



HAL
open science

Caractérisation électromagnétique de structures au sein d'un sous-sol proche ou profond

Gaële Perrusson

► **To cite this version:**

Gaële Perrusson. Caractérisation électromagnétique de structures au sein d'un sous-sol proche ou profond. Sciences de l'ingénieur [physics]. Université Paris Sud - Paris XI, 2009. tel-00837975

HAL Id: tel-00837975

<https://theses.hal.science/tel-00837975>

Submitted on 24 Jun 2013

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Manuscrit

présenté pour obtenir

l'Habilitation à Diriger des Recherches

de l'Université Paris-Sud

par

Gaële Perrusson

SUJET :

**Caractérisation électromagnétique de structures
au sein d'un sous-sol proche ou profond**

Soutenue le 14 septembre 2009 devant la Commission d'Examen

Président du jury :	Mr Joseph SAILLARD	Professeur
Membres du jury :	Mr Richard DUSSEAUX	Professeur
	Mr Dominique LESSELIER	Directeur de Recherche
	Mr Christian PICHOT	Directeur de Recherche
	Mme Odile PICON	Professeur
	Mr Saïd ZOUHDI	Professeur

Remerciements

Tout d'abord, je tiens à remercier les directeurs successifs du Laboratoire des Signaux et Systèmes, Guy Demoment et Eric Walter, qui m'ont accueilli et laisser poursuivre mes travaux de recherche au sein de ce laboratoire à hautes qualités scientifiques et techniques. Je remercie aussi les responsables du Département de Recherche en Electromagnétisme, Jean-Charles Bolomey et Bernard Duchêne, qui m'ont permis de travailler dans des conditions favorables à un travail de recherche de qualité.

J'exprime m'a profonde reconnaissance à Dominique Lesselier avec qui j'ai effectué mes travaux de recherche et pour ses conseils avisés qui m'ont permis d'évoluer et de prendre petit à petit des responsabilités.

Je remercie vivement Mme Odile Picon, Professeur à l'Université de Marne la Vallée, ainsi que MM Richard Dusséaux, Professeur à l'Université de Versailles-Saint-Quentin, et Christian Pichot, Directeur de recherche au CNRS, d'avoir accepté de rapporter sur mon manuscrit de HdR. Je remercie tout aussi vivement MM Joseph Saillard, Professeur à l'Université de Nantes, et Saïd Zouhdi, Professeur à l'Université Paris Sud pour leur participation, au jury de soutenance.

Je tiens à remercier Arnaud Bréard, mon premier doctorant, pour son travail et les nombreuses discussions que j'ai eues, ainsi que Souhir Gdoura et Ekaterina Iakovleva, avec qui j'ai pu aborder un nouvel aspect dans mes travaux de recherche. Je n'oublie pas non plus Georges Dassios, Professeur à l'Université de Patras, et Panayiotis Vafeas, assistant professeur dans cette même université, avec qui je travaille depuis de nombreuses années avec toujours autant d'intérêt.

Je souhaite remercier chaleureusement mes collègues du DRE, et plus généralement du L2S et de l'Université Paris-Sud qui m'ont toujours accueilli et conseillé amicalement pendant toutes ces années.

Je remercie ma famille et surtout ma fille Laura qui a toujours été une petite fille sérieuse et sans soucis, mais très drôle à la fois.

Table des matières

1	Informations générales	3
1.1	Curriculum Vitae	3
1.2	Résumé des activités de recherche et projet	4
1.2.1	Récapitulatif des activités de recherche	4
1.2.2	Résumé et contexte général des activités de recherche	7
1.2.3	Projet de recherche	11
1.2.4	Liste des publications (oct. 1999 à avril 2009)	13
1.3	Activités d'enseignement et responsabilités administratives	19
1.3.1	Résumé des activités d'enseignement	19
1.3.2	Responsabilités administratives et d'intérêt collectif	22
2	Synthèse des travaux de recherche et perspectives	23
2.1	Introduction	23
2.2	Caractérisation d'amas par un ellipsoïde parfaitement conducteur	29
2.2.1	Approximation de formulations exactes	29
2.2.2	Approximation BF des équations de Maxwell	31
2.3	Caractérisation de diffracteurs multiples de faible contraste	41
2.3.1	Modélisation du couplage entre plusieurs petits diffracteurs	42
2.3.2	Caractérisation de plusieurs petits diffracteurs enfouis	49
2.4	Caractérisation de petites inclusions diélectriques	58
2.4.1	Modélisation de petites inclusions	58
2.4.2	Reconstruction des inclusions	63
2.5	Projets de recherche	68
2.5.1	Poursuites des travaux en cours	68
2.5.2	Synthèse et approfondissements	71
2.5.3	Nouvelles thématiques	72

Chapitre 1

Informations générales

1.1 Curriculum Vitae

Gaële PERRUSSON, 16 août 1971

Maître de Conférences - Université Paris-Sud - UFR d'Orsay

Département de Recherche en Electromagnétisme

Laboratoire des Signaux et Systèmes (UMR8506 CNRS-SUPELEC-UPS)

Supélec, 3 rue Joliot-Curie, Plateau de Moulon, 91192 Gif-sur-Yvette

tél. 01 69 85 15 59, perrusson@lss.supelec.fr

DIPLOMES

18 oct. 1999

Thèse de Doctorat, Université de Versailles-Saint-Quentin (UVSQ), effectuée au Laboratoire des Signaux et Systèmes (L2S), Département de Recherche en Electromagnétisme (DRE), dirigée par B. Duchêne, M. Lambert et D. Lesselier

Caractérisation électromagnétique d'objets conducteurs enfouis. Application à la prospection géophysique

Membres du jury : B. Bourgeois (Ingénieur, BRGM), G. Dassios (Prof., Univ. de Patras, Grèce), B. Duchêne (CR CNRS 08), T. Habashy (Rapporteur, Ingénieur Schlumberger Doll Research), J. Lavergnat (Prof., UVSQ, CNU 63), D. Lesselier (DR CNRS 08), M. Saillard (Prof., Univ. d'Aix-Marseille, CNU 63-30)

Juin 1996

DEA de Méthodes Physiques en Télédétection, Mention Bien, UVSQ

Stage de DEA effectué au L2S, Division Ondes, sous la direction de B. Duchêne et M. Lambert

Détection par induction électromagnétique d'objets enfouis. Application à la prospection géophysique

juin 1995

Maîtrise de Physique Appliquée, Mention Assez-Bien, UVSQ

juin 1994

Licence de Physique Appliquée, Mention Assez-Bien, UVSQ

juin 1993

DEUG A, Section Physique-Mathématiques, Mention Bien, UVSQ

juin 1991

Baccalauréat C, Lycée Claude Debussy, Saint-Germain-en-Laye

PARCOURS

- depuis sept. 2001** **Maître de conférences**, Université Paris-Sud, UFR d'Orsay, titularisée en 2002
 Recherche effectuée au DRE-L2S
Problèmes directs et inverses de diffraction des ondes électromagnétiques : caractérisation d'hétérogénéités présentes dans un sol
- 2000-2001** **ATER**, IUT de Vélizy, UVSQ, Département GEII
 Recherche effectuée au DRE-L2S
Problèmes directs et inverses de diffraction des ondes électromagnétiques : caractérisation d'un amas conducteur dans un sol
- 1999-2000** **ATER**, UVSQ, UFR de Physique
 Recherche effectuée au DRE-L2S
Problèmes directs et inverses de diffraction des ondes électromagnétiques : caractérisation d'un amas conducteur dans un sol
- 1996-1999** **Allocataire de Recherche, monitrice**, UVSQ, UFR de Physique
 Thèse dirigée par B. Duchêne, M. Lambert et D. Lesselier, au DRE-L2S
Caractérisation électromagnétique d'objets conducteurs enfouis - Application à la prospection géophysique

1.2 Résumé des activités de recherche et projet

1.2.1 Récapitulatif des activités de recherche

Cette partie très synthétique a pour objectif de lister les informations générales relatives à mes activités de recherche. Le descriptif est fourni sous forme de résumé dans la partie suivante afin de situer le contexte général de mes travaux de recherche. Le second chapitre de ce manuscrit contient, quant à lui, les détails scientifiques relatifs à ces travaux.

PROJETS SCIENTIFIQUES

- sept. 2004** - **Porteur de projet d'une ACI Jeunes chercheurs et chercheuses** (JC 9041 - contrat FNS 04 3 85), sur la *Caractérisation électromagnétique de structures au sein d'un sous-sol proche en régime d'induction et de propagation*.
- à sept. 2007**

Ce projet ACI, que j'ai dirigé sur trois ans, m'a permis de mener en parallèle trois approches différentes sur mes travaux de recherche, mais aussi d'affirmer ma spécialisation. Bien que j'appartienne au groupe «problèmes inverses» du DRE-L2S, les techniques d'inversion sont plus un outil, une application, puisque mes compétences sont principalement en :

- Modélisations physiques à basses et moyennes fréquences du sous-sol terrestre
- Formulations analytiques des problèmes de diffraction en jeu
- Méthodes asymptotiques basse-fréquences ou petits objets

COLLABORATIONS SCIENTIFIQUES

- depuis 1999** - **Collaboration** avec la Division de Mathématiques Appliquées de l'ICEHT-FORTH et l'Univ. de Patras (Grèce), sous l'impulsion de G. Dassios, sur la diffraction à basses fréquences par un objet de forme ellipsoïdale
- depuis 1999** - **Collaboration** avec le BRGM (à Orléans), sous l'impulsion de B. Bourgeois, sur la prospection ou la surveillance du sous-sol
- depuis 2001** - **Collaboration** avec H. Tortel de l'Institut Fresnel (à Marseille), pour des confrontations de modèles numériques
- depuis 2005** - **Collaboration** avec H. Ammari du CMAP (à Palaiseau), sur les développements asymptotiques pour la localisation de petites inclusions
- depuis 2005** - **Collaboration contractuelle** avec le CEA-LIST Saclay (concession d'une licence d'utilisation du code CIVA)
- ponctuellement** - **Collaborations**
 avec D. Chambers (Univ. Californie, USA)
 avec W. C. Chew (Univ. Illinois, USA, actuellement à Hong-Kong)
 avec T. J. Cui et collègues (Univ. Nanjing, Chine)
 avec A. Massa et collègues (Univ. de Trente, Italie)

EXPERTISE

- automne 2003** - **Evaluation (D. Lesselier, G. Perrusson) d'un rapport scientifique (BRGM/RC-51643-FR) pour le BRGM**, Service Aménagement et Risques Naturels, Unité de mesure, Reconnaissance, Surveillance, *Etude de faisabilité d'un appareil électromagnétique fréquentiel dans la gamme 30 kHz - 10 MHz*

SEJOUR A L'ETRANGER

- juil. 1998** **Ecole d'été** *Identification of media and structures by inversion of mechanical wave propagation*, Centre International des Sciences Mécaniques, Udine, Italie
 (1 semaine)
- sept. 1998 (10 j.)** **Séjour à l'Université de Patras**, Division de Mathématiques Appliquées
sept. 1997 (4 j.) (ICEHT-FORTH), dans le cadre d'une coopération franco-grecque PLATON

ACTIVITES D'ENCADREMENT

Thèses

- nov. 2005 à** - **Co-encadrement (à 30%) de la thèse** de S. Gdoura, boursière EGIDE
sept. 2008 Thèse effectuée sous la direction de D. Lesselier (70%) et G. Perrusson (30%)
 au DRE-L2S, soutenue le 29 sept. 2008, Univ. Paris Sud
Identification électromagnétique de petits objets enfouis.
 1 article [A.12] et 1 commun [A.7] avec E. Iakovleva
 2 congrès avec comité de lecture et actes [C.10], [C.14]

oct. 2004 à
nov. 2007 - **Co-encadrement (à 75%) de la thèse** de A. Bréard, Allocataire de Recherche
Thèse effectuée sous la direction de D. Lesselier (25%) et G. Perrusson (75%) au DRE-L2S, soutenue le 28 nov. 2007, Univ. Denis Diderot
Caractérisation basse-fréquence de corps 3D enfouis dans un sous-sol proche ou profond
2 articles [A.9], [A.10]
4 congrès avec comité de lecture et actes [C.6], [C.9], [C.12], [C.13]

Stages doctoraux ou post-doctoraux

oct. 2007 à
août 2008 - **Collaboration avec un post-doctorant**
A. Bréard
Caractérisation basse-fréquence de corps 3D enfouis dans un sous-sol proche
Poursuite des travaux de thèse

avril-mai 2005 - **Collaboration avec un post-doctorant**
P. Vafeas, ACI-JC
Diffraction basse-fréquence par un ou deux objets parfaitement conducteurs
2 articles [A.8], [A.11]
1 congrès avec comité de lecture et actes [C.11]

fév. 2005 à
janv. 2006 - **Collaboration avec une post-doctorante**
E. Iakovleva, ACI-JC
Caractérisation de petits diffracteurs avec ou sans interface air-sol
2 articles [A.6], [A.7]
3 congrès avec comité de lecture et actes [C.5], [C.7], [C.8]

oct.-déc. 2003 - **Collaboration un post-doctorant**
P. Vafeas, boursier EGIDE
Modélisation électromagnétique à basses fréquences
1 article [A.5]
1 congrès avec comité de lecture et actes [C.4]

avril-mai 2001 - **Collaboration avec un doctorant grec**
P. Vafeas, lors d'un séjour au L2S de 2 mois
Modélisation électromagnétique à basses fréquences
2 congrès avec comité de lecture et actes [C.1], [C.2]

Stages DEA ou Master 2ème année

fév.-juin 2008 - **Encadrement (à 100%) d'un stage de Master 2ème année**, W. Zoughlache, Univ. Paris Sud, sur la *Diffraction basse-fréquence par un ellipsoïde parfaitement conducteur*

fév.-avril 2005 - **Encadrement (à 100%) d'un stage de Master 2ème année**, P. Benko, Univ. de Budapest, sur la *Modélisation du rayonnement par des sources dipolaires localisées au dessus d'un interface air-sol en régime d'induction*

janv.-juin 2005 - **Co-encadrement (à 75% avec D. Lesselier) d'un stage de Master 2ème année**, S. Gdoura, Univ. Paris Sud, sur la *Caractérisation d'amas par des techniques de retournement temporel en régime harmonique*

- mars-juil. 2004** - **Co-encadrement (à 75% avec D. Lesselier) d'un stage de DEA**, A. Bréard, Univ. Denis Diderot, sur la *Recherche d'un objet équivalent à un amas enfoui dans le sol pour des configurations de mesures en auto-puits*
- mai-sept. 2003** - **Co-encadrement (à 30% avec A. Joisel) d'un stage de DESS**, O. Mourareau, Univ. Paris Sud, sur *l'étude d'un banc réflectométrique et la recherche de la permittivité complexe d'un matériau*
- mars-juin 2003** - **Co-encadrement (à 75% avec D. Lesselier) d'un stage de DEA**, C. Jean-Charles, Univ. Denis Diderot, sur la *Recherche de sources équivalentes à plusieurs objets enfouis (deux dans un premier temps)*

VALORISATION SCIENTIFIQUE

L'ensemble de mes travaux de recherche a fait l'objet de publications dont la liste détaillée est donnée dans une partie séparée.

- 12 articles dans des revues internationales avec comité de lecture
- 14 communications à des conférences internationales avec actes et comité de lecture
- 2 communications à des conférences nationales avec actes et comité de lecture
- 9 communications à des rencontres scientifiques sans ou avec actes à diffusion restreinte
- 4 communications à des séminaires d'intérêt général
- 2 rapports d'expertise ou de fin de contrat

ACTIVITES SCIENTIFIQUES D'INTERET GENERAL

- depuis 1999** - **Rapporteur** pour les revues IEEE Trans. AP, IEEE Trans. GRS, et Inverse Problems
- 2002-2003** - **Membre du Comité Technique** du 11th International Symposium on Electromagnetics and Mechanics (ISEM 2003), Versailles, 12-14 mai 2003

1.2.2 Résumé et contexte général des activités de recherche

J'effectue mes travaux de recherche au Département de Recherche en Electromagnétisme du Laboratoire des Signaux et Systèmes (DRE-L2S) en collaboration avec Dominique Lesselier sur la caractérisation d'objets enfouis en sous-sol profond et, plus récemment en sous-sol proche.

Sur ces thématiques, je travaille depuis plusieurs années avec deux partenaires, suite à des coopérations officielles débutées lors de ma thèse, qui se poursuivent sous forme non contractuelle. En aval, le BRGM à Orléans (sous l'impulsion de B. Bourgeois) apporte le cadre applicatif de mes travaux de recherche, ainsi que des échanges de compétences physiciens/géophysiciens. J'ai ainsi été amenée à expertiser un projet pour un nouveau

protocole de mesures du BRGM. En amont, le partenariat avec l'équipe de G. Dassios de la Division de Mathématiques Appliquées (ICEHT-FORTH) à Patras en Grèce, me permet de développer des approches mathématiques complexes nécessaires pour les outils que je mets en place.

Mes travaux se situent donc à l'interface de ces deux disciplines et consistent à fournir des modélisations pertinentes et robustes pour les réalités de terrain en jeu. Ils reposent tous sur des approximations dans le but d'obtenir des formulations analytiques des champs. Ce choix a pour objectif de réduire considérablement le temps de calcul numérique du problème de diffraction. Un tel calcul est effectué répétitivement lors d'un processus d'optimisation pour localiser ou caractériser des objets. Nous avons donc choisi de réduire les temps de calcul, lors de l'inversion de données, grâce au problème direct. Les applications visées étant dans le domaine des basses fréquences, les modélisations des amas sont toujours de forme ellipsoïdale. Cette forme a l'avantage d'être la plus générale sachant que les mesures ne contiennent pas d'informations sur les détails de l'objet à caractériser. Pour ces mêmes raisons, les objets et leur environnement sont considérés comme des milieux homogènes, non magnétiques, décrits par leur conductivité et leur permittivité.

Thèse de doctorat

J'ai commencé à travailler sur ces thématiques lors de ma thèse de doctorat. Je me suis intéressée au choix de modélisation approprié de la source pour les configurations de mesures surface-à-puits en prospection minière. L'émetteur utilisé est une grande boucle de courant carrée d'environ 300 m de côté posée sur le sol. J'ai donc comparé les champs induits dans le sol conducteur par des boucles circulaires et des dipôles magnétiques aux fréquences en jeu (60 Hz à 2 kHz). Je me suis aussi intéressée à la caractérisation des amas métallifères au moyen de sources dipolaires équivalentes. Pour cela, j'ai utilisé les sources dipolaires équivalentes à des objets de formes canoniques simples, telles que la forme sphérique, afin de retrouver des informations sur la taille de l'amas en plus de sa localisation. En parallèle, en collaboration avec G. Dassios et A. Charalambopoulos (de l'Université de Patras), nous avons obtenu une formulation basse-fréquence du tenseur de dépolarisation d'un ellipsoïde de conductivité finie. Cela m'a permis de donner une formulation analytique de l'approximation dite «localisée non-linéaire» du champ magnétique diffracté dans un milieu conducteur (modélisant le sol). J'ai pu extraire de ces formulations, les expressions analytiques de sources dipolaires équivalentes. Ces travaux ont donné lieu à quatre articles [A.1*][A.2*][A.3*][A.4*] dans des revues internationales à comité de lecture. Ils m'ont permis d'acquérir des compétences fortes et particulières sur les approximations basse-fréquences, les harmoniques ellipsoïdales¹ (et les techniques de calculs associées), la physique en jeu et ses particularités en géophysique.

¹dans le cas général car seul le cas à symétrie de rotation est le plus connu et usité

Après ma thèse

J'ai poursuivi mes travaux de recherche sur la prospection dans le sol après ma thèse, dans le but de développer d'autres modèles reposant sur les approximations basse-fréquences et la géométrie ellipsoïdale. Sur ces aspects, j'ai d'abord travaillé avec G. Kamvyssas (1999-2000), puis j'ai co-encadré P. Vafeas, tous deux de l'Université de Patras, le premier étant post-doctorant et le second doctorant (en visite au L2S). Nous avons d'abord étudié la validité de l'utilisation des approximations BF au problème de diffraction par un objet sphérique parfaitement conducteur, car la solution est connue sous forme analytique exacte. Par la suite, la technique a été appliquée au cas de géométrie ellipsoïdale et certains termes du développement BF ont été obtenus. Ces premiers résultats ont été publiés et on retiendra les articles [C.1],[A.5]. Afin de valider ces résultats « ellipsoïdaux », j'ai été amenée à confronter mes travaux avec H. Tortel de l'Institut Fresnel, qui a réalisé un code d'éléments finis compatibles avec mes contraintes dues aux propriétés physiques des objets et leur environnement.

De septembre 2004 à septembre 2007, j'ai bénéficié d'un **financement ACI Jeunes Chercheurs** qui m'a permis de poursuivre mes recherches et mes collaborations antérieures. Sur les nouvelles thématiques de prospection en sous-sol proche à des fréquences intermédiaires (30 kHz à 10 MHz), la thèse de A. Bréard commencée en octobre 2004 a été soutenue en novembre 2007. Le but de cette thèse était d'établir la faisabilité d'une montée en fréquence des approches développées lors de ma thèse. Ceci impliquait de plus une prise en compte de l'interface air/sol. Nous avons aussi choisi de considérer plusieurs « petits » objets de faible contraste avec l'environnement (limite de l'approximation). Pour la partie modélisation de la source, A. Bréard a pu bénéficier des travaux de stage de Master de P. Benko que j'ai encadré. Afin de valider les codes réalisés, une collaboration entre le L2S et le CEA, qui donne droit à l'utilisation du code CIVA (commercialisé par le CEA-LIST), a été établie. Elle a permis de valider les travaux de thèse de A. Bréard, mais aussi de confronter nos approches à celles utilisées en CND (Contrôle Non-Destructif) et développées en partenariat entre le L2S et le CEA. L'ensemble des résultats obtenus est très concluant puisque A. Bréard, après modification du code CIVA, a récemment validé nos approches à des fréquences intermédiaires (100 kHz à 10 MHz) lors de son année d'ATER. Je me suis également attachée à conforter des liens avec A. Massa de l'Université de Trente (mon équipe a pour cela participé à un séminaire à l'Université de Trente en 2005) par l'intermédiaire de M. Benedetti (doctorant sous la direction de D. Lesselier et A. Massa). A. Bréard a pu ainsi bénéficier pleinement de cet échange qui a apporté l'aspect novateur à ses travaux de thèse pour la partie inversion de données. Il s'est familiarisé avec les techniques de stratégie de groupe pour améliorer la convergence de ses algorithmes d'évolution différentielle. Les articles [A.9], [A.10] illustrent ces travaux, ainsi que nombre de communications [C.6], [C.9], [C.12], [C.13],.

L'ACI-JC a financé le post-doctorat de E. Iakovleva (1 an) placé au centre d'une coopération non contractuelle entre H. Ammari du CMAP à Palaiseau et l'équipe problème

inverse du DRE-L2S. Ce nouveau partenariat a permis d'obtenir des formulations asymptotiques des champs. L'approche repose sur des développements en fonction de la taille des objets supposée très petite. Ces nouvelles formulations très prometteuses pour l'analyse électromagnétique du sous-sol, ont conduit à la thèse de doctorat de S. Gdoura (débutée en nov. 2005) qui a naturellement bénéficié de cette collaboration. La méthodologie d'inversion diffère des précédentes puisqu'il s'agit de techniques de retournement temporel appliquées dans le domaine fréquentiel. Un algorithme de type MUSIC est utilisé pour localiser des petites inclusions ellipsoïdales et diélectriques placées dans un sol. Suite au séjour de D. Chambers de l'Université de Californie au printemps 2005 au L2S, des discussions fructueuses ont entouré les travaux de thèse de S. Gdoura. Elle a ainsi pu confronter ses approches à celles de D. Chambers et ses collègues. Cette thèse s'est inscrit aussi dans le partenariat avec l'Institut Fresnel pour la validation numérique des codes réalisés (H. Tortel, P. Chaumet) pour le problème direct. Des publications communes illustrent ces travaux dont [A.6], [A.7], [A.12], [C.5], [C.7], [C.8], [C.10], [C.14].

En parallèle, l'ACI-JC m'a permis de poursuivre ma collaboration avec P. Vafeas que j'ai co-encadré lors d'une visite au cours de son post-doctorat et avec qui je poursuis les travaux en cours (actuellement il est enseignant-chercheur à l'Université de Patras). Un article est à paraître [A.11] pour le cas général d'ellipsoïdes où les termes du développement BF, jusqu'alors manquants, sont obtenus sous forme approchée. Un autre article [A.8] traite du cas d'ellipsoïdes à symétrie de rotation, qui permet d'obtenir une formulation exacte des termes du développement BF mais nécessite un calcul numérique itératif. J'ai donc encadré un stagiaire de Master Recherche 2ème année (W. Zoughlache, au printemps 2008) afin de réaliser et valider cette approche.

Actuellement je poursuis mes travaux de recherche suite à l'impulsion apportée par l'ACI. A. Bréard a finalisé ses travaux de thèse lors de son poste d'ATER (2007-2008). S. Gdoura a soutenu sa thèse en septembre 2008 mais il reste encore beaucoup de travail à faire pour appliquer et valider ces approches dans le contexte réel de la prospection du sous-sol. J'ai aussi encadré un stagiaire de M2R (W. Zoughlache). J'envisage par la suite une confrontation de toutes ces approches qui sont complémentaires mais si différentes.

Dans ce contexte, j'ai donc participé à l'encadrement de 5 stages de DEA ou Master 2ème année dont deux ont débouché sur des thèses, l'une de 2004 à 2007 et l'autre de 2005 à 2008. J'ai aussi été amenée à co-encadrer 3 post-doctorats et 1 ATER. L'ensemble des mes travaux, dans ce cadre coopératif important, a permis d'aboutir à des publications communes dans des revues de qualité et à d'autres types de diffusion des travaux.

L'ensemble des mes travaux est résumé dans mon CV et la liste de mes publications est aussi jointe.

Contexte international

Je situe ici rapidement le contexte de mes travaux sur le plan international. La description est volontairement non exhaustive et je me limite au problème direct qui représente plus

ma propre spécialisation.

Dans le domaine de la caractérisation d'objets enfouis dans le sol, l'intérêt des modélisations par des objets de forme simple, ainsi que l'utilité d'obtenir des formulations approchées, voire analytiques, des champs sont confirmés par nombre de publications internationales.

Les techniques de caractérisation d'objets enfouis reposent généralement sur des modélisations par des sphères et le plus souvent par des ellipsoïdes de révolution [1], [2]. La solution du problème direct peut être obtenue à l'aide de formulations exactes, telles que les méthodes de moments, ou des méthodes approchées, telles que les approximations de Born étendues [3], [4]. Toutes ces techniques nécessitent des maillages coûteux numériquement.

