

Contribution à l'étude des élastomères et au dimensionnement des structures stratifiées " sandwich " à usage nautique

Laurent Gornet

▶ **To cite this version:**

Laurent Gornet. Contribution à l'étude des élastomères et au dimensionnement des structures stratifiées " sandwich " à usage nautique. Sciences de l'ingénieur [physics]. Ecole Centrale de Nantes (ECN), 2004. tel-00828359

HAL Id: tel-00828359

https://theses.hal.science/tel-00828359

Submitted on 30 May 2013

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution - ShareAlike| 4.0 International License

UNIVERSITE DE NANTES **ECOLE CENTRALE NANTES**

Mémoire d'habilitation à diriger des recherches

CONTRIBUTION A L'ETUDE DES ELASTOMERES ET AU DIMENSIONNEMENT DES STRUCTURES STRATIFIEES « SANDWICH » A USAGE NAUTIQUE

Activités de recherches

Laurent GORNET

Directeur de recherche : Bernard Peseux

École Centrale Nantes
Institut de Recherche en Génie Civil et Mécanique
GeM UMR CNRS 6183

Je tiens à dédier ce travail à mes parents, à mon épouse Marielle et à mes filles Mélanie et Caroline pour leur compréhension envers les nombreuses heures consacrées à mes travaux de recherches.

Mon goût pour la recherche est motivé par son application dans le domaine industriel et la possibilité de créer et transmettre un savoir.

AVANT-PROPOS

CHAPITRE I : 1

ANALYSE DES STRUCTURES COMPOSITES STRATIFIÉES CARBONE ÉPOXY 1

I.1 Introduction 2

I.2 Les mécanismes de dégradation des structures « sandwich » 2

I.2.1 La dégradation des peaux en carbone époxy 3

I.2.2 La dégradation des âmes nids d'abeilles Nomex® 4

I.2.3 La réparation des structures « sandwich » 5

I.3 Méso-modélisation des composites stratifiés 7

I.3.1 Modélisation du pli élémentaire 8

I.3.2 Modélisation du phénomène de délaminage 10

I.4 Identification des caractéristiques mécaniques du pli élémentaire 13

I.4.1 Caractérisation quasi-statique 13

I.4.2 Observations de la micro-structure 17

I.4.3 Caractérisation dynamique en cisaillement 20

I.5 Bibliographie 24

I.6 Travaux scientifiques du chapitre I 29

I.6.1 Articles dans des revues à comité de lecture ou dans des ouvrages de synthèse 29

I.6.2 Communications à des congrès à comité de sélection et avec actes publiés 29

I.6.3 Congrès nationaux avec actes. 30

I.6.4 Communications sans actes 30

I.6.5 Rapport contractuel 30

CHAPITRE II : 31

MODÉLISATION DES ÂMES NOMEX® 31

II.1 Introduction 32

II.2 L'échelle de description 33

II.3 Localisation et méthodes d'homogénéisation 34

II.4 Méthode des modules effectifs 35

II.5 Principe de macro-homogénéité de Hill-Mandel 35

II.6 Aspects du logiciel « NidaCore » 36

II.6.1 Conditions de périodicité 36

II.6.2 Calcul de la rigidité et de la souplesse 37

II.6.3 Changement de base 39

II.7 Propriétés mécaniques des nids d'abeilles 39

II.7.1 Simulations Eléments Finis 40

II.7.2 Caractéristiques mécaniques 41

II.8 Contraintes à Rupture 45

II.9 Influence de la rigidité des peaux 47

II.10 Bibliographie 50

II.11 Travaux scientifiques du chapitre II 51
II.11.1 Articles dans des revues à comité de lecture ou dans des ouvrages de synthèse 51
II.11.2 Congrès internationaux avec actes. 51
II.11.3 Congrès nationaux avec actes. 51
II.11.4 Conférences invitées 51

CHAPITRE III : *52*

DIMENSIONNEMENT DES VOILIERS OCÉANIQUES MULTICOQUES *52*

III.1 Introduction 53

III.2 The Race et le Trophée Jules-Verne 54

III.3 La route du Rhum 55

III.4 Les efforts hydrodynamiques 56
III.4.1 La progression dans la houle 56
III.4.2 Les surfaces portantes 56
III.4.3 Impacts hydrodynamiques 58

III.5 Dimensionnement d'un catamaran 59
III.5.1 Les efforts sur la structure 59
III.5.2 Description du modèle éléments finis 60
III.5.3 Dimensionnement dans la houle 61

III.6 Renforcement d'un bras de trimaran 64
III.6.1 Renforcement par pontage 64

III.7 Bibliographie 67

III.8 Travaux scientifiques du chapitre III 69
III.8.1 Articles dans des revues à comité de lecture ou dans des ouvrages de synthèse 69
III.8.2 Congrès internationaux avec actes. 69

CHAPITRE IV : *70*

MODELISATION ET SIMULATION DU COMPORTEMENT DES ELASTOMÈRES *70*

IV.1 Introduction 71

IV.2 Les caoutchoucs 72

IV.3 La mécanique de l'endommagement 73

IV.4 Modèle hyperélastique avec endommagement 74
IV.4.1 Formulation thermodynamique 74
IV.4.2 Forme intégrée du comportement 76
IV.4.3 Identification de l'effet Mullins 77
IV.4.4 Densités d'énergie et simulations éléments finis. 79

IV.5 Modèle hyper élastique moléculaire avec altération de réseau 81

IV.6 Bibliographie 85

IV.7 Travaux scientifiques du chapitre IV 87
IV.7.1 Articles dans des revues à comité de lecture ou dans des ouvrages de synthèse 87
IV.7.2 Communications à des congrès à comité de sélection et avec actes publiés 87
IV.7.3 Congrès nationaux avec actes 87

CHAPITRE V : _____ *88*

RUPTURE EN FATIGUE DES ÉLASTOMÈRES _____ *88*

V.1 Introduction _____ **89**

V.2 La mécanique de la rupture _____ **90**

V.3 Les essais de fatigue sur caoutchouc _____ **91**

V.3.1 La fatigue des éprouvettes Diabolo _____ 94

V.3.2 La fatigue des éprouvettes AE _____ 96

V.4 Étude des micro-mécanismes de ruptures _____ **97**

V.4.1 Initiation et propagation du front de fissure macroscopique _____ 98

V.4.2 Description macroscopique des endommagements _____ 99

V.4.3 Mécanisme d'endommagement à l'échelle microscopique _____ 101

V.5 Les critères de ruptures _____ **103**

V.6 Bibliographie _____ **107**

V.7 Travaux scientifiques du chapitre V _____ **110**

V.7.1 Articles dans des revues à comité de lecture ou dans des ouvrages de synthèse _____ 110

V.7.2 Communications à des congrès à comité de sélection et avec actes publiés _____ 110

CONCLUSION

PUBLICATIONS

Avant-propos

Mes travaux de thèse, soutenue en Mai 1996, ont débuté en Septembre 1992 au *Laboratoire de Mécanique et Technologie de l'Ecole Normale Supérieure de Cachan*, sous la direction du Professeur *Pierre Ladevèze*. Il convient de rappeler que j'ai été initié à la mécanique de l'endommagement appliquée aux matériaux métalliques par le Professeur *Jean Lemaître* lors de mon année de DEA à l'Université Pierre et Marie Curie.

Durant mes années de doctorat, j'ai également enseigné la résistance des matériaux et des structures à l'Université Pierre et Marie Curie sous la direction du Professeur *Jean Lemaître*.

L'objectif de mes travaux de thèse, menés en collaboration avec le CNES Toulouse, a été de proposer et de mettre en œuvre des stratégies fiables permettant la prévision de l'endommagement jusqu'à la rupture de structures composites carbone époxy. À cet effet, j'ai développé un outil informatique basé sur la méthode des éléments finis et sur la mécanique de l'endommagement afin de prévoir l'endommagement et la rupture se développant dans les structures stratifiées. Mes développements informatiques ont été réalisés à partir du code éléments finis Castem 2000 développé par le CEA. Une partie des modèles ainsi développés est d'ores et déjà implantée dans la version commerciale de ce code.

À partir de ces bases scientifiques et pédagogiques, mes activités d'enseignement et de recherche se sont poursuivies depuis 1997 à l'École Centrale Nantes en qualité de Maître de conférences.

Mes recherches ont été menées dans la Division Mécanique des Structures du Laboratoire Mécanique et Matériaux dirigé par le Professeur *D. Le Houedec*. En janvier 2004, la fusion du Laboratoire de Génie Civil de Nantes Saint-Nazaire et du Laboratoire Mécanique et Matériaux a conduit à la création du GeM UMR CNRS 6183 dirigé par le Professeur *P.Y. Hicher*.

Mes travaux de recherche sont menés autour des deux thèmes développés par l'équipe « composite et élastomère » du pôle « structure et couplage » du GeM UMR CNRS 6183. Les membres permanents de cette équipe sont *Erwan Verron,* Maître de conférences et moi-même avec une participation importante à nos travaux de *Gilles Marckmann,* Ingénieur de recherches,. Notre équipe est dotée d'une force de recherche constituée par des élèves de DEA, des stagiaires et des Doctorants. Les professeurs *Chiem*, *B. Peseux* et *A. Poitou,* m'ont accordé leur confiance pour assurer la direction ou co-direction de thèses sous leur haute autorité.

Mes thèmes de recherches sont étroitement liés à des activités industrielles développées dans les domaines de l'automobile et de la construction de voiliers de compétition. Ces travaux de recherche sont essentiellement à caractère expérimental et numérique et ont pour finalité la modélisation du comportement mécanique des matériaux mis en œuvre et des structures. Les partenaires privilégiés de notre équipe sont : *MULTIPLAST, CDK, VOILIER BANQUE POPULAIRE, Groupe TRELLEBORG, Groupe PSA, ALLEVARD-REJNA, CETIM Nantes, Ecole Polytechnique*.

Initialement, ma première thématique de recherche a concerné *la durabilité et la réparation des voiliers multicoques* réalisés en matériaux composites sandwich carbone-époxy. Cette thématique a été développée à partir des connaissances acquises pendant mon doctorat. Mes compétences initiales en simulation numérique se sont enrichies d'une composante expérimentale

aux travers d'essais mécaniques et d'études micrographiques menés sur les matériaux composites utilisés dans la réalisation de ces voiliers.

Ces voiliers de courses océaniques font l'objet de nombreuses études expérimentales et numériques afin de valider les choix retenus par leurs concepteurs ou de proposer des solutions technologiques alternatives. Ces travaux sont menés conjointement au sein de l'équipe « composite et élastomère ». par *Gilles Marckmann* et par moi-même.

Nous constituons ainsi un pôle de conseillers scientifiques auprès des architectes et chantiers navals et nous sommes consultés pour de multiples missions. Le cadre de ces missions est généralement celui des études amont à la réalisation du voilier, cependant, dans certain cas, nous nous trouvons sollicités en urgence lors des courses. Nos travaux scientifiques sont généralement cités dans la presse spécialisée par les architectes et les skippeurs.

Cette thématique de recherche a été initialement développée à l'Ecole Centrale Nantes depuis près de vingt-cinq ans sur la base de relations contractuelles auprès des architectes et des chantiers nautiques spécialisés dans la réalisation de voiliers de compétitions. Les premières simulations numériques de validation des structures des voiliers multicoques ont été conduites dans les années 1980 par le Professeur Bernard Peseux et le Directeur de recherches Gerard Delhommeau.

Les simulations éléments finis que nous réalisons sur les voiliers sont intimement liées aux études expérimentales menées. En particulier, des essais de traction quasi-statique ou de traction dynamique ont été réalisés lors de la thèse de *Simon-Serge Sablin* (Thèse soutenue 2002, dir. *Pr Chiem*). Ces travaux nous ont permis de valider les caractéristiques mécaniques des stratifiés mis en œuvres par les chantiers nautiques (cf. Chapitre I). De plus, les études menées au Microscope Electronique à Balayage sur ces matériaux composites stratifiés nous ont permis de valider les mécanismes de rupture des éprouvettes et /ou des structures endommagées lors des courses.

La simulation de la dégradation des peaux en carbone époxy est appliquée à des parties de la structure du voilier pour prédire le comportement ultime des peaux (Logiciel prototype Endo-Strat incluant la théorie des plaques avec endommagement). J'ai réalisé en 2002 un logiciel prototype NidaCore dédié à la simulation des propriétés mécaniques d'élasticité et de rupture des âmes nids d'abeilles Nomex (cf. Chapitre II). Il est basé sur la mise en œuvre dans le code éléments finis Castem de la théorie de l'homogénéisation des milieux périodiques. Les contraintes de rupture de ces âmes sont déterminées à partir des modes de flambement du Volume Elémentaire Représentatif.

Les travaux menés actuellement sur les voiliers sont réalisés en partenariat avec les architectes *Gilles Ollier* et *Marc Lombard*. À la demande de ces architectes, nous avons réalisé des travaux d'ingénierie et de recherche sur plusieurs projets de multicoques océaniques de type Trimaran et Catamaran. Nous avons été impliqués dans la phase de validation des catamarans, Code 0 (2000), Code B1 (2003) et du trimaran de 60 pieds BP3. Ces voiliers sont dédiés aux grandes courses océaniques comme *The Race, le trophée Jules-Verne* ou *la route du Rhum*.

Les voiliers sur lesquels nous avons mené des simulations éléments finis de validation sont plus connus sous le nom de leurs commanditaires à savoir les catamarans, *Club Med, Innovation Explorer, Team Adventure, King-Fisher, Orange* I, *Orange* II et le trimaran de 60 pieds *Banque Populaire* (cf. Chapitre III).

Ma participation aux études décrites ci-avant a été rendue possible par les connaissances que j'ai acquises durant mes travaux de doctorat, lesquels portaient plus particulièrement sur la modélisation et la simulation des mécanismes d'endommagement et de délaminage survenant dans les matériaux composites stratifiés en carbone-époxy. Les travaux réalisés depuis lors m'ont permis de développer une expérience personnelle dans la simulation des structures réelles réalisées en composite sandwich à peaux de carbone époxy.

Ma seconde thématique de recherches porte sur *la modélisation du comportement en fatigue des matériaux et des structures élastomères*. Les caoutchoucs naturels chargés ou synthétiques employés par l'industrie automobile pour réaliser des structures antivibratoires font plus particulièrement l'objet de ces études. Cet axe de recherche qui a débuté en 2000 vise à maîtriser la simulation de l'initiation et de la propagation des endommagements et de la fatigue dans les structures élastomères en partenariat avec la société *Modyn* du groupe *Trelleborg* (4ème manufacturier mondial dans le caoutchouc automobile et numéro 1 mondial dans l'antivibratoire automobile).

Ces travaux sont réalisés au sein du Groupe de Travail sur la Fatigue des Elastomères (GTFE) qui regroupe des industriels et des universitaires et des centres de transfert intéressés à cette thématique. Le GTFE a été créé dès la fin de l'année 2000 conjointement par *Pierre Charrier,* responsable de la recherche sur la durabilité des élastomères au sein du groupe *Trelleborg*, *Erwan Verron* et par moi-même. Notre groupe de travail s'est enrichi depuis sa création par les adhésions du groupe *PSA*, de la société *Allevard-Rejna, du Cetim Nantes, et de Claude Stolz directeur de recherches à l'Ecole Polytechnique*.

Dans ce cadre, nous avons obtenu les financements pour trois thèses de doctorat encadrées conjointement par *Erwan Verron* et par moi-même.

Ces thèses portent sur la modélisation du comportement des élastomères (Thèse de *Grégory Chagnon*, dir *Pr B. Peseux, soutenue Octobre 2003*), sur l'étude expérimentale de la durée de vie des élastomères soumis à des chargements de fatigue (Thèse *Elisabeth Ostoja-Kuczynski,* dir *Pr B. Peseux*), et sur la mise en évidence des phénomènes microscopiques à l'origine de l'endommagement des élastomères (Thèse *Jean-Benoît Le Cam*, dir. *Pr A. Poitou*).

Dans le domaine industriel, les calculs non-linéaires prennent actuellement une part de plus en plus importante dans le processus de conception des structures. La faiblesse de la connaissance du comportement des matériaux élastomères nécessite la mise en place de méthodes expérimentales et de modélisations spécifiques afin d'effectuer des simulations numériques réalistes de la déformation et de l'endommagement des structures antivibratoires sous des chargements de fatigue. Les modèles de comportement développés dans la thèse de *Grégory Chagnon* (cf. Chapitre IV) sont basés en partie sur mon expérience dans le domaine de la mécanique de l'endommagement des matériaux et des structures. Les essais mécaniques de fatigue réalisés par (Thèse d'*Elisabeth Ostoja-Kuczynski)* ainsi que l'étude des mécanismes de ruptures (Thèse de *Jean-Benoît Le Cam*) à l'échelle macroscopique et microscopique sont présentés au chapitre V.

Les deux axes de mes travaux de recherche sont exposés ci-après sous cinq chapitres, les trois premiers ayant trait à la modélisation et à la simulation de l'endommagement des composites et les deux derniers traitant du domaine de la simulation du comportement des matériaux et des structures en élastomère sous chargement de fatigue, à savoir :

Chapitre I : Analyse des structures composites stratifiées carbone époxy, dans lequel sont présentés les essais mécaniques et les modèles dédiés à ces matériaux.

Chapitre II : Modélisation des âmes Nomex, où est proposé une modélisation des âmes nids d'abeilles, basée sur l'homogénéisation des milieux périodiques afin de déterminer leurs caractéristiques mécaniques tridimensionnelles.

Chapitre III : Dimensionnement des voiliers océaniques multicoques, qui présente divers exemples de simulations réalisées afin d'aider les concepteurs de voiliers multicoques à valider leurs structures, l'homogénéisation des plaque étant employée dans le cas de la simulation de renforts spéciaux.

Chapitre IV : Modélisation et simulation du comportement des élastomères, dont les développements sont consacrés aux modèles de comportement, prenant en compte l'effet Mullins afin d'aider les concepteurs de structures à mieux comprendre la dégradation des systèmes antivibratoires.

Chapitre V : Rupture en fatigue des élastomères, qui est dédié aux essais de fatigue de plots élastomères et à l'étude de leurs mécanismes de dégradation, la proposition de critères innovants pour la prédiction de la durée de vie des structures élastomères restant notre objectif permanent.

En résumé, ce mémoire d'habilitation relate les avancées significatives de mes travaux de recherche menés sur la modélisation du comportement mécanique des matériaux composite et des élastomères réalisés depuis l'obtention de ma thèse de doctorat.

Pour l'essentiel, ces travaux ont pour objectif de concevoir, à partir de lois de comportement adaptées, des outils numériques permettant de simuler le comportement des matériaux et des structures en composites ou en élastomères. Ces travaux sont fondés sur des essais mécaniques ou des observations réalisées au Microscope Electronique à Balayage.

Mes recherches propres s'inscrivent dans un cadre pluridisciplinaire car elles font appel à la fois aux essais mécaniques, à l'adaptation de théories connues et à leur mise en œuvre dans le cadre éléments finis.

CHAPITRE I :
ANALYSE DES STRUCTURES COMPOSITES STRATIFIEES CARBONE EPOXY

La méso-modélisation des structures stratifiées est constituée d'outils et de concepts qui permettent de décrire à tout instant l'état de dégradation d'une structure « sandwich » jusqu'à sa rupture ultime. Le premier point consiste à modéliser la structure stratifiée à une échelle intermédiaire dite "méso", liée aux matériaux. À cette échelle, la structure est décrite au moyen de constituants de base appelés méso-constituants (Ame, couche et interface). L'intérêt de cette modélisation est de décrire de façon simple les mécanismes complexes de dégradation des structures sandwich à peaux de carbone époxy. La mise en œuvre de ces modèles dans le cadre éléments finis permet de simuler le comportement de structures complexes.

CHAPITRE I : _____ 1

ANALYSE DES STRUCTURES COMPOSITES STRATIFIÉES CARBONE ÉPOXY _____ 1

I.1 Introduction _____ 2

I.2 Les mécanismes de dégradation des structures « sandwich » _____ 3

I.2.1 La dégradation des peaux en carbone époxy _____ 4

I.2.2 La dégradation des âmes nids d'abeilles Nomex® _____ 5

I.2.3 La réparation des structures « sandwich » _____ 6

I.3 Méso-modélisation des composites stratifiés _____ 7

I.3.1 Modélisation du pli élémentaire _____ 8

I.3.2 Modélisation du phénomène de délaminage _____ 10

I.4 Identification des caractéristiques mécaniques du pli élémentaire _____ 13

I.4.1 Caractérisation quasi-statique _____ 13

I.4.2 Observations de la micro-structure _____ 17

I.4.3 Caractérisation dynamique en cisaillement _____ 20

I.5 Bibliographie _____ 24

I.6 Travaux scientifiques du chapitre I _____ 29

I.6.1 Articles dans des revues à comité de lecture ou dans des ouvrages de synthèse _____ 29

I.6.2 Communications à des congrès à comité de sélection et avec actes publiés _____ 29

I.6.3 Congrès nationaux avec actes. _____ 30

I.6.4 Communications sans actes _____ 30

I.6.5 Rapport contractuel _____ 30

I.1 Introduction

L'objectif de ces travaux de recherches est de proposer, d'identifier et de mettre en œuvre dans le cadre éléments finis classiques des modèles de comportement fiables permettant d'effectuer des simulations éléments finis réalistes de voiliers multicoques. Cet axe de recherche pluridisciplinaire nécessite de maîtriser la modélisation, l'identification et la simulation des matériaux et des structures composites sandwich à peaux carbone époxy.

Ces travaux m'ont permis de développer un axe de recherches directement relié à mes travaux de thèse réalisés au LMT de l'ENS Cachan sous la direction de Pierre Ladevèze. Ces travaux commandités par le CNES portaient sur la « simulation des endommagements et de la rupture dans les composites stratifiés » (Gornet 1996).

Les recherches que je mène à l'Ecole Centrale Nantes sur les composites ont un caractère expérimental et numérique afin de créer une forte interaction entre les modèles et les expériences. Les résultats issus des campagnes expérimentales menées sur les carbones époxy permettent de mener des simulations éléments finis réalistes de voiliers multicoques. Les modèles éléments finis développés pour valider les échantillonnages du trimaran BP3 et des catamarans Code 0 (trois sistership) et Code B1 seront présentés dans le chapitre 3. Ces voiliers sont plus connus sous le nom de leurs commanditaires à savoir, le trimaran Banque Populaire, les catamarans Team Adventure, Innovation Explorer, Club Med, Orange I, King-Fisher, et le catamaran Code B1 (Orange II).

La création d'un modèle de comportement est fondée sur l'observation des mécanismes physiques à différentes échelles. En conséquence, mes travaux de recherches sont menés en assurant un dialogue constant entre l'observation des mécanismes de rupture, les essais mécaniques et la simulation des structures. Les analyses multi-échelles sont menées à l'aide de micrographies réalisées au Microscope Electronique Balayage sur des éprouvettes endommagées ou vierges. Cette démarche est également utilisée pour les travaux menés sur les élastomères (chapitre 4 et 5).

La réalisation d'un voilier en carbone époxy de quarante mètres pose évidemment la question de l'effet d'échelle entre les essais mécaniques menés sur des éprouvettes standards et les propriétés mécaniques du matériau carbone époxy dans la structure. Pour prendre en compte cet effet, les essais mécaniques sont réalisés à partir d'éprouvettes découpées dans de grandes plaques réalisées dans les mêmes conditions que la structure. Cette technique permet d'obtenir des caractéristiques mécaniques réalistes, les défauts évalués sur les éprouvettes étant alors représentatifs de ceux qui sont inévitablement présents dans la structure.

Enfin, la mise en œuvre numérique des modèles permet la réalisation de simulations numériques de solutions technologiques innovantes pour la création ou la réparation des structures sandwich.

Les matériaux composites modélisés et identifiés sont des unidirectionnels ou des tissus constitués de fibres de carbone alliées à de la résine époxy. Ces travaux expérimentaux sont menés afin d'identifier les mécanismes d'endommagement et de rupture à partir d'essais mécaniques quasi-statiques de traction. Des essais de compression et de flexion sont également réalisés afin de compléter les propriétés mécaniques. L'expertise micrographique des échantillons permet de révéler la nature de la micro-structure.

Les premiers essais mécaniques sur des carbones époxy à usage nautique soumis à des chargements quasi-statiques ou dynamiques ont été menés à l'Ecole Centrale Nantes et à l'ENSIETA Brest durant la thèse de Simon Serge Sablin (Sablin 2002). Lors de cette thèse encadrée par le Pr. C.Y. Chiem et moi-même, le montage de traction dynamique proposé par nos soins a été mis en œuvre à l'ENSIETA. Ces campagnes d'essais exploratoires menées sous des chargements de tractions statiques et dynamiques nous ont permis d'appréhender le comportement mécanique du pli élémentaire d'un carbone époxy en cisaillement plan.

I.2 Les mécanismes de dégradation des structures « sandwich »

Les voiliers multicoques destinés aux courses océaniques sont construits à partir de panneaux sandwich. Ces structures sont réalisées par collage à l'aide de résine compatible avec les matériaux en présence. Les âmes les plus utilisées dans la conception de ces voiliers sont des nids d'abeilles Nomex® (Pinzelli et Loken 2004) et les peaux sont constituées de matériaux stratifiés en carbone-époxy. La plate-forme du voilier subit de fortes sollicitations de type flexion ou torsion lors de la navigation. Il convient de noter que ces structures sont entièrement assemblées par collage des différents éléments structurels.

La dégradation des assemblages collés peut être modélisé à l'aide de modèle d'interface endommageable (Allix et Ladevèze 1992, Gornet *et al*. 1997, Gornet *et al*. 1998). Deux versions de ce modèle ont été implantées dans la version commerciale du code éléments finis Cast3M-CEA (Gornet *et al*. 2000). Il convient de rappeler que les structures sandwich possèdent une grande rigidité en flexion et en torsion. L'âme de la structure sandwich résiste principalement aux contraintes de cisaillement, de traction et de compression hors plan, les peaux inférieures et supérieures supportent quant à elles les efforts dans leur plan. Une plaque sandwich à peaux de carbone et âme Nomex® hexagonale est présentée sur la figure 1. Dans la suite, les mécanismes de dégradation des peaux sont rappelés et les modélisations retenues sont présentées.

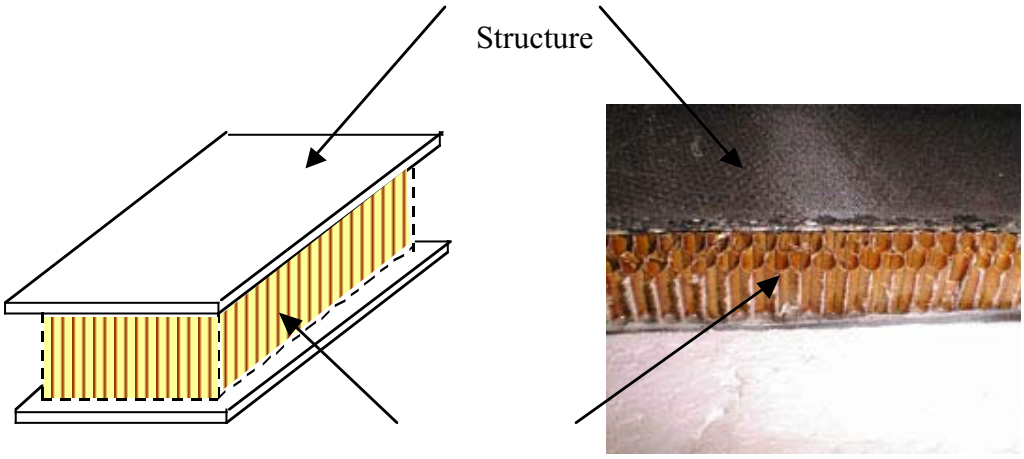


Figure 1. Structure sandwich à peaux de carbone-époxy et âme nids d'abeilles Nomex®

I.2.1 La dégradation des peaux en carbone époxy

Les endommagements qui naissent à l'intérieur des plis de carbone sont de trois types. On observe des micro-fissurations dans la matrice parallèlement aux fibres, des décohésions entre les fibres et la matrice, et enfin la rupture des fibres (Taljera 1981, Charewicz et Daniel 1986, Lafarie-Frenot et Henaff-Gardin 1990). L'enchaînement des mécanismes de dégradations semble maintenant admis (Crossman et Wang 1982, Highsmisth et Reifsnider 1982, Taljera 1985, Herakovich *et al*. 1988). En premier lieu, une dégradation de l'interface entre les fibres et la matrice au sein du pli est observée. Des décohésions diffuses des couches, communément appelées « délaminages » sont généralement présentes (Jamison 1986). L'enchaînement des mécanismes entre la fissuration transverse et le délaminage en pointe de micro fissure est fonction des matériaux (Ladevèze et Lubineau, 2003. Généralement la micro fissuration s'impose et induit une saturation du nombre de fissures. En conséquence une évolution rapide du délaminage apparaît (Soni et Kim 1986). Un pont entre les approches microscopiques de dégradation et l'approche mésoscopique est maintenant établi (Kamimura 1985, Ladevèze et Lubineau, 2001, 2002,2003). Les modules affectés par la micro-fissuration sont les modules de cisaillements et les modules d'Young transverses. En conséquence, des variables d'endommagement sont introduites dans la modélisation mécanique du pli élémentaire afin de tenir compte des mécanismes de dégradation déjà évoqués.

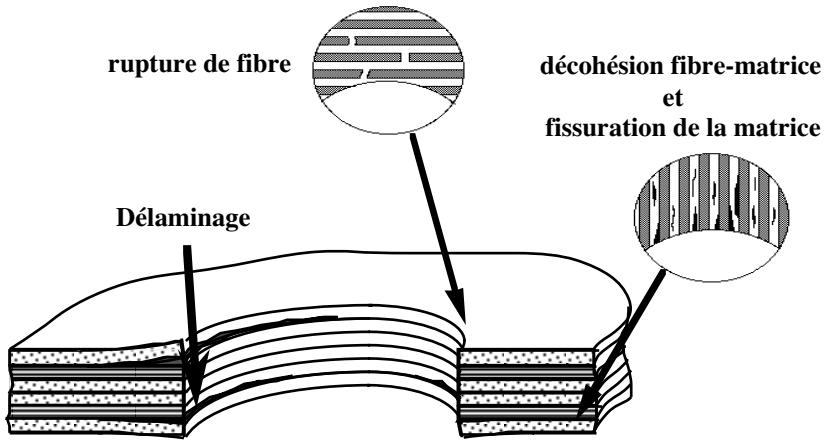


Figure 2. Modes de rupture et front de délaminage

I.2.2 **La dégradation des âmes nids d'abeilles Nomex®**

Les âmes constituées de papier Nomex® sont fabriquées à partir de feuilles Polyamide ou Aramide encollées. C'est une marque déposée par la société Du Pont de Nemours.

Expérimentalement, on constate que le flambement correspond à un accroissement très significatif de l'endommagement des âmes nids d'abeilles Nomex®. Lors des essais mécaniques de cisaillement simple, de cisaillement à double recouvrement (Zhang et Ashby 1992), ou de compression hors plan (Aminada *et al*. 2003), dès que la force atteint son maximum, une chute plus ou moins brutale de celle-ci est observée. Cette chute correspond à des plissements qui sont dûs à des phénomènes de flambement des parois. Dans la littérature, un grand nombre d'articles présentent des modèles analytiques simplifiés destinés à décrire le comportement mécanique et les modes de dégradation de ces matériaux cellulaires (Gibson et Ashby 1988, Cellular Akay et Hanna 1990, Petras et Sutcliffe 2000, Lee et Tsotsis 2000). À titre d'illustration, la figure 3 représente les modes de rupture d'une âme Nomex® lors d'un essai de flexion 4 points.

La modélisation tridimensionnelle du comportement mécanique des âmes Nomex® soumises à des chargements quasi-statiques a été développée par mes soins et fait l'objet du chapitre II.

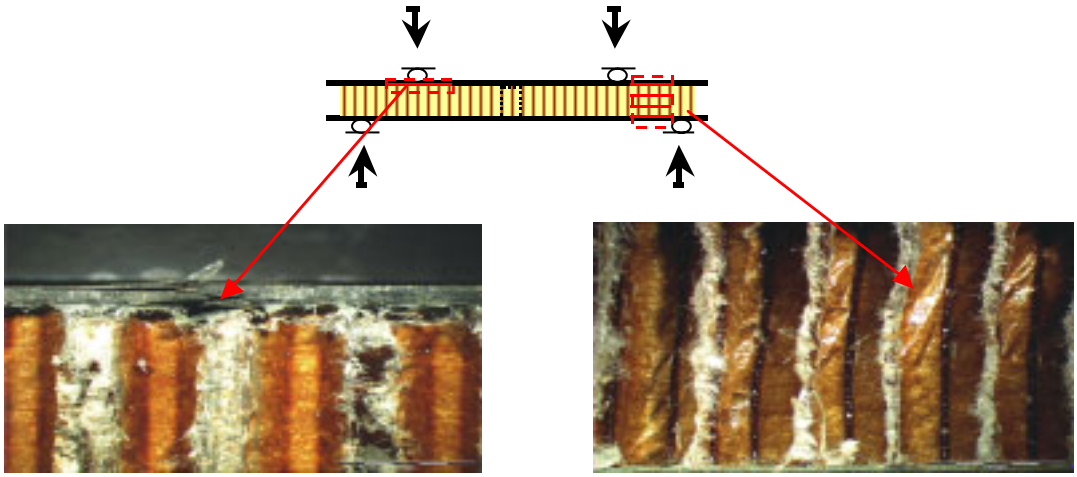


Figure 3. Modes de rupture d'une poutre sandwich constituée d'une âme nids d'abeilles et de peaux carbone. Il y a rupture des peaux et flambement de l'âme Aramide.

I.2.3 **La réparation des structures « sandwich »**

Les structures sandwich constituées d'âmes nids d'abeilles et de peaux en carbone époxy sont facilement réparables. L'utilisation des sandwiches pour des applications militaires continue de créer une dynamique de recherche pour les procédures de réparation (Rusel *et al*. 1994, Baker *et al*. 1994). La réparation d'une structure sandwich pose le problème de la tenue des matériaux carbone époxy ou Nomex vis-à-vis des phénomènes de délaminage (Macander et Mulville, 1978, Armstrong 1983, Jones 1989, Whitney 1989, Prel *et al*. 1989, Bouette 1991, Liew *et al*. 94, Charalambides *et al*. 1998, Ural *et al*. 2003). L'utilisation dans le domaine de la compétition de ces matériaux rejoint la problématique des applications militaires en zone de conflit ou les réparations doivent être menées dans des conditions difficiles.

Les dégradations locales sont réparées par rapiéçage des plis et remplacement de la partie de l'âme endommagée. La reconstitution des peaux du sandwich est assurée par des scarfs et la partie d'âme endommagée est remplacée par un pain de mousse de type Airex où par l'injection de chaume. Il convient de noter que dans le cas d'une âme mal posée les valeurs des rigidités initiales sont difficiles à atteindre et des ruptures prématurées peuvent survenir. Généralement le patch destiné à la rénovation permet de retrouver une rigidité acceptable avec un domaine d'utilisation proche de l'initiale (Soutiss *et al*. 1999, Chottard *et al*. 2001). Il convient cependant de veiller à ne pas créer de concentration de la raideur qui pourrait reporter la rupture dans une zone proche du patch de réparation.

Les réparations sont destinées à rendre à la structure endommagée ses propriétés mécaniques et à retrouver la fonction initiale de la pièce. Les réparations doivent pouvoir être mises en place même dans des conditions difficiles, hors du port de base et en l´absence de personnels qualifiés. La réparation est souvent délicate, car la paroi interne de la structure endommagée n'est pas toujours accessible. Une technique de réparation de fortune doit pouvoir être développée à partir de l´extérieur de la plate-forme, sans avoir besoin d´un accès à la peau interne du sandwich. La simulation d'un renforcement par un pontage des peaux est présentée dans le chapitre 3.

I.3 Méso-modélisation des composites stratifiés

La modélisation des matériaux composites effectuée à l'échelle intermédiaire appelée méso-échelle a été utilisée avec succès sur différents matériaux (Ladevèze et Le Dantec 1992, Allix *et al*. 1994, Gornet *et al*. 1997, Casari *et al*. 1999, Ladevèze *et al*. 1998, Ladevèze *et al*. 1999). Les peaux stratifiées des sandwichs sont décrites à l'échelle méso comme un empilement de monocouches homogènes dans l'épaisseur et d'interfaces interlaminaires (figure 4). Une fois le comportement mécanique des plis et interfaces élémentaires identifié, le comportement de n'importe quel stratifié est établi à partir des propriétés de ses seuls constituants. L'interface interlaminaire est introduite pour modéliser les phénomènes de délaminage qui apparaissent au voisinage des bords ou des macro-défauts (Allix et Ladevèze 1992, Gornet *et al*. 1997).

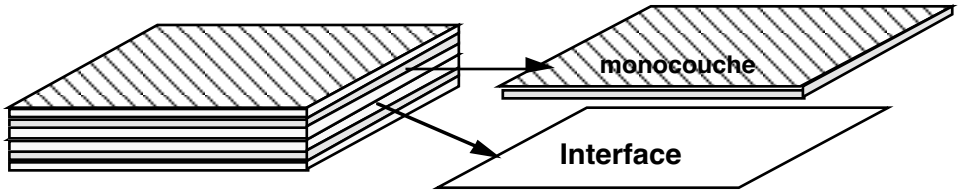


Figure 4. Méso-modélisation des structures stratifiées

La première mise en œuvre de ce type de modèle de comportement mécanique dans un code éléments finis de type industriel a été réalisée par mes soins dans une version de Castem 2000-CEA durant mes travaux de thèse. Ces travaux portaient plus particulièrement sur la simulation éléments finis d'essais mécaniques DCB, ENF, MMF, CLS. Ces essais permettent de déterminer les caractéristiques mécaniques qui gouvernent les phénomènes de propagation du délaminage et d'identifier les paramètres du modèle d'interface.

Mes travaux de thèse publiés en partie dans (Gornet *et al*. 1997) sont cités dans l'article de synthèse de l'ASME présenté par Te Tay en 2003 sur proposition de JN Reddy. Cet article fait la synthèse des travaux scientifiques de référence réalisés entre 1990 et 2001 sur la modélisation, la caractérisation mécanique et la simulation des phénomènes de délaminage. Le matériau M55J/M18 a fait plus particulièrement l'objet de mes travaux de doctorat.

Dans la suite, on rappelle brièvement le modèle de comportement retenu pour décrire l'évolution du comportement mécanique du pli élémentaire constituant les peaux stratifiées carbone-époxy des

structures sandwich. Ce modèle est basé sur les travaux de recherches réalisé par P. Ladevèze et ses collaborateurs dont j'ai fait partie. Lors de mes travaux sur les voiliers, le modèle du pli élémentaire a été étendu afin de tenir compte des spécificités des matériaux étudiés. En particulier, la non-linéarité en traction a été introduite dans le modèle (Gornet *et al*., 2000). Ce phénomène a également été observé pour des composites carbone époxy à haut module M55J/M18.

I.3.1 Modélisation du pli élémentaire

La modélisation du comportement mécanique du pli élémentaire est établie dans le cadre de la thermodynamique des processus irréversibles. Elle est basée sur la théorie de l'endommagement anisotrope développée par P. Ladevèze. Le modèle est présenté sous l'hypothèse des contraintes planes assurant une compatibilité avec la théorie classique des stratifiés. Dans les zones bord à forts gradients, la modélisation de l'interface inter-laminaire prend tout son sens et permet de tenir compte des phénomènes de délaminage.

La modélisation de la mono-couche, adaptée aux plis constitués d'une seule direction de fibre, est de type élasto-plastique endommageable (Ladevèze 1986). Suite à la campagne d'essais menée sur les matériaux nommés GODT n°1 et n°2, il semble opportun de compléter la modélisation déjà présentée dans l'article (Ladevèze et Le Dantec 1992). L'énergie de déformation E_D de la mono-couche élémentaire tient compte des différents modes d'endommagement.

$$E_D = \frac{1}{2(1-d_1)}\left[\frac{\phi_1\left(\langle -\sigma_{11}\rangle_+\right)}{E_1^0} + \frac{\phi_2\left(\langle \sigma_{11}\rangle_+\right)}{E_1^0} + \frac{\langle -\sigma_{22}\rangle_+^2}{E_2^0} + \frac{\langle \sigma_{22}\rangle_+^2}{E_2^0(1-d_2)}\right]$$
$$+ \frac{1}{2(1-d_1)}\left[-\frac{2\nu_{12}^0}{E_1^0}\sigma_{11}\sigma_{22} + \frac{{\sigma_{12}}^2}{G_{12}^0(1-d_{12})}\right]$$

Les variables d'endommagement $d_2$et d_{12}, affectent respectivement le module transverse E_2^0et le module de cisaillement plan G_{12}^0. Ces variables sont associées aux phénomènes de micro-fissuration de la matrice et à la détérioration de la liaison fibre matrice. La rupture des fibres de type élastique fragile est gouvernée quant à elle par la variable d'endommagement d_1. Il faut noter que dans le cadre tridimensionnel toutes les dégradations hors plan de la mono-couche sont prises en compte dans la modélisation de l'interface inter-laminaire (Gornet *et al*. 1997,2000). La fonction ϕ_1 permet de prendre en compte la non-linéarité observée en compression (Grandidier JC, Ferron G., Poitier-Fery M., 1992, Paluch B., 1994).

J'ai introduit une fonction ϕ_2 dans la méso-modélisation afin de tenir compte du phénomène de rigidification observé en traction dans la direction des fibres (figure 5). Cette non-linéarité pourrait être attribuée à l'ondulation des fibres. La fonction $\phi_2$est choisie de la forme :

$$\phi_2\left(\langle \sigma_{11}\rangle_+\right) = -\frac{2\left[\gamma_t\langle \sigma_{11}\rangle_+ + \ln\left(1+\gamma_t\langle \sigma_{11}\rangle_+\right)\right]}{\gamma_t^2}$$

Le comportement en traction dans le sens des fibres est donc élastique non linéaire avec un module de traction E_1^T.

$$E_1^T = E_1^0(1 + \gamma_t \langle \sigma_{11} \rangle_+)$$

Les trois forces thermodynamiques Y_{d_1}, Y_{d_2} et $Y_{d_{12}}$, conjuguées des variables d'endommagement d_1, d_2 et d_{12} et supposées uniformes dans l'épaisseur de la mono couche sont déterminées à partir de l'énergie de la mono-couche.

$$Y_{d_1} = -\left.\frac{\partial E_D}{\partial d_1}\right|_\sigma \quad Y_{d_2} = -\left.\frac{\partial E_D}{\partial d_2}\right|_\sigma = \frac{\langle \sigma_{22} \rangle_+^2}{2E_2^0(1-d_2)^2} \qquad Y_{d_{12}} = -\left.\frac{\partial E_D}{\partial d_{12}}\right|_\sigma = \frac{{\sigma_{12}}^2}{2G_{12}^0(1-d_{12})^2}$$

Les évolutions des deux variables d'endommagement d_2 et d_{12} couplées. Elles sont gouvernées par la force thermodynamique commune $\underline{Y}$

$$\underline{\sqrt{Y}} = \sup_{t \in \mathbb{R}^+} \sqrt{\left(Y_{d_{12}} + bY_{d_2}\right)}$$

où b est un paramètre de couplage du matériau. L'étude des résultats des essais réalisés nous conduit à choisir l'évolution des variables d'endommagement d_2 et d_{12} pour ce matériau sous la forme suivante :

$$d_{12} = \frac{\underline{\sqrt{Y}} - \sqrt{Y_{120}}}{\sqrt{Y_{12c}}} \text{ et } d_2 = b_2\, d_2$$

Les déformations anélastiques constatées lors des essais de traction sur des stratifications $[+45/-45]_{2s}$ sont attribuées à des fissures non refermées et à des phénomènes de frottement entre la fibre et la matrice. Pour modéliser ce phénomène nous utilisons un modèle élasto-plastique avec un écrouissage isotrope.

$$f(\sigma, R(p)) = \sqrt{\left(\sigma_{12}\right)^2 + a^2\left(\sigma_{22}\right)^2} - R(p) - R_0$$

La déformation plastique cumulée est définie par

$$p = \left(4\varepsilon_{12}^{p\,2} + a^2\varepsilon_{22}^{p\,2}\right)^{1/2}$$

Un critère d'instabilité globale déterminé à partir de la rigidité endommagée du stratifié est également introduit dans la modélisation. À titre d'exemple, des simulations avec le logiciel Endo-Strat sont présentées pour différentes orientations sur la figure 5. Ces simulations sont réalisées après avoir identifié le comportement mécanique de la couche élémentaire.

