



**HAL**  
open science

# Caractérisation non linéaire de l'endommagement des matériaux composites par ondes guidées

Yusra Baccouche

► **To cite this version:**

Yusra Baccouche. Caractérisation non linéaire de l'endommagement des matériaux composites par ondes guidées. Autre [cond-mat.other]. Le Mans Université; Université de Sfax (Tunisie), 2013. Français. NNT: 2013LEMA1011 . tel-00840424

**HAL Id: tel-00840424**

**<https://theses.hal.science/tel-00840424v1>**

Submitted on 2 Jul 2013

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Université du Maine, Académie de Nantes

Ecole Doctorale: Sciences Pour l'Ingénieur, Géosciences, Architecture

## Projet de thèse de doctorat

Spécialité Acoustique

---

# CARACTÉRISATION NON LINÉAIRE DE L'ENDOMMAGEMENT DES MATÉRIAUX COMPOSITES PAR ONDES GUIDÉES

---

**YOUSRA BACCOUCHE**

Date prévue de soutenance: le 30 avril 2013

### Composition du jury :

Marco Scalerandi	Professeur, Politecnico di Torino (Italy)	Rapporteur
Mounsif Echcherif Elkettani	Maître de conférences HDR, LOMC, Université de Havre (Havre)	Rapporteur
Marielle Defontaine	Ingénieur de recherche HDR, Université François Rabelais (Tours)	Examineur
Cédéric Payan	Maître de conférences, LMA, Université Aix-Marseille (Marseille)	Examineur
Mohamed Haddar	Professeur, Ecole National d'Ingénieur de Sfax, (Tunisie)	Examineur
Charfeddine Mechri	PAST, LAUM-CTTM, Université du Maine (Le Mans)	Invité
Nikhil Karnatak	Ingénieur R&D, Mecachrome (Vibraye)	Invité
Rachid EL Guerjouma	Professeur, LAUM, Université du Maine (Le Mans)	Directeur de thèse
Mourad Bentahar	Maître de conférences, LAUM, Université du Maine (Le Mans)	Co-Directeur de thèse

Mohamed Hédi Ben Ghazlen      Professeur, LPM, Faculté des Sciences de Sfax (Tunisie)

Co-Directeur de thèse



## REMERCIEMENTS

Cette thèse, a été effectuée dans le cadre d'une cotutelle entre l'Université de SFAX (Tunisie) et le Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine (LAUM). Ce contexte m'a permis de travailler dans un cadre particulièrement agréable avec plusieurs personnes que je remercie tous.

J'adresse en premier lieu mes plus vifs sentiments de gratitude à mes encadrants de thèse Rachid El Guerjouma, Mourad Bentahar, et Mohamed Hédi Ben Ghazlen.

Je suis particulièrement très reconnaissante à Mourad Bentahar qui a toujours su trouver les mots pour me motiver et me soutenir tout au long de cette thèse.

Je remercie chaleureusement Marco Scalarelli et Mounif Echcherif Elkettani d'avoir accepté d'être les rapporteurs de cette thèse. Je remercie également Mme Marielle Defontaine ainsi que Cédéric Payan, Mohamed Haddar, Charfeddine Mechri et Nikhil Karnatak de m'avoir fait l'honneur de participer à mon jury de thèse. Je les remercie pour l'intérêt qu'ils ont porté à mon travail.

J'adresse une pensée particulière à mes collègues de bureau Jean Michel Genèveau, Silvain Mezil, Navid Nemati et Antonin Tribaleau, et je remercie également les anciens du bureau Jacques Cuenca et Adrien Pelat pour leur accueil chaleureux.

Un grand merci à André Almeida, Aroune Duclos et Abderrahim El Mahi avec qui j'ai eu la chance de me former au métier d'enseignant par leur discussion et leur confiance.

Je souhaite également exprimer toute ma gratitude aux nombreuses personnes travaillant à la Faculté des Sciences et notamment à Nicolay Chigarev, Hervé Mézières, Pierre-Arnaud Lecomte, Claude Depollier, Pierrick Lotton, Bertrand Lihoreau, Najat Tahani, Olivier Dazel, Sohbi Sahraoui, Jean-Pierre Dalmont, James Blondeau, Stephan Lebon, Emmanuel Brasseur et Éric Égon. Je souhaite également souligner le contexte, de très grande qualité du laboratoire d'acoustique de l'université du Maine. Merci à Yves Aurégan et à Joel Gilbert de m'avoir accueillie au sein du laboratoire.

J'adresse un remerciement à tous les amis "Post Doc" que j'ai rencontrés durant ma thèse et tout particulièrement à Charafeddine, Mansour, Dilbag pour les nombreuses discussions que nous avons pu entamer autour de la physique, de l'enseignement ou du football, que nos rencontres se soient déroulées autour de plusieurs cafés, j'ai partagé, avec chacun d'entre eux, d'excellents moments que je n'oublierai pas.

Je tiens à remercier plus particulièrement Soumaya Elleuch, Adel Khanfir, Fethi Bougares, Souad Toumi et Rami Tounsi . Merci de m'avoir aidé et encouragé.

Mes sincères pensées vont à mes parents, mes deux sœurs ainsi qu'à ma tante Samia qui m'ont toujours encouragé durant mes études et donné un soutien permanent, moral et matériel.

Merci à tous et bonne lecture

Yousra Baccouche

## Table de matières

REMERCIEMENTS .....	i
Introduction Générale.....	1
I. Publications.....	4
II. Congrès nationaux avec actes .....	4
III. Congrès internationaux avec actes .....	4
IV. Congrès sans actes.....	4
CHAPITRE 1: Etude de la propagation des ondes guidées dans un milieu linéaire et non linéaire	7
1.1 Introduction .....	7
1.2 Théorie de propagation des ondes guidées dans un milieu linéaire .....	8
1.2.1 Ondes de Lamb .....	8
1.2.2 Ondes de flexion.....	13
1.3 Loi de comportement dans un milieu élastique.....	23
1.3.1 Comportement élastique non linéaire classique .....	24
1.3.2 La théorie de non linéarité non classique .....	29
1.4 Propagation des ondes de Lamb et des ondes de flexion dans un milieu non linéaire hystérétique .....	35
Conclusion.....	36
CHAPITRE 2 : Caractérisation non linéaire de l'endommagement d'un composite base polymère par ondes guidées .....	37
2.1 Introduction .....	37
2.2 Présentation des matériaux composites.....	38
2.3 Classification des matériaux composites.....	38
2.3.1 Matrices organiques ou résineuses .....	39
2.3.2 Renforts .....	40
2.3.3 Fibres de verre .....	41
2.4 Matériau composite étudié .....	41
2.4.1 Caractérisation des propriétés élastiques.....	42
2.4.2 Endommagement du composite base polymère .....	44
2.4.3 Mécanismes d'endommagement dans un composite unidirectionnel .....	44

2.5	Mode opératoire .....	47
2.5.1	Dispositif expérimental.....	47
2.5.2	Linéarité du dispositif expérimental.....	48
2.5.3	Limite de linéarité de la chaîne de mesure .....	51
2.6	Caractérisation dynamique en résonance .....	52
2.7	Identification des modes de résonances .....	54
2.8	Caractérisation multimodale de l'endommagement.....	59
2.8.1	Dispersion des paramètres non linéaires hystérétiques .....	62
2.9	Discussion .....	64
2.10	Analyse en vitesse de phase .....	66
2.10.1	Ondes guidées dans un milieu NLH.....	69
2.11	Analyse globale de l'endommagement .....	72
	Conclusion.....	76
	CHAPITRE 3 : .....	75
	Caractérisation d'un composite à matrice métallique par ondes guidées.....	75
3.1	Introduction .....	75
3.2	Matériau étudié.....	75
3.2.1	Composition.....	76
3.2.2	Propriétés mécaniques .....	76
3.3	Endommagement du composite à matrice métallique par essai de fatigue.....	76
3.4	Mécanismes d'endommagement par fatigue cyclique .....	78
3.4.1	Amorçage des fissures .....	78
3.4.2	Propagation des fissures .....	79
3.5	Dispositif expérimental et résonances.....	80
3.6	Caractérisation non linéaire en résonance .....	84
3.6.1	Dispersion des paramètres NLH.....	84
3.6.2	Caractérisation NLH à 6000 cycles de fatigue .....	87
3.7	Analyse en vitesse de phase .....	91
3.7.1	Analyse de la dispersion par ondes guidées .....	93
3.7.2	Caractérisation globale de l'endommagement .....	97
3.8	Analyse harmonique en résonance .....	99

---

3.8.1	Caractérisation des systèmes non linéaires.....	100
3.8.2	Convolution non linéaire .....	101
3.8.3	Dispositif expérimental et linéarité.....	103
3.8.4	Dispersion du paramètre non linéaire hystérétique $\alpha_f$ .....	107
3.8.5	Dispersion du paramètre non linéaire hystérétique $\alpha_Q$ .....	109
3.8.6	Dispersion du paramètre non linéaire hystérétique $\alpha_v$ .....	112
	Conclusion.....	113
	Conclusion et perspectives .....	113
	Bibliographie.....	115
	Annexe A.....	127
	Traitement du signal d'entrée de la MCNL.....	127
	Annexe B.....	129
	Modélisation par éléments des matériaux étudiés par Comsol Multiphysics .....	129



## Introduction Générale

L'industrie moderne est confrontée à des défis de plus en plus croissants en matière de sécurité et durabilité des matériaux et structures. Parmi les exigences, le caractère non destructif et non invasif des méthodes et techniques utilisées revient très souvent. En particulier, les méthodes basées sur l'utilisation d'ondes acoustiques ont permis de détecter et de localiser la présence de défauts dans divers matériaux de structure sans entraîner de modifications irréversibles de la matière contrôlée. Dans le cas où les dimensions des matériaux et structures à contrôler sont importantes, il devient alors nécessaire d'utiliser des ondes acoustiques ayant la particularité de se propager sur de grandes distances sans subir une atténuation importante. Un type d'ondes réponds bien à cette exigence dans le cas des structures minces (tels que les tôles ou les composites) sont les ondes dites de flexion et qui coïncident dans une certaine gamme de fréquence avec les ondes antisymétriques découvertes par Horace Lamb en 1917 et qui portent depuis son nom. L'utilisation de ces ondes dans le cadre de la caractérisation de l'endommagement fait l'objet de ce travail.

Etant basées sur les propriétés élastiques du milieu de propagation, les ondes acoustiques ont souvent été utilisées pour étudier l'état de santé des matériaux en suivant la dégradation de leur rigidité. Lorsque le comportement du matériau est élastique linéaire ou non-linéaire classique, il est toujours possible de relier les vitesses de propagation des différents types d'onde acoustiques aux constantes élastiques du 2<sup>ème</sup> et/ou 3<sup>ème</sup> ordre moyennant le formalisme de Landau ou de Murnaghan [LAN67, MUR51]. Par contre, dans le cas où les vitesses de propagation (ou les constantes élastiques) varient en fonction de l'intensité de l'onde acoustique, ces deux derniers formalismes ne sont plus valables et n'arrivent plus à décrire l'évolution du comportement dynamique des milieux de propagation qui se trouvent ainsi dans un état dit *hors équilibre*.

Divers matériaux tels que les composites, le béton, l'os, le verre, etc. peuvent se retrouver dans cet état, une fois endommagés de façon localisée ou diffus [BEN06, BEN09, JOH05]. Il devient alors intéressant d'utiliser ces méthodes dont la sensibilité à l'endommagement est nettement supérieure comparée à celle des méthodes classiques basées sur la mesure de la vitesse de propagation et de l'atténuation des ondes ultrasonores à un niveau d'excitation bien précis.

Profitant du lien existant entre les propriétés mécaniques des matériaux microfissurés et le taux de déformation dynamique pour des valeurs aussi faibles que  $10^{-6}$ , différents travaux ont vu le jour telles que les résonances non-linéaires, la génération d'harmoniques, le transfert de modulation, etc. [CAN94, MOUS02, ZAI05]. Il a été ainsi observé que les paramètres non linéaires sont plus sensibles à la présence de l'endommagement que les paramètres linéaires en particulier au début du processus d'endommagement. En particulier, dans les expériences de résonance non-linéaire, différents travaux ont souvent considéré les deux paramètres non-linéaires hystérétiques et ce à partir de la décroissance de la fréquence de résonance  $\alpha_f$  ainsi que celle du facteur de qualité  $\alpha_Q$  en fonction de la déformation dynamique. Il est à noter que ces deux paramètres ont souvent été considérés dans le cas d'un seul mode de résonance [JOH04, ABE00c]. La caractérisation basée sur un seul mode de résonance limite l'étude fréquentielle et néglige ainsi toute étude liée à la dispersion de la non-linéarité hystérétique. Par ailleurs, l'utilisation de modes non-dispersifs tel que le mode de compression (*mode de Young*) risque de biaiser l'étude de la dispersion à partir du moment où les harmoniques générées coïncident avec les modes de résonance d'ordre supérieur. Pour pallier à cette insuffisance, le présent travail de recherche se propose d'étudier la dispersion de la non-linéarité hors équilibre et ce à partir d'une approche originale basée sur la propagation d'ondes guidées. Cela concerne deux matériaux hétérogènes ayant une structure en plaque: un composite base polymère fabriqué au sein du Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine, et un composite à matrice métallique fabriqué par la société Mécachrome dans le cadre du projet AMETIS.

Le premier chapitre présente les bases théoriques liées à la propagation d'une onde de flexion dans une plaque. Cela passera par la présentation de la relation de dispersion de Bernoulli-Euler qui relie les fréquences de résonance des ondes de flexion et la vitesse de phase du mode de Lamb A0. Nous montrerons alors les limites fréquentielles liées à cette concordance selon laquelle l'étude a été développée. Par ailleurs, l'expression de la vitesse de propagation d'une onde guidée (flexion ou A0) a été adaptée aux matériaux non-linéaires hystériques où la décroissance du module élastique en fonction du taux de déformation est prise en considération.

Le deuxième chapitre est dédié à la caractérisation du composite base polymère. Selon une description matrice-renforts, nous décrivons les différents constituants du matériau étudié. Sachant que notre échantillon est endommagé par un essai de flexion trois points, nous présentons les mécanismes d'endommagement ayant lieu au niveau des constituants et des interfaces. Après avoir décrit le matériau composite objet de ce travail, nous présentons par la suite le dispositif expérimental ainsi que sa limite de fonctionnement linéaire. La caractérisation du composite base polymère consiste essentiellement à étudier le comportement NLH pour les dix premiers modes de résonance en flexion détectés aux états intact et endommagé. La dispersion des paramètres  $\alpha_f$  et  $\alpha_Q$  est étudiée sur une gamme de fréquence allant jusqu'à 20kHz. L'approche en ondes guidées a conduit à la définition d'un nouveau paramètre non-linéaire hystérétique  $\alpha_V$  basé sur l'évolution de la vitesse de phase du mode A0 calculée à chaque résonance en fonction de niveau d'excitation. Enfin, la définition d'un paramètre global  $\Delta S$  a permis de considérer la non-linéarité hystérétique sur toute la gamme de fréquence considérée en fonction du niveau d'excitation.

Le troisième chapitre est consacré à la caractérisation d'un composite à matrice métallique ayant un endommagement diffus. Ce dernier a été créé moyennant les essais de fatigue en traction allant de 1000 jusqu'à 6000 cycles. Dans un premier temps, nous avons appliqué les techniques développées dans le chapitre 2 afin de rendre compte de l'évolution de la non-linéarité hystérétique sur la gamme de fréquence considérée. Cela a permis de suivre l'endommagement pour les six premiers modes de flexion. Nous avons également suivi l'évolution de nouveaux modes dits harmoniques moyennant la méthode de convolution non-linéaire [NOV08, NOV10, NOV12]. Les paramètres non-linéaires liés aux harmoniques se sont révélés d'une très grande sensibilité à l'endommagement et ont contribué à montrer le caractère très dispersif des phénomènes non-linéaires étudiés.

Enfin, une conclusion générale est proposée permettant de mettre l'accent sur les différents résultats originaux de ce travail de thèse qui concernent à la fois l'étude de la non-linéarité hystérétique sur un domaine fréquentiel assez large ainsi que le développement d'une méthode de caractérisation de l'endommagement des matériaux hétérogènes. Les perspectives à donner à ce travail sont ensuite définies.

## **I. Publications**

Baccouche, Y., Bentahar, M., EL Guerjouma, R., Mechri, C., Ben Ghazlen, M. H., “Hysteretic non linearity analysis in damaged composite plates using guided waves,” *Journal of The Acoustical Society of America*, 2013, vol. 133 (4), EL256-EL261.

Baccouche, Y., Bentahar, M., EL Guerjouma, R., Mechri, C., Ben Ghazlen, M. H., “Caractérisation non-linéaire par onde de flexion de l’endommagement des composites à matrice métallique,” *Revue des Composites et Matériaux Avancés*, article accepté.

## **II. Congrès nationaux avec actes**

Baccouche, Y., Masmoudi, S., Bentahar, M., El Mahi, A., El guerjouma, R., “Etude du comportement vibratoire linéaire et non linéaire des structures Sandwich aux états sain et endommagé,” pp. 120, 10<sup>ème</sup> Congrès Français d’Acoustique, 2010, Lyon.

## **III. Congrès internationaux avec actes**

Baccouche, Y., Bentahar, M., El Guerjouma, R., Ben Ghazlen, M.H., “Nonlinear guided waves to characterize damage in glass fiber reinforced plastics (FRPC) ,” pp.137, *Acoustics*, 2012, Nantes.

## **IV. Congrès sans actes**

Baccouche, Y., Bentahar, M., El Guerjouma, R., Ben Ghazlen, M.H., “Acoustique non linéaire des modes de flexion pour la caractérisation de l’endommagement ,” *Symposium International, Non Destructive Testing and Evaluation: Physics, Sensors, Materials and Information*, 2012, Nantes.

Baccouche, Y., Bentahar, M., El Guerjouma, R., Ben Ghazlen, M.H., “Nonlinear acoustics of guided waves to characterize damage in polymer based composites GDR Colloquium,” 2012, Oleron.

Baccouche, Y., Bentahar, M., El Guerjouma, R., Ben Ghazlen, M.H., “Acoustique non linéaire des modes guidées pour la caractérisation de l’endommagement,” Journée Acoustique physique, Sous marine et Ultrasonaore, 2011, Lille.



# **CHAPITRE 1**

---

## **ETUDE DE LA PROPAGATION DES ONDES GUIDÉES DANS UN MILIEU LINÉAIRE ET NON LINÉAIRE**

---



## **CHAPITRE 1: Etude de la propagation des ondes guidées dans un milieu linéaire et non linéaire**

### **1.1 Introduction**

Un matériau peut être caractérisé en analysant la propagation d'une onde élastique en particulier en termes de vitesse de propagation et/ou d'atténuation. Ces deux paramètres acoustiques renseignent sur l'élasticité, la densité, la viscosité et l'hétérogénéité du milieu de propagation. Lorsque la vitesse de propagation et l'atténuation sont indépendantes de l'amplitude de l'onde acoustique, nous parlons alors d'acoustique linéaire. En revanche, dans certains cas ces mêmes paramètres dépendent de l'amplitude de l'onde élastique, nous parlerons alors d'effets acoustiques non-linéaires.

Les non linéarités élastiques produites par la présence d'inhomogénéités mésoscopiques apparaissent à des niveaux de pressions acoustiques plus faibles et sont généralement bien supérieures à celles créées par la non linéarité classique des solides homogènes.

Le développement en série de Taylor utilisé pour modéliser la non-linéarité de l'équation d'état des solides homogènes est insuffisant pour décrire les effets non-linéaires élastiques observés dans les matériaux microhétérogènes. On parle alors de non linéarités non classiques ou hystérétiques (NLH), par opposition aux non-linéarités classiques des solides homogènes. Dans ce cas l'application de la théorie classique de Landau n'est pas suffisante car elle ne tient pas compte d'une éventuelle dépendance de la déformation dans les expressions des constantes élastiques cela impose le développement de nouvelles approches afin de traiter au mieux les phénomènes de non linéarité hystérétiques. La modélisation phénoménologique multi-échelle employant l'espace de Preisach-Mayergoyz permet de modéliser l'équation d'état d'un matériau montrant des non linéarités hystérétiques par le calcul d'une distribution de densité d'unités mesoscopiques hystérétiques caractérisées par les contraintes et les déformations d'ouverture et de fermeture [GUY95,GUY99a, ABE00a, SCA03, SCA06, ALE07]. Dans les expériences de résonance, de nombreuses mesures effectuées sur différents matériaux microhétérogènes ont prouvé que la non linéarité hystérétique est à la base de la décroissance observée dans la

fréquence de résonance et dans le facteur de qualité lorsque le niveau des déformations induites est augmenté [REA40]. Les effets dissipatifs non linéaires sont attribués à la présence d'une hystérésis dans la relation contrainte-déformation.

Ce chapitre bibliographique vise à étudier dans un premier temps la théorie d'élasticité des ondes guidées dans le cas linéaire, en outre un bref rappel est donné sur les ondes de Lamb en faisant le point sur l'ensemble de recherches effectuées sur la détection de défauts par ondes de Lamb et techniques associés. Quelques exemples d'applications sur des structures réelles sont aussi décrits. Nous présentons brièvement la théorie vibratoire des ondes de flexion qui sont considérés comme étant des ondes de Lamb basse fréquence A0.

Dans un deuxième temps, nous exposons la théorie de non linéarité hystérétique qui a été expérimentalement observée pour certains matériaux tels que les roches, les bétons et les os, et théoriquement décrits par un modèle phénoménologique dit espace PM. Nous introduisons ensuite l'expression de la vitesse de phase du mode de Lamb A0 valable dans le cas non linéaire hystérétique dépendant de la déformation induite.

## **1.2 Théorie de propagation des ondes guidées dans un milieu linéaire**

Cette partie a pour but de rappeler brièvement les propriétés de propagation des ondes guidées dans un solide homogène isotrope. A ce stade, nous développerons les principes de base relatifs à la théorie de propagation des ondes de Lamb et des ondes de flexion et ce en étudiant leurs équations de propagation ainsi que leurs courbes de dispersion.

### **1.2.1 Ondes de Lamb**

Dans un solide infini, la propagation d'une onde élastique de volume (L, T) s'effectue de façon libre. Si ce solide est limité par une surface, l'interaction de cette onde avec cette frontière doit être prise en considération. Ainsi une réflexion de l'onde de volume va donc se produire et des conversions de modes longitudinaux en modes transversaux apparaîtront, et réciproquement. Dès lors, si le solide possède une surface plane, une onde peut être guidée par la surface du solide semi infini. Cette onde est l'onde de Rayleigh.

Lorsque le milieu de propagation est borné par deux surfaces parallèles (guide de type plaque), les différentes réflexions sur les deux faces du solide donnent naissance à des ondes guidées (voir figure 1.1).

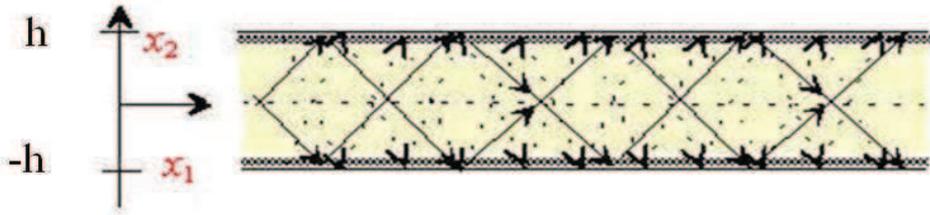


Figure 1.1: Ondes de Lamb dans une plaque isotrope.

Ces ondes découvertes par Lamb [LAM17, LAM89] constituent des modes de résonance de l'épaisseur du guide. Les modes de Lamb purs se propagent dans une plaque isotrope environnée de vide. Lorsque cette plaque est plongée dans un fluide, ces ondes sont appelés "ondes de Lamb généralisés". Le terme anglais est "leaky Lamb waves" pour bien signifier que l'énergie fuit dans le fluide. Les ondes de Lamb n'existent que pour certains couples (vitesse, fréquence) qui sont déterminés par les relations de dispersion de ces ondes.

Suivant que le déplacement normal produit soit symétrique ou antisymétrique (figure 1.2) par rapport au plan médian de la plaque, les différents modes sont classés en deux familles: les modes de Lamb symétriques, notés  $S_n$ , et antisymétriques, notés  $A_n$ , où  $n$  est un entier ( $n \geq 0$ ).

A basse fréquence, le mode de Lamb antisymétrique est souvent appelé « mode de flexion » car le déplacement a eu majoritairement dans la direction normale à la plaque avec un faible mouvement des particules dans la direction parallèle à la plaque.

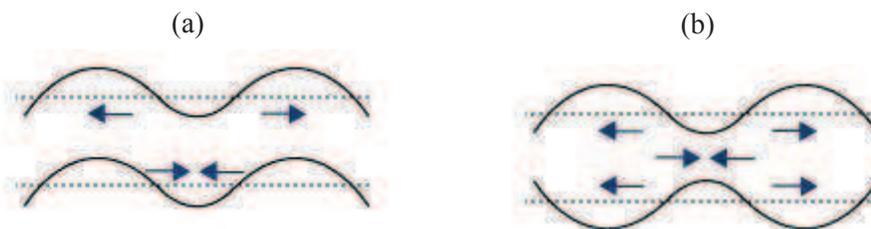


Figure 1.2: Modes de Lamb (a) antisymétriques et (b) symétriques.

L'étude de la propagation des ondes de Lamb requiert le calcul des équations de dispersion pour les ondes symétriques et antisymétriques permettant de tracer le profil de la vitesse de phase en fonction de la fréquence. L'équation de Rayleigh-Lamb doit être résolue afin de déterminer les vitesses des ondes de Lamb [GIU01, BEN08a].

Elle est formée de deux équations caractéristiques des modes de Lamb symétriques (1.1) et antisymétriques (1.2)

$$(k^2 + s^2)^2 \cosh(qh) \sinh(sh) - 4k^2 qs \sinh(qh) \cosh(sh) = 0 \quad (1.1)$$

$$(k^2 + s^2)^2 \sinh(qh) \cosh(sh) - 4k^2 qs \cosh(qh) \sinh(sh) = 0 \quad (1.2)$$

Où  $q = \sqrt{k^2 - k_L^2}$  et  $s = \sqrt{k^2 - k_T^2}$ ,  $k_L = \omega \sqrt{\frac{\rho}{\lambda + 2\mu}}$  et  $k_T = \omega \sqrt{\frac{\rho}{\mu}}$  représentent respectivement les nombres d'onde longitudinale et transversale,  $h$  est l'épaisseur de la plaque,  $\omega$  est la pulsation,  $\lambda$  et  $\mu$  sont les constants de Lamé.  $\rho$  est la masse volumique.

Généralement on résout ces équations numériquement. Il existe trois types de solutions réelles, imaginaires et complexes. Les solutions réelles correspondent aux modes propagatifs, celles imaginaires correspondent aux modes non propagatifs et les solutions complexes correspondent aux modes atténués. Lors de la propagation des ondes de Lamb dans une plaque de dimensions infinies, on ne tient compte que des modes propagatifs.