Afin de traiter analytiquement les problèmes directs en jeu et gagner en temps de calcul des approximations doivent être faites. La plus simple est de considérer que le champ à basses fréquences se comporte principalement comme le champ statique [5]. L'inconvénient est que le problème inverse se prive de l'information contenue dans la partie en quadrature des champs. Des développements asymptotiques des champs peuvent permettre d'avoir accès au comportement fréquentiel tout en conservant des formulations analytiques simples. R. Kleinman et G. Dassios [6] se sont beaucoup intéressés aux développements basses-fréquences en puissance du nombre d'onde k . Ces développements asymptotiques qui se différencient de ceux effectués par les géophysiciens [7] (en puissance de l'épaisseur de peau δ) ont l'avantage d'être mathématiquement convergents. Les travaux menés avec P. Vafeas et A. Bréard sont donc fondés sur cette approche théoriquement plus robuste. D'autres approches asymptotiques peuvent aussi s'appliquer à basses fréquences puisque dans ce cas les objets sont petits devant la longueur d'onde (ou l'épaisseur de peau). Ainsi H. Ammari s'intéresse aux développements asymptotiques en fonction de la taille de l'objet qu'il applique, entre autres aux équations de Maxwell [8]. Ces travaux sont à l'origine des travaux de E. Iakovleva et S. Gdoura.

1.2.3 Projet de recherche

Je présente dans cette section un résumé de mon projet de recherche. Un projet plus détaillé est fourni dans la partie scientifique (chapitre 2) car il nécessite au préalable une compréhension fine des travaux actuels.

Au cours de ces dernières années, j'ai mené des travaux de recherche sur des thématiques proches tout en m'intéressant à la faisabilité d'une montée en fréquences. A. Bréard a poursuivi et redéveloppé certains de mes travaux de thèse, ma collaboration avec P. Vafeas a abouti à un nouveau modèle complémentaire des précédents et les travaux menés avec E. Iakovleva et S. Gdoura m'ont permis d'étudier de nouvelles approches en régime de propagation mais qui devraient être applicables à des sujets liés au sous-sol terrestre. Chacun de ces points doit être approfondi et finalisé individuellement, mais surtout le lien entre ces différentes approches doit être étudié et leurs particularités doivent être

mises en avant. Chacune de ces approches possède ses limites de validité physique mais aussi ses qualités et défauts qui sont autant de points à étudier et qui n'ont jamais encore donnés lieu à des publications à ma connaissance.

A très court terme, je dois fournir des validations avec des données expérimentales des codes développés par A. Bréard. Le développement du protocole de mesures par le BRGM ayant pris du retard, il n'a pas été possible lors de sa thèse d'effectuer la confrontation avec des données de terrain. Il s'agit d'un protocole de mesures à fréquences intermédiaires (centaine de kHz à une dizaine de MHz) qui est particulièrement difficile à mettre en œuvre pour une utilisation à la surface du sol. D'autre part, les formulations de P. Vafeas, que j'ai codées n'ont pas encore été toutes validées ; il faut évaluer si l'approche menée restitue bien les phénomènes physiques en jeu, et surtout si elle reste valable quand la fréquence augmente. Il est impératif d'utiliser les codes numériques correspondants sur des données réelles et d'étudier la caractérisation d'amas enfouis. Je précise que ces approximations ont été obtenues récemment car leur formulation s'est révélée beaucoup moins évidente que ne le prévoient les études préliminaires ; leur utilisation pour l'identification d'amas, est donc la suite logique de ces travaux et la finalité souhaitée, mais elle reste à étudier. De plus, plusieurs géométries ont été traitées (ellipsoïde de forme générale ou de révolution), or elles présentent des avantages et inconvénients mal connus qui n'ont jamais été considérés et explicités pour les applications en jeu. Il me paraît donc important de conclure cette étude par une telle analyse. En effet, dans la description des travaux de recherche, il a été fait référence à des articles qui traitent d'applications et géométries similaires mais qui restent des techniques à plus ou moins longs temps de calcul. Je trouve qu'il serait intéressant de montrer si certaines géométries sont plus pertinentes de ce point de vue pour les applications considérées.

A plus long terme, selon les résultats apportés par les confrontations à plus hautes fréquences, je peux être amenée à poursuivre les approches. En effet, il s'agit de développements en série BF dont seuls les premiers termes ont été établis, mais ils peuvent se révéler insuffisants si la fréquence de mesure est plus élevée. Dans ce cas, je souhaite poursuivre les développements afin d'obtenir les termes d'ordre supérieur car en théorie toute la physique est contenue dans l'ensemble des termes du développement. Je sais déjà que les formulations ne seront pas totalement analytiques ce qui augmentera les temps de calcul. De ce point de vue, il sera donc nécessaire, en plus de la validation des codes, d'étudier l'intérêt de l'approche comparativement à des méthodes numériques exactes. Ces travaux concernent aussi bien les modèles développés avec A. Bréard que ceux réalisés avec P. Vafeas. Etant donné la complexité de la mise en œuvre des formulations, ce travail ne peut être envisageable qu'au cours d'une thèse.

Toujours à plus long terme, les approches menées avec S. Gdoura et E. Iakovleva doivent être réécrites, programmées et validées pour la physique si particulière de la prospection dans le sous-sol. Ce travail peut constituer par lui-même un nouveau travail de thèse. Je suis persuadée qu'il serait intéressant de le comparer à l'approche développée avec A. Bréard qui traite aussi de plusieurs objets. Il me paraît vraisemblable que les deux approches ne permettront pas d'identifier de la même manière les objets de contrastes

et tailles différents. Les outils d'inversions utilisés sont aussi très variés ; il serait donc intéressant d'analyser s'il est possible de les utiliser de façon complémentaire afin de réduire les temps de calcul et permettre l'utilisation en temps réel (in-situ, *i.e.* dans la demi-journée), mais aussi pour pallier les inconvénients de chacune des techniques d'optimisation. Ici, il s'agit donc de confronter les approches de retournement temporel aux techniques d'évolutions différentielles (et leurs versions plus sophistiquées que A. Bréard a développées) souvent utilisées pour la caractérisation dans le sol sans justification particulière. Ici encore les articles déjà référencés illustrent ces propos.

D'autre part, l'environnement est un domaine d'actualité et plus particulièrement le problème d'émission ou de stockage de CO₂. Il me semble donc nécessaire de réfléchir à des projets dans ce domaine. Je citerai en exemple le stockage de CO₂ dans le sous-sol terrestre pour lequel notre partenaire le BRGM est directement impliqué. L'utilité et la faisabilité des approches électromagnétiques déterministes pour le suivi des injections, pour la surveillance des couches de remplissage, ainsi que l'évolution des gaz et des couches « remplies » au cours du temps, sont autant de thématiques qui doivent être analysées. Dans ce cadre, il est nécessaire de construire des projets qui seront dans un premier temps des travaux de faisabilité avec comme partenaire le BRGM.

Ayant principalement développé des travaux de recherche pour les phénomènes d'induction dans le cadre si particulier de la caractérisation d'amas dans le sol, je pense qu'il serait fort intéressant de les élargir tant du point de vue applicatif que des phénomènes physiques et électromagnétiques en jeu. Mon manuscrit de HDR me permet à ce titre de conclure sur les travaux que j'ai menés.

1.2.4 Liste des publications (oct. 1999 à avril 2009)

Thèse de Doctorat (18 octobre 1999)

- T.1 Caractérisation électromagnétique d'objets conducteurs enfouis. Application à la prospection géophysique
G. Perrusson
Membres du Jury : B. Bourgeois, Ingénieur, BRGM ; G. Dassios, Professeur, Université de Patras ; B. Duchêne, Chargé de Recherche CNRS 08 ; T. Habashy (rapporteur), Ingénieur, Schlumberger Doll Research ; J. Lavergnat (président), Professeur CNU 63, Université de Versailles-St-Quentin ; D. Lesselier, Directeur de Recherche CNRS 08 ; M. Saillard (rapporteur), Professeur CNU 63-30, Université d'Aix-Marseille

Les publications relatives à mes travaux de thèse sont marquées d'une astérisque.

Articles dans des revues internationales avec comité de lecture

- A.1* Electromagnetic scattering by a triaxial homogeneous penetrable ellipsoid : Low-frequency derivation and testing of the localized nonlinear approximation
G. Perrusson, M. Lambert, D. Lesselier, A. Charalambopoulos, G. Dassios
Présélectionnée à l'issue du 1998 URSI Symposium, Salonique
 Radio Science, vol. 35, no. 2, pp. 463-481, mars-avril 2000
- A.2* Conductive masses in a half-space Earth in the diffusive regime : Fast hybrid modeling of a low-contrast ellipsoid
G. Perrusson, D. Lesselier, M. Lambert, B. Bourgeois, A. Charalambopoulos, G. Dassios
Sur invitation à publier, Special issue on Computational Wave Issues in Remote Sensing, Imaging and Target Identification, Propagation and Inverse Scattering
 IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, vol. 38, no. 4, pp. 1585-1599, juillet 2000
- A.3* Electric and magnetic dipoles for geometric interpretation of three-component electromagnetic data in geophysics
 B. Bourgeois, A. Suignard, **G. Perrusson**
Sur invitation à publier dans une section spéciale : Electromagnetic Imaging and Inversion of the Earth's Subsurface
 Inverse Problems, vol. 16, no. 5, pp. 1225-1261, octobre 2000
- A.4* A novel approach to the low-frequency scattering problem : the localized nonlinear approximation in ellipsoidal geometry
 A. Charalambopoulos, G. Dassios, **G. Perrusson**, D. Lesselier
 International Journal of Engineering Science, vol. 40, no. 1, pp. 67-91, janvier 2002
- A.5 Low-frequency solution for a perfectly conducting sphere in a conductive medium with dipolar excitation
 P. Vafeas, **G. Perrusson**, D. Lesselier
 Progress In Electromagnetics Research, PIER 49, pp. 87-111, 2004
- A.6 MUSIC-type electromagnetic imaging of a collection of small 3-D bounded scatterers
 H. Ammari, E. Iakovleva, D. Lesselier, **G. Perrusson**
 SIAM Journal of Scientific Computing, vol. 29, no. 2, pp. 674-709, 2007
- A.7 Multi-static response matrix of a 3-D inclusion in half space and MUSIC imaging
 E. Iakovleva, S. Gdoura, D. Lesselier, **G. Perrusson**
 IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. 55, no. 9, pp. 2598-2609, 2007

- A.8 Low-frequency interaction of magnetic dipoles and perfectly conducting spheroidal bodies in a conductive medium
P. Vafeas, **G. Perrusson**, D. Lesselier
International Journal of Engineering Science, vol. 47, no. 3, pp. 372-390, 2009
- A.9 Hybrid differential evolution and retrieval of buried spheres in subsoil
A. Bréard, **G. Perrusson**, D. Lesselier
IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing Letters, vol. 5, no. 4, pp. 788-792, 2008
- A.10 Low-frequency modeling of conductive obstacles buried in subsoil as coupled ellipsoids
A. Bréard, **G. Perrusson**, D. Lesselier
Radio Science, vol. 44, RS2001, doi :10.1029/2008RS003939, 2009
- A.11 Low-frequency dipolar excitation of a perfect ellipsoidal conductor
G. Perrusson, P. Vafeas, D. Lesselier
Quarterly of Applied Mathematics, à paraître, 2009
- A.12 Imaging of a small dielectric sphere buried in a half space
S. Gdoura, D. Lesselier, P. C. Chaumet, **G. Perrusson**
ESAIM : Proceedings, Mathematical Methods for Imaging and Inverse Problems, éd. H. Ammari, SMAI, EDP Sciences, vol. 26, no. avril, pp. 123-134, 2009

Articles dans des conférences internationales avec actes et comité de lecture

- C.1 Low-frequency electromagnetic modeling and retrieval of simple orebodies in a conductive Earth
G. Perrusson, D. Lesselier, P. Vafeas, G. Kamvyssas, G. Dassios
3rd International Society for Analysis, its Applications and Computation (ISAAC) Congress, Berlin, août 2001
Actes édités, Editeurs : H. G. W. Begehr, R. P. Gilbert, M. W. Wong
Progress in Analysis, World Scientific, Londres, vol.2, pp. 1413-1422, 2003
- C.2 Low frequency models and characterization of an ellipsoidal body in the context of Earth's exploration
G. Perrusson, D. Lesselier, P. Vafeas, G. Dassios
Contribution invitée, Progress in Electromagnetics Research Symposium (PIERS'2002), Cambridge, Actes, 337, juillet 2002
- C.3 Diffusive and propagative wave field inverse scattering problems with emphasis on nondestructive evaluation
D. Lesselier, D. Dos Reis, B. Duchêne, M. Lambert, **G. Perrusson**, C. Ramanajaona
Contribution invitée, XXVIIth URSI General Assembly, Maastricht, Actes, 435 (CD-ROM, 4 pages), août 2002

- C.4 Low-frequency modeling of the interaction of magnetic dipoles and ellipsoidal bodies in a conductive medium
G. Perrusson, P. Vafeas, D. Lesselier
 2004 URSI International Symposium on Electromagnetic Theory, Pisa, Actes, 1017-1019 (+ CD-ROM), mai 2004
- C.5 Asymptotic field formulations, MUSIC type retrievals of small 3-D bounded dielectric and/or magnetic inclusions and their application to dipole source and receiver arrays
 H. Ammari, K. Iakovleva, D. Lesselier, **G. Perrusson**
Contribution invitée, Applied Inverse Problems, Cirencester, Actes, juin 2005
- C.6 On the low-frequency modeling of coupled obstacles buried in Earth-like medium
 A. Bréard, **G. Perrusson**, D. Lesselier
Contribution invitée, Progress in Electromagnetics Research Symposium (PIERS 2006), Cambridge, Actes, CD-ROM, mars 2006
- C.7 On the retrieval of small electromagnetic 3-D scatterers via MUSIC
 E. Iakovleva, D. Lesselier, **G. Perrusson**, H. Ammari
Contribution invitée, Progress in Electromagnetics Research Symposium (PIERS 2006), Cambridge, Actes, CD-ROM, mars 2006
- C.8 3-D electromagnetics, asymptotic models and MUSIC-type imaging of a collection of small scatterers
 E. Iakovleva, D. Lesselier, **G. Perrusson**, H. Ammari
Contribution invitée, 3rd International Conference on Inverse Problems, Control and Shape Optimization (PICOF'06), Nice, Actes, pp. 13-18, avril 2006
- C.9 Low-frequency modeling of 3-D coupled obstacles and inversion by differential evolution
 A. Bréard, **G. Perrusson**, D. Lesselier
Contribution invitée, 23rd Annual Review of Progress in Applied Computational Electromagnetics, Actes, CD-ROM, 6 pages, Vérone, mars 2007
- C.10 MUSIC-type imaging of dielectric spheres from single-frequency, asymptotic and exact array data
 S. Gdoura, D. Lesselier, **G. Perrusson**, P. C. Chaumet
 Progress in Electromagnetics Research Symposium (PIERS 2007), Prague, août 2007, Actes, Cambridge, The Electromagnetics Academy, pp. 348-352, septembre 2007
- C.11 Low-frequency interaction of magnetic dipoles and perfectly conducting spheroidal bodies in a conductive medium
 P. Vafeas, D. Lesselier, **G. Perrusson**
 8th International Workshop on Mathematical Methods in Scattering Theory and Biomedical Engineering, Lefkada, Proceedings, p. 51, septembre 2007
Actes édités, World Scientific, pp. 107–114

- C.12 Low-frequency electromagnetic characterization of buried obstacles by differential evolution with strategy of communication between group and multi-resolution
A. Bréard, **G. Perrusson**, D. Lesselier
6th International Conference on Inverse Problems in Engineering : Theory and Practice (ICIPE 2008), Dourdan, juin 2008
Actes édités, Journal of Physics : Conference Series, ICM 2008 proceedings, Institute of Physics, vol. 135, pp. 107–114, Novembre, 2008
- C.13 Retrieval of an unknown number of buried spheres by Differential Evolution with multi-resolution multi-zone features
A. Bréard, **G. Perrusson**, D. Lesselier
Progress in Electromagnetics Research Symposium (PIERS 2008), pp. 373, Boston, juillet 2008
- C.14 MUSIC-type imaging of a small dielectric sphere buried in a half space from exact and asymptotic data
S. Gdoura, D. Lesselier, **G. Perrusson**, P. C. Chaumet
XXIXth URSI General Assembly, 4 pages, Chicago, août 2008

Articles dans des conférences nationales avec actes et comité de lecture

- CN.1 Problèmes inverses des ondes : un état de l'art
D. Lesselier, M. Lambert, **G. Perrusson**
Journées Scientifiques du CNFRS (Comité National Français de Radioélectricité Scientifique) de l'URSI, 24-25 février 2005
Actes étendus sur présélection, Shared issues of wavefield inversion and illustrations in 3-D diffusive electromagnetics, Editeurs : P.-N. Favennec, B. Picinbono
Comptes Rendus de l'Académie des Sciences, Physique, no. spécial *Interaction du champ électromagnétique avec l'environnement*, vol. 6, no. 6, pp. 618-625, 2005
- CN.2 MUSIC-type retrieval of 3-D inclusions in a half space from asymptotic field formulations
E. Iakovleva, S. Gdoura, D. Lesselier, **G. Perrusson**
5e Conférence Européenne sur les Méthodes Numériques en Electromagnétisme (NUMELEC'06), Actes, CD-ROM, pp. 73-74, Lille, novembre 2006

Communications à des rencontres scientifiques avec ou sans actes à diffusion restreinte

- N.1 Exploration électromagnétique basse fréquence d'objets 3D enfouis
G. Perrusson
GDR Ondes - GT3, Imagerie et Inversion, Paris, octobre 2002

- N.2 Modèles et inversions d'objets simplifiés en électromagnétisme basse-fréquence
G. Perrusson
Ecole d'été MIO MD du GDR Ondes, Gif-sur-Yvette, septembre 2005
- N.3 Imagerie électromagnétique MUSIC d'une collection de petites inclusions 3-D
E. Iakovleva, D. Lesselier, **G. Perrusson**, H. Ammari
Réunion Générale, Interférences des Ondes, GDR Ondes, Recueil, p. 111, Besançon, novembre 2005
- N.4 Modélisation basse-fréquence d'objets couplés enfouis dans le sous-sol
A. Bréard, **G. Perrusson**, D. Lesselier
Réunion Générale, Interférences des Ondes, GDR Ondes, Recueil, p. 112, Besançon, novembre 2005
- N.5 Caractérisations de familles d'inclusions en électromagnétisme 3D - points clés et perspectives
E. Iakovleva, D. Lesselier, **G. Perrusson**, H. Ammari
Journée Thématique Diffusion Multiple, GDR ONDES et GDR ULTRASON, Gif-sur-Yvette, février 2006
- N.6 3-D electromagnetic inverse scattering methodologies with emphasis on the retrieval of small objects
E. Iakovleva, D. Lesselier, **G. Perrusson**, S. Gdoura, H. Ammari
Contribution invitée, 2nd Workshop on Advanced Computational Electromagnetics, Gand, mai 2006
- N.7 Low-frequency interaction of magnetic dipoles and perfectly conducting ellipsoidal bodies in a conductive medium
P. Vafeas, **G. Perrusson**, D. Lesselier
Scattering Theory and Related Problems, Conference at the occasion of the 60th Birthday of Professor Dassios, Patras, août 2006
- N.8 Sur l'imagerie électromagnétique MUSIC de petites inclusions volumétriques enfouies dans un demi-espace
S. Gdoura, E. Iakovleva, D. Lesselier, **G. Perrusson**
Journée Thématique Retournement Temporel, GDR ONDES et GDR IMCODE, Paris, janvier 2007
- N.9 Caractérisation électromagnétique basse-fréquence d'objets enfouis dans le sol à l'aide d'un algorithme d'évolution différentielle avec stratégie de communication entre groupes et multi-résolution
A. Bréard, **G. Perrusson**, D. Lesselier
Réunion Générale Interférences d'Ondes, GDR ONDES-GT3-4, Pessac, novembre 2007

Séminaires d'intérêt général

- NS.1 Approximation basse-fréquence du problème de diffraction par un ellipsoïde conducteur. Application à la prospection géophysique
G. Perrusson
 MathSTIC Exploration de méthodologies asymptotiques et des questions d'identification de petits diffracteurs couplés enfouis en milieux stratifiés et incertains, Groupe de travail Problèmes Inverses CMAP, Palaiseau, février 2005
- NS.2 On the MUSIC-type electromagnetic imaging of a collection of small 3-D bounded inclusions
 E. Iakovleva, D. Lesselier, **G. Perrusson**, H. Ammari
 DIT-Université de Trente, octobre 2005
- NS.3 Modeling and inversion of ellipsoid-like object in the diffusive regime using low-frequency scattering approaches and Born-extended hybrids
G. Perrusson, D. Lesselier
 DIT-Université de Trente, octobre 2005
- NS.4 3-D electromagnetics, asymptotic models and MUSIC-type imaging of a collection of small scatterers
 D. Lesselier, E. Iakovleva, H. Ammari, S. Gdoura, **G. Perrusson**
 Schlumberger Doll Research, Ridgefield, mars 2006

Rapports

- RC.1 Etude de faisabilité d'un appareil électromagnétique fréquentiel dans la gamme 30 kHz - 10 MHz
G. Perrusson, D. Lesselier
 Contrat SUPELEC/CNRS/BRGM n° 041217000, juil. 2003 à sept. 2003
 Rapport d'expertise, octobre 2003
- RC.2 Caractérisation électromagnétique de structures au sein d'un sous-sol proche en régime d'induction ou de propagation
G. Perrusson
 ACI Jeunes chercheurs, sept. 2004 à sept. 2007
 Dossier de fin de projet, septembre 2007

1.3 Activités d'enseignement et responsabilités administratives

1.3.1 Résumé des activités d'enseignement

J'ai commencé à enseigner en tant que monitrice de l'Université de Versailles-Saint-Quentin, lors de ma thèse de doctorat. J'ai été amenée à encadrer des TP et examens, mais j'ai aussi pu participer à l'élaboration ou la rénovation de TP. Ces TP étaient dispensés à des étudiants de DEUG MIAS ou SM qui ont de bonnes notions en Physique. Le

contenu des TP traitait d'optique, de thermodynamique, et d'électronique de base. Cette expérience m'a permise non seulement de transmettre mes connaissances et d'aider les étudiants les plus faibles, mais aussi de prendre conscience que l'enseignement était un bon complément pour la recherche tant pour l'équilibre personnel que du point de vue scientifique. Cette expérience fut donc une révélation car plus jeune je m'étais promise de ne jamais enseigner.

Etant très intéressée par le métier d'enseignant-chercheur, j'ai postulé pour des emplois d'ATER. Ma première année en tant qu'ATER se fit avec la même équipe pédagogique de l'Université de Versailles-Saint-Quentin. La nouveauté fut donc l'encadrement de TD ainsi que le profil des étudiants auxquels je m'adressais qui, contrairement à mes années de monitorat, étaient des biologistes (DEUG SV). Ceci m'obligea à revoir ma pédagogie afin de rester accessible à des étudiants qui n'avaient pas une formation de l'esprit de type « physicien » et qui n'étaient *a priori* pas nécessairement motivés par la Physique. Je pense que ceci m'a permis de m'adapter plus rapidement à mon second poster d'ATER qui se déroula à l'IUT de Vélizy au département de GEII. Très peu d'étudiants d'IUT viennent de formation générale car la plupart viennent de bac technologique. Les connaissances acquises avant l'IUT sont donc différentes et il faut en tenir compte. De plus ces étudiants qui se dédient à un métier de technicien ont une compréhension ou intuition des phénomènes et des techniques qui est beaucoup plus expérimentale que théorique. Ce fut donc un grand changement pour moi, universitaire, mais très enrichissant. Ces populations d'IUT sont aussi très scolaires, contrairement aux étudiants de branche générale universitaire, ce qui modifie beaucoup la façon de travailler et pas seulement la pédagogie. D'autre part, le contenu des TP et TD dans lesquels j'intervenais était totalement différent (électronique analogique et numérique, électronique de puissance), ce qui m'a permis de prouver mes capacités à enseigner ces matières et m'a certainement aidé pour les concours que j'ai passés à cette époque.

Par la suite, j'ai obtenu un poste de Maître de Conférences au sein de l'Université Paris-Sud, à la faculté des sciences d'Orsay. J'ai été recrutée sur un profil de poste « télécommunication » afin d'enseigner dans la formation EEA, en Maîtrise et DESS, ainsi qu'à la formation d'ingénieurs correspondante, la FIUPSO. Dans le cadre des enseignements demandés, j'ai été amenée à créer des cours, TD, examens dont le détail est donné plus loin. J'ai participé à la mise en place de la réforme LMD pour les formations dans lesquelles j'intervenais. Depuis la refonte des écoles d'ingénieurs de l'université Paris-Sud en un seul institut, l'IFIPS, je fais partie du conseil du Département d'Electronique, qui correspond à l'ancienne FIUPSO. J'ai aussi pris la responsabilité des Unités d'Enseignements (UE) dans lesquelles j'interviens. J'ai participé au recrutement d'étudiants pour les DESS ce qui me permet d'aborder sereinement mes nouvelles activités administratives puisque cette année j'ai pris la responsabilité de la première année de Master IST. Cette expérience toute nouvelle me permet de visualiser la pédagogie dans son ensemble, d'avoir des contacts avec les étudiants encore plus riches, de prendre connaissance et de suivre les relations internationales de l'Université par le biais des étudiants qui suivent le M1-IST

dans ce cadre précis, de travailler avec des composantes administratives comme la scolarité, le Service d'Intégration Professionnelle et de mieux comprendre le fonctionnement de l'Université Paris-Sud.

Contenu des enseignements dispensés (années univ. 2001-2009)

Mes activités d'enseignement étant très variées avant ma prise de fonction en tant que Maître de Conférences, j'ai volontairement limité ce résumé. Il est aisé de reconnaître à travers les contenus de ces enseignements la ligne directrice « électronique et électromagnétisme pour les télécommunications ».

	<p>- Electronique analogique de base en L3 de Physique et Chimie (ex-Licence de Sciences Physiques)</p>
depuis 2001	Encadrement de 5 TP (<i>dont 2 créés</i>)
depuis 2006	<i>Création du Cours (6h) et des TD (6h)</i> correspondants (2006-2008) en conformité avec la poursuite d'étude (CAPES)
	<p>- Echantillonnage, Quantification, et Transmission numérique en bande de base</p>
2003-2006	Encadrement de Cours et TD (15h) en FIUPSO 2ème année puis de TD (9h) en M1-IST <i>Création du cours</i> de FIUPSO
	<p>- Transmission numérique à fréquence porteuse</p>
depuis 2001	Encadrement de Cours et TD (12h), et de 2 TP en DESS SE et RT et FIUPSO 3ème année, puis en M2-IST SET et RT (parcours pro.) <i>Création du Cours et des TD</i> de M2 et DESS
	<p>- GPS (théorie et réalisation)</p>
depuis 2001	en DESS SE et RT, FIUPSO (3ème année), puis en M2-IST SET (parcours pro.) <i>Création du Cours (6h) et d'un polycopié de cours</i> sur le GPS
	<p>- Antennes rayonnantes</p>
depuis 2002	Encadrement de Cours et TD (12h), et de TP en DESS SE et RT, puis en M2-IST SET (parcours pro.) et CAT (parcours recherche) Encadrement de 9h TD et 1 TP, en FIUPSO 2ème année puis M1-IST <i>Création du Cours, amélioration des TD-TP et création d'un TP</i>
	<p>- Lignes de transmission</p>
depuis 2003	Encadrement de TD (9h) en FIUPSO 2ème année, puis M1-IST

- **Electronique analogique**
- depuis 2006** Encadrement de 9h de TD, en M1-IST
- depuis 2001** Encadrement de TP (PLL, modulations analogiques, bruit) en Maîtrise EEA et FIUPSO 2ème année, puis M1-IST
- **CEM (blindage)**
- depuis 2007** en M2-IST SET (parcours pro.) et CAT (parcours recherche), IFIPS 3ème année
Création du Cours
Co-encadrement d'un TER pour réaliser un TP sur les rayonnements parasites et le blindage
- **Electronique échantillonnée (filtrage numérique)**
- depuis 2007** Encadrement de Cours et TD (15h), en IFIPS 2ème année
Création du Cours et des TD

1.3.2 Responsabilités administratives et d'intérêt collectif

Mon statut de Maître de Conférences m'a permis de faire des tâches administratives relatives à l'enseignement, mentionnées dans la partie précédente et détaillées ci-dessous. La plus importante et la plus lourde est la responsabilité de la première année du Master IST de l'Université Paris-Sud que j'ai prise en septembre dernier. J'ai aussi eu la possibilité d'être membre élu de la Commission de Spécialiste en 63ème section de l'Université Paris-Sud. Cette fonction m'a principalement amené à participer aux recrutements pour les différentes filières de l'Université, IUT et école d'ingénieur compris, de mieux connaître certains laboratoires de l'Université.

