



**HAL**  
open science

# Commande en suivi de chemin et en roulis des robots mobiles rapides en présence de glissements et d'instabilités

Mohamed Larbi Krid

► **To cite this version:**

Mohamed Larbi Krid. Commande en suivi de chemin et en roulis des robots mobiles rapides en présence de glissements et d'instabilités. Automatique / Robotique. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2012. Français. NNT : 2012PA066094 . tel-00831602

**HAL Id: tel-00831602**

**<https://theses.hal.science/tel-00831602v1>**

Submitted on 7 Jun 2013

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THÈSE de DOCTORAT

pour obtenir le titre de

Docteur de l'Université Pierre et Marie Curie - UPMC

L'école doctorale Sciences Mécaniques, Acoustique,

Electronique et Robotique de Paris

**Mention : Robotique**

Présentée par MOHAMED LARBI KRID

## Commande en suivi de chemin et en roulis des robots mobiles rapides en présence de glissements et d'instabilités

soutenance prévue le 3 Avril 2012

### **Jury :**

*Rapporteurs :* Pr. Said MAMMAR - IFFSTAR, UEVE  
Pr. Philippe MARTINET - IRCCYN, ECN  
*Directeur :* Dr. Faiz BEN AMAR - ISIR, UPMC  
*Examineurs :* Pr. Philippe BIDAUD - ISIR, UPMC  
Pr. Philippe BONNIFAIT - Heudiasyc, UTC  
Dr. Roland LENAIN - IRSTEA  
Dr. Eric LUCET - Robosoft



*A mes parents,  
ma sœur, mon frère  
à ma femme et ma petite princesse*



## Remerciements

Ce manuscrit concrétise le travail de trois années de thèse effectuée au sein de l'Institut des Systèmes Intelligents et de Robotique (ISIR) au sein de l'équipe Systèmes Intégrés Mobiles et Autonomes (SIMA), durant lesquelles j'ai bénéficié d'un cadre de recherche confortable avec quelques visites au sein du Cemagref de Clermont-Ferrand pour des essais expérimentaux sur le robot FastA.

Je tiens à exprimer ma reconnaissance à Philippe Bidaud professeur de l'Université Pierre et Marie Curie, directeur de l'ISIR de faire partie de mon jury de thèse, ainsi qu'à Philippe Martinet professeur à l'École Centrale de Nantes et Said Mammar professeur à l'Université d'Evry Val d'Essonne, mes deux rapporteurs, pour leurs conseils et leur rigueur si appréciables.

Je remercie chaleureusement mon directeur de thèse Faiz Ben Amar pour son soutien tout au long de ce travail de recherche, durant lequel il m'a toujours poussé vers l'avant avec ses conseils et ses qualités, tant au niveau scientifique qu'humain. J'espère avoir de nouveau l'occasion de croiser son chemin dans la recherche scientifique et pouvoir bien mener avec lui d'autre projet.

Un grand merci à Roland Lenain pour son aide durant les tests sur le FastA et avec qui j'ai eu l'honneur de partager de nombreuses galères expérimentales ainsi que les moments de succès qui viennent toujours en retard. En espérant pouvoir partager quelques manipes sur le FastB.

J'adresse également mes meilleurs sentiments à mes collègues de bureau, les stagiaires, thésards et permanents de l'ISIR. Une pensée particulière pour mes collègues de bureau Amir, Ildar, Alex, Lionel, Chao, Rafal, Iren avec qui je ne partage pas le même domaine de recherche mais avec qui prendre une tasse de café est un immense plaisir lors du "coffee time" quotidien.

Enfin, je remercie mes parents, mon frère et ma sœur, ma femme et ma petite fille pour leurs soutiens durant mon long parcours supérieur, particulièrement pendant les trois années de thèse.

Krid Mohamed Avril 2012



# Table des matières

<b>Liste des Abréviations</b>	<b>15</b>
<b>1 Introduction générale</b>	<b>1</b>
1.1 Introduction . . . . .	1
1.2 Robotique mobile rapide . . . . .	4
1.2.1 Modélisation sous forme de bicyclette . . . . .	5
1.2.2 Les forces de contact . . . . .	6
1.3 La stabilisation du robot mobile . . . . .	7
1.3.1 Le risque de renversement . . . . .	8
1.3.2 Critère de stabilité . . . . .	9
1.4 Contexte scientifique . . . . .	9
1.5 Objectifs de la thèse . . . . .	10
1.6 Organisation du mémoire . . . . .	10
1.7 Description de la plateforme RobuFast-A . . . . .	12
1.8 Description du simulateur MD ADAMS . . . . .	13
1.9 Contribution de la thèse . . . . .	16
1.9.1 Modélisation de la dynamique du véhicule . . . . .	16
1.9.2 Suivi de trajectoire en présence de glissement . . . . .	16
1.9.3 La stabilisation en roulis sur un virage . . . . .	16
<b>2 Modélisation dynamique des rovers</b>	<b>19</b>
2.1 Introduction . . . . .	19
2.2 Modèle dynamique globale . . . . .	21
2.3 Interaction roue-sol . . . . .	22
2.3.1 Les glissements . . . . .	24
2.3.2 Forces verticales . . . . .	26
2.3.3 Forces longitudinales . . . . .	27
2.3.4 Forces latérales . . . . .	27
2.4 Formulation du modèle dynamique global . . . . .	29
2.5 Modèle de roulis et identification paramétrique . . . . .	30

2.6	Modèle dynamique dans le plan de lacet . . . . .	32
2.7	Validation expérimentale des modèles dynamiques . . . . .	34
2.8	Conclusion . . . . .	49
<b>3</b>	<b>Stabilisation du robot en suivi de trajectoire</b>	<b>51</b>
3.1	Introduction . . . . .	51
3.2	Problème de suivi de trajectoire . . . . .	52
3.3	Modélisation opérationnelle de la cinématique du robot . . . . .	53
3.4	Synthèse de la loi de commande . . . . .	56
3.5	Résultats simulés sous ADAMS . . . . .	57
3.6	Résultats expérimentaux . . . . .	64
3.7	Conclusion . . . . .	66
<b>4</b>	<b>Commande Prédictive Généralisée Non linéaire en suivi de chemin</b>	<b>69</b>
4.1	Introduction . . . . .	69
4.2	Modélisation non linéaire du suivi . . . . .	70
4.3	Commande Prédictive Généralisée Non linéaire à temps continu	72
4.3.1	Système multi-input multi-output . . . . .	72
4.3.2	Dérivées de Lie . . . . .	73
4.3.3	Prédiction de la sortie . . . . .	75
4.3.4	Critère quadratique . . . . .	77
4.3.5	Elaboration de la loi de commande . . . . .	78
4.4	Synthèse de la commande appliquée au suivi de chemin . . . . .	83
4.5	Résultats simulés sur ADAMS . . . . .	86
4.6	Résultats expérimentaux . . . . .	94
4.6.1	Description de l'expérience . . . . .	94
4.6.2	Interprétation des résultats . . . . .	95
4.7	Conclusion . . . . .	101
<b>5</b>	<b>Conception et commande d'un système de stabilisation en roulis</b>	<b>103</b>
5.1	Introduction . . . . .	103
5.2	Systèmes de stabilisation en roulis . . . . .	104

---

5.2.1	Les suspensions . . . . .	105
5.2.2	Barre anti-roulis . . . . .	106
5.3	Les indicateurs de renversement . . . . .	107
5.3.1	Approche analytique statique . . . . .	108
5.3.2	Approche analytique dynamique . . . . .	109
5.4	Conception de la barre anti-roulis . . . . .	111
5.5	Intégration de la barre anti-roulis active . . . . .	114
5.6	Synthèse de la commande anti-roulis . . . . .	114
5.6.1	Commande prédictive linéaire . . . . .	116
5.6.2	Elaboration de la loi de commande . . . . .	117
5.7	Résultats de simulation . . . . .	121
5.8	Conclusion . . . . .	127
<b>6</b>	<b>Conclusion générale</b>	<b>129</b>
6.1	Synthèse des travaux . . . . .	129
6.2	Perspectives . . . . .	130
	<b>Bibliographie</b>	<b>133</b>



# Table des figures

1.1	Architecture classique de contrôle-commande en robotique mobile. . . . .	4
1.2	La plateforme expérimentale RobuFast-A . . . . .	13
1.3	Vue du modèle Adams du RobuFastA. . . . .	14
1.4	Force tangentielle de frottement fonction de la vitesse de glissement. . . . .	14
1.5	Exemple de co-simulation Adams/Simulink : commande d'un pendule inverse . . . . .	15
2.1	vue en roulis d'un véhicule lors d'un virage . . . . .	23
2.2	Modèle du véhicule dans le plan de lacet . . . . .	23
2.3	Forces appliquées sur la roue . . . . .	24
2.4	Glissement longitudinal . . . . .	25
2.5	L'angle de glissement transversal . . . . .	26
2.6	Angle de glissement . . . . .	28
2.7	Vue du simulateur mécanique ADAMS . . . . .	36
2.8	Trajectoire en Z du robot dans le plan $(x, y)$ . . . . .	36
2.9	Angle de roulis calculé (rouge) et simulé (noir) de la trajectoire en Z [ $rad$ ] . . . . .	37
2.10	Vitesse angulaire de roulis calculée (rouge) et simulée (noir) de la trajectoire en Z [ $rad/s$ ] . . . . .	37
2.11	L'accélération latérale de la trajectoire en Z [ $m/s^2$ ] . . . . .	38
2.12	Trajectoire en O du robot dans le plan $(x, y)$ . . . . .	38
2.13	Angle de roulis calculé (rouge) et simulé (noir) de la trajectoire en O [ $rad$ ] . . . . .	39
2.14	Vitesse angulaire de roulis calculée (rouge) et simulée (noir) de la trajectoire en O [ $rad/s$ ] . . . . .	39
2.15	L'accélération latérale de la trajectoire en O [ $mm/s^2$ ] . . . . .	40
2.16	L'angle de braquage avant et arrière [ $rad$ ] en fonction du temps [ $s$ ] . . . . .	40

2.17	La différence des couples moteurs entre les roues gauche/droite à l'avant et à l'arrière [ $N.m$ ] en fonction du temps [ $s$ ] . . . . .	41
2.18	Vitesse laterale du centre de masse du véhicule [ $m/s$ ] . . . . .	41
2.19	Vitesse de lacet du véhicule [ $rad/s$ ] . . . . .	42
2.20	Trajectoire enregistrée à $3m/s$ . . . . .	42
2.21	Vitesse de lacet enregistrée à $3m/s$ en fonction du temps [ $s$ ] .	43
2.22	Le cap enregistré à $3m/s$ en fonction du temps [ $s$ ] . . . . .	43
2.23	Vitesse latérale enregistrée à $3m/s$ en fonction du temps [ $s$ ] . .	44
2.24	L'angle de roulis enregistré à $3m/s$ en fonction du temps [ $s$ ] .	44
2.25	Vitesse angulaire de roulis enregistrée à $3m/s$ en fonction du temps [ $s$ ] . . . . .	45
2.26	Trajectoire enregistrée à $4m/s$ . . . . .	46
2.27	Vitesse de lacet enregistrée à $4m/s$ . . . . .	46
2.28	Le cap enregistré à $4m/s$ . . . . .	47
2.29	Vitesse latérale enregistrée à $4m/s$ . . . . .	47
2.30	L'angle de roulis enregistré à $4m/s$ . . . . .	48
2.31	Vitesse angulaire de roulis enregistrée à $4m/s$ . . . . .	48
3.1	Schéma de modélisation de suivi de trajectoire. . . . .	53
3.2	Vue de la trajectoire simulée. . . . .	59
3.3	Vue du modèle ADAMS. . . . .	59
3.4	Résultats de simulation : Trajectoire de référence (en bleu) et la trajectoire réalisée (en rouge) dans le plan (x,y) en [ $m$ ] . . .	59
3.5	Résultats de simulation : L'angle de braquage avant (en bleu) et arrière (en rouge) en [ $rad$ ] . . . . .	60
3.6	Résultats de simulation : la différence du couple moteur des roues gauche et droite en [ $N.m$ ] . . . . .	60
3.7	Résultats de simulation : écart angulaire en [ $rad$ ] . . . . .	61
3.8	Résultats de simulation : écart latérale en [ $m$ ] . . . . .	61
3.9	Résultats de simulation : Trajectoire de référence (en bleu) et la trajectoire réalisée (en rouge) dans le plan (x,y) en [ $m$ ] . . .	62
3.10	Résultats de simulation : angle de braquage pour la trajectoire en Z en [ $rad$ ] . . . . .	62

3.11 Résultats de simulation : écart angulaire pour la trajectoire en Z en $[rad]$ . . . . .	63
3.12 Résultats de simulation : écart latéral pour la trajectoire en Z en $[m]$ . . . . .	63
3.13 La trajectoire enregistrée à différente vitesse $[m]$ . . . . .	65
3.14 L'écart angulaire à différentes vitesses $[rad]$ . . . . .	65
3.15 L'écart latéral à différentes vitesses $[m]$ . . . . .	66
4.1 Trajectoire de référence $[m]$ . . . . .	88
4.2 Angle de braquage avant $[rad]$ . . . . .	89
4.3 Erreur angulaire $[rad]$ . . . . .	89
4.4 Erreur latérale $[m]$ en fonction de temps $[s]$ . . . . .	90
4.5 Trajectoire de référence en rouge et la trajectoire simulée en bleu $[m]$ . . . . .	90
4.6 Angle de braquage avant $[rad]$ en fonction de temps $[s]$ . . . . .	91
4.7 Erreur angulaire $[rad]$ en fonction de temps $[s]$ . . . . .	91
4.8 Erreur latérale $[m]$ en fonction de temps $[s]$ . . . . .	92
4.9 Trajectoire de référence en bleue et trajectoires réalisées en rouge et en magenta par les commandes $A^*$ et $B^*$ $[m]$ . . . . .	92
4.10 Angle de braquage avant : commandes $A^*$ en bleue et $B^*$ en rouge $[rad]$ . . . . .	93
4.11 Erreur latérale : commandes $A^*$ en bleue et $B^*$ en rouge $[m]$ . . . . .	93
4.12 Erreur angulaire : commandes $A^*$ en bleue et $B^*$ en rouge $[rad]$ . . . . .	94
4.13 Terrain expérimental . . . . .	95
4.14 La trajectoire de référence enregistrée à $2m/s$ dans le plan horizontal $[m]$ . . . . .	97
4.15 Trajectoire enregistrée à $2m/s$ avec un horizon de prédiction $T = 0.5s$ et $T = 0.3s$ $[m]$ . . . . .	97
4.16 Trajectoire enregistrée à $2m/s$ avec un horizon de prédiction $T = 0.6s$ $[m]$ . . . . .	98
4.17 Ecart angulaire à $2m/s$ avec un horizon de prédiction $T = 0.5s$ et $T = 0.3s$ $[rad]$ . . . . .	98

4.18	Ecart latéral à $2m/s$ avec un horizon de prédiction $T = 0.5s$ et $T = 0.3s$ [m] . . . . .	99
4.19	Angle de braquage avant avec un horizon de prédiction $T = 0.5s$ et $T = 0.3s$ [rad] . . . . .	99
4.20	Trajectoire enregistrée à différentes vitesses avec un horizon de prédiction $T = 0.55s$ [m] . . . . .	100
4.21	Ecart angulaire à différentes vitesses avec un horizon de prédiction $T = 0.55s$ [rad] . . . . .	100
4.22	Ecart latéral à différentes vitesses avec un horizon de prédiction $T = 0.55s$ [m] . . . . .	101
5.1	La différence entre les suspensions passive et active [Swevers 2007]	106
5.2	Une barre anti-roulis sur l'essieu avant d'une Volvo XC90 [auto]	106
5.3	Critère de stabilité statique [Besseron 2008] . . . . .	108
5.4	La marge de stabilité définie par la position du centre de pression [Besseron 2008] . . . . .	109
5.5	Le transfert de charge latéral. . . . .	111
5.6	La cinématique de la barre anti roulis active. . . . .	112
5.7	Linéarité du mécanisme : angle de roulis (rad) en fonction du déplacement du vérin (mm). . . . .	112
5.8	Localisation des centres instantanés de rotation. . . . .	113
5.9	Commande prédictive . . . . .	117
5.10	Le schéma de commande. . . . .	121
5.11	Trajectoires enregistrées avec et sans la barre anti-roulis [m]. . . . .	123
5.12	Accélérations latérales enregistrées avec et sans la barre anti-roulis [m/s]. . . . .	124
5.13	La commande enregistrée de la barre anti-roulis [N.m]. . . . .	124
5.14	Les angles de roulis avec et sans la barre anti-roulis [rad]. . . . .	125
5.15	Les transferts de charge latéraux normalisés, avec et sans la barre anti-roulis. . . . .	125
5.16	Les forces normales enregistrées sur les quatre roues. . . . .	126
5.17	Le transfert de charge latéral en fonction de la vitesse. . . . .	126
6.1	Plateforme du robot FastB . . . . .	132

---

6.2 La barre anti roulis intégré sur le robot FastB . . . . . 132



# Liste des Abréviations

Toutes les matrices utilisées dans ce mémoire seront définies localement là où ils sont utilisées.

$\alpha$	Glissement latéral
$\alpha_f$	Glissement latéral avant
$\alpha_r$	Glissement latéral arrière
$\beta_f$	Angle de braquage avant
$\beta_r$	Angle de braquage arrière
$\ddot{\phi}$	Vitesse angulaire de roulis
$\ddot{\psi}$	Vitesse de lacet
$\Delta u$	La variation de la commande
$\dot{\omega}_i$	Vitesse angulaire de la roue $i$
$\hat{y}$	La sortie prédite du système
$\phi_{ref}$	L'angle de roulis de référence
$a$	Empattement avant
$a_x$	Accélération longitudinale
$a_y$	Accélération latérale
$A_\phi$	La matrice de la dynamique du modèle d'état continu
$A_\phi^e$	La matrice de dynamique du modèle d'état discret
$a_{yref}$	L'accélération latérale de référence
$b$	Empattement arrière
$B_\phi$	La matrice de commande du modèle d'état continu
$B_\phi^e$	La matrice de commande du modèle d'état discret

---

$c_\phi$	La viscosité de l'articulation virtuelle qui relie la masse suspendue et l'essieu
$C_f$	Rigidité de dérive du train avant
$C_r$	Rigidité de dérive du train arrière
$C_\phi$	La matrice d'observation du modèle d'état continu
$C_\phi^e$	La matrice d'observation du modèle d'état discret
$C_{fi}$	Couple de freinage de la roue $i$
$C_{mi}$	Couple moteur de la roue $i$
$d$	Demi-voie avant
$e$	Demi-voie arrière
$e_\psi$	Ecart angulaire
$e_n$	Ecart latéral
$f$	Coefficient de frottement au roulement
$F_{ri}$	La force de résistance au roulement de la roue $i$
$F_{xi}$	Effort longitudinal de la roue $i$
$F_{yi}$	Effort latéral de la roue $i$
$F_{zi}$	Effort vertical de la roue $i$
$F_{zl}$	L'effort vertical de la roue gauche (train avant et arrière)
$F_{zr}$	L'effort vertical de la roue droite (train avant et arrière)
$g$	Gravitation universelle
$g_l$	Glissement longitudinal
$h$	Hauteur du centre de gravité du robot par rapport au sol
$h_\infty$	La commande H infini
$h_p$	Hauteur entre le centre de gravité de la masse suspendue et l'axe de roulis

---

$ho_c$	L'horizon de contrôle
$ho_p$	L'horizon de prédiction
$I_z$	Moment d'inertie autour de l'axe $z$
$I_{wi}$	Moment d'inertie de la masse suspendue
$I_{xs}$	Moment d'inertie autour de l'axe $x$
$I_{xz}$	Produit d'inertie
$J$	Le critère quadratique à minimiser
$k$	Le rayon de courbure de la trajectoire de référence
$k_\phi$	La raideur de l'articulation qui relie la masse suspendue et l'essieu
$LQG$	La commande Linéaire Quadratique Gaussienne
$M$	Masse totale du robot
$M_s$	Masse suspendue du robot
$MPC$	La commande prédictive basée modèle (Model Predictive Control)
$PID$	Un régulateur ou correcteur Proportionnel Intégrale Dérivé
$R_e$	Rayon effectif
$TCL$	Transfert de charge latéral (train avant et arrière)
$u_\phi$	La commande de la barre anti-roulis (la force exercée par le vérin)
$u_{\phi c}$	La commande par retour d'état de la barre anti-roulis
$u_{\phi l}$	La commande linéarisante de la barre anti-roulis
$V_x$	Vitesse longitudinale
$V_y$	Vitesse latérale
$V_{x_{ref}}$	La vitesse longitudinale de référence
$x_\phi$	L'état du modèle dynamique dans le plan du roulis
$y_\phi$	La sortie du système d'état dans le plan du roulis



# Introduction générale

---

## Sommaire

---

<b>1.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>1.2</b>	<b>Robotique mobile rapide</b>	<b>4</b>
1.2.1	Modélisation sous forme de bicyclette	5
1.2.2	Les forces de contact	6
<b>1.3</b>	<b>La stabilisation du robot mobile</b>	<b>7</b>
1.3.1	Le risque de renversement	8
1.3.2	Critère de stabilité	9
<b>1.4</b>	<b>Contexte scientifique</b>	<b>9</b>
<b>1.5</b>	<b>Objectifs de la thèse</b>	<b>10</b>
<b>1.6</b>	<b>Organisation du mémoire</b>	<b>10</b>
<b>1.7</b>	<b>Description de la plateforme RobuFast-A</b>	<b>12</b>
<b>1.8</b>	<b>Description du simulateur MD ADAMS</b>	<b>13</b>
<b>1.9</b>	<b>Contribution de la thèse</b>	<b>16</b>
1.9.1	Modélisation de la dynamique du véhicule	16
1.9.2	Suivi de trajectoire en présence de glissement	16
1.9.3	La stabilisation en roulis sur un virage	16

---

## 1.1 Introduction

Avant les années 80, l'évolution des véhicules dépendait principalement de l'évolution de l'ingénierie mécanique. C'est à dire que les performances du véhicule reflétaient la technologie mécanique utilisée. Le développement et l'implémentation de la technique des quatre roues directrices (Four-Wheel-Steering

4WS) a fait appel en 1980 à l'ingénierie du contrôle-commande [Yasuji 1986] [Shoichi 1986]. Depuis avec l'évolution technologique réalisée en électronique et en contrôle-commande, les innovations dans le domaine automobile, ont été très nombreuses [Yasuji 2005]. Cette révolution multiplie les exigences et fait apparaître ainsi de nouveaux domaines de recherche.

Parmi les champs d'innovation les plus pertinents, on peut citer par exemple l'amélioration du comportement du véhicule par l'assistance au conducteur [Fischer 2004] [Kawabe 1998] (régulateur de vitesse, suivi de ligne droite, automatisation du créneau), le confort et la sécurité (*ABS*, *ESP*, les suspensions actives) [Corno 2008] [Bera 2011] ainsi que la localisation et les systèmes de navigations GPS [Bonnifait 2003]. Malgré tous les succès de ces dispositifs qui font de la conduite une tâche de plus en plus simple et sûre, la présence du conducteur reste toujours indispensable dans les situations complexes et incertaines (interprétation du comportement des autres voitures sur la route, présence de piétons, trafic dense, etc).

Les systèmes automatisés sont généralement développés en fonction de l'application envisagée définie par la ou les tâche(s) qu'ils doivent réaliser, ainsi que des conditions opérationnelles liées à l'environnement d'évolution. Ceci constitue le cahier des charges nécessaire à la conception mécanique, et au choix des capteurs. Nous nous intéressons dans cette thèse à la conception et la commande de robots autonomes rapides évoluant dans des milieux tout terrain. Ces milieux sont des environnements ouverts et non-structurés, c'est-à-dire qu'il est difficile de les représenter par un seul modèle ayant une structure déterministe. Au-delà de la question de la représentation de l'environnement, il faudra aussi tenir compte des caractéristiques des moyens de perception actuels (incertitudes, temps d'acquisition, temps de traitement), parfois aussi des incomplétudes des mesures issues de ces capteurs. Ces limitations représentent des problèmes cruciaux lors de l'élaboration de solutions robotiques rapides et adaptatives.

D'une façon générale, la tâche d'un robot mobile consiste à se déplacer entre deux points pour accomplir une mission d'intervention ou tout simplement d'observation. Ce type de problème de commande, dit aussi stabilisation de configuration fixe, est souvent très difficile à résoudre car le modèle est

non-linéaire et soumis à des contraintes de type non-holonomes. Pour cela, la commande est généralement séparée en deux niveaux (voir figure 1.1) : (1) un haut-niveau dit de planification qui définit la trajectoire qui rallie les deux points initial et final dans l'espace libre (sans collision avec les obstacles ou les régions interdites) et (2) un bas-niveau qui réalise le suivi de cette trajectoire. Le suivi de trajectoire est un thème très largement abordé depuis une vingtaine d'années et avec une multitude d'approches. Cependant, la plupart de ces approches ne traitent pas de la dynamique du robot, de sa stabilité et du risque de renversement. Les deux problèmes majeurs de suivi de trajectoire et de contrôle de stabilité sont souvent traités séparément dans le but de simplifier les solutions proposées. Cela peut paraître valable quand le robot se déplace à faible vitesse, puisque la stabilité du système n'est pas dans ces conditions un problème majeur. En revanche quand la vitesse est élevée, les risques de renversement des véhicules tout terrain sont réelles. Ceci est particulièrement vrai pour les engins mobiles rapides tout terrain de type *QUAD* car ce type d'engin peut atteindre des vitesses très élevées, possède un centre de masse relativement haut et des dimensions relativement petites (en particulier sa voie) [Bouton 2009]. Ces dernières caractéristiques, communes aux véhicules tout terrain, est due aux exigences de capacité de franchissement de difficultés de tout type (pente, dévers, bosse, fossé ...).

L'architecture classique de contrôle-commande d'un robot mobile est schématisée sur la figure (1.1). On y trouve trois modules :

- Le module de perception : il permet d'estimer les paramètres d'état du robot (position, orientation, vitesse d'avancement, vitesse angulaire, odométrie ...) et les paramètres de l'environnement (présence d'obstacle, déclivités ...).
- Le module de planification de trajectoire : il définit la trajectoire optimale reliant les points initial et final et qui évite les zones estimées a priori non-traversables. Ce module considère en général un modèle très simplifié du véhicule qui ne prend pas en compte ses contraintes dynamiques ou cinématiques.
- Le module de suivi de trajectoire : il réalise la trajectoire planifiée en déterminant les consignes envoyées sur les actionneurs fonction de la

dynamique propre du système et de son état courant par rapport à la trajectoire de référence.

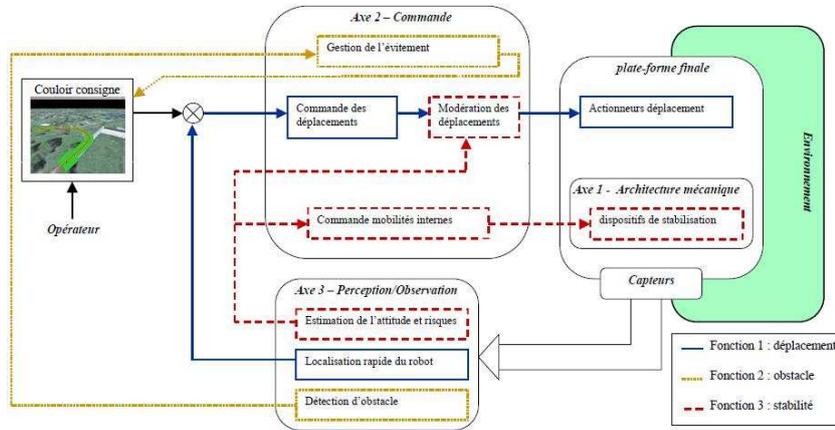


FIGURE 1.1 – Architecture classique de contrôle-commande en robotique mobile.

Seul le troisième module sera abordé dans cette thèse. Celui-ci dépend bien entendu du type du véhicule, de sa cinématique, de sa dynamique d'évolution, du type de terrain, . . . . Cette multiplicité de facteurs explique la diversité des solutions qu'on trouve dans la littérature. La plupart des commandes développées suppose l'hypothèse de roulement sans glissement (RSG). Même lorsque le phénomène de glissement est important et ne peut pas être négligé, on ramène le véhicule dans une zone de travail où on peut satisfaire l'hypothèse de RSG. Sous cette hypothèse, les modèles considérés sont souvent de type cinématique et présentent tout de même des non-linéarités. Dans notre cas, on ne peut pas négliger les effets de glissement vu le caractère tout terrain de l'application envisagée et la dynamique rapide exigée. On peut apprécier la différence entre deux commandes avec et sans glissement pour un robot rapide dans [Lenain 2010].

## 1.2 Robotique mobile rapide

Dans la littérature, lorsqu'on parle des robots à basse vitesse [Green 1994] [Peynot 2003], la dynamique est souvent négligée. C'est le cas par exemple

pour les robots d'intérieur dans [Kim 2003] ou d'exploration [Santosh 2008]. Dans ce cas, la prise en compte de la dynamique compliquerait davantage le modèle sans que cela apporte un plus sur les performances par rapport à un modèle cinématique. En revanche en robotique mobile rapide, la dynamique est une source d'instabilité [Besseron 2008] et de phénomène indésirable tel que le glissement [Cariou 2008] qui influence même le mesure de la vitesse [Lhomme-Desages 2009].

Les robots mobiles d'intérieur sont généralement très lents ; leur commande est définie sur la base d'un modèle purement cinématique qui suppose l'hypothèse de roulement sans glissement [Nitulescu 2006]. En environnement extérieur donc plus vaste, les vitesses exigées sont de facto plus importantes, les conditions d'adhérence sont loin d'être parfaites, la dynamique de l'engin paraît déterminante et très perturbante [Ackermann 1990][Guldner 1994].

Quand on parle de ces problèmes, le passage par la modélisation du véhicule est indispensable et représente la base de tous travaux. Les modélisations des véhicules dépend fortement de la mission et du type du véhicule. On déduit donc qu'il n'existe pas un modèle standard (voir [Campion 1996]) représentant tous les robots terrestres. Dans notre cas, on s'intéresse au robot mobile de type voiture sur lequel on étudie les problèmes de contrôle-commande de la stabilité et de suivi de trajectoire.

### 1.2.1 Modélisation sous forme de bicyclette

Bien que les véhicules considérés soient souvent de type 4 roues, le modèle de commande pour le suivi de trajectoire est établi en se basant sur un modèle bicyclette. Cela reste bien entendu valable tant qu'il existe un plan de symétrie entre le train droit et le train gauche dans lequel le véhicule sera assimilé à un véhicule à 2 roues. L'angle de la roue directrice virtuelle est relié aux angles de direction réels par les conditions géométriques d'Ackerman ou de Jeantaud [Ackermann 1996]. Ces conditions supposent que les roues ne glissent pas latéralement et ont des vitesses contenues dans leurs plans respectifs.

La description du véhicule comme une bicyclette engendre une perte d'information sur la dynamique latérale du véhicule (voir [Bouton 2007]). L'im-

portance de cette perte d'information est de plus en plus élevée quand la vitesse du véhicule croît et pourrait affecter par là la sécurité de l'appareil. D'autre part, la description du problème de suivi de trajectoire basée sur le modèle bicyclette reste toujours fortement non linéaire, ce qui pose un problème dans la synthèse de la commande. Parmi les solutions proposées, une linéarisation exacte par des changements de variables est détaillée dans [Samson 1995]. Cette approche est satisfaisante pour un terrain plat et des glissements faibles, mais paraît limitée dès que ces hypothèses ne sont pas respectées [Lenain 2005a].

La solution à ce problème peut être appréhendée de deux façons. La première consiste à considérer le glissement comme une perturbation extérieure (voir [Rivals 1994] [Lenain 2003]). Cette solution ne permet pas d'avoir des résultats satisfaisants car elle dépend de la robustesse de la commande et sa capacité de rejet de ces perturbations. La seconde approche se base sur un modèle physique qui prend en compte les dynamiques latérale et longitudinale ainsi que les phénomènes de glissement. Cette approche s'avère largement plus acceptable que la première, en témoigne le nombre de travaux utilisant la modélisation physique. Parmi ceux-ci, on peut citer [Zhuo 2006] [Mammar 1997] [Sangoh 2011] qui intègrent la dynamique latérale (vitesse latérale et glissement) lors de la modélisation pour mieux décrire le comportement du véhicule.

Ces approches utilisent un modèle de contact roue-sol afin de modéliser les conditions de glissement et de transmission de forces dans cette interface.

### 1.2.2 Les forces de contact

La difficulté la plus importante lors de la modélisation dynamique du véhicule réside dans la caractérisation de la liaison roue-sol par laquelle toutes les forces de propulsion et de manœuvre passent. De nombreux modèles ont été développés par le passé pour décrire le comportement du contact. Ils peuvent être classés en trois catégories : analytiques, physiques et empiriques (voir [Koo 2006] [stephant 2001]). On peut citer parmi les modèles analytiques celui de LuGre, défini dans [DeWit 1997], basé sur un modèle de frottement dynamique de type visco-élasto-plastique. La célèbre formule magique de Pa-

cejka [Pacejka 1997], pour laquelle une approche empirique a été privilégiée, fournit une expression analytique des efforts de contact en fonction des glissements apparents. Ce modèle est probablement le plus connu et le plus utilisé dans la littérature. Il se base sur des données expérimentales et nécessite l'identification de 12 paramètres pour l'effort latéral et 8 paramètres pour l'effort longitudinal. Il permet ainsi de tracer les réponses des efforts latéraux et longitudinaux en fonction des paramètres de glissement. Cette représentation permet de déduire une forme linéaire des efforts de contact admettant l'hypothèse dite de pseudo-glissement. Ce dernier décrit un état du contact dans lequel les glissements sont considérés faibles et où il existe une portion d'adhérence en amont de la surface du contact. Cette hypothèse est notamment admise dans [Bouton 2009] pour décrire la dynamique de roulis ainsi que dans [Ackermann 1993] sur la dynamique dans le plan du lacet. Cependant les glissements sont difficilement mesurables par un moyen direct. Ce qui a incité les chercheurs à développer des observateurs ou des estimateurs de ces paramètres de glissement à partir des mesures GPS et/ou inertielles (voir [Anderson 2005] [Sentouh 2008]). Cette forme linéaire des efforts de contact sous l'hypothèse de pseudo-glissement simplifie grandement le modèle du véhicule, facilitant ainsi la synthèse de la loi de commande.

### 1.3 La stabilisation du robot mobile

La stabilité d'un système peut être définie par sa capacité à revenir vers un point d'équilibre à partir de son point courant. Si on applique cette définition générale pour la robotique mobile on peut la considérer dans deux sous-espaces d'état. Le premier concerne l'espace des paramètres de déplacements " horizontaux " du robot où on peut considérer que le robot perd la maîtrise de son mouvement par exemple lors d'un début de dérapage ou d'un glissement total (au delà de la zone de pseudo-glissement). Cet état dépend de la géométrie mais surtout des paramètres de vitesse du véhicule. Le deuxième sous-espace d'état décrit l'attitude du robot et l'état des appuis au sol ; le robot est généralement considéré instable dès qu'une roue commence à perdre le contact avec le sol (début d'une phase de renversement ou d'une phase balistique).

Dans ces deux situations dites instables, le robot est non-commandable car il n'est pas configuré pour gérer ce genre de situation. Donc parmi les hypothèses de travail, on considérera que les conditions de pseudo-glissement et de contact avec le sol sont vérifiées, par le biais de contraintes explicitées dans les commandes formulées. Dans cette thèse on s'intéresse au deuxième type d'instabilité sur lequel on va agir par le biais d'un dispositif mécanique spécifique. La stabilité sera étroitement liée au risque de renversement, qu'il faudra pouvoir quantifier physiquement.

### 1.3.1 Le risque de renversement

Le renversement du robot peut être latéral ou longitudinal. Souvent traité d'une façon séparée, il a fait l'objet de plusieurs travaux. On peut citer ici les travaux de Miège [Miège 2003] et Sampson [Sampson 2000] qui cherche à minimiser le risque de renversement latéral d'un camion poids lourd dans les virages. Dans ce dernier cas le renversement longitudinal d'un tel véhicule est quasiment nul. En revanche dans le cas de franchissement d'obstacle ou en phase balistique (voir [Vaslin 2011]) le risque de renversement longitudinal peut être aussi important qu'un renversement latéral. Fauroux propose dans [Fauroux 2011], en plus des suspensions verticales traditionnelles, des suspensions horizontales pour réduire ce risque.

La synthèse des travaux existants et portants sur ces deux risques fait apparaître des contributions beaucoup plus importantes sur le risque latéral. Celui-ci est dû essentiellement à (1) la force centrifuge lors d'un virage et d'un changement de direction et (2) au fait que la plupart des véhicules sont "plus long que large", c'est-à-dire leur voie est plus faible que leur empattement. Ce qui explique le nombre de travaux qui cherchent à renforcer la stabilité latérale. Les solutions apportées dans ce domaine dépendent souvent du type de véhicule. On peut alors distinguer entre autres la barre anti-roulis active proposée par Miège dans [Miège 2003] destinée aux remorques des poids lourds, inspirée de la barre anti-roulis passive qui équipe la majorité des voitures de tourisme.

### 1.3.2 Critère de stabilité

Pour pouvoir étudier la stabilité d'un système, il faut d'abord définir un critère ou une mesure de stabilité. La robotique humanoïde pour laquelle la stabilité est élément crucial définit des points de référence tels que le ZMP (Zero Moment Point) [Vukobratovi 1972] [Sardain 2004], le CoP (Center of Pressure) [Vukobratovi 1972], le FRI (Foot Rotation Indicator) [Goswami 1999] ou le CMP (Centroidal Moment Pivot) [Marko 2005]. Tous ces points sont situés dans le plan des points de contact supposés coplanaires. La marge de stabilité est définie par la distance entre ces points de référence et les frontières du polygone convexe défini par les points de contact. Ces critères sont tout à fait transposable à la robotique mobile à roues tant que les points de contact sont coplanaires, c'est-à-dire tant que le robot évolue sur un sol plan. Ces critères forment des conditions suffisantes pour la stabilité, ils traduisent simplement la condition de persistance du contact avec le sol par lequel l'ensemble des forces de correction et de stabilisation passe. En toute rigueur, ces conditions garantissent plutôt la commandabilité du système.

On s'intéresse dans cette thèse aux thèmes de stabilisation et de suivi de trajectoire. Ces deux thématiques ont un spectre très large ainsi que de nombreuses solutions proposées dans la littérature pour les résoudre. Cette diversité vient du fait que la solution ne dépend pas seulement du thème mais aussi du véhicule, les propriétés mécaniques, les hypothèses et l'environnement de travail mais aussi de la définition du problème.

## 1.4 Contexte scientifique

Ce travail de thèse a été mené au sein de l'équipe des Systèmes Intégrés Mobiles et Autonomes (SIMA) à l'Institut des systèmes Intelligent et de Robotique (ISIR) de l'Université Pierre et Marie Curie (UPMC) à Paris. Il s'inscrit dans le projet FAST labellisé en 2008 dans le cadre du programme ANR-PSIROB. Le projet a pour objectif de concevoir et de commander un robot rapide ( $10m/s$ ) évoluant en milieu naturel (type chemin). Le robot doit pouvoir suivre un corridor défini par un ensemble de points GPS, percevoir

et identifier les obstacles puis les éviter. Les aspects *perception de l'environnement* et *estimation d'état* ont été développés par les autres partenaires du projet (LAAS-LASMEA-CEMAGREF) alors que les aspects technologiques de ce travail ont été menés en étroite collaboration avec le bureau d'étude de la société RoboSoft, qui a été chargée de la construction des démonstrateurs du projet.

## 1.5 Objectifs de la thèse

En déplacement rapide et sur une surface naturelle et incertaine, le robot est fortement perturbé et soumis à des sollicitations inertielles importantes. Ainsi l'objectif de la thèse a été de développer des lois de commande qui assurent à la fois le suivi de la trajectoire planifiée et la stabilité latérale du véhicule. Les commandes développées se basent sur des modèles physiques qui représentent la dynamique du système, les conditions tribologiques aux contacts avec le sol ainsi que les moyens de perception embarqués. La stabilité latérale sera renforcée par le biais d'une solution mécatronique innovante et facilement intégrable sur n'importe quel châssis à suspensions indépendantes.

## 1.6 Organisation du mémoire

Les travaux réalisés dans cette thèse sont développés et présentés dans 4 chapitres après la présente introduction.

- On commence le mémoire par la modélisation de la dynamique du véhicule ainsi que les phénomènes qui imposent un comportement spécifique tel que le glissement des roues. Dans le chapitre 2, on propose deux modèles d'état qui décrivent la dynamique dans les plans de roulis et de lacet. Cette décomposition simplifiera la modélisation du comportement du véhicule et par la suite la résolution du problème la stabilisation dans le plan de roulis et du suivi de trajectoire.
- Le chapitre 3 traite le problème de la commande en suivi de trajectoire basé sur le modèle dynamique présenté dans le chapitre 2. Dans ce chapitre on propose un modèle d'état avec comme commande les angles de

braquage avant et arrière ainsi que la différence entre les couples moteurs appliqués sur les roues gauche et droite. Cette augmentation de la dimension de la commande va nous permettre non seulement de mieux suivre la trajectoire mais aussi de réduire l'amplitude de la commande de la direction, ce qui engendre plus de stabilité dans le plan de roulis. La commande développée utilise l'approche LQR basée sur une minimisation d'un critère quadratique fonction des erreurs de suivi et des entrées de commande.

- Dans le chapitre 4, un modèle dynamique de la tâche de suivi de trajectoire sera présenté. Le modèle est non-linéaire en l'état et affine en la commande. Nous présentons une méthode de commande minimisant un critère quadratique basé sur la prédiction de l'erreur entre la sortie choisie et la référence. Cette optimisation sur un horizon fini permet d'anticiper sur les futures variations de consignes (chemin de référence), d'avoir un suivi plus précis ainsi que des commandes plus douces, donc moins agressives et moins perturbantes.
- Le principal défi du dernier chapitre 5 consiste à élaborer une solution mécatronique innovante permettant de renforcer la stabilité dans le plan de roulis et d'augmenter les conditions d'utilisation du robot. Le dispositif permet d'appréhender des trajectoires ayant des accélérations latérales plus larges. L'idée s'inspire de la solution de la barre anti-roulis qui est de nos jours intégrée dans la plupart des véhicules routiers du commerce. On a cherché à adapter cette solution à la structure d'un rover tout terrain et de la rendre active en intégrant un actionneur au niveau de chaque essieu (avant et arrière). Cet actionneur en plus, nous permet d'augmenter la taille de notre commande pour pouvoir agir sur l'angle de roulis. Finalement, on synthétisera une commande prédictive qui intégrera à la fois la dynamique en roulis du robot et un critère de minimisation du transfert de charge latéral ainsi que l'énergie consommée par la barre active.

les modèles présentés dans ce mémoire sont validés par des simulations utilisant un modèle multi-corps développé sous le logiciel MD ADAMS ainsi

que des expérimentations sur le robot RobuFast-A (premier démonstrateur du projet FAST).

## 1.7 Description de la plateforme RobuFast-A

La plate-forme utilisée dans ces expériences (figure (1.2)), appelé RobuFast-A, est un robot à quatre roues motrices indépendantes et à deux trains directeurs de type Ackerman. Il est conçu pour atteindre la vitesse de  $10m/s$  qui est l'objectif du projet FAST. La plateforme a 4 suspensions indépendantes à doubles triangles et équipées d'amortisseurs oléopneumatiques (sans ressort). Les caractéristiques principales du robot sont données dans le tableau 1.1.