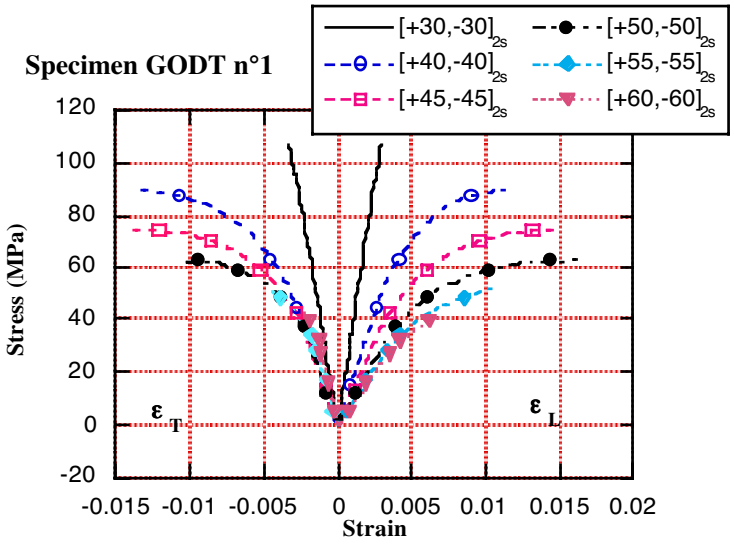


Figure 5. Simulation d'essais de traction sur des éprouvettes croisées

I.3.2 Modélisation du phénomène de délaminage

Le dimensionnement des structures composites stratifiées est largement déterminé par l'analyse précise des zones à forts gradients telles que les bords ou les liaisons. En effet, c'est en général dans ces zones que naissent les premiers endommagements et que survient la rupture. Les dégradations macroscopiques initiées dans ces zones sont dues à des ruptures de fibres ainsi qu'à une micro fissuration de la matrice parallèlement à la direction des fibres. Cependant, pour certains types de stratifiés, le phénomène de dégradation majeur dans ces zones est l'initiation et la propagation de fronts de délaminage menant à la ruine de ces structures stratifiées. Ces travaux sont à la base de la réalisation d'une version prototype du code éléments finis Castem 2000 (Gornet 1996), qui prend en compte les divers mécanismes de dégradations intra et inter-laminaires dans les structures composites stratifiées (Ladevèze 1986, Ladevèze et Le Dantec 1992-95, Allix et Ladevèze 1992,-1995). L'objet de cette partie est de présenter les bases du modèle d'interface « isotrope » ainsi que son extension avec effet de retard qui ont été implantées dans le code Cast3M du CEA en 1999 (Gornet *et al*. 2000). Ces modèles d'interfaces sont utilisés pour simuler les mécanismes de la dégradation inter-laminaire (délaminage).

L'interface est une entité surfacique qui assure le transfert des déplacements et des contraintes normales entre deux plis adjacents. Cette modélisation couplée à la mécanique de l'endommagement permet de prendre en compte les phénomènes de délaminage qui peuvent survenir lors du chargement mécanique de pièces structurales. Des études précédentes ont permis de montrer la faisabilité de la prédiction du délaminage en utilisant cette modélisation. Les zones à

forts gradients sont les lieux privilégiés de naissance du délaminage. Dans ces zones, le champ des contraintes est tridimensionnel.

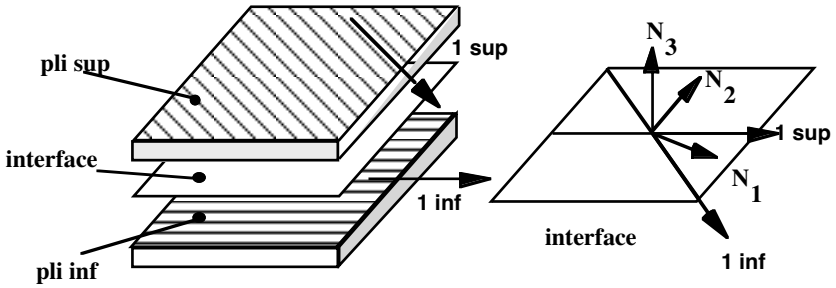


Figure 6. Interface : entité surfacique entre deux couches adjacentes

Le comportement mécanique de l'interface ne dépend que de l'angle relatif entre les fibres des plis adjacents. Un repère « d'orthotropie », de directions principales N_1 N_2 et N_3 (N_3 normale à la plaque), est alors défini par les bissectrices des directions de fibres (figure 6). La base N_1 N_2 N_3 est nécessairement orthotrope puisqu'une interface $[\theta_1/\theta_2]$ est équivalente à une interface $[\theta_1/\theta_2]$. On note le saut de déplacement dans la base d'orthotropie de l'interface :

$$[\mathbf{U}] = \mathbf{U}^{\sup}\text{-}\mathbf{U}^{\inf} = [U_1]\,N_1 + [U_2]\,N_2 + [U_3]\,N_3$$

La détérioration de l'interface est prise en compte par trois variables internes d'endommagement. L'énergie de déformation du matériau endommagé (potentiel thermodynamique de Gibbs) s'écrit:

$$E_D = \frac{1}{2}\left[\frac{\langle -\sigma_{33}\rangle_+^2}{k_3^0} + \frac{\langle \sigma_{33}\rangle_+^2}{k_3^0(1-d_3)} + \frac{{\sigma_{32}}^2}{k_2^0(1-d_2)} + \frac{{\sigma_{31}}^2}{k_1^0(1-d_1)}\right]$$

Où $\langle x\rangle_+ = \dfrac{|x|+x}{2}$ représente la partie positive de la quantité x. La détérioration de l'interface est prise en compte par trois variables internes d'endommagement ($d_1, d_2 \text{ et } d_3$). La relation de comportement entre les contraintes et les sauts de déplacement s'écrit dans la base d'orthotropie de l'interface à partir du potentiel thermodynamique :

$$\begin{pmatrix}\sigma_{13}\\ \sigma_{23}\\ \sigma_{33}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}k_1^0(1-d_1) & 0 & 0\\ 0 & k_2^0(1-d_2) & 0\\ 0 & 0 & k_3^0(1-d_3)\end{pmatrix}\begin{pmatrix}[U_1]\\ [U_2]\\ [U_3]\end{pmatrix} \qquad \text{avec} \begin{cases} k_1^0 = \dfrac{2G_{13}}{e}\\ k_2^0 = \dfrac{2G_{23}}{e}\\ k_3^0 = \dfrac{E_3}{e}\end{cases}$$

Où les rigidités d'interface k_1^0, k_2^0 et k_3^0 sont liées aux caractéristiques élastiques du stratifié considéré et « e » peut être interprété comme l'épaisseur de l'interface. Le modèle thermodynamique est construit en tenant compte des trois modes de délaminage possibles.

On distingue dans ce qui suit, les différentes variables d'endommagement de l'interface inter-laminaire :

d_3 est associée au mode « d'ouverture » (ou mode 1) de la liaison inter-laminaire ;

d_1 et d_2 sont associées aux deux modes de cisaillement de l'interface (modes 2 et 3). Il faut noter qu'en compression, l'interface ne s'endommage pas et retrouve sa rigidité initiale.

Le modèle thermodynamique de l'interface est construit en tenant compte des trois modes de délaminage possibles (figure 7).

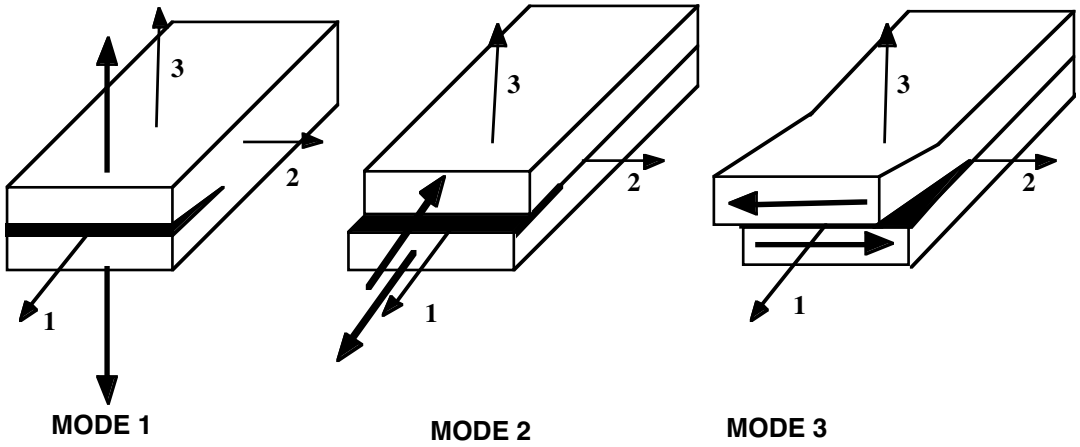


Figure 7. Modes de propagation du délaminage

Les forces thermodynamiques conjuguées aux variables d'endommagement et associées aux trois modes de délaminage sont :

$$Y_{d_3} = \frac{1}{2}\frac{\langle \sigma_{33} \rangle_+^2}{k_3^0 (1-d_3)^2} \qquad Y_{d_1} = \frac{1}{2}\frac{{\sigma_{31}}^2}{k_1^0 (1-d_1)^2} \qquad Y_{d_2} = \frac{1}{2}\frac{{\sigma_{32}}^2}{k_2^0 (1-d_2)^2}$$

L'énergie dissipée dans ce modèle est : $\Phi = Y_{d_1} \dot{d}_1 + Y_{d_2} \dot{d}_2 + Y_{d_3} \dot{d}_3 \qquad (\Phi \geq 0)$

Deux modèles d'endommagement sont proposés et identifiés dans l'article (Gornet *et al*. 2000). L'effet de la vitesse de chargement lors d'un essai DCB est présenté sur la figure 8. Le premier est nommé « isotrope » et a été proposé dans (Allix *et al*. 1995) et identifié pour le matériau carbone époxy haut module M55J/M18 (Ladevèze *et al*. 1999). Le second est l'extension dite « avec retard » de cette loi « isotrope » fondée sur le modèle proposé dans (Gornet 1996).

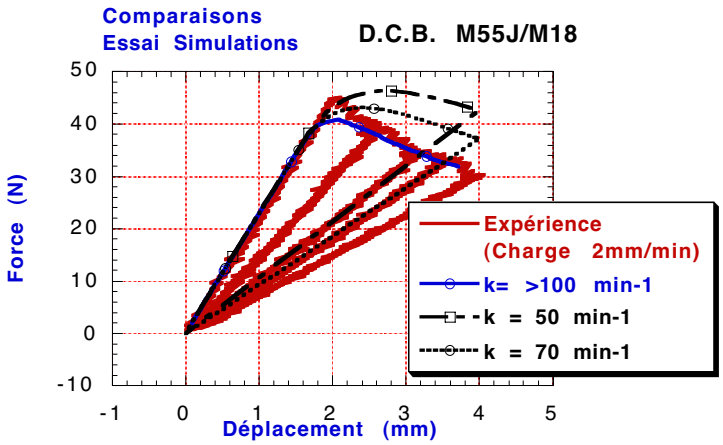


Figure 8. Simulation D.C.B., pour différentes valeurs du temps caractéristique. En prenant des valeurs de k supérieures 100min-1, les résultats de la simulation sont identiques à l'essai.

I.4 Identification des caractéristiques mécaniques du pli élémentaire

On rappelle dans ce paragraphe la procédure d'identification qui a été utilisée pour déterminer les paramètres du modèle d'endommagement du pli élémentaire. L'identification de la couche élémentaire nécessite la réalisation d'essais mécaniques au minimum sur trois empilements différents fabriqués à partir de tissus unidirectionnels pré-imprégnés. Les essais sont menés à partir d'éprouvettes unidirectionnelles $[0]_{16}$ et de stratifiés croisés $[\pm 45]_{2s}$ et $[\pm 67{,}5]_{2s}$. Cette démarche maintenant classique a été utilisée pour valider les propriétés mécaniques de matériaux carbone-époxy mis en œuvre par le chantier Multiplast pour la réalisation de ses voiliers.

Un grand nombre de normes concernant les essais mécaniques sur matériaux composites sont disponibles dans la littérature. Elles sont présentées par les organismes *American Society for Testing Materials* D3039, *British Standard Institution* 2782, *Composite Research Advisory Group*, ISO 527. Les éprouvettes que nous utilisons sont instrumentées de jauges bidirectionnelles sur chaque face et elles ont des dimensions de 250*20 mm avec des talons en tissu de verre.

I.4.1 Caractérisation quasi-statique

Les essais mécaniques ont été réalisés à l'Ecole Centrale Nantes sur une machine hydraulique MTS de traction-compression, de capacité 10 T, équipée de mors à serrage hydraulique dont la pression est contrôlée. Tous les détails concernant l'instrumentation, les réglages et l'acquisition des données en cours d'essai sont présentés dans les documents (Gornet *et al.* 2000, 2001). Les

déformations brutes sont corrigées pour tenir compte de la non-linéarité des ponts d'extensométrie ainsi que de l'effet transversal des jauges. Les données sont ensuite traitées, afin de réaliser l'identification du méso-modèle de la couche élémentaire. L'utilisation de la réponse moyenne des jauges de même orientation permet de déterminer les modules d'élasticité initiaux, la chute de rigidité et les déformations inélastiques pour chaque décharge effectuée en cours d'essai.

I.4.1.1 Exploitation des essais de traction sur unidirectionnel

Cet essai permet de déterminer les caractéristiques à rupture du pli dans le sens des fibres et les modules de l'ingénieur : module longitudinal E_{11T} et coefficient de Poisson ν_{12}. Un exemple de courbe contrainte-déformation obtenue après traitement des données est présenté sur la figure 9. Le comportement de la couche dans la direction des fibres est élastique-linéaire fragile. En fait, il apparaît un raidissement de la couche qui peut être mesuré par la différence entre le module tangent initial et le module sécant à rupture. La prise en compte de ce phénomène est incorporée dans la modélisation du pli élémentaire. Il peut être interprété à l'échelle de la micro-structure des fibres de carbone par la réorientation du réseau carboné dans le sens de la sollicitation, ou bien, à l'échelle méso, par la réorientation des fibres désalignées dans le pli.

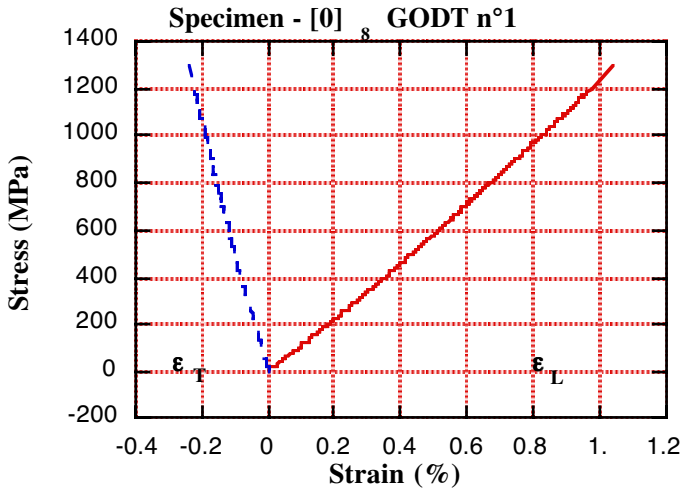


Figure 9. Courbe de traction type sur un unidirectionnel

I.4.1.2 Exploitation des essais de traction sur $[\pm 45]_{2s}$

Les éprouvettes sont soumises à des cycles de charge-décharge à déplacement imposé. Ces essais de traction mettent de mettre en évidence des déformations anélastiques. Ces déformations anélastiques observées sur cet essai sont attribuées à des non-fermetures des fissures. Ce type de sollicitation permet de déterminer, pour chaque cycle de charge-décharge, le module de l'éprouvette endommagée. On déduit à partir de l'essai l'endommagement du module de

cisaillement plan cf. (figures 10-13). Sur la base des résultats expérimentaux, une loi affine est choisie pour décrire l'évolution de la variable d'endommagement d_{12}.

$$d_{12} = 1 - \frac{G_{12}}{G_{12}^0} \qquad \sqrt{Y_{d_{12}}} = \sqrt{2G_{12}^0}\left|\varepsilon_{12}^e\right| \qquad \varepsilon_{12}^e = \frac{\varepsilon_L^e - \varepsilon_T^e}{2}$$

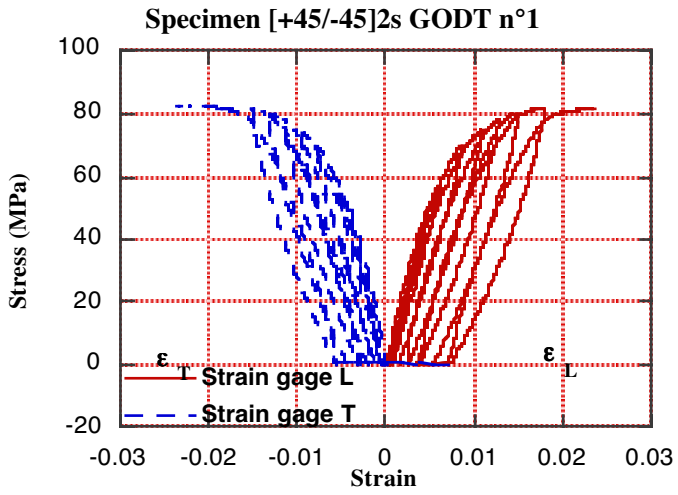


Figure 10. Courbe de traction type sur un unidirectionnel

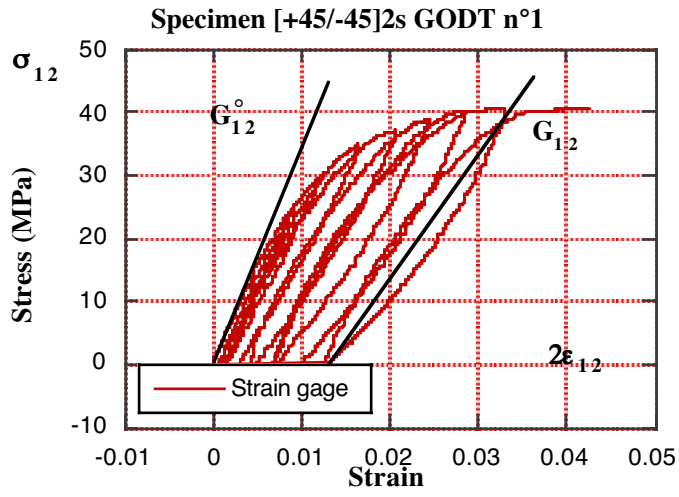


Figure 11. Évolution de la dégradation du module de cisaillement plan.

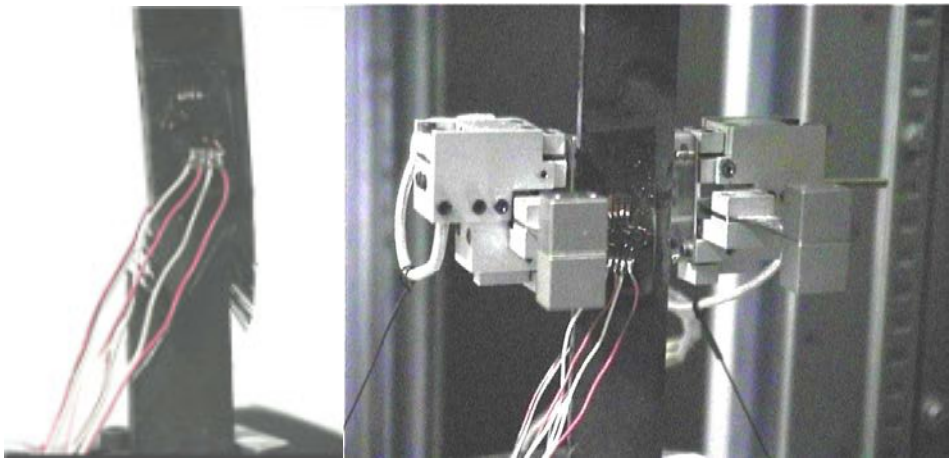


Figure 12. éprouvettes avec jauges d'extensométrie /ou extensomère bi-drectionel.

I.4.1.3 Exploitation des essais de traction sur $[+67{,}5/-67{,}5]_{2S}$

Cet essai est choisi pour étudier les effets de couplage entre le cisaillement plan et la traction transverse. Les éprouvettes sont soumises à des cycles de charge-décharge à déplacement imposé. Lors de ces essais, les plis des matériaux sont soumis à un état de chargement complexe combinant un état de contrainte transverse et un état de cisaillement plan. On constate que l'endommagement et la déformation anélastique associée sont très faibles dans les couches de carbone (figure 13). La rupture de ce stratifié est de type fragile et peut être imputé à la dégradation de l'interface fibre matrice. Sur cet essai, on détermine les caractéristiques mécaniques transverses du pli élémentaire. A partir de la mesure du module longitudinal E_L de l'empilement $[+67{,}5/-67{,}5]_{2S}$ et des modules déjà identifiés sur la couche, le module transverse E_2^0 est déduit de l'expression :

$$\frac{1}{E_L} = \frac{\cos^4\theta}{E_1^0} + \frac{\sin^4\theta}{E_2^0} + \left(\frac{1}{G_{12}^0} - 2\frac{\nu_{12}^0}{E_1^0}\right)\sin^2\theta \quad \cos^2\theta$$

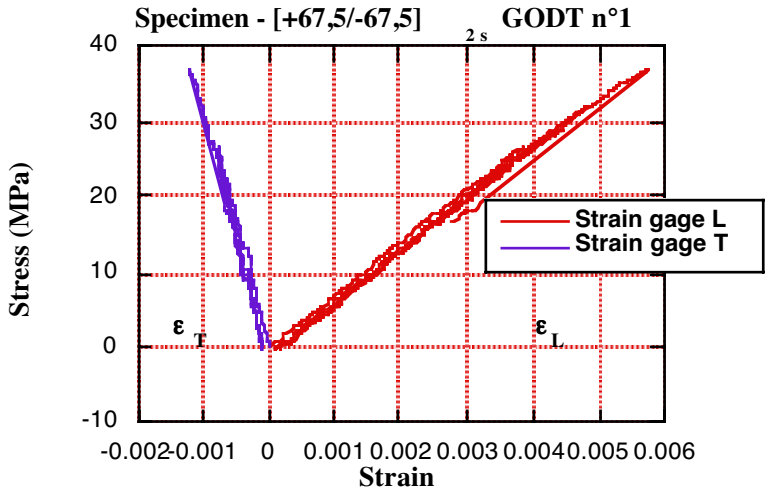


Figure 13. Évolution de la dégradation du module de cisaillement plan.

I.4.2 Observations de la micro-structure

Il convient de rappeler que l'échelle microscopique est liée aux dimensions et à l'arrangement des fibres dans la matrice alors que l'échelle mésoscopique est liée à celle de la couche élémentaire. La démarche développée lors des études consiste à observer au Microscope Electronique à Balayage (JEOL 80F) les faciès d'éprouvettes vierges et dégradées après essais. Cette méthode permet de dégager les principaux mécanismes d'endommagement initiaux et ultimes et par conséquence de vérifier la corrélation entre les micrographies et les propriétés mécaniques mesurées à l'échelle du pli élémentaire. Les expertises micrographiques, réalisées sur des morceaux de structures réelles, ont également permis d'avoir un retour d'expérience, sur la distribution des fibres dans la matrice et sur le taux de porosité. Les gradients thermiques lors de la phase de cuisson peuvent être à l'origine de la variation de fraction volumique de fibre dans la section (figure 14). Les contraintes résiduelles étant généralement gouvernées par la phase de retour à la température ambiante. L'optimisation du cycle de cuisson et l'influence de l'épaisseur du stratifié sur les caractéristiques mécaniques suivant la direction des fibres est abordée dans (Olivier et Cavarero 2002).

L'application d'une pression durant le cycle de polymérisation répond à un double objectif. Le premier concerne le compactage des couches afin d'assurer une meilleure adhérence entre les plis. Le second objectif est de réduire les porosités qui gouvernent la chute des propriétés mécaniques. Il est clairement établi dans la littérature qu'un taux de porosité peut varier entre 0,3% et 10% et que certaines des propriétés mécaniques du pli élémentaire sont corrélativement très fortement affaiblies (Kardos, Duduckovic 1986, Hancox 1987, Olivier *et al*. 1995, Costa *et al*. 2001).

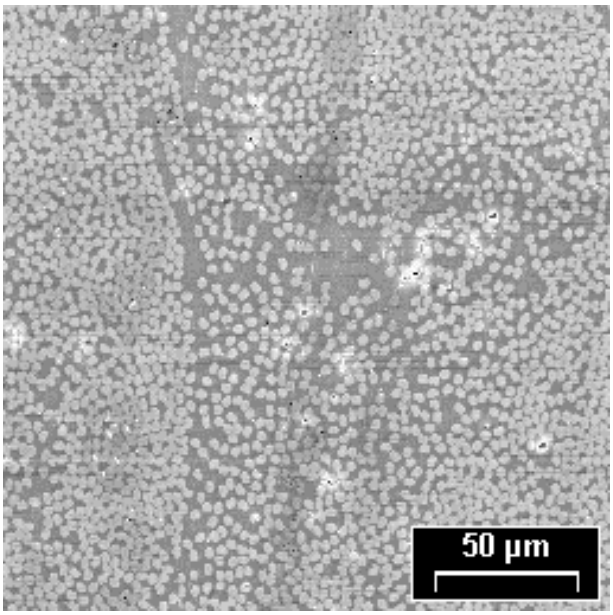


Figure 14. Distribution des fibres dans la matrice pour un matériau UD M46J-M10.

Les porosités affectent gravement les modules du pli élémentaire de carbone époxy dont le comportement est gouverné par la matrice. Ces porosités ont notamment pour origine la migration de l'eau de la matrice vers les fibres ce qui provoque des nodules à la surface de celles-ci. Généralement les porosités se développent parallèlement aux plis (Kardos et Duduckovic 1986). La méthode du précompactage avant cuisson éventuellement en plusieurs fois lors de composites épais permet d'éliminer les excès de résine et ainsi de réduire les porosités. L'utilisation de cette méthode conduit à des propriétés de rupture en cisaillement améliorées. Il convient de noter cependant que le taux de restitution d'énergie, qui peut être associé aux phénomènes de propagation du délaminage, semble souffrir de ce traitement.

La détermination des propriétés mécaniques des matériaux composites à partir des caractéristiques mécaniques de l'échelle microscopique (fibre et matrice) est historiquement la première voie retenue. Des approches analytiques ou numériques basées sur des techniques d'homogénéisation ont été largement développées dans la littérature (Hashin et Strikmann 1963, Adams, Doner 1967, Chamis et Sendeckyj 1968, Halpin et Tsai 1969, Christensen 1979, Hashin 1983, Knott et Herakovich, 1991, Torquato 1991, Bystrom *et al*. 2000). Le comportement mécanique de l'interphase fibre matrice ainsi que le nombre de défauts influencent fortement les performances mécaniques du composite (Harper *et al*. 1987, Briançon 1995, Olivier *et al*. 1995) et en conséquence de nombreuses études restent à réaliser à cette échelle. La simulation des propriétés mécaniques avec une prise en compte de la decohésion entre la fibre et la matrice à l'aide de modèle d'interface est présentée dans (Léné et Leguillon 1982, Monerie *et al*. 1998). Les approches micro-macro permettent de modéliser les réseaux de fissures (Renard et Thionnet 1994) ou de justifier les modèles d'endommagement phénoménologiques à l'échelle mésoscopique (Ladevèze et Lubineau, 2001, 2002,2003). L'objectif de ces approches est également de décrire chaque phénomène à l'échelle la plus pertinente. Le comportement non-linéaire de la matrice peut être pris en compte dans les approches multi-échelles (Scieffer 2002). Ce type de recherche est actuellement en développement au travers du *Programme Analyse Multi-Echelle : Recherches Innovantes pour les matériaux Composites à matrice Organique* mené par l'Onera.

La microstructure d'une section d'éprouvette droite du matériau GODT n°1 $[45,-45]_s$ testée mécaniquement jusqu'à la phase ultime de la rupture est présentée sur la figure 15. Les essais mécaniques sont réalisés sur des éprouvettes avec un nombre de défauts plus important que la production classique afin de vérifier leur influence. Les sections sont comparées avec une éprouvette de référence qui n'est pas testée. Ces comparaisons permettent de quantifier les défauts initiaux et leurs localisations. L'adhésion des plis dans les éprouvettes croisées peut ainsi être qualifiée. Il convient de noter que les défauts localisés aux interfaces sont responsables des non-linéarités précoces et des propriétés mécaniques ultimes faibles en cisaillement (Gornet *et al*. 2004).

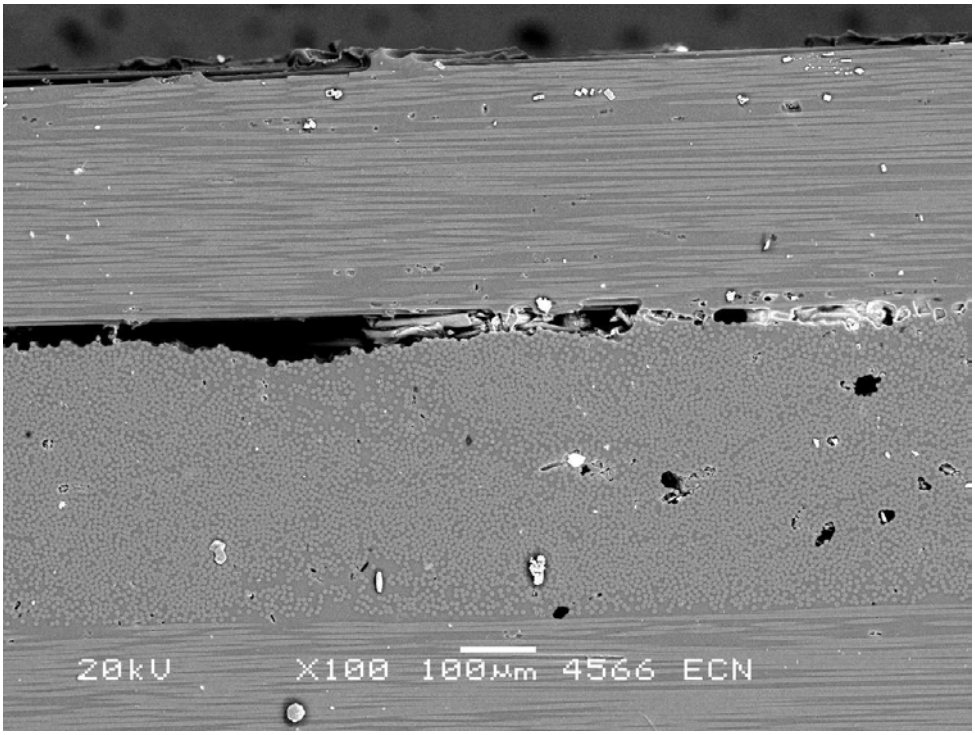


Figure 15. Eprouvette $[45,-45]_{2s}$ *découpée suivant les directions de fibre. Interface endommagée après un essai mécanique de traction.*

La recherche des propriétés mécaniques en prenant en compte le caractère endommagé du matériau est réalisée en utilisant un Volume Elémentaire Représentatif soumis à des conditions de périodicité. Ces développements sont réalisés sur le code éléments finis Cast3M. La figure 16 représente la rupture fibre-matrice d'un matériau M40J/M10 et les déformés des VER endommagés. Ces simulations permettent d'obtenir les propriétés mécaniques résiduelles transverses E_2, E_3et de cisaillement hors plan G_{23} (Tableau 1).

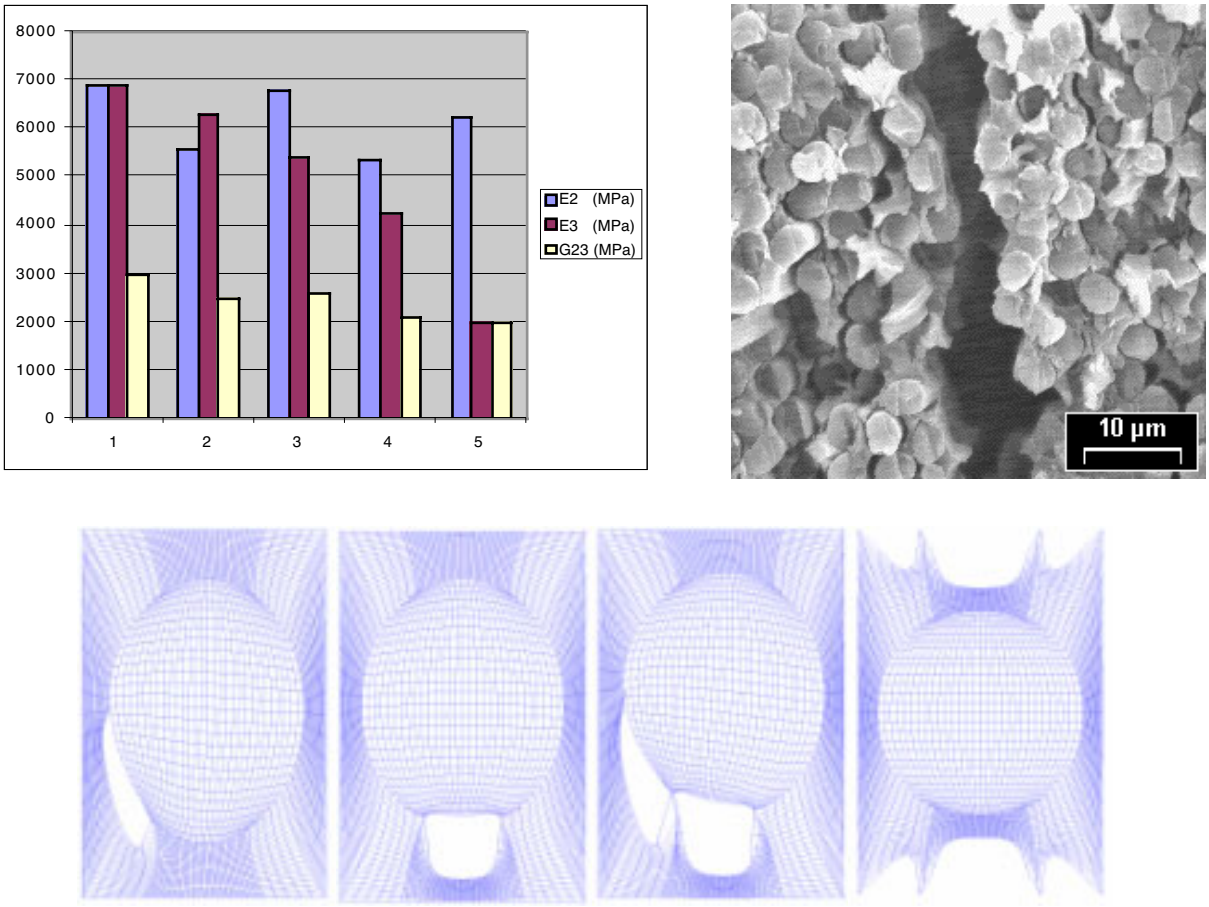


Figure 16. UD M40J/M10 52,5% de taux de fibre en volume : Simulations des propriétés transverses E_2,E_3 et de cisaillement G_{23} avec prise en compte des ruptures entre fibres et matrice.

Déformés des VER endommagés (2, 3,4, 5).

Tableau 1 : UD M40J/M10, 52,5% de taux de fibre en volume.
E_1=199400MPa, E_2=6781MPa, G_{12}=3026MPa ν_{12}=0,28MPa

	Vierge	*Ver 2*	*Ver 3*	*Ver 4*	*Ver 5*
E2 (MPa)	6781	5532	6776	5315	6228
E3 (MPa)	6781	6273	5368	4215	1993
G23 (MPa)	3026	2503	2591	2082	2006

I.4.3 Caractérisation dynamique en cisaillement

Une des techniques expérimentales les plus couramment utilisées pour la caractérisation du comportement dynamique de matériaux soumis à de très grande vitesse de déformation est la technique des barres de Hopkinson, encore appelée dispositif SHPB, « Split Hopkinson Pressure Bar ». Cette technique d'essai est fondée sur la connaissance de la propagation des ondes élastiques et permet d'atteindre la force appliquée et le déplacement de l'extrémité d'une barre en contact avec

l'éprouvette. Elle a été inventée initialement pour mener des essais dynamiques de compression. En général, la gamme de vitesses de déformation atteinte par cette technique se situe entre $10^2 s^{-1}$ et $5.10^3 s^{-1}$.

Le profil d'une onde élastique se propageant dans un barreau cylindrique à section circulaire a été présenté pour la première fois dans (Hopkinson 1914). En 1948, R.M. Davies présenta une analyse théorique de propagation d'onde élastique dans les barres (Davies 1948). En 1949, Kolsky utilisa le concept de barres de Hopkinson pour déterminer les déformations et les contraintes dynamiques auxquelles est soumis un échantillon en compression intercalé entre deux barres (Kolsky 1949). Les barres dites de Hopkinson sont en fait le dispositif expérimental de Kolsky. En 1963, une analyse critique de l'utilisation de cette méthode est proposée dans (Davies et Hunter 1963). Une nouvelle version du dispositif avec trois barres et deux stations de jauges est proposé dans (Lindholmu 1964). Cette technique de mesure a été largement utilisée pour le développement de lois de comportement de matériaux tels que les métaux, les bétons et les composites (Zielinski et Reinhardt 1981, Lataillade *et al*. 1994, Bras 1996, Deü 1997).

I.4.3.1 Essais en traction dynamique

Il convient de rappeler qu'une onde de compression est facile à produire mais il n'en va pas de même pour une onde de traction qui nécessite un montage spécifique complexe. En traction, l'éprouvette ne peut plus être simplement coincée entre les barres. Un premier montage est proposé par (Nicholas 1981). L'inconvénient de cette méthode est que lors de la première transmission de l'onde de compression par la bague, une partie de cette onde est réfléchie dans la barre de transmission. Cette onde parasite se propage alors dans la barre, se réfléchit sur sa surface libre et interfère avec l'onde transmise par l'éprouvette. L'idée proposée dans (Harding et Welsh 1983) est d'utiliser une enclume pour transformer une onde de compression, en une onde de traction. Pour cela, il se sert de deux barres concentriques. Le tube extérieur est soumis à une onde de compression, il vient frapper une enclume qui crée une onde de traction dans l'éprouvette et la barre transmise intérieure. L'échantillon métallique est maintenu par un filetage. L'avantage de cette méthode est qu'aucun chargement supplémentaire n'est induit dans les barres incidente et transmise. Son inconvénient majeur est de limiter la taille des barres et ainsi de limiter la taille de l'éprouvette. La méthode proposée par (Lindholmu et Yeakley 1968) consiste à utiliser un tube comme barre transmise, la forme de la barre incidente n'évoluant pas par rapport au moyen d'essai de compression. L'inconvénient de cette dernière méthode résulte de la section élevée de l'éprouvette. Ceci réduit en conséquence considérablement la vitesse de sollicitation qui est proportionnelle à l'onde réfléchie.

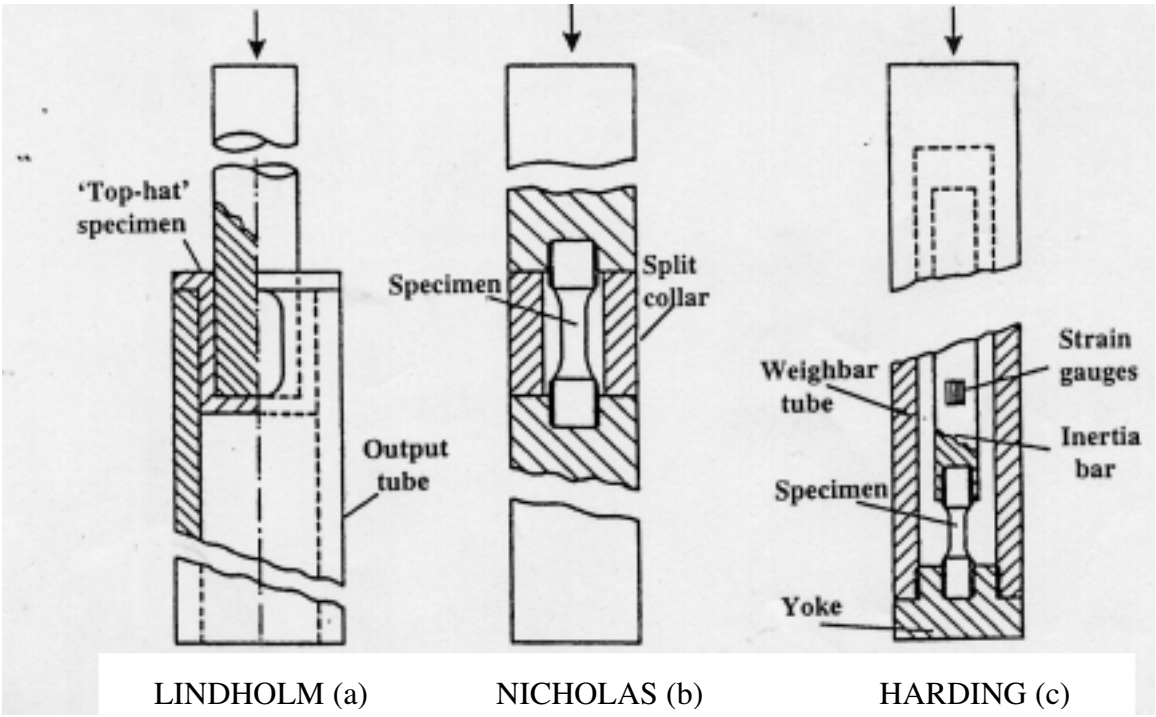
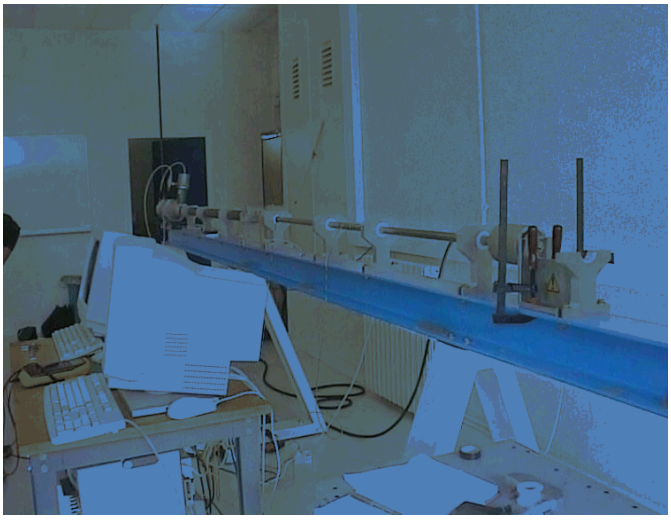


Figure 17. Dispositifs des barres de Hopkinson en tension

Des essais de traction dynamique ont été mis en œuvre sur des éprouvettes carbone-époxy $(\pm 45)_{2s}$ instrumentées par des jauges de déformation. Ces dernières apportent au centre de l'éprouvette une mesure de la déformation longitudinale et transversale. La longueur utile des échantillons étant égale à 19 mm. La pression d'impact est de 1 bar et le projectile a une longueur de 190 mm (Sablin 2002).

Le dispositif de traction dynamique proposé est présenté figure 18, il est du même type que celui de (Harding et Welsh 1983) à l'exception du montage des éprouvettes qui a été modifié. Les éprouvettes composites sont collées dans le système de barres contrairement au cas des éprouvettes métalliques qui elles sont vissées (figures 17-18). Les faciès de rupture des éprouvettes sont identiques à ceux obtenus lors des essais de traction quasi-statique (figure 19-20). Ces essais ont permis d'appréhender le comportement en cisaillement lors de forte vitesse de sollicitation (figure 19).



