



**HAL**  
open science

# Caractérisation mécanique du bois vert au cours de sa maturation et modélisation de la réaction gravitropique de jeunes peupliers

Guillaume Pot

► **To cite this version:**

Guillaume Pot. Caractérisation mécanique du bois vert au cours de sa maturation et modélisation de la réaction gravitropique de jeunes peupliers. Autre. Université Blaise Pascal - Clermont-Ferrand II, 2012. Français. NNT : 2012CLF22279 . tel-00829108

**HAL Id: tel-00829108**

**<https://theses.hal.science/tel-00829108>**

Submitted on 2 Jun 2013

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° d'ordre : D.U. 2279  
EDSPIC : 575

Université Blaise Pascal - Clermont II

École Doctorale des  
Sciences Pour l'Ingénieur de Clermont-Ferrand

## **Thèse**

présentée par

**Guillaume POT**

Ingénieur INSA - Génie Mécanique Développement

en vue d'obtenir le grade de :

**Docteur d'Université**

**Spécialité : Mécanique du Solide**

# **Caractérisation mécanique du bois vert au cours de sa maturation et modélisation de la réaction gravitropique de jeunes peupliers**

Soutenue publiquement le 11 octobre 2012 devant le jury :

|                        |  |                        |
|------------------------|--|------------------------|
| Pr. George JERONIMIDIS | University of Reading, Reading             | Rapporteur             |
| Pr. Parviz NAVI        | Bern University of Applied Science, Bern   | Rapporteur             |
| Pr. Frédéric DUBOIS    | Université de Limoges, Egletons            | Président              |
| Dr. Catherine COUTAND  | INRA, Clermont-Ferrand                     | Co-encadrante de thèse |
| Pr. Jean-Benoît LE CAM | Université de Rennes, Rennes               | Co-encadrant de thèse  |
| Pr. Evelyne TOUSSAINT  | Université Blaise Pascal, Clermont-Ferrand | Directrice de thèse    |



# Résumé

Les arbres sont capables de modifier l'orientation de leurs branches et de leur tronc par la production asymétrique de bois précontraint. Il existe des modèles biomécaniques développés pour simuler ces mouvements, mais ils ne simulent pas correctement le redressement (ou mouvement gravitropique) de jeunes arbres à l'échelle de temps intra-annuelle. La méconnaissance de la cinétique de maturation et des propriétés mécaniques du bois vert est responsable de ces résultats. Les travaux présentés dans ce mémoire ont pour objectifs de caractériser le comportement mécanique du bois vert au cours de sa maturation, et de développer un modèle biomécanique qui puisse simuler quantitativement le gravitropisme de jeunes peupliers.

Des comportements mécaniques non-linéaires sont révélés par des essais de traction cycliques sur de fines lamelles de bois vert. Ils sont quantifiés par une grandeur mécanique liant rigidité et déformation. Des essais de flexion réalisés sur des planchettes renseignent quant à eux sur l'évolution intra-cerne du module élastique. Ces campagnes d'essais montrent une augmentation puis une diminution du module au cours de la maturation des cellules. Des essais de fluage indiquent que le comportement viscoélastique du bois vert se modélise par un modèle de Burgers. Les propriétés viscoélastiques du bois vert sont ainsi déterminées.

Les propriétés mécaniques obtenues sont utilisées dans un modèle biomécanique développé pour modéliser l'évolution spatio-temporelle des propriétés. Le gravitropisme de jeunes peupliers est alors modélisé grâce à la prise en compte du comportement viscoélastique du bois vert, de la maturation continue des cellules, et de la variation des déformations de maturation au cours de la saison de végétation.

**Mots clés** : peuplier, bois vert, bois de tension, maturation, gravitropisme, propriétés mécaniques, viscoélasticité, modèle biomécanique.



**Mechanical characterization of green wood  
during maturation process and modeling of  
gravitropic reaction of young poplars**



# Abstract

Trees are able to modify the orientation of their trunk and branches by asymmetrical production of prestressed wood. Biomechanical models designed to simulate these movements exist, but they cannot fit the righting-up movement (also called gravitropism) of young poplar trees at the intra-annual scale. The lack of knowledge of green wood maturation and mechanical properties is suspected to be responsible for this discrepancy. The aims of this study are to characterize mechanical properties of green wood during the maturation process, and to develop a biomechanical model that simulates quantitatively the gravitropism of young poplars.

Nonlinear mechanical behavior is observed in cyclic tensile tests performed on thin lamellas of green wood. A relationship between stiffness and strain enables the characterization of this behavior. The intra-ring evolution of modulus of elasticity is measured using 3-points bending tests on small boards. Both of these experimental campaigns show that wood stiffness increases then decreases while cells are maturing. Creep tests show that green wood viscoelastic behaviour is described by a Burgers' model. As a result, green wood viscoelastic properties are determined.

These mechanical properties are used in a new biomechanical model designed for considering spatio-temporal evolutions of wood properties. Then the gravitropic movements of young poplars are simulated by considering viscoelastic behaviour of green wood, continuous maturation of cells, and variation of maturation strains along the growing season.

**Keywords :** poplar, green wood, tension wood, maturation process, gravitropism, mechanical properties, viscoelasticity, biomechanical model.



# Remerciements

Les travaux de recherche présentés dans ce mémoire ont été réalisés à l'Institut Pascal, à l'Institut Français de Mécanique Avancée, à l'Université Blaise Pascal et à l'Institut National de Recherche Agronomique de Clermont-Ferrand (site de Crouël).

Je tiens en premier lieu à exprimer ma reconnaissance au Professeur Evelyne Toussaint pour m'avoir permis d'entreprendre cette étude et surtout pour sa bienveillance, sa disponibilité, et ses précieux apports. J'adresse également mes plus sincères remerciements au Docteur Catherine Coutand et au Professeur Jean-Benoît Le Cam qui ont co-encadré cette thèse. J'ai eu la chance d'avoir un encadrement consciencieux, disponible et de qualité, ce qui a largement contribué à la réussite de cette thèse.

Je remercie les Professeurs Parviz Navi et George Jeronimidis de m'avoir fait l'honneur d'être les rapporteurs de ces travaux, et également le professeur Frédéric Dubois d'avoir présidé mon jury de thèse.

Cette thèse n'aurait pu aboutir sans le travail du personnel de l'INRA du Crouël, c'est pourquoi je ne saurais trop remercier Stéphane Ploquin, Partice Chaleil, Norbert Frizot, Aline Faure et Eric Badel qui m'ont aidé sur tous les aspects ayant trait au matériel végétal. Merci aussi à Bruno Moulia de m'avoir accepté au sein de l'équipe MECA du PIAF.

Je remercie également le personnel de l'Institut Pascal et de l'IFMA, dont notamment Nicolas Blanchard et Bernard Laracine qui ont réalisé les bancs d'essais utilisés dans ces travaux, ainsi que Hugues Perrin et Michel Dréan pour leur aide sur divers aspects techniques.

J'aimerais adresser un remerciement particulier au Professeur Jean-François Destrebecq (Institut Pascal) pour les discussions très enrichissantes que nous avons eu autour de la partie modélisation et au docteur Jean-Denis Mathias (IRSTEA) pour m'avoir fourni son modèle.

Merci également aux Docteurs Ingo Burgert (ETH Zurich) et Michela Eder (Max Planck Institute of Colloids and Interfaces) pour leur accueil à Potsdam et la réalisation des imageries au microscope électronique environnemental.

Ces travaux ont été réalisés dans un cadre particulièrement agréable au sein d'un laboratoire comportant de nombreux doctorants. Je souhaite remercier toute cette joyeuse équipe.

Enfin, mes dernières pensées iront vers mon entourage proche, Marlène tout d'abord, mais aussi mes parents, car, bien qu'ayant toujours été très indépendant, je n'aurais certainement pas atteint ce niveau d'étude sans eux.



# Table des matières

|  |           |
|--|-----------|
| <b>Résumé</b>  | <b>3</b>  |
| <b>Abstract</b>  | <b>7</b>  |
| <b>Remerciements</b>   | <b>9</b>  |
| <b>Table des matières</b>  | <b>11</b> |
| <b>Liste des figures</b>   | <b>17</b> |
| <b>Liste des tableaux</b>  | <b>23</b> |
| <b>Introduction</b>  | <b>25</b> |
| <b>I Synthèse bibliographique</b>  | <b>29</b> |
| <b>1 Synthèse bibliographique</b>  | <b>31</b> |
| 1.1 Rappels sur la structure du bois et sa formation . . . . .   | 31        |
| 1.1.1 Croissance des arbres et structure à l'échelle macroscopique . . . . .                               | 31        |
| 1.1.2 Structure à l'échelle mésoscopique (intra-cerne) . . . . .   | 33        |
| 1.1.3 Formation des cellules de bois et structure à l'échelle microscopique .                              | 34        |
| 1.2 Les réactions tropiques des arbres . . . . .   | 36        |
| 1.2.1 Adaptation des plantes aux contraintes environnementales par leurs<br>mouvements tropiques . . . . . | 36        |
| 1.2.2 Les moteurs des réactions tropiques . . . . .  | 37        |

|       |  |    |
|-------|--|----|
| 1.2.3 | Cinématique de la réaction gravitropique . . . . .                                     | 38 |
| 1.3   | Les contraintes de maturation : moteurs du gravitropisme . . . . .                     | 39 |
| 1.3.1 | Développement des déformations de maturation . . . . .                                 | 40 |
| 1.3.2 | Rôle des contraintes de maturation dans l'arbre sur pied . . . . .                     | 41 |
| 1.3.3 | Conséquences des contraintes de croissance pour une utilisation industrielle . . . . . | 42 |
| 1.3.4 | Mesure des déformations de maturation . . . . .  | 43 |
| 1.4   | Propriétés mécaniques du bois vert . . . . .   | 45 |
| 1.4.1 | Propriétés élastiques . . . . .  | 45 |
| 1.4.2 | Propriétés viscoélastiques . . . . .   | 49 |
| 1.5   | Modélisation biomécanique de la croissance de l'arbre . . . . .                        | 52 |
| 1.5.1 | Modélisation des contraintes de croissance . . . . .                                   | 52 |
| 1.5.2 | Modélisation des mouvements tropiques . . . . .  | 55 |

## **II Caractérisation expérimentale de propriétés mécaniques du bois vert de peuplier 63**

### **2 Caractérisation mécanique de la maturation du bois vert par des essais de traction et de flexion 65**

|       |   |    |
|-------|---|----|
| 2.1   | Cadre général des expérimentations . . . . .  | 66 |
| 2.2   | Essais de traction pour la caractérisation du comportement mécanique de lamelles de bois vert au cours de la maturation . . . . . | 69 |
| 2.2.1 | Matériel et méthodes . . . . .  | 69 |
| 2.2.2 | Essais de traction cycliques . . . . .  | 73 |
| 2.2.3 | Résultats et discussions . . . . .  | 77 |
| 2.3   | Essais de flexion sur planchettes de bois vert pour la caractérisation mécanique de la maturation . . . . .                       | 87 |
| 2.3.1 | Matériel et méthodes . . . . .  | 87 |
| 2.3.2 | Interprétation des essais de flexion . . . . .  | 92 |
| 2.3.3 | Résultats des modules de flexion homogénéisés . . . . .   | 95 |

|            |   |            |
|------------|---|------------|
| <b>3</b>   | <b>Caractérisation du comportement viscoélastique du bois vert</b>  | <b>99</b>  |
| 3.1        | Étude des déformations induites par les autocontraintes sur des planchettes . . . . .   | 100        |
| 3.1.1      | Matériel et méthodes . . . . .  | 100        |
| 3.1.2      | Évolution temporelle de la courbure des planchettes . . . . .   | 102        |
| 3.1.3      | Interprétation de la courbure des planchettes . . . . .   | 103        |
| 3.1.4      | Modélisation de l'évolution temporelle de la courbure des planchettes<br>sous leurs autocontraintes . . . . .                       | 106        |
| 3.2        | Détermination des propriétés viscoélastiques du bois vert par des essais de<br>fluage en flexion . . . . .                          | 112        |
| 3.2.1      | Matériel et méthodes . . . . .  | 112        |
| 3.2.2      | Résultats et discussion . . . . .   | 117        |
| <br>       |   |            |
| <b>III</b> | <b>Modélisation biomécanique de la réaction gravitropique de jeunes<br/>peupliers</b>   | <b>123</b> |
| <br>       |   |            |
| <b>4</b>   | <b>Modèle biomécanique viscoélastique avec prise en compte de la maturation</b>   | <b>125</b> |
| 4.1        | Modélisation élastique prenant en compte la maturation . . . . .  | 126        |
| 4.1.1      | Principe général de la modélisation incrémentale . . . . .  | 126        |
| 4.1.2      | Aspects géométriques . . . . .  | 127        |
| 4.1.3      | Calculs mécaniques . . . . .  | 130        |
| 4.2        | Modélisation viscoélastique prenant en compte la maturation . . . . .   | 134        |
| 4.2.1      | Formulation intégrale . . . . .   | 134        |
| 4.2.2      | Formulation incrémentale en variables locales appliquée au modèle de<br>Burgers . . . . .   | 135        |
| 4.2.3      | Formulation incrémentale en variables généralisées avec prise en compte<br>de l'évolution spatio-temporelle des variables . . . . . | 139        |
| 4.2.4      | Utilisation de la formulation incrémentale en variables généralisées<br>dans le modèle prenant en compte la maturation . . . . .    | 140        |
| 4.3        | Implémentation dans le code de calcul . . . . .   | 141        |
| 4.3.1      | Données d'entrée . . . . .  | 141        |
| 4.3.2      | Initialisation . . . . .  | 142        |
| 4.3.3      | Calcul mécanique . . . . .  | 144        |

|          |  |            |
|----------|--|------------|
| 4.4      | Validation du modèle et détermination des paramètres de calcul . . . . .   | 146        |
| 4.4.1    | Déflexion d'une poutre viscoélastique soumise à son propre poids . . .   | 146        |
| 4.4.2    | Calcul du profil de contraintes internes . . . . .   | 150        |
| <b>5</b> | <b>Exploitation des données expérimentales pour la modélisation biomécanique</b>   | <b>153</b> |
| 5.1      | Étude expérimentale de l'évolution temporelle des paramètres géométriques et massiques . . . . .   | 154        |
| 5.1.1    | Matériel et méthodes . . . . .   | 154        |
| 5.1.2    | Évolution temporelle de la forme de l'arbre . . . . .  | 158        |
| 5.1.3    | Évolution spatio-temporelle des diamètres du tronc . . . . .   | 162        |
| 5.1.4    | Géométrie de la section du tronc . . . . .   | 163        |
| 5.1.5    | Répartition des efforts dus au poids . . . . .   | 165        |
| 5.2      | Lois d'évolution des propriétés mécaniques . . . . .   | 169        |
| 5.2.1    | Module élastique . . . . .   | 169        |
| 5.2.2    | Propriétés viscoélastiques . . . . .   | 171        |
| 5.2.3    | Déformations de maturation . . . . .   | 174        |
| 5.3      | Conclusion et synthèse des paramètres d'entrée du modèle biomécanique . .  | 178        |
| <b>6</b> | <b>Exploitation du modèle biomécanique</b>   | <b>181</b> |
| 6.1      | Étude de la déflexion lors de l'inclinaison de l'arbre . . . . .   | 182        |
| 6.1.1    | Étude de sensibilité de la courbure aux paramètres $v_f$ et $E_0$ . . . . .  | 182        |
| 6.1.2    | Comparaison du modèle avec l'expérimental . . . . .  | 184        |
| 6.2      | Exploitation du modèle sous l'hypothèse d'une maturation instantanée . . . .   | 188        |
| 6.2.1    | Caractéristiques et méthodes communes à tous les calculs . . . . .   | 188        |
| 6.2.2    | Étude du modèle dans le cas d'un comportement élastique du bois vert, et d'une maturation instantanée et constante au cours de la saison de croissance . . . . .     | 191        |
| 6.2.3    | Étude du modèle dans le cas d'un comportement élastique du bois vert, et d'une maturation instantanée et variable au cours de la saison de croissance . . . . .      | 194        |
| 6.2.4    | Étude du modèle dans le cas d'un comportement viscoélastique du bois vert, et d'une maturation instantanée et variable au cours de la saison de croissance . . . . . | 197        |
| 6.2.5    | Étude de sensibilité vis-à-vis des effets de la viscoélasticité . . . . .  | 199        |

|   |  |            |
|---|--|------------|
| 6.3   | Exploitation du modèle sous l'hypothèse d'une maturation continue . . . . .  | 202        |
| 6.3.1   | Simulation utilisant les données de maturation continue définies par défaut . . . . .                                  | 202        |
| 6.3.2   | Étude de l'effet des variations des paramètres de maturation continue  | 205        |
| 6.3.3   | Résultats du modèle avec un jeu de paramètres d'entrée permettant de simuler au mieux la phase gravitropique . . . . . | 211        |
| 6.4   | Perspectives - étude de la phase de ralentissement de la réaction gravitropique  | 213        |
| <b>Conclusion et perspectives</b>                                   |  | <b>219</b> |
| <b>Bibliographie</b>  |  | <b>223</b> |
| <b>Annexes</b>  |  | <b>233</b> |
| <b>A Compléments pour les calculs du modèle biomécanique</b>        |  | <b>235</b> |
| A.1   | Calcul de la fonction de relaxation du modèle de Burger . . . . .  | 235        |
| A.2   | Expression de l'état de contrainte . . . . .   | 236        |
| <b>B Courbures calculées à partir des mesures expérimentales</b>    |  | <b>239</b> |
| <b>C Figures complémentaires issues de l'exploitation du modèle</b> |  | <b>241</b> |



# Liste des figures

|      |  |    |
|------|--|----|
| 1.1  | Structure de l'arbre à l'échelle macroscopique. . . . .  | 32 |
| 1.2  | Coupe MEB d'un échantillon de clone de peuplier cv. I4551 dans le plan RT. . . . .   | 33 |
| 1.3  | Clichés en microscopie électronique à balayage dans le plan RT et schémas de fibres de peuplier. . . . .   | 34 |
| 1.4  | Modes de stockage de l'eau contenue dans les fibres de bois. . . . .   | 36 |
| 1.5  | Schémas de la production de bois de tension lors de la réaction gravitropique d'un arbre. . . . .  | 38 |
| 1.6  | Répartition du bois de tension lors de la réaction gravitropique de peupliers. . . . .   | 39 |
| 1.7  | Schématisation du phénomène de maturation en matière de rigidité du matériau et de déformation de maturation. . . . .  | 41 |
| 1.8  | Contraintes longitudinales de croissance dans un arbre incliné produisant du bois de tension. . . . .  | 42 |
| 1.9  | Conséquences des contraintes de croissance. . . . .  | 43 |
| 1.10 | Méthodes de mesure des déformations de maturation. . . . .   | 44 |
| 1.11 | Plans de symétrie orthotropes du bois. . . . .   | 46 |
| 1.12 | Courbe force/déplacement en traction cyclique longitudinale d'une fine lamelle d'épicéa. . . . .   | 48 |
| 1.13 | Modèles rhéologiques élémentaires. . . . .   | 50 |
| 1.14 | Évolution temporelle de la fonction fluage lors d'essais de traction sur du bois vert pour des éprouvettes ayant différents angles de microfibrille. . . . . | 51 |
| 1.15 | Profils des contraintes de maturation radiale, tangentielle et longitudinale dans le cas d'un arbre incliné. . . . .   | 53 |
| 1.16 | Évolution temporelles du profil de contrainte longitudinale au sein d'un épicéa. . . . .   | 54 |
| 1.17 | Modèle biomécanique élastique de Alméras et Fournier. . . . .  | 57 |
| 1.18 | Résultats du modèle biomécanique viscoélastique de Coutand <i>et al.</i> . . . . .   | 59 |

## LISTE DES FIGURES

---

|      |  |     |
|------|--|-----|
| 2.1  | Schéma représentant en coupe deux arbres abattus à une semaine d'intervalle.   | 66  |
| 2.2  | Photographie du dispositif expérimental au champ des expérimentations de 2010. . . . .   | 68  |
| 2.3  | Schémas explicatifs des essais de traction sur lamelles. . . . .   | 70  |
| 2.4  | Schémas explicatifs de la corrélation d'image sur lamelles de bois en traction.  | 73  |
| 2.5  | Courbes de traction obtenues pour une lamelle de bois de tension lors d'essais monotone et cyclique. . . . .   | 74  |
| 2.6  | Courbe de traction cyclique et définition de <i>gradE</i> . . . . .  | 75  |
| 2.7  | Résultats des essais de séchage. . . . .   | 76  |
| 2.8  | Évolution radiale de l'infradensité. . . . .   | 78  |
| 2.9  | Évolution radiale par rapport à la limite de cerne de l'infradensité pour des arbres abattus à des temps différents après inclinaison. . . . .   | 79  |
| 2.10 | Résultats des essais de traction cyclique à différentes positions radiales. . .  | 81  |
| 2.11 | Évolution radiale par rapport à la limite de cerne de <i>EO</i> pour les arbres du lot A et B. . . . .   | 83  |
| 2.12 | Résultats représentatifs de l'évolution spatiale de <i>gradE</i> et de l'infradensité pour les arbres libres et tuteurés. . . . .  | 83  |
| 2.13 | Évolution radiale de <i>gradE</i> en fonction de la distance au cambium pour la face supérieure des arbres libres et tuteurés abattus à des temps différents après inclinaison. . . . .  | 84  |
| 2.14 | Évolution radiale par rapport à la limite de cerne de <i>gradE</i> pour les arbres du lot A et B. . . . .  | 85  |
| 2.15 | Évolution temporelle de la maturation des cellules situées à 1,6 mm de la limite de cerne. . . . .   | 86  |
| 2.16 | Photographie du banc de flexion 3 points positionné sur la machine de traction.  | 89  |
| 2.17 | Représentations d'une éprouvette en flexion. . . . .   | 90  |
| 2.18 | Résultats de la corrélation d'image réalisée sur les éprouvettes en flexion. .   | 91  |
| 2.19 | Évolution de la force en fonction du déplacement de la traverse lors d'essais de flexion cycliques sur les planchettes les plus proches du cambium des faces supérieure (bois de tension) et inférieure (bois normal). . . . . | 92  |
| 2.20 | Courbe de flexion et déplacement de la fibre neutre. . . . .   | 93  |
| 2.21 | Évolution radiale du module longitudinal calculé lors d'essais de flexion en fonction de la distance au cambium. . . . .   | 96  |
| 3.1  | Exemple représentatif des relevés expérimentaux de la forme d'une planchette proche cambium. . . . .   | 101 |

|      |   |     |
|------|---|-----|
| 3.2  | Exemple représentatif des planchettes de la face supérieure vues selon leur tranche immédiatement après découpe. . . . .  | 102 |
| 3.3  | Exemple de l'évolution temporelle de la courbure des planchettes. . . . .   | 103 |
| 3.4  | Schémas permettant l'interprétation de la courbure des planchettes sous l'hypothèse d'une maturation instantanée ou continue. . . . .   | 105 |
| 3.5  | Schéma du système mécanique servant à la modélisation simplifiée du comportement en flexion d'éprouvettes précontraintes. . . . .   | 107 |
| 3.6  | Mesures de l'évolution temporelle de la courbure sous autocontraintes. . . . .  | 109 |
| 3.7  | Résultats de l'analyse des courbes de fluage des planchettes sous leurs autocontraintes. . . . .  | 111 |
| 3.8  | Méthode de mesure des essais de fluage. . . . .   | 113 |
| 3.9  | Images des planchettes étudiées en fluage. . . . .  | 116 |
| 3.10 | Courbes de fluage en flexion encastree libre. . . . .   | 117 |
| 3.11 | Exemple représentatif de la courbe de fluage en flexion obtenue pour une planchette de bois vert, avec la représentation des différents paramètres du modèle viscoélastique de Burgers. . . . . | 118 |
| 3.12 | Caractéristiques viscoélastiques du modèle de Burgers issues des ajustements des courbes de fluages expérimentales. . . . .   | 119 |
| 4.1  | Schéma d'une section de tronc entre deux pas de croissance consécutifs. . . . .   | 127 |
| 4.2  | Schémas explicatifs des hypothèses géométriques utilisées pour la modélisation. . . . .   | 128 |
| 4.3  | Schéma de la discrétisation spatiale dans la direction longitudinale du tronc en incréments radiaux de croissance $i_{dr}$ et en segments $i_{seg}$ . . . . .                                   | 129 |
| 4.4  | Schéma d'un élément de poutre $i_{seg}$ incliné d'un angle $\alpha$ par rapport au repère terrestre. . . . .  | 131 |
| 4.5  | Fluage et relaxation d'un matériau soumis à une sollicitation au temps $t_0$ . . . . .  | 135 |
| 4.6  | Représentation des modèles utilisés pour la formulation incrémentale. . . . .   | 136 |
| 4.7  | Diagramme présentant les étapes du calcul mécanique de la réaction gravitropique. . . . .   | 145 |
| 4.8  | Effets de la discrétisation en éléments cylindriques d'une poutre conique sur la courbure d'une poutre en flexion sous son propre poids. . . . .  | 148 |
| 4.9  | Résultats des calculs viscoélastiques du fluage d'une poutre cylindrique soumise à son propre poids. . . . .  | 149 |
| 4.10 | Distribution des contraintes longitudinales au sein d'un cylindre en croissance soumise à des déformations de maturation apparaissant instantanément. . . . .                                   | 151 |

|      |  |     |
|------|--|-----|
| 5.1  | Angle à 2 m d'abscisse curviligne en fonction du temps après inclinaison. . .  | 156 |
| 5.2  | Évolutions de la forme des arbres du lot D au cours du redressement gravitropique. . . . .   | 158 |
| 5.3  | Formes des troncs en fonction du temps lissées à l'aide de splines et courbure des splines correspondantes en fonction de l'abscisse curviligne du tronc. . .              | 159 |
| 5.4  | Évolution temporelle expérimentale de la courbure pour différents arbres à 0,25 m, 1 m et 2 m de leur base. . . . .  | 161 |
| 5.5  | Mesures expérimentales des rayons des arbres du lot D. . . . .   | 162 |
| 5.6  | Mesures des caractéristiques géométriques des sections des arbres du lot D. . .  | 164 |
| 5.7  | Masse volumique moyenne des sections de tronc pour les arbres du lot C et D. . .   | 166 |
| 5.8  | Mesures de masse du feuillage. . . . .   | 167 |
| 5.9  | Exemple de cinétique de maturation du module élastique pour la face supérieure telle qu'elle est prise en compte dans le modèle. . . . .                                   | 171 |
| 5.10 | Évolution temporelle des paramètres viscoélastiques du modèle de Burgers. . .  | 173 |
| 5.11 | Évolution au cours de la saison des Déformations Résiduelles Longitudinales de Maturation. . . . .   | 175 |
| 5.12 | Évolution temporelle des déformations de maturation $\varepsilon^m(\hat{a})$ en fonction du temps de maturation, pour un temps $t$ depuis l'inclinaison donné. . . . .     | 177 |
| 6.1  | Analyse graphique des résultats du plan d'expérience pour l'étude de l'influence de $E_0$ et $\nu_f$ . . . . .   | 184 |
| 6.2  | Formes des arbres du lot D lors de l'inclinaison mesurées expérimentalement et modélisées. . . . .   | 185 |
| 6.3  | Surface d'erreur entre les courbes de forme expérimentale et modélisée pour différentes valeurs de $\nu_f$ . . . . .   | 186 |
| 6.4  | Courbures obtenues par le modèle et le calcul expérimental en fonction de l'abscisse curviligne du tronc. . . . .  | 187 |
| 6.5  | Exemple des instants représentatifs des différentes phases de la saison de croissance qui sont représentées lors de l'exploitation de la modélisation. . .                 | 190 |
| 6.6  | Déformations de maturation $\varepsilon_{tot}^m(r(t))$ appliquées dans le cadre d'un calcul à maturation instantanée et constante au cours de la saison de croissance. . . | 191 |
| 6.7  | Résultats du modèle dans le cas d'une maturation instantanée et variable au cours de la saison de croissance. . . . .  | 192 |
| 6.8  | Profil de contrainte obtenu dans le cas d'une maturation instantanée et constante au cours de la saison de croissance. . . . .   | 194 |

|      |   |     |
|------|---|-----|
| 6.9  | Déformations de maturation $\varepsilon_{tot}^m(r(t))$ appliquées dans le cadre d'un calcul à maturation instantanée et variable au cours de la saison de croissance. . .   | 195 |
| 6.10 | Résultats du modèle dans le cas d'une maturation instantanée et variable au cours de la saison de croissance. . . . .   | 196 |
| 6.11 | Résultats du modèle dans le cas d'une maturation instantanée et variable au cours de la saison de croissance et d'un matériau au comportement viscoélastique modélisé par un modèle de Burgers. . . . .   | 198 |
| 6.12 | Profil de contrainte obtenu dans le cas d'une maturation instantanée et variable au cours de la saison de croissance et d'un matériau au comportement viscoélastique modélisé par un modèle de Burgers. . . . .   | 199 |
| 6.13 | Analyse graphique des résultats du plan d'expérience pour l'étude de l'influence des paramètres viscoélastiques sur la courbure. . . . .  | 201 |
| 6.14 | Redressement obtenu pour l'arbre D1 dans le cadre d'une modélisation avec $E_1 = 2$ GPa et avec $E_1 = 13$ GPa . . . . .  | 201 |
| 6.15 | Hypothèses de maturation modélisées. . . . .  | 203 |
| 6.16 | Résultats du modèle dans le cas d'une maturation continue et variable au cours de la saison de croissance et d'un matériau au comportement viscoélastique modélisé par un modèle de Burgers. . . . .  | 204 |
| 6.17 | Résultats du modèle lorsque $\varepsilon_{tot,sup}^m(t \mapsto +\infty) = 0,03$ et $\varepsilon_{tot,inf}^m(t \mapsto +\infty) = 0,005$ .   | 206 |
| 6.18 | Résultats de la modélisation lorsque $\tau_{pic} = 13$ jours. . . . .   | 207 |
| 6.19 | Résultats du modèle pour l'arbre D1 dans le cas d'une maturation continue et variable au cours de la saison de croissance et d'un matériau au comportement viscoélastique modélisé par un modèle de Burgers, avec $E_1 = 7$ GPa pour le bois préexistant. . . . . | 209 |
| 6.20 | Étude de l'effet de différentes lois de maturation de $E_1$ sur la forme de l'arbre et l'évolution temporelle des courbures. . . . .  | 210 |
| 6.21 | Formes du tronc modélisées pour les arbres D2 à D5. . . . .   | 212 |
| 6.22 | Résultats du modèle dans le cas où les déformations de maturation sont régulées par l'angle d'inclinaison local $\alpha(x, t)$ . . . . .  | 215 |
| B.1  | Formes en fonction du temps des troncs des arbres D1 à D5 lissées à l'aide de splines et courbure des splines correspondantes en fonction de l'abscisse curviligne du tronc. . . . .  | 240 |
| C.1  | Résultats du modèle pour l'arbre D2 dans le cas d'une maturation continue évoluant au cours de la saison de croissance et d'un matériau au comportement viscoélastique modélisé par un modèle de Burgers. . . . .   | 242 |

|     |   |     |
|-----|---|-----|
| C.2 | Résultats du modèle pour l'arbre D3 dans le cas d'une maturation continue évoluant au cours de la saison de croissance et d'un matériau au comportement viscoélastique modélisé par un modèle de Burgers. . . . . | 243 |
| C.3 | Résultats du modèle pour l'arbre D4 dans le cas d'une maturation continue évoluant au cours de la saison de croissance et d'un matériau au comportement viscoélastique modélisé par un modèle de Burgers. . . . . | 244 |
| C.4 | Résultats du modèle pour l'arbre D5 dans le cas d'une maturation continue évoluant au cours de la saison de croissance et d'un matériau au comportement viscoélastique modélisé par un modèle de Burgers. . . . . | 245 |

# Liste des tableaux

|     |   |     |
|-----|---|-----|
| 2.1 | Récapitulatif des lots d'arbres étudiés et des essais et mesures effectués. . . . .   | 68  |
| 3.1 | Tableau récapitulatif des échantillons destinés à l'étude viscoélastique. . . . .   | 100 |
| 3.2 | Tableau récapitulatif des planchettes testées en fluage. . . . .  | 115 |
| 4.1 | Tableaux des paramètres d'entrée (a) et des sorties (b) du modèle. . . . .  | 143 |
| 4.2 | Jeu de paramètres utilisé pour la validation du modèle biomécanique. . . . .  | 147 |
| 5.1 | Angle d'inclinaison initial mesuré pour les arbres du lot D. . . . .  | 159 |
| 5.2 | Paramètres d'entrée du modèle biomécanique et leurs variations. . . . .   | 180 |
| 6.1 | Plan d'expérience pour l'étude de l'influence de $E_0$ et $\nu_f$ sur la courbure à la base du tronc de l'arbre D5 lors de l'inclinaison. . . . . | 183 |
| 6.2 | Tableau des surfaces d'erreur entre les courbes de forme des arbres du lot D lors de leur inclinaison. . . . .                                    | 185 |
| 6.3 | Plan d'expérience pour l'étude de l'influence des paramètres viscoélastique sur la courbure à la base du tronc. . . . .                           | 200 |
| 6.4 | Paramètres d'entrée pour une modélisation du redressement correspondant à l'expérimental. . . . .   | 211 |



# Introduction

## Contexte général et objectifs

Les arbres contrôlent constamment la forme de leur tronc et de leurs branches afin d'assurer leur stabilité mécanique ainsi que l'acquisition de la lumière. La capacité des plantes à s'orienter par rapport au champ de gravité est appelée gravitropisme, celle à s'orienter par rapport à la lumière est appelée phototropisme. Si les signaux déclencheurs peuvent être différents, les moteurs de ces mouvements tropiques sont identiques. Dans ce travail, seuls les mouvements gravitropiques sont étudiés. Pour réorienter un tronc ou une branche déjà existant, les arbres produisent un bois dit de réaction sur un seul côté de l'axe, ce qui crée des autocontraintes au sein du bois et provoque la courbure de l'axe. De façon très schématique, les feuillus produisent leur bois de réaction sur la face supérieure de l'axe incliné, le bois est alors en tension sur cette face supérieure, c'est pourquoi il est appelé bois de tension. La création de bois de tension est assurée par la croissance en diamètre des axes. Cette croissance intervient à partir d'une zone de cellules mères appelée cambium, qui est située sur toute la circonférence du tronc entre le bois et la partie vivante de l'écorce. Le cambium produit des cellules qui ont une phase d'agrandissement puis une phase de maturation durant laquelle il y a polymérisation de lignines et de celluloses pour former la paroi secondaire des cellules. C'est durant cette phase de maturation que le bois acquiert ses propriétés mécaniques et que les contraintes de maturation apparaissent.

Les fortes contraintes internes dues au bois de tension posent des problèmes lors de l'abattage des arbres (fente des grumes), lors du déroulage des grumes (casse) et lors de l'usinage (vibrage des planches). Au cours de ces vingt dernières années, des modèles biomécaniques ont été développés dans le but de prédire la formation de bois de réaction en fonction des stimuli que perçoit l'arbre et de connaître l'intensité des contraintes générées. Ces modèles prédisent la croissance de l'arbre de manière incrémentale. La plupart des modèles actuels considèrent que le bois de l'arbre sur pied présente un comportement élastique et que la maturation est un phénomène instantané. En réalité, le comportement mécanique du bois de l'arbre sur pied est méconnu car les études mécaniques sur du bois vert sont rares, et la maturation des cellules est progressive.

Récemment il a été montré que les modèles existants ne permettent pas de simuler correctement les phénomènes gravitropiques sur de jeunes peupliers à l'échelle intra-annuelle. L'hypothèse de maturation instantanée est mise en cause car, à cette échelle de temps, la

période de maturation n'est probablement pas négligeable devant la vitesse de redressement des arbres. Comme jusqu'à présent la zone de maturation n'a jamais fait l'objet d'étude mécanique expérimentale, le premier objectif de ces travaux de thèse est de déterminer la cinétique d'apparition des propriétés mécaniques au cours de la maturation. De manière plus générale, cette étude expérimentale est réalisée dans le but de caractériser le comportement mécanique du bois vert. Dans un deuxième temps, une modélisation biomécanique du redressement gravitropique prenant en compte les variations temporelles des propriétés mécaniques du bois sera établie, ce de manière à modéliser les effets de la maturation. Enfin, les résultats expérimentaux seront utilisés comme paramètres d'entrée du nouveau modèle dans le but de simuler les phénomènes gravitropiques observés chez de jeunes peupliers.

### **Organisation de la thèse**

Ce manuscrit est organisé en trois parties et six chapitres. La première partie est une synthèse bibliographique permettant une introduction plus complète du contexte de l'étude. Des rappels y sont effectués en ce qui concerne la structure du bois et sa formation et les phénomènes liés au gravitropisme. Enfin, les connaissances actuelles concernant les propriétés mécaniques du bois vert, ainsi que les modèles biomécaniques destinés à simuler les mouvements gravitropiques sont présentés.

La deuxième partie détaille les travaux expérimentaux menés au cours de cette thèse. Le premier chapitre de cette partie présente tout d'abord le cadre général des expérimentations, et le principe retenu pour caractériser expérimentalement la maturation. Les essais mécaniques de traction sont ensuite présentés. Ces derniers mettent en évidence le comportement mécanique complexe du bois vert à l'échelle des éprouvettes étudiées. Les résultats d'essais de flexion réalisés sur des éprouvettes plus massives sont ensuite étudiés dans le but de déterminer le module élastique du bois vert en cours de maturation. Un second chapitre au sein de cette partie présente les résultats d'une étude du comportement viscoélastique du bois vert. En effet, celui-ci est révélé par les déformations au cours du temps d'éprouvettes de bois de tension sous leurs propres contraintes internes. Le comportement viscoélastique est ensuite caractérisé par des essais de fluage, et modélisé selon un modèle rhéologique de Burgers. Les paramètres viscoélastiques du bois vert sont alors déterminés en fonction de sa maturation.

La troisième partie est composée de trois chapitres qui développent les aspects liés à la modélisation biomécanique du gravitropisme. Tout d'abord, le nouveau modèle biomécanique prenant en compte des variations temporelles des propriétés mécaniques du bois est exposé, à la fois en ce qui concerne les hypothèses simplificatrices de modélisation et les aspects calculatoires. Ensuite, un chapitre est dédié à l'étude des paramètres d'entrée du modèle et la manière dont ils sont pris en compte. Cela concerne les propriétés mécaniques issues de la partie II, mais également les caractéristiques géométriques qui sont propres à chaque individu. Enfin, le dernier chapitre présente les résultats de la modélisation utilisant les paramètres d'entrée prédéfinis, et les compare aux mesures expérimentales du redressement de jeunes peupliers. Différentes hypothèses de comportement mécanique et/ou de cinétique

---

de maturation sont testées de manière à simuler au mieux la cinétique du redressement des arbres. Les paramètres mécaniques les plus influents dans le redressement gravitropique sont également définis.



**Première partie**  
**Synthèse bibliographique**



# Chapitre 1

## Synthèse bibliographique

### 1.1 Rappels sur la structure du bois et sa formation

La structure anatomique des arbres peut être étudiée à différentes échelles, de l'échelle macroscopique (organisation de l'individu) à l'échelle microscopique (organisation de la cellule), en passant par l'échelle mésoscopique (tissu intra-cerne). De nombreux ouvrages font part de cette hiérarchisation (citons de manière non exhaustive Bodig et Jayne [1], Guitard [2], Benoit [3], Dinwoodie [4]). Nous nous intéressons dans cette partie à la structure du bois à ces différentes échelles d'organisation ainsi qu'à sa formation.

#### 1.1.1 Croissance des arbres et structure à l'échelle macroscopique

Il existe deux principaux groupes d'arbres, les gymnospermes (résineux) et les angiospermes (feuillus). Les différences tiennent au mode de reproduction, mais également à l'anatomie des cellules, leur arrangement, etc. Dans cette synthèse bibliographique, nous nous intéresserons principalement aux angiospermes, puisque le modèle végétal de l'ensemble des travaux présenté dans ce mémoire est un clone de peuplier (*Populus deltoids* × *Populus nigra* cv. 'I4551'). Cependant, la croissance des arbres a lieu de manière similaire quel que soit le groupe considéré. Elle intervient selon deux types de mécanismes distincts, appelés croissance primaire (allongement des axes) et croissance secondaire (épaississement des axes) [5]. La croissance primaire est réalisée grâce à la division cellulaire de cellules embryonnaires qui se situent au sein des bourgeons terminaux. Les cellules filles qui dérivent de ces tissus de cellules indifférenciées (appelés méristèmes) s'allongent et se différencient pour former les différentes cellules composant le bois. Les axes grandissent ensuite dans la direction radiale grâce à un deuxième méristème situé en périphérie de l'arbre, entre l'écorce et le bois, que l'on appelle cambium. En région tempérée, l'activité du cambium est saisonnière, d'où la production de bois de printemps et de bois d'été, ce qui permet d'observer des cernes.

Du fait de ce mode de croissance en deux temps, les axes des arbres (troncs, branches) ont une forme conique (voir figure 1.1a). Les parties les plus anciennes d'un arbre se situent donc au centre de la base de son tronc. En réalisant une coupe transversale d'une tige dont la croissance a été régulière (figure 1.1b), il est possible d'observer du fait de la croissance secondaire une symétrie circulaire autour d'un axe matérialisé par la moelle de l'arbre. C'est donc naturellement que l'on peut définir localement en tout point de l'arbre un repère composé d'un axe longitudinal (L) aligné avec les fibres de bois, perpendiculaire à un plan défini par deux autres axes, orientés de manière radiale (R) et tangentielle (T) par rapport à la direction de la croissance. En partant du centre de la tige vers l'extérieur de l'arbre, on distingue (figure 1.1b) :

- la moelle de l'arbre, composée de tissus d'un aspect spongieux ;
- le duramen, qui est du bois composé de fibres lignifiées qui jouent uniquement un rôle de soutien mécanique ;
- l'aubier, bois contenant des cellules encore vivantes, où circulent les fluides nécessaires à la vie de la plante ;
- le cambium, qui sépare le bois (le xylème) de l'écorce interne (le phloème) ;
- l'écorce externe, qui a un rôle de protection pour les couches internes.

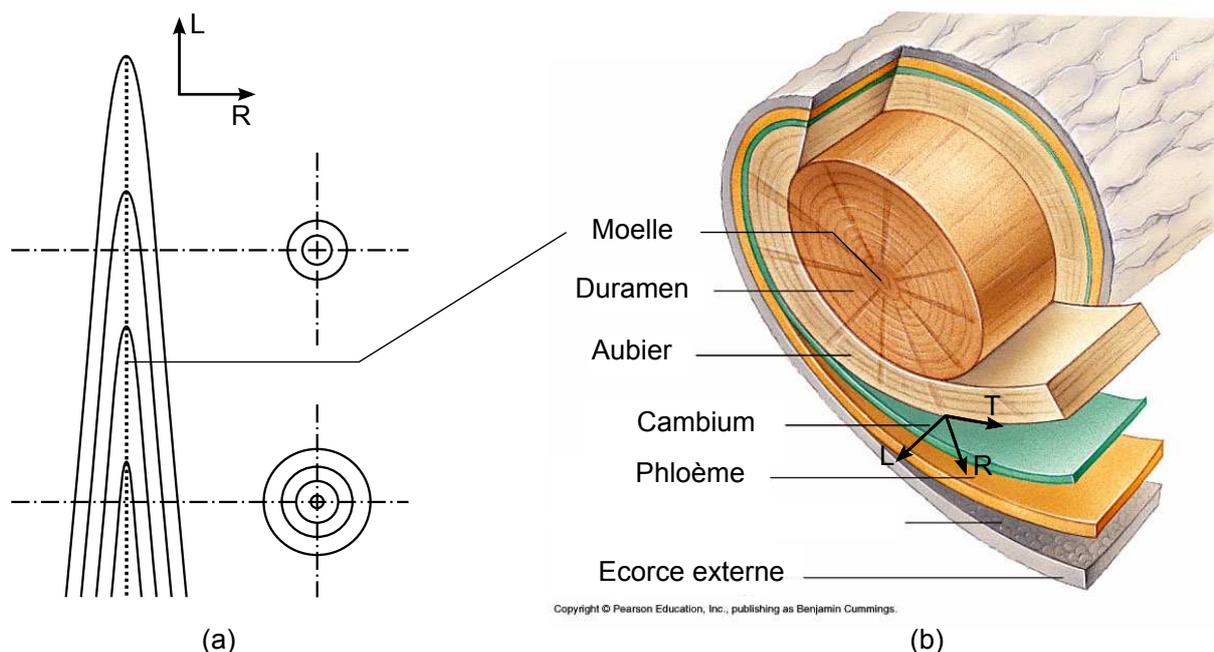


Figure 1.1: Structure de l'arbre à l'échelle macroscopique. (a) Représentation d'un tronc d'arbre âgé de 4 ans, (b) axe d'un arbre en coupe [6].

Après la croissance primaire, le premier bois créé par croissance secondaire est appelé bois juvénile (c'est le bois créé par de « jeunes » cellules cambiales). Il est donc situé proche de la moelle et concerne seulement quelques cernes, sans délimitation très précise car l'apparition de bois dit « mature » est progressive [7]. Les propriétés mécaniques du bois juvénile sont

décrites dans la littérature comme étant plus faibles que celles du bois créé après quelques années de croissance [8].

### 1.1.2 Structure à l'échelle mésoscopique (intra-cerne)

Le cambium à proprement parlé n'est composé que d'une seule rangée de cellules (il est uni-sérié) en périphérie de l'axe. Lors de la croissance secondaire, les cellules cambiales se divisent pour donner une nouvelle cellule cambiale d'une part et une cellule mère de xylème ou de phloème d'autre part [9]. Ces cellules vont elles-mêmes subir des mitoses successives jusqu'à se différencier davantage pour former des cellules spécifiques du xylème ou du phloème.

Comme illustré par la figure 1.2, il existe différents types de cellules ayant chacune une fonction précise [3]. Les fibres (ou trachéides) sont les cellules les plus importantes du point de vue mécanique, elles ont une forme allongée selon la direction longitudinale, pour une longueur pouvant atteindre quelques millimètres, et un diamètre compris entre 20 et 60  $\mu\text{m}$ . Ces fibres sont régulièrement séparées par des rayons ligneux se propageant selon la direction radiale. Ces rayons sont les cellules vivantes du bois qui stockent les nutriments. Les angiospermes ont une structure plus complexe que les gymnospermes : les rayons ligneux y sont plus importants et sont composés de plusieurs cellules. Ils possèdent aussi des vaisseaux servant à conduire l'eau, cette fonction étant assurée chez les gymnospermes par les trachéides elles-mêmes.

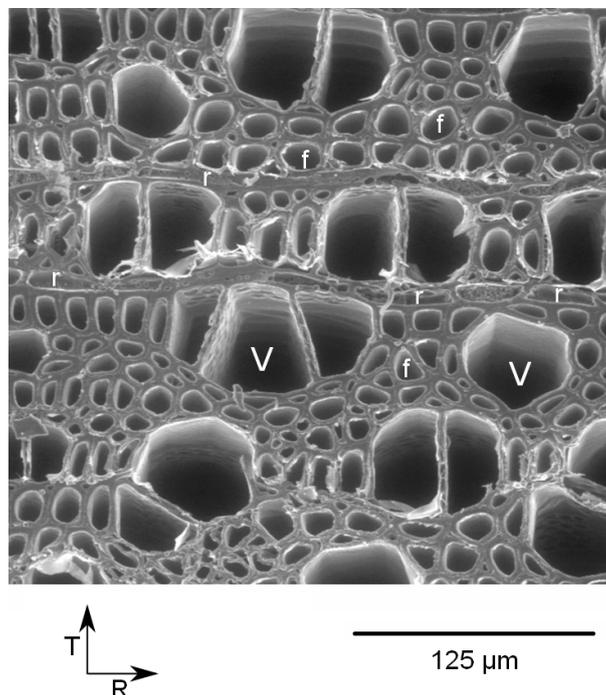


Figure 1.2: Coupe MEB d'un échantillon de clone de peuplier cv. I4551 dans le plan RT. V : vaisseau ; r : rayon ; f : fibre.

Le terme de « zone cambiale » est généralement utilisé pour définir la zone de division cellulaire qui est très active durant la période de croissance [10]. Cette zone cambiale, incluant le cambium à proprement parler, est parfois appelée abusivement cambium. L'activité cambiale est saisonnière dans les régions tempérées, et donc la taille de la zone cambiale varie beaucoup au cours d'une année. Elle dépend essentiellement du rapport de la vitesse de division des cellules sur la vitesse de différenciation. Ainsi lorsque l'activité cambiale est très forte, au printemps, le bois créé est dit initial, et lorsqu'elle se ralentit, il s'agit de bois final, d'où les cernes observés chez la majorités des espèces. Chez le peuplier, les différences entre bois de printemps et d'été sont très peu marquées.

### 1.1.3 Formation des cellules de bois et structure à l'échelle microscopique

Ce sont les fibres, et plus particulièrement leurs parois qui assurent l'essentiel des propriétés mécaniques du bois. Les processus de formation du bois normal et du bois de tension sont globalement identiques, le bois de tension faisant apparaître une couche surnuméraire. Durant leur formation, les fibres de bois issues du cambium grandissent et se mûrissent. Durant ces étapes, différentes couches polysaccharidiques se déposent au sein de la cellule, en partant de l'extérieur vers l'intérieur (figure 1.3). Le temps que prend ce processus de maturation n'est pas un sujet très étudié dans la littérature, il faudrait « plusieurs jours » pour que les parois finissent de se déposer d'après Plomion *et al.* [11]. La maturation des cellules provoque leur contraction longitudinale, qui est un phénomène très important du point de vue mécanique (voir § 1.2). La formation d'une cellule de bois est décrite précisément dans de nombreux articles et ouvrages, comme par exemple Plomion *et al.* [11] ou Déjardin *et al.* [12].

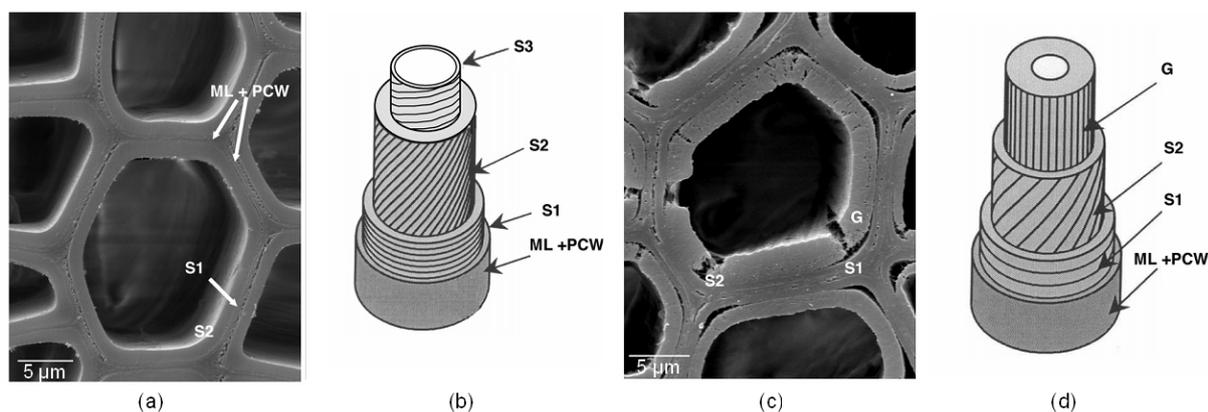


Figure 1.3: Clichés en microscopie électronique à balayage dans le plan RT et schémas de fibres de peuplier. À gauche (a, b), fibre de bois normal et à droite (c, d) fibre de bois de tension. ML : lamelle mitoyenne ; PCW : paroi primaire (primary cell wall) ; S1, S2, S3 : couches de la paroi secondaire ; G : couche G [12].

La couche la plus extérieure d'une fibre de bois est la lamelle mitoyenne, qui est commune à deux cellules voisines. Elle n'est épaisse que de 0,5 à 1,5  $\mu\text{m}$  et possède un rôle essentiel dans les propriétés mécaniques car elle assure la cohésion entre les cellules. Elle est composée de substances pectiques et de lignines.

En contact avec la lamelle mitoyenne, la paroi primaire apparaît dès la fin de la division cellulaire, alors que la cellule est encore en phase de croissance. Très fine (0,1  $\mu\text{m}$ ), elle est constituée à 90 % d'eau, ainsi que de microfibrilles de cellulose réparties aléatoirement dans une matrice de lignine, hémicellulose, et substances pectiques (la lignification n'apparaît qu'à la fin du développement de la paroi). Les microfibrilles de cellulose sont des chaînes élémentaires de cellulose cristalline dont la section est estimée à environ  $3,5 \times 3,5 \text{ nm}$  pour une longueur de 10 nm [1].

Lorsque la cellule a atteint sa taille définitive, une paroi secondaire se forme. Cette paroi, qui est la plus épaisse, joue un rôle prépondérant dans la résistance mécanique du bois. La paroi secondaire ne contient que 20% d'eau et est surtout composée de microfibrilles de cellulose orientées dans une matrice de lignine et d'hémicellulose, dans des proportions différentes de la paroi primaire [13]. Elle est composée de plusieurs couches S1, S2 et S3 qui se déposent successivement. *A contrario* de la paroi primaire, les microfibrilles de cellulose sont ordonnées selon une direction préférentielle qui est différente selon la couche considérée. Ces microfibrilles, parallèles entre elles, forment une hélice orientée avec un angle donné par rapport à la verticale, que l'on appelle angle de microfibrilles (AMF).

- La couche S1 présente une structure lamellaire (dépôt de 3 à 6 lamelles) dont les orientations des hélices sont alternées pour former un treillis avec des AMF de  $60^\circ$  à  $80^\circ$ . Cette couche est très fine par rapport aux autres couches (0,1 à 0,35  $\mu\text{m}$ ).
- La couche S2 est prépondérante puisqu'elle représente entre 75 % et 85 % de l'aire totale des parois (épaisseur de 1 à 10  $\mu\text{m}$ ). Elle est formée d'une organisation dense de microfibrilles présentant un AMF généralement compris entre  $15^\circ$  et  $30^\circ$ . Cette couche est considérée comme la plus importante mécaniquement, elle est par conséquent largement étudiée dans la littérature. Pour le peuplier, les valeurs d'AMF de la couche S2 relevées dans la littérature sont de l'ordre de  $20 \pm 5^\circ$  pour Müller *et al.* [14], environ  $25^\circ$  pour Clair *et al.* [15], et environ  $36^\circ$  selon Goswami *et al.* [16].
- La couche S3 présente une épaisseur de 0,5 à 1,1  $\mu\text{m}$ , les microfibrilles sont orientées selon une direction préférentielle de manière moins stricte que dans la paroi S2, et l'AMF est très important, de l'ordre de  $60^\circ$  à  $90^\circ$ .
- La couche S3 est généralement la dernière couche déposée, mais chez certains feuillus, lorsqu'il y a formation de bois de tension (voir partie 1.2) une autre couche peut apparaître, il s'agit de la couche G, dénommée ainsi car elle a un aspect gélatineux. Cette couche s'ajoute aux couches précédentes ou les remplace entièrement ou partiellement [17]. Elle est composée presque exclusivement d'agrégats de microfibrilles de cellulose très cristallisée de diamètre compris entre 30 et 40 nm, dont l'AMF est proche de  $0^\circ$  [18].

La dernière couche déposée à la fin de la croissance de la paroi cellulaire laisse la place au lumen, partie « creuse » au centre de la cellule. En fait, les lumens des cellules du bois de

l'arbre sur pied sont remplis d'eau. Cette eau est appelée « eau libre », alors que l'eau qui imprègne les parois des cellules est appelée « eau liée » (figure 1.4). Dans le bois de l'arbre sur pied, qui est à l'état « vert », le taux d'humidité peut dépasser les 100 % s'il y a dans l'arbre plus d'eau que de bois en tant que matière. Lors du séchage du bois (ce qui intervient dès l'abattage), l'eau libre s'évapore en premier sans modification de la cellule, jusqu'à atteindre le point de saturation des fibres. L'évaporation de l'eau liée entraîne alors des phénomènes de retrait et de déformation. Le point de saturation des fibres est de l'ordre de 30 %, il varie selon les essences et est plus élevé pour le bois de tension à couche G [19].

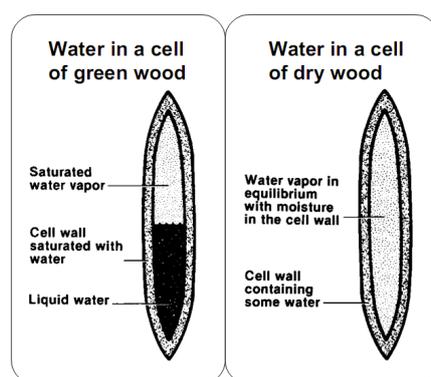


Figure 1.4: Modes de stockage de l'eau contenue dans les fibres de bois [20].

## 1.2 Les réactions tropiques des arbres

Après les brefs rappels de la partie 1.1 concernant la structure et la formation du bois, nous présentons ici les causes environnementales des mouvements tropiques, ainsi que les moteurs de ces mouvements.

### 1.2.1 Adaptation des plantes aux contraintes environnementales par leurs mouvements tropiques

Les arbres ont généralement une forme élancée, composée d'un axe principal, le tronc, duquel partent d'autres axes, les branches, qui supportent le feuillage, ce qui constitue le houppier. Cet élément essentiel à la vie de l'arbre représente une masse importante, qui est de plus déportée par rapport au système racinaire qui fixe l'arbre au sol, et donc des dissymétries du houppier peuvent facilement engendrer des efforts et moments importants dans le tronc. Ainsi, afin de supporter leur propre poids les arbres ont la capacité de créer des autocontraintes au sein de leurs axes (les processus de création de ces contraintes sont développés au § 1.3).

Lorsque les arbres sont soumis à un stress extérieur important, comme par exemple un mouvement de terrain qui incline le tronc, un fort vent unidirectionnel, ou encore une asymétrie

dans la luminosité reçue, ils sont capables de modifier l'orientation de leurs axes lors de leur croissance en réponse à ces stimuli, afin de se placer dans les conditions optimales à leur vie. En fait, du point de vue du biologiste, les plantes sont soumises à divers signaux environnementaux, dont les deux principaux auxquels elles sont sensibles sont la lumière et l'attraction gravitationnelle terrestre. La lumière est nécessaire à la survie de l'organisme puisque c'est elle qui fournit l'énergie aux végétaux. La pesanteur, seul signal présent de manière continue, induit des efforts que la plante doit combattre pour maintenir son port. Les plantes sont capables de percevoir ces signaux de manière à modifier leur forme lors de leur croissance pour s'adapter à leurs conditions environnementales, ce qui est appelé phototropisme lorsque le stimulus est la lumière et gravitropisme lorsque le stimulus est la gravité [21]. La forme d'un arbre dépend donc de ces stimuli. La compréhension de ces phénomènes et de leurs interactions n'en est qu'à son début [22, 23].

Si les signaux déclencheurs des mouvements tropiques des plantes peuvent être différents, les moteurs de ces mouvements sont identiques. Nous nous intéressons ici à ces moteurs et les propriétés mécaniques particulières que le bois peut avoir en conséquence, c'est pourquoi nous traiterons dans ce qui suit essentiellement le cas d'une réaction gravitropique de l'arbre. En particulier, le cas d'un arbre dont le tronc se redresse après avoir été incliné sans aucune autre perturbation extérieure permet une étude simple du gravitropisme en plus d'être aisément reproductible expérimentalement.

### 1.2.2 Les moteurs des réactions tropiques

Pour orienter leurs axes, les plantes utilisent différents moteurs selon qu'elles emploient une croissance de type primaire ou secondaire. Pour les axes en cours d'élongation (croissance primaire), la réorientation s'effectue grâce à la croissance différentielle de par et d'autre de l'organe : un côté de l'axe s'allonge plus rapidement que l'autre, ce qui provoque une courbure. Chez les arbres, lorsqu'un axe a terminé sa croissance primaire, il possède encore la capacité de se réorienter grâce à la croissance secondaire et la formation de bois de réaction. Ce bois de réaction est formé de manière asymétrique sur un seul côté de l'arbre [24]. Si l'on considère un axe incliné, le bois de réaction qui se forme par réaction gravitropique est généralement situé sur la face supérieure de l'axe pour les angiospermes (on parle alors de bois de tension), et sur la face inférieure pour les gymnospermes (bois de compression). Le bois de tension est appelé ainsi car il est en tension dans l'arbre sur pied [25]. Du fait de sa capacité à se contracter longitudinalement davantage que le bois normal de la face opposée (parfois appelé bois opposé), il provoque la flexion de l'axe incliné de manière à le redresser par rapport au champ de gravité (figure 1.5). Lors de la production de bois de réaction, la croissance radiale devient généralement asymétrique : elle est ainsi plus importante sur la face supérieure lors de la production de bois de tension, ce qui améliore l'efficacité du redressement. La présence de bois de tension et l'excentricité sont deux paramètres qui ne sont pas toujours liés [26]. En fait, la variabilité rencontrée entre les essences, et entre les individus d'une même essence est telle que presque tous les cas de figure sont possibles : arbres droits avec du bois de réaction,

asymétrie de croissance sans bois de réaction, tiges inclinées sans bois de réaction, etc.[27].

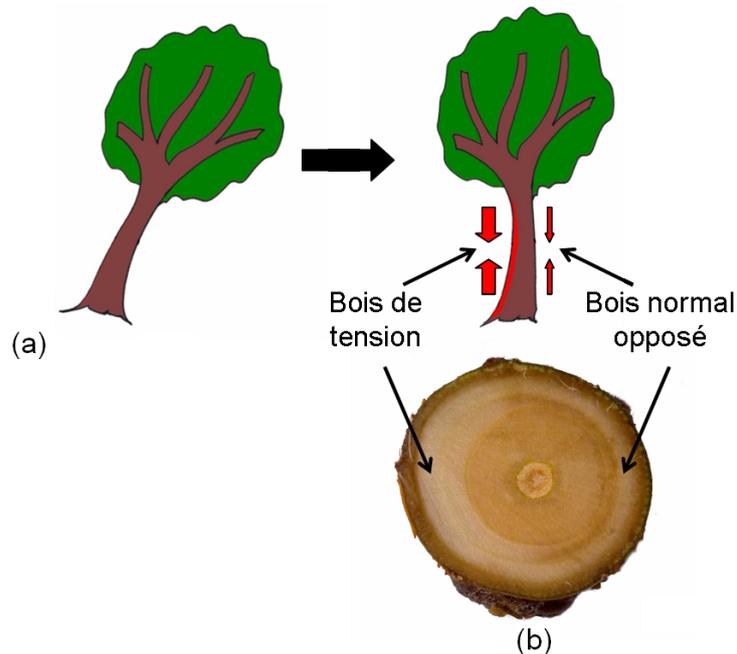


Figure 1.5: Schémas de la production de bois de tension lors de la réaction gravitropique d'un arbre. (a) Schématisation du redressement gravitropique d'un arbre feuillu produisant du bois de tension sur sa face supérieure, (b) coupe dans le plan RT d'un jeune peuplier âgé de deux ans ayant produit du bois de tension de manière dissymétrique.

### 1.2.3 Cinématique de la réaction gravitropique

Coutand *et al.* [28] ont amélioré nos connaissances vis-à-vis du gravitropisme en étudiant de jeunes clones de peupliers cv. I4551 âgés d'un an inclinés au début de leur deuxième année de croissance. Les auteurs ont montré qu'il existe différentes phases dans la réponse gravitropique :

- premièrement il y a une phase de latence au cours de laquelle l'arbre ne se redresse pas encore, voire s'incline davantage sous l'effet de son propre poids ;
- deuxièmement, la phase gravitropique intervient, redressant l'arbre, et produisant du bois de tension sur toute la longueur du tronc sur la face supérieure ;
- enfin, une phase autotropique durant laquelle du bois de tension est produit sur la face inférieure. Ceci permet à l'arbre de se décourber pour être au final vertical et droit. L'autotropisme démarre dans les parties les plus hautes de l'arbre et se propage vers la base.

Ainsi, selon Coutand *et al.* [28], la répartition du bois de tension ainsi que son intensité n'est pas homogène selon la hauteur dans le tronc ni bien sûr selon la circonférence (figure 1.6). Le

même type de comportement est observé chez les gymnospermes : du bois de compression peut être créé du côté opposé dans les parties supérieures alors que ce n'est pas le cas dans les parties inférieures [27, 29].

Le gravitropisme des arbres intervient donc grâce à la croissance secondaire, à la suite de la détection par la plante de facteurs environnementaux défavorables. La réponse de la plante est organisée et efficace, les mécanismes qui la permettent intervenant à l'échelle cellulaire lors de la maturation de cellules de bois de réaction.

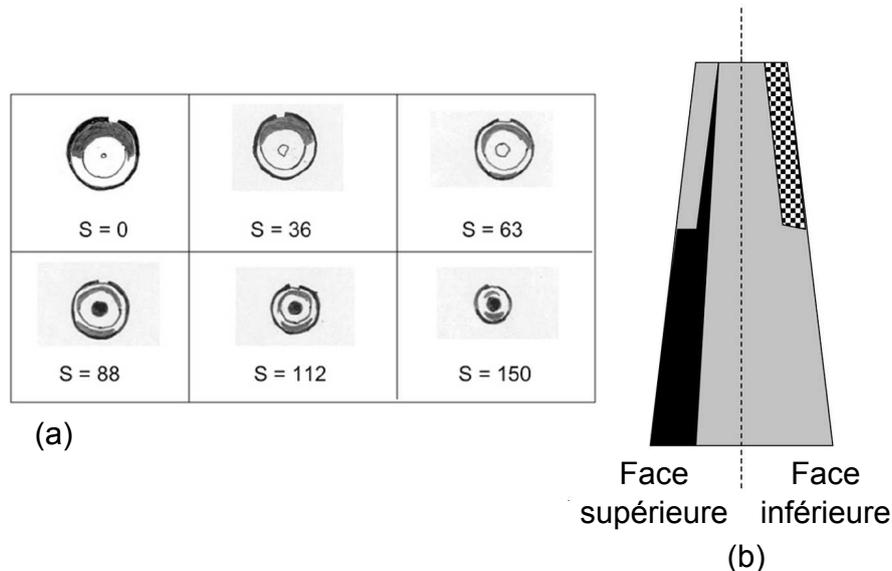


Figure 1.6: Répartition du bois de tension lors de la réaction gravitropique de peupliers. (a) Cartographie des secteurs de bois de tension en fonction de la hauteur dans l'arbre dans le plan RT d'un arbre redressé (trois mois après inclinaison). En noir : écorce, en gris : secteurs de bois de tension, en blanc : bois normal. S représente la distance en centimètres de la section considérée par rapport à la base de l'arbre. (b) Représentation schématique d'un tronc dans le plan LR avec en noir le bois de tension produit durant la phase gravitropique, en damier noir et blanc le bois de tension produit lors de la phase autotropique, et en gris le bois normal [28].

### 1.3 Les contraintes de maturation : moteurs du gravitropisme

Dans cette partie nous décrivons les mécanismes à l'échelle cellulaire qui engendrent les contraintes de maturation, et comment leur répartition au sein de l'arbre permet le maintien du port de l'arbre et ses mouvements tropiques. Si elles sont essentielles à la survie de l'arbre sur le long terme, ses contraintes peuvent poser d'importants problèmes pour l'utilisation

industrielle du bois, d'où la recherche de moyens de mesure des déformations de maturation qui permettent d'estimer les contraintes de manière indirecte.

### 1.3.1 Développement des déformations de maturation

Nous l'avons vu au paragraphe 1.1.3, les cellules de bois subissent une période de maturation dont la durée serait de l'ordre de plusieurs jours. La maturation est un phénomène continu au cours duquel les diverses couches constituant les parois de la cellule se forment. Le processus de maturation se traduit également par la contraction longitudinale et l'expansion transverse de la cellule. Ces déformations, bloquées par les cellules voisines déjà matures, sont à l'origine des contraintes de maturation. Il a été montré expérimentalement que l'état contracté des microfibrilles de cellulose est bien en relation avec les déformations de maturation [30]. Cependant, les mécanismes provoquant les déformations de maturation des fibres de bois portent encore à discussion. Généralement deux processus complémentaires sont proposés [31, 32]. Premièrement, la lignification progressive des cellules à partir de la lamelle mitoyenne jusqu'à la paroi secondaire [33], qui fixe les microfibrilles dans leur matrice de lignine et d'hémicellulose, provoquerait la rétractation de la matrice. Deuxièmement, la cellulose à l'état amorphe se cristalliserait, provoquant la contraction des microfibrilles [34].

Ce mécanisme de maturation intervient au sein de toutes les fibres de bois. Cependant, les déformations obtenues sont plus importantes dans le cas du bois de tension. Ainsi, pour le clone de peuplier I4551, Coutand *et al.* [35] mesurent des déformations résiduelles longitudinales de maturation d'environ  $6,5 \cdot 10^{-4}$  pour le bois normal contre  $10 \cdot 10^{-4}$  pour le bois de tension. Les cellules de bois de tension sont donc davantage contraintes lors de leur maturation que les cellules de bois normal. Le bois de tension est, chez beaucoup de feuillus des régions tempérées, matérialisé par la présence d'une couche G, dont la nanostructure a été précédemment décrite (§ 1.1.3). Il faut toutefois remarquer qu'il existe des arbres ayant de fortes contraintes de tension mais ne produisant pas de couche G [36]. Chez les feuillus qui fabriquent une couche G, il y a une forte corrélation entre les déformations de maturation élevées du bois de tension et la présence de couche G [37]. Récemment, il a été montré expérimentalement que les microfibrilles de cellulose sont bien mises en tension lors de la maturation de la couche G, et non durant le dépôt de la couche S2 [15]. À une échelle supérieure, Goswami *et al.* [16] ont mis en évidence le fait que la suppression de la couche G par l'action d'enzymes sur des échantillons de bois de tension de peuplier de dimension 20 mm (L) × 1,5 mm (T) × 0,15 mm (R) provoque une augmentation de la longueur des cellules en même temps qu'une diminution dans la direction tangentielle ( $\varepsilon_L = 1,6 \%$  et  $\varepsilon_T = -1,04 \%$ ). La couche G joue donc vraisemblablement un rôle important dans la création des contraintes de maturation dans les arbres qui la produisent, cependant les mécanismes menant à la mise en tension de la cellule par la couche G sont encore méconnus. Il existe plusieurs hypothèses : la contraction des zones amorphes de cellulose comme pour la paroi S2, des changements physico-chimiques au sein de la matrice (humidité ou concentration en certains ions) [15], ou bien l'expansion radiale de la couche G entraînant une contraction longitudinale [16].

Du point de vue mécanique, la maturation se traduit donc par la capacité de la cellule à se déformer, mais aussi par l'augmentation de sa rigidité puisque les parois se déposent progressivement. Il est aussi possible que les deux mécanismes précédemment décrits (lignification et cristallisation de la cellulose) agissent sur la rigidité. Ces processus de rigidification et de déformation interviennent vraisemblablement de manière continue, cependant il n'y a à notre connaissance aucune publication mesurant expérimentalement la cinétique de ces phénomènes. Ces deux effets pourraient apparaître de manière partiellement simultanée, avec un certain temps de retard entre les deux, comme décrit par Gril et Thibaut [38] (figure 1.7). La déformation longitudinale de maturation pourrait donc commencer sur une cellule dont la rigidité n'est pas tout à fait celle d'une cellule mature. Bien souvent, la maturation est en fait considérée comme un phénomène instantané dans les modèles biomécaniques actuels, tant en matière de rigidité que de déformation (voir § 1.5).

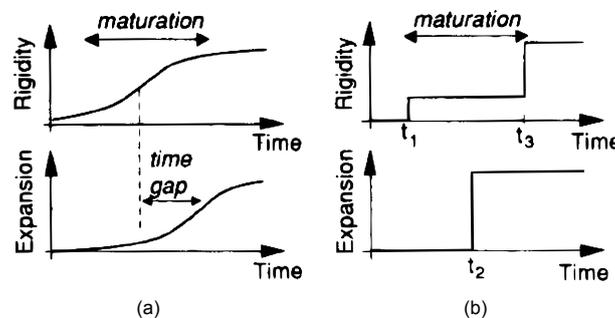


Figure 1.7: Schématisation du phénomène de maturation en matière de rigidité du matériau (en haut) et de déformation de maturation (en bas). (a) Schématisation continue avec un temps de retard de la déformation de maturation sur la rigidité, (b) simplification en considérant que la maturation en matière de rigidité effectue un premier palier au cours duquel la maturation en déformation s'effectue instantanément, avant que la rigidité finale de la cellule soit atteinte lors d'un second palier [38].

### 1.3.2 Rôle des contraintes de maturation dans l'arbre sur pied

Qu'il s'agisse de bois de tension ou de bois normal, les déformations induites par la maturation des cellules provoquent l'apparition de contraintes de maturation. En effet, les cellules de bois en cours de maturation sont liées aux cellules plus anciennes, qui sont dans un état de maturation plus avancé, et donc sont plus rigides. Par conséquent, la contraction des cellules les plus récentes est retenue par les cellules les plus anciennes, ce qui crée un état de contrainte au sein du bois : les cellules en périphérie sont en tension alors que les cellules matures au centre de la tige sont progressivement mises en compression [39] (voir figure 1.8a). On parle alors de contraintes de maturation ou d'autocontraintes. Dans l'arbre sur pied, ces contraintes de maturation ont au moins deux fonctions :

- Premièrement, permettre une plus grande flexion de l'axe lorsqu'il est contraint par le vent et ainsi de garantir sa résistance [40]. En effet, le bois dans sa direction axiale est moins résistant en compression qu'en traction : selon Green *et al.* [41], la résistance élastique du bois vert d'arbres feuillus varie entre 11 MPa et 63 MPa en compression, et entre 51 MPa et 120 MPa en traction.
- Deuxièmement, permettre des mouvements gravitropiques ou phototropiques par asymétrie des contraintes [42].

Aux contraintes de maturation s'ajoutent les contraintes de support, qui sont le résultat de l'augmentation du poids que supporte le tronc à mesure qu'il grandit (figure 1.8b). Les contraintes s'exerçant au sein d'un tronc d'arbre, que l'on nomme contraintes de croissance, sont définies comme la superposition de ces deux champs de contraintes [39, 43] (figure 1.8c). Selon Fournier *et al.* [43], les contraintes de support peuvent, en première approximation, être négligées par rapport aux contraintes de maturation.

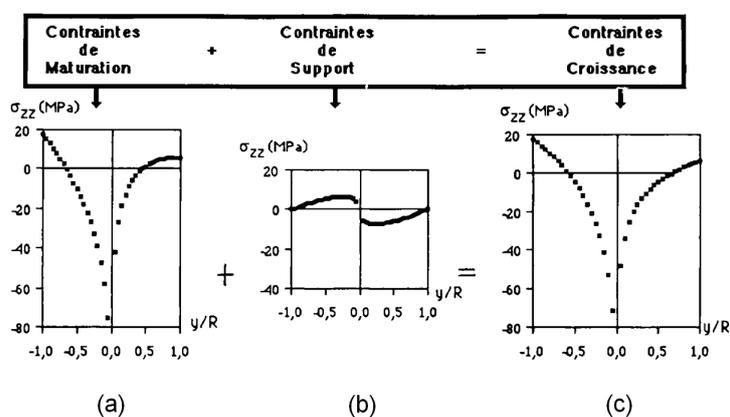


Figure 1.8: Contraintes longitudinales de croissance dans un arbre incliné produisant du bois de tension. Les contraintes de croissance (c) sont la somme des contraintes de maturation (a) et des contraintes de support (b) dues au moment fléchissant et la compression exercée par le poids propre [44].

### 1.3.3 Conséquences des contraintes de croissance pour une utilisation industrielle

Les premières conséquences des contraintes de croissance apparaissent dès l'abattage de l'arbre : les contraintes longitudinales tirent sur le bois en périphérie du tronc sur le bout de grume désormais libre, engendrant par la même de fortes contraintes radiales et tangentielles [45], ce qui peut provoquer des fentes selon une forme de croix (figure 1.9a). Il y a de nombreuses autres conséquences des fortes contraintes de croissance induites par le bois de tension qui apparaissent tout au long des étapes de débitage et de tronçonnage : la non-symétrie de la découpe peut provoquer des fissures dans le bois, des planches courbées, vrillées, tuilées etc. (figure 1.9b). Plus les contraintes de croissance sont grandes, plus les dégâts sont

fréquents et destructeurs [46]. Les arbres plus petits en hauteur comme en diamètre (ce qui est la tendance de la production actuelle) auront davantage tendance à subir ce genre de désagréments dus aux contraintes de croissance [47].

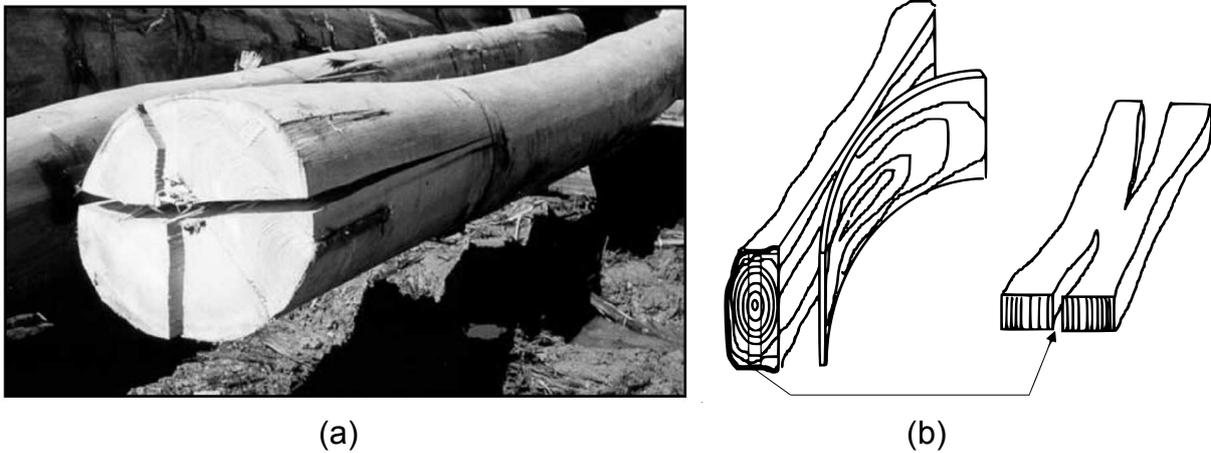


Figure 1.9: Conséquences des contraintes de croissance. (a) Fissure en bout de grume à la suite d'une découpe [45]. (b) Schéma de déformations observées lors de la découpe en planches : à gauche, une planche tangentielle qui se courbe à la découpe, à droite, la planche découpée selon le diamètre qui se fend en ses extrémités [46].

### 1.3.4 Mesure des déformations de maturation

Connaître les déformations de maturation se révèle essentiel car ce sont ces déformations qui, à l'échelle de la cellule, induisent les efforts nécessaires aux mouvements gravitropiques de l'arbre. Selon Fournier *et al.* [44], les déformations qui traduisent le mieux les déformations de maturation sont celles mesurées dans l'arbre sur pied, à la surface, puisque ce bois ne participe que très faiblement au support du chargement. Pour mesurer ces déformations, il existe plusieurs méthodes, qui consistent toutes à mesurer les déplacements résultants de la relaxation des contraintes lors d'une découpe. La plupart du temps, ces mesures sont donc réalisées à la surface de l'arbre sur pied, dans les premières couches de bois après écorçage autour de la zone de mesure. Si *a priori* ces mesures pourraient être réalisées dans toutes les directions, la direction longitudinale est la plus souvent étudiée, car les déformations dans cette direction sont plus importantes et ont davantage de conséquences sur l'utilisation *a posteriori* du bois. Les principales méthodes de mesure des déformations de maturation sont présentées figure 1.10, et décrites ci-dessous :

- la méthode du trou unique qui consiste à mesurer la distance entre 2 pointes avant et après usinage d'un trou situé entre les deux [47] ;
- la méthode de Nicholson [48] qui consiste à extraire une planchette de bois en ayant auparavant pris soin de mesurer la distance entre deux repères collés sur cette planchette. Cette méthode permet aussi grâce à un troisième point situé au centre des deux précédents de mesurer la courbure de la planchette lorsqu'elle est extraite ;

- la méthode des deux traits de scie qui consiste à fixer un capteur en surface du bois, puis de scier de part et d'autre à une profondeur donnée. Le capteur peut être un extensomètre [27] ou bien des jauges de déformation directement collées sur le tronc [35]. Selon ces auteurs, cette dernière méthode semble plus appropriée dans le cas d'arbres de faible diamètre.

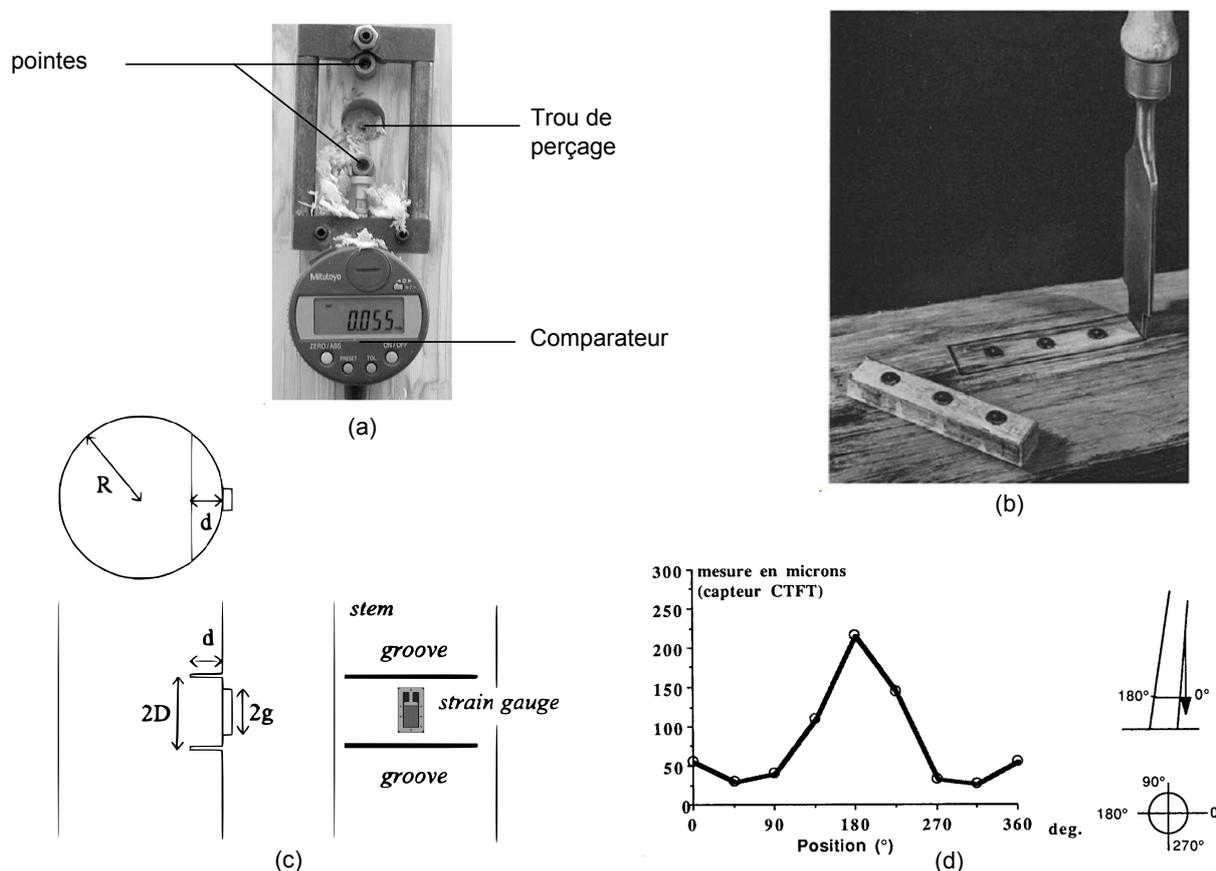


Figure 1.10: Méthodes de mesure des déformations de maturation. (a) Méthode du trou unique [49], (b) méthode de Nicholson [48], (c) méthode des deux traits de scie avec mesure par jauge de déformation [50]. (d) Exemple typique de variation angulaire de déformation de maturation mesurée par la méthode du trou unique (appelée ici CTFT) sur un arbre feuillu incliné [27].

Ces méthodes permettent de mettre en évidence la présence de bois de réaction *in situ*. Elles montrent notamment que la répartition circonférentielle des déformations de maturation est marquée par un pic de tension sur la face supérieure d'un arbre feuillu incliné (figure 1.10d). Cette hétérogénéité est relevée par plusieurs auteurs [27, 48, 51].

Ces méthodes mesurent des déformations libérées instantanément (donc élastiques). Relier les déformations mesurées aux déformations de maturation suppose que les contraintes soient entièrement libérées. Or, Jullien et Gril [50] ont montré à partir de simulations par éléments finis que le résultat d'une mesure par la méthode des deux traits de scie dépend largement de la profondeur du trait de scie, notamment dans le cas d'arbres de faible diamètre. En

effet, la libération totale des contraintes implique que les déformations ne soient plus du tout empêchées alors que la zone mesurée est encore rattachée à l'arbre. Par ailleurs, les résultats obtenus par ces différentes méthodes peuvent être différents [45]. Il semble donc qu'une certaine prudence s'impose quant à l'interprétation des données quantitatives des déformations de maturation mesurées.

Estimer l'état de contrainte au sein du tronc à partir de ces mesures n'est pas chose aisée car il est tout d'abord nécessaire de connaître les propriétés mécaniques du bois considéré, ce qui n'est pas trivial, comme nous allons le voir dans la partie suivante. Par ailleurs, les méthodes précédemment décrites fournissent des mesures des déformations de maturation qui interviennent en périphérie de l'arbre, et donc, pour pouvoir évaluer les contraintes à l'intérieur du tronc, il est nécessaire d'utiliser des modèles mécaniques de la croissance (§ 1.5).

## 1.4 Propriétés mécaniques du bois vert

Contrairement aux bois d'œuvre qui est à l'état sec, ou plus exactement qui présente un faible taux d'humidité, le bois vert, qui est saturé en eau, est un matériau dont les propriétés sont peu étudiées. Dans la plupart des publications, ce sont les propriétés instantanées du bois vert qui sont mesurées, le matériau étant alors considéré comme élastique, linéaire et orthotrope. Cependant, il apparaît que l'hydratation des tissus de bois agisse de manière très significative sur le fluage du matériau [52]. La viscosité du bois vert est donc potentiellement un phénomène de premier plan dans le comportement mécanique du matériau, ce qui justifie son étude. Bien que le cadre de ces travaux de thèse concerne le bois vert, la faible quantité de données expérimentales existant à ce sujet peut nous pousser à faire appel à des études concernant le bois sec.

### 1.4.1 Propriétés élastiques

Un modèle de comportement orthotrope est souvent utilisé pour le bois à l'échelle de la structure. Bien que cette hypothèse soit appliquée au bois sec comme au bois vert, les valeurs des constantes mécaniques sont bien différentes selon l'état du bois. Étant donné le caractère multi-échelle de la structure du bois mis en lumière en partie 1.1, les comportements mécaniques peuvent aussi être différents selon l'échelle à laquelle on se place.

#### 1.4.1.1 L'orthotropie du bois

Le bois est constitué de cellules allongées dans une direction privilégiée, ce qui permet de définir un repère avec une direction longitudinale (L) orientée dans le sens des fibres, une direction radiale (R) perpendiculaire aux cernes et une direction tangentielle aux cernes (T).