La localisation du robot utilise un GPS différentiel (Real-Time Kinematics RTK) de marque Magellan Proflex 500 ( $20Hz$ , précision 2cm selon x,y et 5cm selon z). L'angle de lacet du véhicule est estimé grâce à une centrale inertielle de marque XsensMTi ( $0,1deg/s$  de précision du gyroscope). Deux codeurs optiques sont installés pour la mesure des angles de direction avant et arrière. Les roues sont actionnées indépendamment grâce à 4 moto-réducteurs équipés de codeurs et directement intégrés dans les roues.

Description	Valeur
Empattement avant $a$	$0.625m$
Empattement arrière $b$	$0.575m$
Demie-voie $e$	$0.4m$
Hauteur $h$	$0,9m$
Masse $M$	$420kg$
Rayon des roues $r$	$0,25m$
Masse des roues $M_w$	$3kg$

TABLE 1.1 – Les paramètres du RobuFast-A

La commande du robot est possible manuellement à travers le PC bas-niveau qui gère les commandes réactives nécessitant des temps d'échantillonnage très courts. Sur ce PC opérant sous le système d'exploitation Linux RTAI,



FIGURE 1.2 – La plateforme expérimentale RobuFast-A

on utilise des bibliothèques de l'architecture logicielle Aroccam qui permettent l'acquisition des données ainsi que leur datation [Tessier 2006]. Un autre PC est utilisé pour l'implémentation des algorithmes de commande et d'observation.

## 1.8 Description du simulateur MD ADAMS

Dans cette thèse afin d'aider à la définition des lois de commande, nous utiliserons la simulation avant de les tester directement sur le robot réel. Les simulations seront basées sur un modèle 3D "multi-corps rigides", développé sous le logiciel du commerce MD ADAMS (figure 1.3). On considère dans ce modèle toute la cinématique des suspensions, sa dynamique, ainsi que celle des systèmes de direction avant et arrière.

Le modèle considère bien entendu les propriétés d'inertie de chaque corps. Le contact roue-sol est modélisé par la fonction solide/solide. Les solides sont discrétisés en facettes et donc peuvent avoir plusieurs points de contact. La force normale résultante est calculée par une fonction de pénalisation sur les interpénétrations volumiques entre les solides, alors que la force tangentielle est déduite à partir d'une fonction régulière des glissements (voir figure 1.4).

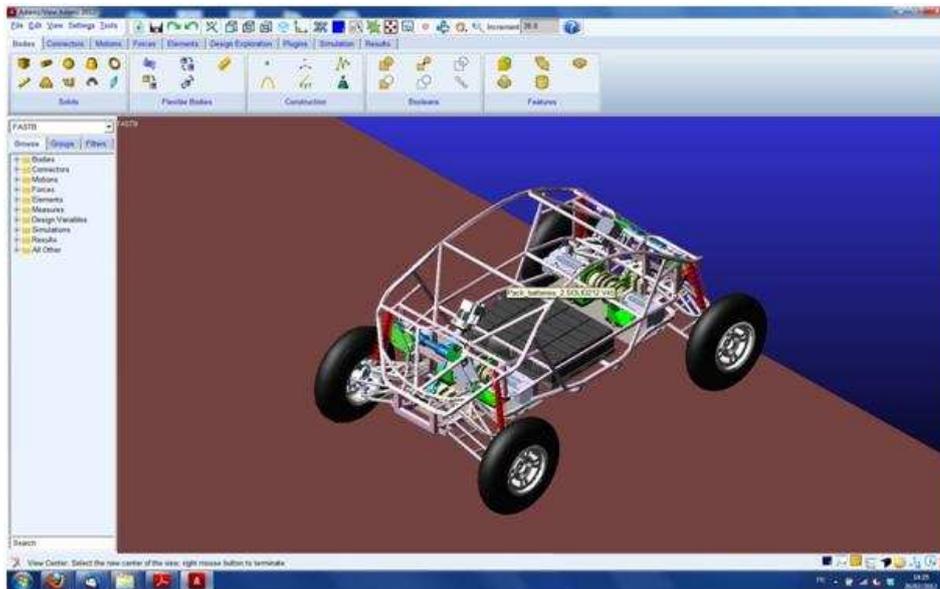


FIGURE 1.3 – Vue du modèle Adams du RobuFastA.

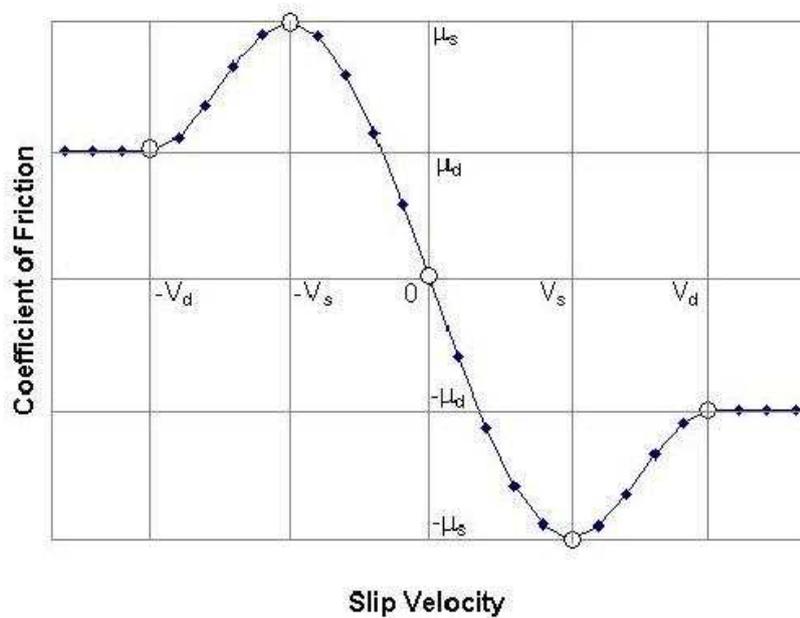


FIGURE 1.4 – Force tangentielle de frottement fonction de la vitesse de glissement.

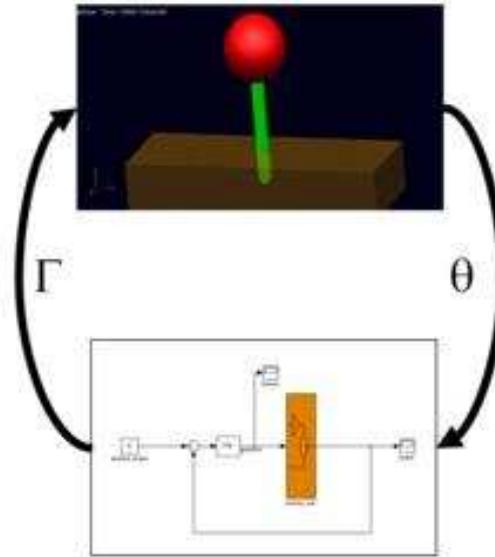


FIGURE 1.5 – Exemple de co-simulation Adams/Simulink : commande d'un pendule inverse

Les paramètres de cette fonction ont été réglés de manière à approcher un modèle usuel de pneumatique. Quant aux fonctions de commande, elles ont été développées sous Matlab-Simulink et ont été couplées au logiciel MD Adams en mode co-simulation. Ce mode échange entre les deux logiciels et à des temps discrets des variables d'entrées-sorties. Par exemple, les sorties d'Adams sont généralement des informations capteurs décrivant l'état du système, et ces entrées forment les actions mécaniques commandées notamment celles des actionneurs qui sont calculées sous Simulink. Les sorties d'Adams sont les entrées de Simulink et les sorties de Simulink sont les entrées d'Adams (voir figure 1.5).

## 1.9 Contribution de la thèse

### 1.9.1 Modélisation de la dynamique du véhicule

Le point de départ de la solution présentée dans ce mémoire sera la modélisation de la dynamique du véhicule. A partir des équations différentielles de mouvement, nous allons définir deux modèles dynamiques découplés. Le premier modèle est un modèle d'état du véhicule dans le plan du roulis. Ce modèle est la base des travaux de stabilisation de l'angle de roulis publié dans [Krid 2011b] où il a été validé en simulation. Le deuxième modèle décrit le comportement du véhicule dans le plan de lacet en présence de glissement. Ce modèle, validé en simulation et expérimentalement, a fait l'objet de l'article publié [Krid 2011c].

### 1.9.2 Suivi de trajectoire en présence de glissement

En utilisant le modèle dynamique dans le plan de lacet, il est possible de concevoir une commande qui satisfait l'objectif de la tâche de suivi de trajectoire malgré la présence de glissement. Avec l'augmentation de la dimension du vecteur de commande, on peut agir d'une façon indirecte sur la stabilité du véhicule. On montre dans [Krid 2011c] qu'avec deux angles de braquage avant/arrière on améliore les performances en suivi de trajectoire ainsi que la stabilisation en roulis. Les travaux sur la commande prédictive ont été validés que récemment et n'ont donc pas pu être publiés. Un article de revue détaillant ces travaux est en cours de préparation.

### 1.9.3 La stabilisation en roulis sur un virage

L'idée a été de pouvoir agir sur l'angle du roulis et donc sur la position du centre de masse du véhicule. Pour ce faire il a fallu penser à intégrer un dispositif permettant d'agir sur l'angle de roulis, cette dynamique étant fortement excitée par la force centrifuge présente dès qu'il y a un changement de direction du véhicule. Nous nous sommes inspirés de la barre anti-roulis passive équipant de nos jours la majorité des voitures routières, pour proposer un dispositif actif qui permet de contrôler le roulis du véhicule. Une loi de

---

commande prédictive du système actif est synthétisée sur la base du modèle dynamique dans le plan de roulis. Cette commande suppose que la trajectoire du robot soit connue sur un horizon de temps fini. Cette étude a été publiée dans [Krid 2011a] et [Krid 2011b].



# Modélisation dynamique des rovers

---

## Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>19</b>
<b>2.2</b>	<b>Modèle dynamique globale</b>	<b>21</b>
<b>2.3</b>	<b>Interaction roue-sol</b>	<b>22</b>
2.3.1	Les glissements	24
2.3.2	Forces verticales	26
2.3.3	Forces longitudinales	27
2.3.4	Forces latérales	27
<b>2.4</b>	<b>Formulation du modèle dynamique global</b>	<b>29</b>
<b>2.5</b>	<b>Modèle de roulis et identification paramétrique</b>	<b>30</b>
<b>2.6</b>	<b>Modèle dynamique dans le plan de lacet</b>	<b>32</b>
<b>2.7</b>	<b>Validation expérimentale des modèles dynamiques</b>	<b>34</b>
<b>2.8</b>	<b>Conclusion</b>	<b>49</b>

---

## 2.1 Introduction

Le but de ce chapitre est de développer un modèle dynamique qui décrit au mieux le comportement d'un rover à quatre roues. La difficulté de la modélisation de ce type de système réside dans la complexité et le nombre important des composantes mécaniques et mécatroniques qui le composent, ainsi que dans la variabilité des conditions de contact au sol. Souvent accidenté et de caractère stochastique, le sol est un élément important dans la modélisation qu'il faut bien prendre en compte.

Les caractéristiques du contact roue-sol est d'une importance vitale pour la stabilité du véhicule. Le pneumatique des roues, le type du sol, la surface de contact sont des éléments à prendre en compte lors de la modélisation du contact. Les modèles qu'on trouve dans la littérature sont trop variés allant du simple au complexe. On peut distinguer trois types de modèles dans la littérature ([Porcel 2001]). Le premier est un modèle physique généralement non-linéaire, complexe avec un temps de simulation relativement long. Par contre tous les paramètres du modèle ont un sens physique, ce qui fait que les résultats peuvent être directement interprétés. On peut citer le modèle de BERNARD [Bernard 1995] et le modèle de MANCOUSO [Mancosu 1999]. Le deuxième type de modèle de type semi-empirique est moins complexe, non linéaire introduisant plusieurs variables qui n'ont pas parfois de sens physique particulier. Entre autres, on peut citer le modèle de PACEJKA [Pacejka 1997] connu par *la formule magique* et le modèle de MILLIKEN [Milliken 1995]. Enfin le modèle empirique qui se base sur les mesures expérimentales pour établir un modèle puis sur l'identification de ses paramètres ; comme par exemple le modèle de TAKAHASHI [Takahashi 1996]. L'étape suivante est la modélisation du véhicule. Cette étape ne manque pas de variété dans les modèles. Le premier axe dans la modélisation des robots mobiles type voiture est la modélisation cinématique qui s'adapte bien avec le problème de suivi de trajectoire [Ailon 2005]. Ce type de modèle est limité au roulement sans glissement ; ce qui n'est pas toujours valable surtout dans un contexte de milieu naturel. De multiples solutions pour ce problème se présentent dans la littérature. Il y a ceux qui introduisent l'angle de glissement comme un paramètre à estimer en temps réel [Lenain 2003][Lenain 2006b], puis ils adaptent la commande de suivi de trajectoire à la variation de ce nouveau paramètre. Plusieurs commandes ont été développées sur cette base telle que la commande robuste adaptative qu'on trouve dans [Fang 2005], le MPC (Model Predictive Control) dans [Lenain 2005b] ou [Falcone 2007], la commande adaptative développée dans [Cariou 2008]. Tous ces travaux ont comme objectif de prendre en compte le phénomène de glissement ensuite la dynamique des roues. Ils sont tous partis du modèle cinématique pour aboutir à une loi de commande qui soit facile à intégrer. D'autres types de modèle comme les modèles flous, ont

suscité en début des années 2000 beaucoup d'intérêts. On peut citer comme exemple les travaux de [Yang 2004] et [Fareess 2005]. Dans ces travaux la dynamique du véhicule n'est pas très importante. Le modèle flous décrit alors le problème de suivi de trajectoire.

Enfin, ne faut-il pas intégrer la dynamique du véhicule dans le modèle mathématique pour résoudre rationnellement le problème? C'est ce qu'on va développer dans ce chapitre, dont l'utilité sera mise en évidence dans le chapitre suivant.

Les modèles développés ci-dessous seront la base de la synthèse des différentes commandes. Pour avoir plus de détails sur la modélisation des véhicules à quatre roues, on peut se référer à [Abbassi 2007]. Dans ce chapitre on négligera l'effet de tangage. On ne s'intéresse qu'au mouvement dans les plans de lacet et de roulis. Ce chapitre commence par une description globale du robot dans les deux plans du lacet et roulis, puis un découplage des modèles dynamiques dans les deux plans séparément.

## 2.2 Modèle dynamique globale

L'objet de la modélisation est de concevoir un modèle mathématique et/ou physique qui décrit le mieux possible le comportement du système. Plus le comportement du système est complexe plus la modélisation devient compliquée voire impossible. Dans notre cas, on considère que le véhicule est composé d'une masse suspendue  $M_s$  à une hauteur  $h_p$  et 4 masses non-suspendues qui représentent les roues et les suspensions. Pour que la modélisation soit abordable, on ne prend pas en considération la dynamique de rotation des roues.

***Hypothèse : Le véhicule évolue dans le plan.*** On considère que la position du véhicule peut être caractérisée par la position du centre de gravité et l'orientation de son repère.

Dans ce modèle, deux rotations sont considérées, le lacet suivant l'axe z figure (2.1) et le roulis suivant l'axe x figure (2.2); le tangage étant négligé. Dans ce modèle, le véhicule est commandé par les angles de direction des roues avant et arrière  $\beta_f$  et  $\beta_r$ , le couple moteur  $C_m$  et le couple de freinage

$C_f$  appliqués sur chaque roue.

$$\begin{aligned} \dot{V}_x M &= MV_\psi V_y - M_s h_p V_\psi \dot{\phi} + (F_{x1} + F_{x2}) \cos \beta_f + (F_{x3} + F_{x4}) \cos \beta_r \\ &\quad - (F_{y1} + F_{y2}) \sin \beta_f - (F_{y3} + F_{y4}) \sin \beta_r \end{aligned} \quad (2.1)$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_y M &= -MV_\psi V_x + (F_{x1} + F_{x2}) \sin \beta_f + (F_{x3} + F_{x4}) \sin \beta_r \\ &\quad + (F_{y1} + F_{y2}) \cos \beta_f + (F_{y3} + F_{y4}) \cos \beta_r \end{aligned} \quad (2.2)$$

$$\begin{aligned} \ddot{\psi} I_z &= a((F_{x1} + F_{x2}) \sin \beta_f + (F_{y1} + F_{y2}) \cos \beta_f) \\ &\quad + d((F_{x2} - F_{x1}) \cos \beta_f + (F_{y1} - F_{y2}) \sin \beta_f) \\ &\quad - b((F_{x3} + F_{x4}) \sin \beta_r + (F_{y3} + F_{y4}) \cos \beta_r) \\ &\quad + d((F_{x4} - F_{x3}) \cos \beta_r + (F_{y3} - F_{y4}) \sin \beta_r) \end{aligned} \quad (2.3)$$

$$\ddot{\phi} I_{xs} = M_s h_p (\dot{V}_y + \dot{\psi} V_x) + I_{xz} \ddot{\psi} + M_s g h_p \sin \phi - 2(k_\phi \phi + c_\phi \dot{\phi}) \quad (2.4)$$

$$I_\omega \dot{\omega}_i = C_{mi} - C_{fi} - R_e F_{xi}, i = 1, \dots, 4. \quad (2.5)$$

Le modèle ci-dessus est non linéaire en l'état  $\left( V_x \ V_y \ \psi \ \dot{\phi} \ \omega_i \right)$  et en la commande  $\left( \beta_f \ \beta_r \ C_{mi} \ C_{fi} \right)$ .

La partie la plus délicate de ce modèle est représentée par les efforts de contact sur les quatre roues. Une non linéarité dans la modélisation est inévitable lors de la projection, dans le repère véhicule, de ces efforts qui sont exprimés dans le repère roue.

## 2.3 Interaction roue-sol

L'interaction roue-sol est l'élément principal dans le comportement dynamique du véhicule. Il assure le couplage entre le véhicule et l'environnement extérieur qui est principalement le sol. L'étude de ce comportement est très complexe et dépend de plusieurs facteurs en particulier le type de sol, son état et les propriétés du pneumatique [Poznanski 2004] [Mancosu 2005]. En revanche de bonnes modélisation et identification des efforts de contact permettraient des développements avancés en matière de tenue de route, de stabilité, de confort et de performance du véhicule. Pour mieux décrire le comportement des roues, nous détaillons ici les différents efforts intervenant au niveau

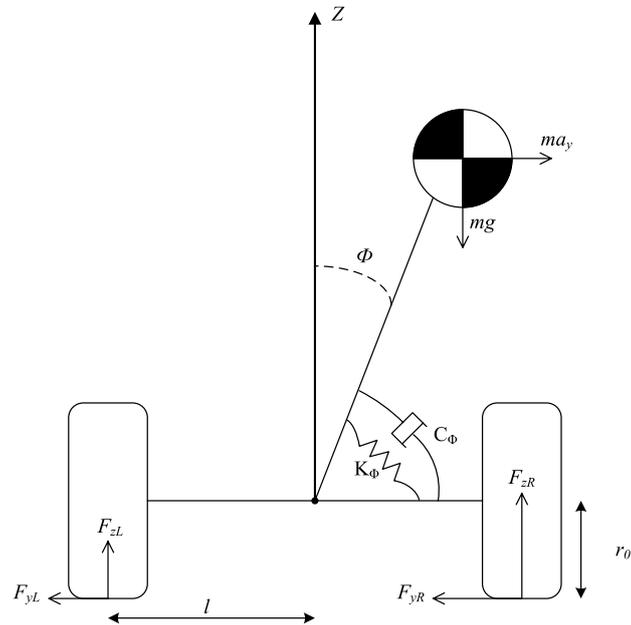


FIGURE 2.1 – vue en roulis d'un véhicule lors d'un virage

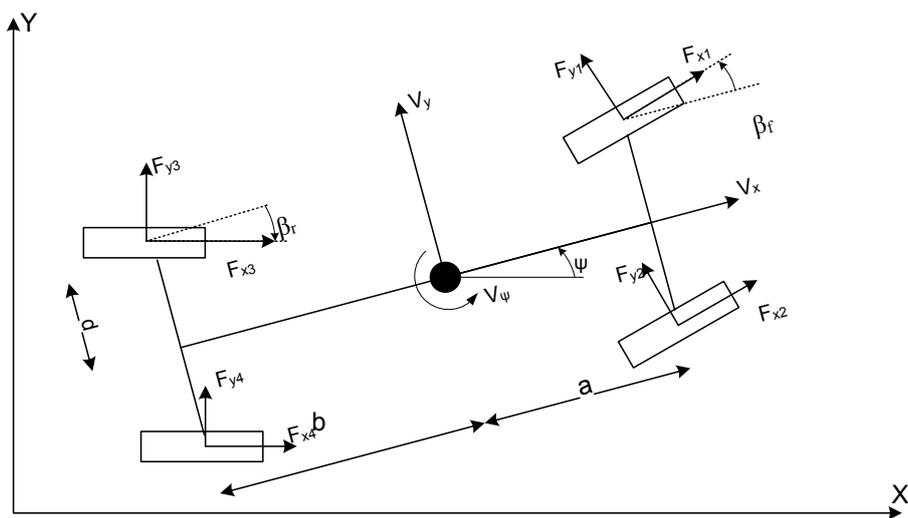


FIGURE 2.2 – Modèle du véhicule dans le plan de lacet

du contact ainsi que les glissements dans les deux directions d'évolution.

### 2.3.1 Les glissements

Dès que le véhicule se met en mouvement, l'élasticité du pneumatique de la roue engendre des déformations sur la surface de contact avec le sol. Cette déformation engendre des glissements dans les deux directions longitudinale et latérale.

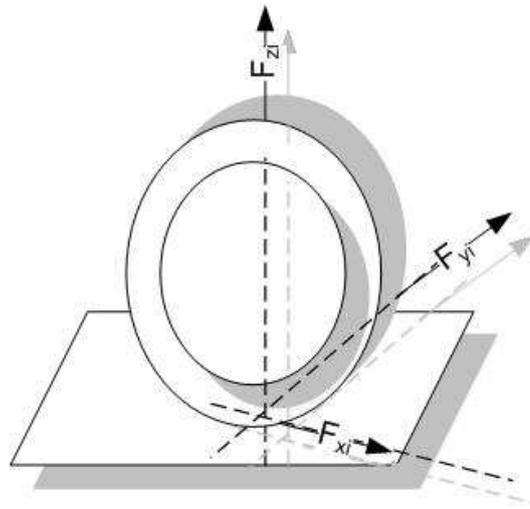


FIGURE 2.3 – Forces appliquées sur la roue

#### 2.3.1.1 Glissement longitudinal

Le glissement longitudinal peut être décrit comme la différence entre la vitesse longitudinale réelle  $V_{xi}$  et la vitesse théorique dans la condition de roulement sans glissement  $V_r = R_e w_i$ , où  $R_e$  est le rayon effectif de roulement de la roue et  $w_i$  est la vitesse angulaire de la roue  $i$  (voir figure (2.4)).

$$g_l = \frac{w_i - \frac{V_x}{R_e}}{\max\left(|w_i|, \left|\frac{V_x}{R_e}\right|\right)} \quad (2.6)$$

Tel qu'il est défini, le glissement longitudinal est compris dans l'intervalle  $[-1, 1]$ . Il est positif durant la phase de l'accélération et négatif pendant la phase de freinage.

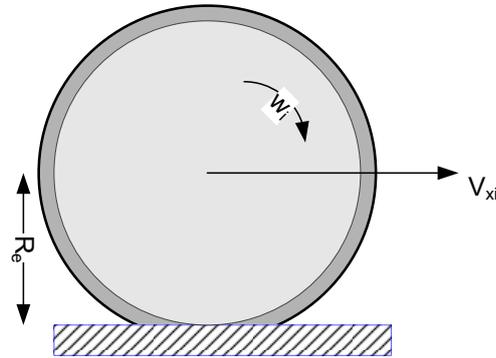


FIGURE 2.4 – Glissement longitudinal

Si  $g_l = 0$  c'est le cas d'un roulement sans glissement  $V_r = V_x$ .

Si  $g_l = 1$  c'est le cas d'un glissement total où la roue tourne mais le véhicule n'avance pas.

Si  $g_l = -1$  c'est le cas d'un glissement total où la roue est bloquée mais le véhicule avance.

Le vrai défi dans le calcul du glissement longitudinal est la connaissance précise de la vitesse longitudinale et angulaire ainsi que le rayon effectif de roulement de la roue.

### 2.3.1.2 Glissement transversal

Le glissement transversal, comme pour le glissement longitudinal, est lié à la différence entre le comportement réel et théorique de la roue. On peut le relier à l'angle de dérive défini par l'angle que fait la vitesse réelle du centre de la roue avec le plan de la roue (voir figure (2.5)).

Ainsi on peut écrire :

$$\alpha = \arctan \left( \frac{V_y}{|V_x|} \right) \quad (2.7)$$

avec  $V_x$  et  $V_y$  les projections de la vitesse réelle  $V$  du centre de la roue exprimée dans la base locale.

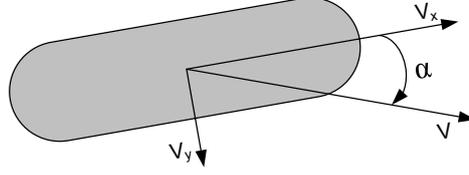


FIGURE 2.5 – L'angle de glissement transversal

### 2.3.2 Forces verticales

Les forces de réaction verticales sont composées d'une partie statique qui représente la répartition du poids sur les quatre roues et d'une partie dynamique qui dépend du mouvement du véhicule. Le transfert de charge latéral ou longitudinal est donc dû à la configuration du centre de masse relativement aux contacts et à la dynamique du véhicule. Les équations d'équilibre dynamique permettent d'exprimer la distribution de charge sur chaque roue ([Palmieri 2008]) :

$$F_{zf,r} = \frac{1}{2} \left[ \frac{b}{a+b} M_t g \frac{d - h_p \sin \phi}{d} - a_x \frac{M_t h}{a+b} + a_y M_s \frac{h}{d} \right] \quad (2.8)$$

$$F_{zf,l} = \frac{1}{2} \left[ \frac{b}{a+b} M_t g \frac{d + h_p \sin \phi}{d} - a_x \frac{M_t h}{a+b} - a_y M_s \frac{h}{d} \right] \quad (2.9)$$

$$F_{zr,r} = \frac{1}{2} \left[ \frac{a}{a+b} M_t g \frac{d - h_p \sin \phi}{d} + a_x \frac{M_t h}{a+b} + a_y M_s \frac{h}{d} \right] \quad (2.10)$$

$$F_{zr,l} = \frac{1}{2} \left[ \frac{a}{a+b} M_t g \frac{d + h_p \sin \phi}{d} + a_x \frac{M_t h}{a+b} - a_y M_s \frac{h}{d} \right] \quad (2.11)$$

### 2.3.3 Forces longitudinales

La force longitudinale est principalement dû aux actions de freinage et d'accélération appliquées sur la roue. Elle dépend de la charge verticale appliquée sur la roue et de la résistance au roulement. On déduit alors trois types de forces qui forment la force longitudinale : la force de traction due à l'accélération, la force de freinage et la force de résistance au roulement.

La force de résistance au roulement  $F_{ri}$  de chaque roue  $i$  ( $i = 1, \dots, 4$ ) agit dans le sens opposé au déplacement de la roue. Elle est proportionnelle à la charge verticale  $F_{zi}$  et au coefficient de la résistance au roulement  $f$ . Ce coefficient dépend du type de chaussée, du type de pneu, de la charge verticale  $F_{zi}$  et de la vitesse longitudinale.

$$F_{ri} = fF_{zi} \quad (2.12)$$

Les moteurs de traction des roues du robot considéré sont commandés indépendamment. On note  $C_{mi}$  et  $C_{fi}$  les couples moteurs et de freinage appliqués sur la roue  $i$ . Si on néglige l'inertie de la roue (par rapport à celle du véhicule) l'équilibre des moments des forces agissant sur la roue on obtient :

$$F_{xi} = (C_{mi} - C_{fi}) / R_e - fF_{zi}, i = 1, \dots, 4 \quad (2.13)$$

### 2.3.4 Forces latérales

Les forces latérales dépendent principalement du glissement transversal et précisément de l'angle de dérive  $\alpha$  mais aussi de plusieurs autres facteurs tels que la charge verticale et l'angle de braquage. Plusieurs travaux ont cherché à élaborer un modèle de comportement de cet effort tel que dans [Stephant 2004] [Mammar 2006]. Dans la plupart des travaux, on suppose que l'angle de glissement est faible. Dans ce cas on peut parler d'un pseudo-glissement et donc d'un comportement linéaire de l'effort latéral en fonction de l'angle de dérive (voir figure (2.6)).

Sous l'hypothèse de pseudo-glissement, on peut alors écrire :

$$F_{y(f,r)} = C_{(f,r)}\alpha_{(f,r)} \quad (2.14)$$

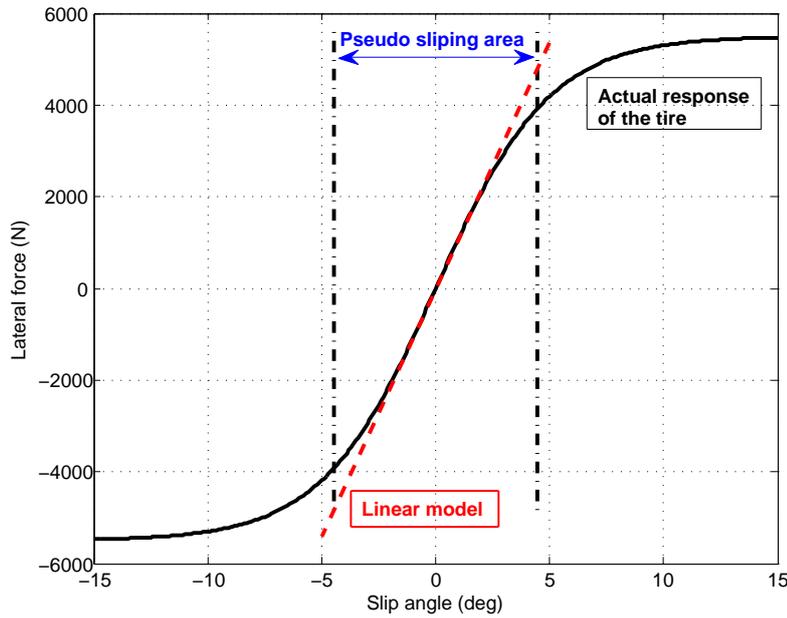


FIGURE 2.6 – Angle de glissement

où  $C_f$  et  $C_r$  définissent les rigidités de dérive des trains avant et arrière du véhicule. Celles-ci dépendent des conditions d'adhérence roue/sol et des propriétés rhéologiques du pneu. En utilisant les équations cinématiques du véhicule et en introduisant les angles de braquage avant  $\beta_f$  et arrière  $\beta_r$  on peut écrire les relations :

$$\tan(\alpha_f + \beta_f) = \frac{V_y + a\dot{\psi}}{V_x}$$

$$\tan(\alpha_r + \beta_r) = \frac{V_y - b\dot{\psi}}{V_x}$$

Sous l'hypothèse d'un petit angle de braquage et de dérive, on peut réécrire ces équations comme suit :

$$\alpha_f = \frac{V_y + a\dot{\psi}}{V_x} - \beta_f \quad (2.15)$$

$$\alpha_r = \frac{V_y - b\dot{\psi}}{V_x} - \beta_r \quad (2.16)$$

## 2.4 Formulation du modèle dynamique global

Le but de cette section est de reformuler le modèle dynamique (2.1) décrit au début de ce chapitre afin d'aboutir à un modèle relativement simple mais fiable. Après la description des forces d'interaction au contact roue/sol, on peut réécrire le modèle dynamique global en utilisant :

- l'équation de la dynamique longitudinale (2.13).
- l'équation de la dynamique latérale (2.14).
- le modèle dynamique (2.1)

L'ensemble des équations suivantes forme le modèle dynamique fortement non-linéaire du véhicule où on tient compte de la dynamique de la masse suspendue, de la dynamique des suspensions et des interactions roue-sol. Etant donné que lors de la modélisation des efforts de contact, on a tenu compte du glissement longitudinal et latéral, le modèle décrit ci-dessous en tient compte implicitement.

$$\begin{aligned}
M\dot{V}_x &= M\dot{\psi}V_y - M_s h_p \dot{\psi} \dot{\phi} + \sum_{i=1}^4 (C_{mi} - C_{fi}) / R_e - Mfg & (2.17) \\
&\quad - 2 \frac{V_y}{V_x} (C_f \beta_f + C_r \beta_r) - 2 \frac{\dot{\psi}}{V_x} (aC_f \beta_f - bC_r \beta_r) \\
M\dot{V}_y &= M_s h_p \ddot{\phi} - M V_\psi V_x + 2 \frac{V_y}{V_x} (C_f + C_r) + 2 \frac{\dot{\psi}}{V_x} (aC_f - bC_r) \\
&\quad - 2C_f \beta_f - 2C_r \beta_r + (F_{x1} + F_{x2}) \beta_f + (F_{x3} + F_{x4}) \beta_r \\
I_z \ddot{\psi} &= I_{xz} \ddot{\phi} + a(F_{x1} + F_{x2}) \beta_f - b(F_{x3} + F_{x4}) \beta_r - 2aC_f \beta_f - 2bC_r \beta_r \\
&\quad + e(F_{x4} - F_{x3}) + 2 \frac{V_y}{V_x} (aC_f - bC_r) + 2 \frac{\dot{\psi}}{V_x} (a^2 C_f + b^2 C_r) + d(F_{x2} - F_{x1}) \\
I_{xs} \ddot{\phi} &= M_s h_p (\dot{V}_y + V_x \dot{\psi}) + I_{xzs} \ddot{\psi} + M_s h_p g \sin \phi - 2(k_t \phi + c_t \dot{\phi})
\end{aligned}$$

Pour alléger le modèle, dans la suite de la thèse, on suppose que le véhicule évolue à vitesse constante  $\dot{V}_x = 0$ . Cette hypothèse sera appliquée dans tous nos travaux et vérifiée en temps réel pendant les simulations et les expériences.

Afin de réduire la complexité de la modélisation du robot à ce niveau de la thèse, on peut décomposer le modèle globale en sous-systèmes plus simples et de plus faible dimension. En effet, on peut décomposer le modèle (2.17) décrit précédemment en : (1) un sous modèle qui décrit la dynamique dans le plan de roulis du véhicule, et (2) un deuxième sous modèle qui décrit le déplacement principal dans le plan horizontal et qui comporte la dynamique longitudinale, latérale et de lacet . Ces deux modèles découplés feront l'objet des deux sections suivantes.

## 2.5 Modèle de roulis et identification paramétrique

Il est souvent assimilé que la dynamique du véhicule dans le plan de roulis peut être caractérisée par la dynamique d'une masse suspendue en rotation autour d'un point de rotation appelé centre de roulis. Le modèle du véhicule à 4 roues est donc réduit à celui d'un deux roues droite et gauche. Cette réduction est d'autant plus justifiable que le robot considéré a des cinématiques de suspension identique à l'avant et à l'arrière.

Le demi véhicule peut être représenté par la masse suspendue reliée à un essieu par une articulation virtuelle de type visco-élastique de raideur  $k_t$  et de viscosité  $c_t$  comme le montre la figure (2.1). On suppose à ce niveau que le train avec les deux roues représente la partie non-suspendue du robot et que seule la masse suspendue est concernée par le roulis, ce qui n'est généralement pas le cas. Tout l'ensemble est excité par l'accélération latérale appliquée sur la partie suspendue du véhicule qu'on suppose concentrée au centre de la masse  $M_s$  placée à une hauteur  $h_p$  par rapport à l'axe du roulis. Le centre de rotation dans le plans du roulis est supposé sur l'axe du train (voir figure (2.1)).

Le modèle dynamique du demi-véhicule peut être déduit directement de la quatrième équation du modèle dynamique global (2.1). Soit  $a_y = \dot{V}_y + \dot{\psi}V_x$  l'accélération latérale du centre de masse. Ce terme relie les deux dynamiques horizontale et verticale. En supposant que l'angle de roulis reste petit  $\phi \ll 1$  et que le produit d'inertie  $I_{xz} = 0$  (symétrie matérielle du véhicule par rapport

au plan médian  $xz$ ), on aboutit à un modèle d'état linéaire en l'état :

$$\dot{x}_\phi = Ax_\phi + Ba_y \quad (2.18)$$

$$\text{avec } x_\phi = \begin{pmatrix} \phi \\ \dot{\phi} \end{pmatrix} \text{ l'état et } A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{M_s g h_p - 2k_\phi}{I_{xs}} & -2c_\phi \end{bmatrix} \text{ et } B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{M_s h_p}{I_{xs}} \end{bmatrix}.$$

Pour valider ce modèle d'état, on fait appel aux simulateurs ADAMS pour la modélisation mécanique et Matlab/SIMULINK pour la modélisation des signaux. On mesure sous ADAMS l'accélération latérale  $a_y$  et on l'applique comme commande pour le modèle d'état décrit par les matrices  $A$  et  $B$  sous SIMULINK. De cette manière on peut comparer le modèle mathématique (2.18) avec le simulateur.

Nous avons commencé par une phase d'identification en boucle ouverte des paramètres du modèle. Les modèles seront par la suite validés sur la base de deux scénarios qui correspondent à deux trajectoires : la première en  $Z$  et la deuxième en  $O$ .

La première phase consiste à identifier les paramètres d'impédance en roulis  $k_\phi$  et  $c_\phi$  qui figurent dans le modèle (2.18). On se base sur un modèle de comportement entrée-sortie. La méthode la plus utilisée est la réponse indicielle. Le spectre est correct. On peut définir  $a_y$  comme étant la commande du modèle de roulis (figure 2.12) en prenant un angle de braquage  $\beta_f$  constant (figure 2.12). Ainsi on enregistre la réponse  $\phi$  du simulateur sur la figure (2.13) ainsi que la vitesse angulaire  $\dot{\phi}$  sur la figure (2.14) et l'entrée  $a_y$  sur la figure (2.15).

La deuxième partie comme on l'a déjà évoqué est la validation du modèle. Pour cela on utilise le même modèle pour calculer la sortie du système pour la manœuvre en  $Z$  (voir figure (2.8)). A partir des résultats, on peut confondre l'état issu du modèle mécanique multi-corps ADAMS et du modèle linéaire mathématique intégré dans Simulink. Les figures (2.9) et (2.10) illustrent respectivement l'angle de roulis et sa vitesse angulaire.

Le but de ce découplage ainsi que la modélisation de la dynamique dans le plan du roulis (qui peut être généralisée dans le plan de tangage) est d'aboutir à une solution pour pouvoir contrôler la stabilité du véhicule. Comme le

montre le modèle d'état, la dynamique en roulis est excitée par l'accélération latérale qui est contrôlée par la dynamique dans le plan horizontal. Dans ce cas là, on ne peut pas agir directement sur le comportement du véhicule dans le plan de roulis via l'accélération latérale, car l'accélération latérale est liée au comportement du robot dans le plan horizontal et donc au suivi de trajectoire. Ce qui est en désaccord avec le principe de fonctionnement du robot qui a comme objectif principal le suivi de trajectoire. Ce qui nous amènera à d'autres solutions développées dans le chapitre 5.

## 2.6 Modèle dynamique dans le plan de lacet

Dans la suite du principe de découplage de la dynamique en roulis et en lacet, nous allons décrire dans cette section la dynamique dans le plan de lacet qu'on tentera de mettre sous une forme linéaire d'état. On part du modèle globale (2.17) avec les hypothèses d'une vitesse longitudinale  $V_x$  constante ( $\dot{V}_x = 0$ ) et une dynamique dans le plan de roulis négligeable ( $\ddot{\phi} = 0$ ). Ces hypothèses seront vérifiées lors de la validation du modèle en simulation.

En isolant les équations (2) et (3) du modèle (2.17) avec les hypothèses décrites ci-dessus, on peut voir en plus clair l'apparition d'un modèle linéaire avec comme état  $x = \begin{pmatrix} V_y \\ \dot{\psi} \end{pmatrix}$ . Cependant une partie non linéaire apparaît dans ces expressions dans les termes dépendant des forces longitudinales  $F_{xi}$ .

Cependant cette partie non linéaire ne dépend que de la somme et de la différence des forces longitudinales aux contacts roue-sol, qu'on peut réécrire à partir de (2.13). Soit la traction totale avant :

$$F_{x1} + F_{x2} = (C_{m1} + C_{m2}) / R_e - f (F_{z1} + F_{z2}) \quad (2.19)$$

Et la traction différentielle avant

$$F_{x2} - F_{x1} = (C_{m2} - C_{m1}) / R_e - f (F_{z1} - F_{z2}) \quad (2.20)$$

puis d'une façon similaire pour les roues arrières, on déduit la traction totale et différentielle  $F_{x3} + F_{x4}$  et  $F_{x4} - F_{x3}$ .

Pour résoudre le problème on détaille tout d'abord la somme  $F_{xi} + F_{x(i+1)}$  dans (2.19). On distingue deux termes : Le premier terme  $C_{xi} + C_{x(i+1)}$  qui représente les couples moteurs exercés sur chaque roue. On peut la supposer constante vue qu'on est à vitesse constante. Le deuxième est la somme des efforts verticaux des roues d'un même essieu  $F_{zi} + F_{z(i+1)}$  qui est constante puisqu'on suppose qu'il n'y a pas d'accélération longitudinale, donc pas de tangage, donc pas de transfert de charge entre l'avant et l'arrière. On peut alors supposer constante la somme des efforts longitudinaux du train avant et arrière. Par contre on ne peut pas supposer constante la différence  $F_{xi} - F_{xi+1}$  comme le montre (2.20) mais on peut l'intégrer comme une commande en plus. Car si on néglige le terme  $f(F_{zi} - F_{zi+1})$  (puisque'on suppose négligeable le roulis ensuite le transfert de charge entre les deux roues du même essieu), alors la différence entre les forces de traction est donnée directement par la différence entre les couples moteurs (à un facteur rayon de roue près). On peut alors écrire :

$$\begin{cases} (C_{m1} + C_{m2})/R_e = SF_{xf} \\ (C_{m1} - C_{m2})/R_e = \Delta F_{xf} \end{cases}$$

avec  $SF_{xf}$  la somme des forces moteurs des roues avant et  $\Delta F_{xf}$  leur différence. Puisque  $SF_{xf}$  est supposée constante et  $\Delta F_{xf}$  est considérée comme une nouvelle commande, alors il vient :

$$\begin{cases} C_{m2} = \frac{SF_{xf} + \Delta F_{xf}}{2} \\ C_{m1} = \frac{SF_{xf} - \Delta F_{xf}}{2} \end{cases}$$

Si on intègre  $\Delta F_{xf}$  et  $\Delta F_{xr}$  comme deux nouvelles entrées au système, on peut écrire le modèle d'état suivant :

$$\begin{pmatrix} \dot{V}_y \\ \ddot{\psi} \end{pmatrix} = [a] \begin{pmatrix} V_y \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} + [b] \begin{pmatrix} \beta_f \\ \beta_r \\ \Delta F_{xf} \\ \Delta F_{xr} \end{pmatrix} \quad (2.21)$$

avec  $[a]$  est une matrice  $2 \times 2$  :

$$a_{11} = 2 \frac{C_f + C_r}{MV_x} \quad a_{12} = 2 \frac{aC_f - bC_r}{MV_x} - V_x$$

$$a_{21} = 2 \frac{aC_f - bC_r}{V_x I_z} \quad a_{22} = 2 \frac{a^2 C_f + b^2 C_r}{V_x I_z}$$

et  $[b]$  est une matrice  $2 \times 4$  :

$$b_{11} = \frac{SC_{x_f} - 2C_f}{M} \quad b_{12} = \frac{SC_{x_r} - 2C_r}{M} \quad b_{13} = 0 \quad b_{14} = 0$$

$$b_{21} = \frac{a(SC_{x_f} - 2C_f)}{I_z} \quad b_{22} = \frac{b(-SC_{x_r} + 2C_r)}{I_z} \quad b_{23} = \frac{d}{I_z} \quad b_{24} = \frac{2}{I_z}$$

Afin de valider ce modèle, comme pour le modèle dynamique dans le plan de roulis, on fait appel au logiciel ADAMS en co-simulation avec Matlab/SIMULINK. Dans ce modèle, contrairement à celui dans le plan de roulis, plusieurs paramètres varient au cours du temps tels que  $V_x$ ,  $C_f$  et  $C_r$ . Cependant dans nos travaux on suppose que ces paramètres sont constantes sur un horizon de temps fini. La vitesse  $V_x$  est directement mesurable. Les deux rigidités de dérive sont identifiées par la réponse du système à la variation de l'angle de braquage sur la trajectoire en  $O$  (figure(2.8)). Puis on valide le modèle avec la deuxième manœuvre en  $Z$ . Les figures (2.18) et (2.19) illustrent la différence de l'état (vitesse latérale et de lacet respectivement) entre le modèle du simulateur multi-corps et le modèle analytique.

