



**HAL**  
open science

# Dynamique tourbillonnaire - Application à l'impact environnemental de structures immergées

Adrien Poupardin

► **To cite this version:**

Adrien Poupardin. Dynamique tourbillonnaire - Application à l'impact environnemental de structures immergées. Mécanique des fluides [physics.class-ph]. Université du Havre, 2012. Français. NNT : . tel-00832174

**HAL Id: tel-00832174**

**<https://theses.hal.science/tel-00832174>**

Submitted on 10 Jun 2013

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**Université du Havre**

# **THÈSE**

pour obtenir le grade de

Docteur de l'Université du Havre

Discipline : **Mécanique des Milieux Fluides**

préparée au **Laboratoire Ondes et Milieux Complexes (LOMC) UMR 6294 CNRS**

dans le cadre de l'Ecole Doctorale SPMII de Haute Normandie

présentée et soutenue publiquement par

**Adrien POUPARDIN**

le 12 décembre 2012

**Titre :**

**Dynamique tourbillonnaire - Application à l'impact  
environnemental de structures immergées**

**Directeur de thèse :**

Jérôme BROSSARD

**Co-Encadrante :**

Gaële PERRET

**Jury :**

M. Vincent Rey

M. Abdelhak AMBARI

M. Philippe PETITJEANS

M. Mathieu MORY

M. Jérôme BROSSARD

Mlle Gaële PERRET

# Sommaire

Remerciements .....	4
Résumé .....	5
Table des paramètres .....	6
Introduction .....	7
1. Contexte de l'étude.....	8
1.1. Les structures marines .....	9
1.1.1. Structures en eaux profondes .....	9
1.1.2. Structures en profondeur intermédiaire.....	10
1.1.3. Structures à faible profondeur .....	11
1.2. Impacts des structures sur l'environnement .....	11
1.2.1. Interaction courant/structures .....	12
1.2.2. Interactions houle/structures .....	13
1.3. Objectif de thèse .....	15
2. Ecoulements tourbillonnaires .....	16
2.1. Tourbillons issus de l'interaction houle/structure .....	17
2.2. Définition des tourbillons .....	20
2.2.1. Définition d'un tourbillon .....	20
2.2.2. Circulation des tourbillons .....	22
2.2.3. Théorème de Kelvin .....	24
2.2.4. Dynamique de la vorticité .....	24
2.2.5. Champ de vitesse induit par un filament courbe .....	25
3. Définition des conditions de l'étude.....	28
3.1. Description du dispositif expérimental.....	29
3.2. Conditions de houle .....	30
3.3. La structure immergée utilisée .....	31
3.4. Grandeurs caractéristiques de l'étude.....	34
4. Ecoulement bidimensionnel induit autour de la plaque par l'interaction houle/structure	38
4.1. Dispositif expérimental utilisé.....	39
4.1.1. Fonctionnement de la PIV .....	40
4.1.2. Mise au point et calibration .....	41
4.1.3. Fenêtres de visualisation .....	42
4.1.4. Synchronisation entre la houle, la caméra et le laser .....	43
4.1.5. Processus d'acquisition .....	43
4.2. Outils de traitement .....	44
4.2.1. Représentation des champs de vitesse et de vorticité.....	44

4.2.2.	Localisation du cœur des tourbillons .....	45
4.2.3.	Mesure de la circulation des tourbillons .....	48
4.3.	Caractérisation de l'écoulement autour de la plaque.....	51
4.3.1.	Impact de la présence de la plaque sur l'écoulement moyen global .....	51
4.3.2.	Caractérisation de la dynamique tourbillonnaire .....	54
4.4.	Rôle joué par la dimension de la plaque immergée.....	67
4.4.1.	Modification de l'écoulement de base .....	67
4.4.2.	Positionnement par rapport à la théorie potentielle.....	69
4.4.3.	Description de la dynamique tourbillonnaire .....	70
4.5.	Conclusion sur le rôle joué par les tourbillons dans la dynamique de l'écoulement.	77
5.	Etude de la déstabilisation tridimensionnelle des tourbillons .....	79
5.1.	Instabilités des tourbillons .....	80
5.1.1.	Induction mutuelle des tourbillons .....	82
5.1.2.	Instabilités dues à la présence de vitesses axiales au cœur du tourbillon.....	84
5.1.3.	Déformations de grandes amplitudes d'un tourbillon .....	86
5.1.4.	Phénomène d'éclatement tourbillonnaire.....	88
5.2.	Dispositif expérimental utilisé.....	90
5.2.1.	Fonctionnement de la stéréo-vidéographie .....	91
5.2.2.	Synchronisation entre les caméras et la houle.....	93
5.2.3.	Mise au point et calibration .....	93
5.3.	Outils de traitement .....	94
5.3.1.	Numérisation des coordonnées pixels des filaments tourbillonnaires.....	95
5.3.2.	Correspondance entre les deux images du même filament .....	97
5.3.3.	Reconstruction 3D .....	100
5.3.4.	Rééchantillonnage .....	100
5.3.5.	Analyse de Fourier des filaments .....	102
5.3.6.	Analyse en ondelettes des filaments.....	104
5.4.	Analyse des modes de déformations des tourbillons.....	106
5.4.1.	Reconstruction 3D des tourbillons .....	106
5.4.2.	Analyse de Fourier des filaments .....	109
5.4.3.	Analyse en ondelettes des filaments.....	112
5.5.	Analyse de l'éclatement tourbillonnaire.....	123
5.5.1.	Structures annulaires du cœur des tourbillons.....	123
5.5.2.	Observations des phénomènes d'éclatement et de reconnexion .....	126
5.6.	Discussion sur les phénomènes induisant la déstabilisation des tourbillons.....	131
5.7.	Conclusion sur la déstabilisation tridimensionnelle des tourbillons .....	134
	Conclusion.....	137

Bibliographie.....	141
Annexes.....	145
Annexe 1 - Instabilité de Kelvin-Helmholtz .....	145
Annexe 2 – Code numérique.....	148
Annexe 3 – Instabilité de Crow.....	151
Annexe 4 – Instabilité de Widnall.....	154

# Remerciements

Je remercie en premier lieu mon directeur de thèse, Jérôme BROSSARD, et ma co-encadrante, Gaële PERRET, qui ont toujours su me soutenir aux moments appropriés. Leur écoute et leurs conseils m'ont permis de résoudre les problèmes que j'ai rencontrés lors de ma thèse.

Je remercie la région Haute Normandie pour son soutien financier tout au long de mes trois années de thèse.

Je remercie les membres de mon jury pour avoir lu attentivement mes travaux, pour s'être déplacés parfois de loin pour m'écouter et pour m'avoir fait part de remarques constructives dans leurs rapports et lors de ma soutenance de thèse.

Je remercie bien évidemment tous les membres de l'équipe Hydrodynamique Marine avec qui j'ai travaillé sur un sujet commun : Nicolas BOURNETON, Grégory PINON, Elie RIVOALEN ainsi que les autres membres de l'équipe qui m'ont aidé à avancer et m'ont conseillé pour développer et adapter des méthodes de la littérature : Paul MYCEK et Jean-Marc CHERFILS.

Merci à Tien Dat CHU, Trinh NGUYEN, Alaa KHOURY, Christopher RE, Sébastien GUEROULT, Davy BACKODISSA, Raounak LOUDAD, Borsa MARTINEZ, Simon TEINTURIER pour avoir été de sympathiques compagnons de bureau et à tous ceux qui étaient ou sont encore au LOMC avec lesquels j'ai partagé des moments humains.

Enfin, merci à ma famille et à mon amie, Julie COIGNARD, pour m'avoir soutenu dans cette aventure.

# Résumé

L'étude de la dynamique tourbillonnaire autour des structures immergées dans la mer est entreprise pour comprendre l'impact de ces implantations sur l'environnement. Les tourbillons sont étudiés en considérant l'interaction entre une plaque horizontale et une houle monochromatique. Cette houle est générée dans un canal à houle vitré possédant un batteur et une plage d'amortissement. La Vélocimétrie par Image de Particule (PIV) et la Stéréo-Vidéographie sont utilisées pour suivre les tourbillons dans leur évolution. La PIV, qui est une technique de visualisation 2D, a permis de montrer que les tourbillons jouent un rôle essentiel dans la dynamique de l'écoulement autour de la plaque. En effet, l'écoulement est très différent de celui prédit par les modèles analytiques qui ne prennent pas en compte la dynamique tourbillonnaire. Émis aux bords de plaque, ces tourbillons évoluent par paires et sont advectés dans le sillage de la plaque en amont et en aval. De très fortes vitesses sont induites lors de l'advection des tourbillons et rendent l'écoulement autour de la plaque fortement asymétrique. Cette asymétrie est aussi constatée lorsque la circulation autour de la plaque est calculée. Elle induit des efforts de portance non négligeables sur la plaque. À chaque nouvelle période de houle, les paires de tourbillons alimentent des cellules de recirculation autour de la plaque. Au fond du canal, ces dernières induisent des points de stagnation et conduiraient à de l'affouillement dans le cas d'un lit sédimentaire. La Stéréo-Vidéographie a, quant à elle, permis de représenter l'évolution spatio-temporelle des filaments tourbillonnaires. Ces représentations, ainsi qu'une analyse spectrale, ont permis de montrer qu'il n'existe pas de longueurs d'onde caractéristiques de déformation des filaments tourbillonnaires. Cependant, trois perturbations de grande longueur d'onde ont pu être identifiées. Leur longueur d'onde et leur position varient au cours du temps. Elles pourraient être associées au développement d'ondes, type soliton, observées au cœur du tourbillon. De fortes vitesses axiales ont été mesurées au cœur des tourbillons dans le sillage de ces ondes. Ces vitesses sont caractéristiques de fortes déstabilisations ainsi que d'éclatements tourbillonnaires.

# Table des paramètres

<p><math>a</math> : taille du cœur de tourbillon</p> <p><math>A</math> : amplitude de la houle</p> <p><math>a_e</math> : taille effective du cœur du tourbillon dans le cas du modèle de Rankine</p> <p><math>\alpha = \frac{A}{h}</math> : paramètre caractéristique de non linéarité</p> <p><math>b</math> : distance entre deux tourbillons d'une même paire</p> <p><math>\beta = \frac{h}{\lambda}</math> : paramètre de dispersion</p> <p><math>\beta = b \times K</math> : distance adimensionnée entre deux tourbillons d'une même paire</p> <p><math>d</math> : longueur de <i>cut-off</i></p> <p><math>dl</math> : élément linéique</p> <p><math>dS</math> : élément de surface</p> <p><math>dV</math> : élément de volume</p> <p><math>\delta = d \times K</math> : <i>cut-off</i> adimensionné</p> <p><math>e</math> : épaisseur de plaque</p> <p><math>\epsilon = \frac{a}{\Lambda}</math> : rapport taille de cœur, longueur d'onde de déformation du tourbillon</p> <p><math>\epsilon = \frac{A}{\lambda}</math> : cambrure de la houle</p> <p><math>f</math> : fréquence de la houle</p> <p><math>g</math> : constante de gravitation</p> <p><math>\Gamma</math> : circulation d'un tourbillon</p> <p><math>\Gamma_{ref}</math> : circulation de référence en considérant une vitesse uniforme <math>U_{ref}</math> le long d'un rectangle infiniment mince englobant la plaque</p> <p><math>h</math> : hauteur d'eau</p> <p><math>i</math> : immersion de la plaque</p> <p><math>k</math> : nombre d'onde de la houle</p> <p><math>K</math> : nombre d'onde axial du tourbillon</p> <p><math>KC = \frac{T_{ref} U_{ref}}{i}</math> : nombre de Keulegan-Carpenter</p> <p><math>l</math> : largeur du canal</p> <p><math>L</math> : longueur de plaque</p> <p><math>L_{ref} = \frac{L}{2}</math> : longueur de référence</p> <p><math>\lambda</math> : longueur d'onde de la houle</p> <p><math>\Lambda</math> : longueur d'onde de déformation du filament tourbillonnaire</p> <p><math>m</math> : nombre d'onde azimutal du tourbillon</p> <p><math>\vec{\omega}</math> : vecteur vorticité</p> <p><math>\omega_x</math> : composante de <math>\vec{\omega}</math> selon <math>\vec{x}</math></p>	<p><math>\omega_y</math> : composante de <math>\vec{\omega}</math> selon <math>\vec{y}</math></p> <p><math>\omega_z</math> : composante de <math>\vec{\omega}</math> selon <math>\vec{z}</math></p> <p><math>\omega_{ref}</math> : vorticité de référence prise comme le rapport entre la vitesse de référence <math>U_{ref}</math> et l'épaisseur de la couche limite en considérant un écoulement oscillant à la fréquence <math>f</math></p> <p><math>\Omega</math> : vitesse angulaire associée à la rotation solide au cœur du tourbillon</p> <p><math>q = \frac{\Gamma}{2\pi a \Delta w}</math> : quantité de <i>swirl</i></p> <p><math>(r, y, \theta)</math> : coordonnées cylindriques</p> <p><math>Re = \frac{U_{ref} l}{\nu}</math> : nombre de Reynolds</p> <p><math>\rho</math> : masse volumique du fluide</p> <p><math>T</math> : énergie cinétique</p> <p><math>T</math> : période de houle</p> <p><math>T_{ref} = T</math> : temps de référence</p> <p><math>\vec{u}</math> : vecteur vitesse</p> <p><math>u</math> : composante de <math>\vec{u}</math> selon <math>\vec{x}</math></p> <p><math>U_r = \frac{\alpha}{\beta^2}</math> : nombre d'Ursell</p> <p><math>U_{ref}</math> : vitesse de référence correspondant à la houle de Stokes au 1<sup>e</sup> ordre à la profondeur d'immersion <math>i</math> de la plaque immergée</p> <p><math>u_\theta</math> : vitesse azimutale</p> <p><math>\mu</math> : viscosité dynamique du fluide</p> <p><math>v</math> : composante de <math>\vec{u}</math> selon <math>\vec{y}</math></p> <p><math>\nu</math> : viscosité cinématique du fluide</p> <p><math>w</math> : composante de <math>\vec{u}</math> selon <math>\vec{z}</math></p> <p><math>\Delta w</math> : différence de vitesses axiales entre le cœur du tourbillon et l'infini</p> <p><math>(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})</math> : repère orthonormé</p> <p><math>(x, y, z)</math> : système de coordonnées</p> <p><math>\chi</math> : pulsation de la houle</p>
--	---



# Introduction

Cette thèse est menée dans le souci de comprendre quel est l'impact des structures immergées sur l'environnement marin. Les structures immergées peuvent être multiples : plateformes pétrolières, ouvrages de protection du littoral, structures de récupération d'énergie marine, etc. Néanmoins, elles perturbent l'environnement, que ce soit la surface libre, les fonds marins et/ou éventuellement des structures voisines. Les études classiques considèrent le plus souvent des structures de géométrie simple (plaque horizontale, plaque verticale, marche, etc.). La houle considérée est, elle, monochromatique, régulière et linéaire pour les cas de profondeur intermédiaire et de type onde longue (cnoïdale, soliton, etc.) pour les cas de faible profondeur. Des études ont été entreprises pour déterminer l'impact des structures sur la propagation de la houle ((1), (2)). D'autres ont étudié l'affouillement dû à la présence de ces structures ((3), (4)). Néanmoins, la dynamique tourbillonnaire a été très peu souvent considérée dans ces études classiques alors qu'elle détermine fortement l'écoulement autour des structures (5). L'étude menée ici se propose donc de présenter comment les tourbillons influencent l'écoulement autour d'une plaque horizontale ; et comment ils se déstabilisent lors de leur évolution. Pour ce faire, le contexte de l'étude est d'abord posé (section 1). Puis, la théorie sur les écoulements tourbillonnaires est présentée dans le cas de l'interaction houle/structure et des tourbillons seuls (section 2). S'ensuit la description des conditions expérimentales (section 3). Enfin, la caractérisation de l'écoulement bidimensionnel induit par l'interaction houle/structure autour de la plaque est réalisée (section 4), ainsi que l'étude de la déstabilisation tridimensionnelle des tourbillons (section 5).

# **1. Contexte de l'étude**

## 1.1. Les structures marines

Au cours du 20<sup>e</sup> siècle, de nombreux ouvrages, partiellement ou complètement immergés, ont été construits dans les mers et les océans. Ces structures sont principalement installées pour répondre aux besoins de l'homme notamment dans le cadre de ses activités économiques. Elles sont diverses et ont des fonctions différentes qui peuvent être classées dans plusieurs catégories : les structures de récupération d'énergie marine et d'énergie éolienne, les ouvrages de protection côtière, les plates-formes pétrolières, les installations d'élevage de produits de la mer, etc. Quelle que soit leur géométrie, elles sont soumises à des sollicitations extérieures et ont un impact sur l'environnement en fonction de leur localisation géographique et de leur position dans la colonne d'eau. Ces conditions conduisent à distinguer différentes zones d'implantation en fonction de la hauteur d'eau. Néanmoins quelle que soit la zone considérée, le temps caractéristique de la houle reste compris entre 5 et 15 secondes.

### 1.1.1. Structures en eaux profondes

Les zones où la profondeur devient supérieure à environ 100 m (paramètre de dispersion  $\beta = \frac{h}{\lambda} > 0.45$  pour une période de houle d'environ 12 secondes) sont dites zones en eaux profondes. D'une part, la houle y a peu d'impacts sur les fonds sous-marins. D'autre part, la forme de la surface libre résulte de la houle réelle. Cette dernière est constituée de plusieurs trains de vagues ayant chacun leur hauteur significative  $H_s$ , leur période moyenne  $T_m$ , leur vitesse de groupe et leur direction de propagation. Initialement, ces trains de vagues sont générés par le vent via les forces de frottement à l'interface air/eau. Les courants qui existent dans ces zones sont principalement des courants de marée. C'est-à-dire qu'ils sont issus des cycles de marée qui modifient périodiquement le niveau des mers et des océans. Ils sont globalement moins forts qu'en profondeur intermédiaire.

Les structures immergées dans ces zones sont principalement les plates-formes pétrolières. Partiellement immergées, elles sont conçues pour résister à des conditions climatiques très rudes. En outre, l'agitation de la surface libre ne doit pas affecter la sécurité sur les plates-formes qui sont surélevées à plusieurs dizaines de mètres au-dessus du niveau moyen de la mer. Elles interagissent plus ou moins avec la houle et le courant en fonction de leur *design* et

modifient l'écoulement local. Ce dernier induit notamment des perturbations de la surface libre et peut éventuellement affecter d'autres structures proches ou des bateaux naviguant à proximité. Les fonds marins sont, quant à eux, très peu impactés par ces interactions.

### **1.1.2. Structures en profondeur intermédiaire**

Les zones d'implantation où la profondeur est comprise entre 10 et 50 m (paramètre de dispersion  $\beta = \frac{h}{\lambda} \in [0.09; 0.24]$  pour une période de houle d'environ 12 secondes) sont dites zones en profondeur intermédiaire. Les vitesses induites par la houle y agissent sur toute la colonne d'eau, de la surface libre aux fonds marins, contrairement aux zones en eaux profondes. Du fait de la profondeur plus réduite, la direction de propagation de la houle est conditionnée en partie par la bathymétrie du fond. De plus, les zones en profondeur intermédiaire sont plus proches des côtes. La houle est donc également impactée par la forme du rivage. Par ailleurs, les courants de marée sont plus importants dans ces zones. Ceci est, comme dans le cas de la houle, principalement dû à la réfraction engendrée par la bathymétrie et à la diffraction induite par la forme du littoral.

Les structures implantées dans ces zones sont diverses et aussi plus nombreuses qu'en eaux profondes. Des structures de récupération d'énergie marine y sont installées. Les hydroliennes bénéficient des forts courants de marée et la profondeur est suffisante pour leur permettre d'avoir des pâles plus longues pour produire plus d'énergie. Par ailleurs, des parcs éoliens offshore apparaissent dans ces zones parce que leur installation et leur maintenance y est plus aisée qu'en eaux profondes et qu'elles bénéficient des fortes vitesses du vent. Des plates-formes pétrolières sont aussi installées dans ces zones car des gisements de pétrole peuvent y être présents. Enfin, des structures de protection côtière sont aménagées pour protéger les littoraux en réfléchissant et en dissipant une partie de l'énergie de la houle.

Plusieurs autres critères sont aussi à prendre en compte pour déterminer ces zones d'implantations, comme : les réserves naturelles, les ressources de pêche, les voies de navigation, etc.

Quelle que soit la structure considérée, celle-ci interagit avec la houle. En profondeur intermédiaire, les perturbations hydrodynamiques générées peuvent impacter les fonds marins, perturber la faune et la flore et engendrer du transport sédimentaire. La surface libre ainsi que les structures voisines peuvent être affectées. Ce dernier impact se manifeste par exemple dans le cas des fermes d'hydroliennes.

### 1.1.3. Structures à faible profondeur

En faible profondeur la hauteur d'eau est comprise entre 0 et 15 m (paramètre de dispersion  $\beta = \frac{h}{\lambda} < 0.11$  pour une période de houle d'environ 12 secondes). La houle ne se manifeste pas de la même manière dans ces zones littorales en général. En effet, du fait de la faible profondeur, les distributions verticales de vitesses induites par la houle sont quasiment uniformes sur toute la colonne d'eau. Par conséquent, les fonds marins et la surface libre sont directement impactés. Par ailleurs, les courants à considérer sont non seulement les courants de marée mais aussi les courants dus aux vagues qui induisent un *set-up* du niveau moyen et des zones de recirculations plus ou moins complexes. Lors du déferlement, un *cross-shore flow* apparaît également dans le cas d'un déferlement frontal et un *long-shore flow* apparaît dans le cas d'un déferlement oblique par rapport à la ligne de rivage.

Les digues et autres structures de protection côtière sont installées dans les zones à faible profondeur pour protéger le littoral de l'action de la houle et des phénomènes d'érosion. Certains aménagements sont, par exemple, installés pour éviter le retrait massif du sable des plages. Les parcs à huître et les autres installations d'élevage sont aussi implantés dans ces zones proches du rivage mais dans des baies. La houle y est très fortement atténuée ce qui n'empêche pas la formation de perturbations hydrodynamiques génératrices d'affouillement ((6),(7),(8)).

Dans chacune des trois zones d'implantation distinguées, le milieu proche est perturbé. En considérant que la plupart des ouvrages maritimes (de protection côtière, de récupération d'énergie, etc.) sont implantés en profondeur intermédiaire, ce cadre a été choisi pour notre étude.

## 1.2. Impacts des structures sur l'environnement

Comme évoqué dans la partie précédente, les structures immergées en profondeur intermédiaire modifient l'écoulement induit par la houle et le courant quelle que soit la position considérée dans la colonne d'eau. La topologie de leur sillage est complexe. Les échelles temporelles des écoulements induits par ces interactions sont multiples mais peuvent éventuellement interférer lors de l'apparition de perturbations hydrodynamiques. Ces

perturbations se manifestent le plus souvent par la formation de structures tourbillonnaires à relativement grande échelle qui peuvent considérablement impacter l'environnement.

### 1.2.1. Interaction courant/structures

Les courants qui se manifestent en profondeur intermédiaire sont principalement des courants de marée. L'une de leurs caractéristiques est que leur direction et leur intensité peuvent être considérées comme uniformes partout en un instant donné, à l'échelle de la structure. Néanmoins, ces courants dépendent fortement de la bathymétrie et du profil des côtes avoisinantes qui induisent des phénomènes de réfraction et de diffraction. La présence d'une structure immergée induit des modifications significatives de l'écoulement dans son sillage. Quelle que soit sa géométrie, l'écoulement n'est plus uniforme en aval de cette dernière. Des décollements de couche limite ou des discontinuités de vitesses sur leur bord de fuite peuvent mener à la formation de tourbillons.

Des tourbillons peuvent aussi être générés en aval de piles verticales, supports d'éoliennes offshore par exemple. Dans ce cas, des allées de tourbillons de Von Karman apparaissent dans le sillage de la structure immergée. L'instabilité responsable de leur formation se manifeste lorsque  $Re = \frac{UD}{\nu} > 47$ , avec  $U$  la vitesse induite par le courant,  $D$  le diamètre de la pile et  $\nu$  la viscosité cinématique du fluide (Figure 1-1). Ils se forment, dans le sillage de la pile verticale, alternativement d'un côté puis de l'autre. L'écoulement dans le sillage de la pile verticale devient alors instationnaire. L'allée tourbillonnaire est caractérisée par sa fréquence d'émission qui dépend de  $U$  et de  $D$ . Les courants marins dus aux marées ont un temps caractéristique de l'ordre de 12 heures, ce qui est très largement supérieur à la période d'émission des tourbillons. Il n'y a pas de couplage entre le courant qui est considéré comme quasi-stationnaire et les tourbillons générés par forçage hydrodynamique.



Figure 1-1 – Allée tourbillonnaire de Von Karman (tiré de Maas *et al* (9))

Enfin, les sillages de structures plus complexes, tels que les hydroliennes, doivent être considérés lors de la conception d'un champ d'hydroliennes. Dans ce cas particulier, le sillage est constitué par plusieurs tourbillons générés, en usage normal, aux bords de fuite des pâles. Ils peuvent alors interagir avec d'autres hydroliennes en aval de la première et diminuer leur performance.

Dans les différentes interactions courant/structures évoquées, les tourbillons présents dans le sillage des structures sont susceptibles d'être entraînés par le courant et d'impacter l'environnement à plus ou moins grande distance. De plus, l'intensité et la direction des courants de marée varient dans le temps et l'espace en fonction de l'instant considéré sur le cycle de marée. Ces sillages impactent donc l'environnement tout autour de la structure.

### **1.2.2. Interactions houle/structures**

L'une des caractéristiques de la houle est qu'elle est instationnaire. Son temps caractéristique est de l'ordre de 5 à 15 secondes et est par conséquent bien plus court que celui de la marée. Ainsi, dans le cas d'un écoulement engendré par la houle et un courant de marée, ce dernier peut être considéré comme uniforme spatialement, mais aussi quasi-stationnaire. Par contre, le temps caractéristique de la houle est du même ordre de grandeur que celui associé aux instabilités de sillage de Karman ce qui rend la dynamique tourbillonnaire des sillages beaucoup plus complexe que dans le cas du courant seul.

L'implantation de structures immergées génère des modifications sur l'écoulement de base associé à la houle. D'une part, elles vont avoir un effet sur la propagation de la houle et d'autre part, des tourbillons vont apparaître dans leur sillage proche.

Lors de l'interaction houle/structures, l'énergie de la houle transmise est inférieure à l'énergie de la houle incidente. En effet, une partie de l'énergie de la houle incidente est réfléchiée par les structures immergées et une autre est dissipée. Parmi ces structures, certaines sont justement conçues pour minimiser l'énergie transmise. C'est le cas des structures de protection côtière comme les digues par exemple. Leur principe est de réfléchir et/ou de dissiper l'énergie de la houle pour protéger le littoral. Les digues ou ouvrages de protection côtière peuvent être de plusieurs formes et partiellement ou complètement immergés. En fonction de leurs caractéristiques géométriques, la houle est plus ou moins réfléchiée lors de l'interaction. Si l'on considère une structure de type vertical, la houle est quasiment

entièrement réfléchi. Dans les autres cas, une partie de l'énergie de la houle est transmise. Si une houle unidirectionnelle est considérée, la réflexion de la houle peut être caractérisée par un coefficient de réflexion égal au rapport de la hauteur significative de l'onde réfléchi  $H_{s,r}$  sur la hauteur significative de l'onde incidente  $H_{s,i}$  ; la hauteur significative étant définie comme la valeur moyenne des creux du tiers supérieur des vagues du train de houle ou comme  $4\sqrt{m_0}$ , avec  $m_0$  le moment d'ordre 0 du spectre d'énergie de la houle (10). Certaines digues, par leur perméabilité, permettent, non seulement de diminuer l'énergie transmise de la houle, mais elles permettent aussi d'atténuer sa réflexion. (Liu *et al* (11)). Les digues Jarlan permettent, elles aussi, de diminuer la réflexion de la houle mais, cette fois-ci, grâce à leur géométrie spécifique.

A plus petite échelle, les phénomènes de dissipation se traduisent par le transfert de l'énergie de la houle incidente vers les tourbillons. Cette énergie est ensuite dissipée lors de leur advection. En profondeur intermédiaire, les tourbillons peuvent atteindre les fonds marins et générer de l'affouillement dans le cas de lit sédimentaire. Ils perturbent ainsi l'environnement marin. De plus, à long terme, les fondations des structures immergées peuvent être détériorées ce qui entraîne leur effondrement.

Les tourbillons peuvent être générés lors de l'interaction houle/structure et/ou lors de l'interaction courant/structure. L'étude de la houle et du courant en interaction avec une structure est complexe car les perturbations hydrodynamiques générées sont couplées. L'étude du courant en interaction avec une structure a, quant à elle, déjà été largement étudiée (12). Notre étude porte donc plus spécifiquement sur l'interaction houle/structure. Les tourbillons issus de cette interaction modifient l'écoulement de base issue de la houle et impactent l'environnement que ce soit au niveau de la surface libre ou des fonds marins. Ces tourbillons transportent une partie de l'énergie issue de la houle incidente et selon les conditions de houle et les conditions géométriques des structures, cette énergie est plus ou moins importante. De même, ces conditions jouent un rôle sur la dissipation des tourbillons et donc sur leur durée de vie. Ces paramètres conditionnent considérablement les impacts environnementaux possibles aux alentours des ouvrages.



### **1.3. Objectif de thèse**

**Dans ce contexte, l'objectif de cette thèse est d'étudier la dynamique des tourbillons émis par une structure immergée en profondeur intermédiaire et soumise à la houle seule. Depuis leur formation jusqu'à leur déstabilisation tridimensionnelle, ils agissent sur l'environnement marin. Les perspectives applicatives consistent à prédire cet impact.**

## **2. Ecoulements tourbillonnaires**

Classiquement, dans la littérature les auteurs considèrent des conditions de houle particulières et des géométries de structure simplifiées pour étudier la modification de l'écoulement induit par la présence d'une structure immergée dans un champ de houle. Le plus souvent, la houle considérée est monochromatique, régulière et linéaire pour les cas de profondeur intermédiaire ou de type onde longue (cnoïdale, soliton, etc.) pour les cas de faible profondeur. Les structures utilisées sont le plus souvent de géométrie simple : marche, plaque horizontale, plaque verticale, etc. La dynamique tourbillonnaire a été très peu souvent considérée dans ces études classiques. Les quelques études qui l'ont prises en compte sont présentées dans cette partie et ceci quelles que soient la zone d'implantation et les structures considérées.

## 2.1. Tourbillons issus de l'interaction houle/structure

La théorie potentielle est souvent utilisée pour décrire les processus de transmission et de réflexion de la houle au-dessus d'un obstacle immergé. Par exemple, Parapatnich et Cheong (1) montrent que les plaques immergées permettent la réflexion et la dissipation d'une partie de l'énergie de la houle. Elles présentent également l'avantage de préserver la continuité de l'environnement marin puisqu'elles ne sont pas directement posées au sol mais en suspension. De plus, en termes de *design*, elles sont plus économiques et plus particulièrement dans les zones à eaux profondes. Cette configuration a été étudiée par de nombreux auteurs mais dans le cas de la théorie potentielle ((13), (14), (15), (16), (17), (18), (19)). À partir de cette théorie, la description de l'écoulement local autour d'une plaque immergée a été entreprise par certains auteurs ((20), (21), (22), (23)) et révèle un écoulement oscillant sous la plaque.

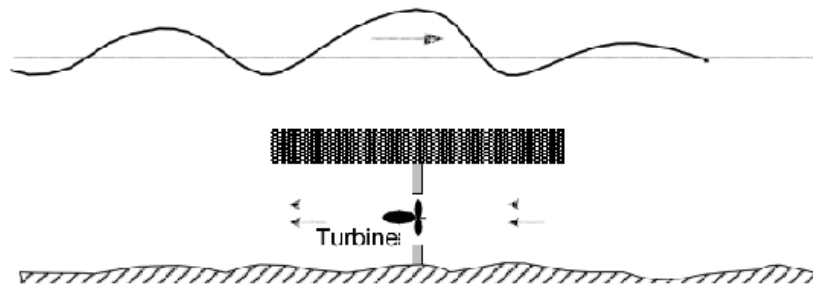


Figure 2-1 - Ecoulement sous la plaque horizontale dû à l'action de la houle (tiré de Carter (22))

En plaçant une hélice à cet endroit, cette configuration a été envisagée pour tenter de convertir une partie de l'énergie de la houle (Figure 2-1).

Néanmoins, se pose la question de la validité de ces théories dans le cas de l'étude de l'écoulement proche. En effet, dans l'étude de Chang *et al* (24), en 2005, l'utilisation d'un code RANS permet d'identifier des structures tourbillonnaires qui déterminent fortement l'écoulement. De même, en utilisant la PIV, Lengricht *et al* (25), ont montré qu'il y avait aussi génération de tourbillons sur les bords de la plaque, comme dans le cas des marches immergées traité par Chang *et al* (24). Néanmoins, la description de la cinématique des tourbillons n'a pas été précisée. Les tourbillons modifient considérablement les écoulements à proximité des structures mais ils n'ont été étudiés que récemment, notamment dans le cas des digues immergées. Ting et Kim (26), sont parmi les premiers à avoir étudié la dynamique tourbillonnaire générée par interaction de la houle avec une marche rectangulaire immergée. Leurs mesures ont permis de détecter, périodiquement, des tourbillons horaires et antihoraires des deux côtés de la marche immergée (Figure 2-2). Ces tourbillons sont fortement impliqués dans le processus de dissipation de la houle. S'ils atténuent fortement l'énergie de la houle transmise au passage de l'obstacle, ils n'ont quasiment pas d'effets sur son processus de réflexion. Le manque de précision de leurs données n'a cependant pas permis de quantifier précisément la dissipation due aux tourbillons.

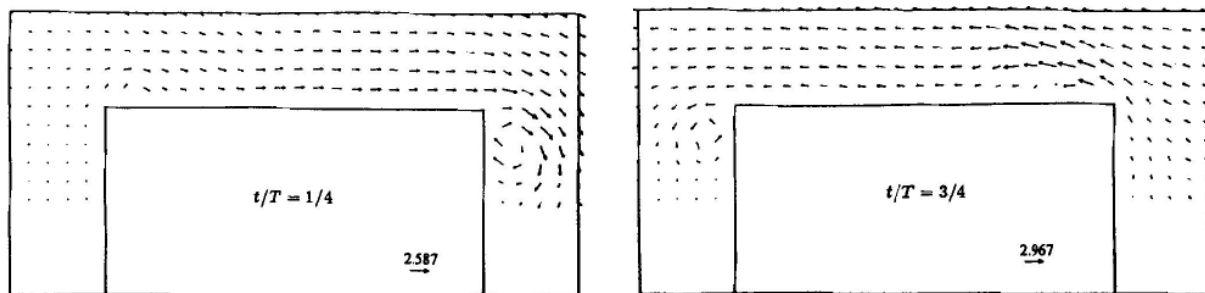


Figure 2-2- Tourbillons autour d'une marche immergée, issus de la LDA (Tiré de Ting et Kim (26))

Chang *et al* (24) obtiennent des résultats semblables en considérant une houle cnoidale se propageant au-dessus d'une structure similaire. Néanmoins, l'utilisation de la PIV et du code numérique RANS permettent d'aller plus loin dans la précision des résultats, notamment pour la description de la cinématique de l'écoulement. Ainsi, on observe plus distinctement l'interaction entre les tourbillons horaires et antihoraires générés aux bords de la structure (Figure 2-3).

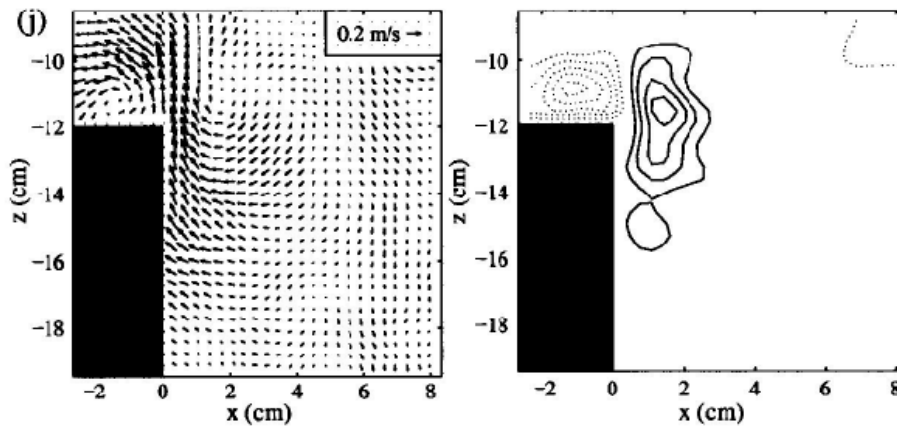


Figure 2-3- Tourbillons générés au bord aval d'une marche immergée, issus de la PIV (Tiré de Chang *et al* (24))

Les résultats obtenus par Chang *et al* (24) montrent que les tourbillons sont confinés dans un espace 2 ou 3 fois plus grand que les distances parcourues par des particules évoluant dans une configuration sans obstacle. Par ailleurs, l'amplitude de la houle ainsi que la hauteur de marche amplifient l'intensité des tourbillons. Une discussion intéressante sur la vitesse caractéristique à considérer pour l'adimensionnement de l'intensité tourbillonnaire est entreprise par les auteurs qui considère d'une part l'amplitude de houle et d'autre part la hauteur de marche. La dissipation des tourbillons a été quantifiée par Chang *et al* (27) en 2001. Ils ont montré, dans le cas d'une vague solitaire se propageant au-dessus d'un obstacle rectangulaire complètement immergé, que l'énergie dissipée atteint 15 % de l'énergie de l'onde incidente. En effet, les tourbillons générés entraînent une cascade d'énergie des grandes échelles vers les petites échelles de turbulence jusqu'aux échelles de dissipation visqueuse. Si l'intensité tourbillonnaire est encore suffisamment importante lorsque les tourbillons atteignent les fonds marins, ils peuvent y générer de l'affouillement, impacter la faune et la flore en accroissant la turbidité et fragiliser les fondations des structures immergées ((3), (4)). Par ailleurs, les tourbillons sont les signes d'efforts de portance qui peuvent être dimensionnant pour les structures elles-mêmes.

Lin et al (28) ont, quant à eux, étudié expérimentalement (PIV) l'interaction entre une plaque verticale immergée et une vague solitaire. Ils ont notamment observé l'apparition d'une couche de cisaillement entre deux domaines fluides de part et d'autre de la plaque. Celle-ci mène à l'apparition d'une paire de tourbillons impactant, après quelques instants, la surface libre (Figure 2-4).

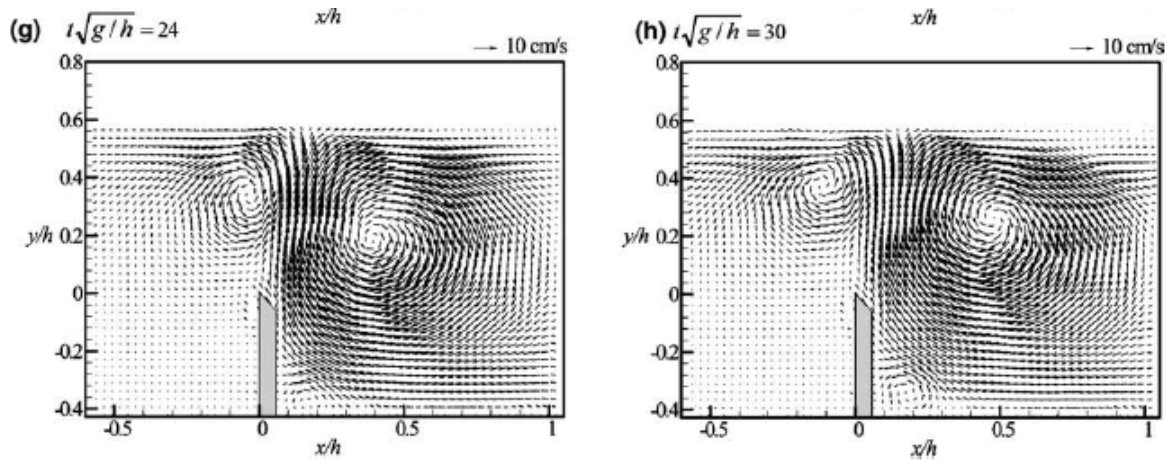


Figure 2-4 - Tourbillons générés en bord de plaque (tiré de Lin *et al* (28))

La description de la dynamique tourbillonnaire dans un champ de houle est une thématique plutôt nouvelle. Quelle que soit la structure considérée des tourbillons apparaissent lors de leur interaction avec la houle. Ils doivent être pris en compte pour une étude locale de l'écoulement.

## 2.2. Définition des tourbillons

Avant d'étudier la dynamique des tourbillons dans un champ de houle, il est important d'apporter ici quelques définitions fondamentales sur la dynamique des écoulements tourbillonnaires. De nombreux ouvrages sont disponibles sur le sujet comme, par exemple, celui de Saffman (29).

### 2.2.1. Définition d'un tourbillon

Les écoulements fluides peuvent être décrits par des champs de vitesse qui associent à tout point  $M(x, y, z)$  de l'espace, une vitesse  $\vec{u}(x, y, z, t)$ , définie dans le repère  $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  par :

$$\vec{u}(x, y, z, t) = u(x, y, z, t)\vec{x} + v(x, y, z, t)\vec{y} + w(x, y, z, t)\vec{z} \quad (2-1)$$

La vorticité  $\vec{\omega}$  se définit, quant à elle, par :

$$\vec{\omega} = \vec{\nabla} \times \vec{u} \quad (2-2)$$

De la vorticité appar  t, par exemple, lorsqu’il existe un gradient de vitesse suffisamment grand entre deux couches fluides (Figure 2-5).

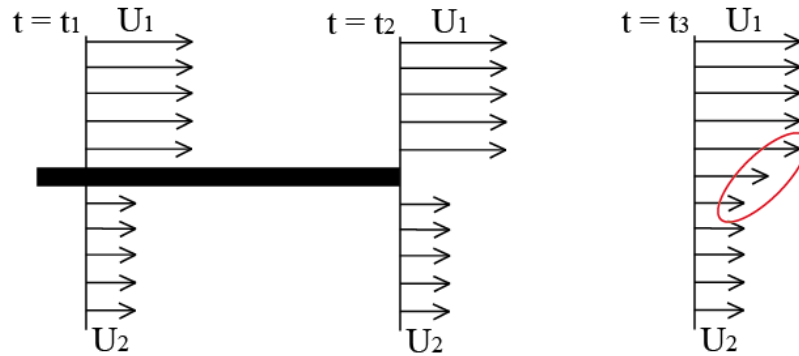


Figure 2-5 - Exemple de création de vorticité

Néanmoins, la présence de vorticité ne signifie pas qu’une structure cohérente de type tourbillon soit cr  e. De la vorticité générée par un saut de vitesse entre deux couches fluides peut se dissiper sans donner naissance à une structure cohérente. Les tourbillons sont des structures cohérentes dans le sens où ils concernent des zones du fluide, très grandes devant les échelles visqueuses, dans lesquelles la distribution de vorticité est continue et de même signe. Dans le cas de l’existence de tourbillons stationnaires, les lignes de courant sont susceptibles de s’enrouler en spirales, voire d’être fermées, autour du centre de rotation. Cependant, dans le cas d’une structure convectée, les lignes de courants ne remplissent pas ces conditions, ce qui n’empêche pas les tourbillons d’exister (Figure 2-6).

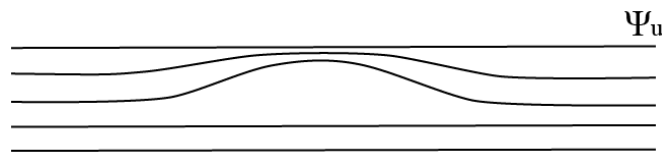


Figure 2-6 - Lignes de courant associées à un tourbillon convecté

La Figure 2-6 représente les lignes de courant d’un écoulement où un tourbillon est convecté par un courant uniforme et continu. Dans le cas d’un tourbillon dans un champ de houle, celui-ci est encore plus difficilement identifiable en considérant ce même critère car le champ de vitesse associé à la houle n’est pas uniforme. Finalement, la définition retenue consiste à considérer que les tourbillons existent dès lors que leur cœur peut être associé à un minimum

local de pression. Cette définition est issue de la théorie de Jeong et Hussain (30) développée dans la section 4.2.2.

Par ailleurs, les tourbillons ont un rôle sur le transport de masse, de quantité de mouvement et d'énergie. Dans notre étude les tourbillons accumulent une partie de l'énergie de la houle et la transportent selon leur direction d'advection. L'énergie cinétique  $T$  des tourbillons se définit alors par son enstrophie (2-3) qui permet notamment de ne pas prendre en compte les termes de vitesse liés à la convection.

$$T = \int \frac{1}{2} \rho \omega^2 dV \quad (2-3)$$

Dans le cas où le fluide est considéré comme visqueux, cette énergie peut se dissiper au cours du temps.

### 2.2.2. Circulation des tourbillons

La circulation d'un tourbillon est une grandeur qui définit son intensité. Dans le cas idéal du modèle de Rankine, un tube de vorticité de rayon  $a$  satisfait aux conditions suivantes :  $\omega = cte$  si  $r \leq a$  et  $\omega = 0$  si  $r > a$  (Figure 2-7).

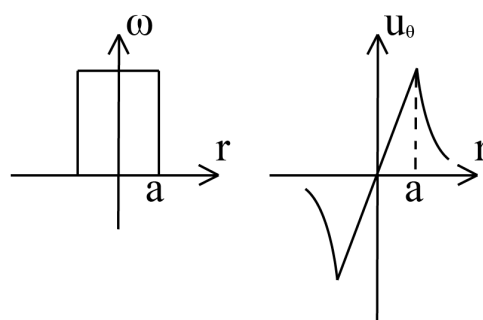


Figure 2-7 - Profils de vorticité et de vitesse en considérant un tourbillon de Rankine

Dans le cas du tourbillon de Rankine, le rayon  $a$  du tube est équivalent à la taille du cœur du tourbillon. Celle-ci est donc calculée en considérant la rotation solide du cœur. La circulation  $\Gamma$  d'un tel tourbillon s'exprime par :



$$\Gamma = \oint_C \vec{u} \cdot d\vec{l} = 2\pi r u_\theta(r) \quad (2-4)$$

avec  $C$  un contour fermé contenant le tube de vorticité et  $u_\theta$  la vitesse azimutale induite par la vorticité. En appliquant le théorème de Stokes, la circulation s'exprime également par :

$$\Gamma = \oiint_S \vec{\omega} \cdot \vec{n} dS \quad (2-5)$$

avec  $S$  la surface incluse dans le contour  $C$  et  $\vec{n}$  la normale de chacun des éléments appartenant à  $S$ . Les expressions (2-4) et (2-5) sont aussi valables dans le cas général, néanmoins, le rayon  $a$  du tube de vorticité ainsi que la définition du contour incluant le tourbillon sont des paramètres difficiles à définir. D'une part, la section des tourbillons n'est pas constante à cause des phénomènes d'étirement et de dilatation. D'autre part, même en une section donnée, de la vorticité peut exister autour des tourbillons, sans pour autant avoir coalescée avec ces tourbillons (voir Figure 2-8). La frontière est donc difficilement localisable.

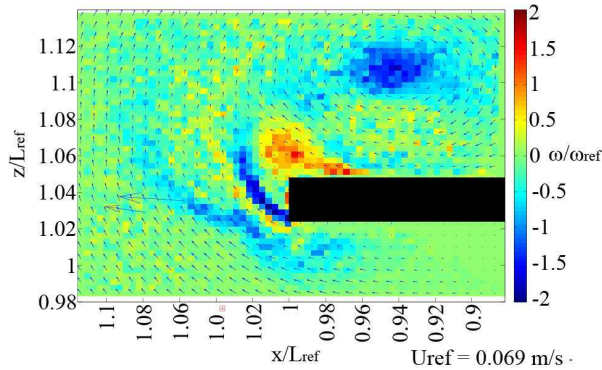


Figure 2-8 - Tourbillon dans un champ de houle

En deux dimensions, il est difficile d'établir un modèle de tourbillon associé aux tourbillons réels présents dans l'écoulement car ceux-ci sont convectés et non axisymétrique. Ce modèle permettrait pourtant de déterminer un contour fermé de manière rigoureuse. Comme la détection du contour est difficile, la circulation peut être calculée en utilisant la relation (2-5) et une méthode de seuillage. Ce calcul est détaillé dans la section 4.2.3.

### 2.2.3. Théorème de Kelvin

Une autre propriété importante des tourbillons est énoncée dans le théorème de Kelvin qui postule la conservation de la circulation à condition : que la viscosité soit considérée nulle, que les forces extérieures dérivent d'un potentiel scalaire et que le fluide soit barotrope, c'est-à-dire que la densité soit une fonction de la pression seulement (31). Les conséquences du théorème de Kelvin sont les suivantes :

- les lignes de tourbillons orientées par le vecteur  $\vec{\omega}$  se déplacent selon l'écoulement ;
- la circulation est constante tout au long des tourbillons quelle que soit la section de tourbillon considérée ; une dilatation ou une contraction des tourbillons induit automatiquement une baisse ou une augmentation de la vitesse azimutale respectivement ;
- les tourbillons doivent avoir leurs extrémités connectées à une interface solide/liquide, solide/gazeux ou liquide/gazeux ou former des anneaux tourbillonnaires ;
- la circulation des tourbillons reste constante au cours du temps

Néanmoins dans la réalité des écoulements, les fluides sont toujours visqueux, ce qui induit une diffusion et une dissipation visqueuse des tourbillons, elles-mêmes éventuellement issues des phénomènes de turbulence.

### 2.2.4. Dynamique de la vorticité

En prenant le rotationnel de l'équation de Navier et Stokes, nous obtenons l'équation de transport de la vorticité :

$$\frac{\partial \vec{\omega}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \vec{\nabla}) \vec{\omega} = (\vec{\omega} \cdot \vec{\nabla}) \vec{u} + \nu \Delta \vec{\omega} \quad (2-6)$$

Le premier terme à gauche du signe égal correspond à l'effet d'instationnarité de l'écoulement, le second correspond à la convection de la vorticité par l'écoulement ; le premier terme à droite du signe égal correspond à l'étirement et à l'inclinaison du tourbillon, le second correspond à la diffusion visqueuse de la vorticité.

Cette équation de transport de la vorticité (2-6) permet de décrire tous les phénomènes induits lors de l'évolution des tourbillons mais ne peut pas se résoudre analytiquement sans faire d'hypothèses de simplification préalables.

## 2.2.5. Champ de vitesse induit par un filament courbe

Les tourbillons sont considérés comme des filaments tourbillonnaires si l'écoulement est irrotationnel (ou faiblement rotationnel) en dehors d'un tube de diamètre très petit devant les dimensions de l'écoulement et notamment devant le rayon de courbure local  $\rho$  de ces filaments. Les filaments tourbillonnaires possèdent un diamètre nul mais conservent la circulation  $\Gamma$  des tourbillons qui leur sont associés. Une représentation de cette équivalence est donnée Figure 2-9 dans le cas d'un tourbillon rectiligne.

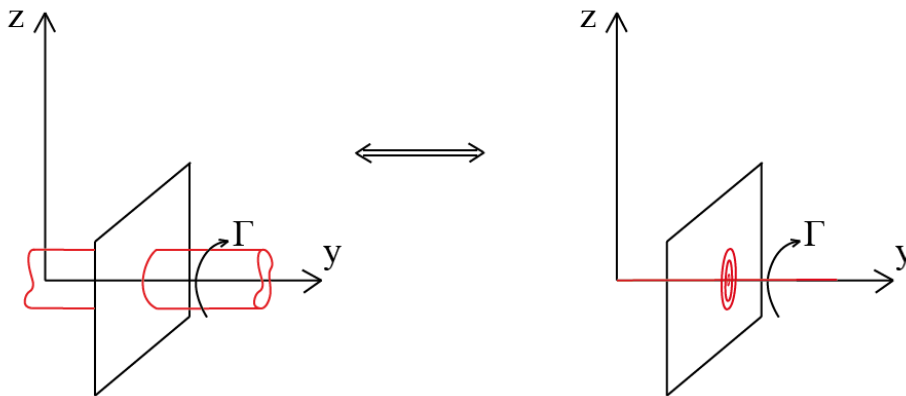


Figure 2-9 – Equivalence tourbillons-filaments tourbillonnaires

Sous l'effet d'une perturbation infinitésimale les tourbillons sont susceptibles de s'incurver.

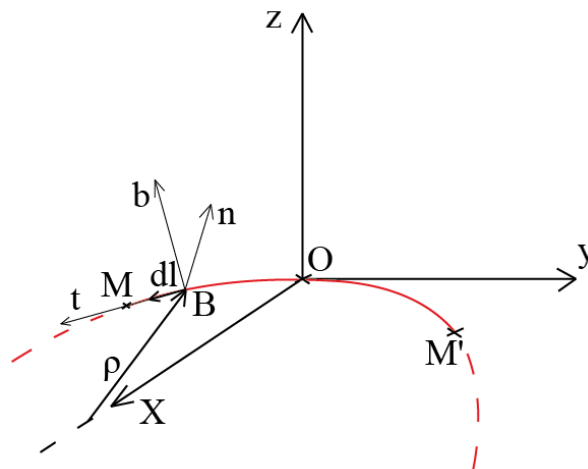


Figure 2-10 – Filament tourbillonnaire courbe

Le vecteur vorticité  $\vec{\omega}$  associé au filament est alors orienté selon le vecteur  $\vec{t}$  tangent au filament (Figure 2-10). Dans ce cas, le filament tourbillonnaire induit des vitesses sur lui-même. La vitesse induite en  $O$  par le tronçon de filament  $MM'$  (voir Figure 2-10) s'exprime par l'expression de Biot et Savart :

$$\vec{U}(O) = \frac{\Gamma}{4\pi} \int_M^{M'} \frac{\vec{r} \times d\vec{l}}{r^3} \quad (2-7)$$

où  $\vec{r} = \vec{OB}$  avec  $B$  le point associé aux éléments  $d\vec{l}$  du filament entre  $M$  et  $M'$ . Dans la configuration d'un filament courbe, décrite sur la Figure 2-10, la direction de la vitesse induite par le tronçon  $M'O$  est la même que celle induite par le tronçon  $OM$ . Les déformations du filament deviennent donc tridimensionnelles à cause de cette auto-induction.

Cette loi est utilisable dans la mesure où l'on considère un filament tourbillonnaire. Cependant, lorsque le point  $B$  se rapproche du point  $O$ , la distance  $r$  tend vers 0 et l'intégrale est singulière. Il faut utiliser la théorie du *cut off* qui permet de d singulariser l'intégrale de Biot et Savart en retranchant un intervalle de part et d'autre du filament comme indiquée sur la Figure 2-11 où la zone prise en compte pour l'intégration est en rouge.

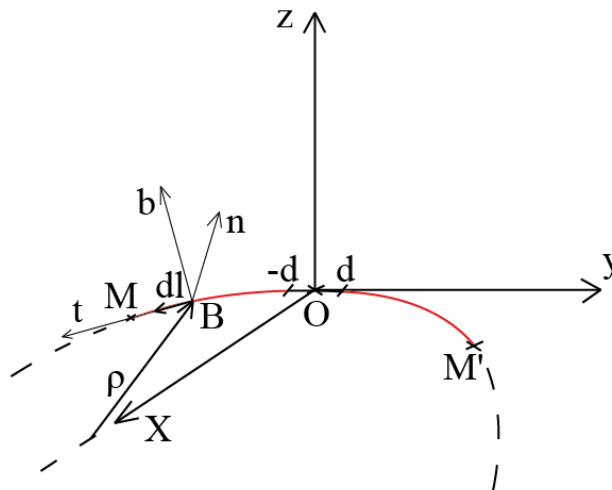


Figure 2-11 - Utilisation de l'approximation du *cut-off*

La relation (2-7) devient alors :

$$\vec{U}(O) = \frac{\Gamma}{4\pi} \int_{MM' \setminus [-d; d]} \frac{\vec{r} \times d\vec{l}}{r^3} \quad (2-8)$$

avec  $d = a\varepsilon$  où  $a$  est la taille du cœur et  $\varepsilon$  est un paramètre adimensionnel qui dépend de la structure interne du tourbillon considéré.