Localement, il est possible de définir trois plans de symétrie perpendiculaires, ainsi le bois peut être considéré comme un matériau orthotrope [1] (figure 1.11).

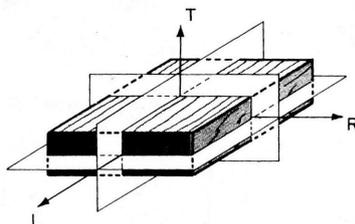


Figure 1.11: Plans de symétrie orthotropes du bois [1].

L'équation constitutive d'un comportement élastique, linéaire, orthotrope, en notation « ingénieur » dans le repère d'orthotropie, s'écrit :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_L \\ \varepsilon_R \\ \varepsilon_T \\ \gamma_{RT} \\ \gamma_{LT} \\ \gamma_{LR} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/E_L & -\nu_{RL}/E_R & -\nu_{TL}/E_T & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{LR}/E_L & 1/E_R & -\nu_{TR}/E_T & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{LT}/E_L & -\nu_{RT}/E_R & 1/E_T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/G_{RT} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{LT} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{LR} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_L \\ \sigma_R \\ \sigma_T \\ \tau_{RT} \\ \tau_{LT} \\ \tau_{LR} \end{Bmatrix}$$

où, pour  $i \neq j$  correspondant à L, R ou T, les composantes du tenseur de déformation s'écrivent  $\varepsilon_i$  et  $\gamma_{ij} = 2 \varepsilon_{ij}$ , et les composantes du tenseur des contraintes s'écrivent  $\sigma_i$  et  $\tau_{ij} = \sigma_{ij}$ .  $E_i$  est le module d'élasticité dans la direction  $i$ ,  $G_{ij}$  le module de cisaillement dans le plan  $ij$ ,  $\nu_{ij} = -\frac{\varepsilon_j}{\varepsilon_i}$  le coefficient de Poisson dans la direction  $j$  dans le cas d'une contrainte uniaxiale appliquée dans la direction  $i$ .

Dans la littérature, pour le bois sec (12 % d'humidité), le module longitudinal  $E_L$  est considéré comme étant 10 à 20 fois supérieur aux modules des autres directions. Bien que les modules varient beaucoup d'une essence à l'autre, et en fonction de nombreux paramètres comme par exemple l'humidité, les rapports suivant sont relativement bien conservés selon Bodig et Jayne [1] :

$$\begin{aligned} E_L : E_R : E_T &\simeq 20 : 1,6 : 1 \\ G_{LR} : G_{LT} : G_{RT} &\simeq 10 : 9,4 : 1 \\ E_L : G_{LR} &\simeq 14 : 1 \end{aligned}$$

#### 1.4.1.2 Propriétés élastiques à l'échelle macroscopique (plusieurs cernes)

Il existe des bases de données concernant les propriétés mécaniques à l'échelle de plusieurs cernes pour de nombreuses essences de bois. Les mesures sont classiquement effectuées à

un taux d'humidité de 12 %, selon des normes établies [53]. La plupart du temps, le module longitudinal est mesuré par un essai quasi-statique en flexion 3 ou 4 points, par exemple sur des éprouvettes de dimension 20 mm (R) × 20 mm (T) × 340 mm (L) [54]. Pour le bois vert, des essais sont réalisés selon les mêmes normes, et montrent des modules toujours inférieurs au bois sec (à 12 % d'humidité) [41].

Le module longitudinal est cependant sujet à une grande variabilité entre les essences (d'environ 5000 à 15 000 MPa selon les données de Green *et al.* [41]), mais aussi entre chaque arbre d'une même essence, et à l'intérieur d'un même arbre. Cette caractéristique mécanique étant un paramètre très important pour évaluer la valeur du bois, de nombreuses études s'attachent à rechercher des caractéristiques facilement mesurables permettant d'expliquer les différences de rigidité. L'angle de microfibrilles et la densité sont les paramètres les plus souvent évoqués. S'il y a une certaine corrélation entre la densité et le module longitudinal mesuré en flexion [55], il apparaît assez clairement que la densité n'est pas une propriété qui puisse expliquer à elle seule les différences de module d'Young [56]. Par contre, l'AMF semble être un bon indicateur pour les gymnospermes [56, 57]. En effet, plus l'AMF est faible, plus le module longitudinal est important. Cette observation peut être justifiée à l'aide de modèles micromécaniques [58, 59, 60].

Concernant le clone de peuplier étudié lors de nos travaux, Coutand *et al.* [35] ont déjà réalisé des essais dans le but de déterminer le module d'élasticité longitudinal. Il s'agissait d'essais de flexion sur des éprouvettes de bois de tension et de bois opposé de dimension 1 mm (R) × 2 à 5 mm (T) × 60 mm (L). Les résultats indiquent un module longitudinal moyen d'environ 6200 MPa pour le bois de tension, et 2000 MPa pour le bois normal à l'état vert contre respectivement 10 900 et 3600 MPa à l'état sec. À noter qu'ici les dimensions de l'éprouvette sont déjà bien inférieures aux dimensions des éprouvettes normalisées décrites précédemment, ce en raison du faible diamètre des arbres étudiés.

### 1.4.1.3 Comportement mécanique à l'échelle intra-cerne

Nous présenterons dans ce paragraphe les quelques publications qui s'intéressent aux propriétés mécaniques du bois dans la direction longitudinale à l'échelle intra-cerne. À cette échelle, il est possible de détecter des gradients de rigidité longitudinale au sein de l'arbre, notamment dans la direction radiale. En général, les essais à cette échelle sont réalisés en traction, sur de fines bandes de bois dont les dimensions sont souvent similaires entre les publications. Ainsi, Moliński et Krauss [57] testent en traction à l'état sec de fines lamelles de pin de dimensions 0,2 mm (R) × 10 mm (T) × 120 mm (L). Les auteurs déduisent de leurs essais un gradient radial du module longitudinal au sein du tronc tout entier : les mesures sur du bois âgé de 5 ans présentent un module de l'ordre de 5 GPa pour environ 20 GPa pour du bois âgé de 50 ans. Bjurhager *et al.* [61] ont eux travaillé sur du bois vert de jeunes peupliers trembles (*Populus tremula* et *Populus tremula* × *Populus tremuloides*) de faibles diamètres (10 à 14 mm). Il s'agit là encore d'essais de traction dans la direction longitudinale, sur des éprouvettes de dimension 0,2 mm (R) × 4 mm (T) × 30 mm (L). Dans cette publication, les

auteurs s'intéressent plus précisément au bois juvénile, donc proche du cœur de l'arbre. Pour ce premier cerne, les auteurs trouvent une augmentation du module élastique longitudinal à mesure que l'on s'éloigne de la moelle (par exemple augmentation de 4,8 à 6,0 GPa entre 0,7 et 2,1 mm de distance à la moelle). Par contre, le bois en cours de maturation a proximité du cambium n'est pas testé.

Si les auteurs précédemment cités n'ont considéré que des essais monotones, d'autres ont réalisé des essais cycliques sur le bois vert. Ainsi Goswami *et al.* [16] ont mené à bien des essais de traction sur du bois de tension de peuplier à partir d'éprouvettes de dimensions 0,15 mm (R) × 1,5 mm (T) × 20 mm (L). Les cycles, pourtant réalisés à un faible niveau maximal de déformation (0,1 %) semblent intervenir dans une zone de plasticité car ils montrent une déformation rémanente lors des déchargements. Un tel comportement a également été relevé par Navi *et al.* [62] sur des éprouvettes d'épicéa de dimensions 0,14 mm (R) × 2 mm (T) × 30 mm (L) (figure 1.12). Les auteurs indiquent ici que ce comportement est spécifique à la taille de l'éprouvette, qui ne contient que quelques cellules dans son épaisseur, car il n'est pas observé pour des échantillons plus massifs. Toujours selon ces mêmes auteurs, les déformations irréversibles pourraient s'expliquer à l'échelle intra-cellulaire par l'endommagement de la matrice de lignine et hémicellulose de la paroi S2.

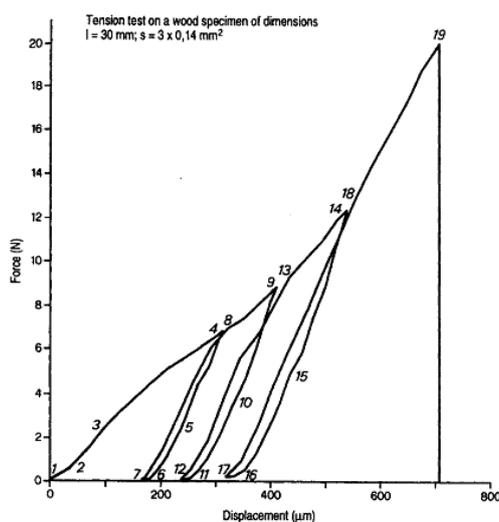


Figure 1.12: Courbe force/déplacement en traction cyclique longitudinale d'une fine lamelle d'épicéa [62].

#### 1.4.1.4 Comportement mécanique à l'échelle de la fibre

Par des méthodes mécaniques ou chimiques il est possible d'isoler une seule fibre de bois et de la tester en traction longitudinale. Bien que cette opération risque sérieusement d'endommager la cellule, elle est couramment réalisée. Sedighi-Gilani et Navi [59] ont ainsi testé en traction cyclique des fibres d'épicéa en augmentant la charge à chaque cycle. Il apparaît un

comportement semblable à ce qui a été observé par Navi *et al.* [62], c'est-à-dire des déformations permanentes avec une augmentation de la rigidité à chaque cycle. Il est intéressant de noter qu'un comportement similaire existe pour des fibres de chanvre [58]. Ce dernier auteur étudie la rigidification de deux manières différentes : soit en réalisant de nombreux cycles pour un même niveau d'effort, soit en augmentant à chaque cycle le niveau de sollicitation maximal (ce qui a pour effet d'accélérer le processus de rigidification). Ces deux auteurs proposent la même modélisation du comportement, basée sur des approches micromécaniques à l'échelle de la paroi cellulaire. Bien que la rigidité de la matrice soit bien inférieure à celle des microfibrilles, cette dernière pourrait s'endommager en raison de déformations de cisaillement importantes. Les microfibrilles s'orienteraient avec un angle plus faible par rapport à la verticale, mais ne reviendraient pas complètement de manière élastique en raison des déformations de la matrice, d'où une déformation permanente, et une rigidité plus importante du fait de l'AMF plus faible. La réduction de l'AMF lors d'essais de traction a été mise en évidence expérimentalement à l'échelle de la fibre pour du chanvre [63], ainsi qu'à l'échelle intra-cerne pour du bois de compression à l'état vert (échantillons de section 1 mm (R) × 3 mm (T) [64]).

### 1.4.2 Propriétés viscoélastiques

Tout comme pour les propriétés élastiques, les propriétés visqueuses du bois sont plus largement étudiées dans le cas du bois sec que dans le cas du bois vert de l'arbre sur pied. Les propriétés viscoélastiques du bois sec dépendent fortement de la température et de l'humidité [65]. Le bois vert, saturé en eau, flue plus rapidement que le bois sec [52]. Des variations cycliques d'humidité peuvent accélérer le fluage du bois sec du fait de phénomènes mécano-sorptifs [66]. Nous essaierons de nous limiter dans cette bibliographie au cas du bois vert, qui est saturé en eau ce qui élimine donc le taux d'humidité comme paramètre influant sur la viscosité.

Le bois est souvent étudié dans le cadre de la viscoélasticité linéaire *i.e.* les déformations sont considérées comme réversibles en fonction du temps. Des modèles analogiques simples, constitués d'assemblages de solides parfaitement élastiques (représentés par des ressorts) et de liquides visqueux Newtoniens (représentés par des amortisseurs), permettent de représenter un tel comportement. Les deux modèles viscoélastiques élémentaires sont le modèle de Kelvin et le modèle de Maxwell, le premier étant un assemblage d'un ressort et d'un amortisseur en parallèle, et le deuxième l'assemblage des deux mêmes composants en série (figure 1.13a, b). La loi de comportement d'un matériau parfaitement élastique (ressort) est  $\sigma = E\varepsilon$  où  $\sigma$  représente les contraintes,  $\varepsilon$  les déformations, et  $E$  la rigidité du matériau. Pour un fluide visqueux Newtonien (amortisseur),  $\sigma = \eta \frac{d\varepsilon}{dt}$  avec  $\eta$  le coefficient de viscosité. À contrainte imposée  $\sigma_0$ , la déformation du matériau évolue en fonction du temps  $t$  de manière proportionnelle à la fonction de fluage, notée  $J(t)$  :

$$J(t) = \frac{\varepsilon(t)}{\sigma_0} \quad (1.1)$$

Pour le modèle de Kelvin, la fonction de fluage est :

$$J(t) = \frac{1}{E} \left( 1 - e^{(-t/\tau)} \right) \quad (1.2)$$

où  $\tau = \frac{\eta}{E}$  est le temps de retard caractéristique (aussi appelé temps caractéristique de relaxation). Pour le modèle de Maxwell, la fonction de fluage est :

$$J(t) = \frac{1}{E} \left( 1 + \frac{t}{\tau} \right) \quad (1.3)$$

Enfin, il existe des modèles paraboliques où l'amortisseur Newtonien d'un modèle de Maxwell est remplacé par un « amortisseur parabolique », ce qui donne la fonction de fluage suivante :

$$J(t) = \frac{1}{E} \left( 1 + \left( \frac{t}{\tau} \right)^k \right) \quad (1.4)$$

avec  $0 \leq k \leq 1$ .

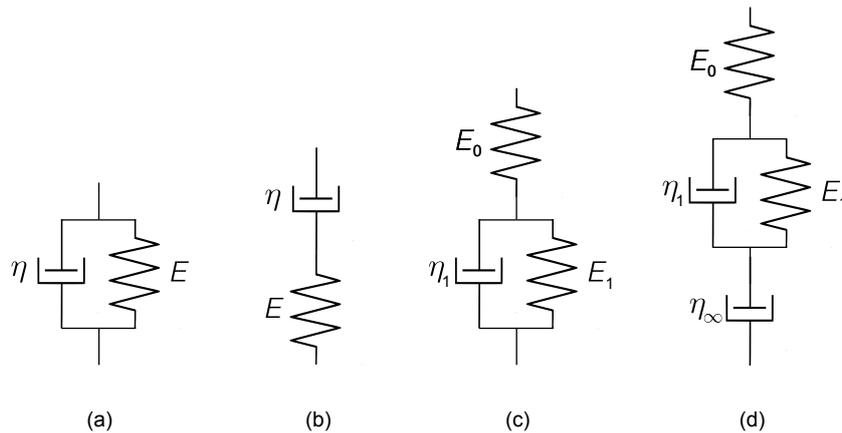


Figure 1.13: Modèles rhéologiques élémentaires. (a) Modèle de Kelvin, (b) modèle de Maxwell, (c) modèle de Poynting-Thomson (une variante équivalente consiste à placer le ressort  $E_0$  sur la branche de l'amortisseur pour donner un modèle à deux branches en parallèle appelé modèle de Zener), (d) modèle de Burgers.

Des assemblages simples de ces modèles élémentaires sont utilisés au sein de modèles biomécaniques viscoélastiques, comme nous le verrons par la suite (partie 1.5). Ces modèles sont aussi utilisés pour exploiter des résultats expérimentaux, notamment lors du fluage du bois vert. Ainsi Kojima et Yamamoto [67] ont réalisé des essais de fluage en traction longitudinale sur du bois de *Cryptomeria japonica* à l'état vert et observé l'évolution de la fonction de fluage sur une durée de 300 heures pour des échantillons avec différentes valeurs d'AMF (figure 1.14). Ils modélisent le comportement visqueux par un modèle de Poynting-Thomson, assemblage d'un ressort en série avec un modèle de Kelvin (figure 1.13c). Le temps de relaxation caractéristique relevé par ces auteurs varie entre 20 et 80 heures selon les échantillons. Ils diminuent avec l'AMF alors que les déformations liées au fluage augmentent avec l'AMF.

Par des essais de fluage en flexion encastrée-libre sur du bois vert d'épicéa sollicité dans la direction tangentielle, Perré et Aguiar [68] montrent « l'effet considérable de la température sur le fluage du bois vert ». Ainsi, en modélisant le comportement par un modèle de Kelvin, le temps de retard caractéristique est de l'ordre de 1470 heures à 20°C, valeur qui peut être divisée d'un facteur 100 à 120°C. Il semble que des modèles paraboliques peuvent aussi être utilisés pour décrire l'effet de la température sur la viscoélasticité du bois vert en compression radiale [69]. Dlouhá *et al.* [70] utilisent un tel modèle pour exploiter les résultats d'essais de fluage en traction sur du bois vert d'arbres tropicaux. Les auteurs mettent en évidence une équivalence temps / température, à condition de prendre en compte la diminution de la rigidité du bois vert avec la température [71]. Pour compléter cette revue sur les modèles rhéologiques simples appliqués au bois, notons que le modèle de Burgers peut aussi être utilisé, notamment pour modéliser le comportement en fluage du bois à l'état sec [72, 73, 74] (figure 1.13d).

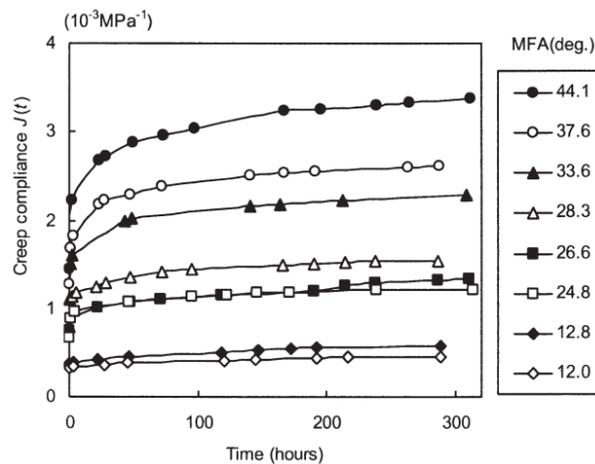


Figure 1.14: Évolution temporelle de la fonction fluage lors d'essais de traction sur du bois vert pour des éprouvettes ayant différents angles de microfibrille [67].

Des essais mécaniques dynamiques, communément appelés DMA (pour Dynamic Mechanical Analysis) peuvent également être utilisés pour étudier la viscoélasticité du bois vert. Schématiquement la DMA consiste à appliquer une sollicitation harmonique au matériau, ce qui permet de définir un module dynamique complexe, composé d'une partie réelle représentant la partie élastique du matériau (module de conservation), et d'une partie imaginaire représentant la partie visqueuse (module de perte). Placet *et al.* [75] ont testé en flexion du bois vert dans les directions transverses, à différentes températures (5°C - 95°C), et à différentes fréquences (0,005 Hz - 5 Hz). Les auteurs notent un ramollissement principal survenant entre 60°C et 100°C pour toutes les essences testées. Ils mesurent également des modules de conservation dans les directions radiale et tangentielle sur du bois de tension de peuplier qui sont plus faibles que dans le bois opposé. D'après les résultats de Placet [76] il n'apparaît pas clairement de différence entre le bois opposé et le bois de tension en ce qui concerne le module visqueux. Nous remarquerons cependant que les périodes de ces analyses dynamiques

sont au maximum de 200 secondes, ce qui est très éloigné de l'échelle de temps observée en fluage, qui se compte plutôt en jours. Ces données viscoélastiques dynamiques semblent donc difficilement exploitables dans le cadre de l'étude du gravitropisme, bien qu'elles puissent sans doute être utiles pour d'autres applications (effet du vent par exemple).

## 1.5 Modélisation biomécanique de la croissance de l'arbre

Nous verrons dans cette partie qu'il existe des modèles mécaniques qui permettent de calculer les contraintes qui apparaissent lors de la croissance d'un axe. Ils peuvent être approfondis pour simuler les formes successives de la plante entière au cours du temps, notamment lors du redressement de l'arbre par gravitropisme.

Ces modèles mécaniques de la croissance sont souvent appelés modèles biomécaniques. Une étude biomécanique *stricto sensu* cherche à établir les relations entre les caractéristiques mécaniques de la structure (contraintes, déformations, modules, etc.) et les facteurs biologiques (forme, anatomie, croissance) pour coupler mécanique et régulation biologique. En effet, les données biologiques peuvent influencer l'état mécanique de la structure et *vice versa*. Le terme biomécanique est cependant souvent utilisé de manière plus générale pour qualifier les études mécaniques appliquées à des structures végétales.

### 1.5.1 Modélisation des contraintes de croissance

Les contraintes induites par la croissance de l'arbre et la maturation des cellules peuvent être calculées théoriquement selon des considérations de mécanique des milieux continus. Ces modèles dépendent de plusieurs paramètres, tels la croissance du tronc et sa géométrie, le comportement mécanique du bois, ou l'effet de la maturation. Le principe de base pour modéliser la croissance radiale de l'arbre est identique pour tous les modèles biomécaniques décrits ci-après : on considère un incrément de rayon  $dr$  qui se rajoute à un cylindre préexistant de rayon  $r$ . Cet incrément subit des déformations de maturation mécaniquement comparables à des déformations d'origine thermique, que l'on peut noter  $\varepsilon^m$ . La déformation de l'incrément  $dr$ , solidaire du cylindre interne inerte, ne peut pas s'exprimer totalement, d'où un état de déformation  $d\varepsilon$  et de contraintes  $d\sigma$  internes à toute la structure, qui se superpose aux états des incréments précédents.

Historiquement, l'un des premiers modèles de mécanique de la croissance est celui de Kubler [77], qui a calculé, par des considérations d'équilibre des forces et moments, la distribution des contraintes au sein d'un tronc supposé parfaitement cylindrique. Dans ce modèle, les déformations de maturation  $\varepsilon_L^m$  et  $\varepsilon_T^m$  qui s'appliquent respectivement dans les directions longitudinale et transverse sont constantes au cours de la croissance et apparaissent instantanément. Le matériau est considéré comme homogène, élastique et isotrope transverse. Dans ce cas, la

superposition des contraintes issues de la croissance d'un arbre de rayon final  $R$  donne :

$$\begin{aligned}\sigma_L(r) &= \hat{\sigma}_L \left(1 + 2 \ln\left(\frac{r}{R}\right)\right) \\ \sigma_R(r) &= \hat{\sigma}_T \ln\left(\frac{r}{R}\right) \\ \sigma_T(r) &= \hat{\sigma}_T \left(1 + \ln\left(\frac{r}{R}\right)\right)\end{aligned}\quad (1.5)$$

avec  $\hat{\sigma}_L = \varepsilon_L^m E_L + \nu_{LT} \hat{\sigma}_T$  et  $\hat{\sigma}_T = E_T \frac{\nu_{LT} \varepsilon_L^m + \varepsilon_T^m}{1 - \nu_{LT} \nu_{TL}}$ .

Remarquons dans ce modèle l'asymptote en  $r = 0$  qui implique des contraintes infinies au cœur. Des modèles plus sophistiqués ont vu le jour plus tard, avec la prise en compte de l'anisotropie du matériau [78] et d'une répartition asymétrique des déformations de maturation (Archer [79]). Cet auteur a pris soin d'annuler les contraintes au cœur de l'arbre en commençant la croissance incrémentale à partir d'un cœur de très faible diamètre dont la rigidité est négligeable vis-à-vis de celle du matériau constitutif des incréments de rayon. Pour autant, les résultats dans le cas anisotrope sont proches des formules de Kubler [77], notamment en ce qui concerne les contraintes longitudinales.

Plus récemment, Fournier *et al.* [43, 44] ont mis au point un modèle semi-analytique incrémental basé sur l'hypothèse d'un comportement élastique orthotrope, dont les déformations de maturation peuvent varier selon la circonférence. L'équilibre mécanique est réalisé successivement à chaque pas de croissance pour calculer les contraintes qui se superposent durant un nombre de pas d'itération donné. Du fait de leur caractère semi-analytique, ce type de modèle peut permettre de simuler des variations du comportement mécanique ou du comportement en maturation selon la direction radiale ou longitudinale. Fournier *et al.* [44] précisent d'ailleurs que le modèle qu'ils proposent serait capable de tenir compte d'une cinétique de maturation plus complexe, ce qui n'est pas fait en « l'absence d'idée plus précise concernant la physico-chimie de la maturation ».

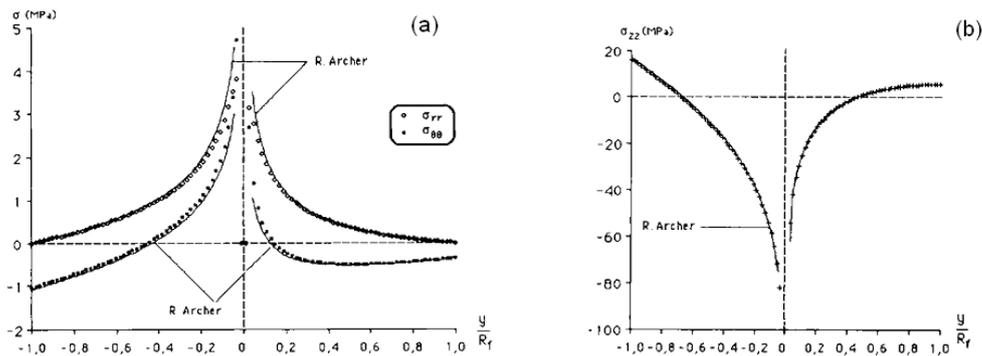


Figure 1.15: Profils des contraintes de maturation radiale et tangentielle (a), et longitudinale (b) dans le cas d'un arbre incliné [44]. Les calculs sont réalisés par un modèle incrémental semi-analytique sur 50 pas de croissance à partir d'une moelle de rayon  $R_f/100$  (le rayon est normé en abscisse), ils sont comparés avec les formules analytiques de Archer et Byrnes [78].

Selon Gril et Thibaut [38], une approche viscoélastique pourrait rendre les profils de contraintes obtenus par les modèles plus réalistes, en prenant en compte la relaxation des contraintes en compression au centre du tronc. Ormarsson *et al.* [80] ont appliqué cette idée à un modèle de croissance basé sur des éléments finis axisymétriques qui permettent de modéliser l'orthotropie du matériau. Bien que dans ce modèle les déformations de maturation ne s'appliquent que sur le dernier incrément de croissance, les auteurs appliquent également une autre idée de Gril et Thibaut [38], précisée au § 1.3.1, selon laquelle les déformations de maturation s'appliquent sur un matériau dont la rigidité n'est pas égale à la rigidité du bois mature, mais seulement 70 % de la rigidité finale. Les résultats montrent bien que par rapport au cas élastique, la viscoélasticité, modélisée par deux modèles de Kelvin associés en série possédant respectivement des temps caractéristiques de 10 et 100 ans (définis arbitrairement), diminue en valeur absolue les contraintes de compression au centre du tronc, mais pas celles de tension en périphérie (figure 1.16 b). Logiquement, une rigidité plus faible au cours de la maturation diminue les contraintes de tension en périphérie du tronc, mais également celles du centre du tronc (figure 1.16 c). Le modèle de Dlouhá *et al.* [81] montrent, de même, des contraintes plus faibles au centre de l'arbre dans le cas viscoélastique d'un arbre asymétrique produisant du bois de tension sur une de ses faces. Ces mêmes auteurs indiquent que la viscoélasticité augmente l'efficacité de la courbure des angiospermes comme des gymnospermes. Ces modèles peuvent, en effet simuler la courbure des axes, et plus particulièrement le tronc, ce qui est décrit plus précisément dans la partie suivante.

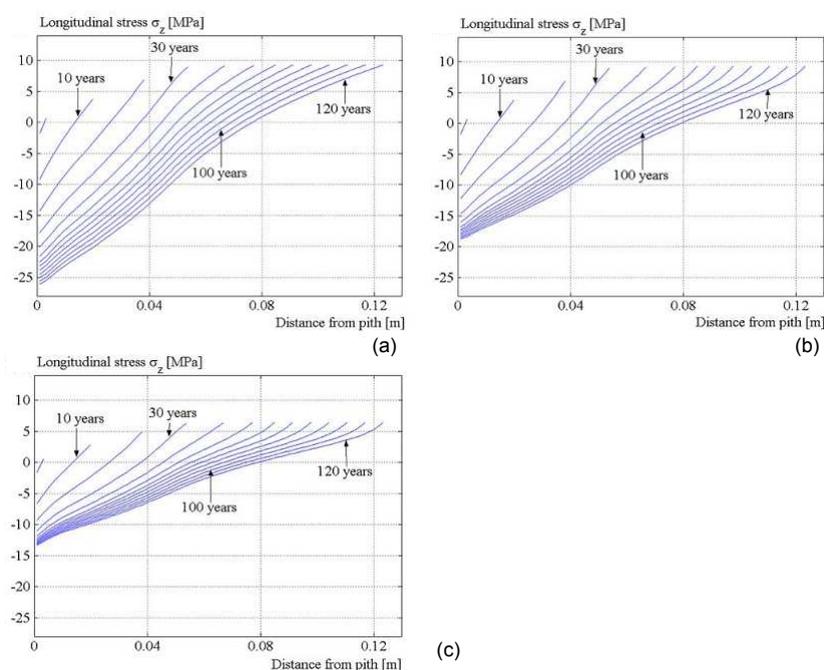


Figure 1.16: Évolution temporelle du profil de contrainte longitudinale au sein d'un épicéa. (a) Cas élastique, (b) cas viscoélastique, (c) cas viscoélastique pour lequel les déformations de maturation s'appliquent sur un matériau dont la rigidité n'atteint que 70 % de la rigidité finale [80].

## 1.5.2 Modélisation des mouvements tropiques

Des modèles biomécaniques basés sur les modèles précédemment évoqués permettent de simuler les réactions tropiques dans les parties ayant terminé leur allongement mais en croissance radiale active. La dissymétrie des déformations de maturation, due à la présence de bois de réaction, provoque un moment de flexion qui courbe l'axe. L'équilibre mécanique de ce moment de flexion avec les efforts extérieurs (qui se résument au poids propre dans les modèles) permet de déduire la courbure de l'axe considéré. Étant donné le caractère incrémental des modèles de mécanique de la croissance, l'équilibre mécanique est réalisé pour chaque incrément de croissance, et ainsi les courbures se cumulent. Cela implique qu'il y ait une notion de temps, qui est en fait étroitement liée aux évolutions temporelles du rayon de l'arbre puisque c'est la croissance radiale qui permet les mouvements tropiques. Ces calculs demandent donc de connaître la cinétique de certaines caractéristiques de l'arbre : déformations de maturation, diamètre de l'axe, poids, rigidité du matériau, dissymétrie de la croissance, etc. En l'absence de données expérimentales précises, les différents auteurs de modèles biomécaniques sont bien souvent obligés d'émettre des hypothèses concernant ces cinétiques, mais également sur le comportement même du matériau. Ces postulats de base peuvent influencer sur l'efficacité du redressement simulé, comme nous le décrivons ci-dessous.

### 1.5.2.1 Modèles élastiques

En général les modèles biomécaniques simulant les mouvements tropiques ne prennent pas en compte l'anisotropie du matériau, car ce sont *a priori* les contraintes longitudinales qui sont prépondérantes dans les mouvements tropiques, et, de plus, comme l'indiquent Fournier *et al.* [82], la théorie des poutres donne déjà une très bonne approximation des contraintes et déformations longitudinales. Ces auteurs ont établi un modèle permettant de connaître l'incrément de courbure  $d\chi$  subi par un axe de rayon  $r$  supposé homogène élastique lors de la croissance d'un incrément de rayon  $dr$  qui se mature instantanément. Ce modèle est utilisé dans plusieurs publications ultérieures [28, 83]. Pour simuler la présence de bois de réaction, les déformations de maturation sont représentées par une fonction sinusoïdale selon la position angulaire  $\theta$  :

$$\varepsilon_L^m(\theta) = \varepsilon^{\bar{m}} + \frac{\Delta\varepsilon^m}{2} \cos(\theta) \quad (1.6)$$

où  $\varepsilon^{\bar{m}}$  représente la moyenne des déformations de maturation sur la circonférence, et  $\Delta\varepsilon^m$  la différence entre les déformations de maturation du bois de réaction et celles du bois opposé. Cette fonction est basée sur des mesures expérimentales puisque lors de mesures de déformations de maturation sur toute la circonférence du tronc d'un arbre incliné il est observé un pic lié à la production de bois de réaction, qui pourrait s'apparenter à une fonction sinus (cf figure 1.10d au § 1.3.1). En vérifiant l'équilibre mécanique au sein de la section, Fournier *et al.* [82] montrent que l'incrément de courbure  $d\chi$  à chaque pas de croissance vaut, avec les notations précédentes :

$$d\chi = 2 \Delta\varepsilon^m \frac{dr}{r^2} \quad (1.7)$$

Alméras et Fournier [83] ont utilisé ce modèle en le rendant un peu plus réaliste puisque le module n'y est plus considéré comme homogène, et que la section n'est plus composée de cercles concentriques, mais pouvant être excentrés (figure 1.17a). Le module élastique varie selon la circonférence exactement de la même manière que les déformations de maturation :  $E(\theta) = \bar{E} + \frac{\Delta E}{2} \cos(\theta)$ , le module étant plus important pour le bois de tension que pour le bois normal. Il peut également varier selon le rayon, d'un incrément à l'autre, de manière linéaire (facteur multiplicatif sur le module homogénéisé du bois préexistant aux incréments précédents). Les auteurs remarquent que dans le cas d'une variation spatiale discontinue des déformations de maturation et du module, c'est-à-dire lorsque toute une moitié de l'incrément de croissance subit les valeurs maximales de ces paramètres, et l'autre moitié subit les valeurs minimum, l'efficacité du mouvement gravitropique est augmentée d'un facteur 1,27 sans que les résultats en soient changés qualitativement parlant. Les résultats de cette étude montrent que les déformations de maturation restent le principal moteur de la réaction gravitropique, bien que la croissance asymétrique et la rigidité plus importante du bois de tension contribuent de manière significative à la courbure du tronc en augmentant respectivement le bras de levier et les contraintes du bois de tension par rapport au bois normal. Ainsi, pour les angiospermes, l'efficacité du redressement gravitropique dans le modèle peut être multipliée par 2 lorsque les auteurs utilisent des valeurs d'asymétrie du module et d'excentricité les plus élevées qu'ils ont observées expérimentalement dans le cadre d'autres travaux [51]. La variation radiale du module est étudiée dans deux cas : pour les arbres de faible diamètre, où la moelle représente une proportion importante de la section totale du tronc, et pour les arbres présentant un fort gradient (linéaire) de module, pouvant simuler par exemple la production de bois juvénile. Dans le premier cas, les auteurs supposent que  $E_{moelle} = \gamma_p \bar{E}$ , avec le coefficient  $\gamma_p = 0,01$ , ce qui indique que le bois produit par la croissance est 100 fois plus rigide que la moelle (ce qui serait réaliste d'après les auteurs). Le modèle proposé permet alors de montrer que l'efficacité du mouvement gravitropique peut être améliorée de manière significative à partir d'une proportion de moelle de 40 % dans la section (figure 1.17b), jusqu'à être multipliée par trois dans le cas d'une proportion de 90 %. Dans le cas d'une répartition linéaire du module selon le rayon, les auteurs définissent un rapport  $r_e$  du module au cœur (en  $r = 0$ ) sur le module du dernier incrément  $\bar{E}$  tel que :  $\bar{E}(0) = r_e \bar{E}(r)$ . Pour des valeurs de  $r_e$  raisonnables, l'effet sur l'efficacité du mouvement gravitropique n'est que de quelques pour cent (figure 1.17c). Les informations apportées par ce modèle permettent de ressentir l'importance des paramètres géométriques et mécaniques sur l'efficacité du redressement gravitropique, dans le cas d'une modélisation élastique. Cependant, aucune comparaison de la réaction gravitropique avec des données expérimentales n'y est réalisée.

Coutand *et al.* [28] ont appliqué le modèle de Fournier *et al.* [82] à la croissance de peupliers inclinés à 35° de la verticale au début de leur deuxième année de croissance. Ces derniers se redressent complètement ou presque en une seule saison de croissance. En intégrant l'équation 1.7, il est possible de calculer la différence de courbure  $\chi$  entre deux temps  $t_i$  et  $t_f$ , grâce aux rayons connus  $r_i$  et  $r_f$  :  $\chi_f - \chi_i = 2\Delta\varepsilon^m (1/r_i - 1/r_f)$ . Coutand *et al.* [28] ont alors comparé les résultats du modèle avec des mesures expérimentales, en supposant  $\Delta\varepsilon^m$  constant tout au long de la saison de croissance. Avec un pas de temps d'intégration de l'ordre d'une semaine,

le modèle ne permet pas de retrouver les données expérimentales. Selon les auteurs, cela pourrait être dû à des variations des déformations de maturation au cours de la saison de croissance, et/ou au fait que le temps de maturation des cellules ne peut plus être négligeable à cette échelle de temps (*i.e.* un incrément de rayon ne provoque pas immédiatement de déformation).

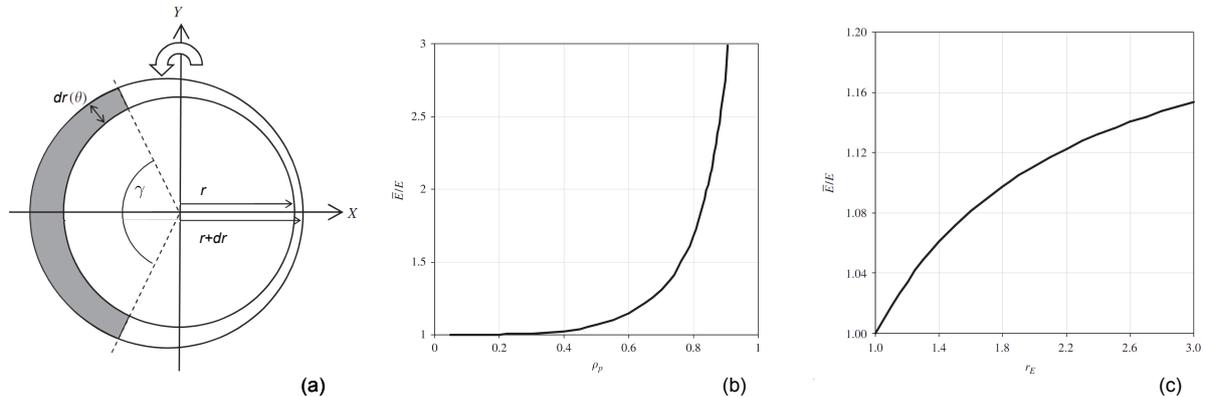


Figure 1.17: Modèle biomécanique élastique de Alméras et Fournier [83]. (a) Géométrie de la poutre considérée dans le modèle, avec un incrément de croissance circulaire excentré par rapport au tronc préexistant, (b) effet de la proportion de moelle  $\rho_p$  sur le rapport du module moyen de l'incrément sur le module homogénéisé du bois préexistant (rapport qui dans ce modèle est un facteur multiplicatif de l'incrément de courbure, donc directement lié à l'efficacité du mouvement gravitropique), (c) effet d'une répartition linéaire du module selon le rayon avec un rapport module en périphérie sur module du cœur  $r_e$  sur l'efficacité de la réponse gravitropique [83].

La plupart des publications concernant la modélisation du gravitropisme porte sur la réaction d'arbres de plus grands diamètres que ceux étudiés par Coutand *et al.* [28]. Ils mettent donc beaucoup plus longtemps à se redresser et le temps de maturation peut être négligé vis-à-vis de vitesse de redressement des arbres. Ainsi, dans les modèles de Yamamoto *et al.* [84], Fourcaud *et al.* [85], Ancelin *et al.* [86], un incrément de croissance est équivalent à un cerne. En revanche, ces derniers auteurs modélisent en plus de la croissance secondaire la croissance primaire de l'arbre, ainsi que l'augmentation du poids du houppier (qui est négligée par Coutand *et al.* [28] étant donné l'échelle de temps de seulement une saison). Ils n'offrent cependant pas de confrontation avec des données expérimentales, ce qui ne permet pas de conclure quant à la validité de l'hypothèse d'une maturation instantanée.

### 1.5.2.2 Prise en compte de la viscoélasticité

Outre l'hypothèse de maturation instantanée propre à ces modèles incrémentaux, l'hypothèse d'un comportement élastique du matériau peut aussi être contestée vis-à-vis de nos connais-

sances quant à la viscoélasticité du bois vert (cf. § 1.4.2). Alméras *et al.* [87] ont montré l'importance du caractère viscoélastique du bois à l'échelle de l'arbre en chargeant en flexion trois individus puis en relevant leur forme pendant 32 jours. Ceci a été fait durant l'hiver de manière à ce que l'absence de croissance exclue tout mouvement gravitropique.

Seuls quelques auteurs ont étudié l'effet de la viscoélasticité au sein de modèles biomécaniques pour évaluer son effet sur le gravitropisme. Ainsi, Dlouhá *et al.* [81] ont pris en compte la viscoélasticité du matériau dans un modèle de croissance incrémental en considérant seulement une petite portion de tronc, ce qui permet d'approcher qualitativement les effets de la viscoélasticité sur la capacité de l'arbre à se courber. Ce modèle prenant en compte une croissance asymétrique modélise l'évolution temporelle de la croissance du rayon  $r$  de l'arbre par une fonction du pas de temps  $n$  telle que  $r = r_0 (R/r_0)^{(n/N)}$ , avec  $r_0 = 1$  cm le rayon initial de l'arbre, et  $R = 5$  cm le rayon final pour le pas de temps  $N$  qui correspond à un temps de 200 semaines. La production de bois juvénile est modélisée par une variation du module selon le pas de temps entre un état final et un état initial, selon la même fonction que pour le rayon. La viscoélasticité est modélisée par deux modèles de Kelvin en série, dont le premier possède un temps caractéristique de 20 semaines (soit 1/10 du temps de simulation), et le deuxième un temps caractéristique de 200 semaines. Les autres paramètres du modèle rhéologique comme notamment les modules diffèrent selon le type de bois. Les valeurs de tous ces paramètres sont estimées, et ne sont donc pas issues de données expérimentales. Le modèle présenté permet cependant de montrer que la viscoélasticité du bois augmente clairement l'efficacité du redressement gravitropique, alors que les variations radiales du module l'influent peu dans le cas des angiospermes (augmentation de 3 % avec le jeu de paramètre considéré), tout comme l'avaient déjà remarqué Alméras et Fournier [83] dans leur modèle élastique.

Le modèle de Coutand *et al.* [88], qui a inspiré le modèle proposé dans ce manuscrit, est destiné à simuler les mouvements gravitropiques de jeunes peupliers à l'échelle d'une seule saison de croissance. Il s'agit d'un modèle incrémental basé sur la théorie des poutres, qui réalise l'équilibre mécanique des efforts et des moments s'appliquant sur des éléments cylindriques de sections différentes. Ces éléments forment ensemble une poutre qui est donc composée de cylindres dont le diamètre diminue avec leur hauteur dans l'arbre, ceci afin de modéliser la conicité d'un tronc. L'asymétrie de la croissance est prise en compte par des incréments de croissance circulaires pouvant être excentrés de manière similaire à ce qui est représenté figure 1.17a. Les secteurs de bois préexistant, de bois normal et de bois de tension  $y$  sont différenciés, chacun possédant ses propriétés viscoélastiques et déformations de maturation intrinsèques. Seul l'effet du poids du tronc est pris en compte via une masse volumique fixée, négligeant donc le poids du houppier. Le comportement viscoélastique est modélisé par un modèle de Zener (figure 1.18a). Il apparaît dans ce modèle que la viscoélasticité rend bien compte du fluage du tronc lors du premier incrément, et qu'elle permet un redressement plus efficace que dans le cas élastique (figure 1.18c).

En faisant varier les paramètres viscoélastiques, Coutand *et al.* montrent que la courbure de l'axe à la fin de la saison de croissance est très sensible au temps caractéristique de relaxation,

notamment pour des valeurs inférieures à 50 jours (figure 1.18b). Le ratio des rigidités des branches du modèle de Zener est nettement moins influant que ce temps caractéristique (différence d'un ordre de grandeur, figure 1.18d). La prise en compte de la viscoélasticité dans le modèle permet d'améliorer l'efficacité du redressement comme l'illustre la figure 1.18c. L'étude paramétrique poursuivie à paramètres viscoélastiques fixes montre que ce sont les valeurs des déformations de maturation qui influent le plus la courbure de l'arbre, en accord avec Alméras et Fournier [83]. Les autres paramètres tels le module d'élasticité ou l'excentricité ont une influence sensiblement plus faible que les déformations de maturation ou la viscoélasticité. Par ailleurs, Coutand *et al.* ont également considéré le cas où ce n'est plus seulement le dernier incrément de croissance qui subit les déformations de maturation mais l'ensemble des incréments qui se déforme simultanément. En définissant arbitrairement une loi d'évolution parabolique des déformations de maturation en fonction du temps, avec une valeur sur l'incrément en périphérie égale à celle du modèle initial, les auteurs obtiennent logiquement une importante augmentation de l'efficacité du mouvement gravitropique par rapport au cas où seul le dernier incrément peut induire des déformations. Nous remarquons que bien que la maturation puisse avoir lieu sur les incréments de croissance antérieurs, les déformations de maturation et le module sont maximaux en périphérie.

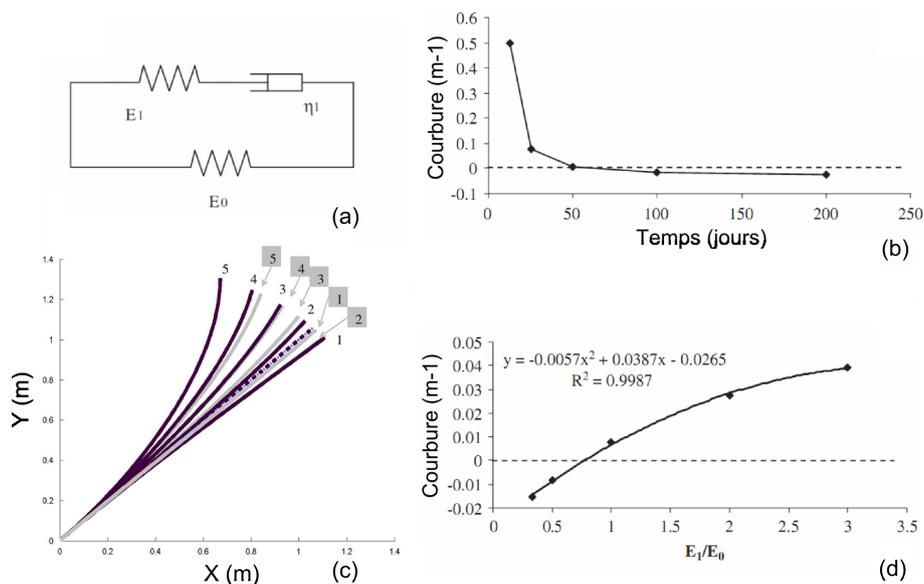


Figure 1.18: Résultats du modèle biomécanique viscoélastique de Coutand *et al.* [88]. (a) Modèle de Zener utilisé pour modéliser la viscoélasticité du bois, (b) effet du ratio des rigidités du modèle de Zener sur la courbure finale calculée par le modèle, (d) effet du temps caractéristique  $\eta_1/E_1$  du modèle de Zener sur la courbure finale, (c) simulation du redressement gravitropique d'un arbre en 5 pas de croissance dans le cas élastique (gris) et viscoélastique (noir). En pointillés est représenté la position de départ [88].

## Conclusion

La structure du bois apparaît hiérarchisée à différentes échelles. À chacune d'entre elles, le bois apparaît plutôt comme un matériau hétérogène, notamment dans la direction radiale. Ainsi, il peut être vu comme un matériau composite multi-échelle, mais il semble important de ne pas perdre de vue qu'il est fabriqué par la croissance d'un être vivant, et que par conséquent il existe une grande variabilité entre les espèces et les individus. Les arbres sont capables de véritables mouvements leur permettant de se positionner de la manière la plus favorable à leur développement. Ces mouvements tropiques peuvent s'effectuer grâce à la croissance secondaire et aux déformations importantes du bois de réaction lors de sa maturation. Ces déformations bloquées entraînent des contraintes au sein du matériau, qui peuvent être très importantes et se révéler désastreuses dans le cadre d'une utilisation industrielle du bois.

Le comportement mécanique du bois de l'arbre sur pied, dont les cellules sont saturées en eau, est complexe mais assez peu étudié dans la littérature. Il présente une rigidité plus faible et une viscoélasticité plus marquée que le bois sec. Ainsi, les propriétés mécaniques sont hétérogènes dans l'arbre avec notamment un gradient de la rigidité longitudinale dans la direction radiale. Les études de la viscoélasticité du bois vert font en général appel à des modèles simples, mais elles donnent des valeurs très différentes de temps de relaxation. Par ailleurs, le comportement mécanique semble dépendant de la taille de l'échantillon : il peut paraître purement élastique à une échelle de l'ordre du centimètre mais des études montrent un comportement anélastique au cours d'essais cycliques aux échelles intra-cerne et cellulaire. La cinétique des phénomènes de maturation, dont notamment la rigidification des cellules au cours du dépôt des parois et l'apparition des déformations de maturation, est à notre connaissance un aspect qui n'a jamais été étudié dans le détail ni quantifié du point de vue mécanique.

Des modèles biomécaniques simples, prenant en compte un matériau élastique homogène avec une maturation instantanée des cellules, semblent capables de rendre compte qualitativement du redressement gravitropique des arbres. Ils sont tous basés sur le principe d'une formulation incrémentale pour prendre en compte la croissance radiale. Les comparaisons quantitatives entre les modèles et les résultats expérimentaux sont rares. Dans le cadre de l'étude de la réaction gravitropique de jeunes peupliers sur une seule saison de croissance, les modèles biomécaniques existants ne simulent pas correctement le redressement, en le sous-estimant et en ne prenant pas en compte ses différentes phases observées expérimentalement. Ceci vient probablement de la non-prise en compte de la maturation continue des cellules, et/ou de variation de ces déformations au cours de la saison de croissance.

Les modèles biomécaniques les plus élaborés montrent que les paramètres les plus influents sur l'efficacité du redressement gravitropique sont les déformations de maturation et la viscoélasticité du matériau, devant la différence de rigidité entre bois de réaction et bois opposé, et l'asymétrie de la croissance. Il s'agit donc d'études paramétriques qui ne prennent pas en compte des valeurs mesurées expérimentalement de ces paramètres, les chercheurs constatant le manque de données concernant les propriétés viscoélastiques du bois ainsi que la cinétique de maturation. Pour tous les modèles gravitropiques existants à notre connaissance, la ma-

turation s'effectue sur du bois ayant déjà sa rigidité « finale », ne prenant pas en compte le dépôt progressif des parois des cellules et l'augmentation de la rigidité qui en résulte *a priori*. De plus dans la plupart des modèles seul le dernier incrément peut se déformer occultant donc le fait que la maturation dans l'arbre puisse encore intervenir dans les couches intérieures. Il n'existe donc pas, pour l'heure, de modèle permettant de prendre en compte la maturation à la fois en matière de rigidité et de déformation.

L'intensité des contraintes de croissance au sein d'un arbre est difficilement prévisible car elle nécessite de prendre en compte l'histoire de l'individu, et parce que les propriétés mécaniques du bois évoluent au cours du temps et de la croissance. L'emploi de modèles biomécaniques de la croissance permettrait de répondre à cette problématique mais les modèles existants ne semblent pas toujours suffisants pour simuler les mouvements gravitropiques. Au vu des éléments bibliographiques que nous avons rassemblés, il semble tout d'abord nécessaire de caractériser les propriétés mécaniques du bois vert, notamment au cours de sa maturation. Ensuite, un modèle biomécanique prenant en compte les propriétés mécaniques mesurées et leurs évolutions au cours de la maturation pourra alors être développé.



## **Deuxième partie**

# **Caractérisation expérimentale de propriétés mécaniques du bois vert de peuplier**



## Chapitre 2

# Caractérisation mécanique de la maturation du bois vert par des essais de traction et de flexion

Dans l'objectif d'une modélisation biomécanique à l'échelle de l'arbre, il est nécessaire de connaître les propriétés mécaniques du matériau qui le constitue. Le bois ayant une rigidité plus importante d'un ordre de grandeur dans sa direction longitudinale que dans les autres directions, c'est le module élastique longitudinal qui caractérise en premier lieu ce matériau. C'est également ce module longitudinal qui est utilisé dans la plupart des modèles biomécaniques basés sur la théorie des poutres. Cependant, il existe relativement peu d'études dans la littérature concernant le bois vert. D'autre part, les propriétés mécaniques peuvent varier de manière importante d'une essence à l'autre. Par conséquent, des essais de caractérisation mécanique du bois du clone de peuplier utilisé dans ce travail de thèse se révèlent indispensables.

L'objectif des travaux réalisés dans ce chapitre est principalement de déterminer l'évolution des propriétés mécaniques longitudinales du bois au cours de sa maturation durant la phase de réaction gravitropique, dans la perspective d'une modélisation biomécanique prenant en compte la maturation. Ceci est effectué à l'aide d'un protocole expérimental spécifique utilisant des échantillons de bois issus de plusieurs individus au cours d'une même saison de croissance. Le module longitudinal est caractérisé à partir d'essais mécaniques conventionnels, en traction et en flexion. Ces deux types de sollicitations ont nécessité l'utilisation d'éprouvettes de dimensions différentes bien que toujours situées à l'échelle intra-cerne, échelle requise pour étudier l'évolution du module au cours de la maturation du bois.

Après une première partie présentant le cadre général des expérimentations réalisées au cours de cette thèse et le protocole adopté pour pouvoir caractériser l'évolution des propriétés mécaniques du bois au cours de sa maturation, les résultats des essais de traction et de flexion seront présentés au sein de deux parties distinctes. La partie concernant les essais de traction, qui met en lumière le comportement mécanique très complexe de lamelles de bois

vert, a fait l'objet d'une publication dans une revue internationale avec comité de lecture [89].

## 2.1 Cadre général des expérimentations

### Étude de la maturation

Les cellules de bois sont produites par le cambium en périphérie de l'arbre. Lorsqu'elle est créée, une cellule passe par différentes phases : une phase de grandissement cellulaire puis une phase de maturation avec entre autres épaissement des parois et modification de ses propriétés mécaniques (cf. § 1.1.3). Comme ces phénomènes ne sont pas instantanés et que la croissance radiale de l'arbre continue durant cette période de maturation, il existe un gradient de maturation spatial dans la section, les cellules les moins matures étant situées en périphérie, les plus matures au centre de l'arbre (figure 2.1).

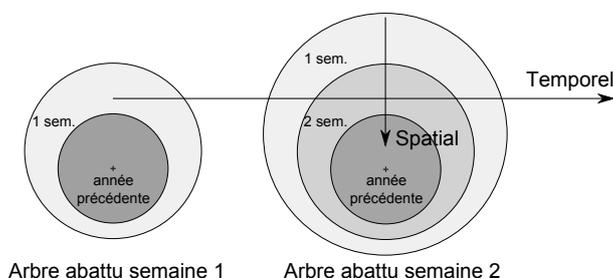


Figure 2.1: Schéma représentant en coupe deux arbres abattus à une semaine d'intervalle. Représentation des gradients de propriétés spatial et temporel.

Pour suivre l'évolution temporelle de la maturation d'une même cellule en ce qui concerne le module longitudinal, il faudrait donc pouvoir réaliser des essais mécaniques *in situ*, toujours à la même position spatiale par rapport au cœur de l'arbre et à des moments différents de la maturation. Les essais mécaniques conventionnels utilisés ici étant destructifs, il n'est pas possible de suivre l'évolution temporelle de la maturation *in situ*. Cependant nous avons élaboré un protocole expérimental permettant de contourner ce problème : en supposant que les arbres utilisés pour cette étude sont tous strictement identiques (notamment en termes de cinétique de croissance), et que la position géométrique d'un repère spatial fixe est connue (par exemple le cœur de l'arbre, ou la limite de cerne), la comparaison d'individus abattus à des moments différents de la saison de croissance permet une représentation temporelle de l'évolution des propriétés (figure 2.1).

Pour cette étude, 3 lots de 9 peupliers les plus ressemblants possibles (notamment en ce qui concerne le diamètre) sont donc utilisés. Ils sont inclinés du même angle pour stimuler la production de bois de tension et pour observer le redressement gravitropique. Au cours de la saison de croissance, un arbre est abattu chaque semaine. Les mesures et essais effectués sur des échantillons de bois de ces arbres permettront tout d'abord d'illustrer le gradient spatial

de propriétés mécaniques dû à la maturation, puis ensuite de définir l'évolution temporelle de cette dernière à l'échelle de la saison.

### **Matériel végétal**

Le même clone de peuplier, *Populus deltoides* X *Populus nigra* cv. 'I4551', a été utilisé pour l'ensemble des essais expérimentaux pratiqués au cours de ces travaux de thèse. Cet hybride a été choisi pour sa faible sensibilité au phototropisme de manière à limiter les possibles interactions avec la réaction gravitropique étudiée [28]. Par ailleurs, sa croissance très rapide permet l'observation du redressement gravitropique à l'échelle d'une seule saison de croissance pour les arbres âgés de 1 ou 2 ans.

### **Protocole expérimental au champ**

Le protocole expérimental est identique pour tous les individus étudiés jusqu'à leur inclinaison. Des plançons sont mis en terre en début d'année dans des pots de 60 L remplis de terre de Limagne. Ces pots en plastique sont troués de manière à ce que les racines puissent passer au travers. Tout au long de l'expérience chaque arbre est arrosé individuellement à l'aide d'arrosage goutte à goutte. L'inclinaison est effectuée à la fin du mois de mai ou début juin, alors que les peupliers viennent de débiter leur activité de croissance. Ils sont mis en terre avec leur pot et inclinés le même jour, à environ 35° par rapport à la verticale (cet angle est mesuré par rapport à la partie basale du tronc). Les arbres sont alignés en plein champ à l'Institut National de Recherche Agronomique (INRA) de Clermont-Ferrand (45°47' nord, 3°10' ouest, altitude 329 m). Espacés d'environ 2 m, ils sont orientés dans la même direction (Nord-Sud). Une image du dispositif expérimental au champ est présentée figure 2.2. Les peupliers étudiés sont donc tous exactement dans les mêmes conditions en termes d'ensoleillement ce qui permet la comparaison de la réaction gravitropique des arbres. Les peupliers ainsi inclinés produisent tous du bois de tension sur la face supérieure et du bois « normal » ou « opposé » sur la face inférieure. Certains auteurs parlent en effet de bois opposé, suggérant que ce dernier soit différent du bois normal produit lors de la croissance d'un arbre droit [26, 90].

### **Études réalisées**

Les spécimens du lot A et B, arbres âgés d'un an étudiés en 2010, ont subi chacun un traitement différent : les individus du lot A sont libres de se redresser alors que ceux du lot B sont tuteurés pour être maintenus à leur inclinaison initiale de 35°. Ce dernier traitement a pour but d'étudier l'effet de l'inclinaison sur les propriétés mécaniques en empêchant certains arbres de se redresser. Pour comparer les propriétés du bois des arbres de ces deux lots, la même étude a été effectuée : des mesures d'infradensité et des essais de traction sur de fines éprouvettes (200 µm d'épaisseur) ont été réalisés (cf. tableau 2.1).

## Chapitre 2 Caractérisation mécanique de la maturation du bois vert par des essais de traction et de flexion

En 2011, un troisième lot C d'arbres libres de se redresser a été étudié. Ces individus étaient âgés cette fois-ci de deux ans lors de leur inclinaison. De ce fait, ils présentent un diamètre plus important ce qui facilite les opérations de découpe d'éprouvettes plus épaisses (1,4 mm environ) qui sont testées en flexion 3 points. D'autres échantillons issus de ce même lot font l'objet d'études différentes exposées dans les chapitres suivants (cf. tableau 2.1).

Le détail de la mise œuvre des techniques expérimentales évoquées ici est précisé dans les sections correspondantes de ce manuscrit, à commencer par les essais de traction et les mesures d'infradensité qui font l'objet de la section suivante.



Figure 2.2: Photographie du dispositif expérimental au champ des expérimentations de 2010.

| Lot | Année d'étude | Âge des individus (années) | Nombre d'individus | Traitement | Détail des essais et mesures effectués   |
|-----|---------------|----------------------------|--------------------|------------|--|
| A   | 2010          | 1                          | 9                  | Libres     | Essais de traction lamelle 200 $\mu\text{m}$<br>Mesure d'infradensité  |
| B   | 2010          | 1                          | 9                  | Tuteurés   | Essais de traction lamelle 200 $\mu\text{m}$<br>Mesure d'infradensité  |
| C   | 2011          | 2                          | 9                  | Libres     | Essais de flexion planchette 1,4 mm<br>Essais de fluage (chapitre 3)<br>Mesures de masses et DRLM (chapitre 5) |

Table 2.1: Récapitulatif des lots d'arbres étudiés et des essais et mesures effectués.

## 2.2 Essais de traction pour la caractérisation du comportement mécanique de lamelles de bois vert au cours de la maturation

### 2.2.1 Matériel et méthodes

#### 2.2.1.1 Préparation des échantillons

Les essais de traction sont réalisés sur des échantillons issus d'arbres âgés d'un an, inclinés puis laissés libres de se redresser (lot A) ou tuteurés à 35° (lot B). Ils sont abattus chaque semaine deux par deux du 15 juin au 10 août 2010 après avoir été inclinés le 3 juin. Les troncs sont alors débités en tronçons de 30 cm de longueur et conservés dans l'eau à 4°C. Ce mode de stockage est celui qui permet le mieux de conserver les propriétés élastiques et viscoélastiques du bois vert : selon Dlouhá *et al.* [91], il est sans effet significatif sur ces propriétés jusqu'à un an de conservation. Les essais mécaniques ont tout de même été effectués le plus rapidement possible après l'abattage (au plus une semaine), afin de limiter au maximum les possibles effets de la conservation.

À partir des tronçons de 30 cm, un plus petit tronçon de 7 cm exempt de tout défaut (nœuds, blessure, etc.) est extrait de la partie basale du tronc (entre 3 et 18 cm de la base). À l'aide d'une scie à ruban une planchette de 6 mm de large est découpée selon le diamètre nord-sud du tronc, *i.e.* entre la face supérieure contenant du bois de tension et la face inférieure contenant du bois normal (figure 2.3a). Les deux faces de la planchette sont ensuite séparées en sciant longitudinalement au niveau de la moelle de l'arbre. L'écorce est retirée alors simplement en la détachant manuellement. En fait lors de cette opération l'écorce se sépare du bois à l'endroit qui est mécaniquement le plus faible : le cambium, où les cellules sont très peu rigides car en cours de formation. Le bois étant ainsi mis à nu, de fines lamelles d'environ 200 µm d'épaisseur sont découpées à l'aide d'un microtome, en partant du cambium jusqu'à la limite de cerne avec le bois de l'année précédente sur chacune des faces supérieure et inférieure (figure 2.3b). Cela peut représenter, pour les arbres abattus en fin de saison, plus d'une quarantaine d'éprouvettes de traction pour la seule face supérieure. Ces lamelles suivent donc le sens du fil dans leur plus grande dimension, pour une faible épaisseur dans la direction radiale (200 µm) et une largeur de 6 mm environ dans la direction tangentielle. Une dizaine de rangées de fibres d'un diamètre d'environ 20 µm est donc contenue dans l'épaisseur d'une lamelle (figure 2.3d). Ces lamelles sont directement utilisées sous cette forme en tant qu'éprouvettes de traction longitudinale. Elles sont en effet placées dans les mors d'une machine de traction selon le schéma 2.3c.

Enfin, notons que lors de leur découpe les lamelles ont tendance à se courber : dans le cas du bois normal cette courbure reste faible, mais dans le cas du bois de tension elle peut être très marquée (certaines lamelles peuvent même s'enrouler sur elles-mêmes). Cette courbure est donc *a priori* due aux effets de la relaxation des contraintes de croissance. Elle est

inévitable dans l'étude du bois de tension qui est fortement précontraint. Les lamelles qui sont courbées à la découpe sont décourbées avant l'essai de traction et donc bien testées droites de manière identique aux lamelles de bois normal. Étant donnée la grande souplesse des échantillons cette action de retour « à plat » est facilement réalisée et n'entraîne pas d'endommagement visuellement détectable. Les essais de traction réalisés sur les lamelles concernées n'ont pas posé de problème expérimental ni révélé de comportement mécanique particulier. Nous considérerons donc que cette courbure produite par les contraintes du matériau lui-même n'a pas d'influence sur l'exploitation des résultats des essais de traction tout en restant bien conscients de son existence.

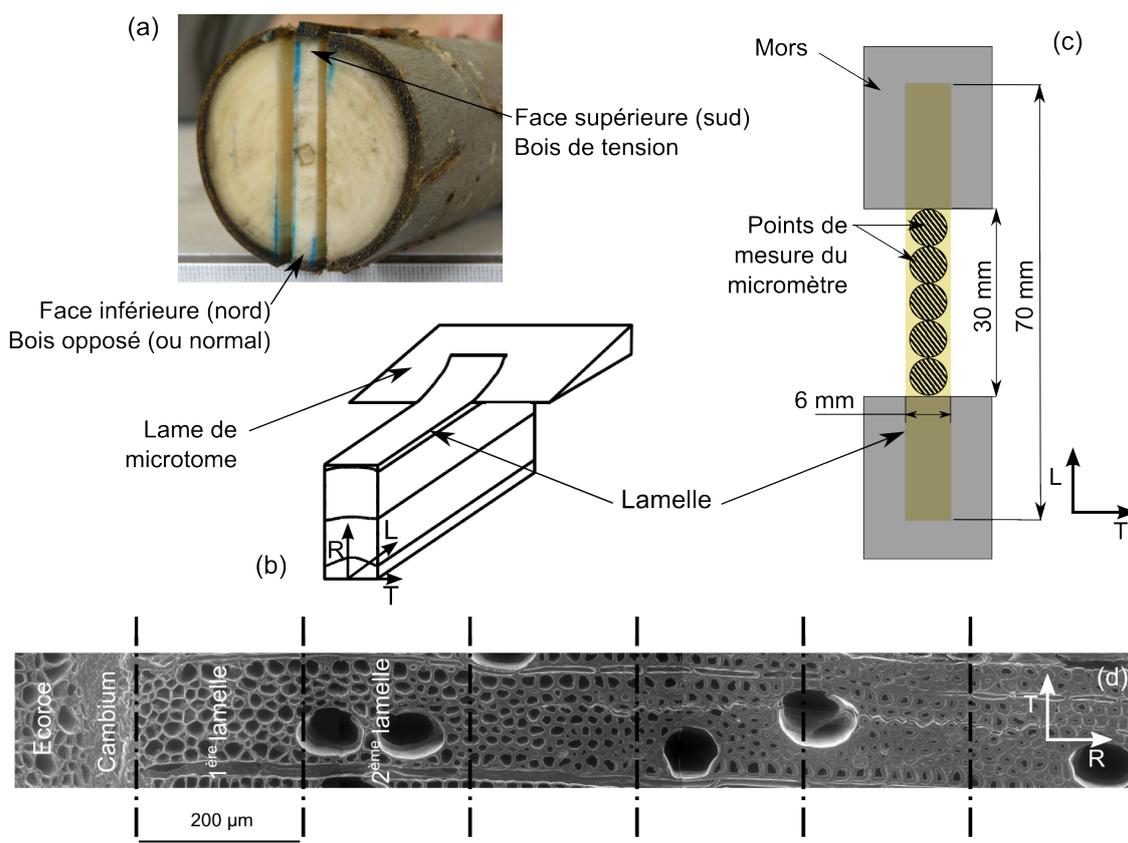


Figure 2.3: Schémas explicatifs des essais de traction sur lamelles. (a) Vue en coupe d'un tronçon d'arbre pour lequel une planchette est découpée selon le diamètre partant de la face supérieure du tronc incliné vers la face inférieure. (b) Schéma de la découpe des lamelles à l'aide d'un microtome. (c) Représentation d'une lamelle positionnée dans les mors d'une machine de traction et position des points de mesure d'épaisseur. (d) Vue en coupe au microscope électronique à balayage environnemental de la section d'un échantillon de bois de tension dans la zone proche cambium, avec représentation de l'épaisseur des lamelles.

### **2.2.1.2 Mesure des dimensions et calcul d'infradensité**

La partie utile des éprouvettes de traction mesure 30 mm sur les 70 mm de longueur totale de l'éprouvette, le reste étant pris dans les mors (figure 2.3c). Outre le fait d'assurer le bon maintien de l'éprouvette dans les mors, cette longueur de 70 mm permet d'être sûr de disposer d'une longueur d'au moins 30 mm homogène en épaisseur. En effet, l'épaisseur des lamelles est souvent plus variable en leurs extrémités qu'en leur centre, certainement en raison d'effets de bord lors de la découpe. Sur la partie utile centrale, l'épaisseur est mesurée à l'aide d'un micromètre Mitutoyo MDC-25SB de résolution 1  $\mu\text{m}$ , en cinq points répartis régulièrement selon la direction longitudinale (voir figure 2.3c). À partir de ces mesures, la moyenne de l'épaisseur et son écart type sont calculés. Si ce dernier est trop important (supérieur à 10  $\mu\text{m}$ ), les résultats ne sont pas pris en compte puisqu'alors l'échantillon n'est pas homogène, ce qui peut biaiser les résultats de l'essai de traction. L'épaisseur moyenne est de  $204 \pm 16 \mu\text{m}$  sur l'ensemble des échantillons (l'écart-type présenté ici n'est donc pas représentatif des variations d'épaisseur de chaque lamelle prise séparément). Remarquons que les épaisseurs mesurées au micromètre peuvent être légèrement sous-estimées. En effet, le limiteur de couple du micromètre permet d'imposer sur le côté de la lamelle un effort constant de 5 N (donnée constructeur) qui peut être suffisant pour comprimer légèrement les cellules. Cet effet est particulièrement sensible pour les 2 ou 3 lamelles les plus proches du cambium qui sont très peu rigides et souvent moins larges du fait de la forme circulaire du tronc. Nous verrons par la suite que ces lamelles ne peuvent de toute manière pas être testées via notre protocole d'essai de traction cyclique en raison de leur faible résistance.

Ces mesures d'épaisseurs présentent deux autres intérêts : premièrement de calculer, avec les autres dimensions de longueur et de largeur, le volume de la partie utile de l'éprouvette, et deuxièmement, de connaître la position radiale des éprouvettes dans l'arbre. En effet, les éprouvettes étant découpées graduellement à partir du cambium jusqu'à la limite de cerne sans perte de matière grâce au microtome, la connaissance des épaisseurs permet de remonter à la position radiale dans l'arbre. Chaque éprouvette peut ainsi être replacée par rapport à la distance qui la sépare de la première lamelle, donc du cambium.

Le volume mesuré pour chaque lamelle avant essai sert à calculer l'infradensité du bois. Après les essais de traction, la partie utile de 30 mm est mise à l'étuve pendant 24 h à 100°C de manière à peser ensuite la masse sèche de la lamelle à l'aide d'une balance de précision ( $\pm 0,1 \text{ mg}$ ). Cette masse de bois sec rapportée au volume calculé alors que l'éprouvette était encore saturée en eau donne finalement la mesure de l'infradensité. L'infradensité alors connue pour chaque lamelle, il est possible de tracer l'évolution de l'infradensité selon la direction radiale.

### **2.2.1.3 Mesures de force et de déformation lors des essais de traction**

Les fines lamelles sont testées en traction longitudinale à l'aide d'une machine Instron 5543 équipée d'un capteur d'effort de 50 N. Les mors sont recouverts de papier de verre afin

d'éviter au maximum les glissements. En effet des mors lisses n'assurent pas un maintien suffisant tandis que des mors moletés endommagent les éprouvettes en raison de leur très faible épaisseur.

Les déformations des échantillons sont mesurées par corrélation d'images numériques. Des images enregistrées tout au long de l'essai permettent de calculer le champ de déplacement sur toute la partie utile de l'échantillon. L'homogénéité des déformations est alors vérifiée à partir des dérivées des champs de déplacement. Des déformations hétérogènes indiquent soit que l'échantillon lui-même est constitué d'un matériau hétérogène, soit que l'éprouvette n'est pas en traction pure. Au total 80 % des essais de traction sont exploitables, ceux qui ne le sont pas correspondant principalement à des lamelles situées dans la zone de la limite de cerne et dans une moindre mesure à celles qui sont les plus proches du cambium.

Le logiciel de corrélation d'images CORRELI<sup>LM</sup>T [92] est utilisé pour l'obtention des champs de déplacement. Chaque champ est obtenu à partir de deux images : une image initiale ou de référence correspondant au matériau non déformé, et une image correspondant à l'état déformé. Les champs de déplacements sont calculés dans une région d'intérêt (ou ROI pour Region Of Interest) choisie sur la surface de l'image de référence. Cette ROI est décomposée en zones d'intérêt (ou ZOI pour Zone Of interest) de  $32 \times 32$  pixels (voir figure 2.4a). Chaque valeur de déplacement est calculée au centre de chaque ZOI. La taille de la ZOI correspond donc à la résolution spatiale, c'est-à-dire à la distance entre deux points de mesure indépendants. Cette résolution spatiale vaut dans notre cas 1,0 mm.

Afin d'améliorer la résolution de la technique c'est-à-dire d'obtenir les déplacements les plus petits possibles qui sortent du bruit de mesure, un mouchetis a été appliqué sur chaque éprouvette avant qu'elle ne soit testée. Ce mouchetis permet d'obtenir une répartition des niveaux de gris la plus aléatoire possible. En jouant sur la lumière apportée par un éclairage annulaire à fente à fibre optique et sur l'ouverture du diaphragme de l'objectif de la caméra, il est possible d'obtenir une très grande dynamique des niveaux de gris. La figure 2.4b présente un exemple d'histogramme de niveaux de gris obtenu. Grâce à ce protocole, la résolution est en moyenne de 0,01 pixels, soit 0,3  $\mu\text{m}$ .

Une caméra Sensicam possédant un capteur monochrome  $1376 \times 1040$  pixels est utilisée pour la corrélation d'images. Chaque pixel est codé sur 12 bits. La caméra étant refroidie, le bruit électronique de la caméra est fortement atténué par rapport aux caméras classiques, ce qui permet une meilleure résolution pour la corrélation. La fréquence d'acquisition est de 5 images par seconde. Ainsi, pour un seul essai de traction le nombre d'images peut atteindre plusieurs centaines. Afin d'obtenir la déformation moyenne de chaque champ de déplacement longitudinal, ce dernier est interpolé par un plan dont la pente représente la déformation longitudinale moyenne (figure 2.4c). En synchronisant les données du capteur d'effort avec ces déformations calculées à partir des champs de déplacement, les couples effort-déformation sont enregistrés pour chaque image tout au long de l'essai. En divisant l'effort par la section moyenne de la lamelle, ces données permettent le tracé des courbes de traction en matière de contraintes et déformations. Les différentes opérations nécessaires pour l'obtention des courbes de traction à partir des données brutes de champs de déplacement ont été entièrement

automatisées par un programme développé pour cette application et réalisé sous MATLAB [93]. Il en est de même pour l'exploitation des courbes de traction (voir § 2.2.3.2).

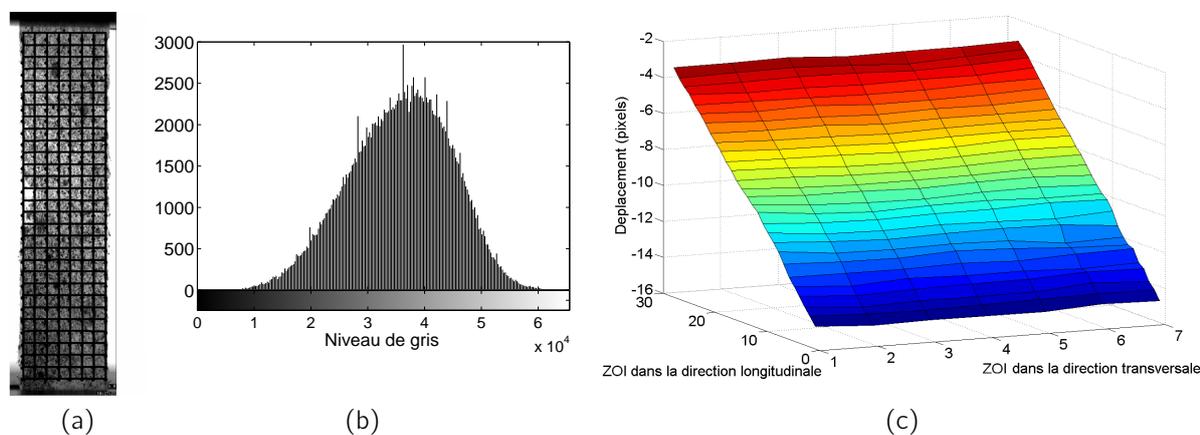


Figure 2.4: Schémas explicatifs de la corrélation d'image sur lamelles de bois en traction. (a) Image d'une éprouvette testée en traction et grille des ZOI (un carreau = une ZOI). (b) Histogramme des niveaux de gris de l'éprouvette du (a). (c) Champ de déplacement longitudinal homogène obtenu.

## 2.2.2 Essais de traction cycliques

### 2.2.2.1 Définition du protocole d'essai

De nombreux essais préliminaires ont été mis en œuvre dans le but de déterminer les paramètres expérimentaux décrits précédemment (utilisation de papier de verre dans les mors, fréquence d'acquisition des images, contraste, etc.), mais surtout afin d'identifier l'essai le plus pertinent pour mesurer les propriétés mécaniques longitudinales du bois vert. En effet, lors d'essais monotones, les courbes de traction obtenues pour les lamelles de bois de tension révèlent un comportement non-linéaire, avec un phénomène de rigidification du matériau (courbe en pointillés figure 2.5). Lors d'essais de traction cycliques à niveau de sollicitation constant (courbe continue figure 2.5), il apparaît une importante déformation rémanente lors de la première décharge qui reste relativement stable au cours des cycles suivants. Ceci indique une modification de la rigidité qui est plus importante après un chargement donné. Nous qualifierons cette rigidité de « rigidité accommodée ».

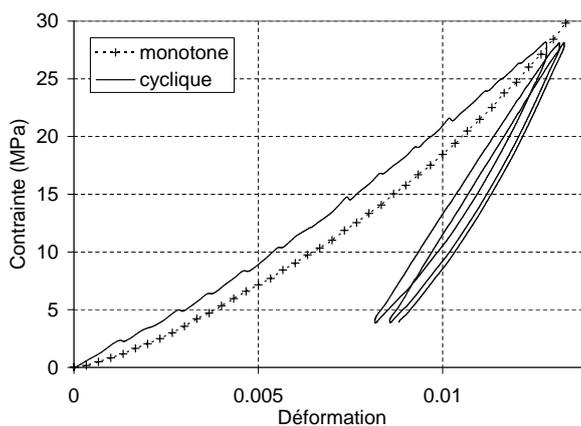


Figure 2.5: Courbes de traction obtenues pour une lamelle de bois de tension lors d'essais monotone et cyclique.

Si après un ou plusieurs cycles à niveau de chargement constant le niveau de sollicitation a augmenté, la déformation rémanente a elle aussi nettement augmentée (figure 2.6a). La rigidité lors de la recharge peut elle aussi varier. Étant donné ce comportement très complexe des lamelles de bois vert, le calcul d'un module élastique se révèle insuffisant pour les caractériser mécaniquement.

Un protocole basé sur des essais de traction cycliques à niveau de sollicitation croissant a donc été développé de manière à déterminer des paramètres mécaniques permettant de caractériser chaque lamelle indépendamment. Lors de ces essais la vitesse de déplacement de la traverse est maintenue constante à  $1 \text{ mm} \cdot \text{min}^{-1}$ . Cette vitesse a souvent été utilisée lors d'essais similaires [16, 61]. La vitesse de déformation correspondante est de  $4 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ . En raison de cette faible vitesse de déformation, l'essai est considéré comme quasi-statique. Il est composé de 6 cycles (figure 2.6a). À chaque cycle correspond un niveau de sollicitation maximal allant de 6 à 36 N par pas de 6 N. La section des éprouvettes étant globalement la même ( $6 \times 0,2 \text{ mm}$ ), cela correspond à des niveaux de contraintes relativement identiques d'une éprouvette à l'autre.

Cet essai se caractérise donc par des déformations rémanentes qui augmentent au fur et à mesure des cycles (figure 2.6a). Ceci témoigne du comportement anélastique des lamelles de bois vert qui est présent quel que soit le niveau de déformation. Chaque cycle présente une boucle d'hystérésis qui peut exprimer plusieurs phénomènes physiques différents (viscoélasticité, frottements, etc.). Cette boucle est créée par la décharge qui est non linéaire alors que la remontée en charge de chaque début de cycle est linéaire jusqu'à ce que le niveau d'effort maximal du cycle précédent soit atteint. Alors, la rigidité du matériau devient plus faible pour suivre une courbe constituant en quelque sorte l'enveloppe de la courbe de traction, et ce jusqu'au niveau de sollicitation suivant. Nous nous servons de cette linéarité à chaque rechargement pour définir une « rigidité accommodée au niveau de sollicitation maximal précédemment atteint » qui est mesurée à chaque cycle. Dans le cas de la figure 2.6a

## 2.2 Essais de traction pour la caractérisation du comportement mécanique de lamelles de bois vert au cours de la maturation

qui présente une courbe de traction représentative de ce qui est typiquement obtenu pour du bois de tension, la rigidité accommodée augmente à mesure que le niveau de sollicitation augmente.

En traçant ces rigidités accommodées en fonction du niveau de déformation maximal précédemment atteint, il apparaît une courbe linéaire (figure 2.6b). La rigidité à la recharge augmente donc de manière linéaire selon la déformation longitudinale qu'a subie l'éprouvette au préalable. Cette relation permet de caractériser chaque lamelle indépendamment du niveau de sollicitation : malgré la rigidification sous contrainte du matériau, nous avons trouvé une courbe paramétrée qui caractérise le comportement mécanique de la lamelle de bois vert. Les deux paramètres qui caractérisent la droite reliant rigidité au niveau de déformation, sont la pente, qui sera notée  $gradE$ , et l'ordonnée à l'origine notée  $EO$ . Ce sont donc finalement ces paramètres qui permettent de caractériser mécaniquement une lamelle donnée indépendamment du niveau de sollicitation.

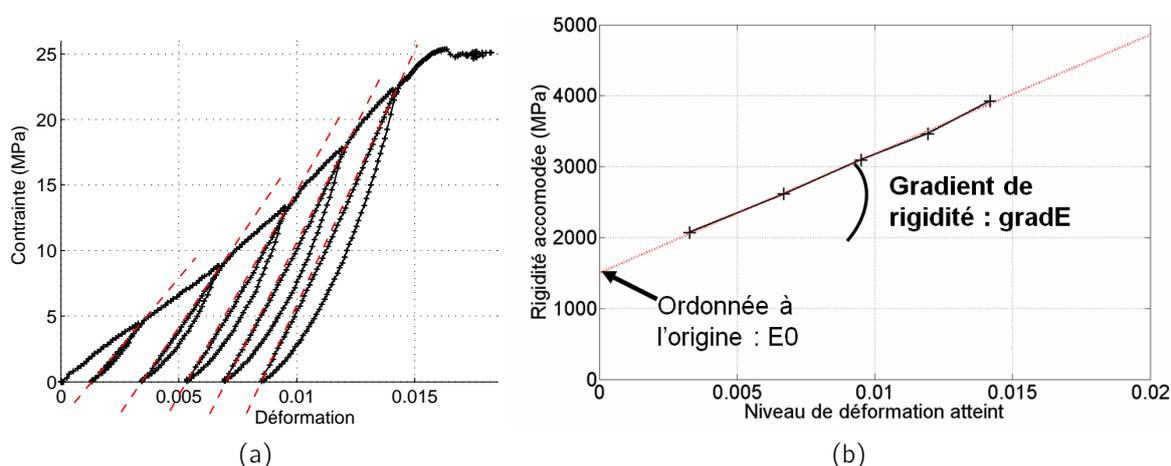


Figure 2.6: Courbe de traction cyclique et définition de  $gradE$ . (a) Courbe de traction typiquement obtenue pour une lamelle de bois de tension. Les traits en pointillés représentent les rigidités accommodées au niveau de sollicitation maximal précédemment atteint lors de la recharge. (b) Rigidité accommodée calculée sur chaque recharge en fonction de la déformation maximale précédemment atteinte.

### 2.2.2.2 Vérification de l'absence d'effet du séchage des échantillons

Les éprouvettes sont conservées le plus longtemps possible dans l'eau avant l'essai. La mise en place des lamelles dans les mors est effectuée en moins de 2 minutes et les essais de traction durent au maximum 5 minutes. Afin de s'assurer que durant ce temps le séchage de l'échantillon ne joue aucun rôle dans le comportement mécanique du bois, des essais de séchage ont été réalisés au préalable.

Premièrement, la masse d'échantillons séchant à l'air libre a été relevée au cours du temps afin d'évaluer la vitesse d'évaporation de l'eau qu'ils contiennent. Cette masse est rapportée

au volume initial de la lamelle, mesurée alors que le bois est encore saturé en eau (figure 2.7a). Cela permet une comparaison indépendamment des dimensions de l'échantillon (qui sont cependant très proches). Dans les conditions de température, pression et humidité de ces essais, qui sont semblables à celles des essais de traction, l'équilibre hygroscopique des échantillons avec l'air ambiant est atteint en 30 minutes environ (figure 2.7a). Remarquons également que la « masse volumique » est plus faible pour le bois normal que pour le bois de tension.

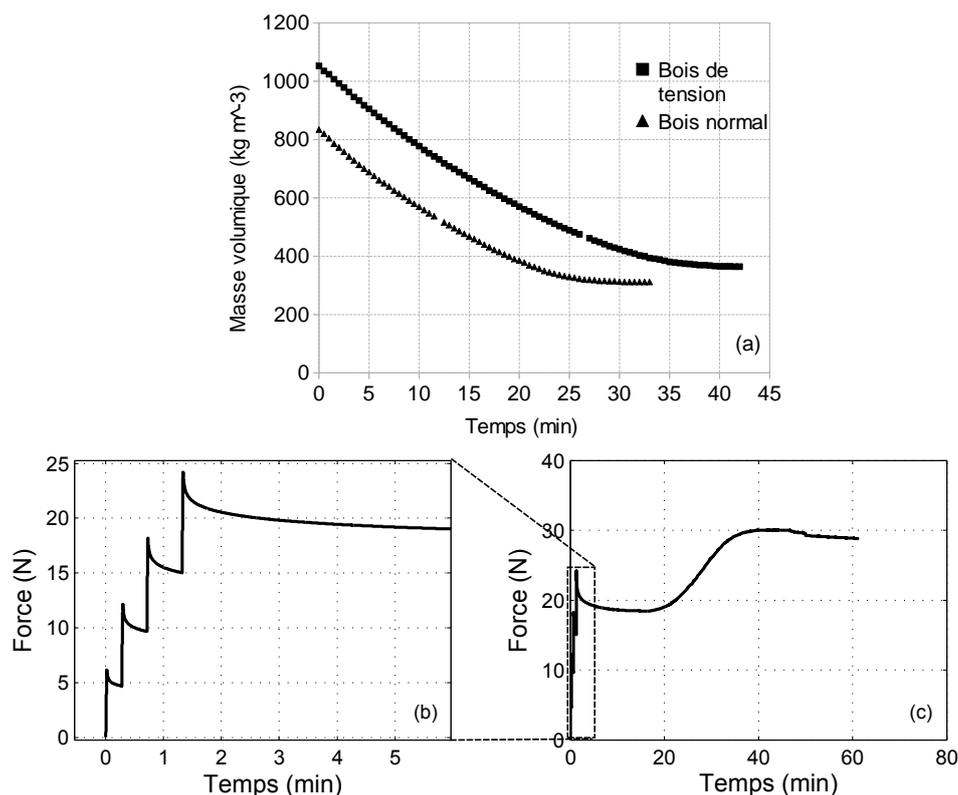


Figure 2.7: Résultats des essais de séchage. (a) Évolution temporelle de la masse rapportée au volume initial de bois vert de lamelles séchant à l'air libre. (b) 6 première minute de l'essai de séchage en relaxation pour un échantillon de bois de tension, (c) essai entier (1 heure).