Responsabilités administratives (années univ. 2001-2009)

- depuis sept. 2008** - **Responsabilité du Master IST première année** de l'Université Paris Sud
- depuis oct. 2007** - **Membre nommé de la commission du Département d'Electronique et Systèmes Embarqués** (ancien département d'Electronique) de l'IFIPS
- depuis janv. 2004** - **Membre élu de la Commission de Spécialistes** en 63ème section de l'Université Paris Sud
- 2003-2004** - Participation à la mise en place de la réforme LMD pour mes enseignements
- 2001-2008** - **Responsabilité** d'environ 7 UE en Master IST 1ère et 2ème années (ou anciennement en DESS), IFIPS 2ème et 3ème année, L3 de Physique et Chimie
- **Participation au recrutement** des étudiants de Master IST 2ème année (M2P-RT, M2P-SET, M2R-CAT) ou de DESS avant le LMD

Chapitre 2

Synthèse des travaux de recherche et perspectives

2.1 Introduction

J'effectue mes travaux de recherche au Département de Recherche en Electromagnétisme du Laboratoire des Signaux et Systèmes (DRE-L2S), sur le thème de la caractérisation d'objets enfouis en sous-sol profond et, plus récemment en sous-sol proche.

Je fais le choix de présenter en introduction mes travaux de recherche dans l'ordre chronologique. Je débute donc par ma thèse de doctorat. Je poursuis avec mes années d'ATER pendant lesquelles j'ai mis en place une partie de mes travaux de recherche actuels avant de présenter le plus gros de mon travail fait en tant que Maître de Conférences. Dans la suite du manuscrit, je détaillerai les trois thèmes principaux qui m'intéressent.

Thèse de doctorat

J'ai effectué mes travaux de thèse au L2S, sous la direction de Bernard Duchêne, Marc Lambert, et supervisée par Dominique Lesselier, d'octobre 1996 à octobre 1999.

Suite à mon stage de DEA, au cours duquel j'ai obtenu de premiers résultats concluants pour la localisation d'amas miniers à partir de données réelles fournies par le BRGM (Bureau de Recherches Géologiques et Minières, Orléans), est née une coopération entre le BRGM et le L2S. Cette coopération a donné le cadre applicatif de mes travaux de thèse.

Mes travaux portaient donc sur la faisabilité d'une caractérisation (localisation, taille, élongation, orientation, conductivité) d'amas à partir de données obtenues par les sondes développées par le BRGM. Il s'agit de sondes électromagnétiques qui permettent d'acquérir des données vectorielles du champ magnétique le long d'un puits de forage. Ce champ mesuré est généré par une grande boucle de courant (300 m x 300 m) à la surface du sol et évolue dans le sol en fonction des variations de ses propriétés physiques. Les mesures ainsi obtenues sont complexes et nécessitent un travail préalable de modélisation de la source et du milieu. La source fonctionne à des fréquences très basses (50 Hz à quelques kHz), en

régime d'induction, au dessus du sol qui est conducteur. A de telles fréquences, seuls les phénomènes dus aux conducteurs sont prépondérants et seules les propriétés physiques moyennes du sol et des gros amas sont visibles. L'ensemble peut donc être modélisé par des milieux homogènes conducteurs, infini ou semi-infini pour le sol, et de formes géométriques simples pour les amas. Dans le cadre de ma thèse, les travaux se sont limités à un amas, ce qui en soit est réaliste car à de telles fréquences le domaine d'investigation est limité. On considère donc une zone d'environ 500 m x 500 m x 500 m et des amas de 100 m d'élongation maximale. Pour la source, une étude préalable m'a permise d'évaluer les limites de son approximation par une grande boucle circulaire de surface équivalente ou par un dipôle magnétique, approximation que j'ai utilisée par la suite.

Le sujet requiert aussi un travail rigoureux et complexe sur la mathématique qui décrit le problème électromagnétique modélisé. C'est ainsi qu'une Action intégrée PLATON a été mise en place avec la Division de Mathématiques Appliquées (ICEHT-Forth, Patras, Grèce) et le L2S. G. Dassios, professeur dans ce laboratoire s'intéresse aux développements basse-fréquences des ondes en général. Notre problématique se prêtant bien à ce type d'approximation, nous avons développé un modèle analytique basse-fréquences.

Ma thèse a permis de mettre en avant des approches physiciennes ou plus mathématiques qui m'ont permis d'acquérir ou compléter mes connaissances dans ces domaines. J'ai mené en parallèle deux approches : l'une sur la recherche de sources équivalentes à objets sphériques conducteurs ; l'autre sur la modélisation basse-fréquences de la diffraction par un ellipsoïde conducteur. La seconde approche m'a permis d'extraire des sources équivalentes et de faire le lien avec la première.

Dans le cadre de la coopération grecque, une approximation dite « localisée non-linéaire hybride » a été développée. Elle fournit une solution approchée du problème de diffraction par un ellipsoïde pénétrable, de faible contraste de conductivité avec son environnement. Elle s'appuie sur « l'approximation localisée non-linéaire » classique développée par T. Habashy et ses collègues [9], mais aussi sur les approximations basse-fréquences qui sont nécessaires pour traiter la forme ellipsoïdale analytiquement (les harmoniques ellipsoïdales ne sont pas toutes connues explicitement). Deux approximations du champ magnétique ont été mises en place : l'une permet d'utiliser une source quelconque ; l'autre nécessite une forme analytique du champ généré par la source (dipôle magnétique ou boucle de courant circulaire) afin d'obtenir une formulation analytique plus simple. Cette deuxième approximation a permis de mettre en évidence les sources dipolaires équivalentes à l'ellipsoïde. L'ensemble des résultats aboutit à des codes numériques robustes et très rapides, qualités qui présentent un intérêt considérable pour des inversions de données. La limite de cette approche repose dans la nature de l'ellipsoïde dont la conductivité est trop faible par rapport à la réalité de terrain. Cette partie a été publiée dans les articles [A.1*],[A.2*],[A.4*].

L'autre étude est dans la suite logique de mon stage de DEA. Ici des sources dipolaires équivalentes à une sphère conductrice éclairée par une des deux sources précitées sont obtenues à partir de la formulation analytique des champs. Les expressions analytiques des sources ainsi obtenues dépendent des propriétés géométriques et physiques de la sphère.

Une technique de recherche des paramètres d'une sphère, par le biais des dipôles qui lui sont équivalents a été mise au point et testée sur des données réelles. L'aspect sphérique a montré ses limites car il ne permet pas de traiter correctement les amas allongés, mais il a permis dans un premier temps de prouver la faisabilité de l'approche. Ces aspects sont décrits, entre autre, dans l'article [A.3*].

Poste d'ATER

J'ai poursuivi mes travaux de recherche lors de mes deux années d'ATER à l'UVSQ au sein de la même équipe du DRE-L2S, de septembre 1999 à août 2001. Ayant obtenu des postes complets d'ATER consécutifs dans deux composantes distinctes de cette université (UFR des sciences puis IUT de Vélizy), rester dans le même laboratoire fut un avantage d'un point de vue scientifique.

Je me suis intéressée à des modélisations complémentaires aux travaux menés lors de ma thèse. En effet, la modélisation étudiée ne permet pas de traiter les objets fortement conducteurs (tels que les amas miniers ou cavité de saumure) par rapport au sol dans lequel ils se trouvent. J'ai donc commencé, en poursuivant la collaboration avec G. Dassios de l'Université de Patras (sous forme non contractuelle), une étude de faisabilité sur le problème de diffraction par une sphère parfaitement conductrice. La limite du conducteur parfait est une bonne approximation du problème réel, alors que la sphère est un objet canonique bien connu qui permet d'analyser et comprendre les modèles mathématiques basse-fréquences qui sont nécessaires pour traiter ensuite le cas d'un objet ellipsoïdal. Cette forme ellipsoïdale pour les mêmes raisons que celles décrites plus haut, est la forme la plus générale et la plus intéressante que je souhaite traiter si le cas sphérique est probant.

Le problème s'est avéré plus compliqué que ce qui était espéré : le développement limité des fonctions contenues dans la solution en régime harmonique ne permet pas d'obtenir de solution satisfaisante. Le cas statique bien connu en magnétostatique n'est pas retrouvé alors qu'il constitue le phénomène dominant en régime d'induction.

L'approche retenue est basée sur les approximations basse-fréquences appliquées aux équations de Maxwell. L'ensemble revient à résoudre ces équations pour chaque ordre des champs et l'ordre zéro (terme statique) est bien la solution attendue en magnétostatique.

En parallèle de ce travail, la solution exacte en régime harmonique de la diffraction par une sphère parfaitement conductrice a été écrite et le code obtenu a permis de tester la reconstruction de données synthétiques mais surtout de données réelles en *blind test*. Ces premières reconstructions ont prouvé l'utilité des termes harmoniques dans la description du champ pour la reconstruction d'un amas métallifère, mais aussi la limite de la géométrie sphérique qui ne peut pas décrire correctement des amas réels qui sont plus souvent aplatis ou allongés ; l'étude de la forme ellipsoïdale s'avère donc nécessaire. L'ensemble a été diffusé notamment dans un article étendu de congrès [C.1]. Pour la résolution des approximations basse-fréquences des problèmes de diffraction, j'ai été amenée à encadrer un jeune doctorant grec (P. Vafeas) lors d'un séjour au L2S, au printemps 2001.

Poste de McF

En septembre 2001, suite à mes deux années d'ATER j'ai obtenu un poste de Maître de Conférences à l'Université Paris-Sud, qui m'a permis de rester au DRE-L2S pour effectuer mes travaux de recherche.

Ainsi lors de mes premières années en tant que Maître de Conférences, j'ai poursuivi mes travaux de recherche avec les mathématiciens de l'Université de Patras et mes collaborations avec le BRGM qui m'a fourni le cadre applicatif mais aussi des données réelles.

Les travaux de faisabilité effectués avec P. Vafeas ont montré que l'approche choisie pourrait permettre de modéliser les phénomènes physiques considérés. En effet, dans le cas particulier du problème de diffraction par une sphère parfaitement conductrice, il a été démontré que les termes harmoniques du développement basse-fréquences étaient utiles aux fréquences de mesures en jeu. Ces termes complètent le terme statique (qui certes domine à de telles fréquences) en décrivant principalement la composante en quadrature des champs. Celle-la contient des informations complémentaires qui peuvent s'avérer nécessaires pour la reconstruction de structure. Ces termes ont été établis sous forme analytique, puis validés. En parallèle, une solution du cas statique pour l'objet ellipsoïdal a été obtenue et validée. Tous les ordres du développement basse-fréquences ne sont pas faciles à résoudre, ainsi l'ellipsoïde a nécessité des formulations particulières des solutions harmoniques des champs ce qui explique la publication tardive dans des articles des résultats sur le sujet ([A.8],[A.11]) et les séjours multiples de P. Vafeas. Toutes les solutions ont l'avantage d'aboutir à des formulations analytiques simples et, en général, rapidement évaluables (le cas des ellipsoïdes à symétrie de révolution étant différent). Leur utilisation en reconstruction d'amas conducteur reste à faire.

Les protocoles de mesures du BRGM ayant évolué pour des techniques de mesures avec source et émetteur dans un seul puits de forage, j'ai encadré un stagiaire de DEA (C. Jean-Charles en 2003) afin d'évaluer les approches menées lors de ma thèse dans ce cas particulier. J'ai ensuite encadré un autre stagiaire de DEA (A. Bréard en 2004) afin d'étudier la faisabilité d'une identification de deux objets sphériques avec des outils d'optimisation à convergence locale. Ce stage a aussi permis à l'étudiant de se familiariser avec la physique en jeu et d'étudier les techniques de sources équivalentes que j'avais développées.

De septembre 2004 à septembre 2007, j'ai bénéficié d'un financement ACI Jeunes Chercheurs qui m'a permis de développer plusieurs axes de recherche en parallèle. Ce projet a notamment permis de financer un post-doctorat d'un an, des séjours de chercheurs étrangers, des stagiaires, du matériel informatique,...

En septembre 2004, A. Bréard en tant qu'allocataire de recherche a débuté sa thèse de doctorat sous la direction de D. Lesselier et la mienne (à 75%). Ses travaux ont porté sur l'approximation de la diffraction par des petits amas multiples de faible contraste avec le sol dans lequel ils se trouvent. L'approche reprend l'approximation développée lors de ma thèse et met en œuvre des approximations de diffraction multiple entre objets ne

tenant compte que des termes dipolaires des champs. Au début de cette thèse (printemps 2004) j'ai encadré un stagiaire de Master 2ème année de l'Université de Budapest qui a développé et étudié la modélisation basse-fréquences du champ rayonné par une boucle de courant placée au dessus du sol. Les codes ainsi obtenus, ont servi à A. Bréard pour introduire une source pour des configurations surface-surface où l'émetteur et le récepteur sont des boucles à la surface du sol. Le but est de décrire la configuration de mesure d'un projet du BRGM à basses et moyennes fréquences que j'ai expertisé avec D. Lesselier en 2003 et dont le prototype a malheureusement vu le jour trop tard par rapport à la soutenance de thèse de A. Bréard.

En parallèle, A. Bréard s'est intéressé au processus d'optimisation et a comparé les méthodes dites à convergence locale de type quasi-Newton utilisées lors de ma thèse avec des algorithmes d'évolution différentielle. Il s'est aussi inspiré des algorithmes dits *particle swarm* pour les évolutions de groupes de populations de ces codes d'évolution différentielle. Il a ensuite développé et adapté ces algorithmes afin de les utiliser pour reconstruire jusqu'à trois objets différents. Afin de valider les codes directs et inverses réalisés, A. Bréard a été amené à travailler avec le code CIVA du CEA-List mis à notre disposition suite à un contrat entre le L2S. Ce code a permis d'enrichir la thèse de multiples exemples prouvant l'intérêt des approches menées tant du point de vue approximation que rapidité de calcul. Ces travaux ont abouti à une soutenance de thèse en décembre 2007 et des articles [A.9],[A.10].

Un post-doctorat (E. Iakovleva) a été financé par l'ACI et a eu pour but de fournir des développements asymptotiques de petits diffracteurs éclairés par une source dipolaire. L'approche menée se différencie des précédentes par la nature du développement qui est fonction de la taille des diffracteurs supposée petite. L'écriture en fonction de tenseurs de dépolarisation permet en théorie de traiter n'importe quelle forme d'objet mais dans le cadre présent seuls les objets sphériques et ellipsoïdaux ont été considérés. L'approche a été menée dans le domaine de propagation et constitue un travail préliminaire pour des situations de prospection dans le sous-sol.

Afin de comprendre et tester les techniques en vogue de retournement temporel, j'ai encadré avec D. Lesselier une stagiaire de 2ème année de Master (S. Gdoura). Dans le même temps E. Iakovleva a formulé et étudié la décomposition en valeurs singulières de la matrice de réponse multistatique qui régit les techniques de retournement temporel en régime harmonique. Elle a aussi testé les algorithmes de type MUSIC sur ces formulations. Dans ce contexte, D. Chambers de l'Université de Californie a fait un séjour au L2S et confronté ses approches aux nôtres. L'ensemble des travaux a fait l'objet de publications dont [A.6], [A.7].

S. Gdoura a poursuivi les travaux de E. Iakovleva lors d'une thèse financée par une bourse EGIDE, débutée en novembre 2005, dirigée par D. Lesselier et à laquelle j'ai contribué à 30% de l'encadrement. Afin de traiter le cas de petits diffracteurs sous une interface, elle s'est familiarisée avec les fonctions de Green en espace libre et leur évaluation numérique grâce à des formulations fournies par E. Iakovleva et les techniques numériques du profes-

seur W. C. Chew (Center for Computational Electromagnetics and the Electromagnetics Laboratory, Université de l'Illinois) qui fût invité au L2S à cette période. S. Gdoura a aussi étudié et formulé ce problème dans le domaine des coordonnées bi-sphériques qui permet de traiter aussi le demi-espace homogène au dessus d'une sphère. Ces travaux ont abouti à une soutenance de thèse en septembre 2008 et à des publications dont un article [A.12].

Les approches ellipsoïdales réalisées avec P. Vafeas ont été validées grâce à des résultats de codes exacts fournis par H. Tortel de l'Institut Fresnel. Il a aussi fourni des résultats pour des sphères qui ont été utiles à E. Iakovleva et S. Gdoura. Cette dernière a par la suite plus particulièrement travaillé avec J.-P. Chaumet de ce même Institut.

Le point commun de ces deux thèses de doctorat est l'aspect multi-objets mais les approches restent différentes. Il reste à établir les champs pour des applications terrestres grâce à la propriété de dualité qui peut s'utiliser sur les formulations de E. Iakovleva et S. Gdoura avant de pouvoir confronter les travaux des deux thèses. Ces travaux ont été soutenus par le financement ACI-JC et laissent la porte ouverte à des travaux futurs qui sont explicités après la présentation détaillée de mes travaux.

2.2 Caractérisation d'amas par un ellipsoïde parfaitement conducteur

Ces travaux partent du constat que d'un point de vue géophysique, les amas contenant du minerai ou les cavités remplies de saumure sont très fortement conducteurs par rapport à l'environnement dans lequel ils se trouvent. Les approches développées lors de ma thèse de doctorat reposent sur une approximation valide pour des faibles contrastes de conductivité entre les amas et le sol. Elles ne permettent donc pas de décrire les phénomènes en jeu pour les applications précitées. Il est apparu nécessaire d'établir de nouvelles approches qui permettent de décrire ce cas de fort contraste.

Les techniques de mesures sont les mêmes que celles décrites pour mes travaux de thèse même si la source et le récepteur peuvent maintenant se trouver dans un même puits de forage ou à la surface du sol. Les fréquences d'induction qui assurent la pénétration des ondes dans le sol procurent, là encore, des mesures qui ne contiennent que des informations générales sur les amas (forme globale et conductivité moyenne). Les modélisations choisies lors de ma thèse ont donc été reprises, seule la conductivité du modèle d'amas a été supposée infinie. Ce choix est réaliste car les fortes conductivités des amas peuvent être vues comme infinies par rapport à la conductivité moyenne du sol. D'autre part, d'un point de vue mathématique, le cas parfaitement conducteur est plus simple que le cas de conductivité finie. Par la suite, vu les difficultés rencontrées, ce choix paraît bien raisonnable et les résultats numériques ont prouvé sa pertinence.

Ainsi le travail visé était d'obtenir les champs diffractés par un ellipsoïde parfaitement conducteur placé dans un sol conducteur (voir la figure 2.1). Le but recherché est un calcul très rapide de ces champs et là encore nous nous sommes tournés vers des approximations afin d'établir des formulations analytiques simples. Bien que les phénomènes soient inductifs les calculs menés tiennent compte de la permittivité du sol dans le but de fournir des résultats qui puissent rester si possible valides à des fréquences de plusieurs centaines de kHz.

2.2.1 Approximation de formulations exactes

La première étape de ce travail fut une étude de faisabilité pour un diffracteur sphérique car cette forme géométrique est bien connue mais surtout simple à mettre en œuvre.

En collaboration avec G. Kamvyssas (chercheur) et G. Dassios (professeur) de l'Université de Patras, nous avons obtenu l'expression analytique exacte du champ magnétique en régime harmonique. Elle est donnée par l'équation 2.1. Cela nous a permis de développer un code exact nécessaire pour les validations des modèles approchés.

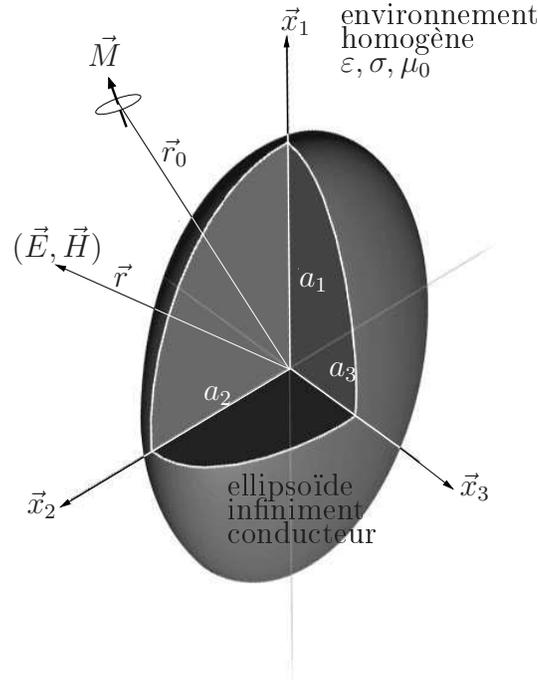


Figure 2.1 – Géométrie du problème : un ellipsoïde de semi-axes $a_1 > a_2 > a_3$ est éclairé par un dipôle magnétique \vec{M} d'orientation quelconque et placé en \vec{r}_0 ; l'environnement est supposé infini et non-magnétique, de permittivité ε et de conductivité σ .

$$\vec{H}(\vec{r}) = (jk)^3 \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=-l}^l \frac{1}{l(l+1)} \left\{ \frac{J_l'(kr)|_{r=a} + J_l(ka)/(ka)}{H_l^{(1)'}(kr)|_{r=a} + H_l^{(1)}(ka)/(ka)} \vec{M}_l^m(\vec{r}) \vec{M}_l^{m*}(\vec{r}_0) + \frac{J_l(ka)}{H_l^{(1)}(ka)} \vec{N}_l^m(\vec{r}) \vec{N}_l^{m*}(\vec{r}_0) \right\} \cdot \vec{M} \quad (2.1)$$

où k est le nombre d'onde dans le milieu environnant la sphère de rayon a , J_l et $H_l^{(1)}$ sont respectivement les fonctions de Bessel et les fonctions de Hankel de première espèce, alors que $\vec{M}_l^m(\vec{r})$ et $\vec{N}_l^m(\vec{r})$ sont les vecteurs harmoniques sphériques intérieur et extérieur.

A partir de ce formulation exacte, j'ai appliqué des développements limités en fonction de kr , argument des fonctions en jeu dans les expressions des champs. Les solutions ainsi obtenues ont fourni des résultats décevants car les termes, hormis le terme statique de la littérature qui était retrouvé, divergeaient numériquement.

Les approximations des géophysiciens en fonction de r/δ , où δ est l'épaisseur de peau dans le sol (en supposant que $k^2 \approx j\omega\mu_0\sigma$, vrai en régime d'induction) [7], ont aussi été testées sans fournir de meilleurs résultats. Les fonctions qui posent problème dans les deux cas sont les fonctions de Bessel et Hankel mais aucune explication mathématique n'a

été trouvée si ce n'est la complexité des développements des rapports entre les fonctions de Bessel et les fonctions de Hankel. Chaque problème d'électromagnétisme possède ses propres particularités et complexités qui ne permettent pas de formuler de règle générale sur ces problèmes de convergence. Les formulations asymptotiques obtenues doivent donc toujours être validées grâce à un code dit exact qui permettra de vérifier la convergence.

En concertation avec le professeur G. Dassios, spécialiste des approximations basse-fréquences (qui sont des développements en puissance de jk), il a été décidé d'aborder le problème de diffraction en utilisant ces approximations qui sont considérées comme plus robustes bien que la convergence ne puisse être vérifiée que numériquement, les rayons de convergence étant en général difficiles voire impossibles à définir analytiquement. L'expression analytique exacte du champ magnétique (éq. 2.1) ne permettant pas ce type de développement le problème a été reconsidéré à la base, c'est-à-dire en partant des équations de Maxwell.

Parallèlement à cette étude, la caractérisation d'amas par la recherche d'une sphère équivalente parfaitement conductrice a été menée. Le code exact sphérique réalisé, ainsi que le code ellipsoïdal statique ont permis de tester les inversions de données réelles et de mettre en évidence deux points qui justifient la poursuite des travaux :

1. Le régime harmonique permet de décrire principalement la partie en quadrature du champ, alors que le terme statique ne décrit que la partie réelle. Cette partie en quadrature apporte une information supplémentaire sur l'amas permettant en général de reconstruire le même amas quelles que soient les initialisations choisies lors de l'optimisation. Il paraît donc nécessaire de décrire la partie imaginaire du champ.
2. Le cas sphérique ne permet pas de décrire correctement un amas quelconque. La géométrie ellipsoïdale le permet car elle décrit les formes allongées (aiguilles) aussi bien que les disques. De plus, les résultats d'optimisation sur données réelles montrent que les amas ellipsoïdaux trouvent diffractent un champ dont la partie réelle décrit toutes les composantes vectorielles du champ mesuré, ce qui n'est pas le cas des amas sphériques. Les résultats trouvés concordent avec les prévisions des géologues suite à leur analyse de terrains ou autres types de mesures pour les données sur site de test. Un exemple de résultat obtenu à partir de données réelles est fourni en figure 2.2.

Ces résultats ont été présentés lors d'une conférence internationale [C.1] qui a fait l'objet d'un article étendu dans *World Scientific*. Cet article contient les détails nécessaires à la compréhension du problème et je ne souhaite pas décrire ici la technique d'optimisation car elle est celle déjà utilisée lors de ma thèse de doctorat.

2.2.2 Approximation BF des équations de Maxwell

Les travaux présentés ici ont été menés en collaboration avec la Division de Mathématiques Appliquées de l'Université de Patras et notamment à travers la participation d'un de leurs doctorants P. Vafeas à l'élaboration des formulations.

