

## Etude théorique et expérimentale d'un nouveau concept de moteur hybride thermique-pneumatique

Pascal Brejaud

#### ► To cite this version:

Pascal Brejaud. Etude théorique et expérimentale d'un nouveau concept de moteur hybride thermiquepneumatique. Autre. Université d'Orléans, 2011. Français. NNT : 2011ORLE2075 . tel-00831692

#### HAL Id: tel-00831692 https://theses.hal.science/tel-00831692

Submitted on 29 Aug 2014

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



## UNIVERSITÉ D'ORLÉANS



## ÉCOLE DOCTORALE SCIENCES ET TECHNOLOGIES

## LABORATOIRE PRISME

## THÈSE présentée par :

## Pascal BREJAUD

## soutenue le : 15 Novembre 2011

pour obtenir le grade de : Docteur de l'Université d'Orléans

Discipline : Énergétique

## Étude théorique et expérimentale d'un nouveau concept de moteur hybride thermique-pneumatique

THÈSE dirigée par :	
Pascal HIGELIN	Professeur, Université d'Orléans - PRISME
<b>RAPPORTEURS</b> :	
Michel FEIDT Pascal CHESSÉ	Professeur, Université Henri Poincaré (Nancy1) Maitre de conférence HDR, École Centrale de Nantes

JURY :Pascal STOUFFSProfesseur, Université de Pau - Président du juryMichel FEIDTProfesseur, Université Henri Poincaré (Nancy 1)Pascal CHESSÉMaitre de Conférence-HDR, Ecole Centrale de NantesClément DUMANDDocteur, PSA Peugeot CitroënPascal HIGELINProfesseur, Université d'OrléansAlain CHARLETMaitre de Conférence, Université d'Orléans

A ma famille,

"Si vous possédez une bibliothèque et un jardin vous avez tout ce qu'il vous faut" Cicéron

## Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier M. Brahim SARH pour son soutien constant et sincère à une évolution du personnel de l'IUT et donc pour m'avoir encouragé à préparer ce doctorat. Je remercie M. Emmanuel DE BILBAO pour avoir ouvert la voie et surtout pour avoir su me motiver à la suivre. Enfin, je remercie M. Yann CHAMAILLARD pour m'avoir ouvert les portes du laboratoire Prisme.

Je tiens également à remercier chaleureusement M.Pascal HIGELIN et M. Alain CHARLET, pour m'avoir épaulé au fil de ces quatre années et pour la qualité de leurs conseils scientifiques et humains. J'ai beaucoup appris à leur contact.

Je tiens également à remercier l'ensemble du personnel des bancs d'essais moteur et en particulier, M. Benoit BELLICAUD et M. Kristan GILLET, pour avoir réalisé des essais dans l'urgence d'un démontage annoncé, pendant la période de congés de Noël. Je sais ce que je leur dois.

Je remercie l'ensemble du personnel et des doctorants du laboratoire Prisme pour leur aide, leurs conseils, leur bonne humeur et les bons moments passés ensemble.

Enfin, je tiens à remercier tous ceux, qui restés dans l'ombre, ont néanmoins assumé, jour après jour, les conséquences de mes absences. Je pense à mes collègues de l'IUT et bien sûr à mes proches et à ma famille. Table des matières

# Table des matières

Ta	able	des fig	ures	xi
Li	iste d	des tab	leaux x	xiii
N	ome	nclatur	re	1
In	trod	luction	générale	5
Ι	Le	moteu	r hybride pneumatique, son contexte, et les enjeux de l'étude	7
	1	Le réc	hauffement climatique	7
		1.1	Le contexte mondial	7
		1.2	La part de l'industrie automobile	8
	2	Le mo	teur hybride thermique pneumatique	11
		2.1	Le concept	11
		2.2	Le mode pompe pneumatique	12
		2.3	Le mode moteur pneumatique	13
		2.4	Le mode suralimentation pneumatique	14
		2.5	Discussion	15
	3	Etude	bibliographique des avancées du concept M.H.P	17
		3.1	Naissance du concept	17
		3.2	Enrichissement du concept et première modélisation des cycles thermo-	
			dynamiques	19
		3.3	Nouveau cycle thermodynamique et première simulation d'un cycle routier	19

	3.4	Simulation d'un cycle routier basée sur un modèle 1D de moteur multi- cylindre	21
	3.5	Concept de moteur hybride à deux réservoirs	22
	3.6	Premiers résultats expérimentaux sur moteur monocylindre	23
	3.7	Compensation du turbo-lag par la suralimentation pneumatique	24
	3.8	Mesure expérimentale d'un rendement régénératif	24
	3.9	Etude expérimentale de l'effet de la dimension de la soupape de charge .	25
	3.10	Première confrontation d'un modèle 1D à des relevés expérimentaux	27
	3.11	Apparition des cycles à quatre temps	27
	3.12	Mise en lumière de l'importance du downsizing	29
	3.13	Etude du 'Start and Stop'	31
	3.14	Gestion de l'énergie sur cycle routier	32
	3.15	Simulation d'un cycle routier pour un Bus	33
	3.16	Discussion sur l'état de l'art	33
4	Objec	ctifs de la thèse	35
	4.1	Définition et applications attendues	35
	4.2	Démarche adoptée	37
Mo	odélisat	tion zéro-dimensionnelle	<b>39</b>
<b>M</b> o 1	o <b>délisa</b> t Introd	tion zéro-dimensionnelle duction	<b>39</b> 39
<b>M</b> o 1 2	o <b>délisa</b> t Introc Modé	tion zéro-dimensionnelle duction	<b>39</b> 39 40
<b>M</b> o 1 2	o <b>délisat</b> Introd Modé 2.1	tion zéro-dimensionnelle duction	<b>39</b> 39 40 40
<b>M</b> o 1 2	odélisat Introd Modé 2.1 2.2	tion zéro-dimensionnelle duction	<ul> <li><b>39</b></li> <li>39</li> <li>40</li> <li>40</li> <li>41</li> </ul>
<b>M</b> a 1 2	odélisat Introd Modé 2.1 2.2 2.3	tion zéro-dimensionnelle         duction	<ul> <li><b>39</b></li> <li>40</li> <li>40</li> <li>41</li> <li>41</li> </ul>
<b>M</b> a 1 2 3	odélisat Introd 2.1 2.2 2.3 Techr	tion zéro-dimensionnelle duction	<ul> <li><b>39</b></li> <li>40</li> <li>40</li> <li>41</li> <li>41</li> <li>44</li> </ul>
<b>M</b> (1) 2	odélisat Introd 2.1 2.2 2.3 Techr 3.1	tion zéro-dimensionnelle duction	<ol> <li>39</li> <li>40</li> <li>40</li> <li>41</li> <li>41</li> <li>44</li> <li>44</li> </ol>
<b>M</b> (1) 2 3	odélisat Introd Modé 2.1 2.2 2.3 Techr 3.1 3.2	tion zéro-dimensionnelle duction	<ul> <li>39</li> <li>39</li> <li>40</li> <li>40</li> <li>41</li> <li>41</li> <li>44</li> <li>45</li> </ul>
<b>M</b> (1) 2 3	odélisat Introd Modé 2.1 2.2 2.3 Techr 3.1 3.2	tion zéro-dimensionnelle duction	<ul> <li>39</li> <li>39</li> <li>40</li> <li>40</li> <li>41</li> <li>41</li> <li>44</li> <li>45</li> <li>45</li> </ul>
<b>M</b> (1) 2 3	odélisat Introd 2.1 2.2 2.3 Techr 3.1 3.2	tion zéro-dimensionnelle         duction         élisation 0D d'un moteur monocylindre         Réservoir d'air comprimé         Cylindre moteur         Cylindre moteur         Flux massique aux soupapes         nologies existantes d'actuation variable de soupape         Avec usage d'arbre à came         3.2.1       Système Électro-Hydraulique         3.2.2       Système Électro-Magnétique	<ul> <li><b>39</b></li> <li>40</li> <li>40</li> <li>41</li> <li>41</li> <li>44</li> <li>45</li> <li>45</li> <li>46</li> </ul>
<b>M</b> (1) 2 3	odélisat Introd 2.1 2.2 2.3 Techr 3.1 3.2	tion zéro-dimensionnelle         duction	<ul> <li><b>39</b></li> <li>40</li> <li>40</li> <li>41</li> <li>41</li> <li>44</li> <li>45</li> <li>45</li> <li>46</li> <li>47</li> </ul>
<b>Ma</b> 1 2 3	odélisat Introd 2.1 2.2 2.3 Techr 3.1 3.2	tion zéro-dimensionnelle         duction	<ul> <li><b>39</b></li> <li>40</li> <li>40</li> <li>41</li> <li>41</li> <li>44</li> <li>45</li> <li>45</li> <li>46</li> <li>47</li> <li>48</li> </ul>
<b>Ma</b> 1 2 3 4	odélisat Introd Modé 2.1 2.2 2.3 Techr 3.1 3.2	tion zéro-dimensionnelle         duction         duction 0D d'un moteur monocylindre         Réservoir d'air comprimé         Réservoir d'air comprimé         Cylindre moteur         Flux massique aux soupapes         rologies existantes d'actuation variable de soupape         nologies existantes d'actuation variable de soupape         Avec usage d'arbre à came         3.2.1       Système Électro-Hydraulique         3.2.2       Système Électro-Magnétique         3.2.3       Système Électro-Pneumatique         3.2.4       Système à Moteur électrique linéaire	<ul> <li><b>39</b></li> <li>40</li> <li>40</li> <li>41</li> <li>41</li> <li>44</li> <li>45</li> <li>45</li> <li>46</li> <li>47</li> <li>48</li> <li>49</li> </ul>
<b>M</b> (1) 2 3 4	odélisat Introd 2.1 2.2 2.3 Techr 3.1 3.2 Modè 4.1	tion zéro-dimensionnelle duction	<ul> <li><b>39</b></li> <li>40</li> <li>40</li> <li>41</li> <li>41</li> <li>44</li> <li>45</li> <li>45</li> <li>46</li> <li>47</li> <li>48</li> <li>49</li> <li>49</li> </ul>
<b>M</b> (1) 2 3	odélisat Introd 2.1 2.2 2.3 Techr 3.1 3.2 Modè 4.1 4.2	tion zéro-dimensionnelle duction	<ul> <li><b>39</b></li> <li>40</li> <li>40</li> <li>41</li> <li>41</li> <li>44</li> <li>45</li> <li>45</li> <li>46</li> <li>47</li> <li>48</li> <li>49</li> <li>50</li> </ul>

II

5	Étud	e de l'effet de la sophistication de la distribution sur la performance des
	cycles	s pneumatiques $\ldots \ldots 53$
	5.1	Introduction
	5.2	Développement $\ldots \ldots 54$
		5.2.1 Mode pompe pneumatique $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots 55$
		5.2.2 Mode moteur pneumatique $\dots \dots \dots$
6	Carto	ographies de solutions tabulées $\ldots \ldots 61$
	6.1	Mode Moteur Pneumatique à 4-temps $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots 62$
	6.2	Mode Pompe Pneumatique à 4-temps
	6.3	Suralimentation Pneumatique
7	Conc	lusion
IIIMo	odélisa	tion mono-dimensionnelle 71
1	Intro	duction $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $.$ 71
2	Notic	ons fondamentales
	2.1	Équations brutes $\ldots \ldots .73$
		2.1.1 Conservation de la masse
		2.1.2 Conservation de la quantité de mouvement
		2.1.3 Conservation de l'énergie
		2.1.4 Équations thermodynamiques complémentaires
		2.1.5 Cas particulier d'un écoulement en régime stationnaire 75
	2.2	Équations sous forme conservative
		2.2.1 Notation vectorielle
	2.3	Évaluation du frottement pariétal et de l'échange de chaleur aux parois . 78
	2.4	Équations sous forme primitive
	2.5	Équations sous forme caractéristique
		2.5.1 Forme canonique des caractéristiques
	2.6	Niveau d'entropie
3	Résol	lution numérique par méthode C.I.R
	3.1	Principe de la méthode
	3.2	Résolution en écoulement isentropique
4	Résol	lution numérique par le schéma de Lax-Wendroff à 2 pas
	4.1	Introduction
	4.2	Schéma de Lax à 1 pas (LW1) $\ldots \ldots $ 90
	4.3	Schéma de Lax-Wendroff (Richtmeyer) à 2 Pas (LW2)

	4.4	Résultat	s produits par le schéma LW2 sur un tube à choc 93
		4.4.1	Résultats produits par LW2 sans correcteur de flux
5	Correc	cteur de f	ux TVD
	5.1	Introduc	$tion \dots \dots$
	5.2	Théorèn	ne de Godunov
	5.3	Variatio	n totale $\ldots \ldots 98$
	5.4	Conditio	on de Harten
	5.5	Correcte	eur de flux TVD de type Sweby
	5.6	Correcte	eur de flux simplifié TVD de Davis
		5.6.1	Construction du schéma $\ldots \ldots 104$
		5.6.2	Résultats sur tube à choc $\ldots \ldots 109$
		5.6.3	Bilan
6	Condi	tions aux	limites standards $\hdots$
	6.1	Introduc	$tion \ldots \ldots$
	6.2	Conditio	on limite de tube fermé $\ldots \ldots 112$
	6.3	Conditio	on limite de tube ouvert $\ldots \ldots 113$
		6.3.1	Débit sortant subsonique
		6.3.2	Débit sortant sonique $\ldots \ldots 116$
		6.3.3	Débit entrant subsonique
		6.3.4	Debit entrant sonique $\ldots \ldots 118$
		6.3.5	Conclusion
$\overline{7}$	Condi	tion limit	e de soupape dite à 'quantité de mouvement'
	7.1	Introduc	$tion \ldots 120$
	7.2	Débit so	rtant subsonique et sonique au col $\ldots$
		7.2.1	Résolution en écoulement subsonique au col $\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .$ 122
		7.2.2	Résolution en écoulement bloqué soniquement au col $\ .\ .\ .\ .\ .$ 125
		7.2.3	Tabulation des solutions $\ldots \ldots 126$
	7.3	Débit er	trant subsonique $\ldots \ldots 128$
		7.3.1	Modélisation
		7.3.2	Résolution
		7.3.3	Tabulation des solutions
	7.4	Débit er	trant sonique $\ldots \ldots 136$
		7.4.1	Introduction
		7.4.2	Résolution
	7.5	Union d	es cartographies à débit entrant subsonique et sonique $\ . \ . \ . \ . \ 141$

8	Corre	ction d'entropie $\ldots \ldots \ldots$
	8.1	Introduction
	8.2	Variable de Riemann étoilée pour un débit sortant du tube
	8.3	Correction d'entropie pour un écoulement entrant
	8.4	Algorithme de détection et de correction d'entropie itérative en causalité $\lambda 146$
9	Condi	ition Limite de Soupape dite à 'pression constante' $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots 148$
	9.1	Mise en place
	9.2	Débit entrant subsonique
	9.3	Débit entrant sonique
	9.4	Tabulation des solutions $\ldots \ldots 152$
	9.5	Algorithme de correction d'entropie spécifique à la CLS à pression constante
		153
	9.6	Test de convergence de l'algorithme de Benson
		9.6.1 Introduction $\dots \dots \dots$
		9.6.2 Etude réalisée $\ldots \ldots 156$
		9.6.3 Discussion
10	Condi	ition Limite de Soupape dite à 'volume intermédiaire' $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots 159$
	10.1	Introduction
	10.2	Développement
		10.2.1 Débit massique à la soupape $\ldots \ldots \ldots$
		10.2.2 Débit massique au port de connexion avec la tubulure $\ldots \ldots 162$
	10.3	Algorithme de résolution itératif
	10.4	Test de convergence
	10.5	Discussion $\ldots \ldots \ldots$
11	Temp	s de calcul $\ldots$
	11.1	Tests réalisés
	11.2	Discussion
12	Concl	usions
IV Etu	ıde exp	périmentale sur banc d'essai de dynamique des gaz à la soupape $171$
1	Intro	luction $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $171$
2	Descr	iption du banc d'essai de dynamique des gaz à la soupape $\ \ldots \ \ldots \ \ldots \ 172$
3	Condi	itions expérimentales et de paramètres de simulations $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots 173$
4	Débit	entrant subsonique au col (Expérience n°1) $\hfill \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots 176$
	4.1	Modèle à pression constante

		4.2 Modèle à quantité de mouvement	177
		4.3 Modèle à volume intermédiaire	178
	5	Débit entrant sonique au col (Expérience n°5) $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$	179
		5.1 Modèle à pression constante	179
		5.2 Modèle à quantité de mouvement	180
		5.3 Modèle à volume intermédiaire	181
	6	Débit sortant subsonique au $col(Expérience n^{\circ}6)$	182
		6.1 Modèle à pression constante et à quantité de mouvement	182
		6.2 Modèle à volume intermédiaire	183
	7	Débit sortant subsonique/sonique (Expérience n°7) $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$	184
		7.1 Modèle à pression constante et à quantité de mouvement	184
		7.2 Modèle à volume intermédiaire	185
	8	Indicateurs de précision	186
	9	Discussion	187
		9.1 CLS à quantité de mouvement	187
		9.2 CLS à pression constante et à Volume Intermédiaire	188
	10	Conclusion	190
$\mathbf{V}$	Etu	de expérimentale sur banc d'essai moteur 1	L <b>91</b>
V	<b>Etu</b> 1	de expérimentale sur banc d'essai moteur       1         Introduction	1 <b>91</b>
V	<b>Etu</b> 1 2	de expérimentale sur banc d'essai moteur       1         Introduction       1         Le moteur monocylindre hybride pneumatique et la cellule d'essais       1	1 <b>91</b> 191 192
V	<b>Etu</b> 1 2	de expérimentale sur banc d'essai moteur       1         Introduction       1         Le moteur monocylindre hybride pneumatique et la cellule d'essais       1         2.1       Le moteur       1	191 191 192 192
V	<b>Etu</b> 1 2	de expérimentale sur banc d'essai moteur       1         Introduction       1         Le moteur monocylindre hybride pneumatique et la cellule d'essais       1         2.1       Le moteur       1         2.2       L'instrumentation et la chaîne d'air       1	191 192 192 192 192
V	<b>Etu</b> 1 2 3	de expérimentale sur banc d'essai moteur       1         Introduction	191 192 192 192 192 194
V	<b>Etu</b> 1 2 3 4	de expérimentale sur banc d'essai moteur       1         Introduction	191 192 192 192 192 194 195
V	<b>Etu</b> 1 2 3 4 5	de expérimentale sur banc d'essai moteur       1         Introduction	191 192 192 192 192 194 195 197
V	<b>Etu</b> 1 2 3 4 5 6	de expérimentale sur banc d'essai moteur       1         Introduction	1 <b>91</b> 192 192 192 194 195 197 200
V	Etu 1 2 3 4 5 6 7	de expérimentale sur banc d'essai moteur       1         Introduction       1         Le moteur monocylindre hybride pneumatique et la cellule d'essais       1         2.1       Le moteur       1         2.2       L'instrumentation et la chaîne d'air       1         Le modèle moteur       1         Les essais sélectionnés       1         Pompe pneumatique à 4 temps avec CLS à volume intermédiaire       1         Pompe pneumatique à 4 temps avec CLS de Benson       2         Moteur pneumatique mode retard       2	191 192 192 192 192 194 195 197 200 202
V	Etu 1 2 3 4 5 6 7 8	de expérimentale sur banc d'essai moteur       1         Introduction       1         Le moteur monocylindre hybride pneumatique et la cellule d'essais       1         2.1       Le moteur       1         2.2       L'instrumentation et la chaîne d'air       1         Le modèle moteur       1       1         Les essais sélectionnés       1         Pompe pneumatique à 4 temps avec CLS à volume intermédiaire       1         Pompe pneumatique à 4 temps avec CLS de Benson       1         Moteur pneumatique mode retard       1	191 192 192 192 194 195 197 200 202 205
V	Etu 1 2 3 4 5 6 7 8 9	de expérimentale sur banc d'essai moteur       1         Introduction       1         Le moteur monocylindre hybride pneumatique et la cellule d'essais       1         2.1       Le moteur       1         2.2       L'instrumentation et la chaîne d'air       1         Le modèle moteur       1       1         Les essais sélectionnés       1         Pompe pneumatique à 4 temps avec CLS à volume intermédiaire       1         Pompe pneumatique à 4 temps avec CLS de Benson       2         Moteur pneumatique mode retard       2         Suralimentation pneumatique sans combustion       2	191 192 192 192 194 195 197 200 202 205 207
V	Etu 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10	de expérimentale sur banc d'essai moteur       1         Introduction       1         Le moteur monocylindre hybride pneumatique et la cellule d'essais       1         2.1       Le moteur       1         2.2       L'instrumentation et la chaîne d'air       1         Le modèle moteur       1         Les essais sélectionnés       1         Pompe pneumatique à 4 temps avec CLS à volume intermédiaire       1         Pompe pneumatique à 4 temps avec CLS de Benson       1         Moteur pneumatique mode retard       1         Moteur pneumatique mode avance       1         Suralimentation pneumatique sans combustion       1         Gonclusion       1	191 192 192 192 194 195 197 200 202 205 207 209
V	Etu 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 £ <b>Éch</b>	de expérimentale sur banc d'essai moteur       1         Introduction       1         Le moteur monocylindre hybride pneumatique et la cellule d'essais       1         2.1       Le moteur       1         2.2       L'instrumentation et la chaîne d'air       1         Le modèle moteur       1       1         Le modèle moteur       1       1         Les essais sélectionnés       1         Les essais sélectionnés       1         Pompe pneumatique à 4 temps avec CLS à volume intermédiaire       1         Pompe pneumatique mode retard       1         Moteur pneumatique mode avance       1         Suralimentation pneumatique sans combustion       1         anges de chaleur convectifs en mode pneumatique, sans injection de car-	191 192 192 192 194 195 197 200 202 205 207 209
V	Etu 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 5 Éch burs	de expérimentale sur banc d'essai moteur       1         Introduction       1         Le moteur monocylindre hybride pneumatique et la cellule d'essais       1         2.1       Le moteur       1         2.2       L'instrumentation et la chaîne d'air       1         Le modèle moteur       1       1         Les essais sélectionnés       1         Pompe pneumatique à 4 temps avec CLS à volume intermédiaire       1         Pompe pneumatique a 4 temps avec CLS de Benson       1         Moteur pneumatique mode retard       1         Moteur pneumatique mode avance       1         Suralimentation pneumatique sans combustion       1         anges de chaleur convectifs en mode pneumatique, sans injection de carant       2	<ul> <li>191</li> <li>192</li> <li>192</li> <li>192</li> <li>194</li> <li>195</li> <li>197</li> <li>200</li> <li>202</li> <li>205</li> <li>207</li> <li>209</li> <li>211</li> </ul>
V	Etu 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 5 <b>Éch</b> <b>bur</b> 1	de expérimentale sur banc d'essai moteur       1         Introduction       1         Le moteur monocylindre hybride pneumatique et la cellule d'essais       1         2.1       Le moteur       1         2.2       L'instrumentation et la chaîne d'air       1         2.2       L'instrumentation et la chaîne d'air       1         Le modèle moteur       1       1         Les essais sélectionnés       1         Pompe pneumatique à 4 temps avec CLS à volume intermédiaire       1         Pompe pneumatique mode retard       1         Moteur pneumatique mode retard       1         Moteur pneumatique mode avance       1         Suralimentation pneumatique sans combustion       1         anges de chaleur convectifs en mode pneumatique, sans injection de carant       2         Introduction       2	<ul> <li>191</li> <li>192</li> <li>192</li> <li>192</li> <li>194</li> <li>195</li> <li>197</li> <li>200</li> <li>202</li> <li>205</li> <li>207</li> <li>209</li> <li>211</li> <li>211</li> </ul>

2	Calcu	lls du flux de chaleur instantané et du coefficient d'échange thermique, basés
	sur u	ne mesure de la pression cylindre $\ldots \ldots 214$
	2.1	Échange de chaleur instantané
	2.2	Modélisation de l'échange de chaleur
3	Essai	s en mode entraîné sans injection de carburant $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $216$
	3.1	Méthode et résultats $\ldots \ldots 216$
	3.2	Discussion sur le flux de chaleur instantané
	3.3	Modèle de Woschni modifié $\ldots \ldots 221$
	3.4	Précision de la prédiction obtenue par le modèle de transfert de chaleur
		en mode entraîné $\dots \dots \dots$
4	Essai	s en mode suralimentation pneumatique sans injection de carburant $\ .$ 226
	4.1	Introduction
	4.2	Résultats et discussion
	4.3	Précision de la prédiction obtenue par le modèle de transfert de chaleur
		en mode suralimenté $\ldots \ldots 229$
5	Essai	de validation final $\hdots$
6	Conc	lusion
VIEx	ploitat	ion de la plate-forme 1D de simulation 233
VIEx <sub>1</sub>	<b>ploitat</b> Intro	ion de la plate-forme 1D de simulation233duction233
<b>VIE</b> x; 1 2	<b>ploitat</b> Intro Comp	ion de la plate-forme 1D de simulation233duction
<b>VIE</b> x] 1 2	ploitat Intro Comp 2.1	ion de la plate-forme 1D de simulation233duction
<b>VIE</b> x] 1 2	ploitat Intro- Comp 2.1 2.2	ion de la plate-forme 1D de simulation233duction
VIEx 1 2	ploitat Intro- Comp 2.1 2.2 2.3	Sion de la plate-forme 1D de simulation233duction
<b>VIE</b> x 1 2 3	ploitat Intro- Comp 2.1 2.2 2.3 Carte	And the la plate-forme 1D de simulation233duction233duction233paraison de résultats issus des modèles 0D et 1D235Mode pompe pneumatique 4 temps235Mode moteur pneumatique 4 temps237Discussion237Ographies de solutions tabulées par modèle 1D sous hypothèse isentropique241
<b>VIIE</b> x] 1 2 3	ploitat Intro- Comp 2.1 2.2 2.3 Carto 3.1	And the image of the image o
<b>VIE</b> x] 1 2 3	ploitat Intro- Comp 2.1 2.2 2.3 Carte 3.1	Aion de la plate-forme 1D de simulation233duction233duction235paraison de résultats issus des modèles 0D et 1D235Mode pompe pneumatique 4 temps235Mode moteur pneumatique 4 temps237Discussion239ographies de solutions tabulées par modèle 1D sous hypothèse isentropique241Pompe pneumatique 4 temps sous critère de C.S.P minimal2413.1.1Méthode et résultats241
<b>VIE</b> x] 1 2 3	ploitat Intro- Comp 2.1 2.2 2.3 Carto 3.1	And the second
<b>VIIE</b> x) 1 2 3	ploitat Intro- Comp 2.1 2.2 2.3 Carto 3.1 3.2	Aion de la plate-forme 1D de simulation233duction233baraison de résultats issus des modèles 0D et 1D235Mode pompe pneumatique 4 temps235Mode moteur pneumatique 4 temps237Discussion239ographies de solutions tabulées par modèle 1D sous hypothèse isentropique2413.1.1Méthode et résultats2413.1.2Discussion241Moteur 4 temps sous critère de contrôle nominal du travail produit par242
<b>VIIE</b> xj 1 2 3	ploitat Intro- Comp 2.1 2.2 2.3 Carto 3.1 3.2	ion de la plate-forme 1D de simulation233duction233baraison de résultats issus des modèles 0D et 1D235Mode pompe pneumatique 4 temps235Mode moteur pneumatique 4 temps237Discussion239ographies de solutions tabulées par modèle 1D sous hypothèse isentropique2413.1.1Méthode et résultats2413.1.2Discussion242Moteur 4 temps sous critère de contrôle nominal du travail produit par cycle244
<b>VIIE</b> xj 1 2 3	ploitat Intro- Comp 2.1 2.2 2.3 Carto 3.1 3.2	ion de la plate-forme 1D de simulation233duction233baraison de résultats issus des modèles 0D et 1D235Mode pompe pneumatique 4 temps235Mode moteur pneumatique 4 temps237Discussion239ographies de solutions tabulées par modèle 1D sous hypothèse isentropique2413.1.1Méthode et résultats2413.1.2Discussion242Moteur 4 temps sous critère de contrôle nominal du travail produit par242Moteur 4 temps : Consigne de travail à 70 J/cycle244
<b>VIE</b> x] 1 2 3	ploitat Intro- Comp 2.1 2.2 2.3 Carto 3.1 3.2	ion de la plate-forme 1D de simulation233duction233duction233paraison de résultats issus des modèles 0D et 1D235Mode pompe pneumatique 4 temps235Mode moteur pneumatique 4 temps237Discussion239ographies de solutions tabulées par modèle 1D sous hypothèse isentropique241Nome pneumatique 4 temps sous critère de C.S.P minimal2413.1.1Méthode et résultats2413.1.2Discussion242Moteur 4 temps sous critère de contrôle nominal du travail produit par242Moteur 4 temps : Consigne de travail à 70 J/cycle2463.2.2Moteur 4 temps : Consigne de travail à 140 J/cycle248
VIIEx) 1 2 3	ploitat Intro- Comp 2.1 2.2 2.3 Carto 3.1 3.2	ion de la plate-forme 1D de simulation233duction233duction233paraison de résultats issus des modèles 0D et 1D235Mode pompe pneumatique 4 temps235Mode moteur pneumatique 4 temps237Discussion239ographies de solutions tabulées par modèle 1D sous hypothèse isentropique2413.1.1Méthode et résultats2413.1.2Discussion242Moteur 4 temps sous critère de contrôle nominal du travail produit par2443.2.1Moteur 4 temps : Consigne de travail à 70 J/cycle2463.2.3Discussion2483.2.3Discussion250
<b>VIIE</b> xj 1 2 3	ploitat Intro- Comp 2.1 2.2 2.3 Carto 3.1 3.2 3.2	ion de la plate-forme 1D de simulation233duction233baraison de résultats issus des modèles 0D et 1D235Mode pompe pneumatique 4 temps235Mode moteur pneumatique 4 temps237Discussion239ographies de solutions tabulées par modèle 1D sous hypothèse isentropique2413.1.1Méthode et résultats2413.1.2Discussion2413.1.2Discussion242Moteur 4 temps sous critère de contrôle nominal du travail produit par2443.2.1Moteur 4 temps : Consigne de travail à 70 J/cycle2463.2.3Discussion2483.2.3Discussion250Suralimentation pneumatique sous critère de contrôle nominal de la masse250

		3.3.1 Consigne d'addition d'air (MASP) à $+50\%$	252
		3.3.2 Consigne d'addition d'air (MASP) de $+100\%$	253
		3.3.3 Discussion	253
4	Conclus	sion	254
Conclu	sion gé	enérale	255
Bibliog	raphie		259
Annexe	es		267
1	Vitesse	e du son	267
2	Barré d	le Saint-Venant	268
	2.1	Hypothèses	269
	2.2	Écoulement sonique au col $\ldots$	269
	2.3	Écoulement subsonique au col $\ldots$	270
3	Résona	nce quart d'onde	271
	3.1	Théorie	271
	3.2	Application numérique d'exemple	274
	3.3	Remarques	274
4	Échang	ges de chaleur convectifs	275
	4.1	Tableaux de résultats	275
	4.2	Courbes de résultats en mode entraîné sans injection de carburant	278
	4.3	Courbes de résultats en mode suralimenté sans injection de carburant	280

# Table des figures

I.1	Concentration moyenne annuelle en dioxyde de carbone mesurée au volcan	
	Mauna-Loa (Hawaï) - Source : Earth System Research Laboratory	8
I.2	Emissions mondiale de GES sous les deux scénarios retenus par l'A.I.E	8
I.3	Emissions de GES dues au transport routier- Source : OICA	9
I.4	Production mondiale automobile- Source : CSM Worldwide $\ldots \ldots \ldots \ldots$	9
I.5	Emissions de CO2 dues au transport routier en France- Source : ADEME $\ $	9
I.6	Représentation schématique d'un moteur hybride pneumatique	11
I.7	Cycle théorique pompe pneumatique-4 temps	13
I.8	Cycle théorique moteur pneumatique-4 temps avec arbre à came admission	
	embrayé.	
	(a) Mode avance (b) Mode Retard	13
I.9	Cycle théorique mode suralimentation pneumatique	14
I.10	Exemple de cartographie de Consommation Spécifique Effective moteur en	
	mode conventionnel. $\ldots$	16
I.11	Le phénomène de turbo-lag	16
I.12	Cycles théoriques proposés par Schechter	
	(a) Cycle pompe pneumatique 2 temps	
	(b) Cycle Moteur pneumatique 2 temps	
	(c) Mode conventionel assisté en air	18
I.13	Cycle théorique sous-alimentation pneumatique $\hdots$	20
I.14	Modèle à vitesse constante des actuateurs de soupape retenu par l'université	
	de Californie. Source : $[63]$	21

I.15	M.H.P à deux réservoirs. Source :[3]	
	(a) Comparaison d'un système à un ou deux réservoirs	
	(b) Cycle pompe 2-temps avec un réservoir (continu) et deux réservoirs (poin-	
	tillé) $\ldots$	22
I.16	Diagramme pression-volume mesurés et simulés par I.VASILE. Source : $[74]$	
	(a) Moteur pneumatique 2-temps	
	(b) Pompe pneumatique 2-temps	24
I.17	Mesures réalisées en mode pompe pneumatique 2-temps par S.TRAJKOVIC	
	Source :[71]	
	(a) Diagramme pV pompe	
	(b) Pression mesurée dans le port de charge $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$	26
I.18	Mesures réalisées en mode moteur pneumatique 2-temps par S.TRAJKOVIC	
	Source :[71]	
	(a) Diagramme pV pompe	
	(b) Pression mesurée dans le cylindre et le port de charge	26
I.19	Mesures réalisées par C.DONITZ Source :[24]	
	(a) Diagramme p-V moteur pneumatique 4-temps	
	(b)Diagramme p-V pompe pneumatique 4-temps	28
I.20	Pression admission simulée, pression effective de suralimentation et regime	
	moteur pour une machine suralimentée avec ou sans suralimentation pneuma-	
	tique. Source : $[25]$	29
I.21	Gain de consommation en fonction de la taille réservoir pneumatique. Source : [25] $\ensuremath{}$	29
I.22	Contributions respectives au gain de consommation. Source $:[24]$	30
I.23	${\rm Diagramme} \ {\rm p-V} \ {\rm mesur\acute{e}} \ {\rm et} \ {\rm simul\acute{e}} \ {\rm du} \ {\rm cycle} \ {\rm suralimentation} \ {\rm pneumatique}. \\ {\rm Source} : [ {\rm for a structure} \ {\rm for a$	25] 30
I.24	$Evolution \ du \ régime \ moteur \ lors \ d'un \ démarrage \ en \ mode \ moteur \ pneumatique$	
	4-temps mesuré et simulé par I.VASILE Source : [76]	31
I.25	Démarrage expérimental du moteur et du véhicule par I. VASILE Source : [76]	31
II.1	Barré de Saint-Venant	42
II.2	Géométrie à une soupape. Source : [34]	43
II.3	Exemple de relevé expérimental du coefficient de décharge en fonction de la	
-	levée	43
II.4	Système Porsche Vario Plus	44
II.5	Système Honda VTEC	44
II.6	Système Multiair FIAT	45

II.7	Exemple de levées obtenues avec le système multiair	45
II.8	Système Électro-Hydraulique : Vue générale [61]	46
II.9	Système Électro-Hydraulique : Schéma de principe [61]	46
II.10	Exemple de levée avec système Électro-Hydraulique - Source : [61] $\ . \ . \ . \ .$	46
II.11	Système Électro-magnétique-Source : [17]	47
II.12	Exemple de levée avec un système Électro-magnétique-Source :	47
II.13	Système Electro- pneumatique. Schéma de principe-Source : [69] $\ldots$	48
II.14	Système Electro- pneumatique. Exemple de levée de soupape-Source : [31]	48
II.15	Vue d'un actuateur soupape sur base de moteur linéaire-Source :[26]	48
II.16	Principe d'un moteur électrique linéaire	48
II.17	Exemple de levée obtenue avec le système EVT-Dynaline de Compact-Dynamics	49
II.18	Modèle cinématique d'actuateur de soupape entièrement variable	50
II.19	Essai de levée n°1	51
II.20	Essai de levée n°2	51
II.21	Essai de levée n°3	52
II.22	Essai de levée n°4	52
II.23	Cycle théorique idéalisé du Moteur pneumatique 4-temps à admission débrayée	53
II.24	Cycle théorique idéalisé de la Pompe pneumatique 4-temps à échappement	
	débrayé	53
II.25	Masse relative d'air pompée en fonction du phasage d'ouverture de la soupape	
	de charge, pompe 4-temps. 1500 tr/min - $P_{res.}=$ 0.5 MPa - $\gamma_{max}$ = 3000 $m/s^2$ .	55
II.26	Diagramme p-V simulé, pompe 4-temps. 1500 tr/min - $P_{res.}=$ 0.5 MPa - $\gamma_{max}$	
	$= 3000 \ m/s^2  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  $	55
II.27	Diagramme p-V simulé, pompe 4-temps à échappement débrayé. 1500 tr/min-	
	$P_{res.} = 0.5 \text{ MPa} - \gamma_{max} = 3000  m/s^2  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  $	55
II.28	Diagramme p-V simulé, pompe 2-temps entièrement variable. 1500 tr/min-	
	$P_{res} = 0.5 \text{ MPa} - \gamma_{max} = 3000  m/s^2  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  $	55
II.29	Masse d'air pompée en fonction du régime moteur, mode pompe 4-temps, pour	
	trois accélérations $\gamma_{max}$ de 1 000, 3 000 et 5 000 $m/s^2$	58
II.30	Efficacité du Moteur Pneumatique en fonction des phasages d'ouverture et de	
	fermeture de la soupape de charge, moteur 4-temps à admission débrayée. 1	
	$500 \text{ tr/min-} P_{res.} = 1 \text{ MPa} - \gamma_{max} = 3 \ 000 \ m/s^2 \ \dots \ $	58
II.31	Diagramme p-V simulé, moteur 4-temps. 1500 tr/min- $P_{res.} = 1$ MPa - $\gamma_{max} =$	
	$3\ 000\ m/s^2$	58

II.32	Diagramme p-V simulé, moteur 4-temps à admission débrayée. 1500 tr/min-	
	$P_{res.} = 1 \text{ MPa} - \gamma_{max} = 3 000  m/s^2 \dots \dots$	59
II.33	Diagramme p-V simulé, moteur 2-temps entièrement variable. 1500 tr/min-	
	$P_{res} = 1 \text{ MPa} - \gamma_{max} = 3 000  m/s^2  \dots \dots$	59
II.34	Travail indiqué en fonction du régime moteur, mode moteur 4-temps à admis-	
	sion débrayée, pour trois accélérations $\gamma_{max}$ de 1 000, 3 000 et 5 000 $m/s^2$ $$	61
II.35	Rendement du Moteur Pneumatique pour un travail indiqué Wi=30 J/cyle,	
	en fonction du régime moteur et de la pression réservoir $\ \ . \ . \ . \ . \ . \ .$	62
II.36	Rendement du Moteur Pneumatique pour un travail indiqué Wi=70 J/cyle,	
	en fonction du régime moteur et de la pression réservoir	62
II.37	Rendement du Moteur Pneumatique pour un travail indiqué Wi=150 J/cyle,	
	en fonction du régime moteur et de la pression réservoir	62
II.38	Rendement du Moteur Pneumatique pour un travail indiqué Wi=300 J/cyle,	
	en fonction du régime moteur et de la pression réservoir	62
II.39	Efficacité du Moteur Pneumatique pour un travail indiqué $Wi=70 \text{ J/cyle}$ , en	
	fonction du régime moteur et de la pression réservoir	63
II.40	Masse d'air consommée pour un travail indiqué $Wi=70 \text{ J/cyle}$ , en fonction du	
	régime moteur et de la pression réservoir	63
II.41	Phasage d'ouverture de la soupape de charge pour un travail indiqué $Wi=70$	
	J/cyle, en fonction du régime moteur et de la pression réservoir $\ . \ . \ . \ .$	64
II.42	Phasage de fermeture de la soupape de charge pour un travail indiqué $Wi=70$	
	J/cyle, en fonction du régime moteur et de la pression réservoir $\ . \ . \ . \ .$	64
II.43	Coefficient de Performance (Pompe Pneumatique) en fonction du régime mo-	
	teur et de la pression réservoir	65
II.44	Consommation Spécifique (Pompe Pneumatique) en fonction du régime mo-	
	teur et de la pression réservoir	65
II.45	Travail Indiqué (Pompe Pneumatique) en fonction du régime moteur et de la	
	pression réservoir	65
II.46	Masse d'air transférée au Réservoir (Pompe Pneumatique) en fonction du ré-	
	gime moteur et de la pression réservoir	65
II.47	Phasage Ouverture Soupape de Charge (Pompe Pneumatique) en fonction du	
	régime moteur et de la pression réservoir	65
II.48	Phasage Fermeture Soupape de Charge (Pompe Pneumatique) en fonction du	
	régime moteur et de la pression réservoir	65

II.49	Phasage Fermeture Soupape de Charge (Suralimentation Pneumatique) en
	fonction du régime moteur et de la pression réservoir pour $+10\%$ de masse d'air $67$
II.50	Phasage Fermeture Soupape de Charge (Suralimentation Pneumatique) en
	fonction du régime moteur et de la pression réservoir pour $+50\%$ de masse d'air $67$
II.51	Phasage Fermeture Soupape de Charge (Suralimentation Pneumatique) en
	fonction du régime moteur et de la pression réservoir pour $+100\%$ de masse
	d'air
III.1	Volume de contrôle
III.2	Volume de contrôle en écoulement stationnaire
III.3	Méthode C.I.R
III.4	Schéma de Lax à 1 pas
III.5	Schéma de Lax-Wendroff (Richtmeyer) à 2 pas
III.6	Condition initiale du tube à choc de Sod
III.7	Ondes générées dans le tube à choc
III.8	Masse volumique avec LW2 sur tube à choc de Sod $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots $ 94
III.9	Vitesse avec LW2 sur tube à choc de Sod
III.10	Pression avec LW2 sur tube à choc de Sod
III.11	Phénomène de diffusion et dispersion
III.12	Variation totale dans le cas du transport d'une onde scalaire simple et normée 98
III.13	Représentation graphique de la zone TVD $\ldots \ldots \ldots$
III.14	Masse volumique sur tube à choc de SOD avec TVD Davis 108
III.15	Vitesse sur tube à choc de SOD avec TVD Davis
III.16	Pression sur tube à choc de SOD avec TVD Davis
III.17	Masse totale dans le tube en fonction du temps $\hfill \ldots \hfill \ldots$
III.18	Condition limite de tube fermé $\ldots \ldots \ldots$
III.19	Condition limite de tube ouvert
III.20	Condition limite de soupape à débit sortant $\ldots \ldots \ldots$
III.21	CLS quantité de mouvement, débit sortant : vitesse a dimensionnée au col $U^{n+1}_t$
	et vitesse du son au col $A^{n+1}_t$ en fonction de $\lambda_{in}$ pour différentes valeurs de $\phi$ . 127
III.22	CLS quantité de mouvement, débit sortant : : vitesse adimensionnée dans
	le tube $U_i^{n+1}$ et vitesse du son dans le tube $A_i^{n+1}$ en fonction de $\lambda_{in}$ pour
	différentes valeurs de $\phi$
III.23	Condition limite à 'quantité de mouvement' en écoulement subsonique $\ldots$ 128
III.24	Hypothèse de variation linéaire

III.25 CLS à quantité de mouvement, débit entrant subsonique au col avec $C_{QM} = 1$ :
vitesse adimensionnée au col $U_t^{n+1}$ et vitesse du son au col $A_t^{n+1}$ en fonction
de l'invariant de Riemann $\lambda_{in}$ , pour différentes valeurs de $\phi$
III.26 CLS à quantité de mouvement, débit entrant subsonique au col avec $C_{QM} = 1$ :
vitesse adimensionnée dans le tube $U_i^{n+1}$ et vitesse du son au col $A_i^{n+1}$ en
fonction de l'invariant de Riemann $\lambda_{in}$ , pour différentes valeurs de $\phi$ 135
III.27 Modèle de tuyere amorcée
III.28 CLS à quantité de mouvement, débit entrant sonique au col : vitesse et vitesse $% \mathcal{C}$
du son adimensionnées à l'entrée du tube, en fonction de $\lambda_{in}$ pour différentes
valeurs de $\phi$
III.29 CLS à quantité de mouvement, débit entrant sonique au col : Section du choc
d'adaptation $\phi_{choc}$ en fonction de $\lambda_{in}$ pour différentes valeurs de $\phi$
III.30 CLS quantité de mouvement, débit sortant (subsonique et sonique au col) :
vitesse et vitesse du son adimensionnées à l'entrée du tube, en fonction de $\lambda_{in}$
pour différentes valeurs de $\phi$
III.31 CLS quantité de mouvement, débit sortant (subsonique et sonique au col) :
vitesse et vitesse du son adimensionnées au col, en fonction de $\lambda_{in}$ pour diffé-
rentes valeurs de $\phi$
III.32 Variable de Riemann étoilée
III.33 Contexte et notations pour une correction d'entropie
III.34 Algorithme de correction d'entropie en causalité $\lambda$
III.35 Condition limite de soupape à débit entrant
III.36 Soupape à débit entrant : Diagramme entropique en écoulement subsonique
(a) et sonique (b)
III.37 Soupape à débit entrant : vitesse adimensionnée au col $U_t^{n+1}$ et vitesse du son
au col $A_t^{n+1}$ en fonction de $r_p$ pour différentes valeurs de $\phi$
III.38 Soupape à débit entrant : vitesse adimensionnée dans le tube $U_i^{n+1}$ et vitesse
du son dans le tube $A_i^{n+1}$ en fonction de $r_p$ pour différentes valeurs de $\phi$ 153
III.39 Algorithme de correction d'entropie original de Benson
III.40 Zone de convergence de l'algorithme original de Benson
III.41 Convergence réussie : $r_{pv} = 1.1$ et $\phi = 6\%$
III.42 Limite de convergence : $r_{pv} = 1.1$ et $\phi = 5.6\%$
III.43 Échec de convergence : $r_{pv} = 1.1$ et $\phi = 6\%$
III.44 Condition limite de soupape à volume intermédiaire
III.45 CLS à volume intermédiaire : Algorithme de résolution itératif

III.46 III.47	CLS à volume intermédiaire : Résultat des tests de convergence	165
III.48	de Relaxation, en référence à la CLS à pression constante	166
	calcul necessaire pour resoudre les 60 mailles	107
IV.1	Schéma de principe du banc d'essais de dynamique des gaz à la soupape	172
1V.2	Modèle à pression constante, expérience n°I : Levée de soupape, pression cy- lindre, pression tubulure $p^{\circ}1 \ge 2$ et pression réconveir en fonction du temps	176
IV 3	Modèle à quantité de mouvement expérience n°1 : Levée de soupape pression	170
11.0	cylindre, pression tubulure n°1 à 3 et pression réservoir en fonction du temps.	177
IV.4	Modèle à volume intermédiaire, expérience n°1 : Levée de soupape, pression	
	cylindre, pression tubul ure n°1 à 3 et pression réservoir en fonction du temps .	178
IV.5	Modèle à pression constante, expérience n°5 : Levée de soupape, pression cy-	
	lindre, pression tubul ure n°1 à 3 et pression réservoir en fonction du temp s $% (x,y)=0$ .	179
IV.6	Modèle à quantité de mouvement, expérience n°5 : Levée de soupape, pression	100
$\mathbf{W}$ 7	cylindre, pression tubulure n°1 à 3 et pression reservoir en fonction du temps . Modèle à volume intermédiaire, expérience $n^{\circ}5$ : Levée de soupene, pression	180
1 V . /	would be a volume intermediate, experience if $5$ . Levee de soupape, pression cylindre pression tubulure n°1 à 3 et pression réservoir en fonction du temps	181
IV.8	Modèle à pression constante et à quantité de mouvement, expérience n°6 :	101
	Levée de soupape, pression cylindre, pression tubulure n°1 à 3 et pression	
	réservoir en fonction du temps	182
IV.9	Modèle à volume intermédiaire, expérience n°6 : Le vée de soupape, pression	
	cylindre, pression tubul ure n°1 à 3 et pression réservoir en fonction du temps .	183
IV.10	Modèle à pression constante et à quantité de mouvement, expérience n°7 :	
	Levee de soupape, pression cylindre, pression tubulure n°1 a 3 et pression	19/
IV 11	Modèle à volume intermédiaire expérience $n^{\circ}7$ · Levée de soupape pression	104
1,.11	cylindre, pression tubulure n°1 à 3 et pression réservoir en fonction du temps.	185
IV.12	l'Indicateurs de précision	186
V 1	Schéma de principe de la chaîne d'air de la cellule d'essai	193
V.2	Pompe pneumatique : diagramme p-V mesuré et simulé	197
V.3	Pompe pneumatique : Pression mesurée et simulée dans le port de charge en	
	fonction de l'angle vilebrequin	197

V.4	Pompe pneumatique : Pression mesurée et simulée dans le port d'admission
	et d'échappement en fonction de l'angle vilebre quin
V.5	Pompe pneumatique avec CLS de Benson : diagramme p-V mesuré et simulé . 200
V.6	Pompe pneumatique avec CLS de Benson : Pression mesurée et simulée dans
	le port de charge en fonction de l'angle vilebre quin $\ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ $
V.7	Pompe pneumatique avec CLS de Benson : Pression mesurée et simulée dans
	le port d'admission et d'échappement en fonction de l'angle vilebre quin 200 $$
V.8	Moteur pneumatique mode retard : diagramme p-V mesuré et simulé $\ . \ . \ . \ 202$
V.9	Moteur pneumatique mode retard : Pression mesurée et simulée dans le port
	de charge en fonction de l'angle vilebrequin $\ldots \ldots 202$
V.10	Moteur pneumatique mode retard : Pression mesurée et simulée dans le port
	d'admission et d'échappement en fonction de l'angle vilebre quin $\ . \ . \ . \ . \ . \ 202$
V.11	Moteur pneumatique mode avance : diagramme p-V mesuré et simulé 205
V.12	Moteur pneumatique mode avance : Pression mesurée et simulée dans le port
	de charge en fonction de l'angle vilebrequin $\hfill \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots 205$
V.13	Moteur pneumatique mode avance : Pression mesurée et simulée dans le port
	d'admission et d'échappement en fonction de l'angle vilebre quin $\hdots$ 205
V.14	Suralimentation pneumatique sans combustion : diagramme p-V mesuré et
	simulé
V.15	Suralimentation pneumatique sans combustion : Pression mesurée et simulée
	dans le port de charge en fonction de l'angle vilebre quin $\ \ldots \ \ldots \ \ldots \ 207$
V.16	Suralimentation pneumatique sans combustion : Pression mesurée et simulée
	dans le port d'admission et d'échappement en fonction de l'angle vilebre quin . $207$
VI.1	Exemple d'échange de chaleur instantané obtenu durant un mode suralimen-
	tation pneumatique sans injection de carburant
VI.2	Contexte d'application sur un cylindre moteur du premier principe de la ther-
	modynamique
VI.3	Essais entraînés sans injection de carburant : Travail indiqué et quantité de
	chaleur totale échangée
VI.4	Essais entraînés sans injection de carburant : Valeurs numériques du coefficient
	ajustable et de la NRMSE pour les modèles de Woschni Standard et Modifié. 219
VI.5	Essai entraîné sans injection de carburant n°2 (1500 tr/min, $T_{adm} = 20^{\circ}$ C) :
	Flux de chaleur instantané en fonction de l'angle vilebrequin

VI.6	Comparaison de flux instantanés de chaleur mesurés et simulés en fonction de	
	l'angle vilebrequin (moteur à chambre de combustion cylindrique, $1500 \text{ tr/min}$ )	
	Source : [81]	221
VI.7	Représentation schématique de la fonction sigmoïde utilisée pour l'estimation	
	de la vitesse moyenne des gaz en fonction de l'angle vilebrequin	222
VI.8	Essai entraîné sans injection de carburant n°2 (1500 tr/min, $T_{adm} = 20^{\circ}$ C) :	
	Comparaison des flux de chaleur instantanés en fonction de l'angle vilebrequin	
	pour les modèles de Woschni standard et modifié	223
VI.9	Essais entraînés sans injection de carburant : Prédiction des quantités de cha-	
	leur totales et valeur de la NRMSE pour les deux modèles comparé à la mesure	e.224
VI.10	Essais entraînés sans injection de carburant n°2 (1500 tr/min, $T_{adm} = 20^{\circ}$ C) :	
	Prédiction du flux de chaleur instantané comparé à la mesure	225
VI.11	Essais en mode suralimentation sans injection de carburant : Travail indiqué	
	et transfert de chaleur total $\ldots$	227
VI.12	Essais en mode sur alimentation sans injection de carburant : Coefficient $C\ast C_1^m$	
	et NRMSE	227
VI.13	Essai en mode suralimentation sans injection de carburant n°2 (1000 tr/min,	
	$p_{res}{=}8$ bars, $T_{adm}{=}26.8^\circ$ C) : Flux instantané de chaleur mesuré et calculé $~$ .	228
VI.14	Essais en mode suralimentation sans injection de carburant : Échange de cha-	
	leur total mesuré et prédit.	230
VI.15	Essai en mode sur alimentation sans injection de carburant ${\rm n}^{\circ}10$ : Flux instan-	
	tané de chaleur mesuré et prédit	230
VI.16	Essai de validation final : Flux instantané de chaleur mesuré et prédit	231
VII 1		
V 11. 1	mode pompe pneumatique : Masse d'air transferee au port de charge par cycle	226
VILO	en fonction du regime moteur- Modeles ob et 1D	230
V11.2	mode pompe pneumatique : Travail indique par cycle en fonction du regime motour. Modèles 0D et 1D	236
VII 9	Mode nomne proumetique : Concommention Spécifique de la Dompe en fonction	200
v 11.5	du régime moteur. Modèles 0D et 1D	226
VII A	Made moteur provinciane . Maga d'air transférée au part de charge par sucle	200
v 11.4	an fonction du régime motour. Modèles OD et 1D	<u> </u>
VII F	Mode moteur proumetique. Traveil indicué per cuele en fonction du résidue.	200
v 11.0	mode moteur pneumatique : fravan indique par cycle en fonction du regime moteur. Modèles 0D et 1D	930
		200

VII.6 Mode moteur pneumatique : Efficacité du Moteur Pneumatique en fonction
du régime moteur- Modèles 0D et 1D $\dots \dots 238$
VII.7 Mode moteur pneumatique à 2100 tr/min : Evolution de la pression dans le
port de charge en fonction de l'angle vilebrequin
VII.8 Mode pompe pneumatique - Critère CSP minimal : Travail indiqué obtenu en
fonction du régime moteur $\ldots \ldots 242$
$\rm VII.9~Mode~pompe~pneumatique$ - Critère CSP minimal : Masse d'air transférée au
port de charge par cycle et Consommation Spécifique de la Pompe pneuma-
tique en fonction du régime moteur
VII.10Mode pompe pneumatique - Critère CSP minimal : Angle d'ouverture et de
fermeture de la soupape de charge en fonction du régime moteur
VII.11Mode pompe pneumatique - Critère CSP minimal : Masse d'air transférée au
port d'admission et d'échappement par cycle en fonction du régime moteur. $\ . \ 243$
VII.12 Mode moteur pneumatique - Consigne de travail 70 J/cycle : Travail indiqué
obtenu en fonction du régime moteur
VII.13 Mode moteur pneumatique - Consigne de travail 70 J/cycle : Masse d'air
transférée au port de charge par cycle et Efficacité du Moteur Pneumatique
en fonction du régime moteur
VII.14 Mode moteur pneumatique - Consigne de travail 70 J/cycle : Angle d'ouver ture
et de fermeture de la soupape de charge en fonction du régime moteur 247
VII.15 Mode moteur pneumatique - Consigne de travail 70 J/cycle : Masse d'air
transférée au port d'admission et d'échappement par cycle en fonction du
régime moteur. $\ldots \ldots 247$
VII.16Mode moteur pneumatique - Consigne de travail 140 J/cycle : Travail indiqué
obtenu en fonction du régime moteur
VII.17 Mode moteur pneumatique - Consigne de travail 140 $\rm J/cycle$ : Masse d'air
transférée au port de charge par cycle et Efficacité du Moteur Pneumatique
en fonction du régime moteur
VII.18Mode moteur pneumatique - Consigne de travail 140 J/cycle : Angle d'ouver-
ture et de fermeture de la soupape de charge en fonction du régime moteur. $\therefore 249$
VII.19Mode moteur pneumatique - Consigne de travail 140 J/cycle : Masse d'air
transférée au port d'admission et d'échappement par cycle en fonction du
regime moteur. $\ldots \ldots 249$

VII.20 Mode suralimentation pneumatique - Consigne d'addition d'air de 50 $\%$ :
Masse d'air transférée au port de charge par cycle et Angle de fermeture de la
soupape de charge en fonction du régime moteur
VII.21 Mode suralimentation pneumatique - Consigne d'addition d'air de 50 $\%$ :
Masse d'air transférée au port de charge par cycle et Angle de fermeture de la
soupape de charge en fonction du régime moteur
VII.22 Mode suralimentation pneumatique - Consigne d'addition d'air de 100 $\%$ :
Masse d'air transférée au port de charge par cycle et Angle de fermeture de la
soupape de charge en fonction du régime moteur
VII.23 Mode suralimentation pneumatique - Consigne d'addition d'air de 100 $\%$ :
Masse d'air transférée au port de charge par cycle et Angle de fermeture de la
soupape de charge en fonction du régime moteur
A1.1 Vitesse du son
A1.2 Barré de Saint-Venant
A1.3 Schéma de principe de la résonance quart d'onde
A1.4 Essai entraîné n° 1 (1000 tr/min, $T_{adm}$ = 20°C)
A1.5 Essai entraîné n° 2 (1500 tr/min, $T_{adm} = 20^{\circ}$ C)
A1.6 Essai entraîné n° 3 (2000 tr/min, $T_{adm}$ = 20°C)
A1.7 Essai entraîné n° 4 (2500 tr/min, $T_{adm}$ = 20°C)
A1.8 Essai entraîné n° 5 (1000 tr/min, $T_{adm} = 60^{\circ}$ C)
A1.9 Essai entraîné n° 6 (1500 tr/min, $T_{adm} = 60^{\circ}$ C)
A1.10 Essai entraîné n° 7 (2000 tr/min, $T_{adm} = 60^{\circ}$ C)
A1.11 Essai entraîné n° 8 (2500 tr/min, $T_{adm} = 60^{\circ}$ C)
A1.12 Essai entraîné n° 9 (3000 tr/min, $T_{adm} = 60^{\circ}$ C)
A1.13 Essai entraîné n° 10 (3500 tr/min, $T_{adm} = 60^{\circ}$ C)
A1.14 Essai suralimenté n°1 (8 bars-chaud) $\ldots \ldots 280$
A1.15 Essai suralimenté n°2 (8 bars-froid)
A1.16 Essai suralimenté n°3 (5 bars-chaud, FC=260 °vil)
A1.17 Essai suralimenté n°4 (5 bars-chaud, FC=267 °vil) $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots 280$
A1.18 Essai suralimenté n°5 (5 bars-chaud, FC=280 °vil) $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots 280$
A1.19 Essai suralimenté n°6 (5 bars-chaud, FC=285 °vil) $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots 280$
A1.20 Essai suralimenté n°7 (5 bars-froid, FC=260 °vil) $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots 281$
A1.21 Essai suralimenté n°8 (5 bars-froid, FC=267 °vil) $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots 281$
A1.22 Essai suralimenté n°9 (5 bars-froid, FC=275 °vil) $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots 281$

A1.23 Essai suralimenté n°10 (5 bars-froid, FC=280 °vil)		•	•		•	•				281
A1.24 Essai suralimenté n°11 (5 bars-froid, FC=286 °vil)										281

# Liste des tableaux

I.1	Consommation et gain optimal atteignable par programmation dynamique.	
	Source : [41]	32
I.2	Résultats de différentes stratégies de gestion de l'énergie sur cycle NEDC.	
	$p_{res-initiale} = 10$ bars. Source : [41]	32
II.1	Conditions d'essais de levée de soupape - N=1 000 tr/min - $\gamma_{max}=3000\frac{m}{s^2}.$	52
II.2	Angles optimums d'ouverture et fermeture des soupapes en mode pompe pneu-	
	matique	56
II.3	Résultats obtenus en mode pompe pneumatique	56
II.4	Angles optimums d'ouverture et fermeture des soupapes en mode moteur pneu-	
	matique	59
II.5	Résultats obtenus en mode moteur pneumatique	60
III.1	Valeurs des entrées pour le test de convergence de l'algorithme de Benson-	
	Unités SI	156
III.2	État des mailles adjacentes à la CLS à volume intermédiaire pour test de	
	convergence	164
III.3	Sections utilisées pour test de convergence avec la CLS à volume intermédiaire	164
IV.1	Références du matériel utilisé	173
IV.2	Dimensions spécifiques	173
IV.3	Paramètres Expérimentaux	174
IV.4	Paramètres généraux de simulation	174

IV.5	Indicateurs de précision
V.1	Paramètres de simulation utilisés
V.2	Conditions opératoires des essais sélectionnés
V.3	Pompe pneumatique : Grandeurs globales mesurées et simulées
V.4	Moteur pneumatique mode retard : Grandeurs globales mesurées et simulées . 203
V.5	Moteur pneumatique mode avance : Grandeurs globales mesurées et simulées . 206
V.6	Suralimentation pneumatique : Grandeurs globales mesurées et simulées 208
VI.1	Essais entraînés sans injection de carburant : Conditions opératoires 216
VI.2	Conditions opératoires pour les essais en mode suralimentation pneumatique
	sans injection de carburant
VII.1	Moteur pneumatique : Régime moteur d'accord et de désaccord
A1.1	Régime moteur d'accord et de désaccord : application numérique d'exemple . 273
A1.2	Essai en mode entraîné sans injection de carburant : Résultats numériques
	pour le modèle standard de Woschni $\ \ldots \ 275$
A1.3	Essai en mode entraîné sans injection de carburant : Résultats numériques
	pour le modèle modifié de Woschni $\hdots$
A1.4	Essai en mode entraîné sans injection de carburant :NRMSE et échange de
	chaleur total mesuré et prédit
A1.5	Essai en mode suralimenté sans injection de carburant : Résultats numériques
	pour le modèle modifié de Woschni $\hdots$
A1.6	Essai en mode suralimenté sans injection de carburant : NRMSE et échange
	de chaleur total mesuré et prédit $\hdots$

## Nomenclature

## Notations

Toutes les unités sont exprimées dans le Système International (S.I).

a	vitesse du son
$c_d$	coefficient de décharge
$c_p$	chaleur spécifique à pression constante
$c_v$	chaleur spécifique à volume constant
e	énergie interne spécifique
f	coefficient de friction pariétale
h	enthalpie spécifique
m	masse
р	pression
q	échange de chaleur par unité de masse
r	constante des gaz parfaits
$r_p$	rapport de pression au $col = \frac{p_u}{p_d}$
$r_{iv}$	rapport de volume intermédiaire
$r_{pv}$	rapport de pression à la condition limite de soupape de Benson $=\frac{p_c}{p_i^n}$
S	entropie spécifique
t	temps
u	vélocité de l'écoulement flow dans la direction x
х	distance (length)
w	vitesse moyenne des gaz

#### Introduction générale

- A vitesse du son adimensionnée  $a/a_{ref}$
- D Diamètre hydraulique
- F Section ou aire
- K coefficient de relaxation numérique
- N vitesse de rotation du moteur en tr/min
- Q quantité de chaleur
- T température
- U vélocité adimensionnée de l'écoulement  $u/a_{ref}$
- U vecteur des variables indépendantes
- V vecteur des variables primitives
- W vecteur des variables variables
- W travail mécanique
- $\lambda$  variable (ou invariant) de Riemann
- $\rho$  masse volumique
- $\phi$  rapport d'ouverture à la condition limite de soupape,  $\phi = \frac{F_t}{F_t}$
- $\varepsilon$  précision de convergence désirée sur la pression
- $\epsilon$  précision de convergence désirée sur le 'niveau' d'entropie adimensionné de Benson

#### Indices

- 0 total ou statique
- i *indice spatial*
- c valeur corrigée
- n valeur naturelle
- in onde incidente
- out onde réfléchie
- ext *état extérieur*
- ref *état de référence*
- t col
- w parois
- g gaz
- A niveau d'entropie' adimensionné
- u amont au col (upstream)
- d aval au col (downstream)

### Exposants

n *indice temporel* 

### Acronymes

EMP efficacité moteur pneumatique EPRC erreur de pression relative cylindre EPRT erreur de pression relative dans la tubulure ETRT erreur de timing relative dans la tubulure CIR Courant, Isaacson et Rees CLS condition limite de soupape COP coefficient de performance CSP consommation spécifique de la pompe pneumatique MHP moteur hybride pneumatique MACI moteur à combustion interne MASP masse d'air additionnelle par suralimentation pneumatique NRMSE racine carrée de l'erreur quadratique moyenne normalisée PD programmation dynamique RMP rendement moteur pneumatique TVD variation totale décroissante

Introduction générale

## Introduction générale

La volonté de maîtrise de l'amplitude du réchauffement climatique, associée à la sévèrisation constante des normes anti-pollution et à l'augmentation du prix des carburants d'origine fossile conduit l'industrie automobile à des mutations culturelles et technologiques importantes.

En effet, bien que le rendement global d'un moteur à combustion interne moderne soit élevé à pleine charge, ses conditions d'emploi en situation réelle de roulage limitent son potentiel car d'une part, la charge moteur moyenne (et en conséquence son rendement moyen) est faible et d'autre part, les phases de décélération du véhicule entraînent la dissipation de l'énergie cinétique. Une solution bien connue à ce problème consiste à hybrider le véhicule avec une source d'énergie complémentaire à celle de combustion et qui soit inversable. Le véhicule hybride électrique est aujourd'hui présent sur les routes, mais une alternative, permettant l'exploration de nouvelles voies prometteuses, existe : le concept de moteur hybride thermique-pneumatique (MHP).

Ce concept est apparu en 1999 et très tôt, l'équipe de recherche du laboratoire PRISME de l'Université d'Orléans a apporté, avec d'autres, sa contribution à l'essor de cette technologie : des nouveaux cycles thermodynamiques ont été proposés en 2001, une première étude théorique et expérimentale sur moteur prototype a été réalisée, conduisant à la soutenance d'une thèse en 2005.