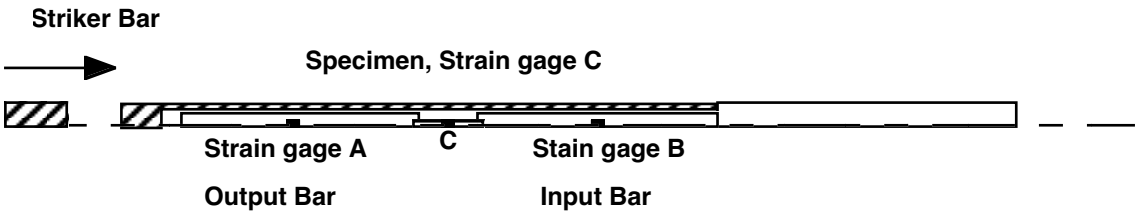


Figure 18. Dispositif de traction de Kolsky Hopkinson-Ecole CentraleNantes-Ensieta-Brest

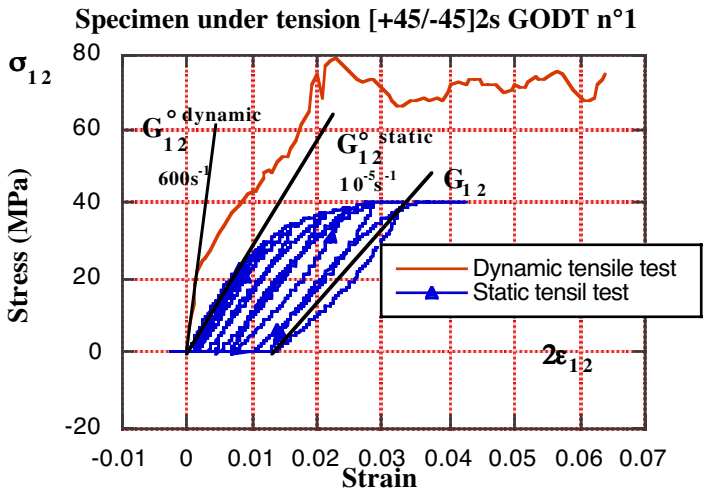


Figure 19. Comparaison entre le comportement en traction quasi-statique et sous impact dynamique



Figure 20. Faciès de rupture des éprouvettes $(\pm 45)_{2s}$

I.5 Bibliographie

Adams D.F., Doner D.R. (1967). Longitudinal shear loading on unidirectional composite, *Journal of Composite materials*, 1, pp. 152-164.

Allix O., Ladevèze P. (1992). Interlaminar interface modelling for the prediction of laminates delamination, *Composite Structure*, 22 , pp. 235-242.

Allix O., Ladevèze P., Vittecoq E. (1994). Modelling and Identification of the mechanical compression behaviour of composite laminates, *Composite Science and Technology*. Vol 51-1, pp. 35-42.

Allix, O., Gornet, L., Ladevèze P., Lévêque, D. (1997). Delamination prediction by continuum damage mechanics, *IUTAM symposium on Variations of domains and free boundary problems*, Kluwer Academic Publishers, April 22-24.

Aminada Y., Castanie B., Barrau J.J., Thevenet P. (2003). Etude expérimentale et modélisation de l'indention des structures sandwichs à âme nid d'abeilles. *JNC13 eds. Y. Rémond & J. Lamon*, pp.461-470.

Akay M. , Hanna R. (1990). A comparison of honeycomb-core and foam-core carbon-fibre/epoxy sandwich panels, *Composites*, 21(4), pp. 325-331.

Armstrong K. B (1983). The design of bonded structure repairs, *International Journal of Adhesion and Adhesives*, 3(1), pp. 37-52.

ASTM D3039 (1997). Standard test method for tensile properties of polymer matrix composite material. *American society for testing materials, 100 Barr Harbor Drive West Conshohocken, PA 19428, USA*, V1503.

BS EN ISO 527 (1997). Tensile test for unidirectional Frp composites, Part 5.

Bouette (1991). Propriétés en cisaillement inter laminaire de composites à fibres de carbone et matrice organique, *Thèse DGA/ETCA Université de Besançon*.

Bystrom, Jekabsons N., Varana J. (2000). An evaluation of different models for prediction of élastique properties of woven composites. *Composite Part B*, 31, pp. 7-20.

Bras F. (1996). Etude et modélisation de l'endommagement des composites stratifies Sic-Sic : exploitation d'essais statiques et de type Hopkinson. *Thèse de Doctorat, ENS Cachan*

Briançon C. (1995). Influence du comportement plastique de la matrice polymère sur les déformations microscopiques au sein d'un matériau composite à fibre. *Thèse de doctorat, ONERA, Institut National Polytechnique de Loraine*.

Casari P., Chou T.W., Ladevèze P. (1999). Damage modeling and characterization of a three-dimensional woven composite, *ICCM12, CD-ROM*, Paris.

Charalambides MN., Hardouin R., Kinloch A.J. Matthews F.L. (1998). Adhesively bonded repairs to fibre-composite materials I: experimental, *Composites Part A*, 291 pp. 1371-1381.

Charalambides MN., Hardouin R., Kinloch A.J. Matthews F.L. (1998). Adhesively-bonded repairs to fibre-composite materials II : finite element modelling, *Composites Part A*, 291 pp. 1383-1396.

Chamis C.C., Sendeckyj (1968). Critique on theories Predicting thermoelastic properties of fibrous composites, *Journal of composite materials*, 2(3), 332-358.

Chamis, C. C. (2004). Probabilistic simulation of multi-scale composite behavior, *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 41, 1-3, pp.51-61

Christensen R.M., Lo K.H. (1979). Solutions for effectives shear properties in three phases sphere and cylinder model, *Journal Mech. Phys Solids*, 27, pp. 315-330.

Costa M.L., Almeida S.F.M., Rezende M.C. (2001). The influence of porosity on the interlaminar shear strength of carbon epoxy and carbon bismaleimide fabric laminates, *Composites Science and Technology*, 61, pp. 2101-2108.

Crossman F.W., Wang A.S.D. (1982). The dependence of transverse cracking and delamination on ply thickness in graphite epoxy laminates, *Damage in composite materials*, *ASTM STP 775*, pp. 118-139.

Charewicz A., Daniel I.M. (1986). Damage Mechanisms and accumulation in graphite epoxy laminates. *Composite Materials : fatigue and fracture, ASTM STP 907*, pp. 274-297.

Daudeville L., Ladevèze P. (1993). A Damage Mechanics Tool for Laminate Delamination, *Journal of Composite Structures,* 25, pp. 547-555.

Davies, R. M. (1948). A critical study of Hopkinson pressure bar, *Phil. Transactions of the Royal Society*, A240, pp. 375-457.

Davies, E.D., Hunter S.C. (1963). The dynamic compression testing of solids by the method of the split Hopkinson pressure bar, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 11, 3, pp. 155-179.

Deü J.F. (1997). Rupture des composites stratifiés sous chargement dynamique : apports des meso-modèles avec endommagement retardé. *Thèse de Doctorat, ENS Cachan*.

Gibson L.J., Ashby M.F. (1988). Cellular solids structures and properties, *Pergamon Press Oxford*.

Grandidier JC, Ferron G., Poitier-Fery M., (1992). Compressive behavior of composite materials: theory and experiments*, International Journal Solids Structures*, 29,pp. 1753-1761.

Halpin J.C., Tsai S.W. (1969). Effects of environmental factors on composite materials, AFML-TR-67-423.

Hancox N.L. (1987). A note on the effects of voids upon the hygral and mechanical properties of AS4/3502 graphite epoxy, *Composite materials*.

Harper J.L, Staab G.H. (1987). A note on the effects of voids upon the hygroma and mechanical properties of AS4/3502 graphite epoxy, *Composite Materials*, pp. 280-289.

Harding, J., Welsh, L. M. (1983). A tensile technique for fibre reinforced composites at impact rates strain, *Journal of Materials Science*, 18, pp. 1810.

Hashin Z., (1983). Analysis of composites materials – A survey. *Journal of applied mechanics*, 50, 481-505.

Hashin Z., (1985). Analysis of Cracked Laminates : a Variational Approach, *Mechanics of Materials* 4, pp. 121-136.

Hashin Z., Strikmann S. (1963). A variational approach to the theory of the elastic behavior of multiple materials, *Journal of mechanics Physics Solids*, pp. 127-140.

Herakovich C.T., Aboudi J., Lee S.W. Strauss E.A. (1987). Damage in composite laminates : effects of transverse cracks, *Mechanics of Materials*,7, pp. 91-107.

Herakovich, C.T. (1982). Influence of the layer thickness on the strength of angle-ply laminates, *Journal of Composite Materials,* 16, pp. 216-227.

Highsmith A.L., Reifsnider K.L. (1982). Stiffness reduction mechanism in composite materiel, *Damage in composite materials*, *ASTM STP 775*, pp. 103-117.

Hopkinson, B. (1914). A Method of measuring the pressure in the deformation of high explosives by the impact of bullets, *Phil. Transactions of the Royal Society*, A213, pp. 437-452.

Jamison R.D. (1986). On the interrelations between fiber fracture and ply cracking in graphite epoxy laminates. *Composite Materials : fatigue and fracture, ASTM STP 907*

Kashtayan M., Soutis C. (2000). Stiffness degradation in cross-ply laminates damaged by transverse cracking and splitter, *Composite part A*, pp.335-351.

Kelsey S., Gellatly R.A., Clark B.W. (1958). The shear modulus of foil honeycomb core, *Aircraft Engng*, pp.294-302.

Kelly L.G. (1983). Composite structures repair. *AGARD Proceeding 57th structure and materials panel. Portugal,* pp. 1-24.

Kardos J.L., Duduckovic M.P. (1986). Void growth and resin transport during processing of thermosetting matrix. *Composites, Advance in Polymer Science.*

Kamimura K. (1985). Modélisation théorique de la croissance d'endommagement appliquée à la théorie des plaques stratifiée, *Journal de mécanique théorique et appliquée*, 4,4, pp. 537-553.

Kolsky H. (1949). An investigation of mechanical properties of materials at very high rates loading, *Proceedings of the Physics Society of London*, Series B 62, pp. 676-700.

Knott T.W., Herakovich C.T. (1992). Effect of fiber orthotropy on effective composite properties, *Journal Composite Material*, 6, pp. 732-759.

Liew K. M., Jiang L., Lim M. K., Low S. C. (1994). Experimental detection of disbonds and delamination in honeycomb structures, *Engineering Fracture Mechanics, 47(5), pp. 723-741.*

Ladevèze P. (1986). Sur la Mécanique de l'Endommagement des Composites, *Comptes rendus des JNC 5*, C. Bathias & D. Menkès eds, Pluralis Publication, Paris, pp. 667-683.

Ladevèze P., Le Dantec E. (1992). Damage modelling of the elementary ply for laminated composites, *Composites Science and Technology* 43, pp. 257-267.

Ladevèze P. (1992). Towards a Fracture Theory, *Proceedings of the third International Conference on computational Plasticity Part II*, *D.R.J. Owen, E. Onate, E. Hinton eds, Cambridge U.K.*, pp. 1369-1400.

Ladevèze P., Allix O., Gornet L., Lévêque D., Perret L. (1998). A Computational Damage Mechanics Approach for Laminates : Identification and Comparison with Experimental Result, *Damage Mechanics in Engineering Materials, Studies in Applied Mechanics 46*, *G.Z. Voyiadjis, J.W. Ju & J.-L. Chaboche eds*. Elsevier, pp. 481-500.

Ladevèze P., Allix O., Gornet L., Lévêque D. (1999). Delamination Prediction by continuum Damage Mechanics**,** IUTAM, Symposium on *Variation of Domains and Free-*

Boundary Problems in Solid Mechanics, *P. Argoul et al. Eds. Kluwer Academic Publishers,* pp. 163-172.

Ladevèze P., Lubineau G. (2001). On a damage mesomodel for laminates : micro-meso relationships, possibilities and limits, *Composite Sciences and Technology*, 61, pp. 2149-2158.

Ladevèze P., Lubineau G. (2002). An enhanced mesomodel for laminates based on micromechanics, *Composites sciences and technology*, 62, pp. 553-541.

Ladevèze P., Lubineau G. (2003). Pont entre les micro et méso mécaniques des composites stratifiés, *CRAS, 331*, pp. 537-544.

Lafarie-Frenot M.C., Henaff-Gardin C. (1990). Formation and growth of 90° ply fatigue cracks in carbon epoxy laminates. *Composite science and technology*, 40, 3, pp. 307-324.

Lafarie-Frenot M.C., Henaff-Gardin C., Cinquin J. (2000). Comparaison des cinétiques d'apparition des fissures matricielles dans des stratifiés composites carbone epoxy soumis a des cyclages thermiques et mécaniques. *12èmes Journées Nationales sur les Composites*, **pp.619-626.**

Lataillade J.L., Bacon C. Collombet F. Delaet M. (1994). Wave propagation and emerging technologies, AMD Kinra, pp. 188.

Lene F., Leguillon D. (1982). Homogenized constitutive law for partially cohesive composite material, *Int. Journal solids Structures*, 18, pp.443-458.

Lévêque D., Scieffer A., Gibbs J.H. (2002). Analyse multi-échelle des effets du vieillissements sur la tenue mécanique des composites à matrice organique, *hors série composite et matériaux avancés*.

Lee SM., Tsotsis TK. (2000). Indentation failure behavior of honeycomb sandwich panels, *Composites Science and Technology, 60(8), pp. 1147-1159*.

Lindholm, U.S. (1964). experiments with the split Hopkinson pressure bar, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 12, 5, pp. 317-335.

Macander, Mulville, (1978). Failure analysis of an adhesively bonded graphite composite scarf joint. *Journal of Engineering Materials and technology*, 100, pp. 64-69.

Meraghni F., Desrumau F., Benzeggagh. M.L. (1999). Mechanical behaviour of cellular core for structural sandwich panels. *Composite Part A*., 30, 767-779.

Monerie Y., Leroy F-H, Raous M., Sudre O., Feyel F., Chaboche J-L. (1998). Comparaison de lois d'interface fibre-matrice sur la base d'un modèle uniaxial d'expérience de micro-indentation, *JNC11 Arcachon*, pp 565-574.

Olivier P., Cavarero M. (2002). Comparison between longitudinal tensile characteristics of thin and thick thermoset composite laminates : influence of curing condition, *Computers and structures*, 76,pp. 125-137.

Olivier P., Cottu J.P., Ferret B. (1995). Effects of cure pressure and voids on some mechanical properties of carbon epoxy laminates, *Composite*, 26, pp. 509-515.

Pinzelli R., Loken H. (2004). Honeycomb cores : from Nomex to Kevlar aramid papers, *Jec Composite*, 8, pp.133-136.

Paluch B. (1994). Analyse des imperfections géométriques affectant les fibres dans un matériau composite à renfort unidirectionnel, *La recherche Aéronautique*, 6, pp. 431-448.

Petras A., Sutcliffe M. P. F. (2000). Indentation failure analysis of sandwich beams, *Composite Structures,* 50(3), pp. 311-318.

Prel YJ, Davies P., Benzeggagh ML, Charentenay F.X. (1989). Mode I and mode II delamination of thermoelastic and thermoplastic composites, *Composite Materials : Fatigue and Fracture, ASTM STP 1012*, pp. 251-269.

Renard J., Thionnet A. (1994). Une loi d'évolution de la fissuration transverse dans les composites stratifiés soumis à un chargement quasi statique, *Revue des composites et des nouveaux matériaux*, 1(1), pp. 71-93.

Russel A.J., Ferguson J.S. (1999). Composite repair issues on CF-18 aircraft, *AGARD Proceeding 79th structure and materials panel on composite repair of Military Aircraft Structures*, Spain

Sablin S. (2002). Contribution à l'étude du comportement d'un composite carbone époxy naval soumis aux ondes de contraintes et aux ondes de choc. *Thèse Ecole Centrale Nantes, Université de Nantes*.

Sahraoui S., Lataillade, J. L. (1998). Engineering Fracture Mechanics, *Elsevier*, 60, 4, pp. 437-446.

Soni S., Kim R.Y., (1986). Delamination of composite laminates stimulated by interlaminar shear. *Composite Materials : Testing and Design, ASTM, STP 893*, pp. 286-307.

Taljera R. (1981). Fatigue of composite materials : damage mechanisms and fatigue-life diagrams. *Proceedings of the Royal Society London*. 1378, pp. 461-475.

Talreja R. (1985). Transverse cracking and stiffness reduction in composite laminates, Journal of composite materials, 19 pp. 335-375.

Te Tay (2003). Characterization and analysis of delamination fracture in composites : An overview of developments from 1990 to 2001, *ASME, Appl Mech Rev*, 56,1, pp. 1-32.

Touchard-Lagattu, F. (1994). Spécificités du comportement mécanique de composites stratifiés à fibres longues et à matrice thermoplastique, *Thèse de l'Université de Poitiers*.

Torquato S. (1991). Random heterogeneous media : microstructure and improved bounds on effective properties, *ASME, Appl Mech Rev*, 44(2), pp. 37-76.

Tsai C.-L., Daniel, I. M. (1991). The behavior of cracked cross-ply composite laminates under simple shear loading, *Composites Engineering*, 1, 1, pp. 3-11

Ural A., Zehnder A.T., Ingraffea A.R. (2003). Fracture approach to facesheet delamination in honeycombs: measurement of energy release rate of adhesive bond, *Engineering Fracture Mechanics*, 70, pp. 93-103.

Zhang J., Ashby M. F. (1992). The out-of-plane properties of honeycombs, *International Journal of Mechanical Sciences*, 34,6, pp. 475-489

Zhang J., Ashby M. F. (1992). Buckling of honeycombs under in-plane biaxial stresses, *International Journal of Mechanical Sciences, 34(6), pp. 491-509*

Jones P. (1989). Fibre composite repairs to damaged structural components, *Journal Composites Structures*, pp. 1-37.

Whitney J.M. (1989). Experimental characterization of delamination fracture, *Interlaminar response of composite materials*, *Pagano NJ ed.*, pp. 161-250.

I.6 Travaux scientifiques du chapitre I

« ***Simulation des endommagements et de la rupture dans les composites stratifiés*** **»,** LMT - ENS Cachan, *Thèse université Pierre et Marie Curie Paris 6, ISBN 211 0889705, Gornet L., 1996.*

I.6.1 Articles dans des revues à comité de lecture ou dans des ouvrages de synthèse

« ***A Damage Mechanics Modeling and Identification for Carbon Fiber Composite Laminates used on race Multihull Sailboat*** **»,** *(L. Gornet, J. Royer, G. Ollier). Soumis Composite Part B (correction à réaliser).*

« ***Modélisation, identification et simulations éléments finis des phénomènes de délaminage dans les structures composites stratifiées*** », Revue Mécanique et Industries, Elsevier, *volume 1, n°3 Numéro Spécial Matériaux Composites,* Mai-Juin 2000, *pp. 267-276. , (L. Gornet, D. Levêque, L. Perret).*

« ***Delamination Prediction by continuum Damage Mechanics*** **»,** *IUTAM, Symposium on* Variation of Domains and Free-Boundary Problems in Solid Mechanics,*(P. Argoul &al. Ed.)* Kluwer Academic Publishers, *1999, pp. 163-172, (P. Ladevèze, O. Allix, L. Gornet, D. Leveque).*

« ***A Computational Damage Mechanics Approach for Laminates : Identification and Comparison with Experimental Result*** », Damage Mechanics in Engineering Materials, Studies in Applied Mechanics 46, *G.Z. Voyiadjis, J.W. Ju & J.-L. Chaboche eds. Elsevier, pp. 481-500, 1998, (P. Ladevèze, O. Allix, L. Gornet, D. Lévêque , L. Perret).*

« ***Quelques exemples de modélisation et simulation du délaminage en 3D*** », *Revue Européenne des Éléments Finis, Éditions Hermes, volume 7, 1998, pp. 657-679, (L. Gornet, C. Hochard, P. Ladevèze).*

« ***Examples of Delamination Predictions by a Damage Computational Approach*** », Damage and Failure of Interfaces, *H.P. Rossmanith ed., A.A.Balkema, 1997, pp. 161-169. (L. Gornet, C. Hochard, P. Ladevèze, L. Perret).*

I.6.2 Communications à des congrès à comité de sélection et avec actes publiés

« ***A Damage Mechanics Modeling and Identification for Carbon Fiber Composite Laminates used on race Multihull Sailboat*** », *symposium on Composite Materials : Testing, Desing, and Acceptance Criteria, March 26-27, March 2001. (L. Gornet, J. Royer, G. Ollier).*

« ***Modelling and identification of mechanical damage behaviour : case of carbon-epoxy laminate used on race multihull*** », *I.C.C.E. 7, Denver Colorado USA, 2-8 July 2000. (L. Gornet, J. Royer, S. Sablin).*

« ***Finite Element Damage prediction of Composite Structures*** », *I.C.C.M.12th international Conference on Composite Materials, Paris, France, 5-9 July, 1999. (L. Gornet). T. Massard & A. Vautrin, CD-Rom (6 pages)*

« ***Delamination Predictions of Composite Structures up to Fracture by a Continuum Damage Comutational Approach*** », *I.C.C.E. 5, Las Vegas USA, 5-11 July, 1998, pp. 331-332,2c (L. Gornet, P. Ladevèze).*

« ***Examples of Delamination Predictions by a Damage Computational Approach*** », *Damage and Failure of Interfaces (DFI-1, 1997) (L. Gornet, C. Hochard, P. Ladevèze, L. Perret).*

« ***Delamination Prediction by continuum Damage Mechanics*** », *IUTAM Symosium Variation of domains and free-boundary problems, 22-25 April, 1997, cf. article, (P. Ladevèze, O. Allix, L. Gornet, D. Leveque).*

« ***A Computational Damage Mechanics approach for Laminates*** » *ASME/ASCE/SES Mechanics Conf., McNU'97, Evanston, Illinois, 28 juin, 2 juillet 1997. (P. Ladevèze, O. Allix, L. Gornet, D. Levêque).*

« ***Damage Computation up to Fracture of Laminated Composite Structures*** », *ASME International, International mechanical engineering, Atlanta, Georgia, USA, November 17-22, 1996 (P. Ladevèze, L. Gornet, C. Hochard).*

I.6.3 Congrès nationaux avec actes.

« ***Identification du comportement endommageable de carbone époxy par une méthode optique*** », *14èmes Journées Nationales sur les Composites. A paraître 2004. (L. Gornet, N. Bahlouli, R. Maillard, S. M'Guil).*

« ***Comportement vibratoire d'une poutre composite carbone epoxy : recalage de modèles éléments finis*** », *JNC13, Strasbourg France, 13èmes journées nationales sur les composites 12- 14 mars 2003. (L. Gornet, D. Leclerc, JP Regoin), pp. 533-541.*

« ***Caracterisation mecanique et simulations éléments finis du comportement en cisaillement de composites : proposition d'un essais de flexion trois points***», *JNC13, Strasbourg France, 13èmes journées nationales sur les composites 12- 14 mars 2003. (L. Gornet, R. Becart, E. Thiberge), pp. 533-541.*

« ***Prévision de la dégradation de composites carbone époxy stratifiés : application aux voiliers multicoques*** », *JNC 12, Cachan France, 12èmes journées nationales sur les composites 15- 17 novembre 2000. (L. Gornet, J. Royer, S. Sablin). pp. 51-59.*

« ***identification et simulations éléments finis des phénomènes de délaminage***», *Composite 2000, Matériaux composites, conception dimensionnement maintenance & surveillance des pièces en matériaux composites, 7-8 Mars 2000, Mines de Paris, Centre des matériaux, France. (L. Gornet, D. Levêque, L.Perret).*

I.6.4 Communications sans actes

« ***Damage Computation for Laminates*** », *IUTAM Symposium on Inovative Computational Methods for Fracture and Damage, Dublin, Irland, June 30-July 5, 1996 (L. Gornet, C. Hochard P. Ladevèze).*

I.6.5 Rapport contractuel

« ***Implantation dans le code éléments finis Castem 2000-CEA de modèles de comportement dédiés à l'analyse du délaminage de structures composites stratifiées*** », *rapport Commissariat à l'énergie Atomique, Décembre 1999. (L. Gornet).*

CHAPITRE II :
MODELISATION DES AMES NOMEX®

Cette partie porte sur les approches multi-échelles retenues pour modéliser le comportement mécanique des âmes Nomex utilisées sur les voiliers multicoques. La mise en œuvre de la théorie de l'homogénéisation des milieux périodiques dans le cadre éléments finis permet de déterminer les caractéristiques mécaniques de ces structures. La modélisation du comportement mécanique des âmes en Nomex est développée avec et sans la prise en compte de l'effet des peaux. La simulation de l'évolution des propriétés mécaniques de l'âme en fonction des mécanismes complexes de dégradation des peaux en carbone époxy permet de mieux comprendre les phénomènes de redistribution des contraintes dans les structures « sandwich ». La proposition de modes de rupture par flambement permet de simuler les contraintes ultimes de ce type d'âme.

CHAPITRE II : ***31***

MODÉLISATION DES ÂMES NOMEX® ***31***

II.1 Introduction **32**

II.2 L'échelle de description **33**

II.3 Localisation et méthodes d'homogénéisation **34**

II.4 Méthode des modules effectifs **35**

II.5 Principe de macro-homogénéité de Hill-Mandel **35**

II.6 Aspects du logiciel « NidaCore » **36**

II.6.1 Conditions de périodicité 36

II.6.2 Calcul de la rigidité et de la souplesse 37

II.6.3 Changement de base 39

II.7 Propriétés mécaniques des nids d'abeilles **39**

II.7.1 Simulations Eléments Finis 40

II.7.2 Caractéristiques mécaniques 41

II.8 Contraintes à Rupture **45**

II.9 Influence de la rigidité des peaux **47**

II.10 Bibliographie **50**

II.11 Travaux scientifiques du chapitre II **51**

II.11.1 Articles dans des revues à comité de lecture ou dans des ouvrages de synthèse 51

II.11.2 Congrès internationaux avec actes. 51

II.11.3 Congrès nationaux avec actes. 51

II.11.4 Conférences invitées 51

II.1 Introduction

L'objectif de ces travaux de recherches est de proposer des modèles de comportement réalistes dédiés aux âmes Nomex® usuellement employées dans la construction des voiliers de courses océaniques. Ces matériaux sont parfois mis en cause pour leur manque de durabilité lors de ces grandes courses (Cammas *et al*. 2002). Un grand nombre d'âmes différentes sont utilisées dans la réalisation de ces voiliers afin d'optimiser le poids en fonction de la résistance recherchée. Selon les parties du voilier, les paramètres de l'âme à savoir, l'épaisseur, la forme et le diamètre de la cellule varient ; il convient de valider leur mise en adéquation avec les propriétés mécaniques du sandwich que l'on souhaite réaliser.

Lors des simulations Eléments Finis de validation de solution de conception ou de réparation de voiliers, l'ingénieur est souvent confronté à des matériaux ou à des structures fortement hétérogènes. Toutes les hétérogénéités ne peuvent pas être considérées individuellement et une procédure d'homogénéisation doit alors être conduite afin de déterminer les caractéristiques mécaniques équivalentes dans le domaine linéaire ou non linéaire (Duvaut, 1976, Suquet 1982, Déborde 1982, Léné 1984, Bornet *et al*. 2001). L'homogénéisation consiste à substituer à un milieu fortement hétérogène un milieu fictif homogène que l'on souhaite équivalent dans une gamme de chargements la plus large possible. Le milieu homogène équivalent se comporte alors en moyenne comme le milieu hétérogène à condition de mesurer les propriétés mécaniques sur une échelle suffisamment grande devant la taille des hétérogénéités.

Les nids d'abeilles constituant l'âme des panneaux « sandwich » sont des structures hétérogènes périodiques qui continuent de faire l'objet de nombreuses études. Les premiers travaux sur la modélisation de ces âmes ont porté sur la détermination des caractéristiques mécaniques des modules de cisaillement hors plan (Kelsey *et al*. 1958). Ces propriétés mécaniques sont déterminantes dans le comportement d'une structure sandwich. La caractérisation du comportement plan de formes hexagonales a ensuite été réalisée par (Gibson *et al*. 1982, Gibson et Ashby 1988) afin d'affiner les modélisations analytiques. Enfin des approches Eléments Finis ont été menées par (Grediac 1993) afin de déterminer les bornes des modules de cisaillement hors plans d'âmes hexagonales. Récemment, des techniques d'homogénéisation associées à des hypothèses cinématiques conduisant à des bornes de Voigt ont été mises en œuvre par (Hohe et Becker 2001) sur des âmes alvéolaires de différentes géométries.

La théorie de l'homogénéisation des milieux périodiques permet de passer des grandeurs mécaniques des constituants élémentaires à des grandeurs mécaniques globales. Notre étude, fondée sur cette théorie, est générale et la résolution est menée dans le cadre des Eléments Finis. Les 21 coefficients du milieu homogénéisé anisotrope tridimensionnel sont déterminés à partir de la donnée de la géométrie de l'âme et de ses propriétés mécaniques élémentaires. Notre approche est illustrée par des simulations sur des âmes de forme hexagonale ainsi que sur leurs versions rectangulaires sur-expansées. Lors de la phase de conception ou de réparation des voiliers océaniques, les propriétés mécaniques des âmes sont une des données essentielles pour réaliser le

calcul de l'intégrité du voilier. Les âmes Nomex sont parfois remplacées par des mousses afin d'augmenter la durabilité à l'impact. Cependant, ces mousses présentent des propriétés mécaniques non stables en température (Casari, Gornet 2003). La caractérisation mécanique des peaux de carbone utilisées sur les sandwichs est également validée afin de révéler les éventuelles faiblesses en compression ou en cisaillement (Gornet *et al*. 2000). La mise en œuvre de cette théorie au sein du code de calculs Eléments Finis Cast3M développé par le CEA (Verpeaux *et al*. 1988) a conduit à la réalisation d'un programme spécifique NidaCore dédié à la caractérisation mécanique des âmes périodiques.

II.2 L'échelle de description

L'échelle pertinente de description d'un matériau doit prendre en compte les différentes hétérogénéités et également rester petite par rapport aux dimensions caractéristiques de la structure. Toutes les théories d'homogénéisation nécessitent le choix d'un Volume Elémentaire Représentatif (VER). Les volumes élémentaires représentatifs retenus pour l'homogénéisation des nids d'abeilles à section hexagonale et rectangulaire sur-expansée sont représentés sur les figures 1 et 2. Tout volume plus grand peut se déduire par des translations successives du VER. Il convient de noter cependant que le mode de dégradation peut dans certains cas être défini par un VER de dimension supérieure. En effet, les longueurs caractéristiques associées aux mécanismes de déformation et dégradation dans le cas de comportements non-linéaires peuvent parfois englober plusieurs cellules de VER. Dans le cas général d'un matériau de constitution irrégulière, le VER devra inclure un grand nombre d'hétérogénéités afin d'être effectivement représentatif du milieu considéré. Dans le cas des deux VER représentés sur la figure 1, la base $\vec{x},\vec{y},\vec{z}$ correspond à la base d'orthotropie du matériau homogénéisé.

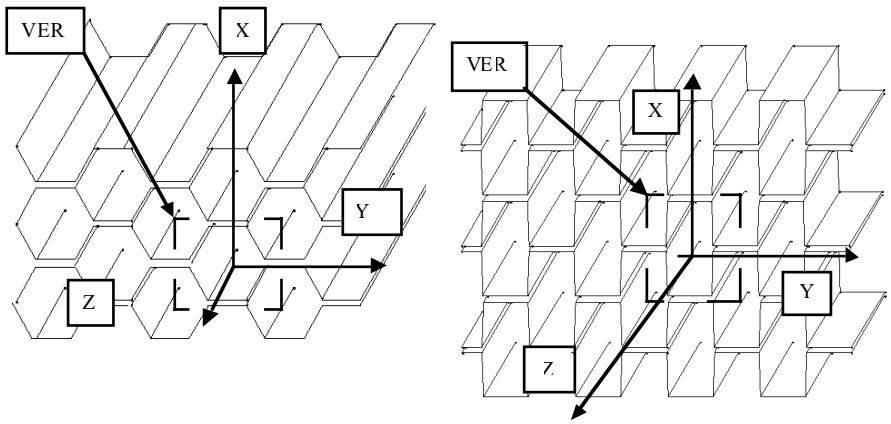


Figure 1. Cellules des nids d'abeilles hexagonales et sur-expansées

II.3 Localisation et méthodes d'homogénéisation

Le processus mathématique qui permet de passer des grandeurs globales définies sur le VER aux grandeurs locales est appelé processus de localisation. En notant Y le VER et $|Y|$ la mesure de son volume, la moyenne spatiale d'un champ de déformation ou de contrainte est donnée par la formule suivante.

$$\left\langle X_{ij} \right\rangle = \frac{1}{|Y|}\int_Y X_{ij}(y)\, dy$$

Les contraintes et les déformations moyennes sont notées respectivement $\Sigma_{ij} = \left\langle \sigma_{ij} \right\rangle$ et $\mathrm{E}_{ij} = \left\langle \varepsilon_{ij} \right\rangle$. On peut également définir les contraintes locales σ_{ij} et les déformations locales ε_{ij} à partir de ces grandeurs moyennes Σ et E. Lors du processus d'homogénéisation, les grandeurs microscopiques sont reliées aux grandeurs macroscopiques via les tenseurs d'ordre quatre (A et B) dits de localisation. Les méthodes classiques d'homogénéisation reposent sur le choix des tenseurs de localisation reliant les grandeurs microscopiques aux grandeurs macroscopiques :

$$\sigma(y) = A(y) : \Sigma \quad \varepsilon(y) = B(y) : \mathrm{E}$$

Il convient de rappeler que si l'on fait l'hypothèse que les tenseurs de localisation A et B sont des tenseurs identités la méthode d'homogénéisation conduit respectivement aux bornes classiques de Voigt et Reuss.

Une homogénéisation à contraintes moyennes imposées avec l'hypothèse $B = I$ permet d'obtenir une souplesse du VER qui est la moyenne des souplesses locales. Cette méthode correspond à la méthode de Reuss $S^{VER}_{\mathrm{Re}uss} = \langle S \rangle$.

Une homogénéisation à déformations moyennes imposées avec l'hypothèse $A = I$ permet d'obtenir la rigidité du VER qui est la moyenne des rigidités locales. Cette hypothèse correspond à la méthode de Voigt $C^{VER}_{\mathrm{Re}uss} = \langle C \rangle$. Elle correspond à un état uniforme des déformations dans le VER.

Les hypothèses de Voigt et Reuss ne sont pas applicables simultanément sur un VER hétérogène. En conséquence $C^{VER}_{\mathrm{Re}uss}$ et $S^{VER}_{\mathrm{Re}uss}$ ne sont pas l'inverse l'une de l'autre. Une approche plus fine peut être menée en résolvant le problème d'élasticité posé sur le VER. Les conditions aux limites imposées sur le bord du VER peuvent être les contraintes moyennes Σ ou les déformations moyennes E. Dans la suite, la méthode des modules effectifs fondée sur la donnée des déformations moyennes E est appliquée aux cellules de nids d'abeilles. Cette méthode nous permet de déterminer le comportement homogénéisé élastique anisotrope de ces âmes. Il convient de noter que dans le cas de milieux périodiques, l'homogénéisation s'appuyant sur une approche à contrainte ou à déformation macroscopiques imposées conduit à un comportement équivalent qui découle du principe de Hill-Mandel (Suquet 1982, Déborde 1982).

II.4 Méthode des modules effectifs

Cette méthode se fonde sur la donnée du champ de déformation moyenne E et conduit à déterminer l'opérateur de complaisance C^{VER} du VER à partir de conditions limites en déplacements imposées sur son bord $\partial Y = \partial Y_{21} \cup \partial Y_{22}$. La méthode conduit à un comportement homogénéisé dont le tenseur de localisation « A » est différent de l'identité. Le processus d'homogénéisation retenu est basé sur la résolution de six problèmes élémentaires d'élasticité linéaire. Ces six problèmes d'élasticité linéaire à résoudre correspondent à des conditions limites telles que $E_{kh} = 1$ et $E_{ij} = 0$ si $(i,j) \neq (k,h)$. La détermination de la rigidité de l'âme nécessite quant à elle vingt et une combinaisons linéaires des six problèmes élémentaires suivants :

$$
\begin{aligned}
&div\big(\sigma(y)\big) = 0 \quad \sigma(y) = C(y)\,\varepsilon\big(u(y)\big) \quad dans\ Y \\
&\varepsilon(u) = grad_s\big(u(y)\big) \\
&\sigma(y)\,\vec{n}_{ext} = \vec{0} \quad sur\ \partial Y_{21} \\
&\vec{u}(y) = \mathrm{E}\,\vec{y} + \vec{v}_{per} \qquad sur\ \partial Y_{22}
\end{aligned}
$$

Le champ de déplacement $\vec{v}_{per}$ est périodique et prend naturellement des valeurs égales sur les faces opposées du VER. La linéarité du problème traité permet de décomposer la solution en déformation sous la forme $\varepsilon(y) = e^{kh}(y)\,E_{kh}$ où $e^{kh}(y)$ représente la solution du problème pour le cas de chargement élémentaire E_{kh}. En conséquence, le tenseur de localisation est construit à partir de la solution des problèmes posés sur le VER $A_{ij}^{kh} = e_{ij}^{kh}$. Le tenseur des raideurs homogénéisées C^{VER} est alors donné par la formule :

$$C^{VER} = \langle C(y) : A(y) \rangle$$

En pratique on utilise l'approche énergétique de Hill-Mandel et la notation vectorielle symétrisée pour calculer les composantes de la rigidité homogénéisée équivalente C^{VER}.

II.5 Principe de macro-homogénéité de Hill-Mandel

Les caractéristiques mécaniques homogénéisées du VER peuvent être déterminées simplement par l'approche énergétique qui est fondée sur le théorème de Hill-Mandel. Ce théorème impose que l'énergie du VER est la moyenne de l'énergie de ses constituants $\langle \sigma\varepsilon \rangle = \Sigma : E$. Il est alors possible d'exprimer le théorème en fonction des déformations ($E = S^{VER}\,\Sigma$) ou contraintes ($\Sigma = C^{VER}\,E$) élémentaires.

Il convient de rappeler que cette condition est vérifiée par l'ensemble des méthodes d'homogénéisation évoquées. Dans le cas des milieux périodiques l'approche en contrainte et l'approche en déformation sont équivalentes (Suquet 1982).

$$\frac{1}{|Y|}\int_Y \sigma : \varepsilon\, dy = E : \left(C^{VER}\,E\right)$$

L'approche précédente définit le comportement homogénéisé sous forme d'une loi élastique linéaire anisotrope que l'on détermine en résolvant les six problèmes élémentaires posés sur le VER. La loi de comportement inverse du matériau homogène équivalent est déterminée à partir de la relation $S^{VER} = C^{VER^{-1}}$.

II.6 Aspects du logiciel « NidaCore »

La mise en œuvre dans le code éléments finis Cast3M de la méthode d'homogénéisation précédente est réalisée à l'aide du langage de commandes Gibiane (Verpeaux 1988). Le centre du repère est au centre du VER et les conditions de périodicité sont appliquées aux faces en vis-à-vis à l'aide de relations linéaires. Les bords ∂Y_{22} sont les bords 1, 2, 3, 4, 5 et 6 définis sur la figure 2.

Le cas particulier des cellules sur-expansées correspond à un angle α de 90 degrés. Les conditions de chargement à déplacements imposés $\vec{u}(y)=\mathrm{E}\vec{y}+\vec{v}_{per}$ sur les bords ∂Y_{22} sont traitées en remplaçant le champ de déplacement $\vec{v}_{per}$ par des relations linéaires équivalentes. Ces relations traduisent la périodicité du VER.

II.6.1 Conditions de périodicité

Les conditions de périodicité sont appliquées sur les faces 1,2,3 et 4 (figure 2). Les faces inférieures 6 et supérieure 5 sont libres de condition de périodicité. Ces conditions sont prises en compte entre les faces S_i et S_j en vis-à-vis de la manière suivante : le champ périodique $\vec{v}_{per}$ a une valeur identique pour deux points i et j en vis-à-vis. En conséquence, le champ périodique est éliminé en combinant les déplacements imposés sur les deux faces :

$\vec{u}_i = \mathrm{E}_{kl}\vec{y}_i + \vec{v}_{per\,i}$ et $\vec{u}_j = \mathrm{E}_{kl}\vec{y}_j + \vec{v}_{per\,j}$ or $\vec{v}_{per\,i} = \vec{v}_{per\,j}$. Par soustraction de ces deux équations, on obtient les relations linéaires qui traduisent la périodicité à savoir : $\vec{u}_i - \vec{u}_j = \mathrm{E}_{kl}\left(\vec{y}_i - \vec{y}_j\right)$. En conclusion les conditions limites du problème d'élasticité élémentaire posé sur les faces 1 à 6 du VER correspondent respectivement aux déplacements imposés.

$\vec{u}_1 = \mathrm{E}_{kl}\vec{y}_1$, $\vec{u}_2 = \mathrm{E}_{kl}\vec{y}_2$, $\vec{u}_3 = \mathrm{E}_{kl}\vec{y}_3$, $\vec{u}_4 = \mathrm{E}_{kl}\vec{y}_4$, $\vec{u}_5 = \mathrm{E}_{kl}\vec{y}_5$, $\vec{u}_6 = \mathrm{E}_{kl}\vec{y}_6$

La périodicité du VER entre les faces (S_1 - S_2) et les faces (S_3 - S_4) est prise en compte par les relations linéaires suivantes :

$$\vec{u}_1 - \vec{u}_2 = \mathrm{E}_{kl}\left(\vec{y}_1 - \vec{y}_2\right),\ \vec{u}_3 - \vec{u}_4 = \mathrm{E}_{kl}\left(\vec{y}_3 - \vec{y}_4\right)$$

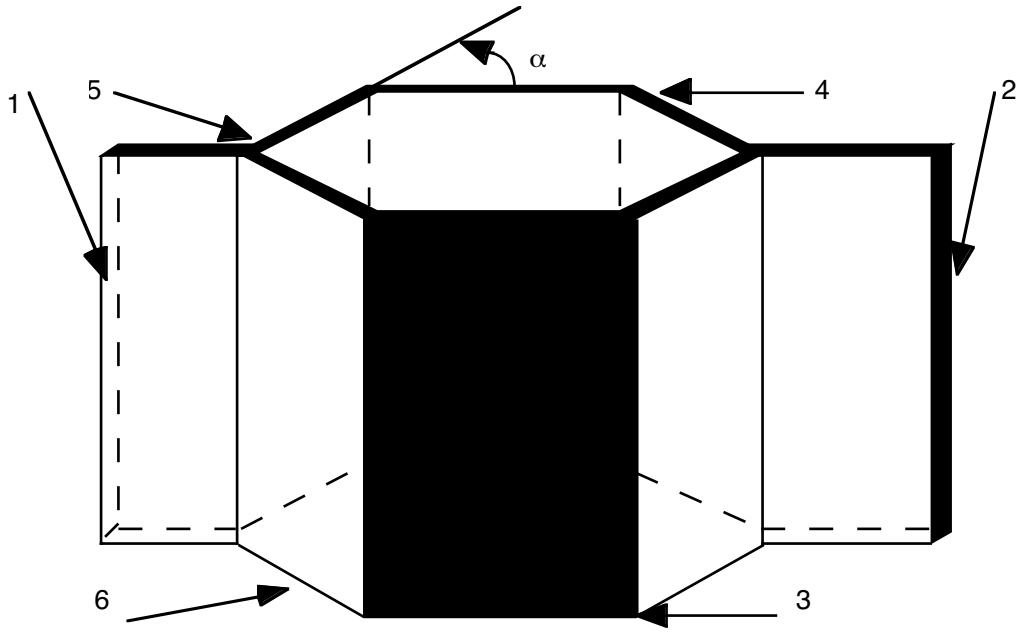


Figure 2. Cellule paramétrable de nids d'abeilles (forme hexagonale)

II.6.2 Calcul de la rigidité et de la souplesse

Les coefficients du matériau homogénéisé sont déterminés à partir du théorème de Hill-Mandel en écrivant l'énergie à partir des expressions sous forme matricielle. Le tenseur des contraintes et celui des déformations sont des tenseurs symétriques d'ordre deux et le comportement élastique est représenté par un tenseur d'ordre quatre. Dans le cas des matériaux anisotropes, on utilise classiquement une notation vectorielle pour représenter leur comportement. La notation retenue dans cette étude diffère des notations classiques car elle est symétrisée et permet de simplifier les expressions des composantes de la rigidité et de la souplesse lors des opérations de changements de base (Gornet 2001). En notation vectorielle, les composantes des contraintes et des déformations dans la base notée $\vec{N}_1,\vec{N}_2,\vec{N}_3$ sont rangées dans deux vecteurs notés respectivement.

$$\underline{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sqrt{2}\,\sigma_4 \\ \sqrt{2}\,\sigma_5 \\ \sqrt{2}\,\sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sqrt{2}\,\sigma_{23} \\ \sqrt{2}\,\sigma_{13} \\ \sqrt{2}\,\sigma_{12} \end{bmatrix} \qquad \underline{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \sqrt{2}\,\varepsilon_4 \\ \sqrt{2}\,\varepsilon_5 \\ \sqrt{2}\,\varepsilon_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \sqrt{2}\,\varepsilon_{23} \\ \sqrt{2}\,\varepsilon_{13} \\ \sqrt{2}\,\varepsilon_{12} \end{bmatrix}$$

La densité d'énergie interne de déformation est retrouvée en fonction des représentations vectorielles des contraintes et des déformations : $Tr[\sigma\,\varepsilon] = \underline{\sigma}^T\,\underline{\varepsilon}$. La loi de comportement du nid

d'abeille homogénéisé s'écrit sous la forme suivante dans la base $\vec{N}_1, \vec{N}_2, \vec{N}_3$: $\underline{\sigma} = \underline{\underline{C}}\,\underline{\varepsilon}$, $\underline{\sigma}_I = \underline{\underline{C}}_{IJ}\,\underline{\varepsilon}_J$ avec $\underline{\underline{C}}_{IJ} = \underline{\underline{C}}_{JI}$.