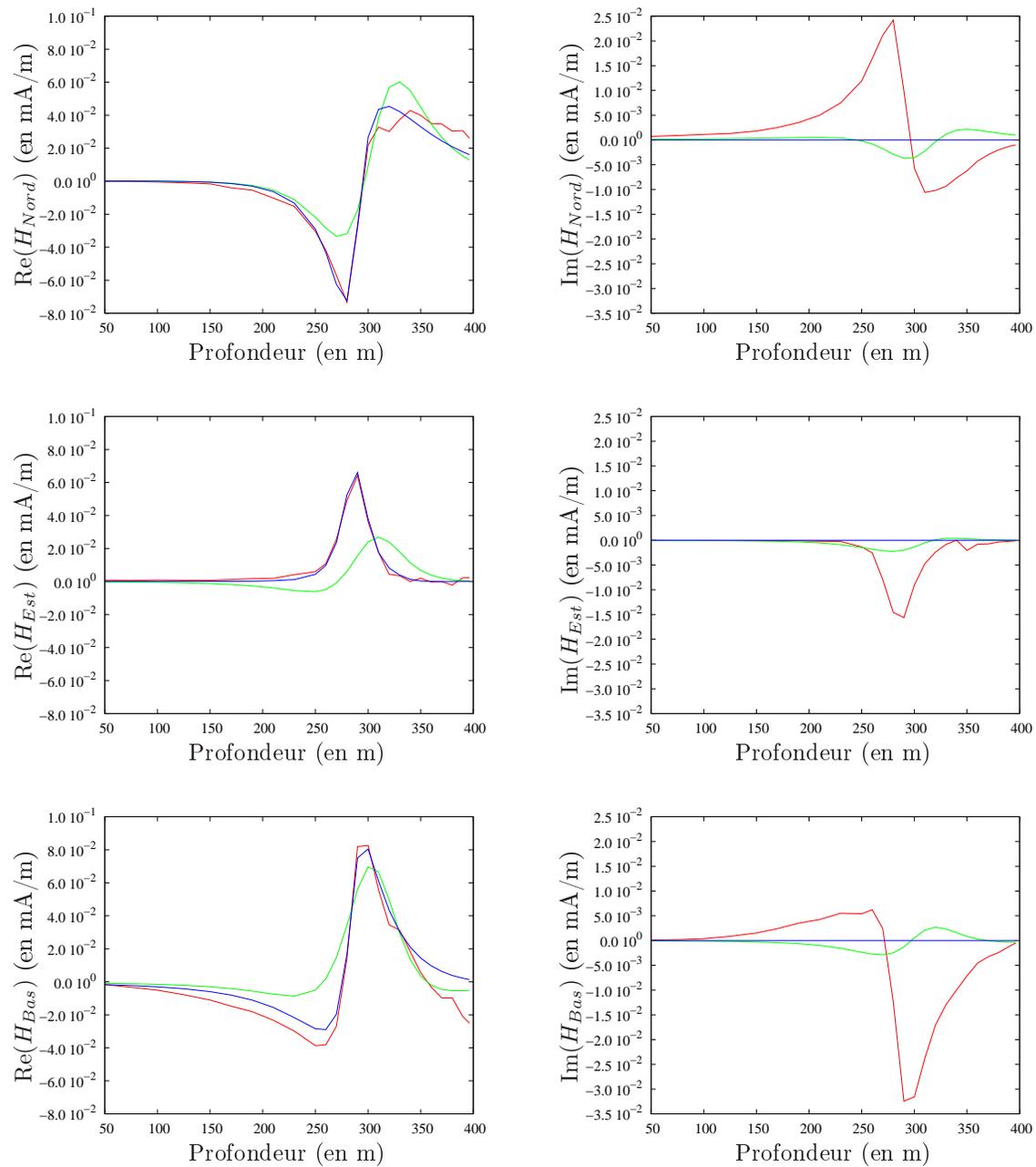


Figure 2.2 – Comparaison des trois composantes vectorielles du champ magnétique mesuré (—) sur le site de Jakonmutka (Finlande) avec celles du champ calculé avec la solution obtenue par la recherche d’une sphère (—) ou d’un ellipsoïde (—) équivalent, à 1120 Hz. Dans le cas de l’ellipsoïde, seul le champ statique est modélisé ce qui explique la nullité de la composante imaginaire. Les mesures du champ sont données dans le repère cartésien (Nord, Est, Bas), où Nord et Est sont les orientations du Nord et Est magnétique obtenus en même temps que la mesure du champ, « Bas » représente l’axe vertical orienté de la surface vers les profondeurs de la Terre.

Suite aux conclusions sur les travaux analytiques précédents, un nouveau travail de faisabilité a été conduit pour le même problème de diffraction sur le cas sphérique en partant des équations de Maxwell.

Les développements basse-fréquences sont des développements en puissance de jk , où k est le nombre d'onde dans le milieu environnant, de la forme $\psi = \sum_n \psi_n (jk)^n$, où ψ_n est réel. Dans le cas présent, ils sont appliqués à toutes les variables fréquentielles scalaires ou vectorielles. La pulsation ω est elle aussi réécrite sous la forme

$$j\omega = \frac{-1}{\sigma\mu_0}(jk)^2 + \frac{\varepsilon}{\sigma^3\mu_0^2}(jk)^4 \quad (2.2)$$

Une fois les développements appliqués aux équations de Maxwell, aux champs incidents générés par un dipôle magnétique \vec{M} et aux conditions limites à la surface de la sphère parfaitement conductrice, on obtient le système d'équations de Maxwell suivant pour les différents ordres du développement de \vec{E} et \vec{H}

$$\begin{aligned} \vec{E}_0^*(\vec{r}) &= \mathbf{0} & \nabla \cdot \vec{E}_0^*(\vec{r}) &= 0 & \nabla \times \vec{H}_0^*(\vec{r}) &= \mathbf{0} & \nabla \cdot \vec{H}_0^*(\vec{r}) &= 0 \\ \vec{E}_1^*(\vec{r}) &= \mathbf{0} & \nabla \cdot \vec{E}_1^*(\vec{r}) &= 0 & \vec{H}_1^*(\vec{r}) &= \mathbf{0} & \nabla \cdot \vec{H}_1^*(\vec{r}) &= 0 \\ \nabla \times \vec{E}_2^*(\vec{r}) &= \frac{-\vec{H}_0^*(\vec{r})}{\sigma} & \nabla \cdot \vec{E}_2^*(\vec{r}) &= 0 & \nabla \times \vec{H}_2^*(\vec{r}) &= \sigma \vec{E}_2^*(\vec{r}) & \nabla \cdot \vec{H}_2^*(\vec{r}) &= 0 \\ \vec{E}_3^*(\vec{r}) &= \mathbf{0} & \nabla \cdot \vec{E}_3^*(\vec{r}) &= 0 & \nabla \times \vec{H}_3^*(\vec{r}) &= \mathbf{0} & \nabla \cdot \vec{H}_3^*(\vec{r}) &= 0 \end{aligned} \quad (2.3)$$

qui doit être satisfait par le champ incident $* = i$, le champ diffracté $* = s$ et le champ total $* = t$. Le champ total doit aussi vérifier les conditions limites suivantes

$$\vec{n} \times \vec{E}_l^t(\vec{r}) \Big|_S = \mathbf{0} \quad \vec{n} \cdot \vec{H}_l^t(\vec{r}) \Big|_S = 0 \quad (\text{pour } l = 0, \dots, 3) \quad (2.4)$$

à la surface S de la sphère. Quant au développement des champs incidents, générés par un dipôle magnétique quelconque \vec{M} , il aboutit aux formulations suivantes

$$\begin{aligned} \vec{E}_0^i(\vec{r}) &= \mathbf{0} & \vec{H}_0^i(\vec{r}) &= \frac{\vec{M}}{4\pi} \cdot \left(\frac{3\vec{R}\vec{R}}{R^2} - \vec{\bar{I}} \right) \frac{1}{R^3} \\ \vec{E}_1^i(\vec{r}) &= \mathbf{0} & \vec{H}_1^i(\vec{r}) &= \mathbf{0} \\ \vec{E}_2^i(\vec{r}) &= -\frac{1}{\sigma} \frac{\vec{M}}{4\pi} \times \frac{\vec{R}}{R^3} & \vec{H}_2^i(\vec{r}) &= -\frac{\vec{M}}{4\pi} \cdot \left(\frac{\vec{R}\vec{R}}{R^2} + \vec{\bar{I}} \right) \frac{1}{2R} \\ \vec{E}_3^i(\vec{r}) &= \mathbf{0} & \vec{H}_3^i(\vec{r}) &= -\frac{2}{3} \frac{\vec{M}}{4\pi} \end{aligned} \quad (2.5)$$

où $\vec{\bar{I}}$ est la dyade unité et $\vec{R} = \vec{r} - \vec{r}_0$.

Notons que les développements ont été tronqués aux termes d'ordre quatre ($n = 3$) car étant donné les fréquences de mesures utilisées, les termes d'ordres supérieurs sont

négligeables. Il a été largement vérifié au cours de mes travaux de thèse que le terme d'ordre quatre apporte une très faible précision sur le champ exact.

Un constat rapide peut être fait : le développement des équations de Maxwell a abouti à un ensemble de problèmes d'électromagnétisme qu'il faut résoudre un par un en partant du terme statique (\vec{E}_0, \vec{H}_0) jusqu'à celui d'ordre quatre (\vec{E}_3, \vec{H}_3) . Les résolutions des termes statique et d'ordre quatre sont simples car seul le champ magnétique n'est pas nul et à l'ordre quatre le champ incident est homogène. Le terme non nul restant est le terme d'ordre trois (\vec{E}_2, \vec{H}_2) qui lui est complexe car les champs incidents ont une expression compliquée et car les champs électrique et magnétique sont non nuls et liés par les équations de Maxwell qui leur correspondent.

De telles équations se résolvent par la méthode de séparation de variables dans le système de coordonnées adapté à la géométrie du diffracteur. Les solutions sont alors écrites en fonction des harmoniques qui sont différentes selon la géométrie considérée. Le cas sphérique a donc été traité avec les harmoniques sphériques qui sont bien connues et fort simples à manier. Les résultats analytiques ainsi obtenus ont permis de démontrer la robustesse de la méthode aux fréquences en jeu et par là son utilité. Le cas ellipsoïdal a donc été mis en œuvre afin de décrire une forme plus général d'amas.

Pour ce cas de géométrie les harmoniques sont des harmoniques *spheroidal prolate ou oblate*¹ si les ellipsoïdes sont à axe de symétrie, sinon des harmoniques ellipsoïdales.

Nous nous sommes intéressés au cas général car il permet de décrire n'importe quelle forme géométrique. Des difficultés pour obtenir le terme d'ordre deux nous ont incités à étudier le cas particulier *spheroidal*. Les approches étant assez différentes pour les trois géométries (sphère, ellipsoïde et *spheroid*), je compare pour chacun des termes les méthodes suivies.

Terme d'ordre un (terme statique)

Le terme statique dont le champ électrique est nul, a son champ magnétique qui vérifie les équations suivantes :

$$\vec{E}_0^*(\vec{r}) = \mathbf{0} \quad \nabla \times \vec{H}_0^*(\vec{r}) = \mathbf{0} \quad \nabla \cdot \vec{H}_0^*(\vec{r}) = 0 \quad (2.6)$$

où $* = i, t, s$ représente respectivement le champ incident, total ou diffracté. La condition limite à la surface S de l'objet est donnée par l'annulation de la composante normale du champ magnétique $\vec{n} \cdot \vec{H}_0^t(\vec{r}) = 0$. Ce problème revient à résoudre un problème de potentiel scalaire

$$\Delta \psi_0^s(\vec{r}) = 0 \quad \vec{H}_0^s(\vec{r}) = \nabla \psi_0^s(\vec{r}) = \sum_{q=1}^3 \frac{M_q}{4\pi} \nabla \psi_0^{s,q}(\vec{r}) \quad (2.7)$$

¹Il s'agit de la terminologie anglaise dont l'équivalent n'existe pas en français. *Spheroid* correspond à l'ellipsoïde à symétrie de rotation, alors que *prolate* et *oblate* correspondent respectivement aux deux cas particuliers possibles selon si l'axe de symétrie est le grand axe (ellipsoïde allongé) ou le petit axe (ellipsoïde aplati). Par la suite j'utiliserai la terminologie anglaise.

avec un champ magnétique incident décrit par

$$\vec{H}_0^i(\vec{r}) = \frac{\vec{M}}{4\pi} \cdot \left(\frac{3\vec{R}\vec{R}}{R^2} - \vec{\mathbb{I}} \right) \frac{1}{R^3} = \nabla \left[\sum_{q=1}^3 \frac{M_q}{4\pi} \psi_0^{i,q}(\vec{r}) \right] \quad \text{où} \quad \psi_0^{i,q}(\vec{r}) = \nabla \frac{1}{R} \cdot \vec{x}_q \quad (2.8)$$

où le moment du dipôle source d'orientation générale a été décomposé sur les axes de coordonnées cartésiennes $\vec{M} = \sum_{q=1}^3 M_q \vec{x}_q$.

Dans le cas sphérique, $1/R$ s'écrit en fonction des harmoniques sphériques

$$\frac{1}{R} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{r^n}{r_0^{n+1}} \sum_{m=0}^n \frac{(n-m)!}{(n+m)!} \epsilon_m P_n^m(\cos \theta) P_n^m(\cos \theta_0) \cos[m(\varphi - \varphi_0)] \quad \text{pour} \quad r < r_0 \quad (2.9)$$

où les P_n^m sont les polynômes de Legendre de première espèce, (r, θ, φ) et $(r_0, \theta_0, \varphi_0)$ les coordonnées sphériques des points en \vec{r} et \vec{r}_0 , et $\epsilon_m = 1$ si $m = 0$ et $\epsilon_m = 2$ sinon. Le potentiel $\psi_0^{s,q}(\vec{r})$ a la forme suivante

$$\psi_0^{s,q} = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \frac{1}{r^{n+1}} P_n^m(\cos \theta) [a_n^{m,q} \cos(m\varphi) + b_n^{m,q} \sin(m\varphi)] \quad (2.10)$$

où $a_n^{m,q}$ et $b_n^{m,q}$ sont des constantes qui s'obtiennent grâce aux conditions à la limite de sphère.

Dans le cas ellipsoïdal, le développement est tronqué car les harmoniques ellipsoïdales scalaires ne sont connues sous forme analytique que jusqu'à l'ordre quatre. Ainsi le développement en harmoniques ellipsoïdales de $1/R$ est tronqué à $n = 3$ comme suit

$$\frac{1}{R} = \sum_{n=0}^3 \sum_{m=1}^{2n+1} \frac{1}{(2n+1)\gamma_n^m} \mathbb{F}_n^m(\vec{r}_0) \mathbb{E}_n^m(\vec{r}) \quad \text{pour} \quad \rho < \rho_0 \quad (2.11)$$

où les $\mathbb{F}_n^m(\vec{r})$ et $\mathbb{E}_n^m(\vec{r})$ sont les harmoniques ellipsoïdales « extérieures » et « intérieures », (ρ, μ, ν) et (ρ_0, μ_0, ν_0) sont les coordonnées ellipsoïdales des points en \vec{r} et \vec{r}_0 , et γ_n^m des constantes connues. Le potentiel $\psi_0^{s,q}(\vec{r})$ est de la forme

$$\psi_0^{s,q} = \sum_{n=0}^3 \sum_{m=1}^{2n+1} f_n^m \mathbb{F}_n^m(\vec{r}) \quad (2.12)$$

où f_n^m sont les constantes à définir avec les conditions limites à la surface de l'ellipsoïde.

Il est important de noter que le cas ellipsoïdal ne permet pas d'aboutir à une formulation exacte des constantes f_n^m car le développement en série d'harmoniques est tronqué alors que dans le cas sphérique les constantes obtenues sont exactes. Numériquement, il a été démontré que les constantes bien qu'approchées fournissaient des résultats concluants. Le cas *sphéroïdal* non présenté ici, a les mêmes particularités que le cas sphérique. Les

constantes obtenues peuvent être trouvées dans les articles [A.5](cas sphérique), [A.11] (cas ellipsoïdal), [A.8] (cas *spheroidal*).

Les formulations des champs étant extrêmement simples et algébriques, les codes numériques qui en découlent sont très rapides. D'autre part, la limite sphérique des formulations ellipsoïdales donne l'approximation analytique attendue par comparaison avec celle du cas sphérique.

Terme d'ordre deux

Ce terme est nul car les champs incidents correspondants sont nuls.

Terme d'ordre quatre

Je décris le terme d'ordre quatre avant le terme d'ordre trois car ce terme est relativement simple à obtenir. Il ne dépend pas des termes d'ordres précédents et le champ électrique à cet ordre est nul.

Les équations en jeu sont

$$\begin{aligned} \vec{H}_3^i(\vec{r}) &= -\frac{2\vec{M}}{34\pi} & \nabla \times \vec{H}_3^*(\vec{r}) &= \sigma \vec{E}_3^*(\vec{r}) & \nabla \cdot \vec{H}_3^*(\vec{r}) &= 0 & (* = t, i, s) \\ \vec{E}_3^i(\vec{r}) &= \vec{0} & \vec{E}_3^t(\vec{r}) &= \vec{0} & \vec{E}_3^s(\vec{r}) &= \vec{0} \end{aligned} \quad (2.13)$$

Comme pour le terme statique (d'ordre un), le problème se ramène à un problème de potentiel encore plus simple car le champ magnétique incident est homogène.

Ce terme n'a pas d'intérêt analytique particulier et les résultats se trouvent dans les articles précités [A.5], [A.11] et [A.8].

Terme d'ordre trois

Les équations de Maxwell pour le terme d'ordre trois se ramènent à la résolution de l'équation de Poisson pour le champ magnétique qui dépend du champ magnétique statique précédemment trouvé. Le champ électrique d'ordre trois découle du champ magnétique du même ordre. L'ensemble des équations de Maxwell en jeu est rappelé ci-dessous

$$\begin{aligned} \Delta \vec{H}_2^*(\vec{r}) &= \vec{H}_0^*(\vec{r}) & \nabla \cdot \vec{H}_2^* &= 0 \\ \vec{E}_2^*(\vec{r}) &= \frac{1}{\sigma} \nabla \times \vec{H}_2^*(\vec{r}) & \nabla \cdot \vec{E}_2^* &= 0 \end{aligned} \quad (* = t, i, s) \quad (2.14)$$

D'autre part les champs incidents en jeu ont des expressions (rappelées ici) qui sont non triviales

$$\vec{H}_2^i(\vec{r}) = -\frac{\vec{M}}{4\pi} \cdot \left(\frac{\vec{R}\vec{R}}{R^2} + \bar{\mathbb{I}} \right) \frac{1}{2R} \quad \vec{E}_2^i(\vec{r}) = -\frac{1}{\sigma} \frac{\vec{M}}{4\pi} \times \frac{\vec{R}}{R^3} \quad (2.15)$$

L'équation de Poisson se ramène à l'équation de Laplace que doit satisfaire la partie harmonique du champ magnétique, alors que l'on peut montrer que la solution particulière de ce champ est reliée au potentiel scalaire du champ magnétique statique $\vec{H}_0^s(\vec{r}) = \sum_{q=1}^3 (M_q/4\pi) \nabla \psi_0^{s,q}$

$$\vec{H}_2^s(\vec{r}) = \vec{H}_2^{s,h}(\vec{r}) + \vec{H}_2^{s,p}(\vec{r}) \quad \Delta \vec{H}_2^{s,h}(\vec{r}) = \vec{0} \quad \vec{H}_2^{s,p}(\vec{r}) = \sum_{q=1}^3 \frac{M_q}{4\pi} \psi_0^{s,q}(\vec{r}) \quad (2.16)$$

$$\vec{E}_2^s(\vec{r}) = \vec{E}_2^{s,h}(\vec{r}) + \vec{E}_2^{s,p}(\vec{r}) \quad \vec{E}_2^{s,*}(\vec{r}) = \frac{1}{\sigma} \nabla \times \vec{H}_2^{s,*}(\vec{r}) \quad \text{où } (* = h, p) \quad (2.17)$$

La solution particulière des champs ne pose pas de problème puisque le potentiel $\psi_0^{s,q}$ a déjà été établi. L'équation de Laplace, que satisfait la partie harmonique du champ, se résout en exprimant les champs en jeu en fonction des harmoniques vectorielles puisqu'il s'agit d'un problème vectoriel. Dans le cas sphérique, ces harmoniques vectorielles sont connues et la solution s'obtient relativement aisément. Dans les cas de géométrie ellipsoïdale ou *spheroidal*, ces harmoniques ne sont pas connues et seules les harmoniques scalaires sont connues. Les champs sont alors écrits en fonction des harmoniques scalaires, ce qui complique la résolution du problème de diffraction. Des choix ont donc dû être faits pour arriver à mener les calculs analytiques dans ces deux cas. Quant aux résultats obtenus, ils ont des particularités qui ne peuvent être comprises que suite à une description succincte de l'obtention des résultats. Voici donc les grandes lignes des méthodes de calculs suivies.

Dans le cas sphérique, la partie harmonique du champ magnétique s'écrit en fonction des harmoniques sphériques vectorielles \vec{M}_n^m , \vec{N}_n^m et \vec{G}_n^m

$$\vec{H}_2^{s,h}(\vec{r}) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^{n-1} \sum_{s=e,o} a_n^{ms} \vec{N}_n^{ms}(\vec{r}) + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n \sum_{s=e,o} b_n^{ms} \vec{M}_n^{ms}(\vec{r}) + \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{n+1} \sum_{s=e,o} c_n^{ms} \vec{G}_n^{ms}(\vec{r}) \quad (2.18)$$

La partie harmonique du champ électrique a alors la forme suivante

$$\vec{E}_2^{s,h}(\vec{r}) = \frac{1}{\sigma} \left[- \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n \sum_{s=e,o} n b_n^{ms} \vec{N}_{n+1}^{ms}(\vec{r}) + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n \sum_{s=e,o} (2n+1) c_n^{ms} \vec{M}_n^{ms}(\vec{r}) \right] \quad (2.19)$$

Les constantes a_n^{ms} , b_n^{ms} et c_n^{ms} sont à trouver en utilisant la nullité de la divergence des champs et les conditions limites. Notons que ces constantes sont scalaires car les champs sont écrits en fonction des harmoniques vectorielles. Les expressions des constantes obtenues après calculs ont des expressions simples.

Dans le cas du *spheroid*, la partie harmonique des champs s'écrit en fonction des harmoniques *spheroidal* scalaires, d'où les expressions suivantes en fonction des P_n^m et Q_n^m ,

polynômes de Legendre de première et seconde espèces

$$\begin{aligned}\vec{H}_2^{s,h}(\vec{r}) &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^{n-1} Q_n^m(\tau) P_n^m(\zeta) \left[\vec{h}_n^{me} \cos(\varphi) + \vec{h}_n^{mo} \sin(\varphi) \right] \\ \vec{E}_2^{s,h}(\vec{r}) &= \frac{1}{\sigma} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^{n-1} \nabla \times \left\{ Q_n^m(\tau) P_n^m(\zeta) \left[\vec{h}_n^{me} \cos(\varphi) + \vec{h}_n^{mo} \sin(\varphi) \right] \right\}\end{aligned}\quad (2.20)$$

où (τ, ζ, φ) sont les coordonnées *spheroidal* du point en \vec{r} .

Ici les constantes \vec{h}_n^{ms} à définir, *via* les équations en jeu, sont vectorielles car les harmoniques sont scalaires. Cela entraîne une complexité des calculs et un enchevêtrement des constantes entre elles qui mène, une fois les calculs faits, à un système reliant les constantes des différents ordres qui ne peut être résolu que numériquement. Ainsi la solution obtenue n'a pas une formulation analytique simple. C'est le principal désavantage de cette géométrie.

Dans le cas de la géométrie ellipsoïdale, seules les harmoniques scalaires sont connues mais en nombre limité. Les champs sont donc écrits en série d'harmoniques tronquée

$$\vec{H}_2^{s,h}(\vec{r}) = \sum_{n=0}^2 \sum_{m=1}^{2n+1} \vec{e}_n^m \mathbb{F}_n^m(\vec{r}) \quad \vec{E}_2^{s,h}(\vec{r}) = \frac{1}{\sigma} \nabla \times \left[\sum_{n=0}^2 \sum_{m=1}^{2n+1} \vec{e}_n^m \mathbb{F}_n^m(\vec{r}) \right] \quad (2.21)$$

où les constantes vectorielles \vec{e}_n^m doivent être trouvées grâce aux équations en jeu. Ici la série est tronquée à $n = 2$ à cause du champ statique qui lui est tronqué à $n = 3$. Cette limitation du développement à un ordre aussi faible ne permet pas d'aboutir à une solution approchée satisfaisante physiquement. Certains termes dans l'expression du champ incident comportant des dérivées, nous avons pensé introduire cette dérivation dans la forme du champ diffracté harmonique en ajoutant un gradient des harmoniques. Le but est de compenser le nombre limité d'harmoniques par leur dérivées afin de mieux décrire la physique en jeu. La solution recherchée est alors de la forme

$$\begin{aligned}\vec{H}_2^{s,h}(\vec{r}) &= \sum_{n=0}^2 \sum_{m=1}^{2n+1} [\vec{e}_n^m + d_n^m \nabla] \mathbb{F}_n^m(\vec{r}) \\ \vec{E}_2^{s,h}(\vec{r}) &= \frac{1}{\sigma} \nabla \times \left\{ \sum_{n=0}^2 \sum_{m=1}^{2n+1} [\vec{e}_n^m + d_n^m \nabla] \mathbb{F}_n^m(\vec{r}) \right\}\end{aligned}\quad (2.22)$$

où en plus des constantes vectorielles \vec{e}_n^m , les constantes scalaires d_n^m doivent aussi être établies. Cette approche inhabituelle permet d'aboutir à une solution qui fournit de bons résultats numériques en comparaison avec des méthodes numériques exactes. La physique des phénomènes basse-fréquences est mieux décrite. La solution a l'avantage d'aboutir à des expressions analytiques fort simples qui s'évaluent numériquement très rapidement.

Comme pour les autres ordres, les détails sont disponibles dans les articles [A.5],[A.8] et [A.11]. Les calculs analytiques menés pour cet ordre trois du développement basse-fréquences sont relativement complexes et bien que passés sous silence dans ce manuscrit, ils n'en restent pas moins non triviaux et non décrits dans la littérature.

Conclusions et perspectives

Des simulations numériques ont permis de valider les différents codes réalisés pour les deux cas de géométrie sphérique et ellipsoïdale. Pour le cas *spheroidal*, seul le terme statique a été validé, le terme d'ordre trois restant à résoudre numériquement. Ces calculs numériques, pour cette forme *spheroidal*, nécessitent des inversions des matrices. Une solution analytique étant préférable pour limiter les temps de calcul, j'ai encadré un stagiaire de Master deuxième année, W. Zoughlache, sur ce sujet. Le but de son stage était de trouver une forme analytique des constantes en procédant par une résolution incrémentale. Les difficultés rencontrées par le stagiaire avec les calculs analytiques et la physique en jeu n'ont pas permis d'obtenir que le premier ordre de constantes. Les constantes d'ordre supérieur sont à obtenir et la validation numérique à faire. Etant donné les difficultés rencontrées par l'étudiant, je pense qu'un tel travail devra être proposé à un post-doctorant.