Le présent travail s'inscrit donc dans cette continuité. L'objectif premier est de développer la compréhension et la modélisation des phénomènes physiques nécessaires à la maîtrise et à
l'essor de cette technologie. Parmi les problématiques scientifiques restant à traiter, les travaux ont porté premièrement, sur une étude de la sophistication de la distribution et des possibilités cinématiques de l'actuateur de charge sur la performance des cycles réalisés, deuxièmement, sur une étude des transferts gazeux et de la dynamique des gaz dans le circuit pneumatique haute pression et enfin, sur les échanges de chaleur convectifs dans le cylindre moteur, en mode pneumatique et sans combustion. Les études expérimentales ont été menées d'une part, sur un moteur monocylindre hybride pneumatique de recherche spécifiquement conçu pour une application hybride pneumatique et d'autre part, sur un banc d'essais de dynamique de gaz à la soupape.

# Chapitre I

# Le moteur hybride pneumatique, son contexte, et les enjeux de l'étude

# 1 Le réchauffement climatique

## 1.1 Le contexte mondial

Les bouleversements du climat sont au moins en partie liés à un réchauffement global de la planète dans lequel la responsabilité des activités humaines semble engagée. En effet, à ce jour, il n'a pas été trouvé une (ou plusieurs) cause naturelle qui puisse expliquer l'ampleur du réchauffement global observé. Il est donc légitime d'attribuer cette augmentation moyenne de la température du globe à la concentration mesurée en gaz à effet de serre (GES) émis par les activités humaines. L'effet de serre permet d'expliquer la hausse des températures constatée. Le dioxyde de carbone ( $CO_2$ ) est le GES le plus massivement émis par l'homme. La concentration en dioxyde de carbone dans l'atmosphère, mesurée en continu depuis 1959 au volcan Mauna-Loa (Hawaii), affiche une évolution monotone croissante. (Voir Figure I.1)

L'Agence Internationale de l'Énergie (A.I.E) prévoit une augmentation importante des émissions mondiales de GES dans les vingt prochaines années [1]. Deux scénarios sont retenus :

- Le scénario de référence intègre l'ensemble des mesures politiques annoncées à mi-2009, même si ces mesures ne sont pas encore entrées en vigueur. Avec cette hypothèse, et sans nouvelles mesures additionnelles, la concentration globale en GES pourrait alors atteindre 1000 ppm en 2050 contre 383 ppm mesurés en 2007.



**Figure I.1** – Concentration moyenne annuelle en dioxyde de carbone mesurée au volcan Mauna-Loa (Hawaï) - Source : Earth System Research Laboratory



Figure I.2 – Emissions mondiale de GES sous les deux scénarios retenus par l'A.I.E

– Le second scénario appelé **scénario 450**, retient comme hypothèse une stabilisation à terme de la concentration moyenne en  $(CO_2)$  à 450 ppm, ce qui correspondrait à une augmentation de la température globale de 2°C. Ce scénario est réaliste à condition que les émissions totales de GES en 2020 n'aient augmenté que de 6 % par rapport à celles de 2007, pour ensuite diminuer.

## 1.2 La part de l'industrie automobile

Selon l'Organisation Internationale des Constructeurs Automobile (OICA) [51] le transport routier (automobiles, bus et camions) est aujourd'hui responsable de 16 % des émissions mondiales de  $CO_2$ . Voir figure I.3. Le contrôle des émissions en  $CO_2$  est l'un des principaux challenges auquel l'humanité doit faire face au cours du 21ème siècle. L'industrie automobile est bien sûr concernée au premier chef et devra apporter sa contribution à la résolution du problème posé.

D'autre part, la demande et la production mondiale de véhicules automobiles ne cesse de



Figure I.3 – Emissions de GES dues au transport routier- Source : OICA



 $Figure \ I.4 - {\rm Production\ mondiale\ automobile-\ Source: CSM\ Worldwide}$ 

progresser. La Figure I.4 donne les prévisions de production mondiale d'automobiles pour les années futures, d'après des données de l'institut CSM Worldwide [79].

Compte tenu de ce fait, la stabilisation des émissions mondiales en  $CO_2$  issues du transport



Figure I.5 – Emissions de CO2 dues au transport routier en France- Source : ADEME

routier ne pourra être atteinte que si les futures voitures produites affichent une diminution constante du taux de  $CO_2$  émis par kilomètre. Cet effort est bien sûr déjà engagé et se poursui-

vra. La figure I.5 présente la moyenne française d'émission de  $CO_2$  en gramme par kilomètre passée et future afin de tenir les objectifs fixés par l'Union Européenne en ce domaine.(données ADEME).

Il n'existe pas une solution unique qui permette de tenir à elle seule ces objectifs ambitieux. L'industrie automobile doit utiliser l'ensemble des possibilités dont elle dispose. On notera en particulier :

- Maîtrise de la combustion : Les voitures émettent moins de  $CO_2$  car des efforts de recherche importants ont été faits en vue d'améliorer l'efficacité de la combustion classique des carburants fossiles dans un moteur. Par le passé, les rendements de combustion étaient de l'ordre de 80% mais ils atteignent aujourd'hui 98 % sur un moteur Diesel moderne . En conséquence la marge de progression restante est faible.
- Nouveaux carburants : Les carburants issus de la biomasse (bio-diesel, éthanol par exemple) limitent l'impact réel en émission de GES, car leur production capte du  $CO_2$  présent dans l'atmosphère. Un carburant décarboné comme l'Hydrogène permet une libération d'énergie thermique (ou électrique dans une pile à combustible) sans aucune production de GES.
- Downsizing : La réduction des consommations en carburant (et donc des émissions en GES) est obtenue par la diminution de la cylindrée du moteur, tout en conservant le même niveau de performance en terme de couple et puissance que le moteur initial de taille supérieure, par le biais d'une forte suralimentation. Les pertes par frottement sont alors diminuées et le moteur opère en moyenne alors à plus forte charge (PME), ce qui augmente son rendement. Par exemple, un petit moteur de 0.8 litre de cylindrée en remplacement d'un moteur à essence de 1.6 litre amène des gains de consommation de 18% [45].
- Hybridation : Le principe général de fonctionnement consiste à combiner un moteur thermique (non inversable) à un second moteur (inversable en générateur) qui utilise une source d'énergie électrique, pneumatique ou hydraulique. Les avantages offerts sont multiples. Premièrement, lorsque le véhicule est immobile, les deux moteurs sont à l'arrêt, il y a donc suppression de la phase de 'ralenti' du moteur thermique. Deuxièmement, en cas de forte accélération, les deux moteurs peuvent fonctionner conjointement. Cette possibilité autorise donc une diminution de la puissance maximale du moteur thermique, ce qui produit un effet similaire à celui du Downsizing. Enfin, lors d'une phase de décélération/freinage, une part de l'énergie cinétique est récupérée par le moteur/générateur qui recharge ainsi son "réservoir" d'énergie inversable. Cette énergie 'gratuite' est alors

réutilisable dans les phases motrices ce qui limite les émissions de  $CO_2$ .

- Rupture technologique : Abandon du moteur à combustion interne afin d'utiliser des moteurs électriques. A l'heure actuelle cette solution n'est viable qu'avec l'emploi de batteries. Leur faible autonomie (250 km au maximum) limite le domaine d'application principalement au transport urbain.

Comme nous le verrons, le concept de moteur hybride thermique pneumatique permet d'une part un gain de consommation de par l'hybridation des énergies thermique et pneumatique, et d'autre part, autorise un downsizing important. Cette diminution de la taille du moteur génère alors une seconde réduction des consommations. On notera également que ce type de machine est tout à fait compatible avec l'emploi de bio-carburants. L'addition de ces différents avantages fait que le moteur hybride thermique pneumatique est assurément une des solutions pertinentes au problème de la réduction et de la maîtrise des émissions de GES.

# 2 Le moteur hybride thermique pneumatique

## 2.1 Le concept



Figure I.6 – Représentation schématique d'un moteur hybride pneumatique

Le concept de Moteur Hybride Pneumatique (M.H.P) est un concept relativement nouveau proposé en 1999 par SCHECHTER [59]. Par la suite, différents groupes de recherche (Voir section 3) se sont intéressés à ce concept. Un M.H.P est composé à la base d'un moteur à combustion interne (M.A.C.I) conventionnel (Allumage Commandé ou Allumage par Compression) auquel on ajoute une soupape additionnelle, appelée soupape de charge. Voir figure I.6. Cette

soupape de charge est implantée dans la culasse où il existe donc un nouveau conduit que l'on appellera le conduit de charge. Une tubulure de charge assure une connexion étanche entre le conduit de charge et le réservoir d'air comprimé.

La soupape de charge doit impérativement être mue par un actuateur entièrement variable. On entend par cela que la levée ainsi que les phasages d'ouverture et de fermeture de la soupape de charge doivent être variables et maîtrisés (Voir Chapitre 2).

Les soupapes d'admission et d'échappement peuvent être mues soit par des actuateurs variables, soit par des arbres à cames conventionnels. La première configuration autorise des cycles pneumatiques à deux temps ou à quatre temps. Dans la seconde configuration, les cycles pneumatiques sont obligatoirement des cycles à quatre temps. Les cycles à deux-temps sont bien sûr plus intéressants que les cycles à quatre-temps dans le sens où ils doublent le nombre de cycles réalisés dans un temps donné et donc doublent les masses et énergies transférées. Par contre, ils nécessitent l'emploi d'au moins trois actuateurs variables ou désactivables par cylindre, ce qui augmente d'une façon importante les coûts d'industrialisation du moteur. Les cycles à quatre-temps présentent donc l'avantage de la faisabilité à moindre coût.

De nombreux nouveaux modes opératoires pneumatiques sont alors possibles. A ce stade, nous allons nous concentrer uniquement aux nouveaux modes principaux afin d'expliciter le principe de fonctionnement de la machine et de mettre en lumière les avantages clés du concept. Nous allons présenter les cycles thermodynamiques théoriques idéalisés des modes **pompe pneumatique**, **moteur pneumatique** et **suralimentation pneumatique**. Pour les raisons citées précédemment, nous présenterons dans cette section des cycles à quatre-temps.

## 2.2 Le mode pompe pneumatique

Le cycle commence au point n°1 par une admission conventionnelle en air pur. Au point n°2 la soupape d'admission se ferme et commence la compression isentropique des gaz. Au point n°3, on ouvre alors la soupape de charge car la pression des gaz dans le cylindre atteint le niveau de celle du réservoir. La soupape est maintenue ouverte pendant le reste de la course de compression, jusqu'au point 4. C'est durant la période 3-4 qu'a lieu un transfert de masse d'air et d'enthalpie du moteur vers le réservoir pneumatique. Au point 4 la soupape de charge se ferme et commence une détente conventionnelle sur une course entière jusqu'au point 5. A cause de la masse transférée durant la charge pneumatique, la pression atteinte au point 5 est



Figure I.7 – Cycle théorique pompe pneumatique-4 temps.



**Figure I.8** – Cycle théorique moteur pneumatique-4 temps avec arbre à came admission embrayé. (a) Mode avance (b) Mode Retard

donc inférieure à la pression initiale. La soupape d'échappement s'ouvre au point 5, la pression cylindre rejoint instantanément la pression d'échappement au point 6. On notera que pendant l'évolution 5-6 des gaz présents dans la tubulure d'échappement sont ré-aspirés dans le cylindre. Le cycle se termine alors pour une course d'échappement conventionnelle jusqu'au point 7.

#### 2.3 Le mode moteur pneumatique

Deux cycles très proches sont possibles. Le premier sera appelé mode avance (Voir figure I.8(a)) et le second, mode retard (Voir figure I.8(b)).

**Mode avance :** Le cycle commence au point n°1 par une admission conventionnelle en air pur. Au point n°2, la soupape d'admission se ferme et commence la compression isentropique des gaz. Au point n°3, on ouvre alors la soupape de charge car la pression des gaz dans le

cylindre atteint le niveau de celle du réservoir. Pendant le reste de la course de compression (jusqu'au point 4) on refoule de l'air dans le réservoir. Au point 4, on maintient la soupape de charge ouverte alors que commence la détente. On note donc une inversion du sens de l'écoulement gazeux à la soupape de charge. La pression est maintenue constante par l'air pénétrant cette fois du réservoir vers le cylindre. Au point 5 on ferme la soupape de charge. Le point 5 peut être placé à loisir, contrôlant ainsi la masse d'air et donc l'enthalpie transférée du réservoir vers le moteur. Le reste de la course jusqu'au point 6 est alors une détente isentropique conventionnelle. A cause de la masse d'air additionnelle présente dans le cylindre, la pression en 6 est donc supérieure à la pression initiale. La soupape d'échappement s'ouvre et la pression cylindre chute instantanément pour rejoindre la pression d'échappement au point 7. Le cycle se termine alors pour une course d'échappement conventionnelle jusqu'au point 8.

**Mode retard :** Ce cycle est très similaire au précédent. La différence réside dans le moment d'ouverture de la soupape de charge, qui est est choisi dans la course de détente (point 4) et non dans celle de compression. Ce cycle présente l'avantage d'éviter une inversion du sens de l'écoulement à la soupape de charge, mais en contrepartie limite la durée effective d'ouverture de la soupape de charge.

## 2.4 Le mode suralimentation pneumatique



 $Figure \ I.9-{\rm Cycle} \ {\rm th\acute{e}orique} \ {\rm mode} \ {\rm suralimentation} \ {\rm pneumatique}$ 

Le cycle est proche d'un cycle quatre temps conventionnel. Le cycle commence par une admission 1-2. Au point 2 la soupape d'admission se ferme et la compression commence. Peu après la fermeture de la soupape d'admission, la soupape de charge s'ouvre au point 3. La pression cylindre est alors nettement inférieure à la pression réservoir, et l'air pénètre dans le cylindre. Quand la masse d'air additionnelle désirée est atteinte la soupape de charge se ferme au point 4. Le compression se poursuit, le reste du cycle demeure un cycle 4 temps conventionnel.

### 2.5 Discussion

L'un des principaux inconvénient d'un M.A.C.I réside dans le fait qu'il ne soit pas inversable. On ne peut pas produire de carburant en échange d'un travail mécanique. Ce désavantage interdit donc toute récupération directe de l'énergie cinétique du véhicule au freinage qui doit donc être dissipée en chaleur dans le système de freinage. La récupération de l'énergie cinétique nécessite donc une hybridation du M.A.C.I avec un autre processus inversable. Le mode pompe pneumatique permet cette transformation d'énergie mécanique vers une énergie pneumatique réutilisable. C'est donc l'un des modes clé du concept. Ce mode peut être actif dans deux configurations différentes. La première situation est bien sûr un freinage du véhicule. L'ensemble des cylindres du moteur basculent alors en mode pompe. Le couple effectif de freinage est contrôlé par les phasages d'ouverture et de fermeture de la soupape de charge qui sont ajustés afin de respecter la consigne de couple de freinage désirée par le conducteur (action sur la pédale de frein). La deuxième configuration consiste à basculer un (ou plusieurs) cylindre en mode pompe pneumatique alors que les autres cylindres restent en mode combustion conventionnel. Une partie de l'énergie mécanique produite par les cylindres demeurant moteurs est utilisée pour recharger le réservoir pneumatique. Ces deux façons de produire une énergie réutilisable sont tout à fait comparable dans le principe à ce qui est fait sur un Véhicule Hybride Électrique (V.H.E) Parallèle comme la Toyota Prius (mode freinage régénératif et mode rechargement de batterie).

Le mode moteur pneumatique permet de réutiliser l'énergie pneumatique stockée dans le réservoir pour la transformer en énergie mécanique. Le premier intérêt de ce mode réside dans sa possibilité à se substituer au mode combustion conventionnel quand le rendement et la consommation spécifique effective de ce dernier sont mauvais. Cette situation est typiquement rencontrée à charge partielle, comme illustrée sur la figure I.10. D'autre part, le mode moteur pneumatique permet la production d'un couple moteur à partir d'une vitesse de rotation nulle du moteur. Chose qui est impossible pour un M.A.C.I. En conséquence, le deuxième intérêt de ce mode moteur pneumatique est de pouvoir supprimer les phases de ralenti qui existent sur un M.A.C.I, permettant ce qu'on appelle le 'Start and Stop'. En cas d'arrêt du véhicule (trajet urbain) le mode combustion est arrêté. Le redémarrage du moteur et/ou du véhicule se fait alors avec usage du mode moteur pneumatique (avec ou sans entraînement des roues).



**Figure I.10** – Exemple de cartographie de Consommation Spécifique Effective moteur en mode conventionnel.



Figure I.11 – Le phénomène de turbo-lag

L'intérêt fondamental du mode suralimentation pneumatique réside dans le fait d'autoriser un 'downsizing' important. En effet, comme illustré sur la figure I.10, l'un des inconvénients majeurs du moteur à combustion est que son rendement maximal est obtenu à pleine charge. Or, la demande des utilisateurs à un couple moteur maximal important conduirait logiquement à augmenter la cylindrée du moteur et donc à réduire son rendement à charge partielle, qui est la situation d'utilisation majoritairement rencontrée dans la vie courante. La solution à ce problème est apportée par le 'downsizing'. Ce concept consiste à réduire la cylindrée du moteur, tout en conservant un couple et une puissance maximale importants grâce à l'emploi d'un fort turbocompresseur. Le nouveau problème qui se pose alors, et celui du temps de réponse du turbocompresseur (turbo-lag) lors des phases transitoires d'accélération. L'inertie de rotation du compresseur limite son accélération angulaire et donc limite sa possibilité de suralimentation. Le mode suralimentation pneumatique va donc compenser temporairement le 'turbo-lag' lors des phases d'accélération, en apportant la quantité d'air complémentaire nécessaire à la production du couple moteur désiré. La figure I.11 illustre le temps de réponse de trois types de moteurs différents à un échelon de demande de couple [75]. Le moteur N°2 est un moteur conventionnel atmosphérique de 2 litres de cylindrée. Le moteur N°3 est 'downsizé' à 1.2 litre et équipé d'un turbocompresseur permettant la production du même couple maximal que le moteur N°2. Le moteur N°1 est identique au N°3, mais équipé d'une soupape de charge pneumatique autorisant le mode suralimentation pneumatique. Il apparaît clairement que le temps de réponse du moteur hybride est quasi-instantané annulant tout effet 'turbo-lag'.

**Comparaison avec un véhicule hybride électrique** Dans le concept de M.H.P, c'est le moteur qui est hybridé et non pas la voiture. En conséquence, les modifications à apporter sont alors légères au regard de la technologie actuelle : au minimum ajout d'un réservoir pneumatique et d'une soupape de charge par cylindre. Concrètement, cela veut dire comparativement à un V.H.E, on économise le coût d'un moteur électrique additionnel, d'une transmission mécanique complexe, et surtout des batteries. D'autre part, l'ensemble des modes de fonctionnement qui sont possibles sur V.H.E le sont également pour le M.H.P : freinage régénératif, propulsion sans usage de combustion à faible charge, 'start and stop', et mode rechargement. Par contre, on note que le mode suralimentation pneumatique offre la possibilité d'un fort downsizing. Cet avantage décisif existe seulement pour le M.H.P.

# 3 Etude bibliographique des avancées du concept M.H.P

Dans cette partie, on propose une étude bibliographique chronologique des avancées issues des travaux de différents groupes de recherche. Ces études ont porté sur trois domaines :

- Les cycles thermodynamiques et leur modélisation.
- Le chiffrage du gain de consommation et la stratégie de gestion de l'énergie, sur simulation de cycle routier.
- Les études expérimentales sur moteur prototype, menées au banc d'essai.

### 3.1 Naissance du concept

En 1999, M.Schechter [59] publie le premier papier sur le concept de M.H.P. Il propose principalement un cycle pompe pneumatique et moteur pneumatique à deux temps, ainsi qu'un mode quatre temps appelé mode conventionnel assisté en air. Voir figure I.12. L'ensemble des cycles proposés nécessitent l'emploi d'actuateurs de soupapes variables pour chaque type de





Figure I.12 – Cycles théoriques proposés par Schechter

(b) Cycle Moteur pneumatique 2 temps

(c) Mode conventionel assisté en air

soupape (admission, échappement et de charge).

Le cycle **pompe pneumatique 2-temps** (Figure I.12(a)) commence au point 1 par l'ouverture de la soupape d'admission. Elle se ferme en 2 où commence la compression. Au point 3 la pression cylindre égale celle du réservoir pneumatique, et l'on ouvre la soupape de charge. La soupape de charge se ferme en 4 (PMH). Une détente des gaz est réalisée jusqu'au retour à la pression d'admission (Point 1). On note que durant tout le cycle la soupape d'échappement est restée fermée.

Le cycle moteur pneumatique 2-temps (Figure I.12(b)) commence au point 1 (PMH) par l'ouverture de la soupape de charge. La pression cylindre monte instantanément à la pression réservoir (point 2). Cette pression est maintenue constante jusqu'au point 3 où la soupape de charge se ferme. Une détente des gaz a lieu jusqu'au PMB (point 4) où s'ouvre la soupape d'échappement. Un échappement classique est alors réalisé jusqu'au point 1. On note que durant tout le cycle la soupape d'admission est restée fermée.

Le cycle conventionnel assisté en air (Figure I.12(c)) commence au point 1 (PMH) par l'ouverture de la soupape de charge. Elle se ferme en 2 quand la quantité d'air désirée s'est écoulée du réservoir vers le cylindre. Une détente jusqu'au point 3 suivie d'une re-compression jusqu'au point 4 sont réalisées. Une combustion supposée instantanée à lieu au point 5. Une détente se produit jusqu'au point 6, la soupape d'échappement s'ouvre, suivie d'une phase d'échappement classique jusqu'au point 1. On note que ce cycle est proche du mode suralimentation pneumatique proposé précédemment, mais que durant tout le cycle la soupape d'admis-

<sup>(</sup>a) Cycle pompe pneumatique 2 temps

sion est restée fermée. Ce cycle nécessite donc l'emploi d'un actuateur au minimum débrayable (ou entièrement variable) à l'admission.

M. Schechter évalue le gain de consommation à 49.3%. Le modèle permettant cette annonce n'est absolument pas détaillé. Il propose d'autre part un rapide dimensionnement du réservoir pneumatique à 36.2 litres afin d'obtenir une hausse de pression de ce dernier de 4 à 8 bars lors d'un freinage sur cycle routier '*Federal Test Procedure*' (FTP). Il n'y a pas d'étude expérimentale.

# 3.2 Enrichissement du concept et première modélisation des cycles thermodynamiques

En 2001, P.HIGELIN et A.CHARLET [36] publient un travail portant sur deux aspects. Premièrement, on y trouve la proposition du cycle quatre temps suralimenté (Voir figureI.9). Deuxièmement, un modèle de cycle réel zéro-dimensionnel (0D) est développé, incluant la prise en compte de la restriction de l'écoulement aux soupapes, des échanges de chaleur convectifs aux parois, et des frottements mécanique. Des résultats de simulations, pour différents phasages d'ouverture et de fermeture de la soupape de charge sont présentés, et ceci pour les cycles moteur pneumatique deux temps, pompe pneumatique deux temps et mode suralimenté. Il n'y pas de validation expérimentale.

Ce travail met en lumière l'importance d'un ajustement précis des timings de la soupape de charge sur les performances de la machine et conforte la viabilité du concept M.H.P par des résultats de modélisation 0-D prometteurs. Toutefois, la limite de l'étude réside dans le fait que le modèle n'inclut pas d'actuateur soupape. Le modèle présenté dans cette publication servira de base à la construction du futur modèle de mono-cylindre présenté dans le Chapitre 2.

# 3.3 Nouveau cycle thermodynamique et première simulation d'un cycle routier

En 2002, une nouvelle publication de l'université d'Orléans vient compléter la précédente [35]. Le premier apport de ce travail est de proposer un nouveau cycle 4-temps : le cycle conventionnel sous alimenté. Voir figure I.13. Le cycle 1 à 9 représente un cycle 4-temps conventionnel à charge partielle, donc avec présence d'une boucle de pompage 1-2 et 3-9. Le



 $Figure \ I.13 - {\rm Cycle \ th\acute{e}orique \ sous-alimentation \ pneumatique}$ 

cycle sous alimenté (représenté n pointillés) consiste à prélever une partie des gaz présents dans le cylindre lors de la compression afin de charger le réservoir pneumatique. Le cycle commence par une admission à pleine ouverture du papillon(9-3), suivi d'une compression (2-11). Au point 11, la soupape de charge s'ouvre et permet à l'air présent dans le cylindre de s'écouler vers le réservoir haute pression jusqu'au point 12 où la masse désirée a été prélevée. Le reste du cycle demeure un cycle 4 temps conventionnel. L'intérêt de ce cycle réside dans le fait de pouvoir opérer à pleine ouverture du papillon à charge partielle, donc à limiter les pertes par pompage dans la boucle basse du diagramme p-V et donc finalement à augmenter le rendement du cycle.

Le second et principal apport de cette publication est de présenter pour la première fois une simulation de cycle routier 'New European Driving Cycle' (N.E.D.C) en chiffrant le gain de consommation. Pour ce faire les auteurs développent une modélisation des cycles thermodynamiques théoriques, c'est à dire sans prise en compte de la restriction de l'écoulement aux soupapes, supposant les ouvertures et fermetures instantanées des soupapes, et n'incluant pas de modèle de frottement mécanique, etc. Ce type de modèle permet alors une détermination analytique du travail mécanique, de la masse d'air et de l'enthalpie échangée au réservoir. Un modèle axial de dynamique du véhicule est présenté ainsi qu'un modèle du réservoir. Les cycles pompe et moteur pneumatique modélisés sont de type 2-temps. La stratégie de gestion de l'énergie (choix des sources d'énergie et loi de changement de rapport de boite de vitesse) est du type causal (ou heuristique) [39], c'est à dire reposant sur des règles de décision simples. Le moteur simulé est de type allumage commandé, 2000  $cm^3$  de cylindrée atmosphérique. En conséquence, l'emploi du mode suralimentation pneumatique n'est pas possible. Le véhicule présente une masse de 800 Kg, et le réservoir pneumatique un volume de 50 litres. Le cycle simulé est le cycle NEDC. Par la seule prise en compte du freinage régénératif (hybridation) et de la suppression des phases de ralenti ('start and stop') un gain de consommation prometteur de 15% est annoncé .

# 3.4 Simulation d'un cycle routier basée sur un modèle 1D de moteur multi-cylindre

En 2003 un travail collaboratif entre Ford Motor Company et l'Université de Californie est publié[63]. Ce travail chiffre des gains de consommation, sur cycle routier pour un véhicule de 1531 Kg équipé d'un moteur V6 allumage commandé atmosphérique,cylindrée 2500  $cm^3$ , équipé d'actuateurs entièrement variable à l'admission et l'échappement. La culasse hémisphérique comporte 4 soupapes par cylindre : deux soupapes d'échappement, une soupape d'admission fixe et une soupape d'admission adaptable. En effet l'un des deux ports d'admission de la culasse est commutable, et permet soit un aiguillage vers le réservoir haute pression pneumatique, soit un aiguillage vers la ligne d'admission en air classique.

Les actuateurs de soupapes sont de type électro-hydraulique (Voir chapitre 2). La modélisation



**Figure I.14** – Modèle à vitesse constante des actuateurs de soupape retenu par l'université de Californie. Source : [63]

de l'actuateur soupape se résume à une loi à vitesse constante, comme illustré sur la figure I.14.

Les cycles thermodynamiques considérés sont ceux proposés par M.Schechter [59] : cycle moteur et pompe pneumatique 2-temps, et cycle 4-temps à assistance en air (Figure I.12). Le modèle moteur est un modèle 1D et construit sous le logiciel GT-POWER. Le modèle numérique est validé en comparaison à des relevés au banc d'essai, et ceci uniquement pour le mode conventionnel à combustion. Il n'est pas précisé si les résultats expérimentaux utilisés pour cette validation ont été produits sur un moteur prototype équipé d'actuateurs variables, ou, sur

un moteur équipé d'arbres à cames conventionnels. De plus, il n'y a pas d'étude expérimentale de l'écoulement à la soupape de charge : le modèle soupape (admission ou échappement) est extrapolé à la soupape de charge sans validation.

Les phasages d'ouverture et fermeture de l'ensemble des soupapes sont alors optimisés et les résultats du modèle sont utilisés pour bâtir des cartographies 2D, pour différentes vitesses de rotation (0-3000 tr/min) et pression réservoir (6 à 24 bars). Ce dernier est supposé maintenu, grâce à un système de réchauffage, à une température isentropique définie depuis un état de référence  $T_{ref}$  et  $p_{ref}$ :

$$T = T_{ref} \left(\frac{p}{p_{ref}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \tag{I.1}$$

Des simulations sur cycle routier F.T.P urbain et autoroutier, avec une stratégie de gestion de l'énergie causale, sont présentées. Les gains de consommation annoncés sont de respectivement 64% et 12 %.

## 3.5 Concept de moteur hybride à deux réservoirs

En 2004, une publication de synthèse<sup>[3]</sup> des travaux réalisés par M.Andersson dans le cadre de sa thèse<sup>[2]</sup> est publiée.



Figure I.15 – M.H.P à deux réservoirs. Source :[3]

(a) Comparaison d'un système à un ou deux réservoirs

(b) Cycle pompe 2-temps avec un réservoir (continu) et deux réservoirs (pointillé)

Il s'agit d'une modification du concept M.H.P, qui autorise une capacité accrue d'absorption et de restitution de l'énergie, en vue d'une application à des autocars sur trajet urbain. L'idée consiste à utiliser deux réservoirs pneumatique : un premier dit à haute pression (75 bars-140 litres), et un second dit à basse pression (5 bars-600 litres) en lieu et place de l'atmosphère. Voir figure I.15 (a). Cette modification permet alors d'accroître de façon importante la Pression Moyenne Indiquée (P.M.I) des cycles pneumatiques comme illustré sur la figure I.15 (b). L'idée d'utiliser deux réservoirs pour accroître les capacités de stockage et restitution d'énergie, est assez similaire à ce qui est fait dans le cas d'un véhicule hybride hydraulique [28].

Chaque soupape est mue par un actuateur électro-pneumatique entièrement variable modélisé par une loi à vitesse constante  $(5 \ m/s)$  similaire à la figure I.14. Chaque réservoir doit être équipée d'une vanne d'isolement. L'étanchéité de la soupape de charge et son maintien en position fermée est un problème critique compte tenu des rapports de pression extrêmes qui sont rencontrés entre le port de charge et le cylindre (jusqu'à 75). Le modèle moteur est issu d'une homothétie de 50% des dimensions d'un moteur de camion Scania et réalisé sous GT-POWER. Il n'y a pas de validation expérimentale. On note, là encore, le problème de l'extrapolation d'une condition limite de soupape GT-POWER à des pressions extrêmes en vue de modéliser une soupape de charge.

Une étude d'optimisation des phasages d'ouverture et de fermeture des soupapes est réalisée. Les cycles pneumatiques sont des cycles 2-temps. Afin d'estimer la réduction de consommation du concept présenté, une simulation d'un cycle routier urbain adapté au bus (cycle de Braunschweig) est réalisé. La gestion de l'énergie est faite par une stratégie causale. La réduction de consommation annoncée est alors de 23%.

### 3.6 Premiers résultats expérimentaux sur moteur monocylindre

En décembre 2005, I.Vasile présente ses travaux de thèse préparée au sein de l'université d'Orléans [74]. Dans ce mémoire de thèse on note, entre autre, les premiers résultats expérimentaux connus d'un M.H.P au banc d'essai moteur. Ils sont produits sur un monocylindre Renault J4S (allumage commandé atmosphérique - cylindrée 500 cm3). La culasse du moteur est équipée de 4 soupapes et n'a pas été spécifiquement conçue pour une application M.H.P : existent seulement un port d'admission et un port d'échappement. Une soupape électromagnétique se substitue à l'une des quatre soupapes commandée par came. En conséquence, le moteur doit être modifié pour chaque mode de fonctionnement.

Les cycles pneumatiques 2-temps moteur et pompe sont étudiés, ainsi que les cycles 4-temps suralimenté et sous-alimenté. Les relevés de cycles sont comparées avec succès aux résultats de simulation produits par le modèle 0D réel (présenté en section 3.2). Voir Figure I.16.

Chapitre I. Le moteur hybride pneumatique, son contexte, et les enjeux de l'étude



**Figure I.16** – Diagramme pression-volume mesurés et simulés par I.VASILE. Source :[74] (a) Moteur pneumatique 2-temps (b) Pompe pneumatique 2-temps

Ce travail propose également une étude de l'impact du volume du réservoir pneumatique sur la réduction de consommation. Cette étude se base sur des simulations de cycles routiers NEDC, avec des cycles pneumatiques théoriques idéalisés à deux temps. La gestion de l'énergie est de type causal. Cette étude montre qu'un réservoir de 50 litres répond convenablement au besoin, assurant une économie globale en carburant de 12% par prise en compte des seuls effets Hybridation et 'Start-and-Stop'.

### 3.7 Compensation du turbo-lag par la suralimentation pneumatique

En 2006, un travail traitant de l'intérêt du cycle suralimentation pneumatique à la réduction du phénomène de 'turbo-lag' est présenté [75]. Une modélisation 0D est proposée incluant le turbocompresseur, le papillon des gaz, le réservoir pneumatique et le cylindre moteur. La modélisation du cycle moteur est faite sur la base du cycle théorique idéalisé qui est schématisé par la figure I.9. Les résultats de cette étude ont été précédemment exposés dans la section 2.5. La figure I.11 synthétise les résultats.

### 3.8 Mesure expérimentale d'un rendement régénératif

En 2007, une étude expérimentale sur banc d'essai moteur, d'un monocylindre issu d'une modification d'un moteur de camion Scania D12 est publiée [73]. La culasse du moteur est équipé de trois actuateurs pneumatiques entièrement variables, produits par Cargine Engineering [69]. La culasse du moteur n'a pas été conçue spécifiquement pour une application M.H.P : l'une des soupes d'admission est convertie en soupape de charge. Les cycles étudiés sont moteur et pompe pneumatique à 2-temps exclusivement. Les effets des phasages d'ouverture et de fermeture des soupapes, de la pression réservoir, et de la vitesse de rotation sont investigués en détails.

C'est dans ce travail qu'apparaît pour la première fois une mesure de rendement régénératif. Ce rendement est défini par S.Trajkovic, comme le rapport entre l'énergie mécanique produite en mode moteur pneumatique et celle consommée en mode pompe pneumatique.

$$\rho_{regen} = \frac{W_i^+}{W_i^-} = \frac{PMI^+}{PMI^-}$$
(I.2)

Des rendements régénératifs maximums de 32 % et 25% sont respectivement mesurés pour un régime de rotation de 600 tr/min et 1200 tr/min.

Un second intérêt de cette publication est de mettre en lumière la limite cinématique d'un actuateur soupape et ses conséquences sur la restriction de l'écoulement des gaz à la soupape de charge. Cette étude montre une diminution de l'efficacité des cycles (moteur pneumatique et pompe pneumatique) avec l'augmentation du régime moteur. Ce phénomène est causé par les limites cinématiques de l'actuateur, qui ne dispose pas du temps nécessaire à produire une levée de soupape suffisante. Ce phénomène est amplifié par un diamètre hydraulique de soupape de charge jugé trop faible.

# 3.9 Etude expérimentale de l'effet de la dimension de la soupape de charge

En 2008, le travail précédent est prolongé dans une nouvelle publication [71]. Le moteur monocylindre Scania D12 est modifié pour accueillir une soupape de charge de diamètre plus généreux (28 mm contre 16 mm). L'actuateur est inchangé. Les performances de la machine sont alors nettement améliorées en comparaison avec la configuration précédente. Une nouvelle étude d'optimisation des phasages d'ouverture et fermeture de la soupape de charge est réalisée. Les modes investigués sont moteur et pompe pneumatique 2-temps.

Les figures I.17 et I.18 présentent, respectivement pour les modes pompe et moteur pneumatique, le diagramme p-V et la pression statique mesurée dans le port de charge sur un cycle moteur.

L'analyse des diagrammes p-V montre clairement l'impact du diamètre effectif de la section



**Figure I.17** – Mesures réalisées en mode pompe pneumatique 2-temps par S.TRAJKOVIC Source :[71] (a) Diagramme pV pompe

(b)Pression mesurée dans le port de charge



**Figure I.18** – Mesures réalisées en mode moteur pneumatique 2-temps par S.TRAJKOVIC Source :[71] (a) Diagramme pV pompe

(b)Pression mesurée dans le cylindre et le port de charge

de passage offerte aux gaz à la soupape de charge. Cette section effective dépend premièrement du diamètre de la soupape mais dépend également de la levée de soupape atteinte donc des possibilités cinématiques de l'actuateur. Grâce à l'amélioration du seul diamètre de soupape, cette étude montre que le rendement régénératif passe d'une valeur maximale de 33% à 48%.

Néanmoins le point fondamental de cette étude est de proposer des mesures de pression dans le port de charge sur un cycle moteur complet. Voir figures I.17(b) et I.18(b). Il apparaît clairement, pour chacun des deux modes, que suite à l'ouverture de la soupape de charge, des ondes de pression présentant des amplitudes impressionnantes de l'ordre de 2.5 bars se sont mises en place. Les différentes réflexions des ondes aux extrémités de la tubulure de charge sont également visibles, avec un phénomène d'atténuation progressive de l'amplitude causé par le frottement pariétal le long de la tubulure. Ces mesures montrent l'importance de la prise en compte de la dynamique des gaz dans la tubulure de charge. Un phasage optimal de l'ouverture soupape accordé avec une surpression (mode moteur) ou une dépression (mode pompe) dans le port de charge se traduirait par un transfert de gaz plus efficace avec les conséquences bénéfiques sur les efficacités des cycles.

# 3.10 Première confrontation d'un modèle 1D à des relevés expérimentaux

En 2009, le travail autour du monocylindre Scania D12 se poursuit au travers une nouvelle publication [72]. La mise en évidence, effectuée dans l'étude précédente, de l'importance de la dynamique des gaz conduit logiquement les auteurs à développer un modèle 1D de leur moteur expérimental. Le modèle est réalisé à l'aide du logiciel GT-POWER. Il est constitué d'un cylindre moteur, d'une soupape d'admission en liaison avec l'atmosphère à travers une tubulure d'admission rectiligne, et d'une soupape de charge en liaison avec le réservoir à travers une tubulure de charge non rectiligne (présence de coudes et tés).

La publication n'aborde pas la question de la modélisation et de la validation de la condition limite de soupape de charge, et le modèle actuateur n'est pas explicité. Le papier ne présente aucun résultat de pression mesurée dans le port de charge sur un cycle et ne peuvent donc pas être comparés aux résultats d'une simulation. Compte tenu de ces remarques, il est difficile de considérer la dynamique des gaz comme validée. Les résultats se concentrent sur le cylindre moteur et le réservoir pneumatique, par des études menées en régime stationnaire et transitoire. Dans le mode pompe pneumatique, les erreurs maximales relatives entre mesure et simulation sont de l'ordre de 5% sur la P.M.I, la pression réservoir, et la pression cylindre maximale. Par contre, en mode moteur pneumatique les erreurs relatives atteignent 40%.

## 3.11 Apparition des cycles à quatre temps

En 2009, un premier travail de l'E.T.H Zurich est publié [24]. Il s'agit d'une étude de modélisation et d'optimisation des cycles pneumatiques moteur et pompe, 2-temps et 4-temps. Ces dans cette publication qu'apparaît pour la première fois la notion de cycle pneumatique à 4-temps qui a donné lieu à un dépôt de brevet [22] en collaboration avec l'université d'Orléans. Les soupapes d'admission et d'échappement sont mues par des arbres à cames conventionnels et seules les soupapes de charge sont équipées d'actuateurs entièrement variables. Les cycles pompe et moteur 4-temps ont préalablement été présentés dans les sections 2.2 et 2.3.

Cette publication propose tout d'abord une modélisation 0D des cycles théoriques pompe et moteur. L'efficacité de chacun de ces modes peut alors être exprimée analytiquement en fonction la pression réservoir et de la P.M.I. Les auteurs définissent un rendement pour le mode moteur (EqI.3)et un coefficient de performance (COP) pour le le mode pompe (Eq II.19).  $\Delta H_{Tank}$ représente l'enthalpie transférée entre le réservoir et le cylindre.

$$\eta_{moteur} = \frac{W_i}{\Delta H_{Tank}} \tag{I.3}$$

$$COP_{pompe} = \frac{\Delta H_{Tank}}{W_i} \tag{I.4}$$

Ce travail montre que les efficacités ne sont pas affectées par un passage au cycle 4 temps. Bien sûr pour un cycle 4-temps, dans un laps de temps imparti, la quantité d'énergie (produite ou stockée) est deux fois moindre que celle d'un cycle 2-temps compte tenu du fait qu'il faille deux tours vilebrequin contre un pour réaliser un cycle.



**Figure I.19** – Mesures réalisées par C.DONITZ Source :[24] (a) Diagramme p-V moteur pneumatique 4-temps (b)Diagramme p-V pompe pneumatique 4-temps

D'autre part, ce travail propose des résultats expérimentaux sur un moteur prototype Weber bi-cylindre de 750  $cm^3$ , allumage commandé. La culasse n'est pas spécifiquement conçue pour cette application : pour chaque cylindre l'une des deux soupapes d'échappement est transformée en soupape de charge, et le port d'échappement est divisé. L'actuateur de soupape est de type électro-hydraulique. La figure I.19 compare les résultats expérimentaux à la modélisation 0D théorique.

## 3.12 Mise en lumière de l'importance du downsizing

Durant l'année 2009, l'E.T.H publie une étude majeure [25]. Dans cette nouvelle publication on retrouve une modélisation 0D des cycles théoriques moteur et pompe 4-temps complétée par celle du cycle suralimentation pneumatique (Voir section 2.4).



**Figure I.20** – Pression admission simulée, pression effective de suralimentation et regime moteur pour une machine suralimentée avec ou sans suralimentation pneumatique. Source :[25]



**Figure I.21** – Gain de consommation en fonction de la taille réservoir pneumatique.Source :[25]

Des simulations de cycle routier NEDC par Programmation Dynamique (D.P) sont réalisées pour différentes configurations du M.A.C.I (allumage commandé atmosphérique (NA), 'downsizé' et suralimenté par turbocompresseur(TC), allumage par compression (CI)), pour différentes architectures de la distribution autorisant des cycles 2 temps (FV) ou 4 temps (FCS) et pour différents volumes du réservoir pneumatique. Les résultats sont présentés à la figure I.21. On note que la simulation de cycle inclut un modèle transitoire de turbocompresseur (non détaillé), qui permet de prendre en compte le 'turbo-lag' et permet donc sa compensation par la suralimentation pneumatique. Voir figure I.20. La méthode employée pour la simulation de cycle par programmation dynamique est expliquée en détail dans une publication séparée [23].

Ce travail montre tout d'abord que le surcoût qui serait généré par l'emploi d'un actuateur entièrement variable à chaque soupape (nécessaire à la réalisation des cycles 2-temps) n'est pas justifié au regard du gain de consommation. Un moteur 'downsizé', avec distribution à arbre à cames conventionnel à l'admission et échappement (cycle pneumatique 4 temps), produit des gains de consommation quasi-équivalents à ceux d'un moteur 'downsizé' entièrement variable sur le cycle routier considéré. D'autre part, cette étude montre qu'une taille de réservoir de 10 litres est suffisante à condition de connaître le cycle routier à l'avance (programmation

dynamique). Dans une situation réelle de roulage où l'avenir n'est pas connu, un réservoir d'un volume légèrement supérieur est préconisé.



**Figure I.22** – Contributions respectives au gain de consommation. Source :[24]



**Figure I.23** – Diagramme p-V mesuré et simulé du cycle suralimentation pneumatique.Source :[25]

Un autre point clé de ce travail est de chiffrer la part respective des différentes contributions sur le gain de consommation réalisé (33% de gain relativement au moteur allumage commandé atmosphérique 2 litres non hybridé de référence). La plus forte contribution (75%) est celle d'un fort downsizing (1 litre de cylindrée) rendu possible par la suralimentation pneumatique. La seconde contribution (15%) est le freinage régénératif et la réutilisation de l'énergie en mode moteur pneumatique véhicule non arrêté (Hybridation). La troisième contribution (10%) est la suppression des phases de ralenti lors d'un arrêt du véhicule et le redémarrage du moteur thermique en mode moteur pneumatique (start and stop). Voir figure I.22.

Les auteurs de ce travail affirment que le gain de consommation produit par les seuls modes pompe et moteur pneumatique sont insuffisants à eux seuls, et donc que le concept de moteur hybride pneumatique n'est viable qu'associé au mode suralimentation pneumatique permettant un fort downsizing.

On note dans ce papier, des relevés expérimentaux au banc d'essai réalisés en mode suralimentation pneumatique en accord avec la modélisation de cycle 0D théorique effectuée. Voir figure I.23.

## 3.13 Etude du 'Start and Stop'

Toujours en 2009, l'E.T.H publie une troisième étude autour du moteur hybride pneumatique [76]. Cette étude se concentre sur le redémarrage rapide du moteur thermique par l'utilisation du mode moteur pneumatique, permettant le 'Start and Stop'.



**Figure I.24** – Evolution du régime moteur lors d'un démarrage en mode moteur pneumatique 4-temps mesuré et simulé par I.VASILE Source :[76]



**Figure I.25** – Démarrage expérimental du moteur et du véhicule par I.VASILE Source :[76]

Cet article propose un modèle 0D de cycle réel du moteur permettant de prédire l'accélération angulaire et le couple produit en mode moteur pneumatique. Le modèle est ensuite validé expérimentalement au banc d'essais par un démarrage du moteur bi-cylindre Weber utilisant le mode moteur pneumatique 4-temps. La figure I.24 présente les résultats.

L'étude propose également un démarrage expérimental d'un véhicule de 600 Kg, simulé au banc d'essai moteur. La figure I.25 présente les résultats. L'embrayage est ouvert, le moteur pneumatique est utilisé pendant 120 ms avant de basculer en mode combustion, suivi d'une phase d'embrayage et une accélération jusqu'à 4000 tr/min. La pression du réservoir initiale est de 13.5 bars, et la chute de pression engendrée par ce démarrage est de 300 mbars. En comparaison, un démarrage conventionnel au démarreur électrique dure environ 600 ms, et un démarrage rapide sur V.H.E dure 350 ms. Cette étude établit la viabilité du concept de 'Start and Stop' Pneumatique par l'obtention d'un temps de démarrage inférieur à 350 ms.

## 3.14 Gestion de l'énergie sur cycle routier

En 2009, plusieurs travaux de A. IVANCO sont publiés [39–41]. Ces derniers portent sur la gestion de l'énergie pour un M.H.P sur cycle de conduite. Ces études s'appuient sur une modélisation 0D des cycles théoriques moteur et pompe pneumatique à 4 temps. La suralimentation pneumatique n'est pas prise en compte, c'est à dire que les gains de consommation ne sont produits que par les effets 'Start and Stop' et Hybridation.

Cycle/Stratégie	Embouteillage	Urbain	Routier	Autoroute
Conventionnel [l/100km]	14.41	10.09	6.13	8.89
$g_{CO2}/km$	346	242	147	213
DP $[l/100 \text{km}]$	7.55	6.75	5.5	8.7
$g_{CO2}/km$	181	162	132	209
Gain atteignable	48%	33%	10%	2%

Tableau I.1 – Consommation et gain optimal atteignable par programmation dynamique. Source :[41]

En premier lieu, les consommations minimales atteignables sont obtenues par programmation dynamique (DP) pour différents cycles routiers. Ces simulations sont appliquées à un véhicule de 1500 kg, moteur allumage commandé de 1.6 l, boite de vitesse manuelle à 5 rapports, sur un cycle routier NEDC. Ces résultats montrent que des gains de consommation de 48 % peuvent être atteints sur certains cycles routiers à caractère urbain. Voir tableau I.1.

**Tableau I.2** – Résultats de différentes stratégies de gestion de l'énergie sur cycle NEDC.  $p_{res-initiale} = 10$  bars. Source :[41]

Stratégie	Cons.	$CO_2$	$P_{res-finale}$
	[l/100km]	[g/km]	[bar]
Conventionnelle	7.2	173	-
Causale	6.15	148	20.26
CPC	6.08	146	18.24
CPC+DPR	6.15	148	17.98
CPV	6.06	145	19.29
CPV+DPR	6.07	146	18.07
DP	5.93	142	19.29

Les travaux se concentrent alors sur la comparaison de différentes stratégies de gestion de l'énergie, applicables à une situation réelle où l'avenir n'est pas connu. La première de ces stratégies est dite Causale car basée sur des principes heuristiques de décision. La deuxième stratégie investiguée est dite à Coefficient de Pénalité Constant (CPC). Dans ce cas, une "balance" du coût énergétique est faite entre les deux sources d'énergies disponibles et ceci avec un coefficient de pondération constant quelles que soient les situations rencontrées. La troisième stratégie est dite à Coefficient de Pénalité Variable (CPV). Dans ce cas le coefficient de pondération est une fonction non linéaire de la pression réservoir. La quatrième configuration consiste à appliquer une stratégie de reconnaissance de cycle basée sur une fenêtre glissante d'analyse (DPR). Le coefficient de pénalité est alors adapté en fonction de la situation de cycle détectée (urbain, extra urbain, embouteillage etc.). Le tableau I.2 présente des résultats issus de ces simulations. On note que les stratégies "adaptatives" (CPC et DPR) amène des gains de consommation légèrement supérieurs aux stratégies "constantes". De plus les gains sont dans tous les cas assez proches des gains optimums atteignables par programmation dynamique.

### 3.15 Simulation d'un cycle routier pour un Bus

En 2010, S.TRAJKOVIC soutient sa thèse [68] et publie un nouvel article [70]. Il s'agit d'une étude de gain de consommation sur simulation de cycle routier de Braunschweig appliqué à un Bus de 15 000 Kg , équipé d'un moteur Scania D12. Le modèle moteur est bâti sous GT-POWER (voir section 3.10), il est utilisé pour bâtir des cartographies de solutions tabulées qui alimentent un modèle longitudinal de dynamique du véhicule. La gestion de l'énergie est de type causal. Les cycles pneumatiques considérés sont moteur et pompe à 2-temps. La suralimentation pneumatique n'est pas prise en compte.

Sous ces conditions, l'étude montre une réduction atteignable de la consommation de l'ordre de 30%. Il montre que l'effet 'Start and Stop' est la cause d'un gain total de consommation de 20%, et que l'hybridation n'est responsable que d'un gain total de consommation de 10% restants, et ceci à cause d'un rendement régénératif de seulement 20%. Ce chiffre est jugé mauvais en comparaison au rendement régénératif de 60% rencontré sur V.H.E. Toutefois l'auteur de l'article note que ce manque de performance du M.H.P est compensé par un coût vraisemblablement moindre comparé à celui d'un Bus Hybride Électrique (200 000 \$).

### 3.16 Discussion sur l'état de l'art

Aspect expérimental On note que les premiers résultats sont apparus assez récemment (2005). Dans tous les cas, les résultats ont été produits sur des moteurs conventionnels transformés pour l'occasion : la culasse n'a pas été spécifiquement conçue. Une soupape est convertie en soupape de charge ce qui nécessite également la division d'un des ports d'admission

ou d'échappement. Ces modifications ont nécessairement un impact sur l'efficacité des transvasement gazeux en mode conventionnel (combustion). Néanmoins, ces études ont montré la viabilité du concept, et ceci pour les cycles 2 temps (2007) et 4 temps (2009). La faisabilité du cycle suralimentation pneumatique a été validée en 2009. Il a été observé l'importance que revêt la section de passage effective offerte aux gaz à la soupape de charge sur l'efficacité des cycles pneumatiques. Cette section effective est d'autant plus grande que la dynamique de l'actuateur soupape est élevée et que le diamètre soupape est important. D'autre part, l'importance de la prise en compte de la dynamique des gaz dans la tubulure de charge a été relevée, mais n'a pas été approfondie. Des études d'optimisation des phasages d'ouverture et fermeture soupape ont été systématiquement menées, mais sans chercher à les corréler aux phasages des ondes de forte amplitude qui ont été observées dans la tubulure de charge. D'autre part, on note que à ce jour la question de la structure aérodynamique interne du cylindre en mode pneumatique n'a pas été abordée. On peut raisonnablement imaginer que l'ouverture de la soupape de charge, compte tenu des forts rapports de pression qui peuvent exister entre le port de charge et le cylindre (jusqu'à 24), va sérieusement modifier la structure aérodynamique créée lors de l'admission (cas des cycles 4 temps). Cette modification du champ de vitesse dans le cylindre va impacter positivement ou négativement, la combustion dans le cas d'un cycle à suralimentation pneumatique, et les échanges de chaleur convectifs dans tous les modes.

Modélisation des cycles thermodynamiques De ce point de vue, on relève trois catégories de modèles. La première catégorie est basée sur une modélisation 0D des cycles théoriques idéalisés, c'est à dire supposant une ouverture et fermeture de chaque soupape instantanée, aucune restriction de débit, pas d'échange de chaleur aux parois du cylindre, pas de frottement mécanique. L'avantage de ce type de modèle réside dans son caractère analytique qui permet un temps calcul très rapide (qualité importante pour une simulation de cycle routier). D'autre part, cette modélisation théorique permet de définir la limite physique maximale atteignable en terme d'efficacité. La deuxième catégorie est la modélisation 0D des cycles réels. Dans ce cas, il est possible de prendre en compte la restriction de l'écoulement aux soupapes, la loi de levée réelle de chaque soupape, les échanges de chaleur aux parois et les frottements mécanique. Cette famille de modèle est bien sûr plus consommatrice de temps de calcul que la précédente et nécessite donc une tabulation des résultats avant un emploi sur cycle routier. La troisième catégorie consiste en une modélisation mono-dimensionnelle (1D) des cycles réels. La dynamique des gaz dans les différentes tubulures est prise en compte. Ce type de modèle a été systématiquement construit par les auteurs en utilisant le logiciel commercial (GT-POWER). L'application de ce logiciel au M.H.P amène à notre avis deux remarques. Premièrement, en vue de fournir des prédictions réalistes, l'emploi de ce logiciel nécessite une détermination expérimentale soignée (sur soufflerie de culasse) du coefficient de décharge  $C_d$  en fonction de la levée de soupape [64]. Un coefficient de décharge inadapté conduit à des simulations éloignées de la réalité. Deuxièmement, les conditions limites de soupapes incluses dans GT-POWER sont validées pour un usage dans les conditions standards rencontrées sur un moteur conventionnel, c'est à dire avec un rapport de pression limité entre le port et le cylindre. Or sur un M.H.P ce rapport peut atteindre une valeur de 24, c'est à dire bien au delà des conditions usuellement rencontrées. Une validation expérimentale de ces conditions limites sous de hauts rapports de pression s'avère donc, à notre avis, nécessaire. Ces remarques quant à l'application de GT-POWER au moteur hybride pneumatique ne sont pas abordées par les auteurs dans les publications présentées. Aucune mesure de pression dans le port de charge sur un cycle n'est comparée à un résultat issu de simulation. Il apparaît donc difficile de considérer ces modèles comme validés.

Simulation de cycle routier D'un point de vue simulation de cycle routier et stratégie de gestion des sources d'énergie, on note tout d'abord que l'usage de la programmation dynamique a permis de déterminer les gains de consommation maximums qu'il est possible d'atteindre sur un cycle connu à l'avance. Si cette simulation par P.D est faite à partir de modèle de cycle thermodynamique 0D théorique, alors le gain de consommation annoncé représente l'optimum physiquement atteignable. De telles simulations prédisent des gains de consommation et d'émission de CO2 au maximum de 40% à 50% en fonction des véhicules et des cycles considérés. D'autre part, ces études ont montré que la principale source de gain (75%) est due à l'usage du cycle suralimentation pneumatique permettant un fort downsizing. La seule simulation de cycle routier faite à partir d'un modèle 1D de cycle thermodynamique, avec une stratégie causale, sur un cycle très favorable, sans suralimentation pneumatique, annonce un gain de 30%. Ce travail met l'accent sur le relatif mauvais rendement régénératif des modes pneumatiques ce qui corrobore la remarque précédente. D'autre part, il a été montré que les différentes stratégies de gestion de l'énergie applicables à une situation de roulage ou l'avenir n'est pas connu conduisait à des résultats proches de la solution optimale produite pas P.D.

## 4 Objectifs de la thèse

## 4.1 Définition et applications attendues

L'objectif de la thèse était de faire progresser la modélisation des cycles thermodynamiques réels, en incluant tout particulièrement la compréhension des phénomènes de transvasement

gazeux spécifiques au MHP. en s'appuyant sur une démarche de validation expérimentale.

Ce travail s'inscrivait dans la continuité de celui de I.Vasile [74]. A la date de début des travaux (été 2006), la modélisation des cycles était zéro-dimensionnelle avec prise en compte des restrictions des écoulements gazeux aux soupapes. L'actuation des soupapes était modélisée par des cames qu'il fallait redéfinir à chaque nouveau phasage ou chaque nouvelle levée. Ce modèle avait été validé sur les relevés expérimentaux de cycles réalisés par I.VASILE.

D'autre part, un moteur expérimental monocylindre, allumage commandé atmosphérique, était prévu pour une étude expérimentale au banc d'essai des cycles pneumatiques.

La volonté de développer un modèle de MHP validé expérimentalement était jugé nécessaire afin de permettre :

La tabulation de solutions pré-calculées : Permettre la construction de cartographies tri-dimensionnelles (fonction de : pression réservoir, régime moteur, température réservoir) permettant une détermination rapide du travail mécanique efficace au vilebrequin, de la masse d'air échangée avec le réservoir, et des phasages d'ouverture et de fermeture de la soupape de charge. Ces solutions tabulées ayant vocation à être utilisées lors de simulations de cycles routiers, afin d'une part, de quantifier le plus fidèlement possible les gains de consommation en carburant et en émission de CO2, et d'autre part, à mettre au point les lois de contrôle moteur et de gestion de l'énergie qui seront embarquées sur véhicule.

L'aide au dimensionnement futur d'un moteur multi cylindres : Permettre, par extrapolation du modèle validé le mieux possible sur mono-cylindre, une aide au dimensionnement d'un moteur multi cylindres : choix du diamètre soupape, caractéristiques dynamiques de l'actionneur, longueurs et diamètres des tubulures et collecteurs, taille du réservoir etc.

Un progrès dans la compréhension physique des phénomènes observés : Permettre une meilleur appréhension des phénomènes physiques a priori importants dans un M.H.P (dynamique des gaz dans la tubulure de charge, capacité cinématique des actuateurs, échange de chaleur aux parois etc) ou en découvrir de nouveaux.

## 4.2 Démarche adoptée

Compte tenu de l'ensemble des remarques précédentes, la démarche de travail chronologique suivante a été adoptée :

La première partie du travail a consisté à faire évoluer le modèle 0D des cycles réels en incluant un modèle cinématique d'actuateur. Le modèle a alors été utilisé, d'une part à construire des cartographies de solutions tabulées, et d'autre part à une analyse de l'influence de la cinématique de l'actuateur associée à différentes configurations de la distribution sur l'efficacité des différents modes pneumatiques à 4-temps. Ce travail fait l'objet du chapitre 2 de ce mémoire de thèse.

La deuxième partie du travail a consisté à bâtir et valider un modèle 1D de dynamique des gaz dans les différents tubulures. La validation du modèle classique intra-tubulure a été réalisée sur le problème de tube à choc où la solution analytique est connue. Les efforts se sont alors concentrés sur la modélisation de la condition limite de soupape. Différentes modélisations ont été testées et comparées aux résultats expérimentaux produits sur une manipulation spécifique de dynamique des gaz modifiée pour la circonstance. Les problèmes rencontrés nous ont amené à développer un modèle original de condition limite de soupape. Le modèle retenu (intra-tubulure + condition limite) a alors été implémenté dans le modèle moteur afin de modéliser les tubulures d'admission, d'échappement et de charge. Les aspects théoriques et la validation expérimentale font respectivement l'objet des Chapitres 3 et 4 de ce mémoire de thèse.

La troisième partie de ce travail a consisté, après livraison du moteur prototype et mise au point de la cellule d'essais (automne 2009), à étalonner le modèle et comparer les résultats du modèle 1D aux résultats expérimentaux. Ce travail fait l'objet du Chapitre 5 de ce mémoire de thèse.

Les conclusions et constats tirés du travail précédent nous ont alors conduits à investiguer et approfondir la question des échanges de chaleur pariétaux et de l'aérodynamique interne du cylindre moteur en mode pneumatique. Ce travail fait l'objet du Chapitre 6 de ce mémoire de thèse.

La cinquième et dernière partie du travail a consisté à exploiter le modèle 1D bâti, au travers la construction de solutions tabulées et fait l'objet du Chapitre 7 de ce mémoire de thèse.

# Chapitre II

# Modélisation zéro-dimensionnelle

## 1 Introduction

L'objectif de ce chapitre est d'inclure un sous-modèle d'actuateur de soupape de charge variable à la plate-forme existante de simulation de cycle réel zéro-dimensionnel [36]. L'objectif est de pouvoir alors prendre en compte et quantifier l'effet des possibilités d'un actuateur sur la performance des cycles réalisés.

La première application de ce modèle sera de quantifier d'une part l'impact de différents degrés de sophistication de la distribution, et d'autre part, l'effet de la cinématique de l'actuateur sur la performance et sur l'efficacité des modes moteur et pompe pneumatique.

La seconde application sera de déterminer les phasages optimums d'actuation de la soupape de charge en fonction de différents paramètres (pression, régime, travail demandé etc.). Les résultats seront tabulés en cartographies qui auront pour finalité d'être utilisées lors de simulations de cycle routier avec prise en compte de l'effet de l'actuation soupape. Ce travail de simulation de cycle routier ne sera pas développé, car en dehors des objectifs directs de la thèse.

Ce chapitre est organisé comme suit. Tout d'abord le modèle 0D existant sera brièvement rappelé, puis les différentes technologies existantes d'actuation variable de soupape seront présentées. Pour chaque technologie, un exemple de loi de levée obtenue sera présenté. Ce panorama permettra alors une justification du modèle cinématique d'actuateur de soupape retenu qui sera ensuite développé. On trouvera alors une présentation des différentes architectures ou configurations de la distribution ainsi que les cycles qu'elles rendent possibles. Des résultats de simulations avec le modèle seront présentés pour chaque configuration retenue. L'effet des capacités cinématiques de l'actuateur sera également investigué. L'analyse des résultats permettra d'apporter des éléments de réponse sur le choix d'une configuration de la distribution. Dans une dernière partie des cartographies de solutions issues de l'exploitation du modèle 0D seront présentées et commentées.

## 2 Modélisation 0D d'un moteur monocylindre

## 2.1 Réservoir d'air comprimé

L'état thermodynamique du réservoir d'air comprimé (Voir figure I.6) est déterminé par l'application du premier principe de la thermodynamique à un système ouvert :

$$dU = \delta W + \delta Q + dH \tag{II.1}$$

Le réservoir est une enceinte à volume constant donc  $\delta W = -pdV = 0$ . Conformément à la loi de Joule, on a  $dU = mC_v dT + C_v T dm$ . On suppose également que le réservoir est adiabatique  $\delta Q = 0$ . Le flux enthalpique est donné par  $dH = c_p T dm + mc_p dT$ . Si on néglige l'élévation élémentaire de température alors la relation précédente devient  $dH = c_p T dm$ . En injectant l'ensemble des relations précédentes dans l'équation II.1 on obtient :

$$dT = \frac{c_p T dm - c_v T dm}{m c_v} = \frac{r T dm}{m c_v}$$
(II.2)

Cette équation permet d'établir l'élévation élémentaire de température du réservoir dT en fonction du flux massique élémentaire dm échangé à la soupape de charge et de l'état thermodynamique précédent du réservoir (T,m). Deux intégrations classiques permettent alors de calculer son nouvel état :

$$m = \int dm \tag{II.3}$$

$$T = \int dT \tag{II.4}$$

L'application de la loi des gaz parfait (pV = mrT) permet alors de déterminer la pression régnant dans le réservoir.

### 2.2 Cylindre moteur

Le cylindre est la partie centrale du modèle. C'est un système ouvert qui échange de la masse et de la chaleur avec l'extérieur. Son état est déterminé par l'application du premier principe, voir équation II.1. W est le travail mécanique élémentaire dû à une variation de son volume. Q est la quantité de chaleur totale échangée avec l'extérieur. Le flux massique total au cylindre est la somme de trois flux massiques distincts : soupape d'admission (indice i), soupape échappement (indice e) et soupape de charge (indice c) :

$$dm = dm_i + dm_c + dm_e \tag{II.5}$$

Le flux massique respectif à chaque soupape est évalué par une relation de Barré de Saint-Venant. Voir section 2.3.

$$\delta Q = \delta Q_c + \delta Q_w \tag{II.6}$$

La quantité de chaleur totale  $\delta Q$  est la somme de la chaleur libérée par une éventuelle combustion  $\delta Q_c$  et de l'échange de chaleur pariétal  $\delta Q_w$ .

 $\delta Q_w$  and  $\delta Q_c$  sont respectivement déterminés par l'utilisation du modèle de Woschni [80] et de Wiebe [77]. Ces corrélations usuelles ne seront pas détaillées. Compte tenu de ces différents éléments, l'équation II.1 devient alors :

$$dT = \frac{-pdV + \delta Q + c_p(T_i dm_i + T_c dm_c + T_e dm_e) - c_v T dm}{mc_v}$$
(II.7)

Deux intégrations numériques permettent alors de calculer la masse et la température du cylindre (Voir équations II.3 et II.4). Le volume est calculé à partir de la géométrie de celui-ci et de la position angulaire du vilebrequin [34]. La pression est finalement déterminée par application de la loi des gaz parfaits.

