



**HAL**  
open science

# Capteurs Interférométrique et Ellipsométrique : Application à la Nanométrie et à la Balance du Watt Française

Karim Ouédraogo

► **To cite this version:**

Karim Ouédraogo. Capteurs Interférométrique et Ellipsométrique : Application à la Nanométrie et à la Balance du Watt Française. Optique [physics.optics]. Université de Versailles-Saint Quentin en Yvelines, 2008. Français. NNT: . tel-00830892

**HAL Id: tel-00830892**

**<https://theses.hal.science/tel-00830892>**

Submitted on 6 Jun 2013

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



## THÈSE DE DOCTORAT

Université de Versailles Saint-Quentin en Yvelines  
École doctorale Société du Futur  
Laboratoire d'Ingénierie des Systèmes de Versailles

*Spécialité*  
*Optoélectronique*

*Présentée par*  
**Karim OUEDRAOGO**

*Pour obtenir le grade de*  
**DOCTEUR de l'Université de**  
**Versailles Saint-Quentin en Yvelines**

---

# ***Capteurs Interférométrique et Ellipsométrique : Application à la Nanométrie et à la Balance du Watt Française***

---

*Soutenance prévue le 27 juin 2008*

*Devant le jury composé de :*

<i>Directeur de thèse :</i>	Y. ALAYLI	Professeur UVSQ
<i>Co-Directeur de thèse :</i>	S. TOPÇU	Maître de Conférences HDR UVSQ
<i>Rapporteur :</i>	P. PICART	Professeur ENSIM – Université du Mans
<i>Rapporteur :</i>	A RAZET	Maître de Conférences HDR CNAM
<i>Examineur :</i>	JM. BLOSSEVILLE	Directeur de Recherche – INRETS-LEMCO
<i>Examineur :</i>	D. LEBRUN	Professeur Université de Rouen

**Titre : *Capteurs Interférométrique et Ellipsométrique : Application à la Nanométrie et à la Balance du Watt Française***

La première partie de ce manuscrit (chapitres 1 à 3) regroupe l'ensemble de mes travaux relatifs à la métrologie dimensionnelle à l'échelle du nanomètre. Après avoir donné une vue générale de l'instrumentation interférométrique utilisée dans ce domaine et montré leurs limites, je présente la réalisation d'un interféromètre ellipsométrique et d'un lambdamètre optique. Les résultats expérimentaux ont montré la possibilité d'atteindre une résolution de 10 pm sur une étendue de mesures macroscopique pour l'interféromètre et une exactitude de  $10^{-6}$  en valeur relative sur la longueur d'onde avec notre lambdamètre pour un déplacement du miroir mobile de seulement 4  $\mu\text{m}$  au lieu de 150 mm pour le schéma conventionnel.

La seconde partie du manuscrit (chapitres 4 à 6) regroupe l'ensemble de mes travaux relatifs à la métrologie des masses. Après une description du projet national de la Balance du Watt dont l'objectif vise une redéfinition du Kilogramme, je reporte les travaux portant sur la réalisation d'un capteur polarimétrique sensible à la direction radiale du champ magnétique de l'aimant permanent composant la balance du watt du LNME et d'un inclinomètre interférométrique pour la matérialisation de l'axe gravitationnel terrestre.

**MOTS-CLÉS :** *Nanopositionnement, Interférométrie, Ellipsométrie, Métrologie, Balance du watt.*

**Title: *Interferometric and Ellipsometric Sensors : Application to Nanometrology and to the French Watt Balance.***

The first part of this manuscript (Chapters 1 to 3) includes all of my work on the dimensional metrology at the nanoscale. After giving an overview of the interferometric instrumentation used in this field and showed their limitations, I present the realization of an interferometer and a laser wavemeter based on ellipsometry. The experimental results showed the possibility of achieving a resolution of 10 pm on a macroscopic range of displacements with the interferometer and a relative accuracy of  $10^{-6}$  on the wavelength with our laser wavemeter for a displacement of the mobile mirror of only 4  $\mu\text{m}$  instead of 150 mm for the conventional scheme.

The second part of the manuscript (Chapters 4 to 6) includes all of my work on the mass metrology. After a description of the LNME Watt Balance project whose goal is a redefinition of the kilogram, I report the realization of a polarimetric sensor sensitive to the radial direction of the magnetic field of the permanent magnet component of the Watt Balance and an interferometric inclinometer for the materialization of the gravitational earth axis.

**KEYWORDS:** *Nanopositioning , Interferometry, Ellipsometry, Metrology, Watt balance.*

Capteurs interférométriques et  
ellipsométriques : application à la mesure  
dimensionnelle et à la balance du watt  
française

Karim OUEDRAOGO

27 Juin 2008



---

## Table des matières

---

<b>Remerciement</b>	<b>xiii</b>
<b>Introduction générale</b>	<b>1</b>
<b>1 Interférométrie et métrologie dimensionnelle</b>	<b>7</b>
1.1 Introduction . . . . .	9
1.2 Notions de métrologie dimensionnelle . . . . .	9
1.2.1 Définition et matérialisation du Mètre . . . . .	9
1.2.2 Métrologie dimensionnelle par interférométrie laser . . . . .	15
1.3 Les limites de la métrologie dimensionnelle par interférométrie . . . . .	22
1.3.1 Les facteurs mécaniques . . . . .	22
1.3.2 Les contraintes environnementales . . . . .	23
1.3.3 Les limitations optiques . . . . .	24
1.3.4 La source laser . . . . .	26
1.3.5 Résumé des sources d'erreurs . . . . .	27
1.4 Conclusion . . . . .	28
<b>2 Polarisation de la lumière et mesure des paramètres ellip- sométriques</b>	<b>31</b>
2.1 Introduction . . . . .	33
2.2 Polarisation de la lumière . . . . .	33

---

2.2.1	Les états de polarisation . . . . .	33
2.2.2	Les paramètres ellipsométriques . . . . .	34
2.3	Représentation de Jones des états de polarisation . . . . .	36
2.4	Représentation de Mueller des états de polarisation . . . . .	37
2.4.1	Les matrices de Mueller et les paramètres de Stockes . . . . .	37
2.4.2	La sphère de Poincaré . . . . .	39
2.5	Application à la mesure de paramètres ellipsométriques . . . . .	40
2.6	Caractéristiques métrologiques et erreurs de mesures . . . . .	44
2.6.1	Erreur d'alignement des optiques . . . . .	44
2.6.2	Erreur de biréfringence . . . . .	44
2.6.3	Autres erreurs . . . . .	45
2.7	Conclusion . . . . .	46
<b>3</b>	<b>Réalisation d'un interféromètre ellipsométrique et d'un lamb-</b>	
	<b>damètre optique de grande résolution</b>	<b>49</b>
3.1	Introduction . . . . .	51
3.2	Interféromètre de Michelson ellipsométrique . . . . .	51
3.2.1	Approche théorique basée sur les matrices de Jones . . . . .	53
3.2.2	Mesures comparatives entre un interféromètre hétéro-	
	dyne et notre système ellipsométrique . . . . .	54
3.2.3	Conclusion et perspectives . . . . .	60
3.3	Lambdamètre conventionnel . . . . .	61
3.4	Lambdamètre ellipsométrique . . . . .	63
3.4.1	Principe physique . . . . .	63
3.4.2	Description du montage expérimental . . . . .	66
3.5	Résultats expérimentaux et analyses . . . . .	68
3.5.1	Protocole de mesure . . . . .	68
3.5.2	Mesure de longueur d'ondes d'une diode laser à cavité	
	étendue . . . . .	69
3.5.3	Mesure de longueurs d'ondes d'un laser Nd:YAG doublé	72
3.5.4	Perspectives d'amélioration de l'instrument de mesure . . . . .	74
3.6	Conclusion . . . . .	76

---

<b>4</b>	<b>Le projet national de la Balance du Watt</b>	<b>79</b>
4.1	Introduction au projet de la Balance du Watt . . . . .	81
4.2	Principe de la balance du watt . . . . .	82
4.2.1	Phase statique . . . . .	83
4.2.2	Phase dynamique . . . . .	84
4.2.3	Protocole de mesures . . . . .	88
4.2.4	Conclusion . . . . .	89
4.3	Problèmes d’alignement dans le projet balance du watt . . . . .	90
4.3.1	Introduction . . . . .	90
4.3.2	Alignement des axes mécaniques et optiques . . . . .	90
4.3.3	Alignement de l’aimant . . . . .	91
4.4	Conclusion . . . . .	92
<b>5</b>	<b>Capteur polarimétrique pour l’alignement de l’aimant permanent</b>	<b>93</b>
5.1	Introduction . . . . .	95
5.2	Classification des capteurs de champ magnétique . . . . .	95
5.3	Quelques rappels sur l’effet Faraday . . . . .	97
5.3.1	Introduction . . . . .	97
5.3.2	Biréfringence linéaire . . . . .	97
5.3.3	Biréfringence circulaire . . . . .	98
5.3.4	Description phénoménologique de l’effet Faraday . . . . .	98
5.4	Principe de notre capteur polarimétrique . . . . .	99
5.5	Caractérisation métrologique du capteur polarimétrique . . . . .	102
5.6	Mesures sur l’aimant de l’expérience balance du watt . . . . .	104
5.6.1	Protocole de mesure . . . . .	104
5.6.2	Description du montage expérimental . . . . .	107
5.7	Conclusion . . . . .	109
<b>6</b>	<b>Inclinomètre absolu pour l’alignement des axes optiques</b>	<b>111</b>
6.1	Introduction . . . . .	113
6.2	Description de deux types d’inclinomètres performants . . . . .	113
6.2.1	Inclinomètre électromécanique . . . . .	113
6.2.2	Inclinomètre optoélectronique . . . . .	114

---

6.3	L'inclinomètre Fabry Perot . . . . .	115
6.3.1	Quelques rappels sur l'interféromètre Fabry Perot . . .	115
6.3.2	Expression de la finesse dans un cas réel . . . . .	117
6.3.3	Principe de fonctionnement de l'inclinomètre Fabry Perot	117
6.3.4	Principales sources d'incertitudes . . . . .	122
6.4	Conception et mise en œuvre . . . . .	125
6.4.1	Description du banc expérimental . . . . .	125
6.4.2	Premier prototype: une cavité plan-plan . . . . .	127
6.4.3	Deuxième prototype: la cavité hémifocale . . . . .	128
6.5	Conclusion . . . . .	131
	<b>Conclusion générale</b>	<b>133</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>137</b>
	<b>Annexe 1 : Les matrices de Jones et de Mueller</b>	<b>147</b>
	<b>Annexe 2 : Les publications</b>	<b>149</b>

---

## Liste des figures

---

1.1	Mise en pratique de la définition du Mètre basée sur la radiation du Krypton 86 à l'aide d'un interféromètre et d'un microscope optique mobile. . . . .	10
1.2	Exemple d'une source étalon primaire optique asservie sur une raie d'absorption saturée de l'iode ( $I_2$ ) (LNME-INM). . . . .	12
1.3	Principe de base d'un interféromètre de Michelson. . . . .	16
1.4	Interféromètre homodyne: <b>CC</b> Coin Cube, <b>CS</b> Cube Séparateur, <b>CSP</b> Cube Séparateur de polarisation . . . . .	17
1.5	Principe d'un comptage de franges à base de bascules bistables.	19
1.6	Principe d'un interféromètre de Michelson hétérodyne : <b>CC</b> Coin Cube, <b>CS</b> Cube séparateur, <b>CSP</b> Cube séparateur de polarisation, <b>PD</b> Photodétecteur . . . . .	21
1.7	Méthode de mesure d'un battement optique : <b>L</b> lame demi-onde, <b>P</b> Photodétecteur . . . . .	21
1.8	Principe d'asservissement d'une diode laser sur un pic de transmission d'une cavité Fabry Perot. <b>DS</b> électronique de Détection Synchrone, <b>P</b> Photodétecteur. . . . .	27
2.1	Paramètres de caractérisation d'un état de polarisation elliptique. . . . .	35

---

2.2	Sphère de Poincaré avec la représentation des paramètres de Stokes. . . . .	39
2.3	Schéma de principe d'un polarimètre à lame quart-d'onde tournante. . . . .	40
2.4	Mesure expérimentale de niveau de bruit sur $\psi$ et $\Delta$ pour une polarisation quasi-linéaire avec le polarimètre PA450 de Thorlabs. . . . .	46
3.1	Interféromètre de Michelson ellipsométrique. <b>P</b> Polariseur, <b>Q</b> lame quart d'onde, <b>CS</b> Cube séparateur en intensité, <b>CC</b> coin-cube . . . . .	52
3.2	Schéma expérimental de la comparaison entre l'interféromètre hétérodyne (trait discontinu) et de l'interféromètre homodyne ellipsométrique (trait continu). <b>BS</b> Cube Séparateur, <b>BSP</b> Cube Séparateur de Polarisation, <b>PD</b> Photodétecteur, <b>P</b> Polariseur, <b>QWP</b> lame quart-d'onde . . . . .	55
3.3	Méthode d'asservissement en position du miroir mobile de l'interféromètre par la méthode des sauts de phases [18]. . . . .	56
3.4	Mesures expérimentales de déplacements nanométriques avec l'interféromètre ellipsométrique ( $--\bigcirc--$ ) et l'interféromètre hétérodyne ( $--\square--$ ). . . . .	57
3.5	Représentation à l'échelle nanométrique des pyramides de Kefren et Kheops avec l'interféromètre ellipsométrique. . . . .	58
3.6	Mesure du paramètre ellipsométrique $\psi$ (deg) pour différents sauts de tensions appliqués à l'actionneur piézoélectrique. . . . .	59
3.7	Ecart-type d'Allan de la mesure de l'azimut $\psi$ à la sortie de l'interféromètre ellipsométrique. . . . .	60
3.8	Schéma d'un lambdamètre conventionnel. <b>P</b> polariseur, <b>B</b> Séparatrice, <b>M</b> miroir, <b>TS</b> Système de translation des coins de cube accolés . . . . .	62
3.9	Schéma d'un lambdamètre ellipsométrique. <b>P</b> polariseur, <b>B</b> séparatrice, <b>QWP</b> lame quart d'onde, <b>M</b> miroir, <b>R</b> coin de cube, <b>PZT</b> actuateur piézoélectrique . . . . .	64

---

3.10	Incertitude relative théorique $\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$ en fonction du déplacement des miroirs mobiles. axe de gauche pour le lambdamètre conventionnel - axe de droite pour le lambdamètre ellipsométrique	66
3.11	Schéma expérimental de mesures comparatives entre le lambdamètre ellipsométrique et le lambdamètre conventionnel. <b>P</b> polariseur, <b>HWP</b> lame demi-onde, <b>BS</b> cube séparateur en intensité, <b>BSP</b> cube séparateur en polarisant, <b>QWP</b> lame quart-d'onde, <b>PZT</b> actionneur piezoélectrique, <b>B</b> lame séparatrice.	67
3.12	Photographie du prototype compact du lambdamètre ellipsométrique réalisé. <b>BS</b> cube séparateur en intensité, <b>BSP</b> cube séparateur de polarisation, <b>HWP</b> lame demi-onde, <b>M</b> Miroir, <b>P</b> Polariseur, <b>QWP</b> Lame quart-d'onde	68
3.13	Méthode de mesures des paramètres ellipsométriques avec les polarimètres : <b>POLA</b> Polarimètre A, <b>POLB</b> Polarimètre B, <b>PZT</b> actuateur piezoélectrique.	69
3.14	Photographie du banc de mesure réalisé pour la mesure de la longueur d'onde d'une diode laser à cavité étendue.	70
3.15	Variations des azimuts $\psi$ pendant un déplacement du miroir mobile de l'interféromètre de Michelson pour le laser de référence (en haut) et le laser inconnu (en bas).	71
3.16	Estimation de la répétabilité des valeurs de mesure de longueur d'onde d'une diode laser à cavité étendue.	72
3.17	Photographie du banc expérimental de mesures de la longueur d'onde d'un laser Nd:YAG vert. <b>PZT</b> actionneur piezoélectrique - <b>PM</b> Polarimètre.	73
3.18	Estimation de la répétabilité des valeurs de mesure de longueurs d'ondes d'un laser Nd:YAG vert.	74
3.19	Observation du phénomène de glissement ( <i>creep</i> ) de la céramique piezoélectrique observé à la fin de chaque cycle de déplacement en boucle ouverte.	75
4.1	Photographie de prototype international du Kilogramme de 1889. <i>Photo BIPM</i>	81

---

4.2	Phase statique de l'expérience balance du watt. . . . .	84
4.3	Phase dynamique de l'expérience balance du watt. . . . .	86
4.4	Vue 3D de l'ensemble de la balance du watt du LNME (second prototype). . . . .	87
4.5	Alignement des axes optiques de mesure et de déplacement mécanique. . . . .	91
4.6	Alignement de l'axe de révolution du champ magnétique avec l'axe gravitationnel. . . . .	92
5.1	Classification des capteurs de champ magnétique. . . . .	96
5.2	Principe du capteur polarimétrique développé au LISV . . . .	100
5.3	Capteur de Faraday avec un cristal TGG avec une face inférieure réfléchissante. . . . .	101
5.4	Photographie des bancs de caractérisation et de comparaison du capteur Faraday et du capteur à effet Hall. . . . .	103
5.5	Linéarité des capteurs à effet Hall (—□— échelle de droite) et de notre capteur Faraday (—■— échelle de gauche). . . . .	104
5.6	Photographie des premières mesures effectuées avec le capteur polarimétrique sur l'aimant permanent de test de la balance du watt. . . . .	105
5.7	Plateau tournant du LISV monté sur l'aimant de test. . . . .	106
5.8	Mesure du défaut de tangage de notre plateau tournant à l'aide de deux inclinomètres de type différents. . . . .	107
5.9	Vue 3D du porte-capteur installé sur le système d'alignement de l'aimant permanent de la balance sur le site de Trappes. . .	108
5.10	Premier résultat de la mesure de la direction du champ magnétique de l'aimant de la balance du watt avec le capteur polarimétrique sur le site de Trappes. . . . .	109
6.1	Schéma du principe de fonctionnement d'un inclinomètre Nivel20. (1) faisceau laser, (2) diode laser, (3) cuve de liquide, (4) détecteur quatre cadrants . . . . .	114
6.2	Principe d'une cavité Fabry Perot de type plan-plan. . . . .	116
6.3	Principe de l'inclinomètre Fabry Perot. . . . .	118

---

6.4	Courbe d'évolution du rapport $R$ en fonction de l'inclinaison $\theta$ (rad).	120
6.5	Principe de mesure permettant de discriminer le point 0 de notre inclinomètre Fabry Perot.	122
6.6	Réfraction des faisceaux lasers à l'interface air-eau.	123
6.7	Erreur engendrée par l'effet de capillarité entre le milieu liquide et la paroi de la cavité.	124
6.8	Représentation du système de mesure absolue de l'axe gravitationnel avec l'inclinomètre Fabry Perot.	125
6.9	Premier prototype de la cavité Fabry Perot utilisé pour la réalisation de notre inclinomètre absolue.	126
6.10	Banc optique de l'inclinomètre Fabry Perot.	127
6.11	Fonction de transfert du premier prototype de cavité Fabry Perot à une longueur d'onde de $\lambda = 656$ nm sans liquide.	128
6.12	Deuxième prototype de la cavité Fabry Perot de l'inclinomètre absolu : à gauche le dessin CAO de la cavité et à droite une photographie de la cavité réalisée.	129
6.13	Fonction de transfert du seconde prototype de cavité Fabry Perot à une longueur d'onde de $\lambda = 656$ nm sans liquide et observée à deux périodes de la journée.	130
6.14	Troisième (future) prototype de la cavité Fabry Perot.	131



---

## Remerciement

---

L'ensemble de mes travaux de thèse a été réalisé au sein de l'équipe Capteurs et Systèmes Embarqués du Laboratoire d'Ingénierie de Systèmes de Versailles. Une partie des travaux a été dans le cadre du projet balance du watt du Laboratoire National de Métrologie et d'Essais.

J'exprime d'abord ma profonde reconnaissance à mon directeur de thèse, Yasser Alayli, pour l'attention qu'il m'a apportée. J'ai eu l'honneur de rencontrer un homme plein de sagesse et de gentillesse. J'aimerai à travers ces lignes remercier chaleureusement et particulièrement mon co-directeur de thèse, Suat Topsu, qui m'a guidé et éclairé tout au long de ce travail. J'ai beaucoup appris auprès de lui scientifiquement mais aussi humainement. Ses aides précieuses, ses conseils ont largement contribué à l'accomplissement de ce travail. Ces quelques lignes ne suffisent pas à le remercier entièrement. J'exprime ma gratitude à Luc Chassagne pour ses nombreuses idées et sa disponibilité tout au long de la thèse. Je lui dis grand merci. Je remercie également Patrick Juncar qui a suivi ce travail tout au long de ces années. Son enthousiasme et sa grande connaissance de l'expérimentation ont été d'une aide précieuse.

J'aimerai remercier Annick Razet et Pascal Picart qui ont accepté d'examiner mon travail et d'en être les rapporteurs. Leurs remarques ont contribué à l'enrichissement et l'amélioration de ce travail. Je remercie également Jean Marc Blosseville, Denis Lebrun de m'avoir fait l'honneur de faire du jury et d'examiner mon travail.

Je tiens à adresser une mention spéciale à Frédéric Mourgues, technicien

au département de Physique et responsable de l'atelier mécanique non seulement pour ce qu'il a accompli pour mes travaux de thèse mais également tout ce qu'il a réalisé pour le laboratoire. Il n'a ménagé aucun effort pour réaliser les pièces mécaniques dont nous avons besoin pour avancer. Ses idées, sa gentillesse, sa disponibilité en font un collaborateur idéal au travail. Je lui souhaite tout le bien dans sa carrière professionnelle.

Mes amis les autres thésards du laboratoire ! Je remercie Jean Philippe, Marwan Wakim, Ahmad Sinno et Suan Xu pour leur disponibilité, leur gentillesse et pour leur patience. J'ai beaucoup appris à vos contacts et je n'oublierai pas la complicité que nous avons tissée et nos séances café et tarte au Mourguet's (l'atelier mécanique du département).

Enfin, mes remerciements vont à tous les membres du Laboratoire, de l'équipe balance du watt dont les noms n'ont pu être cités ici. Je vous dis à tous grand merci. ....

---

## Introduction générale

---

Depuis les premières formes de civilisation, l'Homme n'a cessé de contribuer à développer des instruments de mesure ou d'observation lui permettant d'aller au delà de son savoir scientifique. Des scientifiques de tous les domaines (astronomie, mécanique, médecine, chimie...) ont ainsi développé, au fur et à mesure des années, des instruments plus en plus précis et fiables. Très vite s'est posé le problème de la véracité des mesures. Alors s'est mis en place un domaine spécifique, connu aujourd'hui sous la dénomination de *Métrologie*, afin d'assurer la standardisation des mesures et leur traçabilité ; formalisé en 1795 par l'adoption du système métrique et en 1960 par la naissance du Système International d'unités ou SI encore en rigueur aujourd'hui. La mise en place de références de mesure, ou étalon primaire, assurant la quantification de nos échanges quotidiens (comme la quantité de blé produit, la quantité de lait produit, l'éloignement d'un point à un autre...) et des paramètres scientifiques (comme la mole, le Candela, le Kelvin...) s'avérait et s'avère indispensable encore aujourd'hui. Des étalons de mesures furent définis dont notamment le Kilogramme et le Mètre, artefacts matériels déposés au pavillon de Breteuil à Sèvres en 1889. Assurer la pérennité des étalons dans le temps et dans l'espace est le rôle prépondérant des métrologues. Le Mètre en est un parfait exemple puisque sa définition a évolué de l'artefact matériel à sa définition actuelle fondée sur la constance de la vitesse de la lumière. Le défi majeur des métrologues de notre époque consistera à faire évoluer de la sorte la définition de l'unité de masse qui est toujours celle datant de 1889.

---

Au sein du Laboratoire d'Ingénierie Systèmes de Versailles (LISV), l'équipe Capteurs et Systèmes Embarqués (CSE) contribue à développer des capteurs dits *ultimes* dans le sens où les performances visées dépassent celles des capteurs existants. L'équipe participe également à des projets de métrologie d'envergure internationale dont par exemple, le projet Balance du Watt visant à redéfinir le Kilogramme ou encore d'autres projets dans le domaine de la Nanométrie. Les performances recherchées diffèrent selon les systèmes mis en oeuvre. Un compromis est souvent fait entre l'exactitude ou la répétabilité des mesures et la robustesse ou la compacité des capteurs. L'objectif de l'instrumentiste et du métrologue est de développer des systèmes de mesures perturbant le moins possible le phénomène mesuré et donnant des résultats fiables. Durant ma thèse, j'ai participé à l'élaboration de capteurs essentiellement interférométriques et polarimétriques pour des applications en métrologie dimensionnel et en métrologie des masses.

Dans le chapitre 1, je présenterai les méthodes interférométriques utilisées en métrologie dimensionnelle à l'échelle du nanomètre ou *nanométrie*. Je débiterai le chapitre par un historique sur l'évolution de la définition du Mètre et une description de sa *mise en pratique*. J'aborderai ensuite dans les détails les deux techniques interférométriques les plus courantes en nanométrie: interférométrie homodyne et hétérodyne. Ce chapitre se terminera par une étude des principales sources d'erreurs qui affectent ces instruments.

Dans le second chapitre, je reviendrai sur le concept de polarisation de la lumière et de la détermination des paramètres qui permettent de caractériser un état de polarisation. Nous y introduirons le formalisme matriciel permettant d'avoir une approche théorique *simple* des systèmes interférométriques et ellipsométriques. J'introduirai le formalisme matriciel de Jones, très utile dans le cas de systèmes comportant une source laser totalement polarisée. Ce formalisme sera parfaitement adapté à l'étude de l'interféromètre ellipsométrique et du  $\lambda$ -mètre optique décrits au chapitre suivant. Dans le cas de lumière partiellement polarisée, on utilise le formalisme matriciel de Mueller basé sur les paramètres de Stokes. Ce formalisme sera présenté et appliqué à une méthode de mesures de paramètres ellipsométriques que j'ai

utilisé tout au long de ma thèse : le polarimètre à lame quart-d'onde tournant. Ce chapitre se terminera par l'étude à la fois théorique et expérimentale de cet instrument.

Le troisième chapitre comportera mon travail expérimentale majeur : la réalisation d'un interféromètre de Michelson homodyne capable d'atteindre une résolution, en terme de niveau d'interpolation de franges, de  $\lambda/36000$ . Nous verrons son montage expérimental et je présenterai ensuite les résultats obtenus. Dans une seconde partie, je montrerai comment j'ai utilisé ce dispositif *en sens inverse* pour réaliser un lambdamètre optique compact afin de mesurer la longueur d'onde des lasers monomodes continus. Ce lambdamètre ellipsométrique est capable d'atteindre une incertitude relative de  $10^{-6}$  sur la valeur de la longueur d'onde avec un déplacement de seulement  $4 \mu\text{m}$  au lieu de  $150 \text{ mm}$  nécessaire dans la configuration des systèmes commerciaux actuels. Nous avons donc un gain considérable en terme de compacité sans perte de niveau d'exactitude.

Le but du chapitre 4 sera de décrire le projet national de la Balance du Watt dont l'objectif vise une redéfinition du Kilogramme. Je détaillerai particulièrement les contraintes d'alignement des différents axes mis en jeu dans le projet. Ma contribution à cet ambitieux projet a porté essentiellement sur cette problématique.

Le cinquième chapitre comprendra les travaux que j'ai menés pour la réalisation d'un capteur sensible à la direction radiale du champ magnétique de l'aimant permanent composant la balance du watt du LNME. Ce capteur repose sur l'effet Faraday dont un rappel sera fait dans un premier temps. Dans un second temps, je présenterai le capteur en lui-même, son principe, sa réalisation et sa caractérisation expérimentale. Dans la dernière partie du chapitre, nous présenterons les premiers résultats obtenus sur l'aimant définitif de la balance du watt au LNME sur le site de Trappes.

Et enfin, un sixième et dernier chapitre qui traitera d'un nouvel instrument destiné à matérialiser l'axe gravitationnel terrestre par une méthode absolue, sans contact basée sur un interféromètre Fabry Perot. Ces travaux s'inscrivent également dans le cadre du projet de la balance du watt. Ce chapitre débutera par une description de quelques inclinomètres commerci-

aux que nous avons acheté afin de faire des intercomparaisons avec notre propre capteur. Puis nous verrons les deux prototypes réalisés au cours de ma thèse et les limites physiques, matérielles et techniques auxquelles nous avons été confrontés.

# CHAPITRE 1

---

## Interférométrie et métrologie dimensionnelle

---

### Sommaire

---

<b>1.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>9</b>
<b>1.2</b>	<b>Notions de métrologie dimensionnelle</b>	<b>9</b>
1.2.1	Définition et matérialisation du Mètre	9
1.2.2	Métrologie dimensionnelle par interférométrie laser	15
<b>1.3</b>	<b>Les limites de la métrologie dimensionnelle par interférométrie</b>	<b>22</b>
1.3.1	Les facteurs mécaniques	22
1.3.2	Les contraintes environnementales	23
1.3.3	Les limitations optiques	24
1.3.4	La source laser	26
1.3.5	Résumé des sources d'erreurs	27
<b>1.4</b>	<b>Conclusion</b>	<b>28</b>

---



## 1.1 Introduction

Ce chapitre a pour but de présenter les méthodes utilisées en métrologie dimensionnelle à l'échelle du nanomètre. Ce domaine restreint de la métrologie dimensionnelle a connu un essor considérable avec l'émergence des nanotechnologies qui nécessitent des systèmes de déplacement millimétriques, voire centimétriques avec des exactitudes à l'échelle nanométrique. On assiste à un développement important dans le domaine du contrôle de déplacement d'ultraprécision avec des enjeux stratégiques et des retombées économiques gigantesques notamment en lithographie, en microélectronique et en nanomanipulation. Une dénomination spécifique *Nanométrie* a été attribuée au domaine de recherche visant à développer des instruments de mesures à l'échelle nanométrique. L'interférométrie est LA méthode de mesure par excellence dans ce domaine. L'interférométrie exploite le phénomène d'interférences entre plusieurs ondes cohérentes entre elles. Il existe plusieurs types d'interféromètres: les interféromètres à division de fronts d'ondes (les fentes d'Young), les interféromètres à division d'amplitude (interféromètre de Michelson, interféromètre de Mach-Zender, interféromètre de Fabry Perot). Toutes les études présentées dans ce travail reposent essentiellement sur des interféromètres à division d'amplitude.

Après avoir fait un rappel sur la définition du Mètre, j'aborderai les différentes techniques interférométriques (homodyne et hétérodyne) utilisées en métrologie dimensionnelle à l'échelle du nanomètre. Ce chapitre se terminera par une étude des principales sources d'erreurs qui affectent ces instruments ; nous permettant ainsi d'entrevoir leurs limites.

## 1.2 Notions de métrologie dimensionnelle

### 1.2.1 Définition et matérialisation du Mètre

Comme le Kilogramme, le Mètre était à l'origine défini par un artefact matériel construit en 1872. Le prototype originel international du Mètre, qui fut approuvé par la première Commission Générale des Poids et Mesures (CGPM) en 1889, est toujours conservé au BIPM dans les conditions fixées

en 1889. En 1960, afin d'améliorer l'exactitude de la mise en pratique du Mètre, la 11ème CGPM adopte une nouvelle définition du Mètre fondée sur la longueur d'onde dans le vide de la radiation correspondant à une transition entre deux niveaux d'énergies spécifiés de l'atome de Krypton 86. Ainsi, le Mètre est défini comme "*la longueur égale à 1 650 763,73 longueurs d'onde dans le vide de la radiation correspondant à la transition entre les niveaux  $2p^{10}$  et  $5d^5$  de l'atome de krypton 86*". La mise en pratique était effectuée au moyen d'un interféromètre et d'un microscope mobile en translation utilisé pour mesurer la variation des trajets optiques par comptage des franges (Figure 1.1). Des mesures de reproductibilité à mieux que  $4 \times 10^{-9}$  ont été obtenues dans des laboratoires indépendants [1].

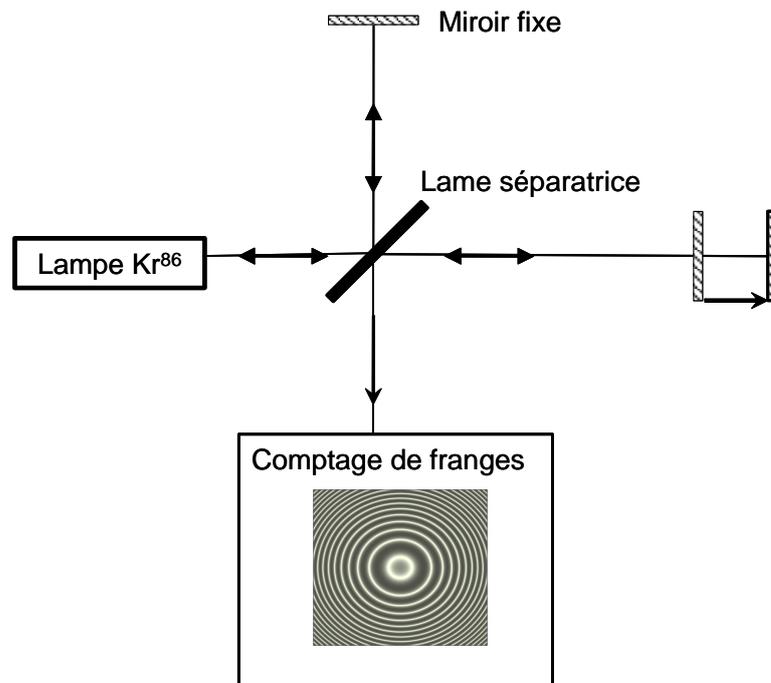


Figure 1.1: Mise en pratique de la définition du Mètre basée sur la radiation du Krypton 86 à l'aide d'un interféromètre et d'un microscope optique mobile.

La 17ème CGPM a remplacé en 1983 cette définition par la définition actuelle

*"Le Mètre est la longueur du trajet parcouru dans le vide par la lumière pendant une durée de 1/299 792 458 de seconde."*

Il en résulte que la vitesse de la lumière dans le vide  $c_0$  est égale à 299 792 458 mètres par seconde exactement.

La mise en pratique de la définition de l'unité de longueur peut se faire de différentes manières. On se sert couramment de la durée de propagation d'une impulsion radioélectrique ou lumineuse pour mesurer la distance des satellites artificiels. La mesure par retard de phase dû à la propagation d'une onde électromagnétique, plus souvent de la modulation superposée à une onde à très haute fréquence, est à la base de divers instruments télémétriques utilisés en géodésie. Pour les mesures dimensionnelles de l'ordre du mètre nécessitant une exactitude micrométrique ou sub-micrométrique, la mise en pratique de la définition du Mètre passe par un interféromètre de Michelson utilisant des lasers stabilisés en fréquence. Ces lasers permettent de reporter dans le domaine dimensionnel la très bonne répétabilité et stabilité de leur période temporelle. C'est la principale raison d'avoir des étalons de fréquences optiques pour matérialiser le Mètre [2]. On dispose maintenant d'une série d'étalons de longueur d'onde que l'on peut considérer comme des étalons primaires 1.1.

Le principe consiste à asservir la fréquence d'un laser sur des transitions hyperfines d'un atome ou d'une molécule recommandées par le Comité International des Poids et Mesures (CIPM). Les transitions les plus couramment utilisées sont données dans le tableau 1.1. Cette série pourra s'améliorer et s'enrichir, dans l'avenir, soit lorsque de nouvelles fréquences optiques auront pu être mesurées *finement*, soit lorsque de nouvelles mesures plus exactes des fréquences présentes seront disponibles. Un exemple de matérialisation de l'unité de longueur, réalisé à l'Institut National de métrologie, est donné par la figure 1.2 qui représente un laser à fibre dont la fréquence est asservie sur une raie d'absorption de l'Iode ( $I_2$ ) [3].

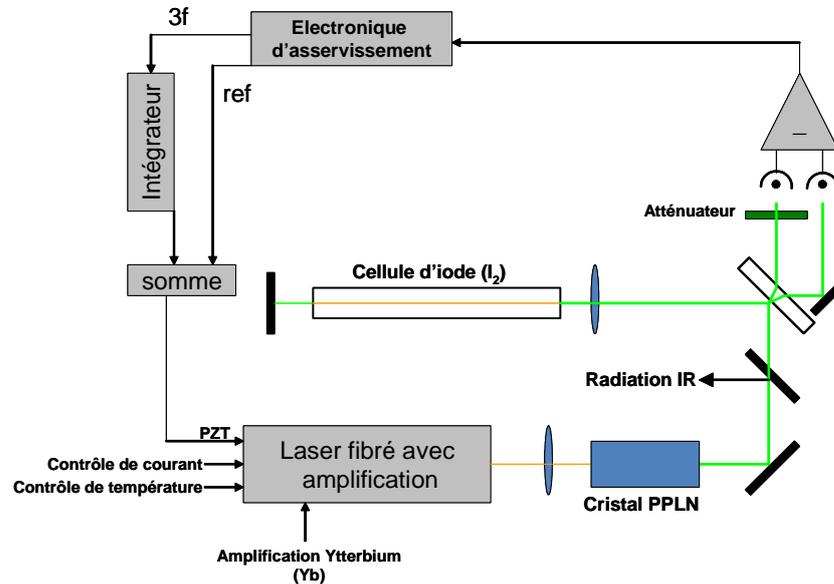


Figure 1.2: Exemple d'une source étalon primaire optique asservie sur une raie d'absorption saturée de l'iode ( $I_2$ ) (LNME-INM).

Le Système International d'unités (SI) comporte sept unités de *base* qui sont : le Mètre, le Kilogramme, la Seconde, l'Ampère, le Kelvin, la Mole et le Candela [4]. La notion de 'base' ne doit pas être considérée dans le sens mathématique du terme car les unités de bases ne sont pas indépendantes mais au contraire interdépendantes. Les définitions montrent que la seconde intervient dans la définition du mètre ; le mètre, le kilogramme et la seconde dans celle de l'ampère ; et la définition de la candela fait appel au mètre, au kilogramme et à la seconde. Le kilogramme intervient dans la définition de la plupart des unités de base du système international (ampère, mole, candela).

On parle d'unités de base par opposition aux unités dérivées qui sont des combinaisons de la première catégorie (comme par exemple la Newton, le Joule ...). Ci-dessous figure un résumé des définitions actuelles des unités de base du système SI extrait de la 8<sup>ème</sup> édition du système international d'unités publiée en 2006.

**Longueur : Mètre, m.** *Le mètre est la longueur du trajet parcouru dans le vide par la lumière pendant une durée de  $1/299\,792\,458$  de seconde.*

Tableau 1: Radiations recommandées par le CIPM pour la mise en pratique de la définition du Mètre[2]

Cellule d'absorption	Transition	Longueur d'onde (nm)	Incertitude relative
$^{115}\text{In}^+$	$5s^2S_0-5s5p^3P_0$	236.540 853 549 75	$3.6 \times 10^{-13}$
$^1\text{H}$	1S-2S	243.134 624 626 04	$2.0 \times 10^{-13}$
$^{199}\text{Hg}^+$	$5d^{10}6s^2S_{1/2} (F=0)$	281.568 867 591 969	$1.9 \times 10^{-14}$
$^{171}\text{Yb}^+$	$5d^96s^2D_{3/2} (F=2) \Delta m_F = 0$		
	$6s^2S_{1/2}(F=0)$	435.517 610 739 69	$2.9 \times 10^{-14}$
$^{171}\text{Yb}^+$	$5d^2D_{3/2} (F=2)$		
	$^2S_{1/2} (F=0, m_F = 0)$	466.878 090 061	$4.0 \times 10^{-12}$
	$^2F_{7/2} (F=3, m_F = 0)$		(1.1)
$^{127}\text{I}_2$	R(56) 32-0, $a_{10}$	532.245 036 104	$8.9 \times 10^{-12}$
$^{127}\text{I}_2$	R(127) 11-5, $a_{16}$ ou (f)	<b>632.991 212 58</b>	$2.1 \times 10^{-11}$
$^{40}\text{Ca}$	$^1S_0-^3P_1; \Delta m_J = 0$	657.459 439 291 67	$1.1 \times 10^{-13}$
$^{88}\text{Sr}^+$	$5^2S_{1/2}-4^2D_{5/2}$	674.025 590 863 1	$7.9 \times 10^{-13}$
$^{85}\text{Rb}$	$5S_{1/2} (F_g=3) - 5D_{5/2} (F_e = 5)$	778.105 421 23	$1.3 \times 10^{-11}$
	P(16) ( $\nu_1 + \nu_3$ )	1542.383 712	$5.2 \times 10^{-10}$
$\text{CH}_4$	$F_2^{(2)}$ comp., P(7) $\nu_3$ , (7-6) trans.	3392.231 397 327	$3.0 \times 10^{-12}$
$\text{OsO}_4$	corresp. avec $^{12}\text{C}^{16}\text{O}_2$	10318.436 884 460	$1.4 \times 10^{-13}$
	ligne R(10) ( $00^01$ ) - ( $10^00$ )		

Il en résulte que la vitesse de la lumière dans le vide,  $c_0$ , est égale à  $299\,792\,458\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  exactement.

**Masse : Kilogramme, kg.** *Le kilogramme est l'unité de masse ; il est égal à la masse du prototype international du kilogramme.* Il en résulte que la masse du prototype international du kilogramme, est toujours égale à 1 kg exactement.

**Temps : Seconde, s.** *La seconde est la durée de 9 192 631 770 périodes de la radiation correspondant à la transition entre les deux niveaux hyperfins de l'état fondamental de l'atome de césium 133.* Il en résulte que la fréquence de la transition hyperfine de l'état fondamental de l'atome de césium 133 est égale à  $9\,192\,631\,770\text{ Hz}$  exactement.

**Courant : Ampère, A.** *L'ampère est l'intensité d'un courant constant qui, maintenu dans deux conducteurs parallèles, rectilignes, de longueur infinie, de section circulaire négligeable et placés à une distance de 1 mètre l'un de l'autre dans le vide, produirait entre ces conducteurs une force égale à  $2 \times 10^{-7}$  newton par mètre de longueur.* Il en résulte que la constante magnétique,  $\mu_0$ , aussi connue sous le nom de perméabilité du vide, est égale à  $4\pi \times 10^{-7}\text{ H}\cdot\text{m}^{-1}$  exactement.

**Température : Kelvin, K.** *Le kelvin, unité de température thermodynamique, est la fraction  $1/273,16$  de la température thermodynamique du point triple de l'eau.* Il en résulte que la température thermodynamique du point triple de l'eau est égale à  $273,16\text{ K}$  exactement.

**Quantité de matière : Mole, mol.** *La mole est la quantité de matière d'un système contenant autant d'entités élémentaires qu'il y a d'atomes dans  $0,012$  kilogramme de carbone 12.* Il en résulte que la masse molaire du carbone 12 est égale à  $12\text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$  exactement.

**Intensité lumineuse : Candela, Cd.** *La candela est l'intensité lumineuse, dans une direction donnée, d'une source qui émet un rayonnement monochromatique de fréquence  $540 \times 10^{12}\text{ Hz}$  et dont l'intensité énergétique dans cette direction est  $1/683\text{ W/stéradian}$ .* Il en résulte que

l'efficacité lumineuse spectrale du rayonnement monochromatique de fréquence  $540 \times 10^{12}$  Hz est égale à 683 lm/W exactement.

Chacune des définitions des unités mentionnées ci-dessus a fait l'objet de nombreux travaux de scientifiques et de plusieurs réunions du CGPM avant d'aboutir à leur forme actuelle. Le SI est un système vivant, il évolue et continuera à évoluer afin de toujours s'adapter à la nouvelle demande des scientifiques et industriels en terme de performance. Par exemple, deux unités la Seconde et le Kilogramme sont amenées prochainement à être redéfinies. La nouvelle définition de la Seconde sera basée non plus sur une transition micro-onde (9 GHz) mais sur une transition optique ( $\sim 500$  THz) permettant d'atteindre des stabilités proche des  $10^{-18}$  en valeur relative (au lieu de  $10^{-15}$  actuellement). Le Kilogramme sera relié à la constante de Planck comme nous le verrons au chapitre 4.