En plus de la validation numérique, la comparaison avec d'autres codes a permis de comprendre l'importance des termes des développements harmoniques dans la solution finale et leurs importances quant à la description du phénomène physique. Cela a permis de comprendre les problèmes rencontrés pour la géométrie ellipsoïdale à l'ordre trois et de conclure qu'il était juste nécessaire d'avoir un ordre supérieur d'harmoniques pour que la solution décrive les résultats espérés. Ainsi la solution ellipsoïdale est tout à fait correcte bien que l'approximation soit rude. En effet, les développements des champs sont limités à quelques harmoniques qui sont certes suffisantes à ces fréquences, mais en plus les constantes sont approchées. La rapidité de calcul pour cette géométrie et sa généralité d'un point de vue forme la rendent très utile. Il serait tout de même intéressant de la confronter avec la géométrie *spheroidal* une fois les codes de celle-ci validés. La précision, la rapidité et la robustesse sont à comparer car cela n'est jamais fait dans la littérature où la géométrie *spheroidal* est généralement considérée car mieux connue.

Les codes obtenus permettent aussi de prouver l'utilité des développements basse-fréquences menés. Le terme statique décrit la partie réelle des champs alors que le terme d'ordre trois fournit la partie imaginaire des champs. L'ordre quatre est négligeable et apporte principalement une précision sur la partie réelle du champ. Seul le cas sphérique a été testé dans son ensemble en inversion sur des données réelles alors que seul le terme statique ellipsoïdal a été utilisé pour l'instant. L'ajout du terme d'ordre trois ellipsoïdal reste donc à tester sur des inversions de données synthétiques ou réelles. Un exemple de résultats est illustré par la figure 2.3.

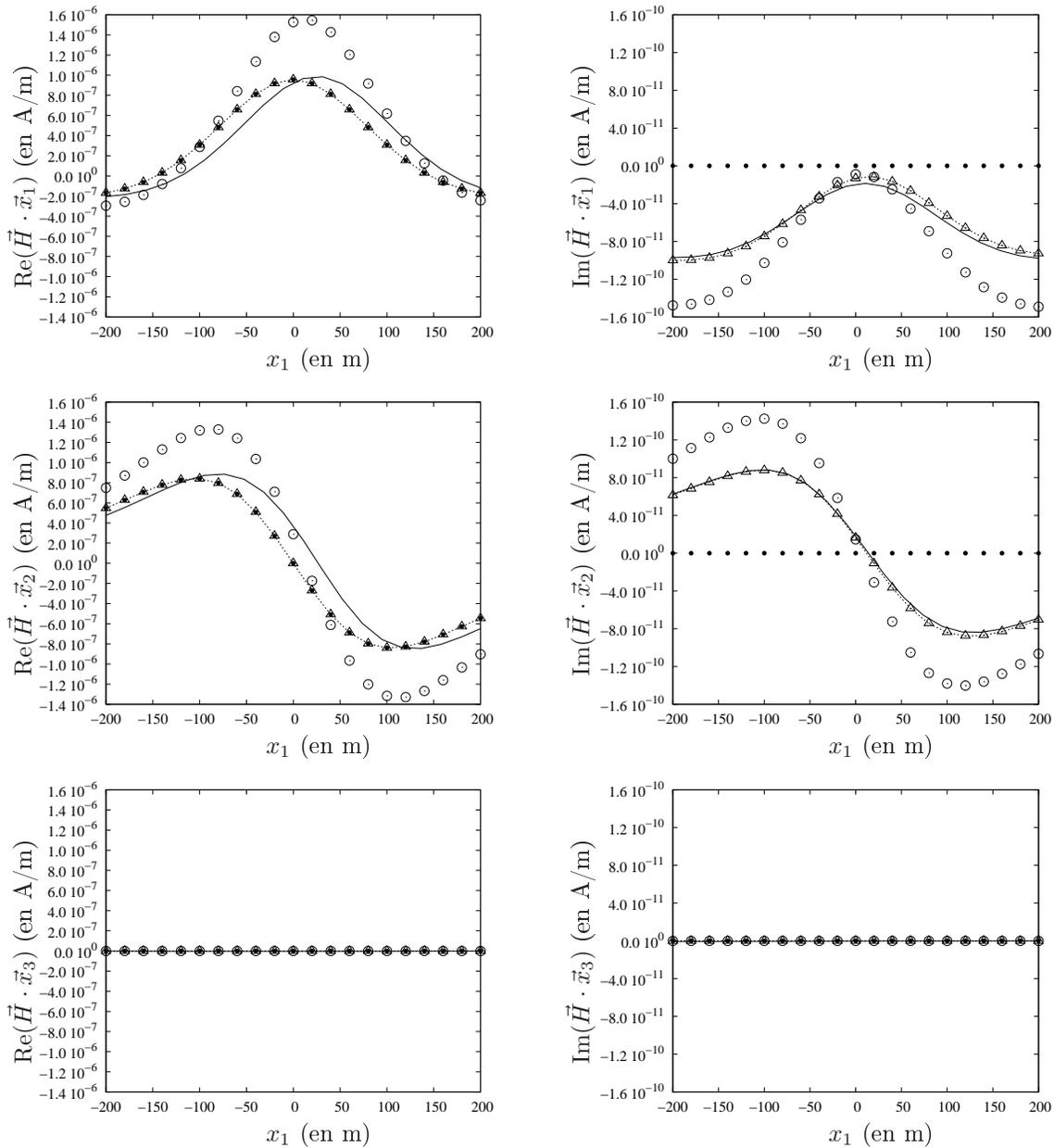


Figure 2.3 – Parties réelles et imaginaires du champ magnétique exact diffracté par une sphère (\circ), comparé avec celui diffracté par un ellipsoïde approché par \vec{H}_0 (\bullet), $\vec{H}_0 + \vec{H}_2(jk)^2$ (...), $\vec{H}_0 + \vec{H}_2(jk)^2 + \vec{H}_3(jk)^3$ (Δ), ou évalué par un code de Méthodes de Moments (—)(H. Tortel).

2.3 Caractérisation de diffracteurs multiples de faible contraste

Ces travaux ont débuté lors du stage de DEA de A. Bréard. Suite à l'analyse de données réelles, nous avons pensé que dans certains cas il devait y avoir, en plus de l'amas principal identifié, un second plus petit. A. Bréard a tout d'abord repris et modifié les codes de recherche de sources dipolaires équivalentes développés durant ma thèse afin de localiser non pas un mais deux amas.

Les sources dipolaires recherchées ici sont des dipôles électrique et/ou magnétique (un couple par amas) dont la position, l'intensité et l'orientation de leur moment sont recherchées. La nature des dipôles dépend des phénomènes physiques en jeu au niveau de la discontinuité de conductivité entre l'amas et le sol. Le dipôle électrique (oscillation électrique) correspond à des phénomènes galvaniques qui illustrent la modification des courants au niveau de l'amas. L'intensité du dipôle électrique est d'autant plus grande que les courants sont importants dans l'objet, ce qui se rencontre lorsque l'écart de conductivité amas/sol est faible. Lorsque cet écart augmente, les courants tendent à ne pas pénétrer dans l'objet et le phénomène galvanique disparaît. Le dipôle magnétique (circulation de courants électriques) décrit les phénomènes d'induction (dits de vortex) dus à la conductivité de l'amas qui est supérieure à celle de son environnement. Plus la différence de conductivité est élevée et plus le phénomène est important. Les deux types de dipôles permettent donc de décrire les amas de conductivité quelconque par rapport à leur environnement. Cela reste une approximation des phénomènes physiques en jeu, mais qui est suffisante à basses fréquences car les oscillations électriques et magnétiques sont les phénomènes dominants.

La recherche de telles sources équivalentes à un amas, par inversion de données, permet principalement de localiser l'amas. L'utilisateur émet son appréciation personnelle sur la nature de l'amas d'après les intensités des deux types de sources, mais aucune information quantitative n'est obtenue. Pour avoir ce type d'information, il faut avoir au préalable analysé le lien entre diffracteur et sources dipolaires équivalentes. Certaines formes simples permettent à partir de la résolution des équations de Maxwell, de connaître ce lien entre un amas et les sources dipolaires qui lui sont équivalentes.

Dans le cas d'un diffracteur sphérique, le premier terme des développements limités des champs correspond à des sources dipolaires équivalentes : deux dipôles magnétiques radiaux et un dipôle électrique transverse au plan d'illumination. Ces travaux ont été ré-expliqués lors de ma thèse de doctorat et largement utilisés en inversion. Ils permettent, en plus de la localisation, de remonter au rayon de la sphère et sa conductivité, bien que ces deux paramètres ne soient pas toujours séparables. A. Bréard a repris ces codes afin de rechercher plusieurs amas sphériques équivalents, mais cette approche ne tient pas compte de l'effet de couplage entre amas. Il a aussi considéré le cas ellipsoïdal issu de mes travaux de thèse qui pour un amas de faible contraste fournit les dipôles électriques équivalents. Dans ce cas, en plus de la localisation, les tailles des semi-axes, leur

orientation et la conductivité de l'ellipsoïde sont recherchées. Ces travaux de stage lui ont permis de constater les limites des codes utilisés lors de ma thèse lorsque le nombre de paramètres recherchés devient trop important sachant que les données sont très limitées (une vingtaine de points de mesures à une fréquence pour dix paramètres caractérisant un seul ellipsoïde).

L'ensemble de ces travaux de stage a fourni les grandes lignes de la thèse de doctorat de A. Bréard :

- la modélisation de couplage entre amas ;
- l'étude et la mise en place de nouveaux procédés d'optimisation non utilisés au laboratoire.

Ils lui ont aussi permis de se familiariser avec les phénomènes physiques en jeu principalement connu des géophysiciens.

Le BRGM, notre partenaire en aval, ayant déposé un projet de mesures surface-surface aux fréquences intermédiaires (centaine de kHz - trentaine de MHz), le but de cette thèse fut aussi de voir si les codes développés lors de ma thèse supporteraient une telle montée en fréquence. En théorie, ils sont supposés pouvoir décrire les nouveaux phénomènes physiques en jeu car les développements basse-fréquences menés tiennent aussi compte des permittivités des matériaux qui apparaissent dans les termes les plus élevés de ces développements. Le protocole de mesures n'étant pas totalement figé à ce stade du projet, A. Bréard en a profité pour analyser la quantité de données nécessaires, ainsi que les lieux de mesures appropriés, pour couvrir les cas les plus généraux possibles de reconstruction d'amas. Nous sommes partis sur plusieurs lignes de mesures à la surface du sol, comme c'est le cas pour les mesures aéroportées.

2.3.1 Modélisation du couplage entre plusieurs petits diffracteurs

Nous avons fait le choix de nous limiter à de petits diffracteurs de faible contraste avec leur environnement. Dans ce cas particulier de contraste, l'approximation localisée non-linéaire (dite LNA), utilisée lors de ma thèse, peut être reprise. En effet, cette approximation repose sur une faible variation du champ à l'intérieur de l'objet par rapport au champ incident. Cette condition est obtenue si l'objet a une conductivité faible et si le contraste de conductivité entre l'objet et son environnement est lui aussi faible.

L'orientation choisie pour modéliser les objets multiples repose sur les conclusions issues de mes travaux de thèse où seul un diffracteur était considéré. Ces résultats sont le point de départ des formulations et sont résumés dans ce qui suit.

Modèle pour un petit diffracteur

L'approximation LNA permet d'écrire le champ électrique $\vec{E}(\vec{r})$ dans l'objet en un produit d'un tenseur de dépolarisation $\overline{\overline{\Gamma}}(\vec{r})$ et du champ incident $\vec{E}^i(\vec{r})$ sur l'objet

$$\vec{E}(\vec{r}) = \overline{\overline{\Gamma}}(\vec{r})\vec{E}^i(\vec{r}) \quad (2.23)$$

dans le repère propre à l'objet et centré sur l'objet. Le tenseur dépend seulement de la géométrie et des propriétés physiques du diffracteur. Son expression analytique est connue pour le diffracteur sphérique et a été établie sous forme approchée basse-fréquences pour un diffracteur ellipsoïdal lors de ma thèse de doctorat. Les formulations de ce tenseur se simplifient fortement (il devient diagonal) si le diffracteur est petit et modélisable par le tenseur en son centre. Les champs que le petit objet placé en \vec{r}_0 diffracte prennent alors les formes simples

$$\begin{aligned} \vec{E}^d(\vec{r}) &= \overline{\overline{G}}^{ee}(\vec{R}) \overline{\overline{P}}(\vec{r}_0) \vec{E}^i(\vec{r}_0) \\ \vec{H}^d(\vec{r}) &= \nabla \times \overline{\overline{G}}^{ee}(\vec{R}) \overline{\overline{P}}(\vec{r}_0) \vec{E}^i(\vec{r}_0) \end{aligned} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \overline{\overline{P}}(\vec{r}_0) = V \Delta \tilde{\sigma} \overline{\overline{\Gamma}}^g(\vec{r}_0) \\ \overline{\overline{G}}^{ee}(\vec{R}) = j\omega\mu_0 \left(\overline{\overline{I}} + \frac{\nabla\nabla}{k^2} \right) g(\vec{R}) \end{cases} \quad (2.24)$$

$\overline{\overline{I}}$ étant la matrice identité, V le volume de l'objet, $g(\vec{R})$ la fonction de Green en espace libre où $\vec{R} = \vec{r} - \vec{r}_0$, $\Delta\tilde{\sigma}$ l'écart de conductivité complexe et k le nombre d'onde dans le milieu extérieur à l'objet. $\overline{\overline{\Gamma}}^g(\vec{r}_0)$ est le tenseur de dépolarisation généralisé car donné dans un repère quelconque et il s'écrit $\overline{\overline{\Gamma}}^g(\vec{r}_0) = \overline{\overline{R}} \overline{\overline{T}}(\vec{r}_0) \overline{\overline{\Gamma}}(\vec{0}) \overline{\overline{T}}^{-1}(\vec{r}_0) \overline{\overline{R}}^{-1}$, où $\overline{\overline{R}}$ et $\overline{\overline{T}}$ sont respectivement des matrices de rotation et de translation.

Modèle pour deux petits diffracteurs

Afin de mieux comprendre les principes en jeu, considérons, dans un premier temps, deux petits diffracteurs placés en \vec{r}_m où $m = 1, 2$. Le $m^{\text{ème}}$ diffracteur s'il était seul serait soumis au champ incident $\vec{E}^i(\vec{r}_m)$ (dit primaire car il provient de la source) pris en son centre puisque le diffracteur est supposé de petite taille. Mais l'autre diffracteur, noté p ($p \neq m$), émet un champ diffracté \vec{E}_p^d qui se superpose au champ primaire au centre \vec{r}_m du diffracteur m . Le champ total incident sur le $m^{\text{ème}}$ diffracteur est donc $\vec{E}_m^i(\vec{r}_m) = \vec{E}^i(\vec{r}_m) + \vec{E}_p^d(\vec{r}_m)$, modèle connu sous le nom de Lax-Foldy.

Le champ diffracté, donné précédemment pour l'approximation LNA, permet d'écrire les champs incidents sur les deux petits objets

$$\begin{aligned} \vec{E}_1^i(\vec{r}_1) &= \vec{E}^i(\vec{r}_1) + \overline{\overline{G}}^{ee}(\vec{R}_{12}) \overline{\overline{P}}_2(\vec{r}_2) \vec{E}_2^i(\vec{r}_2) \\ \vec{E}_2^i(\vec{r}_2) &= \vec{E}^i(\vec{r}_2) + \overline{\overline{G}}^{ee}(\vec{R}_{21}) \overline{\overline{P}}_1(\vec{r}_1) \vec{E}_1^i(\vec{r}_1) \end{aligned} \quad (2.25)$$

Les équations en jeu sont couplées et la résolution de ce système aboutit aux équations suivantes (pour $m = 1, 2$, $m \neq p$, $p = 1, 2$)

$$\vec{E}_m^i(\vec{r}_m) = \overline{\overline{D}}^{-1} \left[\vec{E}^i(\vec{r}_m) + \overline{\overline{G}}^{ee}(\vec{R}_{mp}) \overline{\overline{P}}_p(\vec{r}_p) \vec{E}^i(\vec{r}_p) \right] \quad (2.26)$$

$$\text{où } \overline{\overline{D}} = \overline{\overline{I}} - \overline{\overline{G}}^{ee}(\vec{R}_{mp}) \overline{\overline{P}}_m(\vec{r}_m) \overline{\overline{G}}^{ee}(\vec{R}_{pm}) \overline{\overline{P}}_p(\vec{r}_p)$$

qui introduisent un nouveau tenseur $\overline{\overline{D}}$ dû au couplage électromagnétique entre les deux diffracteurs.

Une fois le champ incident sur chaque diffracteur connu, l'approximation LNA fournit le champ total dans chacun des diffracteurs puisque $\vec{E}_m(\vec{r}_m) = \overline{\overline{\Gamma}}^g(\vec{r}_m)\vec{E}_m^i(\vec{r}_m)$ pour $m = 1, 2$.

Notons que l'approche conserve les avantages de l'approximation LNA car elle reste généraliste sur certains points : le champ primaire est quelconque ce qui permet de choisir la source voulue selon l'application ; les paramètres physiques en jeu sont la conductivité mais aussi la permittivité des matériaux, cette seconde étant généralement négligée dans les modèles réalisés pour les fréquences d'étude. Ce dernier point est particulièrement important car il suppose que les approximations faites resteront valides à plus hautes fréquences. Une limitation supplémentaire apparaît néanmoins pour la forme ellipsoïdale car le tenseur de dépolarisation $\overline{\overline{\Gamma}}$ n'est connu analytiquement que sous forme d'un développement asymptotique basse-fréquences jusqu'à l'ordre trois. Il se peut alors que la description des phénomènes à plus hautes fréquences ne soit pas pris en compte par les ordres considérés. En revanche, si le tenseur de dépolarisation est évalué numériquement grâce à un code exact, cette limitation n'existe plus. Quant aux temps de calculs dans ce cas, ils seraient à étudier car le tenseur s'obtient par intégration numérique sur le volume de l'objet, intégration dont nous ne connaissons pas le comportement si l'objet devient petit. Bien que le modèle développé soit général, dans le cadre de ce travail de thèse, nous nous sommes restreints à la géométrie ellipsoïdale (et cas dégénérés) pour deux raisons : c'est la forme la plus générale aux fréquences en jeu ; les formulations sont analytiques ce qui permet de réduire considérablement les temps de calculs numériques.

Modèle pour plusieurs petits diffracteurs

Le principe de modélisation est le même si le nombre de diffracteurs est supérieur à deux. Les détails des calculs analytiques ne sont pas donnés ici mais ils peuvent être trouvés dans l'article [A.10]. En résumé, les champs incidents sur les N diffracteurs sont donnés sous forme incrémentale par

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{E}_m^i(\vec{r}_m) = \vec{E}_{mN}^{i(N-m)} + \sum_{p=1}^{m-1} \overline{\overline{Q}}_{mp}^{(N-m)} \vec{E}_p^i(\vec{r}_p) \quad (\forall m = 1, \dots, N-1) \\ \vec{E}_N^i(\vec{r}_N) = \vec{E}_N^i(\vec{r}_N) + \sum_{p=1}^{N-1} \overline{\overline{Q}}_{Np}^{(0)} \vec{E}_p^i(\vec{r}_p) \end{array} \right. \quad (2.27)$$

où $\left\{ \begin{array}{l} \overline{\overline{Q}}_{mp}^{(N-m)} = \overline{\overline{D}}_{mm+1}^{(N-m)-1} \left[\overline{\overline{Q}}_{mp}^{(N-m-1)} + \overline{\overline{Q}}_{mm+1}^{(N-m-1)} \overline{\overline{Q}}_{m+1p}^{(N-m-1)} \right] \quad (\forall m < N) \\ \overline{\overline{Q}}_{Np}^{(0)} = \overline{\overline{G}}^{ee}(\vec{R}_{Np}) \overline{\overline{P}}_p(\vec{r}_p) \quad \text{avec } \vec{R}_{Np} = \vec{r}_N - \vec{r}_p \end{array} \right.$

$$\text{et } \begin{cases} \vec{E}_{mN}^{i(N-m)} = \overline{\overline{D}}_{mm+1}^{(N-m)-1} \left[\vec{E}_{mN}^{i(N-m-1)} + \overline{\overline{Q}}_{mm+1}^{(N-m-1)} \vec{E}_{m+1N}^{i(N-m-1)} \right] \\ \vec{E}_{N-1N}^{i(1)} = \overline{\overline{D}}_{N-1N}^{(1)-1} \left[\vec{E}^i(\vec{r}_{N-1}) + \overline{\overline{Q}}_{N-1N}^{(0)} \vec{E}^i(\vec{r}_N) \right] \end{cases} \quad (\forall m < N-1)$$

$$\text{avec } \overline{\overline{D}}_{mm+1}^{(N-m)} = \overline{\overline{I}} - \overline{\overline{Q}}_{mm+1}^{(N-m-1)} \overline{\overline{Q}}_{m+1m}^{(N-m-1)} \quad (\forall m < N)$$

Les formulations analytiques obtenues, restent relativement simples et s'évaluent donc numériquement très rapidement même lorsque le nombre de diffracteurs augmente. Ainsi, comme l'ensemble des travaux que j'ai déjà présentés, les approximations faites permettent d'aboutir à des résultats dont l'évaluation numérique nécessite des temps de calculs négligeables.

Modélisation de la source et du récepteur

Dans les formulations obtenues, le champ incident pouvant être très général, nous avons cherché à faire le lien avec les applications visées. Ces dernières reposent sur deux types de mesures typiques :

- la mesure du champ magnétique vectoriel dans le sol, généré par une boucle de courant placée à la surface du sol ou un dipôle magnétique en puits de forage ;
- la mesure de la variation d'impédance à travers une boucle réceptrice au sol, lorsque la source est aussi une boucle de courant au sol.

Pour les mesures de champs magnétiques dans le sol, il suffit d'évaluer le champ magnétique diffracté grâce à la formule de l'équation 2.24, réécrite ici pour N diffracteurs multiples

$$\vec{H}^d(\vec{r}) = \nabla \times \overline{\overline{G}}^{ee}(\vec{R}_m) \sum_{m=1}^N \overline{\overline{P}}_m(\vec{r}_m) \vec{E}_m^i(\vec{r}_m)$$

$$\text{avec } \begin{cases} \overline{\overline{P}}_m(\vec{r}_m) = V_m \Delta \tilde{\sigma}_m \overline{\overline{\Gamma}}_m^g(\vec{r}_m) \\ \overline{\overline{G}}^{ee}(\vec{R}_m) = j\omega\mu_0 \left(\overline{\overline{I}} + \frac{\nabla\nabla}{k^2} \right) g(\vec{R}_m) \quad \text{et } \vec{R}_m = \vec{r} - \vec{r}_m \end{cases} \quad (2.28)$$

Les tenseurs de dépolarisation $\overline{\overline{P}}_m$ sont connus et les champs incidents sur les diffracteurs \vec{E}_m^i ont été établis en fonction des tenseurs de dépolarisation et du champ primaire provenant de la source. A ce stade, seul ce champ primaire reste non défini car la source dont il provient ne l'est pas non plus ; de plus nous souhaitons connaître ce champ sous forme analytique pour les raisons déjà mentionnées.

Le cas le plus simple de source correspond au dipôle magnétique enfoui dans le sol. Le champ qu'il rayonne est bien connu en milieu homogène infini en supposant l'interface air-sol négligeable. Le cas où le dipôle est placé près de la surface du sol a été traité lors de ma thèse de doctorat, ainsi ce cas est aussi connu.

Pour une source à la surface du sol, la détermination du champ électrique qu'elle génère dans le sol a dû être faite. Elle a été réalisée en reprenant les techniques de résolution de potentiels de Hertz. Les champs exacts, ainsi que les champs approchés par des développements limités, ont été établis et validés en s'inspirant de travaux de J. Wait [7]. Ces formulations sont fournies dans le rapport de stage de P. Benko et rappelées dans le manuscrit de thèse de A. Bréard. Les formulations approchées sont limitées à des ordres faibles car les développements, qui ne sont pas des développements basse-fréquences au sens mathématique du terme, aboutissent à des résultats numériques divergents. Ces problèmes sont décrits dans la première partie de mes travaux (section 2.2).

Lorsque le récepteur est une boucle de courant placée à la surface du sol, le champ magnétique diffracté n'est plus la quantité mesurée. Dans ce cas, la grandeur pertinente est la variation d'impédance au niveau de la boucle de courant réceptrice. Elle est due à la présence de l'objet dans le milieu et s'écrit

$$\Delta Z = \frac{-1}{I^2} \int_V \vec{E}^{iR}(\vec{r}) \cdot \vec{J}(\vec{r}) d\vec{r} \quad (2.29)$$

où I est le courant traversant la boucle de courants, V le volume de l'objet, \vec{J} la densité de courant induite dans l'objet par la boucle de courant émettrice, et \vec{E}^{iR} le champ incident généré par la boucle réceptrice (notée R) si elle était en mode d'émission.

Dans le cas présent, la densité de courant dans l'objet est écrite grâce à l'approximation LNA et le volume de l'objet étant ici aussi supposé petit, la variation d'impédance devient

$$\Delta Z = \frac{-V}{I^2} \vec{E}^{iR}(\vec{r}_0) \Delta \sigma \overline{\overline{\Gamma}}^g(\vec{r}_0) \vec{E}^{iE}(\vec{r}_0) = \frac{\vec{E}^{iR}(\vec{r}_0) \overline{\overline{P}}(\vec{r}_0) \vec{E}^{iE}(\vec{r}_0)}{I^2} \quad (2.30)$$

où \vec{E}^{iE} est le champ incident généré par la boucle de courant émettrice et \vec{r}_0 la position de l'objet.

Les champs incidents sont les mêmes que ceux définis analytiquement pour l'autre protocole de mesures, donc à ce stade toutes les quantités sont connues sous forme analytique. Il ne reste plus qu'à reformuler la variation d'impédance en présence de N petits diffracteurs, ce qui donne

$$\Delta Z = \frac{-1}{I^2} \sum_{p=1}^N \vec{E}^{iR}(\vec{r}_p) \overline{\overline{P}}_p(\vec{r}_p) \vec{E}^{iE}(\vec{r}_p) \quad \text{avec } \overline{\overline{P}}_p = V_p \Delta \sigma_p \overline{\overline{\Gamma}}_p^g \quad (2.31)$$

Comme pour les précédentes formulations, la simplicité des résultats analytiques est évidente. La seule contrainte repose, comme expliqué plus haut, sur le calcul du tenseur de dépolarisation et ce quel que soit le protocole de mesure utilisé.

Validation numérique et résultats

La validation numérique a été faite par comparaison avec un code dit « exact » (de type méthode de moments), commercialisé par le CEA-LIST et mis à disposition du L2S dans

le cadre d'un contrat spécifique L2S-CEA. Ce code utilisé pour des applications de CND n'étant qu'en théorie valide pour nos applications, il a été nécessaire de faire un travail préalable de validation avec d'autres codes. Dans ce cadre, nous avons échangé des données synthétiques avec des chercheurs de différents laboratoires :

- H. Tortel de l'Institut Fresnel nous a fourni des données concernant des sphères couplées obtenues par des modélisations analytiques en série de Mie ;
- l'équipe du professeur T. J. Cui, de l'Université de Nanjing, nous a fourni des résultats qui reposent sur des calculs numériques de type gradient conjugué, appelés CG-FFT, pour des parallélépipèdes.