## 2.3 Flux massique aux soupapes

Le flux massique à chaque soupape est déterminé par l'équation de Barré de Saint-Venant. Voir figure II.1. On trouvera en Annexe le développement théorique et les hypothèses qui permettent d'établir cette équation. L'écoulement est supposé stationnaire et est principalement gouverné par le rapport de pression  $r_p$  qui existe entre l'amont (indice u) et l'aval (indice d) au col (indice t) :

$$r_p = \frac{p_d}{p_u} \le 1 \tag{II.8}$$


Figure II.1 – Barré de Saint-Venant

L'écoulement peut être soit subsonique, soit sonique au col, et ceci en fonction du rapport de pression existant. On définit alors le rapport de pression critique  $r_c$ :

$$r_c = \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \tag{II.9}$$

Les équations II.10 et II.11 donnent le flux massique au col, respectivement dans le cas d'un écoulement subsonique  $(r_p > r_c)$  et sonique  $(r_p \le r_c)$ :

$$\frac{dm}{dt} = C_d F_t \frac{p_u}{\sqrt{rT_u}} \left(\frac{p_d}{p_u}\right)^{\frac{1}{\gamma}} \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma - 1} \left(1 - \left(\frac{p_d}{p_u}\right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}}\right)}$$
(II.10)

$$\frac{dm}{dt} = C_d F_t \frac{p_u}{\sqrt{rT_u}} \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \tag{II.11}$$

 $C_d$  est le coefficient de décharge(ou coefficient de débit). Il est défini comme le rapport entre la section réellement utilisée ( $F_{t,reel}$ ) et la section géométrique offerte à l'écoulement au col ( $F_t$ ).

$$C_d = \frac{F_{t,reel}}{F_t} \tag{II.12}$$

Dans la pratique, il est utilisé pour prendre en compte d'une part, l'existence d'un frottement et d'autre part la contraction de l'écoulement au col qui n'utilise pas toute la section disponible.

Dans la pratique, le coefficient de décharge inclut également la prise en compte du frottement à la traversée du col. Dans le cas d'une soupape, il est déterminé expérimentalement sur une soufflerie de culasse en régime stationnaire. Il dépend de la levée de soupape. La figure II.3 donne à titre d'exemple l'allure d'un tel relevé expérimental dans le cas d'une soupape



**Figure II.2** – Géométrie à une soupape. Source : [34]



**Figure II.3** – Exemple de relevé expérimental du coefficient de décharge en fonction de la levée

d'admission.

A partir de la connaissance de la levée de la soupape et de la géométrie du port correspondant, la section géométrique  $F_t$  à la soupape est déterminée en utilisant les notations définies à la figure II.2. Trois niveaux différents sont définis en fonction de la levée de soupape selon Heywood [34].  $\beta$  est l'angle d'inclinaison du siège,  $L_v$  est la levée,  $D_v$  est le diamètre de tête de la soupape, w est l'épaisseur du siège,  $D_s$  est le diamètre minimal du port et D est le diamètre intérieur du siège .

**Premier Niveau : Faible ouverture** Si  $\frac{w}{\sin\beta\cos\beta} > L_v > 0$  alors :

$$F_v = \pi L_v \cos\beta (D_v - 2w + \frac{L_v}{2}\sin 2\beta)$$
(II.13)

Second niveau : Levée intermédiaire Si  $\left[\frac{D_p^2 - D_s^2}{4D_m} - w^2\right]^{\frac{1}{2}} + w \tan \beta \ge L_v > \frac{w}{\sin \beta \cos \beta}$  alors :

$$F_v = \pi D_m \left[ (L_v - w \tan \beta)^2 + w^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$
(II.14)

avec  $D_p$  le diamètre du port, et  $D_m = D_v - w$  est le diamètre moyen du port.

**Troisième niveau : Levée importante** Si  $L_v > \left[\frac{D_p^2 - D_s^2}{4D_m} - w^2\right]^{\frac{1}{2}} + w \tan \beta$  alors :

$$F_v = \frac{\pi}{4} (D_p^2 - D_s^2)$$
(II.15)

# 3 Technologies existantes d'actuation variable de soupape

On se propose dans cette partie de présenter brièvement les différentes technologies d'actuation variable de soupape qui sont applicables au M.H.P. On présentera des solutions utilisant des arbres à cames, puis des solutions sans arbres à cames.

# 3.1 Avec usage d'arbre à came



Figure II.4 – Système Porsche Vario Plus

Figure II.5 – Système Honda VTEC

Les figures II.4 et II.5 présentent deux différentes solutions technologiques industrialisées (respectivement Porsche 'Vario Plus' et Honda 'Vtec'). Ces systèmes possèdent deux profils de cames différents, donc deux lois de levées différentes, et un système mécanique qui permet de sélectionner l'une ou l'autre. Il ne s'agit pas en toute rigueur d'actuateurs entièrement variables, mais on peut imaginer une application au M.H.P pour les soupapes d'admission et d'échappement. En effet, si l'un des deux profils commutables présente une levée nulle (profil de came circulaire) alors il devient possible de débrayer la soupape en question en sélectionnant la came en question. La soupape reste en conséquence fermée sur la totalité du cycle. Cette possibilité sera explicitée et investiguée dans la section 5.

La figure II.6 présente une solution d'actuateur entièrement variable sur une base d'arbre à cames associé à un système de contrôle de type électro-hydraulique. Il s'agit de la technologie multi-air de Fiat [32]. Le système est composé d'une came qui agit sur un piston hydraulique (repère B) par le biais d'un linguet (repère A). L'électro-vanne (repère C) va permettre différentes stratégies. Si cette dernière est ouverte, alors la soupape est déconnectée de la came qui



 $Figure \ II.6 - {\rm Système} \ {\rm Multiair} \ {\rm FIAT}$ 



Figure II.7 – Exemple de levées obtenues avec le système multiair

demeure fermée grâce à l'action du ressort de rappel (repère D). Si l'électro-vanne est fermée, alors la soupape suit entièrement le profil de came et la levée obtenue est alors maximale. Par pilotage intermédiaire entre les deux états précédents on peut alors modifier les phasages d'ouverture et de fermeture ainsi que la levée, en restant toutefois dans les limites imposées par le profil de came. La figure II.7 représente très schématiquement quelques exemples de levées réalisables. Dans le cas d'un M.H.P, cette technologie pourrait être totalement appliquée aux soupapes d'admission et d'échappement en autorisant des débrayages ou des levées partielles. On peut même imaginer une application à la soupape de charge.

# 3.2 Sans usage d'arbre à cames

Les technologies d'actuation de soupape entièrement variable suivantes vont être présentées :

- Electro-Hydraulique
- Electro-Magnétique
- Electro-Pneumatique
- Moteur Électrique Linéaire

Pour chacune d'entre elles, on présentera le principe de fonctionnement, et surtout un exemple de loi de levée obtenue.

# 3.2.1 Système Électro-Hydraulique

Les figures II.8 et II.9 présentent respectivement la solution technologique de Sturman Industries et son schéma de principe [61]. On note que l'équipementier Bosch et la société Lotus Research ont développé des systèmes assez similaires. Ce système est composé d'un accumulateur de pression hydraulique (rail), d'un distributeur hydraulique (de type 3-2) commandant





**Figure II.8** – Système Électro-Hydraulique : Vue générale [61]

**Figure II.9** – Système Électro-Hydraulique : Schéma de principe [61]

un actuateur (vérin). La figure II.10 présente un exemple de loi de levée obtenue.

Les avantages de cette solution résident principalement dans la simplicité technique de l'actuateur (vérin) et du contrôle 'aisé' de la levée de soupape qui en découle grâce à un simple distributeur. On note également qu'il est possible de maintenir la soupape fermée lorsque le moteur est arrêté. En contre partie, le système nécessite la présence d'un groupe hydraulique et le système présente un forte sensibilité face à une variation de la température d'huile, ce qui rend délicat le contrôle de ce système.



Figure II.10 – Exemple de levée avec système Électro-Hydraulique - Source :[61]

## 3.2.2 Système Électro-Magnétique

Les figures II.11 et II.12 présentent respectivement le schéma de principe de la solution technologique de Valéo [17], et une loi de levée typiquement obtenue avec un système utilisant cette technologie. Au repos, la soupape est ouverte et sa position se situe à mi-levée environ. Il



**Figure II.11** – Système Électro-magnétique-Source :[17]

Figure II.12 – Exemple de levée avec un système Électro-magnétique-Source :

existe deux bobines qui agissent sur un plateau. Lorsque la bobine supérieure est alimentée, le plateau se trouve maintenue en position haute, et la soupape est fermée. Quand l'alimentation de la bobine supérieure est coupée, les ressorts se détendent, entraînent le plateau et donc génèrent une levée de soupape. L'alimentation de la bobine inférieure, permet de maintenir la soupape en position ouverte de levée maximale pendant la durée désirée. On note que ce système permet de faire varier les phasages d'ouverture et de fermeture de la soupape, mais que la levée maximale atteignable n'est pas modifiable dans le cas où il existe une phase de maintien (noté 'dwell' sur la figure II.12).

Les avantages du système sont d'une part d'utiliser une source d'énergie électrique déjà disponible sur un moteur, et d'autre part, de présenter une consommation énergétique moindre que celle d'une actuation par arbre à cames [50]. En contre partie, il est impossible d'obtenir des levées partielles avec une phase de maintien, il est impossible de maintenir la soupape en position fermée lorsque le moteur arrêté (nécessité d'utiliser en complément une électrovanne d'isolement du réservoir pneumatique).

### 3.2.3 Système Électro-Pneumatique

Les figures II.13 et II.14 présentent le schéma de la solution technologique de Cargine-Engineering [17], et une loi de levée typiquement obtenue avec ce système. Il n'existe pas, à cause de la confidentialité souhaitée par Cargine-Engineering, d'informations détaillées sur le fonctionnement de ce système. Les cercles visibles sur la figure II.13 sont les connexions vers la source d'énergie pneumatique. On note également la présence impérative d'une lubrification sous pression de l'actuateur. L'avantage de ce système est d'utiliser l'énergie pneumatique, for-



**Figure II.13** – Système Electro- pneumatique. Schéma de principe-Source :[69]



Figure II.14 – Système Electro- pneumatique. Exemple de levée de soupape-Source :[31]

cément disponible et gratuite sur un M.H.P. On note également qu'il est possible de maintenir la soupape fermée lorsque le M.H.P est à l'arrêt. L'inconvénient de ce système est son encombrement. En effet le système nécessite une arrivée d'huile sous pression et deux arrivées d'air comprimé ce qui complique l'implantation dans une culasse où la place disponible est toujours un problème.

### 3.2.4 Système à Moteur électrique linéaire



**Figure II.15** – Vue d'un actuateur soupape sur base de moteur linéaire-Source :[26]

Figure II.16 – Principe d'un moteur électrique linéaire

La figure II.15 présente une vue d'ensemble du système EVT-Dynaline de Compact-Dynamics [26]. Il n'existe pas, pour cause de confidentialité, de documentation précise sur cet actuateur. La figure II.16 rappelle le principe de fonctionnement d'un moteur électrique linéaire. La figure II.17 présente à titre d'exemple une loi de levée mesurée à la soupape de charge avec la loi de



Figure II.17 – Exemple de levée obtenue avec le système EVT-Dynaline de Compact-Dynamics

commande associée (Voir Chapitre X).

Les avantages de ce système sont d'une part d'utiliser une source d'énergie électrique disponible sur un moteur (idem système électro-magnétique) et d'autre part, de rendre possible des levées partielles avec phase de maintien (impossible avec système électro-magnétique). Les inconvénients de ce système sont l'impossibilité de maintenir la soupape fermée moteur à l'arrêt, et surtout sa consommation énergétique que l'on peut supposer importante. En effet le système ne récupère pas l'énergie cinétique de la soupape lors des phases de décélérations, dans tous les cas il y a consommation d'énergie électrique. Cette récupération d'énergie cinétique est faite 'naturellement' par les ressorts dans le cas d'un système électro magnétique.

# 4 Modèle cinématique proposé

## 4.1 Introduction

A la date de début des travaux, la solution technique retenue pour l'actuation de la soupape de charge n'était pas définie. En vue de s'affranchir d'une technologie particulière, pas toujours suffisamment documentée, une approche cinématique a été choisie. Ce choix a été justifié par l'analyse des lois de levées des différentes solutions techniques existantes. En effet, pour toutes les technologies présentées, il apparaît clairement pendant une course d'ouverture ou de fermeture de la soupape, une inflexion sur les courbes de levées qui se situe aux environs de la mi-levée. Cette inflexion est caractéristique d'un changement de signe de l'accélération. Voir figures II.10,II.12,II.14,II.17.

## 4.2 Développement



Figure II.18 – Modèle cinématique d'actuateur de soupape entièrement variable.

L'idée de base du modèle est de supposer que l'actuateur génère des créneaux d'accélération constante positive ou négative, mais de même amplitude( $\pm \gamma_{max}$ ), pendant une durée angulaire  $(\Delta \theta_e)$ , afin de générer la levée maximale désirée  $(l_{max})$ . Voir figure II.18.

L'accélération maximale  $\pm \gamma_{max}$  est supposée être une constante intrinsèque à l'actuateur et donc indépendante du régime de rotation du M.H.P (ce qui n'est pas le cas pour une actuation par came). Par contre, la même accélération exprimée en fonction de l'angle vilebrequin  $\gamma_{\theta}$ dépend du temps. Si l'on suppose le régime de rotation du moteur comme constant pendant une actuation soupape, on a alors :

$$\gamma = \gamma_{\theta} \omega^2 \tag{II.16}$$

La figure II.18 amène les deux relations suivantes :

$$v_{max} = \gamma_{max} \frac{\Delta \theta_e}{\omega} \tag{II.17}$$

$$l_{max} = \gamma_{max} \left(\frac{\Delta \theta_e}{\omega}\right)^2 \tag{II.18}$$

Deux cas sont finalement possibles :

- Si  $\Delta \Theta \geq 4\omega \sqrt{\frac{l}{\gamma_{max}}}$ , ce qui est équivalent à  $\Delta \Theta_c \geq 0$ , alors la soupape atteint la levée désirée avec une durée angulaire des créneaux nécessaire de  $\Delta \Theta_e = \omega \sqrt{\frac{l}{\gamma_{max}}}$
- Si  $\Delta\Theta < 4\omega\sqrt{\frac{l}{\gamma_{max}}}$ , alors il n'existe pas de phase de maintien  $\Delta\Theta_c = 0$ , la durée des créneaux est alors maximale et vaut  $\Delta\Theta_e = \frac{\Delta\Theta}{4}$ . La levée effectivement atteinte est alors  $l_{efficace} = \gamma_{max} \left(\frac{\Delta\Theta}{4\omega}\right)^2$

L'équation II.18 montre que la levée sera d'autant plus importante que l'accélération  $\gamma_{max}$ et la durée angulaire des créneaux  $\Delta \theta_e$  seront importantes et que le régime de rotation  $\omega$ sera faible. Ces conditions idéales ne sont pas toujours rencontrées sur un M.H.P. A titre d'exemple, si la levée désirée est  $l_{max}=5$  mm sur une durée angulaire totale de la séquence d'actuation  $\Delta \theta=20^{\circ}$  avec  $\Delta \theta_e=5^{\circ}$  (durée maximale des créneaux), pour un régime moteur N = 3 000 tr/min, alors l'accélération nécessaire donnée par l'équation II.18 est de 64 800  $m/s^2$ . Les actuateurs de soupapes actuels ne peuvent pas produire de tels niveaux d'accélération. En effet, l'ensemble des technologies présentées affiche une valeur d'accélération maximale  $\gamma_{max}$ relativement universelle et de l'ordre de 3 000  $m/s^2$ . A titre de comparaison, une actuation de soupape par arbre à came conventionnel, pour un régime de rotation de 7 000 tr/min, produit typiquement une accélération de l'ordre de 10 000  $m/s^2$ . Il apparaît donc simpliste et erroné de considérer un actuateur variable comme 'rapide' comparé à une actuation par came.

## 4.3 Test du modèle



Figure II.19 – Essai de levée n°1

Figure II.20 – Essai de levée n°2

Les figures II.19 à II.22 présentent des levées expérimentales de soupape de charge (mue par l'actuateur EVT-Dynaline de Compact Dynamics) comparées aux résultats produits par le modèle cinématique avec une valeur d'accélération maximale  $\gamma_{max} = 3000 \frac{m}{s^2}$ . Le tableau



Figure II.21 – Essai de levée n°3



Essai	Ouverture	Fermeture	Levée
	[deg. vil.]	[deg. vil.]	[mm]
n°1	233	281	1.7
n°2	233	254.5	1.9
n°3	389	422	4.9
n°4	360	422	4.8

**Tableau II.1** – Conditions d'essais de levée de soupape - N=1 000 tr/min -  $\gamma_{max} = 3000 \frac{m}{c^2}$ .

II.1 donne les conditions d'essais. Les deux premiers essais correspondent à des levées désirées faibles (1.8 mm environ), et les deux derniers essais à des levées importantes (4.8 mm environ).

**Discussion :** On constate tout d'abord que lorsqu'une phase de maintien existe (cas des essais n°1 et n°4) il apparaît un phénomène de rebond, qui bien sûr, ne peut pas être pris en compte par le modèle cinématique. D'autre part on constate visuellement pour tous les essais, une bonne adéquation du modèle face aux données mesurées pendant la phase d'ouverture. Le modèle est toutefois moins adapté à décrire la phase de fermeture. On note également sur les courbes expérimentales la présence d'une rampe de silence à la fermeture de la soupape non prise en compte par le modèle cinématique qui est proposé.

Le modèle cinématique présente les avantages de la simplicité et de l'indépendance face à une technologie particulière. Bien sûr, il n'a pas vocation à remplacer un modèle physique réputé plus précis. Mais, compte tenu du contexte et des objectifs fixés, ce modèle a été jugé satisfaisant et retenu pour conduire la suite des travaux.

# 5 Étude de l'effet de la sophistication de la distribution sur la performance des cycles pneumatiques

# 5.1 Introduction



**Figure II.23** – Cycle théorique idéalisé du Moteur pneumatique 4-temps à admission débrayée



Les cycles moteur et pompe pneumatiques à 4-temps présentent l'avantage incontestable de la simplicité technique de réalisation (Voir sections 2.3 et 2.2). Par contre, chacun d'entre eux comporte une course sans intérêt sur le déroulement de son cycle : respectivement la course d'admission et la course d'échappement pour les modes moteur et pompe. Une idée consiste donc à débrayer l'arbre à cames correspondant, ce qui est faisable avec l'emploi des technologies présentées à la section 3.1. On obtient alors deux nouveaux cycles que l'on appellera Moteur Pneumatique 4-temps à Admission Débrayée et Pompe Pneumatique 4-temps à Échappement Débrayé.

## Moteur Pneumatique 4-temps à Admission Débrayée : Voir Figure II.23

Au point 1, la soupape de charge s'ouvre. Le réservoir pneumatique se décharge dans le cylindre entre les points 1 et 2, point auquel la pression cylindre égale celle du réservoir. La soupape est maintenue ouverte pendant tout ou partie de la course de compression (point 3) en fonction de la quantité de travail mécanique à produire. Entre les points 3 et 4 toutes les soupapes sont fermées et la charge d'air se détend. Le phasage de fermeture de la soupape de charge peut être optimisé afin de superposer les points 4 et 5. Dans ce cas, une détente complète de la charge d'air est réalisée. La soupape d'échappement s'ouvre au point 4. Entre les points 4 et 5, le cylindre se détend dans la tubulure d'échappement. Entre les points 5 et 6 la course

d'échappement expulse l'air résiduel. Durant la séquence 6-7-1 toutes les soupapes sont fermées. L'air commence par une détente 6-7 puis est re-comprimé entre les points 7 et 1. La séquence 6-7-1 donne lieu à deux courses perdues.

### Pompe Pneumatique 4-temps à Échappement Débrayé : Voir Figure II.24

Ce cycle est très similaire à celui du mode pompe pneumatique 4-temps. Les points 1 à 5 sont similaires à ceux de la Figure I.7, mais au point 5, la soupape d'échappement demeure fermée entraînant une re-compression de l'air jusqu'à la pression réservoir durant la séquence 5-6. Au point 6, la soupape d'admission s'ouvre, et la pression chute jusqu'à la pression atmosphérique. On note que l'un des intérêts de ce cycle est de ne pas ré-aspirer des gaz brûlés depuis la tubulure d'échappement.

## 5.2 Développement

Dans cette partie, il est proposé, à l'aide du modèle 0D de cycle réel incluant le sous modèle cinématique, d'évaluer d'une part l'effet de différentes configurations de la distribution sur la performance des cycles, et d'autre part de l'effet de l'accélération maximale dont est capable l'actuateur. De par la nature même du modèle, la principale limitation physique qui est prise en compte est la restriction de section de passage offerte aux gaz à la soupape de charge. Une restriction trop importante et donc néfaste à l'efficacité d'un cycle peut être créée d'une part par une soupape de charge de trop petite dimension, et d'autre part, par un actuateur de soupape 'lent' qui limite la levée. On note également que des conditions de blocage sonique peuvent s'installer au col, ce qui limite aussi les masses transférées. Les modes pompe pneumatique considérés pour cette étude sont : 2-temps, 4-temps et 4-temps à échappement débrayé. Les modes moteur pneumatique considérés sont : 2-temps, 4-temps et 4-temps à admission débrayée.

Le moteur simulé est un monocylindre de 350  $cm^3$ . La culasse comporte 5 soupapes : 2 soupapes d'admission (diamètre 33 mm), deux soupapes d'échappement (diamètre 31 mm) et une seule soupape de charge de diamètre hydraulique 13 mm avec une levée maximale atteignable de 4 mm. Cette faible dimension de diamètre de soupape de charge est justifiée par la contrainte d'encombrement dans la culasse ainsi que par le souhait de ne pas dégrader les transvasements gazeux en mode conventionnel à combustion.



**Figure II.25** – Masse relative d'air pompée en fonction du phasage d'ouverture de la soupape de charge, pompe 4-temps. 1500 tr/min- $P_{res.} = 0.5$  MPa -  $\gamma_{max} = 3000 \ m/s^2$ 



**Figure II.27** – Diagramme p-V simulé, pompe 4-temps à échappement débrayé. 1500 tr/min-  $P_{res.} = 0.5$  MPa -  $\gamma_{max} = 3000 m/s^2$ 



Figure II.26 – Diagramme p-V simulé, pompe 4-temps. 1500 tr/min-  $P_{res.} = 0.5$  MPa -  $\gamma_{max} = 3000 \ m/s^2$ 



Figure II.28 – Diagramme p-V simulé, pompe 2-temps entièrement variable. 1500 tr/min- $P_{res.} = 0.5$  MPa -  $\gamma_{max} = 3000 m/s^2$ 

### 5.2.1 Mode pompe pneumatique

Les figures II.26, II.27 et II.28 donnent les diagrammes p-V simulés des modes respectifs pompe à 4-temps, pompe à 4-temps avec échappement débrayé, et pompe 2-temps. Ces simulations ont été conduites avec un état du réservoir pneumatique de 5 bars à 293 K.

Pour chaque mode, le phasage d'ouverture optimal de la soupape de charge a été déterminé avec un phasage de fermeture fixé au PMH. Dans le cas spécifique du cycle 2-temps, les phasages d'ouverture et de fermeture de la soupape d'admission ont été également optimisés. Le critère utilisé était la maximisation de la masse d'air transférée vers le réservoir, sans se soucier du travail indiqué. En effet, en mode pompe pneumatique, l'énergie mécanique peut être considérée comme gratuite, tant que l'énergie cinétique à dissiper lors d'une phase de freinage du

	4-temps	4-temps	2-temps
		Echap. Off	
Ouverture Adm.	-10°	710°	35°
Fermeture Adm.	190°	190°	190°
Ouverture Charge.	310°	310°	310°
Fermeture Charge.	360°	360°	360°
Ouverture Ech.	530°	x	X
Fermeture Ech.	530°	х	х

Tableau II.2 – Angles optimums d'ouverture et fermeture des soupapes en mode pompe pneumatique

véhicule est supérieure à ce qui peut être consommé par le mode pompe. Cette situation est très souvent rencontrée sur n'importe quel cycle routier usuel, comme montré par A.Ivanco [39]. Le tableau II.2 donne les phasages obtenus (exprimés en angle vilebrequin et pour une référence au PMH fin échappement/début admission) et la figure II.25 montre l'effet de la modification du phasage d'ouverture de la soupape de charge sur la masse d'air transférée, dans le cas spécifique du mode pompe à 4-temps.

	4-temps	4-temps	2-temps
		Echap. Off	
Travail indiqué [J/cycle]	73.1	74.1	62.9
Masse d'air pompée [g/cycle]	0.275	0.275	0.280
C.O.P [%]	198.99	196.22	236.07
C.S.P [J/g]	265.9	269.6	224.6

Tableau II.3 – Résultats obtenus en mode pompe pneumatique

Deux indicateurs de performance ont été retenus : le coefficient de performance (C.O.P) et la Consommation Spécifique de la Pompe (C.S.P). Le C.O.P est le rapport entre l'enthalpie transférée au réservoir et le travail indiqué, sur un cycle.

$$C.O.P = \frac{\Delta H_{res}}{W_i} = \frac{\int c_p T dm}{\int p dV}$$
(II.19)

Il s'agit d'un ratio d'énergie très souvent supérieur à 1, qu'il n'est donc pas souhaitable d'appeler rendement. Dans sa définition intervient la température des gaz transférés. Or, si le réservoir n'est pas adiabatique, les gaz se refroidissent dans le temps en cédant une partie de l'énergie transférée par transfert thermique. Ce constat rend l'utilisation de la notion de C.O.P problématique. En conséquence, un deuxième indicateur a donc été défini où n'intervient pas II.5 Étude de l'effet de la sophistication de la distribution sur la performance des cycles pneumatiques

la température des gaz :

$$C.S.P = \frac{W_i}{\Delta m_{res}} = \frac{\int p dV}{\int dm}$$
(II.20)

Le C.S.P est à notre avis un indicateur d'emploi plus approprié, car la masse transférée est conservée quel que soit l'état thermique du réservoir, si l'on considère ce dernier comme exempt de toute fuite.

**Discussion :** Une comparaison des diagrammes p-V simulés (Figures II.26, II.27 et II.28) montre des évolutions similaires pendant l'ouverture de la soupape de charge. Durant cette période, il existe sur les figures considérées un pic de pression qui n'existe pas sur les cycles idéalisés. Ce phénomène est causé principalement par le faible diamètre hydraulique de la soupape de charge qui crée une obstruction à l'écoulement des gaz. L'ouverture plutôt lente de la soupape de charge, causée par les possibilités limitées d'accélération de l'actuateur, amplifie ce phénomène.

Une observation de la figure II.27 montre que les courses perdues (débrayage échappement) ne sont pas superposées. Ce phénomène est dû aux échanges de chaleurs convectifs aux parois.

L'analyse du tableau II.3 montre qu'il n'existe pas de différence significative entre un cycle 4-temps et un cycle 4-temps à échappement débrayé. La complication technique induite par un arbre à cames débrayable à l'échappement n'apporte aucun bénéfice en contre partie. Par contre, une comparaison des valeurs numériques entre un cycle 2-temps et 4-temps montre une amélioration de la C.S.P de 15 % et du C.O.P de 18%. De plus, il existe un autre bénéfice à l'emploi d'un cycle 2-temps : durant un laps de temps donné, le nombre de cycles 2-temps réalisés est le double du nombre de cycles 4-temps ce qui amène une masse d'air transférée au réservoir double. En contrepartie, la culasse et la distribution sont plus complexes.

En vue d'illustrer l'impact des possibilités cinématiques de l'actuateur sur la performance d'un cycle pompe à 4-temps, l'évolution de la masse d'air transférée au réservoir en fonction de l'accélération maximale  $\gamma_{max}$  réalisable par l'actuateur a été étudiée. La figure II.29 donne les résultats pour trois valeurs de l'accélération . Pour un régime moteur inférieur à 1 000 tr/min, on note un effet négligeable de l'accélération sur la masse transférée. Mais à des régimes moteurs plus élevés, on note un sérieux impact de l'accélération. La figure II.29 montre clairement que la capacité d'accélération de l'actuateur est la clé de voûte à l'obtention de bonnes performances pour des régimes moteur intermédiaires ou élevés.

#### Chapitre II. Modélisation zéro-dimensionnelle



**Figure II.29** – Masse d'air pompée en fonction du régime moteur, mode pompe 4-temps, pour trois accélérations  $\gamma_{max}$  de 1 000, 3 000 et 5 000  $m/s^2$ 

#### 5.2.2 Mode moteur pneumatique



**Figure II.30** – Efficacité du Moteur Pneumatique en fonction des phasages d'ouverture et de fermeture de la soupape de charge, moteur 4-temps à admission débrayée. 1 500 tr/min-  $P_{res.} = 1$  MPa -  $\gamma_{max} = 3 000 m/s^2$ 



**Figure II.31** – Diagramme p-V simulé, moteur 4-temps. 1500 tr/min- $P_{res.} = 1$  MPa -  $\gamma_{max} = 3\ 000\ m/s^2$ 

Les figures II.31, II.32 et II.33 donnent les diagrammes p-V simulés respectivement pour les modes 4-temps, 4-temps à admission débrayée et 2-temps. Ces simulations ont été réalisées pour un état du réservoir pneumatique de 10 bars à 20°C, un régime moteur de 1 500 tr/min, et une accélération maximale de soupape de charge de 3 000  $m/s^2$ .

Pour chacun des modes, les phasages optimums d'ouverture et de fermeture de la soupape de charge ont été déterminés. Dans le cas spécifique du cycle 2-temps, les phasages d'ouverture et de fermeture de la soupape d'échappement ont été également optimisés. Le critère d'optimisation utilisé était la maximisation de l'Efficacité du Moteur Pneumatique (E.M.P), comme



**Figure II.32** – Diagramme p-V simulé, moteur 4-temps à admission débrayée. 1500 tr/min-  $P_{res.} = 1$  MPa -  $\gamma_{max} = 3\ 000\ m/s^2$ 



Figure II.33 – Diagramme p-V simulé, moteur 2-temps entièrement variable. 1500 tr/min- $P_{res.} = 1$  MPa -  $\gamma_{max} = 3\ 000\ m/s^2$ 

Tableau II.4 – Angles optimums d'ouverture et fermeture des soupapes en mode moteur pneumatique

	4-temps	4-temps	2-temps
		Adm. Off	
Ouverture Adm.	-10°	х	Х
Fermeture Adm.	190°	х	х
Ouverture Charge.	320°	$345^{\circ}$	-15°
Fermeture Charge.	440°	410°	$50^{\circ}$
Ouverture Ech.	530°	530°	160°
Fermeture Ech.	10°	10°	-60°

définie par l'équation II.22. En effet, l'utilisation de l'énergie pneumatique n'est pas gratuite, et donc doit être utilisée en vue de produire le maximum de travail mécanique en échange. La tableau II.4 donne les phasages trouvés par cette étude, et la figure II.30 illustre dans le cas du cycle moteur 4-temps à admission débrayée l'effet des phasages d'ouverture et de fermeture de la soupape de charge sur l'E.M.P.

Deux indicateurs de performance des cycles peuvent être utilisés : le Rendement de Moteur Pneumatique (R.M.P) et l'Efficacité du Moteur Pneumatique (E.M.P) :

$$R.M.P = \frac{W_i}{\Delta H_{res}} = \frac{\int p dV}{\int c_p T dm}$$
(II.21)

$$E.M.P = \frac{W_i}{\Delta m_{res}} = \frac{\int p dV}{\int dm}$$
(II.22)

Pour les mêmes raisons que celles évoquées lors de la discussion sur le C.O.P de la pompe

pneumatique, l'utilisation du R.M.P est à notre avis problématique car fortement liée à la température du réservoir, non constante si le réservoir n'est pas équipé d'une régulation de température. En conséquence, il nous a semblé préférable de définir et d'utiliser la notion d'E.M.P. Le tableau II.5 donne les résulats numériques obtenus pour les trois simulations considérées.

	4-temps	4-temps	2-temps
		Adm. Off	
Travail indiqué [J/cycle]	74.6	94.80	676.26
Masse d'air consommée [g/cycle]	0.983	0.767	0.547
R.M.P [%]	31.32	41.00	46.09
E.M.P [J/g]	75.9	123.4	139.3

 ${\bf Tableau \ II.5-R\acute{e}sultats \ obtenus \ en \ mode \ moteur \ pneumatique}$ 

**Discussion :** Une comparaison des diagrammes p-V simulés et théoriques montre dans tous les cas des évolutions très différentes durant l'ouverture de la soupape de charge. La cause principale est le diamètre hydraulique trop faible de la soupape de charge, et la cause secondaire est l'accélération faible mais réaliste dont l'actuateur est capable.

Le diagramme p-V du cycle 2-temps (Figure II.33) affiche une forme générale très différente du cycle idéalisé. L'optimisation du phasage de fermeture de la soupape d'échappement a conduit à une avance de 60° vilebrequin avant le PMH. Cette valeur élevée est la cause de la forme particulière observée entre la fermeture échappement (FE) et l'ouverture de la soupape de charge (OC).

Une analyse des résultats numériques présentés dans le tableau II.5 amène au constat que le meilleur compromis complexité/performance est d'utiliser un cycle moteur à 4-temps à admission débrayée. Ce tableau montre également qu'un cycle à 2-temps serait encore plus efficace (+12%), mais que en contrepartie, la culasse et l'ensemble de la distribution seraient incontestablement plus complexes.

Comme pour le mode pompe pneumatique, l'effet du régime moteur pour différentes accélérations maximales de la soupape de charge sur la performance du cycle moteur à 4-temps à admission débrayée a été étudié. Les résultats sont fournis par la figure II.34. Ce graphique amène des conclusions très différentes de celles issues de la figure II.29. Une chute importante du

#### II.6 Cartographies de solutions tabulées



**Figure II.34** – Travail indiqué en fonction du régime moteur, mode moteur 4-temps à admission débrayée, pour trois accélérations  $\gamma_{max}$  de 1 000, 3 000 et 5 000  $m/s^2$ 

travail indiqué est observée quelle que soit la valeur de l'accélération, dès que le régime moteur dépasse 1 500 tr/min. En conclusion, afin d'obtenir un gain de consommation important, le mode moteur pneumatique ne doit être utilisé que pour démarrer le moteur thermique ('Start and Stop') et/ou à démarrer le véhicule à faible vitesse.

# 6 Cartographies de solutions tabulées

Dans cette section sont présentés les résultats issus d'une exploitation du modèle 0D développé précédemment. Afin de réduire le nombre de paramètres à étudier, le réservoir pneumatique est supposé adiabatique, et la température des gaz contenus est supposée égale à une température isentropique définie depuis un état de référence  $T_{ref}$  de 20 °C et  $p_{ref}$  de 1 bar :

$$T = T_{ref} \left(\frac{p}{p_{ref}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \tag{II.23}$$

Compte tenu de cette simplification, les paramètres principaux à étudier sont alors :

- Phasage d'ouverture de la soupape de charge.
- Phasage de fermeture de la soupape de charge.
- Pression des gaz dans le réservoir.
- Régime de rotation du moteur.

L'accélération maximale dont est capable l'actuateur soupape est fixée à 3 000  $m/^2$ . Les différents modes investigués sont :

- Moteur Pneumatique à 4-temps.
- Pompe Pneumatique à 4-temps.

– Suralimentation Pneumatique.

## 6.1 Mode Moteur Pneumatique à 4-temps



**Figure II.35** – Rendement du Moteur Pneumatique pour un travail indiqué Wi=30 J/cyle, en fonction du régime moteur et de la pression réservoir



**Figure II.36** – Rendement du Moteur Pneumatique pour un travail indiqué Wi=70 J/cyle, en fonction du régime moteur et de la pression réservoir



**Figure II.37** – Rendement du Moteur Pneumatique pour un travail indiqué Wi=150 J/cyle, en fonction du régime moteur et de la pression réservoir



**Figure II.38** – Rendement du Moteur Pneumatique pour un travail indiqué Wi=300 J/cyle, en fonction du régime moteur et de la pression réservoir

Le mode moteur pneumatique sélectionné pour cette étude est le mode moteur 4-temps à admission embrayée. Il ne s'agit pas du mode à 4 temps le plus efficace (moteur 4-temps à admission débrayée), mais il a été néanmoins retenu car il s'agit du choix technologique le plus simple.

Pour cette étude, le régime moteur a varié de 500 à 2 500 tr/min par pas de 100 tr/min (21 points). La pression réservoir a varié de 3 à 22 bars par pas de 1 bar (20 points). Le travail

indiqué désiré a varié de 10 à 300 J/cycle par pas de 10 J/cyle (30 points).

Pour chacun des 12 600 points considérés (21\*20\*30), ont été déterminés par résolution numérique itérative les phasages d'ouverture et de fermeture de la soupape de charge qui permettent de produire le travail indiqué désiré, et ceci à la pression réservoir et au régime moteur imposés. Les résultats (ou solutions) tabulés en cartographie 3D (régime, pression, travail) sont :

- Phasage d'ouverture de la soupape de charge
- Phasage de fermeture de la soupape de charge
- Masse d'air consommée au réservoir pneumatique
- Rendement du Moteur Pneumatique
- Efficacité du Moteur Pneumatique

Compte tenu de l'hypothèse isentropique, l'indicateur d'efficacité retenu est le R.M.P. Les figures II.35, II.36, II.37 et II.38 présentent respectivement le Rendement du Moteur Pneumatique en fonction du régime moteur et de la pression réservoir, pour des travaux désirés de 30, 70, 150 et 300 J/cycle. Les figures II.39, II.40, II.41 et II.42 présentent respectivement les évolutions de l'Efficacité, de la Masse d'air consommée, du phasage d'ouverture et de fermeture de la soupape de charge, pour un travail désirée de 70 J/cycle.



**Figure II.39** – Efficacité du Moteur Pneumatique pour un travail indiqué Wi=70 J/cyle, en fonction du régime moteur et de la pression réservoir



**Figure II.40** – Masse d'air consommée pour un travail indiqué Wi=70 J/cyle, en fonction du régime moteur et de la pression réservoir

Premièrement, l'analyse de ces graphiques montre clairement qu'il existe pour chaque cas une zone dans laquelle il est impossible de produire le travail demandé (zone blanche). Cette zone est logiquement située à faible pression et à haut régime moteur. Plus le travail indiqué à fournir est important, et plus cette zone devient importante.





**Figure II.41** – Phasage d'ouverture de la soupape de charge pour un travail indiqué Wi=70 J/cyle, en fonction du régime moteur et de la pression réservoir

**Figure II.42** – Phasage de fermeture de la soupape de charge pour un travail indiqué Wi=70 J/cyle, en fonction du régime moteur et de la pression réservoir

Deuxièmement, on note que le rendement maximal (30 % environ) est toujours obtenu dans le coin supérieur gauche des graphiques qui correspond à la plus forte pression réservoir associée au plus faible régime moteur. En effet dans cette zone on cumule deux avantages. D'une part à faible régime, le temps d'actuation de la soupape est négligeable au regard de la durée totale d'un cycle (actuation 'rapide'), donc les transferts gazeux réalisés s'approchent des cycles idéalisés. D'autre part, à haute pression (22 bar), compte tenu de l'hypothèse isentropique, les gaz sont très chauds (708 °K) et donc très dilatés. En conséquence la masse nécessaire pour remplir le cylindre est très faible d'où cet excellent rendement.

Troisièmement, on note qu'il existe dans tous les cas, une zone utile (zone bleue) assez vaste où le rendement avoisine 20%. L'existence de cette zone est la preuve que le concept demeure viable lorsqu'est pris en compte une accélération réaliste pour l'actuation de la soupape de charge.

## 6.2 Mode Pompe Pneumatique à 4-temps

Pour cette étude paramétrique, le régime moteur a varié de 500 à 2500 tr/min par pas de 10 tr/min (201 points). La pression réservoir a varié de 3 à 20 bars par pas de 1 bar.

Pour chacun des 4 020 points considérés (201\*20), ont été déterminés par recherche numérique itérative les phasages d'ouverture et de fermeture de la soupape de charge qui permettent



**Figure II.43** – Coefficient de Performance (Pompe Pneumatique) en fonction du régime moteur et de la pression réservoir



**Figure II.45** – Travail Indiqué (Pompe Pneumatique) en fonction du régime moteur et de la pression réservoir



**Figure II.47** – Phasage Ouverture Soupape de Charge (Pompe Pneumatique) en fonction du régime moteur et de la pression réservoir



II.6 Cartographies de solutions tabulées

**Figure II.44** – Consommation Spécifique (Pompe Pneumatique) en fonction du régime moteur et de la pression réservoir



**Figure II.46** – Masse d'air transférée au Réservoir (Pompe Pneumatique) en fonction du régime moteur et de la pression réservoir



**Figure II.48** – Phasage Fermeture Soupape de Charge (Pompe Pneumatique) en fonction du régime moteur et de la pression réservoir

de minimiser la Consommation Spécifique de la Pompe (C.S.P) à la pression réservoir et au régime moteur imposés. Les résultats (ou solutions) tabulés en cartographie 2D (régime, pression) sont :

- Phasage d'ouverture de la soupape de charge
- Phasage de fermeture de la soupape de charge
- Travail Indiqué
- Masse d'air transférée au réservoir pneumatique
- Coefficient de Performance de la Pompe (C.O.P)
- Consommation Spécifique de la Pompe (C.S.P)

Le critère de minimisation de la C.S.P a été préféré au critère consistant à maximiser la masse d'air transférée au réservoir car les résultats finaux sont extrêmement proches en terme de masse d'air et travail par cycle, mais les évolutions des phasages d'ouverture et fermeture de la soupape de charge beaucoup plus continues.

Les figures II.43, II.44, II.45, II.46, II.47, II.48 présentent respectivement les évolutions des Coefficient de Performance, de la Consommation Spécifique, du travail indiqué, de la masse d'air transférée, et des phasages d'ouverture et de fermeture de la soupape de charge, en fonction du régime moteur et de la pression réservoir.

Premièrement, on constate que les deux indicateurs de performance (C.O.P et C.S.P) sont maximums dans une zone logiquement située dans le coin inférieur gauche des graphiques, où le régime moteur et la pression réservoir sont faibles. En effet, dans cette zone, on cumule deux avantages. D'une part à faible régime, le temps nécessaire à l'actuation de la soupape est négligeable au regard du temps total mis pour réaliser un cycle moteur complet, donc les transferts gazeux réalisés s'approchent des cycles idéalisés. D'autre part, à faible pression, la pression cylindre rejoint rapidement la pression réservoir dès les premiers temps de la course de compression. La charge pneumatique occupe alors la grande majorité de la course de compression, ce qui maximise les masses transférées tout en opposant une faible résistance.

Deuxièmement, les indicateurs de performance s'écroulent pour un niveau de pression réservoir supérieur à environ 18 bars, et ceci quel que soit le régime moteur. En effet dans la zone supérieure de ces figures, on note que le coût énergétique nécessaire au transfert des gaz devient important, en même temps que les masses transférées deviennent très faibles, ce qui apparaît logique puisque la course effective dévolue à la charge devient elle aussi faible.En conséquence on peut affirmer qu'un actuateur de soupape plus 'rapide' n'aurait pas changé cet état de fait. Troisièmement, on note qu'il existe une zone utile étendue où les indicateurs de performance affichent des niveaux très acceptables. L'existence de cette zone est une preuve que le concept de pompe pneumatique 4-temps demeure valide lorsqu'est prise en compte la contrainte cinématique d'actuation de la soupape de charge.

## 6.3 Suralimentation Pneumatique



**Figure II.49** – Phasage Fermeture Soupape de Charge (Suralimentation Pneumatique) en fonction du régime moteur et de la pression réservoir pour +10% de masse d'air



**Figure II.50** – Phasage Fermeture Soupape de Charge (Suralimentation Pneumatique) en fonction du régime moteur et de la pression réservoir pour +50% de masse d'air



**Figure II.51** – Phasage Fermeture Soupape de Charge (Suralimentation Pneumatique) en fonction du régime moteur et de la pression réservoir pour +100% de masse d'air

Pour cette étude le régime moteur a varié de 500 tr/min à 2 500 tr/min par pas de 100 tr/min (21 points). La pression réservoir a varié de 3 à 22 bars par pas de 1 bar. Nous appellerons 'MASP' la Masse d'Air additionnelle désirée par Suralimentation Pneumatique ( $\Delta m_{reservoir}$ ) définie relativement à la masse naturellement aspirée pendant l'admission  $(\Delta m_{admission})$ :

$$MASP = \frac{\Delta m_{reservoir}}{\Delta m_{admission}} \tag{II.24}$$

Le critère de 'MASP' a varié de +10% à +100% par pas de 10%. Pour chacun des 4 200 points considérés (21\*20\*10) il a été déterminé par résolution numérique itérative le phasage de fermeture de la soupape de charge qui permet d'introduire la masse d'air additionnelle désirée à la pression réservoir et au régime moteur imposés. Le phasage d'ouverture de la soupape de charge a été fixé à 215 ° vilebrequin, c'est à dire peu après la fermeture de la soupape d'admission. Le seul résultat qui soit tabulé en cartographie 3D (régime, pression, MASP) est le Phasage de fermeture de la soupape de charge.

Les figures II.49, II.50 etII.51 présentent respectivement l'évolution du phasage de fermeture de la soupape de charge en fonction du régime moteur et de la pression réservoir, pour une MASP de +10%, +50% et +100%.

Premièrement, l'analyse de ces graphiques montre qu'il existe une zone (couleur blanche) dans laquelle il est impossible d'ajouter la masse additionnelle désirée. Cette zone est logiquement située dans le coin inférieur droit des graphiques où la pression réservoir est faible et le régime moteur élevé. On cumule dans cette zone deux désavantages. D'une part le régime moteur élevé ne laisse pas le temps nécessaire à ce que l'actuation soupape se réalise convenablement, et d'autre part, le faible rapport de pression existant entre le port de charge et le cylindre génère un faible débit massique.(Remarque : Dans l'ensemble du présent mémoire de thèse, on utilisera le terme de 'port' pour désigner la portion du conduit d'admission, d'échappement ou de charge présente dans la culasse)

Deuxièmement, on note que, dans le cas d'une pression réservoir supérieure à environ 10 bars, il est possible de satisfaire la demande en air quel que soit le régime moteur. Ce constat montre que le concept de suralimentation pneumatique reste valide lorsqu'est pris en compte une accélération réaliste pour l'actuation de soupape de charge.

# 7 Conclusion

Dans ce chapitre, un tour d'horizon des différents types d'actuateurs de soupape variable a permis de justifier d'une part le modèle cinématique proposé, et d'autre part une valeur d'accélération réaliste pour les simulations de l'ordre de 3 000  $m/s^2$ .

Il a été tout d'abord établi que l'accélération maximale dont est capable l'actuateur est la clé permettant une bonne performance des cycles pneumatiques. Plus cette accélération est élevée et plus la plage où les modes moteur et pompe pneumatiques peuvent être exploités avec une bonne efficacité est grande. Dans le cas particulier des cycles à 4-temps, l'existence d'un gain d'efficacité en mode moteur a été mis en lumière lors de l'utilisation d'un arbre à cames d'admission débrayable, ce qui pourrait éventuellement justifier son surcoût. Inversement, il n'a pas été trouvé de bénéfice réel à l'utilisation d'un arbre à cames débrayable à l'échappement en mode pompe pneumatique. Les cycles à 2-temps affichent des niveaux de performance légèrement supérieurs à ceux des cycles 4-temps, mais en contrepartie présentent des complications techniques significatives.

Les cartographies de solutions tabulées ont montré, grâce au vaste domaine opératoire couvert, que la viabilité des modes moteur, pompe et suralimentation pneumatique demeure lorsqu'est prise en compte une contrainte cinématique réaliste pour l'actuation de la soupape de charge. L'utilisation de ces cartographies pour conduire des simulations de cycle routier (champs d'étude en dehors des objectifs de la présente thèse) devrait permettre d'affiner les gains de consommation qu'il est possible d'atteindre avec un M.H.P exploitant les trois leviers que sont le 'Start and Stop', l'hybridation et le downsizing.

En conclusion, ce travail a montré que la performance des cycles pneumatiques dépend grandement de la façon dont le transfert gazeux est réalisé à la soupape de charge, et ceci par la seule prise en compte de la restriction géométrique au col de la soupape. La prise en compte de la cinématique de l'actuateur soupape est donc impérative mais non suffisante. Comme nous l'avons montré lors de l'étude bibliographique (Voir Chapitre 1, 3), l'existence confirmée d'ondes de forte amplitude de pression  $(\pm 2.5 bars)$  dans la tubulure de charge va donc forcément influer d'une façon significative sur les flux massiques à la soupape de charge. Compte tenu de ce fait, le modèle se devait d'évoluer pour prendre en compte la dynamique des gaz. Son développement fera l'objet du chapitre suivant.

# Chapitre III

# Modélisation mono-dimensionnelle

# 1 Introduction

Ce chapitre a pour objectif de rassembler en un même lieu les éléments théoriques de dynamique des gaz mono dimensionnelle (1D) nécessaire à la modélisation des écoulements gazeux dans une tubulure de moteur MHP (admission, échappement et charge) discrétisée dans l'espace (volumes finis) et dans le temps . Le sous modèle ainsi obtenu de dynamique des gaz a pour vocation de remplacer le modèle 0D de Barré de Saint-Venant utilisé jusqu'alors pour la détermination du débit massique et enthalpique à chaque soupape.

Dans une première partie les équations fondamentales de l'écoulement mono dimensionnel d'un fluide compressible et non visqueux seront rappelées, ainsi que diverses méthodes 'classiques' de résolution numérique (C.I.R, LW1 et LW2). Le test de ces méthodes, sur un problème où la solution analytique est connue (tube à choc de Sod), nous amènera à la mise en place d'un correcteur de flux. Cet ajout amènera alors des résultats satisfaisants en terme de prédiction des différentes ondes créées par le problème du tube à choc, mais fera apparaître un nouveau problème, de moindre importance mais malheureusement inévitable, de conservation de la masse.

Dans une seconde partie, l'épineux problème de la modélisation des conditions limites sera traité. Tous les modèles présentés reposeront sur la méthode des caractéristiques (M.O.C). Les conditions limites 'standards' de tube fermé et entièrement ouvert seront rappelées. Puis le problème critique de la modélisation de la Condition Limite de Soupape (CLS) sera longuement traité. En effet, c'est au droit de la CLS que les ondes naissent et que les flux massiques et enthalpiques entre le cylindre et la tubulure sont déterminés. Deux modèles issus de la littérature seront présentés et développés :

Le premier modèle disponible dans la littérature est la CLS dite à 'quantité de mouvement', car utilisant l'équation de conservation de la quantité de mouvement en régime stationnaire. Il existe deux formalismes issus d'hypothèses différentes quant à l'écriture de la loi en question : le formalisme de Demoulin [20, 21] et celui de Benson [9]. L'un des apports de ce chapitre sera de proposer un formalisme qui unifie ces deux approches par l'utilisation d'un coefficient  $C_{QM}$ . D'autre part, il sera vu que cette condition limite présente une causalité en invariant de Riemann, similaire à la condition limite de tube ouvert 'standard'. Cette particularité autorise une tabulation des solutions. Un algorithme de détection et de correction d'entropie en causalité  $\lambda$  adapté à une causalité  $\lambda$  sera développé. Toutefois, cette CLS à quantité de mouvement se verra démentie par les mesures expérimentales présentées au chapitre 4.

Le second modèle de CLS que nous développerons, appelé modèle à 'pression constante', est historiquement le premier code de calcul opérationnel développé au cours des travaux successifs de Benson[8–11]. Ce modèle est encore utilisé de nos jours par différents codes de calculs (commercial et de recherche) qui revendiquent cette paternité. Nous détaillerons les hypothèses permettant sa construction. Il sera vu que cette condition limite, adaptée au seul cas d'un débit entrant dans le tube, ne présente pas une causalité en invariant de Riemann et que, en conséquence, il est impossible de tabuler les solutions et d'appliquer l'algorithme de prise en compte de l'entropie développé pour les conditions limites de tube ouvert et de soupape à 'quantité de mouvement'. Sa résolution ardue reposera sur un algorithme spécifique et itératif de correction d'entropie que l'on doit à Benson. L'un des apports de ce chapitre sera de montrer que cet algorithme original se révèle incapable de converger vers une solution valide dans le cas d'une faible ouverture de la soupape. Il n'a pas été trouvé dans la littérature une solution à ce problème resté dans l'ombre.

Pour des raisons différentes, les deux modèles de CLS issus de la littérature sont donc inadaptés à la modélisation de la dynamique des gaz sur un M.H.P. Face à ce constat, il a été nécessaire de développer une CLS alternative qui garantisse une solution valide dans toutes les situations. Elle est appelée CLS à 'volume intermédiaire' et représente donc l'apport principal de ce chapitre. Les hypothèses sur lesquelles elle repose, sa construction et sa résolution seront détaillées. Un test de convergence montrera l'influence de ses paramètres fondamentaux sur le nombre d'itérations nécessaires à l'obtention d'une solution de qualité.

En dernier lieu, une étude comparée des temps de calculs obtenus avec l'emploi des CLS à 'pression constante' et à 'volume intermédiaire' sera présentée.

La validation expérimentale des éléments théoriques présentés ici fera l'objet du chapitre suivant.

# 2 Notions fondamentales



Figure III.1 – Volume de contrôle

Les équations fondamentales de la mécanique des fluides qui vont être utilisées sont basées sur la conservation de la masse, de la quantité de mouvement, et de l'énergie dans un volume de contrôle. Le fluide est compressible et non visqueux, la section du tube est variable, il existe un frottement pariétal et un transfert de chaleur aux parois du volume de contrôle. L'écoulement est supposé mono-directionnel, selon l'axe x. Voir figure III.1.

## 2.1 Equations brutes

La construction de ces équations est abondamment décrite dans la littérature [78][21][9]. Nous rappellerons ici ces trois équations :

### 2.1.1 Conservation de la masse

$$\frac{\partial(\rho F dx)}{\partial t} = \frac{\partial(\rho u F)}{\partial x} dx \tag{III.1}$$

## 2.1.2 Conservation de la quantité de mouvement

$$-\frac{\partial(\rho F)}{\partial t}dx + p\frac{dF}{dx}dx - \frac{1}{2}\rho u^2 f\pi Ddx = \frac{\partial(u\rho Fdx)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho Fu^2)}{\partial x}dx$$
(III.2)

Dans cette formulation, le lecteur aura remarqué que la tubulure est supposé de section cylindrique, cas particulier qui sera toujours rencontré dans le présent travail. f représente le coefficient de frottement pariétal, qui permet d'exprimer la contrainte tangentielle de frottement :

$$\tau_w = \frac{1}{2}\rho u^2 f \tag{III.3}$$

L'évaluation pratique du coefficient f et les problèmes qui en découlent sont traités à la section 2.3.

## 2.1.3 Conservation de l'énergie

$$q\rho F dx = \frac{\partial (e_0 \rho F dx)}{\partial t} + \frac{\partial (h_0 \rho F u)}{\partial x} dx$$
(III.4)

Où  $e_0$  représente l'énergie totale statique pondérée du volume de contrôle :

$$e_0 = e + \frac{1}{2}u^2 = c_v T + \frac{1}{2}u^2$$
(III.5)

Et  $h_0$  représente l'enthalpie totale statique pondérée du fluide dans le volume de contrôle :

$$h_0 = e_0 + \frac{p}{\rho} \tag{III.6}$$

Où q , représente le taux de perte pondéré (ou de gain) de chaleur totale du volume de contrôle, par unité de surface. Voir section 2.3.

### 2.1.4 Équations thermodynamiques complémentaires

En l'état actuel , le système comporte donc trois équations pour quatre inconnues :  $p, \rho, u, e$ . Il manque donc une équation. On introduit alors la loi des gaz parfaits :

$$\frac{p}{\rho} = rT \tag{III.7}$$

Mais, cette dernière équation fait apparaître une nouvelle inconnue : la température T. On introduit alors la relation de Joule et le système peut alors se résoudre :

$$e = c_v T + e_0^* \tag{III.8}$$

On rappelle également les équations classiques de thermodynamique, valables pour un gaz parfait, qui permettront de simplifier les écritures :

$$h = c_p T \tag{III.9}$$

$$c_v = \frac{r}{\gamma - 1} \tag{III.10}$$

$$c_p = \frac{r\gamma}{\gamma - 1} \tag{III.11}$$

On peut alors exprimer l'énergie et l'enthalpie par :

$$e = \frac{rT}{\gamma - 1} = \frac{p}{\rho(\gamma - 1)} \tag{III.12}$$

$$h = \frac{\gamma rT}{\gamma - 1} = \frac{\gamma p}{\rho(\gamma - 1)} \tag{III.13}$$

#### 2.1.5 Cas particulier d'un écoulement en régime stationnaire

Afin de construire le système d'équations nécessaire à la résolution des conditions limites, l'emploi des équations en régime stationnaire sera indispensable. C'est pour cette raison que ces dernières sont rappelées ici. Dans le cas particulier d'un écoulement stationnaire, le temps n'intervient plus dans les équations, c'est-à-dire que les dérivées (partielles ou totales) par rapport au temps sont nulles. L'hypothèse d'écoulement stationnaire qui est faite à une condition limite consiste à supposer que le gradient spatial d'une variable v est beaucoup plus grand que



Figure III.2 – Volume de contrôle en écoulement stationnaire

sa dérivée temporelle. C'est-à-dire que, pour une variable v quelconque, on peut écrire :

$$\frac{\partial v}{\partial x} \gg \frac{\partial v}{\partial t} \approx 0$$
 (III.14)

En s'appuyant sur la figure III.2, on peut alors écrire pour la conservation de la masse :

$$\rho_1 u_1 F_1 = \rho_2 u_2 F_2 \tag{III.15}$$

La conservation de l'énergie donne, en l'absence de variation de section, de frottement et d'échange de chaleur :

$$h_{1} = h_{2}$$

$$c_{v}T_{1} + \frac{p_{1}}{\rho_{1}} + \frac{1}{2}u_{1}^{2} = c_{v}T_{2} + \frac{p_{2}}{\rho_{2}} + \frac{1}{2}u_{2}^{2}$$

$$a_{1}^{2} + \frac{\gamma - 1}{2}u_{1}^{2} = a_{2}^{2} + \frac{\gamma - 1}{2}u_{2}^{2}$$
(III.16)

La conservation de la quantité de mouvement s'écrit alors :

$$\rho_1 F_1(u_1)^2 - \rho_2 F_2(u_2)^2 + p_2 F_2 - p_1 F_1 - \int_1^2 p \frac{dF}{dx} dx = 0$$
(III.17)

# 2.2 Équations sous forme conservative

Il est possible de récrire les équations III.1, III.2 et III.4 sous une forme conservative, c'està-dire où les variables utilisées sont la masse ( $\rho$ ), la quantité de mouvement ( $\rho u$ ) et l'énergie ( $\rho e_0$ ). On obtient alors :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u)}{\partial x} + \frac{\rho u}{F} \frac{dF}{dx} = 0$$
(III.18)

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u^2 + p)}{\partial x} + \frac{\rho u^2}{F} \frac{dF}{dx} + \rho G = 0$$
(III.19)

$$\frac{\partial(\rho e_0)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u h_0)}{\partial x} + \frac{\rho u h_0}{F} \frac{dF}{dx} - \rho q = 0$$
(III.20)

Avec

$$G = \frac{1}{2}u|u|f\frac{4}{D} \tag{III.21}$$

Le terme u|u| est utilisé pour s'assurer que le frottement pariétal s'oppose toujours à l'écoulement. Cette formulation est valide pour une tubulure de section cylindrique.

### 2.2.1 Notation vectorielle

Les équations III.18, III.19 et III.20 peuvent se noter d'une façon plus compacte et plus commode à l'usage sous forme vectorielle :

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial F(W)}{\partial x} + C(W) = 0$$
(III.22)

Avec  $W = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho e_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{bmatrix}$  représente le vecteur d'état des variables conservatives : masse, quantité de mouvement et énergie.

La fonction F(W) représente le vecteur de flux . Il est défini par :

$$F(W) = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho u h_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix}$$
(III.23)

Le vecteur C(W) est appelé le vecteur de correction. Il comprend la variation de section, le frottement pariétal et les pertes de chaleur aux parois :

$$C(W) = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho u h_0 \end{bmatrix} \frac{d(\ln F)}{dx} + \begin{bmatrix} 0 \\ \rho G \\ -\rho q \end{bmatrix}$$
(III.24)
L'équation III.22 peut aussi s'écrire sous forme quasi-linéaire :

$$\frac{\partial W}{\partial t} + A(W)\frac{\partial W}{\partial x} + C(W) = 0$$
(III.25)

Avec la matrice jacobienne A(W) définie comme :

$$A(W) = \frac{\partial F}{\partial W} \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial w_1} & \frac{\partial f_1}{\partial w_2} & \frac{\partial f_1}{\partial w_3} \\ \frac{\partial f_2}{\partial w_1} & \frac{\partial f_2}{\partial w_2} & \frac{\partial f_2}{\partial w_3} \\ \frac{\partial f_3}{\partial w_1} & \frac{\partial f_3}{\partial w_2} & \frac{\partial f_3}{\partial w_3} \end{pmatrix}$$
(III.26)

La matrice jacobienne A(W) peut s'écrire en fonction de la vitesse du son a et de la vitesse particulaire u:

$$A(W) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0\\ \frac{1}{2}(\gamma - 3)u^2 & (3 - \gamma)u & \gamma - 1\\ \frac{1}{2}(\gamma - 2)u^3 - \frac{a^2u}{\gamma - 1} & \frac{3 - 2\gamma}{2}u^2 + \frac{a^2}{\gamma - 1} & \gamma u \end{pmatrix}$$
(III.27)

Dans le cas particulier où il n'existe pas de variation de section, de frottement pariétal ni d'échange de chaleur, l'équation III.22 se simplifie. Elle est alors connue sous le nom d'équation d'Euler-1D :

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial F(W)}{\partial x} = 0 \tag{III.28}$$

# 2.3 Évaluation du frottement pariétal et de l'échange de chaleur aux parois

Le coefficient de frottement pariétal f est défini par :

$$f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2}\rho u^2} \tag{III.29}$$

Dans la pratique, Winterbone [78] indique que l'utilisation d'un coefficient f constant est suffisant dans la majorité des cas, il propose :

Le premier problème qui se pose est que les valeurs de f disponibles dans la littérature sont issues de mesures réalisées en régime stationnaire. Or, la valeur de ce coefficient est impactée lorsque l'écoulement devient instationnaire. Une solution pratique à ce problème consiste donc à déterminer la valeur de f par ajustements successifs, jusqu'à ce que la simulation affiche la bonne décroissance d'amplitude de l'onde de pression au cours du temps, en comparaison à une mesure.

Le second problème qui se pose est la dissipation de l'énergie thermique créée par la friction. Si rien n'est fait, l'existence de frottement pariétal conduit donc à une augmentation de la température des gaz, donc à une augmentation de la vitesse du son et donc au final à des phasages d'ondes erronés entre simulation et mesure. Il y a donc lieu de mettre en place un transfert de chaleur aux parois, chargé de dissiper cette énergie thermique. L'évaluation du flux de chaleur aux parois noté q, s'appuie une fois encore sur les travaux de Benson [9]. Il propose la corrélation empirique suivante pour l'évaluation du coefficient q:

$$q = \frac{2fu}{D}c_p(T_w - Tg) \tag{III.30}$$

L'intérêt fondamental de cette corrélation est de répondre au problème posé d'évacuation du flux de chaleur issu du frottement pariétal. D'autre part, il n'existe pas de flux de chaleur lorsque le gaz est à l'état stationnaire dans la tubulure.

# 2.4 Équations sous forme primitive

On appelle variables primitives les grandeurs physiques : vitesse (u), masse volumique  $(\rho)$  et pression (p). Les équations sont dites sous forme primitive lorsque les variables précédentes apparaissent explicitement. Les équations fondamentales de l'écoulement III.1, III.2 et III.4 peuvent se mettre sous la forme suivante :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} + \rho \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\rho u}{F} \frac{dF}{dx} = 0$$
(III.31)

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + G = 0$$
(III.32)

$$\frac{\partial e}{\partial t} + u\frac{\partial e}{\partial x} - \frac{p}{\rho^2} \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + u\frac{\partial \rho}{\partial x}\right] - (q + uG) = 0$$
(III.33)

Dans le cas d'un gaz parfait cette dernière équation peut se mettre sous la forme :

$$\frac{\partial p}{\partial t} + u\frac{\partial p}{\partial x} - a^2 \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + u\frac{\partial \rho}{\partial x}\right] - (\gamma - 1)(q + uG) = 0$$
(III.34)

Grâce à cette transformation, les équations III.31, III.32 et III.34 ne dépendent que des variables primitives et peuvent s'écrire sous forme vectorielle :

$$\frac{\partial V}{\partial t} + A \frac{\partial V}{\partial x} + C = 0$$
(III.35)  
Avec les grandeurs suivantes :  $V = \begin{bmatrix} \rho \\ u \\ p \end{bmatrix}$ ,  $A = \begin{bmatrix} u & \rho & 0 \\ 0 & u & \frac{1}{\rho} \\ 0 & a^2 \rho & u \end{bmatrix}$   
et enfin  $C = \begin{bmatrix} \rho u \\ 0 \\ a^2 \rho u \end{bmatrix} \frac{1}{F} \frac{dF}{dx} + \begin{bmatrix} 0 \\ G \\ (\gamma - 1)\rho(q + uG) \end{bmatrix}$ 

Les 3 valeurs propres, notées  $\lambda_k$ , de la matrice A(U) sont respectivement :

 $egin{array}{ll} &-\lambda_1=u-a\ &-\lambda_2=u\ &-\lambda_3=u+a \end{array}$ 

Ces grandeurs représentent la vitesse de propagation des ondes selon les directions principales définies par les vecteurs propres de la matrice A. Ces ondes portent le nom d'ondes caractéristiques  $C_+$ ,  $C_-$  et  $C_0$ . Nous allons maintenant les définir plus précisément.

# 2.5 Équations sous forme caractéristique

Pour faire apparaître plus clairement la nature physique de l'écoulement, il est nécessaire de manipuler une nouvelle fois le système d'équations III.31, III.32, III.34 de la manière suivante :

$$(III.34) + a^{2}(III.31) + \rho a(III.32)$$
  
 $(III.34) + a^{2}(III.31) - \rho a(III.32)$   
 $(III.34)$ 

Le système ainsi obtenu est :

$$\frac{\partial p}{\partial t} + (u+a)\frac{\partial p}{\partial x} + \rho a \left[\frac{\partial u}{\partial t} + (u+a)\frac{\partial u}{\partial x}\right] + \Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3 = 0$$
(III.36)

$$\frac{\partial p}{\partial t} + (u-a)\frac{\partial p}{\partial x} - \rho a \left[\frac{\partial u}{\partial t} + (u-a)\frac{\partial u}{\partial x}\right] + \Delta_1 + \Delta_2 - \Delta_3 = 0$$
(III.37)

$$\frac{\partial p}{\partial t} + u\frac{\partial p}{\partial x} - a^2 \left[\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x}\right] + \Delta_1 = 0$$
(III.38)

Avec :

$$-\Delta_1 = -(\gamma - 1)\rho(q + uG)$$
$$-\Delta_2 = \frac{\rho u a^2}{F} \frac{dF}{dx}$$
$$-\Delta_3 = \rho aG$$

Dans le cas simple où il n'existe aucun frottement pariétal, aucun échange de chaleur et aucune variation de section, ces dernières grandeurs deviennent nulles.