## 1.2.2 Métrologie dimensionnelle par interférométrie laser

### 1.2.2.1 Introduction

La mise en pratique de la définition du Mètre passe par la réalisation d'un interféromètre de Michelson dont la fréquence de la source laser est l'une de celles recommandées par le CIPM (Tableau 1) [5, 6, 7]. Il existe essentiellement deux types d'interféromètres de Michelson : homodyne (laser émettant une seule composante de fréquence connue) et hétérodyne (laser émettant deux composantes de fréquences légèrement différentes). Les interféromètres hétérodynes ont supplantés leurs consœurs homodynes avec une meilleure résolution grâce à un meilleur rapport signal à bruit. Nous allons étudier ces deux types de dispositifs de mesures.

### 1.2.2.2 Interférométrie homodyne

L'interféromètre de Michelson est un dispositif à deux ondes à division d'amplitude. Il conduit donc à des interférences localisées avec des sources étendues. Une lame semi-réfléchissante appelée *séparatrice* divise un faisceau lumineux en deux faisceaux perpendiculaires de même amplitude (Figure 1.3). Chacun

des faisceaux est ensuite réfléchi par un miroir puis recombinaé de nouveau sur la séparatrice. Ces deux faisceaux présentent une différence de phase qui dépend de la différence de marche parcourue par chaque faisceau dans les bras de l'interféromètre. En remplaçant un des miroirs par son image donnée par la séparatrice, on voit que le système est équivalent à une lame d'air dont on peut faire varier l'épaisseur et l'angle. Lorsque les deux miroirs sont fixes, la figure d'interférence se réduit à une teinte plate d'intensité constante. Lorsque l'un des miroirs se déplace de façon linéaire, l'intensité augmente puis diminue de manière périodique durant la phase de déplacement. La périodicité de ce fond continu est fonction de la phase des ondes lumineuses qui interfèrent soit de manière constructive pour donner des franges brillantes ou destructive pour donner des franges sombres. Un cycle complet de variation d'intensité au niveau des franges correspond à un déplacement du miroir de  $\lambda/2$ , où  $\lambda$  est la longueur d'onde du laser dans le milieu de propagation. Ceci permet donc de mesurer un déplacement uniquement par un comptage de franges.

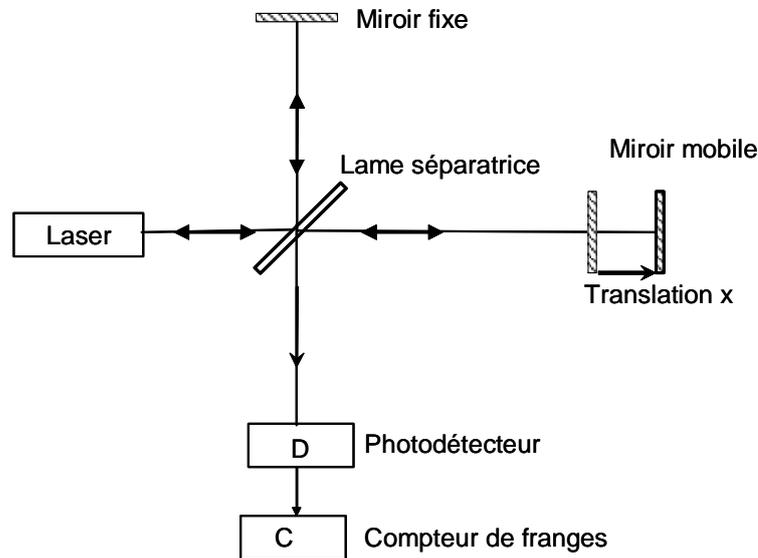


Figure 1.3: Principe de base d'un interféromètre de Michelson.

Dans l'interféromètre homodyne que nous présentons dans la figure 1.4, la polarisation du faisceau est à  $45^\circ$  par rapport au plan de propagation. Le cube

séparateur de polarisation transmet la composante horizontale dans le bras 2 et la composante verticale dans le bras 3 qui est le bras de référence. Les deux bras maintiennent alors l'orthogonalité des polarisations. La fréquence de l'onde lumineuse issue du bras 2 subit une variation de phase (par effet Doppler) due à la translation du coin cube. Les ondes lumineuses réfléchies par les miroirs se recombinent au niveau du cube séparateur de polarisation. Les deux ondes lumineuses étant de polarisations orthogonales, on n'a pas interférence dans le bras 4. Après le passage à travers la lame quart-d'onde dont les axes propres sont orientés à  $45^\circ$ , nous obtenons deux ondes polarisées circulairement qui peuvent interférer. Les fluctuations d'intensité du signal lumineux dues au défilement des franges d'interférences sont observées par les photodétecteurs A et D après que le faisceau soit passé à travers un polariseur.

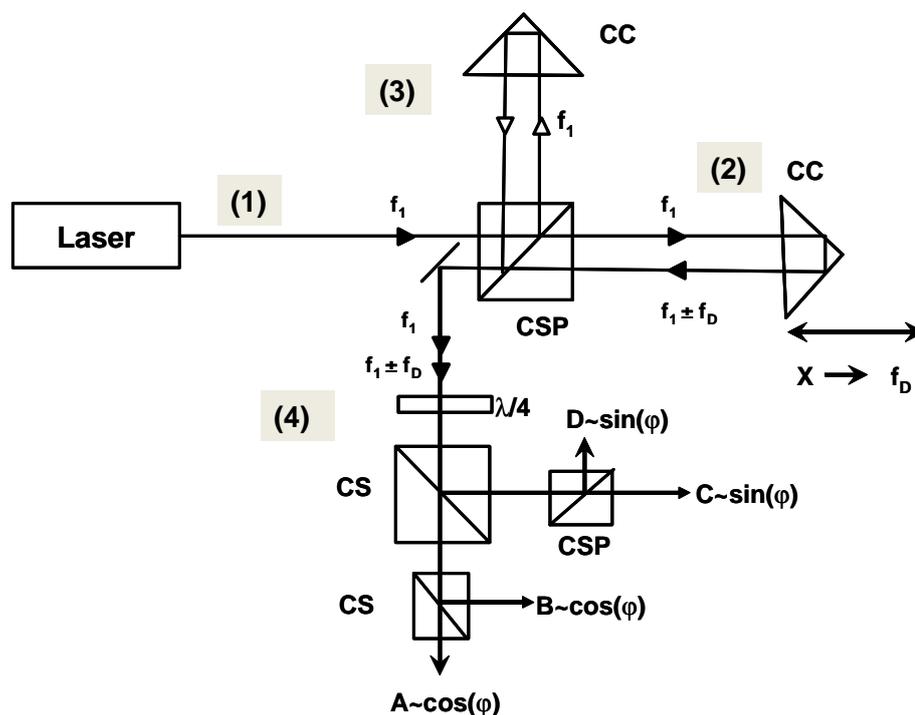


Figure 1.4: Interféromètre homodyne: CC Coin Cube, CS Cube Séparateur, CSP Cube Séparateur de polarisation

La forme générale du signal de sortie de l'interféromètre est

$$I(t) = \frac{I_0(t)}{2} [1 + \cos(\varphi(t))] \quad (1.2)$$

Notons que l'intensité laser  $I_0(t)$  peut fluctuer avec le temps. Sous cette forme, il y a une ambiguïté sur le signe de  $\varphi(t)$  car

$$\varphi(t) = \pm \arccos\left(\frac{2I(t)}{I_0(t)} - 1\right). \quad (1.3)$$

Cette ambiguïté peut être levée en générant un second signal en quadrature sur une deuxième voie de sortie de l'interféromètre

$$I_2(t) = \frac{I_0(t)}{2} [1 + \sin(\varphi(t))]. \quad (1.4)$$

Les équations 1.2 et 1.4 déterminent  $\varphi(t)$  sans ambiguïté de signe sur une période  $[0, 2\pi]$ . Il y a encore une ambiguïté modulo  $2\pi$ . Le second problème peut être traité par l'ajout de deux nouveaux signaux de la forme

$$I_3(t) = \frac{I_0(t)}{2} [1 - \cos(\varphi(t))], \quad (1.5)$$

$$I_4(t) = \frac{I_0(t)}{2} [1 - \sin(\varphi(t))]. \quad (1.6)$$

La configuration de la figure 1.4 permet d'obtenir ces quatre signaux. Le détecteur (A) donne le signal 1.2 et le signal (B), en raison de la nature de la division est décalée de (A) de  $180^\circ$  (équation 1.5). Les détecteurs C et D donnent les signaux définis par les équations 1.4 et 1.6.

La décalage Doppler dépend du temps et de la vitesse de translation du coin-cube. La distance  $x$ , parcourue par le réflecteur pendant un temps  $T$ , est donnée par l'équation 1.7.

$$x = \int_0^T v(t) dt = \int_0^T f_D(t) \frac{\lambda}{2} dt = \int_0^T \frac{\partial \varphi(t)}{\partial t} \frac{\lambda}{4\pi} dt \quad (1.7)$$

Cet interféromètre est limité par une résolution de  $\lambda/4$  en dehors d'utilisation de systèmes d'interpolation de franges d'interférences. Cependant il a l'avantage de n'être pas limité par une valeur maximum de fréquence Doppler.

Le comptage de franges est réalisé à l'aide de dispositifs électroniques très simples et très fiables construits à base de bascules bistables permettant de

compter les impulsions de tensions électriques répondant à des exigences de hauteur, de durée, d'intervalle de temps entre deux impulsions successives (Figure 1.5). Quand le miroir mobile se déplace avec une vitesse constante, le signal interférométrique est un signal sinusoïdal de fréquence constante. Il est alors facile, à partir de ce signal, d'obtenir un train d'impulsions à cette fréquence. Ces impulsions seront mises en forme par un amplificateur suivi d'un différenciateur qui ne retiendra que les fronts montants et descendants du signal sinusoïdal.

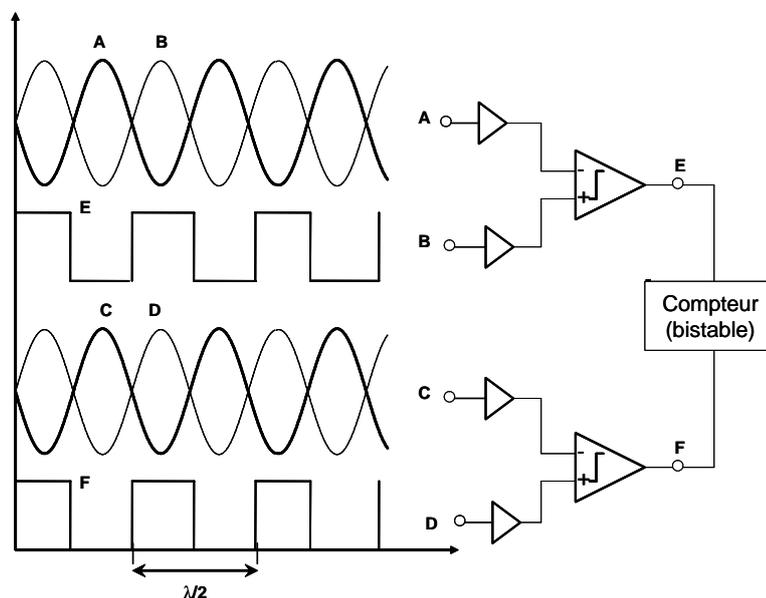


Figure 1.5: Principe d'un comptage de franges à base de bascules bistables.

Cependant, le comptage est limité en fréquence par la bande passante de la chaîne de conditionnement des impulsions, et par conséquent la vitesse ne doit pas dépasser une certaine limite supérieure. Cette méthode est la plus simple. Il existe d'autres méthodes plus fines de comptage de franges basées notamment sur le comptage réversible par deux signaux en quadrature et par analyse des signaux issus de caméra CCD. Ces méthodes permettent une meilleure interpolation du signal d'interférence.

### 1.2.2.3 Interférométrie hétérodyne

Dans cet interféromètre (Figure 1.6), le laser émet un faisceau avec deux modes de polarisations circulaires de sens opposées et de fréquences  $f_1$  et  $f_2$ . La lame quart-d'onde orientée à  $45^\circ$  par rapport au plan ( $Osp$ ) les transforme en deux polarisations linéaires orthogonales.

Les deux bras sont séparés par un cube séparateur de polarisation. Un polariseur orienté à  $45^\circ$  dans un premier bras permet aux deux faisceaux d'interférer et de produire un signal de battement de fréquence  $f_2 - f_1$  mesuré à l'aide d'un photodétecteur et d'un compteur de fréquence (compteur de référence).

Les deux composantes sont ensuite séparées par le cube séparateur de polarisation. La composante à  $f_1$  est transmise dans le bras mobile et la composante  $f_2$  dans le bras de référence de l'interféromètre. Quand le coin cube se déplace à une vitesse  $v$  d'une distance  $x$ , la fréquence  $f_1$  change par effet Doppler d'une valeur  $f_D$  (éq. 1.8).

$$f_D = \pm \frac{2v}{\lambda} \quad (1.8)$$

Les faisceaux sont recombinaés et leur passage dans un polariseur orienté à  $45^\circ$  permet de les faire interférer et d'obtenir un signal de battement de fréquence  $f_2 - (f_1 \pm f_D)$  à l'aide d'un photodétecteur et d'un compteur de fréquence. Un fréquencemètre numérique mesure les deux battements simultanément (Figure 1.7) [8, 9].

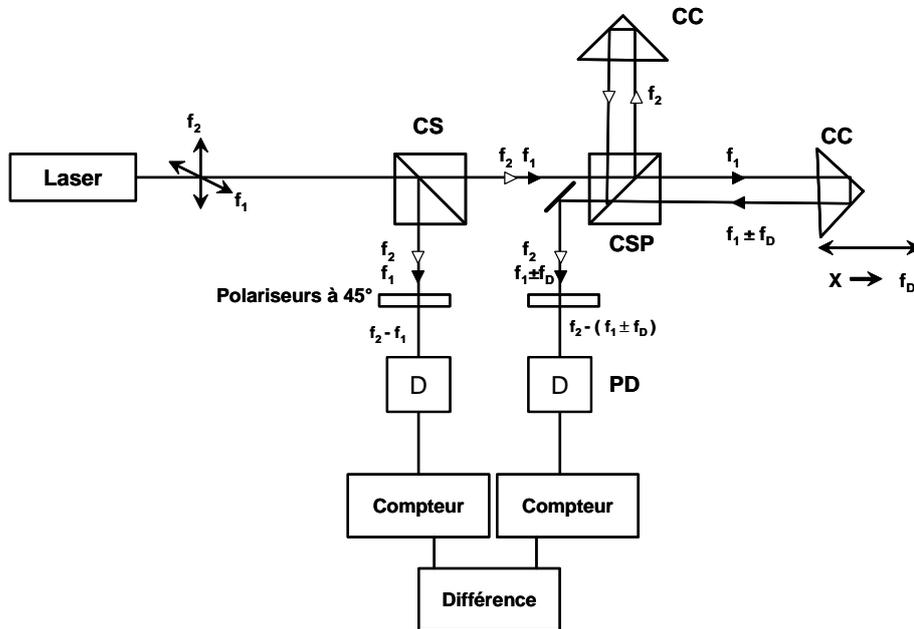


Figure 1.6: Principe d'un interféromètre de Michelson hétérodyne : **CC** Coin Cube, **CS** Cube séparateur, **CSP** Cube séparateur de polarisation, **PD** Photodétecteur

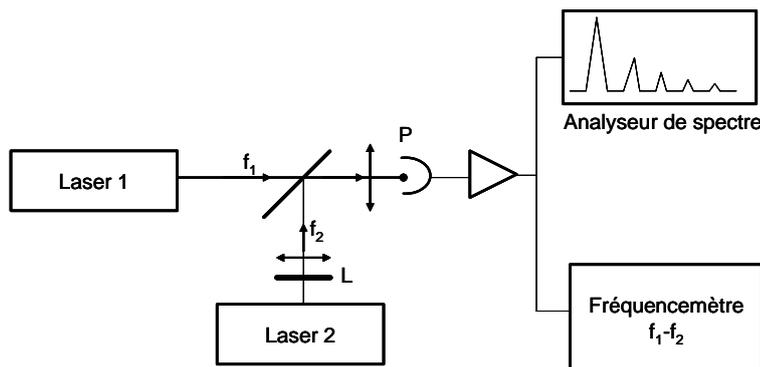


Figure 1.7: Méthode de mesure d'un battement optique : **L** lame demi-onde, **P** Photodétecteur

**Conclusion** Les meilleurs interféromètres commerciaux permettent, en matière de comptage de franges, une interpolation de  $\lambda/4096$ . Pour obtenir une telle interpolation, il est nécessaire d’avoir une presque parfaite démodulation du signal amplifié et une quasi-absence de signaux optiques parasites. Cela suppose par exemple, que le DSP (Digital Signal Processing) qui démodule le signal ait un niveau de bruit inférieur à un niveau correspondant à 2 pm. Les sources d’erreurs résiduelles doivent culminer à 7.4 pm. Ces erreurs sont principalement des erreurs statistiques (limitation signal à bruit au niveau du photodétecteur) et systématiques notamment des erreurs liées au système de déplacement de l’interféromètre et à l’alignement des faisceaux.

## 1.3 Les limites de la métrologie dimensionnelle par interférométrie

### 1.3.1 Les facteurs mécaniques

Le réglage d’un interféromètre pour qu’il donne des franges à l’infini avec un bon contraste n’est pas facile. Conserver ce réglage lors du déplacement du miroir mobile est encore plus difficile. Si les faisceaux aller et retour ne sont pas parfaitement colinéaires ( $\theta = 0$ ), il existe alors une erreur en cosinus  $\varepsilon_{align}$  bien connue en interférométrie qui se reporte sur la mesure dimensionnelle. Si  $L$  est la distance mesurée, on a une erreur donnée par

$$\varepsilon_{align} = \frac{L - L \cos \theta}{L} = 1 - \cos \theta. \quad (1.9)$$

L’angle  $\theta$  étant supposé être très petit (de l’ordre du microradians), on approxime

$$1 - \cos \theta \approx \frac{\theta^2}{2}. \quad (1.10)$$

On peut donc estimer l’erreur en cosinus  $\varepsilon_{align}$  comme

$$\varepsilon_{align} \approx \frac{\theta^2}{2}. \quad (1.11)$$

Sachant que  $|\Delta L/L| = |\varepsilon_{align}|$ , pour avoir une erreur relative sur le déplacement  $L$  inférieure à  $10^{-9}$  en valeur relative, il est nécessaire d’avoir

$\theta \preceq 45 \mu\text{rad}$ . Les méthodes d'autocollimation optiques associées aux montures optomécaniques de précision permettent d'atteindre ce critère sans trop de problème.

### 1.3.2 Les contraintes environnementales

Les variations des conditions environnementales (pression, température, humidité...) peuvent introduire une erreur systématique lors du comptage de franges via l'indice de réfraction de l'air. Les contraintes environnementales limitent la répétabilité et l'exactitude de mesure à l'échelle nanométrique .

La longueur d'onde de la source lumineuse dépend du milieu dans lequel la lumière se propage. Le rapport de la vitesse de la lumière dans un milieu quelconque sur la vitesse de la lumière dans le vide est  $n$  (indice de réfraction du milieu) qui est supérieur à 1. L'indice de réfraction d'un gaz dépend de la température, de la pression, de l'humidité relative ambiante, du taux de  $\text{CO}_2$  et autres polluants. On mesure l'indice de réfraction de l'air soit avec un appareil appelé *réfractomètre* soit en installant une station météo dans la salle de mesure est en utilisant des formules pour calculer l'indice de réfraction. L'ensemble de formules le plus usité, établi par Bengt Edlen et plus récemment mis à jour par K.P. Birch et M.J. Downs [10, 11, 12] est le suivant

- co-indice  $n_s$  de l'air standard en fonction du nombre d'onde  $\sigma$  en  $\mu\text{m}^{-1}$  ( $\sigma = 1/\lambda$ ), pour de l'air sec à la pression de 101325 Pa et à la température de  $15^\circ\text{C}$ , contenant 0.045% de gaz carbonique

$$n_s = 83.4305 + 24062.94/(130 - \sigma^2) + 159.99/(38.9 - \sigma^2), \quad (1.12)$$

- co-indice  $n_{tp}$  en fonction de la température  $t$  ( $^\circ\text{C}$ ) et de la pression  $p$  (Pa), valable pour  $10 < t < 30^\circ\text{C}$  et  $20000 < p < 115000$  Pa

$$n_{tp} = \frac{p n_s [1 + p (0.601 - 0.00972 t)10^{-8}]}{96095.43(1 + 0.0036610 t)}, \quad (1.13)$$

- co-indice  $n_{tpf}$  en fonction de la pression partielle de vapeur d'eau  $f$  (Pa), pour  $t \approx 20^\circ\text{C}$ ,  $p \approx 101325$  Pa et  $0.35 < \lambda < 0.65\mu\text{m}$

$$n_{tpf} = n_{tp} - [f (3.7345 - 0.0401 \sigma^2)10^{-4}]. \quad (1.14)$$

Dans les limites indiquées, l'incertitude absolue sur l'indice de réfraction déterminé à l'aide de ces formules est estimée à  $3 \times 10^{-8}$  ; ce qui induit une erreur de 30 nm sur un déplacement de 1 m. Le meilleur moyen de s'affranchir de cette source d'erreur est de faire les mesures dans un environnement contrôlé du type *salle blanche* voire dans une enceinte sous-vide [13, 14].

La présence de contaminants dans l'environnement de mesure constitue également une source d'erreur. Au même titre que le CO<sub>2</sub>, la présence de produits chimiques divers peut également agir sur l'indice de réfraction. Les mesures interférométriques à l'échelle du nanomètre demandent un environnement sain. L'air ambiant doit être stabilisé. Il est nécessaire de maîtriser les flux d'air dans la salle de manipulation pour éviter les variations rapides d'indice de réfraction difficilement mesurables.

### 1.3.3 Les limitations optiques

#### 1.3.3.1 Effet de diffraction

Une limitation fondamentale intrinsèque (en terme de résolution) des mesures interférométriques est due au phénomène de la diffraction causée par la taille finie du faisceau laser [15]. Nous allons estimer cette limite pour une source lumineuse de longueur d'onde de 633 nm.

Idéalement, une onde lumineuse de mode de propagation gaussien est représentée par l'expression suivante (qui vérifie l'équation d'onde dans l'approximation paraxiale)

$$E = \frac{\omega_o}{\omega(z)} \exp\left(\frac{-r^2}{\omega^2(z)}\right) \cdot \exp\left[i\left(k_0 z - \arctan\left(\frac{\lambda z}{\pi \omega_0^2}\right)\right)\right] \cdot \exp\left(\frac{-ik_0 r^2}{2R(z)}\right). \quad (1.15)$$

avec un terme  $\exp(-r^2/\omega^2)$  qui correspond à une distribution gaussienne de l'amplitude, un terme  $\exp[-i(kr^2/2R)]$  qui représente la courbure des fronts d'ondes et où  $k_0 = 2\pi/\lambda$  est le vecteur d'onde,  $\omega(z)$  et  $R(z)$  représentent, respectivement, la taille du waist et le rayon de courbure à une distance  $z$  du waist optimal  $\omega_0$ .

D'après les lois de l'optique gaussienne, nous avons

$$\omega^2(z) = \omega_0 \left[ 1 + \left( \frac{\lambda z}{\pi \omega_0^2} \right)^2 \right], \quad (1.16)$$

$$R(z) = z \left[ 1 + \left( \frac{\pi\omega_0^2}{\lambda z} \right)^2 \right], \quad (1.17)$$

d'où on en tire que

$$\frac{k_0 r^2}{2R(z)} = \frac{r^2}{\omega^2(z)} \frac{\lambda z}{\pi\omega_0^2}. \quad (1.18)$$

De plus, l'approximation en champ proche ( $z \approx z_0$ ) permet de déduire que  $\omega(z) \approx \omega_0$  et  $\arctan(\lambda z/\pi\omega_0^2) \approx \lambda z/\pi\omega_0^2$ ; ce qui revient à écrire l'expression 1.15 comme

$$E = \exp(-r^2/\omega_0^2) \cdot \exp[ik(r)z], \quad (1.19)$$

avec

$$k(r) = k_0 - \frac{\lambda}{2\pi\omega_0} \left[ 1 + \frac{r^2}{\omega_0^2} \right]. \quad (1.20)$$

En posant  $\Delta k = k(r \ll \omega_0) - k_0$  et en admettant que l'erreur relative sur  $k$  est identique à celle sur la longueur mesurée par interférométrie, on obtient

$$\left| \frac{\Delta L}{L} \right| \simeq \frac{\lambda^2}{4\pi^2\omega_0^2} \quad (1.21)$$

Pour un laser de longueur d'onde  $\lambda = 633$  nm et un waist  $\omega_0 = 600$   $\mu\text{m}$ , nous obtenons une incertitude relative de  $2 \times 10^{-11}$ .

### 1.3.3.2 Nonlinéarités optiques

L'interférométrie hétérodyne repose sur la présence dans la source laser de deux composantes optiques polarisées linéairement et orthogonales entre elles. En pratique, les états de polarisation ne sont pas parfaitement linéaires mais présentent une faible ellipticité [16]. De plus, ces deux états ne sont pas tout à fait orthogonaux mais peuvent présenter un léger écart angulaire. À cela, il faut ajouter un alignement imparfait entre les états de polarisation du faisceau laser et l'axe du cube séparateur de polarisation et également les imperfections de cette dernière dans la séparation des deux composantes. Ceci induit une relation nonlinéaire entre la variation de phase mesurée et le déplacement correspondant [17]. Cette erreur intrinsèque est une limite des interféromètres hétérodynes. Elle est de l'ordre de 5 nanomètres pour les interféromètres commerciaux et peut atteindre des valeurs inférieures au nanomètre pour les prototypes de laboratoires [18, 19]. Dans l'interférométrie homodyne, la nonlinéarité optique est absente ou ne dépasse guère 1 nm.

### 1.3.4 La source laser

Les mesures de la fréquence des lasers montrent qu'il y a une certaine dispersion autour de la valeur nominale donnée par le constructeur. Ceci conduit à une incertitude sur les mesures de déplacement, proportionnelle en valeur relative à l'instabilité de la fréquence du laser. Si cette incertitude est jugée trop grande, il est nécessaire d'asservir la fréquence du laser. L'incertitude relative peut alors être ramenée à  $10^{-8}$  voire  $10^{-11}$  en valeur relative, suivant la méthode d'asservissement choisie.

La stabilisation des lasers met en jeu plusieurs éléments :

- le faisceau laser porteur d'un bruit de fréquence,
- une référence de fréquence,
- un comparateur qui mesure l'erreur par rapport à la référence,
- un capteur ou transducteur qui permet d'appliquer le signal de correction élaboré.

Les étalons de fréquences les plus utilisés en métrologie pour la stabilisation en fréquence des lasers sont :

- la transition atomique ou moléculaire comme nous l'avons vu précédemment,
- un pic de résonance d'un interféromètre de Fabry Perot qui a une stabilité suffisante pour certaines applications métrologiques et dont la dérivé linéaire est inférieure au Hz/s dans le visible,
- ou en utilisant deux modes successifs de polarisations orthogonales du milieu laser (dans le cas d'un laser He-Ne).

Nous présentons ci-dessous la méthode basée sur un pic de transmission d'une cavité Fabry Perot [20]. Dans ce montage (Figure 1.8), la diode laser est asservie sur un pic de transmission de la cavité Fabry Perot à l'aide d'une électronique de détection synchrone. Ce type d'asservissement requiert des grandes précautions dans la réalisation de la cavité. Il faut chercher à réduire

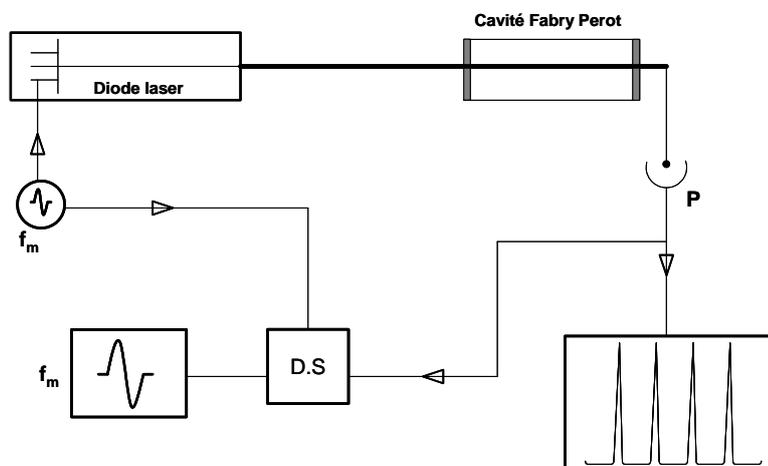


Figure 1.8: Principe d'asservissement d'une diode laser sur un pic de transmission d'une cavité Fabry Perot. **DS** électronique de Détection Synchrone, **P** Photodétecteur.

les causes de dérive notamment le vieillissement et la stabilité thermique de la cavité. En effet, la qualité de la stabilisation en fréquence de la diode laser dépendra de la largeur en fréquence des pics, *i.e.* de la finesse de la cavité. Un désalignement ou une détérioration des traitements optiques affecteraient considérablement la largeur des raies donc la stabilité du laser en fréquence.

Le laser le plus répandu en métrologie dimensionnel est le laser Hélium-Néon (He-Ne). Plusieurs couleurs peuvent être réalisées avec de tels lasers : rouge à 633 nm, verte à 543 nm, orange à 612 nm et jaune à 694 nm. Les caractéristiques générales des lasers Hélium-Néon commerciaux sont les suivantes: stabilité sur 24 h inférieure à 10 MHz (ce qui correspond à  $10^{-8}$   $\mu\text{m}$  sur la longueur d'onde), mise au point relativement aisée, légers et peu encombrants, fiables, d'une durée de vie d'environ 20000 heures pour le rouge et 5000 heures pour les autres couleurs et des puissances faibles (quelques milliwatts au maximum).

### 1.3.5 Résumé des sources d'erreurs

La liste des erreurs traitées ci-dessus est loin d'être exhaustive. L'article de N. Bobroff [21] présente une étude plus détaillée des sources d'erreurs affec-

tant les mesures interférométriques. Les principaux résultats sont reportés dans le tableau 2.

Tableau 2 : Les sources d'erreurs en interférométrie.

Sources d'erreurs	expression/valeur/valeur relative
<i>Facteurs mécaniques</i>	
erreur en cosinus	$\theta^2/2$
rotation coin cube	$7\theta^4$
<i>Facteurs optiques</i>	
nonlinéarité optique (homodyne)	$< 1 \text{ nm}$
nonlinéarité optique (hétérodyne)	$4 - 10 \text{ nm}$
effets diffracttionnels	$1 - 4 \text{ nm}$
<i>Considérations environnementales</i>	
indice de réfraction de l'air	$10^{-6} - 10^{-7}$
contaminants, solvants etc.	$10^{-8}$
flux d'air	$10^{-8}$
<i>Lasers</i>	
stabilité de fréquence (court terme)	$10^{-8} - 10^{-11}$
stabilité de fréquence (long terme)	$10^{-6} - 10^{-9}$
exactitude de la fréquence de référence	$10^{-10} - 10^{-11}$
retour de faisceau	$< 10^{-11}$
<i>Electronique</i>	
Linéarité (phasemètre)	$< 1 - 10 \text{ nm}$

---

(1.22)

## 1.4 Conclusion

Dans ce chapitre, après avoir rappelé la définition du Mètre et sa matérialisation par des étalons optiques, nous avons présenté un état de l'art de

---

la métrologie dimensionnelle par interférométrie laser. Nous avons également présenté les limites actuelles de ces systèmes en terme de résolution de mesure. Comment franchir le cap du nanomètre et ouvrir la voie vers des mesures picométriques avec de tels systèmes ? Comme nous le verrons dans les chapitres suivants, un interféromètre combiné à un ellipsomètre permet d'atteindre une résolution de  $\lambda/72000$  soit de 8 pm pour une source de longueur d'onde de 632 nm. Le chapitre 2 revient sur le concept de polarisation de la lumière et la détermination des paramètres qui permettent de caractériser un état de polarisation. Nous y aborderons le formalisme mathématique propre à ce domaine : l'ellipsométrie. Ce formalisme sera utilisé dans le chapitre 3 pour une approche théorique de l'interféromètre ellipsométrique et du  $\lambda$ -mètre optique que j'ai développé au cours de ma thèse.



## CHAPITRE 2

---

# Polarisation de la lumière et mesure des paramètres ellipsométriques

---

### Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>33</b>
<b>2.2</b>	<b>Polarisation de la lumière</b>	<b>33</b>
2.2.1	Les états de polarisation	33
2.2.2	Les paramètres ellipsométriques	34
<b>2.3</b>	<b>Représentation de Jones des états de polarisation</b>	<b>36</b>
<b>2.4</b>	<b>Représentation de Mueller des états de polarisation</b>	<b>37</b>
2.4.1	Les matrices de Mueller et les paramètres de Stockes	37
2.4.2	La sphère de Poincaré	39
<b>2.5</b>	<b>Application à la mesure de paramètres ellipsométriques</b>	<b>40</b>
<b>2.6</b>	<b>Caractéristiques métrologiques et erreurs de mesures</b>	<b>44</b>
2.6.1	Erreur d'alignement des optiques	44
2.6.2	Erreur de biréfringence	44
2.6.3	Autres erreurs	45
<b>2.7</b>	<b>Conclusion</b>	<b>46</b>

---



## 2.1 Introduction

Ce chapitre a pour but de présenter le formalisme matriciel permettant d'avoir une approche théorique *simple* des systèmes interférométriques et ellipsométriques. Après un rappel sur la polarisation de la lumière, j'introduirai le formalisme matriciel de Jones, très utile dans le cas de systèmes comportant une source laser totalement polarisée. Ce formalisme sera parfaitement adapté à l'étude de l'interféromètre ellipsométrique et du lambdamètre optique décrits au chapitre suivant.

Dans le cas de lumière partiellement polarisée, on utilise le formalisme matriciel de Mueller basé sur les paramètres de Stockes. Ce formalisme sera présenté et appliqué à une méthode de mesures de paramètres ellipsométriques que j'ai utilisé tout au long de ma thèse : le polarimètre à lame quart-d'onde tournant. Ce chapitre se termine par l'étude à la fois théorique et expérimentale de cet instrument.

## 2.2 Polarisation de la lumière

### 2.2.1 Les états de polarisation

Pour décrire la polarisation de la lumière, considérons la nature électromagnétique de celle-ci [22, 23, 24, 25]. La lumière est une onde électromagnétique constituée de deux composantes notées  $\vec{E}_s$  et  $\vec{E}_p$  orthogonales, vibrant en phase perpendiculairement à la direction de propagation définie par le vecteur d'onde  $\vec{k}$  représentées par

$$\begin{aligned}\vec{E}_s &= |E_{os}| \cos(\omega t - kz + \phi_s) \\ \vec{E}_p &= |E_{op}| \cos(\omega t - kz + \phi_p)\end{aligned}\tag{2.1}$$

En général, les amplitudes des deux composantes sont différentes. Trois cas particuliers d'état de polarisation peuvent être déduits de l'expression précédente du champ électrique en fonction de  $\delta = \phi_s - \phi_p$  qui définit le déphasage entre les deux composantes.

- **la polarisation linéaire ou rectiligne** pour  $\delta = \phi_s - \phi_p = 0 + m\pi$ .  
Le champ électrique décrit une onde sinusoïdale dans un plan orienté

d'un angle  $\psi$  par rapport à l'axe Ox. Le vecteur champ s'écrit alors

$$\vec{E} = \sqrt{|E_{os}|^2 + |E_{op}|^2} \cos(\omega t - kz + \phi_p) \begin{pmatrix} \cos \psi \\ \sin \psi \end{pmatrix}. \quad (2.2)$$

- **la polarisation circulaire**  $\delta = \phi_s - \phi_p = 0 + m\frac{\pi}{2}$  et  $|E_{os}| = |E_{op}|$ .  
L'onde se propage alors en hélice le long de l'axe Oz.
- **la polarisation elliptique**  $\delta = \phi_s - \phi_p = \text{quelconque}$  et  $|E_{os}| \neq |E_{op}|$ .  
L'onde décrit une trajectoire hélicoïdale le long de l'axe Oz.

En étudiant l'évolution dans l'espace temporel dans un plan d'onde (plan équiphase perpendiculaire à l'axe de propagation), la lumière décrit généralement une ellipse dont la nature est représentée sur la figure 2.1. Cette nature de la trajectoire temporelle de la lumière du champ électrique peut être déterminée à travers la relation paramétrique suivante

$$\frac{E_s^2}{E_{os}^2} - 2\frac{E_s E_p}{E_{os} E_{op}} \cos \delta + \frac{E_p^2}{E_{op}^2} = \sin \delta. \quad (2.3)$$

Cette expression est l'équation d'une ellipse appelée couramment l'ellipse de polarisation.

### 2.2.2 Les paramètres ellipsométriques

L'état de polarisation de toute lumière polarisée peut être décrit par deux paramètres :  $\Delta$  qui traduit l'ellipticité et  $\psi$  l'orientation du plan de polarisation [26].

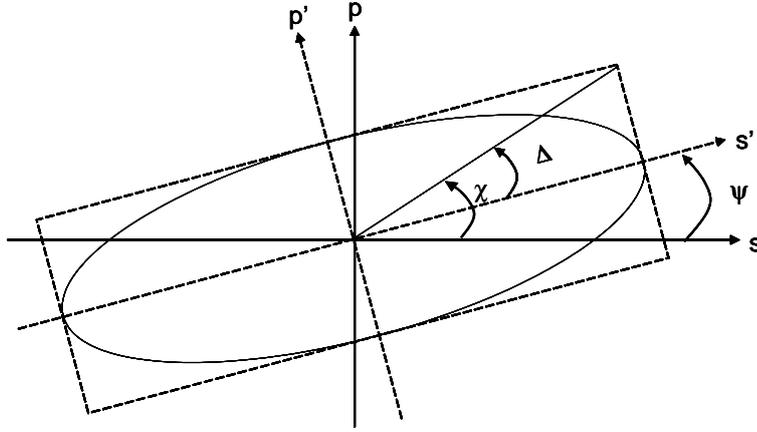


Figure 2.1: Paramètres de caractérisation d'un état de polarisation elliptique.

### 2.2.2.1 L'ellipticité

L'ellipticité est le rapport entre les amplitudes des composantes des deux axes de l'ellipse. Très souvent, on prend l'ellipticité  $\Delta$  ( $\Delta \in \left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$ ) comme l'arctangente du précédent rapport.

$$\Delta = \arctan(\epsilon), \quad (2.4)$$

$$|\sin 2\Delta| = 2 \frac{E_{os} E_{op}}{E_{os}^2 + E_{op}^2} |\sin \delta|. \quad (2.5)$$

Si  $\Delta = 0^\circ$  la polarisation est rectiligne, si  $\Delta = \pm 45^\circ$ , la polarisation est circulaire. Le signe + désigne une polarisation circulaire droite, le signe négatif une polarisation circulaire gauche. Pour toute autre valeur, la polarisation est elliptique. La même convention de signe s'applique également dans ce cas.

### 2.2.2.2 L'azimut

L'azimut  $\psi$  est l'angle entre le plus grand axe de l'ellipse et l'axe  $s$  ;  $\psi \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ . Elle traduit l'orientation du plan de polarisation. Il est donné par

$$\tan 2\psi = 2 \frac{E_{os} E_{op}}{E_{os}^2 - E_{op}^2} \cos \delta \quad (2.6)$$

avec  $\delta = \phi_s - \phi_p$ .

## 2.3 Représentation de Jones des états de polarisation

Le formalisme des vecteurs de Jones permet de représenter le caractère vectoriel de la polarisation [27, 28, 29, 30, 31]. Il permet également de calculer la projection d'un état de polarisation sur une direction de polarisation. Le formalisme de Jones est utilisé dans les calculs théoriques en interférométrie pour plusieurs raisons :

- l'information sur l'intensité de la lumière est conservée en utilisant les formes normalisées des vecteurs de Jones. L'intensité lumineuse est alors indépendante de l'état de polarisation,
- La phase de l'onde lumineuse n'est pas absolue. Deux composantes du vecteur de Jones peuvent être multipliées en même temps par un nombre complexe de module unité, en conservant la polarisation inchangée.

Considérons la lumière représentée par une onde plane  $\vec{E}$  dont les composantes suivant ( $p$ ) et ( $s$ ) s'expriment comme suit

$$\begin{aligned} E_s(z, t) &= |E_{0s}| e^{i(\omega t - kz + \delta_s)} \\ E_p(z, t) &= |E_{0p}| e^{i(\omega t - kz + \delta_p)}. \end{aligned} \quad (2.7)$$

En supprimant le terme de propagation  $\omega t - kz$ , on peut écrire  $\vec{E}$  sous la forme

$$\vec{E} = \begin{pmatrix} E_s \\ E_p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} |E_{0s}| e^{i\delta_s} \\ |E_{0p}| e^{i\delta_p} \end{pmatrix}. \quad (2.8)$$

Cette matrice colonne est alors appelée *vecteur de Jones*. L'intensité lumineuse est alors calculée de manière classique comme égale à

$$I = \langle \vec{E} | \vec{E} \rangle. \quad (2.9)$$

En normalisant ( $|E_{0s}| = |E_{0p}| = 1$ ), on obtient pour les polarisations suivantes :

- **Polarisation rectiligne :**  $E_{os} = E_0 \cos \theta$  et  $E_{op} = E_0 \sin \theta$  et  $\delta_p - \delta_s = 0[\pi]$ . Pour un état de polarisation rectiligne faisant un angle  $\theta$  compris entre 0 et  $\pi$  avec l'axe  $s$ , le vecteur de Jones se présente comme

$$\vec{E} = \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix}. \quad (2.10)$$

- **Polarisation circulaire:**  $E_{os} = E_{op}$  et  $\delta_p - \delta_s = \pm \frac{\pi}{2}$ . Les vecteurs de Jones correspondant aux états de polarisations circulaires droite et gauche sont respectivement

$$\vec{E}_D = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} \quad \vec{E}_G = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}. \quad (2.11)$$

- **Polarisation elliptique:**  $E_{os} = E_0 \cos \chi$  et  $E_{op} = E_0 \sin \chi$  et  $\delta_p - \delta_s = \phi$ . Le vecteur de Jones d'une polarisation elliptique faisant un angle  $\chi$  et présentant un déphasage  $\phi$  entre ses coordonnées cartésiennes est

$$\vec{E} = \begin{pmatrix} \cos \chi \\ \sin \chi e^{i\phi} \end{pmatrix}. \quad (2.12)$$

## 2.4 Représentation de Mueller des états de polarisation

### 2.4.1 Les matrices de Mueller et les paramètres de Stokes

Le formalisme de Jones convient parfaitement dans le cadre d'une source lumineuse totalement polarisée. Dans le cas d'une lumière incidente non polarisée, le vecteur de Jones ne décrit ni la direction du champ ni la phase de la lumière non polarisée. Les vecteurs de Stokes (décrits ci-dessous) et les matrices de Mueller conviennent mieux pour le traitement de ces cas [32, 33, 34]. La relation entre le vecteur émergent et incident de Stokes ( $S_0, S_1, S_2, S_3$ ) est

$$S' = \mathbf{M} \cdot S \quad (2.13)$$

où  $S$  et  $S'$  sont respectivement les vecteurs de Stokes incident et émergent et  $\mathbf{M}$  la matrice de Mueller de l'élément optique traversé.

Les paramètres de Stokes  $S_0, S_1, S_2, S_3$  sont utilisés pour représenter les états de polarisation en énergies lumineuses.