La recherche de solutions ayant une bonne précision est une étape nécessaire et essentielle pour la compréhension des ondes de Lamb. Cela peut être effectué moyennant l'algorithme de Newton Raphson [CLE01] ou en utilisant le théorème des résidus [BRA91]. Une fois ces solutions déterminées, il est alors possible de tracer les courbes de dispersion des différents modes donnant les variations de la vitesse de phase en fonction du produit fréquence\*épaisseur. A titre d'exemple, la figure 1.3 représente les courbes de dispersion des ondes de Lamb pour une plaque d'aluminium d'épaisseur 4mm.

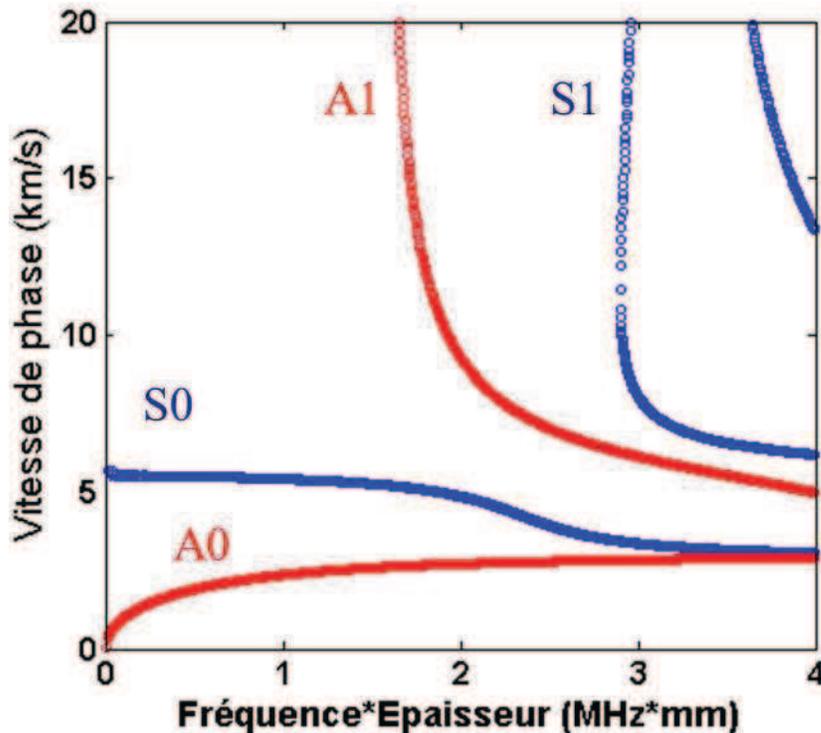


Figure 1.3 : Courbes de dispersion des ondes de Lamb pour une plaque d'aluminium d'épaisseur 4mm.

Dans le cas d'une plaque infinie nous pouvons suivre l'évolution de la vitesse de phase des ondes de Lamb symétriques et antisymétriques en fonction du produit fréquence\*épaisseur (voir figure 1.3). Lorsque les dimensions sont finies et pour de faibles valeurs du produit fréquence\*épaisseur le mode de Lamb antisymétrique A0 est considéré comme étant une onde de flexion.

D'autres chercheurs ont repris l'étude de ces ondes telles que Viktorov [VIK67] en 1967 qui a utilisé la méthode des potentiels pour la recherche des modes propres d'une plaque dans le vide. Par la suite Auld [AUL73] en 1973 a utilisé la méthode de superposition des ondes partielles pour résoudre le même problème.

Achenbach [ACH98] quant à lui a déterminé les champs de déplacement des ondes de Lamb en se basant sur la superposition des mouvements en épaisseur avec une onde porteuse de la membrane qui définit la propagation le long de la plaque. L'avantage de cette technique est que le mouvement de la membrane peut être déterminé de façon indépendante avec une forme plus générale que celle obtenue par la méthode des potentiels.

Tout comme les ondes de Rayleigh, les ondes de Lamb ont été utilisées pour déterminer l'influence de l'inhomogénéité du matériau sur la présence de défauts éventuels dans des

structures. Ainsi, dès 1957, Worlton [WOR57] a montré l'avantage de l'utilisation des ondes de Lamb pour la détection des défauts dans une plaque. Ce dernier a utilisé deux transducteurs, l'un en émission et l'autre en réception pour caractériser la plaque endommagée. A cette même époque, Sherwood [SHE58] a mis en évidence l'existence d'une infinité de modes propres complexes dans une plaque. Il a souligné aussi l'importance des modes complexes pour constituer une base complète des ondes dans une plaque infinie.

Quelques années plus tard, Gazis et Mindlin [GAZ60] ont repris le système d'équations décrivant le mouvement des plaques élastiques et l'ont étendu au cas de vibrations axiales symétriques d'un disque circulaire.

D'autres chercheurs ont employé d'autres procédés pour décrire les ondes de Lamb. Hayachi et Endoh [HAY00] ont étudié la propagation des ondes de Lamb à l'aide d'une méthode hybride. Cette dernière combine un calcul analytique basé sur les modes normaux avec un calcul numérique utilisant la méthode des éléments de frontières. L'avantage de cette méthode est d'être plus rapide que les modélisations purement numériques. Moreno et al [MOR03] ont utilisé la transformée de Fourier-Laplace (FLT) afin d'étudier la propagation d'une impulsion de pression dans une plaque isotrope élastique.

Lee et al [LEE03a, LEE03b, LEE04] ont étudié le problème de la propagation des ondes guidées dans des milieux complexes en se basant sur deux techniques très attractives de modélisation numérique qui sont les éléments spectraux et le modèle LISA (Local Interaction Simulation Approach). L'originalité de leur travail réside dans la configuration du capteur, composé de cinq couches de matériaux différents reliées à un élément piézoélectrique qui génère un mode de résonance en épaisseur. Les cinq couches sont constituées de deux éléments piézoélectriques (émission/réception), deux plaques de cuivre et une couche d'adaptation. Les simulations numériques sont validées par les mesures expérimentales, montrant que la configuration de ce capteur permet de générer à la fois le mode symétrique S0 et le mode antisymétrique A0 à 206.5 kHz et 100 kHz respectivement.

Les méthodes de résolution par éléments finis ont vu le jour pour résoudre des problèmes n'ayant pas de solutions analytiques simples. Ainsi, Koshiba [KOS84] a proposé en 1984 d'étudier la propagation d'un mode de Lamb symétrique dans une plaque élastique en combinant une méthode de résolution par éléments finis et une méthode analytique. Les calculs sont effectués sur des défauts internes à la plaque. L'interaction des ondes de Lamb avec différents

types d'endommagements constituent un point important pour l'optimisation du contrôle non destructif par ce type d'ondes. Benmeddour et al [BEN08a, BEN08b] ont étudié l'interaction des ondes de Lamb avec des endommagements présents dans les structures aéronautiques tels que la variation d'épaisseur et l'encoche. Ces études concernent le cas des matériaux isotropes tels que l'aluminium. Dans le cas des milieux anisotropes plusieurs études ont été développées traitant la propagation des ondes guidées. Moulin et Bourasseau [MOU01] ont caractérisé la propagation des ondes guidées dans les matériaux sandwichs.

Ensuite, Paget [PAG01] a élaboré une technique de détection des endommagements dans les matériaux composites basée sur l'utilisation des ondelettes. Duquenne [DUC03] a mis en œuvre une méthode hybride pour la génération et la réception des ondes de Lamb en régime transitoire avec un transducteur collé.

Chapuis [CHA10] a développé un système de contrôle santé intégré (CSI) de patches composites collés sur des plaques métalliques.

Ces patches sont utilisés dans l'industrie aéronautique pour réparer des zones endommagées par fissuration ou par corrosion. Le système CSI étudié se compose de trois disques minces en céramique piézoélectrique (PZT) intégrés dans la réparation et utilisés pour émettre et détecter des ondes de Lamb se propageant dans la structure. La présence d'un défaut est révélée par l'écho résultant de la diffraction de l'onde incidente sur ce défaut. La modélisation de la propagation des ondes de Lamb permet de choisir le mode le plus approprié à la situation considérée. En particulier, la mise en évidence d'un phénomène de focalisation conduit à privilégier le mode A0 lorsque le milieu de propagation est très anisotrope.

Nayfeh et Chimenti [NAY89] se sont attaqués au problème des courbes de dispersion des ondes de Lamb se propageant dans des plaques anisotropes, tandis que Liand et Thompson [LIA90] ont déterminé les courbes de dispersion des ondes de Lamb lors d'une symétrie monoclinique et également pour d'autres symétries. Dans ce travail nous accorderons un intérêt particulier aux ondes de Lamb basse fréquence (A0) qui coïncident avec les ondes de flexion.

### **1.2.2 Ondes de flexion**

Les ondes de flexion se propageant dans des plaques minces peuvent être décrites par trois théories basées sur les travaux de Timoshenko, de Rayleigh et ceux de Bernoulli-Euler. Le

modèle de Timoshenko intègre à la fois les effets d'inertie de rotation et de cisaillement qui affectent les fréquences propres de flexion de la poutre. Ces deux effets tendent à diminuer les fréquences de résonance calculées en raison de la croissance de l'inertie et de la flexibilité du système.

L'équation de mouvement développée par Timoshenko est donnée par la formule [TIM21, TIM22, TIM74, STE06, AND53, BAZ99] :

$$EI_{Gz} \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} - \rho I_{Gz} \left(1 + \frac{E}{k_y G}\right) \frac{\partial^4 v}{\partial x^2 \partial t^2} + \frac{\rho^2 I_{Gz}}{k_y G} \frac{\partial^4 v}{\partial t^4} + \rho S \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0 \quad (1.3)$$

S représente l'air de la section droite donnée par la figure 1.4.

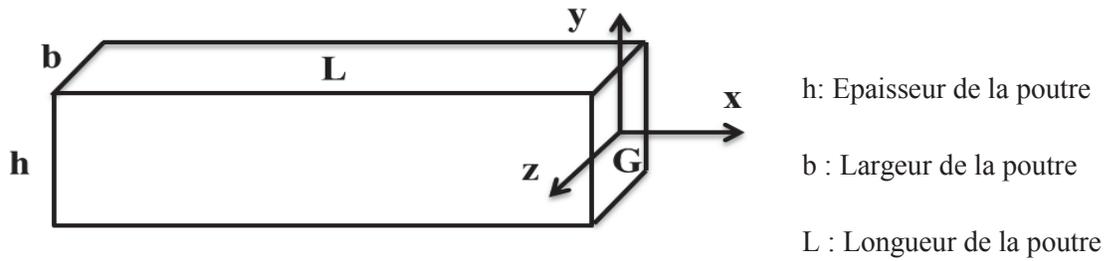


Figure 1.4: Caractéristiques géométriques de la poutre rectiligne.

E est le module de Young,  $\rho$  est la densité volumique, G est le module d'élasticité transversal défini par l'équation 1.4:

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (1.4)$$

$I_{Gz}$  est le moment quadratique d'axe (Gz), calculé en fonction de la forme de la section droite.

$$I_{Gz} = \int_S y^2 dS \quad (1.5)$$

$k_y$  est le coefficient d'aire cisailée ou encore appelé coefficient de correction en cisaillement [LOU06, HUT01] défini par:

$$\frac{T_y^2}{Sk_y} = \int_S \tau_{xy}^2 dS \quad (1.6)$$

$Sk_y$  l'aire cisailée ou section réduite.  $\tau_{xy}$  est la cission due à l'effort tranchant [BAT90, GRU99, Kan75, MAS68, PIL02, SCH94, SUR79, LAR91]. Typiquement on choisira  $k_y = \frac{5}{6}$  pour une poutre de section rectangulaire [WEB1].

L'équation de Timoshenko est obtenue en considérant l'aire de la section transversale et une densité est uniforme dans le système d'équations couplées (1.7) et (1.8).

Ce dernier représente les équations d'équilibre d'un élément de la poutre compris entre deux sections droites infiniment voisines d'abscisses  $x$  et  $x+dx$  soumise à une charge répartie d'intensité linéique  $P_y$  (voir figure 1.5)

$$G S k_y \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - \frac{\partial \theta_z}{\partial x} \right) - \rho S \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0 \quad (1.7)$$

$$E I_{Gz} \frac{\partial^2 \theta_z}{\partial x^2} + G S k_y \left( \frac{\partial v}{\partial x} - \theta_z \right) - \rho I_{Gz} \frac{\partial^2 \theta_z}{\partial t^2} = 0 \quad (1.8)$$

Où  $\theta_z$  est l'angle de rotation de la section droite autour de l'axe ( $Gz$ )

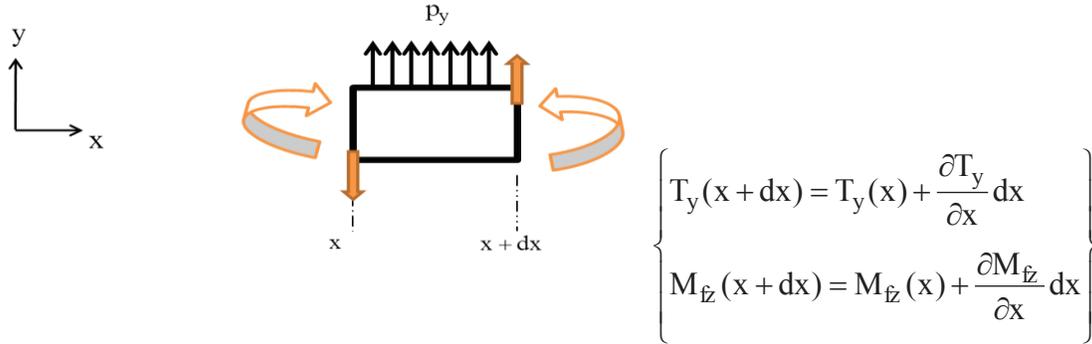


Figure 1.5 : Effort sur le tronçon de poutre compris entre  $x$  et  $x+dx$ .

En négligeant l'effet de la déformation en cisaillement, l'équation de la poutre dite de Rayleigh [LOU06, LOR45] est obtenue:

$$E I_{Gz} \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} - \rho I_{Gz} \frac{\partial^4 v}{\partial x^2 \partial t^2} + \rho S \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0 \quad (1.9)$$

Par ailleurs, si l'inertie de rotation et la déformation en cisaillement sont négligées, alors on admet le modèle de Bernoulli.

### 1.2.2.1 Hypothèse de Bernoulli-Euler

Au cours de la déformation, les sections droites restent planes selon Bernoulli-Euler (pas de gauchissement) et perpendiculaires à la courbe moyenne (Voir figure 1.6). Cette hypothèse permet de négliger le cisaillement dans le cas de la flexion. Le risque de rupture est alors dû à l'extension des fibres situées à l'extérieur de la flexion et la flèche est due au moment fléchissant. Cette hypothèse n'est pas valable pour les poutres courtes car ces dernières sont hors des limites de validité du modèle de poutre, à savoir que la dimension des sections doit être petite devant la longueur de la courbe moyenne.

L'équation de mouvement transversal d'une poutre en flexion obtenue à la base de la théorie classique de la poutre d'Euler-Bernoulli [GRA75, THO98, GOR75] s'écrit sous la forme :

$$EI_{Gz} \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} + \rho S \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0 \quad (1.10)$$

Cette équation différentielle est déterminée en négligeant l'inertie rotationnelle et le cisaillement dans l'équation (1.3).

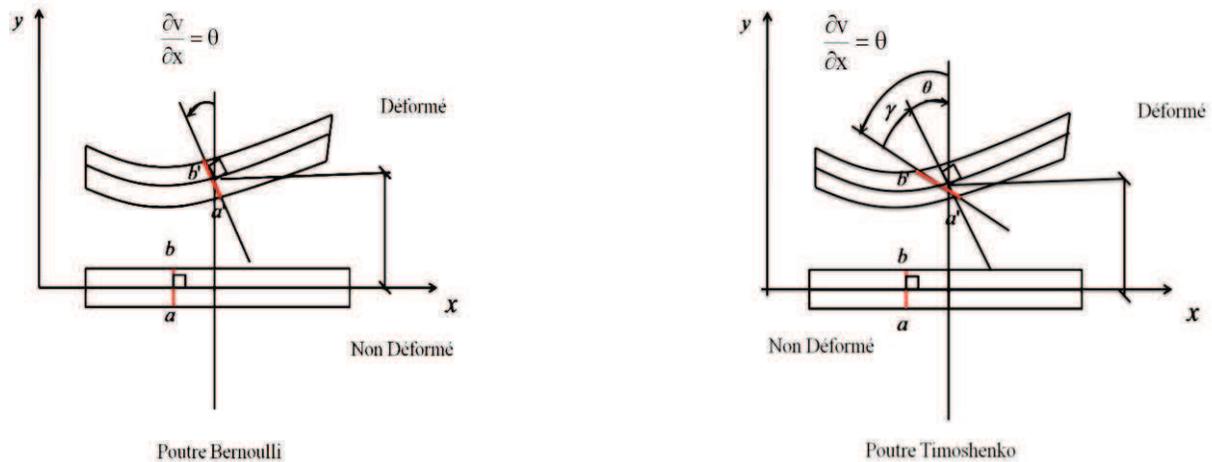


Figure 1.6 : Cinématique de poutre, sans cisaillement (Bernoulli) et avec cisaillement (Timoshenko).

On applique la méthode de séparation des variables pour trouver la flèche  $V(x)$ . Pour ce faire, on suppose que le mouvement est harmonique (sinusoïdal dans le temps).

$$v(x, t) = V(x) G(t) \quad (1.11)$$

où

$V(x)$  : Amplitude des vibrations selon l'axe  $x$

$$G(t) = G_1 \sin(\omega t) + G_2 \cos(\omega t) \quad (1.12)$$

L'équation du mouvement de la poutre (1.10) devient alors:

$$EI_{Gz} G(t) \frac{\partial^4 V}{\partial x^4} + \rho S V(x) \frac{\partial^2 G}{\partial t^2} = 0 \quad (1.13)$$

$$\frac{\partial^2 G(t)}{\partial t^2} = -\omega^2 G(t) \quad (1.14)$$

L'équation différentielle donnant l'amplitude  $V(x)$  de la déformée à la pulsation  $\omega$  s'écrit :

$$EI_{Gz} \frac{\partial^4 V}{\partial x^4} - \rho S \omega^2 V = 0 \quad (1.15)$$

L'équation d'amplitude est donnée par la solution de cette équation différentielle d'ordre 4.

Elle s'écrit sous cette forme:

$$V_i(x) = A \cosh(\beta_i x) + B \sinh(\beta_i x) + C \cos(\beta_i x) + D \sin(\beta_i x) \quad (1.16)$$

Où 
$$\beta_i = \sqrt[4]{\frac{\rho S \omega_i^2}{EI}}$$
 est le nombre d'onde (1.17)

Il existe une infinité de valeurs qui permettent à  $\beta_i$  de répondre à la solution du système. Chacune de ses valeurs ( $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \dots$ ) correspond à un mode de vibration.

Les fréquences propres (ou les fréquences de résonance) sont obtenues à partir du nombre d'onde. Il s'agit d'imposer au modèle de la poutre (équation d'amplitude) les conditions qui correspondent à l'effet physique de ses appuis. Les conditions aux limites dans le cas d'une poutre à extrémité libre sont :

a) Absence du moment fléchissant à l'extrémité libre:

$$\begin{cases} \frac{d^2 V_i}{dx^2}(x=0) = 0 = -B + D \\ \frac{d^2 V_i}{dx^2}(x=L) = 0 = \beta_i^2 (-A \sin(\beta_i L) - B \cos(\beta_i L) + C \sinh(\beta_i L) + D \cosh(\beta_i L)) \end{cases} \quad (1.18)$$

b) Absence de l'effort tranchant à l'extrémité libre:

$$\begin{cases} \frac{d^3 V_i}{dx^3}(x=0) = 0 = -A + C \\ \frac{d^3 V_i}{dx^3}(x=L) = 0 = \beta_i^3 (-A \cos(\beta_i L) + B \sin(\beta_i L) + C \cosh(\beta_i L) + D \sinh(\beta_i L)) \end{cases} \quad (1.19)$$

A, B, C et D sont les solutions du système linéaire:

$$\begin{vmatrix} 0 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\beta_i L) & -\cos(\beta_i L) & \sinh(\beta_i L) & \cosh(\beta_i L) \\ -\cos(\beta_i L) & \sin(\beta_i L) & \cosh(\beta_i L) & \sinh(\beta_i L) \end{vmatrix} \begin{vmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \quad (1.20)$$

Soit l'équation aux pulsations propres définie par les conditions aux limites :

$$\cosh(\beta_i L) \cos(\beta_i L) = 1 \quad (1.21)$$

Les racines  $\alpha_i$  sont les valeurs propres de cette équation sont déterminées graphiquement (voir figure 1.7) avec :

$$\alpha_i = \beta_i L \quad (1.22)$$

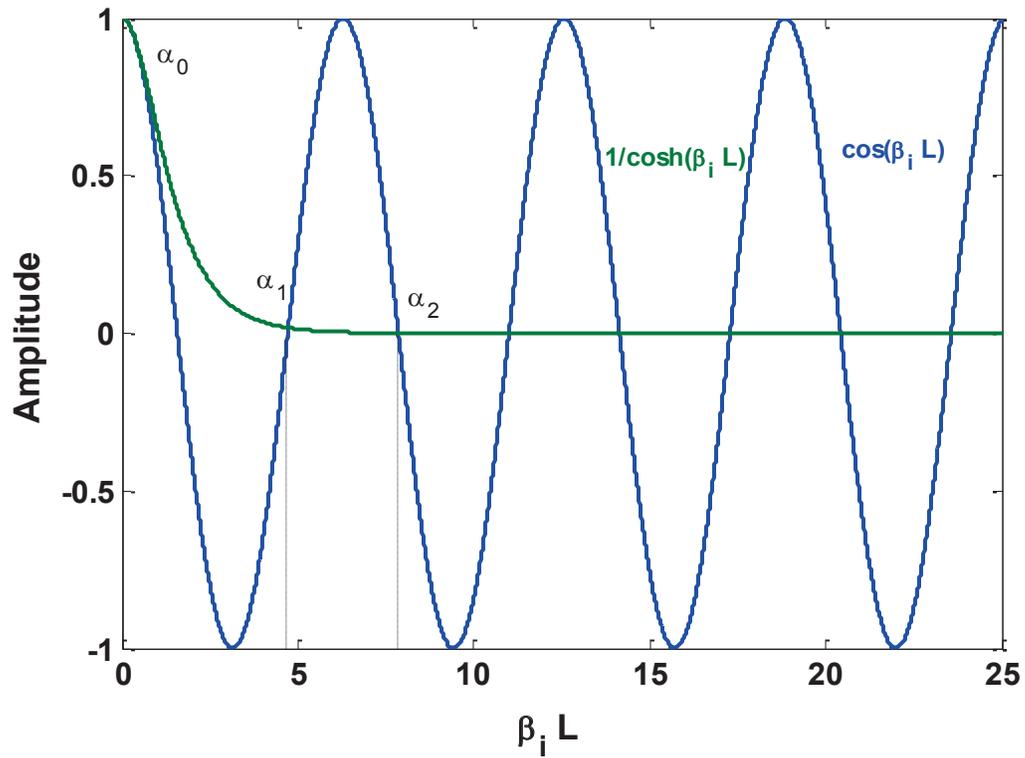


Figure 1.7: Détermination graphique des racines  $\alpha_i$  des équations aux valeurs propres (Equation 1.21).

Les constantes devant être appliquées à l'équation d'amplitude modale  $V_i(x)$  sont résumées dans le tableau suivant :

Table 1.1 : Constantes de l'équation d'amplitude.

Conditions aux limites	A	B	C	D	$\gamma$	$B_0L$ $\beta_1L$ $\beta_2L$ $\beta_3L$
Libre-libre	$\gamma$	1	$\gamma$	1	$\frac{\sin(\beta L) - \sinh(\beta L)}{\cosh(\beta L) - \cos(\beta L)}$	0.00 4.73 7.85 10.99

L'équation  $V_i(x) = A \cosh(\beta_i x) + B \sinh(\beta_i x) + C \cos(\beta_i x) + D \sin(\beta_i x)$  du mode propre d'ordre  $i$  s'écrit

$$V_i(x) = \frac{\sin(\alpha_i) - \sinh(\alpha_i)}{\cosh(\alpha_i) - \cos(\alpha_i)} \left( \sin(\alpha_i \frac{x}{L}) + \sinh(\alpha_i \frac{x}{L}) + \frac{\cosh(\alpha_i) - \cos(\alpha_i)}{\sin(\alpha_i) - \sinh(\alpha_i)} (\cos(\alpha_i \frac{x}{L}) + \cosh(\alpha_i \frac{x}{L})) \right) \quad (1.23)$$

Pour chaque mode de flexion, la fréquence propre est donnée par :

$$f_i = \frac{1}{2\pi} \alpha_i^2 \sqrt{\frac{EI_{Gz}}{\rho SL^4}} \quad (1.24)$$

$I_{Gz} = \frac{bh^3}{12}$  : Moment quadratique de la section  $S$  de la poutre considérée (Voir figure 1.7).

$E(N/m^2)$  est le module d'Young du matériau. Il peut être exprimé en fonction du module de compression  $K(N/m^2)$  et du coefficient du poisson  $\nu$  comme:

$$E = 3K(1 - 2\nu) \quad (1.25)$$

a) Cas d'une plaque en composite

Les fréquences propres d'une poutre en composite base polymère de longueur  $L=180\text{mm}$ , d'épaisseur  $h=2.5\text{mm}$ , de module de Young  $E=6.39\text{GPa}$  et de densité volumique  $\rho=1492\text{kg/m}^3$  peuvent être calculés selon la formule (1.24). Les premiers modes de résonance en flexion sont résumés dans le tableau 1.2.

**Table 1.2 : Modes de vibration d'une poutre en composite base polymère libre-libre.**

$\beta_i L$	$f_i$ (Hz)
$\beta_1 L = 4.73$	164.1
$\beta_2 L = 7.85$	452.1
$\beta_3 L = 10.99$	886.1
$\beta_4 L = 14.13$	1464.8
$\beta_5 L = 17.28$	2190.7

La vitesse de propagation du  $i$ ème mode de flexion généré à la fréquence  $f_i$  et décrite par la théorie de Bernoulli s'écrit sous la forme :

$$V_{\text{Bernoulli}}^{(i)} = \frac{w_i}{\beta_i} = \left( \frac{EI w_i^2}{\rho S} \right)^{\frac{1}{4}} = \left( \frac{E \pi^2}{3\rho} \right)^{\frac{1}{4}} \sqrt{f_i h} \quad (1.26)$$

Cette équation montre la nature dispersive des ondes de flexion (dépendance de la vitesse du mode de flexion de la fréquence). Par ailleurs, dans le cas d'une poutre de Rayleigh ou de Timoshenko la vitesse de l'onde de flexion s'écrit en se basant sur les équations (1.3) ou (1.9):

$$V_{\text{Rayleigh}}^{(i)} = \left( \frac{2EI}{\rho I + \sqrt{\rho I^2 + \frac{4\rho S EI}{w_i^2}}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1.27)$$

$$V_{\text{Timoshenko}}^{(i)} = \left( \frac{2EI}{\rho I \left( 1 + \frac{E}{k_y G} \right) + \sqrt{\rho^2 I^2 \left( 1 + \frac{E}{k_y G} \right)^2 + 4EI \left( \frac{\rho S}{w_i^2} - \frac{\rho^2 I}{k_y G w_i^{16}} \right)}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1.28)$$

Dans le cas du matériau composite considéré, la comparaison des valeurs de vitesse des ondes de flexion est illustrée par la figure 1.8. En effet, nous remarquons une coïncidence pour les faibles valeurs de nombre d'onde allant jusqu'à  $427\text{m}^{-1}$ . En particulier, cette valeur correspond à  $f_{\text{CM}} \cong 21\text{kHz}$  où  $f_{\text{CM}}$  est la fréquence de coupure des modèles (voir figure 1.8).

