



**HAL**  
open science

# Conception et réalisation d'un interféromètre polarimétrique : application à la nanométrie dimensionnelle

Suan Xu

► **To cite this version:**

Suan Xu. Conception et réalisation d'un interféromètre polarimétrique : application à la nanométrie dimensionnelle. Optique [physics.optics]. Université de Versailles-Saint Quentin en Yvelines, 2009. Français. NNT : . tel-00830893

**HAL Id: tel-00830893**

**<https://theses.hal.science/tel-00830893>**

Submitted on 6 Jun 2013

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



## ***THÈSE DE DOCTORAT***

***Université de Versailles Saint-Quentin en Yvelines  
École doctorale Société du Futur  
Laboratoire d'Ingénierie des Systèmes de Versailles***

**Spécialité  
Optoélectronique**

**Présentée par  
Suan XU**

**Pour obtenir le grade de  
DOCTEUR de l'Université de  
Versailles Saint-Quentin en Yvelines**

### ***Conception et réalisation d'un interféromètre polarimétrique : application à la nanométrie dimensionnelle***

**Soutenance le 14 Janvier 2009**

**Devant le jury composé de :**

**Yasser ALAYLI  
Dongsheng LI  
Patrick MEYRUEIS  
Peter WAGSTAFF  
Luc CHASSAGNE  
Zeno TOFFANO  
Philippe REVEL**

**Professeur à l'UVSQ  
Professeur à Jiliang University à Hangzhou-Chine  
Professeur Directeur du LSP de l'ENSP de Strasbourg  
Professeur Emérite ex-Directeur des RI à l'UTC  
Professeur à l'UVSQ  
Professeur à Supelec  
Maître de Conférences HDR à l'UTC**

**Directeur de thèse  
Co-directeur de thèse  
Rapporteur  
Rapporteur  
Examineur  
Examineur  
Examineur**



---

## SOMMAIRE

---

<b>INTRODUCTION</b> .....	1
<b>1. CHAPITRE 1</b> .....	5
<b>INTERFÉROMÉTRIE ET NANOMÉTROLOGIE DIMENSIONNELLE</b>	
1.1 Introduction.....	7
1.2 Introduction à la nanométrieologie .....	8
1.3 Rôle de l'interférométrie dans la nanométrieologie dimensionnelle.....	9
1.3.1 Définition du mètre .....	9
1.3.2 Interféromètre de Michelson.....	10
1.3.3 Sources d'erreurs classiques .....	18
1.3.4 Performances typiques.....	20
1.3.5 Autres types d' interféromètres.....	22
1.4 Système de nanopositionnement basé sur un interféromètre hétérodyne .....	25
1.5 Autres capteurs .....	29
1.6 Conclusion .....	32
1.7 Bibliographie du 1er chapitre.....	33
<b>2. CHAPITRE 2</b> .....	37
<b>ANALYSE DE LA POLARISATION</b>	
2.1 Introduction.....	39
2.2 Description de l'état de polarisation d'une onde optique .....	39
2.2.1 Principes généraux sur la lumière polarisée .....	39
2.2.2 Les paramètres ellipsométriques .....	41
2.3 Représentation de la polarisation.....	44
2.3.1 Formalisme de Jones .....	44

2.3.2 Formalisme de Stokes-Mueller .....	46
2.3.3 La sphère de Poincaré .....	48
2.3.4 Relations entre les paramètres de Stokes et l'ellipse de polarisation .....	49
2.4 Le polarimètre de Stokes .....	51
2.5 Conclusion .....	54
2.6 Bibliographie du 2ème chapitre .....	55
Annexe 2.1 Matrices de Jones et Matrices de Mueller .....	57
3. CHAPITRE 3 .....	59
<b>L'INTERFÉROMÈTRE POLARIMÉTRIQUE .....</b>	<b>59</b>
<b>PRINCIPE ET MISE EN OEUVRE</b>	
3.1 Introduction .....	61
3.2 Présentation d'un interféromètre polarimétrique .....	61
3.2.1 Principe de l'interféromètre polarimétrique .....	61
3.2.2 Approche théorique basée sur les matrices de Jones .....	62
3.2.3 Approche théorique basée sur les paramètres de Stokes .....	66
3.2.4 Association des deux approches .....	67
3.2.5 Description du montage expérimental .....	67
3.3 Contrôle de la position du miroir mobile .....	69
3.3.1 Principe de l'asservissement .....	69
3.3.2 Analyse des signaux utiles .....	70
3.3.3 Asservissement du moteur en fréquence .....	72
3.3.4 Traitement du signal optique .....	74
3.3.5 Boucle d'asservissement .....	76
3.4 Conclusion .....	77
3.5 Bibliographie du 3ème chapitre .....	78
4. CHAPITRE 4 .....	79
<b>MESURES DE NANODÉPLACEMENTS</b>	
4.1 Introduction .....	81
4.2 Montage expérimental .....	81
4.2.1 Montage global : mesures et asservissement .....	81
4.2.2 Mesure de la phase du signal utile $S_{H4}$ .....	83

4.2.3 Lien entre la phase et la position.....	84
4.3 Résultats expérimentaux .....	85
4.3.1 Pré-réglages.....	85
4.3.2 Mesures des pas de position .....	87
4.3.3 Mesure de la résolution .....	88
4.3.4 Répétabilité .....	90
4.3.5 Comparaison avec un autre interféromètre.....	91
4.4 Conclusion .....	95
4.5 Bibliographie du 4ème chapitre.....	96
5. CHAPITRE 5.....	97
<b>ANALYSE DES ERREURS</b>	
5.1 Introduction.....	99
5.2 Erreurs d'origine mécanique.....	99
5.2.1 Bruit de rotation du moteur du polarimètre .....	99
5.2.2 Erreur d'alignement (dite en cosinus).....	100
5.2.3 Principe d'Abbe et erreurs de tangage et de lacet de la platine de déplacement	101
5.3 Erreurs d'origine optique .....	105
5.3.1 Influence de l'état de polarisation à la sortie de l'interféromètre.....	105
5.3.2 Autres .....	110
5.4 Erreur d'origine environnementale .....	111
5.5 Erreur d'origine électronique.....	113
5.6 Bilan d'erreur .....	114
5.7 Conclusion .....	115
5.8 Bibliographie du 5ème chapitre.....	117
<b>CONCLUSION</b> .....	119



---

## *INTRODUCTION*

---

Avec l'émergence des nanotechnologies est apparue une multitude de domaines nécessitant des systèmes de déplacement et de positionnement de grande précision.

Les travaux de recherche et de développement dans les micros et nanotechnologies concernent des domaines aussi variés que l'électronique, les télécommunications, l'optique, la mécanique, la chimie, la biologie, la santé, l'environnement, les transports, les sources d'énergie, etc. Les développements et les transferts industriels qui vont être mis en place sont tous conditionnés par la capacité à mesurer des dimensions avec une incertitude de quelques nanomètres [*Ducourtieux 2003*].

Les besoins sont maintenant fréquemment de l'ordre de quelques nanomètres, voire de quelques dizaines de picomètres car le positionnement à cette échelle joue un rôle important dans les technologies de fabrication : dans le domaine de la microélectronique, par exemple, les exigences à l'échelle mésoscopique et nanométrique sont estimées plusieurs années à l'avance et l'évolution est conditionnée par la maîtrise de la technologie de production.

L'évolution naturelle tend vers la maîtrise de positionnement à quelques nanomètres avec des incertitudes sub-nanométriques en lithographie [*ITRS 2007*].

Un système de nano-positionnement basé sur un interféromètre hétérodyne a été développé au laboratoire LISV. Ce système permet de contrôler des déplacements avec des pas de quelques nanomètres et ce sur des distances importantes, de l'ordre de plusieurs millimètres voire de plusieurs centimètres. La méthode de contrôle de la position est basée sur le contrôle de la phase d'un signal électronique. Ceci permet alors d'adopter des techniques d'asservissement de phase qui présentent de très bonnes caractéristiques métrologiques sur le long terme [*Topçu2003*] [*Chassagne 2005*].

Cette méthode a été étendue, dans le cadre de cette thèse, à la mise au point d'un



instrument permettant le contrôle d'un paramètre ellipsométrique, en l'occurrence l'azimut de l'état de polarisation d'une onde optique.

La méthode de contrôle de la position est basée sur un interféromètre de Michelson combiné à un polarimètre et à une électronique de contrôle.

Le manuscrit est composé de cinq chapitres.

Dans **le premier chapitre**, nous présentons la nanométrie dimensionnelle et quelques projets des différents laboratoires de métrologie internationaux associés à ce sujet. Différents types d'interféromètres utilisés en métrologie dimensionnelle sont exposés, plus particulièrement l'interféromètre de Michelson qui est le plus usuel. Une description d'un système de nanopositionnement basé sur un interféromètre de Michelson hétérodyne est faite pour introduire la problématique des asservissements de phase. D'autres capteurs associés à la nanométrie dimensionnelle sont présentés en fin de chapitre.

Dans **le deuxième chapitre**, nous présentons les notions théoriques de l'état de polarisation d'une onde optique et de la détermination des paramètres ellipsométriques qui permettent de caractériser un état de polarisation. Nous introduisons ensuite le formalisme de Jones qui permet de représenter la lumière totalement polarisée et le formalisme de Stokes-Mueller qui permet de représenter la lumière non polarisée, partiellement polarisée et totalement polarisée. L'étude théorique sur le polarimètre de Stokes qui permet de mesurer les paramètres ellipsométriques est faite à la fin de ce chapitre.

Le système de contrôle de position développé et mis en œuvre repose sur l'interféromètre polarimétrique et l'asservissement électronique de la phase d'un signal sur une phase de référence. Le contrôle de position et de déplacement est réalisé par le contrôle de la phase d'un signal électronique via une boucle à verrouillage de phase. Le principe, l'approche théorique ainsi que le montage expérimental de l'interféromètre polarimétrique sont détaillés dans la première partie du **troisième chapitre**. La boucle d'asservissement du contrôle de position et le traitement des signaux pour l'asservissement sont présentés dans la deuxième moitié de ce chapitre.

L'ensemble du montage expérimental de notre système de mesure et de contrôle est décrit au début du **quatrième chapitre**. Des déplacements avec des pas de position nanométrique ont été réalisés. Le système est ensuite caractérisé en termes de résolution

et de répétabilité. Nous y abordons aussi la variation d'ellipticité résiduelle en sortie de l'interféromètre et son influence sur la mesure de position. Au final, nous effectuons une comparaison de résultats de mesures par notre interféromètre polarimétrique et un autre interféromètre homodyne commercial.

Un bilan des sources d'erreur sur le positionnement est résumé dans **le cinquième chapitre**. Nous y abordons l'influence de l'état de polarisation à la sortie de l'interféromètre sur la mesure et le contrôle de la position, et l'influence des défauts du moteur du polarimètre qui induisent du bruit de phase. Les autres sources d'erreur classiques en interférométrie ont également été quantifiées.

En conclusion, nous résumons les performances de la méthode et décrivons les améliorations à apporter de notre système.

### **Référence de l'introduction**

[Ducourtieux2003] : S. Ducourtieux, F. Larsonnier, S. Duhem, L. Lahousse, J. Salgado, J. David, G.P. Vaillau, "Le programme de recherche et développement en nanométrie du BNM-LNE", 11e congrès international de métrologie - Toulon - 20-23 octobre 2003

[ITRS2007] : [http://www.itrs.net/Links/2007Winter/2007\\_Winter\\_Presentations/09\\_Litho\\_2007\\_JP.pdf](http://www.itrs.net/Links/2007Winter/2007_Winter_Presentations/09_Litho_2007_JP.pdf)

[Chassagne2005] : L. Chassagne, S. Topcu, Y. Alayli, P. Juncar, Highly accurate positioning control method for piezoelectric actuators based on phase-shifting optoelectronics, *Meas. Sci. Technol.* 16 No 9, 1771-1777 (2005).

[Topçu2003] : S. Topçu, L. Chassagne, D. Haddad, Y. Alayli, P. Juncar, Heterodyne interferometric technique for displacement control at sub-nanometric scale, *Rev. Sci. Instrum.*, Vol 74, n°11, pp4875-4880, (2003).



## **1. CHAPITRE 1**

---

# **INTERFÉROMETRIE ET NANOMÉTROLOGIE DIMENSIONELLE**

---

<i>1.1 Introduction</i> .....	7
<i>1.2 Introduction à la nanométrie</i> .....	8
<i>1.3 Rôle de l'interférométrie dans la nanométrie dimensionnelle</i> .....	9
<i>1.3.1 Définition du mètre</i> .....	9
<i>1.3.2 Interféromètre de Michelson</i> .....	10
<i>1.3.3 Sources d'erreurs classiques</i> .....	18
<i>1.3.4 Performances typiques</i> .....	20
<i>1.3.5 Autres types d'interféromètres</i> .....	22
<i>1.4 Système de nanositionnement basé sur un interféromètre hétérodyne</i> .....	25
<i>1.5 Autres capteurs</i> .....	29
<i>1.6 Conclusion</i> .....	32
<i>1.7 Bibliographie du 1er chapitre</i> .....	33



## **1.1 Introduction**

Avec l'émergence des nanotechnologies dans la société moderne, de très nombreuses recherches ont été initiées sur l'exactitude de la mesure d'un déplacement ou d'une position. Les exigences sont maintenant fréquemment de l'ordre de quelques centaines de nanomètres, voir de quelques picomètres car le positionnement à cette échelle joue un rôle de plus en plus important dans des technologies de fabrication. La demande pour la précision sub-nanométrique en métrologie dimensionnelle a ainsi augmenté rapidement avec le développement des industries.

Depuis quelques années, le terme de *nanométrie* est apparu. Il est en règle générale dédié à la métrologie dimensionnelle. On peut trouver plusieurs définitions, comme par exemple :

sur le site du METAS (Office fédéral de Métrologie Suisse) :

*« La nanométrie a pour objet de mesurer la longueur d'objets de très petite taille dans les domaines de la microscopie, des semi-conducteurs et des nanotechnologies. »*

Sur le site du LNE (Laboratoire National de métrologie et d'Essais) :

*« La nanométrie dimensionnelle est la science et la pratique de la mesure des dimensions caractéristiques d'objets, des distances et des déplacements dans la gamme allant de 1 nm à 1000 nm. »*

On peut donc voir qu'il n'existe pas encore de définition unique et que chacun se positionne sur une définition propre.

Il existe un point commun dans le domaine de la métrologie dimensionnelle, qui est l'interféromètre laser. C'est le système le plus répandu en micro et nanométrie car ses performances sont excellentes et de plus la mesure obtenue est directement traçable au mètre. Dans de nombreux laboratoires ou industries, il sert d'étalon primaire pour les appareils de mesures dimensionnelles. Néanmoins, pour satisfaire les futures exigences qui seront probablement sub-nanométriques (en terme de répétabilité), de constantes recherches sont menées pour améliorer l'incertitude globale (l'insensibilité à l'environnement, stabilité...)

Ce chapitre examinera le rôle de l'interférométrie dans la nanométrie, ce qui nous permettra d'aborder ensuite le fonctionnement de l'interféromètre polarimétrique que nous avons développé au laboratoire, plus particulièrement dans le contexte du contrôle

d'une position en boucle fermée.

## **1.2 Introduction à la nanométrie**

Un des domaines moteurs pour la nanotechnologie est la microélectronique. La demande en métrologie dimensionnelle dans ce secteur a augmenté rapidement. L'industrie de la microélectronique a planifié plusieurs années à l'avance l'évolution supposée de la maîtrise de sa technologie de production et des besoins correspondant en métrologie. Les exigences pour les technologies futures de lithographie, qui reste la technologie principale aujourd'hui, sont présentées par l'*ITRS roadmap* (International Technology Roadmap for Semiconductors) [ITRS2003]. Le Tableau 1.1 présente quelques chiffres.

<b>Année</b>	<b>Largeur de trait de DRAM</b>	<b>Alignement (overlay)</b>	<b>Incertitude (<math>3\sigma</math>)</b>
<b>2003</b>	100 nm	35 nm	3,5 nm
<b>2005</b>	80 nm	28 nm	2,8 nm
<b>2007</b>	65 nm	23 nm	2,3 nm
<b>2010</b>	45 nm	18 nm	1,8 nm
<b>2013</b>	32 nm	12,8 nm	1,3 nm
<b>2016</b>	22 nm	8,8 nm	0,9 nm
<b>2018</b>	18 nm	7,2 nm	0,7 nm

*Tableau 1.1 : Exigences planifiées des techniques de lithographie [ITRS 2003]*

On peut donc voir que l'évolution naturelle tend vers la maîtrise du positionnement à quelques nanomètres avec des incertitudes sub-nanométriques.

La préoccupation de développer des systèmes de positionnement, platines porte-échantillon et systèmes de mesures, est donc une problématique transverse qui fait l'objet d'études des laboratoires nationaux de métrologie dans divers pays.

Pour répondre aux besoins dans le domaine de la métrologie dimensionnelle, plusieurs laboratoires nationaux ont développé des thématiques ou des projets de recherches. On peut en citer quelques uns :

✓ Le NIST (National Institute of Standards and Technology) aux Etats-Unis a développé des étalons dimensionnels pour la nanométrie. Par exemple, en 2005, le NIST a fourni l'étalon 2D à traits de type SRM (Standard Reference Material) encore

appelés *photomasque*. Ce photomasque-SRM 2059 possède un réseau avec des lignes ou des espacements entre lignes de 250 nm à 32  $\mu\text{m}$ . L'incertitude sur la mesure des dimensions est environ de 20 nm avec un niveau de confiance de 95% [Knight2007].

✓ Le NPL (National Physical Laboratory) au Royaume-Uni a développé quatre thèmes : i) analyse de surface, ii) microscopie à force atomique, iii) étalonnage de capteurs de déplacement par interféromètre rayon X, iv) étalonnage des étalons de réseau. Actuellement, le NPL travaille sur le développement d'une machine à mesurer de très haute précision dans un volume de 50 mm<sup>3</sup> avec une incertitude voisine de 50 nm [Leach2006].

✓ La PTB (Physikalisch-Technische Bundesanstalt) en Allemagne possède une division *Precision Engineering* dans laquelle se trouve le département de micrométrie. Ce département comporte la section *Mask measurements*, la section *Microtopography* et la section *Interferential length measurement*. Une thématique de recherche actuelle est l'installation d'un AFM ayant une large gamme de balayage. Les courses des systèmes de positionnement pour déplacer l'échantillon suivant trois axes sont de 25 mm  $\times$  25 mm  $\times$  25 mm. La résolution de mesure pour chaque axe par l'interféromètre est de 0,08 nm [Bosse2005].

✓ Le METAS (Office fédéral de Métrologie) en Suisse dispose d'un laboratoire spécialisé en nanométrie. Pour répondre au besoin de traçabilité de la mesure avec une exactitude nanométrique, le METAS a développé une machine de mesure tridimensionnelle (MMT) d'ultra-précision. Le volume de travail de cette machine est de 90 mm  $\times$  90 mm  $\times$  38 mm. L'incertitude de mesure est de 50 nm dans l'ensemble du volume [Küng2007].

✓ Le LNE (Laboratoire National de métrologie et d'Essais) en France a initié le projet nanométrie qui vise à développer une machine innovante capable de mesurer des objets tridimensionnels avec des incertitudes nanométriques. Cette machine est composée d'une structure mécanique mobile offrant une capacité de déplacement de 300 mm  $\times$  300 mm  $\times$  50  $\mu\text{m}$ . Les incertitudes de mesure attendues avec cet équipement sont de 30 nm suivant les directions X et Y, et de 1 nm suivant Z [SiteLNE].

## **1.3 Rôle de l'interférométrie dans la nanométrie dimensionnelle**

### **1.3.1 Définition du mètre**

Le prototype international du Mètre original, fut approuvé par la 1<sup>er</sup> Conférence



Générale des Poids et Mesures (CGPM) en 1889. Il s'agissait d'un prototype constitué d'un artefact matériel qui est toujours conservé au BIPM dans les conditions fixées en 1889. Afin d'améliorer l'exactitude de la réalisation de la définition du Mètre, ce prototype a été remplacé lors de la 11<sup>ème</sup> CGPM en 1960 par une définition fondée sur la longueur d'onde d'une radiation du krypton 86. La mise en pratique était effectuée au moyen d'un interféromètre et d'un microscope mobile en translation utilisé pour mesurer la variation des trajets optiques par comptage de franges [Quinn1992].

La 17<sup>ème</sup> CGPM en 1983 a remplacé cette définition par la définition actuelle :

*« Le mètre est la longueur du trajet parcouru dans le vide par la lumière pendant une durée de 1/299 792 458 de seconde. »*

Il en résulte que la vitesse de la lumière dans le vide est égale à 299 792 458 mètres par seconde exactement,  $c_0 = 299\,792\,458$  m/s.

La mise en pratique de cette définition s'effectue à l'aide d'un interféromètre laser stabilisé en fréquence. La fréquence du laser est rattachée par une chaîne de fréquence à celle d'un étalon de fréquence à césium 133. Plusieurs radiations lasers sont actuellement autorisées. La liste des radiations recommandées adoptées par le Comité International des Poids et Mesures (CIPM) (Recommandation 1, CI-2203) est accessible pour tout utilisateur désireux de se référer aux recommandations officielles [Felder2003]. Avec ces longueurs d'ondes lasers, un interféromètre laser peut être utilisé pour la mesure de déplacements avec des exactitudes nanométriques car il utilise alors un principe qui est directement relié à la définition par le biais de sa longueur d'onde.

### **1.3.2 Interféromètre de Michelson**

Parmi les nombreux types d'interféromètres existants, le montage le plus couramment utilisé en métrologie dimensionnelle est le montage de Michelson. La Figure 1.1 rappelle son schéma de principe. Une source laser génère un faisceau monofréquence. Une lame séparatrice divise le faisceau source en deux faisceaux perpendiculaires de même amplitude. Ces deux faisceaux sont réfléchis par deux miroirs puis se recombinent sur une lame séparatrice.

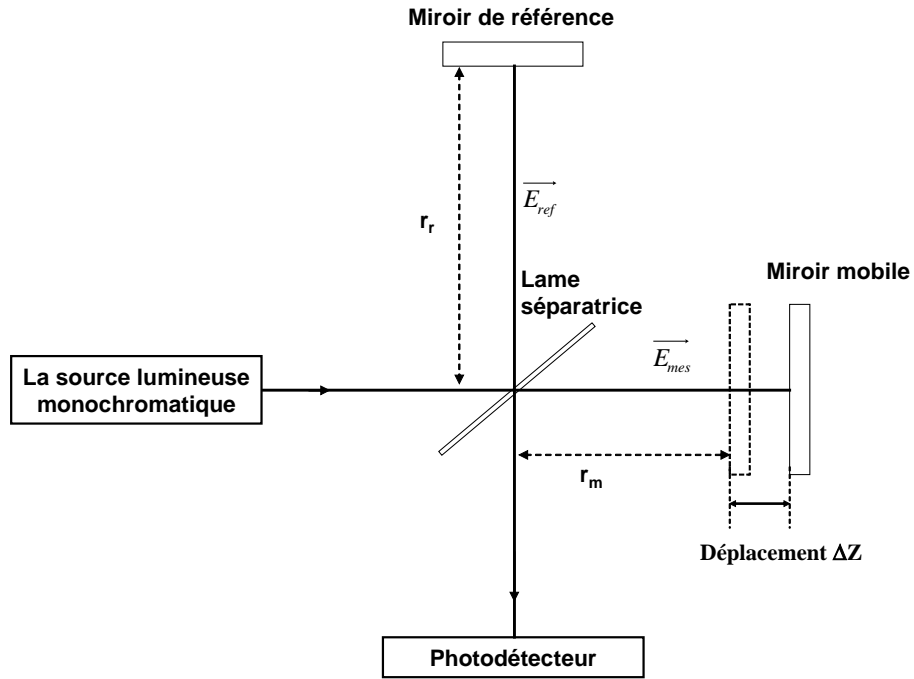


Figure 1.1 : Schéma de principe d'un interféromètre de Michelson

Ces deux faisceaux présentent une différence de phase qui dépend de la différence de marche  $\Delta Z$  parcourue par chaque faisceau dans les bras de l'interféromètre. La propagation des ondes électromagnétiques suivant les bras de référence et de mesure de l'interféromètre peuvent être modélisée par :

$$\vec{E}_{ref} = E_r e^{i(\omega t + \vec{k} \cdot \vec{r}_r - \phi_r)} \vec{e}_1 \quad (1.1)$$

$$\vec{E}_{mes} = E_m e^{i(\omega t + \vec{k} \cdot \vec{r}_m - \phi_m)} \vec{e}_2 \quad (1.2)$$

où  $E_r$  et  $E_m$  représentent l'amplitude des champs électriques,  $\omega$  la fréquence angulaire,  $t$  le temps,  $\vec{k}$  le vecteur de propagation,  $\vec{r}$  le vecteur de position ;  $\phi_r$  et  $\phi_m$  sont les termes de phase respectivement associés au bras de référence et de mesure. Après la recombinaison sur la lame séparatrice, le champ électromagnétique est la superposition linéaire des deux ondes. En supposant que la propagation du champ ne soit que dans une seule dimension, l'intensité lumineuse détectée est alors :

$$\begin{aligned} I &= \varepsilon_0 c_0 \langle \overline{E^2} \rangle \\ &= \varepsilon_0 c_0 (E_r^2 + E_m^2 + 2E_r E_m \cos(k(r_m - r_r) - (\phi_m - \phi_r))) \end{aligned} \quad (1.3)$$

où  $\varepsilon_0$  est la constante diélectrique,  $c_0$  la vitesse de lumière dans le vide,  $k$  la constante de propagation ( $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ ),  $r_m$  la distance parcourue dans le bras de mesure et  $r_r$  la distance parcourue dans le bras de référence. Pour des raisons pratiques, la constante  $\varepsilon_0$  est omise dans le calcul suivant. En considérant des ondes initialement en phase et les amplitudes de ces deux faisceaux égales, l'intensité lumineuse devient :

$$I = 2I_0 \left( 1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}(r_m - r_r)\right) \right). \quad (1.4)$$

où  $\lambda$  est la longueur d'onde du laser dans le milieu de propagation.

Supposons que le miroir mobile se déplace sur une distance optique  $\Delta Z$ , la différence de marche entre les deux bras de l'interféromètre est  $2\Delta Z$ . L'intensité s'écrit alors :

$$I = 2I_0 \left( 1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}(2\Delta Z)\right) \right). \quad (1.5)$$

Un cycle complet de variation d'intensité au niveau des franges correspond à un déplacement du miroir de  $\lambda/2$  puisque le cosinus est périodique modulo  $2\pi$ . Ceci permet donc de mesurer un déplacement uniquement par un comptage de franges.

Le schéma de principe vu ci-dessus peut ensuite être développé en fonction des modes de fonctionnements, notamment si l'on introduit les polarisations des faisceaux. On distingue deux principaux types d'interféromètres de Michelson, l'interféromètre homodyne et l'interféromètre hétérodyne.

- **L'interféromètre homodyne**

Les interféromètres homodynes du commerce sont composés habituellement d'une source laser stabilisée en fréquence, de composants optiques de polarisation, de photodétecteurs, et d'un châssis électronique de mesure. La source laser de l'interféromètre homodyne est

typiquement un laser hélium-néon (He-Ne) qui émet un faisceau laser monofréquence polarisé circulairement ou à  $45^\circ$ . Le faisceau est divisé en deux faisceaux par la séparatrice, et puis forment ensuite le bras de référence et le bras de mesure de l'interféromètre. Chacun des faisceaux est ensuite réfléchi par un miroir puis recombinaison avec l'autre sur la lame séparatrice. Pour observer l'interférence, les deux faisceaux doivent avoir la même polarisation linéaire. Ceci est possible grâce à l'action d'une lame quart-onde dont les axes propres sont orientés à  $45^\circ$  et insérée en sortie de l'interféromètre.

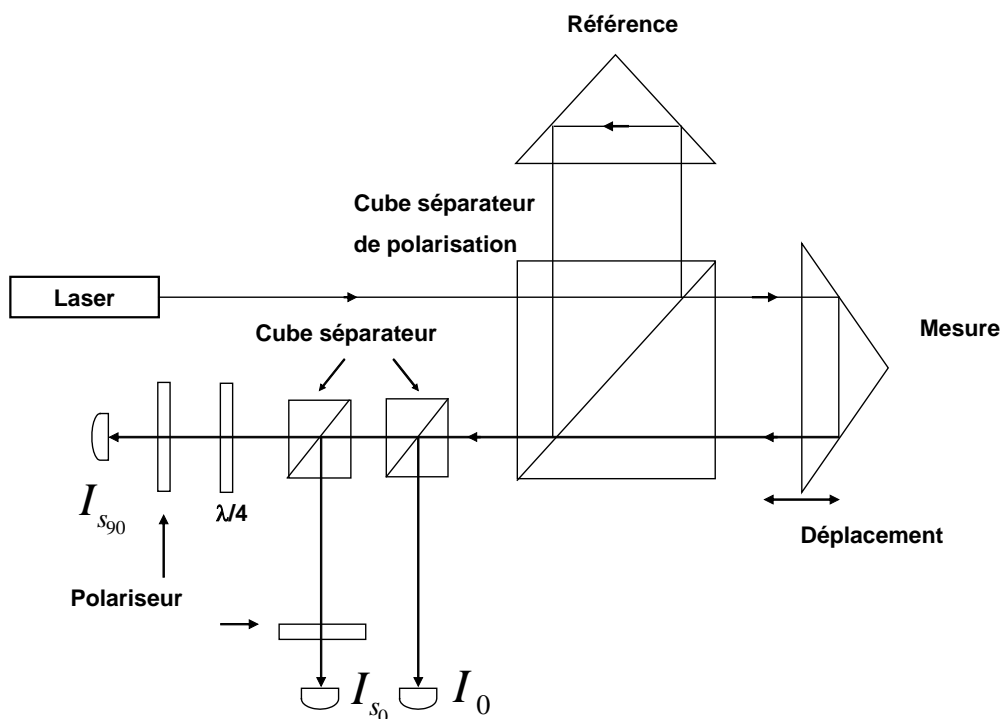


Figure 1.2 : Représentation schématique du principe d'un interféromètre de Michelson homodyne

Le signal délivré par le photodétecteur est envoyé vers l'électronique de mesure qui compte le nombre de franges d'interférences qui ont défilé. Une frange est un cycle complet de la variation de l'intensité conformément à l'équation (1.5). L'électronique permet d'interpoler une frange par typiquement 512, 1024 voire 2048 ce qui permet d'obtenir des résolutions sub-nanométriques pour des longueurs d'ondes lasers dans le visible.

Comme le signal de mesure est indépendant du temps s'il n'y a pas de déplacement, l'interféromètre homodyne est parfois appelé *Interféromètre DC*. Il est parfois difficile de déterminer le sens de déplacement du miroir mobile. Des méthodes de déphasage dites

*sinus-cosinus* sont couramment utilisées. Une configuration intéressante qui permet également de s'affranchir des fluctuations de puissance est décrite dans [Heydemann1981] et illustré dans Figure 1.2.

Le signal  $I_0$  est utilisé pour normaliser l'intensité et éliminer l'effet du changement de puissance. Les signaux  $I_{S_0}$  et  $I_{S_{90}}$  sont deux signaux en quadrature. Le signal  $I_{S_0}$  est le signal normal de sortie de l'interféromètre homodyne avec la suppression de la composante continue  $2I_0$  de l'équation (1.5), il s'écrit :

$$I_{S_0} = 2I_0 \cos\left(\frac{4\pi\Delta Z}{\lambda}\right). \quad (1.6)$$

Le signal de mesure en quadrature est appelé  $I_{S_{90}}$  et s'exprime par :

$$I_{S_{90}} = 2I_0 \sin\left(\frac{4\pi\Delta Z}{\lambda}\right). \quad (1.7)$$

En combinant (1.6) et (1.7), le déplacement est donné par la relation :

$$\Delta Z = \frac{\lambda}{4\pi} \arctan\left(\frac{I_{S_{90}}}{I_{S_0}}\right). \quad (1.8)$$

Normalement, le signal d'interférence est un signal sinusoïdal de fréquence constante quand le miroir mobile se déplace avec une vitesse constante. Il est aisé à partir de ce signal d'obtenir un train d'impulsions à cette fréquence. En effectuant un comptage/décomptage à partir des deux signaux en quadrature  $I_{S_0}$  et  $I_{S_{90}}$ , on peut mesurer le déplacement en tenant compte du sens. On peut également tracer l'un des signaux en fonction de l'autre ce qui permet d'obtenir un cercle de Lissajoux dans l'idéal. Au cas où des imperfections subsistent, le cercle se transforme en ellipse. Des méthodes de compensation sont parfois implantées dans les appareils commerciaux pour annuler les défauts et améliorer l'exactitude [Heydemann1981].

La principale limitation de l'interféromètre homodyne réside dans le fait qu'il fonctionne sur des mesures d'intensités lumineuses, qui peuvent être très bruitées selon les conditions de rétro-réflexion. Les mesures nécessitent alors des temps d'intégration non négligeables.

- **L'interféromètre hétérodyne**

L'interféromètre hétérodyne est basé sur le principe d'une modulation – démodulation en haute fréquence ce qui permet de déporter la mesure, en général sur la phase d'un signal et non plus sur l'intensité. Ceci permet en théorie des mesures avec un meilleur signal à bruit.

La différence fondamentale de l'interféromètre hétérodyne réside dans la source laser qui possède deux longueurs d'onde  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  (ou deux fréquences  $f_1$  et  $f_2$ ). La source laser est similairement un laser monofréquence, typiquement un He-Ne, mais une optique externe permet de créer un faisceau hétérodyne. Selon les besoins, on utilise l'effet Zeeman, un modulateur acousto-optique, ou un modulateur électro-optique. L'écart de fréquence est typiquement de quelques mégahertz. La Figure 1.3 présente le schéma de principe d'un interféromètre hétérodyne.

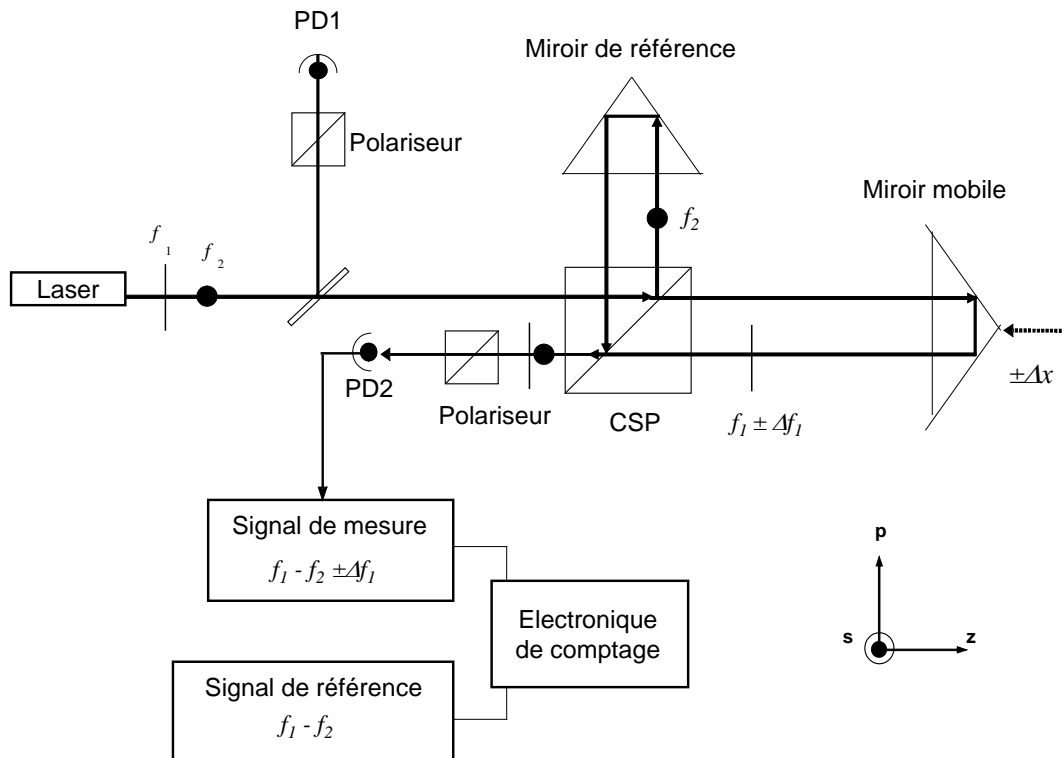


Figure 1.3 : Principe d'un interféromètre hétérodyne.  
 PD : photodétecteur, CSP : cube séparateur de polarisation

Les faisceaux de fréquences  $f_1$  (mesure) et  $f_2$  (référence) forment respectivement le bras mobile et le bras fixe de l'interféromètre. Le champ électrique  $E_L$  associé à ce

faisceau s'écrit selon les axes  $s$  et  $p$  [Yariv1984] [Kastler1996] :

$$\begin{pmatrix} E_s(z,t) \\ E_p(z,t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} |E_0| e^{i(\omega_2 t + \phi_{02})} \\ |E_0| e^{i(\omega_1 t + \phi_{01})} \end{pmatrix} \quad (1.9)$$

où  $\omega_1$  et  $\omega_2$  représentent les fréquences angulaires des deux composantes polarisées orthogonalement,  $|E_0|$  l'amplitude du champ électrique suivant les axes  $x$  et  $y$ , et  $\phi_{01}$  et  $\phi_{02}$  les phases initiales.