$S_0$  est l'intensité totale de la forme lumineuse

$$S_0 = E_s E_s^* + E_p E_p^* = E_{os}^2 + E_{op}^2 \quad (2.14)$$

$S_1$  est l'intensité totale de la différence des intensités des composantes (polarisation linéaire) suivant ( $s$ ) et ( $p$ )

$$S_1 = E_s E_s^* - E_p E_p^* = E_{os}^2 - E_{op}^2 \quad (2.15)$$

$S_2$  est l'intensité totale de la différence des intensités des composantes (polarisation linéaire) suivant les axes orientés à  $45^\circ$  et  $135^\circ$  par rapport à ( $p$ )

$$S_2 = E_s E_p^* + E_p E_s^* = 2E_{os} E_{op} \cos \delta \quad (2.16)$$

$S_3$  est la différence des intensités des polarisations circulaires gauche et droite

$$S_3 = i(E_s E_p^* - E_p E_s^*) = 2E_{os} E_{op} \sin \delta. \quad (2.17)$$

Ces quatre paramètres de Stokes permettent de définir le vecteur de Stokes dont l'expression est

$$S = \begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_{os}^2 + E_{op}^2 \\ E_{os}^2 - E_{op}^2 \\ 2E_{os} E_{op} \cos \delta \\ 2E_{os} E_{op} \sin \delta \end{pmatrix}. \quad (2.18)$$

La représentation de Mueller est l'équivalent matriciel des vecteurs de Jones. Elle exprime les transformations des vecteurs de Stokes. C'est une matrice  $4 \times 4$  formée de 16 nombres réels. Sur les 16 composantes des matrices de Mueller, 7 seulement agissent sur la polarisation lumineuse pour les composants optiques classiques aux comportements linéaires. Les 9 autres composantes permettent d'intégrer les dépolarisations temporelles et spatiales propres à la lumière incidente ou à sa modification au cours de la traversée des éléments optiques.

### 2.4.2 La sphère de Poincaré

Il n'est toujours pas facile, à première vue d'interpréter tel vecteur d'état ou telle matrice ou de déterminer l'évolution d'une polarisation à la traversée d'un milieu. La méthode géométrique proposée par Poincaré (Figure 2.2) permet de représenter tout état de polarisation sur une sphère dont chaque point correspond à un état possible de polarisation d'un faisceau lumineux.

L'axe  $S_1$  représente les composantes polarisées suivant ( $p$ ) et ( $s$ ). L'axe  $S_2$  représente les composantes polarisées à  $45^\circ$  et  $135^\circ$  de la direction ( $p$ ). L'ensemble des lumières linéairement polarisées est disposé dans le plan équatorial ( $S_1S_2$ ). L'axe  $S_3$  représente les lumières circulairement polarisées : le pôle sud est la lumière circulaire gauche et le pôle nord la lumière circulaire droite. Tous les points hors du plan équatorial représentent des lumières de polarisation elliptique gauche pour l'hémisphère nord et droite pour l'hémisphère sud.

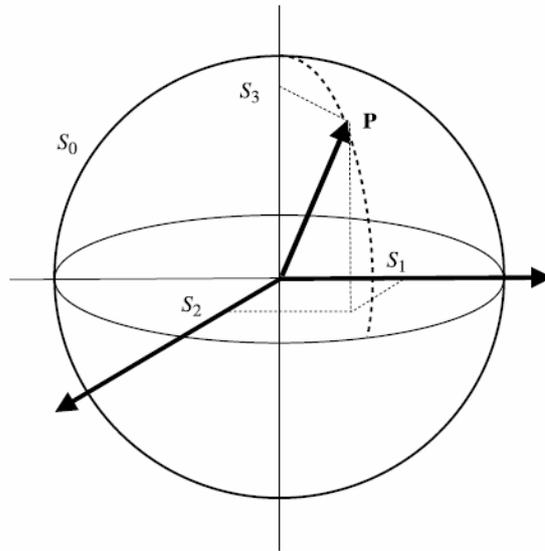


Figure 2.2: Sphère de Poincaré avec la représentation des paramètres de Stokes.

Nous allons maintenant appliquer ce formalisme à l'étude du polarimètre à lame biréfringente tournante que j'ai utilisé tout au long de ma thèse.

## 2.5 Application à la mesure de paramètres ellipsométriques

La détermination des paramètres ellipsométriques se fait à l'aide d'un polarimètre. Il existe plusieurs méthodes de mesure dont on peut citer le polarimètre à annulation et le polarimètre à rotation de lame biréfringente. Le polarimètre le plus répandu est le polarimètre à rotation de lame biréfringente [35]. Nous utilisons ce type de capteur au laboratoire. Nous donnons ici une description détaillée de sa méthode de mesure et de ses caractéristiques métrologiques. Ce type de polarimètre est composé d'un premier polariseur, d'une lame biréfringente tournante (lame quart-d'onde), d'un second polariseur appelé *analyseur* et d'un photodétecteur (Figure 2.3). Dans ce polarimètre, contrairement au polarimètre à annulation, les deux polariseurs utilisés sont fixes et c'est la lame quart-d'onde qui tourne.

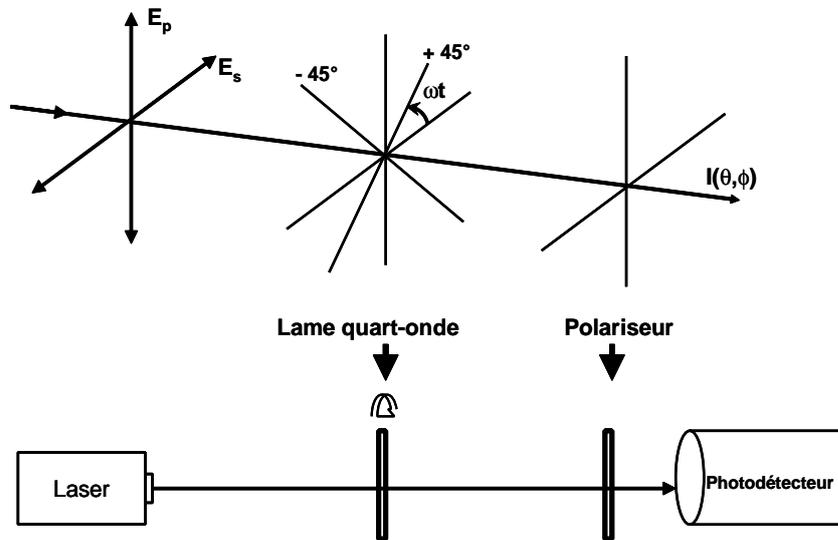


Figure 2.3: Schéma de principe d'un polarimètre à lame quart-d'onde tournante.

Considérons le vecteur de Stokes d'un faisceau lumineux incident dont on veut déterminer l'état de polarisation

$$S = \begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix}. \quad (2.19)$$

La matrice de Mueller  $M$  d'une lame quart-d'onde en rotation d'angle  $\theta = \omega t$  est

$$M_{QWP} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos^2 2\theta & \sin 2\theta \cos 2\theta & -\sin 2\theta \\ 0 & \sin 2\theta \cos 2\theta & \sin^2 2\theta & \cos 2\theta \\ 0 & \sin 2\theta & -\cos 2\theta & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.20)$$

Soit  $S'$  le vecteur de Mueller après sa propagation à travers la lame quart-d'onde,

$$S' = M_{QWP} \cdot S \quad (2.21)$$

$$S' = \begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \cos^2 2\theta + S_2 \sin 2\theta \cos 2\theta - S_3 \sin 2\theta \\ S_1 \sin 2\theta \cos 2\theta + S_2 \sin^2 2\theta + S_3 \cos 2\theta \\ S_1 \sin 2\theta - S_2 \cos 2\theta \end{pmatrix}. \quad (2.22)$$

Compte tenu de la matrice de Mueller d'un polariseur avec un axe rapide horizontal donnée par

$$M_P = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (2.23)$$

le vecteur de Stokes du faisceau qui émerge après la traversée de la lame quart-d'onde et du polariseur vaut

$$S'' = M_P \cdot S' \quad (2.24)$$

soit

$$S'' = \frac{1}{2}(S_0 + S_1 \cos^2 2\theta + S_2 \sin 2\theta \cos 2\theta - S_3 \sin 2\theta) \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = S_0'' \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (2.25)$$

Sachant que l'intensité  $I(\theta) = S_0''$ , nous obtenons alors la relation reliant l'intensité aux paramètres de Stockes

$$I(\theta) = \frac{1}{2}(S_0 + S_1 \cos^2 2\theta + S_2 \sin 2\theta \cos 2\theta - S_3 \sin 2\theta) \quad (2.26)$$

$$I(\theta) = \frac{1}{2}[(S_0 + \frac{S_1}{2}) + \frac{S_1}{2} \cos 4\theta + \frac{S_2}{2} \sin 4\theta - S_3 \sin 2\theta]. \quad (2.27)$$

La polarisation entrante est transformée par la lame quart-d'onde tournante et l'état de polarisation de sortie correspondant dépend de l'angle d'orientation de l'axe principal de la lame quart-d'onde. Ainsi nous avons une polarisation linéaire si un axe neutre de la lame quart-d'onde correspond à l'axe rapide du polariseur. En effet, la lumière polarisée linéairement se propage le long de l'axe neutre et reste inchangé. Quand l'axe neutre de la lame quart-d'onde fait un angle de  $45^\circ$  avec la polarisation incidente, la polarisation résultante est une polarisation circulaire. Une rotation supplémentaire de  $45^\circ$  donne une polarisation linéaire parallèle à l'axe neutre. Une rotation de la lame à  $135^\circ$  donne une polarisation circulaire gauche et une rotation d'un demi-tour ( $180^\circ$ ) renvoie à la polarisation linéaire originelle.

On observe ainsi à l'aide d'un photodétecteur un signal modulé composé de deux fréquences. Ce signal s'exprime par la série de Fourier suivante

$$I = \frac{a_0}{2} + \frac{1}{2} \sum (a_{2n} \cos 2n\theta + b_{2n} \sin 2n\theta) \quad (2.28)$$

avec  $n \in \mathbb{N}^{+*}$  et  $\theta$  l'angle azimutal de la lame quart-d'onde.

Les paramètres de Stockes et l'intensité lumineuse, en fonction des coefficients de Fourier, deviennent

$$S_0 = a_0 - a_4, \quad (2.29)$$

$$S_1 = 2a_4, \quad (2.30)$$

$$S_2 = 2b_4, \quad (2.31)$$

$$S_3 = b_2, \quad (2.32)$$

$$I(\omega t) = \frac{1}{2}(a_0 - b_2 \sin 2\omega t + a_4 \cos 4\omega t + b_4 \sin 4\omega t). \quad (2.33)$$

L'analyseur à l'entrée du photodétecteur transforme la modulation de l'état de polarisation (due à la rotation de la lame quart-d'onde) en une modulation d'amplitude. Le détecteur fournit un signal qui est proportionnel à la puissance optique. Le signal délivré par la photodiode se compose :

- d'une composante continue,
- d'une composante dont la fréquence est le double de celle de la lame quart-d'onde (harmonique 2),
- d'une composante dont la fréquence est le quadruple de celle de la lame quart-d'onde avec un déphasage variable (harmonique 4).

Le signal délivré par la photodiode a une fréquence quadruple de la fréquence de rotation de la lame quart-d'onde dans le cas d'une polarisation linéaire. Le déphasage  $\varphi_4$  de ce signal permet de déterminer l'azimut  $\psi$ . Considérons maintenant le cas d'une polarisation circulaire. Cette polarisation est transformée en une polarisation linéaire par la lame quart-d'onde. Une rotation de la lame quart-d'onde change l'azimut de la polarisation linéaire générée. La modulation d'amplitude résultante donne un signal dont la fréquence est le double de la fréquence de rotation de la lame quart-d'onde. Le déphasage est constant et dans notre cas il est nul. Les polarisations linéaires et circulaires sont des cas particuliers. Les polarisations elliptiques produisent un signal comportant une composante d'harmonique 2 et une d'harmonique 4 ainsi que la composante continue. Le signal délivré est alors analysé par transformée de Fourier. On obtient les amplitudes et les phases des harmoniques 2 et 4. Les amplitudes  $a_0$ ,  $a_2$ ,  $a_4$  et les phases  $\varphi_2$

et  $\varphi_2$  permettent de déterminer les paramètres ellipsométriques  $(\psi, \Delta)$  par les relations

$$\tan(2\psi) = \frac{S_2}{S_1}, \quad (2.34)$$

$$\sin(2\Delta) = \frac{S_3}{S_0}. \quad (2.35)$$

## 2.6 Caractéristiques métrologiques et erreurs de mesures

Les erreurs dans la détermination des paramètres d'un état de polarisation sont très souvent liées à la qualité intrinsèque des éléments optiques et en particulier celles des lames biréfringentes qui servent à coder et analyser les états de polarisation. En plus de ces erreurs, nous avons également les défauts de positionnement des éléments optiques.

### 2.6.1 Erreur d'alignement des optiques

Cette erreur de type A (*i.e. systématique*) est négligeable quand les éléments optiques sont positionnés avec une précision de l'ordre du centième de degré. Ce type d'erreur est corrigé durant la phase d'étalonnage du polarimètre en comparant la matrice de Mueller obtenue à celle espérée pour une polarisation incidente connue.

### 2.6.2 Erreur de biréfringence

Ces défauts introduisent des erreurs de type A également sur les matrices de Mueller mesurées. En effet, les lames à retard de phase peuvent produire des retards de phase s'écartant de leur valeur nominale. Ceci est très souvent dû à des défauts de fabrication des lames ou encore à leur état de propreté (poussière, trace, impact...). Ces valeurs ne doivent pas s'écarter de la valeur nominale de plus de 3% au risque de produire des erreurs supérieures au dixième de degré sur les mesures des paramètres ellipsométriques.

### 2.6.3 Autres erreurs

Parmi les autres sources d'erreurs qui affectent la mesure du polarimètre, il y a la nonlinéarité de la réponse du détecteur (erreur type A), les fluctuations de puissance de la source laser (erreur type B, *i.e.* *aléatoire*), les réflexions multiples (erreur type A), l'instabilité du système de rotation motorisé (erreur type B). Ces erreurs sont considérées comme étant de second ordre. Par exemple, on estime l'erreur sur les paramètres ellipsométriques due aux réflexions multiples sur les différents éléments optiques de l'ordre de 0.01%. Nous avons mesuré l'influence d'une instabilité de la vitesse de rotation de notre polarimètre sur les valeurs de  $\psi$  et  $\Delta$  pour un état de polarisation fixé.

La figure 2.4 présente un exemple de mesures d'état de polarisation effectué avec un polarimètre Thorlabs de type PA450 [36]. La vitesse de rotation de la lame quart-d'onde interne à la tête polarimétrique est réglable. Nous présentons ici des mesures effectuées à deux vitesses différentes de 233 tr/s (Figure 2.4) et de 333 tr/s. Nous présentons les deux paramètres ellipsométriques ( $\psi, \Delta$ ). Pour une vitesse de 233 tr/s, nous obtenons une erreur de répétabilité sur la valeur moyenne ( $\overline{\Delta} = 0.0241$ ) de  $3 \times 10^{-4}$  sur l'ellipticité et de  $0.026^\circ$  sur la mesure de l'azimut (pour une valeur moyenne de  $\overline{\psi} = 22.18^\circ$ ).

Pour une vitesse de 333 tr/s, l'erreur de répétabilité sur la valeur moyenne devient égale à  $2 \times 10^{-4}$  sur l'ellipticité et de  $0.020^\circ$  sur la mesure de l'azimut. Compte tenu que la stabilité de vitesse est de l'ordre de 3-5% (donnés constructeur) on voit donc que l'erreur générée est bien négligeable par rapport aux erreurs cités précédemment. Cependant, cette étude montre qu'il est possible d'améliorer les mesures des paramètres ellipsométriques en augmentant la vitesse de rotation du moteur de la tête polarimétrique.

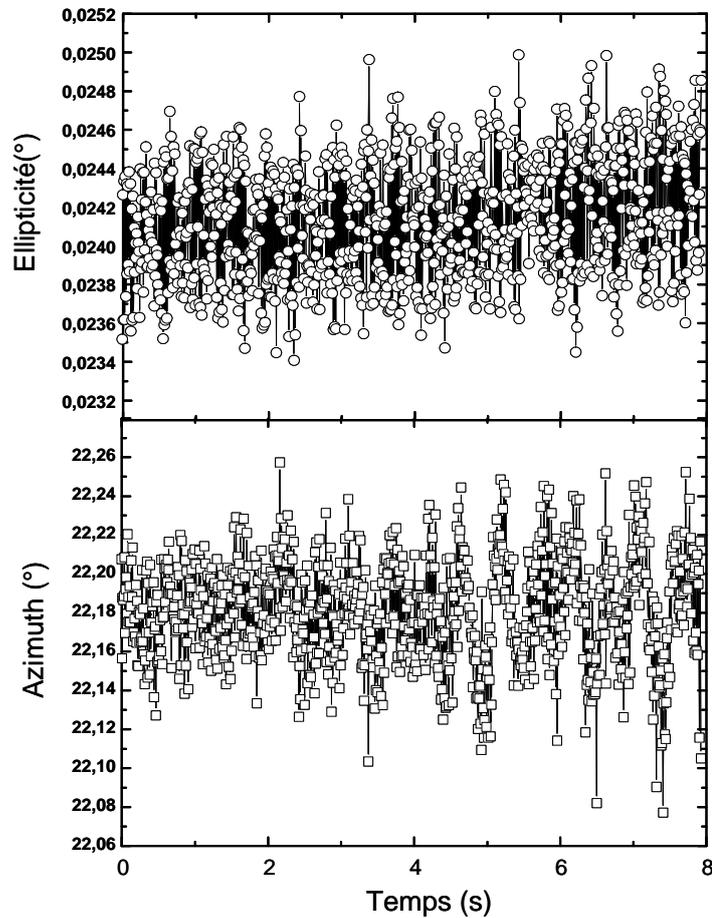


Figure 2.4: Mesure expérimentale de niveau de bruit sur  $\psi$  et  $\Delta$  pour une polarisation quasi-linéaire avec le polarimètre PA450 de Thorlabs.

## 2.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons introduit le formalisme de Jones et de Mueller utile à la description de système modifiant l'état de polarisation de la lumière. Ce formalisme a été appliqué à l'étude du polarimètre à lame biréfringent tournante que j'ai utilisé durant ma thèse. Il sera également utile dans le prochain chapitre pour l'étude théorique des systèmes optiques que j'ai développé. Le chapitre se termine par une étude sommaire des sources d'erreurs classiques de l'ellipsométrie. Dans le prochain chapitre, je présen-

terai le principe et la réalisation d'un interféromètre de Michelson dont la résolution a été grandement améliorée par l'association des techniques ellipsométriques au schéma classique de l'interféromètre. Ensuite, nous aborderons le lambdamètre ellipsométrique qui utilise l'état de polarisation du laser pour en déterminer sa longueur d'onde.



## CHAPITRE 3

---

# Réalisation d'un interféromètre ellipsométrique et d'un lambdamètre optique de grande résolution

---

### Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>51</b>
<b>3.2</b>	<b>Interféromètre de Michelson ellipsométrique</b>	<b>51</b>
3.2.1	Approche théorique basée sur les matrices de Jones	53
3.2.2	Mesures comparatives entre un interféromètre hétéro- dyne et notre système ellipsométrique	54
3.2.3	Conclusion et perspectives	60
<b>3.3</b>	<b>Lambdamètre conventionnel</b>	<b>61</b>
<b>3.4</b>	<b>Lambdamètre ellipsométrique</b>	<b>63</b>
3.4.1	Principe physique	63
3.4.2	Description du montage expérimental	66
<b>3.5</b>	<b>Résultats expérimentaux et analyses</b>	<b>68</b>
3.5.1	Protocole de mesure	68
3.5.2	Mesure de longueur d'ondes d'une diode laser à cavité étendue	69
3.5.3	Mesure de longueurs d'ondes d'un laser Nd:YAG doublé	72
3.5.4	Perspectives d'amélioration de l'instrument de mesure	74

---

<b>3.6 Conclusion</b>	<b>76</b>
-----------------------	-----------

---

### 3.1 Introduction

Durant ma thèse, j'ai travaillé sur la réalisation d'un interféromètre de Michelson homodyne capable d'atteindre une résolution (en terme de niveau d'interpolation de franges) de  $\lambda/36000$ , soit une exactitude de 17 pm. Cette amélioration est rendue possible grâce à l'utilisation de polarimètres commerciaux compacts ayant des incertitudes de mesures sur la valeur des paramètres ellipsométriques de  $0.01^\circ$ . Dans cette première partie, je décrirai le principe de fonctionnement de ce nouveau type d'interféromètre de Michelson. Nous verrons son montage expérimental et je présenterai ensuite les résultats obtenus. Dans une seconde partie, je montrerai comment j'ai utilisé ce dispositif *en sens inverse* pour réaliser un lambdamètre optique compact afin de mesurer la longueur d'onde des lasers monomodes continus. Ce lambdamètre ellipsométrique est capable d'atteindre une incertitude relative de  $10^{-6}$  sur la valeur de la longueur d'onde avec un déplacement de seulement  $4 \mu\text{m}$  au lieu des 150 mm nécessaires dans la configuration des systèmes commerciaux actuels.

### 3.2 Interféromètre de Michelson ellipsométrique

Le principe et les éléments constituant l'interféromètre ellipsométrique sont donnés dans la figure 3.1. Il s'agit d'un interféromètre de Michelson composé d'un cube séparateur en intensité en guise de lame séparatrice dans lequel nous avons ajouté, dans un des bras, une lame quart-d'onde orienté à  $45^\circ$  par rapport aux axes propres du schéma. La lumière incidente est polarisée suivant l'axe (p). Dans le bras de l'interféromètre comprenant la lame quart-d'onde, l'état de polarisation du faisceau laser est transformé d'abord en polarisation circulaire gauche, puis en polarisation circulaire droite par réflexion sur le miroir puis en lumière polarisée suivant (s) en retraversant le dispositif quart-d'onde. Ce faisceau est ensuite recombinaé à l'autre faisceau ayant parcouru le bras fixe de l'interféromètre. Les faisceaux recombinaés se dirige ensuite vers le polarimètre après avoir traversé une seconde lame quart-d'onde (également orientée à  $45^\circ$ ). Remarquons que les deux faisceaux ont des états de polarisation orthogonaux et ne donnent donc lieu à aucun

phénomène d'interférence. Ces deux états de polarisation sont de nouveaux transformés en polarisations circulaires gauche et droite par la dernière lame quart-d'onde disposée avant le polarimètre permettant ainsi la possibilité d'observer des interférences. La superposition des ces deux polarisations (circulaire droite et gauche de même amplitude) donne une polarisation linéaire dont l'orientation, *i.e.* le paramètre  $\psi$  dépend de la différence de chemin optique entre les deux bras de l'interféromètre.

Une rotation de  $180^\circ$  correspond à un déplacement d'une demi-longueur d'onde. L'interféromètre ellipsométrique transforme donc la mesure de différence de chemin optique en mesure angulaire de direction de polarisation.

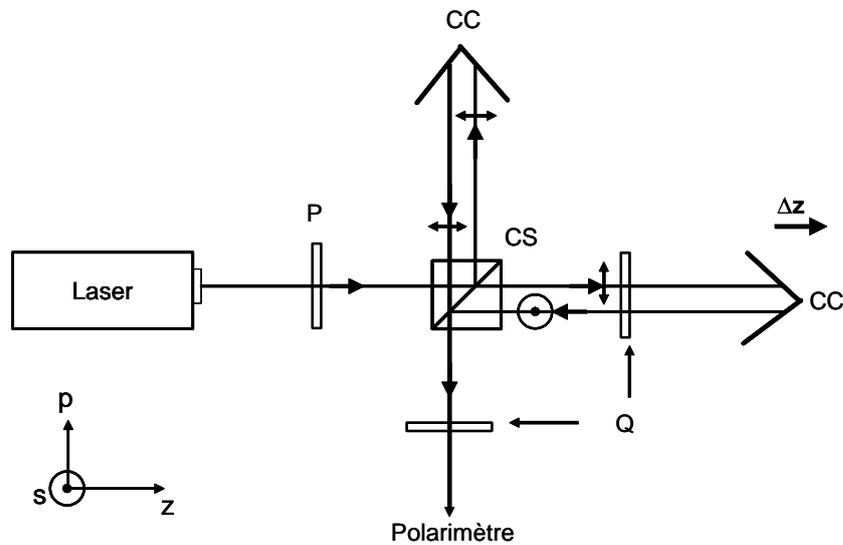


Figure 3.1: Interféromètre de Michelson ellipsométrique. **P** Polariseur, **Q** lame quart d'onde, **CS** Cube séparateur en intensité, **CC** coin-cube

### 3.2.1 Approche théorique basée sur les matrices de Jones

Représentons le faisceau laser incident par un vecteur champ électromagnétique de la forme

$$\vec{E}_L = \begin{pmatrix} |E_{os}| e^{i(\omega t + \phi_s)} \\ |E_{op}| e^{i(\omega t + \phi_p)} \end{pmatrix}. \quad (3.1)$$

Soit  $\vec{E}_{L1}$  le champ émergent du bras fixe de l'interféromètre,

$$\vec{E}_{L1} = R(-\frac{\pi}{4}).Q.R(\frac{\pi}{4}).S_t.M_0.M_0.S_r.P_p.\vec{E}_L \quad (3.2)$$

où  $R(\theta)$ ,  $Q$ ,  $S_t$ ,  $M_0$ ,  $S_r$ ,  $P_p$  sont respectivement les matrices de changement de base, la matrice de Jones de la lame quart-d'onde, du cube séparateur en transmission, du miroir (ou coin-cube en première approximation), du cube séparateur en réflexion et d'un polariseur orienté suivant l'axe ( $p$ ). Afin de ne pas alourdir le texte, toutes ces matrices sont données en annexe. Ce qui donne après simplification

$$\vec{E}_{L1} = Cte \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}.$$

Nous avons bien une polarisation circulaire droite comme nous l'avions anticipé intuitivement auparavant.

Pour l'autre bras, nous avons un champ laser  $\vec{E}_{L2}$  tel que

$$\vec{E}_{L2} = R(-\frac{\pi}{4}).Q.R(\frac{\pi}{4}).N_r.R(\frac{\pi}{4}).Q.R(-\frac{\pi}{4}).M_0.M_0.R(-\frac{\pi}{4}).Q.R(\frac{\pi}{4}).N_t.P_p.\vec{E}_L \quad (3.3)$$

Soit après calcul,

$$\vec{E}_{L2} = Cte \begin{pmatrix} \exp(\pm i\phi) \\ -i \exp(\pm i\phi) \end{pmatrix}. \quad (3.4)$$

avec

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda_0} n(2\Delta z). \quad (3.5)$$

On retrouve bien une polarisation circulaire gauche, cette fois-ci, mais présentant un déphasage  $\phi$  par rapport à l'autre état. Le signe  $\pm$  devant  $\phi$  dépendra

du sens de déplacement, avec un signe plus lorsque le miroir s'éloigne du cube séparateur et un signe moins dans le cas inverse.

Le champ total résultant total  $\vec{E}_R = \vec{E}_{L1} + \vec{E}_{L2}$ , soit

$$\vec{E}_R = \vec{E}_{L1} + \vec{E}_{L2} = \begin{pmatrix} \cos(\phi/2) \\ \sin(\mp\phi/2) \end{pmatrix}. \quad (3.6)$$

Ce champ résultant a une polarisation rectiligne faisant un angle  $\psi$  avec l'axe ( $s$ ). Ce qui nous permet de poser

$$\psi = \mp\phi/2. \quad (3.7)$$

Ans à chaque fois qu'un déphasage de  $2\pi$  aura lieu, c'est-à-dire le défilement d'une frange d'interférence, le plan de polarisation aura tourné de  $180^\circ$ . On peut donc en mesurant la rotation du plan de polarisation du faisceau issu de l'interféromètre, remonter au déplacement du miroir mobile. Le grand intérêt de cette méthode provient du fait qu'il est possible de mesurer avec des appareils compact et disponible dans le commerce, l'angle  $\psi$  avec une incertitude de  $0.01^\circ$  ce qui donne une capacité d'interpolation de frange de  $\lambda/(2 \times 18000)$  soit encore 17 pm pour un laser à 632 nm. Cette performance dépasse d'un facteur 10 la performance du meilleur dispositif interférométrique actuel qui présente une résolution de 150 pm (série ZMI de Zygo corp.).

### 3.2.2 Mesures comparatives entre un interféromètre hétérodyne et notre système ellipsométrique

La figure 3.2 montre un interféromètre hétérodyne. Son principe de fonctionnement a été expliqué dans le chapitre 1. La pulsation de battement de référence ( $\omega_1 - \omega_2$ ) est mesurée au niveau du photodétecteur **PD1**. La pulsation de battement après passage dans l'interféromètre (ayant donc subit le décalage Doppler  $\pm\Delta\omega$ ) est mesurée au niveau du photodétecteur **PD2**. Sur ce même montage, nous disposons également l'interféromètre ellipsométrique. Les interféromètres ont été placés sous une enceinte hermétique où l'on mesure la température à 5 mk près (Sonde PT100) et la pression à 3 Pa près (Capteur DigiQuartz). La distance entre les deux faisceaux des deux

interféromètres est de 10 mm. Cette distance a été optimisée pour réduire les sources d'erreurs environnementales. Il existe plusieurs dispositifs commerciaux pour la mesure de l'état de polarisation. Le polarimètre que nous avons utilisé pour cette expérience est un polarimètre à lame quart-d'onde tournante (PA450, Thorlabs). Ce polarimètre, selon les spécifications constructeur, a une résolution de  $0,001^\circ$  mais une exactitude de  $0.01^\circ$  (dépendant du temps d'intégration de la mesure).

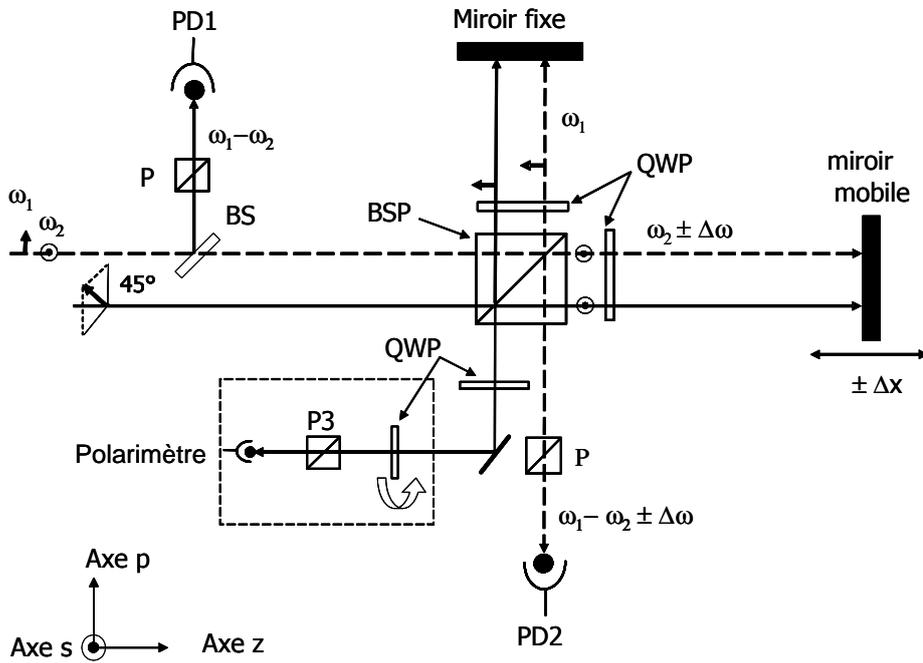


Figure 3.2: Schéma expérimental de la comparaison entre l'interféromètre hétérodyne (trait discontinu) et de l'interféromètre homodyne ellipsométrique (trait continu). **BS** Cube Séparateur, **BSP** Cube Séparateur de Polarisation, **PD** Photodétecteur, **P** Polariseur, **QWP** Lame quart-d'onde

Afin de pouvoir effectuer des mesures de déplacement de quelques nanomètres, nous avons asservi la position du miroir mobile, commun aux deux dispositifs, à l'aide de l'interféromètre hétérodyne (Figure 3.3). Le principe de la boucle d'asservissement du miroir mobile est détaillé dans les références [18]. Un générateur de fonctions génère deux signaux parfaitement synchrones et sinusoïdaux  $S_1$  et  $S_2$  à la fréquence  $\Delta\nu$ . Les deux composantes hétérodes

du laser sont générées à l'aide d'une cellule de Bragg alimenté par un oscillateur contrôlé en tension (VCO). Le battement de fréquence entre les deux composantes est de 20 MHz. Le signal  $S_1$  est envoyé vers le VCO du laser pour l'asservissement en phase de l'oscillateur interne permettant de générer les deux composantes hétérodynes, tandis que  $S_2$  est envoyé vers un comparateur de phase. La comparaison est faite entre le signal  $S_2$  et le signal  $S_3$  provenant de l'interféromètre. Dans un interféromètre parfait, quand le miroir ne se déplace pas, les signaux  $S_2$  et  $S_3$  ont la même phase et le signal d'erreur  $\varepsilon$  est nulle. Si  $S_2$  est déphasé d'une valeur  $2\pi/N$  avec  $N$  entier, le signal d'erreur  $\varepsilon$  devient non-nul. La boucle de contrôle agira sur le miroir mobile afin de le déplacer et compenser ainsi le déphasage par effet Doppler. Nous pouvons donc contrôler le déplacement du miroir mobile en jouant sur la phase du signal  $S_2$  ou  $S_1$  suivant le sens de déplacement souhaité.

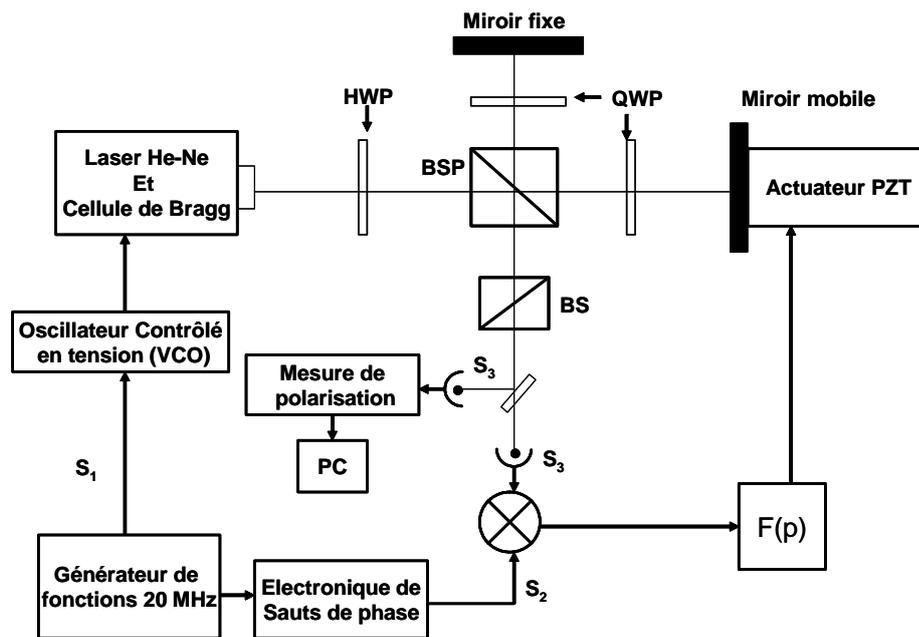


Figure 3.3: Méthode d'asservissement en position du miroir mobile de l'interféromètre par la méthode des sauts de phases [18].

La visualisation du déplacement se fait à l'aide du système commercial. Le signal d'interférence est digitalisé sous 1024 bits, ce qui permet d'atteindre

une résolution de  $\lambda/2048 \simeq 0.31$  nm. Cette valeur correspond à une résolution de phase de  $360^\circ/512$  soit de  $0,7^\circ$ . Le déphasage sur le signal  $S_2$  résulte de l'inhibition d'une impulsion à la fréquence de 640 MHz. Les impulsions d'inhibition sont contrôlées par ordinateur avec des signaux TTL issus d'un générateur de fonctions (DS345-Stanford). Tout ce système de contrôle de position était déjà fonctionnel lors de ma thèse.

J'ai effectué des mesures simultanées avec les deux interféromètres grâce à un programme d'acquisition de données réalisé sous Labview. Les variations d'angle azimutal  $\psi$  sont converties en mesures de déplacements. La figure 3.4 montre des déplacements mesurés avec les deux interféromètres. Les résultats s'accordent bien sur une dynamique de  $1 \mu\text{m}$  qui correspond à la course maximale de notre actionneur piézoélectrique.

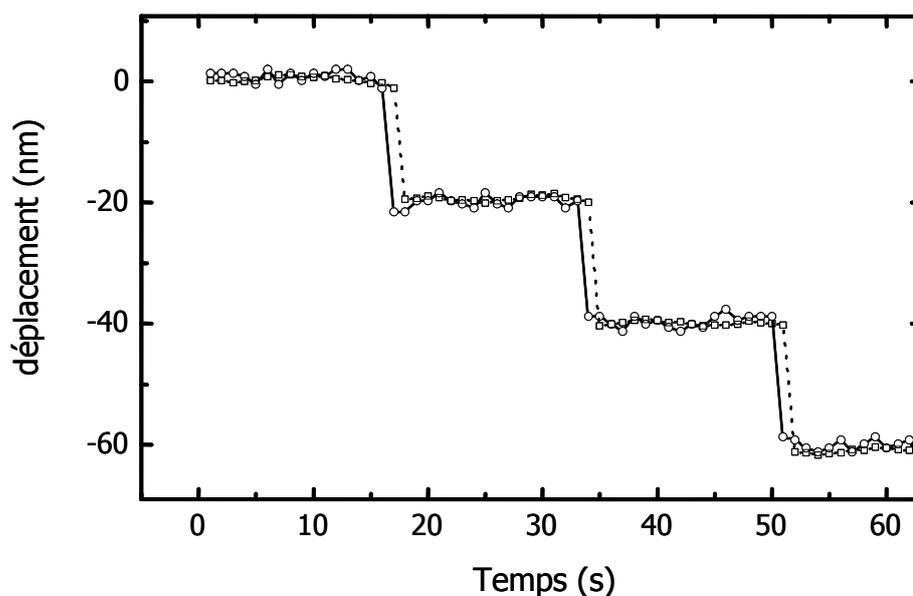


Figure 3.4: Mesures expérimentales de déplacements nanométriques avec l'interféromètre ellipsométrique (— ○ —) et l'interféromètre hétérodyne (— □ —).

La réponse du polarimètre est en retard par rapport à celle de l'interféromètre hétérodyne. Ceci est dû aux systèmes de communication entre l'ordinateur et les deux dispositifs. L'acquisition est réalisée sur le polarimètre avec une liaison série RS232 tandis que l'interféromètre hétérodyne utilise des cartes

d'acquisition PCI-VME. La vitesse d'acquisition de ce dernier est supérieure à celle de la liaison RS232.

La figure 3.5 montre que la méthode par mesure polarimétrique est valable quelque soit le sens de déplacement.

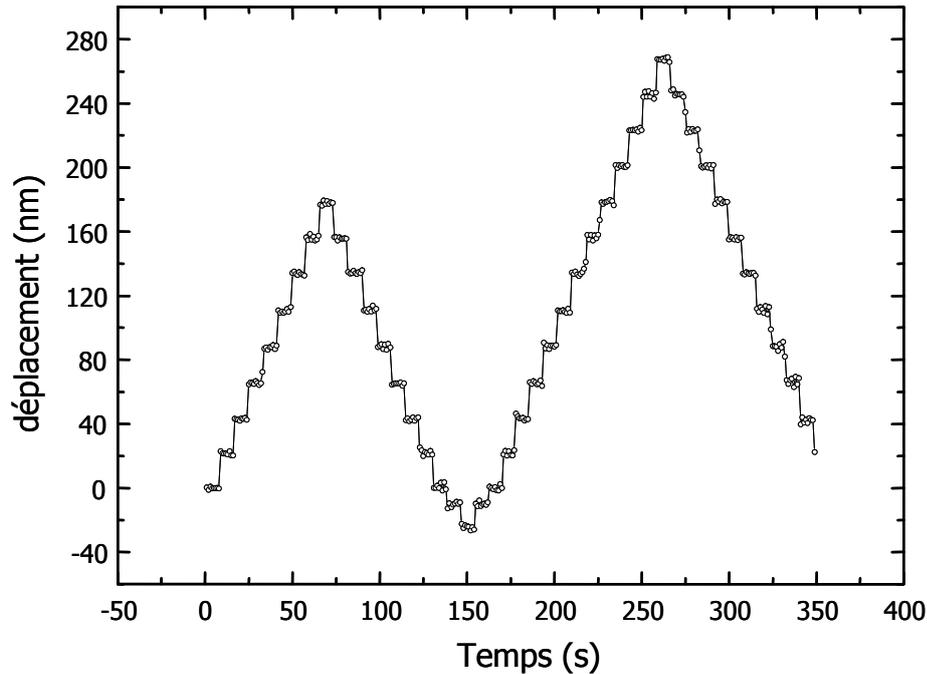


Figure 3.5: Représentation à l'échelle nanométrique des pyramides de Kefren et Kheops avec l'interféromètre ellipsométrique.

On définit la résolution du système comme l'écart-type du bruit sur un pas de déplacement. Le bruit de ces deux interféromètres a été mesuré simultanément et dans les mêmes conditions environnementales. Nous avons trouvé un bruit de 313 pm pour notre interféromètre ellipsométrique. Ce plancher de bruit correspond à la résolution de l'appareil commercial utilisé pour asservir la position du miroir. Afin d'estimer notre plancher de bruit réel, des mesures d'azimuts ont été effectuées sur le faisceau issu de l'interféromètre. À cet égard, nous avons procédé à des pas de déplacements du miroir mobile de plus en plus petits en effectuant différents sauts de tension sur l'actionneur piézoélectrique. Quelques exemples ont été reportés sur la figure 3.6. Ces courbes ont été obtenues sans moyennage numérique. La

plus petite variation directement observable de  $\psi$  est de  $0.25^\circ$  soit en unité dimensionnelle de 430 pm.

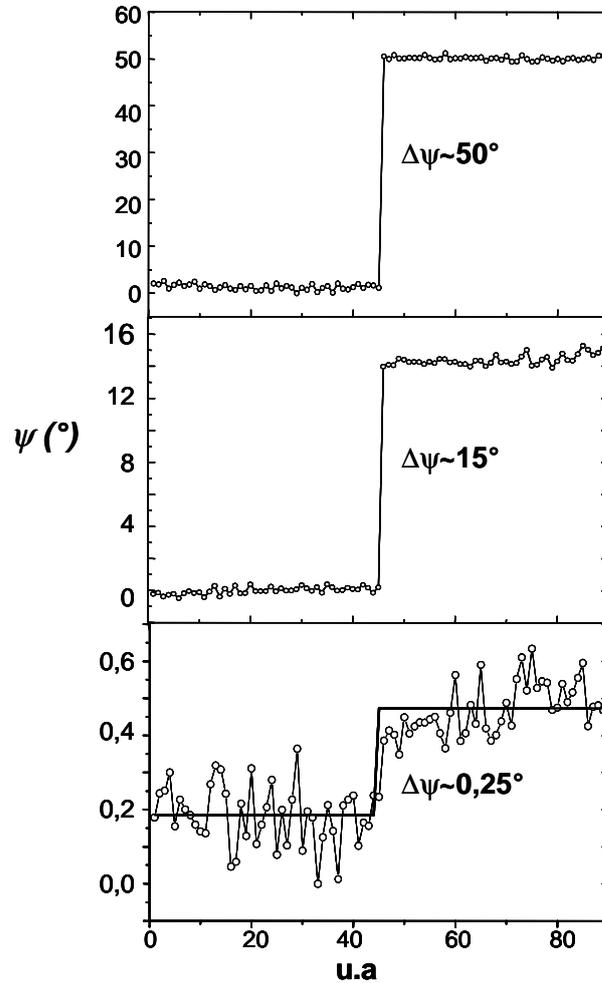


Figure 3.6: Mesure du paramètre ellipsométrique  $\psi$  (deg) pour différents sauts de tensions appliqués à l'actionneur piézoélectrique.