Cette validation a permis de prouver que les codes développés par les différents partenaires pour des applications de CND ou de modélisation du sous-sol étaient complémentaires avec des avantages propres à chaque méthode. Notre approche s'est avérée la plus rapide en temps de calcul, objectif que nous avons privilégié au début de cette étude. Les résultats obtenus sont certes approchés comparativement aux autres méthodes mais le phénomène de couplage entre objets, bien que faible, est suffisamment bien décrit pour une utilisation pour des caractérisations d'objets. La concavité des courbes varie assez significativement entre les cas d'objets couplés ou découplés pour que la caractérisation de petits diffracteurs soit envisageable.

Les courbes de la figure 2.4 sont une illustration des résultats obtenus. Elles représentent respectivement les parties réelle et imaginaire de la variation de puissance au niveau du récepteur. La configuration de mesure est résumée dans le tableau 2.1. L'allure des courbes

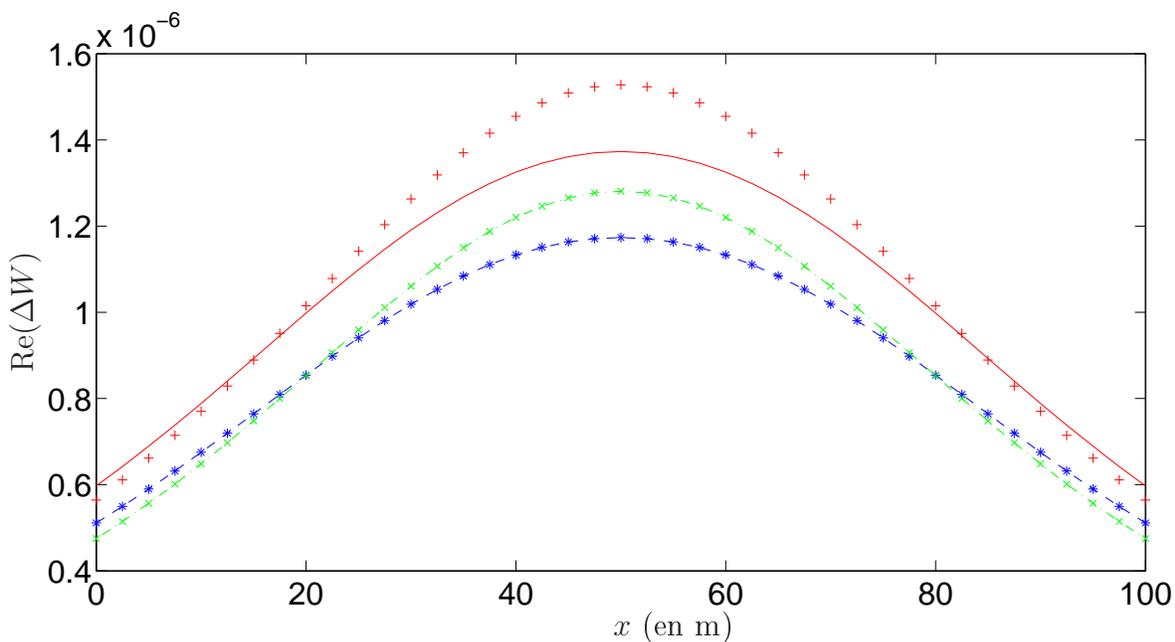
	position (en m)	rayon (en m)	σ (en S/m)	ε_r
sol			10^{-3}	1
sphère 1	(50; 44; -30)	2,48	$50 \cdot 10^{-3}$	1
sphère 2	(50; 50; -30)	2,48	$50 \cdot 10^{-3}$	1
sphère 3	(50; 56; -30)	2,48	$50 \cdot 10^{-3}$	1

	rayon (en m)	f (en Hz)	émetteur/récepteur
boucles de courant	1	10^4	non différenciés

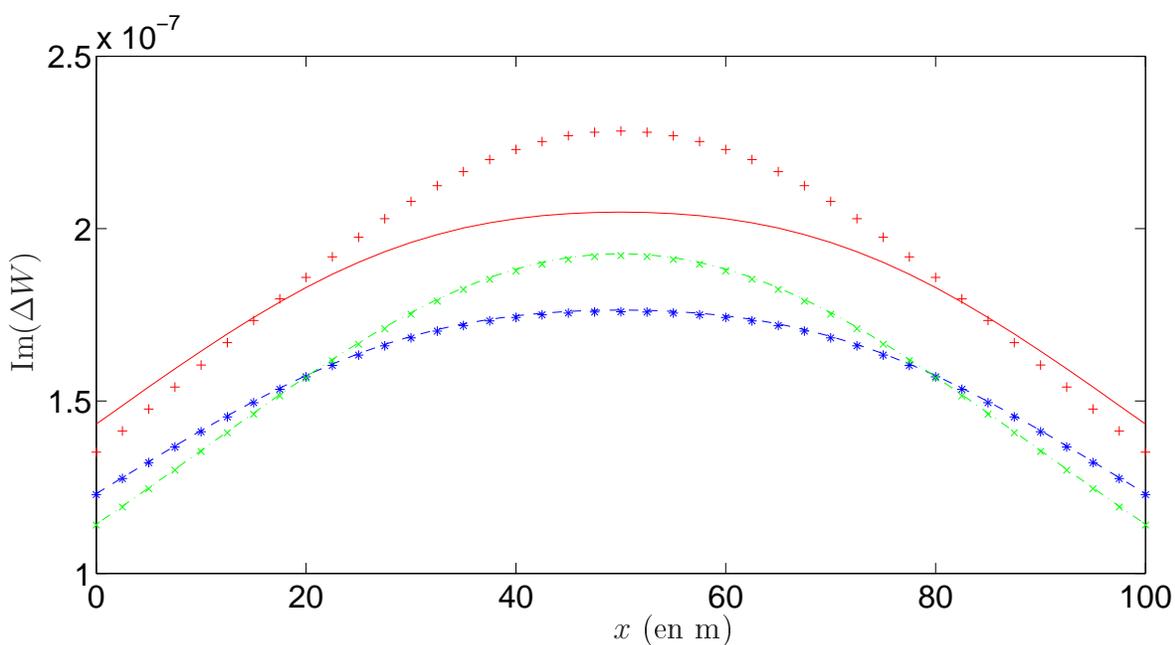
	point de départ (en m)	déplacement (en m)	point d'arrivée (en m)
ligne de mesure 1	(0; 0; 0)	$\Delta x = 2,5$	(100; 0; 0)
ligne de mesure 2	(0; 12; 0)	$\Delta x = 2,5$	(100; 12; 0)
ligne de mesure 3	(0; -12; 0)	$\Delta x = 2,5$	(100; -12; 0)

Tableau 2.1 – Configuration de mesures. Les positions sont données dans un repère cartésien (x, y, z) dont l'axe Oz est orienté vers le bas.

fournies par le code CIVA et les nôtres sont similaires. La courbure due au couplage entre objets est bien reconstituée même s'il existe un faible décalage entre les courbes provenant des différents codes. Il est dû aux calculs du tenseur de polarisation qui est différent, mais aussi à la différence de forme : le code CIVA modélise des cubes alors que notre code modélise des sphères.



(a) Mesures en phase



(b) Mesures en quadrature

Figure 2.4 – Comparaison des résultats fournis par le code CIVA (avec --- et sans $+$ couplage), notre approximation (avec --- et sans --- couplage), notre approximation avec $\bar{\Gamma}$ limité à son premier terme $\bar{\Gamma}_0$ (avec $*$ et sans \times couplage)

Des résultats relatifs à la forme ellipsoïdale peuvent être consultés dans la thèse de A. Bréard. Néanmoins les conclusions sont similaires à celles de la forme sphérique.

Pour conclure, nous nous sommes aperçus qu’avec des approximations plus ou moins simples mais bien construites, la physique en jeu était bien reconstruite, mais seuls les effets d’induction dus à la conductivité des matériaux ont été testés, ce qui reste valable à basses fréquences. A plus hautes fréquences, la permittivité des matériaux intervient et est prise en compte dans les formulations analytiques que nous avons établies, mais les codes de nos partenaires la négligent, ce qui ne nous a pas permis de valider et d’établir les limites de nos méthodes. Le code fourni par le CEA peut permettre d’introduire une conductivité complexe des matériaux afin de prendre en compte leur permittivité. Cela pourrait constituer un sujet de stage de M2R mais nécessiterait tout de même des résultats complémentaires pour une validation complète.

2.3.2 Caractérisation de plusieurs petits diffracteurs enfouis

Les codes présentés ci-dessus doivent être utilisés pour reconstruire de petits diffracteurs enfouis, mais avant il fallut repenser notre technique d’optimisation qui ne peut pas s’appliquer pour plusieurs diffracteurs. Il s’agit des conclusions faites par A. Bréard suite à son stage de DEA et qui ont été réexpliquées en introduction de cette partie 2.3. La grandeur critique est le nombre de paramètres M à reconstruire qui est multiplié par le nombre de diffracteurs N . Les paramètres à reconstruire sont alors au nombre de NM qui peut devenir vite très élevé.

Lors de sa thèse, A. Bréard s’est intéressé aux algorithmes d’évolution différentielle afin de pouvoir reconstruire un grand nombre de paramètres et donc d’objets diffractants. Ces algorithmes ont l’avantage d’avoir des propriétés similaires aux algorithmes génétiques bien que nous ne connaissions, à ce jour, aucune démonstration de leur convergence globale. Ils sont donc considérés comme plus robustes que les algorithmes à convergence locale que j’utilisais jusque là.

Au moment où nous avons débuté cette étude, ces algorithmes étaient très utilisés par certains collègues qui s’intéressent à la caractérisation de structures dans le sol [10]. Nous avons voulu en savoir d’avantage car aucune justification n’était fournie quant à l’utilité de ces codes, si ce n’est qu’ils fournissaient de bons résultats. Comme nous pensions pouvoir les utiliser pour la reconstruction de plusieurs objets et que cet aspect n’était pas traité dans la littérature, nous nous sommes concentrés sur ces méthodes. Nous avons abouti à des résultats intéressants mais limités sur certains points qui nous ont poussés à modifier les algorithmes de base en nous inspirant d’autres techniques d’optimisation, qui reposent sur les stratégies de groupes. L’ensemble des ces principes et évolutions est détaillé dans ce qui suit.

Principe de la caractérisation de diffracteur

La caractérisation d'amas consiste à trouver les paramètres caractéristiques de l'amas, notés X , en minimisant une fonction coût. Cette fonction représente l'écart entre les mesures et les résultats provenant de la modélisation des mesures. Dans le cas présent, nous avons deux types de fonction coût

$$f(X) = \frac{\sum \|\vec{H}_{mes} - \vec{H}_{cal}^d\|^2}{\sum \|\vec{H}_{mes}\|^2} \quad (2.32)$$

dans le cas où les mesures \vec{H}_{mes} sont des mesures de champ diffracté, \vec{H}_{cal}^d étant le champ diffracté obtenu grâce à nos modèles ;

$$f(X) = \frac{\sum \|\Delta W_{mes} - \Delta W_{cal}^d\|^2}{\sum \|\Delta W_{mes}\|^2} \quad (2.33)$$

dans le cas où est mesurée la variation de puissance ΔW à travers la boucle réceptrice, définie par $\Delta W = I^2 \Delta Z$. ΔW_{mes} et ΔW_{cal} sont alors respectivement les variations de puissance mesurées et celles obtenues grâce à notre modèle. Les \sum correspondent à la sommation sur l'ensemble des points de mesures.

La forme d'amas la plus générale qui nous intéresse ici est la forme ellipsoïdale. Dans ce cas les paramètres à reconstruire pour un amas sont :

- sa position $\vec{r}_0 = (x_0; y_0; z_0)$
- son élongation décrite par la taille de ses semi-axes $(a_1; a_2; a_3)$;
- son orientation donnée par les trois angles d'Euler $(\alpha_1; \alpha_2; \alpha_3)$
- sa conductivité σ (nous n'avons pas étudié la permittivité de l'amas)

Cette forme compte donc $M = 10$ paramètres par amas. Pour N amas ellipsoïdaux, le nombre de paramètres est donc $NM = 10N$. Dans le cas de la sphère, le nombre de paramètres se limite à $M = 5$ (position, rayon et conductivité). Pour la suite nous retiendrons que le nombre de paramètres total pour N objets est le produit NM .

Principe de l'algorithme

La minimisation de la fonction de coût est réalisée à l'aide d'un algorithme à évolution différentielle dont le schéma fonctionnel est donné sur la figure 2.5.

Les P vecteurs ont une dimension égale au nombre NM de paramètres. Comme leur nombre P doit être grand devant NM , nous avons pris $P = 10NM$, qui est la valeur minimale conseillée. Chaque vecteur évolue ou non, au gré de l'algorithme qui contient des critères de modifications aléatoires des vecteurs. La solution est fournie lorsque la fonction coût atteint le niveau choisi par l'utilisateur ou lorsque le nombre maximum d'itérations est atteint. Pour plus de détails, il convient de se référer au manuscrit de thèse de A. Bréard [11].

Un certain nombre de variantes de ce code ont été réalisées mais certaines sont plus intéressantes que d'autres, aussi je n'en décris que quelques unes. Les paramètres des amas

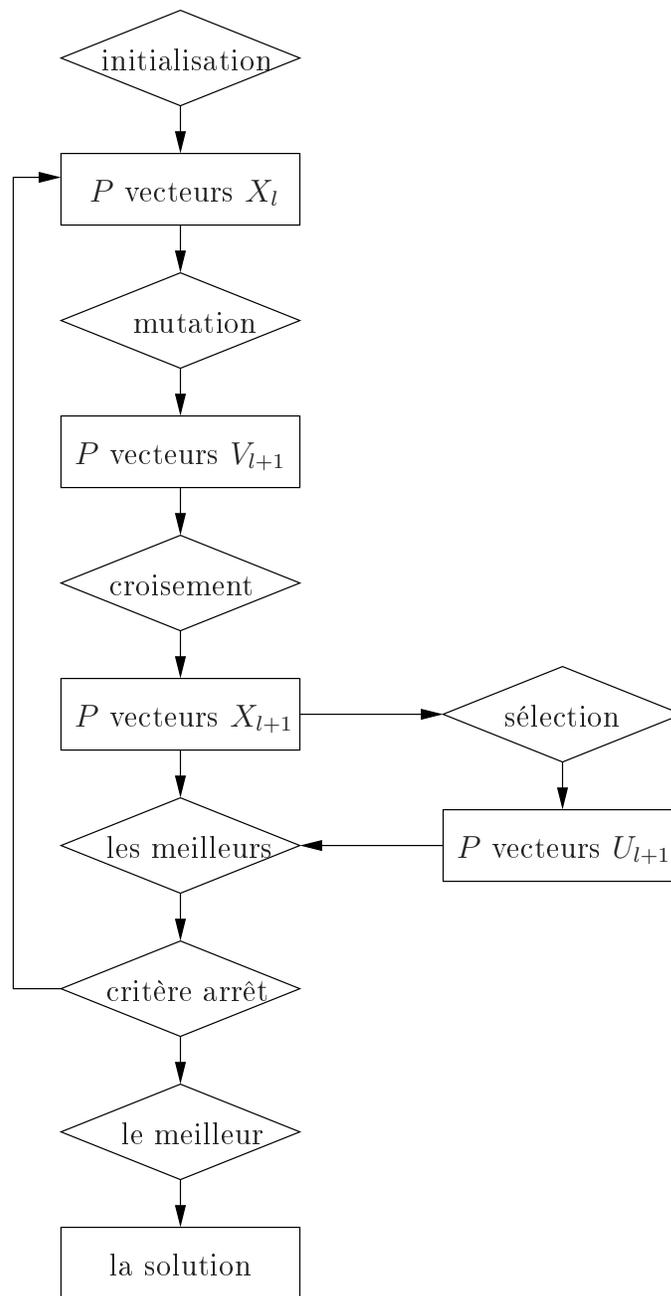


Figure 2.5 – Schéma fonctionnel de l'algorithme d'évolution différentielle, où X_l , V_l et U_l sont les vecteurs à l'itération l . Les opérations de mutation, croisement et sélection sont classiques et décrites dans le manuscrit de thèse de A. Bréard.

représentent des caractéristiques géométriques ou physiques qui ont des domaines de validité précis. L'évolution des vecteurs pouvant conduire à des paramètres inattendus, nous avons réfléchi à des choix de contraintes et des méthodes d'application de ces contraintes. L'ensemble est expliqué dans le manuscrit de thèse de A. Bréard.

Nous nous sommes aperçus qu'il n'était pas aisé de rendre « séparable » deux objets faiblement couplés. Nous avons donc construit une nouvelle fonction coût qui facilite cette identification

$$f(X) = \frac{1}{1+2\beta} \frac{\sum \|\Delta W_{mes} - \Delta W_{cal}^d\|^2}{\sum \|\Delta W_{mes}\|^2} + \frac{\beta}{1+2\beta} \left[\frac{\sum (\operatorname{Re}(\Delta W_{mes}) - \operatorname{Re}(\Delta W_{cal}^d))^2}{\sum (\operatorname{Re}(\Delta W_{mes}))^2} + \frac{\sum (\operatorname{Im}(\Delta W_{mes}) - \operatorname{Im}(\Delta W_{cal}^d))^2}{\sum (\operatorname{Im}(\Delta W_{mes}))^2} \right] \quad (2.34)$$

La séparation des parties réelles et imaginaires des mesures permet de relever le niveau de la partie imaginaire dans la fonction coût. Cette partie en quadrature des mesures, bien que plus faible que la partie en phase, est plus sensible à l'effet du couplage entre objets. Tout cela explique le fait que la séparation des objets soit plus facile avec cette nouvelle fonction de coût. La valeur $\beta = 0,5$ est un bon compromis entre les cas où seul un objet est présent et ceux où plusieurs objets le sont. Elle a fourni de bons résultats, nous l'avons donc conservée.

Pour la recherche d'objets multiples, il faut aussi s'assurer que les objets trouvés n'ont pas d'intersection. Pour cela des critères de pénalité ont dû être introduits. Ils dépendent fortement de la géométrie de l'objet et donc deux critères ont été considérés : l'un pour la sphère, l'autre pour l'ellipsoïde. Je ne souhaite pas rentrer dans des détails géométriques ici ; les critères sont clairement explicités dans le manuscrit de thèse de A. Bréard.

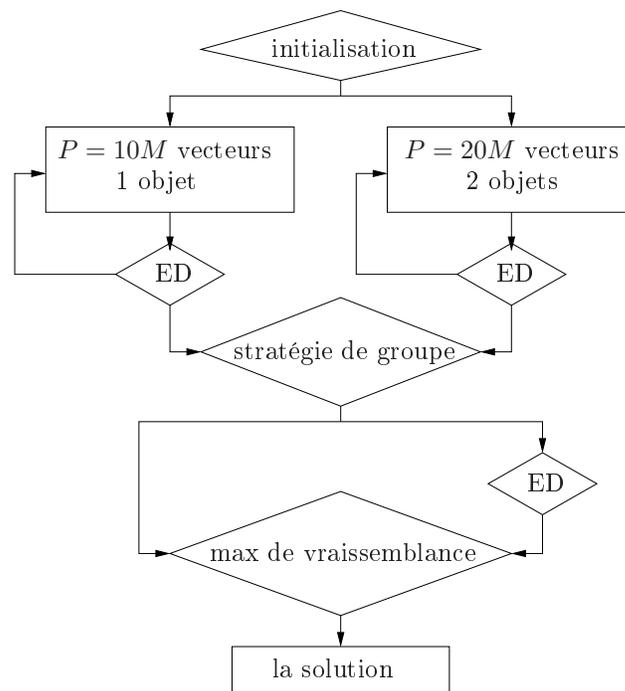
Stratégies de groupes et multi-résolution

Lorsque deux objets sont trop proches et fortement couplés, l'algorithme reconstruit rarement les deux objets séparément ; le plus souvent, il fournit un objet équivalent. Afin de pouvoir séparer les deux objets, l'algorithme a été modifié en s'inspirant des travaux de Qing [12] sur les stratégies de groupes. Le nouvel algorithme s'inspire aussi des techniques d'optimisation dites « particle swarm optimization » [13][14][15] qui tiennent compte de la notion de communication entre groupe.

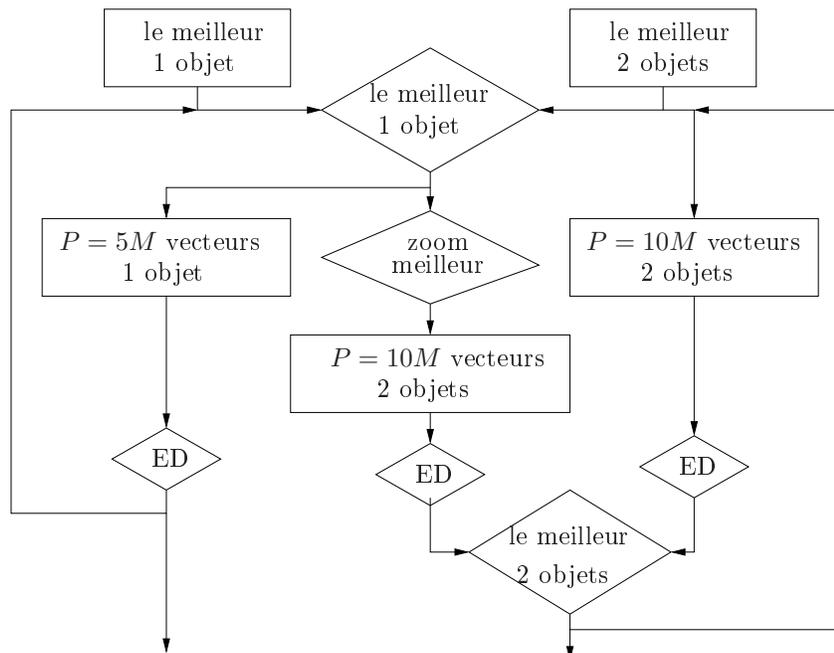
La figure 2.6(a) décrit ce nouvel algorithme pour la recherche d'au maximum deux objets (soit $N = 1, 2$).

Il se décompose en trois étapes :

- la première est l'algorithme d'évolution différentielle précédent décrit en figure 2.5 (il est noté ED sur le schéma) ;
- la deuxième repose sur une stratégie de groupe dont le principe est fourni sur le schéma 2.6(b) ;



(a) Algorithme d'évolution différentielle avec stratégie de groupe et multi-résolution



(b) Bloc fonctionnel de stratégie de groupe et multi-résolution

Figure 2.6 – Schéma pour l'algorithme d'évolution différentielle avec stratégie de groupe et multi-résolution

- la dernière consiste à faire des zooms sur les solutions trouvées puis de choisir la solution grâce à des techniques de Maximum de Vraisemblance.

Le bloc de stratégie de groupe avec multi-résolution consiste à éliminer les zones spatiales qui sont supposées « vides », car la fonction de coût reste élevée pour les vecteurs correspondants. Ainsi les meilleurs vecteurs (représentatifs des objets possibles) sont sélectionnés et un zoom est appliqué autour de ces objets. Afin de conserver les aspects aléatoires de l'algorithme ainsi que sa robustesse, de nouveaux vecteurs sont générés aléatoirement dans la nouvelle zone. Pour cela, les contraintes sur la position des objets sont restreintes à la nouvelle zone de recherche, alors que les contraintes sur les autres paramètres sont conservées. Cette stratégie de groupe ne nécessite que peu d'itérations (trois suffisent) pour obtenir à 80% la solution exacte.

Après la stratégie de groupe, les solutions obtenues sont conservées et réutilisées pour quelques itérations avec l'algorithme d'évolution différentielle. Des zooms supplémentaires peuvent être appliqués lors de cette étape. Les meilleurs vecteurs sont alors traités grâce à un critère de maximum de vraisemblance afin d'obtenir la solution. Cette étape permet d'affiner la solution trouvée.

La stratégie de groupe, utilisée ici pour deux objets, consiste à mettre en concurrence trois cas possibles :

- la recherche d'un objet issu de la recherche d'un seul objet ou de deux objets lors de la première étape ;
- la recherche de deux objets correspondant à un objet trouvé à la première étape ;
- l'affinement de la recherche des deux objets trouvés au cours de la première étape.

Comme les groupes « communiquent » entre eux, cet algorithme se différencie des techniques de stratégie de groupes traditionnelles en reprenant des idées plutôt utilisées pour les « particle swarm optimization », sans pour autant leur être semblable. Cet algorithme n'est pas envisageable si le nombre d'objets est trop important car les cas à traiter sont trop nombreux. Nous l'avons utilisé pour trois objets et nous pensons qu'il doit être possible de l'utiliser pour quatre objets en gardant des temps de calculs raisonnables.

D'autres algorithmes ont été réalisés et testés mais je ne rentrerai pas dans les détails car les principes sont les mêmes. Il s'agit de faire des zooms sur une sélection de zones « vraisemblables » afin de s'assurer que la zone ne contient pas d'objets multiples. Lorsque le nombre d'objets dépasse quatre, cela aboutit à des algorithmes très gourmands en taille mémoire. Traiter chacune des zones l'une après l'autre, ou trois zones au maximum simultanément, permettrait de résoudre les problèmes de taille mémoire mais cela entraînerait des temps de calcul beaucoup plus longs.

En ce qui concerne nos applications, la zone inspectée par le système de mesures reste suffisamment limitée, à cause de l'atténuation des ondes dans le sol, pour que le nombre d'objets possibles reste inférieur à quatre.

Résultats numériques

Afin d'illustrer l'intérêt des modèles développés, ainsi que la qualité des résultats d'inversion, je présente ici quelques résultats numériques. D'autres résultats sont dans le manuscrit de thèse de A. Bréard ou l'article [A.9].

La figure 2.7(b) illustre le positionnement de deux sphères dont les propriétés sont données dans le tableau 2.2. Il contient également la position des émetteurs et récepteurs, ainsi que les propriétés du sol.

	position (en m)	rayon (en m)	σ (en S/m)	ε_r
sol			10^{-3}	1
sphère 1	(50; 47; -30)	2,48	$10^{-3}/50$	1
sphère 2	(50; 53; -30)	2,48	$10^{-3}/50$	1

	rayon (en m)	f (en Hz)	émetteur/récepteur
boucles de courant	1	10^4	non différenciés

	point de départ (en m)	déplacement (en m)	point d'arrivée (en m)
ligne de mesure 1	(0; 0; 0)	$\Delta x = 2,5$	(100; 0; 0)
ligne de mesure 2	(0; 12; 0)	$\Delta x = 2,5$	(100; 12; 0)
ligne de mesure 3	(0; -12; 0)	$\Delta x = 2,5$	(100; -12; 0)

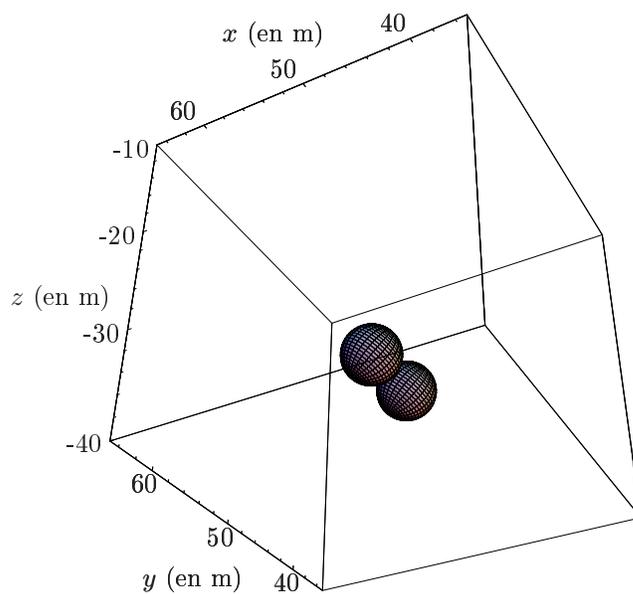
Tableau 2.2 – Configuration de mesures

La variation de puissance ΔW_{mes} , qui tient lieu de mesure, est obtenue grâce au code CIVA du CEA-LIST, puis notre algorithme d'optimisation est utilisé afin de reconstruire les paramètres des deux sphères. Les deux sphères sont volontairement proches afin qu'un couplage suffisant existe entre elles.