Une lame séparatrice en entrée de l'interféromètre permet d'envoyer le faisceau hétérodyne vers un polariseur et un photodétecteur PD1. Le battement de fréquence résultant, qui est à la fréquence hétérodyne de quelques mégahertz,  $f_1 - f_2$  sert de fréquence de référence.

Puis les deux faisceaux de fréquences  $f_1$  et  $f_2$  polarisés linéairement et orthogonalement l'un par rapport à l'autre, sont séparés spatialement par un cube séparateur de polarisation CSP. En utilisant le formalisme matriciel de Jones qui sera détaillé au chapitre 2 [Jones1941], le champ électrique représentant le faisceau de référence à la sortie de l'interféromètre s'écrit :

$$E_{ref} = B(\pi/4)N.E_L \quad (1.10)$$

où la matrice de Jones pour un polariseur avec un axe propre incliné à  $45^\circ$  et pour un cube séparateur s'expriment respectivement par :

$$B(\pi/4) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (1.11)$$

$$\text{et } N = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (1.12)$$

En remplaçant les équations (1.11) et (1.12) dans l'équation (1.10), on obtient :

$$E_{ref} = \frac{1}{4} E_0 \left\{ \exp[-i(\omega_2 t + \phi_{os})] + \exp[-i(\omega_1 t + \phi_{op})] \right\} \times \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (1.13)$$

L'intensité du faisceau optique au niveau du photodétecteur (PD1) peut s'obtenir par le

produit du champ électrique  $E$  par son hermitien adjoint  $E^*$ . L'intensité s'écrit alors :

$$I = c.n.\text{Re}\{E \cdot E^*\} \quad (1.14)$$

où  $c$  est la vitesse de la lumière dans le vide, et  $n$  l'indice de l'air. Avec la suppression du terme continu, l'intensité du signal devient :

$$I_{ref} = \frac{1}{8} c.n. |E_0|^2 \cos\left[(\omega_2 - \omega_1)t + (\phi_{os} - \phi_{op})\right]. \quad (1.15)$$

Dans le deuxième bras de l'interféromètre, le faisceau de mesure est réfléchi par le miroir mobile se déplaçant à une vitesse constante, ce qui a pour effet de décaler sa fréquence par effet Doppler. Soit  $\Delta f_1$  la fréquence Doppler donnée par l'expression :

$$\Delta f_1 = \pm \frac{2\Delta x}{\lambda_1 \Delta t} \quad (1.16)$$

où  $\lambda_1$  est la longueur d'onde du faisceau laser dans l'air et  $\Delta x$  le déplacement du miroir mobile sur un temps  $\Delta t$  mesuré grâce à une horloge interne présente dans l'électronique de comptage.

À la sortie de l'interféromètre, les deux faisceaux sont mélangés à l'aide d'un polariseur générant une figure d'interférence. La fréquence de battement entre les deux faisceaux, observée au niveau du photodétecteur (PD2) a donc pour fréquence  $(f_1 \pm \Delta f_1) - f_2$  constituant ainsi le signal de mesure. Ce signal est comparé au signal de référence de fréquence  $f_1 - f_2$ . L'électronique de comptage permet de remonter à la fréquence  $\Delta f_1$  et au déplacement  $\Delta x$ .

En utilisant également le formalisme de Jones, on peut écrire le champ électrique associé au faisceau de mesure :

$$E_{mes} = \frac{1}{4} E_0 \left\{ \exp[-i(\omega_2 t + \phi_{os})] + \exp(-i\Delta\phi_1) \times \exp[-i(\omega_1 t + \phi_{op})] \right\} \times \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (1.17)$$

L'intensité du faisceau optique au niveau de photodétecteur (PD2) est :

$$I_{mes} = \frac{1}{8} cn |E_0|^2 \cos\left[(\omega_2 - \omega_1)t + (\phi_{os} - \phi_{op}) - \Delta\phi_1\right]. \quad (1.18)$$



Le déplacement du miroir mobile  $\Delta x$  peut être déduit de la différence de phase entre  $I_{mes}$  et  $I_{ref}$  :

$$\Delta x = \frac{\lambda_1 \Delta \phi_1}{4\pi} \quad . \quad (1.19)$$

Le choix de  $\lambda_1$  pour le bras de mesure est arbitraire, la plupart des interféromètres hétérodynes commerciaux autorisent de choisir l'une ou l'autre des deux longueurs d'onde qui sont connues et étalonnées toutes les deux.

### **1.3.3 Sources d'erreurs classiques**

Les erreurs résiduelles en interférométrie de Michelson ont été abondamment étudiées [Bobroff1993]. On les distingue souvent en les groupant par origines : mécaniques, optiques, électroniques, etc. Le Tableau 1.2 résume les principales sources avec les valeurs typiques des incertitudes.

<b><i>Source d'erreurs</i></b>	<b>Valeur (absolue / relative)</b>
<b>Défauts mécaniques</b>	
Erreur en cosinus ( $\theta_1$ angle résiduel)	$\theta_1^2/2$ (de chemin)
Rotation coin cube ( $\theta_2$ angle de rotation)	$7\theta_2^4$ mm (cube de 25 mm)
<b>Optique</b>	
<b><i>Non-linéarité optique (homodyne)</i></b>	<b><i>&lt; 1 nm</i></b>
<b><i>Non-linéarité optique (hétérodyne)</i></b>	<b><i>4 - 10 nm</i></b>
Effets de diffraction	1 - 4 nm
<b>Considérations environnementales</b>	
Indice de réfraction de l'air	$10^{-6}$ - $10^{-7}$ (relatif)
Contaminants, solvants etc.	$10^{-8}$ (relatif)

Flux d'air	$10^{-8}$ (relatif)
<b>Laser</b>	
Stabilité de fréquence (court terme)	$10^{-8} - 10^{-11}$ (relatif)
Stabilité de fréquence (long terme)	$10^{-6} - 10^{-9}$ (relatif)
Exactitude de la fréquence de référence	$10^{-10} - 10^{-11}$ (relatif)
<b>Électronique</b>	
Linéarité du phasemètre	1 - 10 nm

Tableau 1.2 : Les sources d'erreurs en interférométrie [Bobroff1993]

Dans le Tableau 1.2,  $\theta_1$  est l'angle formé entre la direction du faisceau et l'axe de déplacement pour déterminer l'erreur en cosinus, et  $\theta_2$  est l'angle formé entre l'axe principal du coin de cube et l'axe de déplacement pour estimer les défauts géométriques dus à la rotation du coin de cube.

D'après ce tableau, les sources d'erreurs sont du même ordre de grandeur pour l'interféromètre homodyne et pour l'interféromètre hétérodyne sauf pour la non-linéarité optique. Wu [Wu1996] a estimé l'ordre de grandeur des non-linéarités optiques pour les deux types d'interféromètres. Pour l'interféromètre hétérodyne, les non-linéarités optiques proviennent des défauts intrinsèques des éléments optiques et de leurs légers désalignements qui provoquent une recombinaison des faisceaux avant la sortie de l'interféromètre. En pratique, les états de polarisation ne sont pas parfaitement linéaires mais présentent une faible ellipticité [Hou2006] ce qui engendre quelques défauts résiduels. De plus, les deux états de polarisation ne sont pas tout à fait orthogonaux mais peuvent présenter un léger écart angulaire. Un battement parasite gêne alors le signal utile de sortie. Ceci induit une relation non-linéaire entre le déplacement et la variation de phase correspondante mesurée. Pour l'interféromètre homodyne, la séparation des faisceaux n'est pas liée à la polarisation, ces défauts sont minimisés.

Wu a démontré que l'erreur de non-linéarité dans l'interféromètre homodyne est typiquement 20 fois plus petite que celle de l'interféromètre hétérodyne. Il existe des méthodes pour mesurer et compenser les non-linéarités optiques des interféromètres. [Topçu2005]

### **1.3.4 Performances typiques**

L'interféromètre homodyne fonctionnant avec une seule fréquence était utilisé au début du développement de l'interférométrie. Cette méthode n'a pas pu être exploitée avec des performances poussées car à l'époque (années 1960), l'électronique intégrée n'était pas aussi performante qu'aujourd'hui. Dans l'interféromètre homodyne, le déplacement du miroir mobile est codé dans l'amplitude du signal à la sortie du capteur. La lumière ambiante et le bruit induit par l'électronique de détection affectent d'une manière non négligeable les mesures.

Contrairement à l'interférométrie homodyne, l'interférométrie hétérodyne est basée sur la mesure d'une phase d'un signal dans le domaine radiofréquence. Elle présente plusieurs avantages : elle ne nécessite pas de disposer de moyens de mesure de tension de haute précision, ni de générer des signaux sinusoïdaux en quadrature à la sortie du détecteur. De plus, les systèmes hétérodynes travaillent à plus hautes fréquences, autrement dit dans les domaines pour lesquels les amplificateurs opérationnels ne posent pas de problème de dérive.

Les progrès réalisés ces dernières années dans le domaine de l'électronique haute fréquence et du traitement numérique du signal ont profondément modifié les deux types d'appareils. Les interféromètres hétérodynes apparaissent bien souvent comme meilleurs pour obtenir une mesure interférométrique précise et fiable. Néanmoins, certains interféromètres homodynes ont gagné en stabilité et en résolution, et certains s'offrent même des évolutions pour concurrencer la méthode hétérodyne [Renishaw2006] d'autant qu'ils restent nettement plus simples d'utilisation. On peut citer par exemple des fabricants d'interféromètre homodyne tels que Renishaw, Heidenhain et récemment Sios. Le Tableau 1.3 résume les performances des interféromètres homodynes commerciaux.

<b>Fabriquant</b>	<b>Source laser He-Ne</b>	<b>Incertitude sur la fréquence laser</b>	<b>Distance de mesure max.</b>	<b>Résolution</b>	<b>Vitesse de déplacement max.</b>
Renishaw ML10gold standard	632,990577 n m	±0,05 ppm	40 m	1,2 nm	1 m/s
Heidenhain ILM 311	633 nm	< ±5×10 <sup>-9</sup>	10 m	0,1 nm	2 m/s

SIOS	Model SP2000-TR	632,8 nm	$2 \cdot 10^{-8}$	2 m	0,1 nm	800 mm/s
	Model SP120-TR	632,8nm	$3 \cdot 10^{-7}$	100mm	0,1nm	800 mm/s

Tableau 1.3 : Capacités des interféromètres homodynes commerciaux

Pour les interféromètres hétérodynes, on peut citer Agilent, et Zygo. L'interféromètre hétérodyne chez Agilent utilise l'effet Zeeman pour générer les deux fréquences. La différence de fréquence maximum est de 4 MHz. Zygo utilise un modulateur acousto-optique (MAO) pour générer des faisceaux laser de fréquences différentes, la différence de fréquence étant de 20 MHz. Ce type d'interféromètre autorise des mesures de vitesse élevée. Le Tableau 1.4 résume les performances des interféromètres hétérodynes de ces deux fabricants.

Fabriquant	Agilent	Zygo-ZMI 2000		
		4 Pass PMI	2 Pass PMI	1 Pass LI
Modèle	Model 5519B	4 Pass PMI	2 Pass PMI	1 Pass LI
Résolution	1,24 nm	0,15 nm	0,31 nm	0,62 nm
Longueur de mesure max.	40 m	$\pm 5,3$ m	$\pm 10,6$ m	$\pm 21,2$ m
Vitesse de déplacement max.	1000 mm/s	1,05 m/s	2,1 m/s	4,2 m/s
Décalage en fréquence	4 MHz	20 MHz $\pm$ 1600 Hz		
Exactitude de longueur d'onde sous vide	$\pm 0,1$ ppm	$\pm 0,1$ ppm (> 50,000 h)		
Stabilité en longueur d'onde sous vide	$\pm 0,002$ ppm	$\pm 0,01$ ppm (24 h)		

Tableau 1.4 : Capacités des interféromètres hétérodynes commerciaux

### 1.3.5 Autres types d'interféromètres

Bien que l'interféromètre de Michelson soit de loin le plus utilisé en métrologie dimensionnelle, nous citons ci-dessous deux autres types d'interféromètre qui possèdent des caractéristiques intéressantes pour les nanotechnologies. Leurs performances sont par contre souvent restreintes à certains domaines.

- **Interféromètre de Fabry-Perot**

L'interféromètre de Fabry-Perot est un interféromètre optique constitué de deux surfaces planes partiellement réfléchissantes à hauts coefficients de réflexion. La lumière entrante effectue de multiples allers-retours à l'intérieur de cette cavité, et ressort partiellement à chaque réflexion. Les différents rayons lumineux sortants interfèrent entre eux, donnant lieu à une interférogramme à ondes multiples constitués d'anneaux concentriques fins.

Ce type d'interféromètre à ondes multiples peut être très bien adapté pour les mesures de déplacements de l'ordre du nanomètre car il dispose d'une très grande sensibilité de mesure. Plusieurs laboratoires développent des systèmes de mesure de nanodéplacements basés sur l'utilisation de l'interféromètre de Fabry-Perot [Howard2001] [Bitou2006].

Lowell Howard [Howard2001] présente une méthode de mesure d'un déplacement en utilisant une cavité Fabry-Perot associée à une diode laser. La Figure 1.4 illustre le principe fonctionnel de l'expérience.

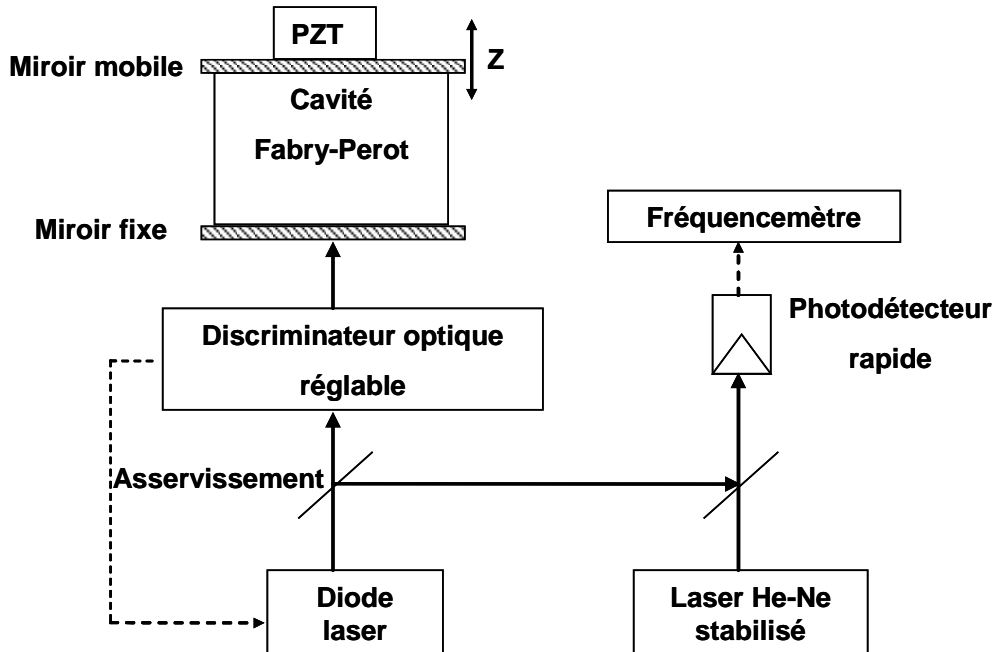


Figure 1.4 : Schéma de principe de l'interféromètre de Fabry-Perot [Howard2001]

Le cœur de ce système est la cavité Fabry-Perot dont l'un des miroirs est mobile et peut se déplacer linéairement suivant l'axe Z, actionné par un cristal piézoélectrique. Une diode laser est utilisée comme source lumineuse pour alimenter la cavité. Sa fréquence est réglable sur une plage supérieure à l'Intervalle Spectral Libre (ISL) de la cavité Fabry-Perot. Un discriminateur optique génère un signal d'erreur (par la méthode de Pound-Drever typiquement), qui est utilisé pour asservir la fréquence de la diode laser sur un pic de résonance de la cavité.

Une partie du faisceau laser asservi en fréquence est prélevé et utilisé pour effectuer un battement de fréquences avec un laser de référence. Ce battement de fréquences est détecté par un photodétecteur, puis envoyé vers un fréquencemètre. La valeur du déplacement peut être déduite de la mesure du battement de fréquences, avec une extrême sensibilité.

Les conditions de résonance de l'onde stationnaire dans la cavité imposent qu'il y ait un nombre entier  $N$  de demi-longueurs d'onde le long de l'axe Z, ce qui se traduit par :

$$N \frac{\lambda}{2} = nL \quad (1.20)$$

où  $L$  est la longueur nominale de la cavité Fabry-Perot,  $\lambda$  la longueur d'onde sous vide, et  $n$  l'indice de réfraction du milieu entre les deux miroirs de la cavité. Si le miroir mobile de la cavité se déplace d'une distance d'une demi-longueur d'onde, la fréquence de battement subit un décalage d'un ISL, défini comme :

$$ISL = \frac{c}{2nL} \quad (1.21)$$

Pour un petit déplacement  $\Delta l$ , le changement de la fréquence de résonance  $\Delta f$  est proportionnel au premier ordre au changement de longueur et éventuellement d'indice :

$$\Delta f = -f \left( \frac{\Delta l}{L} + \frac{\Delta n}{n} \right) \quad \text{si } \Delta l \ll L \quad (1.22)$$

Ce changement de fréquence de résonance est retranscrit directement sur la fréquence de battement via l'asservissement. On négligeant la variation d'indice de réfraction, on peut obtenir par exemple pour une cavité de 10 cm, un ISL de 1,5 GHz et une sensibilité relative  $\frac{\Delta f}{f}$  de  $10^{-5}/\mu\text{m}$ , ie  $10^{-8}/\text{nm}$ , soit par exemple 1 Hz/nm pour un battement de 100 MHz. Or mesurer des fréquences avec une telle exactitude est relativement aisé sur un temps d'intégration de l'ordre de la seconde.

Ce type d'interféromètre autorise donc des résolutions très poussées car la mesure de la fréquence peut être effectuée avec une très bonne résolution. Dans [Howard2001], une

résolution de 20 pm a été démontrée et le système a été intégré dans un microscope à force atomique (AFM) commercial pour réaliser une topographie à très haute résolution d'un échantillon.

Cependant, l'alignement des miroirs de la cavité Fabry-Perot reste un paramètre extrêmement sensible qui ne peut être maîtrisé que sur des faibles courses, quelques micromètres tout au plus et ce principe n'est pas envisageable sur des longues distances.

- **Interféromètre à rayon X**

L'interféromètre à rayon X permet d'atteindre très bonnes résolutions du fait de la faible longueur d'onde mise en jeu. Il est en règle générale couplé à un interféromètre optique. Un système de combinaison d'un interféromètre à rayon X et d'un interféromètre optique (Combined Optical and X-Ray Interferometer - COXI) a été développé pour les étalonnages des capteurs de déplacement au niveau sub-nanométrique [Bergamin1997] [Basile2000] [Leach2000]. Ce système localisé au NPL, est développé en collaboration avec le PTB et l'IMGC (Istituto di Metrologia G. Colonnetti, Italie). Le principe est illustré Figure 1.5.

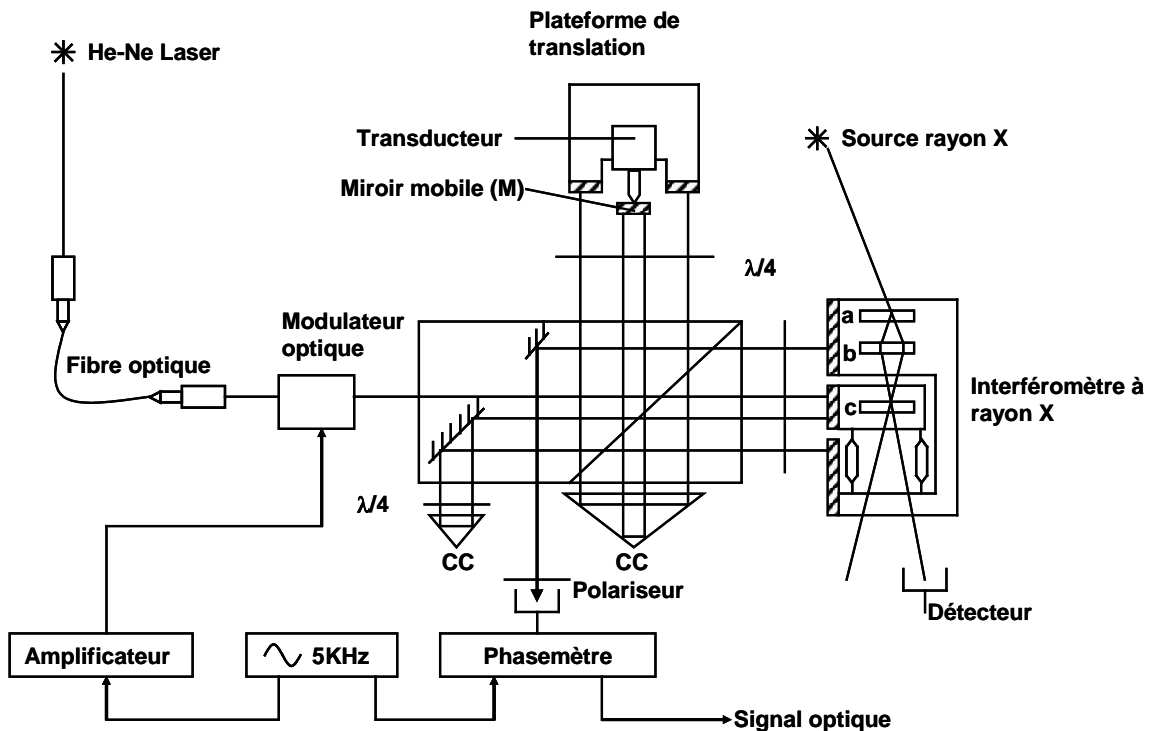


Figure 1.5 : Schéma de principe de l'interféromètre COXI [Leach 2001]

L'interféromètre à rayon X est fabriqué à partir d'un monocristal de silicium. Le faisceau rayon X incident est divisé et recombinaé après plusieurs diffractions en traversant les monocristaux de silicium (lames  $a$ ,  $b$  et  $c$ ). À la sortie du dernier cristal, le faisceau d'interférence est obtenu. Le signal d'intensité détecté à la sortie de cet interféromètre à rayon X est fonction du déplacement de la lame  $c$  et des plans de diffraction dont la géométrie dépend des propriétés du silicium. Un cycle complet de variation d'intensité au niveau des franges correspond à un déplacement d'une distance  $d_{220}$  du cristal, telle que  $d_{220} = 0,192015497 \pm 1,2 \times 10^{-8}$  nm à 22,5 °C et une pression de 1 bar.

Dans le cas du COXI, trois miroirs sont installés sur le côté de l'interféromètre à rayon X et sont également partie intégrante de l'interféromètre optique. Le miroir du milieu se déplace avec la lame  $c$  et les deux autres miroirs sont attachés à la base de l'interféromètre rayon X. L'autre bras de l'interféromètre optique possède également deux miroirs fixes et un miroir mobile (M), ce miroir mobile est relié à une plateforme de translation.

Le système d'asservissement en position du système COXI permet au miroir M de se déplacer avec des sauts de position quantifiés (0,192 nm et 158,52 nm). La valeur 158,52 nm correspond à  $\lambda/4$  pour l'interféromètre optique qui est un interféromètre double-passages.

Avec ce système COXI, un déplacement de 1  $\mu\text{m}$  a pu être effectué avec une incertitude de 30 pm, un déplacement de 100  $\mu\text{m}$  avec une incertitude de 35 pm et un déplacement de 1 mm avec une incertitude de 170 pm. Ce système permet donc des résolutions extrêmes mais au prix d'une complexité expérimentale fortement accrue.

## **1.4 Système de nanositionnement basé sur un interféromètre hétérodyne**

Un système de nano-positionnement a été développé au laboratoire LISV. Il s'agit de travaux antérieurs aux miens pour l'essentiel [Wakim2008, mais j'ai néanmoins travaillé et amélioré la partie électronique.

Je vais m'attarder ici sur une description rapide du principe car cela sera utile pour la suite pour bien appréhender les asservissements de position basés sur des asservissements de phase.

Ce système de contrôle de position à l'échelle nanométrique repose sur l'utilisation d'un interféromètre hétérodyne et une boucle d'asservissement de phase. La Figure 1.6 présente le principe de l'asservissement en position [Chassagne2005].



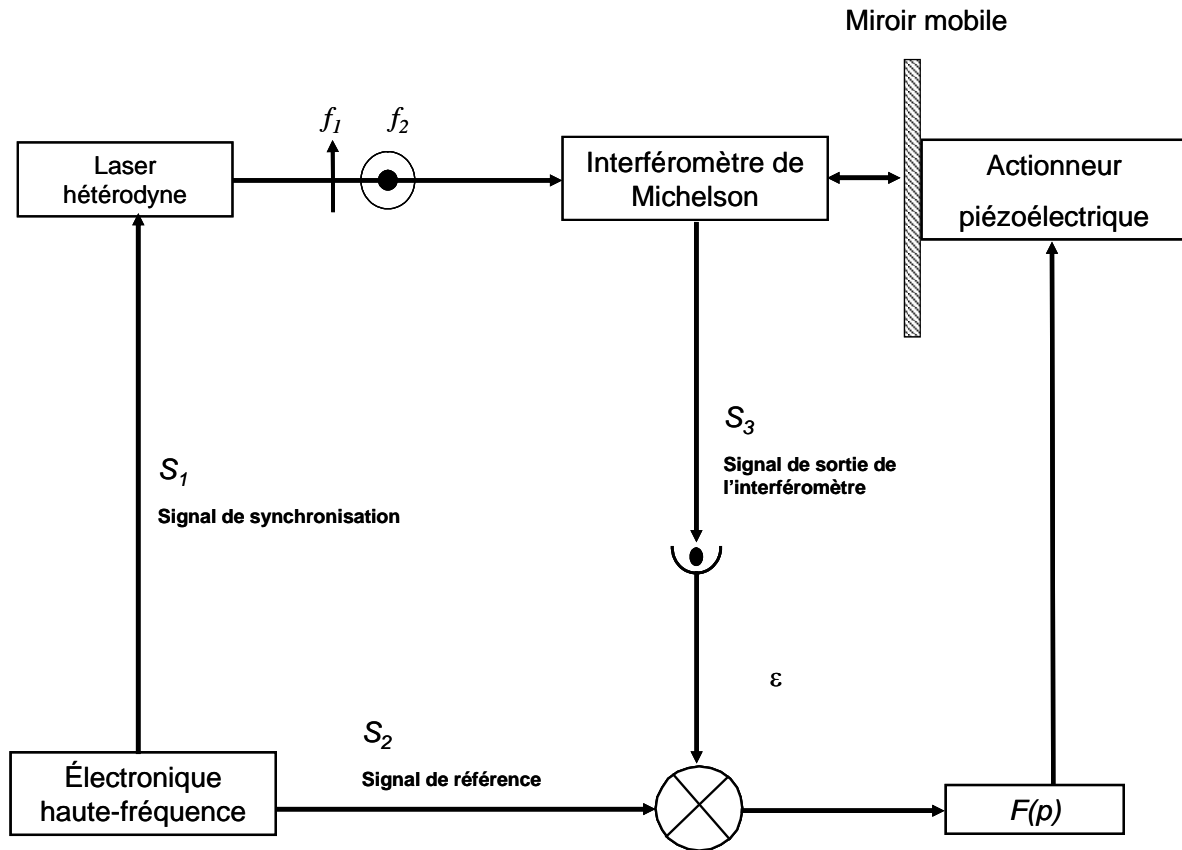


Figure 1.6 : Schéma de principe de l'asservissement en position

L'interféromètre utilisé est un interféromètre hétérodyne de type ZMI-2001 (ZYGO). Sa fréquence d'hétérodynage est égale à 20 MHz. Comme il s'agit d'un interféromètre hétérodyne double-passages, la résolution de ce type d'interféromètre est de 0,31 nm.

Un circuit électronique haute fréquence développé au laboratoire permet de générer deux signaux  $S_1$  et  $S_2$  synchronisés et de même fréquence (20 MHz). Le signal  $S_1$  est utilisé pour alimenter un modulateur acousto-optique dans la source laser, qui permet de générer deux faisceaux de fréquences  $f_1$  et  $f_2$  et de polarisations orthogonales. Le signal  $S_2$  est comparé en phase avec le signal  $S_3$  issue de la sortie de l'interféromètre. La phase du signal  $S_3$  contient l'information de position du miroir mobile. Le signal  $S_3$  subit un décalage de phase si le miroir mobile se déplace. A contrario, si un déphasage est forcé sur le signal  $S_2$ , l'asservissement agit sur le miroir mobile pour compenser. Dans la boucle d'asservissement de phase, le signal d'erreur  $\epsilon$  résultant de la comparaison est envoyé vers un actionneur piézoélectrique qui permet de contrôler la position du miroir.

Le circuit électronique a la capacité de générer un déphasage sur l'un des signaux  $S_1$

ou  $S_2$ . Si un saut de phase  $\Delta\phi$  est effectué sur le signal  $S_2$ , le signal d'erreur  $\varepsilon$  devient non nul, et le contrôleur  $F(p)$  détermine la valeur de la tension à envoyer à l'actionneur pour compenser le déphasage par effet Doppler. Le déplacement  $\Delta x$  du miroir mobile qui correspond au déphasage  $\Delta\phi$  est donné par :

$$\Delta x = \frac{\lambda_0}{4 \times n} \times \frac{\Delta\phi}{2\pi} = \frac{\lambda_0 \times \Delta\phi}{8\pi \times n}, \quad (1.23)$$

où  $\lambda_0$  est la longueur d'onde du laser dans le vide,  $n$  est l'indice de réfraction du milieu. On considère ici un interféromètre monté en double passage.

La carte électronique permet d'effectuer des sauts de phase programmables compris entre  $\Delta\phi = \frac{2\pi}{32}$  et  $\Delta\phi = \frac{2\pi}{612}$ . Ceci correspond à des sauts de position respectifs de 4,945 nm et 0,258 nm. La Figure .1.7 illustre plusieurs cas.

On peut distinguer des pas de valeurs respectives 4,945 nm, 0,618 nm et 0,258 nm. La courbe c) a été obtenue en moyennant les mesures car on est en limite de résolution pour le capteur (0,31 nm en double passage).

Avec le progrès des techniques de synthèse numérique DDS (Direct Digital Synthesis), il est maintenant possible aisément d'effectuer des sauts de phase parfaitement contrôlés et de très faibles valeurs, typiquement de quelques millidegré. Ceci correspond à des déplacements de position de quelques picomètres. On est alors confronté à la limite de résolution de la mesure.

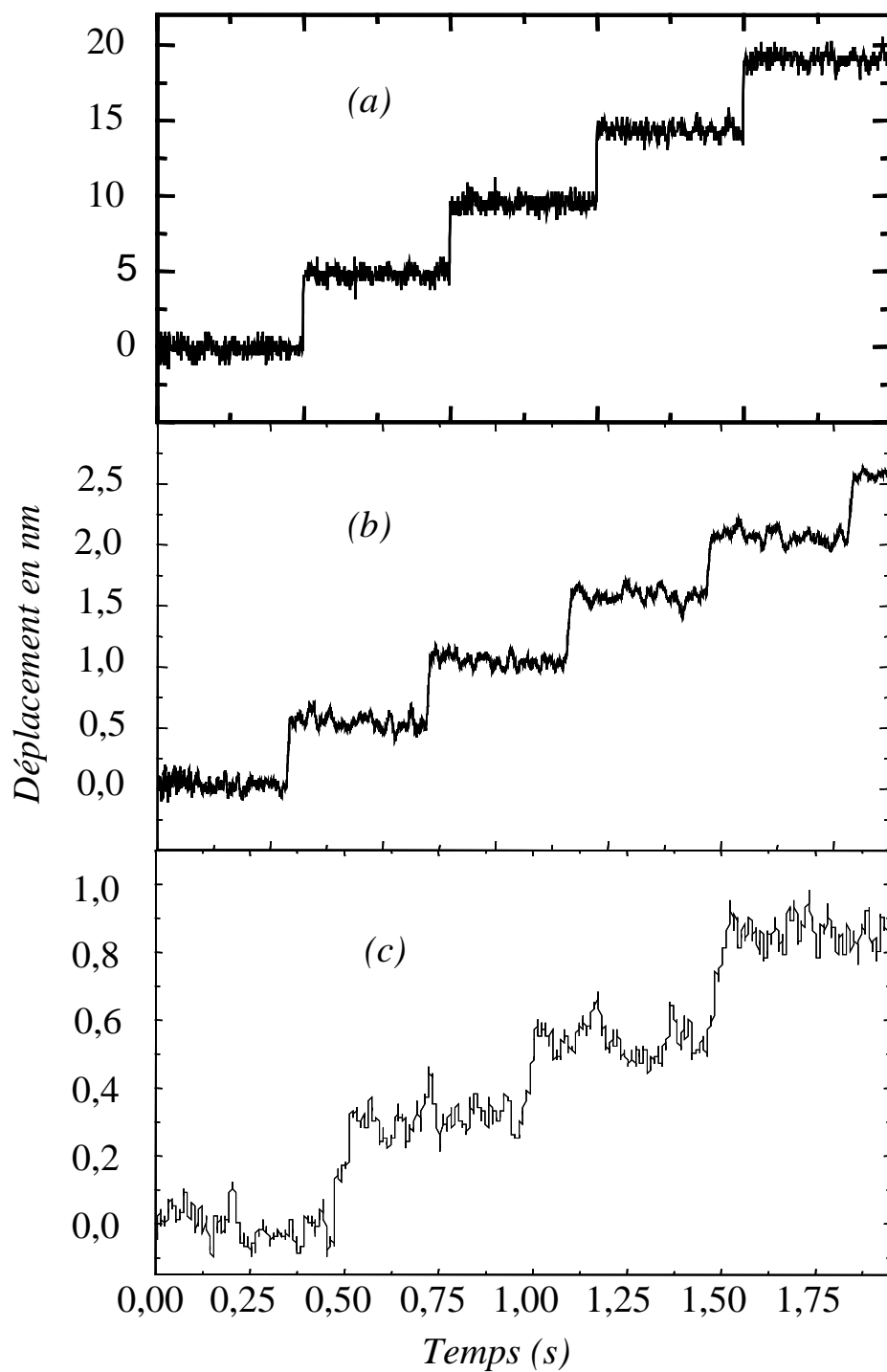


Figure .1.7 : Mesure des sauts de positions nanométriques [Wakim2008]  
a) sauts de positions de 4,945 nm b) sauts de positions de 0,618 nm c) sauts de positions de 0,258 nm

## 1.5 Autres capteurs

A titre de comparaison, nous présentons ici deux autres types de capteurs largement utilisés en nanométrie : le capteur capacitif et le codeur optique.