Les équations précédentes peuvent être mises sous forme de différentielles totales : Soit F une fonction à deux variables  $F = F(x_1, x_2)$ , on rappelle que la différentielle totale exacte de la fonction s'exprime alors :

$$dF = \frac{\partial F}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial F}{\partial x_2} dx_2$$

C'est typiquement le cas des variables primitives qui sont des fonctions à deux variables :  $p = p(x, t), u = u(x, t), \text{ et } \rho = \rho(x, t)$ 

Donc il est possible d'écrire, par exemple, pour la variable p:

$$dp = \frac{\partial p}{\partial x}dx + \frac{\partial p}{\partial t}dt$$
$$\frac{dp}{dt} = \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x}\frac{dx}{dt}$$

Avec par définition, la vitesse de propagation de l'onde définie par  $v = \frac{dx}{dt}$ .

Compte tenu de ces remarques, le système d'équations III.36,III.37,III.38 peut se mettre sous forme de différentielle totale exacte :

$$\frac{dp}{dt} - \rho a \frac{du}{dt} + \Delta_1 + \Delta_2 - \Delta_3 = 0 \quad , avec \quad \frac{dx}{dt} = u - a \tag{III.39}$$

$$\frac{dp}{dt} - a^2 \frac{d\rho}{dt} + \Delta_1 = 0 \quad , avec \quad \frac{dx}{dt} = u \tag{III.40}$$

$$\frac{dp}{dt} + \rho a \frac{du}{dt} + \Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3 = 0 \quad , avec \quad \frac{du}{dt} = u + a \tag{III.41}$$

Ce dernier système d'équations n'est pas un système de variables indépendantes, mais il définit néanmoins ce que l'on appelle les directions ou lignes caractéristiques :

- L'équation III.39 définit les variations des grandeurs primitives le long de la direction

caractéristique  $C_-$ . Les perturbations se déplacent à la célérité  $\lambda_1 = u - a$ . Il s'agit d'une onde qui se propage dans une direction opposée à celle de l'écoulement dans le cas où celui-ci est subsonique.

- L'équation III.41 définit les variations des grandeurs primitives le long de la direction caractéristique  $C_+$ . Les perturbations se déplacent à la célérité  $\lambda_3 = u + a$ . Il s'agit d'une onde qui se propage dans la même direction que celle de l'écoulement dans tous les cas (subsonique ou supersonique).
- L'équation III.40 définit les variations des grandeurs primitives le long de la direction caractéristique  $C_0$ . Les perturbations se déplacent à la célérité  $\lambda_2 = u$ . Elle est parfois appelée 'ligne de pas', car il ne s'agit pas d'une onde mais d'un écoulement physique de matière. Cette équation définit le changement d'entropie le long de ligne d'écoulement. Voir 2.6.

#### 2.5.1 Forme canonique des caractéristiques

Dans cette partie, nous cherchons à construire un jeu de variables indépendantes, à partir du système d'équations III.39,III.40,III.41. On note V les vecteur des variables primitives, et U le vecteur recherché de variables indépendantes. A chaque valeur propre  $\lambda_1, \lambda_2$  et  $\lambda_3$  est respectivement associé le vecteur propre de droite  $K_1, K_2$  et  $K_3$  tel que :

$$A(U).K_i = \lambda_i.K_i \tag{III.42}$$

La résolution donne :

$$K_{1} = \begin{bmatrix} 1\\ \frac{-a}{\rho}\\ a^{2} \end{bmatrix} \text{ pour } \lambda_{1} = u - a$$
$$K_{2} = \begin{bmatrix} 1\\ 0\\ 0 \end{bmatrix} \text{ pour } \lambda_{2} = u$$
$$K_{3} = \begin{bmatrix} 1\\ \frac{a}{\rho}\\ a^{2} \end{bmatrix} \text{ pour } \lambda_{3} = u + a$$

On définit alors la matrice de changement de repère K comme la matrice dont les colonnes sont les vecteurs propres  $K_i$ :

$$K = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \frac{-a}{\rho} & 0 & \frac{a}{\rho} \\ a^2 & 0 & a^2 \end{bmatrix}$$
(III.43)

On pose alors  $\Lambda$ , la matrice diagonale des valeurs propres :

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{bmatrix}$$
(III.44)

Compte tenu de ces notations, on a alors :

$$A = K.A.K^{-1} \tag{III.45}$$

$$\Lambda = K^{-1} . \Lambda . K \tag{III.46}$$

$$U = K^{-1}.V \tag{III.47}$$

$$V = K.U \tag{III.48}$$

Le système d'équations III.39, III.40, III.41 devient alors :

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \Lambda \cdot \frac{\partial U}{\partial x} = 0 \tag{III.49}$$

Ce système d'équations est alors totalement découplé, c'est-à-dire que pour que chaque composante  $u_i$  du vecteur U on obtient une équation d'onde scalaire simple :

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \lambda_i \frac{\partial u_i}{\partial x} = 0 \tag{III.50}$$

Avec  $\lambda_i$  la vitesse caractéristique le long de la courbe caractéristique d'équation  $\frac{dx}{dt} = \lambda_i$ 

#### 2.6 Niveau d'entropie

La direction caractéristique  $C_0$  est aussi appelée "ligne de pas". En toute rigueur, il ne s'agit pas d'une onde, mais d'une ligne d'écoulement physique, avec flux de matière à la vitesse particulaire u. C'est selon cette direction que se déterminent les changements de niveau d'entropie du gaz lors de l'écoulement. En effet, si  $\Delta_1 = 0$ , c'est-à-dire qu'il n'y a pas de frottement pariétal, ni d'échange de chaleur, alors l'équation III.40 devient :

$$dP - a^2 d\rho = 0 \tag{III.51}$$

Or, pour un gaz parfait, on a  $a^2 = \frac{\gamma p}{\rho} = \gamma r T$ , et l'équation III.51 peut alors s'écrire :

$$\frac{dP}{P} = \gamma \frac{d\rho}{\rho}$$

L'intégration de cette dernière équation amène  $\frac{P}{\rho^{\gamma}} = constante$ , qui est l'expression classique d'une détente isentropique réversible. On comprend alors que la caractéristique  $C_0$  ne présente d'intérêt qui si l'écoulement n'est pas isentropique, c'est à dire qu'il existe un frottement pariétal et/ou des échanges de chaleur aux parois. Dans le cas contraire, on parlera d'un **écoulement isentropique** et on a utilisera la relation intégrée  $\frac{P}{\rho^{\gamma}} = constante$  pour boucler le système d'équations. Le nombre d'inconnue passera de 3 inconnues primitives (P,u, $\rho$ ) à 2 inconnues (P et u par exemple,  $\rho$  étant lié à P par la relation de détente isentropique). C'est cette idée qui nous permettra d'introduire la notion d'invariant de Riemann. (Voir conditions limites en section 6).

Si l'écoulement n'est pas isentropique, on peut exprimer la variation d'entropie en réécrivant l'équation III.33 sous forme de différentielle totale :

$$\frac{de}{dt} - \frac{p}{\rho}\frac{d\rho}{dt} - (q + uG) = 0 \tag{III.52}$$

On utilise alors le second principe de la thermodynamique : Tds = de + pdV, et l'on obtient :

$$ds = \frac{(q+uG)}{T}dt \tag{III.53}$$

Cette dernière équation permet donc d'évaluer le changement d'entropie le long de la caractéristique  $C_0$ .



Figure III.3 – Méthode C.I.R

# 3 Résolution numérique par méthode C.I.R

## 3.1 Principe de la méthode

La méthode de Courant, Isaacson and Rees (CIR) [18] est une méthode à différences finies basée sur la méthode des caractéristiques. Nous la présentons ici, car elle sera indispensable à la construction des conditions limites.

La méthode repose sur le principe suivant : Au pas temporel (n), l'état des variables primitives aux noeuds (i-1,n),(i,n) et (i+1,n) est connu. On va déterminer à partir de ces noeuds et par interpolation, l'état des variables primitives aux noeuds L, S et R. Ces points représentent respectivement dans le diagramme espace-temps, les lieux où passent respectivement les ondes caractéristiques  $C_+, C_0$  et  $C_-$  au pas temporel (n). Les trois caractéristiques ont été choisies sous contrainte de toutes se couper au noeud (i,n+1).

La connaissance des variables primitives aux points L, S, et R permet, en remontant les caractéristiques, de déterminer l'état du noeud (i) au pas temporel (n+1). Par convention, les longueurs  $\delta x_L$ ,  $\delta x_S$ , et  $\delta x_R$  sont toujours considérées positives.

Pour illustrer la méthode, nous supposons que l'écoulement soit subsonique et que la vitesse particulaire soit positive, ce qui correspond précisément au contexte de la figure III.3.

$$0 \le u \le a$$

Sur la caractéristique  $C_+$  on a :

$$\frac{dx}{dt} = u + a = u_L^n + a_L^n \simeq \frac{\delta x_L}{\Delta t}$$
(III.54)

Par interpolation, on peut écrire entre les noeuds (i-1,n) et (i,n) :

$$u_{L}^{n} = u_{i}^{n} + \frac{\delta x_{L}}{\Delta x} (u_{i-1}^{n} - u_{i}^{n})$$
(III.55)

$$a_L^n = a_i^n + \frac{\delta x_L}{\Delta x} (a_{i-1}^n - a_i^n)$$
 (III.56)

Les équations III.54, III.55, III.56 amènent alors :

$$\frac{\delta x_L}{\Delta x} = \frac{u_i^n + a_i^n}{\frac{\Delta x}{\Delta t} + (u_i^n - u_{i-1}^n) + (a_i^n - a_{i-1}^n)}$$
(III.57)

Par un même raisonnement, sur la caractéristique  $C_{-}$  on a :

$$\frac{dx}{dt} = u - a = u_R^n - a_R^n \simeq \frac{\delta x_R}{\Delta t}$$
(III.58)

$$u_R^n = u_i^n + \frac{\delta x_R}{\Delta x} (u_{i+1}^n - u_i^n) \tag{III.59}$$

$$a_R^n = a_i^n + \frac{\delta x_R}{\Delta x} (a_{i+1}^n - a_i^n) \tag{III.60}$$

$$\frac{\delta x_R}{\Delta x} = \frac{-(u_i^n - a_i^n)}{\frac{\Delta x}{\Delta t} + (u_{i+1}^n - u_i^n) - (a_{i+1}^n - a_i^n)}$$
(III.61)

Dans le cas d'un écoulement supersonique, avec u - a > 0, il convient d'interpoler  $\frac{\delta x_R}{\Delta x}$  par une méthode similaire entre les noeuds (i-1,n) et (i+1,n).

Par un même raisonnement, sur la caractéristique  $C_0$ , on peut écrire :

$$\frac{dx}{dt} = u = u_S^n \simeq \frac{\delta x_S}{\Delta t} \tag{III.62}$$

$$u_{S}^{n} = u_{i}^{n} + \frac{\delta x_{S}}{\Delta x} (u_{i-1}^{n} - u_{i}^{n})$$
(III.63)

$$\frac{\delta x_S}{\Delta x} = \frac{u_i^n}{\frac{\Delta x}{\Delta t} + (u_i^n - u_{i-1}^n)}$$
(III.64)

Dans le cas, d'un écoulement avec u < 0, il convient d'interpoler  $\frac{\delta x_S}{\Delta x}$  par une méthode

similaire entre  $\boldsymbol{u}_{i+1}^n$  et  $\boldsymbol{u}_i^n$ 

## 3.2 Résolution en écoulement isentropique

Dans cette partie, on va développer la méthode C.I.R dans le cas particulier d'un écoulement isentropique, sans variation de section ( $\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta_3 = 0$ .) Cette méthodologie est celle qui sera utilisée lors de la construction et la résolution des conditions limites. Le système d'équations III.39,III.40,III.41 se simplifie et devient :

$$dp + \rho.a.du = 0$$
 ,  $avec \quad \frac{dx}{dt} = u + a$  (III.65)

$$dp - \rho.a.du = 0$$
 ,  $avec \quad \frac{dx}{dt} = u - a$  (III.66)

$$dp - a^2 d\rho = 0$$
 , avec  $\frac{dx}{dt} = u$  (III.67)

L'écoulement étant isentropique, l'équation III.67 peut être remplacée avantageusement par :

$$\frac{P_i^{n+1}}{(\rho_i^{n+1})^{\gamma}} = \frac{P_S^n}{(\rho_S^n)^{\gamma}}$$
(III.68)

Avec  $p_0$ ,  $\rho_0$ ,  $a_0$ ,  $T_0$  qui sont les états des variables primitives pour des conditions de références, qui classiquement sont celles du gaz au repos dans le conduit. Elles sont donc parfaitement connues. Compte tenu ces éléments et du fait que pour un gaz parfait on a toujours :

$$a^2 = \frac{\gamma p}{\rho} = \gamma.r.T$$

On peut alors écrire :

$$\frac{p}{p_0} = \left[\frac{\rho}{\rho_0}\right]^{\gamma} = \left[\frac{a}{a_0}\right]^{\frac{2\gamma}{\gamma-1}} = \left[\frac{T}{T_0}\right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$
(III.69)

Si on exprime l'équation III.69 sous forme logarithmique :

$$\ln \frac{p}{p_0} = \frac{2\gamma}{\gamma - 1} \ln \frac{a}{a_0}$$

Puis en différenciant, on obtient :

$$\frac{dP}{P} = \frac{2\gamma}{\gamma - 1} \frac{da}{a} = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{dT}{T}$$
(III.70)

Sous hypothèse isentropique, la variation de pression de gaz est donc liée à la variation de température. Un gradient de pression impose donc un gradient de température et donc de vitesse du son exprimé par l'équation III.70. Cette dernière relation sera utilisée pour la construction des conditions limites

A l'aide de l'équation III.70, on peut transformer l'équation III.41 qui définit la caractéristique  $C_+$ :

$$dp + \rho a du = 0$$
$$\frac{2\gamma}{\gamma - 1} \frac{p}{a} da + \rho a du = 0$$

Ce qui donne au final, sur la caractéristique  $C_+$ :

$$\frac{2}{\gamma - 1}da + du = 0 \tag{III.71}$$

On préfère écrire cette équation sous la forme :

$$da + \frac{\gamma - 1}{2}du = 0 \tag{III.72}$$

Une intégration de la relation précédente amène pour tout point pris sur la ligne d'onde  $C_+$ :

$$a + \frac{\gamma - 1}{2}u = conste = \lambda \tag{III.73}$$

#### $\lambda$ est appelé invariant de Riemann le long de $C_+$ .

Le même démarche, appliquée à l'équation III.39, amène pour tout point pris sur la ligne d'onde  $C_{-}$ :

$$a - \frac{\gamma - 1}{2}u = conste = \beta \tag{III.74}$$

 $\beta$  est appelé invariant de Riemann le long de  $C_{-}$ .

Synthèse : Résumons la démarche de résolution d'un écoulement isentropique par la méthode C.I.R :

- 1. On détermine les quantités  $\delta x_L$  et  $\delta x_R$ , à l'aide des équations III.57 et III.61.
- 2. Par interpolation, on détermine les quantités  $a_R^n$ ,  $u_R^n$ ,  $a_L^n$ ,  $u_L^n$  respectivement à l'aide des équations III.60, III.59, III.56 et III.55.

3. On calcule la valeur des deux invariants de Riemann, au points R et L, à l'aide des relations suivantes :

$$\lambda_L^n = a_L^n + \frac{\gamma - 1}{2} u_L^n$$
$$\beta_R^n = a_R^n - \frac{\gamma - 1}{2} u_R^n$$

4. On détermine alors  $a_i^{n+1}$  et  $u_i^{n+1}$  en résolvant le système de 2 équations à 2 inconnues suivant :

$$\begin{split} \lambda_L^n &= a_i^{n+1} + \frac{\gamma - 1}{2} u_i^{n+1} \\ \beta_R^n &= a_i^{n+1} - \frac{\gamma - 1}{2} u_i^{n+1} \end{split}$$

5. Compte tenu de l'hypothèse isentropique, on détermine alors les valeurs primitives d'état restantes par :

$$p_i^{n+1} = p_0 \left[\frac{a_i^{n+1}}{a_0}\right]^{\frac{2\gamma}{\gamma-1}}$$
$$T_i^{n+1} = \frac{[a_i^{n+1}]^2}{\gamma r}$$
$$\rho_i^{n+1} = \frac{p_i^{n+1}}{rT_i^{n+1}}$$

En conclusion sur cette méthode, on note qu'elle peut s'appliquer avec un maillage spatial et temporel fixe. Ceci est rendu possible grâce aux interpolations réalisées à chaque pas pour déterminer l'état des noeuds où passent les lignes caractéristiques. Bien évidemment, ces interpolations introduisent des erreurs qui rendent l'emploi de cette méthode rédhibitoire pour modéliser l'ensemble d'une tubulure. Elle sera employée uniquement aux conditions limites.

# 4 Résolution numérique par le schéma de Lax-Wendroff à 2 pas

## 4.1 Introduction

Les méthodes modernes de résolution des écoulements instationnaires de gaz compressible sont basées sur la résolution des équations en variables conservatives. En effet, bien que la méthode des caractéristiques pure (que nous n'avons pas présentée) soit incontestablement la plus "physique", elle est incompatible avec l'usage d'un maillage spatial constant, ce qui est un inconvénient majeur lors de sa mise en oeuvre. En effet, il faut 'suivre' les caractéristiques au cours du temps. Les endroits où les ondes caractéristiques coupent l'axe spatial au pas temporel (n+1) définissent alors le nouveau maillage spatial au pas temporel suivant. Ceci s'avère lourd et difficile à mettre en oeuvre. La méthode des caractéristiques est surtout une méthode graphique.

La méthode C.I.R possède le double avantage de disposer d'un maillage spatial à pas constant et d'être basée sur la méthode des caractéristiques. Par contre, il est nécessaire de conduire trois interpolations pour déterminer l'état des variables primitives au noeuds R,S et L. Ces interpolations nuisent à la précision du calcul au fur et à mesure de l'avancement dans le temps. C'est pourquoi cette méthode n'est utilisée que pour calculer l'état du gaz aux conditions limites.

C'est donc face à ces inconvénients que se positionnent les méthodes modernes dites "conservatives". Parmi les nombreuses méthodes qui composent cette famille (Lax [44], Mac-Cormack [48], Godunov [30]etc.) nous nous cantonnerons au schéma de Lax-Wendroff à 2 pas (LW2) [57], car il s'agit du schéma le plus connu, il produit des résulats de bonne qualité et il présente l'avantage de la simplicité.

Toutefois comme nous le verrons , le schéma LW2 (comme tous les schémas d'ordre 2 à coefficients constants) présente d'importantes oscillations au passage des discontinuités comme les chocs ou les variations brusques de section. Ce défaut majeur peut toutefois être corrigé par l'adjonction de correcteurs de flux de type 'Flux-corrected Transport' (F.C.T) [12] ou 'Total Variation Diminishing' (T.V.D)[62] qui agissent comme des post-traitements. Le schéma LW2 avec correcteur de flux T.V.D amène alors d'excellents résultats sur le problème du tube à choc, et reste raisonnable en temps de calcul. Cette solution est aujourd'hui reconnue universellement comme une solution efficace à la modélisation intra-tubulure.

## 4.2 Schéma de Lax à 1 pas (LW1)

Le schéma de Lax à 1 pas [44] repose sur une discrétisation simple à de l'équation III.22 :

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial F(W)}{\partial x} + C(W) = 0$$



Figure III.4 – Schéma de Lax à 1 pas

En discrétisant, voir figure III.4 on obtient :

$$\frac{W_i^{n+1} - W_i^n}{\Delta t} + \frac{F(W_{i+1}^n) - F(W_{i-1}^n)}{2\Delta x} + C(W_i^n) = 0$$

Soit :

$$W_i^{n+1} = W_i^n - \frac{\Delta t}{2\Delta x} \left[ F(W_{i+1}^n) - F(W_{i-1}^n)) \right] - \Delta t C(W_i^n) = 0$$
(III.75)

Pour obtenir un schéma centré, on va remplacer  $W_i^n$  et  $C_i^n$  par des moyennes centrées :

$$W_{i}^{n} = \frac{1}{2} \left[ W_{i+1}^{n} + W_{i-1}^{n} \right]$$
$$C_{i}^{n} = \frac{1}{2} \left[ C_{i+1}^{n} + C_{i-1}^{n} \right]$$

On obtient alors :

$$W_i^{n+1} = \frac{1}{2} \left[ W_{i+1}^n + W_{i-1}^n \right] - \frac{\Delta t}{2\Delta x} \left[ F(W_{i+1}^n) - F(W_{i-1}^n) \right] - \frac{\Delta t}{2} \left[ C_{i+1}^n + C_{i-1}^n \right]$$
(III.76)

Le schéma ainsi obtenu est le plus simple qui soit et est centré. Ceci est un réel avantage, car il est insensible au sens de l'écoulement. Par contre, c'est un schéma du premier ordre, donc très diffusif (Voir section 5) et qui s'avère en conséquence impossible à utiliser en l'état. Toutefois, ce schéma est très utile car il sert de brique élémentaire à la construction du schéma de Lax-Wendroff à 2 pas (LW2).

# 4.3 Schéma de Lax-Wendroff (Richtmeyer) à 2 Pas (LW2)

Le schéma de Lax Wendroff à 2 pas [57] est un schéma du deuxième ordre. Au premier pas, voir figure III.5, on va calculer le vecteur d'état conservatif  $W_{i+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}$  et  $W_{i-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}$  en appliquant le schéma de Lax à 1 pas centré. Le pas spatial est donc  $\frac{\Delta x}{2}$  et le pas temporel  $\frac{\Delta t}{2}$  L'équation



Figure III.5 – Schéma de Lax-Wendroff (Richtmeyer) à 2 pas

III.76 donne donc :

$$W_{i+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \left[ W_{i+1}^n + W_i^n \right] - \frac{\Delta t}{2\Delta x} \left[ F(W_{i+1}^n) - F(W_i^n) \right] - \frac{\Delta t}{4} \left[ C_{i+1}^n + C_i^n \right]$$
(III.77)

$$W_{i-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \left[ W_i^n + W_{i-1}^n \right] - \frac{\Delta t}{2\Delta x} \left[ F(W_i^n) - F(W_{i-1}^n) \right] - \frac{\Delta t}{4} \left[ C_i^n + C_{i-1}^n \right]$$
(III.78)

Au deuxième pas, on va utiliser un schéma de Lax décentré. On appelle cette technique 'LEAP FROG'. Le pas temporel est donc  $\Delta t$  et le pas spatial  $\Delta x$ , l'équation III.75 donne donc :

$$W_i^{n+1} = W_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left[ F(W_{i+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}) - F(W_{i-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}})) \right] - \Delta t C(W_i^n)$$
(III.79)

Synthèse : Démarche générale de résolution :

- 1. On commence par calculer les flux  $F_{i+1}^n, F_i^n F_{i-1}^n$  aux noeuds respectifs (i+1, n), (i, n), (i-1, n) en appliquant la définition donnée en III.23.
- 2. On calcule les corrections  $C_{i+1}^n$ ,  $C_i^n$ ,  $C_{i-1}^n$  au noeuds respectifs (i+1, n), (i, n), (i-1, n) en appliquant la formule III.24.
- 3. On applique alors le premier pas et on calcule les vecteurs  $W_{i+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}$  et  $W_{i-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}$  à l'aide des équations III.77 et III.78
- 4. On calcule les flux  $F_{i+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \operatorname{et} F_{i-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}$
- 5. On applique alors le deuxième pas et on calcule le vecteur  $W_{i+1}^{n+1}$  à l'aide de l'équation III.79.

#### 4.4 Résultats produits par le schéma LW2 sur un tube à choc

La résolution numérique du problème du tube à choc est un test courant pour valider un code et tester sa performance. Un problème de tube à choc est l'un des 23 problèmes posés et laissés irrésolus par Riemann à sa mort. Aujourd'hui, la solution analytique exacte est connue [67]. On peut donc, d'une part, vérifier que le code à tester produit bien les résultats attendus, et d'autre part, évaluer la vitesse de calcul. Le test présenté sera celui du tube à choc de Gary A. Sod [60]. Les conditions initiales du tube à choc de Sod sont :



Figure III.6 – Condition initiale du tube à choc de Sod

$$V_L = \begin{bmatrix} \rho \\ u \\ p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1(\frac{Kg}{m^3}) \\ 0(\frac{m}{s}) \\ 1(Pa) \end{bmatrix} \quad V_R = \begin{bmatrix} \rho \\ u \\ p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{8}(\frac{Kg}{m^3}) \\ 0(\frac{m}{s}) \\ 0.1(Pa) \end{bmatrix}$$

A l'instant t = 0 on brise le diaphragme séparant les deux parties du tube. En plus des ondes



Figure III.7 – Ondes générées dans le tube à choc

caractéristiques  $C_+$  et  $C_-$ , il apparaît une onde de raréfaction dans la partie gauche du tube,

et une onde de choc dans la partie droite du tube.

Il existe alors jusqu'à cinq zones distinctes dans le tube. Les zones  $E_L$  et  $E_R$  sont les zones initiales non atteintes par les ondes  $C_-$  et  $C_+$ . La zone  $E_*$  est un état stationnaire entre les ondes de choc et de raréfaction. La zone  $E_1$  est un état intermédiaire entre la zone  $E_*$  et  $E_L$ .La zone  $E_2$  est un état intermédiaire entre la zone  $E_*$  et  $E_R$ .

La résolution exacte du problème de Sod n'est pas développée dans ce document. C'est un problème classique de dynamique des gaz. La résolution est simple dans le cas linéaire mais complexe dans le cas des équations d'Euler. On renvoie le lecteur à l'ouvrage de Toro[67] pour les développements mathématiques nécessaires à la construction de la solution exacte.

#### 4.4.1 Résultats produits par LW2 sans correcteur de flux



**Figure III.8** – Masse volumique avec LW2 sur tube à choc de Sod



On présente ci dessus, les résultats obtenus sur un tube à choc de Sod de un mètre de long, constitué de 100 mailles , avec un pas  $\Delta x = 0.01(m)$ . Le pas temporel est  $\Delta t = 10^{-3}(s)$ .

La solution est calculée pour un temps t = 0.25(s) après rupture de la membrane. Les ondes caractéristiques  $C_+$  et  $C_-$  n'ont pas encore atteint les extrémités du tube. Les figures III.8,III.9,III.10 donnent respectivement les répartitions de la masse volumique, de la vitesse et de la pression à l'intérieur du tube. On voit très nettement sur ces résultats la présence des oscillations numériques, non physiques et dues au caractère dispersif du schéma LW2. Pour un rapport de pression plus sévère entre les deux parties du tube, le calcul peut même échouer



Figure III.10 – Pression avec LW2 sur tube à choc de Sod

(pressions négatives).

En l'état, le schéma LW2 n'est donc pas applicable. Il y a nécessité d'introduire des correcteurs de flux, pour faire disparaître les oscillations non physiques qui polluent la solution calculée.

# 5 Correcteur de flux TVD

# 5.1 Introduction

Pour construire un schéma TVD, on se place dans le cas de l'équation scalaire (une seule variable que nous noterons u) et linéaire suivant : on suppose qu'il n'y a pas de frottement pariétal, d'échange de chaleur aux parois ni de variation de section. L'équation III.22 devient donc :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial F(u)}{\partial x} = 0$$

Dans le cas d'une onde linéaire, le flux est proportionnel à la célérité de l'onde c et s'écrit :

$$\frac{\partial F(u)}{\partial x} = c \cdot \frac{\partial u}{\partial x}$$
$$\frac{\partial u}{\partial t} + c \frac{\partial u}{\partial x} = 0$$
(III.80)

Au final :

La discrétisation de l'équation précédente par un schéma du premier ordre UPWIND amène :

$$u_i^{n+1} = u_i^n - \frac{c\Delta t}{\Delta x} \left[ u_i^n - u_{i-1}^n \right]$$
(III.81)

La discrétisation de l'équation III.80 par un schéma de Lax Wendroff à 2 pas amène :

$$u_i^{n+1} = u_i^n - \frac{c\Delta t}{2\Delta x} \left[ u_{i+1}^n - u_{i-1}^n \right] + \frac{1}{2} \left( \frac{c\Delta t}{\Delta x} \right)^2 \left[ u_{i+1}^n - 2u_i^n + u_{i-1}^n \right]$$
(III.82)



Figure III.11 – Phénomène de diffusion et dispersion

La figure III.11 compare le transport d'une onde scalaire simple théorique et normée(rouge), aux résultats du calcul numérique avec le schéma UPWIND (vert) et LW2 (bleu). La célérité de l'onde scalaire est c=1m/s. Le calcul comporte 100 mailles avec  $\Delta x = 10^{-2}m$ , avec un pas temporel $\Delta t = 5.10^{-3}s$ . On présente sur la figure III.11 les 3 solutions pour un temps écoulé t = 0.5s.

Le schéma UPWIND est stable au passage des discontinuités car il n'apparaît pas d'oscillations non physiques au passage des discontinuités qui polluent la solution calculée. Par contre ce schéma présente un caractère **'diffusif'** : au cours du temps l'amplitude de la solution calculée croit au détriment de la zone affectée par l'onde qui s'étend. Ce phénomène est bien sur non physique, et la solution calculée est d'autant plus 'étalée' que le temps écoulé depuis le début du calcul est important.

Le schéma LW2 présente un comportement opposé au schéma UPWIND. En effet, il est dit 'dispersif' : au passage des discontinuités il apparaît clairement des oscillations non physiques qui polluent la solution calculée. Par contre, ce schéma n'est pas diffusif : au cours du temps, on ne note pas de décroissance de l'amplitude de l'onde, ni d'étalement de la zone affectée par l'onde.

Ces résultats particuliers peuvent se généraliser à tous les schémas, comme montré maintenant.

## 5.2 Théorème de Godunov

Les résultats établis dans le cas particulier précédent peuvent se généraliser à n'importe quel schéma numérique considéré. C'est l'objet du théorème de Godunov [29][30], qui s'énonce de manière simplifiée comme suit :

"Tout schéma numérique d'ordre supérieur ou égal à 2 et à coefficients constants de la forme suivante produira des oscillations numériques polluantes au passage des discontinuités :"

$$u_i^{n+1} = \sum_k c_k u_{i+k}^n$$

Ce théorème montre que l'idée consistant à augmenter l'ordre d'un schéma pour éliminer les oscillations est une impasse. Seul un schéma du premier ordre à coefficients constants pourra franchir des discontinuités sans générer d'oscillations polluantes. D'autre part, on note qu'il est possible de contourner ce théorème et d'obtenir ainsi un schéma sans oscillations d'ordre 2 (par exemple), si les coefficients  $c_k$  ne sont plus constants et dépendent de u.

L'idée d'un correcteur de flux est donc de mesurer la régularité de la solution au passage d'une discontinuité. Si cette régularité est bonne, on calculera la solution par un schéma d'ordre 2 de type LW2. Dans le cas contraire, on calculera la solution par un schéma d'ordre 1 UPWIND au passage de la discontinuité. On peut noter que, le schéma UPWIND n'étant pas centré, il y aura lieu de déterminer le sens de l'écoulement pour adapter les équations dans le cas d'un écoulement inverse.

#### 5.3 Variation totale

On définit la variation totale par :

$$TV = \int \left|\frac{\partial u}{\partial x}\right| dx \tag{III.83}$$

Si le schéma est discrétisé :

$$TV = \sum_{j} |u_{j+1} - u_j|$$
 (III.84)

Le calcul de TV permet donc de déceler l'apparition des oscillations numériques. La figure III.12 présente l'évolution de la variation totale au cours du temps, dans le cas du problème de l'onde scalaire précédent. La figure III.12 montre que la solution mathématique exacte présente une variation totale constante et égale à 2. Dans le cas d'un schéma UPWIND, cette variation totale est décroissante à cause de son caractère diffusif. Le schéma LW2, à cause de son caractère dispersif, présente une variation totale croissante au cours du temps.



Figure III.12 – Variation totale dans le cas du transport d'une onde scalaire simple et normée

Un schéma numérique est dit à variation totale décroissante (TVD) si :

$$TV(u^{n+1}) \le TV(u^n) \tag{III.85}$$

Un schéma numérique respectant ce critère TVD présente donc une garantie de non-apparition d'oscillations numériques non physiques.

# 5.4 Condition de Harten

La condition de Harten [33] garantit qu'un schéma numérique soit TVD.

Soit un schéma de la forme :

$$u_i^{n+1} = u_i^n - C_{i-\frac{1}{2}}^n \Delta u_{i-\frac{1}{2}}^n + D_{i+\frac{1}{2}}^n \Delta u_{i+\frac{1}{2}}^n$$
(III.86)

avec :

$$\Delta u_{i-\frac{1}{2}}^n = u_i^n - u_{i-1}^n \tag{III.87}$$

$$\Delta u_{i+\frac{1}{2}}^n = u_{i+1}^n - u_i^n. \tag{III.88}$$

Les coefficients  $C_{i-\frac{1}{2}}^n$  et  $D_{i+\frac{1}{2}}^n$  ne sont pas constants et dépendent de u de façon à respecter le théorème de Godunov (Voir section 5.2).

La condition de Harten établit que le schéma est TVD si :

$$C_{i-\frac{1}{2}}^n \ge 0 \tag{III.89}$$

$$D_{i+\frac{1}{2}}^n \ge 0 \tag{III.90}$$

$$C_{i-\frac{1}{2}}^{n} + D_{i+\frac{1}{2}}^{n} \le 1 \tag{III.91}$$

## 5.5 Correcteur de flux TVD de type Sweby

Imaginons un vecteur  $U = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix}$ , composé de trois variables indépendantes  $u_i$ . En consé-

quence, chacune des variables possède sa propre équation de propagation d'onde scalaire et linéaire de la forme :

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + c_i \frac{\partial u_i}{\partial x} = 0 \tag{III.92}$$

Le système peut donc s'écrire sous forme matricielle :

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \Lambda \frac{\partial U}{\partial x} = 0 \tag{III.93}$$

avec  $\Lambda$ , une matrice diagonale :

$$\Lambda = \begin{bmatrix} c_1 & 0 & 0 \\ 0 & c_2 & 0 \\ 0 & 0 & c_3 \end{bmatrix}$$
(III.94)

On travaille donc directement dans l'espace propre du système d"équation précédent. Si on discrétise ce système par un schéma du premier ordre UPWIND, il vient :

$$u_i^{n+1} = u_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} c_i (u_i^n - u_{i-1}^n)$$
(III.95)

Un tel schéma est d'ordre 1. D'une part, le théorème de Godunov nous indique qu'un tel schéma est forcément sans oscillations, d'autre part comme établi précédemment, ce schéma est TVD et il présente un caractère dispersif.

Si on discrétise maintenant par un schéma LW2, il vient :

$$u_i^{n+1} = u_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left( F(u_{i+\frac{1}{2}} - F(u_{i-\frac{1}{2}})) \right)$$
(III.96)

avec :

$$F(u_{i+\frac{1}{2}}) = \frac{1}{2}(f_{i+1} + f_i) - \frac{c\Delta t}{2\Delta x}(f_{i+1} - f_i)$$
(III.97)

$$F(u_{i-\frac{1}{2}}) = \frac{1}{2}(f_i + f_{i-1}) - \frac{c\Delta t}{2\Delta x}(f_i - f_{i-1})$$
(III.98)

Par souci de simplicité, on a noté  $f_i = F(u_i^n)$  dans les équations précédentes. On définit maintenant le nombre de Courant v comme :

$$\upsilon = \frac{c_i \Delta t}{\Delta x} \tag{III.99}$$

Un ré-arrangement des équations précédentes amène :

$$u_i^{n+1} = u_i^n - \frac{\upsilon}{2}(u_{i+1}^n - u_{i-1}^n) + \frac{\upsilon^2}{2}(u_{i+1}^n - 2u_i^n + u_{i-1}^n)$$
(III.100)

Cette dernière équation met clairement en lumière le fait que le schéma LW2 soit un schéma d'ordre 2, et que en conséquence (théorème de Godunov) ce schéma produise inévitablement des oscillations numériques polluantes lorsque des discontinuités sont rencontrées.

De plus, l'équation III.100 montre que le schéma LW2 peut être vu comme un schéma d'ordre 1 UPWIND auquel s'ajoute le terme  $\frac{v^2}{2}(u_{i+1} - 2u_i + u_{i-1})$ , responsable de son passage au deuxième ordre et donc cause des oscillations indésirables. En contrepartie, ce terme du deuxième ordre garantit la non-diffusivité du schéma.

L'idée d'un correcteur de flux TVD sera donc de mesurer la régularité de la solution autour du point en regardant les valeurs autour de ce point. Si cette régularité est bonne, alors on laissera le schéma LW2 appliquer son terme du deuxième ordre. Par contre, si la régularité est mauvaise (cas d'un choc par exemple), alors on empêchera l'application de ce terme du deuxième ordre et on transformera le schéma en premier ordre en lui ôtant ce terme du deuxième ordre.

Par convention, on notera un flux du deuxième ordre par  $F^2$ , un flux du premier ordre  $F^1$  et un flux TVD (combinaison linéaire des deux premiers flux) par  $F^{TVD}$ . Compte tenu de ces conventions et des remarques précédentes, on a donc pour le flux  $F_{i+\frac{1}{2}}$ :

$$F_{i+\frac{1}{2}}^2 = \frac{1}{2}(f_{i+1} + f_i) - \frac{\nu}{2}(f_{i+1} - f_i)$$
(III.101)

$$F_{i+\frac{1}{2}}^{1} = f_{i} \tag{III.102}$$

Pour le flux  $F_{i-\frac{1}{2}}$  :

$$F_{i-\frac{1}{2}}^{2} = \frac{1}{2}(f_{i} + f_{i-1}) - \frac{\upsilon}{2}(f_{i} - f_{i-1})$$
(III.103)

$$F_{i-\frac{1}{2}}^{1} = f_{i-1} \tag{III.104}$$

On va alors définir la fonction flux TVD par :

$$F_{i+\frac{1}{2}}^{TVD} = f_i + \Phi_i \frac{1-\upsilon}{2} (f_{i+1} - f_i)$$
(III.105)

$$F_{i-\frac{1}{2}}^{TVD} = f_{i-1} + \Phi_{i-1} \frac{1-\upsilon}{2} (f_i - f_{i-1})$$
(III.106)

La fonction  $\Phi$  est le limiteur de flux :

– Si  $\Phi = 0$ , on aura  $F_{i+\frac{1}{2}}^{TVD} = F_{i+\frac{1}{2}}^1$  et, $F_{i-\frac{1}{2}}^{TVD} = F_{i-\frac{1}{2}}^1$  et l'écriture du schéma est alors équivalente à un schéma UPWIND.

– Si  $\Phi = 1$ , on aura  $F_{i+\frac{1}{2}}^{TVD} = F_{i+\frac{1}{2}}^2$  et, $F_{i-\frac{1}{2}}^{TVD} = F_{i-\frac{1}{2}}^2$  et l'écriture du schéma est alors équivalente à un schéma de Lax-Wendroff à 2 pas.

La valeur de la fonction  $\Phi$  va donc dépendre de la régularité de la solution autour du point i. Pour ce faire, on introduit la quantité r comme :

$$r_i^+ = \frac{u_i - u_{i-1}}{u_{i+1} - u_i} = \frac{\Delta u_{i-\frac{1}{2}}}{\Delta u_{i+\frac{1}{2}}}$$
(III.107)

L'indice + , indique le sens de l'écoulement, considéré positif dans ce cas. Si r est négatif (changement de signe du gradient entre l'amont et l'aval au noeud i), cela veut dire qu'une oscillation indésirable est très probablement présente.

Compte tenu de ces notations, Sweby [62] montre que l'on peut écrire le schéma LW2 pas sous la forme :

$$u_i^{n+1} = u_i^n - \upsilon \left\{ 1 + \frac{1 - \upsilon}{2} \left[ \frac{\phi(r_i^+)}{r_i^+} - \phi(r_{i-1}^+) \right] \right\} \Delta u_{i-\frac{1}{2}}^n$$
(III.108)

Le schéma ainsi obtenu est bien de la forme de Harten avec :

$$C_{i-\frac{1}{2}} = \upsilon \left\{ 1 + \frac{1-\upsilon}{2} \left[ \frac{\phi(r_i^+)}{r_i^+} - \phi(r_{i-1}^+) \right] \right\}$$
(III.109)

$$D_{i-\frac{1}{2}} = 0$$
 (III.110)

La condition de Harten est donc respectée et le schéma est TVD si  $\upsilon \leq 1$  et si :

$$\left|\frac{\phi(r_i^+)}{r_i^+} - \phi(r_{i-1}^+)\right| \le 2$$
 (III.111)

Sweby précise également que  $\phi(r) > 0$  et que  $\phi(r) = 0$  pour  $r \leq 0$ , ce qui correspond notablement à des oscillations numériques. Avec ces nouvelles conditions, le schéma est TVD si :

$$0 \le \frac{\phi(r)}{r} \le 2 \tag{III.112}$$

$$0 \le \phi(r) \le 2 \tag{III.113}$$

On peut représenter graphiquement les conditions imposées sur  $\phi(r)$  en fonction de r. On obtient alors ce que l'on appelle la zone TVD.

Il existe une infinité de fonctions limiteur de flux  $\Phi(r)$  qui soient comprises dans la zone TVD. Chacune d'entre elles amène des résultats différents. Les plus courantes sont :



Figure III.13 – Représentation graphique de la zone TVD

Van Leer : 
$$\Phi(r) = \frac{r+|r|}{1+|r|}$$
  
Minmod :  $\Phi(r) = max[0, min(r, 1)]$ 

Dans le cas ou l'écoulement est inverse, c'est à dire c < 0, le schéma de Sweby doit être adapté, de façon à ce que le limiteur de flux "regarde" la régularité de la solution dans le bon sens.

$$u_{i}^{n+1} = u_{i}^{n} + \upsilon \left\{ -1 + \frac{1+\upsilon}{2} \left[ \phi(r_{i+1}^{-}) - \frac{\phi(r_{i}^{-})}{r_{i}^{-}} \right] \right\} \Delta u_{i+\frac{1}{2}}^{n}$$
(III.114)  
$$\upsilon = \frac{c\Delta t}{\Delta x} < 0 \qquad r_{i}^{-} = \frac{\Delta u_{i+\frac{1}{2}}^{n}}{\Delta u_{i-\frac{1}{2}}^{n}}$$

avec :

En l'état actuel des choses, l'utilisation d'un correcteur de flux TVD pose deux problèmes pratiques :

 Les calculs doivent être menés dans l'espace propre du système d'équations III.93, c'est-àdire dans l'espace des ondes caractéristiques. Les calculs ne peuvent donc pas être menés dans l'espace des variables conservatives. A chaque pas de calcul, il convient donc de changer de base pour pouvoir appliquer le schéma TVD, puis de revenir dans l'espace vectoriel des variables conservatives par un nouveau changement de base. Ceci va être extrêmement consommateur de ressources processeurs. 2. Le schéma de Sweby n'est pas symétrique, c'est à dire qu'il ne s'écrit pas de la même façon en fonction du sens de l'écoulement. Ceci nous oblige donc à déterminer le sens de l'écoulement (méthode des caractéristiques) avant de pouvoir appliquer le schéma TVD de Sweby adapté au sens de l'écoulement.

Ces deux points amènent une lourdeur de mise en oeuvre du schéma TVD type Sweby presque rédhibitoire.

#### 5.6 Correcteur de flux simplifié TVD de Davis

#### 5.6.1 Construction du schéma

En vue de simplifier la lourdeur des calculs du schéma TVD de Sweby, Stephen F.DAVIS [19] propose un schéma TVD qui peut être appliqué directement dans l'espace vectoriel des variables conservatives. De plus, ce schéma présente l'avantage d'être symétrique, c'est-à-dire applicable sans détermination préalable du sens de l'écoulement.

Nous allons détailler la construction du schéma de Davis, avec ses hypothèses. L'idée de base est d'ajouter des termes au schéma de LW2 pour le rendre TVD :

$$u_{i}^{n+1} = u_{i}^{n} - \frac{\upsilon}{2}(u_{i+1}^{n} - u_{i-1}^{n}) + \frac{\upsilon^{2}}{2}(u_{i+1}^{n} - 2u_{i}^{n} + u_{i-1}^{n}) + \left[K_{i+\frac{1}{2}}^{+}(r_{i}^{+}) + K_{i+\frac{1}{2}}^{-}(r_{i+1}^{-})\right](u_{i+1}^{n} - u_{i}^{n}) - \left[K_{i-\frac{1}{2}}^{+}(r_{i-1}^{+}) + K_{i-\frac{1}{2}}^{-}(r_{i}^{-})\right](u_{i}^{n} - u_{i-1}^{n})$$
(III.115)

On note l'intérêt fondamental de la démarche : les termes ajoutés peuvent être assimilés à du post traitement. Concrètement, on calcule une pré-solution par un schéma LW2 'classique' pour ensuite ajouter les termes correctifs :

$$K_{i+\frac{1}{2}}^{+} = \begin{cases} \frac{\upsilon}{2}(1-\upsilon) \left[1-\phi(r_{i}^{+})\right] & si & c > 0\\ 0 & si & c \le 0 \end{cases}$$
(III.116)

$$K_{i+\frac{1}{2}}^{-} = \begin{cases} 0 & si & c \ge 0\\ \frac{\upsilon}{2}(1+\upsilon) \left[\phi(r_{i+1}^{-}) - 1\right] & si & c < 0 \end{cases}$$
(III.117)

En l'état, le schéma nécessite encore la connaissance du sens de l'écoulement. Pour s'en

affranchir, Davis propose de redéfinir les constantes "K" comme :

$$K_{i+\frac{1}{2}}^{+} = \frac{|\upsilon|}{2} (1 - |\upsilon|) \left[ 1 - \phi(r_{i}^{+}) \right]$$
(III.118)

$$K_{i+\frac{1}{2}}^{-} = \frac{|v|}{2} (1 - |v|) \left[ 1 - \phi(r_{i+1}) \right]$$
(III.119)

Le limiteur de flux employé est :

$$\phi(r) = \begin{cases} \min(2r, 1) & si \quad r > 0\\ 0 & si \quad r \le 0 \end{cases}$$
(III.120)

Nous allons étendre l'application du schéma Davis (pour l'instant scalaire) à un système hyperbolique composé de trois variables conservatives.

$$\frac{\partial W}{\partial t} + A(W)\frac{\partial W}{\partial x} = 0 \tag{III.121}$$

Le système étant hyperbolique, la matrice A(W) dispose de valeurs propres réelles. Si l'on note P la matrice où les colonnes sont les vecteurs propres de droite de la matrice A, on a :

$$P^{-1}AP = \Lambda \tag{III.122}$$

avec

$$\Lambda = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{pmatrix}$$
(III.123)

On peut alors à partir de W définir un jeu de variables indépendantes U par le changement de base :

$$U = P^{-1}W \tag{III.124}$$

L'équation III.121 devient alors :

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \Lambda \frac{\partial U}{\partial x} = 0 \tag{III.125}$$

On peut alors écrire, sur chaque composante du vecteur U, un schéma scalaire de type Davis.

Écrit sous forme vectorielle cela donne :

$$U_{i}^{n+1} = U_{i}^{n} - \frac{\upsilon}{2} (U_{i+1}^{n} - U_{i-1}^{n}) + \frac{\upsilon^{2}}{2} (U_{i+1}^{n} - U_{i}^{n} + U_{i-1}^{n}) + \left[ K_{i+\frac{1}{2}}^{+}(r_{i}^{+}) + K_{i+\frac{1}{2}}^{-}(r_{i+1}^{-}) \right] (U_{i+1}^{n} - U_{i}^{n}) - \left[ K_{i-\frac{1}{2}}^{+}(r_{i-1}^{+}) + K_{i-\frac{1}{2}}^{-}(r_{i}^{-}) \right] (U_{i}^{n} - U_{i-1}^{n})$$
(III.126)

Où v et  $K^{\pm}$  sont des matrices diagonales, avec  $v = \Lambda \frac{\Delta t}{\Delta x}$ . Les quantités  $r^{\pm}$  des vecteurs.

Si on multiplie l'équation précédente par la matrice P, on retourne dans l'espace vectoriel des variables conservatives et l'on a :

$$W_{i}^{n+1} = W_{i}^{n} - A \frac{\Delta t}{2\Delta x} (W_{i+1}^{n} - W_{i-1}^{n}) - A^{2} \frac{\Delta t}{2\Delta x} (W_{i+1}^{n} - 2W_{i}^{n} + W_{i-1}^{n}) + P \left[ K_{i+\frac{1}{2}}^{+}(r_{i}^{+}) + K_{i+\frac{1}{2}}^{-}(r_{i+1}^{-}) \right] P^{-1} (W_{i+1}^{n} - W_{i}^{n})$$
(III.127)  
$$- P \left[ K_{i-\frac{1}{2}}^{+}(r_{i-1}^{+}) + K_{i-\frac{1}{2}}^{-}(r_{i}^{-}) \right] P^{-1} (W_{i}^{n} - W_{i-1}^{n})$$

Arrivé à ce point, il est nécessaire de connaître les matrices P et  $P^{-1}$ . Pour s'en affranchir, Davis fait l'hypothèse que les matrices diagonales  $K^{\pm}$  sont des matrices identités multipliées par un scalaire :

$$K^{\pm}(r^{\pm}) \approx \overline{K}^{\pm}(r^{\pm})I$$
 (III.128)

Où  $\overline{K}^{\pm}(r^{\pm})$  sont des fonctions scalaires de  $r^{\pm}$ . Ensuite pour s'affranchir du nombre de Courant local, Davis pose :

$$\overline{K}^{\pm}(r^{\pm}) = \frac{1}{2}C(\upsilon) \left[1 - \phi(r^{\pm})\right]$$
(III.129)

Avec un nombre de Courant v défini comme le plus grand nombre de Courant dans l'espace des variables indépendantes :

$$\upsilon = \max_{j} |\lambda_{i}| \frac{\Delta t}{\Delta x} \tag{III.130}$$

Les coefficients C(v) sont définis par :

$$C(v) = \begin{cases} v(1-v) & v \le 0.5\\ 0.25 & v > 0.5 \end{cases}$$
(III.131)

Toujours guidé par l'idée de ne pas calculer les matrices P et  $P^{-1}$ , Davis propose de choisir les

quantités  $r^{\pm}$  comme :

$$r_{i-1}^{+} = \frac{\left[\Delta W_{i-\frac{3}{2}}^{n}, \Delta W_{i-\frac{1}{2}}^{n}\right]}{\left[\Delta W_{i-\frac{1}{2}}^{n}, \Delta W_{i-\frac{1}{2}}^{n}\right]}$$
(III.132)

$$r_i^- = \frac{[\Delta W_{i-\frac{1}{2}}^n, \Delta W_{i+\frac{1}{2}}^n]}{[\Delta W_{i-\frac{1}{2}}^n, \Delta W_{i-\frac{1}{2}}^n]}$$
(III.133)

$$r_{i}^{+} = \frac{\left[\Delta W_{i-\frac{1}{2}}^{n}, \Delta W_{i+\frac{1}{2}}^{n}\right]}{\left[\Delta W_{i+\frac{1}{2}}^{n}, \Delta W_{i+\frac{1}{2}}^{n}\right]}$$
(III.134)

$$r_{i+1}^{+} = \frac{\left[\Delta W_{i+\frac{1}{2}}^{n}, \Delta W_{i+\frac{3}{2}}^{n}\right]}{\left[\Delta W_{i+\frac{1}{2}}^{n}, \Delta W_{i+\frac{1}{2}}^{n}\right]}$$
(III.135)

Dans les équations précédentes, l'opérateur [.,.] représente le produit scalaire et on a noté par exemple  $\Delta W_{i+\frac{1}{2}}^n = W_{i+1}^n - W_i^n$ .

Avec l'ensemble de ces simplifications le schéma (LW2+TVD Davis) dans l'espace des variables conservatives s'écrit alors :

$$W_{i}^{n+1} = W_{i}^{n} - A \frac{\Delta t}{2\Delta x} (W_{i+1}^{n} - W_{i-1}^{n}) - A^{2} \frac{\Delta t}{2\Delta x} (W_{i+1}^{n} - 2W_{i}^{n} + W_{i-1}^{n}) \\ + \left[\overline{K}_{i+\frac{1}{2}}^{+}(r_{i}^{+}) + \overline{K}_{i+\frac{1}{2}}^{-}(r_{i-1}^{-})\right] (W_{i+1}^{n} - W_{i}^{n})$$
(III.136)  
$$\left[\overline{K}_{i-\frac{1}{2}}^{+}(r_{i-1}^{+}) + \overline{K}_{i-\frac{1}{2}}^{-}(r_{i}^{-})\right] (W_{i}^{n} - W_{i-1}^{n})$$

La première partie de l'équation représente bien sûr le schéma de LW2 original. On peut donc s'affranchir de la matrice Jacobienne A en écrivant la forme usuelle de LW2 :

$$W_{i}^{n+1} = W_{i}^{n} - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left[ F(W_{i+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}) - F(W_{i-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}})) \right] - \Delta t C(W_{i}^{n}) \\ + \left[ \overline{K}_{i+\frac{1}{2}}^{+}(r_{i}^{+}) + \overline{K}_{i+\frac{1}{2}}^{-}(r_{i+1}^{-}) \right] (W_{i+1}^{n} - W_{i}^{n}) \\ \left[ \overline{K}_{i-\frac{1}{2}}^{+}(r_{i-1}^{+}) + \overline{K}_{i-\frac{1}{2}}^{-}(r_{i}^{-}) \right] (W_{i}^{n} - W_{i-1}^{n})$$
(III.137)

Bien évidemment, compte tenu des approximations faites, le schéma ainsi obtenu n'est pas rigoureusement identique à celui de départ, défini par l'équation III.115. Mais ce schéma produit de très bon résultats, comme montré maintenant.



Figure III.14 – Masse volumique sur tube à choc de SOD avec TVD Davis



Figure III.15 – Vitesse sur tube à choc de SOD avec TVD Davis



 $Figure \ III.16 - {\rm Pression \ sur \ tube \ à \ choc \ de \ SOD \ avec \ TVD \ Davis}$ 

#### 5.6.2 Résultats sur tube à choc

Les figures III.14 à III.16 présentent les résultats obtenus avec le schéma LW2 associé à un correcteur de flux TVD de Davis. Les conditions d'études sont les mêmes que pour l'étude présentée avec le schéma LW2 sans limiteur de flux (Voir section 4.4.1). Les résultats obtenus sont spectaculaires : toutes les oscillations polluantes ont disparu et la solution calculée est très proche de la solution analytique.

A l'heure de la rédaction de ce document, le schéma LW2 + TVD Davis représente l'un des



Figure III.17 – Masse totale dans le tube en fonction du temps

meilleurs compromis en terme de résultats obtenus et en temps de calcul. Le coeur du code de calcul intra-tubulure d'un code de recherche réputé comme GASDYN [53] repose sur un schéma très proche : MacCormak + TVD Davis.

Les excellents résultats précédents produits par LW2+TVD doivent toutefois être pondérés par le problème de la conservation de la masse. La figure III.17 donne l'évolution de la masse totale dans le tube, en fonction du temps et relativement à la masse totale initiale, dans le cas du problème du tube à choc de Sod. Cette figure illustre qu'une "fuite" de masse faible mais réelle se met en place. En effet, l'ajout des termes TVD fait que le schéma n'est plus rigoureusement conservatif et il y diminution de la masse dans le système considéré. Plus la durée de simulation sera grande et plus la perte de masse deviendra significative.

#### 5.6.3 Bilan

On se propose en synthèse à cette partie, de rappeler les avantages et inconvénients du schéma TVD Davis :

## Avantages :

- Schéma TVD.
- Insensible au sens de l'écoulement.
- Adaptation immédiate à LW2 avec variation de section, frottement pariétal et échange de chaleur.
- Calculs menés dans l'espace des variables conservatives.

#### Inconvénient :

- Existence de légères approximations mathématiques.
- Non conservation de la masse.

Face aux avantages colossaux que présente ce schéma, en général, on s'accommode de ses inconvénients sans trop d'état d'âme.

# 6 Conditions aux limites standards

#### 6.1 Introduction

Quand on s'intéresse à la dynamique des gaz dans un conduit moteur, on se trouve très rapidement confronté au problème crucial des conditions aux limites.

En effet, les débits massiques et les phénomènes d'ondes prennent naissance à la CLS, de par la différence de pression qui existe entre la tubulure et cylindre moteur. L'onde étant née, elle se propage dans le tube. L'onde arrive ainsi à l'autre extrémité du tube, où elle rencontre une nouvelle condition limite, qui sera classiquement sur un moteur, un tube complètement ouvert débouchant sur un milieu extérieur supposé à pression et température constante. L'onde se réfléchit et repart en sens inverse vers la condition limite de soupape. Si l'onde à son retour trouve la soupape ouverte, on doit utiliser encore une CLS, mais si la soupape est fermée, alors il convient d'utiliser une condition limite de tube fermé.

Notre boîte à outils de conditions limites doit donc comporter au minimum trois éléments classés par ordre de complexité croissante :

- 1. Condition limite de tube fermé
- 2. Condition limite de tube complètement ouvert
- 3. Condition limite de soupape.

Les deux premières conditions limites présentées ci dessus sont appelées, dans le présent document, conditions limites "standards", dans le sens où elles sont relativement simples, bien documentées et ne nécessitent pas de développement mathématique important. Ce ne sera pas le cas de la condition limite de soupape, que nous traiterons séparément.

La modélisation d'une condition limite au plus près de la physique des phénomènes se traite par la méthode des caractéristiques. Plus précisément, on entend par méthode des caractéristiques, le fait d'utiliser la notion d'invariant (ou variable) de Riemann le long d'une ligne caractéristique. Néanmoins, un autre formalisme existe : la méthode LODI [7, 55, 66]. Il s'agit en fait de la méthode des caractéristiques "déguisée" dans un autre formalisme. Celui ci ne manque pas d'intérêt, mais il ne permet pas traiter la CLS. C'est pour cette raison que nous ne traiterons que des conditions limites dites de Riemann.



#### 6.2 Condition limite de tube fermé

Figure III.18 – Condition limite de tube fermé

Nous nous plaçons dans le cas d'un tube fermé à son extrémité droite. L'écoulement est supposé isentropique au droit de la condition limite, dans le sens où nous l'avons défini plus tôt : pas de frottement pariétal, pas d'échange de chaleur.

Le tube étant fermé, la vitesse est nulle à son extrémité, donc  $\forall n$  on a :  $u_i^n = 0$ . Les deux variables primitives inconnues qui demeurent sont donc  $p_i^{n+1} = 0$  et  $\rho_i^{n+1} = 0$ .

Pour résoudre, on applique la méthode CIR. Il est évident que la caractéristique C- n'existe pas. De plus la caractéristique  $C_0$  est verticale, car  $\delta x_s = 0$  du fait que  $u_i^n = 0$ . Il existe donc une détente isentropique entre les noeuds (i,n+1) et (i,n) et ceci à tous les pas temporels n. Au final, le noeud spatial i décrit donc une succession continuelle de détente isentropique depuis le premier pas temporel n = 0. Tout se passe donc comme si ce noeud avait réalisé une détente isentropique entre (i,n+1) et (i,0) qui représente l'état initial du tube. On retrouve bien l'hypothèse isentropique déjà présentée dans la section 3.2. L'équation III.67 devient donc :

$$\frac{p_i^{n+1}}{p_0} = \left[\frac{\rho_i^{n+1}}{\rho_0}\right]^{\gamma} = \left[\frac{a_i^{n+1}}{a_0}\right]^{\frac{2\gamma}{\gamma-1}} \tag{III.138}$$

On détermine  $\delta x_l$ , puis par interpolation les grandeurs  $a_L^n$  et  $u_L^n$ . On peut calculer l'invariant de Riemann :

$$\lambda_L^n = \frac{2}{\gamma - 1} a_L^n + u_L^n$$

Cet invariant se conservant sur la caractéristique  $C_+$  on a donc :

$$\lambda_L^n = \frac{2}{\gamma - 1}a_L^n + u_L^n = \frac{2}{\gamma - 1}a_i^{n+1} + u_i^{n+1} = \frac{2}{\gamma - 1}a_i^{n+1}$$

Soit après ré-arrangement :

$$a_i^{n+1} = a_L^n + \frac{\gamma - 1}{2} u_L^n \tag{III.139}$$

Donc au final, on a bien deux inconnues pour deux équations III.138 et III.139, qu'il est possible de résoudre. A l'aide de l'équation III.139, on détermine  $a_i^{n+1}$  puis grâce à l'équation III.138, on détermine  $p_i^{n+1}$  et  $\rho_i^{n+1}$  avec bien sûr la connaissance nécessaire de l'état initial dans le tube.

En conclusion sur cette condition limite de tube fermé on notera, premièrement, que cette condition limite présente une causalité en invariant de Riemann  $\lambda$ . Deuxièmement, la solution calculée ne présente aucune dépendance vis-à-vis des gaz extérieurs à la tubulure, l'hypothèse isentropique est donc respectée et il n'y a pas lieu de mettre en place une détection ni une correction du niveau d'entropie, ce qui ne sera plus le cas pour les conditions limites traitées dans la suite de ce chapitre.

#### 6.3 Condition limite de tube ouvert



 $Figure \ III.19 - {\rm Condition} \ {\rm limite} \ {\rm de} \ {\rm tube} \ {\rm ouvert}$ 

Nous nous plaçons dans le cas d'un tube complètement ouvert à son extrémité droite. Dans un premier temps nous allons développer la résolution dans le cas d'un **écoulement supposé isentropique**. C'est-à-dire que nous supposons qu'il n'existe pas de frottement pariétal, pas
d'échange de chaleur et surtout que le gaz extérieur au tube se trouve à un même niveau d'entropie que celui des gaz présents dans la tubulure.

Cette dernière hypothèse dans la pratique n'étant jamais respectée, la résolution de cette condition limite va se compliquer très significativement. Il va s'avérer nécessaire de mettre en place une détection du niveau d'entropie par le biais de variable de Riemann étoilée, et de mettre en place une démarche de résolution itérative avec correction d'entropie. L'algorithme de détection et de correction d'entropie sera commun aux conditions limites de tube ouvert et de soupape 'à quantité de mouvement', car présentant toutes deux une même causalité en  $\lambda$ . La démarche que nous proposons sera développée en section 8.4.

On note  $p_{ext}$  la pression régnant à l'extérieur du tube. A tous les instants, on supposera (sauf dans le cas d'un blocage sonique) que la pression dans la dernière maille tube est égale à la pression extérieure (supposée invariante) :

$$\forall n \quad , \quad p_i^n = p_{ext} \tag{III.140}$$

En conséquence, le nombre de variables primitives inconnues se limite donc à deux.

Quatre cas sont à distinguer :

- Le débit est sortant et subsonique : Dans ce cas  $u \ge 0$ , on se retrouve donc dans le cas précis de la figure (III.19). Les deux caractéristiques  $C_+$  et  $C_0$  existent. La caractéristique  $C_-$  n'existe pas.
- Le débit est sortant avec blocage sonique au col : Ce cas est identique au précédent, sauf que l'équation III.140 n'est plus respectée et sera remplacée par une condition de blocage sonique
- Le débit est entrant et subsonique : Dans ce cas -a < u < 0. Dans ce cas, seule la caractéristique  $C_+$  existe. Les caractéristiques  $C_-$  et  $C_0$  n'existent pas.
- Le débit est entrant avec blocage sonique au col : Dans ce cas  $u \leq -a$  et les caractéristiques  $C_-$ ,  $C_+$  et  $C_0$  n'existent pas. Le débit ne dépend donc pas des conditions aval dans le tube, mais uniquement de l'amont, c'est à dire des conditions extérieures au tube.

#### 6.3.1 Débit sortant subsonique

Dans ce cas,  $u_i^{n+1} \ge 0$ . On a deux inconnues primitives :  $a_i^{n+1}$  et  $u_i^{n+1}$ , par exemple. Deux équations sont nécessaires et il existe deux caractéristiques exploitables. Le système peut donc se résoudre simplement.

Nous allons réaliser un adimensionnement des équations en référence à la vitesse sonique extérieure  $a_{ext}$ . Ce formalisme, proposé et utilisé par Benson [9], peut de prime abord surprendre mais il s'avère fort commode lors de la construction d'une CLS.