J'ai alors mené une étude du niveau de bruit en fonction du temps d'intégration (ou de moyennage) du signal. Le polarimètre échantillonne à une fréquence de 15 Hz. La figure 3.7 donne la stabilité de la valeur de l'azimut en fonction du temps d'intégration, exprimée par l'écart-type d'Allan. Nous avons, en médaillon sur ce graphe, la courbe de bruit sur la mesure de l'orientation du plan de polarisation  $\psi$ . La variance d'Allan a été

calculée à l'aide de l'expression suivante

$$\sigma_y^2(\tau) = \left\{ \sum (y_{i+1}(\tau) - y_i(\tau)) / (2K - 2) \right\} \quad (3.8)$$

où  $K$  est le nombre de points de mesures par paquet et  $\overline{y_i}$  la valeur moyenne de l'angle  $\psi$ .

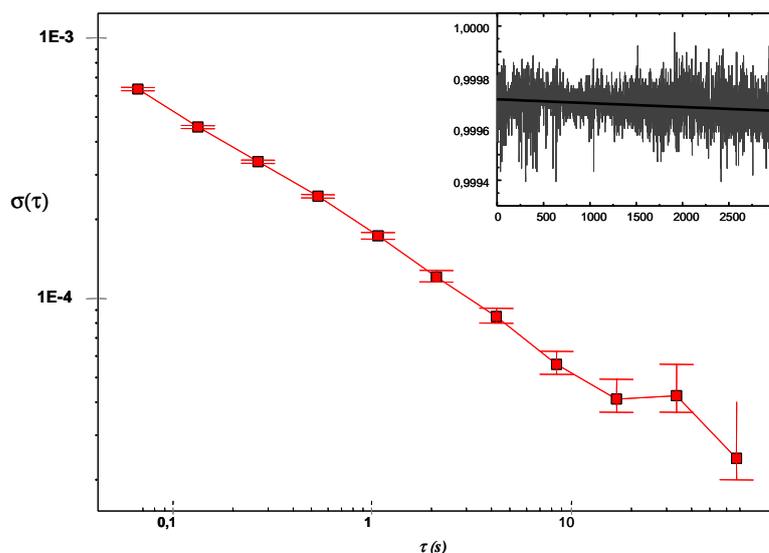


Figure 3.7: Ecart-type d'Allan de la mesure de l'azimut  $\psi$  à la sortie de l'interféromètre ellipsométrique.

Pour un temps d'intégration de 0.1 s, nous avons obtenu un écart-type d'Allan relatif de  $6.4 \times 10^{-4}$  et de  $2.4 \times 10^{-5}$  pour un temps d'intégration de 10 s ce qui correspond à un niveau de bruit respectivement de 380 pm sur 0.1 s et 15 pm sur 10 s.

### 3.2.3 Conclusion et perspectives

Nous avons montré dans cette partie comment l'ellipsométrie peut être associée à l'interférométrie homodyne afin d'améliorer la résolution de ce dernier dispositif. Des résolutions de la dizaine de picomètres peuvent être obtenues. En terme d'exactitude, de tels niveaux ne peuvent être atteints que dans des conditions environnementales très strictes (mesures sous vide, isolation

phonique, isolation mécanique...). Une poursuite de ces travaux est en cours dans le cadre de la thèse de Suan Xu qui consiste à asservir la position du miroir sur l'interféromètre ellipsométrique. Le contrôle de position à l'échelle picométrique se fera à l'aide de la phase de l'harmonique 4 du signal issu du polarimètre (voir chapitre 2).

Nous allons maintenant décrire la réalisation du lambdamètre ellipsométrique réalisé au cours de ma thèse. Le principe consiste à mesurer la longueur d'onde d'un laser à partir de la mesure de  $\psi$ . Avant d'introduire le principe de notre lambdamètre, je vais rappeler le fonctionnement d'un lambdamètre conventionnel.

### 3.3 Lambdamètre conventionnel

Son principe est dérivé de celui d'un interféromètre de Michelson à réflecteur mobile (Figure 3.8) [37, 38, 39, 40]. Cet appareil a été conçu pour mesurer la longueur d'onde d'un laser continu monomode et accordable par comparaison à un laser de longueur d'onde étalonnée, en l'occurrence un laser Hélium Néon (He-Ne) à 632.991 nm.

Lorsque le réflecteur se déplace un photodétecteur détecte un signal d'interférence sous la forme d'une oscillation sinusoïdale dont la fréquence dépend de la vitesse de déplacement du miroir mobile et de la longueur d'onde du laser incident. Deux faisceaux lasers superposés sont injectés dans l'appareil. On observe alors 2 signaux d'interférences correspondant à chacun de ces faisceaux. Une électronique compte les oscillations (ou franges d'interférences) sur chacune des voies.

Connaissant la longueur d'onde de l'une d'entre elles (laser de référence), elle affiche directement la longueur d'onde de l'autre laser avec une exactitude qui est, en principe, limitée par la stabilité et la connaissance de la longueur d'onde de référence [41, 42, 43, 44].

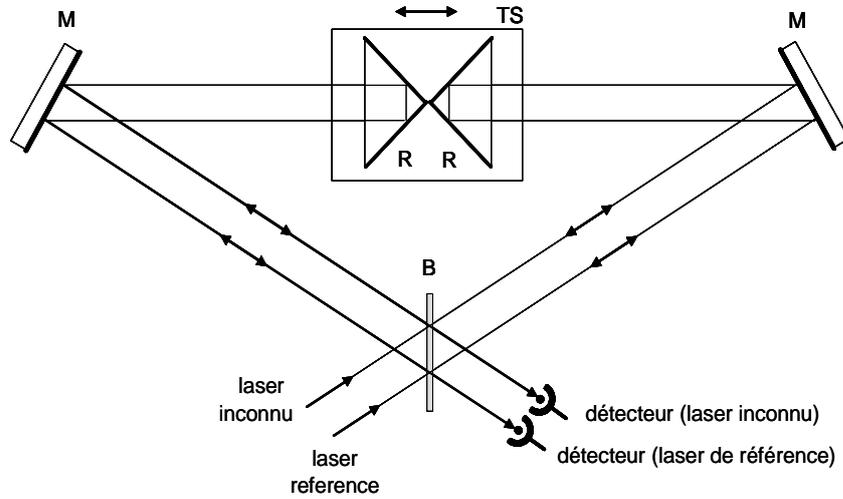


Figure 3.8: Schéma d'un lambdamètre conventionnel. **P** polariseur, **B** Séparatrice, **M** miroir, **TS** Système de translation des coins de cube accolés

La conception la plus courante des lambdamètres commerciaux est celle dite "*push-pull*" de l'interféromètre de Michelson avec les réflecteurs montés dos à dos sur le même système de déplacement (Figure 3.8). Elle a l'avantage d'obtenir un cycle complet de défilement de franges pour chaque déplacement de  $\lambda/4$  par rapport à  $\lambda/2$  pour un interféromètre classique avec un seul bras mobile. Cette conception, imaginée par Hall et Lee [45], permet donc d'obtenir une résolution deux fois meilleure. Lors d'un déplacement des miroirs mobiles d'une distance  $d$ , un comptage de franges est réalisé séparément pour chacun des lasers et une électronique de conditionnement donne un ratio des franges comptées qui est également le rapport des longueurs d'ondes. Soit  $N_r$  et  $N_i$  le nombre de franges comptées, respectivement, pour le laser de référence et pour le laser inconnu, on a donc

$$N_r = 2d/\lambda_r \quad (3.9)$$

$$N_i = 2d/\lambda_i \quad (3.10)$$

Il est résulte naturellement que

$$\lambda_i = \frac{N_r}{N_i} \lambda_r. \quad (3.11)$$

La longueur d'onde inconnue est proportionnelle à la longueur d'onde de référence et au rapport des franges comptées pendant le même déplacement.

En considérant  $N_r = m_r + \varepsilon_r$  et  $N_i = m_i + \varepsilon_i$ , où  $m_r, m_i$  sont des entiers positifs et  $\varepsilon_r, \varepsilon_i$  des fractions de franges, l'expression de la longueur d'onde inconnue  $\lambda_i$  devient

$$\lambda_i = \frac{m_r + \varepsilon_r}{m_i + \varepsilon_i} \lambda_r \quad (3.12)$$

La formule 3.12 est valable pour une opération sous vide. La plupart des instruments opérant dans l'air, l'expression 3.12 devient

$$\lambda_{io} = \frac{m_r + \varepsilon_r}{m_i + \varepsilon_i} \left( \frac{n_i}{n_r} \right) \lambda_{ro} \quad (3.13)$$

où  $n_i$  et  $n_r$  sont respectivement l'indice de réfraction de l'air pour chacun des lasers.

Afin de fixer quelques ordres de grandeurs: pour un déplacement de 500 mm et un laser de longueur d'onde autour de 500 nm, on compte environ  $2 \times 10^6$  franges. Les parties fractionnaires  $\varepsilon_r$  et  $\varepsilon_i$  évoluent évidemment dans l'intervalle [0,1]. L'exactitude relative sur  $\lambda$  est proportionnelle au nombre de franges comptées. Il est de l'ordre de  $10^{-6}$  pour les systèmes commerciaux. Une étude détaillée des sources d'erreurs affectant la mesure de longueurs d'ondes est faite dans la référence [46].

## 3.4 Lambdamètre ellipsométrique

### 3.4.1 Principe physique

Comme dans le cas du lambdamètre conventionnel, deux faisceaux lasers sont injectés dans un interféromètre de Michelson modifié. En effet comme on peut le voir dans la figure 3.9, nous avons ajouté deux lames quart-d'onde au schéma conventionnel. Nous avons également disposé un polariseur en entrée du dispositif. Comme pour le cas du lambdamètre conventionnel, nous avons besoin d'un laser de référence dont la longueur est très bien connue et avec une bonne stabilité. L'autre laser dont nous souhaitons mesurer la longueur d'onde est superposé à ce dernier. La différence fondamentale par rapport au

lambdamètre conventionnel est qu'ici nous mesurons des variations du plan de polarisation ( $\psi$ ) du faisceau de sortie.

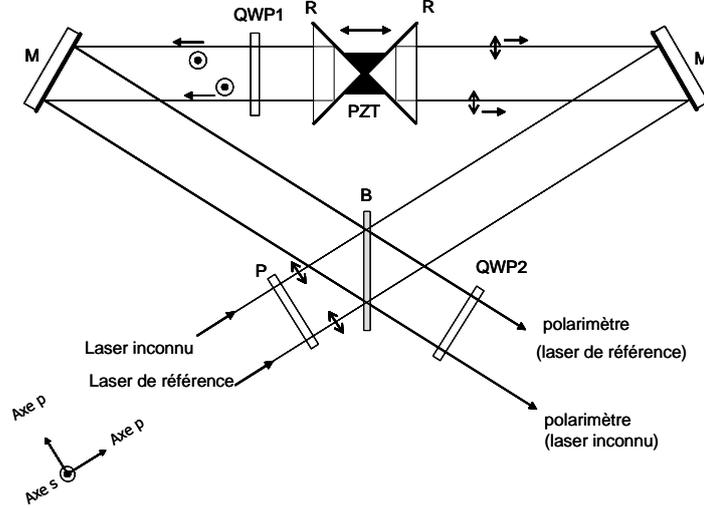


Figure 3.9: Schéma d'un lambdamètre ellipsométrique. **P** polariseur, **B** séparatrice, **QWP** lame quart d'onde, **M** miroir, **R** coin de cube, **PZT** actuateur piézoélectrique

Un calcul dans le cadre du formalisme de Jones similaire à celui que nous effectuons dans le cadre de l'interféromètre ellipsométrique nous donne un champ total résultant

$$\vec{E}_R = \begin{pmatrix} \cos(\phi) \\ \sin(\mp\phi) \end{pmatrix}. \quad (3.14)$$

Le facteur 2 de différence par rapport à l'équation 3.6 est dû à la configuration *push-pull*. En effet, un terme de phase  $\phi$  supplémentaire est ajouté par le déplacement du bras fixe (qui ne l'est donc plus !).

Comme précédemment, ce champ résultant a une polarisation rectiligne faisant un angle  $\psi$  avec l'axe ( $s$ ). Ce qui nous permet de poser

$$\psi = \mp\phi. \quad (3.15)$$

Là encore, le grand intérêt de cette méthode provient du fait qu'il est possible de mesurer avec des appareils compacts et disponibles dans le com-

merce, l'angle  $\psi$  avec une incertitude de  $0.01^\circ$  ce qui donne une capacité d'interpolation de frange de  $\lambda/(2 \times 36000)$  dans ce cas pour un laser à 632 nm.

Le rapport des deux longueurs d'ondes est inversement proportionnel au ratio des variations d'azimuts de la polarisation de chacun des faisceaux laser pour un même déplacement  $d$ . Cette formule est analogue à celle du lambdamètre conventionnel. Ici, nous substituons les nombres de franges comptés pour chaque laser laser de référence et inconnu, respectivement  $N_r$  et  $N_i$  par les mesures angulaires d'azimuts  $\psi_r$  et  $\psi_i$  ; soit

$$\lambda_u = \frac{\psi_r}{\psi_i} \lambda_r. \quad (3.16)$$

Comme nous le montrons sur la figure 3.10, l'exactitude théorique  $\Delta\lambda/\lambda$  sur la valeur mesurée de la longueur d'onde est fonction du nombre de franges comptées, et par conséquent du déplacement des miroirs mobiles. On peut constater sur ce graphe, que pour atteindre une erreur relative de  $10^{-6}$  sur la longueur d'onde, il faut faire une translation des miroirs mobiles de 15 cm alors qu'un déplacement de  $4 \mu\text{m}$  est suffisant pour atteindre la même exactitude relative avec le lambdamètre ellipsométrique. Cette dynamique de déplacement pouvant être facilement accomplie par des actionneurs piézoélectriques, cette méthode ouvre donc la voie pour concevoir et réaliser des instruments beaucoup plus robustes et plus compacts en comparaison à ceux existants aujourd'hui.

Si la compacité n'est pas un critère important, notre méthode peut atteindre une exactitude relative de  $2 \times 10^{-8}$  avec un déplacement de  $220 \mu\text{m}$  (au lieu d'un déplacement de l'ordre du mètre pour un lambdamètre classique).

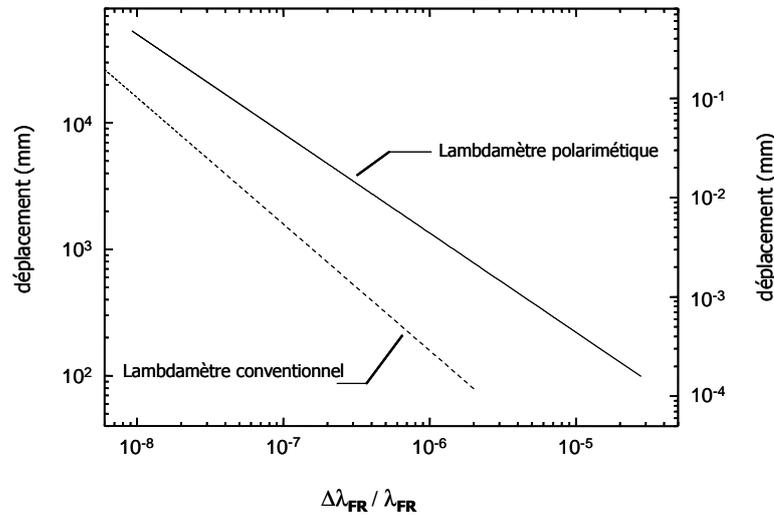


Figure 3.10: Incertitude relative théorique  $\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$  en fonction du déplacement des miroirs mobiles. axe de gauche pour le lambdamètre conventionnel - axe de droite pour le lambdamètre ellipsométrique

### 3.4.2 Description du montage expérimental

Dans la pratique, nous avons des pertes d'amplitude des faisceaux lasers lors de leur propagation dans l'interféromètre. Afin d'obtenir une polarisation linéaire à la sortie de l'interféromètre ellipsométrique, il est nécessaire d'avoir les mêmes amplitudes au niveau des deux faisceaux qui se recombinaient. La solution apportée a été de polariser chaque laser et ensuite de régler les amplitudes transmise et réfléchiée à l'aide d'une lame demi-onde placée juste après le polariseur et avant un cube séparateur de polarisation (Figure 3.11). Ce montage est basé sur l'utilisation d'un cube séparateur de polarisation qui divise chaque faisceau laser incident en deux faisceaux lasers polarisés suivant l'axe  $p$  et suivant l'axe  $s$ . Dans chaque bras de l'interféromètre est placé une lame quart-d'onde qui transforme les polarisations  $p$  et  $s$  respectivement en polarisations  $s$  et  $p$  avant leur recombinaison par le même cube séparateur de polarisation à la sortie de l'interféromètre.

Le faisceau issu du laser inconnu est divisé en deux. Une partie est transmise vers notre lambdamètre ellipsométrique. L'autre partie est injectée dans une fibre optique en vue d'une mesure simultanée avec un lambdamètre

conventionnel de type WA-1500 de chez Exfo Corp. (modèle Burleigh).

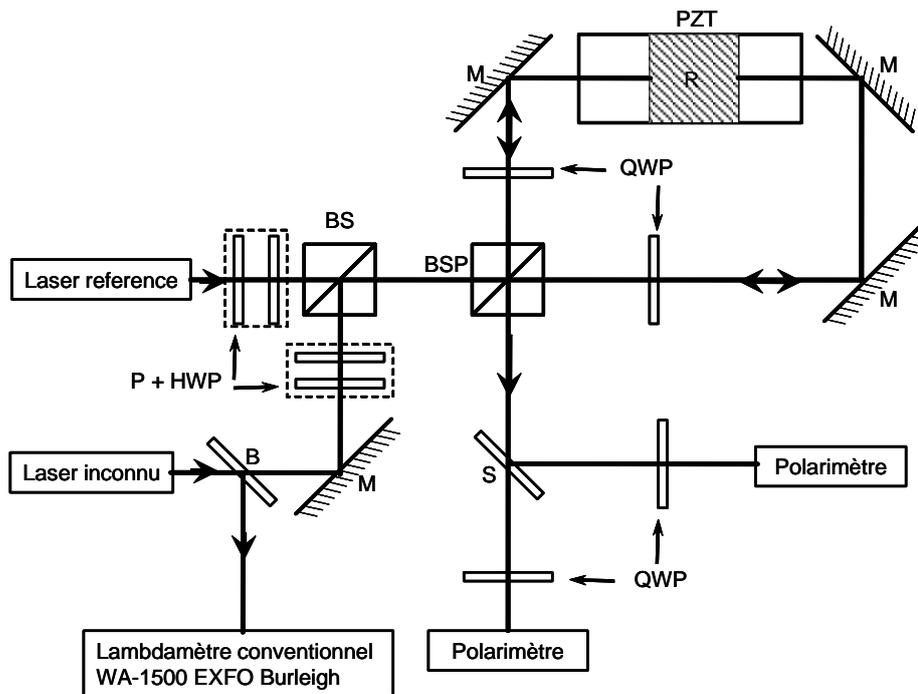


Figure 3.11: Schéma expérimental de mesures comparatives entre le lambdamètre ellipsométrique et le lambdamètre conventionnel. **P** polariseur, **HWP** lame demi-onde, **BS** cube séparateur en intensité, **BSP** cube séparateur en polarisant, **QWP** lame quart-d'onde, **PZT** actionneur piezoélectrique, **B** Lame séparatrice.

Le laser de référence utilisé est un laser Hélium-Néon homodyne (ML10Gold de chez Renishaw), étalonné à l'Institut National de Métrologie. Sa longueur d'onde est connue avec une incertitude relative de  $10^{-8}$ . Les polarimètres sont issus de chez Thorlabs (modèle TXP500). Ils ont des caractéristiques proches du modèle PA450 décrit précédemment. La photographie 3.12 montre le dernier prototype compact que j'ai réalisé.

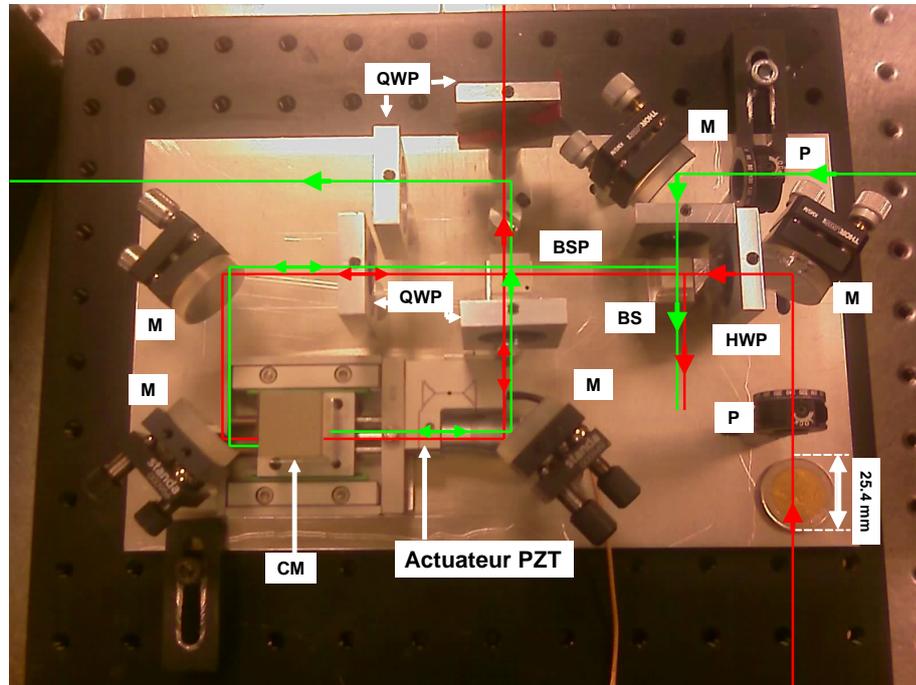


Figure 3.12: Photographie du prototype compact du lambdamètre ellipsométrique réalisé. **BS** cube séparateur en intensité, **BSP** cube séparateur de polarisation, **HWP** lame demi-onde, **M** Miroir, **P** Polariseur, **QWP** Lame quart-d'onde

## 3.5 Résultats expérimentaux et analyses

### 3.5.1 Protocole de mesure

Une application développée en Labview permet de mesurer les valeurs des paramètres ellipsométriques. Le boîtier d'acquisition des polarimètres est relié à la station informatique par une liaison USB rapide (Figure 3.13). Le système de déclenchement d'acquisition du polarimètre est relié au trigger de l'alimentation de l'actionneur. Ce montage permet de déclencher les acquisitions des deux polarimètres au même instant du point de départ et au point d'arrivée de la rampe de déplacement.

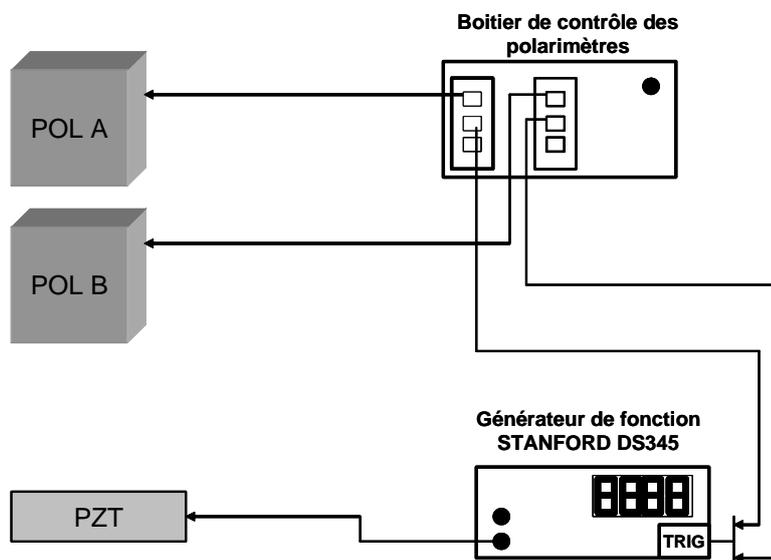


Figure 3.13: Méthode de mesures des paramètres ellipsométriques avec les polarimètres : **POLA** Polarimètre A, **POLB** Polarimètre B, **PZT** actuateur piezoélectrique.

### 3.5.2 Mesure de longueur d'ondes d'une diode laser à cavité étendue

Nous mesurons la rotation du plan de polarisation ( $\psi_{r,i}$ ) pendant le déplacement effectué par l'actionneur piezoélectrique pour chaque laser, le laser de référence et le laser dont nous désirons connaître la longueur d'onde. Le rapport des variations d'azimut mesurées pendant ce déplacement permet de déterminer la longueur d'onde comme nous l'avons vu ci-dessus. Le laser de référence est le laser He-Ne ML10Gold de chez Renishaw avec  $\lambda_r = 632.991$  nm. Le laser de mesure est une diode Laser à Cavité Etendue (LCE). En utilisant les consignes données par le certificat d'étalonnage, nous réglons la LCE à une longueur d'onde  $\lambda_i = 655.953$  nm. La figure 3.14 comporte une photographie du montage expérimentale réalisée pour cette mesure.

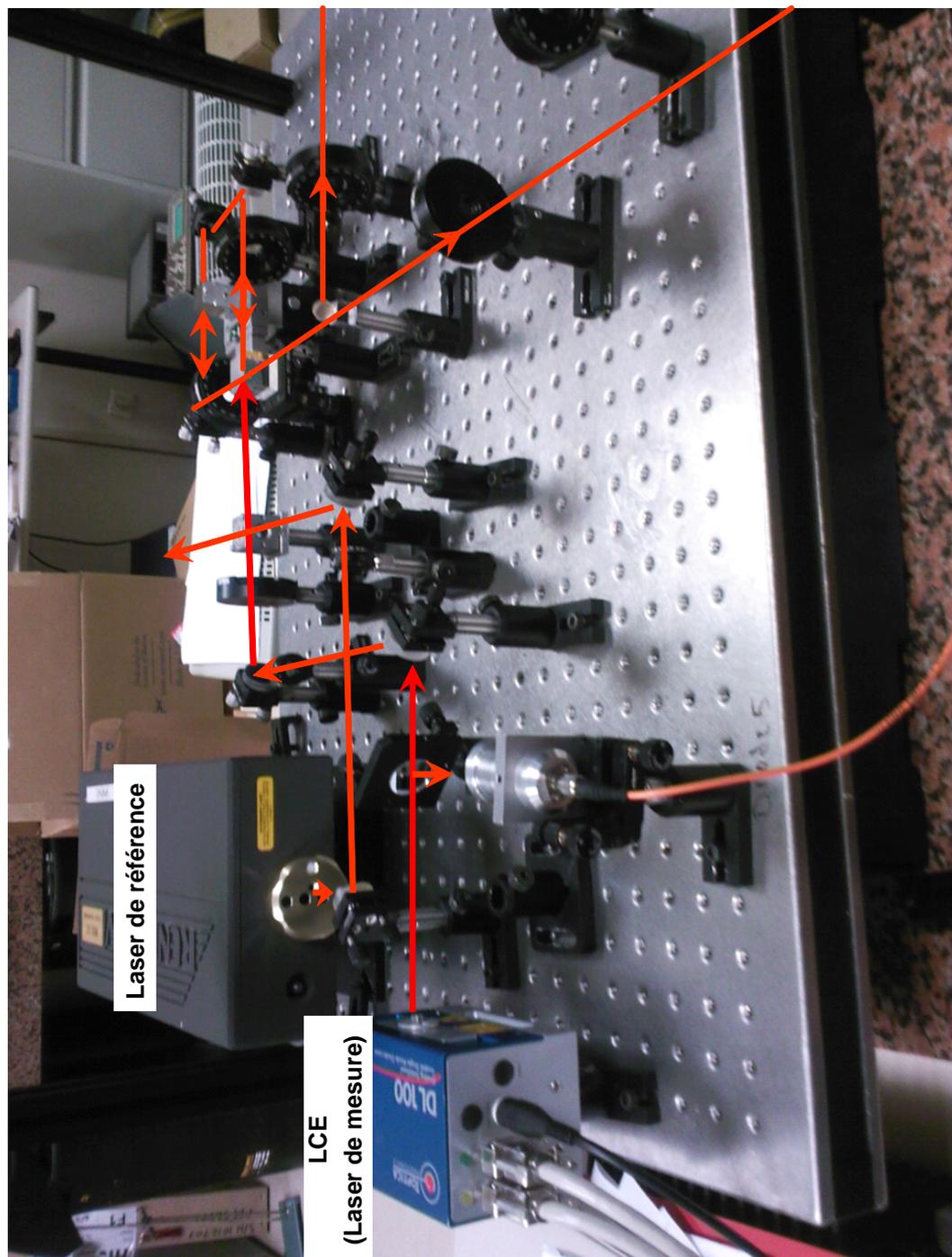


Figure 3.14: Photographie du banc de mesure réalisé pour la mesure de la longueur d'onde d'une diode laser à cavité étendue.

Le graphe de la figure 3.15 présente les variations d'azimut pour les deux lasers. Cette longueur d'onde est confirmée par une mesure effectuée en parallèle avec le lambdamètre commercial WA-1500 Burleigh pendant toute la période d'expérimentation. Le rapport  $\lambda_i/\lambda_r$  (le rapport des longueurs d'ondes), dans ce cas, est de l'ordre 1.036275397.

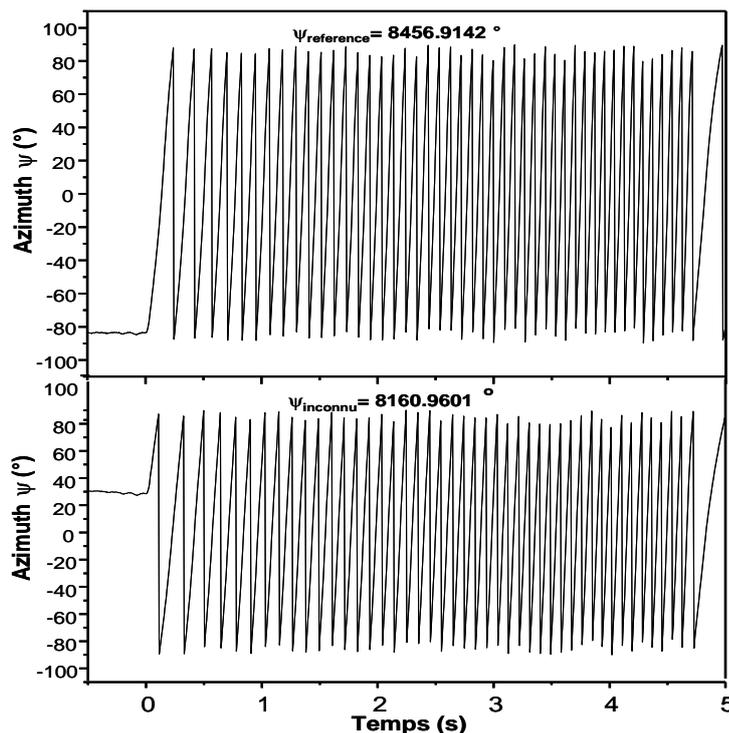


Figure 3.15: Variations des azimuts  $\psi$  pendant un déplacement du miroir mobile de l'interféromètre de Michelson pour le laser de référence (en haut) et le laser inconnu (en bas).

La figure 3.16 illustre la répétabilité de la mesure de longueurs d'ondes avec le dispositif ellipsométrique. Nous avons obtenu une répétabilité  $\sigma = 7 \times 10^{-6}$  sur la valeur moyenne de 655.941 nm. Ce résultat est significatif si l'on tient compte de la plage de balayage de quelques micromètres seulement nécessaire pour obtenir ce niveau d'incertitude.

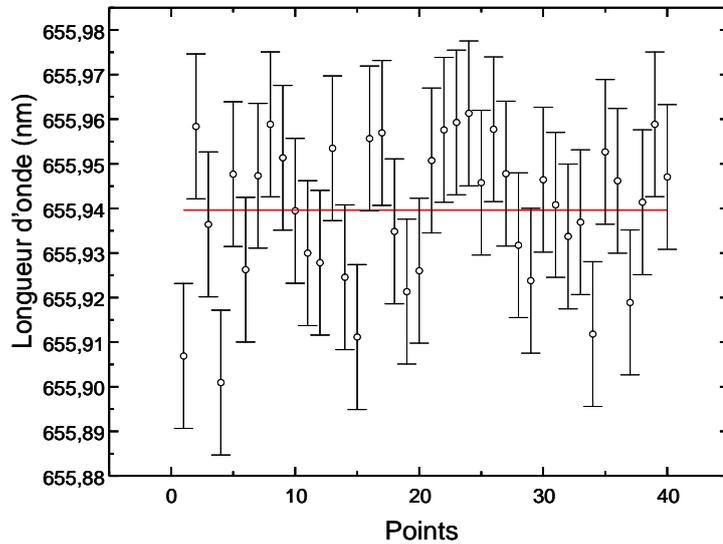


Figure 3.16: Estimation de la répétabilité des valeurs de mesure de longueur d'onde d'une diode laser à cavité étendue.

### 3.5.3 Mesure de longueurs d'ondes d'un laser Nd:YAG doublé

Des mesures ont également été faites avec un laser Nd:YAG vert comme laser inconnu (Figure 3.17). Ce laser a une longueur d'onde de 532,422 nm avec une stabilité en fréquence de  $10^{-6}$  sans asservissement sur le court terme (quelques minutes). La seule modification apportée sur le banc est la substitution du LCE par le laser YAG de telle sorte que les mesures se fassent dans les mêmes conditions que précédemment. En effet, la plupart des composants constituant notre lambdamètre sont large bande dans le visible. Comme dans le cas de la LCE, des mesures de la longueur d'onde du laser sont réalisées simultanément avec le lambdamètre conventionnel utilisé (WA-1500 Burleigh). Le laser de référence est toujours le laser Hélium-Néon ML10 Gold de Renishaw. Nous aboutissons à une répétabilité de  $4 \times 10^{-6}$  représentée sur la figure 3.18. Nous atteignons des exactitudes relatives de  $10^{-6}$  avec un déplacement d'environ  $30 \mu\text{m}$  seulement au lieu de 150 mm pour les lambdamètres commerciaux.

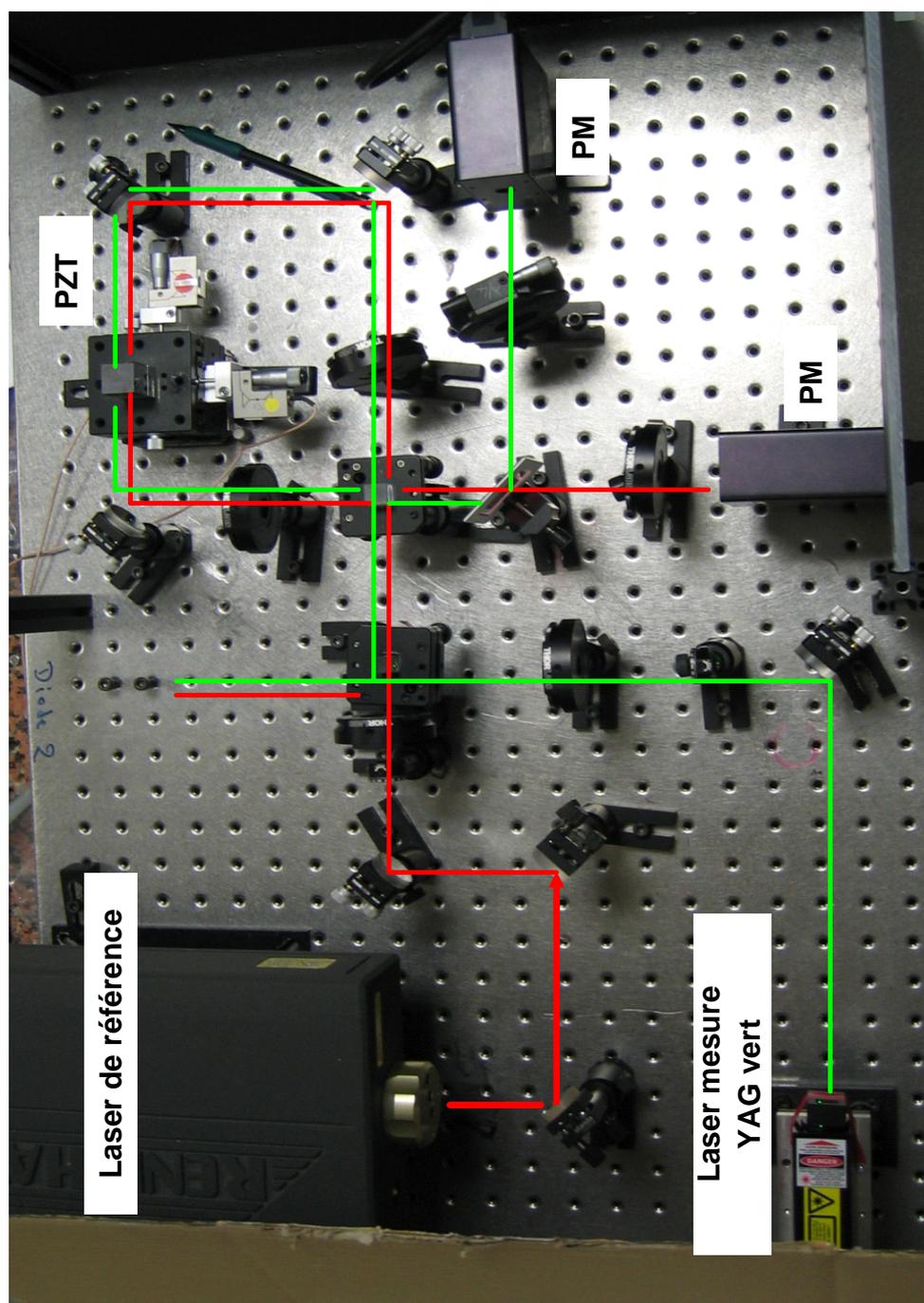


Figure 3.17: Photographie du banc expérimental de mesures de la longueur d'onde d'un laser Nd:YAG vert. **PZT** actionneur piezoélectrique - **PM** Polarimètre.

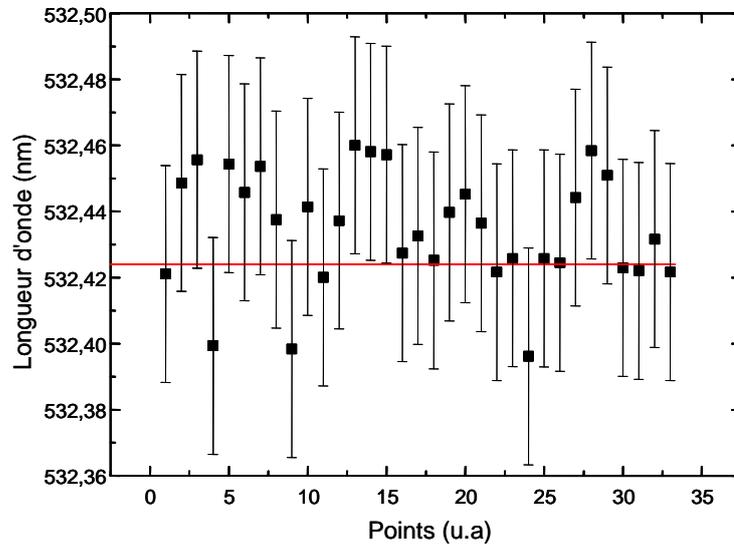


Figure 3.18: Estimation de la répétabilité des valeurs de mesure de longueurs d'ondes d'un laser Nd:YAG vert.

### 3.5.4 Perspectives d'amélioration de l'instrument de mesure

Les perspectives de ce projet consisteront à faire évoluer le dispositif afin d'atteindre une incertitude relative de  $10^{-8}$  sur la mesure de longueurs d'ondes. Pour cela, il faudra lever les limitations traitées ci-dessous.

Au cours des séries de mesures pendant l'expérimentation, nous avons noté une dérive lente de l'angle azimutal à la fin de chaque déplacement réalisé par le système de translation piezoélectrique (Figure 3.19). Cette dérive est due au fait qu'on observe de très faibles déplacements après la fin de la rampe de tension appliquée. En effet, la propriété des matériaux piézoélectriques est responsable d'une dérive à la fin de chaque déplacement en boucle ouverte appelée couramment *creep*. Quand la tension appliquée change, la polarisation rémanente de la céramique piezoélectrique continue de changer; provoquant un changement de position. Cette dérive décroît de manière logarithmique dans le temps. Elle est traduite par l'équation

$$\Delta L(t) \approx \Delta L_{t=0.1} \left[ 1 + \gamma \log \left( \frac{t}{0,1} \right) \right] \quad (3.17)$$

où  $\Delta L(t)$  est le changement de position en fonction du temps,  $\Delta L_{t=0.1}$  est le déplacement après 0.1 s après que la tension soit complètement appliquée,  $\gamma$  le facteur de *creep* qui dépend de la propriété du matériau. En général  $\gamma$  varie de 1% à 2% par décade. Pour remédier à ces problèmes, nous prévoyons de mettre en place un actionneur piézoélectrique asservi en position.

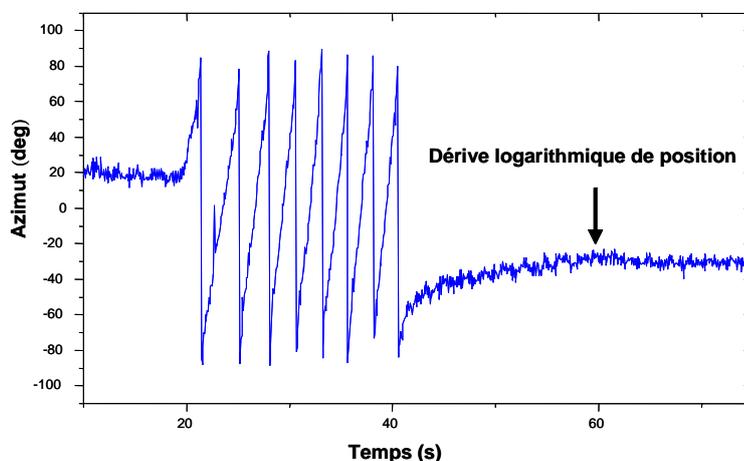


Figure 3.19: Observation du phénomène de glissement (*creep*) de la céramique piézoélectrique observé à la fin de chaque cycle de déplacement en boucle ouverte.

De plus, sur le banc de mesure réalisé, nous étions confronté à des limitations dues à certains composants de notre système. En premier lieu, la limitation se situe au niveau du système de translation. Le système contrôle de l'actionneur piézoélectrique, composé d'un générateur Stanford et d'un amplificateur de tension  $\pm 32$  V, permet un déplacement maximal d'environ  $3 \mu\text{m}$ . Pourtant, il est nécessaire d'effectuer au moins un déplacement de  $220 \mu\text{m}$  afin d'atteindre une exactitude de mesure d'environ  $2 \times 10^{-8}$ . Ensuite, il est trivial que nous ne pouvons pas déterminer une longueur d'onde avec une exactitude relative de  $10^{-8}$  sans que le laser ne soit stabilisé à mieux que  $10^{-8}$ . Il faudra donc asservir les lasers sur une raie de l'iode et monté

un amplificateur HT pour le contrôle de la céramique piezoélectrique sur une plus grande dynamique.

### 3.6 Conclusion

Dans ce chapitre, j'ai présenté les deux dispositifs ellipsométriques que j'ai réalisés au cours de ma thèse : l'interféromètre ellipsométrique basé sur la mesure d'état de polarisation et le lambdamètre ellipsométrique. Après avoir décrit le mode de fonctionnement des lambdamètres conventionnels que nous trouvons dans le commerce ainsi que leurs limites, nous avons présenté et réalisé un nouvel instrument de mesures de longueurs d'ondes basé sur la mesure de l'état de polarisation. Cet instrument a pour avantage d'obtenir la même exactitude dans la détermination de la longueur d'onde que le lambdamètre conventionnel mais avec un déplacement réduit. Pour les mesures réalisées dans les conditions de notre laboratoire, nous avons obtenu une exactitude de  $10^{-6}$  sur la détermination des longueurs d'ondes pour un déplacement d'environ  $30 \mu m$ . Nous avons été limité par les bruits mécaniques, les variations d'indice de réfraction de l'air et aussi par la stabilité du laser. Les applications industrielles sont notamment en télécommunications où le paramètre le plus déterminant n'est pas l'exactitude de mesure mais la portabilité du système et dans ce cas, notre lambdamètre constitue déjà une alternative fiable. Ce travail fait l'objet d'un brevet français.