Un second essai ayant pour but de tester les lamelles dans des conditions les plus proches des essais de traction a été effectué. Cet essai consiste en l'observation de la relaxation des échantillons sollicités dans les conditions du protocole d'essai de traction et permet ainsi de coupler les contraintes mécaniques avec le phénomène de séchage de l'échantillon. Pour cela, le protocole consiste à appliquer rapidement (à une vitesse de déplacement de la traverse de 5 mm.min<sup>-1</sup>) les paliers d'efforts des essais de traction de 6 à 36 N par pas de 6 N, puis de laisser relaxer l'échantillon pendant un temps comparable ou supérieur à celui nécessaire pour le cycle correspondant pour les essais de traction classique. Pour le dernier chargement de 36 N, l'échantillon est maintenu à déplacement constant durant 1 heure.

Ce protocole permet d'observer qu'à chaque maintien en déplacement, l'effort décroît avec le temps (figure 2.7b). Cet effet visqueux était attendu étant donné les phénomènes hystériques observés au cours des essais de traction cycliques. L'effet de l'évaporation de l'eau liée des cellules, qui entraîne leur contraction et donc l'augmentation de l'effort enregistré par la machine de traction lors d'un maintien en déplacement, n'est observé qu'après 20 minutes d'essais. Le niveau d'effort augmente alors pendant 20 minutes avant de se stabiliser (figure 2.7c).

Finalement, il apparaît donc que lors des essais de traction qui ont une durée maximale de 5 minutes, les effets du séchage du bois, qui se traduisent notamment par une contraction des cellules, n'interviennent pas sur la réponse mécanique étudiée.

## 2.2.3 Résultats et discussions

### 2.2.3.1 Évolution spatiale de l'infradensité

Les relevés d'infradensité peuvent être représentés graphiquement en fonction de la position radiale d'une lamelle dans la section. Il s'agit de la distance qui sépare le milieu d'une lamelle donnée de la première lamelle extraite (qui est la plus proche du cambium). Une courbe typique de l'évolution radiale de l'infradensité est représentée figure 2.8a. Pour comprendre les variations de cette courbe, des observations de la section ont été effectuées à l'aide d'un microscope électronique à balayage environnemental<sup>1</sup> (figure 2.8b et c). Cet appareil permet de contrôler l'atmosphère sous laquelle est observé l'échantillon, et donc de garder l'eau contenue dans les parois cellulaires. Les fibres sont ainsi maintenues dans un état proche de leur état dans l'arbre.

Les observations permettent d'expliquer l'augmentation de l'infradensité sur le premier millimètre après le cambium (zone 1-2 figure 2.8a) par l'augmentation de l'épaisseur de paroi observée dans cette même zone (figure 2.8b). Après cette augmentation atteignant son maximum au point 2, il apparaît une lente décroissance de l'infradensité jusqu'au point 3. Les observations microscopiques ne permettent pas clairement d'interpréter cette décroissance, les cellules présentant qualitativement le même aspect tout au long de cette zone. En revanche, le minimum d'infradensité qui se détache assez nettement au point 3 avant une augmentation jusqu'au point 4 peut s'expliquer par le grand nombre de vaisseaux présents dans cette zone (figure 2.8c). Il s'avère qu'il s'agit en fait de la limite de cerne, puisqu'au début de la saison de croissance les arbres feuillus créent beaucoup de vaisseaux.

---

1. Ces observations ont été réalisées au Max Planck Institute of Colloids and Interfaces (Potsdam, Allemagne) avec l'aide gracieuse du Dr. M. Eder et du Dr. I. Burgert.

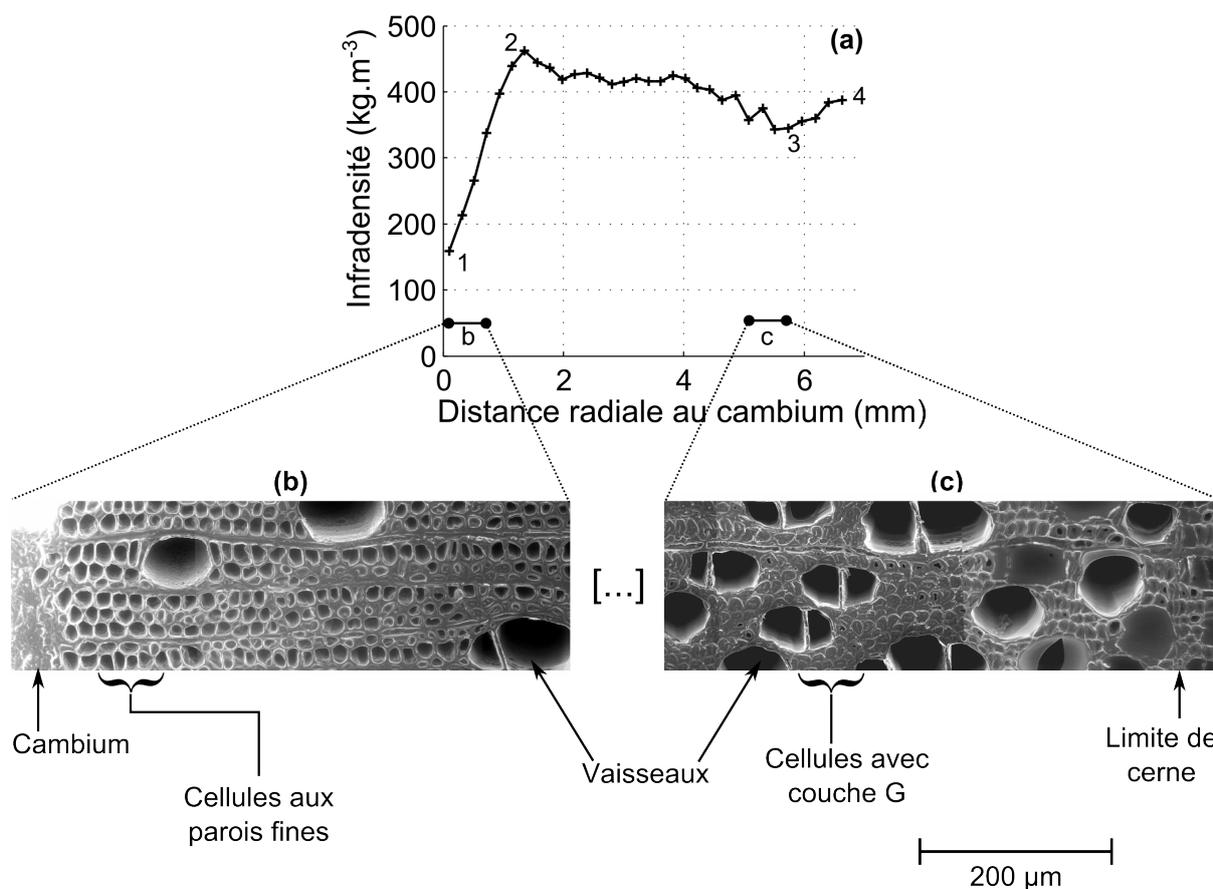


Figure 2.8: Évolution radiale de l'infradensité. (a) Évolution typique de l'infradensité pour le bois de tension, avec des observations au microscope électronique environnemental de la zone proche cambium (b) et de la limite de cerne (c)<sup>1</sup>. Sur la première image (b) le cambium a été endommagé par le traitement expérimental, mais les premières cellules pour lesquelles la paroi est en formation sont bien visibles.

La détermination de la limite de cerne à l'aide des mesures d'infradensité permet de représenter l'infradensité non plus en fonction de la distance au cambium, mais en fonction de la distance à la limite de cerne. Ceci est réalisé en inversant le sens de l'axe des abscisses et en choisissant comme origine la limite de cerne. Cela permet une comparaison plus intuitive des arbres coupés à différents stades de la saison, puisqu'alors ces résultats provenant de différents individus semblent représenter ceux d'un seul et même peuplier augmentant de diamètre au cours de la saison. Les évolutions spatiales de l'infradensité sont représentées de cette manière pour les faces supérieures et inférieures des arbres du lot A et B sur la figure 2.9. Le cambium repéré par la première lamelle à l'infradensité très faible s'éloigne de plus en plus de l'origine de l'axe à mesure que les arbres ont été abattus tard dans la saison. L'ordre des arbres en fonction de leur date d'abattage est globalement respecté. Seul l'arbre libre abattu 54 jours après inclinaison et l'arbre tuteuré abattu 33 jours après inclinaison dérogent à cette règle. Ceci provient d'une croissance nettement plus rapide que la moyenne pour le

## 2.2 Essais de traction pour la caractérisation du comportement mécanique de lamelles de bois vert au cours de la maturation

premier, et au contraire inférieure à la moyenne pour le second.

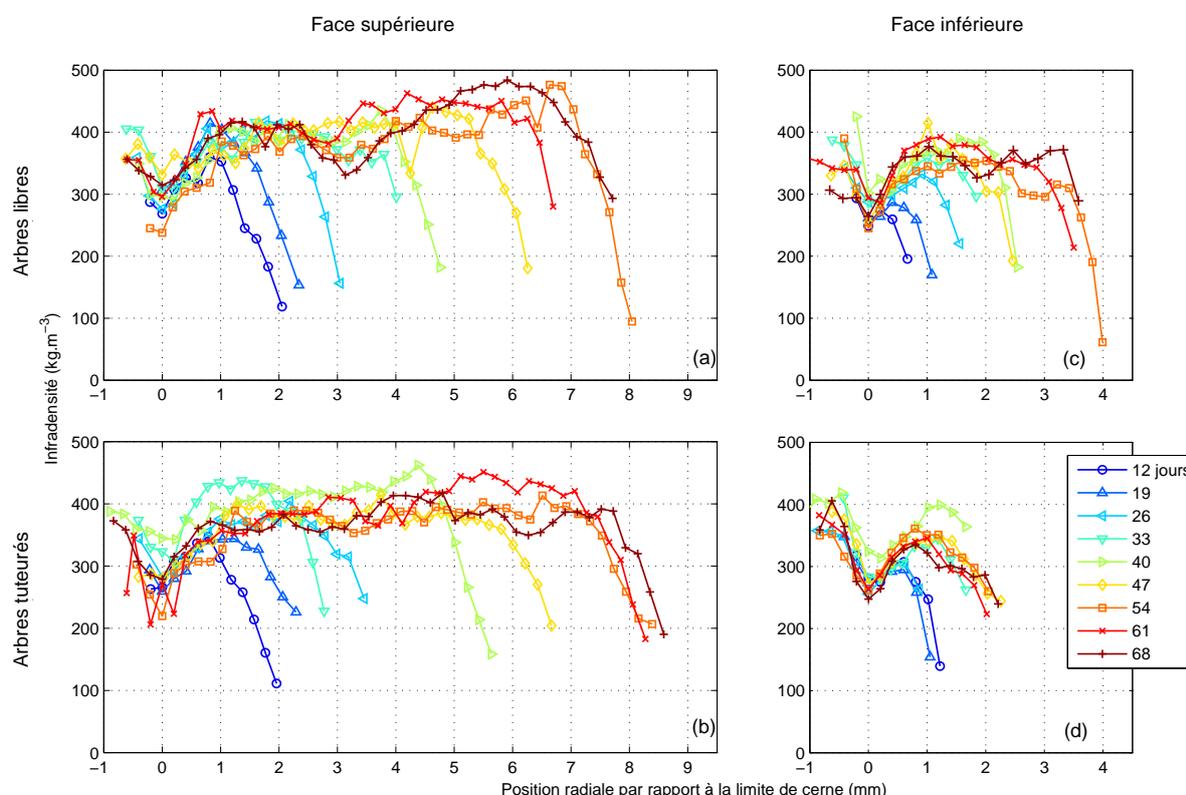


Figure 2.9: Évolution radiale par rapport à la limite de cerne de l'infradensité pour des arbres abattus à des temps différents après inclinaison. (a et b) Résultats pour la face supérieure des arbres libres et tuteurés. (c et d) Résultats pour la face inférieure des arbres libres et tuteurés.

Plusieurs observations peuvent être faites à partir de ces courbes, en particulier en ce qui concerne la face supérieure qui produit une grande quantité de bois de tension. Sur cette face, la zone correspondant à l'augmentation d'infradensité proche du cambium mesure environ 1 mm. Elle est plus difficilement discernable sur la face inférieure en raison d'une vitesse de croissance plus faible. De plus, pour le bois de tension, l'infradensité est plus importante en fin de saison qu'en début de saison. Il apparaît par ailleurs que les arbres tuteurés produisent en fin de saison moins de bois opposé que les arbres libres.

L'infradensité moyenne dans la zone stable de l'infradensité (région 2-3 figure 2.8a) est de  $350 \pm 30 \text{ kg.m}^{-3}$  pour le bois normal de la face inférieure, contre  $400 \pm 30 \text{ kg.m}^{-3}$  pour le bois de tension de la face supérieure. Un test statistique de Student est effectué dans le but de déterminer si ces moyennes peuvent être considérées comme différentes ou non. Ce test est bien adapté à notre cas car les variances sont égales. Le calcul permet d'affirmer que ces deux moyennes sont significativement différentes à un taux de confiance supérieur à 99 %. L'infradensité du bois de tension est donc plus élevée que celle du bois opposé.

### 2.2.3.2 Comportement mécanique des lamelles en traction

Le protocole développé au § 2.2.2 permet de caractériser le bois vert alors même que son comportement mécanique est très complexe. La figure 2.10 présente les courbes de traction typiquement obtenues pour le bois de tension (*a*, *b* et *c*), et pour le bois normal (*d*, *e*) situé dans différentes zones de l'arbre (illustrée figure 2.10g). Il apparaît que la rigidité accommodée des lamelles de bois de tension augmente au cours des cycles, alors qu'elle diminue pour les lamelles de bois normal. Ces différences de comportements se traduisent par un coefficient *gradE* positif pour le bois de tension, et négatif pour le bois normal (figure 2.10f).

Les échantillons *d* et *e* sont tous deux qualifiés de bois normal, mais il est important de remarquer qu'il ne proviennent pas du même cerne de croissance. En effet, la lamelle *d* a été prélevée dans le cerne de l'année précédant la dernière année de croissance alors que la lamelle *e* est issue du bois « opposé » de la dernière saison de croissance. La rigidité du bois de l'année précédente paraît plus importante que celle du bois opposé formé plus récemment, néanmoins le comportement mécanique reste très similaire (même *gradE*).

Les éprouvettes de bois de tension présentent un comportement mécanique pouvant varier de manière très significative selon leur position radiale dans la section. Les toutes premières lamelles proches du cambium sont très peu rigides et peu résistantes (figure 2.10a). Pour des lamelles plus matures mais relativement proches entre elles, le comportement peut différer sensiblement avec une rigidification nettement plus importante pour la lamelle *c* située à 2,8 mm du cambium que pour la lamelle *b* à 1,4 mm du cambium. La très faible rigidité des lamelles proches du cambium ne permet pas de calculer *gradE* car ces éprouvettes ne supportent pas les mêmes niveaux d'efforts que les autres. Cela entraîne donc une perte de donnée à proximité du cambium, mais par contre le protocole présente l'avantage de mettre en évidence les différences de rigidification des lamelles, en particulier grâce au paramètre *gradE* (figure 2.10f). *gradE* semble donc être un paramètre bien adapté pour réaliser une comparaison quantitative des lamelles de bois vert.

## 2.2 Essais de traction pour la caractérisation du comportement mécanique de lamelles de bois vert au cours de la maturation

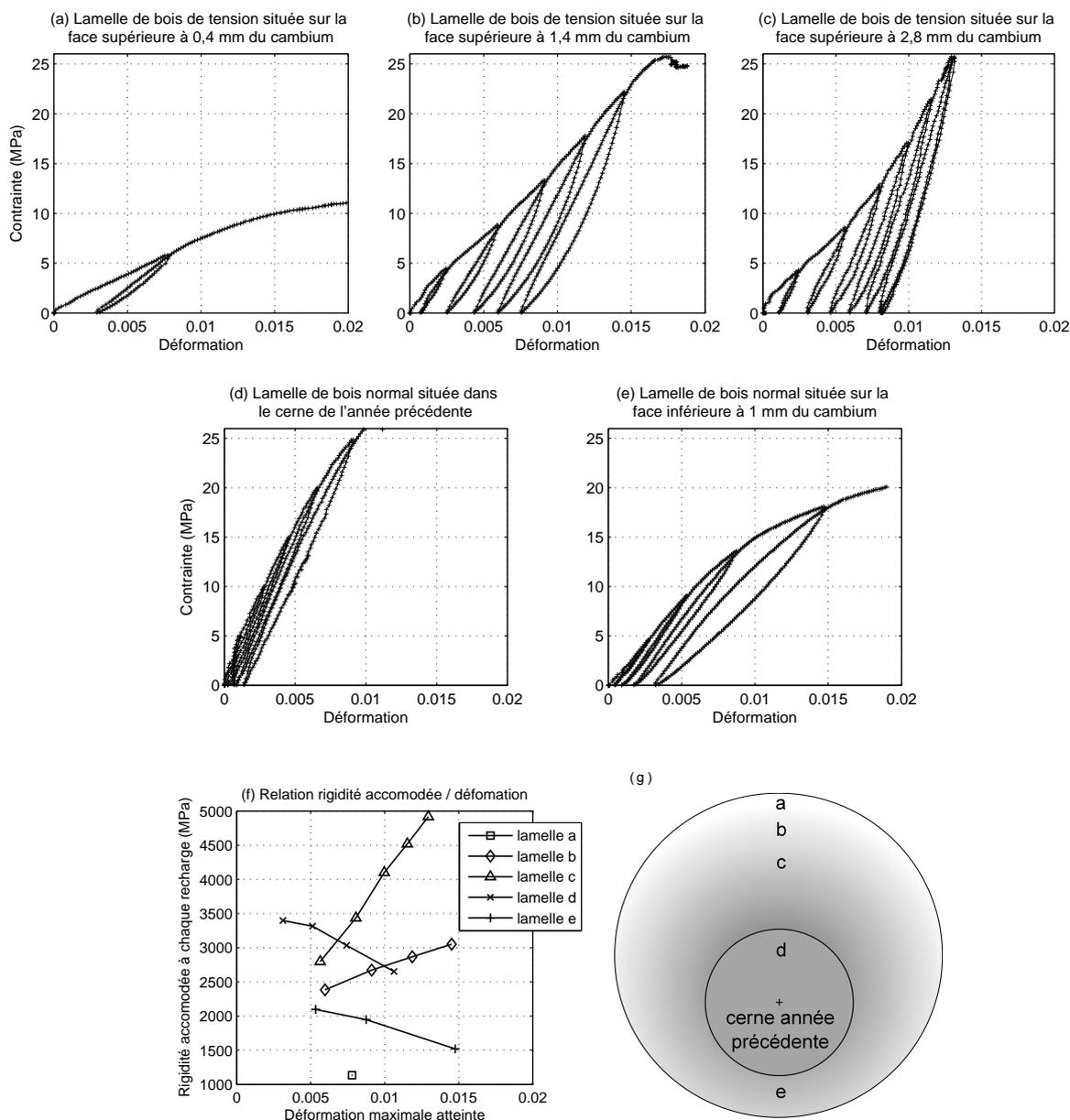


Figure 2.10: Résultats des essais de traction cyclique à différentes positions radiales. Courbes de tractions obtenues pour du bois de tension situé sur la face supérieure à 0,4 mm (a), 1,4 mm (b) et 2,8 mm (c) du cambium. (d) Bois normal prélevé au sein du cerne de l'année précédant la dernière saison de croissance, du côté de la face supérieure. (e) Bois normal situé sur la face inférieure, prélevé dans le bois de la dernière saison de croissance. (f) Rigidité accommodée calculée sur chaque recharge en fonction de la déformation maximale précédemment atteinte pour chacune des lamelles. (g) Représentation graphique de la position des lamelles a, b, c, d et e dans la section du tronc.

Navi *et al.* [62] ont déjà rapporté un comportement de rigidification sous contrainte similaire à ce qui est observé ici pour le bois de tension, pour des éprouvettes aux dimensions proches mais en bois d'épicéa. À notre connaissance, les fortes différences de comportement entre le bois de tension et le bois normal que nous avons mis en évidence n'ont jamais été évoquées dans la littérature. Une approche micro-mécanique à l'échelle de la paroi cellulaire pourrait permettre de modéliser ce comportement et même les différences entre bois de tension et bois opposé (Gilani [94]). En effet, cette modélisation justifie l'augmentation de rigidité par la réduction de l'angle de microfibrille, et sa diminution par endommagement de la matrice de lignine et hémicellulose. Une compétition entre ces deux paramètres pourrait expliquer dans un cas le comportement de rigidification sous contraintes, et dans l'autre la diminution de la rigidité. Cependant ce modèle micro-mécanique possède des limites car il ne permet pas d'expliquer le comportement d'échantillons plus massifs de bois pour lesquels, selon Navi *et al.* [62], il n'y a pas de rigidification sous contraintes. De plus, la couche G n'y est pas prise en compte alors qu'elle est massivement présente dans les éprouvettes de bois de tension. Pour ces raisons, il est probable que des effets de structures à l'échelle de l'assemblage des fibres contribuent de manière tout aussi significative au comportement mécanique des lamelles de bois vert que les parois elles-mêmes. Ainsi, des essais complémentaires à une échelle encore plus fine, réalisés *in situ* en mesurant l'angle de microfibrille pourraient être utiles à la compréhension de ces phénomènes. Cependant, dans la perspective de la caractérisation mécanique de la maturation à l'échelle de l'arbre, nous ne sommes pas allés plus loin sur cet axe de recherche.

### 2.2.3.3 Évolution spatiale des paramètres mécaniques caractéristiques

À l'instar des résultats présentés pour l'infradensité, la variation des paramètres mécaniques définis au § 2.2.2 peut être représentée en fonction de la distance radiale soit par rapport au cambium, soit par rapport à la limite de cerne. D'après ces courbes, il ne se dégage aucune tendance précise quant à l'évolution spatiale de  $EO$  au sein du dernier cerne de croissance (voir figure 2.11). Des valeurs plus élevées de  $EO$  sont cependant relevées dans le cerne de l'année précédente, ce qui est la conséquence directe de la différence de comportement remarquée précédemment entre le bois opposé récemment créé et le bois normal du cerne de l'année précédente.

Comme évoqué au § 2.2.3.2, l'étude de l'évolution radiale de  $gradE$  fournit au contraire des résultats permettant l'exploitation de ces essais de traction. La figure 2.12a présente les courbes de  $gradE$  typiquement obtenues pour les faces supérieures et inférieures des arbres tuteurés et libres en fonction de la distance radiale au cambium. Les courbes d'infradensité correspondantes sont présentées en parallèle figure 2.12b. Pour le bois opposé,  $gradE$  présente des valeurs négatives (du fait de la diminution de la rigidité avec les niveaux de contraintes) qui restent dans le même intervalle de variation, sans corrélation avec l'infradensité. Pour le bois de tension, les valeurs de  $gradE$  sont positives (augmentation de la rigidité avec les niveaux de contraintes) jusqu'à une certaine position correspondant à la limite de cerne où  $gradE$  devient négatif. Cela correspond au fait que le bois de l'année précédente est du bois

## 2.2 Essais de traction pour la caractérisation du comportement mécanique de lamelles de bois vert au cours de la maturation

normal au comportement similaire à celui du bois récemment créé de la face inférieure (cf. § 2.2.3.2). D'ailleurs, les valeurs de  $gradE$  relevées dans la partie « bois normal » de la face supérieure sont du même ordre de grandeur que celles du bois normal de la face inférieure.

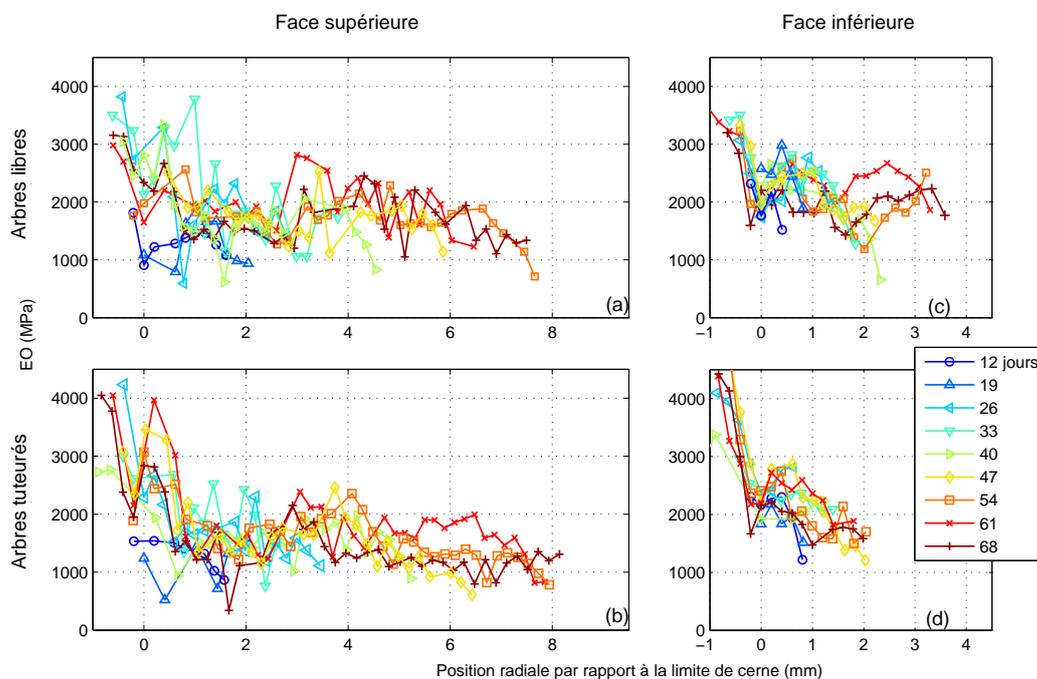


Figure 2.11: Évolution radiale par rapport à la limite de cerne de  $EO$  pour les arbres du lot A et B.

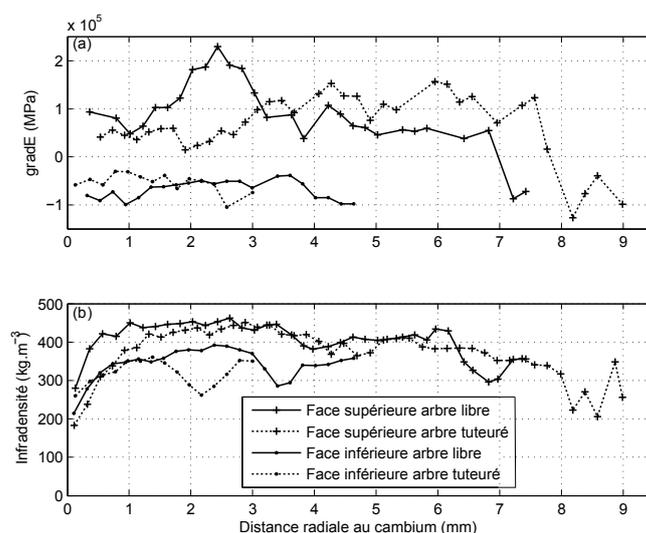


Figure 2.12: Résultats représentatifs de l'évolution spatiale de  $gradE$  et de l'infradensité pour les arbres libres et tuteurés. (a)  $gradE$  et (b) infradensité en fonction de la distance radiale par rapport au cambium.

Le  $gradE$  du bois de tension des arbres tuteurés tend à augmenter à mesure que l'on se rapproche de la limite de cerne, alors que l'infradensité diminue. Pour les arbres libres, un pic de  $gradE$  est très nettement visible dans une zone où l'infradensité est stable. Globalement, il n'y a en fait aucune corrélation entre l'infradensité et les paramètres mécaniques caractérisant le comportement des lamelles étudiées.

Ces observations sont valables pour tous les arbres excepté celui abattu 54 jours après inclinaison qui ne présente pas de pic de  $gradE$  (figure 2.13). Ce pic est cependant bien présent pour les autres arbres libres de se redresser, et, fait remarquable, il est situé à la même distance par rapport au cambium (entre 2 et 3 mm). *A contrario*, il n'y a aucun pic pour les arbres tuteurés, ce qui suggère que la présence de ce pic est liée au redressement de l'arbre.

Le positionnement de ce pic de manière stable par rapport au cambium pour des arbres abattus à différents moments de la saison de croissance indique qu'il entre pleinement en compte dans le processus de maturation du bois des arbres libres. En effet, s'il s'agissait d'un accident dans les propriétés mécaniques de l'arbre dû à l'environnement, le pic serait situé à la même position par rapport à la limite de cerne, ce qui n'est pas le cas (figure 2.14). Ce pic provient donc d'un changement de propriétés mécaniques du bois qui intervient de manière temporelle au cours d'un processus de maturation identique tout au long de la saison pour les arbres libres.

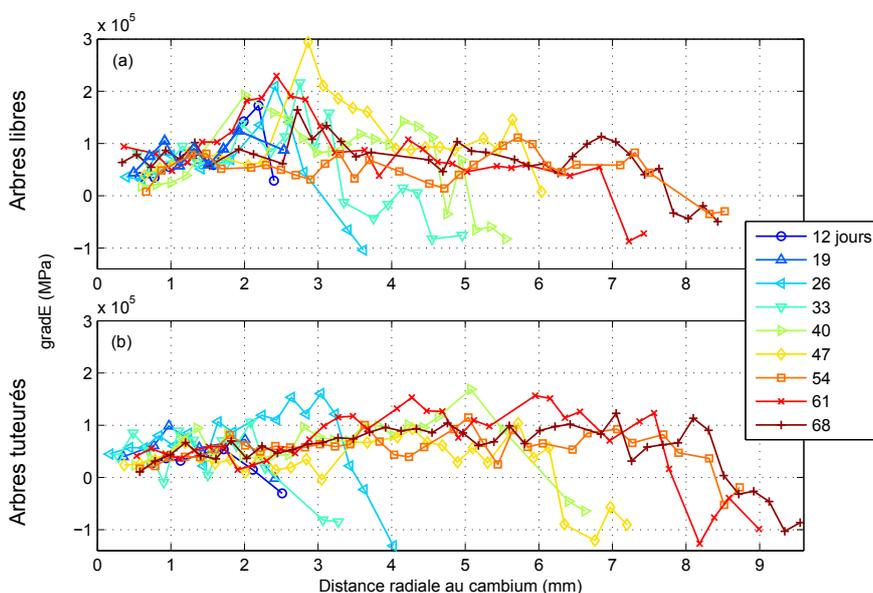


Figure 2.13: Évolution radiale de  $gradE$  en fonction de la distance au cambium pour la face supérieure des arbres libres (a) et tuteurés (b) abattus à des temps différents après inclinaison.

## 2.2 Essais de traction pour la caractérisation du comportement mécanique de lamelles de bois vert au cours de la maturation

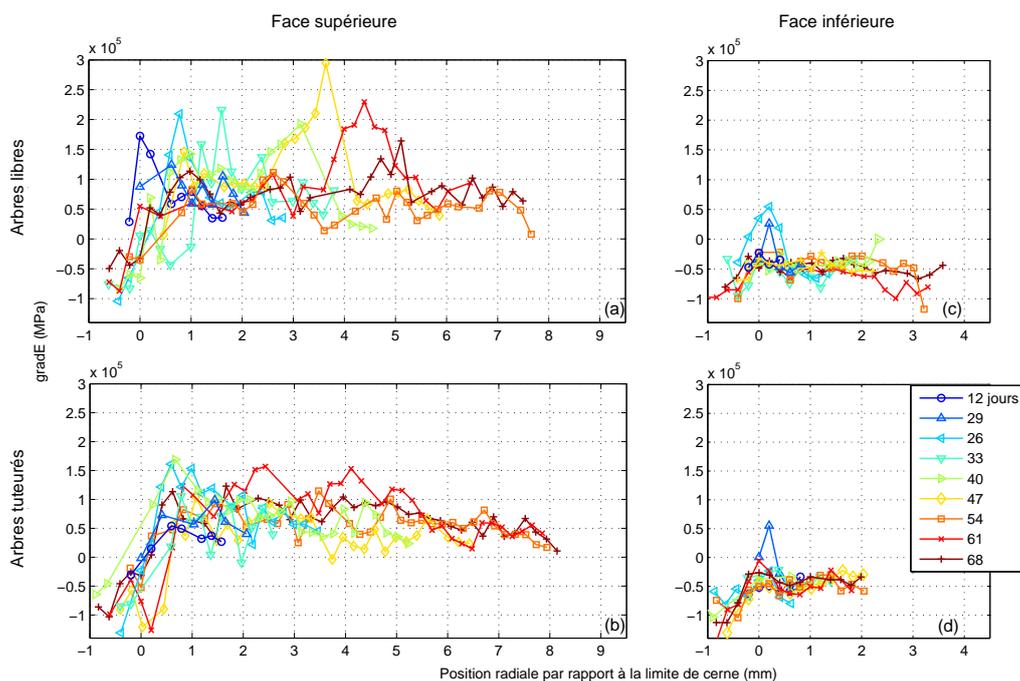


Figure 2.14: Évolution radiale par rapport à la limite de cerne de  $gradE$  pour les arbres du lot A et B.

### 2.2.3.4 Évolution temporelle des paramètres mécaniques caractéristiques

Pour tracer l'évolution temporelle des propriétés, le principe évoqué au § 2.1, à savoir la comparaison des évolutions spatiales d'arbres abattus à différents moments de la saison, est repris. En effet, si l'on considère que les arbres d'un lot donné sont tous strictement identiques, les données provenant d'une même position radiale par rapport à la limite de cerne prises pour des arbres abattus à des moments différents de la saison de croissance permettent une représentation temporelle de l'évolution des propriétés (figure 2.1). Cette position radiale spatialement fixe est ici déterminée par rapport à la distance à limite de cerne qui est connue pour tous les individus. Prendre la limite de cerne comme origine du repère au lieu par exemple du cœur permet de faire des comparaisons indépendamment du diamètre initial de chaque arbre. La seule hypothèse nécessaire pour réaliser cette représentation temporelle est donc que la vitesse de croissance radiale soit identique pour tous les arbres.

Les graphiques tracés en fonction de la distance par rapport à la limite de cerne (figures 2.9 et 2.14) sont directement utilisés pour la représentation de l'évolution temporelle des propriétés mécaniques de la croissance d'une cellule située à une position donnée. En effet, en se positionnant à une distance donnée de la limite de cerne, il suffit de relever les points à la verticale de cette abscisse pour les différents arbres, et ainsi obtenir l'évolution temporelle des propriétés au cours de la maturation d'une « même » cellule.

Afin d'obtenir une évolution temporelle sur la plus longue période possible, il faut se posi-

tionner proche de la limite de cerne, le bois étant créé en début de saison à cet endroit. Un positionnement plus éloigné de la limite de cerne permettrait de voir l'évolution temporelle plus tard dans la saison, et donc sur une période plus courte. Cependant ceci n'a que peu d'intérêt sous l'hypothèse d'une maturation identique tout au long de la saison, ce que suggère les résultats du § 2.2.3.3 (positionnement spatial du pic identique pour tous les arbres). Le choix le plus judicieux pour une représentation temporelle est donc une position radiale à 1,6 mm de la limite de cerne. De cette manière le pic de *gradE* est bien représenté par l'arbre abattu 33 jours après inclinaison.

Les courbes obtenues rendent bien compte de l'évolution temporelle des propriétés du bois vert lors de sa maturation (figure 2.15). En particulier, il apparaît que les arbres tuteurés ont la même évolution temporelle de l'infradensité, qui se stabilise en environ 2 semaines de maturation. Le pic de *gradE* n'intervient que pour les arbres libres de se redresser, le maximum étant situé à 3 semaines de maturation, et ce pic est large d'environ 2 semaines. Les phénomènes de maturation auraient donc lieu sur une durée de l'ordre de 4 semaines alors que, en ne se fiant qu'aux données d'infradensité, la conclusion aurait été que la maturation ne dure que 2 semaines. La discrétisation temporelle hebdomadaire et la variabilité entre les arbres imposent cependant une incertitude d'au moins une semaine sur ces résultats d'évolution temporelle de la maturation.

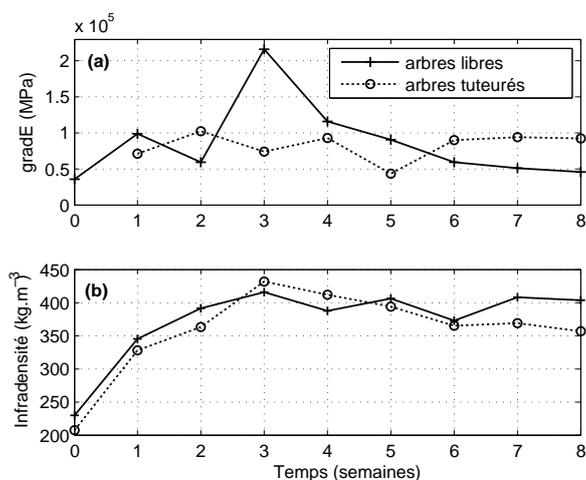


Figure 2.15: Évolution temporelle de la maturation des cellules situées à 1,6 mm de la limite de cerne en matière de (a) *gradE* et (b) infradensité pour le bois de tension des arbres libres de se redresser et tuteurés.

Si la résolution temporelle des résultats est un peu faible, elle permet néanmoins indiscutablement de montrer qu'un pic de gradient de rigidité apparaît au cours de la maturation des cellules des arbres libres. Cela signifie qu'une même cellule verra son comportement mécanique évoluer en seulement deux semaines, avec un paramètre *gradE* caractéristique de la rigidification du matériau qui augmente puis diminue avec le temps. Ce résultat est d'autant plus surprenant qu'il apparaît dans une zone où l'infradensité est stable. Il semble raisonnable

d'assimiler l'infradensité à la quantité de matière lorsque le bois est à l'état vert, ce qui veut dire que les changements mécaniques interviennent sans apport conséquent de matière. Ces variations de propriétés mécaniques ne peuvent donc s'expliquer que par un changement de la microstructure et/ou éventuellement un rôle de l'eau. Les raisons physiques de ces résultats demeurent inconnues même si ce comportement semble lié au redressement de l'arbre puisque les arbres tuteurés ne présentent pas de pic de  $gradE$ .

En indiquant qu'il existe une évolution des propriétés mécaniques au delà de la zone d'augmentation de l'infradensité et jusqu'à 4 semaines de maturation, ces essais de traction cycliques montrent bien que la maturation des cellules est un phénomène complexe qui n'est pas instantané au contraire de l'hypothèse généralement proposée dans les modèles biomécaniques. Cependant, du fait des non-linéarités observées, il semble difficile d'utiliser directement ces résultats d'essais sur lamelles pour modéliser le comportement mécanique du bois à l'échelle macroscopique. Cette action ne serait d'ailleurs pas pertinente étant donné les effets de taille qui apparaissent à cette échelle selon Navi *et al.* [62]. Afin de compléter ces résultats, nous avons donc cherché à mettre en œuvre une étude mécanique sur des échantillons un peu plus massifs.

## 2.3 Essais de flexion sur planchettes de bois vert pour la caractérisation mécanique de la maturation

### 2.3.1 Matériel et méthodes

Afin de compléter les essais de traction précédents, des essais de flexion sont pratiqués sur des planchettes de bois vert d'une épaisseur de l'ordre de 1,4 mm. Ce mode de sollicitation est ici possible contrairement aux lamelles de 200  $\mu\text{m}$  qui sont trop souples pour pouvoir être testées en flexion avec des machines classiques. Des essais de flexion ont été choisis plutôt que des essais de traction car ces derniers sont beaucoup plus difficiles à réaliser sur ces planchettes, essentiellement pour des questions de serrage dans les mors : la charge étant plus importante à déformation égale, un serrage plus puissant est nécessaire mais ce dernier tend à endommager l'éprouvette. La sollicitation en flexion présente elle l'avantage de ne pas nécessiter de serrage. L'effort étant appliqué selon la direction radiale, ces essais sollicitent bien le bois dans sa direction longitudinale comme pour les essais de traction précédents.

#### 2.3.1.1 Matériel végétal

Afin d'effectuer ces essais mécaniques sur de nouveaux échantillons, une nouvelle expérimentation a été menée l'année suivant les essais de traction sur lamelles de 200  $\mu\text{m}$  d'épaisseur. Ce sont cette fois-ci des peupliers âgés de deux ans (lot C) qui sont utilisés. Tous libres de se redresser, ils ont été inclinés le 30 mai 2011. 9 arbres ont été régulièrement abattus du 9

juin au 8 août. La zone de prélèvement des planchettes pour ces essais de flexion est située à une distance variant entre 7 et 22 cm de la base de l'arbre, un deuxième tronçon encore plus proche de la base étant utilisé pour les essais viscoélastiques (chapitre 3).

Pour chaque arbre abattu, les planchettes ont été découpées graduellement du cambium jusqu'à la limite de cerne. Elles ont été conservées dans l'eau à 4°C avant d'être testées en flexion dans les 24 heures. Pour le dernier arbre abattu 70 jours après inclinaison, les éprouvettes ont été découpées jusqu'au cœur de l'arbre de manière à obtenir des données sur toute la section. Ainsi les propriétés mécaniques du bois des cernes des années précédentes peuvent être déterminées.

### **2.3.1.2 Préparation des éprouvettes**

Le faible nombre de rangées de cellules dans l'épaisseur des lamelles des essais de traction peut être à l'origine d'effets d'échelle et c'est donc l'épaisseur des éprouvettes dans la direction radiale que l'on souhaite avant tout augmenter pour limiter ces effets. Cependant, une épaisseur trop importante pourrait annihiler le caractère intra-cerne de ces mesures puisque les cernes mesurent tout au plus 8 mm dans la direction radiale. Un compromis est trouvé en utilisant des éprouvettes d'une épaisseur de l'ordre de 1,5 mm qui sont donc plus de 7 fois plus épaisses que les lamelles de 200  $\mu\text{m}$  tout en restant d'une taille assez petite pour qu'il y en ait plusieurs à l'intérieur d'un même cerne. Ces planchettes sont extraites d'une planchette principale de 7 cm de long et 6 mm de large qui est découpée selon le diamètre du tronc de manière identique à ce qui a été fait pour les essais de traction (figure 2.3a). Par conséquent, seule l'épaisseur des éprouvettes change par rapport aux essais précédents.

La découpe de ces planchettes s'opère différemment de celle des lamelles. En effet, la découpe au microtome d'éprouvettes épaisses de plus de 0,5 mm se révèle impossible car le passage de la lame longitudinalement provoque une flexion que la planchette ne pourrait supporter. Une découpe à la scie reste à proscrire car elle provoquerait une perte de matière entre les planchettes. Finalement, la méthode de découpe retenue consiste à faire glisser longitudinalement une lame de rasoir sur le côté de la planche principale (celle qui est découpée selon le diamètre de l'échantillon, cf figure 2.3a). En effectuant plusieurs passages de plus en plus profonds jusqu'à atteindre toute la largeur de l'échantillon, il se détache finalement une planchette de l'épaisseur voulue. L'inconvénient majeur de cette technique réside dans la découpe manuelle qui rend l'épaisseur des planchettes non-uniforme. L'épaisseur des planchettes est mesurée à l'aide d'un micromètre en différents points de mesure tout au long de la partie utile comme cela a été fait pour les lamelles de 200  $\mu\text{m}$ . La partie utile centrale de l'éprouvette mesurant ici 50 mm, il y a cette fois-ci 8 points de mesure d'épaisseur. L'épaisseur moyenne de l'ensemble des échantillons est de  $1,38 \pm 0,24$  mm, cependant ces variations d'épaisseurs sont moindres au sein d'une même planchette : le coefficient de variation dépasse 10 % pour seulement 9 planchettes sur 75.

### 2.3.1.3 Banc de flexion et paramètres d'essai

Les éprouvettes ont été testées en flexion 3 points à l'aide du banc présenté figure 2.16. Ce mode de sollicitation a été choisi car il permet d'utiliser des éprouvettes de longueur raisonnable (la distance entre les zones d'appui est ici de 50 mm) tout en gardant le rapport de l'épaisseur sur la longueur relativement faible. En effet, il ne nous a pas semblé possible d'obtenir de manière systématique une section homogène sur une longueur supérieure à 50 mm du fait de la présence aléatoire d'hétérogénéités dans le bois (noeuds) et de la méthode de découpe par lame de rasoir. Du fait de cette limitation, un essai de flexion 4 points n'était pas réalisable dans de bonnes conditions.

Les efforts exercés sur l'éprouvette au niveau des zones de contact sont considérés ponctuels. Ce banc de flexion est monté sur la même machine Instron 5543 que pour les essais de traction. Ainsi, la partie supérieure du banc est mobile alors que la partie inférieure du banc de flexion est fixe. Les essais sont pilotés en déplacement, avec une vitesse de déplacement de la traverse de  $3 \text{ mm} \cdot \text{min}^{-1}$ . Les flèches imposées étant de l'ordre de 1,5 mm, les essais de flexion monotones ont une durée de l'ordre de 30 secondes (durée portée à un maximum de 3 minutes pour les essais cycliques préliminaires). Comme cela est démontré pour les essais de traction au § 2.2.2.2, cette durée inférieure à 5 minutes exclut tout risque d'effet du séchage de l'échantillon sur le comportement mécanique (d'autant plus que ces éprouvettes de flexion sont plus massives). La flèche de l'éprouvette est mesurée par le déplacement de la traverse qui est enregistré au cours de l'essai au même titre que l'effort.

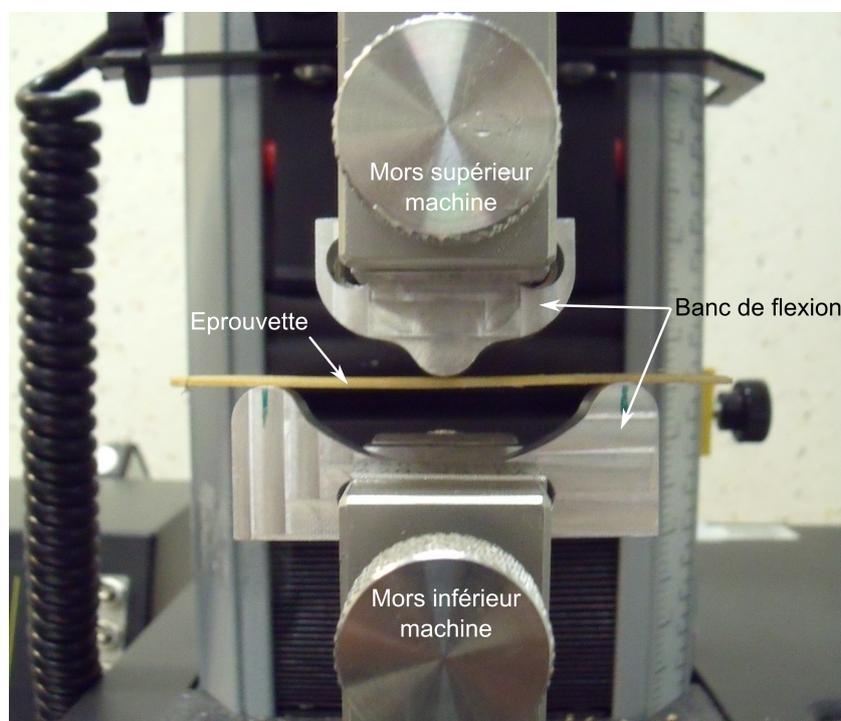


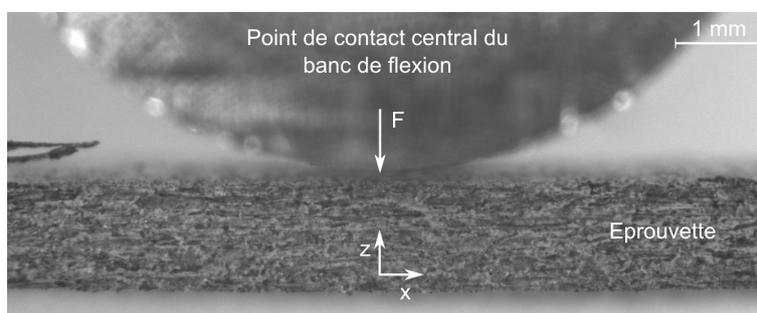
Figure 2.16: Photographie du banc de flexion 3 points positionné sur la machine de traction.

### 2.3.1.4 Mesure des déformations dans l'épaisseur par corrélation d'images numériques

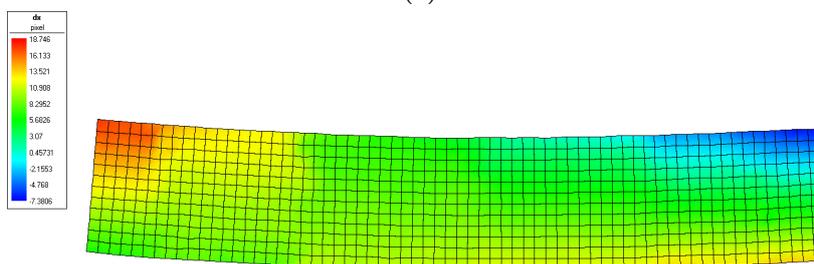
#### Mesure des déplacements par corrélation d'images

Comme pour les essais de traction (§ 2.2.1.3), les déplacements lors de l'essai de flexion sont mesurés par corrélation d'images numériques. La même caméra est utilisée (Sensicam refroidie possédant un capteur monochrome  $1376 \times 1040$  pixels 12 bits), à la même fréquence d'acquisition de 5 images par seconde. Pour les essais de flexion monotones, d'une durée de l'ordre de 30 secondes, ce sont environ 150 images qui sont corrélées par rapport à l'image de référence prise en début d'essai.

Le logiciel de corrélation d'images utilisé est cette fois-ci 7D [95]. Il permet d'utiliser des zones d'intérêt de  $20 \times 20$  pixels qui procurent le meilleur compromis entre résolution et résolution spatiale. Comme pour les essais de traction, un mouchetis est appliqué sur la surface de l'éprouvette de manière à améliorer la corrélation. La résolution obtenue est en moyenne de  $0,6 \mu\text{m}$ . La région d'intérêt sélectionnée correspond à la partie de l'éprouvette où la flexion est la plus importante, proche du point de contact central du banc de flexion 3 points (figure 2.17a). Sa taille est maximisée tout en s'assurant que l'éprouvette reste dans le cadre de la caméra lors de l'essai de flexion. Finalement, la région d'intérêt mesure environ  $8,5 \times 1,4 \text{ mm}$ , la résolution spatiale obtenue est donc de  $0,12 \text{ mm}$ .



(a)



(b)

Figure 2.17: Représentations d'une éprouvette en flexion. (a) Image de la région d'intérêt observée lors de la flexion d'une planchette (b) Champ de déplacement longitudinal (direction  $x$ ) obtenu par corrélation d'images. La taille des ZOI est de  $20 \times 20$  pixels, la ROI mesure environ  $8,5 \times 1,4 \text{ mm}$ .

### Exploitation des champs de déplacement pour la détermination des déformations dans l'épaisseur des éprouvettes

En flexion 3 points, le rayon de courbure de l'éprouvette  $R(x)$  n'est pas constant sur l'axe longitudinal de la poutre. Les déformations longitudinales dans l'épaisseur de l'éprouvette se déduisent par des considérations géométriques dans le repère de la poutre (voir figure 2.17a) :

$$\varepsilon(x, z) = \frac{z}{R(x)} + \varepsilon_0$$

$\varepsilon_0$  représente ici la déformation en  $z = 0$ , qui est nulle dans le cas où l'origine du repère est située sur la fibre neutre.

En flexion pure, le rayon  $R$  ne dépend pas de  $x$ , et donc le champ de déplacement longitudinal  $u(x, z)$  se trouve par intégration, sachant que  $u(0, z) = 0$  (condition de symétrie) :

$$u(x, z) = \left( \frac{z}{R} + \varepsilon_0 \right) x \quad (2.1)$$

Étant donné le rapport entre la taille de la zone où les déplacements sont mesurés et la longueur du banc de flexion (8,5 mm contre 50 mm), nous proposons l'hypothèse selon laquelle les variations du rayon de courbure sont négligeables dans le calcul des déplacements (soit,  $R(x) = R$ ). Sous cette hypothèse, l'équation 2.1 est applicable localement pour déterminer le champ de déplacement. Le champ de déplacement longitudinal mesuré expérimentalement est donc ajusté par un polynôme de  $x$  et  $z$ , du type  $u(x, z) = Axz + Bx + Cz + D$ . Les champs de déplacement lissés sont ainsi obtenus pour chaque image prise au cours de l'essai (voir un exemple figure 2.18a). Le coefficient de corrélation entre les données de la corrélation d'images et le champ ajusté étant la plupart du temps supérieur à 0,95, l'hypothèse simplificatrice  $R(x) = R$  se révèle bien appropriée.

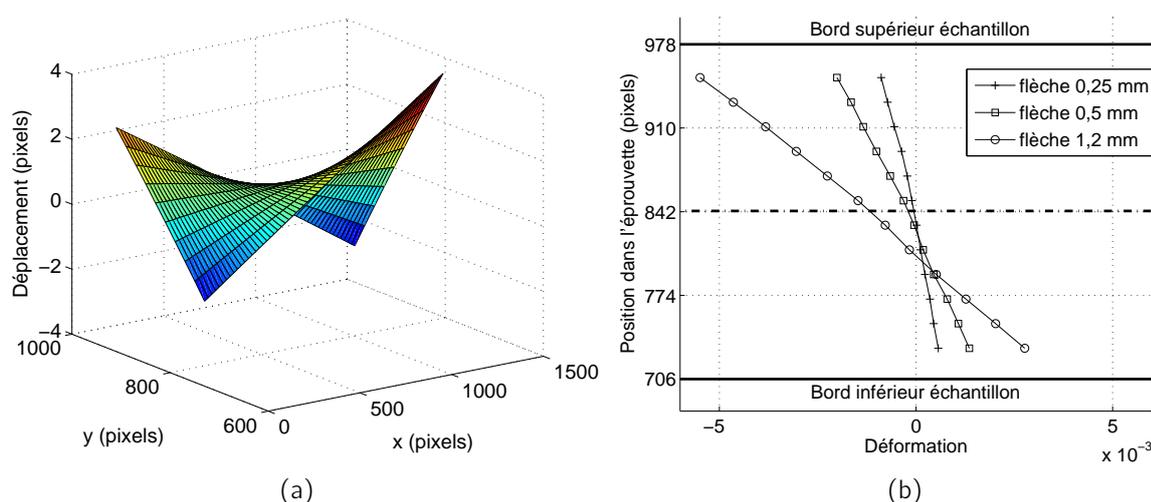


Figure 2.18: Résultats de la corrélation d'image réalisée sur les éprouvettes en flexion. (a) Courbe lissée du champ de déplacement longitudinal d'une éprouvette en flexion. (b) Profils de déformation selon l'épaisseur de l'éprouvette mesurés pour des flèches différentes au cours de l'essai monotone.

Les déformations longitudinales  $\varepsilon(z)$  sont calculées par dérivation par rapport à  $x$  de la fonction polynomiale du champ de déplacement. Ces déformations dépendent de la position selon la tranche de l'éprouvette  $z$  de manière linéaire. La figure 2.18b illustre les profils de déformation obtenus pour un même échantillon à des flèches différentes. Tout au long de l'essai, les déformations sont négatives sur la partie haute de l'éprouvette (compression), et positives dans la partie basse (traction). Cependant, la position de la ligne neutre, zone où les déformations sont nulles, peut varier selon la flèche. Comme les déformations évoluent de manière linéaire dans la section, il est possible d'approximer les points expérimentaux par une fonction affine qui permet de déterminer la position de la fibre neutre en fonction de la flèche.

## 2.3.2 Interprétation des essais de flexion

### 2.3.2.1 Essais cycliques préliminaires

Dans un premier temps, des essais cycliques à niveaux de sollicitation croissants ont été réalisés de manière similaire à ce qui a été fait pour les essais de traction. La figure 2.19 illustre les résultats des essais de flexion obtenus par la représentation de l'effort de flexion en fonction de la flèche pour les planchettes les plus proches du cambium des faces inférieure et supérieure d'un arbre du lot C (voir tableau 2.1 pour un rappel de la dénomination des lots).

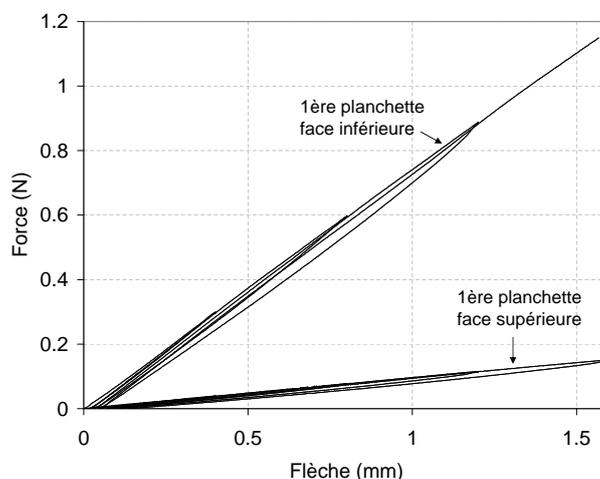


Figure 2.19: Évolution de la force en fonction du déplacement de la traverse lors d'essais de flexion cycliques sur les planchettes les plus proches du cambium des faces supérieure (bois de tension) et inférieure (bois normal). Il apparaît que l'éprouvette de la face inférieure est nettement plus rigide que celle de la face supérieure, ce qui s'explique par la présence de bois moins mature au sein de l'éprouvette de la face supérieure due à la croissance asymétrique plus rapide sur cette face, et donc à du bois en moyenne moins rigide étant donné que les épaisseurs de ces deux éprouvettes sont comparables.

En ce qui concerne la réponse mécanique sur une planchette donnée, les phénomènes observés précédemment en traction sur les lamelles de 200  $\mu\text{m}$ , à savoir l'anélasticité et la rigidification, ne sont plus vraiment perceptibles d'après ces courbes de flexion cycliques. Par ailleurs, les planchettes de bois de tension et de bois opposé se comportent ici de manière identique. Ainsi le comportement mécanique de ces planchettes en flexion semble quasi-élastique.

L'origine de cette différence de comportement entre ces deux essais peut soit provenir du type de sollicitation, soit des dimensions de l'éprouvette, car ce sont les seuls paramètres qui diffèrent. Cette dernière hypothèse rejoint la remarque de Navi *et al.* [62] par rapport aux effets d'échelle. Néanmoins nous ne nous limiterons pas à cette explication car le fait que le bois travaille en traction mais également en compression lors d'un essai de flexion nous semble susceptible de pouvoir influencer sur le comportement global de l'éprouvette. Les mesures cinématiques présentées dans le paragraphe suivant soutiennent cette idée.

### 2.3.2.2 Variation de rigidité lors d'un essai de flexion

Deux courbes représentatives d'essais de flexion monotones pour des éprouvettes de bois de tension et de bois normal sont représentées figure 2.20a. Elles montrent que les éprouvettes peuvent présenter un comportement non-linéaire (ici, au delà de 0,5 mm de flèche). Ces non-linéarités apparaissent souvent pour les éprouvettes de bois de tension, rarement pour celles de bois normal. Elles signifient que la rigidité de l'éprouvette a tendance à diminuer à mesure que la déflexion augmente.

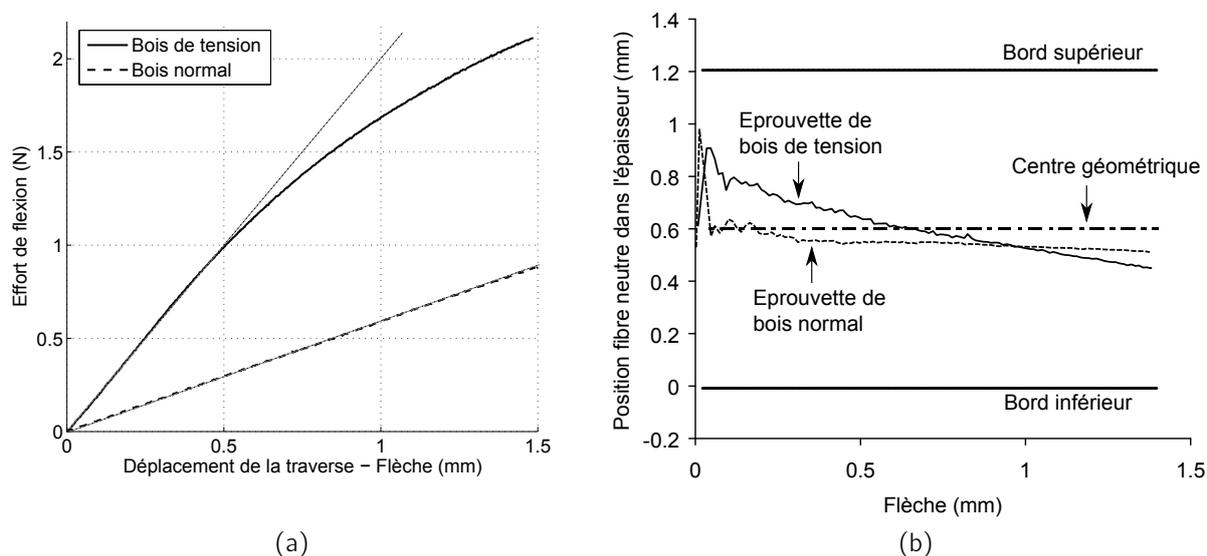


Figure 2.20: (a) Courbes de flexion typiquement obtenues pour les éprouvettes de bois de tension et de bois normal. (b) Déplacement de la fibre neutre relevé pour les éprouvettes de la figure a.

Au cours de ces mêmes essais la position de la fibre neutre est déterminée par corrélation d'images (figure 2.20b). Remarquons que pour les flèches les plus faibles, les déplacements sont faibles et par conséquent la position de la fibre neutre est déterminée avec une incertitude importante. Ceci se traduit sur la figure 2.20a par d'importantes variations de la position de la fibre neutre pour des flèches inférieures à 0,1 mm. Pour des flèches plus importantes, le bruit de mesure devient plus faible vis-à-vis des déformations mesurées et ainsi la fibre neutre est déterminée avec une incertitude relative plus faible.

Au cours d'un essai de flexion, la fibre neutre peut souvent être amenée à se déplacer au fur et à mesure que la flèche augmente. L'intensité du déplacement de la ligne neutre varie d'une éprouvette à l'autre. Elle peut être très importante pour certaines éprouvettes de bois de tension (déplacement pouvant atteindre 0,5 mm pour une flèche de 1,5 mm et une éprouvette d'épaisseur 1,2 mm) mais est en règle générale bien plus faible pour les éprouvettes de bois normal (moins de 0,1 mm). Pour toutes les éprouvettes, quel que soit le type de bois considéré et le sens de l'échantillon, la ligne neutre se déplace toujours vers la face en traction dans l'essai de flexion. Ce comportement ne peut s'expliquer que par une variation de la rigidité du matériau lorsqu'il est déformé, avec une diminution de la rigidité en compression et/ou une augmentation de la rigidité en traction.

Sur la figure 2.20b, il apparaît que le déplacement de la fibre neutre est tel qu'au début de l'essai elle est nettement située du côté du bord supérieur, ce qui signifie que le bois le plus rigide se situe de ce côté, alors qu'à la fin de l'essai elle se situe plutôt vers le bord inférieur. La rigidité du matériau est alors plus élevée vers ce bord. Cela signifie que pour cette éprouvette de bois de tension la rigidité du matériau évolue de manière importante avec les déformations qui apparaissent au cours de l'essai. Ceci est tout à fait cohérent avec les observations réalisées lors des essais de traction du § 2.2. Ainsi, l'augmentation de la rigidité du côté de l'éprouvette sollicitée en traction peut s'expliquer par la rigidification observée lors des essais de traction sur les lamelles de bois de tension. De plus, le déplacement moindre de la fibre neutre relevé pour les planchettes de bois normal se révèle cohérent avec le  $gradE$  relativement faible observé pour les lamelles de bois normal. Afin de compléter cette interprétation, il serait nécessaire de réaliser des essais de compression pour voir si alors la rigidité du bois vert a bien tendance à diminuer.

Quoiqu'il en soit, ces mesures de champs cinématiques montrent que le comportement d'une éprouvette de bois vert relativement massive peut sembler élastique et linéaire alors qu'en son sein agissent des comportements mécaniques beaucoup plus complexes qui peuvent être mis en évidence par des essais sur des échantillons de moindres dimensions.

### 2.3.2.3 Analyse quantitative des résultats

Puisque les éprouvettes de bois de tension ont tendance à montrer un déplacement important de la fibre neutre en même temps que des non-linéarités de la courbe de flexion, il est envisageable d'expliquer la non-linéarité à l'échelle de l'éprouvette entière par les variations de rigidité en son sein. Cependant, le début de la courbe de flexion, en-deçà d'une flèche de

0,5 mm, reste linéaire, alors que la fibre neutre peut se déplacer durant cette période (figure 2.20a). Les comportements mécaniques mis-en jeu sont donc en réalité particulièrement complexes.

Les résultats des essais de flexions sont par conséquent difficiles à exploiter. Le fait que la ligne neutre ne soit pas centrée indique qu'il y a un gradient de module dans l'épaisseur des planchettes, mais l'origine de ce gradient peut à la fois être causé par le matériau (en raison de la maturation des cellules) et par l'essai lui-même (variation de rigidité avec les déformations). À l'échelle de la planchette entière, il existe cependant une zone de comportement linéaire pour de faibles flèches qui peut permettre d'évaluer une rigidité à l'échelle de la planchette, comme s'il s'agissait d'un échantillon homogène. Bien que ne rendant pas compte du comportement mécanique du bois vert à une échelle plus fine, l'hypothèse d'un comportement élastique pour le bois massif peut trouver ici sa justification.

Afin de calculer un module élastique à partir de chaque planchette, la formule suivante issue de la théorie des poutres est donc utilisée (cas de la flexion 3 points) :

$$E = \frac{L^3 F}{48 I f}$$

avec  $L$  la longueur entre les points de contact supposés ponctuels (50 mm ici) et  $I$  le moment quadratique de l'éprouvette supposée parfaitement rectangulaire, donc  $I = \frac{bh^3}{12}$  avec  $h$  l'épaisseur moyenne mesurée sur la partie utile et  $b$  la largeur. Le rapport de l'effort de flexion  $F$  sur la flèche correspondante  $f$  est calculé en prenant la tangente à la courbe de flexion à l'origine (droite en pointillés fins figure 2.20a).

Les essais de flexion monotones sont effectués de manière systématique sur toutes les éprouvettes des peupliers du lot C, à la manière de ce qui a été fait pour les essais de traction sur lamelles. Finalement, nous obtenons donc un module longitudinal homogénéisé pour chaque éprouvette.

### 2.3.3 Résultats des modules de flexion homogénéisés

De manière analogue à ce qui a été fait pour les éprouvettes de traction, il est possible de comparer les modules homogénéisés en fonction de la distance au cambium (figure 2.21). La représentation par rapport à la limite de cerne n'est pas réalisable de manière suffisamment précise car dans le cas présent nous ne disposons pas de l'évolution spatiale de l'infradensité comme pour les essais de traction sur lamelles. Cette mesure étant à la base des courbes d'évolution temporelle (§ 2.2.3.4), une telle représentation n'est pas non plus possible pour ces essais de flexion.

Les courbes d'évolution spatiale montrent bien l'augmentation de rigidité des cellules en maturation après le cambium, que ce soit pour la face inférieure ou la face supérieure. Malgré l'homogénéisation du module sur les planchettes, l'épaisseur de 1,4 mm des éprouvettes reste assez fine pour déceler les différences de rigidités.

Un pic de rigidité se dégage assez clairement des courbes correspondant à la face supérieure (figure 2.21a). Ce maximum se situe entre 2 et 4 mm du cambium pour tous les arbres étudiés, qui ont été abattus à des dates différentes. Ceci confirme donc les résultats des essais de traction et l'évolution spatiale de  $gradE$ , où le pic est situé entre 2 et 3 mm du cambium, et par conséquent ce phénomène fait partie intégrante du processus de maturation. Après avoir atteint son maximum (qui peut être supérieur à 7000 MPa), le module redescend à des valeurs de module de l'ordre de 3100 MPa en moyenne, sans que l'effet du passage de la limite de cerne ne se distingue clairement, certainement en raison de l'homogénéisation sur l'épaisseur des éprouvettes. En comparaison, l'intensité moyenne du pic relevée ici est de 5700 MPa. Remarquons par ailleurs que les quatre premiers arbres abattus (avant 31 jours de croissance) présentent un maximum nettement plus faible que les arbres abattus plus tard dans la saison, avec une moyenne de 4600 MPa contre 6500 MPa. Pour le bois de tension mature en général, c'est-à-dire les planchettes qui sont situées dans le dernier cerne de croissance sauf la première planchette découpée la plus proche du cambium, le module mesuré en flexion est en moyenne de 5100 MPa, avec un écart-type de 1200 MPa. Cet écart-type est logiquement très important en raison des pics de rigidité.

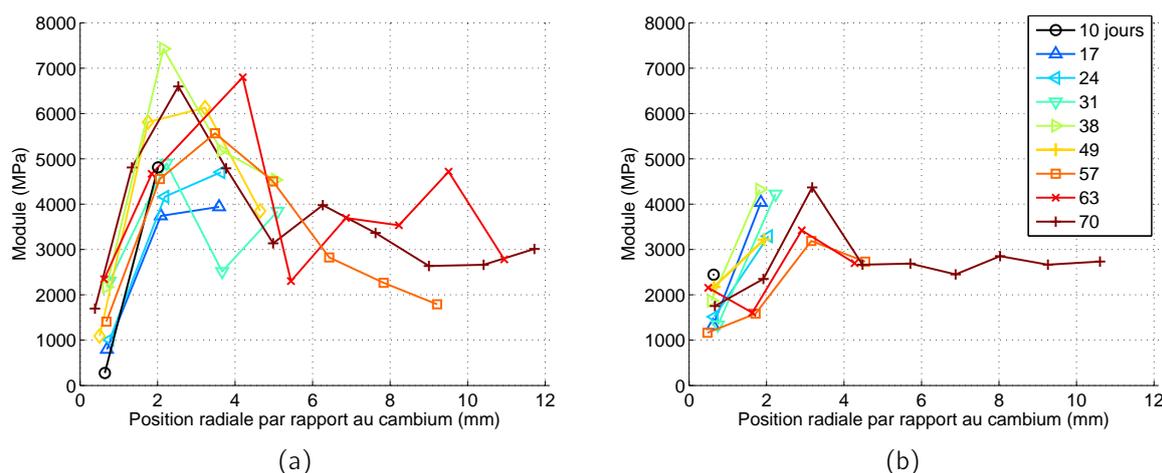


Figure 2.21: Évolution radiale du module longitudinal calculé lors d'essais de flexion en fonction de la distance au cambium pour la face supérieure (a) et la face inférieure (b) d'arbres abattus à des temps différents après inclinaison.

Du côté de la face inférieure (figure 2.21b), la largeur du cerne ne contient que deux à trois planchettes. Il est par conséquent difficile d'en tirer des conclusions quant à l'évolution spatiale du module. Les modules mesurés dans le bois de l'année précédente pour le dernier arbre abattu sont spatialement stables avec un module moyen de 2700 MPa. Les modules maximum qui sont atteints dans le dernier cerne de croissance sont en moyenne de 3800 MPa, ce qui semble indiquer que pour le bois opposé aussi il y ait un processus de maturation induisant un pic de rigidité. En rassemblant les mesures de bois normal des années précédentes réalisées sur les deux faces, un module moyen de  $3000 \pm 300$  MPa est obtenu (incertitude élargie calculée selon une loi de Student à un taux de confiance de 95 %).

## Conclusion

Nous avons mis en œuvre des essais mécaniques destinés à caractériser les propriétés mécaniques du bois vert au cours de sa maturation. L'étude de la maturation impose de prendre en compte l'aspect temporel, ce qui a été fait grâce à un protocole adapté qui utilise plusieurs arbres abattus tout au long de la saison de croissance. Les essais mécaniques ont révélé un comportement complexe du bois vert à l'échelle intra-cerne, qui est très rarement relevé dans la littérature. Seuls Navi *et al.* [62], Gilani [94] ont présenté des comportements similaires, sans toutefois les quantifier ni en relever les différences entre bois de tension et bois normal. Le comportement mécanique observé varie selon la taille des éprouvettes et/ou le mode de sollicitation. Si pour une éprouvette de bois vert relativement massive le comportement semble plutôt linéaire, des effets de structure très complexes agissent en réalité à l'échelle micro ou mésoscopique. Ces comportements et notamment la rigidification du bois de tension avec les déformations se retrouvent à la fois par des essais de traction sur des lamelles d'une épaisseur de 200  $\mu\text{m}$ , et en flexion sur des planchettes de 1,4 mm d'épaisseur.

Malgré le comportement anélastique des lamelles de bois vert, nous avons pu définir des paramètres mécaniques caractéristiques du comportement mécanique de chaque lamelle et ainsi caractériser les variations temporelles de ces paramètres au cours de la maturation. Ainsi, pour les lamelles de bois de tension,  $gradE$  augmente jusqu'à un maximum obtenu après environ 3 semaines de croissance, puis diminue au cours du temps alors que la quantité de bois reste stable durant la même période. Les raisons de ce comportement n'ont pas fait l'objet de davantage de recherches, mais il est intéressant de remarquer qu'il semble aussi dépendre du redressement de l'arbre, puisque ce pic n'apparaît pas pour les arbres tuteurés. Cela constitue un effet de la maturation jusqu'alors jamais relevé dans la littérature à notre connaissance. Finalement, la maturation des cellules de bois du clone de peuplier étudié interviendrait sur une période allant jusqu'à 4 semaines, ce phénomène n'étant pas décelable avec les seules mesures d'infradensité puisque cette dernière se stabilise après 2 semaines de maturation. Il en résulte que l'infradensité seule n'est pas un paramètre suffisant pour décrire les propriétés mécaniques du bois vert.

La relative linéarité du comportement en flexion de planchettes de 1,4 mm d'épaisseur permet de calculer un module homogénéisé et ses variations spatiales dans la section du tronc. Ces éprouvettes plus massives semblent plus représentatives du module élastique du bois dans l'arbre que les fines lamelles de 200  $\mu\text{m}$ . Cependant, comme pour les essais de traction, il apparaît que le module du bois vert augmente puis diminue au cours du temps lors de sa maturation. Ces résultats présentent néanmoins une résolution spatiale et donc *de facto* temporelle moindre que celle des essais de traction, ce qui ne permet pas une évaluation fine de l'évolution temporelle de la maturation.

Dans l'objectif d'une modélisation mécanique simplifiée à l'échelle de l'arbre, le croisement des résultats de ces deux campagnes d'essai semble pertinent. En effet, les essais de traction fournissent une évolution temporelle relativement précise du module longitudinal, alors que les essais de flexion en indiquent l'ordre de grandeur.



## **Chapitre 3**

# **Caractérisation du comportement viscoélastique du bois vert**

Tout comme pour les propriétés élastiques, les propriétés viscoélastiques du bois vert sont peu étudiées dans la littérature. Pourtant, certains modèles biomécaniques montrent que la viscoélasticité du bois peut être un paramètre influent dans le redressement de l'arbre [81, 88]. Ces études restent cependant qualitatives puisqu'aucune donnée expérimentale des propriétés viscoélastiques n'est utilisée. Le modèle biomécanique développé dans la partie III est capable de prendre en compte le comportement viscoélastique du matériau, c'est pourquoi, dans le but de bâtir un modèle quantitativement exploitable, il est nécessaire de déterminer le comportement viscoélastique du bois des peupliers étudiés. C'est l'objet de ce chapitre au sein duquel sont décrites les études expérimentales développées pour évaluer les propriétés viscoélastiques du bois vert.

Les effets de la viscoélasticité s'expriment par le fluage ou la relaxation d'un matériau au cours du temps à la suite d'une sollicitation mécanique (contrainte ou déformation). Pour le bois de l'arbre sur pied, il existe, comme nous l'avons vu dans la bibliographie, des contraintes internes dues à la maturation et à la croissance de l'arbre. Ces contraintes peuvent donc jouer le rôle de sollicitation mécanique et provoquer la déformation d'éprouvettes de bois vert. L'effet de ces contraintes internes sur des éprouvettes extraites du tronc est étudié et interprété dans la première partie de ce chapitre. Une fois les effets des autocontraintes sur ces échantillons connus, une étude plus classique du fluage d'éprouvettes de bois vert est réalisée. Elle est décrite dans la seconde partie de ce chapitre, et consiste en l'observation du fluage en flexion encastree-libre de planchettes de bois représentatives du dernier cerne de croissance. Ainsi le but est d'étudier l'évolution des propriétés viscoélastiques au cours de la maturation de manière analogue à ce qui a été fait au chapitre précédent pour le module élastique.

## 3.1 Étude des déformations induites par les autocontraintes sur des planchettes

### 3.1.1 Matériel et méthodes

#### 3.1.1.1 Matériel végétal

La caractérisation des propriétés viscoélastiques est réalisée pour des échantillons issus du lot C (voir § 2.1). Neuf individus de ce lot ont été abattus régulièrement durant la saison de croissance. Ils sont numérotés de 11 à 19 (cf. tableau 3.1). Des planchettes sont découpées à partir de la partie basale de chaque arbre selon un protocole strictement identique à celui de la découpe des éprouvettes de flexion (§ 2.3.1). Pour chacune des faces inférieure et supérieure du tronc à partir duquel elles sont découpées, les planchettes sont numérotées depuis le cambium jusqu'à la limite de cerne, en commençant par le N°1 pour la planchette la plus proche du cambium. Selon la quantité de bois créé, le nombre de planchettes diffère donc d'un individu à l'autre. Les dimensions de chaque planchette sont mesurées à la manière des mesures d'épaisseurs des planchettes de flexion, mais cette fois-ci sur toute la longueur de la planchette (80 mm ici). L'épaisseur moyenne de l'ensemble des planchettes utilisées pour l'étude viscoélastique est de  $1,32 \pm 0,24$  mm, avec une largeur moyenne de  $5,3 \pm 0,8$  mm.

| Numéro arbre | Temps de croissance après inclinaison (jours) | Nombre de planchettes face supérieure / face inférieure |
|--------------|---|---|
| C11          | 10  | 3 / 2   |
| C12          | 17  | 3 / 2   |
| C13          | 24  | 3 / 2   |
| C14          | 31  | 3 / 2   |
| C15          | 38  | 3 / 2   |
| C16          | 49  | 5 / 2   |
| C17          | 57  | 7 / 3   |
| C18          | 63  | 6 / 3   |
| C19          | 70  | 6 / 3   |

Table 3.1: Tableau récapitulatif des échantillons destinés à l'étude viscoélastique.

#### 3.1.1.2 Mesure des courbures

La déformation des planchettes sous leurs contraintes internes se traduit par une courbure qui apparaît dès leur extraction du tronc. Cette courbure est étudiée en fonction du temps après débitage des échantillons. Pour cela, les planchettes sont conservées dans l'eau pendant toute la durée de l'étude au sein de grandes boîtes de Petri. Elles ont suffisamment d'espace

pour être libres de se courber. Les phénomènes viscoélastiques étant largement influencés par la température, ces boîtes sont conservées à température ambiante (environ 20°C). En effet, une température de 4°C ne serait pas représentative de la température du bois dans l'arbre durant la saison de croissance, et pourrait ralentir les processus de relaxation/fluage.

L'évolution temporelle de la courbure des planchettes est mesurée en réalisant des photographies quotidiennes des planchettes selon leur tranche durant une quarantaine de jours. La première image est prise quelques minutes seulement après le débitage et sert d'origine temporelle. La forme de chaque planchette est numérisée à l'aide du logiciel de traitement d'image ImageJ [96]. Pour cela, les coordonnées d'une quarantaine de points sélectionnés manuellement sont enregistrées pour chaque planchette de chaque arbre à différents temps après découpe. Ainsi la figure 3.1a présente l'évolution de la forme mesurée des planchettes au cours du temps.

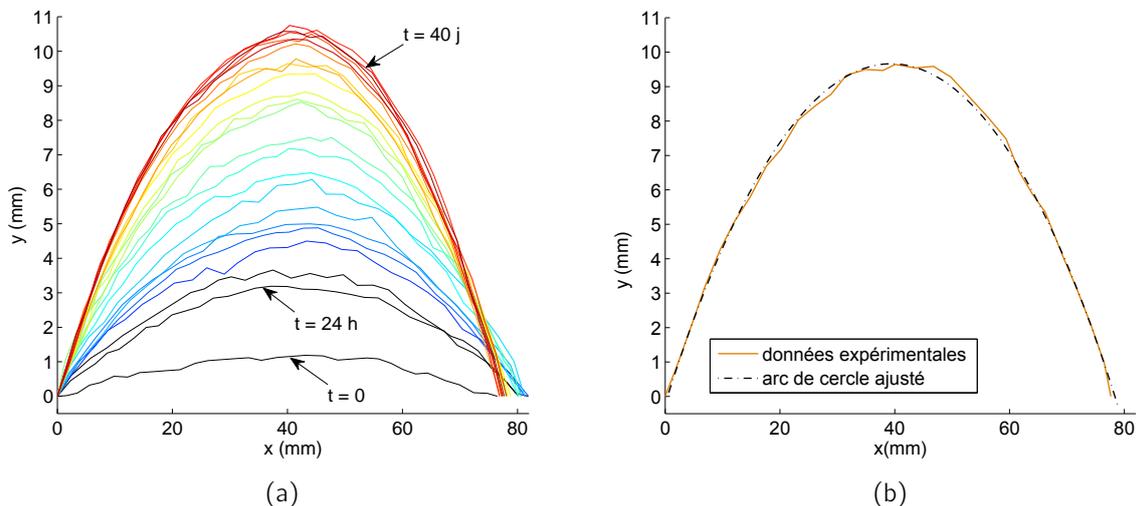


Figure 3.1: Exemple représentatif des relevés expérimentaux de la forme d'une planchette proche cambium. (a) Forme à des temps différents à partir de la découpe. (b) Points expérimentaux et leur ajustement par un arc de cercle (les axes ne sont pas orthonormés d'où la déformation du cercle).

À partir de ces données numériques, la forme de chaque planchette est approximée au sens des moindres carrés par un arc de cercle. Ceci est réalisé par une routine MATLAB existante basée sur la méthode de Taubin pour approximer des formes circulaires [97]. Il s'avère qu'un arc cercle s'ajuste très bien aux données expérimentales, le coefficient de corrélation étant supérieur à 0,95 pour toutes les planchettes (figure 3.1b). Ainsi pour chaque donnée temporelle de la forme d'une planchette il est possible d'associer une unique courbure, ce qui permet une représentation aisée de l'évolution temporelle de la courbure de chaque planchette.

### 3.1.2 Évolution temporelle de la courbure des planchettes

Les courbures observées immédiatement après découpe sont très faibles, de l'ordre de  $0,002 \text{ m}^{-1}$  tout au plus (figure 3.2a). En revanche, elles évoluent de manière spectaculaire avec le temps. Après une semaine de conservation dans l'eau, les courbures peuvent être multipliées par 5 (figure 3.2b). Ce phénomène s'explique par le comportement viscoélastique du bois vert car ce dernier peut fluer sous ses propres contraintes internes. En effet, comme cela a été vu dans la bibliographie, les modèles de croissance montrent un gradient de contrainte longitudinale dans la direction radiale (figure 1.15b). Lorsqu'un échantillon est extrait du tronc, ce gradient de contrainte crée un moment de flexion autour de l'axe tangentiel qui provoque la courbure de la planchette. Comme le matériau est viscoélastique, cette courbure évolue avec le temps au fur et à mesure de la relaxation des contraintes internes.

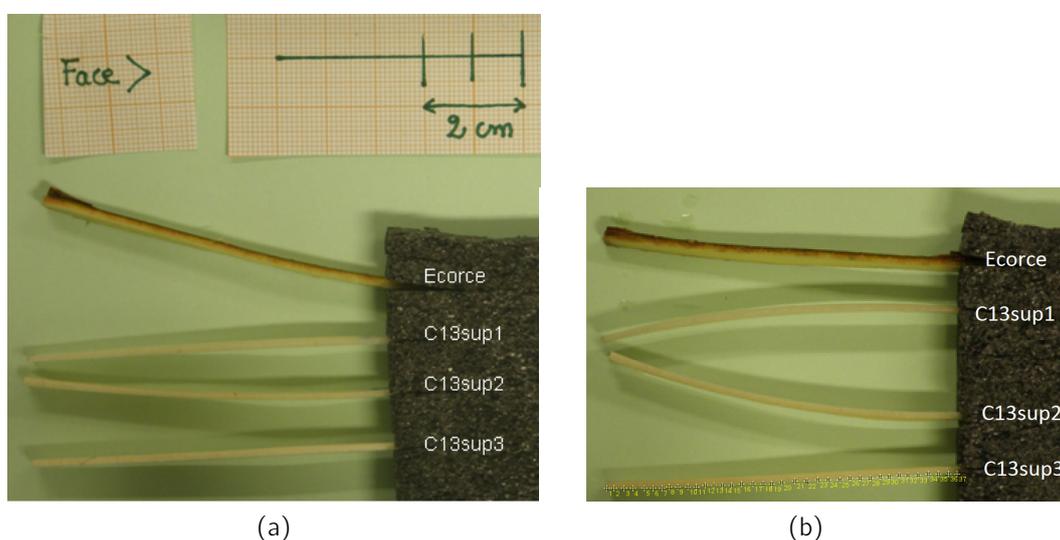


Figure 3.2: Exemple représentatif des planchettes de la face supérieure vues selon leur tranche immédiatement après découpe (a) et une semaine après découpe (b). Les planchettes sont positionnées dans le même ordre et dans le même sens qu'elles le sont dans l'arbre. Sur la planchette C13sup3 sont indiqués les points dont les coordonnées sont enregistrées pour avoir la forme de la planchette.

En général, seules les deux premières planchettes issues de la face supérieure se courbent de manière perceptible. Par ailleurs, les planchettes les plus proches du cambium (dénommées « sup1 ») sont systématiquement courbées en direction du centre de l'arbre, alors que les deuxièmes (dénommées « sup2 ») le sont vers l'extérieur (figure 3.2b). Les planchettes suivantes ne sont quasiment pas courbées. Ces sens de courbure, inattendus si l'on s'en tient aux gradients de contraintes calculés par les modèles biomécaniques à maturation instantanée, peuvent s'expliquer justement par les phénomènes de maturation. Le développement de cette interprétation est présenté au § 3.1.3.

La figure 3.3 illustre l'évolution temporelle de la courbure des planchettes qui est typiquement observée. Peu courbées après découpe, seules les deux premières planchettes de la face supérieure voient leur courbure évoluer avec le temps de manière sensible. Les courbures de sens opposés se traduisent dans ce graphique par des signes différents. Malgré cette différence de signe, les évolutions sont comparables en valeur absolue : après une première phase d'augmentation (en valeur absolue), la courbure tend vers une asymptote horizontale. Un modèle simplifié de la courbure des planchettes sous leurs autocontraintes permet de mieux comprendre l'origine de l'évolution temporelle des courbures. Il est présenté au § 3.1.4.