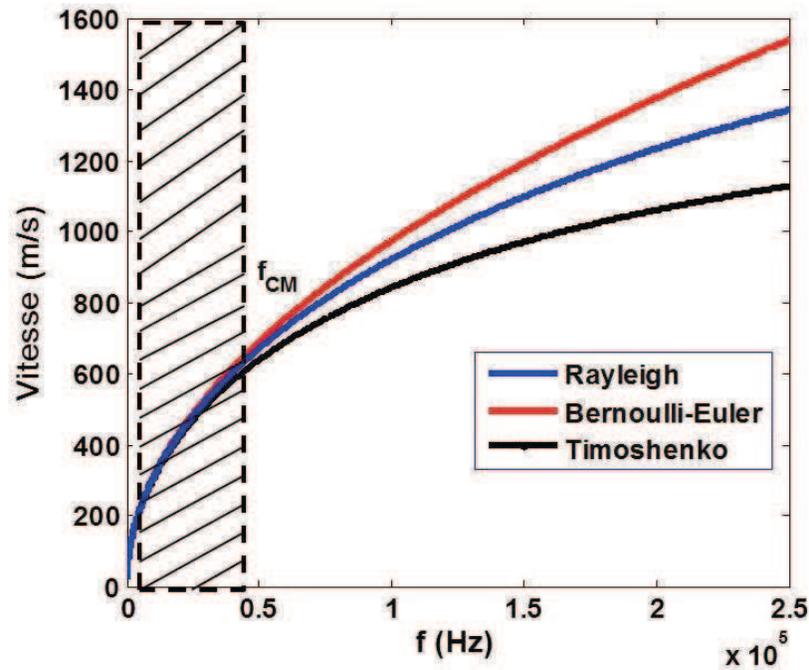


Figure 1. 8 : Relation de dispersion d'après des théories de Timoshenko, Rayleigh et Bernoulli-Euler dans le cas d'un composite base polymère d'épaisseur 2.5 mm.

Nous avons tracé par les trois modèles (Timoshenko, Rayleigh et Bernoulli-Euler) l'équation de dispersion du mode de Lamb antisymétrique  $A_0$ . La superposition des courbes de dispersion des ondes de flexion et des ondes de Lamb dans le cas d'un composite base polymère montre que l'onde de flexion est une onde de Lamb antisymétrique  $A_0$  et ce jusqu'à une fréquence de coupure  $f_C$  correspondant approximativement à  $f_C \cong 20$  kHz (voir figure 1.9). Il est toutefois important de noter que dans l'étude dynamique concernée par ce travail de thèse les fréquences utilisées n'excéderont pas  $f_C$  dont la valeur dépend du matériau étudié.

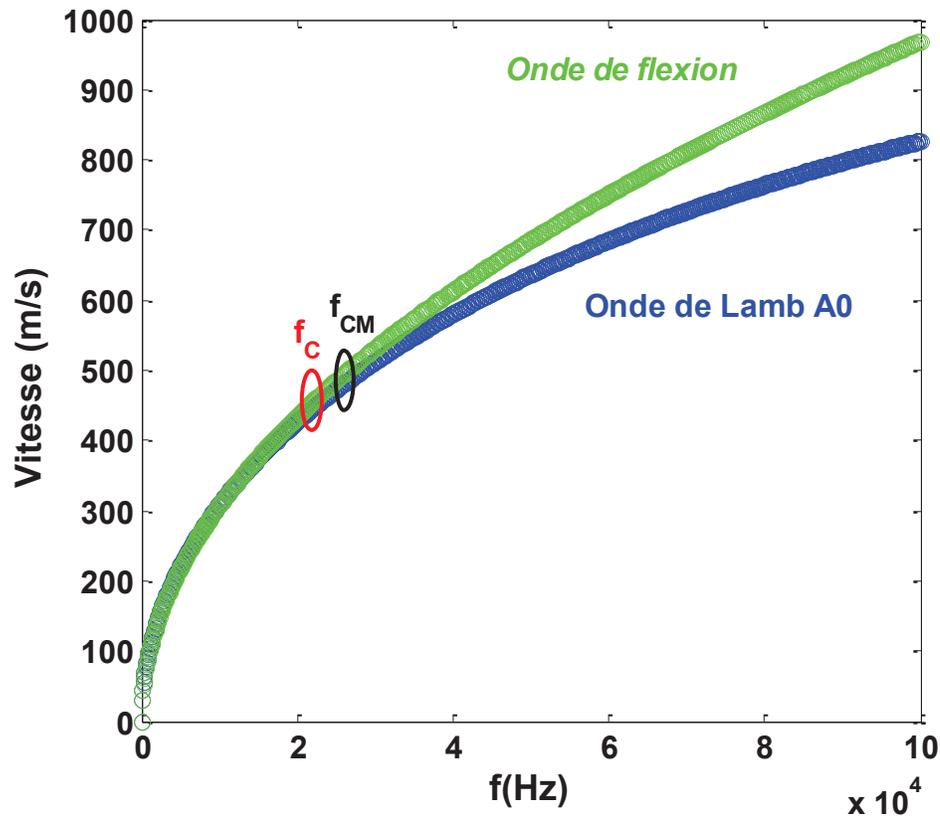


Figure 1. 9 : Courbes de dispersion d'une plaque composite à fibre de verre ( $h=2.5$  mm). Les paramètres élastiques ( $E$  et  $\nu$ ) sont déterminés par des mesures ultrasonores.

Les modèles théoriques ainsi présentés ont été développés dans le cadre d'élasticité linéaire. En d'autres termes les modules ainsi que les coefficients élastiques ( $E$ ,  $\nu$ ,  $G$ , etc.) ne dépendent pas de la déformation générée par une perturbation acoustique (vibratoire ou ultrasonore). Cela risque de poser des problèmes dans le cas de certains matériaux notamment ceux présentant des micro-hétérogénéités (exemple matériaux micro fissurés), d'où l'intérêt de la section suivante.

### 1.3 Loi de comportement dans un milieu élastique

Les déformations subies par un milieu matériel sont reliées aux contraintes résultant des efforts extérieurs appliqués sur ce milieu par une loi caractéristique de ce milieu appelé loi de comportement. On parlera par ailleurs d'élasticité lorsque les sollicitations extérieures disparaissant, il existe un état naturel d'équilibre auquel revient ce milieu. L'élasticité est une

propriété générale des matériaux solides. Cette propriété fut énoncée par Robert Hooke en 1678 qui a mis en évidence une loi de comportement élastique existant entre l'allongement subi par le matériau et la contrainte normale exercée sur une extrémité lors d'un essai de traction uni-axiale.

La généralisation de la loi de Hooke, entreprise au cours du 19<sup>me</sup> siècle par Cauchy, à des efforts de nature quelconque, par la suite, abouti, à la mise en évidence, sous l'hypothèse des faibles perturbations, d'une relation de proportionnalité entre le tenseur des contraintes et des déformations.

Ainsi, la loi de comportement tensorielle s'écrit sous cette hypothèse selon cette forme :

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad (1.29)$$

L'équation (1.29) caractérise les matériaux élastiques linéaires pour leur phase élastique, où le tenseur  $C$  du rang 4 est appelé tenseur d'élasticité ou tenseur de rigidité,  $\sigma$  et  $\varepsilon$  sont respectivement les tenseurs des contraintes et des déformations.

Dans le cas d'un matériau homogène isotrope la loi de Hooke linéaire est donnée par cette relation:

$$\sigma = \varepsilon E \quad (1.30)$$

Avec  $\sigma$  : la contrainte,  $\varepsilon$  : la déformation,  $E$  : le module élastique linéaire.

Dans ce cas le module élastique est vu comme une propriété intrinsèque du matériau, indépendante de l'état de déformation. L'écart de la linéarité de la relation force-distance interatomique entraîne une non linéarité à l'échelle macroscopique de la relation contrainte-déformation. Le module élastique dépend maintenant de l'état de déformation. Nous sommes dans le cadre d'élasticité non linéaire.

### 1.3.1 Comportement élastique non linéaire classique

Au premier ordre de non-linéarité, pour des effets non-linéaires faibles, la loi de Hooke généralisé permet de décrire le comportement non linéaire comme :

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} + C_{ijklmn} \varepsilon_{kl} \varepsilon_{mn} \quad (1.31)$$

$C_{ijkl}$  et  $C_{ijklmn}$  sont les tenseurs élastiques du deuxième et troisième ordre respectivement. Ils sont définis comme les dérivées partielles de l'énergie interne par rapport aux déformations [BRU64].

$$C_{ijkl} = \rho_0 \left( \frac{\partial^2 W}{\partial \varepsilon_{ij} \partial \varepsilon_{kl}} \right)_{\varepsilon, \varepsilon_j = \varepsilon_{kl} = 0} \quad (1.32)$$

$$C_{ijklmn} = \rho_0 \left( \frac{\partial^3 W}{\partial \varepsilon_{ij} \partial \varepsilon_{kl} \partial \varepsilon_{mn}} \right)_{\varepsilon, \varepsilon_j = \varepsilon_{kl} = \varepsilon_{mn} = 0} \quad (1.33)$$

L'énergie de déformation élastique par unité de masse est alors développée de la façon suivante aux termes d'ordre trois :

$$\rho_0 W = \frac{1}{2} C_{ijkl} \varepsilon_{ij} \varepsilon_{kl} + \frac{1}{6} C_{ijklmn} \varepsilon_{ij} \varepsilon_{kl} \varepsilon_{mn} \quad (1.34)$$

Dans ce développement, le terme quadratique modélise la propagation linéaire des ondes élastiques. Alors que le terme cubique donne lieu à des termes non linéaires quadratiques dans l'équation d'onde. Le tenseur de rang 4  $C_{ijkl}$  possède  $3^4=81$  composantes distinctes et celui du rang 6,  $C_{ijklmn}$  comporte  $3^6=729$  composantes indépendantes. Les symétries des tenseurs de déformation et des contraintes autorisent la permutation des indices (ij), (kl) ou (mn). Chacune d'elle est remplacée par un seul indice allant de 1 à 6. Cette transformation indicielle dite de Voigt permet la simplification du formalisme précédent : elle réduit respectivement à 36 et 216 le nombre de constantes indépendantes des deux tenseurs, notés  $C_{\alpha\beta}$  et  $C_{\alpha\beta\gamma}$  (notation matricielle). Les relations thermodynamiques de Maxwell réduisent le nombre de constants élastiques indépendants à 21 pour  $C_{\alpha\beta}$  et 56 pour  $C_{\alpha\beta\gamma}$ . Un matériau avec 21 constantes élastiques du deuxième ordre et 56 constants élastiques du troisième ordre est dit totalement anisotrope. L'exemple le plus classique ce sont les cristaux, qui ont une structure régulière basée sur certaines symétries matérielles dépendant de la distribution des molécules sur le réseau cristallin. Dans le cas d'un matériau isotrope le nombre de constantes élastiques est réduit à cinq, deux composantes élastiques de second ordre  $C_{11}$  et  $C_{44}$  et trois constantes élastiques du troisième ordre  $C_{111}$ ,  $C_{166}$  et  $C_{456}$ .

Selon l'approche de Landau [LAN67], qui consiste à exprimer l'énergie de déformation élastique en fonction d'invariants  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$  du tenseur de green-Lagrange, l'équation (1.34) se simplifie et s'écrit :

$$\rho_0 W = \mu I_2 + \frac{1}{2} \left( K - \frac{2}{3} \mu \right) I_1^2 + \frac{1}{3} A I_3 + B I_1 I_2 + \frac{1}{3} C I_1^3 + \Theta(\varepsilon^4) \quad (1.35)$$

Où  $\Theta(\varepsilon^4)$  sont les termes proportionnels à  $\varepsilon^4$ ,  $K$  est le module de compression qui s'écrit en fonction des constantes de Lamé comme :

$$K = \lambda + \frac{2}{3} \mu \quad (1.36)$$

$A$ ,  $B$  et  $C$  sont appelés constantes de Landau. Les invariants choisis par Landau sont la trace du tenseur des déformations  $I_1$  et deux scalaires formés à partir de produits contractés d'ordre deux et trois en  $\varepsilon$  qui sont respectivement  $I_2$  et  $I_3$ .

$$I_1 = \text{Tr}(\varepsilon) = \varepsilon_{ii} \quad (1.37)$$

$$I_2 = \text{Tr}(\varepsilon^2) = \varepsilon_{ii} \varepsilon_{ij} \quad (1.38)$$

$$I_3 = \text{Tr}(\varepsilon^3) = \varepsilon_{ii} \varepsilon_{jk} \varepsilon_{kl} \quad (1.39)$$

Les modules isotropiques de second ordre et du troisième ordre s'écrivent respectivement en fonction des constantes de Lamé et des constantes de Landau :

$$C_{ijkl} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + 2\mu P_{ijkl} \quad (1.40)$$

Avec  $P_{ijkl} = (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) / 2$ ,  $\delta$  est le symbole de Kronecker.

$$\begin{aligned} C_{ijklmn} = & 2C \delta_{ij} \delta_{kl} \delta_{mn} + 2B (\delta_{ij} P_{klmn} + \delta_{kl} P_{mnij} + \delta_{mn} P_{ijkl}) \\ & + \frac{A}{2} (\delta_{ik} P_{jlmn} + \delta_{il} P_{jkmn} + \delta_{jk} P_{ilmn} + \delta_{jl} P_{ikmn}) \end{aligned} \quad (1.41)$$

Il est également possible de remplacer les constantes de troisième ordre (A, B, C) par celles dites de Murnaghan (l, m, n) et ce à travers les relations suivantes [MUR51] :

$$l = B + C, m = \frac{A}{2} + B, n = A \quad (1.42)$$

Le paramètre de non-linéarité classique  $\beta$  donné par la théorie de Landau traduit la variation de la vitesse ultrasonore en fonction d'une contrainte élastique quasi-statique appliquée (effet acoustoélastique). Il peut être exprimé en fonction des constantes de Murnaghan et celles de Lamé comme :

$$\beta = \frac{3}{2} + \frac{l + 2m}{\lambda + 2\mu} \quad (1.43)$$

Dans le cadre d'élasticité linéaire, la contrainte et la déformation sont linéairement liées par un module élastique constant. Lorsque la non linéarité est considérée, la théorie d'élasticité non linéaire de Landau n'est valable que dans le cas des matériaux classiques où la non linéarité est prise à l'échelle atomique (échelle nanoscopique). Le paramètre non linéaire classique  $\beta$  génère des harmoniques paires et impaires. Les amplitudes des harmoniques générées par la non linéarité classique s'écrivent sous la forme :

$$A_{i\omega} \propto A_{\omega}^i \quad (1.44)$$

Où  $i$  est l'ordre de l'harmonique considérée (figure 1.10).

Dans le cas des matériaux complexes (micro hétérogènes, micro fissurés, granulaires, etc.) et pour des taux de déformation ( $\varepsilon \geq 10^{-6}$ ) [TEN04, PAS07], la théorie de Landau n'est plus valable [ZAR71, OST78]. En effet certains nouveaux comportements commencent à être observés telle que la présence d'hystérésis dans la relation contrainte-déformation. En effet, dans le cas d'un matériau purement hystérétique, nous ne pouvons générer une 2ème harmonique "2 $\omega$ " mais une 3ème harmonique "3 $\omega$ " dont l'amplitude est proportionnelle au carré de l'amplitude de l'excitation. Ceci ne s'accorde évidemment pas avec les solutions du modèle classique dans lequel  $A_{2\omega} \propto A_{\omega}^2$  et  $A_{3\omega} \propto A_{\omega}^3$ , etc. (voir figure 1.10). De plus la fréquence de résonance exhibe un décalage linéaire en fonction du niveau d'excitation. Le décalage de la fréquence de résonance

a été suivi pour le mode de Young [BEN06] ainsi que pour des modes de flexion [ABE00c] générés dans un échantillon de béton endommagé mécaniquement (figure 1.11).

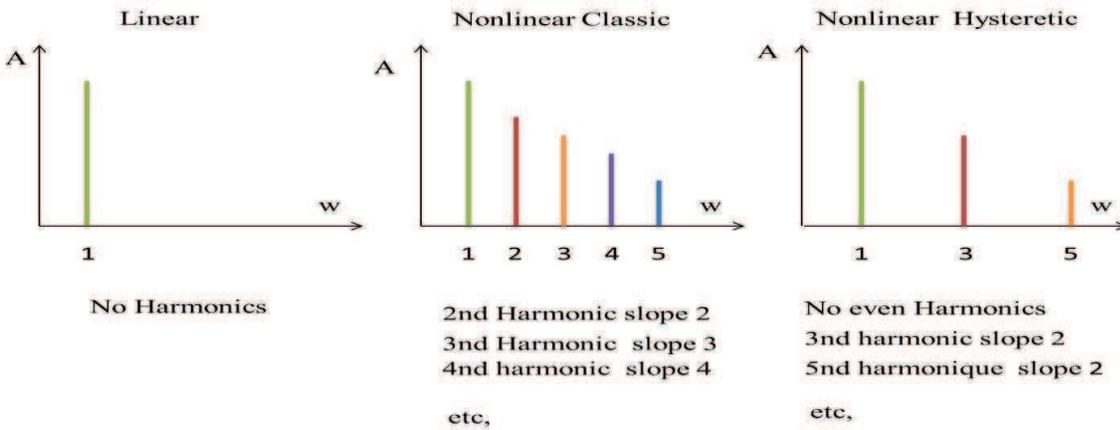


Figure 1.10 : Spectre de l'amplitude de déformation en fonction de la fréquence pour les différents cas de non linéarité [ABE00a].

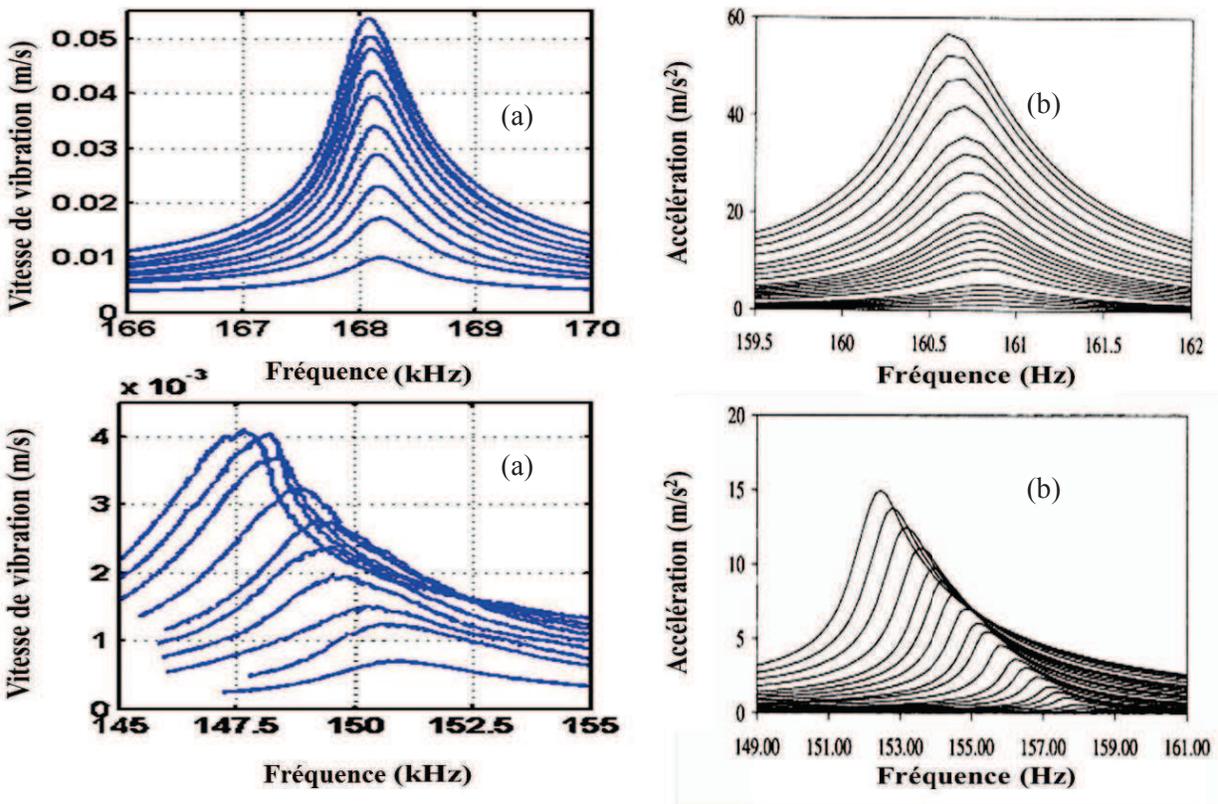


Figure 1.11 : Résultats relatifs au comportement du béton aux états intact et endommagé (a) Résonance en mode de Young [BEN06] et (b) Résonance en mode flexion [ABE00c].

Les résultats en résonance non linéaire montrent la sensibilité de cette méthode à l'endommagement et ce pour différents modes propres. Cette méthode fera l'objet d'une étude détaillée dans le chapitre 2.

### 1.3.2 La théorie de non linéarité non classique

La non linéarité classique s'est avérée adéquate pour des solides cristallins idéaux ou des matériaux parfaitement homogènes. Lorsque le solide comporte des inhomogénéités, des microfissures, des défauts (lacunes, dislocations, des impuretés) ou des contraintes résiduelles la non linéarité classique n'est en général plus capable de décrire les observations expérimentales réalisées moyennant des méthodes acoustiques. En théorie le comportement élastique d'un matériau complexe est modélisé à l'aide de petites unités dont la réponse est caractérisée à l'aide d'une approche phénoménologique. Des mesures effectués sur les roches dans des conditions bien contrôlées ont montré que pour des taux de déformation ( $\varepsilon \leq 10^{-6}$ ) les roches se comportent de façon classique [GUY95]. En revanche, pour des déformations plus importants, les microfissures et inclusions mésoscopiques souples se comportent de façon non linéaire caractérisée par la présence d'effet de mémoire et d'hystérésis dans la relation contrainte-déformation [OST01, JOH96, TEN 96, DEL03, GUY99a] (figure 1.12). Les mécanismes physiques à l'origine des observations expérimentales ne sont pas encore tout à fait compris. Cependant Guyer et Mc Call ont proposé une description phénoménologique [TEN04, CAL94] qui consiste à considérer le matériau comme un ensemble d'unités élémentaires hystérétiques (UEH) qui se comportent rigidement ou élastiquement suivant la force à laquelle elles sont soumises. Chaque unité hystérétique peut être décrite par deux couples de variable :  $(\sigma_0, \sigma_c)$  et  $(\varepsilon_0, \varepsilon_c)$ , contraintes et déformations dans les états fermés et ouverts, respectivement (figure 1.13 (a)). Les unités hystérétiques peuvent être consignées dans l'espace de Preisach-Mayergyz (espace PM) [PRE35, MAY85], de façon à garder trace de l'état actuel de pression de l'ensemble des unités hystérétiques ainsi que leur historique (effet de mémoire) (Figure 1.13 (b)). Nous obtenons ainsi l'équation d'état (1.45) [CAL94, GUY99a] :

$$\sigma = \int K(\varepsilon, \dot{\varepsilon}) d\varepsilon \quad (1.45)$$

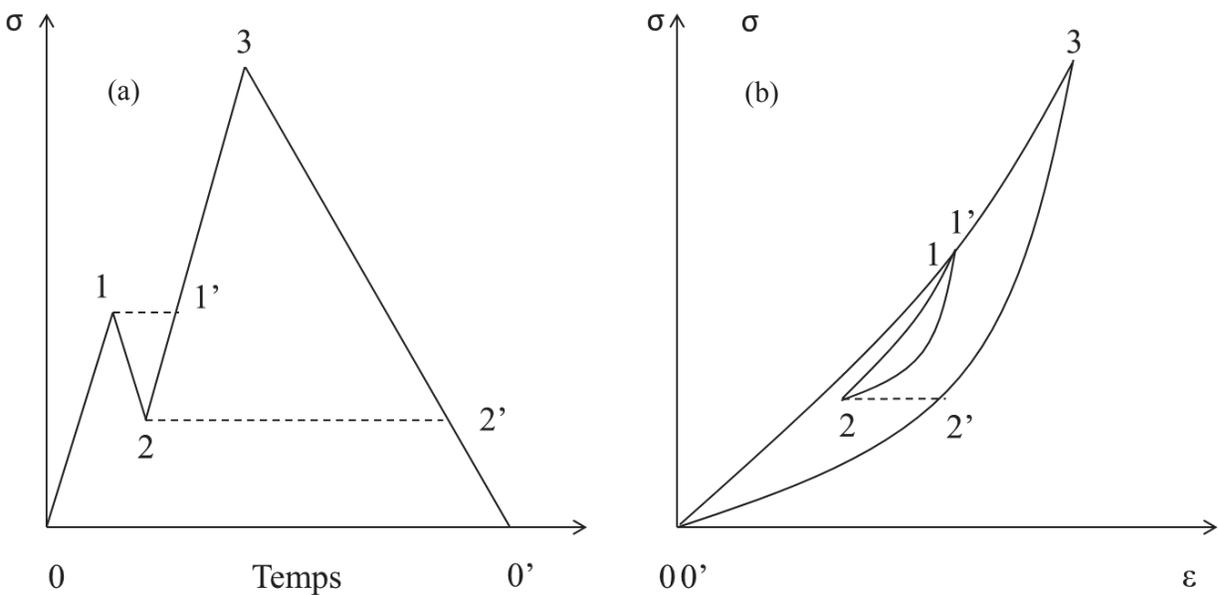
Où  $\sigma$  la contrainte,  $\varepsilon$  la déformation,  $\dot{\varepsilon}$  le taux de déformation et  $K$  le module élastique du matériau.

De l'équation d'état (1.45), on peut déduire une expression du module non linéaire hystérétique du matériau en calculant le module moyen sur un cycle de déformation.

