563-2574.
- [WAN98] **Wang J., Page J.R., Paton R.** *Experimental investigation of the draping properties of reinforcement fabrics*. CST, vol. 58, n°2, pp. 229-237, 1998.
- [ZHA90] **Zhang J.M., Rychlewski J.** *Structural tensors for anisotropic solids*, Archives of Mechanics, 1990, vol. 42, pp. 267–277.
- [ZHO04] **Zhou G., Sun X., Wang Y.** *Multi-chain digital element analysis in textile mechanics*. Composites Science and Technology, 2004, vol. 64, pp. 239–244.

Annexe 1 Découpe jet d'eau haute pression

La découpe au jet d'eau est l'un des moyens les plus propres de découper les tissus épais en limitant les déformations et les contraintes résiduelles. Elle est effectuée à l'eau pure sur une machine *Flow Mach 3*. L'utilisation de l'eau pure sans abrasif permet d'éviter que des particules du sable constituant l'abrasif ne soient projetées dans le matériau lors de la découpe. Le comportement des éprouvettes s'en retrouverait perturbé lors des essais pour identification.



Figure 103 - Découpeuse HP *Flow Mach 3*

La pression en sortie de buse est de 3720 bars et la buse utilisée est une buse initialement prévue pour la découpe avec abrasif de diamètre $\varnothing 0.36$ mm. La vitesse de coupe retenue est valable pour un interlock 8 couches 10 mm. Lors de la découpe, le niveau d'eau dans la piscine est maintenu relativement bas pour ne pas trop imbiber le tissu d'eau.

Pression de découpe	3720 bars
Taille de la buse	$\varnothing 0.36$ mm
Vitesse de coupe	2500mm/min

Tableau 6 - Paramètres de coupe retenus

Afin d'assurer une découpe propre et rectiligne, il est nécessaire de maintenir la préforme en place sur la zone de découpe. Nous avons pour cela utilisé des poutres en acier qui servent à la fois de cales et de lest pour encadrer la préforme. Cela permet aussi de limiter les projections de morceaux de fibres de carbone aux alentours de la machine. Pour obtenir une bonne qualité de découpe, il faut compter au moins 10 mm d'espace entre chaque éprouvette et ne jamais découper à bords perdus, c'est à dire ne pas utiliser les bords de la plaque comme bords pour une future éprouvette car un défaut d'alignement rend l'éprouvette non parallélépipédique.



Figure 104 - Fixation de la préforme dans la machine jet d'eau

La préforme est recouverte par deux plaques de PVC de 1 mm d'épaisseur. Ceci évite les projections, limite l'entrée d'eau par en dessous et surtout permet d'obtenir une forme identique à celles des éprouvettes découpée. Cela permet de moins perturber les éprouvettes lors de la manipulation, du transport et du stockage entre la découpe et l'essai.



Figure 105 - Eprouvettes en fin de découpe

Après la découpe les éprouvettes sont mises à sécher à l'air libre pendant quelques jours puis emballées individuellement sous film plastique pour le stockage en vue des essais de caractérisation ultérieurs.

Annexe 2 Dérivation des potentiels d'énergie

Afin de mettre en place une forme d'optimisation du pas de temps dans le code de calcul, il est nécessaire de déterminer un pas de temps critique pour la simulation. Ce pas de temps est réactualisé au cours de la simulation et est évalué d'après la condition de Courant-Friedrichs-Lewy (*condition CFL*).

La forme générale du tenseur des rigidités Lagrangien $\underline{\underline{D}}_i$, associé à un mode de déformation i , est donnée par la relation :

$$\begin{aligned} \underline{\underline{D}}_i &= \frac{\partial^2 W_i(I_i)}{\partial \underline{\underline{E}} \partial \underline{\underline{E}}} = \frac{\partial}{\partial \underline{\underline{E}}} \left(\frac{\partial W_i(I_i)}{\partial \underline{\underline{E}}} \right) = 2 \frac{\partial}{\partial \underline{\underline{C}}} \left(2 \frac{\partial W_i(I_i)}{\partial \underline{\underline{C}}} \right) \\ &= 4 \frac{\partial}{\partial \underline{\underline{C}}} \left(\frac{\partial W_i(I_i)}{\partial \underline{\underline{C}}} \right) = 4 \frac{\partial^2 W_i(I_i)}{\partial \underline{\underline{C}} \partial \underline{\underline{C}}} \end{aligned} \quad (5.1)$$