La résolution est basée sur la méthode CIR. On commence par déterminer les quantités  $\delta x_L$  et  $\delta x_S$  à partir des équations III.57 et III.64. Ensuite par interpolation, on détermine les quantités  $a_L^n u_L^n$  et  $a_S^n$ . On calcule ensuite l'invariant de Riemann le long de C+:

$$\lambda_L^n = a_L^n + \frac{\gamma - 1}{2} u_L^n$$

On adimensionne cette dernière équation en la divisant par la quantité  $a_{ext}$ . L'invariant de Riemann adimensionné le long de C+ va être noté  $\lambda_{in}$ , car représentant l'onde incidente. On obtient alors :

$$\lambda_{in} = \frac{\lambda_L^n}{a_{ext}} = \frac{a_L^n}{a_{ext}} + \frac{\gamma - 1}{2} \frac{u_L^n}{a_{ext}}$$
(III.141)

On adimensionne également les inconnues avec :

$$A_i^{n+1} = \frac{a_i^{n+1}}{a_{ext}}$$
(III.142)

$$U_i^{n+1} = \frac{u_i^{n+1}}{a_{ext}}$$
(III.143)

(III.144)

Pour obtenir la deuxième équation nécessaire à la résolution du système, on pourrait utiliser la caractéristique  $C_0$ . Mais pour simplifier les calculs, et puisque l'écoulement est subsonique, on peut considérer que la détente est isentropique entre l'amont et l'aval au col de la condition limite (hypothèse classique sur une tuyère). On écrit donc :

$$\frac{p_i^{n+1}}{p_{ext}} = \left[\frac{a_i^{n+1}}{a_{ext}}\right]^{\frac{2\gamma}{\gamma-1}} \tag{III.145}$$

#### Chapitre III. Modélisation mono-dimensionnelle

Or, le tube communiquant avec l'extérieur, on a  $p_i^{n+1} = p_{ext}$ , donc au final on obtient :

$$A_i^{n+1} = 1 \tag{III.146}$$

Puisque l'invariant de Riemann adimensionné  $\lambda_{in}$  se conserve sur C+ on peut écrire :

$$\lambda_{in} = A_i^{n+1} + \frac{\gamma - 1}{2} U_i^{n+1} = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} U_i^{n+1}$$
(III.147)

Au final, un re-dimensionnement amène la détermination directe des trois variables primitives comme suit :

$$u_i^{n+1} = \frac{2}{\gamma - 1} (\lambda_{in} - 1) a_{ext}$$
(III.148)

$$p_i^{n+1} = p_{ext} \tag{III.149}$$

$$\rho_i^{n+1} = \rho_{ext} \tag{III.150}$$

Il faut bien sûr vérifier que l'écoulement est bien entrant et subsonique c'est-à-dire  $0 < u_i^{n+1} < a_{ext}$ . Cette condition est équivalente à :

$$1 < \lambda_{in} < \frac{\gamma + 1}{2} \tag{III.151}$$

#### 6.3.2 Débit sortant sonique

Dans ce cas, le nombre d'inconnues est de trois. L'équation III.140 n'est plus valide. Les trois équations utilisées pour la résolution sont :

– Conservation de l'invariant de Riemann le long de la direction caractéristique  $C_+$ :

$$\lambda_{in} = A_i^{n+1} + \frac{\gamma - 1}{2} U_i^{n+1}$$
(III.152)

– Flux is entropique le long de la ligne d'écoulement  ${\cal C}_0$  :

$$\frac{p_i^{n+1}}{\left(\rho_i^{n+1}\right)^{\gamma}} = \frac{p_s^n}{\left(\rho_s^n\right)^{\gamma}} \tag{III.153}$$

- Blocage sonique au col :

$$U_i^{n+1} = A_i^{n+1} \tag{III.154}$$

La démarche de résolution consiste donc à déterminer les quantités  $\delta x_L$  et  $\delta x_S$ , puis à interpoler par méthode CIR les quantités  $a_L^n, u_L^n, p_s^n$  et  $\rho_s^n$ . La résolution triviale des trois équations précédentes est alors possible.

#### 6.3.3 Débit entrant subsonique

Dans ce cas  $-a_{ext} < u_i^{n+1} < 0$  et l'adimensionnement amène :

$$-1 < U_i^{n+1} < 0 \tag{III.155}$$

Seule la caractéristique  $C_+$  existe. Comme précédemment, on détermine les quantités  $a_L^n$  et  $u_L^n$  par interpolation (méthode CIR), puis on détermine alors l'invariant de Riemann adimensionné le long de  $C_+$ , noté  $\lambda_{in}$ . Cet invariant se conservant sur la direction caractéristique  $C_+$ , on a une première équation :

$$\lambda_{in} = A_i^{n+1} + \frac{\gamma - 1}{2} U_i^{n+1}$$
(III.156)

La condition de détente isentropique entre l'extérieur et l'entrée du tube (détente isentropique à l'amont du col) amène :

$$\frac{p_i^{n+1}}{p_{ext}} = \left[\frac{a_i^{n+1}}{a_{ext}}\right]^{\frac{2\gamma}{\gamma-1}} = (A_i^n)^{\frac{2\gamma}{\gamma-1}}$$
(III.157)

La pression régnant à l'entrée du tube n'est plus supposée égale à celle régnant à l'extérieur, il existe donc une perte de charge. Nous avons donc 3 inconnues primitives  $:a_i^{n+1}, u_i^{n+1}$  et  $p_i^{n+1}$ . Une troisième équation est nécessaire au bouclage du système.

Afin de boucler le système d'équation, ll va être utilisé la conservation de l'énergie entre l'extérieur et l'entrée du tube, sous hypothèse stationnaire et en supposant la vitesse des gaz extérieurs comme nulle :

$$a_{ext}^2 = (a_i^{n+1})^2 + \frac{\gamma - 1}{2}(u_i^{n+1})^2$$

En adimensionnant, on obtient :

$$1 = (A_i^{n+1})^2 + \frac{\gamma - 1}{2} (U_i^{n+1})^2$$
(III.158)

En combinant l'équation précédente et l'équation III.156, il vient :

$$1 = (A_i^{n+1})^2 + \frac{2}{\gamma - 1} (\lambda_{in} - A_i^{n+1})^2$$
(III.159)

Connaissant  $\lambda_{in}$ , il suffit de résoudre cette équation du deuxième degré pour déterminer  $A_i^{n+1}$ .

On pose  $b = \frac{2}{\gamma - 1}$ , la résolution donne deux solutions possibles :

$$A_i^{n+1} = \frac{2\lambda_{in}b + \sqrt{4(b(1-\lambda_{in}^2)+1)}}{2(1+b)}$$
$$A_i^{n+1} = \frac{2\lambda_{in}b - \sqrt{4(b(1-\lambda_{in}^2)+1)}}{2(1+b)}$$

Compte tenu du fait que  $\lambda_{in} < 1$  que  $-A_i^{n+1} < U_i^{n+1} < 0$ , la première des deux solutions est la seule correcte :

$$A_i^{n+1} = \frac{2\lambda_{in}b + \sqrt{4(b(1-\lambda_{in}^2)+1)}}{2(1+b)}$$
(III.160)

On calcule alors :

$$U_i^{n+1} = \frac{\gamma - 1}{2} (\lambda_{in} - A_i^{n+1})$$
(III.161)

On doit bien sûr vérifier que l'écoulement est bien entrant et subsonique, c'est-à-dire que  $-1 < U_i^{n+1} < 0$ .

#### 6.3.4 Debit entrant sonique

Dans ce cas on ne dispose plus d'aucune caractéristique. Le débit ne dépend pas des conditions en aval, mais uniquement des conditions en amont, c'est-à-dire de l'extérieur. On va considérer l'entrée du tube comme le col d'une tuyère où s'installe un blocage sonique. On a donc trois inconnues, en conséquence, trois équations sont nécessaires à la résolution. Il sera écrit la condition de blocage sonique, la conservation de l'énergie entre l'extérieur et le col, et la détente isentropique entre l'extérieur et le col. La condition de blocage sonique au col amène :

$$U_i^{n+1} = -A_i^{n+1} (III.162)$$

La conservation de l'énergie donne en combinant les équations III.158 et III.162 :

$$A_i^{n+1} = \sqrt{\frac{2}{\gamma+1}} \tag{III.163}$$

La détente isentropique entre l'extérieur et le col donne :

$$\frac{p_i^{n+1}}{p_{ext}} = (A_i)^{\frac{2\gamma}{\gamma-1}}$$
(III.164)

Dans ce cas, l'invariant de Riemann adimensionné vaut donc :

$$\lambda_{in} = A_i^{n+1} + \frac{\gamma - 1}{2} U_i^{n+1} = A_i^{n+1} (1 - \frac{\gamma - 1}{2})$$
(III.165)

$$\lambda_{in} = \frac{3-\gamma}{2} A_i^{n+1} \tag{III.166}$$

Or en utilisant l'équation III.163, on trouve donc au final :

$$\lambda_{in} = \frac{3-\gamma}{2} \sqrt{\frac{2}{\gamma+1}} \tag{III.167}$$

#### 6.3.5 Conclusion

Il a été vu que la condition limite de tube ouvert présente une causalité en invariant de Riemann adimensionné  $\lambda_{in}$  et que ce dernier indique directement la nature de l'écoulement :

$\lambda_{in} \le \frac{3-\gamma}{2}\sqrt{\frac{2}{\gamma+1}}$	Débit entrant sonique
$\frac{3-\gamma}{2}\sqrt{\frac{2}{\gamma+1}} < \lambda_{in} < 1$	Débit entrant subsonique
$1 < \lambda_{in} < \frac{\gamma + 1}{2}$	Débit sortant subsonique
$\lambda_{in} > \frac{\gamma+1}{2}$	Débit sortant sonique

D'autre part, on rappelle que la solution qui a été développée est valide sous hypothèse isentropique. Pour un écoulement réel, il y a lieu de mettre en place une détection et correction d'entropie, voir section 8.

# 7 Condition limite de soupape dite à 'quantité de mouvement'

# 7.1 Introduction

La CLS à quantité de mouvement est assimilée à un tuyau partiellement ouvert à son extrémité. Deux cas différents sont à distinguer, qui mettent en jeu des équations et hypothèses différentes :

- Soupape à débit sortant : Le tube se vide, le cylindre se remplit.
- Soupape à débit entrant : Le tube se remplit, le cylindre se vide.

La condition limite à quantité de mouvement est historiquement issue des travaux de Benson [9]. Elle doit son nom au fait que l'équation de conservation de la quantité de mouvement sera utilisée dans le cas d'un débit entrant uniquement. Cette CLS est également développée dans les travaux de Demoulin [20, 21] où l'équation de la quantité de mouvement est également utilisée mais sous une forme légèrement différente.

Nous allons présenter la construction et la résolution de cette condition limite sous hypothèse isentropique. Comme expliqué dans la section 6.3, dans la pratique, cette hypothèse n'est jamais rencontrée et nous serons amenés à mettre en place une détection et une correction du niveau d'entropie par la suite (Voir section 8).

Nous développerons la CLS à débit sortant puis à débit entrant, par souci de complexité croissante. Dans le cas du débit sortant, nous proposerons un formalisme qui permettra un rapprochement des visions proches (mais néanmoins différentes) que portent Benson et Demoulin sur l'équation de la conservation de la quantité de mouvement.

L'intérêt fondamental de cette CLS est que dans les deux sens d'écoulements, cette condition limite présente une causalité sur l'invariant de Riemann  $\lambda$  et sur le rapport d'ouverture  $\phi$ . Seule la résolution numérique est possible et les solutions peuvent donc être tabulées en cartographies à deux dimensions du type *solution* =  $f(\lambda, \phi)$ . Les résultats de la tabulation seront présentés et une discussion de synthèse clôturera cette section.



## 7.2 Débit sortant subsonique et sonique au col

Figure III.20 – Condition limite de soupape à débit sortant

On considère la figure III.20. L'écoulement est sortant du tube, donc  $u_i^{n+1} > 0$ . On note respectivement  $F_i$  et  $F_t$  les sections géométriques du tube (indice *i*) celle du col (indice *t*). Le but est de déterminer l'état de la dernière maille du tube (indice *i*) au pas temporel suivant (exposant n + 1). Les variables primitives recherchées sont :

$$\rho_i^{n+1} \quad u_i^{n+1} \quad p_i^{n+1}$$

Pour ce faire, il s'avère nécessaire de déterminer l'état du col au nouveau pas temporel :

$$\rho_t^{n+1}$$
  $u_t^{n+1}$   $p_t^{n+1}$ 

Au final, 6 grandeurs primitives sont donc inconnues. L'état du fluide à l'extérieur du tube est parfaitement connu et supposé invariable :  $p_{ext}$ ,  $\rho_{ext}$ ,  $a_{ext}$ . Il est supposé qu'à l'extérieur du tube, la vitesse du fluide est nulle ( $u_{ext} = 0$ ). La résolution sera possible avec 6 équations indépendantes que nous allons maintenant établir.

Premièrement, on écrit la conservation de l'invariant de Riemann le long de la caractéristique  $C_+$ :

$$\lambda = a_i^{n+1} + \frac{\gamma - 1}{2} u_i^{n+1}$$
(III.168)

On rappelle que  $\lambda$  n'est pas une inconnue, il est évalué par interpolation entre les mailles (i-1,n) et (i,n), voir méthode CIR :

$$\lambda = \lambda_L^n = a_L^n + \frac{\gamma - 1}{2} u_L^n$$

Deuxièmement, on écrit la détente isentropique le long de la ligne d'écoulement  $C_0$ :

$$\frac{p_i^{n+1}}{\left(\rho_i^{n+1}\right)^{\gamma}} = \frac{p_s^n}{\left(\rho_s^n\right)^{\gamma}} \tag{III.169}$$

Troisièmement, on écrit la conservation de la masse entre le tube et le col :

$$\rho_i^{n+1} u_i^{n+1} F_i = \rho_t^{n+1} u_t^{n+1} F_t \tag{III.170}$$

Quatrièmement, on écrit la conservation de l'énergie entre le tube et le col :

$$\left(a_{i}^{n+1}\right)^{2} + \frac{\gamma - 1}{2}\left(u_{i}^{n+1}\right)^{2} = \left(a_{t}^{n+1}\right)^{2} + \frac{\gamma - 1}{2}\left(u_{t}^{n+1}\right)^{2}$$
(III.171)

Cinquièmement, on écrit la détente isentropique entre le tube et le col, hypothèse classique en amont du col d'une tuyère :

$$\frac{p_i^{n+1}}{\left(\rho_i^{n+1}\right)^{\gamma}} = \frac{p_t^{n+1}}{\left(\rho_t^{n+1}\right)^{\gamma}}$$
(III.172)

A ce stade, on a donc 6 inconnues, pour seulement 5 équations. La sixième et dernière équation sera différente en fonction de la nature de l'écoulement au col.

Dans le **cas d'un écoulement subsonique au col** nous allons écrire l'hypothèse de pression constante, qui donne son nom à ce modèle. Il s'agit en fait d'une condition de tuyère adaptée  $(p_t^{n+1} = p_{ext})$  associée à une détente isentropique entre l'extérieur et le col :

$$\frac{p_t^{n+1}}{p_{ext}} = \left(\frac{a_t^{n+1}}{a_{ext}}\right)^{\frac{2\gamma}{\gamma-1}} = 1$$
(III.173)

Dans le **cas d'un écoulement bloqué soniquement au col**, la huitième équation sera la condition de blocage sonique :

$$u_t = a_t \tag{III.174}$$

#### 7.2.1 Résolution en écoulement subsonique au col

Les six équations à résoudre sont les équations III.168 à III.173. A partir de ce point, nous allons adimensionner l'ensemble des équations, par la vitesse sonique d'un état de référence  $a_{ref}$ 

et  $p_{ref}$ . On pose :

$$A_i^{n+1} = \frac{a_i^{n+1}}{a_{ref}}$$
(III.175)

$$U_i^{n+1} = \frac{u_i^{n+1}}{a_{ref}}$$
(III.176)

$$A_t^{n+1} = \frac{a_t^{n+1}}{a_{ref}}$$
(III.177)

$$U_t^{n+1} = \frac{u_t^{n+1}}{a_{ref}} \tag{III.178}$$

$$A_{ext} = \frac{a_{ext}}{a_{ref}} \tag{III.179}$$

$$\lambda_{in} = \frac{\lambda}{a_{ref}} \tag{III.180}$$

Compte tenu de ces notations, la condition de tuyère adaptée associée à la détente isentropique à l'aval du col amène (équation III.173 ) :

$$A_t^{n+1} = A_{ext} \tag{III.181}$$

La succession de détentes isentropiques entre le tube et col, puis entre le col et l'extérieur, est donc équivalente à une détente isentropique entre le tube et l'extérieur :

$$\frac{p_i^{n+1}}{p_{ext}} = \left(\frac{a_i^{n+1}}{a_{ext}}\right)^{\frac{2\gamma}{\gamma-1}} = \left(\frac{\rho_i^{n+1}}{\rho_{ext}}\right)^{\gamma}$$
(III.182)

Soit :

$$\frac{\rho_i^{n+1}}{\rho_{ext}^{n+1}} = \left(A_i^{n+1}\right)^{\frac{2}{\gamma-1}}$$
(III.183)

Si on injecte cette relation dans l'équation de conservation de la masse, on arrive à :

$$U_t^{n+1} F_t \cdot \left(A_t^{n+1}\right)^{\frac{2}{\gamma-1}} = U_i^{n+1} \cdot F_i \cdot \left(A_i^{n+1}\right)^{\frac{2}{\gamma-1}}$$
(III.184)

L'équation de conservation de l'énergie totale a dimensionnée et compte tenu du fait que  $A_t^{n+1} = A_{ext}$  devient :

$$\left(A_{i}^{n+1}\right)^{2} + \frac{\gamma - 1}{2} \left(U_{i}^{n+1}\right)^{2} = A_{ext}^{2} + \frac{\gamma - 1}{2} \left(U_{t}^{n+1}\right)^{2}$$
(III.185)

On pose  $\phi$  le rapport d'ouverture de la soupape, défini comme :

$$0 < \phi = \frac{F_t}{F_i} \le 1 \tag{III.186}$$

Les trois dernières équations combinées, amènent :

$$\left(U_{i}^{n+1}\right)^{2} = \frac{\frac{2}{\gamma-1}\left(\left(A_{i}^{n+1}\right)^{2} - A_{ext}^{2}\right)}{\frac{\left(A_{i}^{n+1}\right)^{\frac{4}{\gamma-1}}}{\phi^{2}} - 1}$$
(III.187)

On peut également exprimer  $U_i^{n+1}$  à partir de l'invariant de Riemann adimensionné :

$$\lambda_{in} = A_i^{n+1} + \frac{\gamma - 1}{2} U_i^{n+1}$$
$$U_i^{n+1} = \frac{2}{\gamma - 1} (\lambda_{in} - A_i^{n+1})$$
$$(U_i^{n+1})^2 = (\frac{2}{\gamma - 1})^2 (\lambda_{in} - A_i^{n+1})^2$$
(III.188)

En combinant et en ré arrangeant les équations III.187 et III.188, on arrive alors à l'équation finale suivante :

$$(\lambda_{in} - A_i^{n+1})^2 * \left( \left( A_i^{n+1} \right)^{\frac{4}{\gamma - 1}} - \phi^2 \right) = \left( \frac{\gamma - 1}{2} \right) \phi^2(\left( A_i^{n+1} \right)^2 - A_{ext}^2)$$
(III.189)

Cette dernière équation est une relation explicite, qui nous permet de déterminer  $A_i^{n+1}$  par la seule connaissance de  $\lambda_{in}$ . Cette équation ne peut pas être résolue analytiquement et devra être résolue par une méthode numérique.

Concrètement, les étapes de la résolution sont donc :

- 1. Déterminer  $\lambda_{in}$  par interpolation (méthode CIR).
- 2. Résoudre numériquement l'équation III.189 et déterminer ainsi  $A_i^{n+1}$ .
- 3. Déduire alors  $U_i^{n+1}$  par la relation  $U_i^{n+1} = \frac{2}{\gamma^{-1}} (\lambda_{in} A_i^{n+1}).$
- 4. Déduire alors  $U_t^{n+1}$  par la relation  $U_t^{n+1} = \sqrt{\left(\frac{2}{\gamma-1}\right)\left[\left(A_i^{n+1}\right)^2 1\right] + \left(U_i^{n+1}\right)^2}$
- 5. Vérifier alors que l'écoulement est bien subsonique, c'est à dire que  $U_t^{n+1} < A_t^{n+1} = 1$ , sinon la solution est à rejeter, car l'écoulement est alors sonique au col.

#### 7.2.2 Résolution en écoulement bloqué soniquement au col

Dans ce cas, on n'utilise plus la condition de détente isentropique à l'aval du col car elle n'est plus vérifiée et on remplace cette condition par celle du blocage sonique :

$$U_t^{n+1} = A_t^{n+1} (III.190)$$

L'équation de conservation de la masse amène :

$$u_t^{n+1} = u_i^{n+1} \frac{1}{\phi} (\frac{a_i^{n+1}}{a_t^{n+1}})^{\frac{2}{\gamma-1}}$$

Si on adimensionne et que l'on impose le blocage sonique  $U_t = A_t$ , cette dernière équation devient :

$$\frac{U_i^{n+1}}{A_t^{n+1}} = \frac{\phi}{\left(\frac{A_i^{n+1}}{A_t^{n+1}}\right)^{\frac{2}{\gamma-1}}}$$
(III.191)

L'équation de conservation de l'énergie adimensionnée s'écrit, avec la condition de blocage sonique :

$$\left(A_{i}^{n+1}\right)^{2} + \frac{\gamma - 1}{2}\left(U_{i}^{n+1}\right)^{2} = \left(A_{t}^{n+1}\right)^{2} + \frac{\gamma - 1}{2}\left(U_{t}^{n+1}\right)^{2} = \frac{\gamma + 1}{2}\left(A_{t}^{n+1}\right)^{2}$$
(III.192)

En ré arrangeant :

$$\left[\frac{A_i^{n+1}}{A_t^{n+1}}\right]^2 + \frac{\gamma - 1}{2} \left[\frac{U_i^{n+1}}{A_t^{n+1}}\right]^2 = \frac{\gamma + 1}{2}$$
(III.193)

On pose  $A_{cr}$  le rapport des vitesses soniques entre le tube et le col pour lequel le blocage sonique s'installe :

$$A_{cr} = \frac{A_i^{n+1}}{A_t^{n+1}}$$
(III.194)

En combinant les deux équations précédentes, on a :

$$A_{cr}^{2} + \frac{\gamma - 1}{2} \left[ \frac{\phi}{(A_{cr})^{\frac{2}{\gamma - 1}}} \right]^{2} = \frac{\gamma + 1}{2}$$
(III.195)

Cette dernière équation peut se mettre sous la forme suivante :

$$\phi^{2} = (A_{cr})^{\frac{4}{\gamma-1}} \left[ \frac{\gamma+1}{\gamma-1} - \frac{2}{\gamma-1} A_{cr}^{2} \right]$$
(III.196)

L'équation précédente peut se résoudre numériquement et apporter la connaissance directe de  $A_{cr}$  en fonction du seul rapport d'ouverture de la soupape  $\phi$ .

Ensuite, on peut déterminer les grandeurs qui nous intéressent $(U_i^{n+1}, A_i^{n+1} \text{ et } A_t^{n+1})$  grâce aux système de 3 équations à 3 inconnues suivant :

$$\frac{U_i^{n+1}}{A_t^{n+1}} = \frac{\phi}{(A_{cr})^{\frac{2}{\gamma-1}}} \tag{III.197}$$

$$A_{cr} = \frac{A_i^{n+1}}{A_t^{n+1}}$$
(III.198)

$$A_i^{n+1} + \frac{\gamma - 1}{2} U_i^{n+1} = \lambda_{in}$$
 (III.199)

La résolution du système amène :

$$A_{i}^{n+1} = \frac{\lambda_{in}}{1 + \frac{\gamma - 1}{2} \frac{\phi}{(A_{cr})^{\frac{\gamma + 1}{\gamma - 1}}}}$$
(III.200)

$$U_i^{n+1} = \frac{\phi}{(A_{cr})^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}} A_i^{n+1}$$
(III.201)

$$A_t^{n+1} = U_t^{n+1} = \frac{A_i^{n+1}}{A_{cr}}$$
(III.202)

La démarche globale de résolution est donc la suivante :

- 1. Déterminer  $A_{cr}$  à l'aide de l'équation III.195.
- 2. Déterminer  $A_i^{n+1}$ ,  $U_i^{n+1}$  et  $A_t^{n+1}$  à l'aide des relations III.200 à III.202.
- 3. Déterminer les grandeurs primitives  $p_i$  grâce à la relation isentropique  $p_i = p_{ext} \left(\frac{A_i^{n+1}}{A_{ext}}\right)^{\frac{2\gamma}{\gamma-1}}$ , puis  $\rho_i = \gamma \frac{p_i}{a_i^2}$

#### 7.2.3 Tabulation des solutions

L'hypothèse isentropique permet de résoudre numériquement une fois pour toute ces équations et de tabuler les solutions en fonction des deux paramètres de causalité  $\phi$  et  $\lambda_{in}$ :

$$U_i^{n+1} = f(\phi, \lambda_{in})$$
$$A_i^{n+1} = f(\phi, \lambda_{in})$$
$$U_t^{n+1} = f(\phi, \lambda_{in})$$
$$A_t^{n+1} = f(\phi, \lambda_{in})$$

Puis en appliquant un "re-dimensionnement" de chacune de ces variables par la vitesse sonique de référence  $a_{ref}$ , il alors possible de déterminer, avec des temps de calculs très court, l'ensemble des variables primitives qui nous intéressent.

On présente ici les quatres cartographies obtenues pour le modèle soupape à débit sortant **isentropique** :



**Figure III.21** – CLS quantité de mouvement, débit sortant : vitesse adimensionnée au col  $U_t^{n+1}$  et vitesse du son au col  $A_t^{n+1}$  en fonction de  $\lambda_{in}$  pour différentes valeurs de  $\phi$ 



**Figure III.22** – CLS quantité de mouvement, débit sortant : : vitesse adimensionnée dans le tube  $U_i^{n+1}$  et vitesse du son dans le tube  $A_i^{n+1}$  en fonction de  $\lambda_{in}$  pour différentes valeurs de  $\phi$ 

### 7.3 Débit entrant subsonique

#### 7.3.1 Modélisation



Figure III.23 – Condition limite à 'quantité de mouvement' en écoulement subsonique

Il existe 6 inconnues, respectivement la pression, la vitesse et la masse volumique au col et à l'entrée du tube. Les six équations nécessaires à la résolution vont être établies. On attire avec force l'attention du lecteur sur le fait que l'adimensionnement est réalisé en référence à l'état du milieu extérieur avec lequel communique le tube  $a_{ext}$  (et non pas  $a_{ref}$ ) qui dans le cas d'un MHP, n'est autre que le cylindre :

La première équation est donnée par la conservation de l'invariant de Riemann (hypothèse isentropique) le long de  $C^+$ :

$$\lambda_{in} = A_L^n + \frac{\gamma - 1}{2} U_L^n = A_i^{n+1} + \frac{\gamma - 1}{2} U_i^{n+1}$$
(III.203)

La seconde équation est donnée par la conservation de la masse entre le col et l'entrée du tube :

$$\rho_i^{n+1} U_i^{n+1} F_i = \rho_t^{n+1} U_t^{n+1} F_t \tag{III.204}$$

La troisième équation est donnée par la conservation de l'énergie entre l'entrée du tube et le col :

$$(A_i^{n+1})^2 + \frac{\gamma - 1}{2} (U_i^{n+1})^2 = (A_t^{n+1})^2 + \frac{\gamma - 1}{2} (A_t^{n+1})^2$$
(III.205)

La quatrième équation est donnée par la conservation de l'énergie entre le col et l'extérieur :

$$\left(A_t^{n+1}\right)^2 + \frac{\gamma - 1}{2} \left(U_t^{n+1}\right)^2 = A_{ext}^2 = 1$$
(III.206)

La cinquième équation est donnée par l'hypothèse d'une évolution isentropique entre l'extérieur et le col (hypothèse classique sur une tuyère) :

$$\frac{p_{ext}}{(\rho_{ext})^{\gamma}} = \frac{p_t^{n+1}}{(\rho_t^{n+1})^{\gamma}}$$
(III.207)

La sixième et dernière équation est donnée par la conservation de la quantité de mouvement entre le col et l'entrée du tube pour un écoulement supposé stationnaire, voir section 2.1.5). L'équation III.17, en adaptant les indices au contexte présent, s'écrit :

$$\rho_t^{n+1} F_t(u_t^{n+1})^2 - \rho_i^{n+1} F_i(u_i^{n+1})^2 + p_i^{n+1} F_i - p_t^{n+1} F_t - \int_t^i p \frac{dF}{dx} dx = 0$$
(III.208)

On pose :

$$I = \int_{t}^{i} p \frac{dF}{dx} dx \tag{III.209}$$

L'intégrale I représente la résultante des forces de pression latérales sur le cône, projetée sur l'axe x. L'évaluation de ce terme pose problème. En effet, en toute rigueur, I représente la réaction de la paroi conique solide. Benson [9] propose de la négliger purement et simplement (hypothèse d'élargissent brusque) puisque cette paroi n'existe pas matériellement. Demoulin [20, 21] propose de ne pas la négliger et pose au travers d'hypothèses approchées non détaillées :

$$I \simeq (p_i^{n+1} - p_t^{n+1})\overline{S} \tag{III.210}$$

Avec :

$$\overline{S} = \alpha F_i + (1 - \alpha) F_t \tag{III.211}$$

Où  $\alpha$  est un coefficient à ajuster face à des relevés expérimentaux.

En nous inspirant de ce que propose Demoulin, c'est-à-dire de ne pas négliger cette intégrale et d'introduire un coefficient expérimental  $\alpha$  ajustable, nous avons cherché à exprimer l'intégrale I. Nous avons fait l'hypothèse forte que les évolutions de la pression p et de la section F suivent une évolution linéaire en fonction de l'abscisse x le long de l'axe du cône. Avec cette hypothèse,



Figure III.24 – Hypothèse de variation linéaire

on peut alors écrire avec  $0 \leq x \leq 1$  :

$$p(x) = p_t + (p_i^{n+1} - p_t^{n+1})x$$
(III.212)

$$F(x) = F_t + (F_i - F_t)x$$
 (III.213)

L'intégrale I peut alors s'exprimer d'une façon analytique :

$$I = \int_{t}^{i} p \frac{dF}{dx} dx = \int_{0}^{1} (p_{t}^{n+1} + (p_{i}^{n+1} - p_{t}^{n+1})x)(F_{i} - F_{t}) dx$$
(III.214)

Après intégration, on arrive à :

$$I = \left(\frac{p_i^{n+1} + p_t^{n+1}}{2}\right)(F_i - F_t)$$
(III.215)

Nous injectons ce résultat dans l'équation de la conservation de la quantité de mouvement :

$$\rho_t^{n+1} F_t(u_t^{n+1})^2 - \rho_i F_i^{n+1}(u_i^{n+1})^2 + p_i^{n+1} F_i - p_t^{n+1} F_t - (\frac{p_i^{n+1} + p_t^{n+1}}{2})(F_i - F_t) = 0 \quad \text{(III.216)}$$

Après factorisation et ré-arrangement cette équation s'écrit alors :

$$(p_t^{n+1} - p_i^{n+1})F_i(\frac{1+\phi}{2}) = \rho_i^{n+1}F_i(u_i^{n+1})^2 - \rho_t^{n+1}F_t(u_t^{n+1})^2$$
(III.217)

C'est à ce stade que nous allons introduire un coefficient de correction de la quantité de mouvement, que nous noterons  $C_{QM}$ . Nous allons remplacer dans l'expression précédente le rapport  $\frac{1+\phi}{2}$  par  $C_{QM}$ . On obtient alors l'équation suivante :

$$(p_t^{n+1} - p_i^{n+1})F_iC_{QM} = \rho_i^{n+1}F_i^{n+1}(u_i^{n+1})^2 - \rho_t^{n+1}F_t(u_t^{n+1})^2$$
(III.218)

Nous allons supposer une évolution linéaire de  $C_{QM}$  de la forme :

$$C_{QM} = \alpha + (1 - \alpha)\phi \tag{III.219}$$

Avec  $\alpha$ , un coefficient expérimental à ajuster, tel que  $0 \le \alpha \le 1$  et proche, dans son idée, à celui proposé par Demoulin.

En effet, une telle notation permet :

- Si  $\alpha = 1$  alors  $C_{QM} = 1$ , ce qui veut dire que l'on considère la forme de l'équation de la quantité de mouvement proposée par BENSON, où l'intégrale I est négligée (hypothèse d'élargissement brusque).
- Si  $\alpha = 0.5$  alors  $C_{QM} = \frac{1+\phi}{2}$ , ce qui veut dire que l'on considère la forme complète de de l'équation de la quantité de mouvement que nous proposons où l'intégrale I n'est pas négligée et calculée a partir d'une hypothèse de variation linéaire des grandeurs.
- Une valeur de  $\alpha$  différente des deux cas précédent peut alors permettre un ajustage fin de la condition limite soupape à débit entrant face à un relevé expérimental

#### 7.3.2 Résolution

Grâce à l'équation de conservation de la quantité de mouvement, nous disposons de 6 équations pour 6 inconnues. La résolution est possible, mais difficile. Elle s'appuie sur l'admirable méthode proposée par Benson, que nous avons adaptée à la présence du coefficient  $C_{QM}$ .

On commence par ré-arranger l'équation de conservation de la masse, en l'écrivant sous la forme :

$$\frac{p_i^{n+1}}{p_t^{n+1}} = \phi \frac{u_t^{n+1}}{u_i^{n+1}} \left(\frac{a_i^{n+1}}{a_t^{n+1}}\right)^2 \tag{III.220}$$

On ré-arrange l'équation de conservation de la quantité de mouvement :

$$(p_t^{n+1} - p_i^{n+1})F_iC_{QM} = \rho_i^{n+1}F_i(u_i^{n+1})^2 - \rho_t^{n+1}F_t(u_t^{n+1})^2$$
(III.221)

$$(p_t^{n+1} - p_i^{n+1}) = \frac{1}{C_{QM}} \left[ \rho_i^{n+1} (u_i^{n+1})^2 - \rho_t^{n+1} \phi(u_t^{n+1})^2 \right]$$
(III.222)

$$(p_t^{n+1} - p_i^{n+1}) = \frac{1}{C_{QM}} \left[ \frac{\gamma p_i^{n+1}}{(a_i^{n+1})^2} (u_i^{n+1})^2 - \phi \frac{\gamma p_t^{n+1}}{(a_t^{n+1})^2} (u_t^{n+1})^2 \right]$$
(III.223)

$$(1 - \frac{p_i^{n+1}}{p_t^{n+1}}) = \frac{1}{C_{QM}} \left[ \gamma \left( \frac{u_i^{n+1}}{a_i^{n+1}} \right)^2 \frac{p_i^{n+1}}{p_t^{n+1}} - \phi \gamma \left( \frac{u_t^{n+1}}{a_t^{n+1}} \right)^2 \right]$$
(III.224)

Cette dernière équation peut alors s'écrire :

$$\frac{p_i^{n+1}}{p_t^{n+1}} = \frac{1 + \frac{\gamma\phi}{C_{QM}} * \left(\frac{u_t^{n+1}}{a_t^{n+1}}\right)^2}{1 + \frac{\gamma}{C_{QM}} * \left(\frac{u_i^{n+1}}{a_i^{n+1}}\right)^2}$$
(III.225)

Les équations III.220 et III.225 amènent :

$$\frac{p_i^{n+1}}{p_t^{n+1}} = \phi \frac{u_t^{n+1}}{u_i^{n+1}} \left(\frac{a_i^{n+1}}{a_t^{n+1}}\right)^2 = \frac{1 + \frac{\gamma\phi}{C_{QM}} * \left(\frac{u_t^{n+1}}{a_t^{n+1}}\right)^2}{1 + \frac{\gamma}{C_{QM}} * \left(\frac{u_i^{n+1}}{a_i^{n+1}}\right)^2}$$
(III.226)

Ce qui amène après mise en forme à :

$$\frac{1}{\phi} + \frac{\gamma}{C_{QM}} \left(\frac{u_t^{n+1}}{a_t^{n+1}}\right)^2 = \left(\frac{u_t^{n+1}}{u_i^{n+1}}\right) \left(\frac{a_i^{n+1}}{a_t^{n+1}}\right)^2 + \frac{\gamma}{C_{QM}} \left(\frac{u_t^{n+1}}{a_t^{n+1}}\right) \left(\frac{u_i^{n+1}}{a_t^{n+1}}\right)$$
(III.227)

On écrit et ré-arrange la loi de conservation de l'énergie entre le col et le tube :

$$(a_i^{n+1})^2 + \frac{\gamma - 1}{2}(u_i^{n+1})^2 = (a_t^{n+1})^2 + \frac{\gamma - 1}{2}(u_t^{n+1})^2 = (a_{ext})^2$$

Ce qui amène :

$$\left(\frac{a_i^{n+1}}{a_t^{n+1}}\right)^2 = \left(\frac{a_{ext}}{a_t^{n+1}}\right)^2 - \frac{\gamma - 1}{2} \left(\frac{u_i^{n+1}}{a_t^{n+1}}\right)^2 \tag{III.228}$$

On injecte alors l'équation précédente dans III.227, et on obtient :

$$\frac{1}{\phi} + \frac{\gamma}{C_{QM}} \left(\frac{u_t}{a_t}\right)^2 = \left(\frac{u_t}{u_i}\right) \left[ \left(\frac{a_{ext}}{a_t}\right)^2 - \frac{\gamma - 1}{2} \left(\frac{u_i}{a_t}\right)^2 \right] + \frac{\gamma}{C_{QM}} \left(\frac{u_t}{a_t}\right) \left(\frac{u_i}{a_t}\right)$$
(III.229)

On multiplie cette dernière équation par la quantité  $\left(\frac{2}{\gamma+1}\right)\left(\frac{a_t^{n+1}}{a_{ext}}\right)^2 \left(\frac{u_i^{n+1}}{u_t^{n+1}}\right)$ . Après ré-arrangement, on peut alors écrire :

$$\left(\frac{u_i^{n+1}}{a_{ext}}\right)^2 \left(\frac{2\gamma - C_{QM}(\gamma - 1)}{C_{QM}(\gamma + 1)}\right) - \left(\frac{2}{\gamma + 1}\right) \left[\frac{1}{\phi} \left(\frac{a_t^{n+1}}{a_{ext}}\right)^2 \left(\frac{a_{ext}}{u_t^{n+1}}\right) + \frac{\gamma}{C_{QM}} \left(\frac{u_t^{n+1}}{a_{ext}}\right)\right] \left(\frac{u_i^{n+1}}{a_{ext}}\right) + \frac{2}{\gamma + 1} = 0$$
(III.230)

Cette dernière équation est en fait prête pour l'adimensionnement. Pour alléger les notations on considère que l'état de référence est celui du gaz extérieur à la condition limite. On pose :

$$A_i^{n+1} = \frac{a_i^{n+1}}{a_{ext}} \tag{III.231}$$

$$U_i^{n+1} = \frac{u_i^{n+1}}{a_{ext}}$$
(III.232)

$$A_t^{n+1} = \frac{a_t^{n+1}}{a_{ext}}$$
(III.233)

$$U_t^{n+1} = \frac{u_t^{n+1}}{a_{ext}}$$
(III.234)

$$\lambda_{in} = \frac{\lambda}{a_{ext}} \tag{III.235}$$

On peut alors écrire :

$$\left(U_i^{n+1}\right)^2 \left(\frac{2\gamma - C_{QM}(\gamma - 1)}{C_{QM}(\gamma + 1)}\right) - \left(\frac{2}{\gamma + 1}\right) \left[\frac{1}{\phi} \left(\frac{(A_t^{n+1})^2}{U_t^{n+1}}\right) + \frac{\gamma}{C_{QM}} U_t^{n+1}\right] U_i + \frac{2}{\gamma + 1} = 0$$
(III.236)

Avec ces notations, la conservation de l'énergie entre l'extérieur et le col devient :

$$(A_t^{n+1})^2 = 1 - \left(\frac{\gamma - 1}{2}\right) (U_t^{n+1})^2 \tag{III.237}$$

La conservation de l'énergie entre le tube et le col (puisque l'écoulement est subsonique),puis entre le col et l'extérieur amène :

$$(A_i^{n+1})^2 = 1 - \left(\frac{\gamma - 1}{2}\right) (U_i^{n+1})^2$$
(III.238)

On peut alors expliciter les différentes étapes de la résolution pour un **écoulement subso**nique :

1. On choisit arbitrairement une valeur de  $U_t^{n+1}$  , de  $\phi$  et de  $C_{QM}. {\rm L'écoulement}$  est entrant

et subsonique, donc  $U_t^{n+1}$  doit respecter :

$$-\sqrt{\frac{2}{\gamma+1}} \le -A_t^{n+1} \le U_t^{n+1} \le 0$$

- 2. Calculer alors At avec l'équation III.237.
- 3. Déterminer  $U_i$  en résolvant numériquement l'équation III.236.
- 4. Déterminer  $A_i$  en résolvant l'équation III.238 et vérifier que l'hypothèse subsonique est bien respectée.
- 5. Déterminer l'invariant de Riemann adimensionné :

$$\lambda_{in} = A_i + \frac{\gamma - 1}{2} U_i \tag{III.239}$$

#### 7.3.3 Tabulation des solutions

Une observation du système d'équations à résoudre amène une remarque importante. Sous hypothèse isentropique, les deux quantités recherchées  $U_i^{n+1}$  et  $A_i^{n+1}$  peuvent se résoudre simplement à l'aide des seules équations III.238 et III.239. Ces deux équations montrent que les solutions  $U_i^{n+1}$  et  $A_i^{n+1}$  ne dépendront pas du rapport d'ouverture  $\phi$  ni du coefficient  $C_{QM}$  et présenteront une simple causalité sur l'invariant de Riemann adimensionné  $\lambda_{in}$ . Ce ne sera bien sûr pas le cas des quantités  $U_t^{n+1}$  et  $A_t^{n+1}$  qui présenteront une double causalité en  $\lambda_{in}$  et  $\phi$ pour une valeur du paramètre  $C_{QM}$  fixée.

Il est possible et avantageux de résoudre numériquement ces équations une fois pour toute et de tabuler les résultats sous forme de cartographies tridimensionnelles de solutions tabulées, par exemple :  $U_t^{n+1} = f(\lambda_{in}, \phi, C_{QM})$ . A titre d'exemple ; les figures III.25 et III.26 donnent respectivement les évolutions adimensionnées de la vitesse et de la vitesse du son au col et à l'entrée du tube en fonction de $\lambda_{in}$  et de  $\phi$ . Les courbes présentées sont issues d'un coefficient  $C_{QM} = 1$ , qui correspond à l'hypothèse de Benson d'élargissement brusque. Les courbes issues d'une autre valeur du coefficient  $C_{QM}$  présentent des allures extrêmement similaires aux précédentes. Les différences n'étant pas visuellement détectables, les courbes ne sont donc pas présentées.



**Figure III.25** – CLS à quantité de mouvement, débit entrant subsonique au col avec  $C_{QM} = 1$ : vitesse adimensionnée au col  $U_t^{n+1}$  et vitesse du son au col  $A_t^{n+1}$  en fonction de l'invariant de Riemann  $\lambda_{in}$ , pour différentes valeurs de  $\phi$ 



**Figure III.26** – CLS à quantité de mouvement, débit entrant subsonique au col avec  $C_{QM} = 1$ : vitesse adimensionnée dans le tube  $U_i^{n+1}$  et vitesse du son au col  $A_i^{n+1}$  en fonction de l'invariant de Riemann  $\lambda_{in}$ , pour différentes valeurs de  $\phi$ 



#### 7.4 Débit entrant sonique

Figure III.27 – Modèle de tuyere amorcée

#### 7.4.1 Introduction

Lorsque l'écoulement est bloqué soniquement au col, on utilise alors le modèle de tuyère amorcée tel que schématisé à la figure III.27. Il existe donc un choc d'adaptation. A l'amont de ce choc, l'écoulement est supersonique et à l'aval de celui ci, l'écoulement est subsonique. La position du choc est variable et l'on note  $\phi_{choc}$  la section adimensionnée offerte à l'écoulement lorsqu'il franchit le choc, en référence à la section du col. On a donc :

$$\phi = \frac{F_t}{F_i} \le \phi_{choc} = \frac{F_t}{F_{choc}} \le 1$$
(III.240)

Il y a donc un total de 12 inconnues : la vitesse, la pression et la masse volumique respectivement au col (indice t), à l'amont du choc (indice u), à l'aval du choc (indice d) et à la première maille du tube (indice i). Les équations sont celles du problème bien connu d'une tuyère amorcée idéalisée. Nous allons maintenant présenter les équations et leurs résolutions. On attire une fois encore l'attention du lecteur sur le fait que les adimensionnements sont effectués en référence au milieu extérieur  $a_{ext}$ .

#### 7.4.2 Résolution

Les trois premières équations sont respectivement celles du blocage sonique au col, de la conservation de l'énergie entre l'extérieur et le col et celle d'une détente isentropique entre l'extérieur et le col :

$$U_t^{n+1} = -A_t^{n+1} (III.241)$$

$$(A_t^{n+1})^2 + (U_t^{n+1})^2 = 1$$
(III.242)

$$\frac{p_t^{n+1}}{p_{ext}} = (A_t^{n+1})^{\frac{2\gamma}{\gamma-1}}$$
(III.243)

Un ré-arrangement des trois équations précédentes amène directement à la connaissance de l'état au col :

$$A_t^{n+1} = \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{0.5} \tag{III.244}$$

$$U_t^{n+1} = -(\frac{2}{\gamma+1})^{0.5}$$
(III.245)

$$p_t^{n+1} = p_{ext}(A_t^{n+1})^{\frac{2\gamma}{\gamma-1}}$$
(III.246)

Les trois équations suivantes vont permettre la détermination de l'état à l'amont du choc. On écrit respectivement la détente isentropique entre le col et l'amont au choc (équivalente à une détente isentropique entre l'extérieur et l'amont compte tenu de l'équation III.243), la conservation de l'énergie entre le col et l'amont au choc (équivalente à la conservation de l'énergie entre l'extérieur et l'amont compte tenu de l'équation III.242) et la conservation de la masse entre le col et l'amont au choc :

$$\frac{p_u^{n+1}}{p_t^{n+1}} = \left(\frac{A_u^{n+1}}{A_t^{n+1}}\right)^{\frac{2\gamma}{\gamma-1}}$$
(III.247)

$$(A_u^{n+1})^2 + (U_u^{n+1})^2 = 1$$
(III.248)

$$\rho_u^{n+1} U_u^{n+1} = \rho_t^{n+1} U_t^{n+1} \phi_{choc}$$
(III.249)

Un ré-arrangement des équations précédentes amène :

$$\left(\frac{\sqrt{1-\frac{\gamma-1}{2}(U_u^{n+1})^2}}{A_t^{n+1}}\right)^{\frac{2}{\gamma-1}} = \phi_{choc}\left(\frac{U_t^{n+1}}{U_u^{n+1}}\right)$$
(III.250)

La résolution numérique de l'équation précédente amène la connaissance de  $U_u^{n+1}$  et ceci en fonction du seul paramètre  $\phi_{choc}$ . Il est alors trivial de déterminer la pression et la masse volumique à l'amont du col.

Les trois équations suivantes vont permettre la détermination de l'état à l'aval du choc. On écrit respectivement la conservation de la quantité de mouvement au passage du choc, la conservation de l'énergie entre l'amont et l'aval au choc (équivalente à la conservation de l'énergie entre l'extérieur et l'aval compte tenu de l'équation III.248) et la conservation de la masse entre le col et l'amont au choc :

$$(p_d^{n+1} - p_u^{n+1}) = \rho_u^{n+1} (u_u^{n+1})^2 - \rho_d^{n+1} (u_d^{n+1})^2$$
(III.251)

$$(A_d^{n+1})^2 + (U_d^{n+1})^2 = 1 (III.252)$$

$$\rho_d^{n+1} U_d^{n+1} = \rho_u^{n+1} U_u^{n+1} \tag{III.253}$$

Un ré-arrangement des trois équations précédentes amène à :

$$(U_d^{n+1})^2 - \left(\frac{2}{\gamma+1}\right) \left[\frac{(A_u^{n+1})^2}{U_u^{n+1}} + \gamma U_u^{n+1}\right] U_d^{n+1} + \frac{2}{\gamma+1} = 0$$
(III.254)

La résolution de l'équation précédente du second degré, permet la détermination de  $U_d^{n+1}$ . Parmi les deux solutions possibles, seule la solution subsonique est à conserver. La solution ne dépend que de  $U_u^{n+1}$ , qui lui même ne dépend que de  $\phi_{choc}$ .

Les trois équations suivantes vont permettre la résolution de l'état à l'entrée du tube. On écrit respectivement la condition de détente isentropique entre l'aval au choc et l'entrée du tube, la conservation de l'énergie et la conservation de la masse.

$$\frac{p_i^{n+1}}{p_d^{n+1}} = \left(\frac{A_i^{n+1}}{A_d^{n+1}}\right)^{\frac{2\gamma}{\gamma-1}}$$
(III.255)

$$(A_i^{n+1})^2 + (U_i^{n+1})^2 = 1 (III.256)$$

$$\rho_i^{n+1} U_i^{n+1} F_i = \rho_d^{n+1} U_d^{n+1} F_{choc}$$
(III.257)

Un ré-arrangement des équations précédentes amène :

$$\left[\frac{\sqrt{1-\left(\frac{\gamma-1}{2}\right)(U_i^{n+1})^2}}{A_d^{n+1}}\right]^{\frac{2}{\gamma-1}} = \left(\frac{\phi}{\phi_{choc}}\right)\left(\frac{U_d^{n+1}}{U_i^{n+1}}\right)$$
(III.258)

La résolution numérique de l'équation précédente permet la détermination de  $U_i^{n+1}$ , qui doit être vérifié comme subsonique. Au final cette solution ne dépend que de  $\phi$  et  $\phi_{choc}$ .

On résume maintenant la démarche de résolution :

- On impose en entrée la valeur des deux paramètres  $\phi$  et  $\phi_{choc}$  tel que  $1 \le \phi_{choc} \le \phi$ .
- On calcule alors  $U_t^{n+1}$ ,  $A_t^{n+1}$  et  $p_t^{n+1}$ .
- On calcule alors  $U_u^{n+1}$ ,  $A_u^{n+1}$  et  $p_u^{n+1}$ . La solution doit être supersonique.
- On calcule alors  $U_d^{n+1}$ ,  $A_d^{n+1}$  et  $p_d^{n+1}$ . La solution doit être subsonique.
- On calcule alors  $U_i^{n+1}$ ,  $A_i^{n+1}$  et  $p_i^{n+1}$ . La solution doit être subsonique.
- Finalement, on calcule l'invariant de Riemann adimensionné correspondant au couple de valeurs de  $\phi$  et  $\phi_{choc}$  imposées en entrée :  $\lambda_{in} = A_i^{n+1} + \frac{\gamma-1}{2}U_i^{n+1}$

On note  $\lambda_{in,critique}$  la valeur de  $\lambda_{in}$  pour laquelle le choc se trouve localisé à l'entrée du tube, c'est-à-dire pour  $\phi_{choc} = \phi$ . En toute rigueur, si  $\lambda_{in} < \lambda_{in,critque}$  alors le choc doit être localisé dans le tube et non plus dans la condition limite, ce qui pose un problème pratique impossible à résoudre avec une méthode à volumes finis.

L'hypothèse que nous avons retenue, consiste à dire que puisque l'écoulement est supersonique à l'entrée du tube, la caractéristique  $C^+$  ne remonte plus vers la condition limite et donc l'écoulement ne peut pas dépendre de  $\lambda_{in}$ . Donc on impose le choc à l'entrée du tube  $\phi_{choc} = \phi$ et l'on impose la solution obtenue avec  $\lambda_{in,critque}$ . Il est alors possible de tabuler les solutions en cartographies fonction des deux paramètres de causalité :  $\lambda_{in}$  et  $\phi$ .



**Figure III.28** – CLS à quantité de mouvement, débit entrant sonique au col : vitesse et vitesse du son adimensionnées à l'entrée du tube, en fonction de  $\lambda_{in}$  pour différentes valeurs de  $\phi$ 



**Figure III.29** – CLS à quantité de mouvement, débit entrant sonique au col : Section du choc d'adaptation  $\phi_{choc}$  en fonction de  $\lambda_{in}$  pour différentes valeurs de  $\phi$ 

Les figures III.28 et III.29 donnent respectivement, pour le modèle de tuyère idéale amorcée, les évolutions en fonction de  $\lambda_{in}$  et pour différentes valeurs de  $\phi$ , de la vitesse adimensionnée à l'entrée du tube, de la vitesse du son adimensionnée à l'entrée du tube et la section adimensionnée du choc d'adaptation.

Les parties de courbes horizontales correspondent à l'hypothèse de choc d'adaptation imposé à l'entrée du tube. Les parties curvilignes correspondent donc à une solution tuyère amorcée isentropique valide. On note que la zone couverte par ces solutions valides (choc localisé à l'intérieur de la condition limite) est faible mais néanmoins existante.

#### 7.5 Union des cartographies à débit entrant subsonique et sonique

Il est possible d'unir les deux cartographies de solutions obtenues pour un écoulement subsonique et supersonique en une seule.

Les figures III.30 et III.31 donnent respectivement les évolutions, en fonction de  $\lambda_{in}$  et pour différentes valeurs de  $\phi$ , de la vitesse adimensionnée à l'entrée du tube, de la vitesse du son adimensionnée à l'entrée du tube, la vitesse adimensionnée au col, et de la vitesse du son adimensionnée au col.



**Figure III.30** – CLS quantité de mouvement, débit sortant (subsonique et sonique au col) : vitesse et vitesse du son adimensionnées à l'entrée du tube, en fonction de  $\lambda_{in}$  pour différentes valeurs de  $\phi$ 



**Figure III.31** – CLS quantité de mouvement, débit sortant (subsonique et sonique au col) : vitesse et vitesse du son adimensionnées au col, en fonction de  $\lambda_{in}$  pour différentes valeurs de  $\phi$ 

# 8 Correction d'entropie

#### 8.1 Introduction

La résolution des conditions limites de tube ouvert et de soupape à quantité de mouvement supposent l'hypothèse isentropique respectée. On rappelle que cette hypothèse sous entend qu'il n'existe pas de frottement pariétal à la traversée de la soupape, pas d'échange de chaleur et surtout que le gaz extérieur au tube se trouve à un même niveau d'entropie que celui des gaz présents dans la tubulure. Cette dernière hypothèse n'est pratiquement jamais respectée dans une situation réelle. Ceci va donc nous amener à mettre en place, par ordre de complexité, la détection du niveau d'entropie par le biais de la variable de Riemann Étoilée (cas d'un débit sortant) et une boucle itérative de correction d'entropie (cas d'un débit entrant).

#### 8.2 Variable de Riemann étoilée pour un débit sortant du tube



Figure III.32 – Variable de Riemann étoilée

Pour un écoulement gazeux sortant de la tubulure, l'hypothèse isentropique le long de ligne caractéristique  $C^+$  peut être acceptée (si pas de frottement, pas de dissipation et pas d'apport de chaleur). Le problème auquel on se heurte vient du fait que le gaz extérieur peut être à un niveau d'entropie différent de celui du gaz présent dans la dernière maille de la tubulure. La condition limite de soupape à débit sortant doit être capable de "détecter" cette situation et de prendre en compte cette différence de niveau d'entropie, ce qui sera chose faite grâce à l'emploi de la variable de Riemann étoilée proposée par Benson :  $\lambda^*$ .

Afin d'illustrer par un exemple la nécessité absolue d'une prise en compte de l'entropie, supposons à l'instant initial (t=0), que le gaz présent dans la dernière maille de la tubulure soit à une pression supérieure à celle régnant à l'extérieur, mais que la température soit identique, donc au final que le niveau d'entropie soit différent entre l'amont et l'aval au col. A l'instant initial, on suppose également que la vitesse des gaz est nulle tout au long de la tubulure. S'il n'y a pas de détection de niveau d'entropie (hypothèse isentropique)et compte tenu du contexte précédent on a :  $\lambda_{in} = A_{ext} = \frac{a_{ext}}{a_{ref}}$ . La résolution de l'équation III.189 amène alors la solution triviale  $A_i^{n+1} = A_{ext}$ , ce qui conduit à  $U_i^{n+1} = 0$ . Au final, l'écoulement à la condition limite ne s'amorcera jamais, ce qui n'est pas physique.

La figure III.32 montre le contexte d'application de la variable étoilée de Riemann. Les notations de Benson sont employées :  $a_A$  est le 'niveau d'entropie' des gaz à une pression pet à une vitesse sonique a relativement à un niveau de référence arbitraire (indice 'ref').  $a_A$ est déterminé par une évolution isentropique (détente ou compression) jusqu'à la pression de référence  $p_{ref}$ .

Benson définit alors la variable de Riemann étoilée et adimensionnée comme :

$$\lambda^* = \frac{\lambda_{in}}{A_{A'i}} \tag{III.259}$$

avec :

$$A_{A'i} = A_{Ai} \left(\frac{p_{ext}}{p_{ref}}\right)^{\frac{\gamma-1}{2\gamma}} \tag{III.260}$$

Finalement, la variable de Riemann étoilée s'exprime alors :

$$\lambda^* = \frac{\lambda_{in}}{A_{Ai}} \left(\frac{p_{ref}}{p_{ext}}\right)^{\frac{\gamma-1}{2\gamma}} \tag{III.261}$$

En substituant la variable de Riemann  $\lambda^*$  en lieu et place de  $\lambda_{in}$  dans le processus de résolution, alors la condition limite de soupape à débit sortant "reconnaît" le rapport de pression généré par la différence de niveau d'entropie existant entre la tubulure et l'extérieur. La variable de Riemann étoilée présente un aspect mathématiquement rigoureux et s'avère très pratique à l'usage. Premièrement,  $\lambda_{in}$  est déterminé par méthode CIR. Puis  $\lambda^*$  est calculé à l'aide de l'équation III.261. La variable de Riemann étoilée est alors utilisée à la place de  $\lambda_{in}$  pendant tout le processus de résolution décrit précédemment jusqu'à obtenir  $U_i^{*n+1}$  et  $A_i^{*n+1}$ . Les quantités finales  $U_i^{n+1}$  et  $A_i^{n+1}$  sont déterminées par un processus de re-dimensionnement inverse à celui

effectué pour obtenir  $\lambda^*$  depuis  $\lambda_{in}$ :

$$U_{i}^{n+1} = U_{i}^{*n+1}A_{A'i} = U_{i}^{*n+1}A_{Ai}\left(\frac{p_{ext}}{p_{ref}}\right)^{\frac{\gamma-1}{2\gamma}}$$
$$A_{i}^{n+1} = A_{i}^{*n+1}A_{A'i} = A_{i}^{*n+1}A_{Ai}\left(\frac{p_{ext}}{p_{ref}}\right)^{\frac{\gamma-1}{2\gamma}}$$

Il est très important de noter que le sens de l'écoulement à la soupape est déterminé par la variable de Riemann étoilée. Si  $\lambda^* \ge 1$ , alors les gaz s'écoulent de la tubulure vers le cylindre, et inversement si  $\lambda^* < 1$  alors les gaz s'écoulent du cylindre vers la tubulure.

#### 8.3 Correction d'entropie pour un écoulement entrant



Figure III.33 – Contexte et notations pour une correction d'entropie

Dans le cas de gaz sortant du cylindre et entrant dans la tubulure, l'hypothèse isentropique le long de ligne caractéristique  $C^+$  n'est plus du tout acceptable, car les gaz entrant peuvent être à niveau d'entropie totalement différent de ceux présents dans la tubulure. La figure III.33 montre le contexte et les notations de Benson employées.

A est la vitesse du son a dimensionnée  $\frac{a}{a_{ref}}$ , et $A_A$  est le niveau d'entropie a dimensionné  $\frac{a_A}{a_{ref}}$ . La figure III.33(a) donne :

$$\left(\frac{p}{p_{ref}}\right)^{\frac{\gamma-1}{2\gamma}} = \frac{a}{a_A} = \frac{A}{A_A} \tag{III.262}$$

$$\frac{\rho}{\rho_A} = \left(\frac{p}{p_{ref}}\right)^{\frac{1}{\gamma}} \tag{III.263}$$

Une différentiation suivie d'un ré-arrangement des deux équations précédentes amène :

$$\frac{d\rho}{\rho} = \frac{d\rho_A}{\rho_A} + \frac{1}{\gamma} \frac{dp}{p}$$
(III.264)

$$\frac{dp}{p} = \frac{2\gamma}{\gamma - 1} \left[ \frac{da}{a} - \frac{da_A}{a_A} \right] \tag{III.265}$$

Le long de la ligne caractéristique C+, pour un écoulement sans variation de section, sans échange de chaleur et sans frottement pariétal, les équations fondamentales amènent :

$$\frac{dp}{\rho a} + du = 0 \tag{III.266}$$

Un ré-arrangement des équations III.264 à III.266 donne :

$$dA - A\frac{dA_A}{A_A} - \frac{\gamma - 1}{2}dU = 0$$
 (III.267)

Cette dernière équation peut être avantageusement écrite comme :

$$d\lambda = A \frac{dA_A}{A_A} \tag{III.268}$$

L'équation précédente donne le changement de la variable de Riemann le long de la ligne caractéristique  $C^+$  due à la variation du niveau d'entropie. Cette équation est la clef de voûte à la mise en place d'une correction d'entropie à la condition limite, comme représentée à la figure III.33(b).

Le niveau d'entropie à la maille P' est différent de celui des gaz qui entrent à la condition limite, noté R'.  $\lambda_{in,n}$  est la variable de Riemann adimensionnée et  $A_{An}$  est le niveau d'entropie adimensionné à la maille P. Ces deux dernières quantités sont parfaitement connues à un pas temporel donné.

On note les grandeurs suivantes, lorsqu'est pris en compte le gradient d'entropie existant :  $\lambda_{in,c}$  la variable de Riemann adimensionnée et corrigée,  $A_{Ac}$  le niveau d'entropie adimensionnée et corrigé et  $A_{P'}$  la vitesse du son adimensionnée dans la maille P', sachant que :  $A_{P'} = \frac{\lambda_{in,c} + \lambda_{out,c}}{2}$ .

Ces trois dernières quantités sont bien sur des inconnues qui doivent donc être déterminées par un processus itératif reposant sur l'équation III.268. En incluant l'ensemble des notations que nous venons de définir, l'équation III.268 devient :

$$d\lambda \simeq \lambda_{in,c} - \lambda_{in,n} = \left(\frac{\lambda_{in,c} + \lambda_{out,c}}{2}\right) \left(\frac{A_{Ac} - A_{An}}{A_{Ac}}\right)$$
(III.269)

Comme les trois quantités  $\lambda_{in,c}$ ,  $\lambda_{out,c}$  et  $A_{Ac}$  se réfèrent au nouveau pas temporel n + 1, l'équation III.269 doit être impérativement résolue par une démarche itérative.

# 8.4 Algorithme de détection et de correction d'entropie itérative en causalité $\lambda$

Il n'a pas été trouvé dans la littérature d'algorithme clairement établi pour réaliser la résolution itérative établie à la section précédente. Nous avons donc été amenés à construire notre propre algorithme présenté à la figure III.34. L'algorithme présenté est directement applicable à la condition limite de tube ouvert et à la condition limite de soupape à quantité de mouvement.

La variable de Riemann étoilée est tout d'abord calculée par application de la méthode CIR. Si l'écoulement est sortant ( $\lambda_{in}^* \ge 1$ ) alors la démarche de résolution présentée à la section 8.2 est appliquée.

Dans la cas d'un débit entrant  $\lambda_{in}^* < 1$ , un boucle itérative de convergence sur l'invariant de Riemann corrigé  $\lambda_{in,c}$  est mise en place. Au pas initial,  $\lambda_{in,c}$  est initialisé à la valeur de l'invariant de Riemann incident sous hypothèse isentropique :  $\lambda_{in,n}$ . A l'aide des cartographies de solutions tabulées, les variables primitives au col et à l'entrée du tube sont déterminées. En conséquence, la nouvelle valeur du niveau d'entropie adimensionné et corrigé  $A_{Ac}$  est évaluée. En conséquence, une nouvelle valeur de l'invariant de Riemann corrigé  $\lambda_{in,c}$  issue de l'équation III.269 est calculée puis comparée à la valeur issue du pas précédent. Si le niveau de précision souhaité sur  $\lambda_{in,c}$  est atteint (arbitrairement fixé à 0.001), alors le processus s'achève. Dans le cas contraire une nouvelle itération commence.



**Figure III.34** – Algorithme de correction d'entropie en causalité  $\lambda$ 

# 9 Condition Limite de Soupape dite à 'pression constante'

La CLS présentée est issue des travaux successifs de Benson [8–10] et est appelée modèle à '*pression constante*'. Historiquement, il s'agit du premier modèle numérique opérationnel et produisant des résultats satisfaisants quand appliqué à la simulation d'un MACI.

On attire l'attention du lecteur sur le fait que cette CLS ne s'applique que pour un **écoulement entrant dans le tube**. Dans le cas d'un écoulement sortant du tube, la CLS à quantité de mouvement est appliquée.

Nous allons présenter la construction et la résolution de cette condition limite sous hypothèse isentropique. Comme expliqué dans la section 6.3, cette hypothèse n'est pratiquement jamais rencontrée dans un cas réel et nous serons amenés à mettre en place une correction d'entropie par la suite. Toutefois, nous verrons que cette CLS n'autorise pas une tabulation des solutions en  $\lambda_{in}$  et  $\phi$  et que, en conséquence, un algorithme spécifique de correction d'entropie sera nécessaire (Voir section 9.5).

#### 9.1 Mise en place



Figure III.35 – Condition limite de soupape à débit entrant

Dans ce cas, la condition limite dite à 'pression constante' est utilisée. Le contexte est schématisé à la figure III.35. Il existe 6 inconnues : masse volumique, pression et vitesse à l'entrée du tube (indice i) et au col (indice t). La figure III.36 représente l'évolution des 'niveaux d'entropie' de Benson , qui seront définis et utilisés à la section 9.5), dans le cas d'un écoulement subsonique et sonique au col. Seule la ligne caractéristique  $C^+$  existe, dans le cas d'un écoulement subsonique.



**Figure III.36** – Soupape à débit entrant : Diagramme entropique en écoulement subsonique (a) et sonique (b)

On attire l'attention du lecteur sur le fait que, afin de simplifier les écritures, l'adimensionnement des équations (notation de Benson) sera effectué par rapport à  $a_{ext}$  (condition extérieure au tube, donc état du cylindre moteur), et non pas  $a_{ref}$  comme le fait Benson dans son ouvrage.

La première équation est donnée par la conservation de l'invariant de Riemann (hypothèse isentropique) le long de  $C^+$ :

$$\lambda_{in} = A_L^n + \frac{\gamma - 1}{2} U_L^n = A_i^{n+1} + \frac{\gamma - 1}{2} U_i^{n+1}$$
(III.270)

La seconde équation est donnée par la conservation de la masse entre le col et l'entrée du tube :

$$\rho_i^{n+1} U_i^{n+1} F_i = \rho_t^{n+1} U_t^{n+1} F_t \tag{III.271}$$

La troisième équation est donnée par la conservation de l'énergie entre l'entrée du tube et le col :

$$(A_i^{n+1})^2 + \frac{\gamma - 1}{2} (U_i^{n+1})^2 = (A_t^{n+1})^2 + \frac{\gamma - 1}{2} (A_t^{n+1})^2$$
(III.272)

La quatrième équation est donnée par la conservation de l'énergie entre le col et l'extérieur :

$$\left(A_t^{n+1}\right)^2 + \frac{\gamma - 1}{2} \left(U_t^{n+1}\right)^2 = 1$$
 (III.273)

La cinquième équation est donnée par l'hypothèse d'une évolution isentropique entre l'extérieur et le col (hypothèse classique sur une tuyère) :

$$\frac{p_{ext}}{(\rho_{ext})^{\gamma}} = \frac{p_t^{n+1}}{(\rho_t^{n+1})^{\gamma}}$$
(III.274)
La sixième et dernière équation dépend de la nature de l'écoulement au col. Pour un **écoulement subsonique**, on fait l'hypothèse de pression constante :

$$p_i^{n+1} = p_t^{n+1} \tag{III.275}$$

Dans le cas d'un écoulement sonique, on écrit la condition de blocage sonique au col :

$$U_i^{n+1} = -A_t^{n+1} (III.276)$$

### 9.2 Débit entrant subsonique

Le système d'équations à résoudre est composé des équations III.270 à III.275.