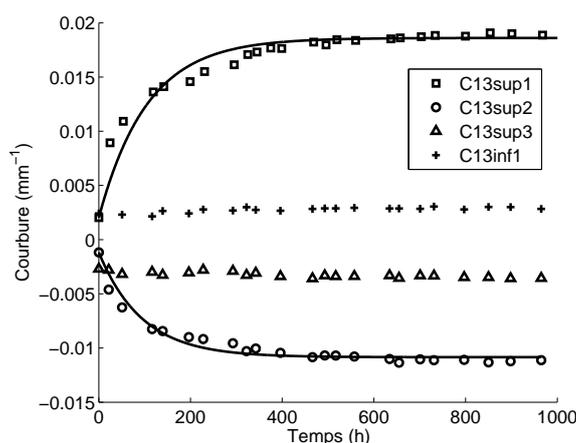


Figure 3.3: Exemple de l'évolution temporelle de la courbure des planchettes. Les courbures sont comptées positivement lorsqu'elles sont orientées vers le centre de l'arbre, négativement dans le cas contraire. Les traits pleins correspondent à l'ajustement des points expérimentaux selon une exponentielle (voir § 3.1.4).

### 3.1.3 Interprétation de la courbure des planchettes

Pour que les éprouvettes se courbent d'elles-mêmes, il est nécessaire qu'il existe des efforts en leur sein. Ce sont les autocontraintes qui provoquent la courbure. Pour prédire le sens des courbures, il faut donc connaître le profil de contrainte dans l'arbre. Ces autocontraintes peuvent se calculer comme le produit du module par les déformations des cellules dans l'arbre.

#### 3.1.3.1 Concept de déformation des cellules dans l'arbre

Nous partons du point de vue selon lequel le bois dans l'arbre est dans un état déformé. Ces déformations sont dues à la maturation des cellules et à la croissance radiale. La déformation d'une cellule qui est induite par sa maturation sera notée  $\varepsilon^m$  (valeur positive pour les feuillus). Selon le point de vue adopté ici, les cellules en cours de maturation sont déformées car les cellules voisines empêchent leur contraction (ici, une cellule libre de se contracter présenterait une déformation nulle). Ces déformations bloquées créent par ailleurs des contraintes de

tension dans la zone de maturation (en périphérie de l'arbre). Les cellules plus anciennes se retrouvent, elles, comprimées. Les cellules subissent donc à la fois leurs propres déformations, mais également celles de leurs voisines. Si les cellules étaient extraites de l'arbre, celles situées en périphérie se contracteraient d'une valeur proche de  $-\varepsilon^m$ , car elles n'ont pas encore subi les déformations de leur voisines. En revanche, celles situées vers le cœur de l'arbre se contracteraient moins, voire s'allongeraient car elles ont été comprimées par les cellules les plus récentes créées lors de la croissance radiale.

Selon le point de vue adopté ici, les cellules dans l'arbre sont donc déformées d'une valeur  $\varepsilon^c$ , qui est le cumul des déformations de maturation de la cellule considérée ( $\varepsilon^m$ ), et des déformations induites par les cellules voisines lors de la croissance ( $\varepsilon^{croissance}$ ) :

$$\varepsilon^c = \varepsilon^m - \varepsilon^{croissance} \quad (3.1)$$

Les déformations  $\varepsilon^m$  et  $\varepsilon^c$  sont représentées sur les figures 3.4b et 3.4e, dans le cas d'une maturation instantanée et d'une maturation continue.

### 3.1.3.2 Profil de contrainte obtenu dans le cadre d'une maturation instantanée

Dans la littérature, la maturation des cellules dans l'arbre est en général considérée comme instantanée, par défaut d'étude expérimentale de la maturation. Par ailleurs, le module est souvent considéré comme constant dans la section (figure 3.4a), et les déformations de maturation  $\varepsilon^m$  apparaissent immédiatement (figure 3.4b). Dans ce cas et en considérant le matériau élastique et orthotrope, les déformations dues à la croissance peuvent être calculées analytiquement d'après les équations de Kubler [77] (voir § 1.5.1) :

$$\varepsilon^c = \varepsilon^m + 2\varepsilon^m \ln\left(\frac{r}{R}\right) \quad (3.2)$$

avec  $r$  la position radiale dans l'arbre de rayon  $R$ . Remarquons que la forme de cette équation est bien cohérente avec l'équation 3.1 puisque  $r < R$  et donc  $\ln\left(\frac{r}{R}\right) < 0$ .

À module constant, le profil des contraintes est identique à celui des déformations du bois dans l'arbre ( $\varepsilon^c$ ), c'est-à-dire strictement décroissant du cambium jusqu'au cœur de l'arbre (figure 3.4b et c). Un tel profil de contrainte ne permet pas de rendre compte des courbures observées expérimentalement : les éprouvettes devraient être toutes courbées vers l'extérieur de l'arbre, et la courbure devrait être plus importante proche du cœur (figure 3.4c).

### 3.1.3.3 Profil de contrainte prenant en compte les effets de la maturation

Les mesures du chapitre 2 montrent qu'il existe un gradient de propriétés mécaniques selon le degré de maturation du bois, qui peut être représenté schématiquement par la figure 3.4d. En revanche, le gradient de déformation du bois dans l'arbre  $\varepsilon^c$  n'est a priori pas connu car il dépend de la maturation qui ici n'est pas instantanée. Quelques hypothèses physiquement

### 3.1 Étude des déformations induites par les autocontraintes sur des planchettes

réalistes sur les déformations de maturation  $\varepsilon^m$  permettent d'estimer la forme de ce profil de déformation. Le bois le plus proche du cambium, qui vient juste d'être créé, ne peut physiquement pas être déjà déformé, et donc  $\varepsilon^m$  est nul proche du cambium. La maturation des cellules intervient de manière progressive (augmentation de  $\varepsilon^m$  dans la zone correspondant à la planchette N°1 figure 3.4e), et le bois est donc mis en tension de manière continue dans la zone de maturation (dont la taille reste à définir). Les cellules dont la maturation est terminée ( $\varepsilon^m$  constant) ne sont plus mises en tension mais sont comprimées par la maturation des cellules périphériques, d'où un gradient négatif de  $\varepsilon^c$ . Comme le matériau est viscoélastique, des phénomènes de relaxation/fluage peuvent intervenir en parallèle, et les déformations du bois dans l'arbre  $\varepsilon^c$  peuvent être plus faibles que celles prévues par les modèles biomécaniques élastiques (zone correspondant à la planchette N°3). Le profil de contrainte obtenu selon ces évolutions de déformations et module est présenté figure 3.4f. Il permet d'expliquer la courbure des planchettes observée expérimentalement.

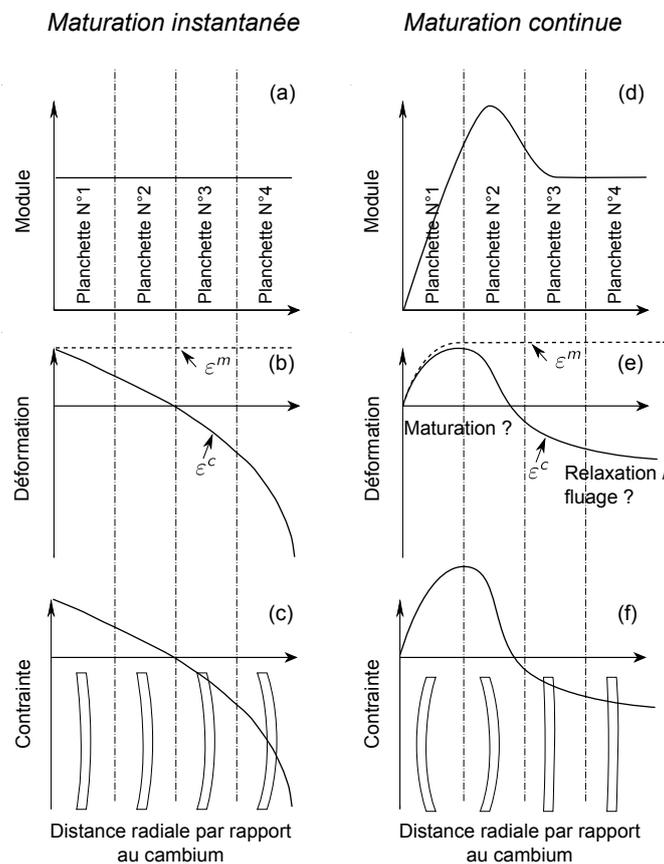


Figure 3.4: Schémas permettant l'interprétation de la courbure des planchettes sous l'hypothèse d'une maturation instantanée ou continue. (a,d) Évolution radiale par rapport au cambium du module, (b,e) déformations du bois dans l'arbre  $\varepsilon^c$ , (c,f) contraintes (qui sont le produit des deux paramètres précédents). La courbure des planchettes observée expérimentalement est représentée sur ce dernier graphique.

En effet, pour la planchette la plus proche du cambium, il y a un important gradient de maturation des cellules : celles qui sont les plus proches du cambium sont en cours de maturation alors que les cellules situées en direction du cœur sont plus matures. Le gradient de rigidité au sein de cette planchette est positif selon un axe partant du cambium et orienté vers le cœur de l'arbre comme nous l'avons vu au chapitre 2 (figure 2.21a). Cette première planchette se courbe donc vers le cœur de l'arbre puisque c'est de ce côté de la planchette que les contraintes sont les plus importantes.

La planchette suivante (N°2 figure 3.4f) est constituée de bois plus mature, mais comme elle est située proche du pic de rigidité, le signe du gradient de propriétés mécaniques n'est pas clairement connu comme pour la première planchette. Cependant, le gradient de déformation  $\varepsilon^c$  est probablement négatif car ces cellules relativement éloignées du cambium sont fortement soumises à la maturation des cellules les plus récentes et sont donc mises en compression. Finalement, le profil de contrainte est globalement négatif, ce qui entraîne la courbure de cette planchette vers l'extérieur.

Le fait que les planchettes situées vers le centre de l'arbre ne se courbent pas peut s'expliquer par un gradient de contrainte plus faible, alors que les modèles biomécaniques à maturation instantanée prédisent un gradient plus important vers le centre de l'arbre. Ces précontraintes plus faibles que prévues pourraient être dues à une relaxation du matériau qui a eu le temps de s'établir contrairement au bois proche du cambium qui est créé plus récemment. Cette interprétation est cohérente avec l'observation lors de la découpe au microtome d'une courbure plus faible des lamelles de 200  $\mu\text{m}$  qui sont situées loin du cambium (cependant aucune étude quantitative ne fut menée à ce stade de l'étude).

La courbure des planchettes sous leurs autocontraintes dépend donc des déformations dues à la maturation, de la rigidité, et du comportement viscoélastique du bois vert. La prise en compte de l'ensemble de ces paramètres dans un modèle biomécanique permettrait d'améliorer la prédiction du profil d'autocontrainte dans l'arbre (voir partie III). L'interprétation développée ici permet d'expliquer le sens de la courbure, mais pas son évolution temporelle. Pour cela, un modèle simplifié d'un système en flexion est proposé dans la section suivante.

### **3.1.4 Modélisation de l'évolution temporelle de la courbure des planchettes sous leurs autocontraintes**

#### **3.1.4.1 Modélisation de la courbure des planchettes par un système mécanique déformable**

Afin de modéliser le plus simplement possible la courbure des planchettes, nous avons défini un assemblage de modèles rhéologiques qui puisse « fléchir ». Le but recherché est d'apprécier la manière dont les déformations bloquées provoquent une courbure qui évolue au cours du temps.

### 3.1 Étude des déformations induites par les autocontraintes sur des planchettes

Le système proposé est composé de deux branches déformables reliées entre elles par des éléments rigides articulés par des pivots (figure 3.5a). De par l'existence des points de pivot centraux espacés d'une longueur  $L$  fixée, la déformation d'une branche entraîne nécessairement la déformation de l'autre. Le système pivote ainsi d'un angle  $a$  autour de ses points de pivots centraux (figure 3.5b). Dans le cas où les points de pivots sont situés à une distance identique  $\frac{d}{2}$  de chaque branche, ces dernières se déforment par rapport à leur état initial d'une valeur  $\varepsilon$  identique en valeur absolue, mais de signe opposé dans les deux branches. Il est alors possible de calculer le sinus de l'angle  $a$  dans deux triangles différents, l'un d'hypoténuse  $\frac{d}{2}$  et l'autre d'hypoténuse  $R$  (voir figure 3.5b) :

$$\sin(a) = \frac{L}{2R} = \frac{L\varepsilon/2}{d/2}$$

La distance  $R$  est donc relative à l'angle de rotation du système. Bien que le système ne soit pas vraiment courbé (les branches restent parallèles), il y a bien rotation et  $R$  peut être assimilé à un rayon de courbure. La « courbure »  $\chi$  du système se calcule comme :

$$\chi = \frac{1}{R} = \frac{2\varepsilon}{d} \quad (3.3)$$

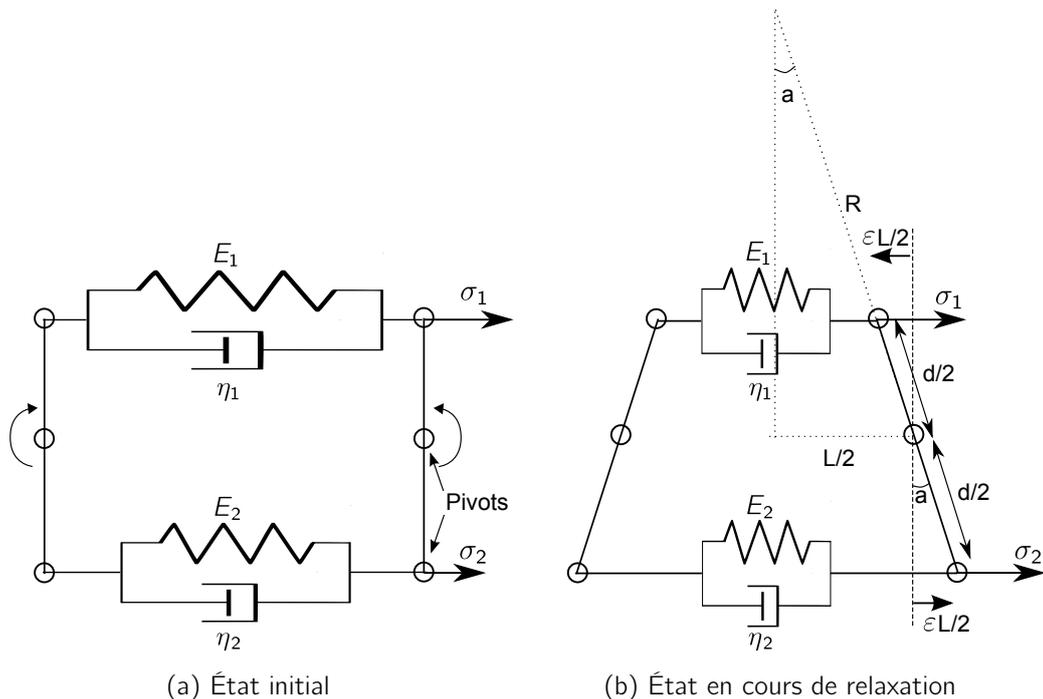


Figure 3.5: Schéma du système mécanique servant à la modélisation simplifiée du comportement en flexion d'éprouvettes précontraintes. (a) Système « droit » représentant l'état précontraint dans l'arbre. (b) Système en cours de déformation représentant une planchette se courbant de manière viscoélastique sous l'effet de ses contraintes internes.

Revenons maintenant au lien physique qu'il peut y avoir entre ce modèle et le bois dans l'arbre. Considérons un bilame constitué de deux matériaux différents. Lorsque ce bilame est laissé libre de se déformer, l'une des lames a tendance à se contracter plus que l'autre. Les deux lames sont reliées entre elles sur toute leur longueur si bien que les déformations d'une lame entraîne les déformations de l'autre, ce qui crée une courbure du bilame. Le modèle présenté ici peut être comparé à un bilame, sauf que le lien entre les deux lames (branches) est assuré par des liaisons pivots. Les deux branches sont donc, comme dans le bilame, reliées entre elles, même si l'interface est largement simplifiée en l'assimilant à une liaison pivot qui est située à égale distance des deux branches. Dans l'arbre, les variations du matériau sont continues, et donc le problème est plus complexe que dans le cas du bilame. Cependant, la réponse des planchettes est la même qu'il s'agisse d'un gradient continu ou discontinu de propriétés (il y a, dans les deux cas, courbure vers la face la plus contrainte). Le modèle proposé peut donc permettre de simuler qualitativement parlant la courbure des planchettes due à un gradient de propriétés matériau, ce qui permet de reproduire la physique des phénomènes mécaniques mis en jeu dans l'arbre.

### 3.1.4.2 Modélisation de l'évolution temporelle de la courbure due aux contraintes de maturation

Afin de simuler le comportement viscoélastique, chaque branche du système est constituée d'un modèle rhéologique de Kelvin-Voigt (figure 1.13). À l'état initial (« dans l'arbre »), les 2 branches sont maintenues à la même longueur, déformées de valeurs  $\varepsilon_1^c$  et  $\varepsilon_2^c$  positives (figure 3.5a). Ces déformations simulent les déformations des cellules dans l'arbre tel que défini au § 3.1.3.1. De par ces déformations bloquées il existe des contraintes  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  dans chaque branche. Nous supposons que dans l'arbre, à  $t = 0^-$ , le système n'est pas en train de se déformer : les vitesses de déformation dans chaque branche,  $\dot{\varepsilon}_1(0^-)$  et  $\dot{\varepsilon}_2(0^-)$  sont nulles. Par conséquent les effets visqueux n'interviennent pas et les contraintes sont entièrement contenues dans les ressorts de rigidités  $E_1$  et  $E_2$  :

$$\begin{aligned}\sigma_1(0^-) &= E_1 \varepsilon_1^c \\ \sigma_2(0^-) &= E_2 \varepsilon_2^c\end{aligned}\tag{3.4}$$

Ce sont ces contraintes qui représentent le gradient d'autocontraintes dans l'arbre. Elles sont le moteur de la courbure du système dès lors qu'il est relâché. La différenciation des rigidités  $E$  et des déformations  $\varepsilon^c$  entre les deux branches permet de modéliser à la fois un gradient de rigidité et de déformation des cellules dans l'arbre.

En relâchant à  $t = 0$  cet assemblage articulé et en le laissant se déformer librement (figure 3.5b), le système se comprime davantage du côté où les contraintes sont initialement les plus importantes (la branche 1 dans le cas illustré ici). Par convention, la déformation dans la branche d'indice 2 sera comptée positive. La déformation de chaque branche vaut donc  $(\varepsilon_i^c \pm \varepsilon)$  avec  $i = 1$  ou  $2$  selon l'indice de la branche considérée.

Dans ce modèle adimensionné l'équilibre quasi-statique des efforts entre les deux branches se traduit par l'égalité des contraintes  $\sigma_1(t) = \sigma_2(t)$  car les points de pivot autour desquels

s'effectue la rotation du système se situent à égale distance des deux branches. Cette égalité mène à une équation différentielle en  $\varepsilon(t)$  :

$$E_1 (\varepsilon_1^c - \varepsilon) - \eta_1 \dot{\varepsilon} = E_2 (\varepsilon_2^c + \varepsilon) + \eta_2 \dot{\varepsilon}$$

Cette équation est résolue connaissant la loi de comportement de chaque branche et finalement l'évolution temporelle de la déformation  $\varepsilon(t)$  est obtenue :

$$\varepsilon(t) = \frac{E_1 \varepsilon_1^c - E_2 \varepsilon_2^c}{E_1 + E_2} \left( 1 - \exp\left(\frac{-t}{\tau}\right) \right) \quad (3.5)$$

avec  $\tau = \frac{\eta_1 + \eta_2}{E_1 + E_2}$ . Selon les expressions 3.3 et 3.4, cette équation peut s'écrire en termes de courbure :

$$\chi(t) = \frac{2 \sigma_1(0^-) - \sigma_2(0^-)}{d} \frac{E_1 + E_2}{E_1 + E_2} \left( 1 - \exp\left(\frac{-t}{\tau}\right) \right) \quad (3.6)$$

Cette courbure est bien positive si  $\sigma_1(0) \geq \sigma_2(0)$ , négative sinon, ce qui signifie que le système se courbe vers la branche la plus précontrainte. Le sens de la courbure du modèle dépend donc du sens du gradient de précontraintes, comme dans la pratique pour les planchettes (cf. § 3.1.3). Par ailleurs, selon cette équation, la courbure évolue de manière exponentielle avec un temps de retard caractéristique  $\tau = \frac{\eta_1 + \eta_2}{E_1 + E_2}$  qui dépend des paramètres caractéristiques des deux branches. Cette fonction semble bien convenir à l'évolution de la courbure relevée expérimentalement (voir exemples d'ajustement figure 3.6). Ainsi, le système proposé simule bien le fait que la courbure augmente en valeur absolue jusqu'à atteindre une asymptote témoignant d'un nouvel équilibre résultant de la relaxation du système. La courbure vaut alors :

$$\chi(t \mapsto +\infty) = \frac{2 \sigma_1(0) - \sigma_2(0)}{d} \frac{E_1 + E_2}{E_1 + E_2} \quad (3.7)$$

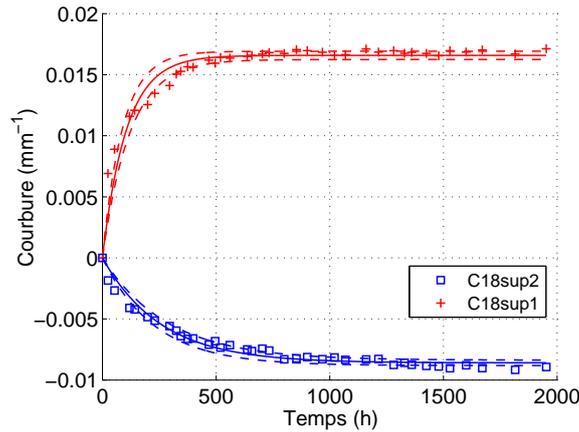


Figure 3.6: Mesures de l'évolution temporelle de la courbure sous autocontraintes (exemple de l'arbre C18), et ajustements selon l'équation 3.5 (en traits pleins) réalisés par la méthode des moindres carrés à l'aide de la toolbox « cftool » de MATLAB. Les traits en pointillés représentent l'intervalle de confiance à 95 % de l'ajustement.

Remarquons que, dans le cas où les modules sont équivalents, la courbure finale ne dépend que de la différence des déformations initiales :

$$\chi(t \mapsto +\infty) = \frac{\varepsilon_1^c - \varepsilon_2^c}{d} \quad (3.8)$$

La qualité de l'ajustement des données expérimentales selon le modèle proposé présente certaines limites notamment dans les premières heures qui suivent le débitage des planchettes, où l'évolution de la courbure observée expérimentalement est plus rapide que pour le modèle (cf. figure 3.6). Ceci peut s'expliquer par un comportement viscoélastique du matériau différent de celui du modèle rhéologique utilisé, mais aussi par un comportement mécanique des planchettes plus complexe que celui modélisé par l'assemblage proposé (notamment en ce qui concerne l'interface modélisée par des pivots). Néanmoins, les coefficients de corrélation entre les données expérimentales et la courbe ajustée selon l'équation 3.5 sont aux environs de 0,95. Cette équation et le modèle proposé permettent donc une bonne approximation de l'évolution temporelle de la courbure des planchettes sous leurs autocontraintes.

### 3.1.4.3 Exploitation des résultats de l'évolution temporelle des courbures

Afin de comparer les éprouvettes des arbres du lot C entre elles, les asymptotes horizontales  $\chi(t \mapsto +\infty)$  et les temps caractéristiques  $\tau$  sont représentés sur la figure 3.7 en fonction de la date d'abattage des arbres.

#### Asymptotes de courbure

En valeur absolue, l'asymptote de la courbure (figure 3.7a) est toujours supérieure pour les premières planchettes par rapport aux deuxièmes. Elle est en effet en moyenne de  $0,019 \text{ mm}^{-1}$  pour les planchettes « sup1 » et de  $-0,009 \text{ mm}^{-1}$  pour les planchettes « sup2 ». Cette différence peut s'expliquer, comme l'illustre l'équation 3.7, par un gradient de contrainte plus faible et/ou une rigidité de la planchette plus élevée.

Il semble que les premières planchettes des arbres abattus avant 24 jours de croissance se courbent moins que les suivantes, ce qui peut suggérer la présence de déformations de maturation plus faibles en début de saison. Cette interprétation est discutée dans le chapitre d'exploitation des données expérimentales pour le modèle au § 5.2.3.3.

Pour une poutre en flexion, la courbure est liée aux déformations et à la position  $y$  dans la section de la poutre par la relation :  $\chi = \frac{\varepsilon}{y}$ . Cette équation est exactement la même que celle obtenue pour le modèle de flexion (équation 3.8). D'après cette équation il existe donc dans les planchettes étudiées d'épaisseur  $d = 1,4 \text{ mm}$  un différentiel de déformation moyen  $\Delta\varepsilon^c = \chi(t \mapsto +\infty) \times d = 0,027$ . Ce niveau de déformation est beaucoup plus élevé que les Déformations Résiduelles Longitudinales de Maturation (DRLM) mesurées chez ce clone de peuplier, de l'ordre de 0,001 selon Coutand *et al.* [35] et selon nos propres mesures du

chapitre 5. Ceci suggère que le bois vert est en réalité beaucoup plus déformé que cela n'est révélé par les mesures de DRLM (qui sont des mesures de retour élastique, voir détails au § 1.3.4), mais que ces déformations ne s'expriment pas immédiatement du fait de la nature viscoélastique du matériau.

### Temps caractéristiques

Concernant les temps de retard, les valeurs obtenues sont très variables, entre 100 et 500 heures environ, sans qu'il ne se dégage aucune différence entre les planchettes sup1 et les planchettes sup2. La moyenne de  $\tau$  est, pour l'ensemble des planchettes, de 240 heures. Pour les deuxièmes planchettes sup2 seulement, il semble que le temps caractéristique augmente au cours de la saison de croissance. Ceci peut témoigner d'un comportement viscoélastique moins rapide ou bien d'une rigidité des planchettes plus élevée.

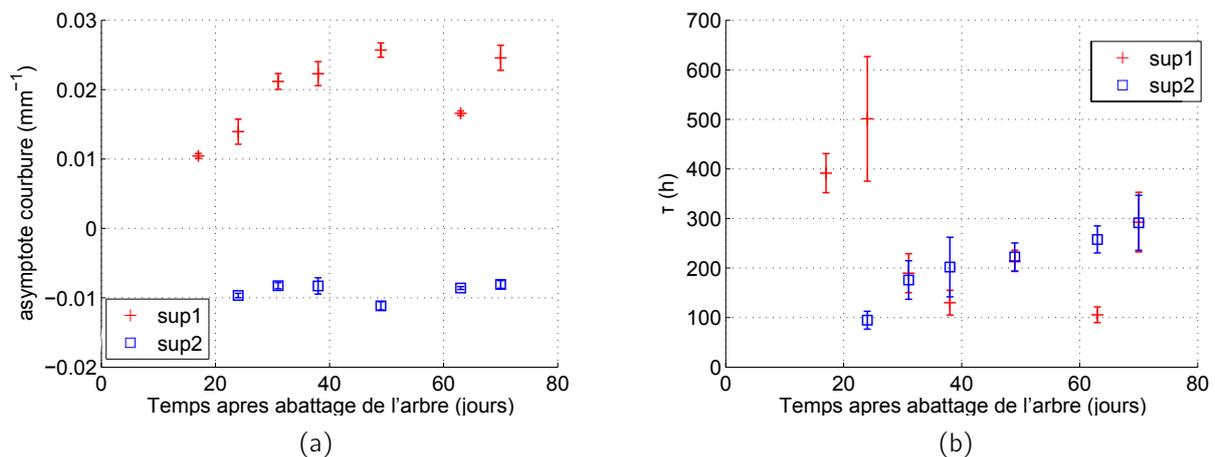


Figure 3.7: Résultats de l'analyse des courbes de fluage des planchettes sous leurs autocontraintes. (a) Asymptote horizontale. (b) Temps de retard caractéristique. Les barres d'erreur correspondent aux intervalles de confiance à un niveau de 95 % obtenus via la toolbox « cftool » de MATLAB.

Si l'évolution temporelle de la courbure due aux autocontraintes peut être représentée par le système proposé, ce dernier ne permet pas de déterminer les caractéristiques viscoélastiques du matériau. En effet, il ne s'agit pas là d'un modèle rhéologique mais d'un assemblage simulant la flexion à partir d'autocontraintes. Par ailleurs, la planchette subit à la fois les effets du fluage et de la relaxation, et donc le chargement est variable, ce qui veut dire que les courbes d'évolution temporelle de la courbure observées ne représentent pas les évolutions de la déformation ou la contrainte au sein du matériau comme lors d'un essai mécanique classique visant à déterminer les propriétés viscoélastiques. Afin de connaître les propriétés viscoélastiques du matériau, il convient donc de mettre en œuvre un essai mécanique adapté (fluage), ce qui est présenté dans la section suivante.

## 3.2 Détermination des propriétés viscoélastiques du bois vert par des essais de fluage en flexion

Plusieurs difficultés interviennent dans l'élaboration d'un essai mécanique visant à caractériser les propriétés viscoélastiques du bois vert. Afin de rester le plus proche possible des conditions de l'arbre sur pied, cet essai doit s'effectuer dans un milieu saturé en eau. Par ailleurs, pour des raisons évidentes de gain de temps, les essais doivent être menés en parallèle sur plusieurs échantillons. La durée des essais doit en effet correspondre à l'échelle de temps de la saison de croissance, soit 1 à 2 mois. Un essai de fluage en flexion est apparu comme le meilleur moyen de répondre à ces exigences.

### 3.2.1 Matériel et méthodes

#### 3.2.1.1 Banc de fluage en flexion encastree-libre

Les éprouvettes destinées à ces essais de fluage en flexion sont les mêmes que celles utilisées lors de l'étude précédente. Ces planchettes ont atteint leur asymptote en termes de courbure due aux autocontraintes, et donc les déformations de fluage mesurées ne sont pas perturbées par le fluage dû aux autocontraintes, mais correspondent uniquement à la réponse au chargement extérieur.

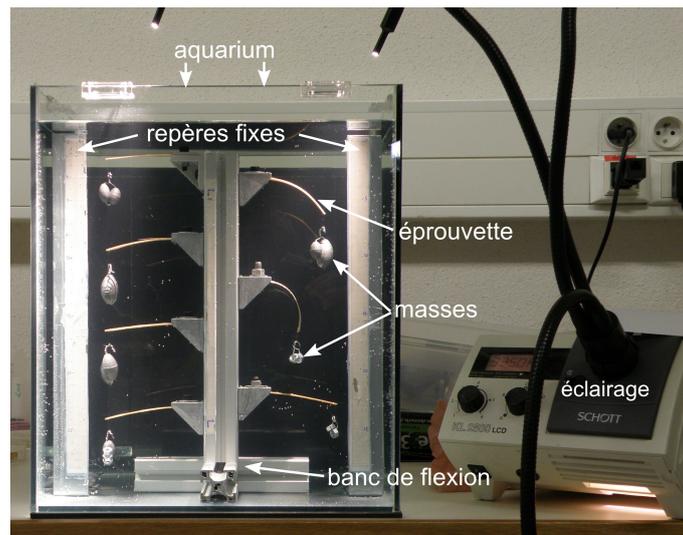
Une sollicitation en flexion encastree-libre est effectuée au moyen d'un montage simple capable d'accueillir jusqu'à 10 planchettes (figure 3.8a). Il est placé dans un aquarium rempli d'eau de manière à ce que le bois reste saturé en eau. L'encastrement est réalisé par le maintien des planchettes entre deux plaques d'aluminium sur une longueur de 22 mm, le serrage étant effectué par une vis. À leur extrémité libre est suspendue une masse à l'aide de fil de pêche. Pour la suite de cette étude, nous considérerons l'hypothèse des petits déplacements, ce qui implique que le moment de flexion reste constant au cours du temps et permet de caractériser le fluage des planchettes. En réalité, les variations du moment de flexion dues au déplacement de la planchette sont de 16 % au maximum. Cette hypothèse permet donc une première estimation des propriétés viscoélastiques.

#### 3.2.1.2 Mesure des déplacements

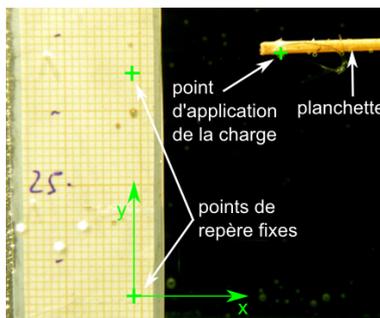
Deux échelles de papier millimétré sont disposées de chaque côté du montage, dans le même plan que les éprouvettes. Elles servent de repère fixe permettant de positionner spatialement un point fixe de l'éprouvette et ainsi mesurer les déplacements dus au fluage de chaque planchette. Cette mesure est réalisée à partir de photographies où 3 points sont repérés manuellement (figure 3.8b). Un point situé à l'extrémité de l'éprouvette où est appliquée la charge est positionné par rapport à 2 points de repère fixes. Ces points de repère permettent

### 3.2 Détermination des propriétés viscoélastiques du bois vert par des essais de fluage en flexion

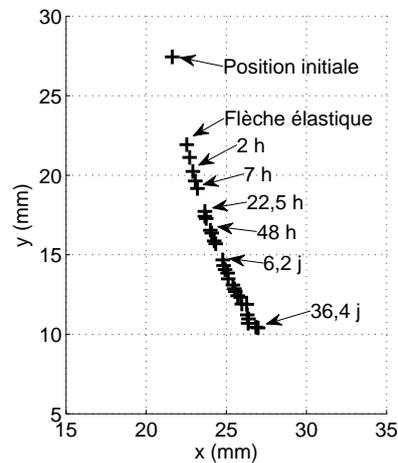
de déterminer la direction de la verticale, l'échelle de l'image, et donc finalement le positionnement spatial du point d'application de la charge par rapport au point de repère le plus bas qui est choisi comme origine. Cette méthode présente l'avantage d'effectuer des mesures sans contact, et est de plus facile à mettre en œuvre. Une résolution de l'ordre de 0,1 mm est obtenue grâce à la grande définition des photographies utilisées (10 millions de pixels). Cette résolution paraît acceptable vis-à-vis des déplacements observés (flèches souvent supérieures à 2 mm).



(a)



(b)



(c)

Figure 3.8: Méthode de mesure des essais de fluage. (a) Montage expérimental de fluage en flexion encastree-libre. (b) Mesure de la flèche d'une éprouvette par photographie. (c) Exemple de déplacement du point d'application de la charge typiquement observé en fonction du temps (planchette C16sup4).

Pour chaque éprouvette, une première photographie est réalisée sans charge appliquée, ce qui permet de déterminer la position initiale de l'extrémité de la planchette. Ensuite les masses sont suspendues par un crochet en fil de fer à une boucle de fil de pêche préalablement noué à chaque planchette. Une fois l'ensemble des masses fixées, plus aucune action n'est entreprise sur le montage expérimental afin de ne pas perturber la réponse en fluage. Les photographies sont prises de manière irrégulière dans le temps, avec un échantillonnage plus resserré en début d'essai de manière à s'adapter au comportement viscoélastique très actif les premières heures après le chargement. La première photographie est ainsi réalisée dans les 2 minutes suivant l'application de la charge, la suivante après 15 min, puis 2 h, 4 h, 7 h, etc., et ce durant plus d'un mois. La figure 3.8c présente un exemple de mesure de l'évolution de la position du point d'application de la charge dans le repère fixe de l'aquarium à différents instants. Étant donné l'échelle de temps du fluage observé, nous considérerons que la première mesure réalisée moins de 2 minutes après application du chargement représente la flèche instantanée à  $t = 0^+$ .

### 3.2.1.3 Échantillons étudiés et efforts appliqués

Seules les planchettes des arbres C16 et C18 abattus respectivement 49 et 63 jours après inclinaison ont été étudiées en fluage. La durée de ces essais ne nous a pas permis de tester davantage d'échantillons. Les deux séries de planchettes issues de ces deux arbres ont été testées successivement. Les éprouvettes de l'arbre C16 ont été laissées libres de se courber de la date d'abattage (18/07/2011) jusqu'au 4/10/2011, puis elles ont alors été testées en fluage jusqu'au 28/11/2011. Celles de l'arbre C18 qui a été abattu le 01/08/2011 ont été débitées le 14/09/2011 et laissées libres de se courber jusqu'au 5/12/2011. Elles ont ensuite été testées en fluage jusqu'au 10/01/2012.

Les planchettes sont différentes aussi bien par leur épaisseur que par leurs propriétés mécaniques. Par conséquent, la masse suspendue à chaque planchette ne doit pas être la même pour toutes, car sinon certaines éprouvettes risquent de ne pas supporter les efforts appliqués. Pour cette raison, un calcul préalable est réalisé dans le but de déterminer l'effort à appliquer pour que les éprouvettes aient des flèches à  $t = 0^+$  de l'ordre de 3 mm. Ce calcul approximatif est effectué sous les hypothèses de la théorie des poutres, en prenant en compte les modules obtenus lors des essais de flexion sur les planchettes issues des mêmes arbres du lot C (résultats du § 2.3). Le tableau 3.2 indique les efforts finalement appliqués sur chaque éprouvette, calculés à partir de la masse réellement utilisée qui a été pesée. Il indique également les flèches induites par ces chargements mesurées à  $t = 0^+$ , ainsi que les contraintes de flexion maximales à l'encastrement calculées selon la théorie des poutres.

### 3.2 Détermination des propriétés viscoélastiques du bois vert par des essais de fluage en flexion

| Planchette | Largeur (mm) | Épaisseur moyenne (mm) | Longueur L (mm) | Effort appliqué (mN) | Contrainte de flexion maximale à l'encastrement (MPa) | Flèche mesurée à $t = 0^+$ (mm) |
|------------|--------------|------------------------|-----------------|----------------------|---|---------------------------------|
| C16inf1    | 3,9          | 1,11                   | 56              | 20                   | 3,2   | 3,3                             |
| C16inf2    | 3,9          | 1,34                   | 58              | 111                  | 5,9   | 7,9                             |
| C16sup1    | 5,3          | 0,70                   | 30              | 20                   | 0,7   | 1,8                             |
| C16sup2    | 5,3          | 1,35                   | 50              | 348                  | 6,8   | 6,0                             |
| C16sup3    | 5,3          | 1,39                   | 56              | 373                  | 12,2  | ruine                           |
| C16sup4    | 5,3          | 1,38                   | 55              | 273                  | 8,4   | 5,5                             |
| C16sup5    | 5,3          | 1,20                   | 53              | 152                  | 5,2   | 4,5                             |
| C18inf1    | 5,3          | 1,29                   | 56              | 70                   | 2,5   | 2,5                             |
| C18inf2    | 5,3          | 1,34                   | 55              | 73                   | 2,7   | 2,9                             |
| C18inf3    | 5,3          | 1,07                   | 58              | 71                   | 3,7   | 2,7                             |
| C18sup1    | 5,8          | 1,29                   | 45              | 72                   | 1,6   | ruine                           |
| C18sup2    | 5,7          | 1,26                   | 51              | 154                  | 4,5   | 2,7                             |
| C18sup3    | 5,7          | 1,37                   | 53              | 273                  | 7,3   | 0,6                             |
| C18sup4    | 5,7          | 1,15                   | 53              | 111                  | 3,4   | ruine                           |
| C18sup5    | 5,7          | 1,16                   | 54              | 83                   | 2,7   | 1,8                             |
| C18sup6    | 5,7          | 1,43                   | 54              | 152                  | 4,0   | 2,9                             |

Table 3.2: Tableau récapitulatif des planchettes testées en fluage.

Malgré ce calcul préalable, les planchettes C16sup3, C18sup1 et C18sup4 n'ont pas supporté la charge qui leur a été appliquée. Elles se sont cassées à proximité de l'encastrement de manière progressive sans qu'il n'y ait de rupture nette (voir par exemple l'éprouvette C18sup4 sur la figure 3.9a). Ces ruines d'éprouvettes pourraient s'expliquer par des contraintes trop importantes, cependant les planchettes C18sup1 et C18sup4 ne présentent pas de niveaux de contrainte supérieurs à d'autres planchettes qui résistent bien à la charge. Ces contraintes inférieures à 4 MPa sont par ailleurs très inférieures aux contraintes à la rupture observées lors des essais de traction. Une raison extérieure au comportement du matériau mais imputable à l'essai, comme par exemple un serrage trop important à l'encastrement, pourrait être la cause de la ruine de ces éprouvettes.

Les autres planchettes testées présentent la forme attendue pour une poutre en flexion encastree-libre, *i.e.* elles sont courbées avec une tangente horizontale à l'encastrement (figure 3.9b). Les deux premières éprouvettes de la face supérieure de chaque arbre font exception car elles sont initialement très courbées. Ceci pose un réel problème pour l'analyse puisque, dans ce cas, la sollicitation imposée induit non seulement de la flexion, mais également de la traction. Afin de tester l'influence du sens de courbure, les deux premières planchettes de la face supérieure de l'arbre C16 ont été testées courbure vers le bas, alors que celles de l'arbre

C18 ont été testées courbure vers le haut (figures 3.9c, d).

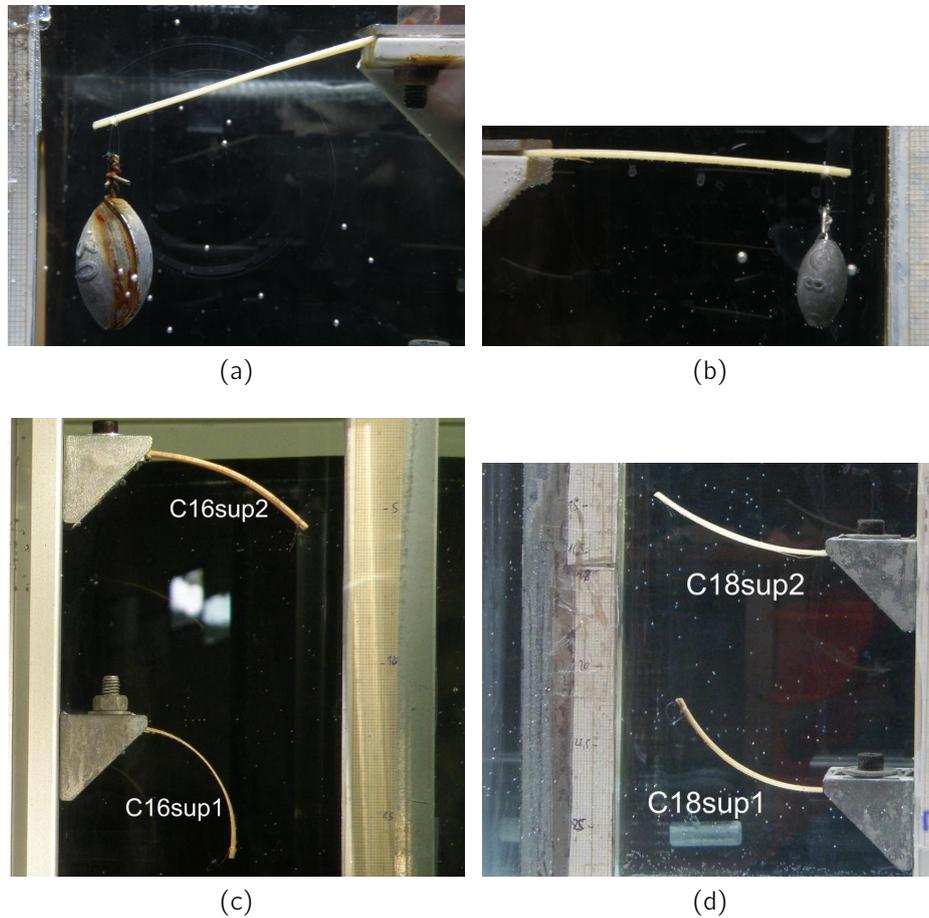


Figure 3.9: Images des planchettes étudiées en fluage. (a) Éprouvette C18sup4 qui casse à l'encastrement. (b) Éprouvette C18inf2 en flexion encastrement-libre. (c et d) Deux premières planchettes de la face supérieure de l'arbre C16 et C18.

#### 3.2.1.4 Calcul de la souplesse $J(t)$

Le calcul de la souplesse  $J(t)$  permet de quantifier le fluage de chaque éprouvette à partir de l'évolution temporelle de sa flèche (figure 3.8c). Une première approche consiste à calculer  $J(t)$  à partir des formules de la théorie des poutres, comme lors des essais de flexion du chapitre 2. Ainsi, dans le cas d'une poutre droite de longueur  $L$  et de moment quadratique  $I$ , encadrée d'un côté et soumise à un effort vertical  $P$  de l'autre, la souplesse se calcule comme :

$$\frac{1}{E(t)} = J(t) = \frac{3 I v(L, t)}{P L^3} \quad (3.9)$$

avec  $v(L, t)$  la flèche selon la verticale au point d'application de la charge au temps  $t$ .

### 3.2.2 Résultats et discussion

#### 3.2.2.1 Courbes de fluage

La figure 3.10 présente l'évolution au cours du temps de la souplesse  $J(t)$  calculée à partir de la flèche d'éprouvettes issues des arbres C16 et C18. Ces courbes montrent une augmentation de la souplesse de l'échantillon avec le temps, très rapide dans les premiers jours de l'essai, puis atteignant une vitesse constante après environ 200 heures ce qui permet de définir une asymptote oblique.

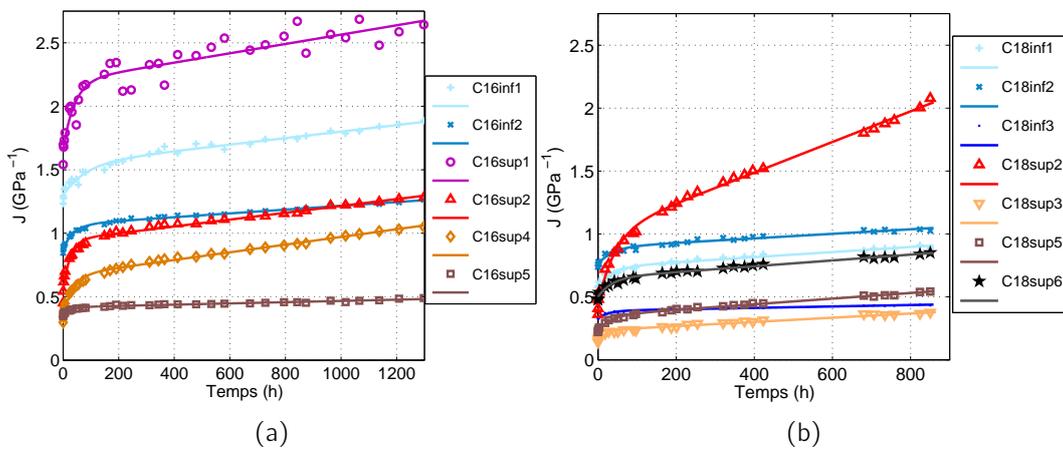


Figure 3.10: Courbes de fluage en flexion encastree libre pour les planchettes de l'arbre C16 (a) et C18 (b). Les symboles sur les courbes representent les donnees experimentales, les traits pleins l'ajustement de ces points experimentaux par une fonction fluage du modele de Burgers.

Ce type de comportement est modelisable par un modele viscoelastique de Burgers qui est symbolise par l'assemblage en serie d'un modele de Maxwell avec un modele de Kelvin (voir chapitre 1 figure 1.13d). La fonction fluage de ce modele est :

$$J(t) = \frac{1}{E_0} \left(1 + \frac{t}{\tau_\infty}\right) + \frac{1}{E_1} (1 - e^{-t/\tau_1}) \quad (3.10)$$

Les parametres de ce modele reprennent les notations de la figure 1.13d, ou  $E_0$  est la rigidite du ressort du modele de Maxwell,  $\tau_\infty = \frac{\eta_\infty}{E_0}$  est le temps caracteristique de l'amortisseur associe au modele de Maxwell, et  $E_1$  et  $\tau_1$  sont les caracteristiques des memes elements mais associes au modele de Kelvin. Ce modele de Burgers ajuste tres bien le comportement viscoelastique observe pour les planchettes de bois vert notamment parce qu'il prend en compte l'asymptote oblique. En effet, si  $t \mapsto +\infty$ , alors selon l'equation 3.10 la souplesse vaut :

$$J(t) \sim \frac{1}{E_0} + \frac{1}{E_1} + \frac{t}{\eta_\infty}$$

Les valeurs de ces paramètres peuvent s'obtenir graphiquement à partir de cette équation (cf. figure 3.11). En effet,  $1/\eta_\infty$  représente la pente de l'asymptote oblique,  $J_0 = \frac{1}{E_0}$  la souplesse instantanée et  $J_1 = \frac{1}{E_1}$  la différence entre l'ordonnée à l'origine de l'asymptote et la souplesse instantanée ( $\frac{1}{E_1}$  correspond donc en quelque sorte à la souplesse ajoutée durant la première phase du comportement viscoélastique).

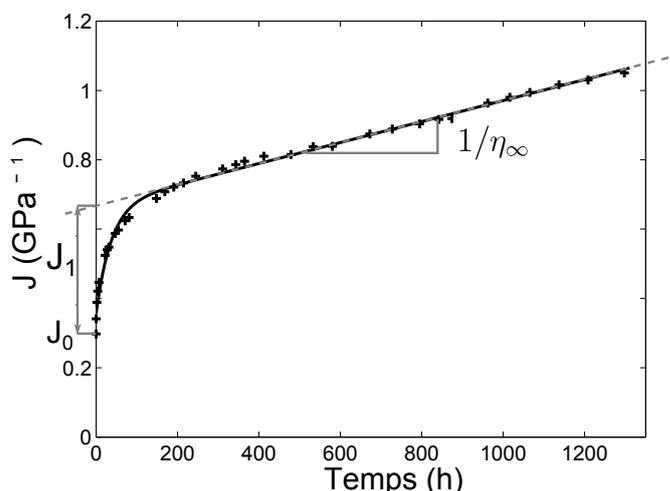


Figure 3.11: Exemple représentatif de la courbe de fluage en flexion obtenue pour une planchette de bois vert, avec la représentation des différents paramètres du modèle viscoélastique de Burgers.

Les valeurs des paramètres sont identifiés selon l'équation 3.10 à l'aide de la toolbox « cf-tool » de MATLAB (méthode des moindres carrés). Les résultats montrent une excellente corrélation du modèle avec les points expérimentaux, car le coefficient de corrélation est toujours supérieur à 0,95, sauf pour la planchette C16sup1 (il vaut alors 0,91). Rappelons ici que cette planchette comme la C16sup2 et C18sup2 est très courbée, et donc le calcul de  $J$  selon l'équation 3.9 ne permet pas de prendre en compte l'effet de cette courbure importante. Ceci étant dit, les résultats seront tout de même comparés aux autres planchettes tout en gardant à l'esprit les limites de cette approximation. Les valeurs obtenues pour ces paramètres sont donc directement utilisées pour comparer les planchettes entre elles.

### 3.2.2.2 Paramètres viscoélastiques du modèle de Burgers

Pour les essais de traction du chapitre 2, l'utilisation d'arbres abattus à des moments différents de la saison de croissance permet d'obtenir une représentation temporelle des résultats en se plaçant à une même position radiale par rapport à la limite de cerne. Ici, nous n'avons pu tester que deux individus abattus à des dates différentes et par conséquent il n'est pas possible d'obtenir l'évolution temporelle des propriétés viscoélastiques tout au long de la saison de croissance selon le même principe. Par conséquent, les caractéristiques viscoélastiques du

### 3.2 Détermination des propriétés viscoélastiques du bois vert par des essais de fluage en flexion

modèle de Burgers obtenues pour ces deux arbres C16 et C18 sont tracées de manière spatiale seulement, en fonction de la position par rapport au cambium de chaque planchette (figure 3.12). Comme précédemment, la position par rapport au cambium est calculée à partir des épaisseurs moyennes de chaque planchette qui sont cumulées, le centre de la planchette étant pris comme référence pour la position radiale.

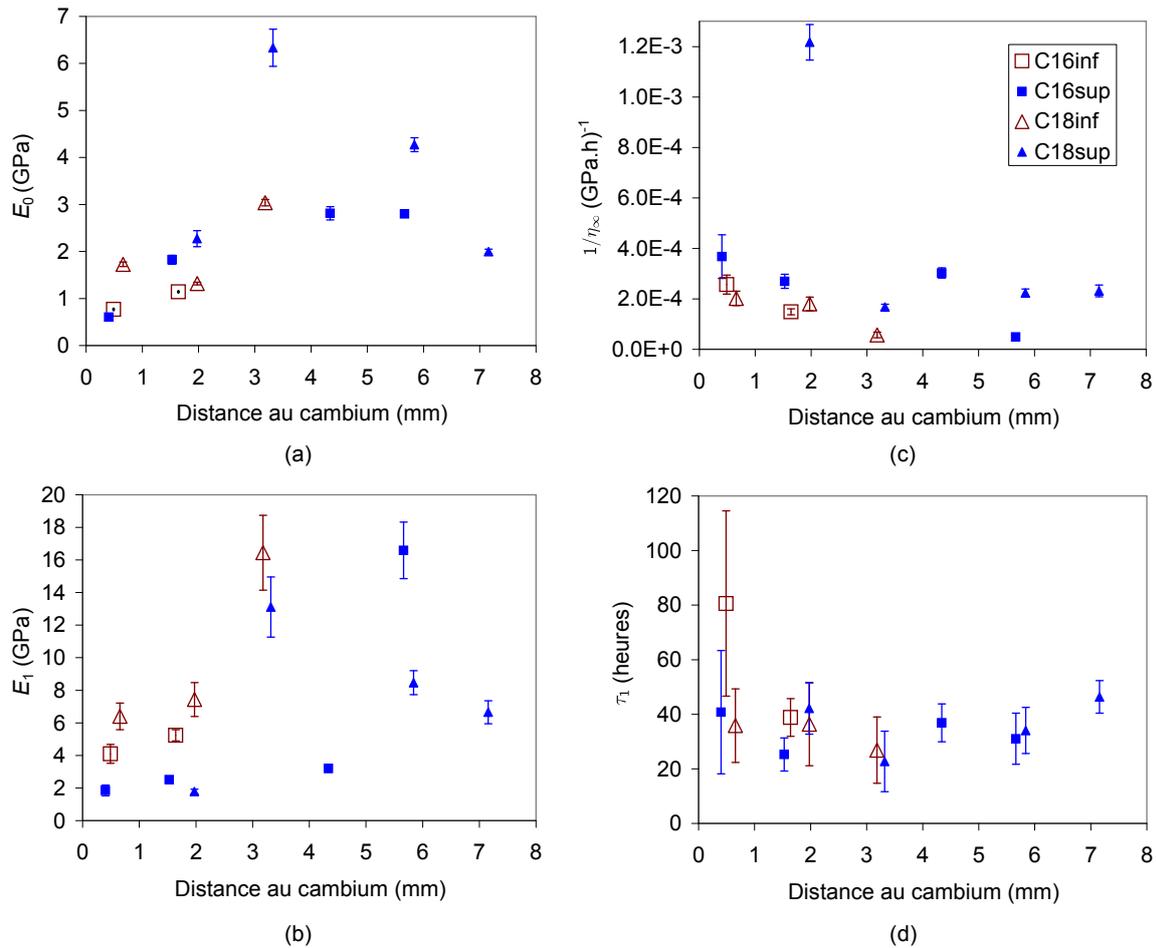


Figure 3.12: Caractéristiques viscoélastiques du modèle de Burgers issues des ajustements des courbes de fluages expérimentales de la figure 3.10. (a) Module  $E_0$ , (b) pente de l'asymptote  $1/\eta_\infty$ , (c) module  $E_1$ , (d) temps de retard  $\tau_1$ . Les éprouvettes issues de la face supérieure de l'arbre incliné sont représentées par les symboles pleins, alors que les symboles non remplis représentent les éprouvettes de la face inférieure. Les barres d'erreur représentent l'intervalle de confiance à 95 % de l'ajustement par la méthode des moindres carrés (les autres causes d'incertitudes ne sont donc pas incluses dans ces barres d'erreur).

### Évolution spatiale de $E_0$

Les résultats concernant la contribution élastique  $E_0$  (figure 3.12a) montrent que ce module est en moyenne de 2,7 GPa, ce qui est du même ordre de grandeur que les modules obtenus lors des essais de flexion du chapitre 2. Ceci est rassurant vis-à-vis du protocole utilisé pour ces essais de fluage en flexion encastrée-libre, bien que la précision des mesures ne soit pas comparable avec celle des essais sur machine (notamment en raison de la résolution sur la flèche). Comme lors des essais de flexion 3 points, les valeurs de module proches du cambium sont globalement plus faibles que celles du bois plus mature. Nous noterons tout de même que les planchettes situées à environ 2 mm du cambium apparaissent moins rigides que lors des essais de flexion 3 points (moins de 2,5 GPa contre environ 3 à 5 GPa selon qu'il s'agisse de bois normal ou de bois de tension cf. figure 2.21). Par ailleurs, le pic de rigidité entre 2 et 4 mm du cambium n'apparaît pas clairement, sauf pour la planchette C18sup3 qui présente une rigidité d'environ 6,5 GPa qui correspond bien à l'ordre de grandeur des pics relevés lors des essais de flexion 3 points.

### Évolution spatiale de $E_1$

Pour le bois de face inférieure (bois normal), la rigidité  $E_1$  du ressort du modèle de Kelvin augmente avec la distance par rapport au cambium et passe de 4 à 16 GPa environ (figure 3.12b). Cela indique que plus le bois normal est mature, moins l'aspect viscoélastique lié à cette partie du modèle de Burgers est marquée, puisque la rigidité du ressort augmente.

L'interprétation des résultats de  $E_1$  pour le bois de la face supérieure est moins aisée. Il semble que  $E_1$  augmente avec la distance au cambium comme pour le bois normal de la face inférieure, mais avec un taux plus faible et des valeurs proche cambium plus faibles (variations de 2 à 8 GPa). Cependant, les planchettes C18sup3 et C16sup5, situées respectivement à 3,3 et 5,7 mm du cambium présentent des niveaux de  $E_1$  bien plus élevées que les autres éprouvettes de la face inférieure (respectivement 13 et 17 GPa). Pour la planchette C16sup5, nous pouvons expliquer cette valeur élevée par le fait qu'à cette position il est très probable de trouver du bois normal de l'année précédente. Ici, une valeur élevée de  $E_1$  correspond donc bien aux résultats obtenus pour le bois normal de la face inférieure. Par contre, l'éprouvette C18sup3 pour laquelle  $E_1 = 13$  GPa n'est constituée que de bois de tension vu sa position à 3,3 mm du cambium. Le niveau élevé de  $E_1$  à cet endroit ne peut pas s'expliquer par la présence de bois normal. L'interprétation de la répartition spatiale de  $E_1$  se révèle donc difficile.

### Évolution spatiale de $1/\eta_\infty$

$1/\eta_\infty$ , qui représente la pente de l'asymptote oblique de la courbe de fluage quant  $t \mapsto +\infty$ , est également un paramètre difficile à interpréter à partir de nos résultats d'essais. La planchette C18sup2 présente une valeur de  $1/\eta_\infty$  nettement plus élevée que les autres,

notamment par rapport aux planchettes de l'arbre C16 situées à une distance du cambium comparable. La raison de ce comportement pourrait résider dans les conditions expérimentales puisque les éprouvettes de l'arbre C16 ont été testées courbure vers le bas (figure 3.9c), alors que celles de l'arbre 18 ont été testées courbure vers le haut (figure 3.9d). Cependant, cette importante différence de comportement n'est pas relevée pour les autres paramètres viscoélastiques du modèle. L'influence du sens de l'éprouvette n'influerait que sur les effets à long terme modélisés par le paramètre  $1/\eta_\infty$ . Des essais complémentaires seraient nécessaires dans le but de vérifier ce comportement.

Pour les éprouvettes de la face inférieure,  $1/\eta_\infty$  semble décroître en fonction de la distance par rapport au cambium. Pour le bois de la face supérieure, il n'apparaît pas clairement d'évolution, mais nous noterons tout de même que la planchette C16sup5 située à 5,7 mm du cambium identifiée précédemment comme étant constituée de bois normal présente un  $1/\eta_\infty$  nettement plus faible que les autres planchettes de la face supérieure, d'un niveau équivalent à la planchette C18inf3 située à 3,2 mm du cambium ( $4,9 \cdot 10^{-5}$  pour  $5,7 \cdot 10^{-5}$  (GPa.h)<sup>-1</sup>). Ceci suggère que les courbes de fluage se rapprochent de celles d'un modèle de Poynting-Thomson pour le bois normal de l'année précédente, ce qui peut expliquer le fait que certaines études viscoélastiques du bois vert utilisent ce modèle [67, 68].

### Évolution spatiale de $\tau_1$

Aucune tendance ne se détache quant à l'évolution spatiale de  $\tau_1$  (figure 3.12d), la moyenne des mesures est de  $38 \pm 8$  h pour le bois de tension et le bois opposé réunis. Ce temps de retard viscoélastique caractérise la partie exponentielle qui intervient au début de la courbe de fluage. Un paramètre  $\tau_1$  constant signifie donc que quel que soit le type de bois comme son degré de maturation, les phénomènes viscoélastiques liés à la « partie Kelvin » du modèle de Burgers interviennent sur la même durée.

### Discussion d'ordre général

À partir des résultats expérimentaux présentés ici, il semble délicat d'établir des tendances précises quant à l'évolution spatiale des propriétés viscoélastiques, notamment pour le bois de la face supérieure. Certaines planchettes présentent des valeurs qui diffèrent de la tendance globale, sans qu'aucune explication ne puisse être trouvée, car elles peuvent avoir des causes expérimentales et/ou liées au matériau lui-même. Cela est essentiellement dû à la faible quantité de données qui handicape l'exploitation de ces résultats. Une campagne expérimentale uniquement destinée à déterminer ces propriétés viscoélastiques pourrait répondre à cette problématique, mais elle n'a pu être réalisée sur la durée de cette thèse.

Néanmoins cette étude permet *a minima* d'avoir une estimation des paramètres viscoélastiques du modèle de Burgers pour le bois vert. Il semble par ailleurs que pour le bois opposé certaines tendances se détachent, notamment la croissance de  $E_1$  et la décroissance de  $1/\eta_\infty$

avec la distance au cambium, ce qui suggère une diminution des effets visqueux du bois normal au fur et à mesure de sa maturation. L'éprouvette de la face supérieure C16sup5 située à 5,7 mm du cambium présente quant à elle des caractéristiques viscoélastiques similaires à celles du bois normal de la face inférieure, ce qui laisse supposer, étant donné sa position dans la zone de la limite de cerne, qu'elle soit majoritairement constituée de bois normal du cerne de l'année précédente.

L'ensemble de ces paramètres viscoélastiques est pris en compte dans un modèle biomécanique (chapitre 4) par des lois d'évolution spatio-temporelles qui sont définies dans le chapitre 5.

## **Conclusion**

Dans ce chapitre, l'importance des effets viscoélastiques sur le comportement mécanique du bois vert à l'échelle d'une saison de croissance est montrée. La première manifestation de la viscoélasticité est l'évolution temporelle de la courbure d'échantillons fraîchement extraits du tronc. Ce sont uniquement les deux premières planchettes de la face supérieure les plus proches du cambium qui se courbent sous l'effet de leurs contraintes internes. Ceci illustre l'intensité des contraintes créées par le bois de tension dans cette zone, et de plus renseigne sur le sens du gradient de contrainte. En effet, le sens de courbure de ces deux planchettes est différent, ce qui indique un changement de signe du gradient de contrainte interne. Par ailleurs, la faible courbure des planchettes plus matures semble indiquer une diminution du gradient de contrainte pouvant être causée par des phénomènes de relaxation viscoélastique. Le profil de contrainte peut donc être estimé de manière qualitative à partir de ces résultats et ce dernier s'avère nettement différent des profils obtenus par les modèles biomécaniques actuels [43, 44, 80, 81]. La non-prise en compte de la maturation des cellules comme de la viscoélasticité du matériau nous semblent être les deux paramètres qui manquent à ces modèles. C'est pourquoi nous nous attacherons dans la partie suivante à bâtir un modèle biomécanique prenant en compte ces comportements.

Des essais de fluage en flexion encastree-libre ont été menés sur les planchettes de deux individus. Ces essais montrent que le bois vert sous cette sollicitation peut être modélisé par un modèle rhéologique de Burgers. Les paramètres de ce modèle peuvent être estimés en fonction de la position des échantillons dans l'arbre et donc du degré de maturation du bois. Même s'il ne nous est pas possible de conclure avec certitude quant à l'évolution du comportement viscoélastique lors de la maturation du fait de la variabilité des résultats et de leur faible nombre, il semble que plus le bois est mature moins les déformations dues à la viscoélasticité sont importantes. Une étude plus complète du comportement nécessiterait d'être mise en œuvre pour affirmer cette information. Néanmoins, ces essais permettront, grâce à la définition d'un modèle rhéologique du bois vert et à l'estimation de ses paramètres, de prendre en compte un comportement viscoélastique réaliste dans un nouveau modèle biomécanique simulant les réactions gravitropiques.

## **Troisième partie**

# **Modélisation biomécanique de la réaction gravitropique de jeunes peupliers**



## Chapitre 4

# Modèle biomécanique viscoélastique avec prise en compte de la maturation

Les mesures expérimentales de la partie II montrent que les effets de la viscoélasticité du bois vert s'expriment sur une durée qui est de l'ordre de grandeur de la durée de la saison de croissance, et que les phénomènes de maturation interviennent sur plusieurs semaines. Ces deux aspects sont souvent négligés dans les modèles biomécaniques actuels. Pour une modélisation des mouvements gravitropiques de jeunes peupliers qui se redressent en une saison de croissance, il semble nécessaire de prendre en compte la cinétique de ces phénomènes. Pour cela, un nouveau modèle biomécanique a été développé, il est présenté en détail dans ce chapitre.

Dans une première partie, le principe de la modélisation incrémentale prenant en compte des variations spatio-temporelles des variables est présenté dans le cas d'un comportement élastique du matériau. La deuxième partie de ce chapitre présente la prise en compte d'un comportement viscoélastique dans cette modélisation. Ces deux premiers points présentant les équations du calcul incrémental, une troisième partie porte sur l'implémentation de ces calculs dans un algorithme simulant le redressement gravitropique de jeunes peupliers. Enfin, la quatrième partie permet de valider le modèle grâce à sa comparaison avec des cas résolubles théoriquement. Par ailleurs, l'utilisation de données d'entrée physiquement réalistes pour simuler le redressement de jeunes peupliers permet de fixer les paramètres de calcul du modèle.

## 4.1 Modélisation élastique prenant en compte la maturation

### 4.1.1 Principe général de la modélisation incrémentale

Le but du modèle biomécanique développé est de simuler les mouvements gravitropiques d'un jeune arbre sur la durée d'une saison de croissance. Les bases de ce modèle sont celles du modèle de Coutand *et al.* [88]. Les évolutions qui sont présentées ici permettent de prendre en compte une maturation pouvant intervenir sur l'ensemble des incréments de croissance, et non plus seulement sur le dernier.

Cette modélisation se limite au tronc seulement, le feuillage n'étant pris en compte que pour son rôle sur les efforts liés à son poids. Il n'est pas représenté graphiquement. Pour l'étude mécanique du tronc, le modèle est basé sur la théorie des poutres comme le font la plupart des modèles permettant de simuler les mouvements tropiques (cf. partie 1.5.2). En effet, la théorie des poutres permet de bien approximer les états de contraintes et de déformations longitudinales qui sont des variables de premier ordre dans l'explication des mouvements tropiques [44]. Elle permet également de proposer un modèle simple avec un minimum de paramètres à garder en mémoire, ce qui est particulièrement important dans notre cas car la prise en compte de la maturation telle qu'elle est programmée ici est plutôt gourmande en mémoire.

L'étude mécanique de la croissance d'un arbre n'est pas un problème de mécanique classique, car la croissance induit des changements temporels de la géométrie des arbres et des efforts auxquels ils sont soumis. Par conséquent le problème est traité de manière incrémentale : à chaque pas de temps, géométrie et efforts pourront varier.

La croissance radiale de l'arbre est divisée en un nombre  $n$  de pas de temps d'indice  $i_t$  durant une durée de calcul  $T$ . Chaque pas de temps se traduit par un incrément de rayon d'indice  $i_{dr}$ . La croissance de ces incréments intervient donc durant un temps  $\Delta t_{dr} = \frac{T}{n}$ . Ainsi, à un pas de temps  $i_t$  donné, la partie de l'arbre développée au cours de la croissance radiale est constituée de  $i_t$  incréments de croissance numérotés de  $i_{dr} = 1$  à  $i_{dr} = i_t$  (figure 4.1). Il y a au centre de l'arbre une partie de bois préexistant issue de la croissance des années précédentes à partir de laquelle s'effectue la croissance radiale au début du calcul.

Les indices  $i_{dr}$  et  $i_t$  permettent de différencier l'aspect géométrique de l'aspect temporel, ce qui est nécessaire pour modéliser la maturation. En effet, les modèles actuels qui modélisent la maturation comme un phénomène instantané considèrent que seul le dernier incrément se mature et que ses caractéristiques restent fixes par la suite. Par conséquent, dans ces modèles il n'est pas nécessaire de garder en mémoire les caractéristiques de tous les incréments  $i_{dr}$  précédents et le pas de temps  $i_t$  est confondu avec l'indice du dernier incrément  $i_{dr}$  : une propriété  $P$  ne dépend que de  $i_{dr}$ . Pour un modèle prenant en compte les évolutions spatio-temporelles des propriétés, ce raisonnement n'est valable que pour les caractéristiques géométriques de chaque incrément  $i_{dr}$ , puisque la géométrie d'un incrément ne varie pas une

fois qu'il est créé, et donc ne dépend pas de l'indice  $i_t$ . En revanche, la maturation des cellules se traduit par l'évolution spatio-temporelle des propriétés mécaniques (comme nous l'avons vu dans la partie II). Un incrément  $i_{dr}$  créé au temps  $t(i_{dr})$  peut donc voir ses propriétés mécaniques évoluer en fonction du temps  $t(i_t)$ . Ainsi une propriété donnée  $P$  peut varier en fonction de ces deux indices :  $P(i_{dr}, i_t)$  (sous entendu  $P(t(i_{dr}), t(i_t))$ , la valeur au temps  $t(i_t)$  du paramètre  $P$  de l'incrément  $i_{dr}$  créé au temps  $t(i_{dr})$ ). C'est ce découplage entre les aspects spatiaux et temporels qui représente l'apport majeur de notre modèle en comparaison des modèles de simulation des réponses gravitropiques existants.

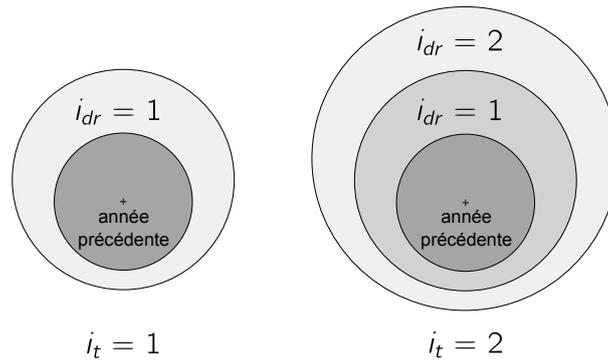


Figure 4.1: Schéma d'une section de tronc entre deux pas de croissance consécutifs. Plus le niveau de gris est foncé, plus l'incrément de croissance considéré est ancien.

## 4.1.2 Aspects géométriques

### 4.1.2.1 Croissance radiale excentrée

Durant la durée  $T$  de simulation un redressement gravitropique s'effectue grâce à la croissance radiale. Au début du calcul, le rayon noté  $r_0$  est celui de la poutre constituée de bois préexistant. Puis, durant le calcul, des incréments de croissance sont ajoutés de manière à ce que le rayon total de la poutre pour l'incrément  $i_{dr}$  soit  $r(i_{dr})$ . Les valeurs de ces rayons sont issues de mesures expérimentales (voir chapitre 5).

Pour modéliser l'excentrement observé lors de la création de bois de réaction, le cercle de rayon  $r(i_{dr})$  est excentré par rapport au centre géométrique du cylindre initial de rayon  $r_0$  (figure 4.2a). Cette modélisation de la croissance excentrée de l'arbre est celle qui est généralement utilisée dans la littérature [81, 83, 88]. Les incréments de rayons étant issus de données expérimentales, le rayon  $r(i_{dr})$  est supposé connu à chaque pas de temps, et l'excentrement est calculé à partir de l'équation :

$$k(i_{dr}) = (r(i_{dr}) - r_0) \text{coefk} \quad (4.1)$$

Le paramètre *coefk* varie entre 0 et 1 et permet de simuler d'un excentrement nul (lorsque *coefk* = 0, la croissance est symétrique), jusqu'à une croissance intervenant seulement sur la face supérieure (*coefk* = 1).

#### 4.1.2.2 Caractéristiques géométriques

Chaque incrément de croissance constitue un anneau qui est séparé en deux secteurs angulaires ayant chacun ses propriétés mécaniques propres afin de pouvoir modéliser les différences entre bois de réaction et bois normal (figure 4.2a). Par la suite, nous assimilerons souvent face supérieure et bois de tension car nous avons essentiellement étudié des arbres produisant du bois de tension durant leur phase gravitropique. Néanmoins, le modèle peut aussi simuler la production de bois de tension sur la face inférieure de l'axe (lors de la phase autotropique) ou être adapté au cas d'arbres produisant du bois de compression. Dans tous les cas, chaque incrément de croissance  $i_{dr}$  est divisé en deux portions sur la face supérieure et inférieure. Les variables associées à ces deux faces sont donc différentes et seront pourvues dans ce qui suit des suffixes  $_{sup}$  et  $_{inf}$  pour désigner respectivement la face supérieure et la face inférieure. Le suffixe  $_{face}$  est utilisé de manière générique pour désigner une variable associée à l'une de ces deux faces.

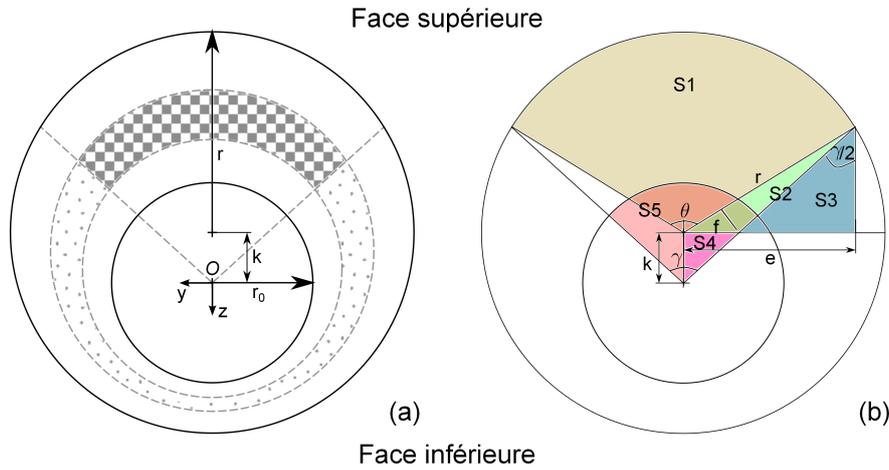


Figure 4.2: Schémas explicatifs des hypothèses géométriques utilisées pour la modélisation. (a) Schéma de la croissance excentrée d'un arbre entre l'étape initiale où le segment possède un rayon  $r_0$  et l'étape  $i_{dr} = 3$  où le rayon du segment est  $r$ . Les traits pointillés délimitent des incréments de croissance. Le secteur en damier représente un incrément de croissance de bois de réaction, tandis que le secteur en pois représente un incrément de bois opposé. (b) Schéma représentant le calcul de l'aire du secteur de bois de tension  $S_{sup}^{tot}(i_{dr})$  qui est égale à  $S1 + 2S2 - 2S3 - S5 + 2S4$ .

Sur la face supérieure, le secteur de bois de tension est défini par l'angle  $\gamma$  au centre du cercle initial de rayon  $r_0$  (figure 4.2b). La surface totale de bois de la face supérieure à la suite de la croissance du nouvel incrément  $i_{dr}$ , notée  $S_{sup}^{tot}(i_{dr})$ , est déduite par des considérations géométriques (voir figure 4.2b). L'aire totale de la face inférieure  $S_{inf}^{tot}(i_{dr})$  est ensuite calculée connaissant l'aire totale de la section.

Les aires des secteurs de bois de la face supérieure ou de bois de la face inférieure pour chaque incrément, notées  $S_{sup}(i_{dr})$  et  $S_{inf}(i_{dr})$ , sont déduites par soustraction par rapport à

l'incrément de croissance précédent :

$$S_{face}(i_{dr}) = S_{face}^{tot}(i_{dr}) - S_{face}^{tot}(i_{dr} - 1)$$

Tout comme pour la surface, les moments statiques  $A_{face}(i_{dr})$  et quadratiques  $I_{face}(i_{dr})$  de chaque incrément par rapport à l'axe ( $Oy$ ) sont calculés par superposition (le moment statique  $A$  d'une surface  $S$  par rapport à l'axe ( $Oy$ ) se calcule comme l'intégrale :  $A = \int_S z dS$ , et de même  $I = \int_S z^2 dS$  pour le moment quadratique). Chacune de ces caractéristiques géométriques est associée à une portion d'incrément d'une face donnée, et est calculée dans le repère ( $O; \vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ ) lié au centre du cercle de bois préexistant (figure 4.2a). Ainsi, l'origine du repère est fixe au sein du tronc tout au long de la croissance asymétrique.

### 4.1.2.3 Discrétisation longitudinale

Afin de prendre en compte l'évolution longitudinale du diamètre du tronc, ce dernier est assimilé à une poutre constituée de  $n_{seg}$  segments cylindriques dont le diamètre évolue en fonction de leur position longitudinale dans l'arbre (figure 4.3). L'ensemble des caractéristiques géométriques précédemment évoquées ( $k, r, S, A, I$ ) est donc calculé pour chaque segment  $i_{seg}$  en plus de chaque incrément  $i_{dr}$ . Cette discrétisation permet de prendre en compte une forme quelconque du tronc, mais induit un calcul approché. Une étude de l'impact de cette discrétisation sur les résultats est présentée au § 4.4.

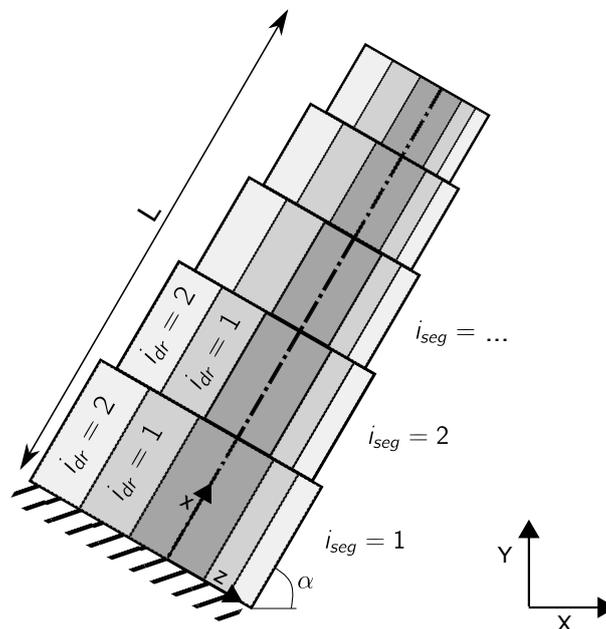


Figure 4.3: Schéma de la discrétisation spatiale dans la direction longitudinale du tronc en incréments radiaux de croissance  $i_{dr}$  et en segments  $i_{seg}$ .

Les diamètres de chaque segment peuvent être obtenus à partir d'une loi d'évolution moyenne des diamètres en fonction de la position dans l'arbre comme cela a été fait par Coutand

et al. [88], ou bien être directement issus de données expérimentales. C'est cette dernière option que nous avons mise en oeuvre (voir le détail de la prise en compte de ces diamètres expérimentaux dans le chapitre 5).

L'angle  $\alpha(i_{seg}, i_t)$  est également spécifique à chaque segment, ce qui permet de calculer une déformée et d'actualiser la géométrie à chaque pas de temps  $i_t$ . La connaissance de cette déformée est par ailleurs nécessaire aux calculs mécaniques prenant en compte les grands déplacements.

Notons enfin que la longueur totale du tronc ( $L$ ) ne varie pas, la croissance primaire n'étant pas prise en compte.

### 4.1.3 Calculs mécaniques

#### 4.1.3.1 Discrétisation

Le modèle est implémenté dans le cas le plus général où il existe de possibles variations des paramètres mécaniques selon la position longitudinale dans l'arbre. Par exemple la variation des déformations de maturation selon la position longitudinale permet de simuler des phénomènes de ralentissement du gravitropisme quand le sommet de l'arbre ne se courbe pas contrairement à la base. Il peut en être de même pour les propriétés mécaniques : module élastique  $E_0$ , mais également paramètres viscoélastiques que nous verrons dans le § 4.2. Pour prendre en compte ces variations dans la direction longitudinale, nous utilisons la discrétisation longitudinale mise en place pour les paramètres géométriques. Finalement, ce sont donc tous les paramètres, géométriques comme mécaniques, qui dépendent de l'indice  $i_{seg}$ .

Pour modéliser les variations spatio-temporelles dues à la maturation, les paramètres mécaniques dépendent donc de trois paramètres :  $i_{seg}$  pour les variations longitudinales,  $i_{dr}$  pour les variations radiales (avec en plus la différenciation entre les deux faces), et  $i_t$  pour l'aspect temporel. Les variations longitudinales des propriétés n'ont cependant pas de rapport avec la maturation issue de la croissance radiale. Pour plus de clarté, l'indice  $i_{seg}$  sera généralement omis dans les expressions mathématiques qui suivent afin de se focaliser sur les aspects spatio-temporels essentiels pour la prise en compte de la maturation. Il est cependant bien présent dans l'ensemble des calculs, ce qui par ailleurs explique le besoin en espace mémoire dû à des matrices en 3 dimensions. La dépendance des variables de calcul à cet indice  $i_{seg}$  est rappelée au § 4.3 dans le tableau 4.1 des entrées et sorties du modèle.

#### 4.1.3.2 Calcul des efforts internes dus au poids

L'enracinement de l'arbre est considéré comme un encastrement parfait (figure 4.3). La poutre représentant le tronc étant ainsi encastree à sa base, elle est soumise à son propre poids qui est réparti sur sa longueur. Ce poids est calculé à partir de la masse de l'arbre qui est décomposée en masse du tronc mais aussi du feuillage. La répartition des masses

est modélisée par une masse linéique  $m_l(x, t)$  qui peut évoluer au cours de la saison de croissance (notamment du fait du développement du feuillage). Ces masses sont mesurées expérimentalement au chapitre 5.

Pour un segment  $i_{seg}$  donné s'appliquent les efforts dus au poids des éléments supérieurs qui produisent un effort normal  $N^P(i_t)$ , un effort tranchant  $T^P(i_t)$ , et un moment de flexion  $M^P(i_t)$  par rapport à  $(Oy)$  (figure 4.4) . Ces efforts intérieurs sont fonction de la position longitudinale  $x$  dans l'arbre (donc de l'indice  $i_{seg}$ ) et du pas de temps  $i_t$ . En effet ils dépendent de la déformée au pas de temps considéré de la poutre car les grands déplacements sont pris en compte.

Le torseur des efforts intérieurs liés au poids dans le repère  $(O; \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  d'un segment donné s'écrit :

$$\{F^P(i_t)\} = \begin{Bmatrix} N^P(i_t) & 0 \\ 0 & M^P(i_t) \\ T^P(i_t) & 0 \end{Bmatrix}_{Oxyz}$$

Entre deux pas de croissance, ces efforts varient de :

$$\{\Delta F^P(i_t)\} = \{F^P(i_t)\} - \{F^P(i_t - 1)\} \quad (4.2)$$

Au pas de temps  $i_t = 1$ , l'arbre constitué du bois préexistant et du premier incrément de croissance subit l'ensemble des effets du poids  $\{F^P(i_t)\}$  (ce qui revient à poser  $\{F^P(0)\} = 0$ ).

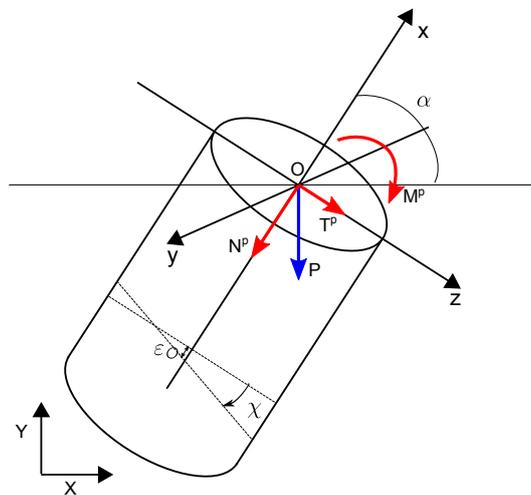


Figure 4.4: Schéma d'un élément de poutre  $i_{seg}$  incliné d'un angle  $\alpha$  par rapport au repère terrestre, avec les efforts intérieurs auquel il est soumis.

#### 4.1.3.3 Efforts dus à la maturation

Pour simuler la maturation, nous supposons qu'à chaque pas de temps  $i_t$ , chaque portion d'incrément de croissance  $i_{dr}$  est potentiellement capable de se déformer longitudinalement

d'une valeur  $\Delta\varepsilon_{face}^m(i_{dr}, i_t)$  différente selon la face de l'arbre considérée. Le cumul de ces déformations au cours du temps,  $\varepsilon_{face}^m(i_{dr})$ , représente la déformation de maturation totale de l'incrément spatial considéré au temps  $t(i_t)$ .

À l'échelle du pas de temps ces déformations de maturation sont considérées comme entièrement bloquées. Ainsi, elles produisent instantanément une contrainte longitudinale  $\Delta\sigma_{face}^m(i_{dr}, i_t)$  qui est connue grâce au module élastique longitudinal  $E_{0,face}(i_{dr}, i_t)$  :

$$\Delta\sigma_{face}^m(i_{dr}, i_t) = E_{0,face}(i_{dr}, i_t)\Delta\varepsilon_{face}^m(i_{dr}, i_t)$$

Les efforts produits sur la poutre par cette contrainte longitudinale se calculent par intégration sur chaque surface  $S_{face}(i_{dr})$  dans le repère  $(O; \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ . Étant donné la symétrie de ces contraintes par rapport au plan  $(Oxz)$ , les torseurs des efforts de maturation de chaque face de l'incrément  $i_{dr}$  se résument à un effort normal  $\Delta N^m$  selon  $(Ox)$  et un moment de flexion  $\Delta M^m$  par rapport à  $(Oy)$  :

$$\begin{cases} \Delta N_{face}^m(i_{dr}, i_t) = \int_{S_{face}(i_{dr})} \Delta\sigma_{face}^m(i_{dr}, i_t) dS \\ \Delta M_{face}^m(i_{dr}, i_t) = \int_{S_{face}(i_{dr})} \Delta\sigma_{face}^m(i_{dr}, i_t) z dS \end{cases}$$

Le module et la déformation de maturation étant homogènes au sein de chaque portion d'incrément, nous obtenons :

$$\begin{cases} \Delta N_{face}^m(i_{dr}, i_t) = E_{0,face}(i_{dr}, i_t)\Delta\varepsilon_{face}^m(i_{dr}, i_t)S_{face}(i_{dr}) \\ \Delta M_{face}^m(i_{dr}, i_t) = E_{0,face}(i_{dr}, i_t)\Delta\varepsilon_{face}^m(i_{dr}, i_t)A_{face}(i_{dr}) \end{cases} \quad (4.3)$$

Ces efforts de maturation se cumulent pour chaque incrément de chaque face, nous noterons  $\{\Delta F^m(i_t)\}$  le torseur global des efforts de maturation au pas de temps  $i_t$ .