Avec :

Pour tout potentiel W_i , et l'invariant correspondant I_i , on peut écrire la dérivation sous la forme :

$$\frac{\partial W_i(I_i)}{\partial \underline{\underline{C}}} = \frac{\partial W_i(I_i)}{\partial I_i} \cdot \frac{\partial I_i}{\partial \underline{\underline{C}}} \quad (5.2)$$

d'où

$$\frac{\partial}{\partial \underline{\underline{C}}} \left(\frac{\partial W_i(I_i)}{\partial \underline{\underline{C}}} \right) = \frac{\partial^2 W_i(I_i)}{\partial^2 I_i} \cdot \left(\frac{\partial I_i}{\partial \underline{\underline{C}}} \otimes \frac{\partial I_i}{\partial \underline{\underline{C}}} \right) + \frac{\partial W_i(I_i)}{\partial I_i} \cdot \frac{\partial}{\partial \underline{\underline{C}}} \left(\frac{\partial I_i}{\partial \underline{\underline{C}}} \right) \quad (5.3)$$

En utilisant (5.3) dans (5.1), on obtient la forme générale du tenseur des rigidités à partir des dérivées du potentiel et de l'invariant pour le mode de déformation considéré (5.4).

$$\underline{\underline{D}}_i = 4 \left[\frac{\partial^2 W_i(I_i)}{\partial^2 I_i} \cdot \left(\frac{\partial I_i}{\partial \underline{\underline{C}}} \otimes \frac{\partial I_i}{\partial \underline{\underline{C}}} \right) + \frac{\partial W_i(I_i)}{\partial I_i} \cdot \frac{\partial}{\partial \underline{\underline{C}}} \left(\frac{\partial I_i}{\partial \underline{\underline{C}}} \right) \right] \quad (5.4)$$

Pour chaque mode de déformation i , on posera la forme suivante du tenseur des rigidités pour faciliter le calcul :

$$\underline{\underline{D}}_i = 4 \left[\underline{\underline{A}} \cdot \underline{\underline{A}} + \underline{\underline{B}} \cdot \underline{\underline{B}} \right] \quad (5.5)$$

Il est intéressant de noter que la partie scalaire du tenseur des rigidités ne dépend que de la formulation du potentiel, tandis que la partie tensorielle ne dépend que de la formulation

de l'invariant. Ainsi, si la formulation du potentiel seulement est modifiée, cela ne modifie pas la partie tensorielle du tenseur des rigidités.

La formulation Eulérienne de ce tenseur, $\underline{\underline{d}}_i$, est donnée par la formule suivante :

$$\left(\underline{\underline{d}}_i \right)_{ijkl} = \frac{1}{\mathbf{J}} \cdot \sum_{IJKL} \left(\underline{\underline{F}} \right)_{iI} \left(\underline{\underline{F}} \right)_{jJ} \left(\underline{\underline{F}} \right)_{kK} \left(\underline{\underline{F}} \right)_{lL} \left(\underline{\underline{D}}_i \right)_{IJKL} \quad (5.6)$$

Pour faciliter l'écriture des tenseurs d'ordre 2 et 4, on pose les conventions suivantes :

$$\underline{\underline{M}}_i \otimes \underline{\underline{M}}_j = \underline{\underline{M}}_{ij} \quad (5.7)$$

$$\underline{\underline{M}}_i \otimes \underline{\underline{M}}_j \otimes \underline{\underline{M}}_k \otimes \underline{\underline{M}}_l = \underline{\underline{M}}_{ijkl} \quad (5.8)$$

On exprime les grandeurs tensorielles dans la base globale orthonormée $(e_i)_{i=(1,2,3)}$.