- **Capteur de déplacement capacitif**

Un capteur de déplacement capacitif utilise l'effet capacitif pour détecter une variation de faibles distances. De très nombreuses études ont été menées sur les capteurs de déplacement capacitifs de haute précision [Stewart2000] [Restagno2001] [Castelli2000]. En théorie, la détermination de la distance  $d$  est réalisée en mesurant la capacité  $C$  du condensateur, reliée par (dans le cas d'un condensateur plan)

$$C = \frac{\epsilon S}{d}, \quad (1.24)$$

avec  $\epsilon$  la permittivité du diélectrique existant entre le capteur et la pièce à mesurer et  $S$  la surface de l'électrode du capteur. Pour réaliser un capteur capacitif, afin de limiter les effets de bord, les électrodes sont le plus souvent entourées d'une électrode dite « garde », reliée à la masse du circuit de mesure, dont le rôle est de limiter la divergence des lignes de champ de l'électrode de mesure (Figure 1.8).

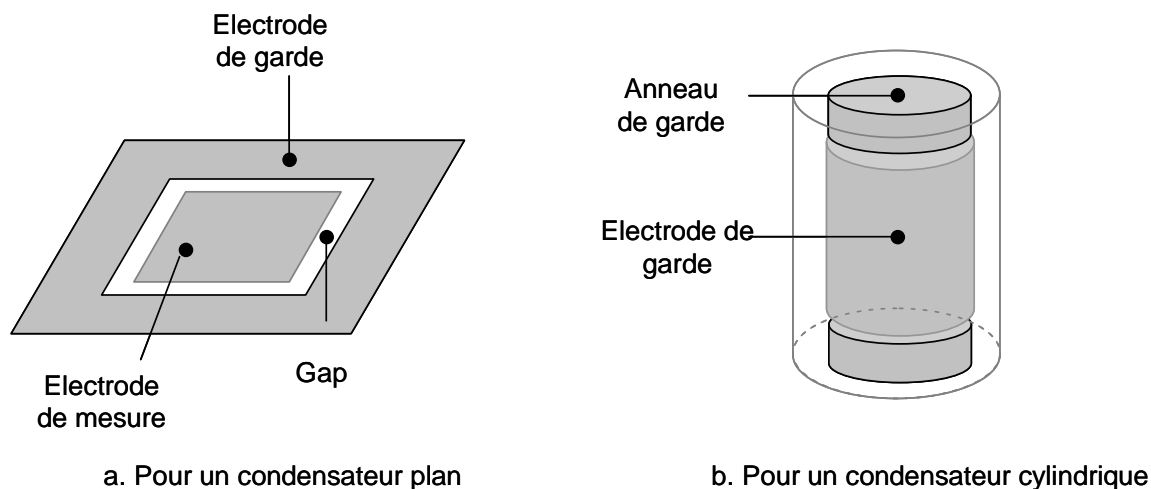


Figure 1.8: Electrodes de garde [Durand]

Cette liaison à la masse permet de prolonger l'électrode de garde jusqu'au boîtier de mesure créant ainsi un blindage contre les rayonnements électromagnétiques. Il est alors possible de déporter l'électronique de mesure sans dégrader la qualité du signal. Le

rapport signal à bruit du système peut ainsi être très correct et la résolution sub-nanométrique. La mesure de la capacité se fait via la mesure d'une tension par l'insertion de la capacité dans un pont (type Wheastone) ou via une fréquence par l'insertion dans un oscillateur. Cette deuxième solution est souvent nettement plus performante.

La sensibilité d'un tel capteur basé sur le principe d'une mesure de fréquence peut atteindre 0,1 nm sur une durée d'intégration de 1 s. Associé à un convertisseur fréquence/tension, la sensibilité peut descendre jusqu'à 1 pm.Hz<sup>-1/2</sup> en régime dynamique [Restagno2001].

Les limites principales d'un capteur capacitif sont sa forte non-linéarité (jusqu'à 0,1%), et la nécessité d'un étalonnage, et une course généralement réduite d'une dizaine ou d'une centaine de micromètres. Sa résolution reste toutefois un point fort.

- **Codeur optique de position**

Les codeurs optiques incrémentaux utilisent des marques gravées le plus souvent sur une règle en verre, ou parfois sur un ruban polymère souple pouvant être adapté à différentes formes de structure. Dans tous les cas, la technique utilisée pour la lecture dépend de la finesse des marques. Pour des marques de tailles comprises entre 10 µm et 200 µm, une lecture par imagerie à l'aide de photodétecteurs (en lumière transmise ou réfléchie) est adaptée. Pour des marques plus fines (8 µm à 4 µm), des phénomènes d'interférence apparaissent. La lecture est basée sur un principe interférentiel. La mesure du déplacement peut être réalisée de manière absolue et incrémentale. Le codage absolu permet de connaître à la fois le déplacement relatif et la position, tandis que le codage incrémental ne fournit d'information que sur le déplacement relatif [Durand].

La manière de représenter les performances des codeurs est très variable selon les fabricants. On peut citer Heidenhain, Renishaw et Mitutoyo. Par exemple, l'incertitude de la mesure pour les systèmes de mesure linéaire à règle nue Heidenhain est illustré Figure 1.9 : il s'agit des écarts de positions sur la course de mesure et des écarts de position à l'intérieur d'une période de signal.

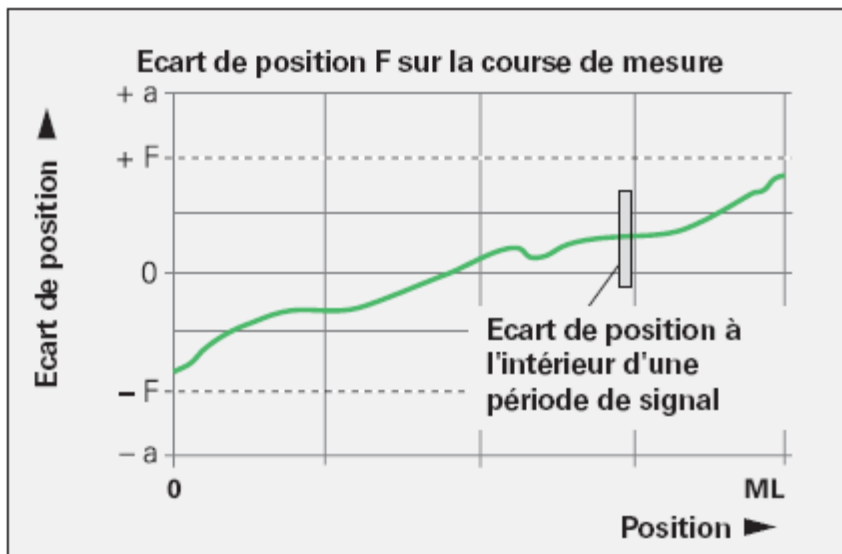


Figure 1.9 : Représentation de l'incertitude de la mesure [Heidenhain2007]

Les valeurs extrêmes de l'erreur totale  $F$  sur une position sont situées, par rapport à la valeur moyenne et pour une portion quelconque d'une longueur de mesure de 1 m maximum, dans la classe de précision  $\pm a$ . Pour les systèmes de mesure linéaire illustrés ici, et à n'importe quel endroit de la longueur de mesure, ils sont d'environ  $\pm 1\%$  de la période de signal [Heidenhain2007].

Les codeurs optiques sont souvent destinés à être intégrés dans des systèmes d'asservissement de position et de vitesse. Grâce également à leur excellente répétabilité, certains codeurs optiques servent d'étalon de transfert pour des comparaisons en métrologie dimensionnelle. En 2003, une comparaison interlaboratoires Allemagne-Japon a été publiée. Dans cette comparaison, le codeur Heidenhain LIP 382 a servi comme étalon de transfert. La répétabilité de cet étalon sur une distance de mesure de 270 mm était de 1,6 nm ( $1\sigma$ ) [Israel2003]. En 2008, une nouvelle comparaison dimensionnelle entre le PTB, la société Heidenhain et la société Mitutoyo a eu lieu, le codeur Heidenhain LIP 382 servant toujours d'étalon de transfert. La répétabilité obtenue était de 0,36 nm ( $1\sigma$ ) sur une distance de 280 mm [Tiemann 2008].

Les points forts des règles optiques sont donc essentiellement leur résolution qui peut être de l'ordre de 0,1 nm et une excellente répétabilité après étalonnage.

## **1.6 Conclusion**

Dans ce chapitre, nous avons présenté la métrologie dimensionnelle dédiée aux nanotechnologies, communément appelée nanométrie dimensionnelle. Un aperçu non exhaustif des projets des différents laboratoires internationaux a été présenté.

Nous nous sommes ensuite plus particulièrement intéressés à l'interféromètre de Michelson qui est le capteur usuellement le plus adapté pour obtenir des mesures exactes et traçables à la définition du mètre. Nous avons rappelé les principes des interféromètres homodyne et hétérodyne, et les sources d'erreur typiques de ces deux instruments ainsi que les performances des appareils commerciaux. Quelques exemples d'autres interféromètres illustrent également la difficulté d'obtenir des systèmes interférométriques simples à très haute résolution et grande course de fonctionnement.

Le fonctionnement et les performances d'un système de nanositionnement basé sur l'interférométrie hétérodyne ont ensuite été détaillés. Ceci permet d'illustrer d'une part les performances potentielles l'asservissement en position par le contrôle de la phase d'un signal électronique, et d'autre part le fait que la limitation provient de alors la résolution de mesure (si l'on considère un environnement parfait).

Une fois ce contexte posé et l'objectif d'améliorer la résolution de contrôle établi, nous allons pouvoir aborder les chapitres suivants qui concernent le développement d'un système de nanositionnement basé sur la mesure d'un état de polarisation d'une onde optique asservi sur la phase d'un signal électronique.

## **1.7 Bibliographie du 1er chapitre**

[Basile2000] : G. Basile et al, *Combined optical and x-ray interferometry for high-precision dimensional metrology*, *Proc. R. Soc. A* 456 701-29.

[Bergamin1997] : A. Bergamin, G. Cavagnero, G. Mana, *Quantized positioning of x-ray interferometers*, *Rev. Sci. Instrum.* 68(1) (1997).

[Bitou2006] : Y. Bitou, T. R. Schili, K. Minoshima, *Optics Express*, Vol.14, No.2 (2006).

[Bobroff1993] : N. Bobroff, *Recent advances in displacement measuring interferometry*, *Meas. Sci. Technol.* 4 907-926 (1993).

[Bosse2005] : H. Bosse, G. Wilkening, *Developpements at PTB in nanometrology for support of the semiconductor industry*, *Meas. Sci. Technol.*, 16 2155-2166 (2005).

[Castelli2000] : F. Casteli, *The electrolytic capacitive displacement transducer for nanotechnologies*, *Instrumentation and measurement Technology Conference 2000, Proceedings of the 17th IEEE, Volume 1*, 501-506, (2000).

[Chassagne2005] : L. Chassagne, S. Topcu, Y. Alayli, P. Juncar, *Highly accurate positioning control method for piezoelectric actuators based on phase-shifting optoelectronics*, *Meas. Sci. Technol.* 16 No 9, 1771-1777 (2005).

[Cojins2004] : S. J. A. G. Cosjins, *Displacement laser interferometry with sub-nanometer uncertainty*, *Thèse de doctorat, octobre(2004)*.

[Durand] : S. Durand, *Capteurs de déplacements, Techniques d'ingénieur, traité Mesures et Contrôle RI 800*.

[Felder2003] : R. Felder, *Practical realization of the definition of the Mètre, including recommend radiations of other optical frequency standards*, Vol.42, 323-325 (2003).

[Haddad2004] : D. Haddad, *Mesure et contrôle de position et de vitesse à l'échelle nanométrique : Application à la balance du watt*, *Thèse de doctorat de l'université de Versailles Saint-Quentin, décembre 2004*.

[Heidenhain2007] : *Systèmes de mesure linéaire à règle nue, catalogue Heidenhain, Décembre, 2007*.



[Heydemann1981] : P. L. M. Heydemann, *Determination and correction of quadrature fringe measurement errors in interferometers*, *Applied optics*, 20 (19):3382-3384 (1981).

[Hou2006] : W. Hou, *Optical parts and the nonlinearity in heterodyne interferometers*, *Prec. Eng.*, Vol.30, pp337-346 (2006).

[Howard2001] : L. Howard, J. Stone, J. Fu, *Real-time displacement measurements with a Fabry-Perot cavity and a diode laser*, *Precision engineering*, 25, 321-335 (2001).

[Israel2003] : W. Israel, I. Tiemann, G. Metz, Y. Yamaryo, F. Maeda, T. Shimomura, *An international length comparison at an industrial level using a photoelectric incremental encoder as transfer standard*, *Precision Engineering* 27, 151-156, (2003).

[ITRS2008] : *The international roadmap for semiconductors 2006 edition metrology*. <http://public.itrs.net>, December 2008.

[Jones1941] : R. C. Jones, *A New Calculus for the Treatment of Optical Systems, Description and Discussion of the Calculus*, *J.O.S.A.* 31 488-493 (1941).

[Kajima2008] : M. Kajima, H. Matsumoto, *Picometer positioning system based on a zooming interferometer using a femtosecond optical comb*, *Optics Express*, Vol.16, No.3, (2008).

[Kastler1996] : A. Kastler, P. Bouchareine, *Optique*, Masson, sixième édition (1996).

[Knight2007]: S. Knight, J.V.M de Pinillos, M. Buckley, *Semiconductor microelectronics and nanoelectronics programs*, July 2007.

[Küng2007] : A. Küng, F. Meli, R. Thalmann, *Ultraprecision micro-CMM using a low force 3D touch probe*, *Meas.Sci.Technol.* 18, 319-327 (2007).

[Leach2006]: R. Leach, D. Chetwynd, L. Blunt, J. Haycocks, P. Harris, K. Jackson, S. Oldfield and S. Reily, *Recent advances in traceable nanoscale dimension and force metrology in the UK*, *Meas. Sci. Technol.* 17 467-476 (2006).

[Quinn1992] : T. J. Quinn, *Mise en Pratique of the definition of the Mètre*, *Metrologia*, Vol. 30. N°5, 521-541 (1992).

[Renishaw2006] : *Mesures 784*, Avril 2006, [www.mesures.com](http://www.mesures.com)

[Restagno2001] : F. Restagno, J. Crassous, E. Chalaix, M Monchanin, *A new capacitive sensor for displacement measurement in a surface-force apparatus*, *Meas. Sci. Technol.* 12,16-22 (2001).

[Site LNE]: <http://www.lne.fr/nanometrologie/projet-nanometrologie-dimensionnelle.asp>

[Stewart2000] : A. M. Stewart, *Capacitive dilatometry attachment for a surface-force apparatus*, *Meas. Sci. Technol.* 11,298-304 (2000).

[Tiemann2007] : I. Tiemann, C. Spaeth, G. Metz, W. Israel, Y. Yamaro, T. Shimomura, T. Kubo, T. Wakasa, T. Morosawa, R. Köning, J. Flüning , J. Flügge, H. Bosse, *An international length comparison using vacuum comparators and a photoelectric incremental encoder as transfer standard*, *Precision Engineering* 32,1-6, (2008).

[Topçu2003] : S. Topçu, L. Chassagne, D. Haddad, Y. Alayli, P. Juncar, *Heterodyne interferometric technique for displacement control at sub-nanometric scale*, *Rev. Sci. Instrum.*, Vol 74, n°11, pp4875-4880, (2003).

[Topçu2005] : S. Topçu, L. Chassagne, Y. Alayli, P. Juncar, *Improving the accuracy of homodyne Michelson interferometers using polarization state measurement techniques*, *Optics Communications*, 247, pp 133-139, (2005).

[Wakim2008] : M. Wakim, *Contrôle de la position et de la vitesse d'une masse à l'échelle nanométrique : application à la balance du watt du LNE*, *Thèse de l'université de Versailles Saint-Quentin* (2008).

[Wu1996] : C. Wu, C. Su, *Nonlinearity in measurements of length by optical interferometry*, *Meas. Sci. Technol.* 7 62-68 (1996).

[Yariv1984] : A. Yariv, P. Yeh, *Optical Waves in crystals*, *Wiley-Interscience publication* (1984).



## 2. CHAPITRE 2

---

### ANALYSE DE LA POLARISATION

---

2.1 Introduction.....	39
2.2 Description de l'état de polarisation d'une onde optique .....	39
2.2.1 Principes généraux sur la lumière polarisée .....	39
2.2.2 Les paramètres ellipsométriques .....	41
2.3 Représentation de la polarisation.....	44
2.3.1 Formalisme de Jones .....	44
2.3.2 Formalisme de Stokes-Mueller .....	46
2.3.3 La sphère de Poincaré .....	48
2.3.4 Relations entre les paramètres de Stokes et l'ellipse de polarisation.....	49
2.4 Le polarimètre de Stokes.....	51
2.5 Conclusion .....	54
2.6 Bibliographie du 2ème chapitre.....	55
Annexe 2.1 Matrices de Jones et Matrices de Mueller .....	57



## **2.1 Introduction**

Ce chapitre présente les modèles couramment employés pour analyser l'état de polarisation d'une onde optique. Le formalisme de Jones permet de représenter la lumière polarisée ainsi que les éléments optiques par un vecteur de Jones, ce qui permet ensuite des calculs complexes par matrices. En complément au formalisme de Jones qui ne décrit que la lumière totalement polarisée, le formalisme de Stokes-Mueller permet de décrire la lumière non polarisée, partiellement polarisée et totalement polarisée. La sphère de Poincaré nous donne une représentation de tous les états de polarisation sur une sphère. Chaque point de la sphère correspond à un état possible de polarisation d'un faisceau lumineux.

La théorie mathématique basée sur le formalisme de Stokes-Mueller et l'analyse de Fourier sont développées dans le contexte du polarimètre de Stokes qui sera utilisé dans la suite du mémoire.

La connaissance de toutes ces notions de l'état de polarisation d'une onde optique et de sa représentation mathématique fournit des bases pour l'approche théorique de notre interféromètre polarimétrique qui sera détaillé au chapitre suivant.

## **2.2 Description de l'état de polarisation d'une onde optique**

### **2.2.1 Principes généraux sur la lumière polarisée**

La lumière est une onde électromagnétique, et sa polarisation caractérise l'orientation du champ électrique (ou magnétique) dans le plan perpendiculaire au plan de propagation. Une onde monochromatique, composée d'une vibration unique, est nécessairement polarisée. Le vecteur champ électrique d'une onde électromagnétique plane et monochromatique (ou quasi-monochromatique) peut être décomposé en trois composantes orthogonales dans le système de coordonnées cartésiennes. Dans le cas général le vecteur champ électrique  $\vec{E}$  s'écrit sous la forme [Azzam1986] :

$$\vec{E} = E_x \vec{x} + E_y \vec{y} + E_z \vec{z} \quad (2.1)$$

où  $\vec{x}$ ,  $\vec{y}$  et  $\vec{z}$  sont les vecteurs unitaires du système d'axes de référence. Pour une onde plane quasi-monochromatique :

$$E_i(x, y, z, t) = E_{0i} \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi_i) \quad (2.2)$$

où  $\vec{k} \cdot \vec{r} = k_x \vec{x} + k_y \vec{y} + k_z \vec{z}$  et  $i = x, y$  ou  $z$ ;  $\varphi_i$  est un terme de phase, tandis que  $E_{0i}$  est un terme d'amplitude.

Si on choisit l'axe des  $z$  comme direction de propagation, le vecteur d'onde  $\vec{k}$  et le vecteur  $\vec{E}$  étant orthogonaux ( $k_x = k_y = 0$ ), dans un milieu isotrope, le champ électrique est transverse ( $E_z = 0$ ). On obtient alors le système simplifié suivant :

$$E_x(z, t) = E_{0x} \cos(\omega t - kz + \varphi_x) \quad (2.3)$$

$$E_y(z, t) = E_{0y} \cos(\omega t - kz + \varphi_y) \quad (2.4)$$

$$E_z(t) = 0 \quad (2.5)$$

avec  $k = \frac{2\pi}{\lambda_0}$  où  $\lambda_0$  est la longueur d'onde dans le vide .

Par souci de clarté de l'écriture, la dépendance temporelle sera sous-entendue et on écrira par la suite  $E_i(t) = E_i$ . En combinant les deux expressions (2.3) et (2.4), et en éliminant la variable temporelle  $t$ , on peut montrer que l'extrémité du vecteur champ électrique décrit une ellipse dont l'équation est la suivante :

$$\frac{E_x^2}{E_{0x}^2} + \frac{E_y^2}{E_{0y}^2} - 2 \frac{E_x E_y}{E_{0x} E_{0y}} \cos(\varphi) = \sin^2(\varphi), \quad (2.6)$$

où  $\varphi = \varphi_x - \varphi_y$  est la différence de phase.

L'état de polarisation de l'onde est déterminé par la forme de l'ellipse associée : la direction du grand axe et l'ellipticité, ie le rapport du petit axe au grand axe de l'ellipse.

La forme de l'ellipse dépend donc de deux paramètres : le rapport des grandeurs  $\frac{E_{0y}}{E_{0x}}$ , et

la différence de phase  $\varphi = \varphi_x - \varphi_y$  [Saleh1991].

On distingue souvent les états suivants, illustrés Figure.2.1 [Boulbry2002] :

- **La polarisation linéaire ou rectiligne**

Si l'une des composantes disparaît ( $E_x = 0$  par exemple), la lumière est polarisée linéairement dans la direction de l'autre composante (dans l'exemple, la direction de l'axe  $y$ ). L'onde est aussi polarisée linéairement si la différence de phase vaut  $\varphi = 0$  ou  $\pi$ .

- **La polarisation circulaire**

Si  $\varphi = \pm\pi/2$  et  $E_{0x} = E_{0y}$ , l'ellipse devient un cercle. Le cas  $\varphi = +\pi/2$  correspond à une polarisation circulaire droite (sens anti-trigonométrique). Le cas  $\varphi = -\pi/2$  correspond à une polarisation circulaire gauche (sens trigonométrique).

- **La polarisation elliptique**

Si  $\varphi$  est quelconque et  $E_{0x} \neq E_{0y}$ , l'onde décrit une trajectoire hélicoïdale le long de l'axe Oz.

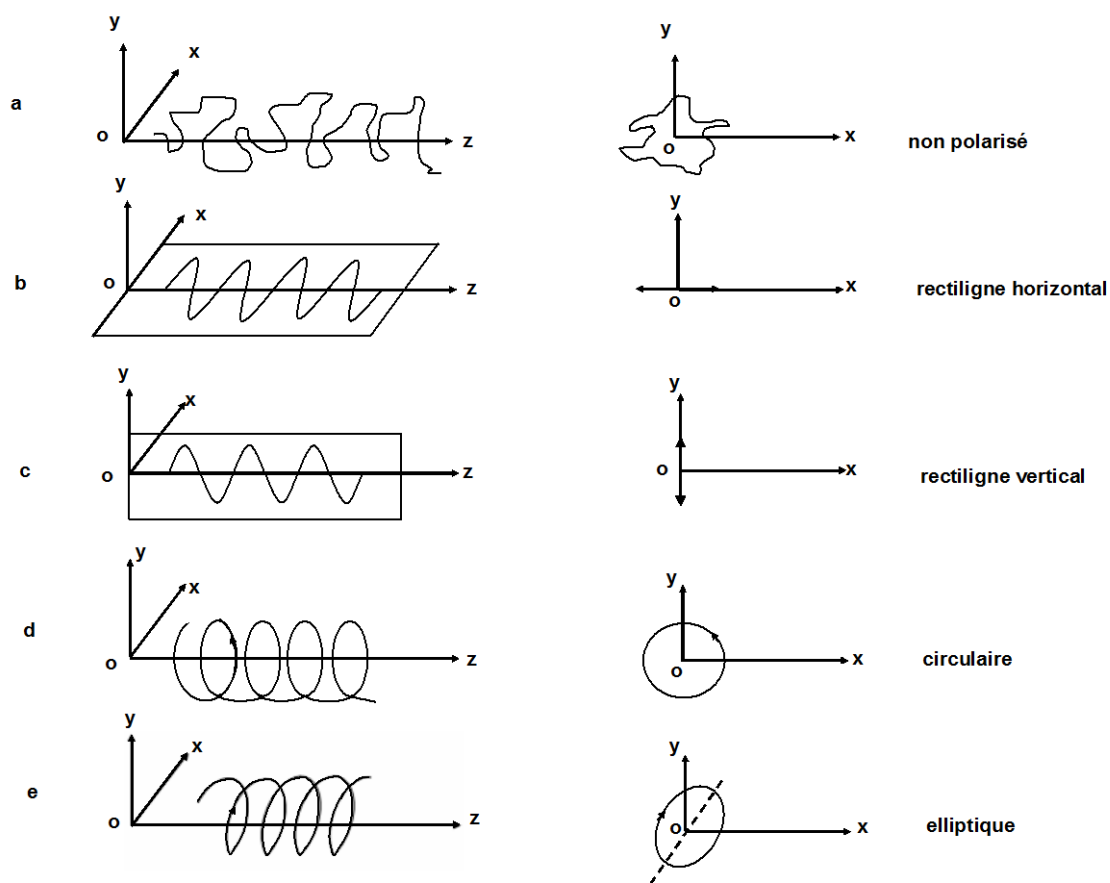


Figure.2.1: Différents états de polarisation

### 2.2.2 Les paramètres ellipsométriques

L'état de polarisation est entièrement défini si l'on connaît l'ensemble des paramètres de l'ellipse, représentée dans la Figure 2.2, c'est-à-dire son ellipticité  $\varepsilon$ , son azimut  $\theta$ , la différence de phase  $\varphi$  et son sens de rotation (qui dépend directement du



signe de  $\sin(\varphi)$ ). On utilise parfois par commodité le paramètre supplémentaire  $\nu$ .

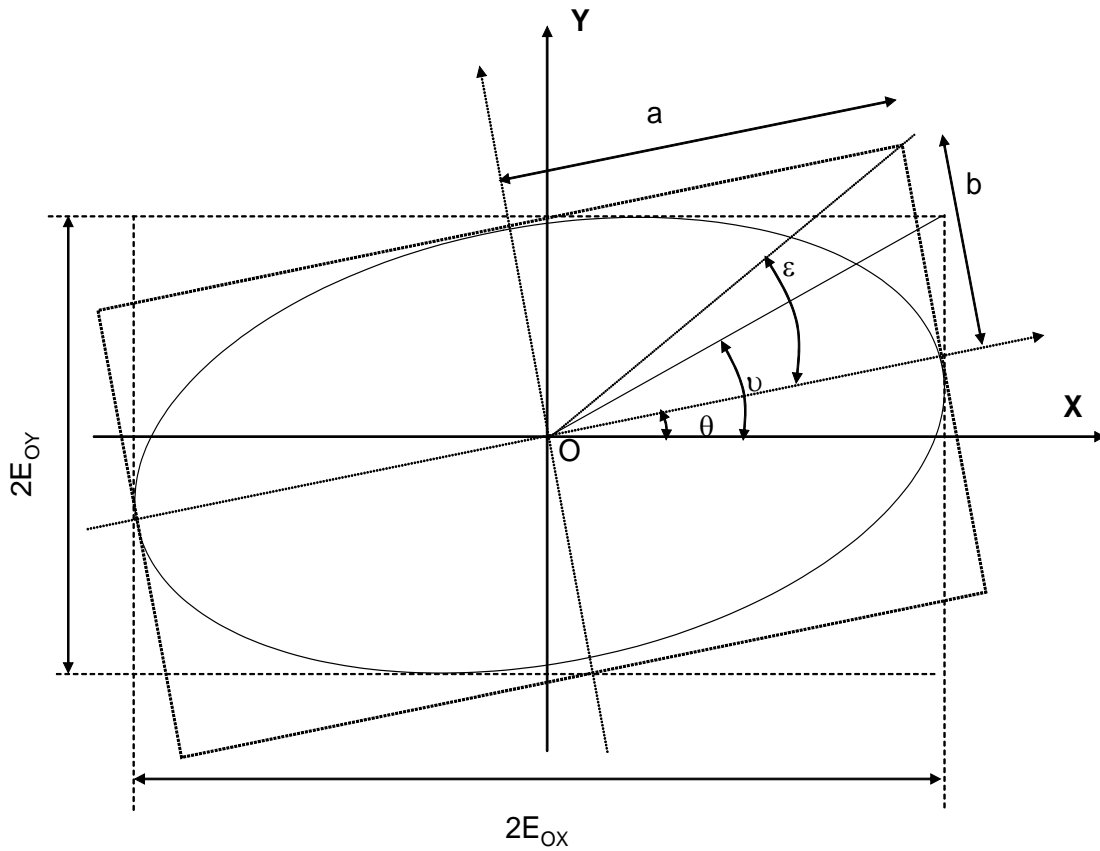


Figure 2.2 : Paramètres de l'ellipse de polarisation

La relation mathématique entre les paramètres de l'ellipse est [Collet1993] :

$$a^2 + b^2 = E_{0x}^2 + E_{0y}^2, \quad (2.7)$$

$$\pm ab = E_{0x} E_{0y} \sin(\varphi), \quad (2.8)$$

$$\frac{E_{0y}}{E_{0x}} = \tan(\nu), \quad (2.9)$$

$$\frac{b}{a} = \tan(\varepsilon), \quad (2.10)$$

et,

$$\cos(2\varepsilon) \cos(2\theta) = \cos(2\nu), \quad (2.11)$$

$$\cos(2\varepsilon) \sin(2\theta) = \cos(2\nu) \tan(2\theta) = \sin(2\nu) \cos(\varphi), \quad (2.12)$$

$$\pm \sin(2\varepsilon) = \sin(2\nu) \sin(\varphi), \quad (2.13)$$

où

$$\sin(2\nu) = \frac{2E_{0x}E_{0y}}{E_{0x}^2 + E_{0y}^2}, \quad (2.14)$$

$$\tan(2\nu) = \frac{2E_{0x}E_{0y}}{E_{0x}^2 - E_{0y}^2}. \quad (2.15)$$

On peut préciser :

- **L'angle d'ellipticité  $\varepsilon$**

L'angle d'ellipticité  $\varepsilon$  est défini comme :  $\tan(\varepsilon) = \pm \frac{b}{a}$  avec  $(-\frac{\pi}{4} \leq \varepsilon \leq \frac{\pi}{4})$  ; a et b sont les longueurs des grand et petit axe de l'ellipse respectivement. Nous voyons que pour la polarisation linéaire  $b = 0$ , donc  $\varepsilon = 0^\circ$ . Pour la polarisation circulaire  $b = a$ , donc  $\varepsilon = \pm \frac{\pi}{4}$ . Le signe positif correspond à une polarisation circulaire droite, le signe négatif correspond à une polarisation circulaire gauche.

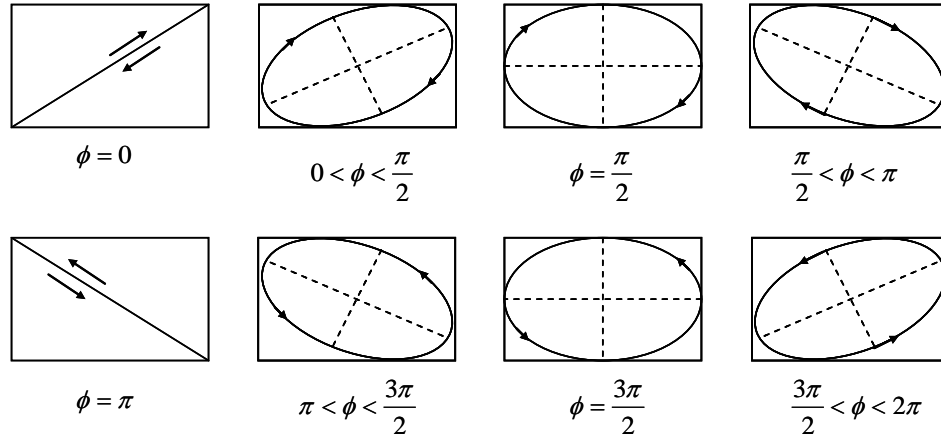
- **L'azimut  $\theta$**

L'azimut  $\theta$  est l'angle entre le plus grand axe de l'ellipse et l'axe OX, avec  $\theta \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ .

L'azimut traduit l'angle de rotation du plan de polarisation. Sa valeur est liée à la valeur de  $\nu$  et  $\varphi$ . La relation entre ces trois paramètres est montrée par l'équation 2.12. Il est utile d'introduire l'angle  $\nu$  ( $0 \leq \nu \leq \pi/2$ ) pour la polarisation elliptique, qui est défini

comme  $\tan(\nu) = \frac{E_{0y}}{E_{0x}}$ .

L'ellipse est dite droite ou gauche selon le sens de rotation du vecteur champ électrique. Par convention, elle est dite droite lorsque pour un observateur regardant dans la direction opposée au sens de propagation, la rotation s'effectue dans le sens anti-trigonométrique. Ainsi dans les équations (2.8) et (2.13), le signe (+) correspond à une rotation gauche et respectivement le signe (-) correspond à une rotation droite du vecteur champ électrique. La Figur.2.3 illustre l'état de polarisation avec différentes valeurs de la différence de phase  $\varphi$  [Born1999].



Figur.2.3 : États de polarisation avec différentes valeurs de la phase  $\phi$

## 2.3 Représentation de la polarisation

### 2.3.1 Formalisme de Jones

- **Vecteur de Jones**

Au début des années 1940, R. C. Jones introduit une approche matricielle dans la résolution des problèmes relatifs à la polarisation de la lumière [Jones] [Goldstein2003-1]. L'état de polarisation d'une onde quasi monochromatique plane  $\vec{E}$  se propageant dans la direction des  $z$  peut s'exprimer par :

$$\begin{aligned} E_x(z, t) &= E_{0x} e^{i(\omega t - kz + \phi_x)}, \\ E_y(z, t) &= E_{0y} e^{i(\omega t - kz + \phi_y)} \end{aligned} \quad (2.16)$$

où  $E_{0x}$  et  $E_{0y}$  sont les quantités réelles. En supprimant le terme de propagation  $(\omega t - kz)$ , on peut écrire :

$$E = \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{0x} e^{j\phi_x} \\ E_{0y} e^{j\phi_y} \end{bmatrix}. \quad (2.17)$$

Cette matrice colonne  $E$  est appelée *vecteur de Jones*. L'intensité totale de l'onde lumineuse peut s'obtenir en additionnant les carrés des amplitudes le long des deux directions orthogonales :

$$I \propto E_x^2 + E_y^2. \quad (2.18)$$

Ou bien encore :  $I \propto E^T E$ .

Nous notons que  $E^T$  est le transposé du complexe conjugué de  $E$ . L'onde est dite normée si le flux est égal à l'unité :  $E^T E = 1$ .

Le vecteur de Jones représente l'état de polarisation général d'une onde plane quasi-monochromatique, à savoir l'état de polarisation elliptique. Il n'y a pas de vecteur de Jones pour la lumière naturelle ou la lumière partiellement polarisée. Le Tableau 2.1 donne des exemples de vecteurs de Jones normés correspondant à différents états de polarisation.

L'état de polarisation	Vecteur de Jones correspondant
Rectiligne selon l'axe x	$E = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$
Rectiligne selon l'axe y	$E = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
Rectiligne selon un axe à 45° par rapport à l'axe x	$E = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$
Rectiligne selon un axe à -45° par rapport à l'axe x	$E = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$
Circulaire droite	$E = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ +i \end{pmatrix}$
Circulaire gauche	$E = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}$

Tableau 2.1 : Exemples de vecteurs de Jones

- **Matrice de Jones**

Le formalisme de Jones permet également de décrire de façon matricielle et déterministe la transformation subie par une onde polarisée interagissant avec un système optique.

Les ondes lumineuses incidente et de sortie sont décrites par les vecteurs de Jones  $J_e$  et  $J_s$  respectivement. Le vecteur  $J_e$  se transforme en vecteur  $J_s$  par l'intermédiaire

d'une matrice complexe  $2 \times 2$ , notée  $T$  et appelée logiquement la matrice de Jones.

$$J_s = T \times J_e. \quad (2.19)$$

La structure de la matrice de Jones  $T$  d'un système optique détermine son effet sur l'état de polarisation et l'intensité de l'onde lumineuse sortante. Des exemples de matrices de Jones correspondant à différents systèmes optiques sont donnés en Annexe 2.1. Ce formalisme est tout à fait approprié pour décrire un système optique complexe composé de  $n$  éléments en série, la matrice globale est obtenue par multiplication matricielle des matrices de Jones des  $n$  sous systèmes optiques :

$$J_s = T_n T_{n-1} \dots T_2 T_1 J_e \quad (2.20)$$

On remarque que la première matrice du produit des  $T_n$  est la matrice de transfert du dernier élément traversé.

