



**HAL**  
open science

# Fissuration par fatigue en mode mixte I+II+III non proportionnel dans l'acier 316L : approche expérimentale et modélisation des effets de la plasticité

Flavien Frémy

► **To cite this version:**

Flavien Frémy. Fissuration par fatigue en mode mixte I+II+III non proportionnel dans l'acier 316L : approche expérimentale et modélisation des effets de la plasticité. Autre. École normale supérieure de Cachan - ENS Cachan, 2012. Français. NNT : 2012DENS0018 . tel-00826964

**HAL Id: tel-00826964**

**<https://theses.hal.science/tel-00826964>**

Submitted on 28 May 2013

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**THESE DE DOCTORAT  
DE L'ECOLE NORMALE SUPERIEURE DE CACHAN**

Présentée par

Monsieur FREMY Flavien

**pour obtenir le grade de**

**DOCTEUR DE L'ECOLE NORMALE SUPERIEURE DE CACHAN**

Domaine :

**MÉCANIQUE – GÉNIE MÉCANIQUE – GÉNIE CIVIL**

**Sujet de la thèse :**

**Fissuration par fatigue en mode mixte I+II+III  
non proportionnel dans l'acier 316L**

**Approche expérimentale et modélisation des effets de la plasticité**

Thèse à présenter à Cachan le 03 Mai 2012 devant le jury composé de :

Jean-Baptiste Leblond	Professeur, Université Pierre et Marie Curie	Président
Véronique Doquet	Directrice de recherche CNRS, École Polytechnique	Rapporteuse
Anthony Gravouil	Professeur, INSA de Lyon	Rapporteur
Franck Morel	Professeur, Arts et Métiers Paristech	Examineur
Erwan Galenne	Ingénieur EDF R&D	Examineur
Philippe Gilles	Ingénieur Areva	Examineur
Sylvie Pommier	Professeure, ENS-Cachan	Directrice de thèse
Stéphane Courtin	Ingénieur Areva	Invité
Jean-Christophe Le-Roux	Ingénieur EDF R&D	Invité



Voici venu le temps des remerciements. Je tâcherai surtout de ne pas écrire un roman.

J'adresse tout d'abord toute ma reconnaissance à tous les membres du jury pour l'intérêt qu'ils ont manifesté pour mon travail. Merci tout spécialement à Véronique Doquet et Anthony Gravouil pour avoir accepté la tâche de rapporteur. Merci également à Jean-Baptiste Leblond et Frank Morel d'avoir accepté d'examiner mon travail.

Ensuite, je remercie mes collègues à EDF, notamment mes encadrants, Erwan et Jean-Christophe pour leur implication et leur gentillesse, ainsi que mes encadrants à Areva, Stéphan et Philippe pour leur disponibilité.

J'en viens au LMT-Cachan. Ce lieu de travail restera spécial pour moi tant j'y ai rencontré de personnes enrichissantes. Merci donc aux « anciens » : Boubou, Eric F, François H, Frisou, Martin P, PAB, Pierre G, Olivier A, Stéphane P, Stéphane R ; Merci aux « jeunes », Anne M, Bastien T, Christophe K, Dominique S, Erwan M, Florent M, Florent P, Jérémie R, Martin G, Nicolas R, Raül M, Sylvain P ; et enfin merci aux vieux de la vieille, Bibou, Loulou, PY et Reno.

Je tiens ensuite à te remercier tout particulièrement Sylvie. J'ai eu beaucoup de plaisir à travailler avec toi. J'ai appris beaucoup et ce, bien au-delà du scientifique.

Je n'oublie pas également tous mes amis qui ont pu être présent ou non le jour de ma soutenance et qui ont contribué à rendre cette journée si agréable.

Et bien évidemment comment ne pas remercier ma famille qui m'a soutenu et encouragé tout au long de ce parcours. Je suis fier de leur dédier ce travail



1.	Bibliographie.....	10
1.1.	Introduction.....	10
1.1.	Motivations industrielles de cette étude .....	13
1.2.	Eléments de mécanique de la rupture.....	15
1.2.1.	« Historique » .....	15
1.2.2.	Hypothèses géométriques et cinématiques.....	16
1.2.3.	Solutions de Westergaard & Facteur d'intensité des contraintes .....	17
1.2.4.	Critères de bifurcation.....	20
1.2.4.1.	Critère de Erdogan et Sih ou « MTS » .....	20
1.2.4.2.	Densité d'énergie totale et densité d'énergie de dilatation.....	20
1.2.4.3.	Critère de « symétrie locale ».....	20
1.2.4.4.	Critère de type « MTS » et « MTSR » .....	21
1.2.4.5.	Critère de Li - Vecteur discontinuité du déplacement CTD.....	21
1.2.4.6.	Critère de Hourlier et Pineau.....	21
1.3.	La Fissuration par fatigue .....	21
1.3.1.	La fatigue à amplitude constante – Loi de Paris [PAR61].....	22
1.3.2.	Les mécanismes usuels de propagation.....	22
1.3.3.	Les effets d'histoire en mode I.....	24
1.3.4.	Modèles de fissuration par fatigue avec effet retard .....	26
1.4.	La Fissuration en mode mixte.....	29
1.4.1.	Influence d'une charge de mode mixte II.....	30
1.4.2.	Influence de séquences de mode mixte I+II .....	32
1.5.	Modèle de plasticité condensé - Pommier .....	34
1.5.1.	Démarche.....	34
1.5.2.	Evolutions du modèle .....	36
1.6.	Le matériau d'étude – 316L .....	37
1.6.1.	Caractéristiques .....	37
-	Composition.....	37
-	Propriétés & Microstructure .....	37
1.6.2.	Comportement cyclique - aspects phénoménologiques.....	37
1.6.2.1.	Effet Bauschinger.....	37
1.6.2.2.	Durcissement & Adoucissement cyclique.....	38
1.6.2.3.	Effet d'amplitude et effet mémoire.....	38
1.6.2.4.	Effet de rochet.....	39
1.6.2.5.	Effet de forme .....	39
1.7.	Conclusions intermédiaires .....	42
2.	<b>Fissuration par fatigue en Mode I sous chargement variable .....</b>	<b>44</b>
2.1.	<b>Identification de la loi de comportement du matériau .....</b>	<b>44</b>
2.1.1.	Matériau d'étude.....	44

2.1.2.	Démarche d'identification du comportement.....	44
2.1.3.	Modèle de comportement.....	46
2.1.4.	Jeu de paramètres.....	47
<b>2.2.</b>	<b>Essais de fissuration par fatigue en mode I</b> .....	<b>47</b>
2.2.1.	Dispositif expérimental.....	47
2.2.2.	Essais réalisés .....	48
2.2.3.	Résultats.....	48
<b>2.3.</b>	<b>Observations des surfaces de rupture - MEB</b> .....	<b>49</b>
2.3.1.	Mécanismes de fissuration .....	49
2.3.2.	Essai à amplitude variable (1) – MEB.....	50
<b>2.4.</b>	<b>Extension : Essais supplémentaires</b> .....	<b>53</b>
2.4.1.	Chargement.....	54
2.4.2.	Résultats.....	54
2.4.2.1.	Essai à amplitude variable (2) – <i>effet longue distance</i> .....	54
2.4.2.2.	Essai à amplitude variable (3) – <i>effet courte distance</i> .....	55
2.4.2.3.	Essai [POM02a] – <i>effet de relaxation de la contrainte moyenne</i> .....	56
2.4.3.	Mise en perspective de ces résultats .....	56
2.4.3.1.	Essai à amplitude variable (2).....	56
2.4.3.2.	Essai à amplitude variable (3) et Essai [POM02].....	56
<b>2.5.</b>	<b>Conclusions intermédiaires</b> .....	<b>58</b>
<b>3.</b>	<b>Fissuration en mode mixte séquentiel : influence d'un chargement de mode III sur la fissuration en mode I</b> .....	<b>60</b>
<b>3.1.</b>	<b>Bibliographie spécifique</b> .....	<b>60</b>
3.1.1.	Effets d'histoire dus à un chargement de mode mixte séquentiel.....	60
3.1.2.	Difficultés spécifiques au mode III .....	61
3.1.3.	Effets d'histoire dus à un chargement de mode I+III.....	62
<b>3.2.</b>	<b>Essais de fissuration en mode I + séquences de mode III</b> .....	<b>64</b>
3.2.1.	Dispositif .....	64
3.2.2.	Simulations numériques.....	66
3.2.3.	Conditions aux limites .....	67
3.2.4.	Déroulement des essais .....	69
3.2.5.	Résultats expérimentaux.....	69
<b>3.3.</b>	<b>Essais complémentaires</b> .....	<b>71</b>
<b>3.4.</b>	<b>Observations MEB</b> .....	<b>74</b>
<b>3.5.</b>	<b>Conclusions intermédiaires</b> .....	<b>78</b>
<b>4.</b>	<b>Etude de la plasticité en mode mixte I+II+III par simulations par éléments finis</b> .....	<b>80</b>
<b>4.1.</b>	<b>Modèle numérique et post-traitement des résultats.</b> .....	<b>81</b>
4.1.1.	Modèle et conditions aux limites.....	81

4.1.2.	Hypothèses pour le post traitement des simulations numériques .....	82
4.1.3.	Construction de la base de champs <i>uie, uic</i> .....	83
4.1.4.	Extraction des facteurs d'intensité .....	86
4.1.5.	Indicateurs de qualité de l'approximation .....	87
4.1.5.1.	Non-confinement de la zone plastique .....	88
4.1.5.2.	Fermeture de la fissure .....	90
4.1.5.3.	Domaine d'élasticité .....	90
4.1.6.	$\rho I, \rho II$ et $\rho III$ .....	92
<b>4.2.</b>	<b>Simulations numériques pour la modélisation</b> .....	<b>93</b>
4.2.1.	Seuil de plasticité .....	93
4.2.2.	Evolution du domaine d'élasticité .....	97
<b>4.3.</b>	<b>Utilisation pratique pour choisir des essais pertinents</b> .....	<b>98</b>
4.3.1.	Illustration sur un cas mode mixte I+II non proportionnel .....	98
4.3.2.	Etude de trajets de chargement en mode mixte I+II+III .....	100
4.3.2.1.	Chargement proportionnel I+II+III .....	101
4.3.2.2.	Chargement « Cube » .....	102
4.3.2.3.	Chargement « Etoile » .....	103
4.3.3.	Comparaisons & discussion .....	104
4.3.4.	Discussion sur le rôle du Mode III .....	104
<b>4.4.</b>	<b>Conclusions intermédiaires</b> .....	<b>107</b>
<b>5.</b>	<b>Essais de fissuration en Mode I+II+III</b> .....	<b>109</b>
<b>5.1.</b>	<b>Objectifs &amp; Etat de l'Art</b> .....	<b>109</b>
5.1.1.	Objectifs de l'étude expérimentale .....	110
5.1.2.	Etat de l'Art .....	110
5.1.2.1.	Machine Astree .....	110
5.1.2.2.	Fissuration I+II+III - revue de littérature .....	114
<b>5.2.</b>	<b>Dispositif expérimental &amp; Protocole d'essai</b> .....	<b>118</b>
5.2.1.	Machine Astree .....	118
5.2.2.	Eprouvette .....	119
5.2.3.	Dispositif de sollicitation pour la fissuration en mode mixte I+II+ III .....	119
5.2.4.	Relations entre les facteurs d'intensité et les efforts pour le pilotage de l'essai en facteur d'intensité .....	120
5.2.5.	Dispositif de suivi de fissure par stéréo-corrélation .....	122
5.2.6.	Mesures - Stéréo corrélation .....	124
5.2.6.1.	Principe .....	124
5.2.6.2.	Etalonnage .....	124
5.2.6.3.	Mesure & Détermination de la position de la pointe .....	125
5.2.7.	Trajets de chargements considérés .....	126
<b>5.3.</b>	<b>Résultats</b> .....	<b>128</b>

5.3.1.	Champs de déplacement en pointe de fissure .....	128
5.3.2.	Détermination des vitesses de fissuration .....	129
5.3.2.1.	Comparaison des vitesses de fissuration en mode mixte I+II. ....	129
5.3.2.2.	Comparaison des vitesses de fissuration en mode mixte I+II+III.....	130
5.3.2.3.	Contribution du mode III à la fissuration par fatigue. ....	131
5.3.3.	Chemin de fissuration.....	131
5.3.3.1.	Utilisation de l'appareil Keyence.....	133
5.3.3.2.	Comparaison des chemins de fissuration en mode mixte I+II. ....	133
5.3.3.3.	Comparaison des chemins de fissuration en mode mixte I+II+III.....	134
5.3.4.	Exploration des surfaces de rupture en MEB.....	135
5.3.5.	Contribution du mode III.....	138
<b>5.4.</b>	<b>Simulations numériques / résultats expérimentaux</b> .....	<b>139</b>
5.4.1.	Evaluation des vitesses de fissuration .....	139
5.4.1.1.	Confrontation essais/calculs en mode mixte I+II.....	139
5.4.1.2.	Confrontation essais/calculs en mode mixte I+II+III. ....	141
5.4.2.	Trajet de fissuration .....	142
5.4.3.	Mesure expérimentale des champs élastiques et complémentaires.....	143
<b>5.5.</b>	<b>Conclusions intermédiaires</b> .....	<b>144</b>
<b>6.</b>	<b>Discussion &amp; Modélisation</b> .....	<b>146</b>
<b>6.1.</b>	<b>Objectifs</b> .....	<b>146</b>
<b>6.2.</b>	<b>Généralités</b> .....	<b>147</b>
<b>6.3.</b>	<b>Loi de Propagation</b> .....	<b>148</b>
6.3.1.	Mécanisme élémentaire de propagation.....	148
6.3.2.	Propagation en mode I, II ou III .....	148
6.3.3.	Taux de restitution d'énergie.....	150
<b>6.4.</b>	<b>Hypothèses sur le mouvement</b> .....	<b>151</b>
6.4.1.	Partition du champ de vitesse en modes .....	151
6.4.2.	Invariance par changement d'échelle.....	151
6.4.2.1.	Algorithme de Karhunen-Loeve (KL) .....	151
6.4.2.2.	Application – cas de l'élasticité linéaire.....	152
6.4.3.	Hypothèses relatives à la plasticité.....	154
<b>6.5.</b>	<b>Effet du comportement du matériau</b> .....	<b>157</b>
6.5.1.	Construction et forme de <i>uic</i> .....	157
6.5.2.	Effet de $\Gamma$ sur la forme de <i>uicP</i> .....	159
<b>6.6.</b>	<b>Modélisation du comportement</b> .....	<b>163</b>
6.6.1.	Cas de la fissuration par fatigue en mode I [HAM06]. ....	163
6.6.2.	Modélisation de la plasticité en mode mixte I+II+III .....	164
<b>6.7.</b>	<b>Domaine d'élasticité</b> .....	<b>164</b>
6.7.1.	Critère de von Mises local .....	164

6.7.2.	Critère de von Mises pour une fissure .....	165
<b>6.8.</b>	<b>Règle d'écoulement</b> .....	167
6.8.1.	Eléments de thermodynamique .....	167
6.8.2.	Directions d'écoulement.....	168
<b>6.9.</b>	<b>Loi d'écrouissage</b> .....	171
6.9.1.1.	Ecrouissage cinématique linéaire .....	171
6.9.1.2.	Ecrouissage cinématique linéaire anisotrope.....	172
6.9.1.3.	Ecrouissage cinématique non-linéaire anisotrope .....	174
<b>6.10.</b>	<b>Simulations numériques avec le modèle condensé</b> .....	176
6.10.1.	Comparaisons entre les simulations EF et le modèle simplifié .....	176
6.10.1.1.	Trajets de chargements en mode mixte I+II.....	176
6.10.1.2.	Trajets de chargements en mode mixte I+II+III.....	178
6.10.2.	Prédiction des taux de fissuration et de bifurcation .....	181
6.10.3.	Discussion – chargement proportionnel I+II, stade I ou stade II.....	185
6.10.4.	Discussion – autour de l'article de Plank et Kuhn [PLA99].....	187
6.10.5.	Discussion – autour de l'article de Leblond et Lazarus [LEB11].....	188
<b>6.11.</b>	<b>Conclusions intermédiaires</b> .....	190
<b>7.</b>	<b>Conclusions &amp; Perspectives</b> .....	192
<b>8.</b>	<b>Références</b> .....	195



# 1. Bibliographie

## 1.1.Introduction

La mécanique de la rupture est une discipline relativement récente (une cinquantaine d'année), son développement correspondant à celui des activités de transport de passagers (ferroviaire, naval, et aéronautique) et de production d'énergie (nucléaire). Divers mécanismes de rupture différée, spécifiques des sollicitations rencontrées par les pièces mécaniques dans ces secteurs, ont été mis en évidence (fatigue, fluage, vieillissement, corrosion...). La problématique de la propagation des fissures par fatigue, qui est l'objet de cette étude, s'est imposée avec l'essor de l'aéronautique civile et le développement du parc nucléaire dans les années 60. Dans ces deux secteurs, la sécurité est un enjeu majeur et la part de l'activité industrielle liée à la sécurité est très significative (contrôles périodiques, maintenance, prévision ou extension de la durée de vie en exploitation...). Des méthodes de dimensionnement et de prévision de durée de vie assez proches ont été développées et mises en œuvre dans ces secteurs industriels.

Actuellement, les enjeux relatifs au développement de ces méthodes concernent la prise en compte de trois sources principales de complexité ; liées au chargement, aux diverses sources d'irréversibilité et à la géométrie du problème.

- En effet, le chargement est souvent non-uniforme spatialement, il peut être multiaxial, d'amplitude et de direction variables dans le temps, et parfois même non-périodique. De plus, lorsque le chargement est périodique, le nombre de cycles à considérer est généralement très élevé (quelques millions de cycles).
- Au niveau des sources d'irréversibilité, on peut citer principalement le comportement non-linéaire des matériaux, les effets liés au contact avec frottement entre les faces de la fissure et tous les couplages avec l'environnement fluide ou gazeux (fatigue-corrosion, fatigue-oxydation).
- Enfin, le protagoniste principal de tous ces travaux, la fissure, est un objet de géométrie tridimensionnelle complexe ; la fissuration pouvant comporter bifurcation, versement et branchement. Les mécanismes de dégradation se produisent au voisinage du front de la fissure où le problème comporte a minima trois échelles, celle de la zone d'élaboration « *process zone* », celle des zones plastiques cycliques et monotones et enfin celle dite de K-dominance.

Chacun de ces points nécessite des simplifications afin de pouvoir aboutir à des méthodes permettant de prévoir des durées de vie et des trajets de fissuration dans un contexte industriel.

Dans le cadre de cette thèse, on s'attachera à prendre en compte toutes les caractéristiques du chargement mécanique et le comportement non-linéaire du matériau. Les autres sources d'irréversibilité ne seront pas prises en compte. Enfin, on supposera qu'on peut disposer de méthodes et d'outils développés par ailleurs [LEB89], [AME92], [LEB99], [LAZ01a], [LAZ01b], [LEB11] pour l'évaluation des facteurs d'intensité des contraintes pour des fissures à géométrie perturbée ; et permettant de modéliser des fissures tridimensionnelles en élasticité linéaire et de caractériser leur état de chargement [MOE99], [GRA02], [MOE02], [GUI08], [RAN08], [PAS10], [RET10], l'objet de la présente étude étant de fournir un critère permettant de prévoir leur évolution (vitesse et direction) sous l'effet de ce chargement multiaxial et non proportionnel. Des méthodes de réduction de modèle ont été appliquées avec succès à ces problèmes [GAL11] et permettent de caractériser le chargement de fissures tridimensionnelles complexes avec des coûts de calculs numériques réduits. Cette approche pouvant tout à fait être couplée avec les travaux développés au LMT, en particulier pour intégrer [GAL11] le critère de propagation de fissure avec effet

d'histoire développé en mode I dans la thèse de Rami Hamam [HAM07] et que ces travaux visent à étendre en modes mixtes.

Le cadre théorique de la mécanique linéaire de la rupture a été ébauché au cours de la deuxième moitié du 20<sup>e</sup> siècle. Dès les années 40, Westergaard [WES39] et Muskhelishvili [MUS49] ont donné des expressions analytiques des champs mécaniques au voisinage de l'extrémité d'une fissure en élasticité linéaire. Les travaux d'Irwin [IRW57], [IRW60] ont abouti à l'introduction du concept de facteur d'intensité des contraintes, de ténacité et aux corrections de zone plastique (cyclique et monotone) et à la formule d'Irwin pour les chargements en mode mixte. D'autres approches se sont également attachées à tenir compte de l'existence d'une zone plastique limitée dans le cadre de la mécanique linéaire de la rupture, en particulier Dugdale [DUG 60] et Barrenblat [BAR62]. Le cadre de la mécanique de la rupture a ensuite été étendu aux comportements non-linéaires du matériau (hypo-élasticité avec Rice et Hutchinson). La propagation des fissures par fatigue sous chargement d'amplitude constante a été très largement étudiée et les critères existants donnent des résultats probants. Dans le cadre de la mécanique linéaire élastique de la rupture, Paris [PAR61], [PAR62], [PAR64] a introduit la loi de Paris qui reste encore aujourd'hui la référence pour prévoir la vitesse de fissuration par fatigue, Erdogan et Sih [ERD63] signant par ailleurs des travaux marquants permettant la prédiction de la direction de propagation de ces fissures sous chargement proportionnel.

Cependant, dès lors que le chargement devient variable, en intensité comme en direction, d'importants effets d'histoire ont été constatés et remettent en cause les critères précédemment cités. L'effet de retard consécutif à l'application d'une surcharge, Schijve [SCH73] en est un parfait exemple. Le rôle capital de la plasticité du matériau, ainsi que les mécanismes par lesquels des effets d'histoire apparaissent ont rapidement été identifiés par Irwin [IRW57], [IRW60], Orowan [ORO59], Rice [RIC67], Pelloux [PEL69], Elber [ELB70], Willemborg [WIL71], Ritchie [RIT73], Pineau [PIN74], Mughrabi [MUG80]. Pourtant, même si les mécanismes par lesquels la plasticité du matériau induit des effets d'histoire sont assez bien compris, ils restent encore difficiles à simuler. La méthode des éléments finis est couramment utilisée, mais certaines situations sont hors de portée des moyens de simulation actuels. C'est notamment le cas des fissures tridimensionnelles se propageant par fatigue au sein d'une structure. La fatigue étant un phénomène cyclique, les effets de la plasticité ne peuvent être correctement décrits par la méthode des éléments finis que si la dimension des éléments est suffisamment petite devant la dimension de la *zone plastique cyclique* [McC91]. Les tailles des éléments à utiliser sont usuellement de l'ordre de la dizaine de micromètres. Modéliser par éléments finis la propagation, sur quelques millimètres, d'une fissure tridimensionnelle avec des tailles d'éléments aussi petits reste encore inaccessible. Des méthodes simplifiées sont donc indispensables pour ces problèmes. Les calculs par éléments finis sont en revanche accessibles pour des problèmes bidimensionnels. Certains auteurs, Newman [NEW76], Fleck [FLE86], Richard [SAN05], Pommier [POM07], se sont ainsi attachés à aborder le problème de la fissuration par fatigue par la méthode des éléments finis en élasto-plasticité, mais au prix de calculs prohibitifs. En effet, si le comportement du matériau est non-linéaire, chaque cas particulier d'histoire de chargement doit être simulé individuellement.

Une démarche alternative a été proposée par Pommier & al [POM05], [HAM07] qui consiste à condenser le comportement de la zone plastique de la fissure de fatigue sous la forme d'une loi de comportement élasto-plastique. Le modèle est construit par changement d'échelle en s'appuyant sur des calculs préalables par éléments finis en élasto-plasticité. Une fois le modèle construit et ses paramètres identifiés, chaque histoire de chargement est simulée avec le modèle condensé et les calculs par éléments



finis non-linéaires ne sont plus nécessaires, ce qui permet de traiter des cas de fissuration tridimensionnels sous chargement variable en considérant des nombres de cycles très élevés rendant une interaction avec le monde industriel, et ses contraintes, plus abordable.

L'objectif de cette thèse est d'étendre ce modèle condensé aux chargements de mode mixte I+II+III non proportionnels. En effet, à l'heure actuelle, très peu de critères sont disponibles pour prédire les effets d'histoire en mode mixte I+II+III malgré des résultats expérimentaux montrant le caractère décisif du changement de mode de chargement ou de sa variabilité en temps. De plus, en mode mixte, les effets de la plasticité sous chargement variable restent encore peu étudiés, tant expérimentalement que théoriquement. L'objectif de l'étude ne se limite donc pas à fournir une méthode simplifiée, performante pour prendre en compte la plasticité cyclique en fissuration, mais aussi à mieux comprendre les effets mis en jeu.

Comme dans tous les domaines, la modélisation bénéficie des confrontations avec les résultats expérimentaux. C'est la démarche suivie lors de ce travail où les résultats expérimentaux obtenus lors de la préparation de la thèse ou collectés dans la littérature (on pourra ainsi citer Dahlin [DAH04] [DAH06], Doquet [DOQ90] [DOQ02], Fatemi [FAT11], Yates [YAT08], Pippin [PIP11]) viennent appuyer et enrichir la modélisation.

La thèse s'articule autour de 5 chapitres. Le premier chapitre est une bibliographie sur la fissuration. Des éléments généraux de la mécanique de la rupture y sont présentés ainsi que des critères de propagation et de bifurcation. Différents degrés de description des conditions limites (chargement monotone, à amplitude variable, mixte, non proportionnel) sont décrits ainsi que les difficultés associées en termes de modélisation. Une courte bibliographie sur le matériau d'étude est également fournie.

Le deuxième chapitre est consacré à une étude expérimentale de la fissuration de mode I sous chargement d'amplitude variable. Les essais ont été réalisés en flexion 4 points symétrique et en traction uni-axiale. Ce chapitre a pour but de mettre en évidence l'importance des effets d'histoire en termes de durée de vie et en termes de mécanismes locaux de propagation. Une identification des paramètres de la loi de comportement du matériau retenue pour les simulations numériques par éléments finis est également présentée.

Le troisième chapitre est consacré à une étude expérimentale de la fissuration par fatigue sous chargement de mode mixte I+III séquentiel. Les essais ont été réalisés en alternant flexion 4 points symétrique et dissymétrique. Ce chapitre met en lumière l'influence de la mixité du chargement sur la propagation et son impact en termes de durée de vie et de mode de propagation. L'origine de ces phénomènes a été étudiée et une attention particulière a été portée à réaliser des essais permettant de dissocier les contributions de la plasticité du matériau, d'une part, et des interactions entre les faces de la fissure, d'autre part.

Dans le quatrième chapitre, nous décrivons le modèle incrémental de propagation proposé par Pommier & al [DEC09] pour la fissuration en mode mixte I+II. Nous présenterons comment les observations expérimentales présentées aux chapitres 2 et 3 ont guidé les choix de modélisation. Les développements de ce modèle associés au cadre de cette étude (mode mixte non-proportionnel I+II+III) sont présentés. Ainsi l'établissement du critère de plasticité et les lois d'évolution du domaine élastique et des grandeurs plastiques au cours du chargement seront présentés. Une comparaison des résultats expérimentaux avec les simulations numériques issues des éléments finis est également présentée dans ce chapitre.

Un cinquième chapitre présente une étude expérimentale de la fissuration de mode mixte non proportionnelle I+II+III réalisée sur la machine Astree. Les essais de fissuration par fatigue ont été réalisés sur éprouvettes cruciformes sollicitées selon les trois axes de chargement indépendants de la machine. Dans ce chapitre, le protocole expérimental employé est détaillé et les résultats obtenus sont présentés. Une attention particulière a été portée à réaliser des essais permettant de dissocier les effets de la forme du trajet de chargement sur la vitesse de fissuration, des effets de versement et de bifurcation. Une comparaison entre les résultats expérimentaux et des simulations du modèle éléments finis seront présentées afin d'évaluer la capacité du modèle condensé à tenir compte de la forme du trajet de chargement.

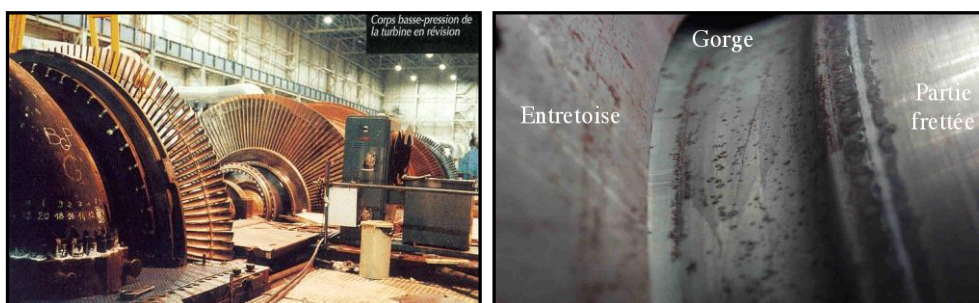
Enfin un dernier chapitre expose le modèle condensé permettant la prévision de la vitesse et du trajet de propagation des fissures en mode mixte non-proportionnel. Une comparaison avec les diverses études expérimentales effectuées tout au long de cette thèse est proposée. Les résultats obtenus, replacés dans le contexte, permettront de dégager des perspectives à plusieurs échelles de temps et de fixer des directions de recherche.

### 1.1.Motivations industrielles de cette étude

Cette étude a été financée par deux partenaires industriels, EdF et AREVA, soucieux de garantir la sécurité des centrales nucléaires sur toute leur durée d'exploitation. Dans les centrales nucléaires, les composants concernés par la fissuration en mode mixte sous chargement à amplitude variable sont variés avec en particulier des rotors de turbines, des ailettes, des pièces de tuyauterie ou encore des brides (*Figure 1 - Figure 2*).



*Figure 1 Attache d'ailette située sur la partie centrale du disque.*



*Figure 2 Rotor fretté du parc 900MW d'EDF. Détail de la gorge du rotor. Au niveau de la gorge le rotor fretté présente une concentration de contraintes ainsi que des contraintes résiduelles de fretage.*

Afin de détecter la présence de défauts (ou leur propagation) des contrôles périodiques sont organisés sur les organes de sécurité des centrales. Au cours de l'un de ces contrôles, un rotor de la centrale du Bugey a été trouvé défectueux. Les calculs réalisés lors de la conception prévoient une durée de vie de la pièce supérieure à la durée de vie de la centrale. Or une fissure d'une dimension de l'ordre de 100 mm (10% du diamètre du rotor) a été détectée, au niveau de la gorge du rotor, après 10 ans de mise en service. Le lieu de fissuration se trouve à proximité d'un clavetage qui semble être à l'origine de l'initiation de la fissure. EdF a constaté que la fissure était sollicitée en mode mixte I+II+III et que cela pouvait avoir une influence non négligeable sur la durée de vie de la pièce.

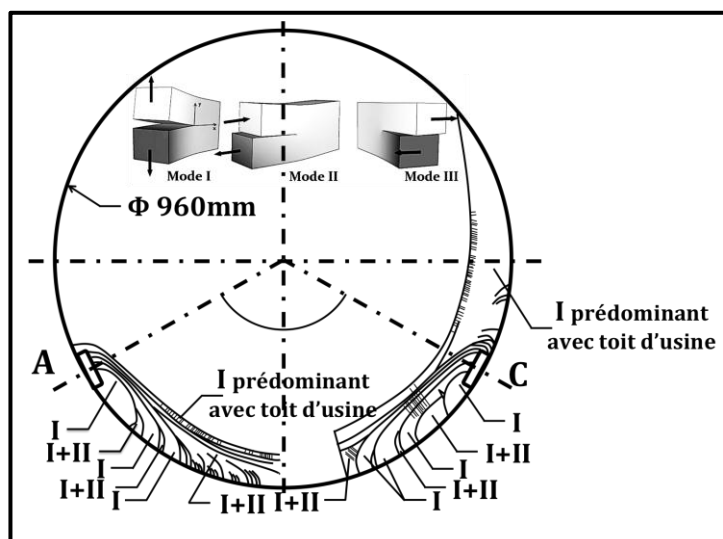


Figure 3 Cartographie des fissures et modes de propagation sur le rotor de turbine.

Le rotor subit en effet des contraintes cyclique de flexion (liées à son poids propre et variant selon le régime de fonctionnement). Il est également soumis à des contraintes de torsion liées au couple transmis et contient des contraintes internes dues à l'assemblage par frettage. Le long du front d'une fissure semi-elliptique initiée en surface, ces trois modes de sollicitation conduisent à des chargements complexes de mode I+II+III.

Les différents régimes de fonctionnement du rotor sont les suivants :

- le régime dit de virage, pendant lequel une rotation de 75 tr.min<sup>-1</sup> est maintenue, afin de limiter l'effet de la flexion due au poids propre du rotor, entraînant une flexion rotative sous poids propre 1,4 MN.m.

- le régime nominal, pendant lequel une rotation de 1500 tr.min<sup>-1</sup> est maintenue cette fois en couplage avec le réseau. Les effets observés sont donc une flexion rotative résiduelle, des contraintes provenant des effets d'inertie dus à la forte vitesse de rotation et une torsion de l'arbre due au couplage avec l'alternateur. Cette dernière voyant sa valeur varier entre 2.8 et 5.8 MN.m selon l'intensité de la charge.

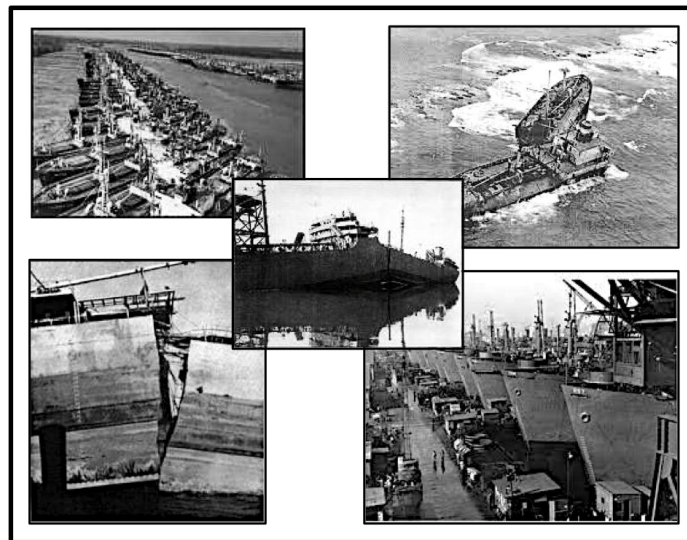
Le modèle de fatigue, utilisé par EdF, prévoit une durée de vie illimitée, si le régime de virage n'est pas pris en compte, mais de l'ordre de quelques heures dès lors que l'influence de celui-ci est introduite. Nous sommes donc face à une application où la compréhension des phénomènes d'histoire du chargement et de mode mixte sur la fissuration est capitale puisque les modèles actuels s'avèrent insuffisant. Cette constatation a motivé cette étude de l'effet d'histoire du chargement en mode mixte.

## 1.2.Eléments de mécanique de la rupture

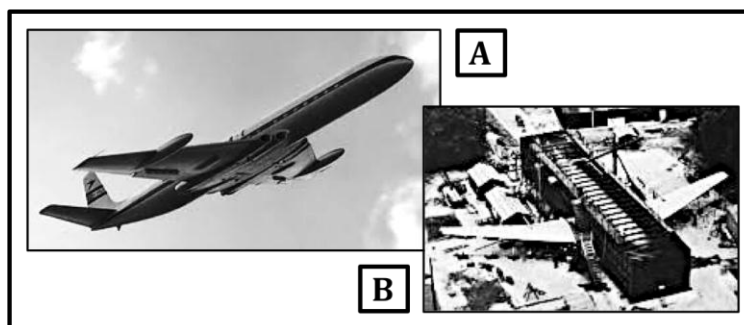
### 1.2.1.« Historique »

Les avancées technologiques ont souvent été associées à un contexte historique. La deuxième guerre mondiale est fréquemment citée comme étant un élément déclencheur de nombreuses avancées technologiques. L'urgence dans laquelle se font les innovations (que ce soit pour gagner une guerre ou conquérir un nouveau marché) peut entraîner des erreurs. L'évolution, au cours de la deuxième moitié du vingtième siècle, des thématiques de recherche liées à la fissuration a ainsi été rythmée par une série d'accidents industriels.

A l'été 1941, la préparation du débarquement débute. La course à la réduction des temps de production amène à produire les « Liberty Ships », des navires de 440 mètres et 10000 tonnes en des temps record de l'ordre de quelques jours ! Pour cela, la solution d'assemblages boulonnés ou par rivets est abandonnée au profit d'assemblages soudés ; induisant des contraintes internes et modifiant les propriétés du matériau dans la zone affectée thermiquement, notamment la résistance à la fissuration. Les défauts de soudure, présents dès la phase de fabrication, ont conduit à la rupture brutale de 30% de la flotte (*Figure 4*), provoquant par la suite de nombreuses études sur la prise en compte des défauts initiaux et l'introduction du concept de ténacité par George Irwin.

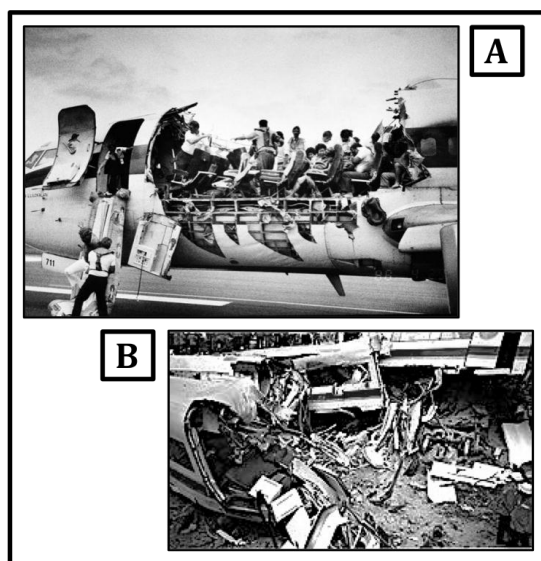


*Figure 4 Rupture brutale due à des défauts dans la phase de fabrication des « Liberty Ships » à l'été 1941 (30% de la flotte) relatif au procédé d'assemblage de la coque par soudage*



*Figure 5 (a) De Havilland Comet / (b) Vue du caisson de compression hydraulique utilisé à Farnborough pour simuler les effets de la pression atmosphérique sur le fuselage du Comet G-ALYU*

20 ans plus tard, c'est à nouveau une série d'accidents, cette fois-ci civils, qui alerte sur la méconnaissance des phénomènes de fissuration sous-critique (c'est-à-dire en deçà de la ténacité du matériau). En effet, le « De Havilland Comet », inauguré le 2 Mai 1952, a connu une série d'accidents en Mai 1953, Janvier 1954 et Avril 1954, malgré plusieurs années de fonctionnement sans aucun incident. A la suite de ces catastrophes, l'avion a été interdit de vol. La source de la rupture a été identifiée comme provenant de fissures s'étant propagées au cours du temps à partir de concentrations de contraintes au niveau des hublots. Des essais au sol de compression hydraulique (*Figure 5*) ont été utilisés pour simuler les effets de la pression atmosphérique sur le fuselage du « Comet ». Cet essai (à l'échelle 1:1) a constitué une des premières démonstrations de la propagation des fissures sous critiques.



*Figure 6 (a) Evolution dans la prise en compte des effets d'environnement. Accident sur le Boeing de la compagnie Aloha (1988). (b) Accident sur le train à grande vitesse allemand (1998) dû à une modification du design de la roue pour minimiser les bruits.*

Les pratiques permettant de considérer les défauts lors du dimensionnement des structures vis-à-vis de la rupture brutale ou de la fatigue et lors des opérations de contrôle ou de maintenance ont encore connu des évolutions suite à l'accident (arrachage d'une partie du fuselage) survenu en 1988 sur un avion Boeing de la compagnie Aloha dû à la non-prise en compte des effets de la corrosion sur la fissuration (*Figure 6*). On peut également mentionner l'accident ferroviaire d'Eschede en Allemagne en 1998 dû à la rupture par fatigue d'une roue de train provoquée par un changement de conception rendant plus difficile la détection des défauts (l'ajout d'un bandage autour de la roue pour diminuer le niveau de bruit a permis l'amorçage d'une fissure sur une interface interne qui n'était plus accessible au contrôle non destructif).

### 1.2.2. Hypothèses géométriques et cinématiques

Dans le cadre de la mécanique de la rupture, la fissure est supposée localement plane, à front droit, avec une extrémité parfaitement aigüe. La fissure présente alors un plan de symétrie local (*Figure 7*). Le mouvement peut être décomposé vis-à-vis de ce plan de symétrie en 3 composantes cinématiques élémentaires (*Figure 8*) correspondant aux 3 modes de rupture (*Figure 8*).

- Le mode I dit « d'ouverture » : correspond à la partie symétrique du champ de vitesse par rapport au plan de la fissure.
- Le mode II dit « de cisaillement » : correspond à la partie antisymétrique du champ de vitesse par rapport au plan de la fissure.

- Le mode III dit « de déchirure » : à la partie anti-plane du champ de vitesse par rapport au plan et au front de la fissure.

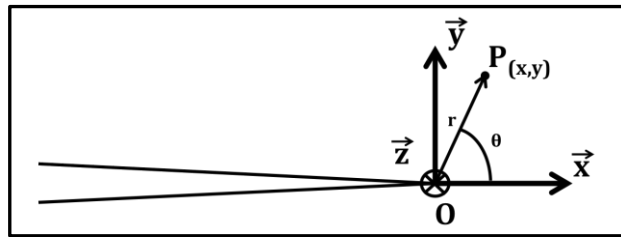


Figure 7 Repère attaché à la pointe de la fissure

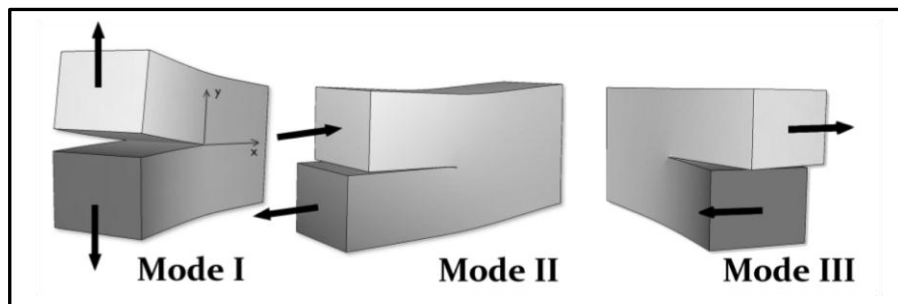


Figure 8 Modes élémentaires de sollicitation d'une fissure tridimensionnelle. Mode I : Mode d'ouverture. Mode II : Mode de cisaillement plan. Mode III : Mode de cisaillement anti-plan.

La géométrie de la fissure reste localement invariante par changement d'échelle, ce qui conduit à chercher des solutions dont la forme est invariante par changement d'échelle au voisinage du front de la fissure. Les coordonnées cylindriques sont les plus adaptées (Figure 7) à ce type de problème. La solution locale peut alors être exprimée sous la forme d'un produit d'une distribution spatiale (fonction de  $\theta$ ) et d'un facteur multiplicatif (d'échelle ou d'intensité).

**Remarque 1 :** Ces considérations restent valables que le comportement du matériau soit élastique linéaire ou bien non linéaire. A partir du moment où la géométrie de la fissure peut être idéalisée comme localement plane à front droit (Figure 7), l'existence du plan de symétrie permet de décomposer le mouvement en modes cinématiques et l'invariance de la géométrie par changement d'échelle permet d'introduire des facteurs d'intensité comme quantité d'intérêt pour les critères.

**Remarque 2 :** Les fissures réelles ne sont généralement pas planes à front droit, ces hypothèses ne seront donc valides qu'au voisinage immédiat du front de la fissure et sous certaines conditions. Par exemple, le rayon de courbure du front de la fissure doit être grand devant la dimension de la zone plastique.

### 1.2.3. Solutions de Westergaard & Facteur d'intensité des contraintes

En élasticité linéaire, Il a été montré par Williams [WIL59] que les champs mécaniques (contrainte ou déformation) au voisinage de son front s'écrivent asymptotiquement comme une somme de termes en  $r^{\lambda+k}$  où  $\lambda$  est l'ordre de la singularité et  $k$  l'ordre du terme du développement considéré. En se limitant, au premier terme du développement de Taylor, le champ de déplacement s'écrit comme une combinaison de trois champs de déplacement de référence. Le champ de contrainte s'écrit alors :

$$\sigma_{ij} = \frac{K_I \cdot F_{Iij}(\theta)}{\sqrt{r}} + \frac{K_{II} \cdot F_{IIij}(\theta)}{\sqrt{r}} + \frac{K_{III} \cdot F_{IIIij}(\theta)}{\sqrt{r}} + \text{termes réguliers} \quad \text{Eq.1.1}$$

Westergaard a formulé, dès 1939, la solution exacte pour chaque mode pour un milieu élastique linéaire fissuré [WES39]. La propriété remarquable de cette solution est quelle peut être exprimée comme le produit d'un même facteur multiplicatif pour tous les termes et d'une distribution spatiale pour chaque terme. La forme de la distribution spatiale des composantes des tenseurs des contraintes et des déformations est indépendante de la dimension de la fissure ou du niveau de chargement appliqué.

En élasticité linéaire, la forme de la distribution spatiale étant fixée pour chaque mode, les seuls degrés de libertés restant sont les 3 facteurs d'intensité des contraintes, qui pourront alors être utilisés comme quantités d'intérêt dans les critères de rupture [IRW57]. C'est un résultat important, puisque le nombre de paramètres d'un critère (et donc le nombre d'essais de caractérisation à réaliser pour identifier ces paramètres) est *a priori* une fonction puissance du nombre de variables qui interviennent dans le critère. A ces trois facteurs d'intensité, il faudrait ajouter les 3 contraintes T ( $T_{33}$ ,  $T_{11}$  et  $T_{31}$ ), qui sont généralement négligées pour les fissures longues.

La solution en contrainte (Eq.1.2-1.4) ou en déplacement (Eq.1.5-1.7), est fournie ici pour une fissure dans un plan de normale 2, avec un front dirigé selon 3. Elle est donnée en déformations planes pour les modes I et II, on peut généraliser au cas des déformations planes généralisées, en ajoutant une contrainte  $T_{33}$ .

$$\begin{cases} [\sigma_I]_{11} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left(1 - \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right) \\ [\sigma_I]_{22} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left(1 + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right) \\ [\sigma_I]_{12} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) \end{cases} \quad \text{Eq.1.2}$$

$$\begin{cases} [\sigma_{II}]_{11} = -\frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \left(2 + \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right) \\ [\sigma_{II}]_{22} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) \\ [\sigma_{II}]_{12} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left(1 - \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right) \end{cases} \quad \text{Eq.1.3}$$

$$\begin{cases} [\sigma_{III}]_{13} = -\frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \\ [\sigma_{III}]_{23} = \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \end{cases} \quad \text{Eq.1.4}$$

$$\begin{cases} u_{1I} = \frac{(1+\nu)K_I}{E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) [3 - 4\nu - \cos(\theta)] \\ u_{2I} = \frac{(1+\nu)K_I}{E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) [3 - 4\nu - \cos(\theta)] \\ u_{3I} = 0 \end{cases} \quad \text{Eq.1.5}$$

$$\begin{cases} u_{1II} = \frac{(1+\nu)K_{II}}{E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) [3 - 4\nu + 2 + \cos(\theta)] \\ u_{2II} = -\frac{(1+\nu)K_{II}}{E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) [3 - 4\nu - 2 + \cos(\theta)] \\ u_{3II} = 0 \end{cases} \quad \text{Eq.1.6}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} u_{3III} = \frac{4(1+\nu)K_{III}}{E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \end{array} \right. \quad \text{Eq.1.7}$$

On peut, à partir de ces solutions, déduire la discontinuité du champ de déplacement : d'ouverture, de cisaillement plan et anti plan pour respectivement les modes I, II et III de la fissure.

$$\left\{ \begin{array}{l} \llbracket u_1 \rrbracket(r) = u_1(r, \pi) - u_1(r, -\pi) \\ \llbracket u_2 \rrbracket(r) = u_2(r, \pi) - u_2(r, -\pi) \\ \llbracket u_3 \rrbracket(r) = u_3(r, \pi) - u_3(r, -\pi) \end{array} \right. \xrightarrow{\text{par symétrie}} \left\{ \begin{array}{l} \llbracket u_1 \rrbracket_{II} \neq 0, \llbracket u_1 \rrbracket_{III} = \llbracket u_1 \rrbracket_I = 0 \\ \llbracket u_2 \rrbracket_I \neq 0, \llbracket u_2 \rrbracket_{III} = \llbracket u_2 \rrbracket_{II} = 0 \\ \llbracket u_3 \rrbracket_{III} \neq 0, \llbracket u_3 \rrbracket_{II} = \llbracket u_3 \rrbracket_I = 0 \end{array} \right. \quad \text{Eq.1.8}$$

On obtient alors pour un problème invariant le long du front de la fissure :

$$\left\{ \begin{array}{l} \llbracket u_1 \rrbracket \\ \llbracket u_2 \rrbracket \\ \llbracket u_3 \rrbracket \end{array} \right. \xrightarrow{\text{déformations planes}} \left\{ \begin{array}{l} \llbracket u_1 \rrbracket_{II} = \frac{8(1-\nu^2)K_{II}}{E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \\ \llbracket u_2 \rrbracket_I = \frac{8(1-\nu^2)K_I}{E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \\ \llbracket u_3 \rrbracket_{III} = \frac{8(1+\nu)K_{III}}{E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \end{array} \right. \quad \text{Eq.1.9}$$

**Remarque 3 :** *Domaine de validité : Les solutions asymptotiques en élasticité linéaire présentent une singularité à l'extrémité de la fissure. En réalité, les contraintes ne sont pas infinies à l'extrémité de la fissure. Les matériaux métalliques par exemple, l'objet de notre étude, se déforment plastiquement, ce qui modifie la distribution des contraintes et des déformations à l'extrémité de la fissure. Le facteur d'intensité des contraintes  $K$  peut néanmoins être utilisé à condition que la zone perturbée par le développement de la zone plastique reste confinée à l'intérieur de la zone dite de  $K$ -dominance, où le développement asymptotique est valable. C'est l'hypothèse de plasticité confinée qui est généralement bien vérifiée en fatigue. C'est une hypothèse forte pour ces travaux, nous reviendrons en détail sur cette celle-ci au chapitre 4. Le domaine de validité des critères fondés sur la mécanique linéaire de la rupture dans les matériaux métalliques est donc délimité d'une part par la limite de validité des champs asymptotiques ( $r_{max}$  de l'ordre de quelques mm), et d'autre part par l'étendue de la zone plastifiée ( $r_{min}$  de l'ordre de quelques 100  $\mu\text{m}$ ). Le facteur d'intensité des contraintes reste un paramètre pertinent si  $r_{min}$  est largement inférieur à  $r_{max}$ .*

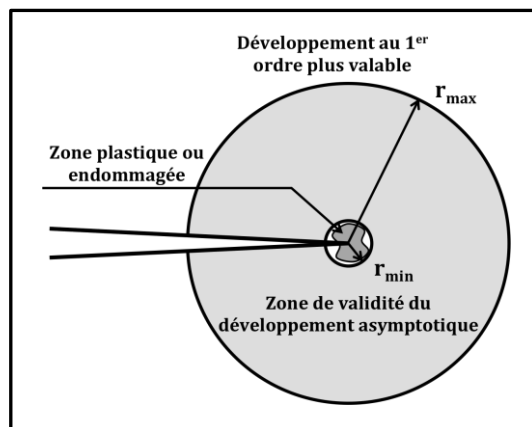


Figure 9 Limites de validité de la mécanique linéaire de la rupture



#### 1.2.4. Critères de bifurcation

Une fois l'état de contrainte au voisinage du front de la fissure défini par les 3 facteurs d'intensité des contraintes, deux types de critères sont appliqués. Les critères de propagation permettent de définir si la fissure se propage ou non et éventuellement à quelle vitesse. Les critères de bifurcation permettent, si la fissure se propage, de définir quelle sera sa direction de propagation pour des chargements de mode mixte.

##### 1.2.4.1. Critère de Erdogan et Sih ou « MTS »

Le critère le plus utilisé est le critère d'Erdogan et Sih [ERD63] fondé sur la contrainte circonférentielle maximale (Eq.1.10) « *Maximum Tangential Stress Criterion* ».

$$\frac{\partial \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta} = 0 \text{ et } \frac{\partial^2 \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta^2} < 0 \quad \text{Eq.1.10}$$

Ce critère stipule que le plan sur lequel la fissure se propage est celui qui subit la plus grande contrainte normale. C'est un critère bien adapté à la rupture par clivage. En élasticité linéaire, le critère peut être appliqué aux solutions de Westergaard en mode I+II. A partir des conditions Eq.1.10 et des solutions de Westergaard, on peut établir l'équation définissant l'angle  $\theta$  du plan de propagation de la fissure (Eq.1.11).

$$K_I \sin \theta + K_{II} (3 \cos \theta - 1) = 0 \quad \text{Eq.1.11}$$

De nombreux travaux utilisent donc ce critère, particulièrement simple à mettre en œuvre, certains avec un bon accord (Gdoutos [GDO84]; Yokobori *et al.* [YOK85]; Pook [POO85]; Nayeb-Hashemi [NAY87a], Hyde [HYD88], Mahajan [MAJ89], Brown [BRO89], Mageed [MAG90] et Chambers [CHAM91]), Tian l'ayant étendu au cas tridimensionnel [TIA82], et d'autres montrant une insuffisance de celui-ci (Tanaka [TAN74], Smith and Pascoe [SMI85], Royer [ROY86] ou encore Mageed and Pandey [MAG92]).

##### 1.2.4.2. Densité d'énergie totale et densité d'énergie de dilatation

Ce critère proposé par Sih [SIH74a], [SIH91] utilise la densité locale d'énergie totale (Eq.1-12) calculée avec les équations de Westergaard. Tandis que Theocaris et Andrianopoulos [THE84] excluent la part de cisaillement de la densité d'énergie et ne considèrent que la densité d'énergie de dilatation. La fissure est alors supposée se propager dans la direction où la densité locale d'énergie totale,  $S$ , est minimale ou bien dans la direction qui maximise la densité d'énergie de dilatation. Ce dernier choix est à nouveau bien adapté à la rupture par clivage.

Pour un chargement de mode III pur, la densité d'énergie totale est indépendante de l'angle et celle de dilatation est nulle, ce qui ne permet donc pas de définir une direction préférentielle de propagation. Par la suite Wong [WON87] a proposé d'étendre le nombre de termes de Westergaard présents dans le critère via l'expression des champs de contrainte en pointe de fissure.

##### 1.2.4.3. Critère de « symétrie locale »

Ce critère proposé par Goldstein [GOL74] et Buy [AME79] utilise la distribution radiale des contraintes. La prédiction de la direction de propagation est déterminée par l'angle  $\theta$  pour lequel le facteur d'intensité des contraintes de mode II (cisaillement) du futur plan de propagation, noté  $k_{II}^*$  est nul. Ainsi les champs obtenus suivant le plan de fissuration locale respectent une « symétrie locale ».

#### 1.2.4.4. Critère de type « MTS » et « MTSR »

Ces deux critères, « MTS » pour *Maximum Tangential Stress* et « MTSR » pour *Maximum Tangential Stress Range*, ont été examinés par Dahlin et Olsson [DAL03]. Leur démarche, très intéressante, a été de tester une série de critères pour un éventail de matériaux aux comportements différents avec un panel de chargement de mode mixte. Ils concluent à l'impossible unicité d'un critère pour un éventail de matériaux répondant à des lois de comportement bien distinctes (mettant en avant notamment la propriété de ductilité) ainsi que l'extrême importance du rôle joué par la déformation plastique dans l'évolution de la direction de propagation de la fissure.

#### 1.2.4.5. Critère de Li - Vecteur discontinuité du déplacement CTD

Ce critère proposé par Li [LI89] propose de considérer le vecteur de discontinuité du déplacement CTD comme la source de la propagation de la fissure. Ici, le vecteur CTD est la somme des vecteurs CTOD « *Crack Tip Opening Displacement* » et CTSD « *Crack Tip Sliding Displacement* ». Ce critère a montré un bon accord avec les données expérimentales d'un des cas test de Yokobori & al. [YOK85]. Ce critère est extrêmement simple et définit la formation de nouvelles surfaces fissurées de manière géométrique. Cependant, il est difficile à utiliser dans un modèle, les vecteurs CTOD et CTSD n'étant généralement pas connus.

#### 1.2.4.6. Critère de Hourlier et Pineau

Le critère de Hourlier et Pineau [HOU 82] définit la direction de propagation de la fissure comme celle qui maximise la vitesse de propagation après la bifurcation. Pour cela les facteurs d'intensité des contraintes après bifurcation  $k_i^*(\theta, t)$  sont calculés, en fonction de l'angle de bifurcation  $\theta$ , à partir de leurs valeurs avant bifurcation  $K_i^\infty(t)$ , en utilisant une méthode perturbative [AME 79] ou des résultats de calculs numériques. Plusieurs critères sont proposés :

- Critère 1 : l'angle de bifurcation  $\theta$  est celui pour lequel  $k_i^*(\theta, t)$  est maximum selon  $\theta$  et selon  $t$ . Ce critère est adapté à la rupture fragile.
- Critère 2 : l'angle de bifurcation  $\theta$  est celui pour lequel l'amplitude temporelle  $\Delta k_i^*(\theta)$  de  $k_i^*(\theta, t)$  atteint son maximum. Ce critère est adapté pour un matériau favorisant la fissuration par fatigue en mode d'ouverture.
- Critère 3 : l'angle de bifurcation  $\theta$  est celui pour lequel l'amplitude temporelle  $\Delta k_{II}^*(\theta)$  de  $k_{II}^*(\theta, t)$  atteint son maximum. Ce critère est adapté pour un matériau favorisant la fissuration par fatigue en mode de cisaillement (localisation).
- Critère 4 : l'angle de bifurcation  $\theta$  est celui pour lequel l'amplitude temporelle  $\Delta k_{eq}^*(\theta)$  atteint son maximum, où  $\Delta k_{eq}^*(\theta)$  est calculé à partir d'une forme quadratique de  $\Delta k_I^*(\theta)$  et de  $\Delta k_{II}^*(\theta)$  de manière à tenir compte de la plus ou moins grande propension du matériau à fissurer par fatigue en cisaillement ou en ouverture.

Parmi ces critères, ceux qui utilisent une amplitude sont bien adaptés à la fatigue, mais rencontrent la difficulté de la définition de l'amplitude lorsque le chargement est non proportionnel.

### 1.3. La Fissuration par fatigue

Avec l'hypothèse de plasticité confinée, les champs de contraintes et de déformation hors de la zone plastique sont fonction des facteurs d'intensité des contraintes nominaux. Le facteur d'intensité des contraintes nominal étant défini comme le facteur d'intensité des contraintes déterminé en supposant que le matériau est élastique linéaire.

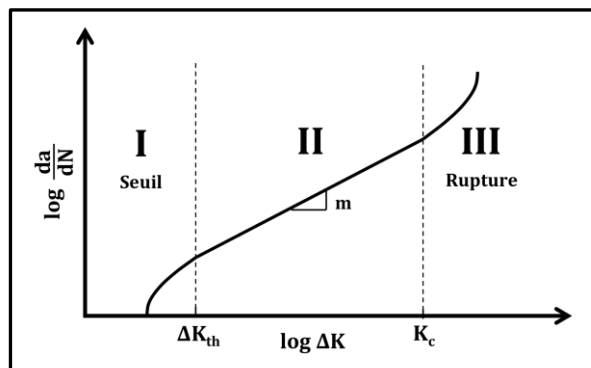
Par ailleurs, la fatigue est un phénomène cyclique, *a minima* deux variables sont nécessaires pour représenter le cycle de fatigue en cours, sa valeur moyenne et sa variation, ou bien son minimum et son maximum ou encore son maximum et son rapport de charge. Dans la pratique, on utilise l'amplitude du facteur d'intensité des contraintes nominal  $\Delta K$  et le rapport de charge  $R = K_{\min}/K_{\max}$ . Dans ce paragraphe, on discute de la nécessité d'introduire des variables supplémentaires en regard des mécanismes physiques.

### 1.3.1. La fatigue à amplitude constante – Loi de Paris [PAR61]

Des séries d'essais de fissuration par fatigue ont montré qu'il existait une relation simple (Eq.1.12) entre le taux de croissance par cycle de la fissure et la variation du facteur d'intensité des contraintes nominal (*Figure 10*). Dans un diagramme bi-logarithmique, la courbe présente trois régimes, le régime II - dit de Paris - pour lequel la vitesse de fissuration est une fonction puissance de l'amplitude du facteur d'intensité des contraintes. Au-delà de ce régime, la vitesse de propagation (régime III) est supérieure à celle prévue dans le régime de Paris car d'autres mécanismes de rupture interviennent (rupture ductile par exemple). En deçà du régime II, la vitesse de propagation est inférieure à celle de Paris (régime I). Dans ce régime, la vitesse diminue rapidement quand  $\Delta K$  diminue et la fissure finit par présenter des vitesses de fissuration difficilement détectables. La loi de Paris, définie pour le régime II de propagation, est la suivante :

$$\frac{da}{dN} = C\Delta K^m \quad \text{Eq.1.12}$$

où  $\Delta K$  est l'amplitude du facteur d'intensité des contraintes nominal au cours d'un cycle,  $N$  le nombre de cycles, et  $a$  la dimension de la fissure,  $C$  et  $m$  sont des constantes propres au matériau.



*Figure 10 Courbe de Paris avec les différents stades de propagation. I « Seuil ». II « Régime de Paris ». III « Rupture ».*

Le modèle de Paris, et ses dérivés, sont largement utilisés dans l'industrie pour dimensionner les structures en fatigue. La suite de cette partie est consacrée à explorer les limitations de ce modèle.

### 1.3.2. Les mécanismes usuels de propagation

Nous avons discuté précédemment des différents stades de propagation. Pour une fissure subissant de faibles  $\Delta K$ , la propagation est fortement influencée par la microstructure du matériau [NEU69] [NEU74] [RIT76] [MIN00] (joints de grain, orientation cristalline des grains), la fissure privilégiant généralement une propagation en mode de cisaillement sur les plans de glissement actifs.

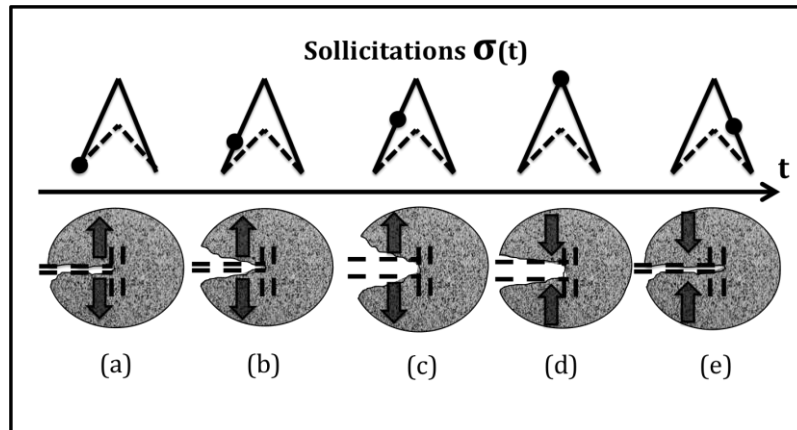


Figure 11 Mécanisme de propagation de fissure (Laird [LAI 67] ; Neumann [NEU 69] (a)- (b) Ouverture élastique. (c) Emoussement plastique. (d) Retour élastique. (e) Fermeture de la fissure et propagation de la fissure.

Pour des valeurs de  $\Delta K$  plus conséquentes, la fissure, sollicitée en mode I, s'ouvre sous l'effet des contraintes appliquées (Figure 11.a), et s'émousse [PEL69], [LAI67] au fur et à mesure que le niveau de contrainte augmente (Figure 11.c). L'émoussement plastique correspond à un allongement du matériau dans la direction normale au plan de la fissure et une contraction dans la direction de propagation. Lors de cet émoussement, de nouvelles surfaces libres sont créées. Lors de la décharge, la fissure se referme (Figure 11.d-e). Comme les champs semi-lointains sont élastiques, à charge nulle, la déformation imposée à la zone plastique est aussi nulle. L'extrémité de la fissure subit donc une déformation plastique en retour qui permet de ré-aiguiser son extrémité. La fissure s'est alors propagée d'une longueur approximativement égale au rayon d'émoussement. Les surfaces libres créées et exposées à l'air ne disparaissent pas. Ce mécanisme de propagation géométrique et très général permet d'expliquer la formation de stries de fatigue (Figure 12) même dans des matériaux ne présentant pas de plans de glissement comme les polymères.

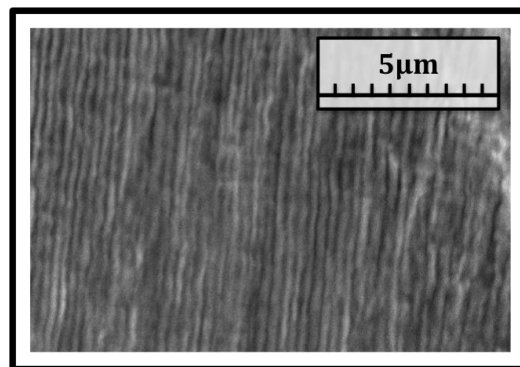


Figure 12 Stries de fatigue sur la surface de rupture du matériau d'étude 316L, le pas de strie est de 200 nanomètres, soit une vitesse de  $2.10^{-4}$  mm/cycle [FRE11]

La corrélation entre la vitesse de fissuration macroscopique et le pas des stries sur la surface de rupture a été montrée par R. Pelloux [PEL69]. Des mesures précises de pas de stries ont été réalisées en microscopie à balayage par Schijve [SCH73], Nedbal [NED89], sur des matériaux variés. Le pas de strie moyen est mesuré sur les surfaces de rupture dans une plage de largeur  $\Delta l$  [NED89]. Le rapport D, entre la vitesse de propagation macroscopique de la fissure  $da/dN$ , et le pas de strie, est tracé sur la Figure 13, en

fonction du pas de strie. Pour des pas de strie compris entre 50 nm et 2 µm, la vitesse de propagation est de l'ordre d'une strie par cycle. Dans ce régime, la propagation de la fissure est donc bien régie principalement par la formation des stries.

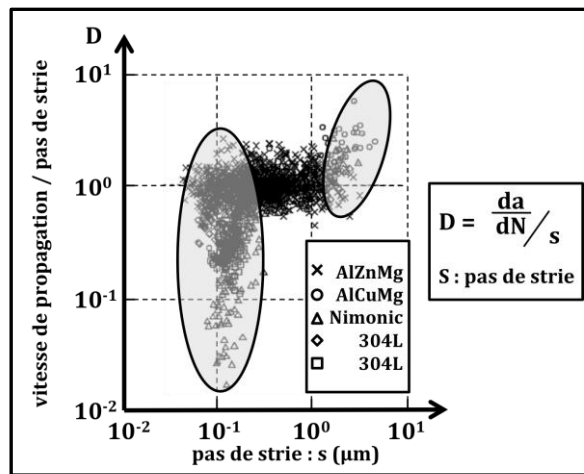


Figure 13 Rapport  $D$  de la vitesse de fissuration mesurée  $da/dN$  et du pas de strie  $S$ , tracé en fonction du pas de strie pour divers matériaux d'après [NED 89]

Au-delà, pour un pas de strie supérieur à 2 µm, on observe une vitesse de fissuration supérieure à une strie par cycle. D'autres mécanismes de rupture contribuent à la propagation tels que des micro-déchirures ductiles et du clivage. La déchirure ductile est sensible au taux de tri-axialité et le clivage à la contrainte principale maximale (« en  $K_{max}$ ») tandis que la déformation plastique, qui permet de former des stries, est activée par l'amplitude de la contrainte équivalente de cisaillement (« en  $\Delta K$ »). Ainsi, dans le régime III (Figure 10), de forts écarts à la loi de Paris sont observés.

**Remarque 4** L'extension de la fissure provient d'une déformation plastique à l'aller et au retour à l'extrémité de la fissure. Par conséquent, le comportement plastique cyclique du matériau doit avoir un rôle important sur la fissuration par fatigue du matériau (vitesse, bifurcation) [POM 00].

### 1.3.3. Les effets d'histoire en mode I

La compréhension et la prise en compte des effets d'histoire est un phénomène capital pour la fatigue à amplitude variable. Cette section présente, à titre d'illustration, quelques études collectées dans la littérature. On s'efforcera de démontrer les différences fondamentales qui existent entre la prédiction de la propagation en fatigue sous chargement à amplitude constante et celle sous chargement à amplitude variable. En effet, pour les chargements à amplitude variable, l'incrément de propagation ne dépend plus seulement de la longueur de la fissure et du chargement appliqué, mais aussi de l'histoire du chargement que la fissure a subi.

#### - Seuil de non-propagation $\Delta K_{th}$

Afin de déterminer le seuil de non-propagation des fissures, on procède généralement à un essai de fissuration asservi de manière à imposer une amplitude du facteur d'intensité des contraintes décroissant lentement avec la longueur de la fissure jusqu'à observer l'arrêt de la propagation, ce qui permet de déterminer le seuil de non propagation de la fissure.

Diverses études ont mis en évidence l'influence du taux de décroissance de  $\Delta K$  avec la longueur de la fissure sur la valeur du seuil mesurée. La norme impose un taux maximal  $dK/K = -0.08a$  (où  $a$  est en mm). Une décroissance trop rapide de  $\Delta K$  avec la longueur de

la fissure, ou une décroissance par palier, peut bloquer la fissure pour des valeurs de  $\Delta K$  supérieures à  $\Delta K_{th}$ . L'ensemble de ces observations indique que les effets d'histoire du chargement ne peuvent pas être négligés.

Enfin, on peut faire décroître  $\Delta K$  avec la longueur de la fissure en gardant la valeur maximale  $K_{max}$  du cycle constante ou en conservant le même rapport de charge  $K_{min}/K_{max}$ . L'expérience montre que le seuil de non propagation mesuré n'est pas le même, il dépend notamment de la valeur maximale du facteur d'intensité des contraintes [BOY01].

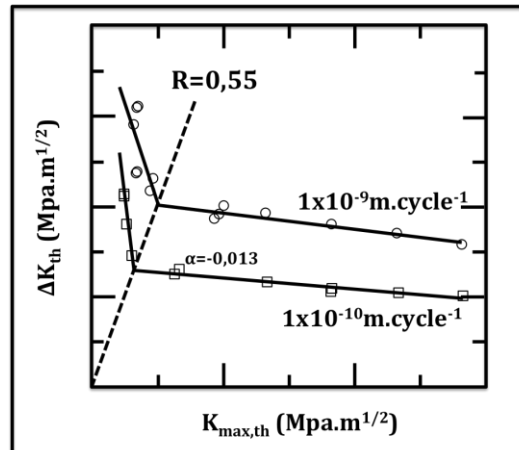


Figure 14 Seuil de non propagation des fissures par fatigue (à  $10^{-10}$ m/cycle) dans un alliage de titane Ti-6Al-4V bimodal à 50 Hz d'après [BOY01]

- Effet de fermeture des fissures

L'effet du rapport de charge est également observé dans le régime de Paris. On constate qu'en fatigue à amplitude et rapport de charge constant la vitesse de fissuration est une fonction de  $\Delta K$  et du rapport de charge  $R$  ( $R = K_{min}/K_{max}$ ) [FOR 67]. Ce point a été expliqué par Elber [ELB71] par un effet de fermeture des fissures induit par plasticité. En effet, lorsque la fissure présente une zone plastique confinée, des contraintes résiduelles de compression apparaissent après décharge dans la zone plastique. Les contraintes appliquées lors des cycles ultérieurs se superposent aux contraintes résiduelles et tant qu'elles n'atteignent pas un niveau seuil le chargement appliqué est inefficace [FLE88]. Lorsque la fissure se propage, un sillage plastique se développe le long de ses faces et les contraintes résiduelles présentes dans ce sillage modifient la valeur du facteur d'intensité de contraintes effectifs vu par le matériau situé autour du front de la fissure [ELB71], [ELB70], [SCH73], [PIP96]. Ce phénomène de fermeture se mesure expérimentalement par la déflexion de la courbe force ouverture. Néanmoins, en fatigue à amplitude constante, cet effet est surtout actif en surface ou dans les tôles minces. L'effet de fermeture induit par plasticité à cœur (déformation plane) est peu prononcé, voire inexistant.

**Remarque 5 :** Il est intéressant de noter que déjà en fatigue sous amplitude constante, la prédiction, généralement se basant uniquement sur une modélisation élastique, puise en effet son explication sur des mécanismes liés à la plasticité.

Plusieurs auteurs Miller [MIL82], Tanaka [TAN81], [TAN83], Gao [GA007] ont montré que les fissures courtes sont susceptibles de se propager plus rapidement que les fissures longues. Parmi les explications avancées, l'une d'elles est que les fissures courtes n'ont pas encore développé de sillage plastique, mais d'autres explications ont également été proposées. Les effets d'environnement jouent en effet également un rôle dans la cinétique de propagation des fissures et agissent différemment pour les fissures surfaciques ou profondes, que ce soit du fait de la croissance d'une couche corrodée sur

les faces de la fissure, ou du fait de l'accès ou de renouvellement des espèces agressives à l'extrémité de la fissure.

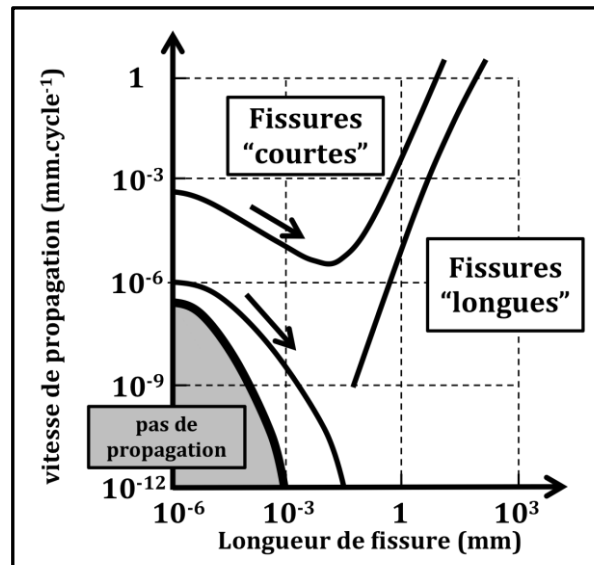


Figure 15 Propagation de fissure par fatigue. Comportement des fissures « courtes » et « longues ».

#### - Effet de surcharge

Le rôle de la plasticité dans les effets d'histoire du chargement est avéré et se manifeste lorsque la variation de  $\Delta K$  pour une variation de longueur de fissure de l'ordre de la taille de la zone plastique n'est pas négligeable [SUR98], [MIL97].

Les cycles « antérieurs » ont une influence sur la propagation des fissures sous l'effet des cycles « actuels » et cela s'explique par les contraintes résiduelles laissées dans le sillage de la fissure mais également par l'état d'écroutissage du matériau au voisinage de la pointe de la fissure. C'est dans cette logique (et un peu contre-intuitivement) que l'application d'une surcharge peut engendrer un effet retard [SUR83], [SUR85], [FER05], [SAN05], [STE10]... Lors de l'application d'une ou plusieurs surcharges, la fissure se propage avec une vitesse plus rapide que sous l'effet des cycles de base. Après décharge, le milieu extérieur tend à revenir à déformation nulle, ce qui induit des contraintes résiduelles de compression dans la zone plastique laissée par la surcharge. Le niveau de ces contraintes résiduelles est très dépendant du comportement élasto-plastique cyclique du matériau. Ces contraintes résiduelles ont un effet à longue portée et peuvent produire un effet de fermeture bien après que l'extrémité de la fissure soit sortie de la zone plastique laissée par la surcharge. Juste après la ou les surcharges, et avant de subir cet effet de retard, la fissure peut se propager transitoirement avec une vitesse très élevée. Nous reviendrons plus en détail sur ce point important dans le chapitre 2.

#### 1.3.4. Modèles de fissuration par fatigue avec effet retard

Ces considérations phénoménologiques ont contribué à l'évolution des lois de propagation de fissure afin d'étendre leur domaine d'application à la fatigue à amplitude variable pour laquelle la loi de Paris n'offre pas des résultats concluants.

On pourra citer le modèle proposé par Wheeler [WHE 72] consistant à introduire une fonction retard multiplicatrice  $\Phi$  à la vitesse de fissuration calculée avec la loi de Paris,

pour tenir compte de l'application d'une surcharge (Eq.1.14) (calculée à partir du rapport des tailles des zones plastiques créées par la surcharge et par le cycle de base).

$$\left[ \frac{da}{dN} \right]_{retardé} = \Phi \left[ \frac{da}{dN} \right]_{non\ retardé} \quad \text{Eq.1.13}$$

Cette méthode permet de décrire assez correctement l'effet d'une surcharge unique mais donne des résultats non satisfaisants pour des chargements par blocs ou des surcharges multiples. En effet, dans les expériences lorsque les surcharges sont répétées ou rapprochées des effets complexes d'écrouissage interviennent qui peuvent conduire à un effet retard plus important. On obtient alors des erreurs de prédiction très importantes.

$$\Phi = \left[ \frac{Zp_i}{\lambda} \right]^{m_w} = \left[ \frac{Zp_i}{a_0 + Zp_{surch} - a_i} \right]^{m_w} \quad \text{Eq.1.14}$$

Un autre modèle proposé par Willenborg sensiblement à la même époque [WIL 71] se fonde sur l'identification d'un facteur d'intensité des contraintes *effectif* «  $\Delta K_{eff}$  ».

$$\Delta K_{eff} = K_{max,eff} - K_{min,eff} \quad \text{Eq.1.15}$$

Ce facteur d'intensité des contraintes effectif est calculé à l'aide de deux variables ; un facteur d'intensité des contraintes de *réduction*  $K_{red}$  et *requis*  $K_{req}$  (Eq.1.16-17) traduisant la modification de la contrainte nécessaire pour reproduire une zone plastique égale à celle créée par la surcharge. Ce  $K_{red}$  pour « *reduction* » correspond à la réduction du facteur d'intensité des contraintes appliqué à cause des contraintes résiduelles en pointe de fissure laissées par la surcharge.

$$K_{max\ eff} = K_{max} - K_{red} \quad K_{min\ eff} = K_{min} - K_{red} \quad \text{Eq.1.16}$$

$$K_{red} = K_{req} - K_{max} \quad \text{Eq.1.17}$$

La principale différence avec le modèle précédent, est que celui-ci intègre la propagation de la fissure depuis l'application de la dernière surcharge (Eq.1.18) et intègre un aspect « mémoire ». En effet, le  $K_{req}$  diminue au fur et à mesure de la propagation de la fissure puisque la zone influencée plastiquement par la surcharge s'éloigne de la pointe de la fissure.

$$a_0 + Zp_{surch} = a_i + Zp_{req} = a_i + \left[ \frac{K_{req}}{R_e} \right]^2 \quad \text{Eq.1.18}$$

Dans le modèle de Willenborg [WIL 71], la loi de fissuration utilisée est la loi de Norman [NOR 67] qui intègre l'effet du rapport de charge (Eq.1-19) en fatigue à amplitude constante.

$$\frac{da}{dN} = \frac{C \Delta K_{eff}}{(1 - R_{eff}) K_c - \Delta K_{eff}} \quad \text{Eq.1.19}$$

Avec :

$$R_{eff} = \frac{K_{min\ eff}}{K_{max\ eff}} \quad \text{Eq.1.20}$$

Ce modèle a l'avantage de pouvoir cumuler l'effet de plusieurs surcharges de niveaux différents et plus ou moins rapprochées. Mais l'une des limitations de ce modèle est la



prévision d'un arrêt de fissure pour des amplitudes de surcharge élevées. En effet, pour une surcharge d'un facteur 2, on obtient  $K_{red} = K_{max}$ , et par conséquent la prédiction de l'arrêt complet de la fissure ( $\Delta K_{eff} = 0$ ). Ce modèle surestime donc assez largement les effets retard pour des surcharges de fortes amplitudes.

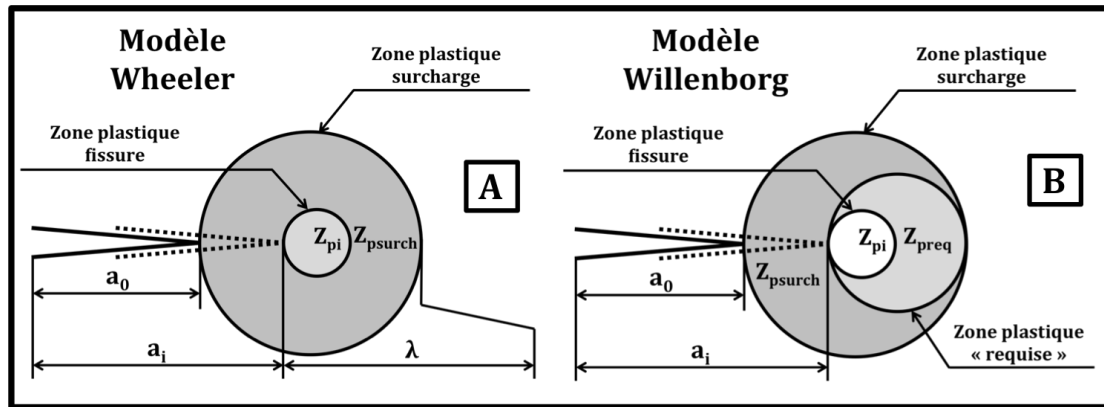


Figure 16 Illustration des modèles de prédiction de propagation en fatigue. (a) de Wheeler / (b) de Willenborg

D'autres études se sont appuyées sur le modèle de zone cohésive de Barrenblatt [BAR62] et de Dugdale [DUG60] qui permet de calculer la taille de la zone plastique d'une fissure d'un matériau parfaitement plastique (hypothèse de contraintes planes). Dans ce modèle, on exploite le fait que pour un comportement non-linéaire du matériau les contraintes ne sont plus singulières. La fissure est fictivement étendue d'une longueur  $r_p$  égale à la taille de la zone plastique.

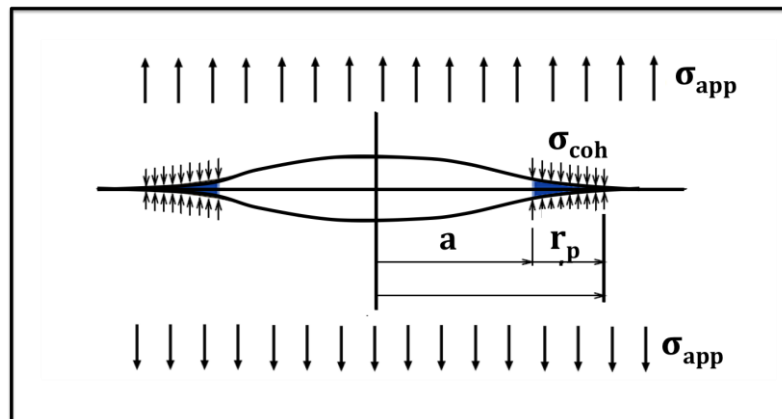


Figure 17 Hypothèses de condensation de la zone plastique sur le plan de fissuration pour le calcul de la taille de la zone plastique [DUG60], [BAR62]

La zone plastique est supposée exercer une contrainte cohésive égale à la contrainte d'écoulement du matériau. La somme des facteurs d'intensité des contraintes exercés sur la fissure de longueur  $a+r_p$  par le chargement appliqué  $\sigma_{app}$  et les contraintes de cohésion  $\sigma_{coh}$  est nulle, ce qui permet d'évaluer  $r_p$  simplement par un calcul de superposition (Eq.1.21).

$$K_{\sigma_{app}}(a + r_p) + K_{\sigma_{coh}}(a + r_p) = 0 \quad \text{Eq.1.21}$$

$$r_p = \frac{\pi}{8} \left[ \frac{K_{\sigma_{app}}}{R_e} \right]^2 \quad \text{Eq.1.22}$$

Cette méthode a donné lieu au développement de la méthode dite des « Strip Yield » pour traiter les cas d'un chargement variable avec des temps de calculs raisonnables. Pour cela, on représente la zone plastique par un ensemble d' « éprouvettes » fictives travaillant chacune en traction-compression uni-axiale lors des cycles de fatigue, afin de représenter les contraintes résiduelles de compression en pointe de fissure et de pouvoir tenir compte de la saturation de l'effet de surcharge.

Ce modèle a été amélioré par Newman [NEW 81] pour étendre le domaine d'application aux pièces épaisses en introduisant un facteur correctif sur la contrainte d'écoulement afin de traiter des cas de chargement en déformation plane (en pratique on introduit un facteur  $\alpha$  de confinement). La prise en compte de l'écrouissage du matériau (facteur très important dans la prise en compte des effets d'histoire que nous détaillerons dans la partie liée aux effets matériau) a été améliorée [BUD 78], [DEK 81], [OGU77] en compensant le volume de matière artificiellement créé lors de la plastification des « éprouvettes » par une suppression de volume en pointe de fissure (par le biais de dipôles de dislocations).

Ces méthodes simplifiées permettent de tenir compte de manière assez satisfaisante de chargements complexes en mode I pour des tôles minces fissurées. Par contre, lorsque des chargements multiaxiaux sont appliqués ou qu'on considère des fissures semi-elliptiques, ces méthodes ne sont plus applicables.

#### **1.4.La Fissuration en mode mixte**

La propagation de fissure en mode mixte sous chargement variable reste encore une problématique très ouverte. Il est connu que les effets d'histoire modifient à la fois la direction de propagation ainsi que la vitesse de propagation de la fissure [NAY87], [BOL92], [SRI93], [GAO96], [WON00], [DAH02], [DAH08]... Les effets observés ne sont pas négligeables et doivent donc être pris en compte afin de parfaire les modèles de prédiction. Deux phénomènes, au moins, sont généralement évoqués en tant que source principale de ces effets.

D'une part, les effets de friction entre les faces de la fissure réduisent l'efficacité en mode II et III du spectre de chargement. Le taux de mixité du chargement effectif peut différer, et ceci de manière significative, du chargement nominal [SAN05], [SAN06], [DOQ09], [LIM10]. Une prédiction efficace de la direction et de la vitesse de propagation des fissures requiert par conséquent la détermination préliminaire du chargement effectif (comme évoqué pour la fatigue à amplitude variable). C'est un point assez difficile, car les effets de frictions proviennent d'une part, du comportement des surfaces des matériaux mis en contact, et d'autre part de la rugosité de ces surfaces. Or la géométrie des surfaces fissurées peut changer significativement en mode mixte lorsque les fissures bifurquent ou versent. Ce qui peut être vu alternativement comme une augmentation de la rugosité (et donc du coefficient de frottement apparent) ou bien comme une évolution de la géométrie de la fissure. Pour aborder ce problème, il est nécessaire de définir les conditions pour lesquelles la non-planéité des surfaces fissurées doit être considérée dans la modélisation géométrique de la fissure pour calculer les facteurs d'intensité des contraintes [LAZ01a], [LAZ01b], [LEB11].

D'autre part, la plasticité en pointe de fissure est à l'origine de contraintes internes. Ces contraintes internes se superposent aux contraintes appliquées et modifient à la fois la direction et la vitesse de propagation de la fissure [DAH04], [DAH08] et ceci en mode mixte comme en mode I. L'importance de la loi de comportement élasto-plastique cyclique du matériau est un paramètre bien identifié. Ainsi Dahlin et Olsson [DAH02] ont étudié les effets de cycles occasionnels de mode II sur la fissuration en mode I, pour

des matériaux choisis pour leurs différences de comportement élasto-plastique cyclique. Les résultats contradictoires qu'ils ont obtenus permettent d'exclure la possibilité d'un critère unique convenant à tous les matériaux. De même, Reis conclue à la difficulté supplémentaire de prédiction pour les matériaux présentant un écrouissage cyclique important (à l'image de l'acier inoxydable 316L de notre étude) [REI09]. Finalement, la méthode la plus précise pour calculer les déformations plastiques en pointe de fissure et le seuil d'ouverture des fissures pour un matériau présentant un comportement un peu complexe est la méthode des éléments finis. Elle a été confrontée, avec succès, à des résultats expérimentaux en mode I [McC96], [POM00], [POM01] et en mode mixte [DAH02], [DOQ04], [SAN06], [SAN05b].

Ensuite un critère d'endommagement peut être utilisé pour prédire la direction de propagation et la vitesse. Toujours en utilisant les calculs par éléments finis en élasto-plasticité, Doquet et Bertolino [DOQ08] ont proposé de déterminer le plan de propagation de la fissure en respectant deux critères de durée de vie en fatigue distincts. Pour appliquer ces critères, premièrement les éléments finis sont utilisés pour calculer les champs de contrainte et de déformation au voisinage de la fissure (en tenant compte du comportement non linéaire du matériau) puis sont post-traités pour déterminer le plan critique. Ensuite sur ce plan, une valeur moyenne est calculée sur une distance  $d$  à l'extrémité de la fissure, et utilisée comme quantité d'intérêt dans le critère de fatigue retenu. La vitesse de propagation est calculée comme la distance  $d$  divisée par le nombre de cycle à rupture donné par le critère de fatigue (Smith Watson Topper ou Fatemi Socie ...). Le plan de propagation de la fissure est sélectionné comme étant le plan critique pour lequel la vitesse de propagation est la plus importante. Cette approche permet de prédire les transitions dans les directions de propagation observées expérimentalement et que les critères habituels [ERD63], [QIA93] ne peuvent prendre en compte.

De plus, lorsque des conditions de chargements non proportionnels sont rencontrées, le contact et la plasticité sont couplés de manière assez forte. Par exemple, en utilisant des micros grilles, Doquet et Pommier [DOQ04] ont suivi le déplacement relatif des faces de la fissure dans un acier ferrito-perlitique quand des chargements séquentiels mode I mode II sont appliqués. La discontinuité du champ de déplacement à travers les faces de la fissure augmente progressivement du fait d'un effet de rochet transitoire (*ratchetting*) lié à la plasticité en pointe de fissure. Cela provoque une suppression progressive de la force de friction le long des faces de la fissure qui rend le cycle de mode II plus efficace.

#### 1.4.1. Influence d'une charge de mode mixte II

A l'image de l'application d'une surcharge de mode I, l'application d'un cycle occasionnel de mode II lors d'une fissuration par fatigue en mode I va conduire à une modification de la vitesse de fissuration en mode I. Les formes ainsi que les tailles de zones plastiques associées à ces deux modes de sollicitations sont différentes [DAH04]. Par conséquent la plasticité en pointe de fissure lors d'applications de séquences de mode mixte est modifiée. Ces phénomènes ont été étudiés expérimentalement et numériquement afin de pouvoir les comprendre, les quantifier et les modéliser.