La définition, ainsi que les caractéristiques principales des tourbillons et de leur dynamique sont des prérequis pour caractériser la dynamique tourbillonnaire présente dans notre écoulement. À partir de ces prérequis, les tourbillons, leur rôle sur l'écoulement ainsi que les phénomènes qui induisent leur déstabilisation sont étudiés.

### **3. Définition des conditions de l'étude**

L'étude de l'évolution spatio-temporelle des tourbillons dans un champ de houle est réalisée expérimentalement. Pour simplifier le problème, la houle utilisée est monochromatique et linéaire, d'où une cambrure faible. La profondeur est, quant à elle, prise suffisamment grande par rapport à la longueur d'onde pour se placer dans le cas des profondeurs intermédiaires. Ces hypothèses correspondent au modèle de Stokes au 1<sup>e</sup> ordre. D'autre part, la structure est une plaque plane horizontale utilisée comme générateur de tourbillons. Ainsi, l'émission des tourbillons est localisée en bord de plaque. Ceci permet de limiter le nombre de paramètres géométriques et d'utiliser des modèles théoriques ou numériques « simples ».

### 3.1. Description du dispositif expérimental

Un canal à houle a été utilisé pour générer une houle monochromatique et linéaire (Figure 3-1).

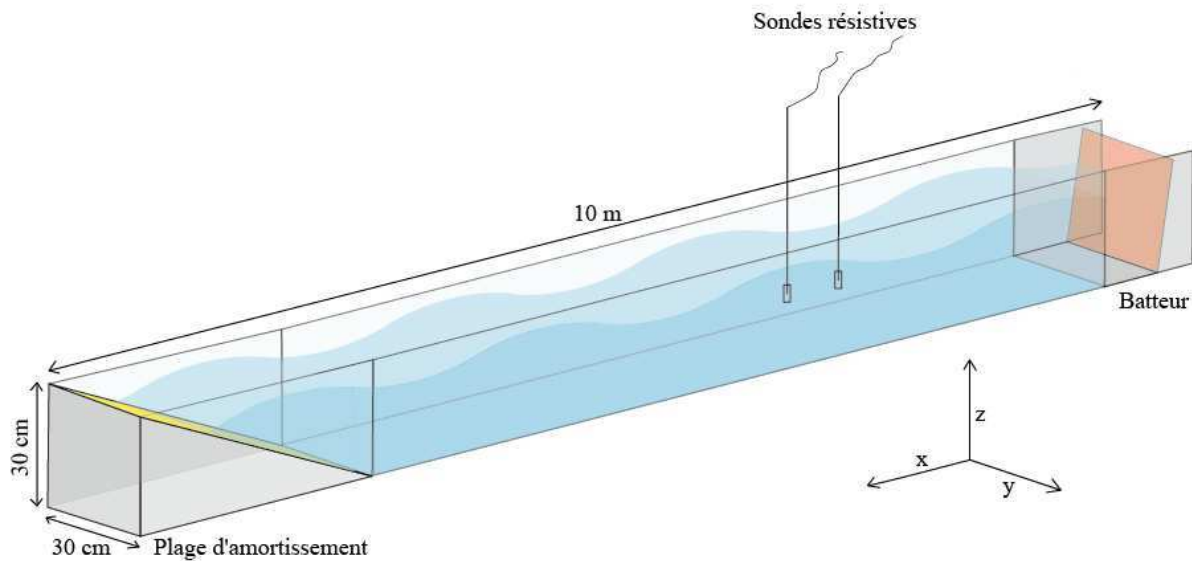


Figure 3-1 - Description du canal à houle

La fréquence et l'amplitude de la houle sont ajustables grâce à un batteur, situé à l'une des extrémités du canal. Il oscille autour de son axe de rotation à une fréquence prédéfinie. À l'autre extrémité du canal une plage d'amortissement permet d'amortir la réflexion de la houle. Néanmoins, la réflexion de la houle sur la plage d'amortissement ou sur la structure immergée n'est pas absorbée par le batteur. Ceci implique que la fonction de transfert du

générateur est inconnue et qu'on ne peut, a priori, pas déterminer l'amplitude d'oscillation du batteur pour obtenir une amplitude de houle donnée. Le réglage de l'amplitude de l'onde incidente est donc itératif. Cette dernière est une onde monochromatique issue d'une multitude de réflexions entre la plage et le batteur. L'amplitude et les longueurs d'onde des ondes incidente et réfléchie sont mesurées par deux sondes résistives en utilisant la méthode de Goda-Suzuki (32). Ce système de mesure permet de contrôler si le batteur génère la houle à la fréquence, à la longueur d'onde et à l'amplitude voulues. L'amplitude  $A$ , ainsi que la longueur d'onde  $\lambda$  ont été fixées à  $1.1 \text{ cm}$  et à  $1.21 \text{ m}$  afin de minimiser la cambrure de houle définie par  $\varepsilon = \frac{A}{\lambda} = \frac{0.011}{1.21} = 0.009$ . Ceci est, en effet, un prérequis pour que la houle générée corresponde à une houle de Stokes du 1<sup>e</sup> ordre. Par ailleurs, l'amplitude  $A$  de la houle ne pouvait pas être prise trop petite pour des soucis de précision de mesure. La hauteur d'eau  $h$  a, quant à elle, été fixée à  $0.2 \text{ m}$ . Ainsi, les conditions de profondeur intermédiaire sont respectées car le paramètre de dispersion  $\beta = \frac{h}{\lambda}$  est égal à  $0.16$ . Avec ce jeu de paramètres, s'il n'y a aucune structure immergée dans le canal, le coefficient de réflexion mesuré, dû à la plage d'amortissement, est de l'ordre 5%. Le nombre d'Ursell qui quantifie la linéarité de la houle est, quant à lui, égal à  $U_r = \frac{\alpha}{\beta^2} = 2.15$  avec  $\alpha = \frac{A}{h}$ .

## 3.2. Conditions de houle

Dans les conditions précédemment définies, la houle générée par le batteur peut être considérée comme une houle de Stokes du 1<sup>e</sup> ordre. L'écoulement peut être considéré comme bidimensionnel en négligeant les épaisseurs de couche limite aux parois par rapport à la largeur du canal et à la hauteur d'eau. Le fluide utilisé est incompressible et, hors couche limite et zones de sillages, il est aussi irrotationnel. Le champ de vitesse 2D associé à ce modèle de houle est défini par les relations (3-1) et (3-2), en considérant  $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  comme repère de référence (Figure 3-3) avec l'origine  $O$  prise au fond du canal.

$$u = A \frac{g}{\chi} k \frac{\cosh(kz)}{\cosh(kh)} \sin(\chi t - kx) \quad (3-1)$$

$$w = A \frac{g}{\chi} k \frac{\sinh(kz)}{\cosh(kh)} \cos(\chi t - kx) \quad (3-2)$$



avec  $\vec{u} = u\vec{x} + w\vec{z}$  et  $\chi$  la pulsation de la houle.

L'une des particularités de la houle de Stokes du premier ordre est que les particules fluides qui évoluent dans l'écoulement ont des trajectoires elliptiques périodiques et un déplacement moyen nul sur une période de houle. Ceci à condition que les amplitudes de ces orbites soient très petites devant la longueur d'onde ce qui est le cas dans notre expérience puisque l'ordre de grandeur du rapport de ces deux grandeurs est d'environ 0.05. Par ailleurs, dans une telle houle, la longueur d'onde et la fréquence de houle sont reliées, entre elles et à la hauteur d'eau  $h$ , par la relation de dispersion (3-3) :

$$\chi^2 = gk \tanh(kh) \quad (3-3)$$

avec  $\chi = \frac{2\pi}{T}$  la pulsation de la houle et  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  son nombre d'onde. À partir de la relation de dispersion, comme la longueur d'onde  $\lambda$  est de 1.21 m, la fréquence  $f$  et la période  $T$  sont respectivement de 1 Hz et de 1 s. Une modification de la hauteur d'eau  $h$  induit une modification de la longueur d'onde de houle  $\lambda$ . Cependant, lorsque cette hauteur d'eau devient trop faible, l'écoulement ne correspond plus à une houle de Stokes car le nombre d'Ursell devient trop grand. Dans notre étude, la hauteur  $h$  est maintenue constante, l'écoulement peut donc être décrit par la houle de Stokes partout dans le canal à houle, excepté au niveau du batteur et de la plage d'amortissement. Néanmoins, l'introduction d'une structure immergée ne permet plus d'utiliser ce modèle pour décrire la houle notamment à proximité de la structure. En effet, il ne prend en compte ni les effets de sillage, ni la faible hauteur d'eau au-dessus de l'ouvrage.

### 3.3. La structure immergée utilisée

L'étude est réalisée en considérant une plaque horizontale immergée, utilisée comme générateur de tourbillons (Figure 3-2).

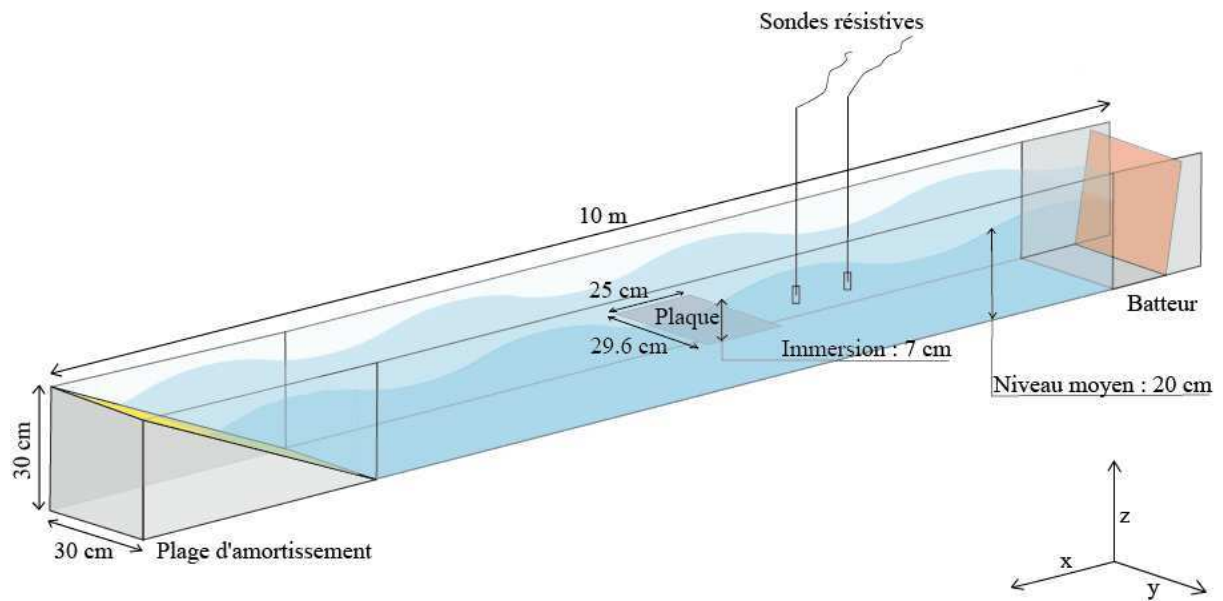


Figure 3-2 - Paramètres du dispositif expérimental

Ce choix est motivé par le fait que la plaque permet de situer précisément l'endroit où les tourbillons sont générés. Par ailleurs, la plaque a été préférée à la marche immergée pour deux raisons. D'une part, l'écoulement aussi bien au-dessus, qu'en dessous de la structure conduit à des cisaillements plus importants aux extrémités de la plaque et induit donc des tourbillons plus intenses. D'autre part, parallèlement à cette étude expérimentale, une modélisation numérique est réalisée avec une méthode (méthode « vortex » : voir Annexe 2) naturellement bien adaptée à la description des écoulements tourbillonnaires avec des géométries de corps effilés.

Le repère défini dans notre étude est associé à la position de la plaque. Le centre  $O$  du repère est situé au milieu de la plaque selon  $\vec{x}$  et au fond du canal selon  $\vec{z}$  (Figure 3-3).

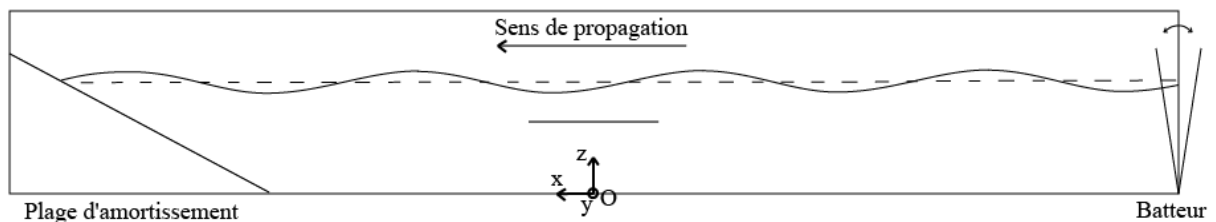


Figure 3-3 - Repère de référence

Les dimensions et l'immersion de la plaque sont choisies de façon à faire le lien entre les expériences et une application possible comme système de protection côtière. Brossard *et al* (2) ont étudié le comportement d'un tel ouvrage en fonction de son immersion et du rapport

longueur de plaque sur longueur d'onde de la houle se propageant au-dessus de la plaque (noté  $\Lambda = L/\lambda$  par les auteurs). Ils ont montré que ce système génère des harmoniques pouvant avoir des amplitudes importantes et que celles-ci sont corrélées aux valeurs du coefficient de réflexion (Figure 3-4).

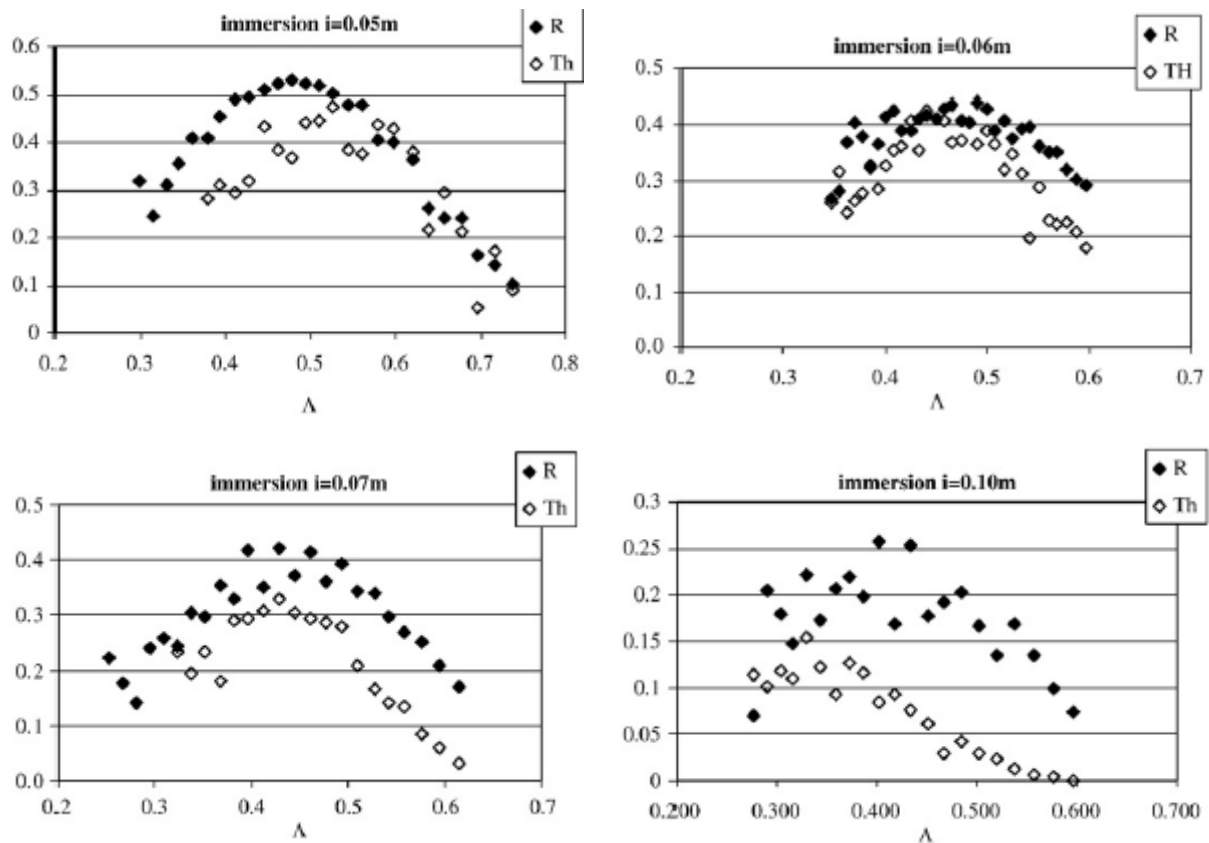


Figure 3-4 - Coefficient de réflexion et taux d'harmonique en fonction de l'immersion et du rapport  $\Lambda$  (tiré de (2))

C'est l'examen de ces résultats qui a conditionné le choix des critères géométriques. Les contraintes sont de limiter la réflexion, de générer un faible taux d'harmonique pour l'onde transmise et de ne pas trop perturber la surface libre afin d'éviter les déferlements. Pour répondre à ces contraintes, le paramètre  $\Lambda$  a été pris égal à 0.32 ce qui correspond à une longueur de plaque  $L = 25 \text{ cm}$ . Dans ce cas particulier la longueur de plaque qui minimise l'énergie de houle transmise est de l'ordre d'un quart de la longueur d'onde du mode fondamental. La houle générée par le batteur ayant  $\lambda = 1.21 \text{ m}$  pour longueur d'onde, la longueur de plaque a été prise à  $L = 25 \text{ cm}$  pour une immersion  $i$  de  $0.07 \text{ m}$ . Dans ces conditions, le coefficient de réflexion de l'onde est de 25%.

Une seconde configuration géométrique a également été étudiée et considère une longueur de plaque  $L = 5 \text{ cm}$ . Les contraintes restent respectées pour cette configuration puisque la

plaque a globalement moins d'impact sur l'environnement proche. Dans cette configuration, le coefficient de réflexion de l'onde est de 12.6%.

Par ailleurs, selon la troisième direction  $\vec{y}$  de l'étude, la largeur de plaque considérée,  $l = 296 \text{ mm}$ , est égale à la largeur du canal. Ceci afin de rester dans un cadre général 2D. Deux types de matériaux sont utilisés pour la plaque. En effet, le suivi des tourbillons a nécessité l'utilisation de la PIV (voir section 4) et de la stéréo-vidéographie (voir section 5). Dans le premier cas, la plaque était en verre afin d'éviter les zones d'ombre lors de la visualisation ce qui permettait d'avoir un bon suivi des particules tout autour de la plaque pour le calcul des champs de vitesse. Dans le second cas, la plaque était en acier car elle constituait l'une des bornes de l'électrolyse servant à générer des bulles d'hydrogènes pour visualiser les tourbillons. L'épaisseur  $e$  de la plaque a été déterminée à partir des matériaux utilisés, le but étant de limiter la valeur de la flèche de la plaque lorsque la houle agit sur cette dernière. Elle a été fixée à  $e = 3 \text{ mm}$ . En utilisant la fenêtre de visualisation la plus zoomée (voir section 4.1.3), l'amplitude de l'oscillation du bord aval de la plaque en verre a été mesurée. Celle-ci s'élève à  $0.183 \pm 0.009 \text{ mm}$ . La précision indiquée correspond à la résolution de la fenêtre de visualisation. La mesure n'a pas été effectuée dans le cas de l'acier mais la flèche sera moins élevée dans ce cas puisque son module d'Young est plus important. La flèche obtenue est suffisamment petite par rapport aux dimensions de la plaque pour que son oscillation soit considérée comme négligeable.

Une fois tous les paramètres, géométriques, ainsi que ceux de houle, définis, l'étude des tourbillons dans cette configuration est entreprise.

### **3.4. Grandeurs caractéristiques de l'étude**

Les conditions expérimentales ont été décrites précédemment. Ces conditions permettent notamment de générer des tourbillons en bord de plaque pour concentrer l'étude sur la dynamique tourbillonnaire. Le dispositif expérimental permet de modéliser l'immersion d'une plaque immergée en profondeur intermédiaire sous certaines conditions. Afin de faire la correspondance entre les diverses expériences menées et les conditions réelles, différents paramètres adimensionnels sont définis. Ces paramètres sont déduits des caractéristiques géométriques et des conditions de houle. Les grandeurs adimensionnées sont : la vitesse, la vorticité, et les distances parcourues par les particules fluides. Une fois adimensionnées, ces grandeurs peuvent être plus facilement confrontées entre différentes études, chacune ayant ses

échelles caractéristiques. Afin de quantifier les perturbations hydrodynamiques induites, la vitesse de référence considérée est celle de l'amplitude de la houle de Stokes au 1<sup>e</sup> ordre, à la profondeur d'immersion  $i$  de la plaque immergée. Ainsi, d'après la relation (3-1) la vitesse de référence de notre étude est :

$$U_{ref} = A \frac{g}{\omega} k \frac{\cosh[k(h-i)]}{\cosh[kh]} = 0.069 m/s \quad (3-4)$$

Si les vitesses mesurées expérimentalement sont très éloignées de  $U_{ref}$  c'est que la présence de la plaque et la génération des tourbillons influencent fortement l'écoulement local.

La vorticité de référence est, quant à elle, calculée comme le rapport entre la vitesse de référence et l'épaisseur de la couche limite en considérant un écoulement oscillant à la fréquence  $f$  au-dessus d'une plaque infinie (33) :

$$\omega_{ref} = \frac{U_{ref}}{\delta} = \frac{U_{ref}}{\sqrt{\frac{\nu}{\pi f}}} = \frac{0.069}{5.64 \times 10^{-4}} = 111.7 \text{ rad/s} \quad (3-5)$$

avec  $\nu = 10^{-6} m^2/s$  la viscosité cinématique.

Dans le calcul de la vorticité de référence (3-5), la longueur utilisée est l'épaisseur de la couche limite se développant sur la plaque car cette grandeur est caractéristique du taux de cisaillement à l'origine de la formation des tourbillons.

La longueur caractéristique est prise comme la moitié de la longueur  $L$  de la plaque :

$$L_{ref} = \frac{L}{2} = 0.125 \text{ m} \quad (3-6)$$

Cette longueur de référence est utilisée pour adimensionner les longueurs selon les directions  $\vec{x}$  et  $\vec{z}$ . Ceci permet de ne pas avoir de distorsion sur les représentations des champs de vitesse et de vorticité lors de l'étude bidimensionnelle des tourbillons (voir section 4). De plus, elle permet de localiser rapidement les deux bords de plaque en  $\frac{x}{L_{ref}} = \pm 1$ . Par ailleurs, la distance entre la plaque et le fond du canal est de  $h - i = 0.13 \text{ m}$ . Suivant le repère  $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ , la plaque est donc à  $\frac{z}{L_{ref}} = 1.04 \approx 1$  par rapport au fond du canal. Selon la troisième dimension  $\vec{y}$ , l'adimensionnement est réalisé par rapport à la largeur du canal :  $l = 0.296 \text{ m}$ . Cette

adimensionnement est notamment utilisé pour l'étude 3D des tourbillons. Le temps caractéristique de l'étude est défini par rapport à la houle incidente :

$$T_{ref} = T = \frac{1}{f} = 1s \quad (3-7)$$

Ce temps caractéristique est utilisé car, même si l'écoulement n'est pas reproductible d'une période à l'autre à cause de la déstabilisation tridimensionnelle des tourbillons, les perturbations hydrodynamiques induites par la présence de la plaque se renouvellent à chaque nouvelle période de houle. Néanmoins, ce temps n'est pas à considérer pour traiter le développement des instabilités hydrodynamiques. Celles-ci se manifestent, en effet, beaucoup plus rapidement.

Enfin la circulation caractéristique est définie par :

$$\Gamma_{ref} = 2LU_{ref} = 4L_{ref}U_{ref} = 0.0345 \text{ m}^2/s \quad (3-8)$$

ce qui correspond au calcul de la circulation autour de la plaque en considérant une vitesse uniforme  $U_{ref}$  le long d'un rectangle infiniment mince englobant la plaque.

A partir de la vitesse et du temps caractéristique, nous pouvons définir les nombres sans dimensions représentatifs des conditions de notre écoulement : les nombres de Reynolds et de Keulegan-Carpenter.

$$Re = \frac{U_{ref}i}{\nu} = 4830 \quad (3-9)$$

$$KC = \frac{T_{ref}U_{ref}}{i} = 0.99 \quad (3-10)$$

Le nombre de Reynolds est caractéristique du niveau de turbulence à grande échelle présent dans l'écoulement. Le nombre de Keulegan-Carpenter permet, quant à lui, de quantifier le déplacement maximum des particules fluides par rapport à la hauteur d'eau au-dessus de l'obstacle. Ce deuxième paramètre est important pour déterminer si des tourbillons sont susceptibles d'apparaître et de se développer (26). Ces deux nombres adimensionnels sont plus sensibles à  $i$  qu'à  $L_{ref}$ . Moins l'immersion  $i$  est grande, plus l'écoulement se rapproche

d'un écoulement en eau peu profonde au-dessus de la plaque. Les vitesses tendent alors à être uniformes au-dessus de la plaque, le saut de vitesse à être plus grand sur ses extrémités et les perturbations engendrées plus importantes. Des tourbillons sont alors susceptibles d'apparaître dans les zones amont et aval.

C'est dans ce cadre que les tourbillons issus de l'interaction houle/plaque immergée vont être étudiés. La longueur de plaque sera amenée à changer pour constater de son effet sur la dynamique tourbillonnaire. L'étude porte, dans un premier temps, sur l'écoulement bidimensionnel induit par la présence de la plaque ; puis, dans un second temps, sur la déstabilisation tridimensionnelle de ces tourbillons générés en bord de plaque.

## 4. Ecoulement bidimensionnel induit autour de la plaque par l'interaction houle/structure



L'objectif de ce chapitre est de montrer quels sont les effets induits par l'immersion d'une plaque dans un champ de houle. Nous nous plaçons dans un premier temps dans un plan 2D vertical dans l'axe du canal à houle et à équidistance de ses deux parois. Ceci permet d'avoir accès à l'écoulement bidimensionnel induit par cette interaction. L'instrumentation utilisée (PIV 2D) ne permet d'avoir accès qu'aux composantes  $u$  et  $w$  du vecteur vitesse  $\vec{u}$  et à la composante  $\omega_y$  du vecteur vorticité  $\vec{\omega}$  (vecteurs définis dans le repère  $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  de la Figure 3-3). Toutes les composantes de la vorticité ne sont donc pas considérées. L'approximation consiste donc à supposer qu'au cours de leur développement, l'amplitude des déformations des tourbillons est petite par rapport à la largeur de plaque et que la majorité de la vorticité est incluse dans le terme  $\omega_y$ . En outre, lorsque les déformations deviennent trop importantes et que les termes  $\omega_x$  et  $\omega_z$  ne sont plus négligeables par rapport à  $\omega_y$ , l'approximation n'est plus envisageable. Par ailleurs, l'étude entreprise permet de travailler sur les écoulements moyens autour de la plaque. Du coup, les effets tridimensionnels de déstabilisation des tourbillons sont lissés en travaillant sur plusieurs périodes de houle et permettent de rester dans le cadre de notre approximation (voir section 4.2.1).

## 4.1. Dispositif expérimental utilisé

L'écoulement induit par la présence de la plaque dans un champ de houle est visualisé en deux dimensions par Vélocimétrie par Images de Particules (PIV). Le schéma du dispositif expérimental est illustré Figure 4-1.

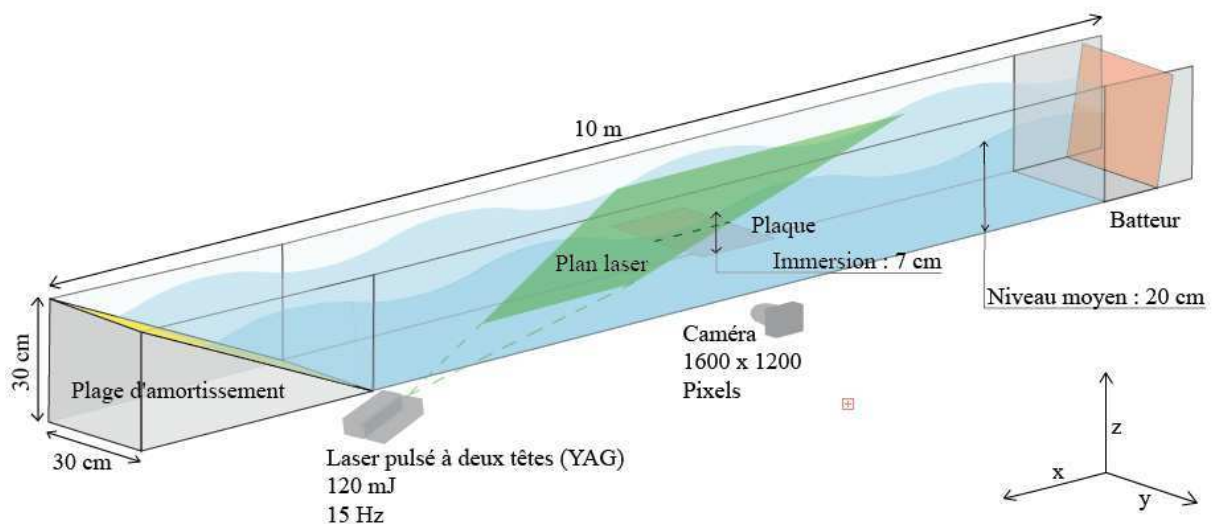


Figure 4-1 - Dispositif expérimental de la PIV

### 4.1.1. Fonctionnement de la PIV

La PIV permet d'enregistrer deux images à des instants très proches avec une caméra afin de localiser les positions successives de traceurs introduits préalablement dans le canal et de s'en servir pour reconstituer un champ de vitesse. Une fois ce champ de vitesse calculé, le champ de vorticité est déterminé en utilisant la relation (2-2). Le laser est positionné sous le canal de manière à émettre une nappe laser dans l'axe du canal à houle et à équidistance de ses deux parois latérales. La caméra est positionnée de manière à être focalisée sur la nappe laser avec la résolution souhaitée. La plaque utilisée dans cette expérience est en verre. Ainsi, l'intensité de la nappe laser est peu atténuée au passage de la plaque et est homogène dans les zones de visualisation considérées. Pour ensemencher le fluide nous utilisons des particules de polyamide d'une taille moyenne de  $20 \mu m$  et d'une densité de  $1.1 g/cm^3$ . Celles-ci permettent une répartition homogène des particules tout autour de la plaque. Ce sont ces particules qui vont diffuser et réfléchir la lumière  mise par le laser et rendre possible la visualisation de l'écoulement autour de la plaque.

La caméra utilisée pour cette expérience a une résolution de  $1600 \times 1200 \text{ pixels}$  et peut atteindre la fréquence d'acquisition de  $30 \text{ Hz}$  en mode classique et de  $15 \text{ Hz}$  en mode PIV. Dans ce dernier mode, elle est réglée pour enregistrer deux images séparées d'un temps  $\Delta t$  très court (Figure 4-2).

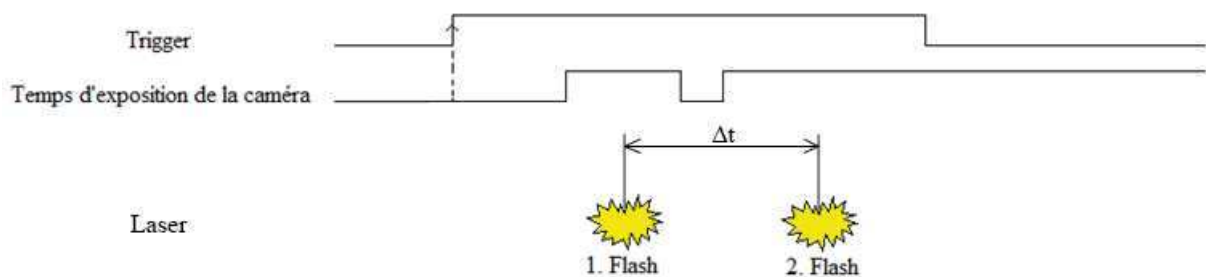


Figure 4-2 - Chronogramme de la caméra et flash du laser pulsé

Lors de l'enregistrement, le temps d'ouverture de la caméra pour la première image est beaucoup plus court que celui de la seconde image. Lors de ces deux ouvertures la caméra emmagasine la lumière  mise par deux flashes générés par un laser pulsé (YAG)   deux têtes d'une puissance de  $120 \text{ mJ}$  et d'une fréquence maximum de  $15 \text{ Hz}$ . Ces flashes lumineux sont séparés d'un temps  $\Delta t$  ajustable. Ce temps sera plus ou moins long selon la résolution de la

zone de visualisation. En effet, les particules doivent se déplacer d'une distance d'environ 10 *pixels* pour que le calcul des vecteurs vitesses, réalisé par notre logiciel d'acquisition Direct PIV, soit optimal. La position des particules utilisées pour la PIV est précisément repérée pour chaque image d'une même paire car chaque flash laser est quasi-instantané par rapport aux temps d'ouverture de la caméra.

#### 4.1.2. Mise au point et calibration

Avant de lancer les acquisitions il faut effectuer la mise au point de la caméra à partir de la nappe générée par le laser YAG (Figure 4-3).

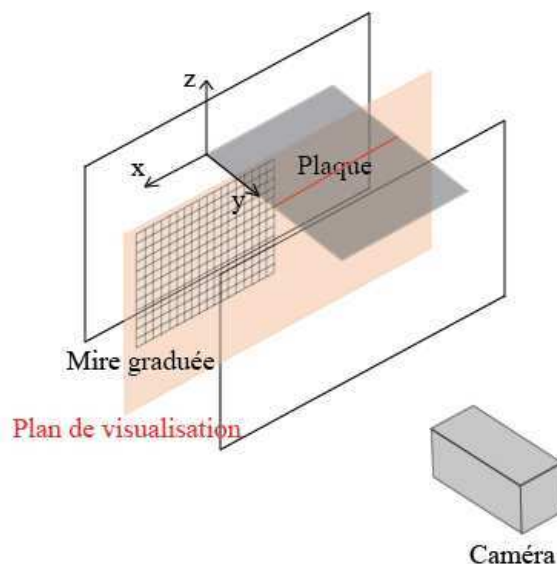


Figure 4-3 - Mise au point et calibration

En ayant préalablement repéré la position de notre plan laser, la mise au point de la caméra est réalisée à l'aide d'une mire graduée positionnée sur le plan laser. La calibration est ensuite effectuée en enregistrant une image de cette mire. Celle-ci permet de faire la correspondance entre les coordonnées pixels issues de la caméra et les coordonnées réelles, ce qui correspond à la phase d'étalonnage. Ces phases de mises au point et de calibration sont à répéter à chaque nouvelle visualisation.

### 4.1.3. Fenêtres de visualisation

Pour étudier correctement l'écoulement induit autour de la plaque, cinq zones de visualisations ont été utilisées (voir Figure 4-4) :

- une zone globale, incluant la totalité de la plaque immergée, le fond du canal et la surface libre, avec une résolution de  $33.2 \text{ pixels/cm}$  ;
- une zone en aval de la plaque avec une résolution de  $73 \text{ pixels/cm}$  ;
- une zone en amont de la plaque avec une résolution de  $65 \text{ pixels/cm}$ .

Deux autres zones de visualisations fortement zoomées ont été enregistrées pour mieux caractériser la génération et le cœur des tourbillons en aval de la plaque :

- une zone zoomée, au bord aval de plaque avec une résolution de  $588 \text{ pixels/cm}$  ;
- une zone zoomée juste en dessous du bord aval de plaque avec une résolution de  $256 \text{ pixels/cm}$ .

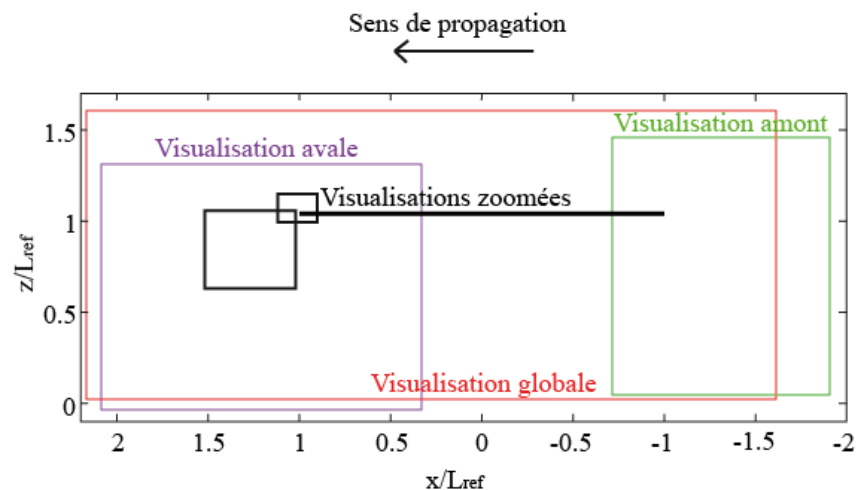


Figure 4-4 - Zones de visualisation

Pour chacune de ces zones de visualisations, nous avons enregistré 50 paires d'image par période sur 300 périodes.

Pour chacune de ces zones de visualisation nous avons déterminé un temps  $\Delta t$  optimal séparant deux images d'une même paire :

- pour la zone globale :  $\Delta t = 8 \text{ ms}$
- pour la zone aval :  $\Delta t = 3 \text{ ms}$
- pour la zone amont :  $\Delta t = 3 \text{ ms}$

- pour la zone zoomée en bord de plaque :  $\Delta t = 0.5 \text{ ms}$
- une zone zoomée juste en dessous du bord de plaque :  $\Delta t = 1 \text{ ms}$

Ces temps sont définis pour que les particules parcourent environ 10 *pixels* entre les deux images d'une même paire.

#### **4.1.4. Synchronisation entre la houle, la caméra et le laser**

Pour obtenir cinquante champs de vitesse par période alors que la fréquence d'acquisition n'est que de quinze paires d'images par seconde, la caméra et le laser sont synchronisés par rapport à la houle en utilisant un boîtier de synchronisation. La fréquence de houle ayant été fixée à 1 Hz ( $T = 1 \text{ s}$ ), il faut effectuer des acquisitions successives et décalées les unes des autres pour avoir plus de 15 champs de vitesse sur une période de houle. La question de la reproductibilité, d'une période à l'autre, se pose. Dans les faits, les tourbillons se déforment très peu à leur génération puis de plus en plus au cours de leur développement. D'une période de houle à l'autre, leur déformation ne se manifeste pas aux mêmes instants. Néanmoins, en considérant l'écoulement moyen sur plusieurs périodes, la trajectoire du tourbillon moyen est continue et l'écart type sur ses positions successives assez faible, du moins sur la première période de houle qui suit sa formation. Ainsi, l'hypothèse de reproductibilité est valide en considérant ces écoulements moyens et les acquisitions peuvent être recalées les unes par rapport aux autres. Pour cela, elles doivent toujours avoir la même référence temporelle par rapport à l'évolution de la houle. Un codeur permet de se caler par rapport à la houle en suivant les oscillations du batteur. Ainsi, il génère un signal carré où chaque front montant correspond à un aller-retour du batteur et donc à une nouvelle vague. Un boîtier de synchronisation permet alors de relier le signal carré du codeur à l'ensemble laser-caméra. Ainsi à chaque front montant, le boîtier de synchronisation commande les ouvertures et les fermetures successives du laser et de la caméra.

#### **4.1.5. Processus d'acquisition**

La caméra est configurée en mode PIV pour enregistrer 10 paires d'images par période sur 300 périodes (une période = 1 seconde) pour chaque acquisition. En réalisant, 5 acquisitions successives décalées les unes par rapport aux autres d'un cinquantième de période de houle,

50 paires d'images par période sur 300 périodes sont enregistrées (Figure 4-5). L'évolution des tourbillons est donc décomposée en 50 phases.

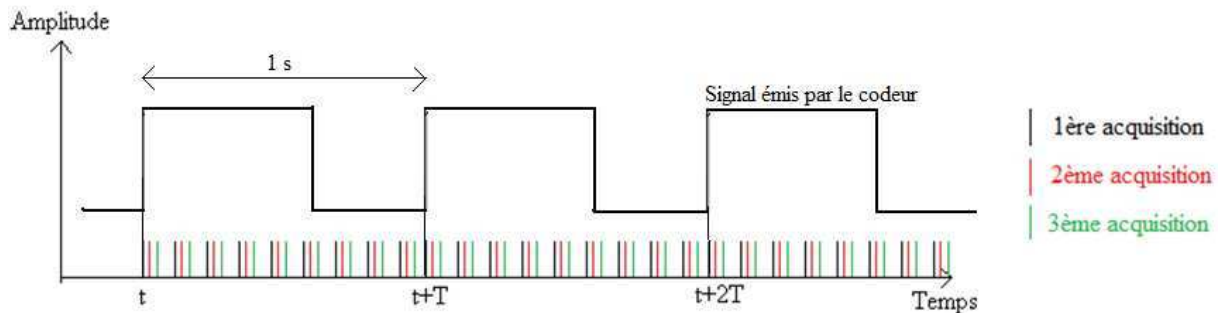


Figure 4-5 - Processus d'acquisition des paires d'images

Pour chaque phase, les champs de vitesses et les champs de vorticité instantanés sont calculés sur les 300 périodes considérées. Puis, les champs moyens correspondant sont calculés et l'écoulement moyen autour de la plaque est déterminé à une fréquence de 50 Hz.

## 4.2. Outils de traitement

Différents outils de traitement sont utilisés pour accéder aux informations essentielles de notre étude.

### 4.2.1. Représentation des champs de vitesse et de vorticité

Le dispositif expérimental décrit dans la partie précédente permet d'enregistrer 50 paires d'image par période sur 300 périodes. La PIV permet d'en extraire les champs de vitesse et de vorticité.

Outre le logiciel Hiris, utilisé pour la visualisation et le traitement des images, le logiciel Direct PIV permet, à partir d'une paire d'image, d'enregistrer un champ de vitesse et un champ de vorticité dans un document de format « DAT ». Direct PIV permet un déplacement des fenêtres de corrélation pour suivre au mieux les particules de l'instant  $t$    l'instant  $t + \Delta t$ . En début de calcul, nous avons défini la taille de ces fenêtres à  $32 \times 32$  pixels car cela permet d'avoir une résolution satisfaisante tout en maintenant un nombre de particules de polyamide suffisant par fenêtre. Par ailleurs nous avons défini un recouvrement de la fenêtre

de corrélation de 25% pour suivre au mieux les particules dans leur déplacement. La dimension des mailles issues du calcul de Direct PIV est donc de  $24 \times 24$  pixels. En considérant la résolution de notre caméra de  $1600 \times 1200$  pixels ainsi que notre calibration nous pouvons définir la taille  $a \times a$  de nos mailles ainsi que le nombre de mailles  $J \times K$  qui dépendent de la fenêtre de visualisation utilisée. Le numéro d'une maille est défini par le couple  $(j, k)$  appartenant à l'intervalle  $([1, J], [1, K])$ . La Table 4-1 présente les valeurs de  $a$ ,  $J$  et  $K$  pour chacune des cinq visualisations.

Fenêtre de visualisation	$a$ (mm)	$J$	$K$
Zone globale	7.18	66	32
Zone an aval	3.3	66	42
Zone en amont	3.7	39	47
Zone zoomée au bord aval de plaque	0.42	66	49
Zone zoomée sous le bord aval de plaque	0.97	66	49

Table 4-1 – Résolution et étendue des champs de vitesse et de vorticit e selon la fenetre de visualisation consid er ee

A partir des documents enregistrées par Direct PIV, les champs de vitesse et de vorticit e sont visualisées gr ace au logiciel Matlab. Une routine permet de repr esenter ces champs ainsi que leur moyenne, moyenn ee sur les 300 p eriodes de houle. Nous avons ainsi acc es  a l' ecoulement moyen autour de la plaque. Selon les r esultats souhaitées, les champs issus de la visualisation la plus adapt ee sont utilisées (Figure 4-4).

#### 4.2.2. Localisation du c oeur des tourbillons

Le logiciel Matlab a aussi  et e utilisée pour extraire des informations sur les tourbillons. Leur localisation, s'ils existent, est un  el ement essentiel pour d ecrire correctement l' ecoulement autour de la plaque et la dynamique tourbillonnaire. Plusieurs th eories ont  et e d evelopp ees pour d etecter le c oeur des tourbillons ((34), (35), (30), (36)). Ces m ethodes consid erent le tenseur gradient de vitesse  $\nabla \vec{u}$ . Elles permettent, en outre de d etecter le c oeur des tourbillons en trois dimensions. Leur adaptation en deux dimensions est possible d es lors que les tourbillons sont peu d eform es. Si les d eformations des tourbillons deviennent trop importantes alors l'erreur commise sur la localisation du c oeur est grande. N eanmoins, dans notre  etude, pour chaque phase, une erreur est commise sur chacun des 300 champs de vitesse instantanées

considérés lors du calcul des positions de cœur. L'erreur moyenne a donc tendance à être lissée. Le tenseur  $\nabla\vec{u}$  est calculé, dans notre cas, à partir des composantes  $u$  et  $w$  de  $\vec{u}$ . Si  $\nabla\vec{u}$  possède des valeurs propres complexes alors les lignes de courant s'enroulent en spirales autour d'un point singulier s'il n'y a pas de convection. Elles peuvent même être fermées autour de ce point. Le point autour duquel les lignes de courant s'enroulent est appelé le cœur du tourbillon. Néanmoins, cette condition est nécessaire mais pas suffisante pour détecter le cœur d'un tourbillon. En effet, dans le cas où ces derniers sont convectés, les lignes de courants ne remplissent pas ces conditions, ce qui n'empêche pas les tourbillons d'exister.

Par ailleurs, Hunt *et al* (34) proposent que le cœur des tourbillons soit considéré comme le point où  $\|\Omega\|^2 > \|S\|^2$ , avec  $\|\Omega\|^2 = tr(\Omega\Omega^t)$  et  $\|S\|^2 = tr(SS^t)$ ,  $\Omega$  et  $S$  correspondant respectivement aux parties antisymétrique et symétrique de  $\nabla\vec{u}$ . Cependant, cette définition ne définit pas nécessairement une région où il existe un minimum de pression.

Jeong et Hussain (30) ont, quant à eux, développé une méthode pour identifier un minimum local de pression. Ils associent alors cette zone au cœur du tourbillon. Ces minima de pression correspondent à des valeurs propres négatives de  $S^2 + \Omega^2$ .

Enfin, Graftieux et al (36) utilisent une fonction  $\Gamma$  qui associe une valeur à chaque point de l'écoulement proche qui dépend du déplacement des particules fluides autour de ce point. Si l'écoulement est tournant autour de lui, la fonction  $\Gamma$  est maximisée et le cœur du tourbillon est détecté. Lors du calcul de cette fonction l'écoulement moyen de la zone considérée, dû à l'advection mutuelle des tourbillons et à la houle, est retranché. Une erreur est donc commise car le champ de vitesse issu de la houle n'est pas uniforme sur l'ensemble de la zone.

Toutes ces méthodes ont été testées en utilisant les champs de vitesse obtenus lors de nos essais. La méthode la plus efficace est celle de Jeong et Hussain (30) dénommée " $\lambda_2$  factor". En effet, cette méthode permet, entre autres, de distinguer un tourbillon dans une nappe de vorticité ce qui n'est pas possible en utilisant une méthode basée sur les maxima de vorticité comme critère de localisation. Elle permet, par conséquent, de localiser les minima de pression associés aux centres des tourbillons.

Dans la suite du manuscrit, le cœur des tourbillons sera donc déterminé par le facteur  $\lambda_2$ . Néanmoins, pour chaque phase, les positions des cœurs des tourbillons sont déterminées sur les champs instantanés de vitesse. Ces positions dépendent de la résolution du maillage que nous avons défini sur Direct PIV. Le calcul de la position moyenne du cœur s'effectue grâce aux 300 champs de vitesse correspondant aux 300 périodes de houle enregistrées pour chaque phase. Nous avons défini une matrice  $M$  (exemple Figure 4-6) dont les composantes sont incrémentées d'une unité à chaque fois que l'algorithme détecte une position de cœur de



tourbillon en une maille du champ de vitesse. Une distribution spatiale des lieux des positions des cœurs des tourbillons est ainsi calculée. A partir de la maille  $(j_{max}, k_{max})$  qui maximise  $M$ , nous calculons la position moyenne des cœurs de tourbillons pondérée par les mailles voisines qui atteignent au minimum un seuil égal au nombre d'occurrence de la maille  $(j_{max}, k_{max})$  divisé par 2. Ce seuil permet de ne pas prendre en compte la vorticit e r esiduelle pr esente sous forme de nappe autour du tourbillon.

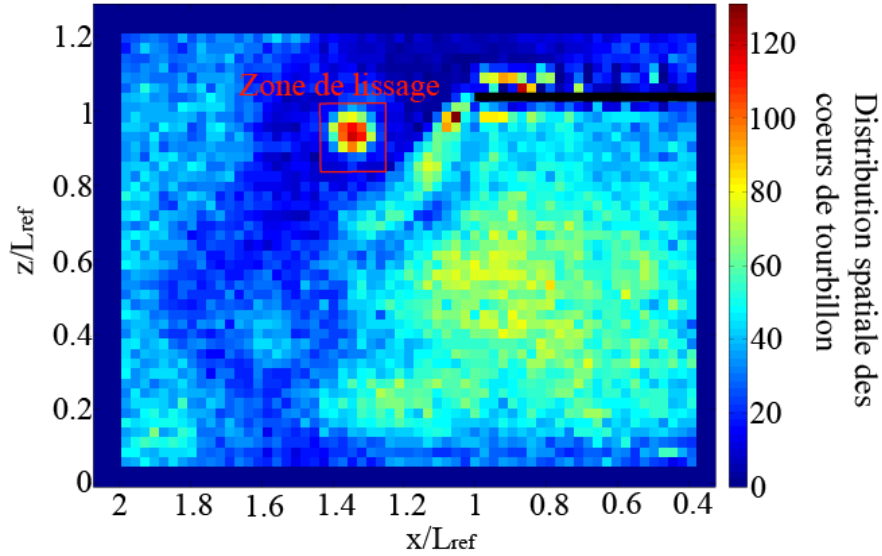


Figure 4-6 - Repr esentation de la matrice  $M$ , repr esentant la distribution spatiale des cœurs de tourbillon sur les 300 p eriodes de houle, pour  $t/T = 0.68$

Pour la  $i^{\text{ eme}}$  phase, la position moyenne  $(x_i, z_i)$  du cœ ur des tourbillons est d efinie en coordonn ees r eelles par :

$$x_i = \frac{\sum_{j=-n/2}^{n/2} \sum_{k=-m/2}^{m/2} x_{j_{max}+j} \cdot N(j_{max} + j, k_{max} + k)}{\sum_{j=-n/2}^{n/2} \sum_{k=-m/2}^{m/2} N(j_{max} + j, k_{max} + k)} \quad (4-1)$$

$$z_i = \frac{\sum_{j=-n/2}^{n/2} \sum_{k=-m/2}^{m/2} z_{k_{max}+k} \cdot N(j_{max} + j, k_{max} + k)}{\sum_{j=-n/2}^{n/2} \sum_{k=-m/2}^{m/2} N(j_{max} + j, k_{max} + k)} \quad (4-2)$$

avec  $N(j_{max} + j, k_{max} + k) = M(j_{max} + j, k_{max} + k)$  si  $M(j_{max} + j, k_{max} + k) > \frac{M(j_{max}, k_{max})}{2}$  et  $N(j_{max} + j, k_{max} + k) = 0$  sinon ;  $(x_{j_{max}+j}, z_{k_{max}+k})$  les coordonn ees des mailles autour de la maille de coordonn ees  $(x_{j_{max}}, z_{k_{max}})$  ; m et n sont  egaux  a 6 dans ces

relations. Ces valeurs sont prises assez grandes pour pondérer correctement la position du cœur du tourbillon mais pas trop pour ne pas considérer le tourbillon contrarotatif.

L'écart type sur les positions moyennes des tourbillons est ensuite calculé pour chaque phase par :

$$\sigma x_i = \sqrt{\frac{\sum_{j=-n/2}^{n/2} \sum_{k=-m/2}^{m/2} [x_i - x_{j_{max}+j}]^2 \cdot N(j_{max} + j, k_{max} + k)}{\sum_{j=-n/2}^{n/2} \sum_{k=-m/2}^{m/2} N(j_{max} + j, k_{max} + k)}} \quad (4-3)$$

$$\sigma z_i = \sqrt{\frac{\sum_{j=-n/2}^{n/2} \sum_{k=-m/2}^{m/2} [z_i - z_{k_{max}+k}]^2 \cdot N(j_{max} + j, k_{max} + k)}{\sum_{j=-n/2}^{n/2} \sum_{k=-m/2}^{m/2} N(j_{max} + j, k_{max} + k)}} \quad (4-4)$$

Nous sommes ainsi en mesure de déterminer la position moyenne des tourbillons ainsi que l'écart type sur cette position pour chacune des 50 phases sur une période de houle grâce au facteur  $\lambda 2$ . Toujours en gardant à l'esprit qu'une erreur est commise si la déformation 3D des tourbillons devient trop grande.

### 4.2.3. Mesure de la circulation des tourbillons

Comme définie dans la section 2.2.1, la circulation s'exprime de deux manières différentes par (2-4) et (2-5). Celle-ci se calcule soit à partir des champs de vitesse moyens, soit à partir des champs de vorticité moyens (champs moyennés sur les 300 périodes de houle).

La première méthode consiste à considérer les vitesses tangentielles à un contour autour du tourbillon. La difficulté réside dans la définition de ce contour. Dans notre cas, nous avons choisi une ellipse où les longueurs des grands et petits axes sont définies sur la Figure 4-7.

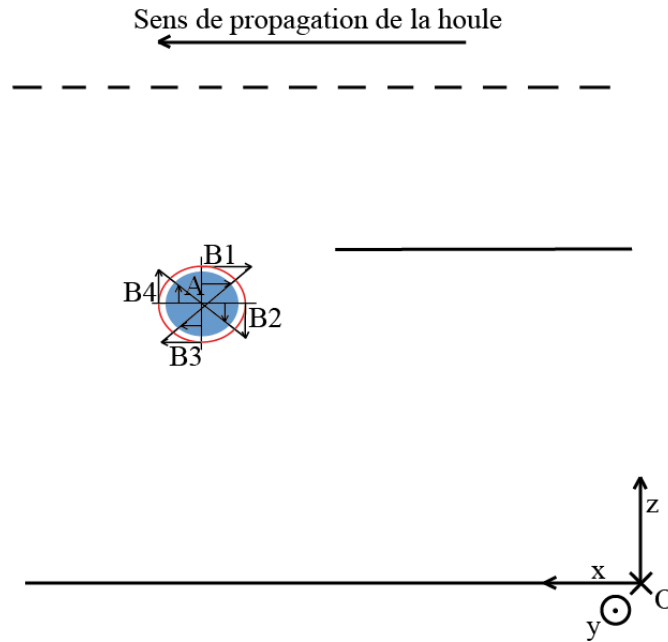


Figure 4-7 - Calcul de la circulation en considérant l'intégrale de la vitesse sur un contour fermé

Sur la Figure 4-7, le centre de l'ellipse  $A$  est déterminé en chaque phase  $i$  par la position du maximum/minimum de vorticité selon le signe positif/négatif des tourbillons. Cette position est privilégiée car elle permet d'utiliser des extrema locaux de vitesse pour définir les dimensions de l'ellipse. En effet, les grands et petits axes de l'ellipse sont pris en considérant les points  $B1$ ,  $B2$ ,  $B3$  et  $B4$  où il existe des extrema locaux de vitesse sur les profils de vitesse orientés par  $(A, \vec{x})$  et  $(A, \vec{z})$  à proximité du cœur  $A$ . À partir de ce contour nous pouvons calculer la circulation comme défini par (2-4). Pour cela 124 points  $L_l$  sont définis sur l'ellipse avec  $l$  appartenant à l'intervalle  $[1,124]$ . Les vitesses définies aux points de l'ellipse sont pondérées par les vitesses définies aux 4 mailles les plus proches puis projetées selon la tangente à l'ellipse en ces mêmes points. La circulation se définit alors en chaque phase par :

$$\Gamma_i = \sum_{l=1}^{124} (\vec{v}_{p_l} \cdot \vec{t}_l) \cdot dl \quad (4-5)$$

avec  $\vec{v}_{p_l}$  et  $\vec{t}_l$  la vitesse et le vecteur tangent à l'ellipse définies au point  $L_l$  et  $dl$  la distance entre 2 points consécutifs.