### **2.3.2 Formalisme de Stokes-Mueller**

- **Vecteur de Stokes**

Le formalisme de Jones ne permet de décrire que la lumière totalement polarisée. Par contre, le vecteur de Stokes (introduit par G.G. Stokes en 1852) permet de décrire la lumière non polarisée, partiellement polarisée et totalement polarisée. Le formalisme de Stokes est basé sur les quantités directement mesurables que sont les intensités plutôt que sur les champs électriques.

Le vecteur de stokes ( $S_0, S_1, S_2, S_3$ ) est utilisé pour représenter l'état de polarisation en énergies lumineuses [Goldstein2003-2] :

$$\vec{S} = \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{0x}^2 + E_{0y}^2 \\ E_{0x}^2 - E_{0y}^2 \\ 2E_{0x}E_{0y} \cos \varphi \\ 2E_{0x}E_{0y} \sin \varphi \end{bmatrix}. \quad (2.21)$$

Le paramètre  $S_0$  représente l'intensité totale du faisceau ;  $S_1$  représente l'intensité des composantes linéaires horizontale et verticale ;  $S_2$  représente l'intensité des composantes linéaires suivant les axes orientés à  $45^\circ$  et  $-45^\circ$  par rapport à l'axe  $x$  ;  $S_3$  représente

l'intensité des polarisations circulaires gauche et droite.

Pour une onde complètement polarisée :

$$S_0^2 = S_1^2 + S_2^2 + S_3^2. \quad (2.22)$$

Pour une lumière non polarisée :

$$S_1 = S_2 = S_3 = 0. \quad (2.23)$$

Pour n'importe quel état de la polarisation, les paramètres de Stokes satisfont toujours la relation suivante :

$$S_0^2 \geq S_1^2 + S_2^2 + S_3^2. \quad (2.24)$$

Les paramètres de Stokes nous permettent de décrire le degré de polarisation  $P$  pour tout état de la polarisation.

$$P = \frac{I_{pol}}{I_{tot}} = \frac{\sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}}{S_0} \quad (0 \leq P \leq 1). \quad (2.25)$$

La valeur  $P = 1$  correspond à une onde polarisée complètement,  $P = 0$  correspond à une onde non polarisée,  $0 < P < 1$  correspond à une onde polarisée partiellement.

- **Matrice de Mueller**

Les paramètres de Stokes permettent de se présenter l'état de polarisation d'une onde lumineuse. Mueller a montré qu'il existe une relation linéaire entre les vecteurs de Stokes d'entrée  $S_e$  et de sortie  $S_s$  d'un système optique [Goldstein2003-3] :

$$S_s = M \cdot S_e, \quad (2.26)$$

où  $M$  est la matrice de Mueller, dont les éléments  $m_{ij}$  ( $i, j = 0..3$ ) sont réels et directement reliés à la mesure. Elle peut être considérée comme la matrice de transfert en polarisation d'un milieu donné. Si l'onde incidente traverse plusieurs éléments optiques, la matrice de Mueller sera le produit des matrices des éléments constituant le système.

$$M = M_n M_{n-1} \dots M_2 M_1. \quad (2.27)$$

On remarque que la première matrice du produit des  $M_n$  est la matrice de transfert du dernier élément traversé. Des exemples de matrices de Mueller correspondant à différents systèmes optiques sont donnés en Annexe 2.1.

### **2.3.3 La sphère de Poincaré**

La méthode géométrique proposée par H. Poincaré permet de représenter tout état de polarisation sur une sphère dont chaque point correspond à un état possible de polarisation d'un faisceau lumineux [Weidner1992].

Considérons le vecteur de Stokes normalisé d'un état de polarisation quelconque, l'équation 2.22 s'écrit alors [Boulbry2002] [Goldstein2003-4] :

$$S_0^2 = 1 = S_{1n}^2 + S_{2n}^2 + S_{3n}^2. \quad (2.28)$$

Ce vecteur est donc complètement caractérisé par seulement trois paramètres indépendants qui sont les coordonnées cartésiennes d'un point situé sur une sphère unité. Cette sphère est appelée *sphère de Poincaré*. Chaque point décrivant un état de polarisation peut être également représenté par ses coordonnées polaires, c'est-à-dire  $2\varepsilon$  et  $2\theta$ .  $\varepsilon$  et  $\theta$  sont respectivement l'ellipticité et l'azimut de l'ellipse de polarisation définis précédemment. La Figure 2.4 illustre la représentation d'un état de polarisation sur la sphère de Poincaré. Le point  $M$  sur la surface de la sphère Poincaré est décrit en termes

de latitude  $2\varepsilon$  et de longitude  $2\theta$ .

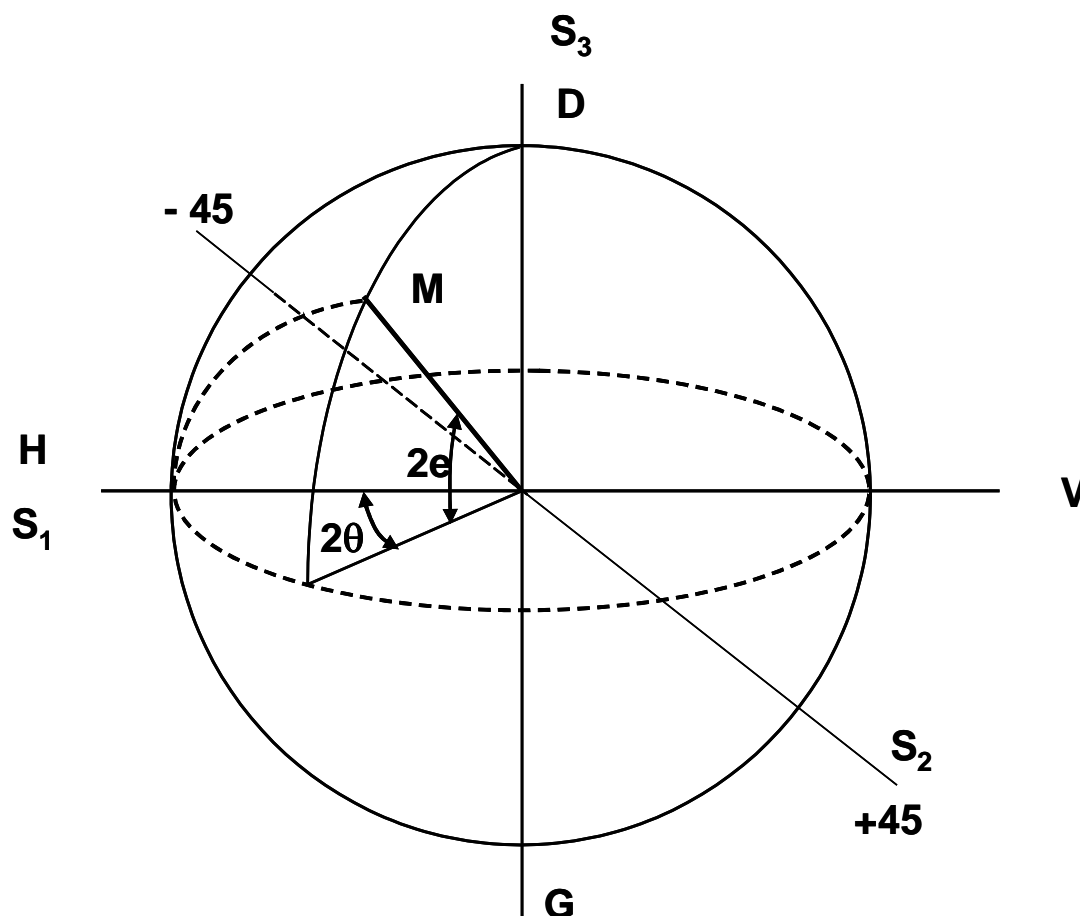


Figure 2.4 : Représentation d'un état de polarisation sur la sphère de Poincaré (point M)

Notons quelques caractéristiques de la sphère de Poincaré :

- Les polarisations rectilignes sont représentées par les points sur l'équateur.
- Le pôle nord correspond à la polarisation circulaire droite et le pôle sud à la polarisation circulaire gauche.
- L'hémisphère nord correspond aux polarisations elliptiques droites et l'hémisphère sud correspond aux polarisations elliptiques gauches.

#### 2.3.4 Relations entre les paramètres de Stokes et l'ellipse de polarisation

Nous avons vu précédemment que l'état de polarisation peut être représenté par le vecteur de Stokes. Considérons le vecteur de Stokes normalisé par rapport à  $S_0$ . En



remplaçant l'équation 2.14 et 2.15 dans l'équation 2.21, nous pouvons avoir :

$$\begin{bmatrix} 1 \\ S_1/S_0 \\ S_2/S_0 \\ S_3/S_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ \cos(2\nu) \\ \sin(2\nu)\cos(\varphi) \\ \pm \sin(2\nu)\sin(\varphi) \end{bmatrix}. \quad (2.29)$$

Cette formule combinée avec les équations 2.11, 2.12 et 2.13, nous permet de relier les paramètres ellipsométriques avec les paramètres de Stokes :

$$\begin{bmatrix} 1 \\ S_1/S_0 \\ S_2/S_0 \\ S_3/S_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ \cos(2\varepsilon)\cos(2\theta) \\ \cos(2\varepsilon)\sin(2\theta) \\ \pm \sin(2\varepsilon) \end{bmatrix}. \quad (2.30)$$

Les relations suivantes peuvent être établies :

- L'angle d'ellipticité  $\varepsilon$  ( $-\frac{\pi}{4} \leq \varepsilon \leq \frac{\pi}{4}$ )

$$\varepsilon = \pm \frac{1}{2} \arcsin\left(\frac{S_3}{S_0}\right). \quad (2.31)$$

- L'azimut  $\theta$  ( $0 \leq \theta \leq \pi$ )

$$\theta = \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{S_2}{S_1}\right). \quad (2.32)$$

- La différence de phase  $\varphi = \varphi_x - \varphi_y$  ( $-\pi \leq \varphi \leq \pi$ )

$$\varphi = \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{S_3}{S_2}\right). \quad (2.33)$$

## 2.4 Le polarimètre de Stokes

Le polarimètre de Stokes est simplement composé d'une lame biréfringente tournante (lame quart-onde), d'un polariseur fixe et d'un photodétecteur comme illustré Figure 2.5 [Williams1999] [Goldstein2003-4]. Les paramètres de Stokes peuvent être mesurés par l'analyse de Fourier du signal détecté par le photodétecteur. Les paramètres ellipsométriques (l'ellipticité  $\varepsilon$ , l'azimut  $\theta$  et la différence de phase  $\varphi$ ) sont obtenus par le calcul de la phase et de l'amplitude des harmoniques de rang 4 et de rang 2 du signal d'intensité.

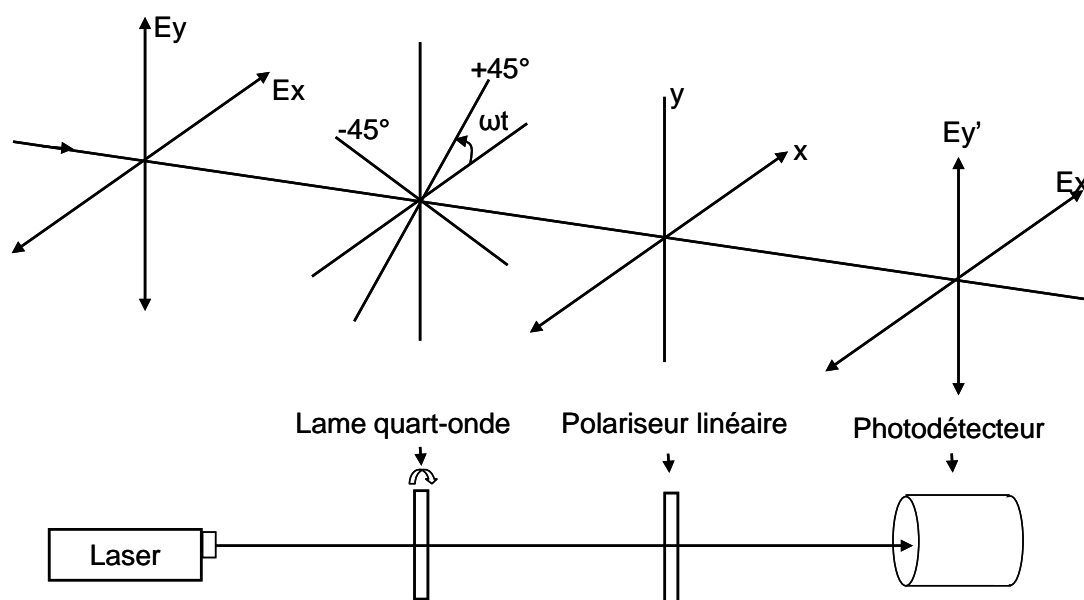


Figure 2.5 : Schéma de principe du polarimètre de Stokes

Le vecteur de Stokes d'un faisceau lumineux incident dont on veut déterminer l'état de polarisation s'exprime par :

$$S = \begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix}. \quad (2.34)$$

La matrice de Mueller d'une lame quart-onde en rotation d'angle  $\alpha$  ( $\alpha = \omega t$ ) [Goldstein2003-5] s'exprime par :

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos^2 2\alpha & \sin 2\alpha \cos 2\alpha & -\sin 2\alpha \\ 0 & \sin 2\alpha \cos 2\alpha & \sin^2 2\alpha & \cos 2\alpha \\ 0 & \sin 2\alpha & -\cos 2\alpha & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.35)$$

Selon l'équation 2.26, le vecteur de Stokes  $S'$  de sortie de cette lame quart-onde tournante peut être obtenu par l'équation 2.34 multiplié par l'équation 2.35 :

$$S' = \begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \cos^2 2\alpha + S_2 \sin 2\alpha \cos 2\alpha - S_3 \sin 2\alpha \\ S_1 \sin 2\alpha \cos 2\alpha + S_2 \sin^2 2\alpha + S_3 \cos 2\alpha \\ S_1 \sin 2\alpha - S_2 \cos 2\alpha \end{pmatrix}. \quad (2.36)$$

Sachant que la Matrice de Mueller d'un polariseur linéaire horizontal est (voir Annexe 2.1)

$$M = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (2.37)$$

le vecteur de Stokes  $S''$  du faisceau sortant d'une combinaison de la lame quart-onde et du polariseur est obtenu à partir des équations 2.36 et 2.37 :

$$S'' = \frac{1}{2} (S_0 + S_1 \cos^2 2\alpha + S_2 \sin 2\alpha \cos 2\alpha - S_3 \sin 2\alpha) \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (2.38)$$

L'intensité  $S_0'' = I(\alpha)$  vaut :

$$I(\alpha) = \frac{1}{2} (S_0 + S_1 \cos^2 2\alpha + S_2 \sin 2\alpha \cos 2\alpha - S_3 \sin 2\alpha). \quad (2.39)$$

En utilisant les formules de trigonométrie de demi-angle, l'équation 2.39 s'écrit :

$$I(\alpha) = \frac{1}{2} \left[ \left( S_0 + \frac{S_1}{2} \right) + \frac{S_1}{2} \cos 4\alpha + \frac{S_2}{2} \sin 4\alpha - S_3 \sin 2\alpha \right]. \quad (2.40)$$

En remplaçant  $\alpha$  par  $\omega t$  on obtient :

$$I(\omega t) = \frac{1}{2} [A - B \sin 2\omega t + C \cos 4\omega t + D \sin 4\omega t] \quad (2.41)$$

où

$$A = S_0 + \frac{S_1}{2}, \quad (2.42a)$$

$$B = S_3, \quad (2.42b)$$

$$C = \frac{S_1}{2}, \quad (2.42c)$$

$$D = \frac{S_2}{2}. \quad (2.42d)$$

L'équation 2.41 décrit une série de Fourier tronquée, comportant un terme continu (A), un terme de fréquence doublé (B), et deux termes de fréquences quadruplés (C et D). Les coefficients sont trouvés par l'analyse de Fourier de l'équation 2.41. Nous trouvons :

$$A = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} I(\alpha) d\alpha \quad (2.43a)$$

$$B = \frac{2}{\pi} \int_0^{2\pi} I(\alpha) \sin 2\alpha d\alpha \quad (2.43b)$$

$$C = \frac{2}{\pi} \int_0^{2\pi} I(\alpha) \cos 4\alpha d\alpha \quad (2.43c)$$

$$D = \frac{2}{\pi} \int_0^{2\pi} I(\alpha) \sin 4\alpha d\alpha \quad (2.43d)$$

Le signal d'intensité délivré par le photodétecteur fournit l'information pour mesurer les paramètres de Stokes d'un faisceau lumineux ainsi que son état de polarisation. Nous exploiterons les équations 2.41, 2.42 et 2.43 au chapitre suivant et démontrerons que l'un des paramètres ellipsométriques, l'azimut  $\theta$ , est proportionnel à la valeur de la phase  $\varphi$  de l'harmonique de rang 4 du signal d'intensité.

Cette propriété va être exploitée lors du chapitre suivant en mettant en œuvre l'interféromètre polarimétrique qui permet de mesurer la position d'un miroir mobile via la phase du signal.

## **2.5 Conclusion**

Dans ce chapitre nous avons présenté les modèles mathématiques employés en Physique pour représenter l'état de polarisation d'une onde optique. Dans un premier temps, le formalisme de Jones puis de Mueller permet de décrire aisément une onde et l'influence des différents composants optiques par calculs matriciels. Une deuxième approche complémentaire basée sur les paramètres de Stokes et la représentation de l'intensité d'un faisceau a également été présentée.

L'association des deux approches permet de décrire correctement le polarimètre à lame de phase tournante qui sera utilisé dans la suite pour mesurer et asservir l'azimut de la polarisation d'un faisceau laser. Le lien entre l'azimut et la phase d'une des composantes du signal de photodétection est souligné pour aborder dans le chapitre suivant d'une manière plus complète notre interféromètre polarimétrique.

## **2.6 Bibliographie du 2ème chapitre**

[Azzam1986] : R. M. A. Azzam and N. M. Bashara, *Ellipsometry and polarized light*, Elsevier Science B.V. (1987).

[Born1999] : M. Born and E. Wolf, *Principles of Optics*, 7<sup>th</sup> edition Cambridge, 1999.

[Boulbry2002] : B. Boulbry, *Mise en place d'un polarimètre de Mueller achromatique dans le domaine du visible en régime laser impulsif*, Thèse de doctorat de l'université de Bretagne occidentale, décembre 2002.

[Collet1993] : E. Collet, *Polarized light-fundamentals and applications*, Optical engineering (Marcel Dekker inc.), New-York (1993).

[Goldstein2003-1] : D. Goldstein, *Polarized light: The Jones Matrix Calculus*, Marcel Dekker Inc., New York, (2003).

[Goldstein2003-2] : D. Goldstein, *Polarized light: The Stokes Polarization Parameters*, Marcel Dekker Inc., New York, (2003).

[Goldstein2003-3] : D. Goldstein, *Polarized light: The Mueller Matrices for polarizing components*, Marcel Dekker Inc., New York, (2003).

[Goldstein2003-4] : D. Goldstein, *Polarized light: Methods of measuring the Stokes Polarization Parameters*, Marcel Dekker Inc., New York, (2003).

[Goldstein2003-5] : D. Goldstein, *Polarized light: The Poincaré sphere*, Marcel Dekker Inc., New York, (2003).

[Goldstein2003-6] : D. Goldstein, *Polarized light: The Mueller Matrices for polarizing Components*, Marcel Dekker Inc., New York, (2003).

[Jones] : R. C. Jones, *A new calcul for the treatment of optical systems*, J.O.S.A., Vol.31, 488-503 (1941); Vol.32,486-493 (1942); Vol.37,107-112 (1947); Vol.38,671-684 (1948); Vol.46,126-131 (1956).

[Saleh1991] : B. E. A. Saleh, M. C. Teich, *Fundamentals of photonics*, John Wiley & Sons, Inc.(1991).

[Weidner1992] :A.G. Weidner, *The Poincaré sphère: isolated and real trajectories describing the state of polarization*, *J.Optics (Paris)*,vol.23,3-12,(1992).

[Williams1999] :P. A. Williams, *Rotating-wave-plate Stokes polarimeter for differential group delay measurements polarization-mode dispersion*, *Applied optics*, November , Vol.36, No. 31, pp 6508-6515, (1999).

**Annexe 2.1 Matrices de Jones et Matrices de Mueller**

Système optique	Matrice de Jones	Matrice de Mueller
Polariseur linéaire		
Polariseur avec axe horizontal	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
Polariseur avec axe vertical	$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
Polariseur avec axe incliné à $\pm 45^\circ$	$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & \pm 1 \\ \pm 1 & 1 \end{pmatrix}$	$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & \pm 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \pm 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
Polariseur linéaire d'azimut $\theta$	$\begin{pmatrix} \cos^2 \theta & \sin \theta \cos \theta \\ \sin \theta \cos \theta & \sin^2 \theta \end{pmatrix}$	$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & \cos 2\theta & \sin 2\theta & 0 \\ \cos 2\theta & \cos^2 2\theta & \sin 2\theta \cos 2\theta & 0 \\ \sin 2\theta & \sin 2\theta \cos 2\theta & \sin^2 2\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
Polariseur circulaire gauche	$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -i \\ i & 1 \end{pmatrix}$	$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$



Polariseur circulaire droit	$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & i \\ -i & 1 \end{pmatrix}$	$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
Lame de retard		
Lame quart-onde avec axe rapide horizontal	$\begin{pmatrix} e^{i\pi/4} & 0 \\ 0 & e^{-i\pi/4} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$
Lame quart-onde avec axe rapide vertical	$\begin{pmatrix} e^{-i\pi/4} & 0 \\ 0 & e^{i\pi/4} \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$
Lame quart-onde d'azimut $\theta$	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1+i\cos 2\theta & i\sin 2\theta \\ i\sin 2\theta & 1-i\cos 2\theta \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos^2 2\theta & \sin 2\theta \cos 2\theta & -\sin 2\theta \\ 0 & \sin 2\theta \cos 2\theta & \sin^2 2\theta & \cos 2\theta \\ 0 & \sin 2\theta & -\cos 2\theta & 0 \end{pmatrix}$
Lame demi-onde avec axe rapide horizontal ou vertical	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$
Lame demi-onde d'azimut $\theta$	$\begin{pmatrix} \cos 2\theta & \sin 2\theta \\ \sin 2\theta & -\cos 2\theta \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 4\theta & \sin 4\theta & 0 \\ 0 & \sin 4\theta & -\cos 4\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

Ces matrices sont en partie extraites de « Polarized light » de D. Goldstein, Marcel Dekker Inc., New York, (2003) et « Ellipsometry and polarized light » de R.M.A. Azzam and N.M. Bashara, 1987 Elsevier Science B.V.

### 3. CHAPITRE 3

---

## *L'INTERFÉROMÈTRE POLARIMÉTRIQUE*

### *PRINCIPE ET MISE EN OEUVRE*

---

<i>3.1 Introduction.....</i>	<i>61</i>
<i>3.2 Présentation d'un interféromètre polarimétrique.....</i>	<i>61</i>
<i>3.2.1 Principe de l'interféromètre polarimétrique .....</i>	<i>61</i>
<i>3.2.2 Approche théorique basée sur les matrices de Jones .....</i>	<i>62</i>
<i>3.2.3 Approche théorique basée sur les paramètres de Stokes.....</i>	<i>66</i>
<i>3.2.4 Association des deux approches .....</i>	<i>67</i>
<i>3.2.5 Description du montage expérimental.....</i>	<i>67</i>
<i>3.3 Contrôle de la position du miroir mobile .....</i>	<i>69</i>
<i>3.3.1 Principe de l'asservissement .....</i>	<i>69</i>
<i>3.3.2 Analyse des signaux utiles .....</i>	<i>70</i>
<i>3.3.3 Asservissement du moteur en fréquence .....</i>	<i>72</i>
<i>3.3.4 Traitement du signal optique .....</i>	<i>74</i>
<i>3.3.5 Boucle d'asservissement .....</i>	<i>76</i>
<i>3.4 Conclusion .....</i>	<i>77</i>
<i>3.5 Bibliographie du 3ème chapitre.....</i>	<i>78</i>



### **3.1 Introduction**

L'interféromètre qui va être présenté dans ce chapitre est basé sur une partie d'une précédente thèse du laboratoire [Ouedraogo2008]. Dans un premier temps, le système interférométrique est décrit par quelques rappels sur l'optique mise en œuvre ; dans un second temps nous détaillerons l'expression des signaux utiles. Ceci permet ensuite d'expliquer toute la partie mesure et contrôle sur laquelle j'ai développé de nombreux aspects.

L'interféromètre polarimétrique est un interféromètre de Michelson dans lequel sont insérées des lames optiques afin de convertir l'information du déplacement non pas directement sur la phase de l'interférogramme, mais sur l'un des paramètres caractérisant la polarisation, en l'occurrence l'azimut. La mesure de l'azimut peut être effectuée avec de très grandes performances, ce qui permet d'envisager des résolutions extrêmes, et par conséquent des contrôles en position extrêmement fins. Dans la première partie, je décris de manière intuitive le principe de fonctionnement de cet interféromètre de Michelson polarimétrique. Ensuite, une approche théorique plus rigoureuse, basée sur les matrices de Jones, est détaillée. Dans la deuxième partie, le principe du contrôle de position est abordé. Enfin, la réalisation du système est présentée pas à pas. Les résultats expérimentaux exhaustifs font l'objet du chapitre suivant.

### **3.2 Présentation d'un interféromètre polarimétrique**

#### **3.2.1 Principe de l'interféromètre polarimétrique**

Le principe de l'interféromètre polarimétrique est illustré Figure 3.1. Il est basé sur le principe d'un interféromètre de Michelson classique. La source laser est une source stabilisée en fréquence. Sa polarisation est orientée selon un angle de  $45^\circ$  par rapport à l'axe  $p$ . Cette direction de polarisation peut être ajustée finement par une rotation du couple polariseur – lame demi-onde situé juste en sortie du laser. Le faisceau laser est ensuite divisé en deux par un cube séparateur de polarisation : une partie est réfléchi par le miroir de référence et une autre partie est réfléchi par le miroir mobile.

La partie qui est réfléchi par le miroir de référence est d'abord transformée en lumière circulaire (gauche par exemple pour fixer les idées, cela dépend de l'orientation de l'axe rapide du dispositif quart-onde), puis en lumière circulaire droite (respectivement gauche si elle était droite) par symétrie lors de la réflexion, puis en lumière polarisée perpendiculairement au plan de l'interféromètre en traversant une deuxième fois le dispositif quart-onde. La partie qui est réfléchi par le miroir mobile fonctionne de la même manière, avec une polarisation orthogonale à celle du chemin optique précédent.

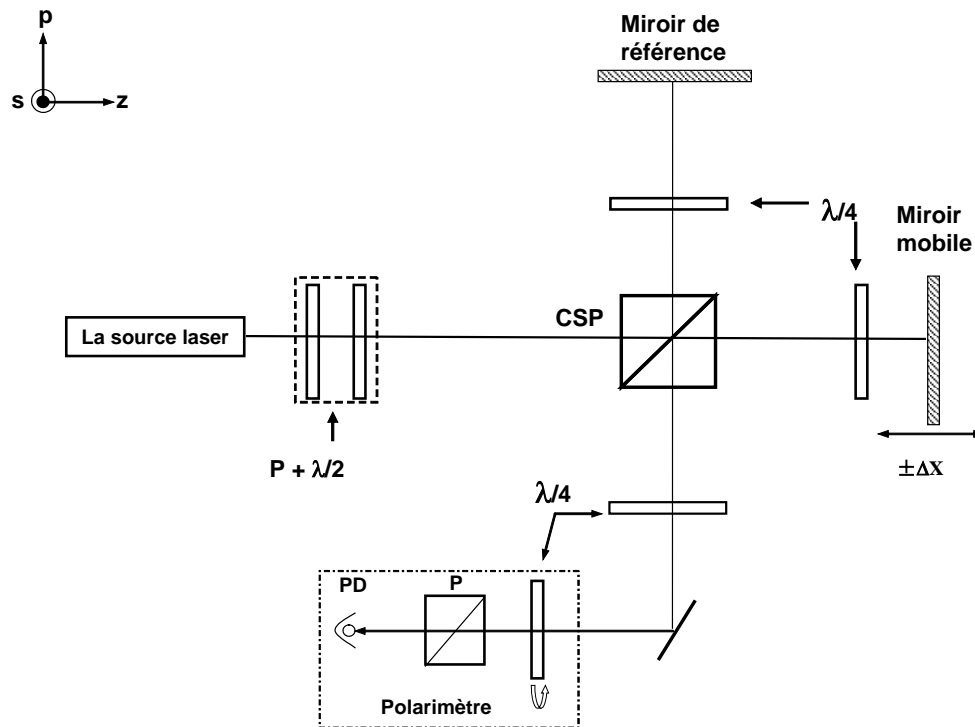


Figure 3.1 : Schéma de principe d'un interféromètre polarimétrique  
 $P$  : polariseur,  $\lambda/2$  : lame demi-onde, CSP : cube séparateur de polarisation,  $\lambda/4$  :  
lame quart-onde, PD : photodétecteur

Le cube séparateur de polarisation recombine les deux faisceaux comme dans un interféromètre classique, qui passent ensuite dans une dernière lame quart-onde afin d'obtenir une polarisation linéaire, issue de l'interférence des deux faisceaux. La direction de polarisation dépend alors du déphasage des deux composantes parallèle et perpendiculaire au plan de l'interféromètre. Ce déphasage, devenu orientation de polarisation (azimut), dépend directement de la différence de chemin optique entre les deux bras de l'interféromètre : une rotation de  $180^\circ$  de la polarisation correspond à un déplacement d'une demi-longueur d'onde lumineuse du miroir mobile.

### 3.2.2 Approche théorique basée sur les matrices de Jones

En utilisant les matrices de Jones, les états des polarisations des faisceaux laser tout au long de l'interféromètre de la Figure 3.1 peuvent être modélisés. La Figure 3.2 illustre

les chemins optiques plus en détail.

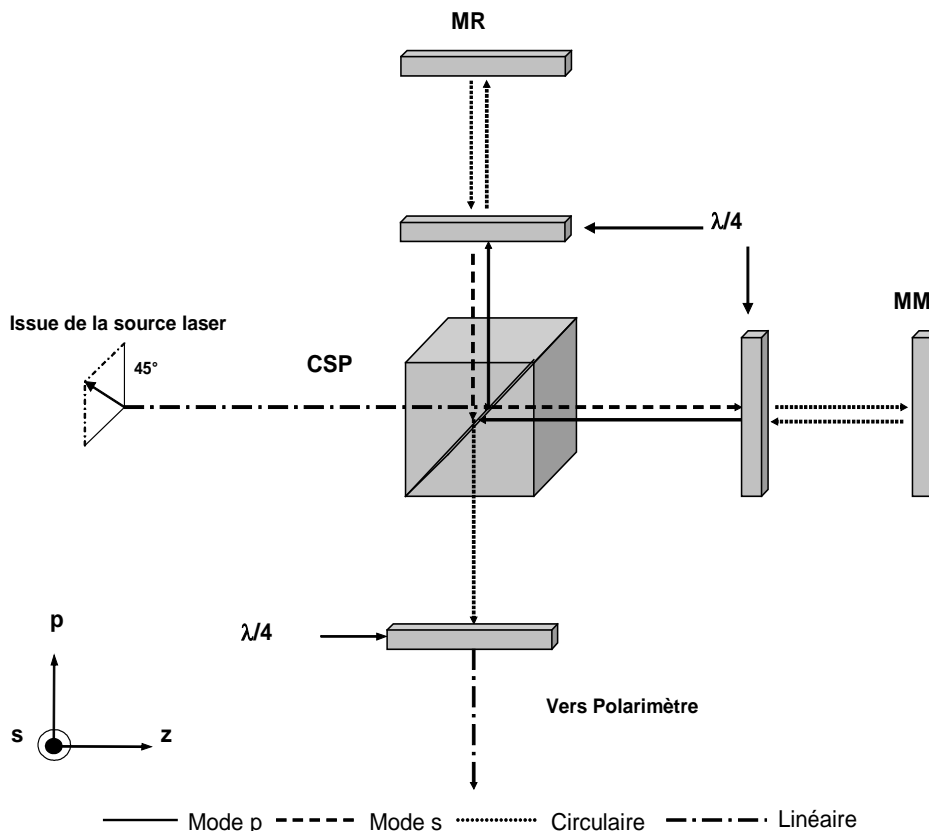


Figure 3.2 : Schéma explicatif du trajet des faisceaux de référence et de mesure dans l'interféromètre polarimétrique  
 $\lambda/4$  lame quart-onde, CSP cube séparateur de polarisation, MR miroir de référence, MM miroir mobile

Pour un faisceau polarisé à 45° ayant des composantes  $E_p$  et  $E_s$  de même amplitude, le vecteur de Jones s'écrit :

$$E_L = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (3.1)$$

Le champ électrique associé au faisceau de référence après passage dans l'interféromètre (juste après la dernière lame quart-onde devant le polarimètre) s'écrit :

$$E_{Ref} = J_{Ref} \cdot E_L = J_{Ref} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

où  $J_{Ref}$  est une matrice qui est le produit de plusieurs matrices représentant chacune les éléments optiques dans l'interféromètre traversé par l'onde. Les matrices de Jones des éléments optiques utilisés sont :

$$\begin{aligned}
 LQ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix} && \text{lame quart -onde d'azimut } 45^\circ, \\
 CSPT &= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} && \text{cube séparateur de polarisation en transmission,} \\
 CSPR &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} && \text{cube séparateur de polarisation en réflexion.}
 \end{aligned}$$

La matrice  $J_{\text{Ref}}$  s'écrit en suivant l'ordre de passage du faisceau de référence dans l'interféromètre :

$$\begin{aligned}
 J_{\text{Ref}} &= LQ \cdot CSPT \cdot LQ \cdot LQ \cdot CSPR \\
 &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \\
 &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ i & 0 \end{pmatrix} \tag{3.3}
 \end{aligned}$$

Ce qui permet d'obtenir :

$$E_{\text{Ref}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ i & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} -1 \\ i \end{pmatrix} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\pi} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}. \tag{3.4}$$

Le vecteur de Jones normé au faisceau de référence s'écrit donc :

$$E_{\text{Ref}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}. \tag{3.5}$$

Cette matrice décrit un état de polarisation circulaire gauche.

De la même façon, le champ électrique associé au faisceau de mesure après passage dans l'interféromètre s'écrit :

$$E_{\text{Mes}} = J_{\text{Mes}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}. \tag{3.6}$$

En supposant dans un premier temps que le miroir mobile est statique, la matrice  $J_{\text{Mes}}$  s'écrit :

$$\begin{aligned}
 J_{\text{Mes}} &= LQ \cdot CSPR \cdot LQ \cdot LQ \cdot CSPT \\
 &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & i \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (3.7)$$

Et par suite :

$$E_{Mes} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & i \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} i \\ -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} i \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\frac{\pi}{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}. \quad (3.8)$$

Ainsi, le vecteur de Jones normé au faisceau de mesure s'exprime par :

$$E_{Mes} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}. \quad (3.9)$$

Cette matrice décrit un état de polarisation circulaire droite.

Lorsque le miroir mobile se déplace, la phase du faisceau de mesure subit un décalage de phase  $\pm \phi$ , le signe du décalage dépendant du sens de déplacement de ce miroir. Le champ électrique du faisceau de mesure devient :

$$E_{Mes} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} \cdot e^{\pm i\phi}. \quad (3.10)$$

Le champ électrique total a pour expression :

$$E = E_{Ref} + E_{Mes} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} + \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} \cdot e^{\pm i\phi} = \sqrt{2} e^{\pm i\frac{\phi}{2}} \begin{pmatrix} \cos \frac{\phi}{2} \\ \pm \sin \frac{\phi}{2} \end{pmatrix}. \quad (3.11)$$

Le vecteur de Jones normé à la sortie de l'interféromètre s'écrit :

$$E = \begin{pmatrix} \cos \frac{\phi}{2} \\ \pm \sin \frac{\phi}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix}. \quad (3.12)$$

L'état de polarisation obtenu à la sortie de l'interféromètre est linéaire et l'azimut  $\theta$  dépend du déphasage  $\phi$ . On peut donc mesurer le déplacement du miroir mobile par la rotation du plan de polarisation.