Une observation de ce système montre, exactement comme dans le cas de la CLS à quantité de mouvement, que les quantités  $U_i^{n+1}$  et  $A_i^{n+1}$  peuvent se résoudre par la seule utilisation des équations III.270 à III.273 et ne dépendront au final que de la seule variable  $\lambda_{in}$ . La vitesse et la température re-dimensionnées dépendront donc de l'invariant de Riemann et de la température extérieure, et ne dépendront pas du rapport d'ouverture  $\phi$ . Seule la pression à l'entrée du tube présentera une dépendance à  $\phi$  et  $\lambda_{in}$ . Ces remarques sont surprenantes au premier abord, mais on rappelle que la résolution en cours de développement a lieu sous hypothèse isentropique.

On remarque également que, à cause de l'équation III.271, les quantités  $U_t^{n+1}$  et  $A_t^{n+1}$  dépendent de  $\phi$ ,  $U_i^{n+1}$  et  $A_i^{n+1}$ , donc au final de  $\phi$  et  $\lambda_{in}$ .

On développe maintenant l'admirable résolution de ce système due à Benson [9] : Un ré-arrangement des équations III.271 et III.275 amène :

$$U_t^{n+1} = \frac{1}{\phi} \left(\frac{A_t^{n+1}}{A_i^{n+1}}\right)^2 U_i^{n+1}$$
(III.277)

En injectant l'équation III.271 dans l'équation précédente, on obtient après ré-arrangement :

$$\frac{U_i^{n+1}}{\left(A_i^{n+1}\right)^2} = -\frac{\phi}{A_t^{n+1}} \sqrt{\frac{2}{\gamma - 1} \left(\left(\frac{1}{A_t^{n+1}}\right)^2 - 1\right)}$$
(III.278)

Compte tenu des équations III.274 et III.275 on a :

$$\frac{p_t^{n+1}}{p_{ext}} = \left(A_i^{n+1}\right)^{\frac{2\gamma}{\gamma-1}} \tag{III.279}$$

On définit alors, pour faciliter les notations, la quantité  $\Pi$  comme :

$$\Pi = A_t^{n+1} = \left(\frac{p_t^{n+1}}{p_{ext}}\right)^{\frac{\gamma-1}{2\gamma}} = \left(\frac{p_i^{n+1}}{p_{ext}}\right)^{\frac{\gamma-1}{2\gamma}}$$
(III.280)

L'équation III.278 devient alors :

$$\frac{U_i^{n+1}}{\left(A_i^{n+1}\right)^2} = -\frac{\phi}{\Pi} \sqrt{\frac{2}{\gamma - 1} \left(\frac{1}{\Pi^2} - 1\right)}$$
(III.281)

Concrètement, la démarche de résolution est donc la suivante :

- 1. Pour  $\lambda_{in}$  donné, trouver  $U_i^{n+1}$  et  $A_i^{n+1}$  qui résolvent les équations III.270 et III.272.
- 2. Avec les valeurs de  $U_i^{n+1}$  et  $A_i^{n+1}$  obtenues, résoudre alors l'équation III.281 pour obtenir  $\Pi = A_t^{n+1}$ .
- 3. Calculer alors  $U_t^{n+1}$  à l'aide de l'équation III.273 et vérifier que la solution obtenue est bien subsonique :  $-U_t^{n+1} < A_t^{n+1}$ . Dans le cas contraire, la solution trouvée à l'étape 1 est à rejeter.
- 4. Calculer alors  $p_i^{n+1} = p_t^{n+1} = \left(A_t^{n+1}\right)^{\frac{2\gamma}{\gamma-1}}$
- 5. Déterminer alors respectivement la masse volumique au col et à l'entrée du tube par  $\rho_t^{n+1} = \frac{\gamma p_t^{n+1}}{(a_t^{n+1})^2}$  et  $\rho_i^{n+1} = \frac{\gamma p_i^{n+1}}{(a_i^{n+1})^2}$ .

### 9.3 Débit entrant sonique

Le système d'équations à résoudre est composé des équations III.270 à III.274 et de l'équation III.276. Dans ce cas, l'équation III.273 de conservation de l'énergie entre le col et l'extérieur amène directement :

$$A_t^{n+1} = \sqrt{\frac{2}{\gamma+1}} \qquad U_t^{n+1} = -\sqrt{\frac{2}{\gamma+1}} \qquad \frac{p_t^{n+1}}{p_{ext}} = \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$
(III.282)

On pose  $r_c = \sqrt{\frac{2}{\gamma+1}}$ . Un ré-arrangement de l'équation III.271 de conservation de la masse

amène :

$$\frac{p_i^{n+1}}{p_t^{n+1}} = -\frac{\phi}{r_c} \frac{\left(A_i^{n+1}\right)^2}{U_i^{n+1}} \tag{III.283}$$

Une injection de l'équation III.274 de détente isentropique dans l'équation précédente et un ré-arrangement amène à :

$$\frac{p_i^{n+1}}{p_{ext}} = \phi \frac{\left(A_i^{n+1}\right)^2}{U_i^{n+1}} \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}$$
(III.284)

Concrètement, la démarche de résolution est donc la suivante :

- 1. Pour  $\lambda_{in}$  donné, trouver  $U_i^{n+1}$  et  $A_i^{n+1}$  qui résolvent les équations III.270 et III.272.
- 2. Avec les valeurs de  $U_i^{n+1}$  et  $A_i^{n+1}$  obtenues, résoudre alors l'équation III.284 pour obtenir  $p_i^{n+1}$ .
- 3. Calculer alors  $p_i^{n+1}$  et  $p_t^{n+1}$  à l'aide de l'équation III.284 et III.283.
- 4. Déterminer alors respectivement la masse volumique au col et à l'entrée du tube par  $\rho_t^{n+1} = \frac{\gamma p_t^{n+1}}{(a_t^{n+1})^2}$  et  $\rho_i^{n+1} = \frac{\gamma p_i^{n+1}}{(a_i^{n+1})^2}$ .

### 9.4 Tabulation des solutions

Pour les raisons évoquées à la section 9.2 il n'est pas possible de tabuler les solutions en fonction de  $\lambda_{in}$  en  $\phi$  comme nous avions pu le faire pour la condition limite de soupape à débit sortant. Si nous voulons faire apparaître une dépendance à  $\phi$ , alors il faut tabuler avec une causalité en rapport de pression  $r_p = \frac{p_i^{n+1}}{p_e xt}$  et rapport d'ouverture  $\phi$ . Les figures III.37 et III.38 présentent les solutions ainsi tabulées en causalité  $r_p$  et  $\phi$ .

Les cartographies que nous présentons ne seront pas utilisées par l'algorithme de résolution itératif de Benson. Elles sont présentées dans le but de faciliter l'appréhension des phénomènes.



**Figure III.37** – Soupape à débit entrant : vitesse adimensionnée au col  $U_t^{n+1}$  et vitesse du son au col  $A_t^{n+1}$  en fonction de  $r_p$  pour différentes valeurs de  $\phi$ 



**Figure III.38** – Soupape à débit entrant : vitesse adimensionnée dans le tube  $U_i^{n+1}$  et vitesse du son dans le tube  $A_i^{n+1}$  en fonction de  $r_p$  pour différentes valeurs de  $\phi$ 

# 9.5 Algorithme de correction d'entropie spécifique à la CLS à pression constante

On attire avec force l'attention du lecteur sur le fait que l'ensemble des équations utilisées par le processus itératif que nous allons expliciter maintenant, sont directement issues de l'ouvrage de Benson et donc adimensionnées en référence à  $a_{ref}$  et non plus  $a_{ext}$  comme nous l'avons fait pour établir le jeu d'équations.

Afin de ne pas alourdir le présent mémoire de thèse, le lecteur est prié de se référer à l'ouvrage de Benson [9] (Chapitre 8), pour y trouver le développement du jeu d'équations sous cet adimensionnement qui se révèle indispensable à la bonne marche du processus itératif.

Le contexte général est celui de la figure III.33 et la base du processus repose sur l'équation

III.268 que nous rappelons ici :

$$d\lambda \simeq \lambda_{in,c} - \lambda_{in,n} = \left(\frac{\lambda_{in,c} + \lambda_{out,c}}{2}\right) \left(\frac{A_{Ac} - A_{An}}{A_{Ac}}\right)$$

Les valeurs de  $\lambda_{in,n}$  et  $A_{An}$  sont maintenues constantes durant l'ensemble du processus de convergence.  $A_{Ais}$  représente le *'niveau d'entropie'* en référence à l'état des gaz présents dans le cylindre :

$$A_{Ais} = A_c * \left(\frac{p_{ref}}{p_{ext}}\right)^{\frac{\gamma-1}{2\gamma}} \tag{III.285}$$

Au premier pas,  $\Delta A_A$  est initialisé à une valeur dépendante du rapport de pression  $r_c$  qui existe entre le cylindre et l'état de référence, et  $A_{A,est}$  (niveau d'entropie estimé) est initialisé à  $A_{Ais}$ .

A chaque nouvelle itération, le niveau d'entropie estimé est déterminé par  $A_{A,est} \leftarrow A_{A,est} + \Delta A_A$ . Une fois cette nouvelle valeur de  $A_{A,est}$  obtenue, la valeur correspondante de  $\lambda_{in,c}$  est déterminée par l'équation en remplaçant  $A_{Ac}$  par  $A_{A,est}$ . Cette nouvelle valeur de  $\lambda_{in,c}$  est injectée dans le processus de résolution de la condition limite afin de calculer  $U_i^{n+1}$ ,  $A_i^{n+1}, p_i^{n+1}$ ,  $\lambda_{out,c}$  et finalement le niveau d'entropie qui en découle  $A_{A,calc}$ .

Si  $A_{A,calc}$  comparé à  $A_{A,est}$  est dans l'intervalle de tolérance souhaité (noté  $\epsilon$ ), alors le calcul s'achève. Dans le cas contraire, une nouvelle itération est réalisée, avec  $\Delta A_A$  arbitrairement divisé par deux, jusqu'à ce que l'algorithme converge (ou non). Au cours de cette résolution itérative, si un écoulement sortant apparaît ( $A_c - \lambda_{in,c} < 0$ ) ce qui est non-physique, alors la valeur de  $A_{A,est}$  est ré-initialisée à sa valeur de départ,  $\Delta A_A$  est divisé par deux et une nouvelle itération a lieu.



Figure III.39 – Algorithme de correction d'entropie original de Benson

### 9.6 Test de convergence de l'algorithme de Benson

### 9.6.1 Introduction

Dans une première approche, il avait été décidé de retenir la CLS de Benson à pression constante pour modéliser la dynamique des gaz instationnaire à chacune des trois soupapes du MHP. Dans la pratique, cet objectif a été impossible à tenir. En effet, comme nous allons le montrer dans cette section, dans les cas spécifiques où le pourcentage d'ouverture  $\phi$  tend vers zéro, en même temps que le rapport de pression à la soupape est faible (lignes caractéristiques verticales) alors, le processus de convergence est mis en échec. Aucune solution à ce problème n'a pu être trouvée dans la littérature.

### 9.6.2 Etude réalisée

Pour cette étude, les valeurs numériques des variables d'entrées de l'algorithme de Benson  $(\lambda_{in}, \lambda_{out}, A_A, A_c, \text{ et } p_{ref})$  ont été extraites d'une simulation de la tubulure de charge d'un moteur hybride pneumatique-combustion. La table donne les valeurs numériques sélectionnées qui sont représentatives de conditions usuellement rencontrées.

Tableau III.1 – Valeurs des entrées pour le test de convergence de l'algorithme de Benson-Unités SI

$\lambda_{in}$	1.27352
$\lambda_{out}$	1.28
$\phi$	variable
$p_i^n$	524917
$a_i^n$	440.07
$A_A$	1.01065
$p_c$	variable
$a_c$	438.70
$A_c$	1.27859
$p_{ref}$	100000
$a_{ref}$	343.11

Le rapport d'ouverture  $\phi = \frac{F_t}{F_i}$  a varié depuis 0.1 à 10%. Le rapport de pression entre le cylindre (amont) et la première maille du tube (aval) noté  $r_{pv}$  a varié de 1.01 à 2, ceci afin de garantir un écoulement entrant dans le tube. Pour chaque valeur de  $r_{pv}$ , la valeur de la pression dans la première maille du tube  $p_i^n$  a été imposée comme constante, et donc la pression cylindre  $p_c$  a été déterminée afin de respecter la valeur désirée pour  $r_{pv}$ . L'intervalle de tolérance souhaité sur le niveau d'entropie adimensionné  $\epsilon$  a été choisi à  $10^{-2}$ .



Figure III.40 – Zone de convergence de l'algorithme original de Benson

La figure III.40 montre les résultats obtenus. Une zone de non-convergence peut être clairement observée. Plus le rapport de pression est faible, et plus le rapport d'ouverture à limite la non-convergence est grand.

Afin de clarifier la cause ce phénomène, les figures III.41,III.42 et III.43 montrent le détails des calculs produits par l'algorithme de Benson original au cours des itérations successives, respectivement pour une convergence réussie ( $r_{pv} = 1.1$  et  $\phi = 6\%$ ), juste au dessus de la limite de non-convergence ( $r_{pv} = 1.1$  et  $\phi = 5.6\%$  et pour un échec de convergence ( $r_{pv} = 1.1$  et  $\phi = 1\%$ ).



Figure III.41 – Convergence réussie :  $r_{pv} = 1.1$  et  $\phi = 6\%$ 



Figure III.42 – Limite de convergence :  $r_{pv} = 1.1$  et  $\phi = 5.6\%$ 



**Figure III.43** – Échec de convergence :  $r_{pv} = 1.1$  et  $\phi = 6\%$ 

### 9.6.3 Discussion

Bien que l'étude menée ne présente pas de caractère universel, parce que conduite avec des valeurs numériques particulières, elle montre néanmoins que la convergence de l'algorithme de Benson n'est pas garantie quand  $\phi$  tend vers zéro. Ce phénomène est d'autant plus marqué que le rapport de pression s'approche de 1.

Ces conditions de non-convergence sont très fréquemment rencontrées, pendant une simulation d'un moteur à combustion interne, lors de l'ouverture et de la fermeture des soupapes. Une solution pratique et simple à ce problème peut consister à imposer artificiellement la soupape fermée dès lors que l'on se trouve dans des conditions de non-convergence (environ  $\phi < 5\%$ ). Cette hypothèse peut éventuellement être acceptée pour une soupape d'admission ou d'échappement. En effet, pour de faible rapport d'ouverture et compte tenu du rapport de pression limité qui existe entre le cylindre et la tubulure correspondante, alors les débits massiques sont faibles et peuvent à la limite être négligés sans produire des résultats exagérément incorrects. Mais dans le cas particulier d'un moteur hybride pneumatique, le rapport de pression entre le cylindre et la tubulure de charge peut atteindre une valeur allant jusqu'à 20. En conséquence, même pour de faibles rapports d'ouverture de l'ordre du pour-cent, les débits massiques sont significatifs et ne peuvent plus être négligés. Cette dernière remarque prend tout son sens dans le cas du mode de suralimentation pneumatique. En effet dans ce mode, la masse d'air initialement présente dans le cylindre est typiquement doublée, avec une levée maximale de soupape inférieure au millimètre, sur une plage angulaire d'une dizaine de degré vilebrequin.

Face à cette situation, la condition limite de soupape de Benson doit clairement être modifiée. Ceci peut se faire en proposant un nouvel algorithme de convergence[49]. Toutefois, comme nous le montrerons au chapitre 4, le problème de chocs parasites qui apparaissent à la condition limite et qui polluent la solution, ne pourra jamais être évité.

On peut aussi tout simplement contourner le problème posé par la CLS à pression constante en utilisant exclusivement la CLS dite à "quantité de mouvement". Toutefois, nous verrons, dans le chapitre suivant, que l'utilisation de CLS à quantité de mouvement conduit à un nouveau problème rédhibitoire : dans le cas d'un débit entrant, elle est mise en défaut quand elle est confrontée à des relevés expérimentaux.

Une autre solution consiste à abandonner purement et simplement les CLS à pression constante et à quantité de mouvement, pour en bâtir une nouvelle qui garantisse une solution valide dans toutes les situations. C'est cette dernière solution qui a été retenue et qui sera développée dans la section suivante.

# 10 Condition Limite de Soupape dite à *'volume intermédiaire'*

## 10.1 Introduction

Les deux modèles de CLS issus de la littérature, pour des raisons différentes, ne sont pas satisfaisants. Le *modèle à pression constante* présente deux défauts. Le premier d'entre eux est que ce modèle ne garantit pas la convergence de l'algorithme de correction d'entropie, quand le rapport d'ouverture  $\phi$  tend vers zéro. Comme expliqué à la section précédente (voir section 9.6.3), ce problème est rédhibitoire pour une modélisation de la soupape de charge.

Le deuxième problème posé par ce modèle est la génération inévitable de chocs non-physiques à la condition limite de soupape lors de la simulation d'un moteur, et ceci sur les soupapes d'admission, d'échappement et de charge. Ces chocs polluent la solution calculée et se 'propagent' alors de la tubulure en mettant à rude épreuve le schéma LW2+TVD, qui dans certains cas extrêmes, peut être mis en échec. Des exemples de chocs à la soupape avec le modèle à pression constante sont donnés dans le chapitre 5, section 6.

Le modèle à *quantité de mouvement*, présente un seul défaut mais largement rédhibitoire : il est mis en défaut quand on le confronte à un relevé expérimental (Voir chapitre 4, section 9.1). L'hypothèse de conservation de la quantité de mouvement, telle qu'elle est formulée en régime stabilisé, n'est donc pas vérifiée. Ce modèle est, au final, inexploitable.

Face au constat de l'échec des deux modèles issus de la littérature, il a été nécessaire de développer un nouveau modèle de condition limite de soupape, mono-dimensionnel, basé sur la méthode des caractéristiques, qui garantisse une convergence lors de l'application indispensable d'une correction d'entropie et qui ne soit pas mis en défaut expérimentalement.

### 10.2 Développement

La nouvelle condition limite proposée est schématisée à la figure III.44. Cette condition limite est constituée d'un volume intermédiaire [54] qui assure une connexion entre la tubulure et le cylindre. Ce volume échange de la masse au travers de deux ports. Le premier port est une condition limite de tube ouvert (voir section 6.3), qui connecte la tubulure au volume intermédiaire. Le second port est la soupape, qui connecte le volume intermédiaire au cylindre.

### 10.2.1 Débit massique à la soupape

Le débit massique à la soupape (indice v) est déterminé grâce au modèle de Barré de Saint-Venant, en fonction du rapport de pression existant au col entre le volume intermédiaire et le cylindre. Voir annexe 2. Quatre cas doivent êtres distingués. Le débit peut être entrant ou sortant (back-flow) et il peut être subsonique ou bloqué soniquement au col. L'équation III.288 définit le rapport de pression critique  $(r_c)$  au col qui détermine la nature de l'écoulement. Si le



Figure III.44 – Condition limite de soupape à volume intermédiaire

rapport de pression au col, défini comme  $r_p = \frac{p_d}{p_u}$ , est inférieur au rapport critique, l'écoulement est alors subsonique. Dans le cas contraire, l'écoulement est bloqué soniquement au col. Puisque le rapport de pression  $r_p$  doit être inférieur à 1,  $p_u$  et  $p_d$  sont définis comme :

$$p_u = max(p_{iv}^{n+1}, p_{ext})$$
(III.286)

$$p_d = min(p_{iv}^{n+1}, p_{ext}) \tag{III.287}$$

$$r_c = \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \tag{III.288}$$

Les équations Annexes-26 et Annexes-18 donnent le débit massique au col respectivement pour un écoulement subsonique et bloqué soniquement.  $Cd_v$  est éventuel coefficient de décharge, si nécessaire.

$$\frac{dm_v}{dt} = Cd_v F_t \frac{p_u}{\sqrt{rT_u}} \left(\frac{p_d}{p_u}\right)^{\frac{1}{\gamma}} \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma - 1} \left(1 - \left(\frac{p_d}{p_u}\right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}}\right)}$$
(III.289)

$$\frac{dm_v}{dt} = Cd_v F_t \frac{p_u}{\sqrt{rT_u}} \left(\frac{p_d}{p_u}\right)^{\frac{1}{\gamma}} \gamma^{0.5} \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}$$
(III.290)

Le signe de  $\frac{dm_v}{dt}$  doit être adapté en fonction du sens de l'écoulement : le signe est par convention positif si l'écoulement entre dans le volume intermédiaire.

### 10.2.2 Débit massique au port de connexion avec la tubulure

Le débit massique traversant le port de connexion entre la tubulure et le volume virtuel (indice p) est déterminé par une condition limite du tube ouvert présenté à la section 6.3. Le débit massique est alors calculé par l'équation III.291. Il peut être noté qu'aucun coefficient de décharge n'est utilisé à ce port :

$$\frac{dm_p}{dt} = F_i u_i^{n+1} \rho_i^{n+1} \tag{III.291}$$

### 10.3 Algorithme de résolution itératif



Figure III.45 – CLS à volume intermédiaire : Algorithme de résolution itératif

Parce que les débits massiques  $\frac{dm_p}{dt}$  et  $\frac{dm_v}{dt}$  dépendent du niveau de pression du volume intermédiaire au nouveau pas temporel  $(p_{vv}^{n+1})$ , une résolution itérative est nécessaire. Et puisque dans certains cas pratiques rencontrés, des problèmes de convergence peuvent apparaître, un schéma numérique relaxé est impératif. La figure III.45 donne la représentation de l'algorithme itératif de convergence proposé.

Au pas initial de l'algorithme, le nouvel état du volume virtuel (pression, masse et température) est estimé égal à l'état final de celui-ci au pas temporel précèdent. La pression estimée  $(p_g)$  est mémorisée  $(p_m)$ . Les débits massiques aux deux ports sont alors déterminés. Par utilisation du premier principe de la thermodynamique, avec dV = 0, l'élévation élémentaire de température du volume intermédiaire est calculée :

$$dT = \frac{\delta Q + c_p T dm - c_v T dm}{m c_v} = \frac{\delta Q + RT dm}{m c_v}$$
(III.292)

 $\delta Q$  représente les éventuels échanges de chaleur aux parois du volume intermédiaire. Sur un moteur à combustion interne,  $\delta Q$  est d'une importance capitale à cause des échanges de chaleur qui existent aux soupapes. La condition limite de soupape à volume virtuel est tout a fait capable de prendre ce phénomène en compte et de l'inclure dans le processus itératif de recherche de solution. Dans ce mémoire, pour des questions de simplicité et de manque de temps, il a été considéré que  $\delta Q = 0$ .

Ensuite, deux intégrations numériques donnent la masse et la température du volume intermédiaire. Par utilisation de la loi des gaz parfaits, la nouvelle pression du volume intermédiaire est alors déterminée. Si la précision désirée  $\varepsilon$  est atteinte, alors le calcul s'achève, sans quoi une nouvelle itération commence. La masse et la température du volume intermédiaire sont ré-initialisées à leur valeur de départ, et une nouvelle pression estimée est calculée par le biais d'une technique classique de relaxation numérique ( $p_g \leftarrow p_m + K(p_g - p_m)$ ) afin d'obtenir une convergence douce et progressive.

K est un coefficient de relaxation ajustable ( $0 < K \leq 1$ ). Il peut être noté que, dans le cas spécifique où K est égal à l'unité, il n'y pas de relaxation réalisée. Bien évidemment, le schéma de convergence itératif proposé n'est pas optimum en terme de rapidité de convergence, mais comme il sera montré, le nombre d'itérations reste raisonnable.

### 10.4 Test de convergence

La CLS à volume intermédiaire est caractérisée par deux paramètres fondamentaux : son volume et son coefficient de relaxation K. Dans cette section, nous nous proposons d'étudier l'influence de ces deux paramètres sur le nombre d'itérations nécessaire à la convergence de la

	(i-1)	(i)	(ext)	(I.V)
$ ho[kg/m^3]$	3.802	3.794	4.2440	variable
u[m/s]	-16.799	-14.780	pas de sens	pas de sens
P[Pa]	526052	524917	582650	525275
T[K]	482	482	479	481.6

Tableau III.2 – État des mailles adjacentes à la CLS à volume intermédiaire pour test de convergence

Tableau III.3 – Sections utilisées pour test de convergence avec la CLS à volume intermédiaire

	Tubulure	Col
$F[m^2]$	2.5447e-004	8.9767e-6

condition limite.

Les valeurs des grandeurs primitives dans les mailles adjacentes à la condition limite (i-1),(i),(ext) ainsi que celles du volume intermédiaire ont été extraites depuis une simulation d'un moteur hybride pneumatique. Elles sont issues de la tubulure de charge et ont été sélectionnées comme représentatives de conditions usuellement rencontrées. Le tableau III.2 donne ces valeurs numériques choisies arbitrairement. Les sections de la tubulure de charge et du col, données par le tableau III.3, conduisent à un rapport d'ouverture de  $\phi = 3.53\%$ .

Le volume intermédiaire de la condition limite est dimensionné relativement au volume d'une maille de la tubulure. Pour ce faire, on définit le rapport de volume intermédiaire  $r_{vi}$  comme :

$$r_{vi} = \frac{V_{intermédiaire}}{V_{maille}}$$
(III.293)

Pour cette étude, le rapport de volume intermédiaire varie de 0.1 à 5, et le coefficient de relaxation K varie de 0.1 à 1. La précision désirée  $\varepsilon$  est fixée à 1 Pa. En conséquence, le nombre d'itérations nécessaire est le résultat. La figure III.46 donne l'ensemble des résultats obtenus.

### 10.5 Discussion

Logiquement, la figure III.46 montre que plus la valeur du coefficient de relaxation est petite et plus le nombre d'itérations nécessaire à atteindre la précision désirée est importante. On note également que l'effet de la taille du volume intermédiaire est inverse : plus le volume est important et plus le nombre d'itérations nécessaire est élevé.

Au cours de l'ensemble des simulations de cycles d'un moteur hybride pneumatique conduites



Figure III.46 – CLS à volume intermédiaire : Résultat des tests de convergence

(Voir chapitres 5 et 7), la CLS à volume intermédiaire n'a jamais été mise en défaut, ce qui n'a bien sûr pas été le cas de la CLS à pression constante. Dans tous les cas envisagés, la convergence a été réussie avec une précision de convergence fixée à  $\varepsilon = 1Pa$ . Pour obtenir ce résultat, il est préférable de choisir une valeur plutôt faible pour le coefficient de relaxation K associée à une valeur plutôt élevée pour le rapport de volume intermédiaire. Concrètement, compte tenu de l'expérience accumulée au cours des diverses simulations effectuées, il est conseillé de choisir  $K = 0.25, r_{vi} = 3$  avec une précision de convergence fixée à  $\varepsilon = 1Pa$  et ceci malgré le surcoût en nombre d'itérations que ces valeurs sécuritaires impliquent.

La taille du volume intermédiaire doit en toute rigueur être déduite de la longueur totale de la tubulure considérée afin de garantir une bonne prédiction de la masse totale contenue dans l'ensemble du conduit ainsi constitué.

## 11 Temps de calcul

### 11.1 Tests réalisés

Dans cette section on se propose d'évaluer et de comparer le temps de calcul nécessaire à converger vers une solution valide pour deux CLS différentes. Les CLS retenues pour cette étude sont celles à pression constante et à volume intermédiaire que nous proposons. La CLS à quantité de mouvement n'a pas été retenue car, d'une part elle est mise en défaut face aux relevés expérimentaux, et d'autre part elle présente des temps de calcul tout à fait similaires à celle à pression constante, car utilisant un schéma de résolution similaire (cartographie de solutions 'isentropiques' + correction d'entropie).



**Figure III.47** – Temps de calcul pour la CLS à volume intermédiaire en fonction du coefficient de Relaxation, en référence à la CLS à pression constante

Premièrement, l'effet produit par coefficient de relaxation K sur le temps de calcul a été évalué. Pour cette étude, la précision de convergence ( $\varepsilon$ ) sur la pression et le rapport de volume intermédiaire ( $r_{vi}$ ) ont été respectivement fixés à 1 Pa et 3. Les valeurs primitives des mailles adjacentes aux CLS ainsi que les sections géométriques sont respectivement données par les tableaux III.2 et III.3. Les temps de calcul sont adimensionnés en référence à la CLS à pression constante de Benson (applicable avec succès dans les conditions particulières retenues pour le test). La figure III.47 donne les résultats obtenus.

Deuxièmement, le temps de calcul nécessaire à résoudre, durant un cycle moteur complet, une tubulure composée de 60 mailles LW2+TVD et une CLS ont été évalués. Les temps de



**Figure III.48** – Temps de calcul pour résoudre une tubulure [60 mailles (LW2+TVD)+ CLS] pendant une simulation d'un cycle moteur complet, en référence au temps de calcul nécessaire pour résoudre les 60 mailles

calculs sont adimensionnés en référence au temps de calcul nécessaire à résoudre les 60 mailles sans la CLS. Les deux CLS considérées sont évaluées, avec prise en compte de l'effet du coefficient de relaxation K dans le cas spécifique de la CLS à volume intermédiaire. La précision de convergence de pression  $\varepsilon$  et le rapport de volume intermédiaire  $r_{vi}$  ont été respectivement fixés à 1 Pa and 3. La figure III.48 donne les résultats obtenus.

### 11.2 Discussion

Premièrement, l'analyse de la figure III.47 montre que le temps de calcul mis dans le cas de la CLS de volume intermédiaire est significativement plus élevé que celui mis pour la CLS à pression constante. Logiquement, le résultat dépend du coefficient de relaxation K et ceci à cause du nombre d'itérations requis (Voir figure III.46). Pour une valeur de K supérieure à 0.5, le temps de calcul relatif se stabilise à 10 fois celui de CLS à pression constante. Cette valeur élevée est principalement due à la condition limite de tube ouvert embarquée dans la CLS à volume intermédiaire et qui est donc appelée à chacune des itérations. En effet, le temps de calcul mis pour résoudre une condition limite de tube ouvert est très proche de celui de CLS à pression constante, car dans les deux cas des corrections d'entropies itératives sont réalisées.

Deuxièmement, l'analyse de la figure III.48 relativise le résultat précédent. En effet, dans le cas d'une simulation d'un cycle complet d'un moteur, la grande majorité du temps de calcul

est consommé pour résoudre les mailles qui discrétisent la tubulure. L'emploi de la CLS à volume intermédiaire augmente bien sûr le temps de calcul total, mais sa contribution demeure acceptable. De plus, il ne faut pas perdre de vue que, au contraire de la CLS à pression constante, la CLS à volume intermédiaire converge toujours, ne crée pas chocs polluant la solution, et ne nécessite pas une limitation artificielle du rapport d'ouverture minimal.

# 12 Conclusions

Ce chapitre a permis de rassembler en un même lieu la majorité des éléments théoriques qui sont nécessaires à la compréhension et à la construction d'un modèle de dynamique de gaz instationnaire dans une tubulure simple d'un moteur. Il a été vu que le schéma conservatif à volume fini LW2 amène des résultats satisfaisants sur le problème du tube à choc de Sod où la solution analytique est connue, à condition d'être associé à des correcteurs de flux TVD. Cette association est aujourd'hui assez unanimement reconnue comme une des solutions efficace à la modélisation intra-tubulure.

Les conditions limites 'standards' de tube ouvert et de tube fermé, basées sur la méthode des caractéristiques ont été rappelées. Les deux conditions limites de soupapes disponibles dans la littérature ont été rappelées : les CLS à 'pression constante' et à 'quantité de mouvement'.

Il a été montré que la CLS à 'pression constante' engendrait des problèmes de convergence à faible rapport d'ouverture de la soupape. Ce problème resté sans réponse rend son utilisation impossible à la modélisation d'un MHP.

La CLS à 'quantité de mouvement', comme il sera vu au chapitre suivant, est mise en défaut quand elle est comparée à un relevé expérimental.

Une nouvelle CLS dit à 'volume intermédiaire' et basé sur la méthode des caractéristiques a été proposée, développée, testée. Les temps de calcul ont été évalués et comparés à la CLS à 'pression constante'.

La CLS à 'volume intermédiaire' présente de nombreux avantages, que l'on se propose de synthétiser ici même si certains d'entre eux seront établis au cours des chapitres suivants :

- 1. Dans tous les cas de figures testés, la convergence avec une précision de 1 Pa a été obtenue. La CLS à volume intermédiaire n'a jamais été mise en défaut, ce qui n'est pas le cas de la CLS à pression constante qui nécessite une limitation artificielle de son rapport d'ouverture minimal.
- 2. Comme nous le verrons au chapitre 4, la perte de précision en comparaison à la CLS à pression constante (quand elle est applicable) est négligeable.
- 3. Comme nous le verrons au chapitre 5, la CLS à volume virtuel, au contraire de celle à pression constante, ne génère pas de chocs numériques non physiques qui polluent alors la solution calculée.
- 4. De part sa construction, la CLS à volume intermédiaire peut intégrer simplement dans son processus de recherche de solution, la présence d'un éventuel échange de chaleur. Il est bien connu que ce transfert de chaleur à la soupape est un facteur important sur un moteur conventionnel à l'échappement et à l'admission, mais nous verrons qu'il peut aussi être important sur une soupape de charge en mode moteur pneumatique.
- 5. Les deux modèles issus de la littérature nécessitent l'emploi d'un coefficient de débit  $C_d$  pour 'coller' aux mesures. Un tel coefficient se doit d'être mesuré expérimentalement, en régime stabilisé, en fonction de la levée de soupape [64] sur un dispositif expérimental appelé 'soufflerie de culasse'. L'effet produit sur les simulations par ce coefficient de débit en fonction de la levée est très significatif. Dans le cas où un prototype de culasse n'existe pas encore, ces coefficients doivent donc être estimés et/ou extrapolés, et les futurs relevés expérimentaux risquent de contredire les simulations. Comme il sera montré aux chapitres 4 et 5, la nouvelle condition limite de soupape présentera des résultats satisfaisants sans emploi de coefficient de débit  $C_d = 1$ .

En contrepartie de ces avantages, il a été montré que le temps de calcul passé à résoudre la CLS à 'volume intermédiaire' est significativement plus important (un ordre de grandeur) que celui passé à résoudre la CLS à 'pression constante' dans les mêmes conditions. Toutefois, comme cela a été montré, le temps de calcul passé à résoudre une condition limite est minoritaire au regard du temps de calcul passé à résoudre les mailles LW2+TVD lors d'une simulation d'un cycle moteur.

# Chapitre IV

# Etude expérimentale sur banc d'essai de dynamique des gaz à la soupape

# 1 Introduction

Nous nous proposons dans ce chapitre de comparer les résultats de simulations numériques à des résultats expérimentaux issus d'un banc d'essai de dynamique des gaz à la soupape crée spécialement à cet effet.

Les composants 1D utilisés pour la modélisation sont ceux présentés au chapitre précédent : Schéma LW2+ TVD Davis pour la simulation intra-tubulure, conditions limites de Riemann standards (tube ouvert et tube fermé), et les différentes CLS ('pression constante', 'quantité de mouvement' et 'volume intermédiaire').

Dans l'idéal et au minimum, pour chaque CLS considérée, les 4 types d'écoulements suivants se devraient d'être comparés à la simulation :

- Débit entrant dans le tube subsonique au col.
- Débit entrant dans le tube bloqué soniquement au col.
- Débit sortant du tube subsonique au col.
- Débit sortant du tube bloqué soniquement au col

Dans la pratique, la totalité des 12 simulations nécessaires à investiguer ces 4 types d'écoulements pour les 3 CLS considérées ne seront pas présentées et ceci pour deux raisons. Pre-

# Chapitre IV. Etude expérimentale sur banc d'essai de dynamique des gaz à la soupape

mièrement, on rappelle que les CLS à 'pression constante' et à 'quantité de mouvement' sont rigoureusement identiques dans le cas d'un écoulement sortant de la tubulure et entrant dans le cylindre. En conséquence, seul le modèle à pression constante sera retenu et présenté lors de conditions à débit sortant. Deuxièmement, la plage d'utilisation des capteurs de pression utilisés dans la tubulure d'admission (2.5 bars absolus maximum avant saturation du signal de sortie) n'autorisait pas la mise en place d'un rapport de pression suffisant à l'établissement d'un 'franc' blocage sonique au col lors d'un écoulement sortant. Les écoulements sortants et bloqués soniquement au col n'ont donc pas pu être investigués à hauteur de ce que nous aurions souhaité.

# 2 Description du banc d'essai de dynamique des gaz à la soupape



Figure IV.1 – Schéma de principe du banc d'essais de dynamique des gaz à la soupape

La figure IV.1 présente une représentation schématique de la manipulation expérimentale. Un cylindre de 6 litres est connecté à un réservoir d'air de 50 litres de volume à travers une tubulure de 7.3 mètres de long. Au début de chaque expérience, le cylindre et la tubulure sont pressurisés au niveau désiré par chacun d'entre eux. La température est celle ambiante. Une masse tombante ouvre la soupape, créant ainsi une onde de pression qui perdure jusqu'à ce que le ressort de rappel ferme à nouveau la soupape. La levée effective de la soupape au cours du temps est mesurée grâce à un capteur de déplacement linéaire résistif. Cinq capteurs de pression piezo-résistifs mesurent la pression durant l'expérience à différents points : un dans le cylindre, un autre dans le réservoir et les trois derniers sont répartis le long de la tubulure (près de son entrée, en son milieu et près de sa sortie). Les localisations exactes de ces capteurs de pression sont données à la table IV.2. La longueur inhabituelle de la tubulure est justifiée par le souhait d'acquérir la mesure de l'onde de pression depuis sa création jusqu'à son extinction sans être perturbé par sa réflexion à la condition limite extrême de la tubulure (tube ouvert). L'ensemble de la manipulation est construit en acier inoxydable et est réputé étanche.

Tableau IV.1 – Références du matériel utilisé

Capteur pression cylindre	KISTLER 4045A5
Autres capteurs de pression	BOSCH 0-261-230-049
Levée soupape	GEFRAN P212A25
Carte d'acquisition	NI DAQPad-6070E

Tableau IV.2 – Dimensions spécifiques

Diamètre hydraulique de soupape	$\phi 30 \text{ mm}$
Épaisseur du siège de soupape	$2 \mathrm{mm}$
Angle de siège	40 °
Diamètre hydraulique de la tubulure	$\phi 29 \mathrm{mm}$
Volume du cylindre	6 L
Volume du réservoir	50 L
Distance capteur pression 1 /soupape	$140 \mathrm{~mm}$
Distance capteur pression 2 /soupape	$3700 \mathrm{mm}$
Distance capteur pression 3 $/ {\rm soupape}/ {\rm valve}$	$7260 \mathrm{~mm}$

# 3 Conditions expérimentales et de paramètres de simulations

Comme vu en introduction, la plage d'utilisation des capteurs de pression montés dans la tubulure (2.5 bars maximum absolu) n'autorisait pas un champ d'investigation aussi vaste que nous l'aurions souhaité des conditions d'écoulement en débit sortant.

	Type d'écoulement	Pression initiale cylindre [Pa]	Pression initiale tubulure+réservoir [Pa]	Rapport pression $r_p \frac{p_d}{p_u} [1]$	Nature de l'écoulement
1	Entrant	$1.550.10^{5}$	$10^{5}$	$0.6452 > r_c$	subsonique
2	Entrant	$1.972.10^5$	$1.10^{5}$	$0.5071 < r_c$	frontière subsonique/sonique
3	Entrant	$2.534.10^5$	$1.10^{5}$	$0.3946 < r_c$	sonique
4	Entrant	$3.93.10^5$	$1.10^{5}$	$0.2545 < r_c$	sonique
5	Entrant	$4.818.10^5$	$1.10^{5}$	$0.2076 < r_c$	sonique
6	Sortant	$1.10^{5}$	$1.546.10^{5}$	$0.6494 > r_c$	subsonique
-7	Sortant	$1.10^{5}$	$1.784.10^5$	$0.5605 > r_c$	frontière subsonique/sonique
8	Sortant	$1.10^{5}$	$2.051.10^5$	$0.4876 < r_c$	sonique

Tableau IV.3 – Paramètres Expérimentaux

En conséquence, 8 essais ont été réalisés sous les conditions expérimentales indiquées au tableau IV.3. Pour chaque essai, le rapport de pression initial existant entre l'amont et l'aval au col de la soupape  $(r_p = \frac{p_d}{p_u})$  a été comparé au rapport de pression critique  $r_c$  (modèle de Saint-Venant, voir Annexe X) afin d'indiquer le caractère subsonique ou sonique de l'écoulement au col. Si le rapport  $r_p$  est notablement supérieur ou inférieur au rapport critique  $r_c$ , alors l'écoulement peut être considéré sans doute possible comme respectivement subsonique ou sonique. Dans le cas d'une valeur de  $r_p$  légèrement inférieure à  $r_c$ , le caractère sonique ne peut être garanti tout au long de l'expérience à cause de l'évolution inévitable des pressions amont et aval au col. Dans ce cas, le terme de 'frontière subsonique/sonique' a été retenu. Voir tableau IV.3.

Parmi ces 8 essais, seuls les 4 surlignés en vert dans le tableau IV.3 seront présentés dans ce mémoire. Les expériences n°1 et n°5 correspondent à des débits entrant dans la tubulure respectivement subsonique et sonique au col. Les expériences n°6 et n°7 correspondent à des débits sortant de la tubulure respectivement subsonique et à la frontière subsonique/sonique au col. L'essai n°8 n'a pas été retenu, car présentant une trop forte saturation du signal de sortie du capteur de pression n°1 dans la tubulure, tout en étant assez proche de l'essai n°7.

Désignation	Value
Incrément spatial $\Delta x$ [m]	$2.10^{-2}$
Incrément temporel $\Delta t$ [s]	$20.10^{-6}$
Coeff. de frottement pariétal f	0.005
Coeff de décharge	1
Nombre de mailles	365
Nombre de pas temporels	5000

Tableau IV.4 – Paramètres généraux de simulation

Les paramètres généraux utilisés pour les simulations sont listés dans le tableau V.1. La

température de l'ensemble de la manipulation est celle ambiante(293 K). Tout d'abord, on précise qu'aucun coefficient de décharge à la soupape n'a été appliqué et que, en conséquence,  $C_d = 1$  pour toutes les CLS. D'autre part, le coefficient de frottement pariétal a été ajusté afin d'obtenir la bonne décroissance de l'onde de pression au cours de sa propagation (Voir Chapitre 3, 2.3). Les incréments spatial  $\Delta x$  et temporel  $\Delta t$  ont été choisis afin d'obtenir un nombre de courant  $Co = \frac{v\Delta t}{\Delta x} \simeq 0.8 < 1$ , où v représente la vitesse de propagation de chacune des 3 ondes caractéristiques dans la tubulure (Respectivement v = u + a, v = u et v = u - a pour les caractéristiques  $C_+, C_0$  et  $C_-$ ).

Durant cette étude, quand la CLS à volume intermédiaire a été utilisée, il a été appliqué un rapport de volume intermédiaire  $r_{iv} = 3$ , un coefficient de relaxation K = 0.25 et un critère de précision sur la pression  $\varepsilon = 1Pa$ .

Quand la CLS à pression constante a été utilisée, pour un débit entrant, dans le but d'éviter les problèmes de convergence mis en lumière au chapitre précédent, il a été impératif de limiter artificiellement le rapport d'ouverture  $\phi$ . Concrètement, pendant une simulation à débit entrant avec la CLS à pression constante, si le rapport d'ouverture  $\phi$  est inférieur à 2%, la soupape est considérée fermée :  $\phi = 0$ . Par l'usage de cette limitation artificielle, il est alors possible d'effectuer une simulation sans rencontrer d'échec de convergence.

Quand la CLS à quantité de mouvement a été utilisée, aucune limitation sur le rapport d'ouverture n'a été appliquée, la valeur du coefficient  $C_{QM}$  qui a été utilisée correspond à l'hypothèse d'élargissement brusque de Benson : $C_{QM} = 1$ 

On trouvera dans les pages suivantes, les 10 résultats sélectionnés de comparaison entre la simulation et la mesure : Expérience n°1 comparée aux 3 CLS, Expérience n°5 comparée au 3 CLS expérience n°6 comparée aux 2 CLS à débit entrant et expérience n°7 comparée aux 2 CLS à débit entrant.

Chapitre IV. Etude expérimentale sur banc d'essai de dynamique des gaz à la soupape

# 4 Débit entrant subsonique au col (Expérience n°1)

# 4.1 Modèle à pression constante



Figure IV.2 – Modèle à pression constante, expérience n°1 : Levée de soupape, pression cylindre, pression tubulure n°1 à 3 et pression réservoir en fonction du temps

#### Levée soupape Pression cylindre 1.56 Mesure Simulation 1.54 6 1.52 5 1.5 Pression [bar] Levee [mm] 1.48 3 1.46 2 1.44 1.42 0 1.4 1.38<sup>L</sup> -1L 0.02 0.04 0.06 Temps [s] 0.04 0.06 Temps [s] 0.08 0.02 0.08 0.1 0.1 Pression Capteur n°1 Pression capteur n°2 1.4 1.5 Mesure Simulation Mesure Simulation 1.4 1.2 1.3 Pression [bar] 8.0 Pression [bar] 1.1 7 0.6 0.9 0.4<sup>L</sup> 0.8L 0.02 0.04 0.06 Temps [s] 0.08 0.02 0.04 0.06 Temps [s] 0.08 0.1 0.1 Pression Réservoir Pression capteur n°3 1.005 1.3 Mesure Mesure Simulation Simulation MMMMMMMMM 1.25 1.2 D.995 D.995 D.995 D.995 D.985 Pression [bar] ₩₩₩ 0.985 1.05 0.98 0.975<sup>L</sup> 0 0.95L 0.04 0.06 Temps [s] 0.04 0.06 Temps [s] 0.02 0.02 0.08 0.08 0.1 0.1

## 4.2 Modèle à quantité de mouvement

Figure IV.3 – Modèle à quantité de mouvement, expérience n°1 : Levée de soupape, pression cylindre, pression tubulure n°1 à 3 et pression réservoir en fonction du temps

Chapitre IV. Etude expérimentale sur banc d'essai de dynamique des gaz à la soupape



## 4.3 Modèle à volume intermédiaire

 $\label{eq:Figure IV.4} Figure \ IV.4 - Modèle à volume intermédiaire, expérience n°1 : Levée de soupape, pression cylindre, pression tubulure n°1 à 3 et pression réservoir en fonction du temps$ 

# 5 Débit entrant sonique au col (Expérience n°5)

# 5.1 Modèle à pression constante



 $\label{eq:Figure IV.5-Modèle à pression constante, expérience n°5 : Levée de soupape, pression cylindre, pression tubulure n°1 à 3 et pression réservoir en fonction du temps$ 

Chapitre IV. Etude expérimentale sur banc d'essai de dynamique des gaz à la soupape



# 5.2 Modèle à quantité de mouvement

 $\label{eq:Figure IV.6} Figure \ IV.6 - \ Modèle à quantité de mouvement, expérience n°5 : Levée de soupape, pression cylindre, pression tubulure n°1 à 3 et pression réservoir en fonction du temps$ 



# 5.3 Modèle à volume intermédiaire

Figure IV.7 – Modèle à volume intermédiaire, expérience n°5 : Levée de soupape, pression cylindre, pression tubulure n°1 à 3 et pression réservoir en fonction du temps

Chapitre IV. Etude expérimentale sur banc d'essai de dynamique des gaz à la soupape

# 6 Débit sortant subsonique au col(Expérience n°6)

6.1 Modèle à pression constante et à quantité de mouvement



Figure IV.8 – Modèle à pression constante et à quantité de mouvement, expérience  $n^{\circ}6$ : Levée de soupape, pression cylindre, pression tubulure  $n^{\circ}1$  à 3 et pression réservoir en fonction du temps



# 6.2 Modèle à volume intermédiaire

 $\label{eq:Figure IV.9} Figure \ IV.9 - Modèle à volume intermédiaire, expérience n°6 : Levée de soupape, pression cylindre, pression tubulure n°1 à 3 et pression réservoir en fonction du temps$ 

Chapitre IV. Etude expérimentale sur banc d'essai de dynamique des gaz à la soupape

# 7 Débit sortant subsonique/sonique (Expérience n°7)

## 7.1 Modèle à pression constante et à quantité de mouvement



 $\label{eq:Figure IV.10} Figure \ IV.10 - \ Modèle à pression constante et à quantité de mouvement, expérience n°7 : Levée de soupape, pression cylindre, pression tubulure n°1 à 3 et pression réservoir en fonction du temps$ 



# 7.2 Modèle à volume intermédiaire

 $\label{eq:Figure IV.11} Figure \ IV.11 - \ Modèle \ à volume intermédiaire, expérience n°7 : Levée de soupape, pression cylindre, pression tubulure n°1 \ à 3 et pression réservoir en fonction du temps$
Chapitre IV. Etude expérimentale sur banc d'essai de dynamique des gaz à la soupape

## 8 Indicateurs de précision



Figure IV.12 – Indicateurs de précision

Afin d'évaluer et de comparer la qualité des différentes simulations relativement aux mesures, différents indicateurs de précision ont été définis. Voir figure IV.12. Le premier indicateur de précision qui a été défini est l'Erreur de Pression Relative Cylindre (EPRC). Plus basse est cette valeur et meilleure est la précision sur le débit massique à la soupape.

$$EPRC = \frac{P_{finale.simulée} - P_{finale.mesurée}}{P_{final.mesurée}}$$
(IV.1)

Toutefois, évaluer la précision sur la masse transférée par le biais d'une mesure de pression pose problème. En effet, si un échange de chaleur se met en place dans le cylindre durant l'ouverture de la soupape, alors la pression de ce dernier sera impactée, sans qu'il soit possible de faire la part des choses entre ce qui est dû au transfert de masse et au transfert de chaleur.

Le second indicateur de précision qui a été défini est l'Erreur de Pression Relative dans la Tubulure (EPRT) au capteur pression n°1. Plus basse est cette valeur et meilleure est la précision sur l'amplitude de l'onde de pression au capteur n°1.

$$EPRP = \frac{P_{max.simul\acute{e}e} - P_{max.mesur\acute{e}e}}{P_{max.mesur\acute{e}e}}$$
(IV.2)

Le troisième critère qui a été défini est l'Erreur de Timing Relative dans la Tubulure (ETRT) au Capteur 2. Les phasages ont été sélectionnés après une réflexion à la condition limite de tube ouvert. Plus basse est la valeur de l'ETRT et meilleure est la précision temporelle sur le phasage des ondes.

$$ETRT = \frac{t_{simul\acute{e}} - t_{mesur\acute{e}}}{t_{mesur\acute{e}}}$$
(IV.3)

Le tableau IV.5 donne les résultats obtenus.

CLS	EPRC	EPRT	ETRT		
Débit Entrant Subsonique (Exp. n°1)					
Pression Constante	3.03%	3.04%	0.3%		
Quantité de mouvement	-0.42%	6.97%	1.63%		
Volume intermédiaire	3.42%	0.86%	1.36%		
Débit Entrant S	onique (E	xp. n°5)			
Pression Constante	1.61%	2.15%	-2.18%		
Quantité de mouvement	0.66%	7.70%	-2.75%		
Volume intermédiaire	1.61%	1.45%	-1.76%		
Débit Sortant Subsonique (Exp. n°6)					
Pression Constante	-2.39%	-1.39%	2.46%		
Volume intermédiaire	-2.73%	1.13%	1.43%		
Débit Sortant Subsonique/Sonique (Exp. n°7)					
Pression Constante	-2.07%	-0.12%	5.23%		
Volume intermédiaire	-2.41%	-1.01%	4.03%		

Tableau IV.5 – Indicateurs de précision

## 9 Discussion

#### 9.1 CLS à quantité de mouvement

Le modèle à quantité de mouvement ne s'applique que pour un débit entrant(essais n°1 subsonique et n°5 sonique). Les figures IV.3 et IV.6 comparent les résultats obtenus par simulation aux mesures réalisées.

Premièrement, une analyse de ces graphiques montre clairement, dans les deux expériences, que la pression simulée dans la tubulure (capteur de pression n°1) présente une anormale et très prononcée chute de pression dans la tubulure lors de l'ouverture et la fermeture de la soupape. Cette chute de pression simulée est totalement démentie par la mesure. Ce signal erroné de

# Chapitre IV. Etude expérimentale sur banc d'essai de dynamique des gaz à la soupape

pression est bien sûr né à la CLS et il se propage alors dans la tubulure tout en s'atténuant. Il impacte néanmoins l'ensemble de la simulation et produit même au final un signal de pression réservoir notablement erroné. Cette forme anormale d'onde de pression impacte aussi logiquement (mais dans une moindre mesure) son propre timing de propagation. En effet, c'est avec la CLS à quantité de mouvement que les valeurs les plus élevées de l'indicateur de précision ETRP sont obtenues. Si cette CLS était utilisée pour la simulation d'un MHP, alors les chutes de pression qui polluent la solution calculée à l'ouverture et la fermeture soupape conduiraient à des simulations erronées, ou tout simplement à un échec pur et simple du calcul, à cause des chocs numériques générés. En effet, un schéma aussi robuste que LW2+TVD peut néanmoins défaillir face à de tels chocs non physiques.

Deuxièmement, une observation de l'amplitude maximale du signal de pression simulé dans la tubulure montre que cette dernière est notablement surévaluée lors de l'emploi de la CLS à quantité de mouvement. Ce phénomène est particulièrement visible sur le signal de pression n°1. C'est avec l'emploi de la CLS à quantité de mouvement que les valeurs les plus élevées pour l'indicateur de précision EPRP sont obtenues. Une valeur maximale de 7.70% est obtenue pour l'essai n°5, significativement supérieure aux valeurs obtenues pour les deux autres CLS.

On émet l'hypothèse que la cause de ces phénomènes est l'emploi de la loi de conservation de la quantité de mouvement en régime stationnaire, qui n'est tout simplement pas vérifiée.

#### 9.2 CLS à pression constante et à Volume Intermédiaire

Les CLS à pression constante et à volume intermédiaire s'appliquent à tous les essais considérés. Une analyse des résultats de simulations obtenus face aux mesures montre, dans tous les essais réalisés, des résultats très proches entre les deux CLS en question.

Tout d'abord, on note l'excellente qualité des résultats de simulations face aux relevés expérimentaux, pour les signaux de pressions dans la tubulure (capteur 1 à 3). Les signaux simulés et mesurés sont presque superposés. Ce constat visuel est confirmé par les indicateurs de précision EPRP et ETRP, avec un léger avantage de précision pour la CLS à volume intermédiaire.

La pression cylindre simulée est un peu moins satisfaisante. Pour les deux CLS, la pression cylindre simulée est sur-évaluée dans le cas d'un débit entrant dans la tubulure, et sous-évaluée dans le cas d'un débit sortant de la tubulure. Ce constat visuel est confirmé par l'indicateur

de précision EPRC qui atteint des amplitudes maximales et minimales de 3.42% et -2.73%. On note cette fois-ci un léger avantage pour la CLS à pression constante.

Cette relative mauvaise prédiction de la pression cylindre nous a interrogés. La première hypothèse était d'envisager une fuite au cylindre, mais qui est facilement démentie par le fait que l'ensemble des signaux de pression sont constants dans le temps (plusieurs heures) lorsque la soupape est fermée. L'étanchéité de l'ensemble de la manipulation ne peut donc pas être mise en doute. Puisqu'il n'y a pas de fuite de masse, alors l'imprécision du signal de pression cylindre simulé est obligatoirement due soit à un débit massique mal estimé, soit à un échange de chaleur existant dans la réalité mais non pris en compte par la simulation.

Dans le cas des expériences à débit entrant dans le tube et sortant du cylindre (expériences n°1 et n°5), une observation du signal de pression cylindre montre que ce dernier est constant après la fermeture soupape. Ce fait prouve qu'il n'y pas d'échange de chaleur convectif dans le cylindre puisqu'on sait ce dernier étanche. La sur-évaluation de la pression cylindre simulée est donc alors indiscutablement due à une sous-estimation du débit massique à la soupape. On rappelle d'autre part que le coefficient de débit  $C_d$  a été fixé à la valeur maximale de 1 pour les deux CLS. Il n'est donc pas possible d'augmenter encore cette valeur de  $C_d$  afin de maximiser les débits.

Dans le cas des expériences à débit sortant du tube et entrant dans le cylindre (expériences n°6 et n°7), une observation du signal de pression cylindre amène des remarques différentes. Après la fermeture de la soupape, la pression cylindre mesurée décroît faiblement mais perceptiblement. Ce fait nous indique donc qu'une perte de chaleur par convection est en marche puisque le cylindre est étanche. Il est logique de penser que l'air pénétrant à grande vitesse dans le volume clos du cylindre crée un mouvement tourbillonnaire d'ensemble propice à un échange de chaleur par convection. Par contre, nous ne nous expliquons pas le sens de l'évolution de la pression mesurée après fermeture de la soupape. En effet, à cause de la détente subie, les gaz entrant dans le cylindre sont logiquement à une température inférieure à celle du cylindre. La température moyenne de l'ensemble des gaz présent dans le cylindre est donc inférieure à celle qui règne à l'extérieur de celui-ci (parois métalliques + milieu extérieur). Logiquement, un apport de chaleur devrait se mettre en place, conduisant à une augmentation de la pression. La mesure indique précisément le contraire. D'autre part, l'existence de cet échange de chaleur ne peut pas expliquer à lui seul l'écart constaté entre la pression mesurée et simulée au moment de la fermeture. On peut donc affirmer que, dans le cas d'un débit entrant dans le cylindre et

# Chapitre IV. Etude expérimentale sur banc d'essai de dynamique des gaz à la soupape

sortant du tube, les deux CLS amènent une sous-estimation du débit massique, et d'autre part, qu'il existe un échange de chaleur convectif non pris en compte.

## 10 Conclusion

Dans ce chapitre, une comparaison entre les résultats issus de simulation et des mesures expérimentales a permis de mettre en lumière les deux points clés suivants :

- L'emploi de la CLS à 'quantité de mouvement' n'est pas judicieux. En effet, cette CLS conduit à une chute anormale de pression lors de l'ouverture et de la fermeture de la soupape, ainsi qu'à une surestimation de l'amplitude maximale de l'onde de pression. En conséquence, il n'est pas souhaitable de la retenir pour conduire des simulations de cycles MHP, car d'une part, elle produit des résultats inexacts en terme de prédiction d'amplitude et de phasage des ondes et d'autre part, les chocs numériques générés lors de l'ouverture et la fermeture de la soupape peuvent mettre en défaut le schéma LW2+TVD, ce qui interrompt la simulation.
- La CLS de Benson dite à 'pression constante' et celle que nous proposons dite à 'volume intermédiaire' amènent des résultats très proches en terme de qualité de résultats. Les phasages et les amplitudes des ondes sont jugés très satisfaisants. Une moindre précision est obtenue sur la pression cylindre. Ceci est dû d'une part à une sous estimation des débits massiques dans les deux sens d'écoulements et d'autre part, à l'existence d'un échange de chaleur convectif non pris en compte dans le cas d'un écoulement sortant du tube et entrant dans le cylindre.

Toutefois, il ne faut pas oublier que les simulations conduites avec la CLS à pression constante n'ont été rendues possibles que par la limitation du rapport d'ouverture de soupape à 2% au minimum afin de ne pas rencontrer de problème de convergence. Cet artifice, dans le cas d'un moteur hybride pneumatique, ne peut pas être appliqué sans compromettre sérieusement l'estimation des débits massiques à la soupape de charge, à cause du fort rapport de pression existant entre l'amont et l'aval à la soupape.

En conséquence, la seule condition limite de soupape qui demeure adaptée à la simulation de cycle MHP est celle à 'volume intermédiaire' et ceci malgré son surcoût en temps de calcul.

# Chapitre V

## Etude expérimentale sur banc d'essai moteur

## 1 Introduction

Dans ce chapitre, il sera réalisé une comparaison entre les données expérimentales issues d'un monocylindre hybride pneumatique au banc d'essai moteur et les résultats produits par la plate-forme de simulation numérique que nous avons précédemment développée.

Ce chapitre est organisé comme suit. Dans un premier temps, le moteur prototype ainsi que les moyens de contrôle et de mesure de la cellule d'essai seront présentés. Puis les différents éléments constitutifs du modèle de simulation numérique(0D et 1D) seront précisés.Enfin, les différents essais sélectionnés pour ce mémoire seront présentés et comparés aux résultats produits par la simulation.

Le laboratoire Prisme disposait, durant une période limitée, d'un moteur monocylindre hybride, dans le but de conduire une campagne d'essais. Pour des raisons de confidentialité, d'une part, les caractéristiques techniques détaillées de ce moteur précises ne pourront être données et d'autre part, les raisons qui ont conduit au choix des essais réalisés ne pourront être mentionnées.

## 2 Le moteur monocylindre hybride pneumatique et la cellule d'essais

#### 2.1 Le moteur

Le moteur hybride pneumatique utilisé est une machine monocylindre, 4 temps, allumage commandé avec injection indirecte d'essence et refroidissement liquide. La culasse est de type hémisphérique avec piston plat. Un actuateur entièrement variable (dont le fournisseur exact ne peut être mentionné) est utilisé pour mouvoir la soupape de charge. Pour des questions de confidentialité, des plans et caractéristiques plus détaillés de ce moteur hybride pneumatique ne peuvent pas être fournis.

#### 2.2 L'instrumentation et la chaîne d'air

La figure V.1 présente une vue schématique de la chaîne d'air et de son instrumentation.

La pression cylindre rapide est mesurée par un capteur relatif de type piézo-électrique. L'acquisition de la pression cylindre est cadencée par un codeur incrémental 3600 impulsions par tour monté sur le vilebrequin.

Les pressions rapides dans les ports d'admission, d'échappement et de charge sont mesurées par trois capteurs absolus piézo-résistifs. La température des gaz dans le port d'admission est mesurée par une sonde Pt100, et la température des gaz dans les ports d'échappement et de charge est mesurée par deux thermocouples de type K. Les débits massiques d'air à l'admission et au réservoir haute pression sont mesurés par deux débitmètres massiques avec régulateur de pression.

L'air d'admission est issu du réseau d'air comprimé. L'air subit une détente à la pression désirée et le débit massique est mesuré par le débitmètre d'air avec régulateur de pression. L'air traverse alors un réchauffeur électrique pour l'amener à la température désirée. Un plenum d'admission est monté avant le répartiteur d'admission. A l'origine, le volume de ce plenum était de seulement 6 litres, ce qui était notablement insuffisant à un découplage complet des ondes qui existent à l'amont et l'aval de ce dernier. Nous avons été amenés, dans l'urgence à augmenter le volume de ce dernier à approximativement 30 litres, sans changer sa section, par l'ajout d'une franche rallonge. La pièce ainsi obtenue s'apparentant au final plus à un élargissement brusque que à un véritable plenum.





Figure V.1 – Schéma de principe de la chaîne d'air de la cellule d'essai

La ligne d'échappement est constituée d'un plenum d'environ 30 litres de volume et d'une vanne de régulation de pression permettant l'établissement d'une contre pression d'échappement utile, par exemple, à la simulation d'une turbine de turbo-compresseur.

La ligne de charge reliant le réservoir pneumatique au port de charge de la culasse est d'une longueur d'environ 1,20 mètres. Sa géométrie est la plus épurée possible : section constante, un seul té, et un seul coude à grand rayon avant connexion à la vanne d'isolement qui matérialise l'entrée du réservoir. La température de l'air est mesurée aux deux extrémités de la tubulure.

En mode pompe pneumatique, une étude en condition stationnaire impose la mise en place

d'un débit de fuite au réservoir pneumatique afin de stabiliser la pression de ce dernier. Ceci est rendu possible grâce à un débitmètre avec régulateur de pression qui stabilise la pression du réservoir et mesure le debit massique de fuite. Ce dernier est égal au débit massique entrant dans la ligne de charge en condition stationnaire. (Ligne de couleur verte sur la figure V.1).

Inversement, en mode moteur pneumatique, une étude en condition stationnaire nécessite la présence d'un débit continu de remplissage du réservoir depuis le réseau d'air comprimé. Ce débit de maintien est contrôlé et mesuré grâce au débitmètre massique avec régulateur de pression. L'air subissant une détente à la traversée du débitmètre, il est nécessaire de le réchauffer afin de contrôler la température moyenne du réservoir pneumatique.(Ligne de couleur orange sur la figure V.1)

#### 3 Le modèle moteur

Le modèle moteur est un assemblage d'éléments zéro-dimensionnels et mono-dimensionnels respectivement développés au chapitre 2 et 3.

Les éléments zéro-dimensionnels ont été utilisés pour la modélisation du cylindre moteur (Voir 2.2) et du réservoir pneumatique haute pression (Voir 2.1). Aucun modèle d'échange de chaleur convectif n'a été utilisé pour le réservoir pneumatique, supposé adiabatique. En première approche, la prise en compte des échanges de chaleur aux parois du cylindre a été modélisée par un modèle de Woschni Standard. Les coefficients ajustables de ce dernier ont été déterminés sur un essai de compression pure et ont été alors extrapolés à tous les modes investigués. (Voir chapitre 6)

L'actuateur soupape a été modélisé par le modèle cinématique proposé au Chapitre 2 (Voir 4). La levée de la soupape de charge a donc été recalculée à partir de ce modèle et la levée mesurée n'a donc jamais été utilisée pour alimenter les simulations. Dans le cas spécifique des soupapes d'admission et d'échappement, une simple cartographie de loi de levée en fonction de l'angle vilebrequin a été utilisée.