Les autres méthodes utilisent toutes la relation (2-5) définie comme l'intégrale de la vorticité sur une surface incluant les tourbillons.

La seconde méthode développée consiste à associer une fraction surfacique  $S_i(j, k)$  à chaque maille  $(j, k)$  dans une zone incluant les tourbillons et ceci pour chaque phase  $i$ . L'utilisation de cette fraction surfacique peut être assimilée à une méthode VOF avec une frontière elliptique fluide/fluide définie comme précédemment (voir Figure 4-7). Lorsque la maille appartient entièrement au contour elliptique fermé alors  $S_i(j, k) = 1$ , lorsque la maille n'appartient pas à ce contour alors  $S_i(j, k) = 0$ , dans les autres cas  $S_i(j, k)$  est comprise entre 0 et 1. Le calcul de la circulation est alors le suivant :

$$\Gamma_i = \sum_{j=-n/2}^{n/2} \sum_{k=-m/2}^{m/2} S_i(j, k) \cdot a^2 \cdot \omega_i(j, k) \quad (4-6)$$

où  $a$  est la taille des éléments du maillage défini par Direct PIV (voir section 4.2.1) ;  $m$  et  $n$  dépendent, quant à eux, de la fenêtre de visualisation utilisée :

- fenêtre de visualisation aval :  $m = 12$  et  $n = 12$  ;
- fenêtre de visualisation amont :  $m = 12$  et  $n = 12$
- fenêtres de visualisation zoomées :  $m$  et  $n$  sont fixés de manière à occulter la vorticité qui appartient à la langue de vorticité s'enroulant autour des tourbillons.

Enfin, la troisième et dernière routine développée consiste à considérer, dans une zone donnée, toutes les mailles dont la vorticité est inférieure/supérieure à un seuil que nous avons fixé arbitrairement à  $\frac{\omega_{min}/\omega_{max}}{6}$  dans le cas des tourbillons négatifs/positifs. Ce seuil a été défini grâce aux visualisations zoomées sous la plaque qui permettent de tracer des profils de vorticité précis (Figure 4-8). La circulation se définie dans ce dernier cas par :

$$\Gamma_i = \sum_{j=-n/2}^{n/2} \sum_{k=-m/2}^{m/2} a^2 \cdot \widehat{\omega}_i(j, k) \quad (4-7)$$

avec  $\widehat{\omega}_i(j, k) = 0$  si  $|\widehat{\omega}_i(j, k)| < \frac{|\omega_{max}|}{6}$  et  $\widehat{\omega}_i(j, k) = \omega_i(j, k)$  sinon ; et  $a$ ,  $m$  et  $n$  définis comme précédemment.

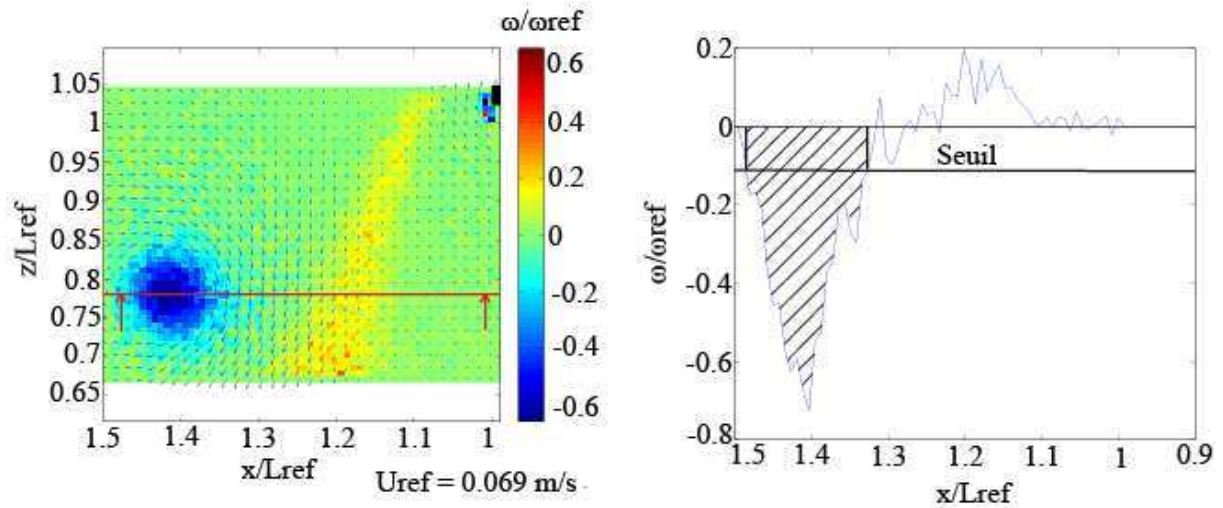


Figure 4-8 - Calcul de la circulation à partir d'une méthode de seuillage – Utilisation de la visualisation zoomée sous la plaque (résolution : 256 pixels/cm)

Toutes ces méthodes ont été testées en aval de la plaque, en utilisant les fenêtres de visualisation aval et zoomées (résolution 73, 256 et 588 pixels/cm respectivement). C'est la troisième méthode (4-7) qui a été retenue pour le calcul de la circulation. En effet, c'est la seule pour laquelle il y a convergence quelle que soit la fenêtre de visualisation utilisée. Les erreurs commises lors du calcul de la circulation dans les méthodes (4-5) et (4-6) peuvent venir du mauvais choix du contour et notamment de l'orientation de l'ellipse par rapport au repère  $(A, \vec{x}, \vec{z})$ . Néanmoins, les demi-grand et petit axes auraient pu être inclinés par rapport aux directions du repère pour que le contour contienne les extrema de vitesse les plus grands.

### 4.3. Caractérisation de l'écoulement autour de la plaque

Les champs de vitesse obtenus par PIV vont nous permettre de déterminer les caractéristiques de l'écoulement induit par l'interaction houle/plaque immergée avec les conditions de houle et les paramètres géométriques considérés dans notre étude (voir section 3.4).

#### 4.3.1. Impact de la présence de la plaque sur l'écoulement moyen global

Pour déterminer l'impact de la plaque sur l'environnement proche, la moyenne des 50 champs de vitesse moyens constituant une période de houle est calculée (Figure 4-9). Ces champs

moyens étant chacun calculés sur 300 périodes, le nombre de champs de vitesse instantanés considérés pour ce calcul est donc de 15 000.

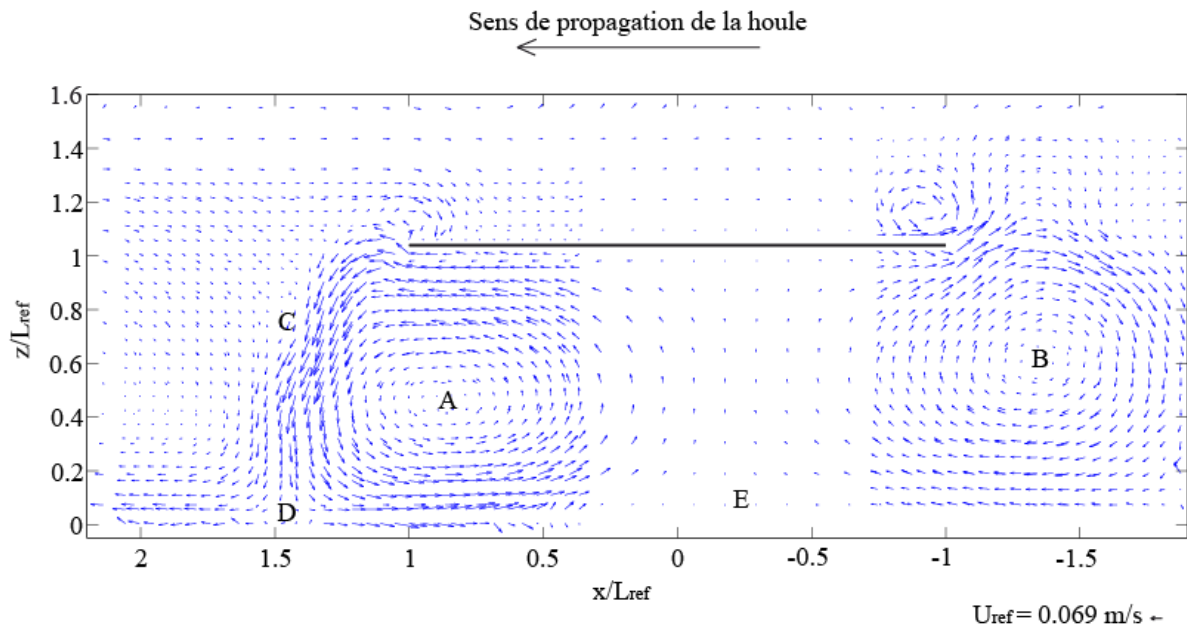


Figure 4-9 - Champ moyen de vitesse moyenné sur 50 phases

Nous constatons sur la Figure 4-9 que l'écoulement moyen sur une période de houle n'est ni nul, ni symétrique. Deux cellules de recirculation se forment sous la plaque, une en amont (lettre B sur la Figure 4-9), et une autre en aval (lettre A sur la Figure 4-9). La cellule de recirculation en aval est induite par un puissant jet, issu de l'advection mutuelle de la paire de tourbillons, plongeant vers le fond du canal (lettre C sur la Figure 4-9). Ce jet impacte le fond du canal au point de stagnation D (Figure 4-9), à une distance d'environ  $\frac{2}{5}L_{ref}$  à partir du bord aval de la plaque. La position de ce point de stagnation oscille autour de la position moyenne, sur les 50 phases constituant une période de houle, avec une amplitude de  $0.022\text{ m} \approx 0.176 \times L_{ref}$ . Elle varie donc peu, ce qui pourrait mener à de l'affouillement si le fond était constitué de sédiments. Un autre point de stagnation est situé sous la plaque entre les deux cellules de recirculation (lettre E sur la Figure 4-9). La position moyenne de ce second point de stagnation se situe à une distance d'environ  $\frac{2}{3}L_{ref}$  à partir du bord amont de la plaque. Cependant, la position de ce point de stagnation varie considérablement durant un cycle de houle, du centre de la plaque (centre du repère défini sur la Figure 3-3) à environ  $0.28 \times L_{ref}$  en amont de ce point sur la première moitié de période ; et à environ  $0.94 \times L_{ref}$  en aval de ce point sur la seconde moitié de période. La contrainte induite par l'écoulement

sur le fond peut fortement jouer sur sa morphologie dans le cas d'un fond sédimentaire. Cependant, la variation de la position de ce dernier point de stagnation empêche l'accumulation de sédiments en une zone localisée immédiatement sous la plaque.

Nous constatons donc que la présence de la plaque modifie considérablement l'écoulement associé à la propagation d'une houle seule.

L'écoulement observé autour de la plaque immergée est très différent de ce que proposent la théorie potentielle ((13), (15), (17)). La Figure 4-10 représente les hodographes des vitesses mesurées expérimentalement, superposés avec les hodographes issus de la théorie potentielle et avec les hodographes issus d'une houle de Stokes sans plaque. La théorie potentielle considère une houle de Stokes du 1<sup>er</sup> ordre avec 2 modes évanescents et un écoulement oscillant sous la plaque.

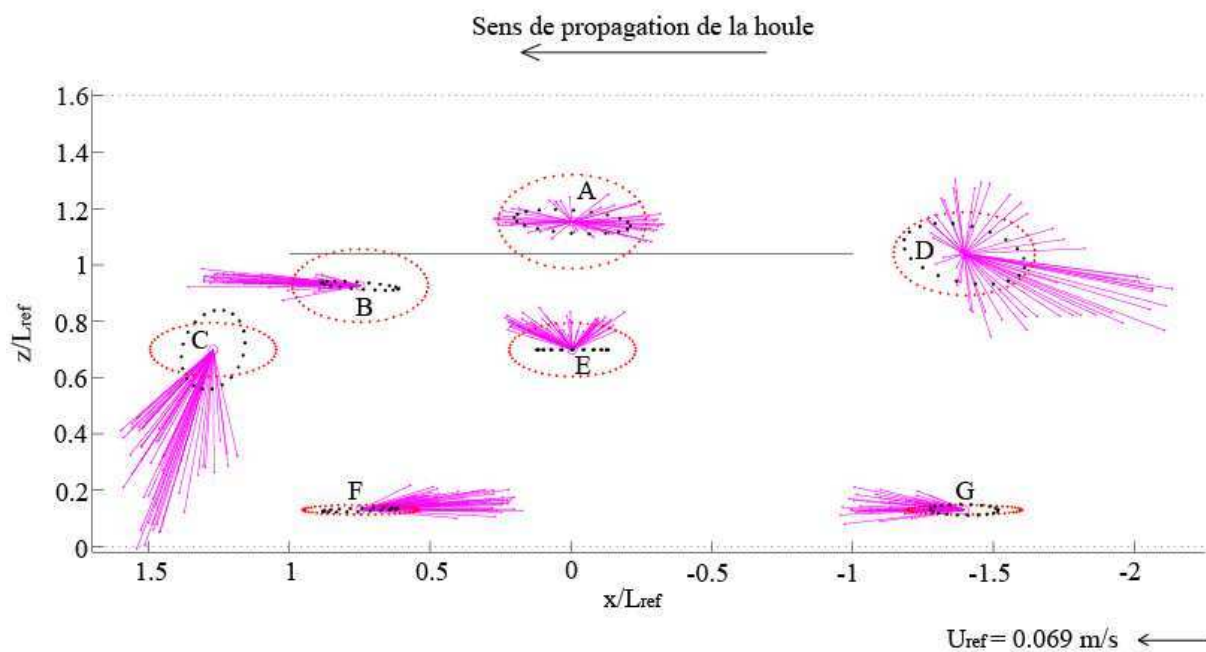


Figure 4-10– Hodographes : vitesses mesurées (mauve), vitesses analytiques potentielles (noir), vitesses induites par la houle de Stokes non perturbée (rouge)

Les hodographes sont représentés en sept positions différentes pour les 50 phases. La longueur des segments est proportionnelle à la valeur des vitesses pour chaque phase. La théorie potentielle montre que la présence de la plaque modifie l'écoulement classique dû à une houle de Stokes sans obstacle. En appliquant cette théorie, sous la plaque (points E, F et G de la Figure 4-10), les particules fluides se déplacent périodiquement et horizontalement d'amont en aval. Par ailleurs, au bord amont de la plaque (point D de la Figure 4-10), les

vitesses décrivent une ellipse dont la direction principale est légèrement orientée vers le fond du canal. En aval de la plaque (point C de la Figure 4-10), les vitesses décrivent également une ellipse dont la direction principale est très fortement orientée vers le fond du canal. Si la théorie potentielle indique bien que la plaque influence l'écoulement, celle-ci ne le décrit pas correctement notamment sous, en amont et en aval de la plaque. Au-dessus de la plaque (point A de la Figure 4-10), l'hodographe de la théorie potentielle est très proche de l'expérience. Sous la plaque (point E de la Figure 4-10), les particules fluides se déplacent bien périodiquement d'amont en aval, mais aussi toujours dans une direction ascendante. À proximité du fond (points F et G de la Figure 4-10), les vitesses sont toujours orientées vers le centre du repère de sorte que l'écoulement moyen sous la plaque n'est pas nul comme le prédit la théorie potentielle. L'orientation des vitesses correspond aux cellules de recirculation A et B de la Figure 4-9. En aval de la plaque (point C de la Figure 4-10), quelle que soit la phase considérée, la vitesse est orientée vers le fond du canal. Sur certaines phases son intensité atteint même des valeurs supérieures à  $3 \times U_{ref}$ . De même, en amont de la plaque (point D de la Figure 4-10), même si les directions des vitesses de chacune des phases tournent autour du point D, la vitesse moyenne, moyenné sur les 50 phases n'est pas nulle et est clairement orientée vers l'amont. Sur certaines phases l'intensité de ces vitesses atteint aussi  $3 \times U_{ref}$ . Pour ces deux points (C et D), les fortes vitesses existantes sont dues à l'advection de deux tourbillons contrarotatifs. La théorie potentielle, qui ne prend pas en compte la génération de vorticité au niveau de la plaque, n'a donc pas pu déterminer de telles vitesses. Ainsi, les fortes différences existantes entre la théorie potentielle et notre expérience sont principalement dues à la prise en compte de la dynamique tourbillonnaire.

La dynamique tourbillonnaire doit donc être correctement caractérisée pour comprendre l'écoulement complexe généré par l'interaction houle/plaque immergée.

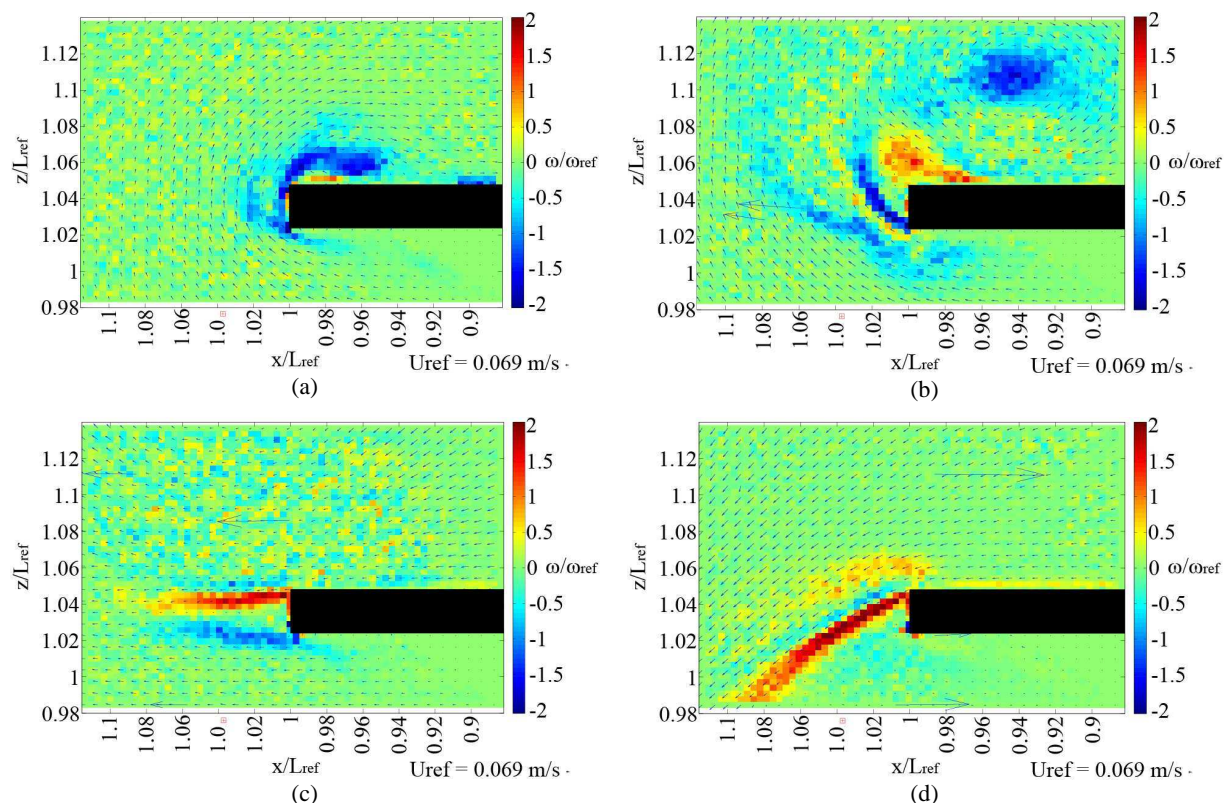
### **4.3.2. Caractérisation de la dynamique tourbillonnaire**

Les tourbillons sont donc à l'origine des différences existant entre la théorie potentielle et notre étude. Leur dynamique, depuis leur création jusqu'à leur éclatement en passant par leur advection, est détaillée dans cette section.



### 4.3.2.1. Naissance des tourbillons

L'interaction houle/plaque immergée génère des tourbillons en bords de plaque. Les tourbillons générés en aval de la plaque sont étudiés car ce sont eux qui impactent le fond du canal, aux vues de nos précédentes observations. Pour comprendre comment se forment les tourbillons négatifs (sens de rotation horaire) sur le bord aval de la plaque, la fenêtre de visualisation zoomée définie dans la section 4.1.3 est utilisée (résolution : 588 *pixels/cm*). La Figure 4-11 permet de mieux comprendre comment apparaissent les tourbillons en bord de plaque à partir des champs de vorticité moyenne. La Figure 4-11 (a) est prise comme référence temporelle ( $t/T = 0$ ) car elle correspond à l'instant où le premier tourbillon négatif moyen est détecté par la méthode du facteur  $\lambda^2$  (voir section 4.2.2) avec la fenêtre de visualisation aval (Figure 4-4). Les champs représentés sur la Figure 4-11 sont des champs de vorticité moyennés sur 300 périodes.



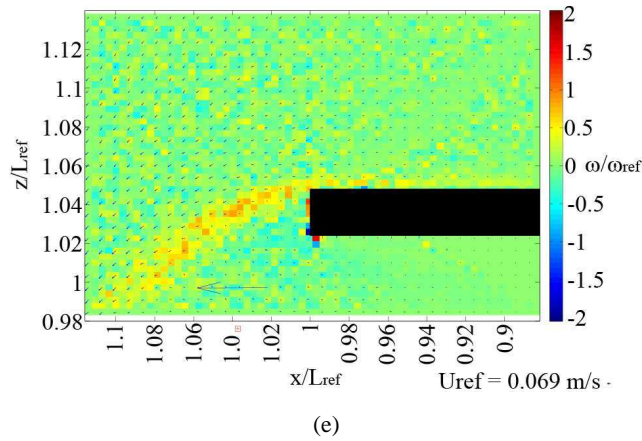
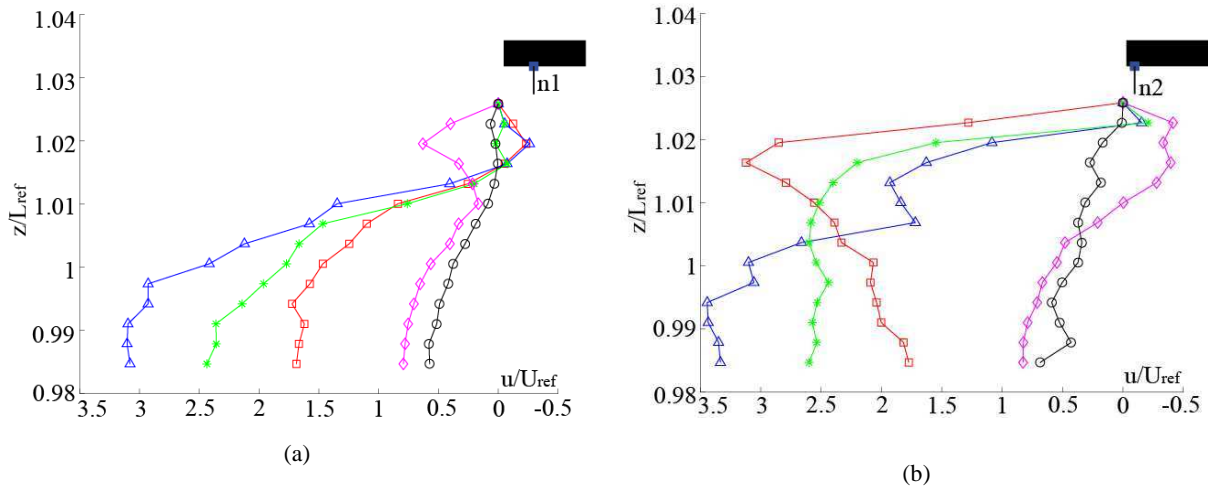


Figure 4-11 - Champ de vorticité, zoom sur l'extrémité aval de la plaque, résolution : 588 pixels/cm, instants (a)  $t/T = 0$ , (b)  $t/T = 0.2$ , (c)  $t/T = 0.4$ , (d)  $t/T = 0.6$ , (e)  $t/T = 0.8$

La Figure 4-11 permet de visualiser la formation du tourbillon négatif et de la nappe de vorticité positive qui donnera naissance au tourbillon contrarotatif positif. Aux instants  $t/T = 0.4$ ,  $t/T = 0.6$  et  $t/T = 0.8$  (Figure 4-11 (c), (d) et (e)), le tourbillon n'appartient plus à la fenêtre de visualisation zoomée mais continue tout de même son évolution vers le fond du canal. En plus des champs de vorticité moyens précédents (Figure 4-11), la formation du tourbillon négatif est caractérisée grâce aux profils de vitesse moyens tout autour de l'extrémité aval de la plaque (Figure 4-12). Ces profils de vitesses sont pris selon les normales  $n1$ ,  $n2$ ,  $n3$ ,  $n4$ ,  $n5$  et  $n6$  aux parois de la plaque.



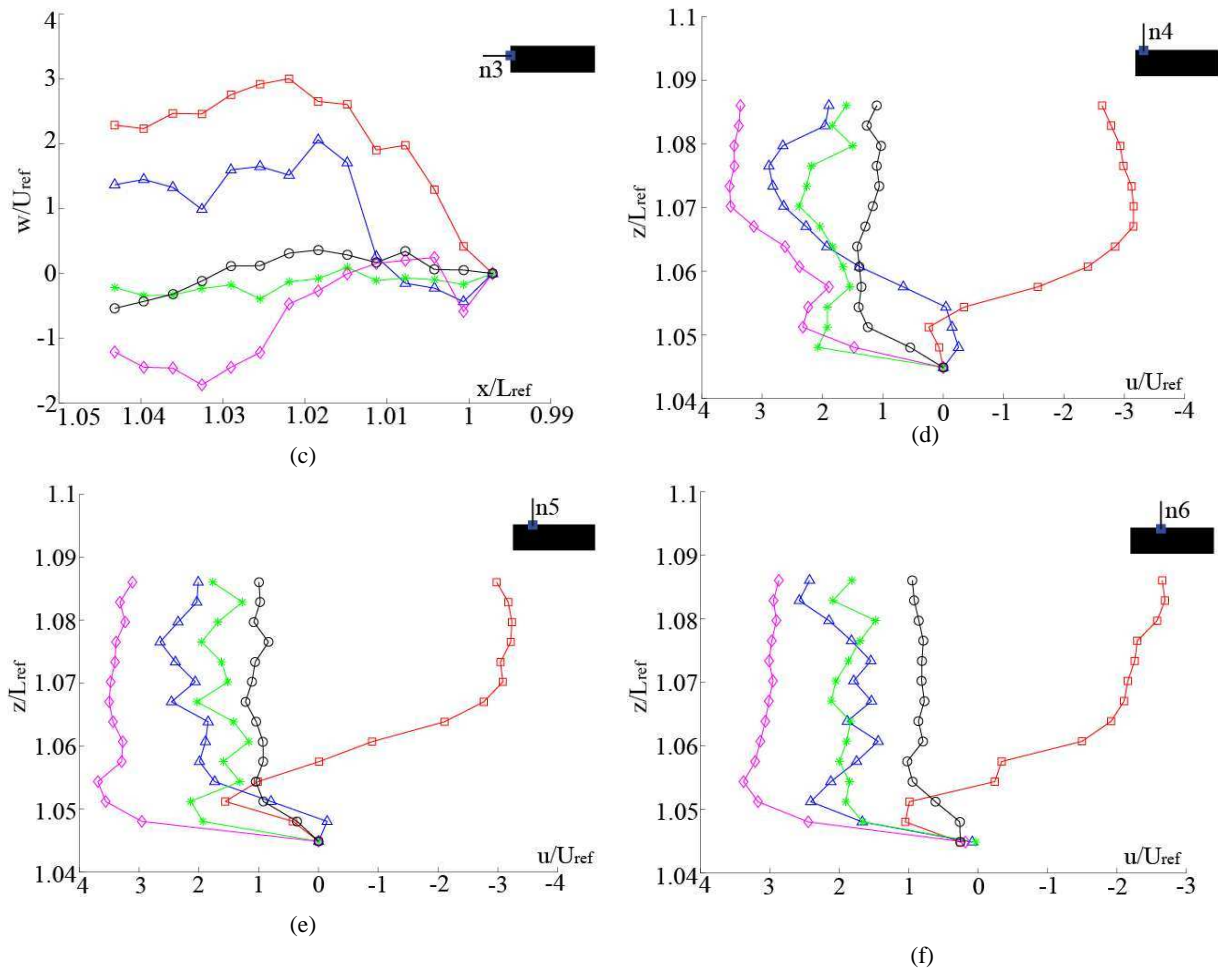


Figure 4-12 - Profils de vitesse en plusieurs positions autour de l'extrémité aval de la plaque aux instants  $t/T = 0$  ( $\square$ ),  $t/T = 0.2$  ( $\triangle$ ),  $t/T = 0.4$  ( $*$ ),  $t/T = 0.6$  ( $\diamond$ ) et  $t/T = 0.8$  ( $\circ$ ); (a)  $x/L_{ref} = 0.96$ , (b)  $x/L_{ref} = 0.99$ , (c)  $z/L_{ref} = 1.04$ , (d)  $x/L_{ref} = 0.99$ , (e)  $x/L_{ref} = 0.975$ , (f)  $x/L_{ref} = 0.96$

À l'instant  $t/T = 0$ , le gradient de vitesse est très fort au-dessus de la plaque (profils  $n4$ ,  $n5$  et  $n6$  correspondant à la Figure 4-12 (d), (e) et (f)). Ce gradient est notamment dû au décollement de couche limite au point anguleux supérieur de la plaque. Le tourbillon négatif se forme donc au moment où les gradients de vitesse sont les plus forts au-dessus de la plaque (Figure 4-11 (a)). Au même moment, ainsi qu'à l'instant  $t/T = 0.2$ , les gradients de vitesse sont aussi importants en aval et sous la plaque (profils  $n1$ ,  $n2$  et  $n3$  correspondant à la Figure 4-12 (a), (b) et (c)). En ces instants, nous observons deux couches de cisaillement négatives (Figure 4-11 (b)). Ces dernières sont induites par un décollement de couche limite sous la plaque et au point anguleux aval inférieur de la plaque. Elles s'enroulent autour du tourbillon négatif jusqu'à l'instant  $t/T = 0.8$ . De la vorticité positive commencent à se former au-dessus de la plaque dès l'apparition des tourbillons négatifs. Nous l'observons aux instants  $t/T = 0$  et  $t/T = 0.2$  (Figure 4-11 (a) et (b)). Cette vorticité de signe positif est induite par une zone de recirculation créée par l'enroulement du tourbillon négatif au-dessus de la plaque.

Un peu plus tard, la vorticité positive se retrouve sous la forme de nappe (Figure 4-11 (c) et (d)). L'intensité de cette nappe est accrue par l'advection du tourbillon négatif, notamment à l'instant  $t/T = 0.6$ . En cet instant, le gradient de vitesse est important en aval de la plaque (profil  $n3$  correspondant à la Figure 4-12 (c)). C'est à partir de cette nappe de vorticité que le tourbillon contrarotatif positif est généré par l'instabilité de Kelvin Helmholtz (un exemple est donné Figure 4-13). Pour le démontrer les deux fenêtres de visualisation zoomées (résolution :  $588 \text{ pixels/cm}$  et  $256 \text{ pixels/cm}$ ) sont utilisées (voir section 4.1.3). Les détails du calcul des grandeurs caractéristiques de l'instabilité sont donnés en Annexe 1.

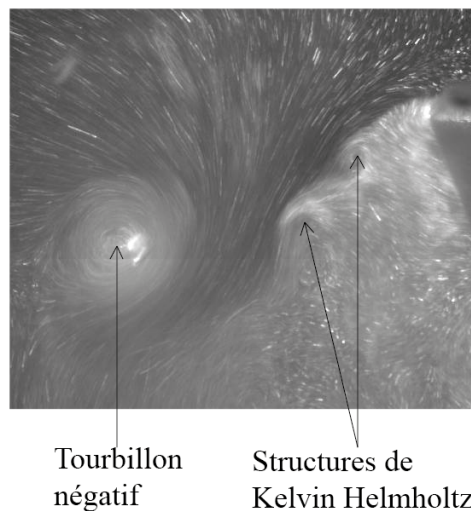


Figure 4-13 – Structure tourbillonnaire de Kelvin-Helmholtz dans la nappe de vorticité positive

Une représentation des structures tourbillonnaires de Kelvin Helmholtz est donnée Figure 4-14 en considérant les zones dépressionnaires détectées par la méthode du facteur  $\lambda_2$ . Dans la section 4.2.2, les zones dépressionnaires étaient associées à des valeurs propres négatives de la somme des carrés des parties symétrique et antisymétrique du tenseur gradient de vitesse pour obtenir une position moyenne des cœurs de tourbillon. Ici, ce sont les champs instantanés qui sont utilisés. Pour déterminer les zones où la dépression est la plus forte, c'est la distribution spatiale de l'intensité de ces valeurs propres négatives définie par  $\sqrt{\mu_1^2 + \mu_2^2}$  qui est utilisée.

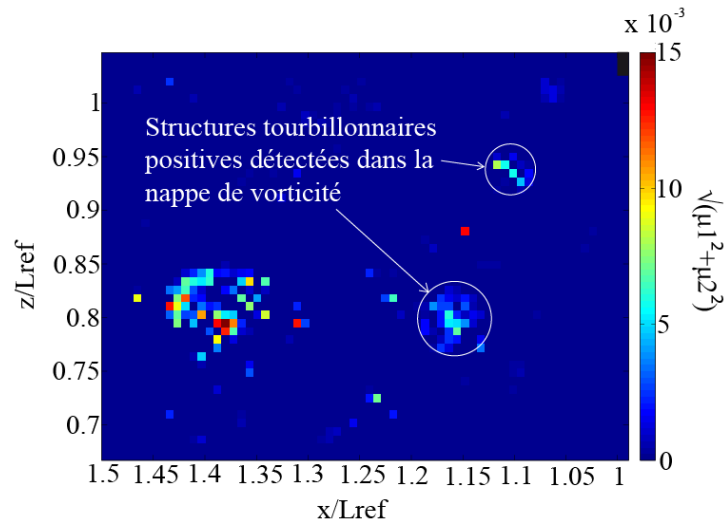


Figure 4-14 – Structures tourbillonnaires positives détectées dans la nappe de vorticité positive à partir du facteur  $\lambda_2$  appliqué à un champ de vitesse instantané à l’instant  $t/T = 0.88$  ( $\mu_1$  et  $\mu_2$  sont les valeurs propres négatives de la somme des parties symétrique et antisymétrique du tenseur gradient de vitesse toutes deux au carré)

Néanmoins, le temps caractéristique de l’instabilité de Kelvin Helmholtz est, dans le cas présent, de l’ordre de  $0.01\text{ s}$  alors que les champs de vitesse donnés par la PIV sont séparés les uns des autres de  $0.02\text{ s}$ . L’instabilité ne peut donc pas être suivie précisément avec la résolution temporelle dont nous disposons.

#### 4.3.2.2. Advection des tourbillons

Pour suivre l’advection des tourbillons au cours du temps, les champs de vorticité moyens issus des fenêtres de visualisations amont et aval (section 4.1.3) sont utilisés. En représentant les champs de vitesse et de vorticité moyens (Figure 4-16) aux instants  $t/T = 0$ ,  $t/T = 0.2$ ,  $t/T = 0.4$ ,  $t/T = 0.6$  et  $t/T = 0.8$  nous observons plusieurs phénomènes. En aval, le tourbillon négatif se forme en bord de plaque à l’instant  $t/T = 0$  (Figure 4-11 (a) et Figure 4-16 (a)) comme défini dans la section 4.3.2.1. Puis, le tourbillon contrarotatif positif se forme par l’instabilité de Kelvin Helmholtz (voir Annexe 1). Il n’est observable qu’une période de houle après la formation des tourbillons négatifs (Figure 4-16 (a), (c) et (e)). Pourtant, l’instabilité de Kelvin-Helmholtz se manifeste environ une demi-période après la formation des tourbillons négatifs. Pour le constater, il faut utiliser la méthode du facteur  $\lambda_2$  sur les champs de vitesse instantanés issus de la fenêtre de visualisation zoomée sous la plaque d’une résolution de  $256\text{ pixels/cm}$  (voir section 4.1.3) (Figure 4-15). Pour déterminer les zones où

la dépression est la plus forte, c'est la distribution spatiale de l'intensité de ces valeurs propres négatives définie par  $\sqrt{\mu_1^2 + \mu_2^2}$  qui est utilisée.

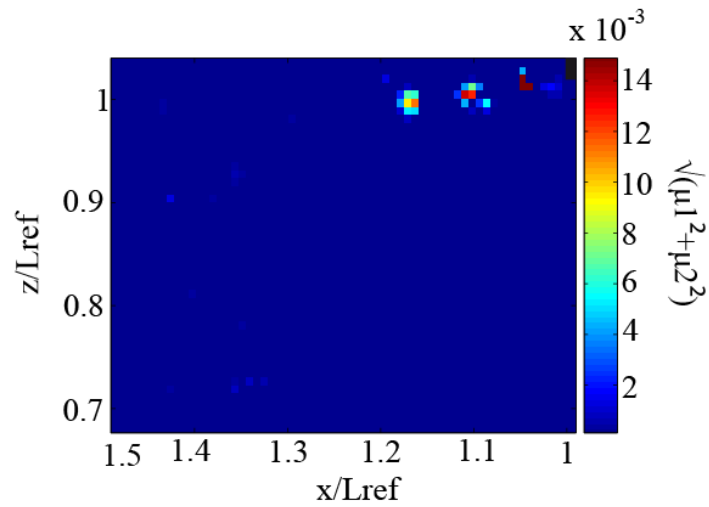
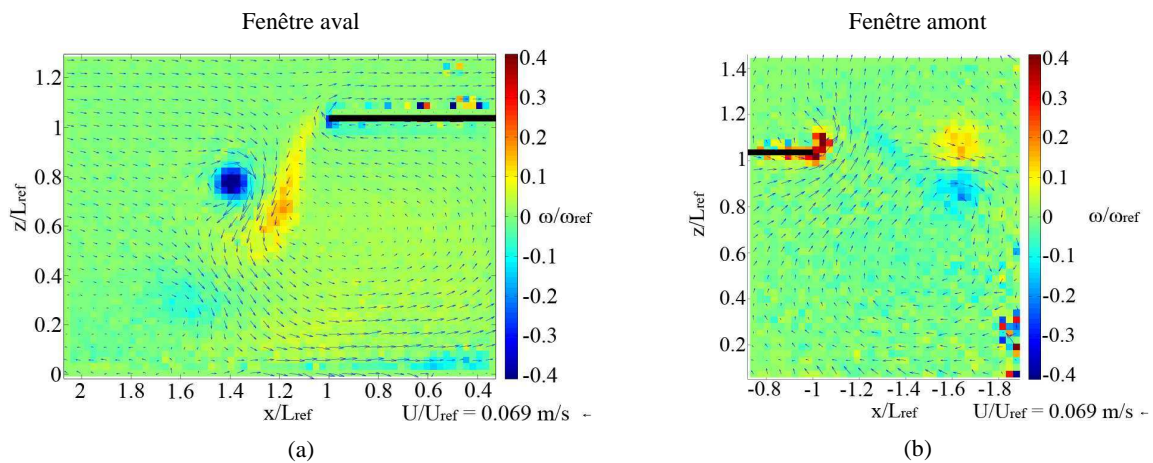


Figure 4-15 – Exemple d'apparition des structures tourbillonnaires de Kelvin Helmholtz dès l'instant  $t/T = 0.5$

Sur la Figure 4-15, le tourbillon principal négatif n'est pas dans la fenêtre de visualisation. Par contre, les structures de Kelvin Helmholtz apparaissent dans la nappe de vorticité positive dès l'instant  $t/T = 0.5$ .



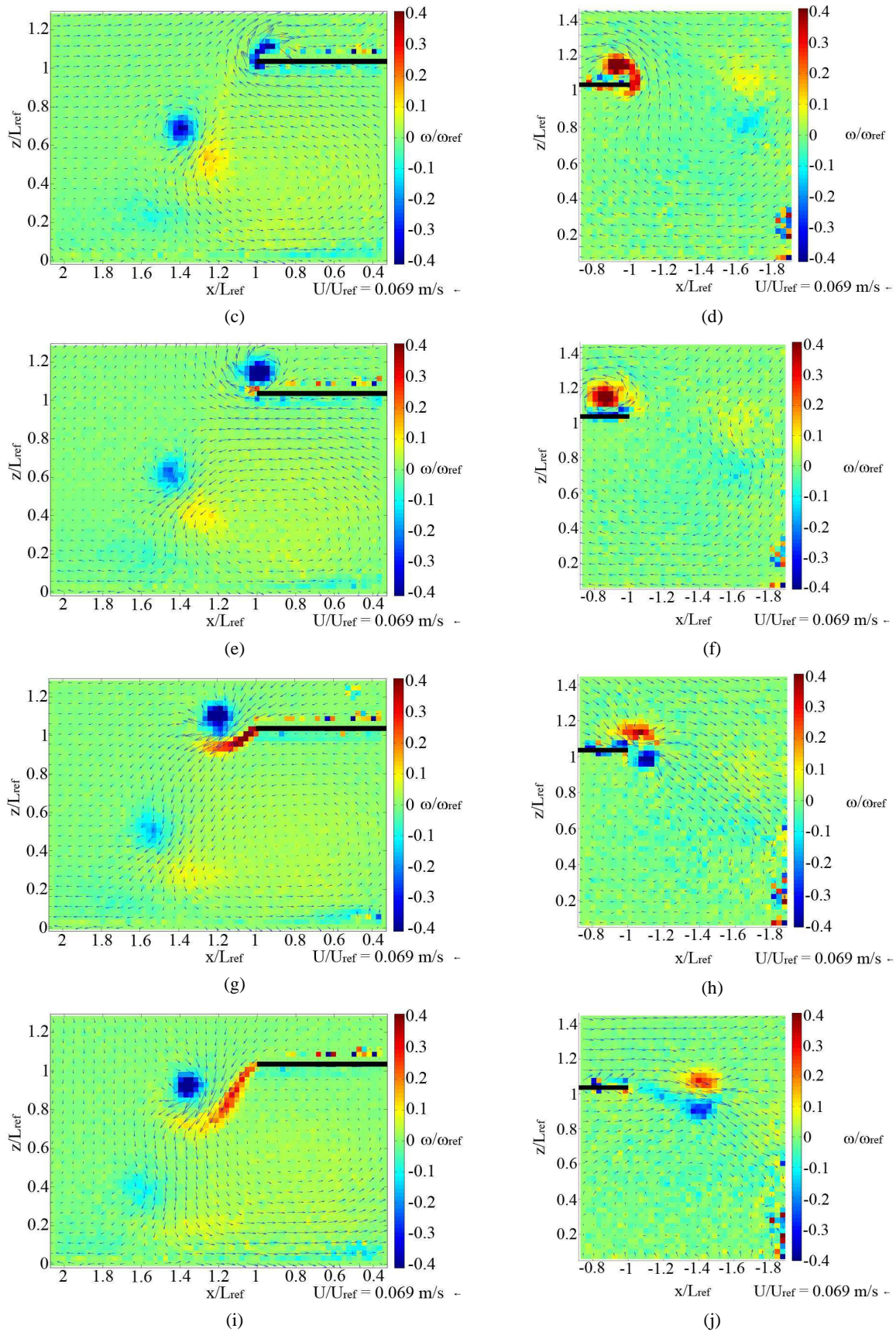


Figure 4-16 – Champ de vorticité, vues aval (gauche) et amont (droite), résolution : 73 et 65 pixels/cm respectivement, instants : (a et b)  $t/T = 0$ , (c et d)  $t/T = 0.2$ , (e et f)  $t/T = 0.4$ , (g et h)  $t/T = 0.6$ , (i et j)  $t/T = 0.8$

Une fois le tourbillon contrarotatif positif formé, la paire de tourbillons est advectée vers le fond du canal (Figure 4-16 (a), (c), (e) et (g)). Elle forme ainsi le jet observé sur le champ moyenné sur les 50 phases (point C sur la Figure 4-9). Son advection va contribuer à alimenter la cellule de recirculation positive localisée en A sur la Figure 4-9.

Par ailleurs, en amont de la plaque c'est le tourbillon positif qui se crée le premier au-dessus de la plaque (Figure 4-16 (b)). Puis le tourbillon négatif est généré sous la plaque (Figure 4-16 (h)). Nous n'avons pas effectué de visualisation zoomée sur l'extrémité amont de la plaque. Cependant, ils semblent que les tourbillons de signes opposés sont générés par décollement de couche limite aux points anguleux de la plaque. En effet, les sauts de vitesse induits en ces singularités sont importants et conduisent à la formation de vorticités. L'advection mutuelle des tourbillons évolue dans le sens opposé à la direction de propagation de la houle (Figure 4-16 (j) et (b)). De même qu'en aval de la plaque, une cellule de recirculation négative est alimentée par l'advection de la paire de tourbillons. Elle est localisée en B sur la Figure 4-9.

La trajectoire des tourbillons est donnée Figure 4-17.

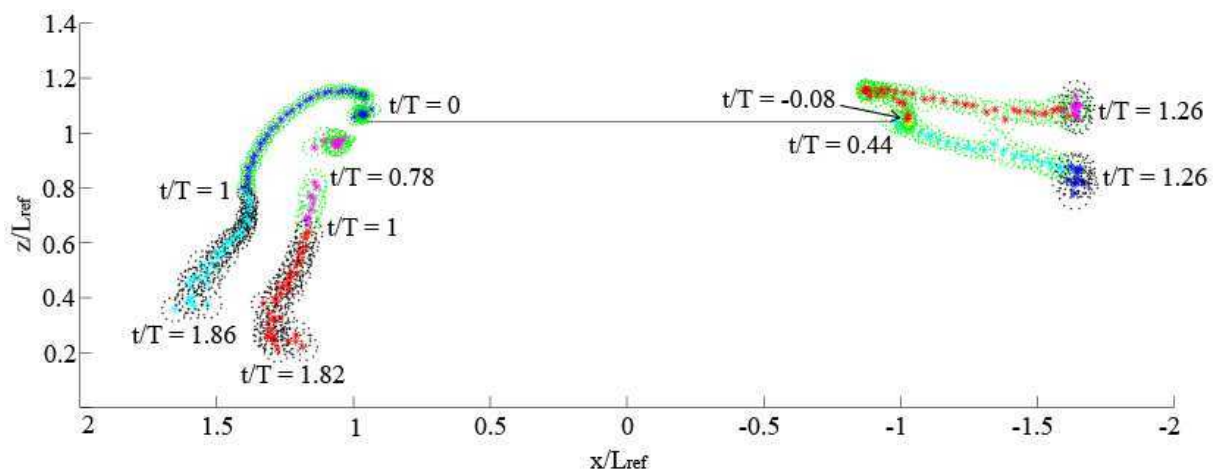


Figure 4-17 – Trajectoires des tourbillons : tourbillons positifs (en magenta et rouge) et tourbillons négatifs (en bleu et cyan)

Les points bleus et cyans et les points magenta et rouges de la Figure 4-17 correspondent à la position du cœur des tourbillons négatif et positif respectivement, aux différentes phases. Les points verts et noirs correspondent aux écarts types de ces positions pour la première et deuxième période respectivement. Ces derniers sont assez faibles ce qui prouve que la position des tourbillons instantanés d'une période sur l'autre varie peu. L'étude de l'écoulement moyen est donc justifiée.



Les positions successives du cœur des tourbillons sont détectées par le facteur  $\lambda_2$  en utilisant les fenêtres de visualisation aval et amont. En aval, le tourbillon négatif, en bleu, est observable dans le champ de houle sur un peu moins de deux périodes. En effet, il n'est plus identifiable par l'algorithme du facteur  $\lambda_2$  à partir de l'instant  $t/T = 1.86$ . Par ailleurs le tourbillon positif est détecté dans la nappe de vorticité positive lorsque celle-ci est la plus intense. Une discontinuité apparaît dans la trajectoire de ce tourbillon positif. Ses positions successives sont calculées à partir des champs instantanés, comme pour le tourbillon négatif, mais lorsque l'instabilité de Kelvin Helmholtz se manifeste, plusieurs structures tourbillonnaires apparaissent (voir Figure 4-14). Il n'est pas possible, par manque de résolution temporelle, de savoir si ces structures coalescent mais nous n'observons qu'une seule structure qui est advectée vers le fond du canal. Elle correspond au tourbillon contrarotatif positif qui apparaît à l'instant  $t/T = 0.78$    la position  $\frac{x}{L_{ref}} = 1.15$  et  $\frac{z}{L_{ref}} = 0.76$  (voir Figure 4-17). A partir de cet instant la trajectoire du tourbillon positif ne contient plus de discontinuité. Il est alors identifiable jusqu'à l'instant  $t/T = 1.82$ .

En amont, le tourbillon positif évolue dans le champ de houle sur environ une période et demi. Il est généré en bord de plaque à l'instant  $t/T = -0.08$ . Le tourbillon négatif amont est généré un peu plus tard dans la période de houle. Une fois la paire de tourbillons cr e e en bord de plaque, les tourbillons sont identifiables jusqu'à l'instant  $t/T = 1.26$ .

Les tourbillons sont détectés tous les cinquantième de période. En fonction de la répartition des points de la Figure 4-17, nous pouvons estimer si les tourbillons stagnent ou s'ils sont advectés. Ces  tats dépendent du champ de vitesse induit par la houle. En aval/amont, les phases de stagnation des tourbillons correspondent au moment où un(e) creux/crête de houle passe au-dessus des paires de tourbillons aval/amont. Les phases d'advection correspondent au moment où un(e) crête/creux de houle passe au-dessus des paires de tourbillons aval/amont. En aval, les tourbillons stagnent autour des temps de référence  $t/T = 0$  et  $t/T = 1$  et sont plus fortement advectés en milieu de période. En amont, la paire de tourbillons est advectée fortement dès l'apparition du tourbillon négatif sous la plaque, à mi-période environ. Les tourbillons stagnent ensuite jusqu'à l'instant  $t/T = 1.26$ .

Enfin, les trajectoires permettent d'observer que les tourbillons en aval de la plaque sont très proches du fond du canal autour de l'instant  $t/T = 1.86$ . Ils ont alors parcouru une distance d'environ  $\frac{2L_{ref}}{3}$  et leur maximum de vorticité est encore important. Ils peuvent donc générer de l'affouillement dans le cas d'un fond sédimentaire.

La trajectoire des tourbillons montre que l'écoulement est fortement asymétrique autour de la plaque. Ceci est étroitement lié au sens de propagation de la houle. De plus, la présence de la plaque modifie la forme de la surface libre ce qui renforce cette asymétrie.

### 4.3.2.3. Dissipation des tourbillons

Les tourbillons sont dissipés tout au long de leur évolution, même lorsque leur circulation croît. Par exemple, en aval les langues de vorticité négative s'enroulent autour des tourbillons du même signe jusqu'à  $t/T = 0.8$ .    cet instant, la circulation des tourbillons est maximum. Leur dissipation se poursuit et les maxima de vorticité tout comme la circulation commencent à diminuer ce qui n'est plus compensé par une coalescence de vorticité négative.

Comme observé sur les trajectoires des tourbillons (Figure 4-17), l'écart-type sur les positions successives montrent que celles-ci varient légèrement d'une période à l'autre. En moyennant, les maxima de vorticité sont très fortement atténués par rapport aux champs instantanés alors que la taille des tourbillons est fortement accrue.    partir des champs moyens, la dissipation ne peut pas être quantifiée à partir du maximum de vorticité, elle doit l'être à partir de la circulation. Cette dernière est calculée par l'intégrale de la vorticité sur une surface, comme défini par l'équation (4-7). Une représentation de l'évolution temporelle de la circulation est donnée Figure 4-18.

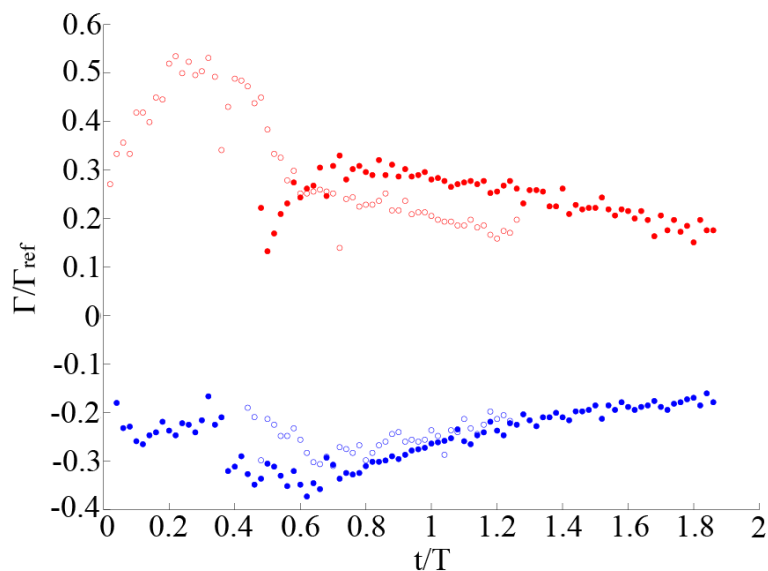


Figure 4-18 - Evolution de la circulation adimensionnée en amont et en aval sur 2 périodes de houle : tourbillons positifs amont (  ), tourbillons négatifs amont (  ), tourbillons positifs aval (  ), tourbillons négatifs aval (  )

Trois phases de développement sont observables sur le tourbillon positif amont : une phase de croissance, une phase de forte décroissance et une phase de faible décroissance. La croissance de ce tourbillon est effective de  $t/T = 0$  à  $t/T = 0.2$  lors de sa formation. Puis, la forte décroissance de circulation s'applique lorsque le tourbillon positif stagne au-dessus de la plaque, lors de l'apparition du tourbillon contrarotatif négatif sous la plaque entre  $t/T = 0.4$  et  $t/T = 0.6$ . Enfin, la faible décroissance de circulation s'applique aux tourbillons positif et négatif à partir de  $t/T = 0.6$  et  $t/T = 0.7$  respectivement, lors de leur advection. La circulation du tourbillon positif amont se dissipe alors selon une loi puissance en  $\left(\frac{t}{T}\right)^{-0.7}$ .

Trois phases de développement sont aussi observables en aval de la plaque sur le tourbillon négatif : une phase de stagnation, une phase de croissance et une phase de faible décroissance. Durant la première phase, le tourbillon stagne au-dessus de la plaque et la circulation reste à peu près constante de  $t/T = 0$  à  $t/T = 0.4$ . Ensuite, la circulation croît de  $t/T = 0.4$  à  $t/T = 0.8$  ce qui correspond à la coalescence des langues de vorticité negatives avec les tourbillons du même signe (voir Figure 4-11 (b)). Enfin, la circulation de ce tourbillon décroît selon une loi puissance en  $\left(\frac{t}{T}\right)^{-0.8}$ . Les évolutions du tourbillon négatif amont et du tourbillon positif aval sont différentes car ils sont générés un peu plus tard sur la période de houle. Leur circulation croît durant leur formation et un quart de période plus tard ils se dissipent selon des lois puissances en  $\left(\frac{t}{T}\right)^{-0.7}$  et  $\left(\frac{t}{T}\right)^{-0.6}$  respectivement. La circulation du tourbillon positif aval est déterminée à partir de la plus grosse structure tourbillonnaire détectée dans la nappe de vorticité de  $t/T = 0.48$      $t/T = 0.76$ . Son calcul est réalisé de la même manière que pour les autres tourbillons ce qui est fortement contestable puisque les limites de la structure tourbillonnaire ne sont pas clairement définies dans la nappe.