Comme expliqué précédemment, une rotation de  $180^\circ$  de la polarisation correspond à un déplacement d'une demi-longueur d'onde lumineuse de l'objet. La relation entre le déplacement  $\Delta x$  du miroir mobile et la variation d'azimut  $\Delta \theta$  s'exprime par :



$$\Delta x = \frac{\lambda_0 \Delta \theta}{2\pi n} \quad (3.13)$$

où  $\lambda_0$  est la longueur d'onde de la source laser dans le vide et  $n$  l'indice de réfraction de l'air. On peut voir qu'un déplacement de 1 nm correspond à une rotation du plan de polarisation de l'ordre de 10 mrad. Une telle sensibilité peut être atteinte avec des appareils de mesures commerciaux.

### 3.2.3 Approche théorique basée sur les paramètres de Stokes

Une des autres méthodes de représentation des états de polarisation est le vecteur de Stokes. Si l'on reprend la formule 2.32, l'azimut peut s'exprimer par :

$$\theta = \frac{1}{2} \arctan \left[ \frac{S_2}{S_1} \right].$$

Dans notre cas, les paramètres de Stokes sont mesurés par le polarimètre. Nous utilisons un polarimètre à lame de phase tournante. Ce système utilise une lame quart-onde tournante en rotation suivi d'un polariseur fixe [Azzam1989]. L'intensité mesurée par le photodétecteur est une fonction de la vitesse angulaire  $\omega$  et des paramètres de Stokes et peut s'exprimer par [Williams1999] :

$$I(\omega) = \frac{1}{2} \left[ \left( S_0 + \frac{S_1}{2} \right) + \frac{S_1}{2} \cos(4\omega t) + \frac{S_2}{2} \sin(4\omega t) - S_3 \sin(2\omega t) \right], \quad (3.14)$$

avec 
$$C = \frac{S_1}{2} = \frac{2}{\pi} \int_0^{2\pi} I(\omega t) \cos(4\omega t) dt,$$

$$D = \frac{S_2}{2} = \frac{2}{\pi} \int_0^{2\pi} I(\omega t) \sin(4\omega t) dt.$$

C et D sont ainsi respectivement la partie réelle et la partie imaginaire de l'harmonique de rang 4 du signal d'intensité mesuré par le photodétecteur. On peut obtenir  $\Delta\varphi$  la phase de l'harmonique 4 par :

$$\Delta\varphi = \arctan \left( \frac{D}{C} \right) = \arctan \left( \frac{S_2}{S_1} \right), \quad (3.15)$$

En combinant l'équation 2.32 et l'équation 3.15, on en déduit que l'on peut exprimer l'azimut en fonction de la phase de l'harmonique de rang 4 du signal du polarimètre :

$$\theta = \frac{1}{2} \Delta\varphi. \quad (3.16)$$

### **3.2.4 Association des deux approches**

En combinant l'équation (3.13) avec l'équation (3.16), on peut trouver l'expression du déplacement du miroir mobile en fonction du déphasage de l'harmonique de rang 4 du signal du polarimètre :

$$\Delta x = \frac{\lambda_0 \Delta\varphi}{4\pi n}. \quad (3.17)$$

Tout ceci suppose naturellement un fonctionnement parfait de l'ensemble de l'interféromètre et une analyse spectrale sans erreur du signal en sortie du polarimètre. Nous allons voir qu'il est possible avec une électronique relativement simple de contrôler la position et le déplacement du miroir mobile par le contrôle de la phase  $\Delta\varphi$  de l'harmonique de rang 4 du signal d'intensité.

### **3.2.5 Description du montage expérimental**

La mise en pratique de l'interféromètre est illustré Figure 3.3. Un souci de compacité a guidé toute la réalisation afin de minimiser les effets perturbateurs qui seront détaillés dans la suite du manuscrit. Le point important du montage expérimental est d'avoir une polarisation linéaire à la sortie de l'interféromètre polarimétrique. Pour répondre à cette exigence, la méthode utilisée est de polariser le laser, et de régler ensuite les amplitudes des faisceaux transmis et réfléchis à l'aide de lames demi-onde placées juste après le polariseur et avant le cube séparateur de polarisation. Cette méthode permet d'avoir les mêmes amplitudes au niveau des deux faisceaux qui se recombinent et donc un faisceau polarisé linéairement avant le polarimètre. Les défauts résiduels d'ellipticité seront étudiés en détail dans le dernier chapitre.

La source laser utilisée est un laser homodyne ML10 Gold de chez Renishaw. Sa

longueur d'onde a été étalonnée dans le vide en utilisant une référence nationale (étalonnage effectué à l'Institut National de Métrologie, INM-LNE), et vaut 632,990577 nm avec une incertitude relative  $\approx 7,9 \times 10^{-8}$ . Le polarimètre est un polarimètre à analyseur tournant, modèle PA410 chez Thorlabs.

L'ensemble de l'interféromètre est couvert avec une boîte scellée (non apparent sur la photographie) qui possède quelques fenêtres pour faire passer les faisceaux laser. Ceci permet de minimiser les perturbations de l'indice de l'air ainsi que les perturbations acoustiques. En outre, tout l'ensemble de ce montage expérimental est installé sur un marbre massif qui permet de s'affranchir pour partie des vibrations mécaniques liées à l'environnement.

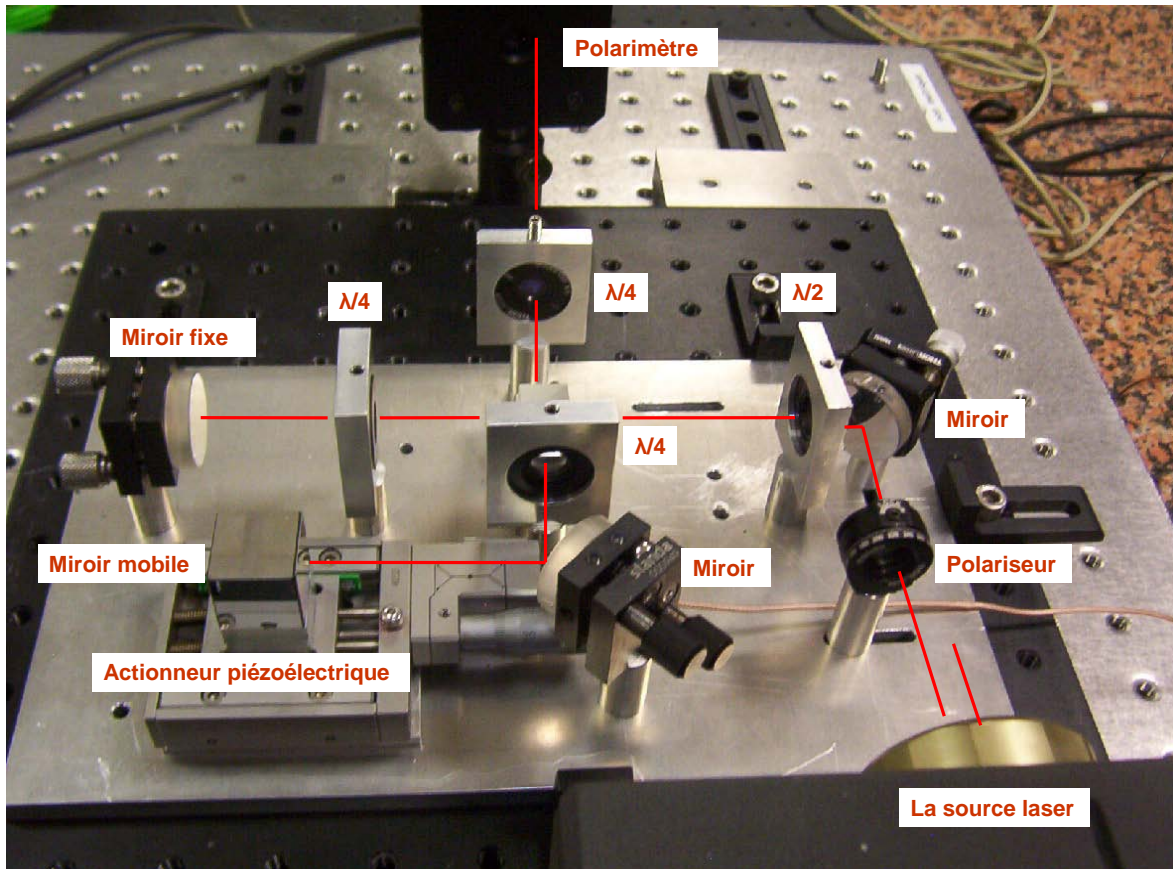


Figure 3.3 : Photographie du prototype compact de l'interféromètre polarimétrique  
 $\lambda/4$  : lame quart-onde,  $\lambda/2$  : lame demi-onde

### 3.3 Contrôle de la position du miroir mobile

Le schéma de principe est donné par la Figure3.4. La méthode de contrôle de la position repose sur le contrôle de la phase de l'harmonique de rang 4 du signal optique issu du polarimètre. Plusieurs PLL (Phase Locked Loop, boucle à verrouillage de phase) assurent le contrôle de la phase des signaux du système.

#### 3.3.1 Principe de l'asservissement

Le générateur de signal génère deux signaux de type TTL,  $S_1$  et  $S_2$  synchronisés et de même fréquence. Ce générateur a également la capacité de générer des décalages de phase quantifiés sur chaque signal. Les deux signaux  $S_{moteur}$  et  $S_{optique}$  proviennent du polarimètre. Le signal  $S_{moteur}$  est issu du moteur et indique la fréquence angulaire ( $\omega = 2\pi f$ ) du moteur dans le polarimètre. Le signal  $S_{optique}$  est le signal d'intensité mesuré par le photodétecteur. Ce signal comporte la composante continue, l'harmonique  $2f$  et l'harmonique  $4f$  de la fréquence de rotation du moteur.

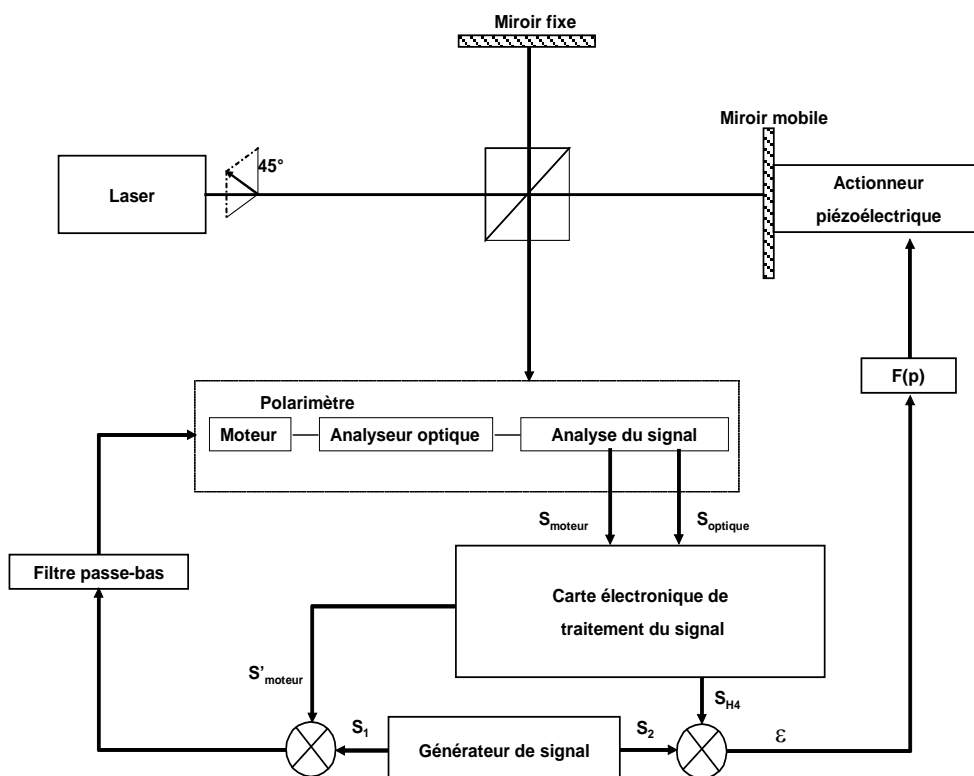


Figure3.4 : Principe de contrôle de la position basé sur le contrôle de la phase du signal du polarimètre

Une première boucle à verrouillage de phase permet de synchroniser le moteur du polarimètre. Le signal  $S_{moteur}$  issu du moteur et portant l'information de la fréquence angulaire est intercepté en sortie du polarimètre puis mis en forme pour obtenir un signal exploitable de type TTL appelé  $S'_{moteur}$  de fréquence égale à celle de  $S_1$ . Il est comparé en phase avec le signal  $S_1$  issu du générateur de signal. Les deux signaux  $S'_{moteur}$  et  $S_1$  sont synchronisés à l'aide de la boucle à verrouillage de phase. L'action sur  $S_1$  permet de régler la fréquence de rotation dans la plage de fonctionnement de la PLL, qui reste limitée compte tenu du moteur utilisé.

Dans une seconde partie de la carte de traitement, les harmoniques  $2f$  et  $4f$  du signal  $S_{optique}$  sont filtrés. L'harmonique de rang 4 est converti en signal TTL et ensuite divisé en fréquence afin d'avoir la même fréquence que les signaux  $S_1$  et  $S_2$ . Les signaux  $S_{H4}$  et  $S_2$  sont comparés en phase. A l'aide d'une deuxième PLL, le signal  $S_{H4}$  est verrouillé en phase avec le signal  $S_2$ .

Le signal  $S_{H4}$  contient l'information sur la position du miroir mobile comme nous l'avons vu dans le début de ce chapitre. Le signal d'erreur  $\varepsilon$  résultant de la comparaison est envoyé vers un actionneur piézoélectrique qui va permettre de contrôler la position du miroir en fonction du signal d'erreur  $\varepsilon$ .

Si le miroir mobile vient à se déplacer à cause d'un élément perturbateur, la phase du signal  $S_{H4}$  subit un décalage en sortie de l'interféromètre, le déphasage entre  $S_2$  et  $S_{H4}$  évolue et  $\varepsilon$  également. La boucle de contre-réaction agit alors sur l'actionneur pour maintenir le miroir à sa position initiale. Nous avons donc réalisé un asservissement en position du miroir mobile de l'interféromètre.

Supposons maintenant qu'un décalage de phase  $\Delta\varphi$  soit produit volontairement sur le signal  $S_2$ . Le signal d'erreur  $\varepsilon$  devient non nul et la boucle d'asservissement compense l'écart de phase en sortie de l'interféromètre par un décalage de position du miroir. L'ensemble suit l'équation 3.17 et la position peut alors se contrôler très finement. Des détails sur les avantages de ce type de méthode peuvent être trouvés dans [Chassagne2007] [Wakim2008] [Xu2009].

Chaque partie du schéma de principe de la Figure 3.4 va maintenant être détaillée ci-dessous.

### **3.3.2 Analyse des signaux utiles**

Le polarimètre utilisé est un polarimètre à analyseur tournant de type PA410

(Thorlabs). Ce polarimètre est composé d'une tête optique et d'une console de données, la tête optique comprenant un moteur et l'analyseur optique, la console de données effectuant le traitement du signal avant de communiquer avec un PC. Les deux éléments sont reliés par des câbles série. L'interception se fait au niveau des câbles série. L'allure des signaux est donné Figure 3.5.

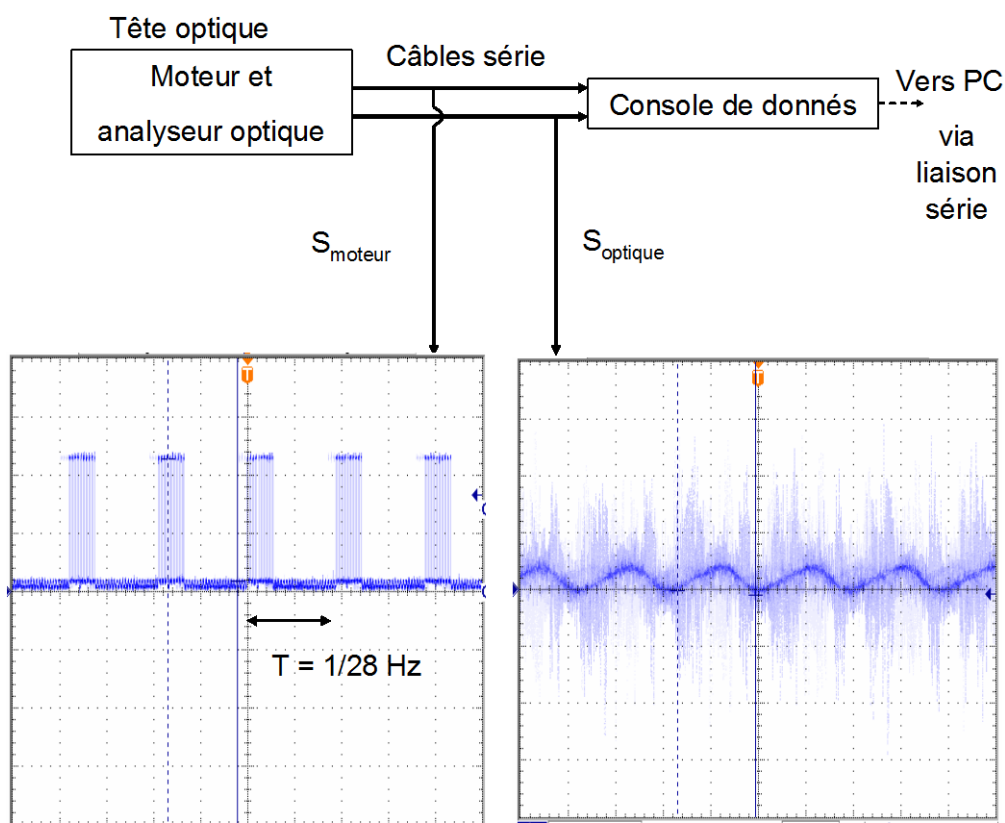


Figure 3.5 : Récupération des signaux en sortie du PA410

Les signaux sont relativement très bruités. Diverses solutions d'étage d'instrumentation ont été testées, mais finalement des montages simples à amplificateurs opérationnels se sont révélés les plus performants.

Le signal  $S_{moteur}$  est un signal impulsionnel mais avec une forte incertitude sur les largeurs des impulsions. Sa fréquence est par contre significative de la fréquence angulaire du moteur. Elle est nominale aux alentours de 28 Hz.

La fréquence fondamentale du signal  $S_{optique}$  est donc également aux alentours de 28 Hz, les fréquences d'harmonique 2 et 4 sont respectivement 56 Hz et 112 Hz.

Un exemple du spectre de  $S_{optique}$  est donné Figure 3.6 [Analyseur FFT stanford SR785]. Le taux de rejection entre les composantes  $2f$  et  $4f$  est fonction de l'ellipticité du faisceau laser comme nous le verrons par la suite. L'harmonique 2 est relativement proche d'une composante à 50 Hz liée au secteur.

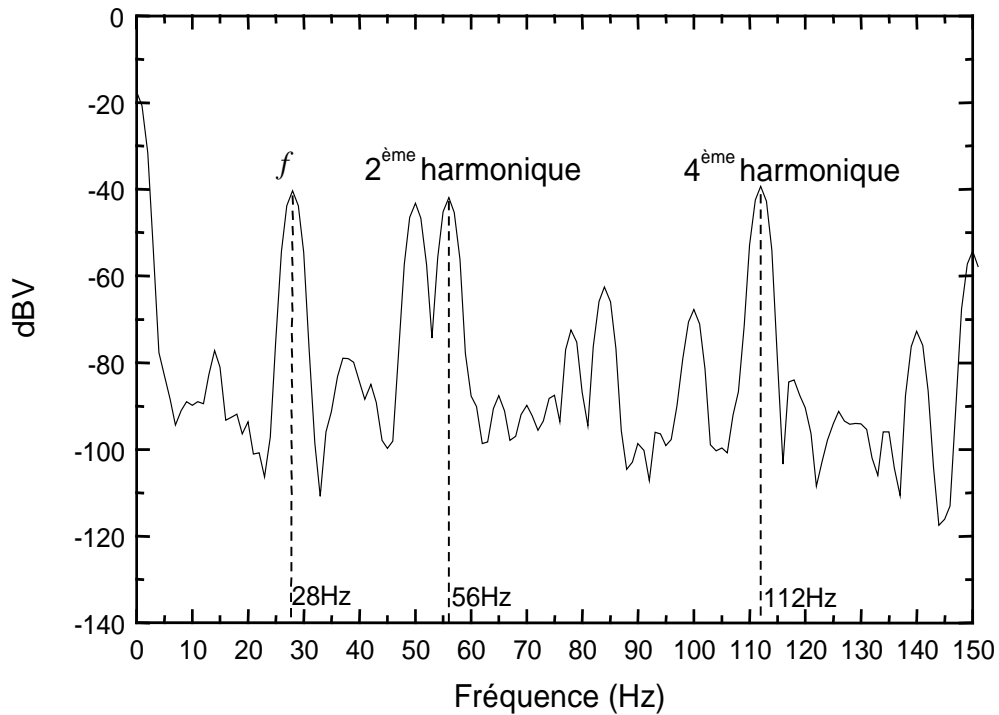


Figure 3.6 : Spectre du signal d'intensité optique issue du polarimètre

### 3.3.3 Asservissement du moteur en fréquence

Le signal  $S_{moteur}$  issu du polarimètre souffre de plusieurs défauts : un bruit relativement important, une série d'impulsions de largeurs peu constantes et surtout une non-synchronisation par rapport au générateur de  $S_1$ . Il faut donc le reconditionner pour pouvoir le piloter et obtenir des performances de phase satisfaisantes sur le long terme.

Pour cela, des circuits logiques sont utilisés : trigger pour la mise à niveau, monostable re-déclenchable pour s'affranchir des multi-impulsions et de la durée approximative de celles-ci. Puis au final, le signal est divisé par deux en fréquence grâce à une bascule D. Ceci permet d'avoir un rapport cyclique de 50% ce qui autorise une PLL plus simple et plus performante. Le signal  $S'_{moteur}$  est donc un signal de type TTL de

fréquence égale à 14 Hz.

Le polarimètre utilise un moteur à courant continu. La Figure 3.7 montre la plage d'accord qui est malheureusement limitée. Une broche d'entrée permet de faire varier la fréquence de rotation en fonction de la tension d'entrée.

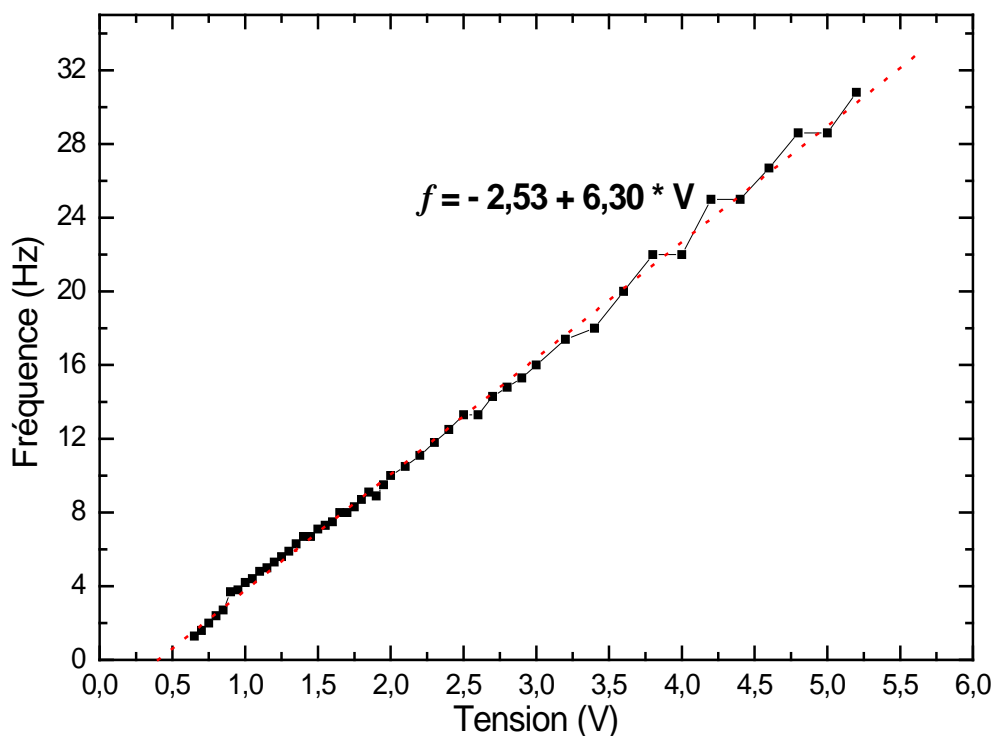


Figure 3.7 : Plage de réglage de la fréquence angulaire du moteur

Le signal  $S'_{\text{moteur}}$  est comparé en phase avec  $S_1$  avec un comparateur de phase qui est un simple XOR numérique. La sortie du XOR est ensuite filtrée par le filtre passe-bas de la PLL, puis une tension de référence est ajoutée pour se centrer sur une fréquence nominale d'environ 28 Hz. Compte tenu de cette fréquence nominale basse, la constante de temps du filtre est réglée à quelques hertz ce qui limite malheureusement les performances de la boucle. Enfin un suiveur permet d'alimenter en courant le moteur à la sortie de la PLL.



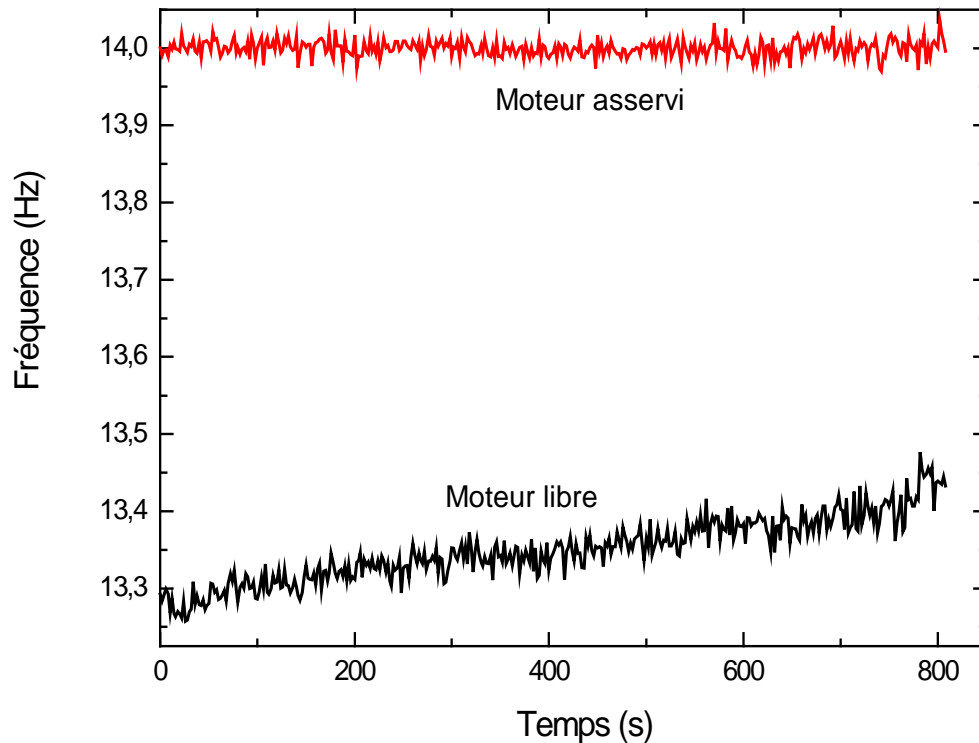


Figure 3.8 : Mesure de la stabilité de fréquence du signal de moteur

La Figure 3.8 illustre les performances de la boucle d’asservissement. Les pentes résiduelles des courbes sans asservissement et avec asservissement sont respectivement de  $1,63 \times 10^{-4}$  Hz/s et  $-1,76 \times 10^{-6}$  Hz/s. Une analyse plus fine des performances suivra dans la suite du manuscrit car le bruit de phase résiduel du moteur peut perturber la mesure du positionnement du miroir mobile.

### **3.3.4 Traitement du signal optique**

La carte électronique effectue un certains nombre de tâches, illustrées Figure 3.9. Certaines parties seront détaillées au dernier chapitre lors du bilan d’erreur car l’analyse des défauts de phase est importante. On peut distinguer schématiquement :

- Le signal optique issu du polarimètre est de faible amplitude, il est tout d’abord pré-amplifié ( $A_v = 10$ ).

- L'harmonique 2 (56 Hz en nominal) est isolé par filtrage et la carte électronique délivre ainsi  $S_{H2}$ , signal sinusoïdal. L'amplitude de  $S_{H2}$  peut donner des informations sur l'ellipticité résiduelle du faisceau (cf eq. 2.40 et eq.2.42b), ce qui permet un réglage fin de l'interféromètre.
- L'harmonique 4 (112 Hz en nominal) est également filtré par un filtre passe-bande. L'importance du filtre passe-bande est cruciale. La phase de l'harmonique 4 peut être perturbée par l'harmonique 2, il est essentiel d'avoir un excellent taux de rejection en sortie du filtre. Or l'harmonique 2 est par définition très proche en fréquence, donc délicat à filtrer efficacement et simplement. Une étude détaillée sera menée dans la suite du manuscrit, nous verrons qu'il est nécessaire d'avoir au moins un filtre d'ordre 8. Afin de pouvoir effectuer divers tests, le filtre choisi est composé de cellules du deuxième ordre. Nous disposons de cinq cellules modulables à souhait. La première cellule est de type filtre de Rauch (avec un amplificateur faible bruit type OP27,  $Q_{typique} = 10$ ), et les quatre suivantes sont intégrées dans un composant actif (MAX274).
- L'harmonique 4 filtré est transformé en un signal carré à l'aide d'un comparateur (l'inverseur n'est là que pour améliorer les niveaux logiques TTL). Enfin ce signal carré est divisé par 8 en fréquence dans le but d'avoir la même fréquence que les autres signaux du système (14Hz).

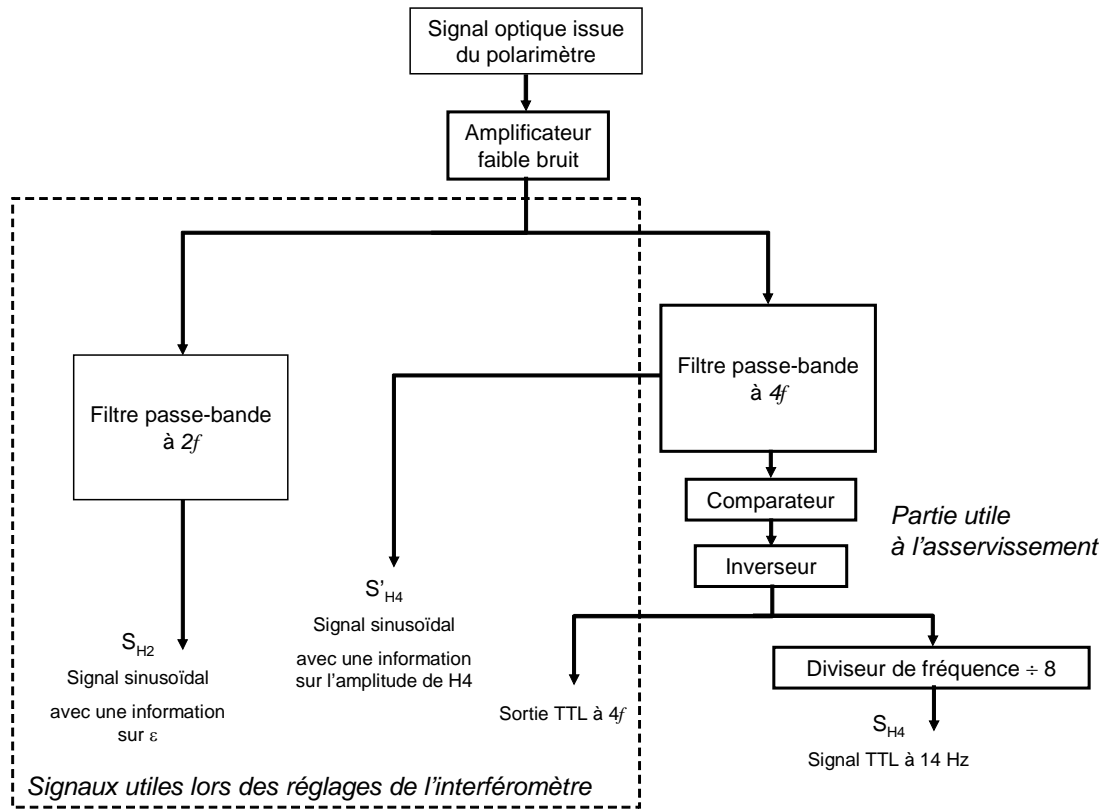


Figure 3.9 : Traitement du signal optique

Outre l'harmonique 2, trois sorties sont ainsi délivrées par la carte : le signal à  $4f$  filtré (sinusoïdal) afin d'avoir l'information sur l'amplitude de l'harmonique 4, et le signal carré à  $4f$  et le signal TTL à 14 Hz. Seule la sortie à 14 Hz sert à l'asservissement, les autres sorties étant utiles lors des réglages de l'interféromètre pour évaluer le taux d'ellipticité notamment.

### 3.3.5 Boucle d'asservissement

La sortie filtrée, mise en forme TTL et divisée en fréquence, notée  $S_{H4}$  délivre le signal TTL de 14 Hz, qui est comparé en phase avec  $S_2$ . Le générateur délivre un signal  $S_2$  qui est également un signal TTL à 14 Hz. Ce signal  $S_2$  sert donc de référence de phase à la sortie de l'interféromètre.

Tout comme pour la première PLL, le comparateur de phase est un simple composant XOR, et le filtre de boucle est un filtre PI (Proportionnel Intégral) réglable. La fréquence de coupure est optimisée par les méthodes classiques, elle reste naturellement

faible (quelques hertz) compte tenu de la fréquence porteuse mise en jeu.

L'actionneur utilisé dans la suite des expérimentations est de type piézoélectrique, ce qui suffit amplement pour des courses micrométriques.

### **3.4 Conclusion**

Dans ce chapitre, nous avons présenté le principe d'un interféromètre dit polarimétrique ou ellipsométrique qui est basé sur un interféromètre classique de Michelson. L'ajout de composants optiques dans les bras de l'interféromètre permet de transposer la mesure de la phase de l'intensité en une mesure d'un paramètre de polarisation : l'azimut de l'onde de sortie est proportionnel au déplacement du miroir mobile.

L'expérience est décrite d'un point de vue théorique avec l'approche par les modèles de Jones-Mueller et de Stokes. L'onde de sortie est décrite pour obtenir le lien entre un paramètre aisément mesurable, la phase d'une des composantes de Fourier du signal de sortie, et la position du miroir mobile.

L'expérience est ensuite détaillée dans sa réalisation pratique. L'interféromètre de mesure est décrit, puis l'ensemble du système qui permet d'asservir l'azimut et par conséquent la position du miroir. Le principe repose sur des boucles à verrouillage de phase qui permettent d'obtenir de très bonnes performances d'un point de vue métrologique.

Les résultats expérimentaux de ce système vont être détaillés au chapitre 4, et l'analyse des erreurs au chapitre 5.