Le développement non linéaire en série de Taylor du module élastique  $K$  tenant en compte les effets non linéaires hystérétiques [ABE97] est donné par l'équation (1.46)

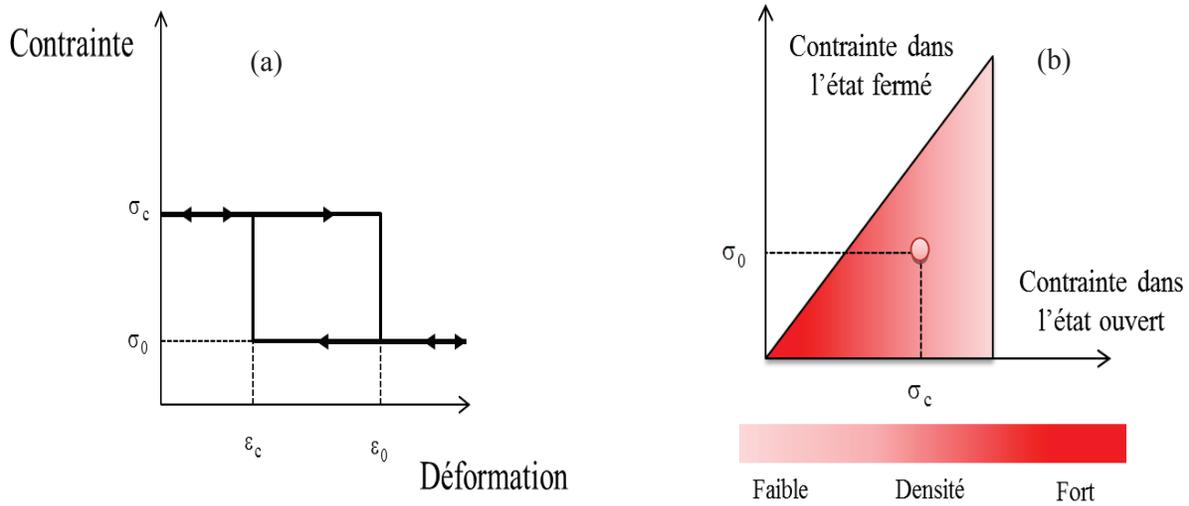
$$K(\varepsilon, \dot{\varepsilon}) = K_0(1 + \beta\varepsilon + \delta\varepsilon^2 + \dots) - \alpha(\varepsilon, \dot{\varepsilon}) \quad (1.46)$$

Où  $K_0$  est le module élastique linéaire,  $\varepsilon$  la déformation,  $\beta$  et  $\delta$  représentent respectivement les paramètres élastiques quadratiques et cubiques (figure 1.14), que l'on peut écrire comme une combinaison linéaire des constantes élastiques du 2<sup>ème</sup>, 3<sup>ème</sup> et 4<sup>ème</sup> ordre.  $\alpha$  est le paramètre non linéaire hystérétique [ABE96].



**Figure 1.12 : (a) exemple de protocole de contrainte. (b) Loi de comportement d'un matériau non linéaire mésoscopique élastique associée. L'échantillon subit une succession d'états de contraintes au cours de laquelle elle croît ou décroît à plusieurs reprises en passant par des points d'équilibre réversibles. La présence de**

boucle dans la relation contrainte-déformation indique le comportement hystérétique et la capacité de mémoire [PAY07].



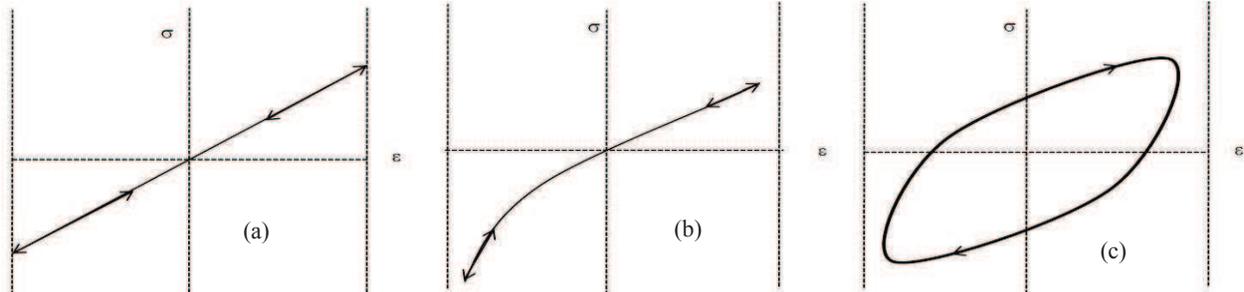
**Figure 1.13 : (a) Comportement d'une unité élémentaire hystérétique. (b): Ensemble d'UEH rangés dans l'espace PM. Deux états d'équilibre mécanique sont autorisés : l'état ouvert et l'état fermé (en présence de fissure). Le caractère hystérétique de l'échantillon considéré est alors caractérisé par la densité d'UEH dans l'espace PM  $\rho(\sigma_0, \sigma_c)$ . Les UEH non hystérétiques se situent sur la diagonale ( $\sigma_0 = \sigma_c$ ) et les UEH hystérétiques se situent hors de la diagonale ( $\sigma_0 < \sigma_c$ ). Plus une UEH est éloigné de la diagonale, plus elle est hystérétique. Si toutes les UEH se situent sur la diagonale, il n'y a plus d'hystérésis et la théorie dite classique suffit pour traduire le comportement du matériau.**

De point de vue de la propagation des ondes acoustiques, l'équation (1.46) décrit le module élastique de façon à bien séparer les effets non linéaires classiques et hystérétiques. Elle montre qu'à partir d'un certain niveau de déformation le module élastique commence à décroître par endroit ce qui va faire baisser le module global  $K$  du matériau. De ce fait lorsqu'un signal monochromatique de fréquence  $f_1$  se propage dans un tel matériau, il se distord et la non linéarité du milieu génère des fréquences harmoniques ( $2f_1, 3f_1, \dots$ ) absentes à l'origine.

Dans ce cas l'harmonique deux est proportionnelle au carré de l'amplitude du fondamental. Par ailleurs, il est important de souligner que l'harmonique trois est également proportionnelle au carré du fondamental contrairement à la théorie non linéaire classique. Les paramètres de non linéarité  $\beta$  et  $\alpha$  s'écrivent alors:

$$\beta = \frac{A(2f_1)}{A(f_1)^2} \quad \text{et} \quad \alpha = \frac{A(3f_1)}{A(f_1)^2} \quad (1.47)$$

Ces relations sont valables dans le cas d'une onde basse fréquence continue et mono fréquentielle.



**Figure 1.14 : Relation contrainte/déformation : (a) linéaire, (b) non linéaire classique, (c) non linéaire hystérétique.**

Le paramètre de non linéarité hystérétique  $\alpha$  de l'équation (1.46) peut également être déterminé autrement par l'intermédiaire de l'étude du comportement d'un matériau en résonance en se basant sur la technique de Spectroscopie Non linéaire Ultrasonore en Résonance (NRUS). A l'état intact le matériau est linéaire et ne manifeste aucune variation dans son comportement en résonance lorsque l'amplitude d'excitation croît. Par contre lorsque le même matériau est endommagé (accumulation des microfissures ou d'hétérogénéités), il devient non linéaire cela se manifeste par un décalage de la fréquence de résonance en fonction de l'amplitude d'excitation (voir figure 1.15).

A partir de l'équation (1.46), il a été possible de déterminer les paramètres de non-linéarité hystérétiques  $\alpha_f$  et  $\alpha_Q$  pour différents matériaux [GUY99b, JOH05]. Ces paramètres mesurent l'importance des effets hystérétiques élastique et dissipative dans le contexte de la méthode de résonance non linéaire (voir figure 1.15).

Le paramètre de non linéarité hystérétique élastique lié au module élastique  $\alpha_f$  est défini comme étant :

$$\alpha_f = -\frac{1}{\varepsilon} \frac{\Delta f}{f_0} = -\frac{1}{\varepsilon} \frac{f(\varepsilon) - f_0}{f_0} \quad (1.48)$$

Avec  $f(\varepsilon)$  est la fréquence de résonance détectée à la déformation  $\varepsilon$ ,  $f_0$  est la fréquence de résonance linéaire obtenue à faible amplitude de déformation,  $\Delta f$  est la chute de la fréquence de résonance provoquée par la déformation  $\varepsilon$ .

Le paramètre de non linéarité hystérétique dissipative lié à l'amortissement  $\alpha_Q$  s'écrit sous la forme :

$$\alpha_Q = \frac{1}{\varepsilon} \Delta\left(\frac{1}{Q}\right) = \left(\frac{1}{Q(\varepsilon)} - \frac{1}{Q_0}\right) \frac{1}{\varepsilon} \quad (1.49)$$

Où  $Q_0$  est le facteur de qualité mesuré à faible taux de déformation,  $Q(\varepsilon)$  est le facteur de qualité mesuré pour des déformations plus importantes.

Le facteur de qualité est calculé moyennant l'élargissement du pic de résonance à mi-hauteur :

$$Q = \frac{f}{\delta f} \quad (1.50)$$

Où  $\delta f$  est la largeur du pic de résonance à -3dB

Enfin il est à noter que cette formule est valable uniquement pour les résonances lorentziennes symétriques. Un problème ardu peut apparaître dans certains régimes non linéaires où les modes deviennent asymétriques et ne permettent donc pas une mesure aisée de la référence à -3dB. A ce moment d'autres méthodes peuvent être appliquées afin d'estimer l'amortissement comme celle du [GUS03] dite "méthode d'amplitude" où l'estimation du facteur qualité est effectuée à travers la variation d'amplitude à la résonance. Dans ce cas le facteur de qualité s'écrit comme :

$$Q = \frac{A_0}{\delta A} \quad (1.51)$$

Où  $\delta A$  est la variation d'amplitude tel que  $\delta A = A(\varepsilon) - A_0$

$A_0$  : Amplitude à faible taux de déformation,  $A(\varepsilon)$  : Amplitude à des déformations plus importantes.

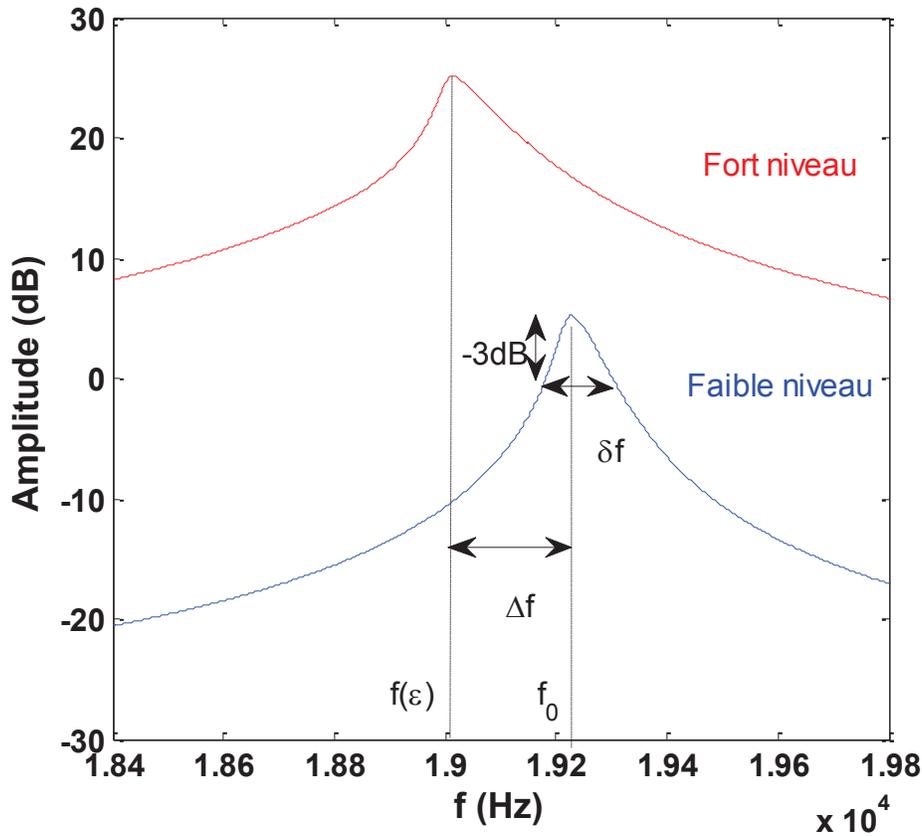


Figure 1.15 : Détermination des paramètres non linéaires hystérétiques à partir des courbes de résonances.

Les paramètres de non linéarité hystérétique  $\alpha_f$  et/ou  $\alpha_Q$  ont toujours été déterminés pour un seul mode de résonance (compression, flexion) et donc dans un domaine fréquentiel restreint. Le présent travail de thèse se propose d'étudier la dépendance fréquentielle de ces deux paramètres.

Pour cela nous proposons une méthode expérimentale globale visant à définir et suivre l'évolution des paramètres non-linéaires hystérétiques liés aux modes de flexion dans le cas de plaques composites. Cela sous-entend que nous sommes dans des conditions d'ondes guidées où il a été questions de courbes de dispersion de vitesse de phase. Ce travail est présenté dans le chapitre 2.

## 1.4 Propagation des ondes de Lamb et des ondes de flexion dans un milieu non linéaire hystérétique

D'après ce qui précède, il est clair que lorsque le matériau est linéaire (intact) le module élastique  $K$  ne dépend pas de la déformation  $\varepsilon$ . Par contre dans le cas des matériaux NLH (micro fissurés), le module élastique ne peut plus être considéré comme étant indépendant de la déformation. En effet, pour de très faibles valeurs de déformations ( $\varepsilon \leq 10^{-7}$ ) le matériau manifeste un comportement linéaire élastique pour lequel le module élastique est proportionnel à la déformation.

Pour des déformations plus importantes ( $10^{-7} \leq \varepsilon \leq 10^{-6}$ ), les matériaux manifestent un comportement non linéaire classique mettant en jeu les paramètres élastiques quadratique et/ou cubique bien pris en compte dans le cadre de la théorie de l'élasticité de Landau [LAN67].

A partir d'un certain niveau d'excitation  $\varepsilon \geq 10^{-6}$  le matériau manifeste un comportement NLH n'obéissant plus aux lois dites classiques (figure 1.16).

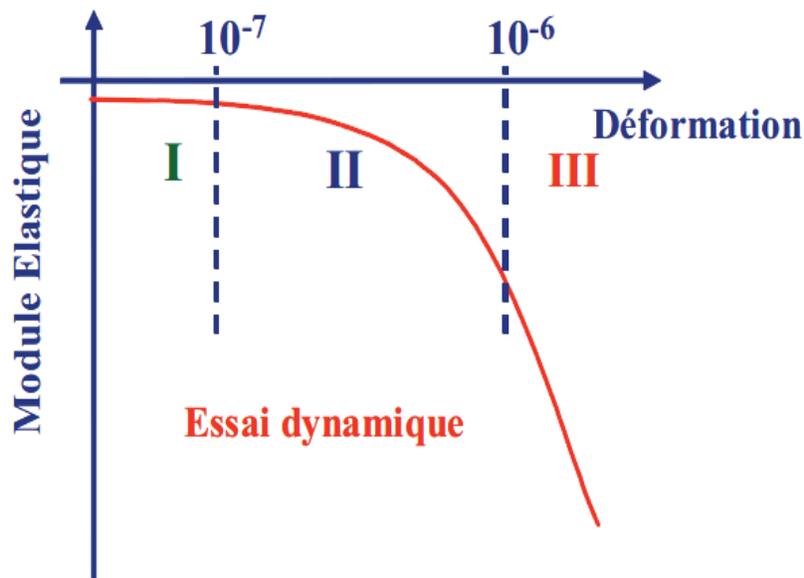


Figure 1.16: Comportement élastique d'un matériau non linéaire hystérétique : (I) domaine élastique linéaire, (II) domaine élastique non linéaire classique, (III) domaine élastique non linéaire non classique.

Dans le cas d'un matériau NLH, il n'est plus raisonnable de considérer la vitesse de propagation d'une onde élastique comme étant indépendante de la déformation. En particulier dans le cas d'une onde de flexion du ième mode s'écrira sous la forme :

$$V^{(i)}(\varepsilon) = VA0(\varepsilon) = \left( \frac{E(\varepsilon)\pi^2}{3\rho} \right)^{\frac{1}{4}} \sqrt{f_i(\varepsilon)h} \quad (1.51)$$

Cette équation montre qu'il est possible de déterminer les vitesses  $V^{(i)}$  en fonction du taux de déformation dynamique. Cependant il faut garder dans l'esprit que le module élastique est inclus dans l'équation (1.51) explicitement à travers le module d'Young  $E(\varepsilon)$  et implicitement à travers la fréquence de résonance  $f_i(\varepsilon)$ . Cela sera étudié dans le chapitre 2.

## **Conclusion**

Nous avons présenté une étude théorique onde guidée onde de flexion moyennant les différents modèles. Nous nous sommes placés dans les conditions telles que tous les modèles se coïncident. Dans le cas où théorie d'élasticité classique n'est plus valable, nous avons présenté les modèles permettant de prendre en compte la décroissance du module en fonction du taux de déformation. Cette décroissance qui se répercute sur la fréquence de résonance sera utilisé pour caractériser l'endommagement de plaques en composite dans des conditions d'ondes guidées.



## **CHAPITRE 2**

---

# **CARACTÉRISATION NON LINÉAIRE DE L'ENDOMMAGEMENT D'UN COMPOSITE BASE POLYMÈRE PAR ONDES GUIDÉES**

---



## **CHAPITRE 2 : Caractérisation non linéaire de l'endommagement d'un composite base polymère par ondes guidées**

### **2.1 Introduction**

Dans le cadre du formalisme non linéaire hystérétique (NLH), il a été possible de définir deux paramètres non linéaires hystérétiques liés au module élastique et à l'amortissement qui sont notés respectivement  $\alpha_f$  et  $\alpha_Q$  et qui permettent de suivre l'évolution de l'endommagement en fonction de la déformation. Toutefois ces deux paramètres NLH sont mesurés pour un seul mode de résonance et donc sur une faible gamme fréquentielle. Dans cette étude nous proposons une approche expérimentale visant à suivre la dispersion fréquentielle de ces deux paramètres liés aux modes de flexion dans le cas d'un composite base polymère. Dans ce cas les paramètres de non linéarité hystérétique d'ordre supérieure  $\alpha_{nf}$  et  $\alpha_{nQ}$  ( $n \geq 2$ ) ont peu de chance d'être influencés par les harmoniques supérieures lorsque le régime non linéaire est établi, contrairement aux modes de compression. A basse fréquence où les modes de résonances pures sont excités, les modes de flexion sont confondus avec le mode de Lamb fondamental antisymétrique A0. Dans ces conditions nous proposons de réaliser des expériences de résonance non linéaire où la dispersion des paramètres NLH est considérée pour les dix premiers modes de résonance en flexion. Afin de réaliser une étude en fonction de l'évolution de la vitesse de phase, nous proposons de suivre la variation de la vitesse du mode A0 en fonction du niveau d'excitation. Cela a pour but de définir de nouveaux paramètres décrivant l'évolution de la relation de dispersion vitesse-fréquence en fonction de la déformation. Dans la première section nous présentons le matériau composite que nous avons caractérisé ainsi que l'endommagement mis en jeu. Ensuite, le dispositif expérimental sera présenté ainsi que les résultats expérimentaux obtenus en résonance non linéaire sur le composite base polymère intact et endommagé par un essai de flexion trois points.

## 2.2 Présentation des matériaux composites

Un matériau composite peut être défini comme un assemblage de plusieurs matériaux de natures différentes à l'échelle microstructurale. Cette association conduit à un matériau dont les performances sont supérieures à celles d'un matériau à un seul constituant. Les composites sont le plus souvent constitués d'une matrice dans laquelle on a dispersé de façon contrôlée des renforts, comme représenté sur la figure 2.1. La matrice maintient les renforts et assure les transferts de charge, tandis que les renforts apportent principalement leurs caractéristiques mécaniques élevées (modules et limite d'élasticité, résistance mécanique, etc.) [GAY91]. Ainsi à travers une multitude de choix impliquant les constituants, leurs proportions respectives, la forme, les dimensions et la disposition des renforts, nous pouvons concevoir un matériau composite présentant les caractéristiques spécifiques recherchées.

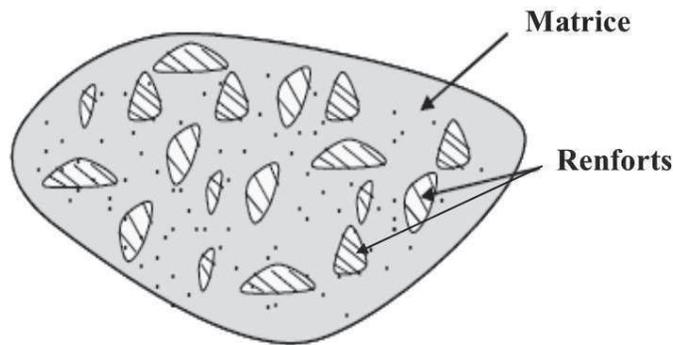


Figure 2.1 : Matériau composite à trois phases.

## 2.3 Classification des matériaux composites

En fonction de leur nature, les matériaux composites sont classés en trois grandes classes : les composites à matrice organique (CMO) qui ne peuvent être utilisés à des températures supérieures à 300°C, les composites à matrice métallique (CMM) qui sont utilisés jusqu'à 600°C, et les composites à matrice céramique (CMC) dont l'utilisation est possible même au-delà de 1000°C. Dans le cadre de ce chapitre nous intéressons à la caractérisation d'un matériau

composite à matrice organique dont les caractéristiques structurelles et mécanique seront détaillées.

### **2.3.1 Matrices organiques ou résineuses**

La conception et la réalisation de pièces composites à matrice organique (CMO), en particulier de pièces structurales ou de grandes dimensions, sont un enjeu majeur dans de nombreux secteurs industriels : transports, génie civil, bâtiment, aéronautique, construction navale, etc. Les gains potentiels apportés par ces matériaux sont connus et nombreux : réduction de la masse, intégration de fonctions, réduction des coûts, etc. Or, ils doivent également répondre à des critères de durabilité sur du long terme et leur utilisation optimale, dans des conditions extrêmes d'environnement (température, humidité, pollutions éventuelles) et de sollicitations (chargements statique et dynamique), nécessite de se doter d'une méthodologie validée de caractérisation et de prévision des comportements en utilisation. Le comportement à long terme des CMO dépend de leur composition (matrice, renfort), des additifs (stabilisants, anti-UV, charges minérales), de la pureté, de la masse moléculaire des monomères ainsi que de la nature des renforts et de l'orientation des fibres. La fabrication des CMO emploie deux types de matrices: les résines thermodurcissables qui représentent 3/4 des CMO actuels (époxyde, polyester, vinylester, etc) et les résines thermoplastiques (polypropylène, polyamide, etc) qui sont moins utilisées mais en pleine progression du fait notamment d'une plus grande recyclabilité (réutilisation après broyage).

#### **2.3.1.1 Matrices thermodurcissables**

Ce sont les polymères les plus employés comme matrice de matériaux composites "structuraux". Ces résines, sous forme liquide à l'état initial, subissent une transformation irréversible (elles ont la particularité de n'être mises en forme qu'une seule fois) en passant à l'état solide après polymérisation. Leurs caractéristiques thermomécaniques élevées font qu'elles sont les plus employées actuellement.

On distingue trois familles de résines thermodurcissables principalement utilisées [BER92]:

- Les résines phénoliques (résines de condensation) sont utilisées dans les applications nécessitant des propriétés de tenue au feu imposées par les normes dans les transports civils. Elles présentent l'inconvénient d'être peu résistant aux sollicitations.
- Les résines polyimides présentent d'excellentes propriétés mécaniques notamment à haute température par contre elles sont très sensibles aux chocs. Afin de remédier à cet inconvénient, il est possible d'améliorer leur ténacité en les mélangeant à des résines thermoplastiques avant polymérisation.
- Les résines époxydes possèdent de bonnes caractéristiques mécaniques. Elles sont généralement renforcées par des fibres de carbone ou de verre (longerons, dérives, nacelles, voilure, bateaux et automobiles de compétition, etc.).

#### **2.3.1.2 Matrices thermoplastiques**

Les matrices thermoplastiques sont constituées de polymères à chaîne linéaire ou ramifiées, c'est-à-dire monodirectionnelles ou bidirectionnelles. Elles sont en général fusibles et solubles. A l'inverse des thermodurcissables, c'est la matière première déjà polymérisée qui subit un échauffement, la pièce conservant sa forme après refroidissement. Cette transformation est réversible. Les thermoplastiques sont mis en oeuvre lorsque la température est voisine de leur température de transition vitreuse pour les thermoplastiques amorphes et jusqu'à la température de fusion pour les thermoplastiques semi-cristallins. Les principales résines thermoplastiques sont à base de polyamide, polyéthylène, polycarbonate et polychlorure de vinyle (PVC), etc.

#### **2.3.2 Renforts**

Le renfort du matériau composite est le constituant qui va supporter la plus grande partie des efforts mécaniques grâce à ses caractéristiques mécaniques élevés (modules et limites d'élasticité, résistance mécanique). Il existe deux types de renforts tels que les renforts continus et les renforts discontinus [CHR86]. Parmi les renforts discontinus, on trouve des fibres courtes monocristallines d'une longueur comprise entre 20 et 100 micromètres et des particules (billes,

plaquettes, éclats, etc.) caractérisées par un rapport d'élanement inférieur à 5 et une taille qui peut varier du micromètre à quelques centaines de micromètres.

Les renforts continus ou fibres longues ont quant à eux un diamètre qui varie selon leur nature entre quelques micromètres jusqu'à plus d'une centaine de micromètres. Selon l'application envisagée, l'assemblage de ces fibres longues peut être unidimensionnel (plis unidirectionnels), bidimensionnel (plis tissés, mats à fibres coupées de quelques centimètres ou à fibres continues) ou tridimensionnel (tissus multidimensionnels). Les fibres longues sont largement associées aux matrices polymères.

### **2.3.3 Fibres de verre**

Parmi les fibres les plus employés on peut citer les fibres de verre. L'excellent rapport qualité/prix des fibres de verre fait qu'elles sont les plus utilisées actuellement dans les composites à matrice polymère (bâtiment, nautisme et autres applications non structurales aéronautiques). Le verre est un matériau très fragile du fait de sa haute sensibilité aux endommagements superficiels.

En particulier, les rayures limitent la résistance mécanique de ces fissures et créent des zones de concentration de contrainte. Cette fragilité diminue lorsque le verre est sous forme de fibre puisque les microfissures sont moins nombreuses, ce qui lui confère de bonnes performances. D'une manière générale, elles présentent une résistance élevée à la rupture et une faible masse volumique. Selon leurs caractéristiques chimiques, physiques et mécaniques, les fibres de verres sont classées en variétés E, R et S. Le verre de type E est employé pour les fibres de verre constituant le renfort du matériau composite faisant l'objet de ce travail.

## **2.4 Matériau composite étudié**

De par sa structure, le matériau étudié est une poutre en composite isotrope transverse. Elle est constituée d'une matrice en résine époxy renforcée par des fibres de verre de type E unidirectionnelles orientées dans la direction  $\bar{e}_1$  (voir figure 2.2).

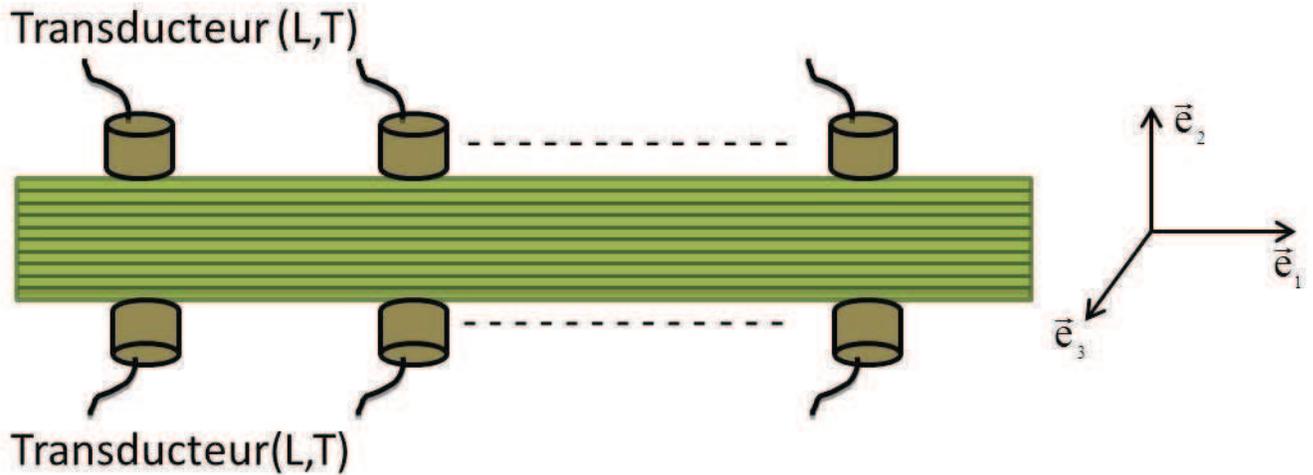


Figure 2.2 : Axes de symétrie du composite isotrope transverse.