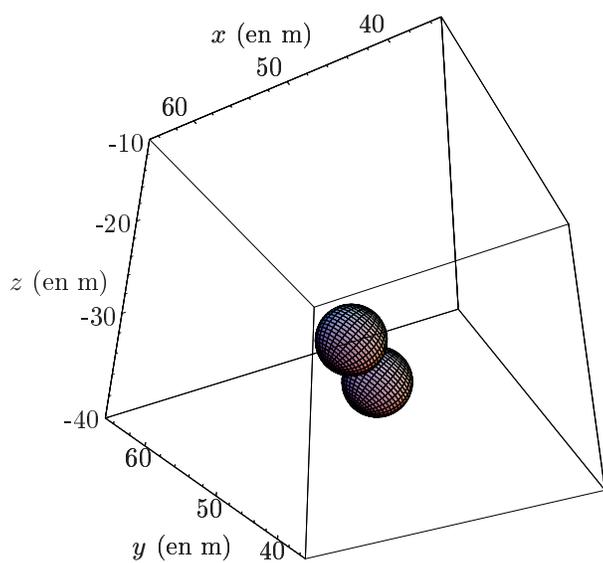
Les résultats fournis en figure 2.7 prouvent qu'il est nécessaire de modéliser le couplage entre les deux sphères afin d'obtenir une meilleure localisation. L'absence de couplage tend à éloigner les sphères par rapport à leur position réelle et peut aussi conduire à des localisations aberrantes. Cela s'aggrave lorsque la conductivité des sphères augmentent ce qui correspond à des couplages plus forts. Les autres paramètres se reconstruisent correctement, que le modèle tienne compte du couplage ou non.

L'exemple présenté n'est pas un cas critique, car les sphères sont alignées perpendiculairement aux lignes de mesures. Si les sphères étaient parallèles à ces lignes, les couplages sources/objets puis objet/objet seraient plus importants. Dans un tel cas, le modèle sans couplage fournit des solutions où les sphères peuvent se retrouver alignées perpendiculairement à leur position d'origine. Dans la pratique, les objets ayant des positions inconnues, il paraît nécessaire de tenir compte du couplage entre objets.

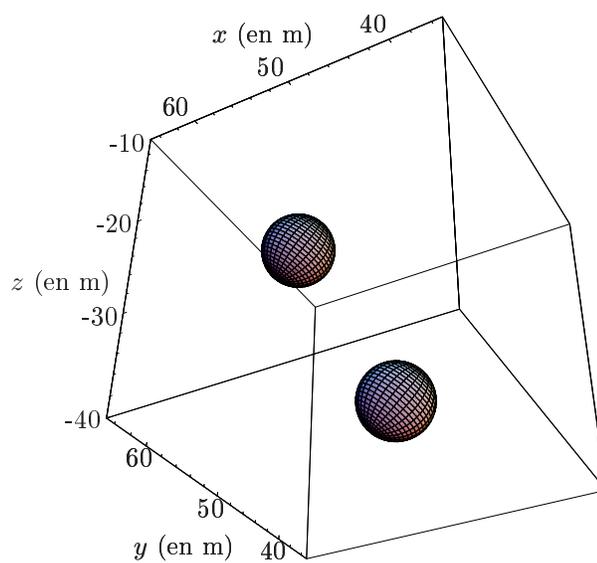
L'étude de la caractérisation d'au plus quatre sphères a été bien étudiée et approfondie lors de la thèse de A. Bréard. Il s'est aussi intéressé à la reconstruction d'ellipsoïdes (au moins deux) et a soulevé les points critiques rencontrés. Il est difficile de reconstruire un



(a) Configuration exacte



(b) Résultat avec couplage



(c) Résultat sans couplage

Figure 2.7 – Résultats obtenus après inversion de données synthétiques en utilisant le modèle de diffraction avec couplage ou sans couplage.

ou des ellipsoïdes verticaux, bien qu'il soit aisé de les localiser. Le couplage source/objet est la principale cause de problème et il peut être envisageable d'incliner les boucles de courants du système de mesures pour l'améliorer. Tout cela nécessiterait, entre autres :

- une étude poussée de la configuration de mesures par rapport au sol ;
- une nouvelle modélisation de la source dans nos modèles pour tenir compte de l'inclinaison de la boucle par rapport au sol.

Une telle étude rentrerait dans le cadre d'un stage de Master.

Nous déplorons ici, le manque de données expérimentales. Le protocole de mesures du BRGM qui devait être opérationnel pour la fin de thèse de A. Bréard a pris du retard. Il est évident que les problèmes rencontrés pour la réalisation d'un système fonctionnant aux fréquences intermédiaires de 30 kHz à 10 MHz font qu'il n'est pas trivial à concevoir.

2.4 Caractérisation de petites inclusions diélectriques

Cette étude part du constat que les diffracteurs traités par les précédentes approches ont des propriétés physiques particulières. Les approches développées traitent d'amas parfaitement conducteurs ou, à l'inverse, faiblement conducteurs comparativement au sol qui les contient, même si leur permittivité est prise en compte. L'idée était de traiter un cas plus général de diffracteurs en tenant compte de leur permittivité complexe sans faire d'approximation sur ces propriétés. Ainsi dans le cadre de l'ACI-JC, le post-doctorat de E. Iakovleva, ancienne doctorante du CMAP (Centre de Mathématiques Appliquées de l'Ecole Polytechnique à Palaiseau), avait pour but de fournir des formulations intégrales des champs sous forme de développements asymptotiques. Ces développements supposent que la taille des inclusions est petite devant la longueur d'onde (ou épaisseur de peau) dans leur environnement. Ces formulations reposent sur des mathématiques complexes mais vraiment utiles pour simplifier la description de la physique. Les techniques mathématiques utilisées étant nouvelles pour moi, j'ai assuré le transfert des résultats vers des études plus réalistes d'un point de vue physique, en particulier pour la validation numérique. Les résultats obtenus correspondent au domaine propagatif auquel je m'intéresse peu, j'ai donc dû faire des recherches sur les propriétés physiques des matériaux et les fréquences adéquates.

Ces travaux ont été repris et poursuivis par S. Gdoura lors de sa thèse de doctorat (sous la direction de D. Lesselier et la mienne à 30%). Sa thèse s'intégrait dans un contexte plus général regroupant mes applications ou celles du CND (qui concernent mes collègues du L2S), d'où mon taux d'implication dans cette thèse. Cette thèse a débuté alors que E. Iakovleva commençait sa deuxième moitié de post-doctorat, ce qui a permis à S. Gdoura de se familiariser avec les techniques en cours de développement.

2.4.1 Modélisation de petites inclusions

Petites inclusions en espace libre

Les formulations établies par E. Iakovleva et H. Ammari (directeur de recherche CNRS au CMAP) sont très générales et traitent de N petites inclusions diélectriques ou magnétiques. Les propriétés diélectriques sont décrites par leur permittivité complexe ε_n alors que les magnétiques le sont à travers la perméabilité complexe μ_n (pour $n = 1, \dots, N$).

L'approche repose sur les équations intégrales de Lippmann-Schwinger, la source étant un dipôle électrique qui génère le champ incident \vec{E}^i . Les champs en présence des N inclusions s'écrivent sous forme d'une superposition des champs générés par chacune des inclusions

$$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}^i(\vec{r}) + \sum_{n=1}^N \int_{V_n} \left[j\omega(\mu_n - \mu_0) \nabla' \times \overline{\overline{\mathbf{G}}}(\vec{r}, \vec{r}') \cdot \vec{H}(\vec{r}') + \omega^2 \mu_0 (\varepsilon_n - \varepsilon_0) \overline{\overline{\mathbf{G}}}(\vec{r}, \vec{r}') \cdot \vec{E}(\vec{r}') \right] d\vec{r}' \quad (2.35)$$

$$\vec{H}(\vec{r}) = \vec{H}^i(\vec{r}) + \sum_{n=1}^N \int_{V_n} \left[-j\omega(\varepsilon_n - \varepsilon_0) \nabla' \times \overline{\overline{G}}(\vec{r}, \vec{r}') \cdot \vec{E}(\vec{r}') \right. \\ \left. + \omega^2 \varepsilon_0 (\mu_n - \mu_0) \overline{\overline{G}}(\vec{r}, \vec{r}') \cdot \vec{H}(\vec{r}') \right] d\vec{r}' \quad (2.36)$$

$$\text{avec } \overline{\overline{G}}(\vec{r}, \vec{r}') = \left[\overline{\overline{I}} + \frac{\nabla \nabla}{k^2} \right] g(\vec{r}, \vec{r}')$$

où $g(\vec{r}, \vec{r}')$ est la fonction de Green en espace libre et $\overline{\overline{G}}(\vec{r}, \vec{r}')$ la dyade de Green électrique-électrique.

A ces champs sont appliqués des développements asymptotiques de la forme

$$\vec{\Psi}(\vec{r}) = \sum_{m=1}^{\infty} \vec{\Psi}_m(\vec{\rho}) \alpha^m \quad (2.37)$$

où α représente une petite erreur sur le volume $V_n = V + \alpha B_n$ des petites inclusions, et qui permet d'écrire $\|\vec{r} - \vec{r}'\| = \alpha \vec{\rho}$. La méthode des petites perturbations permet d'obtenir les développements asymptotiques des formulations intégrales des champs

$$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}^i(\vec{r}) + \alpha^3 \sum_{n=1}^N \left[j\omega \mu_0 \nabla_{\vec{r}_n} \times \overline{\overline{G}}(\vec{r}, \vec{r}_n) \cdot \overline{\overline{M}} \left(\frac{\mu_n}{\mu_0}; B_n \right) \vec{H}^i(\vec{r}_n) \right. \\ \left. + k^2 \overline{\overline{G}}(\vec{r}, \vec{r}_n) \cdot \overline{\overline{M}} \left(\frac{\varepsilon_n}{\varepsilon_0}; B_n \right) \vec{E}^i(\vec{r}_n) \right] + O(\alpha^4) \quad (2.38)$$

où \vec{r}_n est la position de la n ième inclusion. Elles font apparaître des tenseurs de polarisation $\overline{\overline{M}}$ qui dépendent du volume de l'inclusion B_n et de ses propriétés physiques (ε_n, μ_n) . Pour les formes canoniques (sphère, ellipsoïde) qui nous intéressent, les tenseurs de polarisations usuels ont été retrouvés. Par dualité, le champ magnétique en présence des inclusions éclairées par des dipôles magnétiques s'obtient rapidement.

Dans un premier temps et par souci de simplicité, le couplage entre les inclusions n'a pas été considéré, ce qui reste valable tant que les inclusions sont suffisamment éloignées les unes des autres. Dans le cas contraire, les inclusions sont proches et le couplage doit être pris en compte si le but est de séparer les inclusions lors d'un processus d'identification. S. Gdoura qui a pris la suite des travaux de E. Iakovleva, s'est donc intéressée au couplage entre deux inclusions. Elle s'est d'abord limitée à la géométrie sphérique et a donc pu utiliser le système de coordonnées bi-sphériques qui est le système géométrique adapté à deux sphères disjointes en espace libre. Par rapport aux formulations asymptotiques, seul le tenseur de polarisation est modifié et formulé dans ce système de coordonnées particulier. Il a été obtenu en collaboration avec G. Dassios de l'université de Patras. Ce tenseur est diagonal et ces termes s'écrivent sous forme de sommes infinies qu'il faut évaluer numériquement. Les formulations sont données dans le manuscrit de thèse de S. Gdoura [16].

Lorsque les inclusions couplées sont plus de deux, l'approche précédente ne peut plus être utilisée, de plus, seule la géométrie sphérique est décrite par le système de coordonnées bi-sphériques. Ainsi pour traiter de plusieurs inclusions non-sphériques, S. Gdoura a repris la méthode de couplage de Lax-Foldy (utilisée par A. Bréard). Le principe du calcul analytique consiste à reprendre les formulations asymptotiques, de considérer que le champ dans de petites inclusions est uniforme et de résoudre le système. Au final les formulations asymptotiques sont retrouvées et, là encore, seul le tenseur de polarisation est modifié pour prendre en compte le couplage. S. Gdoura s'est limité au cas d'inclusions diélectriques couplées mais des calculs analogues permettraient d'obtenir le cas magnétique. Je ne souhaite pas expliquer les calculs ici, néanmoins tous les détails sont dans [16].

Les formulations asymptotiques ainsi obtenues sont simples et permettent d'évaluer rapidement les champs totaux en présence des inclusions. Seuls les tenseurs de polarisation, selon la géométrie, peuvent nécessiter plus de temps de calcul. Les développements obtenus sont limités au premier ordre non nul (en α^3). Si les inclusions sont symétriques, le terme suivant en α^4 s'annule et le terme suivant non-nul est en α^5 . Ce dernier permettrait, en théorie, de décrire la forme de plus gros objets, mais il n'a pas été établi ici. Les détails peuvent être trouvés dans l'article [A.6] et le manuscrit de thèse de S. Gdoura [16].

L'approximation développée a été validée avec des codes dits exacts :

- Le logiciel FEKO basé sur les méthodes de moments disponible au L2S a permis de traiter des configurations variées mais des écarts sur les résultats apparaissaient. Le problème rencontré est dû au maillage géométrique des petites inclusions qui doit être très fin mais qui est limité par le nombre de mailles maximal.
- Les résultats fournis par H. Tortel (Institut Fresnel), obtenus avec son code en série de Mie, a permis de valider avec certitude l'approche asymptotique. Ils ont aussi mis en évidence les problèmes rencontrés avec le code FEKO.

Petites inclusions en demi-espace

Afin de se rapprocher des applications, la suite logique des travaux est de traiter les inclusions placées dans un demi-espace qui représente le sol (pour mes applications « terrestres ») ou un matériau (pour les applications de CND).

En reprenant les travaux précédents en espace libre, les champs pour des inclusions en demi-espace sont décrits par les développements asymptotiques des équations de Lippmann-Schwinger similaires à l'équation 2.38. Ces nouvelles formulations font apparaître les propriétés physiques ($\varepsilon_e, \mu_e, k_e$) de l'environnement contenant les inclusions

$$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}^i(\vec{r}) + \alpha^3 \sum_{n=1}^N \left[\frac{j\omega\varepsilon_e\mu_e}{\varepsilon(\vec{r})} \nabla_{\vec{r}_n} \times \overline{\overline{\mathbf{G}}}(\vec{r}, \vec{r}_n) \cdot \overline{\overline{\mathbf{M}}} \left(\frac{\mu_n}{\mu_0}; B_n \right) \vec{H}^i(\vec{r}_n) + k_e^2 \overline{\overline{\mathbf{G}}}(\vec{r}, \vec{r}_n) \cdot \overline{\overline{\mathbf{M}}} \left(\frac{\varepsilon_n}{\varepsilon_0}; B_n \right) \vec{E}^i(\vec{r}_n) \right] + O(\alpha^4) \quad (2.39)$$

Ici la dyade de Green (toujours pour une source électrique) est maintenant la dyade de Green en demi-espace, dite de transmission si la source est hors du milieu contenant les inclusions ou de réflexion si la source et les inclusions sont dans le même milieu. Cette dyade contient donc les propriétés physiques des milieux constituant les deux demi-espaces à travers les coefficients usuels de réflexion et de transmission. Elle permet de tenir compte de l'effet de l'interface sur le champ provenant de la source, mais en aucun cas celui de l'interaction entre l'interface et les inclusions. Pour cela, il faut introduire ce couplage à travers le tenseur de polarisation des inclusions. Le champ magnétique correspondant est obtenu par dualité.

L'ensemble de ces formulations a été établi par E. Iakovleva et H. Ammari dans le cadre du post-doctorat de cette première. S. Gdoura, lors de son début de thèse, a dû se familiariser avec ces approches et a bénéficié des échanges qu'elle a eu avec E. Iakovleva. S. Gdoura s'est alors intéressée à la programmation des formulations. Le calcul des dyades de Green en demi-espace qui s'expriment sous forme d'une transformée de Hankel, a été étudié et réalisé sous forme exacte ou approchée, pour deux raisons :

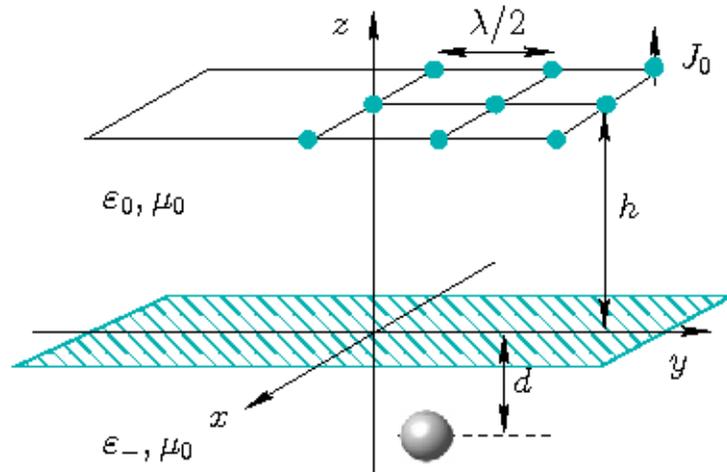
1. leur calcul est délicat du fait de la singularité de la dyade de Green ;
2. leur évaluation numérique doit être rapide car la caractérisation d'inclusions nécessite de calculer ces dyades de nombreuses fois.

S. Gdoura s'est intéressée entre autres aux méthodes numériques proposées par W. Chew *et al* [17] qui permettent de « contourner » la singularité de la dyade de Green.

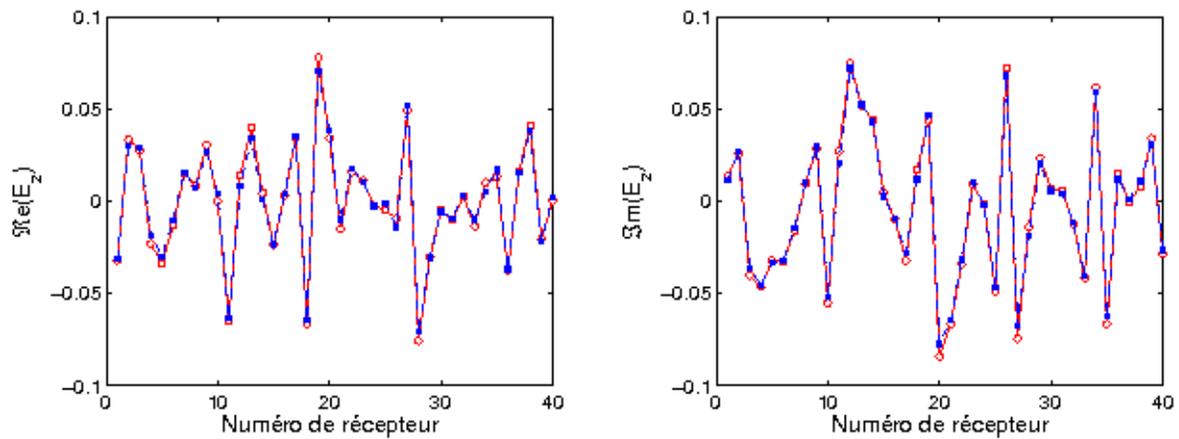
En ce qui concerne le tenseur de polarisation pour une inclusion proche de l'interface, le système de coordonnées bi-sphériques a été réutilisé. En effet, ce système permet de traiter le cas géométrique de deux sphères, mais lorsque le rayon de l'une des deux sphères tend vers l'infini, la surface de cette sphère infinie est mathématiquement une surface infinie qui s'interprète comme une interface. Le tenseur correspondant a été établi par l'équipe de G. Dassios et S. Gdoura l'a programmé et étudié. Il se limite au cas d'une seule inclusion proche de l'interface, aussi pour traiter le cas de plusieurs inclusions proches de l'interface, S. Gdoura a repris la théorie de Lax-Foldy (*cf.* la partie 2.3). Cela permet de traiter le couplage des inclusions entre-elles en plus du couplage qu'elles ont avec l'interface. Pour cela, elle part des formulations asymptotiques où les inclusions sont couplées avec l'interface, elle applique la théorie de Lax-Foldy comme elle l'avait fait en espace libre, et résout un système qui aboutit aux formulations asymptotiques où le nouveau tenseur tient maintenant compte de l'ensemble des couplages.

La validation numérique des approches a été réalisée avec P. Chaumet de l'Institut Fresnel qui a fourni des résultats obtenus avec son code qui repose sur la méthode des dipôles couplés [18]. Voici un exemple de résultats en figure 2.8(b) alors que la configuration de mesure est donnée en figure 2.8(a) et est résumée par le tableau ci-dessous

Pour mes applications liées au sous-sol terrestre, les formulations obtenues ici ne correspondent pas aux propriétés physiques que je rencontre. En effet, il faudrait tenir compte de la conductivité des milieux et inclusions, ce qui n'a pas été fait ici. Les sources en



(a) Configuration de mesures



(b) Résultats numériques

Figure 2.8 – Comparaison des parties réelles et imaginaires du champ électrique calculé avec la méthode asymptotique en coordonnées bisphériques (\circ) et la méthode des dipôles couplés (\blacksquare) pour une sphère diélectrique placée dans un demi-espace diélectrique

	position (en m)	rayon (en m)	ε_r	μ_r
sol			4	1
sphère	(0, 15; 0, 23; -1)	0, 05	12	1

	f (en MHz)	position (en m)	émetteur/récepteur
dipôle électrique	300	(-1, 75; -1, 75; 0, 5)	récepteurs <i>cf.</i> figure 2.8(a)

Tableau 2.3 – Configuration de mesures

jeu sont des dipôles électriques alors que mes sources sont magnétiques. Néanmoins les formulations obtenues ici sont très intéressantes et il serait utile d’obtenir le cas de sources magnétiques par dualité et de valider les formulations pour des milieux à pertes. Etant donné la complexité des mathématiques, il paraît plus raisonnable de prévoir une thèse sur le sujet. Une fois les formulations obtenues, un travail de comparaison avec les travaux de A. Bréard serait fort intéressant.

2.4.2 Reconstruction des inclusions

Les champs ayant été établis, il reste à tester ces approches sur des reconstructions de petits objets multiples. La technique d’inversion proposée ici s’inspire des techniques de retournement temporel appliquées au domaine fréquentiel.

Méthode DORT

Le principe du retournement temporel repose sur l’invariance des équations de propagation des ondes lorsque la variable de temps t est changée en $-t$. Il suffit d’éclairer un objet par un ensemble de sources telles que l’objet soit « vu dans son ensemble » par un réseau de sources. Le champ mesuré est alors réémis en inversant la variable de temps et il se focalise alors sur l’objet. La technique fonctionne si le ou les objets sont éclairés par une multitude de sources et de récepteurs bien placés. Les objets doivent se situer dans le champ lointain de chaque source ponctuelle mais doivent en même temps être dans le champ proche du réseau de sources.

D’un point de vue mathématique, l’opération de retournement temporel revient à s’intéresser à l’opérateur de retournement temporel présenté dans [19][20]. Dans notre cas, L dipôles électriques parcourus par le courant I_l (où $l = 1, \dots, L$), génèrent des champs qui après avoir évolué dans le milieu induisent une tension V_p dans le récepteur p parmi les P récepteurs. Le phénomène est décrit par le système $V = AI$, où V et I sont respectivement les vecteurs de tensions induites dans les récepteurs et les vecteurs de courants dans les sources, alors que A est appelée la matrice de réponse impulsionnelle (ou multistatique). Après application du retournement temporel, le système est décrit par la matrice AA^* , appelée opérateur de retournement temporel. La décomposition en valeurs singulières de cette matrice fournit les valeurs propres et vecteurs propres de cette matrice. Les valeurs

propres et leur nombre dépendent de l'objet, alors que les vecteurs propres, s'ils sont transmis par les émetteurs, génèrent des champs qui convergent sur l'objet. La technique de retournement temporel se ramène donc à la décomposition en valeurs singulières de l'opérateur de retournement temporel.

Dans notre cas, E. Iakovleva a établi à partir des formulations exactes ou asymptotiques, la décomposition en valeurs singulières de l'opérateur. Dans le cas en demi espace, elle a dû retravailler les dyades de Green en demi-espace afin d'obtenir des résultats analytiques. Les détails sont dans les articles [A.6] et [A.7]. Pour résumer, il a été démontré que dans le cas d'une sphère ou d'un ellipsoïde vertical, il existait au maximum

- trois valeurs singulières si la sphère a seulement un contraste de permittivité,
- deux valeurs singulières s'il s'agit seulement d'un contraste de perméabilité,
- cinq valeurs singulières dans le cas général.

Ces travaux ont permis de retrouver le cas diélectrique en espace libre traité par D. Chambers *et al.* [21] avec qui nous avons eu des échanges scientifiques concluants.

Un exemple de champ rétropropagé est donné en figure 2.9 dans le cas d'une sphère en espace libre éclairée par un réseau plan de récepteurs. La configuration de mesure est résumée par le tableau suivant

	position (en m)	rayon (en m)	ε_r	μ_r
sol			1	1
sphère	(-0, 15; 0, 15; 0, 175)	$\lambda/20$	5	1

	réseau	polarisation	espacement	hauteur	émetteur/récepteur
dipôle électrique	21x21	verticale	$\lambda/2$	$h = 3$ m	non différenciés

Tableau 2.4 – Configuration de mesures

La convergence vers la position de l'inclusion des champs rétropropagés est bien visible et dépend du vecteur singulier utilisé en émission car chacun contient des informations complémentaires sur l'inclusion.