## 2.7 Validation expérimentale des modèles dynamiques

Dans cette section, les réponses des modèles (2.18) dans le plan du roulis et (2.21) dans le plan du lacet sont comparées avec celles enregistrées sur le système réel (plateforme expérimentale FastA). Les tests ont été effectués à une vitesse de  $3m/s$  puis de  $4m/s$ . Les trajectoires sont enregistrées dans le plan  $(x, y)$  sur les figures (2.20) et (2.26). Les entrées des deux modèles sont l'angle de braquage et l'accélération latérale. La première est directement enregistrée lors des tests faits sur le robot. La deuxième est calculée à partir de la relation  $-kV_x^2 M_s h_p$ , car la mesure de l'accélération latérale  $a_y$  mesurée sur le robot

s'est avérée très bruitée. Sur la plateforme expérimentale on n'a pas pu accéder à la commande des couples moteurs des roues. On n'admet donc que l'angle de braquage comme entrée du système. Les sorties  $\begin{pmatrix} \phi & \dot{\phi} \end{pmatrix}$  et  $\begin{pmatrix} V_y & \dot{\psi} & \psi \end{pmatrix}$  des deux modèles sont toutes des mesures sauf la vitesse latérale. Les deux trajectoires parcourues à  $3m/s$  et  $4m/s$  sont illustrées respectivement sur les figures (2.20) et (2.26). La viscosité et la raideur de roulis qui relie la masse suspendue et l'essieu ont été identifiées à  $c_\phi = 2021$  et  $k_\phi = 15658$ . Les rigidités de dérive des trains avant et arrière ont été fixées a priori à partir de la moyenne entre les valeurs maximales et minimales estimées en ligne lors des tests réels.

La vitesse du lacet enregistrée durant les deux essais à  $3m/s$  et  $4m/s$  est correctement estimée par le modèle dynamique (2.21) (voir figures(2.21) et (2.27)). La dynamique rapide de la vitesse de lacet n'est pas observée vues les simplifications faites lors de la modélisation. Ce qui influe sur la qualité d'estimation du cap observée sur les figures (2.22) et (2.28) à  $3m/s$  et  $4m/s$  respectivement, puisque cette estimée est l'intégrale numérique de la vitesse de lacet. La vitesse latérale tracée sur les figures (2.23) et (2.29) représente deux valeurs estimées de la même variable. Les valeurs calculées par le modèle dynamique (2.21) sont comparables avec celles estimées à partir de l'angle de glissement.

Au niveau du modèle dynamique dans le plan du roulis, l'estimation et la mesure de l'angle de roulis sont confondues, ceci pour les deux vitesses (voir figures (2.24) et (2.30)). Notons que la vitesse angulaire du roulis est très bruitée. Cela s'explique par le fait que la vitesse angulaire est la dérivée numérique du roulis.

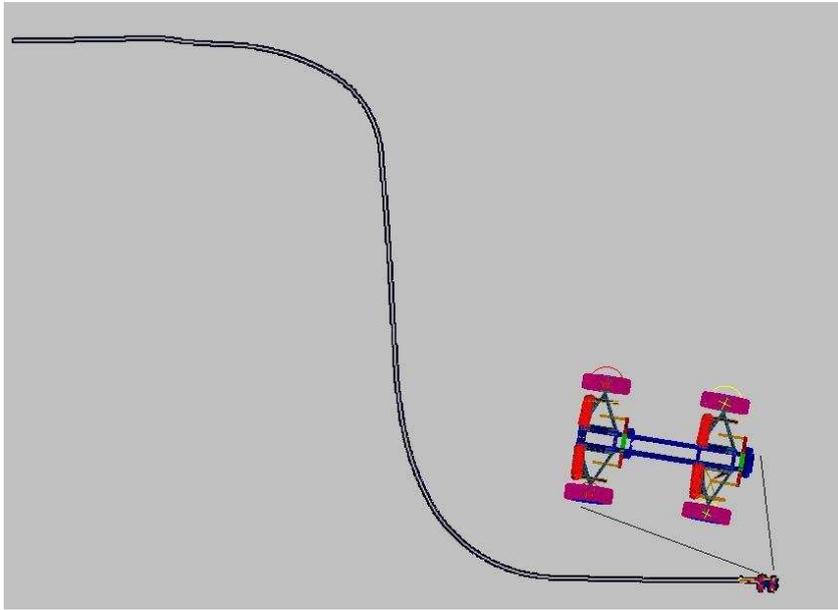
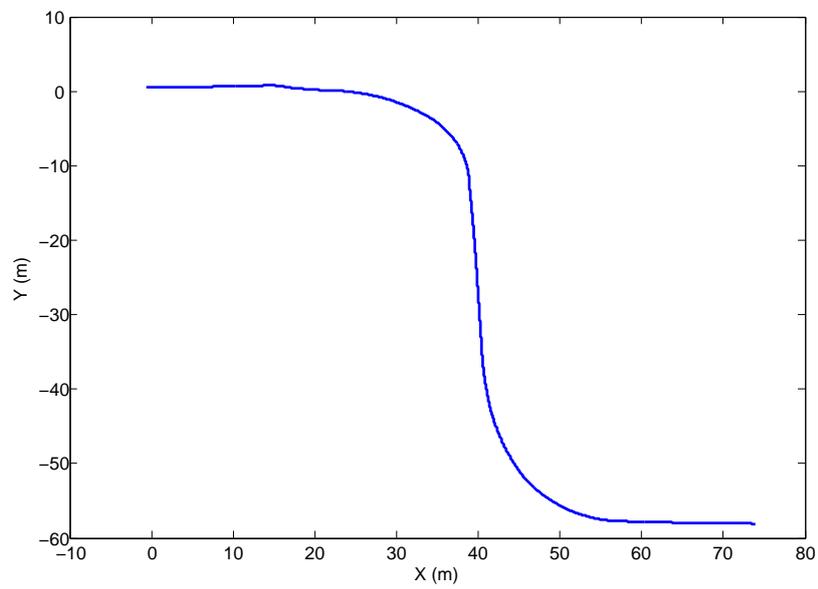


FIGURE 2.7 – Vue du simulateur mécanique ADAMS

FIGURE 2.8 – Trajectoire en Z du robot dans le plan  $(x, y)$

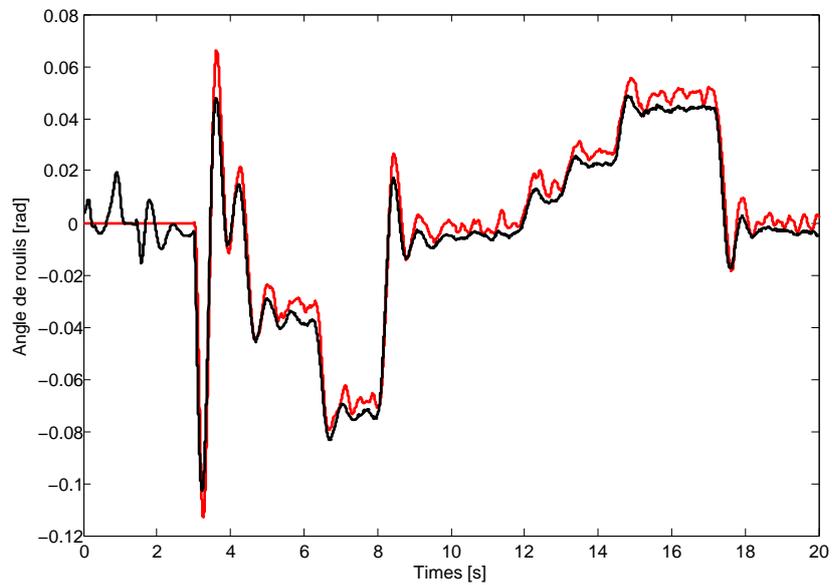


FIGURE 2.9 – Angle de roulis calculé (rouge) et simulé (noir) de la trajectoire en Z [rad]

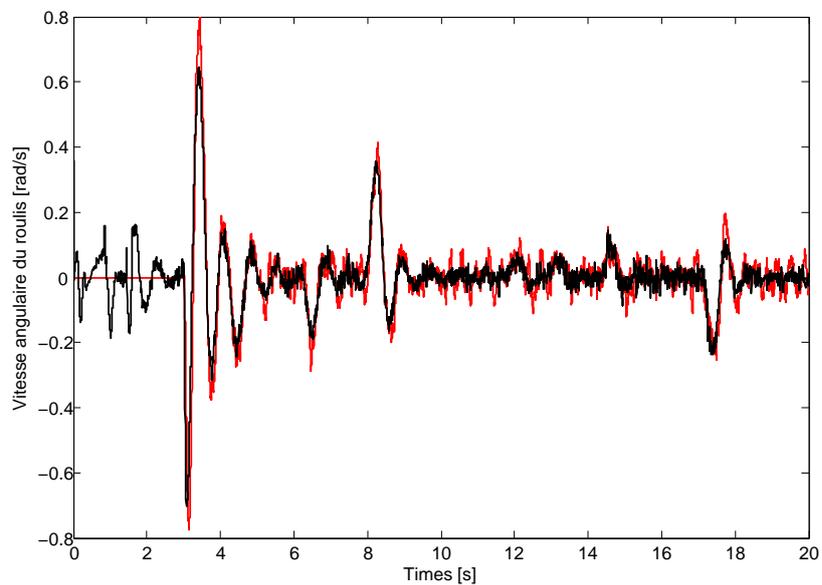
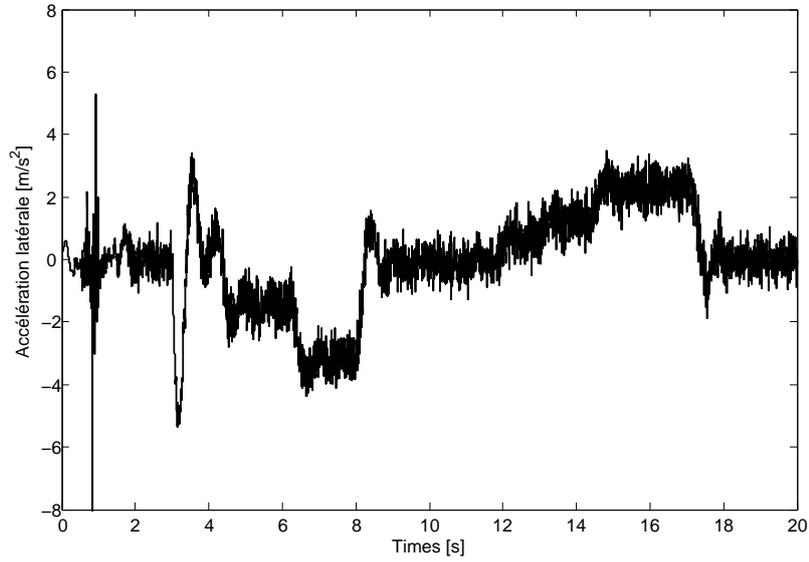
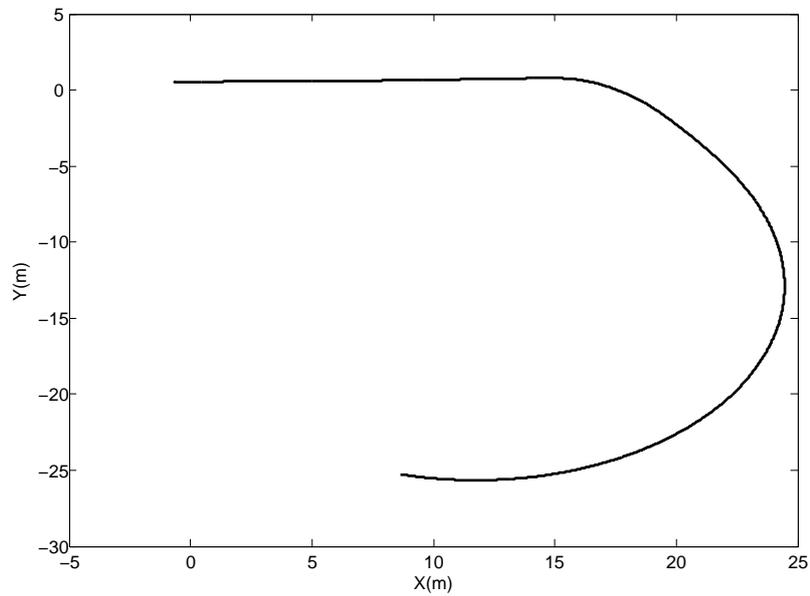


FIGURE 2.10 – Vitesse angulaire de roulis calculée (rouge) et simulée (noir) de la trajectoire en Z [rad/s]

FIGURE 2.11 – L'accélération latérale de la trajectoire en Z [ $m/s^2$ ]FIGURE 2.12 – Trajectoire en O du robot dans le plan  $(x, y)$

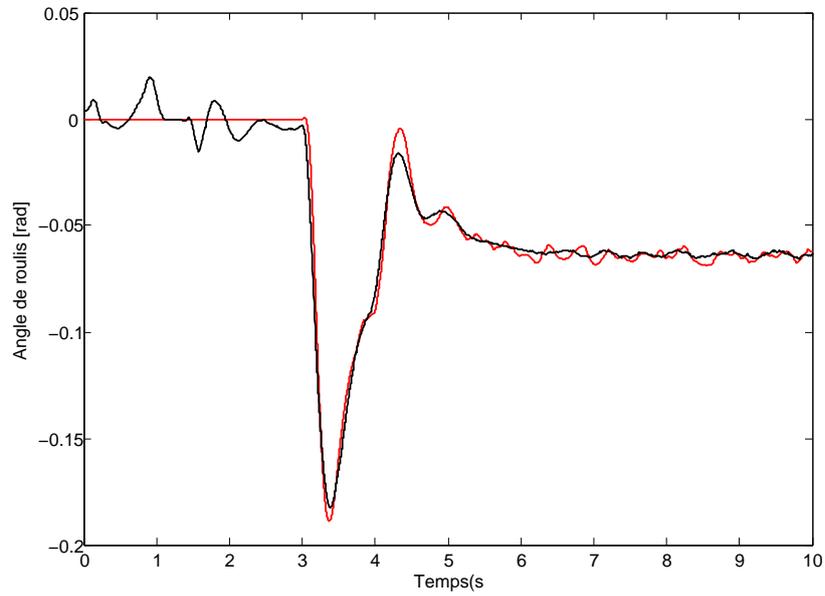


FIGURE 2.13 – Angle de roulis calculé (rouge) et simulé (noir) de la trajectoire en O [rad]

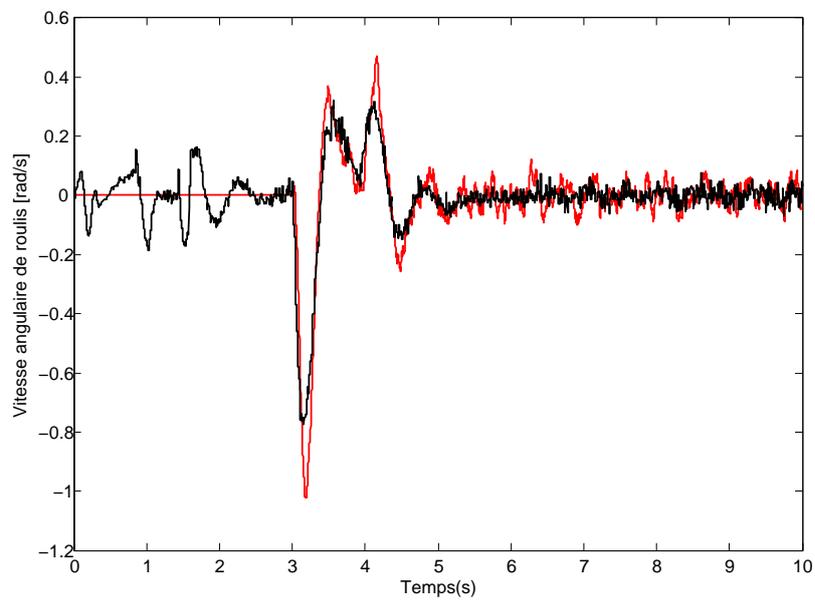
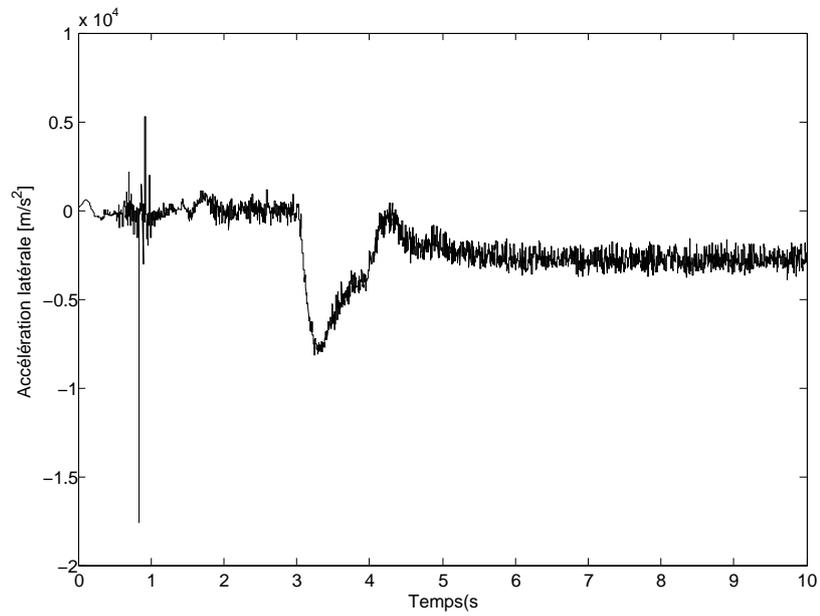
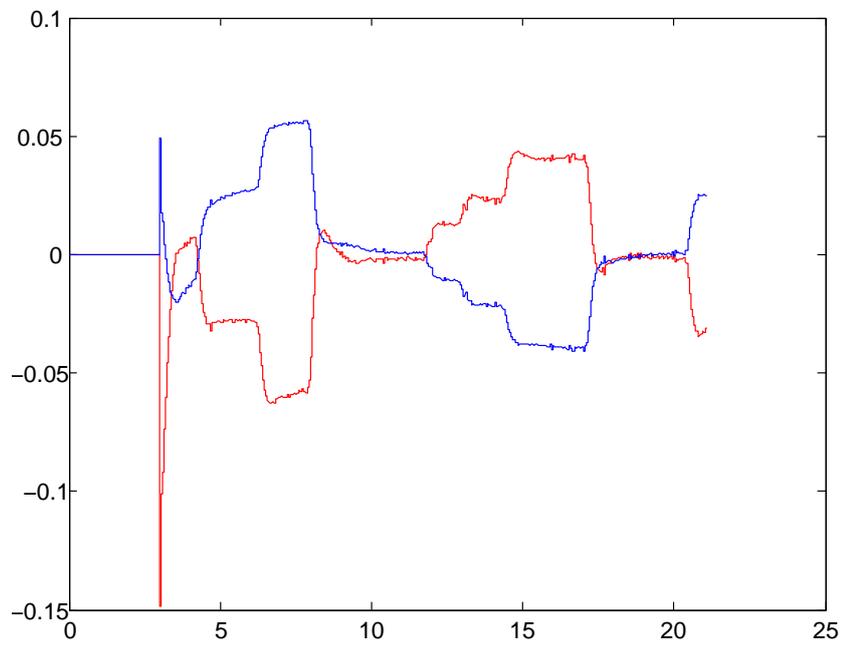


FIGURE 2.14 – Vitesse angulaire de roulis calculée (rouge) et simulée (noir) de la trajectoire en O [rad/s]

FIGURE 2.15 – L'accélération latérale de la trajectoire en O [ $mm/s^2$ ]FIGURE 2.16 – L'angle de braquage avant et arrière [ $rad$ ] en fonction du temps [ $s$ ]

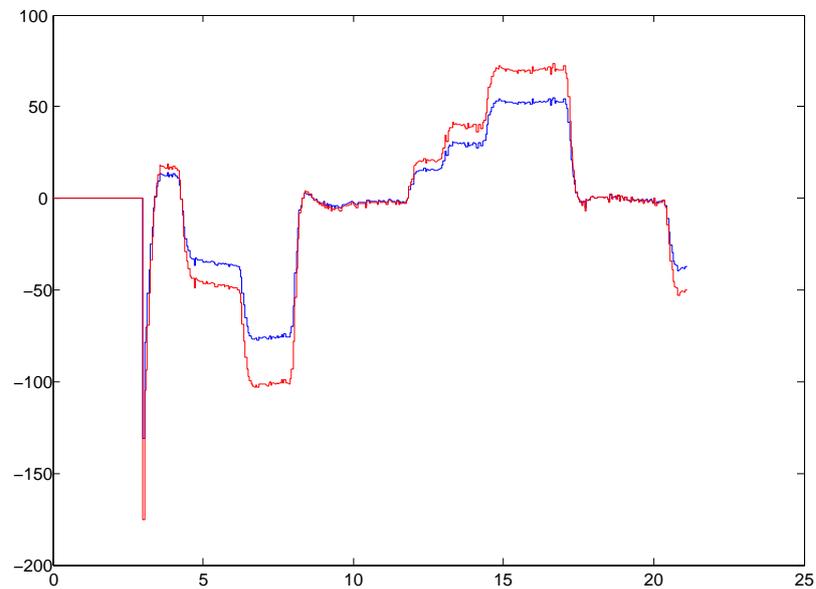


FIGURE 2.17 – La différence des couples moteurs entre les roues gauche/droite à l'avant et à l'arrière [ $N.m$ ] en fonction du temps [ $s$ ]

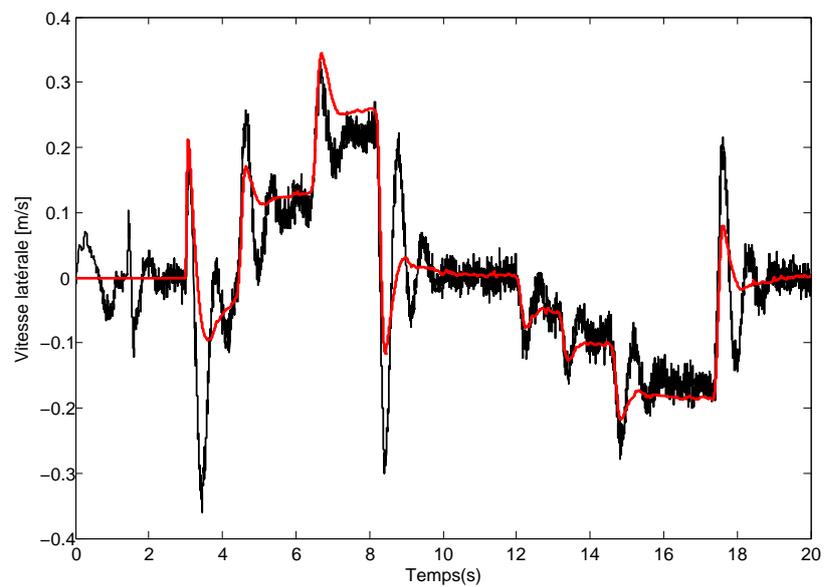
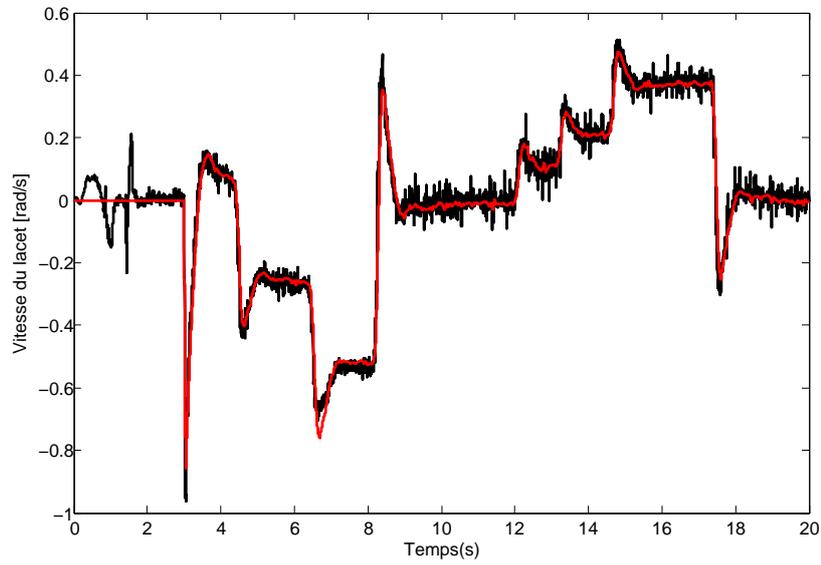
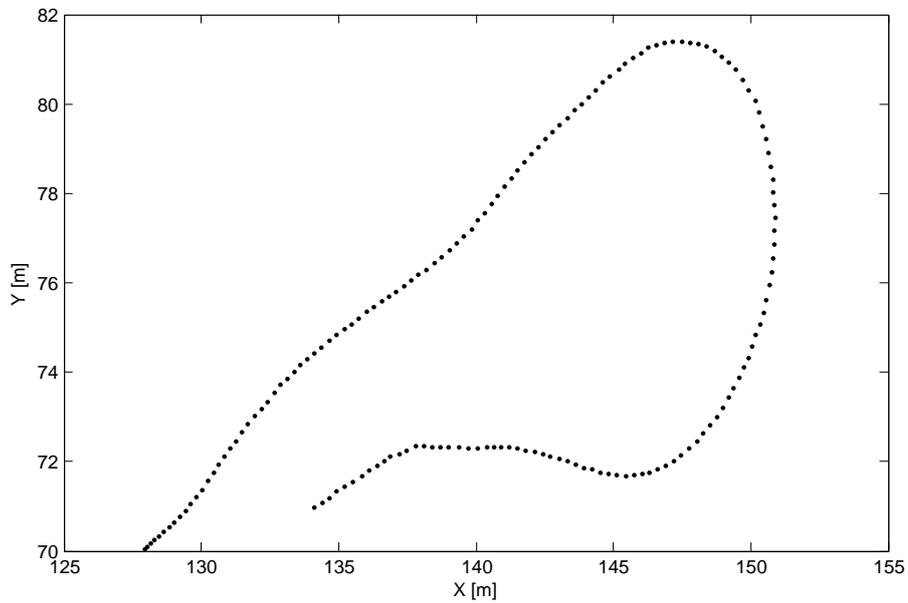
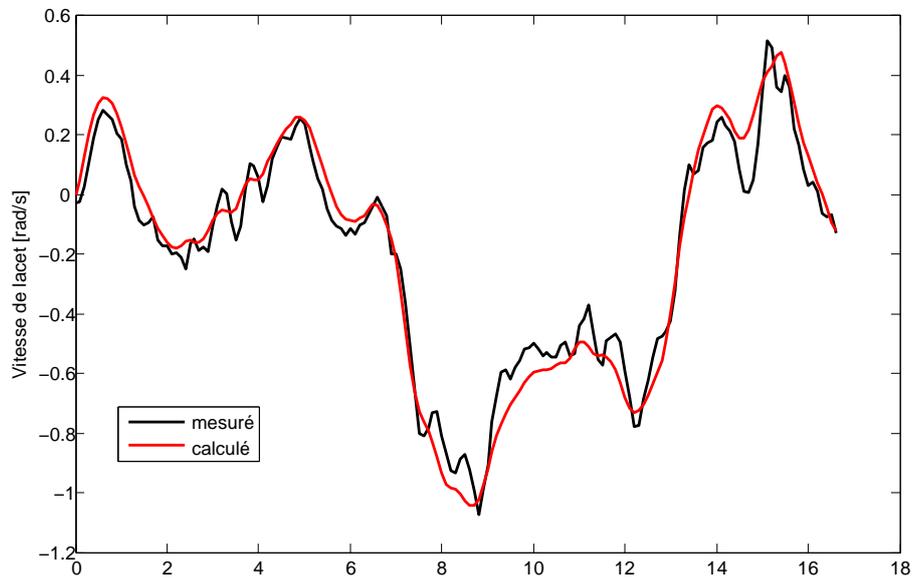
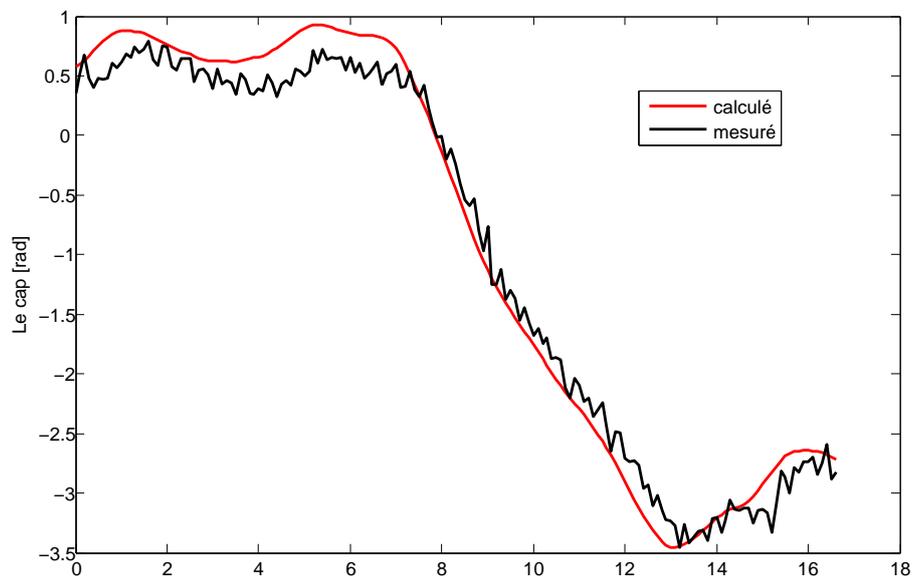
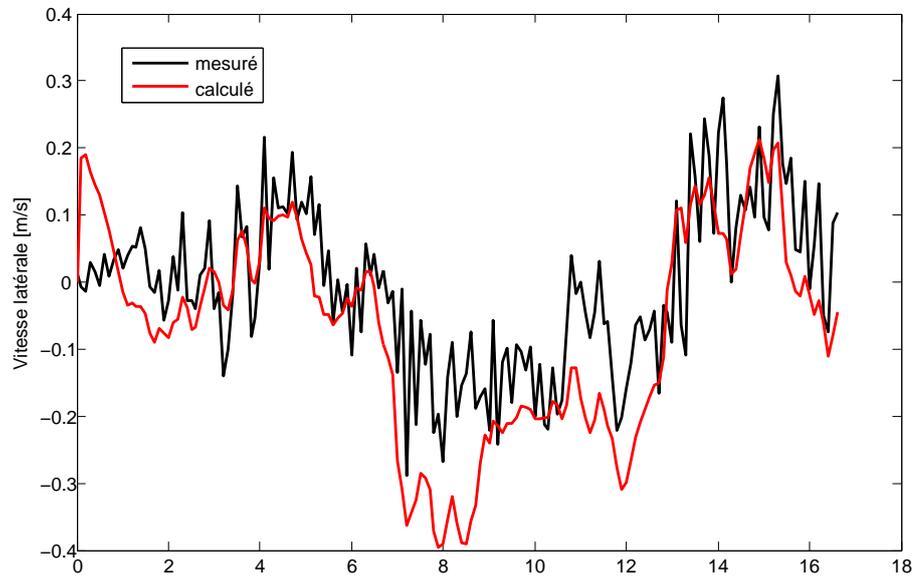
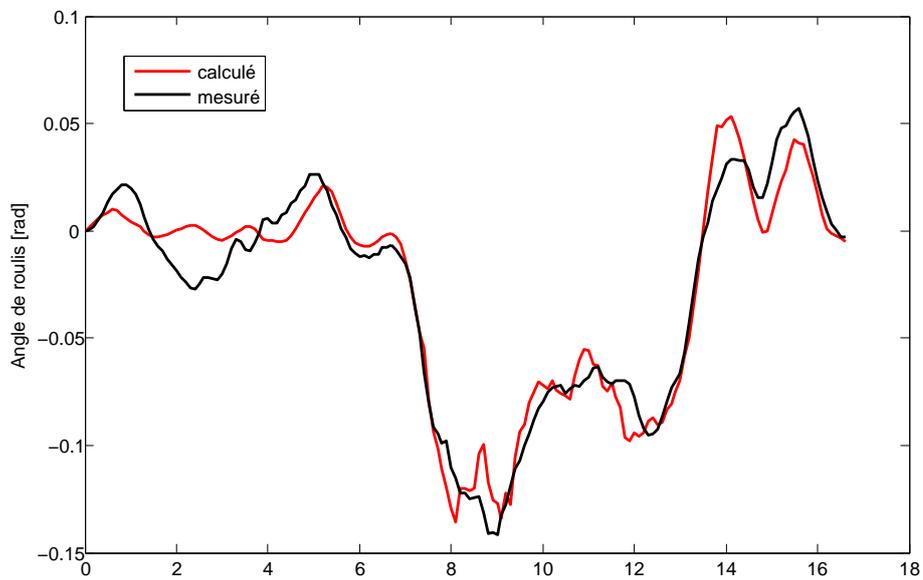


FIGURE 2.18 – Vitesse latérale du centre de masse du véhicule [ $m/s$ ]

FIGURE 2.19 – Vitesse de lacet du véhicule [ $rad/s$ ]FIGURE 2.20 – Trajectoire enregistrée à  $3m/s$

FIGURE 2.21 – Vitesse de lacet enregistrée à  $3m/s$  en fonction du temps [s]FIGURE 2.22 – Le cap enregistré à  $3m/s$  en fonction du temps [s]

FIGURE 2.23 – Vitesse latérale enregistrée à  $3m/s$  en fonction du temps [s]FIGURE 2.24 – L'angle de roulis enregistré à  $3m/s$  en fonction du temps [s]

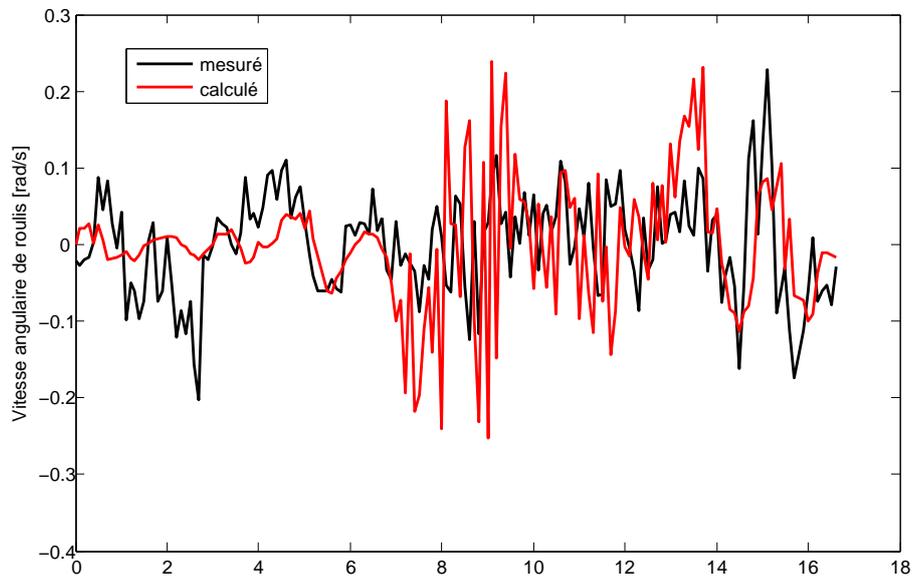
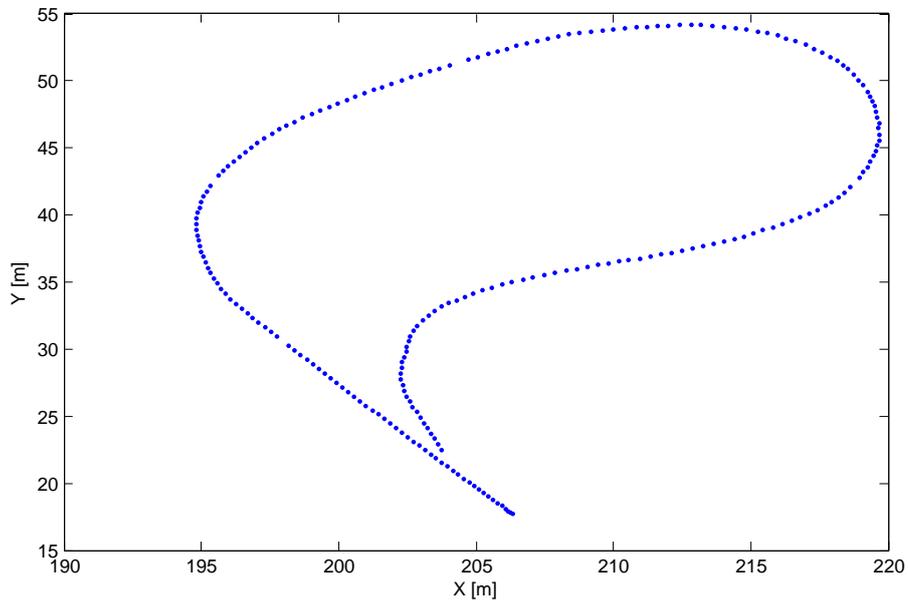
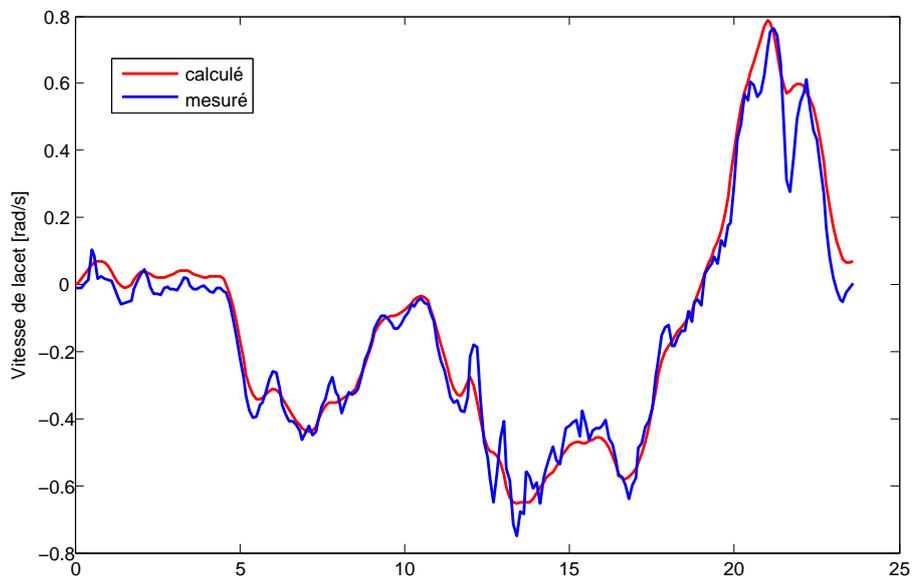
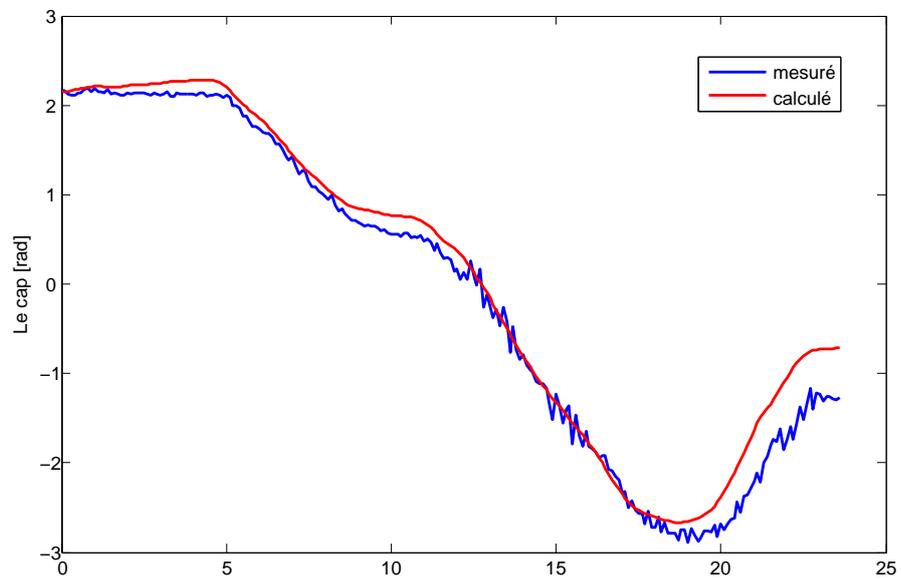
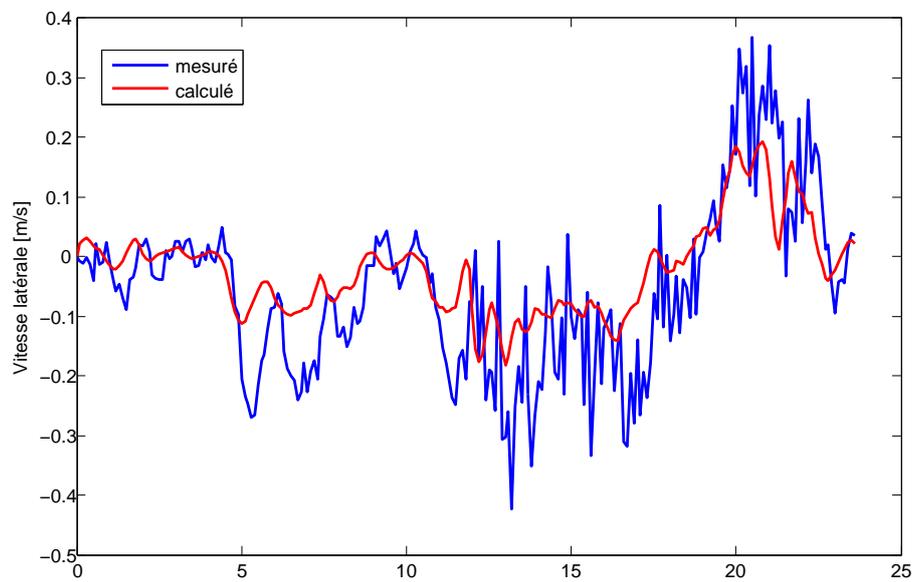
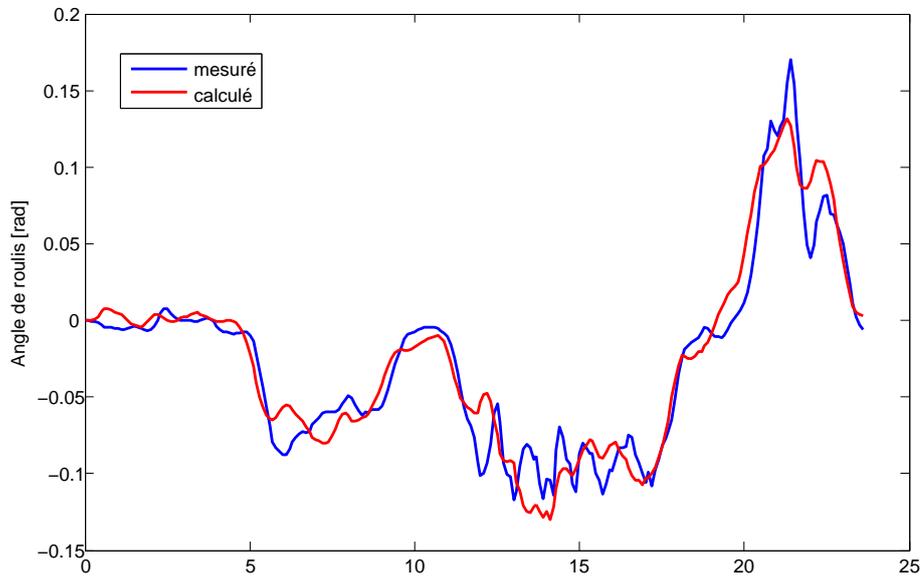
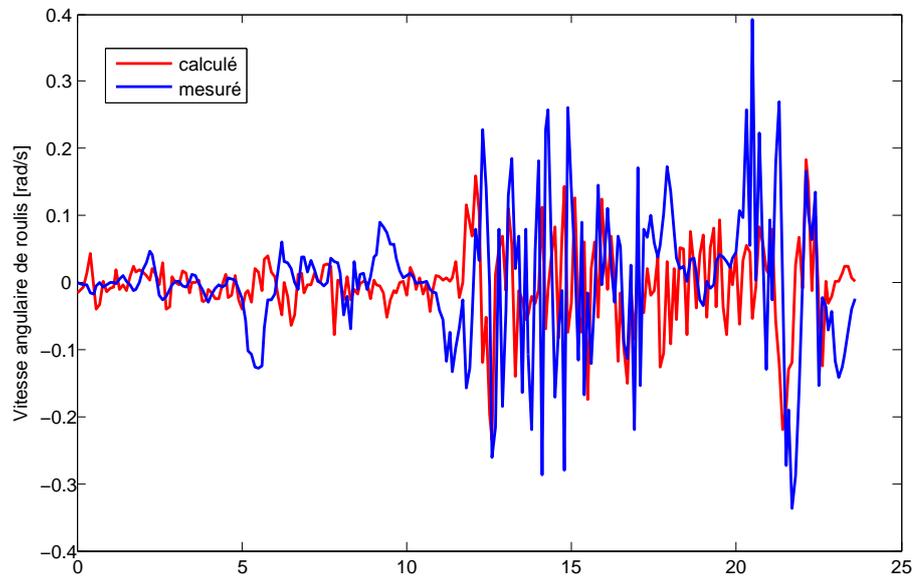


FIGURE 2.25 – Vitesse angulaire de roulis enregistrée à  $3m/s$  en fonction du temps [s]

FIGURE 2.26 – Trajectoire enregistrée à  $4m/s$ FIGURE 2.27 – Vitesse de lacet enregistrée à  $4m/s$

FIGURE 2.28 – Le cap enregistré à  $4m/s$ FIGURE 2.29 – Vitesse latérale enregistrée à  $4m/s$

FIGURE 2.30 – L'angle de roulis enregistré à  $4m/s$ FIGURE 2.31 – Vitesse angulaire de roulis enregistrée à  $4m/s$

---

## 2.8 Conclusion

Dans ce chapitre trois modèles dynamiques de véhicule à quatre roues sont présentés. Le premier est un modèle global qui décrit le mouvement du véhicule suivant les deux axes dans le plan horizontal et la rotation suivant l'axe longitudinal (roulis) et vertical (lacet). Ce modèle dit global est le point de départ des deux modèles suivants. Le but était le découplage de la dynamique en roulis et en lacet pour simplifier davantage les équations et pouvoir les mettre sous la forme d'un modèle linéaire d'état. Ensuite, nous avons validé les deux modèles découplés par des simulations sous ADAMS et SIMULINK et par des expérimentations sur le robot réel. Ces modèles feront la base de la suite de nos travaux sur la synthèse des lois de commande.