Elongation

Calcul des parties tensorielles :

On considère la direction d'élongation i

$$I_{\text{elongi}} = \ln(\sqrt{I_{4i}})$$

$$\frac{\partial I_{\text{elongi}}}{\partial \underline{\underline{C}}} = \frac{1}{2I_{4i}} \cdot \underline{\underline{M}}_{ii} \quad (5.9)$$

D'où

$$\underline{\underline{A}} = \frac{\partial I_{\text{elongi}}}{\partial \underline{\underline{C}}} \otimes \frac{\partial I_{\text{elongi}}}{\partial \underline{\underline{C}}} = \frac{1}{2I_{4i}} \cdot \underline{\underline{M}}_{ii} \otimes \frac{1}{2I_{4i}} \cdot \underline{\underline{M}}_{ii}$$

$$= \frac{1}{4I_{4i}^2} \cdot \underline{\underline{M}}_{iiii} \quad (5.10)$$

$$\underline{\underline{B}} = \frac{\partial}{\partial \underline{\underline{C}}} \left(\frac{\partial I_{\text{elongi}}}{\partial \underline{\underline{C}}} \right) = \frac{\partial}{\partial \underline{\underline{C}}} \left(\frac{1}{2I_{4i}} \underline{\underline{M}}_{ii} \right) = \frac{\partial}{\partial I_{\text{elongi}}} \left(\frac{1}{2I_{4i}} \right) \underline{\underline{M}}_{ii} \otimes \frac{\partial I_{\text{elongi}}}{\partial \underline{\underline{C}}}$$

$$= \frac{-1}{2I_{4i}^2} \underline{\underline{M}}_{iiii} \quad (5.11)$$

Calcul des parties scalaires :

Potentiel d'énergie associé à la direction d'élongation i :

$$W_{\text{elongi}} = \begin{cases} \frac{1}{2} E_{\text{elongi}}^0 I_{\text{elongi}}^2, & \text{si } I_{\text{elongi}} < I_{\text{elongi}}^0 \\ \frac{1}{2} E_{\text{elongi}} (I_{\text{elongi}} - I_{\text{elongi}}^0)^2 + \frac{1}{2} E_{\text{elongi}}^0 I_{\text{elongi}}^0 I_{\text{elongi}} & \end{cases} \quad (5.12)$$

D'où

$$\underline{\underline{A}} = \frac{\partial^2 W_{\text{elongi}}(I_{\text{elongi}})}{\partial^2 I_{\text{elongi}}} = \frac{\partial \underline{\underline{B}}}{\partial I_{\text{elongi}}}$$

$$= \begin{cases} E_{\text{elongi}}^0, & \text{si } I_{\text{elongi}} < I_{\text{elongi}}^0 \\ E_{\text{elongi}} & \end{cases} \quad (5.13)$$

$$\underline{\underline{B}} = \frac{\partial W_{\text{elongi}}(I_{\text{elongi}})}{\partial I_{\text{elongi}}} = \frac{\partial}{\partial I_{\text{elongi}}} \left(\begin{cases} \frac{1}{2} E_{\text{elongi}}^0 I_{\text{elongi}}^2, & \text{si } I_{\text{elongi}} < I_{\text{elongi}}^0 \\ \frac{1}{2} E_{\text{elongi}} (I_{\text{elongi}} - I_{\text{elongi}}^0)^2 + \frac{1}{2} E_{\text{elongi}}^0 I_{\text{elongi}}^0 I_{\text{elongi}} & \end{cases} \right)$$

$$= \begin{cases} E_{\text{elongi}}^0 I_{\text{elongi}}, & \text{si } I_{\text{elongi}} < I_{\text{elongi}}^0 \\ E_{\text{elongi}} (I_{\text{elongi}} - I_{\text{elongi}}^0) + \frac{1}{2} E_{\text{elongi}}^0 I_{\text{elongi}}^0 & \end{cases} \quad (5.14)$$

Car les M_i sont les tenseurs de structure et sont donc constants au cours de la transformation.