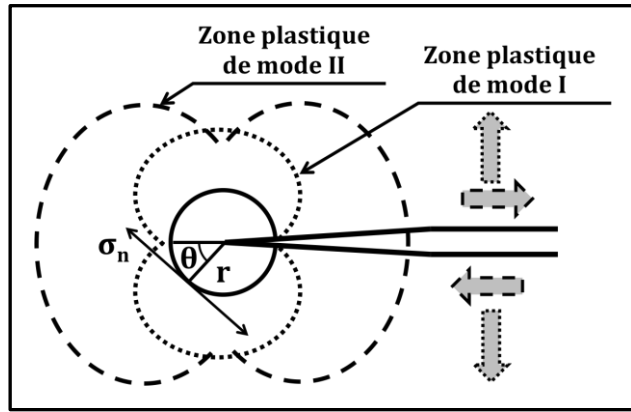


Figure 18 Visualisation d'une préfissure et du chargement  $\sigma_n(\theta)$  à un certain rayon de la pointe de fissure à l'intérieur des différentes zones plastiques associées aux modes I & II de sollicitations d'après [DAH04]

L'effet d'un cycle de mode II sur une propagation par fatigue en mode I a été étudié notamment par [DAH04] dans un acier AISI01. Des calculs numériques par éléments finis en élasto-plasticité ont été couplés afin de quantifier l'influence d'un chargement occasionnel de mode II sur la valeur de la contrainte circonférentielle maximale à une distance donnée de l'extrémité de la fissure (Figure 19). On obtient une chute de la valeur maximale et de l'amplitude de l'ordre de 6%, ce qui (selon la loi de Paris) devrait conduire à une réduction de 18% de la vitesse de fissuration.

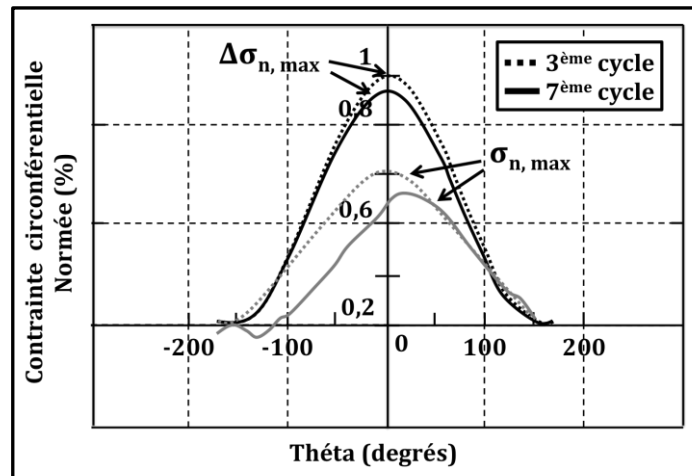


Figure 19 Représentation de la chute des valeurs de la contrainte circonférentielle maximale et de son amplitude, à une distance de 3.4 micromètres de la pointe de la fissure, lors d'un cycle de mode I, avant et après application d'une charge de mode II d'après [DAH04]

Les résultats expérimentaux montrent que la vitesse de fissuration de mode I décroît après l'application d'un cycle de mode II (Figure 20.b). Cet effet reste présent même après que la fissure ait traversé la zone plastique de mode II. Cette réduction de la vitesse de propagation apparaît être liée au phénomène de fermeture provoqué par le déplacement tangentiel des faces de la fissure. La portée de cette réduction a un impact important sur la durée de vie en fatigue observée, et il semble y avoir une corrélation avec la valeur du rapport de charge  $R$  de mode I lui aussi étroitement lié au phénomène de fermeture. Il est à noter que la « Recovery Distance (RD) », distance sur laquelle la vitesse de propagation en mode I est affectée par le cycle de mode II, est d'autant plus grande que l'amplitude du cycle de mode II est forte.

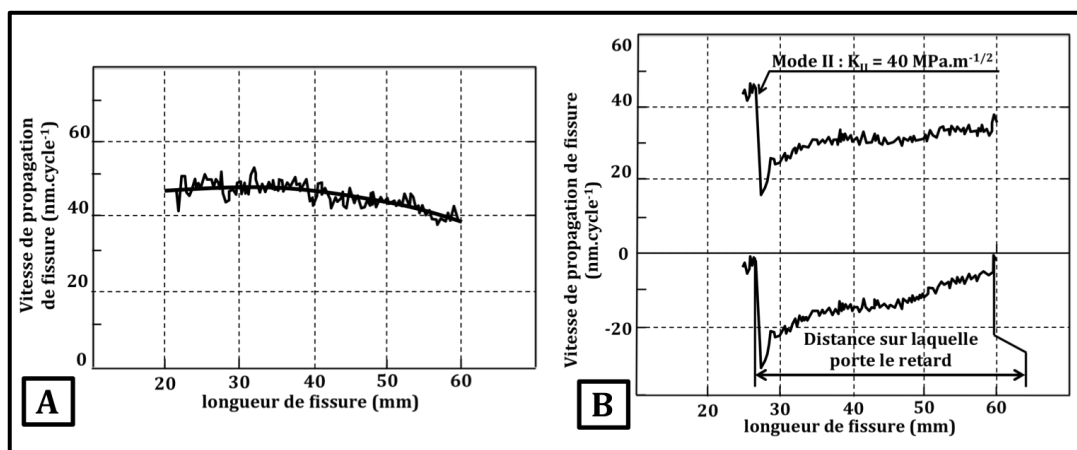


Figure 20 (a) Essai de référence ne comportant que des cycles de mode I d'après [DAH04].  
 (b) Vitesse de fissuration de mode I avant et après application d'un cycle de mode II de valeur  $40 \text{ MPa.m}^{1/2}$  d'après [DAH04]

#### 1.4.2. Influence de séquences de mode mixte I+II

D'autres essais comportant des séquences de chargement en mode I puis en mode II ont été menés. L'étude de la bibliographie montre des divergences importantes entre les résultats obtenus par les différents auteurs : certains essais de séquence mode I/II/I conduisant à un accroissement de la vitesse de fissuration en mode I [NAY87] après une séquence de mode II, d'autres à une réduction de celle-ci [GA096]. Ce constat soulève plusieurs interrogations et met en lumière l'existence d'une compétition entre plusieurs phénomènes.

Certains auteurs se sont donc attachés à explorer l'influence de séquences périodiques de mode II sur la propagation en mode I [DAH08]. Les résultats obtenus montrent une dépendance principalement à 4 paramètres :  $\Delta K_I$ , le rapport de charge R de mode I, l'amplitude du mode II et la période d'application du mode II qui sera notée M (M = nombre de cycles de mode I par cycle de mode II). Le niveau d'application du mode II doit être suffisamment important afin de créer un déplacement tangentiel résiduel des faces de la fissure sans quoi aucun effet n'est observé.

Deux mécanismes, au moins sont présents avec des effets opposés :

- L'application de mode II provoque des fermetures de fissures qui réduisent la vitesse de propagation en mode I. Ce phénomène porte sur une longue distance.
- Un autre mécanisme accroît la vitesse de propagation temporairement à chaque application du mode II. Ce phénomène porte sur une courte distance.

Les résultats obtenus montrent qu'il existe une vitesse de fissuration minimum à une certaine fréquence M, pour un couple d'amplitude de chargement de mode I et II donné. Pour des chargements à haute valeur du rapport de charge de mode I, le phénomène de fermeture disparaît mais celui d'accélération transitoire reste actif. Ce phénomène doit simplement être lié à l'avancée physique de la fissure induite par l'application du mode II, d'où le fait qu'il reste actif quel que soit le niveau de R.

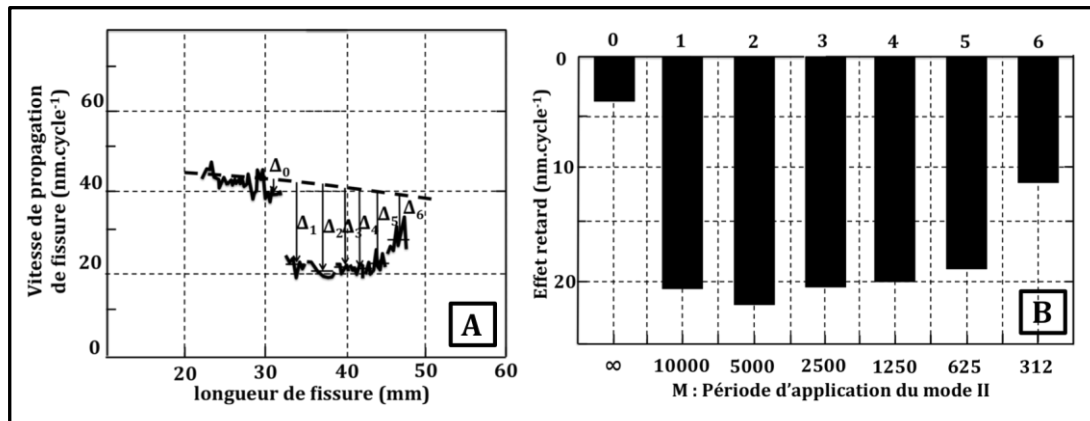


Figure 21 Mesure de l'effet retard consécutif à l'application d'un cycle de mode II. La période d'application du cycle de mode II ( $M$ ) varie.  $M \in [312; 10000]$ . (a) vitesse de fissuration en mode I pour les différents chargements  $i$ . (b) Retard respectif du chargement  $i$  par rapport au mode I.  $K_I = 20 \text{ MPa.m}^{1/2}$ .  $K_{II} = 10 \text{ MPa.m}^{1/2}$ . D'après [DAH08]

L'influence de l'amplitude de  $K_{II}$  a également été étudiée [DAH08] sur l'acier AISI01. Les résultats montrent une quasi linéarité de l'effet de retard avec l'amplitude de  $K_{II}$ . On peut également souligner que cette droite nous permet d'extrapoler une valeur « seuil » de  $K_{II}$  en dessous de laquelle aucun retard ne peut être observé. Cette valeur, bien qu'imprécise ici du fait de sa détermination à partir de peu de données, possède néanmoins un sens physique. En effet, elle correspond à la valeur seuil permettant de créer un déplacement tangentiel résiduel des lèvres de la fissure et ainsi, de nous conforter dans l'hypothèse de corrélation entre les mécanismes de plasticité et celui du retard de la fissure.

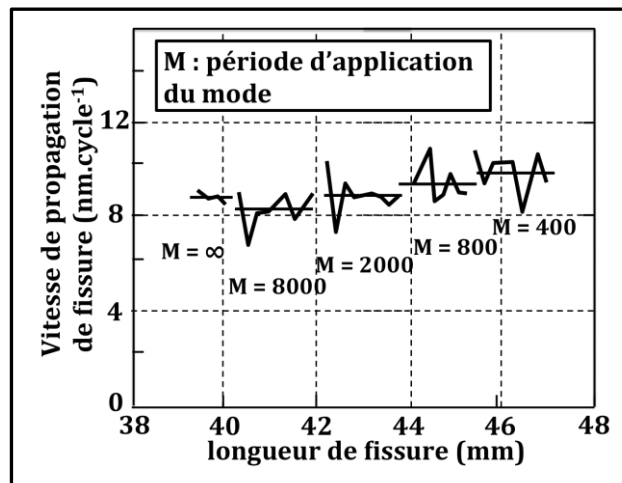


Figure 22 Evolution de la vitesse de fissuration de mode I.  $R=0,56$ . Variation de la période d'application du mode II :  $M \in [400; 8000]$ .  $K_I = 12 \text{ MPa.m}^{1/2}$ .  $K_{II} = 30 \text{ MPa.m}^{1/2}$ . D'après [DAH08]

On peut également évoquer les travaux de Choi [CHO09] où l'influence de surcharges de mode mixte I+II sur la propagation de mode mixte I+II est étudiée. Il observe différents types de retard et note la grande dépendance de ceux-ci avec le comportement du matériau en précisant que plus le matériau présente un écrouissage cyclique élevé plus les phénomènes observés sont intenses. Il précise également que selon ses études, un raisonnement basé sur des effets de fermeture ne saurait rendre compte avec pertinence de ces effets.

La connaissance du comportement élasto-plastique cyclique de la région entourant la pointe de la fissure sous chargement de mode mixte non-proportionnel est donc cruciale pour comprendre les effets d'histoire et pour les modéliser, en particulier lorsque des effets antagonistes sont rencontrés. Quelques auteurs ont utilisé la méthode des éléments finis dans ce but. Sander et Richard [SAN05], [SAN06], en particulier, ont montré que la méthode des éléments finis permet de prévoir correctement l'effet d'une surcharge de mode mixte (taux de mixité et amplitude variable) sur la fissuration en mode I ou mixte. Cependant, les simulations par éléments finis d'une propagation de fissure pour un matériau élasto-plastique en mode mixte restent difficiles à introduire dans un contexte industriel vu que les coûts de calcul sont encore prohibitifs, en particulier si la durée de vie en fatigue est de l'ordre du million de cycles. Nous exposerons donc le modèle incrémental exploité et développé au cours de ce travail afin de modéliser la fissuration sous chargement complexe et multiaxial [POM05].

## 1.5. Modèle de plasticité condensé - Pommier

### 1.5.1. Démarche

La première motivation de ce modèle est de s'affranchir des méthodes de reconstruction de cycles à partir des spectres de chargement enregistrés sur pièces. En effet, à partir du moment où les effets d'histoire du chargement sont pris en compte dans le modèle de propagation par fatigue, l'ordre des cycles appliqués devient crucial. Lorsque le chargement appliqué n'est pas cyclique, avec le même spectre de chargement et avec le même modèle de propagation, les résultats peuvent être très différents selon la méthode d'extraction de cycle utilisée. Pour s'affranchir de cette difficulté, le plus simple est d'utiliser un modèle de propagation incrémental, et non cyclique, afin de pouvoir prévoir la propagation de fissure sous l'effet d'un chargement non cyclique.

Par ailleurs, le modèle doit être prévu pour pouvoir permettre le calcul de l'effet de quelques millions de cycles pour des fissures semi-elliptiques ou plus complexes avec des temps de calculs restant compatibles avec les pratiques des bureaux d'étude. Compte tenu des très petites tailles des zones plastiques cycliques et monotones dans les applications courantes par rapport aux dimensions des pièces et des fissures, ceci exclue actuellement la possibilité d'utiliser directement la méthode des éléments finis en non-linéaire.

Néanmoins, les effets complexes et non-négligeables observés dans les essais et liés à la plasticité (interaction entre modes, rôle du comportement du matériau...) imposent de modéliser assez finement le comportement élasto-plastique de la région en pointe de fissure.

Nous détaillerons de manière plus exhaustive les équations du modèle dans la partie consacrée à celui-ci, mais une présentation de la démarche (*Figure 23*) permettant de représenter de manière simplifiée ce comportement en conservant ses caractéristiques essentielles est faite ci-dessous.

Notre démarche [POM05], [HAM07], [DEC09], [FRE11] est basée sur une approche multi-échelle du problème de la fissuration en non-linéaire et repose sur les considérations suivantes sur la cinématique :

- La propagation de la fissure au cours d'un pas de chargement est très petite (quelques dizaines de nanomètres) devant la dimension de la zone plastique (quelques centaines de micromètres). Il n'est donc pas nécessaire de prendre en compte le mouvement du front de fissure pendant le pas de chargement pour modéliser raisonnablement la plasticité pendant ce même pas de temps.
- On se place dans le cadre de la plasticité confinée, le massif de la pièce reste élastique et contraint fortement les mouvements de la matière dans la zone

plastique de la fissure. Pour cette raison, le nombre de degrés de liberté vraiment utiles pour représenter le mouvement doit rester limité.

- On considère que les déformations plastiques restent petites et que l'éroussement de la fissure reste faible (de l'ordre de grandeur du pas de strie, c'est-à-dire quelques dizaines de nanomètres). Dans ce cas, même en élasto-plasticité, la géométrie de la fissure n'est pas modifiée par la déformation plastique et conserve son plan de symétrie et son invariance par changement d'échelle. On doit donc pouvoir représenter le mouvement par une superposition de modes (symétrie) et chaque terme comme le produit d'une distribution spatiale et d'un facteur d'échelle ou d'intensité (invariance par changement d'échelle).
- Il est toujours possible, en inversant le sens du chargement, d'obtenir transitoirement un comportement élastique linéaire pendant un pas de temps indépendamment de la plasticité produite dans les étapes précédentes (en tout cas, tant que les déformations plastiques restent petites). Les parties élastiques et plastiques du mouvement peuvent donc être considérées comme cinématiquement indépendantes et respectent chacune indépendamment les considérations listées plus haut.

Le mouvement pourra finalement être décomposé en trois modes avec pour chaque mode *a minima* un degré de liberté pour l'élasticité et un autre pour la plasticité. Chaque composante pourra être exprimée comme le produit d'une distribution spatiale connue *a priori* et d'un facteur d'intensité qui sera utilisé comme degré de liberté cinématique.

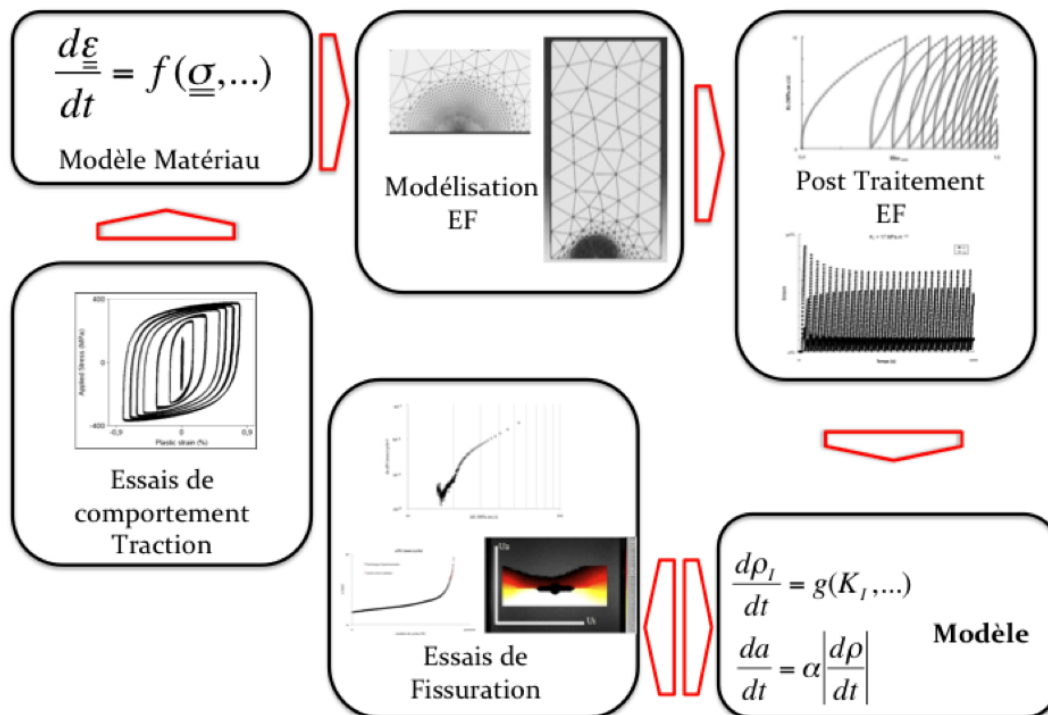


Figure 23 Démarche utilisée pour mettre en place le modèle de plasticité -condensé.

La démarche utilisée consiste à réaliser des calculs par éléments finis en élasto-plasticité (ou des mesures par corrélation d'images si des essais sont utilisés [DEC11]) pour déterminer le nombre de degrés de liberté nécessaires et les distributions spatiales correspondantes pour un matériau donné.



Nous avons précédemment souligné la forte dépendance des effets d'histoire en fissuration au comportement élasto-plastique du matériau. La première étape de la démarche nécessite donc d'identifier le comportement élasto-plastique cyclique au moyen de données expérimentales obtenues sur le matériau d'étude (bibliographie ou essais réalisés).

La seconde étape consiste à réaliser des calculs par éléments finis sur une structure fissurée avec le modèle de comportement identifié pour le matériau d'étude. Ces calculs permettent de déterminer d'abord les distributions spatiales (ou champ de référence) pour chaque mode et de vérifier qu'un degré de liberté pour l'élasticité et un pour la plasticité pour chaque mode est bien suffisant.

Une fois les champs de référence connus, le post traitement des calculs par éléments finis pour des chargements plus complexes permet de se constituer une base de courbes d'évolution des facteurs d'intensité plastiques en fonction des facteurs d'intensité de contraintes nominaux.

Ces courbes d'évolution sont ensuite utilisées (un peu comme on utiliserait une base expérimentale de courbes contraintes-déformation plastique) pour identifier un modèle de comportement condensé qui représente la plasticité cyclique de toute la région entourant l'extrémité de la fissure. Ce modèle est réduit à quelques équations différentielles scalaires.

Une fois le modèle condensé identifié, il suffit de connaître les facteurs d'intensité des contraintes nominaux pour prévoir l'évolution de la plasticité cyclique, ou en tout cas, ses caractéristiques principales. Le modèle peut donc être utilisé comme complément dans un calcul de structure fissurée élastique linéaire afin d'aboutir à des temps de calculs compatibles avec les problèmes industriels.

Enfin, la propagation de la fissure est supposée résulter de la plasticité cyclique et la propagation de la fissure peut être déduite de l'évolution des facteurs d'intensité plastiques et d'actualiser la géométrie de la fissure quand la propagation de la fissure a été suffisante.

**Remarque 6 :** *À partir des hypothèses énoncées, notamment celle du confinement de la zone plastique et des petites déformations, ce modèle ne peut pas être utilisé pour des problèmes où la plasticité est généralisée pendant le pas de chargement.*

### 1.5.2. Evolutions du modèle

Le modèle a été validé par des résultats expérimentaux sous chargement variable en mode I [HAM07] à température ambiante et à haute température [RUI09]. La modélisation de la fissuration sous chargement variable de Mode I, reste néanmoins un sujet ouvert, de nombreuses questions restant encore à traiter, comme le problème des fissures courtes, des matériaux présentant un comportement autre qu'élasto-plastique (élasto-viscoplastique, quasi-fragile...) ou des matériaux présentant un comportement élasto-plastique anisotrope.

Récemment, la prise en compte de la mixité du chargement est devenu une question clef chez certains industriels afin d'affiner les prédictions du comportement des structures vis-à-vis de la ruine en fatigue. Les travaux récents ont porté sur l'introduction dans un premier temps de la mixité de mode I+II dans le modèle de fissuration [POM09]. Cette thèse a pour objectif de discuter des effets de non-proportionnalité de mode I+II+III, de construire une modélisation complète (I+II+III) et enfin de la confronter à des résultats expérimentaux. Il est à noter que les problèmes (pourtant importants) de contact (friction et rugosité) n'ont pas été traités dans cette étude.

## 1.6. Le matériau d'étude - 316L

### 1.6.1. Caractéristiques

L'acier 316L (X2CrNiMo17-12 1.4404 dans la dénomination européenne) fait partie de la famille des aciers inoxydables austénitiques au molybdène et à faible teneur en carbone (composition tableau 1). Il se caractérise avant tout par une très bonne résistance à la corrosion. L'acier 316L présente une très bonne soudabilité et peut être mis en forme facilement : il se distingue par exemple par un bon respect des tolérances lors de l'emboutissage des tôles.

#### - Composition

Elément chimique		C	Mn	Si	P	S	Cr	Mo	Ni	M
316L	Min	-	-	-	-	-	16.00	2.25	10.00	-
	Max	0.03	2.00	1.00	0.04	0.03	19.00	2.75	14.00	0.1

Tableau 1 Composition chimique de l'acier inoxydable 316L

#### - Propriétés & Microstructure

densité	$K_{IC}$ (MPa.m <sup>1/2</sup> )	$R_e$ (MPa)	$R_m$ (MPa)	A %	E (GPa)	G (GPa)
7,99 g.cm <sup>-3</sup>	90	320	610	48	193	77

Tableau 2 Propriétés mécaniques de l'acier inoxydable 316L

### 1.6.2. Comportement cyclique - aspects phénoménologiques

#### 1.6.2.1. Effet Bauschinger

Historiquement, la première manifestation des aspects cycliques est l'effet Bauschinger, effet observé dès 1881 [BAU81]. Il correspond à la diminution de la limite d'élasticité en compression après une sollicitation préalable en traction et réciproquement (*Figure 24*).

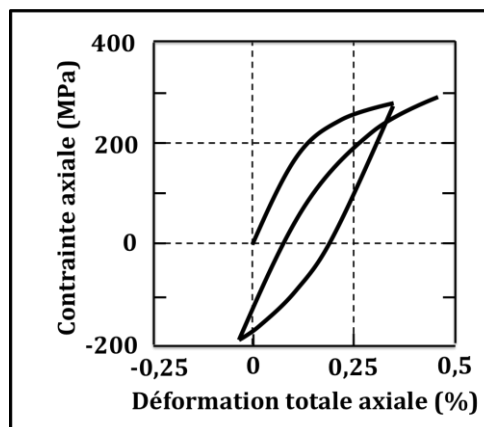


Figure 24 Premier cycle de traction-compression, visualisation de l'effet Bauschinger

Cette observation macroscopique trouve son origine dans des phénomènes se produisant à l'échelle de la microstructure, hétérogénéité de la déformation plastique à l'échelle des grains, hétérogénéité de la distribution des dislocations, et est la manifestation macroscopique des contraintes internes qui en résultent [FRA91]. On parle alors d'écrouissage cinématique. L'autre composante de l'écrouissage est de type isotrope, elle est reliée à la densité de dislocations.

### 1.6.2.2. Durcissement & Adoucissement cyclique

Parmi les caractéristiques du comportement d'un matériau, il est intéressant de relier l'amplitude (crête-à-crête) de déformation  $\Delta\varepsilon$  à l'amplitude (crête-à-crête) de contrainte  $\Delta\sigma$ . Lors de chargements périodiques, on constate que cette loi évolue au cours des cycles pour atteindre un niveau de saturation. On parle alors de « courbe d'érouissage cyclique stabilisée », lieu des sommets des cycles stabilisés ( $\sigma_m, \varepsilon_m$ ) dans le graphe ( $\sigma, \varepsilon_p$ ). Cette courbe d'érouissage cyclique peut se trouver « au-dessus » de la courbe d'érouissage monotone, on parle alors de durcissement cyclique (Figure 26); le cas inverse correspondant au phénomène dit d'adoucissement cyclique.

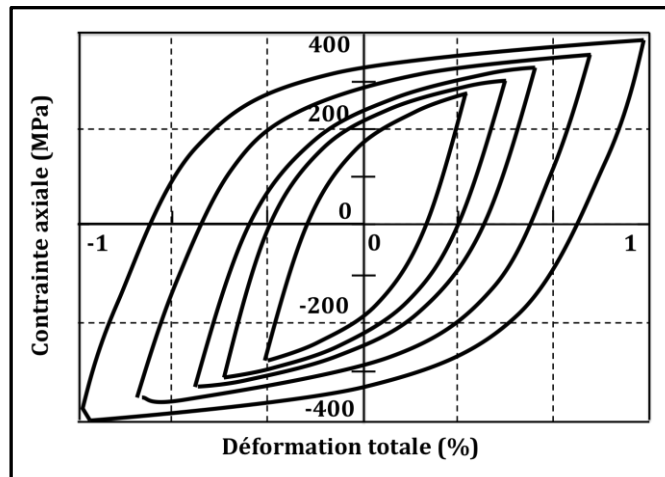


Figure 25 Courbe d'érouissage cyclique à paliers stabilisés (10000 cycles par paliers) pour de l'acier 316L d'après [JAE05]

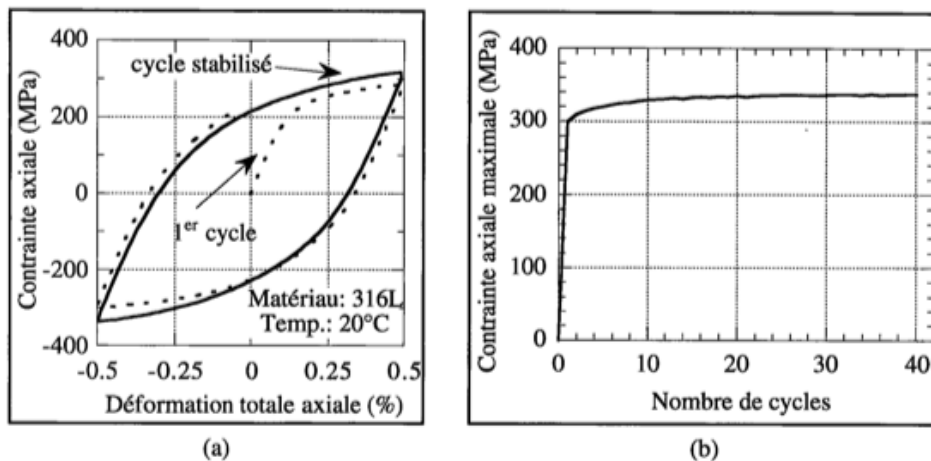


Figure 26 Durcissement cyclique sous sollicitations uniaxiale. (a) cycle contrainte déformation. (b) Evolution de la contrainte max en fonction du nombre de cycles.

### 1.6.2.3. Effet d'amplitude et effet mémoire

L'effet d'amplitude se caractérise par l'invariance de la valeur de la contrainte stabilisée pour un deuxième palier d'amplitude supérieure. Cet effet peut être observé sous sollicitation uni-axiale [TAN85] mais aussi multiaxiale [BEN89]. L'effet mémoire quant à lui est observé par la différence de niveau stabilisé atteint si l'on applique à nouveau la déformation du palier précédent [TAN85].

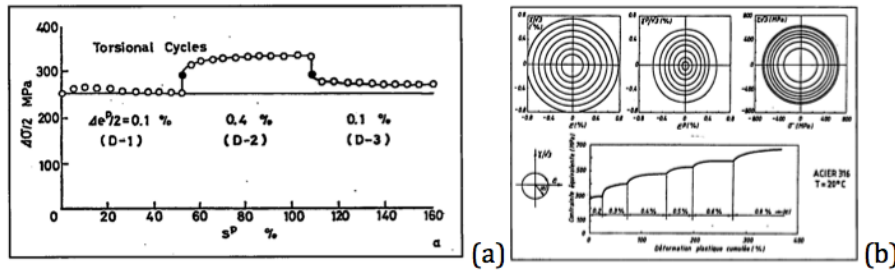


Figure 27 (a) Effet d'Amplitude et Effet mémoire en uni axial [TAN85] / (b) Effet d'Amplitude sur trajet circulaire de traction-torsion [BEN89]

#### 1.6.2.4. Effet de rochet

Dans le cas d'une sollicitation cyclique asservie en contrainte, on observe les mêmes phénomènes mais appliqués aux valeurs stabilisées en déformation. Le durcissement cyclique se traduit par une diminution de la déformation plastique maximale avec le nombre de cycles, et l'adoucissement cyclique, par une augmentation de la déformation plastique maximale avec le nombre de cycles. Si l'essai est réalisé à contrainte moyenne non nulle, on observe le phénomène de déformation progressive, appelé aussi phénomène de rochet mécanique que l'on peut rapprocher de l'effet Bauschinger en contrainte (Figure 24) [CHA91], [OHN94],[YAN04]. Le pendant de l'effet de rochet lors d'un essai à déformation imposée est l'effet de relaxation de la contrainte moyenne du cycle de fatigue.

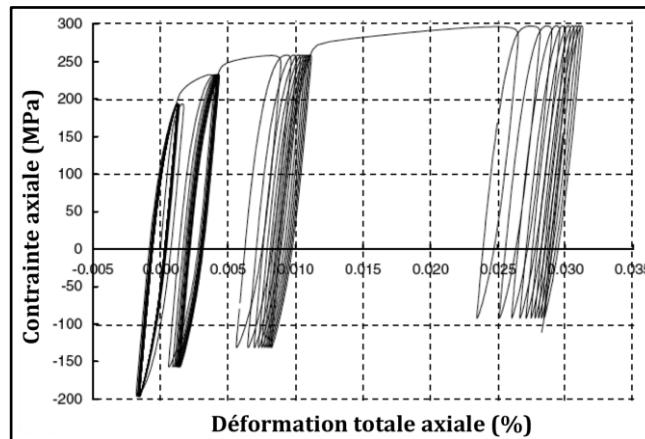


Figure 28 Effet de rochet sous contrainte à amplitude moyenne d'après [YANG04]

#### 1.6.2.5. Effet de forme

Pour illustrer l'influence de la forme du chargement sur la quantité d'écroutissage produite, nous prendrons l'exemple, assez largement étudié, d'une éprouvette cylindrique sollicitée en traction/torsion. Dans ces conditions les différents trajets de contrainte sont définis dans le plan  $(\varepsilon_{11}^t, \gamma_{13}^t/\sqrt{3})$ . Suite aux travaux de Lamba en 1978 [LAM78a], de nombreux auteurs [BEN87], [FAT88b], [CAI89], [DOQ90], [DOQ93], [McD95] se sont attachés à montrer l'importance de la forme du trajet de chargement sur la quantité d'écroutissage produite, allant jusqu'à observer un sur-écroutissage de 50% avec un trajet circulaire par rapport à la valeur obtenue pour une sollicitation uni-axiale dans des conditions équivalentes (Figure 29).

	Cyclic Strain Paths ( $\varepsilon_{11}, \gamma_{13}/\sqrt{3}$ )									
Maximum equivalent strain over a cycle 316L (MPa)										
	propor	propor	128 Steps	32 Steps	2 Steps	1 Step	2 Branches	4 Branches	Square	Circle
	350	350	360	370	430	500	510	530	570	590
<b>Hardening at the steady state (MPa)</b>										

Figure 29 Contraintes équivalentes maximales atteintes sur un cycle classées par forme des trajets de chargements d'après [BEN87]

Ce trajet a longtemps été considéré comme le trajet le plus producteur d'érouissage mais tour à tour, G. Cailletaud [CAI 87] de manière théorique en s'appuyant sur un modèle de micro mécanique, puis P. Pilvin [PIL91] et S. Calloch [CAL97] ont démontré l'existence de trajets conduisant à un niveau d'érouissage supérieur. Un trajet baptisé « papillon » a ainsi été mis en évidence. On pourra également se baser sur les travaux de A. Benallal [BEN85], qui classant les différents trajets selon la quantité d'érouissage créé montre bien le caractère déterminant de la non-proportionnalité du trajet de chargement. Depuis ces premiers résultats, on sait que les matériaux métalliques à moyenne et faible énergie de faute d'empilement, tels que les aciers inoxydables 316 et 304, ou encore le cuivre, sont très sensibles à la non-proportionnalité du chargement [DO090], [DOQ91], [ITO92], [DOQ94].

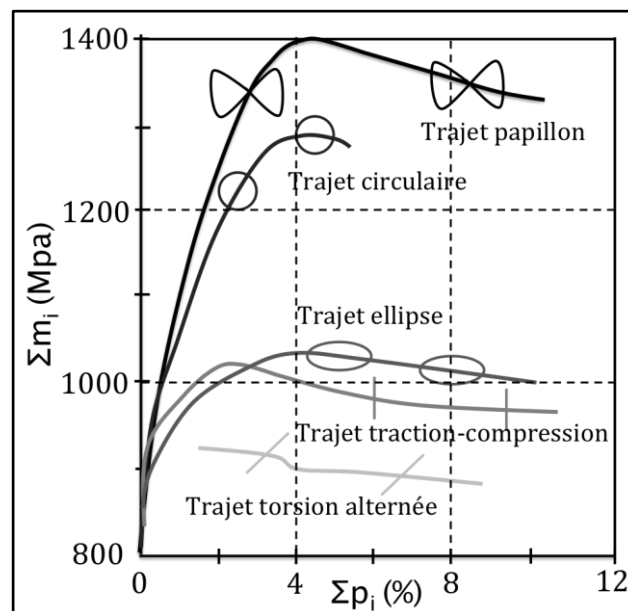


Figure 30 Courbes d'érouissage cyclique pour différents trajets de chargements d'après [PIL90a]

**Remarque 7 :** Certains de ces effets trouvent leur explication dans des phénomènes métallurgiques, comme par exemple la création et les types de structures adoptées par les dislocations. Il y a différentes catégories de structures de dislocations : configurations planes, veines, échelles ou murs, cellules et labyrinthes. Les configurations planes de dislocations sont créées dans les matériaux à faible énergie de faute d'empilement,

*catégorie dans laquelle rentre l'acier inoxydable 316L. Il est important de noter que les structures de dislocations dépendent du mode de glissement du matériau et de l'amplitude de la déformation [LUK73], ce qui explique au niveau macroscopique les effets d'amplitude et de mémoire ; mais elles dépendent également du nombre de cycles [ACK84] et de la distance aux joints de grains.*

## 1.7. Conclusions intermédiaires

L'objet de cette thèse est l'étude de la fissuration par fatigue sous chargement complexe (amplitude variable en mode mixte I+II+III). Les verrous techniques associés à cette thématique sont nombreux. Les effets d'histoire du chargement, en intensité et en direction, ont été largement démontrés par les résultats expérimentaux mais restent complexes à modéliser.

En effet, les difficultés inhérentes à la fissuration par fatigue (existence d'échelles très différentes dans le problème, nombre considérable de cycles, non-linéarités du matériau...) font que les méthodes numériques classiques sont inadaptées (taille et durée des calculs hors de portée) en particulier en mode I+II+III où le problème est tridimensionnel.

Prendre en compte les effets d'histoire du chargement induits par plasticité requiert donc la mise en place d'une démarche simplifiée. Parmi les objectifs de cette étude, le premier est de mettre en place le modèle condensé de Pommier & al. et de l'étendre au cas général de la fissuration en mode mixte I+II+III non-proportionnel.

Le second est de mettre en œuvre des essais de fissuration en mode mixte discriminants de manière à identifier les phénomènes principaux qui doivent être modélisés et ceux que l'on pourra dans un premier temps négliger.

Ces travaux expérimentaux et de modélisation feront l'objet des chapitres suivants.





## 2. Fissuration par fatigue en Mode I sous chargement variable

Ce chapitre porte sur la propagation des fissures de fatigue en mode I dans l'acier 316L. La première partie est une étude des propriétés de référence du matériau, loi de comportement, fissuration sous chargement d'amplitude constante en mode I. L'identification des paramètres du modèle de comportement du matériau utilisé dans la suite de la thèse est également présentée. La seconde partie de ce chapitre porte sur les effets d'histoire en mode I. Afin de mettre en évidence l'importance de ces effets, on s'appuiera sur des essais réalisés sous différents types de chargements (nombre et fréquence d'application de surcharges) pour lesquels la vitesse de fissuration a été mesurée et les surfaces de rupture ont été observées par microscopie électronique à balayage.

### 2.1. Identification de la loi de comportement du matériau

#### 2.1.1. Matériau d'étude

Cet acier est dit austénitique car il conserve à température ordinaire sa structure cubique face centrée  $\gamma$  (austénite). Sa haute teneur en Chrome (18%) et l'ajout de Molybdène lui confère une bonne résistance à la corrosion. Sa haute ténacité ( $K_{IC}=90 \text{ MPa.m}^{1/2}$ ) en fait un très bon candidat pour la réalisation des organes de sécurité des structures. L'acier 316L présente une capacité d'écrouissage importante. Cette capacité d'écrouissage étant dépendante des trajets de déformation suivis, ce matériau est susceptible d'engendrer des effets d'histoire importants en fissuration par fatigue. C'est un des facteurs ayant motivé cette étude sur l'influence des effets d'histoire du chargement sur la vitesse de propagation des fissures.

Par ailleurs, l'acier 316L est un matériau dans lequel les stries de fatigue sont particulièrement observables en microscopie électronique à balayage (MEB). En effet, c'est un alliage monophasé ; l'absence de lamelles (comme dans les aciers ferrito-perlitique ou les alliages de titane) ou de précipités (comme dans les superalliages base nickel) limite les perturbations de la fissuration par la microstructure intragranulaire. Par ailleurs, sa structure cubique à faces centrées (CFC) lui permet théoriquement d'activer jusqu'à 12 systèmes de glissement, ce qui limite également les perturbations liées à l'orientation des grains ou aux discontinuités induites par ceux-ci.

#### 2.1.2. Démarche d'identification du comportement

La procédure d'identification des paramètres du modèle condensé de fissuration nécessite la détermination du comportement élasto-plastique cyclique du matériau. Les paramètres du modèle de comportement choisi sont alors identifiés en s'appuyant sur les résultats d'essais de traction-compression réalisés au laboratoire.

De nombreuses études ont été menées sur le comportement élasto-plastique cyclique de l'acier 316L. Ces études montrent que pour représenter certains effets (tels que le sur-écrouissage cyclique du matériau sous chargement non-proportionnel, par exemple) des modèles de comportement adéquats doivent être utilisés. Malheureusement, ces modèles ne sont pas actuellement disponibles dans les codes de calculs standards, tel que le code Abaqus qui a été utilisé pour ces travaux. Il est possible d'implanter (via une routine Fortran - UMAT) un modèle de comportement plus élaboré que celui qui a été utilisé pour ces travaux, mais comme ce n'était pas le sujet principal de la thèse, le choix a été fait d'utiliser un modèle déjà implanté dans le code Abaqus.

Comme ce modèle est identifié en vue d'être utilisé pour modéliser le comportement cyclique d'une pièce fissurée, les essais réalisés doivent être compatibles avec les types de chargement vu dans la zone plastique de la fissure. On réalise donc des essais de

comportement cyclique, en déformation imposée (la zone plastique étant supposée confinée), avec des paliers d'amplitude de déformation croissante et pour chaque palier un nombre de cycles suffisant pour que la boucle d'hystérésis soit stabilisée.

Il est à noter que pour les applications de type « durée de vie » en fatigue oligocyclique, les lois de comportement sont identifiées pour des amplitudes de déformation plastique par cycle très faible, mais pour l'application visée dans cette étude, le comportement cyclique du matériau doit être identifié correctement pour toute la gamme d'amplitude de déformation plastique accessible sur les éprouvettes, y compris des amplitudes de déformations plastiques de l'ordre de  $10^{-2}$ .

- Essais de traction-compression:

La séquence de chargement appliquée sur les éprouvettes est reportée dans le Tableau 3. Les niveaux de déformation sont appliqués dans l'ordre croissant.

Liste des niveaux des paliers de déformation imposée (%)						
$\pm 0,1$	$\pm 0,3$	$\pm 0,5$	$\pm 0,6$	$\pm 0,7$	$\pm 0,8$	$\pm 0,9$
f (Hz)	Nombre de cycles par paliers					Rapport de déformation
1	30					-1

Tableau 3 Séquence d'essai, les paliers sont appliqués dans l'ordre croissant.

- Dispositif expérimental :

La *Figure 31* illustre le protocole expérimental. L'éprouvette est équipée d'un extensomètre. La machine d'essai est asservie sur cet extensomètre. On applique sur l'éprouvette des cycles d'amplitude de déformation croissante à rapport de déformation égal à -1. Comme le matériau d'étude présente un fort écrouissage cyclique, trente cycles sont appliqués pour chaque niveau de déformation afin de pouvoir quantifier son évolution sur chaque palier de chargement. Le niveau de déformation maximal utilisé pour l'identification du comportement est le dernier palier au cours duquel aucun flambement ou endommagement de l'éprouvette n'est détecté.

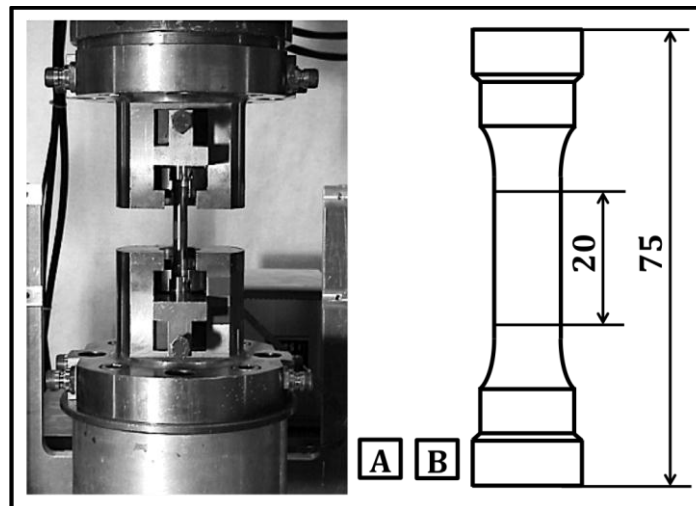


Figure 31 (a) Dispositif Expérimental – (b) éprouvette de traction-compression de diamètre 6mm

La principale difficulté de cet essai réside dans l'alignement des mors de la machine d'essai. En effet, lors des phases de compression, si les axes sont mal alignés l'éprouvette peut fléchir et flamber. En outre, au fur et à mesure que la déformation plastique cumulée augmente l'éprouvette s'endommage par fatigue. Dans ce cas, le module observé juste après la décharge en traction est inférieur à celui observé lors d'une phase

de recharge en compression. Les modules apparents ont donc été déterminés à chaque changement de direction de chargement et leur écart permet de ne retenir que les cycles valides. L'évolution de la contrainte est représentée en fonction de la déformation plastique pour ces cycles (Figure 32).

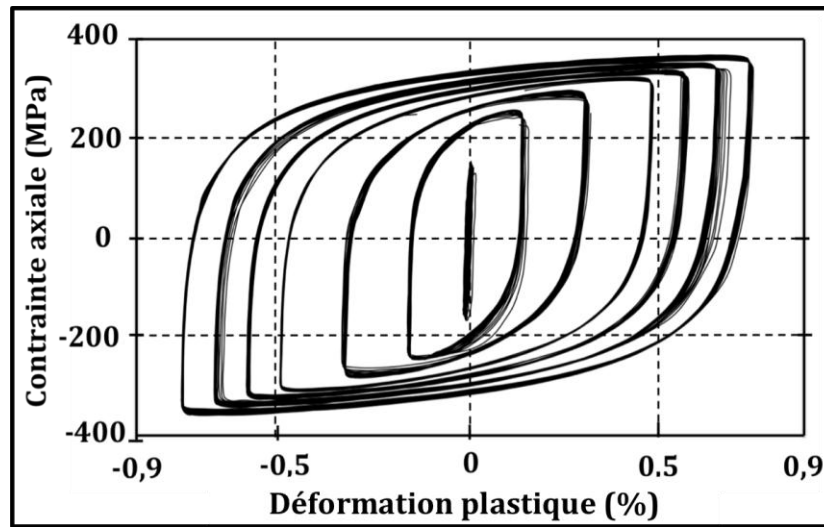


Figure 32 Essai de traction compression à déformation imposée réalisé sur le matériau 316L Contrainte (MPa) – Déformation plastique (%).

### 2.1.3. Modèle de comportement

Le modèle de comportement adopté pour représenter le comportement mécanique de l'acier 316L est isotrope avec un écrouissage cinématique non-linéaire de type Armstrong-Frederick combiné à un écrouissage isotrope non-linéaire. Il comporte 7 paramètres matériaux.

$\underline{\underline{\sigma}} = \lambda \text{Tr} \underline{\underline{\varepsilon}} \underline{\underline{I}} + 2 \mu \underline{\underline{\varepsilon}}$	Elasticité isotrope	Eq.2.1
$f = \sqrt{\frac{3}{2} (\underline{\underline{\sigma}}' - \underline{\underline{X}}) : (\underline{\underline{\sigma}}' - \underline{\underline{X}})} - R$	Critère de von Mises	Eq.2.2
$\underline{\underline{\sigma}}' = \underline{\underline{\sigma}} - \frac{\text{Tr} \underline{\underline{\sigma}}}{3} \underline{\underline{I}}$	Déviateur de $\underline{\underline{\sigma}}$	Eq.2.3
$\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}_p = \lambda \frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}}$	Loi d'écoulement normale	Eq.2.4
$R = R_0 + Q \times (1 - e^{-bp})$	Loi d'écrouissage isotrope non linéaire	Eq.2.5
$\dot{p} = \sqrt{\frac{2}{3} \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}_p : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}_p}$	Taux de plasticité cumulée	Eq.2.6
$\underline{\underline{X}} = C \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}_p - \gamma \underline{\underline{X}} \dot{p}$	Loi d'écrouissage cinématique non linéaire	Eq.2.7

Paramètres  $\{\lambda, \mu, R_0, Q, b, C, \gamma\}$

Ces paramètres ont été implantés dans les simulations numériques réalisées sous Abaqus et identifiés afin de minimiser l'erreur entre la séquence de chargement simulée et les résultats expérimentaux.

### 2.1.4. Jeu de paramètres

Un accord raisonnable est trouvé entre les simulations et les résultats expérimentaux sur la gamme d'amplitude de déformation plastique des essais (Figure 33).

E (GPa)	$\nu$	R <sub>0</sub> (MPa)	Q (MPa)	$\gamma$	C	b
187	0,3	110	90	580	112500	0,3

Tableau 4 Jeu de paramètres du modèle pour le 316L

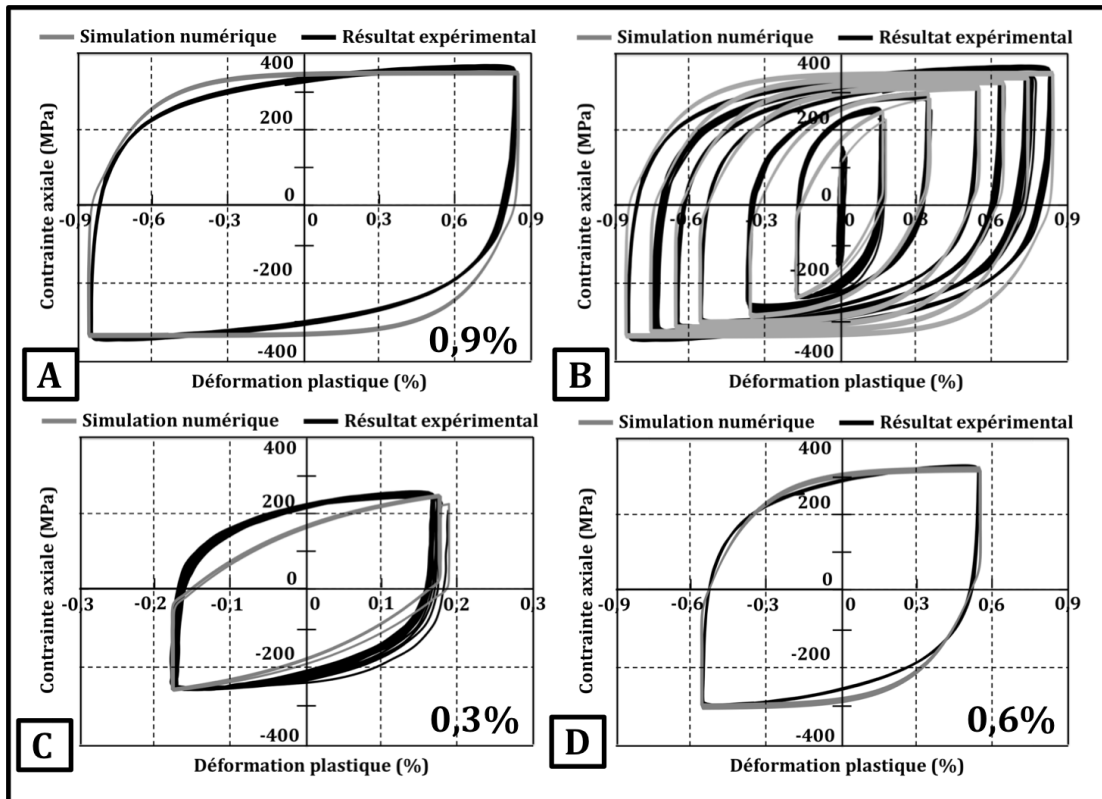


Figure 33 Comparaison des résultats expérimentaux issus de l'essai de traction-compression à déformation imposée avec les simulations numériques obtenues sous Abaqus avec la loi de comportement de type Armstrong-Frederick - (a) cycle stabilisé pour  $\epsilon_t = 0,9\%$ . (b) sur la totalité des cycles. (c) cycle stabilisé pour  $\epsilon_t = 0,3\%$ . (d) cycle stabilisé pour  $\epsilon_t = 0,6\%$ .

**Remarque 8 :** Le modèle de comportement choisi ne rend pas compte de certains effets de mémoire en particulier de l'effet de sur-écrouissage cyclique sous chargement non-proportionnel.

**Remarque 9 :** Le modèle est également connu pour surestimer la relaxation de la contrainte moyenne du cycle d'hystérésis en déformation imposée. Le problème se pose surtout pour les faibles niveaux d'amplitude de déformation plastique qui ne sont pas cruciaux pour le comportement de la zone plastique d'une fissure. Néanmoins, comme l'augmentation de l'effet de retard avec le nombre de surcharges est, en outre, expliqué par cet effet de relaxation de la contrainte moyenne (et donc d'augmentation des contraintes résiduelles de compression), il faut garder à l'esprit que le modèle peut surestimer cet effet.

## 2.2. Essais de fissuration par fatigue en mode I

### 2.2.1. Dispositif expérimental

Les essais de fissuration en mode I ont été réalisés sur des éprouvettes CCT (Figure 34)

fournies par EdF en acier 316L. La machine d'essai est une MTS 50kN. Le suivi de la propagation de la fissure a été réalisé en cours d'essai à l'aide d'un suiveur de fissure (méthode électrique) et à l'aide d'images numériques traitées par corrélation d'images, technique développée au laboratoire par l'équipe de François Hild et Stéphane Roux.

**Remarque 10 :** la réponse du suiveur de fissure a été calibrée en utilisant, d'une part des mesures en surface (corrélation d'images numériques, répliques) et d'autre part, des observations en microscopie optique de la surface de rupture d'un essai où dix surcharges sont appliquées tous les 10000 cycles, ce qui laisse une ligne d'arrêt sur la surface permettant ensuite de corréler la longueur de la fissure à la variation de tension.

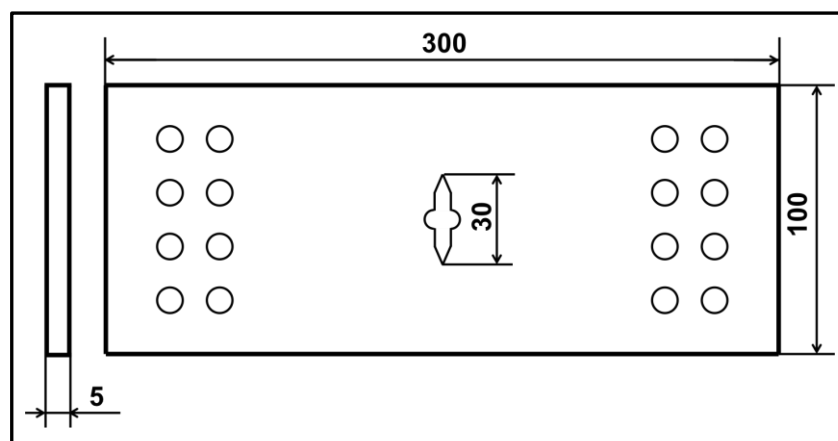


Figure 34 Eprouvette CCT

### 2.2.2. Essais réalisés

Dans cette étude, deux essais sont présentés. Tout d'abord, un essai de référence réalisé sous chargement d'amplitude constante. Afin d'examiner l'importance des effets d'histoire, un essai à chargement à amplitude variable a ensuite été effectué. Les caractéristiques de ces deux essais sont représentées dans le Tableau 5.

Essai à amplitude constante					
$\Delta K_{init}$	R	f	$a_{init}$ (mm)		
10	0,1	20 Hz	30		
Essai à amplitude variable (1)					
$\Delta K_{init}$	R	f	$R_{surcharges}$	Nombre de surcharges	$a_{init}$ (mm)
10	0,1	20 Hz	1,34	10 pour 10000	30

Tableau 5 Eléments de description des essais de fissuration à amplitude constante ou variable en mode I

### 2.2.3. Résultats

La comparaison de l'évolution de la fissure dans ces deux essais (amplitude constante et amplitude variable (1)) montre un effet très significatif de l'application des surcharges (Figure 35).

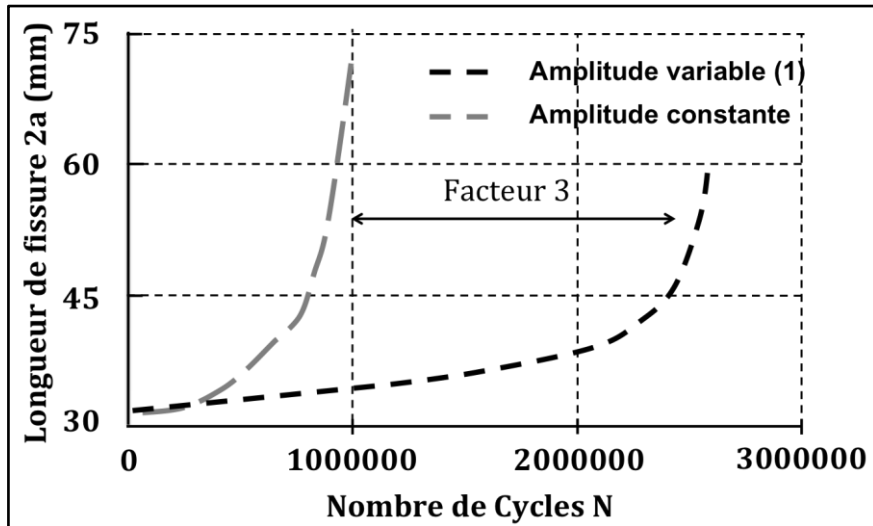


Figure 35 Propagation de fissure – comparaison entre un chargement à amplitude constante et un chargement comportant 10 surcharges (facteur 1,34) tous les  $10^4$  cycles.

L'application de 10 cycles de surcharges d'un facteur 1,34 tous les 10000 cycles, c'est-à-dire de 0.1% des cycles appliqués, produit une augmentation d'un facteur 3 de la durée de vie (**Figure 35**). Cet effet, bien que contre-intuitif (la présence de surcharges augmente la durée de vie), est largement connu et généralement dénommé « *Shielding Effect* » [ELB71], [WIL71], [WHE72]. Il est dû à la création d'une zone plastique en pointe de fissure.

### 2.3.Observations des surfaces de rupture - MEB

Pour mieux comprendre les mécanismes mis en jeu, les surfaces de rupture ont été examinées en optique et en microscopie électronique à balayage MEB.

#### 2.3.1.Mécanismes de fissuration

- Essai à amplitude constante

La surface de rupture de cette éprouvette est assez plane, la présence des grains est assez peu visible et à fort grossissement, la surface de rupture révèle essentiellement une fissuration par stries. Ce mode de fissuration est classique pour des chargements à amplitude constante. En admettant que la propagation laisse une strie par cycle, l'étude au MEB permet de mesurer des vitesses de fissuration en mesurant les pas des stries sur la surface de rupture. L'échelle de ce phénomène est sub-micrométrique.

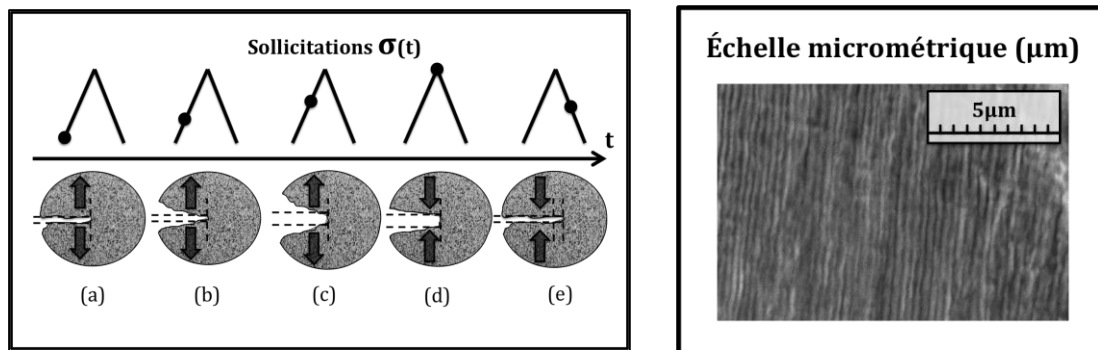


Figure 36 : Principe du phénomène de propagation par le régime à stries. Echelle.

- Essai à amplitude variable (1) – lignes d'arrêt

Comme indiqué au paragraphe précédent, cet essai a présenté une durée de vie triplée par rapport à l'essai à amplitude constante. L'étude de la surface de rupture de l'éprouvette révèle l'existence de plusieurs mécanismes de fissuration en compétition. A faible grossissement (en optique), le phénomène le plus marquant lors de l'examen de la surface de rupture est la formation de « lignes d'arrêt ». Ces lignes d'arrêts, résultant de l'application des blocs de surcharges, correspondent à un ralentissement de la fissure consécutif à l'application des 10 surcharges. On peut les observer à l'œil nu. Par conséquent, l'échelle de ce phénomène est totalement différente du précédent. L'étude effectuée au microscope optique permet alors de mesurer des vitesses de fissuration moyennes par bloc de 10000 cycles en mesurant simplement la distance séparant deux lignes d'arrêt. L'échelle d'observation de ce phénomène est millimétrique.

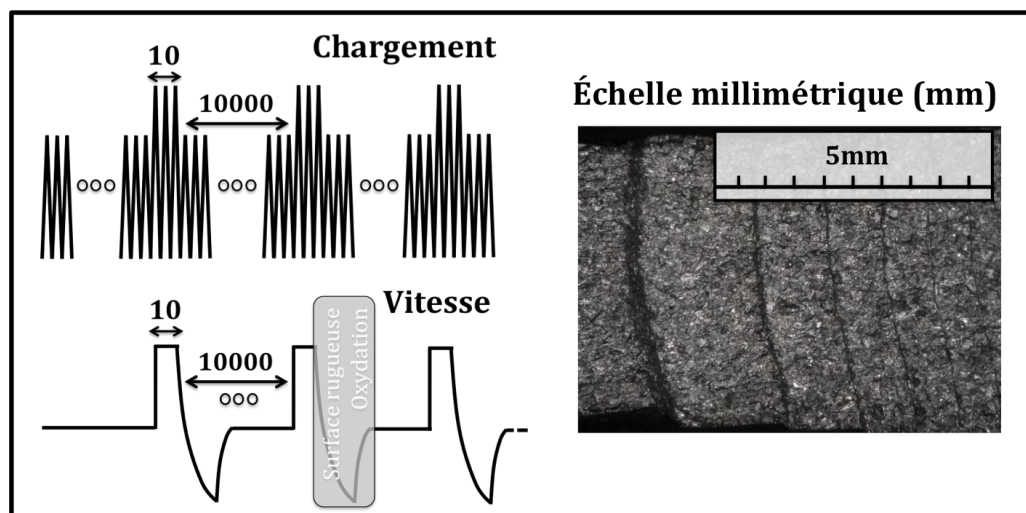


Figure 37 : Illustration de l'évolution de la vitesse de propagation observée lors de l'essai à amplitude variable.

### 2.3.2. Essai à amplitude variable (1) – MEB

Afin de mieux comprendre les phénomènes conduisant à l'effet retard observé, une étude plus locale de l'évolution de la vitesse de propagation a été menée à l'aide du MEB. Dans un premier temps, nous avons pu comparer à une échelle équivalente, et pour une même longueur de fissure, les faciès de rupture des deux essais. On note immédiatement que la surface de rupture est beaucoup plus régulière dans le cas du chargement à amplitude constante que dans le cas d'un chargement à amplitude variable. De larges zones de propagation « à stries » sont visibles dans le cas du chargement à amplitude constante, leur orientation est assez uniforme et cohérente avec la direction de propagation macroscopique de la fissure (Figure 38.a). *A contrario*, le faciès de rupture correspondant au chargement à amplitude variable apparaît très chaotique. Les zones de propagation « à stries » sont plus réduites et la direction des stries n'est pas uniforme (Figure 38.b).

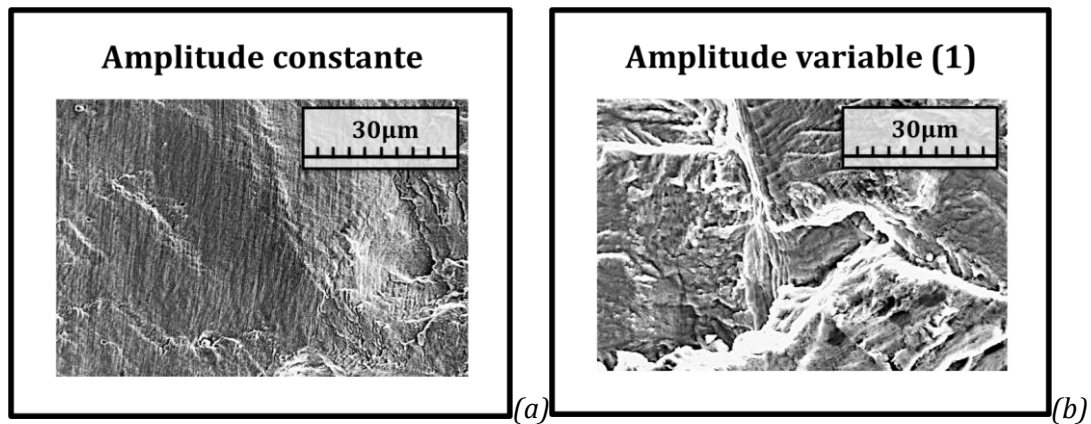


Figure 38. Images de microscopie électronique à balayage, prises à  $\Delta K=20\text{MPa.m}^{1/2}$ , dans les deux cas et à même grandissement. (a) Chargement à amplitude constante (b) Chargement à amplitude variable (1) au niveau du point d'application des 10 surcharges.

Afin d'évaluer qualitativement l'évolution de la vitesse de propagation au cours d'un bloc de chargement, diverses observations ont été menées le long du trajet de fissuration. Premièrement, on observe au MEB les lignes d'arrêts consécutives à l'application des surcharges (Figure 39.a). Au niveau de ces lignes, un émoussement important peut être observé (Figure 39.b&9.c) qui provient de l'application des surcharges, on peut même compter les stries laissées par la surcharge sur la « face quasi verticale » créée par le bloc de surcharge.

Juste après cette ligne, dans une zone qui s'étend jusqu'à environ cinquante micromètres de la ligne d'arrêt, on observe une zone de propagation « à stries » (Figure 39.c) où il nous est possible de mesurer la vitesse de propagation locale. Dans cette zone, la vitesse de fissuration relevée est de l'ordre de 300nm par cycles. En comparaison, la vitesse « moyenne » calculée en utilisant la distance de propagation séparant deux blocs de surcharges est de 60nm par cycle. On mesure donc un rapport 5, entre la vitesse moyenne de fissuration et la vitesse locale juste après l'application des surcharges dans l'essai à amplitude variable. Par ailleurs, pour cette valeur de  $\Delta K$  en fatigue à amplitude constante, le pas de strie est de l'ordre de 200nm.



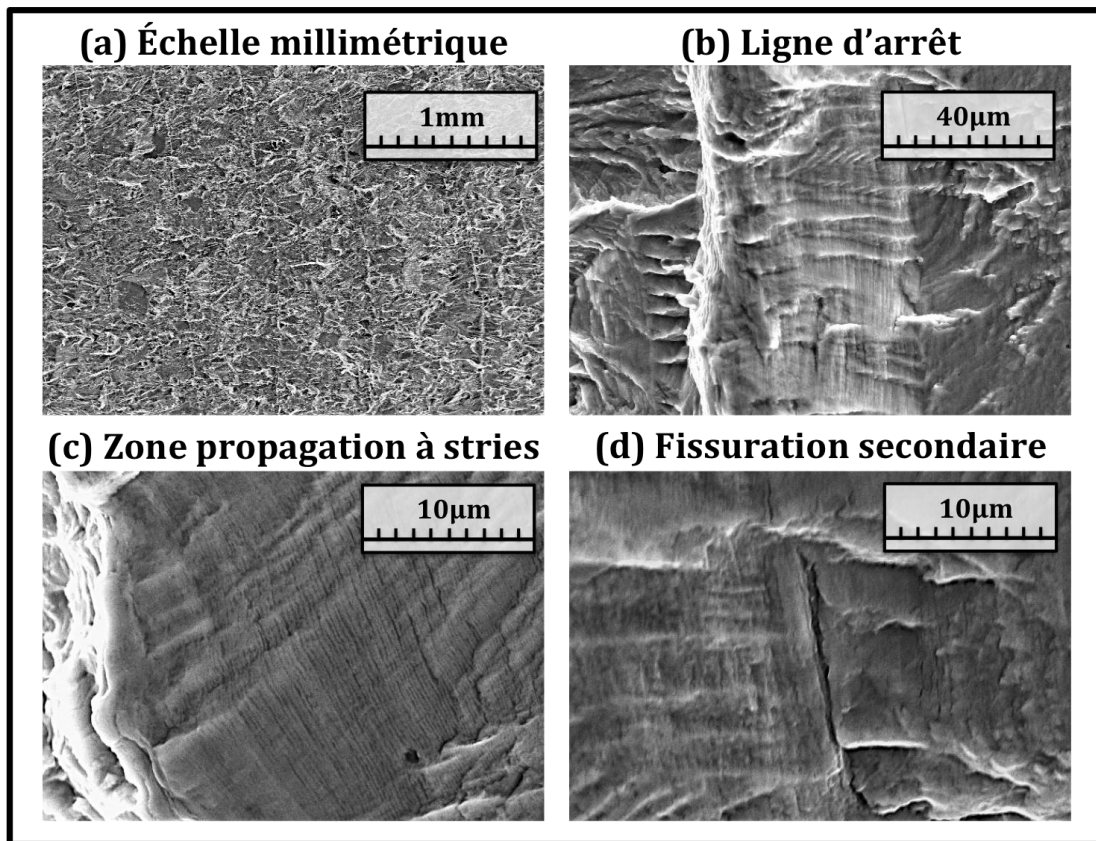


Figure 39 Images issues du MEB prises à  $\Delta K=20\text{MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$  pour le chargement à amplitude variables (a) Vue « globale » avec des marques consécutives à l'application des 10 cycles de surcharges tous les 10000 cycles. (b) Zone de propagation « à stries » juste après ( $10\ \mu\text{m}$ ) l'application des surcharges et sur une distance d'environ  $50\ \mu\text{m}$ . (c) Zoom sur la zone de propagation « à stries ». Mesure de la vitesse locale de propagation (d) Fissuration secondaire observée dans une zone distante d'une centaine de  $\mu\text{m}$  de la ligne d'arrêt

A une centaine de micromètres de la ligne d'arrêt, le faciès de rupture change à nouveau et la surface de rupture devient très chaotique et présente de nombreuses fissurations secondaires (Figure 39.d). La fissuration secondaire est associée à une recherche par la fissure d'autres plans de fissuration, la propagation dans le plan principal devenant difficile. Ces fissures secondaires sont caractéristiques d'un chargement de fatigue proche du seuil de non-propagation. De plus, la surface chahutée et influencée par la cristallographie indique qu'il y a assez peu de systèmes de glissement actifs. Par conséquent ces observations sont synonymes d'un fort ralentissement de la propagation. La plus grande rugosité de la surface dans cette zone, se traduit, en optique, par une plus grande absorption de la lumière. De plus, les phénomènes d'oxydation de surface sont plus actifs lorsque la propagation est plus lente. Enfin, au-delà de cette zone très chahutée, la propagation de la fissure reprend progressivement un aspect plus proche de la fissuration à amplitude constante, sans jamais devenir aussi plane, et on trouve à nouveau des stries de fatigue juste avant l'application des surcharges.

Ces observations montrent qu'il existe plusieurs mécanismes antagonistes se produisant lorsque des variations de l'amplitude de chargement sont appliquées (Figure 40). Lors de l'application des surcharges, la fissure s'émousse significativement, car la zone plastique de la surcharge est plus grande que la zone plastique des cycles de base, ce qui permet à la déformation plastique de se produire pendant la surcharge dans un milieu non-encore écroui et donc plus facilement (zones plastiques monotone et cyclique). Lors

de la propagation sous l'effet des cycles de base, juste après la surcharge, deux effets permettent à la fissure de se propager plus vite. Premièrement, la fissure s'est émoussée et par conséquent le seuil d'ouverture a été abaissé, ce qui permet au cycle de base d'être pleinement efficace. Deuxièmement, l'émoussement permet de faire apparaître une surface libre normale au plan de fissuration, qui produit une chute du taux de triaxialité des contraintes au voisinage de la ligne d'arrêt et par conséquent une plus grande capacité de déformation plastique sur une distance comparable au rayon d'émoussement. Par la suite, le front de la fissure avance dans la zone plastique laissée par la surcharge et la fissure est progressivement soumise à l'effet des contraintes résiduelles, ce qui conduit le seuil d'ouverture à augmenter, la part efficace du cycle à diminuer, et la fissure à ralentir fortement.

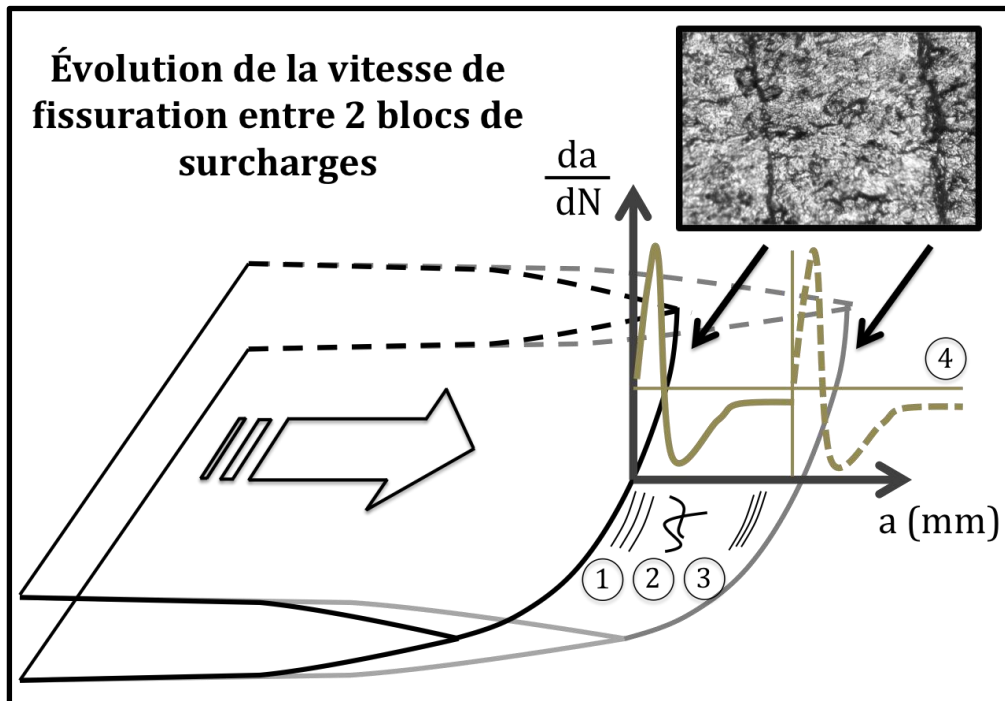


Figure 40 Allure de l'évolution non-linéaire de la vitesse de fissuration entre deux blocs de 10 surcharges. (1) Mesure locale de vitesse de propagation grâce aux distances inter-stries observées au MEB. (2) zone d'observation de fissuration secondaire, synonyme de forte réduction de vitesse de propagation voire d'arrêts. (3) Mesure locale de vitesse de propagation grâce aux distances inter-stries observées au MEB. (4) Valeur moyenne obtenue par mesure de distance entre deux marquages consécutifs à l'application des 10 surcharges séparées de 9990 cycles.

#### 2.4.Extension : Essais supplémentaires

Dans ce paragraphe, deux essais supplémentaires sont présentés. Compte tenu des observations réalisées sur la surface de rupture, il a été jugé pertinent de réaliser une étude complémentaire. Cette étude a plusieurs objectifs :

- augmenter la quantité de données expérimentales disponibles pour des séquences de chargements à amplitude variable.
- améliorer la compréhension des effets de surcharges sur la vitesse de fissuration.
- Evaluer les contributions respectives des effets d'accélération et de retard pour un autre rapport  $\frac{\text{nombre de cycles de base}}{\text{nombre de surcharges}}$ .

### 2.4.1.Chargement

Dans les essais précédents, il a été observé qu'avant de ralentir sous l'effet des surcharges, la fissure commençait par accélérer. Pour  $\Delta K=20\text{MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$ , une zone de quelques dizaines de micromètres située immédiatement après l'application du bloc de surcharges a révélé des vitesses de propagation jusqu'à 5 fois plus élevées que la vitesse moyenne.

Afin de mettre en évidence l'effet de cette accélération, le ratio  $\frac{\text{nombre de cycles}}{\text{nombre de surcharges}}$  a été modifié dans l'essai à amplitude variable (2). L'objectif est d'augmenter la contribution des effets accélérateurs par rapport aux effets plus « longue distance » de retard.

Pour l'essai suivant, c'est l'influence des contraintes résiduelles laissées par le bloc de surcharges, qui a été l'objet de notre attention. Par conséquent, le choix a été fait de remplacer dans l'essai à amplitude variable (3) le bloc de 10 surcharges par une unique surcharge tous les 200 cycles.

**Remarque 11 :** l'essai à amplitude variable (3) a été réalisé sur une éprouvette CT et pour une amplitude de facteur d'intensité des contraintes plus importante. Ainsi, la comparaison avec les autres essais se fera principalement dans un diagramme de Paris.

Essai à amplitude variable (2)					
$\Delta K_{\text{init}}$	R	f	$R_{\text{surcharges}}$	Nombre de surcharges	$a_{\text{init}}$ (mm)
10	0,1	20 Hz	1,34	10 pour 200	30
Essai à amplitude variable (3)					
$\Delta K_{\text{init}}$	R	f	$R_{\text{surcharges}}$	Nombre de surcharges	$a_{\text{init}}$ (mm)
21	0,1	20 Hz	1,34	1 pour 200	10

Tableau 6 : Description des essais de fissuration à amplitude variable en mode I.

### 2.4.2.Résultats

#### 2.4.2.1. Essai à amplitude variable (2) – effet longue distance

Pour le trajet de chargement (2) comportant 10 surcharges tous les 200 cycles, on obtient une durée de vie de l'ordre du million de cycles. Cette valeur est à comparer avec les 800 000 cycles de l'essai de référence à amplitude constante et aux 2,4 millions de cycles de l'essai comportant 10 surcharges tous les 10000 cycles (*Figure 41*).

Ainsi, pour le même niveau de surcharge, l'effet de retard est devenu non significatif parce qu'on a rapproché les surcharges. Ceci indique bien que l'effet de retard est un effet « longue distance » qui ne peut devenir effectif que si les surcharges sont suffisamment distantes les unes des autres.

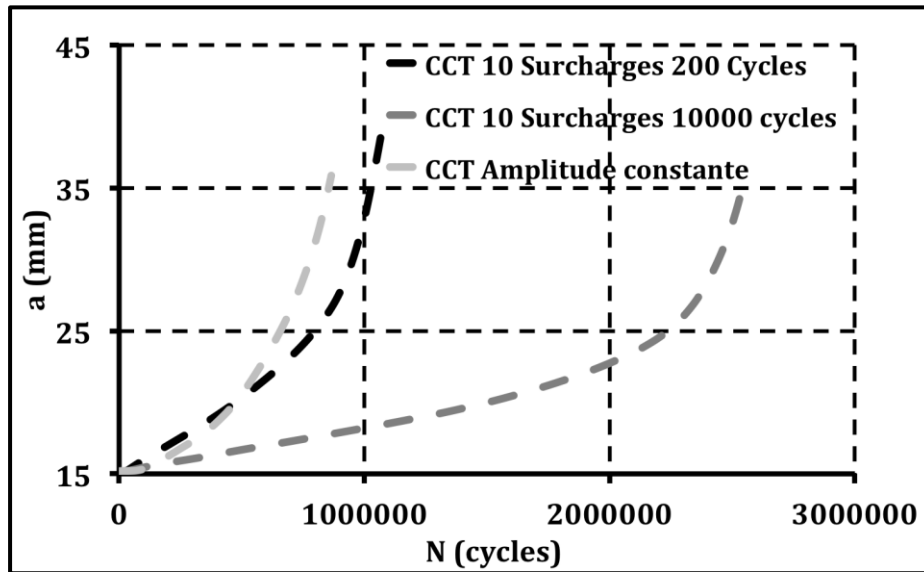


Figure 41 Propagation de fissure – comparaison entre un chargement à amplitude constante, un chargement comportant 10 surcharges d'un facteur 1,34 tous les 200 cycles et le même bloc de 10 surcharges tous les 10000 cycles.

#### 2.4.2.2. Essai à amplitude variable (3) – effet courte distance

L'essai avec la séquence de chargement (3) comportant 1 surcharge tous les 200 cycles ayant été réalisé sur une éprouvette CT à une gamme de facteur d'intensité des contraintes différente, on se place dans un diagramme de Paris (Figure 42) pour pouvoir comparer les différentes vitesses de propagation. On constate que lorsque les surcharges sont très rapprochées, un effet de retard est observé pour 1 surcharge tous les 200 cycles mais pas pour 10 surcharges tous les 200 cycles (Figure 42). On peut simplement expliquer cet effet par le fait que l'émoussement produit par 10 surcharges est plus grand que celui produit par 1 surcharge, et par conséquent l'étendue de la zone dans laquelle la tri-axialité des contraintes aura chuté (qui est comparable au rayon d'émoussement) est plus petite pour 1 surcharge que pour 10 surcharges, ce qui limite la contribution des effets d'accélération.

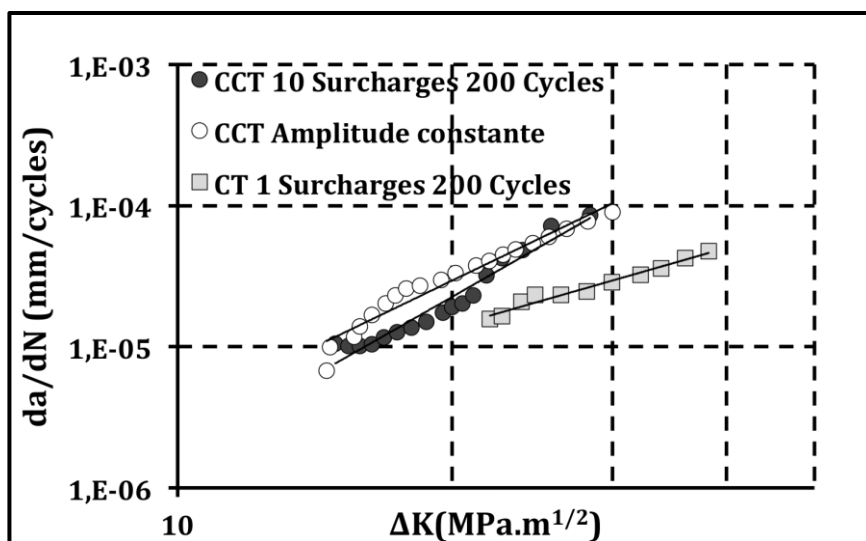


Figure 42 Diagramme de Paris – comparaison entre un chargement à amplitude constante, un chargement comportant 10 surcharges d'un facteur 1,34 tous les 200 cycles et un autre comportant une unique surcharge tous les 200 cycles.

#### 2.4.2.3. Essai [POM02a] – effet de relaxation de la contrainte moyenne

L'essai à amplitude variable (2) permet de montrer qu'augmenter le nombre de surcharges, si les surcharges sont rapprochées, conduit à diminuer voire à annuler les effets de retard. A l'inverse, si les surcharges sont très espacées ou uniques, augmenter le nombre de surcharges, permet d'augmenter le retard (Figure 43). En effet, les effets « longue distance » proviennent des contraintes résiduelles. Or, lorsque l'on applique plusieurs surcharges, la zone plastique de la surcharge est sollicitée cycliquement en déformation imposée. Le matériau subit donc un effet de relaxation de la contrainte moyenne et un écrouissage cyclique, qui produisent tous deux une augmentation des contraintes résiduelles de compression dans la zone plastique et donc une augmentation des effets de retard « longue distance ».

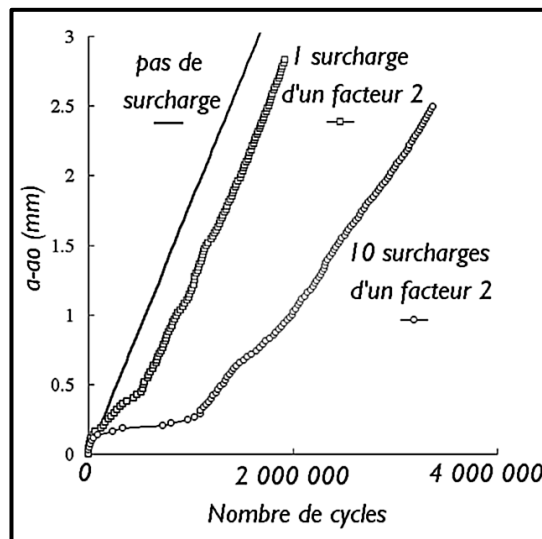


Figure 43 Comparaison entre la propagation d'une fissure sous l'effet des cycles de base, soit après l'application d'une seule surcharge, de 10 surcharges ou sans surcharge. Matériau 316L, fréquence 20 Hz, température ambiante [POM02a]

#### 2.4.3. Mise en perspective de ces résultats

##### 2.4.3.1. Essai à amplitude variable (2)

Cet essai permet de montrer qu'augmenter la fréquence d'application du bloc de 10 surcharges (en passant donc de tous les 10000 cycles à tous les 200 cycles) diminue la durée de vie et tend à rapprocher celle-ci de la valeur obtenue pour un chargement ne comportant aucune surcharge.

Ce résultat montre que le modèle proposé par Wheeler [WHE72] est insuffisant. En effet, lorsque la fréquence d'application des blocs de surcharges est augmentée, ce modèle prévoit une augmentation puis une saturation du retard (Eq.1.13-14).

##### 2.4.3.2. Essai à amplitude variable (3) et Essai [POM02]

Ces essais permettent de montrer qu'augmenter le nombre de surcharges dans un même bloc conduit à augmenter la vitesse de fissuration pour les effets « courte distance » et à la diminuer pour les effets « longue distance » (Figure 42 et Figure 43).

Aucun des modèles proposés dans la littérature ne permet de représenter les effets « courte distance ». En ce qui concerne les effets « longue distance », ni le modèle de Wheeler [WHE72], ni celui de Willenborg [WIL71] ne permettent de les représenter puisqu'ils ne tiennent compte que de la taille de la zone plastique et donc du niveau de la surcharge seulement et pas du nombre de surcharges. La méthode des « Strip Yield » issue du modèle de Dugdale et Barrenblatt peut éventuellement permettre de

représenter ces effets si une loi d'écroissage est incorporée dans le comportement des « Strip Yield ».

**Remarque 12 :** La Figure 42 montre aussi que l'effet de retard, à même rapport de surcharge (1.34) dépend de  $\Delta K$ . Par ailleurs, à même  $\Delta K$  l'effet de retard dépend aussi du rapport de surcharge. Lorsque le chargement est variable, la vitesse de fissuration dépend donc, via plusieurs mécanismes antagonistes de :  $\Delta K$ ,  $K_{max}$ , du taux de la dernière surcharge, du nombre de surcharges, de la distance entre deux surcharges...

**Remarque 13 :** On constate bien, et c'est le but de ces investigations expérimentales préliminaires, qu'il semble pour le moins ambitieux d'établir un critère de prédiction du taux de fissuration pour des chargements à amplitude variable en fondant l'approche sur la description des cycles de chargement appliqués dans la vie de la pièce. Ces observations expérimentales suggèrent plutôt de s'orienter vers une approche incrémentale à variables internes.

## 2.5. Conclusions intermédiaires

Le modèle de comportement du matériau retenu pour le 316L a été présenté, ainsi que le jeu de paramètres matériau de ce modèle et les comparaisons entre les essais et les simulations avec ce jeu de paramètres.

Une étude de fissuration par fatigue en mode I a été menée. Les essais présentés, permettent de montrer qu'il existe des effets d'histoire du chargement à courte et à longue distance. Les observations en microscopie à balayage et les résultats d'essai permettent d'observer l'antagonisme de ces effets liés à la plasticité. Cela rend les effets d'histoire du chargement complexes à prévoir pour des spectres de chargements réels, non périodiques et parfois aléatoires.

Or ces effets ne sont pas négligeables. Par exemple, l'insertion de dix cycles parmi 10000 par des surcharges d'un facteur 1,34 ( $1/1000^{\text{ème}}$  du chargement initial) entraîne la multiplication de la durée de vie par un facteur 3.

L'érouissage de la fissure, abaisse le niveau de fermeture de la fissure et abaisse le seuil d'écoulement plastique sur une courte distance, ce qui augmente la vitesse de fissuration.

Les contraintes résiduelles et l'érouissage du matériau dans la zone plastique de la fissure, n'agissent qu'à plus longue distance. Ils conduisent à une augmentation du niveau de fermeture de la fissure et à une augmentation du seuil d'écoulement plastique, ce qui abaisse la vitesse de fissuration. D'autre part les contraintes résiduelles et l'état d'érouissage du matériau sont liés au comportement du matériau et aux séquences de chargement appliqué (nombre de surcharge etc...).

Vu le nombre de paramètres à considérer, modéliser ces effets d'histoire par une approche « classique » fondée sur les caractéristiques des cycles du chargement passé et actuel semble relever plus d'une gageure, c'est pourquoi une approche incrémentale à variables internes représentant le comportement de la zone plastique de manière simplifiée sera préférée.





### **3. Fissuration en mode mixte séquentiel : influence d'un chargement de mode III sur la fissuration en mode I**

Dans ce chapitre nous traiterons de l'influence d'une séquence de mode III sur la propagation en mode I. On trouve une littérature assez fournie sur les effets de retard ou d'accélération consécutifs à l'application transitoire de chargements de mode mixte. Dans la pratique, il existe de nombreuses situations pour lesquelles des fissures, ou des défauts assimilables à des fissures, se trouvent sollicités en mode mixte. C'est, par exemple, le cas du rotor de turbine qui lors des phases d'arrêt de la centrale (15% du temps de vie) est soumis à de la flexion rotative à faible vitesse sous l'effet de son poids propre et à de la torsion lors des phases de fonctionnement. Si une fissure s'initie à la surface du rotor, elle est alors soumise à des chargements de mode mixte I+III séquentiels.