### 2.4.1 Caractérisation des propriétés élastiques

Afin de déterminer les propriétés mécaniques du matériau composite surmentionné, nous avons calculé les vitesses de propagation d'ondes longitudinale ( $V_L$ ) et transversale ( $V_T$ ) à partir du temps de vol  $\tau$  d'une impulsion ultrasonore déterminée en mode transmission. Le temps de vol ( $\tau$ ) est obtenu en calculant la différence entre le temps de signal de mesure  $t_m$  et temps de référence  $t_r$ , qui s'écrit sous la forme :

$$\tau = t_m - t_r \quad (2.1)$$

Pour la mesure des vitesses ultrasonores  $V_L$  et  $V_T$ , nous avons utilisé le dispositif expérimental donné par la figure 2.3. Il est formé par un générateur d'impulsion qui émet un signal impulsionnel en mode transmission à un transducteur Panametrics à ondes longitudinales (V106) ou transversales (V154) de fréquence centrale 2.25 MHz couplé sur l'une des faces de l'échantillon. L'écho transmis est détecté par un transducteur récepteur de même type (L ou T). La vitesse est calculée dans ce cas en divisant l'épaisseur du composite étudié par le temps de vol (voir équation 2.2).

$$V_{L\text{ou}T} = \frac{e}{\tau} \quad (2.2)$$

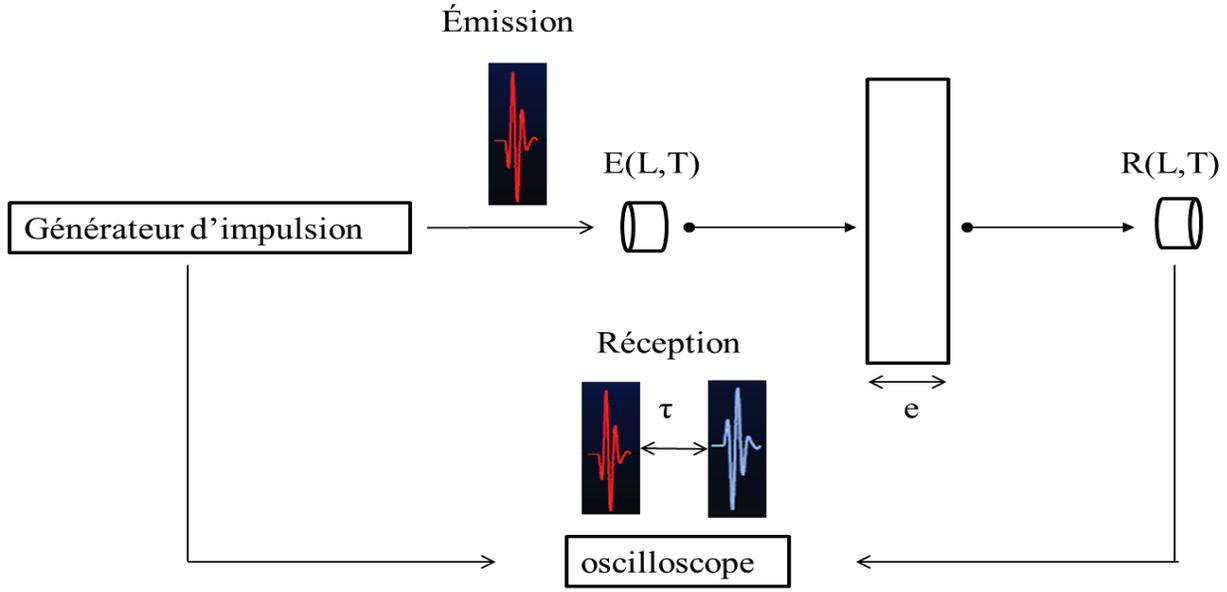


Figure 2.3 : Détermination des vitesses longitudinale et transversale  $V_L$  et  $V_T$ .

La détermination des vitesses d'onde de volume nous a permis de remonter aux valeurs du module d'Young  $E$  et du coefficient de Poisson  $\nu$  à l'aide des deux formules suivantes :

$$E_2 = E_3 = \rho V_T^2 \frac{3V_L^2 - 4V_T^2}{V_L^2 - V_T^2}, \quad \nu_2 = \nu_3 = \frac{V_L^2 - 2V_T^2}{2(V_L^2 - V_T^2)} \quad (2.3)$$

$(E_2, E_3)$  et  $(\nu_2, \nu_3)$  sont les composantes hors plan correspondant au module Young et au coefficient de poisson selon les directions  $s\vec{e}_2$  ou  $\vec{e}_3$  respectivement.  $\rho$  est la densité volumique de l'éprouvette considérée.

La moyenne sur la surface des composantes élastiques déterminées à différentes positions (figure 2.2) permet de remonter aux valeurs moyennées du module de Young  $E$  et du coefficient de poisson  $\nu$  :

$$E = \langle E_2 \rangle = \langle E_3 \rangle, \quad \nu = \langle \nu_2 \rangle = \langle \nu_3 \rangle \quad (2.4)$$

Ainsi les propriétés mécaniques de la poutre composite sont résumées par le tableau 2.1 :

Table 2.1 : Propriétés mécaniques du composite unidirectionnel étudié.

$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	$V_T$ (m/s)	$V_L$ (m/s)	E (GPa)	$\nu$
1492±0.04	1337± 0.03	2260±0.03	6.39±0.05	0.22±0.01

### 2.4.2 Endommagement du composite base polymère

Dans ce travail, nous nous intéressons à la caractérisation du matériau aux états sain et endommagé. Le composite est endommagé par un essai quasi statique de flexion trois points quantifié en déplacement (Figure 2.4).

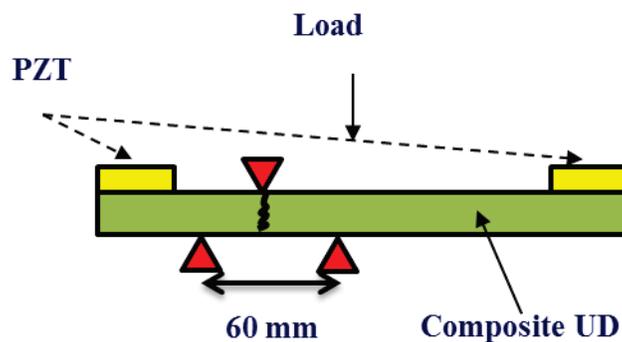


Figure 2.4 : Endommagement localisé par un essai mécanique de flexion 3 points.

Les principaux types d'endommagement pouvant être créés lors de ce type d'essai mécanique sont résumés dans la section suivante.

### 2.4.3 Mécanismes d'endommagement dans un composite unidirectionnel

Le but de cette partie est de présenter les différents types d'endommagement pouvant se développer dans une structure composite stratifiée. Comme pour la plupart des matériaux, l'endommagement dans les matériaux composites est dû aux hétérogénéités qui engendrent des concentrations de contrainte. La rupture finale d'un composite unidirectionnel est le résultat de l'accumulation de divers mécanismes élémentaires: fissuration de la matrice, ruptures des fibres et décohésion de l'interface fibre-matrice. Généralement, un mécanisme n'est pas isolé mais

divers mécanismes coexistent. Ces mécanismes de dégradation se développent suivant la nature des matériaux et les conditions de sollicitation mécanique imposées.

#### 2.4.3.1 Fissuration matricielle

Pour un stratifié composite à fibres continues et à matrice organique soumis à des sollicitations statiques ou cycliques, mécaniques ou thermiques, la fissuration matricielle est en général le premier endommagement observé. Celle-ci ne mène pas à une rupture catastrophique mais sa présence réduit la rigidité du stratifié et affecte sa résistance mécanique. La fissuration de la matrice peut être classée en deux catégories: fissuration transverse et fissuration longitudinale (figure 2.5). La première se produit lorsque la contrainte en traction dans la matrice atteint la contrainte de rupture de la matrice, alors que la seconde a lieu lorsque la contrainte de cisaillement dans la matrice atteint la contrainte en cisaillement à la rupture généralement au voisinage d'une fibre. Ce dernier mode de rupture appelé « splitting » par les anglo-saxons se produit lorsque la contrainte de décohesion est supérieure à la contrainte de cisaillement à la rupture de la matrice [BER92].

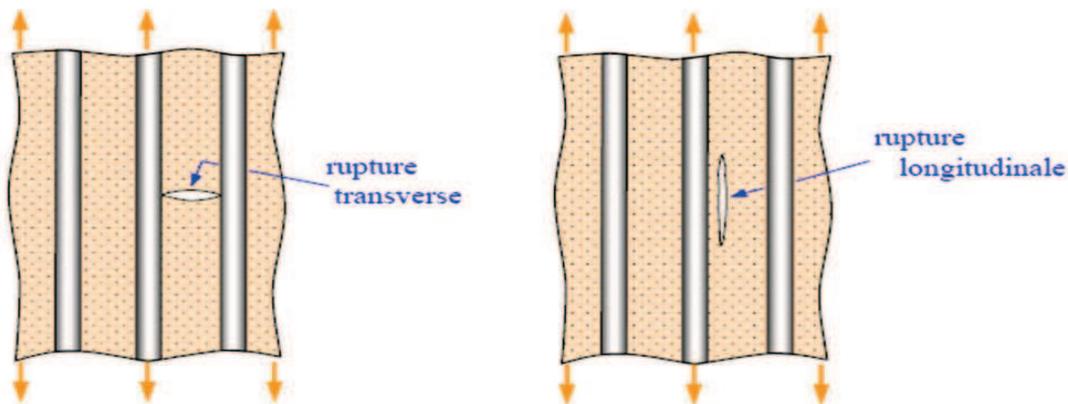


Figure 2.5 : Rupture transversale (a) et longitudinale (b) de la matrice d'un composite soumis à une traction [WEB2].

#### 2.4.3.2 Rupture de fibre

Dans un matériau composite unidirectionnel soumis à des sollicitations mécaniques, la rupture des fibres intervient lorsque la contrainte de traction dans une fibre atteint la contrainte à la

rupture de la fibre (figure 2.6). La rupture de la fibre produit une concentration de contraintes au voisinage de la rupture. La redistribution de ces contraintes, et par conséquent le processus de rupture résultant, dépend principalement de la contrainte à la rupture des fibres, de la capacité de la matrice à absorber l'énergie libérée et des propriétés de l'interface fibre matrice [BER92].

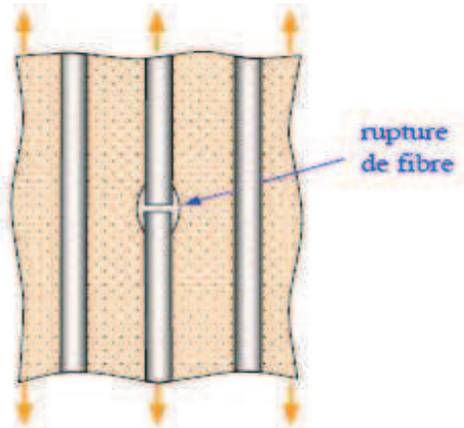


Figure 2.6: Rupture de fibre dans un matériau composite soumis à un essai de traction [WEB2].

#### 2.4.3.3 Décohésion fibre-matrice

Cet endommagement microscopique, à l'échelle de la fibre, est réparti de manière homogène et évolue progressivement; nous l'appelons endommagement diffus. En pratique, même si nous avons bien choisi les constituants fibres et matrice, l'interface issue de leur interaction ne peut être totalement maîtrisée par les efforts d'analyse et de prévision. Dans le cas où les fibres sont discontinues, la zone interfaciale est le siège d'initiation de fissures et devient de ce fait critique à l'accumulation de l'endommagement. Cela est dû essentiellement à l'efficacité du transfert de charges à l'interface fibre-matrice ainsi qu'à la concentration des contraintes aux extrémités des fibres. Le comportement de l'interface fibre-matrice dépend essentiellement de ses propriétés mécaniques comparées à celles des fibres et de la matrice. Généralement la décohésion a lieu dans deux cas :

- Lorsque la contrainte de décohésion est inférieure à la contrainte de cisaillement à la rupture de la matrice.

- Lorsque l'adhérence fibre-matrice est faible: Dans ce cas, la rupture de la matrice traverse les fibres sans qu'il y ait rupture de fibres, mais plus tôt une décohésion de l'interface fibre-matrice (figure 2.7).

Dans le cas d'une adhérence fibre-matrice élevée, la rupture initiée, soit par rupture de fibres, soit par rupture de la matrice, induit en front de fissure des concentrations de contraintes conduisant à une propagation de la rupture successivement dans les fibres et dans la matrice [BER92].

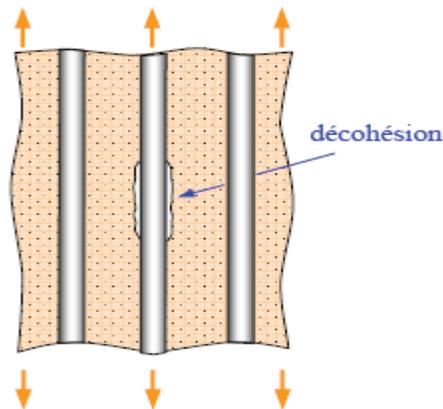


Figure 2.7: Décohésion fibre-matrice conduite lors d'un essai de traction dans un composite base polymère [WEB2].

## 2.5 Mode opératoire

Après avoir décrit le matériau objet de ce travail, nous présentons dans cette partie une méthode de caractérisation de l'endommagement basée sur le suivi du comportement non linéaire en résonance en fonction de niveau d'excitation du matériau étudié aux états sain et endommagé.

### 2.5.1 Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental est schématisé par la figure 2.7. Il permet de déterminer les courbes de dispersion en vitesse de phase du mode de flexion ou (mode A0) aux états sain et endommagés. En fonction du niveau d'excitation le même dispositif permet également de suivre l'évolution des courbes de dispersion en vitesse de phase en fonction des déformations induites.

Un analyseur de spectre *Stanford Research Systems SR785* génère un signal chirp sinusoïdal dont la fréquence est comprise entre 1 kHz et 20 kHz. Le signal d'excitation est ensuite amplifié à gain constant de 46 dB moyennant un amplificateur de puissance pour exciter un disque piézoélectrique émetteur PZ27 ayant un diamètre de 20mm et une épaisseur de 2mm. Ce dernier est collé à l'extrémité de la plaque en composite afin de générer les vibrations souhaitées. A l'autre extrémité est placé un autre transducteur identique au premier pour recevoir les ondes acoustiques ainsi générées. La configuration expérimentale et la géométrie en plaque (180×20×2.5 mm) favorisent la génération des modes de résonance en flexion. Ainsi l'échantillon est excité en flexion à l'état intact ainsi qu'à l'état endommagé pour des tensions d'excitation allant de 10 mV à 640 mV avant amplification.

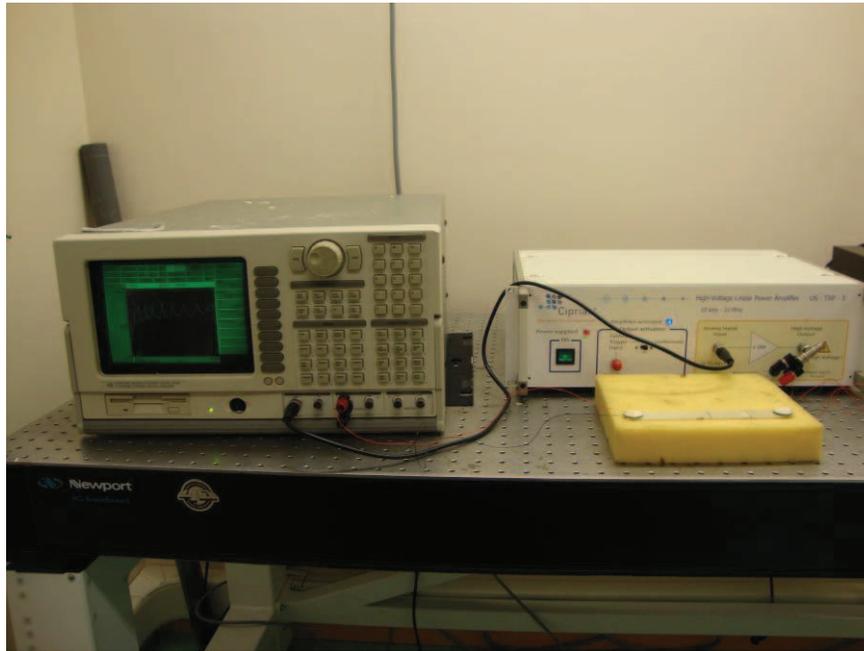


Figure 2.8 : Dispositif expérimental utilisé pour les mesures non linéaires.

### 2.5.2 Linéarité du dispositif expérimental

Dans le but d'obtenir des mesures fiables, il est indispensable de vérifier que les différents choix effectués au niveau de l'excitation et de la réception pour les pastilles piézoélectriques, le couplant et l'amplificateur de puissance permettent de travailler dans la zone de fonctionnement

linéaire des constituants de la chaîne de mesure. Les différents choix effectués sont détaillés ci-dessous :

### 2.5.2.1 Choix du couplant

Le couplage est un facteur sensible qui peut générer des effets non linéaires [SUN06, YOU01]. La colle utilisée dans notre cas pour assurer le couplage entre le transducteur et le composite est le Salolsalicylate de phényle ou *Salol*. Cette colle se présente sous forme de poudre qui cristallise à température ambiante et qui se liquéfie aux alentours de 40°C. Ce couplant offre l'avantage de récupérer les capteurs PZT sans les endommager, contrairement à la colle époxy souvent employée.

Goursolle [GOU07] a montré que le salol donne un coefficient de réflexion moins important que les autres couplants tels que le gel échographique et l'huile de silicone placés en contact avec les différents échantillons (silice, verre, aluminium). Ceci paraît intéressant car le couplage avec le salol est mieux réalisé grâce à une rigidité importante de l'interface ce qui garantit une meilleure transmission (figure 2.9).

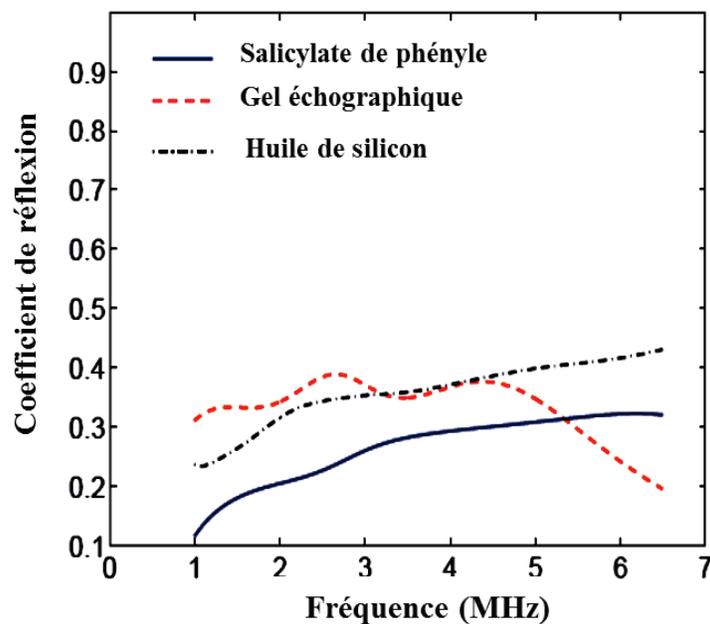


Figure 2.9 : Évolution du coefficient de réflexion pour les échantillons homogènes placés en contact avec du salol (trait plein bleu), de l'huile de silicone (tirets rouges) et du gel échographique (tirets-points noirs) [GOU07].

### 2.5.2.2 Choix du PZT

Parmi les nombreux moyens de génération d'ondes les céramiques piézoélectriques minces sont souvent utilisées par soucis d'encombrement et de coût. Les céramiques utilisées pour l'excitation sont généralement du type PZT (à base de Plomb, de Zirconium et de Titane :  $\text{Pb}(\text{Zr-Ti})\text{O}_3$ ). En effet, ce matériau piézoélectrique présente un rendement électromécanique élevé pour un faible coût de production [TRA00, Xu98]. A présent, il est important de savoir à quel point la pastille piézoélectrique choisie est capable de répondre aux besoins expérimentaux qu'exige l'acoustique non linéaire. En d'autres termes, il faut vérifier si les différentes propriétés du PZT peuvent assurer une forte excitation sans générer de non-linéarités tout en assurant une détection efficace des résonances générées au sein du matériau. Exiger une émission linéaire à forte excitation est une condition qui pose déjà un problème vu que les PZT en général, sous l'effet de fortes sollicitations électriques, atteignent rapidement le domaine non-linéaire [VAN06]. Cela se traduit par l'apparition d'instabilités qui limitent les performances des transducteurs et qui font apparaître des décalages dans les fréquences de résonance [AUR96].

Afin de tester la régularité de fonctionnement du dispositif expérimental, nous avons suivi l'évolution de la fonction de transfert du transducteur piézoélectrique (PZ27) collé sur le composite dans la gamme de fréquence utilisée pour exciter les résonances amplifiées et non amplifiées. La figure 2.10 montre que la réponse fréquentielle du dispositif expérimental reste inchangée jusqu'à 50 kHz. Au-delà de cette valeur nous ne pouvons garantir que la non-linéarité du comportement dynamique est bien liée à l'endommagement.

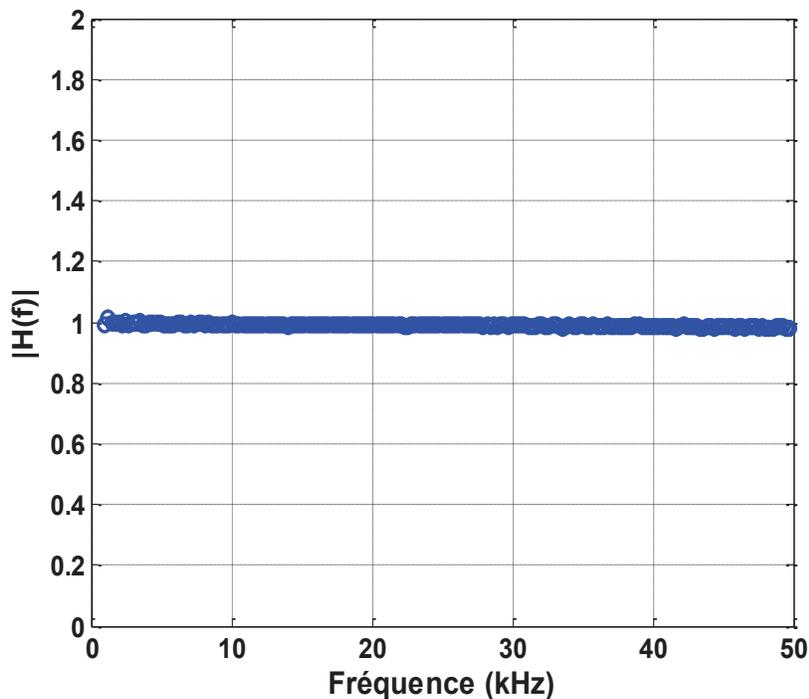


Figure 2.10 : Réponse fréquentielle de la pastille piézoélectrique PZ27 dans les conditions amplifiées.

### 2.5.3 Limite de linéarité de la chaîne de mesure

La linéarité de la chaîne de mesure a été effectuée en suivant l'évolution de son spectre de vibration en flexion en fonction du niveau d'excitation. Le comportement vibratoire est jugé jusqu'au moment où la fréquence de résonance des différents modes manifeste un décalage vers les basses fréquences en fonction des niveaux d'excitation amplifiés. Le point de transition du comportement de la chaîne de mesure est déterminé en appliquant le principe d'interpolation autour du pic de résonance. L'optimisation est effectuée en utilisant un polynôme dont l'ordre pouvait aller parfois jusqu'à six afin de mieux recouvrir les points expérimentaux. L'annulation de la dérivée de la fonction d'interpolation au voisinage de la résonance permet d'avoir la fréquence de résonance à 0.1 Hz près. Ainsi, il nous a été possible de remonter à la valeur limite de la déformation  $\varepsilon$  qui avoisine les  $\approx 10^{-5}$  à peu près pour une tension d'excitation de 128 V avec amplification. Il est également important de souligner que le dispositif expérimental reste linéaire jusqu'à cette valeur limite. Ainsi pour toutes les mesures effectuées, la tension d'excitation a été maintenue en dessous de 128 V.

## 2.6 Caractérisation dynamique en résonance

Pour rendre la caractérisation du composite instrumenté possible, nous avons procédé à une analyse globale moyennant la méthode en résonance. A l'état initial (ou intact), il faut s'attendre à une invariance des propriétés mécaniques en fonction du niveau d'excitation ; le comportement élastique est alors linéaire. Par contre, lorsque le matériau est endommagé, nous observons pour les mêmes niveaux d'excitation un ramollissement dans les propriétés mécaniques. Ce comportement qualifié de non linéaire hystérétique se manifeste dans le cas des ondes stationnaires par un décalage de la fréquence de résonance vers les basses fréquences et une diminution du facteur de qualité.

Avant et après endommagement, nous avons suivi l'évolution d'un mode de résonance en flexion en fonction du niveau d'excitation dans le cas d'un composite base polymère. Il nous a été possible d'observer le changement dans le comportement en résonance en fonction de l'excitation lorsque l'endommagement est présent dans le matériau (voir figure 2.11).

Les effets non-linéaires observés à l'état endommagé permettent d'évaluer à travers les valeurs des pentes de variation de la fréquence de résonance et celles du facteur de qualité en fonction de l'amplitude de la déformation générée à la résonance. Ces deux pentes correspondent respectivement aux paramètres hystérétiques  $\alpha_f$  et  $\alpha_Q$  (chapitre 1).

A l'état intact en augmentant l'amplitude d'excitation, aucun décalage de la fréquence de résonance n'est observé. Par conséquent les paramètres non linéaires élastiques et dissipative  $\alpha_f$  et  $\alpha_Q$  sont nuls. A l'état endommagé, la fréquence de résonance se décale vers les basses fréquences (voir figure 2.11). On obtient  $\alpha_f = (20 \pm 3)$  et  $\alpha_Q = (8 \pm 1)$  pour le mode fondamental.