La relation inverse s'écrit : $\underline{\varepsilon} = \underline{\underline{S}}\,\underline{\sigma}$ *avec* $\underline{\underline{S}} = \underline{\underline{C}}^{-1}$, $\varepsilon_I = \underline{\underline{S}}_{IJ}\sigma_J$. Lorsque l'âme est quelconque et ne présente pas de symétrie élastique, elle est caractérisée par vingt et une constantes élastiques indépendantes $\underline{\underline{S}}_{IJ} = \underline{\underline{C}}_{IJ}^{-1}$. La géométrie des âmes considérées dans cette étude comporte trois plans de symétrie perpendiculaires ce qui conduit naturellement à un comportement homogénéisé orthotrope. Le comportement est défini par la base d'orthotropie $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ (figure 2) et les neuf coefficients d'élasticité indépendants dans cette base.

$$|Y|^{VER}\ \underline{\sigma}^T\ \underline{\varepsilon} = \int_Y Tr\left[\sigma\ \varepsilon\right]$$

La condition de Hill-Mandel est écrite sous forme matricielle afin de simplifier la mise en œuvre Eléments Finis.

$$\underline{\varepsilon}_I^T\ \underline{\underline{C}}_{IJ}^{VER}\ \underline{\varepsilon}_J = \frac{1}{|Y|^{VER}} \int_Y Tr\left[\sigma\varepsilon\right] dY$$

Les vingt et une combinaisons linéaires des six problèmes d'élasticité élémentaires posés sur le VER permettent de déterminer entièrement la matrice de rigidité $\underline{\underline{C}}_{IJ}$.

Les équations sont développées ci après. Il n'y a pas sommation sur les indices dans les formules suivantes :

$$\varepsilon_I\ C_{II}^{VER}\ \varepsilon_I = \frac{1}{|Y|^{VER}} \int_Y Tr\left[\sigma\varepsilon\right] dY \qquad \text{pour } I \in [1,3]$$

$$\sqrt{2}\ \varepsilon_I\ C_{II}^{VER}\ \sqrt{2}\ \varepsilon_I = \frac{1}{|Y|^{VER}} \int_Y Tr\left[\sigma\varepsilon\right] dY \qquad \text{pour } I \in [4,6]$$

$$\varepsilon_I\ C_{II}^{VER}\ \varepsilon_I + 2\ \varepsilon_I\ C_{IJ}^{VER}\ \varepsilon_J + \varepsilon_J\ C_{JJ}^{VER}\ \varepsilon_J = \frac{1}{|Y|^{VER}} \int_Y Tr\left[\sigma\varepsilon\right] dY$$

$$\text{pour } (I,J) \in [1,3]^2, \text{ avec } (I \neq J)$$

$$\varepsilon_I\ C_{II}^{VER}\ \varepsilon_I + 2\ \varepsilon_I\ C_{IJ}^{VER}\ \sqrt{2}\varepsilon_J + \sqrt{2}\varepsilon_J\ C_{JJ}^{VER}\ \sqrt{2}\varepsilon_J = \frac{1}{|Y|^{VER}} \int_Y Tr\left[\sigma\varepsilon\right] dY$$

$$\text{pour } (I,J) \in [1,3] \times [4,6]$$

$$\sqrt{2}\varepsilon_I\ C_{II}^{VER}\ \sqrt{2}\varepsilon_I + 2\ \sqrt{2}\varepsilon_I\ C_{IJ}^{VER}\ \sqrt{2}\varepsilon_J + \sqrt{2}\varepsilon_J\ C_{JJ}^{VER}\ \sqrt{2}\varepsilon_J = \frac{1}{|Y|^{VER}} \int_Y Tr\left[\sigma\varepsilon\right] dY$$

$$\text{pour } (I,J) \in [4,6]^2, \text{ avec } (I \neq J)$$

Ces équations permettent de déterminer les composantes du tenseur des rigidités $\mathbb{C}_{IJ}$ dans la base retenue. Les modules d'Young, coefficient de Poisson ou de couplage sont définis classiquement à partir de la souplesse $\mathbb{S}_{IJ} = \mathbb{C}_{IJ}^{-1}$.

II.6.3 Changement de base

Dans le cas où un changement de base sur la matrice de rigidité $\mathbb{C}_{IJ}$ est réalisée entre les bases notées respectivement $\vec{x},\vec{y},\vec{z}$ et $\vec{N}_1,\vec{N}_2,\vec{N}_3$, on exprime les relations de comportement conjointement aux expressions de changement de base $\mathbb{T}$.

$$\left[\sigma\right]_{\vec{N}_1,\vec{N}_2,\vec{N}_3} = \left[\mathbb{C}\right]_{\vec{N}_1,\vec{N}_2,\vec{N}_3}\left[\varepsilon\right]_{\vec{N}_1,\vec{N}_2,\vec{N}_3} = \left[\mathbb{C}\right]_{\vec{N}_1,\vec{N}_2,\vec{N}_3}\mathbb{T}\left[\varepsilon\right]_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$$

$$\left[\sigma\right]_{\vec{N}_1,\vec{N}_2,\vec{N}_3} = \mathbb{T}\left[\sigma\right]_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} = \mathbb{T}\left[\mathbb{C}\right]_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}\left[\varepsilon\right]_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$$

A partir des formules précédentes on obtient :

$$\left[\mathbb{C}\right]_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} = \mathbb{T}^{-1}\left[\mathbb{C}\right]_{\vec{N}_1,\vec{N}_2,\vec{N}_3}\mathbb{T}.$$

On montre de même que le changement de base sur les souplesses s'écrit :

$$\left[\mathbb{S}\right]_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} = \mathbb{T}^{-1}\left[\mathbb{S}\right]_{\vec{N}_1,\vec{N}_2,\vec{N}_3}\mathbb{T}.$$

Un des avantages de l'approche vectorielle symétrisée est d'obtenir des relations de changement base analytiques identiques sur la rigidité et la souplesse contrairement à la notation classiquement admise dans les ouvrages sur les matériaux composites.

II.7 Propriétés mécaniques des nids d'abeilles

Les nids d'abeilles réalisés en papier Nomex® sont disponibles chez les fabricants pour différentes densités. Dans cette étude, les caractéristiques mécaniques du papier Nomex® sont déterminées de manière inverse par recalage des modules de cisaillement hors plan de l'âme homogénéisée. Les exemples qui illustrent cette étude sont déterminés à partir du catalogue « Euro-Composite ». Il convient de noter qu'un produit peut avoir différentes densités pour une même dimension géométrique, car la quantité de résine déposée peut être augmentée afin de créer une âme plus résistante. Les catalogues des fabricants donnent uniquement les propriétés mécaniques les plus importantes vis-à-vis du dimensionnement. Elles sont définies généralement à partir d'essais réalisés pour des hauteurs de nid d'abeilles de 12mm. Les modules de cisaillement hors plan G_{13} et G_{23} et les contraintes de cisaillement de rupture associées σ_{13} et σ_{23} ainsi que la contrainte d'écrasement σ_{33} sont les seules données usuellement fournies par les constructeurs. Ces seules données sont manifestement insuffisantes pour réaliser des études Eléments Finis tridimensionnelles. L'homogénéisation des milieux périodiques décrite ci-dessus permet alors de déterminer l'ensemble des caractéristiques mécaniques équivalentes d'un matériau nids d'abeilles.

II.7.1 Simulations Eléments Finis

Les simulations des propriétés mécaniques homogénéisées sont déterminées à partir des VER des nids d'abeilles présentés sur les figures 1 et 2. Ils possèdent des hauteurs de 12mm conformément aux matériaux utilisés par le fabriquant pour réaliser les tests mécaniques.

Le modèle éléments finis d'un VER comporte 41556 nœuds, soit 6156 éléments hexaèdres à 20 nœuds isoparamétriques à interpolation quadratique de la famille de Serendip. L'intégration numérique de l'élément est réalisée à l'aide de 27 points de Gauss. Le maillage d'un VER comporte un seul élément dans l'épaisseur élémentaire de la paroi et deux dans les parties à épaisseur double (figures 4 et 5). Des études de convergence ont été réalisées pour différentes discrétisations des VER et les maillages retenus sont optimaux vis-à-vis du temps de calcul CPU et de la convergence numérique. Les simulations éléments finis conduisant aux propriétés mécaniques homogénéisées sont effectuées sous l'hypothèse des petits déplacements et des petites déformations. Dans le cas d'un VER rectangulaire, les neuf géométries déformées sous l'action des chargements élémentaires sont présentées sur les figures 3 et 5.

L'observation des modes de rupture des nids d'abeilles (Gibson et Ashby 1988, Shang et Ashby 1992, Aminanda 2003) conduit à déterminer les contraintes de rupture de ces matériaux en utilisant la théorie du flambement d'Euler disponible dans le code Eléments Finis Cast3M. Le langage de programmation de ce code permet d'appeler au sein de nos propres développements le module de flambement qui correspond à la recherche de valeurs propres et de vecteurs propres (Combescure 1995). Les déformations homogénéisées critiques déterminées par le flambement sont introduites dans la loi de comportement homogénéisée afin de déterminer les contraintes ultimes.

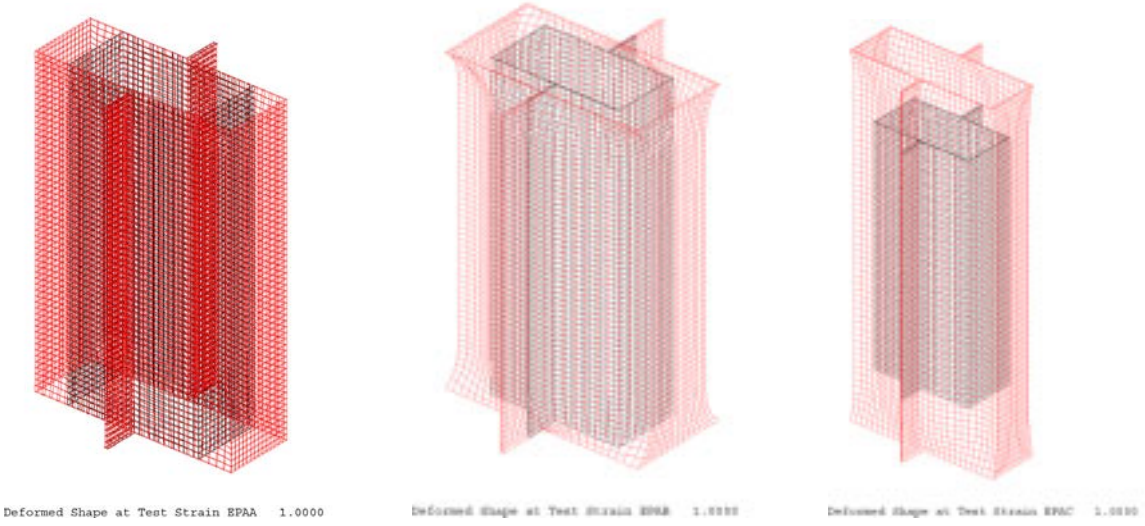


Figure 3. Déformées du ECA-R pour les chargements (E_{11}, $E_{11} et E_{22}$, $E_{11} et E_{33}$)

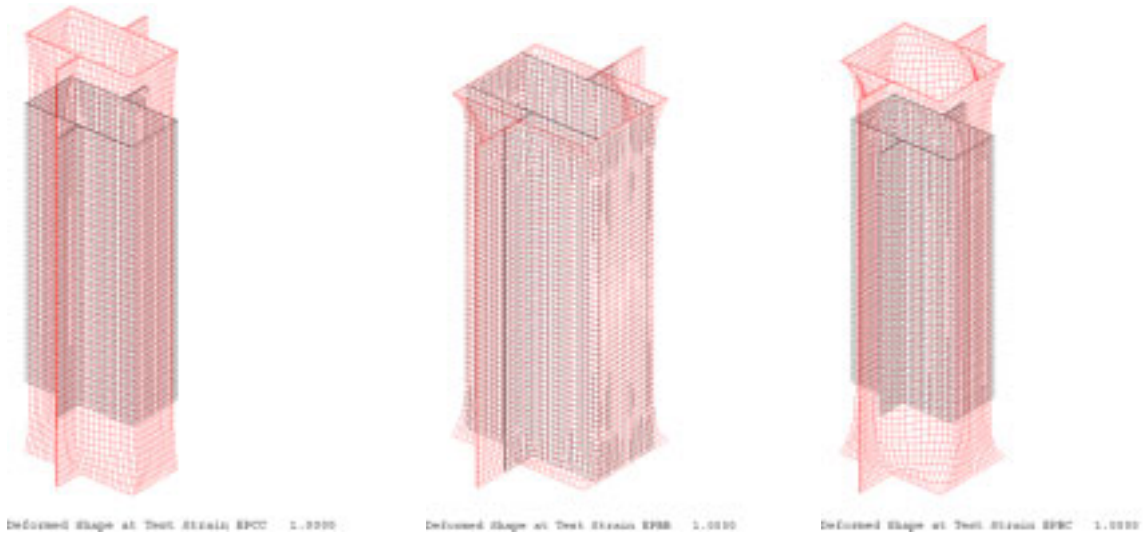


Figure 4. Déformées du ECA-R pour les chargements (E_{22}, E_{22} et E_{33}, E_{33})

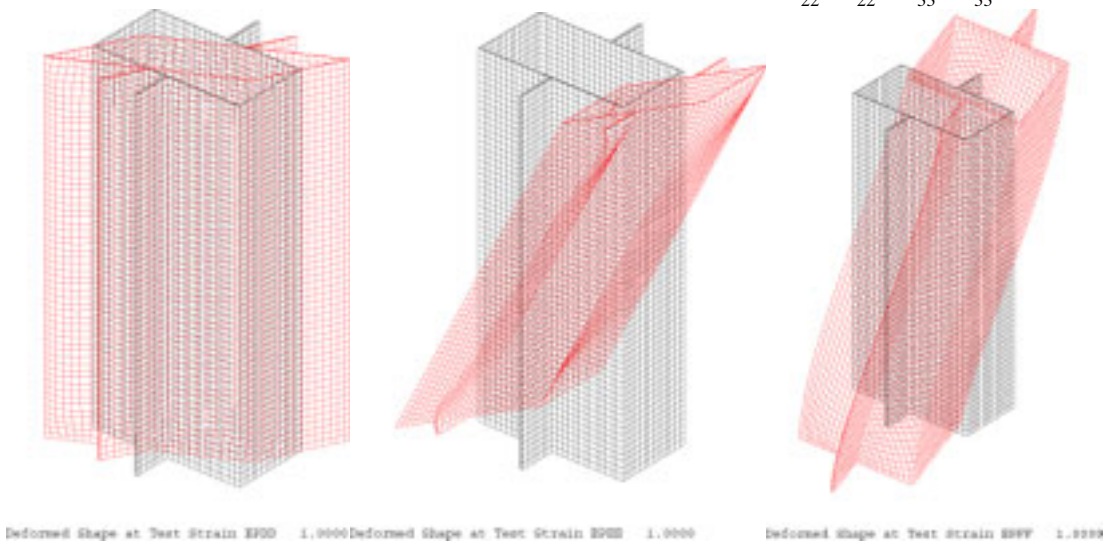


Figure 5. Déformées du ECA-R pour les chargements (E_{12}, E_{13}, E_{23})

II.7.2 Caractéristiques mécaniques

Le calibrage des caractéristiques mécaniques du VER représentant le nid d'abeilles retenu est réalisé en supposant que les parois sont élastiques isotropes. En conséquence, le module d'Young du Nomex® et le coefficient de Poisson sont déterminés afin d'obtenir, les modules de cisaillement hors plan du matériau orthotrope équivalent, en adéquation avec le catalogue du fournisseur (Euro-composite.com).

Il convient de noter que ces modules sont déterminés expérimentalement à partir d'essais réalisés sur des éprouvettes de cisaillement. La démarche d'étalonnage du modèle Eléments Finis est nécessaire pour chaque densité d'âme pour une même géométrie. Le catalogue précise pour chaque géométrie les valeurs minimales (Min) et typiques (Typ) obtenues pendant les essais. En conséquence, deux calibrages sont effectués afin de déterminer les caractéristiques homogénéisées

nominales et minimales. Les vingt et un coefficients du milieu homogène équivalent sont calculés. Dans le cas des nids d'abeilles à cellules hexagonales ou rectangulaires, les symétries conduisent à un comportement mécanique homogénéisé orthotrope. Le modèle Eléments Finis du VER fournit après simulations une approximation de qualité de l'ensemble des propriétés mécaniques du matériau homogène équivalent.

La dénomination ECA-R 4,8-29 (51) représente une âme rectangulaire de cercle inscrit de 4,8mm de densité de 29 Kg/m^3 et d'une épaisseur de clinquant de 51µm. La dénomination ECA 4,8-29 (51) est équivalente pour une âme de section hexagonale. Les propriétés mécaniques homogénéisées des nids d'abeilles de géométrie rectangulaire et hexagonales sont présentés dans (Gornet *et al*. 2003). Les propriétés mécaniques de cisaillement hors plan des matériaux ECA et ECA-R en 4,8 et 6,4 sont présentées sur les figures 6 et 7. L'évolution des propriétés mécaniques en fonction de la masse volumique est présentée sur la figure 8 pour le matériau hexagonal ECA-4,8 et sur la figure 9 pour sa version sur-expansée ECA-R-4,8. Les propriétés mécaniques du matériau équivalent dépendent dans la réalité de la rigidité des peaux. La dernière version de notre logiciel NidaCore permet de les prendre en compte (Gornet et Marckmann 2004). Les échantillonnages des voiliers de compétition sont déterminés avec des marges de sécurité extrêmement faibles afin d'alléger au maximum la structure. En conséquence les peaux des sandwichs ont généralement des épaisseurs très faibles devant l'épaisseur de l'âme et les phénomènes de flambement restent un facteur de risque très important. Dans cette partie, les peaux ne sont pas modélisées et les conditions limites appliquées au VER sont équivalentes à des peaux rigides.

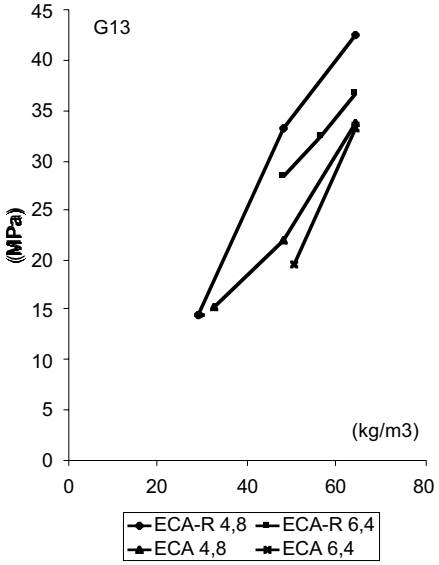


Figure 6. Evolution du module de cisaillement G_{13} pour deux matériaux à cellules hexagonale et sur-expansée.

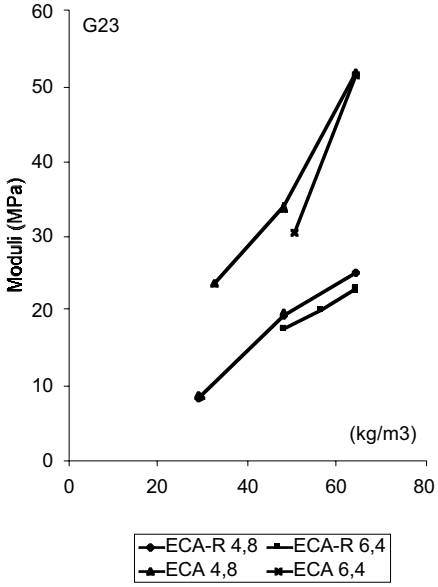


Figure 7. Evolution du module de cisaillement G_{23} pour deux matériaux à cellules hexagonale et sur-expansée.

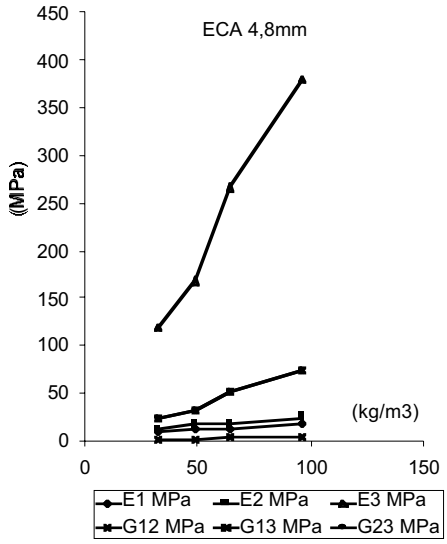


Figure 8. Evolution des propriétés mécaniques du ECA 4,8 en fonction de sa masse volumique.

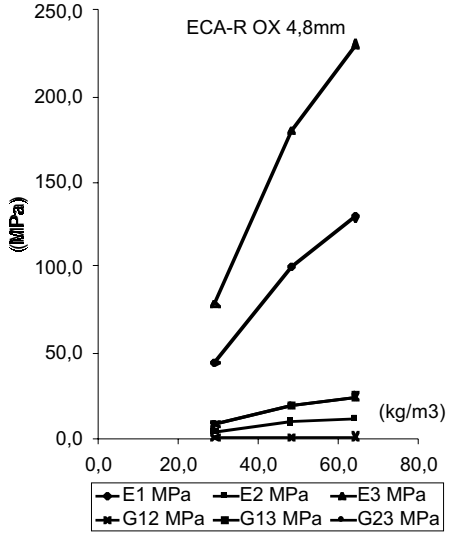


Figure 9. Evolution des propriétés mécaniques du ECA-R 4,8 en fonction de sa masse volumique.

Tableau 1 : **Propriétés homogénéisées minimum (Min) et typiques (Typ) des nids d'abeilles ECA-R 4,8 de densité 29, 48 et 64 Kg/m^3 avec une épaisseur de clinquant de (51) µm.**

ECA-R MPa	Min 4,8-29 (51)	Typ 4,8-29 (51)	Min 4,8-48 (51)	Typ 4,8-48 (51)	Min 4,8-64 (51)	Typ 4,8-64- (51)
v12	0,2606		0,2606		0,2606	
v13	0,2240		0,2240		0,2240	
v23	0,0219		0,0219		0,0219	
E1	44,5	72,5	101,1	128,7	129,6	152,0
E2	4,4	7,1	9,9	12,6	12,7	14,9
E3	79,4	129,5	180,5	229,8	231,4	271,5
G12	0,5	0,9	1,2	1,6	1,6	1,9
G13 W	14,6	23,9	33,3	42,4	42,7	50,1
G23 L	8,6	14,1	19,6	25,0	25,1	29,5

Tableau 2 : **Propriétés homogénéisées minimum (Min) et typiques (Typ) des nids d'abeilles ECA 4,8 de densité 32 et 48 Kg/m^3, épaisseur de clinquant de (51) µm et ECA 4,8 de 64 Kg/m^3 et (76) µm.**

ECA MPa	Min 4,8-32 (51)	Typ 4,8-32 (51)	Min 4,8-48 (51)	Typ 4,8-48 (51)	Min 4,8-64 (76)	Typ 4,8-64 (76)
v12	0,7807		0,7807		0,8457	
v13	0,0413		0,0413		0,0202	
v23	0,0239		0,0239		0,0266	
E1	8,8	11,9	12,5	15,3	13,5	17,4
E2	12,0	16,3	17,0	20,9	17,8	23,0
E3	118,6	161,6	169,1	207,0	267,3	345,4
G12	1,7	2,3	2,4	2,9	3,9	5,1
G13 W	15,5	21,1	22,1	27,0	33,9	43,8
G23 L	23,8	32,4	33,9	41,5	52,1	67,3

II.7.3 Influence de la hauteur

A titre d'exemple, l'influence de l'épaisseur de l'âme est validée sur l'exemple des nids d'abeilles rectangulaires Nomex® ECA-R 4,8 d'une densité proche de 64 Kg/m3. Les simulations sont menées pour évaluer la différence de comportement sur des hauteurs de 12,7 mm et 25,4 mm.

Tableau 3. **Évaluation des caractéristiques mécaniques pour des hauteurs de 12,7mm et 25,4mm d'un ECA-R 4,8-X**

Hauteur	G23 (MPa)	G13 (MPa)	σ_{13}^{C}(MPa)	σ_{23}^{C} (MPa)
12,7 mm	32, 273	55, 3278	0, 155642	0,159171
25,4 mm	29, 9512	55, 2617	0,152708	0,141265

II.8 Contraintes à Rupture

Expérimentalement, on constate que le flambement correspond à un accroissement très significatif de l'endommagement des âmes nids d'abeilles en Nomex®. Lors d'un essai mécanique de cisaillement (Shang et Ashby 1992) ou de compression (Aminanda 2003) hors plan, dès que la force atteint son maximum, une chute plus ou moins brutale de celle-ci est observée. Cette chute correspond à des plissements des parois. Ces matériaux sont connus pour avoir un comportement mécanique élastique linéaire fragile jusqu'à leur charge critique. Dans cette étude, nous considérerons que cette charge correspond à leur limite d'utilisation. Les déformations critiques sont déterminées pour l'ensemble des cas de chargements. L'étude des modes de flambement élastiques linéaires d'Euler permet de déterminer les déformations critiques :

$$\left[K + \lambda^2 K_s\right]\vec{X}_\lambda = \vec{0}$$

Où K est la raideur du VER, K_s représente la raideur géométrique due à la précontrainte s. λ^2 est le coefficient multiplicateur du chargement, $\vec{X}_\lambda$ est le mode propre de flambement associé à la valeur propre λ^2. Les déformations critiques sont déterminées par la relation :

$$E_J^c = \lambda^2 E_J$$

Dans le cas d'un matériau dont le comportement homogénéisé est orthotrope nous proposons de déterminer les six contraintes critiques élémentaires associées aux déformations critiques E_J^C en appliquant la loi de comportement homogénéisée.

$$\sigma_I^c = C_{IJ} E_J^c$$

Les contraintes ultimes du matériau ECA-R 4,8 29 (51) sont présentées dans le tableau 4 et les déformées sur la figure 10. D'un point de vue physique, la couche de résine casse lors du premier plissement et la résistance de la cellule chute alors de façon très significative. Expérimentalement, le plateau sur la courbe représentant l'effort global en fonction du déplacement correspond à une densification du nid d'abeilles due à l'écrasement des parois. D'un point de vue industriel, les zones écrasées du Nomex® conduisent à des flambements des peaux du sandwich qui dans certain cas peuvent entraîner la perte du navire. En conséquence, pour ces âmes dont le comportement élémentaire du papier enduit de résine est élastique fragile, des simulations Eléments Finis des modes de flambement du VER permettent de déterminer correctement les contraintes à rupture de l'âme homogénéisée. Ces contraintes à rupture du matériau orthotrope équivalent sont proches des résultats des essais fournis par le fabricant (tableau 4). Les contraintes ultimes peuvent être utilisées avec un critère de rupture de Hill, cependant cette démarche doit encore être validée expérimentalement. Ces premiers résultats sont très encourageants et montrent la pertinence de la modélisation développée. L'étude du premier mode de flambement statique des VER fournit des résultats dignes de confiance. Cependant, il convient de rappeler que de nombreux paramètres influent sur le flambement. Les plus connus sont le comportement du matériau, les défauts géométriques, les charges suiveuses ou encore, les conditions limites. Il est important de parfaitement maîtriser, dans la simulation Eléments Finis, l'effet de chaque paramètre si l'on veut prédire de façon fiable le flambement qui conduit dans notre cas à la rupture du nid d'abeilles.

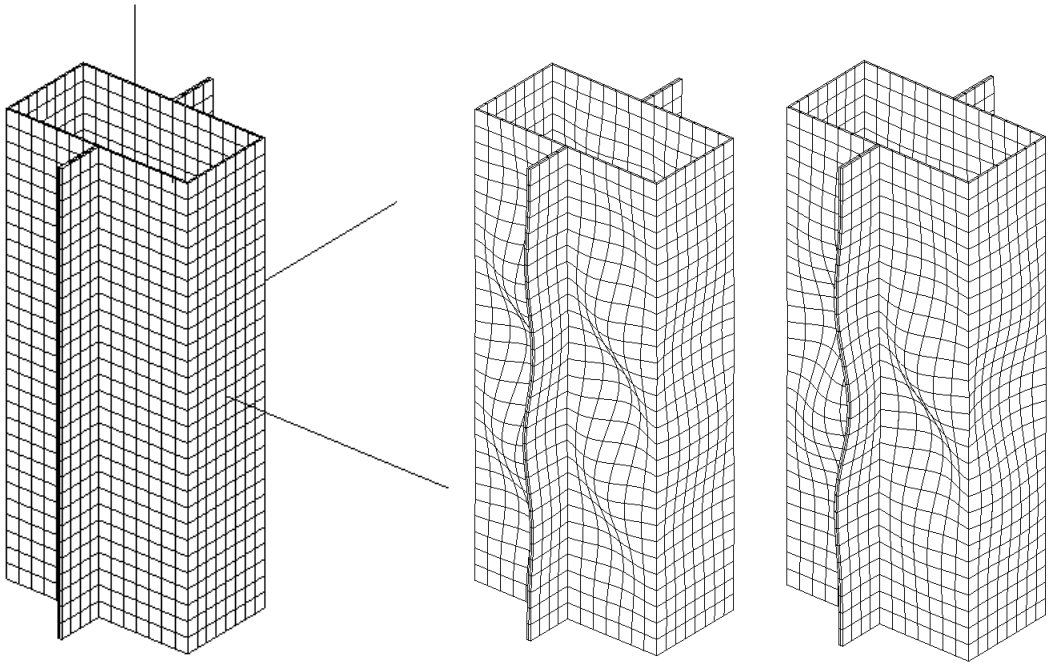


Figure 10. Déformées de flambement du VER sur-expansé sous l'action d'un chargement de cisaillement hors plan E_{13} et E_{23}.

Tableau 4. **Comparaisons entre les caractéristiques éléments finis (EF) et les essais mécaniques (Essais) sur le matériau ECA-R 4,8-29(51).**

ECA-R MPa	Min EF 4,8-29 (51)	Min Essais 4,8-29 (51)	Typ EF 4,8-29 (51)	Typ Essais 4,8-29 (51)
σ_{11}^{C}	0,185	-	0,31	-
σ_{22}^{C}	0,282	-	0,48	-
σ_{33}^{C}	0,39	0,6	0,62	0,85
σ_{12}^{C}	0,72	-	1,2	-
σ_{13}^{C}	0,33	0,32	0,55	0,44
σ_{23}^{C}	0,25	0,31	0,415	0,42

II.9 Influence de la rigidité des peaux

La seconde version du logiciel prototype NidaCore a permis d'obtenir un outil encore plus général en intégrant dans le VER l'interaction entre les caractéristiques mécaniques de l'âme et des peaux (Gornet et Marckmann 2004). Les peaux en carbone peuvent être libres de contrainte ou bloquée pour simuler un accrochage à un dispositif d'essais mécaniques (figure 11). Les caractéristiques mécaniques en cisaillement hors plan d'une âme de forme rectangulaire et hexagonale avec des peaux composées de tissus équilibré carbone T700S/M10 posée à 0° ou à 45° par rapport aux directions d'orthotropie de l'âme sont présentées dans les tableaux 5 et 6. L'influence du comportement des peaux sur les valeurs de flambement de l'âme en cisaillement

hors plan n'est pas négligeable (figure 12). Cependant les résultats sont proches des valeurs (Min) et (Typ) déterminées à partir des essais mécaniques. Des études expérimentales doivent maintenant être conduites afin de valider la pertinence de la dernière évolution du logiciel NidaCore.

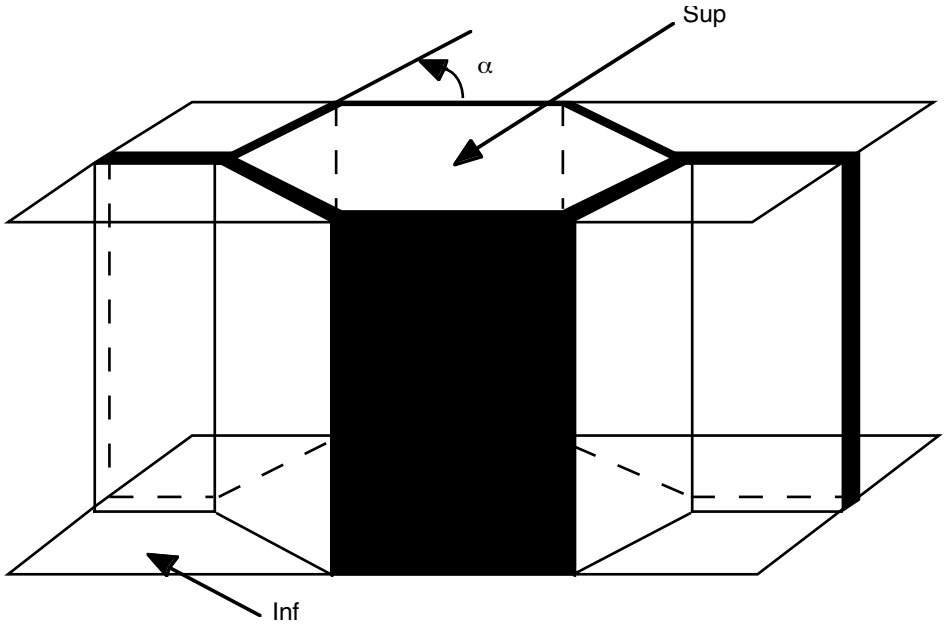


Figure 11. Cellule paramétrable de nids d'abeilles avec peaux (forme hexagonale)

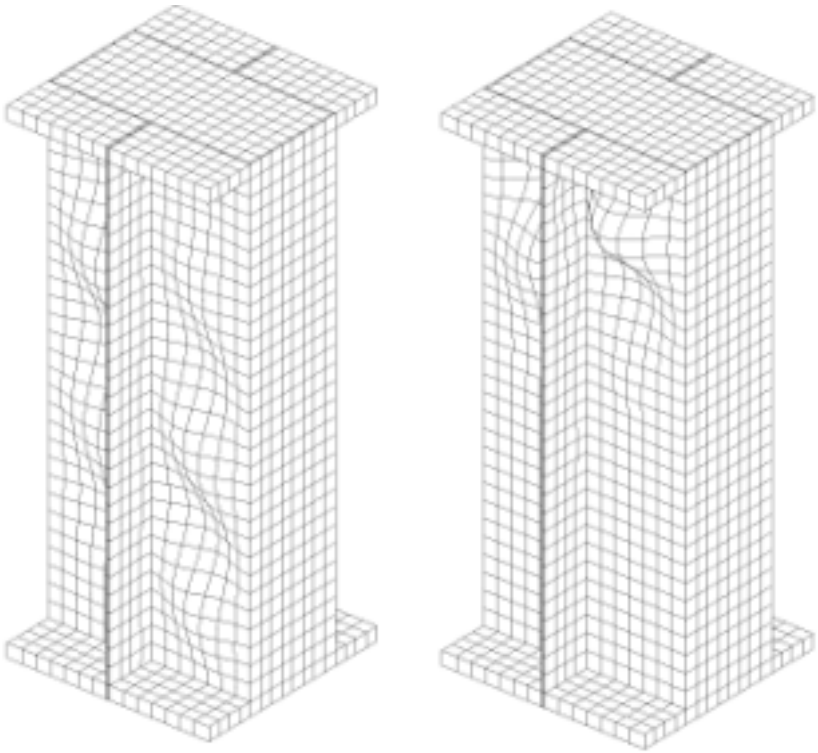


Figure 12. Déformées de flambement du VER sur-expansé avec peaux à 0 sous l'action d'un chargement de cisaillement hors plan E_{13} et E_{23}.

Tableau 5. **Caractéristiques mécaniques avec et sans peaux pour une hauteur de 12,7mm d'un ECA-R-29 (51).**

T700S/M10épaisseur 0,36mm	G23 (MPa)	G13 (MPa)	σ_{13}^{C}(MPa)	σ_{23}^{C} (MPa)
Aucun	14,6	8,6	0,33	0,25
Orienté à 0	15,4	10,2	0,511	0,690
Orienté à 45	15,85	10,16	0,512	0,906

Tableau 6. **Caractéristiques mécaniques avec et sans peaux pour une hauteur de 12,7mm d'un ECA-29 (51).**

T700S/M10épaisseur 0,36mm	G23 (MPa)	G13 (MPa)	σ_{13}^{C}(MPa)	σ_{23}^{C} (MPa)
Aucun	12,3	8,25	0,212	0,213
Orienté à 0	13,1	9	0,420	0,220
Orienté à 45	13	9,3	0,418	0,221

II.10 Bibliographie

Aminanda Y., Castanie B., Barrau J.J., Thevenet P. (2003). Étude expérimentale et modélisation de l'indention des structures sandwichs à âmes nids d'abeilles. *13èmes Journées Nationales sur les Composites*. eds. Y.Remond et J. Lamon, pp.461-470.

Bornert M., Bretheau T., Gilormini P. (2001). Homogénéisation en mécanique des matériaux Tome 1 et 2, Col. Mécanique et Ingénierie des Matériaux, *Hermes Sciences*.

Cammas F., Gautier A., De Broc B., Lombard M. (2003). Le Rhum en questions, *Voiles et voiliers, France Metro*, 383, pp. 74-91.

Combescure A. (1995). Etude de la stabilité non-linéaire géométrique et non-linéaire matériau des coques minces. *Habilitation à Diriger les Recherches de UCB Lyon*.

Debordes O. (1982). Homogenization computations in elastic or plastic range ; applications to unidirectional composites and perforated sheets, *4th Int. Symp. Innovative Num. Method in Engng, Computational Mechanics Publications*, Springer-Verlag, Atlanta, 453-458.

Euro-composite. Catalogue Nids d'abeilles Nomex®, http://www.euro-composites.com

Gibson L.J., Ashby M.F. (1988). Cellular solids structures and properties, *Pergamon Press Oxford*.

Gibson L.J., Ashby M.F., Shajer G.S., Robertson C.I. (1982). The mechanics of two-dimensional cellular materials, *Proc. R. Soc. Lond*, A382, pp. 25-42.

Grediac M., (1993). A finite element study of the transverse shear in honeycomb cores, *International Journal of Solids Structures*, 30, pp.1777-1788.

Herakovich CT. (1988). *Mechanics of fibrous composite, John Wiley*.

Hohe J., Becker W. (2001). A refined analysis of the effective elasticity tensor for general cellular sandwich cores, *International Journal of Solids Structures*, *Elsevier*, 38, pp.3689-3717.

Hohe J., Becker W. (2001). An energetic homogenisation procedure for the elastic properties of general cellular sandwich cores, *Composite Part B*, 32, pp. 185-197, 2001.

Kelsey S., Gellatly R.A., Clark B.W. (1958). The shear modulus of foil honeycomb core, *Aircraft Engng*, pp. 294-302.

Léné F. (1984). Contribution à l'étude des matériaux composites et de leurs endommagements, Thèse de Doctorat, Université Paris VI.

Suquet P. (1982). Plasticité et homogénéisation, Thèse de Doctorat d'état, Université Paris 6.

Shang J. F. Ashby M.F.,(1992). The Out-of-Plane properties of honeycombs, *International Journal Mech. Science*, Pergmon Press, 34, 6, pp. 475-489.

Verpeaux P., Charras T., Millard A. (1988). Castem 2000 : Une approche moderne du calcul des structures, *JM Fouet, P Ladevèze, R Ohayon*, 2, pp. 261-227.

II.11 Travaux scientifiques du chapitre II

«***Analyse par éléments finis de réparation de Trimarans»,*** *plans Marc Lombard, 2* rapports internes, LMM 2002*., (L. Gornet, G. Marckmann).*

«***Comportement mécanique et analyse des structures en matériaux composites***», cours Ecole Centrale Nantes – Ensieta Brest*, 2001, (L. Gornet).*

II.11.1 Articles dans des revues à comité de lecture ou dans des ouvrages de synthèse

« ***Détermination des coefficients d'élasticité et de rupture des âmes nids d'abeilles : homogénéisation périodique et simulations éléments finis»,*** *Revue Mécanique et Industries, Elsevier, (L. Gornet, G. Marckmann, M. Lombard). Numéro Spécial Matériaux Composites, accepté 2004.*

« ***Characterization of residual stresses in a composite curved sandwich beam»*** *Composite Part A, Elsevier, (P. Casari, L. Gornet), Soumis Février 2004.*

II.11.2 Congrès internationaux avec actes.

«***Mesure de contraintes résiduelles dans une coque composite sandwich courbée***», *Euromec St-Etienne 2003, (P. Casari, C. Devic, L. Gornet).*

II.11.3 Congrès nationaux avec actes.

«***Simulations multi-échelles dédiées à la réparation des voiliers de courses constitués d'âmes Nomex®».*** 14èmes Journées Nationales sur les Composites. A paraître*. 2004. (L. Gornet, G. Marckmann).*

« ***Interactions modèles expériences sur des âmes nids d'abeilles Nomex® : application au design d'un voilier multicoque de course océanique»,*** GST organisée ONERA et EVIL *Blois, Dialogue essais calculs dans les structures hétérogènes, 25-26 mars 2004, (L. Gornet, G. Marckmann, G.Ollier)*

« ***Détermination des coefficients d'élasticité et de rupture des âmes nids d'abeilles : homogénéisation périodique et simulations éléments finis.»,*** GST *Matériaux composites, conception dimensionnement, 22 Octobre* 2003 CNAM Paris, Elsevier, *(L. Gornet, G. Marckmann, M. Lombard), 27 pages.*

« ***Prévision de la dégradation de composites carbone époxy stratifiés : application aux voiliers multicoques»,,*** *12èmes Journées Nationales sur les Composites, eds. O. Allix, C. Cluzel & J. Lamon, pp. 51-59, 2000, (L. Gornet, J. Royer, S. Sablin)*

II.11.4 Conférences invitées

« ***Durabilité des structures en carbone époxy : application aux voiliers multicoques»*** *ENSITM Mulhouse 19 Mars 2003. (Laurent Gornet, Gilles Marckmann)*

« ***Mise en œuvre de l'homogénéisation périodique dans Cast3M : Détermination des coefficients d'élasticité et de rupture des âmes nids d'abeilles Nomex.»,*** *Club Castem 2000-Comissariat à l'Energie Atomique, organisation EUROSIM MECALOG SERVICES, Octobre 2003. Paris, (Laurent Gornet, Gilles Marckmann, Marc Lombard), Actes CD-Rom.*

CHAPITRE III :
DIMENSIONNEMENT DES VOILIERS OCEANIQUES MULTICOQUES

Cette partie porte sur les méthodes et modèles éléments finis multi-échelles retenus pour valider les échantillonnages de trois voiliers multicoques destinés aux courses océaniques. Des résultats issus des travaux réalisés sur les catamarans Code 0 et Code B1 dessinés par Gilles Ollier pour « The Race » et le « Trophée Jules-Verne » sont présentés. Des résultats issus des travaux de modifications structurelles du trimaran BP3 dessiné par Marc Lombard sont également présentés. Les simulations éléments finis des voiliers sont menées à partir du code éléments finis Samcef et du logiciel Aquadyn développé à l'Ecole Centrale Nantes. Des simulations numériques concernant des sous-ensembles de ces voiliers sont menées à partir d'outils développés sur le code éléments finis Cast3M-CEA. La mise en œuvre numérique de la théorie de l'homogénéisation des milieux périodiques dans le cadre éléments finis permet de déterminer les caractéristiques mécaniques de structures sandwich renforcées dans la troisième direction par des pontages.