Expérimentalement, la vitesse de fissuration, en mode mixte séquentiel, s'est avérée assez significativement différente de la fissuration sous chargement proportionnel. Les chargements séquentiels ont, par conséquent, été l'objet de nombreuses études dont certains résultats importants seront brièvement rappelés dans les prochains paragraphes, ainsi que quelques éléments spécifiques à la fissuration en mode III

A la différence de la fissuration en mode I, les mécanismes d'interaction entre modes et leurs conséquences sur la fissuration restent encore assez méconnus rendant la modélisation assez délicate à ce stade. Un des objectifs de ce travail est de préciser quels sont les phénomènes prédominants pour le matériau d'étude. Pour cela des essais de fissuration par fatigue en mode I, avec application de séquences de cycles de mode III, ont été réalisés.

#### **3.1. Bibliographie spécifique**

Dans toute structure, il existe des phases de fonctionnement distinctes (fabrication, transport sur site, régimes d'exploitation, arrêt, maintenance...). Ces phases peuvent avoir pour conséquence de soumettre une fissure existante à des séquences de chargement différentes du fonctionnement « normal » et ce, aléatoirement ou périodiquement. Prévoir l'effet de ces séquences sur la durée de vie est un enjeu important. Un chargement de mode mixte séquentiel, consiste à insérer un ou plusieurs cycles avec une amplitude et un taux de mixité du chargement différents de ceux des cycles de bases. C'est la déclinaison en mode mixte du problème des surcharges en mode I.

##### **3.1.1. Effets d'histoire dus à un chargement de mode mixte séquentiel**

Lorsque des conditions de chargements non proportionnels sont rencontrées, le contact et la plasticité sont couplés. En utilisant des micros grilles, Doquet et Pommier [DOQ04] ont suivi la discontinuité du champ de déplacement des lèvres de la fissure dans un acier ferrito-perlitique quand des chargements séquentiels (mode I / mode II) sont appliqués. La discontinuité du champ de déplacement au passage des faces de la fissure dérive progressivement au cours des cycles, du fait d'un effet de rochet dans la zone plastique de la fissure. Cet effet provoque une suppression progressive de la force de friction le long des faces de la fissure qui rend le cycle de mode II plus efficace. On constate alors que la vitesse de fissuration en mode mixte séquentiel (un cycle de mode I suivi d'un cycle de mode II) est plus rapide que la somme des vitesses de fissuration obtenue sous chargement cyclique de mode I seul ou de mode II seul.

A l'image des résultats présentés lors du chapitre précédent, de fortes variations de vitesse sont observées lorsque des chargements séquentiels en mode mixte sont appliqués. Certains résultats, apparemment contradictoires, montrent des accélérations de la fissuration en mode I suite à l'application d'une séquence de chargement en mode II [NAY 87], d'autres montrent des ralentissements [GAU 96]. Dahlin, par exemple, ayant relevé cette apparente contradiction, s'est attaché à étudier l'influence d'une séquence de chargement en mode II, sur la propagation en mode I. Une influence de la séquence de cycles de mode II a été observée [DAH 04], tant sur la vitesse (ralentissement) que sur le trajet de fissuration (bifurcation de quelques degrés). De même Choi [CHO09] observe différents types de retard (essais de fissuration en mode mixte I+II, avec insertion de séquences de chargements en mode I+II, avec un taux de mixité différent) et note la grande dépendance de ceux-ci au comportement du matériau en précisant que, plus le matériau présente un écrouissage cyclique élevé, plus les phénomènes observés sont intenses. Il précise également que selon ses résultats, un raisonnement fondé uniquement sur des effets de fermeture ne saurait rendre compte avec pertinence des retards observés.

**Remarque 14 :** *Par rapport aux conclusions de Choi [CHO09] sur l'influence de l'écrouissage cyclique sur les effets d'histoire dûs au chargement de mode mixte, on remarquera que le matériau étudié, l'acier 316L, est un candidat intéressant pour l'analyse des effets d'histoire puisque développant un écrouissage cyclique important.*

### 3.1.2. Difficultés spécifiques au mode III

De nombreuses questions ont été soulevées par le mode III, notamment sur sa capacité à faire propager une fissure et donc sur l'existence même de mécanismes de propagation des fissures par fatigue relatifs à ce mode de sollicitation [VAZ05].

Pour solliciter une fissure en mode III, on utilise généralement une éprouvette cylindrique entaillée que l'on soumet à un effort de torsion alterné (*Figure 44.A*). La fissure est donc sollicitée macroscopiquement en mode III (*Figure 44.B-C*). Cependant, on observe généralement que le front de la fissure se segmente et que le mode de sollicitation local est alors mixte et tend à n'être alors plus du mode III mais se propage en fait en mode mixte (*Figure 44.D*). La surface de rupture forme alors des toits d'usine (« *Factory roof* »), avec deux pentes différentes. Des travaux récents de Lazarus & Leblond [LEB01], [LEB11] s'attachent, par des considérations liées à la mécanique linéaire de la rupture, à définir l'orientation des facettes et à montrer pourquoi la fissure prend une forme en toit d'usine et pas une forme symétrique.

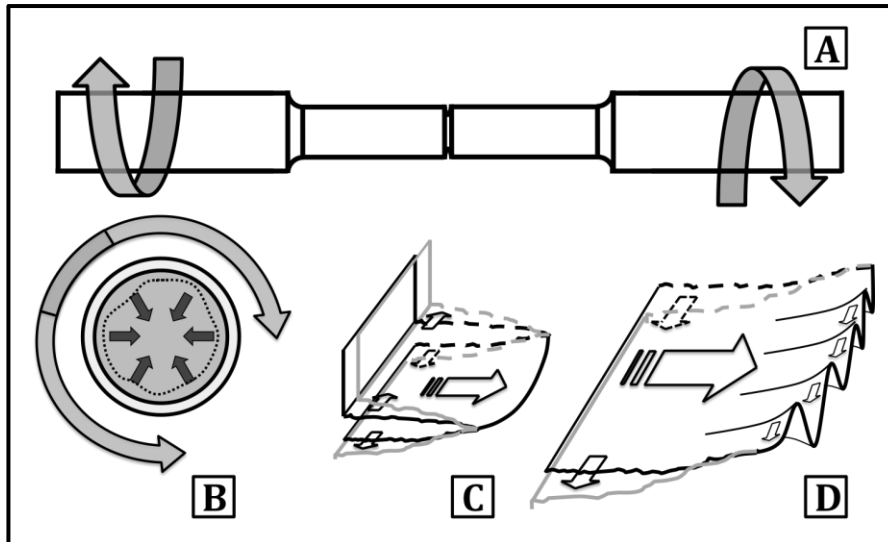


Figure 44 : (a) Epreuve de torsion utilisée pour solliciter la fissure en mode III. (b) & (c) Visualisation de la sollicitation de la fissure et de son trajet de propagation vers le cœur de l'éprouvette. (d) Propagation en « toit d'usine » de la fissure et par conséquent modification du mode de sollicitation (I+II).

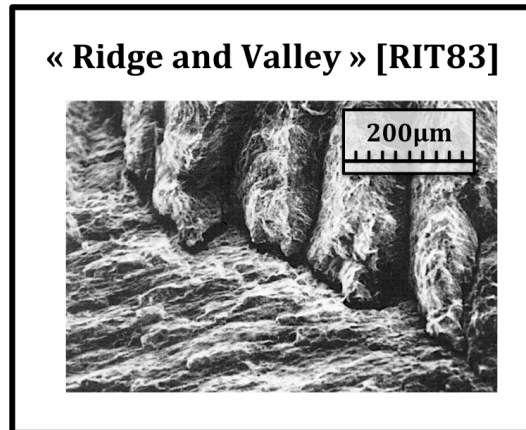
Parvenir à propager une fissure en mode III présente donc une difficulté et *a fortiori* mesurer la vitesse de fissuration par fatigue en mode III. La question même de la possibilité physique de propager une fissure en mode III par fatigue a d'ailleurs été soulevée par Pippin [PIP05]. En effet, un débatement plastique de mode III peut être représenté par une dislocation vis, qui ne crée pas de nouvelles surfaces libres. La mise en évidence ou non de mécanismes de fissuration propres aux sollicitations de mode III est par conséquent également un des enjeux lié à l'étude de la propagation de mode mixte.

L'étude des chargements en mode III par simulation numérique pose également quelques difficultés. En effet, l'étude du mode III impose l'utilisation de maillages volumiques. De plus, l'ajout de comportement élasto-plastique semble (comme nous l'avons discuté aux chapitres précédents) être une nécessité afin d'étudier les effets de la plasticité en pointe de fissure et des contraintes résiduelles. Or, encore à l'heure actuelle, les calculs élasto-plastiques volumiques avec un maillage fin le long du front de la fissure restent complexes à mettre en œuvre et coûteux en termes de taille et de temps de calcul. Les récentes avancées en termes de capacité de calcul ont néanmoins permis de rendre plus accessible ces études. La simulation de propagation de fissure en fatigue reste toutefois une application numérique discriminante.

### 3.1.3. Effets d'histoire dus à un chargement de mode I+III

Les études axées sur le mode III sont surtout concentrées sur deux périodes : le début des années 80 avec les études de Pook [POO79], Tschegg [TSC82], Ritchie [RIT83], Akhurst [AKH83], Nayeb Hashemi et Mc Clintock [NAY83] et ensuite à partir du début des années 2000 avec Biner [BIN01], Richard [RIC05], Singh [SIN07], Murakami [MUR08], Tvergaard [TVE08], Choi [CHO08], Reis [REI09], ou encore Qian [QIA11]. On peut trouver une explication à cette répartition : les techniques requises pour l'étude du mode III ont évolué. Expérimentalement, les essais impliquant des sollicitations non-proportionnelles de mode III sont complexes à mener et à dépouiller. Le développement de moyens d'essais multi-vérins et des asservissements temps-réels correspondants permet de réaliser aujourd'hui des essais qui n'étaient pas réalisables dans les années

80. Numériquement, les études volumiques en élasto-plasticité restent lourdes à mettre en œuvre mais sont néanmoins devenues accessibles.



---

*Figure 45 : Observation de la surface de rupture fortement segmentée obtenue après un essai de fatigue en torsion alternée (mode III macroscopique) combiné avec un effort de tension statique (mode I). [RIT83]*

---

Ritchie [RIT82], avec Nayeb-Hashemi [NAY83a]-[NAY87], a mené des études sur la fissuration par fatigue en mode III avec un chargement statique de mode I afin de limiter l'influence des effets de friction relative des lèvres de la fissure. Il observe une surface de rupture dite en « toit d'usine » où l'on observe des crêtes et des vallées (« *ridge-and-valley* ») (Figure 45). Ces reliefs permettent à la fissure d'augmenter sa vitesse en augmentant la part de chargement local en mode I. Il trouve une corrélation nette entre l'amplitude de la déformation plastique liée au chargement appliqué (notée  $\Gamma_{III}$ ) et la vitesse de propagation via une loi puissance. Néanmoins, la vitesse de propagation dans ce mode est plus lente qu'en mode I à amplitude constante pour des déplacements relatifs des lèvres de la fissure équivalents ( $\Delta CTOD$  et  $\Delta CTSD$ ).

**Remarque 15 :** On peut toutefois modérer la portée de ces résultats par le fait que le chargement étant proportionnel, ce résultat, basé sur une valeur scalaire macroscopique du chargement ne saurait discriminer les contributions de mixité de mode, notamment I et II (qui évoluent également en ( $\Delta CTOD$  et  $\Delta CTSD$ )).

A la même époque, Tschegg a réalisé des essais comparables à ceux de Ritchie et constate à l'inverse une augmentation de la vitesse de fissuration pour les essais de fissuration en mode III par rapport au mode I à niveau de facteur d'intensité des contraintes équivalent [TSH82]-[TSC83]. Tschegg évoque différents mécanismes (Figure 46) permettant de propager une fissure sous une sollicitation macroscopique de mode III mais précise qu'il est difficile d'identifier réellement lequel est à l'origine de la fissuration. Tous ces mécanismes font intervenir les contacts entre les aspérités de surface. On ajoutera également que l'apparente contradiction soulevée par les résultats obtenus par Tschegg et Ritchie suggère manifestement l'existence de plusieurs phénomènes en compétition, ou la difficulté de définir une amplitude de chargement équivalente permettant de comparer les essais.

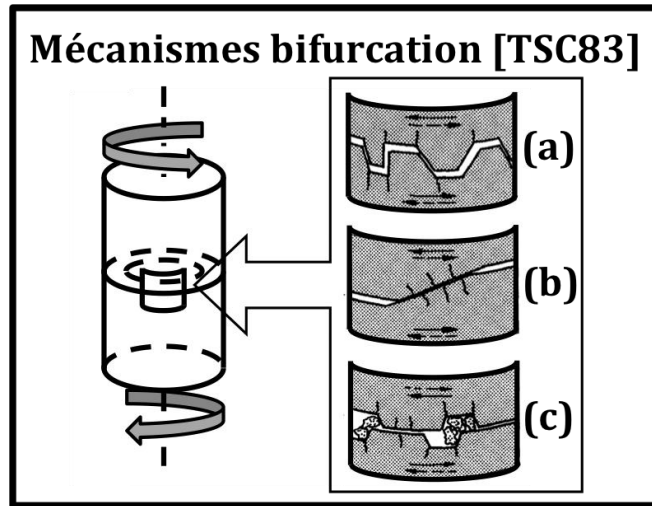


Figure 46 : Différents mécanismes de rupture en mode III recensés par Tschegg (d'après [TSC83]). (a) Fissuration par « appuis réciproques » (mutual support). (b) Propagation de fissure par « fretting fatigue ». (c) Combinaison des deux précédents avec des débris, d'après [TSC83]

### 3.2.Essais de fissuration en mode I + séquences de mode III

#### 3.2.1.Dispositif

Des essais de fissuration en mode I ont donc été réalisés sur des éprouvettes de flexion prélevées dans des tôles d'acier inoxydable 316L de 5mm d'épaisseur (Figure 47). La machine d'essai est une MTS 50kN uni-axiale. Un montage de flexion 4 points dissymétrique, permettant de faire varier le taux de mixité du chargement par modification des points d'appui, a été mis au point au laboratoire (Figure 48). Le suivi de la propagation de la fissure a été réalisé par méthode électrique, ce qui permet d'avoir une information continue de l'état de fissuration de l'éprouvette. La calibration du suiveur de fissure a fait l'objet d'une étude complète : des répliques du trajet de fissuration en surface ont été réalisées, et vérifiées à posteriori en microscopie optique à partir du faciès de rupture. Ces résultats ont été croisés avec des mesures de corrélation d'images ainsi que des relevés au microscope électronique à balayage (Annexe-1).

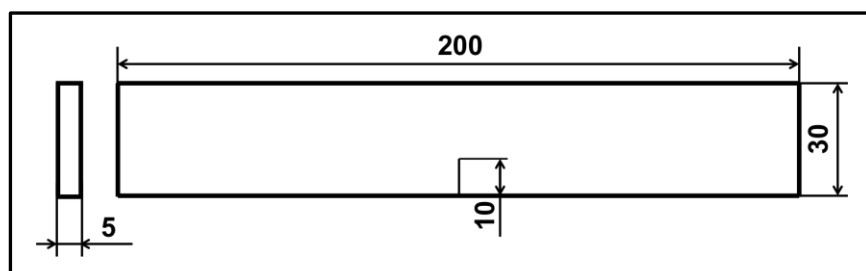
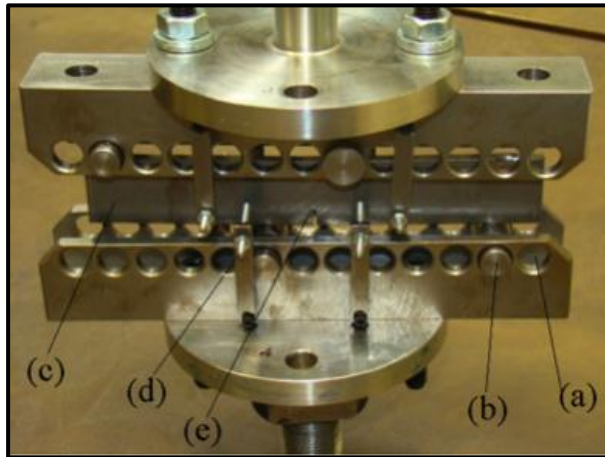


Figure 47 Eprouvette pré-fissurée pour le montage de flexion 4 points.



*Figure 48 Montage de flexion quatre points dissymétrique (conçu avec P.Y. Decreuse) : (a) Positions des appuis réglables pour changer le taux de mixité du chargement, (b) Axe du roulement à billes, (c) éprouvette, (d) dispositif de maintien en position de l'éprouvette, (e) Entaille initiale*

Pour cette série d'essais, plusieurs moyens de mesure complémentaires ont été utilisés :

- Mesure électrique.
- Corrélation d'images numériques.
- Observation des faciès de rupture.

Ce dispositif nous a également permis de contrôler les conditions aux limites appliquées lors du mode III (*Figure 49.b*) et de les comparer avec les prévisions des simulations numériques sous Abaqus. Grâce aux mesures de déplacement par corrélation d'images numériques, nous avons en effet accès à la discontinuité du champ de déplacement entre les lèvres de la fissure (mesure du CSD en mode III) que nous pouvons comparer avec les données issues des simulations numériques réalisées sous Abaqus qui permettent de calculer la valeur de  $K_{III}$  en fonction de la longueur de la fissure (supposée rester plane à front droit).

Il a également été vérifié que la composante d'ouverture des lèvres de la fissure est très faible lorsque l'on applique la sollicitation de mode III.

**Remarque 16 :** Afin de pouvoir solliciter l'éprouvette en mode I ou en mode III, un démontage de l'éprouvette est nécessaire. En effet, pour solliciter l'éprouvette de flexion en mode III, une rotation de  $90^\circ$  est appliquée. Les cas de chargement étudiés étant séquentiels, un démontage est nécessaire à chaque changement de séquence.

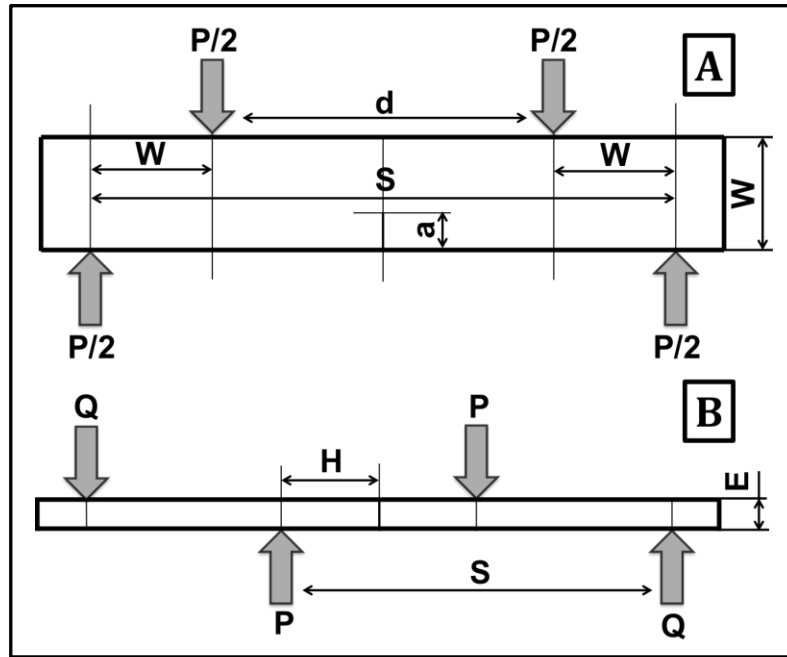


Figure 49 Géométrie de l'éprouvette. Sollicitation de mode I (a) et de mode III (b).

### 3.2.2. Simulations numériques

Pour le mode I, une solution de l'évolution du facteur d'intensité des contraintes de mode I en fonction des efforts appliqués et de la géométrie du problème est donnée dans [MUR87], sous la forme d'une équation semi-analytique (Eq.3-1-Eq.3-2).

Une éprouvette numérique a été modélisée sous *Abaqus* et *Code\_Aster* afin d'identifier l'expression du facteur d'intensité des contraintes  $K_{III}$  en fonction des efforts appliqués et de la longueur de la fissure (Figure 50). La valeur d'effort à appliquer sur la machine MTS pour solliciter l'éprouvette en mode III au niveau désiré a été identifiée pour la longueur de fissure préfissurée en mode I. Cette valeur est de 2,2kN.

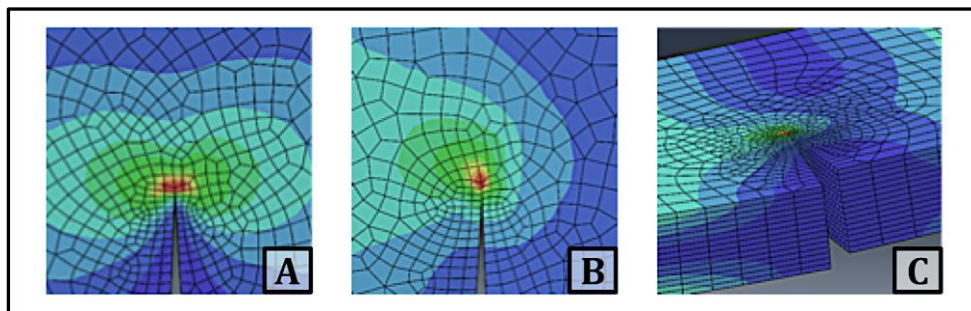


Figure 50 : Modèle numérique de l'éprouvette de flexion maillages réalisés sous Abaqus. Illustrations des champs de contrainte obtenus lors des simulations numériques. (a) Mode I avec  $\Delta K_I=10\text{MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$  (b) Mode III avec  $\Delta K_{III}=8\text{MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$  (c) Déplacement hors-plan des lèvres de la fissure dû au chargement de mode III.

$$K_I = \frac{P}{WE} \sqrt{\pi a} \cdot f_1 \left( \frac{a}{b} \right) \quad (3-1)$$

$$f_1 \left( \frac{a}{b} \right) = a_0 + a_1 \cdot \left( \frac{a}{b} \right) + a_2 \cdot \left( \frac{a}{b} \right)^2 + a_3 \cdot \left( \frac{a}{b} \right)^3 + a_4 \cdot \left( \frac{a}{b} \right)^4 + a_5 \cdot \left( \frac{a}{b} \right)^5 \quad (3-2)$$

$$K_{III} = \frac{P}{WE} \sqrt{\pi a} \cdot f_3 \left( \frac{a}{b} \right) \quad (3-3)$$

Coefficients de l'équation $f_1\left(\frac{a}{b}\right)$					
$a_0$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$
1,122	-1,121	3,74	3,873	19,05	22,55

Tableau 7 Coefficients des équations empiriques utilisées pour calculer les facteurs d'intensité des contraintes en fonction de la longueur de la fissure et des efforts appliqués pour le mode I.

### 3.2.3. Conditions aux limites

La gestion des conditions aux limites est un paramètre important pour cet essai. En effet, nous utilisons des plateaux rotulés qui permettent de bien connaître les conditions aux limites au niveau du plateau, mais pas au niveau des appuis. En effet, l'effort est appliqué sur les éprouvettes via des roulements à aiguilles dont l'axe est maintenu grâce à un cadre en aluminium. On fait l'hypothèse que le moment est nul pour connaître les efforts appliqués sur chaque appui, mais on ne connaît pas la distribution de l'effort de contact le long de l'appui, qu'on suppose uniforme. Comme en mode III, la longueur de contact est grande, cette hypothèse doit être vérifiée. Expérimentalement, la mesure du déplacement relatif des lèvres de la fissure permet d'avoir accès au facteur d'intensité des contraintes de mode III (à dimension d'éprouvette connue) (Eq.3-5) et de vérifier la pertinence des hypothèses sur les conditions aux limites utilisées lors des simulations numériques.

$$[[u_3]] = \frac{8(1+\nu)K_{III}}{E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \quad (3-4)$$

**Remarque 17 :** Pour cette analyse, la largeur de l'élément utilisé pour la corrélation d'image est maximisée pour être égale à la largeur de l'éprouvette. Le champ de déplacement est mesuré et sa discontinuité au passage de la fissure est utilisée pour calculer  $K_{III}$  en utilisant la solution de Westergaard en déformation plane (Eq. 3-4) (Figure 51).

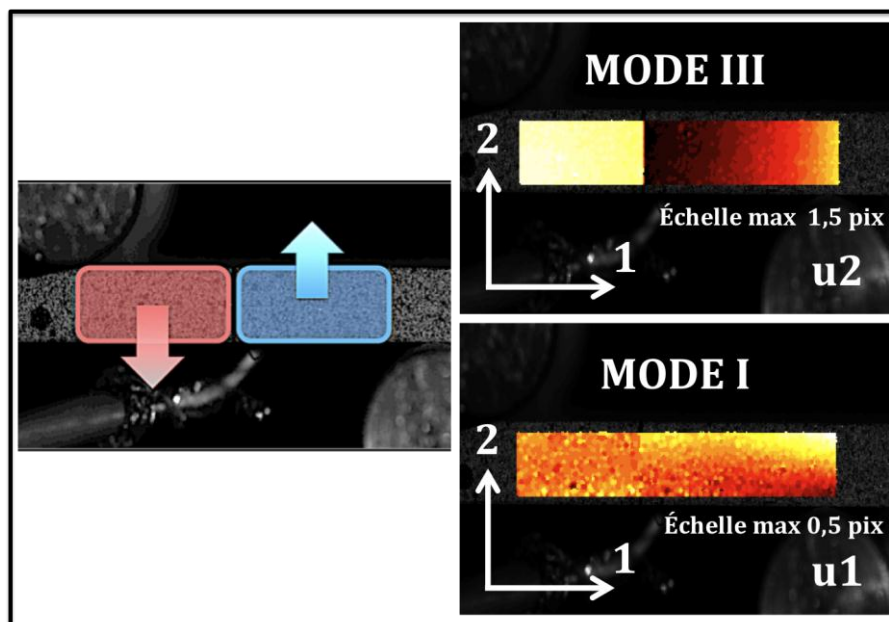


Figure 51 Position des appuis centraux et mouchetis déposé sur l'éprouvette pour la mesure du déplacement relatif des lèvres de la fissure en mode III. Illustration de la



différence entre les valeurs des composantes d'ouverture et de cisaillement des lèvres de la fissure.

Une étude préalable des conditions limites réellement appliquées lors de l'essai a donc été conduite. Pour cela, une rampe d'effort a été appliquée et des photos ont été prises pour différents niveaux d'effort (Figure 53). Les déplacements calculés par corrélation d'images (Figure 52) pour chaque palier ont ensuite été utilisés pour calculer  $K_{III}$ . En parallèle, les mêmes niveaux d'effort ont été appliqués sur le modèle éléments finis 3D de l'éprouvette pour lequel  $K_{III}$  est calculé sur une section centrale normale au front de la fissure par la méthode des intégrales d'interaction.

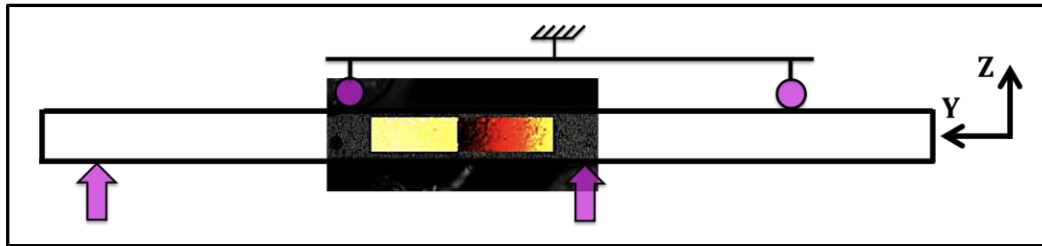


Figure 52 Conditions aux limites. Résultat de corrélation d'image lors de la sollicitation de mode III, cartographie de la composante  $U_z$ .

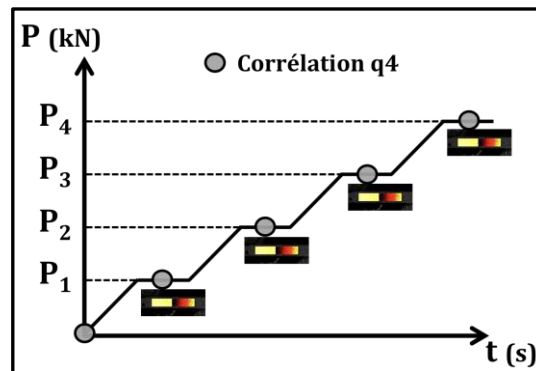


Figure 53 Chargement appliqué pour l'identification des conditions limites appliquées et la détermination du facteur d'intensité des contraintes nominales  $K_{III}$ .

$P_i$	P (kN)	$K_{III\ num}$ (MPa.m <sup>-1/2</sup> )	Déplacement [ $\Delta U_z$ ] (m)	$K_{III\ exp}$ (MPa.m <sup>-1/2</sup> )
$P_1$	0,4	1,4	$2,5 \cdot 10^{-4}$	1,2
$P_2$	0,8	2,8	$6,4 \cdot 10^{-4}$	2,7
$P_3$	1,6	5,5	$1,27 \cdot 10^{-3}$	5,3
$P_4$	2,4	8,3	$1,93 \cdot 10^{-3}$	8,1

Tableau 8 Comparaison des valeurs de facteurs d'intensités des contraintes obtenus en fonction des efforts appliqués par simulation numérique et expérimentalement par corrélation d'images.

L'accord entre la mesure et les simulations est très satisfaisant, le facteur d'intensité des contraintes déterminé par les mesures de champ de déplacement s'écrit comme suit en fonction du FIC numérique :

$$K_{III-exp} = 0.993K_{III-num} - 0.147 \quad (MPa\sqrt{m}) \quad (3-5)$$

### 3.2.4. Déroulement des essais

Dans ce paragraphe, deux essais sont présentés. Dans les deux cas, l'éprouvette est d'abord pré-fissurée en mode I, jusqu'à obtenir une longueur de fissure de 12 mm. Puis une séquence de quelques cycles de mode III est appliquée. Les deux essais se différencient par le rapport de charge des cycles de mode III utilisé pendant cette séquence. Après cette séquence, on compare la vitesse de propagation de la fissure en mode I (Figure 54). Ces essais visent à étudier l'influence d'une séquence de mode III sur la fissuration en mode I. Pendant la séquence de chargement en mode III, le nombre de cycles appliqués 20 ou 30 ne permet pas à la fissure de se propager de manière détectable.

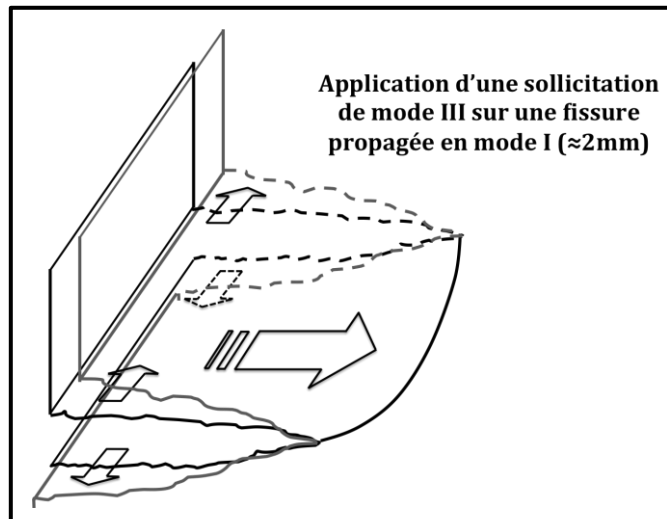


Figure 54 sollicitation de mode III sur la fissure correspondant à un chargement dit de cisaillement anti-plan ou de « déchirement »

Lors du premier essai, trente cycles de mode III à rapport de charge  $R_{III}=0,1$  sont appliqués au cours d'une propagation en mode I à  $R_I=0,1$ . Pour le deuxième essai, 20 cycles de mode III à rapport de charge  $R_{III}=-1$  sont appliqués. Les paramètres de ces deux essais sont précisés dans le **Tableau 5**. La valeur de  $\Delta K_{Iinit}$  est la valeur appliquée pour la longueur initiale de la fissure  $a=10\text{mm}$ . Le  $\Delta K_{III}$  appliqué est de  $8 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$ .

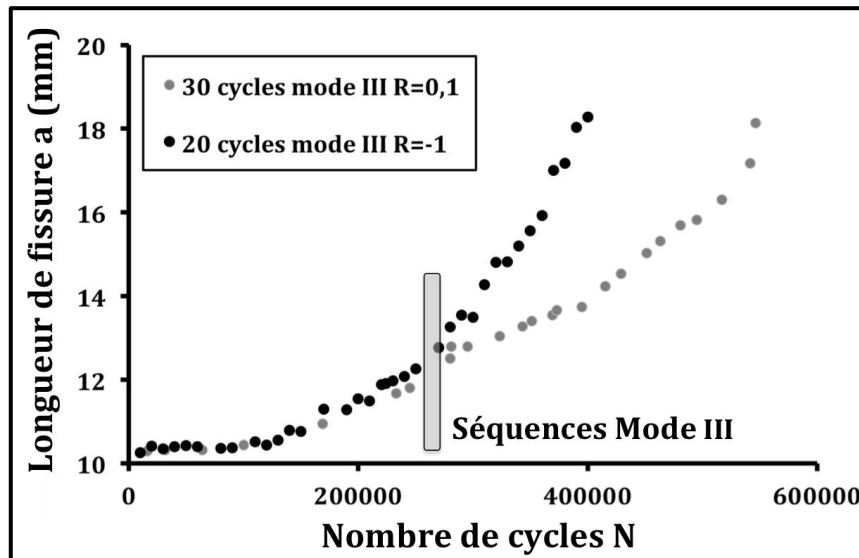
Essai mode I à $R_I=0,1$ avec 30 cycles de mode III à $R_{III}=0,1$ (1)					
$\Delta K_{Iinit}$ ( $\text{MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$ )	$R_{mode III}$	$R_{mode I}$	f (Hz)	$a_{init}$ (mm)	Nombre de cycles mode III
10	0,1	0,1	20	10	30
Essai mode I à $R_I=0,1$ avec 20 cycles de mode III à $R_{III}=-1$ (2)					
$\Delta K_{Iinit}$ ( $\text{MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$ )	$R_{mode III}$	$R_{mode I}$	f (Hz)	$a_{init}$ (mm)	Nombre de cycles mode III
10	-1	0,1	20	10	20

Tableau 9 Eléments de description des essais de fissuration en mode mixte séquentiel I+III

### 3.2.5. Résultats expérimentaux

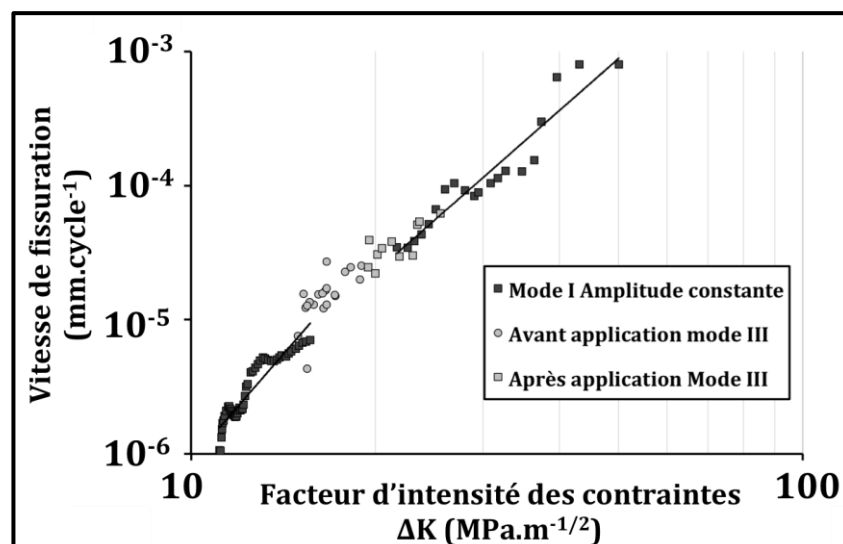
Lors des essais, l'intersection entre le front de la fissure et la surface de l'éprouvette est déterminée par corrélation d'images avec l'algorithme développé par F. Mathieu et F. Hild [MAT11]. Par ailleurs, la fissure est également suivie par méthode électrique ce qui permet d'avoir la position moyenne du front et de s'assurer que les deux mesures ne sont pas trop différentes, ce qui indiquerait une courbure du front de la fissure.

Les résultats obtenus pour ces deux essais sont présentés sur la *Figure 55*. On note que la fissure se propage nettement plus vite en mode I après une séquence de 20 cycles en mode III à  $R_{III}=-1$ , qu'après 30 cycles en mode III à  $R_{III}=0.1$ . En outre, l'influence de ces quelques cycles porte, au moins, jusqu'à 6 mm et 300000 cycles de mode I, après leur application. Ce qui est assez considérable vu la dimension maximale de la zone plastique ( $r_p < 700 \mu\text{m}$ ).



*Figure 55 Propagation de fissure – comparaison entre les deux chargements en mode I+III*

Afin de comparer ces résultats à un essai de « référence » en mode I à amplitude constante, on place l'essai (2) comportant les 20 cycles à rapport de charge  $R_{III} = -1$  de mode III dans un diagramme de Paris en le comparant à deux autres essais de mode I à amplitude constante effectués sur le même matériau (*Figure 56*).



*Figure 56 : Comparaison entre la vitesse de propagation de l'essai (2) et la vitesse de fissuration de deux essais de fatigue en mode I à amplitude constante (différents domaine de  $\Delta K$ ).*

On constate que la vitesse de fissuration est comparable à celle obtenue en mode I sous chargement à amplitude constante et n'est pas modifiée par l'application des cycles de mode III.

Pour faciliter la lecture des résultats, comme cet essai ne présente aucun effet retard ou accélérateur provenant de l'ajout d'une séquence de cycles de mode III, on l'utilisera comme point de comparaison par la suite.

En revenant à la *Figure 55*, on peut donc en conclure que le chargement (1) (correspondant au bloc de 30 cycles de mode III à  $R_{III}=0,1$ ) induit un effet retard non négligeable puisque la durée de vie augmente d'environ 180000 cycles.

**Remarque 18 :** *L'essai (2) - comportant 20 cycles de mode III à rapport de charge  $R_{III} = -1$  -devrait théoriquement voir autant ou même davantage de frottement entre les faces de la fissure (l'amplitude des cycles étant doublées) que l'essai (1) mais paradoxalement cet essai ne subit aucun « effet retard » alors qu'un retard important est observé dans l'essai (1). A première vue, les effets de friction entre les faces ne permettent pas d'expliquer les effets observés ici.*

**Remarque 19 :** *Il est également pertinent de préciser la taille des grains du matériau utilisé, étant donné l'influence de ce paramètre sur la rugosité des surfaces de rupture. Les données fournies par EdF sont :*

*Pour une zone en surface : 2-3  $\Leftrightarrow$  125 - 177 microns.*

*Pour une zone à coeur : 3-4  $\Leftrightarrow$  88 - 125 microns.*

### 3.3.Essais complémentaires

Pour préciser ces résultats une série d'essais complémentaires a été réalisée. Les effets d'histoire observés sont généralement attribués à deux sources principales :

- des effets de surface : contact et frottement entre les faces de la fissure.
- des effets induits par plasticité.

Afin de discriminer les contributions de chaque mécanisme, nous avons réalisé 3 essais supplémentaires. Les paramètres de chargement de ces trois essais sont précisés dans le Tableau 10. Dans un premier temps, comme pour les précédents essais, une propagation en mode I, jusqu'à une longueur de fissure de 12mm a été réalisée pour chacun des essais.

Puis pour limiter les effets de surface loin du front de la fissure, les faces de la fissure ont été usinées de manière à supprimer le contact jusqu'à une distance d'environ 0.7mm du front de la fissure. L'usinage par électroérosion a été réalisé soit avant, soit après l'application de la séquence de cycles de mode III (*Figure 57*). Ensuite la propagation de la fissure a été mesurée sous chargement de mode I à  $R_I=0.1$ .

Enfin pour limiter les effets de surface au voisinage du front de fissure, un essai additionnel à fort rapport de charge de mode I ( $R_I=0,4$ ) a également été conduit après l'application des cycles de mode III. Ce rapport de charge permet de supposer que la fissure reste ouverte pendant la majeure partie du cycle de mode I [SIN07], ce qui permet de limiter les interactions entre les surfaces.

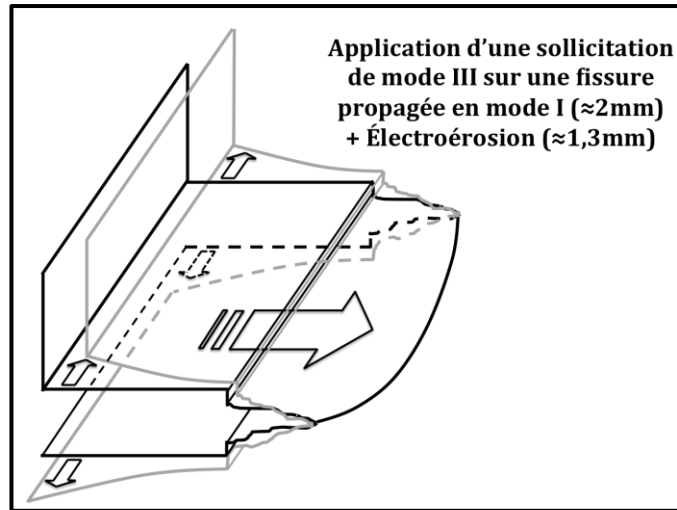


Figure 57 Usinage des faces de la fissure par électroérosion pour supprimer les effets de fermeture et de frottement.

**Remarque 20 :** L'usinage par électroérosion des faces de la fissure n'a pas été poussé au-delà d'une distance de 0.7 mm au front de la fissure pour éviter des effets parasites dus à l'échauffement de la matière qui peut être assez sévère dans ce procédé. L'usinage par électroérosion a été réalisé soit avant soit après l'application des cycles de mode III, pour vérifier d'éventuels couplages entre le sillage plastique et le chargement de mode III. De plus, il est indispensable de ne pas modifier la géométrie de la pointe de la fissure car cela impliquerait un effet retard « géométrique » lié à l'augmentation du rayon de courbure en pointe de fissure si l'usinage par électroérosion était poussé jusque-là.

Mode I à $R=0,4$ / 30 cycles de mode III à $R_{III}=0,1$ / mode I à $R_I=0,4$ (3)					
$\Delta K_{init}$ (MPa.m <sup>1/2</sup> )	$R_{mode III}$	$R_{mode I}$	f (Hz)	$a_{init}$ (mm)	Nombre de cycles mode III
10	0,1	0,4	20	10	30
Mode I à $R_I=0,1$ / Electroérosion / 30 cycles de mode III à $R_{III}=0,1$ / mode I à $R_I=0,4$ (4)					
$\Delta K_{init}$ (MPa.m <sup>1/2</sup> )	$R_{mode III}$	$R_{mode I}$	f (Hz)	$a_{init}$ (mm)	Nombre de cycles mode III
10	0,1	0,1	20	10	30
Mode I à $R_I=0,1$ / 30 cycles de mode III à $R_{III}=0,1$ / Electroérosion / mode I à $R_I=0,4$ (5)					
$\Delta K_{init}$ (MPa.m <sup>1/2</sup> )	$R_{mode III}$	$R_{mode I}$	f (Hz)	$a_{init}$ (mm)	Nombre de cycles mode III
10	0,1	0,1	20	10	30

Tableau 10 Caractéristiques des trois essais réalisés pour étudier les effets de surface

Sur la Figure 58, les résultats des essais (4 & 5) sont présentés. Les longueurs de fissure mesurées par corrélation d'images et en utilisant la méthode électriques sont tracées en fonction du nombre de cycles appliqués.

Afin de comparer ces résultats à un essai de « référence », on place l'essai (2) comportant les 20 cycles de mode III dans le même diagramme (on a montré que cet essai n'avait subi aucun effet de retard ou d'accélération) sur le même graphique (Figure 58). On constate que les vitesses de fissuration des deux essais où l'électroérosion a été utilisée sont comparables, présentant chacun un effet retard important malgré l'usinage des faces de la fissure par électroérosion.

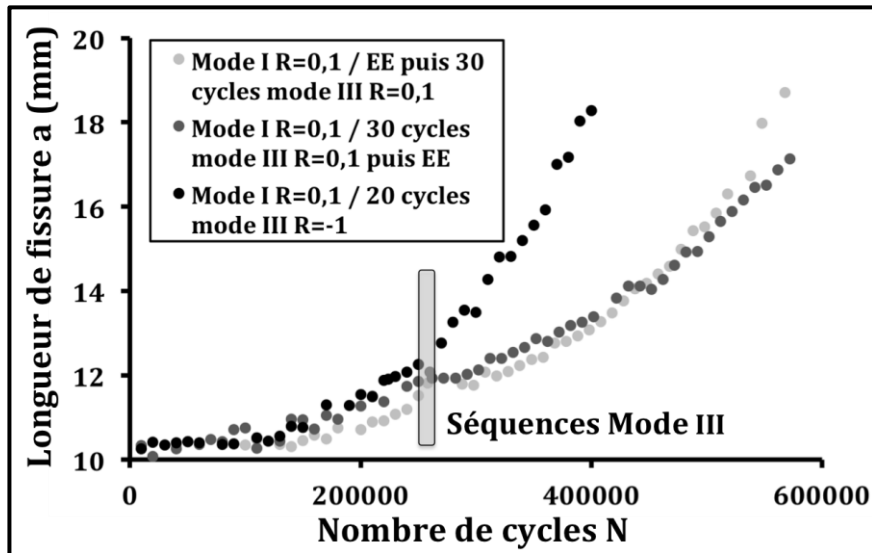


Figure 58 Propagation de fissure – comparaison entre l'essai (2) considéré comme la référence (20 cycles de mode III à  $R_{III}=-1$ ) et les essais avec séquence de cycles de Mode III avec usinage des faces de la fissure par électroérosion.

Afin de compléter cette étude, un essai à fort rapport de charge de mode I ( $R=0,4$ ) a également été effectué. A ce rapport de charge, il est généralement admis que la fissure est ouverte sur la totalité du cycle, réduisant ainsi les interactions de surface au maximum (voire les annulant complètement). On trace donc l'évolution de la longueur de la fissure pour ce chargement dans le même diagramme que les deux premiers chargements afin de pouvoir les comparer (Figure 59). On observe toujours un effet retard. Néanmoins il est moindre que pour l'essai à  $R=0,1$ . Il semblerait donc que l'effet retard soit davantage imputable au type de chargement qu'aux seules interactions de surfaces.

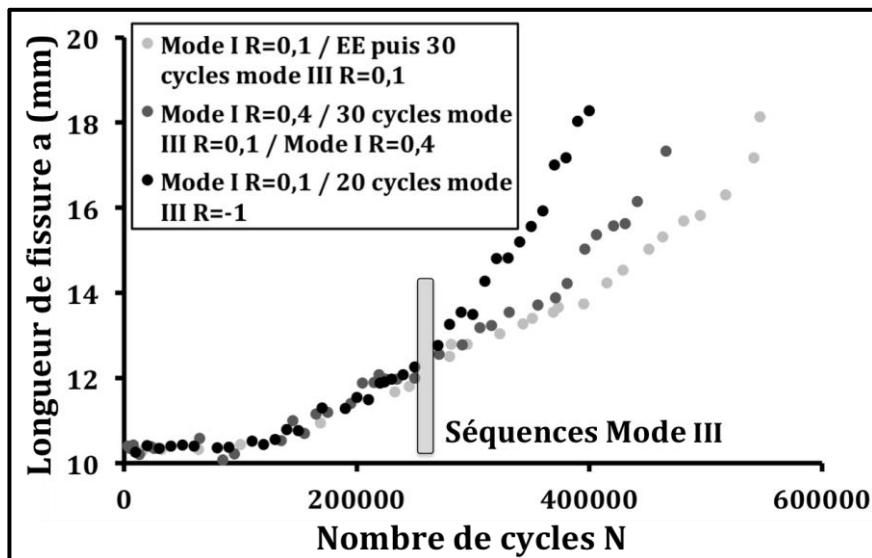


Figure 59 Propagation de fissure – comparaison entre les deux premiers chargements de mode I+III séquentiels et le chargement à fort rapport de charge ( $R=0,4$ ).

Pour simplifier la lecture, l'extension de la fissure pour 100000 cycles de mode I après la séquence de cycles de mode III est reportée dans le Tableau 11 pour chaque essai.

N°	Essais : Mode I, Mode III, Mode I	$\Delta N$ : Mode I (cycles)	$\Delta a$ (mm)	%
(1)	30 cycles mode III R=0,1 / Mode I : R=0,1	100000	0,9 mm	21
(2)	20 cycles alternés R=-1 / mode III	100000	4,2 mm	100
(3)	30 cycles mode III R=0,1 / Mode I : R=0,4	100000	1,5 mm	36
(4)	EE puis 30 cycles mode III / Mode I : R=0,1	100000	1,2 mm	28
(5)	30 cycles Mode III puis EE / Mode I : R=0,1	100000	1,1 mm	26

Tableau 11 Quantification de l'effet de retard lié à l'application de la séquence de cycles de mode III, à la dernière colonne du tableau l'extension de la fissure pour 100000 cycles dans les mêmes conditions de chargement est comparée à celle obtenue pour le chargement de référence (Essai 2).

Ces essais montrent que les effets de contact (effet de fermeture) et de frottement entre les faces existent puisque l'essai présentant le plus faible effet retard est également celui réalisé à un rapport de charge  $R_f=0.4$  (3). Les essais (4) et (5) pour lesquels les surfaces ont été usinées, montrent une légère diminution de l'effet retard. Cependant la plus grande partie de l'effet retard ne saurait être imputée à ces effets de surface puisque l'effet retard constaté est persistant pour ces 3 essais. L'effet de fermeture des fissures ne semble donc pas être le mécanisme principal permettant d'expliquer ces effets de séquence [BIL01] même s'il est visible dans ces essais.

L'effet principal provient manifestement de l'état d'écrouissage et/ou des contraintes résiduelles laissées par les séquences de mode III. La comparaison entre l'essai (1) et l'essai (3) par exemple, est analogue aux effets observés en mode I, où il a été montré que lorsqu'une sous-charge est appliquée après une surcharge, on peut presque complètement effacer l'effet de retard de la surcharge. Les travaux de Choi [CHO09], pour des séquences de mode mixte I+II, montrent également que les effets d'histoire sont prioritairement induits par la plasticité. Nous reviendrons sur ce point au chapitre suivant en l'illustrant par la démarche développée au cours des travaux de cette thèse.

### 3.4.Observations MEB

Les surfaces de rupture des éprouvettes ont été observées *post mortem* par microscopie électronique à balayage, afin de mieux comprendre les mécanismes de dommage, à l'échelle où ils se produisent, et les effets d'une séquence de cycles de mode III sur ces mécanismes.

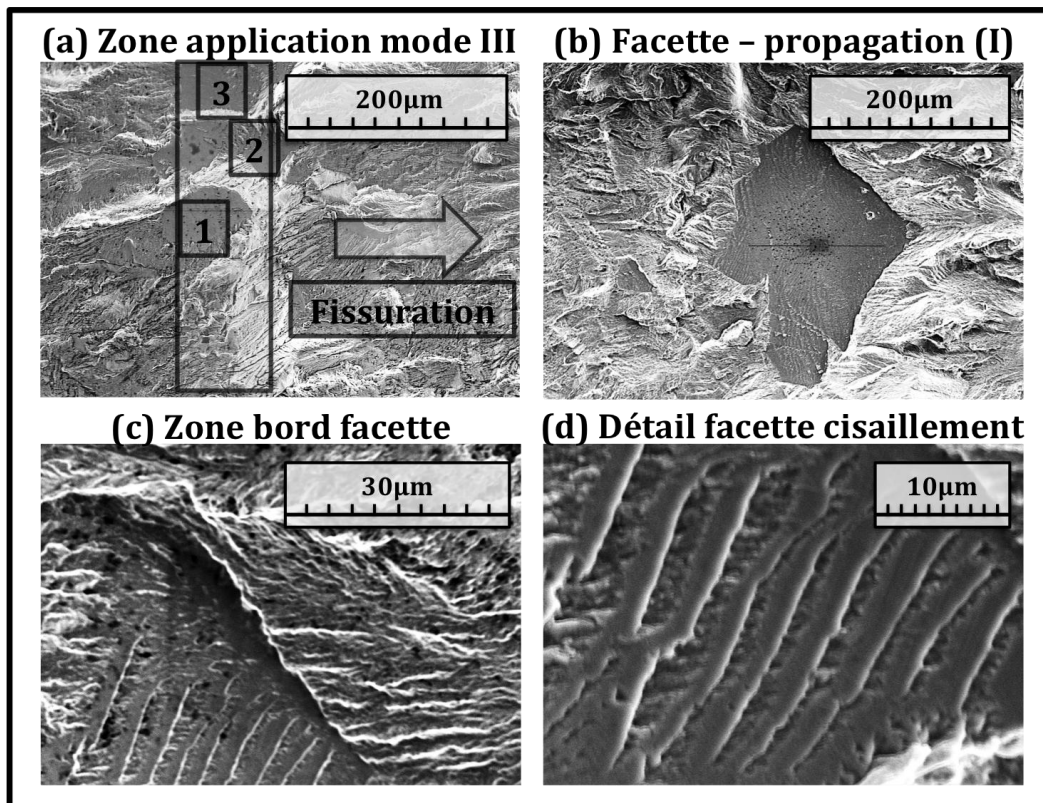
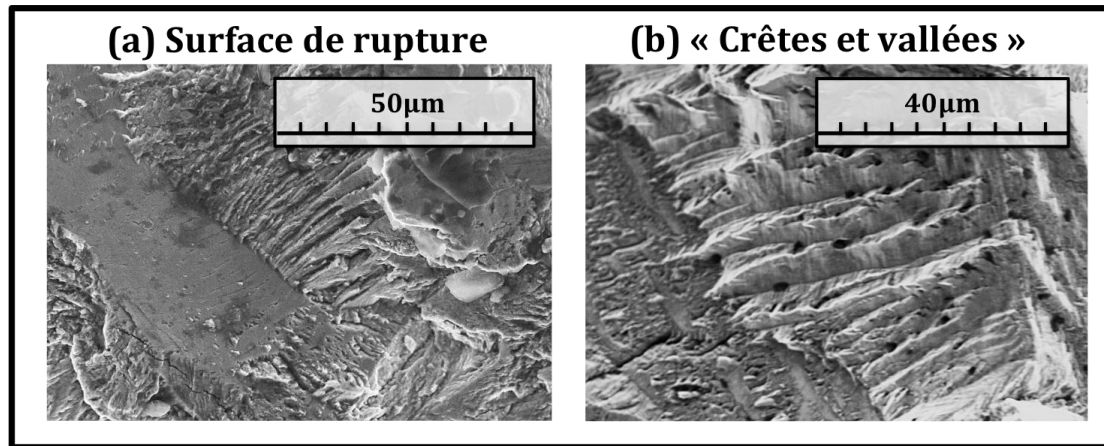


Figure 60 (a) série de facettes sur l'éprouvette (2) au niveau de la position qu'occupait le front de la fissure au moment de l'application de la séquence de cycles de mode III. (b) & (c) & (d) Large facette localisée à une distance de 2 mm des 3 facettes du cliché (a) dans la direction de propagation de la fissure. Détails successifs de cette zone à des échelles plus fines (c) & (d).

- De manière générale, on n'observe pas de traces de matage ou de frottement sur la surface de rupture et très peu de fissures secondaires, même dans la zone où la chute de la vitesse de propagation après l'application des cycles de mode III est maximale. Ces observations tendent à confirmer que le retard n'est pas induit principalement par les effets de fermeture et de friction.
- Au niveau de la position qu'occupait le front de la fissure au moment de l'application de la séquence de cycles de mode III, on observe des facettes planes sur la surface de rupture, plus ou moins alignées. Certains grains le long de cette position moyenne du front semblent avoir été cisailés (probablement du fait d'une orientation cristalline favorable). On observe par exemple sur la Figure 60.a trois facettes planes proches. Il ne s'agit pas d'un matage de la surface provenant d'un frottement entre les deux faces de la fissure.
- Deux millimètres après l'application de la séquence de mode III, alors que la fissure s'est propagée sous un chargement macroscopique de mode I, on trouve encore des facettes similaires sur la surface de rupture. Sur des clichés à plus fort grandissement (Figure 60.b, c, d), on distingue sur ces facettes des lignes successives. La surface de rupture semble avoir subi un cisaillement plan, cycle par cycle. On suppose que chaque ligne correspond à un cycle de chargement macroscopique. Le mécanisme de propagation n'est pas simple (Figure 60 d) ; entre deux lignes successives on trouve d'abord une zone « rugueuse » avec des ondulations plus ou moins normales à la ligne, puis une zone plane, qui semble correspondre à un cisaillement plan. Les largeurs respectives de la zone



rugueuse et de la zone plane sont comparables. La formation d'une telle facette implique probablement au moins deux mécanismes différents de propagation à chaque cycle. Le mode de fissuration local est très probablement mixte ; soit du fait d'un chargement macroscopique en mode III dans un champ de contraintes résiduelles de mode I (*Figure 60.a*) ou bien du fait d'un chargement macroscopique en mode I dans un champ de contraintes résiduelles de mode I (*Figure 60.b, c, d*). On peut rapprocher ces observations des travaux de Pippin & Pokluda [PIP10]. Bien qu'aucun mécanisme de propagation propre au mode III ne soit réellement observé, on observe une forte influence de la séquence de cycles de mode III sur la surface de rupture.



*Figure 61 (a) Observation d'un relief de « crêtes et de vallées » à l'échelle cristalline au voisinage de facettes planes (b) détail de l'image précédente.*

- En dehors de ces facettes planes, dans les 2 premiers millimètres après l'application de la séquence de cycles de mode III, la surface de rupture, à l'échelle cristalline, présente surtout un relief de « crêtes et de vallées », qui est très caractéristique de la fissuration en mode III [RIT83], et cela, alors même que la fissure s'est propagée sous l'effet d'un chargement macroscopique en mode I (*Figure 61*). Cette observation semble indiquer que les contraintes internes laissées par la séquence de cycles de mode III, induisent un chargement local en mode mixte I+III, alors que le chargement macroscopique est en mode I. En tout cas, ces contraintes résiduelles sont suffisantes pour produire un faciès de rupture très différent de celui normalement observé en mode I.
- Lorsqu'on s'éloigne encore de la position qu'occupait le front de la fissure au moment de l'application de la séquence de cycles de mode III, on retrouve progressivement un faciès de rupture « à stries » caractéristique de la fissuration en mode I. Néanmoins, la fissuration en mode I reste assez longtemps perturbée par la séquence de mode III. Sur la *Figure 62*, deux zones proches (toutes deux à environ 3mm après l'application de la séquence de mode III et présentant toutes deux des stries) ont été retenues parce que les directions de propagation locales suggérées par les orientations des stries sont totalement différentes. En effet, sur les *Figure 62.b* et *Figure 62.d*, est reportée la direction de propagation « macroscopique » de la fissure ainsi que la direction de propagation locale, indiquée par l'orientation des stries. Dans la zone A (*Figure 62.b*), la direction locale est perpendiculaires à la direction de propagation globale, alors que les deux directions sont en accord dans la zone B (*Figure 62.d*).

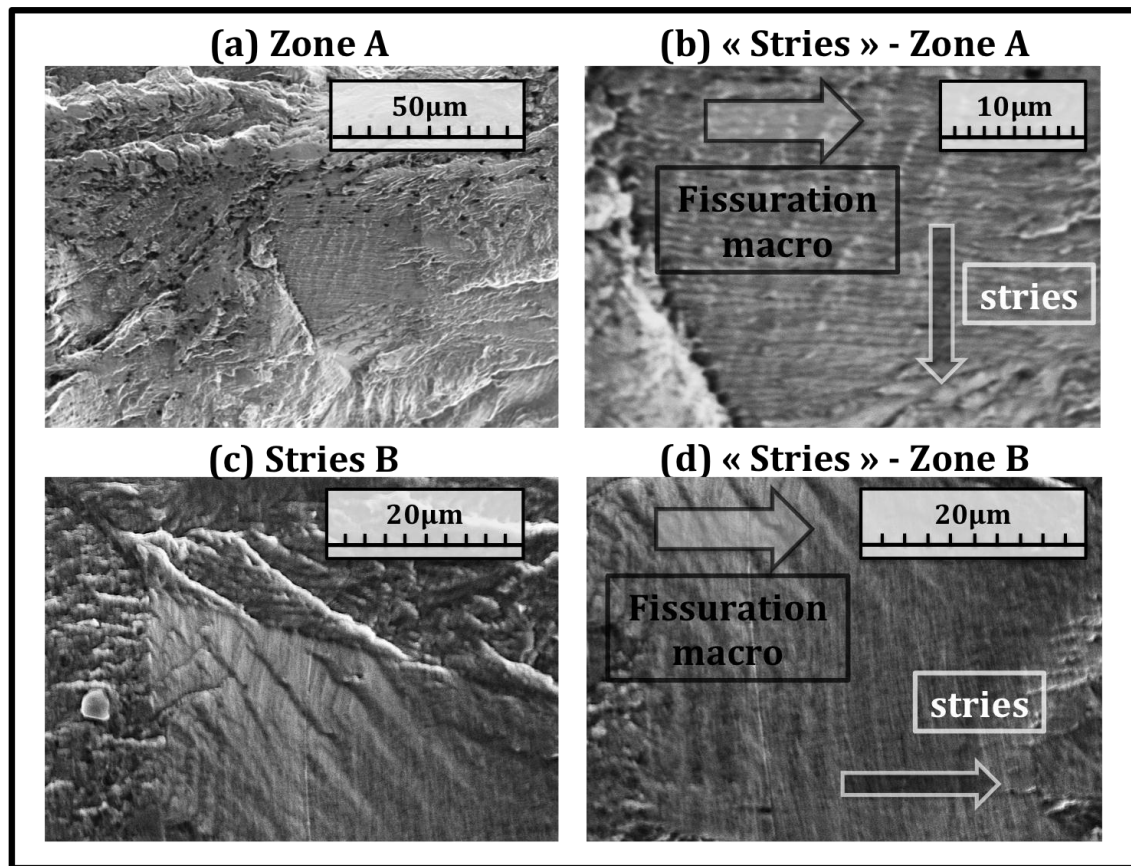


Figure 62 Zones éloignées d'environ 3 mm de la position qu'occupait le front de la fissure au moment de l'application de la séquence de cycles de mode III. (a) & (b) Zone A, Observations de stries dont l'orientation est incohérente avec la direction de propagation macroscopique en mode I (c) & (d) Zone B, Observations de stries dont l'orientation est cohérente avec la direction de propagation macroscopique en mode I.

Ces observations peuvent finalement être résumées en quelques points :

- Lors de l'application des cycles de mode III, on observe quelques facettes planes « de cisaillement » mais l'observation locale du mode de rupture montre que la propagation se fait probablement en mode mixte. Il est en tout cas difficile d'affirmer que la fissure se propage uniquement en mode III. Cette conclusion avait également été tirée par Pippan [PIP05] qui au cours de ses travaux a tenté de mettre en évidence en MEB des phénomènes de propagation de mode III.

- Les surfaces de rupture en mode I après l'application d'une séquence de cycles de mode III, ne présentent pas de traces de matage ou de frottement, même pour les morceaux d'éprouvettes provenant des essais où un fort effet de retard a été constaté.

- Lors de la propagation ultérieure en mode I, on observe des effets d'histoire sur le mécanisme de fissuration par fatigue et sur le faciès de rupture. La surface de rupture obtenue en mode I, présente des caractéristiques très nettes de « fissuration en mode III », y compris dans des zones atteintes après que plus de 10000 cycles de mode I ont été appliqués depuis l'applications des cycles de mode III.

**Remarque 21 :** Ces observations sont générales, elles ont été faites sur l'ensemble des éprouvettes testées.

### 3.5. Conclusions intermédiaires

Des essais de fissuration en mode mixte séquentiel I+III ont été présentés. Différentes séquences de chargements ont été étudiées. Les essais visaient principalement à discriminer les contributions de deux mécanismes principaux évoqués pour expliquer les effets d'histoire : la plasticité d'une part, et les interactions de type contact et frottement, d'autre part.

Les durées de vie des éprouvettes testées dans les différentes configurations ont montré l'importance de la forme de la séquence de cycles de mode III appliquée, sur les effets d'histoire que cette séquence induit sur la fissuration en mode I. Les essais réalisés indiquent que, par comparaison, les effets de contact et de frottement entre les faces de la fissure, seraient de seconde importance pour expliquer l'effet de retard induit sur la fissuration en mode I, par une séquence de mode III.

L'observation des surfaces de rupture en microscope électronique à balayage a permis de tirer les conclusions suivantes :

- pas de traces de contact ou de frottement entre les faces de la fissure
- pas de mise en évidence d'un mécanisme de propagation en « mode III pur »
- effet d'histoire de la séquence de cycles de mode III sur la fissuration en mode

I : le faciès de rupture garde des caractéristiques « de mode III » très nettes alors même que la fissure s'est propagée en mode I sur 2mm ou plus depuis l'application des cycles de mode III.

En conclusion, le rôle de la plasticité et des contraintes résiduelles semble majeur pour expliquer les effets de séquence en fissuration par fatigue sous chargement de mode mixte I+III



## 4. Etude de la plasticité en mode mixte I+II+III par simulations par éléments finis

Les deux chapitres précédents ont permis de mettre en lumière l'importance de l'étude de la plasticité pour la prévision de la fissuration par fatigue. Des effets transitoires, à courte ou à longue distance, sont observés après une variation du niveau (chapitre 2) ou de la direction (chapitre 3) du chargement appliqué. Ce chapitre porte donc sur l'étude de la plasticité par calculs numériques par éléments finis.

Les calculs par éléments finis 3D permettent de calculer les champs de contrainte et de déformation autour du front de la fissure en tenant compte des particularités du comportement non-linéaire du matériau (chapitre 2-1-3). Il reste alors à analyser tous ces résultats pour en extraire les informations utiles pour la prévision de la fissuration par fatigue en mode mixte.

Pour cela, diverses approches ont été explorées dans la littérature. La plupart de ces approches utilisent directement les quantités calculées dans chaque élément fini. Soit pour appliquer un critère local de fatigue multiaxiale, soit pour effectuer des calculs de moyenne et/ou de gradients en vue d'utiliser un critère de fatigue non-local. Par exemple, Doquet et al [DOQ07] se donnent une distance critique au front de la fissure et calculent des moyennes par plan sur cette distance, afin de déterminer les plans critiques maximisant deux critères de fatigue, l'un en cisaillement, l'autre en traction. Mais déterminer une distance critique ou un plan critique est déjà une difficulté en soi, lorsque les chargements appliqués sont non-proportionnels, avec un niveau et une direction variables au cours du temps.

La démarche proposée ici, est différente, elle consiste à post-traiter d'abord les résultats des calculs par éléments finis afin de n'en retenir que le strict minimum d'informations utiles pour représenter l'évolution de la plasticité autour du front de la fissure. Pour cela, une technique de réduction de modèle est utilisée. La méthode a été mise en place dans la thèse de Rami Hamam [HAM06] pour la prévision de la fissuration en mode I sous chargement variable, puis étendue à la fissuration en mode mixte I+II dans la thèse de Pierre-Yves Decreuse [DEC10]. Dans cette étude, la méthode a été étendue aux cas des chargements en mode mixte I+II+III [FRE11]. La démarche employée est la même que dans les études précédentes, mais l'ajout du mode III a imposé d'utiliser un maillage volumique, ce qui a représenté un saut important en termes de temps de calcul et de quantité de données à traiter. Plusieurs modèles éléments finis et deux codes différents (ASTER et Abaqus) ont été utilisés. La version qui est présentée ici conduit à des temps de calcul raisonnablement courts (mise en œuvre sous Abaqus).

Ce chapitre est subdivisé en trois sous-parties.

- La première présente le modèle éléments finis, les conditions aux limites et la méthode employée pour post-traiter les calculs.
- La seconde porte sur les calculs par éléments finis qui ont été réalisés pour étudier le comportement élasto-plastique cyclique de la région entourant l'extrémité de la fissure et pour motiver les choix de modélisation qui seront exposés dans le chapitre 6 de cette thèse.
- Enfin, dans la troisième partie, les calculs par éléments finis sont utilisés pour tester numériquement divers trajets de chargement de mode mixte I+II+III et retenir ceux qui sont identifiés comme les plus discriminants pour réaliser des essais de fissuration par fatigue en mode-mixte non proportionnels. Le protocole expérimental et les résultats de ces essais, réalisés sur la machine triaxiale ASTREE, sont présentés dans le chapitre 5.

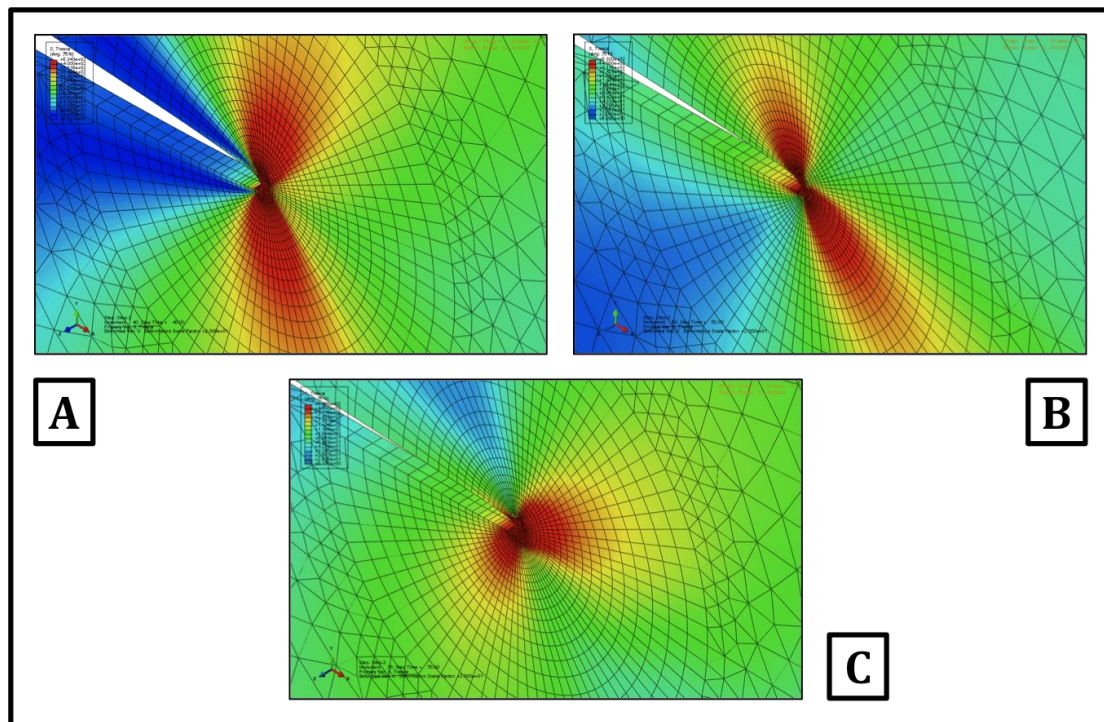
#### 4.1.Modèle numérique et post-traitement des résultats.

L'objectif de ces calculs est de simuler le comportement élasto-plastique cyclique d'une « section représentative de front de fissure » en conditions de plasticité confinée en fonction des chargements nominaux,  $K_I^\infty$ ,  $K_{II}^\infty$  et  $K_{III}^\infty$ , qu'elle subit. Le modèle réalisé ne cherche donc pas à être représentatif d'une éprouvette ou d'un cas de rupture de pièce particulier.

##### 4.1.1.Modèle et conditions aux limites

Le modèle éléments finis retenu est une plaque 3D carrée (2m x 2m). La plaque contient une fissure centrale traversante de longueur  $2a=20$  mm. Des conditions aux limites de périodicité sont imposées de manière à ce que les deux faces carrées de la plaque présentent le même champ de déplacement. Cette contrainte de périodicité selon l'épaisseur permet de superposer des sollicitations de mode mixte I+II en déformation plane et une sollicitation de mode III. Ce modèle permet de réaliser des calculs élasto-plastiques en mode I+II+III avec un nombre d'éléments (*Figure 63*) et des temps de calcul raisonnables.

Le maillage de la plaque est symétrique par rapport au plan situé à mi-épaisseur. Autour du front de la fissure, le maillage est raffiné dans une zone de rayon égal à 2 mm autour du front de la fissure et un maillage structuré a été mis en place dans un domaine situé entre  $r=1$ mm et  $r=50$   $\mu$ m du front de la fissure. On utilise des éléments continus 3D linéaires. Le domaine d'intérêt **D** est constitué de tous les nœuds situés, sur le plan à mi-épaisseur de la plaque, dans la zone de maillage structuré. A chaque pas de temps, on enregistre les vecteurs déplacements de tous les nœuds du domaine **D** (*Figure 63*).



*Figure 63* Détail du maillage utilisé. Iso-valeurs de la contrainte de Tresca. (a) chargement en mode I (point A), (b) chargement en mode mixte I+II (point B), (c) chargement en mode mixte I+II (point C) – voir la *Figure 64*

Les conditions aux limites appliquées sont des déplacements imposés sur les côtés supérieur et inférieur de la plaque. On définit d'abord les conditions aux limites

nominales  $u_{bc\_nom}^I$ ,  $u_{bc\_nom}^{II}$  et  $u_{bc\_nom}^{III}$  qui, en élasticité linéaire, induisent respectivement un facteur d'intensité des contraintes égal à  $1\text{ MPa}\sqrt{m}$  en mode I, en mode II et en mode III. L'orthogonalité des modes est vérifiée. Ensuite chaque cas de chargement est défini par ses facteurs d'intensité des contraintes nominaux,  $K_I^\infty$ ,  $K_{II}^\infty$  et  $K_{III}^\infty$ , et les conditions aux limites imposées sont  $K_I^\infty u_{bc\_nom}^I$ ,  $K_{II}^\infty u_{bc\_nom}^{II}$  et  $K_{III}^\infty u_{bc\_nom}^{III}$ . Les bibliothèques de fonctions en langage python fournies sous Abaqus permettent d'automatiser la mise en données des calculs par éléments finis et de simuler des trajets de chargement variés décrits directement par les évolutions des facteurs d'intensité des contraintes nominaux,  $K_I^\infty$ ,  $K_{II}^\infty$  et  $K_{III}^\infty$  (Figure 64).

Quelques cartes sont enregistrées à chaque cycle (contraintes, déformation plastique). Sur la Figure 64, par exemple, sont tracées les iso-valeurs de la déformation plastique cumulée calculée pour un trajet de chargement sinusoïdal en quadrature en mode mixte I+II. La forme des iso-valeurs dépend de l'histoire du chargement. Par contre, on observe sur chaque carte que les iso-valeurs de la déformation plastique cumulée décroissent de manière exponentielle avec la distance à l'extrémité de la fissure. Même si la zone plastique a une forme complexe, sa forme reste invariante par changement d'échelle.

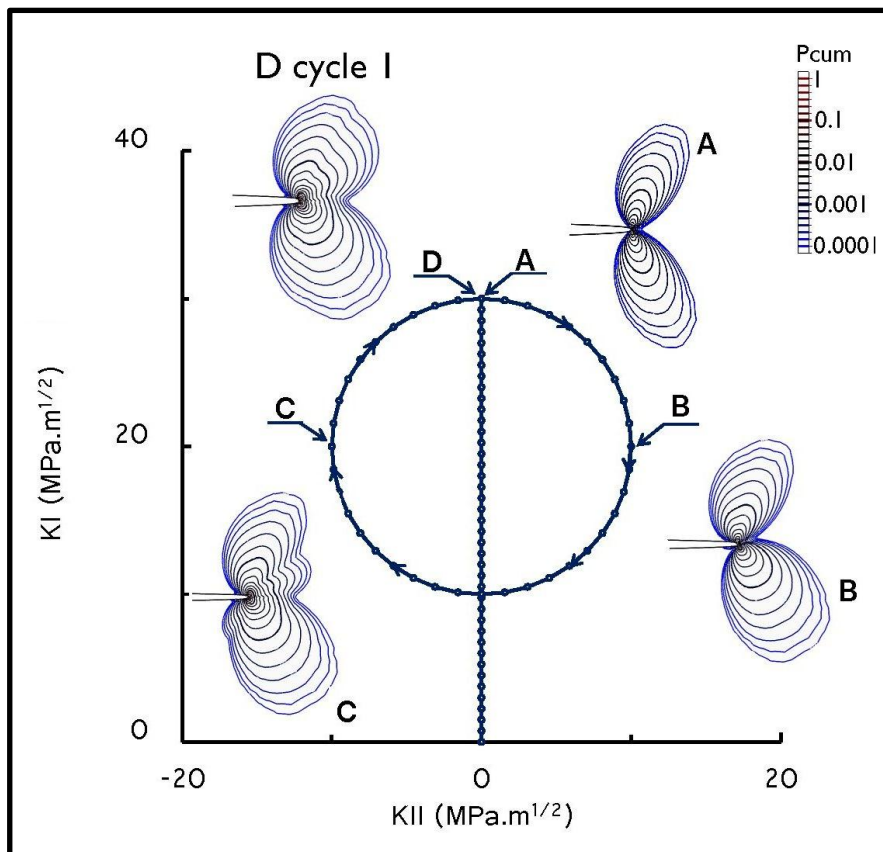


Figure 64 Exemple de trajet de chargement simulé par éléments finis. 5 cycles en mode mixte I+II en quadrature sont simulés. Les iso-valeurs (en échelle logarithmique) de la déformation plastique cumulée sont tracées, à mi épaisseur de la plaque et autour de l'extrémité de la fissure, aux points A, B, C et D du premier cycle.

#### 4.1.2. Hypothèses pour le post traitement des simulations numériques

Les post-traitements qui sont effectués pour analyser les calculs par éléments finis, reposent sur quelques considérations déjà évoquées au chapitre 1 et qui sont rappelées

brièvement ci-dessous. Le chapitre 6, qui est consacré à la modélisation de la plasticité, comporte une première partie dans laquelle ces hypothèses sont discutées et justifiées plus en détail.

- Si la plasticité reste confinée, le massif élastique contrôle les mouvements dans la zone plastique de la fissure et limite le nombre de degrés de liberté réellement utiles pour représenter le mouvement. Pour simplifier l'étude de la plasticité, on ne retiendra que le plus petit nombre possible de degrés de liberté.
- On se place en petites déformations dans tous les calculs d'éroussement de la pointe de la fissure. La géométrie de la fissure n'est donc pas réactualisée et conserve son plan de symétrie et son invariance par changement d'échelle, ce qui permet de décomposer le mouvement en modes (par symétries vis-à-vis du plan de la fissure) et chaque mode comme le produit d'une distribution spatiale et d'un facteur d'intensité (invariance par changement d'échelle).
- Comme il est toujours possible, en inversant le sens du chargement, d'obtenir transitoirement un comportement élastique linéaire pendant un pas de temps, les parts élastique et plastique du mouvement sont considérées comme cinématiquement indépendantes et doivent respecter chacune indépendamment les considérations listées plus haut.

Le mouvement  $\underline{v}$  est alors représenté de manière simplifiée comme la superposition de trois modes, avec pour chaque mode  $i$ , un premier degré de liberté pour l'élasticité  $\tilde{K}_i$  et un second degré de liberté pour la plasticité  $\dot{\rho}_i$ . Chaque composante est exprimée comme le produit d'une distribution spatiale construite *a priori* et d'un facteur d'intensité, utilisé comme degré de liberté cinématique et déterminé par post traitement des calculs par éléments finis à chaque pas de temps.

$$\underline{v}(P, t) = \sum_{i=1}^3 \underbrace{\tilde{K}_i(t) \cdot \underline{u}_i^e(P)}_{\underline{v}_i^e(P, t)} + \underbrace{\dot{\rho}_i(t) \cdot \underline{u}_i^c(P)}_{\underline{v}_i^c(P, t)} \quad (4-1)$$

$\underline{v}_i^c(P, t)$  représente la partie irréversible du champ de vitesse tandis que  $\underline{v}_i^e(P, t)$  représente la partie élastique.

**Remarque 22 :** Si le comportement du matériau est élastique linéaire alors le facteur d'intensité de la partie élastique  $\tilde{K}_i$  est égal à la vitesse du facteur d'intensité des contraintes nominal  $\dot{K}_i^\infty$ . Sinon ces deux quantités sont légèrement différentes, car les déformations élastiques peuvent provenir des contraintes appliquées (et donc de  $\dot{K}_i^\infty$ ) mais aussi des contraintes internes induites par le confinement de la zone plastique. L'écart  $(\dot{K}_i - \dot{K}_i^\infty)$  peut être interprété comme l'effet d'écran des dislocations (shielding effect)  $\dot{K}_i^{sh}$  [ELB71], [WHE72], [THOM74]

Avec cette représentation simplifiée, « la plasticité en pointe de fissure » sous chargement de mode mixte I+II+III non-proportionnel peut être caractérisée par les évolutions des trois facteurs d'intensité  $\dot{\rho}_I, \dot{\rho}_{II}, \dot{\rho}_{III}$ .

#### 4.1.3. Construction de la base de champs $\underline{u}_i^e, \underline{u}_i^c$

Pour chaque mode, la première étape consiste à effectuer un calcul par éléments finis en élasticité linéaire. On applique les conditions aux limites nominales  $u_{bc\_nom}^i$  qui induisent un facteur d'intensité des contraintes égal à  $1 \text{ MPa}\sqrt{m}$ . Le déplacement de chaque nœud  $P$  dans la zone d'intérêt  $D$  est enregistré et constitue le champ de référence pour l'élasticité  $\underline{u}_i^e(P)$  relatif à chaque mode  $i$  (Figure 65 (a)).



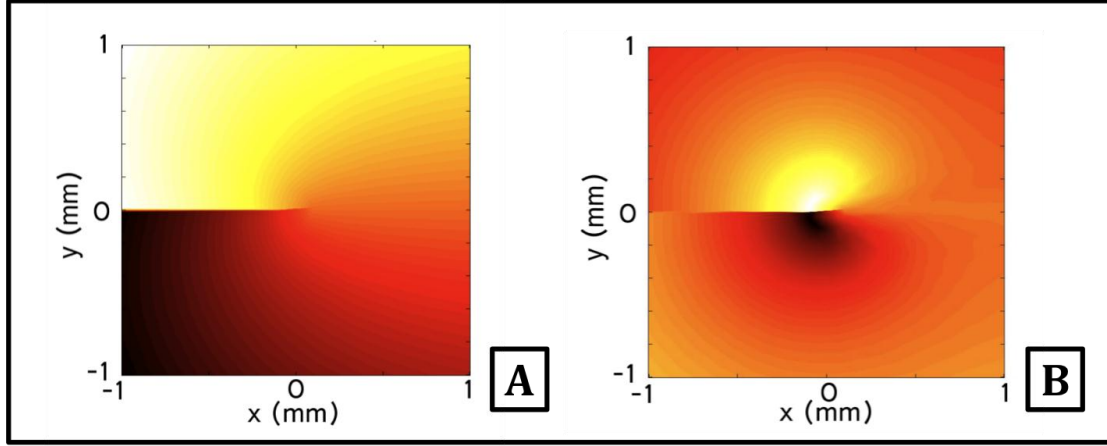


Figure 65 Composante hors plan des champs de références calculés pour le mode III  
(a)  $\underline{u}_{III-z}^e(P)$ , (b)  $\underline{u}_{III-z}^c(P)$

La seconde étape consiste à effectuer, pour chaque mode  $i$ , la simulation d'une rampe de chargement entre 0 et  $K_i^{max}$  en utilisant une loi de comportement élasto-plastique pour le matériau. La valeur choisie pour  $K_i^{max}$  est telle que la zone plastique envahit toute la zone d'intérêt  $D$  (Figure 63). Pour le mode I, on retient la partie symétrique du champ de vitesse calculé, pour le mode II la partie antisymétrique et pour le mode III la partie anti-plane.

Le champ de vitesse  $\underline{v}^{EF-i}(P, t)$  calculé par éléments finis à chaque pas de temps  $t$  de la rampe et pour chaque mode est enregistré et projeté sur le champ de référence pour l'élasticité  $\underline{u}_i^e$  :

$$\tilde{K}_i(t) = \frac{\sum_{P \in D} \underline{v}^{EF-i}(P, t) \cdot \underline{u}_i^e(P)}{\sum_{P \in D} \underline{u}_i^e(P) \cdot \underline{u}_i^e(P)} \quad (4-2)$$

On peut alors en déduire une approximation « élastique » du champ de vitesse :

$$\underline{v}_i^e(P, t) = \tilde{K}_i(t) \underline{u}_i^e(P) \quad (4-3)$$

Le résidu est déterminé, pour chaque mode, de la manière suivante :

$$\underline{v}^{résidu-i}(P, t) = \underline{v}^{EF-i}(P, t) - \underline{v}_i^e(P, t) \quad (4-4)$$

Ce résidu est une correction à apporter à l'approximation élastique du champ de vitesse pour chaque mode pour tenir compte des déformations plastiques autour du front de la fissure. Du fait de la géométrie invariante par changement d'échelle de la fissure, chaque composante indépendante du champ de vitesse devrait pouvoir être exprimée comme le produit d'une distribution spatiale et d'un facteur d'échelle.

$$\underline{v}^{résidu-i}(P, t) \approx f(t) \underline{g}_i(P) \quad (4-5)$$

Pour mettre le résidu sous cette forme, on utilise l'algorithme de Karhunen-Loeve et on ne retient que le premier terme du développement (Figure 65 (b)). La distribution spatiale  $\underline{g}(P)$  obtenue est ensuite adimensionnée par un facteur multiplicatif A de manière à ce que les trois facteurs d'intensité  $\rho_I, \rho_{II}, \rho_{III}$  puissent être « lus » directement comme le CTOD (crack tip opening displacement) et les CTSD de modes II

et III (crack tip sliding displacement) exprimés en micromètres. Le chapitre 6 permettra de revenir en détail sur ces choix et de justifier l'intérêt de la décomposition KL. La Figure 66 illustre la relation entre le CTOD et  $\rho_I$  et entre le CTSD et  $\rho_{II}$ .

$$\underline{u}_i^c(P) = A \underline{g}_i(P) \quad (4-6)$$

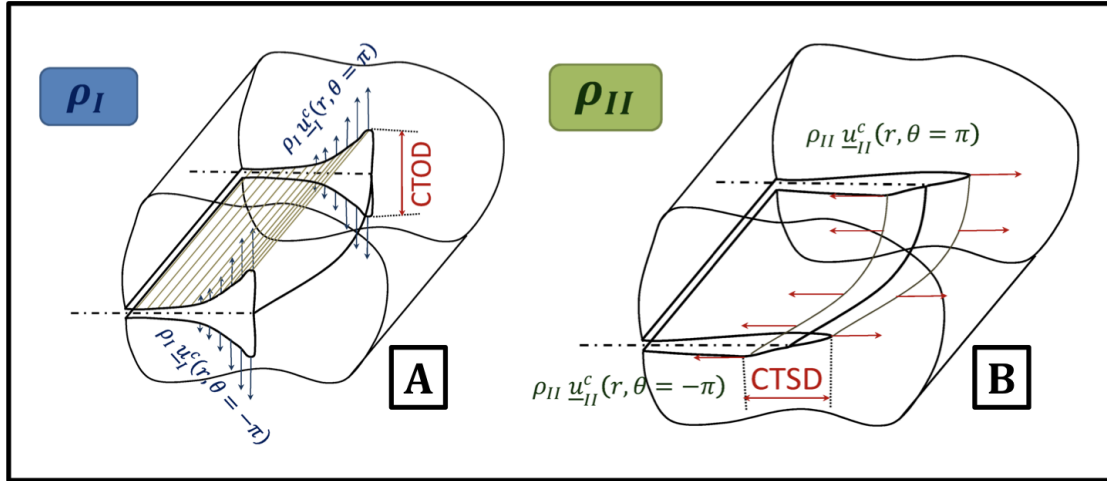


Figure 66 Illustration des relations existant entre les facteurs d'intensité et les champs de référence  $\rho_I(t) \cdot \underline{u}_I^c(P)$  et  $\rho_{II}(t) \cdot \underline{u}_{II}^c(P)$  et les CTOD et CTSD.

Avec ces hypothèses, les trois facteurs d'intensité  $\rho_I, \rho_{II}, \rho_{III}$  correspondent à la partie inélastique de la discontinuité du champ de déplacement au niveau du front de la fissure  $\underline{t}$ . On peut donc estimer la quantité de surface fissurée créée par seconde à partir du vecteur  $\underline{\dot{\rho}} = (\dot{\rho}_{III}, \dot{\rho}_{II}, \dot{\rho}_I)$  en se basant sur des considérations géométriques. Si le front de la fissure est défini par le vecteur  $\underline{t}$  et la discontinuité du champ de vitesse par le vecteur  $\underline{\dot{\rho}}$ , alors le taux de création de surface par unité de longueur de front se calcule à partir du produit vectoriel entre  $\underline{t}$  et  $\underline{\dot{\rho}}$  [DEC11].

$$\dot{\underline{a}} \underline{n}^* = \alpha (\underline{t} \wedge \underline{\dot{\rho}}) \quad (4-7)$$

**Remarque 23 :** Avec cette hypothèse, il est à noter que la contribution du mode 3 dans la propagation de la fissure ne peut être qu'indirecte. En effet, la plasticité de mode 3, représentée par  $\dot{\rho}_{III}$ , disparaît dans le produit vectoriel avec le vecteur directeur du front de la fissure  $\underline{t}$  de la fissure.

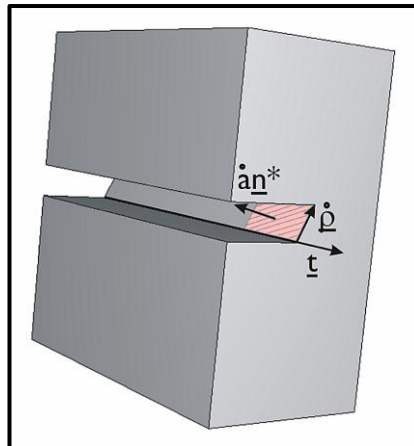


Figure 67 Repère de la loi de fissuration attaché à la pointe de la fissure

**Remarque 24 :** l'aire fissurée  $\dot{a}$  est toujours positive, mais l'orientation  $\underline{n}^*$  de la surface est renversée si le signe des composantes de  $\underline{\rho}$  était inversé, lors d'un cycle de charge décharge, on crée de la surface fissurée en phase de charge et aussi en phase de décharge, mais les orientations des facettes créées sont opposées. Ce qui est bien normal puisqu'une fissure a deux faces. Cette modélisation est également compatible avec les observations de Pelloux et Pippin par exemple [PEL69], [PIP10].