Dans la seconde partie de mon rapport, je traiterai de ma contribution au projet phare du Laboratoire National de Métrologie et d'Essais (LNME), la Balance du Watt. Ce projet vise à redéfinir l'unité de masse du SI, le Kilogramme, afin de la rendre plus pérenne. En effet, le Kilogramme est la dernière unité du SI à reposer sur un artefact matériel et donc sensible à l'évolution du temps. Ces travaux sont dans la continuité de ceux présentés dans la mesure où j'ai utilisé l'ellipsométrie afin de réaliser un capteur de champ magnétique. Ce capteur a pour vocation de mesurer la direction du

champ d'un aimant permanent et de l'orienter dans une direction privilégiée. Ma contribution a également porté sur la réalisation d'un capteur optique pour mesurer la direction du champ gravitationnel terrestre ; travaux qui seront reportés dans le dernier chapitre.



## CHAPITRE 4

---

### Le projet national de la Balance du Watt

---

#### Sommaire

---

<b>4.1</b>	<b>Introduction au projet de la Balance du Watt .</b>	<b>81</b>
<b>4.2</b>	<b>Principe de la balance du watt . . . . .</b>	<b>82</b>
4.2.1	Phase statique . . . . .	83
4.2.2	Phase dynamique . . . . .	84
4.2.3	Protocole de mesures . . . . .	88
4.2.4	Conclusion . . . . .	89
<b>4.3</b>	<b>Problèmes d’alignement dans le projet balance du watt . . . . .</b>	<b>90</b>
4.3.1	Introduction . . . . .	90
4.3.2	Alignement des axes mécaniques et optiques . . . .	90
4.3.3	Alignement de l’aimant . . . . .	91
<b>4.4</b>	<b>Conclusion . . . . .</b>	<b>92</b>

---



## 4.1 Introduction au projet de la Balance du Watt

Depuis 1889, l'étalon primaire de l'unité de masse est le prototype international en platine iridié, de forme cylindrique et dont la hauteur est égale au diamètre [51]. Il est conservé au Bureau International des Poids et Mesures (BIPM) à Sèvres, sous trois cloches de verres comme on peut le voir sur la figure 4.1. La troisième Commission Générale des Poids et Mesures (CGPM) de 1901 a défini exactement l'unité de masse comme "*Le kilogramme est l'unité de masse ; il est égal à la masse du prototype international du kilogramme*".

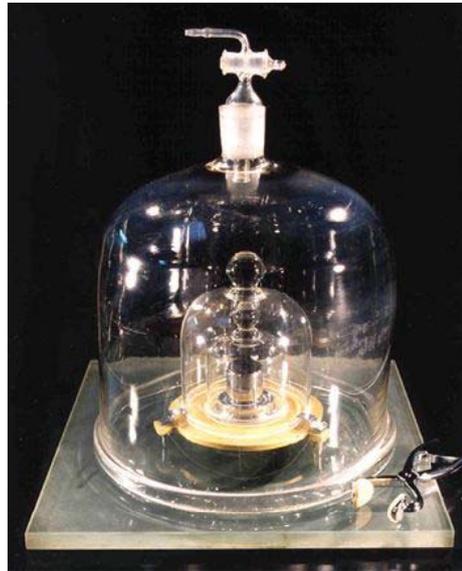


Figure 4.1: Photographie de prototype international du Kilogramme de 1889.  
*Photo BIPM*

L'unité de masse repose donc sur un artefact matériel. C'est la dernière unité de base du Système International d'unités (SI) à ne pas avoir une définition reposant sur une constante fondamentale ou atomique qui lui assurerait une meilleure pérennité. En effet, la définition actuelle du kilogramme n'est pas pérenne. L'usure d'un étalon matériel est liée à son utilisation. Les nettoyages et lavages tendent à diminuer irrémédiablement sa masse alors

que la contamination de sa surface par les poussières et la condensation tend à l'augmenter. Ces phénomènes ont été observés lors d'intercomparaisons périodiques d'un ensemble de prototypes nationaux. Des comparaisons entre l'étalon international du BIPM et des étalons provenant des pays signataires de la Convention du Mètre depuis 1889 ont montré une dérive à long terme de l'ordre de  $3 \mu g$  par décennie [52, 86]. La définition actuelle de l'unité de masse pose donc de nombreux problèmes puisque la stabilité du prototype n'est pas assurée. De plus, les valeurs des copies ne peuvent pas être vérifiées au plus haut niveau sans être directement comparées au prototype international du kilogramme. Le fait qu'un seul étalon assure la traçabilité de la masse à l'échelle mondiale n'est pas sans poser d'importants problèmes logistiques. De plus, l'incertitude relative sur la masse se répercute sur trois autres unités de base du SI : la Mole, la Candela et l'Ampère. Une dérive de l'unité de masse influe également sur la définition des grandeurs électriques telle que le Volt et l'Ohm mais aussi sur les valeurs de certaines constantes fondamentales de la physique comme la constante de Planck.

Pour toutes ces raisons, les métrologues ont estimé qu'une nouvelle définition du kilogramme doit être considérée dans la mesure où il serait possible de relier l'unité de masse à une constante fondamentale avec une incertitude relative d'au moins  $10^{-8}$ . Deux grands projets internationaux sont aujourd'hui en cours : le projet *Avogadro* dont l'objectif est de relier l'unité de masse au nombre d'Avogadro [54, 55, 56, 57] et le projet *Balance du watt* qui nous concerne particulièrement. Le principe de la balance du watt a été proposé en 1976 par B. Kibble du National Physical Laboratory (NPL) [53]. Il est basé sur la comparaison d'une puissance mécanique avec une puissance électrique. Je vais maintenant présenter le principe de ce projet en détails.

## 4.2 Principe de la balance du watt

La balance du watt est composée d'une balance à fléau dont un des bras contient le kilogramme étalon, une bobine plongée dans un champ magnétique de 1 T généré par un aimant permanent [65]. L'autre bras comporte une masse de tarage. L'expérience se déroule en deux étapes. Une première phase statique (Figure 4.2) qui repose sur une mesure de courant et une

seconde phase dynamique (Figure 4.3) qui repose sur une mesure de tension.

### 4.2.1 Phase statique

L'utilisation d'une balance composée d'un fléau permet de disposer d'une masse de tarage qui équilibre le montage à l'instant initial. Lors de cette étape, l'étalon de 1 kg est placé du côté de la bobine. La masse de tarage étant égale à la masse du montage, le fléau va se déséquilibrer d'une quantité correspondant à 1 kg.

Un conducteur de longueur  $L$  placé dans un champ magnétique radial est parcouru par un courant  $I$  de façon à ce que la force de Laplace engendrée soit verticale et compense le poids  $m \times g$ . Dans cette première phase nous avons donc

$$m \times g = B \times L \times I \quad (4.1)$$

où  $m$  est la masse étalon,  $g$  l'accélération de la pesanteur,  $B$  la valeur de l'induction magnétique.

Pour obtenir une incertitude relative de  $10^{-8}$  sur la masse, il faut mesurer chaque paramètre de cette égalité avec une incertitude moindre. La mesure de  $g$  à l'échelle relative des  $10^{-9}$  se fera à l'aide d'un gravimètre à atomes froids développé par le LNME-SYRTE [60, 61].

La mesure du courant  $I$  avec une incertitude relative de quelques  $10^{-9}$  est rendue possible grâce à l'utilisation de l'effet Hall quantique [62]. Cette mesure est à la charge du LNME. Cependant, il n'est pas possible de mesurer le produit  $B \times L$  avec un tel niveau d'inexactitude. C'est pour cette raison qu'il existe une seconde phase dynamique afin d'éliminer ce produit.

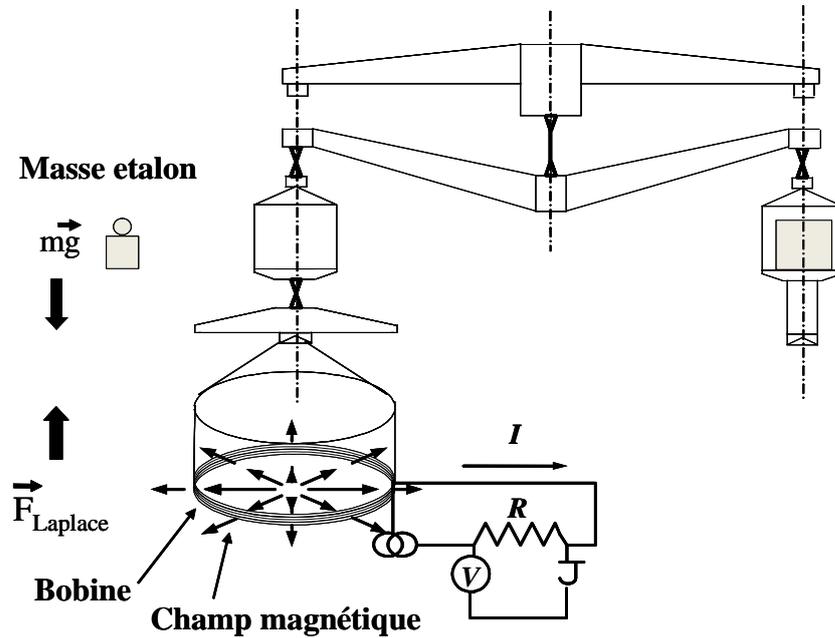


Figure 4.2: Phase statique de l'expérience balance du watt.

### 4.2.2 Phase dynamique

Durant la phase dynamique, l'ensemble de la balance est déplacé, dans le même champ magnétique, sur l'axe vertical à la vitesse  $v$ . La tension induite  $\xi$  qui apparaît aux bornes de la bobine s'exprime par

$$\xi = B \times L \times v. \quad (4.2)$$

Le produit  $B \times L$  peut être tiré de l'équation 4.1 et reporté dans l'équation 4.2, donnant une relation qui relie une puissance mécanique (terme de gauche de l'équation 4.3) à une puissance électrique (terme de droite)

$$m \times g \times v = \xi \times \frac{V}{R}. \quad (4.3)$$

Le courant  $I$ , mesuré par la différence de potentiel  $V$  qu'il provoque aux bornes d'une résistance  $R$  et la tension  $\xi$  peuvent être déterminés par com-

paraison à un étalon de tension Josephson et à un étalon quantique de résistance.

Une fois ces relations injectées dans l'équation 4.3 nous obtenons *in fine*

$$\frac{m}{h} = \frac{A}{4gv} \quad \text{avec} \quad A = \frac{n_1 n_2 f_1 f_2 i}{k} \quad (4.4)$$

où  $h$  est la constante de Planck,  $f_1$  et  $f_2$  représentent les fréquences d'irradiation des jonctions Josephson [62] pendant la mesure de  $\xi$  et de  $V$ ,  $k$  est relatif à la mesure de la résistance  $R$  et  $i$  est un nombre entier.

La vitesse de déplacement de la balance durant cette phase dynamique est de  $2 \text{ mm.s}^{-1}$ . Elle doit, comme les autres paramètres, être contrôlée à l'échelle des  $10^{-9}$ , *i.e.* avec une incertitude relative de  $2 \text{ pm.s}^{-1}$ . Une méthode interférométrique de contrôle de vitesse a été développée au laboratoire dans le cadre de la thèse de Marwan Wakim.

La connaissance de la masse  $m$  permet de déterminer la constante de Planck et l'invariance de cette constante constitue une référence de stabilité de l'étalon de masse. Les travaux qui ont déjà été menés ont montré qu'une incertitude relative de  $10^{-8}$  peut être atteinte.

L'objectif de la balance est double. Elle permet d'améliorer la connaissance des grandeurs électriques par la détermination des constantes fondamentales liées à l'électricité et de caractériser l'évolution de l'étalon en fonction de ces constantes.

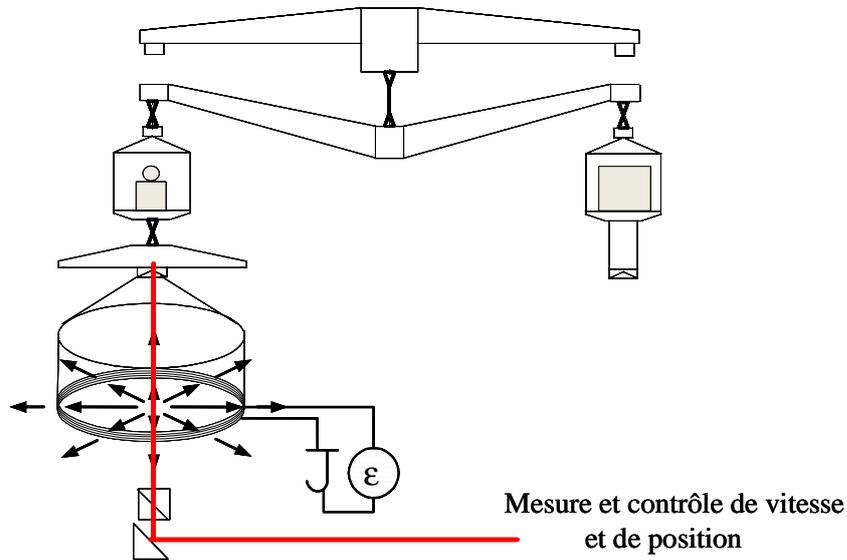


Figure 4.3: Phase dynamique de l'expérience balance du watt.

Une vue 3D de la balance du watt française est donnée dans la figure 4.4. Le comparateur de force est un fléau symétrique dont les pivots sont constitués par des lames flexibles [63, 64]. La bobine reste suspendue en-dessous d'un des bras du comparateur de forces durant les deux phases. Ce choix a été fait afin de minimiser les effets d'hystérésis du comparateur de forces et d'éviter le désalignement possible durant les deux étapes de la mesure.

Durant la phase statique, une masse de 500 g composée d'un alliage précieux à faible susceptibilité magnétique est équilibrée par un courant de 5 mA injecté dans la bobine de 27 cm de diamètre. Le champ magnétique est généré par un aimant permanent, pesant 350 kg environ, en samarium-cobalt assurant une induction de 1 T au niveau de l'entrefer et une variation du champ inférieure à  $10^{-4}$  en valeur relative sur la distance de déplacement [59].

L'ensemble (bobine + fléau) est accroché à une platine de translation qui garantit un mouvement vertical dont les défauts de rectitude, de tangage et de lacet sont inférieurs au micromètre.

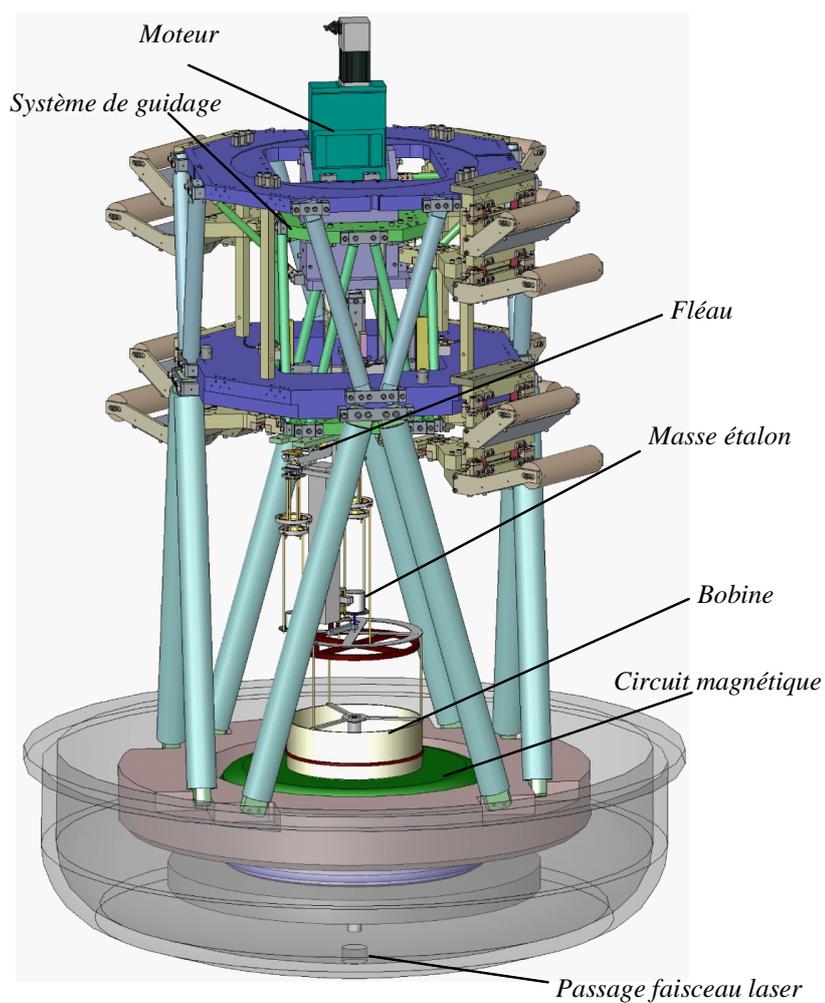


Figure 4.4: Vue 3D de l'ensemble de la balance du watt du LNME (second prototype).

### 4.2.3 Protocole de mesures

Chaque mesure est une succession d'une phase dynamique, d'une phase statique puis à nouveau d'une phase dynamique. Les différentes phases sont effectuées de manière à minimiser l'influence des dérives du dispositif expérimental et de manière à réduire autant que possible les temps morts entre les instants de mesure. Les mesures de tension durant les phases dynamiques sont réalisées en déplaçant la bobine avec la même vitesse dans les deux directions de l'axe vertical (descendant et ascendant) afin d'avoir deux tensions égales en valeurs absolues mais de signes contraires. De même lors de la phase statique, on équilibre la masse étalon en agissant de deux manières opposées sur la bobine par deux courants de sens opposé mais de valeurs égales.

Voici les séquences successives pour chaque mesure avec la balance :

**Séquence 1 :** La bobine est positionnée au point zéro, qui correspond à la position centrale dans l'aimant, théoriquement l'endroit où la variation de l'induction magnétique est minimale. Le fléau de la balance est bloqué mécaniquement car les masses ne sont pas équilibrées (la masse  $M$  de la bobine d'un côté et une masse de tare de valeur  $m' = M + m/2$  de l'autre côté où  $m$  est la masse de l'étalon).

**Séquence 2 :** La bobine est positionnée à une hauteur maximale de 36 mm (par rapport au point zéro). Le fléau est toujours bloqué mécaniquement.

**Séquence 3 :** Le moteur linéaire déplace la bobine sur toute la course (de + 36 mm à - 36 mm). Les valeurs de la vitesse et de la tension sont enregistrées simultanément sur un PC. La zone de mesure réelle est comprise entre +20 mm et -20 mm. Au-delà, nous avons respectivement une zone d'accélération et de décélération.

**Séquence 4 :** La bobine est repositionnée au point zéro pour accomplir la phase statique.

**Séquence 5 :** Le fléau est débloqué. La masse «  $m/2$  » (qui s'ajoute à la masse de tare de la bobine) est équilibrée par une force de Laplace  $F_+$  créée par un courant  $I_+$ .

**Séquence 6 :** L'étalon de masse  $m$  est placé sur le plateau situé au dessus de la bobine.

**Séquence 7 :** Une force  $F_-$ , générée par un courant  $I_-$  et égale à  $F_+$  en valeur absolue, rééquilibre le fléau.

**Séquence 8 :** La bobine est positionnée cette fois-ci à la hauteur minimale de -36 mm afin d'accéder à une phase dynamique ascendante. Le fléau est de nouveau bloqué mécaniquement.

**Séquence 9-13 :** Les séquences sont alors identiques ('symétriquement') aux séquences 3-7. L'inversion de polarité de la tension permet d'éliminer les effets de certaines erreurs systématiques.

**Séquence 14 :** La bobine est repositionnée au point zéro. La mesure est terminée.

#### 4.2.4 Conclusion

Des projets de balances du watt ont été initiés dans différents laboratoires de métrologie à travers le monde : au Royaume Uni (National Physical Laboratory-NPL) [66, 67], aux Etats-Unis (National Institute of Standard and Technology-NIST) [68, 69, 70], en Suisse (Metrologie Und Akkreditierung Schweiz-METAS) [71, 72, 73] et au BIPM (Sèvres) [74]. Chacune a ses propres spécificités de réalisation et de procédure de mesures. Seule la balance du watt américaine a apporté, pour l'instant, des résultats à l'échelle des  $10^{-8}$  [75]. Les premières mesures de la balance française sont prévues pour la fin de l'année 2008. Une redéfinition du Kilogramme est attendue lors de la prochaine réunion de la Commission Générale des Poids et Mesures en 2011.

## 4.3 Problèmes d'alignement dans le projet balance du watt

### 4.3.1 Introduction

Ce projet comporte plusieurs axes qu'il faudra prendre soin d'aligner. Le poids s'orientera naturellement suivant l'axe gravitationnel terrestre. Cet axe  $\vec{g}$  servira d'axe de référence. Il faudra donc aligner (de manière colinéaire ou perpendiculaire) les différents axes mis en jeu. Le second axe important est l'orientation du champ magnétique de l'aimant permanent. Ce champ est radial. Il sera donc nécessaire de l'orienter perpendiculairement à  $\vec{g}$ . Durant la phase dynamique, la mesure et le contrôle de la vitesse se fait par interférométrie. Là encore, une erreur peut apparaître si le faisceau laser n'est pas parfaitement colinéaire à  $\vec{g}$ . À cet égard, j'ai travaillé sur le développement d'un inclinomètre Fabry Perot. Les travaux relatifs à ce capteur seront présentés dans le sixième chapitre. Les autres axes sont l'axe mécanique de translation, contrôlé par interférométrie optique et enfin l'axe de la bobine. Ces deux derniers axes doivent être colinéaire à l'axe gravitationnel terrestre.

### 4.3.2 Alignement des axes mécaniques et optiques

Nous avons vu que pour aboutir à une meilleure définition du Kilogramme, il est nécessaire de mesurer la vitesse de déplacement d'une balance sur 80 mm avec une vitesse de 2mm/s et une incertitude relative de  $10^{-9}$ . Cette vitesse est mesurée par interférométrie. Pour atteindre une incertitude de  $10^{-9}$  sur la vitesse, il est nécessaire d'aligner l'axe mécanique de translation verticale et l'axe optique de mesure de la vitesse avec l'axe gravimétrique à mieux que  $45 \mu\text{rad}$ . La figure 4.5 résume les différents alignements nécessaires entre les trois axes : mécanique  $\vec{V}$  (en vert), gravitationnel  $\vec{F}_m$  (en bleu) et optique  $\vec{\lambda}$  (en rouge). Il faut non seulement faire coïncider le centre de masse ( $\otimes$ ) avec le centre optique ( $\bullet$ ) (*i.e.*  $\rho_X = 0$ ) mais également rendre les angles  $\varphi$  et  $\alpha$  nuls. Comme je l'ai déjà précisé auparavant, l'ajustement de l'axe optique se fera à l'aide d'un inclinomètre absolu basé sur une cavité Fabry Perot (présenté dans le sixième chapitre). Le tangage, le lacet et le roulis auquel l'axe mécanique

sera soumis seront mesurés à l'aide d'un interféromètre optique. Ces défauts seront minimisés lors de la conception mécanique de la structure générale du système de translation mécanique mise en place dans le cadre du projet.

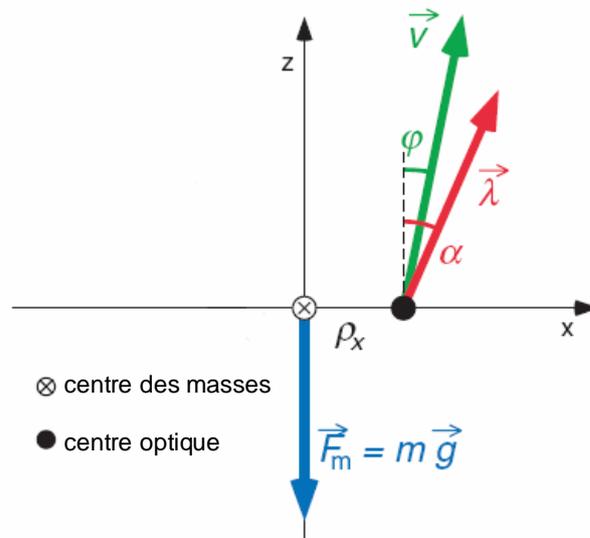


Figure 4.5: Alignement des axes optiques de mesure et de déplacement mécanique.

### 4.3.3 Alignement de l'aimant

Pendant la phase statique, la force de Laplace générée  $\vec{F}_e$  pour compenser le poids  $\vec{F}_m = m \vec{g}$ , doit être orientée suivant l'axe gravimétrique (Figure 4.6). Cette force  $\vec{F}_e$  dépend de l'induction magnétique  $\vec{B}$  aussi bien en intensité qu'en direction. Le champ magnétique de 1 T est généré par un aimant de manière radiale. L'alignement de l'aimant revient alors à contrôler l'alignement de l'axe de révolution du champ magnétique. Il faut donc faire coïncider le centre de masse (⊗) et le centre électrique (○) et également veiller à rendre  $\psi = 0$ . L'ajustement du champ magnétique se fera à l'aide du capteur Faraday que j'ai développé au cours de ma thèse et décrit ci-après.

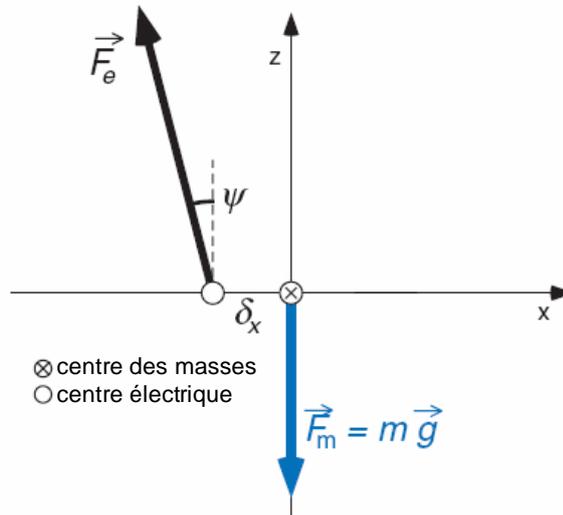


Figure 4.6: Alignement de l'axe de révolution du champ magnétique avec l'axe gravitationnel.

## 4.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons décrit le projet Balance du Watt en vue d'une redéfinition du kilogramme. Le projet balance du watt du LNME espère atteindre voire dépasser l'incertitude obtenue par la balance du watt américaine afin d'apporter tous les arguments nécessaires au CGPM pour redéfinir l'unité de masse lors de leur prochaine réunion de 2011. J'ai également présenté dans cette partie, les contraintes en terme d'alignement des différents axes mis en jeu dans le projet. Ma contribution à ce projet a porté essentiellement sur cette problématique.

## CHAPITRE 5

---

### Capteur polarimétrique pour l’alignement de l’aimant permanent

---

#### Sommaire

---

<b>5.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>95</b>
<b>5.2</b>	<b>Classification des capteurs de champ magnétique</b>	<b>95</b>
<b>5.3</b>	<b>Quelques rappels sur l’effet Faraday</b>	<b>97</b>
5.3.1	Introduction	97
5.3.2	Biréfringence linéaire	97
5.3.3	Biréfringence circulaire	98
5.3.4	Description phénoménologique de l’effet Faraday	98
<b>5.4</b>	<b>Principe de notre capteur polarimétrique</b>	<b>99</b>
<b>5.5</b>	<b>Caractérisation métrologique du capteur polarimétrique</b>	<b>102</b>
<b>5.6</b>	<b>Mesures sur l’aimant de l’expérience balance du watt</b>	<b>104</b>
5.6.1	Protocole de mesure	104
5.6.2	Description du montage expérimental	107
<b>5.7</b>	<b>Conclusion</b>	<b>109</b>

---



## 5.1 Introduction

Ce chapitre décrit les travaux que j'ai menés pour la réalisation d'un capteur sensible à la direction du champ magnétique radial de l'aimant permanent composant la balance du watt du LNME. Ce capteur repose sur l'effet Faraday dont un rappel sera fait ci-après.

Une classification des capteurs existants est faite dans une première partie. Puis je présente notre capteur polarimétrique, son principe, sa réalisation et sa caractérisation expérimentale. Dans la dernière partie du chapitre, nous présenterons les premiers résultats obtenus sur l'aimant définitif de la balance du watt au LNME sur le site de Trappes.

## 5.2 Classification des capteurs de champ magnétique

Les méthodes de mesure de champ magnétique sont assez nombreuses. On peut citer par exemple : la sonde à effet Hall, le capteur magnétorésistif, la sonde à effet Wiegand, le capteur à transistor magnétique, SQUID, les flux-gates, capteurs magnétiques à fibre optique, capteurs à résonance magnétique nucléaire... et la liste n'est pas exhaustive.

La figure 5.1 permet de les classer suivant leur aptitude à mesurer des champs forts (gaussmètres) ou des champs faibles (magnétomètres).

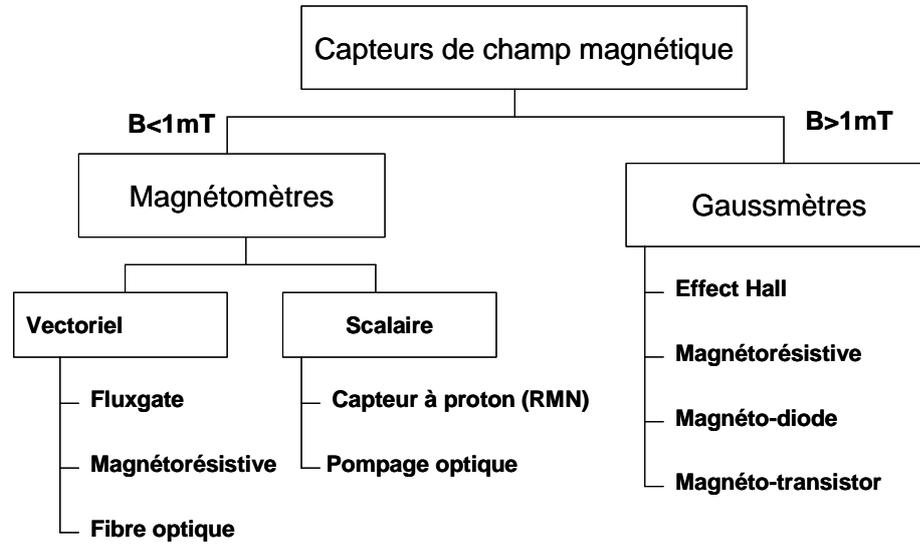


Figure 5.1: Classification des capteurs de champ magnétique.

Nous présentons ici la sonde effet Hall qui est celui que nous avons utilisé à titre de comparaison avec notre capteur polarimétrique. La sonde Hall est largement le capteur de champ magnétique le plus répandu. Son principe est basé sur l'effet Hall. Il est également beaucoup utilisé comme capteur de position, de vitesse, de rotation ou de courant du fait qu'il permet des mesures sans contact. Sa simplicité et ses bonnes caractéristiques sont dues en partie à sa compatibilité avec les technologies en microélectronique. Le paramètre de sortie du capteur est une tension dite tension de Hall  $V_H$ . Le paramètre d'entrée est évidemment la valeur de l'induction magnétique. La relation de transfert du capteur est donnée par

$$V_H = K \times I \times B \quad (5.1)$$

où  $K$  est une constante dépendant du semi-conducteur utilisé dans la réalisation du capteur,  $I$  le courant qui y circule.

Plusieurs facteurs externes induisent des erreurs de mesures ; notamment les erreurs géométriques dues au fait qu'on n'a jamais de symétrie parfaite de la construction de la jonction. Une autre source d'erreur est la variation de densité dans le dopage du semi-conducteur. Ces erreurs aboutissent à

une erreur *systématique* appelée *offset* qui peut aller jusqu'à 10 nT. D'autres problèmes perturbent également la mesure parmi lesquels la stabilité à long terme qui est de l'ordre de  $10^{-4}$ /an en valeur relative, le bruit du semi-conducteur et la sensibilité à la température de l'ordre 0.1% par Kelvin.

Ce type de capteur sera utilisé par la suite pour caractériser la sensibilité de notre capteur polarimétrique ainsi que pour détecter ses éventuelles erreurs systématiques. Nous allons maintenant faire quelques rappels sur l'effet Faraday avant d'aborder la réalisation du capteur.

## 5.3 Quelques rappels sur l'effet Faraday

### 5.3.1 Introduction

L'effet Faraday repose sur l'anisotropie (ou biréfringence) circulaire. Nous commencerons par faire quelques rappels sur la biréfringence linéaire, puis circulaire et nous aborderons l'effet Faraday de manière phénoménologique dans la dernière partie.

### 5.3.2 Biréfringence linéaire

Dans la biréfringence linéaire, les états propres de polarisation sont des états de polarisations linéaires. La propagation d'une onde lumineuse monochromatique dans un milieu anisotrope linéaire implique la propagation deux états propres rectilignes et orthogonaux  $D_s$  et  $D_p$ . La traversée du matériau introduit des déphasages  $\phi_s$  et  $\phi_p$  respectivement égaux à  $n_s k_0 e$  et  $n_p k_0 e$  où  $n_s$  et  $n_p$  sont les indices des axes ordinaire et extraordinaire du matériau et  $e$  son épaisseur.

$$\begin{aligned} D'_s &= e^{i\phi_s} D_s \\ D'_p &= e^{i\phi_p} D_p \end{aligned} \tag{5.2}$$

Les états de polarisation  $D'_s$  et  $D'_p$  des faisceaux après propagation dans le matériau se trouvent alors déphasés par rapport aux polarisations  $D_s$  et  $D_p$  originelles. En considérant que toute polarisation incidente et émergente d'un milieu anisotrope linéaire puisse se décomposer sur les états propres  $D_s$

et  $D_p$ , on peut écrire que

$$\begin{aligned} V_e &= \alpha_e D_s + \beta_e D_p \\ V_s &= \alpha_s D'_s + \beta_s D'_p \end{aligned} \quad (5.3)$$

et aboutir à la formulation matricielle suivante

$$V_s = M V_e \quad (5.4)$$

$$\begin{bmatrix} \alpha_s \\ \beta_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{i\phi_s} & 0 \\ 0 & e^{i\phi_p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_e \\ \beta_e \end{bmatrix}. \quad (5.5)$$

### 5.3.3 Biréfringence circulaire

Certains matériaux se comportent comme des lames rotatrices de polarisation, une propriété liée à leur activité optique. On trouve cette activité optique dans les matériaux dont les molécules ont une structure cristallographique particulière comme par exemple dans le Quartz, le Sellenium, le Tellurium, et le Tellurium-Oxyde. Les modes propres de polarisation dans ces milieux sont les états circulaires droite et gauche. Tout état de polarisation incident se trouvera décomposé en une combinaison de ces deux états propres. L'activité optique a un effet différent sur les polarisations circulaires droites et gauches. Elle crée une différence entre les vitesses de propagation entre les vibrations circulaires droite et gauche ce qui provoque une rotation d'angle du plan de polarisation émergeant correspondant à  $\pi(n_- - n_+)d/\lambda$  où  $d$  est la distance parcourue dans le milieu,  $n_+, n_-$  sont les indices effectifs vus par les états de polarisation circulaire droite et gauche, respectivement. La rotation  $\psi$  du plan de polarisation par unité de longueur est alors

$$\psi = \frac{\pi(n_- - n_+)}{\lambda}. \quad (5.6)$$

### 5.3.4 Description phénoménologique de l'effet Faraday

D'autres matériaux se comportent comme des rotateurs de polarisation quand ils sont placés dans un champ magnétique statique. Cette propriété est communément appelée *effet Faraday*. L'angle de rotation est proportionnel à la

distance parcourue dans le milieu et au pouvoir rotatoire du matériau. Le pouvoir rotatoire est proportionnel à la composante du champ magnétique dans la direction de propagation. L'effet Faraday est dû à l'action d'un champ magnétique longitudinal c'est-à-dire parallèle à la direction de propagation de la lumière. La rotation du plan de polarisation est donnée de manière semi-empirique par

$$\psi = V \times B_L \times L \quad (5.7)$$

où  $L$  est la longueur parcourue par le faisceau dans le milieu soumis au champ magnétique,  $V$  la constante de Verdet du matériau,  $B_L$  étant la composante suivant la direction de propagation du faisceau. Si on pose  $\alpha$  comme l'angle entre le faisceau laser et la direction du champ magnétique (on suppose que l'axe cristallographique du milieu est parfaitement aligné avec l'axe de propagation du faisceau) alors  $B_L = B \times \sin(\alpha)$  et donc

$$\psi = V \times B \times L \times \sin(\alpha). \quad (5.8)$$

Comme pour l'activité optique naturelle, le pouvoir rotatoire induit par l'effet Faraday dépend de la longueur d'onde de la lumière et de la température ambiante. À titre d'exemple voici quelques matériaux ayant un fort pouvoir rotatoire: Yttrium-Iron-Garnet (YIG), Terbium-Gallium-Garnet (TGG  $\text{Tb}_3\text{Ga}_5\text{O}_{12}$ ) et le Terbium-Aluminium-Garnet (TbAIG).

L'équation 5.8 est valable pour les matériaux paramagnétiques et diamagnétiques, mais ne peut pas être appliquée à certains matériaux tels que les matériaux ferromagnétiques. Dans ces derniers, la rotation de Faraday n'est pas proportionnelle au champ magnétique externe mais plutôt à la magnétisation de ceux-ci, le signe de la magnétisation déterminant le sens de la rotation.

## 5.4 Principe de notre capteur polarimétrique

Le capteur polarimétrique, développé au sein du Laboratoire d'Ingénierie des Systèmes de Versailles, est basé sur l'utilisation de l'effet Faraday. Son principe consiste à utiliser le pouvoir rotatoire d'un cristal anisotrope en

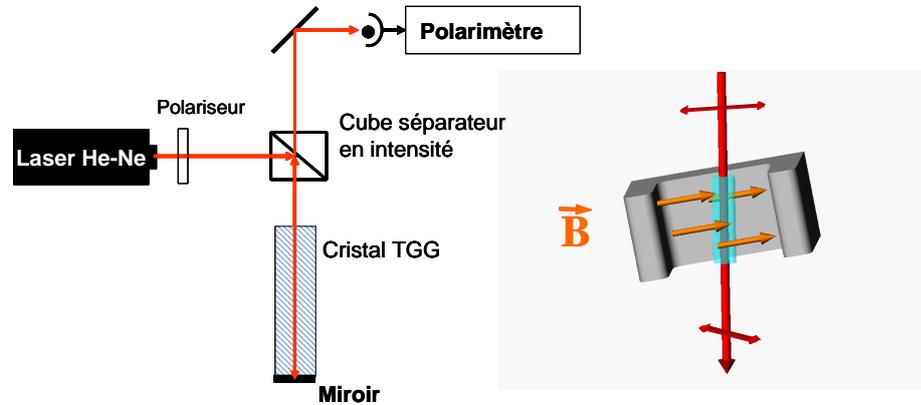


Figure 5.2: Principe du capteur polarimétrique développé au LISV

présence d'un champ magnétique en vue de déterminer la composante de ce champ suivant l'axe de propagation du faisceau. Il existe de nombreuses publications décrivant des capteurs basés sur l'effet Faraday [77, 78, 79, 80, 81, 82, 83] ; les différences portant sur la sensibilité, la compacité ou encore la large gamme de mesures des dispositifs. Contrairement à la référence [84], nous avons choisi d'utiliser le pouvoir rotatoire d'un cristal anisotrope de TGG qui a une constante de Verdet plus élevée. La figure 5.2 donne une vue schématique du capteur. Un laser Hélium-Néon est utilisé comme source lumineuse. Un polariseur Glan-Taylor orienté à  $45^\circ$  est utilisé pour polariser le laser afin d'éviter l'erreur systématique induite par une polarisation partielle du faisceau [85]. Un cube séparateur en intensité permet de dévier le faisceau verticalement vers le cristal ; ce dernier étant plongé dans l'entrefer de l'aimant permanent. Le cristal de Terbium-Gallium-Garnet (TGG), de forme cylindrique, a été traité de manière à réfléchir le faisceau incident sur sa surface de sortie (Figure 5.3). Le faisceau fait donc un aller-retour ; ce qui permet de doubler la longueur effective du cristal. À la sortie du cristal, la polarisation aura donc tourné d'un angle correspondant à  $2\theta$ . Cette configuration permet d'obtenir une sensibilité deux fois meilleure par rapport à la configuration en simple passage. La rotation du plan de polarisation est mesurée à l'aide du polarimètre TXP500 présenté dans le chapitre 3 de ce manuscrit.

Compte tenu du double passage, la sensibilité devient donc

$$\theta = 2 \times V \times B \times L \times \sin(\alpha) \quad (5.9)$$

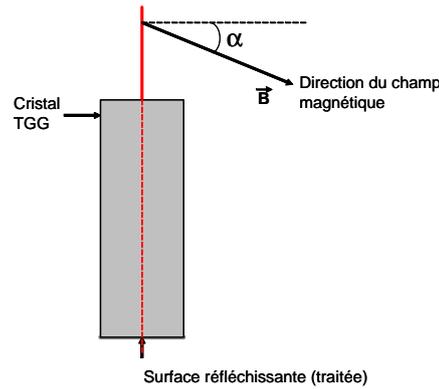


Figure 5.3: Capteur de Faraday avec un cristal TGG avec une face inférieure réfléchissante.

Notre polarimètre a une résolution de  $0,01^\circ$  sur les paramètres ellipsoïdiques  $\psi$  et  $\Delta$ . Compte tenu que, dans notre cas, la longueur du cristal est de 25 mm, la constante de Verdet vaut  $134 \text{ rad.T}^{-1}.\text{m}^{-1}$  à la longueur d'onde de  $\lambda = 632,8 \text{ nm}$  et l'induction magnétique est de 1 Tesla, la résolution théorique de notre dispositif est donc de

$$\alpha_{\min} = \arcsin\left(\frac{\psi}{2VBL}\right) = 26 \mu\text{rad}. \quad (5.10)$$

Des polarimètres récemment disponibles dans le commerce permettent de mesurer  $\psi$  avec une résolution de  $0.001^\circ$ ; ce qui pourrait nous permettre d'atteindre une résolution de  $2.6 \mu\text{rad}$ . L'objectif imposé par le cahier de charge du projet balance du watt est de mesurer la composante verticale du champ magnétique dans l'entrefer de l'aimant à mieux que  $45 \mu\text{rad}$ . Notre dispositif est donc *a priori* en mesure de répondre à cette demande.

## 5.5 Caractérisation métrologique du capteur polarimétrique

Nous avons mis en place un banc de test en vue de vérifier la sensibilité et la linéarité des mesures issues de notre capteur polarimétrique. Pour cela, nous avons construit une bobine alimentée par une source de courant continu. Le champ magnétique généré par la bobine comportant  $N$  spires et parcourue par un courant  $I$  est donné par

$$\vec{B} = \mu_0 \times N \times I \times \vec{u}_z \quad (5.11)$$

où  $\vec{u}_z$  est le vecteur unitaire de l'axe transversal de la bobine. Notre alimentation délivre au maximum un courant de 6 A, nous permettant d'atteindre au mieux un champ magnétique de 60 mT. *in fine*, le capteur est prévu pour fonctionner sous un champ de 1 Tesla, nous émettons l'hypothèse que les caractéristiques de notre capteur demeure linéaire dans cette gamme de valeurs de champ.