La circulation des tourbillons est non négligeable sur l'ensemble de la période houle. L'échappement des tourbillons aux bords de plaque induit aussi une circulation autour de la plaque qui se traduit par des efforts de portance.

#### **4.3.2.4. Circulation autour de la plaque**

L'écoulement autour de la plaque est fortement asymétrique. Ceci est confirmé par la mesure de la circulation autour de la plaque sur une période de houle (Figure 4-19). Celle-ci est prise

comme l'intégrale de la vitesse projetée sur un contour rectangulaire au plus proche de la plaque.

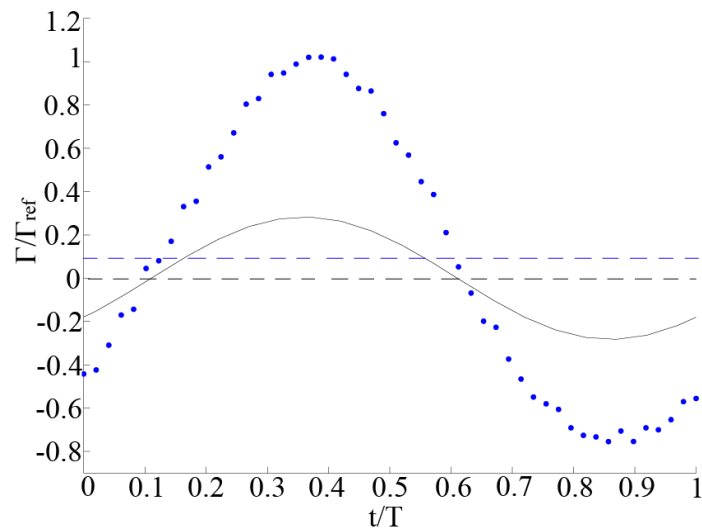


Figure 4-19 – Circulation autour de la plaque sur une période : (—) modèle analytique, (●) données expérimentales, (- -) et (- -) leur moyenne respective sur une période

Sur la Figure 4-19 les données expérimentales sont comparées au modèle analytique ((13), (15) et (17)). Dans ce modèle, la décomposition de l'écoulement en quatre domaines et les conditions aux limites intégrées conduisent notamment à une singularité du champ de vitesse aux extrémités de la plaque, d'où une circulation non nulle. La circulation autour de la plaque oscille périodiquement que ce soit dans le modèle ou dans le cas expérimental. Ces oscillations donnent une indication sur les forces hydrauliques appliquées à la plaque sur une période de houle en plus des efforts d'origine instationnaire. Cependant, la circulation dans le cas expérimental est trois fois plus grande que dans le cas potentiel. De plus, sa moyenne sur toute la période de houle est de  $\frac{\hat{\Gamma}}{\Gamma_{ref}} = 0.094$  alors qu'elle est nulle dans le cas potentiel. Ces écarts entre théorie et mesures pourraient s'expliquer par le manque de précision de notre calcul de circulation. Néanmoins, cet élément ne peut pas expliquer seul un tel écart. Une autre explication serait que la théorie potentielle, au premier ordre, ne prend pas en compte les effets associés à la faible profondeur au dessus de la plaque et à l'augmentation de l'amplitude pouvant conduire à des rapports  $\frac{A}{\lambda}$  et  $\frac{A}{i}$  non négligeable par rapport à 1, ce qui se traduit par des effets non linéaire non pris en compte par la théorie (modes liés). De plus, la surface libre est très perturbée par la présence de la plaque ce qui induit l'apparition de modes libres (2). Les cellules de recirculation sous cette dernière ne sont pas non plus prédites par la théorie.

Ainsi, les décalages de circulation observés sur la Figure 4-19 s'explique par l'asymétrie de l'écoulement autour de la plaque et par une déformation de la surface libre. Mais aussi par les effets visqueux non considérés et l'hypothèse de base d'écoulement irrotationnel de la théorie potentielle.

## **4.4. Rôle joué par la dimension de la plaque immergée**

La longueur de plaque a une incidence sur la déformation de la surface libre. En effet, une petite plaque déforme moins cette dernière. Une telle plaque devrait aussi moins influencer l'environnement proche. Pour le vérifier, une expérience a été réalisée en utilisant une longueur de plaque plus courte, telle que  $L_{ref} = \frac{L}{2} = 0.025 \text{ m}$ . Cette nouvelle configuration est comparée à l'ancienne. Pour faire la distinction entre ces deux cas la nouvelle plaque est appelée petite plaque, et l'ancienne est appelée grande plaque. Les autres grandeurs caractéristiques restent celles définies dans la section 3. La fenêtre de visualisation utilisée a une résolution de  $50 \text{ pixels/cm}$  et le  $\Delta t$  utilisé pour la PIV est de  $4 \text{ ms}$ . Par ailleurs, les paramètres  $a$  et  $J \times K$  utilisés pour le calcul des champs de vitesse et de vorticité sous Direct PIV, correspondant respectivement à la taille des mailles et à leur nombre, sont pris égaux à  $4.8 \text{ mm}$  et à  $66 \times 49$ .

### **4.4.1. Modification de l'écoulement de base**

De la même manière que dans le cas de la grande plaque, nous avons calculés les 50 champs de vitesse moyens sur 300 périodes. L'écoulement moyen moyenné sur les 50 phases est donné Figure 4-20 (15 000 champs instantanés considérés). Nous constatons, dans le cas de la petite plaque, que les vitesses moyennes sont bien moins importantes que dans le cas de la grande plaque (voir Figure 4-9). L'écoulement n'est pas symétrique non plus car il subsiste toujours des cellules de recirculation autour de la plaque. Par contre, les positions de ces cellules ne sont plus les mêmes. Une seule cellule de recirculation subsiste sous la plaque et sa position est à peu près centrée par rapport à la plaque (lettre B sur la Figure 4-20). Une seconde cellule est générée au-dessus de la plaque (lettre A sur la Figure 4-20). La cellule de recirculation sous la plaque est induite par un jet, issus de l'advection mutuelle des

tourbillons, plongeant vers le fond du canal (lettre C sur la Figure 4-20). Néanmoins, ce jet est moins puissant que celui généré dans le cas de la grande plaque.

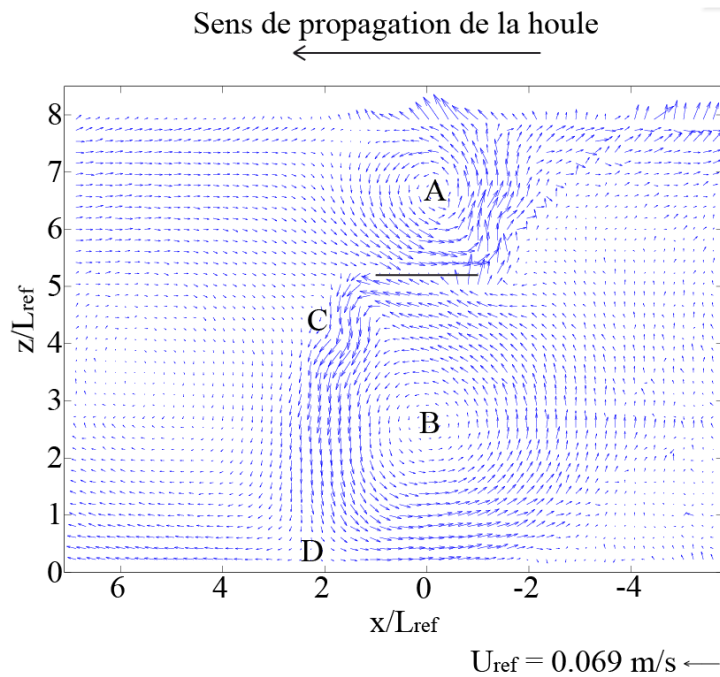


Figure 4-20 - Champ moyen de vitesse moyenné sur 50 phases,  $L_{ref} = 5 \text{ cm}$

Ce jet impacte le fond du canal à une distance d'environ  $\frac{5}{4}L_{ref}$  à partir du bord aval de la plaque (lettre D sur la Figure 4-20). Si le point D est facilement repérable à l'œil sur la Figure 4-20, il l'est beaucoup moins lorsque les champs moyens de vitesse par phase sont considérés (voir Figure 4-22). Ceci se traduit par un écart type très important de la position du point de stagnation, d'autant plus que ce jet n'atteint pas toujours le fond. L'affouillement généré dans le cas d'un lit sédimentaire serait donc, s'il existait, moins important que dans le cas de la grande plaque. Néanmoins, en moyenne, le point d'impact du jet est situé environ 3 fois plus loin de l'extrémité aval de la petite plaque que dans le cas de la grande plaque relativement à la longueur de plaque. La cellule de recirculation B sous la petite plaque est aussi beaucoup plus grande que dans le cas de la grande plaque, toujours relativement à la longueur de plaque. L'apparition de la cellule de recirculation A au-dessus de la petite plaque ne correspond pas au cas de la grande plaque (Figure 4-9). Dans ce dernier cas, deux cellules de circulation au-dessus de la plaque sont localisées aux extrémités de celle-ci (non précisé sur la Figure 4-9). Dans le cas de la petite plaque, une seule cellule existe. Elle est centrée par rapport à la plaque et sa vitesse azimuthale est de l'ordre de  $0.7U_{ref}$  ce qui n'est pas négligeable. La longueur de plaque est donc un paramètre important qui conditionne la forme

de l'écoulement via le nombre de cellules de recirculation. Le seuil de passage d'un système à deux cellules de recirculation à un système à quatre cellules serait intéressant à examiner en faisant varier la longueur de plaque  $L$ .

Nous constatons donc que la présence de la petite plaque modifie aussi beaucoup l'écoulement induit par la houle. Ceci même si les vitesses mesurées sont beaucoup moins importantes que dans le cas de la grande plaque.

#### 4.4.2. Positionnement par rapport à la théorie potentielle

Afin de se positionner par rapport à la théorie potentielle ((13), (15), (17)), les hodographes des vitesses mesurées expérimentalement sont superposés avec les hodographes issus de la théorie ainsi qu'avec une houle de Stokes seule (Figure 4-21).

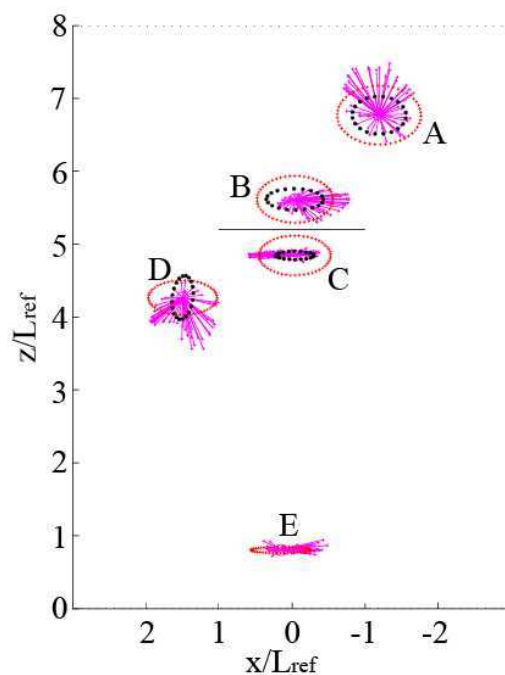


Figure 4-21 - Hodographes : vitesses mesurées (mauve), vitesses analytiques potentielles (noir), vitesses induites par la houle de Stokes non perturbée (rouge)

Dans cette configuration, l'intensité des vitesses mesurées est du même ordre de grandeur que celle des vitesses issues du modèle de Stokes sans plaque. L'interaction houle/plaque immergée induit néanmoins une modification significative de la forme de l'hodographe quelle que soit la zone considérée autour de la plaque (points A, B, C, D et E de la Figure 4-21). Par

exemple, les plus fortes vitesses enregistrées au point D sont orientées vers le fond du canal contrairement au cas du modèle de Stokes sans plaque.

Aux points A, C et D les intensités des vitesses calculées par la théorie potentielle sont très proches de celles des vitesses mesurées ou n'atteignent que la moitié de ces dernières selon les phases considérées. Par exemple, au point A, ces vitesses sont très proches les unes des autres sur plus de la moitié d'une période. Sur le reste de la période les vitesses mesurées, orientées vers la surface libre sont deux fois plus intenses que celles issues du cas potentiel. Par ailleurs, au point B, la théorie ne parvient pas à bien modéliser l'écoulement. Tout comme dans le cas de la grande plaque, la modification de l'écoulement est influencée par la dynamique tourbillonnaire. Celle-ci doit donc être considérée pour mieux comprendre l'écoulement induit autour de la petite plaque. Néanmoins, elle impacte beaucoup moins l'écoulement que dans le cas de la grande plaque. Dans cette nouvelle configuration, l'écoulement est le résultat d'une compétition entre les vitesses induites par la houle et celles induites par l'advection mutuelle des tourbillons.

### **4.4.3. Description de la dynamique tourbillonnaire**

#### **4.4.3.1. Evolution des tourbillons**

Comme dans le cas de la grande plaque, l'instant initial est considéré lorsque le premier tourbillon négatif est détecté en aval de la plaque par le facteur  $\lambda_2$  (Figure 4-22 (a)). Il stagne alors de  $t/T = 0$  à  $t/T = 0.4$  au-dessus de la plaque, puis est advecté vers le fond sous l'effet de la houle (Figure 4-22 (d) et (e)). Lors de cette phase d'advection une nappe de vorticité positive est générée en bord de plaque. Elle mènera à la formation d'un tourbillon contrarotatif positif observable à l'instant  $t/T = 1$  (Figure 4-22 (a)). La paire de tourbillons ainsi formée évolue ensuite au gré de l'écoulement induit par la houle et sous l'effet de leur induction mutuelle.



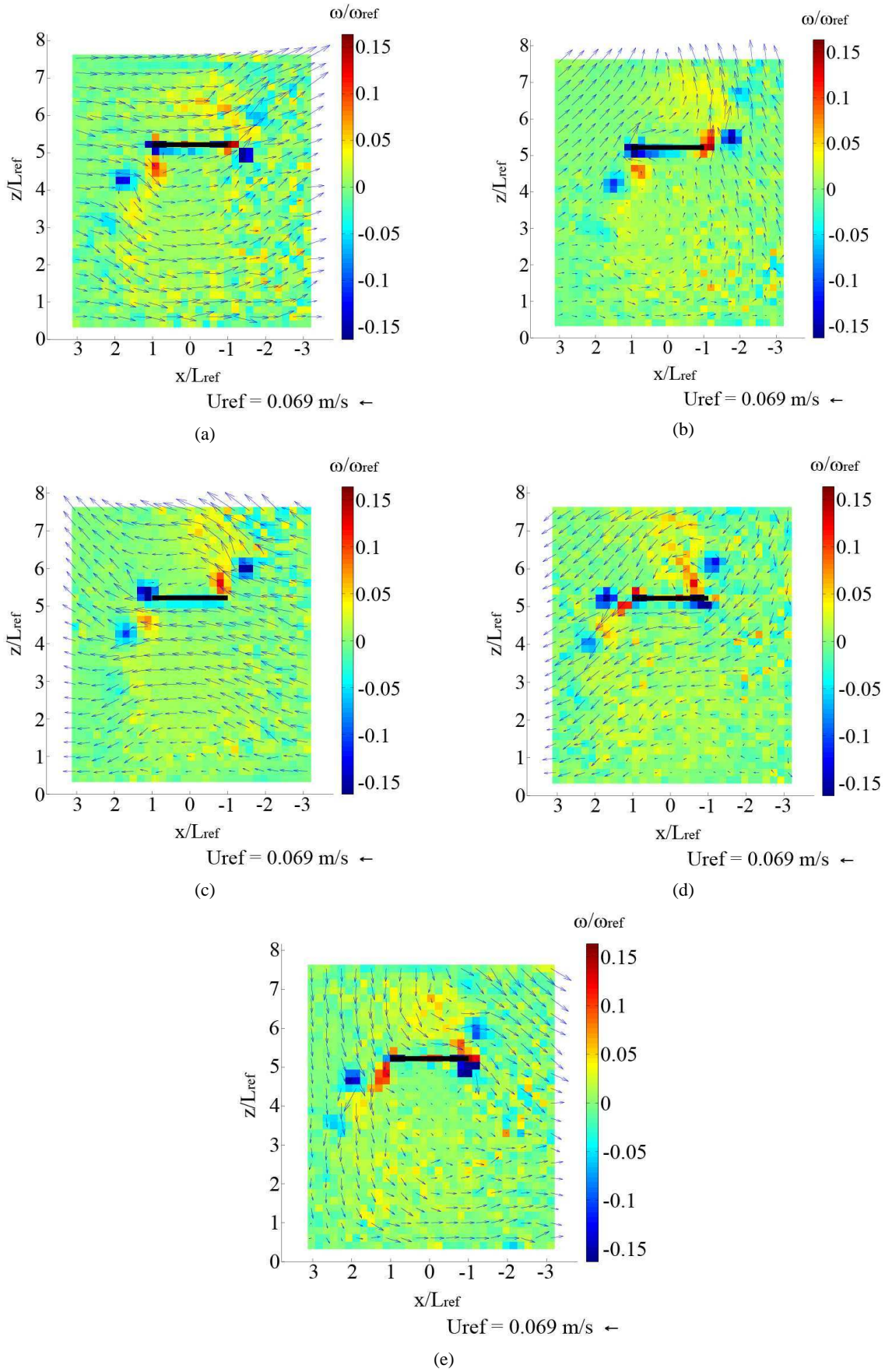


Figure 4-22 - Champ de vorticité autour de la petite plaque, résolution : 50 pixels/cm, instants : (a)  $t/T = 0$ , (b)  $t/T = 0.2$ , (c)  $t/T = 0.4$ , (d)  $t/T = 0.6$ , (e)  $t/T = 0.8$

Par ailleurs, en amont, la dynamique tourbillonnaire est très différente du cas de la grande plaque. C'est le tourbillon négatif qui est généré le premier en bord de plaque à l'instant  $\frac{t}{T} = -0.56$  (observable Figure 4-22 (d) à l'instant  $\frac{t}{T} = 0.6$ ). Il stagne alors sous la plaque de  $\frac{t}{T} = -0.56$  à  $\frac{t}{T} = -0.06$  puis est advecté vers la surface libre sous l'effet de la houle (Figure 4-22 (a) et (b)). Lors de cette phase d'advection une nappe de vorticité positive est générée en bord de plaque. S'ensuit la génération d'un tourbillon contrarotatif positif (observable à l'instant  $\frac{t}{T} = 0.2$  (Figure 4-22 (b)), détecté dès l'instant  $\frac{t}{T} = 0.06$ . Ce dernier alimente alors très rapidement la cellule de recirculation au-dessus de la plaque définie par A sur la Figure 4-20.

Les trajectoires des tourbillons sont données Figure 4-23. Les paramètres  $m$  et  $n$  utilisés pour la localisation des c eurs (voir section 4.2.2) sont pris égaux à 4 car la résolution ne permet pas d'utiliser plus de mailles, d'autant plus que les tourbillons d'une même paire sont relativement proche l'un de l'autre.

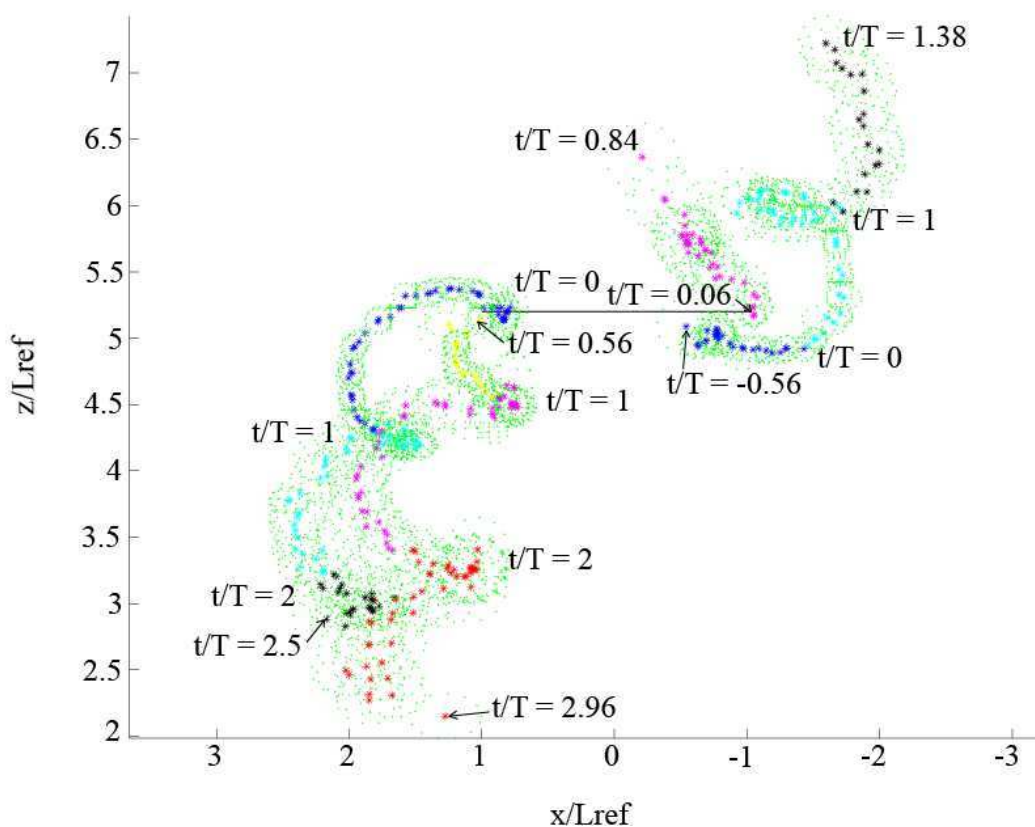


Figure 4-23 - Trajectoires des tourbillons : tourbillons négatifs (en bleu, cyan et noir) et tourbillons positifs (en jaune, rose et rouge)

Sur la Figure 4-23, les points bleus, cyans et noirs correspondent aux tourbillons négatifs et les points jaunes, roses et rouges correspondent aux tourbillons positifs sur les 1<sup>er</sup>, 2<sup>e</sup> et 3<sup>e</sup> périodes de houle respectivement. Les tourbillons sont détectés par le facteur  $\lambda 2$ . En aval, les tourbillons négatif et positif évoluent ensemble sur presque trois périodes. Le tourbillon négatif n'est plus détectable à partir de l'instant  $t/T = 2.5$  inclus. Le tourbillon positif n'est, quant à lui, plus détectable à partir de l'instant  $t/T = 2.96$ . Par ailleurs, les tourbillons parcourent une distance d'environ  $4L_{ref}$ , c'est-à-dire 2 fois la longueur de la plaque. Même s'ils influencent moins l'écoulement autour de la plaque, ils durent plus longtemps et sont advectés plus loin, relativement à la longueur de plaque, que les tourbillons générés dans le cas de la grande plaque.

#### 4.4.3.2. Dissipation des tourbillons

Le comportement des tourbillons est également observable en représentant leur circulation (Figure 4-24), calculée par l'intégrale de la vorticité défini par (4-7). Comme pour le calcul de la position du cœur des tourbillons, les paramètres  $m$  et  $n$ , liés aux nombres de mailles considérés pour le calcul de la circulation, sont égaux à 4.

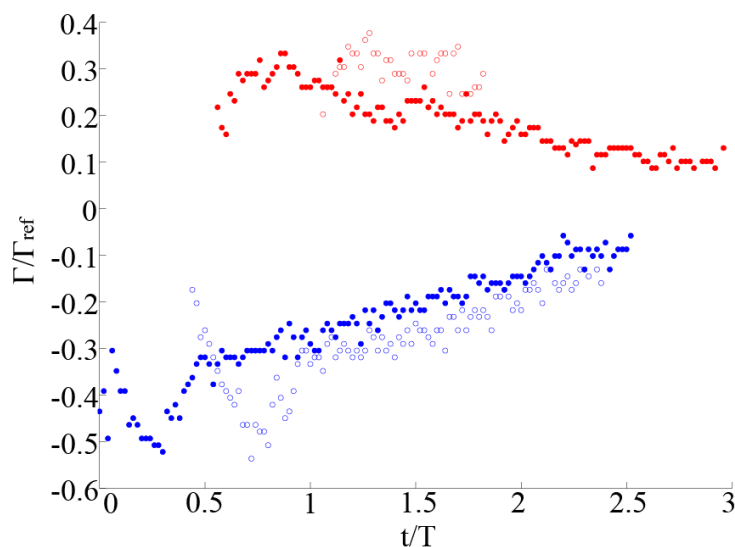


Figure 4-24 - Evolution de la circulation adimensionnée en amont et en aval sur 2 périodes de houle dans le cas de la petite plaque : tourbillons positifs amont (  ), tourbillons négatifs amont (  ), tourbillons positifs aval (  ), tourbillons négatifs aval (  )

Sur la Figure 4-24, la circulation est adimensionnée comme défini par (3-8) avec, dans le cas de la petite plaque,  $\Gamma_{ref} = 0.0069 \text{ m}^2/\text{s}$ . En amont, la dynamique tourbillonnaire n'est plus

du tout la même que dans le cas de la grande plaque. Trois phases de développement sont observées : une phase de croissance, une phase de forte décroissance et une phase de faible décroissance. Les tourbillons négatifs croissent de  $t/T = 0.44$  à  $t/T = 0.7$ . Puis, ils décroissent fortement lors de leur stagnation sous la plaque de  $t/T = 0.7$  à  $t/T = 0.94$ . Lors de l'apparition des tourbillons contrarotatifs positifs à  $t/T = 1.04$ , les tourbillons négatifs ont commencés leur phase d'advection vers la surface libre. Ils dissipent alors leur énergie et leur circulation décroît. Par ailleurs, en aval, les phases de développement des tourbillons négatifs sont identiques à celles observées en amont. Les tourbillons positifs ne possèdent, quant à eux, que deux phases de développement. Une phase de croissance de  $t/T = 0.56$  à  $t/T = 0.86$ , suivie d'une phase de faible décroissance selon une loi puissance en  $\left(\frac{t}{T}\right)^{-0.95}$ .

Les circulations des tourbillons aval dans les deux configurations considérées sont du même ordre de grandeur relativement à la longueur de plaque (Figure 4-25). La similitude existante entre l'évolution de la circulation adimensionnée dans les deux configurations est marquante. Cependant, pour les tourbillons négatifs, dans le cas de la grande plaque, la circulation décroît en  $\left(\frac{t}{T}\right)^{-0.8}$  alors qu'elle est linéaire dans le cas de la petite plaque. Pour les tourbillons positifs, la phase de faible décroissance est associée à une décroissance de la circulation en  $\left(\frac{t}{T}\right)^{-0.8}$  pour la grande plaque et en  $\left(\frac{t}{T}\right)^{-0.6}$  pour la petite plaque.

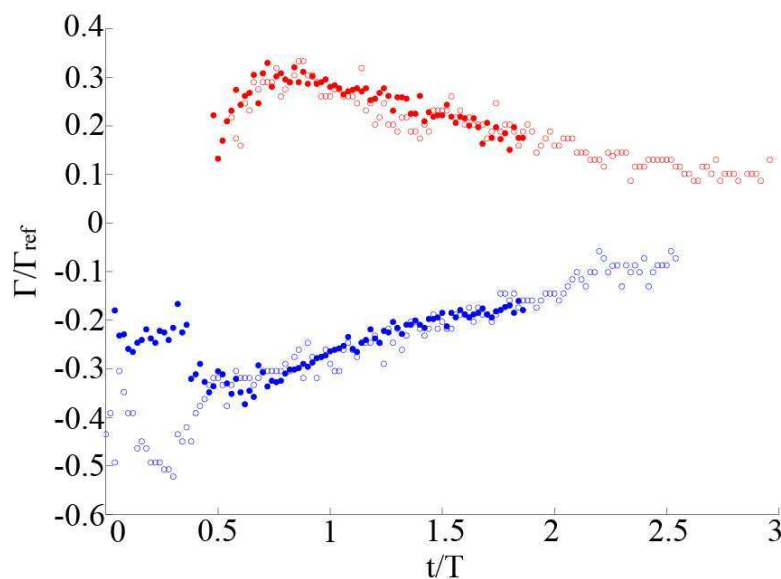


Figure 4-25 – Comparaison des circulations pour les tourbillons aval : tourbillons positifs petite plaque (○), tourbillons négatifs petite plaque (◊), tourbillons positifs grande plaque (●), tourbillons négatifs grande plaque (◐)

La similitude de comportement dans les deux configurations montre que la longueur de plaque est un paramètre déterminant pour la circulation des tourbillons. Le rapport des valeurs de circulations dans les cas de la grande et de la petite plaque est égal au rapport des longueurs de la grande et de la petite plaque, c'est-à-dire 5. Les tourbillons sont donc 5 fois moins intenses dans le cas de la petite plaque mais ont une durée de vie plus importante. Il serait intéressant de savoir à partir de quelle taille de plaque  $L$ , la circulation n'augmente plus. Ce paramètre pourrait être adapté selon les besoins et permettrait peut être de réduire l'affouillement dans le cas d'un lit sédimentaire, en diminuant la taille de la plaque.

Bien que moins importante que dans le cas de la grande plaque, la circulation des tourbillons générés au bord de la petite plaque est non négligeable sur l'ensemble de la période houle. Cet échappement tourbillonnaire induit aussi une circulation autour de la plaque qui se traduit par des efforts de portance.

#### 4.4.3.3. Circulation autour de la plaque

De la même manière que pour la grande plaque, la circulation autour de la petite plaque est calculée, comme l'intégrale de la vitesse projetée sur un contour rectangulaire au plus proche de la plaque, et comparée à la circulation issue de la théorie potentielle ((13), (15) et (17)) (Figure 4-26).

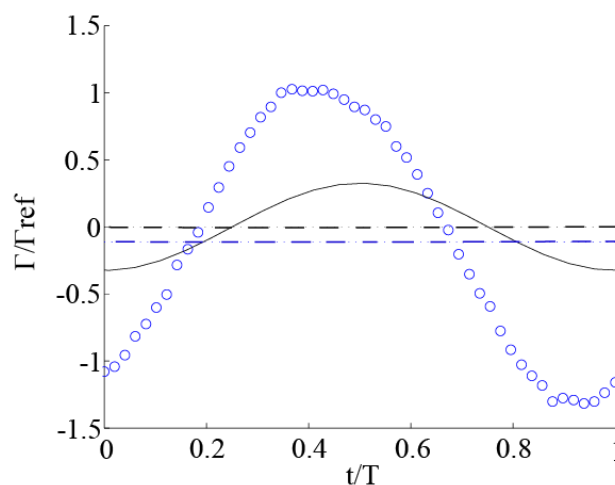


Figure 4-26 – Circulation autour de la petite plaque sur une période : (—) modèle analytique, (- -) moyenne sur une période de la circulation du modèle (o) données expérimentales, (- -) moyenne sur une période de la circulation des données expérimentales

La circulation autour de la plaque oscille périodiquement que ce soit dans le modèle ou dans le cas expérimental. Ces oscillations donnent une indication sur les forces hydrauliques appliquées à la plaque sur une période de houle. En termes d'amplitude, la circulation donnée par le modèle est deux fois plus petite que celle mesurée alors qu'elle était trois fois plus petite dans le cas de la grande plaque. Le modèle analytique se rapproche donc de la réalité des mesures lorsque la longueur de plaque diminue.

Par ailleurs, un déphasage est observé entre les maxima de circulation du modèle analytique et mesurée. Ceci peut s'expliquer par le fait que les oscillations de circulation mesurées ne suivent pas une sinusoïde à cause de la présence des tourbillons à proximité de la plaque ; tourbillons non pris en compte par le modèle. Selon leur distance par rapport à la plaque, et donc de l'instant considéré, ils induisent des vitesses plus ou moins grande qui sont prises en compte dans le calcul de la circulation autour de la plaque.

La moyenne de la circulation mesurée sur toute la période de houle est de  $\frac{\hat{\Gamma}}{\Gamma_{ref}} = -0.11$  alors qu'elle est nulle dans le cas potentiel (voir Figure 4-26).

Les écarts constatés s'explique, de la même manière que dans le cas de la grande plaque, par : l'asymétrie de l'écoulement autour de la plaque, la déformation de la surface libre, les effets visqueux et la rotationnalité de l'écoulement non considérés par la théorie potentielle.

L'évolution des circulations adimensionnées des grande et petite plaques est présentée Figure 4-27.

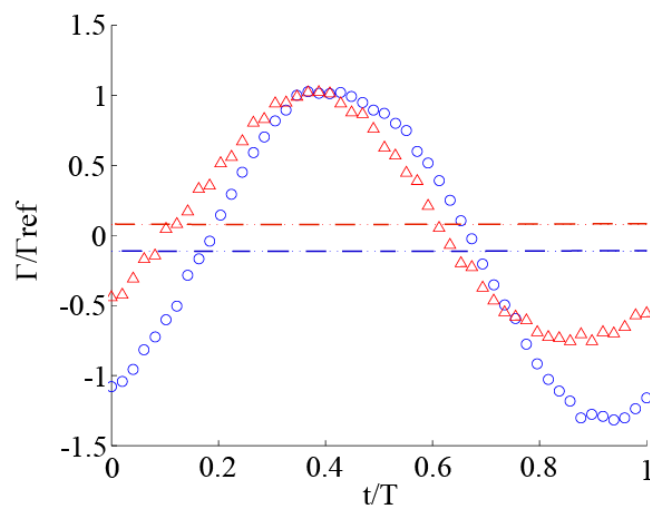


Figure 4-27 – Comparaison des circulations adimensionnées des petite (●) et grande (▲) plaques et de leur moyenne sur une période : (---) et (---) respectivement

Les ordres de grandeurs de la circulation adimensionnée sont les mêmes pour les deux configurations. La longueur de plaque  $L$  influe donc directement sur l'intensité de la circulation autour de la plaque. Cependant, si les circulations adimensionnées des grande et petite plaques sont comparées, un écart notable de la moyenne de la circulation sur une période,  $\frac{\Gamma}{\Gamma_{ref}}$ , est constatée puisque même le signe de cette grandeur n'est pas conservée d'une configuration à l'autre (voir Figure 4-27). Ceci s'explique par la forte hausse de circulation, en valeur absolue, autour de la petite plaque entre les instants  $t/T = -0.3$  ( $t/T = 0.7$  sur la Figure 4-27) et  $t/T = 0.2$ . Ces instants correspondent aux moments où les vitesses au dessus de la plaque, orientées dans la direction opposée au sens de propagation de la houle, sont les plus importantes notamment en  $t/T = 0$  (Figure 4-22 (a)). La cellule de recirculation présente au-dessus de la plaque joue donc un rôle sur la circulation autour de cette dernière.

La différence de structure d'écoulement entre les deux configurations (petite et grande plaques) influe sur la circulation autour de la plaque, via le nombre, l'intensité et la position des cellules de recirculation.

## **4.5. Conclusion sur le rôle joué par les tourbillons dans la dynamique de l'écoulement**

Dans les deux configurations, la présence des tourbillons modifie l'écoulement autour de la plaque mais c'est dans le cas de la grande plaque que cette modification est la plus notable.

L'écoulement moyen autour de la plaque est très différent de celui prédit par les modèles analytiques qui ne prennent pas en compte la dynamique tourbillonnaire.

Les tourbillons évoluent par paires que ce soit en amont ou en aval de la plaque. Dans le cas de la grande plaque, la particularité de la paire évoluant en aval est que le tourbillon contrarotatif positif est généré environ une demi-période après le tourbillon principal par l'instabilité de Kelvin Helmholtz ; alors que les autres tourbillons sont le résultat de décollements de couche limite au niveau des points anguleux de la plaque.

De très fortes vitesses sont induites par l'advection des tourbillons et rendent l'écoulement autour de la plaque fortement asymétrique. Cette asymétrie est aussi constatée lorsque la circulation autour de la plaque est calculée. Elle induit des efforts de portance sur la plaque.

Les cellules de recirculation, présentes autour de la plaque et induites par les tourbillons, caractérisent bien l'écoulement. Au fond du canal, ces dernières induisent des points de

stagnation, notamment dans le cas de la grande plaque, et conduiraient à de l'affouillement dans le cas d'un lit sédimentaire. Les deux configurations étudiées (petite et grande plaques) sont très différentes du point de la dynamique de l'écoulement. En effet, avec la petite plaque il existe une cellule de recirculation au-dessus de la plaque et une seule en dessous de la plaque. Dans cette configuration (petite plaque), le signe de la circulation moyenne autour de la plaque est inversé ce qui se traduit par une inversion du sens de l'effort de portance lié à la circulation.

Il existe une similitude assez forte entre les deux configurations (petite et grande plaques) étudiées concernant l'évolution de la circulation adimensionnée. La longueur de plaque a donc une réelle influence sur la circulation des tourbillons. Par ailleurs, la durée de vie des tourbillons est plus longue dans le cas de la petite plaque. Ils parcourent aussi une distance adimensionnée plus grande que dans le cas de la grande plaque.

La dissipation des tourbillons correspond, dans les deux cas de figure, au développement de déstabilisations tridimensionnelles. Dès lors que des perturbations 3D se manifestent, des instabilités peuvent apparaître et aboutir à des grandes déformations, des éclatements et des ruptures de tourbillons. Néanmoins, les phénomènes déstabilisants semblent être plus importants dans le cas de la grande plaque. L'étude de la déstabilisation tridimensionnelle est donc réalisée en considérant le cas de la grande plaque.



## 5. Etude de la déstabilisation tridimensionnelle des tourbillons

La modification de l'écoulement de houle par l'immersion d'une plaque immergée dans la houle a été mise en évidence dans la partie précédente. Les tourbillons générés en bord de plaque influent considérablement sur cet écoulement notamment dans le cas où le rapport longueur de plaque  $L$  sur longueur d'onde de houle  $\Lambda$  est assez grand (grande plaque). De plus, si le champ de vitesse associé aux filaments tourbillonnaires dans leur phase initiale de génération est distribué quasi uniformément selon leur direction longitudinale, il devient fortement 3D lors de leur advection. En effet, sous l'effet de perturbations infinitésimales les tourbillons se déforment et l'écoulement devient tridimensionnel.

## 5.1. Instabilités des tourbillons

Les tourbillons sont générés en bord de plaque et évoluent par paires. À leur génération, ils sont rectilignes, puis se déforment au cours de leur advection sous l'effet de perturbations infinitésimales. Les instabilités mises en jeu dans ces phénomènes de déstabilisations peuvent être de différentes formes :

- l'instabilité de Crow (37) se manifeste par l'interaction de deux tourbillons contrarotatifs sous la forme d'oscillations sinusoïdales et symétriques à grande longueur d'onde ( $\Lambda$  est de l'ordre de 5 à 10 fois la distance entre les deux tourbillons et le rapport  $\epsilon$  égal au rapport entre la taille du cœur  $a$  et la longueur d'onde  $\Lambda$  est très inférieur à 1).
- l'instabilité de Widnall (Widnall *et al* (38)) se manifeste également lors de l'interaction de deux tourbillons mais la longueur d'onde de leurs oscillations est de l'ordre de la taille du cœur ( $\epsilon = \frac{a}{\Lambda} \approx 1$ ). Pour cette instabilité, la stabilité du tourbillon dépend de la structure du cœur.

Le développement de ces deux instabilités est effectif lorsque l'effet déstabilisant du champ induit par l'un des tourbillons sur l'autre est plus important que l'effet stabilisant du mouvement auto-induit. Elles peuvent aussi être couplées comme observé dans l'étude de Leweke et Williamson en 1998 (39) (Figure 5-1). Elles sont présentées plus en détail dans la section 5.1.1.

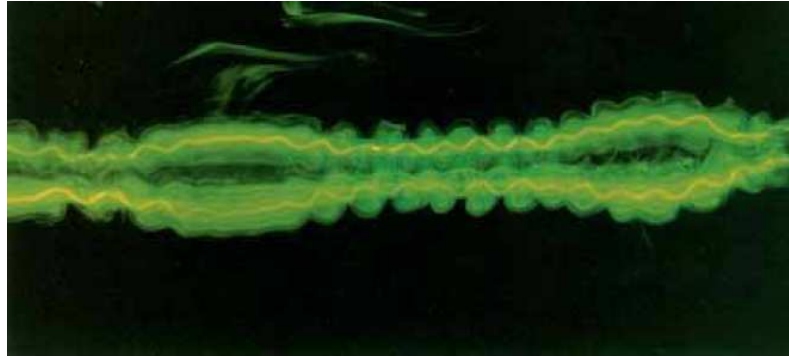


Figure 5-1 - Instabilités combinées de Crow (37) et de Widnall (38) (tiré de Leweke et Williamson (39))

- des ondes, dites « ondes de Kelvin », peuvent aussi apparaître et se propager tout au long d'un tourbillon. Ces ondes peuvent être de différentes formes : axisymétriques, hélicoïdales ou en double hélice par exemple. Elles ont, par exemple, été étudiées expérimentalement par Maxworthy *et al* (40) qui décrit les ondes axisymétrique et asymétrique se propageant le long du tourbillon (Figure 5-2). Les ondes étudiées entraînent un faible déplacement du cœur du tourbillon.

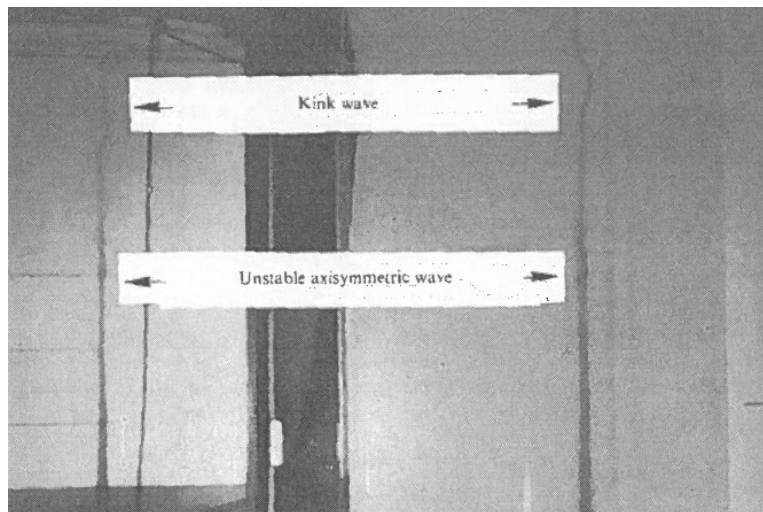


Figure 5-2 – Propagation d'onde axisymétrique et asymétrique au cœur du tourbillon (Tiré de Maxworthy et al (40))

- les ondes décrites précédemment peuvent également s'accompagner de vitesses axiales au cœur des tourbillons (41). Ces vitesses peuvent augmenter ou réduire la stabilité des tourbillons selon les cas considérés.

Les instabilités tourbillonnaires peuvent aboutir à des éclatements tourbillonnaires et à des phénomènes de reconnexion dans certains cas (Figure 5-3).

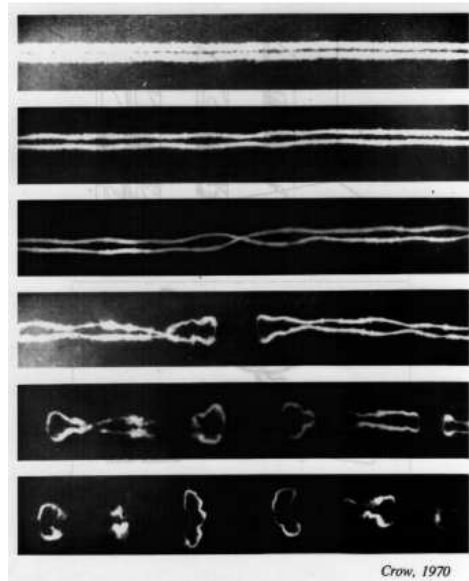


Figure 5-3 – Amplification de l’instabilité de Crow et phénomène de reconnexion (Tiré de Crow (37))

Les différents phénomènes induisant la déstabilisation tridimensionnelle des tourbillons sont présentés ci-après. Dans le cas des faibles déformations, l’induction mutuelle des tourbillons (section 5.1.1) ainsi que la présence de vitesse axiale (section 5.1.2) peuvent mener à des phénomènes d’instabilité des tourbillons. Ces théories ne s’appliquent plus lorsque les tourbillons deviennent trop déformés. L’étude de ces déformations nécessitent donc de résoudre l’équation d’Euler en émettant des hypothèses simplificatrice comme l’approximation de l’induction localisée (LIA) par exemple (section 5.1.3). Enfin, les éclatements tourbillonnaires apparaissent lorsque les phénomènes déstabilisants deviennent trop forts (section 5.1.4).

### 5.1.1. Induction mutuelle des tourbillons

Les tourbillons, s’ils sont suffisamment proches, interagissent les uns avec les autres. Dans le cas particulier de deux tourbillons contrarotatifs dont les axes principaux sont parallèles, l’interaction mutuelle se traduit par leur advection mais aussi par le développement d’instabilités tridimensionnelles comme celle de Crow et/ou celle de Widnall. Ces instabilités se développent lorsque l’effet déstabilisant du champ induit par l’un des tourbillons sur l’autre est plus important que l’effet stabilisant du mouvement auto-induit (détail en Annexe 4). Ces études de stabilité linéaire sont réalisées lorsque l’amplitude des déformations est suffisamment petite par rapport à leur longueur d’onde  $\lambda$ .

L'étude menée par Crow permet d'identifier le domaine des longueurs d'ondes instables. Les grandes longueurs d'onde sont toujours associées à des déformations symétriques d'un tourbillon par rapport à l'autre. Par ailleurs, les petites longueurs d'onde peuvent aussi bien correspondre à des déformations symétriques qu'à des déformations antisymétriques. Cependant, dans ce dernier cas, les résultats de Crow, issues de la théorie asymptotique, ne correspondent pas à la solution exacte donnée par Moore et Saffman en 1972 (41). Ce qui amène à considérer l'instabilité de Crow comme une instabilité à grande longueur d'onde ( $\epsilon \ll 1$ ). Cette instabilité est illustrée Figure 5-4.

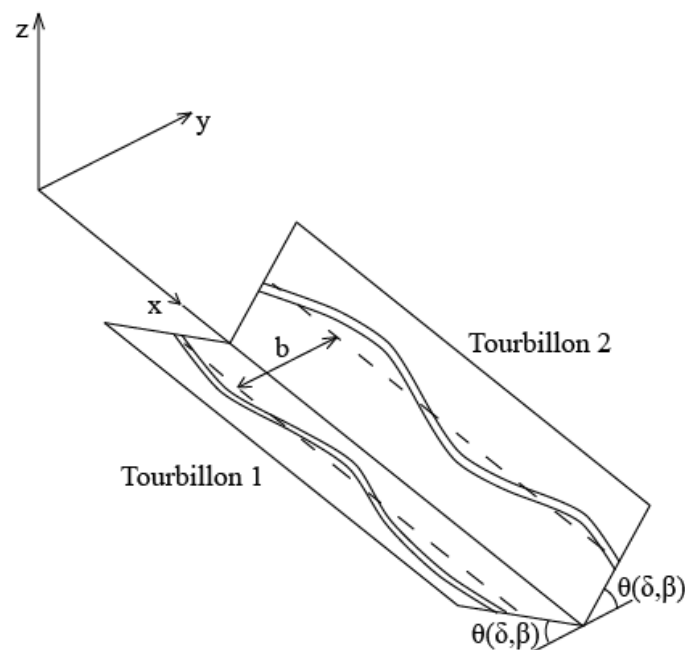


Figure 5-4 - Instabilités de Crow pour une paire de tourbillons contrarotatifs

Pour déterminer le domaine d'apparition de l'instabilité de Crow il est nécessaire de connaître le *cut-off*  $d$ , fonction de la vorticité à cœur, ainsi que la distance  $b$  entre les deux tourbillons. Dans l'étude de Crow, les tourbillons considérés ont une distribution de vorticité uniforme de type Rankine avec une taille effective de cœur  $a = a_e$ . Le *cut-off* est alors de la forme  $d = a_e \epsilon$  (voir section 2.2.5), où  $\epsilon$  est un paramètre adimensionné qui dépend de la structure du cœur et qui vaut 0.321 dans le cas des tourbillons de Rankine.

Le rapport  $\frac{\delta}{\beta} = \frac{d}{b}$  permet de détecter les valeurs de  $\beta$  pour lesquelles l'instabilité de Crow se manifeste (Figure 5-5), avec  $\delta = dK$  le *cut-off* adimensionné et  $\beta = bK$  la distance adimensionnée entre les tourbillons,  $K$  étant le nombre d'onde des déformations.

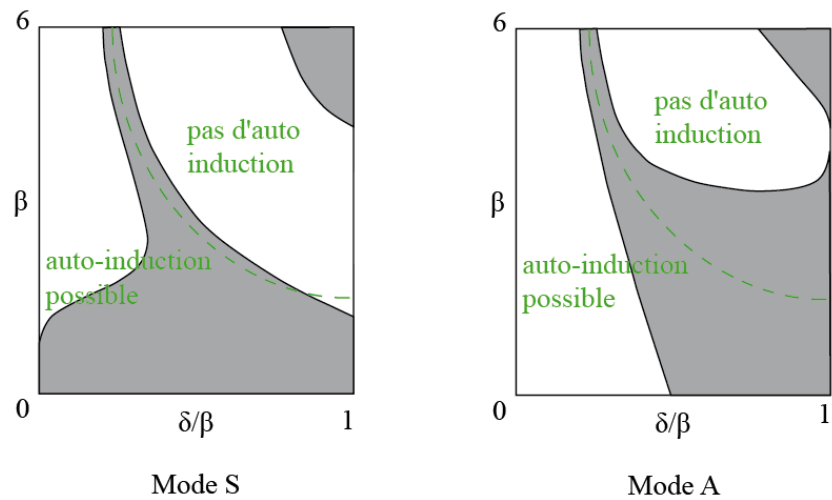


Figure 5-5 - Diagramme de l'instabilité de Crow (37) pour les modes symétrique et antisymétrique

La longueur d'onde adimensionnée correspondant à l'instabilité de Crow est alors donnée, une fois la valeur de  $\beta$  déduite de la Figure 5-5, par  $\Lambda_c = \frac{2\pi b}{\beta}$ .

L'instabilité de Widnall se manifeste, quant à elle, pour les petites longueurs d'onde lorsque la vitesse induite d'un tourbillon sur l'autre compense sa propre vitesse auto-induite (voir Annexe 4). Pour une distribution de vorticité uniform  au cœur du tourbillon ( $a = a_e$ ), le premier mode de déformation est donné par l'instabilité de Crow et le second, donnée par l'instabilité de Widnall, est de la forme  $\Lambda_w = \frac{2\pi a_e}{2.5}$ .

Les instabilités de Crow et de Widnall induisent la déformation des tourbillons par induction mutuelle. Toujours dans l'approximation des faibles déformations, les instabilités responsables de la déformation d'un tourbillon seul, sous l'effet d'une vitesse axiale par exemple, sont développées dans le paragraphe suivant.

### 5.1.2. Instabilités dues à la présence de vitesses axiales au cœur du tourbillon

Les tourbillons peuvent être déstabilisés par la présence de vitesses axiales à cœur. Leibovich et Stewartson (42) ont étudié, dans le cas non visqueux, les instabilités à ondes courtes dues à l'étirement du tourbillon de Batchelor dans le même sens que le cisaillement axial local. En

utilisant la théorie asymptotique, ils ont déterminé, dans le cas des faibles déformations, une condition suffisante pour que l'instabilité considérée apparaisse (5-1).

$$u_{\theta} \frac{d\Omega}{dr} \frac{d\Gamma}{dr} + \left( \frac{dw}{dr} \right)^2 < 0 \quad (5-1)$$

avec  $\Omega = \frac{u_{\theta}}{r}$  la vitesse angulaire,  $w$  la vitesse axiale et  $\Gamma$  la circulation du tourbillon.

Ce critère de stabilité correspond à la généralisation du critère de Rayleigh qui postule que l'instabilité centrifuge se manifeste lorsque le moment cinétique de l'écoulement de base est décroissant quelque part dans le fluide. Les conditions de validité de la théorie sont :  $Ka \gg 1$  et  $|m| \gg 1$  avec  $K$  le nombre d'onde axial,  $a$  la taille du cœur et  $m$  le nombre d'onde azimutal. Le taux de croissance  $\sigma$  du mode le plus amplifié est présenté Figure 5-6 pour différent *swirl*  $q = \frac{\Gamma}{2\pi a \Delta w} = \frac{\max(u_{\theta})}{\Delta w}$  ; où  $\max(u_{\theta})$  correspond à la vitesse azimutale maximale et  $\Delta w$  la différence de vitesse axiale entre le cœur du tourbillon et l'infini.

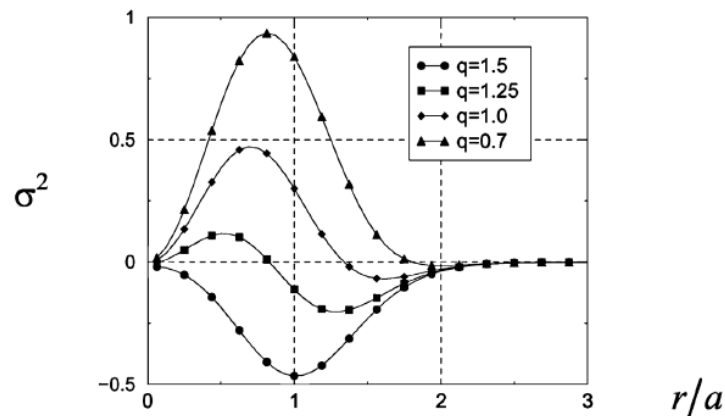


Figure 5-6 – Taux de croissance des modes les plus instables (Tiré de Jacquin et al (43))

Sur la Figure 5-6, le tourbillon le plus instable correspond au cas  $q = 0.7$  et la limite de stabilité est  $q = 1.5$ . Une forte vitesse de rotation du tourbillon est donc stabilisante.

Parmi les auteurs utilisant ce paramètre de stabilité, Mayer et Powell (44) ont réalisé une étude complète dans laquelle ils détaillent le taux de croissance de l'instabilité issue du développement d'une perturbation de forme spirale. Dans leur cas, le taux de croissance des modes de déformations est calculé, dans le cas non visqueux, en fonction du *swirl*  $q$  issus de l'étude de Leibovich et Stewartson (42) et du nombre d'onde axial adimensionné. Ils confrontent dans un second temps leurs résultats avec ceux de Khorrami (45) qui considère la

viscosité, par le biais du nombre de Reynolds et précisent les valeurs critiques de  $Re$  et de  $q$  à partir desquelles des instabilités de type visqueuses apparaissent.

Les études des sections 5.1.1 et 5.1.2 se placent dans le cadre des petites déformations. C'est-à-dire que l'amplitude des déformations est petite par rapport à leurs longueurs d'onde axiales. En réalité les déformations sont plus importantes. Pour décrire ces dernières de manière analytique il faut donc utiliser d'autres techniques.