Le paramètre  $\alpha$  est un coefficient d'ajustement, identifié (en mode I) par le biais d'un essai de fatigue à amplitude constante. La valeur du paramètre est celle minimisant l'écart entre les données expérimentales obtenues dans le diagramme de Paris et la simulation numérique calculée à l'aide du modèle.

$$\frac{da}{dt} = \alpha \left| \frac{d\rho}{dt} \right| \quad (4-8)$$

**Remarque 25 :** En mode I, l'ajustement de ce paramètre ne modifie que la position verticale de la courbe  $da/dN - \Delta K$  dans le diagramme de Paris et pas sa pente [HAM07].

Avec cette méthode, les champs de référence relatifs à l'élasticité et à la plasticité construits sont orthogonaux et constituent une base réduite :

$$\sum_{P \in \mathcal{D}} \underline{u}_i^c(P) \cdot \underline{u}_i^e(P) = 0 \quad i \in 1,2,3 \quad (4-9)$$

Par symétrie, on a également :

$$\sum_{P \in \mathcal{D}} \underline{u}_j^e(P) \cdot \underline{u}_i^e(P) = 0 \quad i \neq j \in 1,2,3 \quad (4-10)$$

$$\sum_{P \in \mathcal{D}} \underline{u}_j^c(P) \cdot \underline{u}_i^c(P) = 0 \quad i \neq j \in 1,2,3 \quad (4-11)$$

$$\sum_{P \in \mathcal{D}} \underline{u}_j^e(P) \cdot \underline{u}_i^c(P) = 0 \quad i \neq j \in 1,2,3 \quad (4-12)$$

#### 4.1.4.Extraction des facteurs d'intensité

Une fois la base de champs  $\underline{u}_i^e, \underline{u}_i^c$  construite, elle est ensuite utilisée pour post-traiter les simulations numériques réalisées avec des trajets de chargement quelconques en mode I+II+III non proportionnel.

Le champ de vitesse  $\underline{v}^{EF}(P, t)$  calculé par éléments finis à chaque pas de temps  $t$  du calcul est enregistré et projeté sur les 6 champs de la base afin d'extraire les facteurs d'intensité élastique et plastique relatifs à chaque mode :

$$\tilde{K}_i(t) = \frac{\sum_{P \in \mathcal{D}} \underline{v}^{EF}(P, t) \cdot \underline{u}_i^e(P)}{\sum_{P \in \mathcal{D}} \underline{u}_i^e(P) \cdot \underline{u}_i^e(P)} \quad (4-13)$$

$$\dot{\rho}_i(t) = \frac{\sum_{P \in \mathcal{D}} \underline{v}^{EF}(P, t) \cdot \underline{u}_i^c(P)}{\sum_{P \in \mathcal{D}} \underline{u}_i^c(P) \cdot \underline{u}_i^c(P)} \quad (4-14)$$

Le champ de vitesse approché peut être exprimé comme suit, par combinaison des 3 modes :

$$\underline{v}(P, t) = \sum_{i=1}^3 \underbrace{\tilde{K}_i(t) \cdot \underline{u}_i^e(P)}_{\underline{v}_i^e(P, t)} + \underbrace{\dot{\rho}_i(t) \cdot \underline{u}_i^c(P)}_{\underline{v}_i^c(P, t)} \quad (4-15)$$

Les 6 facteurs d'intensité permettent de « caractériser » le mouvement dans une « section représentative du front de la fissure ».

Les composantes élastiques et plastiques de mode I du champ de vitesse sont symétriques par rapport au plan de la fissure. Les composantes élastiques et plastiques de mode II sont antisymétriques et celles de mode III sont anti-planes.

La plasticité est, quant à elle, caractérisée par un facteur d'intensité pour chaque mode,  $\dot{\rho}_I$ ,  $\dot{\rho}_{II}$  et  $\dot{\rho}_{III}$ . Avec cette approche,  $\dot{\rho}_I$  est une valeur scalaire représentant l'intensité de la partie symétrique de la composante plastique du champ de vitesse,  $\dot{\rho}_{II}$  est l'intensité de la partie anti-symétrique et  $\dot{\rho}_{III}$  celle de la partie anti-plane.

#### 4.1.5. Indicateurs de qualité de l'approximation

Afin de quantifier la qualité de l'approximation (Eq.4-15), deux écarts sont systématiquement calculés :

- $C_1(t)$  (Eq.4-16) est l'erreur commise en approchant le champ de vitesse  $\underline{v}^{EF}(P, t)$  par sa projection  $\underline{v}_i^e(P, t)$  sur les 3 champs élastiques de référence.
- $C_2(t)$  (Eq.4-17) est l'erreur commise en approchant le champ de vitesse  $\underline{v}^{EF}(P, t)$  par son approximation  $\underline{v}(P, t)$  obtenue par projection sur les six champs de référence, élastiques et plastiques.
- Les erreurs  $C_{1R}(t)$  et  $C_{2R}(t)$  sont des erreurs relatives à la norme du champ de vitesse calculé.

$$C_1(t) = \sqrt{\sum_{P \in D} \left( \underline{v}^{EF}(P, t) - \underline{v}_i^e(P, t) \right)^2} \quad (4-16)$$

$$C_2(t) = \sqrt{\sum_{P \in D} \left( \underline{v}^{EF}(P, t) - \underline{v}(P, t) \right)^2} \quad (4-17)$$

$$C_{1R}(t) = \sqrt{\frac{\sum_{P \in D} \left( \underline{v}^{EF}(P, t) - \underline{v}_i^e(P, t) \right)^2}{\sum_{P \in D} \left( \underline{v}^{EF}(P, t) \right)^2}} \quad (4-18)$$

$$C_{2R}(t) = \sqrt{\frac{\sum_{P \in D} \left( \underline{v}^{EF}(P, t) - \underline{v}(P, t) \right)^2}{\sum_{P \in D} \left( \underline{v}^{EF}(P, t) \right)^2}} \quad (4-19)$$

**Remarque 26 :** Pour ces calculs d'erreur, il n'a pas été tenu compte du volume de la fonction support de chaque nœud  $P$ . Comme le maillage est plus dense lorsqu'on s'approche de l'extrémité de la fissure, lors du calcul des erreurs, le « poids » relatif des nœuds augmente avec la densité du maillage vers l'extrémité de la fissure.

L'approximation (Eq.4-15) n'est valable que sous certaines conditions. Les erreurs calculées permettent de vérifier si ces conditions sont bien remplies. Des exemples de situations où toutes les conditions de validités ne sont pas remplies sont présentés ci-après.

L'importance relative  $C_{corr}$  de la correction à appliquer pour tenir compte de la plasticité dans la représentation du champ de vitesse peut être estimée de plusieurs manières, par exemple :

$$C_{corr}(t) = C_{1R}(t) - C_{2R}(t) \quad (4-20)$$

$$C_{corr}(t) = \sqrt{\frac{\sum_{P \in D} (v_i^c(P, t))^2}{\sum_{P \in D} (v_i^e(P, t) + v_i^c(P, t))^2}} \quad (4-21)$$

#### 4.1.5.1. Non-confinement de la zone plastique

Le facteur d'intensité  $\rho_I = \int_t \dot{\rho}_I dt$  et les erreurs  $C_{1R}$  et  $C_{2R}$  ont été déterminés par post traitement du calcul d'une rampe en mode I. Le facteur d'intensité des contraintes nominal  $K_I^\infty$  est défini comme le facteur d'intensité qui serait déterminé, si le comportement du matériau était élastique linéaire, pour les mêmes conditions aux limites en déplacement imposé, que celles appliquées sur la plaque dans le cas élasto-plastique étudié ici.

Les résultats sont tracés sur la Figure 68. Lors de cette rampe, les contraintes atteintes dans la plaque sont telles que le seuil de plasticité du matériau est dépassé partout. Le facteur d'intensité des contraintes nominal,  $K_I^\infty$ , atteint 100 MPa.m<sup>1/2</sup> (cette valeur est irréaliste pour l'acier 316L, il s'agit juste d'une illustration).

On note sur la Figure 68 (b) que l'erreur  $C_{1R}$ , associée à une approximation élastique du champ de vitesse, est toujours supérieure à l'erreur  $C_{2R}$ , associée à une approximation élastique plastique. Tant que la zone plastique reste bien confinée, l'erreur  $C_{2R}$  reste faible. Par contre, dès que le seuil de plasticité de la plaque est atteint, l'erreur  $C_{2R}$  augmente très rapidement. En effet, l'approximation cinématique proposée (Eq. 4-15) n'est valide que si la plasticité reste confinée au cours du pas de temps.

Par contre, l'évolution de  $K_I^\infty$  en fonction de  $\rho_I$  est assez peu modifiée par l'entrée en plasticité de la plaque (Figure 71 (a)).

Comme  $\rho_I$  constitue une mesure de la plasticité et que la dimension de la zone plastique varie comme le carré de  $K_I^\infty$  (zone plastique d'Irwin),  $K_I^\infty$  a également été tracé en fonction de  $\sqrt{\rho_I}$  sur la Figure 68 (c). Tant que la zone plastique est bien confinée, une relation linéaire entre  $K_I^\infty$  et  $\sqrt{\rho_I}$  est effectivement observée. La courbe  $K_I^\infty - \sqrt{\rho_I}$  calculée s'écarte progressivement de la linéarité lorsque la zone plastique n'est plus confinée. C'est également le cas pour les faibles valeurs de  $\sqrt{\rho_I}$  (Figure 68 (d)) pour lesquelles l'effet de l'écroutissement du matériau peut expliquer l'écart observé.

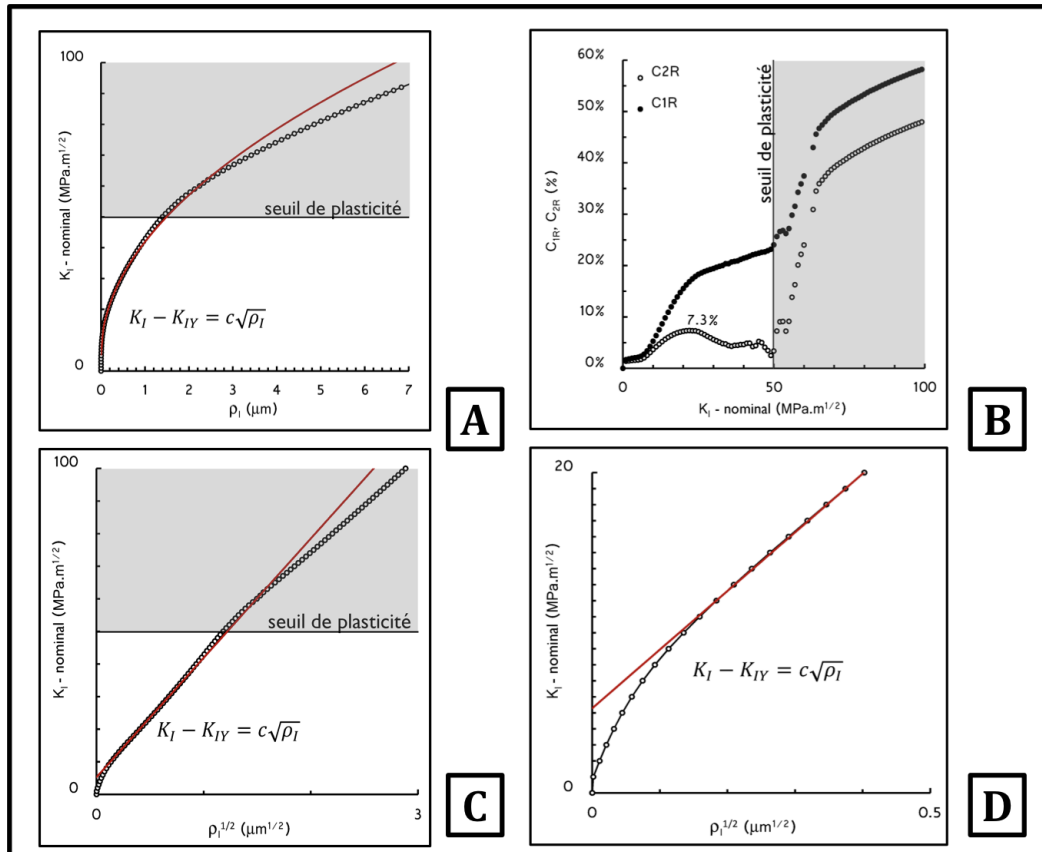


Figure 68 Cas d'une excursion en plasticité non-confinée. (a) facteur d'intensité des contraintes nominal  $K_I^\infty$ , en fonction de  $\rho_I = \int_t \dot{\rho}_I dt$  calculé par éléments finis et (b) erreurs relatives  $C_{1R}$  et  $C_{2R}$ . (c)  $K_I^\infty$  tracé en fonction de  $\sqrt{\rho_I}$ , (d) même tracé, détail pour les faibles valeurs de  $\rho_I$

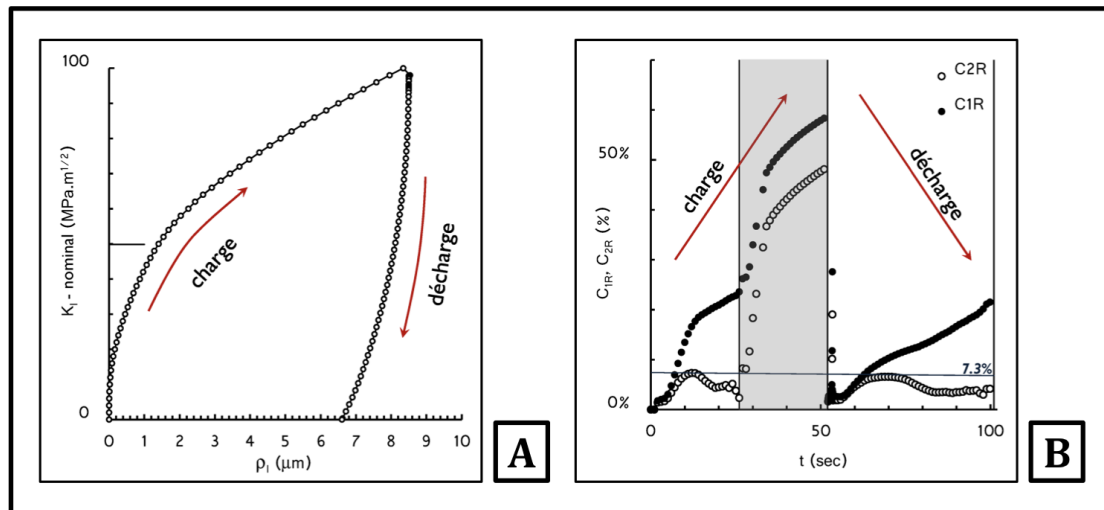


Figure 69 Cas d'une excursion en plasticité non-confinée. (a) facteur d'intensité des contraintes nominal  $K_I^\infty$  en fonction de  $\rho_I$  pour une phase de charge au cours de laquelle la plasticité n'est plus confinée, suivie d'une décharge. (b) erreurs relatives  $C_{1R}$  et  $C_{2R}$  pendant cette séquence. La plage de chargement pendant laquelle la plaque plastifie partout est grisée.

L'approximation (Eq. 4-15) porte sur chaque pas de temps indépendamment. La pièce peut subir une excursion en plasticité au cours de laquelle l'approximation (Eq. 4-15) ne sera pas valide, puis travailler ensuite continûment dans son domaine d'élasticité macroscopique. Dans ce cas, l'approximation (Eq. 4-15) peut encore être utilisée pour caractériser la plasticité. Sur la Figure 69 (a), par exemple, est tracée la courbe  $K_I^\infty$  en fonction de  $\rho_I$  lors d'une rampe de chargement nominal en mode I jusqu'à  $100 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$ , suivie d'une décharge. Les deux erreurs sont quasi-nulles juste après le changement de direction de chargement et restent ensuite faibles jusqu'à la fin de la décharge Figure 69 (b).

Lors des post traitements des calculs par éléments finis, la valeur de  $C_{2R}$  est ainsi utilisée comme indicateur de la qualité de l'approximation (Eq. 4-15). Une forte valeur de  $C_{2R}$  pouvant indiquer que la zone plastique n'est plus confinée pendant un pas de temps.

#### 4.1.5.2. Fermeture de la fissure

La deuxième limite du domaine de validité de l'approximation (Eq. 4-15) est le seuil de fermeture de la fissure. La base de champs  $u_i^e, u_i^c$  a été construite pour une fissure ouverte. Lorsque la fissure se ferme, l'approximation (Eq. 4-15) ne peut donc plus représenter correctement le champ de vitesse au cours du pas de temps.

L'erreur  $C_{2R}$  permet ainsi de détecter le seuil de fermeture de la fissure (Figure 70). L'avantage de ce critère est qu'il est très peu sensible au maillage. Les autres méthodes habituellement utilisées, qu'il s'agisse de critères basés sur le déplacement de nœuds situés sur les faces de la fissure ou bien basés sur la contrainte normale au plan de fissuration dans les éléments situés le long des faces en contact, sont plus sensibles au maillage.

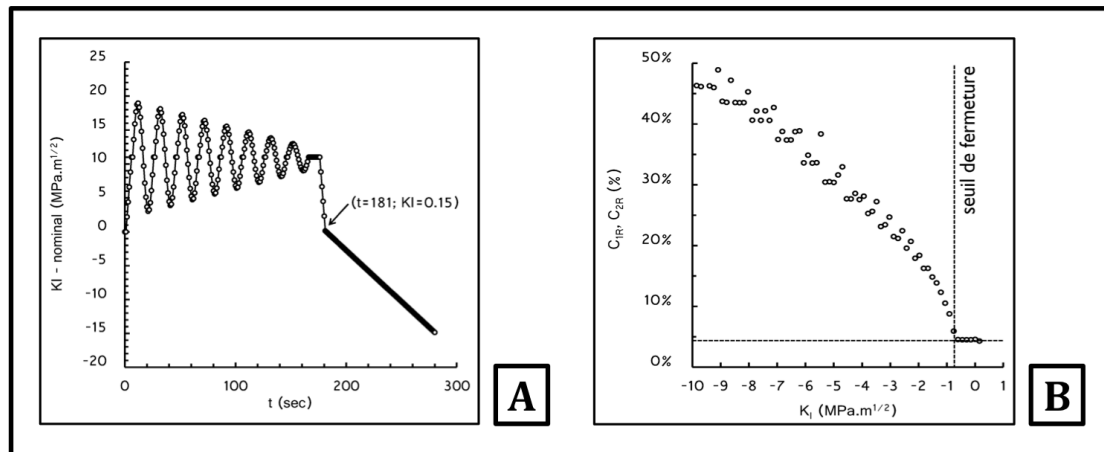


Figure 70 Détection du seuil de fermeture. (a) facteur d'intensité des contraintes nominal  $K_I^\infty$  appliqué. (b) erreur relative  $C_{2R}$  pendant une phase de compression depuis  $K_I^\infty = 0.15 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$  et jusqu'à  $K_I^\infty = -19 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$

#### 4.1.5.3. Domaine d'élasticité

Lorsqu'on se trouve dans des conditions où l'approximation (Eq. 4-15) est bien valide (c'est-à-dire pour  $C_{2R} < 10\%$ ) alors l'écart  $C_{1R} - C_{2R}$  (Eq. 4-20) peut être utilisé comme indicateur de plasticité. En effet, sur chaque pas de temps,  $C_{1R}$  est l'erreur associée à une approximation élastique du champ de vitesse, tandis que  $C_{2R}$  est l'erreur associée à son approximation élasto-plastique. Si  $C_{2R}$  n'est pas inférieure à  $C_{1R}$ , cela signifie qu'ajouter un terme supplémentaire pour tenir compte de la plasticité est inutile et n'améliore pas

la représentation du champ de vitesse. On considère alors que le domaine d'intérêt  $D$  présente un comportement élastique linéaire pendant le pas de temps.

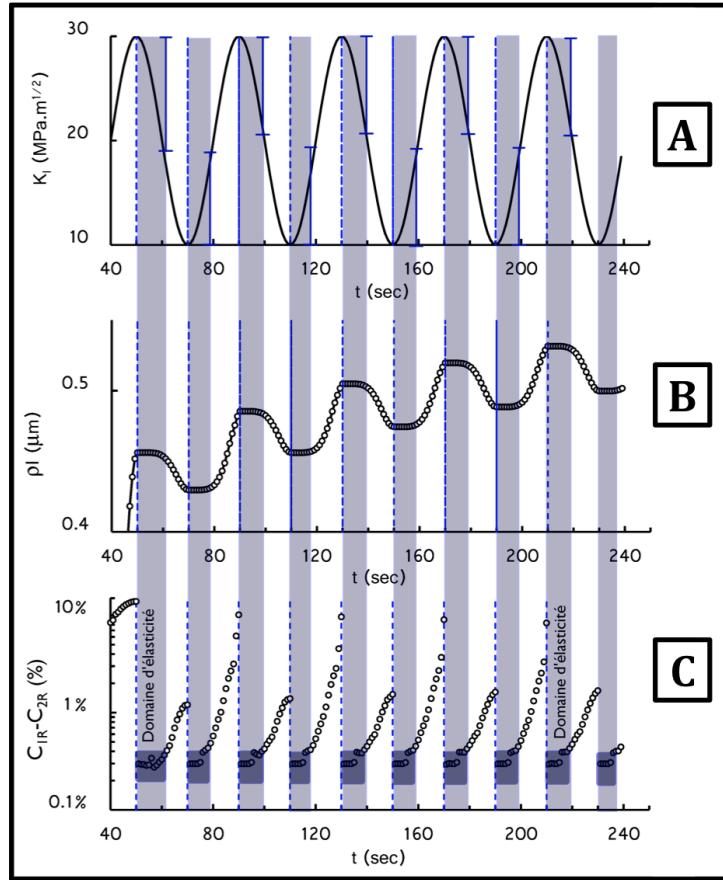


Figure 71 (a) chargement nominal de mode I  $K_I^\infty$ , (b) évolution de  $\rho_I = \int_t \dot{\rho}_I dt$  calculé par éléments finis et (c) écart entre les erreurs relatives  $C_{1R}$  et  $C_{2R}$ .

A titre d'illustration, sur la Figure 71, le facteur d'intensité des contraintes nominal  $K_I^\infty$ , le facteur d'intensité complémentaire  $\rho_I$  et l'écart  $C_{corr} = C_{1R} - C_{2R}$  (Eq. 4-20) sont tracés en fonction du temps pour une séquence de chargement sinusoïdal en mode I. Après chaque inversion du sens du chargement,  $\rho_I$  reste constant et  $C_{corr}$  reste très petit, alors que  $K_I^\infty$  varie de plus de  $6 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ . Les plages grisées sur la Figure 71 correspondent aux phases du chargement pendant lesquelles la région d'intérêt  $D$  est donc considérée comme ayant un comportement élastique linéaire (ou domaine d'élasticité).

Pour un chargement de mode I pur (resp. de mode II pur ou de mode III pur), le domaine d'élasticité de la région d'intérêt  $D$  correspond simplement aux phases du chargement pendant lesquelles  $\dot{\rho}_I$  (resp.  $\dot{\rho}_{II}$  ou  $\dot{\rho}_{III}$ ) est nul. Utiliser un critère tel que  $C_{1R} - C_{2R}$  n'est donc pas indispensable.

En revanche, dès qu'on travaille en mode mixte, il devient nécessaire de définir un critère de détection du seuil de plasticité. Le critère  $C_{1R} - C_{2R}$  a l'avantage de pouvoir s'appliquer directement, puisqu'il est calculé à partir du champ de vitesse complet et indique s'il est utile ou non de tenir compte de la plasticité pour représenter raisonnablement le champ de vitesse. On pourrait éventuellement utiliser un critère calculé à partir des valeurs de  $\dot{\rho}_I$ ,  $\dot{\rho}_{II}$  et  $\dot{\rho}_{III}$  calculées à chaque pas de temps, mais cela requiert de définir d'abord le poids relatif que l'on souhaite attribuer à  $\dot{\rho}_I$ ,  $\dot{\rho}_{II}$  et  $\dot{\rho}_{III}$  dans le critère.



#### 4.1.6. $\dot{\rho}_I, \dot{\rho}_{II}$ et $\dot{\rho}_{III}$

Le calcul des composantes  $\dot{\rho}_i(t)$  à chaque pas de temps fournit de nombreuses informations sur les relations entre le chargement appliqué et l'écoulement plastique en pointe de fissure.

On peut détecter les phases du chargement où se produit de la plasticité et, dans ces phases, définir l'intensité de la déformation plastique. On peut également séparer les contributions de chaque mode et déterminer ainsi les directions d'écoulement plastique. La part symétrique de l'écoulement plastique correspond à  $\dot{\rho}_I(t)$ , la part antisymétrique à  $\dot{\rho}_{II}(t)$  et la part antiplane à  $\dot{\rho}_{III}(t)$ .

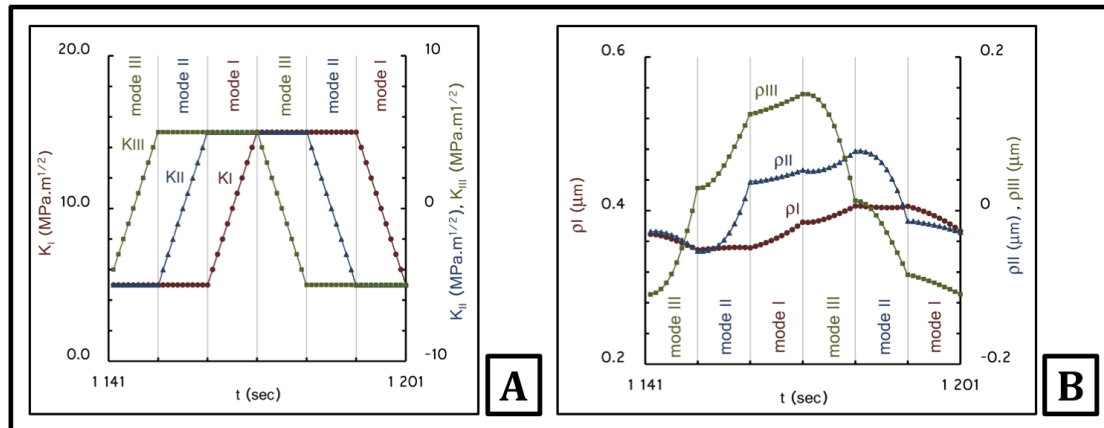


Figure 72 (a) cas de chargement en mode mixte I+II+III, tracé du vingtième cycle (réponse plastique stabilisée). (b) évolution de  $\rho_I$ ,  $\rho_{II}$  et  $\rho_{III}$  calculées par éléments finis pour des phases de chargement nominal en mode III, puis II puis I, suivies de décharges appliquées dans le même ordre.

Sur la Figure 72 sont tracés les résultats d'un cas de chargement cyclique en mode I+II+III, au cours duquel on applique successivement une rampe en mode III, puis en mode II puis en mode I, avant de décharger dans le même ordre. Vingt cycles ont été calculés ce qui suffit à stabiliser la réponse plastique, le cycle tracé est le vingtième cycle.

On constate clairement que la direction d'écoulement plastique est différente de la direction du chargement nominal. Pour chaque phase du cycle, le chargement vu par la région en pointe de fissure est la superposition de la rampe de chargement nominal appliquée, du chargement nominal statique et des contraintes résiduelles laissées dans la zone plastique par les phases de chargement antérieures.

Un autre exemple est tracé sur la Figure 73. Dans ce cas, 5 cycles ont été calculés et tracés afin de voir la stabilisation progressive de la réponse plastique. Le chargement est en mode I+II (Figure 73 a). On constate que pour la même amplitude du facteur d'intensité des contraintes nominal, le CTSD ( $\Delta\rho_{II}$ ) est environ trois fois plus grand que le CTOD ( $\Delta\rho_I$ ).

On peut noter également que la réponse plastique semble « en retard » sur le chargement nominal, avec un déphasage de l'ordre de  $\pi/4$  (Figure 73 b). L'essentiel de la plasticité se concentre dans les quadrants [AB] et [CD], ce qui est visible sur les valeurs  $\dot{\rho}_I(t)$ ,  $\dot{\rho}_{II}(t)$  calculées (Figure 73 b) et sur le critère  $C_{1R} - C_{2R}$  (Figure 73 c).

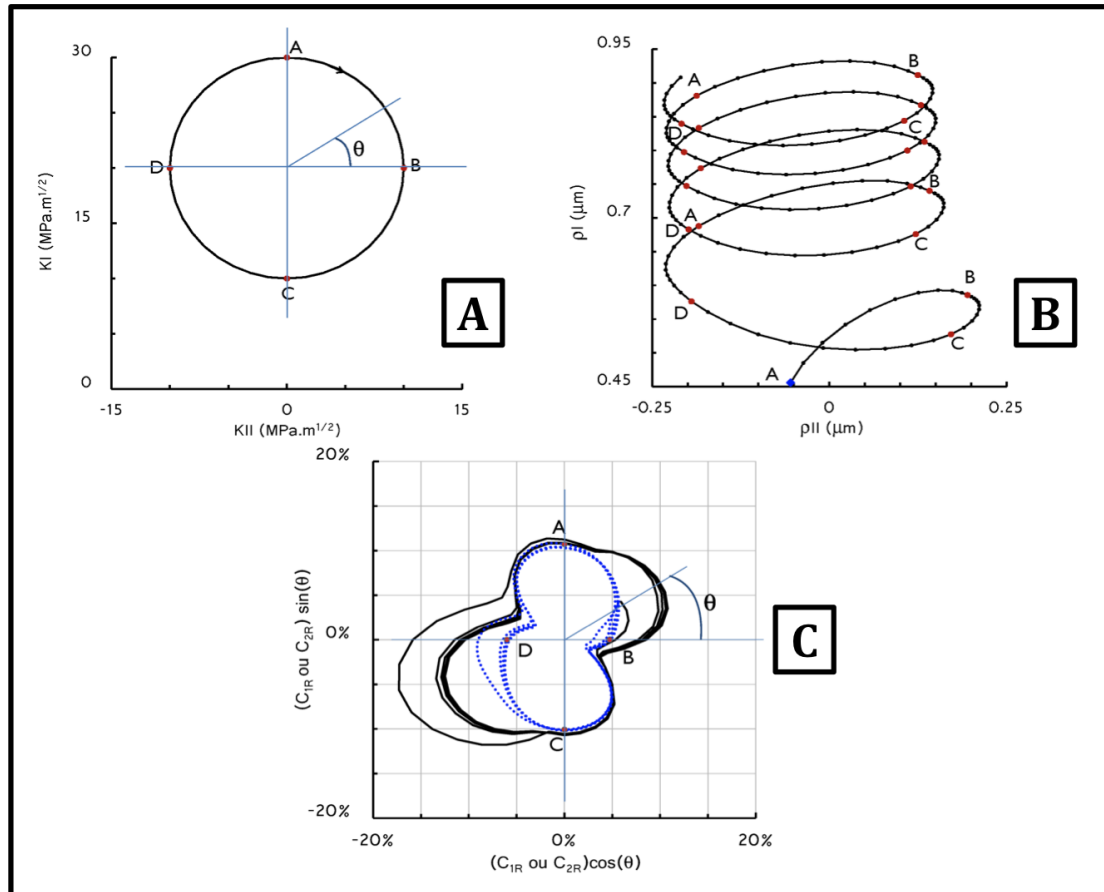


Figure 73 (a) chargement nominal de mode mixte I+II appliqué. (b) évolution de  $\rho_I$  et de  $\rho_{II}$  calculées par éléments finis et (c) erreur relatives  $C_{1R}$  et  $C_{2R}$  le trait pointillé correspond à  $C_{2R}$  et le trait plein à  $C_{1R}$ . La longueur du segment correspond à la valeur de l'erreur et la position angulaire indique où l'on se trouve sur le trajet de chargement.

## 4.2. Simulations numériques pour la modélisation

La simulation numérique par éléments finis permet d'explorer assez facilement la réponse plastique de la fissure à des cas de chargement variés. Des simulations sont réalisées pour étudier le comportement élasto-plastique cyclique d'une section représentative du front de fissure et déterminer les caractéristiques essentielles qui devront être représentées dans un modèle simplifié. En effet, les calculs par éléments finis, présentés ici, permettent de simuler puis de post-traiter une trentaine de cycles en quelques heures. Ces temps de calculs sont acceptables pour une étude préalable de la plasticité, mais bien trop longs pour pouvoir être envisagés dans un code de calcul industriel. Un modèle simplifié doit donc être élaboré (chapitre 6). Les simulations numériques réalisées ont pour objectif d'appuyer les choix de modélisation. Les études antérieures se sont portées sur le mode I [HAM06] et les modes mixtes I+II [DEC10], cette étude concerne l'extension de la démarche au mode III.

### 4.2.1. Seuil de plasticité

Nous avons introduit précédemment un indicateur de plasticité  $C_{1R} - C_{2R}$  (Eq. 4-20), qui permet de quantifier l'utilité d'une correction de l'approximation du champ de vitesse pour tenir compte de la plasticité.

On constate que juste après une inversion de la direction du chargement,  $C_{1R} - C_{2R}$  est transitoirement proche de zéro, ce qui indique que le comportement de la région d'intérêt **D** peut être considéré en première approximation comme élastique. On pourra donc définir numériquement le seuil de plasticité de cette région comme le chargement nominal pour lequel le critère suivant est rempli :

$$\text{Seuil de plasticité : } C_{th} = C_{1R} - C_{2R} \quad (4-22)$$

Pour se donner une valeur critère  $C_{th}$ , la démarche suivie est la suivante. On simule un chargement cyclique de mode I à  $R=0.5$  sous une amplitude du chargement nominal  $\Delta K^\infty$  égale à l'amplitude du facteur d'intensité des contraintes seuil de non propagation du matériau pour le même rapport de charge ( $\Delta K_{th} = 6 \text{ MPa}\sqrt{m}$ ) [RIT79]. On simule ensuite par éléments finis une trentaine de cycles afin d'obtenir une réponse plastique stabilisée. On détermine  $C_{th}$  comme étant égale à la valeur maximale atteinte par  $C_{1R} - C_{2R}$  pendant le dernier cycle simulé (Figure 74). Avec cette procédure, la valeur  $C_{th} = 3\%$  est choisie comme valeur critère.

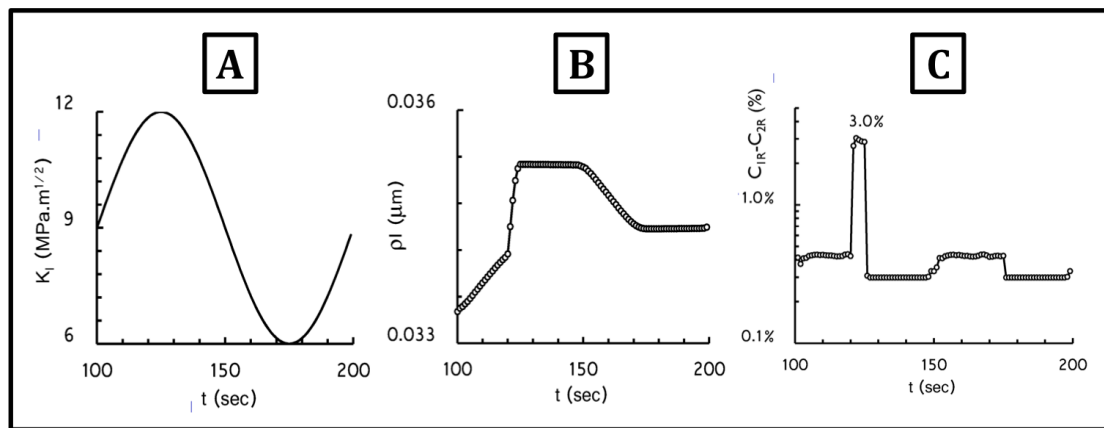


Figure 74 Identification de la valeur de  $C_{th}$  utilisée pour post-traiter les calculs numériques par éléments finis.

C'est cette valeur qui est ensuite utilisée pour détecter le seuil de plasticité lors du post-traitement de simulations par éléments finis de chargement en mode mixte I+II+III.

La démarche utilisée pour construire numériquement l'allure de la surface seuil de plasticité est la suivante. On commence par appliquer une histoire de chargement nominal. Puis on procède à une petite décharge pour rentrer dans le domaine d'élasticité. Pour cela, on ajoute un pas de temps, au cours duquel on inverse le sens du chargement par rapport au pas de temps précédent. A partir de ce point, on rayonne dans plusieurs directions de chargement nominal. Chaque direction correspond à un calcul par éléments finis indépendant, qui est ensuite post-traité de manière à calculer  $C_{1R} - C_{2R}$ . Le seuil de plasticité est alors le niveau ( $K_I^\infty, K_{II}^\infty, K_{III}^\infty$ ) du chargement nominal appliqué au moment où  $C_{1R} - C_{2R}$  atteint la valeur critère  $C_{th}$  (Figure 75).

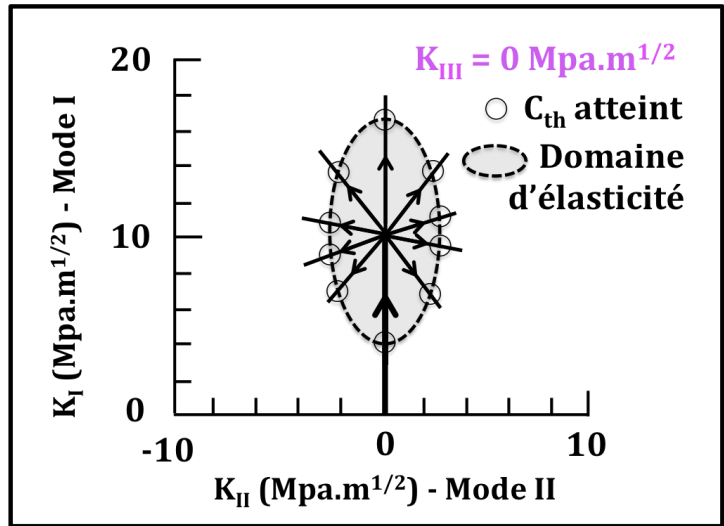


Figure 75 Méthode de détection du seuil de plasticité et visualisation de l'allure du domaine d'élasticité

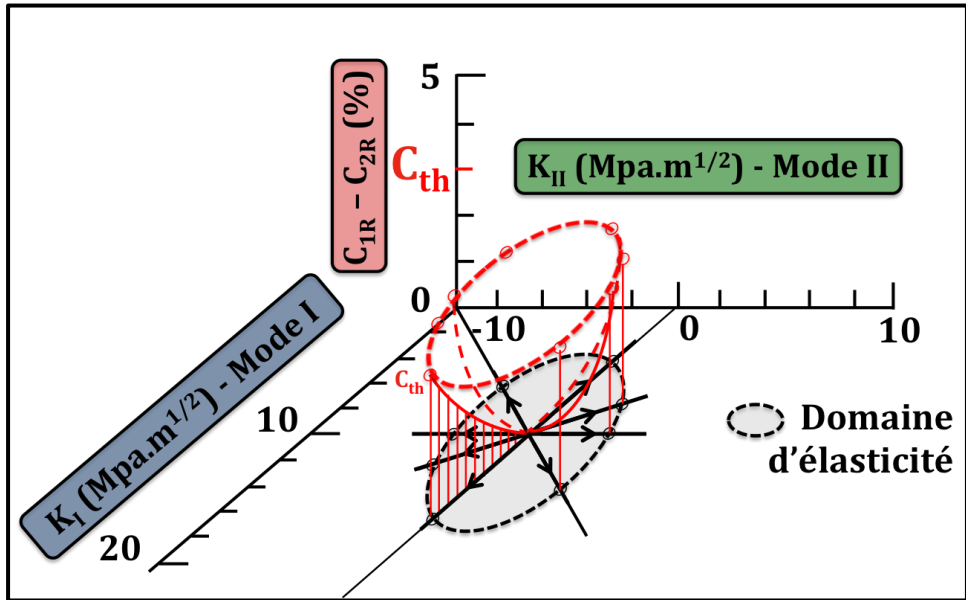


Figure 76 Méthode de détection du seuil de plasticité et visualisation de l'allure du domaine d'élasticité.

**Remarque 27:** Chaque direction explorée correspond à un calcul différent afin de ne pas soulever le problème additionnel de déplacement de surface seuil lors de la détection de celle-ci. En effet, pour détecter la surface seuil il faut la franchir, ce qui la modifie.

La démarche a d'abord été employée dans la thèse de Pierre-Yves Decreuse [DEC10]. Il avait été montré que le domaine d'élasticité présente une forme elliptique dans un diagramme  $(K_I^\infty, K_{II}^\infty)$ . Le grand axe de l'ellipse étant orienté selon l'axe des  $K_I^\infty$ , le petit axe, selon l'axe des  $K_{II}^\infty$ , et le facteur de forme de l'ellipse étant proche de 0.5. Ces résultats ont été obtenus par voie numérique et par voie expérimentale, en appliquant la même démarche sur des champs de déplacement mesurés par corrélation d'image [DEC11].

Les calculs réalisés ici, en mode mixte I+II+III, montrent que le domaine d'élasticité est un ellipsoïde dans un diagramme  $(K_I^\infty, K_{II}^\infty, K_{III}^\infty)$ . Le grand axe de cet ellipsoïde a pour

longueur  $\Delta K_I^\infty = 6 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ . Le petit axe est dirigé selon la direction de mode III et sa longueur est d'environ 0.4 fois celle du grand axe. L'axe intermédiaire est dirigé selon la direction de mode II et sa longueur est d'environ 0.5 fois celle du grand axe.

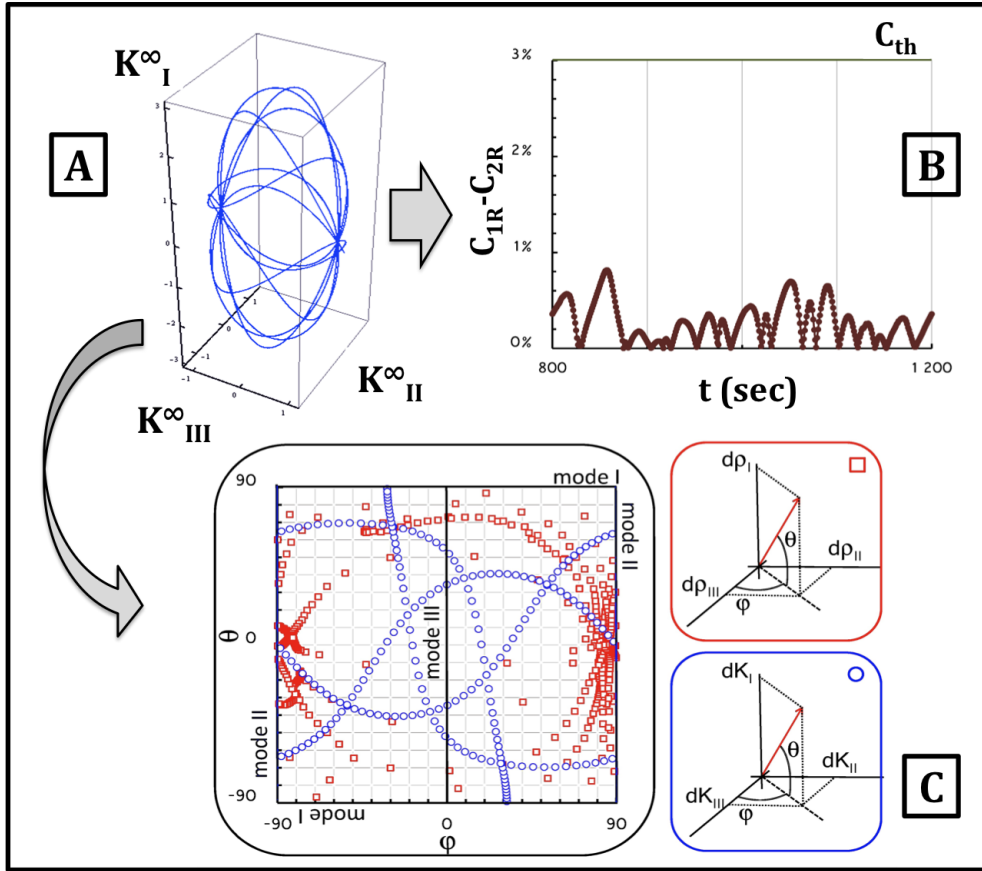


Figure 77 (a) trajet de chargement « ellipsoïdal », (b)  $C_{1R} - C_{2R}$  pour le cycle N°3 (c) tracé des directions d'écoulement (carrés) et des directions du chargement nominal (cercles) pour chaque pas de temps.

La méthode suivante a également été employée pour confirmer ces résultats. On applique un cas de chargement cyclique qui parcourt la frontière d'un ellipsoïde décrit par les équations 4-23 à 4-25 (Figure 77 a). Trois cycles sont appliqués et chaque cycle comporte 400 pas de temps. L'amplitude du mode I est de  $\Delta K_I^\infty = 6 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ , les deux autres amplitudes sont telles que  $\Delta K_{II}^\infty = 0.48 \Delta K_I^\infty$  et  $\Delta K_{III}^\infty = 0.37 \Delta K_I^\infty$ .

$$K_I^\infty(t) = 9 + 3\cos(t)\sin(4t) \quad (4-23)$$

$$K_{II}^\infty(t) = 1.45\sin(t)\sin(4t) \quad (4-24)$$

$$K_{III}^\infty(t) = 1.17\cos(4t) \quad (4-25)$$

$C_{1R} - C_{2R}$  est tracé pour le troisième cycle sur la Figure 77 (b). On constate que la valeur de  $C_{1R} - C_{2R}$  reste toujours très inférieure à 3%, alors que la même amplitude de chargement en mode I pur conduisait à un écart  $C_{1R} - C_{2R}$  de 3% (Figure 74). Lorsque le trajet de chargement reste sur la frontière du domaine d'élasticité de la région d'intérêt, l'utilité d'une correction de plasticité devient très faible.

On peut noter aussi que, bien que les directions du chargement nominal varient de manière assez régulière, ce n'est pas le cas des directions d'écoulement (Figure 77 c).

Lors du parcours de la surface de l'ellipsoïde, la direction d'écoulement varie assez peu pendant de longues portions du chargement puis change abruptement. L'écoulement en mode II semble privilégié.

Cette première étude numérique permet de montrer qu'il existe un domaine de chargement nominal, de forme ellipsoïdale dans un diagramme  $(K_I^\infty, K_{II}^\infty, K_{III}^\infty)$ , pour lequel le comportement de la région d'intérêt peut être considéré comme élastique linéaire en première approximation.

#### 4.2.2. Evolution du domaine d'élasticité

Ces calculs peuvent être répétés pour suivre l'évolution du domaine d'élasticité au cours d'une histoire de chargement appliquée. Ceci a été fait en mode mixte I+II dans la thèse de Pierre Yves Decreuse [DEC10].

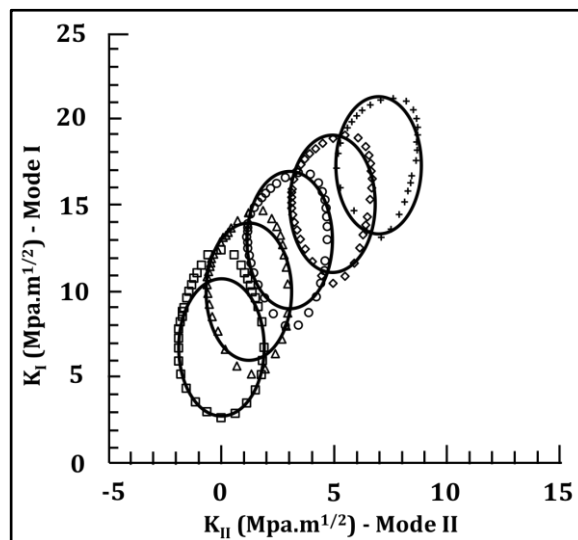


Figure 78 Evolution de la surface seuil en fonction d'un chargement de mode mixte I+II [DEC09]

Pour cette étude, on définit d'abord une histoire de chargement, par exemple, une rampe dans un diagramme  $(K_I^\infty, K_{II}^\infty)$  [DEC09]. On répète la procédure décrite au paragraphe précédent pour déterminer les frontières successives de la surface seuil de plasticité au fur et à mesure que le niveau de chargement augmente. On en déduit l'évolution du centre du domaine d'élasticité en fonction de l'évolution des trois facteurs d'intensité  $\rho_I, \rho_{II}, \rho_{III}$ .

Ces calculs permettent de montrer que la surface seuil subit essentiellement un déplacement (Figure 78). Les axes principaux de la surface seuil ne tournent pas. La surface seuil présente une certaine distorsion, mais qui est assez modeste par rapport au déplacement d'ensemble, et sera négligée dans un premier temps.

De manière analogue avec la modélisation du comportement élasto-plastique cyclique des milieux continus, l'évolution du domaine d'élasticité d'une section représentative du front de fissure pourra ainsi être modélisée comme un écrouissage cinématique. Pour cela on introduira une variable interne  $\underline{K}_X = (K_I^X, K_{II}^X, K_{III}^X)$  pour définir le centre du domaine d'élasticité. Les simulations numériques par éléments finis permettent ainsi de tester des cas de chargement très variés autorisant une recherche poussée pour identifier les choix pertinents de modélisation.

### 4.3. Utilisation pratique pour choisir des essais pertinents

La seconde utilisation qui peut être faite des calculs par éléments finis est de simuler des trajets de chargement réalisables sur les machines d'essais afin de sélectionner des cas discriminants, en termes de plasticité, vis-à-vis des critères existants actuellement.

#### 4.3.1. Illustration sur un cas mode mixte I+II non proportionnel

Pour prévoir la vitesse de fissuration par fatigue pour les chargements de mode mixte non-proportionnels, de nombreux critères se fondent sur une amplitude équivalente du facteur d'intensité des contraintes  $\Delta K_{eq}$  calculée à partir des valeurs de  $\Delta K_I$ ,  $\Delta K_{II}$  et  $\Delta K_{III}$ . Généralement l'expression retenue est de type quadratique avec [QIA96], [MRO10] :

$$\Delta K_{eq} = \sqrt{\Delta K_I^2 + \alpha \Delta K_{II}^2 + \beta \Delta K_{III}^2} \quad (4-26)$$

Ensuite on applique la Loi de Paris avec les coefficients déterminés en mode I :

$$\frac{da}{dN} = C \Delta K_{eq}^m \quad (4-27)$$

Ce critère ne donne que la vitesse de propagation et doit être complété d'un second critère pour déterminer la direction de propagation de la fissure.

En dehors de la difficulté classique liée à la détermination des amplitudes et au comptage des cycles lorsque le chargement est non-proportionnel, cette méthode s'avère très insuffisante pour de nombreuses applications car  $\Delta K_{eq}$  ne prend aucunement en compte la forme du trajet de chargement. Seules les valeurs extrêmes de celui-ci sont considérées. Il est pourtant reconnu [DOQ10] que la forme du trajet de chargement joue un rôle important tant en termes de cinétique de fissuration que de direction de propagation.

Dans ce paragraphe, nous allons donc tâcher d'étudier la sensibilité de la réponse plastique à la forme du trajet de chargement et discuter de sa pertinence pour la prédiction de la vitesse de propagation et de la direction de propagation.

Nous considérons trois trajets de chargements dont le  $\Delta K_{eq}$  est identique et qui par conséquent, sont strictement équivalents au sens de tous les critères de type Eqs. 4-26.

Ces trois chargements sont les suivants :

- un trajet dit « carré » avec  $\Delta K_I = \Delta K_{II} = 10MPa.m^{1/2}$ , centré autour de  $K_I = 10MPa.m^{1/2}$ ,  $K_{II} = 0$ .
- un trajet dit « croix » avec  $\Delta K_I = \Delta K_{II} = 10MPa.m^{1/2}$ , centré autour de  $K_I = 10MPa.m^{1/2}$ ,  $K_{II} = 0$ . Dans ce cas, les branches du trajet de chargement ne se croisent pas ; le trajet de chargement suit le « contour de la croix » dans le sens horaire.
- un trajet « proportionnel » pour lequel  $\Delta K_I = \Delta K_{II} = 10MPa.m^{1/2}$ , centré autour de  $K_I = 10MPa.m^{1/2}$ ,  $K_{II} = 0$ .

Par ailleurs :

- les trajets « proportionnel » et « carré » ont pour point commun d'atteindre leurs maxima et minima aux mêmes instants pour  $K_I$  et pour  $K_{II}$ .
- les trajets « croix » et « carré » ont pour point commun de présenter la même longueur cumulée du trajet de chargement et donc les mêmes amplitudes de chargement quelle que soit la méthode retenue pour « compter des cycles ».

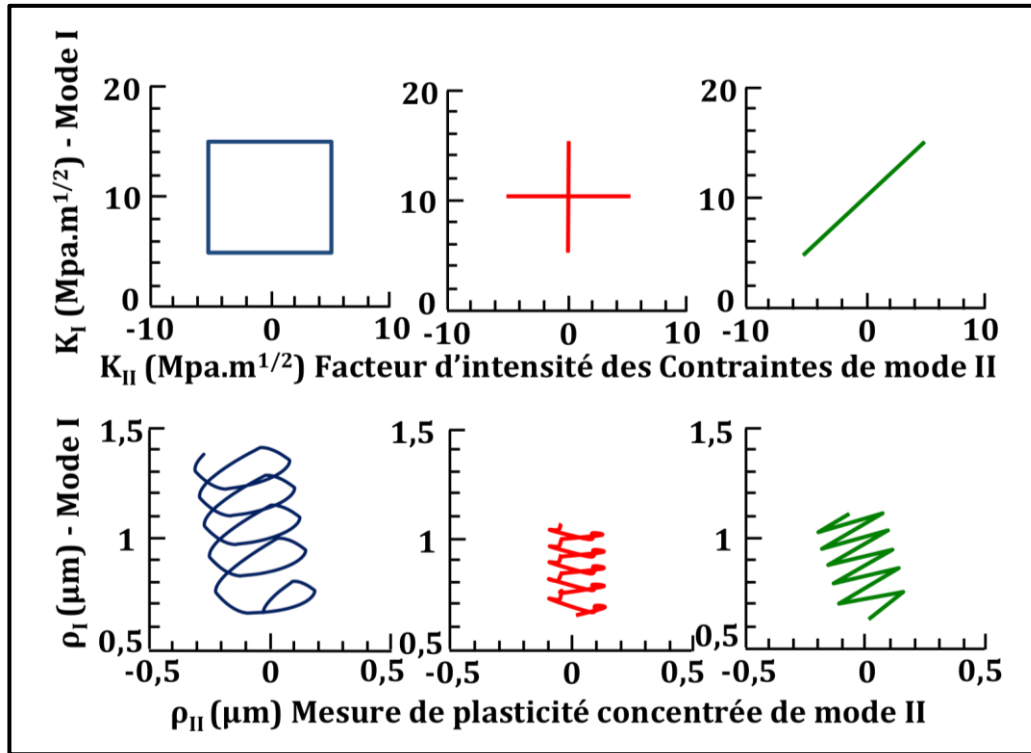


Figure 79 Evolutions des facteurs d'intensité plastiques  $\rho_I$  et  $\rho_{II}$  pour chaque trajet de chargements « carré », « croix » et « proportionnel ».

Pour chacun de ces trajets de chargement, cinq cycles sont simulés numériquement par éléments finis, puis post-traités pour en extraire l'évolution des facteurs d'intensité complémentaires  $\rho_I$  et  $\rho_{II}$ . Sur la Figure 79, les évolutions calculées pour les 5 premiers cycles sont tracées pour chaque trajet.

Dans un premier temps, on constate que les résultats des trois simulations numériques sont assez différents, la forme et la longueur des courbes issues du post-traitement des simulations numériques varient fortement selon le chargement considéré.

Par conséquent, on peut raisonnablement penser qu'un critère de propagation basé sur les facteurs d'intensité complémentaires sera apte à discriminer des trajets de chargement de formes différentes, même si ces trajets sont « équivalents » au sens des critères basés sur les amplitudes des facteurs d'intensité ou sur leurs valeurs extrêmes.

Le but avoué est de vérifier la capacité du modèle à, dans un premier temps, « classer » les trajets de chargement dans le bon ordre selon leur vitesse de propagation respective et par la suite à évaluer cette vitesse de propagation.

Pour estimer l'effet du trajet de chargement sur la vitesse de fissuration, on utilise les considérations géométriques introduites plus haut (Eq. 4-7). Le vecteur directeur du front de la fissure est  $\underline{t} = (1,0,0)$ , le facteur multiplicatif  $\alpha$  étant le même pour tous les cas, une valeur de  $\alpha=1$  peut être utilisée pour comparer les différents trajets. Avec les notations introduites plus haut, il vient :

$$\dot{\underline{n}}^* = \alpha (\underline{t} \wedge \underline{\dot{\rho}}) \Rightarrow \frac{\dot{a}}{\alpha} = \dot{\rho} = \sqrt{\dot{\rho}_I^2 + \dot{\rho}_{II}^2} \quad (4-28)$$



On peut donc dans un premier temps estimer l'effet du trajet de chargement sur la vitesse de fissuration en comparant les valeurs de  $\rho = \int \dot{\rho} dt$  (Eq. 4-28) calculées par éléments finis pour les différents cas (Figure 80). Les calculs prévoient que le trajet de chargement « carré » est le plus sévère, puis le trajet « proportionnel » et enfin le trajet « croix ». Les simulations laissent supposer qu'un facteur 2 sur la vitesse de fissuration devrait être observé lors des essais, entre les trajets « croix » et « carré ».

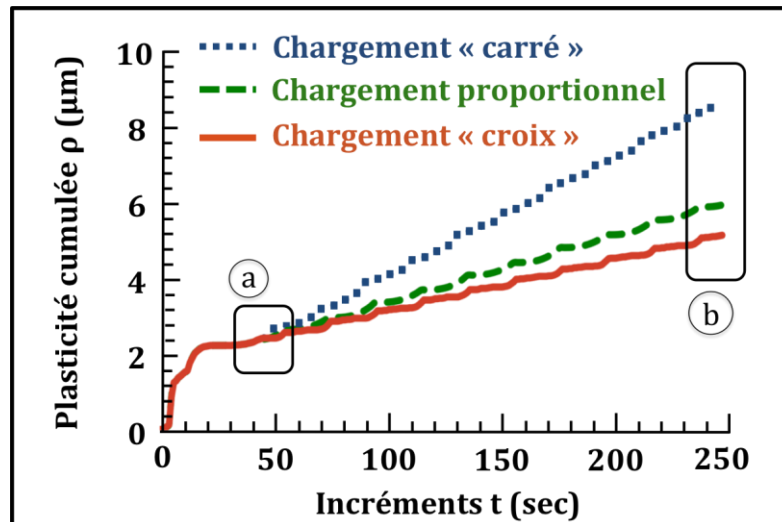


Figure 80 Tracé de  $\rho = \int \sqrt{\dot{\rho}_I^2 + \dot{\rho}_{II}^2} dt$  pour les trajets de chargement « carré », « croix » et « proportionnelle » simulés par éléments finis. La première phase (de 0 à a) correspond à une rampe de chargement initiale, 5 cycles sont appliqués entre a et b.

**Remarque 28 :** L'équation 4-7 doit permettre également de définir la direction de propagation de la fissure, ce point particulier sera discuté au chapitre 6.

#### 4.3.2. Etude de trajets de chargement en mode mixte I+II+III

Nous considérons maintenant trois trajets de chargements dont le  $\Delta K_{eq}$  est identique et qui par conséquent, sont strictement équivalents au sens de tous les critères de type Eqs. 4-26.

Ces trois chargements sont les suivants :

- un trajet dit « cube » avec  $\Delta K_I = \Delta K_{II} = \Delta K_{III} = 10 MPa \cdot m^{1/2}$ , centré autour de  $K_I = 10 MPa \cdot m^{1/2}, K_{II} = K_{III} = 0$ .
- un trajet dit « étoile » avec  $\Delta K_I = \Delta K_{II} = \Delta K_{III} = 10 MPa \cdot m^{1/2}$ , centré autour de  $K_I = 10 MPa \cdot m^{1/2}, K_{II} = K_{III} = 0$ . Les branches du trajet de chargement ne se croisent pas ; le trajet de chargement suit le « contour de la croix » dans le sens horaire.
- un trajet « proportionnel » pour lequel  $\Delta K_I = \Delta K_{II} = \Delta K_{III} = 10 MPa \cdot m^{1/2}$ , centré autour de  $K_I = 10 MPa \cdot m^{1/2}, K_{II} = K_{III} = 0$ .

Comme précédemment :

- les trajets « proportionnel » et « cube » ont pour point commun d'atteindre leur maxima et minima aux mêmes instants pour  $K_I$ , pour  $K_{II}$  et pour  $K_{III}$ .
- les trajets « étoile » et « cube » ont pour point commun de présenter la même longueur cumulée du trajet de chargement et donc les mêmes amplitudes de chargement quelle que soit la méthode retenue pour « compter des cycles ».

#### 4.3.2.1. Chargement proportionnel I+II+III

5 cycles sont simulés par éléments finis, puis post-traités pour en extraire l'évolution des facteurs d'intensité plastiques  $\rho_I$ ,  $\rho_{II}$  et  $\rho_{III}$ . Sur la Figure 81, le chargement (10 cycles sur cette figure) est tracé sur la figure (A) et les évolutions de  $\rho_I$ ,  $\rho_{II}$  et  $\rho_{III}$  sur les figures (B à D).

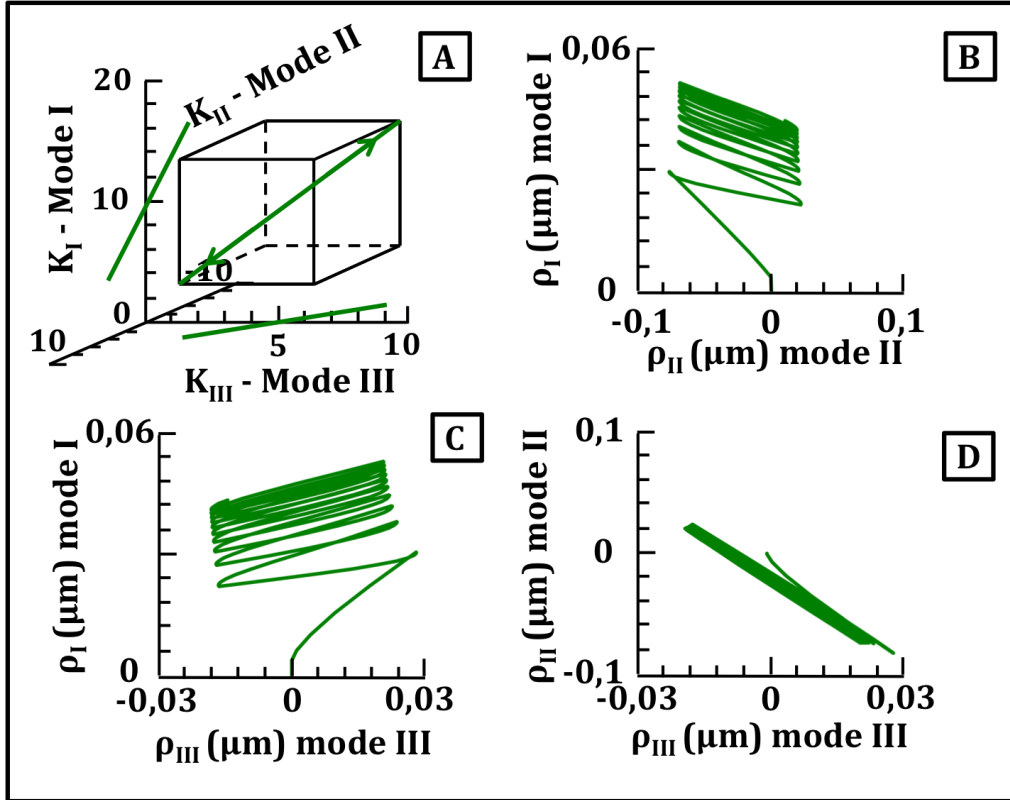


Figure 81 : Evolutions des facteurs d'intensité plastiques  $\rho_I$ ,  $\rho_{II}$  et  $\rho_{III}$  pour le trajet de chargement proportionnel en mode mixte I+II+III.

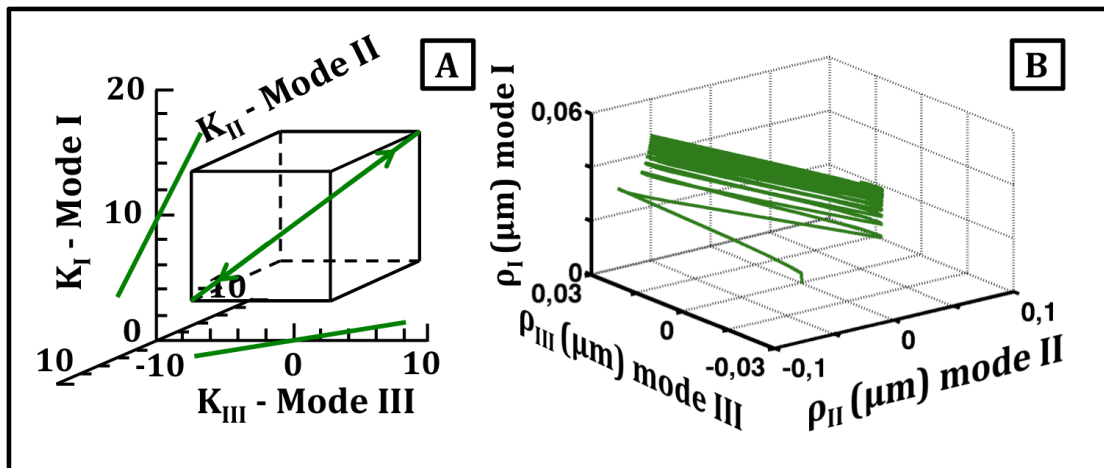


Figure 82 Evolutions des facteurs d'intensité plastiques  $\rho_I$ ,  $\rho_{II}$  et  $\rho_{III}$  pour le trajet de chargement proportionnel en mode mixte I+II+III. Visualisation dans l'espace  $\{\rho_I, \rho_{II}, \rho_{III}\}$ .

4.3.2.2. Chargement « Cube »

La même démarche est appliquée pour le chargement « cube ». 5 cycles sont simulés puis post-traités, les évolutions de  $\rho_I$ ,  $\rho_{II}$  et  $\rho_{III}$  calculées sont tracées sur la Figure 83.

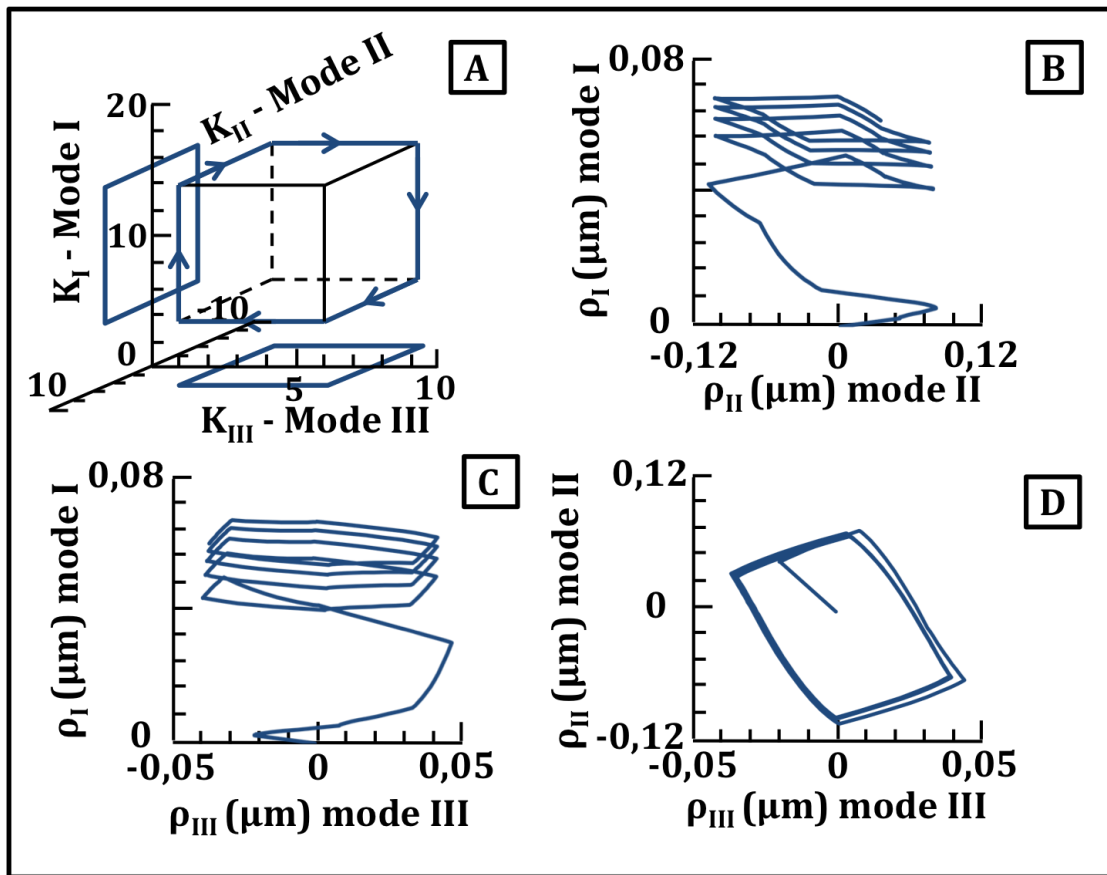


Figure 83 Evolutions des facteurs d'intensité plastiques  $\rho_I$ ,  $\rho_{II}$  et  $\rho_{III}$  pour le trajet de chargement « Cube » en mode mixte I+II+III.

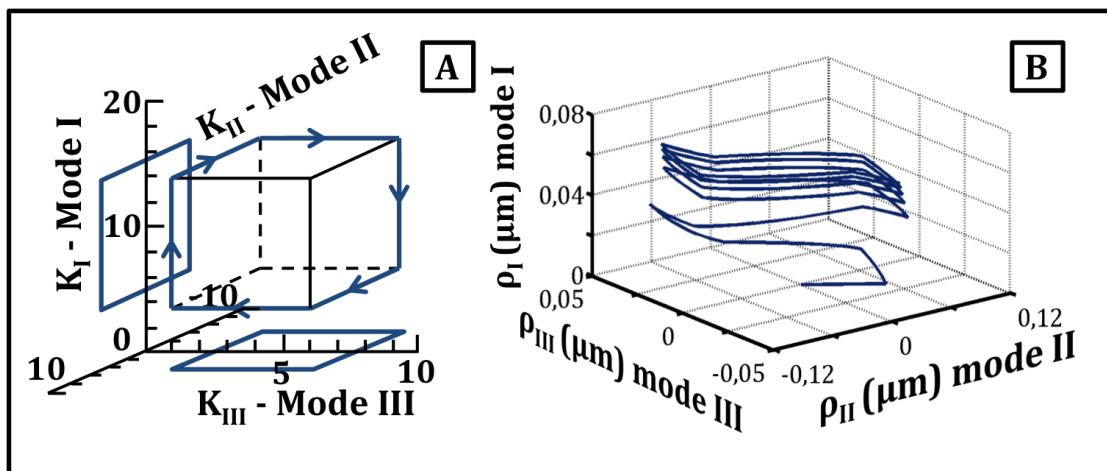


Figure 84 Evolutions des facteurs d'intensité plastiques  $\rho_I$ ,  $\rho_{II}$  et  $\rho_{III}$  pour le trajet de chargement « cube » en mode mixte I+II+III. Visualisation dans l'espace  $\{\rho_I, \rho_{II}, \rho_{III}\}$ .

4.3.2.3. Chargement « Etoile »

La même démarche est appliquée pour le chargement « cube ». 5 cycles sont simulés puis post-traités, les évolutions de  $\rho_I$ ,  $\rho_{II}$  et  $\rho_{III}$  calculées sont tracées sur la Figure 85.

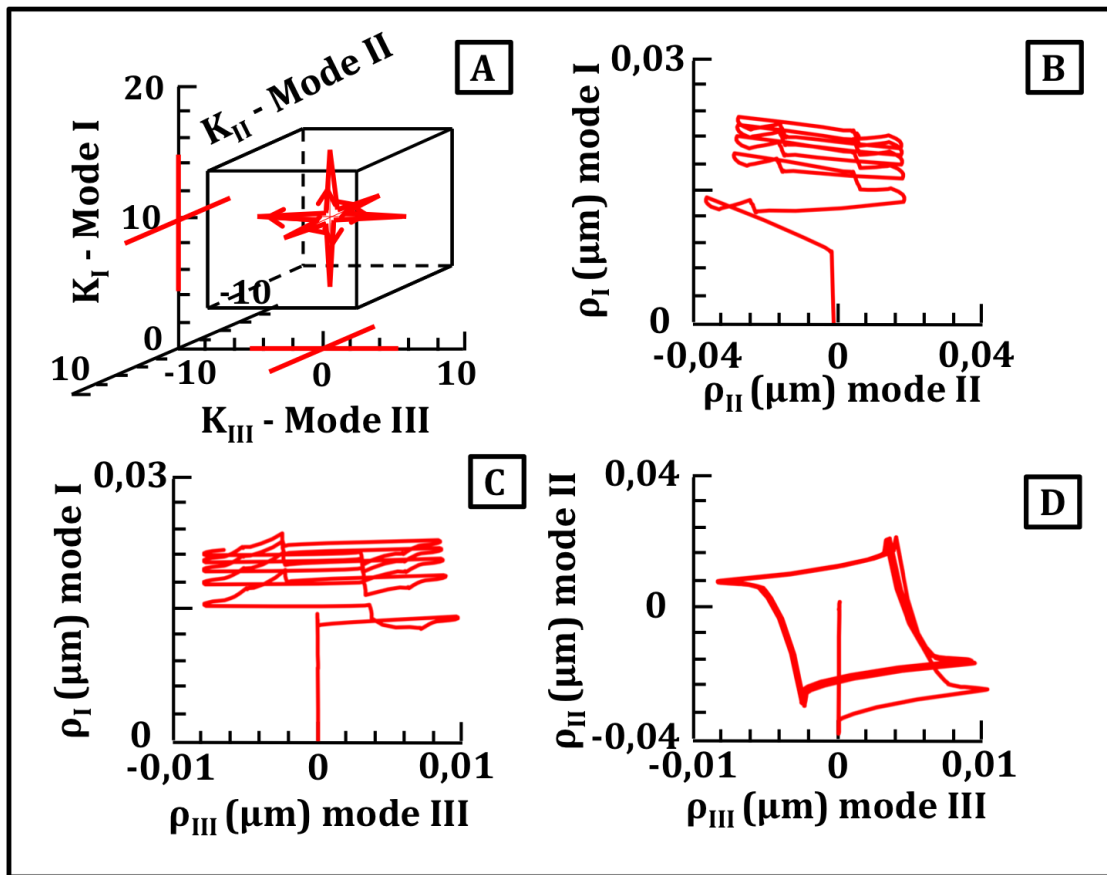


Figure 85 Evolutions des facteurs d'intensité plastiques  $\rho_I$ ,  $\rho_{II}$  et  $\rho_{III}$  pour le trajet de chargement « Etoile » en mode mixte I+II+III

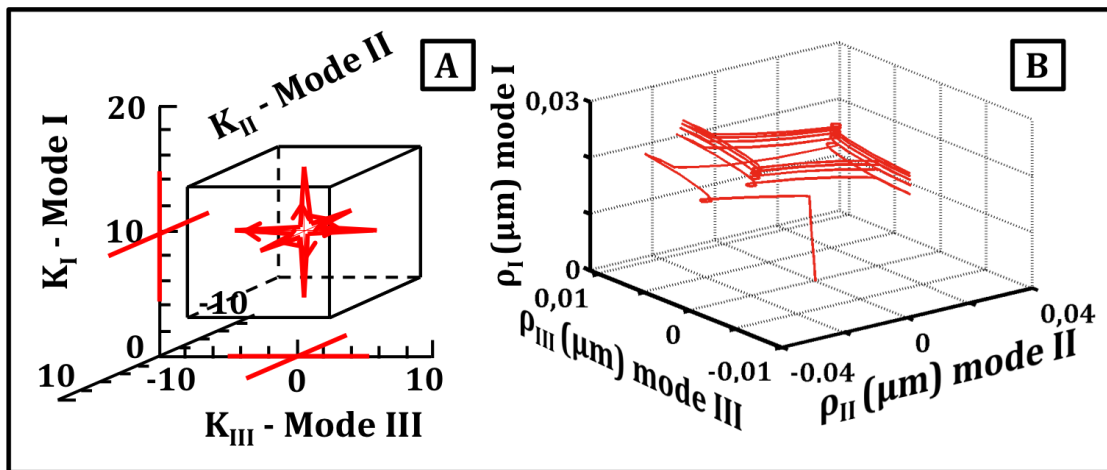


Figure 86 Evolutions des facteurs d'intensité plastiques  $\rho_I$ ,  $\rho_{II}$  et  $\rho_{III}$  pour le trajet de chargement « Etoile » en mode mixte I+II+III. Visualisation dans l'espace  $\{\rho_I, \rho_{II}, \rho_{III}\}$ .

#### 4.3.3. Comparaisons & discussion.

Les allures des courbes d'évolutions des facteurs d'intensité plastiques montrent des différences notables. Il est intéressant de pouvoir les comparer afin de discuter les résultats et de dégager des conclusions dans la perspective de construire un modèle prédictif.

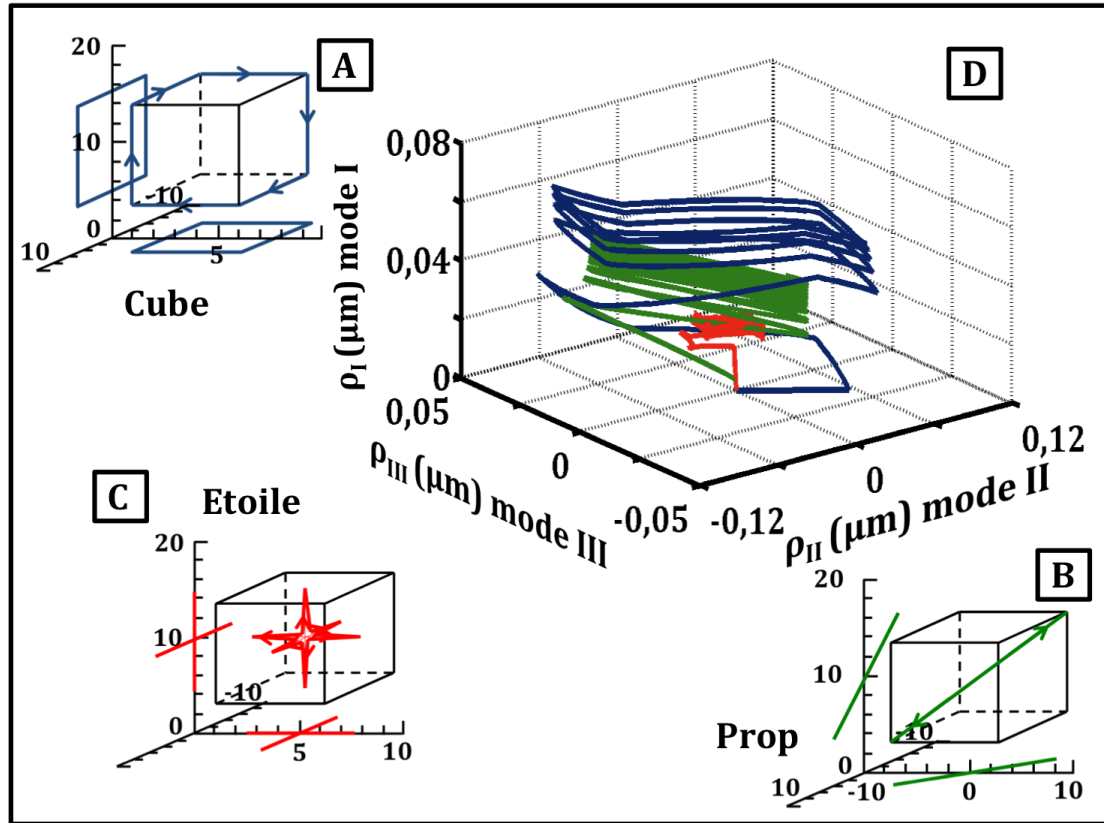


Figure 87 Tracé des évolutions des facteurs d'intensité plastiques pour les trajets de chargement « carré », « croix » et « proportionnel ». Comparaison des valeurs obtenues à même nombre de cycles.

Par rapport au chargement proportionnel le trajet « Etoile » induit moins de plasticité, tandis que le trajet « Cube » est le plus promoteur de plasticité. Les écarts observés entre ces trois trajets de chargement sont nettement plus importants qu'en mode mixte I+II.

Pour ces trois trajets de chargement « équivalents » au sens de la majorité des critères, les évolutions de  $\rho_I$ ,  $\rho_{II}$  et  $\rho_{III}$  calculées numériquement sont très différentes, que ce soit en terme d'intensité ou bien de direction d'écoulement. Par conséquent, on peut s'attendre à observer lors des essais des vitesses et des directions de propagation différentes pour chacun de ces trajets.

#### 4.3.4. Discussion sur le rôle du Mode III

La question du rôle du mode III dans la fissuration par fatigue reste non complètement résolue. Les mécanismes par lesquels on pourrait faire avancer une fissure en mode III pur ne sont pas clairement identifiés. Le petit modèle géométrique que nous avons retenu (Eq. 4-7) nous conduit d'ailleurs à calculer une vitesse de fissuration fonction de  $\dot{\rho}_I$  et  $\dot{\rho}_{II}$  seulement.

Cependant on a montré dans le chapitre précédent que l'application d'une séquence de quelques cycles de mode III peut largement modifier la durée de vie.

En comparant deux à deux les évolutions des facteurs d'intensité plastiques calculées pour les trajets :

- proportionnel I+II et proportionnel I+II+III (Figure 88),
- les trajets « carré » et « cube » (Figure 89),
- ou encore les trajets « croix » et « étoile » (Figure 90),

on peut étudier la contribution d'un chargement nominal de mode III sur les valeurs de  $\dot{\rho}_I$  et  $\dot{\rho}_{II}$  et par conséquent sur la vitesse de fissuration (Eq. 4-7).

On observe effectivement un effet indirect d'un chargement nominal en mode III sur la plasticité en mode I et II. Pour les deux premiers cas, l'ajout des phases de chargement en mode III ne produit pas seulement du  $\dot{\rho}_{III}$  mais augmente aussi très significativement la plasticité en mode I et II.

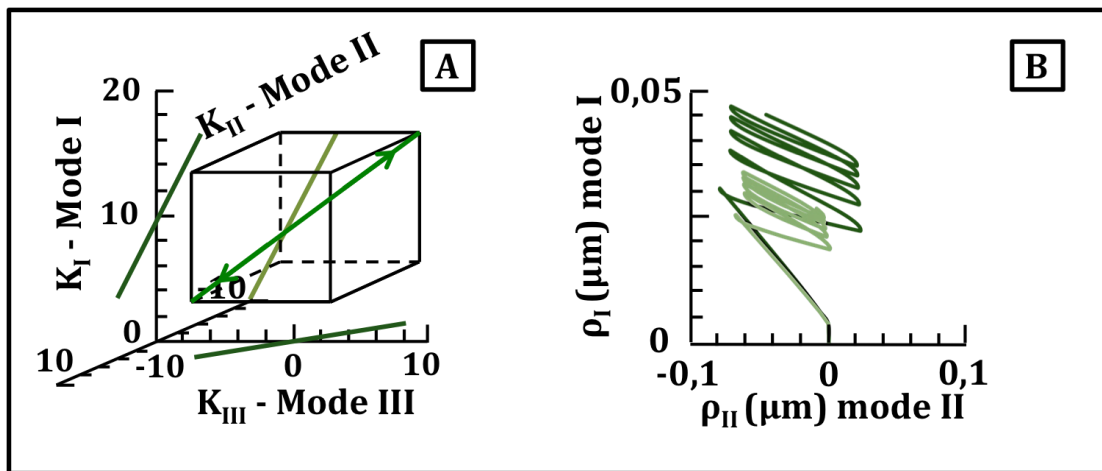


Figure 88 Effet d'un chargement nominal de mode III sur l'écoulement plastique en modes I et II. Cas des trajets de chargement « proportionnel I+II » et « proportionnel I+II+III ».

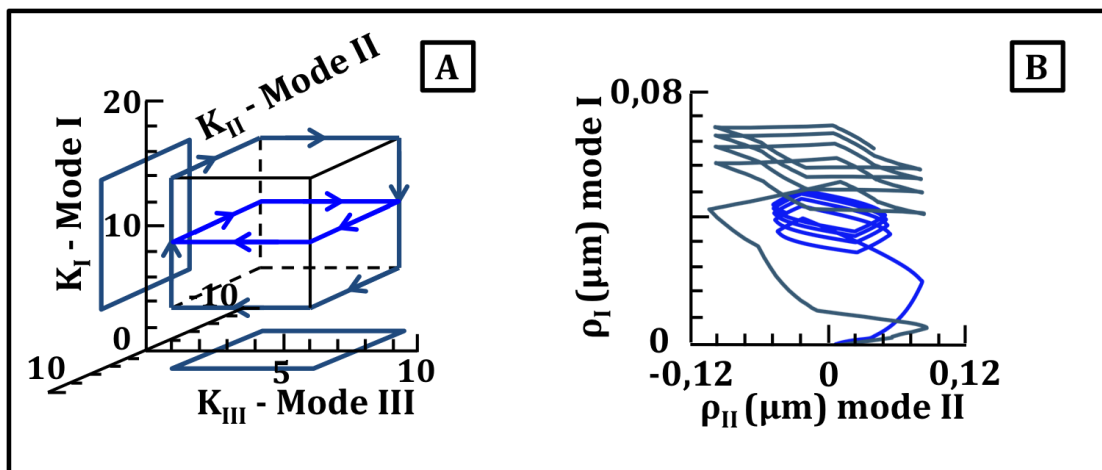


Figure 89 Effet d'un chargement nominal de mode III sur l'écoulement plastique en modes I et II. Cas des trajets de chargement « Carré » et « Cube ».

Toutefois, cette influence du chargement de mode III sur la plasticité en modes I et II n'est pas systématique. En effet, la comparaison entre les trajets de chargement « Croix » et « Etoile » ne conduit pas aux mêmes observations : pour cette paire, les différences sont minimales (Figure 90). Ces simulations numériques par éléments finis, montrent que l'effet du mode III est important mais apparaît comme assez complexe à représenter.

**Remarque 29 :** Il faut noter que le modèle de comportement du matériau utilisé pour réaliser les simulations numériques par éléments finis ne contient qu'un écrouissage cinématique non-linéaire et un écrouissage isotrope non linéaire. La loi de comportement ne présente aucune sensibilité supplémentaire aux effets multi-axiaux et ne peut pas représenter les effets de sur-écrouissage observés expérimentalement pour des chargements multiaxiaux de type papillon.

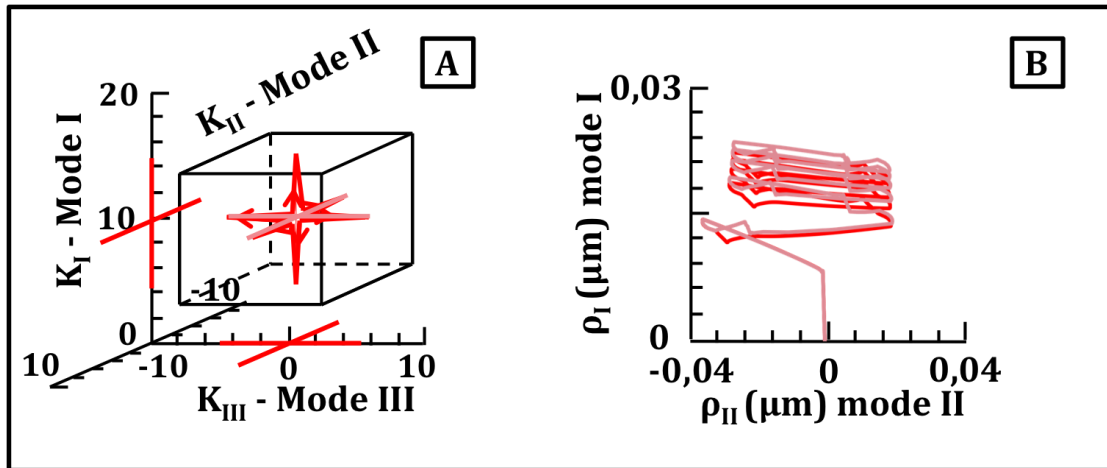


Figure 90 Figure 91 Effet d'un chargement nominal de mode III sur l'écoulement plastique en modes I et II. Cas des trajets de chargement « Croix » et « Etoile ».

Ces simulations numériques montrent de manière concluante que des trajets de chargement équivalents au sens des critères de fatigue de type Eqs. 4.27 ne sont pas équivalents au sens de l'écoulement plastique. Les différences apparaissent suffisantes pour être mesurables lors d'essais de fissuration en mode mixte non-proportionnels.

#### 4.4. Conclusions intermédiaires

Une démarche a été mise en place pour étudier le comportement élasto-plastique d'une section représentative du front de la fissure par des calculs numériques par éléments finis. Dans cette thèse, la démarche développée en mode I puis en mode I+II par Pommier, Hamam, Decreuse & Lopez Crespo [POM04][HAM06][DEC10] a été étendue aux cas de chargement en mode mixte I+II+III, ce qui a imposé de mettre en place des maillages volumiques.

Le principe de la démarche consiste à ne retenir des calculs élasto-plastiques réalisés que le strict minimum d'information nécessaire pour pouvoir analyser le comportement de la région plastifiée. Pour cela, on se donne une approximation cinématique, le champ de vitesse est partitionné en modes et chaque mode comporte une composante élastique et une composante plastique. Chaque composante est le produit d'une distribution spatiale, définie *a priori* et d'un facteur d'intensité, variable au cours du chargement. A chaque pas de temps, on calcule les facteurs d'intensité et les erreurs associées à cette représentation simplifiée. L'analyse des erreurs permet de détecter le non confinement de la zone plastique, la fermeture de la fissure ou encore l'entrée en plasticité de la région d'intérêt.