# Stabilisation du robot en suivi de trajectoire

---

## Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>51</b>
<b>3.2</b>	<b>Problème de suivi de trajectoire</b>	<b>52</b>
<b>3.3</b>	<b>Modélisation opérationnelle de la cinématique du robot</b>	<b>53</b>
<b>3.4</b>	<b>Synthèse de la loi de commande</b>	<b>56</b>
<b>3.5</b>	<b>Résultats simulés sous ADAMS</b>	<b>57</b>
<b>3.6</b>	<b>Résultats expérimentaux</b>	<b>64</b>
<b>3.7</b>	<b>Conclusion</b>	<b>66</b>

---

## 3.1 Introduction

Dans ce chapitre, le problème de suivi de trajectoire en présence de phénomène de glissements latéraux est abordé. Dans le premier chapitre, un modèle décrivant la dynamique dans le plan horizontal et prenant en compte les glissements a été élaboré. L'idée est d'intégrer à ce modèle d'état les équations des paramètres opérationnels du robot afin de résoudre le problème de suivi de trajectoire. Plusieurs travaux de recherches ont tenté de résoudre le problème de suivi de trajectoires en présence de glissements. Ce qu'on propose dans nos travaux est la fusion de deux modèles : (1) le modèle dynamique (élaboré dans le chapitre (2)) et (2) un modèle cinématique qu'on développera dans ce chapitre et qui décrit le mouvement du robot par rapport à la trajectoire du référence. On synthétisera une commande *LQR* sur la base de ce modèle

couplé. L'objectif de la commande est la minimisation à la fois de l'erreur de suivi de la trajectoire mais aussi les glissements latéraux dans le but de renforcer davantage la stabilité du véhicule.

## 3.2 Problème de suivi de trajectoire

Le suivi de trajectoire est une tâche primordiale pour les robots autonomes. Simple et facile à implémenter, les modèles cinématiques sont les plus utilisés dans la littérature. Cette solution est satisfaisante pour les robots ayant des caractéristiques mécaniques simples et des vitesses d'évolution relativement réduites. On peut citer ici l'exemple des robots d'exploration [Peynot 2003] et [Nitulescu 2006] où le modèle cinématique garde ses performances et sa robustesse. Les performances de ce type de solution se dégrade remarquablement quand la dynamique du véhicule et les glissements deviennent importants notamment pour les robots rapides [Lucet 2009] et [Eaton 2009]. Pour faire face à l'incertitude du modèle ainsi que les perturbations venant du sol, une approche utilisant la commande par mode glissant est avancée dans [Guldner 1994]. Cette commande est souvent citée pour sa robustesse vis-à-vis des perturbations non modélisées. Malgré sa robustesse d'un point de vue théorique elle présente un inconvénient lors de l'implémentation. Cette loi de commande relie deux configurations (plan de glissement et point d'équilibre) du même système (problème traité dans [Tian 2002]). Elle est oscillante autour de la position d'équilibre. Ce qui fait les limites de cette approche dans le plan pratique. Afin de profiter de la boîte à outil de l'automatique linéaire, plusieurs travaux proposent une linéarisation exacte du modèle cinématique du suivi de trajectoire et une conversion sous une forme dite chaînée pour la partie qui n'est pas linéarisable du modèle (voir [Samson 1995][Sordalen 1993][Sampei 1991]). Ces modèles développés pour des robots type unicycle ou type voiture restent les plus utilisés dans le cas où les glissements et la dynamique latérale sont négligeables. Dans le cas contraire, le glissement est supposé comme une perturbation externe sous l'hypothèse de roulement sans glissement [Caracciolo 1999] [Wang 2004] [Lenain 2006a]. Dans ce cas la robustesse de la commande et sa capacité du rejet des perturbations font toute la différence. Pour résoudre ce

problème [Lenain 2009] propose un modèle dynamique qui permet d'estimer l'angle de glissement qui est par la suite injecté dans un modèle cinématique dit étendu (c.à.d considérant le glissement). Cette description de la dynamique latérale à travers l'estimation de l'angle de glissement nous pousse vers une solution qui combine les modèles dynamique et cinématique du véhicule.

### 3.3 Modélisation opérationnelle de la cinématique du robot

Au cours du chapitre (2), nous avons présenté un modèle du comportement dynamique du véhicule dans le plan horizontal. Pour permettre au robot de pouvoir suivre une trajectoire de référence, il faut traduire la tâche du robot en un modèle qu'on appellera le modèle cinématique. On considère le modèle 2D dans le plan d'évolution du véhicule décrit dans la figure (2.2).

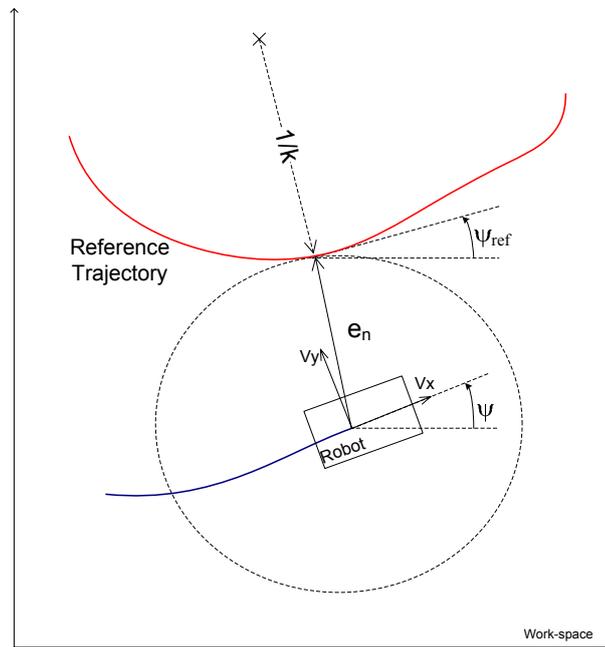


FIGURE 3.1 – Schéma de modélisation de suivi de trajectoire.

Dans la figure (3.1), on définit l'écart angulaire et l'écart latéral du robot par rapport à la trajectoire de référence. On commence tout d'abord par définir

le point le plus proche du centre du véhicule à la trajectoire de référence. La direction de la tangente à la trajectoire en ce point représente la direction ou le cap de référence. Ainsi, l'écart angulaire est défini dans (3.1) par la différence entre le cap de référence  $\psi_{ref}$  et la direction du véhicule  $\psi$ .

$$e_\psi = \psi - \psi_{ref} \quad (3.1)$$

De la même manière, on définit l'écart latéral par la distance entre le centre du robot et le point le plus proche sur la trajectoire de référence (voir figure (3.1)). Comme pour l'écart angulaire, on cherche en premier à exprimer la dynamique de cet écart latéral afin de pouvoir le contrôler. Cette variation est écrite en fonction de la dynamique du véhicule et l'écart angulaire sous la forme (3.2). Pour simplifier l'expression (3.2) de la variation de l'écart latéral, on suppose que l'écart angulaire est faible  $e_\psi \ll 1$ , donc ( $\sin e_\psi \approx e_\psi$ ) et ( $\cos e_\psi \approx 1$ ).

$$\begin{aligned} \dot{e}_n &= V_x \sin e_\psi + V_y \cos e_\psi \\ &= V_x e_\psi + V_y \end{aligned} \quad (3.2)$$

On reprend l'équation (3.1) et on déduit la dérivée de l'écart angulaire  $\dot{e}_\psi$  où on voit apparaître la dynamique du véhicule en  $\dot{\psi}$  et la variation de la direction de référence  $\dot{\psi}_{ref}$ .

$$\dot{e}_\psi = \dot{\psi} - \dot{\psi}_{ref} \quad (3.3)$$

Comme on l'a évoqué dans l'introduction, on reprend le modèle dynamique dans le plan du véhicule qu'on a déjà élaboré dans le chapitre (2) pour décrire la dynamique dans le plan. En revanche la variation de la direction de référence  $\dot{\psi}_{ref}$  doit être définie :

$$\dot{\psi}_{ref} = \frac{V_x \cos e_\psi - V_y \sin e_\psi}{1/k + e_n} \quad (3.4)$$

Pour simplifier l'expression de  $\dot{\psi}_{ref}$  on suppose que l'écart  $e_n$  est faible devant le rayon de courbure  $\frac{1}{k}$  ( $ke_n \ll 1$ ). On peut déduire donc l'expression suivante de  $\dot{\psi}_{ref}$  :

$$\dot{\psi}_{ref} = -V_x k + V_x k^2 e_n \quad (3.5)$$

Ainsi on déduit l'expression de  $\dot{e}_\psi$

$$\dot{e}_\psi = \dot{\psi} - V_x k + V_x k^2 e_n \quad (3.6)$$

Pour rendre cohérent le modèle cinématique avec le modèle dynamique et afin d'aboutir à une forme linéaire on dérive par rapport au temps l'équation (3.6), ce qui nous donne :

$$\ddot{e}_\psi = \ddot{\psi} + V_x^2 k^2 e_\psi + V_x k^2 V_y \quad (3.7)$$

On déduit enfin l'ensemble des équations du modèle cinématique à partir des équations (3.2) et (3.7) et on écrit le système suivant :

$$\begin{aligned} \dot{e}_\psi &= \dot{\psi} - V_x k + V_x k^2 e_n & (3.8) \\ \ddot{e}_\psi &= \ddot{\psi} + V_x^2 k^2 e_\psi + V_x k^2 V_y \\ \dot{e}_n &= V_x e_\psi + V_y \end{aligned}$$

Pour finir la modélisation du problème de suivi de trajectoire, on combine le modèle dit cinématique (3.8) décrit ci-dessus avec le modèle de la dynamique horizontale du véhicule (2.21) déjà élaboré dans le chapitre (2).

$$\begin{aligned} \dot{V}_y &= a_{11} V_y + a_{12} \dot{\psi} + b_{11} \beta_f + b_{12} \beta_r & (3.9) \\ \ddot{\psi} &= a_{21} V_y + a_{22} \dot{\psi} + b_{21} \beta_f + b_{22} \beta_r b_{23} \Delta F_{xf} + b_{24} \Delta F_{xr} \\ \dot{e}_\psi &= \dot{\psi} - V_x k + V_x k^2 e_n \\ \ddot{e}_\psi &= \ddot{\psi} + V_x^2 k^2 e_\psi + V_x k^2 V_y \\ \dot{e}_n &= V_x e_\psi + V_y \end{aligned}$$

Comme on l'a évoqué dans l'introduction, le but est d'élaborer un modèle pour résoudre le problème de suivi de trajectoire tout en prenant en compte la dynamique du véhicule. Ainsi, on peut mettre les équations (3.9) sous la forme linéaire d'état suivante :

$$\dot{x}_c = A_c x_c + B_c u_c \quad (3.10)$$

$$\text{avec } x_c = \begin{bmatrix} V_y & \dot{\psi} & e_\psi & \dot{e}_\psi & e_n \end{bmatrix} \text{ et } u_c = \begin{bmatrix} \beta_f & \beta_r & \Delta F_{xf} & \Delta F_{xr} \end{bmatrix}$$

L'intérêt de ce chapitre est l'élaboration d'un modèle dynamique ayant une forme linéaire avec quatre entrées et permettant par la suite de faciliter la synthèse de la loi de commande.

Par ailleurs, la variation de la matrice dynamique du système peut engendrer des résidus indésirables sur la commande calculée, car la courbure de la trajectoire estimée peut être discontinue. Pour résoudre ce problème, des fonctions de saturation sont placées sur les entrées afin d'éviter la divergence de la commande appliquée sur le système.

### 3.4 Synthèse de la loi de commande

Dans cette section, nous présentons une loi de commande linéaire qui a comme objectif le suivi de trajectoire de référence. Pour synthétiser cette commande, on se base sur le modèle linéaire d'état (3.10) présenté dans la section précédente.

Le choix de la commande est très dépendant de l'objectif, le type du robot ainsi que l'environnement d'évolution. Dans notre cas on a choisi la commande robuste *LQR* (Linear Quadratic Regulator) qui minimise à la fois l'état et l'entrée du modèle (3.10). De ce fait, on peut déduire le critère quadratique à minimiser  $J$ . Soit

$$J = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \int_0^t (x_c^T Q x_c + u_c^T R u_c) dt \quad (3.11)$$

Dans ce critère  $Q$  et  $R$  sont les matrices de pondération de l'état et de la commande. Sans restriction, ces matrices peuvent être choisies symétriques. Elles sont généralement choisies diagonales.

On montre que ce critère est fini si le système est stabilisable à tout instant  $t$ , c'est-à-dire qu'à chaque instant, il existe une matrice de gain  $K$  telle que les valeurs propres de la matrice  $A - BK$  soient à parties réelles négatives.

**Hypothèse : Le couple  $(A,B)$  du modèle d'état est stabilisable.**

*On considère qu'il n'y a pas de mode instable et ingouvernable dans le système formé par les matrices  $A$  et  $B$ . Cette hypothèse est vérifiée numériquement en ligne avant le calcul de la commande.*

Remarquons par ailleurs que la partie du critère concernant l'état final n'est plus pertinente car, sur un horizon infini, l'état tend vers zéro si le système bouclé est stable. C'est là où le réglage par les matrices de pondération intervient afin de réduire le temps de convergence du système bouclé.

**Hypothèse : Le couple  $(A,B)$  est invariant sur un horizon de temps fini.**

L'hypothèse ci-dessus étant admise, on peut déduire que la commande optimale qui minimise le critère  $J$  s'écrit comme un retour d'état  $u_c = -Kx_c$ , où :

$$K = -R^{-1}B^T P \quad (3.12)$$

$P$  étant la matrice qui vérifie l'équation algébrique de Riccati (3.13) suivante :

$$PA + A^T P - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \quad (3.13)$$

Dans la suite, nous passons à la validation de cette loi de commande, d'abord numériquement puis expérimentalement.

## 3.5 Résultats simulés sous ADAMS

Afin de valider la loi de commande ainsi que le modèle élaboré dans ce chapitre, on fait appel au logiciel ADAMS pour la simulation du dynamique

multi-corps du véhicule et au logiciel Matlab/SIMULINK pour le calcul de la commande. Les sorties d'Adams, en l'occurrence la position et orientation de la plateforme, sont injectés en-ligne dans Matlab pour le calcul des commandes. Chaque logiciel utilise son propre solveur d'intégration (ODE) et effectue donc des tests sur la convergence relative. Pour illustrer l'apport de notre approche, deux scénarios de suivi de trajectoire sont proposés dans cette section. Le premier est un suivi de trajectoire en virage qu'on appelle "trajectoire en O". Le deuxième est une double manœuvre droite/gauche qu'on appelle "trajectoire en Z". Dans les deux cas, la trajectoire de référence est connue à l'avance et donnée par ses coordonnées cartésiennes  $(x, y)$ . En simulation la commande *LQR* est calculée en ligne car les matrices  $A$  et  $B$  dépendent de la vitesse longitudinale  $V_x$  et la courbure  $k$ . On filtre l'estimée de la courbure de la trajectoire afin d'éviter les variations brusques de la dynamique du modèle qui pourraient engendrer notamment des commandes brutales et par là des instabilités. Puisqu'on suppose que le couple  $(A_c, B_c)$  est invariant sur un horizon de temps fini, durant les 3 premières secondes de simulation le robot est maintenu en boucle ouverte, le temps d'atteindre la vitesse de référence et un état stable. On rappelle que parmi les hypothèses utilisées ici, la vitesse de parcours est supposée constante. On peut constater sur la figure (3.4) qui représente la trajectoire de référence (en bleu) et la trace du robot (en rouge) que celui-ci suit mieux la trajectoire en ligne droite (à la fin de la mission) qu'en virage. La qualité de suivi de trajectoire se dégrade lors du changement du rayon de courbure (la zone qui sépare le virage et la ligne droite). Cette dégradation est liée à la discontinuité dans le modèle. Cependant, on peut observer en second lieu une amélioration et un rattrapage de la qualité du suivi.

On observe le même phénomène avec la trajectoire en "Z" sur la figure (3.9). Sur cette figure on peut distinguer deux zones : (1) le virage où on note une erreur importante et (2) la zone en ligne droite. Ce qui confirme les observations faites sur la première manœuvre. Les tracés de l'écart latéral de la trajectoire "O" et "Z" sur les figures (3.8) et (3.12) respectivement montrent la différence de comportement de la commande dans différentes situations. Ainsi, on peut distinguer le virage où l'erreur est plus importante que sur une

ligne droite, puis des petits dépassements lors du changement de la courbure. Sur la figure (3.12), on peut même distinguer le virage droite du virage gauche en fonction du signe du dépassement.

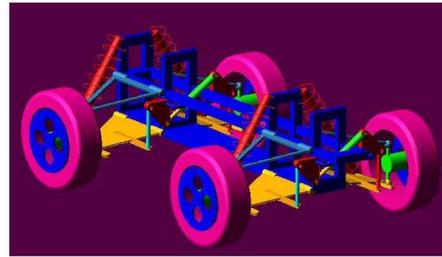
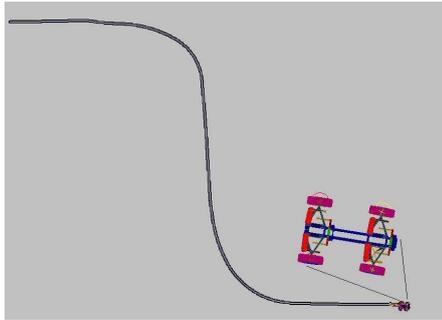


FIGURE 3.2 – Vue de la trajectoire simulée.

FIGURE 3.3 – Vue du modèle ADAMS.

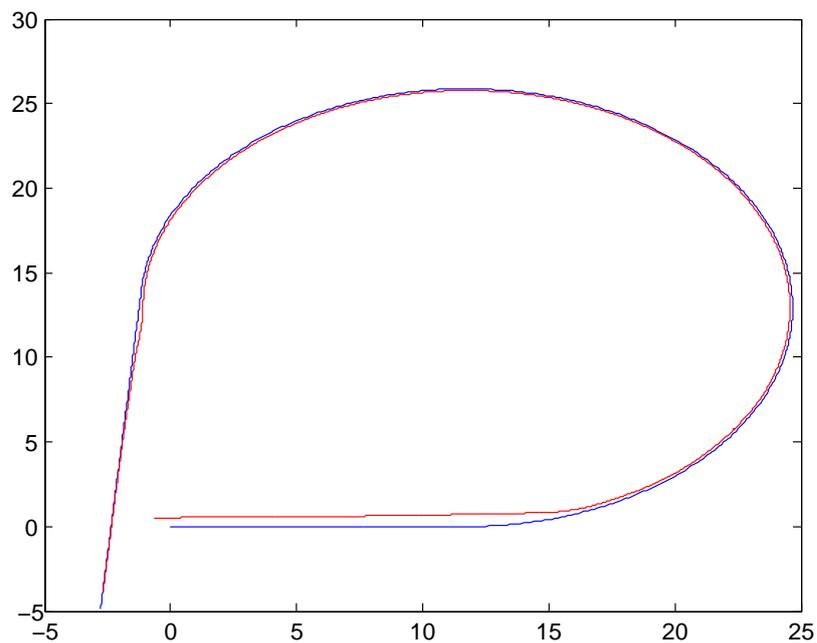


FIGURE 3.4 – Résultats de simulation : Trajectoire de référence (en bleu) et la trajectoire réalisée (en rouge) dans le plan (x,y) en [m]

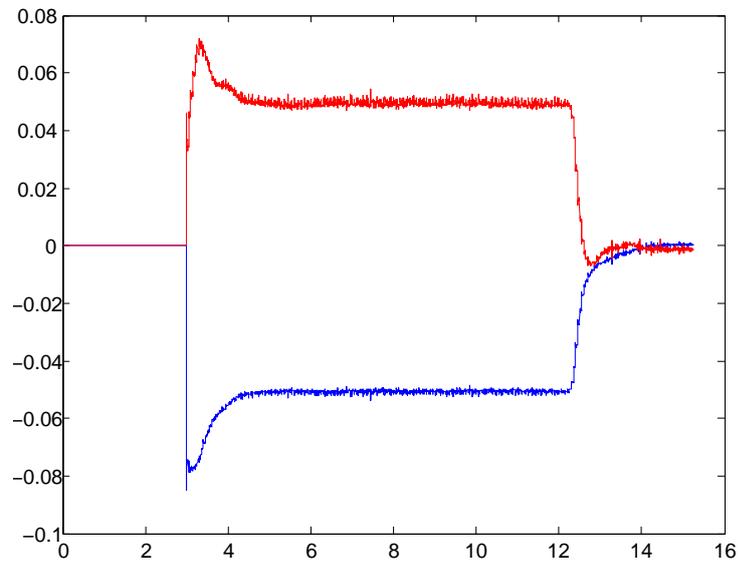


FIGURE 3.5 – Résultats de simulation : L'angle de braquage avant (en bleu) et arrière (en rouge) en  $[rad]$

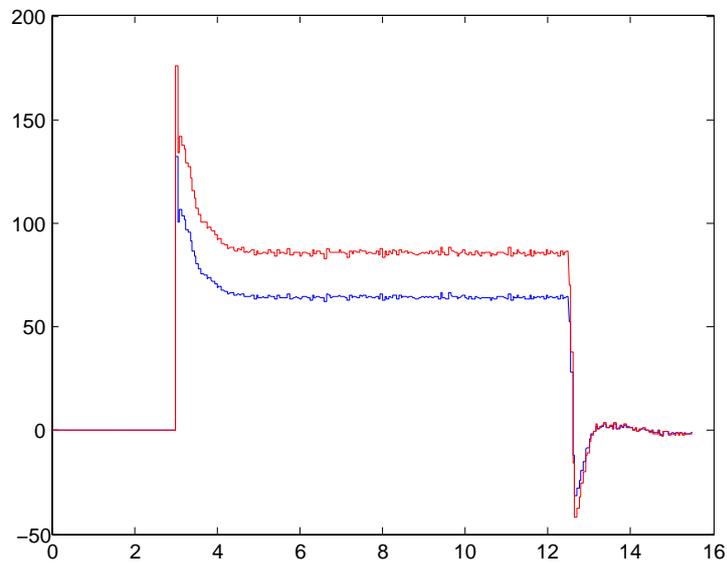
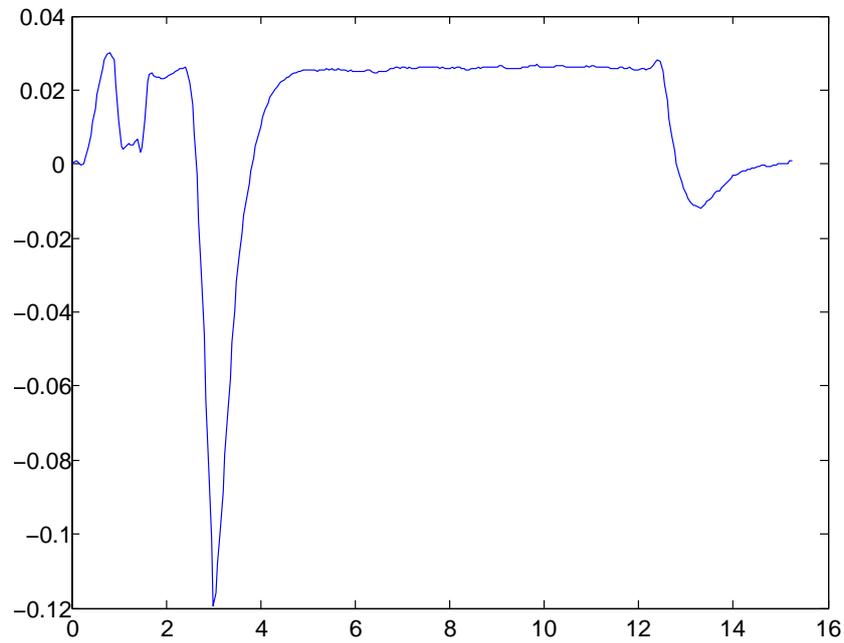
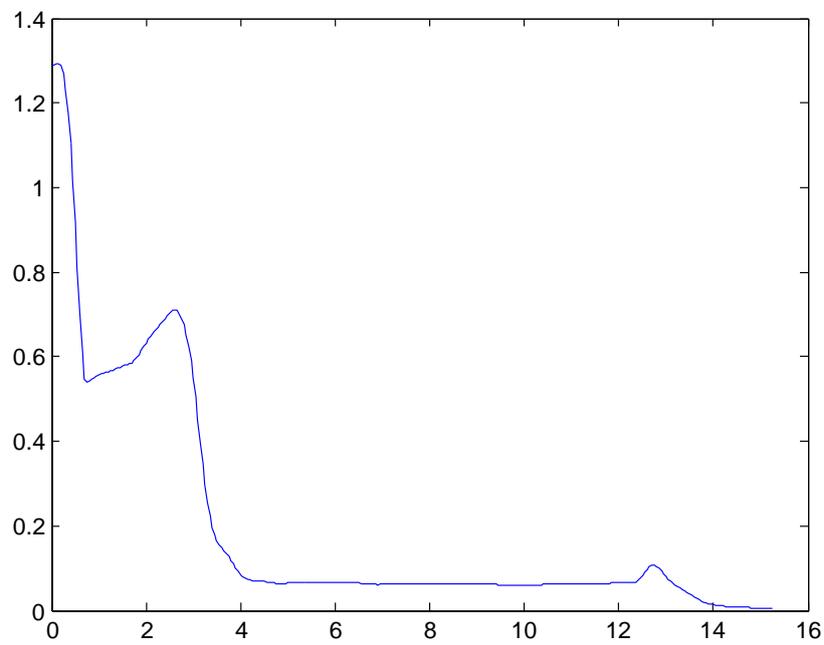


FIGURE 3.6 – Résultats de simulation : la différence du couple moteur des roues gauche et droite en  $[N.m]$

FIGURE 3.7 – Résultats de simulation : écart angulaire en  $[rad]$ FIGURE 3.8 – Résultats de simulation : écart latérale en  $[m]$

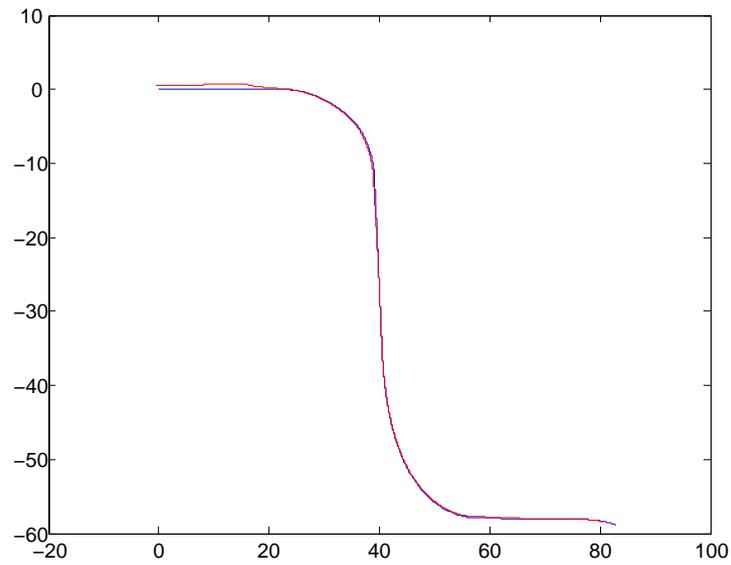


FIGURE 3.9 – Résultats de simulation : Trajectoire de référence (en bleu) et la trajectoire réalisée (en rouge) dans le plan  $(x,y)$  en  $[m]$

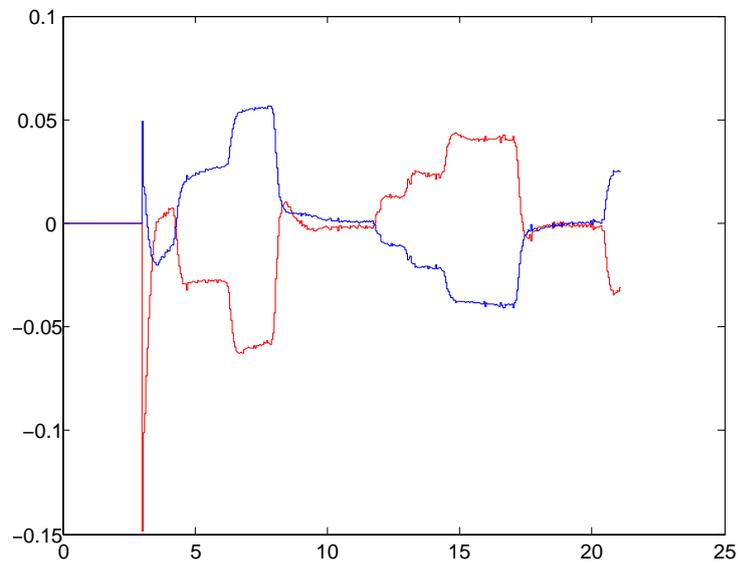


FIGURE 3.10 – Résultats de simulation : angle de braquage pour la trajectoire en  $Z$  en  $[rad]$

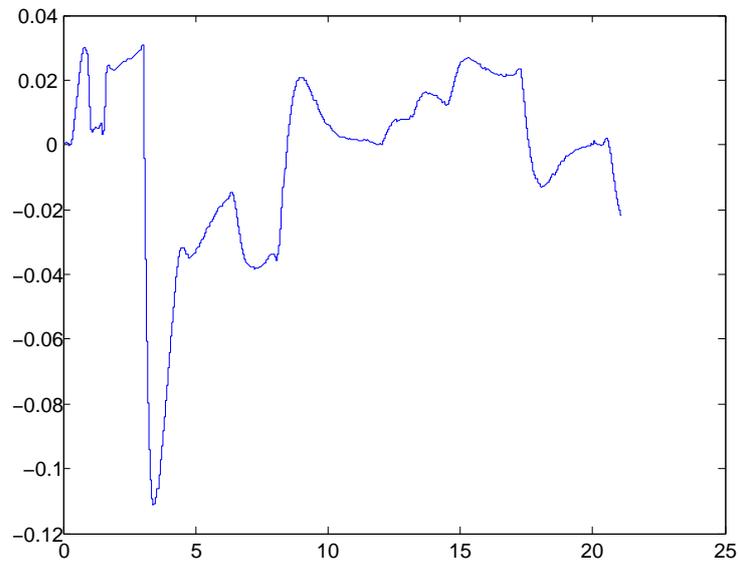


FIGURE 3.11 – Résultats de simulation : écart angulaire pour la trajectoire en Z en  $[rad]$

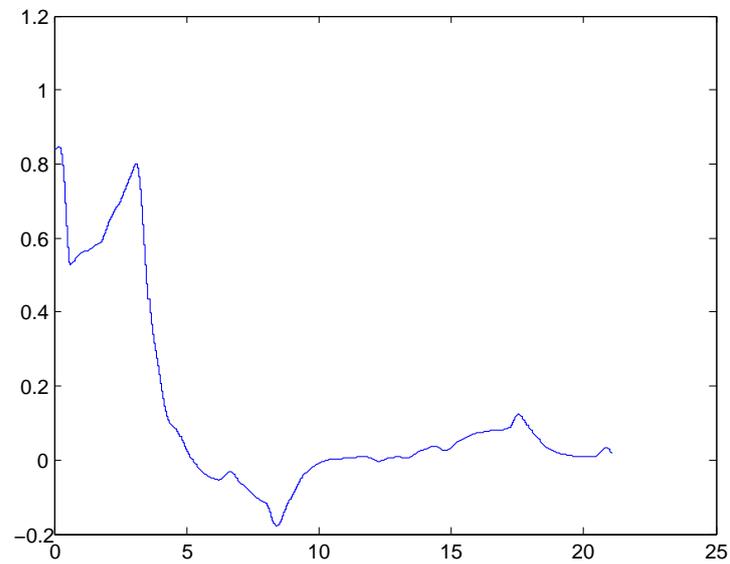


FIGURE 3.12 – Résultats de simulation : écart latéral pour la trajectoire en Z en  $[m]$

## 3.6 Résultats expérimentaux

La validation expérimentale de cette loi de commande est réalisée sur le Robot FastA sur un terrain humide avec une partie en pelouse et une partie en grava. De cette façon, le glissement ne peut pas être négligé ainsi que la variation de la rigidité de dérive. Dans notre loi de commande calculée, le modèle utilisé prend en compte les glissements des roues avant et arrière et suppose constantes les rigidités de dérive sur un horizon de temps fini. L'expérience commence par l'enregistrement de la trajectoire de référence sur le champ à une vitesse de  $8km/h$ . Puis on calcule le cap de la trajectoire à chaque point de coordonnées  $(x, y)$  de la trajectoire enregistrée. Ces points vont être utilisés par la suite comme point de référence  $(\psi, x, y)_{ref}$ .

La trajectoire de référence sur la figure (3.13) est constituée de trois virages à différentes courbures. On lance deux essais à différentes vitesses  $3m/s$  et  $4m/s$ . Le résultat de suivi de trajectoire représenté sur la figure (3.13) est conforme aux attentes puisque le robot, avec notre algorithme de suivi, suit mieux la trajectoire de référence à  $3m/s$  qu'à  $4m/s$ . On remarque également que la qualité du suivi n'est pas la même sur les différents virages. Sur la figure (3.15), on peut distinguer les trois virages à partir de l'amplitude de l'erreur latérale. On peut donc déduire à partir de l'erreur latérale que le premier virage a le plus grand rayon de courbure et le troisième a le plus petit. Cette observation peut être généralisée avec le tracé de l'erreur angulaire (voir figure(3.14)).

Les oscillations observées sur l'écart angulaire et l'écart latéral nous interpellent dès qu'on atteint une vitesse de  $3m/s$ . Quand on passe à  $4m/s$  les oscillations persistent avec une amplitude plus importante. Comme on peut le voir sur les deux figures (3.15) et (3.14) la loi de commande n'arrive pas à stabiliser le robot autour de la trajectoire de référence à cette vitesse. On peut expliquer la limitation de cette commande non-observée dans les simulations par le fait qu'elle ne prend pas en compte le retard de la commande du système qui est de l'ordre de  $0.25s$ . Quand on augmente la vitesse, la distance parcourue par le robot pendant ce " temps du retard " augmente. Ce qui explique la dégradation des résultats entre  $3m/s$  et  $4m/s$  (temps de retard identiques

mais distances parcourues différentes).

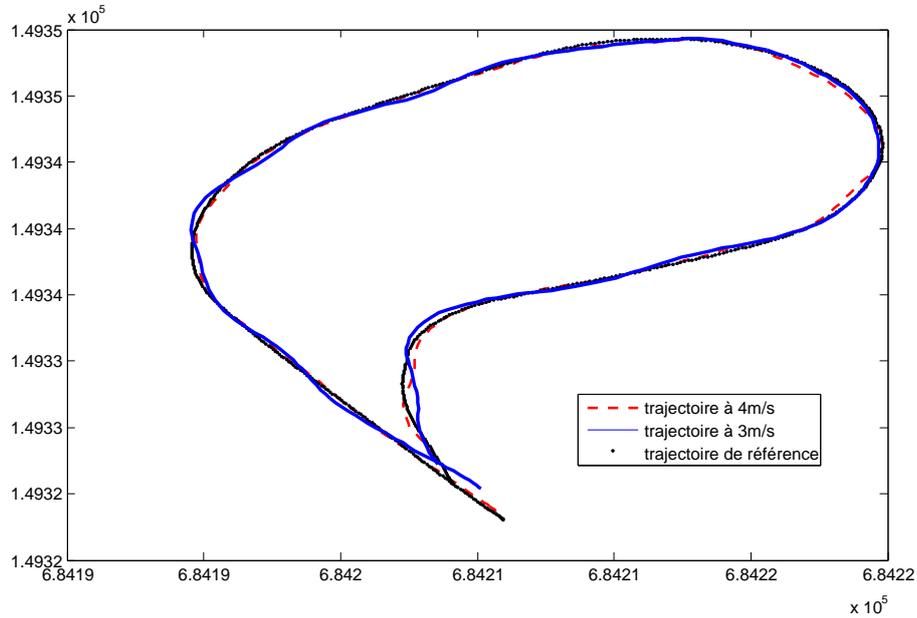


FIGURE 3.13 – La trajectoire enregistrée à différentes vitesses [m]

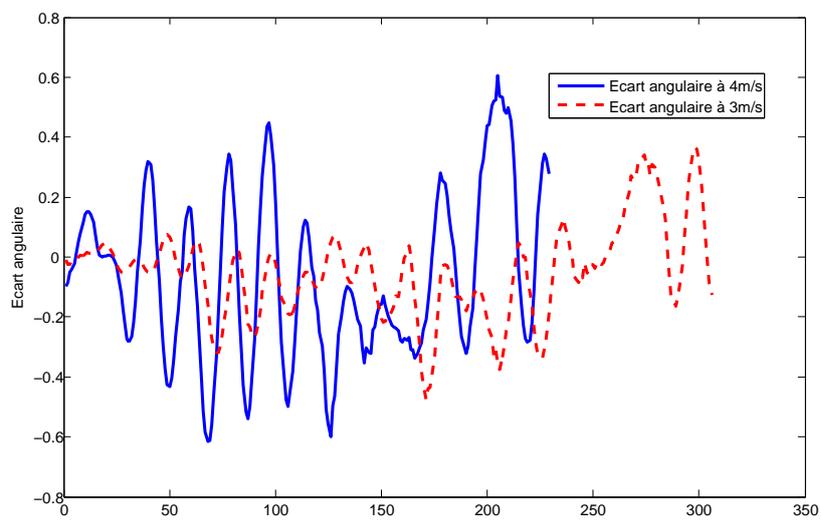


FIGURE 3.14 – L'écart angulaire à différentes vitesses [rad]

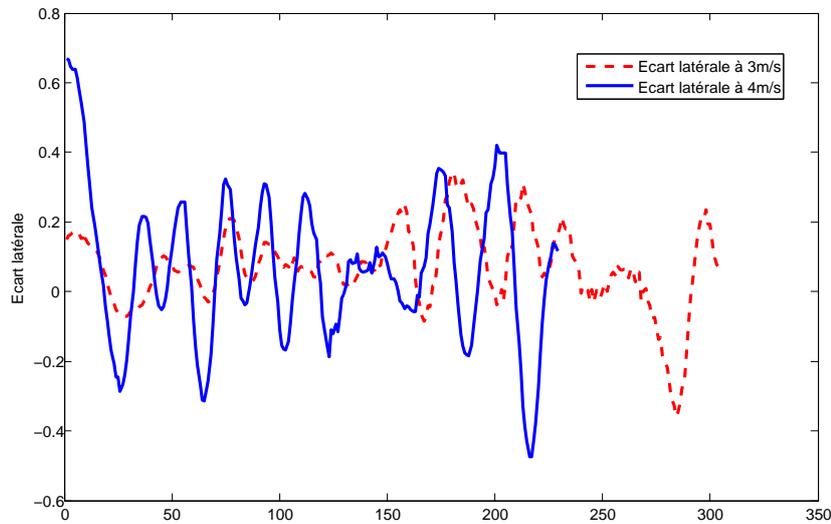


FIGURE 3.15 – L'écart latéral à différentes vitesses [m]

### 3.7 Conclusion

Dans ce chapitre, le problème de suivi de trajectoire d'un robot mobile à double trains directeurs a été abordé. L'objectif de la mission du robot est le suivi d'un chemin de référence défini à l'avance. Le travail comporte deux parties primordiales pour réussir un tel objectif. La première partie consiste à élaborer un modèle global où on fusionne la dynamique du robot dans le plan horizontal avec le modèle cinématique en relation avec la tâche de suivi. Ce modèle a été validé en premier lieu avec le simulateur mécanique ADAMS ensuite avec sur la plateforme réel. La deuxième partie de ce travail consiste à synthétiser une loi commande sur la base du modèle développé. Les résultats de simulation montrent la qualité de la modélisation et valide la performance de la commande utilisée. La commande linéaire quadratique représente une famille de commande qui se base sur l'équation d'état du système linéarisé dans le but de définir une commande optimale. Comme on l'a vu dans ce chapitre la commande *LQR* permet de faire tendre l'état vers zéro sans savoir ni l'état futur du système ni la consigne à suivre. Pour cela, nous avons pensé à une autre technique de commande de la même famille mais avec un objectif différent. Cette technique est la commande prédictive, elle fera l'objet du

chapitre suivant et s'appuiera sur un autre critère d'optimisation.