### **3.5 Bibliographie du 3ème chapitre**

*[Azzam1989] : R.M.A. Azzam, N. M. Bashara, Edition Elsevier, Amsterdam, 1989.*

*[Chassagne2007] : L. Chassagne, M. Wakim, S. Xu, S. Topçu, P. Ruaux, P. Juncar, Y. Alayli, A 2D nano-positioning system with sub-nanometric repeatability over the millimetre displacement range, Measurement Science and Technology, 18, 3267 (2007).*

*[Ouedraogo2008] : K. Ouedraogo, Capteurs interférométrique et polarimétrique : application à la nanométrie et à la balance du watt française, Thèse de doctorat de l'université de Versailles, juin 2008.*

*[Wakim2008] : M. Wakim, Contrôle de la position et de la vitesse d'une masse à l'échelle nanométrique : application à la balance du watt du LNE, Thèse de doctorat de l'université de Versailles, mai 2008.*

*[Williams1999] : P. A. Williams, Rotating wave-plate Stokes polarimeter for differential group delay measurements of polarization-modedispersion, Appl. Opt. 38 (31), 6508 (1999).*

*[Xu2009] : S. Xu, K. Ouedraogo, L. Chassagne, S. Topçu, P. Juncar, Y. Alayli, Polarimetric interferometer for nanoscale positioning applications, Review of Scientific Instruments, article soumis en cours de publication (accepté le 01 décembre 2008)*

## 4. CHAPITRE 4

---

### MESURES DE NANODÉPLACEMENTS

---

4.1 Introduction.....	81
4.2 Montage expérimental .....	81
4.2.1 Montage global :mesures et asservissement.....	81
4.2.2 Mesure de la phase du signal utile $S_{H4}$ .....	83
4.2.3 Lien entre la phase et la position.....	84
4.3 Résultats expérimentaux .....	85
4.3.1 Pré-réglages.....	85
4.3.2 Mesures des pas de position .....	87
4.3.3 Mesure de la résolution .....	88
4.3.4 Répétabilité .....	90
4.3.5 Comparaison avec un autre interféromètre.....	91
4.4 Conclusion .....	95
4.5 Bibliographie du 4ème chapitre.....	96



## **4.1 Introduction**

Ce chapitre présente le montage pratique et les résultats expérimentaux du système de mesure et de contrôle de la position. Dans la partie descriptive du montage expérimental, l'ensemble du système est présenté, avec notamment quelques précisions sur la méthode de réglage qui s'avère importante ensuite pour l'analyse de certaines erreurs. Puis nous détaillons les deux méthodes de mesure de la phase qui porte l'information sur la position.

La deuxième partie de ce chapitre est consacrée aux résultats expérimentaux. D'une part d'un point de vue positionnement, et d'autre part d'un point de vue performances intrinsèques du système (résolution, répétabilité). Pour illustrer ces performances tout au long du chapitre, des déplacements avec des pas de position nanométriques sont régulièrement présentés.

Enfin, nous montrons une comparaison des mesures d'un déplacement effectué avec notre interféromètre polarimétrique et un autre interféromètre commercial.

## **4.2 Montage expérimental**

### **4.2.1 Montage global : mesures et asservissement**

L'ensemble du montage expérimental pour la mesure et le contrôle des déplacements nanométriques est schématisé dans la Figure 4.1.

Le faisceau optique de sortie de l'interféromètre est divisé par une lame séparatrice. Une partie est envoyée sur un second polarimètre (PAN5710VIS Thorlabs) qui permet de régler et de contrôler l'ellipticité du faisceau. La sortie de la carte électronique  $S_{H2}$  et le signal optique sont visualisés sur un analyseur FFT (Fast Fourier Transform) afin de vérifier l'ellipticité et pouvoir tenir éventuellement compte des défauts optique de la lame séparatrice. Cela permet un complément de réglage par rapport au polarimètre de contrôle.

Le miroir mobile est fixé sur une céramique piézoélectrique (AE0505D16 Thorlabs). La course maximale est d'environ  $\pm 1,5 \mu\text{m}$  pour une tension de  $\pm 20\text{V}$ . Le correcteur  $F(p)$  est dans un premier temps un simple amplificateur suivi d'un intégrateur à base d'amplificateurs opérationnels dont on peut modifier le gain et la constante de temps.

Le générateur de fonctions est soit un AFG3102 (Tektronix) soit deux Stanford DS345 synchronisés entre eux. L'ensemble est piloté à l'aide d'un PC via une liaison



GPIB. Une interface Labview a été développée afin de contrôler la phase des signaux  $S_1$  et  $S_2$ . Ce programme nous permet de choisir la valeur des décalages de phase sur l'un des signaux par rapport à l'autre, le nombre et la vitesse de sauts de phase à appliquer, ainsi que la valeur de la fréquence de sortie, c'est-à-dire la fréquence de rotation du moteur. Toutes les fonctions dans le programme sont applicables sur chacune des deux voies  $S_1$  et  $S_2$ .

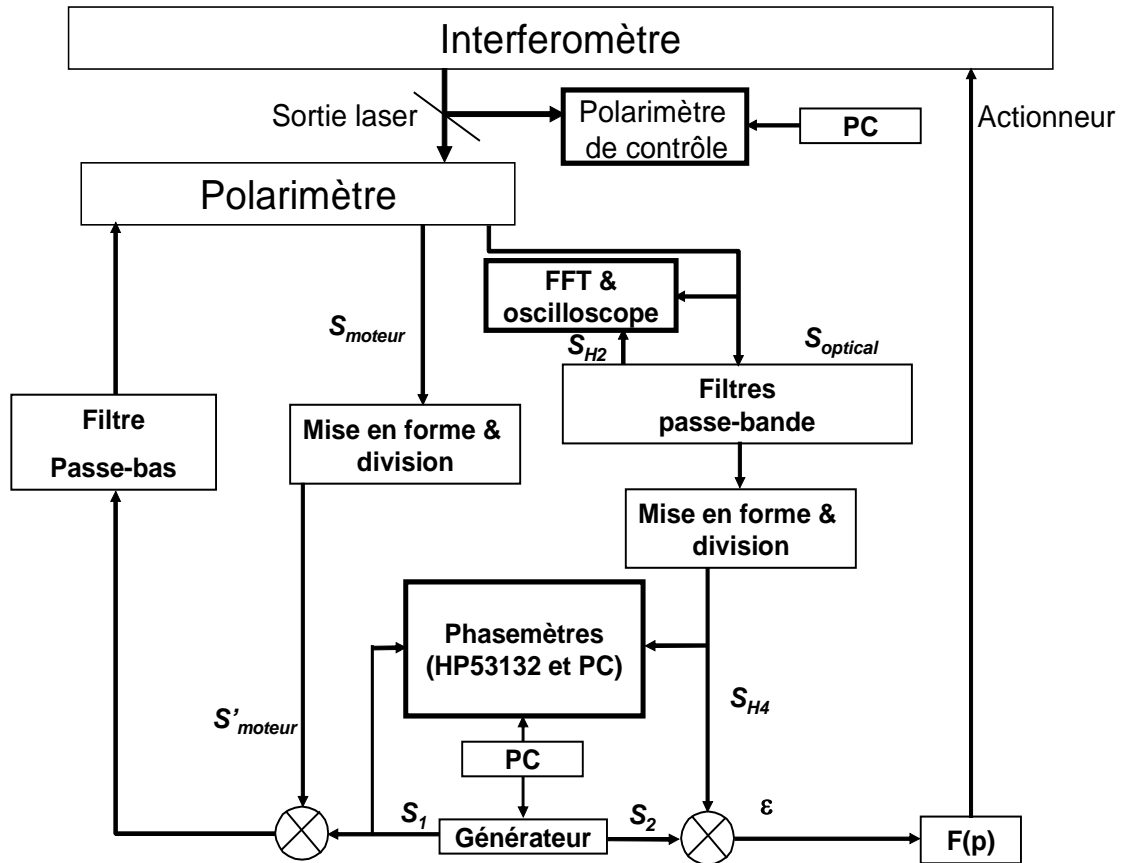


Figure 4.1 : Montage expérimental du système

Si une correction d'indice de l'air est nécessaire, une station météo composée d'un capteur de pression (Digiquartz), d'une sonde de température (PT100), d'un capteur d'humidité (Elcowa) et d'un capteur de  $\text{CO}_2$  (Innova 1312-Airtech Instruments) est disponible. Les incertitudes types de ces instruments sont respectivement de 3 Pa, 0,05mK, 1% et 50 ppm. Ces capteurs nous permettent de mesurer l'indice de l'air en utilisant les formules semi-empiriques d'Edlén [Edlén1966] [Birch1993] [Birch1994] [Ciddor1996] [Bönsch1998] avec une incertitude type de  $5 \times 10^{-8}$  ( $1\sigma$ ).

#### 4.2.2 Mesure de la phase du signal utile $S_{H4}$

Pour la mesure de la phase de l'harmonique 4 du signal optique, les signaux  $S_1$  et  $S_{H4}$  de type TTL sont comparés en phase par deux appareils différents :

- Le premier appareil est un compteur 12 digits HP53132A avec l'option ultra haute stabilité utilisé en phasemètre. On peut le contrôler via une liaison GPIB et les données sont enregistrées sur le PC de contrôle. Il fonctionne sur le principe de détection du passage à zéro ou de détection d'un front montant (au choix).
- Le second appareil est une carte d'acquisition DAQ-NI 6014 insérée dans le PC. Ces deux signaux  $S_1$  et  $S_{H4}$  de type TTL sont échantillonnés via deux entrées analogiques de la carte. Un programme Labview a été développé pour l'acquisition des signaux.

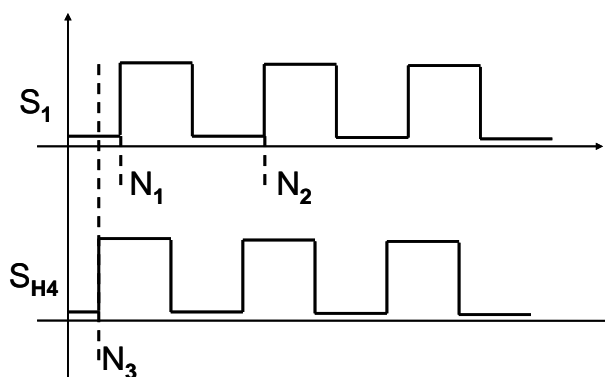


Figure.4.2 : Mesure de la différence de phase entre les signaux  $S_1$  et  $S_{H4}$

Le principe de la mesure de phase est illustré dans la Figure.4.2. Un compteur interne haute fréquence enregistre deux fronts montants successifs du signal  $S_1$  (événements  $N_1$  et  $N_2$ ), ainsi que le front montant du signal  $S_{H4}$  ( $N_3$ ) le plus proche du premier front montant de  $S_1$ . La différence de phase entre les signaux  $S_1$  et  $S_{H4}$  s'obtient par :

$$\Delta\phi = \frac{N_1 - N_3}{N_2 - N_1} \quad (4.1)$$

Cette méthode a l'avantage de mesurer simultanément la période du signal à chaque fois. Ainsi si l'asservissement en fréquence du moteur n'est pas parfait, des petits écarts entre

chaque période peuvent être compensés.

La résolution de la mesure de phase est dépendante du nombre de points ( $n$ ) d'acquisition de chaque période du signal. La valeur de  $n$  est le rapport entre la fréquence d'échantillonnage ( $f_e$ ) et la fréquence du signal ( $f_s$ ). La résolution sur la mesure de la phase est donc de  $360^\circ/n$ . Malheureusement le buffer de mémoire de cette carte n'autorise pas une acquisition sur deux voies avec des fréquences d'échantillonnages très élevées (5 kHz maximum). Avec une fréquence du signal égale à 14 Hz, cela donne 357 points d'échantillonnage par période, soit une résolution de  $1,08^\circ$  (18,8 mrad).

Comparé au fréquencesmètre HP53132A qui peut avoir une résolution bien meilleure (inférieure au millidegré à 14 Hz, cf détails au chapitre 5), la résolution de cette méthode n'est pas suffisante. Par conséquent, bien qu'elle puisse permettre de s'affranchir des fluctuations de période du signal, le fréquencesmètre HP53132A est finalement adopté pour les mesures présentés dans la suite du manuscrit.

#### **4.2.3 Lien entre la phase et la position**

Dans le chapitre 3, l'équation (3.17) donne la relation entre le déphasage  $\Delta\phi$  du signal d'harmonique 4 et le déplacement du miroir mobile  $\Delta x$ . Il a été également expliqué que le signal  $S_{H4}$  est un signal issu de l'harmonique 4 mais divisé par 8 en fréquence soit 14 Hz. La phase de l'harmonique 4 et de  $S_{H4}$  sont évidemment reliées et si la comparaison de phase se fait à la fréquence de  $S_{H4}$ , on obtient une nouvelle relation pour  $\Delta x$  :

$$\Delta x = \frac{2\lambda_0 \Delta\phi_{14Hz}}{n\pi}, \quad (4.2)$$

où l'on note  $\Delta\phi_{14Hz}$  la phase du signal  $S_{H4}$  (14 Hz). Le laser utilisé a une longueur d'onde dans le vide égale à  $\lambda_0 = 632,990577$  nm ( $\sigma = 7,9.10^{-8}$  en relatif).

La valeur minimale des sauts de phase réalisables par le générateur commercial est de  $0,001^\circ$  (1,74  $\mu$ rad), ce qui donne un pas minimum de déplacement théorique de 7 pm pour  $n = 1$ . Mais un tel niveau de précision de déplacement ne peut être réalisé qu'en environnement très contrôlé ce qui n'est pas le cas dans notre laboratoire.

## **4.3 Résultats expérimentaux**

### **4.3.1 Pré-réglages**

Une phase de pré-réglages est indispensable pour correctement régler l'interféromètre qui s'avère beaucoup plus délicat à régler qu'un interféromètre classique. Le but du réglage de notre interféromètre ellipsométrique est d'avoir un faisceau laser polarisé linéairement à la sortie de l'interféromètre.

Les étapes de réglage successives sont :

- aligner le faisceau de mesure et celui de référence en assurant la superposition de ces deux faisceaux (le contrôle se fait par l'observation des franges d'interférences classiques en sortie),
- ne laissez passer que le faisceau de référence dont l'état de polarisation est circulaire (gauche par exemple) ; on règle finement la polarisation en s'assurant sur la sphère de Poincaré que l'état de polarisation est bien au pôle sud,
- ne laissez passer que le faisceau de mesure dont l'état de polarisation est circulaire (droite si celle de référence était gauche) ; l'état de polarisation est cette fois-ci au pôle nord sur la sphère de Poincaré,
- la recombinaison de ces deux faisceaux circulaires est polarisée linéairement à la condition que ces deux faisceaux aient la même intensité. L'égalisation de l'intensité de ces deux faisceaux se fait à l'aide d'une lame demi-onde placée après le polariseur et avant le cube de polarisation comme illustré Figure 3.1.

Tous les états de polarisation ainsi que les puissances des faisceaux sont visualisés sur la sphère de Poincaré en permanence. De plus, lors des réglages du chemin optique et des polarisations, on observe les variations de l'ellipticité ainsi que les amplitudes des diverses composantes du signal optique.

Enfin, les amplitudes des signaux  $S_{H2}$  et  $S'_{H4}$  sont également contrôlées. On exprime le taux de réjection  $20\log(H_2/H'_4)$  qui varie en fonction de la valeur de l'ellipticité. Les résultats expérimentaux sont reportés dans la Figure 4.3. On peut observer que le taux de rejection varie de -25 dB à 0 dB selon l'ellipticité. Cette information permettra au chapitre 5 de déterminer l'influence de l'ellipticité résiduelle sur la mesure de position en estimant l'influence de l'harmonique 2 sur la phase de l'harmonique 4 qui contient l'information.

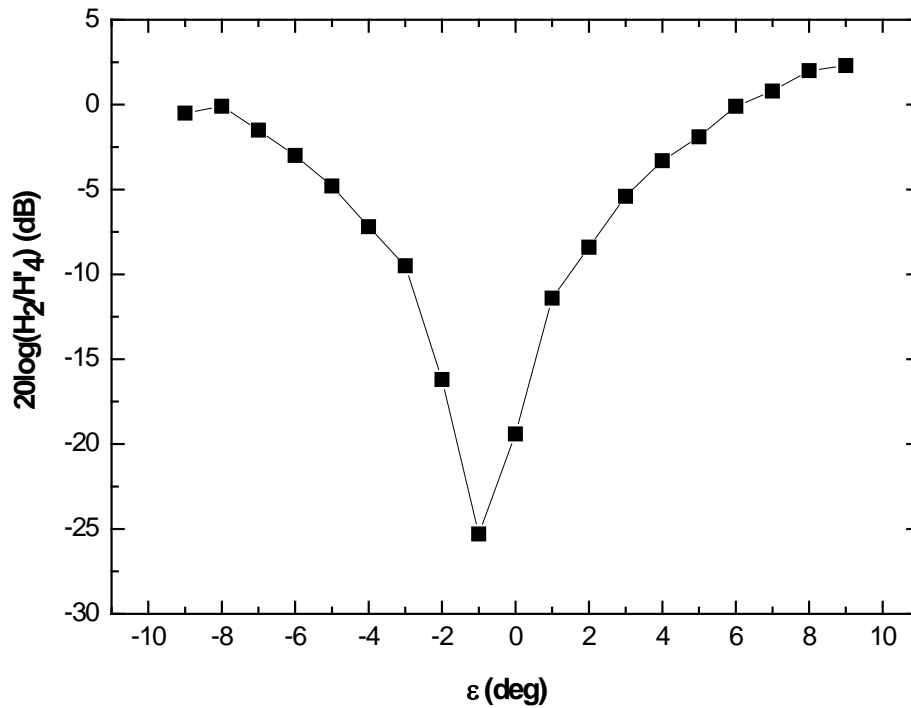


Figure 4.3 : Taux de réjection de la composante  $2f$  par rapport à la composante  $4f$  du signal d'intensité  $S_{optique}$  en fonction de l'ellipticité du signal

Dès que le réglage du chemin optique est terminé, le faisceau de sortie de l'interféromètre a une polarisation linéaire dont l'azimut contient l'information sur le déplacement du miroir mobile. Si le réglage est parfait, l'ellipticité de la polarisation du faisceau est égale à zéro. En pratique, l'ellipticité varie pendant le déplacement à cause des imperfections de réglage et de l'imperfection des composants optiques utilisés. On observe Figure 4.4 les valeurs d'ellipticité correspondant à une mesure sur une course de déplacement de  $1 \mu\text{m}$ .

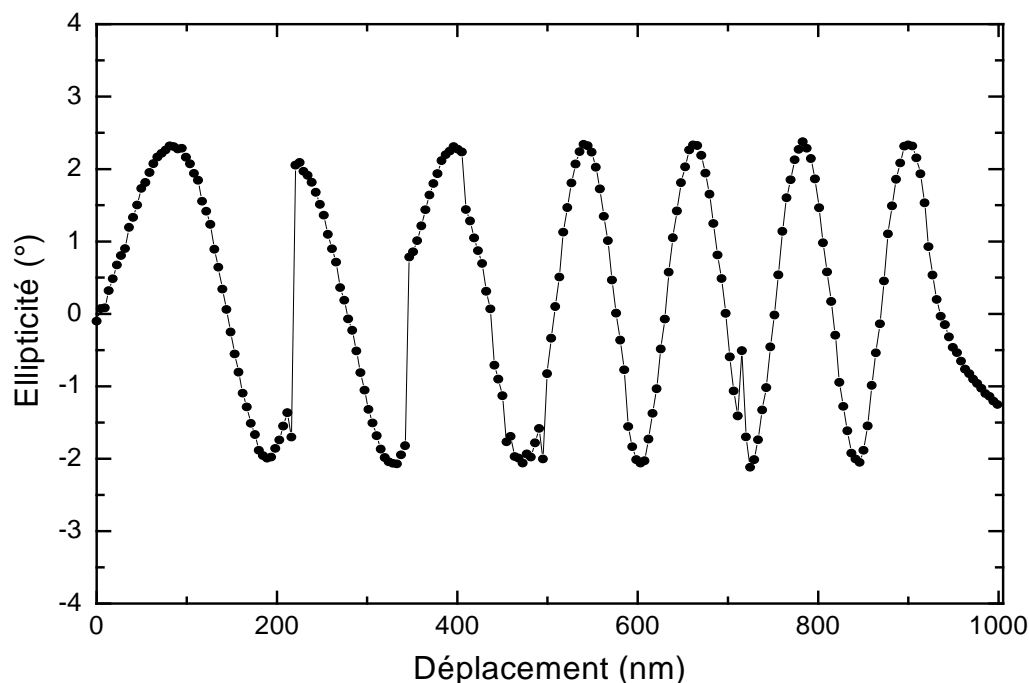


Figure 4.4 : Variation d'ellipticité sur un déplacement de  $1\mu\text{m}$

D'après cette mesure, l'ellipticité résiduelle est comprise dans la zone  $[-2,2^\circ ; +2,5^\circ]$ , ce qui induit un taux de réjection entre les harmoniques 2 et 4 d'au moins 8 dB. L'influence de cet état de polarisation elliptique résiduel à la sortie de l'interféromètre sera analysée au chapitre 5 et nous verrons qu'avec l'utilisation d'un filtre sélectif, on peut rendre son effet sur la mesure de position négligeable.

#### 4.3.2 Mesures des pas de position

Afin de quantifier la performance de notre système, une série de mesure est effectuée. Des sauts de phase égaux à  $0,711^\circ$  sont programmés sur le signal  $S_2$ . D'après l'équation (4.1), ceci correspond à des sauts de déplacement de 5 nm. Le déphasage entre les signaux  $S_{H4}$  et  $S_1$  est mesuré en même temps par le phasemètre puis converti en l'échelle dimensionnelle. Un exemple pour un aller-retour de quelques dizaines de nanomètres est illustré dans la Figure 4.5.

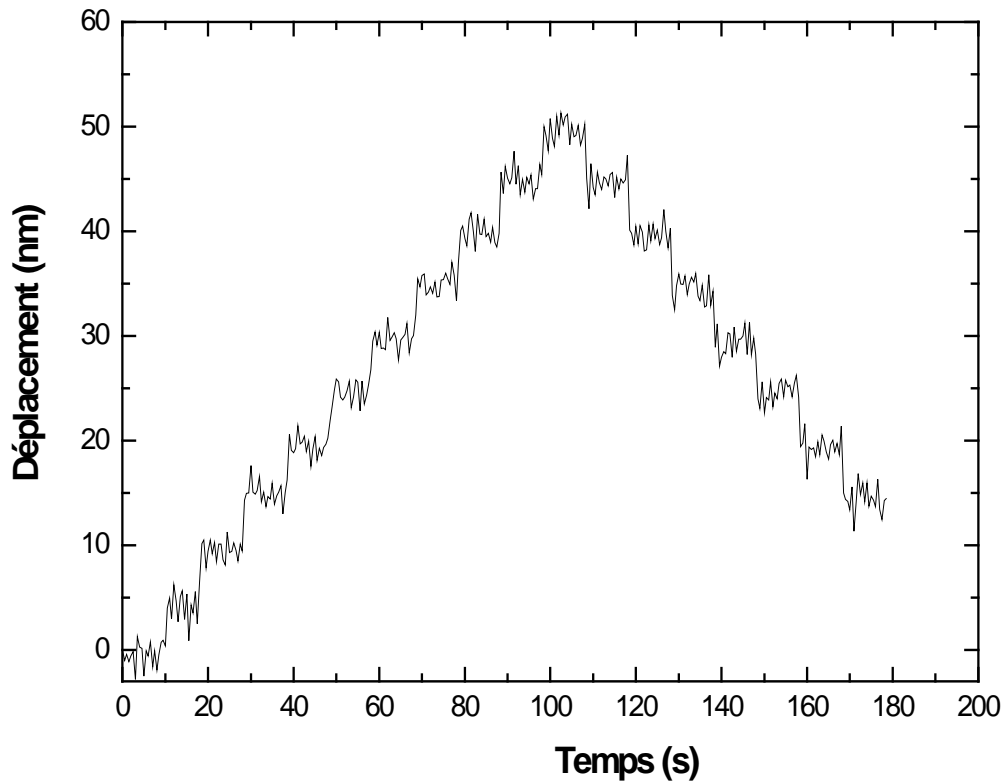


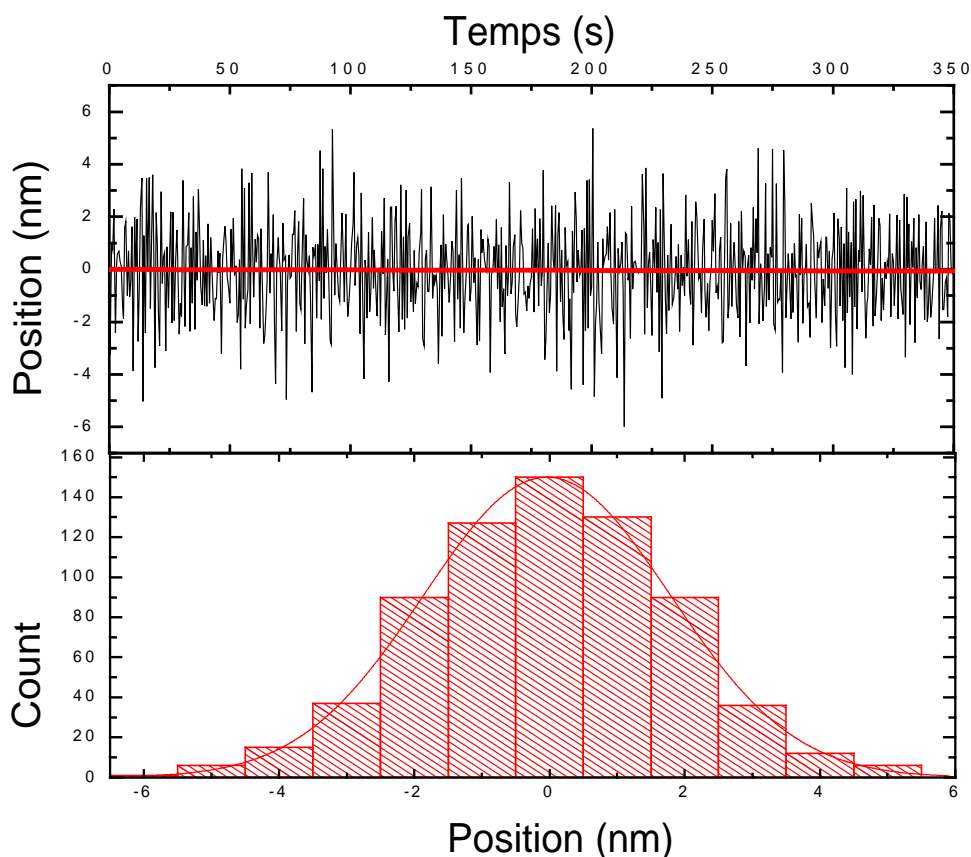
Figure 4.5 : Mesure aller-retour des pas de position nanométrique

On peut observer des sauts de position de 5 nm. Comme l'incertitude relative sur la longueur d'onde de la source laser est de  $7,9 \times 10^{-8}$ , l'incertitude intrinsèque sur la valeur du pas est de  $4 \times 10^{-7}$  nm, l'incertitude réelle provient plutôt du rapport signal à bruit qui est dégradé. Nous détaillerons la mesure du niveau de bruit et des incertitudes plus loin dans le manuscrit. Des sauts de position inférieurs à 5 nm peuvent être effectués en effectuant des sauts de phase plus petits. Grâce à la résolution de déphasage de notre générateur qui est de  $0,001^\circ$ , le pas minimum de déplacement de notre système est théoriquement de 7 pm. Mais pour observer un tel pas, le rapport signal à bruit doit être amélioré.

#### 4.3.3 Mesure de la résolution

Afin d'analyser la résolution de notre système, des essais statiques ont été effectués. Nous fixons la position du miroir mobile sur la position zéro et la boucle de contrôle de l'actionneur est mise en marche, c'est-à-dire que la phase du signal  $S_{H4}$  est verrouillée sur

la phase du signal  $S_2$ . Le déphasage résiduel est enregistré pendant 350 secondes. L'enregistrement complet comporte 700 points, chacun mesuré sur 0,5 s. La Figure 4.6 représente la distribution temporelle du déphasage résiduel converti en nanomètre (graphique supérieur) ainsi que l'histogramme correspondant (graphique inférieur).



*Figure 4.6 : Distribution temporelle (haut) et histogramme (bas) de la position pour une position fixe et asservie. Dans le graphique temporel, la ligne rouge/grise représente la régression linéaire des points*

L'histogramme est tracé avec une courbe de la loi normale en superposition. On peut observer qu'il s'agit bien d'un bruit gaussien. L'écart-type est de  $1\sigma = 1,8$  nm. Nous verrons par la suite, qu'il s'agit d'une limitation due d'une part au bruit de rotation mécanique du moteur et d'autre part aux asservissements qui ont une bande passante limitée. On considère néanmoins que notre résolution de mesure et de contrôle est égale à 1,8 nm sur une durée d'intégration de 0,5 s.

Il est possible de calculer une régression linéaire sur la distribution temporelle. La pente de la droite est égale à  $p = -1,78 \times 10^{-4}$  nm/s. Cette faible valeur nous montre qu'il n'y



a pas de dérive significative de la position asservie sur le court ou moyen terme (350 s maximum).

#### 4.3.4 Répétabilité

Afin de tester la répétabilité de notre système de déplacement, nous avons effectué une série de déplacements allers et retours du miroir mobile. L'étendue de déplacement est de  $1\ \mu\text{m}$ , et les pas de position sont de  $50\ \text{nm}$  ( $\Delta\varphi = 7,109^\circ$ ). Les résultats expérimentaux sont reportés sur la Figure 4.7.

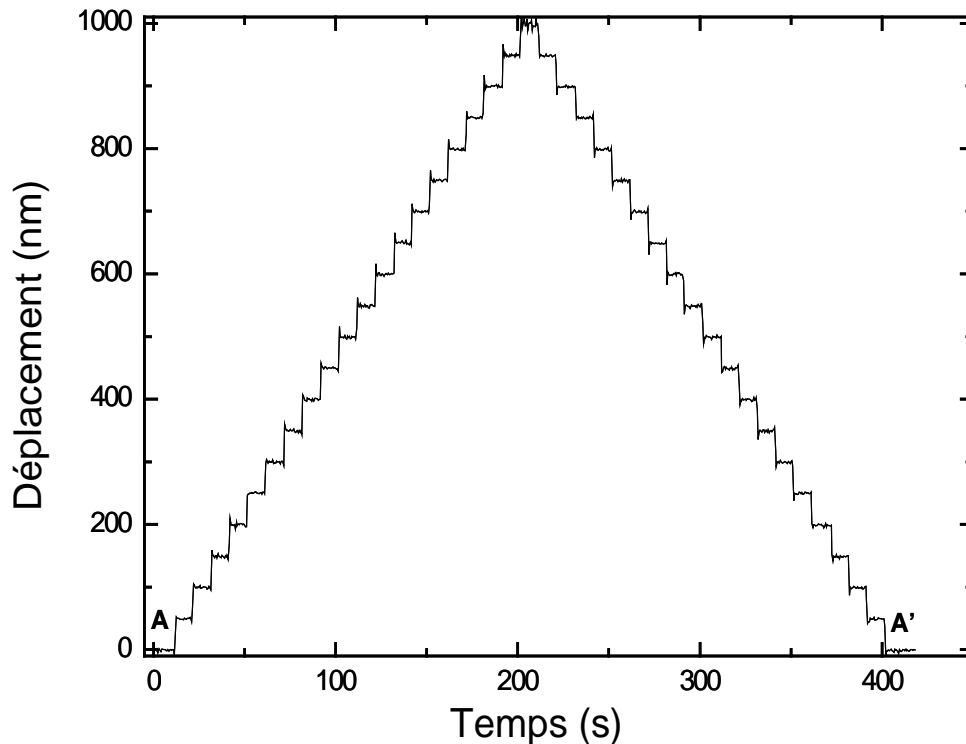


Figure 4.7 : Déplacement aller et retour de  $1\ \mu\text{m}$  avec des sauts de position de  $50\ \text{nm}$

Le déplacement est répété 15 fois dans les mêmes conditions. Si nous notons  $x_A$  et  $x'_A$  respectivement la position de départ et la position d'arrivée après un aller-retour, la répétabilité est définie comme l'écart-type de  $(x_A - x'_A)$ . La Figure 4.8 illustre la dispersion des valeurs de  $(x_A - x'_A)$  pour la série d'allers retours.

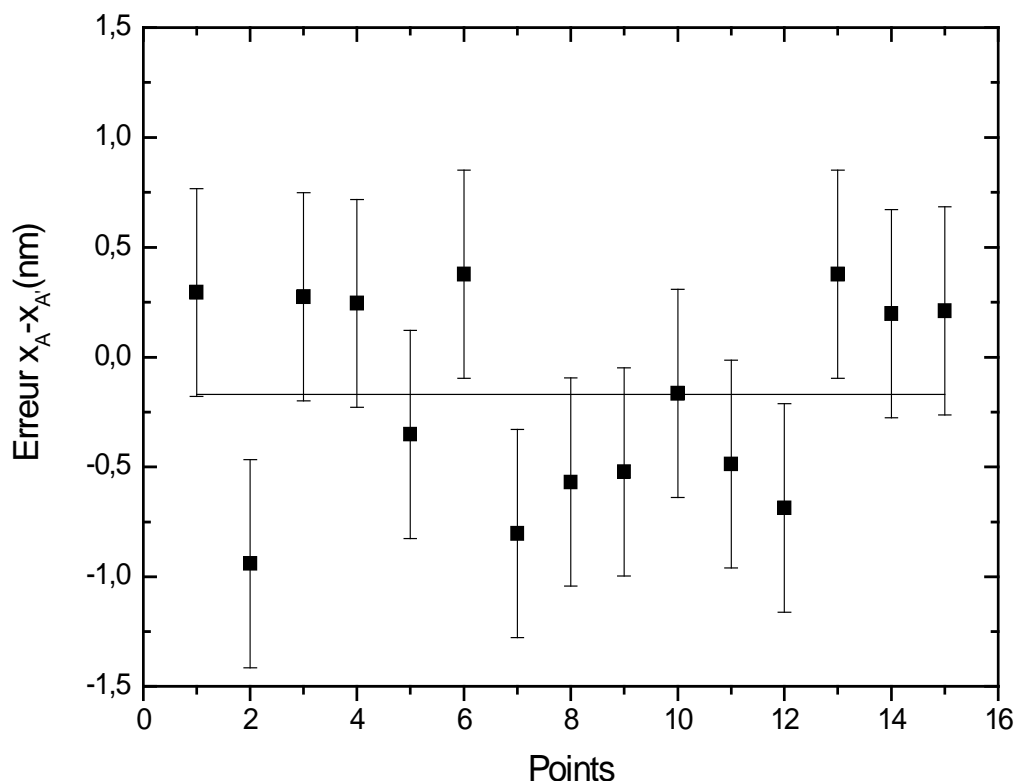


Figure 4.8 : Mesure de répétabilité ; la ligne droite représente la valeur moyenne

Sur cet exemple, la valeur moyenne arithmétique est de  $-0,17$  nm, et l'écart type ( $1\sigma$ ) est de  $0,47$  nm. Bien que la résolution du système ne soit que de  $1,8$  nm sur  $0,5$  s d'intégration, on retrouve le fait qu'elle est limitée par du bruit blanc et qu'une simple moyenne permet d'améliorer sensiblement les performances. On peut donc obtenir des performances de répétabilité sub-nanométrique.

#### **4.3.5 Comparaison avec un autre interféromètre**

Cette partie détaille la comparaison du déplacement du miroir mobile mesuré par notre interféromètre polarimétrique et mesuré par un autre interféromètre. Il s'agit en l'occurrence d'un interféromètre SP2000 TR (SIOS). Le montage comparatif est illustré Figure 4.9.