Avec ces outils, on peut étudier numériquement le comportement non-linéaire de la région d'intérêt en vue de construire un modèle simplifié qui pourra être utilisé dans des calculs de structure élastique linéaire (chapitre 6). On peut en particulier, construire la surface seuil de plasticité, voir son évolution et déterminer les directions d'écoulement plastique.

La méthode permet également d'étudier des trajets de chargement particuliers en vue de la réalisation d'essais (chapitre 5). Les calculs réalisés ont permis de sélectionner 6 trajets de chargement en mode I+II et en mode I+II+III, qui sont censés être équivalents au sens de critères de rupture par fatigue usuels, mais pour lesquels les calculs montrent des différences de comportement plastique suffisamment importantes pour que l'on estime que cela conduira à des différences sur les vitesses de fissuration mesurables lors des essais.

Enfin, les calculs réalisés ont également permis de discuter le rôle des phases de chargement en mode III. Le comportement du matériau étant non-linéaire, la direction du chargement nominale n'est pas nécessairement celle de l'écoulement plastique. Ainsi, il a été montré, qu'ajouter une phase de chargement en mode III peut, dans certains cas, augmenter significativement l'écoulement plastique en modes I et II.





## 5. Essais de fissuration en Mode I+II+III

Ce chapitre porte sur les essais de fissuration par fatigue en mode mixte non proportionnel I+II+III. Peu de résultats expérimentaux antérieurs sont disponibles dans ce domaine ; les machines d'essais permettant ce genre d'essais sont assez rares. Les essais de fissuration par fatigue ont été réalisés sur la machine triaxiale *Astree* du LMT-Cachan. Nous détaillerons le dispositif expérimental, développé spécifiquement pour ces essais, les moyens de mesures, les trajets de chargement appliqués et les résultats obtenus. Une exploration des surfaces de rupture a également été menée en microscopie électronique à balayage et quelques mesures de la topographie des surfaces de rupture ont été réalisées à l'aide du microscope *Keyence* du LMS (Ecole Polytechnique). L'objectif de ce chapitre est de quantifier l'influence de la non-proportionnalité du chargement sur la propagation de la fissure par fatigue, d'en comprendre les mécanismes, tout en mettant en perspective les résultats expérimentaux avec des simulations numériques éléments finis.

### 5.1.Objectifs & Etat de l'Art

La littérature sur l'étude expérimentale de la fissuration par fatigue en mode mixte non proportionnel I+II+III est assez peu fournie. Cela s'explique par différents verrous techniques, qu'il faut lever pour réaliser ce type d'essais. Les essais en mode mixte I+II+III proportionnel peuvent, eux, être réalisés à l'aide d'un seul vérin, mais il faut *a minima* trois vérins indépendants pour réaliser des essais en mode mixte I+II+III non proportionnels.

Le second verrou est lié au contrôle des directions de chargement. Imaginons qu'on cherche à charger une éprouvette selon deux axes à 90° qui se coupent au centre de l'éprouvette. Si l'éprouvette est mise sous tension par un seul vérin selon l'un de ses deux axes, le centre de l'éprouvette se déplace et n'est alors plus sur l'axe du second vérin, ce qui induit des moments parasites dans la pièce. Pour résoudre ce problème, la machine *Astree* dispose de 3 paires de vérins, afin de maintenir le centre de l'éprouvette sur l'intersection des trois axes des 3 paires de vérins. Pour que le trajet de chargement prescrit soit bien suivi, les asservissements des six vérins doivent être corrélés, ce qui requiert une électronique de commande puissante et rapide, surtout si on souhaite réaliser des essais de fatigue.

Le troisième verrou est lié à la mesure. En effet, dès que des chargements complexes sont appliqués, la fissure peut bifurquer ou verser, la mesure de la longueur de la fissure par les méthodes électriques devient alors insuffisante ou difficile. Les mesures par corrélation d'images numériques sont également difficiles du fait des déplacements hors plan associés au mode III. Enfin, pour exploiter les résultats des essais, il faut pouvoir déterminer le chargement vu par la fissure. Celle-ci devenant un objet tridimensionnel, les formules usuelles fournissant les facteurs d'intensité des contraintes pour une fissure plane à front droit ne sont plus utilisables et il faut donc systématiquement effectuer des calculs éléments finis en élasticité linéaire sur les éprouvettes.

Comme l'un des objectifs de la thèse est de cerner les effets de la plasticité sur la fissuration par fatigue en mode mixte, les essais réalisés doivent permettre de tester les effets de la forme du trajet de chargement appliqué. Il est donc nécessaire de travailler en mode mixte non-proportionnel, ce qui a imposé le développement d'un nouveau dispositif expérimental pour l'application du mode III sur l'éprouvette dans *Astree*.

### 5.1.1.Objectifs de l'étude expérimentale

- Obtenir des mesures de vitesses de propagation des fissures par fatigue en mode mixte I+II+III et tester les effets de la forme du trajet de chargement appliqué.
- Déterminer expérimentalement une base de champs plastiques et élastiques et les comparer qualitativement avec les résultats issus des simulations numériques par éléments finis.
- Etudier la capacité du modèle à prédire des vitesses et des directions de fissuration selon le trajet de chargement appliqué, en confrontant les simulations aux résultats expérimentaux.

### 5.1.2.Etat de l'Art

Comme cela a été évoqué précédemment, réaliser des essais de fissuration par fatigue en mode I+II+III non proportionnel présente en soi des difficultés techniques importantes, c'est pourquoi l'état de l'art sur le sujet est assez restreint, bien qu'une recherche bibliographique assez poussée ait été menée. Une machine répondant aux exigences techniques liées à ces essais est présente au LMT, la machine *Astree*. On présentera donc brièvement quelques études menées au laboratoire sur ce moyen d'essai afin de répertorier ses possibilités, ainsi que les évolutions possibles envisagées au cours des travaux antérieurs. Puis une étude bibliographie centrée sur la fissuration en mode mixte I+II+III sera présentée.

#### 5.1.2.1. Machine Astree

Plusieurs études ont utilisé la machine *Astree* en configuration bi-axiale, que ce soit pour l'identification d'une loi d'endommagement anisotrope sur des composites [PER09], l'étude du comportement de matériaux hyper-élastiques [CHE01], l'initiation de fissures de fatigue [RUP11], ou encore pour la détection du seuil de plasticité pour une structure fissurée en mode mixte I+II [DEC11].

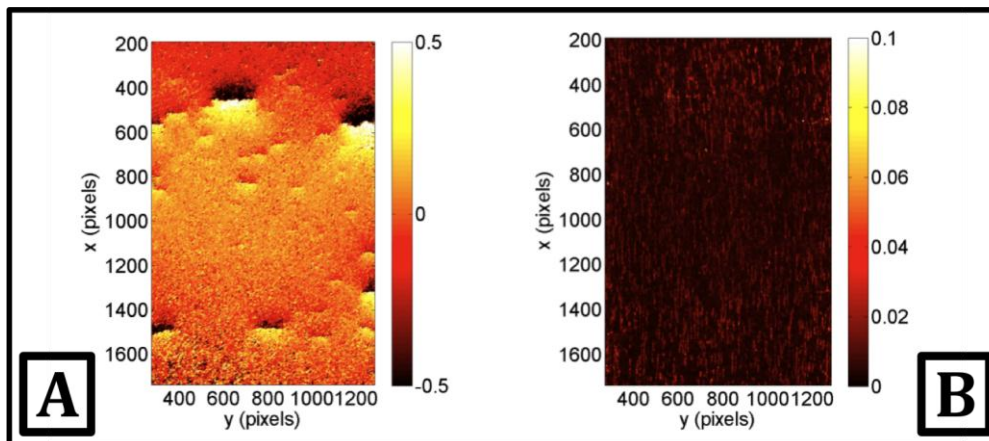


Figure 92 Etude de l'initiation de micro-fissures par fatigue sous chargement biaxial. (a) Champs de déplacement longitudinal en pixel ( $1\text{pix} = 3,2\mu\text{m}$ ) révélant la présence de micro-fissures- (b) Résidu de corrélation normalisé. Apparition des deux micro-fissures principales sur la carte des résidus avec une ouverture de l'ordre du pixel. [RUP11]

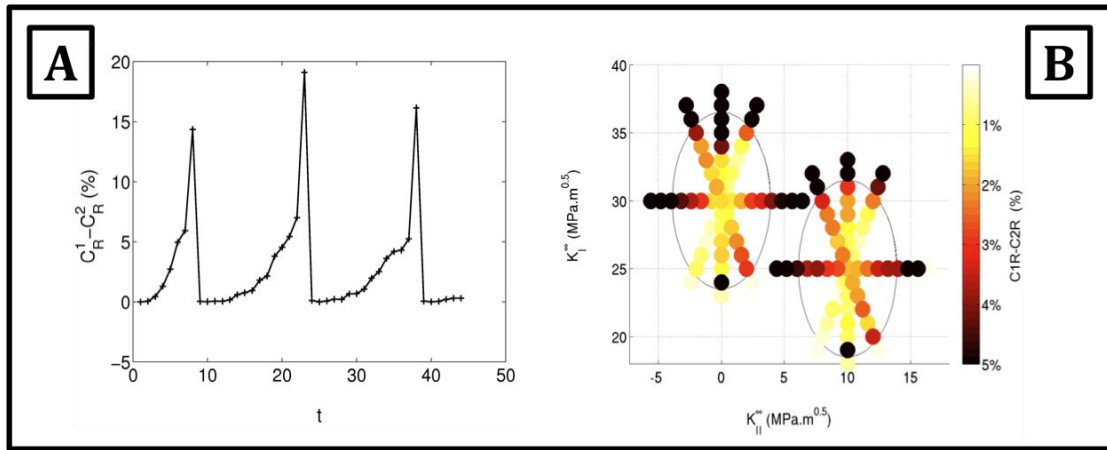


Figure 93 Détection expérimentale du seuil de plasticité de la région entourant l'extrémité de la fissure, en mode mixte non proportionnel I+II par corrélation d'image en utilisant le critère  $C_{1R}-C_{2R}$  (thèse de Pierre Yves Decreuse) [DEC10]. (a)  $C_{1R}-C_{2R}$  en fonction du temps pour une direction de chargement donnée, (b)  $C_{1R}-C_{2R}$  en échelle de couleur en fonction du chargement nominal appliqué.

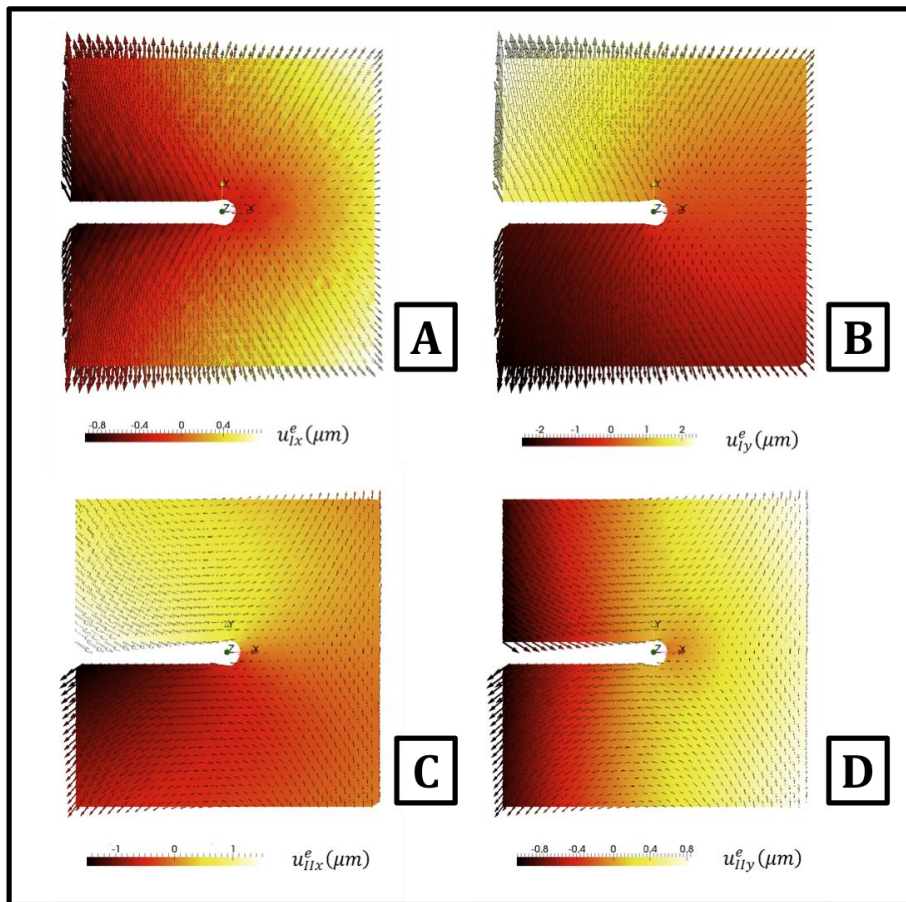


Figure 94 Champs élastiques de référence de mode I et II obtenus à partir de mesures de champs de déplacement par corrélation d'images numériques [DEC10].

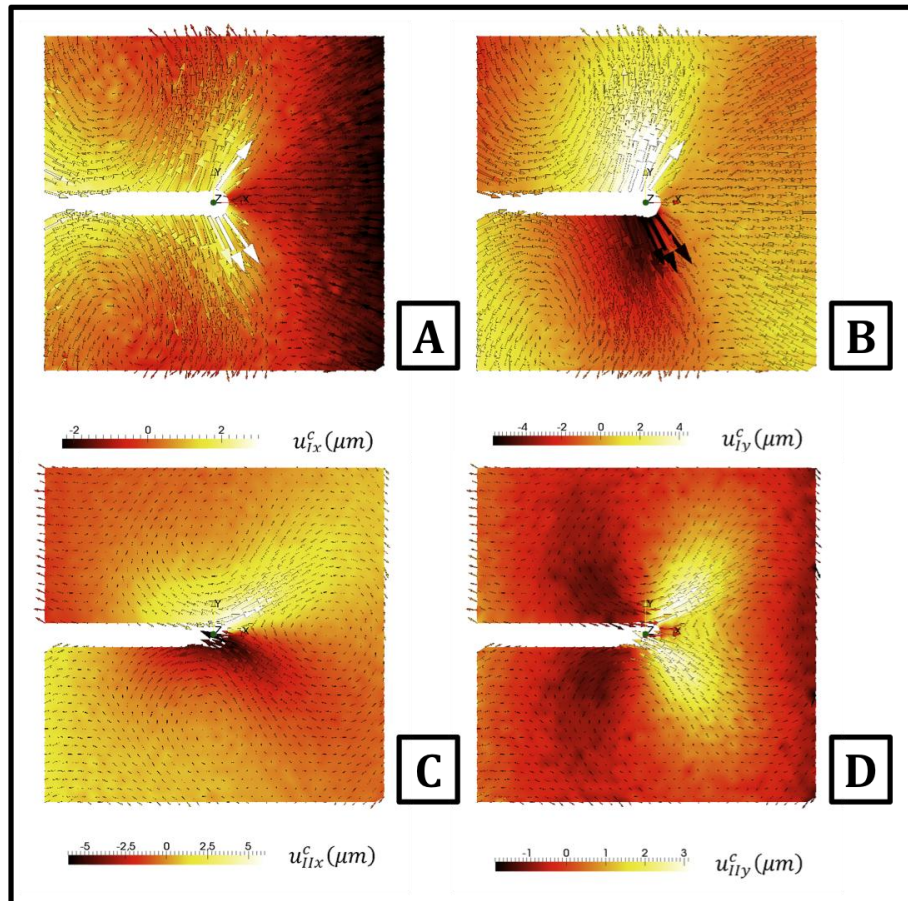


Figure 95 Champs de référence complémentaires, relatif à la plasticité, pour les modes I et II obtenus à partir de mesures de champs de déplacement par corrélation d'images numériques [DEC10].

A l'image de la démarche présentée au chapitre précédent et appliquée aux résultats des calculs par éléments finis, des travaux expérimentaux effectués par Pierre Yves Decreuse [DEC10] ont porté sur la construction expérimentale des champs de référence, au sens du modèle de S. Pommier [POM07a] en utilisant la technique de corrélation d'images numériques. Les champs de référence élastiques et complémentaires de mode I et II ont été déterminés expérimentalement, pour des chargements nominaux en mode I ou en mode II. Ces champs ont ensuite été utilisés comme base de projection. Les champs de déplacements mesurés par corrélation d'images, lors de séquences de chargement en mode mixte, telles que celles présentées sur la Figure 93 (b), ont pu être projetés sur cette base afin de déterminer les évolutions des facteurs d'intensité plastiques  $\rho_I$  et  $\rho_{II}$  (Figure 96).



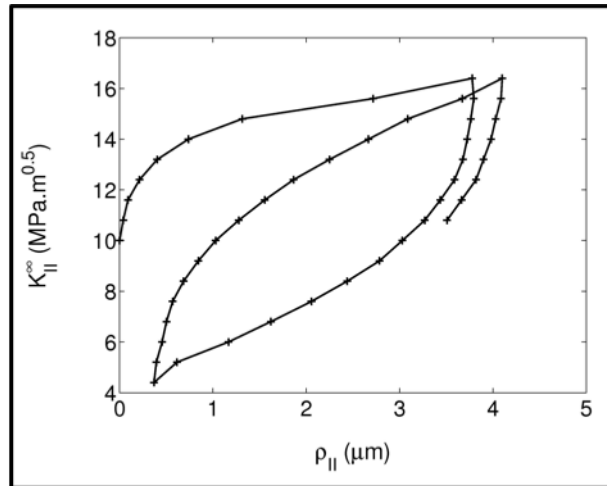


Figure 96 Mesure expérimentale de  $\rho_{II}$  lors de cycles en mode II [DEC10].

Un nombre plus restreint d'études a été conduit en configuration tri axiale. Des essais triaxiaux de compaction de poudres de PTFE ont été menés en 2010 sur la machine Astree [RAK10].

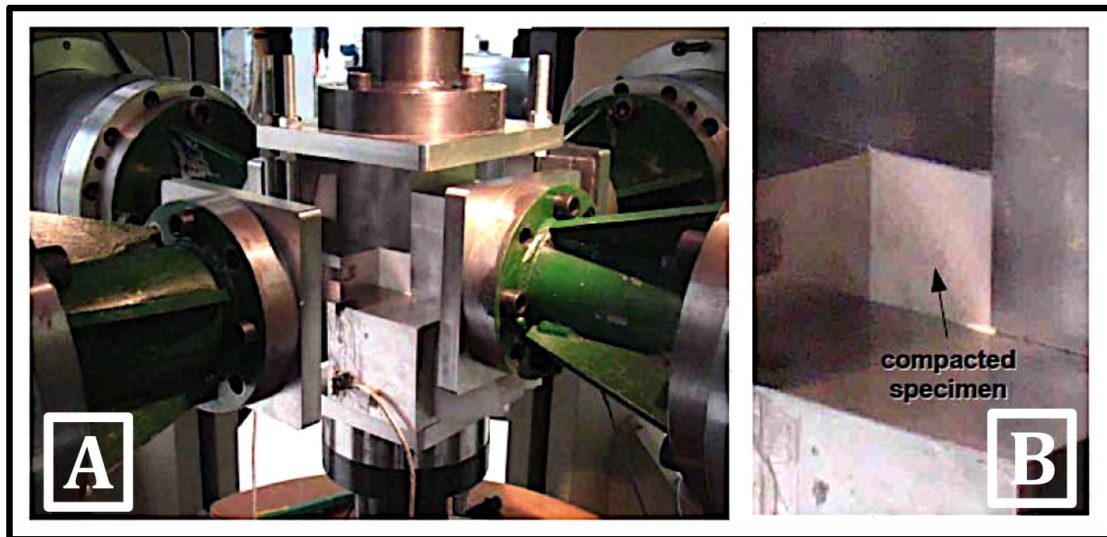


Figure 97 Compaction triaxiale de poudres de PTFE [RAK10].

Des essais de comportement multiaxiaux sur la machine Astree ont également été effectués. Ces essais ont contribué à améliorer la maîtrise de cette machine, notamment la gestion de son asservissement et des limites de sécurité, on pourra citer les travaux de S. Calloch portant sur la comparaison de trajet de chargement multiaxiaux vis-à-vis de la quantité d'érouissage engendrée [CAL97]. Cette étude, effectuée sur le 316L, permet d'ailleurs de démontrer la sensibilité au chargement non-proportionnel du comportement du matériau étudié.

**Remarque 30 :** Le projet SESAME a permis la jouvence du système d'asservissement de la machine Astree ce qui a considérablement facilité son utilisation et augmente ses possibilités. Par exemple, il est désormais possible de passer, sans coupure de l'hydraulique, d'un asservissement sur le signal d'effort à un signal d'asservissement sur celui du déplacement.

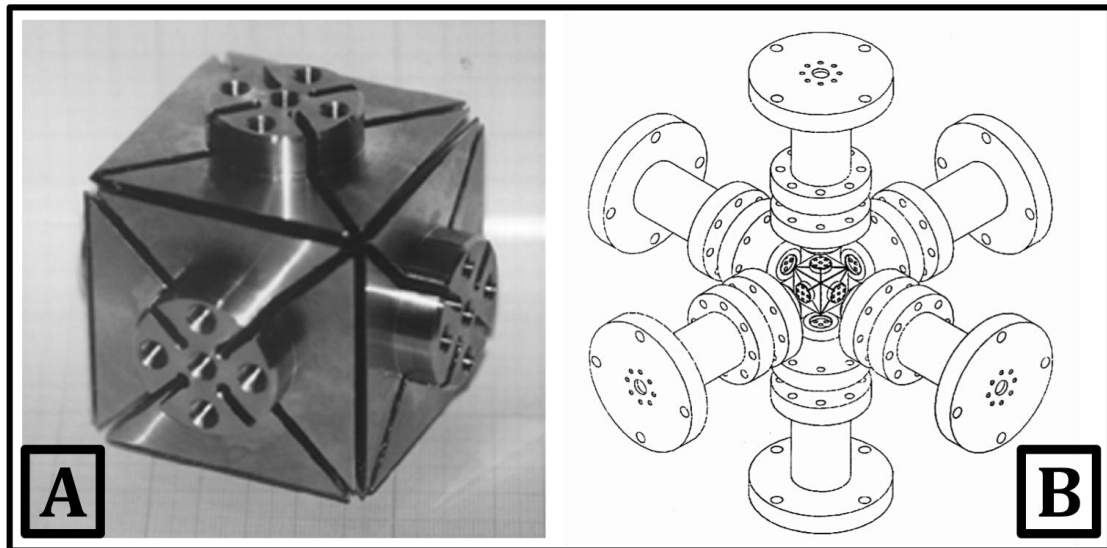


Figure 98 (a) Epreuve triaxiale de comportement – (b) Schéma comprenant l'épreuve triaxiale et les 6 vérins Astree [CAL97].

#### 5.1.2.2. Fissuration I+II+III – revue de littérature

Comme nous l'avons présenté au chapitre 3, la propagation des fissures par fatigue en mode mixte induit généralement une géométrie de fissure complexe avec l'apparition de bifurcations, de versements, de surfaces de rupture en « toits d'usine ». Beaucoup d'études ont porté sur la compréhension des mécanismes de bifurcation ou de versements.

En fatigue non-proportionnelle de mode I+II, on pourra citer les travaux de Plank [PLA99] qui étudie, sur différents alliages d'aluminium, la propagation et la bifurcation des fissures, en faisant varier les taux de mixité du chargement. Des éprouvettes CTS sont utilisées et la mesure de la propagation se fait par corrélation d'images. Les sollicitations sont appliquées par le biais d'une machine uni-axiale. Les chargements nominaux de modes I et II sont proportionnels, à leur valeur moyenne près, qui peut être réglée initialement. Les prédictions des angles de bifurcation sont en accord avec le modèle d'Erdogan et Sih [ERD63]. En revanche, dans cette étude, Plank observe que le niveau de chargement pour lequel une bifurcation se produit, pour un taux de mixité du chargement donné, varie très significativement selon le type d'alliage.

L'importance du matériau est également soulignée par Doquet et al. qui ont comparé la fissuration en mode II+III proportionnel dans un acier maraging et un Ti-6Al-4V. Pour l'acier, la vitesse de fissuration expérimentale peut être prédite en utilisant la loi de Paris avec :

$$\Delta K_{eq} = \sqrt{\Delta K_{eff-II}^2 + 1.2 \Delta K_{eff-III}^2} \quad (5-6)$$

tandis que, pour l'alliage de titane, un meilleur accord est obtenu avec :

$$\Delta K_{eq} = \sqrt{\Delta K_{eff-II}^2 + 0.9 \Delta K_{eff-III}^2} \quad (5-7)$$

Des travaux expérimentaux récents de Yates, portent sur la direction de propagation de la fissure de fatigue sous chargement de mode mixte. Les mesures de propagation de fissure pour des chargements de mode mixte I+II sont effectuées par mesure de thermo-élasticité et couplées à des résultats de simulations par éléments finis. Ces auteurs ont montré, que la prédiction de la propagation de la fissure (notamment de la bifurcation),

ne pouvait se faire de manière satisfaisante en ne prenant en compte que les chargements nominaux. La bifurcation est fortement conditionnée par la plasticité au voisinage de la pointe de la fissure [YAT08]. L'influence d'un chargement de mode III y est également discutée et via sa zone plastique particulière, son rôle dans la propagation de la fissure est affirmé.

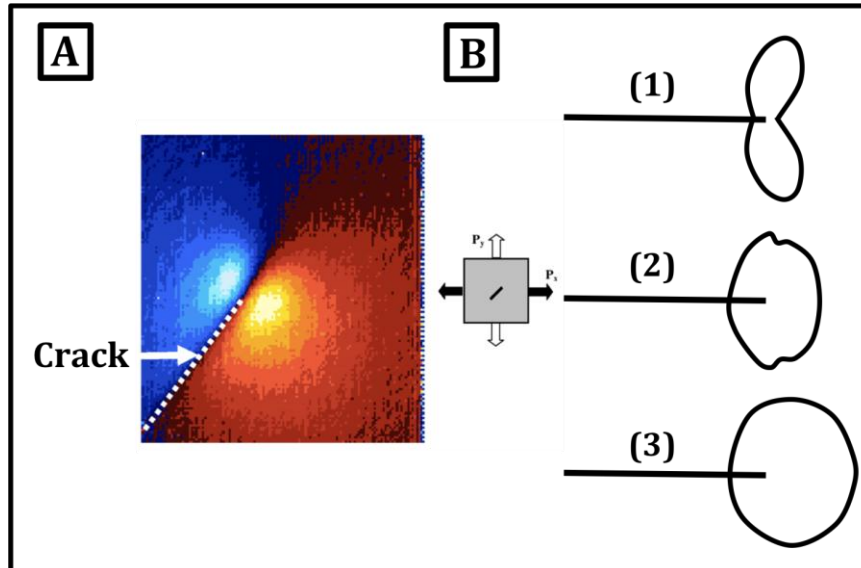


Figure 99 Propagation de la fissure contrôlée par la plasticité selon les travaux de Yates [YAT08]. (a) champ de déplacement déterminé par thermographie en mode mixte proportionnel avec  $\Delta K_{II}/\Delta K_I = 2$  (b) forme des zones plastiques mesurées pour un mode pur I (B-1), mode mixte avec  $\Delta K_I/\Delta K_{III} = 1,5$  (B-2) et  $\Delta K_I/\Delta K_{III} = 0,5$  (B-3).

Comme nous l'avons illustré dans les chapitres précédents, pour des chargements complexes, la géométrie de la fissure devient aussi complexe. L'hypothèse de planéité de la fissure est donc une hypothèse forte dans le calcul des facteurs d'intensité et dans la modélisation du comportement des fissures. Un enjeu fort est donc de prendre en compte des fissures de géométrie complexe.

La démarche que nous avons présentée au chapitre 4, permet de prévoir l'effet de la plasticité sur la propagation de la fissure, pourvu que les facteurs d'intensité des contraintes nominaux soient connus au préalable. Or le calcul des facteurs d'intensité des contraintes pour des problèmes tridimensionnels complexes est actuellement un sujet de recherche à part entière. Des nouveaux outils numériques, tels que la méthode X-FEM, sont actuellement développés à cet effet [BEL99], [MOE99], [MOE02], [GRA02], [GUI08], [PAS11]. Cependant, les méthodes les plus classiques (équation intégrales) utilisées pour extraire les facteurs d'intensité des résultats des calculs par éléments finis (EF standard ou X-FEM), s'appuient sur des solutions analytiques qui supposent la fissure comme localement plane. On ne peut donc utiliser ces outils que pour calculer les facteurs d'intensité d'une fissure « macroscopique », c'est-à-dire non-perturbée à l'échelle du maillage. Pour accéder à l'effet des perturbations géométriques plus fines sur les facteurs d'intensité, des solutions analytiques perturbées peuvent être utilisées.

On pourra évoquer d'abord les travaux de Cotterell et Rice [COT80] qui s'attachent à déterminer une solution au premier ordre pour les facteurs d'intensité des contraintes d'une fissure bidimensionnelle perturbée par rapport à une fissure droite.



Des travaux récents de J-B. Leblond et V. Lazarus permettent d'accéder aux facteurs d'intensité des contraintes d'une fissure dont la géométrie a été perturbée par rapport à une géométrie de référence (Figure 100), mais, cette fois-ci, dans un cadre tridimensionnel et pour des chargements en mode mixte I+(II+III) [LAZ01a], [LAZ01b], [LEB11]. L'objectif de ces travaux était la prédiction de la distance de segmentation et des taux de rotation d'un front de fissure soumis à un chargement de mode mixte I+III

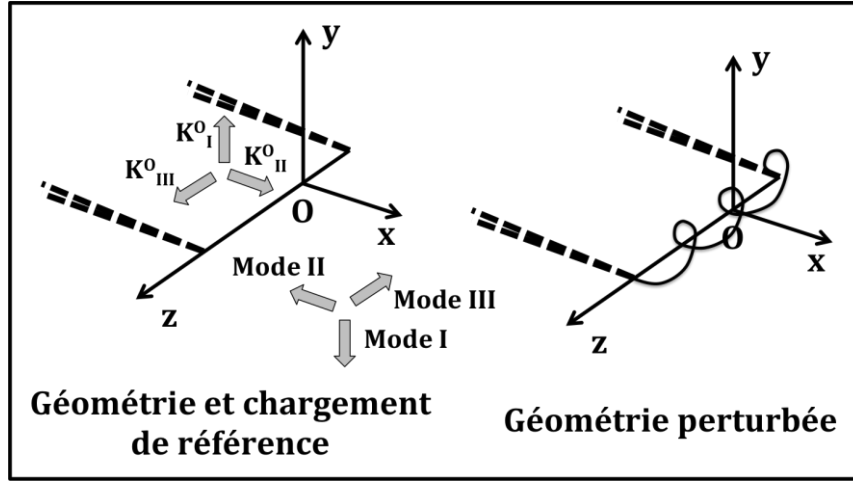


Figure 100 Perturbation géométrique du front de fissure selon Leblond [LEB11]

En introduisant les termes définissant les nouvelles coordonnées perturbées  $\{x', y', z'\}$  du point d'intérêt :

$$\begin{cases} x' = x + \varepsilon A_x e^{x/a} \cos(kz) \\ y' = \varepsilon A_y e^{x/a} \sin(kz) \\ z' = z \end{cases} \quad (5-8)$$

Avec  $\varepsilon$ , un paramètre de petite perturbation,  $A_x$  et  $A_y$  des amplitudes définissant la forme du front de la fissure perturbée,  $a$  un paramètre homogène à une longueur, et enfin  $k$  un paramètre inversement proportionnel à la longueur d'onde de la perturbation le long du front.

$$\left\{ \begin{aligned} \delta K_I(z) &= -\frac{K_I^0}{2} \varepsilon A_x k \cos(kz) - K_{II}^0 \frac{A_y}{a} \varepsilon k \sin(kz) \left( \frac{3}{2} + \frac{1-2\nu}{2} ka F(ka) \right) \\ &\quad + K_{III}^0 \varepsilon A_y k \cos(kz) \left( -2 + \frac{1-2\nu}{\sqrt{2}(1-\nu)} F(ka) \right) \\ \delta K_{II}(z) &= \frac{K_I^0}{2} \varepsilon \frac{A_y}{a} \sin(kz) \left( 1 + \frac{2-3\nu}{2-\nu} ka \right) - \frac{2-3\nu}{2(2-\nu)} K_{II}^0 A_x \varepsilon k \cos(kz) \\ &\quad + \frac{2}{2-\nu} K_{III}^0 \varepsilon A_x k \sin(kz) \\ \delta K_{III}(z) &= \frac{2(1-\nu)^2}{2-\nu} K_I^0 \varepsilon A_y k \cos(kz) - \frac{2(1-\nu)}{2-\nu} K_{II}^0 \varepsilon A_x k \sin(kz) \\ &\quad - \frac{2+\nu}{2(2-\nu)} K_{III}^0 \varepsilon A_x k \cos(kz) \\ &\quad \text{avec } F(ka) = \sqrt{\frac{ka}{1+ka}} \end{aligned} \right. \quad (5-9)$$

La perturbation engendrée sur les facteurs d'intensité des contraintes locaux le long du front de la fissure perturbée est présentée à la formule 5-4.

En utilisant leurs résultats, les auteurs [LAZ01a], [LAZ01b], [LEB11] appliquent ensuite deux principes, le principe de symétrie locale ( $K_{II}=0$ ) et le principe de Griffith ( $G=G_c$ ) et déterminent les configurations possibles pour la surface de rupture d'une fissure qui se propage, en vérifiant ces deux principes, en mode I+III macroscopique avec perturbation. Cette analyse permet de déterminer quantitativement les taux de rotation des fissures.

$$\varphi_m = \frac{\pi}{\ln 2} \frac{1}{2-\nu} \frac{K_{III}^0}{K_I^0} + o\left(\frac{K_{III}^3}{K_I^3}\right) \quad (5-10)$$

$$\frac{d\gamma}{d\delta} = \frac{\pi}{\ln 2} \frac{1}{2-\nu} \frac{K_{III}^0}{K_I^0} \frac{1}{d} + o\left(\frac{K_{III}^3}{K_I^3}\right) \quad (5-11)$$

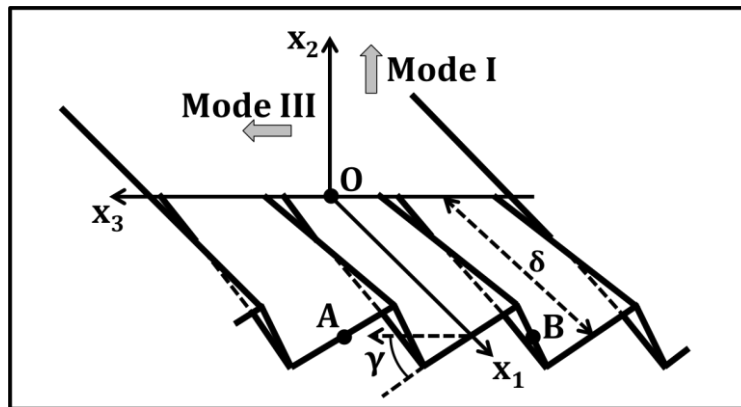


Figure 101 Allure du front de fissure en mode I+III. [LEB01]

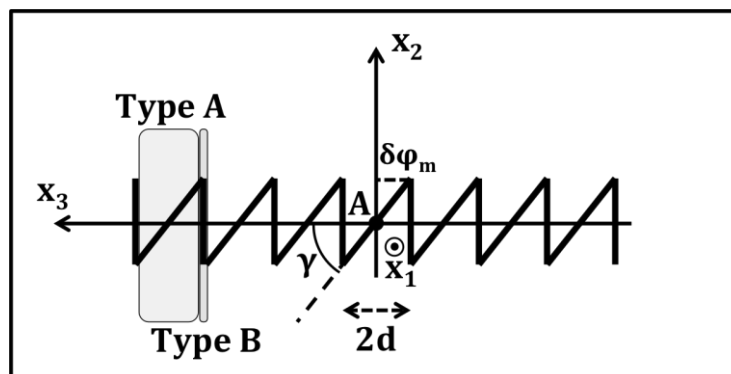


Figure 102 Allure du front de fissure en mode I+III et définition des types de facettes. [LEB01]

Ils signalent toutefois que l'apport de données expérimentales (taux de rotation, segmentation du front de fissure pour des chargements complexes) serait utile pour faire progresser la modélisation, et que par ailleurs un mécanisme régularisant devrait être considéré, puisque cette analyse en élasticité linéaire, prévoit une amplification de la perturbation initiale de la fissure au cours de sa propagation et cela quelle que soit l'amplitude de la perturbation initiale.

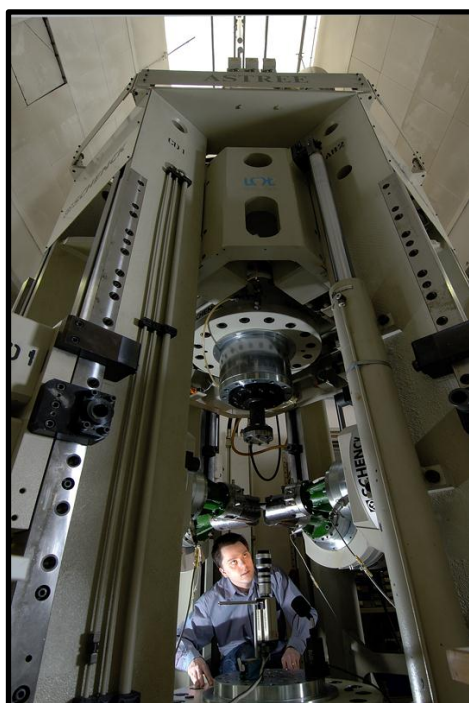
A partir de ces formules, on pourrait calculer l'effet, sur les facteurs d'intensité des contraintes nominaux, d'une perturbation du front de la fissure et utiliser la démarche décrite au chapitre 4 pour voir quel serait l'effet de la plasticité sur cette perturbation et réciproquement. En effet, tout comme la viscosité évoquée par les auteurs, la plasticité est également susceptible de jouer un rôle régularisant dans ce problème.

## 5.2. Dispositif expérimental & Protocole d'essai

Afin de réaliser ces expérimentations, nous avons dû mettre au point un dispositif expérimental et un protocole de mesure adaptés décrits ci-après.

### 5.2.1. Machine Astree

Le caractère multiaxial des sollicitations est de plus en plus pris en compte lors de la conception de structures mécaniques. Par exemple, jusqu'au début des années 80, le comportement élasto-plastique cyclique des matériaux métalliques n'était étudié que sous chargement uni-axial. L'apparition et le développement de machines d'essais biaxiales ont fait émerger de nouveaux phénomènes qui ont mis en défaut les modèles de comportement écrits jusqu'alors. C'est une des raisons qui a poussé le LMT à s'équiper d'une machine jusqu'alors inédite (*Figure 103*). Cette machine d'essai possède six vérins servo-hydrauliques. Le bâti est constitué d'une base fixe, de quatre colonnes verticales, et d'une traverse mobile. L'espace d'essai ( $650 \times 650 \times 1500$  mm) est délimité par les six vérins. Les deux vérins verticaux, fixés à la traverse mobile et sur l'embase, ont une capacité de 250 kN et une course de 250 mm. Les quatre vérins horizontaux ont une capacité de 100 kN et une course de 250 mm également. Les vérins horizontaux sont fixés sur les colonnes verticales et ils peuvent être déplacés dans n'importe quelle position selon l'axe vertical.



*Figure 103 Machine tri-axiale Astree*

### 5.2.2.Éprouvette

Les essais de fissuration de mode mixte non proportionnel ont été réalisés sur des éprouvettes cruciformes en acier 316L. Les éprouvettes utilisées ont été fournies par EDF. L'éprouvette dispose d'une pré-entaille en son centre sur une longueur de  $2a = 30\text{mm}$ . Le plan de cette entaille est incliné à  $45^\circ$  par rapport aux axes de symétrie de la pièce (Figure 104).

Lors des essais, les vérins sont asservis par paires. Le déplacement imposé moyen de chaque paire de vérin se voit imposer de rester nul, de manière à ce que le centre de l'éprouvette ne se déplace pas. Une sollicitation de mode I est obtenue en appliquant le même effort sur les 4 bras de l'éprouvette. Une sollicitation de mode II est obtenue en appliquant un effort de compression pour une direction et de compression pour l'autre.

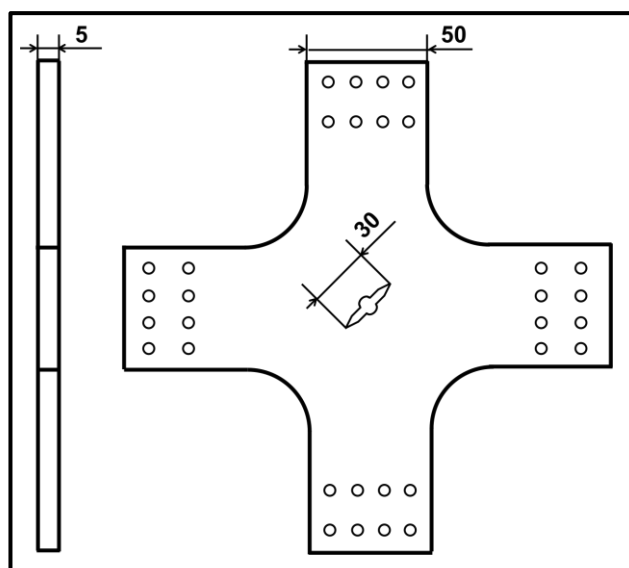


Figure 104 Éprouvette cruciforme utilisée pour les essais de propagation sur la machine Astree

**Remarque 31 :** Chaque éprouvette a été mesurée grâce à une machine de métrologie afin d'évaluer l'amplitude des défauts d'usinage, principalement de planéité des éprouvettes, les autres mesures ayant été fournies par la société Ayonis. Nous avons procédé à une étude de sensibilité des précontraintes de serrage dues au défaut de planéité de l'éprouvette. Pour cela, sur deux éprouvettes, présentant soit un défaut de planéité moyen, soit le défaut de planéité maximal du lot, ont été disposées des jauges de déformation. L'évolution des déformations provoquée lors du serrage des mors s'est révélée négligeable notamment devant les efforts appliqués pour la propagation de la fissure.

### 5.2.3.Dispositif de sollicitation pour la fissuration en mode mixte I+II+ III

Par rapport aux précédents essais menés sur Astree [DEC11], l'une des principales innovations consistait à appliquer un effort selon le troisième axe de chargement de la machine et à régler l'asservissement du système en vue de procéder à un essai de fatigue. Le nombre important de cycles visés (plus de 100000 pour certains essais) requiert d'utiliser une fréquence suffisamment élevée ( $\approx 5\text{Hz}$ ), ce qui n'est pas simple lorsque l'asservissement de l'essai met en jeu les mouvements de plusieurs vérins. Sans compter les arrêts intempestifs inhérents à de longs essais (alimentation, surchauffe du circuit d'huile ...).

Pour obtenir un chargement de mode III et transmettre un effort hors-plan à l'éprouvette (Figure 105) une solution de type contact unilatéral plan-bille a été

finalement retenue. La solution adoptée consiste à appliquer un effort normal au plan de l'éprouvette, en un point de l'éprouvette situé, sur un axe orthogonal au plan de la fissure et passant par le centre de l'éprouvette, mais légèrement excentré de manière à obtenir un déplacement relatif hors plan entre les deux faces de la fissure induisant un cisaillement. Des calculs éléments finis 3D élastiques ont été menés afin de déterminer les relations entre les efforts appliqués sur les bras de l'éprouvette et les facteurs d'intensité des contraintes pour une géométrie de fissure donnée. Il est à noter que le chargement hors plan induit une flexion de l'éprouvette et complique l'asservissement de la machine.

Deux autres possibilités de montage ont également été étudiées :

- doubler ce dispositif et appliquer un effort de contact hors plan sur chaque face de l'éprouvette avec l'excentrique en quinconce.
- Percer l'éprouvette et utiliser un système boulonné pour la rendre solidaire du vérin vertical.

L'avantage de ces deux autres solutions réside dans la possibilité de produire une sollicitation de mode III alternée (c'est-à-dire  $K_{III}>0$  et  $K_{III}<0$ ). Néanmoins ces deux solutions ont été abandonnées au profit de la solution présentée Figure 105 principalement pour limiter les jeux au contact bille-éprouvette ou dans le système boulonné et les difficultés d'asservissement qui en résultent.

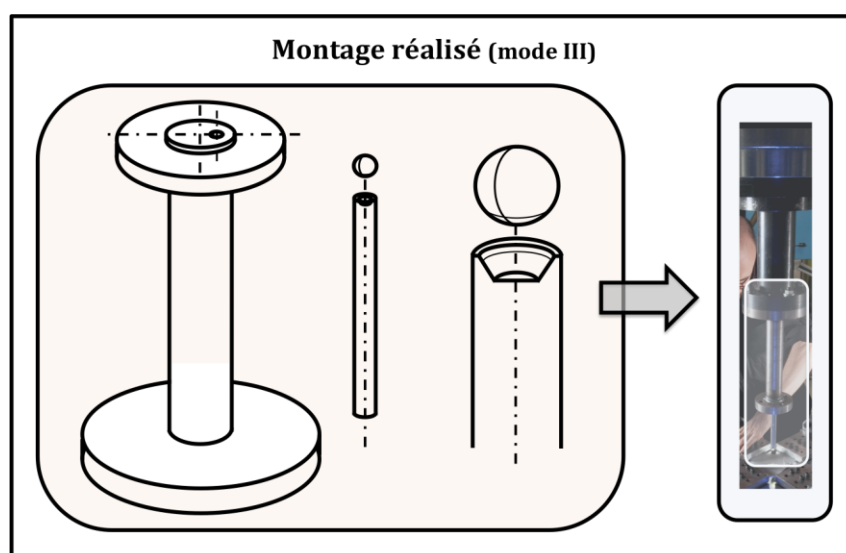


Figure 105 Montage réalisé pour solliciter l'éprouvette en mode III.

**Remarque 32 :** Pour mettre en place ce dispositif et piloter la machine, j'ai travaillé en étroite collaboration avec Martin Poncelet, enseignant chercheur au LMT et Boumedijen Raka, ingénieur d'étude CNRS.

#### 5.2.4. Relations entre les facteurs d'intensité et les efforts pour le pilotage de l'essai en facteur d'intensité

Pour déterminer les relations entre les facteurs d'intensité des contraintes et le chargement appliqué, des calculs par éléments finis en élasticité linéaire ont été réalisés. Du fait de la géométrie de l'éprouvette et de l'inclinaison à  $45^\circ$  de la fissure, le mode I est obtenu en appliquant une traction équi-biaxiale ; le mode II à l'opposé par un chargement de traction-compression dont les composantes sont égales ; enfin le mode III dépendra uniquement du troisième axe hors-plan (Figure 106).

La méthode d'extraction des facteurs d'intensité des contraintes utilisée est celle des intégrales d'interaction. La fissure est supposée plane à front droit. C'est une hypothèse forte vu le problème étudié (la fissure verse et bifurque pour certains essais), mais elle reste acceptable si la longueur de propagation en mode mixte considérée n'est pas trop grande (ici 4 mm de propagation pour une demi-longueur initiale d'environ 16 mm). Les calculs éléments finis sont effectués sur la plate-forme Abaqus où la géométrie de l'éprouvette a été reproduite. Des conditions aux limites représentatives ont été appliquées (le maintien de la pièce entre les mors impliquant une zone où le déplacement hors-plan est nul).

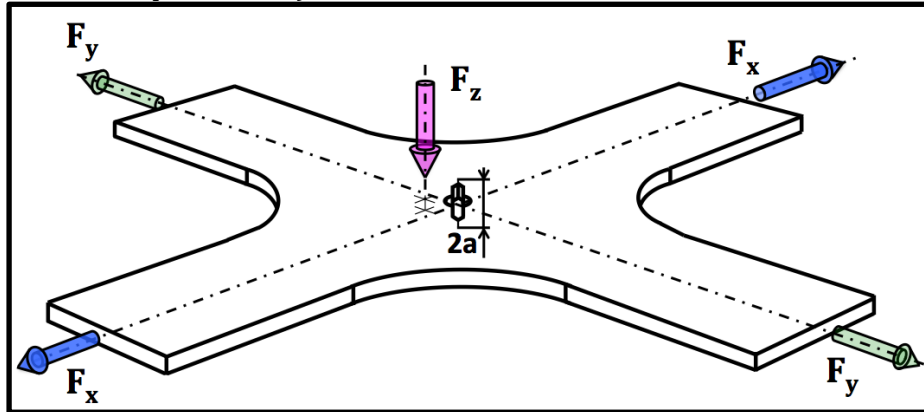


Figure 106 Efforts machine et longueur de fissure

Des calculs sont menés pour différentes longueurs de fissure afin de quantifier l'évolution des facteurs d'intensité vus par la fissure au cours de sa propagation. Les facteurs d'intensité ont été déterminés sur le plan médian de l'éprouvette et au quart de l'épaisseur, afin de voir l'effet parasite, sur la valeur de  $K_I$  le long du front, de la flexion de l'éprouvette induite par le chargement selon l'axe III. L'effet existe. La seule manière de s'en abstraire serait de symétriser le montage selon l'axe du mode III, ce qui conduirait à des difficultés d'asservissement. Cependant, cet effet est assez modeste, d'autant plus que les essais ont tous été réalisés autour d'une valeur moyenne de  $K_I$  positive. Les valeurs des facteurs d'intensité des contraintes reportées ci-dessous sont celles calculées sur le plan médian :

$$\begin{pmatrix} K_I^\infty \\ K_{II}^\infty \\ K_{III}^\infty \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_I(2a) & f_I(2a) & 0 \\ f_{II}(2a) & -f_{II}(2a) & 0 \\ 0 & 0 & f_{III}(2a) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_X \\ F_Y \\ F_Z \end{pmatrix} \quad (5-12)$$

Où les  $K_i^\infty$  sont exprimés en  $MPa \cdot m^{1/2}$ , les  $F_i$  en kN et  $2a$  en mm.

On obtient les résultats suivants.

$2a$ (mm)	$f_I(2a)$	$f_{II}(2a)$	$f_{III}(2a)$
30	-	-	-
32	0,139	0,144	1,51
34	0,151	0,175	1,77
36	0,158	0,197	1,86
38	0,166	0,208	1,95
40	0,174	0,222	1,98

Tableau 12 : Evolution des coefficients  $f_I(2a)$ ,  $f_{II}(2a)$  et  $f_{III}(2a)$  en fonction de la longueur de la fissure  $2a$ .

Ces résultats sont utilisés pour piloter la machine d'essai *Astree* en facteurs d'intensité des contraintes et pour exploiter les résultats expérimentaux.

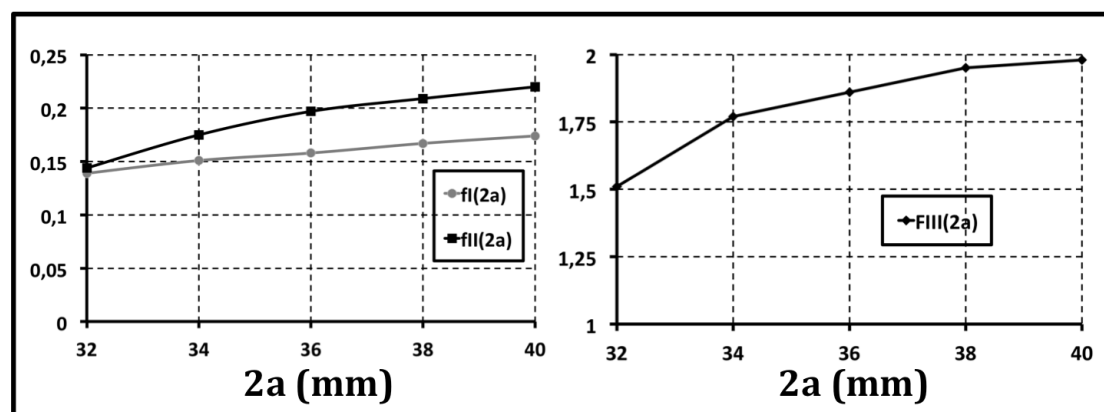


Figure 107 Evolution des paramètres  $f_I(2a)$ ,  $f_{II}(2a)$  et  $f_{III}(2a)$  en fonction de la longueur de fissure  $2a$ .

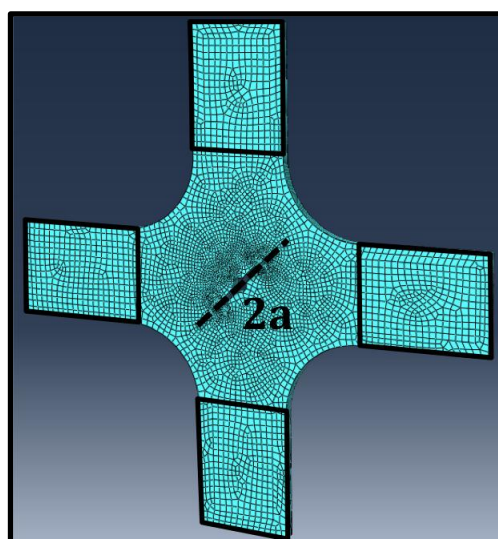


Figure 108 Eprouvette numérique volumique réalisée sous Abaqus afin d'identifier les relations entre les  $K_i$  et les efforts appliqués selon la longueur de la fissure.

#### 5.2.5. Dispositif de suivi de fissure par stéréo-corrélation

Le dispositif mis en place (Figure 109) afin de mesurer la propagation de la fissure comprend un banc de stéréo corrélation installé *in situ*, nous permettant d'identifier la position de la pointe de la fissure à l'aide de calculs de corrélation d'images.

**Remarque 33 :** Pour ces mesures, j'ai travaillé en étroite collaboration avec F. Mathieu, dont la thèse de doctorat au LMT-Cachan portait sur le développement de moyens de mesure par stéréo-corrélation d'images numériques. Cette nouvelle méthode expérimentale a permis de suivre correctement la propagation de la fissure, malgré la présence de déplacements hors plan et de déterminer les champs de déplacement expérimentaux au voisinage du front de la fissure. Les essais de fissuration ont par ailleurs fourni un cas concret à F. Mathieu pour tester le système en condition complexe.

Le montage de stéréo-corrélation est disposé sur un rail dans la partie basse d'*Astree*. Chaque appareil photo numérique (APN Canon EOS 40D) possède 3 degrés de liberté



pour le réglage de sa position indépendamment du positionnement du banc. En effet, ce dernier est relativement contraint par l'encombrement au sein de la machine. Chaque appareil peut glisser sur le rail, se translater perpendiculairement à ce rail, et effectuer une rotation orthogonale à ce plan. Cela permet le réglage de l'angle d'observation de la zone d'intérêt sur l'éprouvette.

On place un dispositif d'éclairage composé de trois lampes à diodes réparties sur le plan symétrique aux deux APNs et à différentes inclinaisons par rapport à l'éprouvette dans un souci d'uniformité de l'éclairage et pour limiter les reflets, qui nuisent à qualité des résultats.

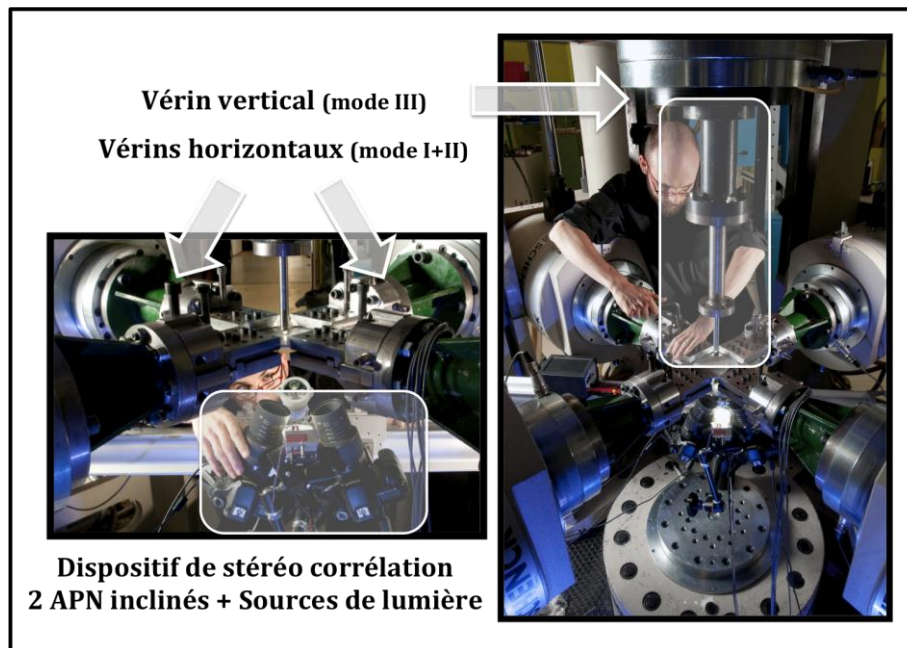


Figure 109 Dispositif expérimental mis en place pour la fissuration sous chargement non-proportionnel I+II+III

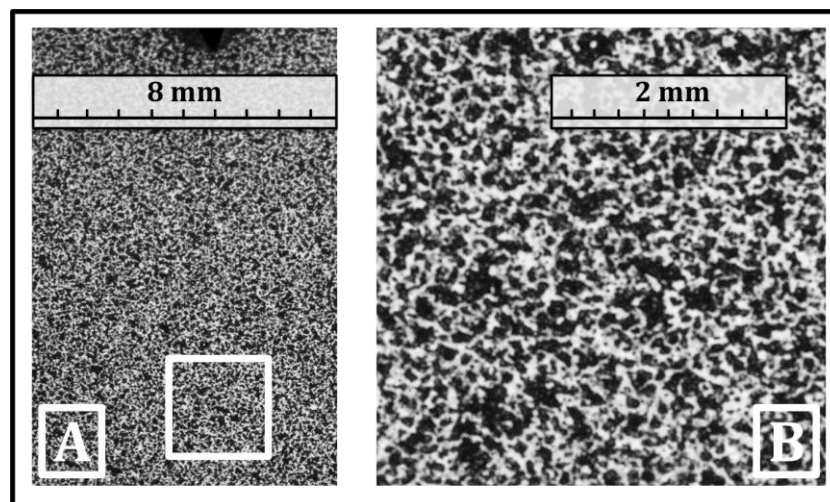


Figure 110 (a) fenêtrage optique complète utilisée pour le suivi la fissuration. (b) Zone de travail pour les mesures de champs de déplacement en pointe de fissure.

La fenêtrage d'observation correspond à une fenêtrage de 8 mm par 12 mm, digitalisée en 10,1 millions de pixels. La taille physique d'un pixel est donc d'environ  $3 \mu\text{m}$ . Les



mesures des champs de déplacement convergent et conduisent à des erreurs faibles à partir de zone d'intérêt de 16 pixels par 16 pixels.

#### 5.2.6. Mesures – Stéréo corrélation

L'utilisation de la stéréo-corrélation peut être utile lors de ces essais si on souhaite avoir accès à la troisième composante du champ de déplacement. En effet, la composante du déplacement hors-plan correspond au déplacement engendré par le mode III, il est donc utile de la mesurer pour plusieurs raisons. La première est naturellement de mesurer et de contrôler la valeur de  $K_{III}$  mais également celle de la plasticité  $\rho_{III}$  engendrée par les chargements pendant l'essai. Deuxièmement, ce déplacement entraîne des distorsions, perturbant la mesure des composantes dans le plan, il est donc pertinent de concevoir notre essai en s'adaptant à cette contrainte de mesure de champs des trois composantes de déplacement. Par conséquent, le dispositif mis en place comporte deux appareils photo numériques (APN) disposés sur le même bâti et orientés vers l'objet à mesurer. Ces nouvelles approches devraient permettre de valider les approches numériques utilisées.

##### 5.2.6.1. Principe

La stéréo-corrélation utilise le principe de la vision binoculaire (ou multi oculaires) d'un même objet suivant des angles différents. Utiliser plus d'un objectif permet d'accéder à la mesure de la troisième composante du champ de déplacement (la composante hors-plan) [MAT11]. Le dispositif est positionné dans la machine *Astree* avec comme région d'intérêt un domaine centré sur l'extrémité visible de la fissure.

**Remarque 34 :** *La qualité de la mise au point est un facteur capital dans la qualité des images. La structure de la machine Astree implique un déplacement hors-plan lors de l'application d'un effort de traction bi-axial. La distance sur laquelle la mise au point est de très bonne qualité est réduite (taille de la zone impliquant un travail en condition « macro » et inclinaison de l'appareil rendant plus complexe la mise au point) ce qui détériore la qualité des images obtenues par rapport à des essais en mode I+II.*

##### 5.2.6.2. Etalonnage

L'étalonnage est une phase capitale lors d'un essai utilisant la stéréo-corrélation. C'est l'étape permettant de garantir un bon appareillage spatial des mesures de chaque appareil [MAT11]. On utilise pour cette phase une mire dont la géométrie est connue (Figure 111). Cette mire est un quadrillage (réalisé au laser avec une grande précision) dont on connaît les coordonnées des points à l'intersection des différents carrés. Cette mire, positionnée au plus près du plan de l'éprouvette dans la zone d'intérêt, permet de déterminer les changements de repère entre l'éprouvette et chaque APN.

**Remarque 35 :** *Cette délicate étape pourrait être contournée, soit en utilisant la pièce (ou sa définition numérique) comme mire étalon, soit en utilisant un système de microscopie confocale, soit encore en utilisant le nombre d'appareil photo nécessaire pour ne pas avoir besoin de connaître leurs orientations relatives (mais l'encombrement ne le permet pas).*

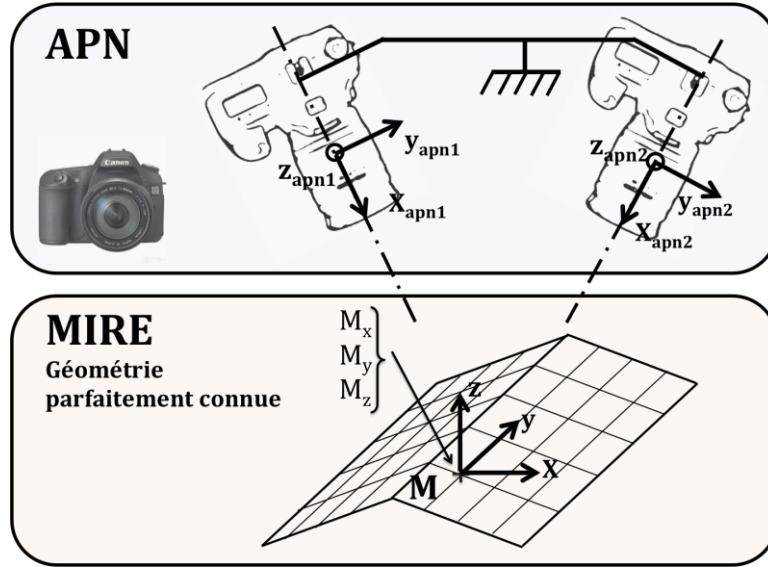


Figure 111 Principe de l'étalonnage lors d'un essai de stéréo-corrélation.

### 5.2.6.3. Mesure & Détermination de la position de la pointe

On utilise la technique de corrélation d'images numériques pour déterminer la position de la pointe de la fissure. Le niveau de gris  $g$  en chaque pixel  $\underline{x}$  d'une image déformée est supposé pouvoir se déduire du champ de déplacement entre les deux prises d'image et du niveau de gris  $f$  de l'image initiale (hypothèse de conservation de niveau de gris) :

$$f(\underline{x}) = g(\underline{x} + \underline{u}(\underline{x})) \quad (5-13)$$

Où  $\underline{u}(\underline{x})$  est le vecteur déplacement recherché. Pour résoudre ce problème, on détermine le résidu global entre l'image de référence  $f$  et l'image déformée  $g$  corrigée du champ de déplacement  $\tilde{g}(\underline{x}) = g(\underline{x} + \underline{u}(\underline{x}))$  sur la totalité de la région d'intérêt  $\Omega$ .

$$\eta^2 = \iint_{\Omega} [g(\underline{x} + \underline{u}(\underline{x})) - f(\underline{x})]^2 d\underline{x} \quad (5-14)$$

Le champ de déplacement  $\underline{u}(\underline{x})$  est recherché sous la forme d'une décomposition sur une base de fonction de forme linéaires  $N_m(\underline{x})$  de type (Correli Q4) :

$$\underline{u}(\underline{x}) = \sum_{\alpha, m} v_{\alpha m} N_m(\underline{x}) \underline{e}_{\alpha} \quad (5-15)$$

Où  $v_{\alpha m}$  sont les degrés de libertés inconnus, et  $\underline{e}_{\alpha}$  les vecteurs directeurs du repère. Dans la suite, on utilisera des éléments linéaires à 4 nœuds où on travaille avec des vecteurs déplacements à 3 composantes en chaque nœud par l'ajout de la composante hors-plan suite à l'utilisation de la stéréo-corrélation. On peut également enrichir la recherche en « suggérant » une solution mécanique donnée en rapport avec la solution recherchée. En présence de fissure dans la zone d'intérêt, les champs de déplacements associés de type Williams, peuvent être utilisés [MAT11] :

$$\underline{u}(\underline{x}) = \sum_n W_n \psi_n(\underline{x}) \quad (5-16)$$

Où  $W_n$  correspondent aux nouveaux degrés de liberté du problème, par conséquent ici, aux différents facteurs d'intensités des champs de déplacements de mode I, II ou III.

La première étape consiste à mesurer les champs de déplacement discrétisés. Pour cela, on obtient deux champs de déplacements avec des éléments Q4 (un champ par appareil photo). Les deux champs sont assemblés en se basant sur l'étalonnage avec la mire. On obtient alors un champ de déplacement à trois composantes sur un maillage Q4. Les calculs de corrélation sont effectués sur des zones de 16 x 16 pixels. Cette valeur est vis-à-vis du mouchetis et des conditions d'éclairage, un bon compromis entre l'incertitude et la résolution spatiale.

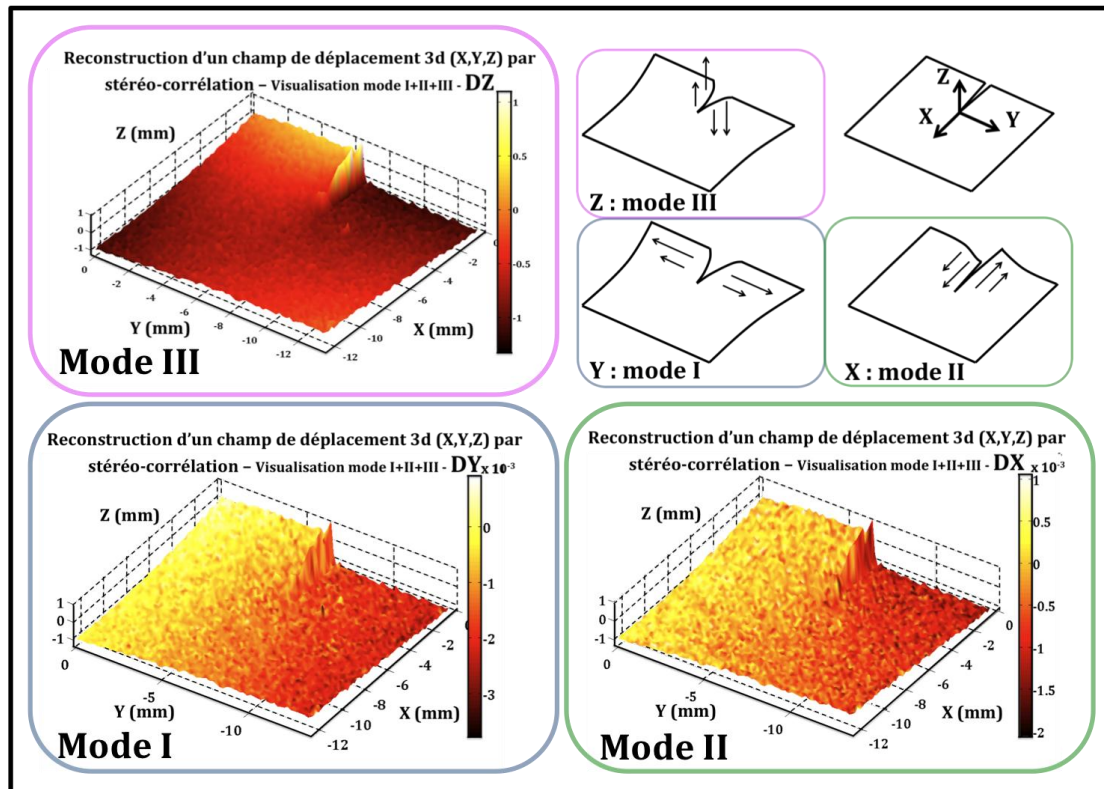


Figure 112 Représentation des champs de déplacements mesurés par stéréo-corrélation lors d'un chargement I+II+III proportionnel (mode I : ouverture / Mode II : cisaillement plan / Mode III : Cisaillement anti-plan).

Le champ de déplacement est ensuite post-traité en utilisant les séries de Williams, pour trouver la position de la fissure conduisant aux erreurs minimales à l'échelle de la fenêtre de 8 mm par 12 mm. Il faut néanmoins prendre quelques précautions et notamment masquer la fissure et la « process zone ».

### 5.2.7. Trajets de chargements considérés

L'objectif de notre étude est de tester l'effet de la forme de trajets de chargement supposés équivalents entre eux, au sens d'un  $\Delta K_{eq}$ , sur la vitesse et la direction de propagation des fissures. Pour cela, nous avons choisi 4 trajets de chargements mixtes non proportionnels de mode I+II. Ces chargements ont pour caractéristique commune leurs  $\Delta K_i$  respectifs. On a donc pour chaque trajet « carré » (Figure 113.a), « croix » (Figure 113.b), proportionnel (Figure 113.c) et « carré-croisé » (Figure 113.d)  $\Delta K_I = \Delta K_{II} = 10 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$ . Précisons toutefois que pour le trajet « croix », aucun point de croisement n'est créé car les extrémités du chargement sont parcourues dans le sens anti-horaire dans le diagramme  $\{K_I ; K_{II}\}$ .

**Remarque 36 :** Les différents chargements sont centrés en  $K_I = 10\text{MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$  afin de ne jamais devoir appliquer un effort de compression sur un des axes de chargements. En effet, comme nous l'avons montré au §5.2.1, l'application du mode II implique d'appliquer un effort de compression selon un des axes de l'éprouvette. Le centrage de tout les trajets testés, autour du point  $K_I = 10\text{MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$  permet d'éviter tout effort de compression et donc tout risque de flambement de l'éprouvette.

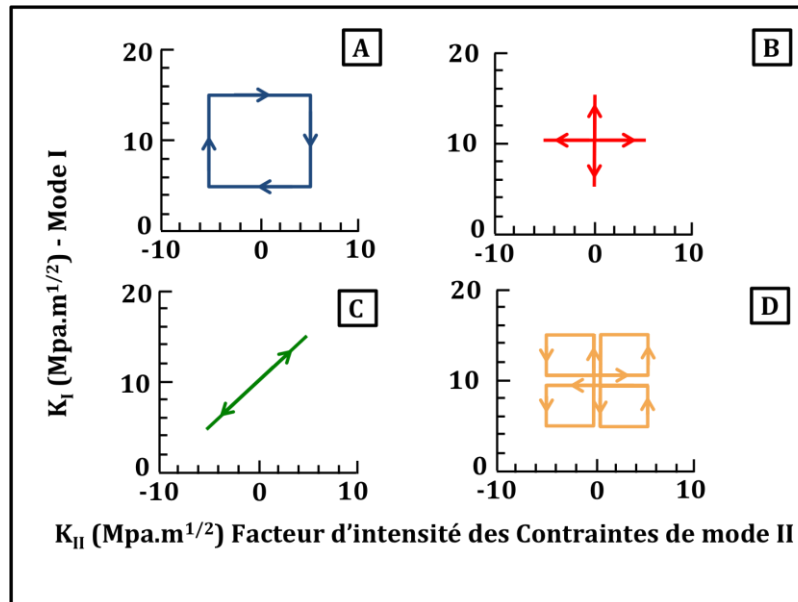


Figure 113 Trajet de chargement appliqués pour les essais de fissuration par fatigue en mode mixte non proportionnel I+II (a) trajet "carré", (b) trajet "croix", (c) trajet proportionnel, (d) trajet "carré-croisé"

En suivant la même démarche, 3 trajets de chargement de mode mixte non proportionnel I+II+III sont également appliqués : un trajet « cube » (Figure 114.a), un trajet proportionnel (Figure 114.b) et un trajet « étoile » (Figure 114.c). Comme en mode mixte I+II, ces trois trajets ont en commun leurs  $\Delta K_i$  respectifs. A l'image du trajet « croix », le trajet « Etoile » ne présente aucun point de croisement. De plus, comme le mode III est induit par un contact unilatéral, on ne peut pas inverser le signe de  $K_{III}$ , les trois chargements de chargement ont donc été centrés en  $K_{III} = 5\text{MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$ .

**Remarque 37 :** L'asservissement de ces trajets de chargement étant relativement complexe, il n'est pas possible de les réaliser à une fréquence élevée. Malgré tout, dans le cadre de la fissuration par fatigue, nous devons appliquer un certain nombre de cycles. Par conséquent, une phase d'optimisation des asservissements a été nécessaire pour maximisant la fréquence d'essai pour chaque trajet étudié, tout en respectant bien la consigne.

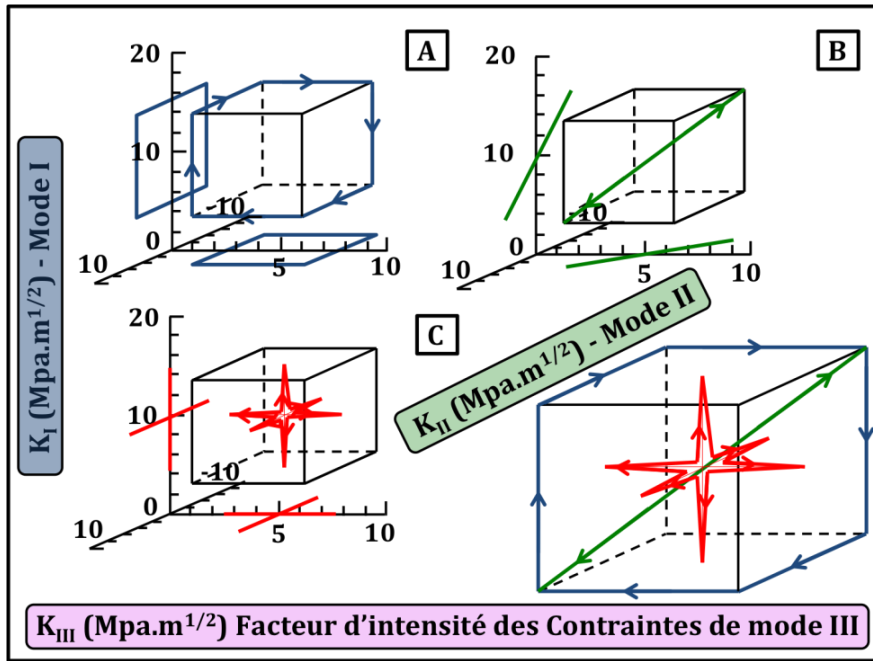


Figure 114 Trajet de chargement appliqués pour les essais de fissuration par fatigue en mode mixte non proportionnel I+II+III (a) trajet "cube", (b) trajet "proportionnel-123", (c) trajet "étoile"

### 5.3.Résultats

#### 5.3.1.Champs de déplacement en pointe de fissure

Le dispositif de stéréo-corrélation mis en place au sein de la machine tri-axiale Astree, fourni deux champs de déplacement à chaque pas de temps. Le résidu de corrélation est calculé par paires d'images, lorsque ce résidu est inférieur à 2%, le calcul est considéré comme étant tout à fait admissible dans le cas présent le résidu était dans l'intervalle [0,71%; 1,06%]. Les éléments Q4 utilisés font l'hypothèse de la linéarité du champ de déplacement dans chaque élément de 16x16 pixels, une erreur importante est donc trouvée au passage du plan de fissuration ou le déplacement présente une discontinuité. La présence de la fissure est ainsi bien visible sur les cartes de résidu.

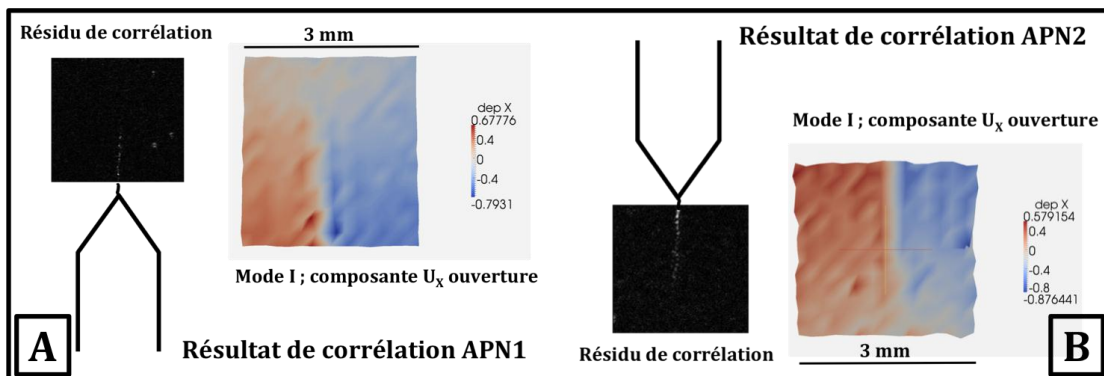


Figure 115 Résultat de corrélation avant l'assemblage spatiale des informations fournies par les deux APN. Utilisation du résidu pour visualiser la fissure. Composante  $U_x$  (ouverture) du champ de déplacement en mode I.

### 5.3.2. Détermination des vitesses de fissuration

Avant d'appliquer ces trajets complexes, l'éprouvette a été pré-fissurée en mode I, en appliquant le niveau d'effort nécessaire pour que la fissure subisse un cycle de chargement entre  $K_I = 5MPa.m^{1/2}$  et  $K_I = 15MPa.m^{1/2}$  lorsque sa longueur atteint  $2a=34mm$ . La phase de pré-fissuration est arrêtée dès que  $2a=34mm$  pour toutes les éprouvettes.

**Remarque 38 :** « Qu'est-ce que la pointe de la fissure ? ». Cette question se pose dans nos essais, puisque nous déterminons la position de l'extrémité sur une seule face. Or la fissure étudiée peut comporter un plan de fissuration incliné vis-à-vis de la surface libre (versement) ou présenter un front courbe (qui ne débouche pas à  $90^\circ$  de la surface libre). Ce qu'il faut retenir c'est que le même critère, même discutable, a été utilisé pour tous les essais réalisés. Des observations complémentaires des surfaces de rupture ont également été réalisées.

#### 5.3.2.1. Comparaison des vitesses de fissuration en mode mixte I+II.

Nous avons effectué une série de 4 essais de mode mixte non-proportionnel I+II avec les trajets de chargement différents tracés sur la Figure 113. Ces quatre chargements ont comme caractéristique commune leurs amplitudes des facteurs d'intensité des contraintes en mode I et en mode II. En effet, pour ces quatre trajets de chargement, nous avons  $\Delta K_I = \Delta K_{II} = 10MPa.m^{1/2}$  pour  $2a = 34mm$ .

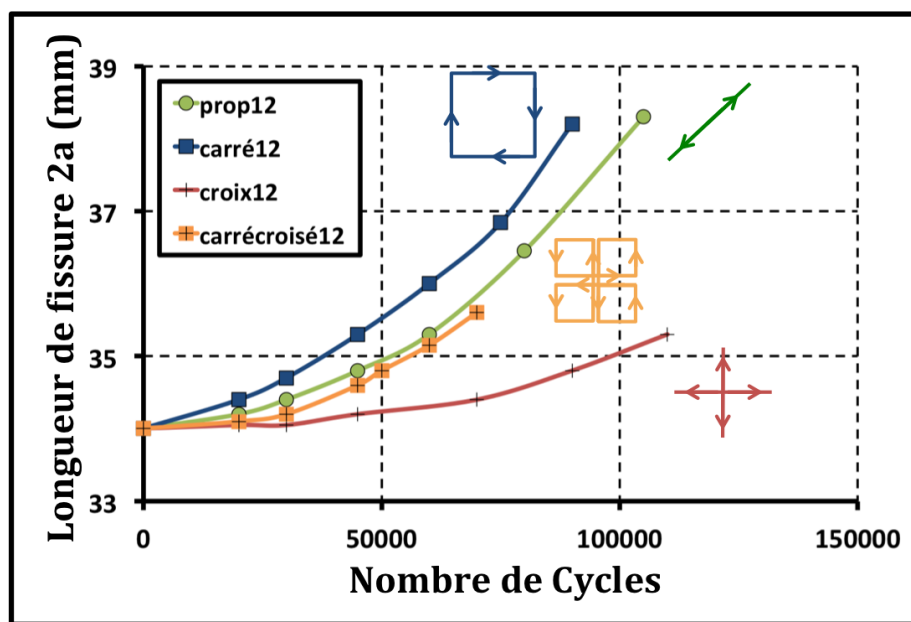


Figure 116 Evolution de la longueur de la fissure  $2a$ , en fonction du nombre de cycles appliqués pour les essais de fatigue en mode mixte I+II (« Prop12 » / « Carré12 » / « Croix12 » / « Carré-croisé12 »).

On obtient pour ces quatre trajets de chargement supposés « équivalents » des vitesses de propagation assez différentes. Tandis que les vitesses de propagation du chargement proportionnel et du chargement « Carré-croisé » sont sensiblement égales, le trajet « Carré » présente une vitesse de fissuration un peu plus importante et à l'opposé le trajet « Croix » présente une vitesse beaucoup plus faible. Pour se propager de 1mm, le nombre de cycles nécessaires est d'environ 50000 cycles pour le chargement proportionnel et de plus de 100000 pour le trajet croix.

Ce premier résultat indique clairement qu'un modèle de prévision de la fissuration par fatigue basé uniquement sur un  $\Delta K_{eq}$  de la forme  $\Delta K_{eq} = \sqrt[n]{\alpha \Delta K_I^n + \beta \Delta K_{II}^n}$  ne peut pas rendre compte de manière satisfaisante des résultats expérimentaux.

**Remarque 39 :** Dans le cas du trajet de chargement « carré-croisé », pour tracer les résultats de la Figure 116, on a considéré qu'un cycle correspondait au parcours complet du carré croisé. Mais, pour ce cas, le comptage des cycles aurait aussi pu être fait de manière différente. Si on comptait 2 cycles par trajet « carré-croisé » alors la vitesse de fissuration deviendrait alors proche du trajet « croix ».

### 5.3.2.2. Comparaison des vitesses de fissuration en mode mixte I+II+III.

Nous avons ensuite effectué une série de 3 essais de fissuration en mode mixte non-proportionnel I+II+III avec les trajets de chargement de la Figure 114. Ces quatre trajets de chargements ont comme caractéristique commune leurs amplitudes des facteurs d'intensité des contraintes en mode I, en mode II et en mode III. En effet, pour ces trois trajets de chargement, nous avons  $\Delta K_I = \Delta K_{II} = \Delta K_{III} = 10 \text{MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$ .

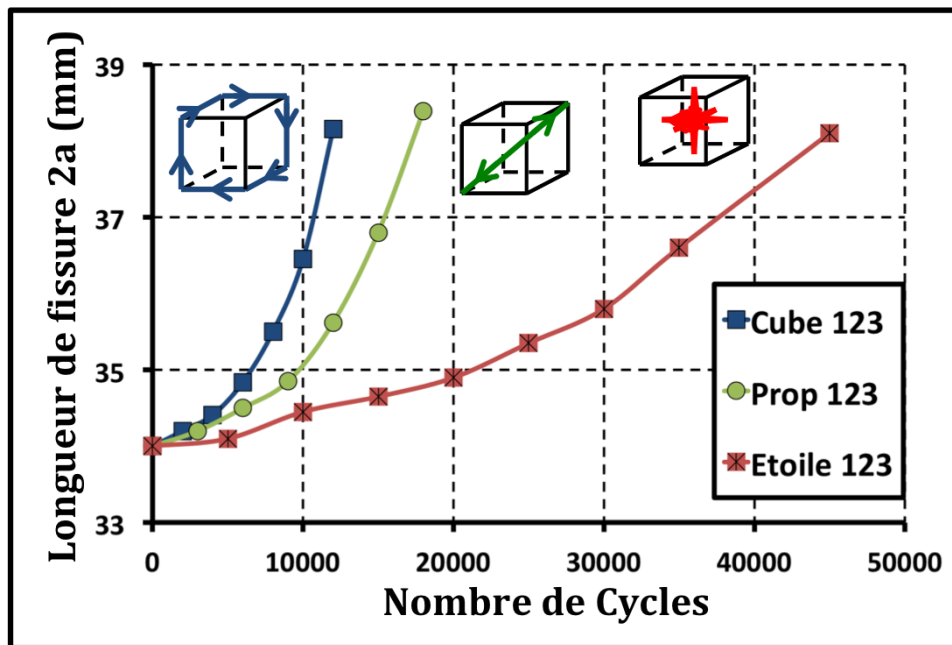


Figure 117 Evolution de la longueur de fissure 2a en fonction du nombre de cycles pour les essais de fatigue de mode mixte non-proportionnelle I+II+III (« Cube » / « Prop123 » / « Etoile »).

Comme précédemment et de manière encore plus significative, les vitesses de fissuration sont très différentes pour ces trois essais. Le trajet « Cube » présente une vitesse de fissuration supérieure au trajet proportionnel alors que les mêmes amplitudes sont utilisées et que les maxima et minima sont atteints au même moment pour les 3 modes dans les deux trajets. De même, le trajet « cube » et le trajet « Etoile » présentent la même « longueur » de trajet cumulé et pourtant la durée de vie est environ 4 fois plus grande avec le trajet « cube » qu'avec le trajet « étoile ».

Ces résultats montrent qu'un critère utilisant uniquement des maxima, des amplitudes et des valeurs moyennes ne pourra pas rendre compte des résultats expérimentaux.



### 5.3.2.3. Contribution du mode III à la fissuration par fatigue.

Quel que soit le trajet de chargement considéré, on observe une augmentation très significative de la vitesse de fissuration (environ d'un facteur 6) quand on ajoute une contribution du mode III. Si des effets de friction entre les faces se produisent lors des essais, ceux-ci doivent être assez faibles compte tenu qu'on travaille à  $R_I=0.3$ . Mais surtout, comme on peut comparer les essais deux à deux, le rôle additionnel du Mode III peut vraiment être exhibé à même condition de sollicitation en mode I+II.

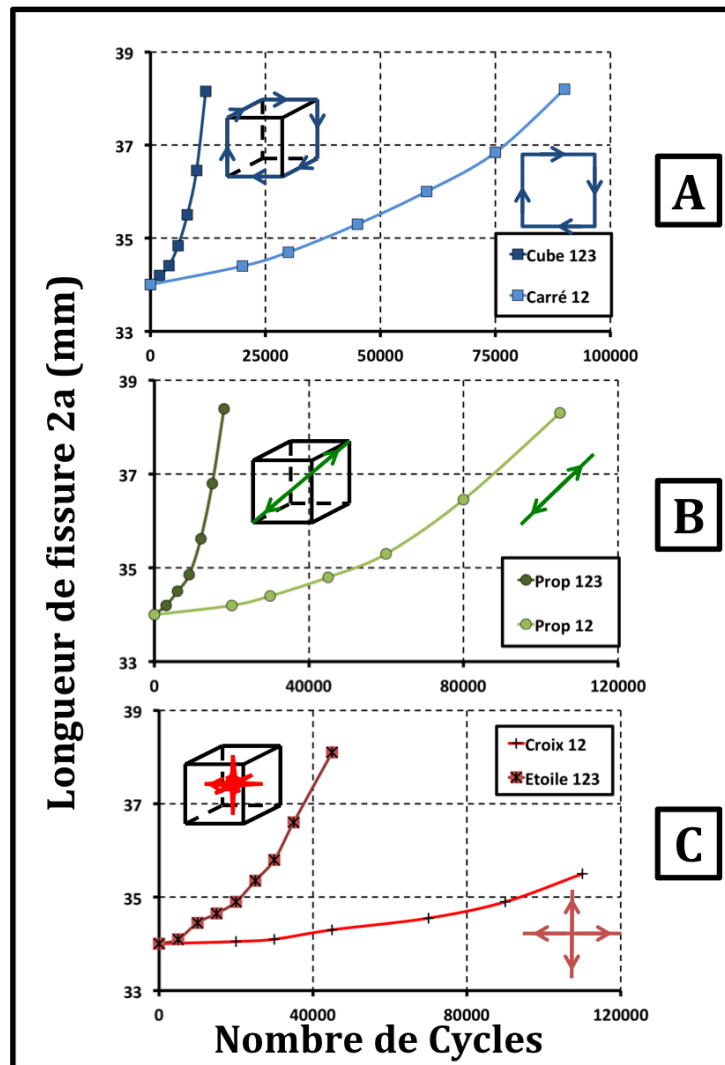


Figure 118 Evolution de la longueur de fissure 2a en fonction du nombre de cycles pour les essais de fatigue de mode mixte non-proportionnelle I+II+III (« Cube » / « Prop123 » / « Etoile »).

### 5.3.3. Chemin de fissuration

Nous avons plusieurs moyens expérimentaux à notre disposition afin d'observer la direction de propagation pour chaque essai de fatigue. Nous disposons des mesures de champs de déplacement par corrélation d'images qui nous renseignent sur la direction de propagation au cours de l'essai. De plus, nous avons également la possibilité d'observer la surface de rupture *a posteriori*. Cela nous permet notamment de vérifier s'il y a eu versement, ce qui est difficilement quantifiable en cours de l'essai puisque nous n'avons placé des APNs que sur seul un côté de l'éprouvette.



<b>Essai</b>	<b>Prop I+II+III</b>	<b>« Cube »</b>	<b>« Etoile »</b>	
Bifurcation	-10°	non	39°	
Versement	60°	15°	10°	
<b>Essai</b>	<b>Prop I+II</b>	<b>« Carré »</b>	<b>« Carré croisé »</b>	<b>« Croix »</b>
Bifurcation	-39°	-10°	non	non

Tableau 13: Observation des caractéristiques de la propagation (bifurcation, versement).