Compression transverse

Calcul des parties tensorielles :

$$I_{comp} = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{I_3}{I_{41} I_{42}} \right) \quad (5.15)$$

$$\frac{\partial I_{comp}}{\partial \underline{\underline{C}}} = \frac{1}{2} \left[\underline{\underline{C}}^{-1} - \frac{1}{I_{41}} \underline{\underline{M}}_{11} - \frac{1}{I_{42}} \underline{\underline{M}}_{22} \right]$$

D'où

$$\underline{\underline{A}} = \frac{\partial I_{comp}}{\partial \underline{\underline{C}}} \otimes \frac{\partial I_{comp}}{\partial \underline{\underline{C}}} \quad (5.16)$$

$$= \frac{1}{2} \left[\underline{\underline{C}}^{-1} - \frac{1}{I_{41}} \underline{\underline{M}}_{11} - \frac{1}{I_{42}} \underline{\underline{M}}_{22} \right] \otimes \frac{1}{2} \left[\underline{\underline{C}}^{-1} - \frac{1}{I_{41}} \underline{\underline{M}}_{11} - \frac{1}{I_{42}} \underline{\underline{M}}_{22} \right]$$

$$= \frac{1}{4} \left(\begin{array}{l} \underline{\underline{C}}^{-1} \otimes \underline{\underline{C}}^{-1} \\ - \frac{1}{I_{41}} \left(\underline{\underline{C}}^{-1} \otimes \underline{\underline{M}}_{11} + \underline{\underline{M}}_{11} \otimes \underline{\underline{C}}^{-1} \right) - \frac{1}{I_{42}} \left(\underline{\underline{C}}^{-1} \otimes \underline{\underline{M}}_{22} + \underline{\underline{M}}_{22} \otimes \underline{\underline{C}}^{-1} \right) \\ + \frac{1}{I_{41}^2} \underline{\underline{M}}_{1111} + \frac{1}{I_{41}^2} \underline{\underline{M}}_{2222} + \frac{1}{I_{41} I_{42}} \left(\underline{\underline{M}}_{1122} + \underline{\underline{M}}_{2211} \right) \end{array} \right)$$

$$\underline{\underline{B}} = \frac{\partial}{\partial \underline{\underline{C}}} \left(\frac{\partial I_{comp}}{\partial \underline{\underline{C}}} \right) = \frac{\partial}{\partial \underline{\underline{C}}} \left(\frac{1}{2} \left[\underline{\underline{C}}^{-1} - \frac{1}{I_{41}} \underline{\underline{M}}_{11} - \frac{1}{I_{42}} \underline{\underline{M}}_{22} \right] \right) \quad (5.17)$$

$$= \frac{1}{2} \left[\frac{\partial \underline{\underline{C}}^{-1}}{\partial \underline{\underline{C}}} + \frac{1}{I_{41}^2} \underline{\underline{M}}_{1111} + \frac{1}{I_{42}^2} \underline{\underline{M}}_{2222} \right]$$

Avec

$$\frac{\partial \underline{\underline{C}}^{-1}}{\partial \underline{\underline{C}}} = -\underline{\underline{C}}^{-1} \cdot \frac{\partial \underline{\underline{C}}}{\partial \underline{\underline{C}}} \cdot \underline{\underline{C}}^{-1} \quad (5.18)$$

$$= -\frac{1}{2} \left[\underline{\underline{C}}^{-1} \cdot \left(\delta_{ij} \delta_{kl} \underline{e}_i \otimes \underline{e}_j \otimes \underline{e}_k \otimes \underline{e}_l \right) \cdot \underline{\underline{C}}^{-1} \right. \\ \left. + \underline{\underline{C}}^{-1} \cdot \left(\delta_{ik} \delta_{jl} \underline{e}_i \otimes \underline{e}_j \otimes \underline{e}_k \otimes \underline{e}_l \right) \cdot \underline{\underline{C}}^{-1} \right]$$

$$= -\frac{1}{2} \left[\underline{\underline{K}} + \underline{\underline{L}} \right]$$