### **5.1.3. Déformations de grandes amplitudes d'un tourbillon**

Lorsque les déformations des tourbillons deviennent trop grandes, la description de la dynamique des tourbillons doit utiliser d'autres méthodes que les précédentes car ces dernières sont des méthodes d'analyse linéaires. Dans le cas des grandes déformations, des hypothèses simplificatrices de l'équation d'Euler ont été réalisées. La plus simple d'entre elles est l'approximation de l'induction localisée (LIA) développée notamment par Arms et Hama (46). Cette approximation consiste à considérer que la taille du cœur du tourbillon est suffisamment petite pour que les vitesses induites en un point du filament soient dominées par les contributions des segments de filament contigus. L'équation d'induction localisée (LIE) dans le cadre de la LIA est transformée par Betchov (47) en un couple d'équations intrinsèques pour la courbure et la torsion. Puis Hasimoto (48) montre que le LIE est équivalent à l'équation non linéaire de Schrödinger. Cette équation admet des solutions du type soliton. Le soliton a notamment comme propriété de se propager sans changer de forme et de transporter la masse et la quantité de mouvement. Fukumoto et Miyasaki (49) incorporent une vitesse axiale au cœur du tourbillon à partir de l'étude de Moore et Saffman (41) et généralisent ainsi le LIE en considérant un écoulement axial au second ordre. La superposition de  $N$  solitons est solution de cette nouvelle équation. La représentation de la collision de deux solitons est donnée Figure 5-7 pour différentes valeurs de  $\bar{W}$  qui correspond à l'amplitude des termes du second ordre de l'écoulement axial.



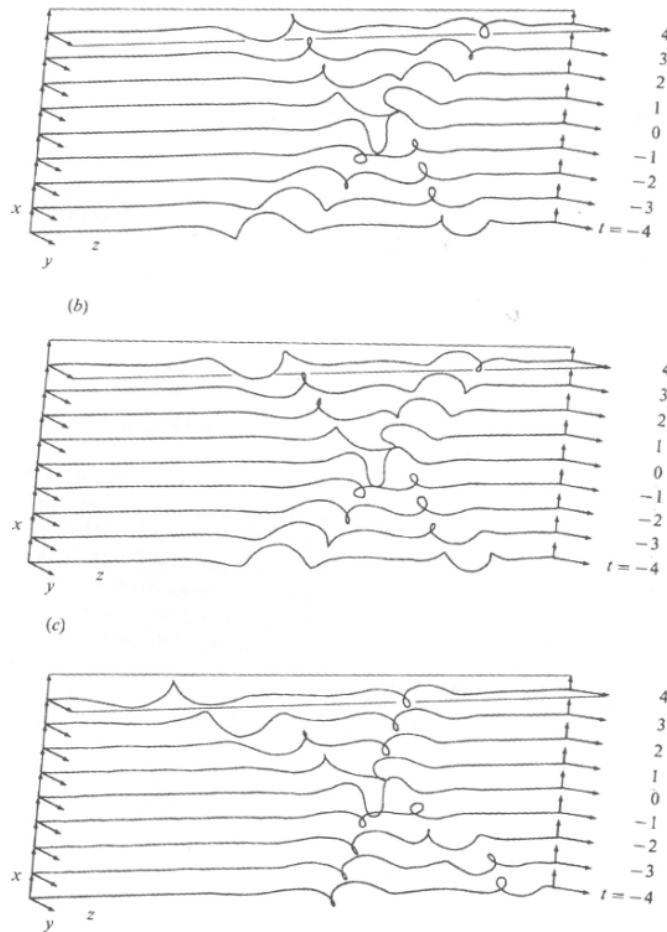


Figure 5-7- Collision entre 2 solitons : (a)  $\bar{W} = 0$ , (b)  $\bar{W} = -0.1$ , (c)  $\bar{W} = -0.5$

Néanmoins les résultats obtenus ne permettent pas de retrouver les résultats expérimentaux de Maxworthy *et al* (50), ce que les auteurs expliquent par la non prise en compte de la variation du *cut-off*  $d$  (dépendance de la taille et de la structure du cœur des tourbillons) le long du filament tourbillonnaire ainsi que de l'induction non locale du filament sur lui-même. Ils déterminent que la torsion  $\tau_0 = -\frac{1}{3\bar{W}}$  est particulièrement stable à de petites perturbations dans le cas de filaments tourbillonnaires hélicoïdaux ( $|m| = 1$ ). Après intégration de l'effet induit par l'ensemble du filament perturbé et avec l'utilisation de la méthode du *cut-off* de Widnall *et al* (38) développée à l'ordre 2, Fukumoto et Miyasaki (49) déterminent que la vitesse axiale  $w$  tend à stabiliser les filaments tourbillonnaires ayant une hélice à gauche (respectivement à droite) et à déstabiliser ceux ayant une hélice à droite (respectivement à gauche) dans le cas où  $\left|\frac{w}{u_\theta}\right|$  est petit et si l'hélicité est positive (respectivement négative). Lorsque le rapport  $\left|\frac{w}{u_\theta}\right|$  devient plus grand et que la pente de l'hélice du tourbillon hélicoïdal est faible, les amplifications des modes les plus grands tendent à s'atténuer.

### 5.1.4. Phénomène d'éclatement tourbillonnaire

Il n'existe pas d'explication générale de la structure interne et des modes de l'éclatement tourbillonnaire. Benjamin ((51),(52)) les définit comme un saut d'un écoulement supercritique à un écoulement sous critique. Leibovich (53) associe, quant à lui, ce phénomène à la formation d'un point de stagnation sur l'axe du tourbillon suivi par un écoulement inverse. Selon les observations de Faler et Leibovich (54), trois types d'éclatement tourbillonnaire sont possibles : en bulle, en hélice et en double hélice. Le premier type d'éclatement correspond à la propagation d'une onde axisymétrique au cœur du tourbillon. Les types d'éclatement en hélice et double hélice correspondent, quant à eux, à la propagation d'une onde asymétrique. Des contradictions apparaissent entre les auteurs sur la chronologie possible des éclatements. Certains disent que la bulle est la forme de base de l'éclatement et qu'elle devient instable à partir de perturbations en hélice (Escudier et Zehner (55), Brucker et Althaus (56)). D'autres ont observé que la bulle est issue du développement d'une forme spirale (Sarpkaya (57), Faler et Leibovich (54)). Des représentations de ces éclatements sont données par Brucker et Althaus Figure 5-8 et Figure 5-9 ((56), (58)).

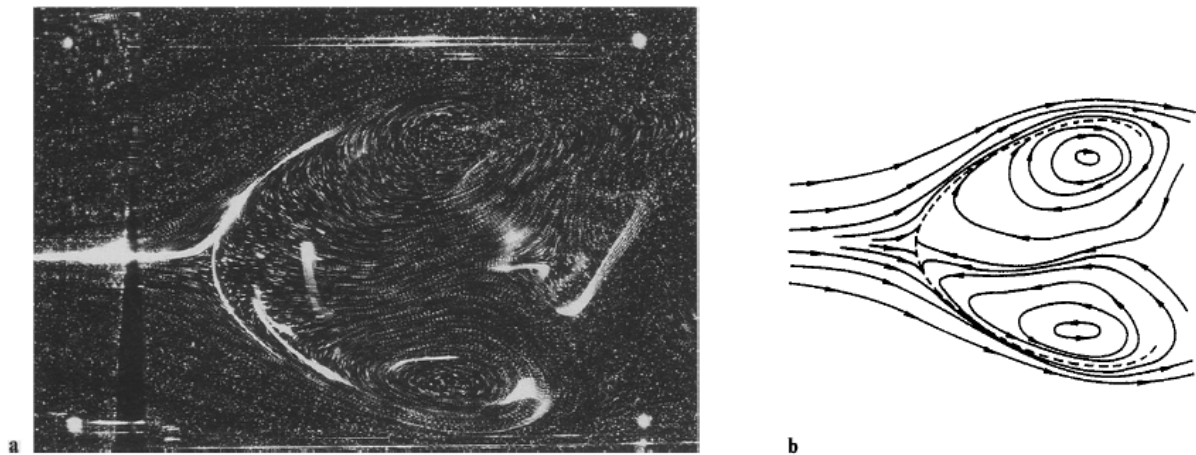


Figure 5-8 – Eclatement tourbillonnaire type bulle :  $Re = 150$  et  $Ro = 1.2$  (Tiré de Brucker et Althaus (56))

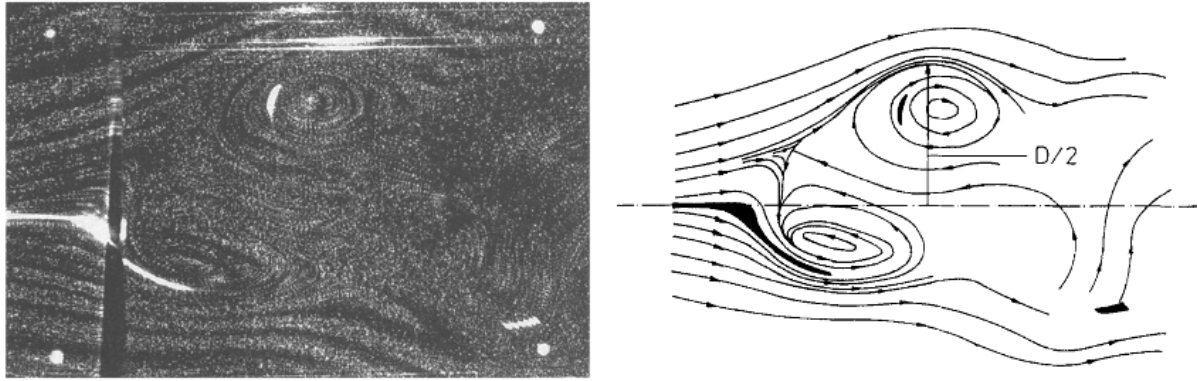


Figure 5-9 - Eclatement tourbillonnaire type hélice :  $Re = 150$  et  $Ro = 1.2$  (Tiré de Brücker (58))

Les auteurs utilisent les nombres de Reynolds  $Re = \frac{w(r)r}{\nu}$  et de Rossby  $Ro = \frac{w(r)}{r\Omega}$  comme paramètres pilotant l'éclatement tourbillonnaire (avec  $r$  le rayon caractéristique du tourbillon de Burger,  $w(r)$  la vitesse axiale en  $r$ ,  $\nu$  la viscosité cinématique et  $r\Omega$  la vitesse azimutale en  $r$ ) ; ce dernier représentant le ratio entre les vitesses axiales et azimutale caractéristiques du tourbillon. En effet, le nombre de Reynolds témoigne du niveau de turbulence atteint par l'écoulement et le nombre de Rossby de la rotation propre du tourbillon par rapport à la vitesse axiale.

Néanmoins, la définition des paramètres qui conditionnent l'apparition d'éclatements diffère selon les auteurs et les modèles de tourbillon considérés.

Lorsque le tourbillon de Batchelor est considéré, le paramètre  $q_c$ , rattaché à  $q$  par la relation (5-2), correspond à la limite pour laquelle des éclatements apparaissent (43).

$$q_c = \frac{\max(u_\theta)}{w_\infty + \Delta w} = \frac{q}{1.56} \times \frac{1}{1 + \frac{w}{\Delta w}} \quad (5-2)$$

Lorsque  $q_c < 1$ , alors il n'y a pas d'éclatement tourbillonnaire et le tourbillon est stable.

Enfin Moet *et al* (59) considèrent le cas d'une onde de pression se propageant au cœur du tourbillon. Ils l'assimilent à une structure de type bulle. Cette dernière entraîne une augmentation de la taille du cœur qui s'accompagne d'une diminution de la vitesse azimutale. De plus, une vitesse axiale apparaît dans son sillage. L'apparition de cette vitesse axiale engendre l'amplification des modes de l'instabilité hélicoïdale (étudiée en détails par Mayer et Powell (44)). Par ailleurs, les auteurs évoquent que l'instabilité de Crow peut être responsable de l'apparition des ondes de pressions au cœur du tourbillon, par exemple, lorsque deux tourbillons de sillages d'avion interagissent.

De même, des vitesses axiales peuvent apparaître à partir de la couche limite aux parois sur lesquels les filaments sont attachés comme le suggère Leweke (60).

Après cette revue succincte des différentes instabilités pouvant mener à l'éclatement tourbillonnaire, nos résultats d'observation sont présentés dans les paragraphes suivants. Dans cette étude, les déformations 3D des tourbillons dans un champ de houle sont caractérisées par leurs modes de déformation, étudiés grâce à la stéréovision. Ceci pour tenter de caractériser les instabilités auxquelles sont soumis les tourbillons. À partir des images issues de deux caméras, les tourbillons sont reconstruits en 3D. Ces images peuvent aussi être prises séparément pour l'observation et la détermination des phénomènes mis en jeu.

## 5.2. Dispositif expérimental utilisé

L'objectif étant d'étudier la déstabilisation tridimensionnelle des tourbillons au cours de leur évolution, ces derniers sont suivis temporellement dans l'espace. L'approximation est faite qu'ils sont assimilables à des filaments tourbillonnaires, c'est-à-dire que la taille de leur cœur est considérée comme infiniment petite comparée aux autres dimensions du problème. Pour statuer sur les différents types d'instabilité en œuvre, les déformations des filaments sont caractérisées par leur longueur d'onde et par leur amplitude. Pour cela, leurs coordonnées tridimensionnelles sont déterminées grâce à la stéréo-vidéographie (Figure 5-10) ce qui nécessite deux points de vue.

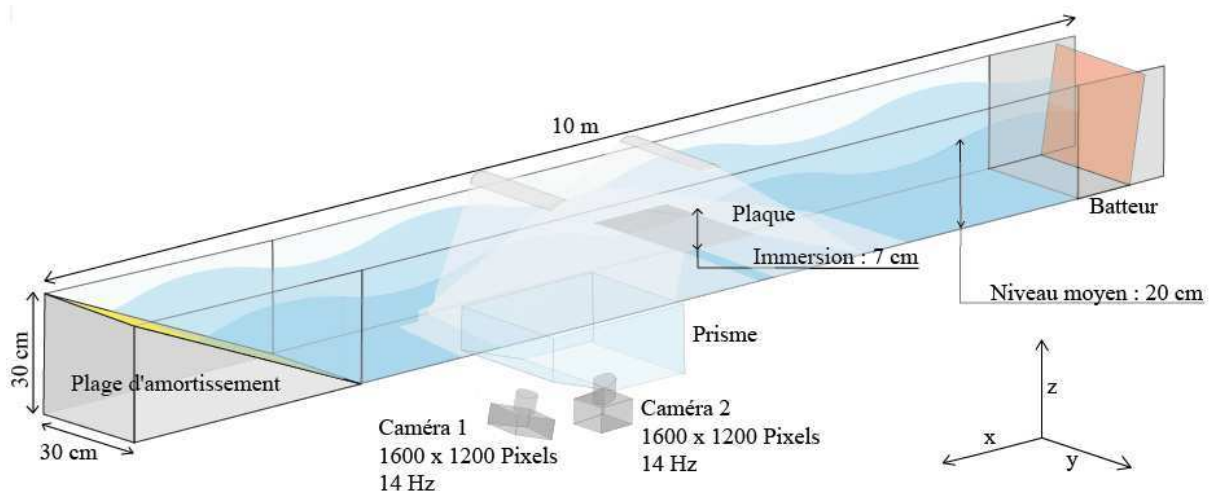


Figure 5-10 – Dispositif expérimental de la stéréo-vidéographie

Les conditions expérimentales considérées sont les mêmes que dans le cas bidimensionnel afin de faire le lien entre les deux expériences. Ainsi, la plaque utilisée a pour dimensions :  $296 \times 250 \times 3$  mm. Les dimensions du canal restent inchangées. La hauteur d'eau est de  $h = 20$  cm et l'immersion de la plaque considérée est de  $i = 7$  cm. La houle, monochromatique, est générée par un batteur oscillant à une fréquence de  $f = 1$  Hz et a une amplitude  $A = 1.1$  cm.

### 5.2.1. Fonctionnement de la stéréo-vidéographie

Pour la stéréo-vidéographie, deux caméras, de résolution  $1600 \times 1200$  pixels, sont focalisées sur la zone d'observation des filaments tourbillonnaires avec des points de vue différents (Figure 5-11). L'axe optique de la caméra 1 fait un angle de  $\theta = 30^\circ$  avec la normale de la paroi inférieure du canal. L'axe optique de la caméra 2 est perpendiculaire à la paroi inférieure du canal. Par ailleurs, les caméras sont positionnées à équidistance des deux parois latérales du canal afin d'avoir des zones de visualisations les plus larges possibles et une meilleure résolution des filaments.

Un prisme a été installé sous le canal à houle afin de limiter la réfraction des rayons lumineux lors du changement de milieu entre l'air et l'eau, notamment pour la caméra 1. Cette configuration permet une faible distorsion des images enregistrées par cette caméra (l'épaisseur de la paroi inférieure du canal étant de  $10$  mm) tout en écartant suffisamment les caméras l'une de l'autre.

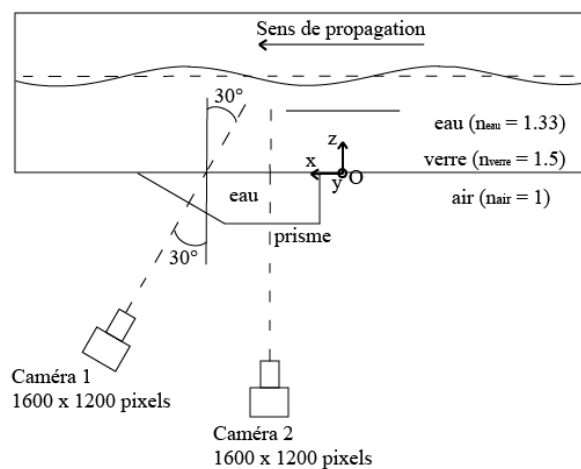


Figure 5-11 - Intérêt du prisme

Les filaments tourbillonnaires sont visualisés grâce à des microbulles d'hydrogène générées par électrolyse. Celle-ci est réalisée en utilisant comme électrodes :

- la plaque immergée ;
- une plaque posée au fond du canal et des plaques latérales chacune plaquée contre l'une des parois latérales du canal.

Les bulles d'hydrogène s'agglomèrent au cœur des tourbillons sous l'effet de la dépression. Les plaques latérales sont utilisées pour que les bulles d'hydrogène soient présentes sur toute la largeur du canal. En effet, des vitesses axiales semblent apparaître au cœur des filaments tourbillonnaires et entraînent les bulles d'hydrogène vers le centre du canal. Ces microbulles ont une taille d'environ 40  $\mu\text{m}$  qui a été estimée à partir de la mesure de leur vitesse de remontée dans un fluide au repos, en considérant la formule de Stokes (5-3) ;

$$\|\vec{u}\| = \frac{2\rho Rg}{9\mu} \quad (5-3)$$

avec  $R$  le rayon de la bulle,  $\mu$  la viscosité dynamique du fluide et  $\rho$  la masse volumique du fluide.

Celle-ci peut être considérée comme négligeable comparée à la vitesse de l'écoulement fluide autour de la plaque ( $\sim 5\%$  de  $U_{ref}$ ). La zone d'observation est éclairée par deux néons à lumière blanche. Cette lumière est réfléchiée et diffusée par les microbulles d'hydrogène présentes au cœur des filaments et transmise aux capteurs CCD des deux caméras.

Cette technique permet donc de localiser les filaments tourbillonnaires mais elle ne donne pas accès à la structure du cœur des tourbillons correspondants, ce qui n'empêche pas l'extraction de leurs longueurs d'onde de déformation.

Par ailleurs, l'électrolyse permet uniquement de caractériser les tourbillons négatifs qui sont générés les premiers en bord de plaque. En effet, toutes les bulles s'agglomèrent en leur cœur. Les tourbillons positifs se forment dans la nappe de vorticité, et non en bord de plaque, une demi-période de houle plus tard. Par conséquent moins de bulles s'agglomèrent en leur cœur et ils sont par conséquent difficilement visualisables. Cependant, il ne faut pas considérer pour autant qu'ils n'existent pas.

### **5.2.2. Synchronisation entre les caméras et la houle**

Les images sont prises par les caméras à une fréquence de 14 *Hz*. Cette fréquence est un compromis entre le nombre de phases par période voulues et le temps de traitement des données. En effet, les temps de calculs pour effectuer la correspondance entre les pixels des images issues des caméras 1 et 2 associés à un même filament à un instant donné est assez long (environ 3 heures par filament). Ces caméras sont synchronisées par rapport à la houle à l'aide du boîtier de synchronisation et du codeur déjà utilisés pour les mesures de champs de vitesse PIV du chapitre précédent. Les images sont donc prises aux mêmes instants et sont calées temporellement par rapport à la houle. Ceci permet, en outre, de confronter l'évolution des filaments tourbillonnaires en utilisant plusieurs acquisitions différentes. Le nombre de vagues (périodes) considérées dans notre étude est de vingt, toujours dans le souci de réduire le temps de traitement des données.

### **5.2.3. Mise au point et calibration**

La mise au point des caméras est réalisée dans un plan horizontal localisé à une profondeur qui permet de visualiser les filaments tourbillonnaires de manière nette le plus longtemps possible. La calibration des caméras est, quand à elle, réalisée en utilisant la méthode de Hall (61). Cette méthode détaillée section 5.3.3 consiste à utiliser un nombre de points  $N > 6$  localisés d'une part en coordonnées réelles et d'autre part en coordonnées pixels par les deux caméras. Elle utilise une méthode des moindres carrés pour minimiser l'erreur commise lors de la reconstruction des coordonnées pixels aux coordonnées réelles. Le nombre  $N$  de points considérés est pris égal à 12 dans notre étude car plus ce nombre est grand plus la précision est bonne pour la correspondance des coordonnées. Les  $N$  points sont localisés en coordonnées réelles grâce à une mire graduée positionnée horizontalement en trois profondeurs différentes :  $z = 130 \text{ mm}$ ,  $z = 95 \text{ mm}$  et  $z = 10 \text{ mm}$  (Figure 5-12).

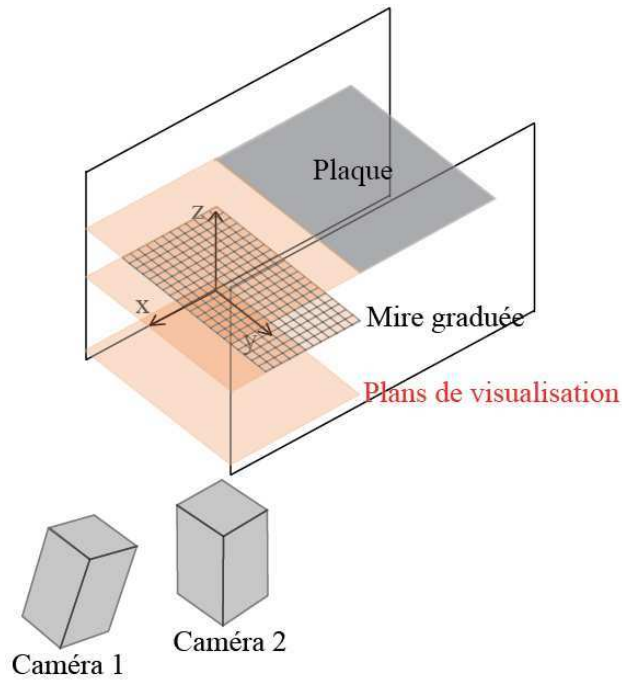


Figure 5-12 - Mise au point et calibration

Les trois profondeurs de mire sont écartées au maximum afin de couvrir l'espace le plus grand possible. Chaque caméra enregistre une image pour chacune des trois positions de mire. Les coordonnées pixels des  $N$  points sélectionnés sont alors relevés. À partir de ces  $N$  points, l'algorithme de Hall permet de calculer les deux matrices de passage  $S$  et  $S'$  des coordonnées pixels aux coordonnées réelles.

### 5.3. Outils de traitement

Afin de déterminer les coordonnées tridimensionnelles des filaments tourbillonnaires plusieurs opérations de traitement (Figure 5-13) doivent être entreprises : l'extraction du filament en coordonnées pixel pour chacune des deux caméras ; la correspondance entre les deux jeux de coordonnées pixels des deux caméras ; et la reconstruction en coordonnées réelles.

Ces opérations sont appliquées pour chacune des phases constituant une période de houle et pour les vingt vagues étudiées.



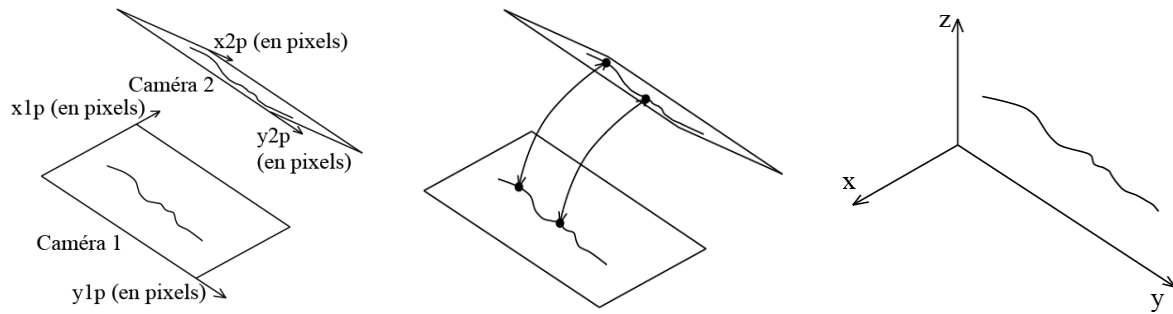


Figure 5-13 - Opérations de traitement : extraction du filament pour les caméras 1 et 2 (a), correspondance entre les 2 images (b) et reconstruction 3D du filament en coordonnées réelles (c)

### 5.3.1. Numérisation des coordonnées pixels des filaments tourbillonnaires

Les images issues de chacune des deux caméras doivent nous permettre de déterminer les coordonnées pixels des filaments. Une représentation de ces images est donnée Figure 5-14.

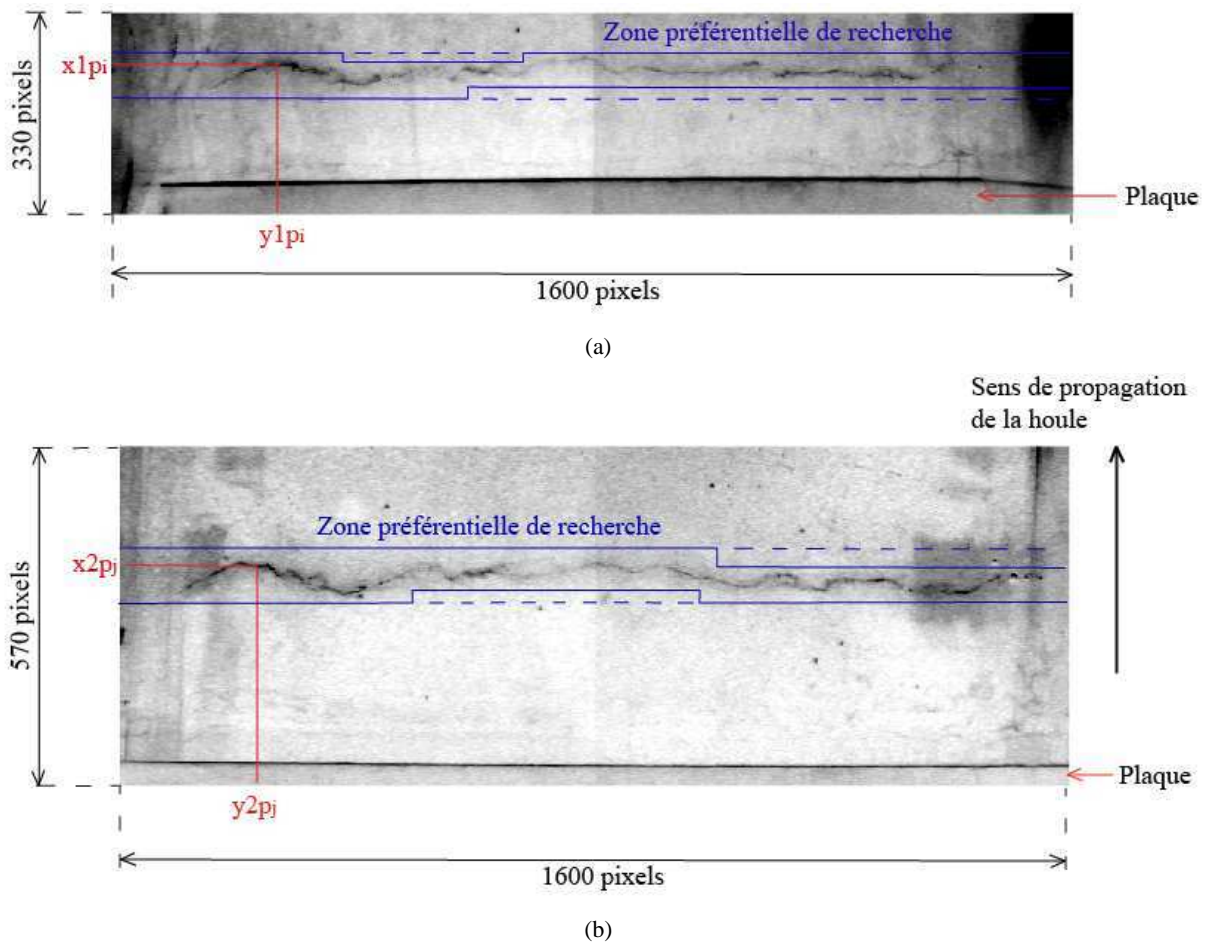


Figure 5-14 – Images en négatif issues de : la caméra 1 - angle de 30° par rapport à la paroi inférieure du canal (a), la caméra 2 – normale à la paroi inférieure du canal (b)

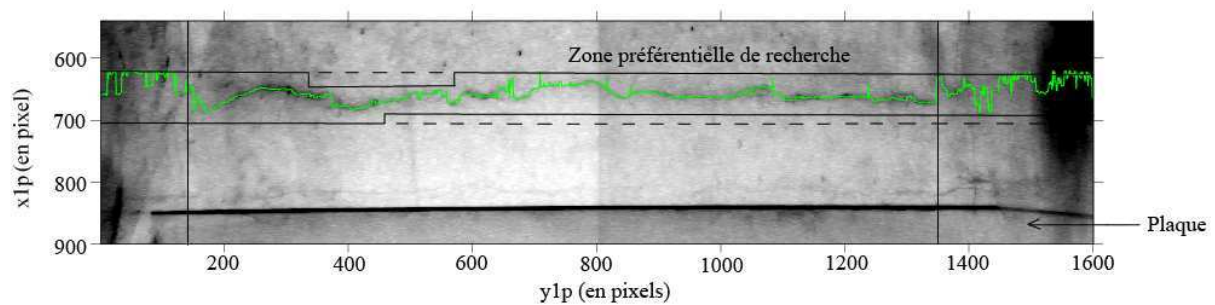
Les coordonnées pixels des caméras 1 et 2 sont respectivement notées  $(y1p_i, x1p_i)$  et  $(y2p_j, x2p_j)$ .

Les images des filaments tourbillonnaires, rendus visible grâce aux micro-bulles d'hydrogène sont traitées par érosion, puis par dilatation. Les éléments structurants utilisés pour ces traitements sont linéiques et de même sens que la ligne moyenne associée aux tourbillons. L'érosion a pour but de faire disparaître les bulles proches des tourbillons et non coalescées à cœur. La dilatation permet, quant à elle, de réélargir légèrement la distribution de bulles afin de compenser l'effet de l'érosion et de permettre une meilleure numérisation des filaments.

La numérisation est réalisée à partir des matrices d'intensité lumineuse associées aux images. Ce sont les maxima d'intensité lumineuse qui sont utilisés comme critère de localisation de ces filaments. Ainsi, à chaque coordonnée pixel  $y1p_i$  (respectivement  $y2p_j$ ) est associée la coordonnée pixel  $x1p_i$  (respectivement  $x2p_j$ ) qui maximise l'intensité lumineuse pour la caméra 1 (respectivement caméra 2). Néanmoins, afin de faciliter la localisation des pixels  $(y1p_i, x1p_i)$  et  $(y2p_j, x2p_j)$  :

- des zones préférentielles de recherche sont définies à chaque image et s'adaptent aux déformations des filaments
- la coordonnée pixel  $x1p_i$  (respectivement  $x2p_j$ ) ne peut pas différer de ses proches voisins  $x1p_{i-1}$ ,  $x1p_{i-2}$ ,  $x1p_{i-3}$ ,  $x1p_{i-4}$  (respectivement  $x2p_{j-1}$ ,  $x2p_{j-2}$ ,  $x2p_{j-3}$ ,  $x2p_{j-4}$ ) d'une valeur supérieure à 50 pixels.

Le résultat de la numérisation des filaments tourbillonnaires est présentée Figure 5-15.



(a)

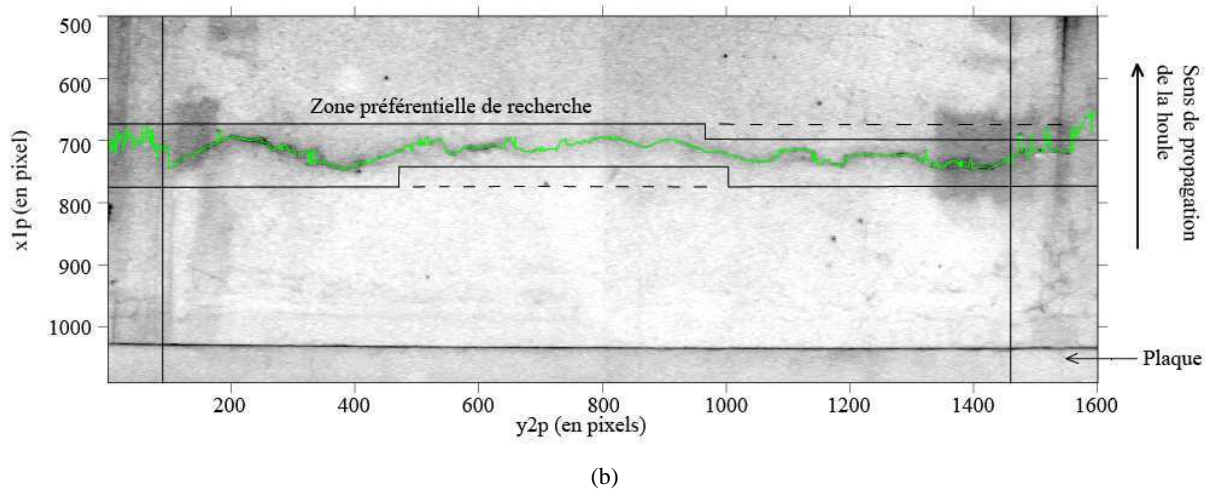


Figure 5-15 – Images en négatif de la numérisation des filaments tourbillonnaires : caméra 1 (a), caméra 2 (b)

Sur la Figure 5-15, un filament a été localisé numériquement à partir sur deux prises de vue. Au niveau des parois verticales du canal, les filaments tourbillonnaires sont difficilement identifiables par manque de netteté. Ce manque de netteté peut être associé à la présence des plaques d'acier latérales qui réfléchissent fortement la lumière blanche des lampes et qui empêche de distinguer les bulles d'hydrogène au cœur. Pour la caméra 1, les coordonnées pixels  $y1p_i$  appartiennent à l'intervalle  $[150,1353]$  de taille  $D1$ . Pour la caméra 2, les coordonnées pixels  $y2p_j$  appartiennent à l'intervalle  $[75,1450]$  de taille  $D2$ . Les jeux de coordonnées  $(y1p_i, x1p_i)$  et  $(y2p_j, x2p_j)$  peuvent être classés dans deux vecteurs de points  $X1$  et  $X2$  de dimension  $D1 \times 2$  pour la caméra 1 et de  $D2 \times 2$  pour la caméra 2 avec  $D1 = 1204$  et  $D2 = 1376$ .

### 5.3.2. Correspondance entre les deux images du même filament

Une fois la position en pixels des filaments isolée pour chacune des caméras, la correspondance doit être faite entre les vecteurs de points  $X1$  et  $X2$ , le point  $X1_i$  correspondant au pixel  $(y1p_i, x1p_i)$  et le point  $X2_j$  correspondant au pixel  $(y2p_j, x2p_j)$ . Cette correspondance est réalisée grâce à l'algorithme développé par Gold *et al* (62). Cet algorithme considère une matrice de correspondance  $m$  telle que :  $m_{ij} = 1$  si le point  $X1_i$  correspond au point  $X2_j$  et  $m_{ij} = 0$  sinon. La correspondance est réalisée en considérant qu'il existe une transformation affine reliant les deux vecteurs de points  $X1_i$  et  $X2_j$ . Cette relation affine est définie par :

$$E(m, t, A) = \sum_{i=1}^{D1} \sum_{j=2}^{D2} m_{ij} \|X1_i - t - AX2_j\|^2 + g(A) - \alpha \sum_{i=1}^{D1} \sum_{j=1}^{D2} m_{ij} \quad (5-4)$$

avec  $\forall i : \sum_{j=1}^{D2} m_{ij} \leq 1$ ,  $\forall j : \sum_{i=1}^{D1} m_{ij} \leq 1$ ,  $\forall ij : m_{ij} \in \{0,1\}$ ,  $g(A) = \gamma(a^2 + b^2 + c^2)$  et  $E$  la fonction à minimiser.  $t$  est le vecteur translation.  $A$  est une matrice qui prend en compte les facteurs d'échelle, de rotation et d'étirement :  $A = s(a)R(\theta)Sh_1(b)Sh_2(c)$ , avec :

$$s(a) = \begin{pmatrix} e^a & 0 \\ 0 & e^a \end{pmatrix}, R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}, Sh_1(b) = \begin{pmatrix} e^b & 0 \\ 0 & e^{-b} \end{pmatrix}, \text{ et}$$

$$Sh_2(c) = \begin{pmatrix} \cosh(c) & \sinh(c) \\ \sinh(c) & \cosh(c) \end{pmatrix}.$$

$g(A)$  sert à régulariser la transformation affine en pénalisant les grandes valeurs d'échelle et d'étirement mais en pratique ce terme a très peu d'influence. Le paramètre  $\alpha$  est le seuil de tolérance, fixé arbitrairement, à partir duquel les points  $X1_i$  et  $X2_j$  peuvent être considérés comme potentiellement équivalents. La matrice  $m$  a pour dimensions :  $(D1 + 1, D2 + 1)$ . En effet, une ligne supplémentaire est ajoutée dans le cas où aucune correspondance n'est possible entre une coordonnée pixel  $(y2p_j, x2p_j)$  et une coordonnée pixel  $(y1p_i, x1p_i)$ , quel que soit  $i$ ; de même pour les colonnes. La non correspondance de deux coordonnées pixel peut être due au fait qu'il existe des erreurs sur la détection des tourbillons dues aux bulles en suspension dans l'écoulement et que comme les vecteurs de points  $X1$  et  $X2$  n'ont pas la même dimension, il y a forcément des points sans équivalent d'une image à l'autre. Chaque terme  $m_{ij}$  de  $m$  est calculé comme :

$$m_{ij} = \exp(\beta Q_{ij}) \text{ avec } Q_{ij} = -\left(\|X1_i - t - AX2_j\|^2 - \alpha\right)$$

L'algorithme est itératif. Toutes les variables sont définies en début d'algorithme et évoluent de manière à minimiser  $E$ . En outre, à chaque itération les paramètres  $t$  et  $\theta$  sont calculés en utilisant une méthode des moindres carrés et les paramètres  $a$ ,  $b$  et  $c$  sont calculés grâce à la technique de Newton-Raphson. De même, à chaque itération, les paramètres  $\gamma$  et  $\beta$  deviennent de plus en plus restrictifs pour la correspondance entre les points. C'est-à-dire qu'il y a de moins en moins de correspondance possible entre des pixels de  $X1$  et de  $X2$ . Les

matrices  $m$ ,  $Q$  et  $A$  sont elles aussi recalculées en fonction des nouveaux paramètres. L'algorithme s'arrête lorsque  $m$  converge vers une solution stable pour tous les paramètres. La condition est la suivante :

$$\left| \frac{a_k - a_{k-1}}{a_{k-1}} \right| + \left| \frac{b_k - b_{k-1}}{b_{k-1}} \right| + \left| \frac{c_k - c_{k-1}}{c_{k-1}} \right| + \left| \frac{\theta_k - \theta_{k-1}}{\theta_{k-1}} \right| + \left| \frac{tx_k - tx_{k-1}}{tx_{k-1}} \right| + \left| \frac{ty_k - ty_{k-1}}{ty_{k-1}} \right| < \varepsilon$$

Cette condition implique, en outre, que tous les paramètres de transformation soient stables. En fin d'algorithme, tous les points de  $X1$  ont leur correspondance parmi les points de  $X2$ , ceci parce que  $D1 < D2$ . Néanmoins, les coefficients  $m_{ij}$  de la matrice  $m$  sont très rarement égaux à 1. Deux points de  $X1_i$  et de  $X2_j$  sont considérés comme équivalents lorsque à la ligne  $i$  considérée, la colonne  $j$  maximise la matrice  $m$  ( $\max_{j=1:D2}(m_{ij})$ ). La colonne  $D2 + 1$  n'est pas considérée puisqu'elle correspond au terme résiduel de  $m$ . En outre, il existe  $D1$  correspondances possibles, ce qui correspond à la dimension de  $X1$ .

Pour limiter le temps de calcul sur la recherche de correspondance entre les points des vecteurs  $X1$  et  $X2$ , des zones préférentielles sont définies au préalable (Figure 5-16).

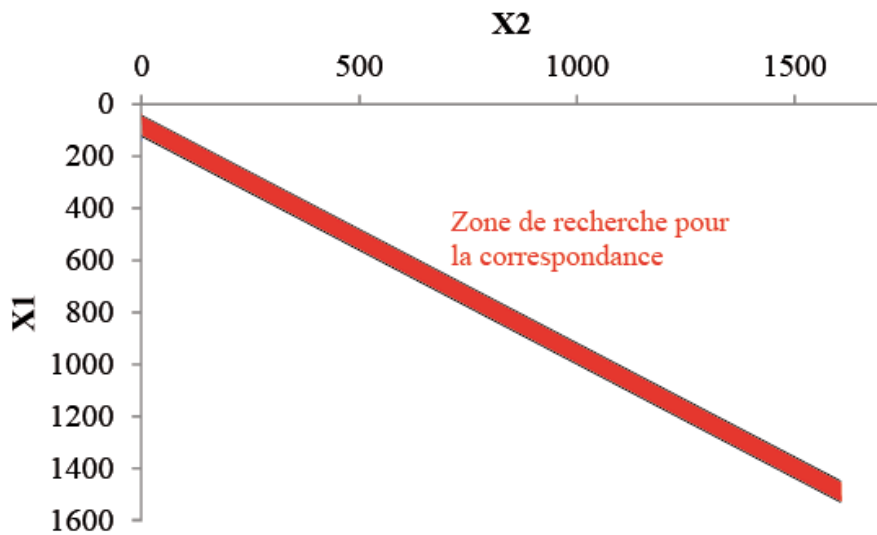


Figure 5-16 - Zone de recherche pour la correspondance entre les points de  $X1$  et de  $X2$

Quelle que soit la phase considérée, la zone de recherche est la même et est suffisamment grande pour s'adapter à l'évolution spatio-temporelle des tourbillons.

### 5.3.3. Reconstruction 3D

À partir de la calibration (section 5.2.3) les matrices de passage des coordonnées pixels aux coordonnées réelles  $S$  et  $S'$  sont calculées à partir des relations (5-5) et (5-6).

$$\begin{bmatrix} w_1 x 1 p^{(k)} \\ w_1 y 1 p^{(k)} \\ w_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & S_{24} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x^{(k)} \\ y^{(k)} \\ z^{(k)} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5-5)$$

$$\begin{bmatrix} w_2 x 2 p^{(k)} \\ w_2 y 2 p^{(k)} \\ w_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S'_{11} & S'_{12} & S'_{13} & S'_{14} \\ S'_{21} & S'_{22} & S'_{23} & S'_{24} \\ S'_{31} & S'_{32} & S'_{33} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x^{(k)} \\ y^{(k)} \\ z^{(k)} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5-6)$$

$k$  correspond au numéro du point de calibration considéré et varie de 1 à  $N = 12$ . Ces points sont localisés par les caméras 1 et 2 par les coordonnées pixels  $(x1p^{(k)}, y1p^{(k)})$  et  $(x2p^{(k)}, y2p^{(k)})$  respectivement ainsi que par leurs coordonnées réelles  $(x^{(k)}, y^{(k)}, z^{(k)})$ .

Une fois ces matrices de passage connues, les coordonnées réelles des filaments tourbillonnaires sont calculées à partir de ces matrices, des coordonnées pixels  $(y1p_i, x1p_i)$  et des coordonnées pixels  $(y2p_j, x2p_j)$  correspondantes. En utilisant le système  $P_i V_i = F_i$ , issu de la méthode de Hall *et al* (61), pour  $i$  variant de 1 à  $D1$ , avec :

$$P_i = \begin{bmatrix} S_{11} - S_{31}x1p_i & S_{12} - S_{32}x1p_i & S_{13} - S_{33}x1p_i \\ S_{21} - S_{31}y1p_i & S_{22} - S_{32}y1p_i & S_{23} - S_{33}y1p_i \\ S'_{11} - S'_{31}x2p_j & S'_{12} - S'_{32}x2p_j & S'_{13} - S'_{33}x2p_j \\ S'_{21} - S'_{31}y2p_j & S'_{22} - S'_{32}y2p_j & S'_{23} - S'_{33}y2p_j \end{bmatrix}, V_i = \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix} \text{ et } F_i = \begin{bmatrix} x1p_i - S_{14} \\ y1p_i - S_{24} \\ x2p_j - S'_{14} \\ y2p_j - S'_{24} \end{bmatrix}$$

les coordonnées réelles de chaque point sont déterminées par  $V_i = (P_i^t P_i)^{-1} P_i^t F_i$ .

### 5.3.4. Rééchantillonnage

Du fait de la reconstruction 3D, la distribution de coordonnées réelles  $(x, z)$  est non uniforme le long de l'axe  $y$  du filament. Afin de déterminer les longueurs d'onde de déformation des filaments tourbillonnaires par des analyses spectrales, un rééchantillonnage est donc nécessaire. Pour cela, la seconde coordonnée  $y$  de  $V$ , associée à l'axe longitudinal du

filament, est redéfinie à pas constant et devient  $y_b$ ,  $V$  étant constitué de l'ensemble des points de coordonnées  $V_i$ . La dimension de  $y_b$  reste  $D1$ . À partir de cette redéfinition, les coordonnées  $x$  et  $z$  sont recalculées en utilisant une méthode des moindres carrés et deviennent  $x_b$  et  $z_b$ . Cette méthode considère un polynôme de degré 2 qui minimise la somme des écarts au carré avec les 30 plus proches voisins du point  $V_i$  considéré. Le nouveau vecteur de points  $V_b$  est ainsi défini à partir des coordonnées  $x_b$ ,  $y_b$  et  $z_b$ . Ce rééchantillonnage a permis de définir un pas constant et a lissé les filaments tourbillonnaires (Figure 5-17 et Figure 5-18). Sur ces figures, les déformations sont amplifiées du fait des différents adimensionnements utilisés selon les axes  $x$ ,  $y$  et  $z$ . L'amplification est également adaptée pour permettre une meilleure visibilité des déformations.

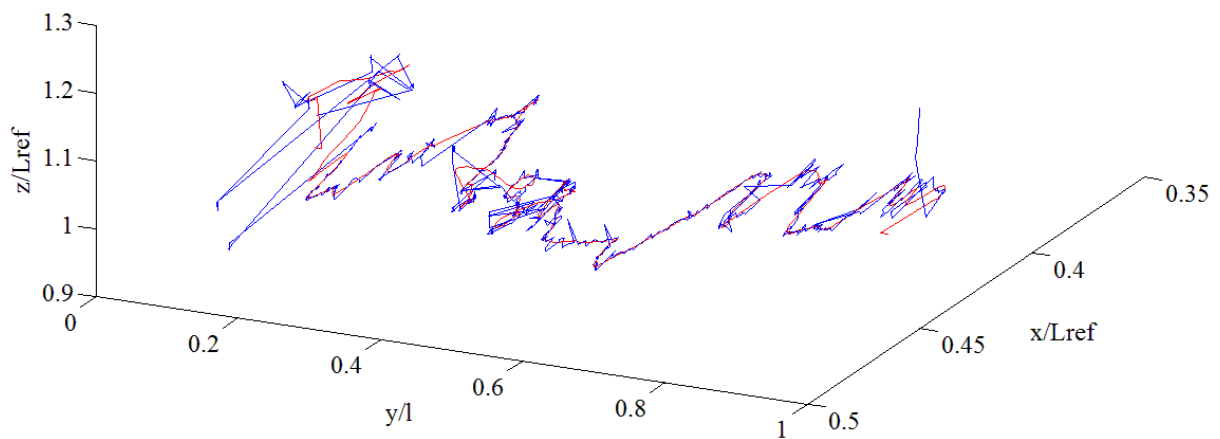


Figure 5-17 – Rééchantillonnage d'un filament : filament brut  $(x,y,z)$  (--) et filament rééchantillonné  $(x_b,y_b,z_b)$  (--)

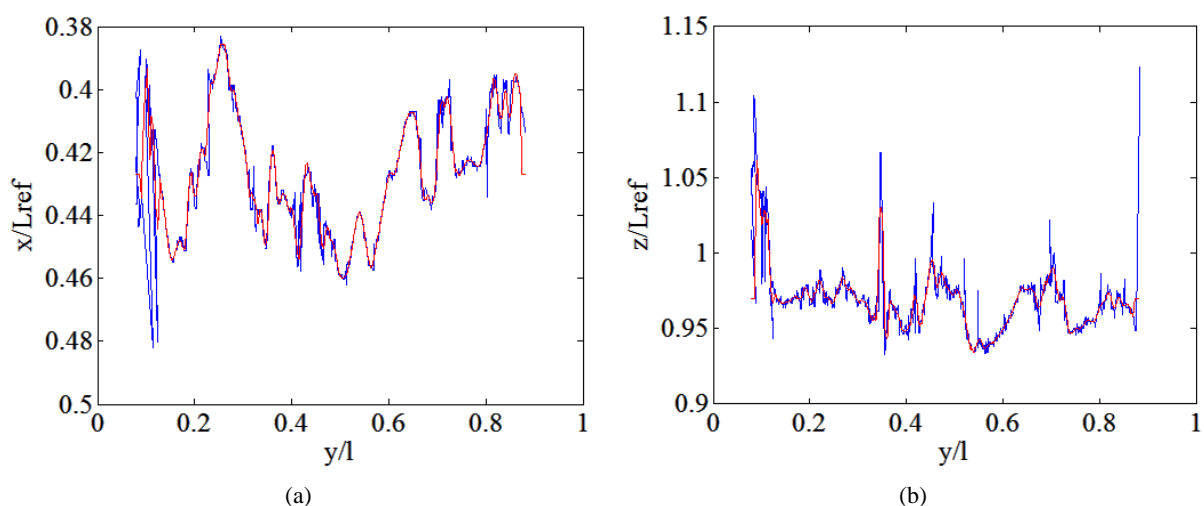


Figure 5-18 – Projections du filament de la Figure 5-17 sur les plans  $(y, x)$  en (a) et  $(y, z)$  en (b) : filament brut (--) et filament rééchantillonné (--)

Le lissage n'est pas forcément souhaitable pour les analyses spectrales mais le peu de points utilisés lors de l'utilisation de la méthode des moindres carrés conduit à ce qu'elles soient très peu affectées.

### 5.3.5. Analyse de Fourier des filaments

Une fois les filaments rééchantillonnés, leurs modes de déformation peuvent être recherchés à partir de la transformée de Fourier rapide (FFT). Les signaux considérés sont, d'une part,  $xb$  et  $zb$  et, d'autre part,  $Rb$  et  $\theta b$  qui sont définis comme les coordonnées cylindriques des filaments en considérant la ligne moyenne ( $\hat{x} = \sum_i x_i, y_{i,i=1:D1}, \hat{z} = \sum_i z_i$ ) comme référence.

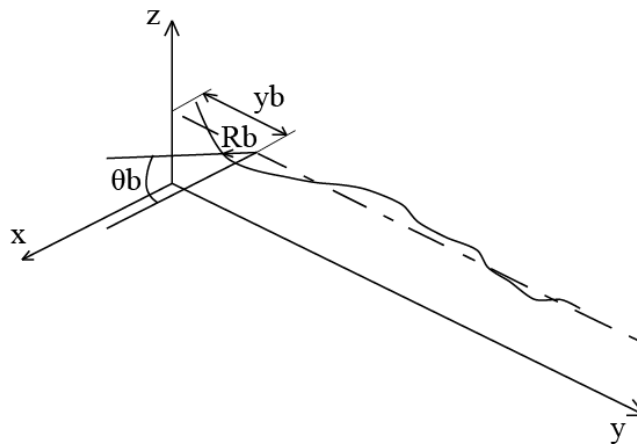


Figure 5-19 – Coordonnées cylindriques d'un filament tourbillonnaire

La FFT est une méthode de calcul rapide de la transformée de Fourier discrète (TFD) définie classiquement, en considérant par exemple les signaux  $xb$  et  $zb$ , par (5-7) et (5-8).

$$Xb(k) = \sum_{i=1}^{D1} xb_i e^{-2j\pi Kyb_i} \quad (5-7)$$

$$Zb(k) = \sum_{i=1}^{D1} zb_i e^{-2j\pi Kyb_i} \quad (5-8)$$

En effet, le nombre d'opération de la FFT est de  $D1 \log(D1)$  alors que dans le cas de la transformée discrète classique il est de  $D1^2$ . Cette méthode permet d'accéder aux modes



propres des signaux considérés. Par ailleurs, avant d'appliquer la FFT à nos signaux, un fenêtrage leur est appliqué afin qu'ils ne se démultiplient pas à l'infini. La fenêtre de hanning a été utilisée dans ce but. Les spectres obtenus permettent d'identifier les modes globaux des filaments.

L'analyse des signaux  $Rb$  et  $\theta b$ , coordonnées cylindriques des filaments, est réalisée en considérant que la forme globale des filaments est rectiligne ce qui n'est en pratique pas forcément toujours le cas. Considérer que cette forme est courbe définirait déjà, en soit, le premier mode de déformation des filaments. L'analyse de  $Rb$  et  $\theta b$ , calculés à partir d'une forme courbe, permettrait ensuite de calculer les modes de déformations globaux suivants. Cependant, il est difficile d'adapter une courbe de référence pour le calcul de ces coordonnées puisqu'elle change d'un instant à l'autre.

L'analyse de Fourier menée dans le cas des filaments tourbillonnaires considère une résolution spectrale de  $\Delta k = 0.0042 \text{ mm}^{-1}$ . Les grandeurs utilisées pour déterminer les longueurs d'onde et les amplitudes des déformations sont respectivement  $k_m$  et  $A_m$  telles que définies sur la Figure 5-20.

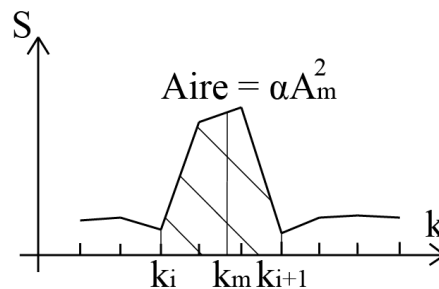


Figure 5-20 – Grandeurs de Fourier

L'aire comprise entre deux minima locaux est proportionnelle à l'amplitude  $A_m$  du mode au carré. Le nombre d'onde  $k_m$  du pic associé donne la longueur d'onde du mode. Ainsi, à chaque pic est associé un mode de déformation ayant une longueur d'onde  $\Lambda = \frac{1}{k_m}$  et une amplitude  $A = A_m = \sqrt{\frac{\text{Aire}}{\alpha}}$  où le coefficient  $\alpha$  est déterminé à partir d'une fonction sinus de référence.

Le problème de l'analyse de Fourier est qu'elle ne permet pas de localiser des modes locaux de déformation des filaments. Pour avoir accès à ces modes, l'analyse en ondelettes est mieux adaptée.