CHAPITRE III : ***52***

DIMENSIONNEMENT DES VOILIERS OCÉANIQUES MULTICOQUES ***52***

III.1 Introduction **53**

III.2 The Race et le Trophée Jules-Verne **54**

III.3 La route du Rhum **55**

III.4 Les efforts hydrodynamiques **56**

III.4.1 La progression dans la houle 56

III.4.2 Les surfaces portantes 56

III.4.3 Impacts hydrodynamiques 58

III.5 Dimensionnement d'un catamaran **59**

III.5.1 Les efforts sur la structure 59

III.5.2 Description du modèle éléments finis 60

III.5.3 Dimensionnement dans la houle 61

III.6 Renforcement d'un bras de trimaran **64**

III.6.1 Renforcement par pontage 64

III.7 Bibliographie **67**

III.8 Références du chapitre III **68**

III.8.1 Articles dans des revues à comité de lecture ou dans des ouvrages de synthèse 68

III.8.2 Congrès internationaux avec actes 68

III.8.3 Congrès nationaux avec actes 69

III.1 Introduction

L'Ecole Centrale Nantes au travers de ses laboratoires de mécanique des fluides (LMF, UMR CNRS 6598) et de structures (GeM, UMR CNRS 6183) contribue au développement d'outils et de concepts dédiés à l'analyse du comportement mécanique des voiliers océaniques de type monocoques, catamaran ou trimaran depuis près de vingt ans. Ces travaux ont été menés par B. Peseux, G. Delhommeau et leurs équipes respectives (Delhommeau *et al*. 1980 et 1981, Ollier *et al*. 1988, Peseux 1989, Delhommeau 1987) depuis les années 1980. Ces voiliers de course sont constitués de structures sandwich complexes en carbone époxy dont la conception repose sur une technologie de pointe venant de l'aéronautique. Les échantillonnages de ces voiliers sont déterminés avec des marges de sécurité extrêmement faibles afin de conserver un bon rendement entre le déplacement et la puissance vélique. En conséquence, de nombreuses études expérimentales et numériques doivent constamment être menées afin de proposer ou valider les solutions technologiques retenues par les architectes. Ce chapitre présente les méthodes utilisées pour aider les architectes et les chantiers dans leur prise de décision lors de la fabrication ou lors des modifications structurelles apportées aux voiliers.

Ma contribution a porté sur la validation de l'intégrité du comportement mécanique de deux catamarans de plus de 100 pieds et d'un trimaran de 60 pieds. Ces travaux sont effectués en collaboration avec Gilles Marckmann ingénieur de recherches de l'Ecole Centrale Nantes. Nos travaux en calcul des structures, menés sur ces voiliers de courses sont généralement dévoilés dans la presse spécialisée par les architectes ou les équipes sportives (Ollier 2001, Gilles 2001, Messager 2003, Carpentier 2003).

Pour ces missions de validation de structure nous utilisons les résultats de nos travaux expérimentaux et numériques menés sur les matériaux carbones époxy ou les âmes Nomex® (Gornet *et al*. 2004, Gornet et Marckmann 2004). Les résultats présentés dans ce chapitre sont issus des travaux réalisés sur les maxi- catamarans « Code 0 », « Code B1 » et sur le trimaran BP3 déjà évoqués. Ces voiliers sont plus connus sous le nom de leurs commanditaires à savoir les catamarans, *Club Med, Innovation Explorer, Team Adventure, King-Fisher, Orange* et le trimaran de 60 pieds BP3, *Banque Populaire*.

Les échantillonnages de tous ces voiliers sont constitués d'âmes Nomex® et de tissus carbone, dont le nombre de couches, leurs grammages et orientations sont confidentiels et ne seront pas présentés. Il convient de noter que les résultats des nombreuses simulations menées à l'aide de la méthode des éléments finis conduisent généralement à des renforcements locaux afin de maintenir les marges de sécurité dans l'enveloppe initialement imposée.

III.2 The Race et le Trophée Jules-Verne

En 1999, le Design Team de Gilles Ollier donnait naissance à trois catamarans sisterships de 110 pieds/33,40m au chantier Multiplast. Ces catamarans Club Med, Innovation Explorer, Team Adventure sont issus de la mise au point de la plate-forme Code 0 (figure 1). Ces voiliers océaniques multicoques naviguent à plus de 40 nœuds -74 km/h et ont été destinés à la course autour du monde *The Race* en 2000. Cette course autour du monde a été remportée par Cam Lewis sur *Club Med* avec une vitesse moyenne de 18,3 nœuds (62j 6h56). Les trois voiliers issus de la plate-forme « Code 0 » ont d'ailleurs fini aux trois premières places de cette course. Il convient de noter que Cam Lewis, Franck Proffit, Loïc Peyron, Skip Novack, Bruno Peyron (Orange I) et Ellen Mac Arthur (King-Fisher) ont été les skippers de ces catamarans lors de The Race ou lors de tentatives de record sur le Trophée Jules-Verne. En 2002, de nouveaux travaux ont été développés par nos soins à l'Ecole Centrale Nantes afin de valider l'intégrité des structures du maxi-catamaran de 37m Code B1 (Gornet, Marckmann 2003). Ce voilier navigue actuellement sous les couleurs d'Orange-II. Ce catamaran de plus de 125 pieds est destiné aux grandes courses océaniques et est actuellement l'un des plus grand catamaran du monde (figure 2).

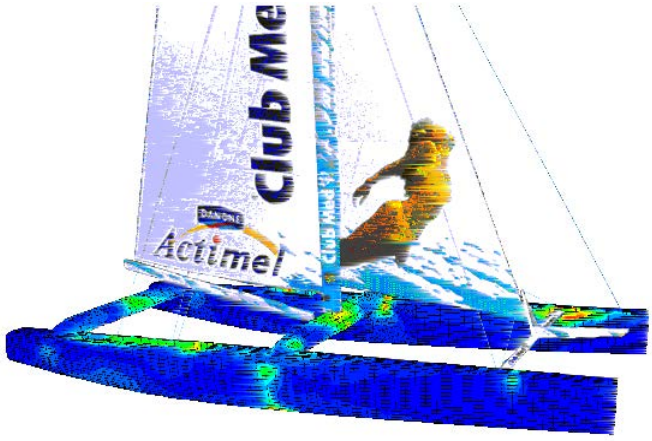


Figure 1. Maillage du catamaran « Code O » sous les couleurs de Club Med (2001).



Figure 2. Catamaran « Code B1 » Orange II (2004).

Depuis 1993 année où Bruno Peyron a établi le record du tour du monde en descendant sous la barre des 80 jours (79 jours, 6 heurs et 16 minutes) sur le catamaran Commodore Explorer (ex Jet Service V), le record du trophée Jules-Verne n'a pas cessé de tomber. Ce record correspondait en 1993 à une vitesse moyenne de 14,39 nœuds (345,35 milles par jour). Depuis 1993, plusieurs skippers sur multicoques (trimaran ou catamaran) sont partis pour établir de nouveaux temps. En 1994 le regretté Peter Blake à sa première tentative bat le record en 74 jours et 22 heures et 17 minutes sur le Catamaran Enza de taille 22m. En 1997, Olivier de Kersauzon établit le record en 71 jours et 14 heures (Trimaran Sport Elec).

En 2002 Bruno Peyron était à nouveau le détenteur du trophée Jules-Verne sur le catamaran « code 0 de 33m » au couleur de l'opérateur de téléphonie Orange (64 jours, 8 heures et 37 minutes et 24 secondes). On peut également souligner qu'Ellen Mac Arthur et Olivier de Kersauzon ont échoué dans cette course au chronomètre en 2002 respectivement sur un catamaran et un trimaran.

En 2004, Olivier de Kersauzon a repris le record sur le trimaran Géronimo dessiné par Marc Van Peteghem et Vincent Lauriot-Prévost dont la fabrication a été réalisée par le chantier Multiplast.

III.3 La route du Rhum

Depuis 1976, tous les quatre ans, la route du Rhum est un des grand rendez-vous des courses au Large. Pour la première édition, Mike Birch sur son petit trimaran jaune (Olympus) coiffe sur le fil en (23J 6h 59'35s) le grand monocoque de Michel Malinovski (Kriter).

Cette course a successivement été remportée par Marc Pajot en 1982 (Elf Aquitaine,18j 1h 38' 00), Philippe Poupon en 1986 (Fleury Michon VIII, 14j 15h 57' 15s), Florence Arthaud en 1990 (Trimaran Pierre 1er , 14j 10h 08' 28s), Laurent Bourgnon en 1994 (Primagaz, 14j 06h 28' 29s) et 1998 (Primagaz, 12j 08h 41' 6s). La route du Rhum 2002 a été remportée par Michel Desjoyeaux (13j 7h 53'). Le record de vitesse de la traversée établi par Laurent Bourgnon en 1998 n'a pas été amélioré lors de la dernière course.

La route du Rhum 2002 a été marquée par une tempête effroyable les 12 et 13 novembre 2002 qui a ravagé l'ensemble de la flotte des trimarans à l'exception de trois à savoir *Géant, La Trinitaine, Banque Populaire*. Michel Desjoyeaux (*Géant, Architectes Marc Van Peteghem et Vincent Lauriot-Prévost, chantier CDK*) est sorti vainqueur de cet affrontement devant Marc Guillemot (*La Trinitaine, Architecte, Nigel Irens, chantier Multiplast-Carat*) et Lalou Roucarol (*Banque Populaire, Architecte Marc Lombard, chantier CDK*).

Nous avons proposé en 2002 un modèle éléments finis destiné à valider les modifications structurelles de ce trimaran Banque Populaire avant la course du Rhum. Ce modèle a permis d'étudier les solutions technologiques de renforcement afin de valider les marges de sécurité de la liaison flotteur coque centrale.



Figure 3. Trimaran de 60 pieds BP3 « Banque Populaire ».

III.4 Les efforts hydrodynamiques

III.4.1 La progression dans la houle

La détermination des efforts hydrodynamiques sur un navire multicoque soumis à la houle est indispensable pour effectuer un dimensionnement réaliste (Price et Bishop 1974, Molin 2002,2004 Faltinsen 1990). En effet, le dimensionnement du navire est directement lié aux pressions locales exercées sur ses flotteurs. Dans le cas d'un voilier multicoque constitué de matériaux sandwich à peaux stratifiées carbone époxy, toute la structure participe à la résistance de l'ensemble et un dimensionnement précis de la plate-forme doit être effectué. Les sorties du code de calcul de diffraction-radiation Aquadyn ont été modifiées pour pouvoir être utilisées comme données d'entrée du programme d'éléments finis Samcef de la societe Samtech. Les pressions totales exercées sur les coques sont données a chaque instant par Aquadyn (Delhommeau 1987) et les contraintes dans la structure sont calculées à l'aide du logiciel éléments finis Samcef. Ces logiciels permettent de réaliser les simulations des voiliers en considérant un couplage faible entre le fluide et la structure (Delhommeau *et al*. 1980, 1981, Peseux 1989, Gornet *et al*. 2004).

III.4.2 Les surfaces portantes

Dans cette partie, nous rappelons les actions mécaniques créées par les dérives et les foils. Ces appendices sont largement utilisés sur les voiliers de courses et les efforts mécaniques induits sont parfois méconnus. Lorsque l'eau s'écoule sur une surface portante avec un certain angle d'incidence avec la direction de l'écoulement, la pression diminue sur la face supérieure et augmente sur la face inférieure du profil. La force appliquée par le fluide à la surface portante résulte de cette différence de pression. L'optimisation des profils est généralement réalisée afin d'obtenir une faible traînée et une forte portance. L'angle d'incidence du profil par rapport à

l'écoulement est l'angle compris entre la corde du profil et la direction de l'écoulement. Il convient de noter qu'un angle d'attaque nul produit de la portance sur un profil non symétrique. La conception de Safran en composite repose généralement sur des profils classiques NACA 64-12 et 64-021 pour la dérive et le trimer (Sponberg 2000). Le problème de la cavitation de foil est décrit dans (Astolfi 2000). Les écoulements autour des profils sont classiquement déterminés en supposant le fluide incompressible avec ou sans possibilité de turbulence.

Rappelons ainsi que les foils courbes proposés par Marc Lombard sur le Sopra Group et le BP3 ont été adoptés par un grand nombre de trimaran de la classe ORMA. Ce gain de puissance et de vitesse a naturellement entraîné des évolutions dans les efforts hydrodynamiques des bras de liaison des trimarans.

En conséquence, les échantillonnages des bras de liaisons du trimaran BP3 ont dû être renforcés avant la route du Rhum 2002 (Messager 2003, Gornet *et al*. 2004). En 2003, lors du challenge Mondiale Assistance, une étude de la cause de la dégradation du nouveau bras de liaison a été menée en collaboration avec l'architecte Marc Lombard en temps réel (Gornet, Marckmann 2003). Le voilier initialement en tête de la course a fini troisième après avoir réparé en mer. Le modèle éléments finis mixte, développé afin de déterminer précisément les efforts dans le bras du voilier, est présenté figure 4. Le modèle éléments finis est constitué de poutres à cinématique de Timoshenko associées à des éléments coques de Mindlin.

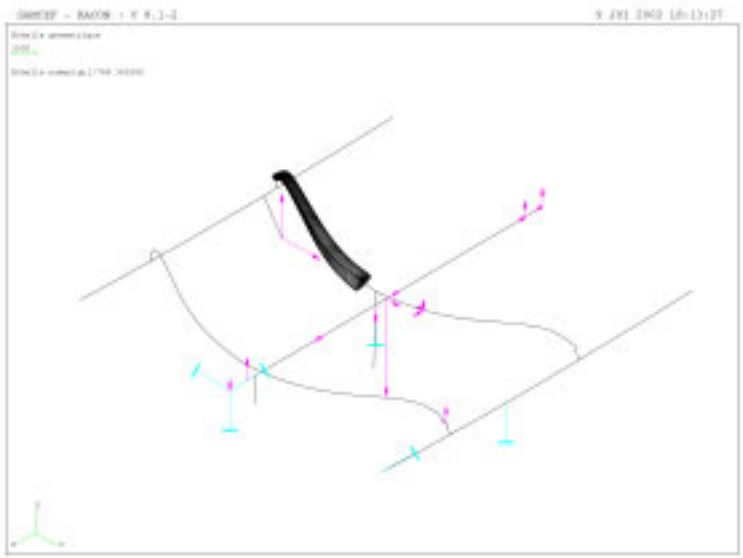


Figure 4. Maillage éléments finis du Trimaran de 60 pieds BP3 « Banque Populaire » lors des réparations menées en vue de la route du Rhum 2002.

III.4.3 Impacts hydrodynamiques

La modélisation d'un impact hydrodynamique sévère sur un navire rapide est actuellement un problème ouvert. En effet, dans des conditions de mer sévère, lorsqu'il se produit des mouvements de fortes amplitudes du navire, les efforts prépondérants à considérer sont dus aux pressions d'impact classiquement nommées pressions de « slamming ». Lors de l'impact d'une carène sur l'eau, les pressions dynamiques peuvent être suffisamment importantes pour créer des endommagements susceptibles de mettre en péril l'intégrité de la structure. Dans le cas des voiliers multicoques, les impacts répétés des vagues sur les carénages inférieurs des bras de liaisons génèrent parfois des endommagements des structures sandwich.

Les travaux de recherches concernant la modélisation du phénomène de slamming sont réalisés sous l'hypothèse d'un fluide parfait impacté par un solide rigide à vitesse constante. Ces simplifications permettent alors d'obtenir des solutions asymptotiques (Cointe, 1987). Des études simplifiées (J. Kvalsvold *et al.,* 1995) montrent que les contraintes dans la matière sont fortement influencées par les caractéristiques élastiques de la coque.

Les travaux de thèse de B. Donguy ont permis une meilleure modélisation du problème de l'impact hydrodynamique et des phénomènes d'interaction fluide–structure en considérant des corps déformables métalliques (Donguy 2002). Ma collaboration à ces travaux de thèse m'a permis d'effectuer un premier pas dans la simulation de l'impact hydrodynamique traité par un couplage fort entre les équations des modèles « fluide » et « structure » (de Langre 2001). Ces travaux ont fait l'objet de trois conférences internationales (Donguy *et al*. 2001, Tourbier *et al*. 2002 et 2003) et une nationale (Donguy *et al*. 2001). Les outils numériques développés sous Cast3M ont été validés par une approche similaire développée à l'ENSIETA-DGA de Brest sous Abaqus (Constantinescu *et al*. 2004).

Une des difficultés propres au problème de l'impact hydrodynamique est la détermination de la surface mouillée du corps qui est a priori une inconnue. La méthode des tranches de (Faltisen et Zhao 1991) a été appliquée par (Hermundstad *et al*. 1999) à l'impact sur des voiliers monocoques et multicoques. Il existe quelques solutions analytiques en bidimensionnel ou en axisymétrique pour la détermination de cette surface mouillée (Wilson 1989, Faltinsen et Zhao 1997). Dans le cas tridimensionnel, le problème asymptotique, doit être résolu numériquement. La formulation numérique utilisée par (Donguy 2002) permet de déduire les pressions et les forces s'exerçant sur le corps lors de l'impact respectivement par application de l'équation de Bernoulli linéarisée et par l'intégration de cette pression sur la zone de contact fluide-structure (Donguy 2002, Tourbier *et al*. 2002). L'impact de dièdres et de cônes a permis de valider l'approche numérique du couplage fort entre le fluide et la structure par rapport à des solutions analytiques.

Il convient de rappeler que le Slamming reste un phénomène important qui est classiquement pris en compte dans le calcul des vedettes rapides à l'aide de règlements normatifs (DNV 1999). On trouve cependant peu d'articles concernant les techniques de simulation de cet effet sur les navires multicoques (Erling et Moan 2000). La simulation élément finis de catamaran à moteur est présentée dans (Ojeda 2004). Les chargements subis par les navires sont généralement établis à partir des règlements établis par les sociétés de classification (Masson 1997, DNV 2001, Besnier 2004).

III.5 Dimensionnement d'un catamaran

Les catamarans de course de plus de 110 pieds étudiés au Laboratoire sont construits en matériaux composites sandwich. En service, leur plate-forme est principalement soumise à des sollicitations de type flexion ou torsion. Ces voiliers sont constitués de sandwichs composés d'âmes Nomex® et de peaux en carbone époxy. L'assemblage est réalisé par collage à l'aide de résine compatible avec les matériaux en présence. Les peaux sont généralement constituées de matériaux composites stratifiés en carbone époxy. Ces structures sandwich ont une grande rigidité en flexion et torsion. L'âme de la structure sandwich résiste principalement aux contraintes de cisaillement, de traction et de compression hors plan, les peaux inférieures et supérieures supportent quant à elles les efforts dans leur plan. Les peaux résistent principalement aux contraintes de traction et de compression induites par les moments de flexion. Elles doivent également résister à des flambements locaux qui peuvent être générés par des impacts hydrodynamiques. L'âme doit résister aux contraintes de cisaillement issues du glissement des deux peaux sous l'action des chargements.

III.5.1 Les efforts sur la structure

La validation de la conception d'un maxi catamaran repose sur une connaissance précise des sollicitations sur le voilier et des caractéristiques mécaniques des âmes et des matériaux composites carbone époxy le constituant. Les efforts extérieurs auxquels la structure du voilier est soumise sont dus au vent et aux forces d'origine hydrodynamique.

À l'arrêt, lorsque le voilier est posé sur l'eau, il est soumis à l'équilibre de deux forces, celle de la pesanteur, dont la résultante est appliquée au centre de gravité, à laquelle s'oppose la force hydrostatique appliquée au centre de carène. La force propulsive d'origine vélique générera une force de résistance d'origine hydrodynamique sur les coques et appendices du voilier. L'ensemble mât-grément-voilure soumis aux effets du vent joue le rôle du moteur. Les coques assurent la flottabilité et sont soumises aux efforts hydrostatiques, hydrodynamiques et d'anti-dérive. Les bras de liaison qui solidarisent les deux coques doivent être étudiés de façon très précise car c'est par ces éléments de liaison que transitent les efforts issus de la propulsion vers les coques en appuis sur la mer. Le dimensionnement précis de cette partie du voilier est capital pour sa durabilité mais

également pour sa compétitivité. En effet, le rapport entre le poids (« déplacement ») et la puissance vélique est un critère essentiel pour que les performances demeurent intéressantes dans toutes les conditions de vent et de mer qui seront rencontrées. Dans nos études, les efforts d'origine vélique sont directement appliqués sur le maillage du voilier. Dans la réalité, les écoutes et les drisses sont accrochées sur le pont via des winches de manœuvre et renvoyées par des systèmes constitués par des poulies. L'action du vent dans les voiles se traduit par des efforts appliqués sur les coques ou sur les bras de liaison. Les efforts suivants doivent être pris en compte : efforts de traction dans l'étai, efforts de traction dans les haubans au vent, efforts de compression en pied de mât, efforts d'anti-dérive hydrostatique qui s'oppose aux efforts de dérive vélique.

L'oscillation permanente de la surface de la mer est communément appelée la houle (Molin 2002). Elle est une conséquence de l'action du vent sur l'eau. L'échelle de Beaufort donne une relation empirique entre la vitesse du vent et la hauteur observable des vagues (Gornet *et al*. 2004) L'oscillation de la surface libre se propage à une célérité qui dépend à la fois de la période de l'onde et du rapport de l'onde à la profondeur de l'océan. La plus grande partie de l'énergie contenue dans la houle correspond à des périodes comprises entre une à trente secondes. En conséquence, le voilier doit être dimensionné en tenant compte de la distribution des pressions sur les coques dans la houle. Les pressions sont établies à partir du logiciel Aquadyn (Delhommeau 1987).

III.5.2 Description du modèle éléments finis

Le modèle Eléments Finis du catamaran Code B1 a été réalisé à partir des fichiers DAO (Gornet, Marckmann 2003). Il est constitué principalement d'éléments finis coques multicouches. Le modèle est constitué de 57 355 éléments de coques « composite » (figure 5). Ces éléments sont fondés sur la cinématique de coque proposée par E. Reissner et R.D. Mindlin pour les matériaux homogènes isotropes épais. Le modèle comporte 288395 degrés de liberté qui s'appuient sur de 164837 nœuds. Il existe plus de 600 zones de stratification qui évoluent continuellement sur les coques et les bras du voilier afin d'optimiser sa conception. Les flotteurs, les bras, la poutre avant, le longeron, la martingale et les dérives ont été retenus dans le modèle éléments finis. Les structures internes et les différentes ouvertures des cabines, trappes de visite et les puits de dérive sont également pris en compte. Les coques et les bras sont raidis par un ensemble complexe de cloisons de planchers et de lisses.

Un grand nombre de cas de chargements est évalué afin de créer une structure optimisée vis-à-vis des différentes possibilités de configuration de navigation. Dans la suite, des illustrations issues du dimensionnement du voilier dans la houle sont présentées les figures 5 à 9.



Figure 5. Maillage éléments finis coques du Code B1 (plan Ollier).

III.5.3 Dimensionnement dans la houle

Pour réaliser le dimensionnement d'un voilier multicoque dans la houle, on considère que le navire avance dans une houle orientée suivant sa diagonale. La longueur d'onde de la houle critique correspond à la diagonale du voiler. Dans le cas du « code B1 », cette diagonale correspond à une houle de période 5,03s. L'amplitude de cette houle doit être compatible avec la vitesse d'avancement du catamaran. Les pressions hydrodynamiques correspondant à cette configuration sont calculées à l'aide du logiciel Aquadyn. Les phases de la houle sont imposées sur la structure du voilier afin de valider le dimensionnement des structures (figure 6). Ce type de chargement proposé par l'Ecole Centrale est à rapprocher des cas de chargements conventionnels présentés par Det Norske Veritas (DNV 1999). Le critère de Tsai est présenté sur l'ensemble de la structure lors d'une avancée du voilier dans la phase de houle la plus dimensionnante (figure 7). Les contraintes de cisaillement dans les âmes Nomex des deux bras du Catamaran sont présentées sur les figures (8 et 9). Le voilier présente un critère relativement uniforme à l'exception de quelques zones fortement localisées. Ce type de simulation permet à l'équipe de conception de valider l'optimisation de l'échantillonnage de la structure.

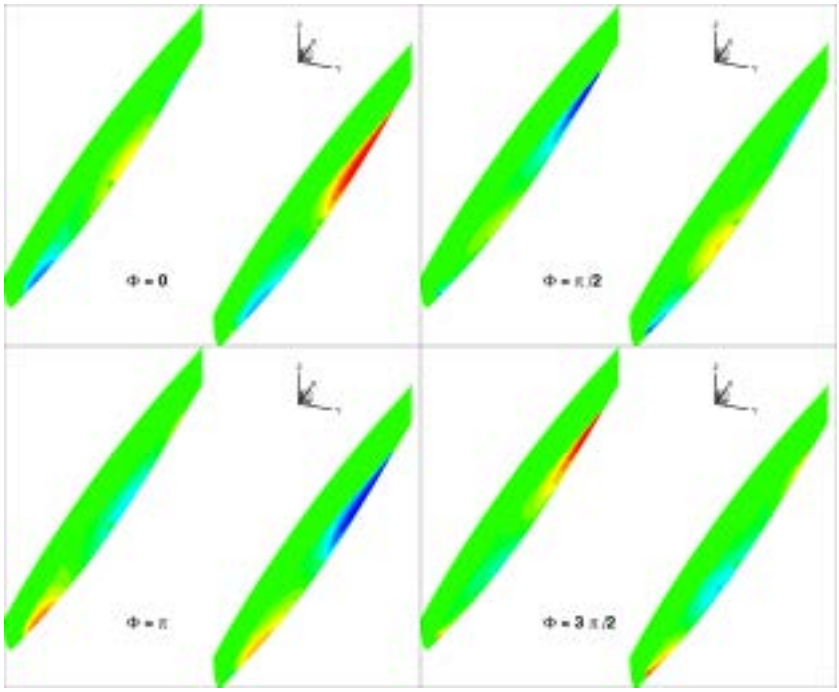


Figure 6. Distribution des pressions sur la coque du catamaran Code B1 pour différentes phases de houle.

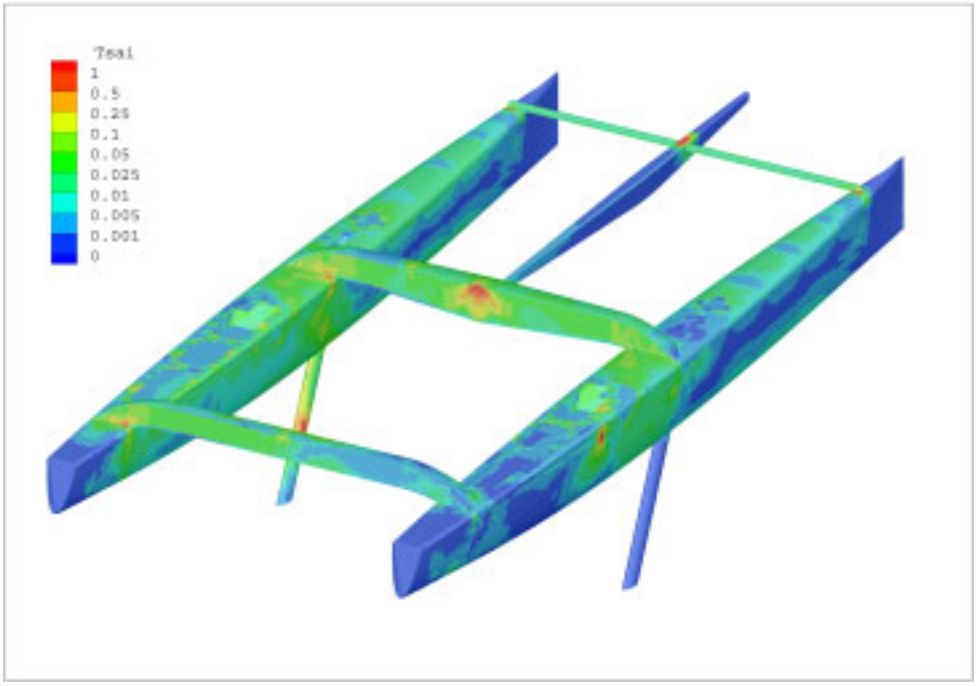


Figure 7. Distribution du critère de Tsai maximum lors de l'avancée dans la houle diagonale.

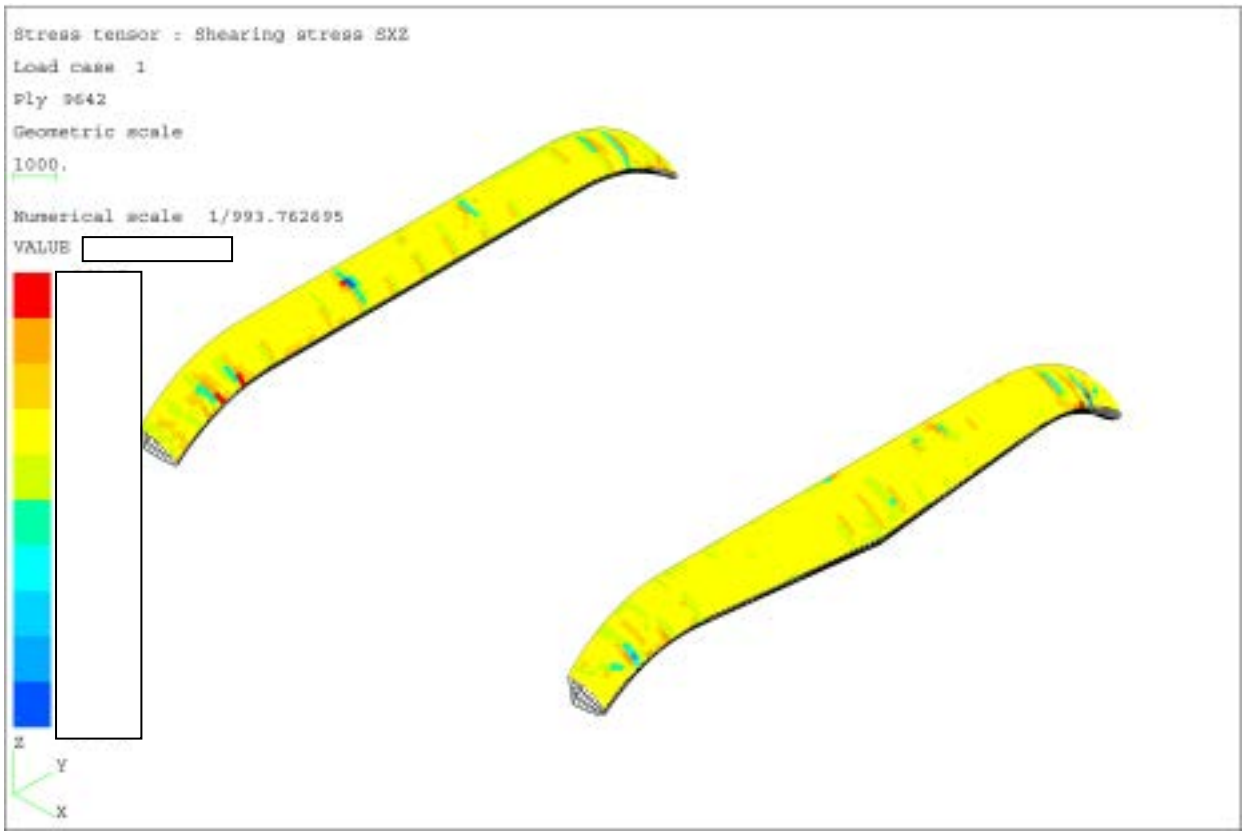


Figure 8. Distribution de la contrainte σ_{13} dans le Nomex de carénage

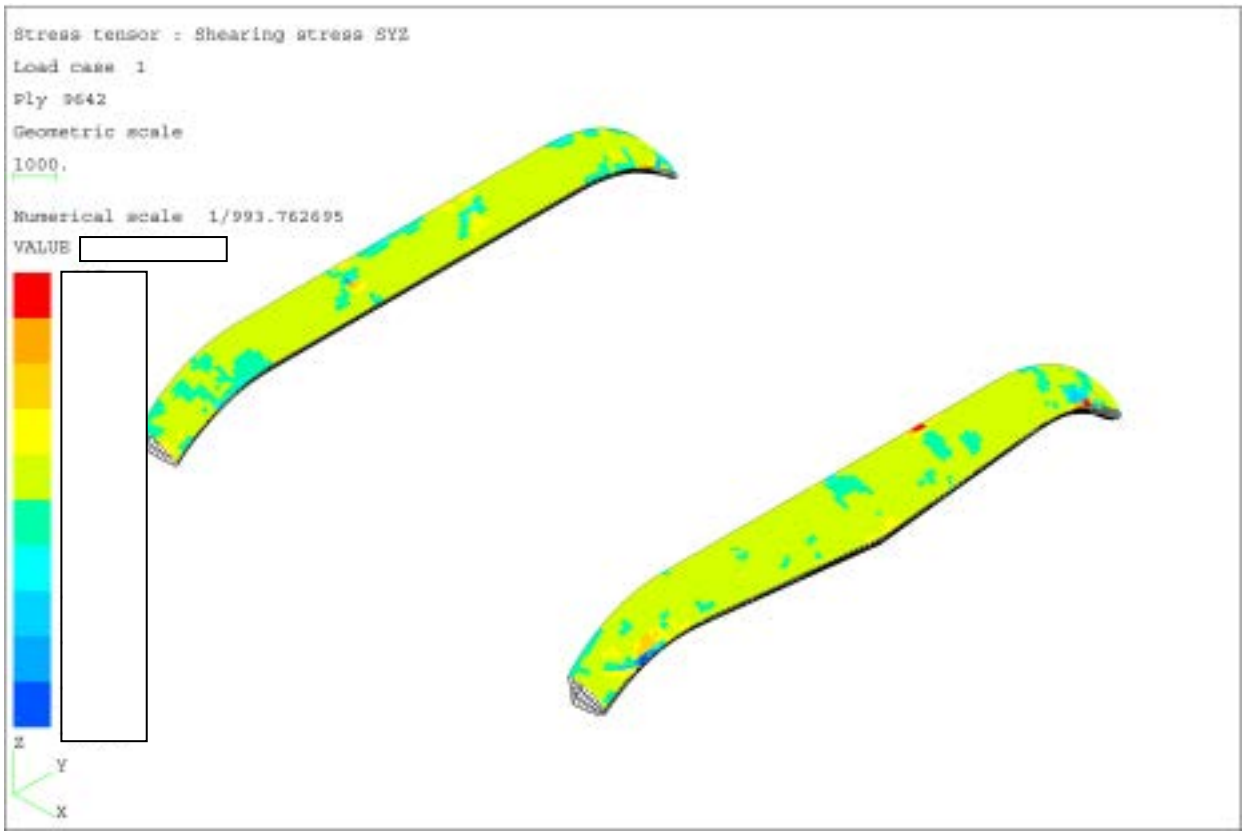


Figure 9. Distribution de la contrainte σ_{23} dans le Nomex de carénage

III.6 Renforcement d'un bras de trimaran

III.6.1 Renforcement par pontage

Les stratifiés en carbone époxy constituant les peaux des structures sandwich doivent résister à des flambements locaux qui peuvent être crées par des chargements mécaniques ou des impacts hydrodynamiques. L'âme doit quant à elle résister aux contraintes de cisaillement provoquées par le glissement des deux peaux sous l'action des multiples chargements. Une rupture en cisaillement de l'âme générera un mouvement indépendant des peaux qui conduira à terme à des flambements locaux et à leurs destruction. Dans cette partie, le modèle éléments finis tridimensionnel et homogénéisé du renforcement en cisaillement hors plan du panneau sandwich par un pontage local des peaux en carbone époxy est présenté figure 10.

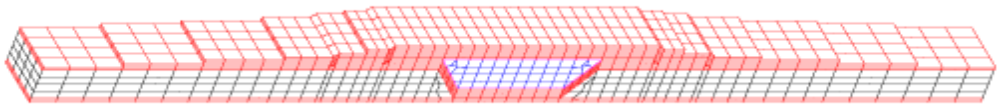


Figure 10. Modèle élément finis tridimensionnel d'un renforcement en cisaillement par pontage.

Les pontages sont des renforcements locaux qui ont été employés notamment pour les bras de trimaran de 60 pieds. Les structures internes d'un bras de liaison sont présentées sur la figure 11 par l'architecte Vincent Lauriot-Prévost. Ce document fait suite aux réunions des architectes après la course du Rhum 2002 (Blériot 2003). Ce type de solution employée sur les voiliers est considéré comme un renforcement classique. La figure 10 représente un modèle éléments finis tridimensionnel de pontage dont la zone milieu est constituée d'une âme en mousse. Ces mousses sont très élastiques avec un faible module de cisaillement et ne se rompent généralement pas de façon catastrophique sous des sollicitations de cisaillement. Il convient de noter cependant que la mousse est beaucoup plus dense que le nid d'abeilles et son manque de stabilité en température limite son utilisation. Sur la figure 10, les peaux en carbone sont reconstituées à partir d'une reprise en scarf. La modélisation des modes de rupture d'un scarf a fait l'objet de nombreux travaux scientifiques (Charalambides *et al.*, 1998). La rupture d'une reprise en scarf est généralement dûe à une forte contrainte de pelage (Brink *et al.* 1997).

L'influence du renforcement en cisaillement créé par un pontage, sur le comportement du sandwich, peut être évaluée en utilisant l'homogénéisation du milieu tridimensionnel (figure 10). Les caractéristiques mécaniques de la plaque de Love-Kirchhoff équivalente (Caillerie 1984) sont déterminées par homogénéisation de la structure tridimentionnelle hétérogène afin de vérifier les couplages mécaniques créés par le pontage et la reprise en scarf de plusieurs peaux (Gornet *et al.* 2004).

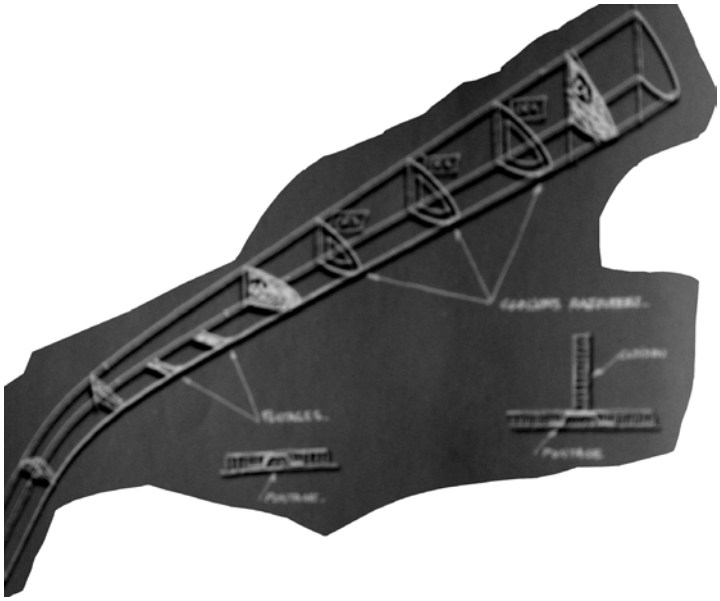


Figure 11. Structure interne d'un bras de liaison d'un trimaran de 60 pieds renforcé par des pontages. Illustration de l'architecte Vincent Lauriot-Prévost.

En effet, les couplages peuvent favoriser l'émergence de mode de flambement qui font l'objet de nombreuses études pour les matériaux métalliques ou composites (Kee Palk *et al.* 1998, Librescu et Hausse 2000,). Cette méthode a été utilisée récemment sur des plaques sandwich classiques (Bourgeois 1997, Buannic *et al.* 2003, Hohe 2003).

Le comportement mécanique de la plaque équivalente est évalué par la résolution de six problèmes élémentaires dont les chargements sont des déformations homogènes imposées sur le contour du VER du pontage (figure 10). La formulation d'un problème d'homogénéisation a été présentée dans le deuxième chapitre (cf. Chapitre 2). Le VER considéré n'est périodique que dans une seule direction, les conditions de périodicité traduisent l'invariance de la structure dans cette direction. L'application du champ de déplacement suivant pour les six cas élémentaires de chargement permet de reconstruire par combinaison linéaire le comportement plan de la plaque homogénéisée.

$$u = E^M_{11} y_1 + \frac{1}{2} E^M_{12} y_2 + y_1 y_3 E^F_{11} + \frac{1}{2} E^F_{12} y_2 y_3 + u_{per}$$

$$v = E^M_{22} y_2 + \frac{1}{2} E^M_{12} y_1 + y_2 y_3 E^F_{22} + \frac{1}{2} E^F_{12} y_1 y_3 + v_{per}$$

$$w = -\frac{1}{2} E^F_{11} y_1^2 - \frac{1}{2} E^F_{22} y_2^2 - \frac{1}{2} E^F_{12} y_1 y_2 + w_{per}$$

Les conditions de périodicité sont prises en compte à l'aide de relations linéaires (cf. Chapitre 2). Dans la base globale $\vec{x},\vec{y},\vec{z}$. On pose la relation de comportement des plaques équivalentes de Love-Kirchhoff sous la forme suivante.

$$\begin{Bmatrix} \{\bar{N}\} \\ \{\bar{M}\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [\bar{A}] & [\bar{B}] \\ [\bar{B}] & [\bar{D}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\bar{\gamma}\} \\ \{\bar{\chi}\} \end{Bmatrix}$$

où γ représente les déformations de membrane et χ représente celles de courbure. Les expressions des efforts généralisés s'écrivent :

$$\{\bar{N}\}^T = \{N_{11}, N_{22}, N_{12}, M_{11}, M_{22}, M_{12}\} \qquad \{\bar{\gamma} + y_3 \bar{\chi}\}^T = \{E_{11}^M, E_{22}^M, E_{12}^M\} + y_3 \{E_{11}^F, E_{22}^F, E_{12}^F,\}$$

Dans le cas d'une structure stratifiée de façon quelconque, il existe un couplage entre le comportement mécanique membranaire et le comportement de flexion et de torsion. Ce couplage est dû à la matrice $[\bar{B}]$.

La structure sandwich de base est constituée d'une âme en Nomex® et de deux peaux en tissu carbone époxy à deux directions de renforcement. Elle possède un comportement de plaque homogénéisée avec un couplage faible qui s'écrit sous la forme suivante.

$$[\bar{A}] = \begin{bmatrix} 5.355\,10^5 & 0 & 0 \\ 0 & 2.398\,10^7 & 0 \\ 0 & 0 & 1.765\,10^7 \end{bmatrix}, [\bar{B}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1.5556\,10^1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$[\bar{D}] = \begin{bmatrix} 1.534\,10^6 & 0 & 0 \\ 0 & 9.761\,10^4 & 0 \\ 0 & 0 & 7.53\,10^3 \end{bmatrix}$$

La structure sandwich renforcée par un pontage et par une âme en mousse possède un comportement de plaque homogénéisée plus fortement couplé que la structure initiale.

$$[\bar{A}] = \begin{bmatrix} 8.299\,10^5 & -2.57\,10^6 & 0 \\ -2.57\,10^6 & 5.225\,10^7 & 0 \\ 0 & 0 & 3.297\,10^7 \end{bmatrix}, [\bar{B}] = \begin{bmatrix} 3.514\,10^1 & 0 & 0 \\ -7.062\,10^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$[\bar{D}] = \begin{bmatrix} 5.413\,10^6 & 0 & 0 \\ 0 & 5.347\,10^3 & 0 \\ 0 & 0 & 1.079\,10^4 \end{bmatrix}$$

La résistance au cisaillement hors plan est fortement accrue par la présence du pontage des peaux et la détermination précise du comportement mécanique d'une réparation ne peut être réalisée que par une approche fine du comportement mécanique de chacun des constituants (tissus, âmes).

III.7 Bibliographie

Astolfi, JA, Leroux JB, Dorange P., JY Billard, Deniset F., De la Fuente S. (2000). An experimental investigation of cavitations incertitude and development on a two dimensional hydrofoil. *Journal of Ship Research*, 44,2, pp. 259-269.

Bertram V. (2000). Practical Ship Hydrodynamics, *Butterworth Heinemau*.

Besnier F. (2004). Simulation numérique et conception des structures de grands navires, *Journées AUM/AFM Brest 2-3, Cd-Rom*.

Blériot J. (2003). Le front commun des architectes, *CourseAuLarge*, 5, pp. 52-57.

Bourgois S. (1997). Modélisation numérique des panneaux structuraux légers, *Thèse de Doctorat, Université de méditerranée*, Aix-Marseille II.

Brink D.D., Levi C. G., Cocks A.C.F., Leckie F. (1997). The role of scarf angle in the performance of aluminum matrix composite Joint, *Acta metallurgica*, 45, 7, pp. 2765-2775.