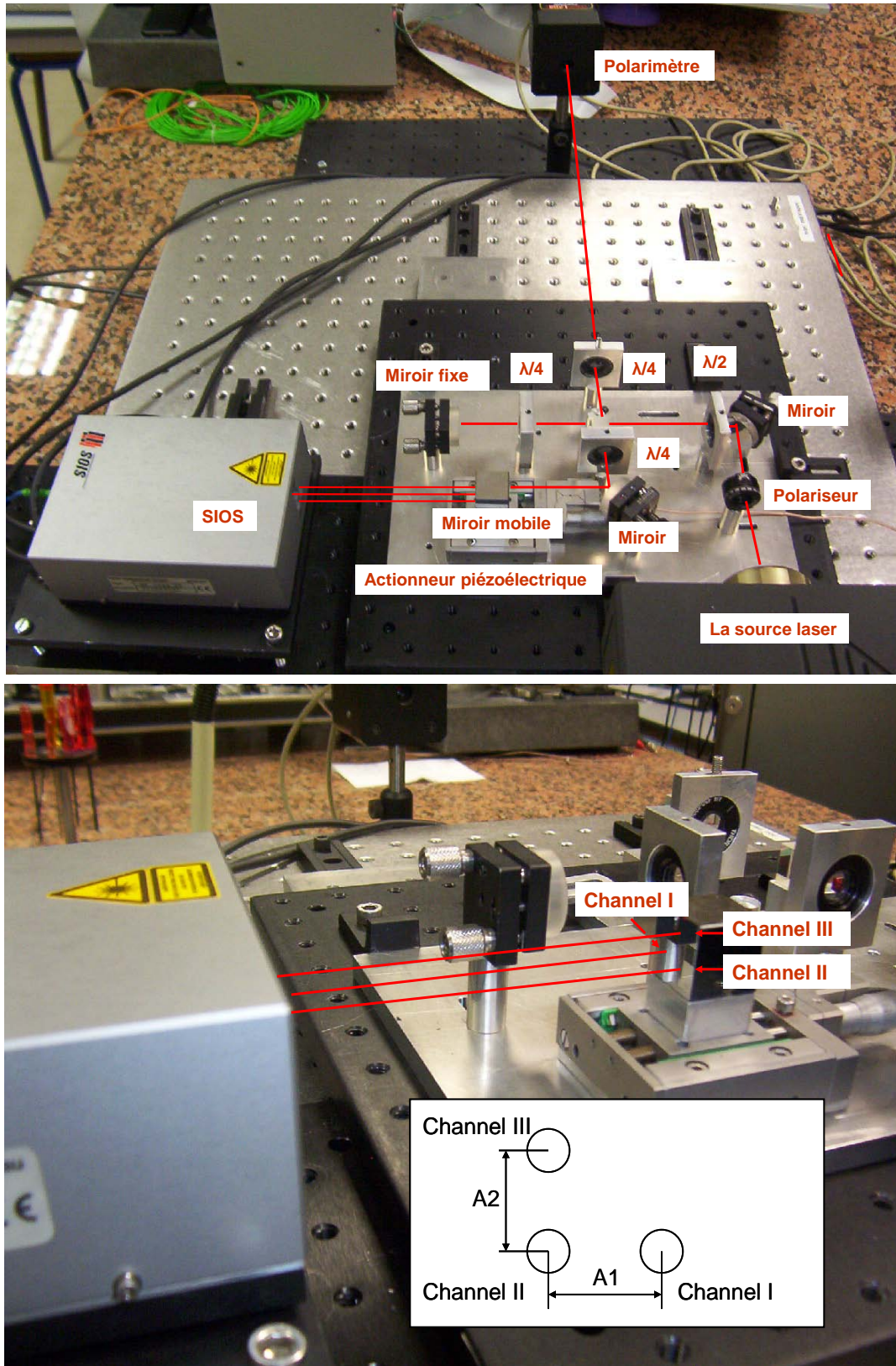


Figure 4.9 : Photographies de notre interféromètre polarimétrique et de l'interféromètre de comparaison (SIOS-SP2000 TR).

L'interféromètre trois faisceaux à miroir plan SP2000 TR (SIOS) est un interféromètre homodyne alimenté par un laser Hélium-Néon stabilisé en fréquence. La longueur d'onde laser vaut 632,8 nm avec une stabilité relative de  $2 \times 10^{-8}$  sur 24 heures. Il délivre trois faisceaux colinéaires qui permettent de mesurer la distance séparant l'objet (miroir plan) de l'interféromètre ainsi que ses angles de lacet (rotation dans le plan horizontal) et de tangage (rotation dans le plan vertical). La distance maximale mesurable est de 2 m avec une résolution de 0,1 nm [Sios1999].

Cet interféromètre comprend une tête de capteur, un bloc d'alimentation laser, un châssis d'analyse du signal, et un PC pour traiter les données. La tête de capteur intègre le miroir fixe de référence et les composants optiques qui permettent le battement optique avec le faisceau de mesure réfléchi sur le miroir mobile externe. Un photodétecteur convertit le signal qui est transmis au châssis de traitement de données où il est échantillonné. Le châssis de traitement du signal dialogue avec le PC via une liaison USB. Un logiciel spécifique INFAS NTC assure le paramétrage de la configuration (temps d'intégration, faisceaux de mesures, compensation d'indice éventuelle, etc), le traitement, l'affichage et la sauvegarde des données.

Comme illustré sur la Figure 4.9, l'interféromètre SIOS a été positionné pour mesurer le déplacement du miroir mobile qui est un miroir double face. Ainsi, le déplacement du miroir mobile est mesuré simultanément par notre interféromètre polarimétrique et l'interféromètre homodyne classique. On utilise un seul des faisceaux du SIOS qui est aligné avec le faisceau de l'interféromètre polarimétrique.

On note néanmoins que les deux interféromètres n'ont pas le même miroir fixe. Celui du SIOS est interne à la tête de mesure. Il en résulte que le chemin optique n'est pas exactement le même. Il est donc très délicat de mesurer des grandes distances avec ce système car rapidement la différence de chemin optique est prépondérante. Cependant sur des distances courtes, cela peut permettre de valider certains points.

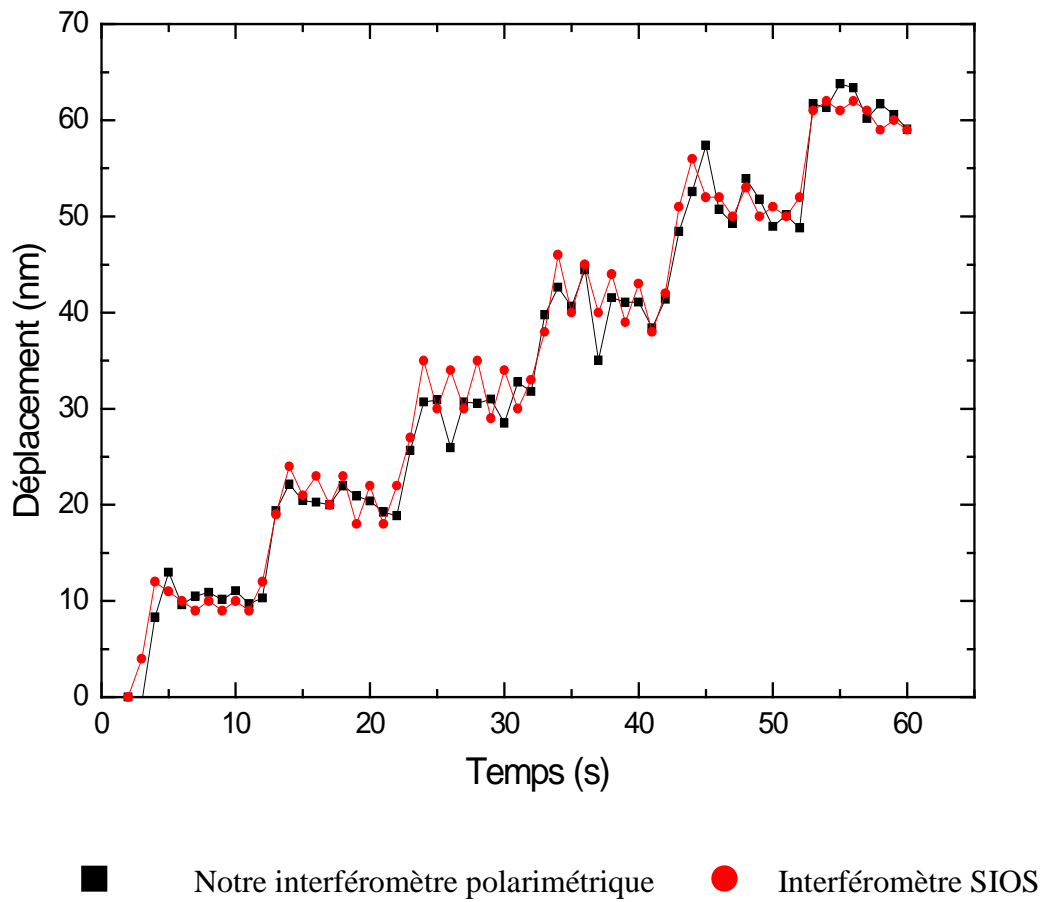


Figure 4.10 : Mesure du déplacement avec les deux interféromètres

Les résultats sont présentés dans la Figure 4.10. La courbe correspondant à l'interféromètre polarimétrique est mesurée avec une fréquence d'échantillonnage de 2 Hz sans moyenner les valeurs. Celle de l'interféromètre SIOS est obtenue avec une fréquence d'échantillonnage de 128 Hz et une moyenne numérique sur 64 points pour avoir des points comparables.

Les résultats sont en bon accord. Toutefois, compte tenu de la différence de chemin optique, il est délicat d'en déduire des données quantitatives fiables. On notera simplement que l'interféromètre SIOS corrobore les données de notre interféromètre polarimétrique.

#### **4.4 Conclusion**

Dans ce chapitre nous avons présenté les résultats expérimentaux associés à l'interféromètre polarimétrique. Un descriptif de la méthode de réglage a été fait en début de chapitre afin de montrer le principe qui est plus complexe que pour un interféromètre classique. Cela permet également de poser quelques bases pour l'étude de l'ellipticité résiduelle qui sera détaillée au chapitre 5.

Des mesures de pas de position contrôlés en boucle fermée ont été réalisées. Le système a ensuite été caractérisé en termes de résolution et de répétabilité. La résolution estimée est de 1,8 nm sur 0,5 seconde d'intégration. On montrera au chapitre suivant que cette limite n'est pas du tout intrinsèque à la méthode mais liée au problème du moteur rotatif du polarimètre qui est l'élément limitatif. Des résolutions meilleures peuvent être atteintes avec une intégration plus longue, permettant notamment d'obtenir des répétabilités sub-nanométriques. Une comparaison a été également effectuée avec un autre capteur, de type interféromètre de Michelson homodyne, afin de comparer les performances. Celles-ci sont en bon accord dans la limite de la résolution.

#### **4.5 Bibliographie du 4ème chapitre**

*[Birch1993] : K.P. Birch, M.J. Downs, An updated Edlén Equation for the Refractive Index of Air, Metrologia 30 155-162 (1993).*

*[Birch1994] : K.P. Birch, M.J. Downs, Correction to the updated edlen equation for the refractive index of air, Metrologia 31 315-316 (1994).*

*[Bönsch1998] : G. Bönsch, E. Potulski, Measurements of the refractive index of air and comparison with modified Edlen's formula, Metrologia 35 133-139 (1998).*

*[Ciddor1996] : P.E. Ciddor, Refractive index of air: new equations for the visible and near infrared, Appl. Opt. 35 1566-1573 (1996).*

*[Edlen1966] : B. Edlén, The refractive index of air, Metrologia 2 71-80 (1966).*

*[Sios1999] : User's guide Models SP 120/500/2000 Miniature Plane-Mirror interferometers.*

## 5. CHAPITRE 5

---

### ANALYSE DES ERREURS

---

5.1 Introduction.....	99
5.2 Erreurs d'origine mécanique.....	99
5.2.1 Bruit de rotation du moteur du polarimètre .....	99
5.2.2 Erreur d'alignement (dite en cosinus).....	100
5.2.3 Principe d'Abbe et erreurs de tangage et de lacet de la platine de déplacement ..	101
5.3 Erreurs d'origine optique .....	105
5.3.1 Influence de l'état de polarisation à la sortie de l'interféromètre .....	105
5.3.2 Autres.....	110
5.4 Erreur d'origine environnementale .....	111
5.5 Erreur d'origine électronique.....	113
5.6 Bilan d'erreur .....	114
5.7 Conclusion .....	115
5.8 Bibliographie du 5 <sup>ème</sup> chapitre.....	117





## **5.1 Introduction**

Nous examinons dans ce chapitre les sources d'erreurs et d'incertitude de notre système de positionnement. Traditionnellement, nous les avons regroupées par famille (mécanique, optique, etc).

Nous détaillons particulièrement l'influence des défauts du moteur du polarimètre qui est l'élément limitant car il introduit du bruit de phase, et l'influence de l'ellipticité résiduelle en sortie du polarimètre.

## **5.2 Erreurs d'origine mécanique**

### **5.2.1 Bruit de rotation du moteur du polarimètre**

La vitesse de rotation du moteur est asservie via une PLL sur l'une des sorties du générateur, synchrone avec le signal de référence. Néanmoins, ceci n'est qu'un asservissement qui pallie les défauts moyen et long termes mais ne peut résoudre les problèmes mécaniques liés au moteur sur le court terme. Celui ci tourne avec des défauts qui se traduisent en bruit de phase en sortie du polarimètre à analyseur tournant.

Afin de quantifier cette perturbation, le signal du moteur  $S'_{moteur}$  (voir chapitre 3) est envoyé vers le compteur de fréquence HP53132A. La stabilité de phase du signal du moteur (par rapport au signal de référence du générateur) est mesurée et exprimée en terme de variance d'Allan, outil conventionnel pour caractériser un oscillateur en fréquence [Allan1987], qui est définie par :

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{2} \langle (\overline{y_{k+1}} - \overline{y_k})^2 \rangle \quad (5.1)$$

où  $\tau$  est le temps d'échantillonnage,  $\overline{y_k} = \frac{\varphi_k - \overline{\varphi}}{\overline{\varphi}}$ ,  $\langle \cdot \rangle$  représente la valeur moyenne,  $\varphi_k$  est la phase mesurée du signal du moteur  $S'_{moteur}$  correspondant à un échantillon  $k$ , et  $\overline{\varphi}$  est la phase moyenne des échantillons du signal.

Le compteur est configuré pour mesurer la phase avec un temps d'acquisition de 0,5 s pour un point. Le nombre de points de mesure est de 700, ce qui permet d'estimer l'écart type d'Allan jusqu'à environ 70 s avec des incertitudes raisonnables par des méthodes de recouvrement [Audoin1998].

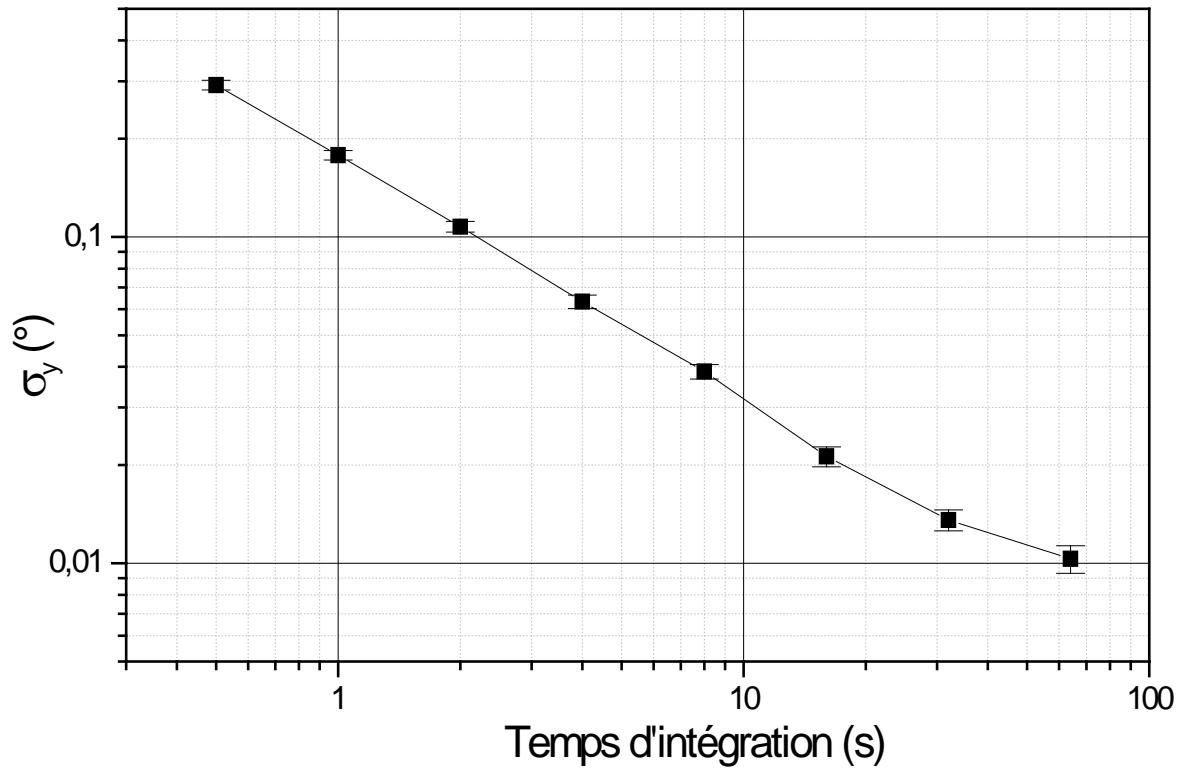


Figure 5.1 : Instabilité de la phase du signal moteur

Les résultats sont illustrés Figure 5.1 qui reporte l'écart type d'Allan absolu exprimé en degré en fonction du temps d'intégration. La pente est proche d'une pente en  $\tau^{-1/2}$ . L'analyse de la densité spectrale de puissance confirme qu'il s'agit d'un bruit blanc de phase. Un moyennage simple permet donc d'améliorer sensiblement le rapport signal à bruit. On peut discerner un début de palier flicker vers la fin de la courbe, mais il serait nécessaire d'effectuer des mesures plus long terme ce qui n'est pas le but ici.

### 5.2.2 Erreur d'alignement (dite en cosinus)

Une erreur d'alignement (Figure 5.2) de l'axe de mesure du faisceau laser (axe optique) par rapport à l'axe de déplacement de l'actionneur piézoélectrique introduit une erreur de mesure  $\varepsilon$  telle que  $\varepsilon = L - L_m$  où  $L_m$  est la distance mesurée selon l'axe optique, et  $L$  la longueur réelle du déplacement selon l'axe mécanique.

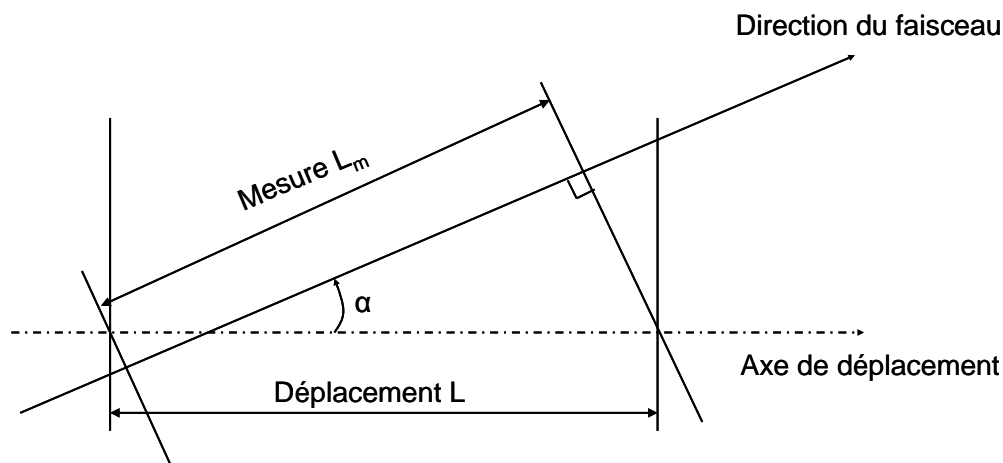


Figure 5.2 : Erreur d'alignement des axes optique et mécanique

On peut voir que  $\cos \alpha = \frac{L_m}{L}$ . Si l'angle  $\alpha$  est petit (et inférieur à 1 degré avec un réglage manuel), il est possible de ne considérer que les deux premiers termes du développement en série du cosinus, soit  $\cos \alpha = 1 - \frac{\alpha^2}{2}$  ce qui donne une erreur  $\varepsilon = \frac{\alpha^2}{2} L$  avec  $\alpha$  en radian.

Cette erreur est négligeable pour un déplacement micrométrique avec des réglages classiques. Par exemple si l'angle est inférieur à 10 mrad :  $\varepsilon = (10^{-6}) \times \frac{(10^{-2})^2}{2} \approx 5.10^{-11} m$  soit 50 pm. Il est tout à fait possible d'assurer un alignement meilleur que le milliradian lors du réglage de notre interféromètre. Dans les mesures effectuées précédemment, nous considérons donc cette erreur négligeable compte tenu de la faible course de déplacement.

### 5.2.3 Principe d'Abbe et erreurs de tangage et de lacet de la platine de déplacement

Cette source d'incertitude n'est pas spécifique à la mesure par interférométrie. Elle existe pour tout type de capteur de déplacement. Les mouvements angulaires du miroir mobile par rapport à l'axe du faisceau laser peuvent être de trois types :

- mouvement angulaire dans un plan vertical contenant le faisceau, mouvement dit de tangage,

- mouvement angulaire dans un plan horizontal contenant le faisceau, mouvement dit de lacet,
- mouvement angulaire autour de l'axe du faisceau laser, mouvement dit de roulis ou de torsion.

Ces mouvements angulaires peuvent introduire des erreurs de mesures selon l'axe principal si le principe d'Abbe n'est pas respecté [Lipinski], *ie* si l'axe de mesure est différent de l'axe de translation. Sur la Figure 5.3, on note  $h$  la distance entre ces deux axes que l'on suppose parallèles. L'erreur introduite est du type tangentielle :

$$\varepsilon = h \tan \alpha \cong h.\alpha \quad \text{avec } \alpha \text{ petit.} \quad (5.2)$$

Cette relation montre que l'erreur de mesure due à un mouvement angulaire du type tangage ou lacet dépend linéairement de la distance  $h$  entre l'axe du produit à mesurer et l'axe de mesure. Cette relation est la démonstration du principe dit d'Abbe (Ernst Abbe, 1840-1905, créateur avec Karl Zeiss de la société du même nom à Iéna en 1875) qui impose que l'axe de mesure et l'axe du produit à mesurer soient confondus.

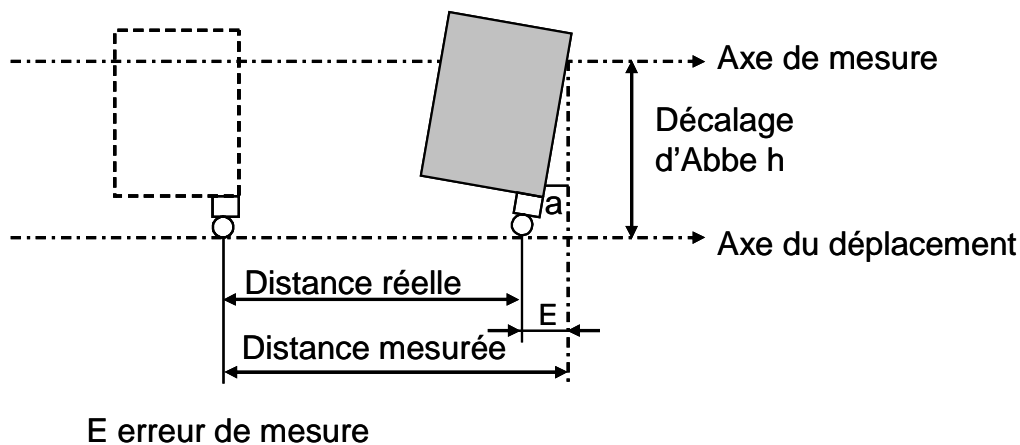


Figure 5.3 : Principe d'Abbe

En plus de mesurer la distance, l'interféromètre SIOS (SP 2000-TR) permet de mesurer les angles de lacet et de tangage du déplacement du miroir mobile. La gamme de mesure des angles est de  $\pm 2$  arcmin avec une résolution de 0,02 arcsec. La mesure du tangage et du lacet de l'actionneur piézoélectrique permet de quantifier le défaut de déplacement de notre système de positionnement et de vérifier que cela n'introduit pas trop d'erreur d'Abbe.

La Figure 4.9 présente le principe de mesure de l'angle de tangage et de l'angle de

lacet pour le système SP2000-TR, par la mise en œuvre de trois faisceaux. Le cube miroir est fixé sur l'actionneur piézoélectrique. Les trois faisceaux proviennent de la tête du capteur de l'interféromètre SIOS (SP2000-TR) et sont alignés selon la procédure d'alignement [Sios1999]. Channel I, Channel II et Channel III sont les trois faisceaux laser de l'interféromètre. Les trois faisceaux sont répartis symétriquement au milieu du cube miroir mobile.

À partir de ces trois mesures, on peut calculer les deux angles de rotation :

- l'angle de lacet :

$$\alpha = \arctan\left(\frac{L_{II} - L_I}{A1}\right), \quad (5.3)$$

- l'angle de tangage :

$$\beta = \arctan\left(\frac{L_{III} - L_{II}}{A2}\right). \quad (5.4)$$

$L_I$ ,  $L_{II}$  et  $L_{III}$  sont les valeurs des mesures de longueur des trois canaux.  $A1$ ,  $A2$  sont les distances entre les faisceaux laser. Les valeurs étalonnées pour  $A1$  et  $A2$  du système SP2000-TR sont  $A1 = 9,999$  mm et  $A2 = 9,967$  mm.

Les résultats expérimentaux de mesure de l'angle de lacet sont présentés dans la Figure 5.4. On peut observer que l'angle de lacet augmente systématiquement avec le déplacement de l'actionneur piézoélectrique ce qui est classique pour des actionneurs. Les mesures ont été répétées plusieurs fois afin de s'assurer que bien qu'il existe de l'hystérésis, l'ordre de grandeur du défaut de lacet est toujours le même. L'actionneur piézoélectrique subit un lacet de  $0,3''$  ( $1,5 \mu\text{rad}$ ) sur une course de  $1 \mu\text{m}$ .

La mesure de l'angle de tangage représenté dans la Figure 5.5 montre que l'angle de tangage augmente aussi systématiquement avec le déplacement. Le défaut de tangage est répétable et est de l'ordre de  $0,5''$  ( $2,4 \mu\text{rad}$ ) sur une course de  $1 \mu\text{m}$ .

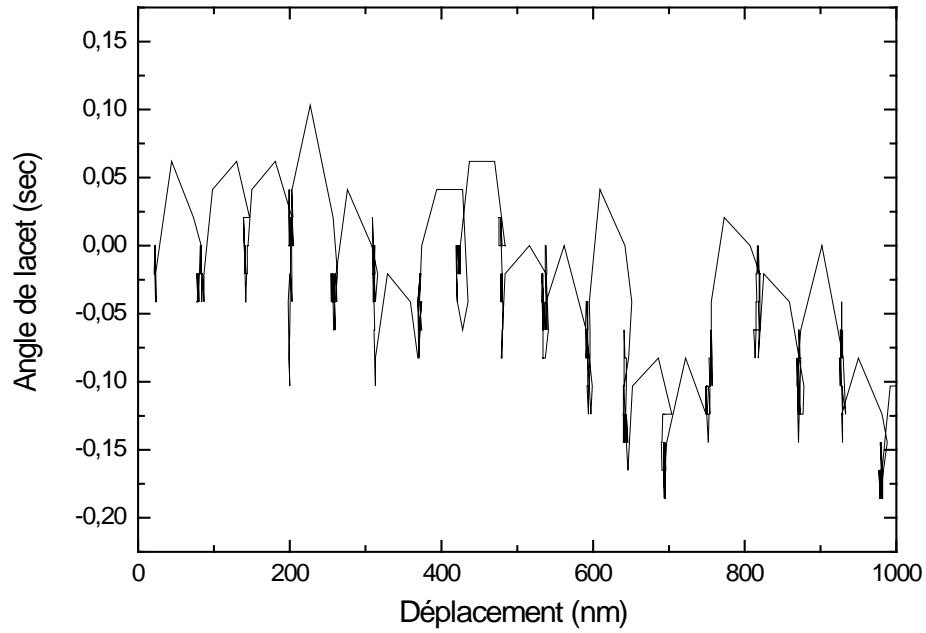


Figure 5.4 : Mesure l'angle de lacet de l'actionneur piézoélectrique en fonction de son déplacement sur  $1 \mu\text{m}$

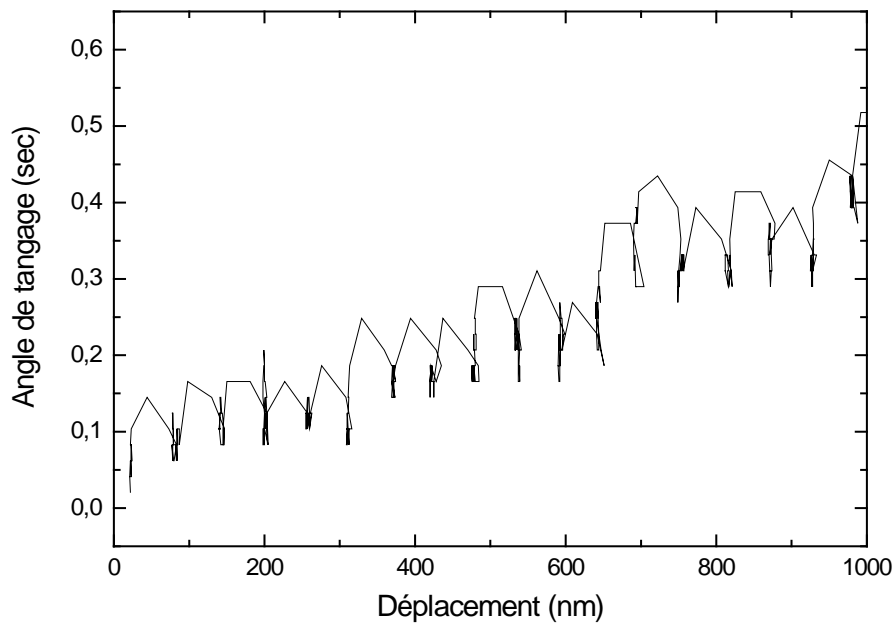


Figure 5.5 : Mesure l'angle de tangage de l'actionneur piézoélectrique en fonction de son déplacement sur  $1 \mu\text{m}$

Compte tenu du réglage de notre interféromètre, il est difficile d'estimer  $h$  mais on l'estime de l'ordre de 0,2 mm maximum. D'après 5.2 le défaut de tangage maximum vaut  $\varepsilon_t = 0,3$  nm et le défaut de lacet vaut  $\varepsilon_l = 0,5$  nm ce qui donne une incertitude totale de 0,6 nm.

### **5.3 Erreurs d'origine optique**

#### **5.3.1 Influence de l'état de polarisation à la sortie de l'interféromètre**

Nous avons vu au chapitre précédent que le réglage de l'ellipticité en sortie de l'interféromètre assure un taux de réjection minimal entre l'amplitude de l'harmonique 2 et l'amplitude de l'harmonique 4. Le filtre passe-bande isole l'harmonique 4 en apportant une réjection supplémentaire. Le taux de réjection total est donc :

$$TR_{Total} = TR_{Réglagesoptiques} + TR_{Filtre} \text{ dB.} \quad (5.5)$$

Avec des réglages corrects  $TR_{Réglagesoptiques}$  peut atteindre 8 dB minimum.  $TR_{Filtre}$  est quand à lui paramétrable sur notre carte électronique en fonction de l'ordre du filtre.

La mesure de la position est directement la mesure de la phase de l'harmonique 4 (mesurée sur le signal divisé par 8 en fréquence et, notée précédemment  $\varphi_{14Hz}$ ). Il faut donc s'assurer que l'harmonique 2 ne vient pas perturber la phase utile. D'autre part, avoir un bon taux de réjection permet de s'affranchir de réglages imparfaits de l'interféromètre et d'une ellipticité résiduelle. Ceci est illustré sur la mesure dans la Figure 5.6.



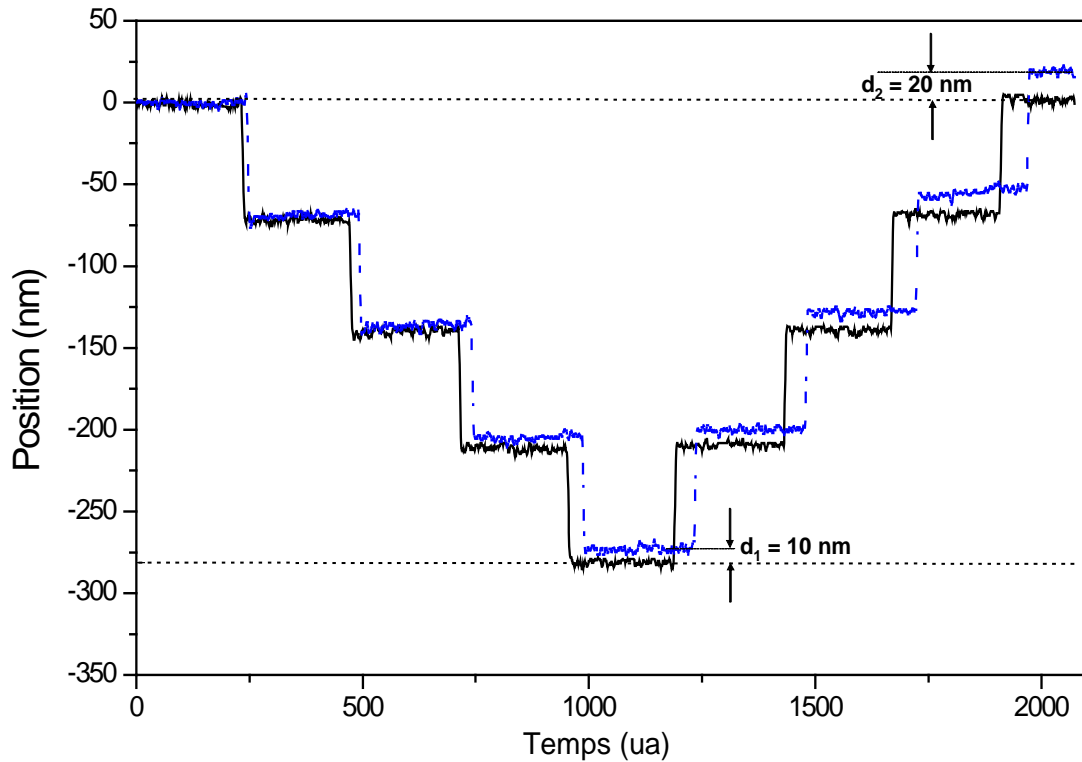


Figure 5.6 : Exemple de déplacement perturbé par l'ellipticité en raison d'un filtrage insuffisant. En trait plein,  $\varepsilon = 0^\circ$  et en trait pointillé  $\varepsilon = 10^\circ$ . Les signaux ont été décalés temporellement pour plus de lisibilité.

Le filtre utilisé n'est qu'un filtre du second ordre. Plusieurs essais ont été effectués avec diverses valeurs de saut de déplacement, la Figure 5.6 illustre le cas pour des pas de 70 nm, avec deux cas d'ellipticité,  $\varepsilon = 0^\circ$  et  $\varepsilon = 10^\circ$ . On voit clairement que pour une ellipticité forte l'asservissement est perturbé et une erreur introduite.

Une simulation a été développée afin de quantifier le taux de réjection nécessaire. Pour cela, une simple addition de deux signaux simulant les harmoniques 2 et 4 est effectuée, avec pour paramètre le taux de réjection entre H2 et H4 d'une part, et le déphasage entre les deux harmoniques d'autre part. La Figure 5.7 illustre le cas où  $TR_{Total} = 20 \text{ dB}$ . Puis le signal somme est comparé au signal H4 parfait, en simulant le fonctionnement du phasemètre à savoir une détection des points zéro. Un signal d'erreur binaire est généré, simulant là aussi le comportement du phasemètre.