### 5.3.6. Analyse en ondelettes des filaments

L'analyse en ondelettes permet d'accéder aux modes locaux de déformations des filaments tourbillonnaires. En plus d'avoir accès aux longueurs d'ondes de déformation, elle les localise selon la direction  $y$ . Plusieurs ondelettes de référence peuvent être appliquées aux signaux. L'ondelette de Morlet complexe s'adapte particulièrement bien aux filaments. Elle est définie par (5-9).

$$g_{a,b}(y) = \frac{1}{\sqrt{a}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{y-b}{a}\right)^2\right) \exp\left(5i\frac{y-b}{a}\right) \quad (5-9)$$

Les coefficients  $a$  et  $b$  de l'ondelette correspondent respectivement à la longueur d'onde et à la position de l'ondelette (Figure 5-21).

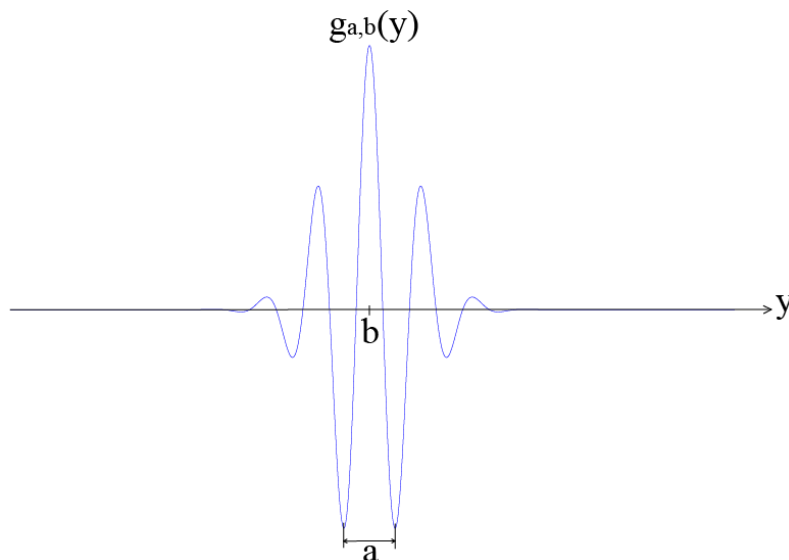


Figure 5-21 - Ondelette de Morlet

Les signaux considérés sont ceux issus du calcul de reconstruction tridimensionnel rééchantillonnés :  $xb$  et  $zb$ . Ils sont décomposés en utilisant les transformations (5-10) et (5-11).

$$\xi_x(a, b) = \text{conv}(xb, g_{a,b}(y)) \quad (5-10)$$

$$\xi_z(a, b) = \text{conv}(zb, g_{a,b}(y)) \quad (5-11)$$

Les autospectres  $S_{xx}$  (5-12) et  $S_{zz}$  (5-13) sont ensuite calculés et permettent de localiser et de déterminer les longueurs d'onde caractéristiques et les amplitudes de chaque signal.

$$S_{xx}(a, b) = \xi_x(a, b) \cdot \xi_x^*(a, b) \quad (5-12)$$

$$S_{zz}(a, b) = \xi_z(a, b) \cdot \xi_z^*(a, b) \quad (5-13)$$

L'interspectre  $S_{xz}$  (5-14) permet, quant à lui, de savoir si les signaux sont corrélés entre eux, grâce au calcul de son module (5-15). La phase de l'interspectre (5-16) donne accès à la structure tridimensionnelle des tourbillons aux positions où les déformations sont détectées.

$$S_{xz}(a, b) = \xi_x(a, b) \cdot \xi_z^*(a, b) \quad (5-14)$$

$$|S_{xz}(a, b)| = \sqrt{\text{Re}(S_{xz})^2 + \text{Im}(S_{xz})^2} \quad (5-15)$$

$$\Phi = \tan^{-1} \left( \frac{\text{Im}(S_{xz})}{\text{Re}(S_{xz})} \right) \quad (5-16)$$

Pour une forte corrélation entre les signaux  $xb$  et  $zb$  en une position  $y$  donnée et à une longueur d'onde  $\Lambda$ , plus la phase  $\Phi(y, \Lambda)$  de l'inter-spectre se rapproche de  $\frac{\pi}{2}$ , plus la perturbation détectée est proche d'une structure en hélice. Au contraire, plus la phase  $\Phi(y, \Lambda)$  se rapproche de 0, plus la perturbation détectée est proche d'une structure en manivelle. Par la suite, les différentes déformations sont classées selon leur structure :

- perturbation en hélice :  $|\Phi(y, \Lambda)| \in \left] \frac{3\pi}{8}; \frac{\pi}{2} \right]$
- perturbation intermédiaire :  $|\Phi(y, \Lambda)| \in \left] \frac{\pi}{8}; \frac{3\pi}{8} \right]$
- perturbation en manivelle :  $|\Phi(y, \Lambda)| \in \left[ 0; \frac{\pi}{8} \right]$

Ces chiffres sont arbitraires mais donne une idée de la structure tourbillonnaire.

## 5.4. Analyse des modes de déformations des tourbillons

### 5.4.1. Reconstruction 3D des tourbillons

La reconstruction tridimensionnelle des tourbillons est réalisée sur 14 phases par période de houle et sur 20 vagues successives. Ces derniers sont créés au-dessus de la plaque. Les premières phases de développement ne sont donc pas visibles par les deux caméras car la plaque est un obstacle à la visualisation, notamment pour la caméra 2. L'instant initial considéré correspond donc à l'instant où les filaments sont visibles des deux caméras ce qui correspond environ à l'instant  $t/T = 0.4$  de la référence temporelle de l'analyse 2D précédente. La Figure 5-22 représente la reconstruction d'un tourbillon à l'instant  $t/T = 0.76$  pour la première vague considérée.

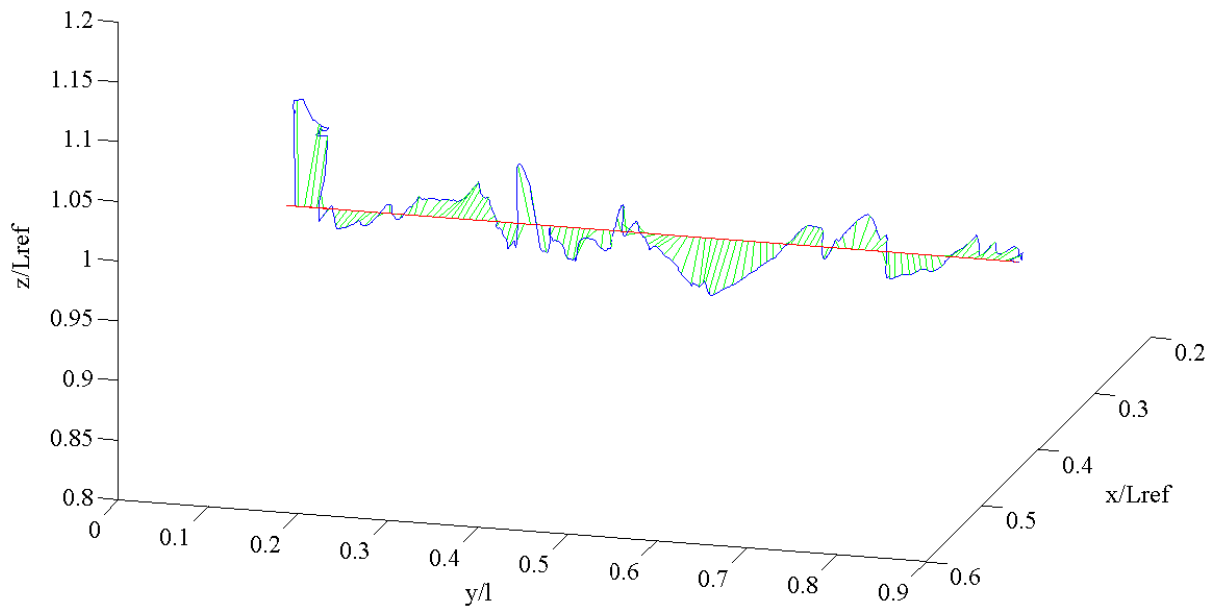


Figure 5-22 - Reconstruction 3D du tourbillon à l'instant  $t/T = 0.76$  pour la première vague considérée

Sur la Figure 5-22, la courbe bleue correspond à la reconstruction du filament tourbillonnaire à partir des algorithmes détaillés section 5.3, la ligne rouge correspond à la ligne moyenne associée au filament et les segments verts permettent d'illustrer l'enroulement du filament

autour de sa position moyenne. Sur la figure, les déformations sont amplifiées du fait des différents adimensionnements utilisés selon les axes  $x$ ,  $y$  et  $z$ . L'amplification est également adaptée pour permettre une meilleure visibilité des déformations.

La caractérisation de la déstabilisation 3D des tourbillons nécessite le suivi de leur évolution sur plusieurs phases. Cela permet de suivre l'amplitude, la longueur d'onde et le taux de croissance des déformations des tourbillons. Les perturbations d'une phase à l'autre sont présentées pour le tourbillon de la 20<sup>e</sup> vague (Figure 5-23). Ce dernier n'est représentable que sur 11 phases, de  $t/T = 0.4$  à  $t/T = 1.11$ , tout comme la majorité des autres tourbillons considérés. La dernière phase d'observation d'un tourbillon sur une période correspond à l'instant où une rupture du chapelet de bulles s'amorce. Il n'est alors plus possible de le localiser dans sa globalité.

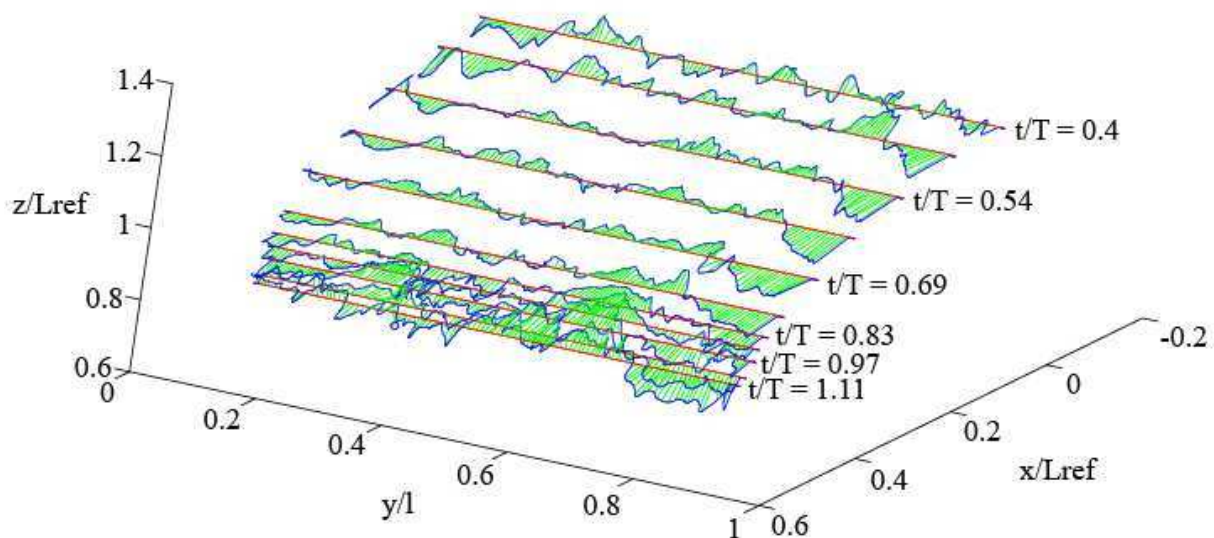


Figure 5-23 - Evolution du tourbillon de la 20<sup>e</sup> vague considérée

A l'œil, il est possible de suivre, d'une phase à l'autre, certaines perturbations à grande longueur d'onde ainsi qu'à faible longueur d'onde. Néanmoins, il semble que les longueurs d'ondes associées varient d'une phase à l'autre. Par ailleurs, tout comme dans le cas 2D, les tourbillons stagnent environ une période de houle après leur création ( $T = 1s$ ). Les perturbations s'amplifient alors jusqu'à leur explosion.

En moyennant tous les tourbillons d'une même phase sur plusieurs vagues, il est possible de représenter l'évolution des tourbillons moyens pour avoir les grandes tendances de déformation (Figure 5-24). Les tourbillons ne sont pas tous moyennés sur le même nombre de

période car ils se déstabilisent plus ou moins vite. Le tableau indicatif du nombre de vagues considérées par phase est présenté Tableau 5-1.

Phase	Nombre de vagues considérées	Longueur du signal (mm)
0 ( $t/T = 0.4$ )	15	250.41
1 ( $t/T = 0.47$ )	19	247.67
2 ( $t/T = 0.54$ )	20	245.72
3 ( $t/T = 0.61$ )	19	243.69
4 ( $t/T = 0.69$ )	18	241.16
5 ( $t/T = 0.76$ )	19	238.84
6 ( $t/T = 0.83$ )	18	236.74
7 ( $t/T = 0.9$ )	20	235.52
8 ( $t/T = 0.97$ )	19	233.61
9 ( $t/T = 1.04$ )	15	233.1
10 ( $t/T = 1.11$ )	9	233.03
11 ( $t/T = 1.19$ )	5	233.17

Tableau 5-1 – Nombre de périodes considérées par phase de développement des tourbillons

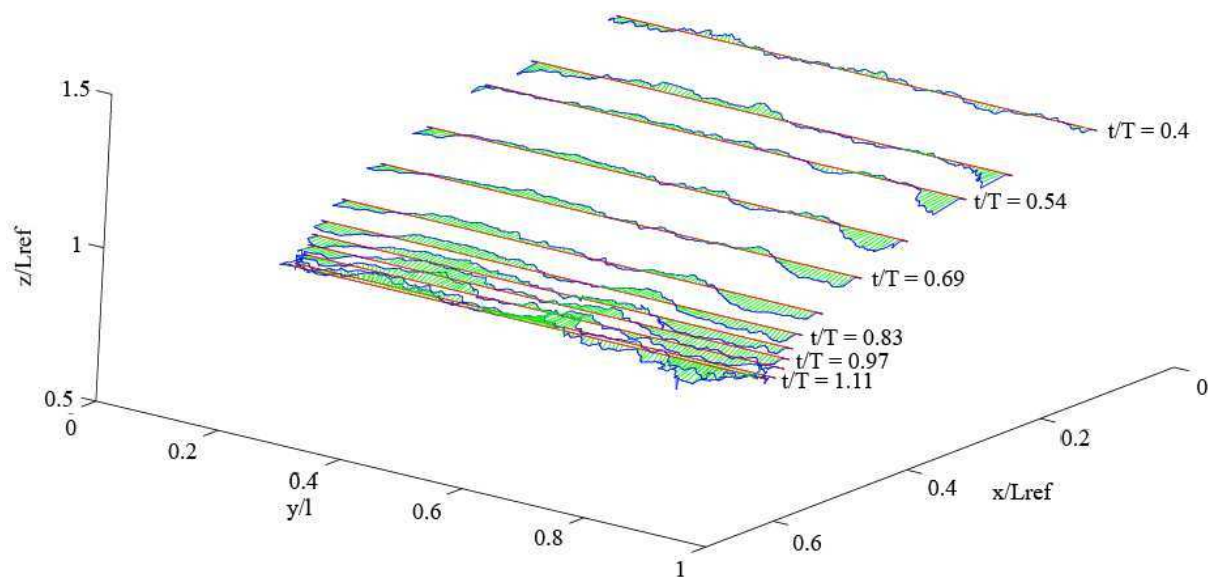


Figure 5-24 - Evolution des tourbillons moyens sur une période

Les perturbations de petite longueur d'onde ne sont quasiment plus présentes sur cette représentation car elles sont filtrées par la moyenne. Par ailleurs, les modes de déformations à

grande longueur d'onde varie d'une phase à l'autre pour le tourbillon moyen (Figure 5-24) comme pour le tourbillon instantané de la 20<sup>e</sup> vague (Figure 5-23).

Pour identifier les modes de déformations des tourbillons, des analyses spectrales sont réalisées, d'abord par Fourier, puis en ondelettes.

## **5.4.2. Analyse de Fourier des filaments**

Les tourbillons sont très perturbés peu de temps après leur formation sur le bord de la plaque. Pour caractériser la dynamique 3D des tourbillons, les longueurs d'onde et les amplitudes de déformations sont calculées par l'analyse spectrale de Fourier. Il est possible d'avoir accès aux modes de déformations des tourbillons en les étudiant dans leur projection selon deux plans perpendiculaires :  $(x,y)$  et  $(y,z)$  ou bien en coordonnées cylindriques. Les signaux considérés sont donc  $xb$ ,  $zb$ ,  $Rb$  et  $\theta b$  en fonction de  $yb$  comme évoqué dans la section 5.3.5 (ces signaux ont été rééchantillonnés avant l'analyse spectrale).

### **5.4.2.1. Reproductibilité d'une vague à l'autre**

Dans un premier temps, les modes de déformation des tourbillons ont été étudiés sur plusieurs vagues pour une même phase ceci afin de savoir s'ils étaient reproductibles d'une vague à l'autre. L'instant considéré à titre d'exemple est  $t/T = 0.76$  (Figure 5-22) car les déformations  $y$  sont déjà développées. Les résultats obtenus avec l'analyse de Fourier sont présentés sur la Figure 5-25 et la Figure 5-26 où les amplitudes ont été distribuées de manière arbitraire en cinq classes :  $A \leq 2 \text{ mm}$ ,  $A \in ]2 \text{ mm}; 2.5 \text{ mm}]$ ,  $A \in ]2.5 \text{ mm}; 3 \text{ mm}]$ ,  $A \in ]3 \text{ mm}; 3.5 \text{ mm}]$ ,  $A > 3.5 \text{ mm}$ .

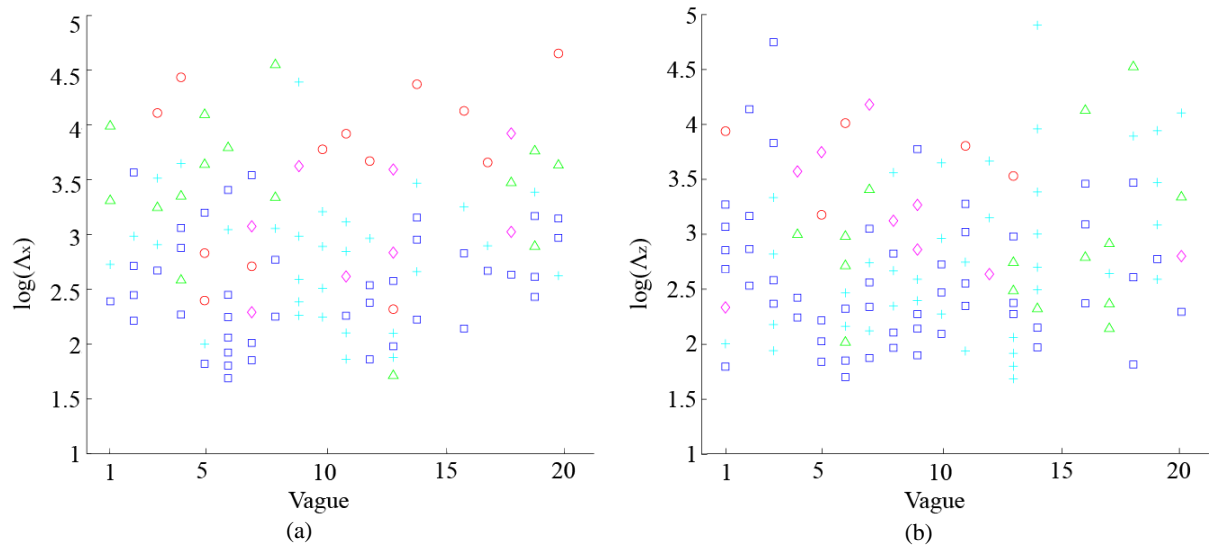


Figure 5-25 - Représentation des modes de déformation des tourbillons à l'instant  $t/T = 0.76$  pour les 20 vagues considérées – (a) Longueur d'onde de déformation  $\Lambda_x$  du signal  $xb$  ; (b) Longueur d'onde de déformation  $\Lambda_z$  du signal  $zb$  - Amplitude du mode considéré :  $A > 3.5 \text{ mm}$  ( $\circ$ ),  $A > 3 \text{ mm}$  ( $\diamond$ ),  $A > 2.5 \text{ mm}$  ( $\triangle$ ),  $A > 2 \text{ mm}$  ( $+$ ) et  $A \leq 2 \text{ mm}$  ( $\square$ ) - ( $\Lambda$  en mm)

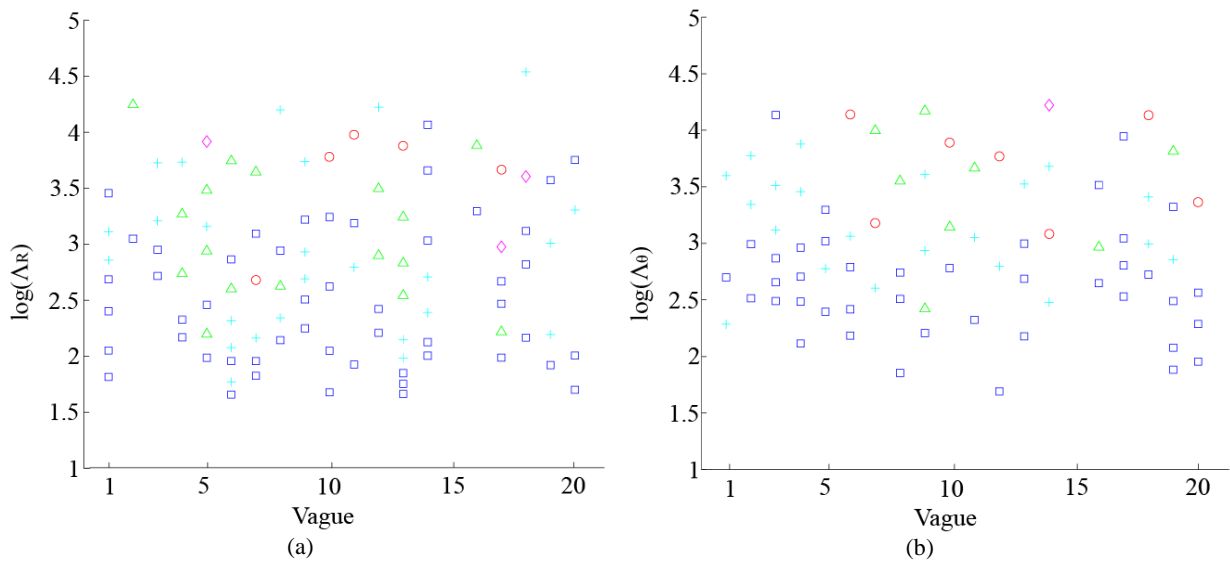


Figure 5-26 - Représentation des modes de déformation des tourbillons à l'instant  $t/T = 0.76$  pour les 20 périodes considérées – (a) Longueur d'onde de déformation  $\Lambda_R$  du signal  $Rb$  ; (b) Longueur d'onde de déformation  $\Lambda_\theta$  du signal  $\theta b$  - Amplitude du mode considéré :  $A > 3.5 \text{ mm}$  ( $\circ$ ),  $A > 3 \text{ mm}$  ( $\diamond$ ),  $A > 2.5 \text{ mm}$  ( $\triangle$ ),  $A > 2 \text{ mm}$  ( $+$ ) et  $A \leq 2 \text{ mm}$  ( $\square$ ) - ( $\Lambda$  en mm)

La dispersion des valeurs de longueur d'onde d'une vague à l'autre, observée sur la Figure 5-25 et la Figure 5-26, ne permet pas d'identifier des modes particuliers. Soit l'analyse de Fourier est inadaptée à ce type de signaux (du fait de leur longueur limitée ou du fait que les perturbations associées soient très précisément localisées), soit les perturbations ont des caractéristiques très variables d'une vague à l'autre. Des analyses réalisées pour d'autres phases aboutissent au même constat.



### 5.4.2.2. Suivi temporel sur une période

Dans un second temps, l'étude des modes de déformation des tourbillons est réalisée sur plusieurs phases d'une même période. Ainsi, l'évolution des perturbations des tourbillons est étudiée au cours du temps. Le tourbillon de la 20<sup>e</sup> vague est considéré comme un exemple pour le suivi des perturbations. Les résultats sont présentés Figure 5-27 et Figure 5-28.

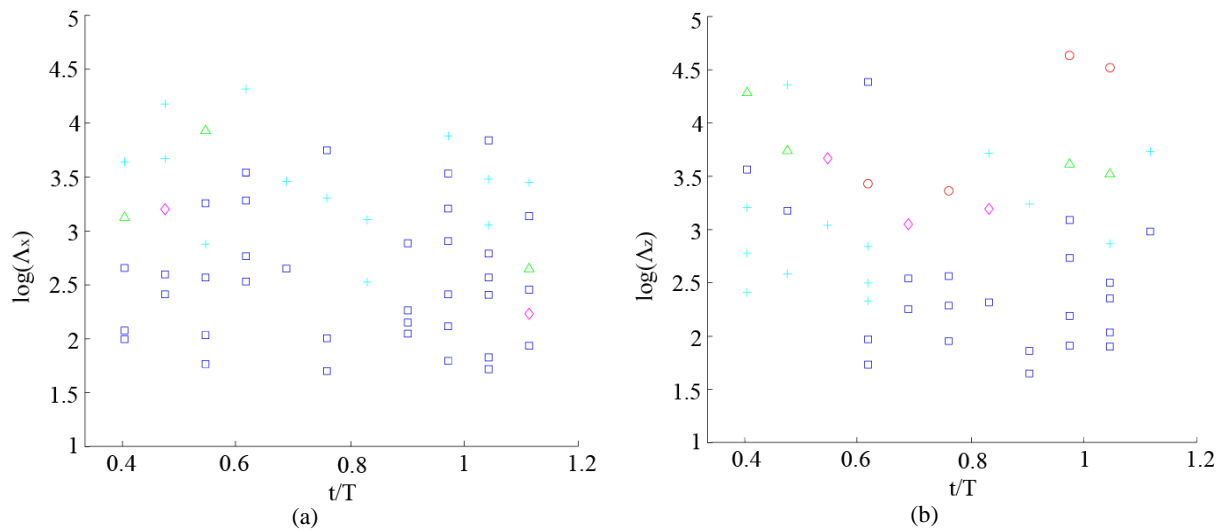


Figure 5-27 - Représentation des modes de déformation du tourbillon de la 20<sup>e</sup> vague – (a) Longueur d'onde de déformation  $\Lambda_x$  du signal  $xb$  ; (b) Longueur d'onde de déformation  $\Lambda_z$  du signal  $zb$  – Amplitude du mode considéré :  $A > 3.5 \text{ mm}$  ( $\circ$ ),  $A > 3 \text{ mm}$  ( $\diamond$ ),  $A > 2.5 \text{ mm}$  ( $\Delta$ ),  $A > 2 \text{ mm}$  ( $+$ ) et  $A \leq 2 \text{ mm}$  ( $\square$ ) - ( $\Lambda$  en mm)

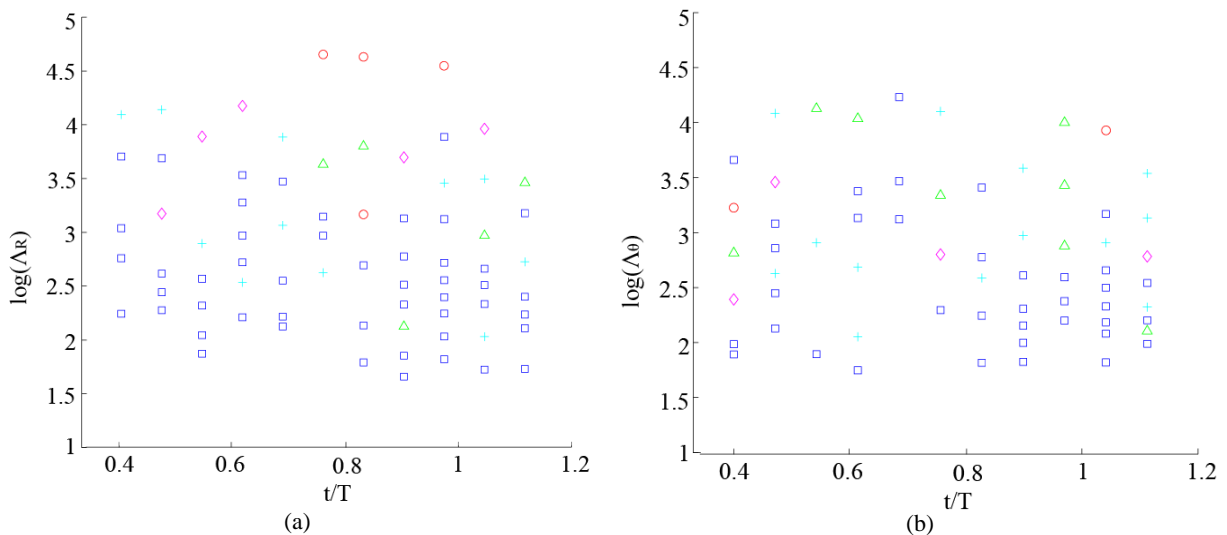


Figure 5-28 - Représentation des modes de déformation du tourbillon de la 20<sup>e</sup> vague – (a) Longueur d'onde de déformation  $\Lambda_R$  du signal  $Rb$  ; (b) Longueur d'onde de déformation  $\Lambda_\theta$  du signal  $\theta b$  – Amplitude du mode considéré :  $A > 3.5 \text{ mm}$  ( $\circ$ ),  $A > 3 \text{ mm}$  ( $\diamond$ ),  $A > 2.5 \text{ mm}$  ( $\Delta$ ),  $A > 2 \text{ mm}$  ( $+$ ) et  $A \leq 2 \text{ mm}$  ( $\square$ ) - ( $\Lambda$  en mm)

En étudiant le même filament sur plusieurs phases, il n'y a pas de longueur d'onde caractéristique de déformation qui se détache clairement.

Ceci peut s'expliquer en partie par les limites de l'analyse de Fourier :

- la longueur du signal est insuffisante pour avoir une description spectrale suffisamment étendue, ceci à cause de la limitation par la largeur  $l$  du canal ;
- la résolution temporelle de l'acquisition d'images est insuffisante au vue des variations de forme rapide des filaments

En général, l'analyse de Fourier permet de détecter les longueurs d'onde de déformation qui s'appliquent sur toute la longueur d'un tourbillon. Elle n'a pas permis d'en identifier dans le cas présent. Pourtant, d'après les observations à l'œil nu (Figure 5-23) certaines perturbations localisées semblent demeurer d'une phase à l'autre. Pour accéder à ces perturbations, une analyse spectrale en ondelettes est appliquée car celle-ci permet de déterminer les longueurs d'ondes et les amplitudes de perturbations localisées, qui peuvent varier dans le temps.

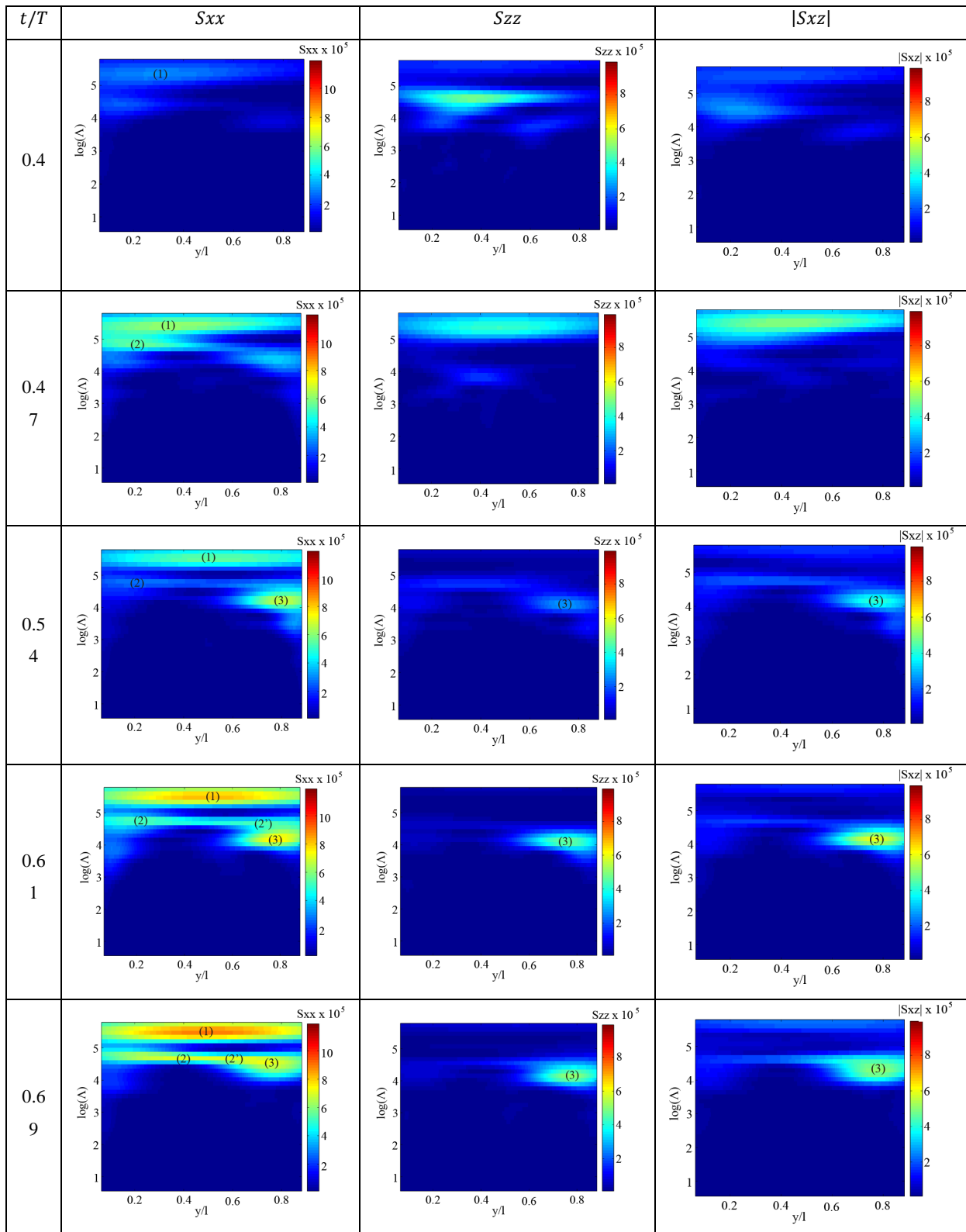
### **5.4.3. Analyse en ondelettes des filaments**

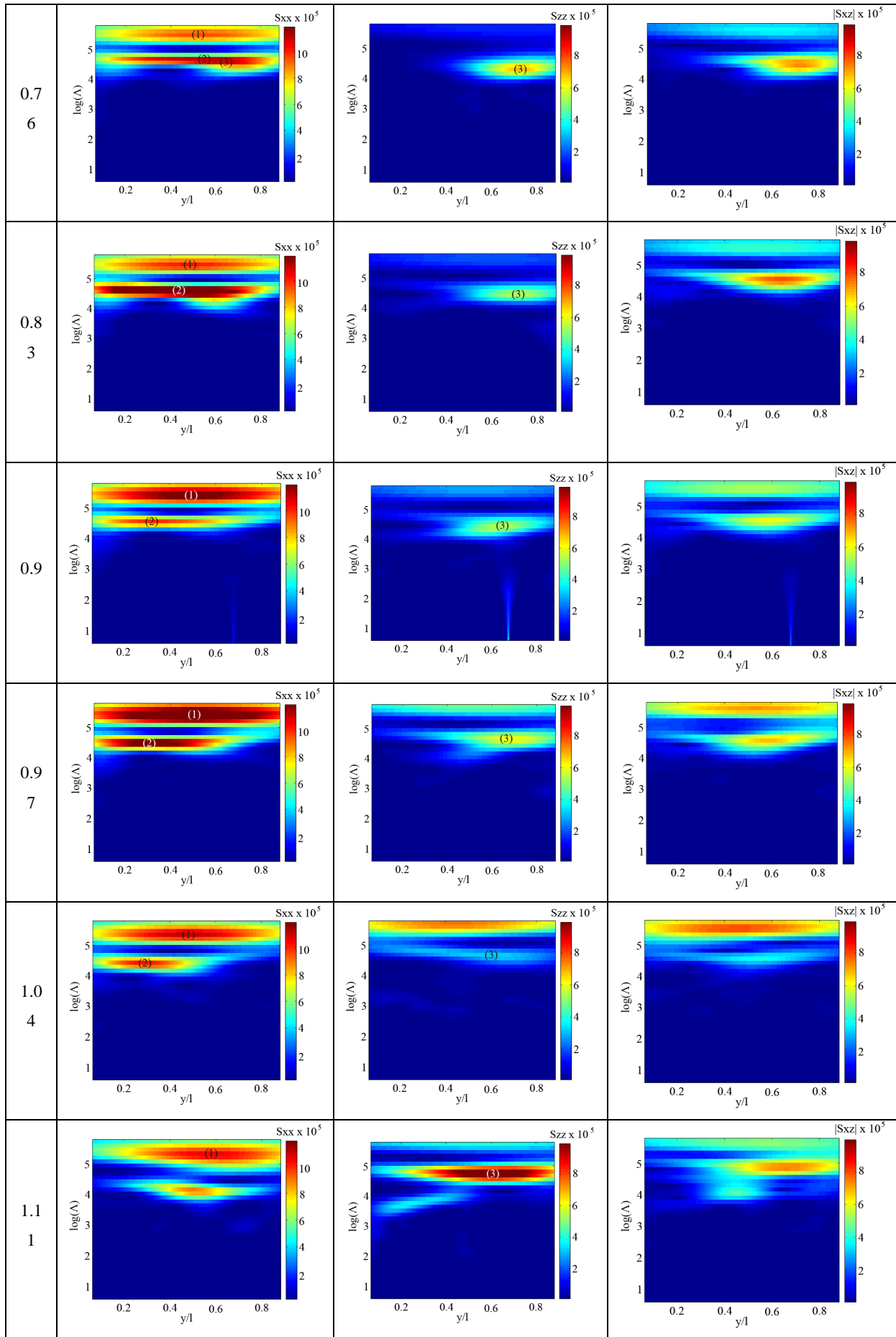
L'analyse en ondelettes permet de suivre les déformations des filaments dans l'espace et dans le temps.

#### **5.4.3.1. Analyse des filaments moyens – déformations de grande longueur d'onde**

Les observations réalisées ont permis de constater, qu'à grande échelle, certaines perturbations demeurent d'une vague à l'autre. Ainsi, pour déterminer les déformations à grande longueur d'onde, c'est le filament moyen qui est utilisé.

Les représentations des auto-spectres  $S_{xx}$  et  $S_{zz}$  et du module de l'inter-spectre  $|S_{xz}|$  du tourbillon moyen (Figure 5-29) montrent que certaines perturbations à grande longueur d'onde peuvent être suivies lors de leur évolution (perturbations notées (1), (2) et (3) sur la Figure 5-29), ce que l'analyse de Fourier ne parvenait pas à détecter car celle-ci détermine les motifs périodiques qui se reproduisent sur le signal. Les auto-spectres sont associés à la projection du filament moyen sur les plans  $(x, y)$  et  $(z, y)$  dont les coordonnées sont notées  $\widehat{xb}$  et  $\widehat{zb}$ . Ces coordonnées sont déterminées pour chaque phase en moyennant les signaux  $xb$  et  $zb$  de chacune des vagues considérées (voir Tableau 5-1).





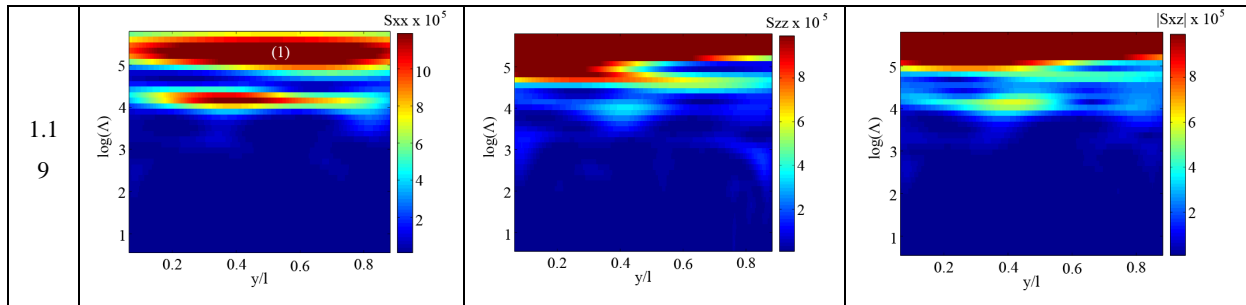


Figure 5-29 - Représentation des auto-spectres  $S_{xx}$  et  $S_{zz}$  et du module de l'interspectre  $|S_{xz}|$  associés aux signaux  $\widehat{x\bar{b}}$  et  $\widehat{z\bar{b}}$  aux instants :  $t/T = 0.4, t/T = 0.47, t/T = 0.54, t/T = 0.61, t/T = 0.69, t/T = 0.76, t/T = 0.83, t/T = 0.9, t/T = 0.97, t/T = 1.04, t/T = 1.11$  et  $t/T = 1.19$  - (1), (2) et (3) : représentation des perturbations 1, 2 et 3 - ( $\Lambda$  en mm)

Afin de mieux suivre les perturbations localisées par (1), (2) et (3) sur la Figure 5-29, leur évolution est présentée sur la Figure 5-30, la Figure 5-31 et la Figure 5-32. Les perturbations sont modélisées en chaque instant par des ondelettes de même longueur d'onde et de même position.

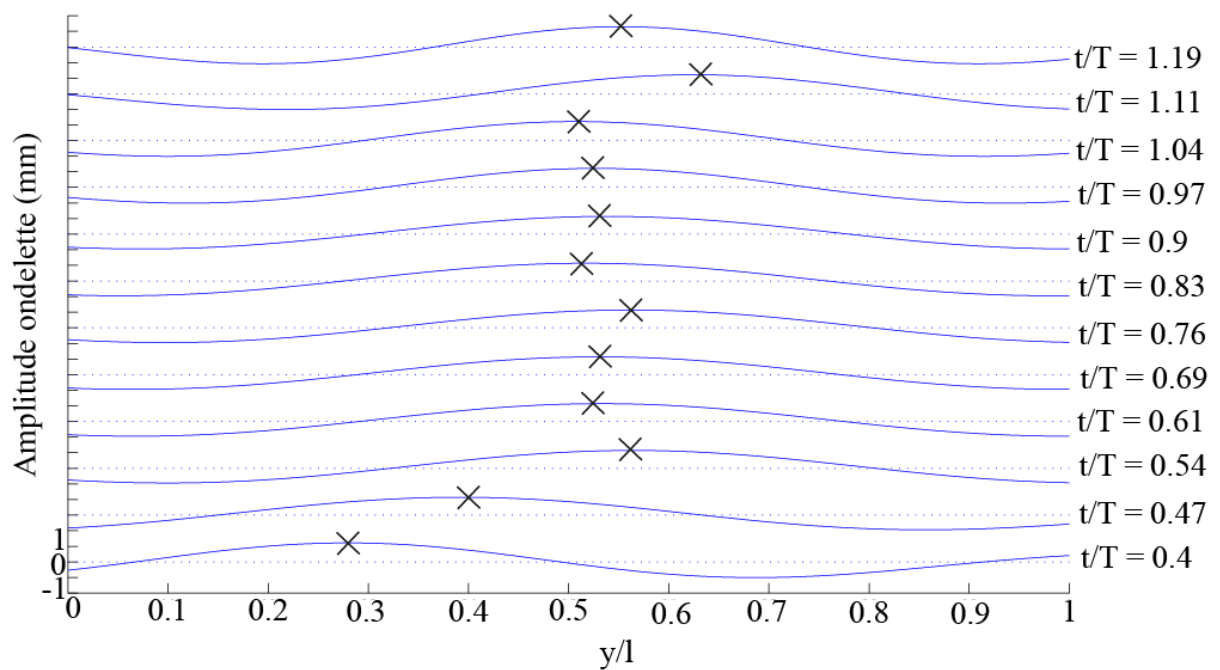


Figure 5-30 - Evolution spatio-temporelle de la perturbation 1, aussi notée (1)

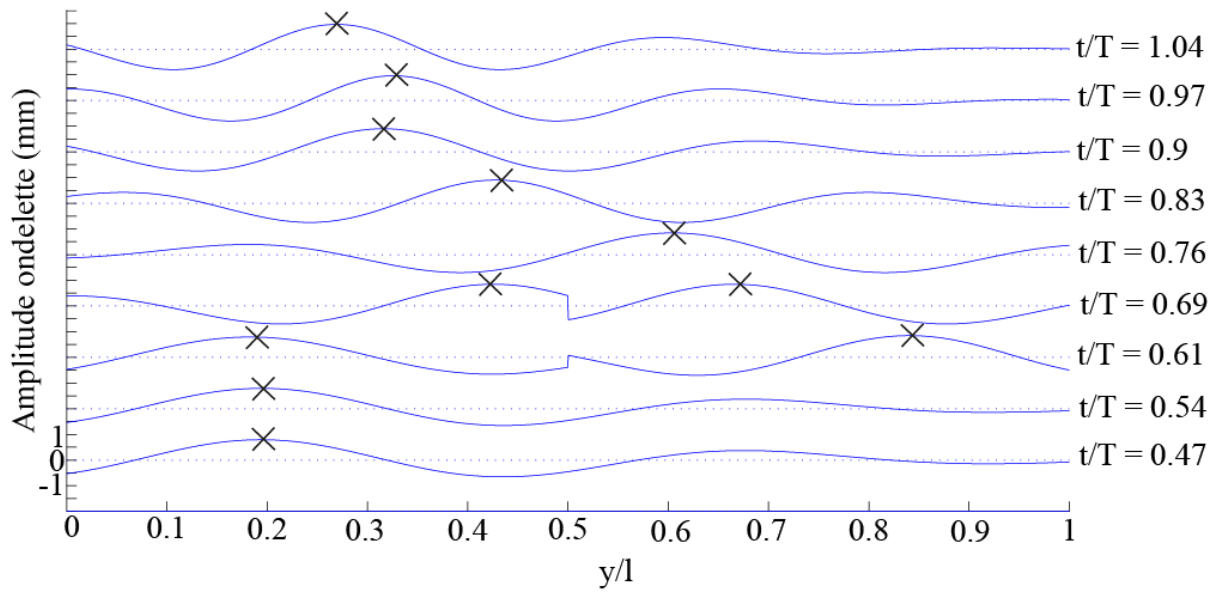


Figure 5-31 - Evolution spatio-temporelle de la perturbation 2, aussi notée (2)

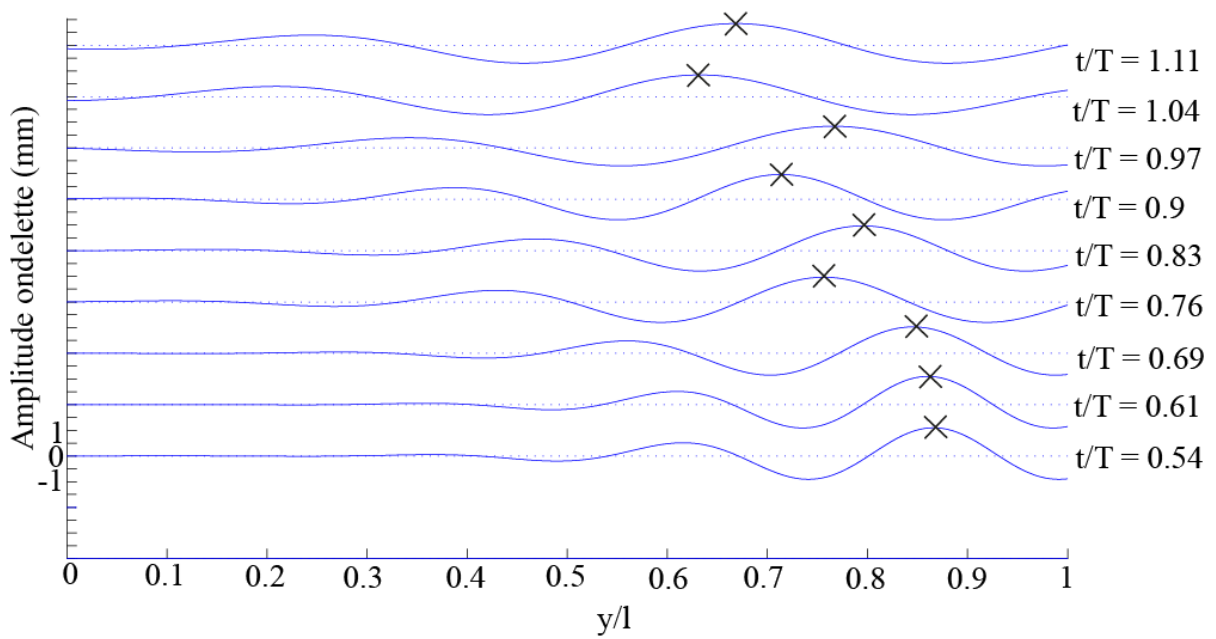


Figure 5-32 - Evolution spatio-temporelle de la perturbation 3, aussi notée (3)

Sur la Figure 5-30, la Figure 5-31 et la Figure 5-32, les perturbations, au nombre de trois, sont localisées par les croix noires et correspondent aux longueurs d'onde et aux positions qui maximisent l'amplitude, ce qui équivaut à des maxima locaux des auto-spectres  $S_{xx}$  et  $S_{zz}$  (Figure 5-29). Les perturbations 1, 2 et 3 associées à la Figure 5-30, à la Figure 5-31 et à la Figure 5-32 correspondent aux perturbations (1), (2) et (3) localisées sur les auto-spectres (Figure 5-29).

L'évolution temporelle des perturbations 1, 2 et 3, aussi notées (1), (2) et (3), détectées sur les spectres de la Figure 5-29 et représentées sur les Figure 5-30, Figure 5-31 et Figure 5-32 respectivement, est synthétisée Figure 5-33 et Figure 5-34. Sur ces figures, chaque point représente une déformation du filament et correspond à un maximum local du spectre correspondant. Selon la forme et la couleur des marqueurs utilisés, les amplitudes de déformation sont différentes.

Les groupements de points ont été déduits d'une observation attentive des spectres ainsi que de la géométrie du filament moyen. Ils sont associés aux perturbations 1, 2 et 3 qui évoluent au cours du temps (voir Figure 5-30, Figure 5-31 et Figure 5-32). Deux points qui semblent très proches sur la Figure 5-33 peuvent appartenir à des perturbations différentes car s'ils ne sont pas localisés au même endroit sur le tourbillon. Leur amplitude est distribuée arbitrairement en trois classes :  $A \in ]0.8 \text{ mm}; 1.25 \text{ mm}]$ ,  $A \in ]1.25 \text{ mm}; 1.5 \text{ mm}]$ ,  $A > 1.5 \text{ mm}$  pour l'auto-spectre  $S_{xx}$  ;  $A \in ]0.7 \text{ mm}; 1 \text{ mm}]$ ,  $A \in ]1 \text{ mm}; 1.2 \text{ mm}]$ ,  $A > 1.2 \text{ mm}$  pour l'auto-spectre  $S_{zz}$ . L'inter-spectre est, également, défini selon 3 classes :  $|S_{xz}| \in ]10^5 \text{ mm}^6; 2 \times 10^5 \text{ mm}^6]$ ,  $|S_{xz}| \in ]2 \times 10^5 \text{ mm}^6; 3 \times 10^5 \text{ mm}^6]$  et  $|S_{xz}| > 3 \times 10^5 \text{ mm}^6$  pour le module de l'inter-spectre. La phase de l'interspectre est également classée en trois catégories selon les critères définis section 5.3.6 : hélice, intermédiaire et manivelle.

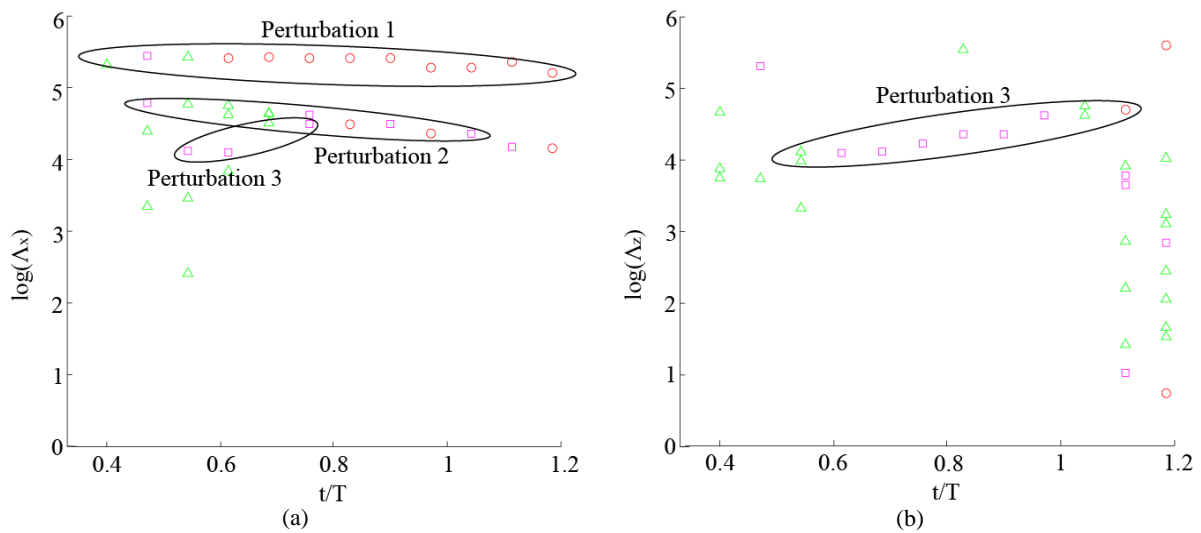


Figure 5-33 - Représentation des auto-spectres associés au tourbillon moyen – (a) Longueur d'onde de déformation  $\Lambda_x$  du signal  $\widehat{x}_b$  : amplitude du mode considéré :  $A > 1.5 \text{ mm}$  ( $\circ$ ),  $A > 1.25 \text{ mm}$  ( $\square$ ) et  $A > 0.8 \text{ mm}$  ( $\triangle$ ); (b) Longueur d'onde de déformation  $\Lambda_z$  du signal  $\widehat{z}_b$  : amplitude du mode considéré :  $A > 1.2 \text{ mm}$  ( $\circ$ ),  $A > 1 \text{ mm}$  ( $\square$ ) et  $A > 0.7 \text{ mm}$  ( $\triangle$ ) - ( $A$  en mm)

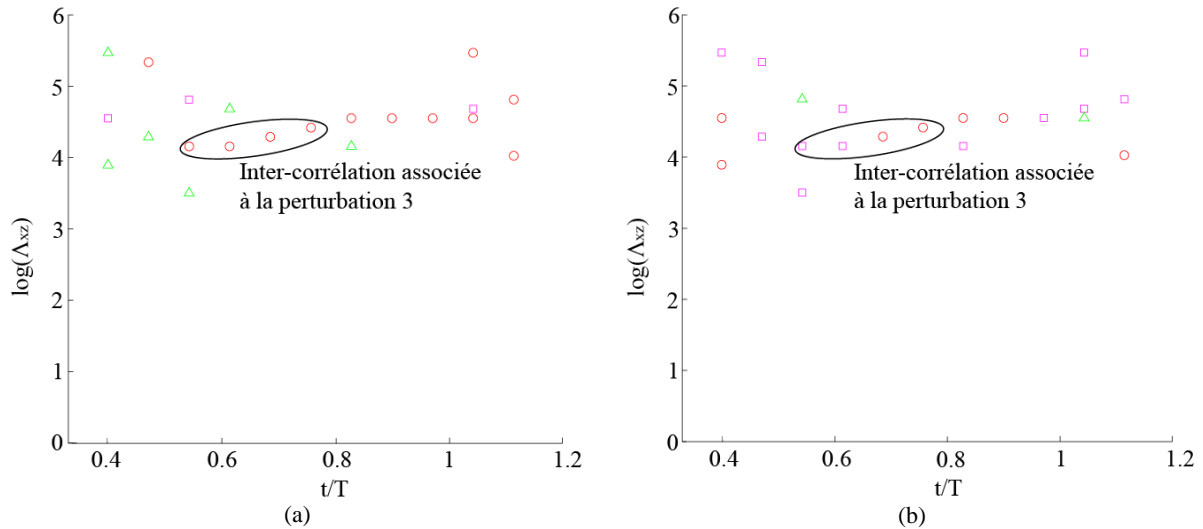


Figure 5-34 Représentation du module et de la phase de l'inter-spectre associés au tourbillon moyen – (a) Module de l'inter-spectre :  $|S_{xz}| > 3 \times 10^5 \text{ mm}^6$  (○),  $|S_{xz}| > 2 \times 10^5 \text{ mm}^6$  (◻) et  $|S_{xz}| > 10^5 \text{ mm}^6$  (△) ; (b) Phase de l'inter-spectre : hélice (○), intermédiaire (◻) et manivelle (△) - ( $\Lambda$  en mm)

Sur les Figure 5-33 (a) et (b), 3 perturbations peuvent être détectées à partir des signaux considérés. Elles sont représentées sur la Figure 5-30, la Figure 5-31 et la Figure 5-32.