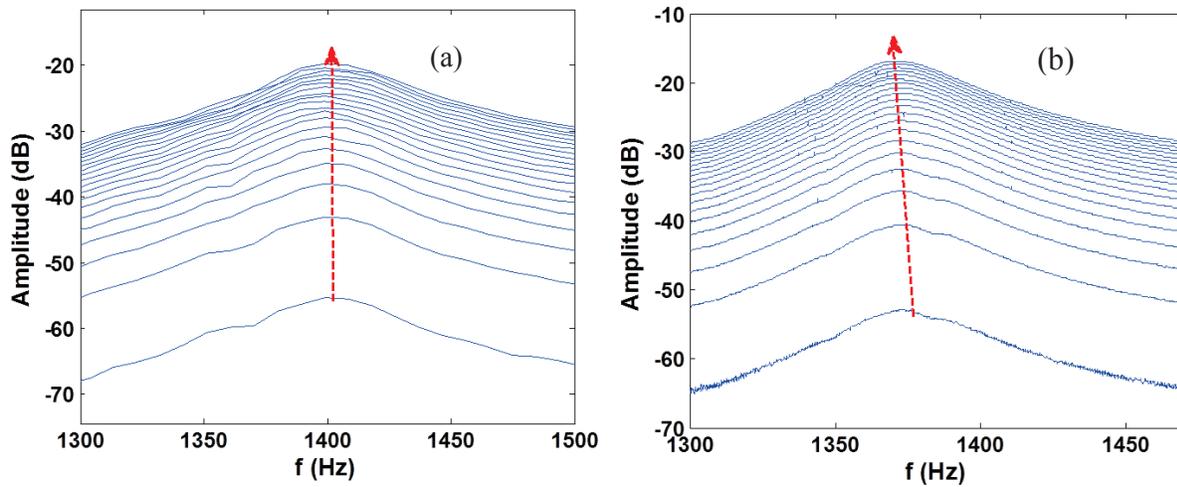


Figure 2.11 : Courbes de résonance correspondant aux vibrations en mode flexion de la composite base polymère d'épaisseur 2.5 mm à l'état intact (a) et à l'état endommagé (b). L'endommagement est effectué par un essai de flexion trois points pour 20 niveaux d'excitation (la fréquence de résonance de l'état endommagé est typiquement autour de 1380 Hz).

Johnson [JOH05] a mesuré les paramètres non linéaires hystérétiques élastique et dissipatif pour divers matériaux tels que le quartz, le marbre, le Pyrex contenant des fissures, céramique d'alumine, etc. Il a calculé par la suite le rapport entre ces deux paramètres afin de caractériser le changement relatif du facteur de qualité et de la fréquence de résonance en fonction de la déformation.

Le tableau 2.2 résume les différentes valeurs trouvées pour le rapport  $R = \frac{\alpha_f}{\alpha_Q}$ . Ce dernier

montre la grande variation de ce paramètre lorsqu'on passe d'un matériau à un autre. En particulier, il permet de voir si  $R$  est supérieur ou inférieur à 1 et révéler ainsi la nature hystérétique du matériau qui peut être plus liée au module élastique qu'à l'amortissement et vice versa. De la même manière, nous avons conduit un travail similaire sur le composite base polymère et nous avons trouvé que  $R = 0.38 \pm 0.03$ . En comparant cette valeur avec celle obtenues dans le tableau 2.2 pour les différents matériaux, nous constatons que le composite base polymère endommagé manifeste un comportement non linéaire hystérétique proche de celui perlite/graphite-métal

( $\frac{\alpha_f}{\alpha_Q} = 0.35$ ) et du marbre ( $\frac{\alpha_f}{\alpha_Q} = 0.42$ ).

Cela montre une fois de plus la capacité de la non linéarité hystérétique à attribuer des propriétés voisines à des matériaux très différents au vu de leurs propriétés mécaniques et constituants. Finalement, notons également la particularité du Pyrex endommagé dont le rapport  $R$  est supérieur à 1.

**Table 2.2 : Paramètres NLH de  $\alpha_f$ ,  $\alpha_Q$ ,  $R$  obtenus pour divers matériaux [JOH05].**

Material	$f_0$ (kHz)	Mean $\alpha_Q$	Mean $\alpha_f$	$R$
Perlite/graphite-metal	44.7	$487 \pm 25$	$167 \pm 25$	$0.35 \pm 0.03$
Alumina ceramic	9.12	$95 \pm 4$	$63 \pm 14$	$0.66 \pm 0.12$
Quartzite	33.6	$145 \pm 10$	$41 \pm 7$	$0.28 \pm 0.02$
Pyrex containing cracks	20.0	$81 \pm 10$	$84 \pm 6$	$1.10 \pm 0.09$
Marble	86.3	$370 \pm 65$	$149 \pm 45$	$0.42 \pm 0.04$
Perovskite ceramic	60	$240 \pm 31$	$164 \pm 11$	$0.66 \pm 0.04$

Dans ce qui a été présenté, les paramètres non linéaires hystériques élastiques et dissipatifs sont déterminés pour un seul mode de résonance. Sachant que nous avons un dispositif expérimental linéaire jusqu'à 50 kHz, il serait intéressant de voir le comportement de la totalité du spectre pour savoir si les autres modes de résonance d'ordre ( $n \geq 1$ ) sont affectés par la détérioration de l'état de santé du matériau et comment ils se comportent dans ce cas. De plus, il est indispensable d'identifier l'ordre du mode de résonance étudié. Ces deux points seront traités dans la prochaine section.

## 2.7 Identification des modes de résonances

D'un point de vue expérimental, le spectre de vibration de la structure étudié permet de déterminer dix modes de résonance en flexion donnés par la figure 2.12 dans une gamme fréquentielle allant de 1kHz à 20kHz. Les valeurs de fréquence des différents modes sont résumées par le tableau 2.3. Il est toutefois important de signaler le chevauchement de certains modes au-delà de 20kHz. Par ailleurs, même pour ceux qui ne se chevauchent pas, l'étude fréquentielle ne peut dépasser 20 kHz et ce malgré la linéarité du dispositif expérimental qui s'étend jusqu'à 50kHz. En réalité, ce choix est imposé par les valeurs de la fréquence de coupure (chapitre 1) en dessous de laquelle l'onde de flexion est une onde de Lamb antisymétrique  $A_0$ . Il

sera indispensable de trouver un moyen pour identifier les différents modes de résonances de la poutre composite.

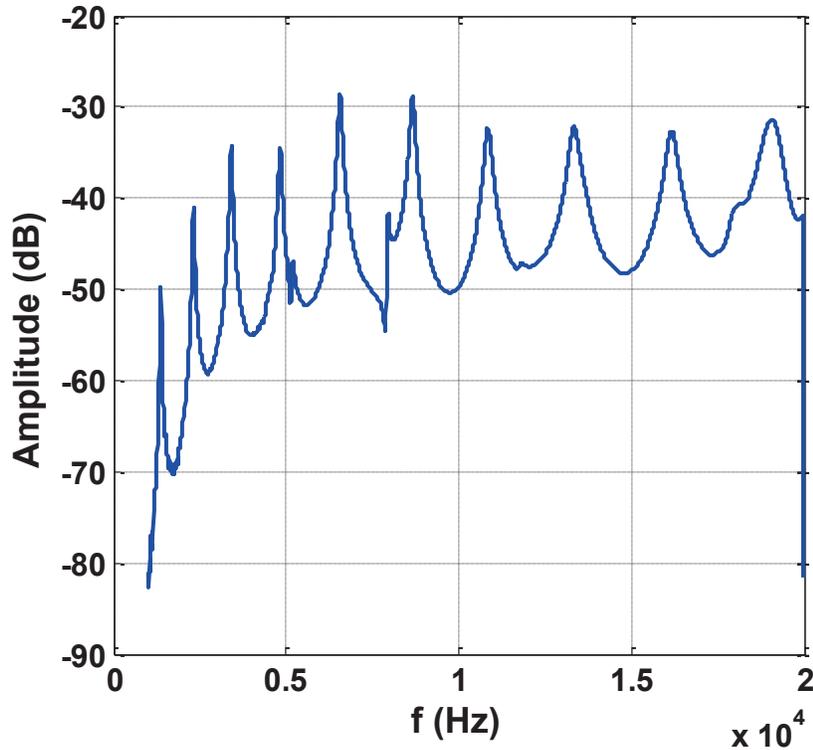


Figure 2.12 : Spectre de vibration en flexion du composite unidirectionnel instrumenté excité à 10 mV.

Table 2.3 : Les dix premiers modes de résonance déterminés expérimentalement d'une poutre composite d'épaisseur 2.5mm.

Modes	Mode1	Mode2	Mode3	Mode4	Mode5	Mode6	Mode7	Mode8	Mode9	Mode10
Fréquence (Hz)	1399	2333	3454	4911	6548	8686	11008	13522	16223	19043

Du point de vue géométrique, la structure du composite est complexe. En particulier sa forme parallélépipédique instrumentée par deux pastilles piézoélectriques collées à son bord rend l'identification des différents modes de façon analytique difficile. Pour s'affranchir de cette difficulté, nous avons simulé les vibrations de l'échantillon par COMSOL Multiphysics® afin d'identifier les modes propres de vibration du composite instrumenté (voir Annexe B). Les données nécessaires à la modélisation sont présentées dans le tableau 2.4. Notons toutefois que nous avons négligé les propriétés piézoélectriques des capteurs lors de la procédure

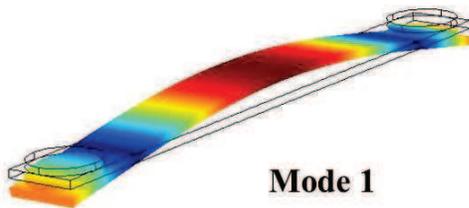
d'identification des fréquences de résonance et que seules leurs propriétés mécaniques ont été prises en compte.

**Table 2.4 : Propriétés mécaniques du composite à matrice polymère ainsi que celles des pastilles piézoélectriques.**

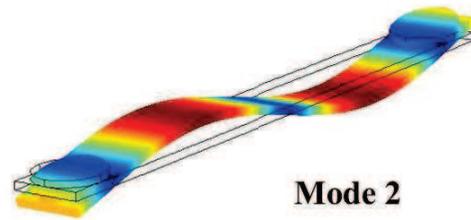
Matériau	Densité (kg/m <sup>3</sup> )	Module de Young (GPa)	Coefficient de poisson
Composite base polymère	1492	6.4	0.22
PZT	7700	58.8	0.39

Les résultats obtenus pour les différents modes de vibration sont dans la figure 2.13. Cette dernière permet d'identifier les premiers modes de résonance en flexion.

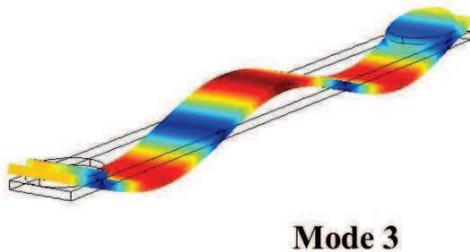
Eigenfrequency=117.718289 Surface: Total displacement (mm) Surface: Total displacement (mm)



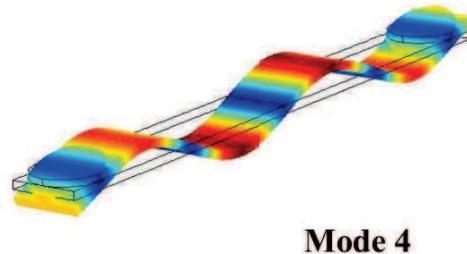
Eigenfrequency=380.470864 Surface: Total displacement (mm) Surface: Total displacement (mm)



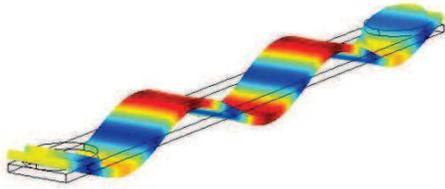
Eigenfrequency=788.668768 Surface: Total displacement (mm) Surface: Total displacement (mm)



Eigenfrequency=1349.308572 Surface: Total displacement (mm) Surface: Total displacement (mm)

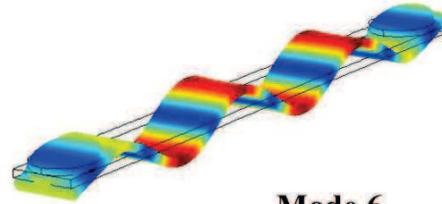


Eigenfrequency=2045.075991 Surface: Total displacement (mm) Surface: Total displacement (mm)



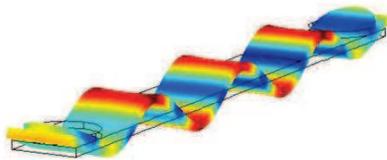
**Mode 5**

Eigenfrequency=2957.60193 Surface: Total displacement (mm) Surface: Total displacement (mm)



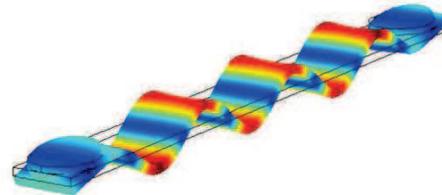
**Mode 6**

Eigenfrequency=4130.613199 Surface: Total displacement (mm) Surface: Total displacement (mm)



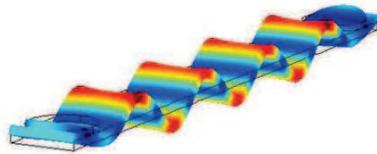
**Mode 7**

Eigenfrequency=5359.214607 Surface: Total displacement (mm) Surface: Total displacement (mm)



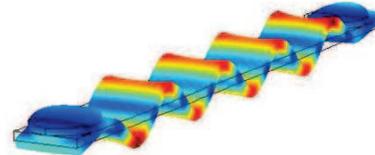
**Mode 8**

Eigenfrequency=6874.271393 Surface: Total displacement (mm) Surface: Total displacement (mm)



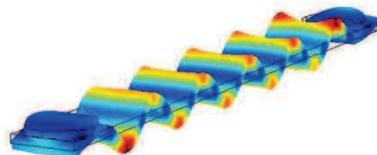
**Mode 9**

Eigenfrequency=8576.67085 Surface: Total displacement (mm) Surface: Total displacement (mm)



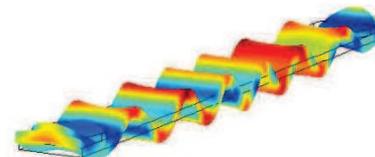
**Mode 10**

Eigenfrequency=12526.664668 Surface: Total displacement (mm)  
Surface: Total displacement (mm)

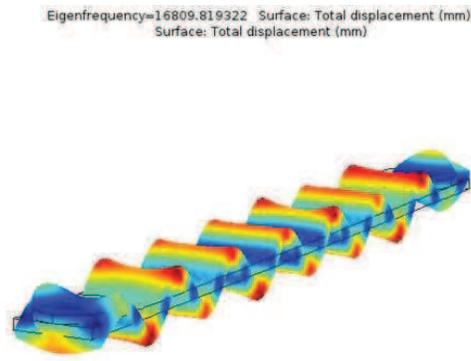


**Mode 11**

Eigenfrequency=14296.872796 Surface: Total displacement (mm)  
Surface: Total displacement (mm)



**Mode 12**



### Mode 13

**Figure 2.13 : Résultats de la simulation effectuée à l'aide du COMSOL Multiphysics® : vibrations des dix premiers modes de flexion.**

En comparant les résultats expérimentaux présentés dans le tableau 2.3 aux modélisations numériques présentés dans la figure 2.13, nous pouvons tout d'abord constater que le premier mode détecté expérimentalement ne correspond pas à la résonance fondamentale de flexion. En effet les mêmes données permettent de voir que le premier mode mesuré correspond au quatrième mode de flexion. Cela est très certainement lié à la fonction de réponse fréquentielle (FRF) de la pastille piézo-céramique dont le fonctionnement au-dessous de 1 kHz est quasi-inexistant.

De plus il est également important de souligner le décalage existant entre les valeurs simulées et les valeurs expérimentales. Cela est certainement lié à l'utilisation de valeurs moyennées sur une structure ayant une épaisseur variable par endroits et une densité de résine qui peut changer d'un endroit à un autre.

Cependant ce qui est important c'est que les rapports entre les fréquences de ces modes dispersifs restent quasiment les mêmes montrant qu'il s'agit bien d'ondes de flexion. De ce fait, tous les rapports seront calculés en fonction du 4<sup>ème</sup> mode de flexion (table 2.5).

**Table 2.5 : Comparaison entre les résultats de la simulation effectuée par COMSOL Multiphysics® et les résultats expérimentaux.**

Ordre i	$f_{\text{comsol}}$ (Hz)	$f_{\text{exp}}$ (Hz)	$\frac{(f_4 / f_i)_{\text{comsol}}}{(f_4 / f_i)_{\text{exp}}}$
4	1349	1399	1
5	2045	2333	1.08
6	2957	3454	1.12
7	4130	4911	1.14
8	5359	6548	1.19
9	6874	8686	1.18
10	8576	11008	1.2
11	12526	13522	1
12	14296	16223	1.12
13	16809	19043	1.14

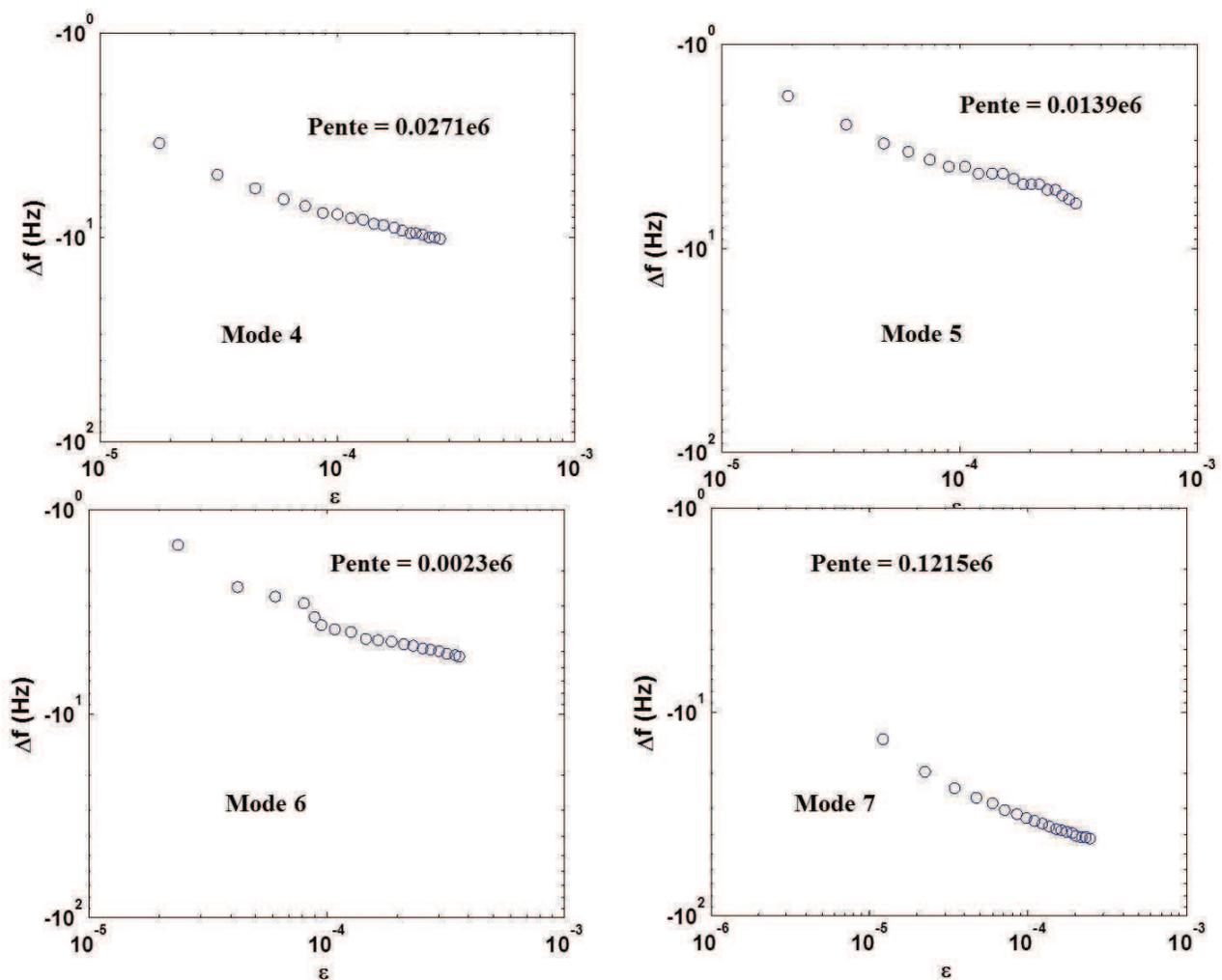
Ce résultat des différents rapports relatifs aux résultats expérimentaux et simulés montrent une bonne concordance entre les deux entités  $(f_4/f_i)_{\text{comsol}}$  et  $(f_4/f_i)_{\text{exp}}$ . Les différents modes étant bien identifiés, nous pouvons entamer la caractérisation non linéaire de l'endommagement et ce dans le cadre de la théorie d'onde guidée impliquant des ondes de flexion (mode A0).

## 2.8 Caractérisation multimodale de l'endommagement

Dans la littérature beaucoup de travaux se sont intéressés à la détermination des paramètres NLH  $\alpha_f$  et  $\alpha_Q$ . Johnson, Zinsner et al. [JOH04] ont mesuré pour des vibrations en compression ces deux paramètres dans le cas de différents types de roches. De leur part Nazarov, Ostrovsky et al. [NAS07] ont développé un travail similaire sur une barre de calcaire de type limestone où un modèle analytique basé sur l'équation d'état des ondes longitudinales a servi pour décrire les effets non linéaires observés.

Cependant les travaux susmentionnés sont intéressés au mode de Young qui est un mode non dispersif pour lequel les harmoniques coïncident avec les modes de résonance d'ordre supérieurs. Dans ce cas les paramètres de non linéarité hystérétique d'ordre supérieur  $\alpha_{nf}$  et  $\alpha_{nQ}$

( $n \geq 2$ ) peuvent être très certainement influencés par les harmoniques supérieures. Dans notre cas nous avons affaire à des modes dispersifs dont la nature empêche ce genre d'influence. La figure 2.14 montre l'évolution des différents modes de résonance en flexion en fonction de niveau d'excitation. Ainsi, il est possible de voir que tous les modes ne sont pas affectés de la même façon. Il nous a été possible de calculer la pente de variation du décalage de la fréquence de résonance en fonction de l'amplitude détectée à la résonance pour chaque mode. Pour les différents modes, cela donne une valeur de pente comprise entre 2.3 kHz et 2.34 MHz. Par ailleurs nous remarquons que la zone NLH (ou l'endommagement) est fortement excitée pour le 13<sup>ème</sup> mode de résonance dont la fréquence de résonance chute de 137 Hz. Au même moment, la même zone NLH ne semble pas avoir le même effet sur le mode 5 dont la fréquence n'a chuté que 6 Hz. Ainsi, il n'est plus possible de parler d'un seul paramètre NLH mais d'une dispersion de la non linéarité hystérétique.



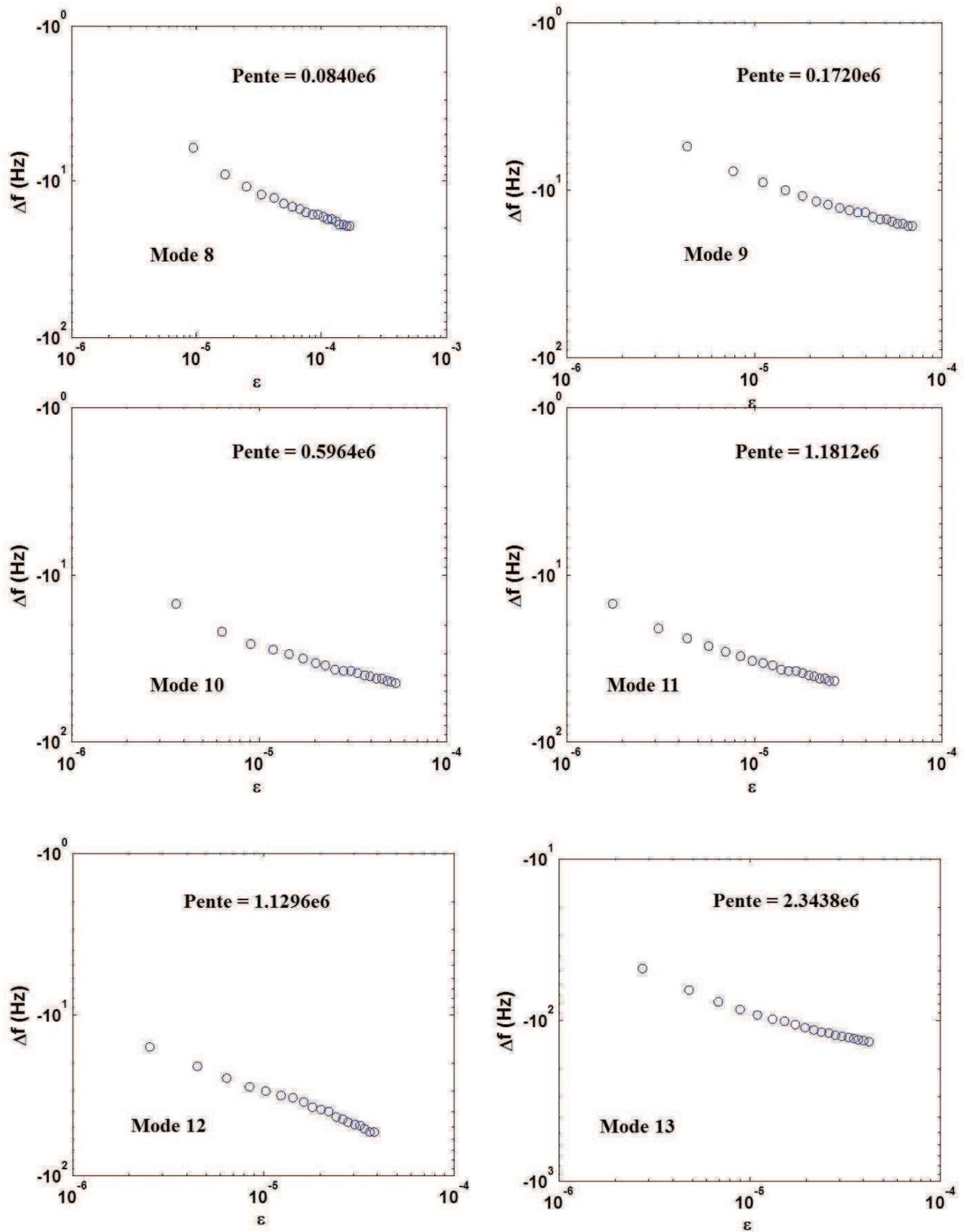


Figure 2.14 : Variation du décalage fréquentiel en fonction de niveau d'excitation à la résonance en flexion.

### 2.8.1 Dispersion des paramètres non linéaires hystérétiques

En fonction du niveau d'excitation les matériaux mésoscopiques manifestent un comportement non linéaire hystérétique plus au moins prononcé selon le mode de résonance suivi. Nous avons ainsi appliqué ce principe afin d'étudier la dispersion des paramètres  $\alpha_f$  et  $\alpha_Q$  dans le cas du composite base polymère pris aux états intact et endommagé. Il est à rappeler que les deux paramètres hystérétiques  $\alpha_f$  et  $\alpha_Q$  correspondent respectivement aux valeurs des pentes de variation  $\frac{1}{\varepsilon} \frac{\Delta f}{f_0}$  et de  $\frac{1}{\varepsilon} \Delta\left(\frac{1}{Q}\right)$  en fonction de l'amplitude de la déformation générée à la résonance.