Algorithme MUSIC

La connaissance de la matrice de réponse multistatique A permet d'en faire l'étude analytique. E. Iakovleva et H. Ammari ont démontré que, lorsque le nombre d'émetteurs et de récepteurs est identique, la matrice A est de la forme

$$A = G(\vec{r}) \overline{\overline{M}} G^t(\vec{r}) \quad (2.40)$$

Ils ont aussi montré que le rang r de la matrice A dépend de la nature de l'inclusion et vaut :

- $r = 3$ dans le cas purement diélectrique,
- $r = 2$ dans le cas purement magnétique,

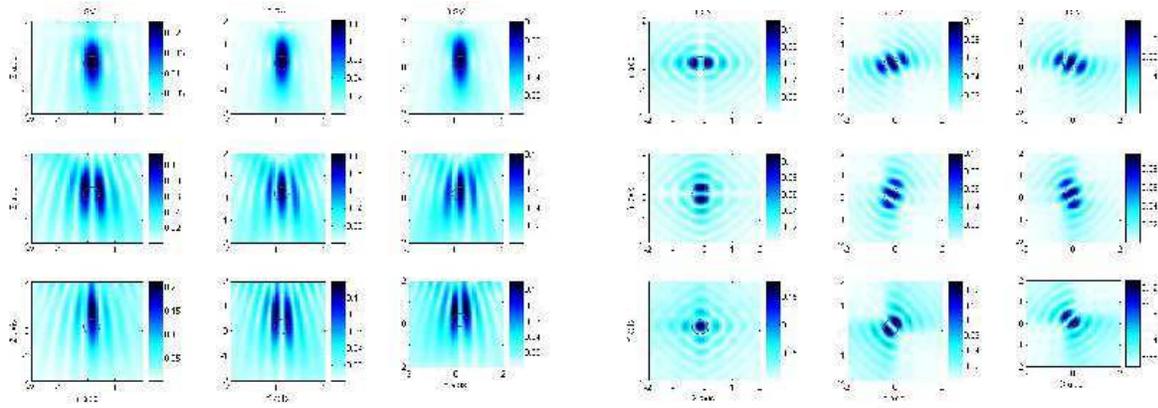
(a) Plan vertical z en fonction de y à $x = -0,15$ m(b) Plan horizontal y en fonction de x à $z = 0,175$ m

Figure 2.9 – Champs rétropropagés dans des plans centrés sur l'inclusion sphérique représentée par un cercle sur les figures. Les trois colonnes sont respectivement les réponses aux trois vecteurs singuliers caractéristiques du cas diélectrique pour une inclusion éclairée par un réseau plan.

– $r = 5$ dans le cas diélectrique et magnétique, cela après avoir étudié analytiquement la décomposition en valeurs singulières de la matrice A . Les détails sont dans les articles [A.6] et [A.7]. L'ensemble de ces résultats peut être repris pour faire une image représentant la localisation des inclusions grâce à l'algorithme MUSIC. C'est le choix qui a été fait.

La décomposition en valeurs singulières $A = U\Sigma V^*$ permet d'identifier le sous-espace bruit. Soit U_S et V_S les vecteurs singuliers non-nuls, les projections sur le sous-espace bruit sont

$$\begin{aligned} P_g &= \bar{I} - U_S U_S^* \\ P_d &= \bar{I} - V_S V_S^* \end{aligned} \quad (2.41)$$

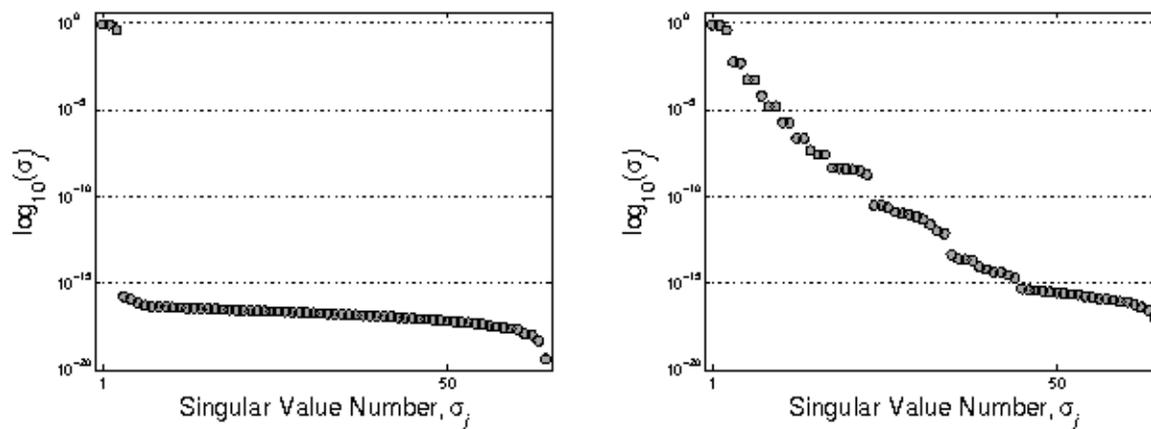
Il a été démontré, grâce à la connaissance de la forme particulière de la matrice A de l'équation 2.40, que pour tout $W \in \mathcal{C}^r$, pour tout \vec{r} tel que $G(\vec{r}) \cdot W \neq 0$, cette projection est nulle lorsque \vec{r} est le centre de l'inclusion. Par conséquent, l'image $W(\vec{r})$, fonction inversement proportionnelle aux projections, est infinie lorsque \vec{r} est le centre de l'inclusion. L'image obtenue est alors une cartographie des inclusions. La fonction $W(\vec{r})$ est définie par

$$W(\vec{r}) = \frac{1}{\|P_g(G(\vec{r}) \cdot W)\|^2} + \frac{1}{\|P_d(G(\vec{r}) \cdot W)\|^2} \quad (2.42)$$

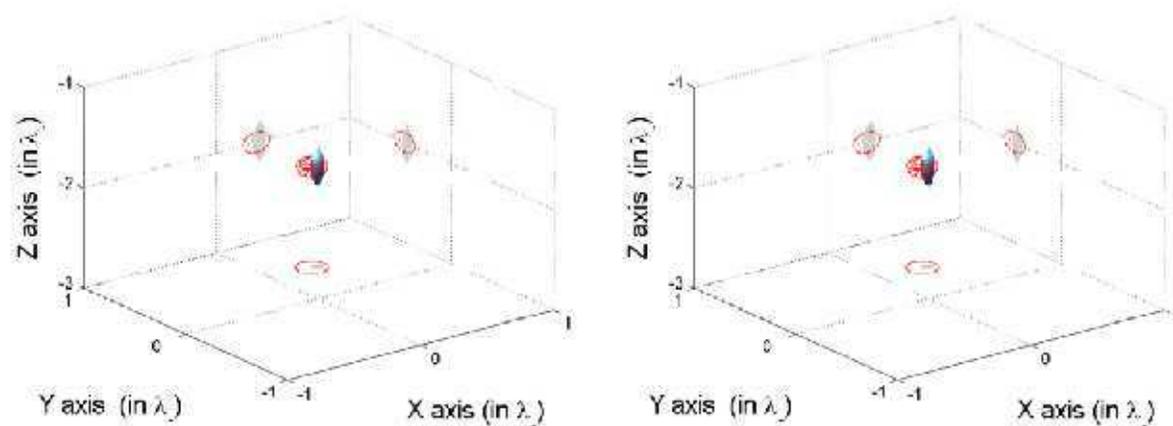
Ces résultats théoriques sont valables lorsqu'on est en présence d'une seule inclusion. Le rang de la matrice change en présence de plusieurs inclusions et ne peut pas être défini analytiquement. D'autre part, si la matrice A est obtenue à partir de mesures, le nombre

de valeurs singulières non nulles n'est pas évident à définir. Il faut alors fixer un seuil qui définisse le niveau à partir duquel les valeurs singulières peuvent être considérées comme appartenant au bruit. L'algorithme MUSIC est alors appliqué sur le sous-espace ainsi défini. Cet algorithme a été utilisé sur des données synthétiques obtenues avec nos formulations asymptotiques, ou avec le code de P. Chaumet (Institut Fresnel). Ces données ont aussi été bruitées à l'aide d'un bruit blanc additif. Les figures 2.10(a) représentent les valeurs singulières obtenues pour les deux types de codes. Il apparaît que la répartition des valeurs singulières par la méthode des dipôles couplés est moins discontinue que par nos méthodes asymptotiques. D'un point de vue localisation, les résultats restent similaires (*cf* figure 2.10(b)).

L'algorithme MUSIC a aussi été testé pour plusieurs inclusions sphériques ou ellipsoïdales, ainsi que pour des objets étendus. La reconstruction pour de petites inclusions est concluante à condition de bien tenir compte des phénomènes de couplage entre inclusions et avec l'interface. En revanche, la reconstruction d'objets étendus décrits par la méthode asymptotique est peu réaliste. Dans ce cas il serait peut-être nécessaire de poursuivre le développement asymptotique jusqu'au prochain ordre non-nul afin de mieux décrire le volume de l'objet. Ce travail ne peut être fait que par un doctorant ou post-doctorant en mathématiques appliquées et ne doit pas être entrepris sans avoir préalablement étudié sa pertinence d'un point de vue physique, étant donné la complexité du travail à faire.



(a) Valeurs singulières par la méthode asymptotique à droite et des dipôles couplés à gauche



(b) Localisation 3D de l'inclusion obtenue pour la méthode asymptotique à droite et des dipôles couplés à gauche

Figure 2.10 – Résultats obtenus à l'aide de l'algorithme MUSIC en imposant un seuil de 10^{-10} et en retenant les intensités de l'image $W(\vec{r})$ supérieures au seuil fixé

2.5 Projets de recherche

Au cours de ces dernières années, j'ai mené des travaux de recherche sur des thématiques proches tout en m'intéressant à la faisabilité d'une montée en fréquences. A. Bréard a poursuivi et redéveloppé certains de mes travaux de thèse, ma collaboration avec P. Vafeas a abouti à un nouveau modèle complémentaire des précédents, les travaux menés avec E. Iakovleva et S. Gdoura m'ont permis d'étudier de nouvelles approches en régime de propagation mais qui devraient être applicables à des sujets liés au sous-sol terrestre. Chacun de ces points doit être approfondi et finalisé individuellement, mais surtout le lien entre ces différentes approches doit être étudié et leurs particularités doivent être mises en avant. Chacune de ces approches possède ses limites de validité physique mais aussi ses qualités et défauts qui sont autant de points à étudier afin de faire une synthèse.

La poursuite de mes travaux de recherche à court terme consiste à prolonger mes travaux actuels et finaliser certains aspects. Je reprendrai donc point par point les thématiques que j'ai détaillées dans les parties précédentes. A plus long terme, j'orienterai mes travaux vers des approfondissements mais chercherai aussi d'autres applications pour les techniques que je développe. A encore plus long terme, je pense qu'un changement de thématique sera nécessaire pour élargir mon domaine de compétences en électromagnétisme.

Dans les parties 2.5.1 et 2.5.2 qui suivent, les applications visées sont celles décrites dans ce manuscrit. Dans la partie 2.5.3, j'aborde des applications et objectifs plus généraux.

2.5.1 Poursuites des travaux en cours

Caractérisation d'un amas par un ellipsoïde parfaitement conducteur

Les formulations des champs diffractés par les techniques de développements BF, suite à la résolution des équations de Maxwell, ont été traitées dans le cas de la géométrie ellipsoïdale et ses cas dégénérés. Parmi ces cas, la forme sphérique est bien comprise ; la forme ellipsoïdale est la formulation qui cumule les approximations mais sa validation a montré l'intérêt de cette approche ; la forme *spheroidal* aboutit à un résultat qui ne peut être évalué que numériquement.

Le cas *spheroidal* nécessite encore des études afin d'obtenir une formulation analytique dans le but de gagner du temps de calcul. Le champ diffracté s'écrit sous forme de sommes discrètes sur les harmoniques, pondérées par des constantes. A chaque ordre d'harmonique correspond une constante que l'on associe à cet ordre. Ces constantes, dans le cas *spheroidal*, s'obtiennent par la résolution numérique d'un système d'équations. Il s'agit donc de s'abstraire de l'inversion de matrice nécessaire pour les calculer. Ce travail a été commencé lors d'un stage de M2R. Les constantes à l'ordre n étant écrites en fonction des constantes des ordres inférieurs, l'idée était de les trouver analytiquement de façon incrémentale. Cette résolution s'est révélée plus complexe que prévue car il est nécessaire d'inclure des propriétés physiques pertinentes afin de trouver des solutions aux équations. Les constantes d'ordre un ont été obtenues. D'après l'étude des cas sphérique et ellipsoïdal

et étant donné les difficultés, il doit être suffisant de trouver les constantes d'ordre deux et trois pour obtenir une formulation convenable aux fréquences en jeu. Ce travail ne peut être réalisé que dans le cadre d'une thèse de doctorat étant donné la complexité de tels calculs.

Une fois les constantes du cas *spheroidal* obtenues, il sera nécessaire de faire une comparaison avec les constantes du cas ellipsoïdal car ces dernières sont des formulations approchées. Dans la littérature, la géométrie *spheroidal* est préférée car toutes les harmoniques sont connues sous forme analytique, contrairement aux harmoniques ellipsoïdales qui ne le sont que partiellement. Cependant la résolution des équations des champs, pour le cas *spheroidal*, aboutit souvent à l'inversion de matrices, ce qui n'est pas le cas avec les harmoniques ellipsoïdales. Cela n'est pas seulement dû aux approximations qui sont faites pour résoudre ce cas ; les harmoniques ont des expressions algébriques relativement simples qui ne s'écrivent pas à l'aide de fonctions telles que les polynômes de Legendre. Cette forme ellipsoïdale étant de surcroît plus générale que la forme *spheroidale*, il me paraît important de prouver l'intérêt d'une telle forme, si elle est avérée, par comparaison des deux résultats numériques et analytiques obtenus avec ces deux formes. Ce travail s'inscrit dans la suite logique du travail de thèse précédent.

Les travaux décrits ici ne constituent pas un travail de thèse suffisant pour trois années. Je propose donc de vérifier la robustesse des codes lorsque la fréquence augmente jusqu'à des fréquences intermédiaires. Il me paraît évident que dès lors que l'effet de la permittivité sera présent, les formulations obtenues ne pourront pas décrire tout le phénomène. Néanmoins, les principes de calculs analytiques menés ici font apparaître la permittivité dans les ordres supérieurs des développements BF. Il suffirait donc de poursuivre le calcul pour ces termes. Dans le cas de géométrie ellipsoïdale, cela nécessiterait la connaissance d'harmoniques d'ordres supérieurs. Leur forme analytique est partielle car leur évaluation nécessite le calcul de constantes par résolution de polynômes d'ordre 3 ou plus. Comparativement au cas *spheroidal*, le cas ellipsoïdal peut rester compétitif mais cela reste à prouver.

L'ensemble des projets décrits ci-dessus correspond à l'étude et l'obtention de codes relatifs au problème de diffraction modélisé. Une fois tous ces codes obtenus, il serait intéressant de revenir au point qui nous motive : la caractérisation d'objets enfouis. Dans le cas ellipsoïdal, les codes étant validés, on pourrait étudier des inversions de données réelles. Par la suite, à l'aide des nouveaux codes tenant compte de la permittivité, il sera nécessaire d'étudier la faisabilité de la reconstruction de ce paramètre supplémentaire. Il sera aussi pertinent de vérifier la séparabilité des différents paramètres : taille, conductivité et permittivité, sachant que la localisation est rarement un problème. Ce travail pourrait constituer un stage de M2R au cours duquel l'étudiant pourra se familiariser avec les acquis sur le sujet.

Caractérisation de diffracteurs multiples de faible contraste

Les travaux obtenus dans le cadre de la thèse de A. Bréard ont permis de prouver la capacité de notre modèle « faible contraste » à décrire les champs en jeu lorsque la fréquence augmente. La validation a été limitée aux effets conducteurs car les codes numériques utilisés lors de la validation ne permettaient pas de modéliser ce paramètre. Etant donné que notre modèle en tient compte, il est impératif de prouver sa fiabilité. Connaissant la difficulté et le manque de codes pour nous permettre une telle validation, il sera nécessaire de modifier les codes numériques existants et de les valider. Le code CIVA du CEA devrait permettre de tenir compte de la permittivité en changeant la conductivité réelle en conductivité complexe. Comme les champs dépendent de la fréquence, tout comme la conductivité complexe, il sera nécessaire de modifier le code existant dans son ensemble. Cela peut constituer un travail de stage de M2R pour un étudiant très bon en programmation sous Matlab, sinon ce travail pourra être proposé en début de thèse de doctorat.

Si lors de la validation, il s'avère que notre code ne permet pas de modéliser l'effet de la permittivité, il faudra reprendre les approximations choisies. Le tenseur de polarisation peut être l'une des raisons qui limite le code à des fréquences basses. Il peut donc s'avérer utile de poursuivre sa formulation analytique en tenant compte d'harmoniques d'ordres supérieurs. Le nouveau code sera alors partiellement analytique, à cause des harmoniques ellipsoïdales supplémentaires qui ont une forme algébrique dans laquelle certains paramètres s'évaluent numériquement. Ce travail ne pourra être réalisé que lors d'un travail doctoral, étant donné la complexité de la géométrie ellipsoïdale d'un point de vue mathématique.

En ce qui concerne, la caractérisation d'objets enfouis, les travaux de thèse de A. Bréard n'ont pas pu être testés sur des données réelles car le prototype du BRGM a pris du retard. Il paraît évident que cette étape doit être effectuée et les conclusions faites.

Caractérisation de petites inclusions diélectriques

Les formulations asymptotiques obtenues par E. Iakovleva et approfondies par S. Gdoura, bien qu'elles traitent de différentes configurations, ne permettent pas de décrire les champs en présence de matériaux conducteurs. Ces caractéristiques physiques étant celles qui interviennent dans le phénomène physique pour mes applications, il paraît donc utile de reprendre les formulations dans ces cas là. Les mathématiques en jeu n'étant pas simples, il me semble raisonnable de proposer ces travaux pour une thèse de doctorat. Les propriétés de dualité en électromagnétique pourront peut-être faciliter l'obtention des nouvelles formulations.

La caractérisation qui a été réalisée ici se résume en fait à de la localisation car les paramètres de taille, orientation et permittivités n'ont pas été reconstruits. Ces paramètres sont inclus dans le modèle asymptotique à travers les tenseurs de polarisation mais la technique d'imagerie MUSIC ne permet pas de les obtenir. Il serait possible de reprendre les techniques d'optimisation comme celles développées par A. Bréard ou d'en développer

d'autres. Une étude approfondie des résultats d'optimisation serait intéressante car il est fort possible que les objets de fort contraste « masquent » ceux de plus faible contraste. La faisabilité d'une telle reconstruction serait intéressante car de tels cas peuvent être rencontrés lors de la recherche de mines anti-personnel dans un sol contenant des cailloux de plus fort contraste. Il est important de préciser ici que la formulation permet de décrire des contrastes quelconques entre objets et sol, alors que les autres méthodes présentées dans ce manuscrit supposent soit un faible contraste, soit un contraste infini. Ce travail pourrait être mené en complément du travail doctoral décrit ci-dessus.

2.5.2 Synthèse et approfondissements

Ellipsoïde parfaitement conducteur en demi-espace

Les travaux effectués pour la diffraction par un ellipsoïde parfaitement conducteur ne tiennent pas compte de l'interface air-sol. Il serait pertinent de prendre en compte cet interface car son effet intervient si les objets sont proches de l'interface. Dans ce but, des approximations des champs incidents pour des sources au-dessus du sol étant connues, il doit être possible de résoudre les nouveaux problèmes de diffraction des ondes par le même procédé. Néanmoins, un travail de faisabilité préalable est obligatoire et rentrerait dans le cadre d'un post-doctorat en collaboration avec les mathématiciens de l'Université de Patras. Si de telles formulations sont obtenues, il sera nécessaire de procéder à la validation et à l'analyse de la description des phénomènes physiques dont le couplage avec l'interface.

Lorsque la fréquence augmente les développements des champs incidents déjà obtenus divergent. Cela est dû au type de développement utilisé qui s'applique une fois les champs exacts établis. J'ai déjà décrit les problèmes rencontrés avec une telle procédure et les conclusions faites m'amènent à penser qu'il faut appliquer les développements BF aux équations que satisfont les champs incidents avant de les établir. Cela aurait l'avantage de fournir une approximation qui n'est pas seulement valable aux fréquences d'induction, contrairement aux développements actuels qui sont des approximations typiques en géophysique. L'inconvénient de cette approche est que le système de coordonnées adapté au calcul des champs incidents n'est pas le même que celui qui est adapté à la forme de l'objet diffractant. De nouvelles collaborations avec des mathématiciens peuvent s'avérer utiles pour établir des liens entre les différents systèmes de coordonnées. Néanmoins ces travaux sont suffisamment complexes pour qu'ils ne soient envisageables que pour un doctorat, voire un post-doctorat.

Diffracteurs multiples

D'une part, les travaux de A. Bréard traitent de diffracteurs de faibles contrastes de conductivité et leur couplage. D'autre part, ceux de E. Iakovleva et S. Gdoura, abordent les diffracteurs multiples diélectriques, dont le cas conducteur peut *a priori* être déduit. Il paraît donc pertinent de faire une synthèse entre les approches développées. Dans ce cas,

la limite de validité des approximations qui reposent sur des développements différents (développement BF ou développement asymptotique pour de petits diffracteurs) doit être considérée. La robustesse des codes lorsque la fréquence augmente doit être aussi évaluée. La complémentarité des formulations pour la caractérisation d'objets multiples doit aussi être étudiée. Ce travail me paraît convenir pour conclure les travaux de thèse décrits plus haut, qui auront pour but d'obtenir les formulations asymptotiques du cas conducteur.

2.5.3 Nouvelles thématiques

L'environnement est un domaine d'actualité et plus particulièrement le problème d'émission ou de stockage de CO_2 . Il me semble donc nécessaire de réfléchir à des projets dans ce domaine. Je citerai en exemple le stockage de CO_2 dans le sous-sol terrestre pour lequel notre partenaire le BRGM est directement impliqué. L'utilité et la faisabilité des approches électromagnétiques déterministes pour le suivi des injections, pour la surveillance des couches de remplissage, ainsi que l'évolution des gaz et des couches « remplies » au cours du temps, sont autant de thématiques qui doivent être analysées. Dans ce cadre, il est nécessaire de construire des projets qui seront dans un premier temps des travaux de faisabilité avec comme partenaire le BRGM.

Ayant principalement développé des travaux de recherche pour les phénomènes d'induction dans le cadre si particulier de la caractérisation d'amas dans le sol, je pense qu'il serait fort intéressant de les élargir tant du point de vue applicatif que des phénomènes physiques et électromagnétiques en jeu. Dans ce but, j'ai accepté très récemment de prendre la charge de *technical manager* du laboratoire SONDRRA qu'exerce actuellement le professeur W. Tabbara. Dans ce laboratoire franco-singapourien, dirigé par M. Lesturgie (ONERA), orienté signal, radar et électromagnétisme, je participerai aux thématiques d'électromagnétisme. Ma charge sera principalement une charge de recherche et d'encadrement de thèses mais comportera aussi des tâches administratives. Elle me permettra de m'affirmer dans mes responsabilités, de poursuivre des encadrements de jeunes chercheurs, tout en élargissant mes thématiques de recherche qui s'orienteront plus vers la télédétection. Pour assurer cette nouvelle prise de responsabilité, je serai bien sûr amenée à devoir effectuer des choix parmi les sujets que je propose dans les parties précédentes.

Bibliographie

- [1] G. L. Wang and W. C. Chew, “Formal solution to the electromagnetic scattering by buried dielectric and metallic spheres,” *Radio Science*, vol. 39, no. 10, pp. RS5004.1–RS5004.17, 2004.
- [2] X. Chen, K. O’Neill, T. M. Grzegorzczuk, and J.A. Kong, “Spheroidal mode approach for the characterization of metallic objects using electromagnetic induction,” *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 45, no. 3, pp. 697–706, 2007.
- [3] M. S. Zhdanov, V. I. Dmitriev, and A. V. Gribenko, “Integral electric current method in 3-d electromagnetic modeling for large conductivity contrast,” *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 45, pp. 1282–1290, 2007.
- [4] O. Ozdemir, I. Akduman, A. Yapar, and L. Crocco, “Higher order inhomogeneous impedance boundary conditions for perfectly conducting objects,” *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 45, pp. 1291–1297, 2007.
- [5] C.O. Ao, H. Braunisch, K. O’Neill, and J.A. Kong, “Quasi-magnetostatic solution for a conducting and permeable spheroid with arbitrary excitation,” *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 40, no. 4, pp. 887–897, 2002.
- [6] G. Dassios and R. Kleinman, “Half-space scattering problems at low frequencies,” *IMA Journal of Applied Mathematics*, vol. 62, no. 1, pp. 61–79, 1999.
- [7] J. Wait, *Geo-Electromagnetism*. New York : Academic Press, 1982.
- [8] H. Ammari, M S. Vogelius, and D. Volkov, “Asymptotic formulas for perturbations in the electromagnetic fields due to the presence of inhomogeneities of small diameter, ii. The full Maxwell equations,” *Journal de Mathématiques Pures et Appliquées*, vol. 80, no. 8, pp. 769–814, 2001.
- [9] T. Habashy, R. Groom, and B. Spies, “Beyond the Born and the Rytov approximations : A nonlinear approach to electromagnetic scattering,” *Journal of Geophysical Research*, vol. 98, no. B2, pp. 1759–1775, 1993.
- [10] X. Chen, K. O’Neill, B. E. Barrowes, T. M. Grzegorzczuk, and J.A. Kong, “Application of spheroidal-mode approach and differential evolution algorithm for inversion of magneto-quasistatic data in UXO discrimination,” *Inverse Problems*, vol. 200, no. 6, pp. 27–40, 2004.
- [11] A. Bréard, “Caractérisation électromagnétique d’objets conducteurs enfouis. Application à la prospection du sous-sol.” Thèse de doctorat, Université Paris Diderot, novembre 2007.

- [12] A. Qing, “Electromagnetic inverse scattering of multiple perfectly conducting cylinders by differential evolution strategy with individuals in groups (gdes),” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 52, no. 5, pp. 1223–1229, 2004.
- [13] J. Robinson and Y. Rahmat-Samii, “Particular swarm optimization in electromagnetics,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 52, no. 2, pp. 397–407, 2004.
- [14] M. Løvbjerg, T. K. Rasmussen, and T. Krink, “Hybrid particle swarm optimiser with breeding and subpopulations,” in *Proceedings of the third Genetic and Evolutionary Computation Conference (GECCO-2001)*, vol. 1, pp. 469–476, 2001.
- [15] J. Tillett, T. M. Rao, F. Sahin, and R. Rao, “Darwinian particle swarm optimization,” in *Proceedings of the 2nd Indian International Conference on Artificial Intelligence (IICAI-05)*, pp. 1474–1487, Pune, India, 2005.
- [16] S. Gdoura, “Identification électromagnétique de petites inclusions enfouies.” Thèse de doctorat, Université Paris-Sud, septembre 2008.
- [17] T. L. Cui and W. C. Chew, “Fast evaluation of Sommerfeld integrals for electromagnetic scattering and radiation by three-dimensional buried objects,” *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 37, pp. 887–900, 1999.
- [18] P. C. Chaumet, A. Sentenac, and A. Rahmani, “Coupled dipole method for scatterers with large permittivity,” *Physical Review E*, vol. 70, p. 036606, 2004.
- [19] M. Fink and C. Prada, “Acoustic time-reversal mirrors,” *Inverse Problems*, vol. 17, pp. R1–R38, 2001.
- [20] H. Tortel, G. Micolau, and M. Saillard, “DORT method as applied to electromagnetic subsurface sensing,” *Radio Science*, vol. 38, pp. 1038–1049, 2003.
- [21] D. Chambers and J. Berryman, “Analysis of the time-reversal operator for small spherical scatterer in an electromagnetic field,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 52, pp. 1729–1738, 2004.