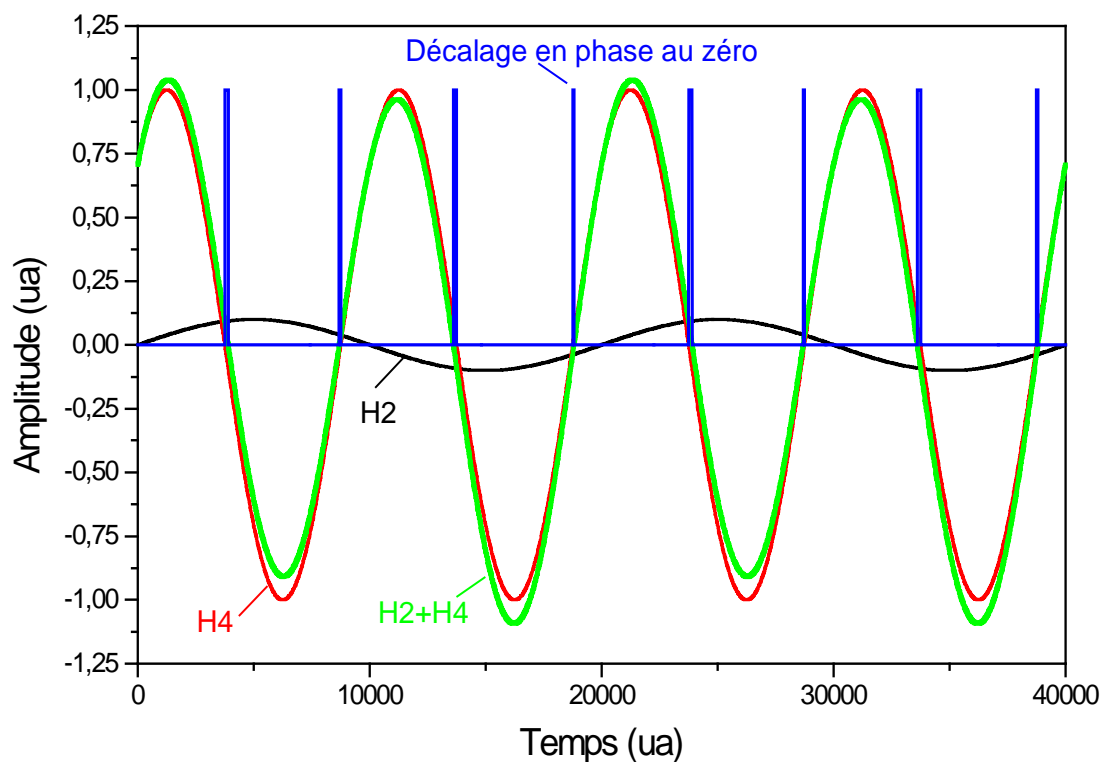


Figure 5.7 : Illustration de l'incidence de l'harmonique 2 sur la phase de l'harmonique 4

Un calcul final permet de trouver l'erreur de phase moyenne sur une période puis de le convertir en position. L'erreur de position induite est reportée sur la Figure 5.8 en fonction des deux paramètres, le taux de réjection et le déphasage entre les deux harmoniques. On peut constater que celui-ci influe peu pour des taux de réjection suffisants. Dans la suite, on raisonnera systématiquement sur le cas pire, car il est difficile de connaître à priori le déphasage entre les deux harmoniques qui dépend des conditions initiales.

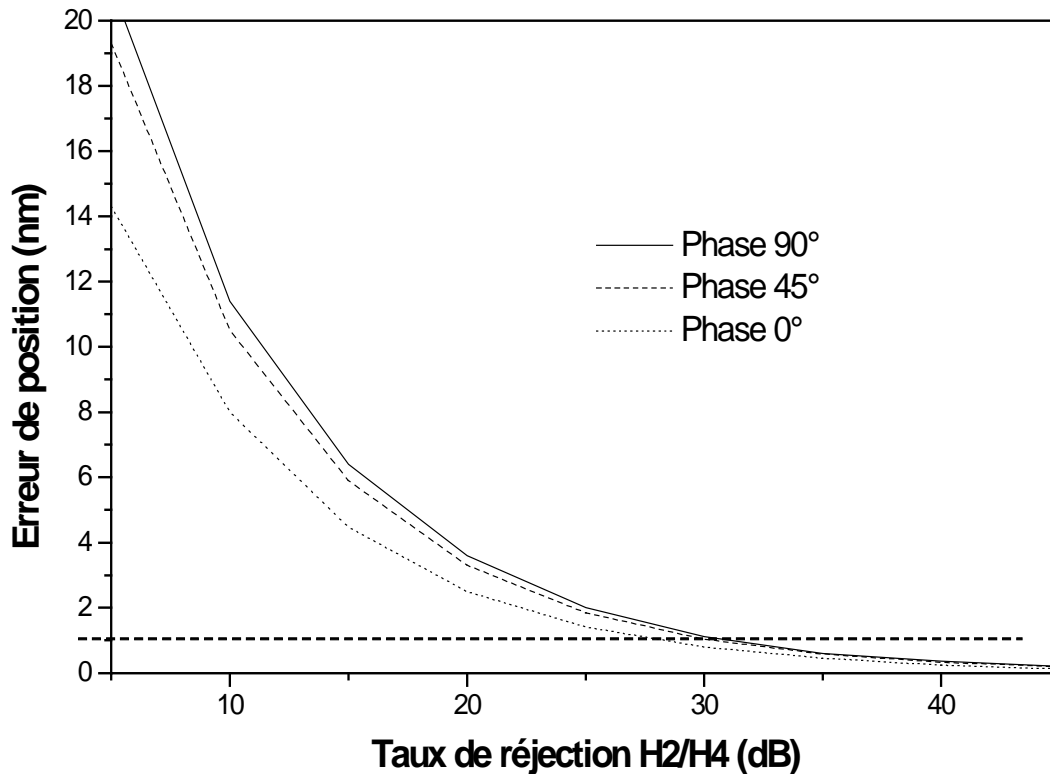


Figure 5.8 : Résultat de la simulation de l'erreur de position en fonction du taux de réjection entre H2 et H4. La ligne en pointillés est alignée sur 1 nm.

On peut observer qu'avec un taux de réjection supérieur à 30 dB, l'erreur est inférieure à 1 nm. Avec un bon réglage d'ellipticité, conformément aux mesures reportées au chapitre 4,  $TR_{\text{Réglagesoptiques}}$  peut atteindre aisément 8 dB. Néanmoins, afin de rendre cette erreur relativement indépendante du réglage et de la réduire très largement en-dessous de 1 nm, nous réglons le filtre avec  $TR_{\text{Filtre}} > 40$  dB ce qui permet d'obtenir  $TR_{\text{Total}} > 48$  dB. D'après notre simulateur, l'erreur maximale résiduelle est alors de l'ordre de 100 pm.

Dans l'expérience de la Figure 5.6, pour le cas  $\varepsilon = 10^\circ$ , nous avons  $TR_{\text{Total}} = TR_{\text{Réglagesoptiques}} + TR_{\text{Filtre}} = 0 + 12$  dB = 12 dB (filtre du second ordre). Nous retrouvons les 10 nm d'erreur sur la simulation et sur la mesure. A noter que sur la Figure 5.6, l'erreur de 10 nm se cumule lors du déplacement retour ce qui explique les 20 nm de biais sur la position finale.

D'autres mesures ont été effectuées avec des configurations du filtre à 40 dB. Les Figure 5.9 et Figure 5.10 illustrent deux cas.

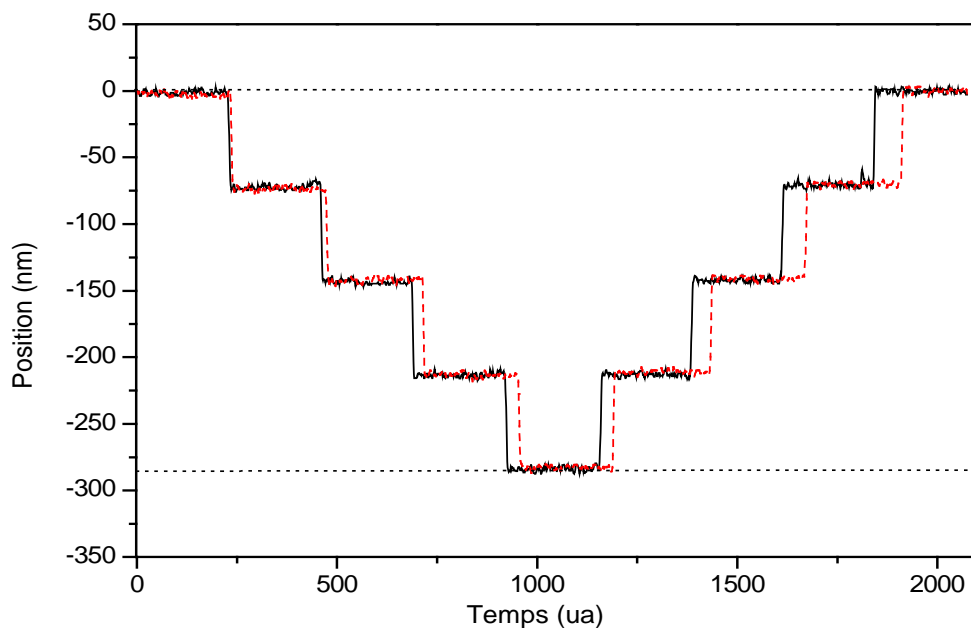


Figure 5.9 : Exemple de déplacement non-perturbé par l'ellipticité grâce à un filtrage correct. Pas de 70 nm ; en trait plein,  $\varepsilon = 0^\circ$  et en trait pointillé  $\varepsilon = 10^\circ$ . Les signaux ont été décalés temporellement pour plus de lisibilité.

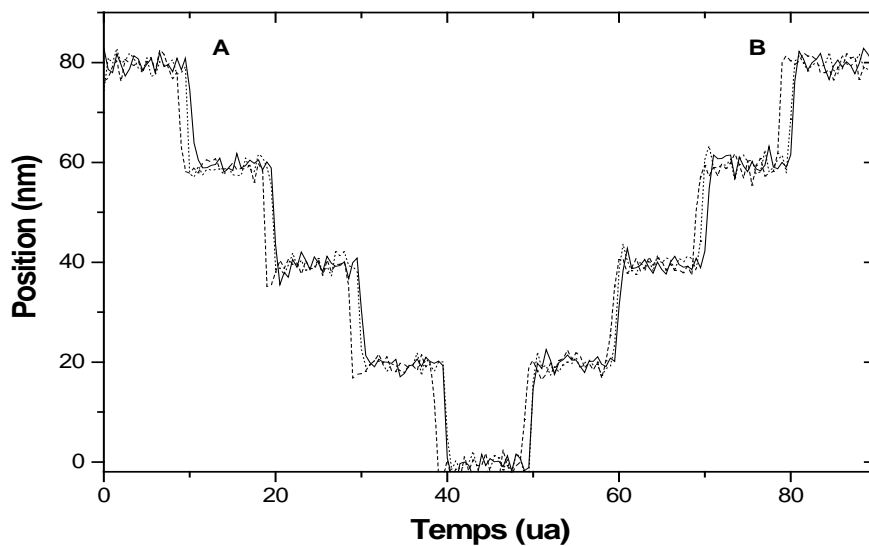


Figure 5.10 : Exemple de déplacement non-perturbé par l'ellipticité grâce à un filtrage correct. Pas de 20 nm ; en trait plein,  $\varepsilon = 0^\circ$  ; en trait pointillé  $\varepsilon = 5^\circ$  et en tiret  $\varepsilon = 10^\circ$ . Les signaux ont été décalés temporellement pour plus de lisibilité.

Dans la Figure 5.9, des pas de 70 nm ont été effectués à titre de comparaison avec le cas précédent. Il n'y a pas d'erreur résiduelle visible. Dans le cas de la Figure 5.10, des pas plus petits, 20 nm, ont été programmés. Là aussi, sur le tracé on ne peut pas distinguer d'erreur résiduelle. On peut calculer la valeur moyenne de chacun des paliers A et B et la différence des deux (calculs effectués à chaque palier avec une moyenne établie sur 20 points de mesure).

	$\varepsilon = 0^\circ$	$\varepsilon = 5^\circ$	$\varepsilon = 10^\circ$
Palier A (nm)	$79,51 \pm 0,4$	$79,40 \pm 0,4$	$79,14 \pm 0,4$
Palier B (nm)	$79,81 \pm 0,4$	$79,81 \pm 0,4$	$79,75 \pm 0,4$
Erreur A-B (nm)	$-0,3 \pm 0,56$	$-0,41 \pm 0,56$	$-0,61 \pm 0,56$

Tableau 5.5.1 : Erreur résiduelle après l'aller-retour en fonction de l'ellipticité

L'incertitude résiduelle sur chaque palier est de 0,4 nm ( $1\sigma$ ) grâce à une moyenne sur 20 points. L'incertitude totale du repositionnement est la moyenne quadratique. On peut observer que la mesure de l'erreur résiduelle est très nettement dans la barre d'incertitude de mesure.

### 5.3.2 Autres erreurs

- Stabilité en fréquence de la source laser

La source laser (ML10-Renishaw) possède un tube à Hélium Néon (HeNe) produisant une lumière laser stabilisée monofréquence à 633 nm. Le classement de la puissance de ce laser en « Classe II » permet son utilisation sans matériel spécial de sécurité. La longueur d'onde du laser ML10 est traçable selon des normes internationales. Sa longueur d'onde a été vérifiée et contrôlée à l'INM/LNE (Institut national de Métrologie) ainsi qu'au LISV dans le cadre d'une autre thèse par plusieurs techniques différentes [Ouedraogo2008]. La stabilité relative long terme est de l'ordre de  $10^{-7}$ , ce qui rend cette source d'erreur négligeable dans notre cas.

- Diffraction et front d'onde

L'influence de la diffraction sur la linéarité des mesures et la précision du système interférométrique est difficile à quantifier et à identifier [Bobroff1993]. Un excellent traitement de l'effet de Gauss et de l'astigmatisme des fronts d'ondes est donné dans le cadre de mesures de longueur d'onde dans [Monchalin1981]. L'incertitude relative estimée est donnée par :

$$\sigma_{WD}^2 = \frac{\lambda^2}{4\pi^2 w_0^2} = \frac{\Delta\theta^2}{4}, \quad (5.6)$$

où  $w_0$  est le waist et  $\Delta\theta$  la divergence du faisceau. Pour une divergence typique de 0,2 mrad, un faisceau gaussien de waist égal à 300  $\mu\text{m}$ , et une longueur d'onde de 633 nm, on obtient  $\sigma_{WD}$  de  $10^{-8}$ , ce qui rend cette source d'erreur négligeable sur des distances micrométriques.

#### **5.4 Erreur d'origine environnementale**

Comme tout interféromètre, notre système est sujet aux variations de l'indice de réfraction de l'air  $n$ . Cet indice dépend des caractéristiques du milieu environnemental ; essentiellement la température, la pression, l'humidité relative et le taux de  $\text{CO}_2$ .

Pour déterminer la valeur de  $n$ , deux méthodes sont couramment utilisées. La première consiste à mesurer les différents paramètres influents sur l'indice de l'air (température, pression, humidité) via une station météo, puis utiliser les formules d'Edlén [Edlén1966] [Birch1993] [Birch1994] [Ciddor1996] [Schellekens1986] [Bönsch1998]. La seconde consiste à utiliser un réfractomètre pour mesurer directement la valeur de l'indice de l'air [Thibout1999] [Khelifa1996] [Khelifa1998]. Pour éviter les fluctuations d'indice, une alternative serait d'utiliser une source stabilisée en longueur d'onde. Une telle source autour de 633 nm a été développée au sein du BNM-INM [Topcu2001].

Le laboratoire est équipé d'une station météo pour mesurer les quatre principaux paramètres. Dans les mesures présentées précédemment, il n'est pas vraiment utile de faire le correctif en temps réel car les déplacements sont réduits. Néanmoins nous rappelons ci-dessous la méthode pour le faire car à terme l'objectif de l'expérience est de fonctionner sur des grandes courses de déplacement.

Si les mesures sont faites dans des conditions standard de laboratoire, *ie* pression atmosphérique de 101 325 Pa, température ambiante de 20°C, pression partielle de vapeur d'eau de 1170 Pa ( $h \approx 50\%$  et  $T_{\text{amb}} = 20^\circ\text{C}$ ), taux de  $\text{CO}_2$  de 450 ppm, pour calculer  $n$  on utilise les formules adoptées internationalement aujourd'hui [Birch 1993] :

$$(n-1)_s = 8342,54 + \frac{2406147}{130 - \sigma^2} + \frac{15998}{38,9 - \sigma^2}, \quad (5.7)$$

où l'indice de l'air standard  $(n-1)_s$  est fonction du nombre d'onde  $\sigma$  en  $\mu\text{m}^{-1}$  compris entre 1,538 et 2,587 (soit  $350 \text{ nm} < \lambda < 650 \text{ nm}$ ).

Pour l'air sec à la pression de 101 325 Pa et à la température de 15°C, contenant 0,0045%

(soit 450 ppm) de gaz carbonique ,on prend :

- Indice  $(n-1)_x$  de l'air en fonction du taux de gaz carbonique :

$$(n-1)_x = [1 + 0,540 \times (x - 0,00045)^2] \times (n-1)_s \quad (5.8)$$

- Indice  $(n-1)_{tp}$  en fonction de la température  $t$  (°C) et de la pression  $p$  (Pa), valable pour  $10 < t < 30^\circ\text{C}$  et  $20000 < p < 115\,000$  Pa :

$$(n-1)_{tp} = \frac{p(n-1)_x \times [1 + p(0,601 - 0,00972 \times t) \times 10^{-8}]}{96095,43 \times (1 + 0,003661 \times t)} \quad (5.9)$$

- Indice  $(n-1)_{tpf}$  en fonction de la pression partielle de vapeur d'eau  $f$  (Pa), pour  $t \approx 15^\circ\text{C}$ ,  $p \approx 101325\text{Pa}$  et  $0,35 < \lambda < 0,65$   $\mu\text{m}$  :

$$(n-1)_{tpf} = (n-1)_{tp} - [f(3,7345 - 0,0401 \times \sigma^2) \times 10^{-4}]. \quad (5.10)$$

L'incertitude  $\sigma_{\text{formules}}$  liée à ces formules est de  $3 \times 10^{-8}$ . L'incertitude sur les capteurs est donnée par :

$$n = f(T, P, F, C)$$

$$\sigma_n^2 = \left( \frac{\partial n}{\partial P} \right)_{T,F,C}^2 \sigma_p^2 + \left( \frac{\partial n}{\partial T} \right)_{P,F,C}^2 \sigma_T^2 + \left( \frac{\partial n}{\partial F} \right)_{P,T,C}^2 \sigma_F^2 + \left( \frac{\partial n}{\partial C} \right)_{P,T,F}^2 \sigma_C^2 \quad (5.11)$$

Dans les conditions standards, on a donc:

$$\begin{aligned} \frac{\partial n}{\partial P} &= 2,7 \times 10^{-9} \text{Pa}^{-1} \\ \frac{\partial n}{\partial T} &= -9,3 \times 10^{-7} \text{C}^{-1} \\ \frac{\partial n}{\partial F} &= -0,42063 \times 10^{-9} \text{Pa}^{-1} \\ \frac{\partial n}{\partial C} &= 1,5 \times 10^{-10} \text{ppm}^{-1} \end{aligned} \quad (5.12)$$

Pour avoir la valeur de l'indice de l'air avec une incertitude type de  $1 \times 10^{-8}$ , il est donc nécessaire de mesurer la température ambiante avec une incertitude type de  $0,01^\circ\text{C}$ , la pression atmosphérique à 3 Pa, la pression partielle de vapeur d'eau à 24 Pa (soit  $h$  à 1% connaissant  $T_{\text{amb}}$  à  $0,01^\circ\text{C}$ ) et le taux de  $\text{CO}_2$  à 66 ppm. Sous un environnement contrôlé, la valeur de l'indice de l'air ne peut être connue au mieux qu'à quelques  $10^{-8}$ .

Dans les conditions d'expérimentation standard du laboratoire, l'indice de l'air est plutôt contrôlé à  $10^{-5}$  ou  $10^{-6}$  au mieux. Pour des déplacements de l'ordre du micromètre, cela reste très suffisant car l'incertitude résiduelle reste de l'ordre de quelques picomètres.

## **5.5 Erreur d'origine électronique**

Ce type d'erreur est difficile à estimer car elle dépend de nombreux paramètres : amplitudes des signaux, qualité des asservissements, composants, etc. L'incertitude la plus courante sur la mesure de phase dans les interféromètres homodynes et hétérodynes réside essentiellement dans le comparateur de phase. De multiples techniques ont vues le jour pour minimiser son influence [Tanaka1989] [Bobroff1993] [Oldham1993] [Desmaret1998] [Eom2008]. Elle est typiquement de quelques nanomètres.

Dans notre cas, les comparaisons de phase se font numériquement, ce qui réduit fortement cette source d'erreur. De plus les fréquences mises en jeu sont relativement très basses ce qui rend les mesures de phase aisées à réaliser avec de très bonnes performances. À l'inverse, l'influence des filtres sélectifs peut être importante. Nous allons examiner toute la chaîne de mesure et d'asservissement, composant par composant afin de déterminer l'influence de chacun.

Sur les Figures 3.9 et 4.1, nous pouvons distinguer dans la chaîne de mesure et de contrôle les composants suivants :

✓ Le préamplificateur :

Le préamplificateur a un gain de +10. L'amplificateur utilisé est un OP27 faible bruit. Compte tenu de son produit gain-bande très grand, on considère qu'il n'introduit pas de bruit de phase significatif.

✓ Le filtre passe-bande :

Compte tenu du filtre utilisé (MAX274, cellules de Tchebychev en cascade) et de ses caractéristiques, on estime sa sensibilité en phase autour du point de fonctionnement nominal à  $0,17 \text{ mrad}/^{\circ}\text{C}$ , ce qui induit une incertitude sur la position calculée de  $200 \text{ pm}/^{\circ}\text{C}$ . Les mesures illustrées tout au long du manuscrit sont réalisées dans des temps suffisamment courts pour que l'influence soit restreinte, mais pour des mesures plus long terme, il serait indispensable de réguler l'électronique en température.

✓ Le comparateur pour transformer le signal en signal numérique :

Le comparateur utilisé est un comparateur rapide avec des temps de transition de l'ordre de quelques nanosecondes ; le bruit de phase est nettement inférieur à  $2\pi/10^6$  ce qui induit un bruit de position négligeable ( $\sigma_x < \text{pm}$ ).

✓ Les composants logiques : inverseur, diviseur de fréquence :

Composants numériques en technologie HC, les temps de montée et de descente et



le bruit de phase sont là aussi largement négligeables ( $\sigma_x < \text{pm}$ ).

- ✓ Le comparateur de phase pour l'asservissement :

De même le comparateur de phase est de type XOR numérique en technologie HC, son bruit de phase est considéré comme négligeable ( $\sigma_x < \text{pm}$ ).

- ✓ Le phasemètre pour la mesure :

Le fréquencemètre utilisé est un HP53132A. Sa documentation nous donne la résolution et l'incertitude associée :

$$\text{Résolution RMS} = \sqrt{(t_{res}^2 + 2.TriggerError^2)} \times \left(1 + \frac{\Delta\varphi}{360^\circ}\right)^2 \times f \times 360^\circ$$

$$\text{Incertitude systématique} = (\pm TriggerLevelTimingError \pm 900 \text{ ps}) \times f \times 360^\circ$$

où  $f$  est la fréquence de mesure ;  $t_{res}$  est un paramètre valant 300 ps pour notre modèle haute stabilité ;  $TriggerError$  et  $TriggerLevelTimingError$  sont deux erreurs qui dépendent de la pente du signal d'entrée. Elles sont relativement faibles grâce au fait que le signal utile est de forme numérique, estimées à 10 ps et 100 ps respectivement. L'application numérique nous donne une résolution dans le cas pire ( $\Delta\varphi = 360^\circ$ ) de 100 nrad et une incertitude du même ordre. Le compteur utilisé est donc très performant pour des mesures de phase en basses fréquences et n'induit pas d'incertitude significative sur le bilan global ( $\sigma_x < \text{pm}$ ).

La principale incertitude est donc la dépendance du filtre aux variations de température qui peuvent induire des fluctuations de phase.

## **5.6 Bilan d'erreur**

Compte tenu des incertitudes développées précédemment, un bilan peut être établi. Il est résumé dans le Tableau 5.2.

Source d'erreur	Remarque ou note	Incertitude en position pour un déplacement d
<b>Mécanique</b>		
Bruit de rotation du moteur du polarimètre	Incertitude exprimée en écart-type d'Allan	1,4 nm pour 1 s d'intégration < 100 pm pour 30 s d'intégration

Erreur d'alignement (cosinus)	Réglage à mieux que 1 mrad considéré	< 1 pm pour $d = 1 \mu\text{m}$ < 100 pm pour $d = 100 \mu\text{m}$
Erreur d'Abbe (tangage – lacet)	Réglage manuel à mieux que 0,2 mm de la distance d'Abbe	< 1 nm pour un réglage correct de la distance d'Abbe
<b>Optique</b>		
État de la polarisation à la sortie de l'interféromètre	Filtre sélectif considéré	< 100 pm
Diffraction/Front d'onde	[Bobroff1993] [Monchal1981]	$10^{-8}$ relatif soit << pm tant que $d < 100 \mu\text{m}$
Stabilité fréquentielle du laser (24 h)	Valeur donnée par le fabricant	$10^{-7}$ relatif soit << 10pm tant que $d < 100 \mu\text{m}$
<b>Environnement</b>		
Indice de l'air	On considère une incertitude sur $n$ de $10^{-5}$ . Pour de plus grands déplacements, il serait nécessaire de contrôler d'une manière plus stricte l'indice de l'air [Edlen 1966]	< 10 pm pour $d = 1 \mu\text{m}$
<b>Électronique</b>		
Contrôle de phase	Incertitude et fluctuation qui peut dépendre de la température : 200 pm/°C	<< nm si pas de fluctuation de température

Tableau 5.2 : Bilan d'erreur

Nous pouvons nettement observer que l'erreur prépondérante réside dans le bruit de phase provoqué par les défauts du moteur, l'objectif étant d'avoir une résolution de mesure et de déplacement sans intégration sur plusieurs secondes. Le réglage de la distance d'Abbe serait également à perfectionner, l'erreur induite reste certes faible, mais elle pourrait devenir limitative.

## **5.7 Conclusion**

Dans ce chapitre nous avons présenté les sources d'erreurs et d'incertitudes d'un système de positionnement basé sur notre interféromètre polarimétrique. La plupart des erreurs ont pour origine des contributions classiques en interférométrie.

Nous avons particulièrement détaillé l'influence de l'ellipticité résiduelle en sortie de l'interféromètre qui est propre à notre système. Avec un filtrage traditionnel, cette source d'erreur peut être minimisée. Ceci permet d'obtenir un interféromètre moins contraignant au niveau de la polarisation de sortie, même si les réglages restent sensibles.

Nous avons également examiné la limite de la résolution qui est liée aux défauts de rotation du moteur qui induisent du bruit de phase.

Un bilan d'erreur finalise le chapitre. Avant de pouvoir optimiser ce bilan, il est nécessaire de diminuer le bruit de phase en sortie.

## **5.8 Bibliographie du 5ème chapitre**

[Audoin1998] : C. Audoin, B. Guinot, *Les fondements de la mesure de temps*, Masson (1998).

[Allan1987] : D. W. Allan, *Time and Frequency (Time-Domain) Characterization, Estimation, and Prediction of Precision Clocks and Oscillators*, *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control* 34 647-654 (1987).

[Birch1993] : K.P. Birch, M.J. Downs, *An updated Edlén Equation for the Refractive Index of Air*, *Metrologia* 30 155-162 (1993).

[Birch1994] : K.P. Birch, M.J. Downs, *Correction to the updated edlen equation for the refractive index of air*, *Metrologia* 31 315-316 (1994).

[Bobroff1993] : N. Bobroff, *Recent advances in displacement measuring interferometry*, *Meas. Sci. Technol.* 4 907-926 (1993).

[Bönsch1998] : G. Bönsch, E. Potulski, *Measurements of the refractive index of air and comparison with modified Edlen's formula*, *Metrologia* 35 133-139 (1998).

[Ciddor1996] : P.E. Ciddor, *Refractive index of air: new equations for the visible and near infrared*, *Appl. Opt.* 35 1566-1573 (1996).

[Demarest1998] : F.C. Demarest, *High-resolution, high-speed, low data age uncertainty, heterodyne displacement measuring interferometer electronics*, *Meas. Sci. Technol.* 9 1024-1030 (1998).

[Edlen1966] : B. Edlén, *The refractive index of air*, *Metrologia* 2 71-80 (1966).

[Eom2008] : T.B. Eom, J.A. Kim, C-S. Kang, B. C. Park, J.W. Kim, *A simple phase-encoding electronics for reducing the nonlinearity error of a heterodyne interferometer*, *Meas. Sci. Technol.* 19 075302 (2008).

[Haddad2004] : D. Haddad, *Mesure et contrôle de position et de vitesse à l'échelle nanométrique : Application à la balance du watt*, *Thèse de doctorat de l'université de Versailles Saint-Quentin*, décembre 2004.

[Khelifa1996] : N. Khélifa, H. Fang, M. Himbert, P. Juncar, *A new Refractometer: Towards an Air Wavelength reference*, SPIE 3052 64-71 (1996).

[Khelifa1998] : N. Khélifa, H. Fang, J. Xu, P. Juncar, M. Himbert, *Refractometer for Tracking Changes in the Refractive Index of Air Near 780 nm*, *App. Opt.*37 156-161 (1998).

[Lipinski] : G. Lipinski, *Mesures dimensionnelles par interférométrie laser*, *Techniques de l'ingénieur, traité Mesures et Contrôle R1 320*.

[Monchalin1981] : *Accurate laser wavelength measurement with a precision two-beam scanning Michelson interferometer*.Vol.20, No.5, *Applied .Optic* (1981).

[Oldham1993] : N. Oldham, J.A. Kramar, P.S. Hetrick, E.C. Teague, *Electronic limitations in phase meters for heterodyne interferometry*, *Prec. Eng.* 15 173-182 (1993).

[Ouedraogo2008] : *Capteurs interférométriques et ellipsométriques : application à la nanométrie et à la balance du watt française*, thèse de l'université de Versailles Saint-Quentin, 2008.

[Schellekens1986] : P. Schellekens, G. Wilkening, F. Reinboth, M.J. Downs, K.P. Birch, J. Spronck, *Measurements of the Refractive Index of Air Using Interference Refractometers*, *Metrologia* 22 279-287 (1986).

[Topçu 2001] : S. Topçu, *Etalon de longueur d'onde optique. Application à la réflectométrie et aux mesures interférométriques de distance dans l'air à l'échelle nanométrique*, Thèse de doctorat, octobre 2001.

[Wu1996] : C. Wu, C. Su, *Nonlinearity in measurements of length by optical interferometry*, *Meas. Sci. Technol.* 7 62-68 (1996).

[Sios1999] : *User's guide Models SP 120/500/2000 Miniature Plane-Mirror interferometers*.

[Tanaka1989] : M. Tanaka, T. Yamagami, K. Nakayama, *Linear interpolation of periodic error in a heterodyne laser interferometer at sub-nanometer levels*, *IEEE Trans. Instrum. Meas.* 38 552-554 (1989).

[Thibout 1999] : R. Thibout, *Référence de longueur d'onde dans l'Air. Application à la Mesure Dimensionnelle dans l'Air*, Thèse du Conservatoire National des Arts et Métiers-Paris (1999).

---

## *CONCLUSION*

---

J'ai présenté mes travaux effectués dans le cadre de cette thèse intitulée « Conception et réalisation d'un interféromètre polarimétrique : *application à la nanométrie dimensionnelle* ». Ces travaux se sont déroulés au sein du Laboratoire d'Ingénierie des Systèmes (LISV) de l'Université de Versailles Saint-Quentin en Yvelines.

Il a été développé une méthode originale de mesure et de contrôle de position à l'échelle sub-nanométrique. Ce système associe un interféromètre polarimétrique et une électronique de contrôle. La réalisation d'un interféromètre polarimétrique a permis de mesurer des déplacements nanométriques et de les contrôler par asservissement. Les mesures des déplacements sont reliées à une mesure du déphasage d'un signal optique issu d'un polarimètre. Des asservissements de phase permettent d'asservir la phase du signal mesuré sur la phase d'un signal de référence.

L'interféromètre polarimétrique a été détaillé au cours des premiers chapitres. Sa réalisation et le descriptif de ses performances font l'objet des chapitres suivants. Son principe est basé sur celui d'un interféromètre de Michelson dans lequel sont ajoutés des éléments optiques. La sortie utile n'est plus alors l'intensité de l'onde recombinaisonnée mais l'azimut de sa polarisation qui détient l'information de la position du miroir mobile.

Notre système de positionnement permet de réaliser des déplacements avec des pas de position nanométriques. Le pas minimum de déplacement de notre système est potentiellement de quelques picomètres, mais pour observer un tel déplacement, le rapport signal à bruit doit être amélioré et les conditions de mesures optimisées. La

résolution estimée de notre appareil est de 1,8 nm sur 0,5 seconde d'intégration. Cette limite est liée au problème du moteur tournant du polarimètre et n'est pas intrinsèque à la méthode. Le remplacement du polarimètre à lame tournante par des méthodes intégrant un modulateur devrait permettre à terme de fortement améliorer le rapport signal à bruit.

Dans le chapitre final, l'ensemble des incertitudes et erreurs est détaillé. Outre les incertitudes classiques en interférométrie, l'influence de l'ellipticité résiduelle de la polarisation du faisceau de sortie est examinée. Il est montré qu'avec l'utilisation d'un filtre sélectif, la mesure d'un déplacement par l'interféromètre polarimétrique n'est pas perturbée par l'ellipticité de la polarisation du signal optique. Plusieurs mesures telles que des déplacements avec des pas de 20 nm et des pas de 70 nm dans différentes conditions d'ellipticité ont été faites. Les erreurs résiduelles de ces déplacements sont dans la barre d'incertitude de mesure pour des valeurs d'ellipticité résiduelle de quelques degrés.

Dans un environnement contrôlé, notre méthode développée pourrait s'appliquer à des déplacements avec une course millimétrique, ce qui peut conduire à de très nombreuses applications en nanotechnologie, par exemple en microscopie en champ proche et en lithographie.

---

## *Publications*

---

### *Revue à comité de lecture*

---

- *S. Xu, K. Ouedraogo, L. Chassagne, S. Topcu, P Juncar and Y. Alayli, Polarimetric interferometer for nanoscale positioning applications, Review of Scientific instruments 79, 125104, (2008)*
- *L. Chassagne, M. Wakim, S. Xu, S. Topçu, P. Ruaux, P. Juncar, Y. Alayli, 2D nano-positioning system with a sub-nanometric repeatability over millimetre displacement range, Measurement Science and Technology 18 (2007) 3267-3272.*

### *Communication dans des congrès avec publications des actes*

---

- *Suan Xu, Karim Ouedraogo, Luc Chassagne, Suat Topcu and Yasser Alayli Sub-nanometric scale position control sensor for nanometrological applications, 1st Regional Metrology Organisations Symposium –RMO 2008; 20th International Metrology Symposium, November 12-15, 2008, Cavtat-Dubrovnik, Croatia*





***Titre : Conception et réalisation d'un interféromètre polarimétrique : application à la nanométrie dimensionnelle***

Pour répondre à une demande croissante des nanotechnologies, et plus particulièrement en nanométrie dimensionnelle, une méthode originale de mesure et de contrôle de position à l'échelle sub-nanométrique a été développée et mise en œuvre.

Cette méthode est basée sur un interféromètre de Michelson combiné à un polarimètre et une électronique de contrôle. Le déplacement du miroir mobile est relié à l'état de polarisation en sortie de l'interféromètre. Une fois l'expérience mise en œuvre, nous avons réalisé des déplacements avec des pas de positions nanométriques. La répétabilité obtenue est sub-nanométrique sur des déplacements allers-retours pour des courses micrométriques. L'étude de l'influence de l'état de polarisation à la sortie de l'interféromètre sur la mesure et le contrôle de la position a été menée. Les autres sources d'erreurs classiques ont également été étudiées pour établir un bilan d'erreur complet.

Dans un environnement contrôlé, la méthode développée pourrait s'appliquer à des déplacements de courses millimétriques, conduisant à de très nombreuses applications en nanotechnologie.

***MOTS-CLÉS :*** Nanométrie dimensionnelle, Interféromètre polarimétrique, Asservissements de phase, Sources d'erreurs.

***Title: Design and realization of a polarimetric interferometer: application to dimensional nanometrology***

To take into account growing requirements of nanotechnology, especially dimensional nanometrology, an original method of measuring and controlling position in the sub-nanometre scale was developed and implemented.

This method is based on a Michelson interferometer combined with a polarimeter and an electronic control. The movement of the mobile mirror is connected to the polarization state at the output of the interferometer. Once the experience was implemented, we have demonstrated displacements with nanometric steps. The repeatability is at sub-nanometric scales for micrometric range back and forth displacements. The study of the influence of the polarization state at the output of the interferometer on the measurement and control of the position has been made. The other conventional sources of errors have also been studied to establish a complete error budget.

Under a controlled environment, this method could be applied to millimetre range displacements, leading to many applications in nanotechnology.

***KEYWORDS:*** Dimensional nanometrology, Polarimetric interferometer, Phase lock-in, Sources of error.