Les éléments mono-dimensionnels ont été utilisés pour la modélisation des 3 tubulures : admission, échappement et charge. Le schéma utilisé est LW2+TVD Davis. Chaque tubulure est modélisée comme un simple tuyau à section constante, sans aucun té ou coude. Aucun modèle d'échange de chaleur n'est utilisé autre que celui de Benson nécessaire à la dissipation de la seule chaleur créée par le frottement pariétal (Voir 2.3). A leur extrémité gauche, une condition limite

Tableau V.1 – Paramètres de simulation utilisés

Désignation	Valeur
Incrément spatial $\Delta x$ [m]	$2.10^{-2}$
Incrément temporel $\Delta t$ [s]	$20.10^{-6}$
Coefficient de frottement pariétal f	0.005
Nombre de cycles simulés	4
Accélération actuateur de soupape $\gamma_{max} [m/s^2]$	3000

de tube ouvert est utilisée. A leur extrémité droite, une condition limite de soupape est utilisée. Comme établi au chapitre précédent, la seule CLS valide pour cette modélisation est celle dite à 'volume intermédiaire'. Toutefois, afin d'étayer une fois de plus cette affirmation, la CLS de Benson sera utilisée pour un seul des essais présentés et les mauvais résultats obtenus seront présentés, commentés et comparés à ceux produits par la CLS à volume intermédiaire. Lorsque la CLS à volume intermédiaire a été utilisée, les paramètres suivants ont été appliqués :  $r_{iv} = 3$ , K = 0.25 et  $\varepsilon = 1Pa$ . Lorsque la CLS de Benson a été utilisée, une limitation impérative et artificielle du rapport minimum d'ouverture  $\phi$  à 3% a été utilisée afin d'éviter les problèmes de convergences mis en lumière au chapitre 3. Dans tous les cas, un coefficient de décharge Cd = 1a été appliqué. Le tableau V.1 donne les paramètres de simulation utilisés.

A l'instant initial de la simulation, toutes les tubulures sont au repos, c'est-à-dire que la vitesse particulaire est nulle en toute maille. Les conditions instationnaires dans les diverses tubulures s'établissent donc progressivement au cours des cycles. Pour cette raison, il a été choisi de conduire une simulation de 4 cycles complets. Les résultats présentés sont issus du quatrième et dernier cycle où dans la pratique les ondes sont suffisamment établies et n'évoluent plus guère.

#### 4 Les essais sélectionnés

Les modes pompe pneumatique, moteur pneumatique et suralimentation pneumatique (dans une moindre mesure) ont été investigués sous diverses conditions opératoires : régime moteur, pression réservoir, température réservoir, phasage d'ouverture et de fermeture de la soupape de charge, contre pression d'échappement.

Il n'est bien sûr pas possible ni utile de présenter l'intégralité des essais réalisés. Dans le présent mémoire seuls 4 essais ont été sélectionnés pour leur intérêt. Le tableau V.2 donne les conditions opératoires de ces derniers.

	Pompe	Moteur	Moteur	Suralimentation
	Pneumatique	pneumatique	pneumatique	pneumatique
		Mode Retard	Mode Avance	Sans combustion
Régime moteur[RPM]	1000	1000	1000	1000
Pression réservoir [bar]	6	11	13.2	8
Pression admission[bar]	1	1	1	1
Pression échappement [bar]	1	1	1	1
Température moyenne tubulure de charge [K]	420	500	469	291
Température moyenne tubulure d'admission[K]	300	300	293	301
Température moyenne tubulure d'échappement [K]	351	289.3	293	283
Angle Ouverture Charge [°vil]	310	378	309	233
Angle Fermeture Charge [°vil]	363.5	450	469.5	273

Tableau V.2 – Conditions opératoires des essais sélectionnés.

Le premier essai sélectionné est un essai en mode pompe pneumatique. Il s'agit du mode clé du concept d'hybride pneumatique car étant le seul mode régénératif. De plus, en mode pompe, le débit d'air est entrant dans la tubulure. Il a été mis en lumière au chapitre 3, que dans ces conditions, la CLS de Benson présentait des problèmes de convergence et qu'il fallait en conséquence limiter le rapport d'ouverture minimum  $\phi$ . Pour cette raison, la mesure faite en pompe pneumatique sera comparée aux résultats de la simulation utilisant la CLS de Benson à 'pression constante' puis celle à 'volume intermédiaire'.

Le deuxième essai sélectionné est un mode moteur pneumatique en mode retard (Voir section 2.3). Dans ce cas, le débit d'air dans la tubulure de charge est uniquement sortant. Seule la CLS à volume intermédiaire sera utilisée pour la modélisation.

Le troisième essai sélectionné est un mode moteur pneumatique en mode avance (Voir section 2.3). Dans ce cas, le sens d'écoulement de l'air va subir une inversion au cours du cycle : l'air va tout d'abord entrer dans la tubulure, pour ensuite changer de sens et sortir de la tubulure. Il s'agit d'un cas tout particulièrement exigeant pour le modèle numérique. Cet essai est donc tout à fait central pour la validation éventuelle de ce dernier.

Le quatrième essai présenté est un mode suralimentation pneumatique, sans combustion. Cet essai est également central pour la validation éventuelle du modèle numérique. En effet, il s'agit d'un mode clé du concept. La difficulté vient de la faible durée d'ouverture de la soupape associée à un fort rapport de pression. Il s'agit néanmoins, sous ces conditions, de prédire la masse d'air additionnelle entrante avec précision, de façon à contrôler la richesse du mélange et le couple moteur produit. 5 Pompe pneumatique à 4 temps avec CLS à volume intermédiaire





**Figure V.3** – Pompe pneumatique : Pression mesurée et simulée dans le port de charge en fonction de l'angle vilebrequin



Figure V.4 – Pompe pneumatique : Pression mesurée et simulée dans le port d'admission et d'échappement en fonction de l'angle vilebrequin

#### Chapitre V. Etude expérimentale sur banc d'essai moteur

	Mesure	CLS Volume	CLS Benson
		Intermédiaire	
$W_i[J/cycle]$	-75.37	-74.41	-70.38
$m_{adm}[g/cycle]$	+0.316	+0.377	0.338
$m_{charge}[g/cycle]$	-0.226	-0.237	-0.214
$m_{ech}[g/cycle]$	-0.09	-0.140	-0.124

Tableau V.3 – Pompe pneumatique : Grandeurs globales mesurées et simulées

La figure V.2 présente les diagrammes p-V simulés et mesurés. Les figures V.3 et V.4 présentent les évolutions de la pression rapide en fonction de l'angle vilebrequin dans les ports de charge, d'admission et d'échappement. Le tableau V.3 présente les valeurs globales simulées et mesurées.

Le diagramme p-V simulé présente une forme visuellement très proche de celui mesuré. Ce point est confirmé par la faible erreur relative de -1.27 % qui existe entre le travail indiqué mesuré et simulé.

La valeur simulée de la masse d'air transférée au port de charge affiche une erreur relative +4.87 % par rapport à celle mesurée. Ce résultat est considéré comme excellent, compte tenu du fait que le coefficient de décharge à la soupape Cd a été fixé à 1 et n'a jamais été ajusté.

L'analyse de l'évolution de la pression rapide dans le port de charge en fonction de l'angle vilebrequin montre que les amplitudes et les phasages de l'onde pression simulée sont très proches de l'onde mesurée. Il s'agit d'un point clé au regard de notre objectif qui est de pouvoir prédire par modélisation les phasages optimums d'ouverture et de fermeture de la soupape de charge pour un critère donné (masse transférée maximale, contrôle du couple moteur résistant etc.)

Avant de regarder la valeur de la masse d'air transférée par cycle au port d'échappement, il est important de noter que pour obtenir une valeur simulée correcte, il est nécessaire de disposer de valeurs précises pour celles transférées aux ports d'admission et de charge. En effet, toute erreur sur ces dernières se retrouve impactée sur la masse transférée à l'échappement car  $m_{adm} + m_{ech} + m_{charge} = 0$  en condition stationnaire. Quand cette remarque est prise en compte, la valeur de l'erreur relative sur la masse transférée à l'échappement de + 55% qui est obtenue est moins surprenante.

L'analyse de l'évolution de la pression rapide dans le port d'échappement en fonction de

l'angle vilebrequin montre que les amplitudes des ondes de pression simulée et mesurée sont proches, mais qu'un déphasage s'installe progressivement. Nous attribuons ce phénomène à l'existence supposée d'un transfert de chaleur convectif aux parois de la tubulure d'échappement, non pris en compte par le modèle.

L'analyse de l'évolution de la pression rapide dans le port d'admission en fonction de l'angle vilebrequin montre des résultats de piètre qualité. Nous attribuons ce fait à un plenum d'admission inapproprié. En effet, la rallonge utilisée pour augmenter son volume de 6 à environ 30 litres ne jouait pas le rôle escompté. L'entrée du plenum d'admission ne se trouvait pas à l'extrémité de la rallonge, mais restait localisée sur la paroi latérale du plenum d'origine et demeurait donc proche de sa sortie (non visible sur la photo). En conséquence, il n'y avait pas réel découplage entre la ligne d'admission amont et aval au plenum, d'où les mauvais résultats produits par le modèle.

## 6 Pompe pneumatique à 4 temps avec CLS de Benson



Figure V.5 – Pompe pneumatique avec CLS de Benson : diagramme p-V mesuré et simulé



Figure V.6 – Pompe pneumatique avec CLS de Benson : Pression mesurée et simulée dans le port de charge en fonction de l'angle vilebrequin



**Figure V.7** – Pompe pneumatique avec CLS de Benson : Pression mesurée et simulée dans le port d'admission et d'échappement en fonction de l'angle vilebrequin

Les figures V.5, V.6 et V.7 présentent respectivement le diagramme p-V et les évolutions de la pression rapide dans le port de charge, d'admission et d'échappement en fonction de l'angle vilebrequin. Les grandeurs globales par cycle mesurées et simulées sont données au tableau V.3.

Premièrement, une observation du diagramme p-V simulé montre un écart non négligeable entre la mesure et la simulation durant l'ouverture de la soupape de charge. Ceci est confirmé par une erreur relative de -6.62 % entre le travail indiqué mesuré et simulé. La valeur simulée de la masse d'air transférée au port de charge affiche une erreur relative -5.31 % par rapport à celle mesurée. Ce débit sous estimé ne peut pas être augmenté , car le coefficient de décharge à la soupape  $C_d$  avait déjà été fixé à sa valeur maximale de 1.

Le résultat le plus important est donné par l'analyse des évolutions des pressions rapides dans les différents ports. En effet, il existe très clairement des chocs numériques non physiques qui polluent notablement la solution calculée. Dans le port d'admission, (Voir figure V.6) un choc isolé existe au moment de la fermeture soupape. De plus l'onde calculée pendant l'ouverture de la soupape de charge présente un écart de forme significatif avec celle mesurée. Cet écart d'amplitude est la cause du déphasage qui s'installe pendant le reste du cycle simulé. Dans les ports d'admission et d'échappement, il existe une série de chocs numériques qui nuisent gravement à la qualité de la simulation. La pression, dans le port d'admission, subit une série de chocs très intense à l'approche de la fermeture et la pression calculée dans la tubulure devient alors franchement erronée et tout-à-fait inacceptable. Dans le port d'échappement, il existe deux séries de chocs : l'une à l'approche de la fermeture et une autre plus singulière à pleine ouverture de la soupape, lors de l'équilibre des pressions amont et aval à la soupape. L'onde de pression calculée est au final franchement erronée.

La présence de ces chocs est une constante, dès lors qu'on utilise la CLS de Benson à pression constante et ceci dans n'importe quel port. Dans certains cas, leur intensité est telle que le schéma LW2+TVD ne résiste pas et produit des pressions négatives... Ce constat, au meilleur de nos connaissances, n'est jamais mentionné dans la littérature. Diverses techniques de relaxation numérique ont bien sûr été testées pour essayer de supprimer ces chocs, mais à chaque fois les résultats obtenus étaient mauvais. C'est face à cette situation que la CLS de Benson a été abandonnée et que le développement de la CLS à volume intermédiaire s'est avéré indispensable.

## 7 Moteur pneumatique mode retard



Figure V.8 – Moteur pneumatique mode retard : diagramme p-V mesuré et simulé



Figure V.9 – Moteur pneumatique mode retard : Pression mesurée et simulée dans le port de charge en fonction de l'angle vilebrequin



 $\label{eq:Figure V.10} \textbf{Figure V.10} - \textbf{Moteur pneumatique mode retard}: Pression mesurée et simulée dans le port d'admission et d'échappement en fonction de l'angle vilebrequin$ 

	Mesure	CLS volume	
		Intermédiaire	
$W_i[J/cycle]$	136.24	111.74	
$m_{adm}[g/cycle]$	+0.382	+0.388	
$m_{charge}[g/cycle]$	+1.233	+1.185	
$m_{ech}[g/cycle]$	-1.615	-1.568	

Tableau V.4 – Moteur pneumatique mode retard : Grandeurs globales mesurées et simulées

Le tableau V.4 donne les grandeurs globales par cycle simulées et mesurées. Les figures V.8, V.9 et V.9 présentent respectivement le diagramme p-V et les évolutions de la pression rapide dans le port de charge, d'admission et d'échappement, en fonction de l'angle vilebrequin.

Premièrement, une analyse de l'évolution de la pression rapide dans le port de charge (Figure V.9) montre que la pression simulée est proche de celle mesurée en terme d'amplitude et de phasage. Il s'agit d'un résultat clé pour pouvoir mener une étude d'optimisation des phasages d'ouverture et de fermeture des soupapes. De plus, la masse d'air transférée par cycle au port de charge présente une erreur relative de -3.89% au regard de la mesure. Ce résultat important sur la qualité d'une simulation est jugé là encore satisfaisant.

Mais d'une façon surprenante, alors que les phasages, les amplitudes et les masses transférées au port de charge sont globalement satisfaisants, une comparaison des diagrammes p-V simulé et mesuré amène des résultats de moins bonne qualité que ceux obtenus en mode pompe pneumatique. Voir figure V.8. L'erreur relative obtenue de -17.98% sur le travail indiqué confirme ce point. Visuellement, il apparaît clairement que la déviation de la pression simulée se produit pendant l'ouverture de la soupape de charge. Durant cette période, la pression cylindre mesurée est significativement supérieure à celle simulée. En conséquence, il apparaît légitime de penser qu'une quantité d'énergie thermique inattendue a été transférée aux gaz durant la charge pneumatique. Nous supposons donc, premièrement, que les gaz peuvent recevoir une quantité de chaleur non négligeable à la traversée du col. Deuxièmement, nous supposons que le fort rapport de pression qui existe entre le port de charge et le cylindre modifie franchement la structure aérodynamique interne au cylindre qui existait avant l'ouverture de la soupape de charge. En conséquence, l'association d'une vitesse tourbillonnaire, supposée importante à l'issue de la charge pneumatique, et du gradient de température entre les gaz et les parois du cylindre est alors propice à la mise en place d'un apport de chaleur par convection significatif.

Une analyse des évolutions de la pression rapide dans les ports d'admission et de d'échappe-

#### Chapitre V. Etude expérimentale sur banc d'essai moteur

ment amène des conclusions identiques à celles formulées en mode pompe pneumatique : plenum d'admission inadapté et existence supposée d'un échange de chaleur convectif aux parois de la tubulure d'échappement.

## 8 Moteur pneumatique mode avance



Figure V.11 – Moteur pneumatique mode avance : diagramme p-V mesuré et simulé



Figure V.12 – Moteur pneumatique mode avance : Pression mesurée et simulée dans le port de charge en fonction de l'angle vilebrequin



Figure V.13 – Moteur pneumatique mode avance : Pression mesurée et simulée dans le port d'admission et d'échappement en fonction de l'angle vilebrequin

#### Chapitre V. Etude expérimentale sur banc d'essai moteur

	Mesure	CLS volume
		Intermédiaire
$W_i[J/cycle]$	210.90	178.38
$m_{adm}[g/cycle]$	+0.352	+0.389
$m_{charge}[g/cycle]$	+2.183	+2.465
$m_{ech}[g/cycle]$	2.535	2.854

Tableau V.5 – Moteur pneumatique mode avance : Grandeurs globales mesurées et simulées

Le tableau V.5 donne les grandeurs globales par cycle simulées et mesurées. Les figures V.11, V.12 et V.13 présentent respectivement le diagramme p-V et les évolutions de la pression rapide dans le port de charge, d'admission et d'échappement, en fonction de l'angle vilebrequin.

Une analyse de l'évolution de la pression rapide dans le port de charge (Figure V.12) montre un résultat jugé satisfaisant comparé à la mesure, et ceci malgré la difficulté réelle que présente l'inversion du sens d'écoulement de l'air au cours du cycle. On relève également l'amplitude impressionnante (6 bars) de l'onde de pression créée. La masse d'air totale transférée au port de charge par cycle est surestimée et présente une erreur relative de +12% comparée à la mesure, et ceci avec l'emploi d'un coefficient de décharge Cd fixé à 1 et non-ajusté.

Une analyse des diagrammes p-V simulé et mesuré amène des remarques assez proches de celles formulées pour le moteur pneumatique en mode retard. La déviation de la pression simulée a lieu durant la charge pneumatique, mais uniquement lorsque le débit sort de la tubulure. En effet, durant la première phase de l'ouverture, où le débit est entrant dans la tubulure, on observe une quasi-superposition de la pression cylindre mesurée et simulée, exactement comme pour le mode pompe où le débit est constamment entrant. Ces remarques étayent l'hypothèse déjà formulée d'un apport de chaleur inattendu lorsque le débit devient sortant de la tubulure à cause de la modification de la structure aérodynamique interne au cylindre. On note que la pression cylindre mesurée, qui est sous-estimée dans la deuxième partie de la charge, engendre logiquement une surestimation du debit massique durant cette période. Ceci est la cause de l'écart constaté entre la masse totale transférée par cycle mesurée et simulée. Convaincus de ceci, nous nous sommes alors interdit toute modification du coefficient du débit.

Une analyse des évolutions de la pression rapide dans les ports d'admission et de d'échappement montre, encore une fois, l'inadaptation du plenum d'admission et l'existence supposée d'un échange de chaleur convectif aux parois de la tubulure d'échappement, cause du déphasage progressif qui s'installe.

## 9 Suralimentation pneumatique sans combustion



Figure V.14 – Suralimentation pneumatique sans combustion : diagramme p-V mesuré et simulé



Figure V.15 – Suralimentation pneumatique sans combustion : Pression mesurée et simulée dans le port de charge en fonction de l'angle vilebrequin



**Figure V.16** – Suralimentation pneumatique sans combustion : Pression mesurée et simulée dans le port d'admission et d'échappement en fonction de l'angle vilebrequin

#### Chapitre V. Etude expérimentale sur banc d'essai moteur

	Mesure	CLS volume
		Intermédiaire
$W_i[J/cycle]$	-35.39	-35.19
$m_{adm}[g/cycle]$	+0.363	+0.366
$m_{charge}[g/cycle]$	+0.386	+0.378
$m_{ech}[g/cycle]$	-0.731	-0.744

Tableau V.6 – Suralimentation pneumatique : Grandeurs globales mesurées et simulées

Le tableau V.6 donne les grandeurs globales par cycle simulées et mesurées. Les figures V.14, V.15 et V.16 présentent respectivement le diagramme p-V et les évolutions de la pression rapide dans le port de charge, d'admission et d'échappement, en fonction de l'angle vilebrequin.

Tout d'abord, une comparaison visuelle des diagrammes p-V simulé et mesuré montre des résultats satisfaisants, confirmés par une erreur relative sur le travail indiqué simulé de seulement +5.09%. La masse d'air totale transférée au port de charge par cycle affiche une erreur relative de seulement + 2.07%. Ce résultat est important au regard de la nécessité, pour le futur contrôle moteur, de prédire correctement la masse d'air additionnelle qui sera introduite durant la charge pneumatique, afin de pouvoir injecter par anticipation la quantité appropriée de carburant.

Une observation de l'évolution de la pression rapide dans le port de charge montre des résultats acceptables en termes de phasage et décroissance de l'amplitude des ondes. Par contre, durant la brève ouverture de la soupape de charge, on note une évolution de la pression mesurée plus tourmentée et de plus forte amplitude que celle issue de la simulation. Néanmoins, nous considérons ces résultats comme acceptables.

D'autre part, on note que la pression maximale simulée en fin de compression (36.7 bars) est légèrement supérieure à celle mesurée (35.3 bars). Ce résultat est, sans aucun doute, dû au modèle de Woschni qui sous-estime les pertes de chaleur durant la compression. Là encore, nous pensons que l'ouverture de la soupape de charge et la modification de la structure aérodynamique interne au cylindre qui en résulte, est la cause de ce phénomène.

## 10 Conclusion

Les comparaisons entre les résultats mesurés et simulés sur un monocylindre MHP nous ont permis de mettre en lumière les points suivants :

- La CLS de Benson à pression constante, appliquée à la simulation d'un cycle hybride pneumatique, produit d'intenses chocs numériques non physiques, d'une part, à la fermeture de la soupape, et d'autre part, lorsque le rapport de pression entre l'amont et l'aval oscille autour d'une valeur proche de l'unité. Ces chocs numériques inhérents à cette CLS polluent la solution calculée et conduisent à des simulations qui sont au final fortement erronées. Ce constat, qui s'ajoute au problème de convergence déjà établi au chapitre 3, nous a logiquement amené à abandonner cette CLS, et à développer la CLS à volume intermédiaire qui a été présentée au chapitre 3.
- La CLS à volume intermédiaire produit, dans tous les modes investigués, des résultats jugés satisfaisant en termes de prédiction des masses transférées et en terme d'amplitude et phasage des ondes. Ce point est de première importance au regard de notre objectif premier qui est de disposer d'un modèle permettant la pré-détermination des phasages d'ouverture et de fermeture optimums de la soupape de charge face à un critère donné et variable en fonction de mode opératoire. (Contrôle nominal des masses transférées (suralimentation) ou du couple moteur(moteur), maximisation des efficacités ou rendements (pompe))
- Il a été montré, dès lors qu'un débit sortant de la tubulure de charge existe, l'existence d'un apport de chaleur inattendu et bénéfique en mode moteur pneumatique avance et retard. Nous supposons que cet apport de chaleur est dû à la création d'un fort mouvement tourbillonnaire de l'air dans le cylindre à l'issue d'une charge pneumatique, qui, associé au gradient de température existant entre les gaz et les parois du cylindre, permet l'établissement d'un échange de chaleur convectif significatif.
- Dans une moindre mesure, il a été observé, en mode suralimentation sans combustion, un écart entre la pression maximale en fin de compression simulée et mesurée. Là encore, nous supposons que le débit d'air, entrant dans le cylindre lors de la phase de suralimentation, modifie significativement la structure aérodynamique interne au cylindre ce qui impacte au final les échanges de chaleur pariétaux.

#### Chapitre V. Etude expérimentale sur banc d'essai moteur

Les deux points précédents nous ont logiquement conduits à approfondir l'étude des échanges de chaleur convectifs en mode pneumatique. Ce travail fera l'objet du chapitre suivant.

# Chapitre VI

# Échanges de chaleur convectifs en mode pneumatique, sans injection de carburant

## 1 Introduction

L'objet de ce chapitre est une étude des transferts convectifs de chaleur basée sur les relevés expérimentaux qui ont été réalisés sur le moteur hybride pneumatique, sans injection de carburant, opérant soit en mode conventionnel entraîné, soit en mode suralimentation pneumatique.

L'origine de notre intérêt pour les échanges de chaleur venait de l'apport d'énergie inattendu observé dès lors qu'un débit sortant de la tubulure de charge entrait dans le cylindre (Voir chapitre 5).

L'objectif fixé pour cette étude est de construire et de valider expérimentalement un modèle prédictif d'échange de chaleur convectif aux parois du cylindre qui soit capable, d'une part, de prédire la quantité de chaleur totale échangée durant une course de compression et de détente, et d'autre part, de décrire le plus précisément possible le flux de chaleur instantané en fonction de l'angle vilebrequin. Cet objectif se justifie par les deux raisons suivantes :

 La première raison est que, malgré l'absence d'une combustion durant un cycle pneumatique, un bilan d'énergie appliqué à des données expérimentales montre que les transferts de chaleur demeurent constamment un facteur d'influence du premier ordre. Voir sections

# Chapitre VI. Échanges de chaleur convectifs en mode pneumatique, sans injection de carburant

3 et 4. En conséquence, afin de prédire correctement les performances mécaniques, il est nécessaire de disposer d'un modèle d'échange de chaleur qui soit capable de prédire avec précision le flux instantané de chaleur échangé par convection au cours du cycle. La difficulté principale réside dans la structure aérodynamique interne au cylindre lorsque le moteur opère en mode pneumatique qui peut être très différente de celle qui existe durant une compression et une détente conventionnelle. En effet, à cause du fort rapport de pression qui peut exister entre le port de charge et le cylindre, l'ouverture de la soupape de charge modifie alors la structure aérodynamique interne au cylindre, ce qui modifie en conséquence le processus d'échange de chaleur par convection.

– La deuxième raison est que l'optimisation de l'efficacité d'un moteur hybride pneumatique nécessite une connaissance précise de la pression cylindre en fonction de l'angle vilebrequin, afin de déterminer les phasages d'ouverture et de fermeture de la soupape de charge (Voir chapitre 2 et 7). En conséquence, le modèle de transfert de chaleur doit être capable de prédire les échanges de chaleur instantanés en fonction de l'angle vilebrequin, afin de correctement calculer l'évolution de la pression cylindre au cours du cycle.

Or, il se trouve que des tracés expérimentaux du flux de chaleur instantané en fonction de l'angle vilebrequin, pour différents modes pneumatiques et paramètres opératoires, montrent constamment une forme atypique en comparaison de celle rencontrée dans le mode bien connu de combustion conventionnelle. La figure VI.1 donne un tel exemple, issu d'un essai en suralimentation pneumatique sans injection de carburant. La méthode de calcul utilisé pour la construction de cette courbe est détaillée en section 2.1. L'angle de référence vilebrequin est défini au PMH échappement.

Comme il sera vu, une telle forme asymétrique et décalée du PMH en fin de compression ne peut pas être prédite par le modèle de Woschni dans sa forme originale. Il s'avérera alors nécessaire de modifier ce dernier, et de vérifier que le modèle ainsi proposé reste valide sous des conditions opératoires variées.

Le travail réalisé se concentre sur les modes entraînés et suralimentation pneumatique sans combustion. Il n'a pas été possible d'investiguer les modes pneumatiques moteur et pompe. En effet dans ces modes, l'importante durée angulaire d'ouverture de la soupape de charge (système thermodynamique ouvert) interdit tout calcul de l'échange de chaleur aux parois durant cette période. Pour que ce calcul soit rendu possible, il faudrait disposer des relevés expérimentaux des flux massique et enthalpique instantanés durant toute la charge pneumatique, ce qui n'est bien sur pas le cas.

Ce chapitre est organisé comme suit. Tout d'abord les méthodes classiques de calcul de la température des gaz et de l'échange de chaleur instantané ainsi que les hypothèses faites par Woschni pour bâtir sa corrélation très couramment utilisée seront rappelées. Ensuite, les flux de chaleur instantanés pour diverses conditions opératoires en mode entraîné seront présentées. Cette étude nous conduira à la proposition d'une nouvelle forme de corrélation. Le mode suralimentation sans combustion sera investigué avec ce formalisme modifié du modèle de Woschni. Pour finir, une validation du modèle sur un essai non-utilisé pour son identification sera présenté.



**Figure VI.1** – Exemple d'échange de chaleur instantané obtenu durant un mode suralimentation pneumatique sans injection de carburant

Chapitre VI. Échanges de chaleur convectifs en mode pneumatique, sans injection de carburant

2 Calculs du flux de chaleur instantané et du coefficient d'échange thermique, basés sur une mesure de la pression cylindre



 $Figure \ VI.2 - {\rm Contexte} \ {\rm d'application} \ {\rm sur} \ {\rm un} \ {\rm cylindre} \ {\rm moteur} \ {\rm du} \ {\rm premier} \ {\rm principe} \ {\rm de} \ {\rm la} \ {\rm thermodynamique} \ {\rm du} \ {\rm premier} \ {\rm principe} \ {\rm de} \ {\rm la} \ {\rm thermodynamique} \ {\rm du} \ {\rm thermodynamique} \ {\rm thermodynamiq$ 

#### 2.1 Échange de chaleur instantané

La figure VI.2 représente le contexte d'application du premier principe de la thermodynamique appliqué à un cylindre moteur :

$$dU = \delta W + \delta Q + dH_i \tag{VI.1}$$

Une détermination analytique du flux chaleur instantané est possible par un ré-arrangement de l'équation VI.1, en y injectant la loi de Joule  $(U = m.c_v.T + U_0^*)$  et la loi des gaz parfaits :

$$\frac{\delta Q}{dt} = \frac{1}{\gamma - 1} \left[ \gamma p \frac{dV}{dt} + V \frac{dp}{dt} \right] - c_p T_i^0 \frac{dm_i}{dt}$$
(VI.2)

Dans le cas particulier où le système est fermé  $(dm_i = 0)$ , ce qui est le cas si toutes les soupapes sont fermées et si les gaz de carter sont négligés [80], le flux global d'échange de chaleur aux parois peut être déterminé par une mesure de la pression cylindre. Dans le cas contraire, le débit massique  $\frac{dm_i}{dt}$  et la température statique  $T_i^0$  des gaz s'écoulant se doivent d'être connus pour rendre ce calcul possible.

#### 2.2 Modélisation de l'échange de chaleur

En appliquant l'hypothèse d'un échange de chaleur purement convectif et stationnaire, le flux thermique peut alors être modélisé par une loi de Newton :

$$\frac{dQ(\theta)}{dt} = h(\theta).A\left[T - T_w\right] \tag{VI.3}$$

 $\theta$  représente l'angle vilebrequin et  $h(\theta)$  est le coefficient empirique d'échange thermique, qui est supposé être le même en tout point de la surface de transfert thermique à une température moyenne  $T_w$ . La température des gaz présents dans le cylindre T est déterminée par application de la loi des gaz parfaits :

$$T = \frac{pV}{mR} \tag{VI.4}$$

Au cours des 50 dernières années, différents auteurs ont proposé plusieurs corrélations permettant le calcul de la grandeur h. Une première famille de corrélations est basée sur le nombre de Stanton [65, 82], mais la plus grande majorité des modèles sont basés sur l'utilisation du nombre de Nusselt [4, 27, 37, 80] :

$$Nu = \frac{h.L_c}{k} \tag{VI.5}$$

Le modèle le plus couramment utilisé est celui de Woschni<sup>[80]</sup> qui repose l'utilisation d'un nombre Nusselt. La corrélation à la base de la construction du modèle est valable pour une convection forcée dans une conduite en régime turbulent :

$$Nu = K_1 R e^m \tag{VI.6}$$

 $K_1$  est un coefficient ajustable, la valeur adaptée pour m dans une convection forcée dans une conduite en régime turbulent est m=0.8. Woschni introduit alors trois corrélations pour le Nombre de Reynolds, la conductivité thermique et la viscosité dynamique du fluide :

$$Re = \frac{1}{\mu}\rho w L_c \tag{VI.7}$$

$$k = K_2 T^{0.75} \tag{VI.8}$$

$$\mu = K_3 T^{0.62} \tag{VI.9}$$

En considérant le diamètre de l'alésage du cylindre d comme la longueur caractéristique $L_c$ , un ré-arrangement des 4 équations précédentes amène :

$$h = C.d^{m-1}p^m w^m T^{0.75-1.62m} (VI.10)$$

# Chapitre VI. Échanges de chaleur convectifs en mode pneumatique, sans injection de carburant

C est le coefficient final ajustable, et w est la vitesse moyenne des gaz dans le cylindre. Dans le cas d'un moteur à 4 temps, injection directe, allumage par compression et sans présence de swirl, Woschni propose la corrélation suivante pour l'estimation de w:

$$w = C_1 \overline{V} + C_2 \frac{V_d T_r}{p_r V_r} (p - p_m)$$
(VI.11)

 $V_d$  est le volume déplacé (cylindrée unitaire), p est la pression instantanée dans le cylindre,  $p_m$ est la pression cylindre en mode entraîné sans combustion pour le même angle vilebrequin que p. Les grandeurs  $p_r$ ,  $V_r$  et  $T_r$  sont respectivement la pression, le volume et la température à un point de référence arbitraire, mais couramment choisi au moment de la fermeture de la soupape d'admission. Quand aucune combustion n'a lieu durant le cycle, ce qui est très exactement le contexte de ce chapitre, alors le coefficient  $C_2$  doit être nul. Il en découle que le modèle de Woschni suppose alors que la vitesse moyenne des gaz dans le cylindre w est constante durant la compression et la détente et dépend uniquement de la vitesse moyenne du piston  $\overline{V}$  au travers du coefficient ajustable  $C_1$ . Cette hypothèse forte est bien sûr valide dans le cas où il n'existe pas de mouvement de swirl ou de tumble.

### 3 Essais en mode entraîné sans injection de carburant

N° essai	N[tr/min]	$T_{adm} \left[ {^oC} \right]$	$T_{ech} \left[ {^oC} \right]$	$m_{adm} \left[ \frac{g}{cycle} \right]$
1	1000	20.4	18	0.346
2	1500	20.4	18	0.354
3	2000	21.4	19.7	0.354
4	2500	23.6	21	0.337
5	1000	60.2	55.1	0.323
6	1500	60.4	57.6	0.327
7	2000	60.3	59.6	0.327
8	2500	60.3	61.2	0.322
9	3000	60.2	65.1	0.308
10	3500	60.4	70.9	0.311

#### 3.1 Méthode et résultats

Tableau VI.1 – Essais entraînés sans injection de carburant : Conditions opératoires

Le tableau VI.1 donne les conditions opératoires des essais conduits en mode entraîné sans injection de carburant. Les expériences n° 1 à n° 4 (respectivement n°5 à n°10) ont été menées pour une température moyenne de l'air à l'admission proche de 20° C (respectivement proche de 60° C), pour un régime moteur variant de 1000 to 2500 tr/min (respectivement 1000 à 3500 tr/min). Pour tous les essais, la valeur de la pression moyenne d'admission et d'échappement était de 1 bar.

Pour chaque essai, la méthode de dépouillement suivante a été utilisée : Premièrement, la pression cylindre a été calculée comme la moyenne de 100 cycles moteurs consécutifs et stationnaires. Un filtre passe-bas a été appliqué ensuite au signal de pression obtenu, afin de réduire le bruit de mesure. La fréquence de coupure a été choisie afin de minimiser l'autocorrélation du bruit.

Deuxièmement, le flux de chaleur instantané a été déterminé par application de l'équation VI.2, entre la fermeture de la soupape d'admission (FA) et l'ouverture de la soupape échappement(OE). La quantité de chaleur totale échangée durant cette période est alors calculée par :

$$\Delta Q_{FA \to OE, mesure} = \int_{FA}^{OE} dQ \qquad (\text{VI.12})$$

Troisièmement , en mode entraîné sans injection de carburant, la quantité prédite de chaleur totale échangée durant la même période angulaire est alors calculée par application des équations VI.3,VI.10 etVI.11 :

$$\Delta Q_{FA \to OE, modèle} = CC_1^m \int_{FA}^{OE} f(\theta) d\theta \qquad (VI.13)$$

avec :

$$f(\theta) = d^{m-1} p^m \overline{V}^m T^{0.75 - 1.62m} A(T - T_w).$$
(VI.14)

Afin d'obtenir un bilan énergétique correct  $\Delta Q_{FA \to OE, modèle}$  doit être égal à  $\Delta Q_{FA \to OE, mesure}$ . Pour ce faire, les deux coefficients ajustables du modèle de Woschni ont été déterminés ensemble par application de l'expression suivante :

$$C * C_1^m = \frac{\Delta Q_{FA \to OE, mesure}}{\int_{FA}^{OE} f(\theta) d\theta}$$
(VI.15)

Durant tout ce processus et compte tenu de la valeur assez faible de la quantité de chaleur totale échangée, la température moyenne des parois du cylindre, de la culasse et du piston  $(T_w)$  a été supposée égale à celle du circuit d'eau.

Enfin, la racine carrée de l'erreur quadratique normalisée (NRMSE) a été calculée afin

# Chapitre VI. Échanges de chaleur convectifs en mode pneumatique, sans injection de carburant

d'évaluer la qualité du lissage.

$$NRMSE = \frac{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} \left[ dQ_i - dQ_{model,i} \right]^2}{n}}}{dQ_{max} - dQ_{min}}$$
(VI.16)

On trouvera en annexe 2, le tableau A1.2 qui synthétise l'intégralité des résultats numériques obtenus, ainsi que la totalité des courbes de flux instantané de chaleur mesuré et simulé en fonction de l'angle vilebrequin. La figure VI.3 représente le travail indiqué  $W_i$  pour un cycle complet comparé à la quantité de chaleur totale échangée pendant la période angulaire du cycle où le système est fermé  $\Delta Q_{FA\to OE}$ . La figure VI.4 donne les valeurs numériques du coefficient  $C * C1^m$  (unités SI) et de la NRMSE pour chaque essai. La figure VI.5 donne à titre d'exemple, dans le cas particulier de l'essai n°2, la forme typique toujours obtenue pour le flux de chaleur instantané en fonction de l'angle vilebrequin (Voir annexe 2).



**Figure VI.3** – Essais entraînés sans injection de carburant : Travail indiqué et quantité de chaleur totale échangée.

Premièrement, une analyse de la figure VI.3 et du tableau A1.2 (Annexe 2) montre clairement que l'ordre de grandeur de l'échange total de chaleur est comparable à celui du travail indiqué par cycle et que, en conséquence, il s'agit d'un facteur du premier ordre sur un bilan énergétique.

Deuxièmement, les valeurs de NRMSE élevées, que l'on trouve sur la figure VI.4, montrent que malgré une valeur exacte de la quantité de chaleur totale qui est imposée par la méthode de dépouillement, le modèle de Woschni dans sa forme standard n'est pas adaptée à prédire le flux de chaleur instantané en fonction de l'angle vilebrequin. A titre d'exemple, la figure VI.5 illustre visuellement ce constat.



**Figure VI.4** – Essais entraînés sans injection de carburant : Valeurs numériques du coefficient ajustable et de la NRMSE pour les modèles de Woschni Standard et Modifié.



**Figure VI.5** – Essai entraîné sans injection de carburant n°2 (1500 tr/min,  $T_{adm} = 20^{\circ}$  C) : Flux de chaleur instantané en fonction de l'angle vilebrequin

#### 3.2 Discussion sur le flux de chaleur instantané

Les allures des courbes de flux de chaleur instantané, issues d'une prédiction par le modèle de Woschni standard, sont inadaptées à la description des flux mesurés. En conséquence des hypothèses faites pendant sa construction (voir section 2.2), le modèle de Woschni standard

# Chapitre VI. Échanges de chaleur convectifs en mode pneumatique, sans injection de carburant

présente un maximum de flux instantané de chaleur aux environs du PMH de fin de compression et la courbe présente une quasi-symétrie entre les courses de compression et de détente. Or, toutes les mesures de flux instantanés de chaleur présentent un maximum obtenu aux environs de 350 ° vil. Passé ce maximum, les courbes présentent une franche asymétrie et croissent rapidement jusqu'à une valeur nulle toujours obtenue aux environs de 375 °vil. (Voir annexe 2)

Ces allures de courbes de flux instantané de chaleur, c'est-à-dire asymétriques et décalées du PMH, ont déjà été expérimentalement observées en mode entraîné, à la fois sur des moteurs à allumage commandé [83] et sur des moteurs à allumage par compression [6, 52, 58].

Différentes publications montrent, au travers de mesures réalisées en Vélocimétrie par Image de Particules (PIV) ou Anémométrie Laser Doppler (ALD ou LDV), que la raison de ce phénomène est la modification de la structure aérodynamique interne au cylindre (tumble ou swirl) durant les courses de compression et détente.

Dans le cas d'un moteur à allumage commandé, avec piston plat et culasse hémisphérique, plusieurs études [5, 38, 42, 46, 56] montrent le processus de formation du tumble durant la course d'admission et les premiers temps de la course de compression, suivi du processus de diminution et de destruction du tumble à l'approche du PMH.

Dans le cas d'un moteur à allumage par compression à injection directe, deux publications [43, 47] montrent que l'intensité du mouvement de swirl s'accroît durant la course de compression jusqu'à un maximum situé aux environs du PMH, pour ensuite décroître durant la course de détente.<sup>\*</sup>

Un travail de Wu et Perng [81] a étudié le flux instantané de chaleur au travers des simulations d'écoulement turbulent conduite par méthode LES (Large Eddy Simulation). Les résultats numériques ont été comparés à des relevés expérimentaux (Voir figure VI.6).Les auteurs ont considéré le cas d'une chambre de combustion cylindrique avec deux configurations de piston : piston plat (typique d'un moteur à allumage commandé) et piston bol (typique d'un moteur à allumage par compression). Dans le cas du moteur à allumage commandé, le vortex créée dans le cylindre (tumble) est trouvé maximum à 90° vilebrequin avant le PMH de compression, et le maximum du flux instantané de chaleur est obtenu 25 °vilebrequin avant le PMH. Les auteurs montrent que ce phénomène est dû au fort gradient de température obtenu à cette position angulaire du vilebrequin, associé à un vortex de type tumble générant une grande vitesse tangentielle le long des parois de la culasse. Dans le cas d'un moteur à allumage par compression, le flux de chaleur instantané maximal est obtenu pour 5 °vil avant le PMH. La raison évoquée est la vitesse de swirl maximale, obtenue à l'intérieur du bol du piston, pour cette position angulaire du vilebrequin, auquel s'ajoute un fort mouvement de squish le long de la culasse.



**Figure VI.6** – Comparaison de flux instantanés de chaleur mesurés et simulés en fonction de l'angle vilebrequin (moteur à chambre de combustion cylindrique, 1500 tr/min) Source : [81]

#### 3.3 Modèle de Woschni modifié

Une modification du modèle de Woschni est nécessaire afin de prendre en compte la modification de la structure aérodynamique interne au cylindre durant la compression et la détente, qui est la cause de la forme asymétrique et décalée du PMH du flux instantané de chaleur.

L'idée maîtresse est de ne plus supposer la vitesse moyenne des gaz w comme une constante durant toute la phase de compression et de détente, mais de réduire cette dernière à l'approche du PMH pour prendre en compte la décroissance du tumble et sa destruction. Une fonction sigmoïde a été choisie en ce sens et la nouvelle expression de w proposée est :

$$w(\theta) = C_1 \overline{V} \left[ 1 - \frac{K}{1 + e^{-\lambda(\theta - \alpha)}} \right]$$
(VI.17)

La figure VI.7 donne une représentation schématique de la fonction sigmoïde de vitesse moyenne des gaz proposée. K est le coefficient de réduction d'amplitude de vitesse ,avec :

0 < K < 1
# Chapitre VI. Échanges de chaleur convectifs en mode pneumatique, sans injection de carburant



**Figure VI.7** – Représentation schématique de la fonction sigmoïde utilisée pour l'estimation de la vitesse moyenne des gaz en fonction de l'angle vilebrequin

Si K = 1, la vitesse des gaz w décroît jusqu'à une valeur nulle, ce qui est réaliste dans le cas d'une destruction totale du tumble à l'approche du PMH, sans présence de swirl.  $\alpha$  est l'angle vilebrequin au point de symétrie de la fonction sigmoïde angle.  $\lambda$  est le coefficient de pente de la fonction.

Compte tenu du fait que l'ensemble des mesures réalisées sur le moteur monocylindre prototype présentent un maximum de flux instantané de chaleur aux environs de 350° vil et retourne à une valeur nulle pour un angle vilebrequin d'environ 375 ° vil, les coefficients de caractérisation de la fonction sigmoïde ont arbitrairement été choisis comme : K = 1,  $\alpha = 362.5$  °vil et  $\lambda = 0.2$ .

En appliquant une méthode de dépouillement identique à celle employée pour le modèle de Woschni Standard, tout en utilisant les coefficients précédents pour la fonction sigmoïde, le coefficient ajustable  $C * C_1^m$  a été déterminé à nouveau pour chaque essai entraîné sans injection de carburant. Il est rappelé que la méthode de dépouillement utilisée impose comme contrainte que les quantités de chaleur mesurée et calculée soient identiques. Enfin, la qualité du lissage réalisé a été à nouveau évaluée par un calcul de racine carrée de l'erreur quadratique normalisée (NRMSE).

Le tableau A1.3 en Annexe 2 donne la totalité des résultats numériques obtenus, où l'on trouvera également la totalité des courbes de flux instantanés de chaleur mesurées et calculées en fonction de l'angle vilebrequin. La Figure VI.4 donne une représentation graphique des valeurs obtenues pour  $C * C_1^m$  et NRMSE comparées à celles issues du modèle de Woschni Standard .



**Figure VI.8** – Essai entraîné sans injection de carburant n°2 (1500 tr/min,  $T_{adm} = 20^{\circ}$  C) : Comparaison des flux de chaleur instantanés en fonction de l'angle vilebrequin pour les modèles de Woschni standard et modifié

A titre d'exemple, la figure VI.8 montre les courbes mesurées et calculées pour le flux instantané de chaleur en utilisant les modèles standard et modifié de Woschni.

L'analyse des valeurs de NRMSE données à la figure VI.4 montre clairement que, en comparaison avec le modèle de Woschni standard, le modèle modifié lisse d'une bien meilleure façon, dans tous les essais entraînés, le flux instantané de chaleur mesuré, et ceci avec l'emploi de coefficients constants pour la fonction sigmoïde. La valeur moyenne de NRMSE calculée sur l'ensemble des essais entraînés, pour le modèle standard et modifié, est respectivement de 14.45% et 6.09 %. On note que la valeur résiduelle de la NRMSE est principalement due au seul bruit de mesure. La figure VI.8 illustre visuellement la meilleure qualité du lissage obtenue avec le modèle modifié en comparaison avec le modèle standard.

# 3.4 Précision de la prédiction obtenue par le modèle de transfert de chaleur en mode entraîné

Dans le but d'être embarqué dans une plate-forme de simulation de moteur hybride pneumatique, et afin d'y présenter des qualités de simplicité et de robustesse, le modèle d'échange

# Chapitre VI. Échanges de chaleur convectifs en mode pneumatique, sans injection de carburant

de chaleur se doit de présenter un coefficient d'identification  $C * C_1^m$  constant pour un mode opératoire du moteur donné.

Dans cette partie, il est donc proposé de choisir une valeur constante pour le coefficient  $C * C_1^m$  et d'évaluer alors la qualité de la prédiction faite par le modèle utilisant cette valeur.

Parce que le flux instantané de chaleur n'est pas une fonction linéaire, nous avons déterminé la valeur du coefficient  $C * C_1^m$  qui minimise, sur l'ensemble des essais considérés, la valeur absolue de la différence entre le transfert total de chaleur mesuré et prédit par le modèle. Des valeurs numériques respectives de 0.0730 et 0.1171 (Unités SI) ont été trouvées pour le modèle standard et modifié. Ensuite, le transfert de chaleur total durant les courses de compression et de détente a été calculé, en utilisant la valeur optimale du coefficient  $C * C_1^m$  trouvée précédemment, et comparé à la mesure, pour chaque essai.



**Figure VI.9** – Essais entraînés sans injection de carburant : Prédiction des quantités de chaleur totales et valeur de la NRMSE pour les deux modèles comparé à la mesure.

La figure VI.9 montre la prédiction de la quantité totale de chaleur comparée à la mesure, ainsi que la valeur de la NRMSE obtenue. Le Tableau A1.6 en annexe 2 donne l'intégralité des résultats numériques obtenus.

Premièrement, l'analyse du tableau A1.6 et de la figure VI.9 montre que les quantités de

### VI.4 Essais en mode suralimentation pneumatique sans injection de carburant



**Figure VI.10** – Essais entraînés sans injection de carburant n°2 (1500 tr/min,  $T_{adm} = 20^{\circ}$  C) : Prédiction du flux de chaleur instantané comparé à la mesure

chaleur totale prédites par les modèles standard et modifié sont tout à fait comparables. Sur l'ensemble des essais considérés, l'erreur relative moyenne et maximale, sur la quantité de chaleur totale prédite, est respectivement de -2.10% et 36.03% pour le modèle standard et de -1.40% et +35.13% pour le modèle modifié. De tels niveaux sur les erreurs maximales relatives sont souvent rencontrés dans ce genre d'études à cause de la complexité de l'aérodynamique interne au cylindre, qui peut changer drastiquement en réponse à une faible variation d'un paramètre.

Deuxièmement, le modèle de Woschni modifié prédit d'une bien meilleure façon, en comparaison du modèle standard, la forme mesurée du flux instantané de chaleur. Sur l'ensemble des essais considérés, la valeur moyenne de la NRMSE est respectivement de 14.86% et 6.91% pour le modèle standard et modifié. Ce résultat est clairement visible sur la figure VI.10.

# Chapitre VI. Échanges de chaleur convectifs en mode pneumatique, sans injection de carburant

Exp.	$P_{res}$	$T_{res}$	$T_{adm}$	$T_{ech}$	$m_{adm}$	$m_{charge}$	OC	FC
	[bar]	[°C]	[°C]	[°C]	[g/cycle]	[g/cycle]	[° vil.]	[° vil.]
1	8	116	24.8	22.3	0.3560	0.3333	235	265
2	8	11	26.8	11.9	0.3610	0.3867	235	265
3	5	100	24.6	31	0.3550	0.1267	235	260
4	5	108	24.8	29.1	0.3557	0.2000	235	267
5	5	116	24.8	25.3	0.3560	0.2667	235	275
6	5	121	24.9	23.4	0.3577	0.3167	235	280
7	5	124	24.9	22.5	0.3580	0.3500	235	285
8	5	28.3	24.4	28.9	0.35930	0.1533	235	260
9	5	27.6	25	21.8	0.3597	0.2267	235	267
10	5	28.3	24.9	15.2	0.3617	0.3100	235	275
11	5	28.1	24.6	11.4	0.3623	0.3533	235	280
12	5	27.4	24.5	7.9	0.3630	0.4100	235	285

### 4 Essais en mode suralimentation pneumatique sans injection de carburant

### 4.1 Introduction

Cette section a pour objet l'étude des échanges de chaleur lorsque le moteur hybride monocylindre prototype opère en mode suralimentation pneumatique sans injection de carburant. Cette étude est menée avec l'usage exclusif du modèle de Woschni modifié, tel qu'il a été défini précédemment. La question posée et de savoir si ce modèle reste valide pour la description du flux instantané de chaleur dans ce mode opératoire.

Afin d'apporter des éléments de réponse à cette question, les tests suivants ont été réalisés, pour un régime de rotation moteur fixé à 1000 tr/min. Voir tableau VI.2.

Un première série d'essais a consisté à faire varier la température de l'air d'admission (l'une dite "froide" et l'autre "chaude" respectivement aux environs de 10° C et 115° C) pour une pression constante du réservoir pneumatique haute pression (8 bars), ainsi qu'un phasage d'ouverture (OC=235 °vil) et de fermeture de la soupape (FC=265 °vil) de charge maintenus constants.

Une seconde série d'essais a consisté à faire varier le phasage de fermeture de la soupape

### VI.4 Essais en mode suralimentation pneumatique sans injection de carburant

de charge FC de 260 °vil à 285 °vil (valeur pour laquelle la masse d'air transférée au port de charge est comparable à celle transférée au port d'admission), pour un phasage d'ouverture de la soupape de charge maintenu constant OC=235 °vil (soit 20°vil après la fermeture admission), pour une pression du réservoir pneumatique constante (5 bars) mais à deux niveaux de température différents (25° C et 110 ° C).

### 4.2 Résultats et discussion



**Figure VI.11** – Essais en mode suralimentation sans injection de carburant : Travail indiqué et transfert de chaleur total



**Figure VI.12** – Essais en mode suralimentation sans injection de carburant : Coefficient  $C * C_1^m$  et NRMSE

Chapitre VI. Échanges de chaleur convectifs en mode pneumatique, sans injection de carburant



**Figure VI.13** – Essai en mode suralimentation sans injection de carburant n°2 (1000 tr/min,  $p_{res}=8$  bars,  $T_{adm}=26.8^{\circ}$  C) : Flux instantané de chaleur mesuré et calculé

Pour chaque test réalisé, le transfert de chaleur instantané et total, entre la fermeture de la soupape de charge (FC) et l'ouverture de la soupape d'échappement (OE), ont été calculés en employant une méthode de dépouillement identique à celle utilisée pour les essais en mode entraîné : détermination du coefficient  $C * C_1^m$  afin d'obtenir une valeur numérique identique pour le transfert de chaleur total mesuré et calculé.

Durant cette optimisation, les coefficients sigmoïdes ont été imposés comme égaux à ceux utilisés pour les essais en mode entraînés : K = 1,  $\alpha = 362.5$  et  $\lambda = 0.2$ . La figure VI.11 représente, pour chacun des essais, les valeurs obtenues pour le travail indiqué sur la totalité du cycle et le transfert de chaleur total entre FC et OE. La figure VI.12 donne la valeur du coefficient  $C * C_1^m$  obtenu pour chaque essai. La figure VI.13 représente, à titre d'exemple, le flux instantané de chaleur en fonction de l'angle vilebrequin pour l'essai n° 2. On trouvera en annexe 2 l'intégralité des résultats numériques obtenus (Tableau A1.5) ainsi que les courbes de flux instantané de chaleur.

Premièrement, une analyse de la figure VI.11 montre que l'usage du mode suralimentation pneumatique accroît significativement les échanges de chaleur totaux en comparaison au mode entraîné et que ces derniers demeurent un facteur d'influence du premier ordre sur un bilan énergétique.

### VI.4 Essais en mode suralimentation pneumatique sans injection de carburant

Deuxièmement, les faibles valeurs de NRMSE obtenues, visibles à la figure VI.12, montrent que le flux de chaleur calculé continue à réaliser un lissage de bonne qualité du flux mesuré et ceci avec usage de coefficients sigmoïdes identiques à ceux utilisés en mode entraîné. Sur l'ensemble des essais suralimentés, une valeur moyenne de NRMSE de seulement 4.69% est obtenue. Cette dernière est à tout à fait comparable à celle de 6.09% obtenue pour les essais entraînés. Il s'agit d'un résultat clé au regard de notre objectif qui est de disposer d'un modèle d'échange de chaleur, approprié sous différents modes opératoires, afin de correctement prédire la pression régnant dans le cylindre au cours du cycle moteur. La figure VI.13 montre, à titre d'exemple, les courbes de flux instantané de chaleur mesuré et calculé en fonction de l'angle vilebrequin, pour l'essai n°2.

Troisièmement, une comparaison du coefficient  $C * C_1^m$  moyen obtenu en mode suralimenté, à celui issu des essais entraînés, montre une augmentation relative de +85.35%. Nous supposons que cette augmentation significative est due à la présence, dans le cylindre, d'un vortex d'intensité supérieure à celui existant en mode entraîné et causé par l'ouverture de la soupape de charge. En conséquence, nous supposons que la vitesse tangentielle de l'air aux différentes parois (cylindre et culasse) est supérieure, ce qui promeut les échanges de chaleur convectifs.

# 4.3 Précision de la prédiction obtenue par le modèle de transfert de chaleur en mode suralimenté

Dans cette partie, exactement comme dans le cas des essais en mode entraîné, la valeur retenue pour le coefficient  $C * C1^m$  est celle qui minimise, sur l'ensemble des essais suralimentés, la différence absolue entre la valeur du transfert de chaleur total mesuré et prédit. Une valeur optimale de 0.5225 (Unités SI) a été trouvée.

Ensuite, pour chaque essai en mode suralimenté, le flux de chaleur instantané a été prédit avec utilisation du coefficient  $C * C1^m$  optimum. Pour finir, les valeurs de l'échange de chaleur total et de la NRMSE ont été calculées afin de quantifier la qualité de la prédiction réalisée.

La figure VI.14 et le tableau A1.5 (Annexe 2) donnent les résultats numériques obtenus. La figure VI.15 donne, à titre d'exemple, le flux instantané de chaleur mesuré et prédit pour l'essai suralimenté n°10.

# Chapitre VI. Échanges de chaleur convectifs en mode pneumatique, sans injection de carburant



**Figure VI.14** – Essais en mode suralimentation sans injection de carburant : Échange de chaleur total mesuré et prédit.



Figure VI.15 – Essai en mode sur alimentation sans injection de carburant  $n^{\circ}10$  : Flux instantané de chaleur mesuré et prédit

Sur l'ensemble des essais réalisés, les valeurs observées pour les erreurs relatives moyenne et maximale, sont respectivement de 3.16% et 20.60%. Une valeur moyenne de NRMSE de 5.60% est obtenue.

Le vortex interne au cylindre moteur, supposé d'intensité supérieure en réponse à une ouverture de la soupape de charge, est probablement la cause des erreurs de prédiction plus faibles obtenues en mode suralimenté.

Les faibles valeurs affichées par les indicateurs d'erreurs montrent que le modèle modifié de Woschni reste pleinement adapté à la prédiction des échanges de chaleur en mode suralimentation, et ceci avec l'emploi de coefficients sigmoïdes identiques à ceux identifiés lors des essais en mode entraîné.

### 5 Essai de validation final



Figure VI.16 – Essai de validation final : Flux instantané de chaleur mesuré et prédit

Dans cette partie, nous nous proposons de comparer les résultats de la prédiction réalisée par le modèle, à ceux issus d'une mesure non-utilisée pour l'identification du modèle. Le cas considéré est celui d'un essai en mode suralimentation pneumatique sans injection de carburant. La pression moyenne d'admission est de 0.58 bar à une vitesse de rotation de 2000 tr/min. L'état thermodynamique du réservoir haute pression est de 5 bars à 285 °K. Les phasages d'ouverture et de fermeture de la soupape de charge (OC=235 °vil et FC=290 °vil) ont été choisis afin d'obtenir en fin de charge pneumatique une masse totale d'air présente dans le cylindre

# Chapitre VI. Échanges de chaleur convectifs en mode pneumatique, sans injection de carburant

qui soit équivalente à celle qui aurait été obtenue par une admission réalisée à 1 bar.

La pression instantanée dans le cylindre à l'issue de la charge pneumatique est alors comparable à celle d'un essai entraîné présenté à la section 3, mais avec une structure aérodynamique interne probablement très différente. En utilisant la valeur optimale du coefficient  $C * C_1^m$  obtenue pour les essais en mode entraîné à une pression d'admission de 1 bar, il a été calculé le flux instantané de chaleur prédit par l'usage du modèle modifié de Woschni. Le résultat a alors été comparé à la mesure. Les valeurs obtenues pour les échanges de chaleur total mesuré et prédit sont respectivement de 35.64 et 25.00 joules (-28.57%). Une valeur obtenue de 10.11 % pour la NRMSE indique que la forme prédite du flux instantané de chaleur demeure assez satisfaisante. La figure VI.16 confirme visuellement ce point.

### 6 Conclusion

Ce chapitre a vu la proposition d'un modèle modifié de flux de chaleur instantané, valable pour des modes pneumatiques. Un tel modèle est nécessaire pour un moteur MHP, afin d'obtenir une prédiction satisfaisante de la pression instantanée dans le cylindre moteur au cours de la compression et de la détente. Parce que le flux instantané de chaleur est directement affecté par le mouvement de l'air présent dans le cylindre, la forme originale du modèle Woschni se révèle incapable de décrire le flux de chaleur observé. Une simple modification de l'expression originale du calcul de la vitesse moyenne des gaz dans le cylindre, par l'ajout d'une fonction sigmoïde décrivant la décroissance et l'extinction du tumble, amène alors une qualité de la prédiction satisfaisante au regard de la mesure.

Néanmoins, il serait souhaitable de compléter cette étude, réalisée par la seule mesure de la pression cylindre, d'une part par des relevés d'échange de chaleur local instantané par des fluxmètres implantés dans la culasse et les parois du cylindre, et d'autre part par des études en vélocimétrie de la structure aérodynamique interne au cylindre sous différents modes.

En effet, la méthode employée, par la force des choses, pour l'appréhension des échanges thermiques, nous interdisait l'investigation du mode moteur pneumatique où pourtant il existe clairement un phénomène d'échange thermique inattendu et bénéfique.

# Chapitre VII

### Exploitation de la plate-forme 1D de simulation

### 1 Introduction

Dans ce chapitre, nous proposons une présentation de résultats de simulations de cycles, issus de la plate-forme de simulation 1D du moteur monocylindre prototype. Le modèle moteur utilisé est celui décrit dans les chapitres précédents : il est composé de trois tubulures discrétisées dans l'espace et le temps où la condition limite de volume intermédiaire est utilisée (Voir Chapitres 3 à 5). Le modèle d'échange de chaleur aux parois est celui de Woschni modifié (Voir Chapitre 6). Le modèle d'actuateur de soupape est le modèle cinématique décrit au Chapitre 2.

L'objectif premier de cette étude est de construire des cartographies de solutions tabulées par modélisation 1D, comme cela a été fait avec le modèle 0D (Voir Chapitre 2, section 6). Ces cartographies ont pour vocation première d'alimenter le modèle de simulation de cycle routier en données les plus réalistes possibles. En contre partie, les temps de calcul d'un cycle thermodynamique sont très significativement augmentés par le passage d'une simulation 0D à 1D. A titre d'exemple, pour un cycle moteur pneumatique à 1500 tr/min, les temps de calculs sont respectivement de 90 ms et 15 300 ms (facteur 170) en modèle 0D et 1D. En conséquence, un calcul thermodynamique en temps réel est dans la pratique impossible et le recours à des cartographies de solutions tabulées s'avère indispensable.

Afin de ne pas augmenter le nombre de paramètres à étudier, les caractéristiques géométriques du moteur, des tubulures et des actuateurs soupapes ont été considérées immuables, et

sont celles du moteur monocylindre expérimental. Les grandeurs laissées variables sont donc :

- Phasage d'ouverture de la soupape de charge.
- Phasage de fermeture de la soupape de charge.
- Pression des gaz dans le réservoir pneumatique.
- Température des gaz dans la tubulure de charge et le réservoir.
- Régime de rotation du moteur.

Très concrètement, l'objectif est de déterminer le phasage optimum d'ouverture de fermeture de la soupape de charge, pour un critère d'optimisation donné : couple moteur nominal en mode moteur pneumatique, efficacité maximale en mode pompe pneumatique et masse d'air transférée nominale en mode suralimentation pneumatique. Ce travail est à réaliser en fonction de paramètres d'entrées variables (état thermodynamique du réservoir et régime moteur). En comparaison avec la modélisation 0D, les phasages optimums d'ouverture et de fermeture de la soupape en modèle 1D afficheront logiquement une dépendance plus prononcée vis-à-vis de la température des gaz présents dans la tubulure de charge. En effet, en modèle 0D, la température des gaz n'influe que sur les conditions d'établissement d'un blocage sonique au col de la soupape. En modélisation 1D, il s'ajoute au phénomène précédent, l'effet que produit le changement de vitesse de son dans la tubulure de charge sur la propagation des ondes.

Néanmoins, l'association d'un temps de calcul important par cycle, du nombre de modes opératoires à investiguer, du nombre de variables à investiguer ayant chacune une vaste étendue à balayer par faible pas, aurait conduit à un temps total de calcul de plusieurs années, s'il avait été effectué sur une seule machine à simple coeur. Face à ce problème pratique, nous avons, d'une part, utilisé plusieurs ordinateurs multi-coeurs chargés à 100% et d'autre part, diminué le nombre de variable à investiguer en appliquant l'hypothèse isentropique au réservoir pneumatique (indice 'res') depuis un état de référence (indice 'ref') de 1 bar à 293°K.

$$T_{res} = T_{ref} \left(\frac{p_{res}}{p_{ref}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \tag{VII.1}$$

L'association des deux mesures précédentes a ramené le temps de calcul total à plusieurs semaines au lieu de plusieurs années. En contre partie, la dépendance des phasages optimums d'ouverture et de fermeture de la soupape de charge face à la température de la tubulure de charge, n'a donc pas pu être prise en compte. Ce chapitre est organisé comme suit : premièrement, en vue d'illustrer d'une part l'importance que revêt la prise en compte de la dynamique des gaz sur les grandeurs globales simulées et d'autre part de mettre en lumière l'existence d'une résonance quart d'onde dans la tubulure de charge, une comparaison de résultats de simulations produites par les modèles 0D et 1D sera effectuée, dans des cas non-optimisés de mode moteur et pompe pneumatique.

Deuxièmement, des extraits des cartographies de solutions tabulées sous hypothèse isentropique seront présentés pour les modes pompe pneumatique, moteur pneumatique et suralimentation pneumatique. Dans chaque cas, le critère d'optimisation retenu sera justifié, et les résultats obtenus commentés.

### 2 Comparaison de résultats issus des modèles 0D et 1D

### 2.1 Mode pompe pneumatique 4 temps

Dans cette section, en employant un modèle 0D puis 1D, un simple balayage en régime de rotation moteur a été effectué de 500 à 2500 tr/min par pas de 10 tr/min, en mode pompe pneumatique 4 temps. L'état du réservoir est de 10 bars à 565 °K. Les phasages d'ouverture et de fermeture de la soupape de charge sont fixes, non optimisés et respectivement de 320 et 360 °vil.

Dans le cas du modèle 1D, le coefficient de décharge, pour chacune des trois soupapes, est fixé à  $C_d = 1$  et ceci conformément aux validations expérimentales effectuées sur les bancs d'essais de dynamique des gaz et moteur. Dans le cas du modèle 0D, les coefficients de décharge à chacune des trois soupapes sont tous fixés à  $C_d = 0.7$ , afin de produire des résultats comparables au regard de ceux issus du modèle 1D.

Les figures VII.1,VII.2 et VII.3 présentent respectivement les évolutions de la masse d'air transférée au port de charge par cycle, du travail indiqué par cycle et la consommation spécifique de la pompe (C.S.P) en fonction du régime moteur. Les résultats seront commentés à la section 2.3 conjointement avec l'étude menée en moteur pneumatique.