$$\begin{aligned}
\underline{\underline{\underline{\mathbf{K}}}} &= \underline{\underline{\underline{\mathbf{C}}}}^{-1} \cdot (\delta_{ij} \delta_{kl} \underline{e}_i \otimes \underline{e}_j \otimes \underline{e}_k \otimes \underline{e}_l) \cdot \underline{\underline{\underline{\mathbf{C}}}}^{-1} \\
&= \underline{\underline{\underline{\mathbf{C}}}}^{-1} (\delta_{ij} \delta_{kl} \delta_{ij} \delta_{kl} \underline{e}_m \otimes \underline{e}_j \otimes \underline{e}_k \otimes \underline{e}_p) \cdot \underline{\underline{\underline{\mathbf{C}}}}_{op}^{-1} \\
&= \underline{\underline{\underline{\mathbf{C}}}}_{mi}^{-1} \underline{\underline{\underline{\mathbf{C}}}}_{kp}^{-1} (\underline{e}_m \otimes \underline{e}_i \otimes \underline{e}_k \otimes \underline{e}_p) \\
&= \underline{\underline{\underline{\mathbf{C}}}}_{ij}^{-1} \underline{\underline{\underline{\mathbf{C}}}}_{kl}^{-1} (\underline{e}_i \otimes \underline{e}_j \otimes \underline{e}_k \otimes \underline{e}_l) \\
&= \underline{\underline{\underline{\mathbf{C}}}}^{-1} \otimes \underline{\underline{\underline{\mathbf{C}}}}^{-1} \\
\left(\underline{\underline{\underline{\mathbf{K}}}} \right)_{ijkl} &= \underline{\underline{\underline{\mathbf{C}}}}_{mn}^{-1} \underline{\underline{\underline{\mathbf{C}}}}_{op}^{-1} (\underline{e}_m \otimes \underline{e}_n \otimes \underline{e}_o \otimes \underline{e}_p) : (\underline{e}_i \otimes \underline{e}_j \otimes \underline{e}_k \otimes \underline{e}_l) \\
&= \underline{\underline{\underline{\mathbf{C}}}}_{ij}^{-1} \underline{\underline{\underline{\mathbf{C}}}}_{kl}^{-1}
\end{aligned} \tag{5.19}$$

$$\begin{aligned}
\underline{\underline{\underline{\mathbf{L}}}} &= \underline{\underline{\underline{\mathbf{C}}}}^{-1} \cdot (\delta_{ik} \delta_{jl} \underline{e}_i \otimes \underline{e}_j \otimes \underline{e}_k \otimes \underline{e}_l) \cdot \underline{\underline{\underline{\mathbf{C}}}}^{-1} \\
&= \underline{\underline{\underline{\mathbf{C}}}}_{mn}^{-1} \underline{\underline{\underline{\mathbf{C}}}}_{op}^{-1} (\delta_{ik} \delta_{jl} \delta_{nt} \delta_{lo} \underline{e}_m \otimes \underline{e}_j \otimes \underline{e}_k \otimes \underline{e}_p) \\
&= \underline{\underline{\underline{\mathbf{C}}}}_{mi}^{-1} \underline{\underline{\underline{\mathbf{C}}}}_{jp}^{-1} (\underline{e}_m \otimes \underline{e}_j \otimes \underline{e}_i \otimes \underline{e}_p) \\
&= \underline{\underline{\underline{\mathbf{C}}}}_{ik}^{-1} \underline{\underline{\underline{\mathbf{C}}}}_{jl}^{-1} (\underline{e}_i \otimes \underline{e}_j \otimes \underline{e}_k \otimes \underline{e}_l) \\
\left(\underline{\underline{\underline{\mathbf{L}}}} \right)_{ijkl} &= \underline{\underline{\underline{\mathbf{C}}}}_{ik}^{-1} \underline{\underline{\underline{\mathbf{C}}}}_{jl}^{-1} = \left(\underline{\underline{\underline{\mathbf{L}}}} \right)_{ijlk} \\
&= \underline{\underline{\underline{\mathbf{C}}}}_{il}^{-1} \underline{\underline{\underline{\mathbf{C}}}}_{jk}^{-1}
\end{aligned} \tag{5.20}$$

D'où

$$\left(\frac{\partial \underline{\underline{\underline{\mathbf{C}}}}^{-1}}{\partial \underline{\underline{\underline{\mathbf{C}}}}} \right)_{ijkl} = -\frac{1}{2} [\underline{\underline{\underline{\mathbf{C}}}}_{ij}^{-1} \underline{\underline{\underline{\mathbf{C}}}}_{kl}^{-1} + \underline{\underline{\underline{\mathbf{C}}}}_{il}^{-1} \underline{\underline{\underline{\mathbf{C}}}}_{jk}^{-1}] \tag{5.21}$$