#### 4.1.3.4 Relation efforts / déformations

Le torseur du total des efforts intérieurs s'appliquant à la poutre au pas de temps  $i_t$  peut s'écrire comme la somme des effets du poids et ceux de la maturation dans le repère  $(O; \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  :

$$\begin{aligned} \{\Delta F(i_t)\} &= \{\Delta F^p(i_t)\} + \{\Delta F^m(i_t)\} = \\ &\left( \begin{array}{cc} \Delta N_p(i_t) + \sum_{i_{dr}=1}^{i_t} \Delta N_{sup}^m(i_{dr}, i_t) + \Delta N_{inf}^m(i_{dr}, i_t) & 0 \\ 0 & \Delta M_p(i_t) + \sum_{i_{dr}=1}^{i_t} \Delta M_{sup}^m(i_{dr}, i_t) + \Delta M_{inf}^m(i_{dr}, i_t) \\ \Delta T_p(i_t) & 0 \end{array} \right)_{Oxyz} \end{aligned} \quad (4.4)$$

La poutre est donc sollicitée en flexion. Les effets du cisaillement seront négligés en accord avec l'hypothèse des petites déformations (pas de gauchissement des sections). Nous écrivons par conséquent le torseur des efforts intérieurs de manière simplifiée :

$$\{\Delta F(i_t)\} = \left\{ \begin{array}{c} \Delta N(i_t) \\ \Delta M(i_t) \end{array} \right\}_{O_{xyz}}$$

La déformation longitudinale d'une poutre en flexion autour de l'axe ( $Oy$ ) s'écrit  $\varepsilon(z) = \varepsilon_{Ox} + z\chi$  avec  $\varepsilon_{Ox}$  la déformation longitudinale au niveau de l'axe ( $Ox$ ) et  $\chi$  sa courbure (figure 4.4). Ces déformations interviennent à chaque pas de temps du fait des nouveaux efforts internes  $\{\Delta F(i_t)\}$ . C'est pourquoi l'incrément de déformation au pas de temps  $i_t$  est écrit comme suit :  $\Delta\varepsilon(z, i_t) = \Delta\varepsilon_{Ox}(i_t) + z\Delta\chi(i_t)$ . De la même manière l'incrément de contrainte du pas de temps  $i_t$  s'exprime comme  $\Delta\sigma(z, i_t) = E_0(z, i_t) (\Delta\varepsilon_{Ox}(i_t) + z\Delta\chi(i_t))$ . Ces contraintes sont liées aux efforts par les relations suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta N(i_t) = \int_{S_{tot}} E_0(z, i_t) (\Delta\varepsilon_{Ox}(i_t) + z\Delta\chi(i_t)) dS \\ \Delta M(i_t) = \int_{S_{tot}} z E_0(z, i_t) (\Delta\varepsilon_{Ox}(i_t) + z\Delta\chi(i_t)) dS \end{array} \right.$$

Le module dépend continûment de  $z$  à l'échelle de la poutre, mais est constant sur chaque incrément de chaque face, ce qui permet de décomposer l'équation précédente en une somme utilisant les moments statiques  $A_{face}(i_{dr})$  et les moments quadratiques  $I_{face}(i_{dr})$  par rapport à l'axe ( $Oy$ ) de chaque incrément :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta N(i_t) = \sum_{faces} \sum_{i_{dr}=1}^{i_t} E_{0,face}(i_{dr}, i_t) \int_{S_{face}(i_{dr})} (\Delta\varepsilon_{Ox}(i_t) + z\Delta\chi(i_t)) dS \\ \Delta M(i_t) = \sum_{faces} \sum_{i_{dr}=1}^{i_t} E_{0,face}(i_{dr}, i_t) \int_{S_{face}(i_{dr})} z (\Delta\varepsilon_{Ox}(i_t) + z\Delta\chi(i_t)) dS \end{array} \right.$$

soit

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta N(i_t) = \sum_{faces} \sum_{i_{dr}=1}^{i_t} E_{0,face}(i_{dr}, i_t) (\Delta\varepsilon_{Ox}(i_t) S_{face}(i_{dr}) + \Delta\chi(i_t) A_{face}(i_{dr})) \\ \Delta M(i_t) = \sum_{faces} \sum_{i_{dr}=1}^{i_t} E_{0,face}(i_{dr}, i_t) (\Delta\varepsilon_{Ox}(i_t) A_{face}(i_{dr}) + \Delta\chi(i_t) I_{face}(i_{dr})) \end{array} \right.$$

Ces efforts au pas de temps  $i_t$  peuvent s'écrire plus simplement sous forme matricielle :

$$\{\Delta F(i_t)\} = [K(i_t)] \{\Delta D(i_t)\} \quad (4.5)$$

avec la matrice de rigidité  $[K(i_t)] = \sum_{face} \sum_{i_{dr}=1}^{i_t} E_{0,face}(i_{dr}, i_t) \left[ \begin{array}{cc} S_{face}(i_{dr}) & A_{face}(i_{dr}) \\ A_{face}(i_{dr}) & I_{face}(i_{dr}) \end{array} \right]_{O_{xyz}}$  et le

vecteur d'incrément de déformation  $\{\Delta D(i_t)\} = \left\{ \begin{array}{c} \Delta\varepsilon_{Ox}(i_t) \\ \Delta\chi(i_t) \end{array} \right\}_{O_{xyz}}$ .

Finalement, cette relation permet de calculer les déformations  $\{\Delta D(i_t)\}$  de la poutre dues aux déformations de maturation  $\Delta \varepsilon_{\text{face}}^m(i_{dr}, i_t)$  du pas  $i_t$ . Le cumul de ces déformations permet de déduire les formes successives du tronc.

Le découplage entre incréments spatiaux et temporels permet de faire varier à volonté les caractéristiques mécaniques entre chaque pas de temps  $i_t$ . Les efforts intérieurs  $\{\Delta F(i_t)\}$  et la matrice de rigidité  $[K(i_t)]$  sont en effet calculés à chaque pas de temps selon les nouvelles caractéristiques mécaniques  $E_{0,\text{face}}(i_{dr}, i_t)$  et  $\Delta \varepsilon_{\text{face}}^m(i_{dr}, i_t)$  de chaque incrément de croissance  $i_{dr}$ . Pour modéliser la maturation, il ne reste plus qu'à connaître la loi d'évolution temporelle de ces caractéristiques. Elles sont définies au chapitre 5.

## 4.2 Modélisation viscoélastique prenant en compte la maturation

En se basant sur le modèle rhéologique de Burgers, le comportement viscoélastique est intégré au modèle biomécanique élastique présenté dans la section précédente. Les propriétés viscoélastiques sont traitées de manière identiques aux modules longitudinaux et déformations de maturation, c'est-à-dire qu'elles dépendent aussi des deux discrétisations spatiale et temporelle, ce qui permet de prendre en compte une éventuelle évolution temporelle de ces propriétés.

### 4.2.1 Formulation intégrale

Dans cette partie, l'approche viscoélastique utilisée dans le modèle biomécanique de Coutand *et al.* [88] est reprise. Une formulation incrémentale a été initialement proposée par Jurkiewicz *et al.* [98]. Elle est basée sur la théorie de la viscoélasticité linéaire, et consiste à calculer l'effet de la viscoélasticité étape par étape, ce qui permet son implémentation dans les codes de calcul.

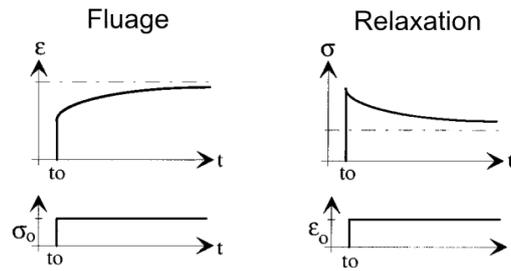
Soit une sollicitation mécanique constante (une contrainte  $\sigma_0$ , ou une déformation  $\varepsilon_0$ ) appliquée instantanément au temps  $t_0$ . Une telle sollicitation, représentée figure 4.5, s'exprime à l'aide de la fonction d'Heaviside  $H$  :

$$\begin{aligned}\sigma(t) &= \sigma_0 H(t - t_0) \\ \varepsilon(t) &= \varepsilon_0 H(t - t_0)\end{aligned}$$

Les réponses du matériau sont respectivement (figure 4.5) :

$$\begin{aligned}\varepsilon(t) &= \sigma_0 J(t, t_0) \\ \sigma(t) &= \varepsilon_0 R(t, t_0)\end{aligned}$$

avec  $J$  la fonction de fluage du matériau au temps  $t$  dépendante du temps d'application de la sollicitation  $t_0$  et  $R$  la fonction de relaxation du matériau au temps  $t$  dépendante du temps d'application de la sollicitation  $t_0$ .


 Figure 4.5: Fluage et relaxation d'un matériau soumis à une sollicitation au temps  $t_0$ .

Pour  $n$  sollicitations composées de contraintes  $\Delta\sigma_i$  ou de déformations  $\Delta\varepsilon_i$  intervenant à différents temps  $t_i$ , les réponses du matériau s'expriment d'après le principe de superposition de Boltzmann comme suit :

$$\begin{aligned}\varepsilon(t) &= \sum_{i=0}^n J(t, t_i) \Delta\sigma_i \\ \sigma(t) &= \sum_{i=0}^n R(t, t_i) \Delta\varepsilon_i\end{aligned}$$

Ces équations peuvent s'écrire sous forme intégrale :

$$\begin{aligned}\varepsilon(t) &= \int_{t_0}^t J(t, \tau) \dot{\sigma}(\tau) d\tau + \sum_{i=0}^k J(t, t_i) \Delta\sigma_i \\ \sigma(t) &= \int_{t_0}^t R(t, \tau) \dot{\varepsilon}(\tau) d\tau + \sum_{i=0}^k R(t, t_i) \Delta\varepsilon_i\end{aligned}\tag{4.6}$$

les termes  $\sum_{i=0}^k J(t, t_i) \Delta\sigma_i$  et  $\sum_{i=0}^k R(t, t_i) \Delta\varepsilon_i$  représentent les discontinuités des fonctions de fluage et de relaxation, ce qui ne concerne en général que le point d'origine en  $i = 0$ .

En intégrant par partie, on retrouve les équations intégrales de Volterra :

$$\forall t \geq t_0; \begin{cases} \varepsilon(t) = J(t, t) \sigma(t) - \int_{t_0}^t \frac{\partial J(t, \tau)}{\partial \tau} \sigma(\tau) d\tau \\ \sigma(t) = R(t, t) \varepsilon(t) - \int_{t_0}^t \frac{\partial R(t, \tau)}{\partial \tau} \varepsilon(\tau) d\tau \end{cases}$$

La fonction fluage est liée à la fonction relaxation par la relation :

$$J(t, t) R(t, t_0) - \int_{t_0}^t \frac{\partial J(t, \tau)}{\partial \tau} R(\tau, t_0) d\tau = 1$$

## 4.2.2 Formulation incrémentale en variables locales appliquée au modèle de Burgers

### 4.2.2.1 Fonction de relaxation du modèle de Burgers

La formulation incrémentale proposée par Jurkiewicz *et al.* [98] est appliquée au cas du modèle de Maxwell généralisé composé de  $r$  branches (figure 4.6a). Elle est énoncée dans

le cas général d'un matériau vieillissant, c'est-à-dire que les fonctions relaxation et fluage dépendent de la durée d'application  $t - t_0$ , mais aussi de l'âge du matériau au moment de son application  $t_0$ . La fonction de relaxation dans le cas d'un matériau vieillissant est alors de la forme :

$$R(t, t_0) = \sum_{j=0}^r E_j(t_0) e^{-\frac{t-t_0}{\tau_j(t_0)}} \quad (4.7)$$

avec  $E_j(t)$  et  $\tau_j(t) = \frac{\eta_j(t)}{E_j(t)}$  les constantes élastiques et visqueuses de la branche  $j$  du modèle de Maxwell généralisé, variant en fonction du temps dans le cas où le matériau vieillit. Dans les calculs suivants, le module est considéré comme indépendant du temps au cours du calcul viscoélastique (matériau non vieillissant) du fait du découplage réalisé dans le modèle entre les effets de la maturation et les effets viscoélastiques comme nous l'expliquons au § 4.3.

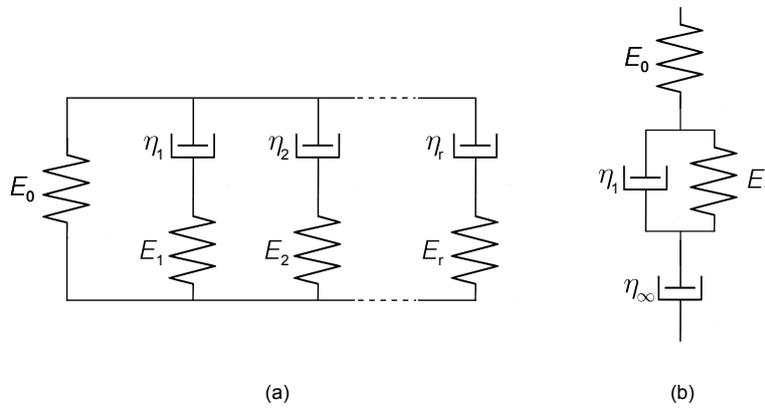


Figure 4.6: Représentation des modèles utilisés pour la formulation incrémentale. (a) Modèle de Maxwell généralisé, (b) modèle de Burgers.

La fonction de relaxation du modèle de Burgers se présente sous la forme suivante (qui est donnée par Betten [99], et qui peut être retrouvée par le calcul, cf. annexe A.1) :

$$R(t) = E_0 \left( a_1 e^{-\frac{t}{\Gamma_1}} + a_2 e^{-\frac{t}{\Gamma_2}} \right) \quad (4.8)$$

avec les constantes  $a_j$  et  $\Gamma_j$  définies comme suit à l'aide des paramètres du modèle de Burgers  $E_0, E_1, \eta_\infty, \eta_1, \tau_\infty = \frac{\eta_\infty}{E_0}, \tau_1 = \frac{\eta_1}{E_1}$  (cf. figure 4.6b) :

$$a_1 = \frac{\frac{1}{\tau_1} - \frac{1}{\Gamma_1}}{\frac{1}{\Gamma_2} - \frac{1}{\Gamma_1}} ; a_2 = -\frac{\frac{1}{\tau_1} - \frac{1}{\Gamma_2}}{\frac{1}{\Gamma_2} - \frac{1}{\Gamma_1}}$$

$$\frac{1}{\Gamma_1} = \frac{B + \sqrt{B^2 - 4C}}{2} ; \frac{1}{\Gamma_2} = \frac{B - \sqrt{B^2 - 4C}}{2}$$

avec  $B = \frac{E_0}{\eta_1} + \frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_\infty}$  et  $C = \frac{E_0 E_1}{\eta_\infty \eta_1}$ .

Remarquons qu'en passant à la limite quand  $\eta_\infty$  tend vers  $+\infty$  alors le modèle de Burgers devient un modèle de Poynting-Thomson avec la fonction de relaxation suivante :

$$R(t) = \frac{E_0}{E_0 + E_1} \left( E_1 + E_0 e^{-\frac{\eta_1 t}{E_0 + E_1}} \right)$$

#### 4.2.2.2 Formulation incrémentale

En prenant en compte le temps  $t_0$  de l'application de la sollicitation, l'équation 4.8 devient :

$$R(t, t_0) = E_0 \left( a_1 e^{-\frac{t-t_0}{\tau_1}} + a_2 e^{-\frac{t-t_0}{\tau_2}} \right)$$

ou bien, par analogie à la fonction de relaxation du modèle de Maxwell généralisé 4.7,

$$R(t, t_0) = E_0 \sum_{j=1}^2 a_j e^{-\frac{t-t_0}{\tau_j}} \quad (4.9)$$

La forme de cette équation de relaxation est donc similaire à celle d'un modèle de Maxwell généralisé (équation 4.7), seules les valeurs des constantes changent. Par conséquent nous pouvons appliquer exactement le même schéma de calcul incrémental que celui développé par Jurkiewicz *et al.* [98]. Pour cela, l'intervalle de temps  $[t_0, t]$  est divisé en un nombre fini d'incrément de taille  $\Delta t$ . Pour chacun de ces incréments, Jurkiewicz *et al.* [98] font l'hypothèse de la linéarité des équations, ce qui permet d'écrire la formulation incrémentale. Ainsi lors de l'application d'une sollicitation  $\varepsilon_0$  au temps  $t_0$ , l'équation 4.6 devient :

$$\sigma(t + \Delta t) = \int_{t_0}^{t+\Delta t} R(t + \Delta t, \tau) \dot{\varepsilon}(\tau) d\tau + R(t + \Delta t, t_0) \varepsilon_0 \quad (4.10)$$

D'après les équations 4.6 et 4.9 :

$$\sigma(t) = \int_{t_0}^t \sum_{j=1}^2 E_0 a_j e^{-\frac{t-\tau}{\tau_j}} \dot{\varepsilon}(\tau) d\tau + \sum_{j=1}^2 E_0 a_j e^{-\frac{t-t_0}{\tau_j}} \varepsilon_0$$

Posons, par analogie au cas du modèle de Maxwell généralisé :

$$\sigma(t) = \sigma_1(t) + \sigma_2(t)$$

avec, en posant  $j = 1$  ou  $2$ ,

$$\sigma_j(t) = \int_{t_0}^t E_0 a_j e^{-\frac{t-\tau}{\tau_j}} \dot{\varepsilon}(\tau) d\tau + E_0 a_j e^{-\frac{t-t_0}{\tau_j}} \varepsilon_0 \quad (4.11)$$

L'équation 4.10 permet d'écrire :

$$\sigma_j(t + \Delta t) = \int_{t_0}^{t+\Delta t} E_0 a_j e^{-\frac{t+\Delta t-\tau}{\tau_j}} \dot{\varepsilon}(\tau) d\tau + E_0 a_j e^{-\frac{t+\Delta t-t_0}{\tau_j}} \varepsilon_0$$

soit, en factorisant par  $e^{-\frac{\Delta t}{\tau_j}}$  :

$$\sigma_j(t + \Delta t) = \int_t^{t+\Delta t} E_0 a_j e^{-\frac{t+\Delta t-\tau}{\tau_j}} \dot{\varepsilon}(\tau) d\tau + e^{-\frac{\Delta t}{\tau_j}} \left( \int_{t_0}^t E_0 a_j e^{-\frac{t-\tau}{\tau_j}} \dot{\varepsilon}(\tau) d\tau + E_0 a_j e^{-\frac{t-t_0}{\tau_j}} \varepsilon_0 \right)$$

Le deuxième terme de cette équation correspond à l'expression de la contrainte  $\sigma_j(t)$  4.11, d'où :

$$\sigma_j(t + \Delta t) = \int_t^{t+\Delta t} E_0 a_j e^{-\frac{t+\Delta t-\tau}{\tau_j}} \dot{\varepsilon}(\tau) d\tau + \sigma_j(t) e^{-\frac{\Delta t}{\tau_j}}$$

en faisant l'hypothèse de linéarité de la fonction  $\dot{\varepsilon}(t)$  entre  $t$  et  $t + \Delta t$  (ce qui implique que  $\dot{\varepsilon}(t) = \frac{\varepsilon(t+\Delta t) - \varepsilon(t)}{\Delta t} = \frac{\Delta \varepsilon}{\Delta t}$ ), l'intégration de l'équation précédente donne :

$$\sigma_j(t + \Delta t) = \frac{\Delta \varepsilon}{\Delta t} E_0 a_j \tau_j \left( 1 - e^{-\frac{\Delta t}{\tau_j}} \right) + \sigma_j(t) e^{-\frac{\Delta t}{\tau_j}} \quad (4.12)$$

Finalement,

$$\sigma(t + \Delta t) = \sigma_1(t + \Delta t) + \sigma_2(t + \Delta t) = \sum_{j=1}^2 \frac{\Delta \varepsilon}{\Delta t} E_0 a_j \tau_j \left( 1 - e^{-\frac{\Delta t}{\tau_j}} \right) + \sigma_j(t) e^{-\frac{\Delta t}{\tau_j}}$$

qui peut s'écrire plus simplement en posant  $\Delta \sigma = \sigma(t + \Delta t) - \sigma(t)$  :

$$\Delta \sigma = E^* \Delta \varepsilon + \sigma^{hist}(t) \quad (4.13)$$

avec

$$E^* = \frac{E_0}{\Delta t} \sum_{j=1}^2 a_j \tau_j \left( 1 - e^{-\frac{\Delta t}{\tau_j}} \right) \quad (4.14)$$

$$\sigma^{hist}(t) = \sum_{j=1}^2 \sigma_j(t) \left( e^{-\frac{\Delta t}{\tau_j}} - 1 \right) \quad (4.15)$$

Notons que dans le cas du modèle de Maxwell généralisé composé de  $r$  branches, les résultats sont similaires car l'équation incrémentale obtenue est identique à l'équation 4.13, mais avec des constantes différentes :

$$E^* = E_0 + \frac{1}{\Delta t} \sum_{j=1}^r E_j \tau_j \left( 1 - e^{-\frac{\Delta t}{\tau_j}} \right)$$

$$\sigma^{hist}(t) = \sum_{j=1}^r \sigma_j(t) \left( e^{-\frac{\Delta t}{\tau_j}} - 1 \right)$$

$E^*$  est le module fictif qui dépend de  $\Delta t$  et des constantes du modèle viscoélastique, et  $\sigma^{hist}(t)$  est un terme qui représente la mémoire du matériau vis-à-vis des sollicitations passées sur la réponse au temps  $t$ . Il est calculé de manière incrémentale (voir détails dans le calcul en variables généralisées au § 4.3). L'équation 4.13 est la formulation incrémentale en variables locales qui servira à calculer les effets de la viscoélasticité dans le modèle proposé. Il reste à appliquer cette formulation au modèle, donc à la théorie des poutres (variables dites généralisées).

### 4.2.3 Formulation incrémentale en variables généralisées avec prise en compte de l'évolution spatio-temporelle des variables

La détermination de la formulation en variables généralisées est décrite par Jurkiewicz *et al.* [98]. Ici, les principaux résultats sont repris dans le cas d'une poutre en flexion autour de  $\vec{y}$  avec les notations de la partie 4.1. Il suffit en effet d'écrire que l'incrément de déformation longitudinale durant le temps  $\Delta t$  vaut :

$$\Delta \varepsilon = \begin{Bmatrix} 1 & z \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \varepsilon_{Ox} \\ \Delta \chi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 & z \end{Bmatrix} \{\Delta D\} \quad (4.16)$$

Par ailleurs, l'incrément d'effort interne  $\{\Delta F\}$  se calcule à partir des contraintes comme l'intégrale suivante :  $\{\Delta F\} = \int_S \begin{Bmatrix} 1 \\ z \end{Bmatrix} \Delta \sigma dS$ .

En utilisant ces deux expressions, l'équation 4.13 devient :

$$\begin{aligned} \{\Delta F\} &= \int_S \begin{Bmatrix} 1 \\ z \end{Bmatrix} \left( E^* \begin{Bmatrix} 1 & z \end{Bmatrix} \{\Delta D\} + \sigma^{hist}(t) \right) dS \\ \{\Delta F\} &= \int_S E^* \begin{bmatrix} 1 & z \\ z & z^2 \end{bmatrix} \{\Delta D\} dS + \int_S \begin{Bmatrix} 1 \\ z \end{Bmatrix} \sigma^{hist}(t) dS \end{aligned}$$

Cette dernière formule peut être calculée sur chaque portion d'incrément qui présente un module  $E_{face}^*(i_{dr}, i_t)$  constant lors de l'incrément de temps  $\Delta t$  ayant lieu au sein d'un pas de croissance  $i_t$ . La superposition de chaque incrément homogène représente la poutre totale hétérogène selon l'expression suivante (ce calcul est réalisé à la manière de ce qui a été fait dans le cas élastique cf. partie 4.1.3) :

$$\{\Delta F\} = \sum_{faces} \sum_{i_{dr}=1}^{i_t} E_{face}^*(i_{dr}, i_t) \begin{bmatrix} S_{face}(i_{dr}) & A_{face}(i_{dr}) \\ A_{face}(i_{dr}) & I_{face}(i_{dr}) \end{bmatrix} \{\Delta D\} + \begin{Bmatrix} N_{face}^{hist}(i_{dr}, t) \\ M_{face}^{hist}(i_{dr}, t) \end{Bmatrix} \quad (4.17)$$

Cette formule incrémentale en variables généralisées peut s'écrire de manière simplifiée :

$$\{\Delta F\} = [K^*] \{\Delta D\} + \{F^{hist}(t)\} \quad (4.18)$$

Dans cette équation, la matrice  $[K^*] = \sum_{faces} \sum_{i_{dr}=1}^{i_t} E_{face}^*(i_{dr}, i_t) \begin{bmatrix} S_{face}(i_{dr}) & A_{face}(i_{dr}) \\ A_{face}(i_{dr}) & I_{face}(i_{dr}) \end{bmatrix}_{Oxyz}$  est la matrice de rigidité fictive définie par les caractéristiques géométriques de chaque incrément et par le module fictif  $E_{face}^*(i_{dr}, i_t)$  qui est donné dans le cas du modèle de Burgers par la formule 4.14. Afin de prendre en compte, à l'instar de la modélisation élastique, d'éventuelles variations spatio-temporelles des paramètres viscoélastiques, ceux-ci dépendent des incréments  $i_{dr}$ ,  $i_t$  et

de la face de la poutre considérée de manière similaire au module élastique  $E_{0,face}(i_{dr}, i_t)$  (§ 4.1) : ils sont notés  $a_{j,face}(i_{dr}, i_t)$  et  $\Gamma_{j,face}(i_{dr}, i_t)$ . Finalement, le module fictif s'écrit donc :

$$E_{face}^*(i_{dr}, i_t) = \frac{E_{0,face}(i_{dr}, i_t)}{\Delta t} \sum_{j=1}^2 a_{j,face}(i_{dr}, i_t) \Gamma_{j,face}(i_{dr}, i_t) \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{\Gamma_{j,face}(i_{dr}, i_t)}}\right)$$

Les efforts d'histoire  $\{F^{hist}(t)\}$  de l'équation 4.18 sont calculés à partir de l'équation 4.15 qui s'exprime en variables généralisées :

$$\{F^{hist}(t)\} = \sum_{faces} \sum_{i_{dr}=1} \sum_{j=1}^2 \{F_{j,face}(i_{dr}, t)\} \left(e^{-\frac{\Delta t}{\Gamma_{j,face}(i_{dr}, i_t)}} - 1\right) \quad (4.19)$$

Les  $\{F_{j,face}\}$  sont déterminés de manière incrémentale à partir de l'équation 4.12 exprimée en variables généralisées :

$$\{F_{j,face}(i_{dr}, t + \Delta t)\} = \frac{\{\Delta D\}}{\Delta t} E_{0,face}(i_{dr}, i_t) a_{j,face}(i_{dr}, i_t) \Gamma_{j,face}(i_{dr}, i_t) \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{\Gamma_{j,face}(i_{dr}, i_t)}}\right) + \{F_{j,face}(i_{dr}, t)\} e^{-\frac{\Delta t}{\Gamma_{j,face}(i_{dr}, i_t)}} \quad (4.20)$$

Enfin, le terme  $\{\Delta F\}$  de l'équation 4.18 représente à la fois les efforts dus à la maturation des cellules et à la modification de la position de l'arbre durant le temps  $\Delta t$ . Il s'écrit de manière analogue au cas élastique (équation 4.4) :

$$\{\Delta F\} = \{\Delta F^p\} + \{\Delta F^m\} \quad (4.21)$$

#### 4.2.4 Utilisation de la formulation incrémentale en variables généralisées dans le modèle prenant en compte la maturation

Dans le modèle développé ici, les effets de la maturation interviennent seulement au début de chaque pas de croissance, ce afin de faciliter le calcul numérique. En effet, pour justifier l'hypothèse de linéarité des équations, il faut que la taille de l'incrément de temps viscoélastique  $\Delta t$  soit suffisamment petite vis-à-vis des constantes viscoélastiques considérées et du temps de la saison de croissance. L'utilisation d'un pas de temps  $\Delta t = \Delta t_{dr}$  demanderait par conséquent d'utiliser plusieurs centaines d'incrément de croissance pour que l'hypothèse soit respectée. Ceci n'est pas réalisable matériellement du fait du stockage en mémoire des matrices de paramètres spatio-temporels.

Pour cette raison, le calcul mécanique d'un pas de croissance est divisé en deux étapes :

1. Les effets de la maturation sont calculés au début de chaque pas de croissance  $i_t$  à l'aide des équations 4.18 et 4.21, qui s'écrit en reprenant les notations du § 4.1 :

$$\{\Delta F^m(i_t)\} + \{\Delta F^p(i_t)\} = [K^*] \{\Delta D(i_t)\} + \{F^{hist}(t(i_t))\} \quad (4.22)$$

Les effets du poids  $\{\Delta F^p(i_t)\}$  sont calculés selon l'équation 4.2 alors que les effets de la maturation sont calculés à l'aide de l'équation 4.3. La dépendance au pas de temps de croissance  $i_t$  est ici précisée pour signifier que ce calcul n'intervient qu'une fois dans un pas de temps donné.

2. Les effets de la viscoélasticité sont ensuite calculés sur la durée  $\Delta t_{dr}$  de l'incrément de croissance qui est subdivisé en  $n_{visco}$  incréments de temps de taille  $\Delta t = \frac{\Delta t_{dr}}{n_{visco}}$  (voir § 4.3). Le terme  $\{\Delta F^m\}$  du calcul viscoélastique étant nul, l'équation incrémentale en variables généralisées qui est utilisée pour les calculs internes au pas de temps  $i_t$  se résume à :

$$\{\Delta F^p\} = [K^*] \{\Delta D\} + \{F^{hist}(t)\} \quad (4.23)$$

où  $\{\Delta F^p\} = \{F^p(t + \Delta t)\} - \{F^p(t)\}$  représente la variation des efforts dus au poids en raison des déplacements du tronc lors du pas précédent et  $\{\Delta D\}$  les déformations durant le pas  $\Delta t$ . Ce calcul intervient donc  $n_{visco}$  fois au cours d'un pas de temps  $i_t$  donné.

Cette méthode de calcul permet de garder une discrétisation géométrique raisonnable en considérant que les incréments de déformations de maturation  $\Delta \varepsilon_{face}^m(i_{dr}, i_t)$  apparaissent entièrement au début de chaque incrément  $i_t$ .

Finalement, La discrétisation temporelle des déformations de maturation est plus grande que la discrétisation réalisée pour le calcul mécanique viscoélastique. L'inconvénient est qu'il existe par conséquent deux paramètres de calcul  $n$  et  $n_{visco}$  à ajuster pour limiter l'erreur du modèle. La sensibilité de l'erreur du modèle à ces paramètres de calcul est étudiée au § 4.4.

## 4.3 Implémentation dans le code de calcul

Le modèle biomécanique est implémenté sous MATLAB. Les étapes de calcul de l'algorithme sont synthétisées dans le diagramme 4.7. Il existe trois grandes phases, le coeur du programme étant situé dans la partie « calcul mécanique », qui est précédée de la définition des données d'entrée et d'une initialisation des paramètres.

### 4.3.1 Données d'entrée

Les paramètres d'entrée nécessaires au calcul sont listés dans le tableau 4.1a. Certains paramètres sont liés au calcul incrémental, pour définir par exemple le nombre de pas. Les paramètres caractérisant la géométrie ne varient pas au cours du temps pour un même incrément de croissance : c'est le cas par exemple du rayon  $r(i_{seg}, i_{dr})$  qui est défini avant les calculs mécaniques grâce aux données expérimentales.

Si les paramètres de calcul et ceux de nature géométrique ne dépendent que de l'incrément de croissance  $i_{dr}$  considéré, les paramètres mécaniques tels que les propriétés mécaniques ou

bien les déformations de maturation bloquées peuvent varier selon l'incrément de temps  $i_t$  pour un même incrément de croissance géométrique  $i_{dr}$ . C'est cela qui permet de prendre en compte la maturation et par conséquent ces paramètres-ci doivent être connus pour chaque incrément de croissance selon l'incrément de temps  $i_t$ . Ces lois d'évolution temporelles sont définies au chapitre 5.

### 4.3.2 Initialisation

Les données d'entrée étant connues, la phase d'initialisation consiste d'une part en la création des matrices de variables intermédiaires et des données de sortie (ceci est nécessaire d'un point de vue numérique), et d'autre part en un premier calcul mécanique sur le bois préexistant.

En effet, bien que ce modèle soit avant tout destiné à la modélisation du redressement gravitropique, il semble intéressant de connaître l'état de contrainte dans toute la section et de ne pas considérer le bois existant avant la période de croissance étudié comme inerte. Pour ce faire, il est nécessaire de réaliser un calcul de la croissance lors des premières années de l'arbre. Ce calcul est effectué de manière semblable au calcul du redressement gravitropique, mais avec cette fois une symétrie de révolution pour l'ensemble des paramètres d'entrée (donc pas de différenciation entre les deux faces du tronc et  $coefk = 0$ ). La croissance est considérée linéaire sur cette période de calcul préliminaire sans distinction entre les éventuels cernes différents.

Comme le modèle ne simule pas l'élongation des axes, le tronc est assimilé à une poutre de longueur  $L$  fixée dès le début de ce calcul d'initialisation. Il est également supposé initialement cylindrique sur toute cette longueur, avec un rayon  $r_{coeur}$ . Les effets de la croissance sont donc calculés entre ce rayon  $r_{coeur}$  et le rayon  $r_0(i_{seg})$  qui est égal au diamètre mesuré expérimentalement sur des arbres âgés de deux ans au début de leur troisième année de croissance (cf. chapitre 5).  $r_0(i_{seg})$  correspond donc à  $r(i_{seg}, i_{dr} = 0)$ . Le cylindre initial de rayon  $r_{coeur}$  permet aussi de simuler la présence dans la section du coeur de l'arbre (ou moelle), qui présente une rigidité nettement plus faible que le bois.

Lors de ce calcul mécanique initial, les effets du poids sont négligés ( $ml(i_{seg}, i_t) = 0$ ). Les contraintes internes sont donc uniquement dues aux contraintes de maturation. Cette hypothèse permet déjà une bonne évaluation des contraintes internes car selon Fournier *et al.* [43], les contraintes de support peuvent, en première approximation, être négligées par rapport aux contraintes de maturation. Le bois préexistant étant défini, le calcul mécanique du redressement gravitropique débute alors à la suite de cette croissance initiale.

| Entrées ne variant pas au cours du temps                                     |                      | Entrées nécessitant une loi d'évolution temporelle       |  |
|--|----------------------|--|--|
| Nom du paramètre   | Symbole              | Nom du paramètre   | Symbole                                      |
| Durée du calcul  | $T$                  | Masse linéique du tronc + feuillage                      | $ml(i_{seg}, i_t)$                           |
| Nombre de pas de temps de croissance   | $n$                  | Déformation de maturation (bloquée)                      | $\varepsilon_{face}^m(i_{seg}, i_{dr}, i_t)$ |
| Nombre de pas de temps dans un incrément $\Delta t_{dr}$                     | $n_{visco}$          | Module élastique   | $E_{0,face}(i_{seg}, i_{dr}, i_t)$           |
| Nombre de segments du tronc  | $n_{seg}$            | Rigidité du ressort $E_1$ du modèle de Burgers           | $E_{1,face}(i_{seg}, i_{dr}, i_t)$           |
| Longueur du tronc  | $L$                  | Temps caractéristique $\tau_1$ du modèle de Burgers      | $\tau_{1,face}(i_{seg}, i_{dr}, i_t)$        |
| Angle d'inclinaison initial  | $\alpha_0$           | Temps caractéristique $\tau_\infty$ du modèle de Burgers | $\tau_{\infty,face}(i_{seg}, i_{dr}, i_t)$   |
| Angle du secteur de bois de tension  | $\gamma(i_{seg})$    |  |  |
| Coefficient d'excentrement   | $coefk(i_{seg})$     |  |  |
| Rayon initial avant la période de croissance étudiée                         | $r_{coeur}(i_{seg})$ |  |  |
| Rayon de l'incrément de croissance $i_{dr}$ créé au pas temps $i_t = i_{dr}$ | $r(i_{seg}, i_{dr})$ |  |  |

(a)

| Sorties  |                                       |
|--|---------------------------------------|
| Nom du paramètre   | Symbole                               |
| Angle du segment $i_{seg}$ au pas de temps $i_t$   | $\alpha(i_{seg}, i_t)$                |
| Déformation longitudinale sur l'axe (Ox) du segment $i_{seg}$ au pas de temps $i_t$              | $\varepsilon_{Ox}(i_{seg}, i_t)$      |
| Courbure du segment $i_{seg}$ au pas de temps $i_t$  | $\chi(i_{seg}, i_t)$                  |
| Position dans le repère terrestre du segment $i_{seg}$ au pas de temps $i_t$ (déformée du tronc) | $(X(i_{seg}, i_t), Y(i_{seg}, i_t))$  |
| Contrainte longitudinale de l'incrément $i_{dr}$ du segment $i_{seg}$ au pas de temps $i_t$      | $\sigma_{face}(i_{seg}, i_{dr}, i_t)$ |

(b)

Table 4.1: Tableaux des paramètres d'entrée (a) et des sorties (b) du modèle.

### 4.3.3 Calcul mécanique

Le calcul mécanique est constitué de deux boucles imbriquées. Au sein de la boucle principale un incrément de croissance apparaît et les propriétés mécaniques sont actualisées par un premier calcul, puis les effets de la viscoélasticité sont calculés au sein d'une boucle pour laquelle le temps augmente de manière incrémentale jusqu'à la fin du pas de temps de la boucle principale (voir figure 4.7).

Lors d'un pas de calcul  $i_t$  les caractéristiques géométriques (surface, moments statiques et quadratiques) sont tout d'abord calculées pour le nouvel incrément  $i_{dr}$ . Les effets du poids, qui peuvent évoluer au cours du temps, sont aussi définis. Ensuite au cours d'une deuxième étape, les caractéristiques mécaniques du modèle de Burgers sont actualisées à ce pas de temps  $i_t$  pour l'ensemble des incréments  $i_{dr}$  en fonction de lois d'évolution temporelles définies pour chacun d'entre eux. Ceci permet de définir la matrice de rigidité fictive  $[K(i_t)^*]$ . De nouvelles déformations de maturation bloquées sont aussi allouées à chacun des incréments  $i_{dr}$ . Elles créent les contraintes de maturation qui sont traduites à l'échelle de l'arbre en efforts  $\{\Delta F^m(i_t)\}$  (équation 4.3). Finalement, un premier calcul des effets de la maturation est réalisé selon l'équation 4.22, ce qui permet d'obtenir les déformations du tronc :

$$\{\Delta D(i_t)\} = [K^*(i_t)]^{-1} \left( \{\Delta F^p(i_t)\} + \{\Delta F^m(i_t)\} - \{F^{hist}(t(i_t))\} \right)$$

Les contraintes en sont alors déduites pour toute la section (pour le calcul des contraintes, voir annexe A.2). Ensuite, les efforts d'histoire sont calculés selon l'équation 4.19, avant d'incrémenter le temps d'un pas  $\Delta t$ .

La boucle de calcul des effets de la viscoélasticité seule débute alors, avec dans un premier temps l'actualisation des efforts dus au poids qui ont en effet varié en raison de la nouvelle déformée du tronc provoquée par la maturation. Les efforts d'histoire étant connus du pas précédent, l'incrément de déformation  $\{\Delta D\}$  dû à la viscoélasticité du matériau est calculé selon l'équation 4.23 au temps  $t$  :

$$\{\Delta D\} = [K^*(i_t)]^{-1} \left( \{\Delta F^p\} - \{F^{hist}(t)\} \right)$$

Les efforts d'histoire sont calculés à la fin de la boucle pour être utilisés dans le pas de temps  $t + \Delta t$  (équation 4.19).

La boucle sur les pas de temps  $\Delta t$  s'arrête lorsque le temps  $t$  a atteint  $t(i_t + 1)$ . Le pas de croissance suivant débute alors et les opérations précédemment décrites sont répétées, et ainsi de suite jusqu'à la fin de la période de calcul  $T$ .

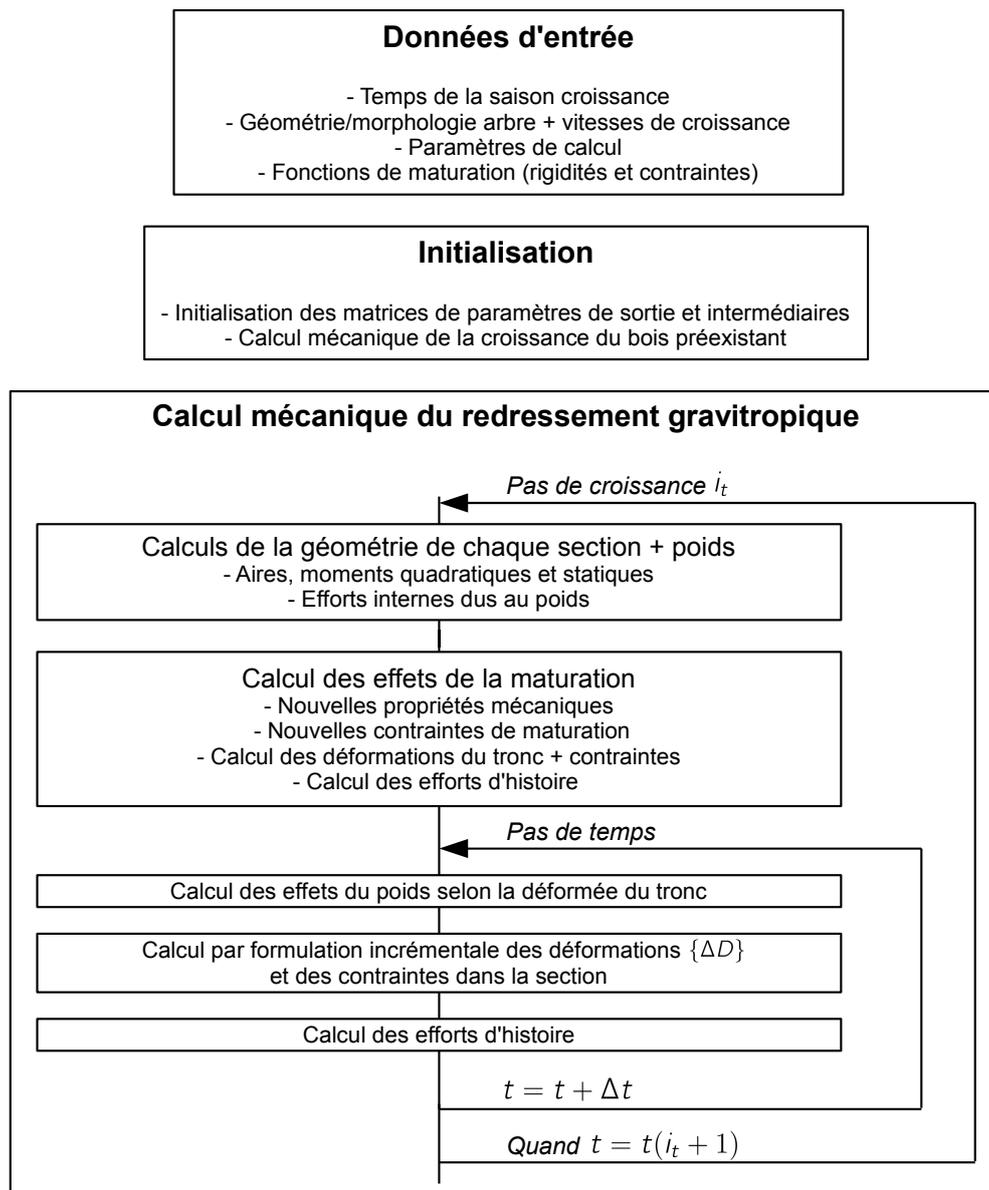


Figure 4.7: Diagramme présentant les étapes du calcul mécanique de la réaction gravitropique.

## 4.4 Validation du modèle et détermination des paramètres de calcul

Dans un premier temps, le programme est validé dans des cas simples où un calcul analytique est possible. Ces tests permettent aussi d'évaluer la précision des résultats selon les valeurs des paramètres de calcul utilisées.

### 4.4.1 Déflexion d'une poutre viscoélastique soumise à son propre poids

#### 4.4.1.1 Calcul théorique

Soit une poutre homogène de masse volumique  $\rho$  et de longueur  $L$  fixée. Elle est conique et donc son rayon varie en fonction de l'abscisse  $x$ . Ici il s'agit d'un calcul classique de théorie de poutres et il n'y a donc pas de croissance radiale, le rayon de la poutre est dénommé  $r_0(x)$  en référence au rayon initial utilisé dans le modèle lors de l'initialisation.

La poutre est encastree en une de ses extrémités qui est aussi prise comme origine du repère, l'axe  $(Ox)$  présentant un angle  $\alpha_0$  avec l'horizontale du repère terrestre (voir figure 4.4 pour une représentation de cette poutre inclinée). Cette poutre est soumise à son propre poids. L'effort infinitésimal auquel est soumise une portion de cette poutre de largeur  $dx$  vaut  $d\vec{P}(x) = -\rho g \pi r_0(x)^2 dx \vec{Y}$ , avec  $g$  l'accélération de la pesanteur. Il est alors possible de calculer le moment de flexion autour de  $\vec{y}$  auquel est soumise cette poutre par l'intégrale suivante :

$$M(x) = \int_x^L (u - x) dP(u) \cos(\alpha) du$$

Le moment de flexion peut ainsi être aisément calculé connaissant le rayon  $r_0(x)$ . C'est le cas pour une poutre cylindrique ( $r_0(x) = r_0(0)$ ), et également pour une poutre ayant la forme d'un cône de révolution ( $r_0(x) = \frac{r_0(L) - r_0(0)}{L}x + r_0(0)$  où  $r_0(0)$  représente le rayon à la base, et  $r_0(L)$  le rayon au sommet du cône (tronqué).

La poutre est constituée d'un matériau viscoélastique dont la loi de comportement est celle du modèle de Burgers tel que défini figure 4.6. Elle est instantanément soumise à son propre poids au temps  $t_0 = 0$ , par conséquent la fonction fluage se résume à  $J(t) = \frac{1}{E_0} + \frac{t}{\eta_\infty} + \frac{1}{E_1} (1 - e^{-t/\tau_1})$ . Finalement, la courbure  $\chi$  en fonction de la position dans la poutre et du temps s'obtient selon la formule :

$$\chi(x, t) = J(t) \frac{M(x)}{I(x)} \quad (4.24)$$

avec  $I(x) = \frac{\pi r_0(x)^4}{4}$  le moment quadratique à l'abscisse  $x$  de cette poutre.

Il est important de noter que dans cette expression le moment de flexion ne varie pas au cours du temps, ce qui est en toute rigueur inexact si de grands déplacements ont lieu lors du

fluage de la poutre. En fait, considérer que le moment ne varie pas au cours du temps revient dans le modèle à supprimer le terme  $\{\Delta F\}$  dans l'équation 4.23. En omettant volontairement ce terme dans le modèle, ce dernier calcule alors la courbure du tronc sous l'hypothèse des petits déplacements. Le modèle est alors directement comparable à l'expression analytique 4.24. Ceci permet de valider les résultats du modèle sous l'hypothèse des petits déplacements bien que ce dernier soit capable de prendre en compte les grands déplacements.

Les résultats du modèle pour une poutre homogène selon l'hypothèse des petits déplacements et sans croissance radiale sont comparés avec l'expression 4.24 en utilisant des paramètres d'entrée proches des valeurs mesurées expérimentalement (cf. tableau 4.2). Les paramètres de calcul  $n_{seg}$  et  $n_{visco}$  sont variables ce qui permet d'évaluer leur effet sur l'erreur réalisée par le modèle. Le nombre  $n$  d'incrément de croissance est nul. Les résultats sont présentés aux paragraphes 4.4.1.2 et 4.4.1.3.

| Paramètre d'entrée  | Nom de la variable | Valeur                 |
|---|--------------------|------------------------|
| Temps du calcul viscoélastique  | $T$                | 63 jours               |
| Longueur de la poutre   | $L$                | 3 m                    |
| Angle d'inclinaison initial de la poutre par rapport à l'horizontale  | $\alpha_0$         | 55°                    |
| Rayon de la poutre à $x = 0$  | $r_0(0)$           | 15 mm                  |
| Rayon de la poutre à $x = L$  | $r_0(L)$           | 3.5 mm                 |
| Masse volumique   | $\rho$             | 500 kg.m <sup>-3</sup> |
| Module élastique  | $E_0$              | 3 GPa                  |
| Module du ressort de la branche en parallèle du modèle de Burgers     | $E_1$              | 3,5 GPa                |
| Temps caractéristique de la branche en parallèle du modèle de Burgers | $\tau_1$           | 38 h                   |
| Temps caractéristique de l'amortisseur en série du modèle de Burgers  | $\tau_\infty$      | 200 jours              |

Table 4.2: Jeu de paramètres utilisé pour la validation du modèle biomécanique.

#### 4.4.1.2 Validation du modèle dans le cas élastique en fonction de $n_{seg}$

Lors d'un calcul élastique sous l'hypothèse des petits déplacements pour une poutre cylindrique, le modèle donne la solution exacte de la courbure quel que soit le nombre  $n_{seg}$  de segments la composant. En effet, bien que le calcul du moment de flexion soit découpé en plusieurs tronçons, il est calculé de manière exacte sur chacun de ces tronçons. Dans le cas d'une poutre cylindrique, il n'y a donc aucune erreur introduite dans le calcul par rapport à l'expression issue des calculs de la théorie des poutres.

Dans le cas d'une poutre conique, une erreur intervient car chaque segment qui compose le tronc est cylindrique. L'erreur relative entre la courbure théorique et celle obtenue par le

modèle à la base de l'arbre est présentée figure 4.8a en fonction du nombre de segment  $n_{seg}$ . L'erreur relative diminue d'autant plus que le nombre de segments composant le tronc est important. Un nombre de 500 segments permet, pour nos paramètres, d'obtenir une excellente approximation de la courbure théorique, avec une erreur relative inférieure à 0,3 %. Ceci est illustré par la figure 4.8b représentant la courbure en fonction de la position axiale dans la poutre pour différents nombre de segments. Cette dernière figure montre également que la discrétisation d'une poutre conique en éléments cylindriques a tendance à surestimer la courbure.

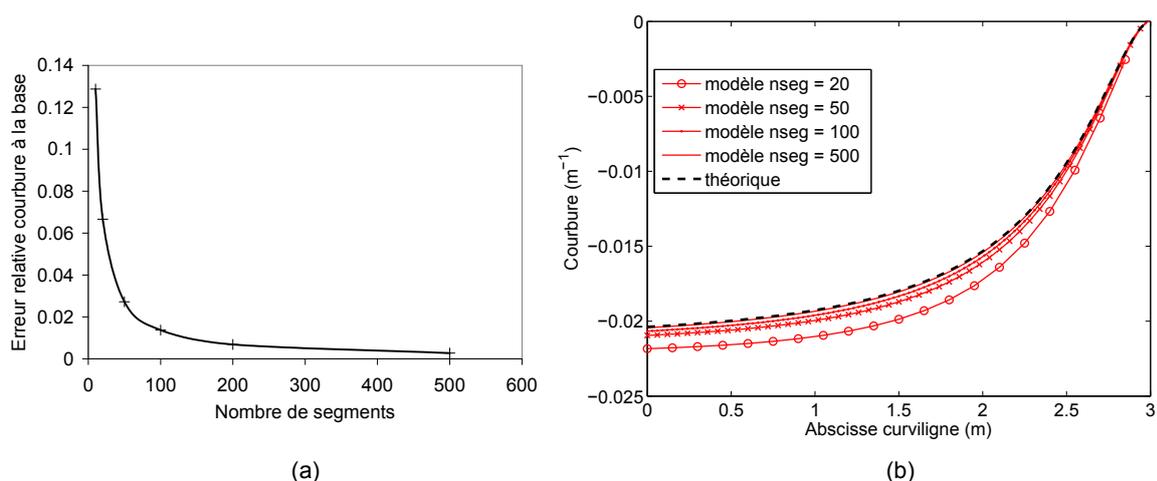


Figure 4.8: Effets de la discrétisation en éléments cylindriques d'une poutre conique sur la courbure d'une poutre en flexion sous son propre poids. (a) Erreur relative de la courbure modélisée par rapport à la courbure calculée analytiquement en  $x = 0$  en fonction du nombre de segments utilisé. (b) Évolutions de la courbure en fonction de la position  $x$  dans la poutre pour différents nombres de segments comparées à l'expression analytique de la courbure.

Si un nombre de 500 segments voire davantage ne pose aucun problème lors d'un unique calcul élastique, il n'en est pas de même lors de l'utilisation du modèle dans le cadre de calculs mettant en jeu la croissance, car il augmente considérablement la taille des matrices à stocker en mémoire. Or MATLAB limite la taille maximum de mémoire allouée aux calculs en fonction du système d'exploitation utilisé (limite de 2 GB pour un système d'exploitation 32 bits). Afin de pouvoir réaliser ces calculs à l'aide d'une machine 32 bits, le nombre de segments est limité à  $n_{seg} = 100$ , soit une longueur de 3 cm étant donné la longueur totale de la poutre de 3 m. Cette limite reste peu contraignante car l'erreur relative sur le calcul de la courbure est alors inférieure à 1,5 %.

#### 4.4.1.3 Validation du modèle dans le cas viscoélastique en fonction de $n_{visco}$

D'après les résultats précédents, le calcul élastique du modèle sur une poutre cylindrique en petits déplacements est exact. Pour étudier les effets de la discrétisation temporelle de la formulation incrémentale pour un calcul viscoélastique, nous proposons d'utiliser une poutre cylindrique de rayon  $R = 20$  mm.

Le calcul viscoélastique étant incrémental, il ne requiert pas davantage d'espace mémoire qu'un calcul classique. En revanche, plus la taille de l'incrément de temps sera petite, plus le temps de calcul sera long. Les temps de calculs restent cependant très raisonnables (de l'ordre de quelques minutes pour les calculs les plus longs). Pour un temps de calcul  $T$  donné, plus on augmente le nombre de pas de temps, plus le calcul viscoélastique sera précis. En fait, il apparaît une relation de proportionnalité entre la taille de l'incrément viscoélastique et l'erreur relative sur la courbure (première courbe figure 4.9a). L'erreur relative est inférieure à 0,2 % pour le calcul comportant le plus grand nombre de pas de temps testé (15 000), ce qui permet une très bonne approximation de la courbure tout au long de la saison de croissance (figure 4.9b). Rien n'empêche d'augmenter ce nombre de pas de temps, cependant cela ne produit qu'un faible effet sur l'erreur relative, comme l'illustre la deuxième courbe figure 4.9a, alors que cela rallonge considérablement le temps de calcul. D'après cette même courbe, nous choisissons pour nos calculs futurs un nombre d'environ 10 000 pas de temps, situé dans une zone où l'erreur relative n'évolue que très faiblement avec le nombre de pas de temps. La durée de l'incrément de temps correspondant est de 0,0063 jours (soit 9 minutes) et l'erreur relative est alors d'environ 0,17 %.

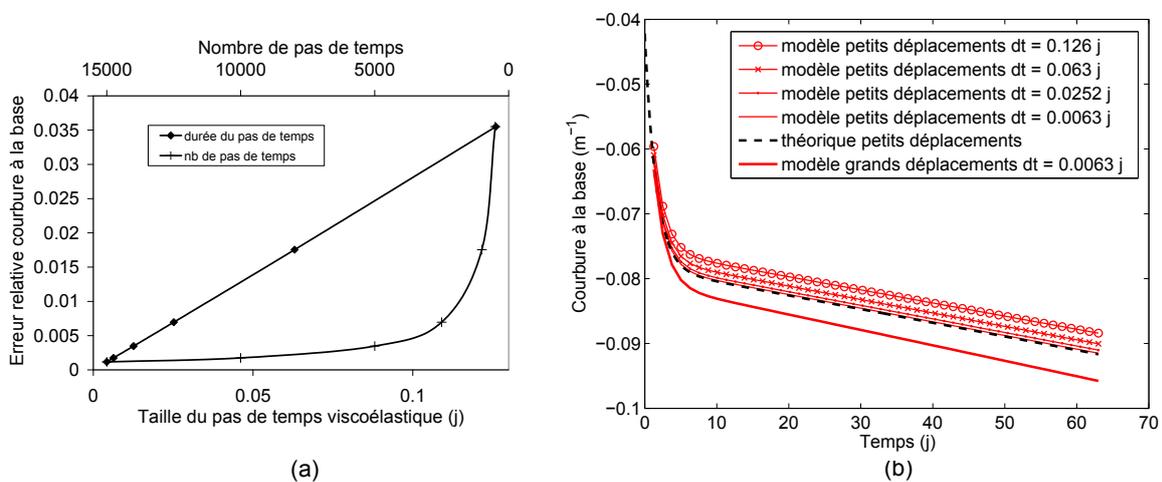


Figure 4.9: Résultats des calculs viscoélastiques du fluage d'une poutre cylindrique soumise à son propre poids. (a) Erreur relative de la courbure modélisée par rapport à la courbure calculée analytiquement en fonction du nombre de pas de temps et leur taille. (b) Évolution de la courbure à la base de l'arbre en fonction du temps pour différentes tailles d'incrément temporel et comparaison avec la courbure théorique en petits déplacements et la courbure calculée par le modèle en grands déplacements.

La flèche en bout de poutre au bout de 63 jours lors de ce calcul viscoélastique en petits déplacements est de 21,0 cm. Dans le cas d'un calcul dans le cadre des grands déplacements, les résultats du modèle montrent une différence très sensible de l'évolution temporelle de la courbure avec celle calculée dans le cadre des petits déplacements (figure 4.9b), la flèche obtenue est alors de 22,1 cm. La prise en compte des grands déplacements dans le modèle provoque donc une flèche plus importante du tronc ce qui est cohérent avec l'augmentation du moment de flexion dû au fléchissement de la poutre inclinée. Le calcul en grands déplacements du modèle est donc cohérent avec la physique du phénomène. Il sera d'autant plus nécessaire lors des calculs de redressement de l'arbre où l'orientation du tronc et donc la répartition du moment fléchissant varie de manière importante avec le temps.

#### 4.4.2 Calcul du profil de contraintes internes

Kubler [77] propose un calcul analytique de la distribution des contraintes dues à la croissance d'un tronc supposé parfaitement cylindrique. Le bois est considéré pour ces calculs comme un matériau homogène, élastique et isotrope transverse. Les contraintes dépendent de la position radiale dans l'arbre  $r$ , du diamètre final de l'arbre  $R$ , et des déformations de maturation longitudinales et transverses  $\varepsilon_L^m$  et  $\varepsilon_T^m$  selon les équations 1.5 (cf. chapitre 1) :

$$\begin{aligned}\sigma_L(r) &= \hat{\sigma}_L \left(1 + 2 \ln\left(\frac{r}{R}\right)\right) \\ \sigma_R(r) &= \hat{\sigma}_T \ln\left(\frac{r}{R}\right) \\ \sigma_T(r) &= \hat{\sigma}_T \left(1 + \ln\left(\frac{r}{R}\right)\right)\end{aligned}$$

avec  $\hat{\sigma}_L = \varepsilon_L^m E_L + \nu_{LT} \hat{\sigma}_T$  et  $\hat{\sigma}_T = E_T \frac{\nu_{LT} \varepsilon_L^m + \varepsilon_T^m}{1 - \nu_{LT} \nu_{TL}}$ . Ces résultats sont obtenus sous l'hypothèse que les efforts produits par les déformations de maturations bloquées ne s'appliquent que sur le dernier incrément de rayon (qui est infinitésimal pour ce calcul analytique). Les effets du poids sont négligés.

Dans le modèle biomécanique développé ici, les déformations de maturation ne produisent qu'une contrainte de traction longitudinale. Par conséquent le tenseur des contraintes au sein du tronc ne comporte qu'une seule composante longitudinale  $\sigma_L$ . Pour comparer ces équations avec celles de Kubler il est nécessaire d'annuler au sein de ces équations les composantes radiale et tangentielle des contraintes, soit  $\hat{\sigma}_T = 0$ . Cela équivaut bien au fait qu'il n'y a pas d'effet des déformations de maturation transversales sur les contraintes longitudinales comme dans notre modèle. Alors, la distribution radiale des contraintes longitudinales s'exprime comme :

$$\sigma_L(r) = \varepsilon_L^m E \left(1 + 2 \ln\left(\frac{r}{R}\right)\right)$$

Grâce à cette expression, il est possible de valider les contraintes calculées par le modèle sous les mêmes hypothèses. Pour cela, les paramètres d'entrée sont définis de manière à ce que la maturation soit entièrement contenue dans le dernier incrément de croissance, avec pour valeur de déformation  $\varepsilon_L^m = -0,001$ . La poutre, homogène et de module  $E = 3$  GPa croît d'un

rayon  $r_{\text{coeur}} = 1.10^{-6}$  m jusqu'à un rayon final  $R = 0,015$  m. La croissance dans le modèle est divisée en  $n$  pas de croissance variables.

La figure 4.10 montre le très bon accord entre les contraintes calculées par le modèle et la formule analytique de Kubler. Sur ces contraintes, l'erreur relative est au maximum de 10 % lorsque  $n = 25$ , et 2,4 % lorsque  $n = 100$ . Ce paramètre de nombre de pas de croissance sera toujours pris le plus grand possible vis-à-vis de l'espace mémoire disponible, soit  $n = 100$ . Ceci correspond, dans le cadre des calculs présentés dans le chapitre 6 qui sont réalisés sur une période de 70 jours, à un pas de temps de 0,7 jours.

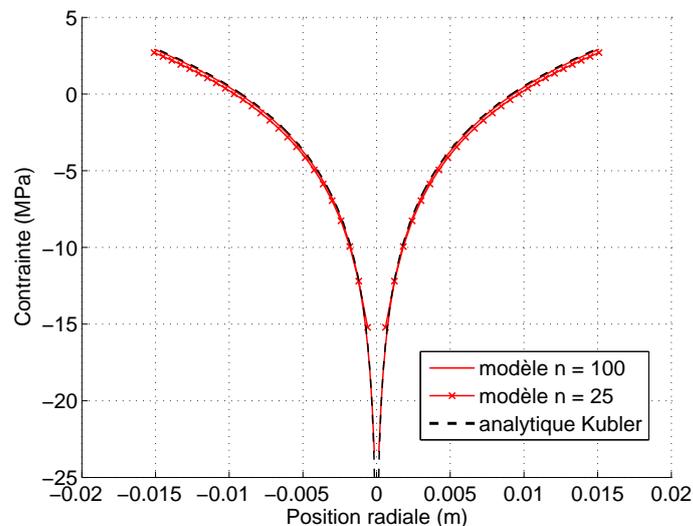


Figure 4.10: Distribution des contraintes longitudinales au sein d'un cylindre en croissance soumis à des déformations de maturation apparaissant instantanément. Comparaison des résultats du modèle dont la croissance est discrétisée avec la formule analytique de Kubler [77].

## Conclusion

Le fonctionnement d'un nouveau modèle biomécanique permettant de prendre en compte les phénomènes de maturation est développé dans ce chapitre. Ce modèle est basé sur la théorie des poutres et la croissance incrémentale au même titre que certains modèles préexistants, cependant dans notre cas l'aspect temporel est dissocié de l'aspect spatial de manière à ce que tous les incréments de croissance existants puissent jouer un rôle dans les contraintes de maturation et voir leurs propriétés mécaniques évoluer temporellement. C'est ce découplage entre les aspects spatiaux et temporels qui représente l'apport majeur de ce modèle en comparaison des modèles de croissance existants. La viscoélasticité du matériau est également prise en compte sur le modèle de travaux précédents [88, 100]. Chaque paramètre de chaque

incrément peut varier à volonté en fonction du temps, c'est pourquoi il reste à connaître les lois d'évolutions temporelles de ces caractéristiques, ce que nous verrons au chapitre suivant.

Le modèle, implémenté sous MATLAB, est validé dans les cas où un calcul analytique est possible : poutre conique en flexion sous son propre poids, poutre en fluage sous l'hypothèse des petits déplacements, cylindre soumis à des déformations de maturation lors de sa croissance symétrique. Ceci permet de déterminer les paramètres de calcul optimaux pour avoir l'erreur la plus faible possible lors de l'utilisation de paramètres géométriques et matériau proches de ceux mesurés expérimentalement, tout en respectant l'espace mémoire alloué sur une machine classique. Une erreur inférieure à 2 % est obtenue avec un nombre de 100 segments, 100 pas de croissance et un incrément de temps pour le calcul viscoélastique de 9 minutes. Cette erreur de calcul reste raisonnable car, comme nous allons le voir dans la suite, elle n'est pas prépondérante vis-à-vis de l'effet de la variabilité des propriétés géométriques et mécaniques d'un arbre à l'autre.

## Chapitre 5

# Exploitation des données expérimentales pour la modélisation biomécanique

Le modèle biomécanique défini au chapitre 4 fonctionne à l'aide de données d'entrée concernant les propriétés géométriques du tronc, la répartition du chargement dû au poids, et l'évolution temporelle des propriétés mécaniques (voir tableau 4.1). Dans l'objectif d'une comparaison du modèle avec les résultats expérimentaux, ces données d'entrée doivent être déterminées par l'expérience. Dans le modèle, la croissance est divisée en un grand nombre de pas (pour des raisons numériques), alors que les données expérimentales présentent une discrétisation spatiale et temporelle bien plus faible. Par conséquent, il est nécessaire d'interpoler les données expérimentales pour obtenir les propriétés  $P(i_{seg}, i_{dr}, i_t)$  dépendant de la position longitudinale dans l'arbre (segment  $i_{seg}$ ), de l'incrément de croissance  $i_{dr}$ , et de l'incrément de temps  $i_t$ .

Dans la partie II, une étude des évolutions spatio-temporelles des propriétés du bois vert a été menée. Les résultats obtenus serviront de données d'entrée au modèle, cependant il convient de les traiter pour qu'ils soient plus facilement utilisables dans le modèle. En revanche, les propriétés géométriques et de chargement sont des variables qu'il reste à définir. Pour répondre à ce besoin, un protocole permettant le suivi au cours de la saison de croissance de ces paramètres propres à chaque individu a été mis au point.

Dans la première partie de ce chapitre les données géométriques des arbres étudiés seront définies, puis dans la seconde partie les lois d'évolution des propriétés mécaniques utilisées dans le modèle seront décrites.

## 5.1 Étude expérimentale de l'évolution temporelle des paramètres géométriques et massiques

Afin de connaître précisément l'évolution des caractéristiques géométriques et de la masse de l'arbre au cours du redressement, une étude expérimentale spécifique a été développée. Elle permet de déterminer l'évolution temporelle des paramètres d'entrée du modèle ( $r$ ,  $coefk$ ,  $\gamma$ ,  $ml$ ), mais également celle de certaines variables de sortie (courbure, forme), ces dernières permettant une comparaison des résultats du modèle avec les résultats expérimentaux.

### 5.1.1 Matériel et méthodes

Le protocole expérimental consiste à suivre la réaction gravitropique de 5 jeunes peupliers d'un quatrième lot d'arbres (lot D), lors de leur troisième année de croissance. Ces 5 peupliers ont été sélectionnés pour leur tronc très rectiligne de manière à ce que d'éventuelles courbures existant avant l'inclinaison n'ajoutent pas de difficultés supplémentaires à la modélisation.

Les conditions expérimentales sont identiques à celles des expérimentations réalisées pour les mesures de propriétés mécaniques (cf. § 2.1). L'inclinaison a été réalisée le 30 mai 2011. Des relevés de la forme des arbres et de leurs diamètres ont été réalisés tous les deux ou trois jours pendant 70 jours (jusqu'au 1<sup>er</sup> août 2011), puis une dernière mesure a été réalisée en toute fin de saison, le 29 septembre 2011, 122 jours après inclinaison. Contrairement aux autres lots, les individus du lot D sont tous abattus en même temps, en fin de saison, alors que la croissance est terminée. Des mesures destructives sont alors réalisées comme par exemple la détermination géométrique des secteurs de bois de tension dans la section ou bien la pesée du feuillage.

#### 5.1.1.1 Digitalisation des arbres

La forme de chaque arbre est mesurée à l'aide d'un appareil permettant le suivi de points en trois dimensions (digitaliseur Polhemus [101]). Il permet à l'aide d'un pointeur de repérer la position de points dans l'espace par rapport au repère de l'appareil. Des marques de peinture sont déposées sur le tronc de la base jusqu'au sommet de l'arbre à intervalles réguliers (environ 3 cm). Ces mêmes points sont digitalisés régulièrement au cours du redressement gravitropique, ce qui permet à chaque digitalisation de toujours mesurer la position du même point de l'arbre et donc par la suite de calculer une courbure locale à la même abscisse curviligne.

Les arbres sont digitalisés une première fois alors qu'ils sont verticaux. Cela permet d'obtenir en premier lieu les éventuels défauts de courbure des arbres alors qu'ils ne sont pas en flexion. Ensuite, les peupliers sont inclinés et digitalisés tous les deux ou trois jours le premier mois de croissance, puis à des intervalles de temps plus espacés (environ 1 semaine) pour le deuxième mois de croissance étudié. Ainsi, l'évolution de la forme de l'arbre est relevée de manière précise au cours du temps tout au long des différentes phases de la réaction gravitropique.

Les mesures sont réalisées généralement le matin par vent faible, car ces peupliers hauts de 3 m sont très sensibles aux effets du vent. De manière à en limiter encore les effets, les troncs sont maintenus ponctuellement dans leur position d'équilibre au moment de la digitalisation à l'aide d'un pied fixé au sol, à une hauteur d'environ 1,70 m. Malgré cela, étant donné la difficulté à utiliser correctement le pointeur sans perturber la forme du tronc dans la partie supérieure de l'arbre qui est très flexible, les mesures réalisées au-delà de 2,2 m se révèlent nettement moins précises que celles situées en dessous, dans une zone où le tronc, plus rigide, est moins sujet à des mouvements intempestifs.

### 5.1.1.2 Calcul de la courbure

#### Calcul de courbure après lissage de la forme de l'arbre par une spline

À partir de la discrétisation de la forme de l'arbre à des instants différents, il est possible de calculer la courbure du tronc en fonction de l'abscisse curviligne dans l'arbre. Cette opération simple en apparence pose en réalité un certain nombre de problèmes. En effet, un calcul de la courbure opéré directement par différences finies sur les points mesurés n'est pas pertinent car il fait apparaître des variations de courbure qui sont du même ordre de grandeur que la courbure elle-même. Il est donc nécessaire dans un premier temps de lisser ces données. Pour cela, des B-splines cubiques lissantes sont utilisées. Elles approximent les points expérimentaux selon une valeur de tolérance donnée (fonction « spaps » de la toolbox spline de MATLAB). Cette procédure est décrite plus en détail dans Coutand *et al.* [28]. La forme de l'arbre peut être représentée dans le plan ( $Oxy$ ) où l'arbre s'incline par une fonction continue  $Y = f(X)$  où  $X$  représente l'abscisse de l'axe horizontal et  $Y$  représente l'ordonnée de l'axe vertical (voir par la suite les formes relevées figure 5.2 page 158). La courbure  $\chi$  se calcule alors grâce à  $f(X)$  par l'équation :

$$\chi(X) = \frac{f''(X)}{(1 + f'(X)^2)^{3/2}} \quad (5.1)$$

Cette méthode est celle qui fournit les meilleurs résultats en termes d'exactitude de la forme de l'arbre et de sens physique de la courbure obtenue, contrairement, par exemple, à un lissage polynomial qui ne rend pas bien compte de la forme de l'arbre si son ordre est faible, ou bien génère des courbures irréalistes si son ordre est trop élevé. La fonction MATLAB utilisée détermine automatiquement le nombre de splines nécessaire. En raison des problèmes de mesures au-delà de 2,2 m d'abscisse curviligne qui ont été précédemment évoqués, le lissage par splines est limité en-deçà de cette hauteur.

#### Validation des calculs de courbure par l'étude de l'angle du tronc à 2 m

Un moyen de vérifier quantitativement que les courbures calculées sont réalistes est de calculer à partir de la courbure l'angle que forme le tronc avec l'horizontale, et de le comparer à un angle mesuré à partir de données expérimentales à une abscisse curviligne donnée. Cette

méthode est ici appliquée à une abscisse curviligne  $x$  de 2 m. À partir de la courbure calculée selon l'équation 5.1 à un temps  $t$  donné depuis l'inclinaison, l'angle  $\alpha$  à 2 m d'abscisse curviligne est obtenu par l'intégrale :

$$\alpha(x = 2, t) = \alpha_0 + \int_0^2 \chi(x, t) dx$$

avec  $\alpha_0$  l'angle d'inclinaison initial du tronc.

La mesure expérimentale de l'angle relevé à 2 m est estimé à partir des quatre derniers points de digitalisation situés en dessous de 2 m sur lesquels une approximation linéaire est réalisée. L'arc tangente de la pente de cette tangente à la forme de l'arbre donne un angle qui est considéré comme la mesure expérimentale de l'angle du tronc à 2 m. Les résultats de l'évolution au cours de la saison de l'angle à 2 m selon ces deux modes de calcul sont présentés figure 5.1.

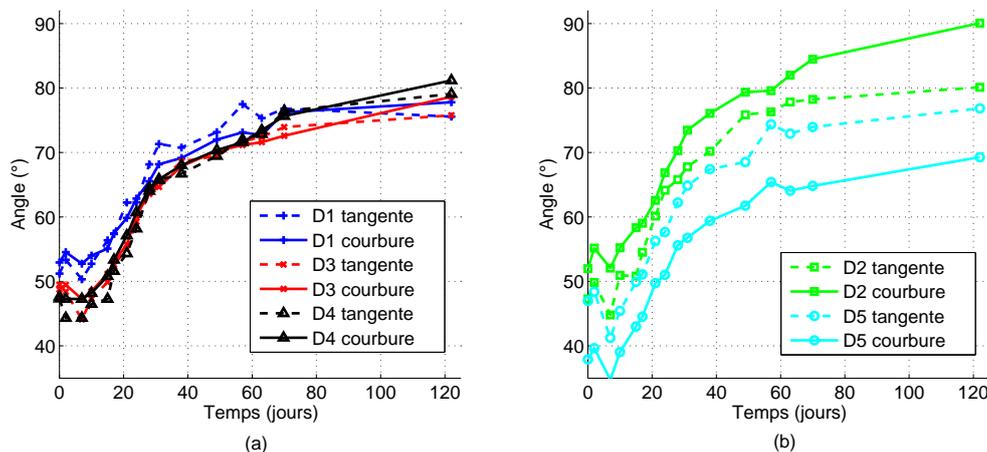


Figure 5.1: Angle à 2 m d'abscisse curviligne en fonction du temps après inclinaison, mesuré à partir des 4 derniers points expérimentaux digitalisés en dessous de 2 m, et par calcul de l'intégrale des courbures des formes approximées par des splines. (a) Arbres D1, D3 et D4 présentant un écart relatif moyen de l'angle calculé sur l'angle mesuré inférieur à 3 % ; (b) arbres D2 et D5 présentant un écart relatif moyen supérieur à 8 %.

Si pour les arbres D1, D3 et D4 les deux méthodes permettent de retrouver des angles à 2 m qui sont identiques à 3 % près en moyenne sur toute la saison (figure 5.1a), les peupliers D2 et D5 montrent des différences significatives (8 % d'écart relatif moyen pour l'arbre D2, 13 % pour l'arbre D5). Cela signifie que l'approximation de la forme des arbres par les splines utilisées n'est pas correcte pour les arbres D2 et D5. Une courbure discontinue, qu'une seule spline ne peut rendre compte, pourrait être à l'origine de ces mauvaises approximations. Malgré de nombreuses tentatives pour essayer des fonctions lissantes plus à même de rendre compte de la forme de ces deux arbres, il n'a pas été possible d'obtenir des résultats plus

concluants. Par conséquent, les données de courbure des arbres D2 et D5 seront exclues des comparaisons quantitatives avec la modélisation. Les résultats des arbres D1, D3 et D4 montrent quant à eux que le cumul des courbures est réaliste.

### 5.1.1.3 Mesures de diamètres

Les diamètres des arbres du lot D sont mesurés à la même fréquence que pour la digitalisation. Pour évaluer la conicité du tronc, les mesures sont espacées de 35 cm environ, de la base jusqu'au sommet de la pousse terminale. Des mesures plus rapprochées sont effectuées au passage de la limite entre la pousse de la première année de croissance et de celle de la deuxième année car elle présente une discontinuité visible. Un pied à coulisse digital précis au centième est utilisé pour ces mesures. Elles sont réalisées toujours au même endroit du tronc grâce à des marques de peinture, dans des zones où l'écorce est lisse. Le pied à coulisse est orienté perpendiculairement au tronc pour une prise de mesure dans la direction Nord-Sud, *i.e.* entre la face supérieure et inférieure de l'axe incliné. La précision de la mesure dépend largement de la manière dont elle est réalisée : un défaut de perpendicularité par rapport au tronc, une direction légèrement différente de l'axe Nord-Sud ou une pression de l'utilisateur provoquant la déformation de l'écorce entraînent autant d'incertitudes sur la mesure. De manière à limiter au maximum ces possibles erreurs, les relevés de diamètres ont toujours été réalisés par le même opérateur.

### 5.1.1.4 Mesures de géométrie de section et de masse

En fin de saison, les 5 arbres du lot D sont abattus et débités en tronçons de 35 cm environ. La répartition des cernes et secteurs de bois de tension et bois normal est relevée visuellement à l'aide de papier calque pour chaque hauteur où le diamètre a été mesuré au cours de la saison (*i.e.* tous les 35 cm).

Les tronçons sont également pesés entre ces mesures de diamètre de manière à calculer une masse volumique moyenne en supposant que chaque tronçon est parfaitement conique. La longueur de la partie feuillée est relevée, puis elle est pesée en deux parties (haute et basse). Ces opérations de mesure des masses sont également réalisées sur les arbres du lot C qui sont prélevés tout au long de la saison afin d'obtenir une évolution temporelle de ces propriétés (notamment en ce qui concerne la masse de feuillage).

## 5.1.2 Évolution temporelle de la forme de l'arbre

### 5.1.2.1 Angle d'inclinaison et données brutes de digitalisation

Les mesures de digitalisation servent tout d'abord à la visualisation directe de l'évolution de la forme des troncs au cours du temps (figure 5.2). Ainsi ces mesures mettent en évidence des différences visibles dans les formes de ces arbres pourtant sélectionnés pour leur ressemblance. Avant inclinaison, certains arbres ne sont pas parfaitement rectilignes (par exemple, le peuplier D5).

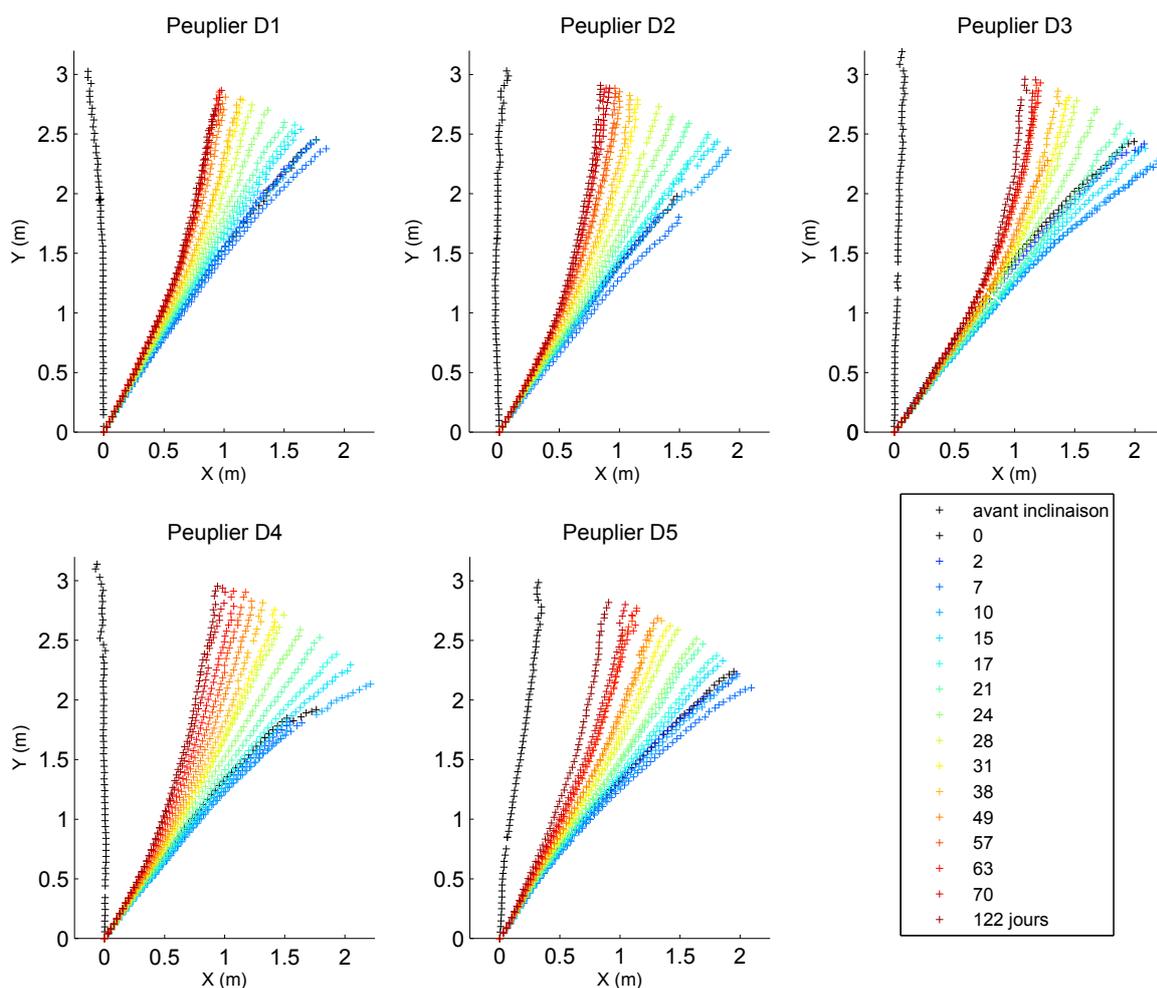


Figure 5.2: Évolutions de la forme des arbres du lot D au cours du redressement gravitropique.

L'angle d'inclinaison initial de l'arbre peut être vérifié à partir des données de digitalisation en calculant l'angle de la tangente à la base du tronc lors de l'inclinaison par rapport à l'horizontale (voir résultats dans le tableau 5.1). Les angles obtenus sont proches des  $55^\circ$  par rapport à l'horizontale définis par le protocole. Néanmoins les quelques degrés de différence

observés notamment pour l'arbre D1 peuvent avoir une influence importante sur le moment de flexion que subit l'arbre et ce seront donc ces valeurs mesurées qui seront prises en compte comme paramètre d'entrée de l'angle d'inclinaison initial  $\alpha_0$  dans le modèle biomécanique.

En plus de  $\alpha_0$ , la réponse gravitropique n'est pas non plus la même d'un individu à l'autre : il y a plus de variation d'inclinaison du peuplier D4 qui est initialement très incliné que pour le peuplier D1. Cependant, la cinétique de redressement des 5 peupliers étudiés est la même d'un point de vue qualitatif.

| Arbre                           | D1    | D2    | D3    | D4    | D5    |
|---------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Angle d'inclinaison initial (°) | 59,70 | 58,07 | 56,31 | 55,95 | 57,27 |

Table 5.1: Angle d'inclinaison initial mesuré pour les arbres du lot D.

### 5.1.2.2 Évolution longitudinale de la courbure

Le calcul de la courbure après lissage des données brutes de digitalisation permet de représenter son évolution longitudinale à différents temps depuis l'inclinaison (voir figure 5.3). Le lissage est ici représenté dans le cas de l'arbre D1, mais les résultats sont similaires pour les autres arbres (voir annexe B). Il apparaît en premier lieu que le lissage par une spline cubique permet une très bonne approximation de la forme de l'arbre quelle que soit l'étape du redressement gravitropique considéré. Une seule spline suffit pour approximer l'ensemble de la forme du tronc, et cette dernière est très proche d'une forme quadratique bien que la fonction mathématique soit bien un polynôme de degré 3. Les coefficients de corrélation calculés entre les points expérimentaux et la courbe de lissage sont tous supérieurs à 0,99.

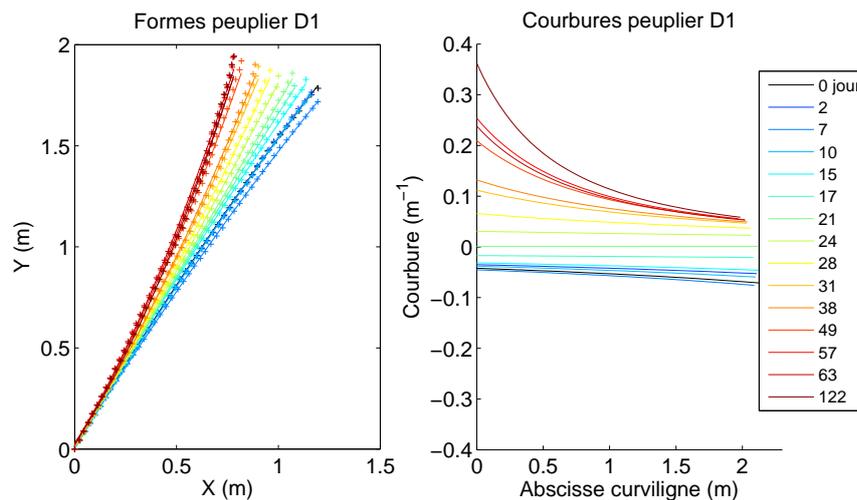


Figure 5.3: Formes en fonction du temps du tronc de l'arbre D1 lissées à l'aide de splines et courbure des splines correspondantes en fonction de l'abscisse curviligne du tronc.

Les courbures qui résultent de la forme lissée et leur évolution au cours du temps présentent une allure relativement semblable pour tous les individus. Lors de l'inclinaison, la courbure décroît de la base jusqu'à une abscisse curviligne de 2 m. Au cours du redressement, les courbures augmentent à toutes les abscisses curvilignes, la courbure la plus importante étant à la base de l'arbre.

Théoriquement, pour une poutre cylindrique en flexion encastrée libre, la courbure est maximale à l'encastrement et nulle à l'extrémité libre. La courbure relevée ici lors de l'inclinaison augmente en valeur absolue jusqu'à 2 m d'abscisse curviligne. Ceci s'explique par la réduction de section de l'arbre (voir plus loin les mesures de diamètre au § 5.1.3), qui diminue le moment quadratique de la poutre. Ainsi la courbure peut être plus importante en haut de l'arbre qu'à sa base en raison d'un moment quadratique plus faible, ce malgré un moment de flexion qui diminue lui aussi avec la hauteur dans l'arbre. Il est fort probable que s'il avait été possible d'effectuer des mesures de courbure sur toute la hauteur de l'arbre (environ 3 m), cette dernière diminuerait alors au-delà de 2 m pour tendre vers 0.