Figure VII.1 – Mode pompe pneumatique : Masse d'air transférée au port de charge par cycle en fonction du régime moteur- Modèles 0D et 1D



**Figure VII.2** – Mode pompe pneumatique : Travail indiqué par cycle en fonction du régime moteur-Modèles 0D et 1D



Figure VII.3 – Mode pompe pneumatique : Consommation Spécifique de la Pompe en fonction du régime moteur- Modèles 0D et 1D

### 2.2 Mode moteur pneumatique 4 temps

Dans cette partie les résultats issus d'un balayage en régime de rotation moteur de 500 à 2500 tr/min par pas de 10 tr/min, en mode moteur pneumatique 4 temps, seront présentés. Les conditions d'études sont identiques à celles utilisées en mode pompe : Pression et température du réservoir respectivement à 10 bars et 565 °K, coefficient de débit  $c_d$  respectivement à 0.7 et 1 pour les modèles 0D et 1D. Les phasages d'ouverture et de fermeture de la soupape de charge sont fixes, non optimisés et respectivement de 345 et 410 degrés vilebrequin.

Les figures VII.4, VII.5 et VII.6 présentent respectivement les évolutions de la masse d'air transférée au port de charge par cycle, du travail indiqué par cycle et l'efficacité du moteur pneumatique (E.M.P) en fonction du régime moteur.



Figure VII.4 – Mode moteur pneumatique : Masse d'air transférée au port de charge par cycle en fonction du régime moteur-Modèles 0D et 1D



Figure VII.5 – Mode moteur pneumatique : Travail indiqué par cycle en fonction du régime moteur-Modèles 0D et 1D



**Figure VII.6** – Mode moteur pneumatique : Efficacité du Moteur Pneumatique en fonction du régime moteur- Modèles 0D et 1D

### 2.3 Discussion

Sur l'ensemble des figures VII.1 à VII.6, il apparaît clairement des tendances générales similaires entre les résultats issus des modèles 0D et 1D : une chute importante des indicateurs de performances se met en place avec l'augmentation du régime moteur. Ce phénomène, déjà mis en lumière au Chapitre 2, est dû à l'étranglement de l'écoulement gazeux lors du passage du col de la soupape de charge. Plus le régime moteur augmente et plus la section géométrique de passage offerte à ces derniers diminue. Cette diminution de section résulte d'une diminution de la levée maximale atteinte par la soupape de charge avec l'augmentation du régime moteur. Ce phénomène est fondamentalement dû à la capacité d'accélération finie de l'actuateur de soupape de charge (3 000  $m/s^2$ ). Voir Chapitre 2, section 5.

A ce phénomène de décroissance de premier ordre causé par l'actuateur de soupape, vient se superposer un effet du deuxième ordre, oscillatoire avec le régime moteur et causé par la dynamique des gaz dans la tubulure de charge. La succession de maximums et de minimums locaux qui est observée est due à des accords ou des désaccords des phasages d'ouverture de la soupape de charge avec les phasages de l'onde de pression qui existe dans la tubulure de charge. Ce phénomène, bien connu sur un moteur à combustion, appelé résonance ou vibration quart d'onde, est rappelé en Annexe 3.

L'effet de la résonance quart d'onde est clairement visible sur la masse d'air transférée par cycle, dans le cas du moteur pneumatique. Voir figure VII.4. Dans ce cas, d'une part, il a été calculé les régimes moteurs théoriques d'accord et de désaccord de résonance quart d'onde, et d'autre part, il été relevé sur la figure VII.4 les régimes moteurs correspondant à un maximum et à minimum local, respectivement attribués à un régime d'accord et de désaccord. L'ensemble des résultats obtenus sont donnés au tableau VII.1.

L'analyse de ce tableau, montre un écart relatif de 2% environ entre les régimes d'accord et désaccord issus de la théorie quart d'onde et du modèle 1D. Ce faible écart est attribué à l'hypothèse d'acoustique linéaire (voir annexe 3) qui n'est pas vérifié à cause de l'amplitude de l'onde pression qui modifie la vitesse du son.

La figure VII.7 présente l'évolution de la pression dans le port de charge en fonction de l'angle vilebrequin, dans le cas particulier du moteur pneumatique à une vitesse de rotation de 2100 tr/min. Cette vitesse de rotation correspond à un régime d'accord avec un nombre d'index k correspondant à une distance d'accord parcourue 5 fois. L'analyse de cette figure,

k	Régime d	'accord	Régime de désaccord		
	[tr/m	in]	[tr/min]		
	Quart d'onde	Modèle 1D	Quart d'onde	Modèle 1D	
1	10 487	Х	6 991	х	
2	$5\ 243$	х	4 194	х	
3	3  495	х	2 996	х	
4	2617	х	$2 \ 330$	2 290	
5	2097	2100	1 906	1 870	
6	1  747	1 700	1 613	1 560	
7	$1 \ 491$	1  440	1 398	$1 \ 350$	
8	1 310	$1 \ 250$	1 233	1 170	
9	1  165	1 090	1 110	1  050	
10	1 048	960	998	930	

Tableau VII.1 – Moteur pneumatique : Régime moteur d'accord et de désaccord



Figure VII.7 – Mode moteur pneumatique à 2100 tr/min : Evolution de la pression dans le port de charge en fonction de l'angle vilebrequin

montre d'une part, les successions d'ondes de pression et de dépression dues aux inversions lors de la réflexion à la condition limite de tube ouvert, et d'autre part, à ce que la nouvelle ouverture de la soupape de charge correspond exactement au  $5^{\grave{e}me}$  accord de l'onde de surpression.

L'association du tableau VII.1 et de la figure VII.7 confirme clairement l'existence d'un phénomène de résonance de type quart d'onde dans la tubulure de charge.

D'autre part, une analyse de l'ensemble des figures VII.1 à VII.6 montre que ces maximums et minimums locaux, causés par un phénomène de résonance quart d'onde, produisent des variations significatives des indicateurs de performances. Dans le cas du moteur pneumatique, où les effets sont les plus marqués, on observe une variation de  $\pm 25\%$  du travail indiqué produit entre un maximum et un minimum local par rapport à la valeur moyenne. Cette dernière valeur montre que la prise en compte de la dynamique des gaz par un modèle 1D est donc clairement nécessaire.

### 3 Cartographies de solutions tabulées par modèle 1D sous hypothèse isentropique

### 3.1 Pompe pneumatique 4 temps sous critère de C.S.P minimal

### 3.1.1 Méthode et résultats

Dans cette partie, des extraits de la cartographie réalisée en mode pompe pneumatique, par utilisation du modèle 1D, sont présentés. L'étude menée correspond en tous points à celle menée au chapitre 2, 6.2, mais avec utilisation du modèle 1D en lieu et place du modèle 0D. Le régime moteur a varié de 500 à 2500 tr/min par pas de 10 tr/min. La pression réservoir a varié de 3 à 20 bars par pas de 1 bar. L'hypothèse isentropique est appliquée. Le coefficient de décharge  $C_d$ , pour chaque soupape, est fixé à 1.

Le critère d'optimisation retenu est de déterminer les phasages d'ouverture et de fermeture de la soupape de charge qui minimisent la Consommation Spécifique de la Pompe (C.S.P). Ce critère a été préféré au critère de maximisation de la masse transférée pour des raisons identiques à celles exposées au Chapitre 2, section 6.2 (résultats finaux extrêmement proches, mais évolution des phasages d'ouverture et de fermeture de la soupape de charge beaucoup plus continues).

Les résultats (ou solutions) tabulés en cartographie 2D (régime, pression) sont :

- Phasage d'ouverture de la soupape de charge.
- Phasage de fermeture de la soupape de charge.
- Travail Indiqué.
- Masse d'air transférée par cycle au port d'admission, d'échappement et de charge.
- Coefficient de Performance de la Pompe (C.O.P)
- Consommation Spécifique de la Pompe (C.S.P)

Les figures VII.8 à VII.11 présentent respectivement les évolutions en fonction du régime moteur et pour différentes pressions du réservoir des grandeurs suivantes : Travail indiqué,

masse d'air totale transférée par cycle au port de charge, C.S.P, phasage d'ouverture et de fermeture de la soupape de charge, et masses d'air transférées par cycle aux ports d'admission et d'échappement.



**Figure VII.8** – Mode pompe pneumatique - Critère CSP minimal : Travail indiqué obtenu en fonction du régime moteur



**Figure VII.9** – Mode pompe pneumatique - Critère CSP minimal : Masse d'air transférée au port de charge par cycle et Consommation Spécifique de la Pompe pneumatique en fonction du régime moteur.

### 3.1.2 Discussion

Une analyse globale des courbes de résultats VII.8 à VII.11 montre que pour chacune des grandeurs, il existe clairement une courbe de tendance sur laquelle se superpose un effet oscillatoire dû à la résonance quart d'onde.

### VII.3 Cartographies de solutions tabulées par modèle 1D sous hypothèse isentropique



**Figure VII.10** – Mode pompe pneumatique - Critère CSP minimal : Angle d'ouverture et de fermeture de la soupape de charge en fonction du régime moteur.



**Figure VII.11** – Mode pompe pneumatique - Critère CSP minimal : Masse d'air transférée au port d'admission et d'échappement par cycle en fonction du régime moteur.

Premièrement, une observation de la tendance de ces courbes amène sans surprise des conclusions similaires à celles formulées au chapitre 2 section 6.2, lors de l'étude réalisée en modèle 0D. Il existe une vaste plage d'utilisation (pression-régime) où les indicateurs de performances affichent des niveaux acceptables. Plus la pression réservoir est importante et plus la masse transférée au port de charge par cycle devient faible. Au delà d'une pression réservoir de 18  $\sim$  20 bars, la masse transférée tend vers une valeur nulle, pour un coût énergétique en forte croissance. On remarque également qu'une augmentation du régime moteur amplifie ce phénomène.

Deuxièmement, il existe clairement un effet produit par la résonance quart d'onde sur les indicateurs de performance, malgré l'optimisation réalisée sur les phasages d'ouverture et de

fermeture de la soupape de charge. Plus la pression réservoir est faible et plus l'effet de la résonance quart d'onde est marqué. On observe une variation relative de la masse d'air transférée au port de charge, par rapport à la courbe de tendance, respectivement de  $\pm 19\%$  et  $\pm 2.5\%$ pour des pressions réservoir de 5 et 15 bars. Ceci s'explique par le fait que, à faible pression réservoir, la longue durée angulaire d'ouverture de la soupape de charge autorise pleinement la possibilité d'une optimisation de la fermeture de la soupape de charge, afin de profiter d'un accord avec l'onde de pression existante dans la tubulure de charge. Une analyse des phasages d'ouverture et de fermeture de la soupape de charge (figure VII.10) montre que les amplitudes des oscillations existantes sur les phasages optimums d'ouverture et de fermeture sont d'autant plus marquées que la pression est faible et que le régime moteur est faible. L'effet de pression a déjà été préalablement explicité et l'effet du régime moteur s'explique logiquement par la distance d'accord parcourue par l'onde qui décroît avec une augmentation de la vitesse de rotation du moteur. Cette diminution de la distance parcourue minimise l'atténuation de l'amplitude de l'onde de pression à cause du frottement pariétal. Enfin, on remarque un effet significatif de la résonance quart d'onde sur la masse d'air transférée au port d'admission  $(\pm 19\%)$  et ceci quelle que soit la pression. La masse d'air transférée au port d'échappement étant une conséquence des masses transférées aux ports d'admission et de charge, on retrouve alors logiquement un effet de la pression et du régime.

### 3.2 Moteur 4 temps sous critère de contrôle nominal du travail produit par cycle

Dans cette partie, des extraits de la cartographie réalisée en mode moteur pneumatique à 4 temps avec admission embrayée par utilisation du modèle 1D, sont présentés. Là encore, les conditions d'études sont les mêmes que celles utilisées lors de l'emploi du modèle 0D ( Chapitre 2, section 6.1). Le régime moteur a varié de 500 à 2500 tr/min par pas de 10 tr/min. La pression réservoir a varié de 3 à 22 bars par pas de 1 bar. Le travail indiqué nominal désiré a varié de 10 à 300 J/cycle par pas de 10 J/cycle (30 points). L'hypothèse isentropique est appliquée. Le coefficient de décharge  $C_d$ , pour chaque soupape, est fixé à 1.

Il a été déterminé, par résolution numérique, les phasages d'ouverture et de fermeture de la soupape de charge qui permettent de produire le travail indiqué désiré et ceci à la pression réservoir et au régime moteur imposés. Les résultats (ou solutions) tabulés en cartographie 3D (régime, pression, travail) sont :

- Phasage d'ouverture de la soupape de charge

# VII.3 Cartographies de solutions tabulées par modèle 1D sous hypothèse isentropique

- Phasage de fermeture de la soupape de charge
- Masse d'air transférée par cycle au port d'admission, d'échappement et de charge.
- Rendement du Moteur Pneumatique
- Efficacité du Moteur Pneumatique (E.M.P)

A titre d'exemple, les figures VII.12 à VII.15 (respectivement VII.16 à VII.19) présentent les évolutions, en fonction du régime moteur pour différentes pressions du réservoir, du travail indiqué, de la masse d'air totale transférée par cycle au port de charge, de l'E.M.P, des phasages d'ouverture et de fermeture de la soupape de charge et des masses d'air transférées par cycle aux ports d'admission et d'échappement, pour une consigne de travail de 70J/cycle (respectivement 140 J/cycle).



### 3.2.1 Moteur 4 temps : Consigne de travail à 70 J/cycle

Figure VII.12 – Mode moteur pneumatique - Consigne de travail 70 J/cycle : Travail indiqué obtenu en fonction du régime moteur



**Figure VII.13** – Mode moteur pneumatique - Consigne de travail 70 J/cycle : Masse d'air transférée au port de charge par cycle et Efficacité du Moteur Pneumatique en fonction du régime moteur.



**Figure VII.14** – Mode moteur pneumatique - Consigne de travail 70 J/cycle : Angle d'ouverture et de fermeture de la soupape de charge en fonction du régime moteur.



**Figure VII.15** – Mode moteur pneumatique - Consigne de travail 70 J/cycle : Masse d'air transférée au port d'admission et d'échappement par cycle en fonction du régime moteur.



### 3.2.2 Moteur 4 temps : Consigne de travail à 140 J/cycle

Figure VII.16 – Mode moteur pneumatique - Consigne de travail 140 J/cycle : Travail indiqué obtenu en fonction du régime moteur



**Figure VII.17** – Mode moteur pneumatique - Consigne de travail 140 J/cycle : Masse d'air transférée au port de charge par cycle et Efficacité du Moteur Pneumatique en fonction du régime moteur.



**Figure VII.18** – Mode moteur pneumatique - Consigne de travail 140 J/cycle : Angle d'ouverture et de fermeture de la soupape de charge en fonction du régime moteur.



**Figure VII.19** – Mode moteur pneumatique - Consigne de travail 140 J/cycle : Masse d'air transférée au port d'admission et d'échappement par cycle en fonction du régime moteur.

### 3.2.3 Discussion

Une analyse des courbes VII.12 et VII.16 montre que les consignes de travail sont globalement respectées à  $\pm$  0.5 J/cycle, saufs quelques points isolés où les erreurs observées ne dépassent jamais  $\pm$  1.5 J/cycle.

Les conclusions amenées par les courbes VII.13 à VII.15 et VII.17 à VII.19 sont similaires à ce qui avait été trouvé par l'étude menée avec le modèle 0D, voir chapitre 2, section 6.1. A faible pression et à haut régime moteur, il est impossible de produire le travail demandé. Pour une consigne de travail indiqué de 70 J/cycle (respectivement 140 J/cycle), une pression minimale de réservoir de 7 bars est requise (respectivement 12 bars). Plus la pression est importante et meilleure est l'Efficacité du Moteur Pneumatique. La plage d'utilisation (pression-régime) est néanmoins vaste, ce qui prouve la viabilité du concept quand la dynamique des gaz est prise en compte.

D'autre part, comme dans le cas de la pompe pneumatique, on observe sur chaque graphique l'existence d'une courbe de tendance sur laquelle se superpose un effet oscillatoire dû à la résonance quart d'onde. Ces oscillations sont particulièrement visibles sur les courbes d'E.M.P et des phasages d'ouverture et de fermeture de la soupape de charge. Des variations relative de l'E.M.P, par rapport à la courbe de tendance, de  $\pm 22\%$  et  $\pm 13\%$  sont observées pour une consigne de travail respectivement de 70 et 140J/cycle. Pour des raisons identiques à celles évoquées dans le cas de la pompe pneumatique, l'amplitude des variations produites est d'autant plus prononcée que le régime moteur augmente. On observe également que la résonance quart d'onde amène des changements significatifs sur les phasages d'ouverture et de fermeture, de l'ordre de $\pm 15^{\circ}$ vil.

### 3.3 Suralimentation pneumatique sous critère de contrôle nominal de la masse d'air additionnelle

Dans cette partie, des extraits de la cartographie réalisée en mode suralimentation pneumatique par utilisation du modèle 1D, sont présentés. Les conditions d'études sont les mêmes que celles utilisées lors de l'emploi du modèle 0D (Chapitre 2, section 6.3). Pour cette étude le régime moteur a varié de 500 tr/min à 2 500 tr/min par pas de 10 tr/min. La pression réservoir a varié de 3 à 22 bars par pas de 1 bar. Le critère de 'MASP' (masse d'air additionnelle définie relativement à la masse totale entrée par le port d'admission) a varié de +10% à +100% par pas de 10%. Le phasage d'ouverture de la soupape de charge est fixé à 215 °vil, et seul le phasage de

### VII.3 Cartographies de solutions tabulées par modèle 1D sous hypothèse isentropique

fermeture de la soupape est déterminé afin de respecter la consigne de MASP nominale désirée, pour un régime moteur et une pression réservoir donnés.

A titre d'exemple, les figures VII.20 et VII.21 (respectivement VII.22 et VII.23) présentent les évolutions, en fonction du régime moteur pour différentes pressions du réservoir, de la masse d'air transférée par cycle au port de charge, du phasage de fermeture de la soupape de charge, et des masses d'air transférées par cycle aux ports d'admission et d'échappement, pour une consigne de MASP à +50 % (respectivement +100 %).



### 3.3.1 Consigne d'addition d'air (MASP) à +50%

**Figure VII.20** – Mode suralimentation pneumatique - Consigne d'addition d'air de 50 % : Masse d'air transférée au port de charge par cycle et Angle de fermeture de la soupape de charge en fonction du régime moteur.



**Figure VII.21** – Mode suralimentation pneumatique - Consigne d'addition d'air de 50 % : Masse d'air transférée au port de charge par cycle et Angle de fermeture de la soupape de charge en fonction du régime moteur.

### 3.3.2 Consigne d'addition d'air (MASP) de +100%



**Figure VII.22** – Mode suralimentation pneumatique - Consigne d'addition d'air de 100 % : Masse d'air transférée au port de charge par cycle et Angle de fermeture de la soupape de charge en fonction du régime moteur.



**Figure VII.23** – Mode suralimentation pneumatique - Consigne d'addition d'air de 100 % : Masse d'air transférée au port de charge par cycle et Angle de fermeture de la soupape de charge en fonction du régime moteur.

### 3.3.3 Discussion

En premier lieu, les figures VII.20 et VII.22 montrent que la consigne de MASP est respectée à  $\pm 5\%$  et  $\pm 2.5\%$  pour une consigne d'addition d'air de 50 et 100 %.

Les évolutions du phasage de fermeture de la soupape de charge (figures VII.20 et VII.22)

affichent, là encore, des courbes de tendances sur lesquelles se superpose un effet oscillatoire dû à la résonance quart d'onde. Des variations de  $\pm$  1°vil sont clairement visibles.

Les figures VII.21 et VII.23 montrent l'existence de phénomènes de résonance quart d'onde dans les tubulures d'admission et d'échappement qui ne sont pas significativement affectés par la tubulure de charge.

### 4 Conclusion

Le point fort de ce chapitre a été de mettre en lumière le fait qu'une modélisation 1D produisait des courbes de tendances (aussi bien sur les indicateurs de performance que sur les phasages d'ouverture et de fermeture de la soupape de charge) tout-à-fait comparables à celles trouvées par un modèle 0D. Il a été montré qu'il se superpose à ces courbes de tendances, des oscillations significatives qui sont clairement causées par des phénomènes de résonance quart d'onde dans chacune des tubulures. Des variations pouvant aller jusqu'à  $\pm$  20 % ont été observées, ce qui justifie pleinement la nécessité d'une modélisation 1D.

On pourrait regretter que cette étude ait été menée sous hypothèse isentropique, et que l'effet d'un refroidissement des gaz dans la tubulure de charge n'ait pas été investigué. Toutefois, à notre avis, cette étude n'aurait pas présenté d'intérêt majeur. En effet, une variation de la température a pour principal effet de modifier la vitesse du son et donc de changer en conséquence les phasages optimums d'ouverture et de fermeture, mais en aucune façon, les amplitudes des phénomènes observés n'auraient été modifiées.

Sur un moteur multi-cylindres, où existera un collecteur de charge, les phénomènes de résonance quart d'onde entre les différents tubulures alimentant chaque cylindre ne seront plus aussi clairement dissociés. Notre avis est qu'il serait alors possible et judicieux, en jouant sur la géométrie de la ligne de charge, de chercher à atténuer le plus possible les amplitudes des ondes de pression. Les effets produits par la dynamique des gaz seraient moins marqués et au final, la maîtrise des phasages d'ouverture et de fermeture de la soupape serait moins critique. En effet, il nous semble illusoire de penser que le contrôle moteur sera capable de maîtriser des phasages d'actuation présentant des variations significatives en réponse à des faibles variations de la pression, de la température du réservoir et du régime moteur.

## Conclusion générale

### Bilan des travaux réalisés

Le premier travail a été la prise en compte, dans un modèle 0D, de la capacité cinématique de différentes technologies d'actuation variable de la soupape de charge. Le modèle ainsi obtenu a permis une étude de l'effet de la sophistication de la distribution sur les performances d'un moteur monocylindre MHP. Ces travaux ont fait l'objet, d'une part, d'une présentation orale lors de la conférence internationale "Advances in Hybrid Powertrain" (25-26 Novembre 2008 -IFP, Rueil Malmaison) et d'autre part, d'un article scientifique [13] publié par la revue "Oil & Gas Science and Technology".

Le second travail a porté sur la modélisation 1D de la dynamique des gaz et s'est concentré sur l'épineux problème des CLS. La première phase de ce travail fut une étude bibliographique des différentes CLS existantes, pour se concentrer ensuite sur celle de Benson dite à "pression constante" (incluant un processus itératif de correction d'entropie). Un nouvel algorithme (plus rapide) de convergence d'entropie, utilisant une méthode de Newton-Raphson mais demeurant basé sur les mêmes équations fondamentales que celles utilisées par Benson, a été développé. Ce travail, mené en collaboration avec Guillaume MARTIN, a donné lieu à la rédaction d'un papier technique SAE [49] qui fut présenté oralement au congrès mondial de la SAE 2009 (20-23 Avril 2009 - Détroit). Dans une seconde phase, il a été montré que l'algorithme de correction d'entropie de Benson présentait, d'une part, des problèmes de convergence et d'autre part, générait des chocs numériques non physiques qui polluent la solution calculée, lors d'une simulation d'un cycle MHP. Une nouvelle CLS, dite à "volume intermédiaire", basée sur la méthode des caractéristiques, garantissant une convergence d'entropie réussie et l'absence de chocs numériques, a été développée et validée expérimentalement. Cet aspect du travail a donné lieu à la rédaction d'un article scientifique [14], accepté à la publication par "Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D : Journal of Automobile Engineering". La validation expérimentale, sur banc d'essais moteur, du modèle complet 1D de monocylindre hybride pneumatique a fait l'objet de la rédaction d'un second papier technique SAE [15], qui sera présenté oralement lors du congrès "10th International Conference on Engines & Vehicles" (Capri, Naples 11-15 Septembre 2011).

Un troisième volet du travail a porté sur l'étude des transferts de chaleur convectifs sur MHP, en mode pneumatique sans combustion. Il a été montré que le modèle de Woschni, dans sa forme originale, n'était pas adapté à décrire le flux instantané de chaleur observé lors de cycles purement pneumatiques. Il a été montré qu'une modification simple de ce modèle, permettant la prise en compte de l'extinction du mouvement de tumble à l'approche du PMH, amenait à des résultats significativement améliorés. Ces travaux ont conduit à la rédaction d'un article scientifique[16] accepté à la publication par "Oil & Gas Science and Technology".

Enfin, par l'utilisation de la plate-forme de simulation 1D d'un monocylindre MHP, il a été construit des cartographies de solutions tabulées donnant les phasages optimums d'ouverture et de fermeture de la soupape de charge, pour différents modes opératoires. D'une part, cette étude a montré la nécessité de la prise en compte de la dynamique des gaz. En effet, il a été montré que l'effet de résonance quart d'onde pouvait conduire à des variations relatives des indicateurs de performance jusqu'à  $\pm 25\%$ . D'autre part, cette étude a montré, pour chacun des modes opératoires, l'existence d'une vaste plage d'utilisation (pression-régime) où les indicateurs de performances affichent des niveaux acceptables. Ce point a ainsi confirmé la viabilité du concept de MHP, quand sont pris en compte les effets de la dynamique des gaz, de la cinématique de l'actuateur de soupape de charge et des échanges de chaleur convectifs.

### Suite à donner

D'un point de vue *évolution de la plate-forme de simulation 1D*, il serait souhaitable de bâtir un modèle de moteur multi-cylindres. Pour ce faire, le travail doit consister premièrement, à bâtir un modèle de collecteur (comportant des jonctions entre tubulures élémentaires qui le constituent) et deuxièmement à bâtir un modèle de turbo-compresseur. De tels modèles sont disponibles dans la littérature [9, 20, 78], mais ils doivent être testés, d'une part, numériquement, afin de lever le doute sur la création d'éventuels chocs polluants et d'autre part, expérimentalement, c'est-à-dire qu'ils doivent être confrontés à des relevés expérimentaux sur bancs d'essais moteur et/ou de dynamique des gaz à la soupape.

D'un point de vue *compréhension et modélisation des phénomènes physiques mis en jeu dans un moteur MHP*, plusieurs questions restant ouvertes ne pourront trouver de réponse que par des études expérimentales.

La première question porte sur les *échanges de chaleur convectifs*. Il a été montré que le modèle de Woschni modifié apportait des résultats satisfaisants dans le cas des modes pompe pneumatique et suralimentation sans combustion. Néanmoins, il a été observé un apport de chaleur bénéfique, non-maîtrisé et non-modélisé à ce jour, pendant un cycle moteur pneumatique. Deux hypothèses peuvent être formulées :

Premièrement, on peut supposer qu'un échange de chaleur se mette en place lors de la traversée par les gaz du port de charge. Il conviendrait, pour confirmer cette hypothèse, d'équiper la culasse du MHP d'un fluxmètre thermique à proximité du siège de soupape de charge et de mener une campagne d'essais. On rappelle que le modèle CLS à volume intermédiaire est alors tout à fait capable d'inclure, dans son processus itératif de résolution, la présence d'un échange de chaleur.

Deuxièmement, on peut supposer que l'ouverture de la soupape de charge crée un mouvement tourbillonnaire intense dans le cylindre et abaisse la température moyenne des gaz. Ces conditions sont favorables à l'établissement d'un échange de chaleur convectif aux parois du cylindre. Idéalement, cette hypothèse pourrait être confirmée expérimentalement par des mesures de vélocimétrie sur un moteur optique, incluant des fluxmètres thermiques dans le cylindre, la culasse et le port de charge.

La deuxième question porte sur la *combustion en mode suralimentation pneumatique*. Là encore, on peut penser que la modification de la structure aérodynamique interne au cylindre, suite à une ouverture de la soupape de charge, impacte le processus de propagation du front de flamme en comparaison du mode conventionnel. On peut craindre une extinction ou une mauvaise propagation de la flamme, mais on peut aussi espérer une propagation plus rapide du front de flamme, conduisant au final à une diminution bénéfique de l'avance de l'allumage.

De plus, dans ce mode, la question des échanges de chaleur reste vierge de toute investigation expérimentale. Il conviendrait donc de mener une campagne expérimentale sur moteur monocylindre opaque équipé de fluxmètres thermiques, complétée par des mesures de champs
de vitesse par vélocimétrie sur moteur transparent.

Enfin, d'un point de vue **concept de MHP**, il conviendrait d'investiguer expérimentalement la faisabilité d'un balayage des gaz résiduels, en fin de course d'échappement, par une brève ouverture de la soupape de charge . En effet, une évacuation totale où partielle de ces gaz résiduels permettrait de repousser les limites du cliquetis et autoriserait une augmentation de la masse d'air maximale admissible par suralimentation pneumatique ou turbocompresseur. Si ce point était confirmé, alors le downsizing autorisé par le concept, qui est déjà important, pourrait encore être augmenté.

D'autre part, il conviendrait d'investiguer expérimentalement le comportement du moteur lors de commutations entre différents modes opératoires afin de comparer les résultats expérimentaux aux prédictions issues des cartographies de solution tabulées, dont on rappelle qu'elles ont été obtenues sous conditions stationnaires.

# Bibliographie

- [1] International Energy Agency. How the energy sector can deliver on a climate agreement in copenhagen., Octobre 2009. 7
- M. ANDERSSON. An Air Hybrid capable of High Power Absorption and Discharge. PhD thesis, Lund Institute of Technology, 2004. 22
- [3] M. ANDERSSON, B. JOHANSSON, and A. HULTQVIST. An air hybrid for high power absorption and discharge. *SAE Paper*, 2005-01-2137, 2005. xii, 22
- [4] W.J.D. ANNAND. Heat transfer in the cylinders of reciprocating internal combustion engines. Proc. I. Mech. E., vol 177:973–990, 1963. 215
- [5] C. ARCOUMANIS, C.S. BAE, and Z. HU. Flow and combustion in a four-valve spark ignitin optical engine. SAE Technical paper, (940475), 1994. 220
- [6] C. ARCOUMANIS, P. CUTTERA, and D.S. WHITELAWA. Heat transfer processes in diesel engines. *Chemical Engineering Research and Design*, 76(2) :124–132, Febrary 1998. 220
- [7] M. BAUM, T. POINSOT, and D. THEVENIN. Accurate boundary conditions for multicomponent reactive flows. *Journal Of Computational Physics*, 118 :247–261, 1994. 111
- [8] R.S. BENSON. Numerical solution of one-dimensional non steady flow with supersonic and subsonic flow and heat transfer therm. *Int.J.Mech.Sci.*, 14:635–642, 1972. 72, 148
- R.S. BENSON. The Thermodynamics and Gas Dynamics of Internal Combustion Engine, volume 1. Clarendon Press .Oxford, 1982. 72, 73, 79, 115, 120, 129, 148, 150, 153, 256

- [10] R.S BENSON, W.J.D. ANNAND, and P.C. BARUAH. A simulation model including intake and exhaust systems for a single cylinder four-stroke cycle spark ignition engine. *International Journal of Mechanical Sciences*, Volume 17, Issue 2 :Pages 97–124, 1975. 72, 148
- [11] R.S. BENSON, CARG R.D, and WOOLLATT D. A numerical solution of unsteady flow problems. *Int.J.Mech.Sci.*, 6 :117, 1964. 72
- [12] J. P. BORIS and D. L. BOOK. Flux-corrected transport. i. shasta, a fluid transport algorithm that works. *Journal of Computational Physics*, 11:38–69, 1973. 90
- [13] P. BREJAUD, A. CHARLET ., Y. CHAMAILLARD, A. IVANCO, and P. HIGELIN. Pneumatic-combustion hybrid engine : A study of the effect of the valvetrain sophistication on pneumatic modes. *Oil and Gas Science and Technology-Rev. IFP*, DOI : 10.2516/ogst/2009054, 2009. 255
- [14] P. BREJAUD, A. CHARLET ., Y. CHAMAILLARD, A. IVANCO, and P. HIGELIN. Development and experimental validation of a new one-dimensional valve boundary condition based on the method of characteristics. *Proceedings of the Institution of Mechanical En*gineers, Part D : Journal of Automobile Engineering, DOI : 10.1177/0954407011409653, 2011. 256
- [15] P. BREJAUD, P. HIGELIN, A. CHARLET, and Y. CHAMAILLARD. One dimensional modeling and experimental validation of single cylinder pneumatic combustion hybrid engine. SAE paper, 2011-24-0074, 2011. 256
- [16] P. BREJAUD, P. HIGELIN, A. CHARLET, G.COLIN, and Y. CHAMAILLARD. Convective heat transfer in a pneumatic hybrid engine. *Oil and Gas Science and Technology-Rev. IFP*, Not yet published, 2011. 256
- [17] D. COPE, A. WRIGHT, C. CORCORAN, K. PASCH, and D. FISCHER. Fully flexible electromagnetic valve actuator : Design, modeling and measurement. SAE Paper, 2008-01-1350, 2008. xiii, 46, 47
- [18] R. COURANT, E. ISAACSON, and M. REES. On the solution of nonlinear hyperbolic differential equations by finite differences. *Comm. Pure Appl. Math*, 5 :243–255, 1952. 85
- [19] S.F. DAVIS. A simplified tvd finite difference scheme vi artificial viscosity. SIAM J. SCI. STAT. COMPUT., 8(1), 1987. 104

- [20] M. DEMOULIN. Transvasements gazeux dans les moteurs thermiques. Techniques de l'ingénieur, B 2 600, 1994. 72, 120, 129, 256
- [21] M. DEMOULIN. Ecoulements instationnaires. Techniques de l'ingénieur, A 1920, 1995.
   72, 73, 120, 129
- [22] C. DONITZ, I. VASILEand C. ONDER, L. GUZZELA P. HIGELIN, and A. CHARLET. Pneumatic hybrid internal combustion engine on the basis of fixed camshafts, 2007. 27
- [23] C. DONITZ, I. VASILE, C. ONDER, and L. GUZZELA. Dynamic programming for hybrid pneumatic vehicles. In Proceeding ACC'09 proceedings of the 2009 conference on american control conference, 2009. 29
- [24] C. DONITZ, I. VASILE, C. ONDER, and L. GUZZELLA. Modelling and optimizing two- and four-stroke hybrid pneumatic engines. *IMechE Part D - Journal of Automobile Engineering*, Vol. 223, No. 2, pp. 255-280, 2009. xii, 27, 28, 30
- [25] C. DONITZ, I. VASILE, C. ONDER, and L. GUZZELLA. Realizing a concept for high efficiency and excellent driveability : The downsized and supercharged hybrid pneumatic engine. SAE paper, 2009-01-1326, 2009. xii, 29, 30
- [26] Compact Dynamics. Dynaline evt-electric valve drive for combustion engines. http://www.compact-dynamics.de/fileadmin/daten/Leistungsspektrum/DYNALINE/ DYNALINE\_EVT\_electric\_valve\_for\_combustion\_engines\_090312.pdf. xiii, 48
- [27] G. EICHELBERG. Some new investigations on old combustion engine problems. Engineering 148, pages 463–547, 1939. 215
- [28] Z. FILIPI and Y.J KIM. Hybraulic hybrid propulsion for heavy vehicles : Combining the simulation and engine-in-the-loop techniques to maximise the fuel economy and emission benefits. *Oil and Gas Science and Technology*, 65 :155–168, 2010. 23
- [29] S.K GODUNOV. Dissertation : Different Methods for Shock Waves. PhD thesis, Moscow State University, 1954. 97
- [30] S.K GODUNOV. A difference scheme for numerical solution of discontinuous solution of hydrodynamic equations. *Math. Sbornik*, 47 :271–306, 1959. 90, 97
- [31] L. GOULD, W. RICHESON, and F. ERICKSON. Performance evaluation of a camless engine using valve actuators with programmable timing. SAE Paper, 910450, 1991. xiii, 48

- [32] FIAT Group. Ftp powertrain technologies, 2010. http://www.fptmultiair.com/flash\_ multiair\_eng/home.htm. 44
- [33] A. HARTEN. High resolution schemes for hyperbolic conservation laws. J. Comp. Phy, 49:357–393, 1983. 99
- [34] J.B. HEYWOOD. Internal combustion engine fundamentals. MacGraw-Hill, Inc., 1988. xii, 41, 43
- [35] P. HIGELIN, A.CHARLET, and Y. CHAMAILLARD. Thermodynamic simulation of a hybrid pneumatic- combustion engine concept. *Journal of Applied Thermodynamics*, Vol 5, No. 1, pp 1 - 11, 2002. 19
- [36] P. HIGELIN and A. CHARLET. Thermodynamic cycles for a new hybrid pneumaticcombustion engine concept. SAE Paper, 2001-09-23, 2001. 19, 39
- [37] G.F. HOHENBERG. Advanced approaches for heat transfer calculations, diesel engine thermal loading. SAE Technical paper, SAE SP-449, 1979. 215
- [38] R.F HUANG, C.W. HUANG, S.B. CHANG, H.S. YANG, T.W. LIN, and W.Y HSU. Topological flow evolutions in cylinder of a motored engine during intake and compression strokes. *Journal of Fluids and Structures*, 20(1), 2005. 220
- [39] A. IVANCO. Evaluation of energy management strategies for a hybrid pneumatic engine.
   PhD thesis, Universite d'Orleans, 2009. 20, 32, 56
- [40] A. IVANCO, A. CHARLET, Y. CHAMAILLARD, and P. HIGELIN. Energy management strategies for hybrid-pneumatic engine studied on an markov chain type generated driving cycle. SAE Paper, 09PFL-1130, 2009. 32
- [41] A. IVANCO, G. COLIN, Y. CHAMAILLARD, A. CHARLET, and P. HIGELIN. Energy management strategies for a pneumatic-hybrid engine based on sliding window pattern recognition. *Oil and Gas Science and Technology*, DOI : 10.2516/ogst/2009045, 2009. xxiii, 32
- [42] K.Y. KANG and J.H. BAEK. Ldv measurement and analysis of tumble formation and decay in a four-valve engine. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 11, 1995. 220
- [43] J.I. KAWASHIMA, H. OGAWA, and Y. TSURU. Research on a variable swirl intake port for 4-valve hi-speed di diesel engines. SAE Technical paper, (982680), 1998. 220

- [44] P.D LAX and B. WENDROFF. Systems of conservation laws. Commun. Pure Appl Math, 13:217–237, 1960. 90
- [45] P. LEDUC, B. DUBAR, A. RANINI, and G. MONNIER. Downsizing of gasoline engine : an efficient way to reduce co2 emissions. Oil & Gas Science and Technology - Rev. IFP, 58 :115–27, 2003. 10
- [46] Y. LI, H. ZHAO, Z. PENG, and N. LADOMMATOS. Analysis of tumble and swirl motions in a four-valve si engine. SAE Technical paper, (2001-01-3555), 2001. 220
- [47] L. LIN, D. SHULIN, X. JIN, W. JINXIANG, and G. XIAOHONG. Effects of combustion chamber geometry on in-cylinder air motion and performance in di diesel engine. SAE Technical paper, (2000-01-0510), 2000. 220
- [48] R.W MACCORMACK. The effect of viscosity in hypervelocity impact cratering. AIAA Paper, pages 69–354, 1969. 90
- [49] G. MARTIN, P. BREJAUD, A. CHARLET, and P. HIGELIN. Pressure ratio-based method for non-isentropic inflow valve boundary conditions resolution. SAE paper, 2010-01-1052, 2010. 159, 255
- [50] M.Theobald, B. Lequesne, and R.Henry. Control of engine load via electromagnetic valve actuators. SAE Paper, 940816, 1994. 47
- [51] International Organization of Motot Vehicle Manufacturers (OICA). Climate change and co2 brochure, 2010. 8
- [52] Y. OHKUBO, M. OHTSUKA, J. KATO, K. KOZUKA, and K. SUGIYAMA. Study of the in-cylinder flow (part 1 : Swirl velocity measurements by back-scattered ldv). In 4th Joint Symposium on Internal Combustion Engines, 1984. 220
- [53] A. ONORATI and G. FERRARI. Modeling of 1-d unsteady flows in i.c. engine pipe systems : Numerical methods and transport of chemical species. SAE Paper, 980782, 1998. 109
- [54] F. PAYRI, J. BENAJES, and M. REYES. Modelling of supercharger turbines in internalcombustion engines. *International Journal of Mechanical Sciences*, Volume 38, Issues 8-9 :Pages 853–869, 1996. 160

- [55] T.J POINSOT and S.K LELE. Boundary conditions for direct simulations of compressible viscous flows. *Journal of Computational Physics*, 101, 1992. 111
- [56] C.-N. Yeh R.F. Huang, H.S. Yang. In-cylinder flows of a motored four-stroke engine with flat-crown and slightly concave-crown pistons. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 32(5), 2008. 220
- [57] R.D RICHTMYER. A survey of difference methods for non-steady fluid dynamics. NCAR Technical Notes, 63-2, 1962. 90, 91
- [58] A. SANLI, A.N. OZSEZEN, I. KILICASLAN, and M. CANAKCI. The influence of engine speed and load on the heat transfer between gases and in-cylinder walls at fired and motored conditions of an idi diesel engine. *Applied Thermal Engineering*, 28, 2007. 220
- [59] M. SCHECHTER. New cycles for automobile engines. SAE Technical Paper, 1999-01-0623, 1999. 11, 17, 21
- [60] G.A. SOD. Survey of several finite difference methods for systems of nonlinear hyperbolic conservation laws. pages Pages : 1–31, 1978. CODEN : JCTPA System Entry Date : 05/13/2001. 93
- [61] Sturman.Industries.Inc. Digital hva technology, 2007. http://www.sturmanindustries. com/main/hydraulicValveActuation.htm. xiii, 45, 46
- [62] P.K SWEBY. High resolution scheme using flux limiters for hyperbolic conservation laws. SIAM J. Numer. Analysis, 21 :995–1011, 1984. 90, 102
- [63] C. TAI, T.TSAO, M.B. LEVIN, and M. SCHECHTER. Using camless valvetrain for air hybrid optimization. SAE Paper, 2003-01-0038, 2003. xi, 21
- [64] Gamma technologies. GT-SUITE User manual, 2009. 35, 169
- [65] D.G. THOMBARE and S.K. VERMA. Technological development in the stirling cycle engines. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 12, 2008. 215
- [66] K. THOMPSON. Time dependant boundary conditions for hyperbolic systems ii. Journal of Computational Physics, 89 :439–461, 1990. 111
- [67] E.F. TORO. Riemann solvers and numerical methods for fluid dynamics. Springer, 1999.
   93, 94

- [68] S. TRAJKOVIC. The Pneumatic Hybrid Vehicle. A new Concept For Fuel Consumption Reduction. PhD thesis, Lund University, 2010. 33
- [69] S. TRAJKOVIC, A. MILOSAVLJEVIC, P. TUNESTAL, and B. JOHANSSON. Fpga controlled pneumatic variable valve actuation. SAE Paper, 2006-01-0041, 2006. xiii, 24, 48
- [70] S. TRAJKOVIC, P. TUNESTAL, and B. JOHANSON. Vehicle driving cycle simulation of a pneumatic hybrid bus based on experimental engine measurements. *SAE Technical paper*, 2010-01-0825(2010-01-0825), 2010. 33
- [71] S. TRAJKOVIC, P. TUNESTAL, and B. JOHANSSON. Investigation of different valve geometries and valve timing strategies and their effect on regenerative efficiency for a pneumatic hybrid with variable valve actuation. SAE Paper, 2008-01-1715, 2008. xii, 25, 26
- [72] S. TRAJKOVIC, P. TUNESTAL, and B. JOHANSSON. Simulation of a pneumatic hybrid powertrain with vvt in gt-power and comparison with experimental data. SAE paper, 2009-01-1323, 2009. 27
- [73] S. TRAJKOVIC, P. TUNESTAL, B. JOHANSSONN, U. CARLSON, and A. HOGLUND. Introductory study of variable valve actuation for pneumatic hybridization. SAE paper, 2007-01-0288, 2007. 24
- [74] I. VASILE. Étude théorique et expérimentale d'un moteur hybride thermo-pneumatique. PhD thesis, Université d'Orléans, 2005. xii, 23, 24, 36
- [75] I. VASILE, A. CHARLET, P. HIGELIN, and Y. CHAMAILLARD. Downsized engine torque lag compensation by pneumatic hydridization. In 13th International conference on fluid flow technologies, 2006. 17, 24
- [76] I. VASILE, C. DONITZ, C. VOSER, J. VETTERLI, C. ONDER, and L. GUZZELA. Rapid start for pneumatic vehicles. In 2009 IFAC Workshop on engine and powertrain control, simulation and modelling, 2009. xii, 31
- [77] WIEBE. Brennverlauf und kreisprozess von verbrennungsmotoren. VEB Verlag Technik, 1970. 41
- [78] D.E. WINTERBONE and R.J. PEARSON. Theory of engine manifold design. Society of Automotive Engineers, Inc., 2000. 73, 78, 256

- [79] CSM Worldwide. Light vehicle production forecast., 2011. 9
- [80] G.A. WOSHNI. Universally application equation for instantaneous heat transfer coefficient in internal combustion engine. SAE, vol 76 N° 670931 :3065–3083, 1967. 41, 214, 215
- [81] H.W. WU and S.W. PERNG. Les analysis of turbulent flow and heat transfer in motored engines with various sgs models. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2002. xix, 220, 221
- [82] Y.Y. WU, B.C. CHEN, F.C. HSIEH, and C.T. KE. Heat transfer model for small-scale spark-ignition engines. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Volume 52, 2009. 215
- [83] J. YANG. Convective heat transfer predictions and experiments in an IC engine. PhD thesis, University of Wisconsin-Madison, 1988. 220

# Annexes

## 1 Vitesse du son



Figure A1.1 – Vitesse du son

On considère un gaz initialement au repos dans un tube (u = 0). Les variables primitives du gaz au repos sont  $p,\rho$  et T. On suppose que la mise en mouvement d'un piston est venu perturber l'état stationnaire en créant une onde qui se déplace à la célérité a que nous cherchons à déterminer. Le contexte est représenté sur la figureA1.1. On note F la section du tube. On suppose l'observateur placé sur l'onde.

On écrit la conservation de la masse sur le volume de contrôle :

$$\rho Fa = (\rho + \Delta \rho)F(a - \Delta u) \tag{1}$$

On négligeant le terme du deuxième ordre ( $\Delta u \Delta \rho = 0$ ), on obtient :

$$\Delta u = \frac{a}{\rho} \Delta \rho \tag{2}$$

On écrit la conservation de la quantité de mouvement sur le volume de contrôle :

$$pF - (p + \Delta p)F = \dot{m}(a - \Delta u) - \dot{m}a \tag{3}$$

Ce qui amène après simplification :

$$\Delta p = \rho a \Delta u \tag{4}$$

Les deux équations précédentes amènent :

$$a = \sqrt{\frac{\Delta p}{\Delta \rho}} \tag{5}$$

L'expérience montre que l'évolution du gaz au passage d'une onde subit une évolution isentropique. Donc, l'équation précédente s'écrit :

$$a = \sqrt{\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_s} \tag{6}$$

Si le gaz est parfait, on a  $\frac{p}{\rho} = rT$  et puisque l'évolution est isentropique,  $\frac{p}{\rho^{\gamma}} = K$ . L'équation 6 devient alors :

$$a = \sqrt{\gamma r T} = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}} \tag{7}$$

## 2 Barré de Saint-Venant



Figure A1.2 – Barré de Saint-Venant

#### 2.1 Hypothèses

L'écoulement est supposé stationnaire. Il peut être soit subsonique, soit bloqué soniquement au col, en fonction du rapport de pression existant entre l'amont (indice u) et l'aval (indice d) au col indice (t). D'autre part, on suppose que les vitesses amont et aval sont nulles ou négligeables, au regard de la vitesse au col :

$$u_t \gg u_u \simeq 0 \tag{8}$$

$$u_t \gg u_d \simeq 0 \tag{9}$$

On suppose connu l'état thermodynamique à l'amont  $(p_u, \rho_u, u_u = 0)$ , à l'aval du col  $(p_d, \rho_d, u_d = 0)$  et la section géométrique offerte à l'écoulement au col  $F_t$ . Les trois inconnues sont les variables primitives au col  $(p_t, \rho_t, u_t \neq 0)$ . On pose  $r_p$ , le rapport de pression existant entre l'aval et l'amont, et  $r_c$  le rapport de pression critique :

$$r_p = \frac{p_d}{p_u} \le 1 \tag{10}$$

$$r_c = \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \tag{11}$$

On suppose que la détente est isentropique entre l'amont et le col :

$$\frac{p_i}{\rho_i^{\gamma}} = \frac{p_t}{\rho_t^{\gamma}} \tag{12}$$

On écrit la conservation de l'enthalpie totale entre l'amont et le col :

$$a_u^2 + \frac{\gamma - 1}{2}u_u^2 = a_u^2 = a_t^2 + \frac{\gamma - 1}{2}u_t^2$$
(13)

En l'état, on a donc deux équations (12,13) pour trois inconnues. La troisième équation nécessaire sera apportée en fonction de la nature de l'écoulement (sonique ou subsonique).

### 2.2 Écoulement sonique au col

Dans ce cas, la troisième équation est la condition de blocage sonique :  $u_t = a_t$  et l'équation 13 devient :

$$a_u^2 = a_t^2 \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} \right) = \frac{\gamma + 1}{2} a_t^2 \tag{14}$$

Compte tenu de la loi des gaz parfait, et la relation 12, il vient alors :

$$\frac{a_t^2}{a_u^2} = \frac{T_t}{T_u} = \left(\frac{p_t}{p_u}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \frac{2}{\gamma+1}$$
(15)

Un ré-arrangement amène :

$$r_c = \frac{p_t}{p_u} = \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \tag{16}$$

On peut donc exprimer le débit massique au col :

$$\frac{dm}{dt} = \rho_t F_t u_t \tag{17}$$

Un ré-arrangement de cette dernière équation en injectant les équations précédentes et en incluant un coefficient de décharge  $C_d$  amène :

$$\frac{dm}{dt} = C_d F_t \frac{p_u}{\sqrt{rT_u}} \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \tag{18}$$

L'équation 18 est valable si la condition de blocage sonique est atteinte au col, c'est-à-dire  $r_p \leq r_c$ . On remarque alors que le débit massique obtenu ne dépend pas des conditions aval au col mais uniquement des conditions amont.

### 2.3 Écoulement subsonique au col

L'écoulement est subsonique dans le cas où  $r_p > r_c$ . Afin de boucler le système d'équations, on fait alors l'hypothèse de tuyère adaptée :

$$p_t = p_d \tag{19}$$

L'équation 13 devient alors :

$$u_t^2 = \frac{2}{\gamma - 1} (a_u^2 - a_t^2) \tag{20}$$

$$u_t = \sqrt{\frac{2}{\gamma - 1}\gamma r(T_u - T_t)} \tag{21}$$

En injectant la loi des gaz parfaits, il vient :

$$u_t = \sqrt{\frac{2}{\gamma - 1} \frac{p_u}{\rho_u} \left(1 - \frac{T_t}{T_u}\right)} \tag{22}$$

En injectant l'équation 12:

$$u_t = \sqrt{\frac{2}{\gamma - 1} \frac{p_u}{\rho_u} \left( 1 - \left(\frac{p_t}{p_u}\right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} \right)}$$
(23)

Compte tenu de l'hypothèse de tuyère adaptée 19

$$u_t = \sqrt{\frac{2}{\gamma - 1} \frac{p_u}{\rho_u} \left( 1 - \left(\frac{p_d}{p_u}\right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} \right)}$$
(24)

On peut donc exprimer le débit massique au col :

$$\frac{dm}{dt} = \rho_t F_t u_t \tag{25}$$

Un ré-arrangement de l'équation précédente, en injectant les relations 24, 12, la loi des gaz parfaits et l'existence d'un coefficient de décharge  $C_d$  amène au final :

$$\frac{dm}{dt} = C_d F_t \frac{p_u}{\sqrt{rT_u}} \left(\frac{p_d}{p_u}\right)^{\frac{1}{\gamma}} \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma - 1} \left(1 - \left(\frac{p_d}{p_u}\right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}}\right)}$$
(26)

On remarque que dans le cas d'un écoulement subsonique, le débit massique dépend des conditions amont et aval au col.

## 3 Résonance quart d'onde

#### 3.1 Théorie

La figure A1.3 présente un schéma de principe du phénomène de résonance quart d'onde. On considère une tubulure rectiligne durant la période où la soupape est fermée, où elle est donc assimilable à une condition limite de tube fermé (extrémité gauche de la tubulure). La deuxième extrémité de la tubulure est une condition limite de tube ouvert. On se place, à titre d'exemple, dans le cas particulier d'une tubulure d'admission.

**1er temps :** La soupape d'admission vient de se fermer, à cause de l'inertie de la colonne de gaz, il y a création d'une onde de pression qui remonte la tubulure vers la condition limite de tube ouvert.

2 ème temps : A son arrivée à la condition limite de tube ouvert et toujours à cause



Figure A1.3 – Schéma de principe de la résonance quart d'onde

de l'inertie des gaz, l'onde de pression se réfléchit en une onde de dépression qui avance vers la soupape fermée. C'est à ce moment précis que les conditions de désaccord sont obtenues, c'est-à-dire qu'il ne faut surtout pas ouvrir la soupape à cet instant.

3 ème temps : A son arrivée à la condition limite de tube fermé, l'onde de dépression se réfléchit (sans modification) et remonte la tubulure vers la condition limite de tube ouvert.

4 ème temps : A son arrivée à la condition limite de tube ouvert, l'onde de dépression se réfléchit en une onde de pression, qui avance vers la condition limite de soupape. Le moment où cette onde de pression va atteindre la soupape correspond à la condition d'accord. Il s'agit du meilleur moment pour ouvrir la soupape de charge.

On note  $\theta_a$  la durée angulaire exprimée en degré vilebrequin, pendant laquelle la soupape est ouverte et  $\theta_f = 720 - \theta_a$  la durée pendant laquelle cette dernière est fermée. La vitesse du son est notée a et supposée constante (hypothèse d'acoustique linéaire, valable pour une onde de pression de faible amplitude). On note  $L_{OK}$  et  $L_{NOK}$  les distances à parcourir par l'onde pour être respectivement en accord ou en désaccord avec le phasage d'ouverture de la soupape. On a donc, en s'appuyant sur le figure A1.3 :

$$L_{OK} = 2 * k * 2L = 4L \tag{27}$$

$$L_{NOK} = (2 * k + 1) * 2L \tag{28}$$

où L représente la longueur de la tubulure et k un nombre d'index.

On note  $t_f$  la durée pendant la quelle la soupape est fermée, on a :

$$t_f = \frac{\theta_f}{\omega} = \frac{\theta_f}{6N} \tag{29}$$

où  $\omega$  et N représentent la vites se de rotation du moteur exprimée respectivement en rad/s et tr/min.

L'ouverture de la soupape sera en accord avec l'onde de surpression si la durée de fermeture  $t_f$  correspond exactement au temps mis par l'onde pour parcourir un nombre pair de fois la distance d'accord  $L_{OK}$ :

$$t_f = \frac{L_{OK}}{a} = \frac{4kL}{a} = \frac{\theta_f}{6N_{OK}} \tag{30}$$

Après ré-arrangement, le régime moteur  $N_{OK}$  pour le quel les conditions d'accord seront rencontrées s'exprime :

$$N_{OK} = \frac{a(720 - \theta_a)}{24kL} \tag{31}$$

Inversement, les conditions de désaccord seront rencontrées si :

$$t_f = \frac{L_{NOK}}{a} = \frac{(2k+1)2L}{a} = \frac{\theta_f}{6N_{NOK}}$$
(32)

Le régime moteur de désaccord  $N_{NOK}$  s'exprime alors :

$$N_{NOK} = \frac{a(720 - \theta_a)}{12(2k+1)L}$$
(33)

Tableau A1.1 – Régime moteur d'accord et de désaccord : application numérique d'exemple

k	$N_{OK}$	$N_{NOK}$
1	10540	7027
2	5270	4216
3	3513	3011
4	2637	2342
5	2108	1916
6	1757	1622
7	1506	1405
8	1318	1240
9	1171	1109
10	1054	1004

### 3.2 Application numérique d'exemple

On considère une soupape d'admission avec un phasage d'ouverture et de fermeture respectivement à -10 et +220 deg.vil, soit  $\theta_a = 230$  deg.vil. On considère une tubulure d'une longueur L=0.8 m et une vitesse du son a=413 m/s correspondant à de l'air à 293 °K.

L'application des équations 31 et 33 amène au résultats numériques présentés au tableau A1.1.

#### 3.3 Remarques

- Plus le nombre index k est élevé et moins le phénomène de suralimentation acoustique est prononcé, à cause du frottement pariétal qui atténue progressivement l'amplitude de l'onde de pression.
- Une tubulure courte favorise le remplissage à haut régime moteur et limite la dissipation.
- Une tubulure longue favorise le remplissage à bas régime moteur, mais augmente la dissipation.
- L'analyse quart d'onde ne permet pas de déterminer l'amplitude des ondes, ni les débits massiques à la soupape. De plus, elle suppose une vitesse du son constante, ce qui est notoirement faux. Elle n'est pas applicable à une tubulure avec jonctions et changement de section (Collecteur d'admission)

# 4 Échanges de chaleur convectifs

## 4.1 Tableaux de résultats

Exp#	$W_i[J]$	$\Delta Q_{FA \to OE}[\mathbf{J}]$	$C * C_1^m$ [SI]	NRMSE[%]
1	-23.5	-20.1	0.0536	16.8
2	-18.3	-30.4	0.0947	15.7
3	-19.1	-26.8	0.0855	14.0
4	-23.1	-24.3	0.0730	14.6
5	-19.8	-37.9	0.1047	14.3
6	-19.0	-29.9	0.0856	15.5
7	-18.8	-25.1	0.0742	13.8
8	-24.2	-26.0	0.0691	14.7
9	-22.3	-26.7	0.0730	14.1
10	-29.1	-22.5	0.0599	10.5

**Tableau A1.3** – Essai en mode entraîné sans injection de carburant : Résultats numériques pour le<br/>modèle modifié de Woschni

Exp#	$C * C_1^m$ [SI]	NRMSE [%]
1	0.0866	8.1
2	0.1464	4.3
3	0.1347	3.7
4	0.1174	4.7
5	0.1578	4.8
6	0.1332	6.8
7	0.1177	7.4
8	0.1109	5.5
9	0.1188	6.9
10	0.0983	8.2

Exp#	Mesure	Woschni Standard		Woschni Modifié	
	$\Delta Q_{IVC \to EVO}[\mathbf{J}]$	$\Delta Q_{FA \to OE}^{pred, stand}[J]$	NRMSE[%]	$\Delta Q_{FA \to OE}^{pred,mod}[\mathbf{J}]$	NRMSE[%]
1	-20.1	-27.3	16.5	-27.1	7.2
		(+36.0%)		(+35.1%)	
2	-30.4	-23.4	17.1	-24.3	7.7
		(-22.9%)		(-20.0%)	
3	-26.8	-22.9	14.5	-23.3	4.6
		(-14.6%)		(-13.0%)	
4	-24.3	-24.3	14.6	-24.2	4.7
		(-0.1%)		(-0.2%)	
5	-37.9	-26.4	16.4	-28.1	8.6
		(-30.3%)		(-25.7%)	
6	-29.9	-25.5	16.4	-26.2	8.4
		(-14.7%)		(-12.1%)	
7	-25.1	-24.7	13.9	-25.0	7.4
		(-1.6%)		(-0.5%)	
8	-26.0	-27.5	14.5	-27.3	5.2
		(+5.6%)		(+5.0%)	
9	-26.7	-26.7	14.1	-26.3	6.9
		(+0.0%)		(-1.4%)	
10	-22.5	-27.4	10.3	-26.8	8.0
		(+21.7%)		(+19.0%)	

**Tableau A1.4** – Essai en mode entraîné sans injection de carburant :NRMSE et échange de chaleur total mesuré et prédit

Exp#	$W_i[J]$	$\Delta Q_{FC \to OE}[\mathbf{J}]$	$C * C_1^m[SI]$	NRMSE[%]
1	-38.7	-100.9	0.2291	4.6
2	-35.3	-90.9	0.2430	4.5
3	-27.7	-63.3	0.1929	4.9
4	-31.7	-76.2	0.2144	4.1
5	-34.6	-89.6	0.2250	4.5
6	-37.0	-100.3	0.2339	5.3
7	-37.3	-103.4	0.2335	4.7
8	-27.0	-60.1	0.2080	4.7
9	-30.1	-71.0	0.2234	4.7
10	-32.1	-79.7	0.2350	4.2
11	-32.0	-83.9	0.2388	4.3
12	-31.8	-87.1	0.2407	5.2

Exp#	Mesure	Woschni modifié	
	$\Delta Q_{FA \to OE}$	$\Delta Q_{FA \to OE}^{pred,mod}$	NRMSE
1	-100.9	-102.5	5.0
		(+1.5%)	
2	-90.9	-87.1	3.7
		(-4.2%)	
3	-63.3	-76.4	10.8
		(+20.6%)	
4	-76.2	-82.6	6.3
		(+8.5%)	
5	-89.6	-92.6	5.5
		(+3.4%)	
6	-100.3	-99.7	5.1
		(-0.5%)	
7	-103.4	-103.0	4.6
		(-0.3%)	
8	-60.1	-67.2	7.6
		(+11.8%)	
9	-71.0	-73.9	5.6
		(+4.1%)	
10	-79.7	-78.9	4.0
		(-0.9%)	
11	-83.95	-81.80	3.93
		(-2.56%)	
12	-87.1	-84.2	4.5
		(-3.3%)	

## 4.2 Courbes de résultats en mode entraîné sans injection de carburant



**Figure A1.4** – Essai entraîné n° 1 (1000 tr/min, $T_{adm}$ = 20°C)



Figure A1.6 – Essai entraîné n° 3 (2000 tr/min, $T_{adm}$ = 20°C)



**Figure A1.8** – Essai entraîné n° 5 (1000 tr/min, $T_{adm}$ = 60°C)



**Figure A1.5** – Essai entraîné n° 2 (1500 tr/min, $T_{adm}$ = 20°C)



**Figure A1.7** – Essai entraîné n° 4 (2500 tr/min, $T_{adm}$ = 20°C)



**Figure A1.9** – Essai entraîné n° 6 (1500 tr/min, $T_{adm}$ = 60°C)



**Figure A1.10** – Essai entraîné n° 7 (2000 tr/min, $T_{adm}$ = 60°C)



**Figure A1.11** – Essai entraîné n° 8 (2500 tr/min, $T_{adm}$ = 60°C)



**Figure A1.12** – Essai entraîné n° 9 (3000 tr/min, $T_{adm}$ = 60°C)



**Figure A1.13** – Essai entraîné n° 10 (3500 tr/min, $T_{adm}$ = 60°C)

## 4.3 Courbes de résultats en mode suralimenté sans injection de carburant



Figure A1.14 – Essai suralimenté n°1 (8 bars-chaud)



Figure A1.16 – Essai suralimenté n°3 (5 bars-chaud, FC=260 °vil)



**Figure A1.18** – Essai suralimenté n°5 (5 bars-chaud, FC=280 °vil)



Figure A1.15 – Essai suralimenté n°2 (8 bars-froid)



Figure A1.17 – Essai suralimenté n°4 (5 bars-chaud, FC=267 °vil)



Figure A1.19 – Essai suralimenté n°6 (5 bars-chaud, FC=285 °vil)



**Figure A1.20** – Essai suralimenté n°7 (5 bars-froid, FC=260 °vil)



**Figure A1.21** – Essai suralimenté n°8 (5 bars-froid, FC=267 °vil)



**Figure A1.22** – Essai suralimenté n°9 (5 bars-froid, FC=275 °vil)



**Figure A1.23** – Essai suralimenté n°10 (5 bars-froid, FC=280 °vil)



Figure A1.24 – Essai suralimenté n°11 (5 bars-froid, FC=286 °vil)

Ce travail présente une étude théorique et expérimentale portant sur le concept de Moteur Hybride Pneumatique(MHP). En première approche, un modèle 0D d'un MHP monocylindre, incluant un sous-modèle cinématique original pour l'actuateur entièrement variable muant la soupape de charge, est présenté puis exploité. La modélisation 1D de la dynamique des gaz dans chaque tubulure est traitée, incluant différents modèles de Condition Limite de Soupape (CLS), basées sur la méthode des caractéristiques et issues de la littérature. Il est montré que ces CLS ne sont pas adaptées à la modélisation d'un MHP : existence de chocs numériques, problème de non-convergence et mise en défaut face à des relevés expérimentaux. Un modèle original de CLS, évitant ces problèmes et demeurant basé sur la méthode des caractéristiques, est alors développé puis validé expérimentalement à la foi sur bancs d'essais moteurs et de dynamique des gaz à la soupape. Une étude expérimentale des échanges de chaleur convectifs, en mode pneumatique et sans combustion, est conduite et débouche alors sur une modification nécessaire de la corrélation standard de Woschni, afin de correctement décrire l'extinction du mouvement de tumble en fin de course de compression. Une exploitation de la plate-forme de simulation 1D de MHP monocylindre, incluant l'ensemble des éléments développés, est finalement conduite afin de déterminer les phasages optimums d'ouverture et de fermeture de la soupape de charge, pour différents mode et conditions opératoires. Cette étude, nécessaire à de futures simulations de cycles routier, confirme d'une part, la viabilité du concept et d'autre part, montre l'importance que revêt la prise en compte de la cinématique de l'actuateur soupape et de la dynamique des gaz dans la tubulure de charge.

<u>Mots clés</u> : Moteur hybride pneumatique, modélisation OD et 1D, condition limite de soupape, méthode des caractéristiques, échange de chaleurs convectifs.

This work presents an experimental and theoretical study on the concept of Pneumatic Hybrid Engine (PHE). In a first approach, a 0D model of a single cylinder PHE, including an original kinematic sub-model of the fully variable actuator that moves the charging valve, is presented and exploited. Then, the 1D modelling of the gaz dynamics inside each pipes is treated, including several valve boundary conditions (VBC), based on the method of characteristics and issued from literature. It is shown that these VBC are not suitable for a PHE modelling : numerical shocks, non-convergence and contraticted when compared to measurements. An original VBC, avoiding these problems and still based on the method of characteristics, is then developed and experimentally validated on both engine and valve gas dynamics tests benches. An experimental study on the convective heat transfer, in pneumatic mode without combustion, is conducted and leads to a necessary modification of the standard Woschni correlation in order to correctly describe the decay of the tumble motion near the end of the compression stroke. The 1D simulation platform, including all components developed, has finally been conducted in order to determine the optimum timings for the charging valve opening and closing, for different modes and operating conditions. This study, necessary for future driving cycle simulations, first confirms the viability of the PHE concept and second, shows the importance of taking into account the kinematic capability of the charging valve actuator and the gas dynamics inside the charging pipe.

Keywords : pneumatic hybrid engine, 1D and 0D modelling, valve boundary condition, method of characteristics, convectif heat transfer.