Calcul des parties scalaires :

Potentiel d'énergie associé à la direction de compression transverse :

$$W_{comp} = \cosh \left(K_{comp1} I_{comp} + K_{comp2} I_{comp}^3 + K_{comp3} I_{comp}^5 \right) - 1 \tag{5.22}$$

D'où

$$\begin{aligned}
\mathbf{A} &= \frac{\partial^2 W_{comp} (I_{comp})}{\partial^2 I_{comp}} = \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial I_{comp}} \\
&= \left(\begin{array}{l} \cosh \left(K_{comp1} I_{comp} + K_{comp2} I_{comp}^3 + K_{comp3} I_{comp}^5 \right) \\ \cdot \left(K_{comp1} + 3K_{comp2} I_{comp}^2 + 5K_{comp3} I_{comp}^4 \right)^2 \\ + \sinh \left(K_{comp1} I_{comp} + K_{comp2} I_{comp}^3 + K_{comp3} I_{comp}^5 \right) \\ \cdot \left(K_{comp1} + 3K_{comp2} I_{comp}^2 + 5K_{comp3} I_{comp}^4 \right) \\ \cdot \left(6K_{comp2} I_{comp} + 20K_{comp3} I_{comp}^3 \right) \end{array} \right) \tag{5.23}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{B} &= \frac{\partial W_{comp}(I_{comp})}{\partial I_{comp}} = \frac{\partial}{\partial I_{comp}} \left(\cosh \left(K_{comp1} I_{comp} + K_{comp2} I_{comp}^3 + K_{comp3} I_{comp}^5 \right) - 1 \right) \\
&= \left(\sinh \left(K_{comp1} I_{comp} + K_{comp2} I_{comp}^3 + K_{comp3} I_{comp}^5 \right) \right) \\
&\quad \cdot \left(K_{comp1} + 3K_{comp2} I_{comp}^2 + 5K_{comp3} I_{comp}^4 \right)
\end{aligned} \tag{5.24}$$

Cisaillement

Calcul des parties tensorielles :

On considère le cisaillement dans le plan i,j .

$$I_{cij} = \frac{I_{4ij}}{\sqrt{I_{4i}I_{4j}}} \quad (5.25)$$

$$\frac{\partial I_{cij}}{\partial \underline{\underline{C}}} = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{\sqrt{I_{4i}I_{4j}}} (\underline{\underline{M}}_{ij} + \underline{\underline{M}}_{ji}) - \frac{I_{cij}}{I_{4i}} \underline{\underline{M}}_{ii} - \frac{I_{cij}}{I_{4j}} \underline{\underline{M}}_{jj} \right]$$

D'où

$$\underline{\underline{\mathbf{A}}} = \frac{\partial I_{cij}}{\partial \underline{\underline{C}}} \otimes \frac{\partial I_{cij}}{\partial \underline{\underline{C}}}$$

$$= \frac{1}{4} \left[\frac{1}{\sqrt{I_{4i}I_{4j}}} (\underline{\underline{M}}_{ij} + \underline{\underline{M}}_{ji}) - \frac{I_{cij}}{I_{4i}} \underline{\underline{M}}_{ii} - \frac{I_{cij}}{I_{4j}} \underline{\underline{M}}_{jj} \right]$$

$$\otimes \left[\frac{1}{\sqrt{I_{4i}I_{4j}}} (\underline{\underline{M}}_{ij} + \underline{\underline{M}}_{ji}) - \frac{I_{cij}}{I_{4i}} \underline{\underline{M}}_{ii} - \frac{I_{cij}}{I_{4j}} \underline{\underline{M}}_{jj} \right]$$