Buannic N., Cartraud P., Quesnel T (2003). Homogenization of corrugated core sandwich panels, Composite Structures, Volume 59, Issue 3, pp. 299-312.

Carpentier P., (2003). B1 The Cata, *course au Large*, 8, pp. 78-81.

Charalambides M.N., Kinloch A.J., Matthews F.L. (1998). Adhesively-bonded repairs to fiber-composite materials II : Finite Element modeling. *Composite Part A*, Elsevier, pp. 1383-1396.

Constantinescu A., Neme A., Bertram V., Doutreleau Y., Moyne S. Peseux B. (2003). Finite element simulations of dihedral and conical shell structures in slamming flow Induced Vibration, Paris.

Donguy B. (2002). Étude de l'interaction fluide structure lors de l'impact hydrodynamique, *Thèse Ecole Centrale Nantes, Université Nantes*.

Donguy B., Fontaine E., Peseux B., Scolan Y-M, Gornet L. (2001). Modélisation numérique tridimensionnelle de l'impact hydrodynamique, *Huitième journées de l'hydrodynamique 5-7 mars 2001, Nantes*, pp. 355-374.

Delhommeau G. Peseux B., Quevat J.P. (1980). Calcul des efforts dans les bras de liaison d'un multicoque. *L'Hydroélasticité – Journées d'automne GAMNI-ENSM, Nantes.*

Delhommeau G. Peseux B., Quevat J.P. (1981). Natural frequencies of immered plates evaluated by mixed a method. Finite element and boundary integral method. *Inter Conf. On numerical methods for coupled problems, Swansea*.

Delhommeau G. (1987). Les problèmes de diffraction-radiation et de résistance de vagues : étude théorique et résolution numérique par la méthode des singularités. *Thèse de doctorat ès sciences ENSM Nantes*.

DNV (1999). Rules for classification of high speed and light crafts, *Det Norske Veritas rules*.

DNV (2001). Fatigue assessment of ship structures, classification notes 30.7. *Det Norske Veritas rules*.

Erling S., Moan T. (2002). Analysis of global load effects in catamarans, *Journal of Ship Reserch*, 46, 2, pp.81-91.

Faltinsen O. (1990). Sea Loads on Ships and Offshore Structures. Cambridge University.

Faltinsen O., Zhao R. (1991). Flow predictions around hight-speed ships in wave, Proc Math *Appl. Hydrodyn Soc*., pp. 265-288.

Gilles D. (2001). Gilles Ollier, un architecte composite, *Bateaux*, 514, pp. 98-102.

Hohe J. (2003). A direct homogenization approach for determination of the stiffness matrix for micro plates with application to sandwich panels, *Composite Part B*, pp. 615-626.

Kvalsvold J., Faltinsen O. (1995). Hydroelastic modeling of wet deck slamming on multiple vessels, *Journal of Ship Research*, 39, 3, pp. 225-239.

Kee Palk J., Thayamballi K., Eel Park, Y. (1998). Local buckling of stiffeners in ship plating, *Journal of ship research*, 42, 1 pp.56-67.

De Langre E. (2001). Fluides et Solides, *Les éditions de l'Ecole Polytechnique*.

Librescu L., Hausse T. (2000). Recent developments in the modeling and behavior of advance sandwich constructions: a survey, *Composite Structures*, 48,pp. 1-17.

Masson J.C. (1997). Evaluation par le calcul du comportement mécanique des structures navales. *Proc. 3ième colloque en Calcul des structures, Giens*

Messager S. (2003). Lalou Roucayrol, Troisième « seulement » du Rhum 2002, *Ouest France 17 Janvier*.

Molin B. (2002). Hydrodynamique des structures offshore, Tecnips.

Molin B. (2004). Les effets non-linéaires en intéractin houle-structure et leur modélisation. *Journées AUM/AFM Brest 2-3, Cd-Rom*

Ollier G. (2001). Par leur technologie, les bateaux se rapprochent des avions. *La tribune 17 Octobre 2001*.

Ollier G., Oudin H., Peseux B., Quevat JP. (1988). Les catamarans de course et les matériaux composites. La construction Navale et les matériaux composite, Nantes, 16-18 Mars, *colloque Ifremer*, 7, pp. 211-222.

Ojeda, R., Gangadhara Prusty B., Salas M. (2004). Finite element investigation on the static response of a composite catamaran under slamming loads, Ocean Engineering 31, pp.901-929.

Peseux B. (1989). Contribution à l'étude de structures partiellement ou totalement immergées en matériaux homogène ou composite, *Thèse de doctorat ès sciences ENSM Nantes*.

Price W.G., Bishop R.E.D. (1974). Probabilistic theory of ship dynamics. *Halsted Press.*

Spondberg E.W. (2000). Project Amazon : an open class 60 Sailboats for single-handed Round-the-World racing, *Marine Technology*, 37, 2, pp. 65-78.

III.8 Références du chapitre III

III.8.1 Articles dans des revues à comité de lecture ou dans des ouvrages de synthèse

« ***Interactions modèles expériences sur des âmes nids d'abeilles Nomex® : application au design d'un voilier multicoque de course océanique***», *Dialogue essais calculs dans les structures hétérogènes, (L. Gornet, G. Marckmann, G.Ollier), soumis Revue des composites et des matériaux avancés.*

«***Détermination des coefficients d'élasticité et de rupture des âmes nids d'abeilles : homogénéisation périodique et simulations éléments finis»,*** *Mécanique et Industries*, A paraître 2004 *(L. Gornet, G. Marckmann, M. Lombard).*

III.8.2 Congrès internationaux avec actes.

« ***Numerical modellingof the three dimensional slaming problem*** » *ASME Confernce, 5th FSI, AE & FIV New Orleans Nov. 2003. (M. Tourbier, B. Donguy, B. Peseux, L. Gornet).*

« ***Modeling and simulation of the three dimensional hydrodynamic impact»,*** *PVP-ASME, Vancouver 2002. (M. Tourbier, B. Donguy, B. Peseux, L. Gornet).*

« ***Three-Dimensionnal Hydroelastic Water Entry : Preliminary Results»,*** *11th international Offshore and Polar Engineering Conference (ISOPE2001), June 2001. Volume IV, 2001 (ISBN 1-880653-55-9), Copyright © 2001 by International Society of Offshore and Polar Engineers, Cupertino, California, USA. All Rights Reserved (B. Donguy, B. Peseux, L. Gornet, E. Fontaine).pp. 324-321..*

« ***Damage Modelling and Predictions of Carbon-Epoxy Laminate used on Race Multihull Sailboats*** » *SimOuest 29-30, Ecole Centrale Nantes Novembre 2000.* **(***L. Gornet, G. Marckmann, J. Royer, B. Peseux, G. Ollier).*

III.8.3 Congrès nationaux avec actes.

«***Simulations multi-échelles dédiées à la réparation des voiliers de courses constitués d'âmes Nomex®»****. 14èmes Journées Nationales sur les Composites. A paraître 2004, (L. Gornet ,G. Marckmann).*

« ***Interactions modèles expériences sur des âmes nids d'abeilles Nomex® : application au design d'un voilier multicoque de course océanique****», GST organisée ONERA et EVIL Blois, Dialogue essais calculs dans les structures hétérogènes, 25-26 mars 2004, (L. Gornet, G. Marckmann, G.Ollier) cf. article soumis*

« ***Modélisation numérique tridimensionnelle de l'impact hydrodynamique »,*** *Huitième journées de l'hydrodynamique 5-7 mars 2001, Nantes. (B Donguy., E. Fontaine,B. Peseux, Y-M Scolan, L. Gornet). pp. 355-374*

Rapports contractuels, MULTIPLAST (Gilles Ollier Design Team): 4

« ***Dimensionnement du Catamaran code B1 ORANGE II»,*** *2003. (L. Gornet, Gilles Marckmannt) www.multiplast-yachts.com*

« ***Comportement mécanique du pli élémentaire de stratifiés carbone époxy à usage nautique »,*** *2000. (L. Gornet) www.multiplast-yachts.com*

« ***Essais de compression du carbone époxy utilisé sur le mât d'ORANGE »,*** *2002. (L. Gornet)* ***Note Technique MULTIPLAST 2002.***

« ***Expertise de la rupture du mât du catamaran transocéanique ORANGE »,*** *2002. (L. Gornet) www.multiplast-yachts.com*

Rapports contractuels, avec Banque Populaire, Marc Lombard et CDK : 5

« ***Analyse par éléments finis du bras avant du trimaran Banque Populaire 3 : vérification de l'échantillonage »,*** *2002. (G. Marckmann, L. Gornet)*

« ***Analyse par éléments finis du bras avant du trimaran Banque Populaire 3 : réparation pour la course du Rhum 2002»,*** *2002,. (G. Marckmann, L. Gornet)*

« ***Analyse des nids d'abeilles Nomex : influence de la hauteur»,*** *2003,* ***Note Technique Lombard 2003.*** *(L. Gornet).*

«***Analyse éléments finis de l'endommagement du bras du voilier BP3 challange Mondial Assistance»,*** *2003, (L. Gornet, Gilles Marckmann), Note Technique Banque Populaire 2003.*

« ***Analyse de défauts sur des mats de 60 Pieds»,*** *Note Technique Desjoyeaux CDK. (L. Gornet).*

CHAPITRE IV :
MODELISATION ET SIMULATION DU COMPORTEMENT DES ELASTOMERES

Cette partie porte sur les deux modèles de comportement élaborés pour l'étude des structures élastomères soumises à des chargements de fatigue. Le premier modèle est établi à partir de la mécanique de l'endommagement et le second à partir de la théorie de l'altération de réseau. Ces modèles sont mis en oeuvre dans le code éléments finis ABAQUS afin de simuler le comportement des structures en élastomères destinées à des fonctions anti-vibratoires. Ces travaux sont réalisés pour mieux comprendre les phénomènes de fatigue survenant dans ces structures.

CHAPITRE IV : ***70***

MODELISATION ET SIMULATION DU COMPORTEMENT DES ELASTOMÈRES ***70***

IV.1 Introduction **71**

IV.2 Les caoutchoucs **72**

IV.3 La mécanique de l'endommagement **73**

IV.4 Modèle hyperélastique avec endommagement **74**

IV.4.1 Formulation thermodynamique 74
IV.4.2 Forme intégrée du comportement 76
IV.4.3 Identification de l'effet Mullins 77
IV.4.4 Densités d'énergie et simulations éléments finis. 79

IV.5 Modèle hyper élastique moléculaire avec altération de réseau **81**

IV.6 Bibliographie **85**

IV.7 Travaux scientifiques du chapitre IV **87**

IV.7.1 Articles dans des revues à comité de lecture ou dans des ouvrages de synthèse 87
IV.7.2 Communications à des congrès à comité de sélection et avec actes publiés 87
IV.7.3 Congrès nationaux avec actes 87

IV.1 Introduction

Dans le domaine automobile, les suspensions moteur, les suspensions de ligne d'échappement, et les liaisons au sol sont les principaux éléments antivibratoires en caoutchouc qui doivent être validés sous des chargements de fatigues. Les industriels concepteurs et fabricants de pièces élastomères sont contraints de travailler de plus en plus vite sous la pression de leurs donneurs d'ordre. Ils disposent de moins en moins de temps pour déterminer la tenue mécanique à long terme des matériaux et des structures par des études expérimentales. En conséquence, la simulation de la tenue en fatigue des structures élastomères est dorénavant un axe stratégique de recherche pour ces industries.

C'est dans ce contexte industriel que Gilles Marckmann, Erwan Verron et moi-même avons fondé en 1999 l'équipe élastomère de l'Ecole Centrale Nantes. Ce pôle de compétence a été initialement créé afin de réaliser des travaux de recherches commandités par la société Modyn du groupe Trelleborg qui est le premier groupe mondial de conception et de fabrication de systèmes anti-vibratoires pour l'industrie automobile.

Les résultats présentés dans ce chapitre sont extraits des travaux de thèse de G. Chagnon soutenue en 2003. Ils concernent plus particulièrement l'élaboration de lois de comportement adaptées aux élastomères. Le dimensionnement de structures soumises à des chargements de fatigue est l'objectif ultime de toutes nos recherches.

L'étude des mécanismes de dégradation de ces matériaux à l'échelle microscopique et macroscopique fait l'objet des travaux de thèse de Elisabeth Ostoja-Kuczynski et Jean-Benoît Le Cam. Ces travaux sont co-dirigés par E. Verron et par moi-même. Ils font partie d'études menées au sein du Groupe de Travail sur la Fatigue des Elastomères (GTFE) regroupant des industriels et leurs consultants universitaires.

Outre notre équipe, le GTFE comprend celle de C. Stolz au LMS (Ecole Polytechnique), du centre de transfert Cetim Nantes, et des industriels Allevard Rejna Autosuspensions, Trelleborg et enfin du groupe PSA.

Les travaux de thèse dirigés par E. Verron et par moi-même sont réalisés en collaboration avec les sociétés Allevard Rejna, Trelleborg et le Cetim Nantes au travers de conventions Cifre. Ils portent plus particulièrement sur la réalisation d'essais mécaniques de fatigue, sur l'élaboration de modèles de comportement et sur la simulation éléments finis de structures en élastomères. Les simulations éléments finis des essais de fatigue et l'expertise des mécanismes de rupture à différentes échelles font l'objet du chapitre 5.

Les approches développées au Laboratoire pour modéliser le comportement mécanique des élastomères sont exposées ci-après. Ces matériaux présentent, pour un niveau de déformation

donné, un phénomène d'adoucissement au cours des cycles de fatigue. La chute de rigidité entre le premier cycle et le second (figure 1) est couramment dénommée « Effet Mullins (1948) ». Afin de pouvoir simuler correctement le comportement des structures en élastomère, il faut être capable de créer des modèles susceptibles de décrire au mieux cet effet.

Nos travaux sur la fatigue des élastomères ont conduit à l'élaboration et l'implantation dans le code de calcul éléments finis ABAQUS (Hibbitt et Karlsson 1999) de deux modèles de comportement qui approchent au mieux ce phénomène. Le premier modèle est fondé sur la mécanique de l'endommagement et le second sur les mécanismes d'altération du réseau macromoléculaire. Ces travaux ont fait l'objet de conférences et d'articles dans des revues (Marckmann *et al*. 2002, Chagnon *et al*. 2004) ou dans l'ouvrages de synthèse (Constitutive Models for Rubber III). Nos travaux sur les modèles de comportement sont actuellement cités dans (Dorfmann et Ogden 2003, Horgan *et al*. 2004, Cheng et Chen 2003, Tomita *et al*. 2004).

IV.2 Les caoutchoucs

On distingue classiquement les élastomères naturels ou caoutchouc et les élastomères synthétiques.

Dans son état naturel, le latex produit par l'Hévéa Brasiliensis après incision de son écorce est un fluide dont le comportement est viscoélastique. L'élaboration du caoutchouc naturel à partir de ce produit est réalisée par vulcanisation. Les élastomères de synthèses capables de remplacer les caoutchoucs naturels sont apparus à partir de la seconde guerre mondiale. Les principaux élastomères de synthèses sont les Styrene Butadiene Rubber (SBR) et les copolymères Ethylene Propylene Rubber (EPR).

Dans la majorité des applications industrielles, les caoutchoucs naturels sont chargés par des particules solides, de noir de carbone, carbonate de magnésium, kaolin, silice… Ces charges et adjuvants confèrent au produit final les propriétés mécaniques nécessaires à l'application visée. Ces compositions sont jalousement gardées par les industriels qui mettent en œuvre ces matériaux et ces produits sous couramment appelés élastomères chargés (Miles et Briston 1968). Les élastomères chargés sont plus particulièrement reconnus pour avoir un comportement mécanique élastique non linéaire, viscoélastique, et être sensible à l'effet Payne (1963) et Mullins (1948, 1969). Les travaux menés par notre équipe ont conduit à l'élaboration et à la mise en œuvre, dans le cadre éléments finis, de deux modèles de comportement.

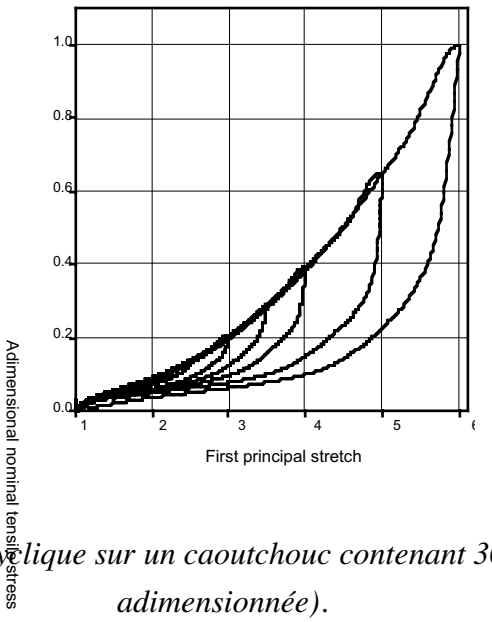


Figure 1. Essais de traction cyclique sur un caoutchouc contenant 30% de charges (contrainte adimensionnée).

IV.3 La mécanique de l'endommagement

Depuis une vingtaine d'année, la mécanique de l'endommagement des milieux continus s'est largement développée à partir des concepts introduits initialement par (Kachanov 1958) puis par (Robotnov 1969). La mécanique de l'endommagement a été initialement développée pour les matériaux métalliques (Leckie et Hayhurst 1974, Lemaitre J. et Chaboche J.L. 1978, Murakami et Ohno 1980). Une synthèse bibliographique des algorithmes d'intégration numérique dédiés aux modèles de comportement non-linéaire est disponible dans (Simo et Hughes 1998). Les applications aux bétons et aux composites ont naturellement suivi (Mazars 1982, Mazars et Pijaudier-Cabot 1989, Ladevèze et Le Dantec 1992, Allix *et al*. 1994, Gornet *et al*. 1997, Ladevèze *et al*. 1998, Gornet *et al*. 2000).

Récemment, l'application au domaine des élastomères de la mécanique de l'endommagement a fait l'objet de nombreuses publications (Govindgee et simo 1991, 1992, De Souza Neto *et al*. 1994, Miehe 1994, Kaliske et Rothert 1999, Muhr et al. 1999, Holzapfel *et al*. 1999, Miehe et Keck 2000, Bikard et Desyer 2001, Aubard *et al*. 2002,Ogden et Roxburgh 2000, Chagnon *et al*. 2004).

Le formalisme de la thermodynamique des processus irréversibles est l'outil qui permet d'élaborer des modèles de comportement. Contrairement à la mécanique de la rupture qui postule de l'existence d'une fissure, la mécanique de l'endommagement fait intervenir les défauts au travers de l'évolution de variables internes. Ces approches sont parfois difficiles à utiliser dans le cadre éléments finis car les modèles doivent être utilisés dans un domaine restreint qui assure l'unicité de la solution (Ball 1977, Davet 1985). La simulation jusqu'à la phase ultime de la rupture nécessite parfois d'introduire des limiteurs de localisation (Gornet 1996). Des modèles spécifiques sont établis afin conserver le caractère prédictif de ces modèles sur toute les plages d'utilisation.

L'élaboration de modèles de comportement dédiés aux élastomères à partir de la mécanique de l'endommagement nous a permis de conduire des simulations réalistes de structure en élastomère soumises à l'effet Mullins (Marckmann *et al*. 2002, Chagon 2003, Chagnon *et al*. 2004).

IV.4 Modèle hyperélastique avec endommagement

Le modèle M1 (Chagnon 2003, Chagnon *et al*. 2004) est basé sur la donnée d'une densité d'énergie de déformation qui est accommodée à l'effet Mullins à partir de l'évolution d'une variable interne d. La première force de ce modèle est de pouvoir s'appliquer à toutes les densités d'énergie hyperélastique classiques issues des modèles de comportement phénoménologiques. Notre approche peut être couplée aux séries de Rivlin et ses variantes (Isiharar et al. 1951, Biderman 1958, Tschoegl, 1972, James *et al*. 1975, Haines et Wilson 1979, Yeoh 1990, Bechir *et al*. 2002) ou à toute formulation en invariant (Gent et Thomas 1958, Hart-Smith 1966, Knowles 1977, Gent 1996).

Les séries de Rivlin permettent de décrire correctement le comportement des élastomères, cependant il faut veiller à utiliser un nombre de paramètres raisonnables. Les modèles de (Hart-Smith 1966) et (Gent 1996) décrivent le comportement global d'un élastomère avec respectivement deux et trois paramètres. Il convient de noter que ce modèle (Gent 1996) est équivalent au modèle huit chaînes (Arruda et Boyce 1993). Pour ce dernier, les paramètres peuvent être interprétés à l'aide de considérations statistiques sur le comportement des chaînes d'élastomères.

Contrairement à un endommagement classique, l'effet Mullins peut être en partie annulé avec le temps ou par un apport de chaleur. Cet effet n'a pas été pris en compte dans le modèle, mais dans le cas de simulations thermomécaniques, cet aspect devrait être considéré.

L'effet Mullins est dû en partie au réarrangement du réseau moléculaire et en conséquence cet endommagement ne doit pas différer selon le mode de sollicitation (Bergström et Boyce 1999).

IV.4.1 Formulation thermodynamique

L'énergie de déformation W peut être décrite comme le produit de la réduction de surface $(1-d)$ de l'énergie de déformation du matériau vierge W_0.

$$W=(1-d)W_0(I_1,I_2)$$

I_1 et I_2 sont les des deux premiers invariants du tenseur des dilatations de Cauchy Green gauche. Le modèle de comportement est bâti à partir de la thermodynamique des processus irréversibles. L'inégalité de Clausius-Duhem permet de respecter le second principe de la thermodynamique et de développer les lois constitutives du modèle de comportement.

$$\sigma:D-\dot{W}\geq 0 \qquad \forall D \;/\; trD=0,$$

où D représente le tenseur des déformations qui respecte la condition d'incompressibilité. Après manipulation classique de l'inégalité de Clausius-Duhem, on obtient la loi de comportement en fonction de l'énergie de déformation W_0.

$$\sigma = -pI + (1-d)2B\frac{\partial W_0}{\partial B} \text{ avec la dissipation d'origine mécanique } -Y_d \dot{d} \geq 0$$

où pI est un tenseur sphérique arbitraire qui provient de la condition d'incompressibilité propre aux élastomères. Cette équation permet de relier la contrainte courante de Cauchy σ affectée de l'endommagement d à l'énergie de déformation et à l'état actuel des deux premiers invariants (I_1, I_2) du tenseur des dilatations de Cauchy Green gauche $B = \overline{\overline{F}}\,\overline{\overline{F}}^T$. Où $\overline{\overline{F}}$ représente le gradient de la transformation.

$$I_1 = Tr[B] \text{ et } I_2 = \frac{1}{2}\left(tr\left[\overline{\overline{B}}\right]^2 - tr\left[\overline{\overline{B}}^2\right]\right)$$

La force thermodynamique Y_d est la variable duale de l'endommagement d. Elle est définie par la formule.

$$-Y_d = \frac{\partial W}{\partial d} \text{ et en conséquence, } Y_d = W_0$$

L'effet Mullins est supposé dépendre uniquement de la déformation maximale (Mullins 1969). En conséquence, la construction de la loi d'évolution nécessite le choix d'une mesure scalaire de l'état de déformation. Notons $\alpha(t)$ cette mesure, la loi d'évolution de la variable d'endommagement est définie classiquement à partir des notations proposées par Simo (1987). Le critère de dommage (Simo 1987, Miehe 1995) se réduit à une région de l'espace des déformations donnée par la fonction $\phi(\alpha, \bar{\alpha})$.

Avec :

$$\bar{\alpha}(t) = Max\,\alpha(\tau)_{\tau \in]-\infty, t]} \text{ et } \phi(\alpha, \bar{\alpha}) = \alpha - \bar{\alpha} \leq 0$$

La surface de dommage est définie par $\phi = 0$ et sa normale par $\underline{n} = \frac{\partial \phi}{\partial \underline{\underline{B}}}$. L'évolution irréversible de la loi d'évolution du dommage peut être proposée sous la forme suivante :

$$\dot{d} = \dot{\alpha} h(\alpha, d) \text{ si } \phi = 0 \text{ et } \frac{\partial \phi}{\partial \underline{\underline{B}}} : \dot{B} > 0.$$

où la fonction h caractérise l'évolution de l'endommagement. Dans nos travaux, nous avons identifié sur des caoutchoucs une loi de la forme $h(\alpha)$qui représente la fonction d'évolution de l'endommagement. Par construction, la variable d'endommagement n'évolue qu'en charge et lorsque l'état de déformation est maximal.

Il est nécessaire de choisir une fonction d'évolution de l'endommagement qui permet de décrire au mieux les essais mécaniques réalisés. La fonction d'évolution est classiquement construite à partir de la force thermodynamique associée $Y_d=W_0$. Soit $\alpha=f(W_0)$, la mesure de déformation, la loi d'évolution de l'endommagement s'écrit :

$$\dot{d}=h\circ f(W_0)f_{,W_0}W_{0,I_1}\dot{I}_1+h\circ f(W_0)f_{,W_0}W_{0,I_2}\dot{I}_2$$

Dans le cas des élastomères, il semble plus approprié de décrire l'évolution de l'endommagement à partir de l'état de déformation (Govindgee et Simo 1991, 1992, Miehe et Keck 2000). Pour établir une loi d'évolution de ce type, l'état de déformation est mesuré par une fonction scalaire g ne dépendant que des invariants I_1 et I_2.

En suivant la même méthode pour la mesure de déformation $\alpha=g(I_1,I_2)$ que celle qui est classiquement utilisée pour le modèle de double réseau, on montre que la loi d'évolution de l'endommagement s'écrit :

$$\dot{d}=h\circ g(I_1,I_2)g_{,I_1}\dot{I}_1+h\circ g(I_1,I_2)g_{,I_2}\dot{I}_2$$

En considérant les inégalités empiriques $W_{0,I_1}>0$ et $W_{0,I_2}>0$ proposée par Batra (1975, 1976) et présentés dans Beatty (1987), le rapprochement des deux expressions de la fonction d'évolution de l'endommagement permet d'établir les conditions que doit vérifier g. On obtient alors les conditions suivantes :

g est définie sur $]3,+\infty[\times]3,+\infty[$

g est dérivable par rapport aux variables I_1 et I_2 sur $]3,+\infty[\times]3,+\infty[$

$g_{,I_1}>0$ et $g_{,I_2}>0$

Le choix $g(I_1=3,I_2=3)=0$ assure que la mesure est nulle pour un état non déformé

IV.4.2 Forme intégrée du comportement

La loi d'évolution d'endommagement peut donc s'écrire en fonction des invariants de dilatations I_1 et I_2. De nombreux auteurs choisissent de définir la loi d'évolution par cette approche (Govindjee et Simo 1991,1992, Miehe et Keck 2000). De plus, il convient de noter que l'on peut écrire la loi de comportement sous une forme intégrée. La loi d'évolution de l'endommagement peut être intégrée simplement en considérant qu'il n'y a pas d'endommagement initial $d=d(\bar{\alpha})$.

La loi de comportement s'écrit alors sous la forme suivante :

$$\sigma=-p\bar{\bar{I}}+(1-d(\bar{\alpha}))\left[2\left(\frac{\partial W_0}{\partial I_1}+I_1\frac{\partial W_0}{\partial I_2}\right)\bar{\bar{B}}-2\frac{\partial W_0}{\partial I_2}\bar{\bar{B}}^2\right]$$

IV.4.3 Identification de l'effet Mullins

On considère dans la suite une mesure de déformation basée sur les deux premiers invariants du tenseur des dilatations $\overline{\overline{B}}$. La forme de la fonction g est choisie en fonction du premier invariant I_1. La mesure de déformation retenue correspond à la variation de la longueur de la diagonale d'un cube de matière.

$$\alpha=\sqrt{I_1/3}-1$$

La fonction de dommage $d(\alpha)$ est déterminée à partir des résultats expérimentaux de traction uniaxiale et de glissement pur. L'intérêt de notre approche est de pouvoir proposer une loi d'évolution du dommage indépendamment de la forme de l'énergie de déformation W_0. En conséquence, elle peut être adaptée en fonction du matériau retenu pour l'identification.

L'évolution stylisée de la contrainte de « Piola-Kirchoff 1 (π) » en fonction de l'élongation principale λ_1 lors d'un essai de traction à faible nombre de cycles est présentée sur la figure 2. La relation contrainte-déformation se réduit à une succession de courbes de charges associées à différents maxima de déformation. Deux courbes maîtresses contrainte/déformation peuvent être identifiées sur la figure 2 à savoir, la courbe de première charge (I,II,III) et les courbes de seconde charges (I',II',III').

<u>*Sur la courbe de première charge*</u>, la contrainte courante π_p est reliée à la contrainte du matériau vierge donnée π_0 par la relation $\pi_p=k_p\pi_0$.

$$k_p=1-d(\overline{\alpha})$$

k_p est une fonction décroissante de la mesure de déformation.

La figure 2 représente trois niveaux d'élongation λ_I. *Sur la* <u>*i*^{ème} *courbe de seconde charge*</u> délimitée par son interaction avec la courbe de première charge en λ_I, il existe un coefficient de proportionnalité pour deux courbes de seconde charge indiquées respectivement *i* et *j*. (*i* < *j*), les contraintes nominales correspondantes sont simplement reliées par un coefficient multiplicateur (figure 2).

$$\frac{\pi_s^j}{\pi_s^i}=\frac{k_s^j}{k_s^i} \text{ avec } k_s^i=\frac{\pi_s^i}{\pi_0}$$

Cette propriété est utilisée pour construire la loi d'évolution d'endommagement (Chagnon 2003).

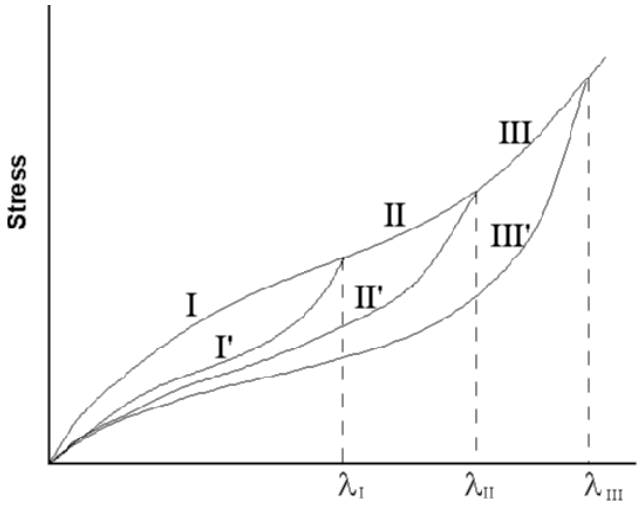


Figure 2. Évolution schématique de la contrainte de Piola-Kirchoff 1 ($\pi=F/S_0$) en fonction de la déformation principale λ_1

La procédure d'identification est établie à partir de la courbe expérimentale $\frac{k_i}{k_1}_s$ fonction de $\alpha=\sqrt{I_1/3}-1$. Les courbes ont une forme exponentielle décroissante et l'on identifie la relation expérimentale suivante.

$$\frac{k_i}{k_1}_s = a+b\left\{e^{-c\alpha}-1\right\}$$

Où a ,b et c sont trois paramètres du matériau à identifier. En considérant l'état initial du matériau comme non endommagé ($d=0$ et $k_i=1$ pour $I_1=3$), l'équation d'évolution de l'endommagement se met sous la forme suivante :

$$d=d_\infty\left(1-e^{-\frac{\bar{\alpha}}{\eta}}\right)$$

Il convient de rappeler que cette forme de loi d'évolution a été proposée sans justification dans (Miehe 1995) et que notre approche a permis de montrer qu'elle etait justifiée pour les caoutchoucs naturels chargés que nous avons identifiés. Les paramètres d_∞ et η sont liés aux paramètres précédents par la relation $d_\infty=bk_1$ et $\eta=1/c$.

La limite du modèle est assurée par la condition $d\leq 1$. Dans le cas précédent, la limite du modèle est définie par une condition sur l'invariant de déformation.

$$I_1\leq 3\left[1+\eta\ln\left(\frac{d_\infty}{d_\infty-1}\right)\right]$$

Eut égard au caractère confidentiel des résultats nous avons été conduits à présenter des paramètres adimensionalisés des modèles dans les documents (Chagnon 2003, Chagnon *et al.* 2003).

IV.4.4 Densités d'énergie et simulations éléments finis.

La simulation d'une structure en caoutchouc naturel chargé nécessite le choix d'une densité d'énergie hyperélastique. Deux approches sont classiquement proposées dans la littérature. La première consiste à modéliser le comportement macromoléculaire du matériau (approche statistique). La seconde propose d'identifier des fonctions mathématiques candidates à une identification (approche phénoménologique). À l'exception de la viscoélasticité, deux phénomènes majeurs sont à prendre en compte dans les élastomères : l'effet Mullins et le raidissement de la courbe de première charge (figure 1). Les modèles de comportement les plus pertinents, dans une large gamme de déformation, pour reproduire ces phénomènes sont les modèles phénoménologiques de Yeoh (1990), Hart-Smith (1966), Gent (1996) et le modèle statistique proposé par Arruda et Boyce (1993). Dans la suite, les densités d'énergie utilisées lors de nos simulations sont rappelées.

La densité d'énergie Néo-hookéen justifiée par une probabilité gaussienne de répartition des chaînes du réseau d'élastomère proposée par Guth et Mark (1934), ne permet pas de reproduire le raidissement en grande déformation.

$$W=\frac{1}{2}nk\theta\left(I_1-3\right)$$

où n représente la densité de chaînes par unité de volume, k la constante de Boltzmann et θ la température. Les densités d'énergie classiquement utilisées pour tenir compte du raidissement sont basées sur des polynômes ou des fonctions exponentielles croissantes.

La densité d'énergie proposée par Hart-Smith (1966) utilise une exponentielle pour traduire le phénomène de raidissement du matériau.

$$W=C_1\int\exp\left(C_3\left(I_1-3\right)^2\right)dI_1+C_2\left(I_2-3\right)$$

où C_1, C_2 et C_3 sont trois constantes à identifier.

La densité d'énergie proposée par Arruda et Boyce (1993) est justifiée par une approche statistique non gaussienne. Ils ont réparti la densité de chaîne (Kuhn et Grün 1942) de façon équiprobable dans les directions des diagonales d'un cube.

$W=C_r N\left[\frac{\lambda_{chain}}{\sqrt{N}}\beta+\ln\frac{\beta}{\sinh\beta}\right]$ avec $\beta=L^{-1}\left[\lambda_{chain}/\sqrt{N}\right]$ ou L^{-1} est la fonction de Langevin définie par $L(x)=\coth(x)-1/x$

Avec $\lambda_{chain}=\sqrt{I_1/3}$, le paramètre C_r peut être justifié par la théorie gaussienne $C_r=nk\theta$. N décrit le raidissement et peut se déterminer par la position du changement de pente dans le graphe des contraintes de Mooney (Morris 1963).

Des simulations éléments finis menées avec les densités d'énergie de Hart-Smith (1966) et Zniga et Beaty (2002) sont présentées dans (Chagnon *et al*. 2003). Les simulations éléments finis présentées sur les figures 3, 4 et 5 sont réalisées pour la densité d'énergie de Yeoh. Les paramètres de ce modèle sont présentés dans le tableau 1.

$$W_0=C_{10}(I_1-3)+C_{20}(I_1-3)^2+C_{30}(I_1-3)^3$$

Tableau 1. **Paramètres de la densité d'énergie de Yeoh et du modèle d'endommagement M1.**

Paramètres	Valeurs
C_{10}	3,99e^{-2} MPa
C_{20}	-4,05^{-4} MPa
C_{30}	1,31e^{-4} MPa
d_∞	1,744
η	3,85

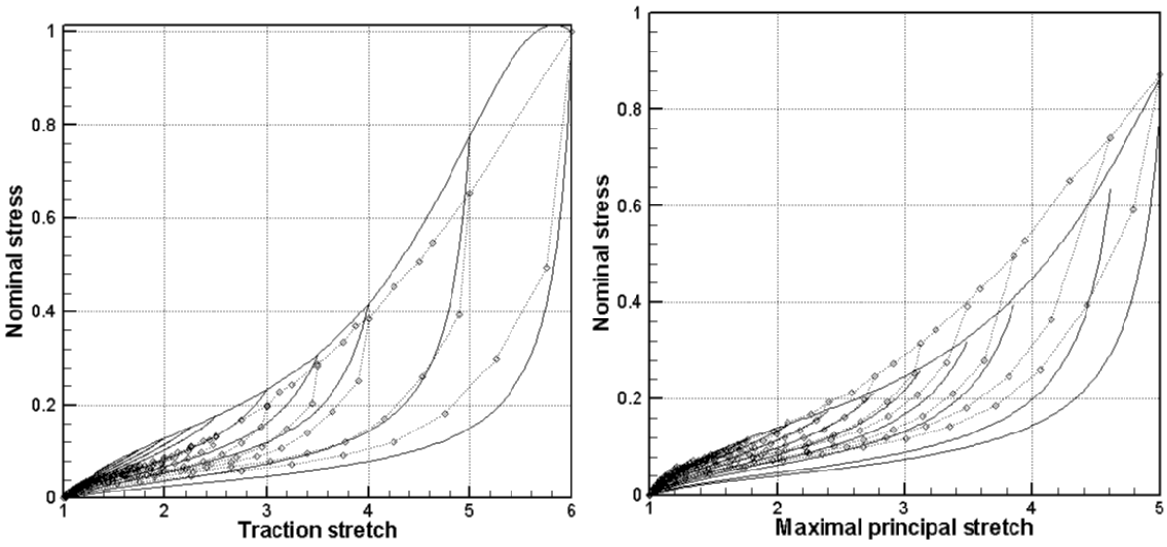


Figure 3. Simulation d'un essai de traction et simulation d'un essai de cisaillement pur, (—) Modèle, (…) courbes expérimentales.

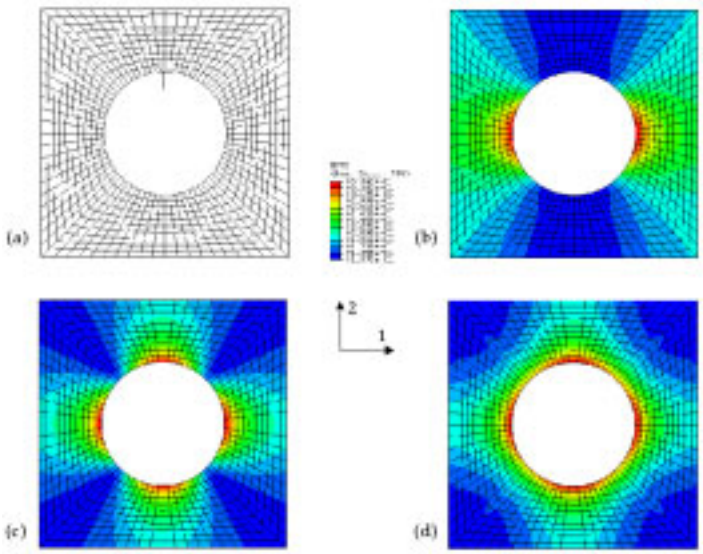


Figure 4. Simulation éléments finis d'une éprouvette carrée perforée : (a) Maillage, (b) Endommagement après un cycle dans la direction 2, (c) Endommagement après un cycle dans la direction 2 suivi d'un cycle dans la direction 1, (d) Endommagement après un cycle suivant la bissectrice de 1 et 2.

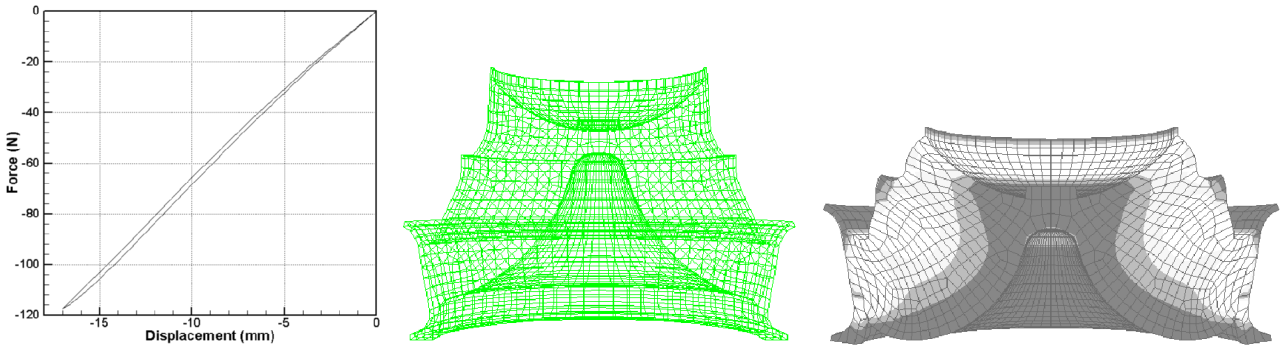


Figure 5. Force en fonction du déplacement imposé. Déformée d'un support moteur Trelleborg et niveau d'endommagement suite à une charge de compression (endommagement maximum : 25%).

IV.5 Modèle hyper élastique moléculaire avec altération de réseau

Le modèle M2 (Marckmann *et al*. 2002, Chagnon 2003) est basé sur la densité d'énergie du modèle « huit chaînes » proposé par Arruda et Boyce (1993). Cette densité d'énergie repose sur une approche statistique du comportement des chaînes (Treolar 1954, Wang et Guth 1952, Treolar et Riding 1979, Wu et van der Giessen 1993). Le modèle décrit un volume élémentaire de matière comprenant différentes chaînes. L'énergie de déformation est obtenue en sommant les réponses de toutes les chaînes. Pour ce modèle, les chaînes sont placées dans les directions de l'espace correspondant aux diagonales d'un cube (figure 6).

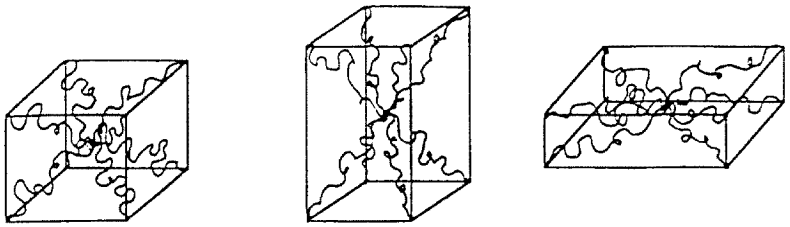


Figure6. Modèle « huit chaînes ». Approche statistique non-gaussienne dont la densité de chaînes est répartie de manière équiprobable dans les directions des diagonales d'un cube.

Le modèle « huit chaînes » correspond à un comportement isotrope du matériau homogène équivalent ; ceci est induit par la disposition des chaînes. Les équations des modèles sont :

$$W = nk\theta.N\left[\frac{r_{chain}}{Nl}\beta + ln\frac{\beta}{sinh\,\beta}\right]$$

Avec
$$\begin{cases} r_{chain} = \dfrac{1}{\sqrt{\beta}}\sqrt{N}l(\lambda_1^2+\lambda_2^2+\lambda_3^2)^{1/2} \\ \beta = L^{-1}\left[r_{chain}/Nl\right] \\ L(\beta) = \coth(\beta) - \dfrac{1}{\beta} \end{cases}$$

Soit, dans les directions principales :

$$\pi_i = \frac{1}{3}C^R\sqrt{N}\frac{\lambda_i}{\lambda}L\left(\frac{\lambda}{\sqrt{N}}\right) - \frac{P}{\lambda_i} \quad \text{avec} \quad \lambda = \sqrt{\frac{\lambda_1^2+\lambda_2^2+\lambda_3^2}{3}}$$

où π_i représente les composantes du tenseur des contraintes de Piola Kirchhoff 1. L est la fonction de Langevin. Les constantes matérielles sont donc C^Ret N. N traduit la limite d'extensibilité des chaînes. C^R représente le module à l'origine du matériau. La figure 7 présente une simulation des trois essais simples : traction uniaxiale, cisaillement pur et traction biaxiale avec le modèle « huit chaînes ».