La perturbation 1, visualisable à partir de l'analyse du signal moyen  $\widehat{x\bar{b}}$  (Figure 5-33 (a)), notée (1) sur la Figure 5-29 et représentée sur la Figure 5-30, possède la longueur d'onde la plus grande dont la moyenne adimensionnée par la largeur du canal  $\frac{\widehat{\Lambda}_x}{l}$  est de 0.74 ( $\log(\widehat{\Lambda}_x) = 5.38$ ). Cette perturbation détermine la forme générale du filament sur toute la largeur du

canal. Sa longueur d'onde décroît, de  $\frac{\Lambda_x(\frac{t}{T}=0.47)}{l} = 0.81$  à  $\frac{\Lambda_x(\frac{t}{T}=1.19)}{l} = 0.58$ , lors de l'évolution temporelle du filament. Elle est également confinée dans un plan horizontal car aucune déformation d'une telle longueur d'onde n'a été détectée sur l'analyse du signal moyen  $\widehat{z\bar{b}}$  (Figure 5-33 (b)). Sa position moyenne  $\frac{\widehat{y}}{l} = 0.51$ , calculée sur les 12 phases considérées (de  $\frac{t}{T} = 0.4$  à  $\frac{t}{T} = 1.19$ ), est centrée à équidistance des deux parois et ne varie quasiment pas sur ces 12 phases (écart type adimensionnée très faible :  $\frac{\sigma_{\widehat{y}}}{l} = 0.05$ ). Enfin, son amplitude croît de  $\frac{t}{T} = 0.47$  à  $\frac{t}{T} = 1.19$  (Figure 5-35). La position et la longueur d'onde de cette perturbation sont visualisables sur la représentation de l'auto-spectre  $S_{xx}$  de la Figure 5-29 ainsi que sur la Figure 5-30. Son amplitude peut aussi être déduite de ces deux figures.

La perturbation 2, notée (2) sur la Figure 5-29 et représentée sur la Figure 5-31, est aussi visualisable sur la Figure 5-33 (a) correspondant à l'analyse du signal moyen  $\widehat{x\bar{b}}$ . Elle semble correspondre au premier harmonique du mode fondamental précédent, mais uniquement de



$\frac{t}{T} = 0.47$  à  $\frac{t}{T} = 0.61$ . Sa longueur d'onde moyenne en ces instants est de  $\frac{\widehat{\Lambda}_x}{l} = 0.41$  ( $\log(\widehat{\lambda}) = 4.81$ ) et est centré en  $\frac{y}{l} = 0.23$  (l'écart type adimensionné  $\frac{\sigma_y}{l} = 0.002$  est calculé temporellement sur ces trois instants). Après  $\frac{t}{T} = 0.61$  la longueur d'onde de la perturbation 2 décroît plus vite que celle de la perturbation 1. Ce dernier instant correspond aussi à la visualisation d'une autre déformation, notée (2') sur la Figure 5-29 et visualisable sur la Figure 5-30, dont la longueur d'onde,  $\frac{\Lambda_x}{l} = 0.34$  ( $\log(\Lambda_x) = 4.62$ ), est très proche de celle de la 2<sup>e</sup> perturbation (Figure 5-33 (a) à l'instant  $\frac{t}{T} = 0.61$ ), dont l'amplitude est similaire, mais positionnée en  $\frac{y}{l} = 0.75$  (voir Figure 5-31 à l'instant  $t/T = 0.61$ ). Cette déformation demeure à l'instant  $\frac{t}{T} = 0.69$  mais sa position, ainsi que celle de la perturbation 2, se rapprochent du centre du canal. Leurs longueurs d'onde et leurs amplitudes sont alors parfaitement équivalentes. Cette déformation fusionne à l'instant d'après,  $\frac{t}{T} = 0.76$ , avec la perturbation 2, au centre du canal ( $\frac{y}{l} = 0.57$ ) (voir Figure 5-31 à l'instant  $t/T = 0.76$ ). La perturbation 2 occupe alors l'intégralité de l'espace entre les 2 parois du canal (voir  $S_{xx}$  à  $t/T = 0.76$  sur la Figure 5-29). Sa position varie ensuite progressivement, de  $\frac{t}{T} = 0.83$  à  $\frac{t}{T} = 1.04$ , pour retrouver sa position initiale en  $\frac{y}{l} = 0.3$ , pendant que son amplitude diminue légèrement (Figure 5-35). Durant toute son évolution, sa longueur d'onde décroît de  $\frac{\Lambda_x(\frac{t}{T}=0.47)}{l} = 0.42$  à  $\frac{\Lambda_x(\frac{t}{T}=1.04)}{l} = 0.27$ .

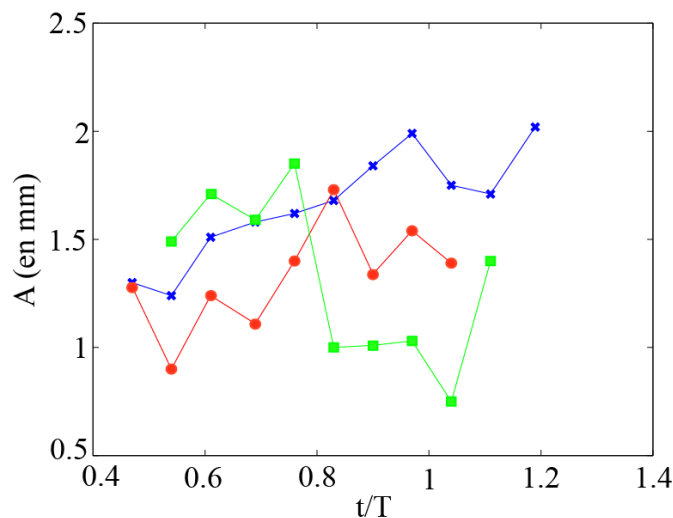


Figure 5-35 - Amplitude des déformations du tourbillon moyen : perturbation 1 (—x—), perturbation 2 (—●—), perturbation 3 (—■—)

La perturbation 3, notée (3) sur la Figure 5-29 et représentée sur la Figure 5-32, est localisable sur la Figure 5-33 (a) et (b). Son évolution est visualisable sur la représentation de l'auto-spectre  $S_{xx}$  de  $\frac{t}{T} = 0.54$  à  $\frac{t}{T} = 0.76$  (Figure 5-33 (a)) et sur la représentation de l'auto-spectre  $S_{zz}$  de  $\frac{t}{T} = 0.54$  à  $\frac{t}{T} = 1.11$  (Figure 5-33 (b)). Par ailleurs, elle est aussi visualisable à partir de la représentation de l'inter-spectre  $S_{xz}$  de  $\frac{t}{T} = 0.54$  à  $\frac{t}{T} = 0.76$  (Figure 5-34 (a) et (b)). Après  $\frac{t}{T} = 0.76$ , l'inter-spectre n'identifie plus que la superposition des perturbations 2 et 3. La perturbation 3 n'est donc tridimensionnelle que durant la première moitié de son développement. Elle est ensuite contenue dans le plan  $(z, y)$  durant la seconde moitié de son développement. Sa position et sa longueur d'onde sont rapportées à partir de la visualisation de l'inter-spectre  $S_{xz}$  sur la première moitié de son développement puis à partir de l'auto-spectre  $S_{zz}$  sur la seconde moitié de son développement. Son amplitude est prise comme :

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_z^2},$$

avec  $A_x$  et  $A_z$  les amplitudes de perturbation des signaux  $\widehat{xb}$  et  $\widehat{zb}$  respectivement, sur la première moitié de son développement et comme  $A = A_z$  sur la seconde moitié de son développement (la représentation de la Figure 5-32 est déterminée de la même manière). Sa position décroît de  $\frac{y(\frac{t}{T}=0.54)}{l} = 0.78$  jusqu'à  $\frac{y(\frac{t}{T}=1.11)}{l} = 0.62$  et est visualisable sur les spectres  $S_{xx}$ ,  $S_{zz}$  et  $S_{xz}$  (voir Figure 5-29) et sa longueur d'onde croît de  $\frac{\Lambda_{xz}(\frac{t}{T}=0.54)}{l} = 0.21$  à  $\frac{\Lambda_z(\frac{t}{T}=1.11)}{l} = 0.34$  (voir Figure 5-32). Lors de son évolution, la perturbation 3 se rapproche du centre du canal, pendant que la perturbation 2 s'en écarte. Son amplitude diminue sur la quasi-totalité de la période de houle pendant que celle de la perturbation 2 augmente (Figure 5-35). Par ailleurs, d'après la représentation de la phase de l'inter-spectre (Figure 5-34 (b)), cette perturbation correspond à un enroulement du filament en hélice sur la première moitié de son développement, de  $\frac{t}{T} = 0.54$  à  $\frac{t}{T} = 0.76$ . Puis, la déformation finit son évolution confinée dans le plan  $(z, y)$ .

Les trois perturbations, à grande longueur d'onde, identifiées à partir du filament moyen sont caractéristiques des phénomènes qui apparaissent à chaque nouvelle vague sur les tourbillons instantanés. De cette étude, il faut notamment retenir la gamme de longueur d'onde des perturbations étudiées, que les perturbations évoluent aussi bien en position qu'en longueur

d'onde d'une phase à l'autre et que deux perturbations, éventuellement de longueurs d'onde différentes, peuvent fusionner.

### 5.4.3.2. Analyse des filaments instantanés – déformations à petite longueur d'onde

Afin d'avoir accès aux modes locaux de déformations des filaments tourbillonnaires à petite longueur d'onde, la méthode des ondelettes doit être appliquée aux filaments instantanés. Ainsi les déformations de faible longueur d'onde ne sont pas lissées par la moyenne. L'étude porte plus spécifiquement sur le tourbillon de la 20<sup>e</sup> vague considérée (une représentation en est donnée Figure 5-23), comme c'était déjà le cas dans l'analyse de Fourier. Comme pour le tourbillon moyen, l'analyse en ondelettes est appliquée aux signaux  $xb$  et  $zb$ . Les auto-spectres  $S_{xx}$  et  $S_{zz}$  et l'inter-spectre  $S_{xz}$  de ces signaux sont présentés Figure 5-36 et Figure 5-37. Les déformations du tourbillon instantané considéré sont plus importantes que celles du tourbillon moyen car elles ne sont pas lissées par la moyenne. Leur amplitude est à nouveau distribuée arbitrairement en trois classes :  $A \in ]1 \text{ mm}; 1.5 \text{ mm}]$ ,  $A \in ]1.5 \text{ mm}; 2 \text{ mm}]$ ,  $A > 2 \text{ mm}$  pour les auto-spectres  $S_{xx}$  et  $S_{zz}$ . L'inter-spectre est défini de la même manière que précédemment, selon 3 classes :  $|S_{xz}| \in ]10^5 \text{ mm}^6; 2 \times 10^5 \text{ mm}^6]$ ,  $|S_{xz}| \in ]2 \times 10^5 \text{ mm}^6; 3 \times 10^5 \text{ mm}^6]$  et  $|S_{xz}| > 3 \times 10^5 \text{ mm}^6$  pour le module de l'inter-spectre ; hélice, intermédiaire et manivelle pour la phase de l'inter-spectre.

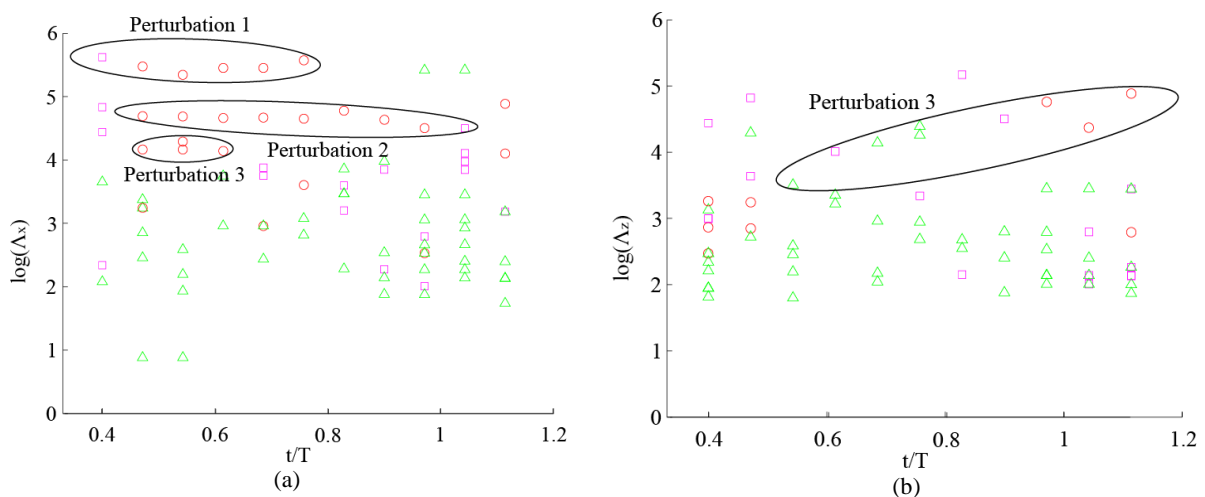


Figure 5-36 - Représentation des auto-spectres associés au tourbillon de la 20<sup>e</sup> période – (a) Longueur d'onde de déformation  $\Lambda_x$  du signal  $xb$  ; (b) Longueur d'onde de déformation  $\Lambda_z$  du signal  $zb$  – Amplitude du mode considéré :  $A > 2 \text{ mm}$  ( $\circ$ ),  $A > 1.5 \text{ mm}$  ( $\square$ ) et  $A > 1 \text{ mm}$  ( $\Delta$ ) - ( $A$  en mm)

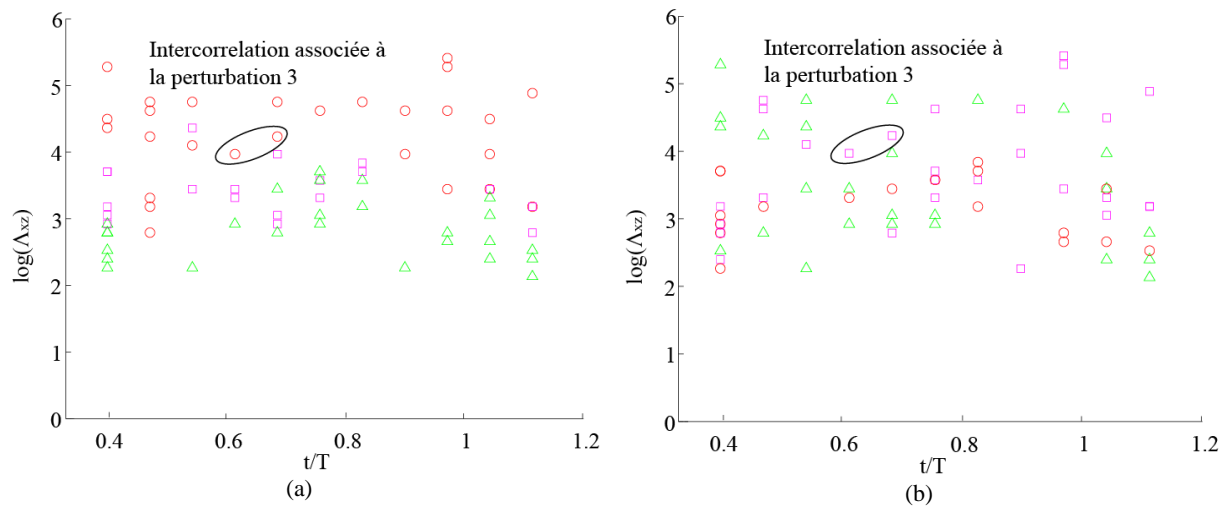


Figure 5-37 - Représentation du module et de la phase de l'inter-spectre associés au tourbillon de la 20<sup>e</sup> vague – (a) Module de l'inter-spectre :  $|S_{xz}(a, b)| > 3 \times 10^5 \text{ mm}^6$  (○),  $|S_{xz}(a, b)| > 2 \times 10^5 \text{ mm}^6$  (◻) et  $|S_{xz}(a, b)| > 10^5 \text{ mm}^6$  (△) ; (b) Phase de l'inter-spectre : hélice (○), intermédiaire (◻) et manivelle (△) - ( $\lambda$  en mm)

D'après un examen attentif des spectres instantanés, non représentés ici, les perturbations à grande longueur d'onde (1, 2 et 3) détectées dans le cas du tourbillon instantané semblent correspondre aux mêmes perturbations que celles du tourbillon moyen.

En revanche, les perturbations à petite longueur d'onde sont multiples et ne peuvent être suivies d'une phase à l'autre (Figure 5-36 et Figure 5-37). Ces déductions ont aussi été faites à partir de l'observation des spectres instantanés  $S_{xx}$ ,  $S_{zz}$  et  $S_{xz}$  (non présentés ici). La résolution temporelle des acquisitions d'image n'est donc pas suffisante pour suivre ces perturbations à petite longueur d'onde si elles existent.

La sélection de longueurs d'onde associées à des modes de déformations n'a pas été possible car les perturbations détectées varient considérablement en longueur d'onde et en position. L'identification d'instabilités responsables de la déstabilisation tridimensionnelle des tourbillons n'est donc pas évidente et encore moins lorsque les petites longueurs d'onde sont considérées. Néanmoins, il est possible que ces déformations soient liées à l'évolution d'onde, de type soliton, au cœur des tourbillons, aboutissant à des éclatements tourbillonnaires. Pour caractériser ce mécanisme d'éclatement, il faut se concentrer sur la structure interne des tourbillons.

## 5.5. Analyse de l'éclatement tourbillonnaire

Les différentes études sur l'éclatement tourbillonnaire (section 5.1) ont montré que ceux-ci peuvent être caractérisés par une structure annulaire du cœur de tourbillon et par une modification de sa taille correspondant à un éclatement en « bulle » ou par des enroulements du tourbillon en hélice ou en double hélice.

De plus, les éclatements peuvent être causés par de fortes vitesses axiales le long du tourbillon.

L'ensemble de ces phénomènes est étudié dans les sections suivantes. Les structures annulaires du cœur de tourbillon peuvent être observées sur les champs instantanés 2D issus de la PIV. Ils sont présentés section 5.5.1. L'enroulement du tourbillon en hélice et double hélice et les vitesses axiales peuvent être observés à partir des visualisations obtenues par stéréo-vidéographie et sont analysées section 5.5.2.

### 5.5.1. Structures annulaires du cœur des tourbillons

La PIV, détaillée dans la section 4, permet de représenter les champs de vortacité 2D dans un plan vertical parallèle aux parois et au centre du canal à houle. En utilisant les fenêtres de visualisation les plus zoomées ( $256 \text{ pixels/cm}$  et  $588 \text{ pixels/cm}$ ), il est possible de représenter les champs instantanés de vortacité, ainsi que les zones dépressionnaires associées au cœur des tourbillons grâce au facteur  $\lambda^2$ . C'est le critère  $\lambda^2$  qui est utilisé car il permet une meilleure visualisation de la structure interne des tourbillons. Dans la section 4.2.2, les zones dépressionnaires étaient associées à des valeurs propres négatives  $\mu_1$  et  $\mu_2$  de la somme des carrés des parties symétrique et antisymétrique du tenseur gradient de vitesse pour obtenir une position moyenne des cœurs de tourbillon. Ici, ce sont les champs instantanés qui sont utilisés. La description du cœur des tourbillons est donc réalisée en utilisant la distribution spatiale de la quantité  $\sqrt{\mu_1^2 + \mu_2^2}$ .

La représentation de ces distributions (Figure 5-38) est réalisée à partir de la visualisation zoomée à  $256 \text{ pixels/cm}$  pour la même phase ( $t/T = 0.9$ ) et pour six vagues sélectionnées. Ceci permet notamment d'observer que la position des tourbillons dans le plan  $(x, z)$  varie mais aussi que la structure à cœur n'est pas toujours la même. Cela peut s'expliquer par la présence ou non d'une structure de type « bulle » associée à l'éclatement tourbillonnaire.

Cette structure, évoluant selon l'axe des tourbillons, ne sera pas toujours positionnée à la même position d'une vague à l'autre. Lorsqu'elle est présente, la structure des tourbillons est annulaire alors qu'elle est plutôt gaussienne autrement.

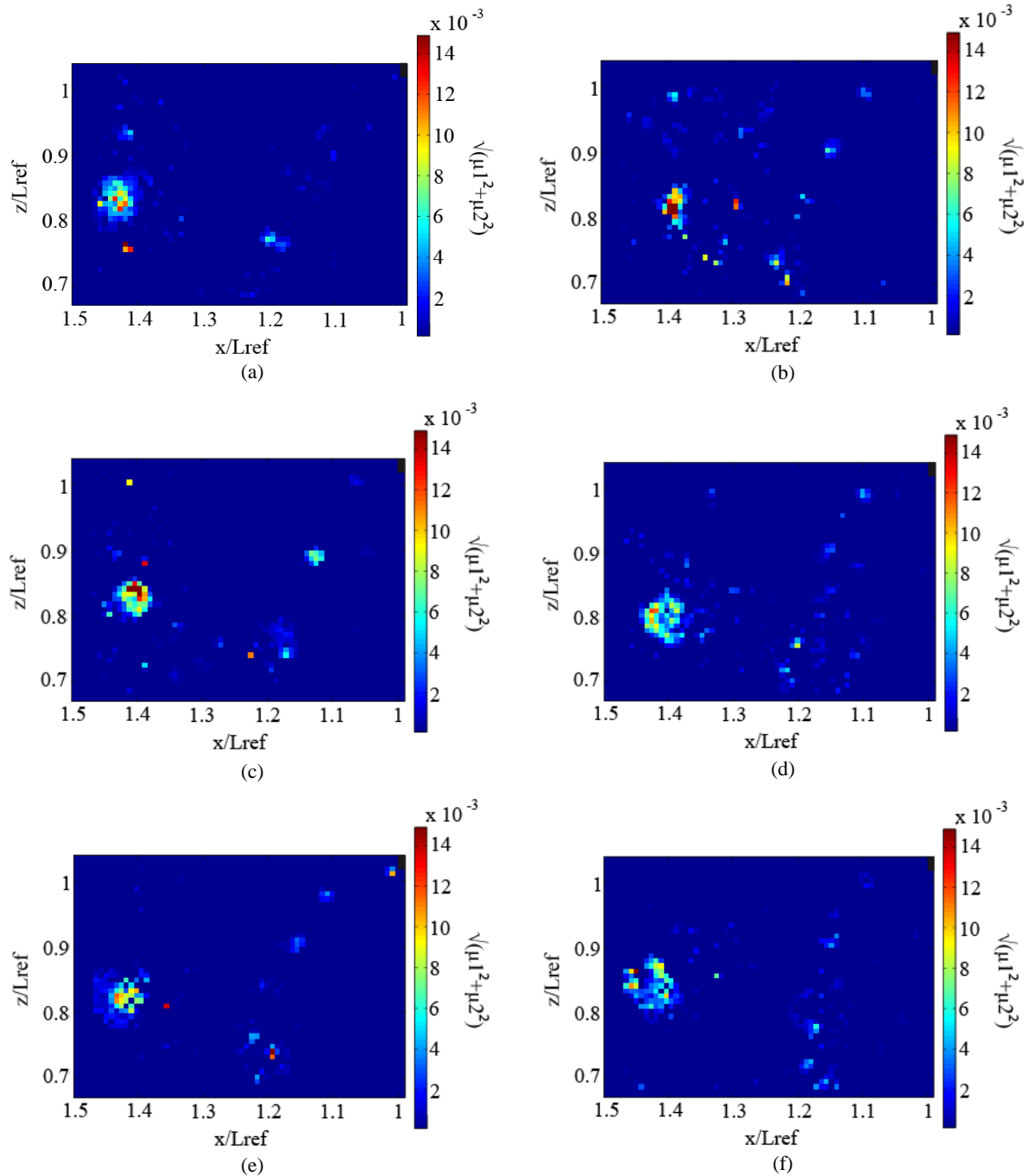


Figure 5-38 - Représentation de la structure au cœur des tourbillons instantanés en utilisant le facteur  $\lambda_2$  ( $\mu_1$  et  $\mu_2$  sont les valeurs propres négatives de la somme des parties symétrique et antisymétrique du tenseur gradient de vitesse toutes deux au carré), à l'instant  $t/T = 0.9$  et pour six vagues différentes considérées - Résolution : 256 pixels/cm

Des structures annulaires apparaissent par exemple sur la Figure 5-38 (d) et (f) et ce ne sont pas des cas isolés.

La propagation d'une onde axisymétrique de type « bulle » à cœur décrite par Brücker et Althaus (56) est présentée Figure 5-39.

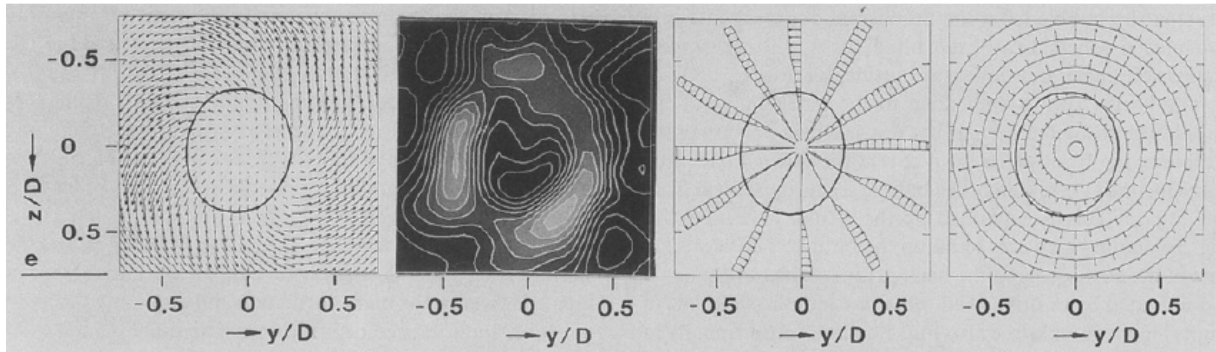


Figure 5-39 – Champs de vitesse et de vorticité dans le plan perpendiculaire à l'axe du tourbillon : (1) Champ de vitesse 2D (vitesse maximum = 0.9 cm/s), (2) Vorticité principale axiale, (3) Vitesses azimutales 2D et (4) Vitesses radiales 2D (Tiré de Brücker et Althaus(56))

La résolution des champs de vitesse instantanés utilisée dans notre étude n'est pas suffisante pour que les profils de vitesse azimutale induite par le tourbillon soient semblables à ceux de Brücker et Althaus (Figure 5-40).

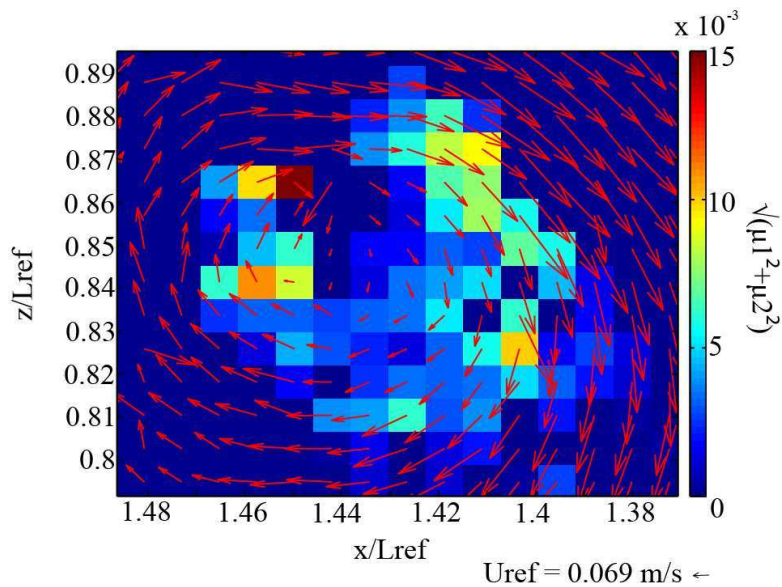


Figure 5-40 - Champ de vitesse associé à la détection des zones dépressionnaires au cœur du tourbillon instantané pour  $t/T = 0.9$  - Résolution : 256 pixels/cm

L'évolution d'une onde de pression, assimilable à une structure de type « bulle », au cœur des tourbillons peut aussi se traduire par des modifications de la taille du cœur des tourbillons dans son sillage comme le préconise Moet *et al* (59) (Figure 5-41).

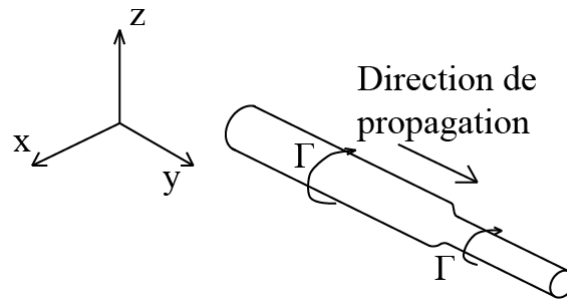


Figure 5-41 – Evolution d'une onde au cœur d'un tourbillon (Tiré de Moet *et al* (59))

Dans leur étude, la circulation  $\Gamma$  est la même sur tous les tronçons du filament. Ainsi après le passage de l'onde, la vitesse azimutale  $u_\theta$  du tourbillon est plus faible puisque sa taille  $a$  est plus grande ce qui est très déstabilisant dans le cas où il existe des vitesses axiales. Sur la Figure 5-38 la taille du cœur  $a$  des tourbillons n'est pas la même pour toutes les vagues, ainsi certains tronçons de tourbillon sont plus ou moins étirés ce qui pourrait correspondre au développement d'une structure de type « bulle ».

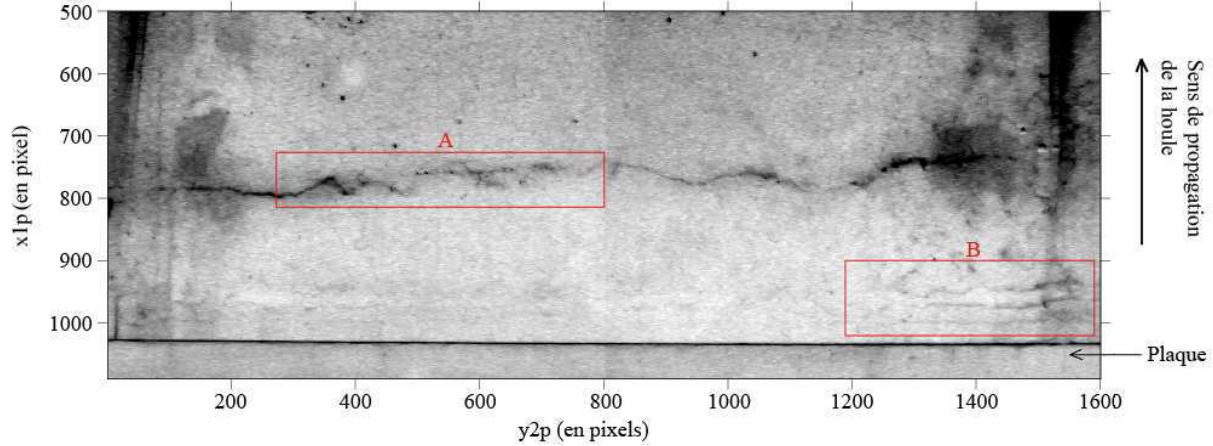
La présence d'une onde axisymétrique de type « bulle » ne peut être confirmée en utilisant les champs de vitesse 2D issus de la PIV car la résolution n'est pas assez bonne. Cependant, d'autres caractéristiques d'éclatement sont observées sur les visualisations issues de la Stéréo Vidéographie.

### 5.5.2. Observations des phénomènes d'éclatement et de reconnexion

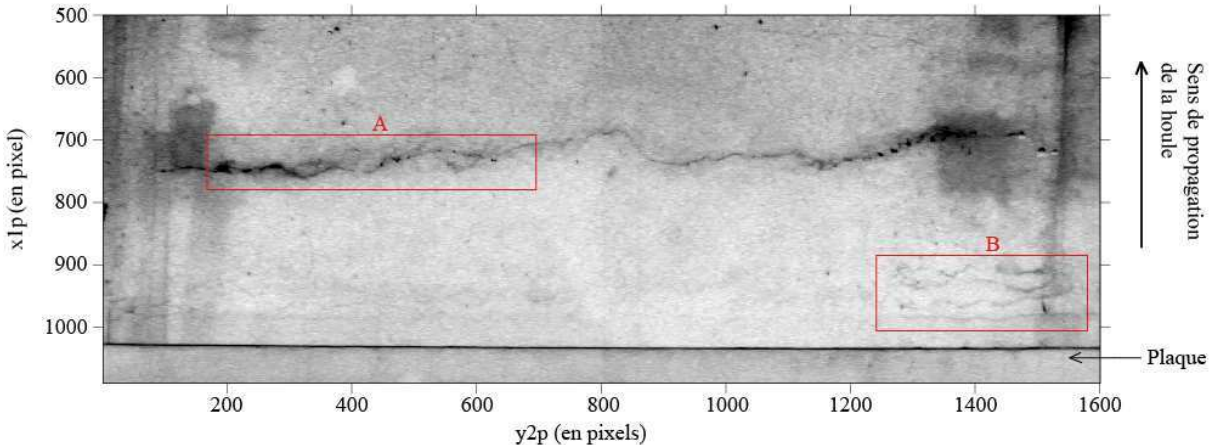
Les visualisations issues de la caméra 2, située sous la plaque, (Figure 5-10) révèlent des éclatements tourbillonnaires en double hélice (zone A de la Figure 5-42 (b) et (c)). Par exemple, la propagation d'une onde à l'origine d'un éclatement de ce type sur une période de houle donnée est présentée Figure 5-42 pour le tourbillon de la 46<sup>e</sup> vague. Elle commence à être observable à l'instant  $t/T = 0.69$  ce qui correspond au développement des structures tourbillonnaires positives générées par instabilité de Kelvin Helmholtz, observables, par ailleurs sur la zone B de la Figure 5-42 (a), (b) et (c), à proximité de la plaque. Cette instabilité a déjà été détectée et identifiée dans l'étude bidimensionnelle (voir section 4). D'après les observations réalisées, les parois ne semblent pas être à l'origine de la formation de cette onde comme c'est le cas dans l'expérience de Leweke (60). En effet, dans cette



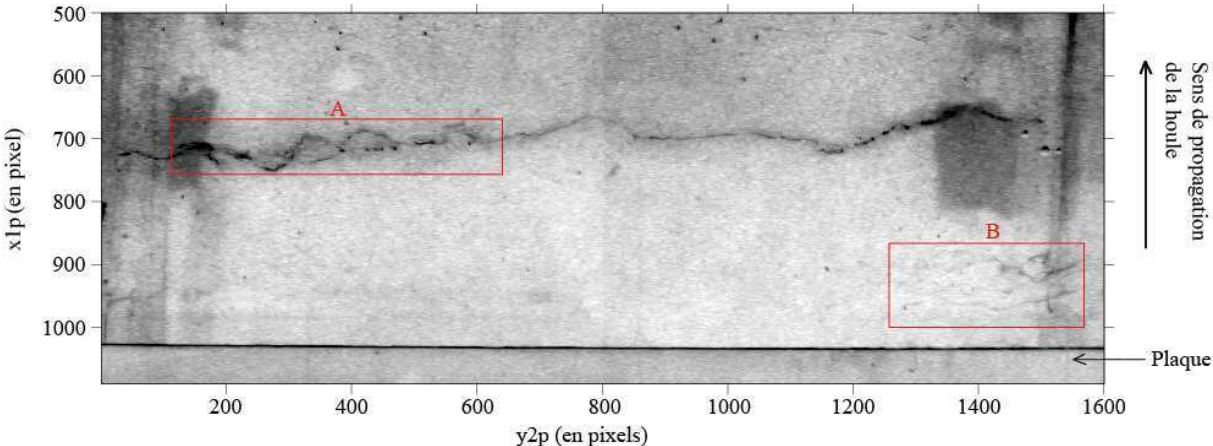
dernière étude les ondes se propagent à partir d'une perturbation à la paroi alors que dans le cas présent la perturbation semble être initiée au centre du canal et se propager vers la paroi latérale (gauche sur la Figure 5-42).



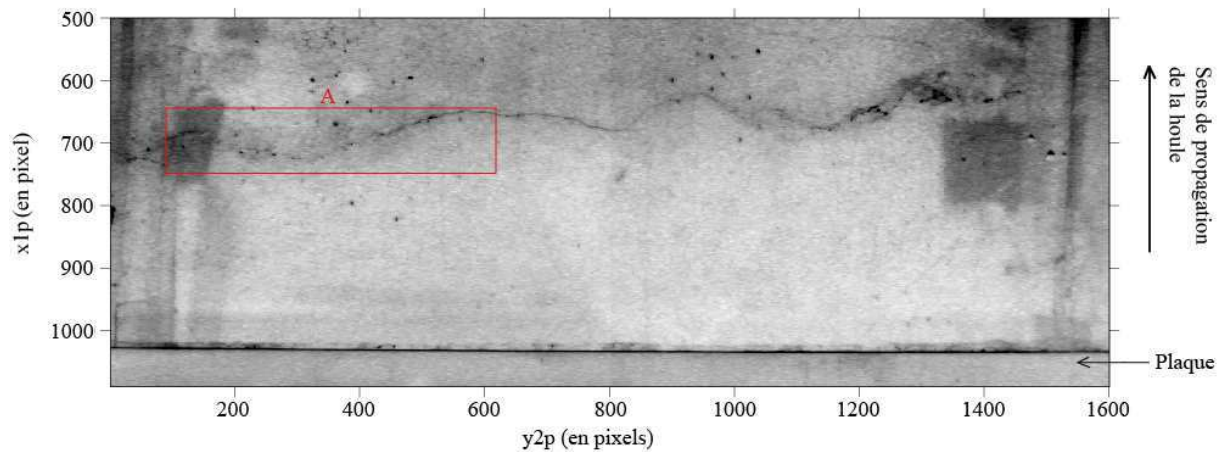
(a)



(b)



(c)



(d)

Figure 5-42 – Images en négatif de l'évolution d'une onde au cœur du tourbillon de la 46<sup>e</sup> vague : (a)  $t/T = 0.69$ , (b)  $t/T = 0.76$ , (c)  $t/T = 0.83$  et (d)  $t/T = 1.11$  – A : zone de développement de l'éclatement en double hélice, B : structures de Kelvin Helmholtz

L'éclatement tourbillonnaire détecté ne semble pas être à l'origine de la destruction du tourbillon. Le filament tourbillonnaire existe toujours une fois la propagation de l'onde terminée (Figure 5-42 (d)). Soit les branches d'hélice se sont reconnectées, soit l'une des branches s'est dissipée.

Par ailleurs, d'autres ondes se propagent à cœur lors de l'évolution du tourbillon. L'une d'entre elles est observable Figure 5-43 pour le tourbillon de la 8<sup>e</sup> vague. Elle est émise à partir de l'une des parois latérales du canal et présente également un éclatement en double hélice. Elle pourrait être issue des perturbations de paroi décrites par Leweke (60).

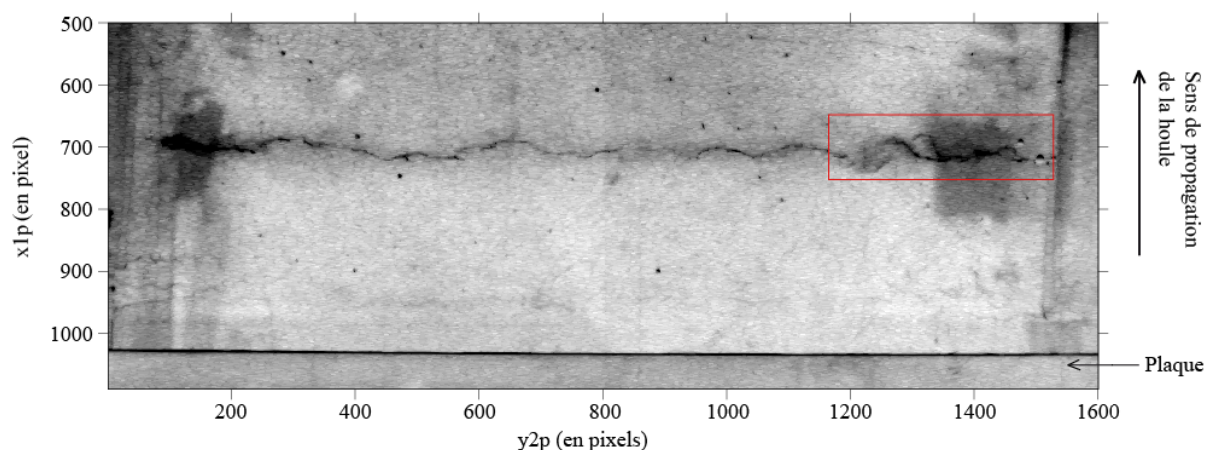


Figure 5-43 – Image en négatif de l'évolution d'une onde au cœur du tourbillon de la 8<sup>e</sup> vague à l'instant  $t/T = 0.83$

De la même manière que précédemment, cet éclatement en double hélice (Figure 5-43) n'entraîne pas la destruction immédiate du tourbillon. L'éclatement, lui-même, défini par

l'existence d'un point singulier au cœur des tourbillons, ne correspond pas nécessairement à leur rupture.

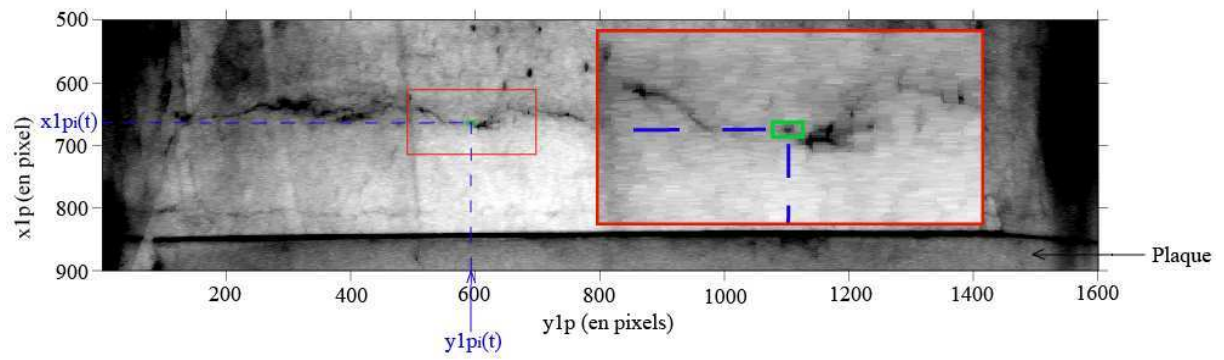
Il faut noter que dans les deux cas d'éclatement en double hélice, l'onde correspondante se propage dans la même direction que les perturbations 2 et 3 du tourbillon moyen détectées lors de l'analyse en ondelettes et que les positions et les temps concordent avec ces perturbations.

En effet, la perturbation 2 existe aux instants  $t/T = 0.69$ ,  $t/T = 0.76$  et  $t/T = 0.83$  (voir l'auto-spectre  $S_{xx}$  de la Figure 5-29 aux instants considérés ainsi que la représentation de cette perturbation sur la Figure 5-31) et est présente sur toute la largeur du canal. En  $t/T = 0.83$ , elle commence à être entraînée du centre vers la paroi latérale du canal.

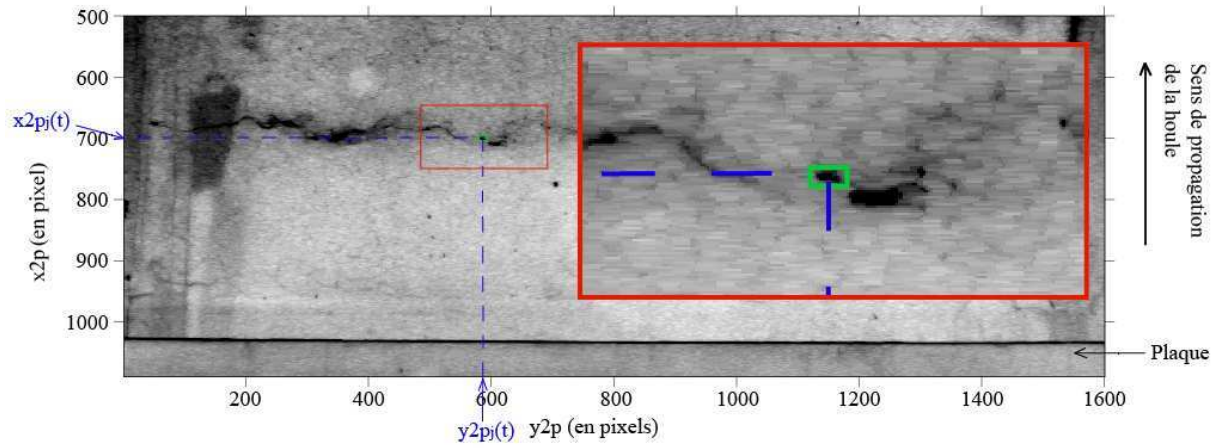
La perturbation 3 est, quant à elle, générée sur l'autre extrémité du canal. A l'instant  $t/T = 0.83$ , cette perturbation évolue vers le centre du canal (voir l'auto-spectre  $S_{zz}$  de la Figure 5-29) à l'instant considéré ainsi que la représentation de cette perturbation sur la Figure 5-32).

L'évolution d'ondes au cœur des tourbillons est accompagnée de vitesses axiales non négligeables. La Figure 5-44 montre les images enregistrées par les deux caméras à deux instants successifs  $t/T = 0.83$  et  $t/T = 0.9$  et permet le suivi d'une grosse bulle au cœur du tourbillon.

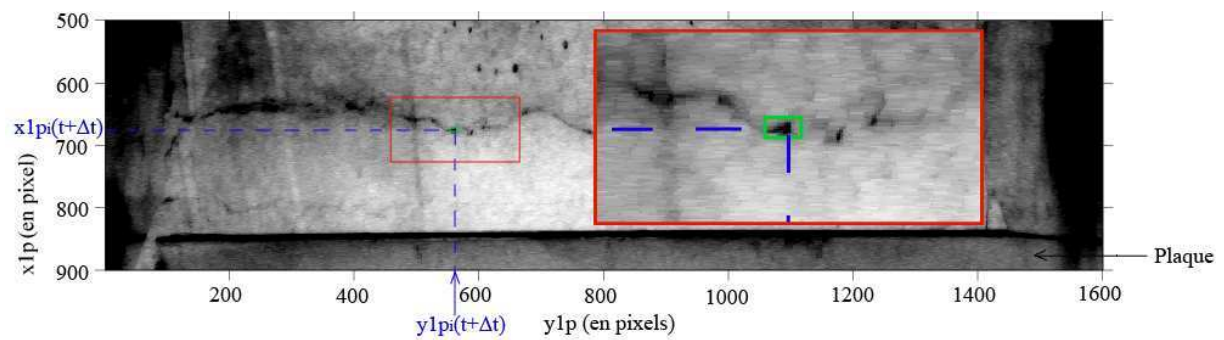
À partir de l'algorithme de Hall (61) les coordonnées réelles de cette grosse bulle sont déterminées en deux instants consécutifs sur le tourbillon instantané de la troisième vague considérée et permettent de calculer sa vitesse instantanée selon l'axe du tourbillon. Celle-ci s'élève à  $0.11 \text{ m/s}$  ce qui est du même ordre de grandeur que la vitesse de référence  $U_{ref} = 0.069 \text{ m/s}$  associée à la houle seule. Elle est également du même ordre de grandeur que les vitesses azimutales des tourbillons. Dès lors que les vitesses axiales atteignent de telles valeurs, les paramètres définissant la stabilité des tourbillons (nombre de Rossby (56) et *swirl*  $q$  (43) par exemple) se rapprochent des valeurs critiques pour lesquelles des instabilités tourbillonnaires apparaissent (voir section 5.1.4).



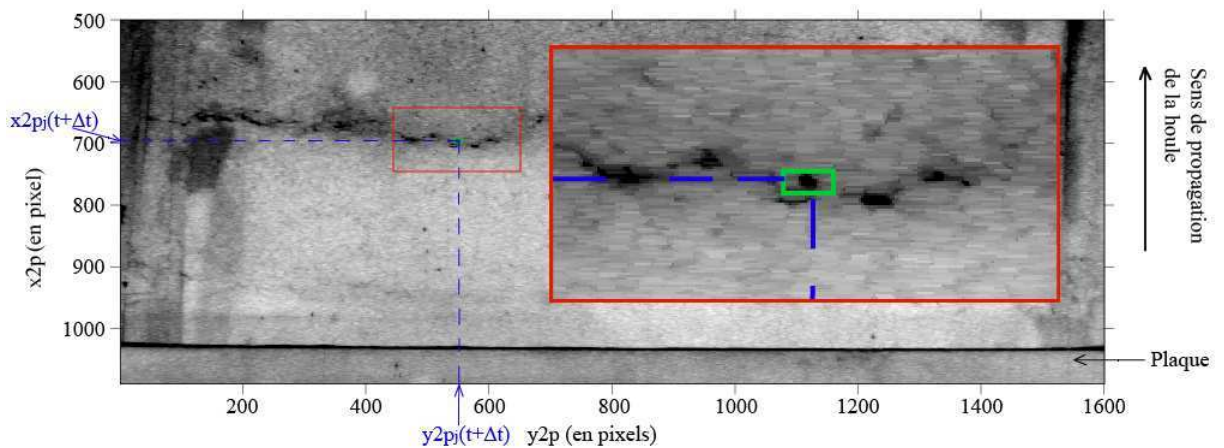
(a)



(b)



(c)



(d)

Figure 5-44 – Images en négatif du suivi d'une bulle dans son déplacement de l'instant  $t/T = 0.83$  à  $t/T = 0.9$  sur la 3<sup>e</sup> vague considérée

Néanmoins pour être plus précis il faudrait avoir accès à la distribution de vitesse axiale au cœur des tourbillons pour déterminer quantitativement ces paramètres.

## 5.6. Discussion sur les phénomènes induisant la déstabilisation des tourbillons

Les différentes instabilités pouvant induire la perturbation des tourbillons ainsi que les mesures réalisées permettent de proposer des scénarios de phénomènes induisant la déstabilisation des tourbillons.

La résolution temporelle utilisée ne permet pas de caractériser l'instabilité de Widnall (38) car les petites longueurs d'onde mesurées ne sont pas conservées d'une phase à l'autre.

Pour confronter les mesures à l'instabilité de Crow (37) il est nécessaire de déterminer la taille effective du cœur des tourbillons :  $a_e$ . La détermination de la taille  $a$  du cœur est complexe. En effet, la structure interne des tourbillons varie d'une vague à l'autre en fonction de l'évolution d'ondes à cœur. Cependant, en considérant la moyenne des profils de vorticité sur 50 périodes centrés sur le cœur des tourbillons (considéré comme la position autour de laquelle les particules fluides tournent), à une phase donnée, celle-ci se rapproche du profil de vorticité du tourbillon de Lamb Oseen (Figure 5-45). Ce dernier se définit par (5-17).

$$\omega_{\text{lamb oseen}} = -\frac{\Gamma}{\pi a^2} \exp\left(-\frac{(x_0 - x)^2}{a^2}\right) \quad (5-17)$$

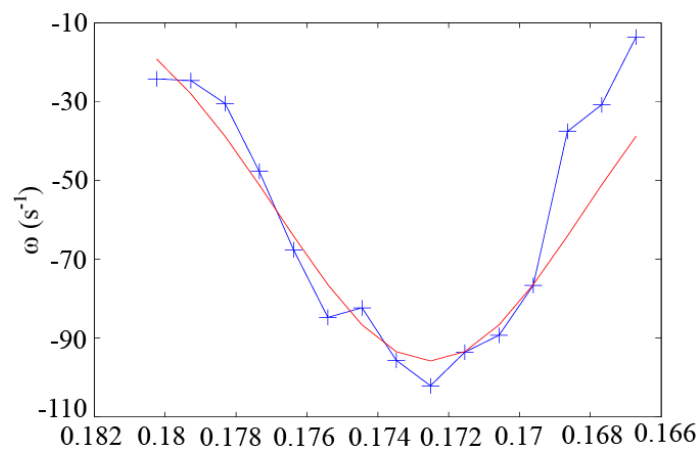


Figure 5-45- Profil de vorticité moyen déduit des champs instantanés de la visualisation zoomée (résolution : 256 pixels/cm) pour  $t/T = 0.78$  : (--) tourbillon de Lamb Oseen et (---) profil moyen mesuré

Sur la Figure 5-45, le profil de vorticité mesuré est déterminé pour  $t/T = 0.78$ . Cela correspond au début de l'advection mutuelle des tourbillons vers le fond du canal (voir Figure 4-16 (i) correspondant au champ de vorticité moyen à  $t/T = 0.8$ ). La taille du cœur  $a$  du tourbillon de Lamb Oseen correspondant au profil moyen mesuré est de  $6.1 \text{ mm}$ . Ce calcul de  $a$  est discutable car il est difficile de centrer les profils par rapport à chacune des 50 structures tourbillonnaires considérées mais il permet de donner un ordre de grandeur de la taille du cœur. Pour caractériser l'instabilité de Crow il faut se ramener à un tourbillon de vorticité uniforme de type Rankine. Pour cela, l'équivalence est possible entre le tourbillon de Lamb-Oseen et le tourbillon de Rankine. La taille effective de cœur du tourbillon de Rankine correspondant est de  $a_e = 1.36 \times a = 8.3 \text{ mm}$ . Dans le cas du profil de vorticité uniforme associé à une taille effective de cœur  $a_e$ , le *cut-off*  $d$  est égal à  $0.321 \times a_e = 2.7 \text{ mm}$ . La distance  $b$  mesurée entre les tourbillons, à partir du champs de vorticité moyen, est, quant à elle, égale à  $32 \text{ mm}$ . Le rapport  $\frac{\delta}{\beta} = \frac{d}{b} = 0.083$  est déduit de  $d$  et  $b$  et permet de détecter les valeurs de  $\beta$  pour lesquelles l'instabilité de Crow se manifeste (voir Figure 5-46).