$$= \frac{I_{cij}^2}{4I_{4ij}^2} \left(\begin{array}{l} \underline{\underline{M}}_{ijij} + \underline{\underline{M}}_{ijji} + \underline{\underline{M}}_{jijj} + \underline{\underline{M}}_{jjii} \\ -I_{cij} \left[\begin{array}{l} \sqrt{\frac{I_{4j}}{I_{4i}}} (\underline{\underline{M}}_{jiii} + \underline{\underline{M}}_{ijii} + \underline{\underline{M}}_{ijji} + \underline{\underline{M}}_{ijij}) \\ + \sqrt{\frac{I_{4i}}{I_{4j}}} (\underline{\underline{M}}_{ijjj} + \underline{\underline{M}}_{jjjj} + \underline{\underline{M}}_{jjij} + \underline{\underline{M}}_{jjji}) \end{array} \right] \\ + I_{cij}^2 \left[\begin{array}{l} \underline{\underline{M}}_{ijij} + \underline{\underline{M}}_{jjii} + \frac{I_{4j}}{I_{4i}} \underline{\underline{M}}_{iiii} + \frac{I_{4i}}{I_{4j}} \underline{\underline{M}}_{jjjj} \end{array} \right] \end{array} \right) \quad (5.26)$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{B} &= \frac{\partial}{\partial \underline{\underline{C}}} \left(\frac{\partial I_{cij}}{\partial \underline{\underline{C}}} \right) = \frac{\partial}{\partial \underline{\underline{C}}} \left(\frac{1}{2} \left[\frac{1}{\sqrt{I_{4i} I_{4j}}} (\underline{\underline{M}}_{ij} + \underline{\underline{M}}_{ji}) - \frac{I_{cij}}{I_{4i}} \underline{\underline{M}}_{ii} - \frac{I_{cij}}{I_{4j}} \underline{\underline{M}}_{jj} \right] \right) \\
&= \frac{1}{2} \left(\begin{array}{c} (\underline{\underline{M}}_{ij} + \underline{\underline{M}}_{ji}) \otimes \frac{\partial}{\partial \underline{\underline{C}}} \left(\frac{1}{\sqrt{I_{4i} I_{4j}}} \right) \\ - \underline{\underline{M}}_{ii} \otimes \frac{\partial}{\partial \underline{\underline{C}}} \left(\frac{I_{cij}}{I_{4i}} \right) - \underline{\underline{M}}_{jj} \otimes \frac{\partial}{\partial \underline{\underline{C}}} \left(\frac{I_{cij}}{I_{4j}} \right) \end{array} \right) \\
&= \frac{I_{cij}^2}{4I_{4ij}^2} \left(\begin{array}{c} I_{cij} \left[\underline{\underline{M}}_{\underline{\underline{ijij}}} + \underline{\underline{M}}_{\underline{\underline{jjii}}} + 3 \left(\frac{I_{4j}}{I_{4i}} \underline{\underline{M}}_{\underline{\underline{iiii}}} + \frac{I_{4i}}{I_{4j}} \underline{\underline{M}}_{\underline{\underline{jjjj}}} \right) \right] \\ - \sqrt{\frac{I_{4j}}{I_{4i}}} \left(\underline{\underline{M}}_{\underline{\underline{jjii}}} + \underline{\underline{M}}_{\underline{\underline{ijij}}} + \underline{\underline{M}}_{\underline{\underline{ijij}}} + \underline{\underline{M}}_{\underline{\underline{ijij}}} \right) \\ - \sqrt{\frac{I_{4i}}{I_{4j}}} \left(\underline{\underline{M}}_{\underline{\underline{ijij}}} + \underline{\underline{M}}_{\underline{\underline{jjij}}} + \underline{\underline{M}}_{\underline{\underline{ijij}}} + \underline{\underline{M}}_{\underline{\underline{jjii}}} \right) \end{array} \right) \quad (5.27)
\end{aligned}$$

Calcul des parties scalaires :

Potentiel d'énergie associé au cisaillement dans le plan (i,j) :

$$W_{cij} = \cosh \left(K_{cij1} I_{cij}^2 + K_{cij2} I_{cij}^4 + K_{cij3} I_{cij}^6 \right) - 1 \quad (5.28)$$