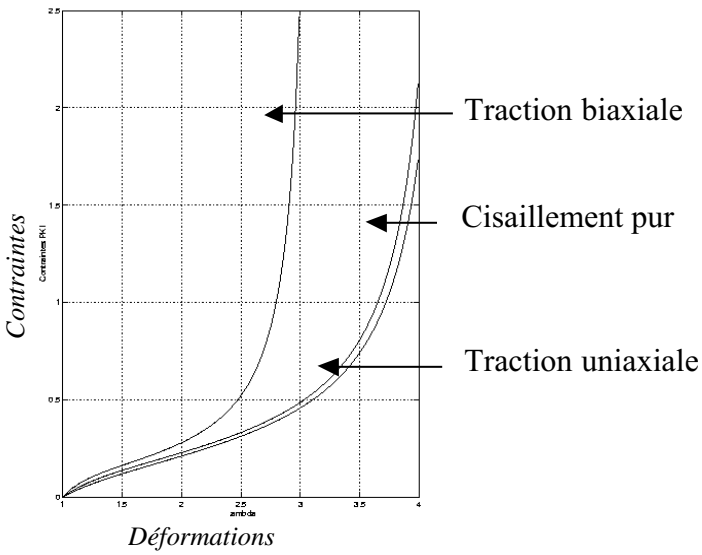


Figure 7. Représentation des différents essais simples pour le modèle « huit chaînes » (avec C^R=0.1 et N=6.5).

Le modèle d'accomodation (effet Mullins) est établi à partir de l'évolution de la longueur des chaînes en fonction de la déformation maximale. Ce modèle est fondé sur le fait que lorsqu'un élastomère est étiré, ses chaînes tendent à se mettre dans la direction de traction, ce qui provoque la rupture des liaisons faibles (Marckmann *et al*. 2002, Marckmann 2003, Chagnon 2003). Cette rupture engendre l'allongement des chaînes par accroissement du nombre de monomères entre deux points de réticulation et la réduction de leur nombre (figure 8). Une loi d'évolution phénoménologique polynomiale ou exponentielle est utilisée pour décrire l'évolution du nombre de monomères par chaîne. La densité de chaînes par unité de volume est déduite de l'évolution du nombre de monomères par chaîne sachant que le nombre de monomères par unité de volume reste constant au cours du temps.

Ainsi N et n sont exprimés en fonction de l'élongation moyenne des chaînes λ. Cette élongation peut être considérée comme un critère permettant de quantifier l'état de déformation maximale subi par le matériau lors de son histoire. Rappelons que l'effet Mullins est classiquement décrit comme une fonction de l'élongation maximale par manque de critère bien définis. Bergström et Boyce (1999) ont également utilisé l'élongation moyenne des chaînes pour décrire le facteur d'amplification de déformation afin de modéliser la réponse hystérétique des élastomères.

En conclusion, pour décrire l'effet Mullins les paramètres du modèle « Huit chaînes » $N=N(\lambda_{max})$, et $n=n(\lambda_{max})$ et par conséquence, le paramètre $C_r(\lambda_{max})=n(\lambda_{max})kT$ varient en fonction de l'élongation maximale sous l'hypothèse que le produit Mn reste constant.

Les simulations d'un essai de traction et de cisaillement pur sont présentées respectivement sur les figures 9 et 10.

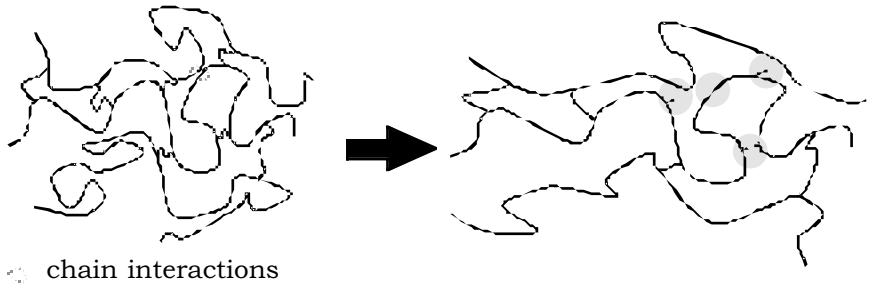


Figure 8. Réorganisation des chaînes lors d'un étirement

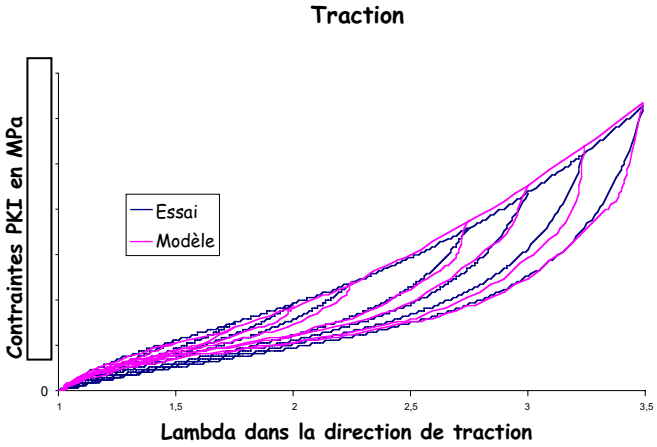


Figure 9. Comparaison du modèle d'accommodation aux résultats expérimentaux sur un essai de traction pour le modèle d'accommodation en élongation de chaînes.

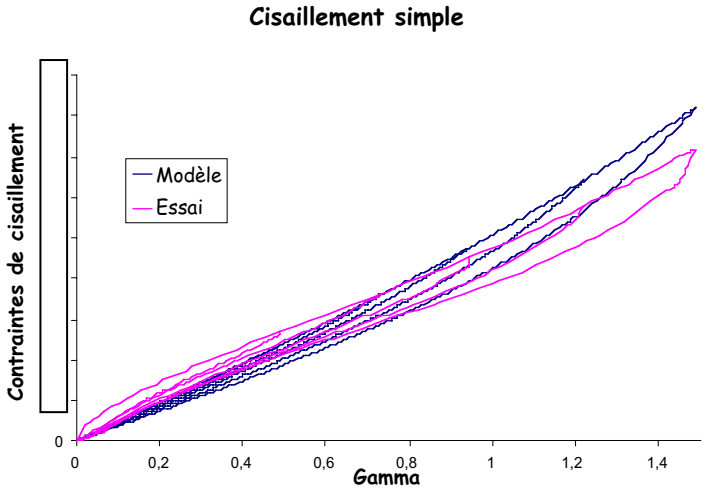


Figure 10. Comparaison du modèle d'accommodation aux résultats expérimentaux sur un essai de cisaillement simple pour le modèle d'accommodation en élongation de chaînes.

IV.6 Bibliographie

Allix O., Ladevèze P., Vittecoq E. (1994). Modelling and Identification of the mechanical compression behaviour of composite laminates, *Composite Science and Technology*, 51-1, pp. 35-42.

Arruda E.M., Boyce M.C. (1993). A three dimensional constitutive model for the large stretch behavior of rubber elastic materials, *J. Mech. Phys. Solids*, 41, 2 pp 389-412.

Aubard, X. Boucard, P.A., Ladevèze P., Michel S. (2002). Modeling and simulation of damage in elastomer structures at high strains. *Computer Structure* 80, pp. 2289-2298

Ball J.M. (1977). Convexity conditions and existence theorems in non linear elasticity, *Arch. Rational Mech. Anal.*, 63.

Bergström J.S., Boyce M.C. (1999). Constitutive modeling of the large strain time dependant behavior of elastomers, *J. Mech. Phys. Solids*, 46, 5, pp. 931-954.

Bikard, J., Desoyer, T. (2001). Finite viscoelasticity, plasticity and damage of a class of filled elastomers: constitutive model. *Mech. Res. Comm.* 28, pp.693-702

Chagon G. (2003). Modélisation de l'effet Mullins dans les élastomères, *Thèse de l'Ecole Centrale Nantes*, université de Nantes.

Christensen (1980). A non linear theory of viscoelasticity for application to elastomers. *Transactions of the ASME*, 47, pp. 762-768.

Cheng M., Chen W., (2003). Experimental investigation of the stress-stretch behavior of EPDM rubber with loading rate effects, *Int Journal of solids and structures*, article in press.

Constitutive Models for Rubber III (2003). *Edited by JJC Busfield and A.H. Muhr, AA. Balkema Publishers*

Davet J.M., J.M. (1985). Sur les densités d'énergie en élasticité non linéaire : confrontation de modèles et de travaux expérimentaux, *Anales des ponts et chaussées*.

De Souza Neto, E.A. Peric D., Owen D.R.J. (1994). A phenomenological three-dimensional rate-independent continuum damage model for highly filled polymers: formulation and computational aspects. *J. Mech. Phys. Solids*,42, pp. 1533-1550.

Horgan C.O., Ogden R.W., Saccomandi G. (2004). A theory of the softening of elastomers based on finite chain extensibility, *Proc R. Soc London*, 460, 1737-1754.

Dorfmann A., Ogden R.W. (2003). A constitutive model for Mullins effect with permanent set in particule-reinforced rubber, *Int Journal of solids and structures*, article in press.

Flory P.J. (1944). Network structure and the elastic properties of vulcanised rubber, *Chemical review*, 55, pp. 51-75.

Govindgee S., Simo J.C. (1992). A micro-mechanically continuum damage model for carbon black filled rubbers incorporating Mullins' effect. *J. Mech. Phys. Solids. 39, pp. 87-112.*

Govindgee S., Simo J.C. (1992). Mullins effect and strain amplitude dependence of the storage modulus, *Int Journal of solids and structures*, 29, pp. 1737-1751.

Hibbitt, Karlsson (1999). ABAQUS Standard user's manual V5.8.

Kaliske, M., Rothert, H. (1999). Viscoelastic and elastoplastic damage formulations. Dorfmann, A., Muhr, A. (Eds.), *Constitutive Models for Rubber*. Balkema,pp. 159-167.

Katchanov L.M. (1958). Time of the rupture process under creep conditions, *Isv. Akad Nauk. SSR*, pp. 26-31.

Leckie F.A., Hayhurst D.R. (1974). Creep rupture of structures, *Proc. Royal Soc. London*, 340, pp. 323-347.

Lemaitre J., Chaboche J.L. (1978). Aspect phénoménologique de la rupture par endommagement, *J. de mécanique appliquée*, 2(3), pp. 317-365.

Ladevèze P. (1983). Sur la théorie de l'endommagement anisotrope, *Rapport interne LMT* 34.

Ladevèze P., Le Dantec E. (1992). Damage modelling of the elementary ply for laminated composites, Composites Science and Technology, 43-3, pp. 257-268.

Ladevèze P., Allix O., Gornet L., Leveque D. et Perret L. (1998). A Computational Damage Mechanics Approach for Laminates : Identification and Comparison with Experimental Result, *Damage Mechanics in Engineering Materials, Studies in Applied Mechanics 46, G.Z. Voyiadjis, J.W. Ju & J.-L. Chaboche eds. Elsevier,* pp. 481-500.

Mazars, J. (1982). Mechanical damage and fracture of concrete structures. *In Advances in Fracture Research*, 4, *Pergamon Press*, pp. 1499-1506.

Mazars et Pijaudier-Cabot (1989). Continuum damage theory : application to concrete, *J. of Engng Mechanics*, 115(2), pp. 345-365.

Murakami S., Ohno N. (1980). A continuum theory of creep and creep damage, IUTAM 3 creep in structures symposium, Leicester, *Springer Verlag*, pp. 422-443.

Miehe C. (1995). Discontinuous and continuous damage evolution in Ogden-type large-strain elastic materials. *Eur. J. Mech. A/Solids* 14, pp. 697-720.

Miehe C., Keck J. (2000). Superimposed finite elastic-viscoelastic-plastoelastic stress response with damage in filled rubbery polymers. Experiments, modelling and algorithmic implentation. *J. Mech. Phys. Solid, 48*, pp. 323-365.

Miles D.C., Briston J.H. (1968). Caoutchouc naturel et caoutchoucs modifiés, *Technologie des polymers, Dunod*.

Morris M. (1964). Network characterization from stress-strain behaviour at large extensions. *J. Appl. Polym Sci*, 8, 545-553.

Mullins L. (1948). Effect of streching on the properties of rubber, *Rubber Chem. Technol*., 21, pp 281-300.

Ogden, R.W., Roxburgh, D.G. (1999). A pseudo-elastic model for the Mullins effect in filled rubber. *Proc. R. Soc. Lond*. A 455,pp. 2861-2877.

Simo J.C., Hughes T.J.R. (1998). Computational Inelasticity, *Interdisciplinary applied mathematics, mechanics and materials, Springer*.

Wang M.C., Guth E. (1952). Statistical theory of networks of non gaussian flexible chains, *Journal of chemical physics*, 20, 7, pp.1144-1157.

Wu P.D., Van Der Giessen E. (1993). On improved network models for rubber elasticity and their applications to orientation hardening in glassy polymer, *J. Mech. Phys. Solids*, 41,3, pp. 427-456.

IV.7 Travaux scientifiques du chapitre IV

IV.7.1 Articles dans des revues à comité de lecture ou dans des ouvrages de synthèse

« **On the relevance of continuum damage mechanicss for the Mullins effect in elastomere»,** *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, G. Chagnon, E. Verron, L. Gornet, , G. Marckmann, P. Charrier, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, Elsevier accepté Janvier 2004.

« **A Theory of network alteration for the mullins effect»,** *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, G. Marckmann, E. Verron, L. Gornet, G. Chagnon, P. Charrier, P. Fort. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, Elsevier, Vol 50, n° 9, pp. 2011-2028 2002.

Ouvrages de synthèse Constitutive Models for Rubber III (A.A.Balkema), (3 articles Edited by JJC Busfield, AH Muhr)

« **Modelling the Mullins effect using damage mechanics : efficiency and limitation»,** *Constitutive Models for Rubber III*, E. Verron, G. L. Gornet, G. Marckmann., A.A.Balkema, pp. 237-243 2003.

« **Comparison of recent models for the Mullins effect : formulation and finite élément implementation»** *Constitutive Models for Rubber III*, G. Chagnon, E. Verron, G. Marckmann., L. Gornet, P. Charrier A.A.Balkema, pp. 245-250 2003.

IV.7.2 Communications à des congrès à comité de sélection et avec actes publiés

« **A new modeling of the Mullins effect and viscoelasticity of elastomeres based on physical approach** » *International Rubber Conference*, Prague, Republique Chèque 1-4 juillet, G. Chagnon, E. Verron, L. Gornet, P. Charrier, E. Ostoja-Kuczynski. 9 pages 2002.

«Experimental identification and rheological modeling of the Mullins' effect for carbon black-filled rubber», *8th International Seminar on Elastomers*, Le Mans, France, 2001, pp 79-82, (G. Chagnon , E. Verron, L. Gornet , G. Marckmann, P. Charrier, P. Fort).

IV.7.3 Congrès nationaux avec actes

«Comparaison de deux modélisations de l'effet Mullins dans les élastomères», *Journée d'étude thématique*, SF2M Ouest, Lorient, 20 Mars 2003, (G. Chagnon , E. Verron , L.Gornet , G. Marckmann , P. Charrier), 4 pages.

«Approche macro-moléculaire pour la modélisation de l'hystérésis et de l'effet Mullins dans les caoutchouc naturels», *XXIIème Journée du GFP Ouest*, Brest Juin 2002, (G. Chagnon , E. Verron , L.Gornet , G. Marckmann , P. Charrier)

«Modélisation et Simulation de l'effet Mullins dans les pièces élastomère du secteur automobile », *AUM Nancy, 3-7, Septembre 2001, (*G. Chagnon, E. Verron, L. Gornet, G. Marckmann, P. Charrier*).*

CHAPITRE V :
RUPTURE EN FATIGUE DES ELASTOMERES

Cette partie porte sur les essais mécaniques de fatigue réalisés sur des éprouvettes élastomères. Deux éprouvettes de révolution sont plus particulièrement étudiées, elles sont baptisées Diabolo et AE. La première est un plot en élastomère et correspond à un état de contrainte quasi-unidimensionnel. La seconde, fortement échancrée, permet d'atteindre des états de chargement multiaxiaux. Ces essais mécaniques sont réalisés pour déterminer les limites d'endurance de ces matériaux lors de chargements de fatigue. Des études complémentaires des phénomènes de dégradation à l'échelle microscopique sont réalisées au Microscope Electronique à Balayage. Les éprouvettes soumises à différents états de fatigue sont sollicitées statiquement au sein du MEB afin d'observer les mécanismes de dégradation à l'échelle microscopique. Cette démarche multi-échelle permet de mieux appréhender les mécanismes de rupture en fatigue des structures élastomères antivibratoires.

CHAPITRE V : ***88***
RUPTURE EN FATIGUE DES ÉLASTOMÈRES ***88***
V.1 Introduction **89**
V.2 La mécanique de la rupture **90**
V.3 Les essais de fatigue sur caoutchouc **91**
V.3.1 La fatigue des éprouvettes Diabolo 94
V.3.2 La fatigue des éprouvettes AE 96
V.4 Étude des micro-mécanismes de ruptures **97**
V.4.1 Initiation et propagation du front de fissure macroscopique 98
V.4.2 Description macroscopique des endommagements 99
V.4.3 Mécanisme d'endommagement à l'échelle microscopique 101
V.5 Les critères de ruptures **103**
V.6 Bibliographie **107**
V.7 Travaux scientifiques du chapitre V **110**
V.7.1 Articles dans des revues à comité de lecture ou dans des ouvrages de synthèse 110
V.7.2 Communications à des congrès à comité de sélection et avec actes publiés 110

V.1 Introduction

Les élastomères sont aujourd'hui très largement utilisés dans l'industrie. Le succès de cette utilisation est dû à leurs propriétés mécaniques spécifiques qui en font un matériau adapté à de nombreuses situations. En effet, ils sont utilisés pour leur capacité à filtrer des vibrations, pour leur flexibilité, pour leur comportement en friction, pour réaliser des étanchéités, pour la réalisation de liaisons souples capables de reprendre des dilatations thermiques importantes, pour la protection aux agents extérieurs, et aussi pour absorber et restituer de l'énergie. Aujourd'hui les élastomères les plus connus sont le caoutchouc naturel, le latex, le SBR, le silicone, l'EPDM et le polyuréthane. Les études concernant la tenue en fatigue des matériaux élastomères sont l'objet à ce jour de peu de publications car elles sont menées dans un environnement industriel très concurrentiel (Greensmith et Thomas 1955**,** Greensmith 1956**,** Beatty 1964, Lake 1975, Garud, 1981, Lake 1983, Fatemi et Socie 1988, Bannantime 1992, Socie 1993, Lake 1995, McDiarmind 1991, Mars 2001, Flamm *et al*. 2003, Reese et Böl 2003).

Ce chapitre porte sur les études des mécanismes de dégradation de ces matériaux à l'échelle microscopique et macroscopique lorsqu'ils sont soumis à l'action de sollicitations de fatigue. Ces travaux, sont réalisés dans le cadre de deux thèses (Cifre).

La première, débutée en juillet 2002, est réalisée par Elisabeth Ostoja-Kuczynski dans le cadre d'une collaboration avec le groupe Trelleborg. Elle porte sur le développement d'essais mécaniques de fatigue et sur l'étude des phénomènes macroscopiques entraînant l'initiation de la fissuration dans les élastomères.

La seconde, débutée en janvier 2003, est menée par Jean-Benoît Le Cam en collaboration avec la société Allevard-Rejna et le Cetim Nantes. Elle porte plus particulièrement sur la réalisation d'essais mécaniques d'initiation de la fissuration à l'échelle microscopique. Avec pour objectif final l'élaboration d'un critère de fatigue pertinent qui puisse être utilisé facilement par les concepteurs de structures élastomères.

Ces travaux de thèse menés à l'Ecole Centrale Nantes au sein du Groupe de Travail sur la Fatigue des Elastomères sont co-dirigés par E. Verron et moi-même.

Les résultats présentés dans ce chapitre ont fait l'objet de plusieurs articles et conférences (Ostoja *et al*. 2003, Le Cam *et al*. 2004).

Ces travaux font appel à la mécanique de l'endommagement et à la mécanique de la rupture qui sont les deux concepts que j'utilise en recherche et que je transmets dans le cadre de mes enseignements en DEA (Master) à l'Ecole Centrale Nantes depuis 2000.

V.2 La mécanique de la rupture

Les premiers travaux concernant la mécanique de la rupture ont été développés par A. Griffith en 1920. ils portaient sur l'énergie de création d'une fissure (Griffith 1920). Des projets scientifiques dédiés à la fatigue des métaux et des élastomères furent menés aux Etats-Unis avant et durant la seconde guerre mondiale. De 1943 à 1953 plus de deux cents navires construits pour les besoins de la guerre furent endommagés ou brisés complètement par des ruptures fragiles. On peut également évoquer la rupture à haute altitude de deux avions Comet en 1950. La majorité de ces ruptures prit naissance en des points de concentration de contraintes. Ces quelques exemples sont choisis parmi un grand nombre de catastrophes ayant pour cause la propagation de fissures. La mécanique de la rupture et en particulier l'étude de la simulation de propagation de défaut dans les matériaux métalliques par des méthodes numériques innovantes reste un thème d'actualité (Moës, *et al*. 1999, Gravouil *et al*. 2002, Moës, *et al*. 2002).

Pour les caoutchoucs, la publication des études ne débute réellement qu'avec l'article de Rivlin et Thomas (1952). À l'instar des travaux de Rice (1968) dans le domaine de la mécanique de la rupture des matériaux métalliques, il est communément admis que Rivlin et Thomas sont les pionniers et pères fondateurs de la mécanique de la rupture appliquée aux matériaux élastomères. Rice (1968) reconnaît que le lien entre le taux de restitution d'énergie et les facteurs d'intensité de contrainte est à mettre au crédit de Thomas (1955), (Greensmith et Thomas 1955, Greensmith H.W. 1956).

Rivlin et Thomas proposent pour la première fois en (1952) un critère de rupture dédié à l'analyse des élastomères, basé sur l'énergie de déchirement (Griffith 1920).

Dans les années qui suivirent, de nombreux chercheurs ont étudié simultanément la rupture des élastomères sous des sollicitations quasi-statiques (Thomas 1958, 1960) ou de fatigue (Greensmith 1964, Lake et Lindley 1964). Il convient de rappeler que les travaux concernant la propagation de fissures dans les matériaux métalliques datent de la même période (Paris *et al*. 1961, Paris et Erdogan 1963). Aujourd'hui, l'énergie de déchirement destinée à caractériser la propagation des macro-fissures est un paramètre uniquement maîtrisé dans le cas d'un comportement dont l'ensemble des dissipations est confiné dans la création de la fissure. Les essais de fatigue font l'objet de normes d'essais (ASTM D4482-99, ISO 34-1, ISO 34-2). De larges synthèses des travaux réalisés avec cette approche sont disponibles dans la littérature (Gent 1992, Thomas 1994, Lake 1995). Des synthèses des théories ou de procédures expérimentales relatives à la mécanique de la rupture des matériaux métalliques sont présentées dans (Bui 1978, Broek 1988, Recho 1995, Leblond 2003). L'effet d'échelle lors de la rupture des structures est cependant un effet non négligeable qui est peu abordé pour les élastomères (Bazant 2004).

La plupart des études sur les élastomères sont restées confinées dans le secteur industriel du pneumatique. Michelin et Goodyear travaillant avec l'Université d'Akron ont vraisemblablement

développé des compétences restées confidentielles sur la durabilité des pneus. Dans le domaine du pneumatique, l'objectif essentiel est de prévoir à partir d'une fissure initiée par un choc ou un caillou le risque d'éclatement potentiel. Il existe donc différents problèmes lorsque l'on souhaite appliquer cette stratégie aux systèmes anti-vibratoires.

Pour nombre de composants anti-vibratoires, l'initiation d'une fissure conduit systématiquement à une rupture de la pièce. La détection de ce type de défaut sert généralement à définir la fin de vie de la pièce mécanique testée. L'étude de la propagation d'une fissure au sein d'une pièce antivibratoire présente l'intérêt de valider jusqu'à la phase ultime de la rupture la structure en élastomère (Charrier *et al*. 2003). Cependant, pour nombre de composants anti-vibratoires, l'apparition d'une première fissure doit être le critère utilisé pour la validation de l'élaboration de la structure.

En conséquence, une autre approche de la fatigue des élastomères a été impulsée par les industriels travaillant dans le domaine de l'antivibratoire automobile : l'analyse et la prédiction de l'initiation des fissures. Les essais mécaniques présentés dans la suite sont menés avec pour objectif de valider des composants anti-vibratoires en réalisant des simulations réalistes jusqu'à la phase ultime de la rupture. La phase de simulation de ces essais mécaniques de fatigue nécessite de faire le choix d'une loi de comportement réaliste afin de définir l'évolution du champ de contraintes. La prise en compte dans le comportement hyperélastique de l'élastomère de l'effet Mullins, de l'hystérésis et de la viscoélasticité long terme semble obligatoire. Il est important de savoir dans quelle mesure, chacun de ces phénomènes physiques influe sur le champ de contrainte local et sur sa multiaxialité.

V.3 Les essais de fatigue sur caoutchouc

Les essais mécaniques de fatigue présentés dans cette partie sont issus de (Ostoja *et al*. 2003). Ces essais sont exécutés sur des éprouvettes axisymétriques entaillées (Beatty 1964, Lu 1991, André *et al*. 1997, Bathias *et al*. 1998). Ils sont conduits pour des trajets de sollicitations simples ou combinés, de traction, compression ou torsion (figures 1 et 2). Tous ces essais mécaniques sont effectués dans une enceinte climatique afin de contrôler les échanges de température. Ces études expérimentales sont menées par Elisabeth Ostoja-Kuczynski dans le cadre de sa thèse.

Ces essais mécaniques de fatigue sont commandés par des déplacements ou des forces imposées pour différents rapports de chargement $R=\frac{U_{\min}}{U_{\max}}$ $R=\frac{F_{\min}}{F_{\max}}$.

La classification des essais mécaniques de fatigue est principalement établie en fonction du caractère relaxant ($R=0$) ou non-relaxant ($R\neq 0$). Il convient de rappeler que sous réserve d'utiliser un critère de fin de vie pertinent pour les élastomères, ces essais mécaniques permettent de créer des courbes de Wöhler (figure 3) utiles aux concepteurs de structures en caoutchouc. Ces courbes, classiques pour les matériaux métalliques, sont établies pour des essais de fatigue unidimensionnels

(Lemaitre et Chaboche 1988). Elles sont obtenues en déterminant le nombre de cycles à rupture ou à l'initiation d'une fissure en fonction d'une mesure du niveau de chargement. Un diagramme de Haigh permet également de représenter les lignes d'iso durée de vie et de montrer l'influence du chargement moyen (André *et al*. 1996). Dans le cas des matériaux métalliques, la modélisation des lignes d'iso-durée de vie pour un nombre de cycles N est représentée par des droites de Goodman ou des paraboles de Gerber.

Les essais mécaniques de fatigue que nous réalisons permettent d'établir une base de données sur les caoutchoucs et à apporter des réponses aux questions classiquement posées lors de l'étude d'un nouveau matériau en fatigue.

Quelle est l'influence de la contrainte moyenne de chargement lors des cycles de fatigue ? Quelle est la règle de cumul pertinente, le cumul linéaire ou non linéaire si l'influence de l'ordre des cycles de chargement est primordiale ? Peut-on appliquer le comptage classique des cycles Rainflow ou un autre type de comptage de cycle adapté aux élastomères doit-il être développé. Quelle est la fréquence et la température de la matière lors de l'essai ? Quelle est l'influence de d'auto-échauffement du matériau sur le mode de rupture en fatigue ? Quelle est l'approche la plus pertinente pour établir un critère de rupture en fatigue ? Faut-il utiliser une approche en contrainte, en déformation, en énergie, en endommagement ? Peut-on développer un critère innovant et facile à mettre en œuvre ?

Les études expérimentales de fatigue ont pour objet de dégager un critère original en post-traitement d'un logiciel de simulation numérique Eléments Finis, permettant ainsi de prédire l'initiation de fissures dans des structures complexes soumises à des chargements multiaxiaux.

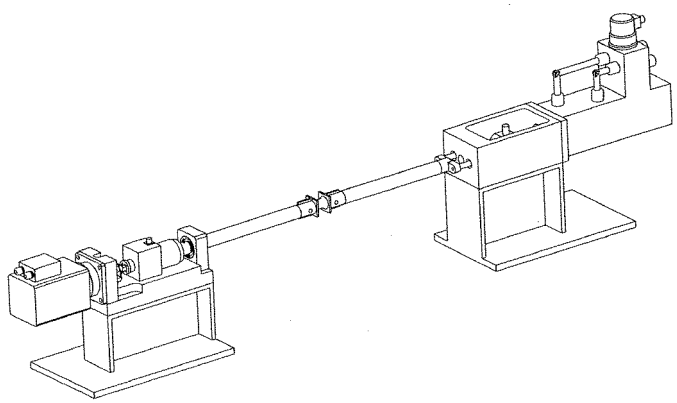


Figure 1. Schéma du banc d'essai de fatigue en traction-compression-torsion.

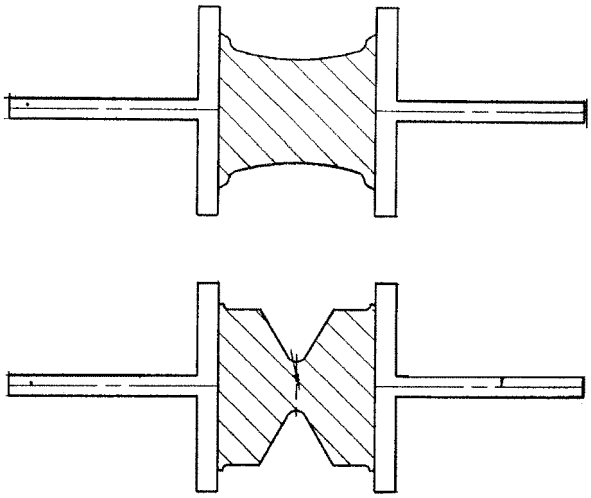


Figure 2. Schéma des éprouvettes en caoutchouc de géométrie Diabolo et AE.

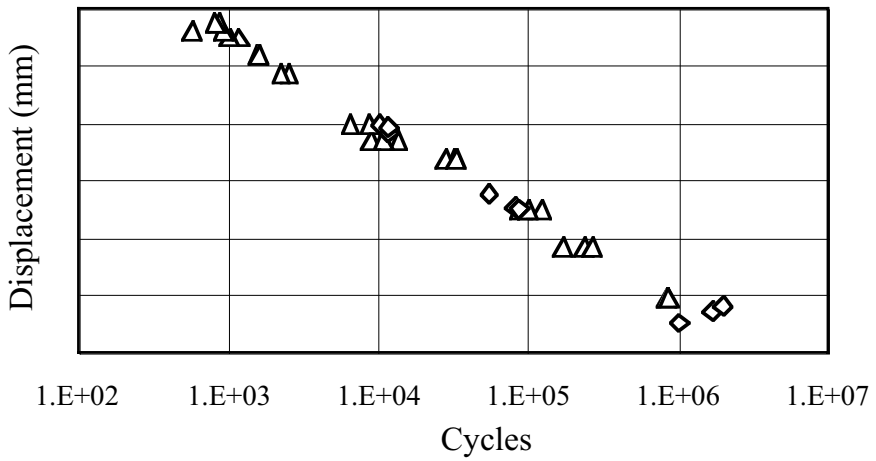


Figure 3. Courbe de Wölher d'un caoutchouc *établie à partir des essais mécaniques sur éprouvettes Diabolo.*

Depuis quelques années, il y a un regain d'activité de recherche dans le domaine de la fatigue des caoutchoucs en France, même si comme nous l'avont dit une grande partie de ces travaux reste confidentiel (Martin Borret 1998, Diani 1999, Robisson *et al.* 1999, Robisson 200, Micel-Ponnelle 2001, Demora et Cantournet, 2001, Cantournet Saintier 2001, Bennai *et al.* 2003, Layouni *et al.* 2003, Gentot 2003). Des critères de fin de vie sont proposés dans la littérature (Mars 2001, Abraham 2001, Raoult *et al.* 2002). Ils correspondent respectivement à une perte de 15% de la force mesurée à partir d'un nombre de cycles effectués et à la rupture de l'échantillon. Le dépouillement des essais à partir de ces critères ne semble pas approprié à nos matériaux. En conséquence, un critère de fin de vie, fondé sur l'évolution de la raideur de l'éprouvette est proposé.

Nous proposons d'utiliser la perte de raideur des éprouvettes comme un critère d'évolution du dommage (figure 2). Il convient de rappeler que la décroissance de la raideur est due à la viscoélasticité de l'éprouvette tant qu'il n'y a pas de croissance de défaut. L'évolution de la raideur en fonction du nombre de cycles lors d'une réponse viscoélastique est identifiée sous la forme suivante.

$$K(N) = K_0 \log(N) + B$$

où K_0 et B sont deux paramètres à identifier pour un matériau donné. La dérivation de l'équation précédente permet de construire un critère de perte de raideur.

$$\frac{dK}{dN} = \frac{K_0}{N}$$

En conséquence, dès que la relation $N \cdot \frac{dK}{dN} = \text{cte}$ n'est plus vérifiée la fin de vie de l'éprouvette est prononcée.

Lors des essais de fatigue, pour éviter de superposer un dommage thermique au dommage mécanique, la vitesse de sollicitation est contrôlée de manière à ne pas élever la température de peau de l'éprouvette de plus de 20°C, la température de l'enceinte de l'essai étant quant à elle stabilisée à 23°C.

V.3.1 La fatigue des éprouvettes Diabolo

Cette partie est consacrée à l'étude du comportement mécanique en fatigue des élastomères sous un chargement uniaxial. La géométrie de l'éprouvette retenue est identique à celle qui est proposée par Beatty (1964). L'éprouvette est axisymétrique et admet un rayon de courbure important, ce qui lui vaut le nom de Diabolo (figure 2). Le rayon de courbure permet d'obtenir une déformation locale au centre de l'éprouvette supérieure à la déformation nominale imposée. L'éprouvette Diabolo permet de localiser en son centre la fissure de fatigue lors de sollicitations de traction relaxante (figure 4).

Les essais effectués permettent de valider l'évolution des ruptures en fonction du nombre de cycles. Des évolutions de l'endommagement sous chargement de fatigue à déplacements imposés sont présentés sur les figures 4 et 5. Dans le cas des chargements relaxants une cavitation en tête de l'éprouvette est également observée (figure 6). Des modèles dédiés à la simulation de la cavitation sont présentés dans (Gent 1990, Horgan 1995). Ils peuvent être utilisés pour établir des critères de rupture cependant, ils ne permettent pas d'expliquer toutes les ruptures. Une simulation du développement de l'effet Mullins sur une éprouvette Diabolo soumis à un chargement de traction, torsion est présentée figure 7.

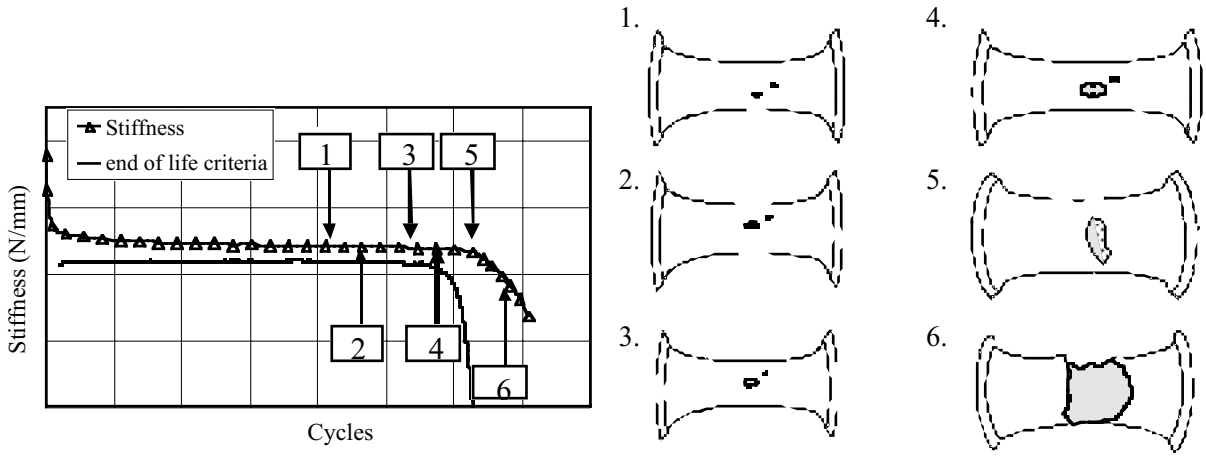


Figure 4. Essais de fatigue en traction relaxante : évolution de la raideur et des modes de rupture en fonction des cycles de chargement.

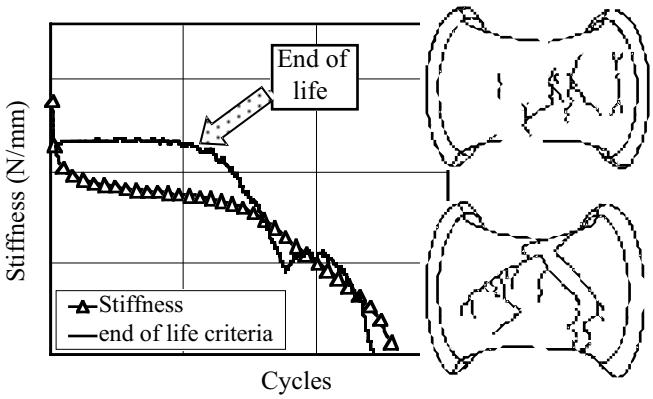


Figure 5. Essais de fatigue en traction non-relaxante : évolution de la raideur et des modes de rupture en fonction des cycles de chargement.

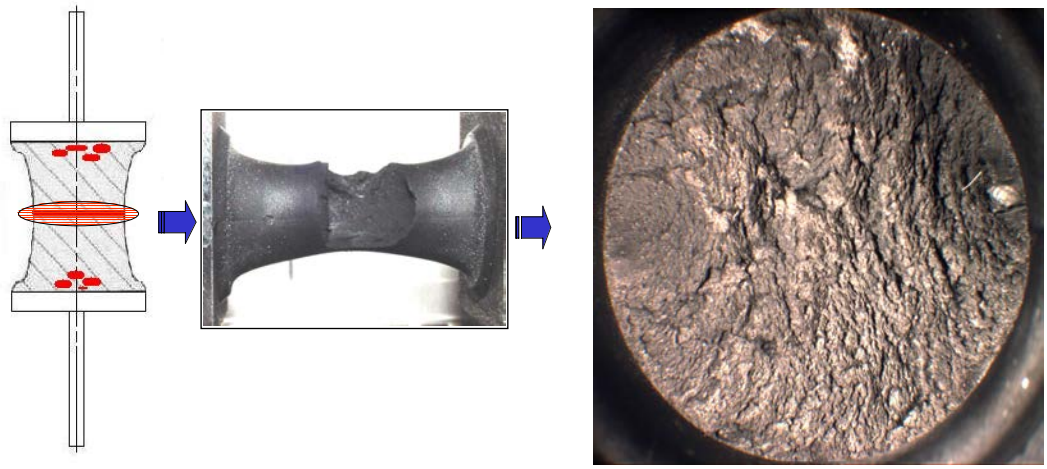


Figure 6. Essais de traction relaxante. Zones de rupture. Micrographie de l'éprouvette rompue. La micrographie présente de gauche à droite, la zone d'initiation, de propagation et le ligament final.

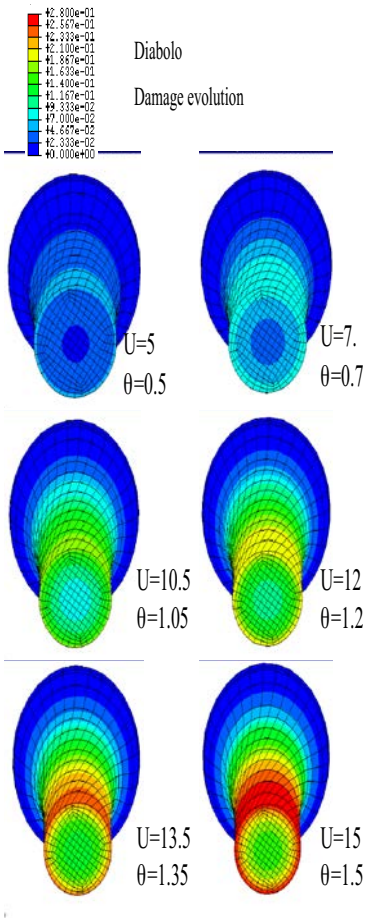


Figure 7. Développement de l'effet Mullins dans un plot diabolo soumis à des chargements de traction-torsion. Ces simulations des essais de fatigue sont réalisées pour quelques cycles de chargements avec le modèle d'endommagement M1 associé à une densité d'énergie de Yeoh (cf. Chapitre IV).

V.3.2 La fatigue des éprouvettes AE

Cette partie est consacrée à l'étude du comportement en fatigue des élastomères sous des chargements multiaxiaux. Ces études expérimentales, basées sur un grand nombre de trajets de chargements, permettent d'analyser localement l'influence de la multiaxialité (André *et al*. 1997, Legorju *et al*. 1997, Robisson 2000, Mars 2001). Il convient de noter que le réseau de fissures qui se développe lors des essais de fatigue est fonction de la nature des sollicitations. Les réseaux de fissures qui se développent sous des sollicitations de torsions relaxantes ou non relaxantes, sont présentés figures 8 et 9. Les résultats sont proches de ceux présentés dans (André *et al*. 1997).

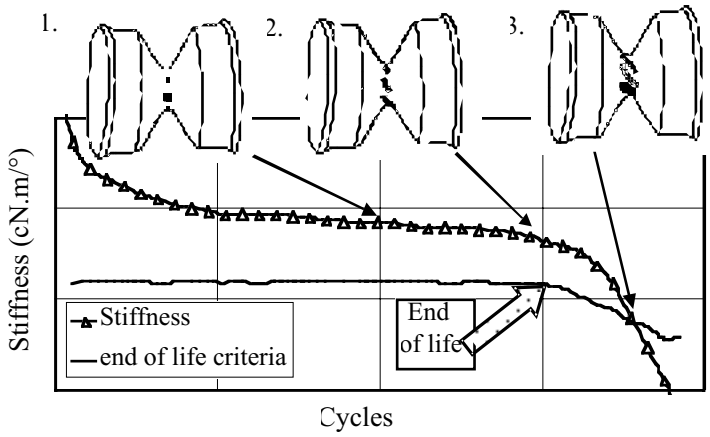


Figure 8. Initiation de rupture lors d'essais relaxants de torsion.

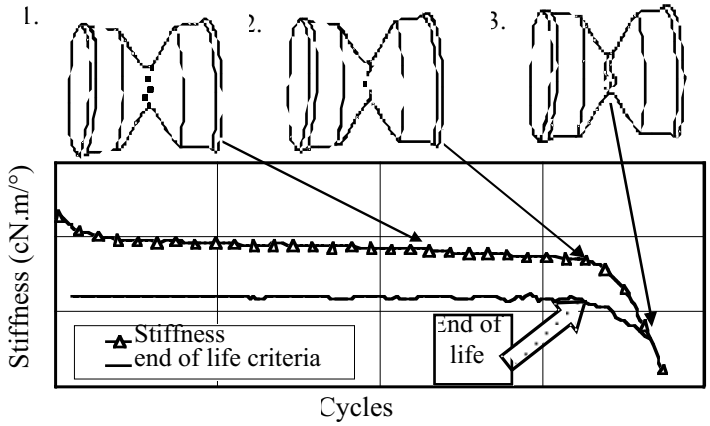


Figure 9. Initiation de rupture lors d'essais non-relaxants de torsion.

V.4 Étude des micro-mécanismes de ruptures

Cette partie présente des analyses fractographiques d'éprouvettes en caoutchouc naturel renforcées par des noirs de carbone. Ces éprouvettes sont préalablement fissurées sous un chargement de fatigue à température ambiante (Le Cam *et al*. 2003, Le Cam *et al*. 2004). Ces travaux sont réalisés par Jean-Benoît Le Cam pour la société Allevard Rejna Autosuspensions dans le cadre de sa thèse de doctorat.

Pour mieux comprendre les mécanismes de propagation de fissures sous des chargements de fatigue (Ostoja *et al*. 2003), il est nécessaire de connaître l'état microstructural de la matière autour du fond de la fissure. Une technique permettant d'identifier le dommage crée devant le front de la fissure et qui participe à l'avancée de celle-ci a été mis en évidence à l'aide d'éprouvettes sollicitées en traction statique dans un microscope électronique à balayage (MEB).