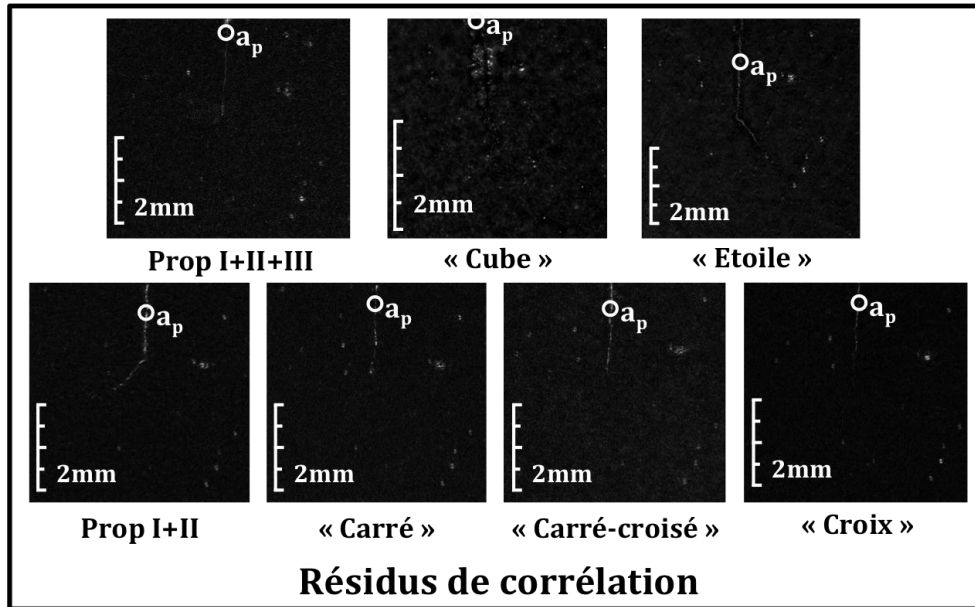


Figure 119 Résidus de corrélation en pointe de fissure pour les différents essais réalisés sur Astree en fin d'essai.

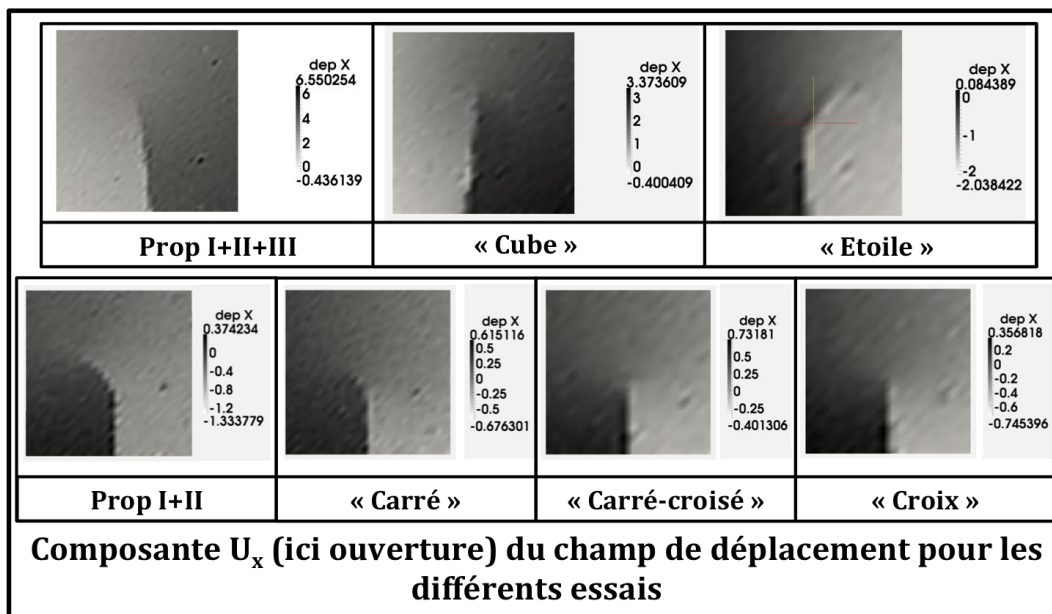


Figure 120 Visualisation de la composante d'ouverture des champs de déplacement obtenus par stéréo-corrélation en pointe de fissure pour chacun des trajets de chargement appliqué.

### 5.3.3.1. Utilisation de l'appareil Keyence.

Des observations des surfaces de rupture ont été réalisées à l'aide du microscope Keyence du laboratoire de Mécanique des Solides situé à l'école Polytechnique. Il a été ainsi possible de quantifier des angles de versement, des distances entre plans orthogonaux à la surface de propagation et ainsi d'être plus précis en termes de description de ces surfaces complexes.

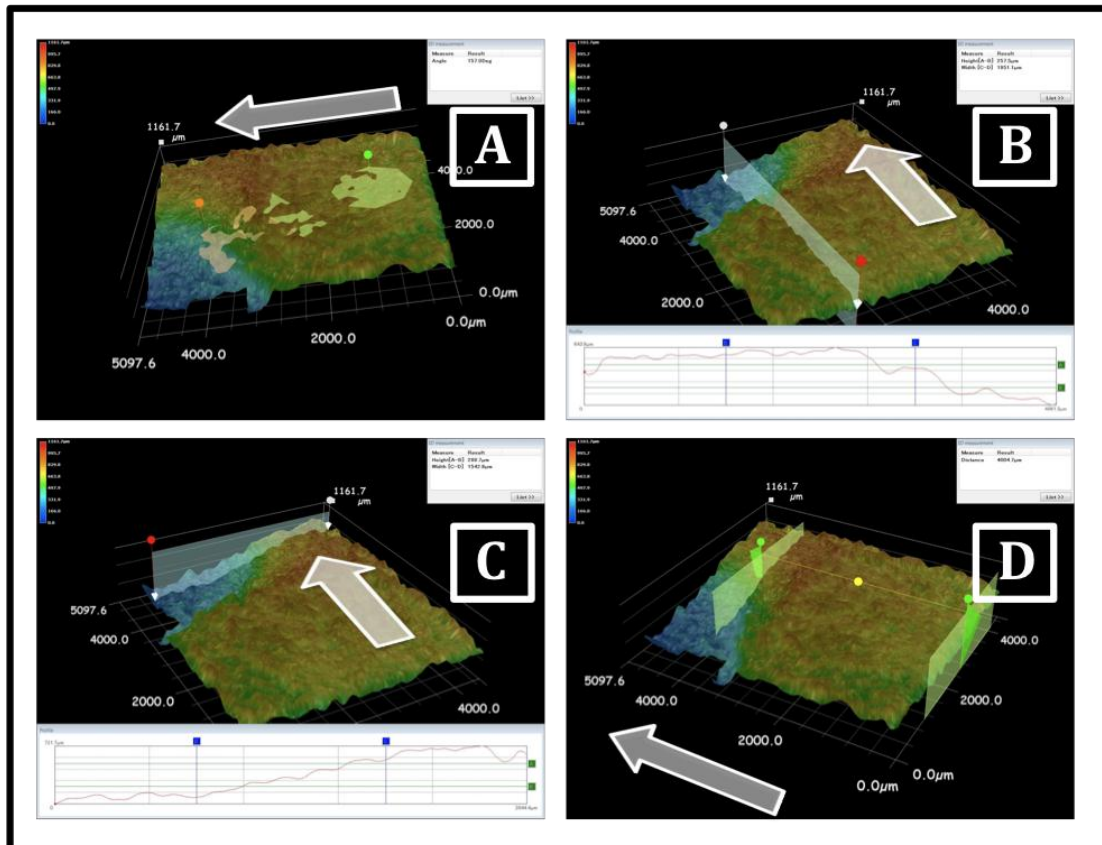


Figure 121 Possibilités liées au microscope Keyence utilisé au Laboratoire de Mécanique des Solides à l'École Polytechnique. Surface de rupture liée à l'essai de propagation de mode mixte proportionnel I+II+III. (a) Mesure d'angle entre deux plans des moindres carrés autour de deux points de référence sélectionnés. (b) & (c) Mesures de profils suivant différentes directions. (d) Mesure de distance entre deux plans orthogonaux à la surface de rupture.

**Remarque 40 :** Je remercie Véronique Doquet pour m'avoir offert la possibilité d'utiliser ce matériel disponible au LMS de l'école Polytechnique.

### 5.3.3.2. Comparaison des chemins de fissuration en mode mixte I+II.

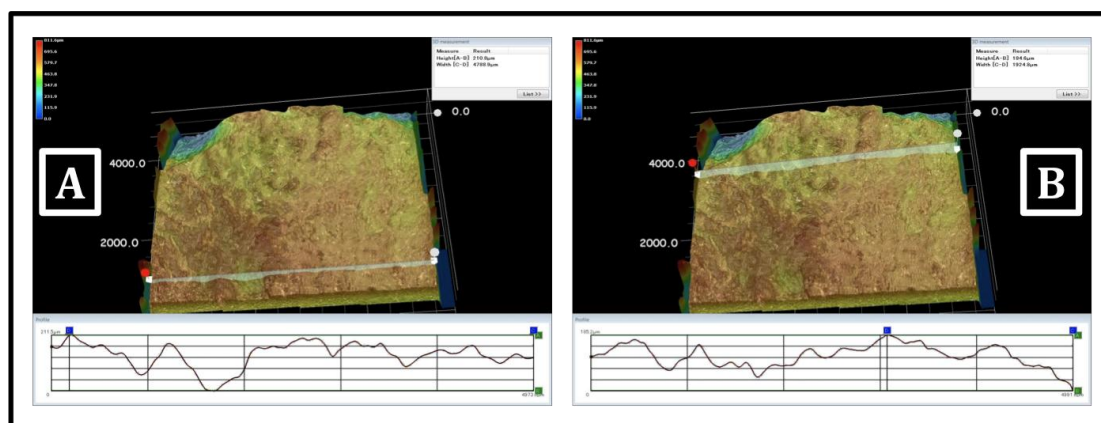
On constate des comportements totalement différents pour ces quatre trajets de chargements. En effet, tandis que les chargements « Croix » et « Carré-croisé » ne montrent aucune bifurcation les trajets « Prop I+II » et de manière moins prononcée « Carré » montrent une bifurcation nette de la fissure au cours de sa propagation. En outre lorsque la bifurcation se produit, l'inclinaison de la fissure peut être assez différente selon le trajet.

Des mesures de la topographie de la surface de l'éprouvette sollicitée via le trajet de chargement « carré » ont été réalisées au LMS, à l'aide du microscope *Keyence*. Un premier profil a été réalisé dans la zone de pré-fissuration en mode I (*Figure 122 a*) montrant une amplitude crête à crête d'environ 200 micromètres. Un second profil a été réalisé après 2 mm de propagation sous l'effet des cycles « carrés » et la rugosité de la surface de rupture est la même (*Figure 122 b*).

### 5.3.3.3. Comparaison des chemins de fissuration en mode mixte I+II+III.

A l'instar des résultats obtenus pour les trajets de fissuration de mode mixte I+II, on observe des chemins de propagation différents selon les types de chargements. En effet, les trajets « Proportionnel 123 » et « Cube » provoquent des bifurcations de directions opposées et d'une dizaine de degrés tandis que le trajet « Etoile » engendre une bifurcation d'un angle plus important de l'ordre de 40°.

Des mesures de la topographie de la surface de l'éprouvette sollicitée via le trajet de chargement cube ont été réalisées au LMS, à l'aide du microscope *Keyence*. Un premier profil a été réalisé dans la zone de pré-fissuration en mode I (*Figure 123 a*) montrant une amplitude crête à crête d'environ 500 micromètres. Un second profil a été réalisé après 1 mm de propagation sous l'effet des cycles « cube » et la rugosité de la surface de rupture est la même (*Figure 122 b*).



*Figure 122* Mesure de topographie de la surface de rupture de l'éprouvette sollicitée avec le trajet « carré » (a) profil réalisé dans la zone de pré-fissuration (crête à crête 211 microns) (b) profil réalisé après 2 mm de propagation sous l'effet du trajet carré (crête à crête 185 microns)

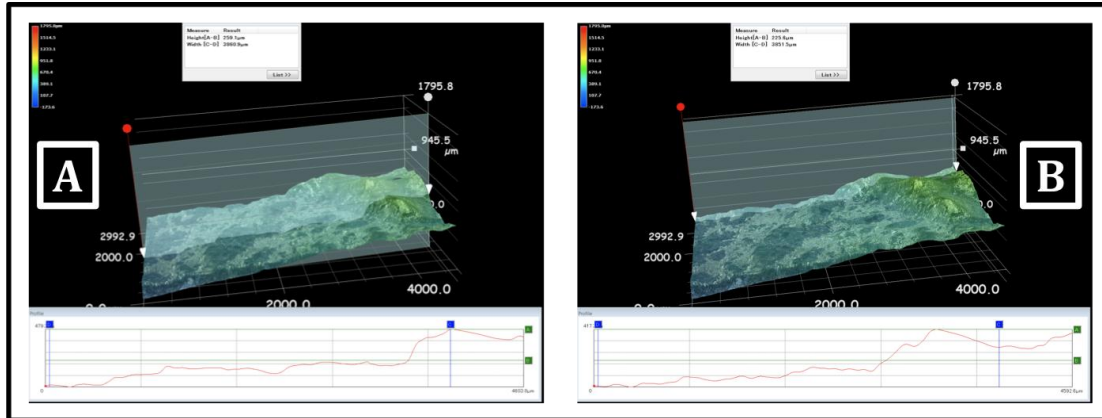


Figure 123 Mesure de topographie de la surface de rupture de l'éprouvette sollicitée avec le trajet « cube » (a) profil réalisé dans la zone de pre-fissuration (crête à crête 479 microns) (b) profil réalisé après 1 mm de propagation sous l'effet du trajet cube (crête à crête 413 microns)

#### 5.3.4. Exploration des surfaces de rupture en MEB.

L'exploration des surfaces de rupture en microscopie électronique à balayage permet d'accéder à un niveau de détail plus important. En effet, la rareté des campagnes expérimentales sur de la propagation en fatigue sous chargement de mode mixte non-proportionnel I+II+III rend très « conceptuel » toutes les théories sur les mécanismes de propagation pour des chargements de ce type. La principale question étant le rôle joué par le mode III. Nous avons par conséquent entrepris une exploration fine de la surface de rupture de l'éprouvette ayant subi un chargement « Cube ». Sur toutes les photos, la direction macroscopique de propagation est de gauche à droite.

Les surfaces de rupture observées pour le trajet « cube » sont les plus originales des surfaces observées. Pour le cas du trajet cube, si on observe d'abord une zone située sur la surface de rupture, à moins de 100 microns de la surface, on trouve des stries de fatigue, tout à fait similaires à ce qu'on aurait pu observer en mode I. Le pas de stries est d'environ 0.8 microns par cycle, ce qui indique une vitesse locale quasiment double par rapport à la vitesse macroscopique moyenne qui est de l'ordre de 0.4 microns par cycles.

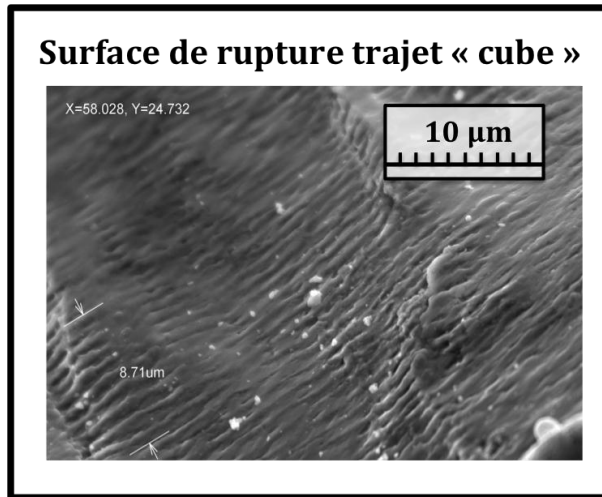


Figure 124 Surface de rupture, à moins de 100 microns sous la surface de la pièce, stries de fatigue pour l'éprouvette fissurée sous le trajet « cube ».

Si maintenant on observe la surface de rupture à mi-épaisseur, son aspect change drastiquement. On peut observer une multitude de facettes avec trois orientations principales pour ces facettes. Ces facettes sont vraisemblablement formées le long de plans de glissement intense. Sur la Figure 125, on observe distinctement 3 systèmes de facettes sur la même zone. Les 3 types de facettes coexistent mais avec des longueurs d'onde différentes. Des faciès de ce type sont observables un peu partout sur la surface de rupture.

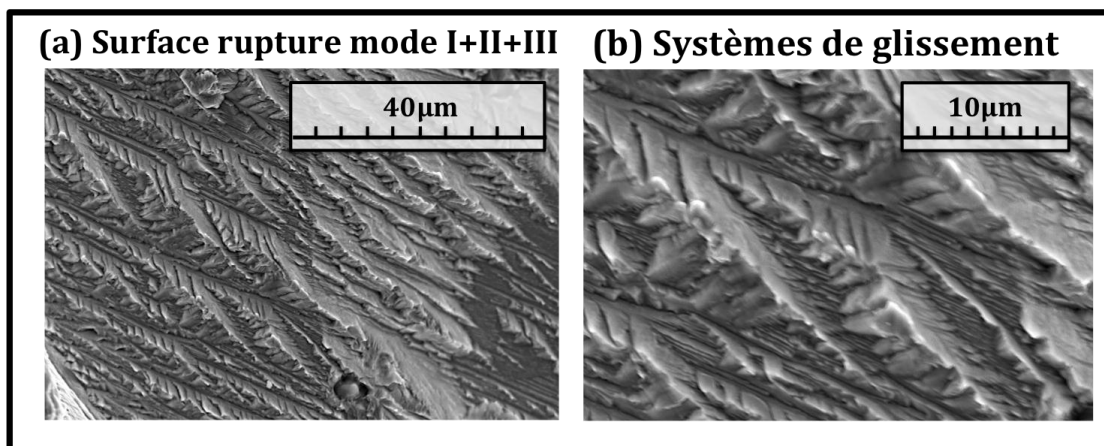
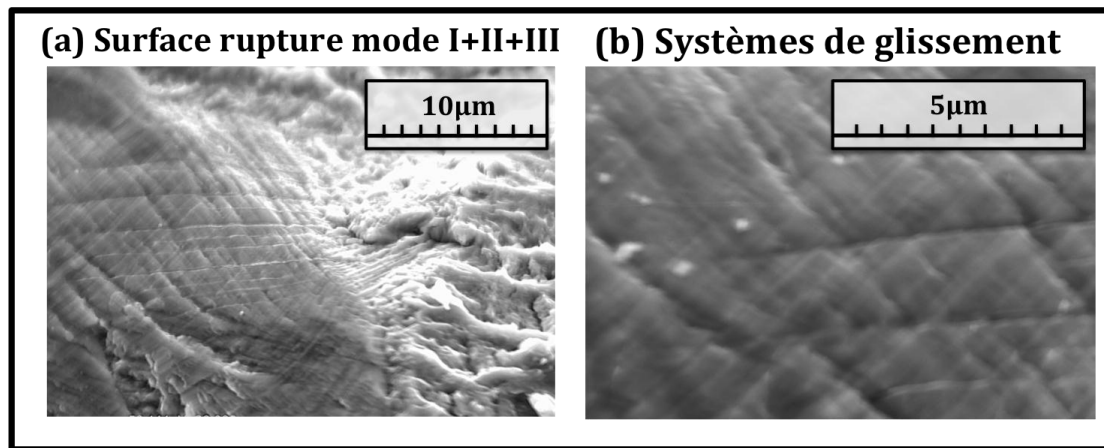


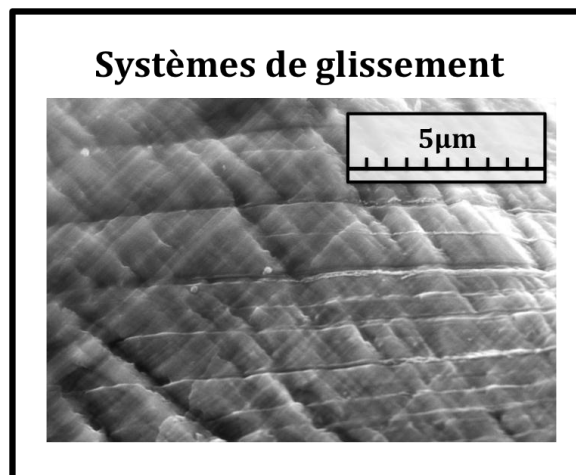
Figure 125 Surface de rupture à mi-épaisseur, fissuration le long de facettes correspondant probablement à des plans de glissement sur l'éprouvette ayant subi le trajet de chargement « Cube ». Coexistence de 3 familles de facettes.

On trouve en divers endroits sur la surface de rupture des facettes très lisses comme celles des Figure 126 et Figure 127. Ces facettes n'ont pas été frottées ou matées. Leur surface est marquée de lignes entrecroisées qui pourraient correspondre à l'intersection entre des plans de glissement intense et la surface de rupture. Les angles formés par les croisements entre ces lignes sont proches de  $60^\circ$ , ce qui est cohérent avec une formation de facette sur un plan de glissement du matériau.



*Figure 126 Visualisation d'une facette sur la surface de rupture de l'éprouvette ayant subi le trajet de chargement « Cube ». La facette est marquée de lignes entrecroisées.*

Le même genre d'observation a été réalisé en d'autres points de la surface de rupture. Pour créer des lignes de glissement intenses aussi nettes que celles que l'on voit sur la *Figure 127*, il est nécessaire de solliciter cycliquement chacun des systèmes de glissement intense. C'est une observation au MEB sur laquelle la contribution des trois modes de fissuration est nette.



*Figure 127 Visualisation d'une facette sur la surface de rupture de l'éprouvette ayant subi le trajet de chargement « Cube ». La facette est marquée de lignes entrecroisées, on devine les émergences des plans de glissement.*

Dans une autre zone, à une échelle comparable, on voit également coexister plusieurs familles de facettes sur la surface de rupture. Mais à la différence des micrographies précédentes, les facettes sont plus ou moins striées. Un peu comme si la fissure pouvait se propager localement en mode I sur familles de facettes différentes.

On observe, par ailleurs, un grand nombre de zones, où deux systèmes de stries ou plus, semblent coexister, à moins qu'il ne s'agisse de la déformation d'une surface de rupture déjà striée, par l'émergence de plans de glissement intenses en surface.



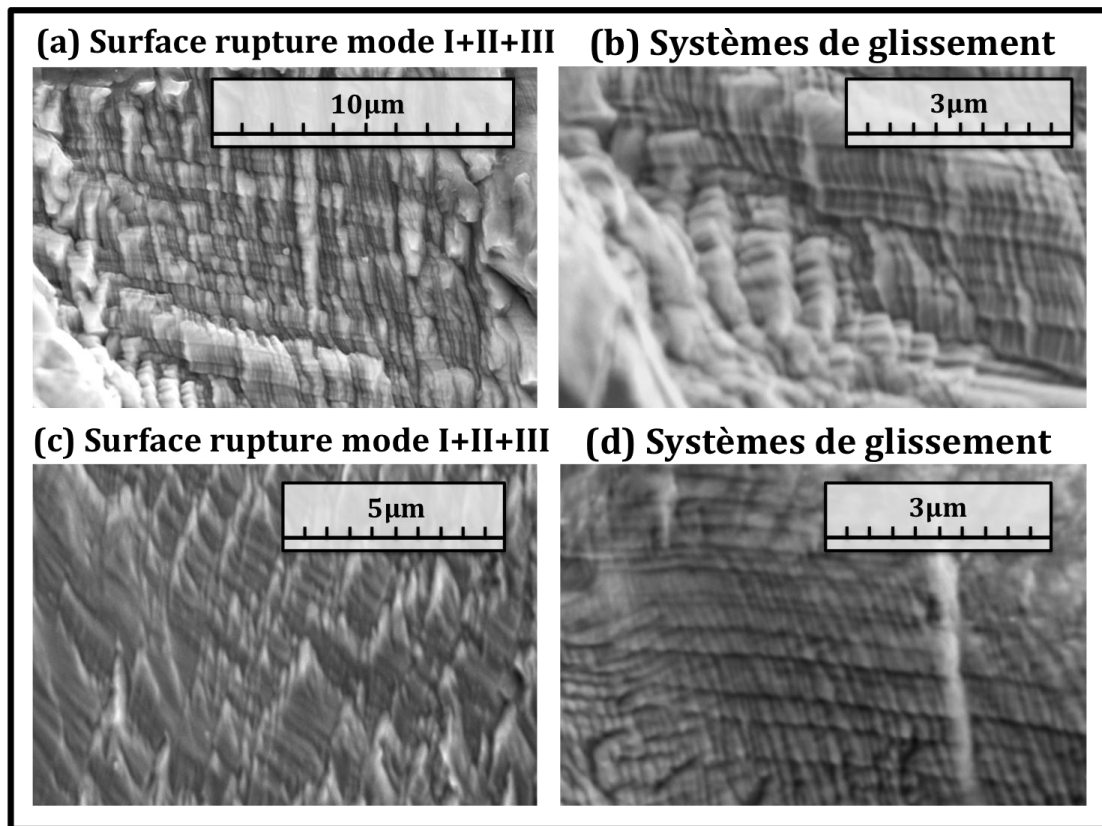


Figure 128 Surface de rupture, à mi-épaisseur, de l'éprouvette ayant subi le trajet de chargement « Cube »

### 5.3.5. Contribution du mode III.

Nous avons constaté au paragraphe précédent que le mode III modifiait nettement les vitesses de fissuration obtenues. La comparaison des essais « Croix » et « Etoile » illustre bien l'influence du mode III sur le chemin de fissuration. Tandis que le chargement « Croix » ne présente aucune bifurcation et se propage selon la direction suggérée par le mode I, le chargement « Etoile » présente lui, une bifurcation nette. On notera que la différence entre ces deux chargements est l'ajout d'un cycle de mode III. A l'opposé, tandis que le trajet proportionnel de mode I+II présente une bifurcation, l'observation du trajet de fissuration du chargement non-proportionnel de mode I+II+III n'en présente pas. On constate un versement de celle-ci. Par conséquent, l'ajout du mode III modifie le comportement et la vitesse de propagation de la fissure.

Quant au mécanisme propre de propagation de la fissure, l'étude des surfaces de rupture a permis de dégager quelques conclusions. A l'image des travaux menés par R. Pippan [PIP05], aucun mécanisme de propagation propre au mode III n'a pu être mis en évidence. En revanche, comme Yates le présente [YAT08], le mode III, induit des déformations plastiques, qui, si elles restent confinées, modifient l'état de contrainte dans la zone de K-dominance et tendent par conséquent à bouleverser les systèmes de glissement prépondérants. Cela a pour conséquence de pouvoir annuler une bifurcation qui avait lieu pour le chargement identique dépourvu de composante de mode III ou à l'inverse d'en provoquer une.

## 5.4. Simulations numériques / résultats expérimentaux

### 5.4.1. Evaluation des vitesses de fissuration

Ce paragraphe est consacré à la comparaison des estimations de vitesse de propagation issues des simulations éléments finis, réalisés en élasto-plasticité, avec les valeurs obtenues directement à partir des résultats expérimentaux.

En effet, au chapitre 4 précédent, un critère basé sur les facteurs d'intensité  $\rho_I$  et  $\rho_{II}$  des champs complémentaires  $u_I^c$  et  $u_{II}^c$  relatifs à la plasticité, a été introduit. Ce critère a été utilisé pour estimer numériquement les vitesses de propagation par cycle, pour les divers trajets de chargement étudiés. Nous confrontons, dans cette partie, les estimations obtenues par les calculs par éléments finis avec les résultats des essais.

#### 5.4.1.1. Confrontation essais/calculs en mode mixte I+II.

Les trajets de chargements des 4 essais réalisés en mode mixte I+II sont simulés par éléments finis. On extrait des calculs les évolutions des facteurs d'intensité plastique, ce qui permet de calculer un taux de création d'aire fissurée, par unité de longueur de front de fissure, en utilisant l'équation 5-12 [DEC12].

$$\dot{a}n^* = \alpha (\underline{t} \wedge \underline{\dot{\rho}}) \Rightarrow \frac{\dot{a}}{\alpha} = \dot{\rho} = \sqrt{\dot{\rho}_I^2 + \dot{\rho}_{II}^2} \quad (5-17)$$

L'évolution des facteurs d'intensité plastiques  $\rho_I$ ,  $\rho_{II}$  et  $\rho_{III}$  est calculée pour chaque trajet de chargement (Figure 129). Le coefficient  $\alpha$  de l'équation 5-12 n'ayant pas été identifié, les résultats des calculs ne peuvent être utilisés pour le moment qu'en relatif, pour comparer les trajets de chargement entre eux.

Les évolutions de  $\rho = \int |\dot{\rho}| dt$  sont donc tracées sur un même graphique (Figure 130) pour chaque trajet de chargement. La phase de chargement initial est soustraite (Figure 130 (a)) et on se donne comme référence le trajet pour lequel on prédit le plus de plasticité, c'est-à-dire le trajet « carré ». On l'utilise comme base de comparaison ; les valeurs obtenues sont reportées dans le tableau suivant :

Simulation (5 cycles)	« Carré »	« Proportionnel »	« Carré-croisé »	« Croix »
$\Delta\rho = \rho_{(b)} - \rho_{(a)}$	5.9 $\mu m$	3.4 $\mu m$	3.4 $\mu m$	2.5 $\mu m$
$R_\rho = \frac{\Delta\rho^{trajet}}{\Delta\rho^{carré}}$	base - 1	0,57	0,57	0,42

Tableau 14 : Rapport entre les prédictions issues des calculs éléments finis de vitesse de propagation pour les essais de fatigue de mode mixte non-proportionnelle I+II.

On effectue la même opération sur les données expérimentales présentées précédemment et l'on obtient :

Essai (70000 cycles)	« Carré »	« Proportionnel »	« Carré-croisé »	« Croix »
$\Delta a$	2.3 mm	1.8 mm	1.65 mm	0.55 mm
$R_{exp} = \frac{\Delta a^{trajet}}{\Delta a^{carré}}$	base - 1	0,78	0,72	0,24

Tableau 15 : Rapport entre les valeurs expérimentales de vitesse de propagation pour les essais de fatigue de mode mixte non-proportionnelle I+II.

On peut constater que le classement des vitesses de fissuration par le modèle est en accord avec les résultats expérimentaux. Le rapport des vitesses de propagation entre



les trajets « croix » et « carré » prédit par le modèle est proche de celui observé expérimentalement. L'accord est un peu moins bon pour deux cas, le trajet « proportionnel » et le trajet « carré-croisé », néanmoins, le modèle est capable de prévoir une différence entre ces cas.

**Remarque 41 :** Les calculs par éléments finis réalisés, considèrent une configuration de fissure donnée. Ils ne prennent pas en compte la propagation et surtout la bifurcation qui s'est produite pour le trajet de chargement « proportionnel ». Cela explique sans doute l'écart observé entre les prédictions du modèle et les résultats observés.

**Remarque 42 :** Concernant le trajet de chargement « carré-croisé », on pourra relever que le modèle de comportement implanté dans les calculs éléments finis ne tient pas compte des effets de sur-écrouissage cyclique, qui se manifestent en particulier dans le 316L pour des trajets de chargement qui « croisent » les directions d'écoulement plastique. Cet effet est nécessairement présent dans le cas du trajet « carré-croisé », et n'est pas pris actuellement en compte dans les simulations par éléments finis.

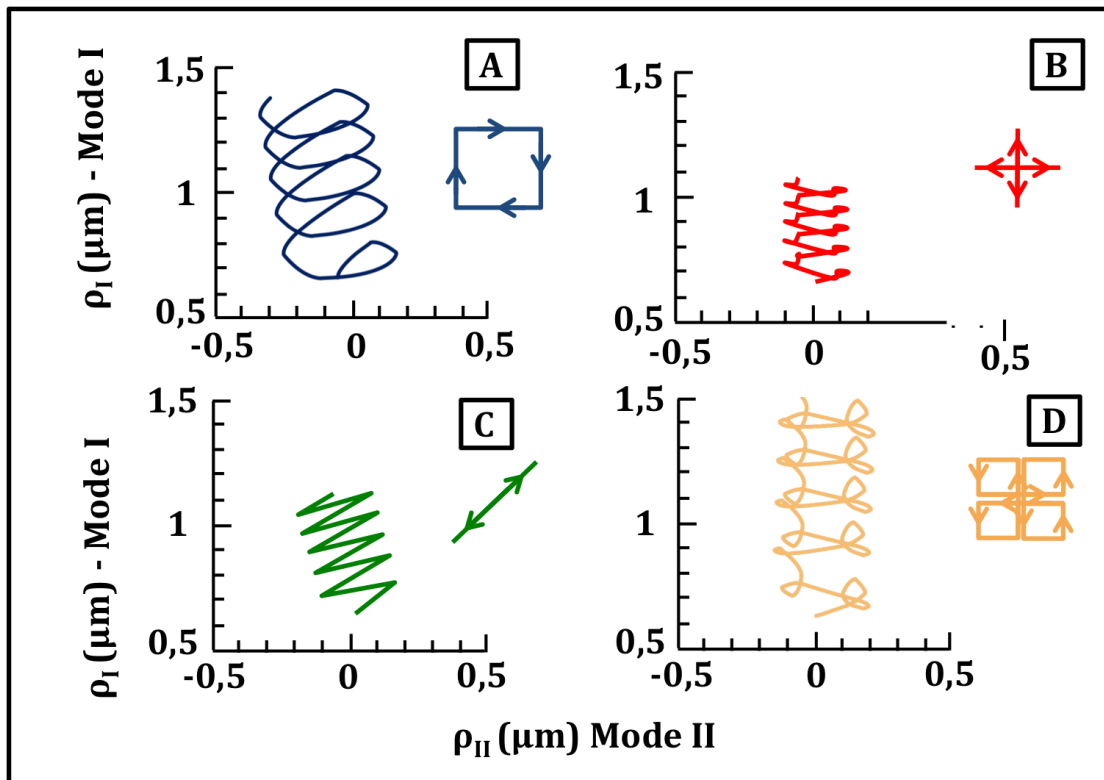


Figure 129 Trajets de chargement en mode mixte I+II (a) trajet "carré", (b) trajet "croix", (c) trajet « proportionnel », (d) trajet "carré-croisé"

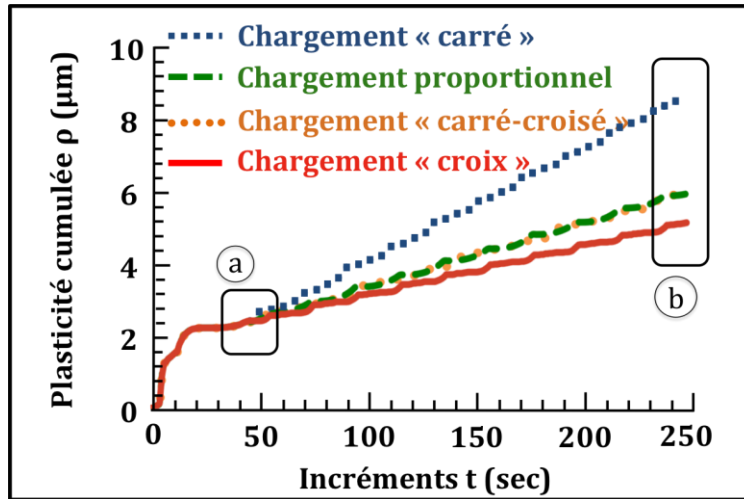


Figure 130 Evolution de la plasticité cumulée  $\rho = \int |\dot{\rho}| dt$  pour chaque trajet de chargement en mode mixte I+II simulé par éléments finis.

#### 5.4.1.2. Confrontation essais/calculs en mode mixte I+II+III.

De manière analogue à ce qui a été fait en mode I+II, les trajets de chargements des 3 essais réalisés sur *Astree* en mode mixte I+II+III ont été simulés par éléments finis. On extrait des calculs les évolutions des facteurs d'intensité plastique, et on en déduit les évolutions de  $\rho = \int |\dot{\rho}| dt$  qui sont utilisées pour estimer le taux de création d'aire fissurée par unité de longueur de front de fissure.

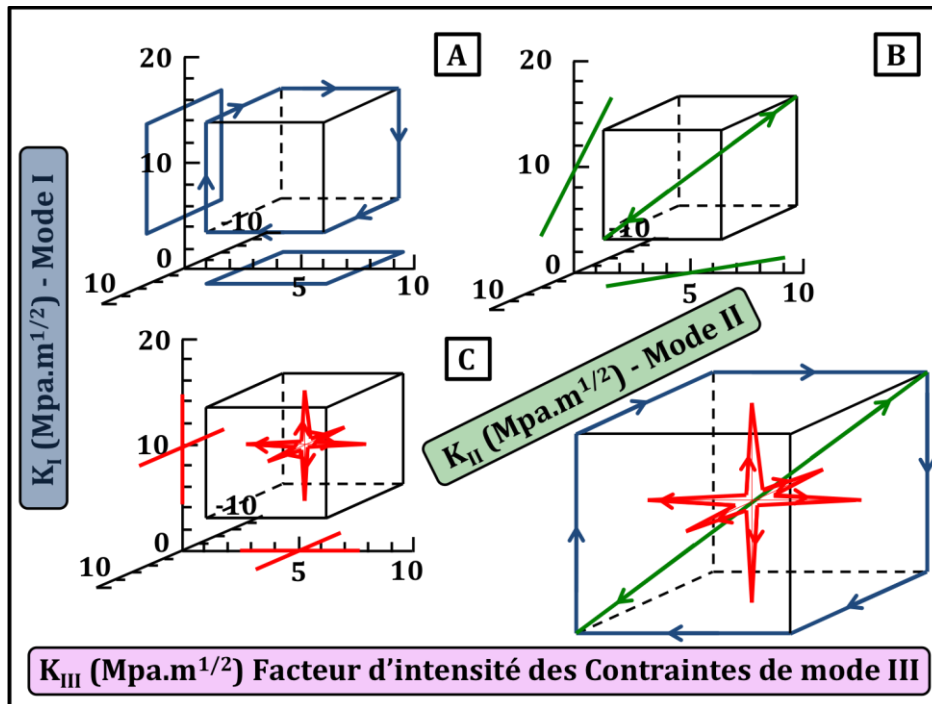


Figure 131 Trajet de chargement en mode mixte I+II+III (a) trajet "cube", (b) trajet "proportionnel-123", (c) trajet "étoile"

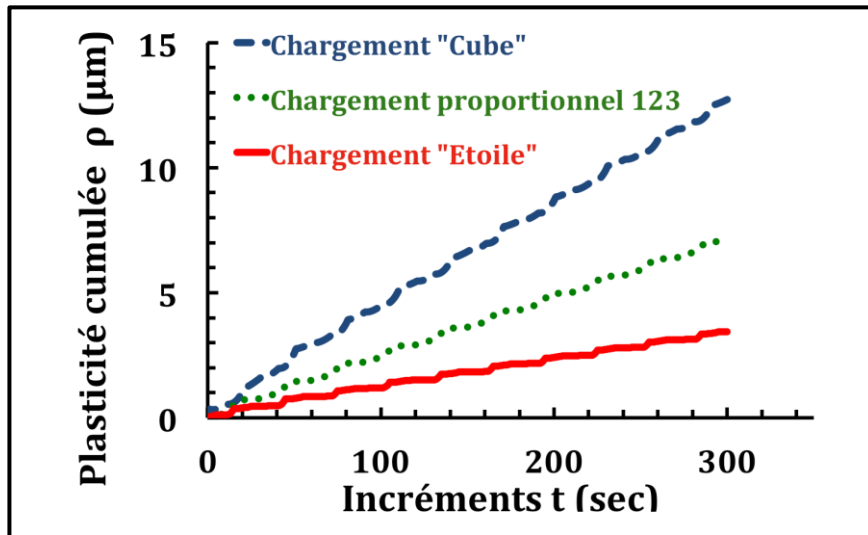


Figure 132 Evolution de la plasticité cumulée  $\rho = \int |\dot{\rho}| dt$  pour chaque trajet de chargement en mode mixte I+II+III simulé par éléments finis.

On compare les résultats en relatif, comme en mode I+II, par rapport au cas du trajet de chargement « cube » qui induit le plus de plasticité. On peut constater que le classement des vitesses de fissuration par le modèle est en accord avec les résultats expérimentaux. On retrouve bien, par le modèle, que le trajet le plus propice à propager une fissure rapidement est le trajet « Cube » et que le moins pénalisant est le trajet « Etoile ». Le rapport des vitesses de propagation entre les différents trajets testés « cube », « proportionnel 123 » et « étoile » est également bien prédit par le modèle.

Simulation (5 cycles)	« Cube »	« Proportionnel 123 »	« Etoile »
$\Delta\rho = \rho_{(b)} - \rho_{(a)}$	12.6 $\mu m$	6.9 $\mu m$	3.4 $\mu m$
$R_\rho = \frac{\Delta\rho^{trajet}}{\Delta\rho^{carré}}$	base - 1	0,54	0,27

Tableau 16 : Rapport entre les prédictions issues des calculs éléments finis de vitesses de propagation pour les essais de fatigue de mode mixte non-proportionnelle I+II+III.

Essai (12000 cycles)	« Cube »	« Proportionnel 123 »	« Etoile »
$\Delta a$	4.15 mm	2.62 mm	0.65 mm
$R_{exp} = \frac{\Delta a^{trajet}}{\Delta a^{carré}}$	base - 1	0,63	0,16

Tableau 17 : Rapport entre les valeurs expérimentales de vitesse de propagation pour les essais de fatigue de mode mixte non-proportionnelle I+II+III.

Le modèle est donc capable de différencier des trajets de chargements pour lesquels le  $\Delta K^{eq} = \sqrt{\Delta K_I^n + \alpha \Delta K_{II}^n + \beta \Delta K_{III}^n}$  est le même, et de fournir le bon classement entre les trajets testés et les bons ordres de grandeurs des effets du trajet de chargement sur la vitesse de fissuration par fatigue.

Les essais, ont montré l'importance des effets du trajet de chargement, qui sont susceptibles pour un même  $\Delta K^{eq}$ , de modifier par un facteur 4 (« étoile » / « cube ») la vitesse de fissuration par fatigue.

#### 5.4.2. Trajet de fissuration

Il est observé, dans les essais, que le trajet de fissuration est modifié lorsqu'une sollicitation en mode III est superposée au chargement I+II. En effet, tandis que le trajet

de chargement proportionnel en mode mixte I+II conduisait à une bifurcation marquée de la fissure, la bifurcation ne se produit plus pour le trajet de chargement proportionnel en mode mixte I+II+III, mais un versement progressif est observé. A l'inverse, le trajet de chargement « Croix » en mode mixte I+II conduisait à une propagation quasiment coplanaire, tandis que le trajet « Etoile » provoque, à l'inverse, une bifurcation largement marquée lors de la propagation.

L'application du mode III induit un écoulement plastique en mode III, mais modifie également l'écoulement en mode I+II. On peut noter que les trajets de chargement pour lesquels une bifurcation est observée sont ceux pour lesquels les « boucles » formées par le trajet d'écoulement plastique  $\rho_I - \rho_{II}$ , calculé par éléments finis, ne sont pas symétriques par rapport à un axe horizontal ou vertical passant par leur centre. Si on considère l'équation 5-12, la propagation de la fissure ne peut rester coplanaire que si ces boucles sont symétriques.

#### 5.4.3. Mesure expérimentale des champs élastiques et complémentaires

L'enjeu de ces essais supplémentaire est de déterminer expérimentalement les évolutions des facteurs d'intensité  $\rho_I - \rho_{II} - \rho_{III}$  pour des trajets de chargement qui ont été présentés plus haut afin de vérifier expérimentalement (en comparant, par exemple, les trajets « cube » et « carré ») si l'ajout d'une phase de chargement en mode III a, comme on le trouve dans les calculs, pour conséquence d'augmenter l'écoulement plastique en mode I et II.

Pour cela, la première étape consiste à déterminer expérimentalement les champs de référence élastique et complémentaire pour chaque mode. Ces champs sont construits en utilisant la même démarche que celle présentée au chapitre 4, excepté que les champs de vitesse ne proviennent pas de résultats de calculs par éléments finis mais de mesures de champ par corrélation d'images numériques.

Cette technique expérimentale, présentée pour la première fois dans la thèse de P.Y. Decreuse en mode I+II, devait ici être étendue aux modes I+II+III. L'extension au mode III a ajouté une difficulté essentielle pour la mesure, l'apparition de déplacements hors plan. Le déplacement hors plan a deux conséquences importantes pour la mesure de champ. La première difficulté est liée à la réalisation d'une image nette lorsque les déplacements hors plan sont importants (profondeur de champ des APNs). La seconde difficulté est liée à la mesure des déplacements, une mesure correcte des déplacements dans le plan requiert de mesurer aussi les déplacements hors plan, ce qui nécessite d'utiliser la stereo-correlation ou un système de microscopie confocale.

Des images stereo ont été acquises en vue de mesurer expérimentalement les évolutions des facteurs d'intensité  $\rho_I - \rho_{II} - \rho_{III}$  pour les trajets de chargement décrits plus haut, ces images restent à dépouiller.

## 5.5. Conclusions intermédiaires

Des essais de fissuration par fatigue en mode mixte I+II+III non-proportionnel ont été menés et présentés. Pour cela, un dispositif expérimental de chargement a été développé pour pouvoir superposer un chargement de mode III à une éprouvette cruciforme sollicitée en mode I+II sur la machine *Astree*. Des développements ont également été réalisés au niveau du pilotage et de l'asservissement, en vue de pouvoir appliquer à l'éprouvette des trajets de chargement définis par l'évolution des facteurs d'intensité des contraintes nominaux  $K_I$ ,  $K_{II}$  et  $K_{III}$  et cela à une fréquence suffisante ( $\approx 5$  Hz) pour pouvoir suivre la fissuration par fatigue.

L'éprouvette a été équipée de divers moyens de mesure, notamment des mesures de champs par stéréo-corrélation d'images. Une exploration des surfaces de rupture en microscopie électronique à balayage a également été menée.

Les essais ont permis de montrer que des trajets de chargements différents, mais présentant tous les mêmes minima, maxima et valeurs moyennes pour chaque mode, conduisent à des vitesses de fissuration par fatigue très différentes. Le chemin suivi par la fissure est également dépendant de la forme du trajet de chargement. Par ailleurs, l'ajout de phases de chargement en mode III à des cycles en mode I+II conduit, pour tous les cas testés, à une augmentation de la vitesse de propagation, y compris quand la fissuration reste coplanaire.

Une exploration des surfaces de rupture au MEB a permis l'observation de faciès de rupture inhabituels, montrant des mécanismes de propagation différents de ceux observés dans le même matériau en mode I (stries de fatigue). En particulier, la fissuration semble liée à la présence de bandes de glissement intenses. Le faciès de rupture est facetté et l'orientation des facettes présente un caractère cristallin laissant penser à un mécanisme de propagation par pseudo-clivage (stade I). Néanmoins, sur ces facettes, on observe, soit des ondulations ressemblant à des stries, soit l'émergence de plans de glissement intense.

Une confrontation avec les résultats des simulations a également été menée, ces observations permettent de montrer que :

- les calculs élasto-plastiques par éléments finis permettent de discriminer les différents trajets de chargement présentant tous les mêmes minima, maxima et valeurs moyennes pour chaque mode, et de les classer dans le bon ordre vis-à-vis des vitesses de fissuration expérimentales.

- les rapports entre les vitesses de fissuration prévues pour les différents trajets en utilisant les calculs numériques sont en assez bon accord avec les résultats expérimentaux.



## 6. Discussion & Modélisation

Ce chapitre est consacré au modèle de fissuration développé par Pommier & al. [POM05][POM 07a][DEC 11] et à son extension à la fissuration en mode I+II+III.

Les chapitres précédents ont permis de mettre en lumière certaines particularités de la fissuration par fatigue et en particulier de montrer l'importance des effets de la non-linéarité du comportement du matériau et des contraintes internes, qui se traduisent par des effets d'histoire du chargement, pour des sollicitations à amplitude variable, ou par des effets de forme du trajet de chargement, pour des chargements en modes mixtes non-proportionnels.

Partant de ces observations, ce chapitre a pour premier objectif de discuter et de justifier les hypothèses simplificatrices sur lesquelles s'appuie la modélisation ; de présenter ensuite les divers éléments du « modèle condensé » et de confronter les résultats des simulations à l'aide de ce modèle avec celles issues des calculs par éléments finis ou des résultats expérimentaux. Enfin, les implications de ce modèle vis-à-vis de la fissuration en mode mixte seront également discutées.

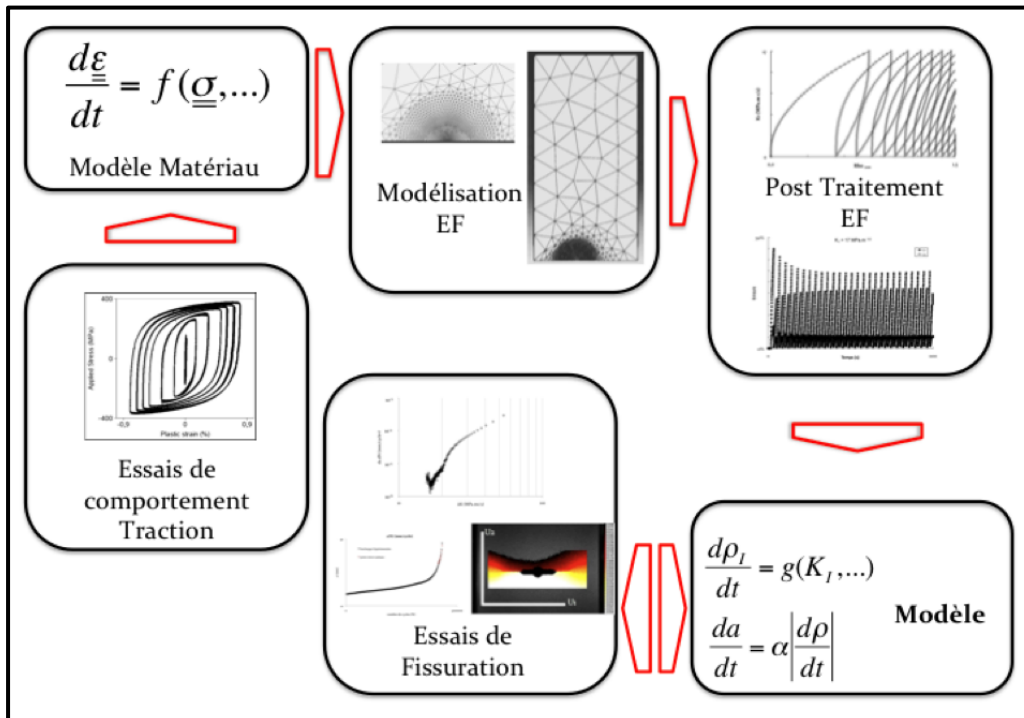


Figure 133 Démarche générale du modèle et cadre de l'étude

### 6.1.Objectifs

L'objectif de ces travaux est d'élaborer un modèle capable de rendre compte des effets d'histoire et de mixité du chargement présentés dans les chapitres précédents et ce en mode mixte I+II+III. Dans le domaine de la mécanique de la rupture, comme dans beaucoup d'autres domaines de la simulation numérique, la méthode des éléments finis a été largement utilisée. L'augmentation des puissances de calcul et le développement de nouvelles techniques de résolution permettent aujourd'hui de traiter des cas

tridimensionnels complexes [GRA02], [MOE02], [LIM10], [RET10]. Néanmoins, la simulation numérique par éléments finis de la fissuration tridimensionnelle *par fatigue* dans un cadre non-linéaire reste encore hors de portée des capacités de calculs standards. L'objectif des travaux présentés ici est de fournir un modèle condensant tous les aspects non-linéaires du comportement du matériau. Ce modèle peut ensuite être utilisé, en association avec des calculs de structure en élasticité linéaire, et en utilisant les outils de la mécanique linéaire de la rupture, pour prévoir la vitesse et la direction de propagation de la fissure.

Pour cela, un certain nombre d'hypothèses simplificatrices est fait. Celles-ci seront discutées ci-après et délimitent le domaine d'application du modèle. En particulier, l'hypothèse principale est la séparation des échelles, entre l'échelle de la propagation (le micron par cycle), l'échelle de la zone plastique cyclique (quelques centaines de microns) et la zone dite de K-dominance (millimétrique).

**Remarque 43 :** Cette hypothèse de séparation des échelles inclue celle de plasticité confinée, et exclue du domaine d'application du modèle les cas où cette séparation ne peut plus être faite, fissures courtes, plasticité généralisée de la pièce, « pelage » des revêtements. On notera que ces cas sont aisément détectables lors des simulations éléments finis (§ chapitre 4). Le modèle peut néanmoins être étendu dans certains cas (par exemple, vers le domaine des fissures courtes [DEM11]) mais à condition d'être complété pour tenir compte d'effets supplémentaires.

## 6.2. Généralités

La première hypothèse forte est que la fissure peut être modélisée comme localement plane à front droit. Avec cette hypothèse, on peut attacher un repère local  $R_T$  au plan et au front de la fissure (Figure 134) et exprimer le champ de vitesse  $\underline{v}(P)_{R_T}$  relatif à  $R_T$ .

$$\underline{v}(P)_{R_O} = (\underline{v}(T)_{R_O} + \underline{\omega}(R_T/R_O) \wedge \underline{TP}) + (\underline{v}(P)_{R_T}) \quad (6-18)$$

Dans cette expression, la première partie provient de la propagation de la fissure (vitesse du front de fissure et rotation du plan de fissuration). La seconde partie provient du comportement élasto-plastique de la région  $D$ .

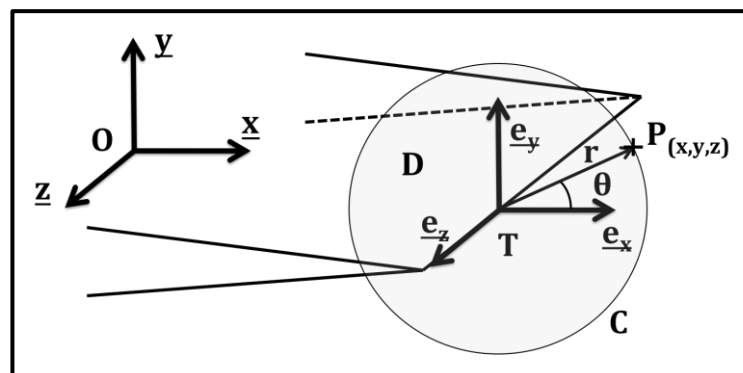


Figure 134  $R_O(O, \vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z})$  : Référentiel du mouvement ;  $R_T(T, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$  : Repère local attaché au front de la fissure avec  $\vec{e}_y$  normal au plan de fissuration,  $\vec{e}_z$  tangent au front de la fissure et  $\vec{e}_x = \vec{e}_y \wedge \vec{e}_z$  ;  $D$  est une section normale à  $\vec{e}_z$ ,  $C$  son contour.



## 6.3.Loi de Propagation

### 6.3.1.Mécanisme élémentaire de propagation

En cohérence avec les modèles de Neumann [NEU69], [NEU74], Pelloux, [PEL69], Laird [LAI67], et Li [LI89], la fissuration par fatigue est supposée être une conséquence géométrique de la déformation plastique en pointe de fissure. On peut citer notamment les travaux de Reinhard Pippin [PIP11b], qui montrent expérimentalement, à partir de mesures de topographie de surfaces de rupture réalisées en MEB, qu'il existe une relation linéaire entre la propagation macroscopique en *mode I* de la fissure par cycle et le CTOD, y compris pour des vitesses de propagation en-deçà du régime de formation des stries. Pour appliquer le modèle à des chargements d'amplitude variable, on préfère utiliser une dérivée temporelle plutôt que cyclique [POM05], [HAM05] :

$$\frac{da}{dt} = \alpha \left| \frac{d\rho}{dt} \right| \quad (6-19)$$

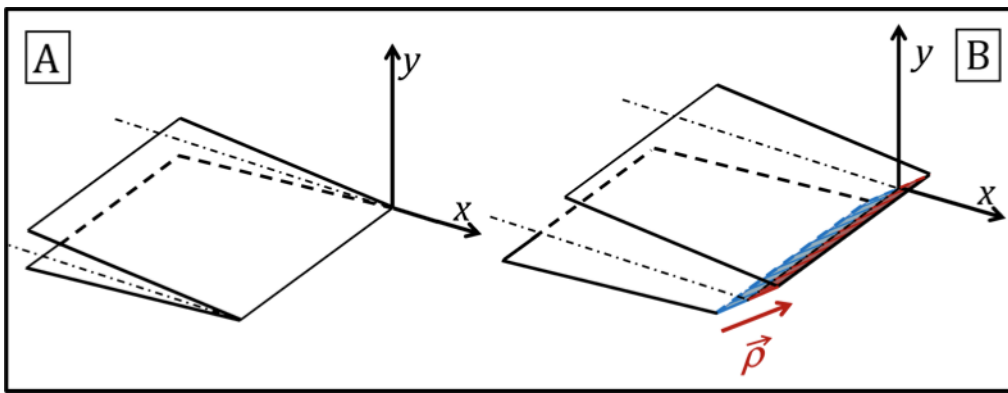


Figure 135 Mécanisme élémentaire de propagation de la fissure.

Lorsque la zone plastique subit une déformation plastique, celle-ci induit un déplacement relatif entre les deux faces de la fissure (vecteur CTD - *Crack Tip Displacement*) noté  $\underline{\rho}$ . Cela conduit à l'apparition d'une nouvelle surface libre qui s'exprime géométriquement comme suit :

$$\dot{\underline{a}}^* = \alpha (\underline{z} \wedge \dot{\underline{\rho}}) \quad \text{où} \quad \underline{z} = \underline{x} \wedge \underline{y} \quad (6-20)$$

La fissure possédant deux faces, l'augmentation de l'aire fissurée n'est que la moitié de cette aire ( $\alpha=0.5$ ). Si on referme la fissure en appliquant une déformation plastique en retour, on crée alors une seconde facette de même aire que la précédente mais d'orientation opposée et qui vient se superposer à la précédente.

A supposer que  $\dot{\underline{\rho}}$  soit connu, ces calculs géométriques ne peuvent pas donner directement la vitesse de fissuration. En effet, l'orientation cristalline des grains et des plans de glissement n'est pas prise en compte, par exemple. C'est pourquoi, le paramètre  $\alpha$  (Eq. 6-3) doit être ajusté à l'aide de résultats d'essais de fissuration par fatigue en mode I.

### 6.3.2.Propagation en mode I, II ou III

Considérons maintenant des mouvements  $\dot{\underline{\rho}}^*$  constitués de combinaisons de plusieurs vecteurs de manière à obtenir un mouvement résultant en mode I pur, en mode II pur ou

en mode III pur.

En mode I pur, le mouvement est plan et symétrique par rapport au plan de la fissure. Pour obtenir un mouvement plan à partir d'un premier vecteur  $\underline{\dot{\rho}}^a = \dot{\rho} (n_x, n_y, n_z)$  quelconque, on peut ajouter un second vecteur  $\underline{\dot{\rho}}^b = \dot{\rho} (n_x, n_y, -n_z)$  lui étant symétrique par rapport au plan de normale  $\underline{z}$ . Pour obtenir ensuite un mouvement symétrique par rapport au plan de la fissure, il suffit d'ajouter deux autres vecteurs  $\underline{\dot{\rho}}^c = \dot{\rho} (-n_x, n_y, n_z)$  et  $\underline{\dot{\rho}}^d = \dot{\rho} (-n_x, n_y, -n_z)$ , symétriques de  $\underline{\dot{\rho}}^a$  et  $\underline{\dot{\rho}}^b$  par rapport au plan de normale  $\underline{x}$ . Avec ces choix, on obtient pour le vecteur  $\underline{\dot{\rho}}^*$  résultant en mode I pur:

$$\underline{\dot{\rho}}^* = \underline{\dot{\rho}}^a + \underline{\dot{\rho}}^b + \underline{\dot{\rho}}^c + \underline{\dot{\rho}}^d = 4\dot{\rho}n_y\underline{y} \quad (6-21)$$

En combinant de manière analogue 4 vecteurs de manière à obtenir un mouvement résultant en mode II pur, on obtient pour le vecteur  $\underline{\dot{\rho}}^*$  résultant:

$$\underline{\dot{\rho}}^* = \underline{\dot{\rho}}^a + \underline{\dot{\rho}}^b + \underline{\dot{\rho}}^c + \underline{\dot{\rho}}^d = 4\dot{\rho}n_x\underline{x} \quad (6-22)$$

Et en mode III pur, il vient :

$$\underline{\dot{\rho}}^* = \underline{\dot{\rho}}^a + \underline{\dot{\rho}}^b + \underline{\dot{\rho}}^c + \underline{\dot{\rho}}^d = 4\dot{\rho}n_z\underline{z} \quad (6-23)$$

La projection, dans le plan de normale  $\underline{y}$ , de l'aire fissurée se calculera comme suit pour les 3 cas :

$$|\underline{y} \cdot \underline{a}n^*| = \alpha \sum_{i=a}^{i=d} |\underline{y} \cdot (\underline{z} \wedge \underline{\rho}^i)| = 4\alpha|\dot{\rho}n_x| \quad (6-24)$$

A titre d'illustration, la combinaison de deux vecteurs CTD plans symétriques (*mode I*) par rapport au plan de la fissure, est tracée sur la **Figure 136-b** et la combinaison de deux vecteurs CTD plans antisymétriques (*mode II*) sur la **Figure 137-b**.

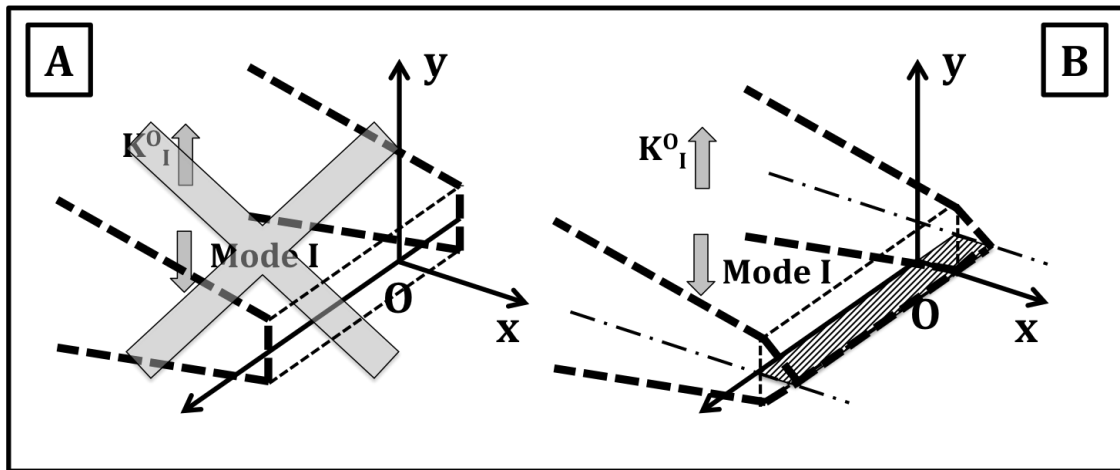


Figure 136 Mécanisme de propagation pour le mode I. Propagation coplanaire résultante.

Ainsi, un mouvement plan, en mode I pur induit une propagation coplanaire de la fissure. C'est également le cas d'un mouvement plan, en mode II pur et d'un mouvement en mode III pur (anti-plan) pourvu que ces mouvements soient obtenus par superposition de vecteurs CTD comportant une composante  $\underline{x}$  non nulle.

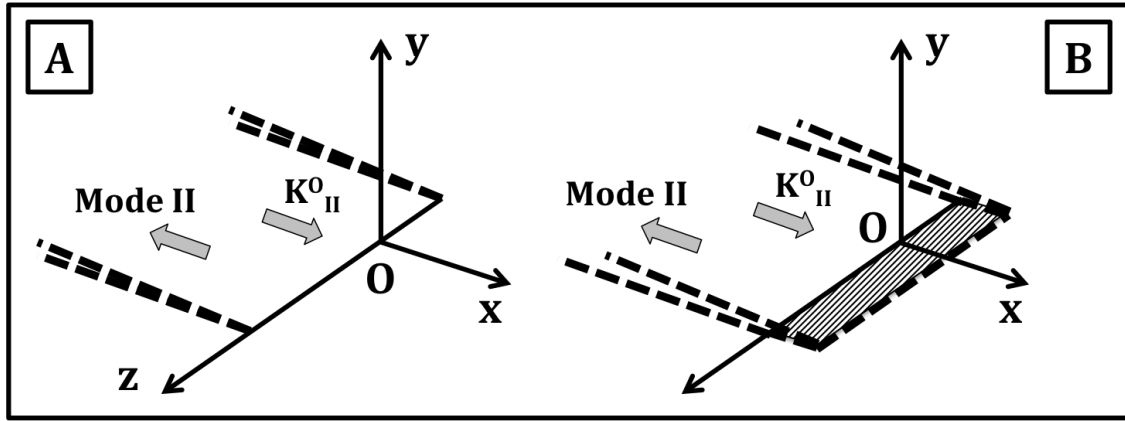


Figure 137 Mécanisme de propagation pour le mode II. Propagation coplanaire résultante.

### 6.3.3. Taux de restitution d'énergie

Compte tenu de ces hypothèses sur la propagation de la fissure, on admet que la propagation est coplanaire et qu'il existe une relation de proportionnalité directe entre  $\dot{\rho}$  et  $\dot{a}$  dès lors qu'on sollicite la fissure en mode I pur, en mode II pur ou en mode III pur. Par conséquent, la force thermodynamique, notée  $\varphi_I$ , associée à  $\dot{\rho}_I$  est, à un facteur près, la même que  $G$ , celle associée à  $\dot{a}$ . La même remarque peut être faite pour le mode II et le mode III.

Néanmoins, le taux  $\dot{a}$  de création d'aire fissurée par unité de longueur de front est toujours positif. Ce n'est pas le cas de  $\dot{\rho}_I$ , qui est positif en phase de charge mais négatif en phase de décharge.

Dans le chapitre 4, on a également montré que l'origine du domaine d'élasticité se déplace et une variable interne,  $K_I^X$ , a été introduite pour définir la position du centre du domaine d'élasticité. Dans le cas d'une fissure localement plane à front droit et en *mode I* pur, on pourra donc écrire :

$$\text{mode I : } \begin{cases} \rho_I \leftrightarrow \varphi_I = \frac{n_y}{\alpha n_x} G_I \\ G_I = \text{signe}(K_I - K_I^X) \left( \frac{1 - \nu^2}{E} \right) (K_I - K_I^X)^2 \end{cases} \quad (6-25)$$

Les mêmes remarques peuvent être faites pour le mode II, soit :

$$\text{mode II : } \begin{cases} \rho_{II} \leftrightarrow \varphi_{II} = \frac{1}{\alpha} G_{II} \\ G_{II} = \text{signe}(K_{II} - K_{II}^X) \left( \frac{1 - \nu^2}{E} \right) (K_{II} - K_{II}^X)^2 \end{cases} \quad (6-26)$$

Ainsi que pour le mode III, soit :

$$\text{mode III : } \begin{cases} \rho_{III} \leftrightarrow \varphi_{III} = \frac{n_z}{\alpha n_x} G_{III} \\ G_{III} = \text{signe}(K_{III} - K_{III}^X) \left( \frac{1 - \nu^2}{E} \right) (K_{III} - K_{III}^X)^2 \end{cases} \quad (6-27)$$

## 6.4. Hypothèses sur le mouvement

### 6.4.1. Partition du champ de vitesse en modes

Dans le cadre de la mécanique de la rupture, la fissure est supposée localement plane à front droit, ce qui permet de définir un repère local attaché au front et au plan de la fissure. Cette hypothèse permet également de partitionner le champ de vitesse en modes par symétrie.

$$\underline{v}(P)_{R_T} = \underline{v}_I(P)_{R_T} + \underline{v}_{II}(P)_{R_T} + \underline{v}_{III}(P)_{R_T} \quad (6-28)$$

### 6.4.2. Invariance par changement d'échelle

On fait également l'hypothèse que le rayon d'émoussement de la fissure peut être considéré comme nul ou, en tout cas, comme très petit devant les rayons de courbure du front et du plan de la fissure. Si par ailleurs, la fissure peut être considérée comme plongée dans un milieu infini, alors la géométrie locale de la fissure peut être considérée comme invariante par changement d'échelle, au moins localement.

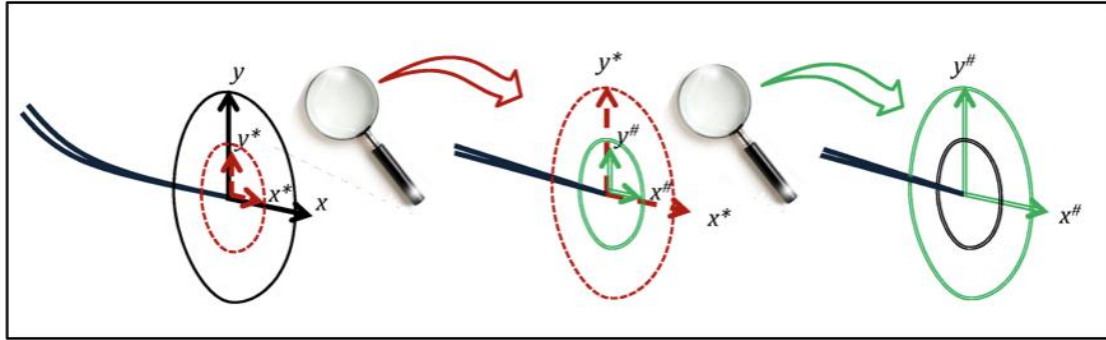


Figure 138 Illustration de l'hypothèse de rayon nul en pointe de fissure. La géométrie est localement invariante par changement d'échelle.

Dans ce cas, chaque composante cinématiquement indépendante du champ de vitesse doit présenter une forme également invariante par changement d'échelle. C'est-à-dire qu'on peut la chercher sous la forme d'un produit d'une distribution spatiale  $\underline{g}(\theta)$  et d'un facteur d'échelle  $f(r)$ , dans un repère cylindrique attaché au plan et au front de la fissure :

$$\underline{v}_i(r, \theta)_{R_T} = f(r) \underline{g}(\theta) \quad (6-29)$$

En élasticité, les solutions analytiques asymptotiques de Westergaard ont bien cette forme. On peut également mettre les résultats des calculs numériques par éléments finis sous la forme de l'équation 6-12, en utilisant l'algorithme de Karhunen-Loeve.

#### 6.4.2.1. Algorithme de Karhunen-Loeve (KL)

Cet algorithme et d'autres similaires sont couramment utilisés pour compresser des images ou des films. En mécanique numérique, diverses techniques voisines, dites de POD « *Proper Orthogonal Decomposition* » ou PGD « *Proper Generalized Decomposition* » sont utilisées pour réduire drastiquement les problèmes numériques et permettre ainsi de réaliser des calculs de très grande taille.

Pour cette étude, l'algorithme KL est utilisé pour extraire les composantes essentielles du mouvement en vue de le modéliser de manière simplifiée.

Pour cela, on procède de la manière suivante. Connaissant le champ de vitesse sur un ensemble de valeurs discrètes,  $v(x_p, t_k)$ , fonction du temps  $t$  ( $k$  variant de 1 à  $T$ ) et de la position  $x$  ( $p$  variant de 1 à  $P$ ), on peut construire la matrice du mouvement  $V$ , de dimension  $[P, T]$ , telle que :

$$V_{pk} = v(x_p, t_k) \quad (6-30)$$

Pour en extraire les composantes essentielles, on construit la matrice d'auto-corrélation spatiale du signal, de dimension  $[P, P]$ , comme suit :

$$C_{pj} = \sum_{k=1}^T V_{pk} V_{jk} \quad (6-31)$$

On cherche ses vecteurs propres  $U_p^m$ , de dimension  $[P]$ , en commençant par le vecteur propre  $U_p^1$  de plus forte valeur propre. Les vecteurs propres sont orthogonaux deux à deux ; ils correspondent à des mouvements qui ne présentent pas de corrélation spatiale, et qui peuvent donc être considérés comme cinématiquement *indépendants*.

On projette ensuite la matrice du mouvement sur chaque vecteur propre  $U_p^m$ , de manière à déterminer les évolutions de ses facteurs d'intensité  $F_k^m$ :

$$F_k^m = \sum_{p=1}^P U_p^m V_{pk} \quad (6-32)$$

On peut alors construire une approximation  $V^*$  du mouvement, en se limitant aux  $l$  premières composantes et calculer l'écart  $E(l)$ , entre  $V$  et  $V^*$ , en fonction du nombre  $l$  de composantes utilisées pour représenter le mouvement :

$$V_{pk}^*(l) = \sum_{m=1}^l F_k^m U_p^m \leftrightarrow v^*(x_p, t_k) = \sum_{m=1}^l f(t_k) u(x_p) \quad (6-33)$$

$$E(l) = \sqrt{\sum_{k,p} (V_{pk} - V_{pk}^*(l))^2} \quad (6-34)$$

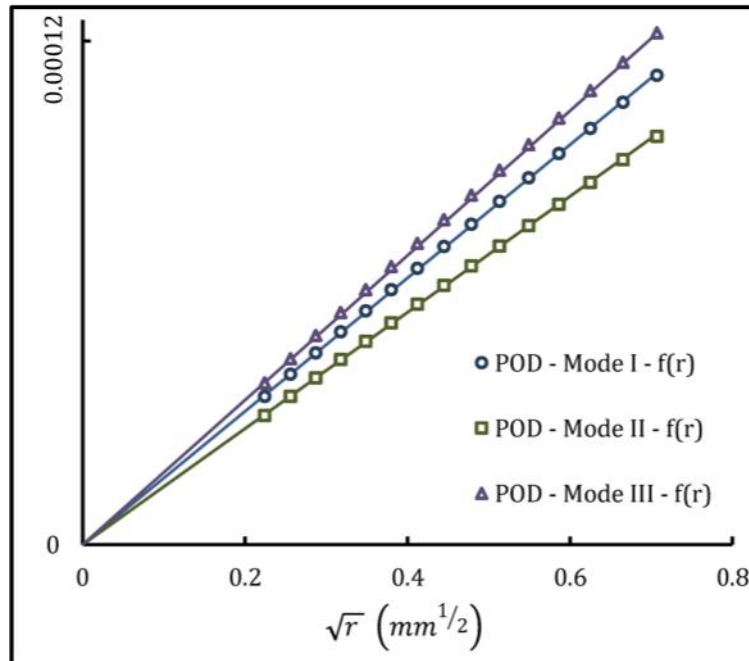
Si, lorsque  $l$  augmente,  $E(l)$  ne diminue plus avec  $l$ , alors l'ajout de degrés de liberté supplémentaires n'améliore pas la représentation  $M^*$  du mouvement  $M$ . Calculer  $E(l)$  permet donc de limiter le nombre de degrés de liberté au minimum nécessaire.

#### 6.4.2.2. Application – cas de l'élasticité linéaire

Pour illustrer la méthode, l'algorithme KL a été utilisé pour post-traiter un calcul numérique par éléments finis, réalisé en élasticité linéaire, pour lequel les solutions analytiques sont bien connues.

Ici,  $v(x_p, t_k)$  correspond au vecteur déplacement  $\underline{u}_i^e(r, \theta)$  obtenu pour  $K_i = 1MPa\sqrt{m}$  en chaque nœud. Pour cette illustration,  $x_p$  correspond à la distance radiale  $r$  et  $t_k$  à la position angulaire  $\theta$  de chaque nœud.

Si on se limite au premier ordre, ce post traitement permet de représenter la solution numérique sous la forme d'un produit d'une fonction  $f(r)$  et d'une fonction  $g(\theta)$ . L'erreur associée à cette approximation est quasi nulle : 0.1% pour les 600 nœuds situés entre  $50 \mu m < r < 500 \mu m$ . Les valeurs de  $f(r)$  sont tracées sur la *Figure 139* en fonction de  $\sqrt{r}$ , montrant un bon accord avec la solution asymptotique de Westergaard.



*Figure 139 Comparaison entre la dépendance radiale des solutions asymptotique de Westergaard (lignes) et la fonction  $f(r)$  issue du post traitement par l'algorithme KL des calculs par éléments finis en élasticité linéaire (symboles).*

On peut également comparer la fonction  $g(\theta)$  issue du post-traitement des calculs numériques avec les solutions analytiques de Westergaard (*Figure 140, Figure 141*). Pour cela, on a tracé la déformée (amplifiée !) d'un cercle de rayon 1, soit par la solution de Westergaard, soit par la fonction  $g(\theta)$ .

Il est utile de souligner qu'on a fortement compressé la solution initiale (600 valeurs de déplacement) en n'en retenant qu'une dépendance radiale (15 valeurs) et une dépendance angulaire (40 valeurs).

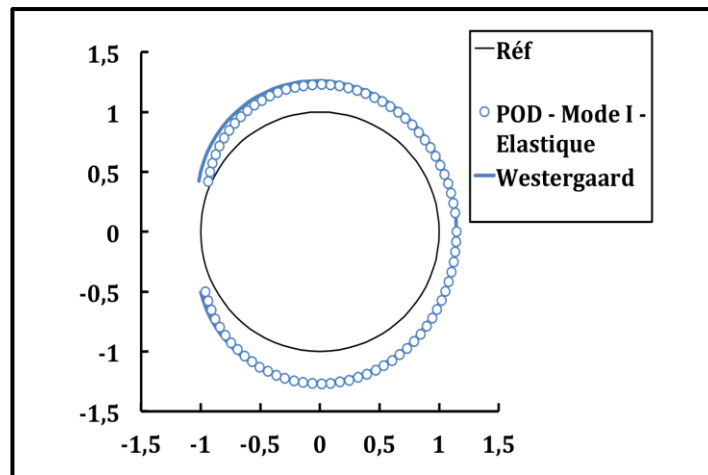


Figure 140 : Mode I - Comparaison entre la dépendance angulaire de la solution asymptotique de Westergaard (ligne) et la fonction  $\underline{g}(\theta)$  issue du post traitement par l'algorithme KL des calculs par éléments finis en élasticité linéaire (symboles).

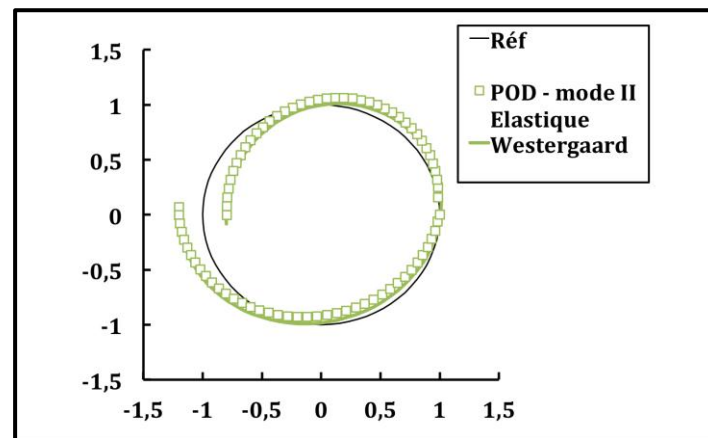


Figure 141 Mode II - Comparaison entre la dépendance angulaire de la solution asymptotique de Westergaard (ligne) et la fonction  $\underline{g}(\theta)$  issue du post traitement, par l'algorithme KL, des calculs par éléments finis en élasticité linéaire (symboles).

#### 6.4.3. Hypothèses relatives à la plasticité.

Dans cette étude, le champ de vitesse relatif à  $R_T$  est représenté en élasto-plasticité, de manière simplifiée, comme la somme d'un terme élastique et d'un terme plastique pour chaque mode ; chaque terme étant exprimé comme le produit d'un facteur d'intensité et d'une distribution spatiale. Il a été montré au chapitre 4, en utilisant des calculs par éléments finis, que l'erreur associée à cette représentation reste faible pourvu que la zone plastique reste bien confinée. L'objet de ce paragraphe est de tenter d'expliquer pourquoi cette représentation simplifiée peut être considérée comme suffisante.

##### a) Confinement de la zone plastique

Lorsque la zone plastique est confinée, ce qui est habituellement le cas en fatigue, la déformation élastique ne peut pas être considérée comme négligeable devant la déformation plastique, et réciproquement. En outre, c'est justement parce que la zone

plastique est confinée dans un milieu élastique, que se développent des contraintes internes. Il est donc *indispensable* de considérer les deux types de déformation, élastique et plastique, si l'on veut décrire correctement l'évolution des contraintes internes qui sont à l'origine des effets d'histoire et de forme du trajet du chargement.

Par contre, si la zone plastique est confinée dans un massif élastique, celui-ci contraint ses mouvements et limite donc le nombre de degrés de liberté nécessaires pour représenter le mouvement. Une méthode de réduction de modèle peut alors être pertinente pour extraire les phénomènes essentiels.

#### b) Petites déformations

Si la zone plastique reste confinée dans un massif élastique, les déformations plastiques restent petites. Dans ce cas, on pourra considérer que la géométrie de la fissure n'est pas (ou peu) modifiée par la déformation plastique.

Cela permet de conserver en élasto-plasticité les propriétés de symétrie de la fissure et donc de partitionner le champ de vitesse en modes, comme en élasticité.

De plus, tant que la zone plastique est confinée, le rayon d'émoussement reste petit, ce qui permet de conserver, dans une certaine mesure, les propriétés d'invariance de la géométrie de la fissure par changement d'échelle. Dans ce cas, en élasto-plasticité comme en élasticité, la solution du problème doit aussi pouvoir s'exprimer comme le produit d'une distribution spatiale et d'un facteur d'échelle.

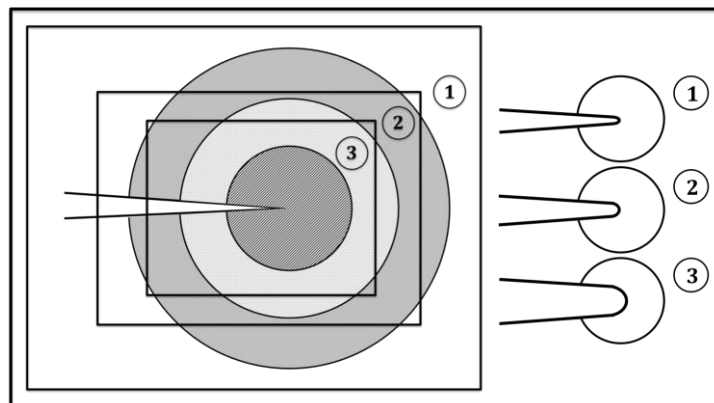


Figure 142 Illustration de l'hypothèse d'invariance d'échelle, sous réserve d'un rayon d'émoussement petit.

#### c) Partition en composantes élastique et plastique

Lorsqu'on sollicite une pièce fissurée en élasto-plasticité, il est toujours possible d'inverser le sens du chargement, et d'obtenir transitoirement un comportement élastique, quel que soit l'écoulement plastique qui s'est produit auparavant (Figure 143a). De plus, en petites déformations, ce comportement élastique n'est pas modifié par l'écoulement plastique.

De même, on peut appliquer un trajet de chargement (trajet b-c-e : Figure 143b) au cours duquel se produit une déformation plastique et revenir au même niveau de chargement nominal. Dans ce cas, le déplacement résultant (b-e : Figure 143b) est essentiellement plastique.



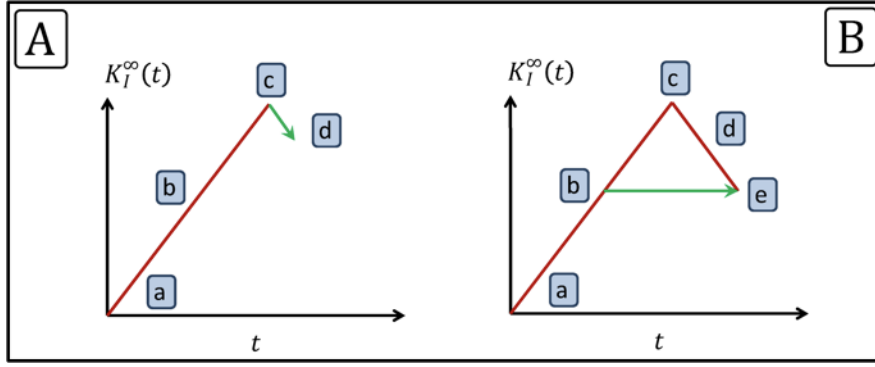


Figure 143 Illustration de la possibilité de réaliser indépendamment un mouvement (a) élastique ou (b) plastique.

Par conséquent, élasticité et plasticité correspondent bien à des mouvements indépendants pour chaque mode. Les paragraphes précédents ont permis de justifier que chaque composante puisse être exprimée comme le produit d'un facteur d'intensité et d'une distribution spatiale, ce qui permet d'écrire :

$$\underline{v}(P, t) = \sum_{i=1}^3 \frac{\dot{\tilde{K}}_i(t) \cdot \underline{u}_i^e(P)}{\underline{v}_i^e(P, t)} + \frac{\dot{\rho}_i(t) \cdot \underline{u}_i^c(P)}{\underline{v}_i^c(P, t)} \quad (6-35)$$

On a supposé au chapitre 4 que  $\underline{u}_i^e$  et  $\underline{u}_i^c$  constituent une base. Si élasticité et plasticité correspondent à des mouvements *indépendants*, alors ces deux mouvements ne doivent pas être corrélés. Si on calcule la fonction d'inter-corrélation  $\Gamma_i$  des composantes deux à deux, pour un chargement quelconque, aléatoire en fonction du temps, on obtient zéro par symétrie pour l'inter-corrélation entre des composantes de deux modes différents. Par contre, pour les composantes élastiques et plastiques d'un même mode, on obtient :

$$\Gamma_i(P_1, P_2) = E_t [\underline{v}_i^e(P_1, t) \cdot \underline{v}_i^c(P_2, t)] \quad (6-36)$$

Où  $E_t$  est la moyenne en temps. En tenant compte de l'équation (6-18) :

$$\Gamma_i(P_1, P_2) = E_t [\dot{\tilde{K}}_i(t) \dot{\rho}_i(t)] \underline{u}_i^e(P_1) \cdot \underline{u}_i^c(P_2) \quad (6-37)$$

Si on se réfère au paragraphe sur l'algorithme KL et en particulier les équations (6-13) et (6-14), cela revient bien à chercher  $\underline{u}_i^e$  et  $\underline{u}_i^c$  comme étant deux vecteurs propres de la matrice d'auto-corrélation du mouvement  $C_{pj}$ . Si les deux mouvements sont indépendants alors:

$$\sum_{P_1, P_2} \underline{u}_i^e(P_1) \cdot \underline{u}_i^c(P_2) = 0 \quad (6-38)$$

C'est pourquoi, si l'on se donne d'abord les champs  $\underline{u}_i^e$  pour chaque mode et qu'on utilise ensuite l'algorithme KL pour construire les champs  $\underline{u}_i^c$  complémentaires, on obtient une base de champs  $\underline{u}_i^e$  et  $\underline{u}_i^c$ , qui permet de représenter le mouvement dans la zone plastique avec assez peu d'erreur.

## 6.5.Effet du comportement du matériau

Le comportement du matériau joue un rôle important sur les effets d'histoire du chargement, les effets de séquence ou encore les effets de la forme du trajet de chargement, comme cela a été souligné dans la bibliographie.

Les calculs présentés au chapitre 4 utilisent tous la loi de comportement identifiée pour le matériau 316 L (chapitre 2) de manière à pouvoir être confrontés aux résultats expérimentaux.

Dans ce chapitre, afin d'aborder les effets du comportement du matériau, il paraît intéressant de visualiser la forme des champs complémentaires obtenue selon la loi de comportement retenue pour le matériau. Dans un premier temps, la limite d'élasticité est fixée à  $R_0=250\text{MPa}$ . Par ailleurs,  $R_m=500\text{MPa}$ ,  $E=200\text{GPa}$ ,  $\nu=0.3$ . On utilise la loi d'érouissage cinématique non-linéaire suivante, en conservant  $C/\Gamma=300\text{MPa}$ , pour tous les calculs:

$$\underline{\dot{X}} = C \underline{\dot{\varepsilon}}_p - \Gamma \dot{p} \underline{X} \quad (6-39)$$

### 6.5.1.Construction et forme de $\underline{u}_i^e$ .

Dans un premier temps,  $\Gamma$  est fixé à 500.

Comme expliqué dans le chapitre 4, pour construire  $\underline{u}_i^e$ , on commence par déterminer le champ de vitesse  $\underline{v}^{EF-i}(P, t)$  pour une rampe de chargement en mode pur. On le projette sur le champ de référence  $\underline{u}_i^e(P)$ , et on calcule le résidu :

$$\underline{v}^{résidu-i}(P, t) = \underline{v}^{EF-i}(P, t) - \dot{K}_i(t) \underline{u}_i^e(P) \quad (6-40)$$

Ce résidu est orthogonal à  $\underline{u}_i^e(P)$  par construction. L'algorithme KL est appliqué une première fois, et on ne conserve que le premier terme :

$$\underline{v}^{résidu-i}(P, t) \approx f(t) \underline{k}_i(P) \quad (6-41)$$

L'algorithme KL est appliqué une seconde fois au champ  $\underline{k}_i(P) = \underline{k}_i(r, \theta)$  obtenu, pour le représenter comme le produit d'un facteur d'échelle  $f(r)$  et d'une fonction angulaire  $\underline{g}(\theta)$ , avec  $g_y(\pi) = 1$  pour le mode I,  $g_x(\pi) = 1$  pour le mode II et  $g_z(\pi) = 1$  pour le mode III. L'erreur associée à cette approximation est de l'ordre de 5%.

$$\underline{k}_i(P) = f_i(r) \underline{g}_i(\theta) \quad (6-42)$$

Sur la Figure 144, la courbe  $f_i(r)$  obtenue est tracée pour les 3 modes. La forme de  $f_i(r)$  (Figure 144) est très différente de ce qui avait été trouvé en élasticité (Figure 139). En effet,  $\underline{k}_i(P)$  décroît exponentiellement avec la distance à l'extrémité de la fissure.

$$f_i(r) = f_i(0) e^{-\frac{r}{p}} \quad (6-43)$$

**Remarque 44 :** L'algorithme KL a été appliqué aux 3 champs  $\underline{k}_I$ ,  $\underline{k}_{II}$  et  $\underline{k}_{III}$  simultanément, de ce fait, la même longueur caractéristique  $p$  est obtenue pour les 3 modes. L'erreur associée à la décomposition KL - Eq. 6-25 est ici de l'ordre de 5%. Pour mémoire, le coefficient  $p$  a également été déterminé de manière indépendante pour chaque mode, sans que cela change significativement les résultats.