Les mesures de champ magnétique sont effectuées simultanément avec la sonde Hall et le capteur polarimétrique en faisant varier le courant  $I$  parcourant les spires de la bobine. Compte tenu que le courant est proportionnel au champ magnétique, les réponses des capteurs utilisés doivent être théoriquement linéaire. La figure 5.4 montre le banc d'expérimentation pour caractériser le capteur polarimétrique. Pour une meilleure sensibilité dans la mesure de l'azimut  $\psi$ , il est nécessaire que l'état de polarisation du faisceau soit parfaitement rectiligne (ellipticité nulle). Le polariseur doit avoir un taux d'extinction très élevé. Le taux d'extinction d'un polariseur est défini par sa capacité à atténuer des polarisations linéaires qui ne sont pas dans son axe propre. Ce taux est calculé en faisant le ratio de la transmission quand le polariseur est aligné suivant la direction de la polarisation et la transmission quand on tourne le polariseur d'un quart de tour. Mon choix s'est porté sur un polariseur de type Glan-Taylor possédant un taux d'extinction de 100000:1.

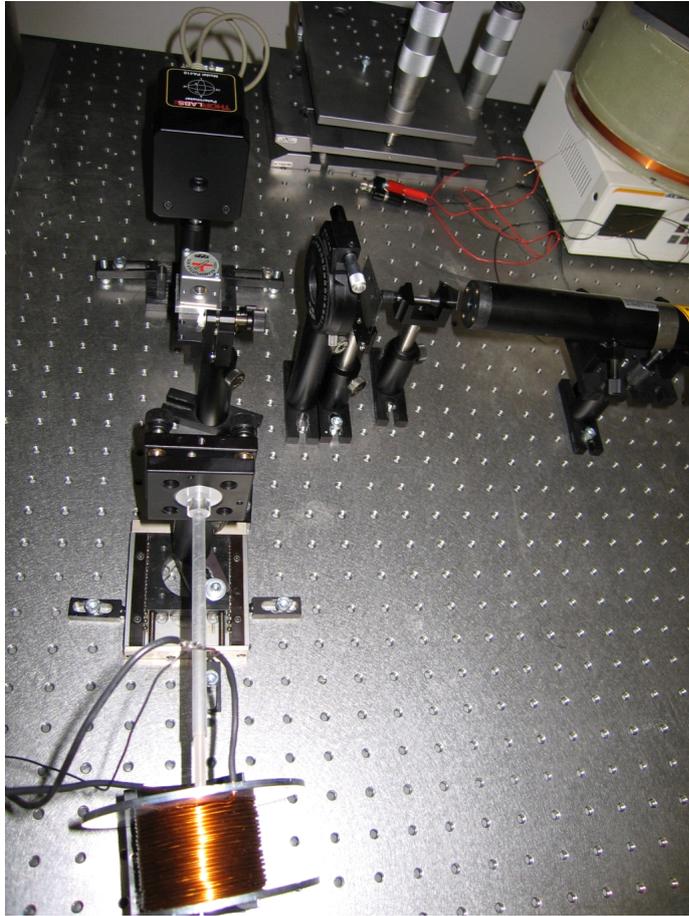


Figure 5.4: Photographie des bancs de caractérisation et de comparaison du capteur Faraday et du capteur à effet Hall.

La figure 5.5 montre la linéarité des deux capteurs à une variation linéaire du champ magnétique à l'intérieur de la bobine. Le courant qui parcourt la bobine a été modifié de manière à générer un champ magnétique allant de 0 à 25 mT. L'azimut  $\psi$  a été mesuré grâce au polarimètre et enregistré dans le PC via un programme Labview d'acquisition. Nous obtenons une linéarité de  $330(2) \text{ deg.T}^{-1}$  pour les deux capteurs.

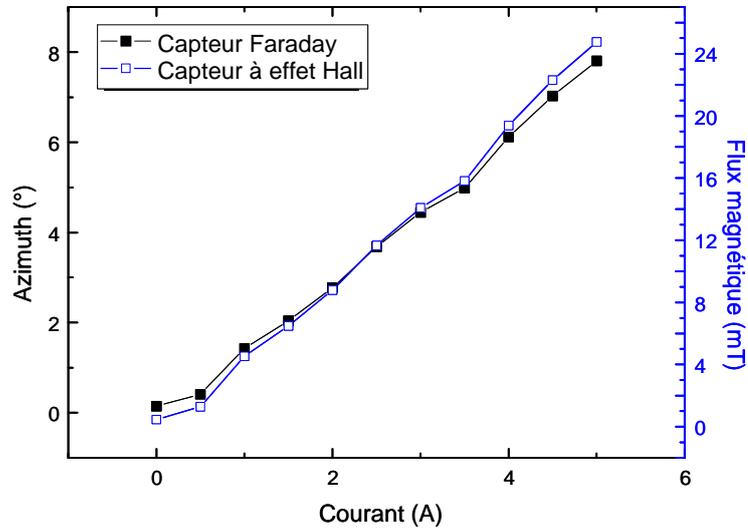


Figure 5.5: Linéarité des capteurs à effet Hall ( $-\square-$  échelle de droite) et de notre capteur Faraday ( $-\blacksquare-$  échelle de gauche).

La sensibilité théorique du capteur est définie comme le rapport de la variation du signal de sortie en fonction de la variation de la grandeur d'entrée. Ainsi, on peut exprimer la sensibilité comme le rapport

$$S = \frac{\partial \psi}{\partial B} = 2 \times V \times L. \quad (5.12)$$

La sensibilité théorique est de  $380 \text{ deg.T}^{-1}$  ; proche de celle obtenue expérimentalement.

## 5.6 Mesures sur l'aimant de l'expérience balance du watt

### 5.6.1 Protocole de mesure

Comme nous l'avons vu au chapitre 4, l'axe de révolution du champ magnétique radial de l'aimant permanent doit être orienté colinéairement à l'axe gravitationnel terrestre. À cet effet, le cristal de TGG est plongé dans

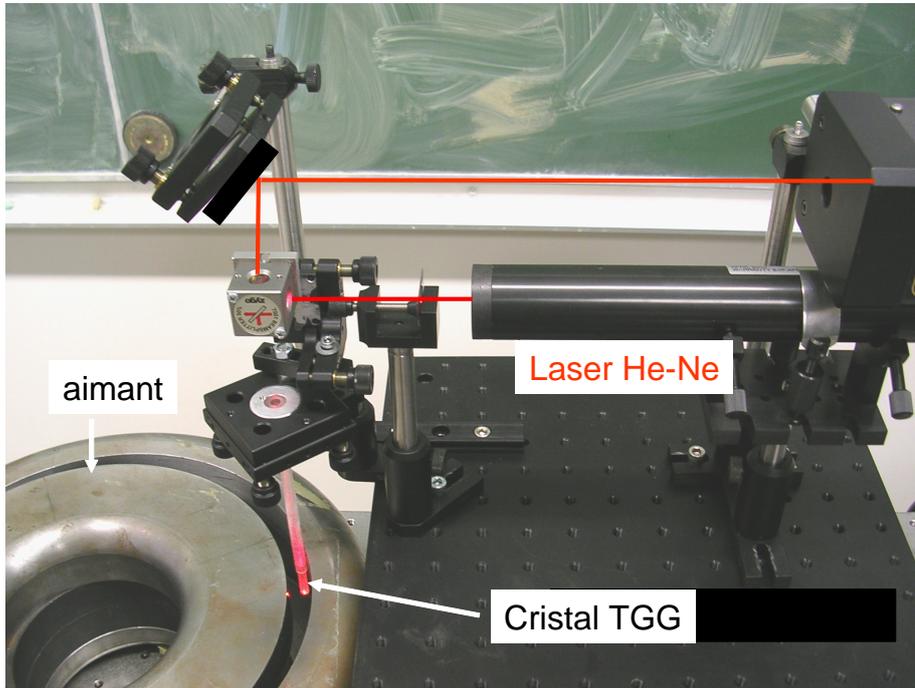


Figure 5.6: Photographie des premières mesures effectuées avec le capteur polarimétrique sur l'aimant permanent de test de la balance du watt.

l'entrefer de l'aimant comme le montre la photographie de la figure 5.6, prise lors d'une phase préliminaire d'essai au LISV. Si le champ est parfaitement radial, cela reviendrait à avoir un angle  $\alpha$  nul (angle entre la direction du champ et le faisceau laser) et donc compte tenu de la relation 5.9, une rotation nulle du plan de polarisation du laser de mesure. La mesure de  $\theta$  par le polarimètre nous permettra de détecter une éventuelle rotation du plan de polarisation et ainsi de manipuler l'aimant de manière à annuler cette rotation. C'est donc une méthode de *point zéro*. L'aimant pivotera autour de son axe de révolution de manière à caractériser l'ensemble de l'entrefer.

La validité de notre mesure repose sur l'hypothèse que le faisceau laser traversant le cristal de TGG est parfaitement orienté de manière parallèle à  $\vec{g}$ . Pour cela, un plan de référence est réalisé et orienté perpendiculairement à  $\vec{g}$  sur le site de la balance du watt à Trappes. L'orientation du plan de référence est faite à l'aide d'un inclinomètre Leica (Nivel20). L'orientation



Figure 5.7: Plateau tournant du LISV monté sur l'aimant de test.

du faisceau par rapport à  $\vec{g}$  est alors réalisée par autocollimation sur cette surface de référence. Il est prévu à terme de remplacer l'inclinomètre Leica par l'inclinomètre Fabry Perot que j'ai réalisé au cours de ma thèse et que je présente dans le dernier chapitre. Cet inclinomètre fonctionne de manière absolue et il a une meilleure résolution que l'inclinomètre Leica comme nous le verrons par la suite.

Afin de valider notre capteur avant de l'installer sur le site définitif et le tester sur le véritable aimant, j'ai réalisé un plateau tournant au laboratoire et fait des tests sur un aimant provisoire de la balance du watt (Figure 5.7).

Pour que notre capteur puisse fonctionner correctement, il est nécessaire que le tangage de notre plateau de rotation soit inférieur à la résolution de notre capteur ou tout au moins inférieur au  $45 \mu\text{rad}$  imposé par le cahier des charges de la balance du watt. Pour vérifier ce point, nous avons monté deux inclinomètres commerciaux de types différents (Le LSOC de la société Sherbone Sensors et Le Nivel20 de la société Leica Geosystems) sur le plateau

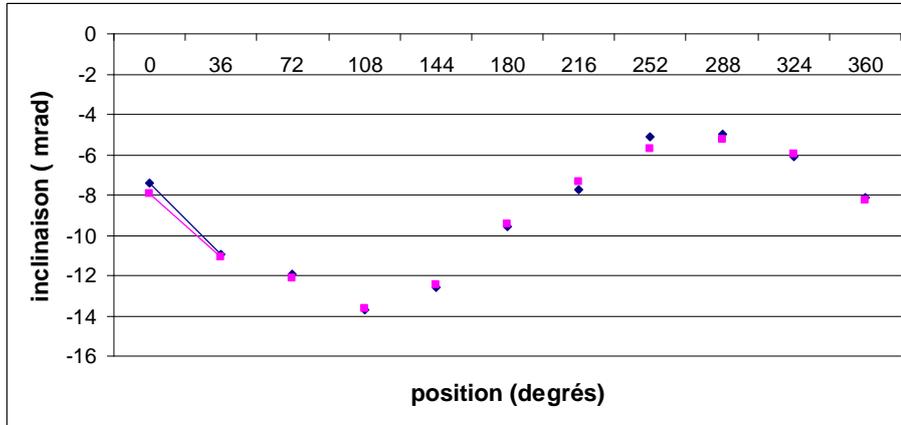


Figure 5.8: Mesure du défaut de tangage de notre plateau tournant à l'aide de deux inclinomètres de type différents.

et mesuré par rotation, les écarts angulaires sur un cycle. Les résultats sont reportés sur la figure 5.8. Comme on peut le constater, un défaut angulaire extrême de 9 mrad a été obtenu au mieux. Malgré nos tentatives pour améliorer le système de rotation, nous restions toujours trop loin de l'objectif recherché. Compte tenu qu'un plateau tournant de grande précision était également en cours de réalisation au LNME sur l'aimant définitif, nous avons décidé d'arrêter là cette expérience et de réaliser une mécanique d'assemblage compact et adaptable de notre capteur au dispositif de rotation du LNME.

### 5.6.2 Description du montage expérimental

Un système de translation verticale et de rotation autour de l'axe de révolution de l'aimant a été développés au LNME pour caractériser la distribution spatiale de l'induction du circuit magnétique. Ce système permet de faire pivoter l'aimant autour de son axe tout en supportant son poids (la masse de l'aimant étant d'environ 350 kg). Un moteur rotatif permet de faire pivoter le circuit et de régler la position des sondes de mesure dans l'entrefer. Néanmoins, pour obtenir des mesures exploitables, l'axe de rotation du système doit être aligné verticalement (par rapport à  $\vec{g}$ ) à l'aide d'un inclinomètre,

l'axe du circuit magnétique axe doit être confondu avec l'axe de rotation, enfin l'axe de déplacement de la sonde doit être parallèle à l'axe de circuit (dans l'entrefer). La valeur moyenne du champ au centre de l'aimant est de 0.94 T. La conception géométrique de l'aimant a été optimisée par simulation de sorte que le champ dans l'entrefer soit radial et uniforme [86] à l'échelle des  $10^{-4}$ . La largeur de l'entrefer est de 9 mm. La figure 5.9 donne une vue 3D du porte-capteur que j'ai réalisé afin d'installer notre dispositif sur le système d'alignement de l'aimant permanent de la balance sur le site de Trappes.

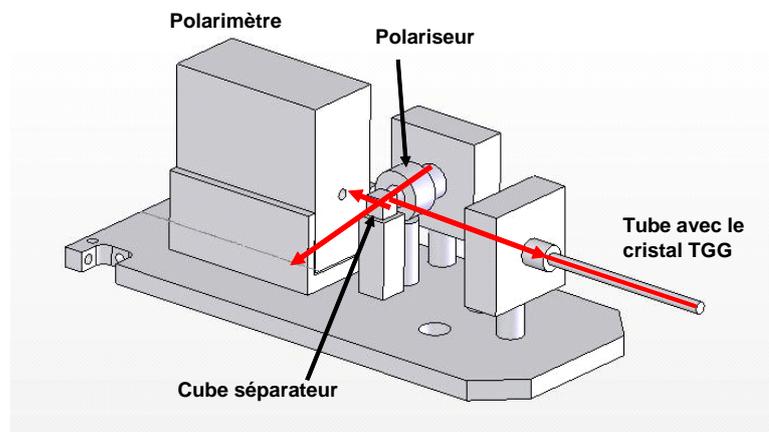


Figure 5.9: Vue 3D du porte-capteur installé sur le système d'alignement de l'aimant permanent de la balance sur le site de Trappes.

La courbe donnée par la figure ?? est un premier résultat obtenu sur le site de Trappes. Le rapport signal à bruit doit être encore amélioré avant d'atteindre la résolution théorique calculée précédemment. Cela passera par une meilleure isolation mécanique de l'ensemble du dispositif de caractérisation. Un tel travail est en cours au LNME.

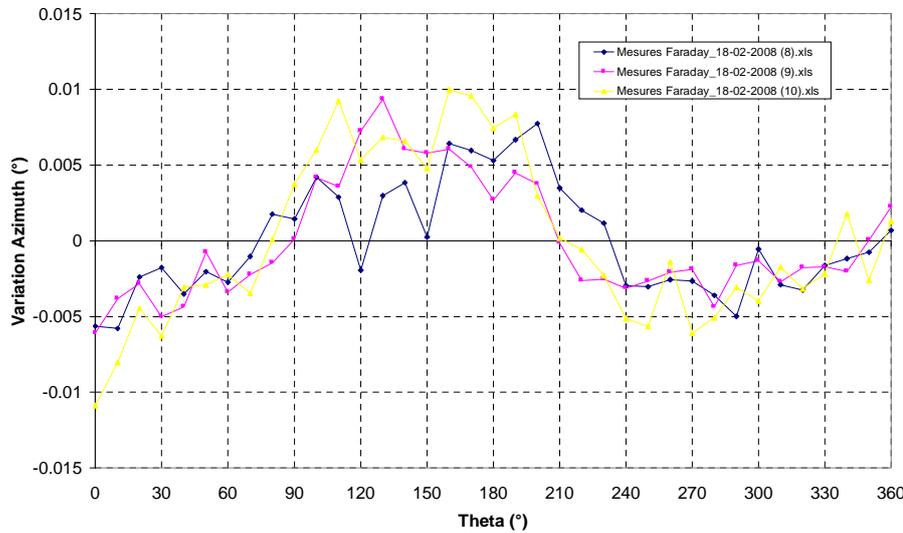


Figure 5.10: Premier résultat de la mesure de la direction du champ magnétique de l'aimant de la balance du watt avec le capteur polarimétrique sur le site de Trappes.

## 5.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté notre capteur polarimétrique destiné à aligner radialement le champ magnétique de l'aimant permanent du projet balance du watt. Ce capteur est basé sur l'effet Faraday qui traduit une modification de la polarisation de la lumière traversant un cristal anisotrope en présence d'un champ magnétique. Le capteur offre des caractéristiques intéressantes en terme de résolution et de sensibilité. Toutes les phases de développement de ce capteur ont été menées à terme au cours de la thèse (de sa conception à sa livraison). Le dispositif est maintenant installé sur le site de Trappes où le premier prototype de la balance du watt est en cours de montage. Des mesures préliminaires ont montré la nécessité d'améliorer l'isolation mécanique du dispositif global (translation et capteur).

Dans le dernier chapitre, je présenterais une étude encore en cours sur un inclinomètre absolu destiné à terme à permettre l'alignement d'un plan de référence perpendiculairement à  $\vec{g}$ . Ce plan de référence, comme nous

l'avons vu dans ce chapitre, sera utilisé pour aligner verticalement (*i.e.* par rapport à  $\vec{g}$ ) le faisceau laser utilisé dans le capteur polarimétrique.

## CHAPITRE 6

---

### Inclinomètre absolu pour l'alignement des axes optiques

---

#### Sommaire

---

<b>6.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>113</b>
<b>6.2</b>	<b>Description de deux types d'inclinomètres performants</b>	<b>113</b>
6.2.1	Inclinomètre électromécanique	113
6.2.2	Inclinomètre optoélectronique	114
<b>6.3</b>	<b>L'inclinomètre Fabry Perot</b>	<b>115</b>
6.3.1	Quelques rappels sur l'interféromètre Fabry Perot	115
6.3.2	Expression de la finesse dans un cas réel	117
6.3.3	Principe de fonctionnement de l'inclinomètre Fabry Perot	117
6.3.4	Principales sources d'incertitudes	122
<b>6.4</b>	<b>Conception et mise en œuvre</b>	<b>125</b>
6.4.1	Description du banc expérimental	125
6.4.2	Premier prototype: une cavité plan-plan	127
6.4.3	Deuxième prototype: la cavité hémifocale	128
<b>6.5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>131</b>

---



## 6.1 Introduction

Ce chapitre décrit les travaux que j'ai menés pour la réalisation d'un capteur sensible à la direction du champ gravitationnel terrestre  $\vec{g}$  dans le cadre du projet de la balance du watt. La plupart des systèmes d'inclinométrie ne sont pas absolus où lorsqu'ils le sont par étalonnage, l'incertitude relative ne permet pas de répondre au cahier des charges imposées par le projet [87, 88]. C'est à cet égard que le LISV s'est lancé dans la réalisation d'un inclinomètre optique sans contact et absolu. Ce capteur repose sur l'utilisation de franges d'interférences issues d'une cavité Fabry Perot.

Ce chapitre débute par une description de quelques inclinomètres commerciaux que nous avons acheté afin de faire des intercomparaisons avec notre propre capteur. Ces capteurs ont été choisis pour leur bonne exactitude, sensibilité et compacité. Puis je présenterai notre capteur interférométrique, son principe, sa réalisation et sa caractérisation expérimentale. Ce projet est très ambitieux puisqu'il permettrait à terme de faire des mesures de verticalité de manière absolue avec une résolution de l'ordre de 100 nrad soit 200 fois meilleur que le dispositif le plus performant actuellement commercialisé (Nivel20, Leica). Les premiers résultats obtenus au cours de ma thèse n'ont pas permis de valider entièrement le dispositif mais les études menées sont encourageantes quant à la réussite de ce projet ambitieux.

## 6.2 Description de deux types d'inclinomètres performants

### 6.2.1 Inclinomètre électromécanique

Le LSOC de la société Sherbone Sensors est un inclinomètre, très répandu dans le monde industriel notamment en aéronautique, dont la méthode de mesure est basé sur un principe électromécanique. Cet inclinomètre mesure l'inclinaison suivant un axe par l'intermédiaire d'une mesure de tension. Il utilise le principe d'équilibre des moments de torsion. Dans ce système, une masselotte coulissante se déplace sur un des deux bras d'un axe de coulissage

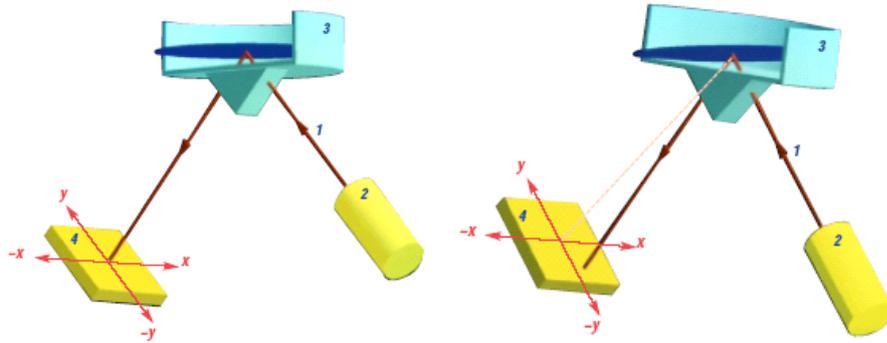


Figure 6.1: Schéma du principe de fonctionnement d'un inclinomètre Nivel20. (1) faisceau laser, (2) diode laser, (3) cuve de liquide, (4) détecteur quatre cadrants

interne. L'autre bras est asservi avec un moteur pour équilibrer le mouvement de balancier. Sa plage de mesure est large : 0-90 degré et sa résolution atteint  $\pm 30 \mu\text{rad}$ .

## 6.2.2 Inclinomètre optoélectronique

Le Nivel20 de la société Leica Geosystems est constitué d'une cuve contenant un liquide, d'une diode laser et d'un détecteur quatre-cadrants. Le fonctionnement de ce capteur est basé sur un principe d'optique géométrique utilisant la loi de réflexion-réfraction de Snell-Descartes au niveau d'un dioptre air-eau. En effet, un faisceau issu de la diode laser est réfléchi sur l'interface air-eau qui se comporte comme un miroir. Le faisceau réfléchi est dirigé sur le détecteur quatre-cadrants. En supposant que le zéro du détecteur correspond bien à la verticalité parfaite (définie par  $\vec{g}$ ), les coordonnées du point d'impact sur le détecteur permettent de remonter à la valeur de l'inclinaison du réservoir. Le principe de mesure est représenté par la figure 6.1.

La résolution du système est de l'ordre de  $20 \mu\text{rad}$ . Son exactitude est plus difficile à chiffrer car le dispositif repose sur un trépied mécanique. L'étalonnage a été effectué par un réglage précis du trépied mais avec le temps l'usure des points d'appuis peut engendrer une erreur systématique de la mesure difficilement quantifiable si on ne dispose pas à proximité d'un

capteur absolu. Le réglage du point zéro correspondant à l'horizontalité parfaite se fait par rotation de l'ensemble du système. Le lieu géométrique décrit pendant le pivotement par le point d'impact lumineux sur le détecteur quatre-cadrants est un cercle. Les pieds mécaniques sont alors ajustés de manière à réduire au minimum le diamètre du cercle. Malgré ses bonnes caractéristiques, ce capteur présente donc l'inconvénient de ne pas être absolu et présente un problème stabilité de la mesure à long terme.

### 6.3 L'inclinomètre Fabry Perot

Nous avons opté pour une instrumentation sans contact et absolu. Le principe physique de notre capteur repose sur une cavité Fabry Perot contenant un liquide (dans notre cas de l'eau purifiée). Avant d'aborder en détails la réalisation de notre inclinomètre optique, je vais faire un rappel sur les interféromètres Fabry Perot. Un paramètre important pour la conception de notre capteur sera la finesse de la cavité et surtout comment évolue cette finesse avec la présence d'un liquide entre les deux miroirs constituant la cavité. Un modèle théorique présenté dans ce chapitre nous permettra de connaître cette évolution en fonction des caractéristiques du liquide injecté.

#### 6.3.1 Quelques rappels sur l'interféromètre Fabry Perot

Une cavité Faby Perot est constituée de deux miroirs séparés d'une distance  $L$  (Figure 6.2). Pour présenter un interféromètre Fabry Perot, nous allons traiter le cas où les deux miroirs sont plans et on se situe dans l'hypothèse selon laquelle l'onde lumineuse est une onde parfaitement plane. Les miroirs de la cavité ont une réflectivité  $R$  et une transmittivité  $T$  ( $R+T=1$ ). Soit  $\delta$  le chemin optique parcouru par un faisceau lumineux de longueur d'onde dans le vide  $\lambda_0$ . Les amplitudes des ondes transmises et réfléchies sont données par

$$E_t = \frac{T e^{i\delta}}{1 - R e^{2i\delta}} E_i, \quad (6.1)$$

$$E_r = \frac{(1 - e^{2i\delta})\sqrt{R}}{1 - R e^{2i\delta}} E_i. \quad (6.2)$$

Ceci nous permet d'en déduire le rapport des intensités en sortie et en entrée de l'interféromètre comme étant égal à

$$\frac{I_t}{I_i} = \left| \frac{E_t}{E_i} \right|^2 = \left| \frac{T e^{i\delta}}{1 - R e^{2i\delta}} \right|^2 \quad (6.3)$$

avec

$$\delta = \frac{2\pi\nu_0}{c_0} nL. \quad (6.4)$$

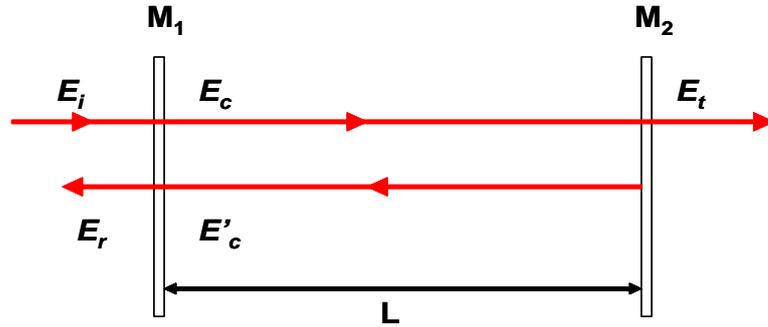


Figure 6.2: Principe d'une cavité Fabry Perot de type plan-plan.

On a une égalité entre l'intensité de sortie et l'intensité de sortie pour  $e^{i\delta} = \pm 1$  soit pour  $\delta_k = 0[\pi]$  ou encore  $\nu_k = kc_0/2nL$ . On observe donc des pics en intensité à la sortie de la cavité Fabry Perot à chaque fois que la fréquence du laser est égale à une fréquence propre de la cavité  $\nu_k$ . Ceci explique l'utilisation des cavités Fabry Perot comme *analyseurs de spectres* optiques.

L'intervalle séparant deux pics de transmission consécutifs s'appelle *Intervalle Spectral Libre* ou en abrégé ISL. Elle vaut

$$\nu_{ISL} = \nu_{k+1} - \nu_k = \frac{c_0}{2nL}. \quad (6.5)$$

Enfin, pour une cavité idéale dans laquelle il n'y a pas d'absorption ou des pertes lumineuses dans la cavité, la finesse de la cavité est définie par

$$F \simeq \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R} = \frac{\pi}{T}. \quad (6.6)$$

L'inclinomètre que nous avons développé utilise la propriété de dépendance de la fréquence propre d'oscillation d'une cavité Fabry Perot en fonction de l'indice de réfraction du milieu intermédiaire de la cavité.

### 6.3.2 Expression de la finesse dans un cas réel

Dans le cas des interféromètres Fabry Perot réels, plusieurs facteurs causant des pertes affectent la finesse de la cavité : absorption, défaut de parallélisme des miroirs, rugosité des surfaces, divergence du faisceau incident... . Chacun de ces termes introduisent un terme correctif à la finesse total alors de la forme

$$F \approx \frac{\pi\alpha\sqrt{R}}{1 - \alpha^2 R} \approx \frac{\pi}{T + \varepsilon}. \quad (6.7)$$

où  $R$ ,  $T$  sont respectivement les coefficients de réflexion et de transmission des miroirs et  $\varepsilon = 1 - \alpha^2$  avec  $\alpha$  le coefficient d'absorption par unité de longueur.

En utilisant de l'eau distillée dans la cavité, nous avons des pertes dues à l'absorption de l'eau d'une part et d'autre part des pertes dues aux réflexions à l'interface air-eau et à l'interface eau-miroir (eau-BK7). En tenant compte du coefficient d'absorption et de l'indice de réfraction de l'eau distillée, des coefficients de réflexion des miroirs, nous estimons la fraction de pertes d'intensité à 44%. Pour un miroir de coefficient de réflexion  $R=99.99\%$ , la finesse théorique d'environ 3000 passe à une finesse d'environ 160, ce qui est une diminution considérable. Nous avons donc besoin de partir d'une cavité de très grande finesse.

### 6.3.3 Principe de fonctionnement de l'inclinomètre Fabry Perot

Le principe de notre inclinomètre optique est illustré dans la figure 6.3. Nous avons une cavité Fabry Perot contenant un liquide transparent à la longueur d'onde des deux lasers de fréquence  $\nu_1$  et  $\nu_2$ . Nous supposons les deux lasers initialement asservis en fréquence sur le même pic de transmission de la cavité d'ordre  $k$ . Partons du cas le plus probable où la surface de l'eau, naturellement orientée perpendiculairement à  $\vec{g}$ , ne soit pas parallèle aux deux miroirs (figure de gauche). Dans ce cas les fréquences propres pour le même ordre  $k$  vu par les deux lasers seront différentes car les chemins optiques parcourus par les lasers sont différents. Cette différence de fréquence, comme nous le démontrerons mathématiquement par la suite, est directement

proportionnel à l'angle  $\theta$  entre la surface des miroirs et la surface de l'eau. Si l'on considère le cas où l'interface air-eau (surface de l'eau) est parallèle aux deux miroirs du résonateur, les faisceaux traversant la cavité parcourent exactement le même chemin optique à savoir  $n_1e_1 + n_2e_2$  où  $n_1$ ,  $e_1$ ,  $n_2$ ,  $e_2$  sont respectivement l'indice de l'air, la distance entre le miroir et l'interface air-eau, l'indice du liquide et la distance entre l'interface air-eau et le second miroir. Donc la fréquence de résonance du pic d'ordre  $k$  de la cavité sera la même pour les deux lasers (figure de droite). Dans ce cas,

$$\nu_1 = \nu_2 = k \frac{c_0}{2(n_1e_1 + n_2e_2)}. \quad (6.8)$$

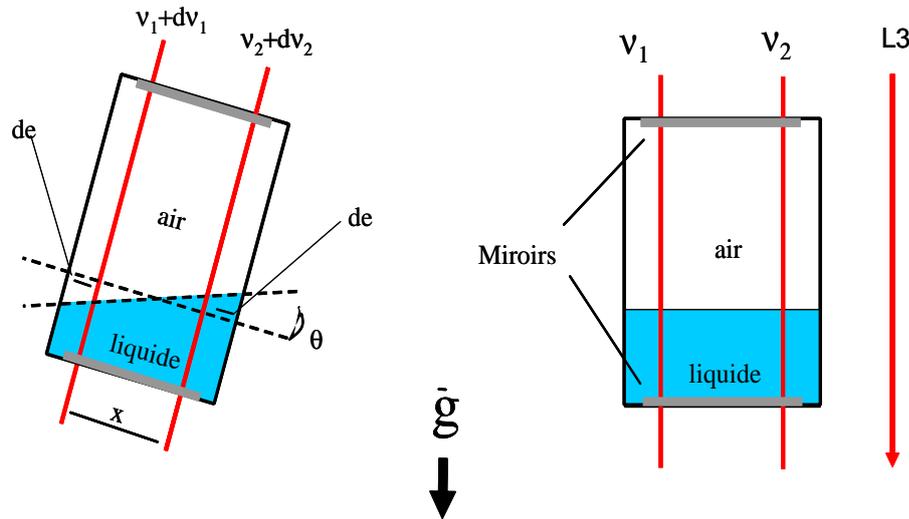


Figure 6.3: Principe de l'inclinomètre Fabry Perot.

Maintenant, intéressons nous au cas où l'interface air-eau n'est pas parallèle aux deux miroirs (la cavité est alors inclinée), les deux faisceaux ne parcourent plus le même chemin optique et les fréquences des pics de résonance ne sont plus les mêmes. Elles s'expriment alors comme suit

$$\nu_1 = \frac{k}{2} \frac{c_0}{n_1(e_1 + de) + n_2(e_2 - de)}, \quad (6.9)$$

$$\nu_2 = \frac{k}{2} \frac{c_0}{n_1(e_1 - de) + n_2(e_2 + de)}. \quad (6.10)$$

En différenciant 6.10 de 6.9, nous obtenons la différence de fréquence  $\Delta\nu = |\nu_1 - \nu_2|$  comme

$$\Delta\nu = \frac{c_0 k}{2} \left| \left( \frac{1}{n_1(e_1 - de) + n_2(e_2 + de)} - \frac{1}{n_1(e_1 + de) + n_2(e_2 - de)} \right) \right| \quad (6.11)$$

$$\Delta\nu = \frac{c_0 k}{2} \left| \frac{de(n_1 - n_2)}{(n_1 e_1 + n_2 e_2)^2 - de^2(n_1 - n_2)^2} \right|. \quad (6.12)$$

Afin d'aboutir à une forme simplifiée de cette différence de fréquence, nous allons montrer que le terme  $de^2(n_1 - n_2)^2$  est négligeable par rapport à  $(n_1 e_1 + n_2 e_2)^2$ . Pour cela, nous allons démontrer que le rapport est  $de^2(n_1 - n_2)^2 / (n_1 e_1 + n_2 e_2)^2$  est très petit devant 1. En se référant à la figure 6.3, nous avons une relation entre l'inclinaison de la cavité et le distance  $x$  entre les deux faisceaux exprimées par

$$de = \frac{x}{2} \tan \theta. \quad (6.13)$$

Le rapport  $de^2(n_1 - n_2)^2 / (n_1 e_1 + n_2 e_2)^2$  s'écrit alors

$$R = \frac{de^2(n_1 - n_2)^2}{(n_1 e_1 + n_2 e_2)^2} = \frac{x^2 \tan^2 \theta (n_1 - n_2)^2}{2(n_1 e_1 + n_2 e_2)}$$

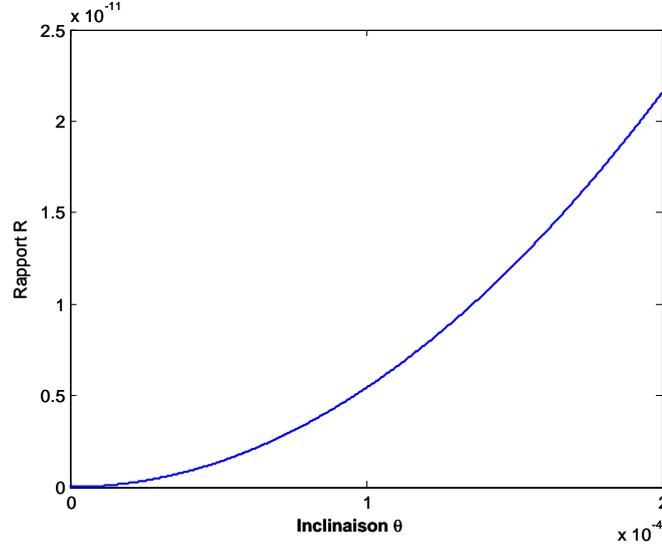


Figure 6.4: Courbe d'évolution du rapport  $R$  en fonction de l'inclinaison  $\theta$  (rad).

En considérant les valeurs réelles limites  $n_1 = 1$ ,  $n_2 = 1,33$ ,  $x = 0.015$  m,  $\tan \theta \simeq \theta < 200 \mu\text{rad}$ , nous pouvons constater sur le graphe de la figure 6.4, que dans notre intervalle de mesure que le rapport est de l'ordre de  $10^{-11}$ . On peut alors conclure que  $e^2(n_1 - n_2)^2$  est négligeable par rapport à  $(n_1e_1 + n_2e_2)^2$ .

La relation 6.12 devient alors

$$\Delta\nu \simeq \frac{c_0 k}{2} \left| \frac{de(n_1 - n_2)}{(n_1e_1 + n_2e_2)^2} \right| \quad (6.14)$$

$$\Delta\nu \simeq \frac{\nu_k}{c_0} \times ISL \times 2de(n_1 - n_2) \quad (6.15)$$

avec

$$ISL = \frac{c_0}{2(n_1e_1 + n_2e_2)} \quad \text{et} \quad \nu_k = \frac{k}{2} \frac{c_0}{n_1e_1 + n_2e_2}. \quad (6.16)$$

En insérant la relation 6.13, l'équation 6.15 devient

$$\Delta\nu \simeq \frac{\nu_k}{c_0} \times ISL \times \tan \theta \times (n_1 - n_2). \quad (6.17)$$

Vu que nous considérons des angles d'inclinaison dans la gamme du microradians, le développement à l'ordre de 2 de la fonction tangente, permet de déduire l'expression de l'inclinaison  $\theta$  comme étant égale à

$$\theta \simeq \frac{c_0 \times \Delta\nu}{\nu_k \times ISL \times (n_1 - n_2) \times x}. \quad (6.18)$$

où  $x$  est la distance entre les deux faisceaux lasers.

Le battement de fréquence  $\Delta\nu$  des deux lasers permet alors de déterminer l'angle  $\theta$ , c'est-à-dire l'angle d'inclinaison par rapport à l'axe gravitationnel terrestre. Nous avons donc une méthode de point zéro comme le montre la figure 6.5. Un troisième faisceau laser, parallèle aux deux autres, permet alors de matérialiser  $\vec{g}$ . Ce faisceau peut être utilisé pour régler par autocollimation le plan de référence de l'expérience Balance du watt.

En prenant une cavité Fabry Perot de 10 cm, un laser de longueur d'onde 632.991 nm, un milieu liquide d'indice 1.33 et une distance entre les deux faisceaux laser de 1 cm ; sachant qu'il est possible de mesurer aisément un battement de fréquence avec une incertitude de 1 MHz, nous obtenons une résolution théorique de 85 nrad, nettement supérieure à celle du Nivel20 de Leica. On peut donc revendiquer une sensibilité de 85 nrad/MHz pour cet instrument.

Les deux majeurs avantages de notre méthode par rapport à celle proposé par Leica avec le Nivel20 sont :

- nous avons une méthode sans contact puis l'axe gravitationnel est matérialisé par un faisceau laser,
- nous avons une méthode absolue ne nécessitant donc pas d'étalonnage par rapport à une étalon primaire; en fait notre capteur pourrait servir d'étalon primaire pour les mesures d'inclinométrie.

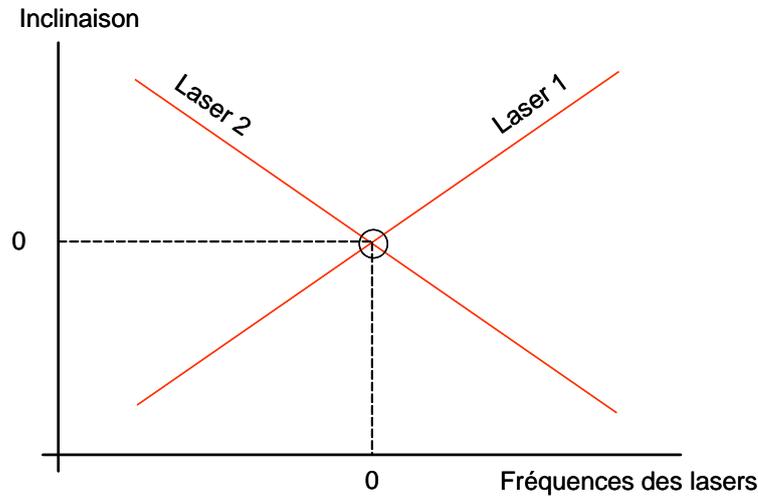


Figure 6.5: Principe de mesure permettant de discriminer le point 0 de notre inclinomètre Fabry Perot.

### 6.3.4 Principales sources d'incertitudes

#### 6.3.4.1 Parallélisme des deux faisceaux

Un défaut de parallélisme d'angle  $\alpha$  entre les deux faisceaux lasers génère une erreur systématique en  $\cos(\alpha)$  sur la mesure de l'inclinaison. Afin de garantir au mieux ce parallélisme, et donc de minimiser cette erreur, nous générons les deux faisceaux laser à l'aide d'une lame à faces parallèles d'épaisseur 15 mm et de longueur 50 mm. Le défaut de parallélisme de la lame a été contrôlé à mieux que  $\lambda/10$  par interférométrie ; ce qui induit une erreur maximale de  $1 \mu\text{rad}$  sur l'angle d'inclinaison  $\theta$ . Cette valeur est bien inférieure au  $45 \mu\text{rad}$  imposé par le cahier de charge du projet de la Balance du Watt.

#### 6.3.4.2 Réfraction à l'interface air-eau

Le passage air-liquide est soumis à un effet de réfraction si les faisceaux ne sont pas normaux à la surface, *i.e.*  $\theta \neq 0$ . Ce phénomène engendre une différence de chemin optique entre les deux faisceaux comme le montre la figure 6.6. La différence de chemin optique supplémentaire entre les deux lasers est alors donnée par

$$\Delta = x(n_e - 1) \tan \theta \left( \frac{1}{\cos(\theta - x)} - 1 \right). \quad (6.19)$$

Pour un angle d'inclinaison  $\theta_{\max}$  de  $200 \mu\text{rad}$  et un  $x = 1 \text{ cm}$ , nous obtenons une erreur relative de l'ordre de  $10^{-8}$ , erreur qui est donc fortement négligeable.

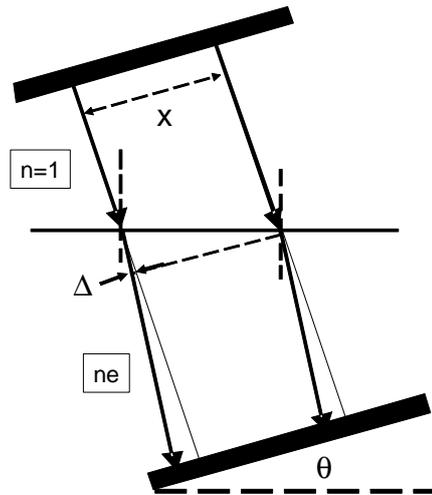


Figure 6.6: Réfraction des faisceaux lasers à l'interface air-eau.

### 6.3.4.3 Effet de capillarité ou tension superficielle de l'eau

L'effet de capillarité entre le milieu liquide et la paroi interne de la cavité Fabry Perot peut induire une erreur sur la mesure de l'inclinaison  $\theta$  (Figure 6.7). Afin de minimiser cette erreur, il est nécessaire de placer les faisceaux lasers suffisamment loin des parois, sur une région où la surface de l'eau peut être considérée comme plane. Afin de quantifier ce paramètre, c'est-à-dire la distance lasers/parois, nous avons utilisé la loi de l'hydrostatique.

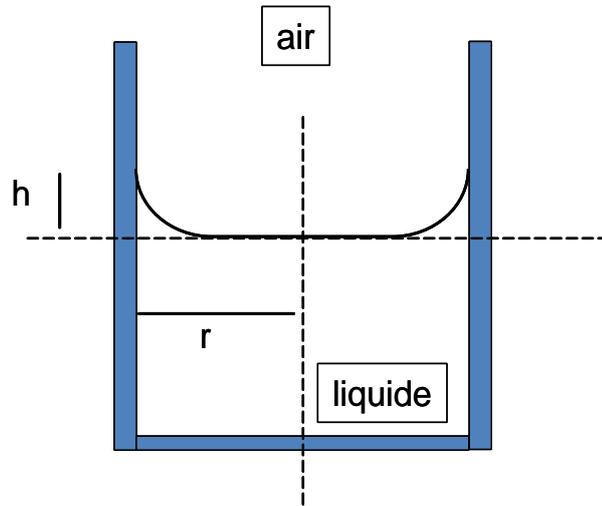


Figure 6.7: Erreur engendrée par l'effet de capillarité entre le milieu liquide et la paroi de la cavité.