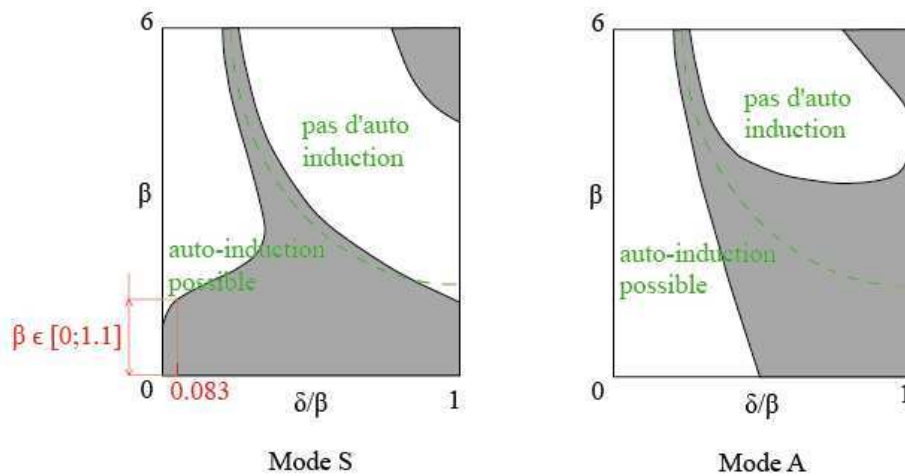


Figure 5-46 - Valeurs de  $\beta$  pour lesquelles l'instabilité de Crow se manifeste

Pour le mode symétrique ces valeurs appartiennent à l'intervalle  $[0; 1.1]$ . La longueur d'onde adimensionnée correspondant à l'instabilité est donnée par la relation (5-18).

$$\frac{\Lambda_c}{l} = \frac{2\pi b}{\beta} \geq 0.62 \quad (5-18)$$

Cette longueur d'onde (18.3 cm) correspond à un peu plus de la moitié de la largeur  $l$  du canal. Elle correspond également à la gamme de longueurs d'onde détectée par l'analyse en ondelettes de la perturbation 1 dont la longueur d'onde décroît de  $\frac{\Lambda(\frac{t}{T}=0.47)}{l} = 0.81$  à  $\frac{\Lambda(\frac{t}{T}=1.19)}{l} = 0.58$  (voir section 5.4.3.1). La forme générale des tourbillons observée pour les grandes longueurs d'onde pourrait donc correspondre à l'instabilité de Crow.

Le temps caractéristique de l'instabilité de Crow, adimensionné par la période de houle, correspondant est de  $\frac{2\pi b^2}{\Gamma_+ T} = 0.61$  s, ce qui correspond à un peu plus d'une demi-période de houle ( $\Gamma_+$  correspond à la circulation du tourbillon contrarotatif positif agissant sur le tourbillon principal négatif (voir Figure 4-18 de la section 4.3.2.3)). Ce temps caractéristique permettrait donc de suivre l'instabilité de Crow dans cette étude.

En ce qui concerne les instabilités induisant des éclatements tourbillonnaires, la quantité de *swirl*  $q$  qui s'applique au cas d'un tourbillon de Batchelor semble adaptée à la présente étude car le profil 2D de vorticité est assimilable à un tourbillon de Lamb Oseen. En effet, le tourbillon de Batchelor correspond à l'extension tridimensionnelle du tourbillon de Lamb Oseen en y ajoutant un écoulement axial ayant un profil gaussien également.

Si, la vitesse mesurée,  $w = 0.11$  m/s, entre les instants  $t/T = 0.83$  et  $t/T = 0.9$  est considérée comme la vitesse axiale maximum à cœur et que la vitesse axiale à l'infini est prise nulle alors le paramètre  $q = \frac{\Gamma}{2\pi a \Delta w} = 2.59$  avec  $a(\frac{t}{T} = 0.86) = 5.7$  mm et  $\Gamma(\frac{t}{T} = 0.86) = -0.0103$  m<sup>2</sup>/s. Cette valeur de  $q$  n'est pas suffisamment petite pour qu'apparaisse des instabilités. Néanmoins, l'incertitude sur  $\Delta w$  est assez grande et le paramètre  $q$  n'est que 2 fois supérieur à sa valeur critique en de   de laquelle une instabilité apparaît et donne naissance à un éclatement tourbillonnaire.

## 5.7. Conclusion sur la déstabilisation tridimensionnelle des tourbillons

Le scénario de la déstabilisation tridimensionnelle des tourbillons pourrait être le suivant :

- les tourbillons négatifs sont générés en bord de plaque ;

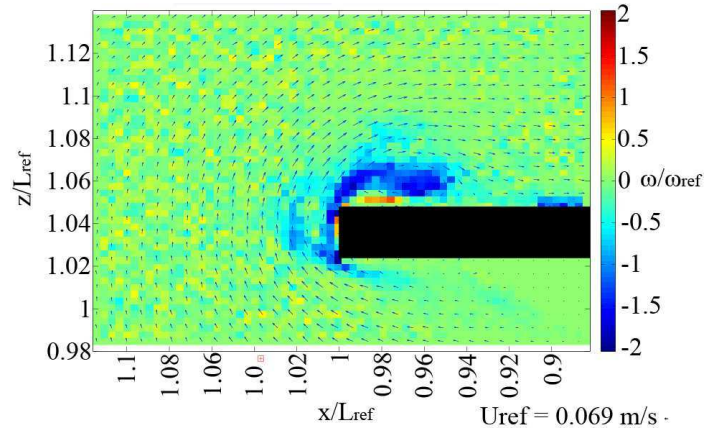


Figure 4-11 (a) - Champ de vorticité, zoom sur l'extrémité aval de la plaque - résolution : 588 *pixels/cm* - instant  $t/T = 0$

- des tourbillons contrarotatifs apparaissent par instabilité de Kelvin Helmholtz dans la nappe de vorticité ;

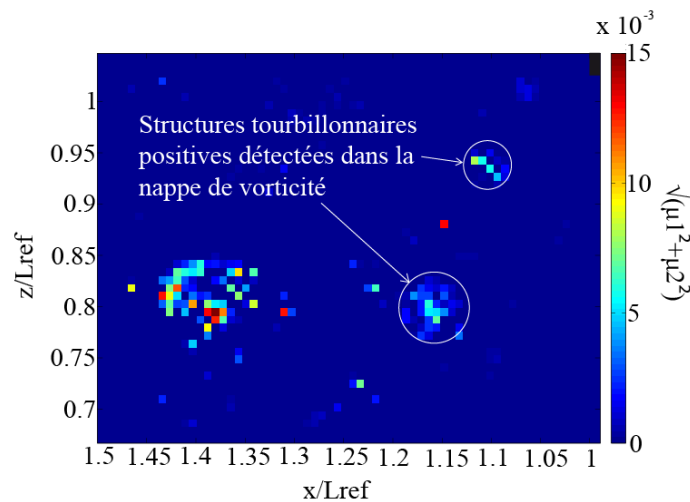


Figure 4-14 - Structures tourbillonnaires positives détectées dans la nappe de vorticité positive à partir du facteur  $\lambda_2$  appliqué à un champ de vitesse instantané à l'instant  $t/T = 0.88$  ( $\mu_1$  et  $\mu_2$  sont les valeurs propres négatives de la somme des parties symétrique et antisymétrique du tenseur gradient de vitesse toutes deux au carré)

- les paires de tourbillons interagissent et d'après les longueurs d'onde mesurées, l'instabilité de Crow pourrait entrer en œuvre ;



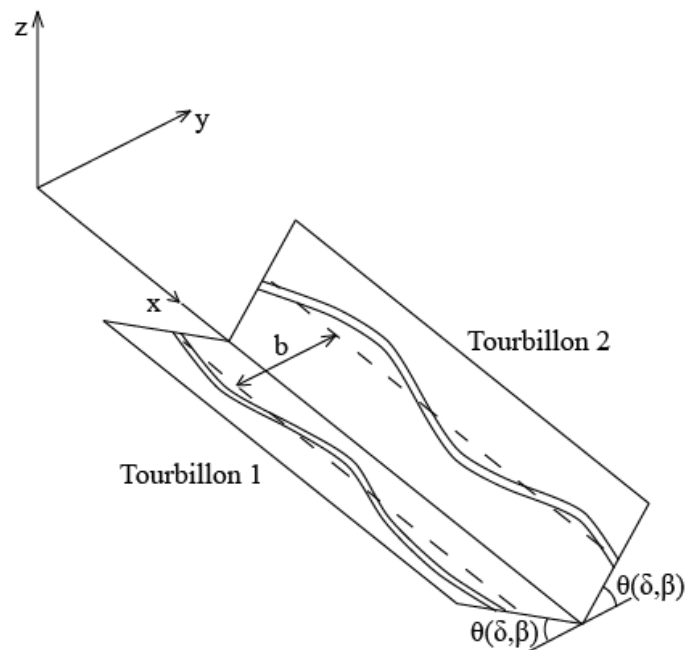


Figure 5-4 - Instabilités de Crow pour une paire de tourbillons contrarotatifs

- cette dernière instabilité ainsi que les parois induiraient le développement d'ondes, type soliton, au cœur du tourbillon s'accompagnant de fortes vitesses axiales ;
- ces vitesses mènent ensuite à l'apparition des instabilités qui entraînent des éclatements tourbillonnaires en double hélice (Figure 5-42 (c) par exemple) ;

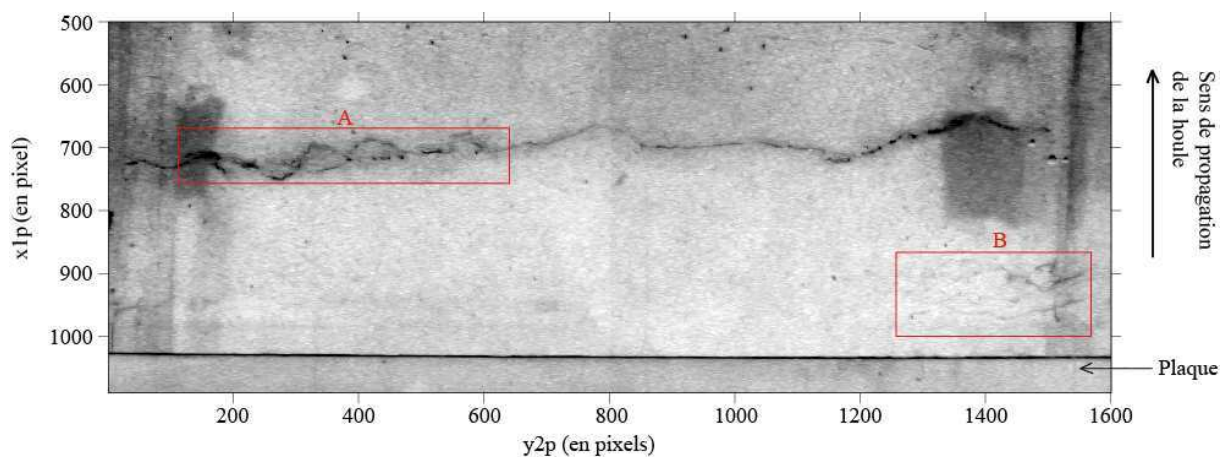


Figure 5-42 (c) - Images en négatif de l'évolution d'une onde au cœur du tourbillon de la 46<sup>e</sup> vague - instant  $t/T = 0.83$  -  
 A : zone de développement de l'éclatement en double hélice, B : structures de Kelvin Helmholtz

- les éclatements peuvent être suivis par des reconnections du tourbillon qui reste fortement déformé ; la rupture des tourbillons se manifeste lorsque les vitesses azimutales sont faibles et les déformations grandes.

# Conclusion

La présence de structures immergées dans la mer perturbe l'environnement marin. En effet, lors de leur interaction avec la houle des tourbillons sont générés aux bords des structures et évoluent vers la surface libre, les fonds marins et/ou éventuellement des structures voisines. L'étude de l'impact de ces tourbillons sur leur environnement nécessite une bonne compréhension de la dynamique tourbillonnaire dans un champ de houle. Cette étude est menée expérimentalement. Pour simplifier le problème, nous avons considéré une structure de géométrie simple, une plaque horizontale, utilisée comme générateur de tourbillon. La houle générée par un batteur oscillant est monochromatique. Les paramètres géométriques et de houle ont été choisis de manière à limiter la réflexion, générer un faible taux d'harmonique pour l'onde transmise et ne pas trop perturber la surface libre afin d'éviter les déferlements (2).

L'étude bidimensionnelle, réalisée par PIV, a permis de comprendre comment se forment les tourbillons en bord de plaque et comment ils évoluent autour de la plaque en amont et en aval. Les tourbillons évoluent par paires. En aval, un tourbillon de vortacité négative se forme au-dessus de la plaque par décollement de couche limite en bord de plaque. Puis un tourbillon contrarotatif positif est généré dans la nappe de vortacité positive, en bord de plaque, environ une demi-période plus tard, par l'instabilité de Kelvin Helmholtz. En amont, les tourbillons positifs et négatifs sont tous deux générés par décollement de couche limite à l'extrémité de la plaque.

Les tourbillons influencent largement l'écoulement autour de la plaque qui est très différent de celui prédit par les modèles analytiques qui ne prennent pas en compte la dynamique tourbillonnaire. Ce résultat reste valable lorsque le rapport  $L/\lambda$  est cinq fois plus petit (petite plaque), avec  $L$  la longueur de plaque et  $\lambda$  la longueur d'onde de la houle incidente.

De très fortes vitesses sont induites par l'advection des paires de tourbillons et rendent l'écoulement autour de la plaque fortement asymétrique. Cette asymétrie est aussi constatée par la mesure de la circulation autour de la plaque qui a une moyenne non nulle sur une période. Cette circulation induit des efforts de portance s'additionnant aux efforts instationnaires.

Lors de l'advection des paires de tourbillons, ceux-ci alimentent deux cellules de recirculation sous la plaque. En aval, les tourbillons atteignent quasiment le fond du canal et pourraient

général de l'affouillement dans le cas d'un lit sédimentaire. Lorsque le rapport  $L/\lambda$  est cinq fois plus petit (petite plaque), une seule cellule de recirculation, en dessous de la plaque, est alimentée par la paire de tourbillons aval et une autre cellule, au-dessus de la plaque, est alimentée par la paire de tourbillon amont. Ces cellules de recirculation caractérisent assez bien l'écoulement général autour de la plaque ; les deux configurations sont assez différentes de ce point de vue.

De ce fait, les efforts de portance, reliés au calcul de la circulation moyenne (sur la période de houle) autour de la plaque, sont aussi très différents d'une configuration à l'autre, allant même jusqu'à changer de sens.

Il existe une similitude assez forte entre les deux configurations étudiées (petite et grande plaques) concernant l'évolution temporelle de la circulation adimensionnée. La longueur de plaque a donc une réelle influence sur la circulation des tourbillons (les tourbillons sont cinq fois moins intenses dans le cas de la petite plaque). Par ailleurs, la durée de vie des tourbillons est plus longue dans le cas de la petite plaque. Ils parcourent aussi une distance adimensionnée plus grande que dans le cas de la grande plaque. Dans tous les cas, la circulation des tourbillons décroît au cours de leur évolution. Ceci est notamment dû à la dissipation des tourbillons qui correspond, dans les deux cas de figure, au développement de phénomènes de déstabilisation tridimensionnelle.

Dès lors que des perturbations 3D se manifestent, des instabilités peuvent apparaître et aboutir à des grandes déformations, des éclatements et des ruptures de tourbillons. Néanmoins, les phénomènes déstabilisants semblent être plus importants dans le cas de la grande plaque. L'étude de la déstabilisation tridimensionnelle est donc réalisée en considérant le cas de la grande plaque.

Les phénomènes de déstabilisations tridimensionnelles sont observés grâce à la Stéréo-Vidéographie. Les perturbations des filaments tourbillonnaires sont caractérisées par leur longueur d'onde et leur amplitude déterminées par des méthodes spectrales. L'analyse en ondelette des filaments tourbillonnaires a permis de révéler trois perturbations à grande longueur d'onde évoluant en position et en longueur d'onde. La perturbation 1, ayant la plus grande longueur d'onde, reste fixe sur la quasi-totalité de la période de houle. La perturbation 2 évolue plutôt du centre vers l'une des parois latérales du canal. La perturbation 3 évolue de l'autre paroi vers le centre du canal. Les deux premières perturbations sont confinées dans le plan horizontal alors que la dernière perturbation est tridimensionnelle durant la première moitié de son développement, puis, est contenue dans un plan vertical durant la seconde

moitié de son développement. Les amplitudes des deux premières perturbations ont tendance à augmenter tout au long de la période de houle alors que la dernière décroît.

L'instabilité de Crow pourrait être associée à la première de ces perturbations. En effet, la gamme de longueurs d'onde de cette perturbation appartient au domaine d'apparition de cette instabilité.

L'évolution des deux autres perturbations dans le temps et dans l'espace peut faire penser à l'évolution d'ondes le long du filament. Elles évoluent dans le même sens que les ondes, type soliton, dans le sillage desquelles sont observés des éclatements en double hélice sur certaines vagues considérées.

De telles ondes peuvent être générées par auto-induction dans le cas de grandes déformations, par induction mutuelle des tourbillons contrarotatifs (Crow) ainsi que par les effets aux parois. Les ondes observées s'accompagnent de vitesses axiales non négligeables dans leur sillage. Au cours de nos observations nous avons pu constater que ces vitesses peuvent atteindre la valeur de  $0.11 \text{ m/s}$ , ce qui est du même ordre de grandeur que la vitesse caractéristique  $U_{ref}$  de la houle ou que de la vitesse azimutale des tourbillons. Lorsque la vitesse axiale atteint de telles valeurs, les paramètres qui définissent la stabilité des tourbillons sont proches des valeurs critiques à partir desquelles apparaissent des instabilités qui mènent à l'éclatement tourbillonnaire.

Les profils de vitesse mesurés révèlent que les tourbillons issus des mesures sont proches des tourbillons de Lamb Oseen. Dans ce cas, le *swirl*  $q = \frac{\Gamma}{2\pi a \Delta w}$  est utilisé comme critère de stabilité. L'instabilité apparaît lorsque  $q < 1.5$  et la valeur mesurée à l'instant considéré  $t/T = 0.86$  est de  $q = 2.59$ . Néanmoins, le manque de précision, dû au manque de données sur la distribution de vitesse axiale à cœur, ne permet pas de dire que le tourbillon est toujours stable. D'autant plus, que dans les faits, des éclatements en double hélice sont observés.

Les perspectives envisageables à la suite de ce travail de thèse sont de faire varier certains paramètres afin de déterminer leur influence sur la topologie de l'écoulement autour de la plaque. La longueur de plaque  $L$  rapportée à la longueur d'onde  $\lambda$  de la houle a une grande influence sur l'écoulement. Son choix définit le nombre et la position des cellules de recirculation autour de la plaque. Il serait intéressant de connaître la valeur du rapport  $L/\lambda$  à partir de laquelle, l'écoulement moyenné sur une période passe d'un système à deux cellules à un système à quatre cellules.

La mesure des efforts de portance est aussi envisagée notamment pour faire le lien avec la partie numérique sur laquelle notre équipe travail (voir Annexe 2). Cette mesure permettrait de déterminer la part due à la circulation par rapport à la part due aux effets instationnaires associés à la houle. Le développement du code « vortex » (voir Annexe 2) permettra aussi, à termes, de faire varier les paramètres du problème plus facilement qu'en expérimental.

En 3D, les perspectives sont d'étudier de manière approfondie la structure du cœur des tourbillons afin de déterminer quel type d'onde s'y propage et si un éclatement de type « bulle » se développe avant de donner naissance à l'éclatement en double hélice. La stéréo-PIV permettra d'avoir accès à la distribution de vitesse axiale au cœur du tourbillon et permettra de quantifier précisément les paramètres qui déterminent la stabilité des tourbillons, notamment la quantité de *swirl*  $q$ . En effet, si un gradient de vitesse axiale plus important est constaté à cœur, du fait de vitesses axiales de sens opposés entre le cœur et la périphérie par exemple, la gamme des valeurs conduisant à des instabilités sera probablement atteinte.

Par ailleurs, il serait intéressant de faire varier la longueur de plaque afin de déterminer si les tourbillons sont effectivement plus stables aux perturbations 3D dans le cas d'une plaque plus petite.

Les autres paramètres géométriques ainsi que les conditions de houle pourraient également être modifiés pour constater quels sont leur impact sur l'évolution et la déstabilisation des tourbillons.

# Bibliographie

1. **Parapatanich, M. and Cheong, H. F.** Reflexion and transmission characteristics of a regular and random wave from a submerged horizontal plate. *Coast. Eng.* 1989, Vol. 13, 2, pp. 161-182.
2. **Brossard, J., et al.** Higher harmonics induced by a submerged horizontal plate and a submerged rectangular step in a wave flume. *Coast. Eng.* Vol. 56, 1, pp. 11–22.
3. **Sumer, B. M., Whitehouse, R. J. S. and Torum, A.** Scour around coastal structures: a summary of recent research. *Coast. Eng.* 2001, Vol. 44, pp. 153–190.
4. **Young, D. M. and Testik, F. Y.** Onshore scour characteristics around submerged vertical and semicircular breakwaters. *Coast. Eng.* 2009, Vol. 56, pp. 868–875.
5. **Boulier, B.** *Evolution spatio-temporelle de structures tourbillonnaires dans la houle.* Université du Havre : s.n., 1996. p. 205 p. Thèse de doctorat.
6. **Whittaker, T.; Collier, D.; Folley, M.; Osterried, M.; Henry, A.; Crowley, M.** The development of oyster - a shallow water surging wave energy converter. *7th European Wave Tidal Energy Conference.* 2007.
7. **Folley, M., Whittaker, T. and Van't Hoff, J.** The design of small seabed-mounted bottom-hinged wave energy converters. *7th European Wave and Tidal Energy Conference.* 2007.
8. **Falcao, A. F. de O.** Wave energy utilization : A review of the technologies. *Renewable and Sustainable Energy Reviews.* 2010, Vol. 14, 3, pp. 899–918.
9. **Maas, W. J. P. M., Rindt, C. C. M. and Van Steenhoven, A. A.** The influence of heat on the 3D-transition of the von Karman. *Int. J. Heat and Mass Transfer.* 2003, Vol. 46, pp. 3069-3081.
10. **Bonnefille, R.** *Cours d'hydrodynamique maritime.* s.l. : Masson, 1992.
11. **Liu, P. L. F., et al.** Numerical modeling of wave interaction with porous structures. *J. Waterway, Port, Coast. Ocean Eng.* 1999, Vol. 125, 6, pp. 322-330.
12. **Roulund, A., Sumer, B. M., FREDSOE, J., MICHELSEN, J.** Numerical and experimental investigation of flow and scour around a circular pile. *J. Fluid Mech.* 2005, Vol. 534, pp. 351-401.
13. **Takano, K.** Effets d'un obstacle parallélépipédique sur la propagation de la houle. *La Houille Blanche.* 1960, Vol. 15, pp. 247–267.
14. **Siew, P. F. and Hurley, D. G.** Long surface waves incident on a submerged. *J. Fluid Mech.* 1977, Vol. 83, 1, pp. 141–151.
15. **Massel, S. R.** Harmonic generation by waves propagating over a sub-. *Coast. Eng.* 1983, Vol. 7, pp. 357-380.
16. **Patarapanich, M.** Maximum and zero reflection from submerged plate. *J. Waterway Port, Coast. and Ocean. Eng.* 1984, Vol. 110, 2, pp. 171-181.
17. **Rey, V., Belzons, M. and Guazzelli, E.** Propagation of surface gravity waves. *J. Fluid Mech.* 1992, Vol. 235, pp. 453-479.
18. **Usha, R. and Gayathri, T.** Wave motion over a twin-plate breakwater. *Ocean Eng.* 2005, Vol. 32, pp. 1054-1072.
19. **Neelamani, S. and Gayathrin, T.** Wave interaction with twin plate wave barrier. *Ocean Eng.* 2006, Vol. 33, pp. 459-516.
20. **Graw, K. U.** Shore protection and electricity by submerged plate wave energy converter. *European wave energy symposium.* 1993a, pp. 1–6.
21. **Graw, K. U.** The submerged plate wave energy converter. a new type of wave energy device. *ODEC.* 1993b, pp. 1-4.

22. **Carter, R. W.** *Wave energy converters and submerged horizontal plate*. Thesis of University of Hawaii : s.n., 2005. Ph.D thesis.
23. **Orer, G. and Ozdamar, A.** An experimental study on the efficiency of the submerged plate wave energy converter. *Renewable Energy*. 2007, Vol. 32, pp. 1317–1327.
24. **Chang, K. A., Hsu, T. J. and Liu, P. L. F.** Vortex generation and evolution in water waves propagating over a submerged rectangular obstacle. Part II : Cnoidal waves. *Coast. Eng.* 2005, Vol. 52, pp. 257–283.
25. **Lengright, J., Graw, K. U. and Kronewetter, H.** Stereoscopic PIV adapted to gravity wave analysis. *10th International Symposium on applications of laser techniques to fluid mechanics*. 2000.
26. **Ting, F. C. K. and Kim, Y. K.** Vortex generation in water waves propagating over a submerged obstacle. *Coast. Eng.* 1994, Vol. 24, pp. 23–49.
27. **Chang, K. A., Hsu, T. J. and Liu, P. L. F.** Vortex generation and evolution in water waves propagating over a submerged rectangular obstacle. Part I : Solitary waves. *Coast. Eng.* 2001, Vol. 44, pp. 13–36.
28. **Lin, C.; Ho, T. C.; Chang, S. C.; Hsieh, S. C.; Chang, K. A.** Vortex shedding induced by a solitary wave propagating over a submerged vertical plate. *International Journal of Heat and Fluid Flow*. 2005, Vol. 26, pp. 894-904.
29. **Saffman, P. G.** *Vortex dynamics*. Cambridge University Press : s.n., 1992.
30. **Jeong, J. and Hussain, F.** On the identification of a vortex. *J. Fluid Mech.* 1995, Vol. 285, pp. 69-94.
31. **Kundu, P. K. and Cohen, I. M.** *Fluid Mechanics*. s.l. : Elsevier, 2008.
32. **Goda, Y. and Suzuki, Y.** Estimation on incident and reflected waves in random wave experiments. *15th Coastal Engineering Conference*. 1976, pp. 828–845.
33. **Batchelor, G. K.** *Introduction to fluid dynamics*. Cambridge University Press : s.n., 1967.
34. **Hunt, J., Wray, A. and Moin, P.** Eddies, streams, and convergence zones in turbulent flows. *Studying Turbulence Using Numerical Simulation Databases*. 1998, Vol. 2, pp. 193–208.
35. **Chong, M. S., Perry, A. E. and Cantwell, B. J.** A general classification of three-dimensional flow-fields. *Phys. Fluids*. 1990, Vol. 2, 5, pp. 765-777.
36. **Graftieaux, L., Michard, M. and Grosjean, N.** Combining piv, pod and vortex identification algorithms for the study of unsteady turbulent swirling flows. *Euromech Colloquium on 3C Stereo and Holographic PIV, Measurement Science and Technology*. 2001, Vol. 12, pp. 1422-1429.
37. **Crow, S. C.** Stability theory for a pair of trailing vortices. *AIAA Journal*. 1970, Vol. 8, 12, pp. 2172-2179.
38. **Widnall, S. E., Bliss, D. B. and Tsai, C.- Y.** The instability of short waves on a vortex ring. *J. Fluid Mech.* 1974, Vol. 66, pp. 35-47.
39. **Lewke, T. and Williamson, C. H. K.** Cooperative elliptic instability of a vortex pair. *J. Fluid Mech.* 1998, Vol. 360, pp. 85-119.
40. **Maxworthy, T., Hopfinger, E. J. and Redekopp, L. G.** Wave motions on vortex cores. *J. Fluid Mech.* 1985, Vol. 151, pp. 141-165.
41. **Moore, D. W. and Saffman, P. G.** The motion of a vortex filament with axial flow. *Proc. Roy. Soc.* 1972, pp. 403-429.
42. **Leibovich, S., Stewartson, K.** A sufficient condition for the instability of columnar vortices. *J. Fluid Mech.* 1983, Vol. 126, pp. 335-356.
43. **Jacquin, L.; Fabre, D.; Sipp, D.; Coustols, E.** Unsteadiness, instability and turbulence in trailing vortices. *C. R. Physique*. 2005, Vol. 6, pp. 399-414.
44. **Mayer, E. W. and Powell, K. G.** Viscous and inviscid instabilities of a trailing vortex. *J. Fluid Mech.* 1992, Vol. 245, pp. 91-114.



45. **Ash, R. L. and Khorrami, M. R.** Vortex stability. *Fluid Mechanics and its Applications*. 1995, Vol. 30, pp. 317-372.
46. **Arms, R. J. and Hama, F. R.** Localized-induction concept on a curved vortex and motion of an elliptic vortex ring. *Phys. Fluids*. Vol. 8, pp. 553-559.
47. **Betchov, R.** On the curvature and torsion of an isolated vortex filament. *J. Fluid Mech.* . 1965, Vol. 22, pp. 471-479.
48. **Hasimoto, H.** A soliton on a vortex filament. *J. Fluid Mech.* 1972, Vol. 51, pp. 477-485.
49. **Miyasaki, Y. and Fukumotot, T.** Three-dimensional distortions of a vortex filament. *J. Fluid Mech.* 1991, Vol. 222, pp. 369-416.
50. **Maxworthy, T., Mory, M. and Hopfinger, E. J.** Waves on vortex cores and their relation to vortex breakdown. [ed.] Conf. on Aerodynamics of Vortical Type Flows in Three Dimensions. 1983, Vol. paper 29.
51. **Benjamin, T. B.** Some developments in the theory of vortex breakdown. *J. Fluid Mech.* 1967, Vol. 28, 1, pp. 65-84.
52. **Benjamin, T. B.** Theory of the vortex breakdown phenomenon. *J. Fluid Mech.* 1962, Vol. 14, 4, pp. 593-629.
53. **Leibovich, S.** The structure of vortex breakdown. *Ann. Rev. Fluid Mech.* 1978, Vol. 10, pp. 221-246.
54. **Faler, J. H. and Leibovich, S.** Disrupted states of vortex flow and vortex breakdown. *Phys. Fluid.* Vol. 20, pp. 1385-1400.
55. **Escudier, M. P. and Zehnder, N.** Vortex-flow regimes. *J. Fluid Mech.* 1982, Vol. 115, pp. 105-121.
56. **Brücker, C. and Althaus, W.** Study of vortex breakdown by particle tracking velocimetry (PTV) - Part 1: Bubble-type vortex breakdown. *Experiments in Fluids*. 1992, Vol. 13, pp. 339-349.
57. **Sarpkaya.** On stationary and traveling vortex breakdowns. *J. Fluid Mech.* 1971, Vol. 45, pp. 545-559.
58. **Brücker, C.** Study of vortex breakdown by particle tracking velocimetry (PTV) - Part 2: Spiral-type vortex breakdown. *Experiments in Fluids*. 1993, Vol. 14, pp. 133-139.
59. **Moet, H., et al.** Wave propagation in vortices and vortex bursting. *Phys. Fluids*. 2005, Vol. 17, pp. 054109.1-054109.15.
60. **Lewke, T.** Structure d'un tourbillon de longueur limitée. *Visualisation et traitement d'images en mécanique des fluides*. 1992.
61. **Hall, E. L.; Tio, J. B. K.; McPherson, C. A.; Sadjadi, F. A.** Measuring curves surfaces for robot vision. *Comput. J.* 1982, Vol. 15, pp. 42-54.
62. **Gold, S.; Rangarajan, A.; Lu, C. P.; Pappu, S.** New algorithms for 2D and 3D point matching: pose estimation and correspondence. *Advances in neural information processing systems*. 1995, Vol. 7, pp. 957-964.
63. **Charru, F.** *Instabilités hydrodynamiques*. [ed.] CNRS Editions. Savoirs Actuels. Paris : s.n., 2007.
64. **Mordane, S., Mangoud, G. and Chagdali, M.** Etude numérique de l'interaction houle-plaque immergée. *Xèmes Journées Nationales Génie Côtier – Génie Civil*. 14-16 octobre 2008, pp. pp 405-414.
65. **Nitsche, M.** *Axisymmetric vortex sheet roll-up*. University of Michigan : s.n., 1992. PhD thesis.
66. **Bratec, H.** *Modélisation numérique des jets : application aux inverseurs de poussée*. Université du Havre : s.n., 2003. Thèse de doctorat.
67. **Liggett, J. A.** *Fluid Mechanics*. s.l. : Mc Graw-Hill, 1994.
68. **Brevik, I.** Flume experiment on waves and currents II. Smooth bed. *Coast. Eng.* Vol. 4, pp. 89-110.

69. **Faler, J. H. and Leibovich, S.** Disrupted states of vortex flow and vortex breakdown. *Phys. Fluid.* 1977, Vol. 20, pp. 1385-1400.
70. **Zaman, M. H., Togashi, H. and Baddour, R. E.** Deformation of monochromatic water wave trains propagating over a submerged obstacle in the presence of uniform currents. *Ocean Eng.* 2008, Vol. 35, pp. 823-833.

# Annexes

## Annexe 1 - Instabilité de Kelvin-Helmholtz

D'après Charru (63), l'instabilité de Kelvin-Helmholtz se manifeste lorsque la croissance des perturbations de grande longueur d'onde devient importante devant l'épaisseur de la couche de vortacité  $\delta$  associé au gradient de vitesse entre deux zones de l'écoulement et sur un temps advectif d'ordre  $\frac{\delta}{\Delta U}$ . Dans le cas où de petites perturbations sont amorcées, la stabilité de l'écoulement est définie selon la Figure A.

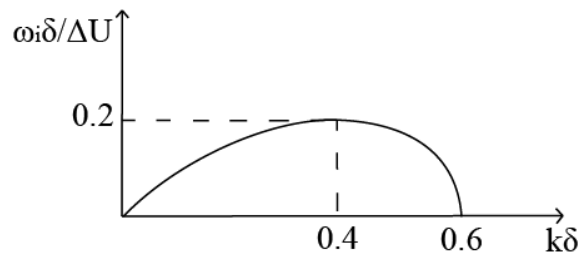


Figure A - Taux de croissance des amplifications de l'instabilité de Kelvin-Helmholtz en fonction du nombre d'onde

$k$  est le nombre d'onde de l'instabilité et  $\omega_i$  la pulsation complexe des modes propres de l'instabilité. Le taux de croissance de l'instabilité de Kelvin-Helmholtz le plus grand est donc atteint lorsque  $k\delta = 0.4$ .

Dans notre cas, pour démontrer que nous sommes bien en présence de l'instabilité de Kelvin-Helmholtz, les épaisseurs de la couche de vortacité  $\delta$  ont été mesurées en plusieurs positions et en plusieurs instants dans la nappe de vortacité positive (une représentation de cette nappe est donnée à l'instant  $t/T = 0.6$  sur la Figure 4-11 (d)) en utilisant les champs de vitesse instantanés. Pour cela, la fenêtre de visualisation la plus zoomée définie dans la section 4.1.3 (résolution : 588 *pixels/cm*) a été utilisée. Ces épaisseurs sont représentées sur la Figure B à l'instant  $t/T = 0.58$  pour plusieurs positions. Elles ont également été mesurées aux instants  $t/T = 0.42$ ,  $t/T = 0.46$ ,  $t/T = 0.5$ ,  $t/T = 0.54$  et  $t/T = 0.64$ .

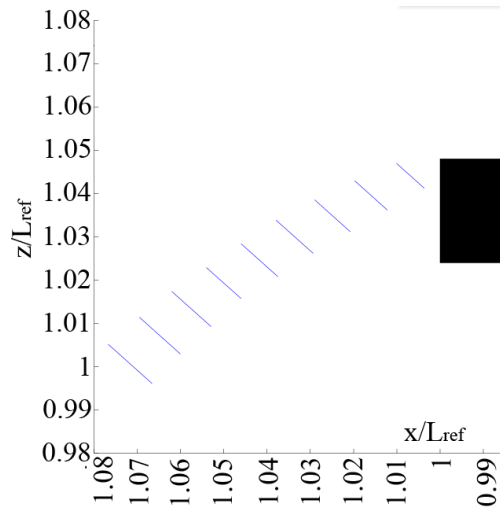


Figure B - Epaisseur de la couche de vorticité  $\delta$  mesurée expérimentalement pour  $t/T = 0.58$ , résolution : 588 pixels/cm

Par ailleurs, les longueurs d'onde de l'instabilité ont été mesurées lorsque celle-ci a complètement déstabilisée l'écoulement. Plusieurs structures tourbillonnaires sont alors détectables dans la nappe de vorticité, plus en aval de la plaque en utilisant la méthode du facteur  $\lambda 2$ . La fenêtre de visualisation utilisée est celle ayant une résolution de 256 pixels/cm (voir section 4.1.3).

Les épaisseurs de couche de vorticité, ainsi que les longueurs d'onde mesurées sont présentées dans le tableau I.

Instants	Epaisseur de la couche de vorticité minimum	Epaisseur de la couche de vorticité maximum	Longueurs d'onde les plus instables correspondant à l'épaisseur minimum	Longueurs d'onde les plus instables correspondant à l'épaisseur maximum	Longueurs d'onde mesurées
$t/T = 0.42$	0.3694	0.8015	5.8	12.6	
$t/T = 0.46$	0.3939	0.8013	6.2	12.6	$6.24 \pm 0.16$
$t/T = 0.5$	0.5797	0.8211	9.1	12.9	$6.14 \pm 0.1$
$t/T = 0.54$	0.5476	0.9552	8.6	15	$6.9 \pm 0.1$
$t/T = 0.58$	0.5358	0.8436	8.4	13.4	$7.66 \pm 0.11$
$t/T = 0.42$	0.5115	0.8735	8	13.7	

Tableau I – Epaisseur de couche de vorticité positive et longueurs d'onde mesurées (unité : mm)

Les longueurs d'onde les plus instables calculées à partir des épaisseurs de nappe de vorticité se rapprochent fortement des longueurs d'onde mesurées grâce à l'algorithme du facteur  $\lambda 2$ . Nous sommes donc bien en présence d'une instabilité de Kelvin Helmholtz. Néanmoins, le temps caractéristique de cette instabilité est de l'ordre de 0.01 s alors que nous ne disposons

que de champs de vitesse séparés les uns des autres de 0.02 s. L'instabilité ne peut donc pas être suivie correctement.

## Annexe 2 – Code numérique

Le modèle numérique est mis en place pour obtenir des informations supplémentaires sur l'activité tourbillonnaire en utilisant d'autres paramètres, celui-ci pouvant balayer plus rapidement une large gamme de paramètres que l'expérience. Le modèle numérique est très largement inspiré des travaux de Boulier (5) qui ont depuis été repris en partie par Mordane et al (64).

Pour cette modélisation, on considère une plaque plane immergée dans une houle monochromatique. La plaque est horizontale (parallèle au fond du canal) et est supposée infiniment mince. Le fluide est supposé parfait, homogène, incompressible et non visqueux. Suite à la décomposition de Helmholtz du champ de vitesse  $\vec{u}$  (équation 1), tout vecteur se décompose sous la forme d'une partie potentielle ( $\vec{u}_h$  vitesse due à la houle et  $\vec{u}_p$  vitesse due à la présence de la plaque) et d'une partie rotationnelle ( $\vec{u}_\omega$  vitesse induite par le sillage tourbillonnaire) et on obtient :

$$\vec{u} = \vec{u}_h + \vec{u}_p + \vec{u}_\omega \quad (\text{A2-1})$$

### $\vec{u}_h(\vec{x}, t)$ , le champ de vitesse induit par la houle incidente

Le champ de vitesse induit par la houle s'exprime à partir du modèle de Stokes en profondeur finie :

$$u_h = A \frac{g}{\chi} k \frac{\cosh(kz)}{\cosh(kh)} \sin(\chi t - kx) \quad (\text{A2.2})$$

$$w_h = A \frac{g}{\chi} k \frac{\sinh(kz)}{\cosh(kh)} \cos(\chi t - kx) \quad (\text{A2.3})$$

avec  $A$ , l'amplitude de la houle ;  $\chi$ , la pulsation de la houle ;  $h$ , la hauteur d'eau au repos et  $k$ , le nombre d'onde de la houle. Il est supposé que la présence de la plaque ne modifie pas significativement la houle.

### $\vec{u}_p(\vec{x}, t)$ , le champ de vitesse induit par la plaque

$\vec{u}_h(\vec{x}, t)$  est le champ de vitesse de l'écoulement qui permet de vérifier les conditions aux limites sur la plaque, c'est à dire vérifier que la composante normale de la vitesse sur la plaque est nulle ( $\vec{u} \cdot \vec{n} = 0$ ). Pour cela, la plaque est discrétisée en N facettes. Une équivalence doublet-tourbillon permet d'associer un filament rotationnel (ou filament tourbillonnaire) aux extrémités de chaque facette. L'intensité des filaments est déterminée grâce à un système matriciel en considérant d'une part, que la condition aux limites est vérifiée au centre de chaque facette et d'autre part, que la somme des circulations des particules émises est égale et opposée à celle due à la plaque (condition de Kelvin). Les particules sont émises à chaque pas de temps aux deux extrémités de la plaque grâce à la condition de Kutta-Joukowski. Pour plus de détail sur la méthode, le lecteur pourra se référer à Boulier (5), Nitsche (65) et Bratec (66).

### $\vec{u}_\omega(\vec{x}, t)$ , le champ de vitesse induit par le sillage tourbillonnaire

En considérant le rotationnel de l'équation de Navier-Stokes nous obtenons l'équation de transport de vorticité en écoulement bidimensionnel :

$$\frac{\partial \vec{\omega}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \vec{\nabla}) \vec{\omega} = \nu \Delta \vec{\omega} \quad (\text{A2.4})$$

avec  $\vec{\omega} = (\vec{\nabla} \times \vec{u}) \cdot \vec{e}_y$  et  $\nu$  la viscosité cinématique. En considérant un fluide non visqueux, on obtient :

$$\frac{\partial \vec{\omega}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \vec{\nabla}) \vec{\omega} = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial \vec{\omega}}{\partial t} = 0 \quad (\text{A2.5})$$

L'écoulement étant supposé incompressible, la relation de Biot et Savart permet de calculer la vitesse  $\vec{u}_\omega(\vec{x}, t)$  en tout point  $M$  du domaine  $S$  :

$$\vec{u}_\omega(\vec{x}, t) = \int_S \vec{K}(\vec{x} - \vec{x}') \times \omega(\vec{x}') \vec{e}_y dS \quad (\text{A2.6})$$

où  $\vec{K}$  est le noyau de l'équation de Biot et Savart.

La forme discrète de cette équation peut alors s'écrire comme la somme des contributions d'un ensemble fini de filaments tourbillonnaires :

$$\vec{u}_\omega(\vec{x}, t) = \sum_j \vec{K}(\vec{x} - \vec{x}_j) \times \Gamma_j \vec{e}_y \quad (\text{A2.7})$$

où  $\Gamma_j \approx \Gamma(\vec{x}_j) dS_j$  est la circulation associée au filament de la particule en  $\vec{x}_j$  et qui a été émis à une extrémité de la plaque puis advectée par l'écoulement. L'expression du noyau de l'équation (A2.6) montre une singularité lorsque deux particules sont proches l'une de l'autre ; le champ de vitesse  $\vec{u}_\omega$  est alors régularisé (66).

Le fond du canal est modélisé par effet miroir. À chaque pas de temps, à chaque particule de l'écoulement est associée une particule symétrique par rapport au fond ; de même la plaque plane elle aussi est symétrisée. Le même principe a été mis en œuvre pour la surface libre ; celle-ci ayant été linéarisée autour de sa position au repos.



## Annexe 3 – Instabilité de Crow

L'instabilité de Crow (Figure 5-4) est une instabilité engendrée par l'induction mutuelle de deux tourbillons (37). La relation de Biot et Savart est utilisée pour calculer la vitesse induite  $u_n$  d'un tourbillon sur l'autre ou d'un tourbillon sur lui-même. Le déplacement  $r_n$  d'un tourbillon est calculé en considérant l'équation de transport du tourbillon (A3-1).

$$\frac{\partial r_n}{\partial t} + u_n \frac{\partial r_n}{\partial x} = v_n y + w_n z \quad (\text{A3-1})$$

Avec  $n = 1,2$  selon le tourbillon considérée.

Les solutions de (A3-1) sont les solutions d'une équation différentielle. Elles sont de la forme :  $r_n(x_n, t) = \hat{r}_n e^{\alpha t + iKx_n}$  avec  $r_n = y_n y + z_n z$ . Ce qui amène à la résolution du système :

$$\begin{aligned} \alpha \hat{y}_1 &= -\hat{z}_1 + \Psi \hat{z}_2 - \beta^2 \omega \hat{z}_1 \\ \alpha \hat{z}_1 &= -\hat{y}_1 + \chi \hat{z}_2 - \beta^2 \omega \hat{y}_1 \\ \alpha \hat{y}_2 &= -\hat{z}_2 + \Psi \hat{z}_1 - \beta^2 \omega \hat{z}_2 \\ \alpha \hat{z}_2 &= -\hat{y}_2 + \chi \hat{z}_1 - \beta^2 \omega \hat{y}_2 \end{aligned} \quad (\text{A3-2})$$

avec  $\chi$  et  $\psi$  les fonctions d'induction mutuelle (combinaisons de fonction de Bessel de secondes espèces),  $\omega(\delta) = \frac{1}{2} \left[ \frac{\cos(\delta) - 1}{\delta^2} + \frac{\sin(\delta)}{\delta} - Ci(\delta) \right]$  la fonction d'auto induction et les nombres adimensionné :  $\alpha(\beta, \delta) = \frac{\alpha(K, b, d, \Gamma)}{2\pi b^2}$ ,  $\beta = Kb$  et  $\delta = Kd$ .

En examinant le système d'équation (A3-2), on remarque que les premiers termes de droites correspondent à l'action d'un des vortex sur les déplacements de l'autre (ordre 0). Le champ potentiel d'un tourbillon et le mouvement général de la paire ont pour effet d'induire un champ de cisaillement à proximité de l'autre tourbillon. Si ces termes sont prépondérants devant les autres alors  $\alpha = \pm 1$ . Dans ce cas l'instabilité est inconditionnelle. Les seconds termes de droite correspondent à la vitesse d'un tourbillon due au déplacement de l'autre. Les troisièmes termes sont les termes d'auto induction des tourbillons qui correspondent à  $\alpha = i\beta^2 \omega(\delta)$ . Lorsque  $\delta$  est petit, la fonction  $\omega(\delta)$  est importante et ces termes sont prépondérants. Si les termes  $\hat{y}_n$  et  $\hat{z}_n$  diffèrent d'un facteur  $i$  alors le tourbillon s'enroule sur

lui-même en hélice. Sinon le tourbillon  $n$  est confiné dans un plan qui tourne à une fréquence angulaire de  $\frac{\Gamma K}{2\pi} \omega(\delta)$ . Dans ce cas  $\alpha$  est réel et des instabilités peuvent apparaître.

Les parties réelles et imaginaires de ces déplacements sont considérées selon (A3-3).

$$\begin{aligned}
 \widehat{y}_S &= \widehat{y}_2 - \widehat{y}_1 \\
 \widehat{y}_A &= \widehat{y}_2 + \widehat{y}_1 \\
 \widehat{z}_S &= \widehat{z}_2 + \widehat{z}_1 \\
 \widehat{z}_A &= \widehat{z}_2 - \widehat{z}_1
 \end{aligned}
 \tag{A3-3}$$

Le système d'équations (A3-2) devient alors :

$$\begin{aligned}
 \alpha \widehat{y}_S &= (1 - \Psi - \beta^2 \omega) \widehat{z}_S \\
 \alpha \widehat{z}_S &= (1 + \chi - \beta^2 \omega) \widehat{y}_S \\
 \alpha \widehat{y}_A &= (1 + \Psi + \beta^2 \omega) \widehat{z}_A \\
 \alpha \widehat{z}_A &= (1 - \chi - \beta^2 \omega) \widehat{y}_A
 \end{aligned}
 \tag{A3-4}$$

Ainsi  $\alpha = [(1 - \Psi - \beta^2 \omega)(1 + \Psi + \beta^2 \omega)]^{\frac{1}{2}} = [(1 - \Psi + \beta^2 \omega)(1 + \Psi - \beta^2 \omega)]^{\frac{1}{2}}$  et pour que celui-ci soit réel il faut que les deux termes entre crochets soient de même signe. Si c'est le cas alors il y aura instabilité. Dans ce cas, les diagrammes d'instabilités sont donnés Figure C.

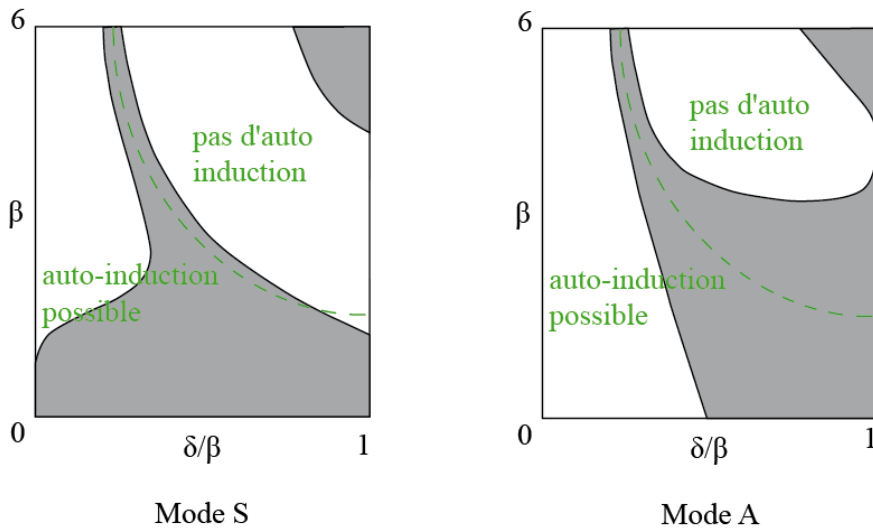


Figure C – Diagramme de l'instabilité de Crow (37) pour les modes symétrique et antisymétrique

À partir de la Figure A3-1, on constate qu'il n'y a plus d'auto induction quand  $\delta$  devient trop grand. De même, si  $\delta$  devient grand on observe l'apparition de l'instabilité.

Pour finir, le temps caractéristique de l'instabilité de Crow est de  $\frac{2\pi b^2}{\Gamma}$  car la vitesse d'un tourbillon due à l'autre est égale à  $\frac{\Gamma}{2\pi b}$ .

## Annexe 4 – Instabilité de Widnall

La théorie de Widnall, Bliss et Tsai (38) permet de comprendre la déstabilisation tridimensionnelle d'une paire de tourbillons en considérant les faibles nombres d'onde. En effet, l'étude menée par Crow (37) n'est pas correcte pour les ondes courtes car la théorie de *cut-off* n'est pas applicable dans son cas. Dans cette étude, un anneau de vorticité ainsi qu'une paire de tourbillons sont considérés (Figure D). Les paramètres utilisés sont le rapport de la taille du cœur des tourbillons sur la demi-longueur entre ces tourbillons :  $\frac{a}{R} = \frac{a}{\frac{b}{2}}$ ; et le produit du nombre d'onde avec la taille du cœur du tourbillon :  $Ka$ .

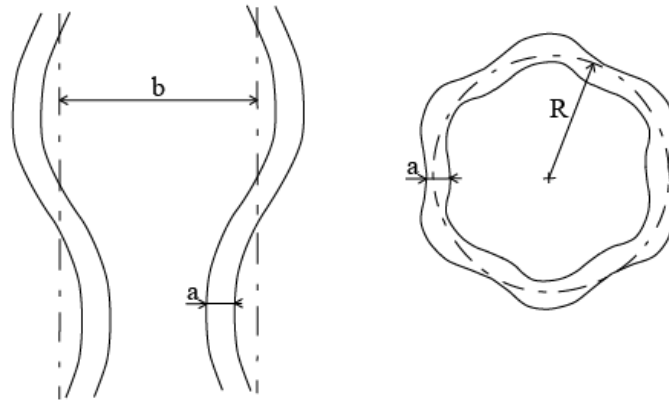


Figure D - Déformation d'une paire de tourbillon et d'un anneau par instabilité de Widnall *et al*(38)

La présence d'un tourbillon induit un point stagnant    proximité de l'autre. La vitesse induite sur la section transversale de ce tourbillon est donnée par (A4-1) et (A4-2).

$$u_{r_0} = \frac{\Gamma}{2\pi b^2} r_0 \sin(2\theta_0) \quad (\text{A4-1})$$

$$u_{\theta_0} = \frac{\Gamma}{2\pi b^2} r_0 \cos(2\theta_0) \quad (\text{A4-2})$$

De plus le tourbillon auto-induit une vitesse angulaire  $\Omega$  sur lui-même. Si les vitesses  $u_{\theta_0}$  et  $\Omega r_0$  s'opposent alors seule la vitesse  $u_{r_0}$  existe. Le tourbillon diverge donc pour  $\theta$  égale à  $\theta_0$ . Dans ce cas, la position  $r_0$  du tourbillon augmente exponentiellement en temps au taux

d'amplification  $\bar{\alpha} = \frac{\alpha}{\frac{\Gamma}{2\pi b^2}} = \sin(2\theta_0)$ . Le taux d'amplification adimensionné est maximum lorsque  $\theta_0 = 45^\circ$ .

Crow (37) donne la vitesse angulaire d'auto induction du tourbillon par (A4-3).

$$\Omega = -\frac{\Gamma}{4\pi} K^2 \left[ \ln\left(\frac{1}{Ka_e}\right) + \frac{1}{4} + \ln(2) - \gamma \right] \quad (\text{A4-3})$$

avec  $a_e$  la taille effective du tourbillon (un tourbillon ayant une taille de cœur en particulier et une distribution de vorticité est cinématiquement équivalent à un filament tourbillon ayant la même circulation, une vorticité constante et une taille de cœur  $a_e$ ). Néanmoins, la vitesse angulaire  $\Omega$  définie par (A4-3) est celle de la méthode asymptotique d'auto-induction mais cette méthode ne marche qu'à grande longueur d'onde. Un modèle numérique, qui part de la relation de dispersion, a été mis au point par Moore et Saffman (41) pour déterminer la vitesse angulaire  $\Omega$  pour tous les nombres d'onde. Cette technique considère que les tourbillons ont une vorticité constante à cœur. La vitesse angulaire  $\Omega$  est alors donnée en fonction de  $Ka$  (Figure E).

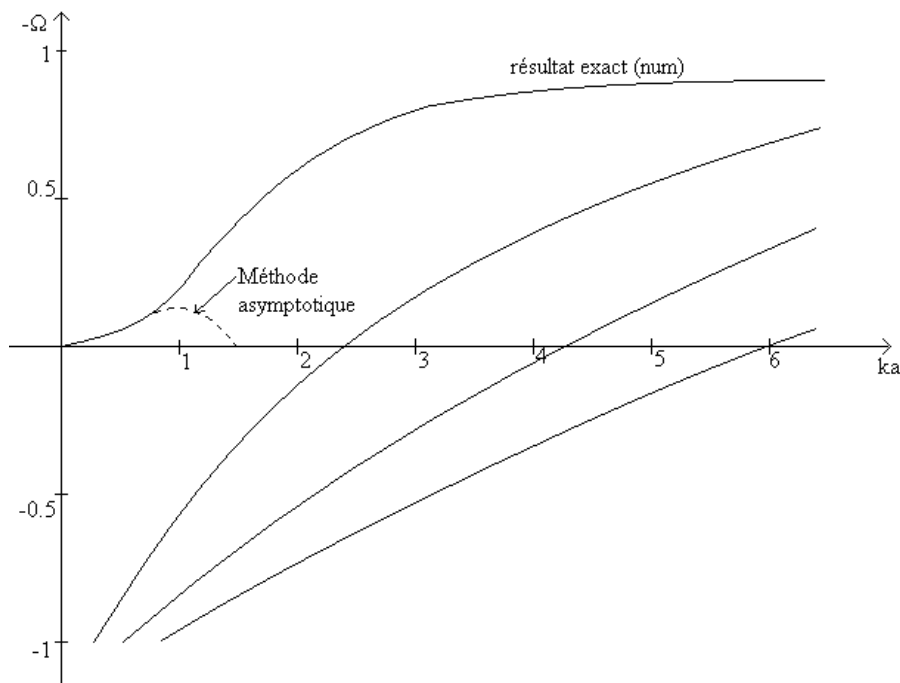


Figure E – Détermination des modes de déformation de l'instabilité de Widnall en considérant une distribution uniforme de vorticité à cœur (Tiré de Widnall *et al* (38))

Les modes où l'instabilité se manifeste correspondent à  $\Omega = u_{\theta_0} = 0$  pour  $\theta_0 = 45^\circ$ .