### 5.1.2.3 Évolution spatio-temporelle de la courbure

En plus d'une représentation de l'évolution longitudinale de la courbure, cette dernière peut aussi être tracée en fonction du temps depuis l'inclinaison à une abscisse curviligne donnée. Cela est représenté figure 5.4 pour des abscisses curvilignes de 0,25 m, 1 m, et 2 m. Ces courbes, présentées pour les arbres exploitables en termes de courbure (peupliers D1, D3 et D4), présentent une allure identique. Ainsi, il y a un temps de latence avant la réaction gravitropique au cours duquel la courbure n'augmente pas, ce qui indique que l'arbre ne se redresse pas. Quelle que soit l'abscisse curviligne considérée, le temps de latence semble identique. En effet, la courbure a tendance à diminuer jusqu'à environ 7 jours après inclinaison, puis la réaction gravitropique démarre réellement après 10 à 15 jours. La courbure augmente alors très rapidement et devient positive. Ces deux phases de latence et de redressement gravitropique ont déjà été décrites par Coutand *et al.* [28] sur le même clone de peuplier, mais sur des individus âgés d'un an. Il est intéressant de remarquer que les repères temporels de ces phases sont identiques. En revanche, les niveaux de courbure sont différents, puisque de l'ordre de  $0,3 \text{ m}^{-1}$  30 jours après inclinaison pour ces auteurs, contre environ  $0,1 \text{ m}^{-1}$  ici. Ceci peut s'expliquer par le diamètre plus important des peupliers du lot D qui sont âgés de deux ans et qui se courbent donc plus difficilement sous l'action du bois de tension.

Par ailleurs, Coutand *et al.* [28] font aussi état d'une phase autotropique 35 jours environ après inclinaison, au cours de laquelle il y a une décourbure du tronc de plus en plus importante à mesure que l'on se rapproche du sommet de l'arbre. Cette décourbure intervient grâce à la production de bois de tension sur la face inférieure de l'axe incliné (cf. figure 1.6). Ici, pour les arbres du lot D, il n'y a pas production de bois de tension sur la face inférieure (voir plus loin les cartographies des sections au § 5.1.4). En revanche, 30 à 35 jours après inclinaison, il est observé une diminution de la vitesse de courbure, cette dernière étant d'autant plus faible que la section considérée est située haut dans l'arbre. Ainsi, 30 jours après inclinaison, la courbure

## 5.1 Étude expérimentale de l'évolution temporelle des paramètres géométriques et massiques

est quasiment stoppée à 2 m de la base (figure 5.4c), alors qu'elle se poursuit de manière encore très marquée à 0,25 m de la base (figure 5.4a). Ce phénomène peut être assimilé à un début de phase autotropique où le redressement ralentit sans qu'il n'y ait encore decourbure. Dans la suite de ce manuscrit, nous nommerons cette phase « phase de ralentissement de la réaction gravitropique ».

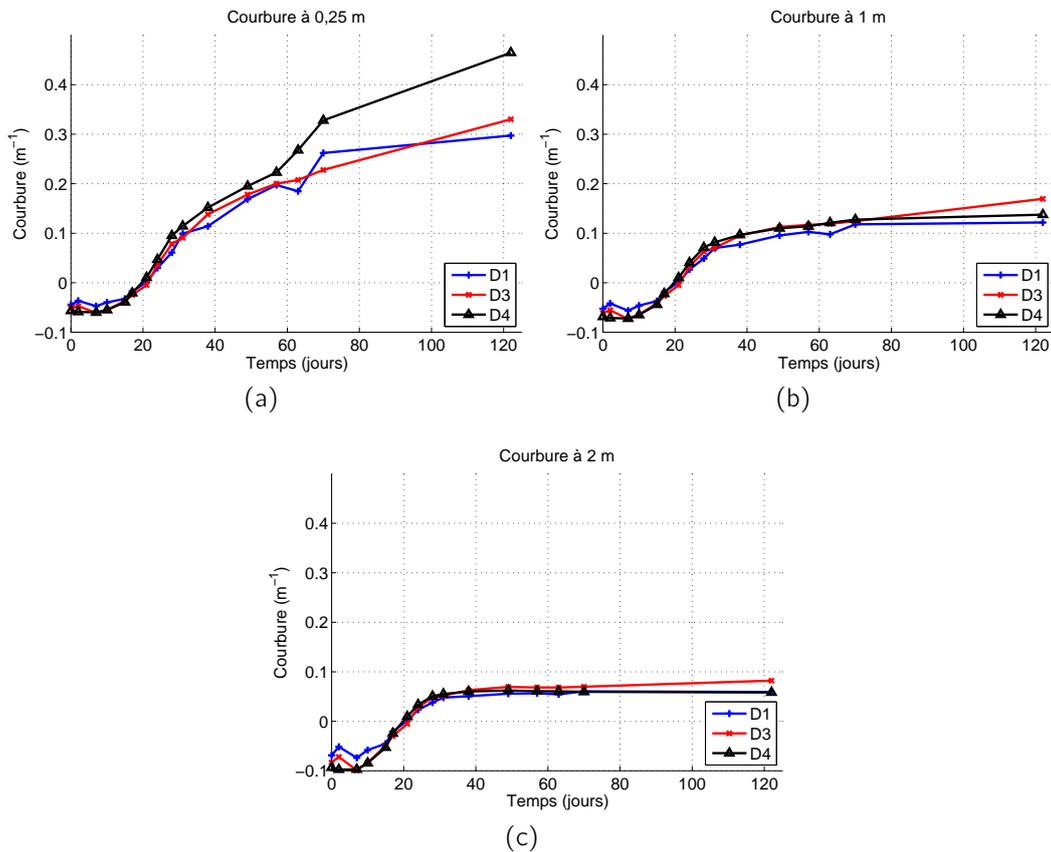


Figure 5.4: Évolution temporelle expérimentale de la courbure pour différents arbres à (a) 0,25 m, (b) 1 m et (c) 2 m de leur base.

L'évolution temporelle de la forme de l'arbre présente donc un comportement complexe qui dépend de la hauteur dans l'arbre, de la section et vraisemblablement de l'angle que forme le tronc avec la verticale. Les repères temporels de ces phases sont cependant identiques d'un arbre à l'autre, et ce même pour des arbres qui n'ont pas le même âge. Le fait qu'il n'y ait aucun redressement lors de la phase de latence indique que l'arbre ne produit pas immédiatement du bois de tension après son inclinaison, ou bien que la contraction longitudinale des cellules du bois de tension intervient de manière sensible seulement 8 à 15 jours après inclinaison. La phase de ralentissement de la réaction gravitropique indique quant à elle une diminution de l'efficacité du redressement en fin de saison.

### 5.1.3 Évolution spatio-temporelle des diamètres du tronc

Les données brutes des mesures expérimentales du diamètre permettent de connaître l'évolution du rayon de l'arbre à différentes abscisses curvilignes en fonction du temps depuis l'inclinaison. Les résultats sont illustrés par la figure 5.5a avec l'arbre D4 dont les données sont représentatives de ce qui est obtenu pour les individus de ce lot. Il apparaît que la croissance radiale est quasiment nulle au sommet de l'arbre, alors qu'elle est d'autant plus importante que l'on se rapproche de la base. Une discontinuité dans le rayon de l'arbre à une hauteur d'environ 1,5 m se distingue clairement. Elle correspond à la limite entre la pousse de la première année et celle de la deuxième année de croissance. Afin d'utiliser ces données dans la modélisation, nous considérons que le rayon varie linéairement entre deux points de mesure, ce qui permet d'avoir une fonction continue du rayon en fonction de l'abscisse curviligne. Ainsi, ces données permettent d'obtenir le rayon de chaque segment cylindrique constituant le tronc dans le modèle.

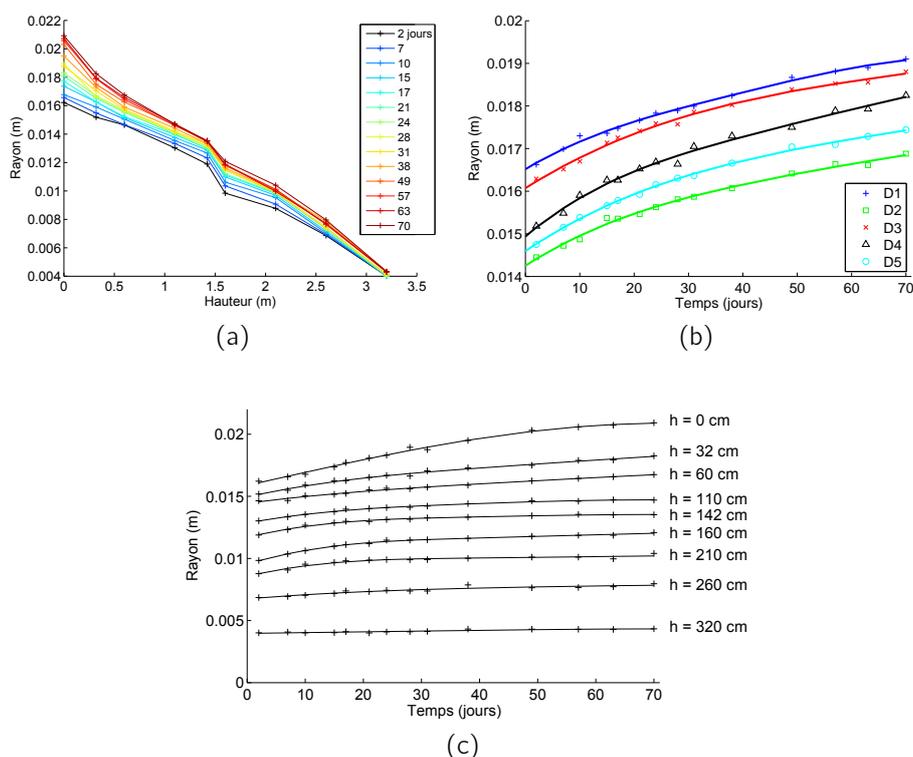


Figure 5.5: Mesures expérimentales des rayons des arbres du lot D. (a) Rayons relevés pour l'arbre D4 (le dégradé de couleur correspond au temps après inclinaison en jours). (b) Évolution temporelle du rayon au deuxième point de mesure (à environ 35 cm de la base) pour les 5 arbres du lot D. Les courbes en traits pleins représentent la courbe lissée des données expérimentales par deux splines cubiques. (c) Évolutions temporelles des rayons de l'arbre D4 aux différentes hauteurs de mesures.

Il est possible de tracer l'évolution temporelle du rayon au cours de la saison de croissance pour chaque point de mesure. La figure 5.5b représente cette évolution temporelle du rayon pour le deuxième point de mesure situé à environ 35 cm de la base sur une durée de 70 jours. Il apparaît que pour chacun des arbres du lot D la croissance n'est pas linéaire avec le temps. Elle est plus rapide les 30 premiers jours après inclinaison. Cette observation est la même quelle que soit la hauteur dans l'arbre (cf. figure 5.5c). Du fait des erreurs de mesure dont les causes ont été évoquées au paragraphe matériel et méthodes, le rayon peut sembler localement décroître avec le temps, ce qui n'est pas une réalité physique. Afin d'avoir un rayon strictement croissant au cours du temps, les mesures expérimentales sont lissées par deux splines cubiques strictement croissantes (obtenues grâce à la routine MATLAB de D'Errico [102]). Ces splines serviront directement de données d'entrée au modèle. Elles permettent d'avoir une fonction temporellement continue de la croissance radiale tout en prenant en compte une vitesse de croissance variable.

Remarquons que les diamètres bruts sont mesurés écorce comprise. À la base de l'arbre, l'épaisseur de l'écorce est de l'ordre de 1 mm, mais cette épaisseur varie selon la hauteur dans l'arbre. Selon Niklas [103], le rôle de l'écorce ne peut pas être négligé dans le comportement mécanique d'axes juvéniles (*i.e.* de faible diamètre), sachant qu'elle présente une rigidité de l'ordre de 50 % de celle du bois. Dans un souci de simplification du modèle, le tronc de l'arbre sera constitué du même matériau, avec un diamètre égal à celui mesuré écorce comprise. Cela revient à considérer que l'écorce se comporte de manière identique au bois, ce qui n'est pas rigoureusement exact, mais permet de ne pas sous-estimer la rigidité du tronc en ne prenant pas du tout en compte l'écorce.

La description de l'évolution du rayon en fonction de l'abscisse curviligne dans l'arbre et du temps fournit des données d'entrée pour le modèle qui seront notées  $r(x, t)$ .

## 5.1.4 Géométrie de la section du tronc

### 5.1.4.1 Coefficient d'excentrement

À partir d'une section du tronc donnée, il est possible de délimiter le dernier cerne par deux cercles non concentriques (figure 5.6a). Cette géométrie est celle qui est utilisée dans le modèle biomécanique (figure 4.2a). Afin de calculer le coefficient d'excentrement défini au § 4.1.2, les rayons et positions des centres de ces deux cercles sont mesurés.  $k$  correspond à la distance entre les centres et  $coefk$  est calculé selon l'équation 4.1 faisant intervenir le rayon initial en début de croissance  $r_0$  et le rayon en fin de croissance  $r(t = 70 \text{ jours})$ . Le coefficient calculé correspond donc à  $coefk$  calculé en fin de croissance.

Les mesures de  $coefk(x)$  sont réalisées à différentes hauteurs pour les arbres du lot D. Elles montrent une variabilité assez importante (figure 5.6b). La moyenne est de 0,4 pour un écart-type de 0,1. Néanmoins il semble se dégager de cette courbe une décroissance de  $coefk$  avec l'abscisse curviligne du tronc. Ce phénomène est cohérent avec le fait qu'il y ait aux positions

les plus hautes dans l'arbre une diminution de la vitesse de courbure, voire une décourbure autotropique comme indiqué par Coutand *et al.* [28]. *coefk* calculé ici à la fin de la saison varie en réalité très probablement au cours de celle-ci, notamment dans les parties hautes de l'arbre. Malgré cette tendance, nous considérerons dans le modèle que *coefk* ne varie pas au cours de la saison de croissance, *i.e.* le bois de tension est toujours produit selon le même excentrement avec  $coefk = 0,4 \pm 0,1$ . En effet, nous nous concentrerons lors de l'exploitation du modèle (chapitre 6) sur la phase de la saison où il y a la réaction gravitropique de l'arbre la plus intense et où l'excentrement est *a priori* maximal à toutes les abscisses curvilignes.

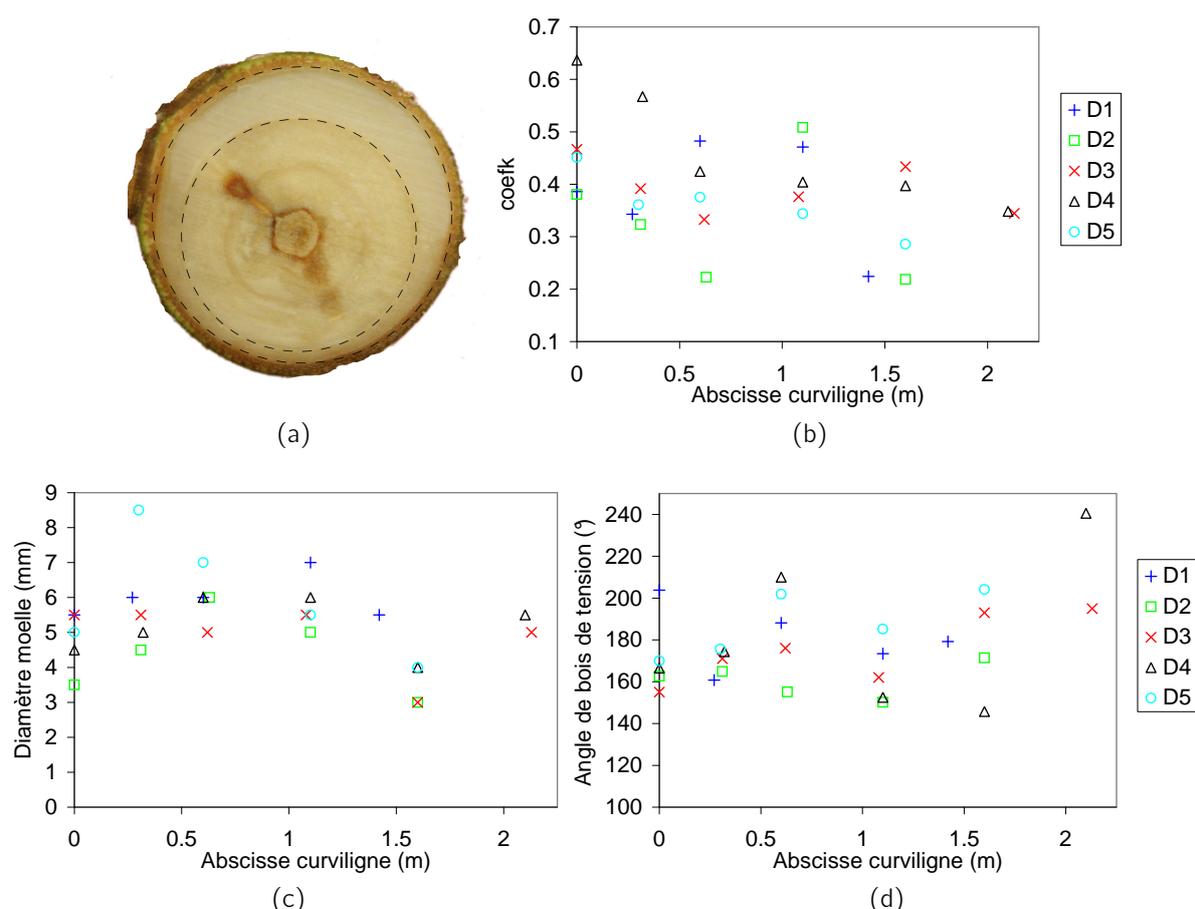


Figure 5.6: Mesures des caractéristiques géométriques des sections des arbres du lot D. (a) Vue en coupe d'un tronc d'arbre où le dernier cerne est délimité par des cercles en pointillés. Mesures à différentes hauteurs pour les arbres du lot D de (b) *coefk*, (c) du diamètre de la moelle, (d) de l'angle de bois de tension  $\gamma$ .

#### 5.1.4.2 Diamètre du cœur de l'arbre

Le diamètre de la moelle de l'arbre est également mesuré à partir des mêmes sections que pour les mesures d'excentrement. Il est en moyenne de 5,3 mm pour un écart-type de 1,2 mm.

Au sein d'une même pousse annuelle (entre 0 et 1,5 m pour la première pousse), le diamètre de la moelle semble légèrement augmenter avec l'abscisse curviligne (figure 5.6c). Cette observation est cohérente avec le fait que dans un arbre le diamètre du cœur est plus important pour les pousses les plus récentes. Malgré cette tendance, la moelle de l'arbre sera considérée dans le modèle comme ayant un diamètre identique sur toute la longueur du tronc. En effet, cela permet de simplifier le modèle sans amoindrir sa représentativité car cette zone centrale ne joue pas un rôle majeur dans le moment quadratique de l'arbre et donc dans son redressement.

La valeur moyenne de 5,3 mm de diamètre est utilisée dans le modèle pour modéliser le cœur de l'arbre. Cette valeur détermine par ailleurs la valeur de départ du rayon initial  $r_{cœur}$  qui est nécessaire pour le modèle (voir § 4.3.2). Ce cœur de l'arbre sera considéré comme étant 100 fois moins rigide que le bois mature, comme le propose Alméras et Fournier [83], ce qui se justifie par le fait que la moelle de l'arbre est très spongieuse.

#### 5.1.4.3 Angle du secteur de bois de tension

L'angle de bois de tension est défini géométriquement dans le modèle par l'angle  $\gamma$  (voir figure 4.2b). Comme les paramètres précédents, il est mesuré pour chaque section à diverses abscisses curvilignes (figure 5.6d). Ces mesures fournissent un résultat témoignant d'une grande variabilité. La valeur moyenne est de  $180^\circ$  pour un écart-type de  $20^\circ$ . Des valeurs de cette ordre ont déjà été relevées dans la littérature puisque Jourez et Avella-Shaw [26] ont mesuré un angle de secteur de bois de tension de  $199 \pm 15^\circ$  sur de jeunes pousses de peuplier. Nous proposons de prendre en compte dans le modèle une valeur de  $\gamma$  de  $180^\circ$ , constante en fonction du temps et de l'abscisse curviligne  $x$  dans le tronc.

### 5.1.5 Répartition des efforts dus au poids

#### 5.1.5.1 Masse volumique du bois vert

Les mesures de masse volumique des tronçons des arbres du lot C et D sont présentées figure 5.7. L'ordonnée d'un point donné correspond à la masse d'un tronçon d'une longueur d'environ 35 cm divisée par son volume en le supposant parfaitement conique, alors que l'abscisse est prise comme l'abscisse curviligne du milieu du tronçon. Ces mesures ont été réalisées juste après l'abattage de l'arbre, il s'agit donc de la masse volumique du bois vert.

Il y a une augmentation de  $600 \text{ kg.m}^{-3}$  à environ  $1000 \text{ kg.m}^{-3}$  de cette masse volumique moyenne en fonction de l'abscisse curviligne. Cela pourrait s'expliquer par une différence de masse volumique des constituants d'une section de tronc donnée. Par exemple, il se pourrait qu'à l'état vert la moelle possède une masse volumique plus importante que le bois (proche de celle de l'eau). Ainsi sa présence en plus grande proportion dans le haut de l'arbre induirait une masse volumique moyenne plus importante. L'objectif de ces mesures étant uniquement

d'obtenir l'information sur la répartition des masses dans l'arbre, il n'y a pas eu d'étude plus aboutie permettant de justifier ces interprétations.

Comme il ne se dégage pas d'évolution temporelle de la masse volumique d'après les résultats des arbres du lot C abattus à des stades de croissance différents, nous considérerons que ce paramètre de masse volumique ne varie pas avec le temps mais seulement avec la hauteur dans l'arbre. Pour avoir cette variation spatiale, l'ensemble des données du lot C et D est moyennée par un polynôme de degré 3 strictement croissant sur l'intervalle  $x \in [0; 3]$ . L'équation d'évolution spatiale de la masse volumique 5.2 servira directement de paramètre d'entrée pour évaluer les effets du poids du tronc dans le modèle.

$$\rho(x) = 17,42x^3 - 0,91x^2 - 3,25x + 627,50 \quad (5.2)$$

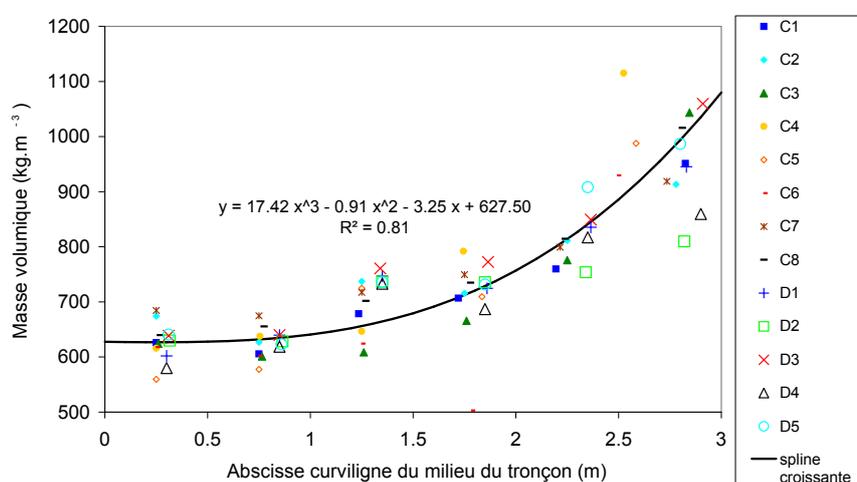


Figure 5.7: Masse volumique moyenne des sections de tronc pour les arbres du lot C et D.

### 5.1.5.2 Masse du feuillage

#### Évolution temporelle de la masse du feuillage

Le feuillage des peupliers du lot C et D pèse entre 300 g et 500 g. Cette masse représente 40 à 45 % de la masse totale de l'arbre. De plus, elle est située sur la partie haute du tronc et participe donc grandement à la flexion de l'arbre sous son propre poids. La pesée du feuillage d'arbres abattus au cours de la saison de croissance (lot C) montre que la masse du feuillage est d'autant plus importante que la mesure a été réalisée sur des arbres abattus tard dans la saison (figure 5.8a). Cette prise de masse du feuillage peut s'expliquer par le développement des feuilles au cours de la saison. Une approximation linéaire de ces données donne une vitesse d'augmentation de la masse du feuillage de  $3,6 \cdot 10^{-3} \text{ kg.jour}^{-1}$ . Elle est comprise dans l'intervalle  $[1,7 \cdot 10^{-3} ; 5,4 \cdot 10^{-3}]$  à un taux de confiance de 95 %.

## 5.1 Étude expérimentale de l'évolution temporelle des paramètres géométriques et massiques

Les arbres du lot D abattus 122 jours après inclinaison présentent une masse de feuillage qui est comparable en moyenne aux dernières valeurs de masses de feuillage des arbres du lot C après 70 jours. Cependant il apparaît des différences dans les masses de feuillage des arbres du lot D pouvant aller jusqu'à 30 %. Chaque individu présente donc ses spécificités, mais pour autant il semble essentiel de prendre en compte l'évolution temporelle de la masse du feuillage car elle peut presque doubler au cours de la saison de croissance. Pour cela, nous faisons l'hypothèse que les masses de feuillage relevées pour les arbres du lot D 122 jours après inclinaison correspondent aux masses de feuillage finales et sont identiques à celles qui auraient pu être relevées après 70 jours de croissance. De plus, le feuillage de ces arbres subit une augmentation de sa masse à une vitesse identique à celle des arbres du lot C sur les 70 premiers jours de croissance. Ces hypothèses semblent nécessaires pour modéliser de manière plus réaliste l'évolution temporelle du moment de flexion dû aux effets du poids étant donné l'importance des variations de la masse du feuillage soulignée par cette étude.

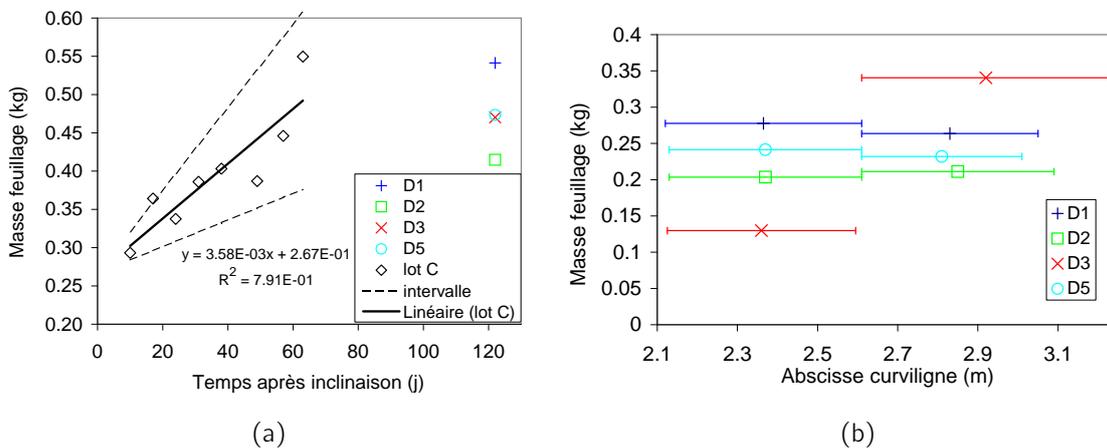


Figure 5.8: Mesures de masse du feuillage. (a) Masse de feuillage en fonction du temps après inclinaison pour les arbres du lot C et D. (b) Masse de feuillage en fonction de l'abscisse curviligne pour les arbres du lot D (la largeur des barres indique la longueur sur laquelle le feuillage est pesé).

N.B. : Pour le peuplier D4 il n'apparaît aucun résultat car ses feuilles étaient déjà tombées au jour de la mesure (le 29/9/2011).

Ainsi, dans le modèle qui sera limité à une période de croissance de 70 jours, l'augmentation de la masse du feuillage est modélisée par une rampe de chargement à une vitesse  $v_f$  qui atteint après 70 jours la masse finale mesurée pour chaque arbre du lot D à la fin de la saison. Ceci mène à l'expression 5.3 de l'évolution temporelle de la masse de feuillage  $m_f$  en fonction du temps depuis l'inclinaison  $t$ , connaissant seulement la masse de feuillage mesurée expérimentalement à la fin de la saison  $m_f^{exp}$  :

$$m_f(t) = m_f^{exp} - 70v_f + tv_f \quad (5.3)$$

### Répartition de la masse du feuillage

La répartition de cette masse est également à prendre en compte car elle peut jouer sur le moment de flexion. Pour la mesurer, le feuillage des arbres du lot D a été pesé en deux parties (haute et basse), et les longueurs sur lesquelles ces feuilles sont réparties ont été mesurées. La figure 5.8b illustre les masses de feuillage mesurées et leur répartition sur le sommet de l'arbre. Le peuplier D3 présente ainsi une masse de feuillage plus faible entre 2,1 m et 2,6 m que les autres arbres du lot D, mais plus élevée au-delà de 2,6 m. Avec seulement deux points de mesure, cette répartition des masses reste quelque peu sommaire mais permet une première approximation de la répartition spatiale du feuillage des individus étudiés.

Pour la modélisation, la masse du feuillage est considérée comme répartie linéairement sur la longueur du segment considéré. En prenant en compte l'évolution temporelle de la masse totale du feuillage définie précédemment, une masse linéaire de feuillage répartie à la fois spatialement et temporellement est obtenue. Cette masse linéaire du feuillage, notée  $ml_f(x, t)$  constituera au même titre que la masse volumique du bois un paramètre d'entrée du modèle permettant de calculer les efforts dus au poids propre de chaque individu du lot D.

#### 5.1.5.3 Calcul du torseur des efforts intérieurs dus au poids

Finalement, d'après les résultats des paragraphes 5.1.5.1 et 5.1.5.2, il est possible de déterminer une masse linéique rassemblant la masse du tronc et celle du feuillage, qui est un paramètre d'entrée du modèle :

$$ml(x, t) = \rho(x) \pi r(x, t)^2 + ml_f(x, t) \quad (5.4)$$

Connaissant la répartition spatiale et temporelle de la masse volumique du bois et de la masse linéique du feuillage, le torseur réduit des efforts intérieurs liés au poids à un temps  $t$  donné se calcule comme :

$$\begin{aligned} N^p(x, t) &= - \int_x^L \left( \rho(u) \pi r(u, t)^2 + ml_f(u, t) \right) g \sin(\alpha(x, t)) du \\ M^p(x, t) &= - \int_x^L \left( \rho(u) \pi r(u, t)^2 + ml_f(u, t) \right) g (X(u, t) - X(x, t)) du \end{aligned} \quad (5.5)$$

Dans cette expression, la variable  $x$  correspond à l'abscisse curviligne dans la poutre du modèle,  $X(x, t)$  est l'abscisse horizontale du tronc dans le repère terrestre ayant pour origine la base de l'arbre,  $r(x, t)$  est le rayon de l'arbre défini à partir des données expérimentales (cf. § 5.1.3),  $\alpha(x, t)$  est l'angle que forme le tronc avec l'horizontale à l'abscisse  $x$  (paramètre de sortie), et  $g$  est l'accélération de la pesanteur.

## 5.2 Lois d'évolution des propriétés mécaniques

Au sein de la section précédente, les paramètres géométriques ainsi que la répartition des masses ont été déterminés pour chaque individu sur une période de 70 jours. Pour le modèle, il convient de définir les propriétés mécaniques du bois sur cette même période. Ceci est réalisé grâce aux résultats de la partie II qui indiquent que le bois vert des peupliers étudiés adopte une loi de comportement viscoélastique modélisable par un modèle de Burgers, ce qui est pris en compte dans le modèle biomécanique présenté au chapitre 4. Il ne reste donc plus qu'à établir des lois de variation spatio-temporelles continues de ces propriétés afin qu'elles soient facilement utilisables dans le modèle.

Pour une cellule donnée créée à un temps  $t$  depuis l'inclinaison à la position radiale  $r$ , les propriétés mécaniques évoluent au cours de la maturation, c'est-à-dire selon l'âge de la cellule. L'âge, noté  $\hat{a}$ , se définit comme la différence entre le temps depuis l'inclinaison et le temps auquel la cellule située à la position radiale  $r$  a été créée. Du fait de la maturation, une propriété  $P$  quelconque de cette cellule évolue donc selon son âge :  $P(\hat{a}(r))$ . Cette loi de maturation n'est pas nécessairement la même selon la position longitudinale dans l'arbre, ni selon le moment de la saison de croissance où cette cellule est créée (par exemple, il n'y a plus de production de bois de tension dans les parties hautes de l'arbre en fin de saison lorsqu'il est redressé). La variable mécanique  $P$  évolue donc aussi en fonction de  $x$  et  $t$ , et s'écrit donc de manière générale  $P(x, \hat{a}(r), t)$ .

Il est donc nécessaire de définir les lois de variation de chacun des paramètres mécaniques en fonction de ces trois variables  $x$ ,  $\hat{a}$  et  $t$ . Les variations du module élastique et des paramètres viscoélastiques sont définies dans les deux premiers paragraphes de cette section à partir des résultats expérimentaux de la partie II. Un troisième paragraphe décrit les lois de variations des déformations de maturation, qui sont déterminées à partir de mesures expérimentales supplémentaires.

### 5.2.1 Module élastique

Les résultats des essais mécaniques du chapitre 2 indiquent que quel que soit le moment  $t$  de la saison où les cellules ont été créées, la maturation des cellules est identique, avec notamment la présence d'un pic de rigidité entre 2 et 3 semaines de maturation (en particulier pour le bois de tension). Par ailleurs, les essais mécaniques ont été réalisés pour des raisons pratiques sur des tronçons proches de la base, là où le diamètre est le plus important. En l'absence de données quant à l'évolution du module selon la direction longitudinale ( $Ox$ ), nous ferons l'hypothèse que  $E_0$  est identique sur toute la longueur du tronc. Le module élastique  $E_0$  définit dans le modèle biomécanique ne dépend donc que du temps de maturation d'une cellule donnée, c'est-à-dire l'âge de la cellule. Finalement, c'est donc la même loi d'évolution du module  $E_{0,face}(\hat{a}(r))$  qui est appliquée à tous les incréments de croissance  $i_{dr}$ . Il suffit donc de définir cette loi d'évolution temporelle pour le bois de chaque face de l'arbre (supérieure et inférieure).

Le corollaire de l'hypothèse selon laquelle la maturation des cellules est identique tout au long de la saison est que l'allure de l'évolution temporelle du module est similaire à son évolution spatiale. Par conséquent, la répartition spatiale du module obtenue lors des essais de flexion (figure 2.21) indique que, temporellement, il y a une forte croissance du module puis un pic et enfin un retour à des valeurs stables de module, notées  $E_0(\infty)$ , qui sont identiques pour le bois de tension, le bois opposé et pour le bois normal des années précédentes, avec pour valeur  $E_0(\infty) = 3000 \pm 300$  MPa. Cette valeur de module élastique sera donc considérée dans le modèle comme le module du bois mature. La valeur maximale du pic relevée lors des essais de flexion est  $E_{0pic,sup} = 6500 \pm 700$  MPa pour le bois de tension, et  $E_{0pic,inf} = 3800 \pm 400$  MPa pour le bois opposé. Rappelons que ces valeurs de module sont issues d'essais de flexion de planchettes d'épaisseur d'environ 1,4 mm et donc il s'agit d'un module moyen étant donné les hétérogénéités de module au sein même de ces planchettes.

Les essais de traction indiquent que le maximum du pic est situé dans un temps  $\tau_{pic}$  d'environ 2 à 3 semaines de maturation, et qu'il est large d'environ 2 semaines (cf. figure 2.15). Cette grandeur temporelle sera notée  $\delta_{pic}$  dans la suite. Ces deux valeurs se retrouvent spatialement sur les figures 2.13, le pic étant situé entre 2 et 3 mm du cambium, ce qui représente, pour les vitesses de croissance moyennes mesurées qui varient entre 0,12 et 0,15 mm.jour<sup>-1</sup>, un intervalle pour  $\tau_{pic}$  de 13 à 25 jours qui correspond bien au temps évalué grâce au protocole expérimental utilisé. La largeur du pic est d'environ 1 à 2 mm selon les essais de traction, mais les essais de flexion semblent indiquer une largeur pouvant être beaucoup plus importante, jusqu'à 4 mm. Cela donne pour  $\delta_{pic}$  un intervalle de 7 à 27 jours.

La somme d'une fonction du temps de type exponentielle tendant vers  $E_0(\infty)$  et d'une fonction gaussienne dont le maximum est situé à  $\tau_{pic}$  permet de prendre en compte l'évolution du module dans le modèle en fonction du temps de maturation  $\hat{a}$  :

$$E_{0,face}(\hat{a}) = E_{\infty} \left( 1 - \exp \left( \frac{-\hat{a}}{\tau_{expo}} \right) \right) + (E_{0pic,face} - E_0(\infty)) \exp \left( \frac{(\hat{a} - \tau_{pic})^2 \ln(0,01)}{\left( \frac{\delta_{pic}}{2} \right)^2} \right) \quad (5.6)$$

$\tau_{expo}$  est le temps caractéristique de la partie exponentielle de cette courbe,  $\delta_{pic}$  est la largeur de la gaussienne mesurée à 1 % de son maximum par rapport à  $E_0(\infty)$ ,  $\tau_{pic}$  est le centre du pic.  $\tau_{expo}$  est choisi par rapport aux résultats des essais de traction et aux mesures d'infradensité qui indiquent qu'il se situe spatialement entre 0,4 et 0,9 mm, soit entre 2,5 et 7,5 jours selon les vitesses de croissance précédentes. Un exemple de cette loi d'évolution temporelle donnée par l'équation 5.6 est présenté dans la figure 5.9.

Toutes les valeurs précédentes correspondent à la face supérieure de l'axe. La valeur de  $\tau_{expo}$  sur la face inférieure est du même ordre de grandeur, mais l'incertitude est plus élevée du fait de la vitesse de croissance plus faible. Les caractéristiques du pic de rigidité de la face inférieure sont difficiles à évaluer car celui-ci est très peu marqué. Cela n'aura de toutes manières que peu d'influence sur le résultat puisque ce pic de rigidité ne se distingue que très peu de la rigidité moyenne  $E_0(\infty)$ . Nous ferons l'hypothèse que la cinétique de maturation est identique pour le bois normal et pour le bois de tension, et donc que les caractéristiques

de l'équation 5.6 sont identiques pour les deux faces de l'arbre (sauf, bien évidemment, la valeur du pic de rigidité  $E_{0pic,face}$ ).

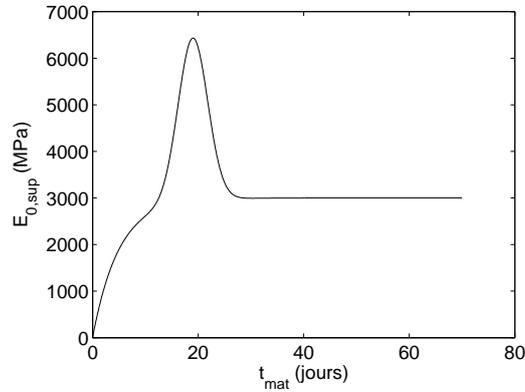


Figure 5.9: Exemple de cinétique de maturation du module élastique pour la face supérieure telle qu'elle est prise en compte dans le modèle, avec  $\tau_{expo} = 5$  jours,  $\tau_{pic} = 19$  jours et  $\delta_{pic} = 17$  jours.

## 5.2.2 Propriétés viscoélastiques

### 5.2.2.1 Hypothèses pour l'estimation de variations temporelles

Pour les propriétés viscoélastiques étudiées au chapitre 3, il n'a pas été possible d'obtenir une représentation temporelle car seuls deux individus ont été étudiés. Néanmoins, en faisant l'hypothèse selon laquelle la maturation des cellules est identique tout au long de la saison, alors l'allure de l'évolution temporelle des paramètres viscoélastiques peut se déduire de l'évolution spatiale, connaissant la vitesse de croissance. Aucun élément ne s'oppose à cette hypothèse, et il semble même cohérent de reprendre pour les caractéristiques viscoélastiques les mêmes hypothèses que pour le module  $E_0$  puisqu'il s'agit aussi de propriétés mécaniques du matériau. Ainsi, nous reprenons les hypothèses simplificatrices énoncées précédemment pour le module élastique, à savoir que le comportement viscoélastique :

1. ne varie pas au cours de la saison ;
2. est identique sur toute la longueur du tronc.

Sous ces hypothèses, il est possible de relier les représentations spatiale et temporelle, connaissant la vitesse de croissance. Le fait est que la vitesse de croissance est variable au cours de la saison de croissance, et donc pour déterminer précisément le temps auquel a été formé le bois constituant une éprouvette donnée il faudrait pouvoir intégrer l'évolution temporelle de la vitesse de croissance radiale sur la distance par rapport à la limite de cerne. La faible résolution spatiale (planchette de 1,5 mm environ), couplée à des mesures temporelles des diamètres des arbres du lot C moins fréquentes que pour les arbres du lot D, rendent la précision d'une telle opération très faible. De plus, les incertitudes sur les données viscoélastiques

expérimentales réduiraient finalement à néant les efforts engagés pour prendre en compte cette vitesse de croissance variable au cours du temps. Finalement, des calculs à partir d'une vitesse de croissance variable donneraient des résultats guère plus précis qu'en prenant une vitesse de croissance moyenne.

L'évolution temporelle des caractéristiques viscoélastiques est donc plutôt calculée avec une vitesse de croissance moyenne : une propriété  $P(z)$  se transforme en  $P(t) = \frac{P(z)}{v}$  où  $v$  représente la vitesse de croissance radiale, exprimée en  $\text{mm.jour}^{-1}$ . La vitesse de croissance  $v$  est calculée à partir de l'augmentation de diamètre des deux arbres étudiés entre la date d'inclinaison et la date d'abattage, soit respectivement 49 jours et 63 jours après inclinaison pour les peupliers C16 et C18. La vitesse obtenue étant une vitesse de croissance du diamètre, il est nécessaire de calculer la vitesse de croissance du rayon, qui est différente entre la face inférieure et la face supérieure du fait de l'excentrement. Sous l'hypothèse d'un coefficient d'excentrement constant au cours de la saison de 0,4 comme défini au § 5.1.4.1, l'augmentation de rayon de la face supérieure est la somme de la moitié de l'augmentation de diamètre et de l'excentrement  $k$ , et donc grâce à l'équation 4.1 nous obtenons  $v_{sup} = \frac{\Delta D}{2}(1+coefk) = 0,118 \text{ mm.jour}^{-1}$ . De même, pour la face inférieure,  $v_{inf} = \frac{\Delta D}{2}(1-coefk) = 0,0504 \text{ mm.jour}^{-1}$ . À partir de ces vitesses, l'évolution temporelle des paramètres viscoélastiques du modèle de Burgers est tracée figure 5.10.

### 5.2.2.2 Lois d'évolution temporelles retenues

**Pour  $E_1$  :**

La rigidité du ressort du modèle de Kelvin inclus dans le modèle de Burgers,  $E_1$ , est en moyenne de 7 GPa, avec un écart-type de 6 GPa. Il semble en fait que  $E_1$  tende à augmenter au cours du temps (figure 5.10a). Cela indiquerait que plus le bois est mature, moins l'aspect viscoélastique lié à la partie « Kelvin » du modèle viscoélastique est marqué, puisque la rigidité du ressort augmente. Par rapport à la représentation spatiale où le bois normal présente un taux d'augmentation de  $E_1$  plus élevé que le bois de tension, la représentation temporelle montre que les résultats des deux types de bois suivent une évolution temporelle similaire. Ceci est dû à la différence de vitesse de croissance, qui est plus faible du côté du bois normal.

Afin de prendre en compte ce comportement dans le modèle biomécanique,  $E_1$  est approximé par une fonction linéaire strictement positive obtenue par la méthode des moindres carrés. Cette fonction, exprimée en GPa, vaut :  $E_1(\hat{a}) = 1,1 + 0,17\hat{a}$ . Le coefficient directeur de cette droite est compris, à un taux de confiance de 95 %, dans l'intervalle  $[0,055 ; 0,29]$ , alors que l'ordonnée à l'origine est comprise pour ce même taux de confiance dans l'intervalle  $[-3,4 ; 5,6]$ , que nous réduisons à  $[0 ; 5,6]$  puisque des valeurs négatives de  $E_1$  n'ont aucun sens physique.

Pour  $\tau_1$  :

Aucune tendance ne se détache quant à l'évolution temporelle de  $\tau_1$  (figure 5.10b), la moyenne des mesures est de  $38 \pm 8$  h pour le bois de tension et le bois opposé réunis.  $\tau_1$  sera donc considéré constant dans le modèle biomécanique.

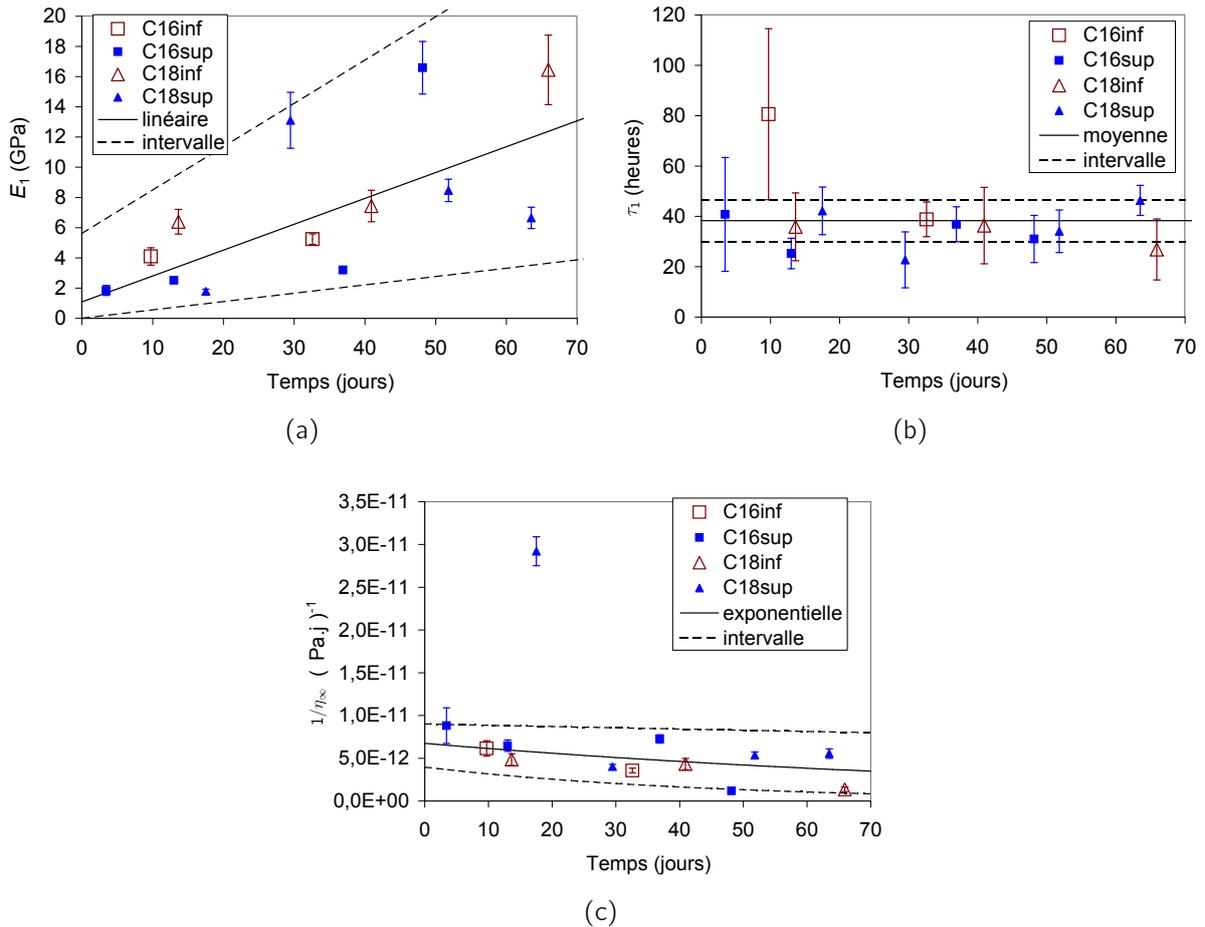


Figure 5.10: Évolution temporelle des paramètres viscoélastiques du modèle de Burgers calculée en considérant une vitesse de croissance constante. (a)  $E_1$ , (b)  $\tau_1$ , (c)  $1/\eta_\infty$ . Les droites de tendance obtenues avec ces données sont représentées en traits pleins, et l'intervalle de confiance à 95 % de l'ajustement est en traits pointillés.

Pour  $1/\eta_\infty$  :

La moyenne des valeurs de  $1/\eta_\infty$  relevées est de  $7.10^{-12}$  (Pa.jour)<sup>-1</sup>, avec un écart-type de  $6.10^{-12}$  (Pa.jour)<sup>-1</sup>. Une tendance à la décroissance de  $1/\eta_\infty$  avec l'âge du bois est perceptible,

et, comme pour  $E_1$ , il semble que la représentation temporelle de  $1/\eta_\infty$  permette de rassembler les résultats du bois normal et du bois de tension sous une même courbe de tendance (figure 5.10c). Cette courbe pourrait également être linéaire, cependant cela peut engendrer des valeurs négatives pour des temps importants. De telles valeurs ne sont pas observées expérimentalement. Par conséquent, le choix se porte plutôt sur une fonction exponentielle de type  $f(x) = Ae^{Bx}$  qui permet également d'ajuster les données expérimentales tout en restant strictement positive (cf. figure 5.10c). L'équation obtenue par ajustement de l'ensemble des données expérimentales (sauf celle de la planchette C18sup2, qui présente une valeur très éloignée des autres), est :  $1/\eta_\infty(\hat{a}) = 6,75 \cdot 10^{-12} \exp(-9,4 \cdot 10^{-3} \hat{a})$ , avec  $1/\eta_\infty$  exprimé en  $(\text{Pa} \cdot \text{jours})^{-1}$  et  $\hat{a}$  en jours. Le coefficient  $A$  est compris à un taux de confiance de 95 % dans l'intervalle  $[4,0 \cdot 10^{-12} ; 9,0 \cdot 10^{-12}] (\text{Pa} \cdot \text{jours})^{-1}$ , alors que le coefficient  $B$  est compris dans l'intervalle  $[-22 \cdot 10^{-3} ; -1,7 \cdot 10^{-3}] \text{ jours}^{-1}$ .

Ces propriétés viscoélastiques étant mesurées sur du bois en cours de maturation, nous considérerons que pour le bois préexistant avant la réaction gravitropique, les paramètres du modèle de Burgers suivent la même évolution temporelle qui est donc extrapolée à l'âge du bois considéré (*i.e.* jusqu'à deux ans). Par conséquent, les effets de la viscoélasticité sur le bois préexistant seront nettement moins marqués par rapport au bois de la dernière saison de croissance.

## 5.2.3 Déformations de maturation

### 5.2.3.1 Mesures de DRLM

Tout au long de la saison, les arbres du lot C ont fait l'objet de mesures de déformations résiduelles longitudinales de maturation (DRLM) sur les faces supérieure et inférieure, à différentes hauteurs. Ces mesures ont été réalisées par la méthode des deux traits de scie (voir le § 1.10 de la bibliographie pour plus d'informations sur les méthodes de mesure des DRLM). Cette méthode consiste à coller une jauge de déformation sur le bois de l'arbre après écorçage, puis à scier sur une profondeur de 1 à 2 mm de part et d'autre de la jauge. Le bois se rétracte alors car il est déformé dans l'arbre (cf. § 3.1.3.1) et la valeur de DRLM est immédiatement relevée.

Il y a plusieurs aspects qui compliquent l'exploitation des mesures de DRLM pour estimer les déformations de maturation. Premièrement, le protocole est tel que la zone mesurée est encore solidaire de l'arbre et donc les contraintes ne sont pas entièrement libérées. Ces mesures représenteraient 75 % à 80 % des DRLM selon Coutand *et al.* [35]). Deuxièmement, les mesures de DRLM sont des mesures de retour élastique, or le bois vert est un matériau viscoélastique. Nous avons vu au § 3.1.4.3 que les déformations  $\varepsilon^c$  du bois dans l'arbre pouvaient s'exprimer sur une période de plusieurs semaines, et donc ces mesures de DRLM sous-estiment très largement les déformations réelles du bois. Enfin, sous l'hypothèse d'une maturation continue des cellules, les déformations ne sont pas constantes sur la profondeur du trait de scie car il y a un gradient de maturation (pour une illustration de ce gradient, se

référer à la figure 3.4e). Les mesures de DRLM correspondent donc en réalité à des mesures de déformations homogénéisées sur la profondeur du trait de scie.

Les déformations de maturation  $\varepsilon^m$  ne sont donc pas égales *stricto sensu* aux mesures de DRLM. Cependant, les DRLM doivent tout de même être liées aux déformations de maturation car elles concernent bien la zone de maturation. Les résultats des mesures de DRLM peuvent donc apporter des informations qualitatives quant à la cinétique de maturation.

### 5.2.3.2 Résultats des mesures de DRLM au cours de la saison de croissance

Les résultats montrent que pour le bois de tension (figure 5.11a), les DRLM augmentent en valeur absolue jusqu'à environ 25 jours après l'inclinaison, puis restent stables avec une moyenne de -0,0022 (toutes hauteurs confondues). Pour le bois normal de la face inférieure (figure 5.11b), il y a aussi augmentation des DRLM en valeur absolue, mais à un niveau plus faible (moyenne de -0,0011). En raison de l'incertitude de mesure, l'évolution temporelle est donc moins marquée que pour la face supérieure.

Rappelons que des résultats apparemment similaires ont été trouvés en termes d'évolution temporelle de la courbure maximum des planchettes sous l'effet de leurs autocontraintes au § 3.1.4.3. La courbure des planchettes comme les DRLM étant toutes deux provoquées par les déformations de maturation, ces dernières doivent également évoluer au cours de la saison. En revanche, il n'apparaît pas clairement de différence entre les trois hauteurs de mesure, ce qui indique que les DRLM et donc certainement aussi les déformations de maturation  $\varepsilon^m$  sont indépendantes de la position  $x$  dans l'arbre sur la période considérée. Enfin, notons qu'il apparaît un facteur 2 entre les DRLM des deux faces. Ce facteur sera respecté en ce qui concerne les déformations de maturation lors de leur identification réalisée au chapitre 6.

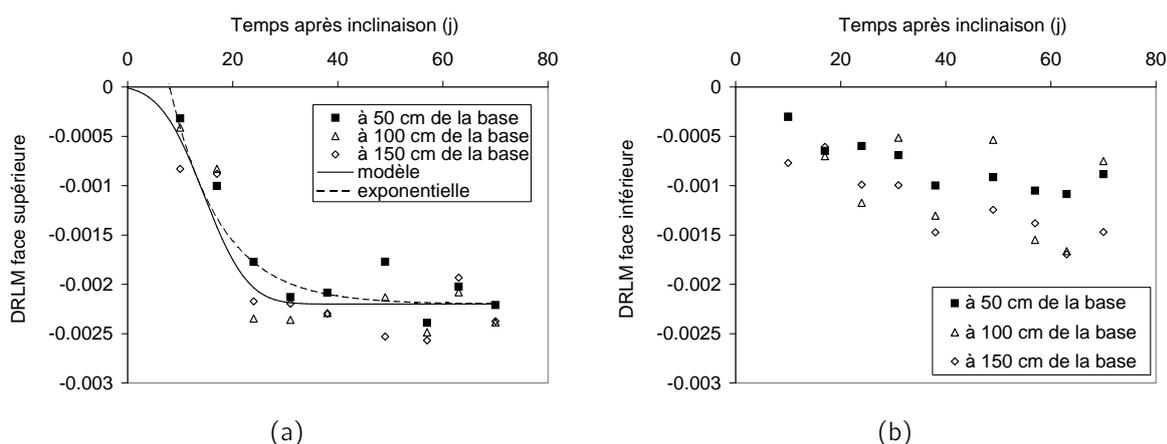


Figure 5.11: Évolution au cours de la saison des Déformations Résiduelles Longitudinales de Maturation relevées à différentes hauteurs pour les arbres du lot C sur (a) la face supérieure et (b) la face inférieure.

### 5.2.3.3 Modélisation de l'évolution temporelle des déformations de maturation

Contrairement aux mesures de module, les mesures de DRLM ne peuvent être réalisées qu'en périphérie de l'arbre, elles concernent donc toujours des cellules qui sont au même stade de leur développement (même âge  $\hat{a}$ ), mais qui sont créées à des moments  $t$  de la saison différents. Les évolutions temporelles mesurées montrent donc une évolution des DRLM au cours de la saison. Contrairement aux propriétés mécaniques évoquées précédemment (module élastique  $E_0$  et caractéristiques viscoélastiques), les déformations de maturation dépendent donc du temps de création des cellules depuis l'inclinaison en plus de leurs âges :  $\varepsilon^m(\hat{a}, t)$ .

#### Évolution au cours de la saison ( $t$ )

L'évolution de  $\varepsilon^m$  en fonction de  $t$  peut être estimée grâce aux résultats de DRLM, en supposant qu'elles représentent au moins qualitativement l'évolution des déformations de maturation au cours de la saison. Si les DRLM présentent des valeurs négatives car il s'agit du retour des cellules vers un état moins déformé, les déformations de maturation sont de signe opposé aux DRLM, car elles sont définies comme les déformations du bois dans l'arbre (cf. § 3.1.3.1).

L'évolution temporelle des DRLM présente une augmentation rapide qui tend vers une asymptote horizontale, notée en termes de déformations de maturation  $\varepsilon_{tot}^m(t \mapsto +\infty)$ . L'indice  $_{tot}$  signifie qu'il s'agit des déformations lorsque la maturation s'est totalement exprimée (cellule mature dont l'âge  $\hat{a}$  est assez important). Cette allure de courbe peut pousser à modéliser l'évolution temporelle des DRLM par une fonction exponentielle. Cependant, la figure 5.11a montre qu'une telle fonction induirait des déformations négatives en début de saison, ce qui n'a *a priori* pas de réalité physique car le bois serait alors en compression. Pour prendre en compte le temps de latence qui apparaît en début de saison, nous proposons de modéliser l'évolution temporelle des DRLM, et donc celle des déformations de maturation  $\varepsilon^m$ , par la fonction de répartition d'une gaussienne (équation 5.7). L'allure de cette fonction permet bien de rendre compte de la phase de latence, puis de l'augmentation rapide des déformations de maturation au cours de la saison, et enfin de leur stabilisation.

$$\varepsilon_{tot}^m(t) = C \int_0^t \exp\left(\frac{(u - \tau_t)^2 \ln(0,01)}{(\delta_t/2)^2}\right) du \quad (5.7)$$

$\varepsilon_{tot}^m(t)$  représente les déformations de maturation d'une cellule de bois créée au temps  $t$  depuis l'inclinaison, obtenue une fois sa maturation terminée. Dans cette équation,  $C$  est une constante qui permet d'ajuster le niveau de l'asymptote horizontale  $\varepsilon_{tot}^m(t \mapsto +\infty)$  (en effet, l'intégrale n'est pas normée),  $\tau_t$  est le temps caractéristique où la pente de la courbe est maximale, et  $\delta_t$  est un paramètre déterminant la largeur de la répartition (c'est la largeur de la gaussienne à 1 % de sa valeur maximale). Ce type de fonction rend bien compte de l'évolution temporelle des DRLM comme l'illustre la figure 5.11a. Les caractéristiques de cette équation valent ici  $\tau_t = 15$  jours et  $\delta_t = 40$  jours. Dans le cas où ces caractéristiques

tendent vers 0, cela modélise une maturation du bois constante en fonction du temps depuis l'inclinaison. Une telle hypothèse simplificatrice pourra être étudiée dans le chapitre suivant.

Les valeurs de  $\varepsilon_{tot,sup}^m(t \mapsto +\infty)$  sont choisies pour la face supérieure entre les valeurs de DRLM et le gradient de déformation calculé par la courbure des planchettes au § 3.1.4.3, et sont donc comprises dans l'intervalle  $[0,0022 ; 0,027]$ . Pour la face inférieure, les mesures du chapitre 3 ne fournissent pas de données sur les déformations car les planchettes ne se courbent pas assez, par conséquent  $\varepsilon_{tot,inf}^m(t \mapsto +\infty)$  sera arbitrairement défini dans l'intervalle  $[0,0011 ; 0,011]$ , qui est déterminé par la moyenne des DRLM en borne inférieure et 10 fois cette valeur en borne supérieure.

La loi d'évolution des déformations de maturation proposée ici est suffisante sous l'hypothèse d'une maturation instantanée qui peut varier au cours de la saison de croissance. Cependant, les déformations de maturation apparaissent *a priori* de manière continue, et varient donc, pour une cellule donnée créée à un temps  $t$ , en fonction de l'âge  $\hat{a}$  de la cellule, comme pour les propriétés mécaniques des paragraphes 5.2.1 et 5.2.2.

### Évolution en fonction de la maturation ( $\hat{a}$ )

Les mesures de DRLM concernent des cellules qui sont au même stade de leur développement (même âge  $\hat{a}$ ), et donc ne renseignent pas sur la cinétique de maturation en fonction de l'âge  $\hat{a}$  d'une cellule donnée. Il est donc nécessaire pour la modélisation de postuler une loi d'évolution  $\varepsilon^m(\hat{a})$  physiquement admissible.

Nous proposons, comme pour l'évolution en fonction de  $t$ , d'utiliser une loi d'évolution basée sur la fonction de répartition d'une gaussienne. Une telle loi d'évolution semble réaliste puisqu'elle permet à la maturation d'augmenter de manière progressive jusqu'à une limite finie (figure 5.12). De plus, elle est proche de la répartition évoquée par Gril et Thibaut [38]. Enfin, elle est paramétrable et permet une certaine souplesse quant à la forme de la répartition temporelle de la maturation.

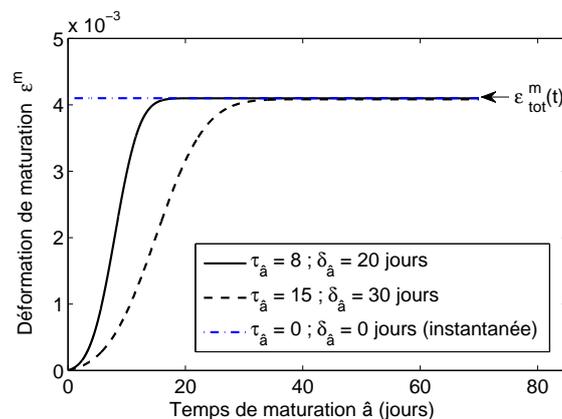


Figure 5.12: Évolution temporelle des déformations de maturation  $\varepsilon^m(\hat{a})$  en fonction du temps de maturation, pour un temps  $t$  depuis l'inclinaison donné.

L'évolution des déformations de maturation en fonction du temps de maturation  $\hat{a}$  est représentée figure 5.12 et se calcule comme :

$$\varepsilon^m(\hat{a}, t) = D(t) \int_0^{\hat{a}} \exp\left(\frac{(u - \tau_{\hat{a}})^2 \ln(0,01)}{(\delta_{\hat{a}}/2)^2}\right) du \quad (5.8)$$

La constante  $D(t)$  est calculée de manière à ce que l'asymptote horizontale atteinte par cette expression soit égale à  $\varepsilon_{tot}^m(t)$  qui est défini selon l'équation 5.7.  $\tau_{\hat{a}}$  est le temps caractéristique où la pente de la courbe est maximale et  $\delta_{\hat{a}}$  est un paramètre déterminant la largeur de la répartition (c'est la largeur de la gaussienne à 1 % de sa valeur maximale). Il n'existe pas, à notre connaissance, de résultats expérimentaux permettant de déterminer ces caractéristiques. Cependant, étant donné que lors des mesures de DRLM sur des profondeurs de traits de scie de 1 à 2 mm des déformations sont bien relevées, les phénomènes de maturation en ce qui concerne les déformations  $\varepsilon^m$  interviennent au moins en partie durant cette période de 8 à 15 jours. Par conséquent, nous proposons d'utiliser les intervalles suivants :  $\tau_{\hat{a}} \in [0 ; 15]$ , et  $\delta_{\hat{a}} \in [0 ; 30]$  qui permettent de modéliser d'une maturation instantanée (limite lorsque ces paramètres tendent vers 0) jusqu'à une maturation qui dure 30 jours (cf. figure 5.12).

Finalement, les déformations de maturation sont modélisées dans le cas le plus général par l'équation 5.9. La constante  $c_{face}$  est calculée de manière à obtenir le niveau de  $\varepsilon_{tot,face}^m(t \mapsto +\infty)$  voulu. Cette formulation permet de modéliser de multiples lois d'évolution temporelles des déformations de maturation, qui sont le moteur du redressement gravitropique. Son utilisation dans le modèle biomécanique proposé au chapitre 4 permettra de modéliser les différentes étapes du redressement qui sont observées expérimentalement.

$$\varepsilon^m(\hat{a}, t) = c_{face} \int_0^t \exp\left(\frac{(u - \tau_t)^2 \ln(0,01)}{(\delta_t/2)^2}\right) du \int_0^{\hat{a}} \exp\left(\frac{(u - \tau_{\hat{a}})^2 \ln(0,01)}{(\delta_{\hat{a}}/2)^2}\right) du \quad (5.9)$$

### 5.3 Conclusion et synthèse des paramètres d'entrée du modèle biomécanique

Les résultats expérimentaux présentés dans ce chapitre permettent tout d'abord d'être renseigné sur la cinétique du redressement gravitropique. En particulier, il apparaît une phase de latence dans le phénomène de redressement que seul un modèle biomécanique prenant en compte les évolutions temporelles des phénomènes de maturation peut modéliser. Les données ainsi recueillies de la forme et de la courbure des arbres du lot D permettront une comparaison quantitative avec la modélisation. Par ailleurs, il apparaît que cette phase où il n'y a pas de redressement peut s'expliquer par une évolution des déformations de maturation au cours de la saison de croissance. Dans le modèle, les déformations de maturation dépendront donc à la fois du temps depuis l'inclinaison ( $t$ ) et de l'âge de chaque cellule ( $\hat{a}$ ). Les propriétés élastiques ou viscoélastiques, elles, ne varieront qu'en fonction de l'âge de cellules,

et donc indépendamment de  $t$  car il semble d'après nos résultats qu'elles restent les mêmes au cours de la saison de végétation.

Si la cinétique de la mise en place des déformations de maturation reste méconnue, la modélisation biomécanique peut aider à tester des hypothèses, voire à déterminer la cinétique de maturation par identification inverse. C'est ce qui sera réalisé au chapitre suivant, mais sous couvert d'avoir des paramètres d'entrée qui restent réalistes. L'ensemble des paramètres d'entrée défini dans le tableau 4.1 a donc été évalué quantitativement au sein de ce chapitre. Le tableau récapitulatif 5.2 présente ces données d'entrée et les intervalles de variation correspondants. Certains paramètres, comme notamment les caractéristiques géométriques, sont mesurés de manière relativement précise, et leurs incertitudes ne sont donc pas prises en compte. D'autres données d'entrée, comme les caractéristiques viscoélastiques ou bien les déformations de maturation, sont définies avec une moindre précision, notamment en ce qui concerne leur cinétique de maturation. Malgré tout, les mesures et les essais expérimentaux réalisés tout au long de ces travaux de thèse permettent d'évaluer un intervalle de variation au sein duquel il est certain que ces paramètres se situent. L'exploitation du modèle biomécanique réalisée au chapitre suivant permettra d'identifier l'influence des variations de ces données d'entrée sur les simulations.

| Nom du paramètre (unité)                          | Symbole      | Valeur par défaut   | Intervalle de variation               |
|---|--------------|---|---------------------------------------|
| Géométrie   |              |   |                                       |
| Longueur du tronc (m)                             | $L$          | spécifique à chaque individu  | /                                     |
| Angle d'inclinaison initial (°)                   | $\alpha_0$   | spécifique à chaque individu  | /                                     |
| Angle de bois de tension (°)                      | $\gamma$     | 180   | [160 ; 200]                           |
| Coefficient d'excentrement                        | $coefk$      | 0,4   | [0,3 ; 0,5]                           |
| Rayon du cœur (mm)                                | $r_{cœur}$   | 5,3   | /                                     |
| Rayon (mm)  | $r(x, t)$    | spécifique à chaque individu  | /                                     |
| Répartition des masses                            |              |   |                                       |
| Masse volumique du bois (kg.m <sup>-3</sup> )     | $\rho(x)$    | $\rho(x)$   | /                                     |
| Masse linéique du feuillage (kg.m <sup>-1</sup> ) | $ml_f(x, t)$ | spécifique à chaque individu avec $v_f = 3,6.10^{-3} \text{kg.jour}^{-1}$ | $v_f \in [1,7.10^{-3} ; 5,4.10^{-3}]$ |

| Nom du paramètre (unité)  | Symbole  | Valeur par défaut             | Intervalle de variation                               |
|---|--|-------------------------------|---|
| Module élastique $E_0(\hat{a})$ (équation 5.6)  |  |                               |   |
| Module élastique en fin de maturation (MPa)   | $E_0(\infty)$  | 3000                          | [2700 ; 3300]   |
| Module élastique du pic de maturation (MPa)   | $E_{0pic,sup}$   | 6500                          | [5800 ; 7200]   |
|   | $E_{0pic,inf}$   | 3800                          | [3400 ; 4200]   |
| Temps caractéristique de la première partie de la courbe de maturation (jours)  | $\tau_{expo}$  | 5                             | [2,5 ; 7,5]   |
| Position du pic de maturation (jours)   | $\tau_{pic}$   | 19                            | [13 ; 25]   |
| Largeur du pic de maturation (jours)  | $\delta_{pic}$   | 17                            | [7 ; 27]  |
| Caractéristiques viscoélastiques selon le modèle de Burgers (figure 4.6b)   |  |                               |   |
| Temps caractéristique $\tau_1$ (heures)   | $\tau_1$   | 38                            | [30 ; 46]   |
| Rigidité du ressort $E_1$ (GPa)   | $E_1(\hat{a})$   | $1,1 + 0,17\hat{a}$           | $[0 ; 5,6] + [0,055 ; 0,29]\hat{a}$                   |
| Caractéristique $1/\eta_\infty$ ((Pa.jour) <sup>-1</sup> )  | $1/\eta_\infty(\hat{a})$   | $6,8E-12e^{(-9,4E-3\hat{a})}$ | $[4,0 ; 9,0]E-12 \times e^{([-22 ; -1,7]E-3\hat{a})}$ |
| Déformations de maturation $\varepsilon^m(\hat{a}, t)$ (équation 5.9)   |  |                               |   |
| Déformation de maturation totale en fin de saison de croissance   | $\varepsilon_{tot,sup}^m(t \mapsto +\infty)$<br>$\varepsilon_{tot,inf}^m(t \mapsto +\infty)$ | à définir                     | [0,0022 ; 0,027]<br>[0,0011 ; 0,011]                  |
| Caractéristiques de l'évolution temporelle des déformations de maturation en fonction du temps depuis l'inclinaison (jours)             | $\tau_t$   | 15                            | 0 ou 15   |
|   | $\delta_t$   | 40                            | 0 ou 40   |
| Caractéristiques de l'évolution temporelle des déformations de maturation en fonction du temps de maturation (âge des cellules) (jours) | $\tau_{\hat{a}}$   | 8                             | [0 ; 15]  |
|   | $\delta_{\hat{a}}$   | 20                            | [0 ; 30]  |

Table 5.2: Paramètres d'entrée du modèle biomécanique et leurs variations.

## Chapitre 6

# Exploitation du modèle biomécanique

Le but des travaux décrits dans ce chapitre est de simuler les évolutions spatio-temporelles du tronc pendant la réaction gravitropique à l'aide du modèle décrit au chapitre 4. Les simulations issues du modèle seront comparées quantitativement au redressement gravitropique des arbres du lot D, qui est décrit par les mesures expérimentales de la section 5.1.

Pour la modélisation du redressement gravitropique, il est possible de poser différentes hypothèses quant au comportement mécanique du bois vert et la cinétique de sa maturation : viscoélasticité, évolution des propriétés mécaniques lors de la maturation, déformations de maturation évoluant au cours de la saison de croissance et évoluant temporellement au cours de la maturation des cellules. Les paramètres d'entrée correspondant à ces différents postulats ont été décrits au chapitre 5. Si les paramètres géométriques sont connus avec une précision relativement satisfaisante, il existe en revanche des incertitudes en ce qui concerne les propriétés mécaniques du matériau et leurs évolutions en fonction de la maturation. Ces incertitudes sont susceptibles d'influer sur les résultats du modèle. De plus, tous les paramètres d'entrée n'ont pas forcément la même influence sur la réaction gravitropique. Afin d'évaluer leur influence, plusieurs études paramétriques seront menées au sein de ce chapitre en fonction des intervalles de variation définis au chapitre 5. Ainsi, les paramètres les moins influents sont discriminés de manière à se concentrer sur ceux qui jouent le rôle le plus important dans le redressement gravitropique.

L'influence des différentes hypothèses du comportement mécanique du bois vert et de sa maturation sur la modélisation du redressement gravitropique est aussi analysée dans ce chapitre. Plusieurs scénarii sont envisagés, avec une complexification progressive du modèle. Le cas le plus simple est celui d'un matériau élastique et d'une maturation instantanée, le plus complexe correspond au cas d'un matériau viscoélastique dont la maturation est continue et variable au cours de la saison de croissance. Ces études permettent ainsi de déterminer quelles sont les hypothèses de comportement modélisant le mieux la physique de l'arbre lors de sa réponse gravitropique.

Par l'étude de la déflexion de l'arbre sous son propre poids lors de son inclinaison, la première partie de ce chapitre constitue une étape permettant de valider la modélisation sans qu'aucun

phénomène de maturation ne rentre en compte. Dans une deuxième partie, le redressement est modélisé sous l'hypothèse d'une maturation instantanée, ce qui permet d'avoir un point de comparaison pour le cas où la maturation est continue. Dans cette partie, l'influence d'un comportement élastique ou viscoélastique ainsi que de la variation des valeurs de déformation de maturation au cours de la saison est étudiée. Une troisième partie expose l'apport de la prise en compte d'une maturation continue des cellules dans la modélisation. La quatrième partie expose les perspectives offertes par le modèle.

## 6.1 Étude de la déflexion lors de l'inclinaison de l'arbre

Une première étape de comparaison du modèle avec l'expérimental consiste à observer la déflexion des arbres sous leur propre poids lors de l'inclinaison. D'un point de vue mécanique, l'inclinaison d'un arbre peut être vue comme l'application instantanée d'un chargement extérieur qui met le tronc en flexion. Sous les hypothèses de la théorie des poutres, la déflexion observée ne dépend donc, pour un chargement donné, que du module élastique du bois, de la géométrie du tronc, et de la répartition des masses. Ces paramètres et leurs intervalles de variation ont été définis au chapitre 5 et sont listés dans le début du tableau 5.2.

Lors de l'inclinaison, la croissance radiale vient juste de débiter et donc il semble raisonnable de considérer que le tronc est constitué du bois préexistant, c'est-à-dire de bois mature de l'année précédente. Nous considérons que ce bois est issu de la croissance de l'arbre alors qu'il était parfaitement droit, et qu'il s'agit donc uniquement de bois normal dont le module élastique  $E_0$  est considéré comme homogène au sein du tronc. Pour reprendre les notations du chapitre précédent, ce module est équivalent au module  $E_0(\infty)$  obtenu en fin de maturation. Selon les essais mécaniques du § 2.3, le module se situe dans un intervalle de 2700 à 3300 MPa.

La longueur  $L$  du tronc, l'angle d'inclinaison initial  $\alpha_0$  et le rayon  $r(x, t)$  sont mesurés pour chaque arbre (cf. § 5.1). La répartition des masses lors de l'inclinaison est calculée selon l'équation 5.4, en supposant notamment que la masse de feuillage croît à une vitesse  $v_f$  de 1,7 à  $5,4 \cdot 10^{-3}$  kg.jours<sup>-1</sup>. Ce paramètre permet de déterminer la masse de feuillage lors de l'inclinaison à partir de la masse de feuillage mesurée en toute fin de croissance (équation 5.3). Il est donc essentiel car il détermine le chargement appliqué lors de l'inclinaison. Les principaux paramètres d'entrée qui sont variables sont donc le module  $E_0$  et la vitesse de croissance en masse du feuillage  $v_f$ .

### 6.1.1 Étude de sensibilité de la courbure aux paramètres $v_f$ et $E_0$

Un plan d'expérience est réalisé pour étudier la sensibilité de la réponse du modèle en fonction des variations des paramètres  $v_f$  et  $E_0$ . Il consiste à réaliser différentes combinaisons de ces facteurs dans le but d'identifier leurs effets sur la réponse du modèle. La réponse du modèle est étudiée en termes de courbure à la base de l'arbre ( $x = 0$ ) lors de l'inclinaison.

Pour étudier l'influence des paramètres, on choisit différents niveaux dont on souhaite étudier l'influence. Ici, 2 niveaux sont étudiés pour les 2 facteurs, ils correspondent aux valeurs extrêmes des intervalles de variation qui ont été définis précédemment pour ces paramètres. Ainsi les niveaux de  $E_0$  sont 2700 MPa et 3300 MPa, et les niveaux de  $v_f$  sont  $1,7 \cdot 10^{-3} \text{ kg.jour}^{-1}$  et  $5,4 \cdot 10^{-3} \text{ kg.jour}^{-1}$ . Le fait d'utiliser ces niveaux permet d'étudier l'effet des variations dues aux incertitudes de ces deux paramètres sur la courbure à la base lors de l'inclinaison.

Dans les plans d'expériences comportant de nombreux paramètres et niveaux, les combinaisons sont sélectionnées de manière à minimiser le nombre d'essais (en utilisant par exemple les tables de Taguchi [104]). Ici, puisqu'il n'y a que 2 paramètres et 2 niveaux, un plan complet de 4 combinaisons est réalisé. Il s'agit donc d'un plan permettant de tester toutes les combinaisons possibles, en faisant varier tous les facteurs à tous leurs niveaux de manière exhaustive, ce qui permet d'identifier l'influence de tous les facteurs et de toutes leurs interactions. L'effet d'un facteur  $f_i$  à un niveau  $N_i$  est défini par la moyenne de tous les résultats pour lesquels  $f_i = N_i$  moins la moyenne générale de toutes les combinaisons ( $i$  désigne ici un numéro assigné au facteur ou niveau considéré). L'effet de l'interaction entre  $f_i$  au niveau  $N_i$  et  $f_j$  au niveau  $N_j$  (avec  $i \neq j$ ) est défini par la moyenne de tous les résultats pour lesquels  $f_i = N_i$  et  $f_j = N_j$  à laquelle on soustrait l'effet de  $f_i$  au niveau  $N_i$ , l'effet de  $f_j$  au niveau  $N_j$  et la moyenne générale. Pour une présentation plus complète des plans d'expériences et des calculs associés, le lecteur peut se référer à l'ouvrage de Demonsant [105].

Le tableau 6.1 présente les résultats des combinaisons du plan d'expérience étudié, appliqué à l'arbre D5 (les résultats sont qualitativement identiques pour les autres individus). Ces résultats sont analysés graphiquement figure 6.1. Sur ce graphique, l'effet est additionné à la moyenne générale en fonction du niveau de chaque facteur ou interaction. L'avantage de cette représentation est d'offrir une visualisation immédiate des différents effets.

| N° combinaison | Niveau module $E_0$<br>( $N_1=2700 \text{ MPa}$ ,<br>$N_2=3300 \text{ MPa}$ ) | Niveau $v_f$<br>( $N_1=1,7 \cdot 10^{-3} \text{ kg.jour}^{-1}$ ,<br>$N_2=5,4 \cdot 10^{-3} \text{ kg.jour}^{-1}$ ) | Courbure à la base ( $\text{m}^{-1}$ ) |
|----------------|---|--|--|
| 1              | 1   | 1  | -0,0839                                |
| 2              | 1   | 2  | -0,0457                                |
| 3              | 2   | 1  | -0,0664                                |
| 4              | 2   | 2  | -0,0369                                |

Table 6.1: Plan d'expérience pour l'étude de l'influence de  $E_0$  et  $v_f$  sur la courbure à la base du tronc de l'arbre D5 lors de l'inclinaison.

Le paramètre  $v_f$  apparaît plus influent que le module  $E_0$ , car la pente du segment correspondant figure 6.1 est plus importante. Les interactions n'ont qu'une très faible influence sur la courbure. L'influence des variations de  $E_0$  est donc faible vis-à-vis de l'effet des variations en rapport avec le chargement. Le fait que  $v_f$  soit le paramètre le plus influent s'explique par le fait que ses variations peuvent être très importantes. Le module mesuré par les essais

mécaniques du chapitre 2 est donc déterminé avec une meilleure précision relativement au paramètre  $v_f$ .

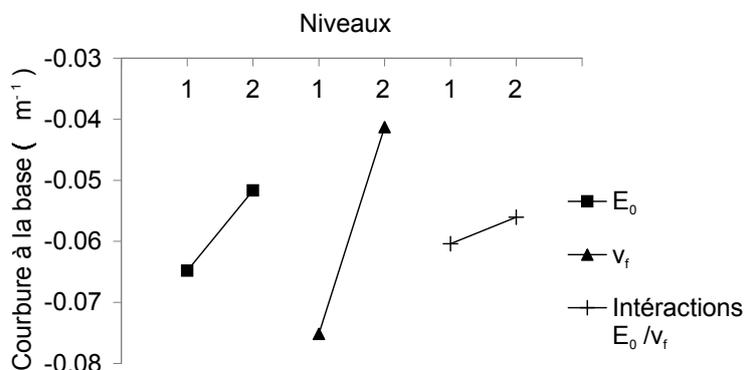


Figure 6.1: Analyse graphique des résultats du plan d'expérience du tableau 6.1 en termes d'influence de  $E_0$ ,  $v_f$  et de leurs interactions.

## 6.1.2 Comparaison du modèle avec l'expérimental

### 6.1.2.1 Optimisation de $v_f$ pour la modélisation de la déflexion initiale

En prenant les valeurs moyennes des paramètres  $v_f$  et  $E_0$ , les déflexions des arbres sous leur propre poids lors de l'inclinaison obtenues par le modèle sont comparées avec les mesures expérimentales (figure 6.2). Pour cette comparaison, nous avons pris le parti de calculer l'aire entre les courbes expérimentales et les courbes modélisées. En effet, à la différence d'un coefficient de corrélation, cette « surface d'erreur » permet d'avoir une grandeur quantitative dont on ressent bien le sens physique puisque dans ce cas il s'agit vraiment d'une aire exprimée en  $m^2$ . Cette aire d'erreur entre la forme du tronc mesurée expérimentalement et celle modélisée est calculée de manière numérique par la méthode des trapèzes. Les résultats sont présentés dans le tableau 6.2.

Il apparaît qu'en prenant les valeurs moyennes des paramètres  $v_f$  et  $E_0$  (qui sont respectivement  $v_f = 3,6 \cdot 10^{-3} \text{kg} \cdot \text{jour}^{-1}$  et  $E_0 = 3000 \text{MPa}$  comme l'indique le tableau 5.2), les résultats du modèle en ce qui concerne la forme lors de l'inclinaison sont très proches des relevés expérimentaux, notamment pour les arbres D1, D2 et D4. Pour ces arbres, l'aire entre les courbes expérimentales et modélisées est inférieure à  $0,0409 \text{m}^2$ , ce qui paraît être tout à fait acceptable étant donné la longueur des troncs de l'ordre de 3 m. En revanche, le modèle sous-estime légèrement la déflexion de l'arbre D5, et surestime celle de l'arbre D3. Les surfaces d'erreur sont par conséquent nettement plus importantes. Afin de diminuer au maximum cette différence entre le modèle et l'expérimental, il est possible d'ajuster les paramètres d'entrée qui font preuve d'une certaine incertitude. Le paramètre  $v_f$  étant le plus influent, seul ce paramètre sera modifié.

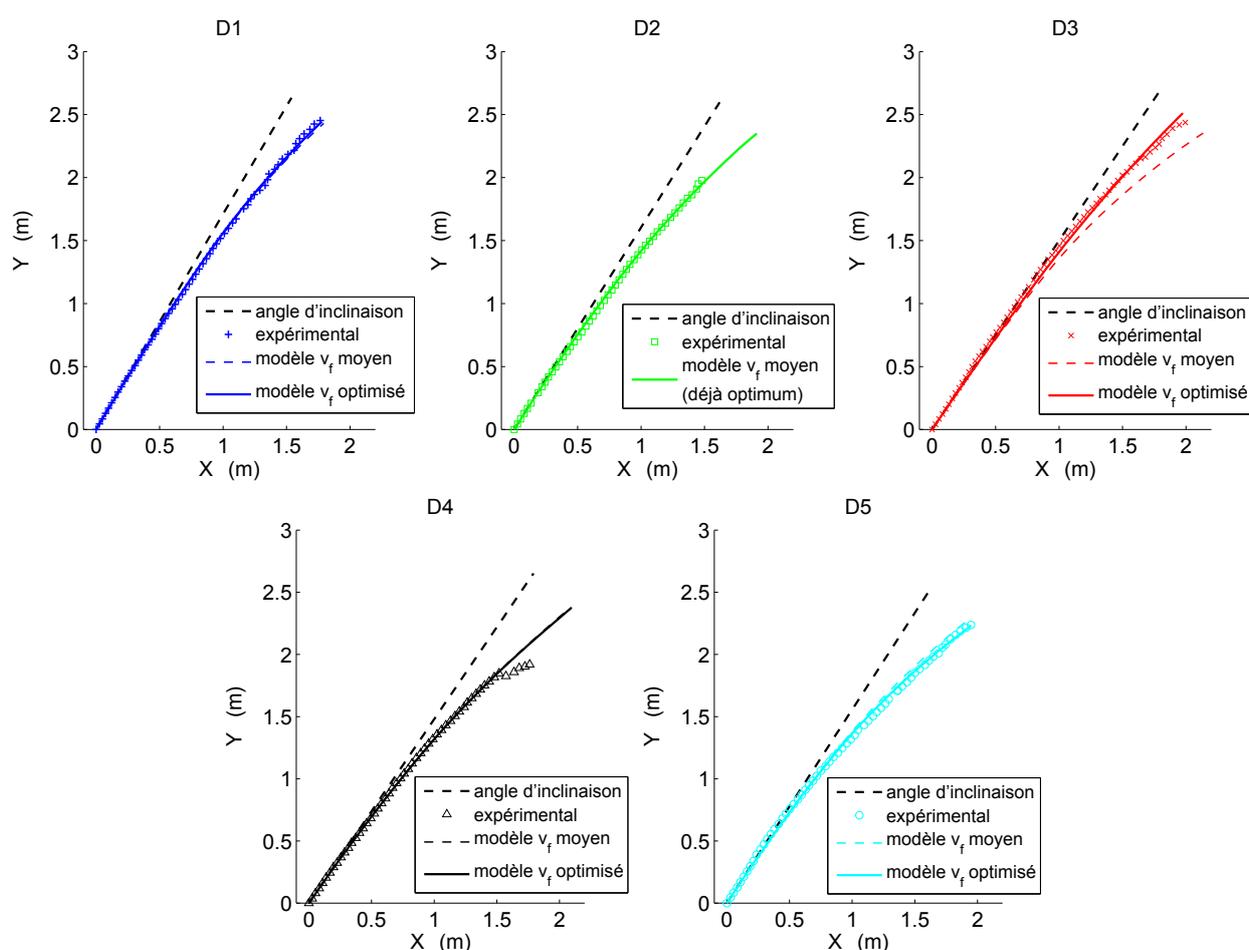


Figure 6.2: Formes des arbres du lot D lors de l'inclinaison mesurées expérimentalement et modélisées. Deux versions du modèle sont présentées : avec la valeur moyenne de  $v_f = 3,6 \cdot 10^{-3} \text{ kg.jour}^{-1}$ , ou avec les valeurs de  $v_f$  optimales présentées dans le tableau 6.2. Les courbes sont la plupart du temps superposées.

| Arbre | Aire entre les courbes (m <sup>2</sup> ) avec $v_f = 3,6 \cdot 10^{-3} \text{ kg.jour}^{-1}$ | $v_f$ optimum (kg.jour <sup>-1</sup> ) | Aire entre les courbes (m <sup>2</sup> ) avec $v_f$ optimum |
|-------|--|--|---|
| D1    | 0,0353   | $3,9 \cdot 10^{-3}$                    | 0,0338  |
| D2    | 0,0153   | $3,6 \cdot 10^{-3}$                    | 0,0153  |
| D3    | 0,2159   | $5,8 \cdot 10^{-3}$                    | 0,0704  |
| D4    | 0,0409   | $3,5 \cdot 10^{-3}$                    | 0,0404  |
| D5    | 0,0709   | $3,0 \cdot 10^{-3}$                    | 0,0420  |

Table 6.2: Tableau des surfaces d'erreur entre les courbes de forme des arbres du lot D lors de leur inclinaison.