Les études sont réalisées sous un faisceau d'électrons secondaires après métallisation de l'échantillon d'élastomère. Il convient de rappeler que le dispositif de micro-analyse X du MEB, permet de recenser les éléments présents sur les surfaces analysées. Des micro-découpes, réalisées au fond de la macro fissure (figure 11), révèlent la nature de la micro-structure dans la zone autour du fond de la fissure. Les micro-découpes sont réalisées à l'aide de l'énergie fournie par la concentration du faisceau électronique du MEB sur la zone d'observation. Ces observations montrent que le mécanisme d'endommagement par fatigue en fond de fissure est la cavitation issue de la décohésion entre la matrice polymère et les oxydes.

V.4.1 Initiation et propagation du front de fissure macroscopique

Il paraît nécessaire de connaître l'état microstructural de la matière au fond de la macro fissure pour développer dans l'avenir des approches multi-échelles de simulation des mécanismes de rupture.

Les mécanismes microscopiques qui sont mis en jeu lors de la propagation de la fissure macroscopique sont révélés par des analyses fractographiques des faciès de rupture réalisées par microscopie électronique à balayage. Ces analyses mettent en évidence les évènements caractéristiques en fonction du type de sollicitations et du matériau considéré (Choudhury. et Bhowmick 1990, Fukahori 1991, Bhowmick 1995). Ces observations précisent la source de l'initiation de la macro fissure et retracent le chemin de propagation. Dans les bas polymères, les mécanismes de propagation de fissure ont été largement étudiés et des micro-cinétiques de fissuration ont été proposées (Argon et Salama 1977, Hui et al. 1992, Sha et al. 1997, Tijssens 2002).

Dans une première phase, une technique expérimentale, qui permet d'identifier le dommage prépondérant pour des caoutchoucs naturels chargés soumis à des sollicitations de fatigue, est mis en place. Les fissures sont initiées à partir d'essais de fatigue tels que ceux qui sont présentés sur les figures 3 et 4.

Les éprouvettes fissurées et étirées sont dépolluées dans un bain de solution neutre soumis aux ultrasons. Le matériau n'étant pas suffisamment conducteur, l'éprouvette étirée est métallisée à l'or (couche de 90 nm d'épaisseur). Elle est ensuite introduite dans la chambre du MEB pour y être analysée à partir des électrons secondaires. La figure 10, représente le dispositif expérimental de traction statique composé de tiges filetées et d'écrous pour écarter les inserts métalliques de l'éprouvette en caoutchouc. Pour observer le voisinage et le fond de la macro fissure, on impose à l'éprouvette la même élongation qu'en fatigue (λ=1,33). La figure 11 montre que pour le cas de chargement de fatigue étudié, la fissure est apparue au centre de l'éprouvette et à proximité de son plan de joint.



Figure 10. Montage de traction de l'éprouvette pour observation sous MEB.

V.4.2 Description macroscopique des endommagements

Le matériau utilisé pour les essais de fatigue est un caoutchouc naturel renforcé par des charges (Noir de carbone). Le tableau 1 résume sa composition chimique ainsi que quelques caractéristiques mécaniques.

Tableau 1. Formulation et caractéristiques mécaniques du matériau

Formulation (pce)	
NR	100,00
Oxyde de zinc	9,85
Plastifiant	3,00
Noir de carbone	34,00
Acide stéarique	3,00
Antioxydant	2,00
Accélérateurs	4,00
Caractéristiques mécaniques	
Densité	1,13
Dureté shore A	58,00
Contrainte à rupture (Mpa)	22,90
Allongement à rupture (%)	635,00

La figure 11 représente l'éprouvette et sa vue schématique. Le procédé d'élaboration de celle -ci est le moulage par injection et le plan de joint est visible (figure 11). Sur cette figure, quatre zones d'état de surface différentes sont présentes autour de la fissure. La zone A qui est la moins étirée bénéficie du rétreint des chaînes rompues lors de la propagation. La zone B est très étirée, de nombreuses craquelures sont présentes. La zone C correspond à une partie moins étirée puisque la

section de l'éprouvette dans cette zone est croissante jusqu'aux inserts. La zone D se situe de part et d'autre de la fissure. Des micro-cavités de surface sont présentes jusqu'à 0,2 mm du bord de la fissure. Ces micro-cavités sont de l'ordre de quelques centaines de nanomètres.

La figure 12 montre les longs filaments formés par la matière étirée qui constitue le fond de la fissure macroscopique. Les micrographies montrent qu'il y a des oxydes entre les filaments (particules blanches).

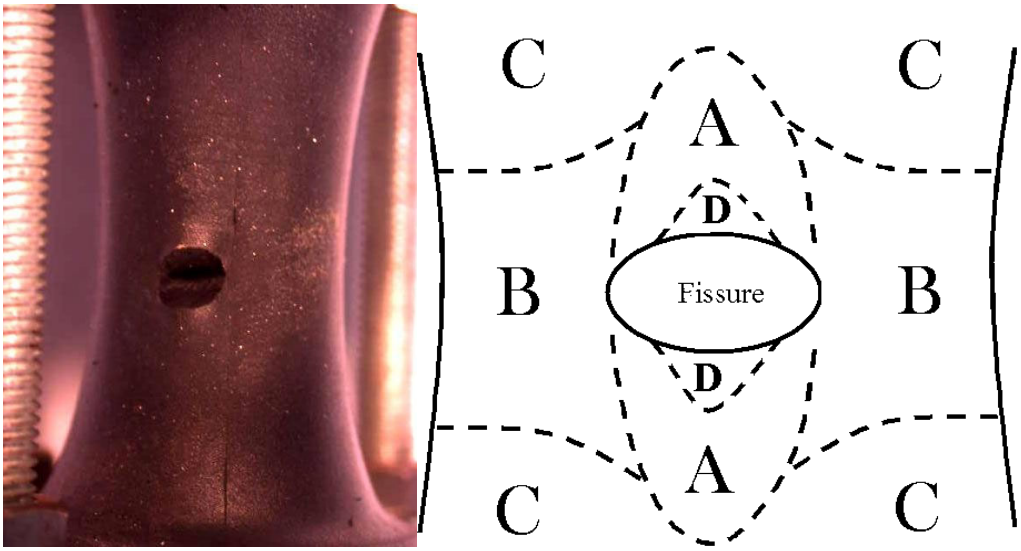


Figure 11. éprouvette étirée, avec la fissure ouverte de 5 mm en vertical. Les quatre zones d'état de surface différentes autour de la fissure.

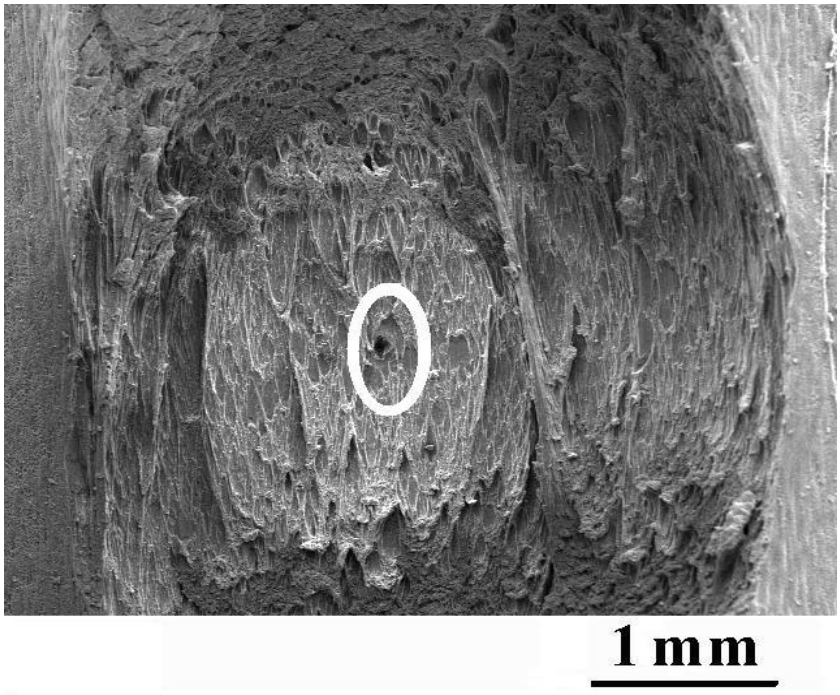


Figure 12. Filaments au fond de la fissure

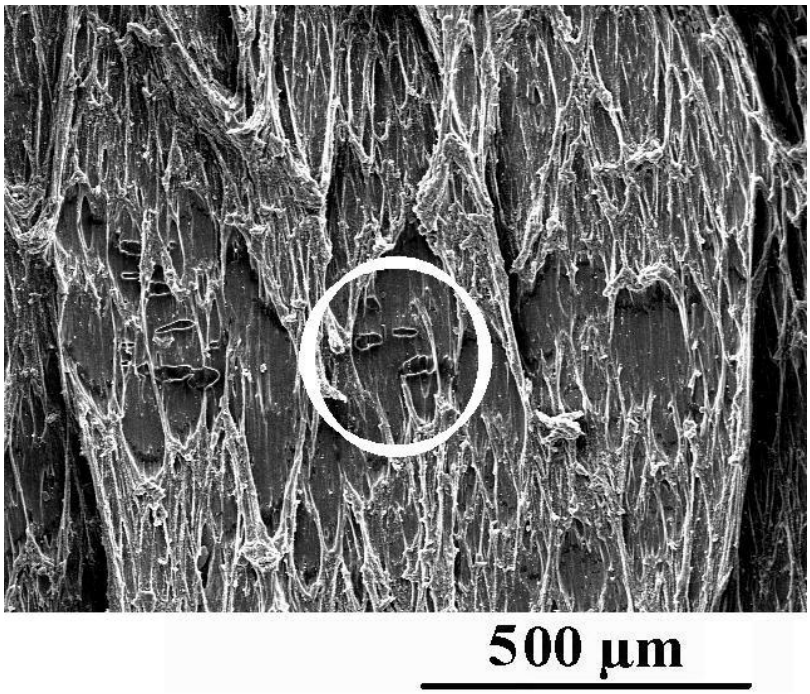


Figure 13. Filaments au fond de la fissure

V.4.3 Mécanisme d'endommagement à l'échelle microscopique

L'observation du fond de la fissure macroscopique (figures 12 et 13) met en évidence les différentes zones issues de la micro-fissuration. Pour comprendre le mode de formation de ces zones, il faut identifier les mécanismes d'endommagement qui permettent à la fissure macroscopique de se propager. Il faut donc connaître l'état de la microstructure qui précède le front de fissure macroscopique. En conséquence, des micro-découpes perpendiculaires au sens d'étirement dans le fond de la fissure sont réalisées pendant l'observation au MEB (figure 13) afin de révéler la microstructure.

La figure 13 présente le fond de la fissure après la micro-découpe. La zone de découpe est encerclée sur la figure 14b. La découpe, de l'ordre du dixième de millimètre, a été pratiquée dans la partie du fond de la fissure la plus étirée à l'aide du faisceau d'électron secondaire du MEB.

La (figure 14a) montre qu'un oxyde est présent dans une zone ellipsoïdale découverte par la micro-fissure. La concentration du faisceau sur la zone fléchée de la (figure 14a) a permis d'initier une micro-fissure qui s'est propagée de droite à gauche en découvrant une cavité, fléchée sur la (figure 14b). En maintenant le faisceau concentré dans cette zone, de nouvelles fissures sont apparues et se sont propagées.

Dans tous les cas, les fissures s'ouvrent sur des cavités qui contiennent pour la plupart un oxyde. Pour conclure, de la (figure 14b) à la (figure 14d), le faisceau électronique a été concentré de manière à provoquer la coalescence du trou découpé avec une fissure existante.

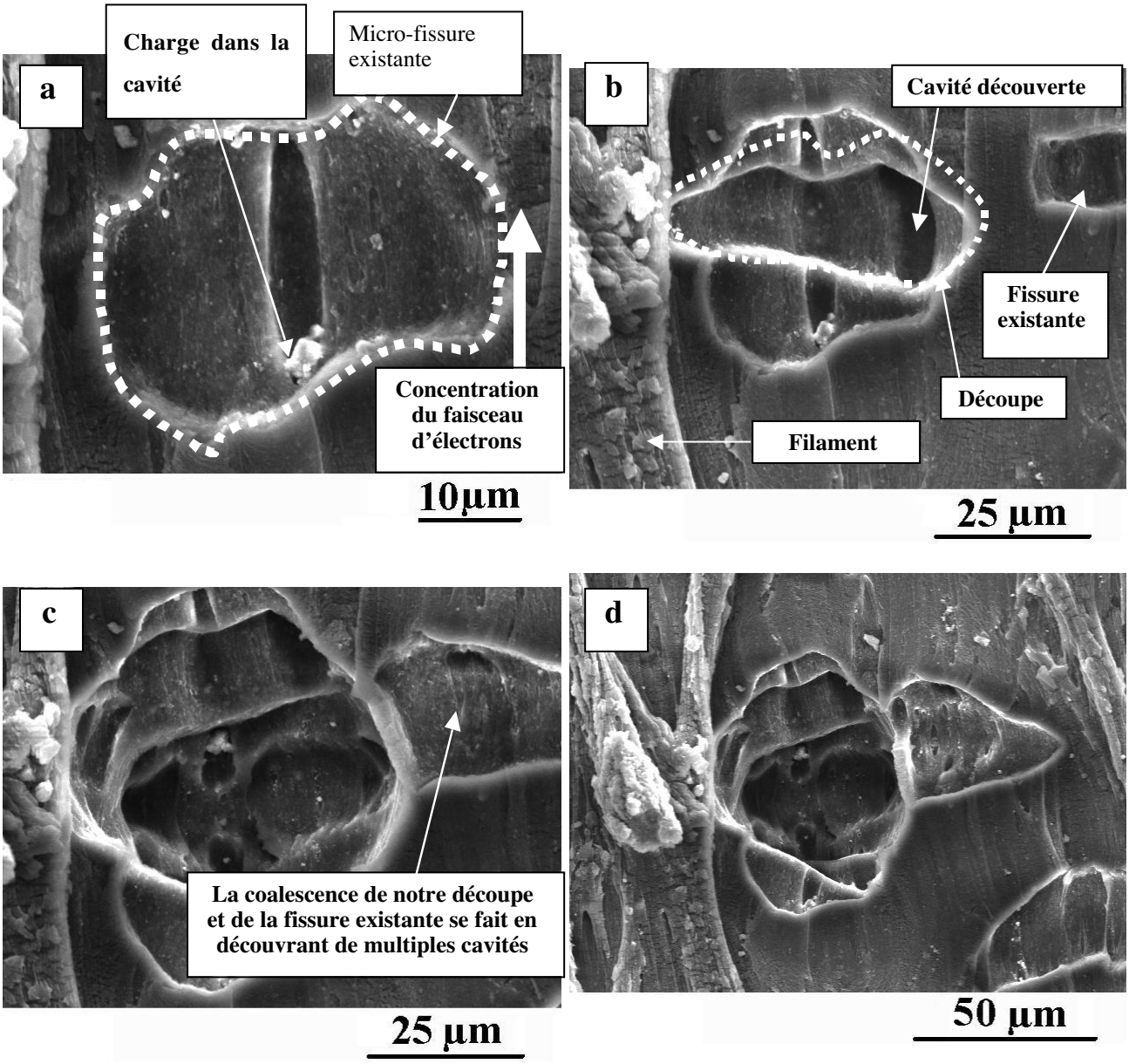


Figure 14 (a). Départ de la découpe, formation d'une fissure ; (b) Coalescence de deux fissures ; (c) La fissuration continue dans l'épaisseur de l'éprouvette ; (d) Dernier cliché avant le cliché de la figure 13

Ces observations montrent que lors des essais de fatigue menés sous des sollicitations de traction relaxante, le mécanisme d'endommagement permettant la propagation de fissure est la cavitation qui résulte de la décohésion de la matrice et des oxydes dans la zone précédant le front. Les parois des cavités découvertes sont peu à peu étirées et participent à la formation des filaments. De part et

d'autre des filaments formés, il reste des parties planes correspondant au « fond » des cavités découvertes. Au cours de l'essai cyclique, les filaments les plus étirés cèdent et se relaxent.

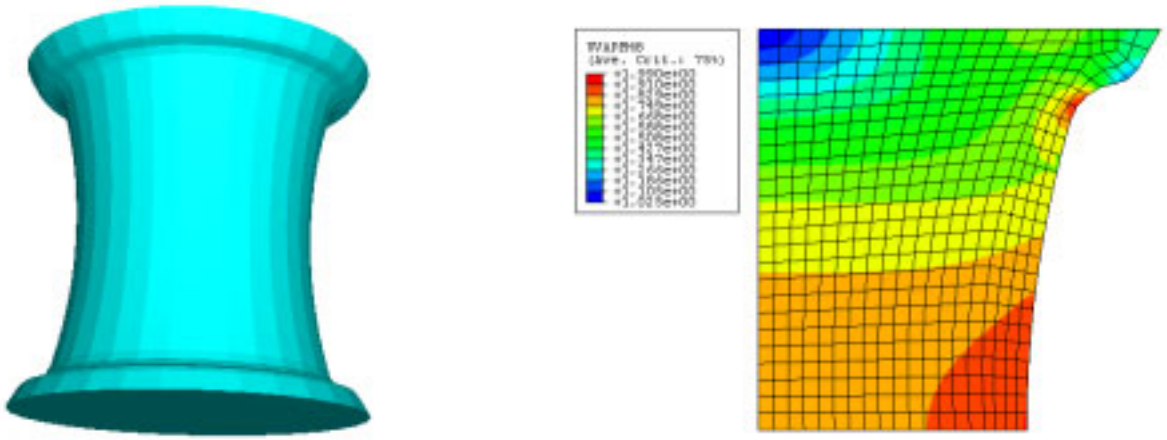
Il faut noter que, lorsque le faisceau électronique est concentré sur les filaments fortement étirés, ces derniers ne se rompent pas, même si le temps d'exposition au faisceau est augmenté. Étant donné que la puissance du faisceau électronique demeure inchangée pendant l'observation, cela semble indiquer que la microstructure des filaments est différente de celle des zones qui les séparent.

V.5 Les critères de ruptures

Il existe un nombre important de publications décrivant les surfaces rompues des élastomères sous des chargements statiques ou de fatigue (Choudhury et Bhowmick 1990, Bhowmick 1995, Wang *et al*. 2002). Ces études s'intéressent au phénomène de propagation de fissures dans les élastomères et décrivent l'influence du chargement mécanique et de l'environnement sur les évènements caractéristiques des faciès de rupture.

Un grand nombre d'articles désigne la cavitation comme la cause principale de l'amorçage de fissures dans ces matériaux (Gent et Lindley, 1958). Les cavités peuvent apparaître au sein de la matrice élastomère (Gent et Tompkins, 1969), au voisinage des charges renforçantes (Oberth et Bruenner, 1965, Robisson, 2000) ou autour des éléments additifs faiblement liés à la matrice (Layouni *et al*., 2003). En fait, si théoriquement des cavités peuvent naître au sein de la matrice homogène, il semble que celle-ci soit initialement peuplée de vides de très petite taille qui évoluent lors du chargement (Gent, 1990). Toutes ces observations posent évidemment la question de la taille des défauts intrinsèques dans les élastomères et de l'état de référence de la matière (Kakavas 1991, Mars et Fatemi 2002).

De nombreux critères fondés sur les élongations maximales (λ_{max}) ou sur les densités d'énergie de déformation sont utilisés actuellement dans l'industrie (Mars 2001). Des simulations de ce type sont présentées sur des éprouvettes Diabolo soumises à des déplacements imposés (figures 14, 15 et 16).



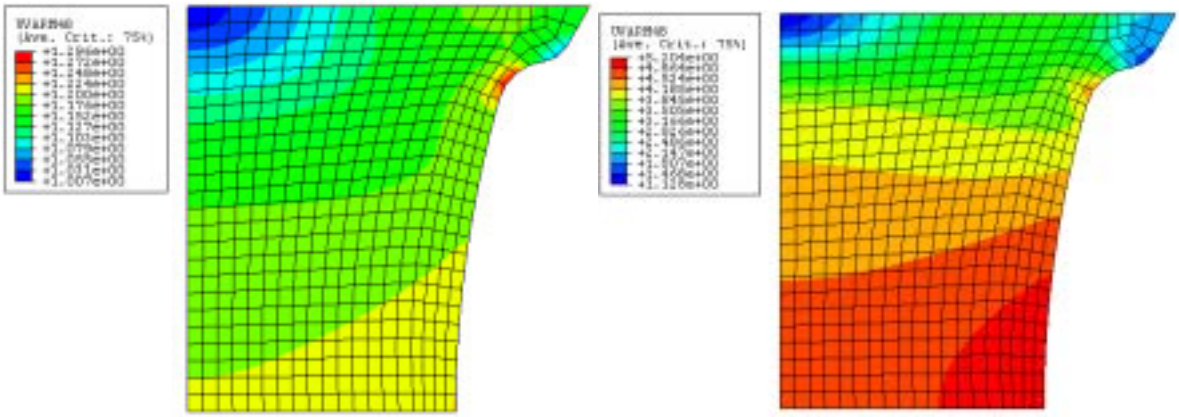


Figure 14. Simulations du critère en extensions maximales (λ_{max}) pour des chargements de traction à déplacement imposé en λ_{global}=1.1, λ_{global}=1.4 et λ_{global}=3.

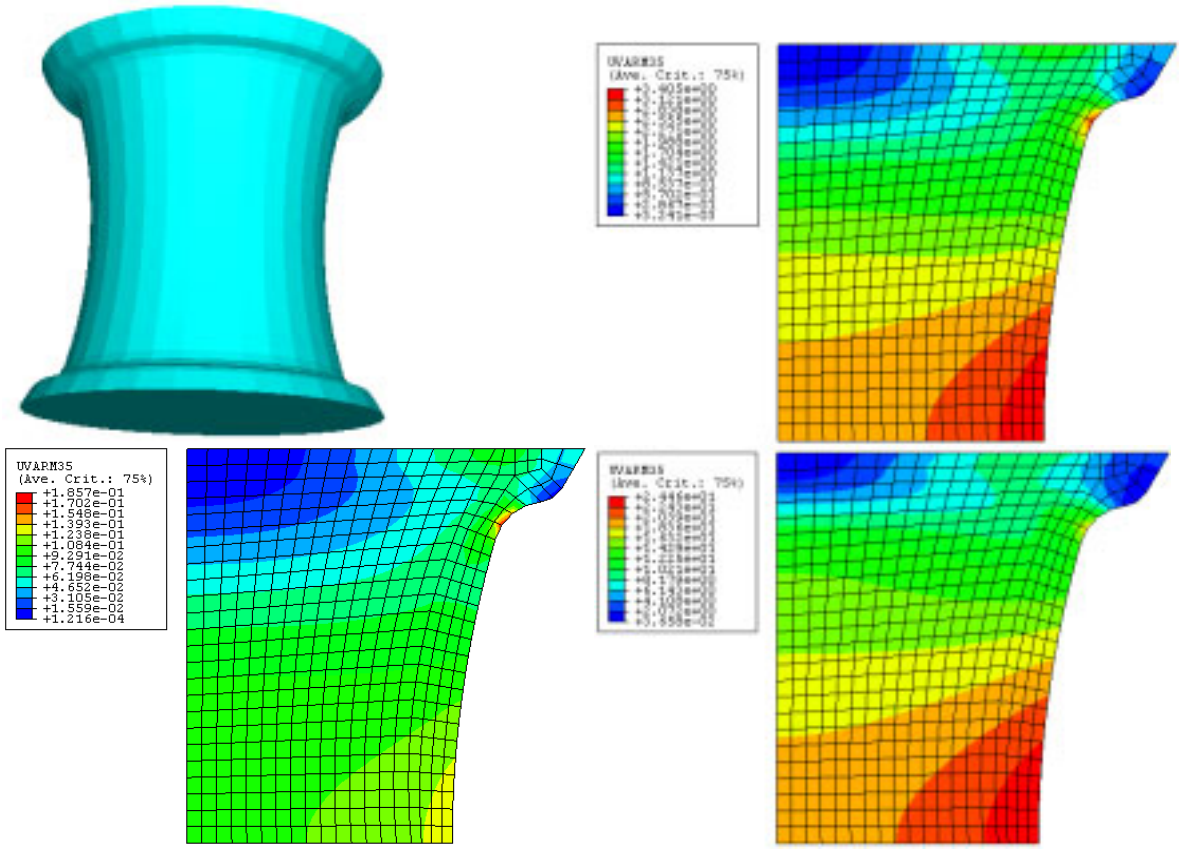


Figure 15. Simulations du critère (SED) pour des chargements de traction à déplacement imposé en λ_{global}=1.1, λ_{global}=1.4 et λ_{global}=3.

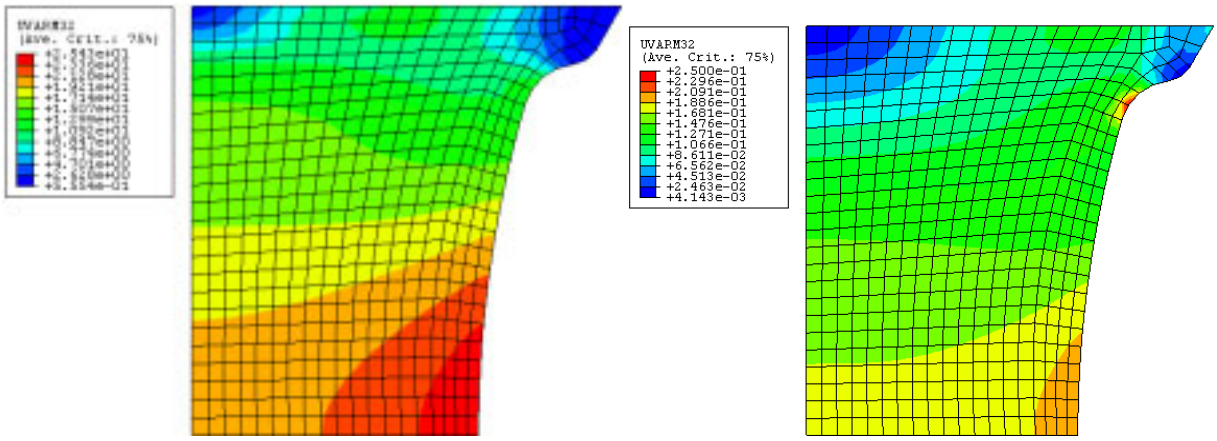


Figure 16. Simulations du critère (CED) pour des chargements de traction à déplacement imposé en $\lambda_{global}=1.1$, *et* $\lambda_{global}=3$.

La présence de cavités dans les caoutchoucs après des chargements de fatigue est mise en évidence par un grand nombre d'auteurs, mais l'évolution des phénomènes microscopiques liés au développement des fissures de fatigue n'est pas clairement établie. Des éléments de réponse sont proposés dans (Legorju-Jago et Bathias 2002). Ces auteurs ont mis en évidence l'importance du phénomène de cavitation lors de la propagation de fissures internes sous forte pression hydrostatique. En conséquence, nous avons proposé un scénario de propagation de croissance des cavités lors de la propagation des fissures de fatigue sous un chargement uniaxial. Cette procédure d'essais réalisée dans un Microscope Electronique à Balayage (Le Cam *et al*., 2004) vient d'être rappelée.

Même si la cavitation constitue un des phénomènes majeurs d'endommagements en fatigue, d'autres phénomènes physiques se révèlent tout aussi importants, notamment la cristallisation sous contrainte qui tend à augmenter la durée de vie (André *et al*., 1999, Trabelsi *et al*., 2002).

Comme une majorité de travaux expérimentaux le laisse entendre, la création et la croissance de cavités au sein d'un élastomère sont des phénomènes permettant d'expliquer leur rupture en fatigue. Du point de vue théorique, de nombreuses publications s'attachent à établir des critères permettant de prédire l'apparition ou la croissance des cavités dans les caoutchoucs en fonction, du type de chargement et de la nature de la cavité (Ball 1982, Hou et Abeyaratne 1992, Chang et Pan 2001, Diani 2001, Fond 2001). Ball (1982) modélise l'apparition soudaine d'un vide dans une sphère élastique non-linéaire sous chargement hydrostatique. Hou et Abeyaratne (1992) étendent ces résultats aux chargements quelconques. Enfin les résultats récents de (Chang et Pan 2001) et de Diani (2001) présentent des critères de croissance irréversible des cavités dans les matériaux hyperélastiques. Finalement, un état de l'art est proposé par Fond (2001).

Si le phénomène de cavitation est prépondérant dans les élastomères, il n'est pas suffisant pour expliquer la croissance des macro-fissures et la rupture en fatigue. La prise en compte du niveau de

déformation et de l'état de contrainte complet (sphérique et déviatorique) semble nécessaire (Mars, 2001). En conséquence, le développement des modèles de cavitation permet de proposer des critères locaux d'endommagement utilisables en simulation numérique. Cependant, il convient d'être capable de déterminer l'influence des défauts de la microstructure sur la localisation de l'endommagement au moyen de quantités continues calculées sur la structure homogène équivalente.

Pour effectuer le lien entre la structure réelle contenant des défauts et sa modèlisation homogène, la mécanique d'Eshelby (ou mécanique dans l'espace du matériau) peut être employée (Maugin 1993). Cette théorie s'appuie sur les travaux d'Eshelby (1951, 1975) et Chadwick (1975) qui définissent le tenseur moment d'énergie. Ce tenseur, intégré autour des défauts, généralise les résultats bien connus pour les intégrales J, L et M en mécanique de la rupture (Rice, 1968, Bui, 1978). Les ouvrages récents de Maugin (1993), Kienzler et Herrmann (2000), et Gurtin (2000) ont développé la théorie générale de la mécanique dans l'espace du matériau. Les forces configurationnelles associées à cette approche ont été utilisées récemment dans le cadre des éléments finis pour étudier des milieux contenant des fissures et inclusions (Steinmann, 2000, Steinmann *et al*., 2001, Gross *et al*., 2003). L'utilisation du tenseur moment d'énergie proprement dit pose encore des difficultés puisque sa signification physique n'est pas encore clairement établie (Kienzler et Hermann, 1997, Atkinson et Aparicio 1999). Neanmoins, la prise en compte de ces propriétés locales semble très prometteuse pour la mise en œuvre de critères de rupture ou de croissance de défauts dans les élastomères.

V.6 Bibliographie

ASTM D, (1994). Standard test method for rubber property – extension cycling fatigue, 4482-4485.

Andrieux F. (1996). Sur les milieux visco-hyperelastiques endommageables, *Thèse de Doctorat de l'UTC*.

Abraham, Alshut, Jerrams (2001). The Dependence on Mean Stress Amplitude of the Fatigue Life of Elastomers, *IRC2001, 12-14 June 2001, Birmingham UK*.

André N., Cailletaud G., Piques R. (1999). Haigh Diagram for Fatigue Crack Initiation Prediction of Natural Rubber Components, Kautschuk Gummi Kunstsoffe 52, Jahrgang, 2/99, pp. 120-123.

Argon A.S., Salama M.M. (1977). Growth of crazes in glassy polymers, *Philo. Mag.* 36, pp. 1217-1234.

Bannantime J.A., Socie D.F. (1992). Multiaxial fatigue life estimation technique, *ASTM STP 1122*, pp. 249-258.

Bazant Z. (2004). Introduction aux effets d'échelle sur la résistance des structures, *traduit de l'anglais et adapté par B. Zuber et Gilles Pijaudier-Cabot*.

Bathias C., Houel P., N'Faly Betere, Le Gorju K. (1998). Damage Characterisation of elastomeric composites using X-Ray Attenuation, Progress in durability Analysis of Composite Systems, Reifsnider & Cardon, Balkema, pp. 103-109.

Beatty J.R. (1964). Fatigue of rubber, *Rubber Chemistry and Technology*, 37, pp. 1341-1364.

Bennani A., Laiarimandrasana L.,Piques R., Cantournet S. (2003). Influence of the filler properties on the mechanical response of silica filled natural rubber. *Constitutive models for rubbers III, A.A. Balkema*.

Bhowmick A.N. (1995). Quantitative fractography of rubber by image processing technique, *Rubber Chem. Technol.* 68, 132-135.

Bui H.D. (1978). Mécanique de la rupture fragile, *Masson, Paris*.

Busfiel J.J.C., Davies, Thomas A.G. (1996). Aspect of Fracture in Rubber Component, *International Rubber Conference*, Manchester, pp 191-207.

Broek D. (1988). The pratical use of fracture mechanics, Kluwer.

Cadwell Merril Sloman, Yost. (1940). Dynamic fatigue life of Rubber, *Ind. Eng. Chem.*, 12(1), pp. 19-23.

Charrier P., Ostoja-Kuczynski E., Verron E., Marckmann G., Gornet L. (2003). Theoritical and numerical limitations for the simulation of crack propagation in natural rubber components. *Constitutive Models for Rubber III*, *A.A.Balkema*, pp 3-10.

Demora R., Cantournet S. (2001). Thermodynamics modelling of internal friction and hysteresis of elastomers. *Constitutive models for rubber II*, *A.A.Balkema*, pp. 37-43.

Diani J. (1999). Contribution à l'étude du comportement élastique et de l'endommagement des matériaux élastomères. *Thèse de Doctorat ENS Cachan*.

Fatemi A., Socie D.F. (1988). A critical plane approaches for multiaxial fatigue damage assessment, Advances in multiaxial fatigue, *ASTM STP 1191*, pp. 7-36.

Flamm M., Steinweger T., Weltin U. (2003). Lifetime prediction of multiaxially loads rubber springs and bushings. *Constitutive Models for Rubber III*, *A.A.Balkema*, pp. 49-53.

Fielding (1943). Flex Life and Crystallization of Synthetic Rubber », *Ind. & Eng. Chem.*, 35, pp. 1259-126.

Fukahori Y. (1991). Fractography and fracture mechanics in rubber, in Fractography of rubber materials, Bhowmick A.N.et De S.K. (éd.), *Elsevier Applied Science*, London and New York,.

Garud Y.S. (1981). A new approach to evaluation of fatigue under multiaxial loadings, *Engineering Material Technology*, 103, pp. 118-125.

Gent A. N. (1990). Cavitation in rubber: a cautionary tale, *Rubber Chem. Technol*, 63, G49-G53.

Gent A. N. (1992). Engineering with Rubber, How to design rubber components, *Hanser Publisher*, 1992.

Gentot L. (2003). Adoucissement par fatigue des milieux elastomères: caractérisation, modélisation et simulation numérique. *Thèse de Doctorat Université Sc. et Tech. de Lillle.*

Gravouil, A., Moës, N., Belytschko T. (2002). Non-planar 3D crack growth by the extended finite element and level sets. Part II: level set update, *Int. Journal for Num. Meth. in Eng.*, 53, 2569-2586.

Greensmith H.W., Thomas A.G. (1955). Rupture of rubber. III. Determination of tear properties, *Journal of polymer science*, Vol. XVIII, pp. 189-200.

Greensmith H.W. (1956). Rupture of rubber. IV. Tear properties of vulcanises containing carbon black", Journal of polymer science, Vol. XXI, pp. 175-187.

Greensmith H.W. (1956). Rupture of rubber. IV. Tear properties of vulcanises containing carbon black, *Journal of polymer science*, Vol. XXI, pp. 175-187.

Greensmith (1964). Rupture of Rubber XI. Tensile rupture and Crack growth in a Noncrystallizing Rubber », *J. Appl. Polym. Sci.*, 8, pp. 1113-1128.

Griffith A.A. (1920). The Phenomena of rupture and Flow in Solids, *Philosophical Trans., Royal Soc of London, Serie A*, 221.

Horgan C.O. and Polignone D.A. (1995). Cavitation in nonlinearly elastic solids: a review, *Appl Mech Rev*. 48 471-485.

Hui C.Y., Ruina A., Creton C., Kramer E.J. (1992). Micromechanics of crack growth into a craze in a polymer glass, *Macromolecules*, 25 3948-3955.

Kakavas P.A., Blatz P.J. (1991). Effects of voids on the response of a rubber poker chip sample III, *Journal of applied polymer science*, 43, pp. 1081- 1086.

Lake (1995). Fatigue and Fracture of Elastomers, *Rubber Chem. Technol.*, 68, Fas, pp. 435-460. 3.

Lake, Lindley (1964). Cut Growth and Fatigue of Rubbers. II. Experiments on Noncrystallizing Rubber , *J. Appl. Polym. Sci.*, 8, pp. 707-721.

Layouni K., Laiarinandrasana L., Piques R. (2003). Compressibility induced by damage in carbon black reinforced natural rubber. *Constitutive models for rubbers III, A.A. Balkema.*

Leblond JB. (2003). Mécanique de la rupture fragile et ductile, *Hermes- Lavoisier*.

Le Cam, J.B, Pérocheau F., Huneau B., Verron E., Gornet L. (2004). Mechanism of fatigue crack growth in carbon black filled rubber, *Macromolécule. Accepté.*

Le Cam, J.B, Pérocheau F., Huneau B., Verron E., Gornet L. (2004). Importance de la cavitation lors de la fissuration en fatigue du caoutchouc naturel chargé*, Mécanique et Industries*, *Elsevier*, Soumis *Octobre 2003*.

Lemaitre J., Chaboche J.L. (1988). Mécanique des matériaux solides, *Dunod*.

Legorju K., Lu C., Bathias C. (1997). Influence de la cristalisation sur le comportement en fatigue des caoutchouc naturels, Génie mécanique des caoutchoucs et des élastomères thermoplastiques, C. G'sell, A. Coupard.

Legorju-Jago K., Bathias C. (2001). Application of X-ray tomography for understanding of cavitation process of natural rubbers", 8th international seminar on elastomers, 9-11 may 2001, Le Mans, France, pp.129-131.

Lu C. (1991). Etude du comportement mécanique des mécanismes d'endommagement des élastomères et de la fissuration par fatigue. *Thèse CNAM*.

Martin Borret G. (1998). Sur la propagation de fissure dans les élastomères. *Thèse de Doctorat de l'Ecole Polytechnique*.

Michel-Ponnelle S. (2001). Modélisation et simulation des structures élastomères endommageables en grandes transformation, *Thèse de Doctorat ENS Cachan*.

Mars W., (2001). Multiaxial fatigue of rubber. *Thèse de Doctorat*, *University of Toledo (USA)*.

Mars W. Fatemi A. (2001). Criteria for fatigue crack nucleation in rubber under multiaxial loading, *Constitutive models for rubbers II,* pp 213-219

Moës, N., Dolbow, J. et Belytschko T. (1999). A finite element method for crack growth without remeshing, *Int. Journal for Num. Meth. in Eng.,* 46, 131-150.

Moës, N., Gravouil, A. et Belytschko T. (2002). Non-planar 3{D} crack growth by the extended finite element and level sets. Part I: Mechanical model, *Int. Journal for Num. Meth. in Eng.*, 53, 2549-2568.

Mullins L. (1948). Effect of streching on the properties of rubber, *Rubber Chem. Technol.*, 21 pp 281-300.

Ogden, R.W., Roxburgh, D.G. (1999). A pseudo-elastic model for the Mullins effect in filled rubber. *Proc. R. Soc. Lond. A*, 455,pp. 2861-2877.

Paris P.C., Gomez M.P., Anderson W.P. (1961). A rational analytic theory of fatigue. *The Trend in Engineering*, 13, pp. 9-14.

Paris P.C., Erdogan F. (1963). A critical analysis of crack propagation laws, transaction of the ASME, Journal of Basic Engineering, Serie D, 85(3).

Raoult I., Bourgeois M., Stolz C. (2002). Tenue en service de structures en caoutchouc, Giens.

Reese S., Böl M. (2003). On a micromechanically-based finite element simulation of the viscoelastic and damage behaviour of rubber-like polymers, *Constitutive models for rubbers III, A.A. Balkema*.

Recho N. (1995). Rupture par fissuration des structures, *Hermes*.

Rice (1968). Fracture, Vol. 2, H. Liebowitz, *Ed. Academic Press, New York*, pp. 191.

Rivlin R.S., Thomas A.G. (1952). Rupture of rubber. I. Characteristic energy for tearing, *Journal of polymer science*, Vol X., n°3, pp. 291-318.

Robisson A., Piques R., Laiarinandrasana L., Chaverot J.L. (1999). Comportement Mécanique d'un élastomère chargé en silice. Étude de l'influence des charges et modélisation par une loi visco-hyperélastique endommageable, *Propos Scientifique II*, 23 pp 32-42.

Robisson A. (2000). Comportement visco-hyperelastique endommageable d'élastomères SBR et PU: prevision de la durée de vie en fatigue. *Thèse de Doctorat de l'ENSMP*.

Saintier N. (2001). Prévison de la durée de vie en fatigue du NR, sous chargement multiaxial, *Thèse de Doctorat ENSMP-Confidentiel*.

Socie D.F. (1993). Critical plane approaches for multiaxial fatigue damage assessment, Advances in multiaxial fatigue, *ASTM STP 1191*, pp. 7-36.

Sha Y., Hui C.Y., Ruina A., Kramer E.J. (1997). Detailed simulation of craze fibril failure at a crap tip in a glassy polymer, *Acta Mater*. 45, pp.3555-3563.

Tijssens M.G.A, Van Der Giessen E. (2002). A possible mechanism for cross-tie fibril generation in crazing of amorphous polymers, *Polymer*, 43,pp. 831-838.

Thomas A.G. (1955). The strain concentration at an incision, *Rupture of rubber. II. vol XVIII*, pp. 177-188, 1955.

Thomas A.G. (1958). Rupture of Rubber. V. Cut growth in Natural Rubber Vucanizates », *J. Polym.* Sci., Vol. XXXI, pp. 467-488.

Thomas A.G. (1960). Rupture of Rubber. VI. Further Experiments on Tear Criterion », *J. Appl. Polym. Sci.*, Vol. III, issue N°8, pp. 168-174.

Thomas A.G. (1994). The development of Fracture Mechanics for Elastomers, *Rubber Chem. Technol.,* Vol. 67, Fas. 3, pp. G50-G60.

V.7 Travaux scientifiques du chapitre V

V.7.1 Articles dans des revues à comité de lecture ou dans des ouvrages de synthèse

«***Importance de la cavitation lors de la fissuration en fatigue du caoutchouc naturel chargé*** **»,** *Mécanique et Industries, Elsevier, Jean-Benoît Le Cam, Franck Pérocheau, Bertrand Huneau, Erwan Verron, Laurent Gornet. Soumis Octobre 2003.*

«Mechanism of fatigue crack growth in carbon black filled rubber», *Macromolécule, (Jean-Benoît Le Cam, Franck Pérocheau, Bertrand Huneau, Erwan Verron, Laurent Gornet) accepté 2004.*

Ouvrages de synthèse Constitutive Models for Rubber III (A.A.Balkema), (3 articles Edited by JJC Busfield, AH Muhr)

« ***Theoretical and numéral limitations for the simulation of crack propagation in naturel rubber components»*** *Constitutive Models for Rubber III, P. Charrier, Ostoja-Kuczynski E., E. Verron, G. Marckmann., L. Gornet, A.A.Balkema, pp. 3-10 2003.*

« ***Crack initiation in filled natural rubber : Test procedure and macroscopic analysis of cracks»*** *Constitutive Models for Rubber III, (Ostoja-Kuczynski P. Charrier., E. Verron, G. Marckmann., L. Gornet), A.A.Balkema, pp. 41-47 2003.*

V.7.2 Communications à des congrès à comité de sélection et avec actes publiés

« ***Comparison of different formulations of the Mullins effect and finite element implementation*** **»** *European Conference on Constitutive Models for Rubber (ECCMR) , G. Chagnon, E. Verron, L. Gornet, G. Marckmann., P. Charrier, Londres, Grand Bretagne 15-17 septembre 2003. (acte 10 pages)*

« ***A state of the art on actual FE softwares that are able to simulate crack propagation in rubber comonants : capability and limits»*** *European Conference on Constitutive Models for Rubber (ECCMR) , (P. Charrier, Ostoja-Kuczynski E., E. Verron, G. Marckmann., L. Gornet), Londres, Grand Bretagne 15-17 septembre 2003.*

« ***Influence de la fréquence de sollicitation sur le faciès de rupture de pièces élastomères en fatigue»,*** *38ème Colloque annuel de Rhéologie (GFR), Physique-Chimie des produits formulés, Brest, France, 17 octobre 2003. pp. 144-147.(Le Cam J.-B., Ostoja-Kuczynski E., Briançon C., Charrier P., Verron E., Perocheau F., Gornet L.)*

« ***Initiation d'une fissure dans un caoutchouc naturel chargé : procédure d'essai et analyse macroscopique des fissures»,*** *38ème Colloque annuel de Rhéologie (GFR), Physique-Chimie des produits formulés, Brest, France, 17 octobre 2003. pp. 267-268. (Ostoja-Kuczynski E, Charrier P., Verron E., Gornet L.)*