La déformation étant prise à la fréquence de résonance.

#### 2.8.1.1 Dispersion du paramètre non linéaire hystérétique $\alpha_f$

La figure 2.15 montre qu'à l'état intact le paramètre  $\alpha_f$  demeure nul et ce pour les dix modes de résonance détectés. A l'état endommagé le paramètre non linéaire élastique  $\alpha_f$  subit un changement significatif en fonction de la fréquence pour la quasi-totalité des modes. Cependant, il est important de signaler que pour les modes 5 et 6, la NLH est quasi absente avant et après endommagement.

A partir du mode 8, la NLH augmente de façon monotone et ce jusqu'à la limite fréquentielle imposée par les conditions expérimentales liées à la coïncidence onde de flexion/ mode A0. Par ailleurs, il est important de remarquer que  $\alpha_f$  correspondant au mode 4 est six fois inférieur à celui du mode 13. Cette remarque prend tout son sens lorsqu'il s'agit de définir un seul et unique paramètre NLH tel que cela a été déjà le cas dans la littérature.

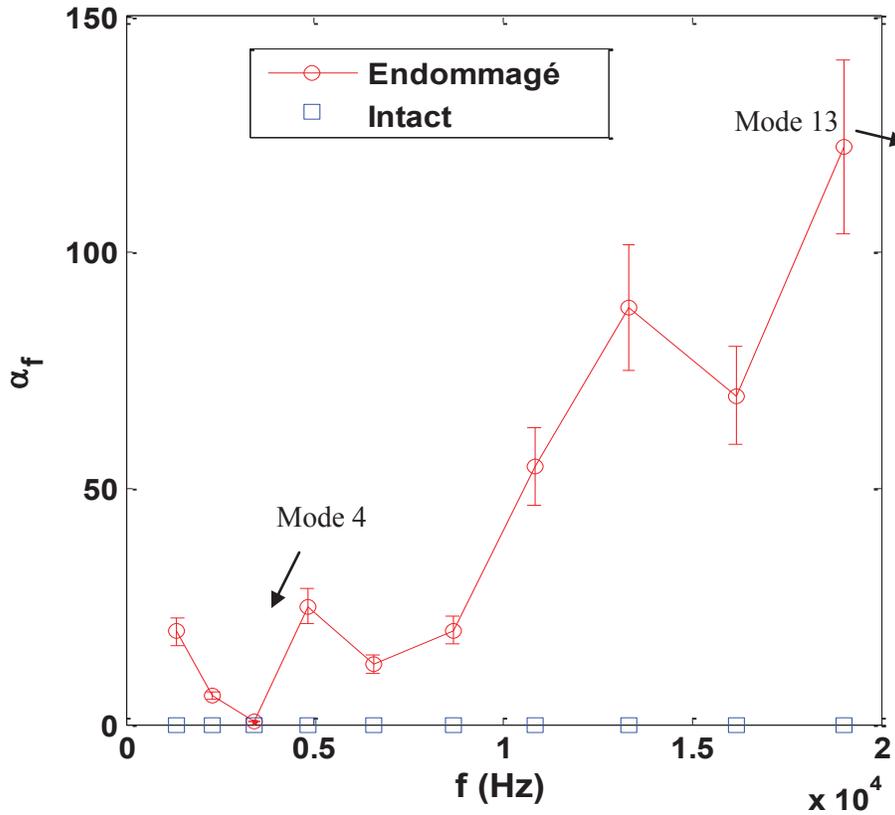


Figure 2.15 : Evolution du paramètre non linéaire hystérétique  $\alpha_f$  en fonction de la fréquence dans le cas d'un composite base polymère.

### 2.8.1.2 Dispersion du paramètre non linéaire hystérétique dissipatif $\alpha_Q$

La figure 2.16 montre qu'à l'état intact le paramètre  $\alpha_Q$  demeure nul et ce pour les dix premiers modes de résonance. Ce résultat étant le même pour  $\alpha_f$  et  $\alpha_Q$  à l'état intact, nous pouvons alors réaffirmer la linéarité du dispositif expérimental. A la différence de  $\alpha_f$ , le paramètre  $\alpha_Q$  n'évolue pas de façon monotone en fonction de la fréquence, mais présente plutôt des fluctuations comprise entre 10 et 20. Cependant  $\alpha_Q$  correspondant au mode 13 se distingue par une valeur nettement supérieure à celles des autres modes atteignant approximativement ~50. Malheureusement, nous ne pouvons aller plus haut en fréquence afin de voir si  $\alpha_Q$  continue d'augmenter au-delà de 20kHz et ce pour les mêmes raisons mentionnées pour  $\alpha_f$ . Cependant, nous permet d'ores et déjà de confirmer ce qui a été conclu pour  $\alpha_f$ , c'est-à-dire l'impossibilité de définir une seule valeur de paramètre NLH ( $\alpha_f$  et/ou  $\alpha_Q$ ) pour un matériau donné sans préciser le

domaine fréquentiel qui lui correspond. Cette remarque est évidemment valable sur les plans expérimental et théorique.

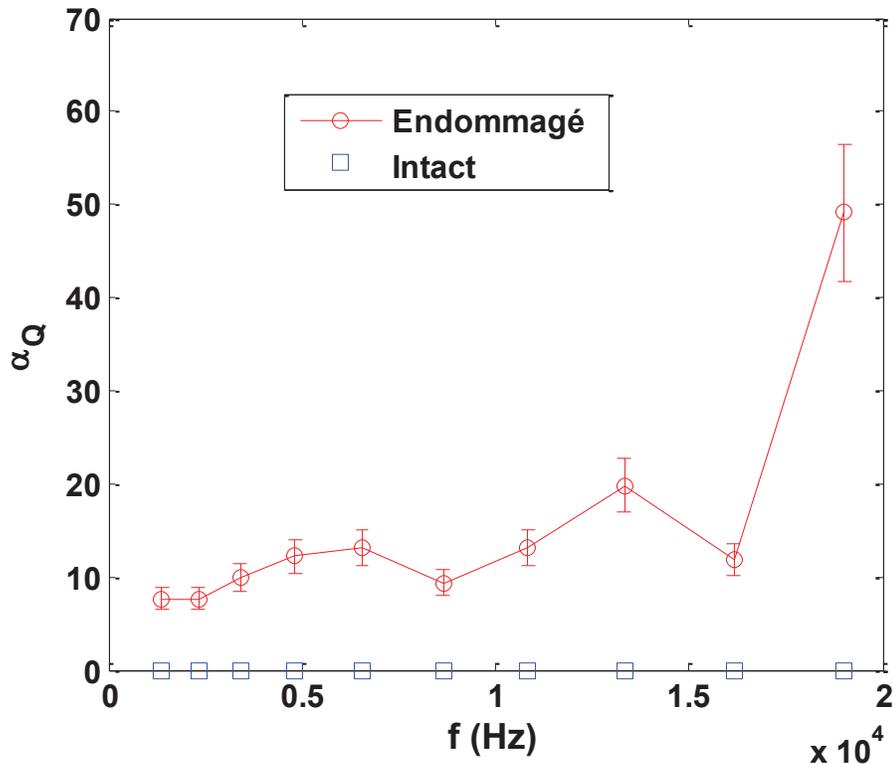


Figure 2.16 : Evolution du paramètre non linéaire hystérétique  $\alpha_Q$  en fonction de la fréquence dans le cas d'un composite base polymère.

## 2.9 Discussion

Les expériences réalisées nous ont permis de suivre l'évolution fréquentielle des paramètres non linéaires hystérétiques élastique et dissipatif pour différents modes de résonance en flexion. De ce fait il est toutefois normal d'étudier l'influence du positionnement des nœuds et des ventres sur les résultats obtenus et ce en fonction de l'emplacement des pastilles piézoélectriques ainsi que celui de l'endommagement. Pour cela nous avons comparé les variations de  $\alpha_f$  et  $\alpha_Q$  en fonction de la fréquence prises lorsque les pastilles sont situées aux extrémités de l'échantillon (récepteur à 13.5cm du défaut) avec ceux obtenus lorsque le récepteur est confondu avec le défaut (voir figure 2.17).

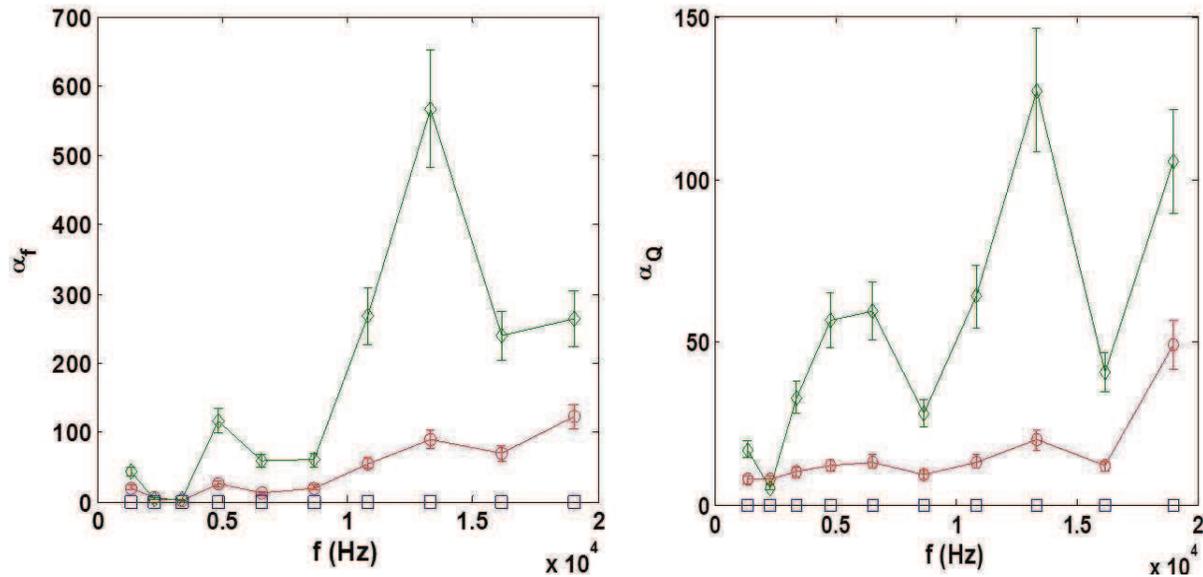


Figure 2.17 : Evolution des paramètres non linéaires hystérétiques  $\alpha_f$  et  $\alpha_Q$  en fonction de la fréquence dans le cas d'un composite base polymère lorsque le PZT récepteur est placé à l'extrémité de la poutre (cercle rouge) et lorsque le PZT récepteur est placé sur le défaut (losange vert).

Les résultats expérimentaux montrent que les deux paramètres NLH  $\alpha_f$  et  $\alpha_Q$  ont des valeurs plus importantes lorsque la pastille piézoélectrique est collé sur le défaut. Par ailleurs,  $\alpha_f$  manifeste le même comportement jusqu'à une fréquence égale à 13 kHz, au-delà de laquelle la variation de  $\alpha_f$  est changée. Le paramètre  $\alpha_Q$  quant à lui, manifeste un comportement quasi similaire avec un changement au environ de 13 kHz. Ainsi les résultats liés à  $\alpha_f$  et  $\alpha_Q$  montre que le caractère dispersif de la non linéarité hystérétique est maintenu et ce que nous soyons près ou loin du défaut. Par ailleurs nous découvrons également que la présence d'un nœud de vibration sur le défaut ou sur le transducteur n'a pas d'effet notable sur la détection et la caractérisation du comportement NLH. Cela est très certainement lié à la largeur de la zone endommagée ( $\sim 4\text{mm}$ ) qui évolue de façon irrégulière en fonction de l'épaisseur (voir figure 2.18). Cette anisotropie de l'endommagement fait que le rayonnement acoustique de la zone NLH ne soit pas régulier et que le transducteur de par son diamètre arrive à moyenner, d'où les valeurs importantes de  $\alpha_f$  et  $\alpha_Q$  prises sur la zone endommagée.

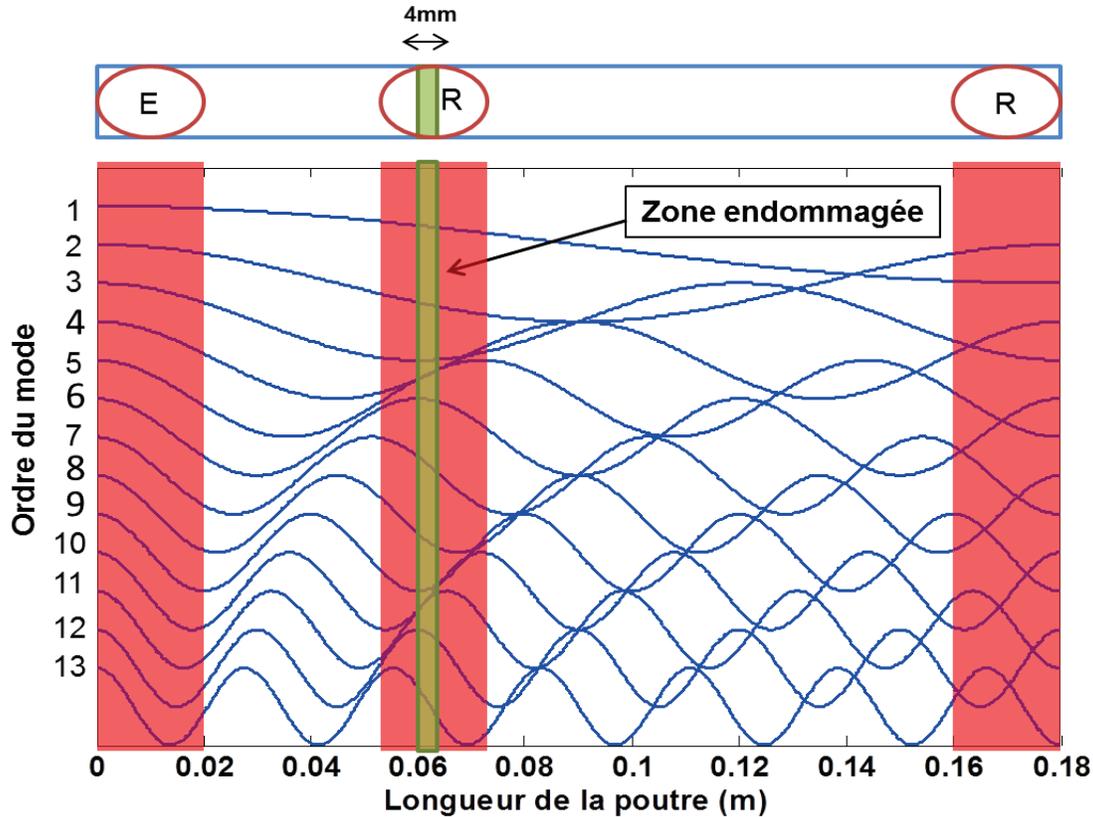


Figure 2.18 : Superposition des ondes stationnaires avec l'endommagement dans un composite base polymère de longueur 18 cm.

## 2.10 Analyse en vitesse de phase

D'après ce qui précède (paragraphe 1.3 du chapitre 1), il est clair que lorsque le matériau est linéaire la vitesse d'onde de flexion ou du mode de Lamb A0 est indépendante de la déformation. En ce qui concerne les matériaux non linéaire hystérétique, d'après la loi de comportement non linéaire (1.46) le module élastique ainsi que la fréquence de résonance dépendent de la déformation. La vitesse d'onde de flexion s'écrit alors:

$$V^{(i)}(\varepsilon) = VA0(\varepsilon) = \left( \frac{E(\varepsilon)\pi^2}{3\rho} \right)^{\frac{1}{4}} \sqrt{f_i(\varepsilon)h} \quad (2.5)$$

Où  $h$  est l'épaisseur,  $\varepsilon$  est la déformation,  $\rho$  est la densité volumique et  $E$  est le module de Young.

L'équation 2.5 montre que la vitesse de phase dépend des propriétés élastiques de façon explicite à travers le module de Young  $E(\varepsilon)$  et de façon implicite à travers la fréquence  $f(\varepsilon)$ . La fréquence de résonance ainsi que sa variation en fonction de la déformation peuvent être estimées sans difficultés à partir des données expérimentales. Cela n'est pas le cas pour le module de Young où il semble difficile de suivre son évolution en fonction de la déformation  $\varepsilon$  pour chaque fréquence.

Ainsi nous avons calculé la variation de la vitesse de phase  $\Delta V_{A0}^{(f)}$  liée à une décroissance du module de Young (la fréquence ne dépend pas de la déformation) et avons comparé ces variations de vitesse avec celles obtenus en considérant un module de Young constant (seule la fréquence dépend de la déformation)  $\Delta V_{A0}^{(E)}$ .

Dans le but d'évaluer  $\Delta V_{A0}^{(f)}$  et  $\Delta V_{A0}^{(E)}$ , nous avons considéré les variations fréquentielles  $\Delta f$  et celles liées au module de Young comme étant :

$$\Delta V_{A0}^{(E)} = 4 \sqrt{\frac{E_0 \pi^2 h^2}{3\rho}} (f_0^{\frac{1}{2}} - f(\varepsilon)^{\frac{1}{2}}) \quad (2.6)$$

Cela permet d'écrire :

$$\Delta V_{A0}^{(E)} = 4 \sqrt{\frac{E_0 \pi^2 h^2}{3\rho}} \sqrt{f_0} \left( 1 - \left( \frac{f(\varepsilon)}{f_0} \right)^{\frac{1}{2}} \right) \quad (2.7)$$

D'où

$$\Delta V_{A0}^{(E)} \cong V_{A0} \left( 1 - \left( \frac{f_0 - \Delta f(\varepsilon)}{f_0} \right)^{\frac{1}{2}} \right) \quad (2.8)$$

La variation relative de la vitesse de phase s'écrit alors :

$$\frac{\Delta V_{A0}^{(E)}}{V_{A0}} \cong \frac{1}{2} \frac{\Delta f(\varepsilon)}{f_0} \quad (2.9)$$

En effectuant un développement équivalent à celui de  $\Delta V_{A0}^{(E)}$ , nous parvenons à

$$\text{déterminer } \Delta V_{A0}^{(f)} \text{ comme étant: } \frac{\Delta V_{A0}^{(f)}}{VA0} \cong \frac{1}{4} \frac{\Delta E(\varepsilon)}{E_0} \quad (2.10)$$

D'après les équations 2.9 et 2.10, il serait raisonnable de considérer :

$$\frac{\Delta f(\varepsilon)}{f_0} \approx \frac{\Delta E(\varepsilon)}{E_0} \quad (2.11)$$

La figure 2.19 montre que pour tous les modes de résonance considérés, l'influence de  $\Delta V_{A0}^{(E)}$  reste supérieur à celle de  $\Delta V_{A0}^{(f)}$  et que les deux variations ont le même ordre de grandeur. Au même moment il est important de noter que la décroissance maximum enregistrée est de  $\Delta f \cong 137\text{Hz}$  ce qui correspond à une chute du module de Young équivalente à  $\Delta E \cong 45\text{MPa}$  et ce pour une déformation de  $\varepsilon \cong 210^{-5}$ . De ce qui précède le module de Young correspondant à une chute de fréquence  $\Delta f$  sera évalué comme étant :

$$E = E_0 \left( 1 - \frac{\Delta f}{f_0} \right) \quad (2.12)$$

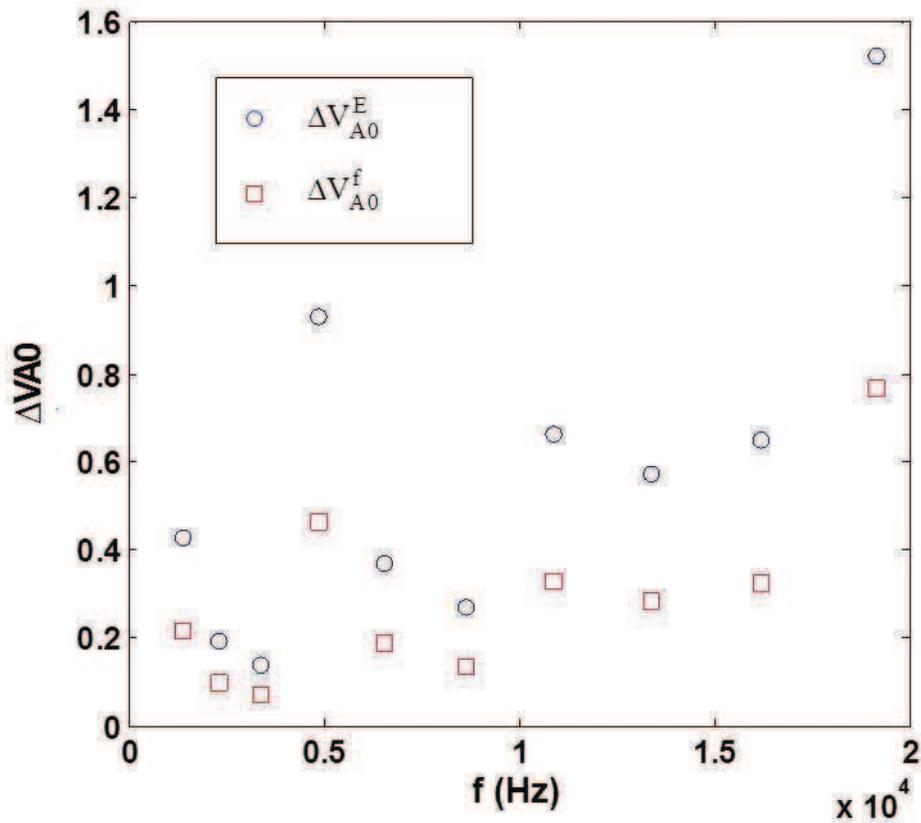


Figure 2.19 : L'influence du module de Young et de la fréquence de résonance sur la variation de vitesse dans le cas d'un composite base polymère.

### 2.10.1 Ondes guidées dans un milieu NLH

Les résultats montrés précédemment permettent de suivre l'évolution de la dispersion de la vitesse de phase VA0 en fonction de la déformation et ce à partir des ondes de flexion générées aux états intact et endommagé.

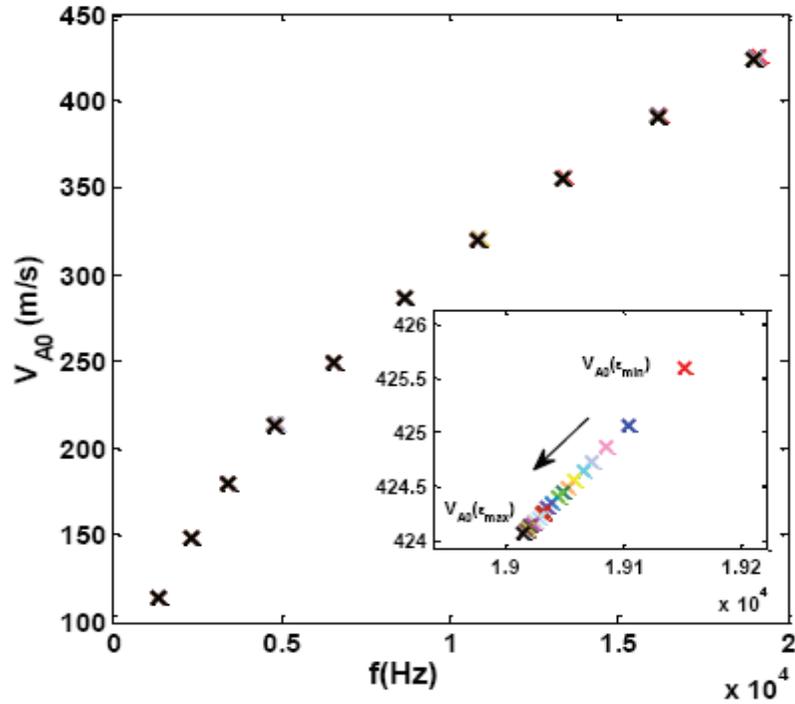


Figure 2.19 : Evolution de la vitesse de phase du mode A0 en fonction de la déformation dans le cas d'un composite base polymère pris à l'état endommagé.

La figure 2.19 montre que lorsqu'on considère chaque mode séparément des autres, la vitesse correspondante  $V^{(i)}$  (ou  $VA0$ ) évolue proportionnellement à la déformation. Cela permet de décrire cette décroissance moyennant un nouveau paramètre  $\alpha_v$  défini comme étant :

$$\alpha_v = \frac{1}{\varepsilon_{\max}} \frac{\Delta VA0}{VA0(\varepsilon_{\min})} \quad (2.13)$$

Où

$$\Delta VA0 = VA0(\varepsilon_{\min}) - VA0(\varepsilon_{\max}) \quad (2.14)$$

Et les déformations ( $\varepsilon_{\min}$ ,  $\varepsilon_{\max}$ ) sont déterminées à la résonance.

L'évolution de  $\alpha_v$  en fonction de la fréquence montre une fois de plus le caractère dispersif de la NLH lorsque le composite est endommagé (Voir figure 2.20).

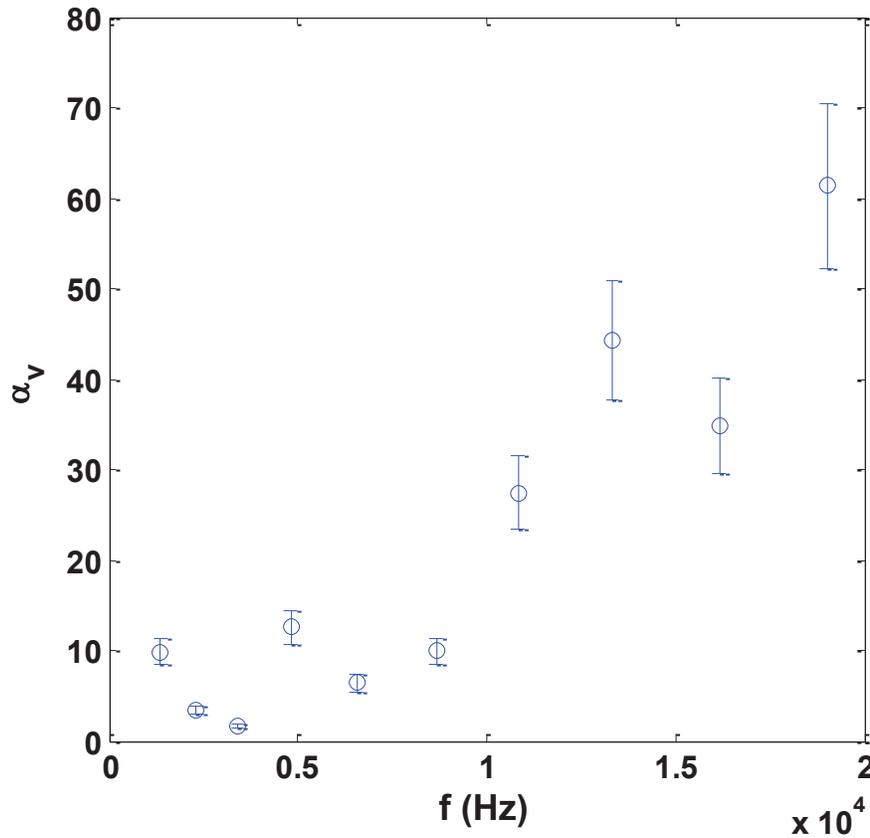


Figure 2.20 : Evolution du paramètre non linéaire hystérétique  $\alpha_v$  en fonction de la fréquence dans le cas d'un composite base polymère.