# Commande Prédictive Généralisée Non linéaire en suivi de chemin

## Sommaire

<b>4.1 Introduction</b> . . . . .	<b>69</b>
<b>4.2 Modélisation non linéaire du suivi</b> . . . . .	<b>70</b>
<b>4.3 Commande Prédictive Généralisée Non linéaire à temps continu</b> . . . . .	<b>72</b>
4.3.1 Système multi-input multi-output . . . . .	72
4.3.2 Dérivées de Lie . . . . .	73
4.3.3 Prédiction de la sortie . . . . .	75
4.3.4 Critère quadratique . . . . .	77
4.3.5 Elaboration de la loi de commande . . . . .	78
<b>4.4 Synthèse de la commande appliquée au suivi de chemin</b>	<b>83</b>
<b>4.5 Résultats simulés sur ADAMS</b> . . . . .	<b>86</b>
<b>4.6 Résultats expérimentaux</b> . . . . .	<b>94</b>
4.6.1 Description de l'expérience . . . . .	94
4.6.2 Interprétation des résultats . . . . .	95
<b>4.7 Conclusion</b> . . . . .	<b>101</b>

## 4.1 Introduction

Les systèmes autonomes tel que l'être humain nécessitent de se projeter dans le futur pour anticiper sur les événements futurs et mieux agir sur soi. Il

est plus sûr pour un être humain de marcher en regardant devant soi que de regarder entre ses pieds. On peut se poser la question : c'est quoi la différence entre les deux cas ? La différence est que celui qui regarde devant lui agit en fonction de la prédiction de son état dans le futur. Le deuxième qui regarde entre ses pieds agit en fonction de son état instantané puisqu'il ne peut pas se projeter dans le futur. D'où la notion de la commande prédictive qui dépend non seulement de l'état présent du système mais aussi de son état futur prédit.

Ce qui fait de cette commande l'une des méthodes les plus puissantes c'est sa capacité à prendre en compte à la fois la dynamique actuelle, future (l'état prédit) et éventuellement les contraintes. De plus cette technique peut être appliquée sur des systèmes à une seule ou plusieurs variables, de type linéaire (MPC) ou non-linéaire (NMPC). Cette technique est apparue en 1962 avec les travaux de Zadeh et Whalen [Zadeh 1962]. La technique de la commande prédictive a été connue dans le monde industriel par les travaux de [Richalet 1978] dans le secteur de la pétrochimie dont la dynamique des processus sont relativement lent. L'approche a été par la suite adaptée aux systèmes rapides, [Michalska 1993],[Chemori 2008][Zavala 2008] ainsi qu'en robotique mobile [Klanar 2007][Normey-Rico 1999].

Cette technique de commande est utilisée dans ce chapitre pour la réalisation d'une tâche de suivi de chemin. Dans ce problème, la prédiction est intéressante dans la prise en compte des changements futurs (sur un horizon de temps fini) du chemin de référence afin de mieux les anticiper.

Dans ce chapitre, un modèle dynamique non-linéaire en l'état et affine en contrôle, sera présenté. Ensuite, nous présentons une méthode de commande minimisant un critère quadratique basé sur la prédiction de l'erreur entre la sortie choisie et la référence. Enfin, on valide cette étude par des simulations réalisées sous le logiciel MD ADAMS couplé à Matlab/Simulink, ainsi que par des tests réels sur le robot mobile FastA.

## **4.2 Modélisation non linéaire du suivi**

Dans cette section avant de commencer la synthèse de la loi de commande proprement dite, nous allons rappeler la structure du modèle dynamique cou-

plé aux équations cinématiques de la tâche, en l'occurrence le suivi de chemin. Les équations cinématiques sont fortement linéaires à la base. Elles ont été linéarisées dans le chapitre précédent afin de pouvoir appliquer la commande optimale LQR. Nous avons vu quelques limitations de cette commande. Afin d'améliorer les performances de suivi de chemin à haute vitesse, nous avons choisi de tester une autre commande plus avancée. Cette commande est la Commande Prédictive Généralisée Non linéaire à temps Continu (NCGPC). Cependant, pour définir une commande qui prend en compte l'état futur du système, il faut définir un état de référence à l'avance. Mais l'état du modèle linéaire déjà utilisé ne peut pas être calculé sur un horizon de temps fini. Par conséquent, la commande prédictive ne peut pas être appliquée sur ce type de modèle ; Car il n'y a que la position dans le plan qui est connue à l'avance. Ce qui nous a amené à proposer le modèle (4.1), non-linéaire en l'état et affine en la commande, ayant comme sortie la position dans le plan horizontal et le cap du véhicule.

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_y &= a_{11}V_y + a_{12}V_\psi + b_{11}\beta_f + b_{12}\beta_r & (4.1) \\
 \dot{V}_\psi &= a_{21}V_y + a_{22}V_\psi + b_{21}\beta_f + b_{22}\beta_r \\
 \dot{\psi} &= V_\psi \\
 \dot{X} &= V_x \cos \psi - V_y \sin \psi \\
 \dot{Y} &= V_x \sin \psi + V_y \cos \psi
 \end{aligned}$$

avec  $a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}, b_{11}, b_{12}, b_{21}$  et  $b_{22}$  les paramètres définis dans le chapitre 2. On note par  $y$  la sortie du système définie par :

$$y = \begin{pmatrix} \psi \\ X \\ Y \end{pmatrix}$$

Le modèle (4.1) sera la base de la commande prédictive calculée dans la suite de ce chapitre.

Comme le montre ce modèle, le vecteur de sortie est composé par les trois derniers termes de l'état du système. Les deux premiers seront calculés en ligne. Le lacet  $V_\psi$  est une mesure. La vitesse latérale  $V_y$  est estimée en ligne

par un filtre de Kalman comme décrit dans le chapitre 2 lors de l'identification paramétrique.

### 4.3 Commande Prédictive Généralisée Non linéaire à temps continu

La commande prédictive est une commande optimale qui se base sur la minimisation d'un critère quadratique composé par l'erreur entre la sortie prédite et la référence.

L'avantage de cette méthode est qu'elle s'applique à des systèmes non linéaires en l'état, d'où l'appellation "Commande prédictive généralisée non linéaire à temps continu" ou "Nonlinear Continuous-time Generalized Predictive Control" (NCGPC). La prédiction se base sur un développement en séries de Taylor et la connaissance des dérivées de la fonction dynamique du système jusqu'à l'ordre dit degré relatif.

Dans cette section on présente cette technique appliquée à des systèmes multi-entrées multi-sorties (MIMO). Bien entendu, la méthode peut être appliquée à des systèmes mono-entrée mono-sortie (SISO), il suffit pour cela de réduire la taille de l'entrée et la sortie à un. Cette technique a été développée dans [Dabo 2010] pour un système dont le nombre de sortie est égal au nombre d'entrée. Nous la généralisons ici pour système quelconque.

#### 4.3.1 Système multi-input multi-output

Soit un système non linéaire MIMO de la forme suivante :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + \sum_{i=1}^p g_i(x)u_i \\ y &= \left( h_1(x), \dots, h_m(x) \right) \end{aligned} \quad (4.2)$$

où le vecteur d'état  $x \in X \subset \mathbb{R}^n$ , la sortie  $y \in Y \subset \mathbb{R}^m$  et la commande  $u \in U \subset \mathbb{R}^p$ . Avec  $X$  un ouvert de  $\mathbb{R}^n$  et  $U$  et  $Y$  des ouverts de  $\mathbb{R}^p$  et  $\mathbb{R}^m$  respectivement. Rappelons que ce type de système, comme le montre (4.2), est non linéaire en l'état et affine en la commande. Cette propriété est indispensable pour pouvoir utiliser cette loi de commande. La technique du NCGPC

consiste à minimiser un critère quadratique qui se base sur la différence entre l'état prédit et un signal de référence. Notre objectif est de traiter un problème de poursuite asymptotique de trajectoire de référence tout en minimisant une fonction coût définie. Il s'agit donc de fixer un signal de référence qu'on note  $w(t)$  et de faire tendre la sortie  $y(t)$  vers  $w(t)$  en utilisant une loi de commande optimale sur tout l'horizon de prédiction.

Ainsi, soit  $w \in \mathfrak{R}^m$  le vecteur de référence tel que  $w = \begin{pmatrix} w_1(t) & \dots & w_m(t) \end{pmatrix}$  et  $e \in \mathfrak{R}^m$  le vecteur d'erreur défini par l'expression suivante :

$$e_i(t) = h_i(x(t)) - w_i(t) \tag{4.3}$$

avec  $h_i(x(t))$  la  $i^{ime}$  composante du vecteur de sortie  $y$ .

La variable  $t$  est considérée comme l'instant présent. Nous désignons par  $\tau$  l'instant auquel la prédiction va se faire et par  $T_i$  l'horizon de prédiction sur l'erreur  $e_i$ . Par conséquent, on peut écrire le critère quadratique pour chacune des composantes  $h_i(x(t))$  de la sortie  $y$  sous la forme :

$$J_i = \frac{1}{2} \int_0^{T_i} [\hat{e}_i(t + \tau)]^2 d\tau \tag{4.4}$$

D'où le critère global  $J$  tel que :

$$J = \sum_{i=1}^m J_i = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \left( \int_0^{T_i} [\hat{e}_i(t + \tau)]^2 d\tau \right) \tag{4.5}$$

Ainsi l'objectif de la commande sera la minimisation du critère global  $J_m$

Pour exprimer l'erreur prédite, nous avons besoin de quelques notions sur les dérivées de Lie des fonctions non-linéaires. Ensuite on détaillera la prédiction de la sortie et de la trajectoire de référence pour pouvoir écrire le critère à minimiser et enfin en déduire la loi de commande.

### 4.3.2 Dérivées de Lie

Pour simplifier la présentation dans la suite du mémoire, nous utilisons la notation standard des dérivées de Lie et on garde les mêmes paramètres du

système. La dérivée de Lie de la sortie  $h_i$  le long de  $f$  en  $x \in \mathfrak{R}^n$ , notée par  $L_f h_i(x)$ , est donnée par l'expression suivante :

$$L_f h_i(x) = \sum_{j=1}^n \frac{\partial h_i}{\partial x_j}(x) f_j(x) \quad (4.6)$$

De façon inductive, on définit

$$L_f^k h_i(x) = L_f L_f^{k-1} h_i(x) = \frac{\partial L_f^{k-1} h_i}{\partial x}(x) f(x) \quad (4.7)$$

avec  $L_f^0 h_i(x) = h_i(x)$ .

On définit par  $\rho$  le vecteur degré relatif composé par les degrés relatifs  $\rho_i$  propres à chacune des sorties  $h_i$ . Le degré relatif d'une sortie est le nombre minimal de dérivations de cette sortie nécessaires pour faire apparaître explicitement dans son expression au moins une composante du vecteur d'entrée.

Un système MIMO non-linéaire, de la forme (4.2), a un vecteur degré relatif  $\rho = \begin{pmatrix} \rho_1(t) & \dots & \rho_m(t) \end{pmatrix}$  autour de  $x^0$  si :

1.  $L_{g_j} L_f^k h_i(x) = 0$  pour tout  $1 \leq j \leq p$ , pour tout  $k \prec \rho_i - 1$ , pour tout  $1 \leq i \leq m$  et tout  $x$  dans un voisinage de  $x^0$
2. la matrice  $D(x)$  de dimension  $m \times m$ , appelée matrice de découplage, donnée par :

$$D(x) = \begin{bmatrix} L_{g_1} L_f^{\rho_1-1} h_1(x) & \dots & L_{g_p} L_f^{\rho_1-1} h_1(x) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{g_1} L_f^{\rho_m-1} h_m(x) & \dots & L_{g_p} L_f^{\rho_m-1} h_m(x) \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

est non singulière en  $x = x^0$ .

Comme dit précédemment, le degré relatif est l'ordre de la dérivée à partir duquel le terme de commande apparaît. Puisque ce terme est linéaire et étant donnée la structure affine des termes de commande dans l'équation d'état, il est donc aisé de prédire la sortie jusqu'à un certain horizon temporel, de formuler le problème d'optimisation, sous une forme quadratique et enfin d'en extraire la solution sous une forme analytique.

### 4.3.3 Prédiction de la sortie

La prédiction de la sortie est déduite à partir de son développement en série de Taylor. Le développement en série de Taylor de la sortie  $y$  à l'instant  $(t + \tau)$  jusqu'à un ordre, égal au degré relatif  $\rho$ , est donné par :

$$\hat{y}(t + \tau) = \sum_{k=0}^{\rho} y^{(k)}(t) \frac{\tau^k}{k!} + R(\tau^\rho) \quad (4.9)$$

où  $t$  correspond à l'instant présent et  $t + \tau$  à l'instant de prédiction. Le terme  $R(\tau^\rho)$  représente les éléments d'ordre supérieur du développement qui, lorsqu'ils sont négligés, on obtient l'équation suivante :

$$\hat{y}(t + \tau) \approx \sum_{k=0}^{\rho} y^{(k)}(t) \frac{\tau^k}{k!} \quad (4.10)$$

On réécrit la sortie prédite sous la forme matricielle suivante :

$$\hat{y}(t + \tau) \cong \begin{bmatrix} 1 & \tau & \frac{\tau^2}{2!} & \cdots & \frac{\tau^\rho}{\rho!} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(t) \\ \dot{y}(t) \\ \vdots \\ y^{(\rho-1)}(t) \\ y^{(\rho)}(t) \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

dont la sortie  $y(t)$  et ses dérivées jusqu'à l'ordre  $\tau$  sont données par

$$\begin{cases} y(t) = h(x(t)) \\ \dot{y}(t) = L_f h(x(t)) \\ \vdots \\ y^{(\rho-1)}(t) = L_f^{\rho-1} h(x(t)) \\ y^{(\rho)}(t) = L_f^\rho h(x(t)) + L_g L_f^{\rho-1} h(x(t)) u(t) \end{cases} \quad (4.12)$$

Par conséquent, la prédiction de la sortie est :

$$\hat{y}(t + \tau) \cong \begin{bmatrix} 1 & \tau & \frac{\tau^2}{2!} & \cdots & \frac{\tau^\rho}{\rho!} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h(x(t)) \\ L_f h(x(t)) \\ \vdots \\ L_f^{\rho-1} h(x(t)) \\ L_f^\rho h(x(t)) + L_g L_f^{\rho-1} h(x(t)) u(t) \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

De la même façon, si on suppose que le signal de référence  $w(t)$  est connu et  $\rho$  fois dérivable, on peut déduire l'expression de son estimée  $\hat{w}$  à l'instant  $t + \tau$  sous une forme similaire à celle de la sortie  $y(t)$ , d'où

$$\hat{w}(t + \tau) \cong \begin{bmatrix} 1 & \tau & \frac{\tau^2}{2!} & \cdots & \frac{\tau^\rho}{\rho!} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w(t) \\ \dot{w}(t) \\ \vdots \\ w^{(\rho-1)}(t) \\ w^{(\rho)}(t) \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

Ainsi, on peut définir l'erreur de prédiction prédite à l'instant  $(t + \tau)$  comme suit :

$$\hat{e}_i(t + \tau) = \hat{y}_i(t + \tau) - \hat{w}_i(t + \tau) \quad (4.15)$$

avec  $1 \leq i \leq m$  et  $\hat{e}_i$  l'erreur de prédiction de la  $i^{ime}$  sortie du système.

L'erreur de prédiction sous sa forme matricielle devient :

$$\hat{e}_i(t + \tau) \cong \begin{bmatrix} 1 & \tau & \frac{\tau^2}{2!} & \cdots & \frac{\tau^{\rho_i}}{\rho_i!} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_i(t) \\ \dot{e}_i(t) \\ \vdots \\ e^{(\rho_i-1)}(t) \\ e^{(\rho_i)}(t) \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

En posant :

$$E_i(t) = \begin{bmatrix} e_i(t) \\ \dot{e}_i(t) \\ \vdots \\ e^{(\rho_i-1)}(t) \\ e^{(\rho_i)}(t) \end{bmatrix} \quad et \quad \Lambda_i(\tau) = \begin{bmatrix} 1 \\ \tau \\ \vdots \\ \frac{\tau^{\rho_i-1}}{\rho_i-1!} \\ \frac{\tau^{\rho_i}}{\rho_i!} \end{bmatrix}^t \quad (4.17)$$

l'erreur prédite devient :

$$\hat{e}_i(t + \tau) = \Lambda_i(\tau) E_i(t) \quad (4.18)$$

Dans le paragraphe suivant, nous reprenons alors le critère quadratique sous sa forme matricielle pour l'élaboration de la loi de commande.

#### 4.3.4 Critère quadratique

Le critère que nous allons considérer ici est la somme de tous les critères quadratiques, construits sur chacune des sorties du système. On peut réécrire le critère  $J$  défini dans (4.5) sous la forme matricielle suivante :

$$J_i(t) = \frac{1}{2} \int_0^{T_i} E_i^t(t) \Lambda_i^t(\tau) \Lambda_i(\tau) E_i(t) d\tau \quad (4.19)$$

Puisque le vecteur  $E_i$  ne dépend pas de la variable  $\tau$  mais de la variable  $t$ , alors

$$J_i(t) = \frac{1}{2} E_i^t(t) \int_0^{T_i} \Lambda_i^t(\tau, \rho_i) \Lambda_i(\tau, \rho_i) d\tau E_i(t) \quad (4.20)$$

Pour des raisons pratiques de condensation, posons la matrice  $\Pi_i(T_i, \rho_i)$  de dimensions  $(\tau + 1) \times (\tau + 1)$ , on définit alors la "matrice de prédiction" comme suit :

$$\Pi_i(T_i, \rho_i) = \int_0^{T_i} \Lambda_i^t(\tau, \rho_i) \Lambda_i(\tau, \rho_i) d\tau \quad (4.21)$$

Le critère  $J_i$  peut donc être réécrit comme suit :

$$J_i(t) = \frac{1}{2} E_i^t(t) \Pi_i(T_i, \rho_i) E_i(t) \quad (4.22)$$

On déduit alors le critère globale  $J$  dans sa forme matricielle :

$$J(t) = \frac{1}{2} E^t(t) \Pi(T, \rho) E(t) \quad (4.23)$$

### 4.3.5 Elaboration de la loi de commande

On élabore la loi de commande NCGPC dans le but d'une poursuite asymptotique d'un signal de référence tout en minimisant le critère quadratique construit sur l'erreur de prédiction (Eq.4.23). Cependant, cette opération nécessite la vérification des hypothèses A1 à A4 suivantes, [Gawthrop 2003] et [Chen 2001] :

A1 : la dynamique des zéros existe et est asymptotiquement stable ;

A2 : tous les états sont mesurables ;

A3 : le système étudié a un vecteur degré relatif  $\rho$  bien défini ;

A4 : les composantes de la sortie  $y(t)$  et du signal de référence  $w(t)$  sont suffisamment plusieurs fois continument différentiables par rapport au temps.

La loi de commande est élaborée à partir de la minimisation du critère (2.19) par rapport à la commande  $u$ , d'où :

$$\frac{\partial J}{\partial u} = 0_{p \times 1} \quad (4.24)$$

D'une façon plus détaillée ceci s'écrit :

$$\frac{\partial J}{\partial u} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \frac{\partial [E_i^t(t) \Pi_i(T_i, \rho_i) E_i(t)]}{\partial u} = 0_{p \times 1} \quad (4.25)$$

Pour faire apparaître la commande dans l'expression du critère quadratique ci-dessus on reprend l'expression du vecteur d'erreur  $E_i$ .

$$E_i(t) = \begin{bmatrix} h_i(x(t)) - w_i(t) \\ L_f h_i(x(t)) - \dot{w}_i(t) \\ \vdots \\ L_f^{(\rho_i-1)} h_i(x(t)) - w_i^{(\rho_i-1)}(t) \\ L_f^{(\rho_i)} h_i(x(t)) - w_i^{(\rho_i)}(t) + u L_g L_f^{(\rho_i-1)} h_i \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

$$E_i(t) = \begin{bmatrix} h_i(x(t)) - w_i(t) \\ L_f h_i(x(t)) - \dot{w}_i(t) \\ \vdots \\ L_f^{(\rho_i-1)} h_i(x(t)) - w_i^{(\rho_i-1)}(t) \\ L_f^{(\rho_i)} h_i(x(t)) - w_i^{(\rho_i)}(t) + \begin{bmatrix} L_{g_1} L_f^{(\rho_i-1)} h_i & \dots & L_{g_p} L_f^{(\rho_i-1)} h_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_p \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

L'équation (4.25) devient alors

$$\frac{\partial J}{\partial u} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \left( \frac{\partial E_i(t)}{\partial u} \right)^t \Pi_i(T_i, \rho_i) E_i(t) = 0_{p \times 1} \quad (4.28)$$

ou encore

$$\frac{\partial J}{\partial u} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \begin{bmatrix} 0_{\rho_i \times 1} & \dots & 0_{\rho_i \times 1} \\ L_{g_1} L_f^{(\rho_i-1)} h_i & \dots & L_{g_p} L_f^{(\rho_i-1)} h_i \end{bmatrix}^t \Pi_i(T_i, \rho_i) E_i(t) = 0_{p \times 1} \quad (4.29)$$

Pour simplifier l'expression, on définit  $\Pi_i^s$  la dernière ligne de la matrice  $\Pi_i$ . Ainsi, on peut mettre la dérivée du critère  $J_m$  par rapport aux éléments du vecteur de commande  $u$  sous la forme :

$$\frac{\partial J}{\partial u} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \begin{bmatrix} L_{g_1} L_f^{(\rho_i-1)} h_i \\ \vdots \\ L_{g_p} L_f^{(\rho_i-1)} h_i \end{bmatrix}_{(p \times 1)} \Pi_i^s(T_i, \rho_i) E_i(t) = 0_{p \times 1} \quad (4.30)$$

Quand on développe la somme de l'équation ci-dessus, on obtient :

$$\begin{bmatrix} L_{g_1} L_f^{(\rho_1-1)} h_1 \\ \vdots \\ L_{g_p} L_f^{(\rho_1-1)} h_1 \end{bmatrix} \Pi_1^s(T_1, \rho_1) E_1(t) + \dots + \begin{bmatrix} L_{g_1} L_f^{(\rho_m-1)} h_m \\ \vdots \\ L_{g_p} L_f^{(\rho_m-1)} h_m \end{bmatrix} \Pi_m^s(T_m, \rho_m) E_m(t) = 0_{p \times 1} \quad (4.31)$$

On peut mettre cette équation sous la forme :

$$\begin{bmatrix} L_{g_1} L_f^{(\rho_1-1)} h_1 & \cdots & L_{g_1} L_f^{(\rho_m-1)} h_m \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{g_p} L_f^{(\rho_1-1)} h_1 & \cdots & L_{g_p} L_f^{(\rho_m-1)} h_m \end{bmatrix}_{(p \times m)} \begin{bmatrix} \Pi_1^s E_1 \\ \vdots \\ \Pi_m^s E_m \end{bmatrix}_{(m \times 1)} = 0_{p \times 1} \quad (4.32)$$

Le premier terme de l'équation représente la transposée de la matrice de découplage  $D(x)$ . On peut donc déduire que le deuxième terme de l'équation est nul car  $D(x)$  est non nul par construction. On peut donc déduire que :

$$\begin{bmatrix} \Pi_1^s E_1 \\ \vdots \\ \Pi_m^s E_m \end{bmatrix}_{(m \times 1)} = 0_{m \times 1} \quad (4.33)$$

Si on reprend l'expression de  $E_i$  présentée dans (4.27), on en déduit que l'équation (4.33) dépend de la commande  $u$ . On combine les deux équations (4.27) et (4.33) et on les réécrit sous la forme de (4.34). A partir de cette équation on fait apparaître l'entrée  $u$  dans (4.35) avec  $\Pi_i^{ss}$  correspondant au dernier terme du vecteur  $\Pi_i^s$  défini précédemment. On rappelle que la matrice de découplage  $D(x)$  est non nulle. Cependant, il faut souligner qu'elle n'est pas forcément carrée car  $p \leq m$ . Pour déterminer la commande, on doit alors calculer l'inverse de la matrice  $D^t(x)D(x)$ . Pour cela on suppose que  $\det(D^t(x)D(x))$  est non nul. Cette condition va être prise en compte lors de l'implémentation de la commande de manière à annuler la commande si la condition n'est pas remplie (c-à-d si  $\det(D^t(x)D(x)) = 0$ ). Enfin, on déduit notre loi de commande à partir de (4.36) avec  $K_i = \Pi_i^s / \Pi_i^{ss}$ .

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \Pi_1^s E_1 \\ \vdots \\ \Pi_m^s E_m \end{bmatrix}_{(m \times 1)} &= \begin{bmatrix} \Pi_1^s & 0 \\ \ddots & \\ 0 & \Pi_m^s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_1 - w_1 \\ L_f h_1 - \dot{w}_1 \\ \vdots \\ L_f^{\rho_1-1} h_1 - w_1^{(\rho_1-1)} \\ L_f^{\rho_1} h_1 - w_1^{(\rho_1)} \\ \vdots \\ h_m - w_m \\ L_f h_m - \dot{w}_m \\ \vdots \\ L_f^{\rho_1-1} h_m - w_m^{(\rho_m-1)} \\ L_f^{\rho_m} h_m - w_m^{(\rho_m)} \end{bmatrix} \\
 &+ \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ L_{g_1} L_f^{(\rho_i-1)} h_1 \quad \dots \quad L_{g_p} L_f^{(\rho_i-1)} h_1 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ L_{g_1} L_f^{(\rho_i-1)} h_m \quad \dots \quad L_{g_p} L_f^{(\rho_i-1)} h_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_p \end{bmatrix} \\
 &+ \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ L_{g_1} L_f^{(\rho_i-1)} h_m \quad \dots \quad L_{g_p} L_f^{(\rho_i-1)} h_m \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ L_{g_1} L_f^{(\rho_i-1)} h_m \quad \dots \quad L_{g_p} L_f^{(\rho_i-1)} h_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_p \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{4.34}$$

$$\begin{bmatrix} \Pi_1^{ss} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \Pi_m^{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_{g_1} L_f^{(\rho_1-1)} h_1 & \cdots & L_{g_p} L_f^{(\rho_1-1)} h_1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{g_1} L_f^{(\rho_m-1)} h_m & \cdots & L_{g_p} L_f^{(\rho_m-1)} h_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_p \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \Pi_1^s & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \Pi_m^s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_1 - w_1 \\ \vdots \\ L_f^{\rho_1} h_1 - w_1^{(\rho_1)} \\ \vdots \\ h_m - w_m \\ \vdots \\ L_f^{\rho_m} h_m - w_m^{(\rho_m)} \end{bmatrix} \quad (4.35)$$

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_p \end{bmatrix} = - (D^t(x) D(x))^{-1} D^t(x) \begin{bmatrix} K_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & K_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_1 - w_1 \\ \vdots \\ L_f^{\rho_1} h_1 - w_1^{(\rho_1)} \\ \vdots \\ h_m - w_m \\ \vdots \\ L_f^{\rho_m} h_m - w_m^{(\rho_m)} \end{bmatrix} \quad (4.36)$$

$\left[ \sum_{i=1}^m (\rho_i+1) \times 1 \right]$

Finalement, on peut écrire l'expression de la commande  $U$  comme suit :

$$U = - (D^t(x)D(x))^{-1} D^t(x)KE \quad (4.37)$$

avec  $D(x)$  la matrice de découplage. La matrice de gain  $K$  et la matrice de l'erreur prédite  $E$  s'écrivent comme suit :

$$K = \begin{bmatrix} \Pi_1^{ss} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \Pi_m^{ss} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Pi_1^s & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \Pi_m^s \end{bmatrix} \quad (4.38)$$

$$E = \begin{bmatrix} h_1 - w_1 \\ \vdots \\ L_f^{\rho_1} h_1 - w_1^{(\rho_1)} \\ \vdots \\ h_m - w_m \\ \vdots \\ L_f^{\rho_m} h_m - w_m^{(\rho_m)} \end{bmatrix} \quad (4.39)$$

Après l'élaboration de la loi de commande, on se doit de poser la question de la stabilité du système bouclé. Dans cette thèse on ne va pas détailler l'analyse de la stabilité du système en boucle fermée. Pour approfondir cette question, on peut se rapporter aux travaux de [Chen 2004] [Gawthrop 2003] et [Dabo 2010]. Ce qu'on peut retenir de ces travaux est que dans le cas de la commande NCGPC, la stabilité du système bouclé dont le degré relatif de chaque sortie est inférieur ou égal à quatre est garantie. Ce qui est le cas de notre système.

## 4.4 Synthèse de la commande appliquée au suivi de chemin

Au cours de la première section, nous avons développé le modèle non linéaire dans le plan horizontal. Les sorties du système sont le cap  $\psi$  et la position dans le plan  $(x, y)$ . Puisque les coordonnées du chemin de référence sont

connues à l'avance, les sorties  $(\psi, x, y)$  peuvent être calculées hors ligne. De ce fait, la loi de commande élaborée dans la section précédente convient pour la synthèse de la commande. Pour simplifier l'écriture, on garde les mêmes notations déjà utilisées. On commence par les fonctions  $h_i$ .

$$\begin{cases} h_1 = \psi \\ h_2 = X \\ h_3 = Y \end{cases} \quad (4.40)$$

Pour pouvoir synthétiser la loi de commande, il faut calculer le vecteur degré relatif  $\rho$ . Pour cela on applique la dérivée de Lie sur les trois sorties du système  $(\psi, x, y)$  simultanément. On déduit que  $\rho_i > 1$  puisque  $L_g h_i$  est nulle pour tout  $i = 1, 2, 3$ .

$$\begin{cases} L_f h_1 = V_\psi \\ L_f h_2 = V_x \cos \psi - V_y \sin \psi \\ L_f h_3 = V_x \sin \psi + V_y \cos \psi \end{cases} \quad (4.41)$$

On passe alors à la dérivée seconde de Lie.

$$\begin{cases} L_f^2 h_1 = \frac{\partial L_f h_1}{\partial V_\psi} f_2 \\ L_f^2 h_2 = \frac{\partial L_f h_2}{\partial V_y} f_1 + \frac{\partial L_f h_2}{\partial \psi} f_3 \\ L_f^2 h_3 = \frac{\partial L_f h_3}{\partial V_y} f_1 + \frac{\partial L_f h_3}{\partial \psi} f_3 \end{cases} \quad (4.42)$$

$$\begin{cases} L_f^2 h_1 = a_{21} V_y + a_{22} V_\psi \\ L_f^2 h_2 = -\sin \psi (V_x V_\psi + a_{11} V_y + a_{12} V_\psi) - V_y V_\psi \cos \psi \\ L_f^2 h_3 = \cos \psi (V_x V_\psi + a_{11} V_y + a_{12} V_\psi) - V_y V_\psi \sin \psi \end{cases} \quad (4.43)$$

Les expressions de  $L_{g_j} L_f h_i$  sont non nulles pour tout  $i = 1, 2, 3$  et  $j = 1, 2$  comme le montre (4.44). On peut déduire alors que tous les termes du vecteur degré relatif  $\rho$  sont égaux à 2 :  $\rho = \begin{pmatrix} \rho_1 & \rho_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 2 \end{pmatrix}$ .

$$\begin{cases} L_{g_1} L_f h_1 = b_{21} \\ L_{g_1} L_f h_2 = -b_{11} \sin \psi \\ L_{g_1} L_f h_3 = b_{11} \cos \psi \end{cases} \quad (4.44)$$

$$\begin{cases} L_{g_2} L_f h_1 = b_{22} \\ L_{g_2} L_f h_2 = -b_{12} \sin \psi \\ L_{g_2} L_f h_3 = b_{12} \cos \psi \end{cases} \quad (4.45)$$

Enfin, on déduit la matrice de découplage  $D(x)$  suivante :

$$D(x) = \begin{bmatrix} b_{21} & b_{22} \\ -b_{11} \sin \psi & -b_{12} \sin \psi \\ b_{11} \cos \psi & b_{12} \cos \psi \end{bmatrix} \quad (4.46)$$

A partir de l'expression de la commande sous sa forme de l'équation (4.36), on vérifie que  $(D^t(x)D(x))$  est inversible.

$T_s$  est l'horizon de prédiction. Dans notre cas toutes les sorties du système ont le même horizon de prédiction  $T_i = T_s$ . Aussi, tous les éléments du vecteur degré relatif du modèle sont inférieurs à quatre. Ce qui nous garantit la stabilité du système bouclé.

On calcule la matrice de l'erreur prédite :

$$E_p = \begin{bmatrix} h_1 - w_1 \\ L_f h_1 - \dot{w}_1 \\ L_f^2 h_1 - \ddot{w}_1 \\ h_2 - w_2 \\ L_f h_2 - \dot{w}_2 \\ L_f^2 h_2 - \ddot{w}_2 \\ h_3 - w_3 \\ L_f h_3 - \dot{w}_3 \\ L_f^2 h_3 - \ddot{w}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \psi - w_1 \\ V_\psi - \dot{w}_1 \\ a_{21}V_y + a_{22}V_\psi - \ddot{w}_1 \\ X - w_2 \\ V_x \cos \psi - V_y \sin \psi - \dot{w}_2 \\ -\sin \psi (V_x V_\psi + a_{11}V_y + a_{12}V_\psi) - V_y V_\psi \cos \psi - \ddot{w}_2 \\ Y - w_3 \\ V_x \sin \psi + V_y \cos \psi - \dot{w}_3 \\ \cos \psi (V_x V_\psi + a_{11}V_y + a_{12}V_\psi) - V_y V_\psi \sin \psi - \ddot{w}_3 \end{bmatrix} \quad (4.47)$$

On calcule la matrice de gain  $K_i$  pour l'erreur de prédiction  $e_i$  puis on déduit la matrice de gain  $K$  grâce à l'équation (4.49).

$$K_i = \begin{bmatrix} \frac{10}{3T_s^2} & \frac{10}{4T_s} & 1 \end{bmatrix} \quad (4.48)$$

$$K = \begin{bmatrix} K_1 & 0 & 0 \\ 0 & K_2 & 0 \\ 0 & 0 & K_3 \end{bmatrix} \quad (4.49)$$

Enfin la commande du système peut être déterminée par (4.37).

## 4.5 Résultats simulés sur ADAMS

Dans cette section, on étudie les performances de la commande prédictive généralisée non-linéaire à temps continu (NCGPC). Les calculs sont réalisés avec le logiciel de simulation dynamique ADAMS en co-simulation avec MATLAB-SIMULINK. Plusieurs chemins avec plusieurs vitesses sont testés. Ensuite, nous comparerons les résultats avec la première loi de commande utilisée dans le chapitre précédent afin de mettre en évidence l'apport de cette approche non-linéaire de la commande. Pour avoir une comparaison cohérente, on garde bien entendu les mêmes conditions et les mêmes contraintes.

On commence la série des simulations par une trajectoire sous la forme d'une droite suivi d'un arc de cercle puis d'une droite. De cette manière, on aura, pour le chemin, 2 tronçons rectilignes et un curviligne. Le premier tronçon rectiligne débute à l'origine et est reconnu par la présence d'une erreur latérale initiale de 1,2m. Ce premier tronçon permet au véhicule d'atteindre la vitesse de croisière et un certain état stationnaire au niveau de sa suspension. La figure (4.1) représente la trajectoire parcourue par le véhicule à une vitesse  $V_x = 4m/s$ . On compare cette trajectoire avec celle de la figure (4.5) pour mettre en évidence l'impact de la vitesse  $V_x$  sur l'erreur de suivi. On remarque que l'erreur latérale est plus importante si on augmente la vitesse; ceci est illustré sur les figures (4.4) et (4.8) qui représentent ces erreurs latérales pour  $V_x = 4m/s$  et  $V_x = 6m/s$ . Ce qui nous interpelle aussi dans ces deux figures est le fait de pouvoir identifier la zone de changement de courbure (le passage de la trajectoire curviligne à la trajectoire rectiligne) à  $V_x = 6m/s$ . Cependant à  $V_x = 4m/s$ ; nous n'arrivons pas à l'identifier tellement l'erreur est petite. Cette zone est bien identifiable sur l'erreur angulaire avec les deux vitesses puisque il y a une discontinuité de la courbure de la trajectoire de référence. A noter l'erreur angulaire qui est liée directement à l'angle de glissement est indispensable pour tourner. Ces erreurs sont tracées sur les figures (4.3) et (4.7) pour des vitesses de déplacement  $V_x = 4m/s$  et  $V_x = 6m/s$ .

Dans la figure (4.4), on ne distingue pas la zone curviligne et la zone rectiligne de la trajectoire. Ensuite, le véhicule converge vers la référence sans dépassement. De même pour l'erreur angulaire sur la figure (4.3) où on n'ob-

serve pas de dépassement. Par contre on note une petite erreur de l'ordre de  $2^\circ$  en virage et qui s'annule en ligne droite. La figure (4.2) représente l'angle de braquage de la roue avant du véhicule à une vitesse  $V_x = 4m/s$ . Cet angle a la même allure, avec une fréquence d'oscillation légèrement différente, que celui obtenu pour une vitesse  $V_x = 6m/s$ . Par contre son amplitude est bien évidemment plus importante à  $V_x = 6m/s$ . On note aussi que la zone de changement de courbe (passage du virage au second tronçon droit) est relativement lisse et sans dépassement.

Pour mettre en évidence l'apport de la commande prédictive on compare ces résultats avec la commande LQR développée dans le chapitre précédent. On a choisit une trajectoire de référence en forme de  $Z$  pour pouvoir tester le braquage à droite et à gauche et le changement rapide de la courbure de la trajectoire de référence. On note par  $A^*$  la loi de commande linéaire développée dans le chapitre (3) et  $B^*$  la loi de commande non linéaire développée dans ce chapitre. La figure (4.9) montre la trajectoire de référence en bleue et la trajectoire parcourue par les deux lois de commande  $A^*$  et  $B^*$  en rouge et en magenta respectivement. On peut déduire à travers cette figure que les deux lois de commande ont les mêmes performances en ligne droite. Deux points nous interpellent en observant les deux trajectoires. Le premier est le temps de convergence. La commande  $B^*$  permet au véhicule de rejoindre la référence plus rapidement. Ce point est plus clair sur la figure (4.11) où l'erreur latérale converge plus rapidement vers zéro avec la commande  $B^*$  (en bleu) qu'avec la commande  $A^*$  (en rouge). Le deuxième point est le comportement du véhicule dans les deux virages. On peut distinguer la différence entre le comportement du véhicule en ligne droite et en virage avec la commande  $A^*$ . Par contre la différence avec la commande  $B^*$  n'est pas perceptible comme on l'a déjà évoqué avec la première série de simulation. Un deuxième avantage qu'on observe sur la figure (4.11) est le dépassement qu'on note sur l'écart latéral. La commande prédictive converge sans dépassement avec un dépassement plus faible par rapport à celle de la commande  $LQR$ . Ce qui traduit le fait que la commande prédictive est optimale sur un horizon fini  $T_s$ . De même, le dépassement de l'écart angulaire de la commande  $B^*$  est relativement plus petit que la commande  $A^*$  (voir figure (4.12)). En revanche, on distingue

nettement deux zones sur la figure (4.11). La première est la zone de suivi de trajectoire où le véhicule atteint la trajectoire de référence. Dans cette zone le dépassement de l'écart latéral est plus petit avec la commande  $B^*$ . La deuxième zone est la zone de convergence où l'écart angulaire est plus important avec la commande  $B^*$ ; ce qui est normale puisque la commande est plus agressive et le temps de réponse est plus petit. Pour mieux analyser ces résultats, on observe la différence entre la sortie de la loi de commande  $A^*$  en rouge, et la commande  $B^*$  en bleu dans la figure (4.10). La commande  $B^*$  est plus agressive dans la zone de convergence ce qui explique le temps de réponse faible. Dans la deuxième zone, la commande  $B^*$  est plus lisse avec des pics, relativement de faibles amplitudes par rapport à ceux de la commande  $A$ . Ceci confirme bien les observations faites précédemment.