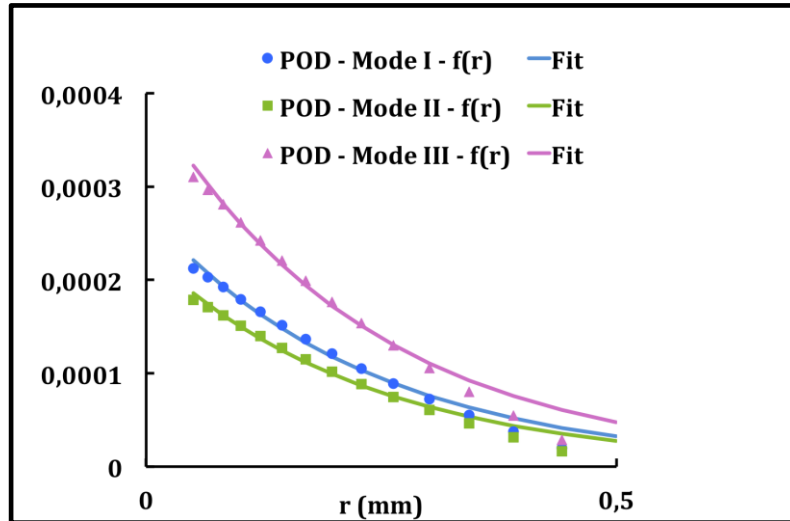


Figure 144 Tracé de la fonction  $f_i(r)$  déterminée en procédant à une POD sur les champs  $k_i(P)$  de chaque mode.

**Remarque 45 :** La fonction  $f_i(r)$  reste exponentielle lors d'un changement d'échelle ( $r = br^* \rightarrow f_i(r) = f_i(0)e^{-\frac{r}{p}} = f_i(0)e^{-\left(\frac{b}{p}\right)r^*}$ ) et la valeur à l'origine  $f_i(0)$  n'est pas affectée par le changement d'échelle.

Pour construire les champs complémentaires  $\underline{u}_i^c$  pour chaque mode, on adimensionne ensuite les champs  $\underline{k}_i(P)$  par la valeur à l'origine  $f_i(0)$  en  $\mu\text{m}$ .

$$\underline{u}_i^c(P) = \frac{k_i(P)}{f_i(0)} \quad (6-44)$$

Avec ce choix, lorsqu'on projette ensuite un champ de vitesse sur le champ complémentaire  $\underline{u}_i^c$ , par exemple, la valeur de  $\dot{\rho}_I$  obtenue correspond directement au CTOD exprimé en  $\mu\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ .

De plus, la valeur de  $\dot{\rho}_I$  obtenue **n'est pas dépendante de l'échelle**. C'est un résultat utile vis-à-vis des simulations par éléments finis, parce que cela permet aux courbes  $(K_i^\infty, \rho_i)$  obtenues d'être, dans une certaine mesure, indépendantes du maillage utilisé. Par ailleurs, avec ce choix, un modèle de comportement exprimé en termes de  $(\dot{\rho}_I, K_i^\infty)$  peut être considéré comme caractéristique du matériau.

Afin de visualiser également la forme de la distribution angulaire  $\underline{g}_i(\theta)$ , on trace la déformée d'un cercle de référence par la fonction  $\underline{g}_i(\theta)$  trouvée pour chaque mode (Figure 145). On peut alternativement représenter les composantes de la distribution angulaire  $\underline{g}_i(\theta)$  en fonction de l'angle  $\theta$  (Figure 146) et trouver à ces évolutions une expression analytique empirique en fonctions trigonométriques.

Finalement, la représentation simplifiée du champ de vitesse qui est utilisée dans cette étude prend la forme suivante au premier ordre :

$$\underline{v}(P, t) \approx \sum_{i=1}^3 \dot{K}_i(t)(\sqrt{r})\underline{f}_i^e(\theta) + \dot{\rho}_i(t) \left( e^{-\frac{r}{p}} \right) \underline{g}_i^c(\theta) \quad (6-45)$$

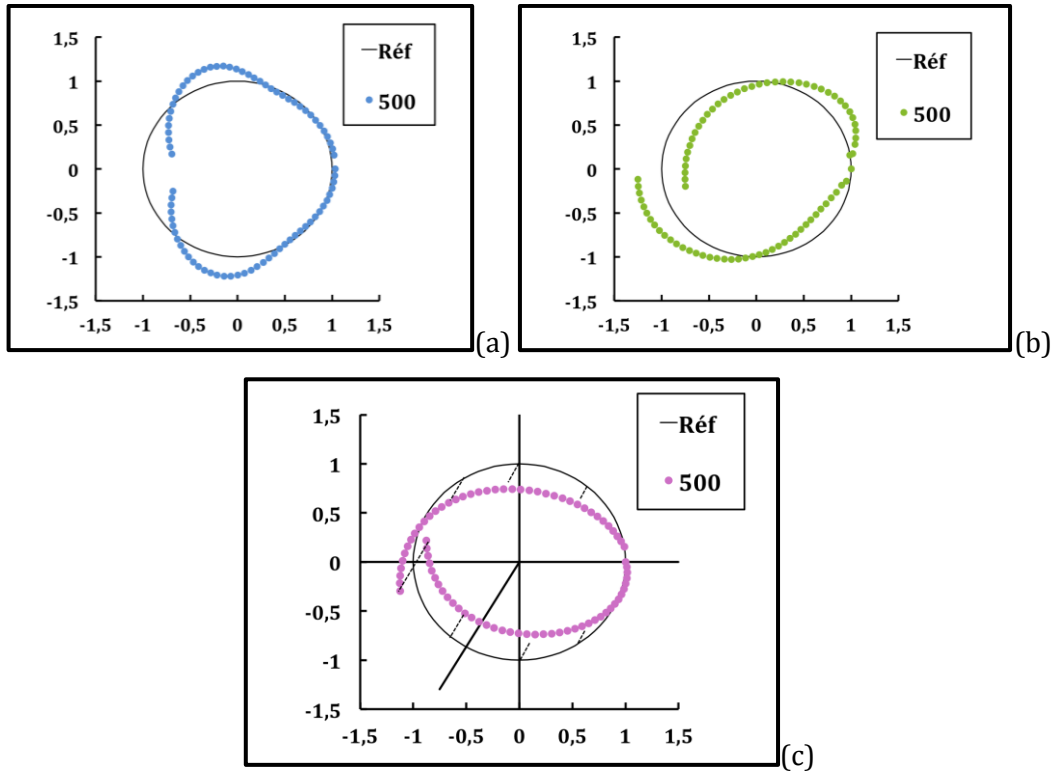


Figure 145 Déformée (à un coefficient multiplicatif près) d'un cercle de rayon 1 par la distribution angulaire trouvée pour chaque champ complémentaire plastique. (a) mode I – tracé de la fonction  $\underline{g}_I(\theta)$ , (b) mode II – tracé de la fonction  $\underline{g}_{II}(\theta)$ , (c) mode III – tracé de la fonction  $\underline{g}_{III}(\theta)$ .  $\Gamma = 500$ .

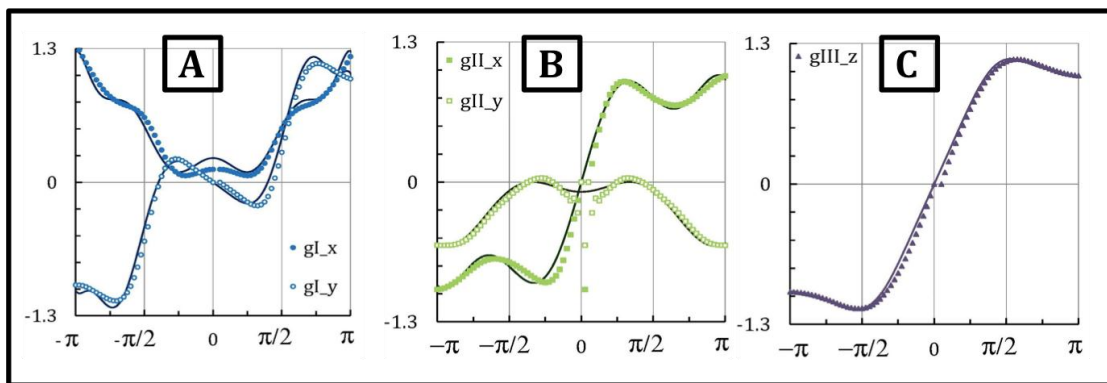


Figure 146 Distribution angulaire trouvée pour chaque champ complémentaire plastique. (a)  $\underline{g}_I(\theta)$ , (b)  $\underline{g}_{II}(\theta)$ , (c)  $\underline{g}_{III}(\theta)$ .  $\Gamma = 500$ .

### 6.5.2. Effet de $\Gamma$ sur la forme de $\underline{u}_i^c(P)$

La forme du champ  $\underline{u}_i^c(P)$  est directement liée à la forme de la zone plastique, celle-ci dépendant de l'écroutissage du matériau. Les champs HRR Hutchinson, Rice et

Rosengren en 1968, par exemple, montrent un effet de l'exposant d'écroutissement  $n$  du matériau sur les distributions radiale et angulaire de la solution :

$$\sigma_{ij}(r, \theta) = \left(\frac{J}{r}\right)^{\frac{1}{n+1}} g_{ij}^*(\theta) \rightarrow u_i(r, \theta) \propto \left(\frac{1}{r}\right)^{\frac{n-1}{n+1}} b_i^*(\theta) \quad (6-46)$$

Où le comportement du matériau est un comportement hypo-élastique de type Ramberg-Osgood ( $\varepsilon = \varepsilon_o(\sigma/\sigma_o)^n$ ).

**Remarque 46 :** L'équipe du Lamcos a enrichi des éléments finis de type X-FEM avec des champs complémentaires issus des champs HRR [ELG07].

Dans le cas présent, pour tester l'effet de l'écroutissement sur la forme de la solution obtenue en élasto-plasticité, les champs complémentaires  $\underline{u}_i^c(P)$  ont été déterminés numériquement pour diverses valeurs de  $\Gamma$ , les autres coefficients de la loi de comportement du matériau  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{v}$ ,  $\mathbf{R}_o$  et  $\mathbf{C}/\Gamma$  étant gardés constants.

Les courbes contrainte/déformation correspondant aux cas testés sont représentées sur la Figure 147.

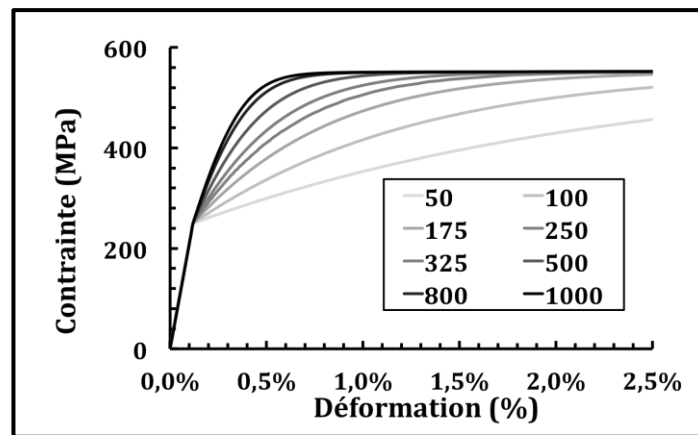


Figure 147 Jeu de lois de comportement élasto-plastiques à écroutissements cinématiques non-linéaires -  $\Gamma \in [50; 1000]$ .

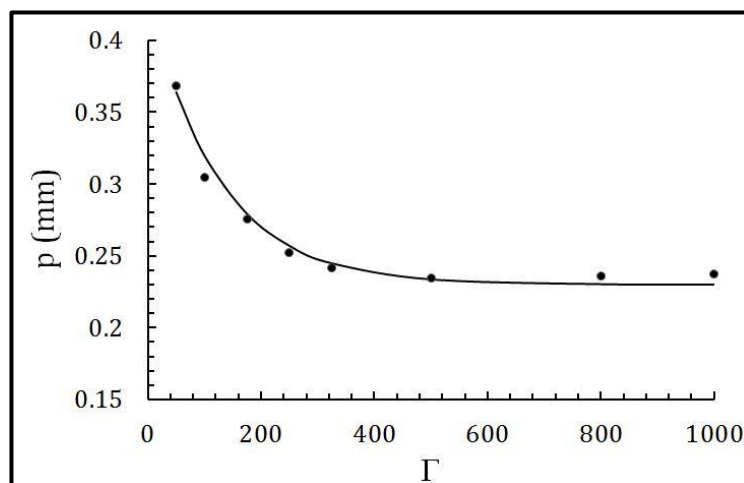


Figure 148 Evolution du coefficient  $p$  de la fonction  $f(r) = e^{-\frac{r}{p}}$  déterminée pour un jeu de lois de comportement pour lequel  $\Gamma \in [50; 1000]$ .

Pour ces différentes lois de comportement, on détermine les champs  $\underline{u}_i^c(P)$  et la longueur caractéristique  $\mathbf{p}$  caractérisant leur décroissance exponentielle avec  $\mathbf{r}$ . La longueur caractéristique  $\mathbf{p}$  dépend clairement du coefficient d'écrouissage  $\Gamma$  du matériau. La valeur de  $\mathbf{p}$  diminue avec  $\Gamma$ , pour ensuite saturer à une valeur proche de 0.25 mm.

Comme précédemment, on trace également la déformée d'un cercle de référence par la fonction  $\underline{g}_i(\theta)$  trouvée pour chaque mode (*Figure 140*) pour visualiser l'effet de l'écrouissage sur la distribution angulaire  $\underline{g}_i(\theta)$ . A l'inverse de la distribution radiale, l'effet du coefficient d'écrouissage  $\Gamma$  sur la distribution angulaire  $\underline{g}_i(\theta)$  est assez peu prononcé, même s'il existe bien un effet.

Il serait également intéressant d'étudier l'effet de la quantité d'écrouissage sur la forme de la solution en variant  $\mathbf{C}/\Gamma$  et  $\mathbf{R}_0$  de manière à conserver la même valeur de  $\mathbf{R}_m$ , en conservant les autres paramètres constants ( $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{v}$  et  $\Gamma$ ). L'effet du type d'écrouissage, cinématique ou isotrope, linéaire par morceaux ou non-linéaire, peut également être testé.

Ces études sont en cours et devraient, à terme, permettre de proposer une expression analytique empirique des champs complémentaires tenant compte des divers paramètres du comportement du matériau.

Une telle solution pourrait être utilisée comme enrichissement pour les éléments finis X-FEM de type front de fissure, afin de pouvoir étendre leur utilisation aux comportements élasto-plastiques pour des cas de chargements cycliques.

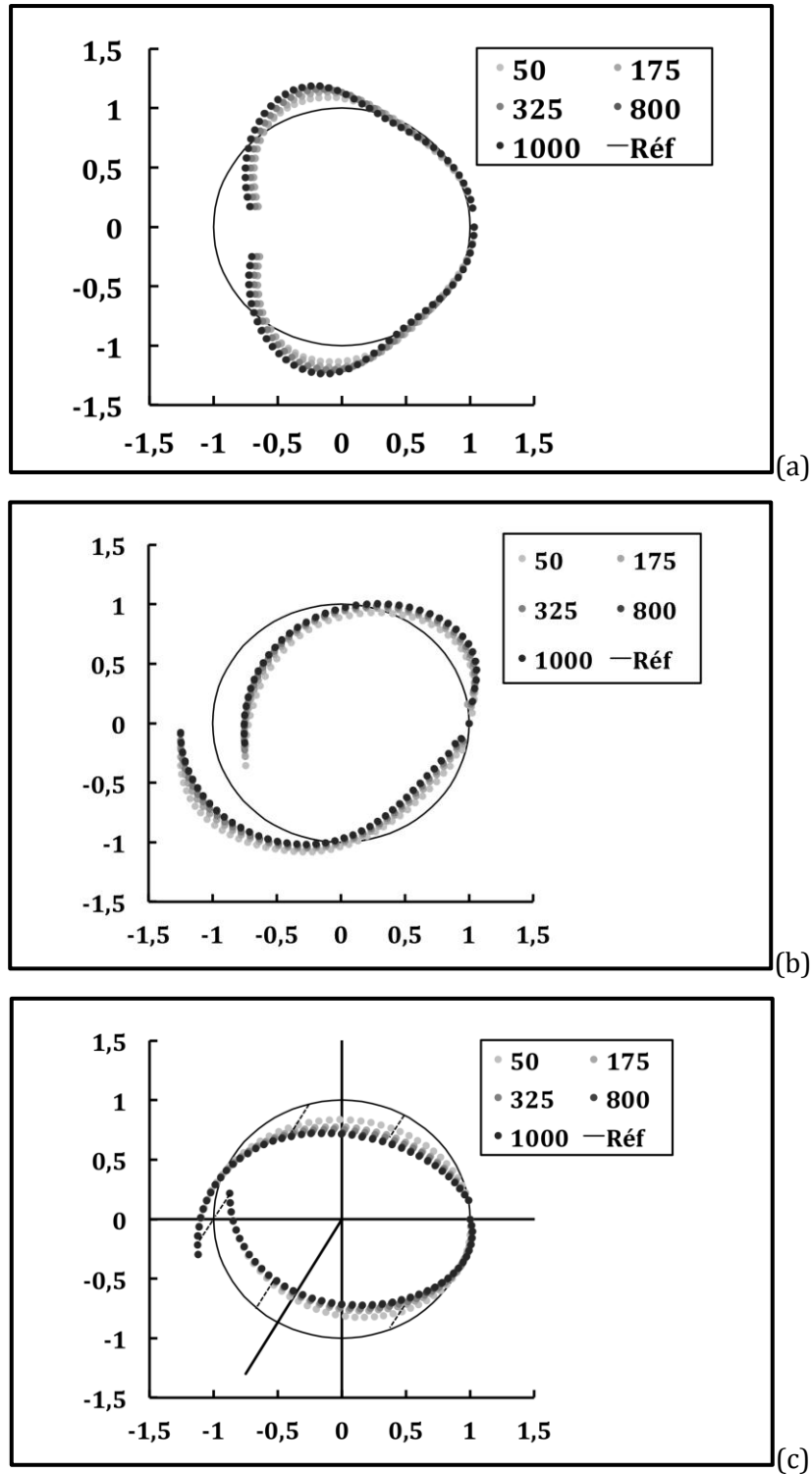


Figure 149 Déformée (à un coefficient multiplicatif près) d'un cercle de rayon 1 par la distribution angulaire trouvée pour chaque champ complémentaire plastique. (a) mode I – tracé de la fonction  $\underline{g}_I(\theta)$ , (b) mode II – tracé de la fonction  $\underline{g}_{II}(\theta)$ , (c) mode III – tracé de la fonction  $\underline{g}_{III}$  avec  $\Gamma \in [50; 1000]$ .

## 6.6. Modélisation du comportement

### 6.6.1. Cas de la fissuration par fatigue en mode I [HAM06].

Pour la fissuration en mode I sous chargement variable, un premier modèle a été proposé dans la thèse de Rami Hamam [HAM06]. Le modèle a été identifié et validé sur un acier utilisé pour fabriquer des roues de train. La loi de comportement du matériau a été déterminée à partir d'essais de traction-compression en déformation imposée. En utilisant cette loi dans un modèle par éléments finis de plaque fissurée, des courbes d'évolution  $K-\rho$  sont simulées, à partir desquelles un modèle de comportement simplifié est identifié. Ce modèle permet de calculer l'évolution de  $\rho$  et donc de la longueur de la fissure en fonction de celle de  $K$ . Un essai de fissuration par fatigue en mode I sous chargement d'amplitude constante ( $R=0$ ) permet ensuite d'identifier le coefficient de proportionnalité  $\alpha$  entre la vitesse de plasticité  $\dot{\rho}$  et la vitesse de fissuration  $\dot{a}$ .

Une fois identifié, le modèle a ensuite été validé en utilisant des essais de fissuration par fatigue en mode I, à divers rapport de charge positifs et négatifs, présentant des surcharges uniques ou multiples et des surcharges par blocs. Les essais réalisés permettaient d'activer les effets de fermeture (rapports de charge négatifs), les effets des contraintes internes à *courte distance* (blocs de cycles de base comportant une ou plusieurs surcharges) et les effets des contraintes internes à *longue distance* (un seul bloc de surcharge appliqué au cours de la vie de la pièce).

Comme le modèle ne comporte que peu d'équations, il permet de calculer quelques millions de « cycles » en quelques minutes.

Le modèle comporte deux seuils de plasticité, l'un,  $f_c$ , associé à la zone plastique cyclique (effets courte distance) et l'autre,  $f_m$ , à la zone plastique monotone (effets longue distance). Chaque seuil est défini à l'aide de deux variables internes, une position et une taille. Le domaine d'élasticité cyclique se déplace à l'intérieur du domaine d'élasticité monotone (comme dans le modèle de Mròz).

Concernant la zone plastique cyclique, la taille du domaine d'élasticité correspond au seuil de non propagation des fissures en l'absence de fermeture et cette taille est supposée constante. La position du centre du domaine évolue dès qu'il y a plasticité. Concernant la zone plastique monotone, la taille de son domaine d'élasticité augmente comme le carré de  $K$ , son centre correspond au seuil de fermeture de la fissure.

A l'intérieur du domaine d'élasticité cyclique  $\dot{\rho} = 0$ . Lorsqu'on atteint sa frontière  $f_c = 0$ , la loi d'évolution du centre et le critère  $f_c = 0$  permettent de déterminer le signe et la valeur de  $\dot{\rho}$ . La loi d'évolution choisie, permet d'obtenir un très bon accord entre les courbes  $K-\rho$  obtenues par éléments finis et celles obtenues à l'aide du modèle simplifié. Lorsqu'on atteint la frontière du domaine d'élasticité monotone,  $\dot{\rho}$  est alors calculé en utilisant les lois d'évolution du point de contact et de la taille du domaine d'élasticité monotone, de manière à maintenir  $f_m = 0$ . Le modèle comporte une loi d'évolution  $\partial V_{int}/\partial \rho$  pour chacune des 3 variables internes  $V_{int}$  du modèle (point de contact, centre du domaine d'élasticité cyclique et taille du domaine d'élasticité monotone).

La loi de fissuration  $\dot{a} = \alpha|\dot{\rho}|$  est utilisée pour prévoir la vitesse de fissuration et on se donne également des lois d'évolution  $\partial V_{int}/\partial a$  pour les 3 variables internes, de type décroissance exponentielle.



## 6.6.2. Modélisation de la plasticité en mode mixte I+II+III

La modélisation du comportement élasto-plastique en mode mixte I+II a été abordée par Pierre Yves Decreuse [DEC10]. Dans sa thèse, Pierre Yves Decreuse a traité la plasticité cyclique uniquement et a utilisé pour la modélisation du comportement de la région en pointe de fissure une loi d'écroutissement linéaire, suffisante compte tenu des objectifs de son étude. Dans ce travail, la modélisation est étendue aux modes I+II+III, et un modèle d'écroutissement non-linéaire est utilisé. Les éléments actuels du modèle sont les suivants :

- a) une variable interne  $\underline{K}_x$  définissant l'origine du domaine d'élasticité ;
- b) un critère de plasticité ;
- c) une règle d'écoulement plastique ;
- d) une loi d'évolution pour  $\underline{K}_x$  en fonction de la plasticité ;
- e) une loi de contact, sans frottement et sans évolution ;
- f) une loi de fissuration ;

Il sera utile d'ajouter, dans le futur, les éléments suivants :

- a) une variable interne  $\underline{K}_c$  définissant le seuil de contact (effets de contact-friction) ;
- b) une loi de contact avec frottement ;
- c) une variable interne  $\underline{K}_m$  définissant la taille du domaine de plasticité monotone (effets longue distance) ;
- d) un critère de plasticité « monotone » ;
- e) une règle d'écoulement plastique « monotone » ;
- f) une loi d'évolution pour  $\underline{K}_c$  en fonction de la plasticité ;
- g) une loi d'évolution pour chaque variable en fonction de la propagation ;
- h) une variable interne de « rugosité » et sa loi d'évolution avec la propagation.

Les éléments du modèle sont discutés un par un dans les paragraphes qui suivent.

## 6.7. Domaine d'élasticité

### 6.7.1. Critère de von Mises local

A l'échelle locale, le matériau présente un comportement élasto-plastique isotrope. Le seuil de plasticité du matériau est décrit par le critère de von Mises. Pour un élément de volume soumis à une déformation élastique  $\underline{\underline{\varepsilon}}$ , la densité d'énergie de déformation  $U$  est donnée par :

$$U = \frac{1}{2} Tr(\underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{\underline{\varepsilon}}) \quad (6-47)$$

On introduit les déviateurs :

$$\underline{\underline{\sigma}}' = \underline{\underline{\sigma}} - \frac{1}{3} Tr(\underline{\underline{\sigma}}) \underline{\underline{I}} \quad \text{et} \quad \underline{\underline{\varepsilon}}' = \underline{\underline{\varepsilon}} - \frac{1}{3} Tr(\underline{\underline{\varepsilon}}) \underline{\underline{I}} \quad (6-48)$$

En remplaçant dans l'équation précédente, on obtient :

$$2U = Tr(\underline{\underline{\sigma}}' \cdot \underline{\underline{\varepsilon}}') + \frac{1}{3} Tr(\underline{\underline{\sigma}}) Tr(\underline{\underline{\varepsilon}}) = \frac{1}{2\mu} Tr(\underline{\underline{\sigma}}' \cdot \underline{\underline{\sigma}}') + p \frac{dV}{V} \quad (6-49)$$

La densité d'énergie de déformation élastique s'exprime donc comme la somme d'une énergie élastique de changement de volume et d'une énergie élastique de cisaillement. La plasticité se faisant sans changement de volume, le critère de von Mises est obtenu à partir du terme d'énergie élastique de cisaillement.

$$2U_d(\underline{\sigma}) = \frac{1}{2\mu} Tr(\underline{\sigma}' \cdot \underline{\sigma}') \quad (6-50)$$

Pour prévoir le seuil de plasticité pour un cas de chargement multiaxial  $\sigma$  à partir de la limite d'élasticité obtenue en traction uniaxiale  $\sigma_o$ , on écrit que la plasticité se produit pour la même densité d'énergie critique :

$$2U_d(\underline{\sigma}) = 2U_d(\underline{\sigma}_o) \Rightarrow \sqrt{\frac{3}{2} Tr(\underline{\sigma}' \cdot \underline{\sigma}')} = \sigma_o \quad (6-51)$$

### 6.7.2. Critère de von Mises pour une fissure

On applique maintenant la même démarche au problème d'une structure fissurée. Pour cela, on détermine l'énergie élastique de cisaillement  $E_d$  dans un domaine circulaire de rayon  $R$  autour de l'extrémité de la fissure :

$$E_d = \int_0^R \int_{-\pi}^{\pi} \frac{1}{2\mu} Tr(\underline{\sigma}' \cdot \underline{\sigma}') r d\theta dr \quad (6-52)$$

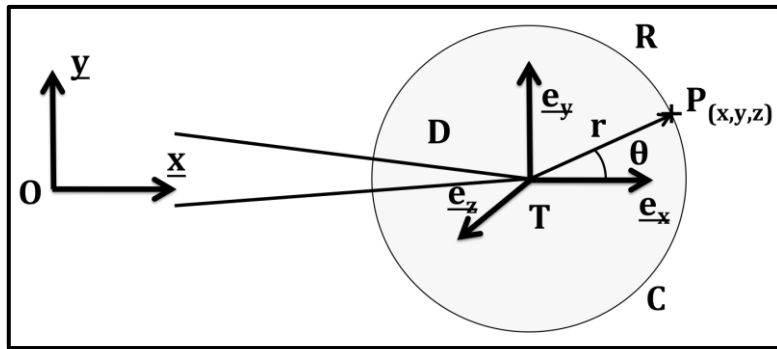


Figure 150 : Domaine d'intégration en pointe de fissure pour la détermination de l'énergie de cisaillement.

Pour effectuer ce calcul, les solutions élastiques de Westergaard peuvent être utilisées. En effet, on se place à l'intérieur du domaine d'élasticité pour écrire le critère, le matériau peut donc être considéré comme élastique dans ces conditions. Il faut néanmoins tenir compte du décalage de l'origine du domaine d'élasticité  $\underline{K}^X = (K_I^X, K_{II}^X, K_{III}^X)$ . En effet, le chargement considéré est le chargement nominal  $\underline{K}^\infty = (K_I^\infty, K_{II}^\infty, K_{III}^\infty)$ . Or, lorsqu'une excursion en plasticité a eu lieu, si la zone plastique est confinée, des contraintes internes apparaissent au voisinage du front de fissure et ces contraintes produisent un effet d'écran (*Shielding effect [RIC74]*) qui se superpose au chargement appliqué. On utilisera donc les expressions corrigées suivantes :

$$[\sigma_I]_{11} = \frac{(K_I - K_{IX})}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left(1 - \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right) \quad (6-53)$$

$$\begin{aligned}
[\sigma_I]_{22} &= \frac{(K_I - K_{IX})}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left(1 + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right) \\
[\sigma_I]_{12} &= \frac{(K_I - K_{IX})}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) \\
[\sigma_{II}]_{11} &= -\frac{(K_{II} - K_{IIX})}{\sqrt{2\pi r}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \left(2 + \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right) \\
[\sigma_{II}]_{22} &= \frac{(K_{II} - K_{IIX})}{\sqrt{2\pi r}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) \\
[\sigma_{II}]_{12} &= \frac{(K_{II} - K_{IIX})}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left(1 - \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right)
\end{aligned} \tag{6-54}$$

$$\begin{aligned}
[\sigma_{III}]_{13} &= -\frac{(K_{III} - K_{IIIX})}{\sqrt{2\pi r}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \\
[\sigma_{III}]_{23} &= \frac{(K_{III} - K_{IIIX})}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)
\end{aligned} \tag{6-55}$$

**Remarque 47 :** Ces travaux portent sur la propagation des fissures longues pour lesquelles les effets des contraintes  $T$  sont supposés faibles. Par conséquent, dans l'expression de la surface seuil de plasticité, les contraintes  $T$  ne sont pas prises en compte. Les ajouter permettrait d'étendre l'application du modèle à des fissures courtes ou des fissures longues présentant des rayons de courbures petits.

On calcule le déviateur des contraintes à partir des équations (6-36) à (6-38). On peut alors en déduire l'expression de l'énergie élastique de cisaillement pour un chargement en mode mixte, et écrire que le seuil de plasticité est atteint pour un chargement en mode mixte, pour la même énergie élastique de cisaillement qu'en mode I :

$$2E_d(\underline{K}^\infty - \underline{K}^X) = 2E_d(\underline{K}_Y^\infty) \text{ où } \underline{K}_Y^\infty = (K_I^Y, 0, 0) \tag{6-56}$$

**Remarque 48 :** Sans effectuer le calcul complet, et en examinant uniquement la forme des termes dans l'équation (6-35), on note que  $\underline{\sigma}'$  est en  $\left(\frac{1}{\sqrt{r}}\right)$  en mode mixte comme en mode I. Par conséquent les termes en  $(r)$  disparaissent de l'équation (6-39) et le critère obtenu est indépendant de la taille  $R$  du domaine d'intégration.

L'équation (6-39) a été intégrée avec *Mathematica* pour obtenir le critère de plasticité suivant :

$$f = \frac{(K_I^\infty - K_I^X)^2}{(K_I^Y)^2} + \frac{(K_{II}^\infty - K_{II}^X)^2}{(K_{II}^Y)^2} + \frac{(K_{III}^\infty - K_{III}^X)^2}{(K_{III}^Y)^2} - 1 \tag{6-57}$$

Où, pour  $\nu=0.3$  :

$$K_{II}^Y = K_I^Y \sqrt{\frac{7-16\nu(1-\nu)}{19-16\nu(1-\nu)}} \approx 0.48 K_I^Y \text{ et } K_{III}^Y = K_I^Y \sqrt{\frac{7-16\nu(1-\nu)}{24}} \approx 0.39 K_I^Y \tag{6-58}$$

Ce critère est un critère de plasticité en énergie élastique de cisaillement critique, c'est à dire que c'est la déclinaison du critère de von Mises pour le problème de la fissure.

La forme de la surface seuil est un ellipsoïde dans l'espace  $(K_I^\infty, K_{II}^\infty, K_{III}^\infty)$  et un « diamant » dans l'espace  $(G_I, G_{II}, G_{III})$ .

$$f(G_I, G_{II}, G_{III}) = \frac{|G_I|}{G_I^Y} + \frac{|G_{II}|}{G_{II}^Y} + \frac{|G_{III}|}{G_{III}^Y} - 1 \tag{6-59}$$

Où :

$$G_i^Y = \frac{1-\nu^2}{E} (K_i^Y)^2 \quad \text{et} \quad G_i = \text{signe}(K_i^\infty - K_i^X) \frac{1-\nu^2}{E} (K_i^\infty - K_i^X)^2 \quad (6-60)$$

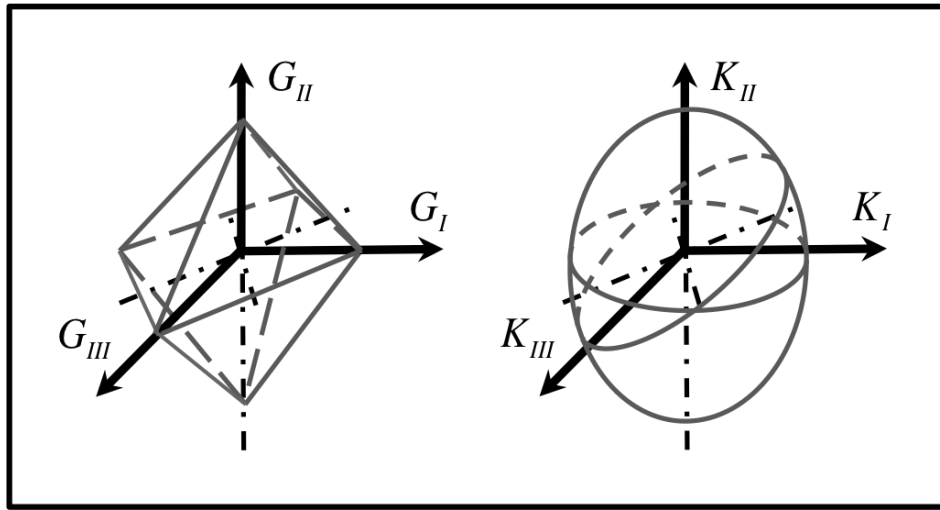


Figure 151 : Allure de la surface seuil de plasticité exprimée soit en fonction des facteurs d'intensité des contraintes nominaux ( $K_I^\infty, K_{II}^\infty, K_{III}^\infty$ ) soit en fonction de ( $G_I, G_{II}, G_{III}$ ).

## 6.8.Règle d'écoulement

### 6.8.1.Eléments de thermodynamique

Pour le comportement du matériau, la règle d'écoulement utilisée est la règle de normalité à la surface seuil de plasticité. Pour le modèle de comportement élasto-plastique de la fissure, la même règle est utilisée, mais vis-à-vis de la surface seuil de plasticité (Eq. 6-42). Quelques arguments peuvent être avancés pour justifier ce choix.

Lorsque le matériau est un matériau « standard généralisé », la dissipation à l'échelle locale peut s'écrire comme une fonction du critère de plasticité  $f$ . Cela signifie, en d'autres termes, que la source de dissipation est la plasticité, et que la densité de puissance dissipée peut s'écrire comme une fraction de la densité d'énergie élastique de cisaillement. Si cette hypothèse est admise pour chaque élément de volume, alors en intégrant sur un domaine de rayon  $R$  entourant le front de la fissure, on peut remonter à l'échelle supérieure et écrire que la puissance dissipée par unité de longueur de front dans le domaine de rayon  $R$  peut aussi s'exprimer en fonction de l'énergie élastique de cisaillement dans le domaine  $R$ . Comme le critère de plasticité (Eq. 6-42) est une énergie élastique de cisaillement critique, alors le pseudo-potentiel  $\Omega$  de dissipation peut s'écrire en fonction du critère de plasticité pour la fissure (Eq. 6-42), ce qui permet d'utiliser la règle de normalité.

**Remarque 49 :** Certains matériaux, dans lesquels se produit de l'endommagement ou bien de la localisation, n'obéissent pas à la règle de normalité. S'il se produit de l'endommagement, par exemple, le seuil de plasticité peut être défini par un critère d'énergie élastique de cisaillement critique, mais dès que le seuil est atteint un mécanisme supplémentaire, l'endommagement, contribue à la dissipation. Le pseudo-potentiel de dissipation ne peut donc pas être une fonction du critère de plasticité seulement. En cas de localisation, la fonction critère  $f$ , définie avant que ne se produise la localisation, ne peut pas non plus être utilisée pour déterminer la dissipation qui se produit une fois que la localisation a eu lieu.

**Remarque 50 :** Dans cette étude, on cherche à modéliser la plasticité sous chargement en mode mixte non-proportionnel, mais en gardant la configuration de la fissure fixée. Il ne s'agit que d'un changement d'échelle pour la modélisation de la plasticité. En effet, à chaque cycle, la dimension du domaine qui subit de la plasticité est de quelques centaines de micromètres, tandis que la propagation moyenne de la fissure est généralement inférieure à un micromètre.

Avec l'approximation du champ de vitesse choisie, les variables extensives sont les  $\rho_i$ . Comme on suppose que la propagation de la fissure est une conséquence géométrique de la plasticité et qu'une plasticité en mode I, II ou III pur produit une propagation coplanaire de la fissure, les variables conjuguées des  $\rho_i$  sont les  $G_i$ . Si la dissipation  $\Omega^*(\rho_i)$  est continue, dérivable et possède un minimum, en utilisant une transformation de Legendre-Fenchel, on peut exprimer la règle d'écoulement donnant  $\rho_i$  comme une règle de normalité  $\dot{\rho}_i = \partial\Omega/\partial G_i$  où  $\Omega$  est un pseudo-potentiel de dissipation écrit comme une fonction du critère de plasticité  $\Omega = \Omega(f(G_i))$ .

### 6.8.2. Directions d'écoulement

Nous avons donc retenu l'hypothèse d'une règle d'écoulement normal à la surface seuil de plasticité. Cette surface étant un « diamant » dans l'espace  $(G_I, G_{II}, G_{III})$ , il n'existe donc que 8 directions d'écoulement plastique, une par face, qui se déduisent les unes des autres par symétrie. Lorsqu'on se trouve sur une arête ou un sommet du diamant, on obtient alors des directions d'écoulement supplémentaires en combinant les directions 2 à 2 (arêtes) ou par 4 (sommets).

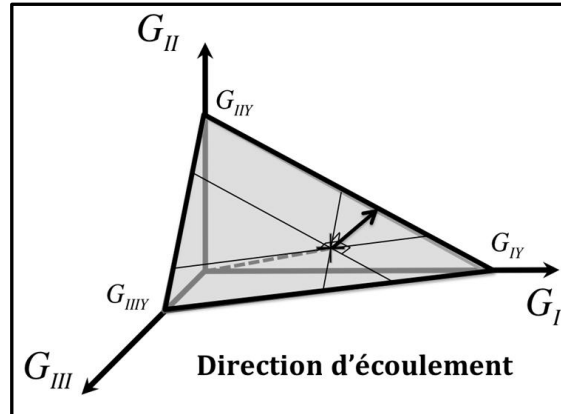


Figure 152 : Illustration de la surface seuil d'élasticité exprimée en fonction des facteurs d'intensité des contraintes  $K_i$  ou du paramètre  $G_i$ .

En exprimant la règle de normalité, et tenant compte de l'expression du critère de plasticité (Eq. 6-42) :

$$\dot{\rho}_i = \lambda \frac{\partial f}{\partial G_i}, \text{ avec } f(G_I, G_{II}, G_{III}) = \frac{|G_I|}{G_I^Y} + \frac{|G_{II}|}{G_{II}^Y} + \frac{|G_{III}|}{G_{III}^Y} - 1 \quad (6-61)$$

On peut écrire :

$$\dot{\rho}_i = \lambda \frac{\text{signe}(G_i)}{G_i^Y} \quad (6-62)$$

Avec  $\nu=0.3$ , on obtient :

$$\dot{\rho}_i = \lambda n_i \text{signe}(G_i) \quad n_I = 0.126, n_{II} = 0.541, n_{III} = 0.831 \quad (6-63)$$

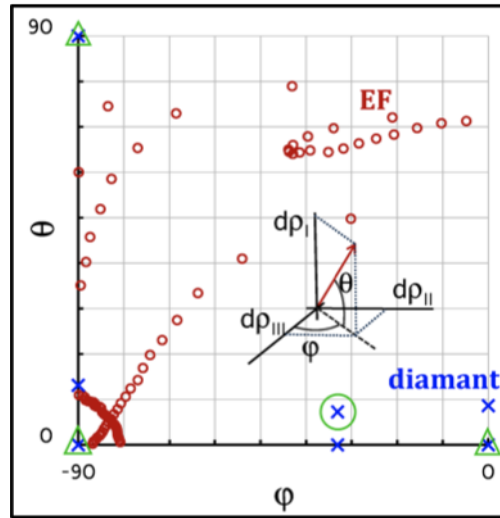


Figure 153 : Comparaison entre les directions d'écoulement calculées par éléments finis (pour un exemple – chargement ellipsoïdal §4.2.1 Figure 15) et celles découlant de la règle de normalité. La croix entourée correspond à la direction normale à une des faces du diamant, les croix entourées de triangles correspondent aux sommets du diamant (mode I, II ou III pur), les autres croix sont des directions sécantes entre les directions normales aux deux faces qui se coupent au niveau d'une arête.

Lors des simulations numériques, on observe effectivement que certaines directions d'écoulement sont beaucoup plus représentées que d'autres même lorsque la direction de chargement varie de manière régulière (§4.2.1). Dans les calculs numériques, on n'observe pas de discontinuité de la direction d'écoulement, des changements rapides mais continus sont trouvés.

**Remarque 51 :** Nous avons fait l'hypothèse que le domaine d'élasticité conservait une forme et une taille fixe. En réalité, la déformation plastique produit des distorsions du domaine d'élasticité, et donc de la direction d'écoulement, qu'on n'a pas cherché à modéliser ici. De plus, l'acier 316L, présente de l'écroutissage isotrope et des effets de sur-écrouissage cyclique pour des trajets de chargement complexes, qui doivent certainement affecter la forme du domaine d'élasticité.

Par ailleurs, en mode I, pour modéliser les effets d'histoire à courte et à longue distance, deux domaines d'élasticité sont utilisés, l'un pour la zone plastique monotone (longue distance) et l'autre pour la zone plastique cyclique (courte distance). Pour mettre cela en œuvre en mode mixte, il faudrait définir deux domaines d'élasticité, avec un centre et une surface seuil pour chacun. Le domaine d'élasticité de la zone plastique cyclique étant compris à l'intérieur de celui de la zone plastique monotone (Figure 154).

Néanmoins, pour le moment, seul le comportement de la zone plastique cyclique a été modélisé. En effet, il est encore difficile de reproduire précisément les résultats des calculs par éléments finis avec le modèle simplifié, l'ajout d'un second domaine d'élasticité ne pourra se faire que lorsque la modélisation du comportement multiaxial de la zone plastique cyclique sera plus aboutie.

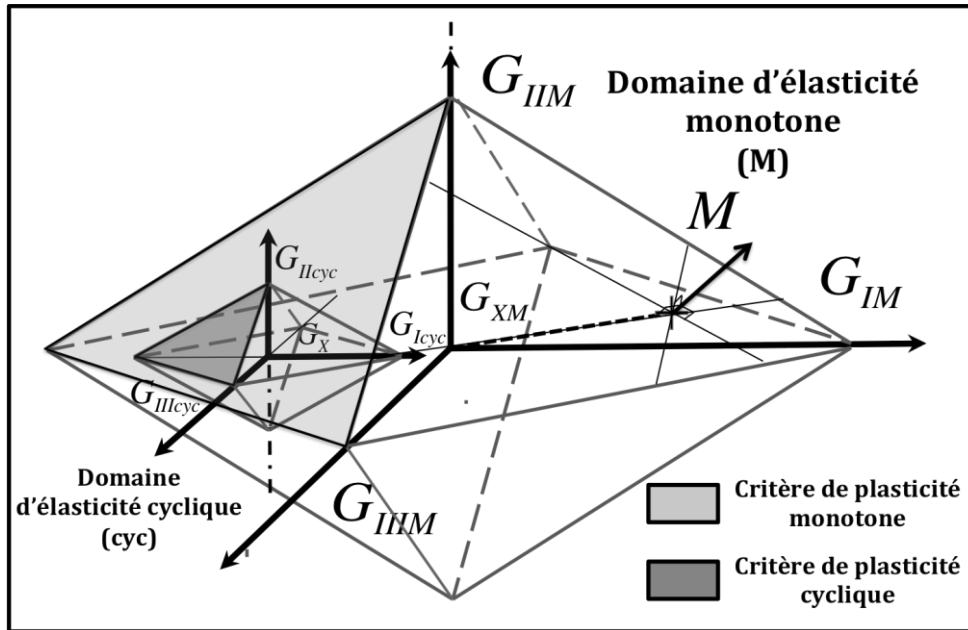


Figure 154 : Illustration, utilisation de deux domaines d'élasticité, l'un pour la zone plastique cyclique et l'autre pour la zone plastique monotone.

Néanmoins, les deux zones plastiques ne se comportent pas de la même manière. Il est plus « facile » d'étendre la zone plastique monotone que de déformer plastiquement la zone plastique cyclique. On observe systématiquement lors des simulations par éléments finis une chute de la pente de la courbe  $K - \rho$  au moment où le niveau de chargement maximum appliqué auparavant est atteint. Un exemple est fourni en mode III sur la Figure 155.

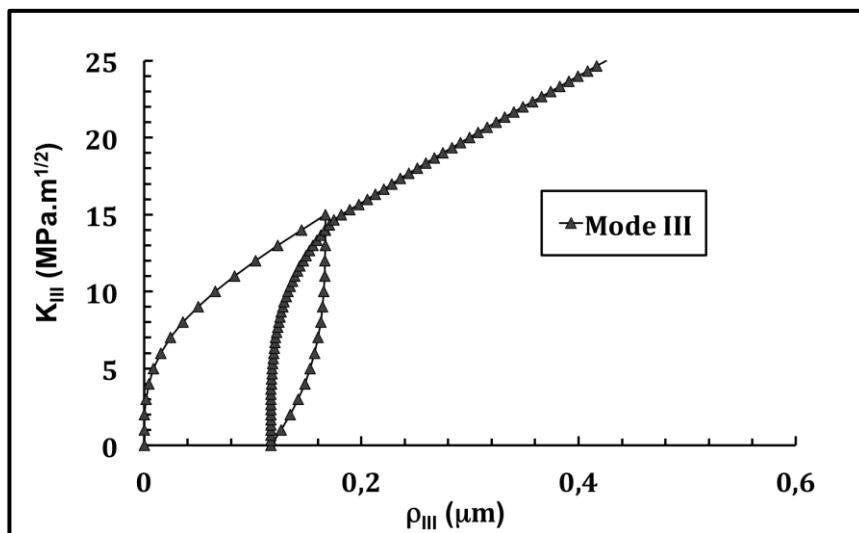


Figure 155 : Evolution du facteur  $\rho_{III}$  en fonction du facteur d'intensité des contraintes nominal  $K_{III}$  calculée par simulation par éléments finis. Illustration des différents régimes de plasticité : Monotone et cyclique.

## 6.9. Loi d'écroissage

Pour le moment les effets de fermeture ne sont pas modélisés. Pour tenir compte *a minima* des effets de fermeture, toutes les phases de chargement pour lesquelles  $K_I^\infty$  est négatif sont considérées comme inactives dans le modèle. Cette hypothèse est bien évidemment contestable, mais les essais réalisés présentent tous un niveau minimal de  $K_I^\infty$  positif, de manière à étudier les effets de forme du trajet de chargement sans interférence avec les effets de fermeture et de friction.

Le dernier élément absolument nécessaire pour pouvoir simuler le comportement élasto-plastique cyclique d'une section représentative de front de fissure est une loi d'évolution pour la seul variable interne du modèle, qui est le centre du domaine d'élasticité  $\underline{K}^X$ .

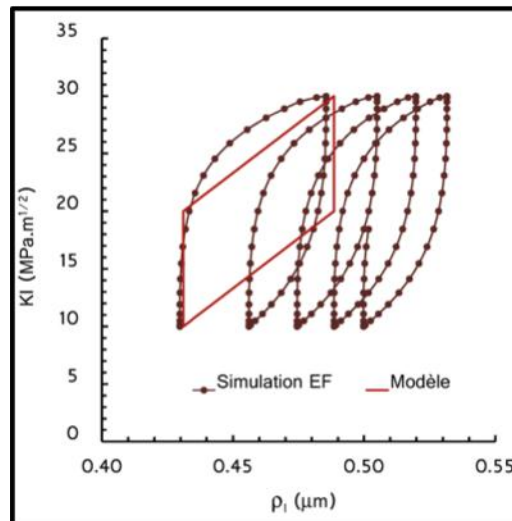
Ensuite on cherchera à vérifier si le modèle simplifié est capable de discriminer des trajets de chargement qui présentent les mêmes maxima, minima et valeurs moyennes et produisent dans les essais des vitesses de fissuration clairement différentes.

### 6.9.1.1. Ecroissage cinématique linéaire

La première loi testée, est un écroissage cinématique linéaire :

$$\underline{\dot{K}}^X = C \underline{\dot{\rho}} \quad (6-64)$$

Dans ce cas le modèle ne comporte que deux paramètres  $C$  et  $K_I^Y$ . On peut ajuster le coefficient  $C$  de manière à ce que l'amplitude  $\Delta\rho$  simulée avec le modèle condensé corresponde à l'amplitude obtenue par éléments finis, notamment le cas particulier de l'amplitude  $\Delta K$  utilisée dans ces calculs (*Figure 156*). Mais si une autre amplitude  $\Delta K$  était utilisée l'amplitude  $\Delta\rho$  simulée serait incorrecte. Comme la vitesse de fissuration par cycle est proportionnelle à  $\Delta\rho$ , cette approche conduirait à trouver une pente de 1 pour la courbe  $\frac{da}{aN} - \Delta K$  dans le diagramme de Paris. Ce qui est évidemment faux. Il est donc nécessaire d'utiliser un écroissage cinématique non-linéaire.



*Figure 156 : Comparaison entre les simulations par éléments finis pour un chargement cyclique en mode I (on ne compare que la plasticité cyclique) et avec le modèle condensé. Cas d'un écroissage cinématique linéaire  $K_I^Y = 5MPa\sqrt{m}$ ,  $C = 174MPa\sqrt{m} \cdot \mu m^{-1}$ .*



Par ailleurs, avec un écrouissage cinématique linéaire, on ne peut pas reproduire les effets de rochet observés dans les simulations par éléments finis. Ces effets sont importants, pour rendre compte des effets transitoires, comme par exemple, la différence observée entre l'effet de 10 surcharges et d'une seule surcharge sur la fissuration.

En revanche, si on compare les prédictions obtenues, avec ce modèle et ce jeu de coefficients, pour un trajet proportionnel I+II+III, un trajet « cube » et un trajet « carré », on constate que le modèle est déjà sensible à la forme du trajet de chargement. En particulier, si on compare les écoulements plastiques en mode I+II obtenus avec les trajets « cube » et « carré », on note que l'ajout d'étapes de chargement en mode III conduit bien à augmenter la plasticité en mode I et II, comme cela a été trouvé lors des simulations par éléments finis et en cohérence avec l'augmentation de la vitesse de fissuration trouvée expérimentalement entre le « carré » et le « cube ».

La comparaison entre les trajets « proportionnels 123 » et « cube » montre que le modèle rend compte de l'importance de la forme du trajet de chargement. Pour deux trajets passant par les mêmes minima et maxima aux mêmes instants, l'écoulement plastique trouvé est différent.

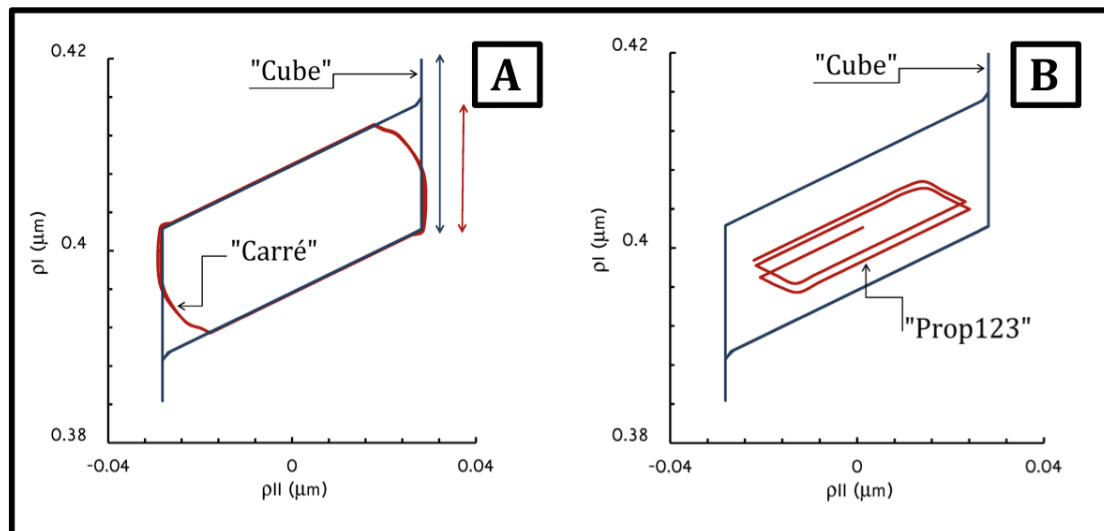


Figure 157 : Simulations avec le modèle condensé (a) comparaison du trajet « cube » et du trajet « carré » (b) comparaison du trajet « cube » et du trajet proportionnel I+II+III.

$$K_I^Y = 5\text{MPa}\sqrt{\text{m}}, C = 174\text{MPa}\sqrt{\text{m}}.\mu\text{m}^{-1}.$$

#### 6.9.1.2. Ecrouissage cinématique linéaire anisotrope

Si le modèle peut rendre compte d'une différence entre les trajets « proportionnel123 » et « cube », en revanche la forme des courbes obtenue n'est pas la bonne. En particulier, l'écoulement plastique en mode I est trop important par rapport à ce qui est obtenu en mode II. En effet, pour une même valeur du facteur d'intensité des contraintes, la taille de la zone plastique est plus grande en mode II ou en mode III qu'en mode I.

Dans le modèle, la dimension du domaine d'élasticité est plus grande pour le mode I, que pour les deux autres modes, mais ensuite, avec l'équation (6-47), l'augmentation de la taille de la zone plastique est exactement la même pour les 3 modes. Il faut ajuster les rapports entre les taux d'écrouissage appliqués pour chaque mode.

Pour cela, une seconde loi a été implémentée, avec un écrouissage cinématique linéaire anisotrope :

$$\underline{\dot{K}}^X = \underline{\underline{C}} \underline{\dot{\rho}} \quad \text{avec} \quad \underline{\underline{C}} = C \begin{pmatrix} c_I & 0 & 0 \\ 0 & c_{II} & 0 \\ 0 & 0 & c_{III} \end{pmatrix} \quad (6-65)$$

Pour déterminer les coefficients  $c_I$ ,  $c_{II}$  et  $c_{III}$ , les calculs suivants ont été réalisés en utilisant la méthode des éléments finis. 3 cycles ont été appliqués pour chaque mode. La première mise en charge est exclue des comparaisons pour ne comparer que les phases de plasticité cyclique. Comme les calculs sont réalisés autour d'une valeur positive de  $K_I^\infty$  afin d'éviter le contact entre les faces de la fissure, on obtient un rochet en mode I. La boucle ( $K_I^\infty$ ,  $c_I \rho_I$ ) est donc recentrée pour pouvoir la comparer aux deux autres. Les trois courbes ( $K_i^\infty$ ,  $c_i \rho_i$ ) pour chaque mode sont superposées. On détermine les facteurs multiplicatifs  $c_i$  à appliquer pour que les 3 courbes coïncident. Un bon accord est trouvé avec  $c_I = 1$ ,  $c_{II} = 0.12$ ,  $c_{III} = 0.09$  (Figure 158).

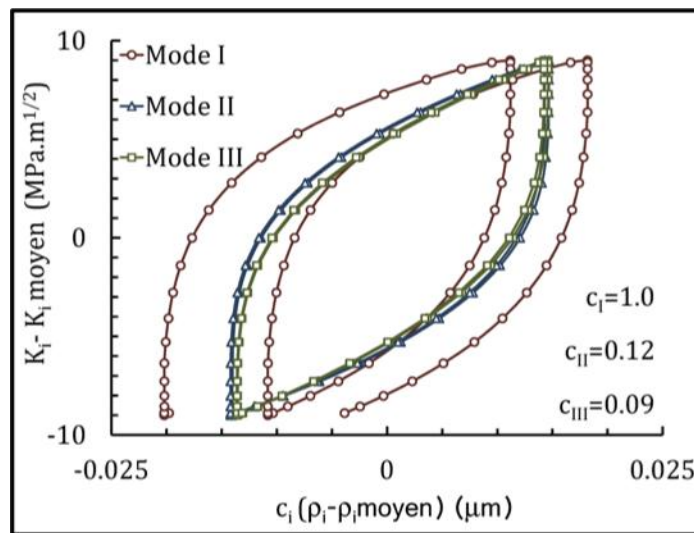


Figure 158 : Comparaison des courbes de plasticité cyclique ( $K_i^\infty$ ,  $c_i \rho_i$ ) obtenues par simulation numérique par éléments finis pour un cas de mode I, de mode II et de mode III.  
 $c_I = 1$ ,  $c_{II} = 0.12$ ,  $c_{III} = 0.09$ .

L'équation (6-48) a été implémentée et les trajets « cube », « carré » et « proportionnel 123 », ont été simulés avec le modèle condensé. La forme des courbes obtenues avec cette nouvelle loi d'écrouissage est plus proche de ce qui est obtenu par les simulations par éléments finis. L'amplitude de l'écoulement plastique en mode I a en particulier été limitée. Néanmoins la forme des courbes cycliques obtenues en mode I, restera linéaire avec un seuil, ce qui conduira à une « loi de Paris » simulée avec un exposant proche de 1! Ceci est inévitable avec une loi d'écrouissage linéaire.

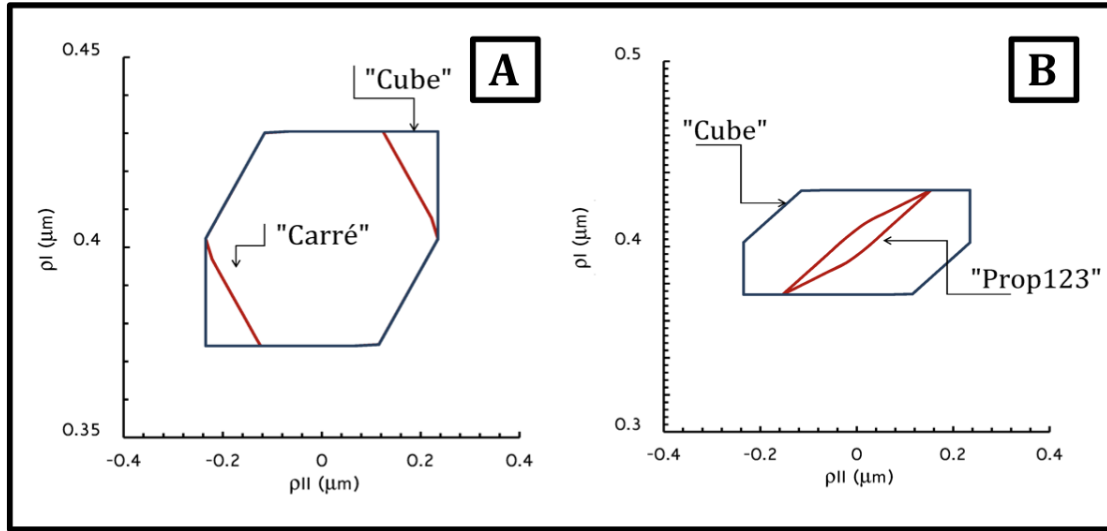


Figure 159 : Simulations avec le modèle condensé (a) comparaison du trajet « cube » et du trajet « carré » (b) comparaison du trajet « cube » et du trajet proportionnel I+II+III. Cas d'un écrouissage cinématique linéaire anisotrope.

$$K_I^Y = 5\text{MPa}\sqrt{\text{m}}, C = 174\text{MPa}\sqrt{\text{m}}.\mu\text{m}^{-1} c_I = 1, c_{II} = 0.12, c_{III} = 0.09.$$

### 6.9.1.3. Ecrouissage cinématique non-linéaire anisotrope

Afin de pallier les difficultés liées à l'utilisation d'une loi d'écrouissage linéaire, une loi d'écrouissage non-linéaire a été implémentée. Une caractéristique principale du comportement élasto-plastique d'une section représentative du front de fissure, est qu'on n'observe pas de saturation. Il a été montré au chapitre 4 (§4.1.5.1 – Figure 6), que pour des forts niveaux de chargement, y compris hors du domaine de validité de l'approche, lorsque la zone plastique n'est plus confinée,  $\rho$  évolue comme le carré de  $K$ , ce qui est d'ailleurs en accord avec les formules de taille de zone plastique d'Irwin.

De plus, compte tenu des hypothèses sur la loi de fissuration, en ce qui concerne la zone plastique cyclique, l'amplitude  $\Delta\rho$  correspondant à une amplitude  $\Delta K$ , donnera la vitesse de fissuration par cycle  $da/dN$  à un coefficient multiplicatif  $\alpha$  près. Il est donc important que la loi d'écrouissage cinématique utilisée tende vers une loi puissance avec un exposant proche de l'exposant de Paris, si l'on veut obtenir des simulations cohérentes avec les résultats expérimentaux.

Pour modéliser le comportement élasto-plastique cyclique multiaxial de matériaux élasto-plastiques ne présentant pas de saturation, en n'utilisant qu'une seule variable interne d'écrouissage, R. Desmorat [DEM10] a récemment développé un nouveau modèle d'écrouissage présentant ces bonnes propriétés :

$$\underline{\dot{X}} = C \left[ \frac{2}{3} \underline{\dot{\varepsilon}}^p - \frac{\Gamma X_{eq}^{M-1}}{1-\Gamma X_{eq}^{M-1}} \langle d : \underline{\dot{\varepsilon}}^p \rangle \underline{d} \right] \quad \text{où} \quad \underline{d} = \frac{\underline{X}}{X_{eq}} \quad (6-66)$$

Dans ce modèle,  $\underline{\dot{X}}$  est la vitesse du centre du domaine d'élasticité, qu'on peut remplacer par  $\underline{\dot{K}}^X$  dans notre modèle. De même, la vitesse de déformation plastique  $\underline{\dot{\varepsilon}}^p$ , correspond à la variable  $\underline{\dot{\rho}}$ . L'écrouissage cinématique  $\underline{X}$ , et sa norme  $X_{eq}$ , sont logiquement remplacés par  $\underline{K}^X$  et sa norme  $K_{eq}^X$ .

En conséquence, nous obtenons, en conservant le taux d'écroissage anisotrope  $\underline{C}$ , déterminé auparavant :

$$\underline{\dot{K}}^X = \underline{C} \left[ \underline{\dot{\rho}} - \frac{\Gamma K_{Xeq}^{M-1}}{1 + \Gamma K_{Xeq}^{M-1}} \left( \underline{d} \left| \underline{\dot{\rho}} \right| \underline{d} \right) \right] \text{ avec } \underline{d} = \frac{K^X}{K_{Xeq}} \quad (6-67)$$

Cette extension est rendue possible sous réserve de l'identification de paramètres supplémentaires,  $C, \Gamma$  et  $M$ . En mode I pur, lors d'une phase de chargement, on obtient :

$$(1 + \Gamma(K_I^X)^{M-1})\dot{K}_I^X = C\dot{\rho}_I \quad (6-68)$$

Lorsque  $K_I^X$  tend vers zéro, le comportement tend vers un comportement linéaire :

$$K_I^X \rightarrow 0 : \dot{K}_I^X = C\dot{\rho}_I \quad (6-69)$$

A l'inverse lorsque  $K_I^X$  devient grand devant 1, le comportement tend vers une loi puissance:

$$K_I^X \gg 1 \rightarrow K_I^X = \left( \frac{MC}{\Gamma} \rho_I \right)^{1/M} \quad (6-70)$$

On identifie le jeu de coefficients suivant, en utilisant les résultats d'un calcul par éléments finis :  $K_I^Y = 2.5MPa\sqrt{m}$ ,  $C = 3000MPa\sqrt{m}.\mu m^{-1}$ ,  $\Gamma = 0.18$ ,  $M = 2.6$  et, par ailleurs, on conserve  $c_I = 1$   $c_{II} = 0.12$ ,  $c_{III} = 0.09$

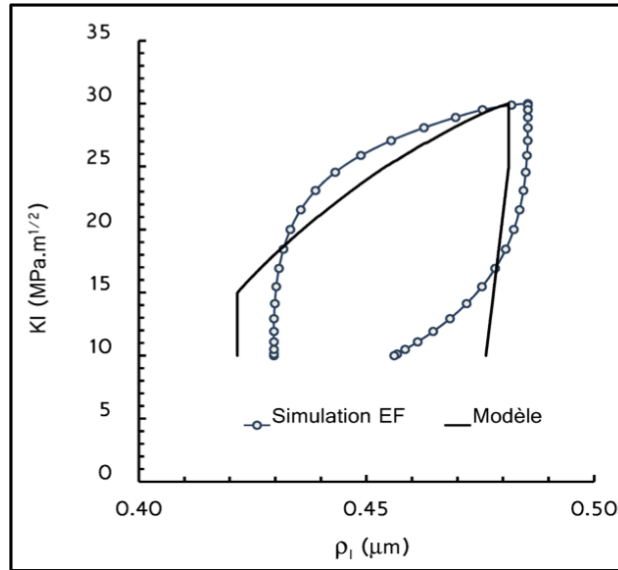


Figure 160 : Comparaison des simulations par éléments finis et avec le modèle condensé, en utilisant une loi d'écroissage cinématique non-linéaire (Eq. 6-50) dérivée de [DEM10] [DEM12].

## 6.10. Simulations numériques avec le modèle condensé.

### 6.10.1. Comparaisons entre les simulations EF et le modèle simplifié

Dans ce paragraphe, une comparaison entre les simulations éléments finis présentées au chapitre 4 et comparées aux résultats expérimentaux au chapitre 5 est effectuée pour les 6 trajets de chargements étudiés :

- les trois trajets de chargement de mode mixte I+II : proportionnel, « carré » et « croix ».
- les trois trajets de chargement de mode mixte I+II+III : proportionnel, « cube » et « étoile ».

Le but est ici de quantifier l'écart introduit par les hypothèses simplificatrices de modélisation présentées au cours de ce chapitre. Le but poursuivi étant de pouvoir, *in fine*, prédire la nocivité d'un trajet de chargement, c'est-à-dire sa capacité à propager un défaut existant assimilable à une fissure (dans le cadre mécanique dessiné) dans des conditions de chargement complexes, non proportionnelles de mode I+II+III.

**Remarque 52 :** On peut également envisager l'intégration de ces travaux avec des méthodes numériques avancées de type XFEM autorisant une modélisation tridimensionnelle de la fissuration dans un cadre élasto-plastique [GAL11] [MOE09].

#### 6.10.1.1. Trajets de chargements en mode mixte I+II

Pour chaque trajet, la simulation équivalente par le modèle simplifié est comparée aux résultats issus d'un calcul éléments finis. On représentera le trajet de chargement dans le plan  $K_I, K_{II}$  ; l'évolution du centre du domaine d'élasticité dans ce même domaine ; l'évolution de l'écart entre le centre du domaine et le point courant de chargement.

- Trajet proportionnel I+II

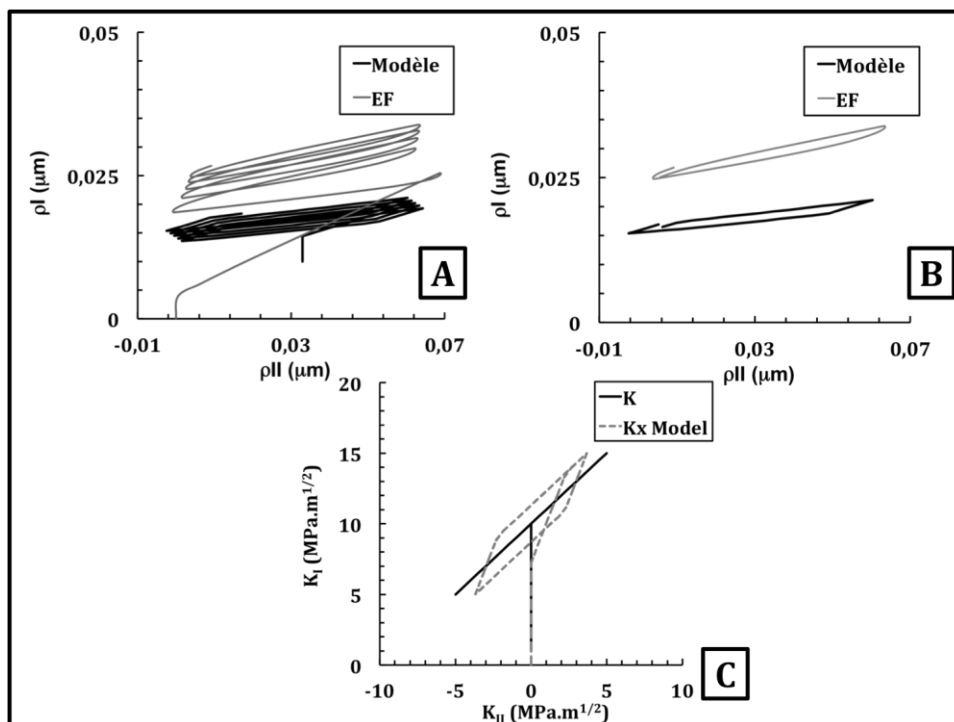


Figure 161 : Comparaison pour le trajet de chargement proportionnel de mode mixte I+II des évolutions des facteurs  $\rho_i$  en fonction des facteurs d'intensité des contraintes  $K_i$  obtenues par le modèle simplifié et par simulation éléments finis.

- Trajet « Carré »

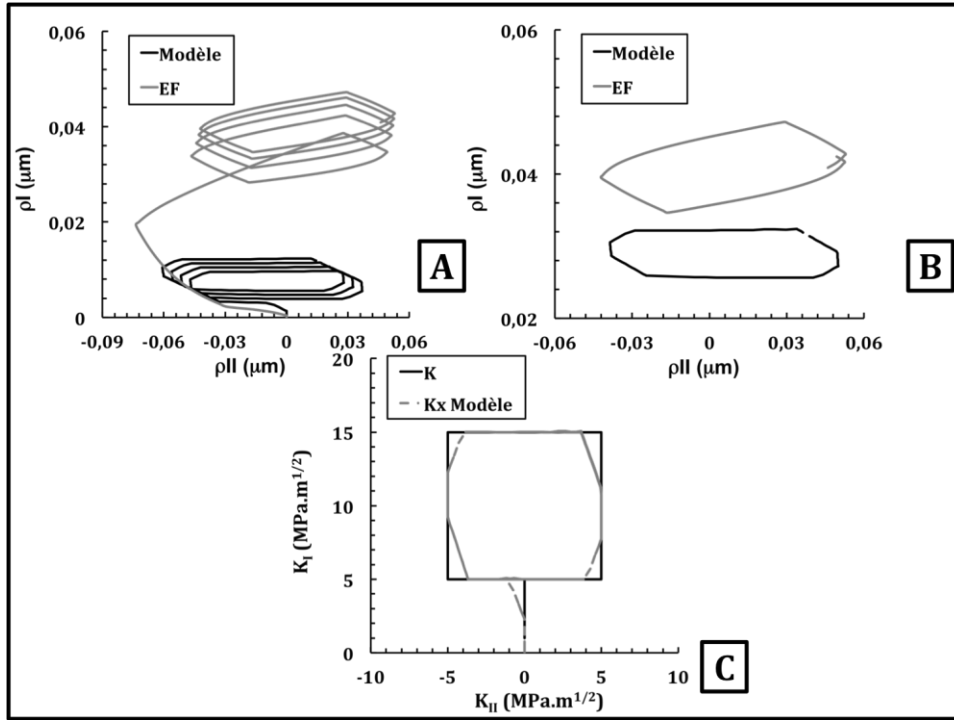


Figure 162 : Comparaison pour le trajet de chargement « Carré » de mode mixte I+II des évolutions des facteurs  $\rho_i$  en fonction des facteurs d'intensité des contraintes  $K_i$  obtenues par le modèle simplifié et par simulation éléments finis.

- Trajet « Croix »

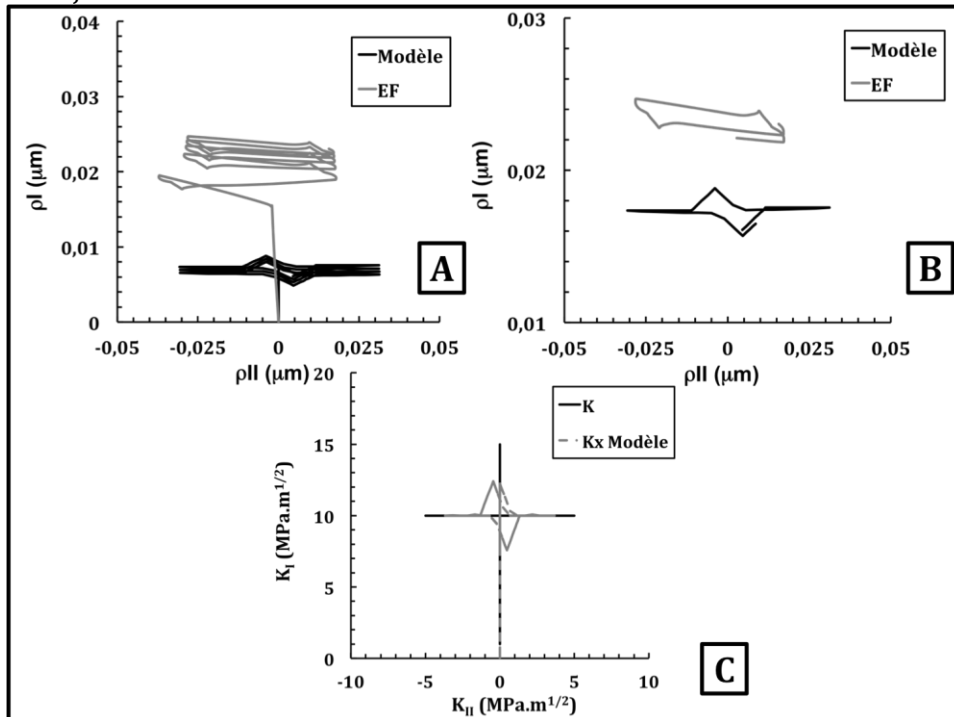


Figure 163 : Comparaison pour le trajet de chargement « Croix » de mode mixte I+II des évolutions des facteurs  $\rho_i$  en fonction des facteurs d'intensité des contraintes  $K_i$  obtenues par le modèle simplifié et par simulation éléments finis.

### 6.10.1.2. Trajets de chargements en mode mixte I+II+III

- Trajet proportionnel I+II+III

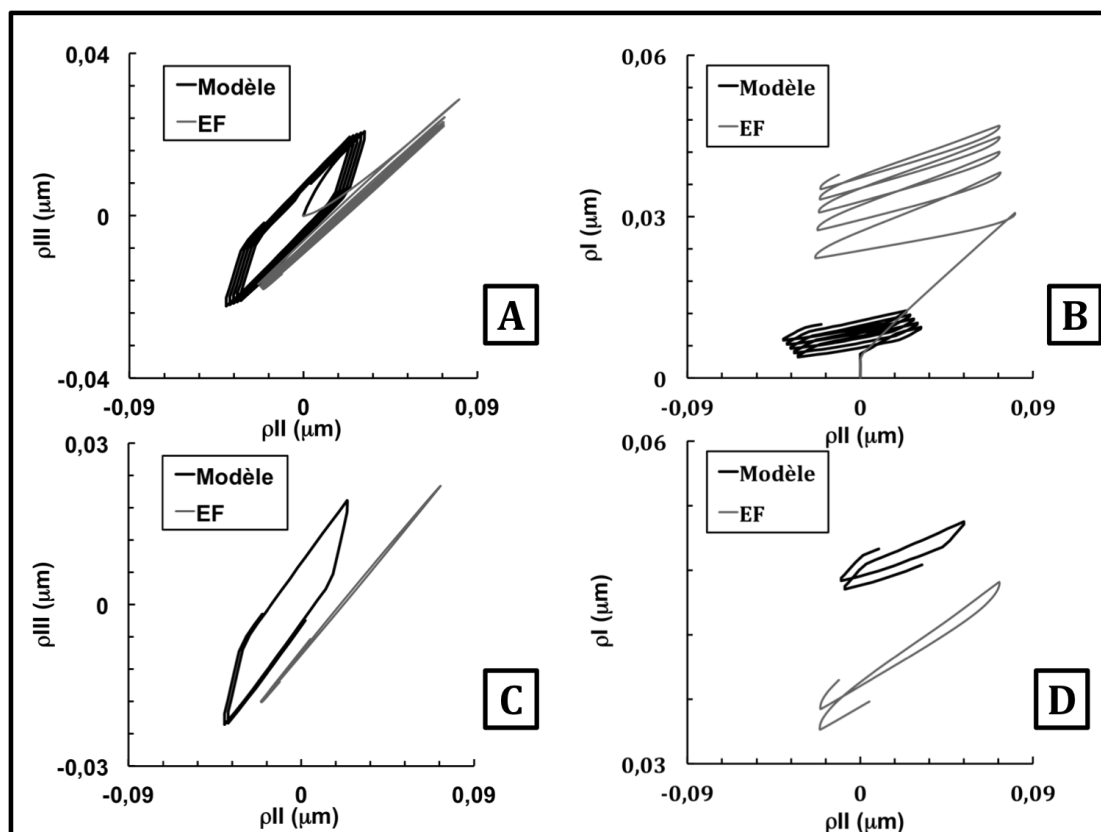


Figure 164 : Comparaison pour le trajet de chargement proportionnel de mode mixte I+II des évolutions des facteurs  $\rho_i$  en fonction des facteurs d'intensité des contraintes  $K_i$  obtenues par le modèle simplifié et par simulation éléments finis.

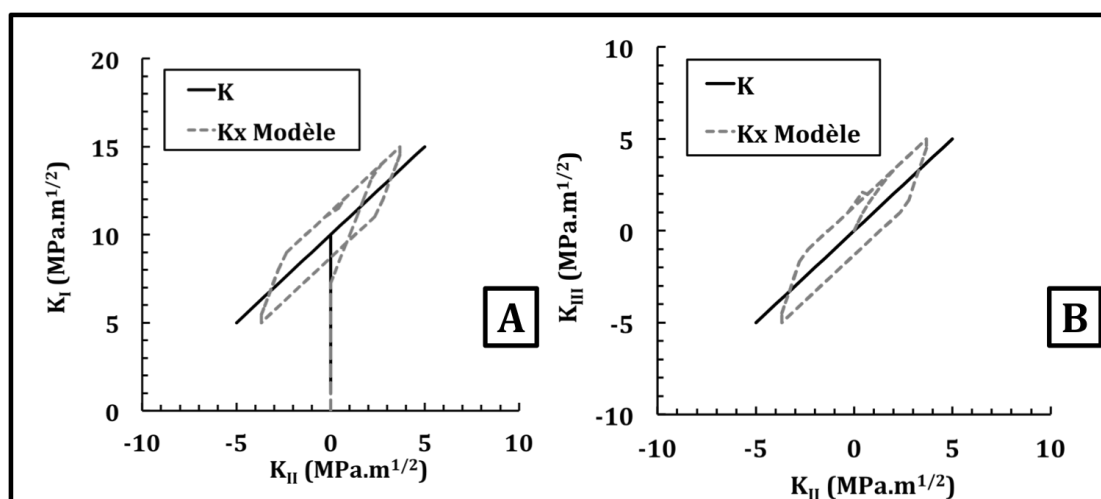


Figure 165 : Evolution pour le trajet de chargement proportionnel de mode mixte I+II+III du centre du domaine d'élasticité  $K_x$  en fonction des facteurs d'intensité des contraintes  $K_i$  obtenues par le modèle simplifié.

- Trajet « Cube »

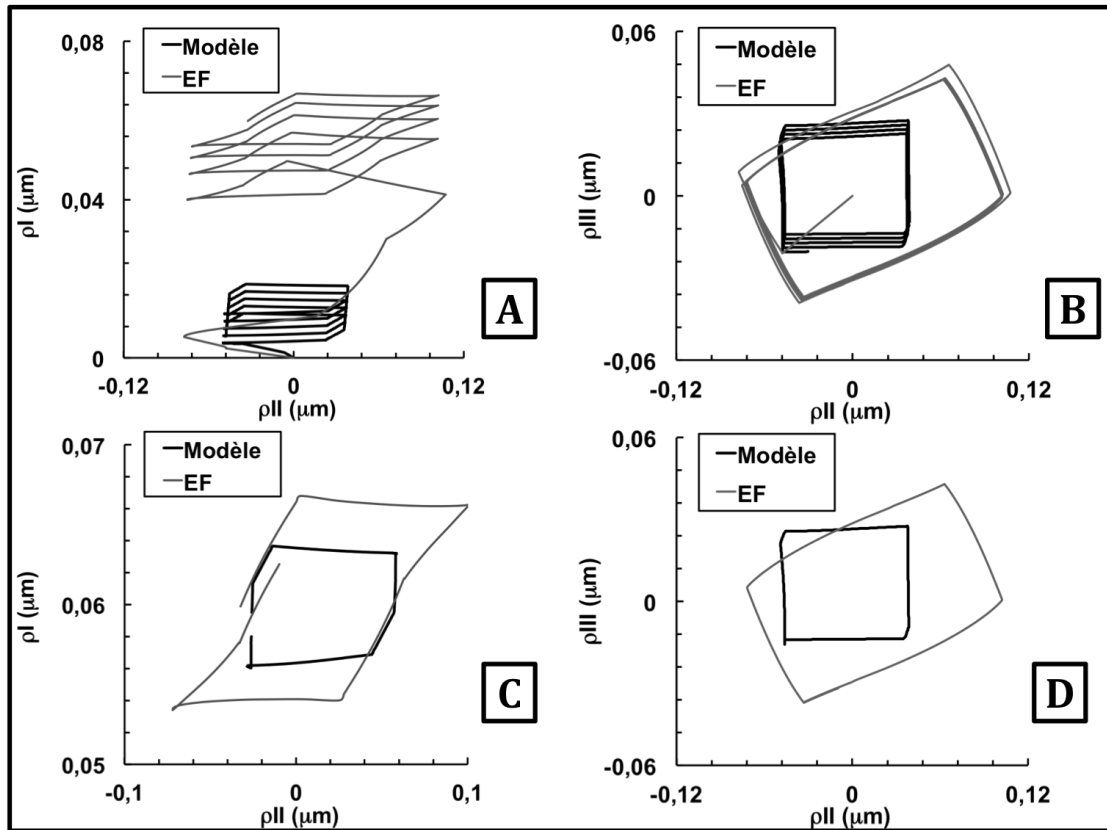


Figure 166 : Comparaison pour le trajet de chargement « Cube » de mode mixte I+II+III des évolutions des facteurs  $\rho_i$  en fonction des facteurs d'intensité des contraintes  $K_i$  obtenues par le modèle simplifié et par simulation éléments finis.

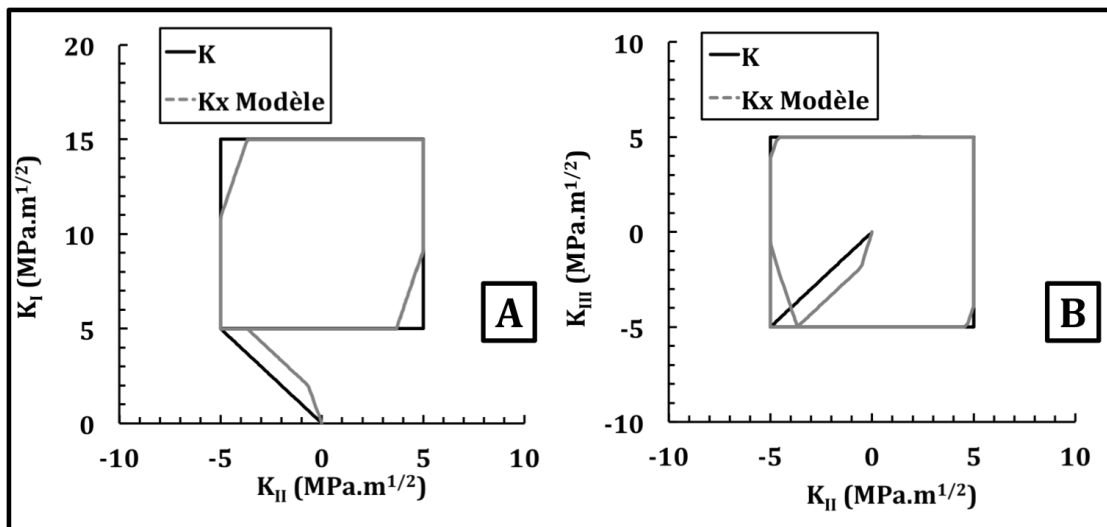


Figure 167 : Evolution pour le trajet de chargement « Cube » de mode mixte I+II+III du centre du domaine d'élasticité  $K_x$  en fonction des facteurs d'intensité des contraintes  $K_i$  obtenues par le modèle simplifié.



- Trajet « Etoile »

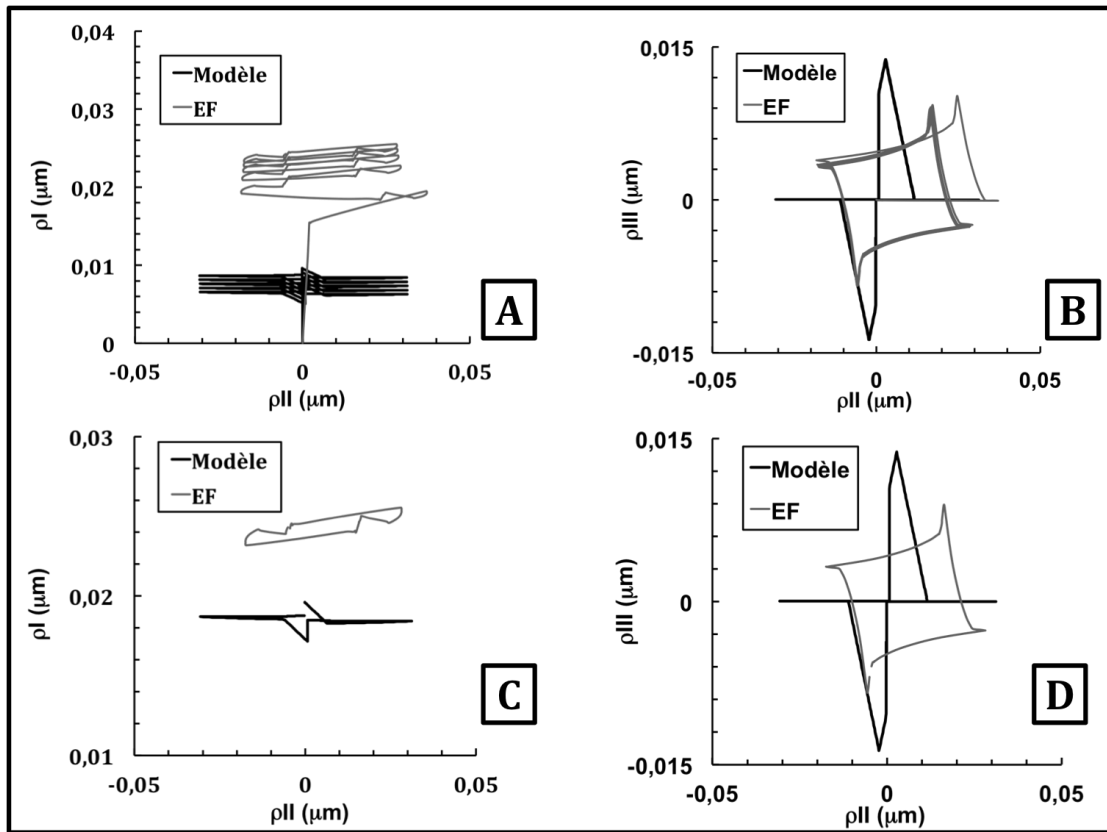


Figure 168 : Comparaison pour le trajet de chargement « Etoile » de mode mixte I+II des évolutions des facteurs  $\rho_i$  en fonction des facteurs d'intensité des contraintes  $K_i$  obtenues par le modèle simplifié et par simulation éléments finis.

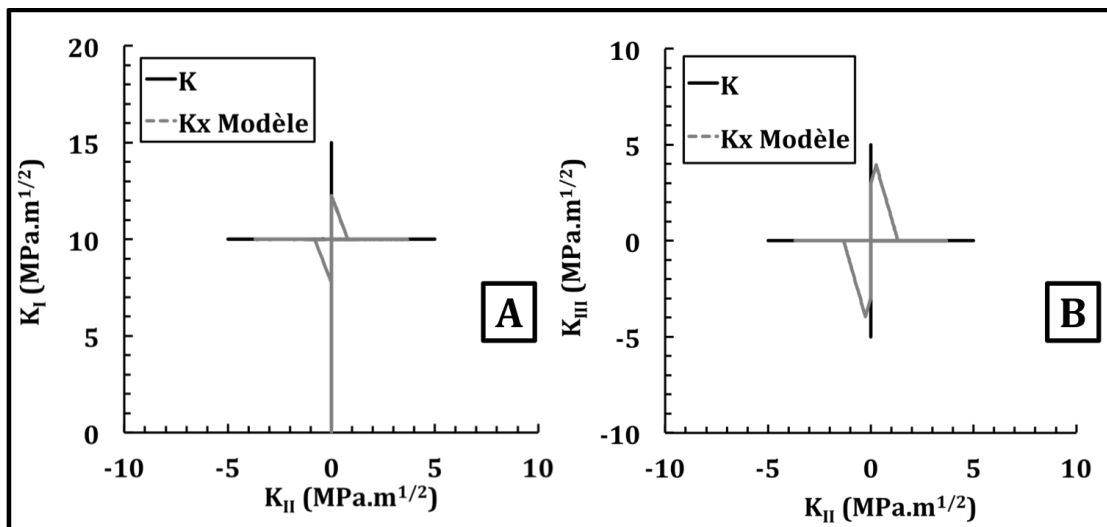


Figure 169 : Evolution pour le trajet de chargement « Etoile » de mode mixte I+II+III du centre du domaine d'élasticité  $K_x$  en fonction des facteurs d'intensité des contraintes  $K_i$  obtenues par le modèle simplifié.