La loi de l'hydrostatique (Loi de Jurin) nous permet de calculer l'effet de capillarité entre la paroi et un milieu liquide grâce à l'équation

$$h = \frac{2\gamma \cos(\xi)}{r\rho g}, \quad (6.20)$$

où  $h$  est la hauteur indiquée dans la figure 6.7,  $\gamma$  est la constante de tension superficielle du liquide,  $\xi$  l'angle de contact,  $\rho$  la densité du liquide,  $g$  l'accélération de la pesanteur,  $r$  la distance par rapport à la paroi. En prenant de l'eau purifiée ( $\gamma = 7,3 \times 10^{-2} \text{ N.m}^{-1}$  à  $20^\circ\text{C}$ ) [89, 90] comme milieu liquide, nous obtenons une distance minimale de  $r = 4 \text{ mm}$  à imposer entre le faisceau laser et la paroi. À partir de cette limite, le rayon de courbure de la surface de l'eau devient suffisamment faible pour pouvoir négliger les effets de bords.

## 6.4 Conception et mise en œuvre

### 6.4.1 Description du banc expérimental

La figure 6.8 donne une vue schématique globale de notre capteur. Deux diodes lasers à cavité étendue DL100 de Toptica sont asservies sur un même pic de transmission de la cavité Fabry Perot. Le battement de fréquence est réalisé à l'aide de deux séparatrices juste à la sortie des LCEs. Puis les deux faisceaux sont injectés dans des fibres optiques. Ceci permet de déporter la mesure sur plusieurs sites. Dans un premier temps, nous avons fait le choix de la simplicité en utilisant deux faisceaux séparément. Nous négligerons dans cette phase préliminaire l'erreur systématique de défaut de parallélisme dont on a parlé auparavant.

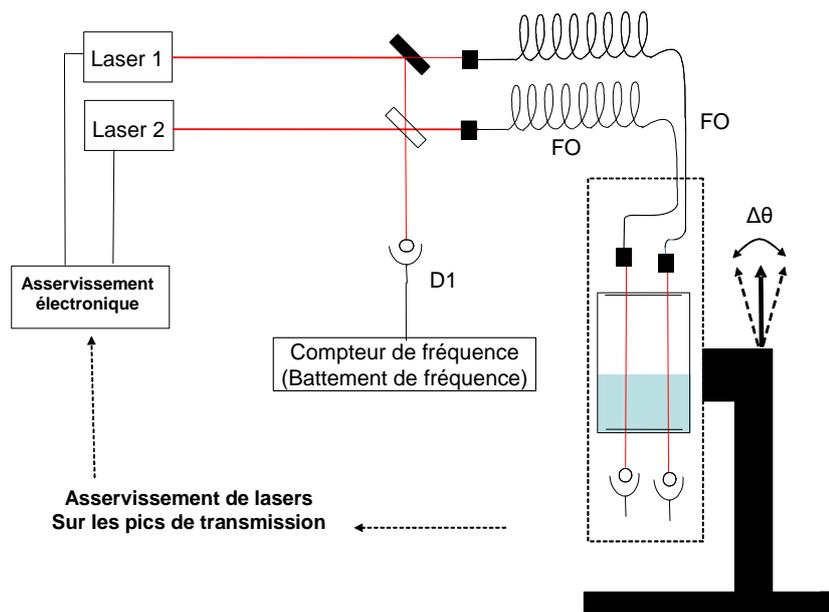


Figure 6.8: Représentation du système de mesure absolue de l'axe gravitationnel avec l'inclinomètre Fabry Perot.

Les deux faisceaux arrivent sur une monture mécanique comprenant la cavité Fabry Perot et deux systèmes de focalisation pour les lentilles. La cavité

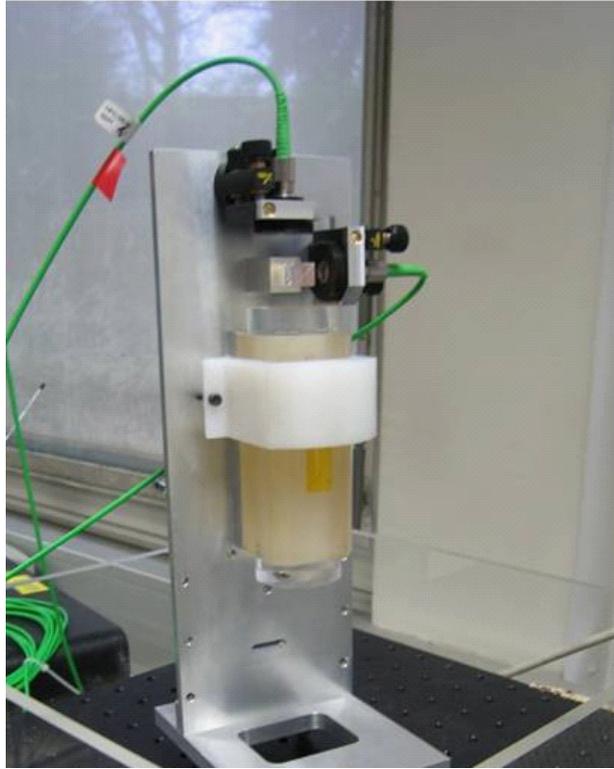


Figure 6.9: Premier prototype de la cavité Fabry Perot utilisé pour la réalisation de notre inclinomètre absolue.

ité Fabry Perot a une longueur de 10 cm. Elle a été construite en Zérodur<sup>®</sup> afin de réduire les perturbations fréquentielles dues à des variations thermiques du milieu ambiant. Une fente latérale a été réalisée de manière à pouvoir injecter un liquide dans l'interstice de la cavité (Figure 6.9). La cavité Fabry Perot est montée sur une potence comportant un système rotatif. Ce système rotatif va permettre d'égaliser les fréquences et donc de matérialiser l'inclinaison absolue.

La photographie de la figure 6.10 nous donne une représentation du banc laser de notre inclinomètre. Nous pouvons y distinguer les deux LCEs, le mélange des lasers pour la mesure du battement de fréquence (fibre orange en bas), les deux fibres optiques (en vert) qui serviront à déporter les faisceaux précédées deux deux montures XYZ de grande précision pour l'injection.

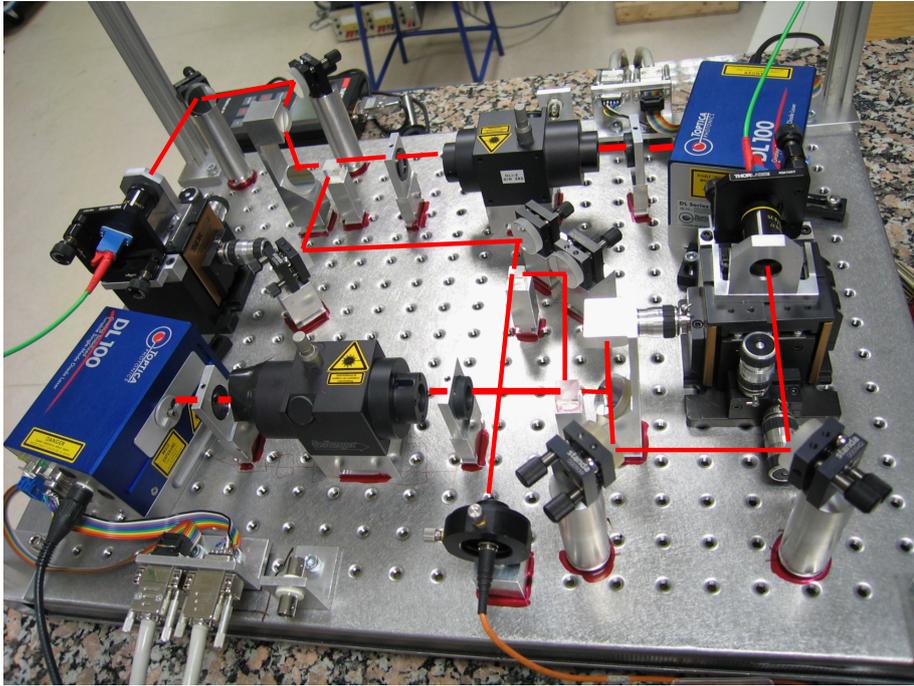


Figure 6.10: Banc optique de l'inclinomètre Fabry Perot.

#### 6.4.2 Premier prototype: une cavité plan-plan

Le premier prototype développé est basé sur une cavité Fabry Perot de type plan-plan. Cette cavité a été conçue pour avoir une finesse théorique de 100 et un intervalle spectral libre (ISL) de 1.5 GHz. Les miroirs composant la cavité interférométrique ont été accolés par adhérence moléculaire au Zerodur<sup>®</sup> de telle sorte à obtenir un parallélisme entre les miroirs de  $\lambda/10$ .

Les premiers essais avec ce prototype ont été réalisés sans liquide (eau) afin de déterminer la finesse réelle de la cavité dans les conditions d'utilisation. La figure 6.11 montre des pics de transmissions obtenus (pics d'Airy) à partir du prototype que nous avons sur la photo 6.9. Comme nous pouvons le constater sur cette figure, la finesse mesurée est environ de 10 loin de la valeur 100 attendue. Nous observons également de petites dissymétries au niveau des pics. Cette dissymétrie peut s'expliquer par un désalignement optique du fait qu'on travaille sur une cavité non dégénérée. Quant à la dégradation de la finesse, j'ai pensé à des impuretés qui se seraient déposées

à l'intérieur de la cavité par la fente latérale sur les miroirs ; ce qui réduirait considérablement la qualité des miroirs et donc de la finesse. Après avoir procédé à un nettoyage des traitements (un premier rinçage à base d'acétone et un deuxième rinçage pour éviter les traces à base de méthanol) nous avons obtenu le même résultat. Au vu des résultats obtenus sans eau dans la cavité, nous n'avons jamais pu observer des pics de transmissions en y injectant partiellement du liquide. Les pertes engendrées par la présence de l'eau en intracavité dégrade fortement la finesse de la cavité qui se comporte plus comme un interféromètre à deux ondes qu'un interféromètre à ondes multiples. Compte tenu de ces observations, nous avons opté de construire un second prototype avec une cavité Fabry Perot plan-concave qui permettrait d'atteindre des finesesses beaucoup plus élevées.

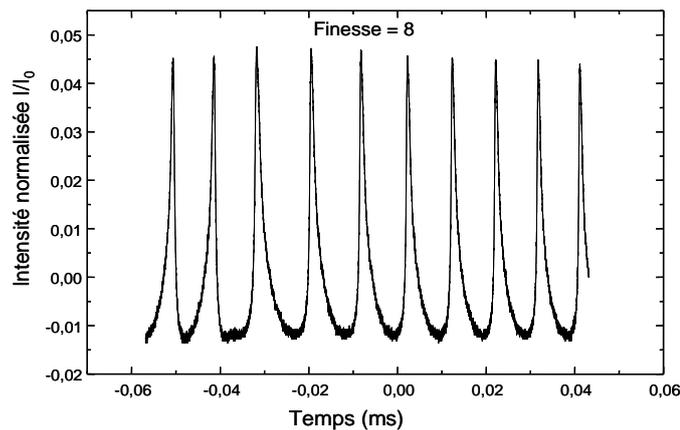


Figure 6.11: Fonction de transfert du premier prototype de cavité Fabry Perot à une longueur d'onde de  $\lambda = 656$  nm sans liquide.

### 6.4.3 Deuxième prototype: la cavité hémifocale

Le second prototype développé visait plusieurs objectifs : mettre en place une cavité optique à moindre coût - obtenir une très bonne finesse - intégrer les supports de collimation des fibres optiques. La principale contrainte sur cette cavité était de mettre en place un système de lentille afin de réaliser la *phase matching* (ou adaptation de mode) entre la taille du waist des lasers

et le miroir concave ; critère essentiel pour un fonctionnement monomodale transverse de la cavité. Une vue 3D et une photographie du second prototype de l'inclinomètre sont données dans la figure 6.12. Les étages extrêmes correspondent aux supports de fixation et de collimation des lentilles. Le second étage (en partant du haut) correspond au miroir concave monté sur un plateau de réglage 2D ( $\theta, \phi$ ). Une cuve en verre a été fixée au miroir plan de la cavité Fabry Perot ; un joint torique assurant l'étanchéité de l'ensemble. Le diamètre des miroirs est de 2 pouces afin d'avoir suffisamment de place au centre de la cavité et éviter ainsi les effets de bord dus à la capillarité.

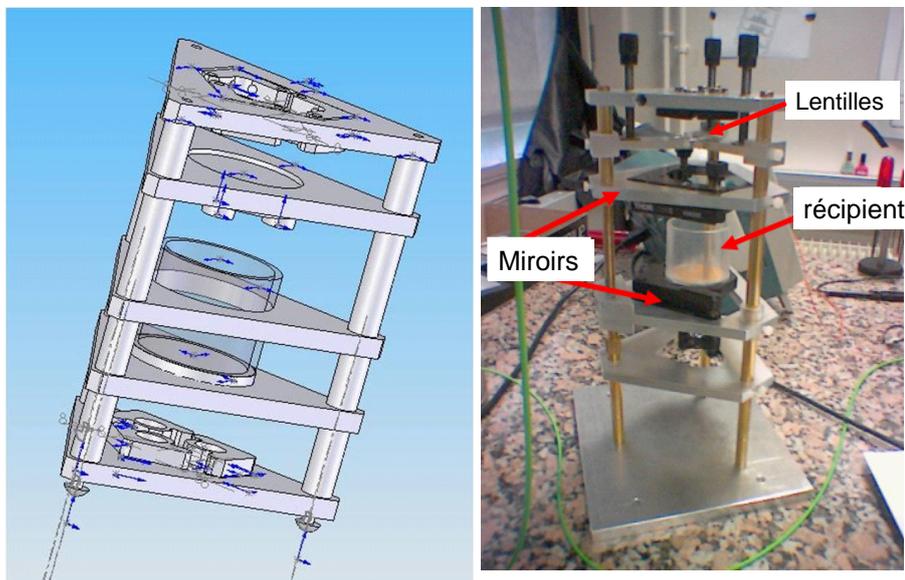


Figure 6.12: Deuxième prototype de la cavité Fabry Perot de l'inclinomètre absolu : à gauche le dessin CAO de la cavité et à droite une photographie de la cavité réalisée.

La figure 6.13 montre le spectre de transmission de la cavité Fabry Perot à vide à deux moments de la journée. En plus de sa sensibilité extrême aux perturbations mécaniques, nous observons une dérive conséquente de la transmission de la cavité Fabry Perot sur une période d'une journée. Ceci s'explique par la sensibilité de notre cavité aux dilatations thermiques de la structure mécanique supportant les deux miroirs. De plus, comme on peut le constater là encore la grande finesse attendue (1000) n'est pas au rendez-

vous. Il faut également citer les grandes difficultés pour réaliser le *phase matching* à l'aide d'une seule lentille. Un système optique multi-éléments se révèle être nécessaire compliquant la mécanique du système et rendant l'ensemble encore plus sensible au dérèglement.

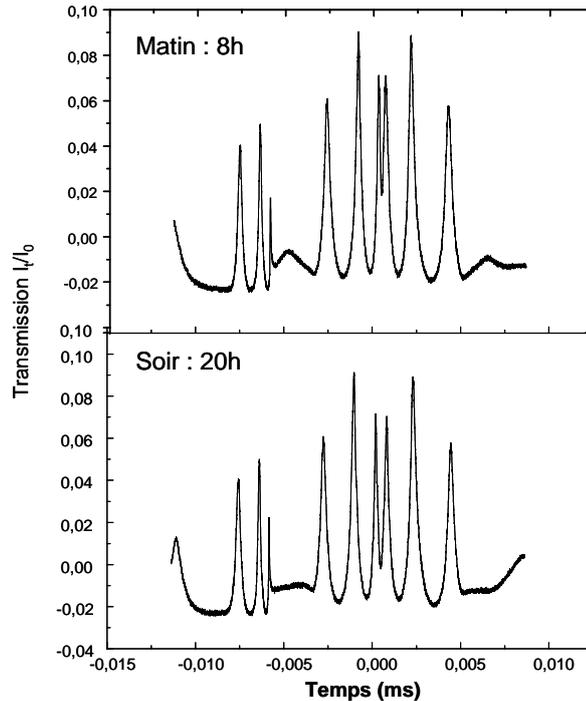


Figure 6.13: Fonction de transfert du seconde prototype de cavité Fabry Perot à une longueur d'onde de  $\lambda = 656$  nm sans liquide et observée à deux périodes de la journée.

Un troisième prototype doit être envisagé. Ce troisième prototype devra être monobloc en Zérodur, avec deux miroirs plan-concave montés par adhésion moléculaire comme pour notre premier prototype mais avec une taille des miroirs de 2 pouces afin d'avoir suffisamment de place pour faire passer tous les faisceaux (Figure 6.14). En effet, pour orienter complètement un plan, nous avons besoin de trois faisceaux lasers.

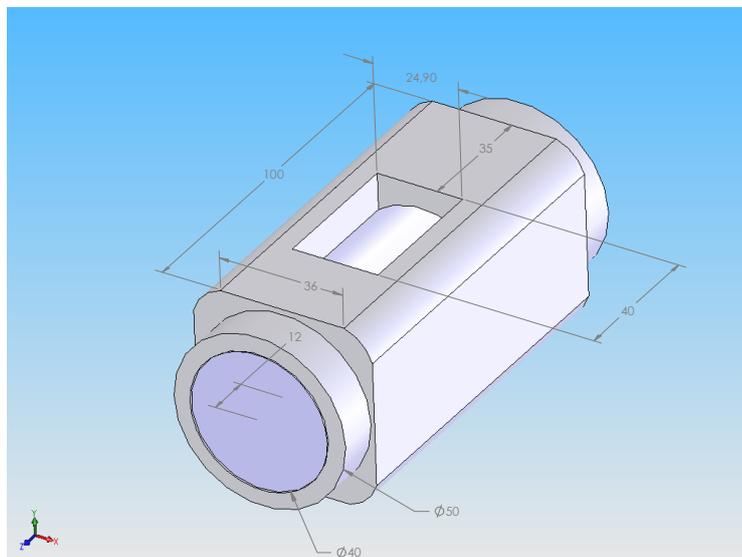


Figure 6.14: Troisième (future) prototype de la cavité Fabry Perot.

## 6.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous apportons l'idée d'un nouvel instrument de matérialisation de l'axe gravitationnel par une méthode absolue, sans contact basé sur un interféromètre Fabry Perot. Ce capteur basé sur la mesure de la fréquence de battement entre deux lasers asservis sur les pics de transmission d'un interféromètre Fabry Perot rempli partiellement d'un liquide, est capable de déterminer l'axe gravitationnel avec une résolution de l'ordre de 100 nrad. Nous avons présenté les prototypes réalisés au cours de ma thèse et les limites physiques, matérielles et techniques auxquelles nous avons été confrontés. L'obstacle principale dans l'élaboration d'un prototype définitif a été la difficulté d'observer des pics stables et fins issus des cavités Fabry Perot utilisées. Le premier prototype ne nous a pas permis d'asservir les diodes laser du fait des pertes importantes dans la cavité lors de l'injection du liquide qui diminuait fortement la finesse de la cavité. De même l'instabilité mécanique du second prototype et la difficulté de mettre en oeuvre l'adaptation de mode nous a laissé sur notre fin. Vu la dégradation de la finesse lors de l'injection en

intracavité du milieu liquide, il semble difficile d'obtenir des pics stables et de grande finesse sans une cavité Fabry Perot avec des dispositions particulières nécessitant un coût matériel important.

Cette étude ambitieuse d'un inclinomètre absolu nécessite encore beaucoup de travail pour arriver à terme. Les bases théoriques et expérimentales ont été posées au cours de ce chapitre. Enfin, il faut noter que la très grande sensibilité de notre inclinomètre pourrait également lui conférer la possibilité de mesurer les effets de marées ou encore de fonctionner en seismographe avec une large bande fréquentielle de mesure.

---

## Conclusion générale

---

Ce mémoire résume l'ensemble de mes travaux effectués dans le cadre de ma thèse intitulée «*Capteurs interférométrique et ellipsométrique : Application à la nanométrie et à la balance du watt française*». Ces travaux se sont déroulés au sein du Laboratoire d'Ingénierie des Systèmes (LISV) de l'Université de Versailles Saint-Quentin en Yvelines en partenariat avec le Laboratoire National de métrologie et d'Essais (LNE) et l'Institut National de Métrologie du CNAM Paris.

La première partie de ce manuscrit (chapitres 1 à 3) regroupe l'ensemble de mes travaux relatifs à la métrologie dimensionnelle à l'échelle du nanomètre. Après avoir donné une vue générale de l'instrumentation interférométrique utilisé dans ce domaine et montré leurs limites, j'ai détaillé la réalisation d'un interféromètre ellipsométrique et d'un lambda-mètre optique. Les résultats expérimentaux ont montré la possibilité d'atteindre une résolution de 10 pm sur une étendue de mesures macroscopique (théoriquement limitée par la longueur de cohérence du laser). Cet instrument utilise les propriétés de polarisation de la lumière. Ce paramètre est mesuré dans nos expériences par un ellipsomètre à lame quart-d'onde tournante.

Une autre thèse est en cours sur cet instrument avec pour objectif d'asservir la position d'un miroir à l'échelle sub-nanométrique ( $\approx 100$  pm) par des méthodes inverses. Le principe consiste à modifier l'état de polarisation du faisceau laser (plus précisément le paramètre  $\psi$ ), est d'asservir la position du

miroir sur un signal d'erreur relié à  $\psi$ . Ces travaux sont menés par une doctorante Suan Xu.

Le second instrument est un lambdamètre laser utilisant également les propriétés de polarisation de la lumière. La longueur d'onde du laser est reliée par une mesure angulaire de rotation du plan de polarisation du faisceau laser dont on cherche à connaître la longueur d'onde. La relation reliant  $\psi$  et  $\lambda$  est assez proche de celle d'un lambdamètre conventionnelle reliant un nombre de franges à la longueur d'onde recherchée mais notre système ne nécessite un déplacement de seulement  $4 \mu\text{m}$  au lieu de  $150 \text{ mm}$  pour atteindre une résolution de  $10^{-6}$ . Contrairement au cas précédent, ici nous avons donc privilégié la compacité du dispositif. Cet instrument fait l'objet d'un brevet dont le dépôt est toujours en cours au moment de l'écriture de ce mémoire.

La seconde partie de ce manuscrit (chapitres 4 à 6) regroupe l'ensemble de mes travaux relatifs à la métrologie des masses. Après une description du projet national de la Balance du Watt dont l'objectif vise une redéfinition du Kilogramme, j'ai détaillé plus particulièrement ma contribution à cet ambitieux projet.

Cette contribution fut double. J'ai mené des travaux portant sur la réalisation d'un capteur sensible à la direction radiale du champ magnétique de l'aimant permanent composant la balance du watt du LNME. Ce capteur repose sur l'effet Faraday dont un rappel a été fait dans un premier temps. Dans un second temps, j'ai présenté le capteur en lui-même. Ce capteur a été livré au LNME. Il est actuellement installé sur un dispositif mécanique spécifiquement élaboré au LNME pour la caractérisation de l'aimant. Les premiers résultats obtenus sur l'aimant définitif présente un niveau de bruit important. Il semblerait cependant que ce bruit soit mécanique et donc indépendant de notre capteur. Ce travail peut être considéré comme abouti du côté du LISV.

Ma seconde contribution à ce projet a consisté à réaliser un nouvel instrument destiné à matérialiser l'axe gravitationnel terrestre par une méthode absolue et sans contact. Notre capteur est basée sur un interféromètre Fabry Perot. Une approche théorique et expérimentale ont été menées avec la

---

réalisation de deux prototypes. Cependant l'aboutissement de ce travail nécessitera, à mon avis, une autre thèse sur le sujet car les défis technologiques à lever sont importants compte tenu de la sensibilité extrême du capteur.



---

## Bibliographie

---



---

## Bibliographie

---

- [1] T.J. Quin, *Mise en Pratique of the Definition of the Mètre*, Metrologia, Vol.**19**, N°5, pp521-541 (1994)
- [2] R. Felder, *Practical realization of the definition of the Metre, including recommended radiations of other optical frequency standards*, Metrologia, Vol.**42**, N°4, pp323-325 (2005)
- [3] J.P. Wallerand *et.al.*, *Absolute frequency measurement of molecular iodine lines at 514.7 nm interrogated by a frequency-doubled Yb-doped fibre laser*, Metrologia, Vol.**43**, N°3, pp294-298 (2006)
- [4] P. Giacomo, *Étalons métrologiques fondamentaux*, Techniques de l'ingénieur (2000)
- [5] C.P. Grover, *Optical metrology*, Society of Photo Optical, November (1986)
- [6] K.J. Gasvik, *Optical metrology*, John wiley & sons, New York (2002)
- [7] G. Lipinski, *Mesures dimensionnelles par interférométrie laser*, Techniques de l'ingénieur (1995)
- [8] P. Hariharan, *Optical interferometry*, Academic Press, Elsevier, Paris (2003)

- 
- [9] P. Hariharan, *Basics of interferometry*, Academic Press, Elsevier, Paris (2007)
- [10] B. Edlen, *The refractive index of air*, Metrologia, Vol.**2**, pp71-80 (1966)
- [11] K.P. Birch and M.J. Downs, *An updated Edlén equation for the refractive index of air*, Metrologia, Vol.**30**, pp155-162 (1993)
- [12] K.P. Birch and M.J. Downs, *Correction to the updated Edlén equation of the refractive index of air*, Metrologia, Vol.**31**, pp315-337 (1994)
- [13] Ph. E. Ciddor, *Refractive index of air: new equations for the visible and the near infrared*, Appl. Opt, Vol.**35**, pp1566-1573 (1996)
- [14] F. E. Jones, *The refractivity of air*, J. National Bureau of Standards, Vol.**86**, N°1, pp27-32 (1981)
- [15] M. Born and E. Wolf, *Principles of Optics*, 3rd edition, Pergamon Press, New York (1965)
- [16] W. Hou, *Optical parts and the nonlinearity in heterodyne interferometers*, Prec. Eng. Vol.**30**, pp337-346 (2006)
- [17] C. Wu, C. Su, *Nonlinearity in measurements of length by optical interferometry*, Meas. Sci. Tech. Vol.**7**, pp 62-68 (1996)
- [18] S Topçu *et.al.*, *Heterodyne interferometric technique for displacement control at nanometric scale*, Rev. Sci. Instr. Vol.**74**, N°11 (2003)
- [19] J. Lawall *et.al.*, *Michelson interferometry with 10 pm accuracy*, Rev. Sci. Instr. Vol.**71**, N°7 (2000)
- [20] M. Ohtsu, *Frequency stabilization in semiconductor lasers*, Opt. and Quantum electron., Vol.**20**, pp.283-300 (1988)
- [21] N. Bobroff, *Recent advances in displacement measuring interferometry*, Meas. Sci. Technol., Vol.**4**, 907-926 (1993)
- [22] S. Huard, *Polarisation de la lumière*, Editions MASSON, Novembre (1994)

- 
- [23] B.E.A Saleh, M.C. Teich, *Fundamentals of photonics*, John Wiley & Sons (1991)
- [24] K. Lizuka, *Elements of photonics*, Wiley-interscience, Toronto (2002)
- [25] A. Gerrard and J.M. Burh, *Introduction to matrix methods in optics*, Wiley, London (1995)
- [26] R.M.A. Azzam, N.M. Bashara, *Ellipsometry and polarized light*, Elsevier, Amsterdam (1989)
- [27] R.C Jones, *A new calculus for the treatment of optical systems I-III*, J.Opt.Soc.Am. Vol.**31**, pp488-503 (1941)
- [28] R.C Jones, *A new calculus for the treatment of optical systems IV*, J.Opt.Soc.Am. Vol.**32**, pp486-493 (1942)
- [29] R.C Jones, *A new calculus for the treatment of optical systems V-VI*, J.Opt.Soc.Am. Vol.**37**, pp107-112 (1947)
- [30] R.C Jones, *A new calculus for the treatment of optical systems VII*, J.Opt.Soc.Am. Vol.**38**, pp671-685 (1948)
- [31] R.C Jones, *A new calculus for the treatment of optical systems VIII*, J.Opt.Soc.Am. Vol.**46**, pp126-131 (1956)
- [32] D.H. Goldstein, *Mueller matrix dual-rotating retarder polarimeter*, Appl. Opt. Vol.**31**, N°31, pp6676-6683 (1992)
- [33] D.H. Goldstein, R. A. Chipman, *Error analysis of a Mueller matrix polarimeter*, J. Opt. Soc. Am. Vol.**7**, N°4, pp693-700 (1990)
- [34] B. Boulbry *et.al.*, *Error analysis and calibration of a spectroscopic Mueller matrix polarimeter using a short-pulse laser source*, Meas. Sci. Technol. Vol.**13**, pp1563-1573 (2002)
- [35] P. A. Williams, *Rotating-wave-plate Stokes polarimeter for differential group delay measurements polarization-mode dispersion*, Appl. Opt. Vol.**36**, N°31, pp 6508-6515 (1999)

- 
- [36] Manuel d'utilisation du Polarimètre TXP5000, [www.thorlabs.com](http://www.thorlabs.com)
- [37] A. Bränberg, P. Nylén, *Vacuum-operated digital wavelength meter*, Rev. Sci. Instr. Vol.**56** N°2 (1985)
- [38] C. Ruck, E. Mueller, *High accuracy wavemeter*, US Patent N° 6,795,188 B2 (2004)
- [39] J. Ishikawa, N. Ito and K. Tanaka, *Accurate wavelength meter for cw lasers*, Appl. Opt. Vol.**25**, n°5, pp639-643 (1986)
- [40] T.E. Dimmick, *Simple and accurate wavemeter implemented with polarization interferometer*, Appl. Opt. Vol.**36**, N°36, pp9396-9401 (1997)
- [41] J.-P. Monchalin, M.J. Kelly, J.E. Thomas, N.A. Kurnit, A. Szoke, F. Zernike, P.H. Lee, and A. Javan, *Accurate laser wavelength measurement with precision two-beam scanning interferometer*, Appl. Opt. Vol.**20**, N°5, pp736-757 (1981)
- [42] P.J. Fox, R.E. Scholten, M.R. Walkiewicz, and R.E. Drullinger, *A reliable compact and low cost Michelson wavemeter for laser wavelength measurement*, Am. J. Phys. Vol.**67**, pp624 (1999)
- [43] M-L. Junttila, B. Stahlberg, E. Kyro, T. Verijola and J. Kauppinen, Rev. Sci. Instr. Vol.**58**, pp1180 (1987)
- [44] D. Steers, W. Sibbett and M.J. Padgett, Appl. Opt. Vol.**37**, pp5777 (1998)
- [45] J. L. Hall and S. A. Lee, Appl. Phys. Lett. Vol.**29**, pp367 (1976)
- [46] R. Castell, W. Demtroder, A. Fisher, R. Kullmer, H. Weickenmeier and K. Wickert, *The accuracy of laser wavelength meters*, Appl. Opt. Vol. **38**, N°1, pp1-10 (1985)
- [47] B.J. Meers and K.A. Strain, Phys. Rev. A, Vol.**44**, N°7, pp44 (1991)
- [48] W.G. Schweitzer, E.G. Kessler, R.D. Deslattes, H.P. Layer and J.R. Whetstone, Appl. Opt. Vol.**12**, pp2927 (1973)

- 
- [49] D.A. Jennings, CR Pollok, FR Peterson, RE Drullinger, KM Evenson, JS Wells, JL Hall and HP Layer, *Opt. Lett.* Vol**8**, pp136 (1983)
- [50] TM Niebauer, JE Faller, HM Godwin, JL Hall and RL Barger, *Appl. Opt.* Vol.**27**, pp1285 (1988)
- [51] R. Davis, *The SI unit of mass*, *Metrologia* 40 299-305 (2003)
- [52] G. Genevès *et.al.*, *The BNM watt balance project*, proceedings of CPEM2004, London UK (2004)
- [53] B.P. Kibble, L.A. Robinson, *Replacing the kilogram*, *Meas. Sci. Technol.* Vol **14** pp11243-1248 (2003)
- [54] P. Becker *et.al.*, *Determination of the Avogadro constant via the silicon route*, *Metrologia* 40 271-287 (2003)
- [55] P. Becker, M. Gläser, *Avogadro constant and ion accumulation: steps towards a redefinition of the SI unit of mass*, *Meas. Sci. Technol.* Vol.**14**, pp1249-1258 (2003)
- [56] P. Becker, *Tracing the definition of the Kilogram to the Avogadro constant using a Silicon Single Crystal*, *Metrologia* Vol.**40**, pp366-375 (2003)
- [57] P. Becker, G. Mana, M. Jentschel, 388 Heraeus Seminar atomic clocks and fundamental constants—Bad Honnef, 4 –7 June 2007
- [58] D. Haddad, *Mesure et contrôle de position et de vitesse à l'échelle nanométrique: application à la balance du watt*, thèse de doctorat, Université de Versailles (2004)
- [59] P. Gournay *et.al.*, *Magnetic circuit design for the BNM watt balance experiment*, *IEEE Trans. Instr. Meas.* Vol.**54**, N°2 (2005)
- [60] P. Cheinet, F. Pereira, Dos Santos, T. Petelski, A. Clairon, N. Dimarcq, D. Holleville, A. Landragin, *Cold atom absolute gravimeter for the Watt balance*, CPEM, Londres.28 juin-2 juillet 2004.

- 
- [61] P. Cheinet, F. Pereira Dos Santos, A. Clairon, N. Dimarcq, D. Holleville, A. Landragin, *Gravimètre à atome froid*, J. phys. IV France, Vol.**119**, pp153-154 (2004)
- [62] B.N. Taylor, T.J. Witt, *New international electrical reference standards based on the Josephson and Quantum Hall Effects*, Metrologia Vol.**26**, pp47-62 (1989)
- [63] F. Villar, J. David, G. Genevès, P. Juncar, P. Pinot, *Balance du watt française : conception et réalisation d'un système de guidage par éléments flexibles*, 12e Congrès international de métrologie, Lyon, France, 20-23 juin 2005.
- [64] F. Villar, J. David, G. Genevès, P. Juncar, P. Pinot, *Long stroke flexure stage for a Watt balance experiment*, Euspen 6th International Conference, mai-juin 2006, baden, Autriche.
- [65] P. Pinot, G. Genevès, D. Haddad, J. David, P. Juncar, M. Lecollinet, S. Macé, and F. Villar, *Theoretical analysis for the design of the French watt balance experiment force comparator*, Rev. Sci. Instrum. Vol.**78**, n°095108 (2007)
- [66] I. A. Robinson, B. P. Kibble, *The NPL moving-coil apparatus for measuring Planck's constant and monitoring the Kilogram*, IEEE Trans. Instrum. Meas. Vol.**46**, pp596-600 (1997)
- [67] I. A. Robinson, B. P. Kibble, *An initial measurement of Planck's constant using the NPL Mark II watt balance*, Metrologia Vol.**44**, pp427-440 (2007)
- [68] R. L. Steiner, D. B. Newell, E. R. Williams, *A result from the NIST Watt Balance and an analysis of uncertainties*, IEEE Trans. Instrum. Meas. Vol.**48**, pp205-208 (1999)
- [69] R. Steiner, E. Williams, D. Newell, *Towards an electronic kilogram: an improved measurement of the Planck constant and electron mass*, Metrologia Vol.**42**, pp431-41 (2005)

- 
- [70] R. Steiner, D. Newell, E. Williams, L. Ruimin, P. Gournay, The NIST project for the electronic realization of the kilogram IEEE Trans. Instrum. Meas. Vol.**54**, pp846-849 (2005)
- [71] W. Beer, B. Jeanneret, B. Jeckelmann, P. Richard, *A proposal for a new moving coil experiment*, IEEE Trans. Instrum. Meas. Vol.**48**, pp192-195 (1999)
- [72] W. Beer, B. Jeanneret, B. Jeckelmann, P. Richard, H. Schneiter, A. Pourzand, A. Courteville, R. Dändliker, *The OFMET watt balance: Progress report*, IEEE Trans. Instrum. Meas. Vol.**50**, pp583-586 (2001)
- [73] W. Beer, A. L. Eichenberger, B. Jeanneret, B. Jeckelmann, A. R. Pourzand, P. Richard, J.P.Schwarz, *Status of the METAS watt balance experiment*, IEEE Trans. Instrum. Meas. Vol.**52**, pp626-630 (2003)
- [74] A. Picard, M. Stock, H. Fang, T. J. Witt, Senior Member, IEEE, and D. Reymann, *The BIPM Watt Balance*, IEEE Trans. Instrum. Meas. Vol. **56**, N°2 (2007)
- [75] E. R. Williams, R. L. Steiner, D. B. Newell, and P.T. Olsen, *Accurate measurement of the Planck constant*, Phys. Rev. Lett. Vol.**81**, pp2404-2407 (1998)
- [76] G.N. Stenbakken, P.T. Olsen, E. Williams, Methods for aligning the NIST Watt-Balance, IEEE Trans. Instr. Meas. Vol.**45**, N°2, pp372-377 (1996)
- [77] R.S. Popovic, J.A. Flanagan, P.A. Besse, *The future of magnetic sensors*, Sensors and Actuators, Vol.**56**, pp39-55 (1996)
- [78] A. Edelstein, *Advances in magnetometry*, J. Phys: Condens. Matter., Vol. **19**, pp28 (2007)
- [79] P. Ripka, *Magnetic sensors and magnetometers*, Editions Artech House, London (2000)
- [80] C.S. Shott et.al., *High accuracy analog Hall probe*, IEEE. Trans. Instr. Meas., Vol.**46**, N°2, pp613-616 (1997)

- 
- [81] A.B. Villaverde, E. Munin, C.B. Pedroso, *Linear displacement sensor based on the magneto-optical Faraday effect*, Sensors and Actuators A. Vol.**70**, pp211-218 (1998)
- [82] S.Olivier *et.al.*, *Magnetic field measurements using magneto-optic Kerr sensors*, Opt.Eng Vol.**33**, pp3718-3722 (1994)
- [83] M. Bock *et.al.*, *A Faraday effect position sensor for interventional magnetic resonance imaging*, Phys. Med. Bio. Vol.**51**, pp999-1009 (2006)
- [84] O. Kamada, T. Nakaya and S. Higuchi, *Magnetic field optical sensor using Ce:YIG single crystals as a Farady element*, Sensors and Actuators A, Vol.**119**, pp345-348 (2005)
- [85] B. Johnson, *Errors in Faraday effect measurements unusing imperfect polarisers*, British J. Appl. Phys. Vol.**13**, pp1389-1402 (1967)
- [86] G. Genevès *et.al.*, IEEE Trans. Instrum. Meas., Vol. **54**, N°2, pp. 850-853 (2005)
- [87] K. Komiya *et.al.*, *An inclinometer using magnetic fluid*, J. Phys. E: Sci. Instrum., Vol. **45** pp.437-439 (1988)
- [88] S. Billat, H. G., J. A. Frech, *Micromachined inclinometer with high sensitivity and very good stability*, Sensors and Actuators pp.125-130 (2002)
- [89] G.M. Hale and M.R. Query, *Optical constants of water in the 200 nm to 2000 nm*, Appl. Opt. Vol.**12**, pp555-563 (1973)
- [90] R.M. Pope, *Optical absorption of pure water and sea water using the integrating cavity absorption meter*, Texas A&M University (1993)
- [91] J. Stone and D. Marcuse, *Ultra-high finesse fiber Fabry-Perot interferometers*, J. Lightw. Technol. Vol.**LT-4**, pp.382-385 (1986)
- [92] J. Stone and L.W. Stulz, *Pigtailed High-finesse tunable fiber Fabry-Perot interferometers with large, medium and small free spectral range*, Electr. Lett. Vol.**23**, pp.781-783 (1987)

---

## Annexe 1 : Les matrices de Jones et de Mueller

---

Les calculs matriciels de Jones et Mueller des chapitres 2 et 3 ont été faits en considérant les matrices composants données dans les tableaux ci-dessous.

Composant	Angle	Matrice de Jones	Matrice de Mueller
Polariseur	$0^\circ$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
Polariseur	$90^\circ$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
Polariseur	$\pm 45^\circ$	$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & \pm 1 \\ \pm 1 & 1 \end{pmatrix}$	$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & \pm 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \pm 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

Composant	Angle	Matrice de Jones	Matrice de Mueller
Lame quart-d'onde	$0^\circ$	$\begin{pmatrix} e^{i\frac{\pi}{4}} & 0 \\ 0 & e^{-i\frac{\pi}{4}} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$
Lame quart-d'onde	$\pm 45^\circ$	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & \pm i \\ \pm i & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \pm 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \pm 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
Lame demi onde	$0^\circ$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$
Lame demi onde	$\pm 45^\circ$	$\begin{pmatrix} 0 & \pm 1 \\ \pm 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

---

## Annexe 2 : Les publications

---

# Improved miniature wavelength meter based on polarisation state measurements

Karim Ouedraogo, Suat Topsu, Luc Chassagne, Jamil Nasser and Yasser Alayli

*LISV-University of Versailles-45 avenue des états unis, 78035 versailles FRANCE*

## Abstract

We propose an alternative design to the wavemeters based on scanning Michelson interferometers. Using realistic experimental parameters, we show that a relative accuracy of one part in  $6 \times 10^{-8}$  can be reached with a displacement of the target mirror of only  $360 \mu m$ . This improvement becomes possible thanks to the significant advances in polarimetry that permit measurement of the ellipsometric parameters  $\psi$  and  $\Delta$  with an accuracy of  $0.07^\circ$  with readily-available commercial equipment. This leads to an interpolation rate of  $\lambda/10000$ . The proposed method has been setup and the chief parameters limiting its accuracy are determined.

## I. INTRODUCTION

Numerous designs of laser wavelength meters (or wavemeters) [1, 2] have been proposed over the years, most of them based on interferometric concepts. The most commonly used is a scanning-Michelson interferometer [3–5]. A stable laser with well-characterized wavelength is used as a frequency reference. The reference and the unknown source are injected into a Michelson interferometer and their interference fringes are simultaneously detected on different detectors. The relative lengths of the interferometer arms are varied while the number of fringes is counted for both the reference and unknown source. The ratio of the two fringe counts gives the ratio of the two wavelengths. The scanning nature of this design leads to relatively fragile instruments. Furthermore, most of the existing wavemeters have been optimized for resolution. However, there are cases where resolution is not the key parameter. In coarse dense-wavelength division-multiplexing communication systems, the required resolution is such that simple dispersion spectrometers are sufficient as long as the resulting wavemeter is miniature, portable, and robust. There are robust static wavemeters, most notably those based on Wollaston prisms [6]. These designs interfere the unknown source with a transversely shifted version of itself, resulting in a spatial fringe pattern which is recorded on a detector array. In this case, the resolution is limited by the number of pixels on the detector array, as it sets a limit on the highest spatial frequency that can be detected in the interferogram.

We propose a very accurate and miniature laser wavelength meter based on polarization state measurements made by readily available commercial polarimeters. We show that a relative uncertainty of  $10^{-8}$  can be reached with a particularly robust and compact design of the scanning-Michelson interferometer with a travel path of only  $360 \mu m$ .

## II. THE CONVENTIONAL SCANNING-MICHELSON WAVEMETER

Consider a simple Michelson interferometer composed of two mirrors and a beamsplitter. As the target mirror is moved, the path difference between the two arms changes, resulting in variations in the interference pattern. The number of fringes counted over a distance  $d$  is  $N_r = 2d/\lambda_r$  where  $\lambda_r$  is the wavelength of the laser in air. We suppose that this laser has been calibrated and so its wavelength in vacuum  $\lambda_0$  is known. For a different laser with an unknown wavelength  $\lambda_u$ ,  $N_u = 2d/\lambda_u$  fringes would be counted. If both lasers propagate through the interferometer simultaneously, then the distance moved by the mirror must be the same for each, giving

$$\lambda_u = \frac{N_r}{N_u} \lambda_r. \quad (1)$$

Hence, the ratio of fringes counted gives the wavelength of the unknown laser in air. In vacuum, it becomes

$$\lambda_{u_0} = \frac{N_r}{N_u} \lambda_0 \left( \frac{n_u}{n_r} \right). \quad (2)$$

where  $n_u$  and  $n_r$  are the refractive index of air of respectively the reference and the unknown wavelengths.