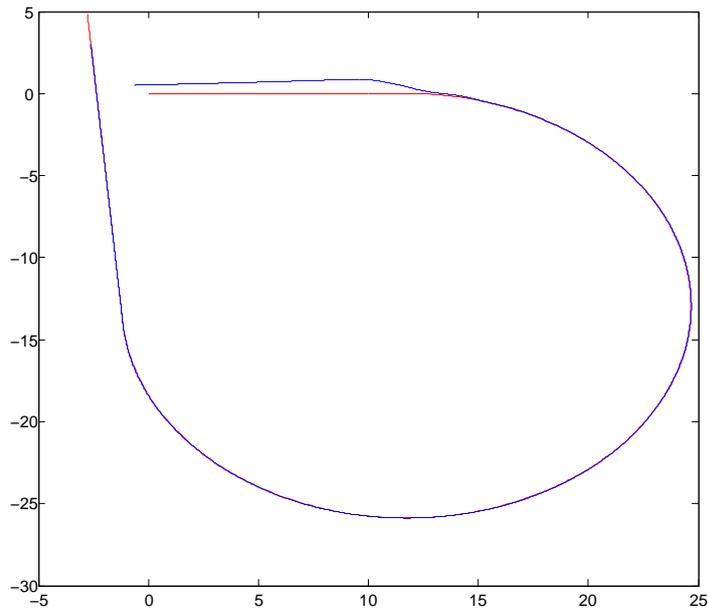
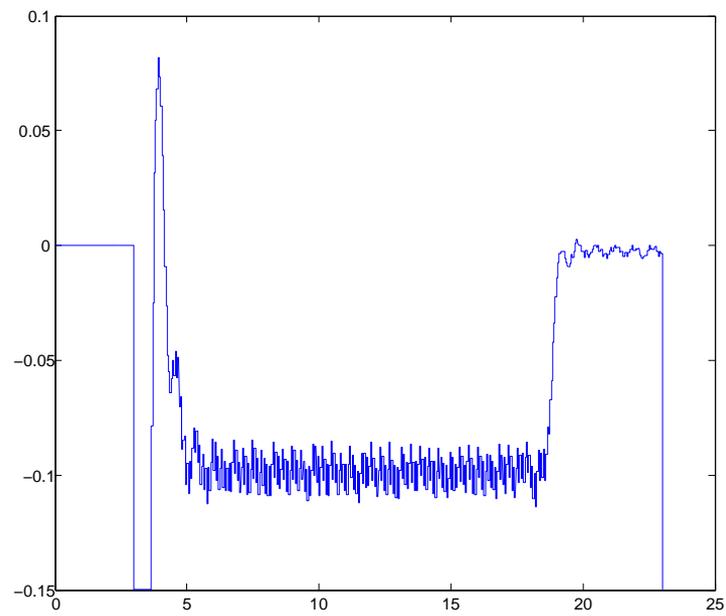
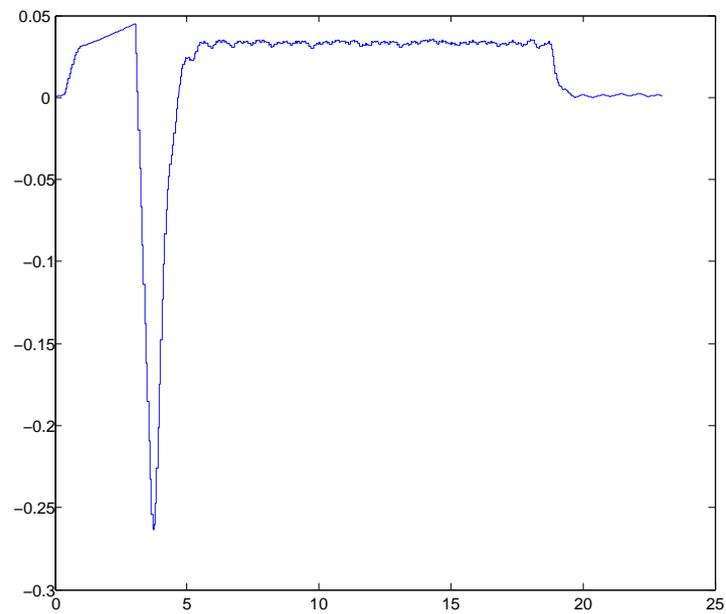


FIGURE 4.1 – Trajectoire de référence [m]

FIGURE 4.2 – Angle de braquage avant [ $rad$ ]FIGURE 4.3 – Erreur angulaire [ $rad$ ]

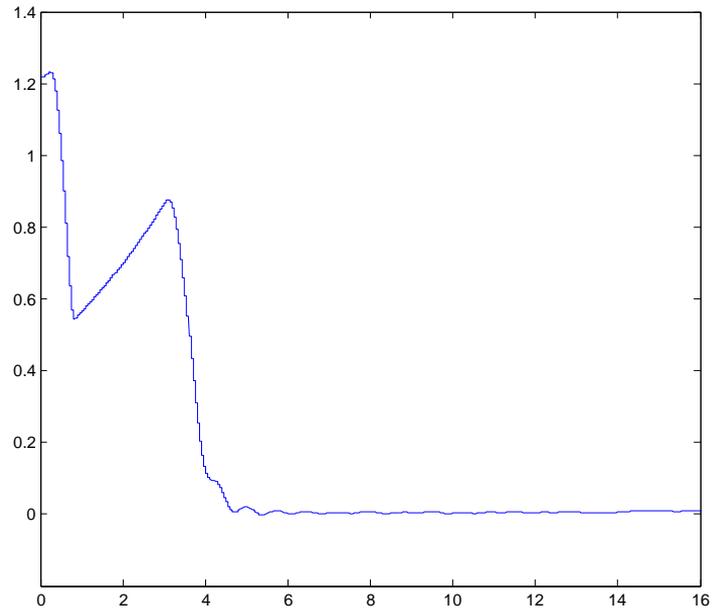


FIGURE 4.4 – Erreur latérale [ $m$ ] en fonction de temps [ $s$ ]

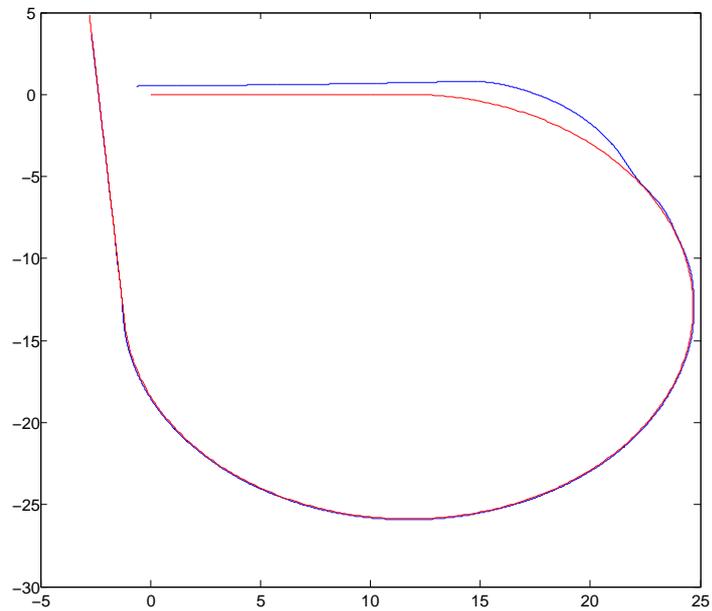
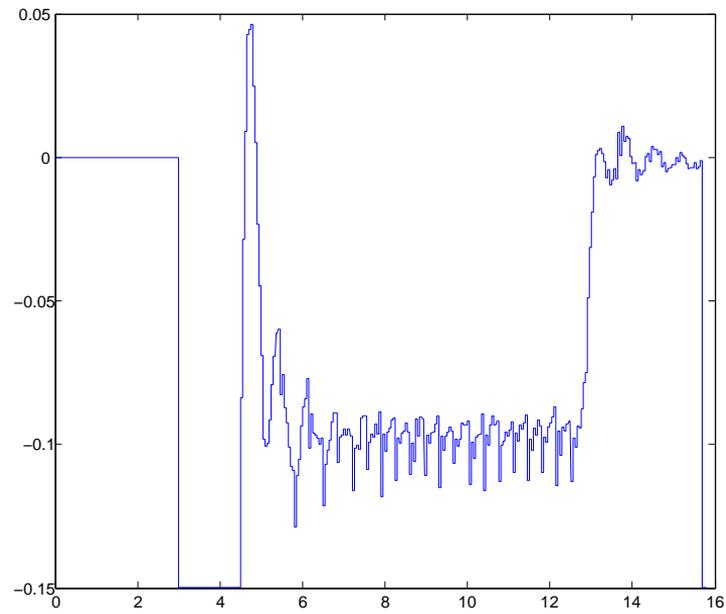
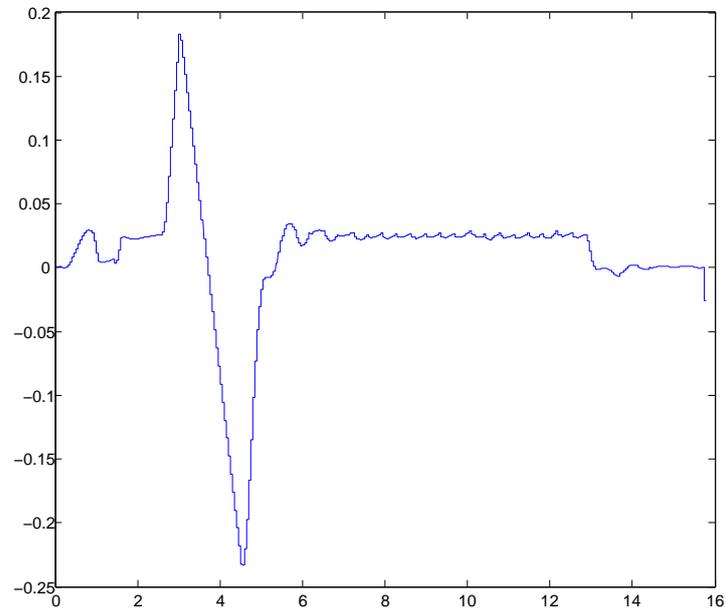


FIGURE 4.5 – Trajectoire de référence en rouge et la trajectoire simulée en bleu [ $m$ ]

FIGURE 4.6 – Angle de braquage avant [*rad*] en fonction de temps [*s*]FIGURE 4.7 – Erreur angulaire [*rad*] en fonction de temps [*s*]

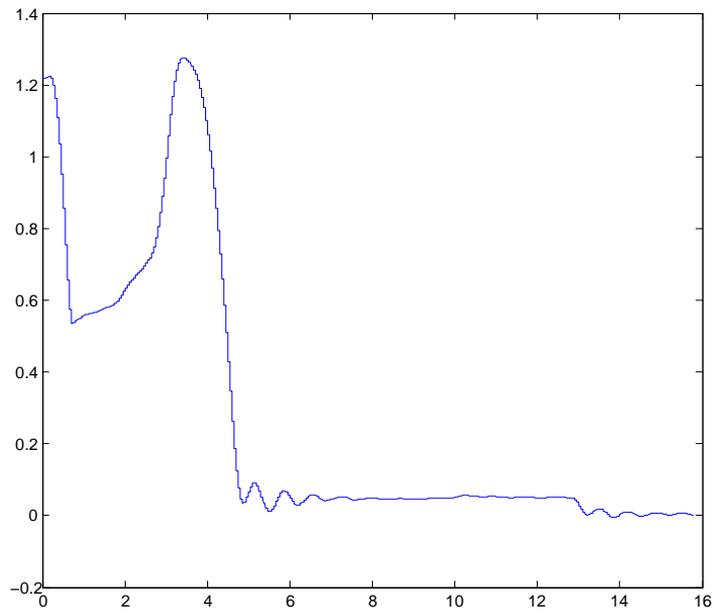


FIGURE 4.8 – Erreur latérale [ $m$ ] en fonction de temps [ $s$ ]

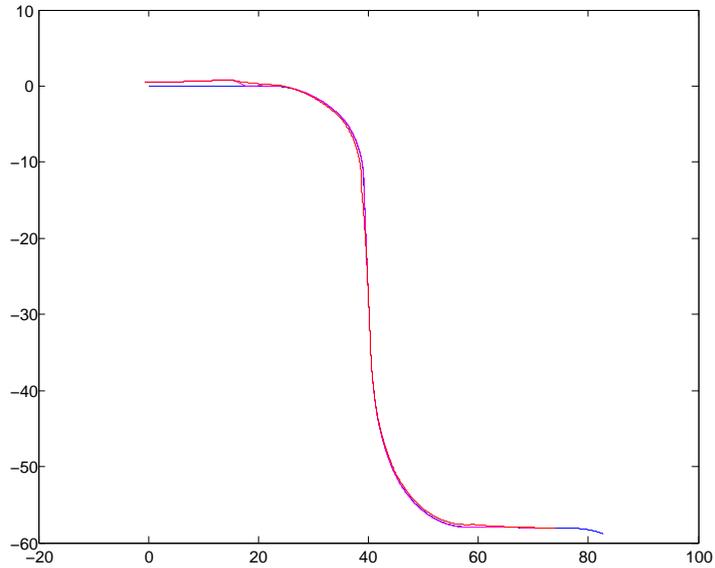


FIGURE 4.9 – Trajectoire de référence en bleue et trajectoires réalisées en rouge et en magenta par les commandes  $A^*$  et  $B^*$  [ $m$ ]

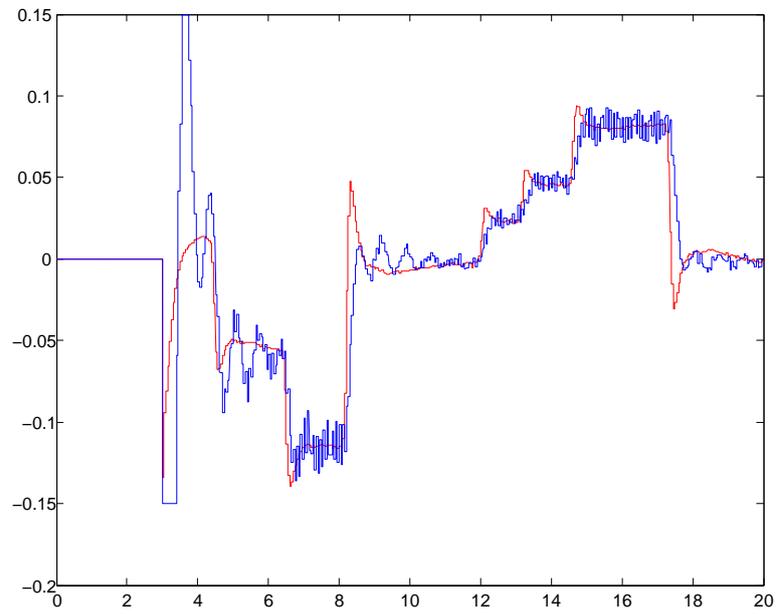


FIGURE 4.10 – Angle de braquage avant : commandes  $A^*$  en bleue et  $B^*$  en rouge [rad]

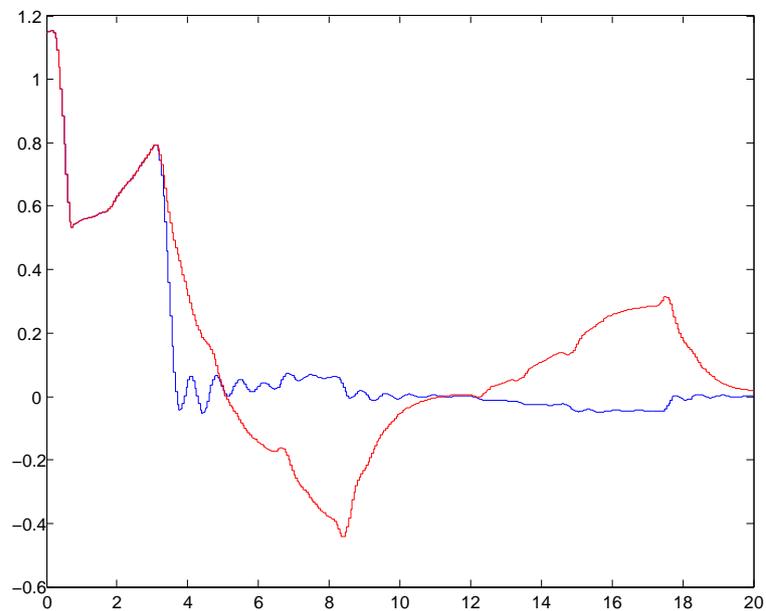


FIGURE 4.11 – Erreur latérale : commandes  $A^*$  en bleue et  $B^*$  en rouge [m]

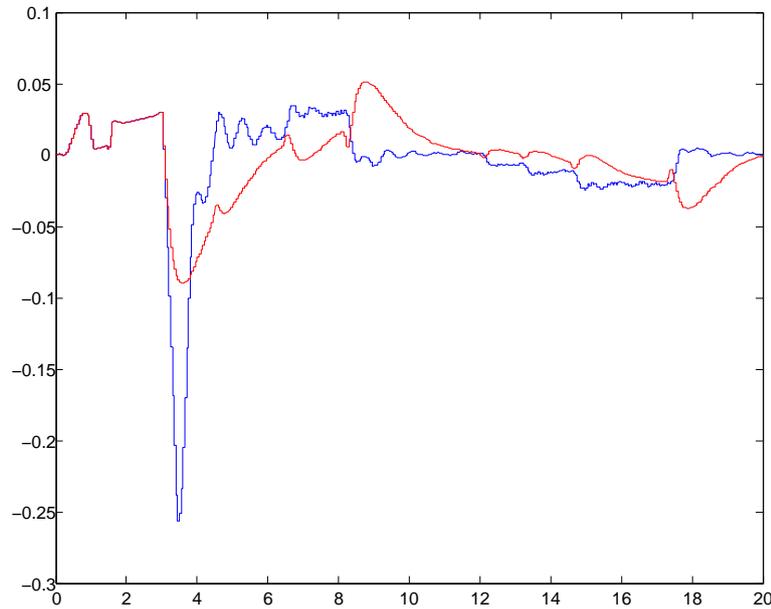


FIGURE 4.12 – Erreur angulaire : commandes  $A^*$  en bleue et  $*$  en rouge [rad]

## 4.6 Résultats expérimentaux

La validation expérimentale de cette loi de commande est réalisée sur le Robot FastA sur un terrain humide avec une partie en pelouse et une partie en grava (voir figure (4.13)). Dans ces conditions, le glissement ne peut pas être négligé ainsi que la variation de la rigidité de dérive. Dans notre loi de commande, le modèle prend en compte les glissements des roues avant et arrière et suppose constante la rigidité de dérive sur un horizon de temps fini.

### 4.6.1 Description de l'expérience

L'expérience commence par l'enregistrement de la trajectoire de référence sur un champ à une vitesse de  $2m/s$ . Puis on calcule le cap de la trajectoire à chaque point de coordonné  $(x, y)$  de la trajectoire enregistrée. Ces points vont être utilisés par la suite comme points de référence  $(\psi, x, y)_{ref}$ . La trajectoire de référence enregistrée est donné sur la figure 4.14. Cette trajectoire



FIGURE 4.13 – Terrain expérimental

se compose d'une ligne droite puis d'un virage de trois quarts de tour avec une forte courbure. La courbure décroît ensuite progressivement pour finir en ligne droite.

#### 4.6.2 Interprétation des résultats

L'algorithme de commande est testé à différentes vitesses  $V_x$  et à différents horizons de prédiction  $T_s$ . On commence par une vitesse  $V_x = 2m/s$  et on refait le test à différents horizons de prédiction. La figure (4.15) illustre la trajectoire de référence ainsi que la trajectoire parcourue par le robot à  $2m/s$  avec un horizon de prédiction  $T = 0.5s$  et  $T = 0.3s$ . On peut voir sur la figure (4.15) que les deux trajectoires sont superposées en ligne droite mais sur le virage, on suit mieux la trajectoire de référence avec un temps de prédiction  $T = 0.5s$  qu'avec  $T = 0.3s$ . Ces interprétations sont confirmées par les courbes de l'écart latéral et l'écart angulaire des deux scénarios dans les figures (4.17) et (4.18). On peut conclure qu'avec un temps de prédiction plus grand, on anticipe mieux le virage. Cette anticipation est mise en évidence si on observe la commande (angle de braquage) sur la figure (4.19) où on remarque une légère avance sur la commande avec un horizon de prédiction plus grand.

Cette règle est limitée par le fait qu'on ne peut pas prédire infiniment l'état

du système car l'augmentation de l'horizon de la prédiction augmente l'erreur sur l'état prédit. Aussi, la réactivité de la commande développée dans ce chapitre (plus spécifiquement définie par la matrice de gain  $K_p$ ) dépend fortement de l'inverse de l'horizon de prédiction  $T$ . Ainsi on peut expliquer le résultat sur le suivi de trajectoire réalisé à  $2m/s$  avec un temps de prédiction  $T = 0.6s$  et qui est représenté sur la figure (4.16). Sur cette figure, la commande n'est pas assez réactive pour que le robot arrive à suivre la trajectoire car la matrice de gain  $K_p$  est faible. Ce qui explique les oscillations autour de la référence à partir du premier virage de la trajectoire.

Une autre série de tests a été alors réalisée dans les mêmes conditions pour mettre en évidence l'impact de la vitesse d'évolution de la commande prédictive non linéaire. On reprend la même trajectoire de référence à  $2m/s$ ,  $3m/s$  et  $4m/s$ . Pour pouvoir comparer les résultats on garde le même temps de prédiction  $T = 0.55s$  pour toutes ces vitesses d'évolution. La figure (4.20) illustre les trois trajectoires enregistrées. On peut en déduire que la qualité du suivi se dégrade en augmentant la vitesse. Cette observation est renforcée par les tracés de l'écart angulaire et latéral sur les figures (4.21) et (4.22). On peut déduire que l'algorithme est stable jusqu'à la vitesse de  $4m/s$  avec une erreur de suivi relativement importante. On tient à signaler que la vitesse maximale admissible pour cette trajectoire est d'environ  $4m/s$ , sachant que la courbure est de l'ordre de  $k = 1/4m^{-1}$  et que le coefficient de frottement roue-sol est  $\mu = 0.5$ . Pour calculer la vitesse maximale admissible on admet l'inégalité suivante  $mV_x^2k < \mu mg$ , ( $g$  : gravité,  $M$  : masse du véhicule). Ainsi on déduit que la vitesse maximale admissible est  $4.42m/s$ .

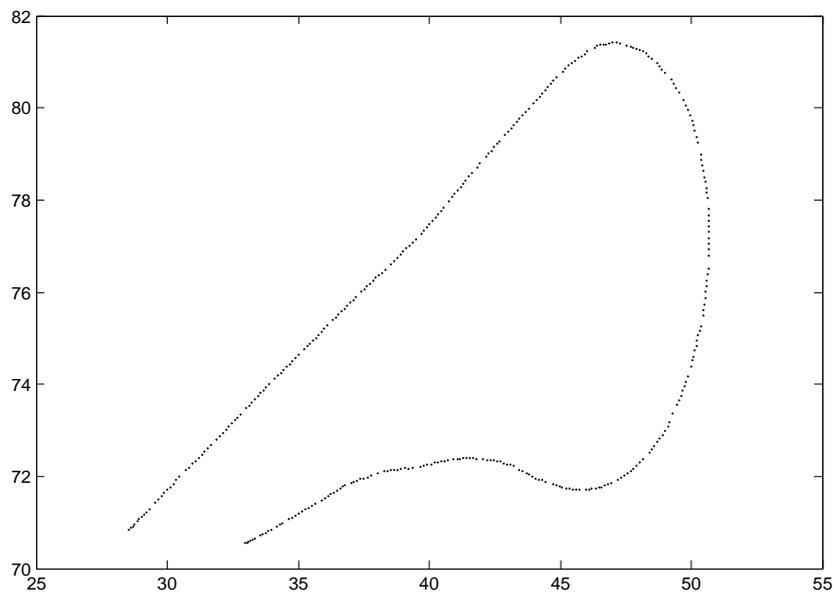


FIGURE 4.14 – La trajectoire de référence enregistrée à  $2m/s$  dans le plan horizontal [m]

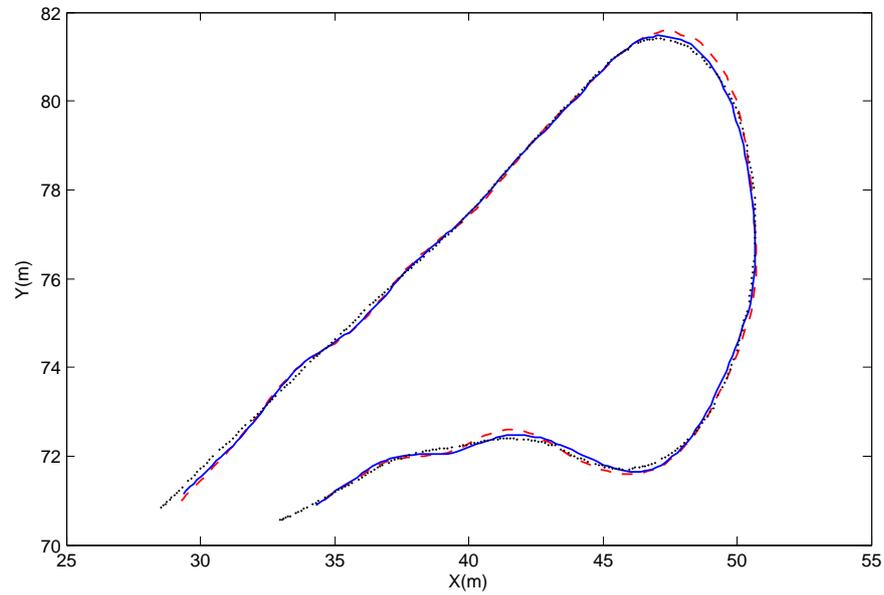


FIGURE 4.15 – Trajectoire enregistrée à  $2m/s$  avec un horizon de prédiction  $T = 0.5s$  et  $T = 0.3s$  [m]

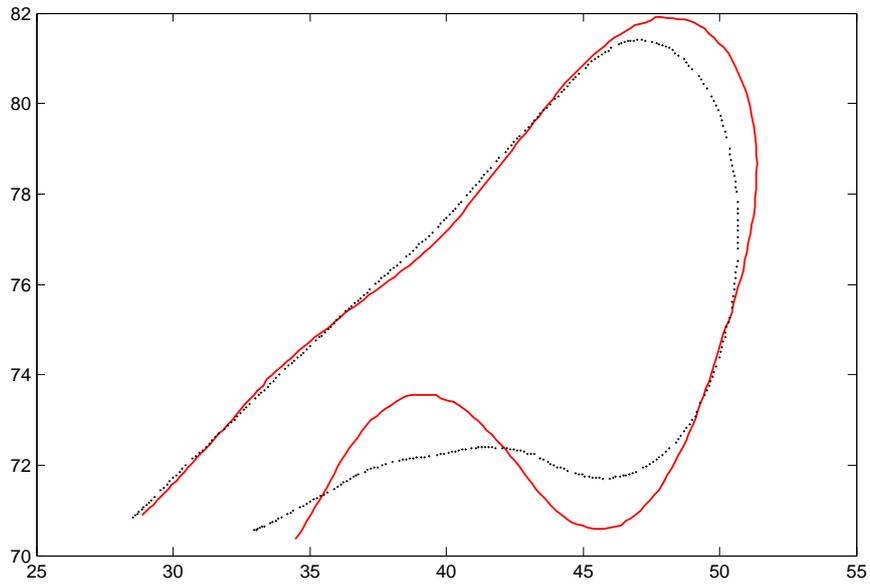


FIGURE 4.16 – Trajectoire enregistrée à  $2m/s$  avec un horizon de prédiction  $T = 0.6s$  [m]

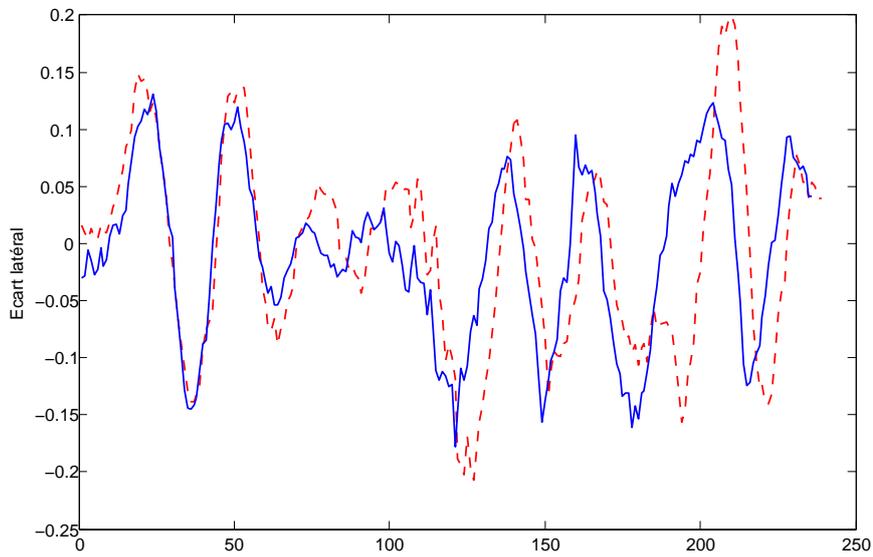


FIGURE 4.17 – Ecart angulaire à  $2m/s$  avec un horizon de prédiction  $T = 0.5s$  et  $T = 0.3s$  [rad]

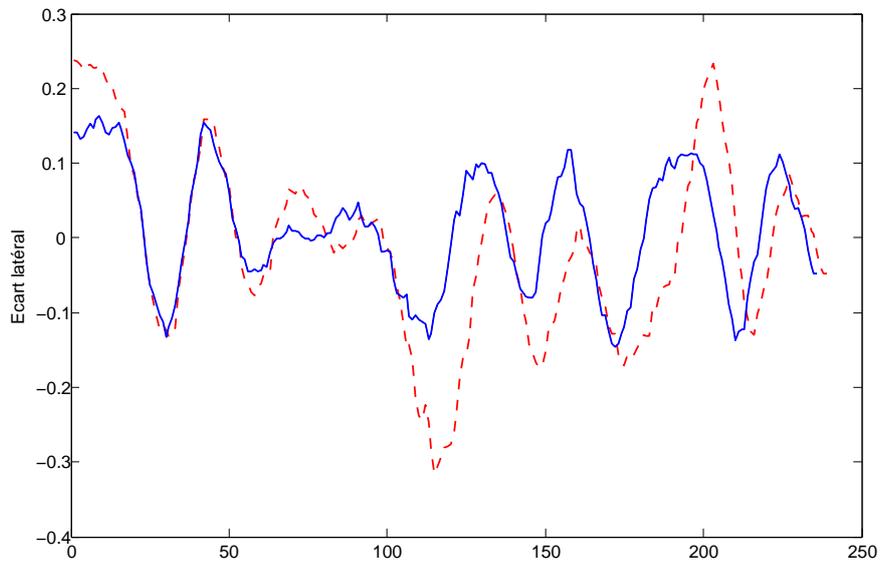


FIGURE 4.18 – Ecart latéral à  $2m/s$  avec un horizon de prédiction  $T = 0.5s$  et  $T = 0.3s$  [m]

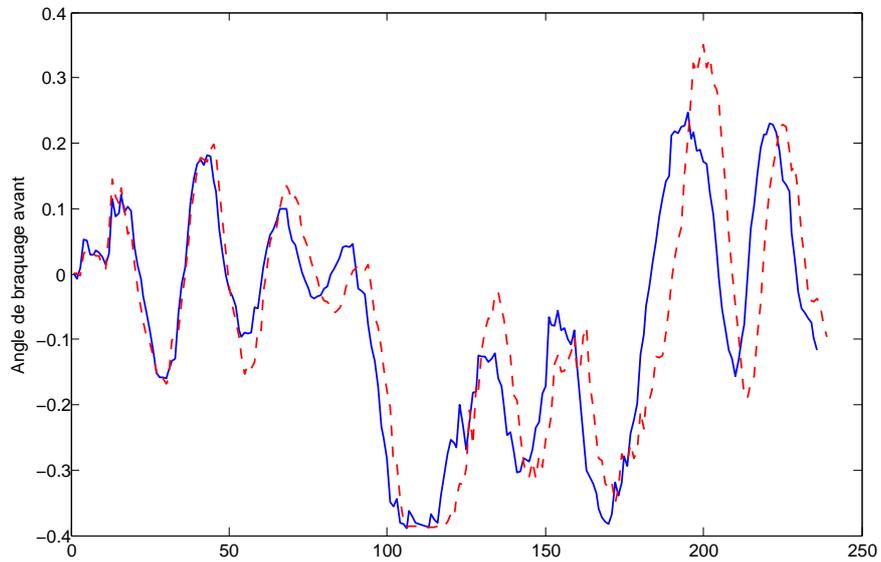


FIGURE 4.19 – Angle de braquage avant avec un horizon de prédiction  $T = 0.5s$  et  $T = 0.3s$  [rad]

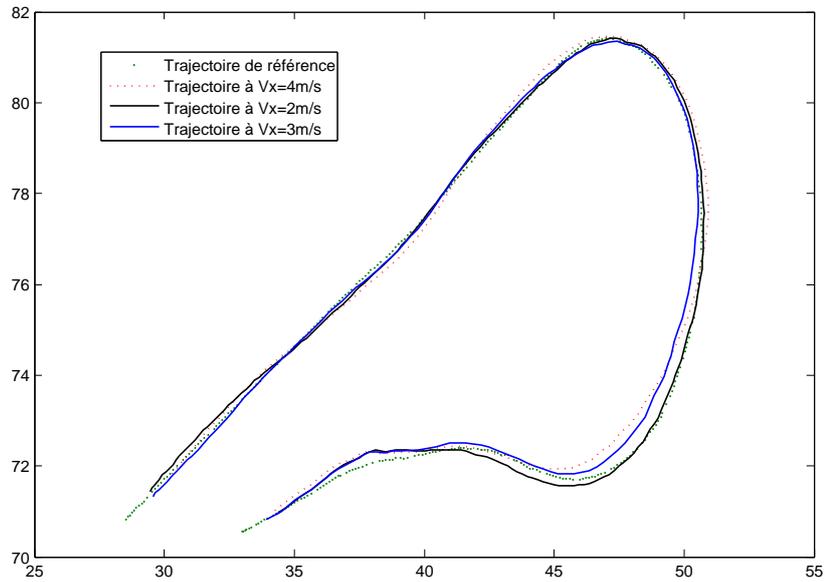


FIGURE 4.20 – Trajectoire enregistrée à différentes vitesses avec un horizon de prédiction  $T = 0.55s$  [m]

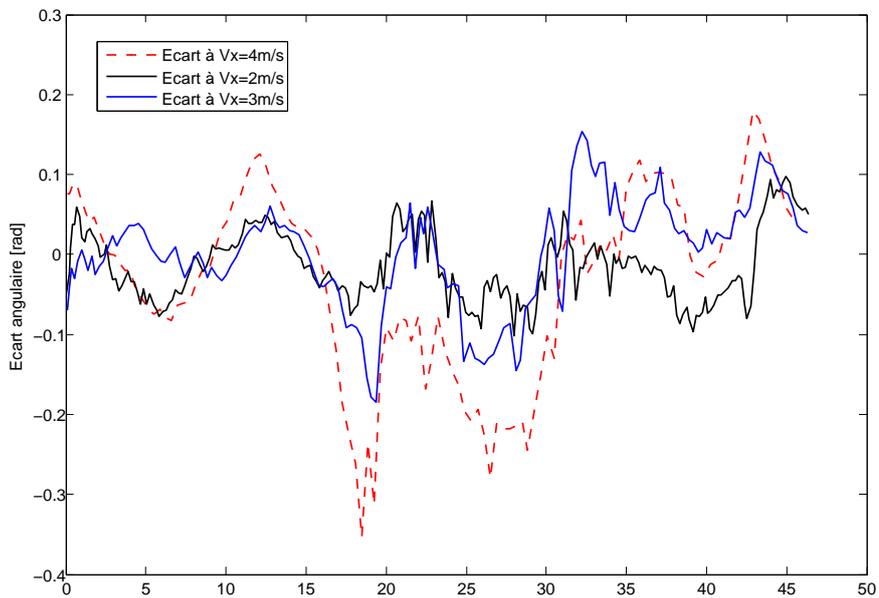


FIGURE 4.21 – Ecart angulaire à différentes vitesses avec un horizon de prédiction  $T = 0.55s$  [rad]

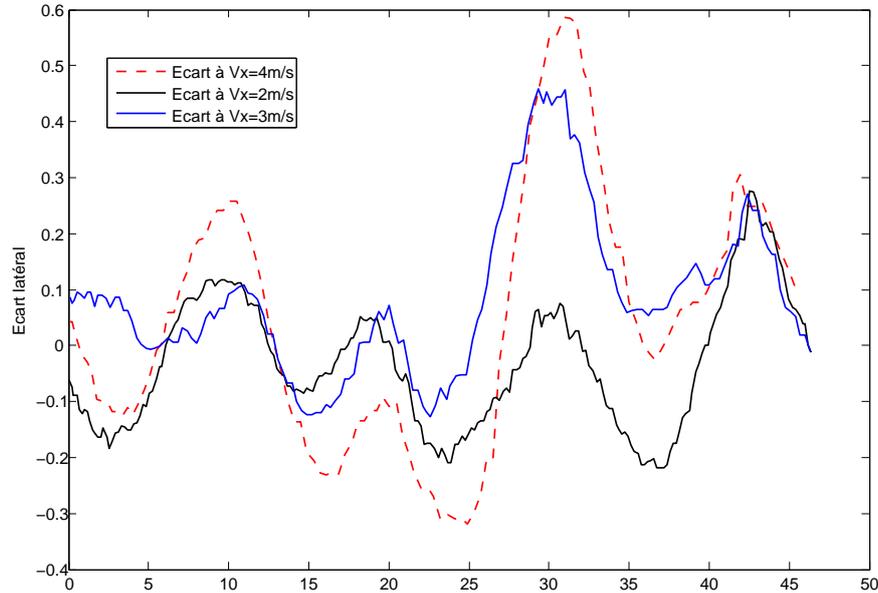


FIGURE 4.22 – Ecart latéral à différentes vitesses avec un horizon de prédiction  $T = 0.55s$  [m]

## 4.7 Conclusion

Dans ce chapitre, la commande prédictive non linéaire à temps continu a été présentée pour les systèmes multi-entrées et multi-sorties (MIMO). On a pu généraliser la méthode et l'appliquer sur l'ensemble d'un système quelconque (MIMO) ayant un nombre de sorties supérieur ou égal au nombre de commandes. Deux avantages de la commande prédictive sont révélés ou confirmés à travers ces travaux :

- La stabilité en boucle fermée de cette commande est garantie pour les systèmes non linéaires de degré relatif inférieur ou égal à quatre.
- L'optimisation du critère est faite hors-ligne et une expression analytique de la commande est calculée une fois pour toute.

La commande prédictive nous a permis de prendre en considération la position de référence future du véhicule ainsi que celle prédite par le modèle et qui dépend de l'état présent. La phase de prédiction dans l'algorithme nous a permis de converger plus rapidement avec un dépassement plus faible de l'erreur. Au niveau de l'entrée calculée, l'angle de braquage est relativement

## **Chapitre 4. Commande Prédicative Généralisée Non linéaire en suivi de chemin**

---

lisse par rapport à la commande  $LQR$  présentée dans le chapitre précédent. Ce qui engendre une douceur lors du changement de courbure au niveau du suivi de trajectoire ainsi que sur l'angle de roulis.

Les résultats obtenus en simulation ainsi que sur le robot réel montrent la validité de l'approche ainsi que sa robustesse vis-à-vis des approximations du modèle et des incertitudes de mesure.

# Conception et commande d'un système de stabilisation en roulis

---

## Sommaire

---

<b>5.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>103</b>
<b>5.2</b>	<b>Systèmes de stabilisation en roulis</b>	<b>104</b>
5.2.1	Les suspensions	105
5.2.2	Barre anti-roulis	106
<b>5.3</b>	<b>Les indicateurs de renversement</b>	<b>107</b>
5.3.1	Approche analytique statique	108
5.3.2	Approche analytique dynamique	109
<b>5.4</b>	<b>Conception de la barre anti-roulis</b>	<b>111</b>
<b>5.5</b>	<b>Intégration de la barre anti-roulis active</b>	<b>114</b>
<b>5.6</b>	<b>Synthèse de la commande anti-roulis</b>	<b>114</b>
5.6.1	Commande prédictive linéaire	116
5.6.2	Elaboration de la loi de commande	117
<b>5.7</b>	<b>Résultats de simulation</b>	<b>121</b>
<b>5.8</b>	<b>Conclusion</b>	<b>127</b>

---

## 5.1 Introduction

L'objectif de cette étude est de renforcer la stabilité du rover dans le plan du roulis. Comme on l'a évoqué dans le chapitre (2), la dynamique du roulis n'est commandable qu'à travers l'accélération latérale [Krid 2011c]. Mais

cette accélération représente l'état de la dynamique dans le plan de lacet  $a_y = \dot{V}_y + \dot{\psi}V_x$ . Donc elle ne peut pas être utilisée comme commande pour stabiliser le véhicule dans le plan de roulis. Vue l'importance majeure de la stabilité, que ça soit pour les robots mobiles à quatre roues en particulier ou plus généralement pour tous les véhicules terrestres, plusieurs travaux cherchant à minimiser les risques de renversements ont été entrepris [Esmailzadeh 1996][Taghirad 1997][Williams 1995]. Le renversement d'un robot est généralement synonyme de détérioration ou de fin de mission si celui-ci ne dispose pas de moyen d'auto-recouvrement. Les voitures routières sont quasiment toutes équipées aujourd'hui de barre anti-roulis passives. Grâce à une barre flexible de torsion qui couple les trains de suspension droite et gauche, elle s'oppose à tout mouvement asymétrique des deux trains, qui est caractéristique d'une situation de virage et de présence de force latérale (ou de force centrifuge). Nous nous sommes inspirés de ce concept pour proposer un dispositif actif qui permet de contrôler le roulis du véhicule. Par abus de langage, nous l'appellerons " barre anti-roulis active ". Ce système de stabilisation représente une nouvelle commande qui va nous permettre d'agir directement sur la dynamique de roulis.

Dans ce chapitre on décrit la conception de la barre anti-roulis active utilisée dans nos travaux. Puis nous présentons son intégration dans l'ensemble du véhicule. Ensuite nous passerons à la description de la loi de commande utilisée pour finir avec les résultats de simulation et des expériences réalisées mettant en évidence l'utilité de la barre anti-roulis. Mais avant tout, une description des solutions existantes est présentée.

## 5.2 Systèmes de stabilisation en roulis

Parmi les systèmes existants de stabilisation, on distingue principalement les suspensions actives et les dispositifs anti-roulis.

### 5.2.1 Les suspensions

Bien entendu, les suspensions font l'objet de très nombreuses recherches depuis plusieurs dizaines d'années, cependant elles restent souvent peu détaillées sur les technologies utilisées afin de protéger les inventions. Parmi celles-ci, on peut citer la suspension passive développée dans [Wilde 2005]. Son système est constitué de quatre vérins hydrauliques interconnectés par des distributeurs reconfigurables. Lors d'un transfert de charge en virage, la différence entre les forces exercées sur les roues engendre une différence de pression entre les chambres des vérins qui sont interconnectées. Cela provoquera des déplacements au niveau des vérins pour réduire la différence de pression, réduisant ainsi l'angle de roulis. Le système est simple à intégrer puisqu'il est passif et peu coûteux en énergie ; il suffit pour cela de déplacer un tiroir hydraulique pour interconnecter les chambres.

Els propose dans [Els 2007] un système de suspension semi-active composé par des vérins hydropneumatiques. Ce système permet d'agir sur la caractéristique de la suspension à travers le volume du gaz injecté dans le vérin. Le système peut commuter entre deux niveaux successifs en 100 millisecondes. Ce qui fait la différence avec les suspensions passives et permet d'atteindre une vitesse de  $60\text{km/h}$  sur des manœuvres de dépassement avec un angle de roulis n'excédant pas  $2\text{deg}$ . On peut aussi citer les travaux de Poussot-Vassal [Poussot Vassal 2008] où il utilise des suspensions semi-active avec des lois de commande tel que LPV (Linear Parameter Varing) et  $H_\infty$  qui offre en plus de la robustesse à sa commande par rapport aux autres méthodes.

Le but de ces systèmes de suspensions, qu'elles soient actives, passives ou semi-actives, est de renforcer la stabilité du véhicule sur la route et d'assurer un confort optimal pour les passagers. Leur but est d'isoler les différentes roues de manière que chacune absorbe les perturbations et compense le transfert de charge sans le transmettre au reste de l'ensemble. Le problème des systèmes entièrement actifs est qu'ils sont très gourmands en énergie car il faut qu'ils soient alimentés en permanence pour soutenir le poids du véhicule.

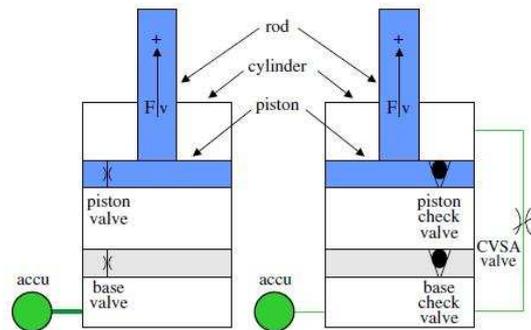


FIGURE 5.1 – La différence entre les suspensions passive et active [Swevers 2007]

## 5.2.2 Barre anti-roulis

La barre anti-roulis est un concept très répandue pour la stabilisation en roulis des véhicules. Elle minimise le risque de renversement en minimisant l'angle de roulis. Les premières barres anti-roulis sont des barres passives et équipent de nos jours la plupart des voitures routières. Flexible en torsion, elle relie les trains de suspension droite et gauche comme le montre la figure (5.2). Grâce à son élasticité et sa raideur, elle réduit la prise de roulis du châssis, dès qu'il y a une différence de déformation des suspensions d'un même essieu. Elle s'oppose à tout mouvement asymétrique des deux suspensions renforçant ainsi la stabilité du véhicule dans le plan du roulis en situation de virage.



FIGURE 5.2 – Une barre anti-roulis sur l'essieu avant d'une Volvo XC90 [auto ]

Comme le montre la figure (5.2) la barre anti-roulis relie à la fois le châssis et les deux triangles de suspensions (gauche et droite). Une grande raideur de la barre fait de l'ensemble un seul corps et éliminerait le rôle des suspensions. Ce qui influence énormément le confort et augmente les vibrations. Un autre inconvénient est la réduction de la qualité de franchissement de bosses ou de cavités à cause du couplage mécanique introduit par cette barre. Ceci a incité quelques chercheurs à développer la barre anti-roulis active.

Plusieurs types de barre anti-roulis active ont été développés. On peut citer la barre anti-roulis active à double canal chez BWI [group]. Ce système actif reprend le principe de la barre anti-roulis passive avec un actionneur placé au milieu de la barre. Lors d'un virage, l'actionneur augmente la raideur de la barre à travers un couple appliqué sur les deux moitiés. Quand il est libre, l'actionneur désaccouple les deux moitiés de la barre ce qui rend les suspensions indépendantes, renforce le confort et rend le système transparent.