Les simulations de l'ensemble de ces essais donnent des amplitudes des écoulements plastiques pour chaque mode qui sont qualitativement correctes, mais la forme des boucles n'est pas encore satisfaisante.

### 6.10.2. Prédiction des taux de fissuration et de bifurcation

Le but de ce modèle simplifié est de disposer d'un outil de prédiction, facile et rapide, de la vitesse et de la direction de propagation des fissures pour des trajets de chargement complexes (mixtes et non-proportionnels).

En s'appuyant sur l'équation (6-3), on peut utiliser le modèle pour prévoir la vitesse de propagation des fissures, pour ces calculs, on se donne  $\alpha=1$ . Il est important de souligner que lorsque la fissure se propage en mode I pur, le taux d'aire fissurée créée par unité de longueur de front se calcule à partir des composantes de mode II des vecteurs  $\underline{\rho}$ . Il est donc indispensable, dans les simulations, de ne pas « arrondir » les sommets ou les arêtes mais de conserver toutes les composantes des vecteurs  $\underline{\rho}$  de mode mixte qui, par superposition, engendrent un champ de vitesse en mode I. Par ailleurs, lors de l'ajustement des paramètres, il était important de s'assurer que ces composantes de mode II évoluaient de la même manière avec les simulations par éléments finis ou avec le modèle simplifié. Les erreurs sur les composantes de mode I et de mode III introduisant moins d'erreur sur la prévision de la vitesse de propagation.

Le modèle condensé permet ainsi de calculer pas à pas l'avancée de la fissure. On constate que le modèle, même s'il est encore très imparfait, permet de déterminer quel trajet de chargement est le plus endommageant, et de les classer dans le bon ordre (Tableau 18).

Trajet de chargement	Proportionnel	« Carré »	« Croix »
Longueur cumulée de propagation pour 5 cycles $l_{cum}(trajet)$	0,324 $\mu\text{m}$	0,483 $\mu\text{m}$	0,321 $\mu\text{m}$
$\frac{l_{cum}(trajet)}{l_{cum}(\text{"carré"})}$	0,67	1	0,66
$\frac{da(trajet)}{da(\text{"carré"})}$ Essai 70000 cycles	0,78	1	0,24

Tableau 18 : Effet de la forme du trajet de chargement, longueur de propagation  $l_{cum}$  cumulée pour les différents trajets de chargement.

Trajet de chargement	Proportionnel	« Carré »	« Croix »
$\frac{da_y}{da_x}$	0,095	0,05	0,045

Tableau 19 : Rapport  $\frac{da_y}{da_x}$  pour les différents trajets de chargement.

En revanche, le modèle ne prévoit pas directement la direction de propagation de la fissure. En effet, l'inclinaison de la facette prévue par ces simulations est inférieure à 5°. Il est important de souligner que tous ces calculs ont été réalisés sans actualiser l'orientation de la fissure, et donc sans actualiser le chargement nominal que la fissure

subit. On remarque par ailleurs (Tableau 19) que pour le trajet proportionnel le rapport  $\frac{da_y}{da_x}$  est plus important que pour les autres trajets de chargement, or dans les expériences c'est bien ce trajet de chargement qui bifurque.

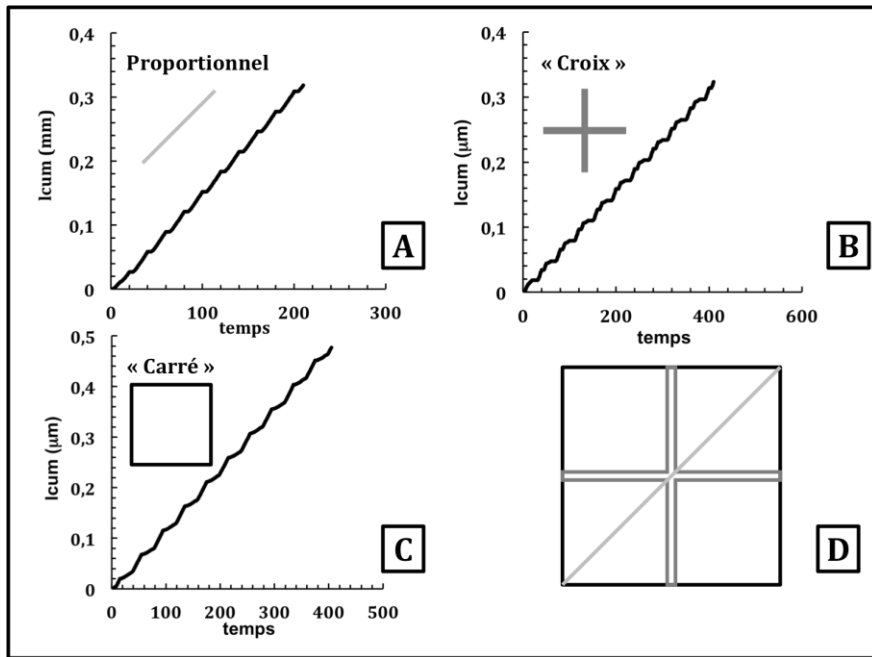


Figure 170 : Comparaison des longueurs de fissures cumulées estimées pour les différents trajets de chargement de mode mixte I+II. (a) trajet proportionnel - (b) trajet « croix » - (c) trajet « carré » - (d) chargements « équivalents » en amplitude pour KI et KII

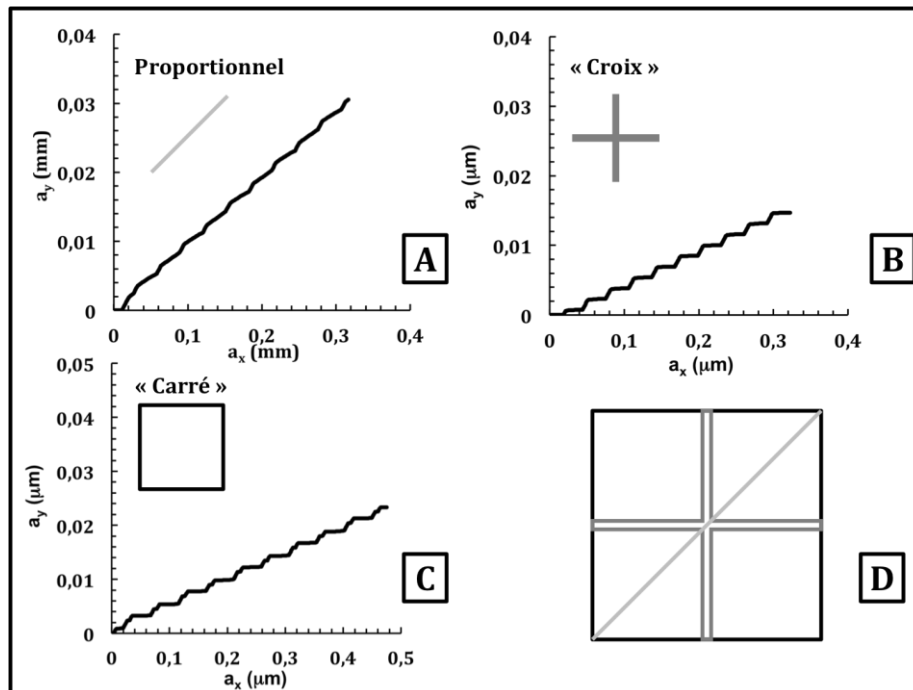


Figure 171 : Comparaison des longueurs de fissures cumulées estimées pour les différents trajets de chargement de mode mixte I+II. (a) trajet proportionnel - (b) trajet « croix » - (c) trajet « carré » - (d) chargements « équivalents » en amplitude pour KI et KII

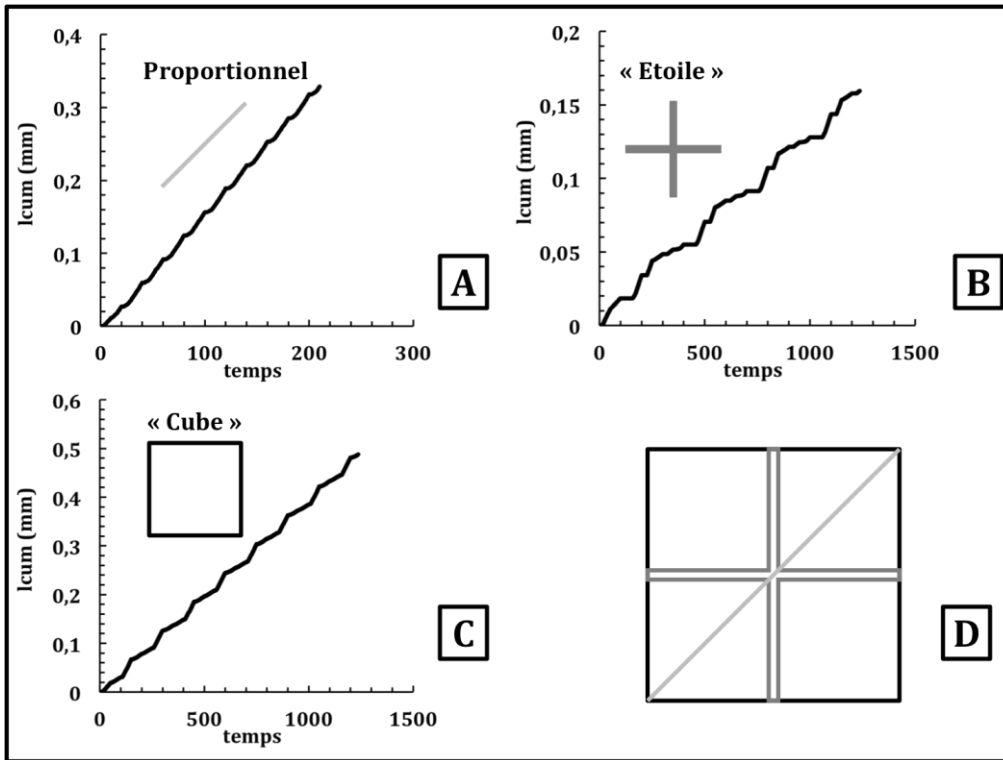


Figure 172 : Comparaison des longueurs de fissures cumulées estimées pour les différents trajets de chargement de mode mixte I+II. (a) trajet proportionnel - (b) trajet « étoile » - (c) trajet « cube » - (d) chargements « équivalents » en amplitude pour KI, KII et KIII

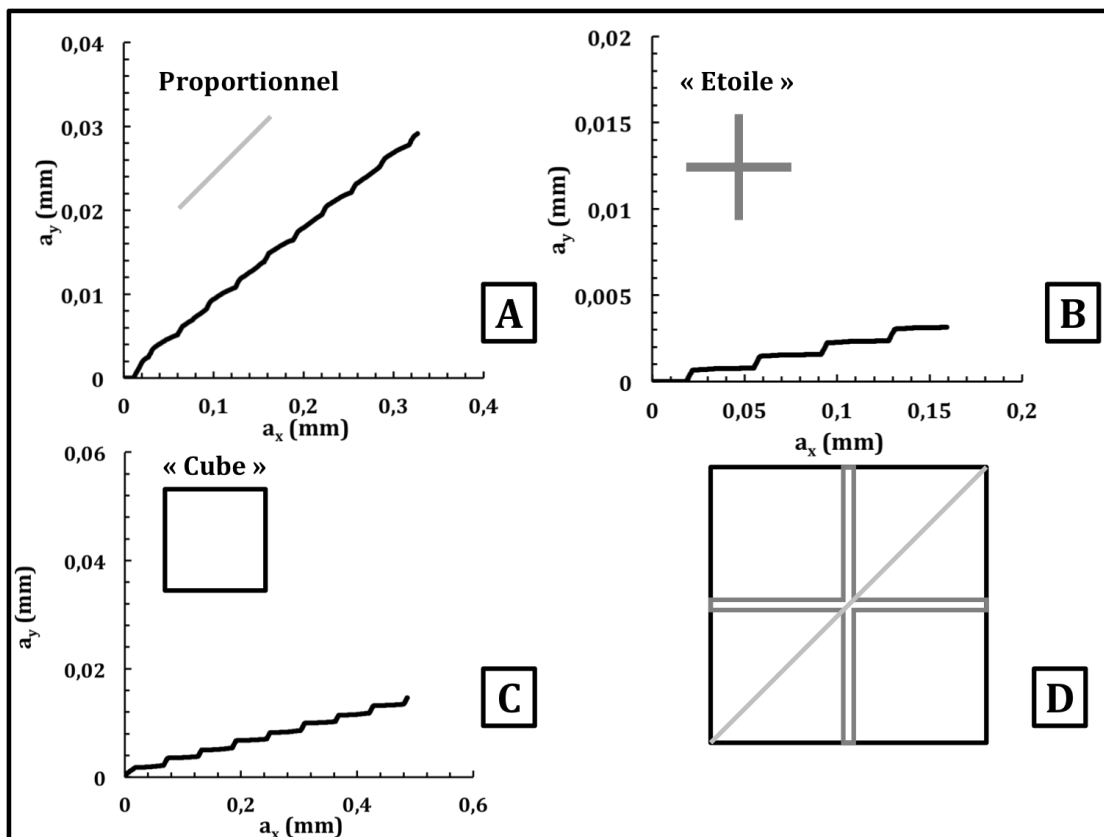


Figure 173 : Comparaison des longueurs de fissures cumulées estimées pour les différents trajets de chargement de mode mixte I+II+III.

On procède de même avec les trajets de chargement en mode mixte I+II+III. Là encore, le modèle simplifié permet de discriminer des trajets de chargement qui passent par les mêmes maxima et minima aux mêmes instants. Le trajet le plus endommageant est bien identifié et les classements entre les différents trajets sont en très bon accord avec les résultats expérimentaux.

Dans tous les cas, comme précédemment, le modèle ne prévoit pas directement la bifurcation de la fissure, pour cela, il faudra actualiser la géométrie de la fissure au fur et à mesure qu'elle se propage, et actualiser également le chargement nominal qu'elle subit. Cependant, l'inclinaison de la facette prévue pour le chargement proportionnel est deux fois plus importante que pour les deux autres cas, ce qui est qualitativement en accord avec les résultats expérimentaux.

Trajet de chargement	Proportionnel	« Cube »	« Etoile »
Longueur cumulée de propagation pour 5 cycles $l_{cum}(trajet)$	0,324	0,483	0,158
$\frac{l_{cum}(trajet)}{l_{cum}("carré")}$	0,67	1	0,32
$\frac{da(trajet)}{da("carré")}$ Essai 12000 cycles	0,63	1	0,16

Tableau 20 : Effet de la forme du trajet de chargement, longueur de propagation  $l_{cum}$  cumulée pour les différents trajets de chargement en mode mixte I+II+III

Trajet de chargement	Proportionnel	« Cube »	« Etoile »
Rapport $\frac{da_y}{da_x}$	0,0964	0,0481	0,0456

Tableau 21 : Rapport entre  $da_y$  et  $da_x$  pour les différents trajets de chargement.

### 6.10.3. Discussion – chargement proportionnel I+II, stade I ou stade II

On considère le cas d'une fissure sollicitée en mode I+II sous chargement proportionnel avec  $K_I/K_{II} > 0$ . En mode I+II, la surface seuil est un losange dans le diagramme  $G_I, G_{II}$ . Si la direction de chargement coupe la surface seuil au niveau d'une arête sans atteindre les sommets du losange pendant toute la durée du cycle de fatigue, alors la direction d'écoulement sera la même (au signe près) pendant tout le cycle de fatigue et telle que  $n_{II} = 0.97, \underline{n}_I = 0.22$ . L'inclinaison de la facette créée par plasticité sera alors de  $+13^\circ$  par rapport au plan de la fissure principale.

Deux autres cas peuvent être distingués. Dans le premier cas, la direction de chargement est au-dessus de la direction d'écoulement plastique (Figure 174 (a)). Lors du chargement, le domaine d'élasticité se déplace et la direction d'écoulement plastique reste constante ( $n_{II} = 0.97, \underline{n}_I = 0.22$ ) tant que la direction de chargement n'a pas atteint le sommet de la surface seuil. A partir de ce point, la combinaison de deux directions possibles pour l'écoulement plastique ( $n_{II} = 0.97, \underline{n}_I = 0.22$ ) et ( $n_{II} = -0.97, \underline{n}_I = 0.22$ ) permet d'obtenir un écoulement plastique selon la direction de chargement. La propagation de la fissure ne se fait alors plus sur une seule facette, mais par combinaison de deux glissements sur deux facettes à  $\pm 13^\circ$ . On passe du stade I au stade II.

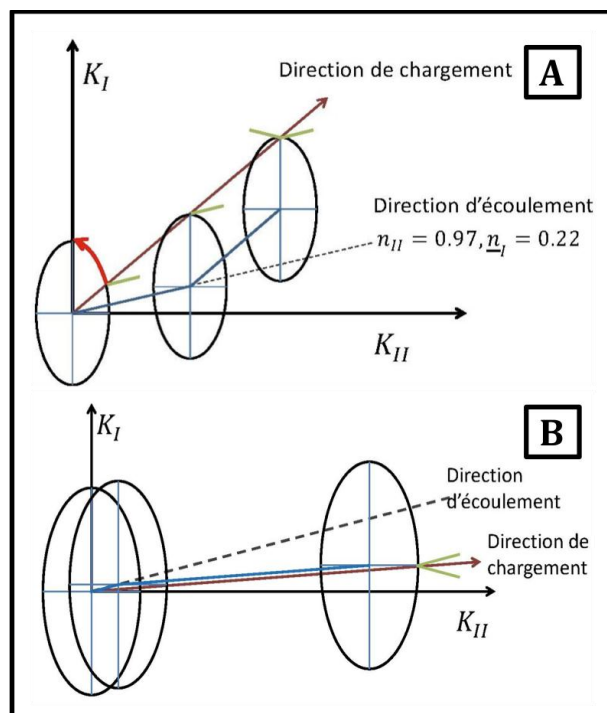


Figure 174 : Déplacement du domaine d'élasticité (une ellipse dans un diagramme  $K_I, K_{II}$ , un losange dans un diagramme  $G_I, G_{II}$ ) lors d'un chargement en mode mixte I+II proportionnel. (a) cas où la direction de chargement (ligne en trait plein) est au-dessus de la direction d'écoulement (ligne pointillée). (b) cas opposé où la direction de chargement est en dessous de la direction d'écoulement.

Dans le second cas, la direction de chargement est en dessous de la direction d'écoulement (Figure 174 (b)). Le domaine d'élasticité se déplace, la direction d'écoulement plastique reste constante tant que la direction de chargement n'a pas atteint l'autre sommet de la surface seuil. Dès que cela se produit, l'écoulement se fait à nouveau selon la direction de chargement appliqué en combinant les deux directions

possibles pour l'écoulement plastique ( $n_{II} = 0.97, n_I = 0.22$ ) et ( $n_{II} = 0.97, n_I = -0.22$ ). Comme pour le premier cas, la propagation de la fissure ne se fait alors plus sur une seule facette, mais par combinaison de deux glissements sur deux facettes à  $\pm 13^\circ$ . On passe du stade I au stade II. Un chargement en mode II pur, induit alors un écoulement en mode II pur et une propagation coplanaire.

Par conséquent, la part du cycle de fatigue pendant laquelle le chargement induit un écoulement plastique en stade I (une seule facette) dépend de la dimension du domaine d'élasticité. Plus la limite d'élasticité et l'écroutissage du matériau sont faibles, plus la direction de chargement atteint rapidement le sommet de la surface seuil et induit un écoulement plastique combinant deux directions d'écoulement plastique (stade II).

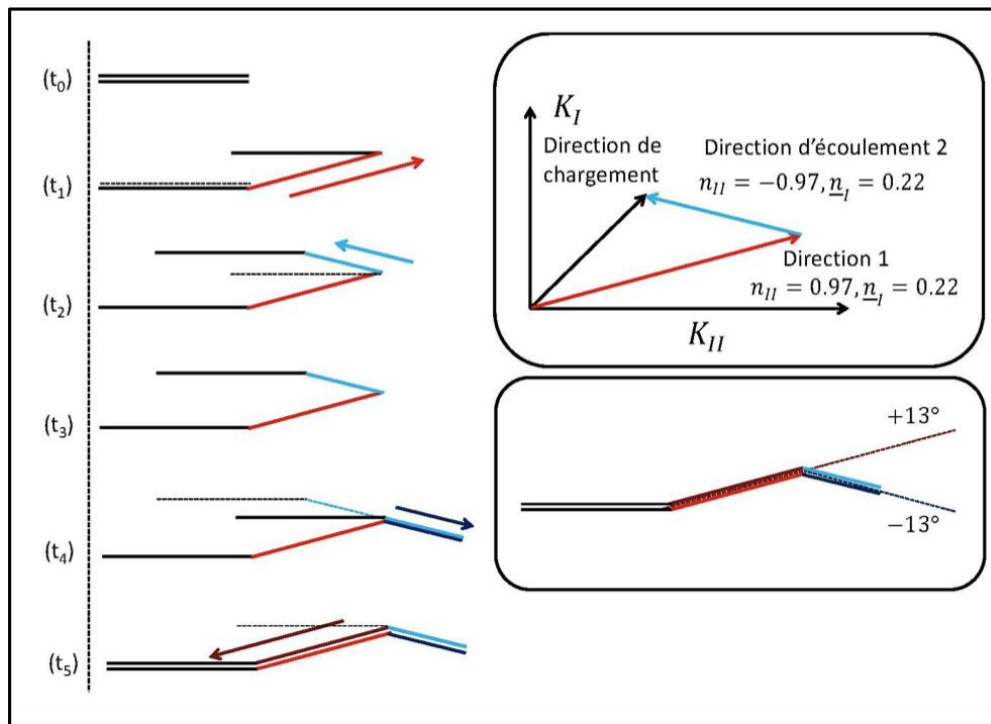


Figure 175 : Illustration d'un cycle de fatigue en mode mixte I+II proportionnel, pour lequel la direction de chargement permet de solliciter deux directions d'écoulement, avec une approche géométrique « idéalisée » on forme alors deux facettes, l'une à  $+13^\circ$  et l'autre à  $-13^\circ$ . ( $t_0$ ) état initial, ( $t_1$ ) phase de mise en charge - direction d'écoulement 1, ( $t_2$ ) phase de mise en charge - direction d'écoulement 2, ( $t_3$ ) fissure ouverte en mode mixte, ( $t_4$ ) phase de décharge - direction d'écoulement 2, signe inversé, ( $t_5$ ) phase de décharge - direction d'écoulement 1, signe inversé.

Pour prévoir la configuration finale de la fissure, il faudra actualiser sa géométrie et les chargements nominaux qu'elle subit au cours de sa propagation. Pour cela, il faudra implémenter le modèle dans un code de calcul de fissuration tel que X-FEM [MOE99], [MOE02], [GRA02]. Cependant, même sans réaliser ces calculs, on peut remarquer que si la géométrie de la fissure est devenue telle que  $K_{II}=0$  pendant tout le cycle de fatigue, la fissure ne peut alors présenter qu'une propagation coplanaire. Par conséquent, pour un chargement proportionnel en mode mixte, si le plan de propagation change avec la propagation de la fissure, sa déviation cessera dès que le chargement nominal vu par la fissure sera devenu tel que  $K_{II}=0$ .

Pour la mise en œuvre dans un code de calcul, il est utile de noter que, dès que deux directions d'écoulement sont possibles, la direction de bifurcation de la fissure n'est pas définie et peut être choisie entre  $\pm 13^\circ$ . En effet, avec une approche géométrique (très idéalisée), on forme deux facettes l'une inclinée à  $+13^\circ$  et l'autre à  $-13^\circ$ , le plan moyen de fissuration présentant une inclinaison intermédiaire entre ces deux angles extrêmes (Figure 175). Dans ce cas, on peut sélectionner comme direction de propagation pour la fissure celle qui tendra à rapprocher la fissure de la condition  $K_{II}=0$ .

La plasticité a donc pour effet de retarder la bifurcation, puisque l'angle de bifurcation est limité à  $\pm 13^\circ$ , mais le plan de propagation final de la fissure devrait normalement rester globalement le même que ce qui est prévu avec le critère de symétrie locale  $K_{II}=0$  lorsque le chargement est proportionnel.

#### 6.10.4. Discussion – autour de l'article de Plank et Kuhn [PLA99]

Plank et Kuhn [PLA99] ont montré que pour un chargement en mode mixte I+II, deux types de fissuration pouvaient être observés, soit une propagation coplanaire (*shear mode*), soit une bifurcation en accord avec le critère de symétrie locale ( $K_{II}=0$ ) (*tensile mode*). Selon leurs observations, la fissure se propage de manière coplanaire si  $\Delta K_{II}$  est supérieur à la valeur de  $\Delta K_I^*$  après bifurcation dans le plan  $K_{II}=0$  pour  $K_I=K_{I\max}$  du cycle de fatigue. Ce critère permet de rendre compte de l'effet d'un chargement en mode I statique. Néanmoins, il faut, pour tous les matériaux étudiés par les auteurs, que  $\Delta K_{II}$  soit au-dessus d'un seuil  $\Delta K_{II}^{th,sm}$ . Lorsque la limite d'élasticité du matériau et le seuil de non-propagation par fatigue des fissures sont faibles (cas des alliages d'aluminium 6010 et 2017) le seuil  $\Delta K_{II}^{th,sm}$  est faible. A l'inverse, lorsque la limite d'élasticité du matériau et le seuil de non-propagation par fatigue des fissures sont élevées (cas des alliages d'aluminium 5083 et 7075), la fissure bifurque presque toujours, le seuil  $\Delta K_{II}^{th,sm}$  étant élevé.

Le modèle de plasticité proposé ici, peut prévoir une propagation coplanaire en mode II, puisqu'on se trouve dans le cas décrit sur la Figure 174 (b). Plus le domaine d'élasticité du matériau est petit, moins il sera possible de s'écarter de la condition d'écoulement en mode II et stade II et donc moins il sera possible de bifurquer.

A titre d'illustration, supposons que la dimension du domaine d'élasticité soit égale à  $K_I^Y = 2MPa\sqrt{m}$ , ce qui correspond à un seuil de non propagation des fissures de  $\Delta K_I^{th} = 2K_I^Y = 4MPa\sqrt{m}$  (c'est-à-dire le cas de l'alliage d'aluminium 2017 [PLA99]). Dans ce cas, compte tenu de la forme de la surface seuil de plasticité retenue ici, le seuil de non propagation des fissures en mode II pur est de  $\Delta K_{II}^{th} = 0.48 \Delta K_I^{th} = 1.92 MPa\sqrt{m}$ . Une fois la frontière de la surface seuil atteinte, l'écart maximal entre la direction d'écoulement plastique et la surface seuil ( $13^\circ$ ) correspond à  $(K_I - K_{IX})_{fac} = 0.44 MPa\sqrt{m}$  et  $(K_{II} - K_{IIX})_{fac} = 1.90 MPa\sqrt{m}$ . On pourra donc former des facettes inclinées introduisant une perturbation maximale sur  $K_I$  et  $K_{II}$  de  $0.44 MPa\sqrt{m}$  et  $1.90 MPa\sqrt{m}$ . Au-delà la fissuration sera coplanaire (Figure 174 (b)). Le seuil de fissuration coplanaire devrait ainsi être situé vers  $\Delta K_{II}^{th,sm} = \Delta K_{II}^{th} + (K_{II} - K_{IIX})_{fac} = 3.8MPa\sqrt{m}$ , ce qui est cohérent avec les résultats de Plank et Kuhn [PLA99] pour l'alliage 2017. De même, pour l'alliage 7075, on a  $\Delta K_I^{th} = 9MPa\sqrt{m}$ , ce qui placerait le seuil de fissuration coplanaire en mode II vers  $\Delta K_{II}^{th,sm} = 8.6MPa\sqrt{m}$ , en accord avec les résultats de Plank et Kuhn [PLA99] qui le trouvent à  $\Delta K_{II}^{th,sm} = 8 MPa\sqrt{m}$ .



De la même manière (Figure 174 (a)), pour un chargement en mode I, plus le domaine d'élasticité est petit et plus les perturbations du plan de fissuration seront faibles, et la bifurcation difficile.

#### 6.10.5. Discussion – autour de l'article de Leblond et Lazarus [LEB11].

On considère maintenant un cas de chargement en mode I+III ( $K_I^0, K_{III}^0$ ). Lazarus et Leblond [LEB11] ont fourni une solution pour les facteurs d'intensité des contraintes pour le cas d'une perturbation en hélice du front de la fissure (Voir Figure 9 - chapitre 4). Les coordonnées perturbées  $\{x', y', z'\}$  sont définies comme suit :

$$\begin{cases} x' = x + \varepsilon A_x e^{x/a} \cos(kz) \\ y' = \varepsilon A_y e^{x/a} \sin(kz) \\ z' = z \end{cases} \quad (6-71)$$

La perturbation engendrée sur les facteurs d'intensité des contraintes locaux le long du front de la fissure perturbée est présentée à la formule 5-4.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\delta K_I(z)}{A_x K_I^0} = -\frac{1}{2} \varepsilon k \cos(kz) + \frac{K_{III}^0 A_y}{K_I^0 A_x} \varepsilon k \cos(kz) \left( -2 + \frac{1-2\nu}{\sqrt{2}(1-\nu)} F(ka) \right) \\ \frac{\delta K_{II}(z)}{A_x K_I^0} = \frac{1 A_y}{2 A_x} \frac{1}{ka} \varepsilon k \sin(kz) \left( 1 + \frac{2-3\nu}{2-\nu} ka \right) + \frac{2}{2-\nu} \frac{K_{III}^0}{K_I^0} \varepsilon k \sin(kz) \\ \frac{\delta K_{III}(z)}{A_x K_I^0} = \frac{2(1-\nu)^2 A_y}{2-\nu} \frac{1}{A_x} \varepsilon k \cos(kz) - \frac{2+\nu}{2(2-\nu)} \frac{K_{III}^0}{K_I^0} \varepsilon k \cos(kz) \end{array} \right. \quad (6-72)$$

$$\text{avec } F(ka) = \sqrt{\frac{ka}{1+ka}}$$

En utilisant cette solution, les auteurs [LEB11] ont pu identifier des géométries de fissure vérifiant le principe de symétrie locale ( $K_{II}^0 = 0$  et  $\delta K_{II} = 0$ ) et la condition de Griffith (G=Constante).

Avec le modèle de plasticité proposé ici, en mode I+III, le domaine d'élasticité est une ellipse dans un diagramme ( $K_I^0, K_{III}^0$ ), avec un facteur de forme ( $K_{III}^Y/K_I^Y = 0.39$ ). Dès que le taux de mixité du chargement est tel que  $K_{III}^0/K_I^0 < 6.47$  (cas analogue à la Figure 174 (a)), la direction d'écoulement plastique est d'abord constante et égale à ( $n_{III} = 0.98, \underline{n}_I = 0.15$ ), ce qui correspond à un angle de 8.6°. Le centre du domaine d'élasticité se déplace alors dans la direction ( $n_{III} = 0.98, \underline{n}_I = 0.15$ ) jusqu'à ce que la direction de chargement coupe la surface seuil au niveau du sommet. A partir de ce point deux directions d'écoulement (en mode I+III) sont activées ( $n_{III} = -0.98, \underline{n}_I = 0.15$ ) et ( $n_{III} = 0.98, \underline{n}_I = 0.15$ ) permettant d'obtenir une direction d'écoulement résultante qui suit la direction de chargement. Chacune de ces deux directions est la somme de deux composantes présentant des composantes de mode II de signe opposé, permettant à la fissure de se propager.

Le taux de mixité de l'écoulement plastique peut donc être différent du taux de mixité du chargement pendant une petite portion du cycle de fatigue qui dépend de la taille du domaine d'élasticité et du taux de mixité du chargement initial.

Dans cette phase, assimilable au stade I, la direction de propagation de la fissure ne sera pas celle qui est attendue par le critère  $K_{II}=0$ . Il sera nécessaire d'appliquer des amplitudes de chargement plus importantes pour que la fissure puisse se propager selon le critère de symétrie locale.

Si on considère par exemple, un cas de chargement tel que  $K_{III}^0/K_I^0 = 2$ , et une taille du domaine d'élasticité égale à  $K_I^Y = 2MPa\sqrt{m}$ . Le seuil de propagation sera atteint pour une amplitude  $\Delta K_I^0 = 0.77MPa\sqrt{m}$  et  $\Delta K_{III}^0 = 1.53MPa\sqrt{m}$ . Ensuite, pour atteindre le point à partir duquel plusieurs directions d'écoulement plastique sont activées (stade II), il faudra appliquer une amplitude  $\Delta K_I^0 = 4MPa\sqrt{m}$  et  $\Delta K_{III}^0 = 8MPa\sqrt{m}$ .

En utilisant la formule 5-55, il devrait être possible d'en déduire les géométries des perturbations en forme d'hélice de la fissure pour lesquelles on reste en stade I. Cela permettrait de définir un seuil en dessous duquel les perturbations du front de la fissure peuvent être considérées comme de la rugosité (stade I) et les distinguer de celles qui permettent à la fissure d'activer plusieurs directions d'écoulement plastique (stade II) et pour lesquelles on peut trouver la direction de propagation à l'aide du critère de symétrie locale. Cette distinction pourrait aider à décider quand il faut actualiser la géométrie d'une fissure dans un calcul numérique par éléments finis.

**Remarque 53 :** *Les caractéristiques du comportement élasto-plastique cyclique du matériau sont donc vraiment essentielles pour la prédiction du comportement de la fissure sous chargement complexe*

## 6.11. Conclusions intermédiaires

Ce chapitre a permis de discuter en détail les hypothèses de la démarche utilisée pour représenter de manière simplifiée le champ de vitesse dans un milieu élasto-plastique, au voisinage du front de la fissure et en conditions de plasticité confinée.

Les champs de référence élastiques et complémentaires peuvent être représentés comme le produit d'une fonction de la distance au front de la fissure et d'une distribution angulaire. Il a été montré, en particulier, que les champs complémentaires présentent une décroissance exponentielle de leur intensité avec la distance au front de la fissure. Le taux de décroissance est défini par une longueur caractéristique  $p$  qui dépend du comportement élasto-plastique du matériau, en particulier de sa capacité d'érouissage. A l'inverse, la forme de la distribution angulaire est peu dépendante du matériau. Ces études restent à compléter.

Dans un second temps, un modèle de comportement élasto-plastique cyclique a été mis en place. Ce modèle est une extension aux modes I+II+III du modèle déjà développé dans la thèse de Pierre-Yves Decreuse pour les modes I+II. Le modèle comporte un domaine d'élasticité, une règle d'écoulement et une loi d'érouissage cinématique.

Dans cette étude, on s'est attaché à faire évoluer la loi d'érouissage pour la rendre non-linéaire. Utiliser un érouissage cinématique non-linéaire permettra de simuler des lois de Paris, en mode I comme en mode mixte, et de représenter les effets transitoires associés à la stabilisation progressive des contraintes internes dans la zone plastique en cas de chargement variable. Les résultats ne sont pas encore complètement satisfaisants, mais il est néanmoins possible aujourd'hui d'effectuer des simulations en élasto-plasticité et en mode mixte I+II+III non proportionnel avec des temps de calcul courts (de l'ordre d'une seconde par cycle).

Les simulations des trajets de chargement en mode mixte I+II et I+II+III imposés lors des essais ont été menées et comparées aux résultats expérimentaux (chapitre 5) et aux résultats issus des simulations par éléments finis (chapitre 4). On peut en conclure que ce modèle permet de discriminer des trajets de chargement présentant les mêmes amplitudes pour chaque mode, et passant par les mêmes maxima et minima aux mêmes instants. Le modèle permet de repérer le trajet de chargement le plus endommageant et de classer les trajets dans le bon ordre, avec les bons ordres de grandeurs.

En ce qui concerne la prévision du trajet de propagation de la fissure, le modèle montre des différences entre des trajets de chargement différents mais présentant les mêmes amplitudes pour chaque mode, et passant par les mêmes maxima et minima aux mêmes instants. Néanmoins, le modèle ne permet pas encore la prévision de la direction de propagation de la fissure. Des travaux futurs sur ce sujet seront nécessaires, notamment en exploitant les évolutions respectives des facteurs complémentaires  $\rho_I$  et  $\rho_{II}$  liés à une plasticité « symétrique » ou « anti-symétrique »



## 7. Conclusions & Perspectives

L'objet de cette thèse est l'étude de la fissuration par fatigue sous chargement d'amplitude variable en mode mixte I+II+III. Ce travail s'efforce en particulier d'étudier les effets induits par la plasticité confinée en conditions de chargement multiaxial. Une des conclusions principales est que si la zone plastique est confinée, des contraintes internes se développent dès qu'une déformation plastique se produit. Ces contraintes internes introduisent des effets d'histoire du chargement, sur la vitesse et la direction de propagation de la fissure.

L'étude bibliographique relative à ce sujet démontre la forte influence du comportement du matériau sur ces effets d'histoire. Par conséquent, dans un premier temps un modèle de comportement a été identifié pour le matériau d'étude, le 316L. Puis une campagne d'essais de fissuration par fatigue en mode I a été menée. Les essais présentés, permettent de montrer qu'il existe des effets d'histoire du chargement à courte distance et à longue distance. Ces effets sont non-négligeables et antagonistes ce qui rend la prédiction des effets d'histoire du chargement assez complexes pour des spectres de chargements réels.

Des essais de fissuration en mode mixte séquentiel I+III ont été réalisés. Les essais visaient principalement à discriminer les contributions de deux mécanismes principaux évoqués pour expliquer les effets d'histoire : la plasticité d'une part, et les interactions de type contact et frottement, d'autre part. Ces essais ont montré l'importance, pour la fissuration en mode I, de la forme de la séquence de chargement sur les effets d'histoire que cette séquence induit. Par comparaison, les effets de contact et de frottement entre les faces de la fissure, seraient de seconde importance pour expliquer l'effet de retard induit sur la fissuration en mode I, par une séquence de mode III. Les effets longue distance d'une séquence de chargement en mode III sur la fissuration en mode I, sont également très visibles sur les faciès de rupture, après quelques cycles de mode III, le faciès de rupture en mode I garde des caractéristiques « de mode III » très nettes alors même que la fissure s'est propagée en mode I sur 2mm ou plus depuis l'application des cycles de mode III.

Une démarche a été mise en place pour étudier le comportement élasto-plastique d'une section représentative du front de la fissure par des calculs numériques par éléments finis. Le principe consiste à ne retenir des calculs élasto-plastiques réalisés que le strict minimum d'information nécessaire pour pouvoir analyser le comportement de la région plastifiée. Pour cela, on se donne une approximation cinématique : le champ de vitesse est partitionné en modes et chaque mode comporte une composante élastique et une composante complémentaire. Chaque composante est le produit d'un champ de référence, défini *a priori*, et d'un facteur d'intensité, variable au cours du chargement. A chaque pas de temps, on calcule les facteurs d'intensité et plusieurs indicateurs de l'erreur associée à cette représentation simplifiée. L'analyse de ces indicateurs permet de détecter le non-confinement de la zone plastique, la fermeture de la fissure ou encore l'entrée en plasticité de la région d'intérêt de manière robuste (peu sensible au maillage par exemple). Les champs de référence élastiques et complémentaires peuvent être représentés comme le produit d'une fonction de la distance au front de la fissure et d'une distribution angulaire. Les champs complémentaires présentent une décroissance exponentielle de leur intensité avec la distance au front de la fissure. Le taux de décroissance est lié à l'écroutissement du matériau. A l'inverse, la forme de la distribution angulaire est peu dépendante de l'écroutissement du matériau. Ces champs complémentaires peuvent être utilisés dans un code éléments finis de type X-FEM pour l'utiliser dans un cadre non-linéaire.

La méthode a permis d'étudier des trajets de chargement non-proportionnels (« carré », « cube », « croix » et « étoile ») en vue de la réalisation d'essais de fissuration par fatigue. Les calculs réalisés ont permis de sélectionner 7 trajets de chargement en mode I+II et en mode I+II+III, qui présentent tous les mêmes amplitudes pour chaque mode, les mêmes maxima, minima et valeurs moyennes. Ces trajets sont censés être équivalents au sens des critères de rupture par fatigue usuels, mais les calculs par éléments finis montrent des différences de comportement plastique importantes.

Les calculs réalisés ont également permis de discuter le rôle des phases de chargement en mode III. Le comportement du matériau étant non-linéaire, la direction du chargement nominal n'est pas nécessairement celle de l'écoulement plastique. Ajouter une phase de chargement en mode III peut, dans certains cas, augmenter significativement l'écoulement plastique en modes I et II. Cet effet est associé à l'adaptation de la zone plastique, qui n'est pas immédiate, en particulier lorsque l'écrouissage du matériau n'est pas linéaire. Certains effets à courte distance, le fait que plusieurs surcharges produisent plus d'effet d'histoire qu'une seule, par exemple, découlent également de cette adaptation progressive de la zone plastique.

Des essais de fissuration par fatigue en mode mixte I+II+III non-proportionnel ont également été réalisés. Un dispositif expérimental a été développé afin de pouvoir superposer un chargement de mode III à une éprouvette cruciforme sollicitée en mode I+II sur la machine Astree du LMT. Des développements ont également été réalisés au niveau du pilotage, de l'asservissement et de la mesure, en vue de pouvoir appliquer à l'éprouvette des trajets de chargement définis par l'évolution des facteurs d'intensité des contraintes nominaux  $K_I$ ,  $K_{II}$  et  $K_{III}$  à une fréquence suffisante ( $\approx 5$  Hz) pour pouvoir suivre la fissuration par fatigue.

Les essais ont permis de démontrer que des trajets de chargements différents, mais présentant tous les mêmes minima, maxima et valeurs moyennes pour chaque mode, conduisent à des vitesses de fissuration par fatigue très différentes. Le trajet de fissuration est également dépendant de la forme du trajet de chargement. Par ailleurs, l'ajout de phases de chargement en mode III à des cycles en mode I+II conduit, pour tous les cas testés, à une augmentation très nette de la vitesse de propagation, y compris quand la fissuration reste coplanaire. La prise en compte de la non-linéarité du matériau est indispensable, si on souhaite pouvoir prévoir ces effets de forme du trajet de chargement, dont l'importance a été montrée lors des essais.

Les calculs non-linéaires par éléments finis permettent effectivement de discriminer ces différents trajets de chargement et de les classer dans le bon ordre vis-à-vis des vitesses de fissuration expérimentales. Néanmoins, les calculs par éléments finis en mode I+II+III sont extrêmement longs. Un modèle réduit a donc été développé pour la plasticité en mode mixte d'une section représentative du front de fissure. Le modèle comporte un domaine d'élasticité, une règle d'écoulement et une loi d'écrouissage cinématique. Plusieurs lois d'écrouissage ont été testées. Afin de pouvoir représenter les effets à courte distance associés à l'adaptation de la zone plastique, il s'est avéré indispensable d'implémenter une loi d'écrouissage cinématique non-linéaire. Le passage au non-linéaire a introduit des contraintes sur le traitement de l'écoulement plastique en « mode pur » (sommet et arêtes de la surface seuil). Le modèle d'écrouissage implanté dans le modèle est dérivé d'un modèle proposé par R. Desmorat pour le comportement élasto-plastique des métaux. Les résultats ne sont pas encore complètement satisfaisants, mais il est possible aujourd'hui d'effectuer des simulations en élasto-plasticité et en mode mixte I+II+III non proportionnel avec des temps de calcul courts (de l'ordre d'une seconde par cycle).

Les simulations des trajets de chargement en mode mixte I+II et I+II+III imposés lors des essais ont été menées et comparées aux résultats expérimentaux et aux résultats des simulations par éléments finis. Comme la méthode des éléments finis, le modèle permet de discriminer des trajets de chargement présentant les mêmes amplitudes pour chaque mode, et passant par les mêmes maxima et minima aux mêmes instants. Le modèle permet également bien de repérer le trajet de chargement le plus endommageant et classer les trajets dans le bon ordre.

Ce travail ouvre de nombreuses perspectives. En premier lieu, il serait intéressant, maintenant que le dispositif expérimental est disponible, de réaliser d'autres essais de fissuration pour des trajets de chargements I+II+III complexes qui peuvent être rencontrés dans des composants industriels. En plus de l'étude de la forme du trajet de chargement, on pourrait conduire une étude sur l'effet du sens de parcours de ce trajet. Il faudrait maintenant conduire des essais équivalents, en se donnant la possibilité de suivre la fissure sur ses deux faces simultanément. Il faudrait également prévoir une longueur de propagation plus importante pour que les phénomènes de versemment soient plus faciles à observer. Des essais en mode mixte à amplitude variable pourraient également être réalisés pour combiner les effets d'histoire du niveau du chargement et ceux de la direction du chargement.

Le modèle, dans sa forme actuelle, permet de représenter les effets à courte distance. Pour pouvoir également modéliser les effets à longue distance, la première évolution serait de permettre l'actualisation de la géométrie de la fissure. Pour cela, il faudra préciser dans le modèle comment le centre du domaine d'élasticité évolue avec la propagation de la fissure. On pourra postuler, comme en mode I, une loi de décroissance exponentielle pour la position du centre du domaine d'élasticité relative à la propagation de la fissure. Le taux de décroissance peut être déterminé à partir de la décroissance exponentielle du champ complémentaire. La difficulté majeure est plutôt de prévoir l'effet de l'évolution de l'orientation de la fissure sur le centre du domaine d'élasticité. Ce que subit la fissure, ce n'est pas le chargement nominal, mais la superposition du chargement nominal et des contraintes internes, qui sont « représentées » par le centre du domaine d'élasticité. Il est donc crucial, lorsque la fissure tourne de savoir actualiser non seulement le chargement nominal qu'elle subit, mais aussi ses contraintes internes, représentée par un facteur d'intensité des contraintes centre du domaine d'élasticité.

Une troisième perspective importante serait de pouvoir utiliser ce modèle pour prévoir la propagation de fissures tridimensionnelles complexes, pour cela il faudra disposer en entrée, de méthodes de calcul des facteurs d'intensité des contraintes nominaux pour une fissure 3D de forme complexe, et en sortie pouvoir indiquer comment actualiser la géométrie de la fissure.

Concernant le comportement du matériau, les effets de sur-écrouissage cyclique induits par la non-proportionnalité du chargement n'ont pas été pris en compte. On pourrait décliner les essais "papillons" dans le cadre de l'étude de la fissuration par fatigue (un des objectifs de l'essai "carré-croisé").

Enfin, la géométrie de la fissure devrait aussi faire l'objet d'une modélisation, en définissant d'une part ce qui devrait être modélisé comme une évolution de sa rugosité, et d'autre part, ce qui doit être pris en compte comme une courbure. Une variable interne de rugosité pourrait ensuite être utilisée dans une loi de contact-frottement.

## 8. Références

- [ACK84] Ackermann, F., L. P. Kubin, et al. (1984). "The Dependence of Dislocation Microstructure on Plastic Strain Amplitude in Cyclically Strained Copper Single-Crystals." *Acta Metallurgica* 32(5): 715-725.
- [AKH83] Akhurst, K. N., T. C. Lindley, et al. (1983). "The Effect of Mode III Loading of Fatigue Crack-Growth in a Rotating Shaft." *Fatigue of Engineering Materials and Structures* 6(4): 345-348.
- [AME74] Amestoy, M., Bui, H.-D., Dang-Van, K., "Déviation infinitésimale d'une fissure dans une direction arbitraire", *Compte rendu de l'académie des sciences de Paris*, vol. 289, 1979. P 99-102.
- [AME92] Amestoy, M. and J. B. Leblond (1992). "Crack Paths in Plane Situations .2. Detailed Form of the Expansion of the Stress Intensity Factors." *International Journal of Solids and Structures* 29(4): 465-501.
- [BAD80] Badaliane, R. (1980). "Application of Strain-Energy Density Factor to Fatigue Crack-Growth Analysis." *Engineering Fracture Mechanics* 13(3): 657-666.
- [BAR62] Barrenblatt, G. I. (1962). "The mathematical theory of equilibrium cracks in brittle fracture." *Advances in Applied Mechanics*, Vol 29 7 - 55-129.
- [BEL99] Belytschko, T. and T. Black (1999). "Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing." *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 45(5): 601-620.
- [BEN89] Benallal, A., P. Legallo, et al. (1989). "An Experimental Investigation of Cyclic Hardening of 316-Stainless Steel and of 2024-Aluminum Alloy under Multiaxial Loadings." *Nuclear Engineering and Design* 114(3): 345-353.
- [BEN85] Benallal, A., Lemaitre, J., Marquis, D., Rousset, M., (1985). *Non proportional Loadings in Plasticity and Viscoplasticity : Experimentation and Modelling*. International Conference on Non-linear Mechanics, Shanghai.
- [BEN87] Benallal, A, D. Marquis (1987). "Constitutive-Equations for Nonproportional Cyclic Elastoviscoplasticity." *Journal of Engineering Materials and Technology-Transactions of the Asme* 109(4): 326-336.
- [BIN01] Biner, S. B. (2001). "Fatigue crack growth studies under mixed-mode loading." *International Journal of Fatigue* 23: p259-p263
- [BOC01] Bocher, L., P. Delobelle, et al. (2001). "Mechanical and microstructural investigations of an austenitic stainless steel under non-proportional loadings in tension-torsion-internal and external pressure." *International Journal of Plasticity* 17(11): 1491-1530



- [BOL92] Bold, P. E., M. W. Brown, et al. (1992). "A Review of Fatigue Crack-Growth in Steels under Mixed Mode-I and Mode-II Loading." *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures* 15(10): 965-977.
- [BOY01] Boyce, B. L., Ritchie, R. O. (2001). "Effect of load ratio and maximum stress intensity on the fatigue threshold in Ti-6Al-4V." *Engineering Fracture mechanics*. 68(2): 129-147.
- [BRO89] Brown, M. W. (1989). "Analysis and design methods in multiaxial fatigue." *Advances In Fatigue Science and Technology*: 387-402
- [BRO00] Brown, M. W. B., S. L. Wong, et al. (2000). "Fatigue crack growth rates under sequential mixed-mode I and II loading cycles." *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures* 23(8): 667-674.
- [BUD78] Budiansky, B. and J. W. Hutchinson (1978). "Analysis of Closure in Fatigue Crack Growth." *Journal of Applied Mechanics-Transactions of the Asme* 45(2): 267-276.
- [BUR87] BurteL H., C. G. (1987). Modeling of Cyclic Plasticity in Finite Element codes. *Proc. of Constitutive Laws for Engineering Matenals*.
- [CAI91] Cailletaud, G., Doquet, V, Pineau, A (1991). "Cyclic Multiaxial Behaviour of an Austenitic Stainless Steel: Microstructural Observations and Micromechanical Modelling. (Retroactive Coverage) " *Fatigue Under Biaxial and Multiaxial Loading*: 131-149.
- [CAI99] Cailletaud., G., Doquet., V., Pineau., A. (1999). *Cyclic Multiaxial Behaviour of an Austenitic Stainless Steel: Microstructural Observations and Micromechanical Modelling. (Retroactive Coverage). Fatigue Under Biaxial and Multiaxial Loading, Stuttgart; Germany.*
- [CAL97] Calloch, S., Marquis, D., (1997). "Additional Hardening due to Tension-Torsion non-proportionnal loadings : Influence of the loading path shape." *ASTM STP 1280*: 113-130.
- [CHA91] Chaboche, J. L. (1991). "On Some Modifications of Kinematic Hardening to Improve the Description of Ratchetting Effects." *International Journal of Plasticity* 7(7): 661-678.
- [CHAM91] Chambers, A. C., T. H. Hyde, et al. (1991). "Mixed-Mode Fatigue Crack-Growth at 550-Degrees-C under Plane-Stress Conditions in Jethete M152." *Engineering Fracture Mechanics* 39(3): 603-619.
- [CHE01] Chevalier, L., S. Calloch, et al. (2001). "Digital image correlation used to analyze the multiaxial behavior of rubber-like materials." *European Journal of Mechanics a-Solids* 20(2): 169-187.
- [CHO09] Choi, B. H. and J. M. Lee (2009). "Experimental observation and modeling of the retardation of fatigue crack propagation under the combination of mixed-mode single overload and constant amplitude loads." *International Journal of Fatigue* 31(11-12): 1848-1857.
- [COF75] Coffin, L. F. (1975). "Fatigue Life Predictions at Elevated-Temperature." *International Journal of Fracture* 11(4): 681-681.

- [COT80] Cotterell, B. and J. R. Rice (1980). "Slightly Curved or Kinked Cracks." *International Journal of Fracture* 16(2): 155-169
- [DAH04] Dahlin, P. and M. Olsson (2004). "Reduction of mode I fatigue crack growth rate due to occasional mode II loading." *International Journal of Fatigue* 26(10): 1083-1093.
- [DAH06] Dahlin, P. and M. Olsson (2006). "Mode I fatigue crack growth reduction mechanisms after a single Mode II load cycle." *Engineering Fracture Mechanics* 73(13): 1833-1848.
- [DAH08] Dahlin, P. and M. Olsson (2008). "Fatigue crack growth - Mode I cycles with periodic Mode II loading." *International Journal of Fatigue* 30(5): 931-941.
- [DAV80] Davidson, D. L. and J. Lankford (1980). "The Effects of Water-Vapor on Fatigue Crack Tip Plasticity in Low-Carbon Steel." *Journal of Metals* 32(8): 75-75.
- [DAV81] Davidson, D. L. and J. Lankford (1981). "The Effect of Water-Vapor on Fatigue Crack Tip Stress and Strain Range Distribution and the Energy Required for Crack-Propagation in Low-Carbon Steel." *International Journal of Fracture* 17(3): 257-275.
- [DEK81] De Koning, A. U. (1981). "A simple crack closure model for prediction of fatigue crack growth rates under variable amplitude loading." *ASTM STP* 743: 63-85.
- [DEC09] Decreuse, P. Y., S. Pommier, et al. (2009). "History effect in fatigue crack growth under mixed-mode loading conditions." *International Journal of Fatigue* 31(11-12): 1733-1741.
- [DEC10] Decreuse, P. Y. (2010). *Fissuration en mode mixte I+ II non proportionnel: approche expérimentale et modélisation de la plasticité.* ENS Cachan.
- [DEC11] Decreuse P.Y., P. S., Poncelet M. , Raka B. (2011). "A novel approach to model mixed mode plasticity at crack tip and crack growth. Experimental validations using velocity fields from digital image correlation." *International Journal of Fatigue*
- [DEM10] Desmorat, R. (2010). "Non-saturating nonlinear kinematic hardening laws." *Comptes Rendus Mécanique* 338(3): 146-151
- [D0090] Doong, S. H., D. F. Socie, et al. (1990). "Dislocation Substructures and Nonproportional Hardening." *Journal of Engineering Materials and Technology-Transactions of the Asme* 112(4): 456-464.
- [DOQ90] Doquet, V. and A. Pineau (1990). "Extra Hardening Due to Cyclic Nonproportional Loading of an Austenitic Stainless-Steel." *Scripta Metallurgica Et Materialia* 24(3): 433-438.
- [DOQ93] Doquet, V. (1993). "Twinning and multiaxial cyclic plasticity of a low stackingfault- energy f.c.c. alloy." *Acta Metallurgica et Materialia* 41(8): 2451-2459.

- [DOQ94] Doquet, V. (1994). "Twinning and multiaxial cyclic plasticity of a low stackingfault- energy f.c.c. alloy." *Acta Metallurgica et Materialia* Volume 41(Issue 8): 2451-2459.
- [DOQ02] Doquet, V. (2002). "Mode II fatigue crack growth in a maraging steel. Frequency and environment effects." *Revue De Metallurgie-Cahiers D Informations Techniques* 99(5): 441-+.
- [DOQ04] Doquet, V. and S. Pommier (2004). "Fatigue crack growth under nonproportional mixed-mode loading in ferritic-pearlitic steel." *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures* 27(11): 1051-1060.
- [DOQ08] Doquet, V. and G. Bertolino (2008). "Local approach to fatigue cracks bifurcation." *International Journal of Fatigue* 30(5): 942-950.
- [DOQ09] Doquet, V., M. Abbadi, et al. (2009). "Influence of the loading path on fatigue crack growth under mixed-mode loading." *International Journal of Fracture* 159(2): 219-232.
- [DUG60] Dugdale, D. S. (1960). "Yielding of Steel Sheets Containing Slits." *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 8(2): 100-104.
- [DUQ80] Duquette, D. J., Gaul, D. J. (1980). "The Effect of Fretting and Environment on Fatigue Crack Initiation and Early Propagation in a Quenched and Tempered 4130 Steel." *Metallurgical Transactions a-Physical Metallurgy and Materials Science* 11(9): 1555-1561.
- [ELB70] Elber, W. (1970). *Engineering Fracture Mechanics* 2: 37-45.
- [ELB71] Elber, W. (1971). "The Significance of Fatigue Crack Closure." *ASTM STP* 486: 230-242
- [ELG07] Elguedj T., Gravouil A., Combescure A., "A mixed augmented Lagrangian extended finite element method for modelling elastic-plastic fatigue crack growth with unilateral contact", *Int. J. Numer. Methods Engrg.* 71 (2007) 1569-1597.
- [ERD63] Erdogan, F. S., G. C. (1963). "On the crack extension in plates under plane loading and transverse shear." *J. bas. Engng, ASME Trans.* 85: 519-525.
- [FAT88a] Fatemi, A. and P. Kurath (1988). "Multiaxial Fatigue Life Predictions under the Influence of Mean-Stresses." *Journal of Engineering Materials and Technology-Transactions of the Asme* 110(4): 380-388.
- [FAT88b] Fatemi, A. and D. F. Socie (1988). "A Critical Plane Approach to Multiaxial Fatigue Damage Including out-of-Phase Loading." *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures* 11(3): 149-165.
- [FAT11] Fatemi, A. and N. Shamsaei (2011). "Multiaxial fatigue: An overview and some approximation models for life estimation." *International Journal of Fatigue* 33(8): 948-958
- [FER06] Ferrie, E., J. Y. Buffiere, et al. (2006). "Fatigue crack propagation: In situ visualization using X-ray microtomography and 3D simulation using the

- extended finite element method." *Acta Materialia* 54(4): 1111-1122.
- [FLE86] Fleck, N. A. (1986). "Finite-Element Analysis of Plasticity-Induced Crack Closure under Plane-Strain Conditions." *Engineering Fracture Mechanics* 25(4): 441-449.
- [FLE88] Fleck, N. A. (1988). "Influence of Stress State on Crack Growth Retardation." *American Society for Testing and Materials* 1: 157-183.
- [FOR67] Forman, R. G., V. E. Kearney, et al. (1967). "Numerical Analysis of Crack Propagation in Cyclic-Loaded Structures." *Journal of Basic Engineering* 89(3): 459-&.
- [GAL11] Galland F., Gravouil A., Malvesin E., Rochette M., "A global model reduction approach for 3D fatigue crack growth with confined plasticity", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 200, Issue 5-8, p. 699-716, 2011.
- [GAO82] Gao, H., Brown, M. W., Miller, K. J. (1982). "Mixed mode fatigue thresholds." *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures* 5(1): 1-17.
- [GAO96] Gao, H., Upul, S. (1996). "Effect of non-proportionnal overloading in fatigue life." *Fat. Fract. Eng. Mat. Struct.* 19: 1197-1206.
- [GAO97] Gao, N., M. W. Brown, et al. (2007). "An effective method to investigate short crack growth behaviour by reverse bending testing." *International Journal of Fatigue* 29(3): 565-574.
- [GDO84] Gdoutos, E. E. (1984). *Problems of Mixed Mode Crack Propagation*, Martinus Nijhoff, The Netherlands
- [GRA02] Gravouil, A., Moës, N., Belytschko, T., (2002). "Non-planar 3D crack growth by the extended finite element and level sets—Part II: Level set update." *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 53(11): 2569-2586.
- [GUI08] Guidault, P.-A., Allix, A., Champaney, L., Cornuault, C., (2008). "A multiscale extended finite element method for crack propagation." *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 197(5): 381-399.
- [GUO94] Guo, Y. H., T. S. Srivatsan, et al. (1994). "Influence of Mixed-Mode Loading on Fatigue-Crack Propagation." *Engineering Fracture Mechanics* 47(6): 843-&.
- [HEL75] Hellen, T. K. and W. S. Blackburn (1975). "Calculation of Stress Intensity Factors for Combined Tensile and Shear Loading." *International Journal of Fracture* 11(4): 605-617
- [HOU82] Hourlier, F., D'Ondt, H., Truchon, M., Pineau, A., "Fatigue crack path behavior under polymodal fatigue", rapport de recherche n°958, novembre 1982, IRSID.

- [HYD88] Hyde, T. H. and A. C. Chambers (1988). "A Compact Mixed-Mode (Cmm) Fracture Specimen." *Journal of Strain Analysis for Engineering Design* 23(2): 61-66.
- [IRW57] Irwin, G. R. (1957). "Analysis of Stresses and Strains Near the End of a Crack Traversing a Plate." *Journal of Applied Mechanics* 24: 361-364.
- [IRW60] Irwin, G. R. (1960). "Plastic zone near a crack and fracture toughness." *Proc. Of the 7th Sagamore Ordnance Materials Conference*, 4(63-78).
- [KANG04] Kang, G. Z., Q. Gao, et al. (2004). "Uniaxial and non-proportionally multiaxial ratcheting of SS304 stainless steel at room temperature: experiments and simulations." *International Journal of Non-Linear Mechanics* 39(5): 843-857.
- [KID97] Kida, S., T. Itoh, et al. (1997). "Dislocation structure and non-proportional hardening of Type 304 stainless steel." *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures* 20(10): 1375-1386.
- [KIT76] Kitagawa, H., Takahashi, S. (1976). "applicability of fracture mechanics to very small cracks on the cracks in the early stage." *Asm*: 627-631.
- [LAI67] Laird, C. P., J. E. (1967). "Influence of Metallurgical Structure on Mechanisms of Fatigue Crack Propagation." *Materials Research and Standards* 7(8): 336-&.
- [LAM78a] Lamba, H. S. and O. M. Sidebottom (1978). "Cyclic Plasticity for Non-Proportional Paths .1. Cyclic Hardening, Erasure of Memory, and Subsequent Strain-Hardening Experiments." *Journal of Engineering Materials and Technology-Transactions of the Asme* 100(1): 96-103.
- [LAM78b] Lamba, H. S. and O. M. Sidebottom (1978). "Cyclic Plasticity for Non-Proportional Paths .2. Comparison with Predictions of Three Incremental Plasticity Models." *Journal of Engineering Materials and Technology-Transactions of the Asme* 100(1): 104-111.
- [LAZ01a] Lazarus, V., J. B. Leblond, et al. (2001). "Crack front rotation and segmentation in mixed mode I plus III or I+II+III. Part II: Comparison with experiments." *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 49(7): 1421-1443.
- [LAZ01b] Lazarus, V., J. B. Leblond, et al. (2001). "Crack front rotation and segmentation in mixed mode I+III or I+II+III. Part I: Calculation of stress intensity factors." *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 49(7): 1399-1420.
- [LEB89] Leblond, J. B. (1989). "Crack Paths in Plane Situations .1. General-Form of the Expansion of the Stress Intensity Factors." *International Journal of Solids and Structures* 25(11): 1311-1325.
- [LEB99] Leblond, J. B. (1999). "Crack paths in three-dimensional elastic solids. I: twoterm expansion of the stress intensity factors - application to crack path stability in hydraulic fracturing." *International Journal of Solids and Structures* 36(1): 79-103.

- [LEB11] Leblond, J.-B., A. Karma, et al. (2011). "Theoretical analysis of crack front instability in mode I+III." *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 59(9): 1872-1887.
- [LEE05] Lee, S. B., J. Y. Lim, et al. (2005). "Application of local stress-strain approaches in the prediction of fatigue crack initiation life for cyclically non-stabilized and non-Masing steel." *International Journal of Fatigue* 27(10-12): 1653-1660.
- [LEM88] Lemaitre, J., Chaboche, J. L. (1988). *Mécanique des matériaux solides*.
- [LI89] Li, C. S. (1989). "Vector Ctd Criterion Applied to Mixed-Mode Fatigue Crack- Growth." *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures* 12(1): 59-65.
- [LIM10] Limodin, N., J. Rethore, et al. (2010). "Influence of closure on the 3D propagation of fatigue cracks in a nodular cast iron investigated by X-ray tomography and 3D volume correlation." *Acta Materialia* 58(8): 2957-2967.
- [LUK73] Lukas, P. and M. Klesnil (1973). "Cyclic Stress-Strain Response and Fatigue Life of Metals in Low Amplitude Region." *Materials Science and Engineering* 11(6): 345-356.
- [MAG90] Mageed, A. M. A., Pandey, R. K. (1990). "Fatigue Crack Closure in Kinked Cracks and Path of Crack-Propagation." *International Journal of Fracture* 44(3): R39-R42
- [MAG91] Mageed, A. M. A. and R. K. Pandey (1991). "Mixed-Mode Crack-Growth under Static and Cyclic Loading in Al-Alloy Sheets." *Engineering Fracture Mechanics* 40(2): 371-&
- [MAG92] Mageed, A. M. A., Pandey, R. K. (1992). "Studies on Cyclic Crack Path and the Mixed-Mode Crack Closure Behavior in Al-Alloy." *International Journal of Fatigue* 14(1): 21-29
- [MAJ89] Mahajan, R. V. and K. Ravichandar (1989). "An Experimental Investigation of Mixed-Mode Fracture." *International Journal of Fracture* 41(4): 235-252.
- [MAT11] Mathieu, F., Hild, F., Roux, S. (2011). "Identification of a crack propagation law by digital image correlation " *International Journal of Fatigue*.
- [McC91] McClung, R. C. (1991). "Crack closure and plastic zone sizes in fatigue." *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures* 14(4): 455-468.
- [McC96] Mc Clung, R. C. (1996). Finite elements perspectives on the mechanics of fatigue crack closure. 6th International Fatigue Congress - 6-10 May, Berlin FRG.
- [McD95] McDowell, D. L., Lim, T. J. (1995). "Path dependence of shape memory alloys during cyclic loading." *Journal of Intelligent Material Systems and Structures* 6(6): 817-830.

- [MCE72] McEvily, A. J., R. J. Donahue, et al. (1972). "Crack Opening Displacement and Rate of Fatigue Crack Growth." *International Journal of Fracture Mechanics* 8(2): 209-219.
- [MIL82] Miller, K. J. (1982). "The Short Crack Problem." *Fatigue of Engineering Materials and Structures* 5(3): 223-232.
- [MIL86] Miller, K. J. (1986). The behaviour of short fatigue cracks.
- [MIN00] Mineur, M., P. Villechaise, et al. (2000). "Influence of the crystalline texture on the fatigue behavior of a 316L austenitic stainless steel." *Materials Science and Engineering a-Structural Materials Properties Microstructure and Processing* 286(2): 257-268.
- [MOE99] Moes, N., J. Dolbow, et al. (1999). "A finite element method for crack growth without remeshing." *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 46(1): 131-150.
- [MOE02] Moës, N., Gravouil, A., Belytschko, T., (2002). "Non-planar 3D crack growth by the extended finite element and level sets—Part I: Mechanical model." *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 53(11): 2549-2568.
- [MRO10] Mroz, K. P. and Z. Mroz (2010). "On crack path evolution rules." *Engineering Fracture Mechanics* 77(11): 1781-1807.
- [MUG80] Mughrabi, H. (1980). "Microscopic mechanisms of metal fatigue." *Strength of metals and alloys Proceedings of the Fifth International Conference, Aachen, West Germany;* 1615-1638.
- [MUR87] Murakami, a. (1987). *Stress intensity factors handbook*
- [MUR03] Murakami, Y., K. Takahashi, et al. (2003). "Threshold and growth mechanism of fatigue cracks under mode II and III loadings." *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures* 26(6): 523-531
- [MUR08] Murakami, Y., Y. Fukushima, et al. (2008). "Fatigue crack path and threshold in Mode II and Mode III loadings." *Engineering Fracture Mechanics* 75(3-4): 306-318.
- [MUS49] Muskhelishvili, N. I. (1949). "Some Basic Problems of the Mathematical Theory of Elasticity [in Russian]." AN SSSR, Moscow.
- [NAY87a] Nayeb-Hashemi, H., Hwang, S. S. and Poles, P. G., (1987). Crack closure phenomena in modes I and II interactions. *Prec. 3rd Int. Conf. on Fatigue and Fatigue Thresholds.*
- [NAY87b] Nayebhashemi, H. and M. E. Taslim (1987). "Effects of the Transient Mode-II on the Steady-State Crack-Growth in Mode-I." *Engineering Fracture Mechanics* 26(6): 789-807.
- [NAY87c] Nayebhashemi, H., F. A. McClintock, et al. (1983). "Micro-Mechanical Modeling of Mode-Iii Fatigue Crack-Growth in Rotor Steels." *International Journal of Fracture* 23(3): 163-185

- [NAY87d] Nayebhashemi, H., S. Suresh, et al. (1983). "On the Contrast between Mode-I and Mode-III Fatigue Crack-Propagation under Variable-Amplitude Loading Conditions." *Materials Science and Engineering* 59(1): L1-L5
- [NED80] Nedbal, I. S., J ; Kunz, J (1989). "Relation Between Striation Spacing and Fatigue Crack Growth Rate in Al-Alloy Sheets." *Advances in Fracture Research* 5: 3483-3491.
- [NEU69] Neumann, P. (1969). "Coarse Slip Model of Fatigue." *Acta Metallurgica* 17(9):1219-&.
- [NEU74] Neumann, P. (1974). "The geometry of slip processes at a propagating fatigue crack—II." *Acta Metallurgica* 22(9): 1167-1178.
- [NEW76] Newman, J. C. (1976). "A Finite-Element Analysis of fatigue crack closure." *American Society for Testing and Materials*: 281-301.
- [NEW88] Newman, J. C., Elber, W. (1988). "Mechanics of fatigue crack closure." *ASTM STP 982 PA 19103*.
- [OGU77] Ogura, K. and K. Ohji (1977). "Fem Analysis of Crack Closure and Delay Effect in Fatigue Crack Growth under Variable Amplitude Loading." *Engineering Fracture Mechanics* 9(2): 471-480.
- [OHN93a] Ohno, N. and J. D. Wang (1993). "Kinematic Hardening Rules with Critical State of Dynamic Recovery .1. Formulation and Basic Features for Ratchetting Behavior." *International Journal of Plasticity* 9(3): 375-390.
- [OHN93b] Ohno, N. and J. D. Wang (1993). "Kinematic Hardening Rules with Critical State of Dynamic Recovery .2. Application to Experiments of Ratchetting Behavior." *International Journal of Plasticity* 9(3): 391-403.
- [OHN94] Ohno, N. and J. D. Wang (1994). "Kinematic Hardening Rules for Simulation of Ratchetting Behavior." *European Journal of Mechanics a-Solids* 13(4): 519-531.
- [ORO48] Orowan, E. (1948). "Fracture and Strength of Solids." *Reports on Progress in Physics* 12: 183-&.
- [PAR62] Paris, P. C. (1962). PhD dissertation in applied mechanics. Lehigh University.
- [PAR64] Paris, P. C. (1964). "The fracture mechanics approach to fatigue." *Fatigue : an interdisciplinary approach* Syracuse University Press.
- [PAR61] Paris, P. C., Gomez, M.P., Anderson W.P. (1961). " A rational analytic theory of fatigue." *The trend in engineering* Vol. 13: 528-534.
- [PAS11] Passieux, J.-C., Gravouil, A., Réthoré, J., Baidetto, M.-C. (2011). "Direct estimation of generalized stress intensity factors using a three-scale concurrent multigrid X-FEM." *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 95(13): 1648-1666.



- [PAT81] Patel, A. B. and R. K. Pandey (1981). "Fatigue Crack-Growth under Mixed-Mode Loading." *Fatigue of Engineering Materials and Structures* 4(1): 65-77.
- [PEL69] Pelloux, R. M. N. (1969). "Mechanisms of Formation of Ductile Fatigue Striations." *Asm Transactions Quarterly* 62(1): 281-&.
- [PER09] Périé, J. N., Leclerc H., Roux S., Hild F., (2009). "Identification de lois d'endommagement anisotrope à partir de la corrélation d'images numériques." *Comptes Rendus des JNC16*.
- [PIN74] Pineau, A. G. P., R. M. (1974). "Influence of Strain-Induced Martensitic Transformations on Fatigue Crack Growth-Rates in Stainless-Steels." *Metallurgical Transactions* 5(5): 1103-1112.
- [PIP91a] Pippan, R. (1991). "Dislocation Emission and Fatigue Crack-Growth Threshold." *Acta Metallurgica Et Materialia* 39(3): 255-262.
- [PIP91b] Pippan, R. (1991). "Threshold and Effective Threshold of Fatigue Crack-Propagation in Armco Iron .1. The Influence of Grain-Size and Cold-Working." *Materials Science and Engineering a-Structural Materials Properties Microstructure and Processing* 138(1): 1-13.
- [PIP91c] Pippan, R. (1991). "Threshold and Effective Threshold of Fatigue Crack- Propagation in Armco Iron .2. The Influence of Environment." *Materials Science and Engineering a-Structural Materials Properties Microstructure and Processing* 138(1): 15-22.
- [PIP96] Pippan, R., K. Haberz, et al. (1996). "The plastic deformation of fracture surface contacts in fatigue." *Engineering Fracture Mechanics* 53(3): 441-448.
- [PIP98] Pippan, R., F. O. Riemelmoser, et al. (1998). "An argument for a cycle-by-cycle propagation of fatigue cracks at small stress intensity ranges." *Acta Materialia* 46(5): 1793-1799.
- [PIP05] Pippan, R. and J. Pokluda (2005). "Can pure mode III fatigue loading contribute to crack propagation in metallic materials?" *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures* 28(1-2): 179-185.
- [PIP10] Pippan, R. and H. Weinhandl (2010). "Discrete dislocation modelling of near threshold fatigue crack propagation." *International Journal of Fatigue* 32(9): 1503-1510.
- [PIP11] Pippan, R., C. Zelger, et al. (2011). "On the mechanism of fatigue crack propagation in ductile metallic materials." *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures* 34(1): 1-16
- [PIP11b] Pippan, R., Grosinger, W., (2011). Fatigue crack closure: from LCF to small scale yielding. Forni di Sopra (UD), Italy.
- [PLA99] Plank, R. and G. Kuhn (1999). "Fatigue crack propagation under nonproportional mixed mode loading." *Engineering Fracture Mechanics* 62(2-3): 203-229.

- [POM00] Pommier, S. (2000). "The effects of the constitutive behaviour of alloys on their resistance to fatigue crack growth under variable amplitude loading." *Advances in Mechanical Behaviour, Plasticity and Damage, Vols 1 and 2, Proceedings*: 991-996.
- [POM01] Pommier, S. (2001). "A study of the relationship between variable level fatigue crack growth and the cyclic constitutive behaviour of steel." *International Journal of Fatigue* 23: S111-S118.
- [POM02a] Pommier, S. (2002). "Plane strain crack closure and cyclic hardening," *Engineering Fracture Mechanics* vol. 69, pp. 25-44, 2002.
- [POM02b] Pommier, S. and M. De Freitas (2002). "Effect of fatigue crack growth of interactions between overloads." *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures* 25(7): 709-722.
- [POM05] Pommier, S. and M. Risbet (2005). "Time derivative equations for mode I fatigue crack growth in metals." *International Journal of Fatigue* 27(10-12): 1297-1306
- [POM07a] Pommier, S. and R. Hamam (2007). "Incremental model for fatigue crack growth based on a displacement partitioning hypothesis of mode I elastic-plastic displacement fields." *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures* 30(7): 582-598.
- [POM07b] Pommier, S., R. Hamam, et al. (2007). "Variable amplitude fatigue crack growth, experimental results and modeling." *International Journal of Fatigue* 29(9-11): 1634-1646.
- [POM09] Pommier, S., P. Lopez-Crespo, et al. (2009). "A multi-scale approach to condense the cyclic elastic-plastic behaviour of the crack tip region into an extended constitutive model." *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures* 32(11): 899-915.
- [POM05] Pommier, S. and M. Risbet (2005). "Time derivative equations for mode I fatigue crack growth in metals." *International Journal of Fatigue* 27(10-12): 1297-1306.
- [PO079] Pook, L. P. and J. K. Sharples (1979). "Mode III Fatigue Crack Growth Threshold for Mild-Steel." *International Journal of Fracture* 15(6): R223-R226
- [PO085] Pook, L. P. (1985). "The Fatigue Crack Direction and Threshold Behavior of Mild-Steel under Mixed Mode-I and Mode-III Loading." *International Journal of Fatigue* 7(1): 21-30.
- [QIA96] Qian, J. and A. Fatemi (1996). "Mixed mode fatigue crack growth: A literature survey." *Engineering Fracture Mechanics* 55(6): 969-990.
- [QIA11] Qian, C. F. and H. F. Li (2011). "Experimental study of I plus III mixed mode fatigue crack transformation propagation." *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures* 34(1): 53-59

- [RAK10] Raka, B., Canto, R. B., Poncelet, M., Barbier, G. (2010). Essais multiaxiaux- Compaction triaxiale des poudres de PTFE et Essais de fatigue biaxiale. Astelab, Paris.
- [RAN08] Rannou, J., Gravouil, A., Baietto-Dubourg, M.-C. (2008). "A local multigrid XFEM strategy for 3-D crack propagation." *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 77: 581-600
- [REI09] Reis, L., B. Li, et al. (2009). "Crack initiation and growth path under multiaxial fatigue loading in structural steels." *International Journal of Fatigue* 31(11-12): 1660-1668.
- [RET10] Réthoré, J., Roux, S., Hild, F. (2010). "Hybrid analytical and extended finite element method (HAX-FEM) : A new enrichment procedure for cracked solids." *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 81: 269-285.
- [RIC66] Rice (1966). "Contained Plastic Deformation near Cracks and Notches under Longitudinal Shear." *International Journal of Fracture Mechanics* 2(2): 426-447.
- [RIC74] J. R. Rice and R. M. Thomson, "Ductile vs. Brittle Behavior of Crystals", *Philosophical Magazine*, 29, 1974, 73-97.
- [RIC05] Richard, H. A. and M. Sander (2005). "Finite element analysis of fatigue crack growth with interspersed mode I and mixed mode overloads." *International Journal of Fatigue* 27(8): 905-913.
- [RIT76] Ritchie, R. O. (1976). "Influence of Microstructure and Mean Stress on near- Threshold Fatigue Crack-Propagation in Steels." *Jom-Journal of Metals* 28(12): A40-A40.
- [RIT73] Ritchie, R. O. K., J. F. (1973). "Mechanisms of Fatigue Crack Growth in Low-Alloy Steel." *Acta Metallurgica* 21(5): 639-648.
- [RIT82] Ritchie, R. O., F. A. McClintock, et al. (1982). "Mode III Fatigue Crack-Propagation in Low-Alloy Steel." *Metallurgical Transactions a-Physical Metallurgy and Materials Science* 13(1): 101-110.
- [ROY86] Royer, J. (1986). "A Specimen Geometry for Plane Mixed-Modes." *Engineering Fracture Mechanics* 23(4): 763-775.
- [RUI09] Ruiz-Sabariego, J. A., Pommier, S. (2009). "Oxidation assisted fatigue crack growth under complex non-isothermal loading conditions in a nickel base superalloy." *International Journal of Fatigue* 31(11-12): 1724-1732.
- [RUP11] Rupil, J., L. Vincent, et al. (2011). "Identification and Probabilistic Modeling of Mesocrack Initiations in 304l Stainless Steel." *International Journal for Multiscale Computational Engineering* 9(4): 445-458.
- [SAN06] Sander, M. and H. A. Richard (2006). "Experimental and numerical investigations on the influence of the loading direction on the fatigue crack growth." *International Journal of Fatigue* 28(5-6): 583-591.

- [SCH73] Schijve, J. (1973). "Effect of load sequences on crack propagation under random and program loading." *Engineering Fracture Mechanics* 5(269-280).
- [SIH74a] Sih, G. C. (1974). "Strain Energy Density Factor Applied to Mixed Mode Crack Problems." *International Journal of Fracture* 10(3): 305-321.
- [SIH74b] Sih, G. C. (1974). "Some Observations on Sihs Strain Energy Density Approach for Fracture Prediction." *International Journal of Fracture* 10(2): 279-283.
- [SIH91] Sih, G. C. (1991). *Mechanics of fracture initiation and propagation: surface and volume energy density applied as failure criterion.*
- [SIN07] Singh, P. J., C. K. Mukhopadhyay, et al. (2007). "Understanding fatigue crack propagation in AISI 316 (N) weld using Elber's crack closure concept: Experimental results from GCMOD and acoustic emission techniques." *International Journal of Fatigue* 29(12): 2170-2179
- [SMI85] Smith, E. W., Pascoe, K. J. (1985). "Fatigue crack initiation and growth in a high strength ductile steel subject to in phase biaxial loading." *American Society for Testing and Materials STP 853: 111-134.*
- [STE10] Steuwer, A., M. Rahman, et al. (2010). "The evolution of crack-tip stresses during a fatigue overload event." *Acta Materialia* 58(11): 4039-4052.
- [SUR83] Suresh, S. (1983). "Micromechanisms of Fatigue Crack-Growth Retardation Following Overloads." *Engineering Fracture Mechanics* 18(3): 577-593.
- [SUR85] Suresh, S. (1985). "Further Remarks on the Micromechanisms of Fatigue Crack- Growth Retardation Following Overloads." *Engineering Fracture Mechanics* 21(6): 1169-1170.
- [SUR98] Suresh, S. (1998). *Fatigue of Materials.*
- [SUR82] Suresh, S. and R. O. Ritchie (1982). "Mechanistic Dissimilarities between Environmentally Influenced Fatigue-Crack Propagation at near-Threshold and Higher Growth-Rates in Lower Strength Steels." *Metal Science* 16(11): 529-538.
- [TAN74] Tanaka, K. (1974). "Fatigue crack propagation from a crack inclined to the cyclic tensile axis." *Engng Fracture Mech* 6: 493-507.
- [TAN85a] Tanaka, E. (1985). *A Constitutive Model of Cyclic Plasticity in Multiaxial Non-Proportional Loadings. Transactions of the 8th International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology.*
- [TAN85b] Tanaka, E. (1985). "Effects of Strain Paths Shapes on Nonproportional Cyclic Plasticity." *J. Mech. Phys. Solids* 33: 559-575.
- [TAN94] Tanaka, E. (1994). "A Nonproportionality Parameter and a Cyclic Viscoplastic Constitutive Model Taking into Account Amplitude

Dependences and Memory Effects of Isotropic Hardening." *European Journal of Mechanics a-Solids* 13(2): 155-173.

- [TAN85c] Tanaka, H. (1985). "Effects of Plastic Strain Amplitudes on Non-Proportional Cyclic Plasticity." *Acta Mechechanica* 57: 167-182.
- [TAN83] Tanaka, K. and Y. Nakai (1983). "Mechanics of Growth Threshold of Small Fatigue Cracks." *Journal of Metals* 35(8): A15-A15.
- [TAN81] Tanaka, K., Y. Nakai, et al. (1981). "Fatigue Growth Threshold of Small Cracks." *International Journal of Fracture* 17(5): 519-533.
- [THE84] Theocaris, P. S. and Andrianopoulos, N. P. (1984). "Author's closure on the discussion by GC Sih and EE Gdoutos of" The Mises elastic-plastic boundary as the core region in fracture criteria." *Engng Fracture Mech* 20: 691-694
- [TSC82] Tschegg, E. K. (1982). "A Contribution to Mode-III Fatigue Crack-Propagation." *Materials Science and Engineering* 54(1): 127-136
- [TSC83] Tschegg, E. K. (1983). "Mode-III and Mode-I Fatigue Crack-Propagation Behavior under Torsional Loading." *Journal of Materials Science* 18(6): 1604-1614.
- [TIA82] Tian, D. C., D. Q. Lu, et al. (1982). "Crack-Propagation under Combined Stresses in 3-Dimensional Medium." *Engineering Fracture Mechanics* 16(1): 5-17.
- [TVE08] Tvergaard, V. (2008). "Effect of T-stress on crack growth under mixed mode III loading." *International Journal of Solids and Structures* 45(18-19): 5181-5188.
- [VAS82] Vasudevan, A. K. and S. Suresh (1982). "Influence of Corrosion Deposits on near-Threshold Fatigue Crack-Growth Behavior in 2xxx and 7xxx Series Aluminum-Alloys." *Metallurgical Transactions a-Physical Metallurgy and Materials Science* 13(12): 2271-2280.
- [VAZ05] Vaziri, A. and H. Nayeb-Hashemi (2005). "The effect of crack surface interaction on the stress intensity factor in Mode III crack growth in round shafts." *Engineering Fracture Mechanics* 72(4): 617-629.
- [WEI70] Wei, R. P. (1970). "Some aspects of environment-enhanced fatigue-crack growth." *Engineering Fracture Mechanics* 1(4): 633-651.
- [WES39] Westergaard, H. (1939). "Bearing pressures and cracks." *Journal of Applied Mechanics*, 6:49-53.
- [WHE72] Wheeler, O. E. (1972). "Spectrum Loading and Crack Growth." *Journal of Basic Engineering* 94(1): 181-&.
- [WIL71] Willenborg, J., Engle R.M., Wood H.A. (1971). "Crack retardation model using an effective stress concept." *AFFDL-TM 71-1-FBR*.
- [WIL59] Williams, M. I. (1959). "The stresses around a fault or a crack in dissimilar media." *Seismological Society of America* 49(2): 199-204.

- [WON87] Wong, A. K. (1987). "On the Application of the Strain-Energy Density Theory in Predicting Crack Initiation and Angle of Growth." *Engineering Fracture Mechanics* 27(2): 157-170.
- [YAT08] Yates, J. R., M. Zanganeh, et al. (2008). "Crack paths under mixed mode loading." *Engineering Fracture Mechanics* 75(3-4): 319-330
- [YOK85] Yokobori, A. T., T. Yokobori, et al. (1985). "Fatigue Crack-Growth under Mixed Modes-I and Modes-III." *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures* 8(4): 315-325

**Titre**

Fissuration par fatigue en mode mixte I+II+III non proportionnel dans l'acier 316L, approche expérimentale et modélisation des effets de la plasticité

**Résumé**

Cette thèse porte sur la fissuration par fatigue sous chargement variable en mode mixte I+II+III et sur les effets d'histoire induits par la plasticité confinée et les contraintes internes. Les essais réalisés montrent qu'il existe des effets antagonistes d'histoire du chargement à courte distance et à longue distance, que la forme de la séquence de chargement est cruciale et, par comparaison, que les effets de contact et de frottement sont d'importance moindre. Les contraintes internes jouent un rôle majeur sur la vitesse de fissuration par fatigue et sur le mode de fissuration. Une démarche a été mise en place pour étudier le comportement élasto-plastique d'une section représentative du front de la fissure par éléments finis. Pour ne retenir des calculs réalisés que le minimum d'information nécessaire, on se donne une approximation cinématique, le champ de vitesse est partitionné en composantes de modes I, II, III élastiques et plastiques, chaque composante étant caractérisée par un facteur d'intensité et une distribution spatiale fixe. Les calculs réalisés ont permis de sélectionner 7 trajets de chargement différents en mode I+II et en mode I+II+III, qui présentent les mêmes amplitudes pour chaque mode, les mêmes maxima, minima et valeurs moyennes. Ces trajets, censés être équivalents au sens des critères de rupture usuels, ne le sont pourtant pas lorsqu'on considère le comportement élasto-plastique du matériau et conduisent à des vitesses et des trajets de fissuration expérimentaux très différents les uns des autres. Les simulations numériques et la modélisation simplifiée sont en accord avec les résultats expérimentaux. Les calculs réalisés ont également permis de discuter le rôle des phases de chargement en mode III sur la fissuration. Le comportement du matériau étant non-linéaire, la direction du chargement nominal ne coïncide pas nécessairement avec celle de l'écoulement plastique. Ajouter une phase de chargement en mode III peut, dans certains cas, modifier très significativement le comportement de la fissure (direction de propagation, vitesse de fissuration, écoulement plastique).

**Mots clefs :** Mode mixte, plasticité, non-linéaire, fissuration, fatigue

**Title**

Fatigue crack growth in mixed mode I+III+III non proportionnal loading conditions in a 316 stainless steel, experimental analysis and modelisation of the effects of crack tip plasticity

**Abstract**

This thesis deals with fatigue crack growth in non-proportional variable amplitude mixed mode I + II + III loading conditions and analyses the effects of internal stresses stemming from the confinement of the plastic zone in small scale yielding conditions. The tests showed that there are antagonistic long-distance and short-distance effects of the loading history on fatigue crack growth. The shape of loading path, and not only the maximum and minimum values in this path, is crucial and, by comparison, the effects of contact and friction are of lesser importance. Internal stresses play a major role on the fatigue crack growth rate and on the crack path. An approach was developed to analyze the elastic-plastic behavior of a representative section of the crack front using the FEA. A model reduction technic is used to extract the relevant information from the FE results. To do so, the velocity field is partitioned into mode I, II, III elastic and plastic components, each component being characterized by an intensity factor and a fixed spatial distribution. The calculations were used to select seven loading paths in I + II and I + II + III mixed mode conditions, which all have the same amplitudes for each mode, the same maximum, minimum and average values. These paths are supposed to be equivalent in the sense of common failure criteria, but differ significantly when the elastic-plastic behavior of the material is accounted for. The results of finite element simulations and of simulations using a simplified model proposed in this thesis are both in agreement with experimental results. The approach was also used to discuss the role of mode III loading steps. Since the material behavior is nonlinear, the nominal loading direction does not coincide with the plastic flow direction. Adding a mode III loading step in a mode I+II fatigue cycle, may, in some cases, significantly modify the behaviour of the crack (crack growth rate, crack path and plasti flow).

**Keywords :** Mixed mode, plasticity, non-linear, fatigue crack growth