La figure 6.3 présente les aires d'erreurs mesurées pour différentes valeurs de  $v_f$  dans le cas de l'arbre D5. Il apparaît un minimum lorsque  $v_f = 3.10^{-3} \text{ kg.jour}^{-1}$ . Cette valeur minimum permet d'optimiser la masse initiale de feuillage pour que la forme du tronc obtenue par le modèle lors de l'inclinaison corresponde au mieux à celle relevée expérimentalement. Pour chaque individu une valeur optimum de  $v_f$  est déterminée. Elles sont indiquées dans le tableau 6.2 avec les résultats correspondants en termes d'erreur, et les formes obtenues sont représentées figure 6.2.

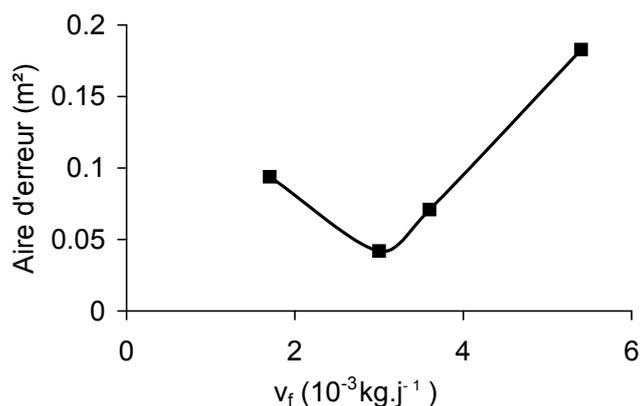


Figure 6.3: Surface d'erreur entre les courbes de forme expérimentale et modélisée pour différentes valeurs de  $v_f$  (exemple de l'arbre D5 représentatif des arbres du lot D).

Mis à part pour l'arbre D3, pour lequel le paramètre  $v_f$  optimum est de l'ordre de  $5,8.10^{-3} \text{ kg.jour}^{-1}$ , les valeurs de  $v_f$  sont proches de la valeur moyenne de  $3,6.10^{-3} \text{ kg.jour}^{-1}$  calculée au chapitre 5. La croissance du feuillage telle qu'elle est définie au § 5.1.5.2 permet de modéliser correctement la déflexion de l'arbre sous son propre poids. Pour l'arbre D3, l'aire entre les courbes expérimentales et modélisées reste nettement plus importante que pour les autres individus malgré l'optimisation de  $v_f$  ( $0,0704 \text{ m}^2$  contre au plus  $0,0420 \text{ m}^2$ ). Ceci peut être causé par une courbure moins bien modélisée pour cet arbre en raison de sa répartition des masses qui est très déséquilibrée (cf. figure 5.8b). *A priori*, une étude plus fine de la répartition des masses pourrait sensiblement améliorer la modélisation. Sans information plus précise quant à cette répartition des masses, une certaine réserve devra être observée lors de l'exploitation des résultats de l'arbre D3.

Ces résultats permettent aussi, via l'optimisation de  $v_f$ , d'avoir la bonne position de départ lorsque l'arbre fléchit sous son propre poids, ce qui nous place dans les meilleures conditions pour étudier le redressement gravitropique. Par ailleurs, ces résultats valident le module de bois mature mesuré par essais de flexion au chapitre 2 ainsi que l'hypothèse selon laquelle la théorie des poutres utilisant le module longitudinal rend bien compte de la flexion du tronc.

### 6.1.2.2 Exploitation des courbures obtenues par la modélisation

En ce qui concerne la courbure, les observations du chapitre 5 selon lesquelles les données expérimentales de courbure des arbres D2 et D5 ne sont pas quantitativement exploitables se retrouvent sur la figure 6.4b : les courbures issues du modèle sont éloignées des données expérimentales. Rappelons que ces données expérimentales de courbure sont issues d'un ajustement de la forme par une spline cubique, qui donne des valeurs incohérentes de courbure pour les arbres D2 et D5 (voir § 5.1.2.2 pour plus de détails).

Pour les arbres D1, D3 et D4, dont les données expérimentales de courbure sont *a priori* réalistes d'après les observations du § 5.1.2.2, les courbures du modèle en-dessous de 1,4 m sont assez proches de celles calculées à partir des données expérimentales, l'erreur relative atteignant 20 % au maximum (figure 6.4a). Cependant, au-delà de cette abscisse curviligne, les courbures calculées par le modèle sont beaucoup plus importantes en valeur absolue, notamment entre 1,5 et 2 m. Par ailleurs, la courbure calculée par le modèle présente des ruptures de pente. Ces ruptures de pente sont dues à la prise en compte de manière discontinue de la diminution du rayon avec l'abscisse curviligne (voir figure 5.5a). Bien que les variations de rayon ne soient pas discontinues dans la réalité, il existe véritablement un changement brutal de diamètre à environ 1,5 m d'abscisse curviligne qui correspond à la limite entre la pousse de la première année de croissance et celle de la deuxième année. Ce changement brutal de section provoque logiquement un fort gradient dans la courbure prédite par le modèle. Le mode de calcul de la courbure expérimentale ne peut pas rendre compte d'une telle variation du fait du lissage de la forme par une spline. Dans ce cas, il est possible que le modèle fournisse des courbures plus proches de la réalité que les données expérimentales lissées.

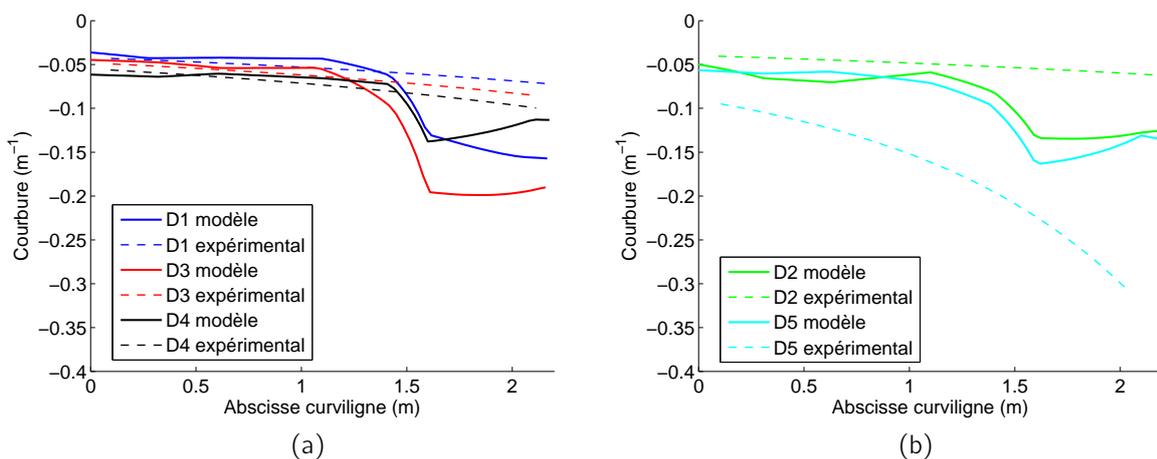


Figure 6.4: Courbures obtenues par le modèle (traits pleins) et le calcul expérimental (traits pointillés) en fonction de l'abscisse curviligne du tronc. (a) Arbres D1, D3 et D4 ; (b) arbres D2 et D5. Les données sont limitées à une abscisse curviligne de 2,2 m en raison des incertitudes de la digitalisation au-delà de cette position.

La comparaison des courbures est donc soumise à de nombreuses interrogations du fait de la difficulté à déterminer expérimentalement la courbure du tronc, notamment sur la partie située à plus de 1,5 m d'abscisse curviligne. Malgré une comparaison quantitative avec l'expérimental difficile, l'étude des courbures obtenues par le modèle peut se révéler très utile, notamment pour exprimer l'évolution temporelle du redressement, à l'image de ce qui est fait à partir des données expérimentales au § 5.1.2.3.

## 6.2 Exploitation du modèle sous l'hypothèse d'une maturation instantanée

Une première étape dans l'étude de la modélisation du redressement gravitropique consiste à considérer une maturation instantanée des cellules. Cette hypothèse sera étudiée au sein de cette partie, où la variable  $\hat{a}$ , qui représente le temps de maturation des cellules (*i.e.* leur âge) ne rentrera donc pas en ligne de compte. La maturation continue, *i.e.* dépendante de l'âge des cellules sera étudiée à la section 6.3.

Le fait que la maturation soit instantanée n'empêche pas que les données d'entrée, comme notamment les déformations de maturation, puissent varier au cours de la saison (*i.e.* qu'elles dépendent du temps depuis l'inclinaison  $t$ ). Ainsi, ces déformations apparaissent instantanément, mais peuvent avoir des valeurs différentes selon le moment de la saison où les cellules sont créées (comme cela est évoqué au § 5.2.3). Les phénomènes de maturation peuvent donc varier au cours de la saison de végétation, nous emploierons dans ce qui suit le terme de « maturation variable au cours de la saison ». Nous différencierons donc bien la maturation instantanée et constante au cours de la saison de la maturation instantanée et variable au cours de la saison.

Si l'étude d'une maturation instantanée et constante au cours de la saison est courante dans les modèles actuels, les variations des déformations de maturation au cours de la saison de croissance n'ont jamais été étudiées dans la littérature à notre connaissance. La description du comportement mécanique du bois vert par un modèle de Burgers ne fait pas non plus l'objet de publications. Les effets de ces deux hypothèses seront donc étudiées au sein de cette partie, en les comparant au cas des modèles actuels où le matériau est élastique et les déformations de maturation instantanées et constantes au cours de la saison. Par ailleurs, les résultats, quels qu'ils soient, restent toujours comparés aux mesures expérimentales puisque le but est d'approcher au mieux la réaction gravitropique l'arbre.

### 6.2.1 Caractéristiques et méthodes communes à tous les calculs

#### Période de calcul

Les calculs du modèle concernent ici essentiellement la phase gravitropique étudiée expérimentalement, c'est-à-dire la croissance sur une période  $T = 70$  jours d'arbres âgés de deux

ans. Pour autant, un calcul initial sur une durée de deux ans est réalisé (cf. § 4.3.2), ce qui permet d'estimer les autocontraintes dans les cernes des années précédant l'inclinaison. Pour cela, les paramètres d'entrée mesurés sur la face inférieure (bois normal) du dernier cerne sont extrapolés, ce qui implique qu'en l'absence de réelle étude des propriétés mécaniques de ce bois, les autocontraintes calculées dans le bois préexistant doivent être discutées avec la réserve qui s'impose.

### Paramètres d'entrée

L'étude de la section 6.1 concernant la déflexion de l'arbre lors de l'inclinaison a permis de définir plus précisément une partie des paramètres d'entrée, notamment en ce qui concerne le chargement (détermination de  $v_f$  et donc de  $m_f(t)$  d'après l'équation 5.3) et le module élastique du bois normal mature ( $E_0(\infty)$ ). Les paramètres  $L$ ,  $\alpha_0$ ,  $r_{coeur}$ ,  $r(x, t)$ ,  $\rho(x)$ ,  $coefk$  et  $\gamma$  sont quand à eux connus grâce aux mesures expérimentales décrites dans le chapitre 5. Les incertitudes sur ces paramètres ne sont pas prises en compte dans ce qui suit car nous considérons que ces mesures sont suffisamment précises vis-à-vis des autres sources d'incertitudes que sont les déformations de maturation et les propriétés viscoélastiques.

D'après le calcul du § 6.1, l'inclinaison des arbres sous leur propre poids est bien reproduite avec ces paramètres. Le redressement gravitropique modélisé part donc d'une position initiale réaliste dont on suppose qu'elle n'influera pas sur le redressement subséquent. Les paramètres de calcul ( $n_{pas}$ ,  $n_{seg}$ ,  $n_{visco}$ ) ayant été définis au § 4.4 en fonction de contraintes numériques et de la précision des résultats, il reste à étudier l'influence des paramètres mécaniques tels que le module du bois de tension, la viscoélasticité et les déformations de maturation.

### Critères de comparaison

Pour leur comparaison, les résultats des simulations du modèle sont étudiés à des temps représentatifs des principales phases de la saison de croissance qui ont été identifiées par l'étude expérimentale de l'évolution temporelle de la courbure (cf. § 5.1.2.3). Ces temps, représentés en termes de forme du tronc et de courbure figure 6.5, correspondent à l'inclinaison de l'arbre sous son propre poids ( $t = 0$  jour), à la phase de latence ( $t = 7$  jours), à la fin de la phase de redressement rapide ( $t = 28$  jours), et à la fin de la période de calcul ( $t = 70$  jours). Les résultats sont représentés dans ce qui suit en termes de forme de l'arbre, de profil de contraintes dans le tronc, et de courbure. L'évolution temporelle de la courbure est étudiée plus particulièrement en trois abscisses curvilignes différentes (0,25 m, 1 m, et 2 m).

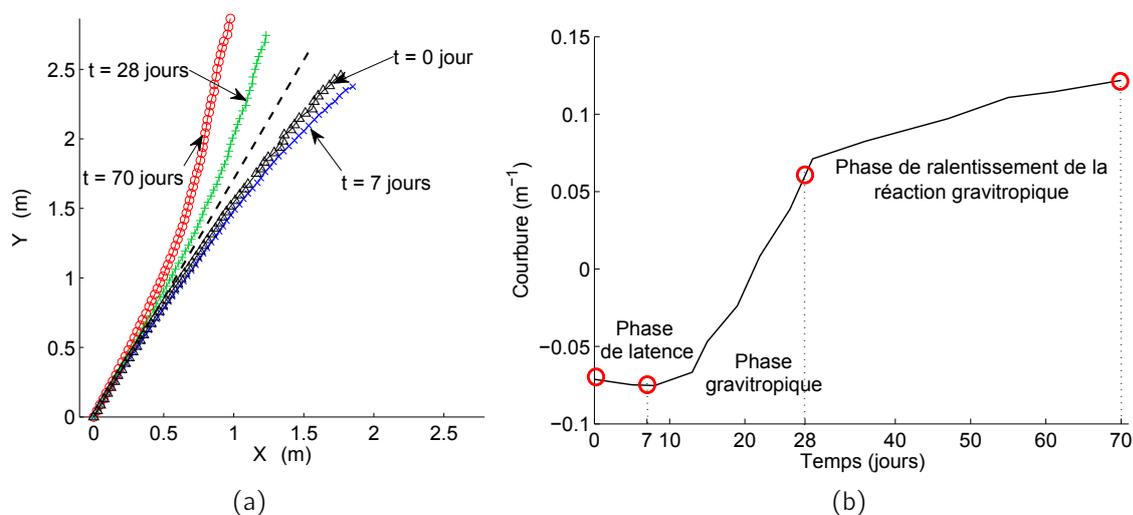


Figure 6.5: Exemple des instants représentatifs des différentes phases de la saison de croissance qui sont représentées lors de l'exploitation de la modélisation (cas de l'arbre D1). (a) Formes de l'arbre (relevés de digitalisation), (b) courbure à 1 m (calculée à partir des relevés de digitalisation).

### Valeurs des déformations de maturation

Dans le chapitre 5 définissant les intervalles de variation des paramètres d'entrée, une grande latitude a volontairement été laissée aux valeurs de déformations de maturation, car ces dernières sont méconnues alors qu'elles sont le moteur principal du redressement gravitropique. Dans ce qui suit, ces déformations seront déterminées de manière à obtenir par le modèle un redressement gravitropique semblable aux relevés expérimentaux. L'adaptation du modèle aux données expérimentales fournit ainsi un résultat en termes de déformation de maturation par identification inverse. Nous verrons par la suite que ces déformations sont très dépendantes des hypothèses de bases utilisées dans le modèle.

Par ailleurs, une seule valeur de déformation de maturation ne permet pas forcément de modéliser le redressement gravitropique sur toute la saison de croissance (notamment lors de la phase de ralentissement de la réaction gravitropique). C'est donc à partir des résultats de la fin de la période de courbure rapide, 28 jours après inclinaison, que seront déterminées les déformations de maturation. Dans un premier temps, un facteur 2 sera utilisé entre les déformations de maturation des deux faces de l'arbre par analogie aux mesures expérimentales de DRLM (cf. § 5.2.3.2), car l'hypothèse de base généralement utilisée dans les modèles biomécaniques consiste à identifier les déformations de maturation aux DRLM [44, 88].

Dans l'ensemble de ce chapitre, les déformations de maturation sont donc déterminées de manière à ce que la forme de l'arbre calculée par le modèle 28 jours après inclinaison soit la plus proche possible des données expérimentales. Ceci est effectué par approches successives,

en minimisant la surface d'erreur entre les formes du tronc expérimentale et calculé par le modèle à  $t = 28$  jours. La méthode employée est donc très semblable à ce qui est décrit au § 6.1.2, mais cette fois-ci ce sont les déformations de maturation qui sont variables.

## 6.2.2 Étude du modèle dans le cas d'un comportement élastique du bois vert, et d'une maturation instantanée et constante au cours de la saison de croissance

### 6.2.2.1 Hypothèses du modèle

Dans le cadre d'une maturation instantanée et constante au cours la saison de croissance, les modules élastiques  $E_{0,face}$  et les déformations de maturation  $\varepsilon_{tot,face}^m$  sont constants. Les modules sont déterminés à partir de moyennes des essais de flexion (§ 2.3.3). Ainsi  $E_{0,sup}$  vaut 5100 MPa pour la face supérieure, et  $E_{0,inf}$  vaut 3000 MPa pour la face inférieure. La rigidité du bois des années précédentes est prise égale à  $E_{0,inf}$ .

Sous les hypothèses prises en compte dans cette section, il faut avoir pour déformations de maturation  $\varepsilon_{tot,sup}^m = 0,004$  et  $\varepsilon_{tot,inf}^m = 0,002$  pour que le redressement au bout de 28 jours soit identique à celui observé expérimentalement. Ces déformations de maturation sont constantes quel que soit le moment  $t$  de la saison de croissance, et donc elles sont aussi constantes selon la position radiale dans l'arbre  $r(t)$ , ce qui est illustré par la figure 6.6. Sur cette figure, les positions radiales représentées correspondent à celles d'une section de la base de l'arbre. À des abscisses curvilignes  $x$  différentes, les positions radiales seraient différentes mais les valeurs des déformations de maturation seraient identiques car ces dernières sont indépendantes de  $x$ .

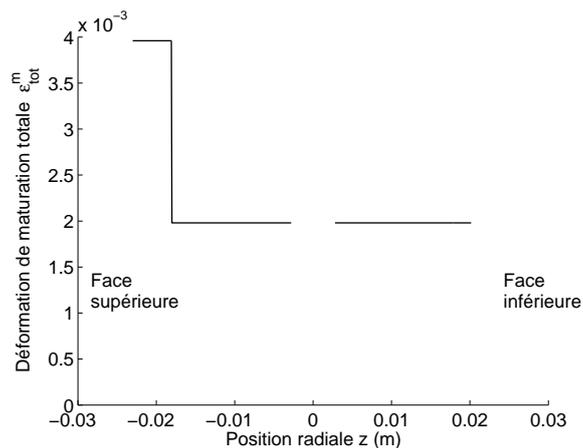


Figure 6.6: Déformations de maturation  $\varepsilon_{tot}^m(r(t))$  appliquées dans le cadre d'un calcul à maturation instantanée et constante au cours de la saison de croissance.

### 6.2.2.2 Résultats du point de vue du redressement gravitropique

Il apparaît figure 6.7a que la forme de l'arbre modélisée après 28 jours de croissance correspond bien à celle relevée expérimentalement, puisque les déformations de maturation ont été définies en ce sens. Malgré cet ajustement des déformations de maturation, les formes de l'arbre modélisées aux autres dates ne correspondent pas aux relevés expérimentaux. Ceci est notamment le cas 7 jours après inclinaison, où expérimentalement un fluage de l'arbre est observé, alors que le modèle à maturation instantanée et constante au cours de la saison montre un redressement qui a déjà bien débuté (sur la figure 6.7a, le tronc a atteint son angle d'inclinaison initial).

Ces différences sont encore plus marquantes en observant les courbes d'évolution temporelle de la courbure de la figure 6.7b : là où un temps de latence est observé expérimentalement, la courbure dans le modèle augmente dès le début de la saison de croissance. Les différentes phases du redressement gravitropique ne sont donc pas respectées et c'est toute la cinétique du redressement qui n'est pas modélisée correctement. Les déformations de maturation définies pour avoir le bon redressement après 28 jours de croissance n'ont donc aucune valeur physique car les hypothèses de base du modèle, comme notamment le fait que la maturation soit constante au cours de la saison, sont incorrectes.

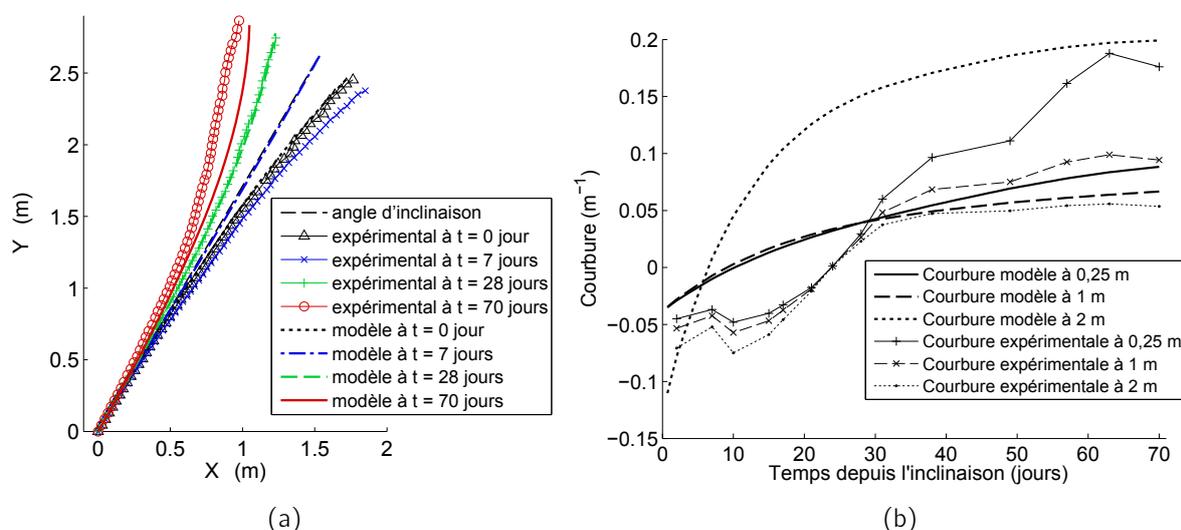


Figure 6.7: Résultats du modèle dans le cas d'une maturation instantanée et variable de la saison de croissance (cas de l'arbre D1 représentatif des résultats des autres arbres du lot D). (a) Formes du tronc, (b) courbure en fonction du temps  $t$ .

Il est cependant intéressant d'étudier le comportement du modèle dans ce cas simple où la maturation est constante au cours de la saison. La figure 6.7b montre que la vitesse de courbure diminue en fonction du temps depuis l'inclinaison. Ceci peut s'expliquer par l'augmentation de la masse de l'arbre au fur et à mesure de la croissance, mais aussi par l'augmentation

du diamètre du tronc et donc du moment d'inertie, et enfin par un ralentissement progressif de la vitesse de croissance (cf. figure 5.5). Comme pendant ce temps les déformations de maturation du bois restent les mêmes, la vitesse de redressement s'en trouve diminuée. Ce phénomène, bien reproduit par la modélisation, intervient certainement aussi dans l'arbre, et pourrait expliquer en partie la diminution de la vitesse de courbure observée au-delà de 30 jours de croissance après inclinaison. Cependant, il n'est pas le seul phénomène limitant la courbure du tronc car il est possible que l'arbre régule ses déformations au cours de la saison. Ceci se remarque par l'étude de la courbure à 2 m : dans le modèle, elle est très importante et augmente rapidement, alors que les résultats expérimentaux montrent plutôt une stabilisation. L'arbre régule donc très probablement la courbure à cette hauteur de manière à prévoir que les parties hautes de l'arbre ne soient pas trop courbées alors que les parties basses continuent le redressement (ce qui constituerait les prémices des phénomènes autotropiques décrits par Coutand *et al.* [28], voir § 1.2.3).

### 6.2.2.3 Profil de contrainte obtenu

En ce qui concerne le profil de contrainte au sein du tronc (figure 6.8), il montre un maximum en périphérie suivi d'une décroissance des contraintes en allant vers le centre de l'arbre comme dans les modèles biomécaniques existants [44, 78]. Cependant, contrairement aux modèles précités, il apparaît ici une discontinuité à la limite de cerne. Ceci est dû à l'inclinaison qui est réalisée alors que l'arbre est âgé de deux ans, et non dès le début de la modélisation comme par exemple dans le modèle de Fournier *et al.* [44]. En effet, lors de l'inclinaison, le profil de contrainte interne, qui jusqu'alors s'est développé de manière symétrique de manière strictement identique aux calculs théoriques de Kubler [77], se retrouve modifié de par la flexion de l'arbre sous son propre poids. La face inférieure est comprimée, ce qui a pour conséquence de diminuer les autocontraintes, alors que l'effet inverse est observé sur la face supérieure. Ce profil de contrainte lors de l'inclinaison est illustré par la courbe à  $t = 0$  jour de la figure 6.8. Relativement à la vitesse de croissance de l'arbre, cette modification du chargement et du profil de contrainte intervient instantanément. Lorsque la croissance après inclinaison débute, les nouvelles cellules sont créées sur du bois dont les précontraintes sont différentes de celles qu'il y aurait eu si seuls les effets de la maturation étaient intervenus. Il apparaît donc une discontinuité des contraintes, car il y a effectivement une discontinuité du chargement matérialisé par le chargement extérieur dû à l'inclinaison de l'arbre. Cette discontinuité est d'autant plus marquée sur la face supérieure qu'il y a sur cette face une discontinuité de déformation de maturation en raison de la production de bois de tension.

Du point de vue du sens physique du profil de contrainte, la stricte décroissance des contraintes modélisée sur la face supérieure n'est pas cohérente avec les observations de courbure des planchettes comme nous l'avons vu au § 3.1.3. Il apparaît donc, tant du point de vue de la cinétique du redressement que des contraintes internes obtenues, que l'hypothèse de déformations de maturation apparaissant de manière instantanée et étant constantes tout au long de la saison de croissance ne permet pas de modéliser le redressement gravitropique de jeunes

peupliers. Afin d'améliorer la modélisation, il est nécessaire de revenir sur ces hypothèses, et notamment sur celle d'une maturation constante au cours de la saison, ce qui fait l'objet paragraphe suivant.

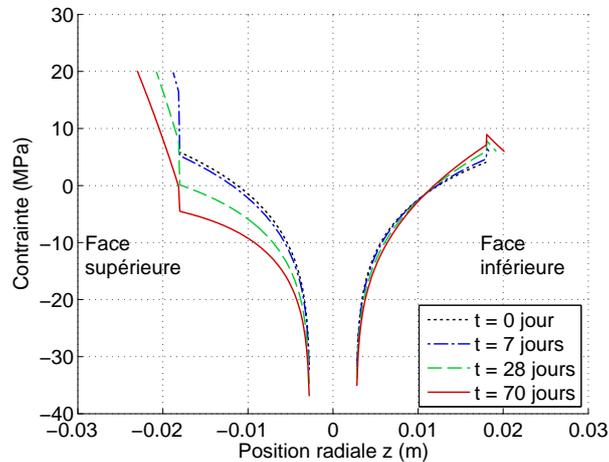


Figure 6.8: Profil de contrainte obtenu dans le cas d'une maturation instantanée et constante au cours de la saison de croissance.

## 6.2.3 Étude du modèle dans le cas d'un comportement élastique du bois vert, et d'une maturation instantanée et variable au cours de la saison de croissance

### 6.2.3.1 Hypothèses de maturation

En considérant toujours une maturation instantanée, c'est-à-dire ne dépendant pas de l'âge  $\hat{a}$  des cellules, il est possible de faire varier les valeurs de déformations au cours de la saison, par exemple en suivant les variations temporelles des mesures de DRLM comme cela est proposé au § 5.2.3.3. Sous cette hypothèse, nous avons :  $\varepsilon^m(\hat{a}, t) = \varepsilon_{tot}^m(t)$ . Les déformations de maturation apparaissent donc au cours de la saison selon l'équation 5.7, en prenant des paramètres d'évolution des déformations de maturation au cours de la saison égaux à  $\tau_t = 15$  jours et  $\delta_t = 40$  jours, conformément aux résultats du § 5.2.3.3. Les autres paramètres (module notamment) sont identiques à l'étude précédente réalisée dans le cas d'une maturation instantanée et constante durant la saison. De même, les déformations de maturation finales  $\varepsilon_{tot,face}^m(t \mapsto +\infty)$  sont définies de manière à obtenir un redressement de l'arbre équivalent au redressement observé expérimentalement 28 jours après inclinaison, toujours en gardant un facteur 2 entre les déformations de la face supérieure et celles de la face inférieure.

Les déformations de maturation appliquées sous ces conditions sont présentées figure 6.9. Lors du calcul initial des autocontraintes au sein du bois formé avant l'inclinaison, la maturation reste considérée comme instantanée et constante au cours de la croissance de ce

bois préexistant, avec des déformations de maturation égales à  $\varepsilon_{tot,inf}^m(t \mapsto +\infty)$ . Au début de la troisième saison de croissance, les déformations de maturation sont nulles, puis elles augmentent rapidement (selon la fonction 5.7) pour atteindre les déformations de maturation définies lorsque  $t \mapsto +\infty$ . Cette courbe est en fait calquée sur l'évolution des DRLM en fonction du temps depuis l'inclinaison de la figure 5.11a, puisque les déformations de maturation reprennent l'évolution. Rappelons que si les déformations de maturation varient au cours de la saison de croissance, elles apparaissent bien toujours de manière instantanée.

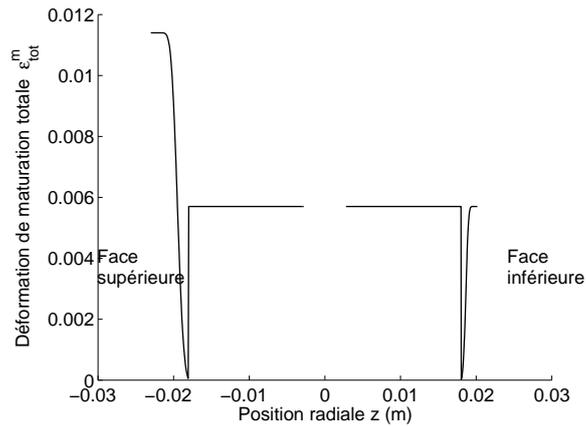


Figure 6.9: Déformations de maturation  $\varepsilon_{tot}^m(r(t))$  appliquées dans le cadre d'un calcul à maturation instantanée et variable au cours de la saison de croissance.

### 6.2.3.2 Résultats du point de vue du redressement gravitropique

Les déformations de maturation nécessaires pour atteindre le bon redressement 28 jours après inclinaison sont  $\varepsilon_{tot,sup}^m(t \mapsto +\infty) = 0,0114$  et  $\varepsilon_{tot,inf}^m(t \mapsto +\infty) = 0,0057$ . Ces déformations de maturation sont beaucoup plus élevées que dans le cas d'une maturation constante tout au long de la saison car ici la maturation ne débute pas dès le début de la saison de croissance. Ces déformations restent cependant dans les ordres de grandeurs définis au chapitre 5.

La cinétique d'apparition des déformations de maturation utilisée ici permet d'améliorer très sensiblement les résultats du modèle. Du point de vue de la forme de l'arbre, il n'y a plus redressement dès l'inclinaison comme dans le cas d'une maturation constante au cours de la saison. En effet, 7 jours après inclinaison, l'arbre est resté proche de sa position initiale. Cependant, malgré la prise en compte de l'augmentation de masse de l'arbre, il n'y a pas le fluage du tronc observé expérimentalement. Par ailleurs, en fin de saison de croissance, et notamment sur les parties les plus hautes de l'arbre, le redressement est trop important (ce qui peut être lié à des phénomènes de ralentissement de la réaction gravitropique non pris en compte dans le modèle).

L'apport des variations de déformations de maturation au cours de la saison s'observe également dans l'évolution temporelle de la courbure, figure 6.10b. En effet, contrairement au cas d'une maturation identique tout au long de la saison, la phase latente est bien présente ici,

bien qu'elle apparaisse peut-être légèrement plus courte que ce qui est observé expérimentalement. La courbure augmente ensuite rapidement, puis enfin diminue avec le temps, comme cela est relevé expérimentalement. La courbure à 2 m est encore une fois surévaluée par le modèle, mais les courbures à des abscisses curvilignes plus basses correspondent de manière satisfaisante aux relevés expérimentaux.

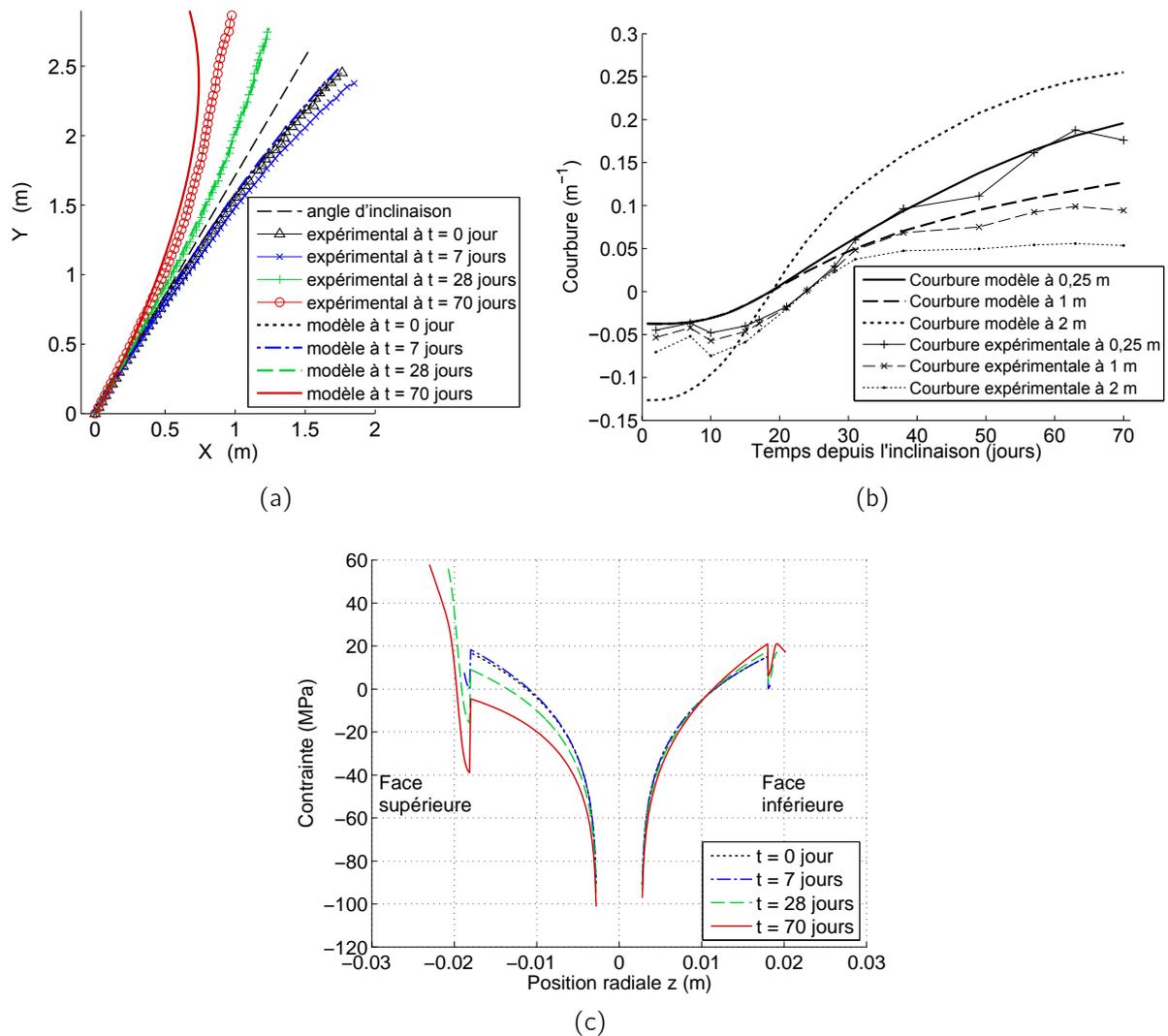


Figure 6.10: Résultats du modèle dans le cas d'une maturation instantanée et variable au cours de la saison de croissance (cas de l'arbre D1 représentatif des résultats des autres arbres du lot D). (a) Formes du tronc, (b) courbure en fonction du temps  $t$ , (c) profil de contrainte.

### 6.2.3.3 Profil de contrainte obtenu

Le profil des contraintes internes présenté figure 6.10c est la conséquence directe de la cinétique de déformation de maturation : dans la partie du bois créé après inclinaison, il est observé une différence de pente qui est due aux différentes valeurs de déformations de maturation appliquées en fonction du moment de la saison où le bois a été créé. Par ailleurs, la partie centrale de bois créé avant inclinaison est très fortement précontrainte car les déformations de maturation appliquées sont plus importantes que dans le cas d'une maturation constante sur toute la saison de croissance. Ces contraintes peuvent ainsi atteindre en compression 100 MPa au cœur de l'arbre, et 60 MPa en tension en périphérie, ce qui paraît très important pour du bois vert.

Bien que modélisant une cinétique du redressement approchant les relevés expérimentaux, le modèle sous l'hypothèse de déformations de maturation variant au cours de la saison reste insatisfaisant car il produit des contraintes qui paraissent trop élevées et qui ne respectent pas les courbures des planchettes observées au chapitre 3. La prise en compte d'un comportement viscoélastique, et donc de la relaxation des contraintes, devrait permettre de prédire de manière plus réaliste le profil de contrainte.

## 6.2.4 Étude du modèle dans le cas d'un comportement viscoélastique du bois vert, et d'une maturation instantanée et variable au cours de la saison de croissance

### 6.2.4.1 Hypothèses de maturation

Afin d'étudier l'effet de la viscoélasticité par rapport aux modélisations précédentes, l'hypothèse d'une maturation instantanée est encore une fois retenue. L'ensemble des paramètres précédents est réutilisé, mais avec un matériau au comportement viscoélastique modélisé par un modèle de Burgers. Dans ce modèle de comportement, le module  $E_0$  est défini comme le module élastique avec pour valeurs celles utilisées aux paragraphes précédents ( $E_{0,sup} = 5100$  MPa, et  $E_{0,inf} = 3000$  MPa). Comme ici la maturation est instantanée, il est nécessaire tout comme pour le module  $E_0$  d'utiliser des paramètres viscoélastiques constants. Des valeurs moyennes des paramètres viscoélastiques, issues des résultats du chapitre 3, sont utilisées :  $\tau_1 = 38$  h,  $E_1 = 7$  GPa, et  $1/\eta_\infty = 7.10^{-12}$  (Pa.jour)<sup>-1</sup>.

### 6.2.4.2 Résultats du point de vue du redressement gravitropique

Avec ces paramètres, les déformations de maturation nécessaires pour obtenir le redressement de l'arbre 28 jours après inclinaison qui correspond aux mesures expérimentales valent :  $\varepsilon_{tot,sup}^m(t \mapsto +\infty) = 0,0106$  et  $\varepsilon_{tot,inf}^m(t \mapsto +\infty) = 0,0053$ . Elles sont donc légèrement inférieures au cas élastique, ce qui montre que la viscoélasticité améliore l'efficacité du redressement. Cet effet est montré par Coutand *et al.* [88] dans le cas d'un modèle viscoélastique de

Zener et par Dlouhá *et al.* [81] pour un modèle viscoélastique constitué de deux modèles de Kelvin en série. Ici, nous validons l'influence positive de la viscoélasticité sur les mouvements gravitropiques avec des paramètres viscoélastiques quantitativement réalistes.

Contrairement au cas élastique, la prise en compte de la viscoélasticité avec les paramètres prédéfinis permet de rendre compte de manière très satisfaisante du fluage de l'arbre sous son propre poids. En effet, sur la figure 6.11a, les courbes expérimentales et modélisées obtenues 7 jours après inclinaison sont confondues. C'est en fait toute la phase gravitropique jusqu'à 30 jours après inclinaison qui est très bien modélisée, comme l'illustre les évolutions temporelles de la courbure à 0,25 m et 1 m sur la figure 6.11b. Après 30 jours, le redressement est impacté par la viscoélasticité, ce qui conduit à une augmentation de la courbure nettement plus rapide que dans le cas élastique, ce malgré des déformations de maturation plus faibles. Finalement, l'arbre 70 jours après inclinaison est beaucoup plus courbé dans le modèle que ce qui est observé expérimentalement. Encore une fois, ce redressement trop important en fin de saison peut s'expliquer par des phénomènes de ralentissement de la réaction gravitropique qui ne sont pas pris en compte dans le modèle (notamment sur les parties hautes de l'arbre).

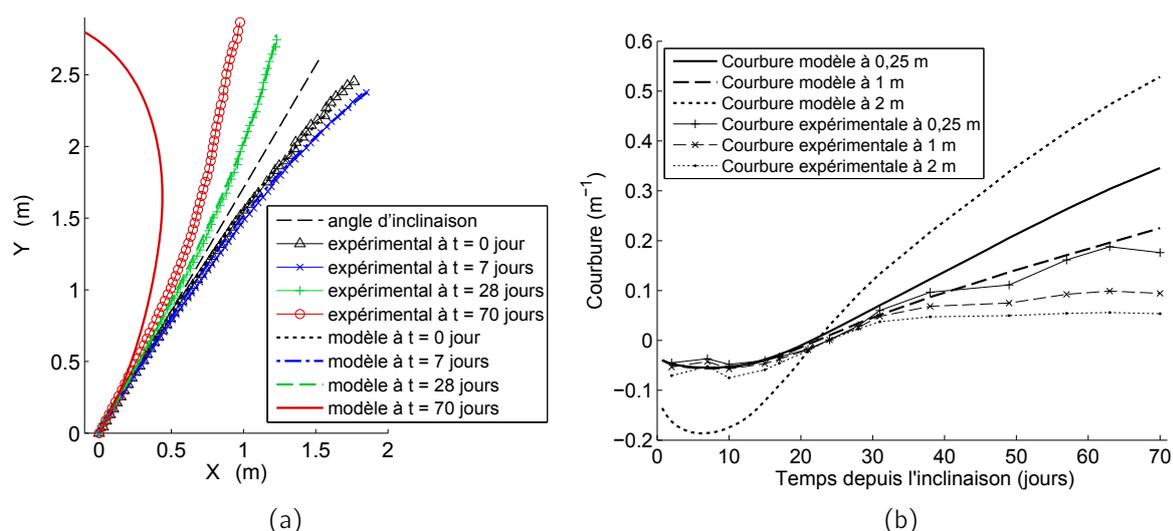


Figure 6.11: Résultats du modèle dans le cas d'une maturation instantanée et variable au cours de la saison de croissance et d'un matériau au comportement viscoélastique modélisé par un modèle de Burgers (cas de l'arbre D1 représentatif des résultats des autres arbres du lot D). (a) Formes du tronc, (b) courbure en fonction du temps  $t$ .

### 6.2.4.3 Profil de contrainte obtenu

La prise en compte de la viscoélasticité par un modèle de Burgers implique, avec les paramètres utilisés, la relaxation presque complète des contraintes internes d'une saison à l'autre. Ainsi, à  $t = 0$  jour, les contraintes résiduelles issues de la croissance intervenant les saisons précédant

l'inclinaison sont de l'ordre de -3 MPa seulement (6.12). Cette relaxation est essentiellement due à l'amortisseur placé en série dans le modèle de Burgers, qui est caractérisé par le paramètre  $\eta_\infty$ . En raison de celui-ci, les contraintes ont le temps de se relaxer durant les deux années de croissance précédant l'inclinaison. Le profil de contrainte obtenu, présentant un faible gradient de contrainte, peut permettre d'expliquer pourquoi aucune courbure n'est relevée pour les échantillons de bois les plus âgés (voir § 3.1.3).

Pour le cerne correspondant à la période de redressement, le profil des contraintes reste relativement similaire au cas élastique, car la relaxation liée à l'amortisseur en série du modèle de Burgers n'est pas sensible sur une période de 70 jours avec le paramètre  $\eta_\infty$  utilisé ici. Il apparaît toujours une stricte décroissance des contraintes en périphérie du tronc, qui ne peut expliquer les sens de courbures observés au § 3.1. La prise en compte de l'apparition continue des propriétés mécaniques, donc de la maturation semble nécessaire pour répondre à cette problématique. Bien qu'un modèle à maturation instantanée considérant le bois vert comme un matériau viscoélastique, et prenant en compte les variations des déformations de maturation au cours de la saison soit très performant pour simuler la cinétique du redressement gravitropique, la prise en compte des phénomènes de maturation semble donc essentielle pour que le modèle reste cohérent avec la réalité physique de la formation du bois.

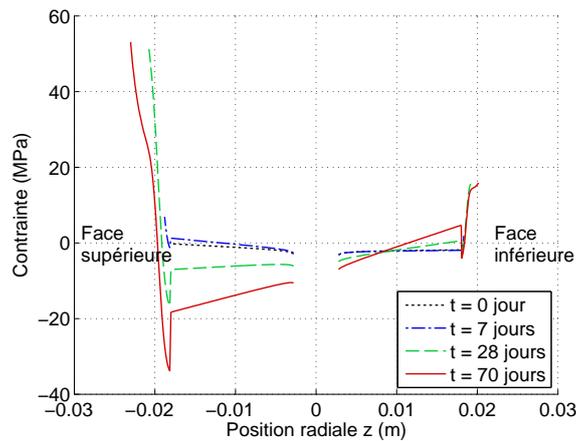


Figure 6.12: Profil de contrainte obtenu dans le cas d'une maturation instantanée et variable au cours de la saison de croissance et d'un matériau au comportement viscoélastique modélisé par un modèle de Burgers.

### 6.2.5 Étude de sensibilité vis-à-vis des effets de la viscoélasticité

Comme sous l'hypothèse d'une maturation instantanée les paramètres viscoélastiques sont fixes, il est plus facile d'étudier les effets de ces paramètres sur le gravitropisme dans ces conditions plutôt que lorsqu'ils sont variables au cours du temps comme ce sera le cas dans la section suivante. L'étude de sensibilité présentée ici consiste donc en l'étude de l'effet

des différents paramètres viscoélastiques du modèle de Burgers ( $\tau_1$ ,  $E_1$ , et  $1/\eta_\infty$ ) sur l'efficacité du redressement. L'ensemble des autres paramètres définis aux paragraphes précédents sont fixés. En particulier,  $\varepsilon_{tot,sup}^m(t \mapsto +\infty) = 0,0114$ ,  $\varepsilon_{tot,inf}^m(t \mapsto +\infty) = 0,0057$ ,  $E_{0,sup} = 5100$  MPa, et  $E_{0,inf} = 3000$  MPa.

Comme lors de l'étude des effets de  $v_f$  et  $E_0$  du § 6.1.1, un plan d'expérience complet est utilisé pour définir les effets des paramètres viscoélastiques et de leurs interactions. Cette fois-ci, le plan d'expérience est constitué de 3 facteurs à 2 niveaux qui sont listés dans le tableau 6.3a. Les niveaux sont calculés par rapport à la moyenne des mesures des paramètres (qui sont présentées au chapitre 5), à laquelle l'écart-type est retranché (niveau 1) ou ajouté (niveau 2). Le plan complet implique 8 calculs dont les résultats sont listés dans le tableau 6.3b. La donnée de sortie étudiée est la courbure obtenue à la base après 28 jours de simulation pour l'arbre D1. Plus cette courbure est importante, plus le redressement de l'arbre l'est.

|  | Niveau 1 | Niveau 2 |
|--|----------|----------|
| $\tau_1$ (h)                                     | 30       | 46       |
| $E_1$ (GPa)                                      | 2        | 13       |
| $1/\eta_\infty$ ( $10^{-12}$ (Pa.jour) $^{-1}$ ) | 1        | 13       |

(a)

| N° combinaison | Niveau $\tau_1$ | Niveau $E_1$ | Niveau $1/\eta_\infty$ | Courbure 28 jours après inclinaison ( $m^{-1}$ ) |
|----------------|-----------------|--------------|------------------------|--|
| 1              | 1               | 1            | 1                      | 0,2141   |
| 2              | 1               | 1            | 2                      | 0,2079   |
| 3              | 1               | 2            | 1                      | 0,0895   |
| 4              | 1               | 2            | 2                      | 0,0722   |
| 5              | 2               | 1            | 1                      | 0,2032   |
| 6              | 2               | 1            | 2                      | 0,1962   |
| 7              | 2               | 2            | 1                      | 0,0881   |
| 8              | 2               | 2            | 2                      | 0,0706   |

(b)

Table 6.3: Plan d'expérience pour l'étude de l'influence des paramètres viscoélastiques sur la courbure à la base du tronc de l'arbre D1 28 jours après inclinaison. (a) Niveaux des paramètres. (b) Résultats du plan.

L'exploitation graphique du plan d'expérience est présentée figure 6.13 (pour rappel, la manière selon laquelle est obtenu ce graphique est présentée au § 6.1.1). Il apparaît très clairement que  $E_1$  est le paramètre le plus influent selon les niveaux qui ont été définis. Les variations de  $\tau_1$  et  $1/\eta_\infty$  ne sont pas assez importantes pour changer de manière significative le redressement qui est modélisé. Plus  $E_1$  est faible, plus le redressement est efficace car les effets de la viscoélasticité s'expriment davantage. Dans le cas développé ici, la courbure à la

base peut être multipliée par trois après 28 jours de croissance. En fait, une faible valeur de  $E_1$  implique plus d'amplitude dans les mouvements de l'arbre, comme l'illustre la comparaison des formes successives de l'arbre obtenues avec  $E_1 = 2$  GPa ou  $E_1 = 13$  GPa (figure 6.14).

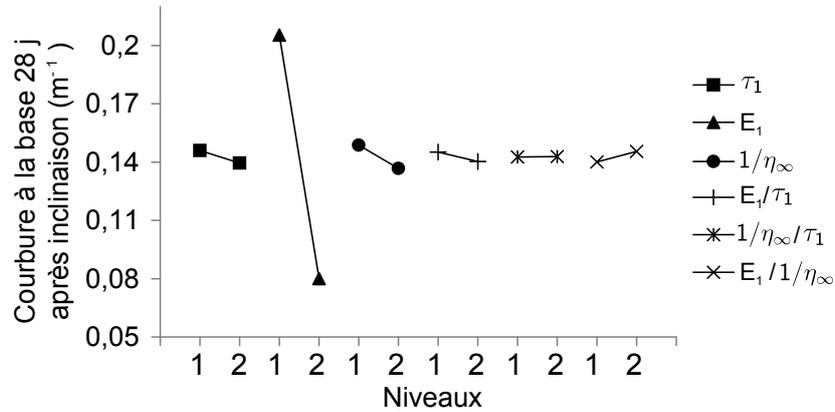


Figure 6.13: Analyse graphique des résultats du plan d'expérience du tableau 6.3.

Le modèle est donc extrêmement sensible à ce facteur dans le cas où  $E_1$  est homogène dans l'arbre. Ceci se révèle assez problématique car la variabilité des mesures relatives à ce paramètre est importante (cf. figure 3.12b). Une étude complémentaire du comportement viscoélastique du bois vert pourrait permettre de préciser davantage ce paramètre. Il semble cependant, d'après les résultats du chapitre 3, que  $E_1$  augmente avec la maturation du bois. Cela modère l'effet sur le redressement si ce paramètre est plus élevé quand le bois est mature.

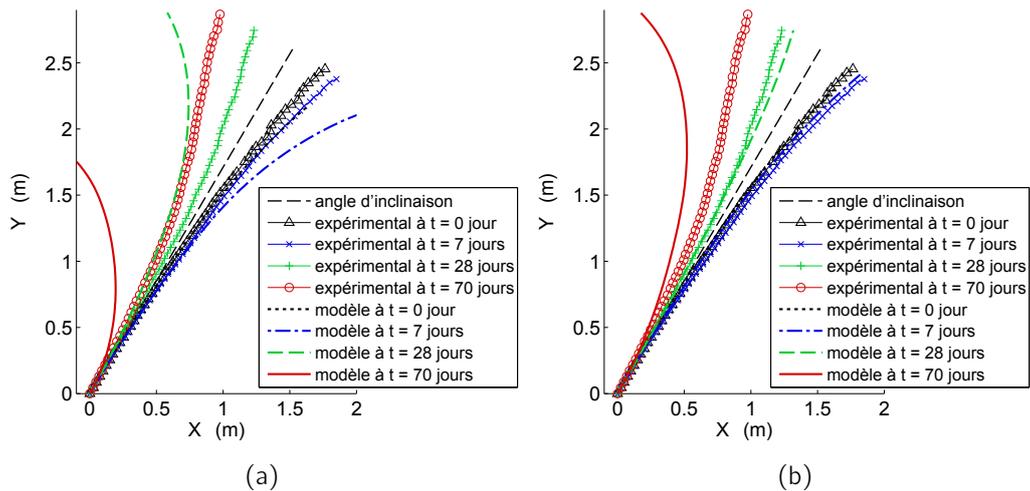


Figure 6.14: Redressement obtenu pour l'arbre D1 dans le cadre d'une modélisation avec  $E_1 = 2$  GPa (a) et avec  $E_1 = 13$  GPa (b). Les autres paramètres sont pris égaux aux valeurs moyennes définies au § 6.2.4.

## 6.3 Exploitation du modèle sous l'hypothèse d'une maturation continue

Les résultats précédents montrent que le modèle peut simuler correctement le redressement gravitropique de jeunes peupliers sous l'hypothèse d'une maturation instantanée et variable au cours de la saison de croissance. Bien que les résultats du modèle du point de vue du redressement soient satisfaisants, les profils de contraintes ne sont pas réalistes car le phénomène de maturation continue n'est pas pris en compte. Les déformations de maturation obtenues sous ces hypothèses n'ont donc elles-mêmes pas de réalité physique. Dans cette partie, nous étudions les effets de la prise en compte d'une maturation continue dans l'objectif que le modèle soit physiquement plus réaliste que les modèles à maturation instantanée.

### 6.3.1 Simulation utilisant les données de maturation continue définies par défaut

#### 6.3.1.1 Hypothèses de maturation

La prise en compte de la maturation continue s'effectue par une modélisation de l'évolution temporelle des paramètres mécaniques en fonction de l'âge du bois, ce qui a été présenté au chapitre 5. En raison des limites expérimentales, certaines hypothèses quant à ces lois d'évolution ont dû être imposées tout en essayant de garder un sens physique au modèle (voir chapitre 5). Dans ce paragraphe, ce sont les valeurs « par défaut » du tableau 5.2 qui sont utilisées comme paramètres d'entrée, ce qui permet une première approche des effets de la maturation. Les lois de maturation correspondantes, qui expriment l'évolution des propriétés mécaniques ( $\varepsilon^m$  et  $E_0$ ) d'une cellule donnée en fonction de son âge  $\hat{a}$ , sont présentées figure 6.15 (voir figure 5.12 pour les lois d'évolution des propriétés viscoélastiques). Rappelons que la même loi d'évolution de  $E_0$  est appliquée tout au long de la saison de croissance, alors que les valeurs maximales de  $\varepsilon^m$  varient en fonction de  $t$  selon l'équation 5.9. Les évolutions de  $\varepsilon^m$  tout au long de la saison de croissance peuvent être représentées spatialement puisqu'elles dépendent du rayon de l'arbre au temps  $t$ . Ainsi, la figure 6.15b montre les déformations du bois obtenues au temps  $t = 70$  jours. Comme la loi d'évolution de  $\varepsilon_{tot, face}^m(t)$  au cours de la saison est la même qu'au § 6.2.3, la courbe présente la même allure que la figure 6.9, à ceci près que pour les cellules en cours de maturation situées en périphérie de l'arbre, les déformations de maturation n'ont pas atteint leur maximum. On retrouve alors spatialement l'évolution temporelle de la figure 6.15a.

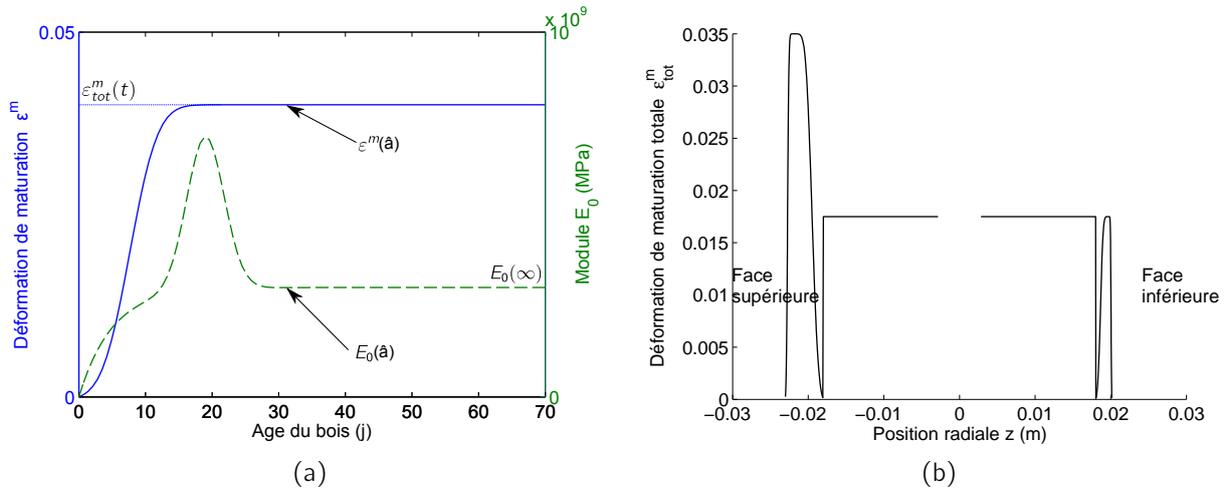


Figure 6.15: Hypothèses de maturation modélisées. (a) Évolution de  $\epsilon^m$  et  $E_0$  en fonction de l'âge  $\hat{a}$  d'une cellule créée au temps  $t = 70$  jours. (b) Déformations de maturation  $\epsilon_{tot}^m(r(t))$  appliquées au temps  $t = 70$  jours.

### 6.3.1.2 Résultats du point de vue du redressement gravitropique

Ici, il est nécessaire de prendre pour valeurs de déformations de maturation  $\epsilon_{tot,sup}^m(t \mapsto +\infty) = 0,035$  et  $\epsilon_{tot,inf}^m(t \mapsto +\infty) = 0,0175$  pour avoir la bonne forme de l'arbre 28 jours après inclinaison. Ces valeurs sont plus de trois fois plus élevées que dans le cas d'une maturation instantanée et variable au cours de la saison. Cela s'explique par le fait que les déformations de maturation comme le module mettent un certain temps avant d'atteindre leur maximum (cf. figure 6.15). Ainsi, les contraintes engendrées à un pas de temps donné alors que les cellules ne sont pas mures sont inférieures au cas d'une maturation instantanée où module et déformations de maturation sont instantanément à leur maximum. Finalement, pour des déformations de maturation de cellules ayant fini leur maturation ( $\epsilon_{tot}^m(t \mapsto +\infty)$ ) qui sont égales, on constate que plus la maturation est rapide, plus le redressement est efficace.

La déflexion initiale obtenue est moins importante que dans le cas du § 6.2.4, ce qui implique que le modèle ne rend pas compte de la forme de l'arbre 7 jours après inclinaison (figure 6.16a). Ceci s'explique par le fait que le comportement viscoélastique du matériau évolue ici avec l'âge des cellules, et la rigidification de  $E_1$  pour le bois mature entraîne un fluage moins important que dans le cas du § 6.2.4 où une valeur moyenne constante de  $E_1$  est prise (7 GPa). Il se peut donc que l'interprétation des résultats des essais mécaniques viscoélastiques selon laquelle  $E_1$  augmente linéairement avec la maturation soit incorrecte, ou tout du moins nettement inférieure aux valeurs calculées.

Malgré cette phase de fluage qui est mal respectée par le modèle, la phase de redressement rapide, entre 15 et 30 jours après inclinaison, est aussi bien simulée que dans le cas du § 6.2.4. En effet, la courbure du tronc aux abscisses curvilignes inférieures à 1 m croît à une vitesse

comparable à l'expérimental (figure 6.16b). Après 30 jours, le redressement est encore trop rapide par rapport à l'expérimental, avec des valeurs légèrement supérieures à celles du cas viscoélastique à maturation instantanée.

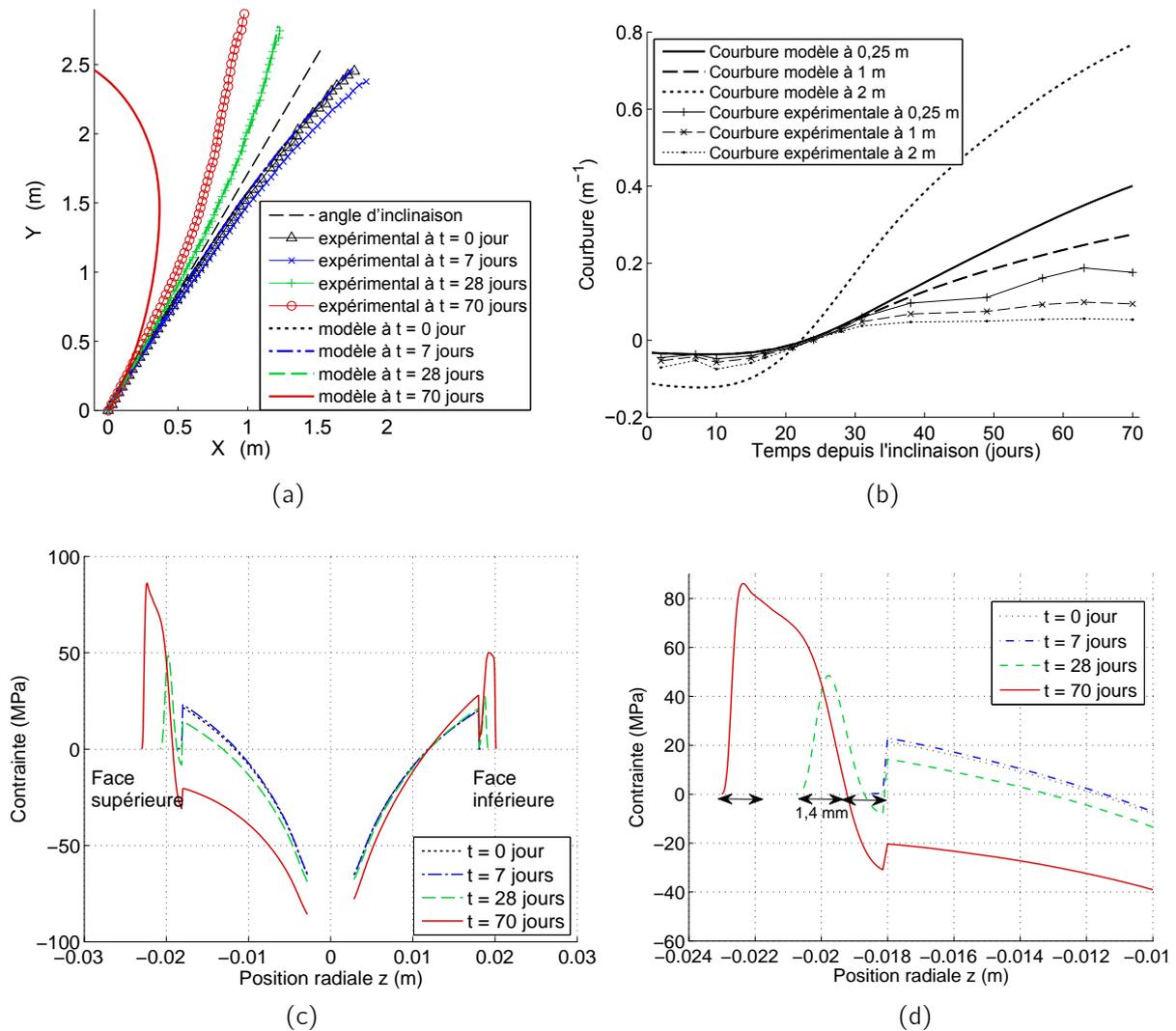


Figure 6.16: Résultats du modèle dans le cas d'une maturation continue et variable au cours de la saison de croissance et d'un matériau au comportement viscoélastique modélisé par un modèle de Burgers (cas de l'arbre D1 représentatif des résultats des autres arbres du lot D). (a) Formes du tronc, (b) courbure en fonction du temps  $t$ , (c) profil de contrainte, (d) zoom sur les profils de contraintes de la face supérieure (Les doubles flèches horizontales, d'une longueur de 1,4 mm, représentent l'épaisseur approximative des planchettes étudiées dans la partie II).

### 6.3.1.3 Profil de contrainte obtenu

Le profil de contrainte présenté figure 6.16c montre des contraintes nulles en périphérie de l'arbre, ce qui représente la principale différence de ce calcul par rapport au cas d'une maturation instantanée. Ceci est dû au fait que les cellules sont encore en cours de maturation, ce qui se traduit par une rigidité et des déformations de maturation nulles pour les cellules situées en périphérie du tronc et qui viennent donc d'être créées. Ce profil de contrainte explique les différences de sens de courbure relevées au § 3.1. Cela est particulièrement vrai pour le profil de contrainte obtenu à l'issue de 28 jours de croissance (courbe en pointillés verts figure 6.16d). En effet, il apparaît sur cette courbe que la première planchette découpée (celle qui est la plus à l'extérieur de l'arbre) présente majoritairement un gradient de contrainte positif selon un axe allant du cambium jusqu'au cœur de l'arbre, alors que la deuxième présente un gradient négatif, ce qui explique les différents sens de courbure. Ensuite, dans la partie du bois des années précédentes, la relaxation des contraintes induit un gradient nettement plus faible et donc des courbures de planchettes inférieures.

Le profil de contrainte obtenu 70 jours après inclinaison montre un profil similaire pour les deux premières planchettes, mais également un gradient de contrainte important pour les troisièmes ou quatrièmes planchettes, ce qui devrait donc induire leur courbure. Or, celle-ci n'est pas observée expérimentalement (cf. §3.1.2). Cet important gradient de contrainte est la conséquence des contraintes intervenant en début de saison, qui ne se sont pas encore relaxées. Un moyen d'obtenir un profil en meilleure adéquation avec les observations des courbures des planchettes serait de modéliser des phénomènes de relaxation rapides intervenant en plus de ceux déjà décrits par le modèle de Burgers. Cependant, de tels phénomènes n'ont pas été mis en évidence lors de l'étude expérimentale du chapitre 3 et n'ont donc pas été modélisés.

Les contraintes obtenues avec ces paramètres sont plus importantes que dans le cas d'une maturation instantanée (environ 80 MPa contre 50 MPa sur la partie tendue de la face supérieure), principalement en raison de la nécessité d'utiliser des déformations de maturation plus grandes pour obtenir le même redressement. Ces contraintes paraissent importantes pour du bois vert de peuplier. Le profil de contrainte est cependant très dépendant des paramètres d'entrée. Leurs variations peut entraîner de profonds changements dans le profil de contrainte comme nous allons le voir dans la partie suivante.

## 6.3.2 Étude de l'effet des variations des paramètres de maturation continue

### 6.3.2.1 Variation des déformations de maturation $\varepsilon_{tot, face}^m(t \mapsto +\infty)$

Les valeurs de déformations de maturation nécessaires au redressement de l'arbre dans le cas d'une maturation continue des cellules paraissent importantes. Cependant, en ce qui concerne la face supérieure, elles restent de l'ordre de grandeur des calculs réalisés à partir de la courbure

des planchettes (pour lesquels les déformations sur la première planchette sont de l'ordre de 0,027 d'après le § 3.1.4.3). En revanche, il est difficile de justifier de telles déformations pour la face inférieure car les planchettes correspondantes ne se courbent quasiment pas et les DRLM sont faibles. Il est possible de remettre en cause le facteur 2 appliqué jusque-là entre les déformations de maturation des deux faces de l'arbre et de diminuer les déformations de maturation de la face inférieure, ce qui implique également une diminution des déformations de la face supérieure pour un même redressement.

En appliquant par exemple  $\varepsilon_{tot,inf}^m(t \mapsto +\infty) = 0,005$ , il est nécessaire d'avoir des déformations de maturation sur la face supérieure qui valent  $\varepsilon_{tot,sup}^m(t \mapsto +\infty) = 0,03$  pour obtenir le même redressement qu'avec les paramètres par défaut du § 6.3.1. Une diminution de 0,012 des déformations de maturation de la face inférieure entraîne donc une diminution de seulement 0,005 des déformations de la face supérieure. Cette différence est due au fait suivant : c'est le ratio des efforts qui compte dans le redressement de l'arbre, et compte tenu qu'il y a plus de bois créé sur la face supérieure et que le module y est plus important, ce sont surtout les déformations de la face supérieure qui influent sur le redressement.

Avec ce nouveau jeu de paramètres, le redressement est le même qu'avec  $\varepsilon_{tot,sup}^m(t \mapsto +\infty) = 0,035$  et  $\varepsilon_{tot,inf}^m(t \mapsto +\infty) = 0,0175$ , comme en témoigne l'évolution temporelle de la courbure (figure 6.17a). En revanche, les contraintes internes sont nettement diminuées comme l'illustre la figure 6.17b. Par rapport au cas de la figure 6.16c calculé selon les mêmes paramètres (sauf bien sûr en ce qui concerne les déformations de maturation), les contraintes sont globalement plus faibles, notamment dans la partie centrale de l'arbre et sur la face inférieure. Ainsi, les variations de contraintes sur la face inférieure restent faibles par rapport à celles de la face supérieure, ce qui explique bien l'absence de courbure sur les planchettes extraites de cette face.

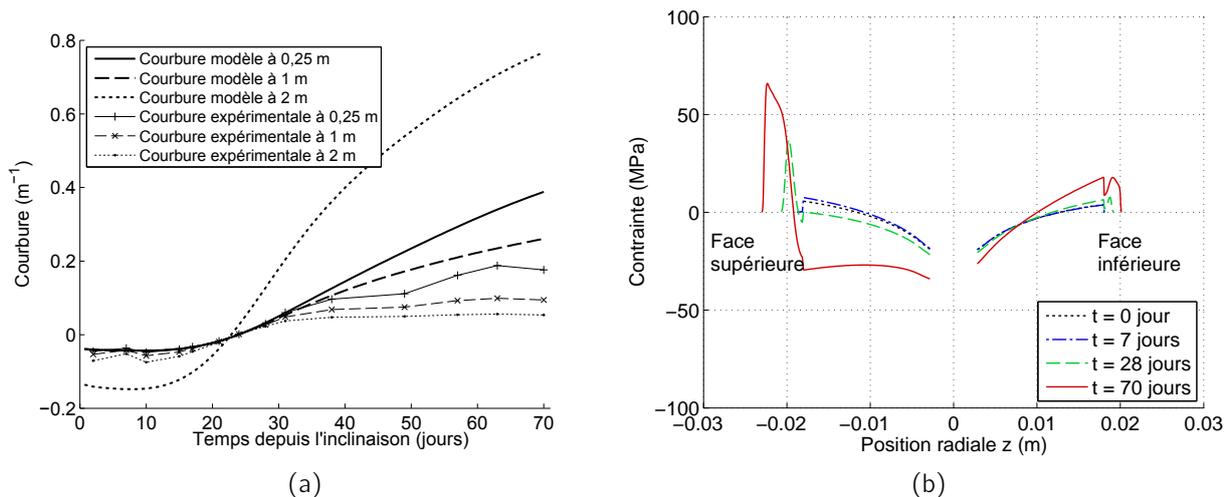


Figure 6.17: Résultats du modèle lorsque  $\varepsilon_{tot,sup}^m(t \mapsto +\infty) = 0,03$  et  $\varepsilon_{tot,inf}^m(t \mapsto +\infty) = 0,005$ . (a) Évolution temporelle de la courbure, (b) profil de contrainte.

### 6.3.2.2 Effet de la cinétique de maturation

La cinétique de maturation, telle qu'elle est définie par les valeurs par défaut (figure 6.15) suppose que la maturation en termes de déformation s'effectue totalement en 20 jours après la création de la cellule. En parallèle, le pic de rigidité intervient après 19 jours de maturation, soit à la fin de la déformation des cellules. Ainsi, avec ces paramètres, les déformations de maturation sont peu efficaces car elles interviennent sur du bois dont la rigidité n'est pas maximale.

En gardant la même loi d'évolution temporelle des déformations de maturation, mais en déplaçant le pic de  $E_0$  à sa borne inférieure de 13 jours définie au chapitre 5, l'efficacité du redressement est nettement améliorée car le bois est plus rigide dans une zone où les cellules se déforment lors de leur maturation, comme l'illustre la figure 6.18a. Les déformations de maturation de la face supérieure nécessaires pour obtenir le bon redressement après 28 jours de croissance sont  $\varepsilon_{tot, sup}^m(t \mapsto +\infty) = 0,021$  (en gardant  $\varepsilon_{tot, inf}^m(t \mapsto +\infty) = 0,005$ ). Pour autant, les contraintes obtenues sont sensiblement équivalentes au cas du § 6.3.1 (figure 6.18b). Il en est de même pour l'évolution temporelle de la courbure.

La présence d'un pic de  $E_0$  peut donc permettre d'améliorer l'efficacité du redressement, à condition que les cellules soient capables de se déformer durant cette même période. La cinétique des paramètres  $\varepsilon^m$  et  $E_0$  est donc très influente sur l'efficacité du redressement gravitropique. Les résultats sont ainsi très sensibles aux lois d'évolution temporelles utilisées. Pour un même résultat final, plusieurs lois de maturation sont possibles, les valeurs de déformations de maturation étant alors différentes. Il n'est donc pas possible de déterminer par identification inverse un jeu de paramètres unique à partir du modèle tel que le problème a été posé ici. Pour cela, il faudrait connaître avec plus de précision la cinétique de maturation.

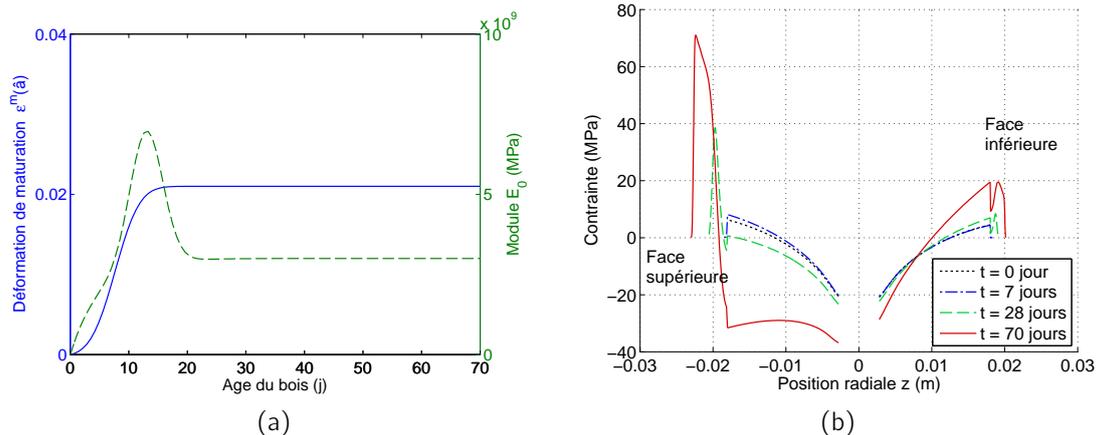


Figure 6.18: Résultats de la modélisation lorsque  $\tau_{pic} = 13$  jours. (a) Évolution de  $\varepsilon^m$  et  $E_0$  en fonction de l'âge  $\hat{a}$  d'une cellule créée au temps  $t = 70$  jours. (b) Profil de contrainte.

### 6.3.2.3 Effet de l'évolution temporelle des propriétés viscoélastiques

Nous avons montré au § 6.2.5 que  $E_1$  est un paramètre viscoélastique particulièrement important dans le redressement. Dans le chapitre 5, il a été défini que ce paramètre évoluait linéairement en fonction de l'âge du bois selon l'équation  $E_1(\hat{a}) = 1,1 + 0,17\hat{a}$ . D'après cette équation, le bois âgé de deux ans présenterait des valeurs de  $E_1$  de l'ordre de 125 GPa, ce qui empêche tout fluage de l'arbre les premiers jours après inclinaison, comme nous l'avons vu au § 6.3.1. *A contrario*, le fluage de l'arbre 7 jours après inclinaison est bien représenté lorsque  $E_1 = 7$  GPa, comme nous l'avons vu au § 6.2.4. Par conséquent, plutôt que d'appliquer sur le bois préexistant une loi d'évolution temporelle de  $E_1$  extrapolée qui n'a pas été vérifiée expérimentalement, nous faisons le choix de poser  $E_1 = 7$  GPa pour le bois préexistant, et de garder la loi d'évolution temporelle de  $E_1$  seulement pour la durée de 70 jours de la croissance du dernier cerne étudié. Ainsi, le fluage initial du tronc devrait être correctement modélisé tout en gardant la possibilité d'avoir des valeurs de  $E_1$  faibles pour le bois récent.

En ce qui concerne les autres propriétés mécaniques,  $\tau_1$  est considéré identique quel que soit l'âge du bois et donc l'effet de son évolution temporelle n'a pas lieu d'être.  $1/\eta_\infty$  évolue quant à lui selon une exponentielle, rendant la relaxation des contraintes d'autant plus faible que les cellules sont matures. La même logique que pour  $E_1$  pourrait être appliquée ici puisque cette évolution temporelle est extrapolée pour le bois des années précédentes. Cependant, ce paramètre ne joue qu'un rôle de deuxième ordre dans le redressement gravitropique et les profils de contraintes calculés en utilisant cette loi d'évolution par défaut restent admissibles physiquement. Par conséquent, la même loi d'évolution temporelle sera retenue qu'il s'agisse du bois créé avant l'inclinaison ou bien de celui du dernier cerne de croissance.

Il est utile d'étudier l'influence de cette nouvelle répartition de  $E_1$  dans le redressement gravitropique, et l'effet d'une variation des lois d'évolution temporelles définies pour le dernier cerne seulement. Pour les autres paramètres, les valeurs moyennes du tableau 5.2 sont utilisées comme dans le § 6.3.1, avec pour valeurs de déformations de maturation maximales  $\varepsilon_{tot,sup}^m(t \mapsto +\infty) = 0,03$  et  $\varepsilon_{tot,inf}^m(t \mapsto +\infty) = 0,005$ , ce qui permet une comparaison des résultats et l'évaluation de l'effet de cette nouvelle hypothèse.

#### Effet des valeurs de $E_1$ du bois préexistant

Comme pressenti, 7 jours après inclinaison, cette nouvelle répartition de  $E_1$  implique un fluage plus important de l'arbre que lors de l'utilisation des paramètres par défaut (figure 6.19a). La déflexion du tronc 7 jours après inclinaison est légèrement plus importante que dans le cas du § 6.2.4. Ceci est dû au fait qu'ici la maturation des cellules est prise en compte, alors que dans le cas d'une maturation instantanée étudié précédemment, les effets de la maturation étaient déjà ressentis et donc le fluage observé figure 6.11a est plus faible qu'il ne l'est ici.

Le fait d'avoir pour le bois préexistant  $E_1 = 7$  GPa au lieu de valeurs plus de 10 fois supérieures augmente de manière très modérée l'efficacité du redressement, comme en témoigne la comparaison des évolutions temporelles de la courbure figure 6.16b et 6.19b. Ceci implique

que l'effet significatif de  $E_1$  sur le redressement qui a été mis en évidence au § 6.2.5 est surtout lié aux valeurs de  $E_1$  imputées lorsque les déformations de maturation s'appliquent.

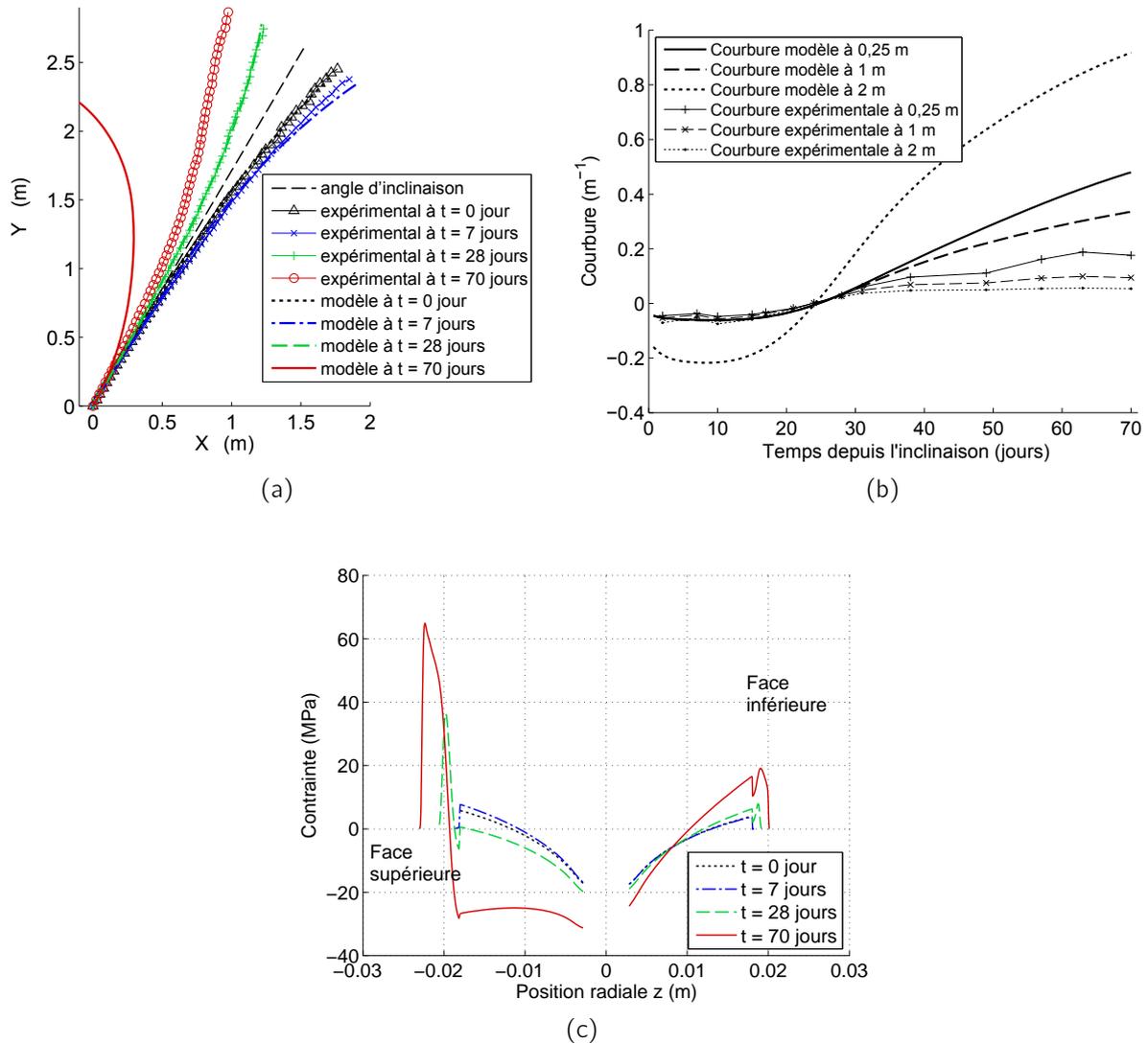


Figure 6.19: Résultats du modèle pour l'arbre D1 dans le cas d'une maturation continue et variable au cours de la saison de croissance et d'un matériau au comportement viscoélastique modélisé par un modèle de Burgers, avec  $E_1 = 7$  GPa pour le bois préexistant. (a) Formes du tronc, (b) courbure en fonction du temps  $t$ , (c) profil de contrainte.

### Effet de la cinétique d'évolution de $E_1$ du bois en cours de maturation

L'effet de la valeur  $E_1$  sur le bois en cours de maturation est vérifié en modifiant la cinétique de  $E_1$  durant la période de redressement. Les valeurs extrêmes de l'intervalle de confiance défini au § 5.2.2.2 sont utilisées, soit  $E_1(\hat{a}) = 0 + 0,055\hat{a}$  et  $E_1(\hat{a}) = 5,6 + 0,29\hat{a}$  (les cinétiques correspondantes sont représentées par les droites en pointillés de la figure 5.10a). Les résultats du modèle obtenus avec ces deux lois de maturation en termes de  $E_1$  sont comparées figure 6.20 avec des valeurs de déformations de maturation identiques ( $\varepsilon_{tot,sup}^m(t \mapsto +\infty) = 0,03$  et  $\varepsilon_{tot,inf}^m(t \mapsto +\infty) = 0,005$ ).