La barre anti-roulis active agit sur l'orientation du châssis ou de la masse suspendue du véhicule par rapport à l'essieu avant et arrière. Ce qui compense l'effet de l'accélération latérale et réduit par la suite l'angle de roulis.

### 5.3 Les indicateurs de renversement

La définition de l'indicateur de renversement ou du critère de stabilité est un point important dans notre étude car il fixera par la suite l'objectif de la commande. Il existe plusieurs critères qui définissent la stabilité du véhicule. On peut distinguer deux approches proposées dans la littérature, une approche analytique basée sur un modèle physique et une approche statistique basée sur des expériences [Metz 1992]. Dans notre cas on s'intéresse à l'approche analytique car elle peut être appliquée sur différents types de véhicule dans différentes situations. En revanche l'approche statistique n'est valable que pour le véhicule avec lequel sont réalisées les expériences et seulement dans les mêmes conditions expérimentales.

Cette section est consacrée à l'étude des critères analytiques de stabilité des robots mobiles. Le modèle sur lequel se base l'approche analytique peut être statique ou dynamique.

### 5.3.1 Approche analytique statique

L'un des premiers critères de stabilité statique est celui proposé par McGhee et Frank en 1968 dans [McGhee 1968]. Dans ce critère, on définit la marge de stabilité statique comme étant la distance entre la projection du centre de gravité du robot et les côtés du polygone convexe d'appui comme le montre la figure (5.3). Ce critère reste valable pour des terrains plats et réguliers car le critère ne distingue pas entre un sol horizontal et sol incliné (voir figure (5.3)).

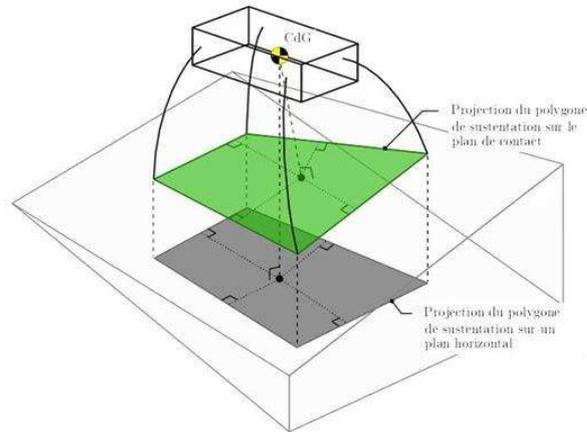


FIGURE 5.3 – Critère de stabilité statique [Besseron 2008]

Cette définition du critère de stabilité ne distingue pas entre deux systèmes qui ont le même polygone d'appui et la même position de la projection du centre de masse mais qui n'ont pas la même hauteur du centre de masse. Pour résoudre ce problème Messuri et Klein [Messuri 1985] proposent en 1985 un critère énergétique. Ce critère consiste à calculer l'énergie potentielle nécessaire pour faire renverser le véhicule. Ce critère semble résoudre les problèmes du critère de stabilité proposé par McGhee et Frank mais il reste un critère statique ; car il ne considère pas la dynamique du véhicule et son impact sur la stabilité.

### 5.3.2 Approche analytique dynamique

L'approche dynamique consiste à prendre en considération la dynamique du véhicule lors de la définition du critère de stabilité.

#### 5.3.2.1 Estimation de la position du centre de pression

Ce critère de stabilité est une extension du critère de la projection du centre de masse sur le plan d'appui du véhicule qui est proposé par Orin [Orin 1976]. Il consiste à projeter le centre de masse sur le plan d'appui (quand il existe) suivant la direction de la résultante des forces inertielles et gravitationnelles (voir figure (5.4)). Le résultat de cette projection est dit "centre de pression". La marge de stabilité dynamique du véhicule peut être par la suite définie par la distance minimale entre le centre de pression et les cotés du polygone d'appui. Ce critère prend en compte la dynamique du véhicule, mais il garde les limitations du critère statique sur lequel il se base. Il ne distingue pas entre deux véhicules qui n'ont pas la même hauteur ; ou entre un plan d'appui plan horizontal et un plan d'appui plan incliné.

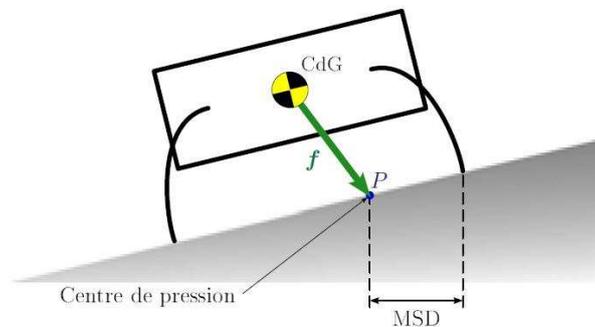


FIGURE 5.4 – La marge de stabilité définie par la position du centre de pression [Besseron 2008]

#### 5.3.2.2 Mesure de l'angle de la force globale

Comme l'indique son nom (Force-Angle Stability Measure), ce critère se base sur la mesure de l'angle que fait la résultante des forces (inertielles et gravitationnelles) ramenées au CdG du véhicule avec la direction de la

ligne joignant ce dernier point au milieu des lignes du polygone de contact [Papadopoulos 1996]. Chaque ligne de contact définit un angle. La valeur minimale de ces angles définit la mesure de stabilité. Les points de contact étant généralement quasi-fixes dans le repère véhicule, la projection dans le plan de roulis et de tangage permet de définir le risque de renversement dans chacun de ces plans. L'inconvénient majeur de ce critère est l'estimation de la force globale et de son orientation ainsi que de la position exacte des points de contact avec le sol.

### 5.3.2.3 Transfert de charge latéral (TCL)

Le transfert de charge latéral représente la différence entre les efforts normaux exercés sur les deux roues d'un même essieu comme le montre la figure (5.16). Idem pour le transfert de charge longitudinal. Le transfert de charge latéral est dû principalement à l'accélération latérale lors du virage et d'un changement de direction. Cette mesure peut être traduite mathématiquement comme dans [Johansson 2004] par :

$$TCL = F_{zr} - F_{zl} \quad (5.1)$$

et on définit ainsi le transfert de charge latéral normalisé :

$$\overline{TCL} = \frac{F_{zr} - F_{zl}}{F_{zr} + F_{zl}} \quad (5.2)$$

A partir de l'équation (5.2) on peut déduire que : si le  $\overline{TCL} > 0$  on a un transfert de charge vers la droite, si  $TCL < 0$  on a un transfert de charge vers la gauche et si  $|\overline{TCL}| = 1$  alors l'une des roues a perdu le contact avec le sol. Ce critère de stabilité est l'un des plus utilisés, probablement pour sa simplicité et son sens physique. Parmi les travaux qui utilisent le  $TCL$  comme mesure de stabilité, on peut citer entre autres la commande active du roulis des remorques des poids lourds [Miège 2003], [Gaspar 2005] et ou le contrôle passif du roulis des tracteurs [Hongguo 2011]. Ce critère suppose que le véhicule devient instable dès qu'une roue perd le contact avec le sol, ce qui peut être considéré comme une approche conservatrice de la stabilité ; en effet la perte du contact d'une roue peut être momentanée et suivi d'une

stabilisation du rover sur toutes ses roues. Dans la suite on admet ce critère comme critère de stabilité pour notre robot.

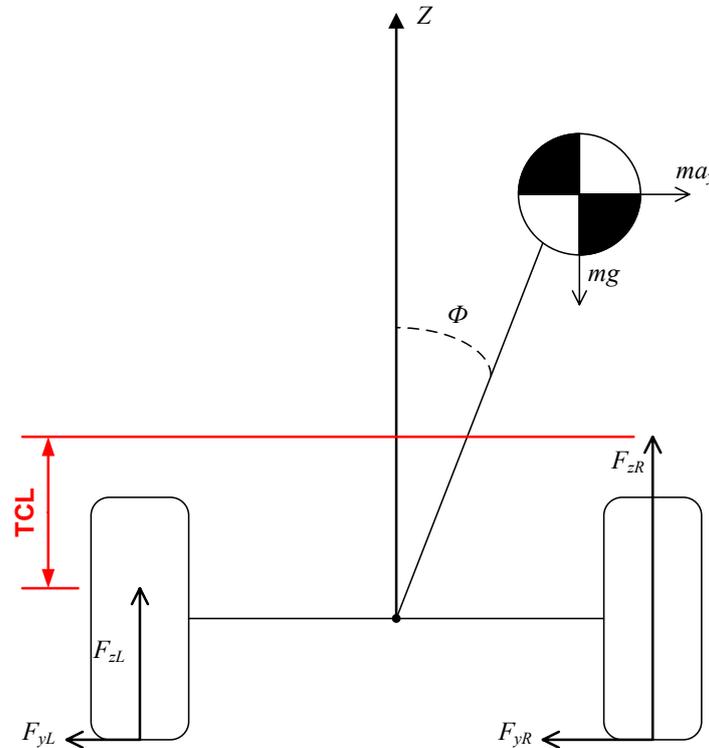


FIGURE 5.5 – Le transfert de charge latéral.

## 5.4 Conception de la barre anti-roulis

La barre anti-roulis passive est une barre flexible en torsion qui couple les trains de suspension droit et gauche, elle s'oppose à tout mouvement asymétrique des deux trains, qui est caractéristique d'une situation de virage et de présence de force latérale (ou force centrifuge). L'objectif de la barre anti-roulis active consiste à modifier les propriétés dynamiques du robot et à renforcer la commandabilité de la dynamique horizontale du véhicule. Le système proposé est schématisé sur la figure (5.6). Il utilise un vérin horizontal qui agit sur deux basculeurs qui créent à leurs tours deux mouvements opposés sur les deux parallélogrammes de suspension droit et gauche.

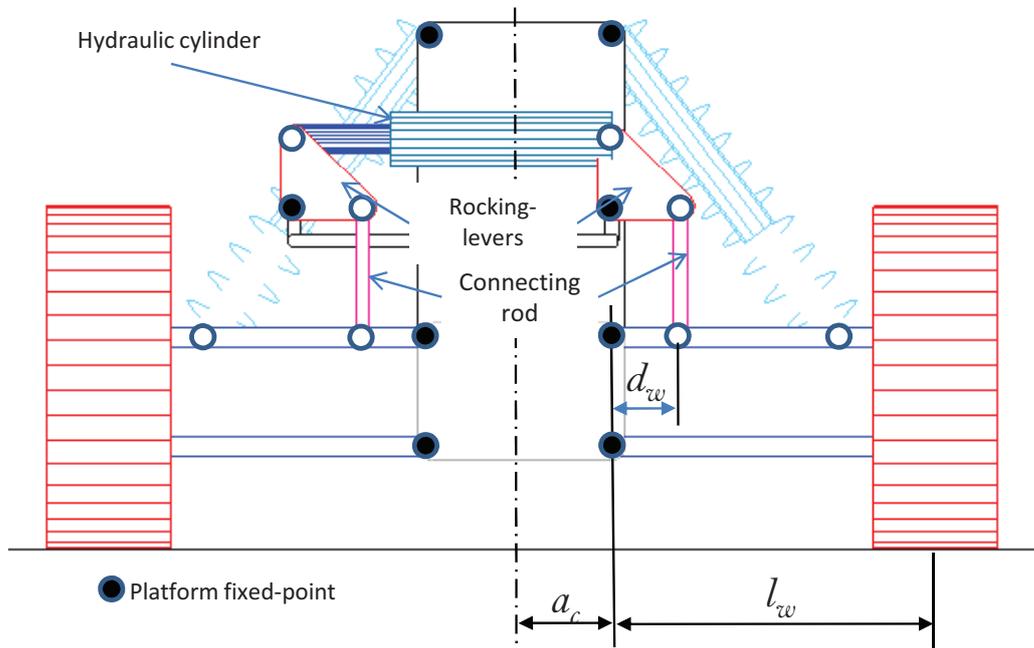


FIGURE 5.6 – La cinématique de la barre anti roulis active.

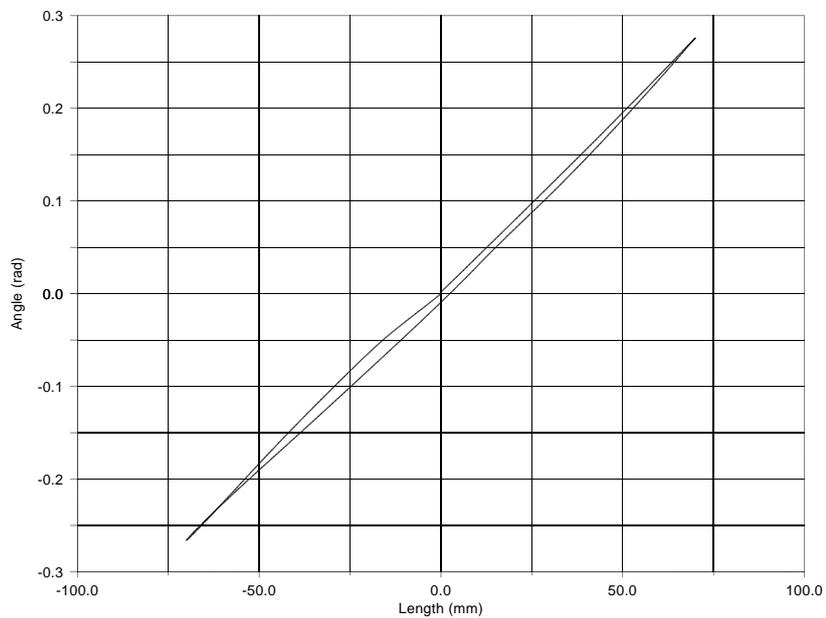


FIGURE 5.7 – Linéarité du mécanisme : angle de roulis (rad) en fonction du déplacement du vérin (mm).

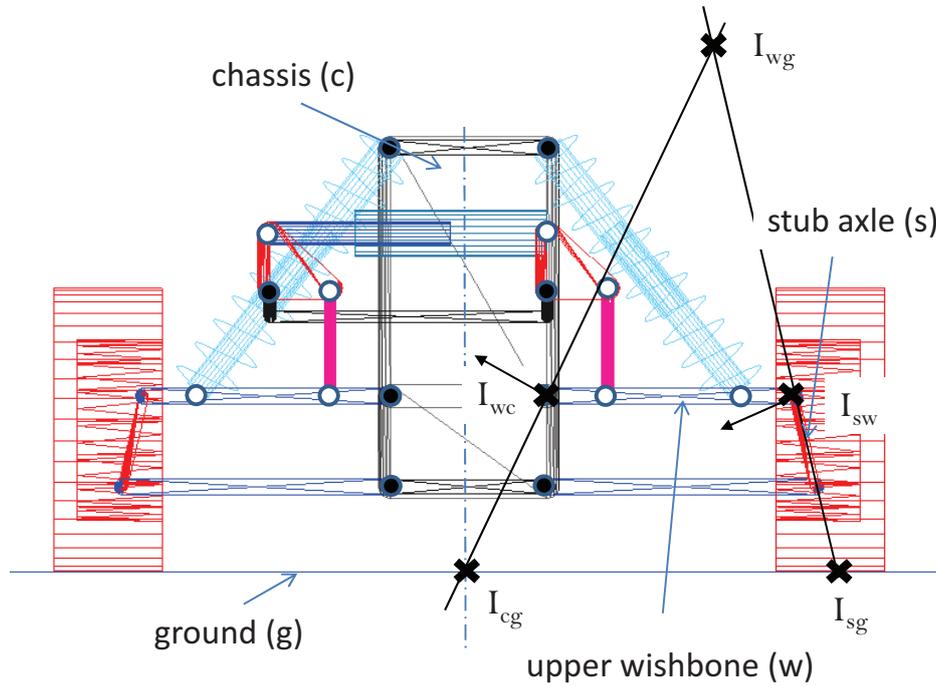


FIGURE 5.8 – Localisation des centres instantanés de rotation.

Il peut paraître que ce système rend les suspensions couplées et dégrade le franchissement de discontinuités unilatérales. Pour cela, on a choisi une motorisation de type hydraulique afin de pouvoir rendre dans ces situations le vérin inopérant. En effet dans ces situations, le vérin peut devenir transparent grâce au mode bypass rendu possible par le jeu de tiroir hydraulique qui interconnecte les deux chambres du vérin. Pour des raisons de puissance et d'intégration, ce dispositif est reproduit à l'identique sur les deux essieux avant et arrière. La modélisation sous Adams de ce dispositif ont permis de démontrer la linéarité de ce mécanisme pour un intervalle d'angle du roulis de  $15deg$  (figures (5.7) et (5.8)). C'est-à-dire qu'on peut supposer que la vitesse dans le vérin est proportionnelle à la vitesse du roulis  $\dot{\phi}$ , i.e.  $v = k_m \dot{\phi}$  avec  $k_m$  est la constante du mécanisme ( $k_m \approx 250mm/rad$ ).

## 5.5 Intégration de la barre anti-roulis active

L'intégration de cette barre anti-roulis à l'avant comme à l'arrière augmentera la dimension du vecteur commande. Cet actionneur définit une entrée de plus du système qui nous permettra d'agir directement sur l'angle de roulis du robot et par conséquent sur la position du centre de masse par rapport au plan médian. Avant de débiter la phase d'étude et la synthèse d'une loi de commande pour la barre anti-roulis un rappel du modèle du robot sera brièvement fait. On reprend le modèle (2.18) développé dans le chapitre 2. L'intégration de la barre anti-roulis active engendre l'apparition d'un nouveau terme  $u_\phi$  dans l'équation dynamique et par la suite dans le modèle d'état comme on peut le voir dans (5.3). Ce terme représente la force exercée par le vérin  $F_v$  de la barre anti-roulis active multipliée par la constante du mécanisme  $k_m$ . Ce terme constitue dans la suite la commande du système.

$$\dot{x}_\phi = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} x_\phi + \begin{pmatrix} 0 \\ 1/I_{xs} \end{pmatrix} u_\phi + \frac{1}{I_{xs}} \begin{pmatrix} 0 \\ M_s g h_p (\dot{V}_y + \psi V_x) \end{pmatrix} \quad (5.3)$$

soit :

$$u_\phi = k_m F_v \quad (5.4)$$

## 5.6 Synthèse de la commande anti-roulis

Dans cette section, afin d'exploiter la barre anti-roulis active, une loi de commande définissant la dynamique de l'angle de roulis sera développée. Deux problèmes ordinaires sont à résoudre dans la phase de la synthèse de la loi de commande (1) les incertitudes du modèle et celles des mesures et (2) le choix plus que déterminant de l'objectif de la commande et du critère à minimiser. Simple à estimer, on choisit le transfert de charge latéral comme critère de stabilité. Donc l'objectif de la commande sera la réduction du transfert de charge latéral (*TCL*) définie par (5.1) et par là la stabilisation du véhicule durant sa mission. Le modèle développé dans le plan du roulis sera la base de la synthèse de la commande. On rappelle que le *TCL* est la différence entre les forces normales des roues gauche et droite d'un même essieu.

$$TCL = |\Delta F_z| = \left| \frac{M_s g h_p b}{(a+b)d} \phi + \frac{Mh}{d} a_y \right| \quad (5.5)$$

Le but de la commande est d'asservir le TCL à zéro. On déduit à partir de  $TCL = 0$  l'angle du roulis de référence  $\phi_{ref}$ .

$$\phi_{ref} = -\frac{Mh(a+b)}{M_s g h_p b} a_y(t) \quad (5.6)$$

Comme on peut voir dans l'expression de  $\phi_{ref}$ , l'angle de roulis de référence dépend de l'accélération latérale  $a_y(t)$ . Il faut alors calculer l'accélération  $a_{yref}$ . Dans notre cas la trajectoire de référence à suivre est connue à l'avance et la vitesse d'évolution est supposée constante et connue. Donc on peut déduire  $a_{yref}(t)$  à partir du rayon de courbure de la trajectoire notée  $k(t)$  et de la vitesse du véhicule  $V_x$  (sachant qu'on néglige à ce niveau l'angle de dérive latérale du véhicule). On déduit donc l'expression de l'accélération latérale de référence suivante :

$$a_{yref}(t) = -k_{ref}(t) V_{xref}^2 \quad (5.7)$$

$$\phi_{ref}(t) = \frac{Mh(a+b)}{M_s g h_p b} k_{ref}(t) V_{xref}^2 \quad (5.8)$$

Pour prendre en considération l'évolution du système dans notre commande, on fait appel à la commande prédictive [Qin 2003]. Cette commande nous permettra d'anticiper sur les variations de l'angle de roulis dans les virages. Afin d'aboutir à une structure de modèle linéaire en l'état qui sera par la suite la base de notre commande prédictive, on injecte au système une première commande linéarisante qu'on note  $u_{\phi l}$ . Le but de cette commande est de compenser le terme non linéaire qui excite la dynamique du roulis  $M_s h_p (V_y + V_\psi V_x)$ .

$$u_{\phi l} = -M_s h_p (\dot{V}_y + \dot{\psi} V_x) \quad (5.9)$$

La commande de la barre anti-roulis sera alors composée de deux parties (5.10). Une première partie dite commande linéarisante (5.9) qui permet d'écrire le modèle (5.3) sous sa forme linéaire d'état. Une deuxième partie

qu'on note  $u_{\phi c}$  aura comme objectif de ramener l'angle de roulis sur la valeur de référence définie précédemment dans (5.8).

$$u_{\phi} = u_{\phi l} + u_{\phi c} \quad (5.10)$$

Considérant ces deux parties de la commande (5.10) et le modèle d'état écrit dans (5.3). On peut alors écrire le modèle linéaire d'état sous la forme suivante :

$$\dot{x}_{\phi} = A_{\phi}x_{\phi} + B_{\phi}u_{\phi c} \quad (5.11)$$

Avec cette forme d'état on peut faire appel à la boîte à outils de la commande des systèmes linéaires, celle-ci contient une grande variété de solutions allant du simple au très complexe. Dans ce cadre on peut citer les travaux de Miège [Miège 2003] qui a utilisé la Commande Linéaire Quadratique Gaussienne (LQG control) pour calculer le gain de sa commande par retour d'état. Le but du choix de la commande LQG est de réduire l'influence du bruit. Entre une commande par retour d'état simple tel qu'un PID et une commande plus complexe tel qu'un MPC (Model Predictive Control) ou un  $h_{\infty}$  il y a un choix à faire. Comme notre robot suit une trajectoire de référence connue à l'avance, on a choisi la commande prédictive car elle est assez aisée à développer quand on dispose d'un signal de référence.

### 5.6.1 Commande prédictive linéaire

On peut définir la commande prédictive linéaire comme la loi de commande optimale qui minimise un critère quadratique. La commande prédictive linéaire utilise le modèle du système pour prédire le comportement du système sur un horizon de temps fini et pour calculer la commande qui minimise une certaine fonction coût. Il s'agit donc d'un problème de commande optimale résolu à chaque pas de temps. Pour plus de détail sur la commande prédictive basée sur un modèle linéaire, le lecteur peut se référer à [Muske 1993]. Reprenons le système linéaire (5.11) et mettons-le sous la forme discrète décrite par (5.12) qui sera utilisée par la suite dans l'élaboration du critère quadratique et le calcul de la commande.

$$\begin{aligned}x_{\phi}(k+1) &= A_{\phi}^e x_{\phi}(k) + B_{\phi}^e u_{\phi c}(k) \\ y(k) &= C_{\phi}^e x_{\phi}(k)\end{aligned}\quad (5.12)$$

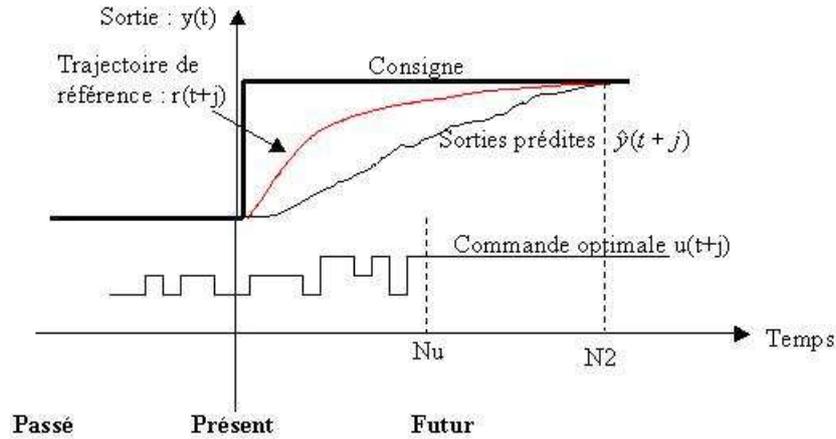


FIGURE 5.9 – Commande prédictive

### 5.6.2 Elaboration de la loi de commande

La commande prédictive s'appuie sur le principe de prédiction de la sortie  $\hat{y}$  à l'instant  $k$  sur un horizon de temps  $ho_p$  (voir figure (5.9)). Aussi, on note par  $y_r$  la trajectoire de référence définie sur tout l'horizon de la prédiction  $ho_p$ . Pour réduire la complexité du problème de l'optimisation par la suite, on suppose que l'horizon de prédiction  $ho_p$  est supérieur à l'horizon de contrôle  $ho_c$  ( $ho_p \geq ho_c$ ). On définit  $\hat{y}(k+i | k)$  et  $\hat{u}(k+i | k)$  la sortie et la commande prédites à l'horizon  $k+i$  et calculées à l'instant  $k$ . Comme le montre la figure (5.9), l'horizon de la prédiction est plus grand que l'horizon de la commande ; dans ce paradigme la commande est supposée constante entre les instants  $k+ho_c$  et  $k+ho_p$ . L'objectif de la commande est la régulation de la sortie  $\hat{y}$  autour de la trajectoire de référence  $y_r$  sur l'horizon de prédiction  $[k, k+ho_p]$ . Une fois la commande calculée sur l'horizon de temps  $k+ho_c$ , la valeur de la commande calculée pour l'instant  $k$  est appliquée au système. Ce qui revient à utiliser un bloqueur d'ordre zéro pour le signal de commande, soit

$$u(t) = u(k), kT < t \leq (k+1)T \quad (5.13)$$

On peut ainsi définir le critère quadratique  $J(k)$  suivant :

$$J(k) = \sum_{i=0}^{i=ho_p} \|\hat{y}(k+i|k) - y_r(k+i|k)\|_Q^2 + \sum_{i=0}^{ho_c} \|\Delta u(k+i|k)\|_R^2 \quad (5.14)$$

avec  $\Delta u(k) = u(k) - u(k-1)$ . Dans le critère d'optimisation, on peut avoir le choix entre la minimisation de la commande et la minimisation de la variation de la commande. Pour avoir une commande plus lisse, on favorise la variation de la commande pour avoir des faibles déplacements sur le vérin de la barre anti-roulis. Pour finir avec l'expression du critère quadratique  $J(k)$ , on établit l'expression de la sortie prédite  $\hat{y}(k+i|k)$ . Par souci de généralité, on définit l'espace d'état discret  $x(k)$  et son équation d'état :

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k) \\ y(k) &= Cx(k) + Du(k) \end{aligned} \quad (5.15)$$

Ainsi on peut écrire la sortie estimée  $\hat{y}(k|k)$  sous la forme :

$$\begin{aligned} \hat{y}(k|k) &= Cx(k) + Du(k) \\ &= Cx(k) + D(u(k-1) + \Delta u(k|k)) \end{aligned}$$

De même on déduit  $\hat{y}(k+1|k)$  qu'on écrit sous la même forme  $\hat{y}(k|k)$ .

$$\begin{aligned} \hat{y}(k+1|k) &= Cx(k+1) + Du(k+1) \\ &= C(Ax(k) + Bu(k)) + D(u(k) + \Delta u(k+1|k)) \\ &= CAx(k) + (CB + D)u(k) + D\Delta u(k+1|k) \\ &= CAx(k) + (CB + D)u(k-1) + (CB + D)\Delta u(k|k) + D\Delta u(k+1|k) \end{aligned}$$

De même jusqu'à l'ordre  $h_c$

$$\begin{aligned} \hat{y}(k+ho_c|k) &= Cx(k+ho_c) + Du(k+ho_c) \\ &= CA^{ho_c-1}x(k) + \left(C \sum_{i=0}^{ho_c-2} A^i B + D\right) u(k-1) \\ &\quad + \left(C \sum_{i=0}^{ho_c-2} A^i B + D\right) \Delta u(k|k) + \dots + D\Delta u(k+ho_c|k) \end{aligned}$$

On continue la prédiction de  $\hat{y}$  jusqu'à l'instant  $k + h_{o_p}$  et on déduit que le  $u(k + i) = u(k + h_{o_c}) ; \forall i \geq h_{o_c}$ .

$$\begin{aligned} \hat{y}(k + h_{o_p} | k) &= Cx(k + h_{o_p}) + Du(k + h_{o_c}) \\ &= CA^{h_{o_p}-1}x(k) + \left( C \sum_{i=0}^{h_{o_p}-2} A^i B + D \right) u(k - 1) \\ &+ \left( C \sum_{i=0}^{h_{o_p}-2} A^i B + D \right) \Delta u(k | k) + \dots + \left( C \sum_{i=0}^{h_{o_p}-h_{o_c}-1} A^i B + D \right) \Delta u(k + h_{o_c} | k) \end{aligned}$$

Enfin, on peut mettre les équations des sorties estimées  $\hat{y}$  sous la forme matricielle :

$$\hat{Y}(k) = \Psi x(k) + \Gamma u(k - 1) + \Theta \Delta U(k) \quad (5.16)$$

avec :

$$\hat{Y}(k) = \begin{bmatrix} \hat{y}(k | k) \\ \vdots \\ \hat{y}(k + h_{o_p} - 1 | k) \end{bmatrix}$$

$$\Delta U(k) = \begin{bmatrix} \Delta u(k | k) \\ \vdots \\ \Delta u(k + h_{o_u} - 1 | k) \end{bmatrix}$$

$$\Psi = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{h_{o_p}-1} \end{bmatrix}$$

$$\Gamma = \begin{bmatrix} D \\ CB + D \\ CAB + CB + D \\ \vdots \\ C \sum_{i=0}^{h_{o_p}-2} A^i B + D \end{bmatrix}$$

$$\Theta = \begin{bmatrix} D & 0 & \cdots & 0 \\ CB + D & D & \cdots & 0 \\ CAB + CB + D & CB + D & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & 0 \\ C \sum_{i=0}^{h_o_c-2} A^i B + D & \cdots & \cdots & D \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ C \sum_{i=0}^{h_o_p-2} A^i B + D & \cdots & \cdots & C \sum_{i=0}^{h_o_p-h_o_c-1} A^i B + D \end{bmatrix}$$

Reprenons le critère quadratique  $J(k)$  et mettons le sous une forme matricielle afin de simplifier l'écriture des équations et par la suite le calcul de la commande.

$$J(k) = \left\| \hat{Y}(k) - Y_r(k) \right\|_Q^2 + \|\Delta U(k)\|_R^2 \quad (5.17)$$

où

$$\hat{Y}_r(k) = \begin{bmatrix} y_r(k | k) \\ \vdots \\ y_r(k + h_o_p - 1 | k) \end{bmatrix}$$

Ainsi, on peut déduire

$$J = \Delta U^T H \Delta U - \Delta U^T G + E^T Q E \quad (5.18)$$

avec

$$E(k) = Y_r(k) - \Psi x(k) - \Gamma u(k-1)$$

$$G = 2\Theta^T Q E(k)$$

$$H = \Theta^T Q \Theta + R$$

On cherche à déterminer la variation de la commande  $\Delta u$  qui minimise le critère  $J$  défini dans (5.18). D'où :

$$\frac{\partial J}{\partial \Delta u} = 0 \quad (5.19)$$

On en déduit alors l'expression du vecteur  $\Delta U$  :

$$\Delta U = \frac{1}{2} H^{-1} G \quad (5.20)$$

Après avoir calculée la variation de la commande sur l'horizon de commande  $\Delta U(k)$ , on garde le premier terme du vecteur qu'on utilisera pour générer la commande à appliquer  $u(k)$ . Ainsi on peut écrire la commande  $u(k)$  :

$$u(k) = u_{k-1} + \Delta u(k | k) \quad (5.21)$$

On aura ainsi le schéma de commande composé par les deux blocs de commande qui sont présentés sur la figure (5.10). Le premier bloc de commande gère le suivi de trajectoire en agissant sur la vitesse et l'angle de braquage minimisant l'erreur entre la trajectoire de référence et la position réelle du robot. Le deuxième bloc de commande agit directement sur la barre anti-roulis et donc sur l'angle de roulis afin de renforcer la stabilité du véhicule.

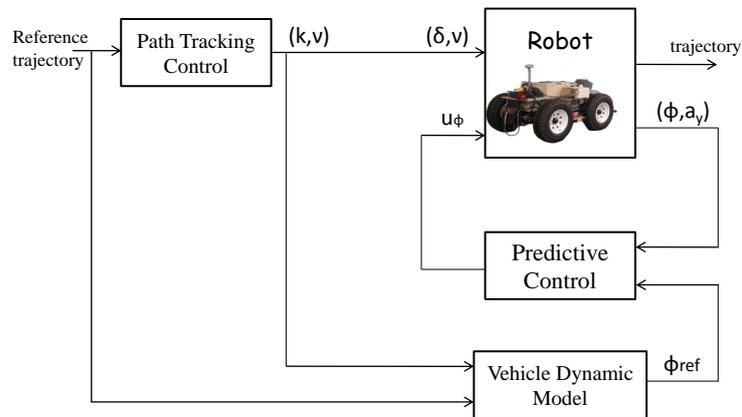


FIGURE 5.10 – Le schéma de commande.

## 5.7 Résultats de simulation

Pour mettre en évidence l'apport de la barre anti-roulis ainsi que le contrôle de la stabilité du robot, on présente dans ce paragraphe deux situations de simulation effectuées en co-simulation Adams-Simulink. Les deux scénarios

consistent à parcourir une trajectoire en 'U' (deux manœuvres à un angle de braquage constant) avec une vitesse constante  $V_x$  et un angle de braquage avant et un angle de braquage nul à l'arrière. Les essais sont faits avec et sans la barre anti-roulis active afin de quantifier l'apport du dispositif proposé. Soit la vitesse  $V_x = 8ms^{-1}$  et les angles de braquage avant et arrière  $\beta_f = 0.2rad$  et  $\beta_r = 0$  commandés en boucle ouverte.

On commence l'étude des résultats de simulation par la figure (5.11) et la figure (5.12) qui illustrent la différence entre les trajectoires effectuées et les accélérations latérales du robot, avec et sans la barre anti-roulis. Les résultats de simulation montrent qu'on peut négliger l'effet de la barre anti-roulis sur le suivi de trajectoire : on ne remarque pas de différence notable sur les trajectoires (5.11) et les accélérations latérales (5.12) qui dérivent de la même vitesse longitudinale et le même angle de braquage. Ce résultat nous permet d'intégrer la barre anti-roulis sans avoir besoin de changer la commande de suivi de trajectoire.

Si la barre anti-roulis ne perturbe pas la dynamique dans le plan d'évolution et sur l'accélération latérale, elle ne laisse pas indifférente la dynamique en roulis, ceci est illustré sur les figures (5.14) et (5.16) qui représentent respectivement l'angle de roulis et le transfert de charge latéral, avec et sans la barre anti-roulis active. Comme le montrent ces figures, le robot équipé de barre anti-roulis se penche à l'intérieur du virage au lieu de se pencher vers l'extérieur (voir figure (5.14)). Ce qui permet de réduire le transfert de charge latéral, par exemple de 0.4 à 0.1 (figure (5.16)) quand la vitesse longitudinale est  $V_x = 6ms^{-1}$ .

Ce gain au niveau de transfert de charge latéral permet d'augmenter la stabilité et de minimiser les risques de renversement latéral puisque le poids du robot est réparti presque de la même manière sur les quatre roues. La figure (5.15) illustre la force normale dans chaque contact roue-sol. A l'avant comme à l'arrière, la barre anti-roulis permet de mieux répartir le poids du véhicule sur les quatre roues ainsi elle réduit la différence entre les forces normales des roues gauche et droite. Ce gain va nous permettre de se mouvoir plus vite et de relaxer les contraintes sur l'angle de braquage.

Pour mettre cela en évidence, on a rejoué la même expérience plusieurs

fois avec différentes vitesses  $V_x$  et en gardant le même angle de braquage. On a fait varier la vitesse entre  $2\text{ms}^{-1}$  et  $8\text{ms}^{-1}$  et on enregistre à chaque fois le transfert de charge latéral (voir figure (5.17)). On déduit de cette série de simulation que la vitesse a une importante influence sur le  $TCL$  et par la suite sur la stabilité du véhicule. Comme on peut le voir sur la figure (5.17), à faible vitesse ( $2$  et  $4\text{ms}^{-1}$ ) la barre anti-roulis est même capable de changer le signe du  $TCL$ . Par contre pour des vitesses plus grandes elle ne peut réduire le  $TCL$  à cause de la limitation de l'angle de roulis. Ce qui permet d'accroître les capacités du robot en terme de vitesse  $8\text{ms}^{-1}$ , et/ou en terme de courbure de la trajectoire. Notons que sans la barre anti-roulis les roues commencent à perdre contact avec le sol à une vitesse de  $7\text{ms}^{-1}$  ( $TCL = 1$ ) ce qui représente pour nous la limite de stabilité.

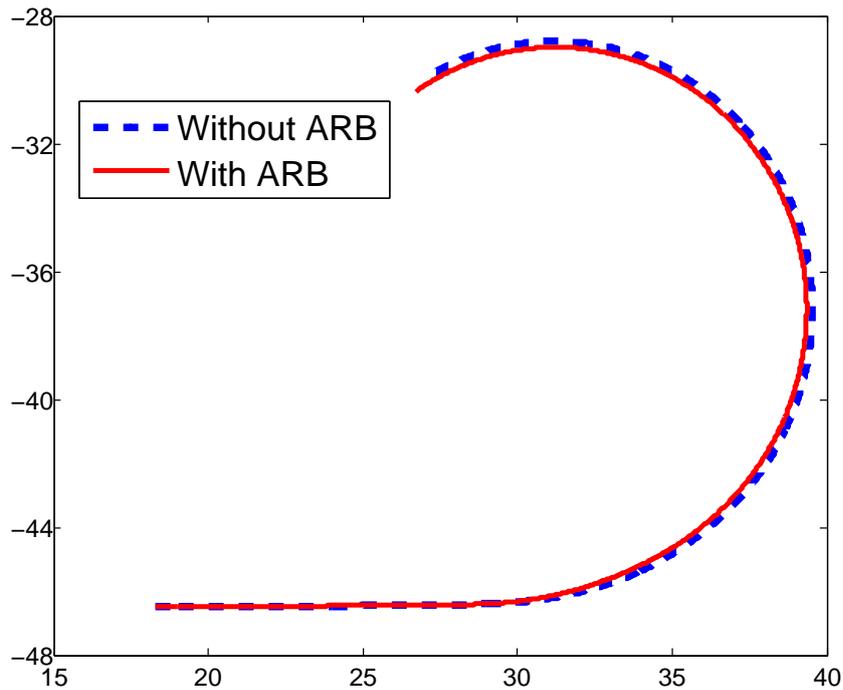


FIGURE 5.11 – Trajectoires enregistrées avec et sans la barre anti-roulis [ $m$ ].

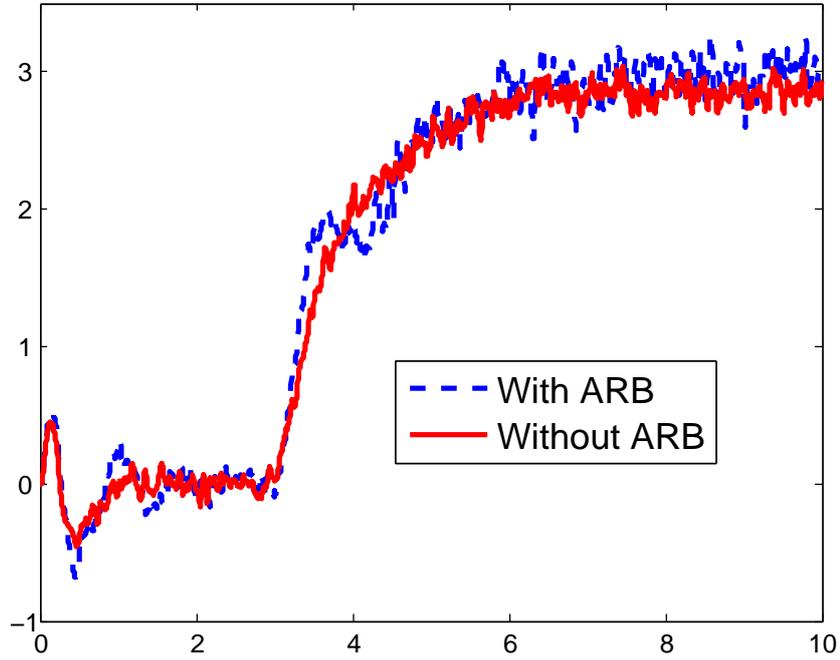


FIGURE 5.12 – Accélérations latérales enregistrées avec et sans la barre anti-roulis [ $m/s$ ].

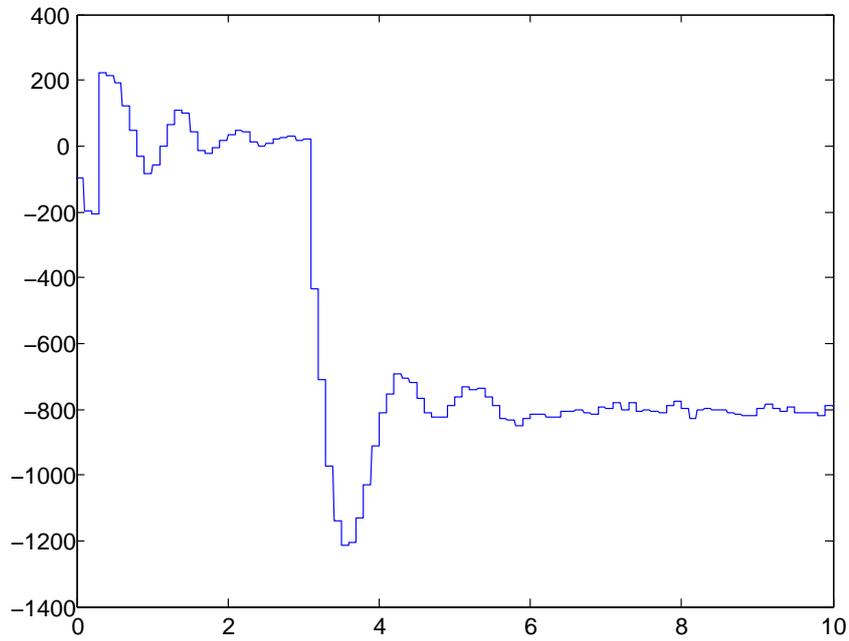


FIGURE 5.13 – La commande enregistrée de la barre anti-roulis [ $N.m$ ].