The scanning-Michelson interferometer consists of a beamsplitter, two mirrors, and two retroreflectors mounted back to back on a translation stage (Fig. 1). The push-pull design of the interferometer, with the two retroreflectors mounted back to back, has the advantage that the interference pattern goes through a complete fringe cycle for every  $\lambda/4$  displacement of the translation stage rather than a  $\lambda/2$  displacement for only one arm scanned interferometer. This design has first been reported by Hall and Lee [7]. The two laser beams are detected by two photodiodes and the two signals fed into a frequency counter. The counter has a ratio function and directly displays the ratio of the two inputs with a common integration times of some seconds.

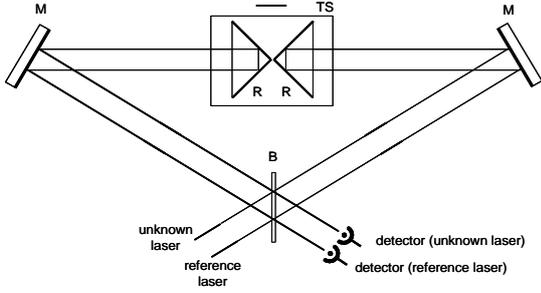


FIG. 1: Schematic representation of a wavemeter based on a scanning-michelson interferometer. **B** beamsplitter - **M** mirror - **R** retroreflector - **TS** translation stage

### III. THE POLARIMETRIC SCANNING-MICHELSON WAVEMETER

Consider now the setup in Figure 2. The differences compared to the design proposed by Hall and Lee (Fig. 1) are

- the laser has a polarization state oriented at  $45^\circ$  with respect to the  $p$ -axis,
- two quarter waveplates have been added on the optical path of both laser beams,
- the two detectors at the output of the wavemeter are replaced by two polarimeters.

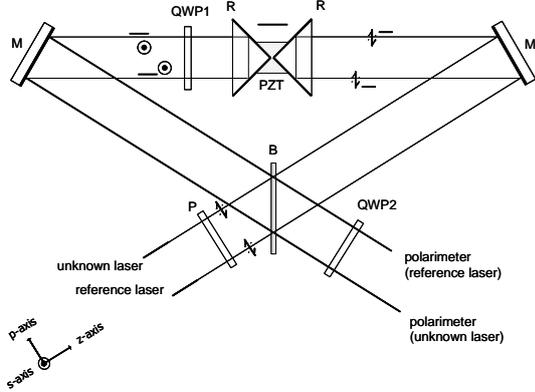


FIG. 2: Schematic representation of the principle of laser wavelength meter based on polarization state measurements. **B** beamsplitter - **M** mirror - **P** polarizer - **PZT** piezoelectric actuator - **QWP** quarter-waveplate - **R** retroreflector

Any polarization states can be described with only two parameters  $(\psi, \Delta)$  as shown in Figure 3.  $\tan(\psi)$  and  $\Delta$  are respectively the amplitude ratio and the phase difference of the  $p$ - and  $s$ -components of the electromagnetic field. For a linear polarization, the ellipticity  $\Delta$  is null while it is equal to  $\pi/2$  for a right circular polarization

state. The most common method to measure  $\psi$  and  $\Delta$  uses a mechanically rotated polarizing element and employs Fourier analysis of the detected signal to calculate  $\psi$  and  $\Delta$  from the amplitudes and the phases of the second and fourth harmonics of the signal [9]. The accuracy on  $\psi$  and  $\Delta$  can reach at best  $0.001^\circ$  however most of the non-expansive commercially available polarimeter have an accuracy of  $0.01^\circ$  [17].

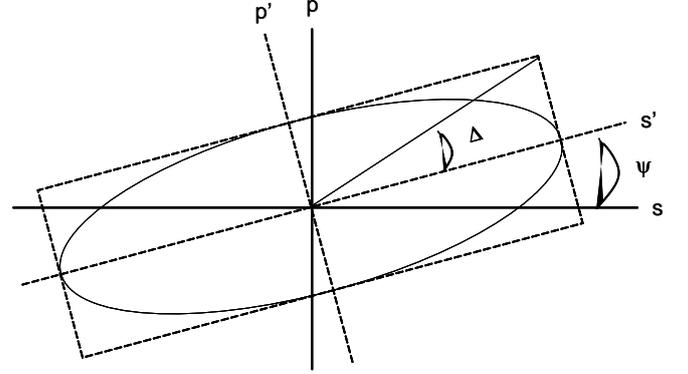


FIG. 3: Definition of the ellipsometric parameters  $\psi$  and  $\Delta$ .

Naming reference arm of the interferometer the one where is the quarter waveplate QWP1 and secondary arm where it is not. A simple mathematical approach of the optical setup is also possible using the Jones matrices calculation [9]. Omitting the temporal and spatial propagation terms, at the output of the interferometer (before quarter waveplate QWP2), the laser field of reference arm  $EL_1$  and secondary arm  $EL_2$  are :

$$\vec{EL}_1 = N_T \cdot M_0 \cdot R\left(\frac{\pi}{4}\right) \cdot Q \cdot R\left(-\frac{\pi}{4}\right) \cdot M_0 \cdot R\left(-\frac{\pi}{4}\right) \cdot Q \cdot R\left(\frac{\pi}{4}\right) \cdot M_0 \cdot N_R \cdot G \cdot \vec{EL} \quad (3)$$

$$EL_1 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 0 \\ \exp(\pm\phi) \end{pmatrix} \quad (4)$$

and

$$\vec{EL}_2 = N_R \cdot (M_0)^3 \cdot N_T \cdot G \cdot \vec{EL} \quad (5)$$

$$EL_2 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} \exp(\pm\phi) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (6)$$

where  $G$ ,  $N_T$ ,  $N_R$ ,  $M_0$ ,  $Q$  are respectively the Jones matrices of polarizer, beamsplitter 50/50 at reflection, beamsplitter 50/50 at transmission, mirror and quarter waveplate,  $R$  the rotator matrix and  $\vec{EL}$  the input laser field.

The Jones matrices of the  $s$ - and  $p$ -components of the laser field at the output of the Michelson interferometer (just after the quarter waveplate denoted QWP2 in Fig. 2) are

$$\vec{E}_p = R\left(-\frac{3\pi}{4}\right).Q.R\left(-\frac{3\pi}{4}\right).\vec{E}L_1 \quad (7)$$

$$\vec{E}_s = R\left(-\frac{3\pi}{4}\right).Q.R\left(-\frac{3\pi}{4}\right).\vec{E}L_2 \quad (8)$$

$$\vec{E}_p = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \exp(\mp i\phi) \\ -i \exp(\mp i\phi) \end{pmatrix} \quad (9)$$

$$\vec{E}_s = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \exp(\pm i\phi) \\ i \exp(\pm i\phi) \end{pmatrix} \quad (10)$$

where  $\phi$  is the phase shift induced by the displacement of the mirror on each arm. Hence, at the output of the interferometer, we have two components circularly polarized with a phase difference equal to  $(\pi/2 \pm 2\phi)$  according to the sense of the displacement. The total electromagnetic field at the output of the interferometer is

$$\vec{E} = \vec{E}_p + \vec{E}_s = \begin{pmatrix} \cos \phi \\ \mp \sin \phi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \psi \\ \sin \psi \end{pmatrix} \quad (11)$$

So the resulting polarization state of the electromagnetic field is then linear and will rotate with an angle  $\psi$  about to the  $p$ -axis as  $\phi$  varies, i.e. as the mirror moves. Hence, this interferometric setup allows us to link the displacement of the target mirror (via  $\phi$ ) to the parameter  $\psi$ .

$$\lambda_u = \frac{\psi_r}{\psi_u} \lambda_r \quad (12)$$

where  $\psi_r$ ,  $\psi_u$  are respectively the polarization rotations of the unknown laser and the reference laser,  $\lambda_r$  the wavelength of the calibrated reference laser.

As  $\psi$  can be measured with an accuracy of  $0.01^\circ$ , it is possible to interpolate one optical fringe by one part in 36000. Note that this value is well beyond the fringe interpolation limit of 555 000 due to statistical limits imposed by the laser amplitude noise and detector noise as demonstrated by Meers and Strain [11] and by Lawall and Kessler [12]. This fringe interpolation of the displacement permit either to improve the fringe resolution keeping the long displacement range of the mirrors either to reduce drastically the displacement range keeping the same level of uncertainty on fringe resolution.

#### IV. ACCURACY LIMITATIONS

The accuracy of Michelson wavemeters has been discussed in length in Ref [8]. The uncertainty includes contributions from the wavefront distortion or misalignment

of the beam from mirror adjustment, which produce error in fringes counted (denoted respectively  $\Delta\lambda_{WD}$  and  $\Delta\lambda_A$ ). The stability of the frequency of the reference laser ( $\Delta\lambda_{FS}$ ) and the fringe resolution ( $\Delta\lambda_{FR}$ ) also limits the accuracy. These uncertainties can be added in quadrature to produce an estimate for the uncertainty of the measurement

$$\sigma_\lambda = \sqrt{(\sigma_{WD})^2 + (\sigma_A)^2 + (\sigma_{FS})^2 + (\sigma_{FR})^2} \quad (13)$$

where

$$\sigma_\lambda = \frac{\Delta\lambda}{\lambda}, \sigma_{WD} = \frac{\Delta\lambda_{WD}}{\lambda}, \sigma_A = \frac{\Delta\lambda_A}{\lambda}, \quad (14)$$

$$\sigma_{FS} = \frac{\Delta\lambda_{FS}}{\lambda}, \sigma_{FR} = \frac{\Delta\lambda_{FR}}{\lambda}. \quad (15)$$

Some sources of error - like wavefront distortion, relative misalignment of the beams, laser wavelength uncertainty - are common to both designs. Wavefront distortion in the laser beams will result in counting errors due to diffraction effects [3]. The magnitude of the uncertainty can be estimated from simple diffraction theory and is given by

$$(\sigma_{WD})^2 = \frac{\lambda^2}{4\pi^2 w_0^2} = \frac{\Delta\theta^2}{4} \quad (16)$$

where  $w_0$  is the beam waist diameter and  $\Delta\theta$  is the divergence of the beam. The divergence of the beam is typically 0.20 mrad which gives  $\sigma_{WD} = 10^{-8}$ .

Relative misalignment of the lasers beams will produce counting errors since the lengths traveled by the two beams will differ. This is a simple cosine error, which is for small angles

$$(\sigma_A) = \left(\frac{\Delta L}{L}\right) = \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta x}{L}\right)^2 \quad (17)$$

where  $\Delta x/L$  is the relative angular displacement. Taking a realistic optical path length of  $L = 0.5 \text{ m}$  and an extreme relative displacement over that distance of  $\Delta x = 0.1 \text{ mm}$ , the beam misalignment uncertainty is  $\sigma_A = 2 \times 10^{-8}$ . In practice, obtaining fringes of constant amplitude over the length of the track ensures much better alignment.

The He-Ne laser wavelength uncertainty is due to the Doppler width of the Neon emission line and to the unknown Neon isotope mixture used in tube. Both uncertainties can be minimized at the level  $10^{-12}$  by locking the He-Ne laser to an  $I_2$  absorption line [13]. Another method consist of controlling the cavity temperature to obtain equal intensities of two operating longitudinal modes with orthogonal polarization in the He-Ne laser [16]. Most of the commercially available helium-neon lasers use this last method and an uncertainty of  $10^{-9}$  is easily achieved [18].

The uncertainty due to fringe counting is  $1/N$  where  $N$  denotes the number of fringes of the probe signal. Obviously the achievable accuracy scales linearly with the

number of interference fringes, i.e. the displacement of the moving mirrors. A displacement of 150 mm is necessary with a conventional wavemeter to reach an uncertainty of one ppm on fringe counting. With the proposed setup, 4  $\mu\text{m}$  is enough. Such a displacement is easily achievable using piezoelectric (PZT) actuators. Hence, a realization of a very robust and miniature apparatus becomes possible.

Summing the uncertainties in quadrature we see that the counting error is far outweigh all others. To reach the level of  $10^{-8}$  for the counting error, one need a displacement of 1.5 m with a conventional wavemeters which is inconceivable due to practical considerations limiting the size of the device. With our device, this level can be reach with only two thousands of fringes which require a displacement of the mirrors of approximately 320  $\mu\text{m}$ . This range of displacement is still possible thanks to PZT actuators.

## V. EXPERIMENTAL SETUP

The displacement of the target mirror of  $\lambda/2$  corresponds to a variation of the polarization parameter  $\psi$  to  $2\pi$ . In order to estimate the resolution (i.e. the minimal step of  $\psi$  achievable), nanometric displacements of the target mirror using a two-axes piezoelectric actuator are realized by performing a step voltage onto the actuator. Variations of  $\psi$  as small as 0.2 deg have been observed without any numerical integration (Figure 4). The uncertainty of the system is determined by determining the Allan standard deviation. A weather station measures the room temperature (PT100 thermistor  $\sigma = 5$  mK), the room pressure (Digiquartz-  $\sigma = 3$  Pa), the humidity content (MH4, General Eastern -  $\sigma = 1\%$ ) and CO<sub>2</sub> content (Paroscientifique -  $\sigma = 50$  ppm). Using Edlén equations[15], the refractive index of air is calculated with an uncertainty of  $5 \times 10^{-8}$ . The parameter  $\psi$  is measured over 1s giving 15 measurements points. This step is repeated several times leading to about 3200 points of measurements. Due to the calculus of the Allan variance  $\sigma_y^2(\tau)$  (Eq. 18), the maximum estimation time is about 30s.

$$\sigma_y(\tau) = \left\{ \sum (y_{i+1}(\tau) - y_i(\tau)) / (2K - 2) \right\} \quad (18)$$

where K is the number of samples of  $\psi$  measurements using the frequency counter and  $\overline{y_i}$  the normalized value of the  $K$  samples. Figure 5 represents the Allan standard deviation of polarization parameter  $\psi$  measured at the output of the Michelson interferometer. We notice that over an integration time of 1/10s, we have a stability less of  $6.4 \times 10^{-4}$ ,  $1.7 \times 10^{-4}$  over a realistic experimental integration time of 1s.

This part of the paper describes the setup for the measurement of an unknown laser wavelength with our system. The reference laser is a calibrated laser and sta-

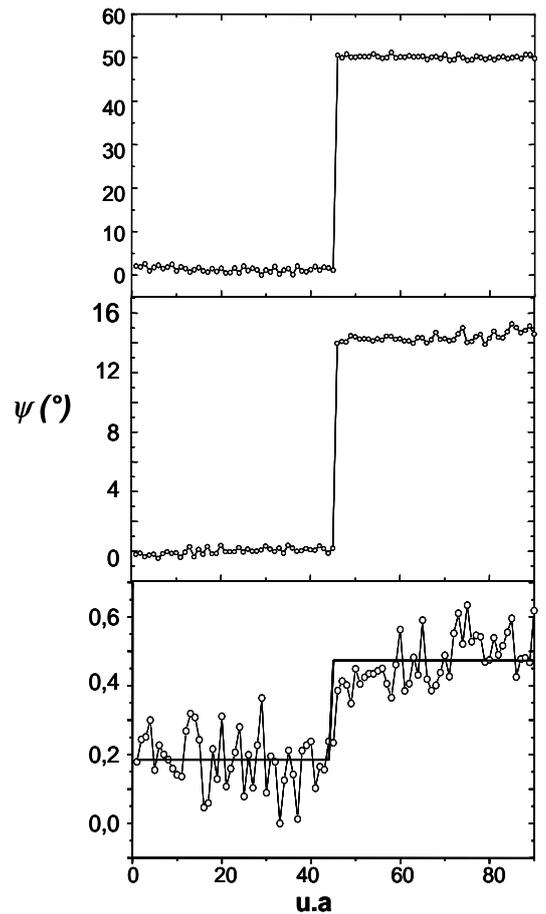


FIG. 4: Variations of  $\psi$  for different values of voltage steps applied onto the PZT actuator.

bilized He-Ne laser ML10 from Renishaw. This reference homodyne laser has a wavelength of 632.991 nm. The second laser is an stabilized extended cavity diode laser. The beam of the unknown laser is separated on two laser beams, the first one going to the interferometer and the second one injected in a optical fiber for measurement with a conventional wavelength meter WA-1500 from EXFO (Burleigh).

Displacements of the target mirror are realized with a piezoelectric actuator PA-835 from PI by performing voltages ramp at different frequencies. Figure 6 represents the experimental workbench we realized.

Figures 7 and 8 represent the results we obtained. The measurement points showed in this figure have been obtained under the same conditions of pressure, temperature and humidity each minute. This results shows that a dispersion of less than  $2 \times 10^{-5}$ . The mean value is 1.03655, which is different from the theoretical one of about  $10^{-4}$ . This discrepancy is due to a slower drift of the polarization state at the end of each displacement of the target mirror.

This drift, known as creep, occurs in open-loop opera-

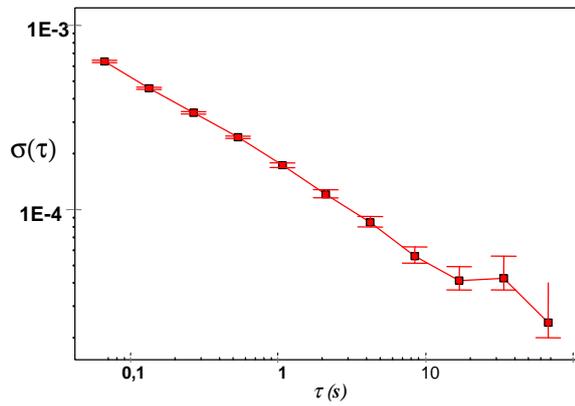


FIG. 5: Allan standard deviation of polarisation parameter  $\psi$  at the output of the Michelson interferometer

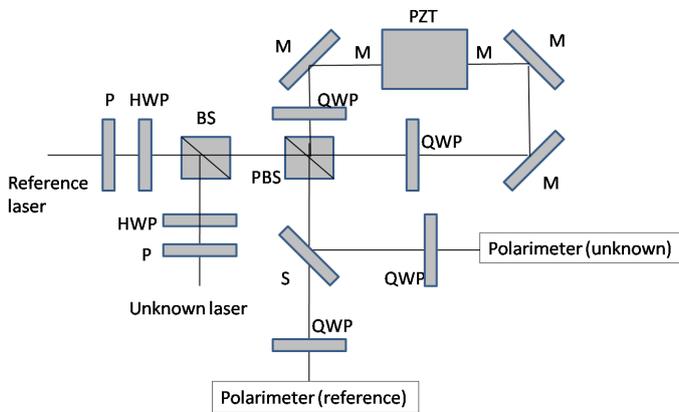


FIG. 6: Representation of experimentation realised : **BS**(*Beam Splitter*), **PBS**(*Polarizing Beam Splitter*), **P** (*Polariser*), **HWP**(*Half Wave Plate*), **QWP**(*Quarter Wave Plate*), **M** (*Mirror*), **S**(*beam Separator*)

tion when a PZT actuator is used. This source of error will be eliminated by working with closed-loop displacement. Then we hope to reach  $10^{-6}$  as relative uncertainty on  $\lambda$ .

## VI. CONCLUSION

We proposed a novel method of laser wavelength meters that addresses the measurement requirements of the

most common experiments in optics or atomic physics. A very compact and robust apparatus is possible using the proposed setup. Such a device could be very useful in coarse dense-wavelength division-multiplexing communication systems where the size of the components is an important parameter. This work is protected by a french patent.

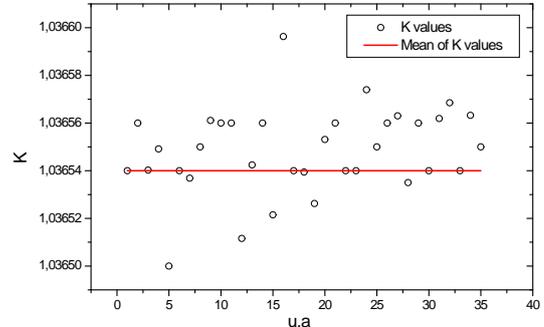


FIG. 7: (a) Dispersion of  $k$  values around the mean value

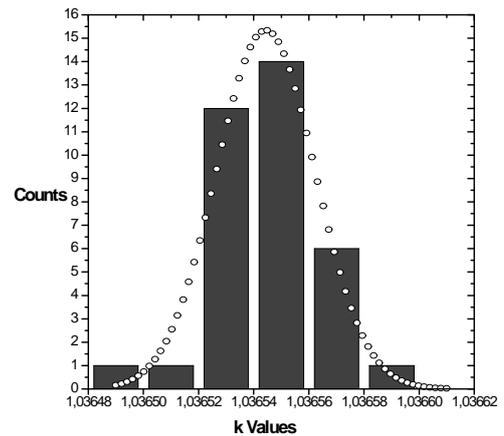


FIG. 8: (b) Histogram and Gaussian fit for measured  $K$  values

[1] J.J. Snyder, *Laser Focus* **18**(5), 55 (1982).  
 [2] J.J. Snyder and T.W. Hansch, in *Topics in Applied Physics: Dye Lasers*, F.P. Schafer, ed. (Springer-Verlag, Berlin, 1990), pp.201-219.  
 [3] J.-P. Monchalin, M.J. Kelly, J.E. Thomas, N.A. Kurnit,

A. Szoke, F. Zernike, P.H. Lee, and A. Javan, *Appl. Opt.* **20**, 736 (1981).  
 [4] P.J. Fox, R.E. Scholten, M.R. Walkiewicz, and R.E. Drullinger, *Am. J. Phys.* **67**, 624 (1999).  
 [5] M-L. Junttila, B. Stahlberg, E. Kyro, T. Verijola and J.

- Kauppinen, *Rev. Sci. Instrum.* **58**, 1180 (1987).
- [6] D. Steers, W. Sibbett and M.J. Padgett, *Appl. Opt.* **37**, 5777 (1998).
- [7] J. L. Hall and S. A. Lee, *Appl. Phys. Lett.* **29**, 367 (1976).
- [8] R. Castell, W. Demtroder, A. Fisher, R. Kullmer, H. Weickenmeier and K. Wickert, *Appl. Opt.* **38**, 1 (1985).
- [9] R.M.A. Azzam, N.M. Bashara, (Elsevier, Amsterdam, 1989).
- [10] F. C. Demarest, *Meas. Sci. Technol.* **9**, 1024 (1998).
- [11] B.J. Meers and K.A. Strain, *Phys. Rev. A* **44**(7), 44 (1991).
- [12] J. Lawall and E. Kessler, *Rev. Sci. Instr.* **71**(7), 2669 (2000).
- [13] W.G. Schweitzer, E.G. Kessler, R.D. Deslattes, H.P. Layer and J.R. Whetstone, *Appl. Opt.* **12**, 2927 (1973).
- [14] D.A. Jennings, CR Pollok, FR Peterson, RE Drullinger, KM Evenson, JS Wells, JL Hall and HP Layer, *Opt. Lett.* **8**, 136 (1983).
- [15] K.P. Birch and M.J. Downs, An updated edlén equation for the refractive index of air, *Metrologia* **30** (1993) 155-62
- [16] TM Niebauer, JE Faller, HM Godwin, JL Hall and RL Barger, *Appl. Opt.* **27**, 1285 (1988).
- [17] A simple and very compact polarimeter PA450 from Thorlabs is commonly used in the laboratory. It is composed of a polarizer and a spinning quarter waveplate. It has a resolution of  $0.001^\circ$  and an accuracy of  $0.01^\circ$ .
- [18] For example, we use the model 05STP901 from Melles Griot which characteristics are a frequency stability (1 min) of 0.5 MHz at 473.612 54 THz (i.e. 632.991 nm).

# Absolute method for an optical measurement of the earth gravitational axis : Application to Watt Balance

Karim Ouedraogo<sup>†</sup>, Suat Topsu<sup>†</sup>, Luc Chassagne<sup>†</sup>, Patrick Juncar<sup>‡</sup>, Jamil Nasser<sup>†</sup> and Yasser Alayli<sup>†</sup>

<sup>†</sup>*LISV- University of Versailles Saint-Quentin 45 avenue des états unis 78035 Versailles (FRANCE) and*

<sup>‡</sup>*LNE-INM/CNAM 61 Rue du Landy 93210 Seine Saint-Denis (FRANCE)*

## Abstract

We show how a Fabry Perot interferometer could be used to determine the gravitational axis of the earth  $\mathbf{g}$  with an high sensitivity. Our method lie  $\mathbf{g}$  axis to an optical beat frequency value between two lasers. The principle is described and a budget error is presented. The sensitivity of the sensor is estimated to be below of 85 nrad/MHz. This method could be used as a high sensitivity and absolute tilt sensor or even as a seismometer. This sensor is dedicated to the french watt balance project as described in this paper.

## 1. INTRODUCTION

Currently, the kilogram is materialized by an artifact keep at the BIPM since 1889. Compared to the evolutions of the other S.I. units and the little knowledge of the stability of the international mass prototype make the definition of the mass unit unsatisfactory. It is commonly admitted that a new definition based on a fundamental constant is necessary. One of this project is the Watt balance project [4]. Its principle consists in carrying out the comparison of a mechanical power to an electrical one. It is composed of two phases : static and dynamic ones. In the statical experiment, a mass and a coil are suspended from a balance. The coil is placed in a radial magnetic field of flux density  $B$ . The gravitational force on the mass  $m$  is balanced by an equal and opposite electromagnetic force on the coil by sending a current  $I$  through it. This gives

$$m \times g = B \times l \times I \quad (1)$$

In the dynamic experiment, the coil is moved at a constant speed  $v$  through the magnetic field so that a voltage  $U$  is induced,

$$U = B \times l \times v \quad (2)$$

which leads to

$$UI = mgv. \quad (3)$$

This shows an electrical realization of the watt at the left side and a mechanical realization at the right side of the equation. When the electrical measurements are made in units realized by the Josephson effect and the Quantum Hall effect, we obtain

$$m = h \frac{K_J^2 R_K}{4} \frac{UI}{gv} \quad (4)$$

where  $K_J$  and  $R_K$  are respectively, the conventional values of the Josephson and Von Klitzing constants.

In Watt balance project, during the static and dynamic phases, mechanical displacement has to be made along the direction of the gravitational field. In order to have  $10^{-9}$  of uncertainty on the value of kilogram, it is necessary to measure the velocity of a mass prototype displacement over 8 centimeters at velocity of 2mm/s and with relative uncertainty of  $10^{-9}$  [5][3]. The measurement of this velocity is made par interferometry and to reach the  $10^{-9}$  uncertainty, it becomes necessary to align the mechanical axis of vertical translation and the optical axis with the gravitational axis with an accuracy of 45  $\mu$ rad.

In many fields of science and industry, the measurement of the gravitational axis of the earth is one of the measurement parameters. The simplest method consists of using a spirit level. There are many tilt sensors, commercial ones and others developed by many research laboratories such as inclinometer using magnetic fluid [1], induction tiltmeter [6] and mechanical inclinometer [7? ?]. One of the best commercial one is Nivel20 from Leica Geosystems based on an optoelectronic principle [10]. All of the products I mentioned don't satisfy our need. The reason is that their methods of measurements are not absolute; and the second reason the measurements are not contactless. This paper proposes a novel method for the measurement of the gravitational axis of the earth using a Fabry Perot interferometer. Our method lie the gravitational axis of the earth to the value of an optical beat frequency between two lasers. We show that a sensitivity below to 85 nrad/MHz can be expected using our method.

## 2. PRINCIPLE

Consider the sketch of Fig. 1. A Fabry Perot (FP) interferometer is filled by a liquid (a purified water for example). Two laser beams at frequencies  $\nu_1$  and  $\nu_2$  illuminate this FP cavity. At first, we suppose that the FP cavity is perfectly aligned with the gravitational axis of the earth. Liquid will do it naturally. Then the optical

path seen by the two lasers are the same and hence the frequency of the standing wave in the FP cavity is given for both lasers by

$$\nu_k = (k + 2\varepsilon) \frac{c}{2(n_1 e_1 + n_2 e_2)} \quad (5)$$

where  $k$  is the interference order of the standing wave,  $\varepsilon$  the phase shift induced by the reflections on one mirror,  $c$  the speed of the light in vacuum,  $n_1 e_1$  the optical path in air, and  $n_2 e_2$  the optical path in the liquid. If the frequency of the lasers are lock in the transmission peak of same order  $k$ , then the beat frequency value between these two lasers will be null. Hence, the gravitational axis of the earth is directly lie to an optical beat frequency value that can be measured with a great accuracy.

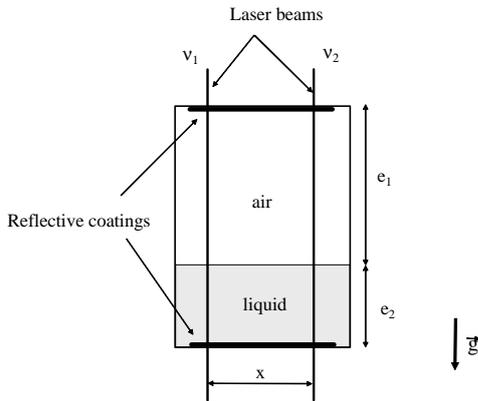


FIG. 1: The Fabry Perot interferometer at the horizontal level

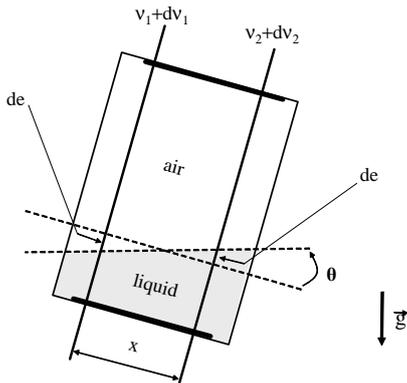


FIG. 2: Inclination of the Fabry Perot interferometer

Consider now Fig. 2. The FP cavity is tilted by an amount of  $\theta$  compared to  $\vec{g}$  axis. Optical paths for each beam differ, that implies a translation of frequencies of

both lasers given respectively by

$$\nu_1 = \frac{k + 2\varepsilon}{2} \frac{c}{n_1(e_1 + de) + n_2(e_2 - de)} \quad (6)$$

$$\nu_2 = \frac{k + 2\varepsilon}{2} \frac{c}{n_1(e_1 - de) + n_2(e_2 + de)} \quad (7)$$

Assuming that  $(n_2 - n_1)de \ll (n_1 e_1 + n_2 e_2)^2$ , the beat frequency value is given by

$$\Delta\nu = |\nu_2 - \nu_1| = \frac{\nu_k}{c} \times FSR \times 4(n_2 - n_1)x \tan \theta \quad (8)$$

where  $FSR$  is the free spectral range of the FP cavity given by  $c/2(n_1 e_1 + n_2 e_2)$ . Hence, for small angle variation, we obtain

$$\theta = \frac{c}{\nu_k \times FSR \times 4(n_2 - n_1)x} \Delta\nu. \quad (9)$$

For example, if we use a purified water ( $n_2 \approx 1.33$ ), a FP cavity of 10 cm length ( $e_1 = 0.08$  m,  $e_2 = 0.02$  m), two lasers at frequency around 473 THz and separated by 1 cm. In optical frequency metrology allows to measure an optical beat frequency with a relative uncertainty better than  $10^{-8}$ .

The laser beams propagate through water respectively at distance  $e_2 - de$  ( $e_2 - \frac{x}{2} \tan(\theta)$ ) and  $e_2 + de$  ( $e_2 + \frac{x}{2} \tan(\theta)$ )

$$\delta = (n_e - 1)x \tan(\theta).$$

Taking into account that  $\varphi = 2\pi\delta/\lambda$ ,

$$\varphi = \frac{2\pi(n_e - 1)x \tan(\theta)}{\lambda}.$$

In the case of a Fabry Perot interferometer, we obtain

$$\theta \simeq \tan(\theta) = \frac{\varphi \lambda}{2\pi(n_e - 1)x}$$

Taking into account the geometrical dimensions of the Fabry Perot cavity, we expect a sensitivity of 85 nrad/MHz

Figure 3 gives a schematic view of our absolute tilt sensor.

### 3. ACCURACY LIMITATIONS

#### 3.1. Parallelism between the two beams

To assure a perfect parallelism between the two beams, it is necessary to make them colinear and to use a thick plate to generate the two beams. Parallelism of the beams is then directly lie to the face parallelism of the plate. This later can be controlled to better than  $\lambda/10$  by interferometric technique.

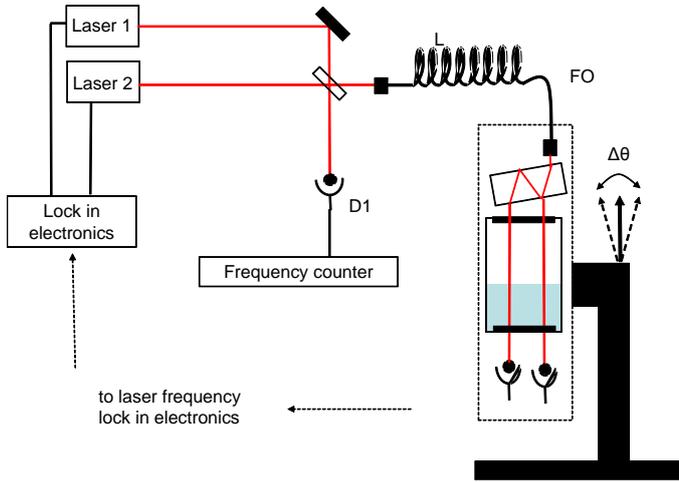


FIG. 3: Principle of the Fabry Perot inclinometer

### 3.2. Refraction of the beam at the air-liquid interface

The optical path difference between both lasers is given by (Fig. 4)

$$\Delta = \delta' - \delta = \frac{\delta}{\cos(\theta - r)} - \delta \quad (10)$$

This lead to

$$\Delta = x(n_e - 1) \tan \theta \left( \frac{1}{\cos(\theta - r)} - 1 \right) \quad (11)$$

A simple calculation using geometrical considerations gives  $\Delta \sim 10^{-7} nm$  and Snell-Descartes law shows that this error is negligible ( $\sim 10^{-18} rad$  for the configuration previously seen and for  $\theta = 200 \mu rad$ ).

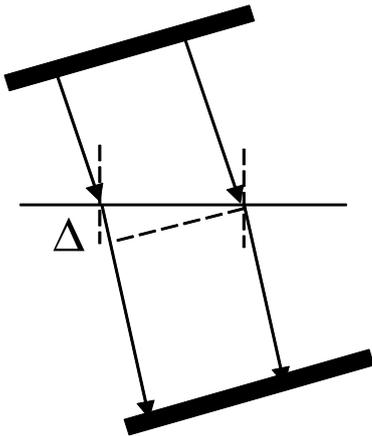


FIG. 4: Refraction error at the air-water interface

### 3.3. Capillarity effect

Using the law of hydrodynamic (Jurin Law) and taking surface tension of water at  $20^\circ C$ ,  $\gamma = 7,3 \cdot 10^{-2} N \cdot m^{-1}$ , we show that the capillarity effect becomes null between an interface glass/water for a distance of 4 mm.

$$h = \frac{2\gamma \cos(\theta)}{r\rho g}$$

where  $\gamma$  is the liquid-air surface tension,  $\theta$  the contact angle,  $\rho$  the density of the liquid,  $g$  the acceleration due to gravity,  $r$  the distance from the contact surface. The last prototype of the sensor is based on a FP cavity with mirrors with diameter of 2 inches (Fig. 8).

## 4. EXPERIMENTAL SETUP

The model used to describe the sensor is based on Gaussian beam propagation theory. As the beams issue from the extended cavity diode lasers are multimode transverse, the beams are injected in to monomode optical fibers. Figure 5 gives a view of the laser workbench.

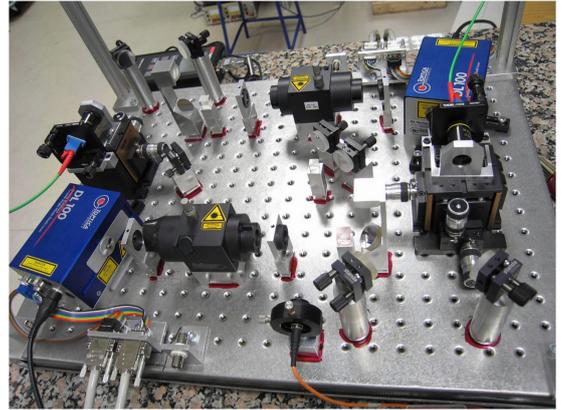


FIG. 5: Optical workbench of injection in optical fibers and beat of frequency setup

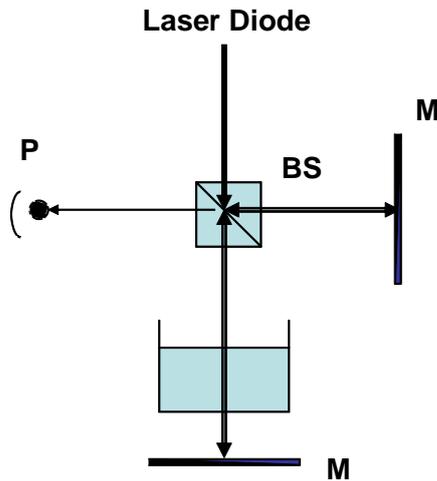
In the first prototype, we use plan-plan FP cavity made in Zerodur. The first experiment was carried out with this FP cavity filled partially with water and put on a mechanical free-vibration active table (Fig. 6). This table consists of two plates: the change of slope of the higher plate is carried out by three piezo-actuators assembled in lower plate. Two springs guarantee the contact between the PZT and the higher plate.

Considering the instability of the peaks of transmission of the vibrations, we had thought used a liquid which is less sensitive to these vibrations while being transparent the range wavelength emitted by the laser diode. A work was carried out in collaboration with the department of chemistry of the University of Versailles in order to substitute for water another liquid. A tank is placed in one



FIG. 6: The free-vibration active platform

of the arms of an interferometer of Michelson and the interference rings on the outlet side of the interferometer are visualized using a photodetector (Fig. 4). Several liquids were in particular tested water, the ethylene glycol, polyethylene glycol, the liquid paraffin. The liquid which offered the most stable signal and best the contrast were polyethylene glycol.



Michelson interferometer with a recipient filled with a liquid **BS** (*BeamSplitter*), **M** (*Mirror*), **P** (*Photodetector*)

The following stage was to substitute polyethylene glycol for water. We noted an improvement of stability, however the FP cavity had a bad finesse.

## 5. FORTHCOMING WORKS

Considering in our first experimental phase, our main problem was to stabilize the peaks of transmission, which moved because of the noises. Without this stabilization, we cannot control the lasers diode on the peaks of transmission of the cavity. We plan to work on a mechanical prototype installed on a passive anti-vibratory platform.

We also make the choice of a plano-concave cavity where the adjustments will be facilitated (taking into account the liquid contained in the cavity). Lenses downstream from the cavity are used to match the modes of transmission (Fig. 7 and 8).

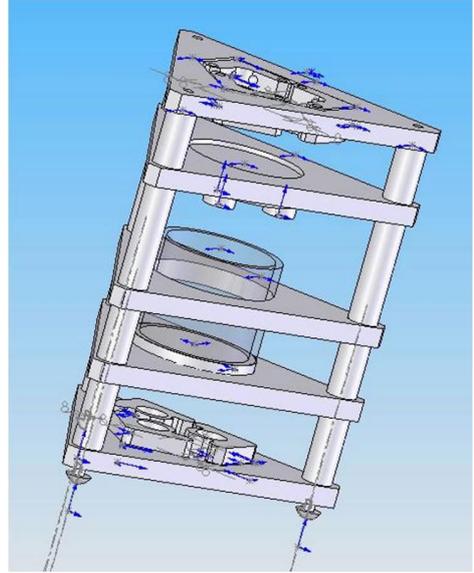


FIG. 7: Design of the second prototype of Fabry Perot interferometer realised on SolidWorks

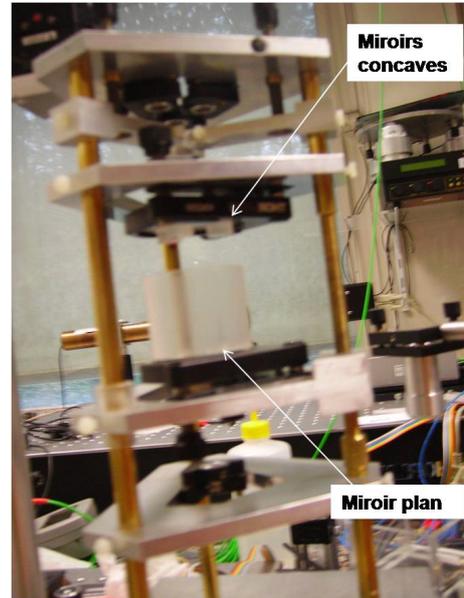


FIG. 8: Photo of the second Fabry Perot tilt sensor prototype

## 6. CONCLUSION

We propose a useful method for an absolute determination of the gravitational axis of the earth. Our method could be used as a high sensitivity absolute inclination

sensor, as a seismograph and in all projects where a reference vertical axis is needed. We plan to use this method to the watt balance project of the Laboratoire National de Métrologie et d'Essais (LNE) (France) to measure the velocity of a coil that moves following  $\vec{g}$ .

- 
- [1] R. Olaru and D.D. Dragoi, Inductive tilt sensor with magnets and magnetic fluid, *Sensors and Actuators A: Physical*, Volume 120, Issue 2, 17 May 2005, Pages 424-428
  - [2] O. Baltag, D. Costandache and A. Salceanu, *Sensors and Actuators A: Physical*, Volume 81, Issues 1-3, 1 April 2000, Pages 336-339
  - [3] S. Topçu, L. Chassagne, D. Haddad, Y. Alayli, Patrick Juncar, High accuracy velocity control method for the French moving coil watt balance, *Review of Scientific Instruments*, Vol 75, N°11, pp 4824-4827, November 2004.
  - [4] G. Genevès, P. Gournay, A. Gosset, M. Lecollinet, F. Villar, P. Pinot, P. Juncar, A. Clairon, A. Landragin, D. Holleville, F. Pereira Dos Santos, J. David, M. Besbes, F. Alves, L. Chassagne, S. Topçu, The watt balance project, *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurements*, Special Issue on CPEM 2004, Vol 54 N°2, (ISSN0018-9456) pp 850-853, April 2005.
  - [5] S. Topçu, L. Chassagne, D. Haddad, Y. Alayli, P. Juncar, Heterodyne interferometric technique for displacement control at the nanometric scale, *Review of Scientific Instruments*, Vol 74, N°11, pp 4876-4880, November 2003
  - [6] R. Olaru and C. Cotae, *Sensors and Actuators A: Physical*, Volume 59, Issues 1-3, April 1997, Pages 133-135
  - [7] A. Giani, F. Maily, M. Al khalfioui, A. Foucaran and A. Boyer, Micromachined thermal inclinometer based on flash evaporated Bi<sub>0.5</sub>Sb<sub>1.5</sub>Te<sub>3</sub> (p)/Bi<sub>2</sub>Se<sub>0.3</sub>Te<sub>2.7</sub>(n) thermocouples, *Materials Science and Engineering B*, Volume 107, Issue 1, 25 February 2004, Pages 94-98
  - [8] S. Billat, H. Glosch, M. Kunze, F. Hedrich, J. Frech, J. Auber, H. Sandmaier, W. Wimmer and W. Lang, Micromachined inclinometer with high sensitivity and very good stability, *Sensors and Actuators A: Physical*, Volumes 97-98, 1 April 2002, Pages 125-130
  - [9] U. Mescheder and S. Majer, Micromechanical inclinometer, *Sensors and Actuators A: Physical*, Volume 60, Issues 1-3, May 1997, Pages 134-138
  - [10] User manuel Nivel20. Leica Geosystems (2000)