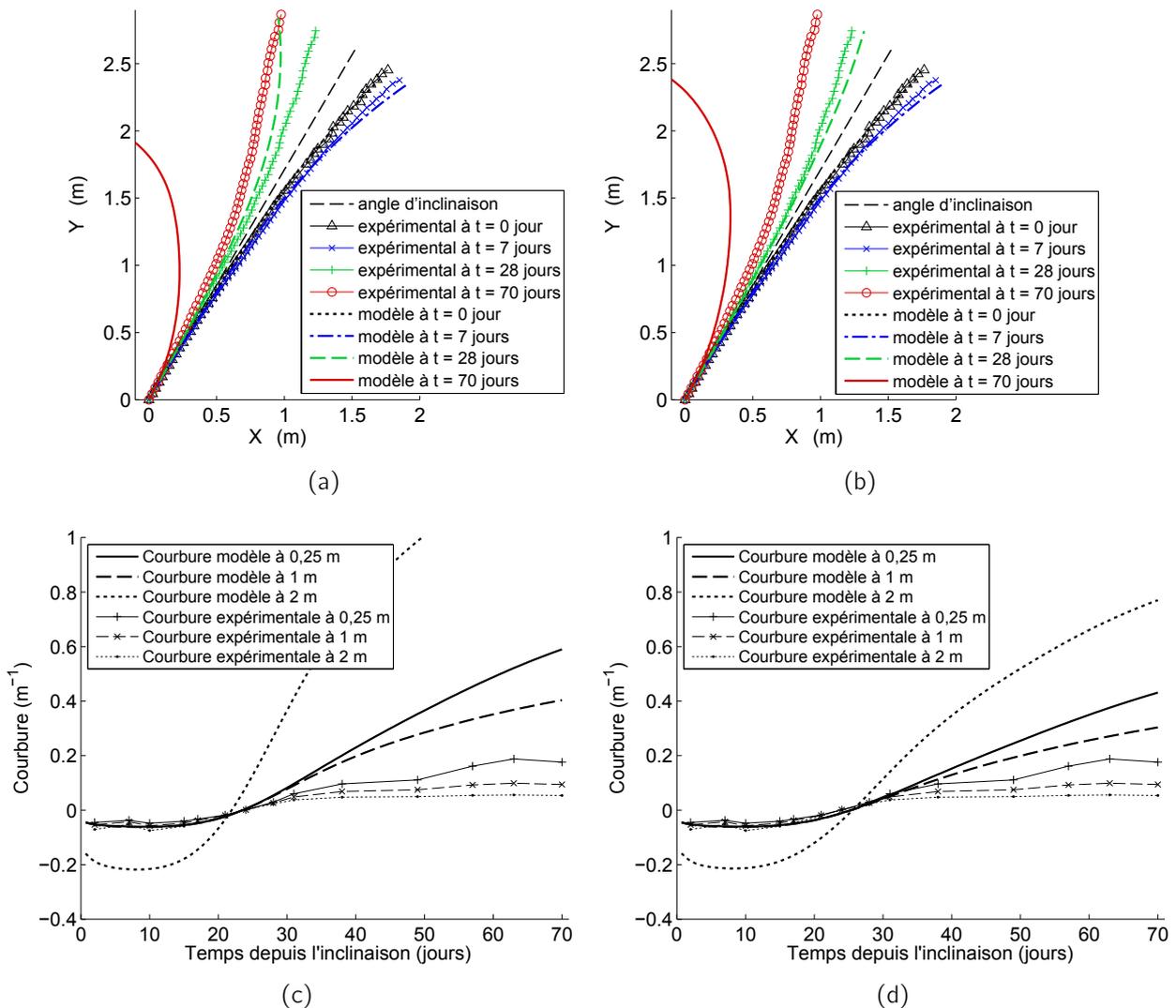


Figure 6.20: Étude de l'effet de différentes lois de maturation de  $E_1$  sur la forme de l'arbre et l'évolution temporelle des courbures. Les figures (a) et (c) correspondent au cas où  $E_1(\hat{a}) = 0 + 0,055\hat{a}$ , alors que les figures (b) et (d) correspondent au cas où  $E_1(\hat{a}) = 5,6 + 0,29\hat{a}$ .

Il apparaît que les valeurs de  $E_1$  les plus faibles (figures 6.20a et c) durant la maturation des cellules permettent un redressement nettement plus important de l'arbre que dans le cas où  $E_1$  est élevé (figures 6.20b et d). Cette observation est valable pour le redressement 28 jours après inclinaison, comme pour 70 jours après inclinaison. L'observation des figures 6.20c et d montre bien que c'est le redressement tout au long de la saison de croissance qui est amélioré par de faibles valeurs de  $E_1$  lors de la maturation du dernier cerne. En plus du rôle de la cinétique de maturation de  $\varepsilon^m$  et  $E_0$ , celle du paramètre viscoélastique  $E_1$  constitue donc également un paramètre très influent du redressement gravitropique, qu'il conviendrait de définir avec davantage de précision.

### 6.3.3 Résultats du modèle avec un jeu de paramètres d'entrée permettant de simuler au mieux la phase gravitropique

L'étude présentée jusqu'ici s'est reposée sur les données de l'arbre D1 pour déterminer l'influence des paramètres d'entrée. Bien qu'il soit possible d'employer différents jeux de paramètres pour obtenir le même redressement, un jeu de paramètres donné est utilisé pour simuler le redressement gravitropique des autres arbres du lot D, avec les mêmes valeurs de paramètres d'entrée. Ainsi, les paramètres utilisés au § 6.3.2.3, listé dans le tableau 6.4 ci-dessous, sont appliqués aux arbres D2, D3, D4 et D5. Les résultats complets sont présentés dans l'annexe C, seule la forme des arbres est présentée ici à la figure 6.21.

| Paramètre   | Valeur  | Paramètre                                    | Valeur                                      |
|---|---|--|---|
| $L$ (m)   | spécifique à chaque individu  | $\rho(x)$ (kg.m <sup>-3</sup> )              | équation 5.2                                |
| $\alpha_0$ (°)                                      | spécifique à chaque individu (tableau 5.1)                                    | $ml_f(x, t)$ (kg.m <sup>-1</sup> )           | équation 5.3 avec $v_f$ issu du tableau 6.2 |
| $\gamma$ (°)  | 180   | $E_0(\infty)$ (MPa)                          | 3000  |
| $coefk$   | 0,4   | $E_{0pic,sup}$ (MPa)                         | 6500  |
| $r_{coeur}$ (mm)                                    | 5,3   | $E_{0pic,inf}$ (MPa)                         | 3800  |
| $r(x, t)$ (mm)                                      | spécifique à chaque individu  | $\tau_{expo}$ (jours)                        | 5   |
| $\tau_1$ (heures)                                   | 38  | $\tau_{pic}$ (jours)                         | 19  |
| $E_1(\hat{a})$ (GPa)                                | 1,1+ 0,17 $\hat{a}$ pour le bois de l'année<br>7 GPa pour le bois préexistant | $\delta_{pic}$ (jours)                       | 17  |
| $1/\eta_\infty(\hat{a})$ ((Pa.jour) <sup>-1</sup> ) | $6,8E-12e^{(-9,4E-3\hat{a})}$   | $\varepsilon_{tot,sup}^m(t \mapsto +\infty)$ | 0,03  |
|   |   | $\varepsilon_{tot,inf}^m(t \mapsto +\infty)$ | 0,005                                       |
|   |   | $\tau_t$ (jours)                             | 15  |
|   |   | $\delta_t$ (jours)                           | 40  |
|   |   | $\tau_a$ (jours)                             | 8   |
|   |   | $\delta_a$ (jours)                           | 20  |

Table 6.4: Paramètres d'entrée pour une modélisation du redressement correspondant à l'expérimental.

Les résultats montrent globalement une bonne modélisation du redressement. L'arbre D3 (figure 6.21b) fait cependant exception avec un redressement modélisé bien supérieur aux mesures expérimentales. Ce comportement semble être lié à la répartition des masses particulière de cet arbre et/ou à une hypothèse de masse initiale irréaliste. Ces aspects ont été évoqués au § 6.1.2 et il n'est donc pas étonnant de voir des résultats de la modélisation qui ne correspondent pas aux données expérimentales pour cet arbre.

Mis à part l'arbre D3, les redressements modélisés 7 et 28 jours après inclinaison correspondent bien aux données expérimentales. Les figures de l'annexe C montrent que la cinétique de l'évolution temporelle de la courbure est respectée, même si quantitativement il peut exister une différence entre expérimental et modélisation pour les raisons invoquées au § 6.1.2.2. De même, les profils de contraintes sont très ressemblants pour tous les arbres et sont compris entre 60 et -40 MPa.

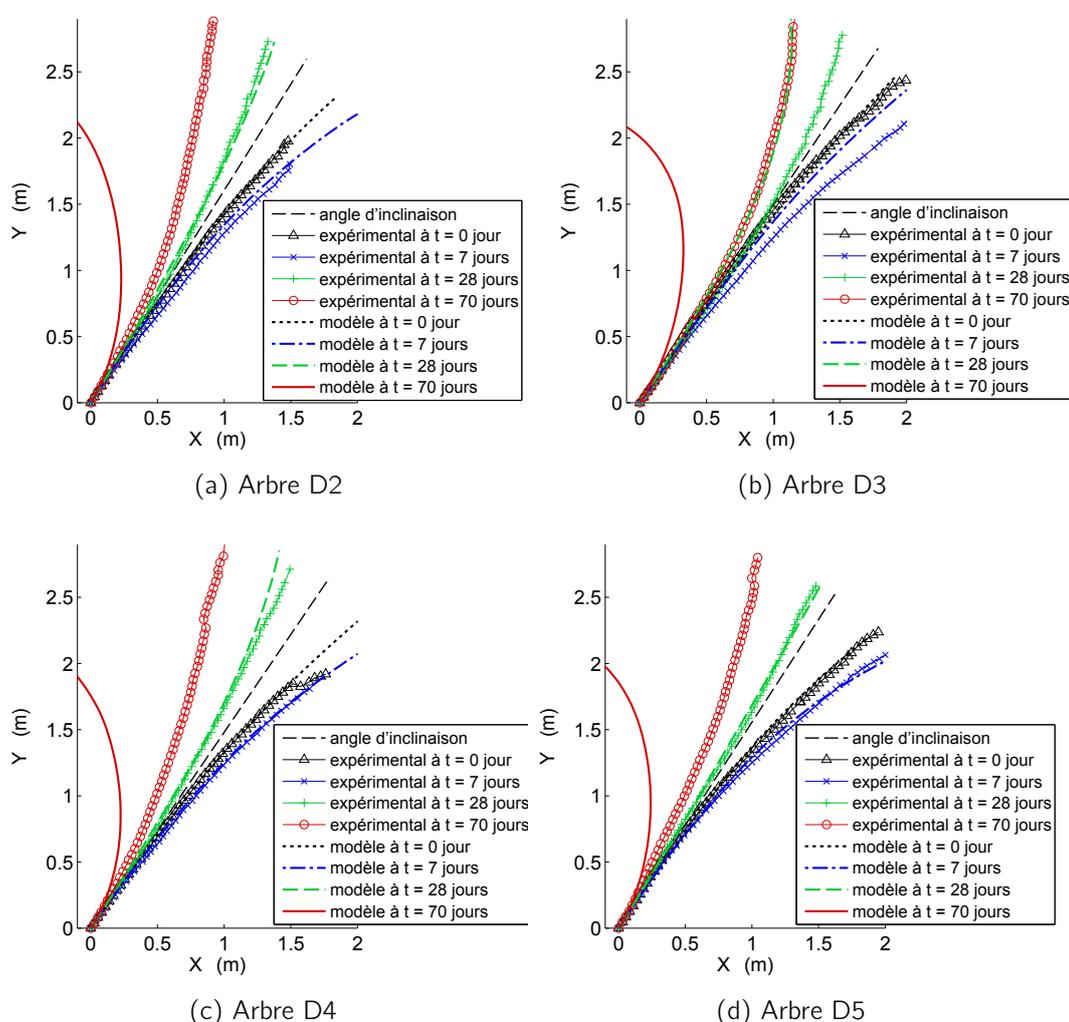


Figure 6.21: Formes du tronc modélisées selon les paramètres du tableau 6.4 pour les arbres D2 à D5 (voir figure 6.19a pour l'arbre D1).

Le fait que les résultats du modèle soient satisfaisants pour des arbres différents de l'arbre D1, pour lequel les paramètres d'entrée ont été optimisés, montre que la modélisation développée permet de rendre compte du redressement gravitropique des peupliers. Cela sous-entend aussi que la même cinétique de maturation intervient chez tous les individus étudiés. Les valeurs des paramètres, en particulier des déformations de maturation sont cependant encore incertains car ils dépendent de la cinétique de maturation qui demande encore à être étudiée expérimentalement de manière plus précise. Cependant, il apparaît que pour modéliser un redressement physiquement réaliste, les déformations de maturation doivent être de l'ordre de 0,03 pour le bois de tension mature, ce qui est une valeur qui peut paraître élevée vis-à-vis de l'hypothèse classique assimilant les déformations de maturation aux DRLM. En fait, de telles déformations des cellules peuvent très bien s'expliquer par la viscoélasticité du matériau qui n'est pas révélée par les mesures de DRLM. Des niveaux similaires de déformation sont par ailleurs observés expérimentalement lorsque des planchettes de bois de tension sont laissées libres de se courber sous l'effet de leurs propres contraintes internes (cf. § 3.1.4.3). La prise en compte de la viscoélasticité dans une modélisation biomécanique de la croissance de l'arbre semble donc essentielle pour modéliser la maturation, mais également pour ses effets sur le redressement (cf. § 6.2.5).

## 6.4 Perspectives - étude de la phase de ralentissement de la réaction gravitropique

D'après les résultats précédents, la modélisation permet de représenter la phase de latence et le début de la phase gravitropique. Après la phase gravitropique rapide, le modèle simule un redressement plus important que ce qui est observé expérimentalement. Ceci est lié au ralentissement de la réaction gravitropique qui n'est pas pris en compte dans le modèle. Ce ralentissement peut être causé par la régulation par l'arbre de son redressement, comme s'il s'agissait des prémices de la phase autotropique. En effet, les arbres sont capables de percevoir des stimuli environnementaux tel que leur angle d'inclinaison ou bien les déformations de leurs axes, et de modifier les propriétés mécaniques de leur bois en réponse à ces stimuli. Ici, il est difficile de dire si l'arbre réagit de manière indépendante à un stimulus donné. En effet, lorsqu'un arbre est incliné il est aussi déformé car il fléchit sous l'effet de son propre poids, ce qui implique deux facteurs différents : l'angle d'inclinaison et la déformation (ou courbure) du tronc. Il est donc possible que l'arbre réponde également à ce stimulus de courbure du tronc. Ce phénomène de réaction d'une plante à ses déformations est appelée thigmomorphogénèse [106]. En fait, il est possible de prendre en compte une multitude de facteurs car les relations entre les stimuli et la réaction de la plante sont encore méconnues [28, 107].

Il est possible d'utiliser le modèle dans le but d'étudier les relations entre stimuli et modifications des propriétés mécaniques, et finalement simuler la régulation des mouvements de l'arbre et la phase de ralentissement de la réaction gravitropique. Concrètement, nous allons développer dans ce qui suit le cas où les déformations de maturation de la face supérieure

sont proportionnelles à l'angle que forme chaque segment constituant le tronc par rapport à l'horizontale. Le module élastique ou les propriétés viscoélastiques pourraient également être modifiées, mais nous nous limiterons ici au cas des déformations de maturation. Ceci n'est qu'un exemple et la régulation pourrait intervenir à partir d'autres paramètres : les déformations du tronc mais également l'orientation du sommet de l'arbre, le moment de flexion, etc. Les perspectives d'utilisation du modèle sont donc nombreuses et pourraient permettre de comprendre quels sont les déclencheurs de la production de bois de tension et comment les régulations interviennent.

Pour modéliser la phase de ralentissement du gravitropisme, nous proposons d'établir une relation de proportionnalité entre les déformations de maturation des cellules de la face supérieure et l'angle du tronc par rapport à l'horizontale au temps  $t$ . Cette relation est illustrée par l'équation 6.1. Les déformations de maturation appliquées sont proportionnelles au rapport  $\frac{\frac{\pi}{2} - \alpha(x, t)}{\frac{\pi}{2} - \alpha_0}$ . Lorsque l'angle  $\alpha(x, t)$  d'un segment à une abscisse curviligne  $x$  donnée est égal à l'angle d'inclinaison initial  $\alpha_0$ , les déformations de maturation sont maximales et valent  $\varepsilon_{tot, sup}^m(t)$  (elles varient donc au cours de la saison pour modéliser la phase de latence). À l'opposé, lorsque l'angle  $\alpha(x, t)$  est égal à  $\frac{\pi}{2}$ , c'est-à-dire que lorsque le segment situé à l'abscisse  $x$  est vertical, les déformations de la face supérieure sont égales à celles de la face inférieure. L'application d'une loi de régulation similaire au paramètre *coefk* implique que, pour un segment vertical, les efforts de maturation sont symétriques et donc aucune courbure n'est occasionnée.

$$\varepsilon_{tot, sup}^m(x, t) = \left( \varepsilon_{tot, sup}^m(t) - \varepsilon_{tot, inf}^m(t) \right) \frac{\frac{\pi}{2} - \alpha(x, t)}{\frac{\pi}{2} - \alpha_0} + \varepsilon_{tot, inf}^m(t) \quad (6.1)$$

Les résultats obtenus par l'utilisation de cette loi de régulation dans le cas de l'arbre D1 sont présentés figure 6.22. Les déformations de maturation appliquées sont présentées en deux abscisses curvilignes différentes : à la base de l'arbre figure 6.22a, et à  $x = 2$  m figure 6.22b. Comme l'angle du tronc à la base de l'arbre reste éloigné de la verticale (cf. 6.22d), l'allure des déformations de maturation appliquées est sensiblement identique à celle du cas où il n'y a pas de régulation (voir figure 6.15b). Il apparaît cependant une légère décroissance du niveau maximal de déformation qui est due à l'augmentation de l'angle  $\alpha$  à la base de l'arbre.

Alors que les déformations de maturation seraient identiques quelle que soit l'abscisse curviligne dans le cas où il n'y a pas de loi de régulation, elles varient ici selon  $x$ , car l'angle  $\alpha$  est dépendant de  $x$ . Ainsi, à  $x = 2$  m, le profil de déformation de maturation appliqué est très différent de la base de l'arbre : comme cette partie de l'arbre atteint rapidement la verticale, les déformations de maturation de la face supérieure n'atteignent pas des valeurs aussi élevées, et, de plus, elles diminuent à la fin de la saison de croissance.

L'effet de cette loi de régulation est particulièrement sensible dans la représentation temporelle des courbures (figure 6.22c). Contrairement au même calcul sans régulation (figure 6.19b), les courbures obtenues 70 jours après l'inclinaison sont nettement inférieures. En particulier, la courbure à  $x = 2$  m cesse d'augmenter environ 40 jours après l'inclinaison, ce qui correspond qualitativement aux mesures expérimentales. Le redressement 70 jours après

inclinaison observé figure 6.22d est par conséquent moins important que dans le cas où il n'y a pas de régulation (figure 6.19a). Cependant, ce redressement reste trop important par rapport aux relevés expérimentaux. Ceci est dû au fait qu'avec cette modélisation, la régulation intervient en fonction de l'angle à un instant  $t$  donné seulement sur les cellules qui se forment à cet instant. Les cellules antérieures continuent donc à se maturer et par conséquent continuent d'augmenter la courbure du tronc. Afin de modéliser correctement la phase de ralentissement de la réaction gravitropique, il faudrait donc modéliser une anticipation du redressement qui diminue à l'avance les déformations de maturation en fonction de la durée de maturation des cellules. De tels phénomènes existent probablement dans l'arbre comme l'indiquent Coutand *et al.* [28]. Il est aussi très probable que l'angle  $\alpha$  ne soit pas la seule variable à laquelle l'arbre répond, et qu'un couplage avec d'autres paramètres entre en ligne de compte. Il apparaît donc que le modèle qui a été développé puisse être utilisé à des fins d'étude des signaux auxquels l'arbre répond pour réguler sa réaction gravitropique de l'arbre.

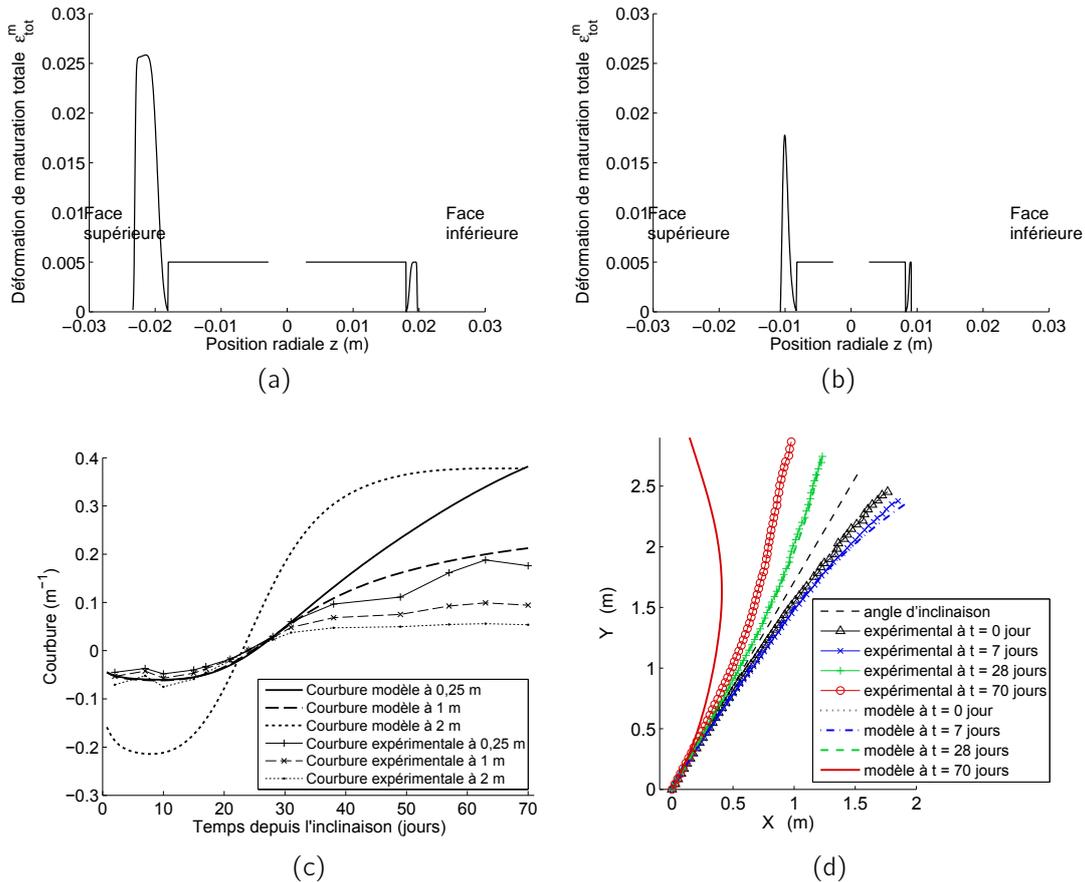


Figure 6.22: Résultats du modèle dans le cas où les déformations de maturation sont régularées par l'angle d'inclinaison local  $\alpha(x, t)$ . (a) Déformations de maturation à la base, (b) déformations de maturation à 2 m, (c) évolution temporelle des courbures à différentes abscisses curvilignes, (d) formes successives du tronc.

## Conclusion

Dans cette étude, la modélisation du redressement gravitropique de jeunes peupliers est réalisée à partir de données d'entrée qui se veulent physiquement réalistes car mesurées expérimentalement sur des individus similaires. Par ailleurs, une comparaison quantitative des résultats du modèle avec l'expérimental est effectuée grâce à des mesures des caractéristiques de chacun des 5 arbres étudiés. À notre connaissance, jamais une telle démarche n'a été engagée à ce niveau de détail.

Par l'étude de la déflexion de l'arbre sous son propre poids lors de son inclinaison, la première partie de ce chapitre constitue une première étape permettant de valider la modélisation indépendamment des effets de la maturation. En effet, l'utilisation d'un module du bois mature de 3000 MPa permet une bonne modélisation de la déflexion de l'arbre sous son propre poids, ce qui est tout à fait cohérent avec les modules mesurés lors des essais de flexion du chapitre 2. Cela valide par là même l'utilisation de la théorie des poutres comme modèle mécanique. Enfin, le fait d'avoir la bonne position de départ lorsque l'arbre fléchit sous son propre poids indique *a priori* que le chargement mécanique est réaliste et donc que l'étude de la phase gravitropique est soumise au bon chargement.

Grâce à la comparaison du modèle soumis à diverses hypothèses de maturation et de comportement du matériau, nous avons montré que l'hypothèse d'une maturation instantanée et constante au cours de la saison, qui correspond à ce qui est utilisé dans les modèles biomécaniques actuels, ne peut pas rendre compte de la cinétique du redressement gravitropique. En particulier, la présence dans le redressement d'une phase de latence implique de prendre en compte la variation des déformations de maturation au cours de la saison. Ceci est réalisé en considérant que les déformations de maturation ne sont pas maximales dès l'inclinaison, mais que l'arbre met un certain temps avant de produire les déformations de maturation les plus importantes : la maturation est donc variable au cours de la saison. Le fluage du tronc intervient également pendant cette phase, et cet aspect peut être modélisé par la prise en compte de la viscoélasticité du matériau. En modélisant le comportement du matériau selon un modèle rhéologique de Burgers, des paramètres viscoélastiques cohérents avec les mesures expérimentales du chapitre 3 permettent de rendre compte de cette phase de fluage.

Pour qu'elle soit physiquement réaliste (notamment en ce qui concerne les autocontraintes), la modélisation de la phase de redressement gravitropique nécessite de prendre en compte la maturation continue des cellules. Cette maturation, qui se définit dans le modèle comme l'évolution des propriétés mécaniques d'un incrément de croissance donné en fonction de son « âge », concerne les déformations de maturation  $\varepsilon^m$ , mais également le module élastique  $E_0$  et les propriétés viscoélastiques. Une étude de sensibilité a en effet mis en évidence l'importance de l'effet du paramètre  $E_1$  du modèle de Burgers pour le bois en cours de maturation dans l'efficacité du redressement gravitropique. Le redressement gravitropique est donc fortement dépendant et est très sensible à la cinétique de maturation de ces trois variables. Les résultats de la partie II permettent d'estimer la cinétique de ces paramètres, notamment en ce qui concerne  $E_0$  et  $E_1$ , mais la sensibilité du modèle à ces variables est telle que les incertitudes

de mesure peuvent provoquer d'importantes variations dans l'efficacité du redressement. Une étude expérimentale plus précise de ces paramètres se révélerait donc nécessaire même si cela est assurément difficile à mettre en œuvre (notamment en raison de la variabilité entre les individus et de la faible taille de la zone de maturation).

Malgré ces incertitudes, il est possible de choisir un même jeu de paramètres permettant de simuler correctement la cinétique de 4 des 5 arbres étudiés entre la date d'inclinaison et après 28 jours de croissance. L'application des mêmes déformations de maturation, avec un maximum de l'ordre de 0,03 pour le bois de tension mature, permet donc de modéliser le redressement d'individus différents. Ces déformations de maturation ont été déterminées par le modèle par identification inverse. Étant donné que le modèle semble physiquement réaliste, et même si ce résultat reste dépendant de la cinétique de maturation et des autres paramètres mécaniques, ces déformations de maturation sont probablement du bon ordre de grandeur vis-à-vis des déformations qui s'opèrent réellement dans les cellules. Cette valeur, qui peut paraître élevée vis-à-vis de l'hypothèse classique assimilant les déformations de maturation aux DRLM, peut en fait très bien s'expliquer par la viscoélasticité du matériau qui n'est pas révélée par les mesures de DRLM. Elle correspond d'ailleurs aux déformations observées expérimentalement lorsque des planchettes de bois de tension sont laissées libres de se courber sous l'effet de leurs propres contraintes internes (cf. § 3.1.4.3). Nos résultats montrent donc que les DRLM, qui sont classiquement utilisées dans les modèles biomécaniques pour estimer les déformations de maturation, ne sont pas suffisantes pour simuler les redressements gravitropiques.

La modélisation développée au cours de ces travaux de thèse permet de simuler le redressement gravitropique de jeunes peupliers de manière quantitative par rapport à des données expérimentales. Cela peut permettre d'estimer, par identification inverse, des paramètres d'entrée difficiles à déterminer expérimentalement, comme les déformations de maturation. Le modèle peut aussi aider à appréhender des phénomènes physiques qui permettent le redressement gravitropique. De nombreux développements sont envisageables dont notamment l'étude de la phase de ralentissement de la réaction gravitropique. Enfin, le modèle peut permettre d'étudier les stimuli auxquels l'arbre est sensible et leurs relations avec la régulation des propriétés mécaniques du bois qu'il crée. Par exemple, il est possible que l'arbre perçoive les variations de son état mécanique au cours du redressement (qui est connu dans le modèle), et qu'il modifie les propriétés mécaniques du bois après cette mécano-perception.



# Conclusion et perspectives

## Rappel des objectifs

Les modèles biomécaniques existants dans la littérature ne simulent pas correctement le redressement gravitropique de jeunes peupliers. Ils le sous-estiment et ne prennent pas en compte les différentes phases observées expérimentalement. Ceci peut provenir de la non-prise en compte des phénomènes de maturation, qui est essentiellement due à un manque de connaissances de la cinétique d'apparition des propriétés mécaniques du bois vert. Ce manque de données expérimentales constitue donc un obstacle à la modélisation.

Le premier objectif de ces travaux de thèse résidait donc dans l'étude des propriétés mécaniques du bois vert au cours de sa maturation. Le deuxième objectif était de construire un modèle biomécanique pouvant prendre en compte la cinétique de maturation des cellules, c'est-à-dire les variations temporelles des propriétés mécaniques. L'atteinte de ces deux objectifs a permis de répondre à la problématique d'une simulation réaliste des phénomènes gravitropiques observés chez de jeunes peupliers.

## Caractérisation mécanique expérimentale

Au cours de ces travaux, une synthèse bibliographique a tout d'abord permis de constater le manque de connaissances en ce qui concerne les propriétés mécaniques du bois vert, ainsi que l'incapacité des modèles biomécaniques actuels à simuler correctement la cinétique du redressement gravitropique et les profils de contraintes internes. Une deuxième partie a abordé l'étude expérimentale des propriétés mécaniques du bois vert.

Des essais de traction sur de fines lamelles et des essais de flexion trois points sur des planchettes ont été effectués dans le but d'étudier le comportement mécanique du bois vert dans sa direction longitudinale. Ce comportement varie selon la taille des éprouvettes et/ou le mode de sollicitation. Les essais de flexion sur planchettes ont montré une linéarité entre la flèche et l'effort appliqué, ce qui a permis de calculer un module élastique homogénéisé. Cependant, des mesures de champs de déplacements réalisés par corrélation d'images numériques ont révélé un déplacement de la fibre neutre au cours de la flexion, ce qui indique une augmentation de la rigidité du bois en traction et/ou une diminution en compression. La rigidification du bois de tension se retrouve aussi par les essais de traction cycliques à niveaux

de sollicitation croissants réalisés sur des lamelles. Une grandeur mécanique quantifiable a été établie de manière à caractériser ce comportement de rigidification.

Les propriétés mécaniques ont été évaluées en diverses positions radiales dans l'ensemble du dernier cerne de croissance et aussi temporellement au cours de la saison. Les deux campagnes d'essais (traction et flexion) ont mis en évidence une augmentation puis une diminution des propriétés mécaniques au cours de la maturation des cellules de bois de tension, ce qui constitue un phénomène de maturation jamais relevé à notre connaissance. Ces phénomènes de maturation interviendraient sur une période allant jusqu'à 4 semaines, alors que l'infradensité se stabilise après 2 semaines de maturation, il en a donc été conclu que l'infradensité n'est pas un paramètre suffisant pour décrire les propriétés mécaniques du bois vert, ni pour évaluer la durée de la phase de maturation.

Les contraintes et déformations existantes dans le bois vert ont pu être estimées par l'étude de planchettes se courbant sous l'effet de leurs contraintes internes. Ces déformations interviennent de manière progressive en raison de la viscoélasticité du matériau. Il a été montré que les contraintes les plus importantes se situent dans les 3 premiers millimètres après le cambium puisque seules les deux planchettes de la face supérieure les plus proches du cambium se courbent. Par ailleurs, le sens de courbure différent de ces deux planchettes indique un changement de signe du gradient de contraintes internes, et donc des contraintes maximum qui ne sont pas situées au niveau du cambium comme l'indiquent les modèles biomécaniques actuels.

Des essais de fluage en flexion encastrée-libre ont également été menés. Ils montrent que le bois vert sous cette sollicitation peut être modélisé par un modèle rhéologique de Burgers. Les paramètres de ce modèle ont été estimés en fonction de la position intra-cerne des échantillons, et donc du degré de maturation du bois. Les effets de la viscoélasticité s'expriment sur une durée inférieure à la saison de croissance.

À partir de l'ensemble de ces essais, des lois d'évolution des propriétés mécaniques ont été définies en fonction du temps de maturation des cellules, c'est-à-dire de leur âge. Elles ont permis d'étudier dans un modèle biomécanique l'effet de la maturation et celui du comportement mécanique du matériau sur le redressement gravitropique de l'arbre.

### **Modélisation des phénomènes gravitropiques**

Un modèle biomécanique permettant de prendre en compte les phénomènes de maturation a été développé. Il s'agit d'une évolution du modèle de Coutand *et al.* [88] qui est basé sur la théorie des poutres et la croissance incrémentale, avec prise en compte de la viscoélasticité, de l'excentrement et de la conicité du tronc. Le principal apport de notre développement consiste en la dissociation des aspects spatiaux et temporels de manière à ce que tous les incréments de croissance existants puissent voir leurs propriétés mécaniques évoluer temporellement.

Pour comparer quantitativement les résultats de la modélisation avec des observations expérimentales, les spécificités de chaque individu ont été prises en compte. La cinétique du

---

redressement gravitropique a également été étudiée. Elle est constituée de trois phases de redressement (phase de latence, phase gravitropique rapide, et phase de ralentissement du redressement).

Il a été mis en évidence que pour simuler de manière réaliste à la fois le profil d'autocontrainte au sein de l'arbre et les phases de latence et gravitropique, la modélisation doit prendre en compte le comportement viscoélastique du bois vert et la maturation continue des cellules. Ainsi, l'efficacité du redressement gravitropique dépend au premier ordre de la cinétique de maturation du module élastique, des propriétés viscoélastiques, et des déformations de maturation.

Par identification inverse, un même jeu de paramètres a été utilisé pour simuler la cinétique du redressement d'individus différents. Les résultats obtenus ont montré une simulation réaliste du redressement entre la date d'inclinaison et la fin de la phase gravitropique rapide. Les déformations de maturation nécessaires au redressement se sont révélées être du même ordre de grandeur que celles obtenues lors de l'étude expérimentale de la courbure de planchettes sous l'effet de leurs autocontraintes. En revanche, elles sont très supérieures aux Déformations Résiduelles Longitudinales de Maturation, qui jusque-là étaient utilisées dans les modèles biomécaniques pour estimer les déformations de maturation. Il en a donc été conclu que les DRLM sont insuffisantes pour simuler les redressements gravitropiques car elles ne prennent pas en compte les déformations dues à la viscoélasticité.

La modélisation développée au cours de ces travaux de thèse répond donc à l'objectif initial d'une simulation réaliste du redressement gravitropique de jeunes peupliers. Elle permet par ailleurs d'établir un profil de contraintes au sein de l'arbre qui semble plus rationnel que celui obtenu avec les modèles actuels.

### **Limites et perspectives**

Le jeu de paramètres utilisé pour la modélisation du redressement gravitropique n'est pas unique. En effet, des inconnues persistent pour certains paramètres d'entrée (cinétique des déformations de maturation, de l'apparition des propriétés viscoélastiques), et donc l'exploitation du modèle reste dépendante d'hypothèses fondamentales posées arbitrairement en ce qui concerne la cinétique de maturation de ces paramètres. S'il reste encore à trouver un moyen expérimental d'étudier précisément les déformations de maturation, des essais de fluage complémentaires sont réalisables à court terme. Pour avoir moins d'incertitude sur les résultats, ils pourraient éventuellement faire intervenir un autre mode de sollicitation que la flexion encastrée-libre (de la traction par exemple).

Par ailleurs, la modélisation considère un comportement viscoélastique linéaire du bois vert alors qu'à l'échelle d'éprouvettes d'une section de l'ordre de  $1 \text{ mm}^2$ , des non-linéarités du comportement mécanique existent. Même si elles n'apparaissent pas clairement pour des éprouvettes plus massives, il semble intéressant de s'interroger sur l'influence que peuvent avoir ces non-linéarités sur le comportement à l'échelle de l'arbre. En fait l'origine même de

ces non-linéarités et les différences entre le bois de tension et le bois normal ne sont pas expliquées et nécessiteraient une étude de la micromécanique du bois vert. L'origine du pic de rigidité reste également indéterminée, notamment par le fait qu'il n'y a *a priori* pas d'ajout de matière pendant ces variations temporelles de propriétés. En permettant de dissocier les effets des différentes parois cellulaires, des essais mécaniques à l'échelle microscopique voire nanoscopique, telle la nano-indentation, devraient pouvoir apporter des informations sur l'origine du pic de rigidité et les différences de comportement entre le bois de tension et le bois normal (en incriminant, peut-être, l'effet de la couche G). Des essais de traction avec mesure de l'angle de microfibrille *in situ* pourraient également renseigner sur les phénomènes de rigidification.

Le modèle peut permettre de déterminer l'influence de diverses hypothèses de comportement et des valeurs des paramètres d'entrée, et ainsi d'aider à la compréhension des phénomènes physiques entraînant le redressement de l'arbre. Il peut également être utile à l'étude des signaux auxquels l'arbre répond pour réguler sa réaction gravitropique, les relations entre ces signaux et la réaction de l'arbre restant encore méconnues. Le modèle peut ainsi aider à appréhender les problématiques de régulation de la production de bois de tension en fonction de l'état mécanique de l'arbre.

L'exploitation et les développements futurs de la modélisation offrent donc des perspectives intéressantes, tandis que la poursuite de nos recherches concernant les propriétés mécaniques du bois vert laisse entrevoir une étude micromécanique originale.

# Bibliographie

- [1] Bodig, J. et Jayne, B. A. *Mechanics of wood and wood composites*. Van Nostrand Reinhold, 1982.
- [2] Guitard, D. *Mécanique du matériau bois et composites*. Cepadues, Toulouse, France, 1987.
- [3] Benoit, Y. *Guide de reconnaissance des bois en france*. Broché, 1999.
- [4] Dinwoodie, J. M. *Timber, its nature and behaviour*. Taylor & Francis, 2000.
- [5] Thibaut, B., Gril, J., et Fournier, M. Mechanics of wood and trees : some new highlights for an old story. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences - Series IIB - Mechanics*, 329(9) : 701–716, 2001.
- [6] Garrett, L. *Get ready for biology*. Pearson Benjamin Cummings, San Francisco, 2007.
- [7] Zobel, B. J., Webb, C., et Henson, F. Core or juvenile wood of loblolly and slash pine trees. *Tappi*, 42(6) : 345–356, 1959.
- [8] Panshin, A. J. et Zeeuw, C. D. *Textbook of Wood Technology : Structure, identification, uses, and properties of the commercial woods of the United States and Canada*. McGraw-Hill, 1970.
- [9] DeMirbel, M. *Mémoire sur l'origine, le développement, et l'organisation du liber et du bois*. Mémoire du Muséum d'Histoire Naturelle, 1828.
- [10] Lachaud, S., Catesson, A.-M., et Bonnemain, J.-L. Structure and functions of the vascular cambium. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences - Series III - Sciences de la Vie*, 322(8) : 633–650, 1999.
- [11] Plomion, C., Leprovost, G., et Stokes, A. Wood formation in trees. *Plant Physiology*, 127(4) : 1513 –1523, 2001.
- [12] Déjardin, A., Laurans, F., Arnaud, D., Breton, C., Pilate, G., et Leplé, J.-C. Wood formation in angiosperms. *Comptes Rendus Biologies*, 333(4) : 325–334, 2010.

- [13] Fengel, D. The ultrastructure of cellulose from wood. *Wood Science and Technology*, 3(3) : 203–217, 1969.
- [14] Müller, M., Burghammer, M., et Sugiyama, J. Direct investigation of the structural properties of tension wood cellulose microfibrils using microbeam x-ray fibre diffraction. *Holzforschung*, 60(5) : 474–479, 2006.
- [15] Clair, B., Alméras, T., Pilate, G., Jullien, D., Sugiyama, J., et Riekkel, C. Maturation stress generation in poplar tension wood studied by synchrotron radiation microdiffraction. *Plant Physiology*, 152(3) : 1650–1658, 2010.
- [16] Goswami, L., Dunlop, J. W., Jungnikl, K., Eder, M., Gierlinger, N., Coutand, C., Jeronimidis, G., Fratzl, P., et Burgert, I. Stress generation in the tension wood of poplar is based on the lateral swelling power of the g-layer. *The Plant Journal*, 56(4) : 531–538, 2008.
- [17] Côte, W. et Day, A. Anatomy and ultrastructure of reaction wood. In *Cellular Ultrastructure of Woody Plants*, page 391–418. New York, Syracuse University Press edition, 1965.
- [18] Daniel, G., Filonova, L., Kallas, S. M., et Teeri, T. T. Morphological and chemical characterisation of the g-layer in tension wood fibres of *Populus tremula* and *Betula verrucosa* : Labelling with cellulose-binding module CBM1 and Cel7A and fluorescence and FE-SEM microscopy. *Holzforschung*, 60(6) : 618–624, 2006.
- [19] Clair, B. *Etude des propriétés mécaniques et du retrait au séchage du bois à l'échelle de la paroi cellulaire : essai de compréhension du comportement macroscopique paradoxal du bois de tension à couche gélatineuse*. These de Doctorat, ENGREF (AgroParis-Tech), 2001.
- [20] Bowyer, J. L., Shmulsky, R., et Haygreen, J. G. *Forest Products and Wood Science : An Introduction*. Iowa State University Press, 5th revised edition edition, 2007.
- [21] Hangarter, R. P. Gravity, light and plant form. *Plant, Cell & Environment*, 20(6) : 796–800, 1997.
- [22] Grolig, F., Eibel, P., Schimek, C., Schapat, T., Dennison, D. S., et Galland, P. A. Interaction between gravitropism and phototropism in sporangiophores of *Phycomyces blakesleeanus*. *Plant Physiology*, 123(2) : 765–776, 2000.
- [23] Correll, M. J. et Kiss, J. Z. Interactions between gravitropism and phototropism in plants. *Journal of Plant Growth Regulation*, 21(2) : 89–101, 2002.
- [24] Scurfield, G. Reaction wood : Its structure and function. *Science*, 179(4074) : 647–655, 1973.

- [25] Sinnott, E. W. Reaction wood and the regulation of tree form. *American Journal of Botany*, 39(1) : 69–78, 1952.
- [26] Jourez, B. et Avella-Shaw, T. Effet de la durée d'application d'un stimulus gravitationnel sur la formation de bois de tension et de bois opposé dans de jeunes pousses de peuplier (*Populus euramericana* cv 'Ghoy'). *Annals of Forest Science*, 60(1) : 31–41, 2003.
- [27] Fournier, M., Chanson, B., Thibaut, B., et Guitard, D. Mesures des déformations résiduelles de croissance à la surface des arbres, en relation avec leur morphologie. observations sur différentes espèces. *Annales des Sciences Forestières*, 51(3) : 18 pages, 1994.
- [28] Coutand, C., Fournier, M., et Moulia, B. The gravitropic response of poplar trunks : Key roles of prestressed wood regulation and the relative kinetics of cambial growth versus wood maturation. *Plant Physiology*, 144(2) : 1166–1180, 2007.
- [29] Yoshizawa, N., Okamoto, Y., et Idei, T. Righting movement and xylem development in tilted young conifer trees. *Wood and Fiber Science*, 18(4) : 579–589, 1986.
- [30] Clair, B., Alméras, T., Yamamoto, H., Okuyama, T., et Sugiyama, J. Mechanical behavior of cellulose microfibrils in tension wood, in relation with maturation stress generation. *Biophysical Journal*, 91 : 1128–1135, 2006.
- [31] Okuyama, T., Yamamoto, H., Yoshida, M., Hattori, Y., et Archer, R. R. Growth stresses in tension wood : role of microfibrils and lignification. *Annales des Sciences Forestières*, 51(3) : 10, 1994.
- [32] Yamamoto, H. Generation mechanism of growth stresses in wood cell walls : roles of lignin deposition and cellulose microfibril during cell wall maturation. *Wood Science and Technology*, 32(3) : 171–182, 1998.
- [33] Boyd, J. Tree growth stresses III. the origin of growth stresses. *Australian journal of scientific research. Series B, Biological sciences*, 3(3) : 294–309, 1950.
- [34] Bamber, R. K. Origin of growth stresses. *Forpride Digest*, 8(1) : 75–96, 1978.
- [35] Coutand, C., Jeronimidis, G., Chanson, B., et Loup, C. Comparison of mechanical properties of tension and opposite wood in populus. *Wood Science and Technology*, 38(1) : 11–24, 2004.
- [36] Clair, B., Ruelle, J., Beauchene, J., Prevost, M.-F., et Fournier, M. Tension wood and opposite wood in 21 tropical rain forest species : 1. occurrence and efficiency of the g-layer. *IAWA Journal*, 27(3) : 329–338, 2006.
- [37] Fang, C.-H., Clair, B., Gril, J., et Sheng-Quan, L. Growth stresses are highly controlled by the amount of g-layer in poplar tension wood. *IAWA Journal*, 29(3) : 237–246, 2008.

- [38] Gril, J. et Thibaut, B. Tree mechanics and wood mechanics : relating hygrothermal recovery of green wood to the maturation process. *Annales des Sciences Forestières*, 51(3) : 10, 1994.
- [39] Archer, R. R. *Growth Stresses and Strains in Trees*. Springer-Verlag, Berlin, 1st edition, 1987.
- [40] Gordon, J. E. *Structures, or, Why things don't fall down*. Da Capo Press, 2003.
- [41] Green, D. W., Winandy, J. E., et Kretschmann, D. E. Mechanical properties of wood. In *Wood Handbook – Wood as an Engineering Material*. Forest Products Laboratory, 1999.
- [42] Münch. Statik und dynamik des schraubigen baues der zellwand, besonders des druck- und zugholzes. *Protoplasma*, 32(1) : 357–424, 1938.
- [43] Fournier, M., Chanson, B., Guitard, D., et Thibaut, B. Mécanique de l'arbre sur pied : modélisation d'une structure en croissance soumise à des chargements permanents et évolutifs. 1. analyse des contraintes de support. *Annales des Sciences Forestières*, 48(5) : 13, 1991.
- [44] Fournier, M., Chanson, B., Thibaut, B., et Guitard, D. Mécanique de l'arbre sur pied : modélisation d'une structure en croissance soumise à des chargements permanents et évolutifs. 2. analyse tridimensionnelle des contraintes de maturation, cas du feuillu standard. *Annales des Sciences Forestières*, 48(5) : 20, 1991.
- [45] Yang, J.-L. et Waugh, G. Growth stress, its measurement and effects. *Australian Forestry*, 64 : 99–104, 2001.
- [46] Cassens, D. L. et Serrano, J. R. Growth stress in hardwood timber. In *14th Central Hardwood Forest conference.*, Wooster Ohio, 2004.
- [47] Raymond, C. A., Kube, P. D., Pinkard, L., Savage, L., et Bradley, A. D. Evaluation of non-destructive methods of measuring growth stress in eucalyptus globulus : relationships between strain, wood properties and stress. *Forest Ecology and Management*, 190(2-3) : 187–200, 2004.
- [48] Nicholson, J. E. A rapid method for estimating longitudinal growth stresses in logs. *Wood Science and Technology*, 5(1) : 40–48, 1971.
- [49] Fonti, P. Contraintes de croissance et roulures dans les arbres de taillis de châtaigner. *Forêt méditerranéenne*, 24(2) : 141–147, 2003.
- [50] Jullien, D. et Gril, J. Growth strain assessment at the periphery of small-diameter trees using the two-grooves method : influence of operating parameters estimated by numerical simulations. *Wood Science and Technology*, 42(7) : 551–565, 2008.

- [51] Alméras, T., Thibaut, A., et Gril, J. Effect of circumferential heterogeneity of wood maturation strain, modulus of elasticity and radial growth on the regulation of stem orientation in trees. *Trees*, 19(4) : 457–467, 2005.
- [52] Hogan, C. J. et Niklas, K. J. Temperature and water content effects on the viscoelastic behavior of *tilia americana* (Tiliaceae) sapwood. *Trees - Structure and Function*, 18(3) : 339–345, 2004.
- [53] ASTM-D143. *Standard methods for testing small clear specimens of timber*. PA : American Society for Testing and Materials, 1994.
- [54] Brancheriau, L., Bailleres, H., et Guitard, D. Comparison between modulus of elasticity values calculated using 3 and 4 point bending tests on wooden samples. *Wood Science and Technology*, 36(5) : 367–383, 2002.
- [55] Niklas, K. J. et Spatz, H.-C. Worldwide correlations of mechanical properties and green wood density. *American Journal of Botany*, 97(10) : 1587–1594, 2010.
- [56] Cave, J. D. et Walker, J. C. F. Stiffness of wood in fast-grown plantation softwoods : the influence of microfibril angle. *Journal of Forest Products*, 44(5) : 43–48, 1994.
- [57] Moliński, W. et Krauss, A. Radial gradient of modulus of elasticity of wood and tracheid cell walls in dominant pine trees (*Pinus sylvestris* L.). *Folia forestalia polonica*, 39 : 19–29, 2008.
- [58] Baley, C. Analysis of the flax fibres tensile behaviour and analysis of the tensile stiffness increase. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, 33(7) : 939–948, 2002.
- [59] Sedighi-Gilani, M. et Navi, P. Experimental observations and micromechanical modeling of successive-damaging phenomenon in wood cells' tensile behavior. *Wood Science and Technology*, 41(1) : 69–85, 2006.
- [60] Yu, Y., Jiang, Z.-h., et Tian, G.-l. Size effect on longitudinal MOE of microtomed wood sections and relevant theoretical explanation. *Forestry Studies in China*, 11(4) : 243–248, 2009.
- [61] Bjurhager, I., Berglund, L. A., Bardage, S. L., et Sundberg, B. Mechanical characterization of juvenile european aspen (*Populus tremula*) and hybrid aspen (*Populus tremula* × *populus tremuloides*) using full-field strain measurements. *Journal of Wood Science*, 54(5) : 349–355, 2008.
- [62] Navi, P., Rastogi, P., Gresse, V., et Tolou, A. Micromechanics of wood subjected to axial tension. *Wood Science and Technology*, 29(6) : 411–429, 1995.

- [63] Placet, V., Bouali, A., Garcin, C., Cote, J., et Perre, P. Suivi par DRX des réarrangements microstructuraux induits par sollicitations mécaniques dans les fibres végétales tirées du chanvre. In *20ième Congrès Français de mécanique*, Besançon, France, 2011.
- [64] Kamiyama, T., Suzuki, H., et Sugiyama, J. Studies of the structural change during deformation in *cryptomeria japonica* by time-resolved synchrotron small-angle x-ray scattering. *Journal of Structural Biology*, 151(1) : 1–11, 2005.
- [65] Bach, L. Nonlinear mechanical behaviour of wood in longitudinal tension. *Abstract of thesis in Forest Products Journal*, 16(12) : 53, 1966.
- [66] Olsson, A.-M., Salmén, L., Eder, M., et Burgert, I. Mechano-sorptive creep in wood fibres. *Wood Science and Technology*, 41(1) : 59–67, 2006.
- [67] Kojima, Y. et Yamamoto, H. Effect of microfibril angle on the longitudinal tensile creep behavior of wood. *Journal of Wood Science*, 50(4) : 301–306, 2004.
- [68] Perré, P. et Aguiar, O. Fluage du bois « vert » à haute température (120 °C) : expérimentation et modélisation à l'aide d'éléments de kelvin thermo-activés. *Annals of Forest Science*, 56(5) : 14, 1999.
- [69] Bardet, S. et Gril, J. Modelling the transverse viscoelasticity of green wood using a combination of two parabolic elements. *Comptes Rendus Mécanique*, 330(8) : 549–556, 2002.
- [70] Dlouhá, J., Gril, J., Clair, B., et Alméras, T. Evidence and modelling of physical aging in green wood. *Rheologica Acta*, 48(3) : 333–342, 2008.
- [71] Dlouhá, J., Clair, B., Arnould, O., Horáček, P., et Gril, J. On the time-temperature equivalency in green wood : Characterisation of viscoelastic properties in longitudinal direction. *Holzforschung*, 63(3) : 327–333, 2009.
- [72] Fridley, K. J., Tang, R. C., et Soltis, L. A. Creep behavior model for structural lumber. *Journal of Structural Engineering*, 118(8) : 2261, 1992.
- [73] Haque, M. N., Langrish, T. A. G., Keep, L.-B., et Kee, R. B. Model fitting for viscoelastic creep of *pinus radiata* during kiln drying. *Wood Science and Technology*, 34(5) : 447–457, 2000.
- [74] Moutee, M., Fortin, Y., et Fafard, M. A global rheological model of wood cantilever as applied to wood drying. *Wood Science and Technology*, 41(3) : 209–234, October 2006.
- [75] Placet, V., Passard, J., et Perre, P. Viscoelastic properties of green wood across the grain measured by harmonic tests in the range 0-95 degrees c : Hardwood vs. softwood and normal wood vs. reaction wood RID f-6150-2011. *Holzforschung*, 61(5) : 548–557, 2007.

- [76] Placet, V. *Conception et exploitation d'un dispositif expérimental innovant pour la caractérisation du comportement viscoélastique et de la dégradation thermique du bois dans des conditions sévères*. These de Doctorat, Université Henri Poincaré, Nancy, 2006.
- [77] Kubler, H. Studies on growth stresses in trees. 2. longitudinal stresses. *Holz als Roh und Werkstoff*, 17(2) : 44–54, 1959.
- [78] Archer, R. R. et Byrnes, F. E. On the distribution of tree growth stresses. part i : An anisotropic plane strain theory. *Wood Science and Technology*, 8(3) : 184–196, 1974.
- [79] Archer, R. R. On the distribution of tree growth stresses. *Wood Science and Technology*, 19(3) : 259–276, 1985.
- [80] Ormarsson, S., Dahlblom, O., et Johansson, M. Numerical study of how creep and progressive stiffening affect the growth stress formation in trees. *Trees*, 24(1) : 105–115, 2009.
- [81] Dlouhá, J., Alméras, T., Clair, B., Gril, J., et Horacek, P. Biomechanical performances of trees in the phase of active reorientation. *Acta Universitatis Agriculturae et Silviculturae Mendelianae Brunensis*, 56(5) : 39–44, 2008.
- [82] Fournier, M., Baillères, H., et Chanson, B. Tree biomechanics : growth, cumulative prestresses, and reorientations. *Biomimetics*, 2(3) : 223–251, 1994.
- [83] Alméras, T. et Fournier, M. Biomechanical design and long-term stability of trees : morphological and wood traits involved in the balance between weight increase and the gravitropic reaction. *Journal of Theoretical Biology*, 256(3) : 370–381, 2009.
- [84] Yamamoto, H., Yoshida, M., et Okuyama, T. Growth stress controls negative gravitropism in woody plant stems. *Planta*, 216(2) : 280–292, 2002.
- [85] Fourcaud, T., Blaise, F., Lac, P., Castéra, P., et de Reffye, P. Numerical modelling of shape regulation and growth stresses in trees. *Trees*, 17(1) : 31–39, 2003.
- [86] Ancelin, P., Fourcaud, T., et Lac, P. Modelling the biomechanical behaviour of growing trees at the forest stand scale. part i : Development of an incremental transfer matrix method and application to simplified tree structures. *Annals of Forest Science*, 61(3) : 13, 2004.
- [87] Alméras, T., Gril, J., et Costes, E. Bending of apricot tree branches under the weight of axillary growth : test of a mechanical model with experimental data. *Trees*, 16(1) : 5–15, 2002.

- [88] Coutand, C., Mathias, J.-D., Jeronimidis, G., et Destrebecq, J.-F. TWIG : a model to simulate the gravitropic response of a tree axis in the frame of elasticity and viscoelasticity, at intra-annual time scale. *Journal of Theoretical Biology*, 273(1) : 115–129, 2011.
- [89] Pot, G., Coutand, C., Le Cam, J., et Toussaint, E. Experimental study of the mechanical behaviour of thin slices of maturing green poplar wood using cyclic tensile tests. *Wood Science and Technology*, 2012.
- [90] Ruelle, J., Beauchene, J., Thibaut, A., et Thibaut, B. Comparison of physical and mechanical properties of tension and opposite wood from ten tropical rainforest trees from different species. *Annals of Forest Science*, 64(1) : 503–510, 2007.
- [91] Dlouhá, J., Alméras, T., et Clair, B. Representativeness of wood biomechanical properties measured after storage in different conditions. *Trees - Structure and Function*, 2011.
- [92] Hild, F. CorreliLMT : a software for displacement field measurements by digital image correlation. Rapport technique interne 254, LMT, 2002.
- [93] Gilat, A. *MATLAB : An Introduction with Applications 2nd Edition*. Wiley, 2 edition, 2004.
- [94] Gilani, M. S. *A micromechanical approach to the behaviour of single wood fibers and wood fracture at cellular level*. These de Doctorat, EPFL, 2006.
- [95] Vacher, P., Dumoulin, S., Morestin, F., et Mguil-Touchal, S. Bidimensional strain measurement using digital images. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. Part C, Journal of mechanical engineering science*, 213(8) : 811–817, 1999.
- [96] Abramoff, M. D., Magalhães, P. J., et Ram, S. J. Image processing with ImageJ. *Biophotonics international*, 11(7) : 36–42, 2004.
- [97] Taubin, G. Estimation of planar curves, surfaces, and nonplanar space curves defined by implicit equations with applications to edge and range image segmentation. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 13(11) : 1115–1138, 1991.
- [98] Jurkiewicz, B., Destrebecq, J.-F., et Vergne, A. Incremental analysis of time-dependent effects in composite structures. *Computers & Structures*, 73(1-5) : 425–435, 1999.
- [99] Betten, J. *Creep mechanics*. Springer, 2008.
- [100] Jurkiewicz, B. *Analyse et modélisation du comportement différé des ouvrages constitués de plusieurs matériaux*. These de Doctorat, Université Blaise Pascal, Clermont-Ferrand, 1996.

- [101] Sinoquet, H., Moulia, B., et Bonhome, R. Estimating the 3-dimensional geometry of a maize crop as an input of radiation models - comparison between 3-dimensional digitizing and plant profiles. *Agricultural and Forest Meteorology*, 55(3-4) : 233–249, 1991.
- [102] D'Errico, J. SLM - shape language modeling, 2009. <http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/24443-slm-shape-language-modeling>.
- [103] Niklas, K. J. The mechanical role of bark. *American Journal of Botany*, 86(4) : 465–469, 1999.
- [104] Taguchi, G. et Konishi, S. *Orthogonal arrays and linear graphs : Tools for quality engineering*. American Supplier Institute, Dearborn, Mich., 1987.
- [105] Demonsant, J. *Comprendre et mener des plans d'expériences*. Afnor, 1996.
- [106] Jaffe, M. J. Thigmomorphogenesis : The response of plant growth and development to mechanical stimulation. *Planta*, 114(2) : 143–157, 1973.
- [107] Coutand, C. Mechanosensing and thigmomorphogenesis, a physiological and biomechanical point of view. *Plant Science*, 179(3) : 168–182, 2010.



# **Annexes**



## Annexe A

# Compléments pour les calculs du modèle biomécanique

### A.1 Calcul de la fonction de relaxation du modèle de Burger

Un modèle de Burgers est composé d'un modèle de Maxwell et d'un modèle de Kelvin en série (figure 4.6b), d'où :

$$\begin{aligned}\varepsilon &= \varepsilon_{Maxwell} + \varepsilon_{Kelvin} \\ \sigma &= \sigma_{Maxwell} = \sigma_{Kelvin}\end{aligned}$$

donc, en utilisant les notations des constantes viscoélastiques de la figure 4.6b :

$$\sigma = E_1 (\varepsilon - \varepsilon_{Maxwell}) + \eta_1 (\dot{\varepsilon} - \dot{\varepsilon}_{Maxwell})$$

En dérivant cette expression, et en utilisant la relation  $\dot{\varepsilon}_{Maxwell} = \frac{\dot{\sigma}}{E_0} + \frac{\sigma}{\eta_\infty}$ , nous obtenons :

$$\dot{\sigma} = E_1 \left( \dot{\varepsilon} - \frac{\dot{\sigma}}{E_0} - \frac{\sigma}{\eta_\infty} \right) + \eta_1 \left( \ddot{\varepsilon} - \frac{\ddot{\sigma}}{E_0} - \frac{\dot{\sigma}}{\eta_\infty} \right)$$

soit, en simplifiant avec  $\tau_\infty = \frac{\eta_\infty}{E_0}$ ,  $\tau_1 = \frac{\eta_1}{E_1}$ , la loi de comportement du modèle de Burgers :

$$\ddot{\sigma} + \dot{\sigma} \left( \frac{E_0}{\eta_1} + \frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_\infty} \right) + \frac{E_0 E_1}{\eta_\infty \eta_1} \sigma = E_0 \left( \ddot{\varepsilon} + \frac{\dot{\varepsilon}}{\tau_1} \right)$$

Posons  $B = \frac{E_0}{\eta_1} + \frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_\infty}$  ;  $C = \frac{E_0 E_1}{\eta_\infty \eta_1}$ , alors :

$$\ddot{\sigma} + B\dot{\sigma} + C\sigma = E_0 \left( \ddot{\varepsilon} + \frac{\dot{\varepsilon}}{\tau_1} \right) \quad (A.1)$$

En relaxation, la déformation  $\varepsilon_0$  imposée au temps  $t_0$  est  $\varepsilon(t) = \varepsilon_0 H(t - t_0)$ , avec  $H$  la fonction d'Heaviside. Alors,  $\dot{\varepsilon}(t) = \varepsilon_0 \delta(t - t_0)$  et  $\ddot{\varepsilon}(t) = \varepsilon_0 \frac{\partial \delta(t - t_0)}{\partial t}$  avec  $\delta$  la fonction de Dirac. L'équation A.1 se traduit donc dans l'espace de Laplace en :

$$\rho^2 \hat{\sigma} + B\rho \hat{\sigma} + C\hat{\sigma} = E_0 \left( \rho \varepsilon_0 + \frac{\varepsilon_0}{\tau_1} \right)$$

avec  $\hat{\sigma}(\rho)$  la transformée dans l'espace de Laplace de la fonction  $\sigma(t)$ . Nous trouvons alors la fonction de relaxation dans l'espace de Laplace  $\hat{R}(\rho)$  :

$$\hat{R}(\rho) = E_0 \frac{\rho + 1/\tau_1}{\rho^2 + B\rho + C}$$

Cette dernière fraction est décomposable en éléments simples en posant  $\frac{1}{\Gamma_1} = \frac{B + \sqrt{B^2 - 4C}}{2}$  et  $\frac{1}{\Gamma_2} = \frac{B - \sqrt{B^2 - 4C}}{2}$  :

$$\hat{R}(\rho) = E_0 \left( \frac{a_1}{\left(\rho + \frac{1}{\Gamma_1}\right)} + \frac{a_2}{\left(\rho + \frac{1}{\Gamma_2}\right)} \right)$$

avec  $a_1 = \frac{\frac{1}{\tau_1} - \frac{1}{\Gamma_2}}{\frac{1}{\Gamma_2} - \frac{1}{\Gamma_1}}$  et  $a_2 = -\frac{\frac{1}{\tau_1} - \frac{1}{\Gamma_1}}{\frac{1}{\Gamma_2} - \frac{1}{\Gamma_1}}$ .

Cela donne, par transformée de Laplace inverse :

$$R(t) = E_0 \left( a_1 e^{-\frac{t}{\Gamma_1}} + a_2 e^{-\frac{t}{\Gamma_2}} \right)$$

## A.2 Expression de l'état de contrainte

Pour connaître les contraintes au sein de chaque portion d'incrément de croissance, nous utilisons les équations 4.18, 4.16 et 4.13 :

$$\{\Delta F\} = [K^*] \{\Delta D\} + \{F^{hist}(t)\}$$

$$\Delta \varepsilon = \left\{ \begin{matrix} 1 & z \end{matrix} \right\} \{\Delta D\}$$

$$\Delta \sigma = E^* \Delta \varepsilon + \sigma^{hist}(t)$$

D'après l'équation 4.17, la première équation précitée peut s'écrire pour un seul incrément d'une face donnée :

$$\{\Delta F_{face}(i_{dr})\} = E_{face}^*(i_{dr}, i_t) [G_{face}(i_{dr})] \{\Delta D\} + \{F_{face}^{hist}(i_{dr}, t)\}$$

avec  $[G_{face}(i_{dr})] = \begin{bmatrix} S_{face}(i_{dr}) & A_{face}(i_{dr}) \\ A_{face}(i_{dr}) & I_{face}(i_{dr}) \end{bmatrix}$ .

Il vient alors :

$$\{\Delta D\} = \frac{1}{E_{face}^*(i_{dr}, t)} [G_{face}(i_{dr})]^{-1} \left( \{\Delta F_{face}(i_{dr})\} - \{F_{face}^{hist}(i_{dr}, t)\} \right)$$

En remplaçant cette expression dans 4.16 puis 4.13, il vient :

$$\Delta \sigma_{face}(i_{dr}) = \left\{ \begin{matrix} 1 & z \end{matrix} \right\} [G_{face}(i_{dr})]^{-1} \left( \{\Delta F_{face}(i_{dr})\} - \{F_{face}^{hist}(i_{dr}, t)\} \right) + \sigma^{hist}(t)$$

$$\Delta \sigma_{face}(i_{dr}) = \left\{ \begin{matrix} 1 & z \end{matrix} \right\} [G_{face}(i_{dr})]^{-1} \{\Delta F_{face}(i_{dr})\} + \left( \sigma^{hist}(t) - \left\{ \begin{matrix} 1 & z \end{matrix} \right\} [G_{face}(i_{dr})]^{-1} \{F_{face}^{hist}(i_{dr}, t)\} \right)$$

Nous montrons que le terme entre parenthèses dans cette expression est nul en les prémultipliant par  $\left\{ \begin{matrix} 1 \\ z \end{matrix} \right\}$  et en intégrant sur la surface  $S_{face}(i_{dr})$  de l'incrément :

$$\int_{S_{face}(i_{dr})} \left\{ \begin{matrix} 1 \\ z \end{matrix} \right\} \sigma^{hist}(t) dS - \int_{S_{face}(i_{dr})} \left\{ \begin{matrix} 1 \\ z \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} 1 & z \end{matrix} \right\} [G_{face}(i_{dr})]^{-1} \{F_{face}^{hist}(i_{dr}, t)\} dS = \int_{S_{face}(i_{dr})} \{F_{face}^{hist}(i_{dr}, t)\} dS - \int_{S_{face}(i_{dr})} [G_{face}(i_{dr})] [G_{face}(i_{dr})]^{-1} \{F_{face}^{hist}(i_{dr}, t)\} dS = 0$$

Finalement, les contraintes de l'incrément de temps  $\Delta t$  de la portion d'incrément considérée se résument à :

$$\Delta \sigma_{face}(i_{dr}) = \left\{ \begin{matrix} 1 & z \end{matrix} \right\} [G_{face}(i_{dr})]^{-1} \{\Delta F_{face}(i_{dr})\}$$

Les contraintes peuvent ainsi être cumulées à chaque incrément de temps pour chaque incrément spatial, ce qui permet d'obtenir  $\sigma_{face}(i_{dr}, t)$ .



## **Annexe B**

# **Courbures calculées à partir des mesures expérimentales**

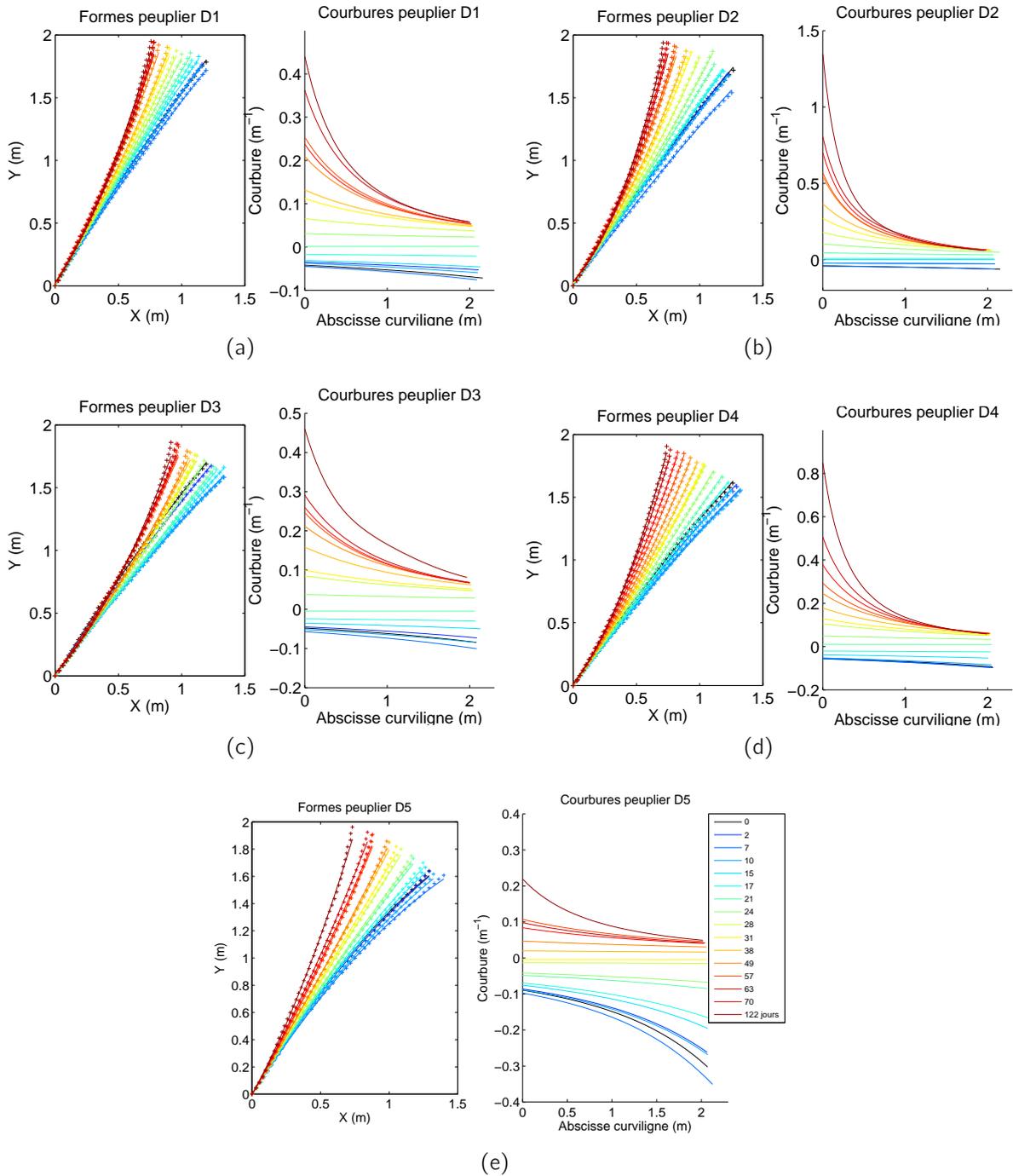


Figure B.1: Formes en fonction du temps des troncs des arbres D1 à D5 lissées à l'aide de splines et courbure des splines correspondantes en fonction de l'abscisse curviligne du tronc.

## **Annexe C**

# **Figures complémentaires issues de l'exploitation du modèle**

Dans cette annexe sont présentés les résultats de la modélisation appliquée aux arbres du lot D selon les paramètres du tableau 6.4. Les résultats de l'arbre D1 ne sont cependant pas présents dans cette annexe car déjà représentés au sein du chapitre 6 figure 6.19.

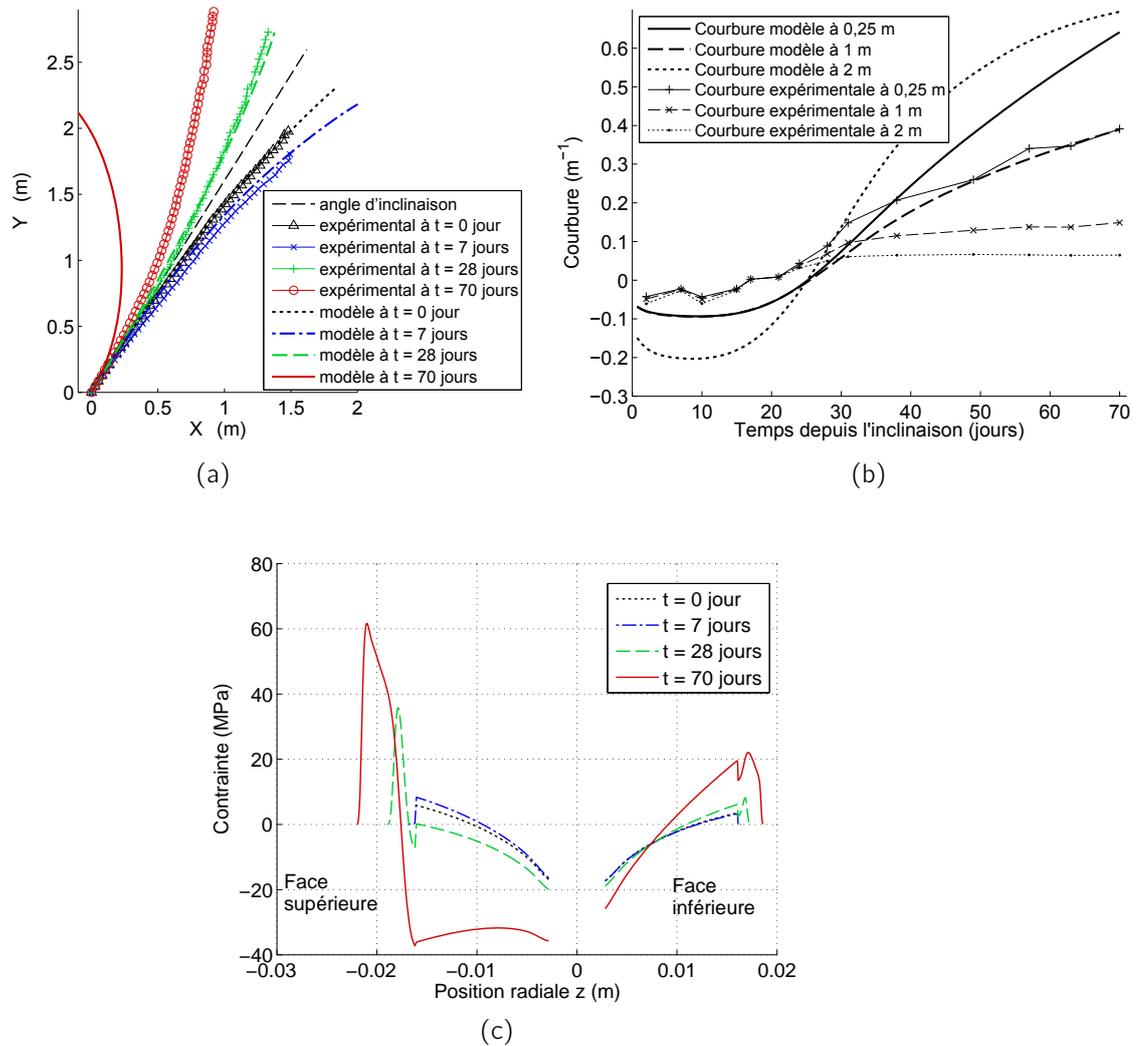


Figure C.1: Résultats du modèle pour l'arbre D2 dans le cas d'une maturation continue évoluant au cours de la saison de croissance et d'un matériau au comportement viscoélastique modélisé par un modèle de Burgers, selon les paramètres du tableau 6.4. (a) Formes du tronc, (b) courbure en fonction du temps  $t$ , (c) profil de contrainte.

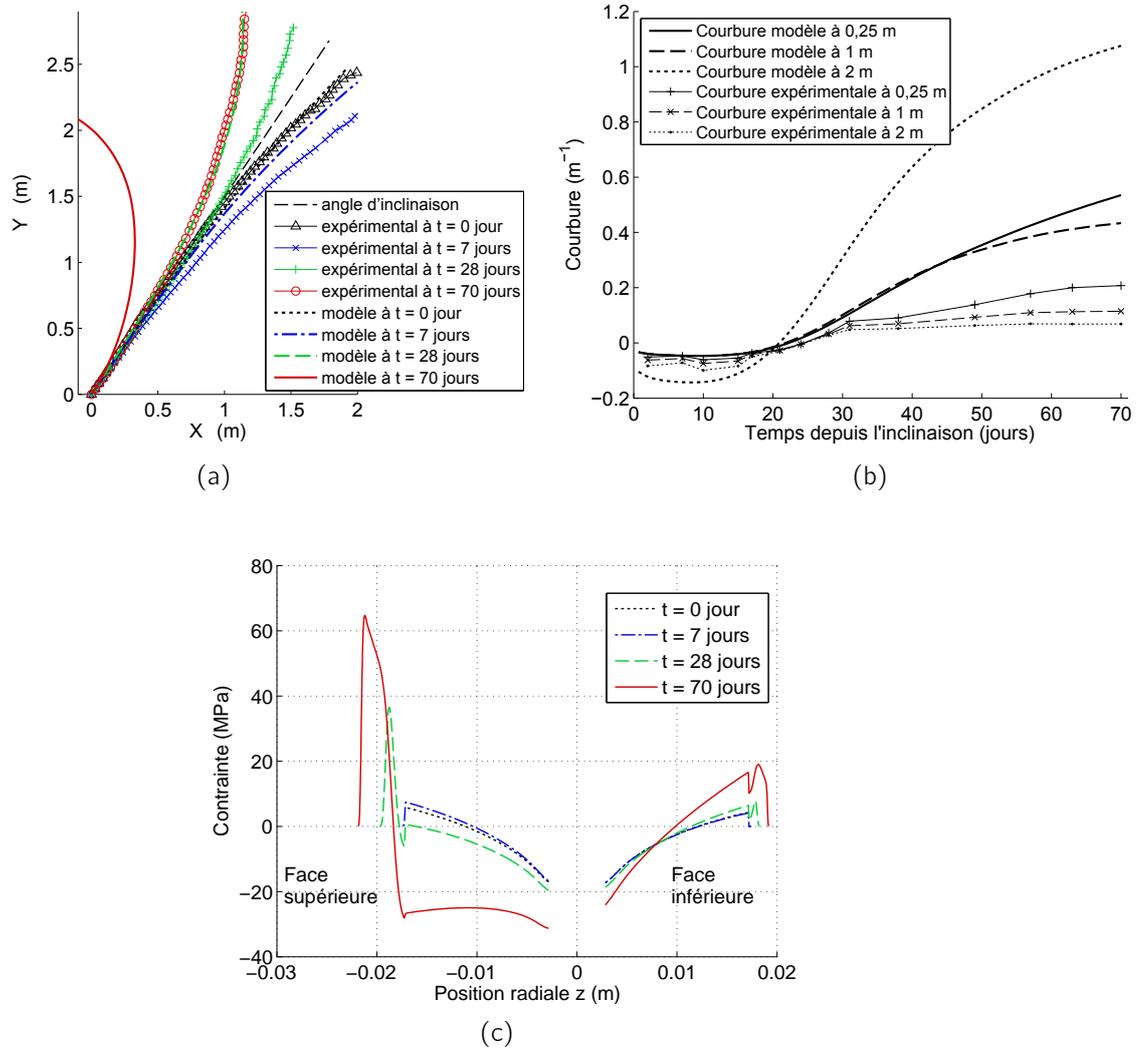


Figure C.2: Résultats du modèle pour l'arbre D3 dans le cas d'une maturation continue évoluant au cours de la saison de croissance et d'un matériau au comportement viscoélastique modélisé par un modèle de Burgers, selon les paramètres du tableau 6.4. (a) Formes du tronc, (b) courbure en fonction du temps  $t$ , (c) profil de contrainte.

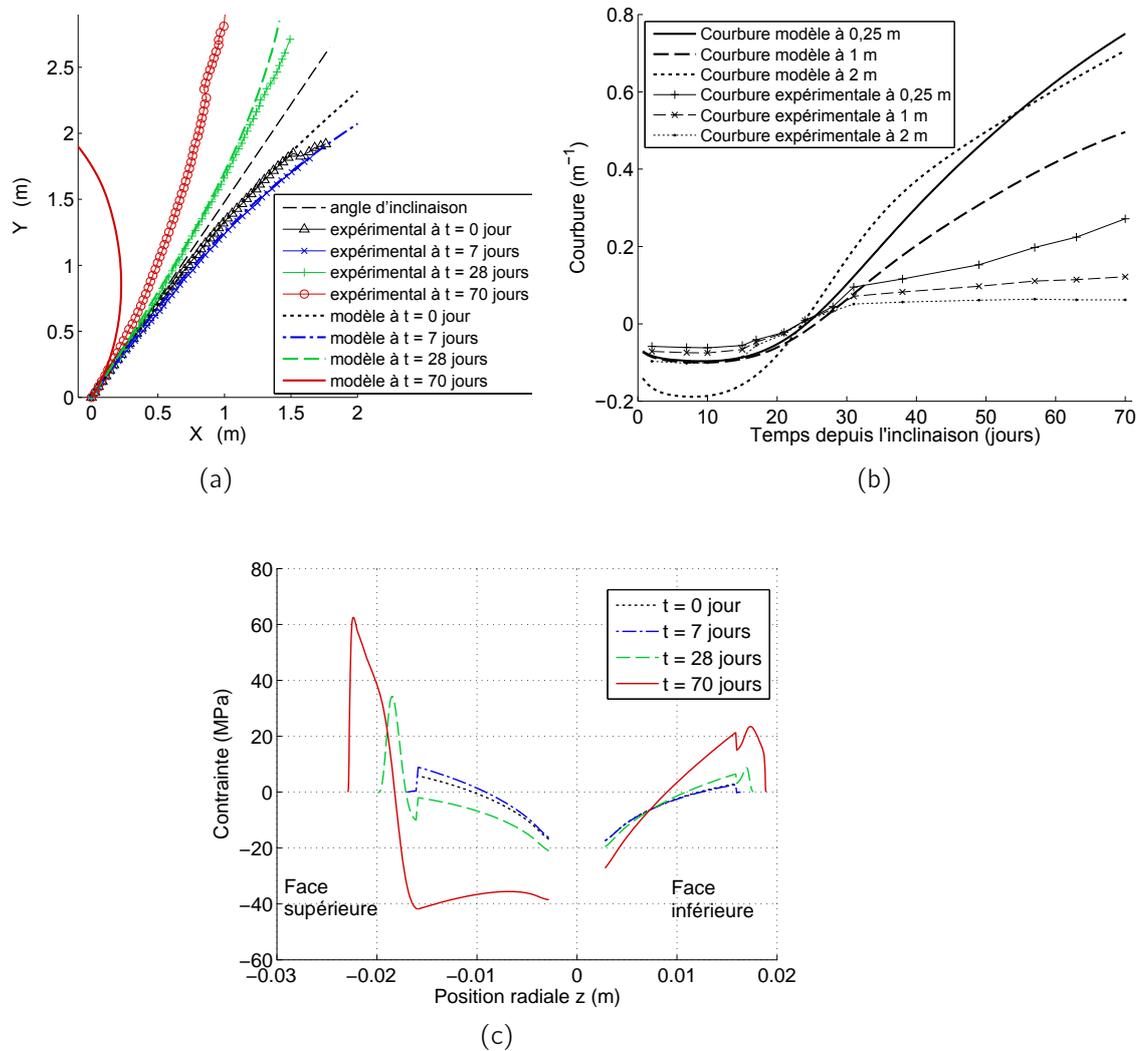


Figure C.3: Résultats du modèle pour l'arbre D4 dans le cas d'une maturation continue évoluant au cours de la saison de croissance et d'un matériau au comportement viscoélastique modélisé par un modèle de Burgers, selon les paramètres du tableau 6.4. (a) Formes du tronc, (b) courbure en fonction du temps  $t$ , (c) profil de contrainte.

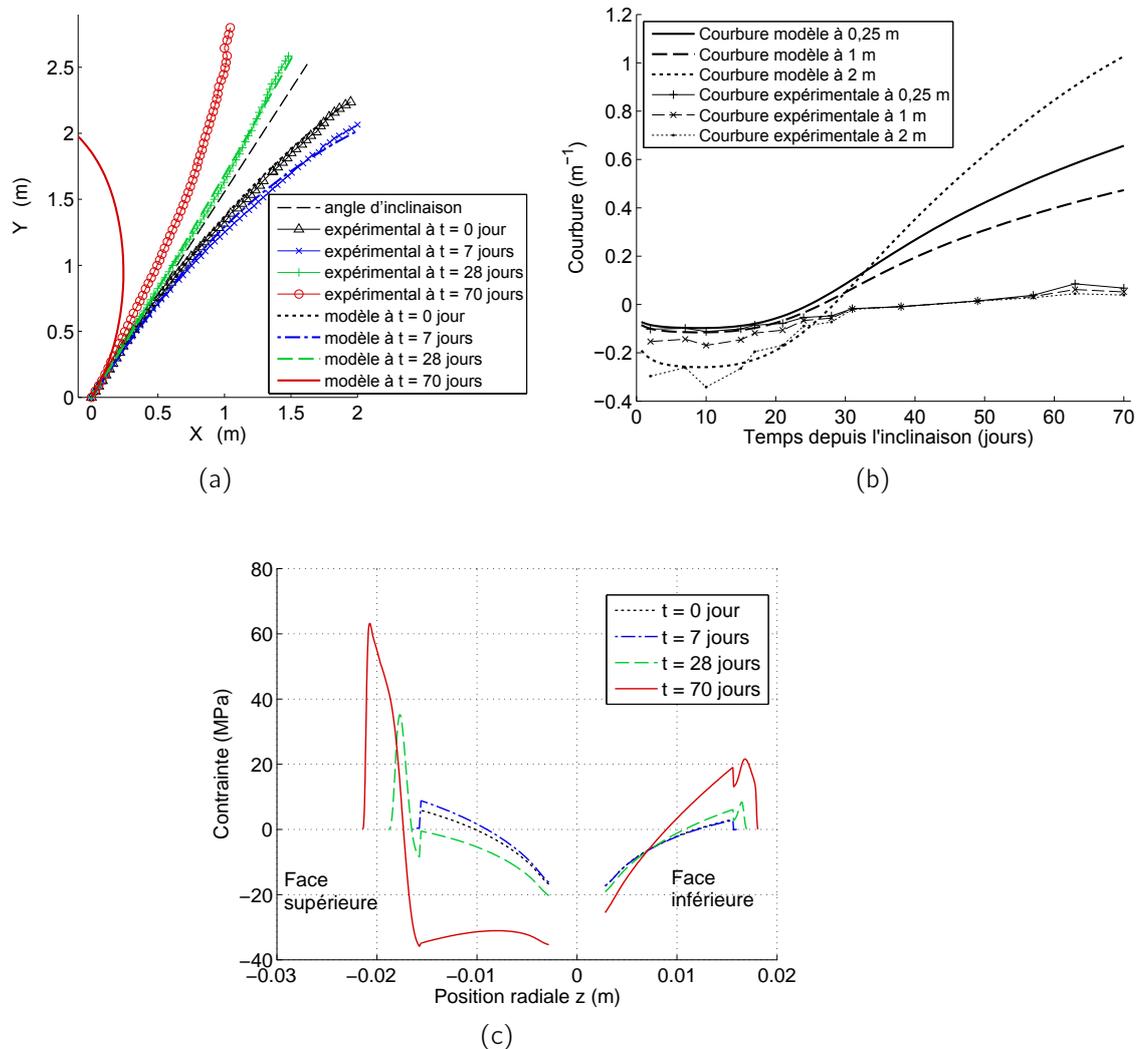


Figure C.4: Résultats du modèle pour l'arbre D5 dans le cas d'une maturation continue évoluant au cours de la saison de croissance et d'un matériau au comportement viscoélastique modélisé par un modèle de Burgers, selon les paramètres du tableau 6.4. (a) Formes du tronc, (b) courbure en fonction du temps  $t$ , (c) profil de contrainte.