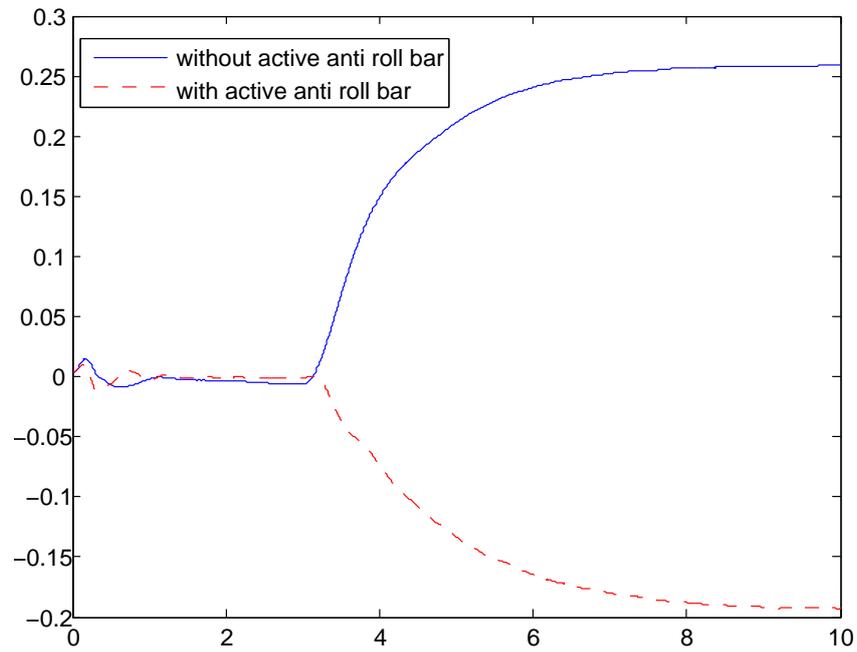


FIGURE 5.14 – Les angles de roulis avec et sans la barre anti-roulis [rad].

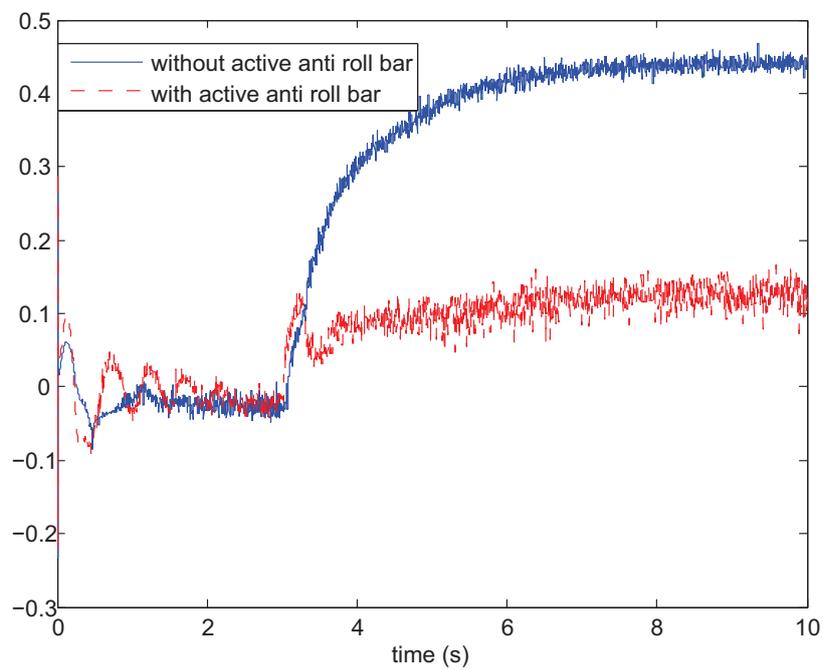


FIGURE 5.15 – Les transferts de charge latéraux normalisés, avec et sans la barre anti-roulis.

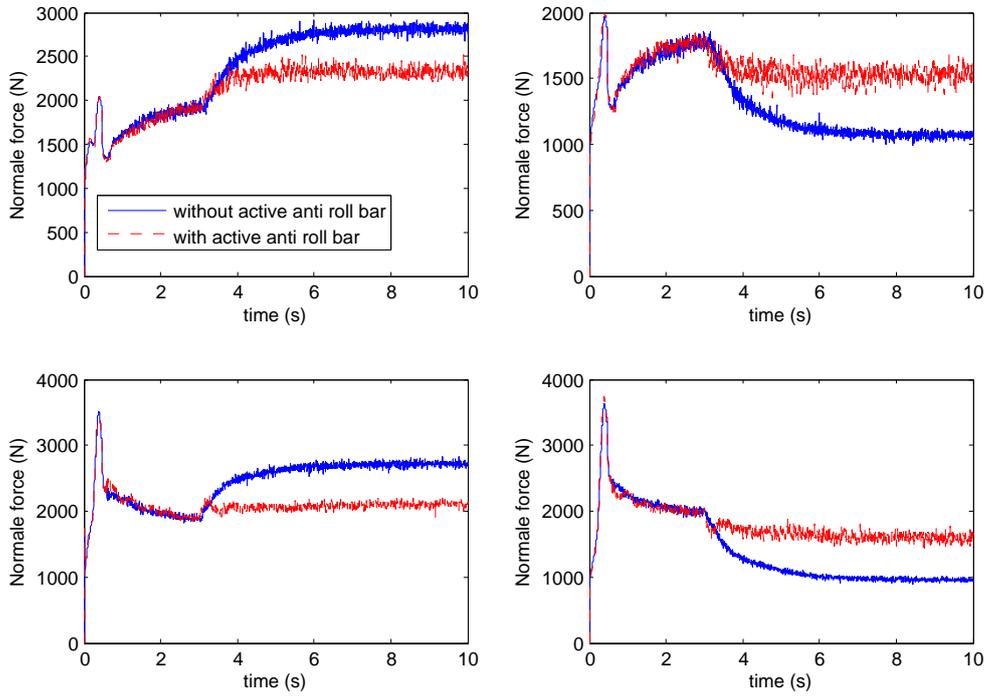


FIGURE 5.16 – Les forces normales enregistrées sur les quatre roues.

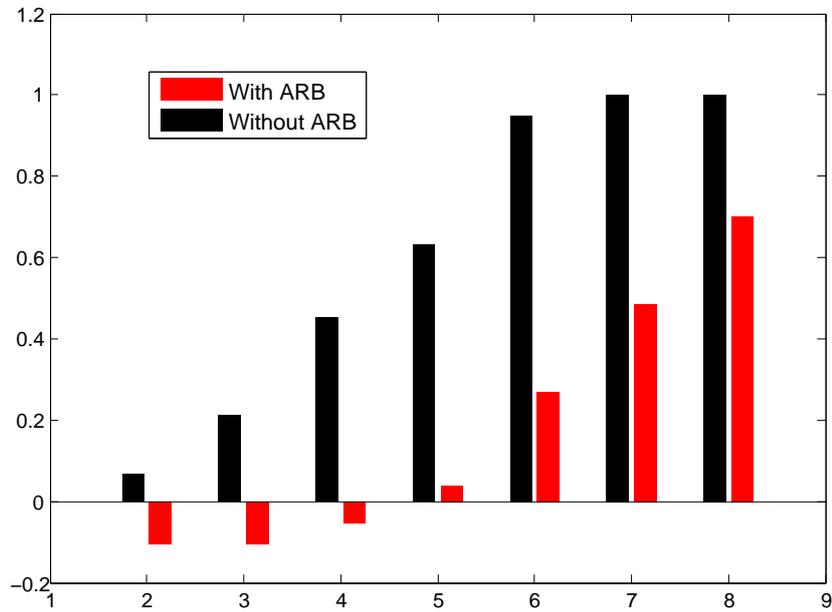


FIGURE 5.17 – Le transfert de charge latérale en fonction de la vitesse.

## 5.8 Conclusion

On a présenté dans ce chapitre un nouveau dispositif actif de contrôle de l'angle de roulis du véhicule et donc de la stabilité latérale. En effet les résultats de simulation montrent l'apport de ce système en terme de performance et de robustesse du robot lors des virages ou sur des pentes. Ce système est facilement intégrable sur un châssis classique de rover et ne perturbe quasiment pas la dynamique du déplacement du robot, ce qui permet de garder la structure des commandes et des modèles utilisés pour la navigation et le suivi de trajectoire. Cette commande sera étendue pour prendre en compte la pente du sol ainsi que les contraintes de fonctionnement des actionneurs hydrauliques i.e. la saturation de la force et de la vitesse. Ce travail nécessite, pour être entièrement validé, une validation expérimentale sur la plateforme RobuFastB, en cours de finalisation .



# Conclusion générale

---

## 6.1 Synthèse des travaux

L'objectif de cette thèse a été de faire suivre à un rover une trajectoire de référence à haute vitesse tout en contrôlant activement sa stabilité. La question de la stabilité et de la sécurité du matériel étant d'une importance vitale dans l'accomplissement de la mission. La source principale de l'instabilité est la dynamique du véhicule. Ce mémoire de thèse a alors commencé par la modélisation de la dynamique du véhicule dans l'espace décrivant à la fois sa dynamique fonctionnelle et la dynamique de ces appuis au sol. Deux modèles d'état linéaire ont été proposés : (1) un modèle de la dynamique latéral et (2) un modèle de la dynamique en roulis. Le principal lien entre ces deux dynamiques étant l'accélération latérale lors des virages. Pour réduire la dynamique du véhicule dans le plan du roulis, il faut réduire l'impact de l'accélération latérale. L'idée développée dans le chapitre 3 consiste à augmenter la taille de la commande en suivi de trajectoire du robot. L'intégration de l'angle de braquage arrière et la différence de couples entre les roues gauches et droites engendrent une réduction sur l'amplitude de la commande de base (quand un seul essieu directeur est utilisé). Les simulations ont montré que cette technique permet de réduire l'angle de roulis et d'avoir en plus une bonne qualité de suivi. Sur un plan expérimental, la loi de commande  $LQR$  s'est avéré assez oscillante. Cela s'explique par le retard du signal de commande dans le robot réel qui est de l'ordre de  $0.25s$  qui représente une distance parcourue de  $1m$  quand la vitesse du robot est de  $4m/s$ . Pour résoudre ce problème, nous avons opté pour une commande prédictive basée sur la prédiction de la sortie sur un horizon de temps fini afin de pouvoir anticiper sur la position future du robot et prendre en compte ainsi le retard du système. Dans le chapitre

4, une Commande Prédicative Généralisée Non linéaire à temps Continu a été développée pour répondre à ce besoin. Cette commande est synthétisée par la minimisation d'un critère quadratique composé par l'erreur entre la sortie et la référence sur un horizon de temps fini. Cette anticipation sur l'état du robot ainsi que sur la référence permet d'avoir un dépassement plus faible et donc une commande plus douce. Ce qui constitue un impact direct sur la dynamique latérale et l'angle du roulis. Sur le plan expérimental, cette commande mise en œuvre sur le robot réel représente un succès même avec des fortes variations des rigidités de dérive avant et arrière et des changements de la nature du sol.

Dans le but de renforcer davantage la stabilité du robot, nous avons introduit dans le chapitre 5 un dispositif original de stabilisation dans le plan du roulis dont la commande est relativement indépendante de celle de suivi de chemin. Cette partie a été validée par des simulations sur le simulateur ADAMS pour mettre en évidence l'apport de ce dispositif sur la stabilité. Dans une même perspective, on a pensé à des algorithmes de suivi de trajectoire qui renforcent davantage la stabilité dans le plan de roulis. La commande LQR développée dont les performances sont parus relativement limitées, a eu un intérêt de mettre en exergue l'utilisation de plusieurs entrées pour le suivi de chemin, en l'occurrence les 2 angles de direction avant et arrière et le couple différentiel entre le train droit et gauche dû aux forces de traction (skid-steering).

## 6.2 Perspectives

Le dispositif anti-roulis est en cours de montage sur la plateforme Fast-B (voir figures (6.1) et (6.2)) et sera prochainement opérationnel pour des essais sur site. La commande prédictive de ce dispositif sera validée pour divers trajectoires de référence avec des courbures et des vitesses croissantes. La qualité de la stabilisation sera évaluée à partir des déformations des suspensions mesurées à partir de potentiomètre à fil. En effet, la déformation de la suspension donne une image approximative de la force normale de contact, ce qui nous donne une estimation du transfert de charge latéral et

donc de la stabilité du robot.

Suite aux résultats expérimentaux qui ont été enregistré en suivi de trajectoire avec la commande prédictive du chapitre 5 et les résultats de simulation du modèle augmenté décrit dans le chapitre 4, il serait intéressant de développer une nouvelle commande utilisant la commande prédictive non linéaire généralisé basée le modèle dynamique augmenté ainsi que les quatre entrées du véhicule, à savoir les 2 angles de direction, le couple différentiel et l'actionneur anti-roulis. On pense que cette nouvelle forme permettrait de mieux suivre la trajectoire et d'avoir des entrées de commande encore plus doux. Ce qui assurera encore plus de stabilité dans le plan vertical du véhicule.

Il serait également intéressant d'étendre ces commandes prédictives pour prendre en compte d'autres contraintes physiques telles que la saturation des forces tangentielles de contact ainsi que les limitations des commandes (couples de traction, angles de direction, etc).

La dynamique longitudinale n'a pas été considérée dans cette étude. Il n'est pas tout à fait exact qu'elle soit découplée de la dynamique latérale. Les forces de traction développées par les roues contribuent aussi bien à l'avancement qu'à la manœuvrabilité. A notre connaissance, ce problème n'a jamais été traité dans sa totalité et a toujours été découplé. En même temps, la dynamique longitudinale d'un robot ne peut être traitée séparément de la fonction d'évitement d'obstacles qui elle, doit être gérée dans la boucle de contrôle la plus réactive, donc ailleurs que dans le planificateur de la trajectoire de référence. Ceci sera probablement le challenge des futurs travaux sur la robotique rapide.



FIGURE 6.1 – Plateforme du robot FastB

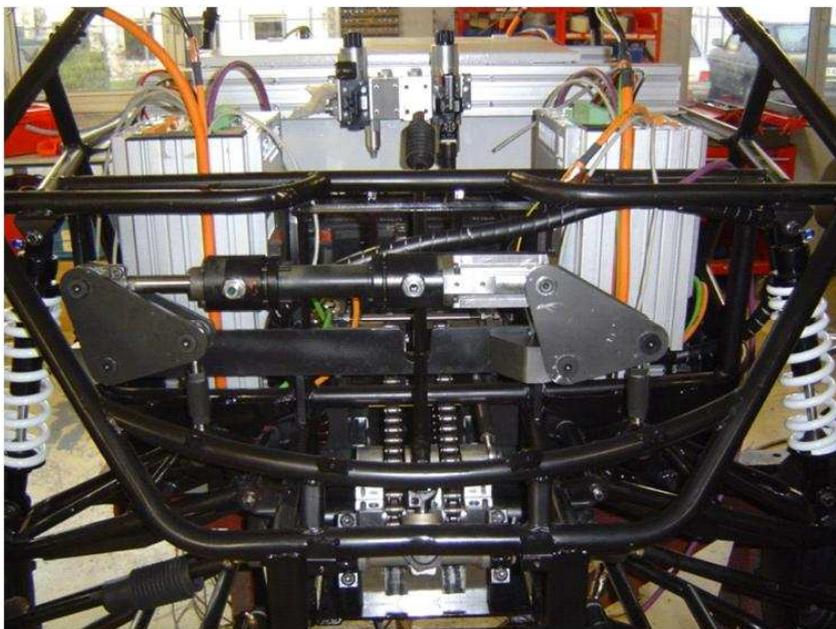


FIGURE 6.2 – La barre anti roulis intégré sur le robot FastB

# Bibliographie

- [Abbassi 2007] Y. Abbassi. *Contribution à la modélisation et à la commande de la dynamique du véhicule*. PhD thesis, Université de Technologie de Belfort-Montbéliard et Université de Besançon, décembre 2007. (Cité en page 21.)
- [Ackermann 1990] J. Ackermann et W. Sienel. *Robust Control for Automatic Steering*. In American Control Conference, 1990, pages 795–800, may 1990. (Cité en page 5.)
- [Ackermann 1993] J. Ackermann et W. Sienel. *Robust yaw damping of cars with front and rear wheel steering*. Control Systems Technology, IEEE Transactions on, vol. 1, no. 1, pages 15–20, mar 1993. (Cité en page 7.)
- [Ackermann 1996] J. Ackermann et D. Forschungsanstalt. *Yaw Disturbance Attenuation By Robust Decoupling of Car Steering*. Control Engineering Practice, vol. 5, pages 1131–1136, 1996. (Cité en page 5.)
- [Ailon 2005] A. Ailon, N. Berman et S. Arogeti. *On controllability and trajectory tracking of a kinematic vehicle model*. automatica, vol. 41, pages 889–896, 2005. (Cité en page 20.)
- [Anderson 2005] R. Anderson et D.M. Bevly. *Estimation of tire cornering stiffness using GPS to improve model based estimation of vehicle states*. In Intelligent Vehicles Symposium, 2005. Proceedings. IEEE, pages 801–806, june 2005. (Cité en page 7.)
- [auto ] auto, [www.auto-innovations.com](http://www.auto-innovations.com). (Cité en pages 12 et 106.)
- [Bera 2011] T.K. Bera, K. Bhattacharya et A.K. Samantaray. *Evaluation of antilock braking system with an integrated model of full vehicle system dynamics*. Simulation Modelling Practice and Theory, vol. 19, no. 10, pages 2131–2150, 2011. (Cité en page 2.)
- [Bernard 1995] Bernard et al. Tyre modelling for low-speed and high-speed calculation. SAE International, 1995. (Cité en page 20.)

- [Besseron 2008] G. Besseron. *Contrôle de la stabilité des systèmes locomoteurs à haute mobilité évoluant sur des terrains accidentés*. PhD thesis, université paris 6, septembre 2008. (Cité en pages 12, 5, 108 et 109.)
- [Bonnifait 2003] Ph. Bonnifait, P. Bouron, D. Meizel et P. Crubillé. *Dynamic Localization of Car-like vehicles using Data Fusion Of Redundant ABS sensors*. The Journal Of Navigation, vol. Vol. 56, pages 1–13, 2003. (Cité en page 2.)
- [Bouton 2007] N. Bouton, R. Lenain, B. Thuilot et J.-C. Fauroux. *A rollover indicator based on the prediction of the load transfer in presence of sliding : application to an All Terrain Vehicle*. In Robotics and Automation, 2007 IEEE International Conference on, pages 1158 –1163, april 2007. (Cité en page 5.)
- [Bouton 2009] N. Bouton. *Stabilité dynamique des véhicule légers tout terrain*. Vision er robotique, Université Blaise Pascal Clermont II, Novembre 2009. (Cité en pages 3 et 7.)
- [Campion 1996] G. Champion, G. Bastin et B. Dandrea-Novel. *Structural properties and classification of kinematic and dynamic models of wheeled mobile robots*. volume 12, pages 47 –62, feb 1996. (Cité en page 5.)
- [Caracciolo 1999] L. Caracciolo, A. de Luca et S. Iannitti. *Trajectory tracking control of a four-wheel differentially driven mobile robot*. In Robotics and Automation, 1999. Proceedings. 1999 IEEE International Conference on, volume 4, pages 2632 –2638 vol.4, 1999. (Cité en page 52.)
- [Cariou 2008] C. Cariou, R. Lenain, B. Thuilot et P. Martinet. *Adaptive control of four-wheel-steering off-road mobile robots : Application to path tracking and heading control in presence of sliding*. In Intelligent Robots and Systems, 2008. IROS 2008. IEEE/RSJ International Conference on, pages 1759 –1764, sept. 2008. (Cité en pages 5 et 20.)
- [Chemori 2008] A. Chemori et N. Marchand. *A prediction-based nonlinear controller for stabilization of a non-minimum phase PVTOL aircraft*. International Journal of Robust and Nonlinear Control, vol. 18, no. 8, pages 876–889, 2008. (Cité en page 70.)

- [Chen 2001] W.H. Chen. *Analytic predictive controllers for nonlinear systems with ill-defined relative degree*. Control Theory and Applications, IEE Proceedings -, vol. 148, no. 1, pages 9 –16, jan 2001. (Cité en page 78.)
- [Chen 2004] W.H. Chen. *Predictive control of general nonlinear systems using approximation*. Control Theory and Applications, IEE Proceedings -, vol. 151, no. 2, pages 137 – 144, march 2004. (Cité en page 83.)
- [Corno 2008] M. Corno, S. M. Savaresi, M. Tanelli et L. Fabbri. *On optimal motorcycle braking*. Control Engineering Practice, vol. 16, no. 6, pages 644 – 657, 2008. (Cité en page 2.)
- [Dabo 2010] M. Dabo. *Commande prédictive généralisée non linéaire à temps continu des systèmes complexes*. Automatique et traitement du signal, Université de Rouen, MAI 2010. (Cité en pages 72 et 83.)
- [DeWit 1997] C.C. DeWit et P. Lischinsky. *Adaptive friction compensation with partially known dynamic friction model*. International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, vol. 11, no. 1, pages 65–80, 1997. (Cité en page 6.)
- [Eaton 2009] R. Eaton, H. Pota et J. Katupitiya. *Path tracking control of agricultural tractors with compensation for steering dynamics*. In Decision and Control, 2009 held jointly with the 2009 28th Chinese Control Conference. CDC/CCC 2009. Proceedings of the 48th IEEE Conference on, pages 7357 –7362, dec. 2009. (Cité en page 52.)
- [Els 2007] P.S. Els, N.J. Theron, P.E. Uys et M.J. Thoresson. *The ride comfort vs. handling compromise for off-road vehicles*. Journal of Terramechanics, vol. 44, no. 4, pages 303 – 317, 2007. (Cité en page 105.)
- [Esmailzadeh 1996] E. Esmailzadeh et H.D. Taghirad. *Active Vehicle Suspensions with Optimal State Feedback Control*. International Journal of Mechanical Science, 1996. (Cité en page 104.)
- [Falcone 2007] P. Falcone, F. Borrelli, J. Asgari, H.E. Tseng et D. Hrovat. *Predictive Active Steering Control for Autonomous Vehicle Systems*. volume 15, pages 566 –580, Mai 2007. (Cité en page 20.)
- [Fang 2005] H. Fang, R. Lenain, B. Thuilot et P. Martinet. *Robust Adaptive Control of Automatic Guidance of Farm Vehicles in the Presence of*

- Sliding*. In Robotics and Automation, 2005. ICRA 2005. Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on, pages 3102 – 3107, april 2005. (Cité en page 20.)
- [Faress 2005] K.N. Faress, M.T. El-Hagry et A.A. El-Kousy. *Fuzzy Modeling of a Wheeled Mobile Robot*. In Computational Intelligence for Modeling, Control and Automation, 2005 and International Conference on Intelligent Agents, Web Technologies and Internet Commerce, International Conference on, volume 1, pages 871 –876, nov. 2005. (Cité en page 21.)
- [Fauroux 2011] .J.C. Fauroux et B.C. Bouzgarrou. *Dynamic obstacle-crossing of a wheeled rover with double-wishbone suspension*. In International Conference on Climbing and Walking Robots and the Support Technologies for Mobile Machines, 2011. (Cité en page 8.)
- [Fischer 2004] D. Fischer et R. Isermann. *Mechatronic semi-active and active vehicle suspensions*. Control Engineering Practice, vol. 12, no. 11, pages 1353 – 1367, 2004. (Cité en page 2.)
- [Gaspar 2005] P. Gaspar, I. Szaszi et J. Bokor. *Reconfigurable control structure to prevent the rollover of heavy vehicles*. Control Engineering Practice, vol. 13, no. 6, pages 699 – 711, 2005. (Cité en page 110.)
- [Gawthrop 2003] P. J. Gawthrop, D.J. Ballance et W.H. Chen. *Optimal control of nonlinear systems : a predictive control approach*. Automatica, vol. 39, no. 4, pages 633–641, April 2003. Final version as accepted by Automatica supplied by the author. (Cité en pages 78 et 83.)
- [Goswami 1999] A. Goswami. *Postural Stability of Biped Robots and the Foot-Rotation Indicator (FRI) Point*. Journal of Robotics Research, vol. 18, pages 523–533, 1999. (Cité en page 9.)
- [Green 1994] D.N. Green, J.Z. Sasiadek et G.S. Vukovich. *Path tracking, obstacle avoidance and position estimation by an autonomous, wheeled planetary rover*. In Robotics and Automation, 1994. Proceedings., 1994 IEEE International Conference on, pages 1300 –1305 vol.2, may 1994. (Cité en page 4.)

- [group ] BWI group, www.bwigroup.com. (Cité en page 107.)
- [Guldner 1994] J. Guldner et V.I. Utkin. *Stabilization of non-holonomic mobile robots using Lyapunov functions for navigation and sliding mode control*. In Decision and Control, 1994., Proceedings of the 33rd IEEE Conference on, volume 3, pages 2967 –2972 vol.3, dec 1994. (Cité en pages 5 et 52.)
- [Hongguo 2011] X. Hongguo, P. Tao, L. Hongfei, X. Yan et R. Xia. *Improved Algorithm of Dynamic Lateral Load Transfer for Tractor-Semitrailer*. In Measuring Technology and Mechatronics Automation (ICMTMA), 2011 Third International Conference on, volume 2, pages 374 –377, jan. 2011. (Cité en page 110.)
- [Johansson 2004] B. Johansson et M. Gafvert. *Untripped SUV rollover detection and prevention*. In Decision and Control, 2004. CDC. 43rd IEEE Conference on, volume 5, pages 5461 – 5466 Vol.5, dec. 2004. (Cité en page 110.)
- [Kawabe 1998] T. Kawabe, O. Isobe, Y. Watanabe, S. Hanba et Y. Miyasato. *New semi-active suspension controller design using quasi-linearization and frequency shaping*. Control Engineering Practice, vol. 6, no. 10, pages 1183 – 1191, 1998. (Cité en page 2.)
- [Kim 2003] G. Kim, W. Chung, M. Kim et C. Lee. *Tripodal schematic design of the control architecture for the Service Robot PSR*. In Robotics and Automation, 2003. Proceedings. ICRA '03. IEEE International Conference on, volume 2, pages 2792 – 2797 vol.2, sept. 2003. (Cité en page 5.)
- [Klanar 2007] G. Klanar et I. Lkrjanc. *Tracking-error model-based predictive control for mobile robots in real time*. Robotics and Autonomous Systems, vol. 55, no. 6, pages 460 – 469, 2007. (Cité en page 70.)
- [Koo 2006] S.L. Koo, H.S. Tan et M. Tomizuka. *An improved tire model for vehicle lateral dynamics and control*. In American Control Conference, 2006, page 6 pp., june 2006. (Cité en page 6.)

- [Krid 2011a] M. Krid et F. Ben Amar. *Conception et commande d'un dispositif actif de controle de roulis pour un rover rapide*. In Conception et Modélisation des Systèmes Mécaniques, Mai 2011. (Cité en page 17.)
- [Krid 2011b] M. Krid et F. Ben Amar. *Design and control of an active anti-roll system for a fast rover*. In Proc. IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems IROS 2011, Septembre 25–30, 2011. (Cité en pages 16 et 17.)
- [Krid 2011c] M. Krid et F. Ben Amar. *A dynamic based path tracking controller for a fast rover with independent steering and drive*. In International Conference on Climbing and Walking Robots and the Support Technologies for Mobile Machines, Septembre 2011. (Cité en pages 16 et 103.)
- [Lenain 2003] R. Lenain, B. Thuilot, C. Cariou et P. Martinet. *Rejection of sliding effects in car like robot control : application to farm vehicle guidance using a single RTK GPS sensor*. In Intelligent Robots and Systems, 2003. (IROS 2003). Proceedings. 2003 IEEE/RSJ International Conference on, volume 4, pages 3811 – 3816 vol.3, oct. 2003. (Cité en pages 6 et 20.)
- [Lenain 2005a] R. Lenain. *Contribution à la modélisation et à la commande de robots mobiles en présence de glissement*. PhD thesis, Université Blaise Pascal-Clermont II, 14 November 2005. (Cité en page 6.)
- [Lenain 2005b] R. Lenain, B. Thuilot, C. Cariou et P. Martinet. *Model Predictive Control for Vehicle Guidance in Presence of Sliding : Application to Farm Vehicles Path Tracking*. In Robotics and Automation, 2005. ICRA 2005. Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on, pages 885 – 890, april 2005. (Cité en page 20.)
- [Lenain 2006a] R. Lenain, B. Thuilot, C. Cariou et P. Martinet. *Mobile robot control in presence of sliding : Application to agricultural vehicle path tracking*. In Decision and Control, 2006 45th IEEE Conference on, pages 6004 –6009, dec. 2006. (Cité en page 52.)
- [Lenain 2006b] R. Lenain, B. Thuilot, C. Cariou et P. Martinet. *Sideslip angles observer for vehicle guidance in sliding conditions : application to agricultural path tracking tasks*. In Robotics and Automation, 2006.

- ICRA 2006. Proceedings 2006 IEEE International Conference on, pages 3183 –3188, may 2006. (Cité en page 20.)
- [Lenain 2009] R. Lenain, B. Thuilot, C. Cariou et P. Martinet. *Multi-model based sideslip angle observer : Accurate control of high-speed mobile robots in off-road conditions*. In Intelligent Robots and Systems, 2009. IROS 2009. IEEE/RSJ International Conference on, pages 1197 –1202, oct. 2009. (Cité en page 53.)
- [Lenain 2010] R. Lenain, E. Lucet, C. Grand, B. Thuilot et F. Ben Amar. *Accurate and stable mobile robot path tracking : An integrated solution for off-road and high speed context*. In Intelligent Robots and Systems (IROS), 2010 IEEE/RSJ International Conference on, pages 196 –201, oct. 2010. (Cité en page 4.)
- [Lhomme-Desages 2009] D. Lhomme-Desages, C. Grand, J.-C. Guinot et F. Ben Amar. *Doppler-Based Ground Speed Sensor Fusion and Slip Control for a Wheeled Rover*. Mechatronics, IEEE/ASME Transactions on, vol. 14, no. 4, pages 484 –492, aug. 2009. (Cité en page 5.)
- [Lucet 2009] E. Lucet, C. Grand, D. Salle et P. Bidaud. *Dynamic yaw and velocity control of the 6WD skid-steering mobile robot RobuROC6 using sliding mode technique*. In Intelligent Robots and Systems, 2009. IROS 2009. IEEE/RSJ International Conference on, pages 4220 –4225, oct. 2009. (Cité en page 52.)
- [Mammar 1997] S. Mammar. *Lateral vehicle control using gain scheduled  $H_{\infty}$  controllers*. In Intelligent Transportation System, 1997. ITSC '97., IEEE Conference on, pages 248 –253, nov 1997. (Cité en page 6.)
- [Mammar 2006] S. Mammar, S. Glaser et M. Netto. *Vehicle lateral dynamics estimation using unknown input proportional-integral observers*. In American Control Conference, 2006, page 6 pp., june 2006. (Cité en page 27.)
- [Mancosu 1999] F. Mancosu et al. A new mathematical-physical model for handling optimization on a vehicle. SAE Publication, 1999. (Cité en page 20.)

- [Mancosu 2005] F. Mancosu et D. Arosio. *Vehicle, Road, Tyre and Electronic Control Systems Interaction : Increasing Vehicle Active Safety by Means of a Fully Integrated Model for Behaviour Prediction in Potentially Dangerous Situations*. In Industrial Electronics, 2005. ISIE 2005. Proceedings of the IEEE International Symposium on, volume 1, pages 337 – 342, 20-23, 2005. (Cité en page 22.)
- [Marko 2005] B.P. Marko et H. Hugh. *Ground reference points in legged locomotion : Definitions, biological trajectories and control implications*. Int. J. Robot. Res, vol. 24, page 2005, 2005. (Cité en page 9.)
- [McGhee 1968] R.B. McGhee et A.A. Frank. *On the stability properties of quadruped creeping gaits*. Mathematical Biosciences, vol. 3, pages 331 – 351, 1968. (Cité en page 108.)
- [Messuri 1985] D. Messuri et C. Klein. *Automatic body regulation for maintaining stability of a legged vehicle during rough-terrain locomotion*. Robotics and Automation, IEEE Journal of, vol. 1, no. 3, pages 132 – 141, sep 1985. (Cité en page 108.)
- [Metz 1992] L. Daniel Metz, Michael Dover, John Fisher, Victoria McCleary et Errol Shavers. *Comparison of Linear Roll Dynamics Properties for Various Vehicle Configurations*, February 1992. (Cité en page 107.)
- [Michalska 1993] H. Michalska et D.Q. Mayne. *Robust receding horizon control of constrained nonlinear systems*. Automatic Control, IEEE Transactions on, vol. 38, no. 11, pages 1623 – 1633, nov 1993. (Cité en page 70.)
- [Miège 2003] A.J.P. Miège. *Active Roll Control of an Experimental Articulated Vehicle*. PhD thesis, Cambridge University Engineering Department, October 2003. (Cité en pages 8, 110 et 116.)
- [Milliken 1995] W.F. Milliken et D.L. Milliken. *Race car vehicle dynamic*. SAE International, Warrendale, 1995. (Cité en page 20.)
- [Muske 1993] K.R. Muske et J.B. Rawlings. *Model predictive control with linear models*. AIChE Journal, vol. 39, no. 2, pages 262–287, 1993. (Cité en page 116.)
- [Nitulescu 2006] M. Nitulescu. *Mobile Robot Tracking Control Experiments along Memorized Planed Trajectories*. In Automation, Quality and

- Testing, Robotics, 2006 IEEE International Conference on, volume 2, pages 296 –301, may 2006. (Cité en pages 5 et 52.)
- [Normey-Rico 1999] J. E. Normey-Rico, J. Gomez-Ortega et E. F. Camacho. *A Smith-predictor-based generalised predictive controller for mobile robot path-tracking*. Control Engineering Practice, vol. 7, no. 6, pages 729 – 740, 1999. (Cité en page 70.)
- [Orin 1976] D. E. Orin, R. B. McGhee et V. C. Jaswa. *Interactive compute-control of a six-legged robot vehicle with optimization of stability, terrain adaptability and energy*. In Decision and Control including the 15th Symposium on Adaptive Processes, 1976 IEEE Conference on, volume 15, pages 382 –391, dec. 1976. (Cité en page 109.)
- [Pacejka 1997] H.B. Pacejka et al. *Magic Formula Tyre Model with Transient Properties*. Vehicle System Dynamics, vol. 27, pages 234–249, 1997. (Cité en pages 7 et 20.)
- [Palmieri 2008] G. Palmieri, P. Falcone, H.E. Tseng et L. Glielmo. *A preliminary study on the effects of roll dynamics in predictive vehicle stability control*. In Decision and Control, 2008. CDC 2008. 47th IEEE Conference on, pages 5354 –5359, dec. 2008. (Cité en page 26.)
- [Papadopoulos 1996] E.G. Papadopoulos et D.A. Rey. *A new measure of ti-poover stability margin for mobile manipulators*. In Robotics and Automation, 1996. Proceedings., 1996 IEEE International Conference on, volume 4, pages 3111 –3116 vol.4, apr 1996. (Cité en page 110.)
- [Peynot 2003] T. Peynot et S. Lacroix. *Enhanced locomotion control for a planetary rover*. In Intelligent Robots and Systems, 2003. (IROS 2003). Proceedings. 2003 IEEE/RSJ International Conference on, volume 1, pages 311 – 316 vol.1, oct. 2003. (Cité en pages 4 et 52.)
- [Porcel 2001] A. Porcel, P. Laurence, M. Basset et G.L. Gissingner. *Tyre model for vehicle simulation : overview and real time solution for critical situations*. In Control Applications, 2001. (CCA '01). Proceedings of the 2001 IEEE International Conference on, pages 817 –822, 2001. (Cité en page 20.)

- [Poussot Vassal 2008] C. Poussot Vassal, O. Sename, L. Dugard, P. Gáspár, Z. Szabó et J. Bokor. *A new semi-active suspension control strategy through LPV technique*. Control Engineering Practice, vol. 16, no. 12, pages 1519 – 1534, 2008. (Cité en page 105.)
- [Poznanski 2004] G. Poznanski. *Modeling of tyre mechanical properties*. In Instrumentation and Measurement Technology Conference, 2004. IMTC 04. Proceedings of the 21st IEEE, volume 3, pages 2204 – 2207 Vol.3, may 2004. (Cité en page 22.)
- [Qin 2003] S.J. Qin et T.A. Badgwell. *A survey of industrial model predictive control technology*. Control Engineering Practice, vol. 11, no. 7, pages 733 – 764, 2003. (Cité en page 115.)
- [Richalet 1978] J. Richalet, A. Rault, J.L. Testud et J. Papon. *Model predictive heuristic control : Applications to industrial processes*. Automatica, vol. 14, no. 5, pages 413 – 428, 1978. (Cité en page 70.)
- [Rivals 1994] I. Rivals, D. Canas, L. Personnaz et G. Dreyfus. *Modeling and control of mobile robots and intelligent vehicles by neural networks*. In Intelligent Vehicles '94 Symposium, Proceedings of the, pages 137 – 142, oct. 1994. (Cité en page 6.)
- [Sampei 1991] M. Sampei, T. Tamura, T. Itoh et M. Nakamichi. *Path tracking control of trailer-like mobile robot*. In Intelligent Robots and Systems '91. 'Intelligence for Mechanical Systems, Proceedings IROS '91. IEEE/RSJ International Workshop on, pages 193 –198 vol.1, nov 1991. (Cité en page 52.)
- [Sampson 2000] D.J.M. Sampson. *Active Roll Control of Articulated Heavy Vehicles*. PhD thesis, Cambridge University Engineering Department, September 2000. (Cité en page 8.)
- [Samson 1995] C. Samson. *Control of chained systems application to path following and time-varying point-stabilization of mobile robots*. Automatic Control, IEEE Transactions on, vol. 40, no. 1, pages 64 –77, jan 1995. (Cité en pages 6 et 52.)

- [Sangoh 2011] H. Sangoh et H. Kunsoo. *Monitoring System Design for Lateral Vehicle Motion*. Vehicular Technology, IEEE Transactions on, vol. 60, no. 4, pages 1394 –1403, may 2011. (Cité en page 6.)
- [Santosh 2008] D. Santosh, S. Achar et C.V. Jawahar. *Autonomous image-based exploration for mobile robot navigation*. In Robotics and Automation, 2008. ICRA 2008. IEEE International Conference on, pages 2717 –2722, may 2008. (Cité en page 5.)
- [Sardain 2004] P. Sardain et G. Bessonnet. *Forces acting on a biped robot. Center of pressure-zero moment point*. Systems, Man and Cybernetics, Part A : Systems and Humans, IEEE Transactions on, vol. 34, no. 5, pages 630 – 637, sept. 2004. (Cité en page 9.)
- [Sentouh 2008] C. Sentouh, S. Mammar et S. Glaser. *Simultaneous vehicle state and road attributes estimation using unknown input proportional-integral observer*. In Intelligent Vehicles Symposium, 2008 IEEE, pages 690 –696, june 2008. (Cité en page 7.)
- [Shoichi 1986] S. Shoichi, F. Yoshimi et S. Shuji. *Four Wheel Steering System with Rear Wheel Steer Angle Controlled as a Function of Steering Wheel Angle*. SAE International, page 860625, 1986. (Cité en page 2.)
- [Sordalen 1993] O.J. Sordalen. *Conversion of the kinematics of a car with n trailers into a chained form*. In Robotics and Automation, 1993. Proceedings., 1993 IEEE International Conference on, pages 382 –387 vol.1, may 1993. (Cité en page 52.)
- [stephant 2001] J. stephant, A. Charara et D. Meizel. *contact roue sol comparaison de modèle d’efforts*. In Journées Automatique et Automobile, 2001. (Cité en page 6.)
- [Stephant 2004] J. Stephant, A. Charara et D. Meizel. *Virtual sensor : application to vehicle sideslip angle and transversal forces*. Industrial Electronics, IEEE Transactions on, vol. 51, no. 2, pages 278 – 289, april 2004. (Cité en page 27.)
- [Swevers 2007] J. Swevers, C. Lauwerys, B. Vandersmissen, M. Maes, K. Reybrouck et P. Sas. *A model-free control structure for the on-line tuning of the semi-active suspension of a passenger car*. Mechanical Systems

- and Signal Processing, vol. 21, no. 3, pages 1422 – 1436, 2007. (Cité en pages 12 et 106.)
- [Taghirad 1997] H. D. Taghirad. *Automobile passenger comfort assured through LQG/LQR active suspension*. journal of vibration and control, 1997. (Cité en page 104.)
- [Takahashi 1996] T. Takahashi et al. *The Tyre Cornering Model on Uneven Roads for Vehicle Dynamics Studies*. Advanced Vehicle Control, vol. 2, pages 941–953, 1996. (Cité en page 20.)
- [Tessier 2006] C. Tessier, C. Cariou, C. Debain, F. Chausse, R. Chapuis et C. Rousset. *A real-time, multi-sensor architecture for fusion of delayed observations : application to vehicle localization*. In Intelligent Transportation Systems Conference, 2006. ITSC '06. IEEE, pages 1316 –1321, sept. 2006. (Cité en page 13.)
- [Tian 2002] Y.T. Tian et S. Li. *Exponential stabilization of nonholonomic dynamic systems by smooth time-varying control*. Automatica, vol. 38, no. 7, pages 1139 – 1146, 2002. (Cité en page 52.)
- [Vaslin 2011] P. Vaslin, V. Pouzols, C. Guinaud, J.C. Fauroux, S. Deleplanque et M. Davis. *Contrôle du tangage d'un véhicule en phase balistique*. In 20ème congrès Français de Mécanique 2011, 2011. (Cité en page 8.)
- [Vukobratovi 1972] M. Vukobratovi et J. Stepanenko. *On the stability of anthropomorphic systems*. Mathematical Biosciences, vol. 15, no. 1Ü2, pages 1 – 37, 1972. (Cité en page 9.)
- [Wang 2004] Z.P. Wang, C.Y. Su, T.H. Lee et S.S. Ge. *Robust adaptive control of a wheeled mobile robot violating the pure nonholonomic constraint*. In Control, Automation, Robotics and Vision Conference, 2004. ICARCV 2004 8th, volume 2, pages 987 – 992 Vol. 2, dec. 2004. (Cité en page 52.)
- [Wilde 2005] J.R. Wilde, G.J. Heydinger, D.A. Guenther, T. Mallin et A.M. Devenish. *Experimental evaluation of fishhook maneuver performance of a kinetic suspension system*. SAE transactions, vol. 114, pages 387–396, 2005. (Cité en page 105.)

- [Williams 1995] D.E. Williams et W.M. Haddad. *Nonlinear control of roll moment distribution to influence vehicle yaw characteristics*. Control Systems Technology, IEEE Transactions on, vol. 3, no. 1, pages 110 –116, mar 1995. (Cité en page 104.)
- [Yang 2004] S.X. Yang, Hao Li, M.Q.-H. Meng et P.X. Liu. *An embedded fuzzy controller for a behavior-based mobile robot with guaranteed performance*. Fuzzy Systems, IEEE Transactions on, vol. 12, no. 4, pages 436 – 446, aug. 2004. (Cité en page 21.)
- [Yasuji 1986] S. Yasuji, I. Namio, I. Hideo et N. Kenji. *The Development of an Experimental Four-Wheel-Steering Vehicle*. SAE International, page 860623, 1986. (Cité en page 2.)
- [Yasuji 2005] S. Yasuji. *Progress and future direction of Chassis control technology*. Annual Reviews in Control, vol. 29, no. 1, pages 151 – 158, 2005. (Cité en page 2.)
- [Zadeh 1962] L. Zadeh et B. Whalen. *On optimal control and linear programming*. Automatic Control, IRE Transactions on, vol. 7, no. 4, pages 45 – 46, jul 1962. (Cité en page 70.)
- [Zavala 2008] V.M. Zavala, C.D. Laird et L.T. Biegler. *Fast implementations and rigorous models : Can both be accommodated in NMPC ?* International Journal of Robust and Nonlinear Control, vol. 18, no. 8, pages 800–815, 2008. (Cité en page 70.)
- [Zhuo 2006] M. Zhuo, L. Zhiyuan, L. Jinbo et C. Hong. *Study on Real-Time Simulation System of Vehicle Dynamics Via ve-DYNA*. In Vehicular Electronics and Safety, 2006. ICVES 2006. IEEE International Conference on, pages 454 –458, dec. 2006. (Cité en page 6.)