D'où

$$\begin{aligned}
\mathbf{A} &= \frac{\partial^2 W_{cij}(I_{cij})}{\partial^2 I_{cij}} = \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial I_{cij}} \\
&= \left(\begin{array}{c} \cosh \left(K_{cij1} I_{cij}^2 + K_{cij2} I_{cij}^4 + K_{cij3} I_{cij}^6 \right) \\ \cdot \left(2K_{cij1} I_{cij} + 4K_{cij2} I_{cij}^3 + 6K_{cij3} I_{cij}^5 \right)^2 \\ + \sinh \left(K_{cij1} I_{cij}^2 + K_{cij2} I_{cij}^4 + K_{cij3} I_{cij}^6 \right) \\ \cdot \left(2K_{cij1} I_{cij} + 4K_{cij2} I_{cij}^3 + 6K_{cij3} I_{cij}^5 \right) \\ \cdot \left(2K_{cij1} + 12K_{cij2} I_{cij}^2 + 30K_{cij3} I_{cij}^4 \right) \end{array} \right) \quad (5.29)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{B} &= \frac{\partial W_{cij}(I_{cij})}{\partial I_{cij}} = \frac{\partial}{\partial I_{cij}} \left(\cosh \left(K_{cij1} I_{cij}^2 + K_{cij2} I_{cij}^4 + K_{cij3} I_{cij}^6 \right) - 1 \right) \\
&= \left(\begin{array}{c} \sinh \left(K_{cij1} I_{cij}^2 + K_{cij2} I_{cij}^4 + K_{cij3} I_{cij}^6 \right) \\ \cdot \left(2K_{cij1} I_{cij} + 4K_{cij2} I_{cij}^3 + 6K_{cij3} I_{cij}^5 \right) \end{array} \right) \quad (5.30)
\end{aligned}$$

FOLIO ADMINISTRATIF

THESE SOUTENUE DEVANT L'INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUEES DE LYON

NOM : ORLIAC DATE de SOUTENANCE : 27/11/2012

Prénoms : Jean-Guillaume Sylvain

TITRE :

Analyse et simulation du comportement anisotrope lors de la mise en forme de renforts tissés interlocks

NATURE : Doctorat

Numéro d'ordre : 2012ISAL0121

Ecole doctorale :

Mécanique, énergétique, Génie civil, Acoustique

Spécialité :

Mécanique, Génie mécanique, Génie civil

RESUME :

La simulation des procédés de mise en forme des composites à renforts tissés de type RTM est un enjeu majeur pour les industries de pointe mettant en œuvre ce type de matériaux. Au cours de ces procédés, la préforme tissée est souvent soumise à des déformations importantes. La connaissance et la simulation du comportement mécanique de la préforme à l'échelle macroscopique et à l'échelle mésoscopique s'avère souvent nécessaire pour optimiser la phase de conception de pièces composites formées par de tels procédés.

Une analyse du comportement mésoscopique et macroscopique des préformes tissées de composites est d'abord proposée. Une loi de comportement hyperélastique orthotrope est développée et implémentée, permettant de décrire le comportement mécanique de chacun des modes de déformation d'un renfort tissé interlock : élongation dans les directions des fibres, compression transverse, cisaillement plan et cisaillements transverses au plan formé par les réseaux des mèches de chaîne et de trame. Cette loi est basée sur la description phénoménologique des modes de déformation de la préforme.

Une méthodologie est proposée pour identifier les paramètres de cette loi de comportement à l'aide d'essais sur le renfort de composite. Elle est basée sur l'utilisation des essais expérimentaux classiques dans le contexte des renforts tissés : tension uniaxiale, compression, biais extension test, flexion trois points et essais de cisaillements.

Une validation est présentée mesurant l'erreur avec le calcul analytique de l'énergie de déformation mais également par comparaison des simulations avec des essais expérimentaux d'emboutissage hémisphérique et de flexion trois points.

MOTS-CLES :

Renforts tissés, composites, mise en forme, propriétés mécaniques, analyse mésoscopique, analyse macroscopique, lois de comportements hyperélastiques, grandes transformations, méthode par éléments finis

Laboratoire (s) de recherche :

Laboratoire de Mécanique des Contacts et des Structures (LaMCoS)
CNRS UMR 5259

Directeur de thèse:

BOISSE Philippe

Composition du jury :

BOISSE Philippe, HAMILA Nahiene, MARCIN Lionel, MORESTIN Fabrice, SOULAT Damien, THIEBAUD Frederic