Cependant la linéarité du composite à l'état initial est également prouvée à travers l'invariance de  $\alpha_v$  qui demeure nul pour tous les modes suivis. A l'état endommagé,  $\alpha_v$  semble croître de façon quasi-monotone et ce malgré les quelques fluctuations observées. Par ailleurs, vu que l'endommagement crée à une certaine largeur ( $\sim 4\text{mm}$ ) qui peut certainement varier en fonction de l'épaisseur, il existe toujours une interaction entre le défaut et les modes excités comme expliqué précédemment. Les différentes interactions 'ondes/défaut' font croître  $\alpha_v$  approximativement d'un facteur de 6.

Toutefois il est important de signaler que la définition de  $\alpha_v$  est compatible avec celle de  $\alpha_f$ , les deux étant considérés pour chaque mode pris indépendamment des autres. La figure 2.21 montre que  $\alpha_f$  et  $\alpha_v$  suivent la même tendance. De plus le rapport  $\alpha_f/\alpha_v$  est toujours égal à 2 et ce quelle que soit la fréquence ( $\alpha_f \cong 2\alpha_v$ ). Cette relation prouvée expérimentalement qui rappelle l'équation 2.9, montre qu'il est possible de suivre l'évolution de  $\alpha_v$  et donc celle de  $\alpha_f$  et ce

même lorsque le mode A0 est généré dans une plaque en composite de dimensions plus importantes permettant d'être dans des conditions de génération d'une onde de Lamb.

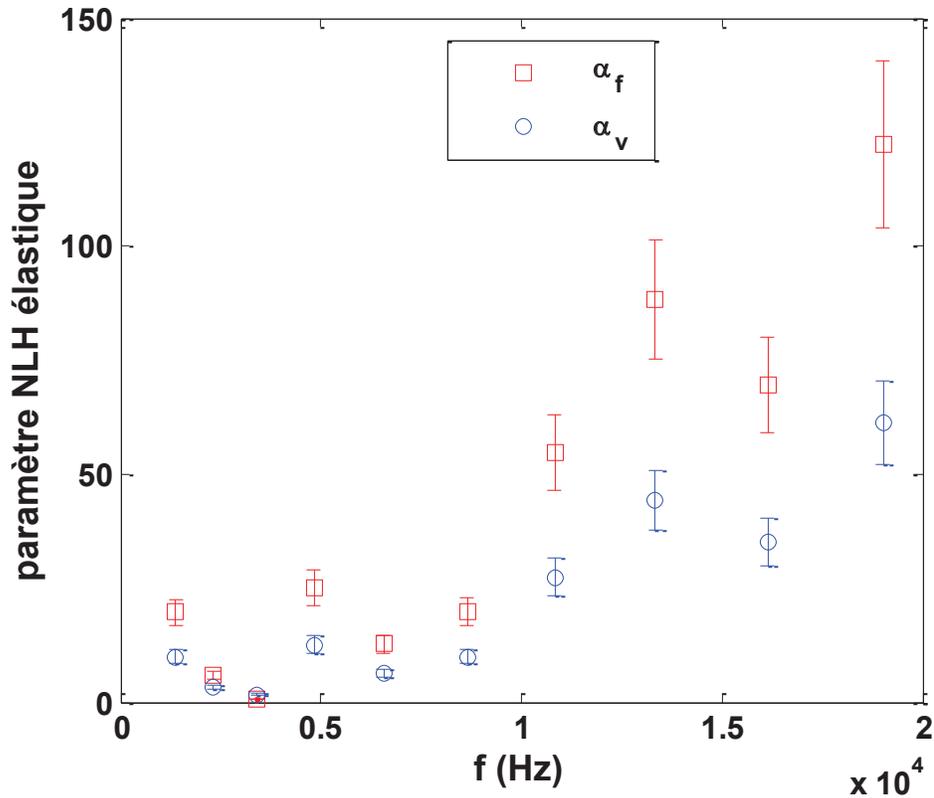


Figure 2.21 : Evolution des paramètres non linéaires hystérétiques  $\alpha_v$  et  $\alpha_f$  en fonction de la fréquence à l'état endommagé dans le cas d'un composite base polymère .

## 2.11 Analyse globale de l'endommagement

Le paramètre  $\alpha_v$  que nous avons défini montre l'évolution de la non linéarité en prenant chaque mode indépendamment des autres. Cela revient à analyser l'effet de chaque mode de résonance sur la zone endommagée vu que les déformations sont prises au niveau de l'endommagement. Par ailleurs, il est également possible d'analyser les résultats de façon globale en considérant tous les modes de résonance de façon simultanée et ce à chaque excitation. Pour cela, nous avons calculé la pente de variation de la vitesse phase du mode A<sub>0</sub> en fonction de  $\sqrt{fh}$  contenant tous les modes aux états sain et endommagé.

La figure 2.22 (a) montre que la pente décrivant le changement de la vitesse en fonction de la racine de la fréquence n'évolue pas en augmentant le niveau d'excitation à l'état intact. Ce résultat semble être en conformité avec ceux trouvés précédemment pour le même matériau à l'état intact. A l'état endommagé nous retrouvons la même pente que celle trouvée à l'état intact (voir figure 2.22 (b)). Cette invariance de pente suggère de développer une technique capable de détecter la non linéarité dans le cas où le composite est endommagé.

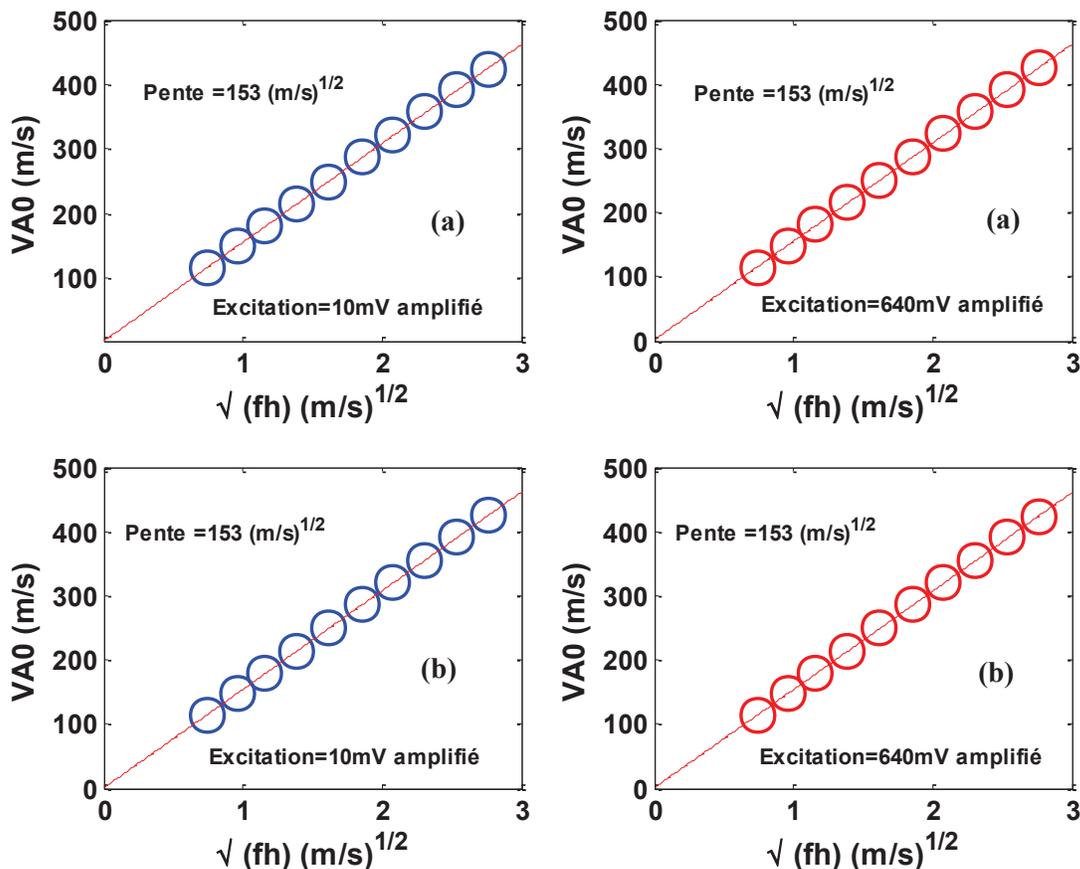


Figure 2.22 : Variation de la vitesse de phase du mode de Lamb A0 en fonction du produit fréquence-épaisseur aux états (a) intact et (b) endommagé.

Lorsqu'on observe de plus près la figure 2.23 nous remarquons qu'à l'état endommagé la pente décrivant l'évolution de la vitesse de phase en fonction de  $\sqrt{fh}$  se décale le long de la même pente en fonction du niveau d'excitation (voir figure 2.21). L'existence du décalage est en soi un signe de non-linéarité. Pour bien observer ce décalage nous avons calculé la différence  $\Delta S$

entre l'air sous la droite obtenue à faible niveau d'excitation noté  $S_0$  et l'air sous les droites obtenues à forts niveaux d'excitation noté  $S_i$ , avec  $\Delta S = S_0 - S_i$ ,  $i \geq 1$ .  $\Delta S$  sera appelé le paramètre de non linéarité hystérétique globale (ou large bande). Il caractérise l'effet de l'hystérésis moyenné sur tous les modes de vibration en flexion.

$$S(\varepsilon) = \int_{f_4(\varepsilon)}^{f_{13}(\varepsilon)} \left( \frac{E(\varepsilon)\pi^2 h^2}{3\rho} \right)^{\frac{1}{4}} f(\varepsilon)^{\frac{1}{2}} df \quad (2.15)$$

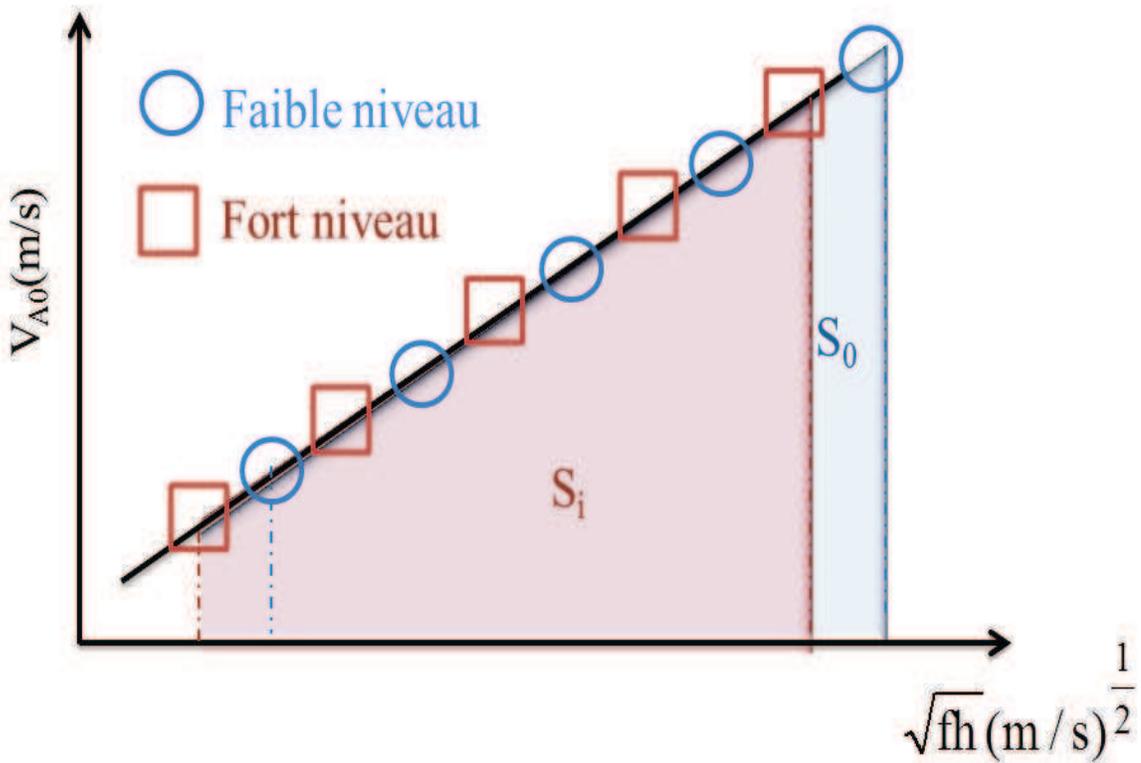


Figure 2.23 : Détermination du paramètre de non linéarité hystérétique globale  $\Delta S$  en calculant l'air sous la courbe de la vitesse de phase en fonction de  $\sqrt{fh}$ .

La courbe représentant la variation du paramètre de non linéarité hystérétique globale  $\Delta S$  en fonction du pas d'excitation montre qu'il est nul à l'état intact. A l'état endommagé, nous nous attendions à ce que  $\Delta S$  soit proportionnel à l'excitation lorsque qu'on considère un décalage régulier en fonction de niveau d'excitation. Cependant, les résultats expérimentaux montrent que  $\Delta S$  évolue de façon NL en fonction de l'excitation. En particulier  $\Delta S$  semble évoluer en fonction du logarithme de l'excitation  $\Delta S \propto \text{Log}(e)$ .

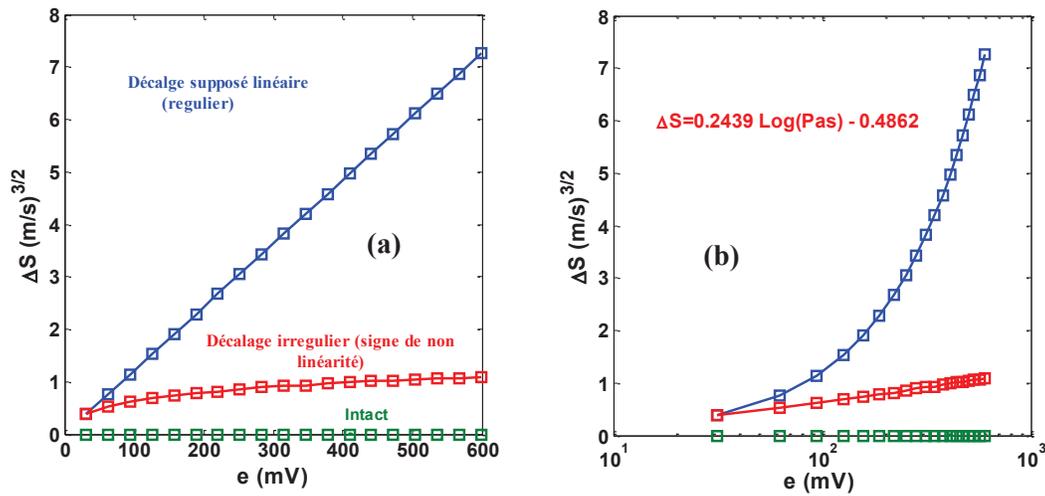


Figure 2.24 : Variation du paramètre de non linéarité hystérique en fonction du niveau d'excitation : (a) échelle linéaire (b) échelle logarithmique.

Par ailleurs à défaut de pouvoir donner une interprétation physique fiable à cette évolution logarithmique, nous pouvons toujours remarquer que la dite déviation "non linéaire" a lieu dès les premiers niveaux d'excitation. Cette augmentation de sensibilité montre l'effet positif de l'étude fréquentielle large bande qui permet une meilleure détection de la non linéarité hystérique liée à l'endommagement. Cet avantage permet d'éviter une excitation excessive qui peut engendrer des effets de conditionnement et perturber ainsi la mesure du paramètre NLH  $\alpha_f$  ou  $\alpha_Q$ .

*Les parties 2.10 et 2.11 ont fait l'objet d'une publication : Baccouche, Y., Bentahar, M., EL Guerjouna, R., Mechri, C., Ben Ghazlen, M. H., "Hysteretic non linearity analysis in damaged composite plates using guided waves," Journal of The Acoustical Society of America, 2013, vol. 133 (4), EL256-EL26. [BAC13a]*

## Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons développé un dispositif expérimental permettant de caractériser l'endommagement généré dans des plaques en composite. Nous avons prouvé que les deux paramètres non linéaires hystérétiques élastique et dissipatif  $\alpha_f$  et  $\alpha_Q$  sont dispersifs et manifestent un comportement monotone ou non monotone en fonction de la fréquence. Nous avons également défini de nouveaux paramètres non linéaires hystérétiques lié à la vitesse de phase de façon locale  $\alpha_v$  et globale ( $\Delta S$ ). Ces deux paramètres offrent une opportunité intéressante pour suivre l'évolution de l'hystérésis dans des conditions d'ondes guidées où l'onde considérée est une onde de Lamb antisymétrique A0. Le suivi du paramètre hystérétique local  $\alpha_v$  en fonction de la fréquence montre qu'il est également dispersif. De plus nous avons également montré que la sensibilité à la non linéarité hystérétique pouvait être améliorée lorsque le domaine fréquentiel est élargi. Ce travail effectué jusqu'à lors nous a permis de caractériser un endommagement localisé en nous basant uniquement sur les résonances en flexion. Dans la suite nous intéresserons à la caractérisation d'un composite à matrice métallique ayant un endommagement diffus. Ce dernier est caractérisé en résonance et hors résonance moyennant la technique dite de convolution non linéaire. Enfin, nous pensons qu'il est possible d'entreprendre une étude de la décroissance du module élastique moyenné sur le domaine fréquentiel considéré  $\langle \Delta E \rangle_f$  et ce à travers l'évolution de  $\Delta S$  en fonction de l'excitation.



## **CHAPITRE 3**

---

# **CARACTÉRISATION D'UN COMPOSITE A MATRICE MÉTALLIQUE PAR ONDES GUIDÉES**

---

## **CHAPITRE 3 :**

### **Caractérisation d'un composite à matrice métallique par ondes guidées**

#### **3.1 Introduction**

Le but de ce chapitre est d'étudier l'endommagement d'un composite à matrice métallique. Le composite métallique a été fabriqué par l'entreprise MECACHROME et ce dans le cadre du projet Advanced METallurgical Integrated System (AMETIS). Dans ce cas nous avons créé un endommagement diffus réalisé par essai de fatigue en traction. L'étude dynamique est réalisée moyennant la méthode d'identification des systèmes non linéaires [NOV08, NOV10, NOV12]. Cette dernière étant un mélange entre la méthode de résonance et la génération d'harmonique. Dans ce qui suit, nous présenterons le matériau composite, la méthode de traitement de signal ainsi que les résultats obtenus dans le cadre de la propagation d'une onde guidée aux états sain et endommagé.

#### **3.2 Matériau étudié**

Le développement des matériaux composites à matrice titane a commencé dans les années 1970 avec une fabrication destinée principalement pour le domaine aéronautique. Ces alliages présentent une rigidité plus élevée que celle des alliages de titane et une excellente résistance mécanique aux hautes températures [DES00]. Leur essor depuis ces dernières décennies provient de l'ajout de microparticules dans la matrice. Cependant, ces particules doivent être judicieusement choisies car leur présence dans la matrice est conditionnée par un équilibre thermodynamique avec le titane. Le matériau étudié dans notre cas est un composite à matrice de titane (TA6V) renforcée par des particules de carbure de titane (TiC) élaboré par MECACHROME dans le cadre du projet AMETIS 'Advanced Metallurgical Technologies for

Innovative Systems' qui vise à lever les verrous technologiques qui limitent l'émergence de matériaux renforcés nano-structures.

### 3.2.1 Composition

La composition de la matrice de titane est donnée par le tableau 3.1. Le titane (Ti), l'aluminium (Al) et le vanadium (V) sont les constituants principaux. Les éléments additifs tels que le fer (Fe), l'oxygène (o) et l'azote (N) etc., quoique présents en très faible, modifient énormément les propriétés physiques de la matrice.

Table 3.1 : Composition de l'alliage titane TA6V [LAM90].

Titane	Aluminium	Vanadium	Fer	Oxygène
90%	6%	4%	0.25 % max	0.2 % max

### 3.2.2 Propriétés mécaniques

Nous avons mesuré les vitesses de propagation des ondes longitudinale ( $V_L$ ) et transversale ( $V_T$ ) de notre système de la même façon que celle décrite dans le chapitre précédent. Les propriétés physiques et mécaniques de notre échantillon sont présentées dans le tableau 3.2.

Table 3.2 : Tableau récapitulatif des caractéristiques TA6V.

$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	$V_L$ (m/s)	$V_T$ (m/s)	E (GPa)	$\nu$
4410 $\pm$ 2%	6257 $\pm$ 2%	3317 $\pm$ 1%	126,7 $\pm$ 8%	0.305 $\pm$ 5%

## 3.3 Endommagement du composite à matrice métallique par essai de fatigue

La notion de dégradation d'un matériau par fatigue est définie comme étant l'ensemble des changements microstructuraux qui occasionnent sa détérioration suite à l'application répétée d'une sollicitation mécanique cyclique. Ce phénomène peut conduire à la rupture de la pièce. Les

premières études fondamentales du phénomène de fatigue ont été entreprises par Wöhler sur les métaux. Dans cette partie nous proposons d'effectuer des essais de fatigue en traction sur l'éprouvette en composite TA6V ayant une longueur 135mm et une largeur 20mm et une épaisseur 3mm. L'essai est effectué en contrôlant le déplacement à l'aide d'une machine hydraulique universelle de marque Instron équipé avec une cellule de charge de 100 kN. L'éprouvette subit un chargement (ou déplacement moyen  $d_{\text{moy}}$ ) égal à 50% du déplacement à la rupture en statique  $d_{\text{rup}}$  (2.89mm). Ce déplacement est maintenu constant. Puis commence une fatigue sous une fréquence de 10Hz pour une amplitude de 10% du déplacement à la rupture (l'amplitude est égal à 0.289mm dans notre cas). L'allongement à la rupture (allongement divisé par la longueur initiale) est de l'ordre de 3.4%. Les essais sont interrompus à 1000 et à 5000 cycles, l'échantillon est retiré à la fin de chaque cycle afin d'effectuer des mesures en résonance non linéaire. Il est à noter que les essais sont réalisés à température ambiante (Figure 3.1).

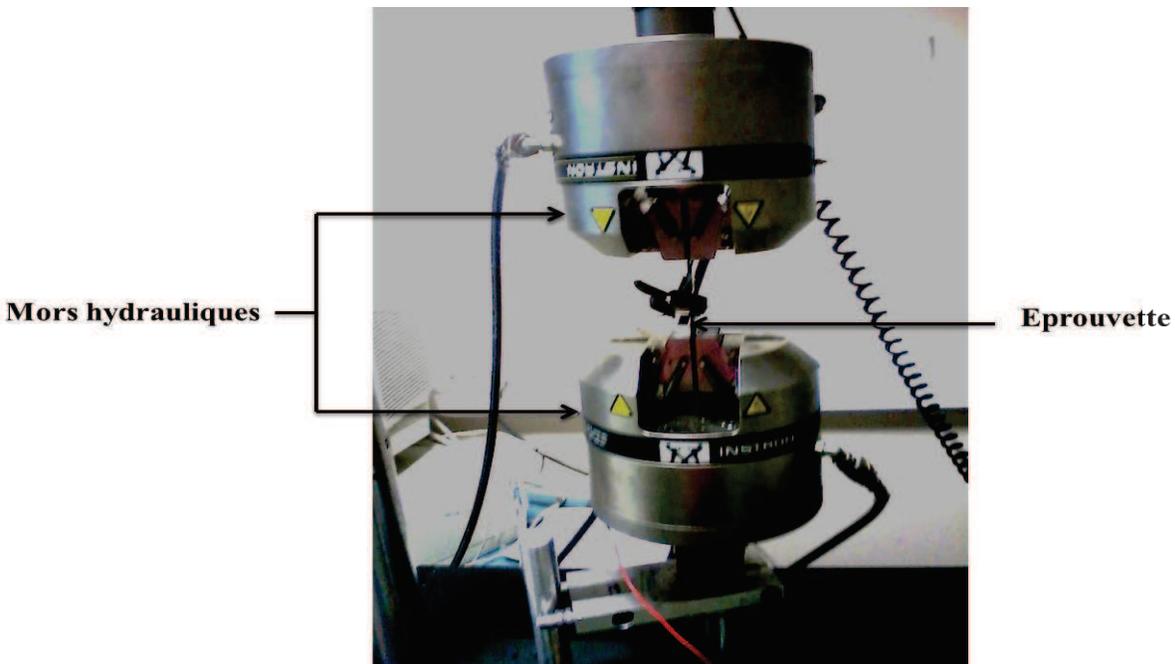


Figure 3.1 : Essai de fatigue exécuté sur un composite à matrice métallique.

La figure 3.2 présente les paramètres caractéristiques de l'essai cyclique dans le cas de déformation sinusoïdale imposé. Dans ce cas on introduit également le rapport de chargement ou de sollicitation  $R = \frac{d_{\text{min}}}{d_{\text{max}}}$ . Un cycle sinusoïdal est alors entièrement décrit par les trois paramètres

suivants qui sont le déplacement maximal  $d_{\max}$ , le rapport de chargement  $R$  et la fréquence d'essai  $f$ . Le niveau de chargement représente le rapport du déplacement maximal au déplacement à la rupture statique.

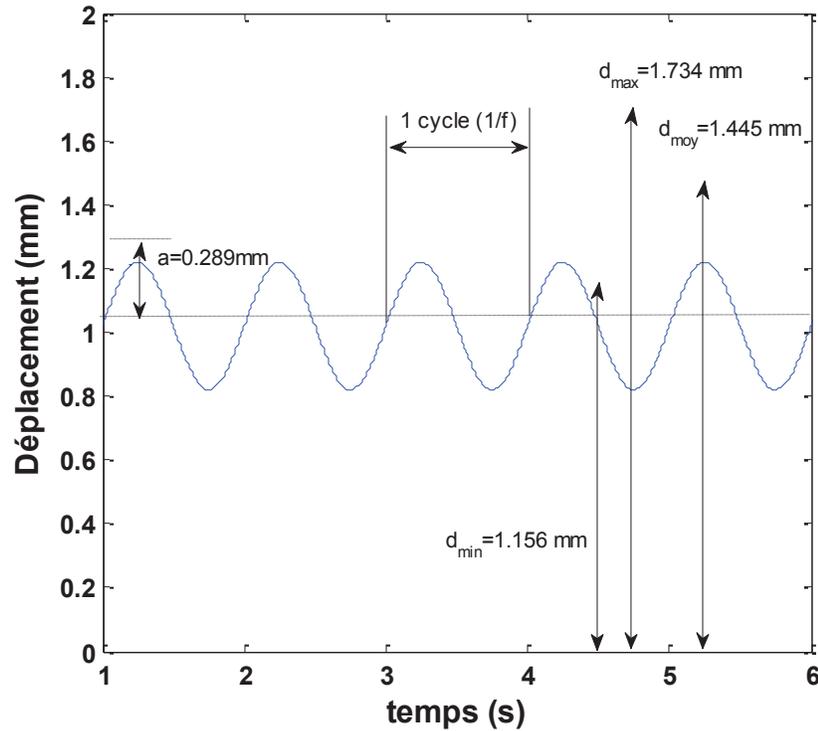


Figure 3.2: Paramètres caractéristiques d'un chargement cyclique.

### 3.4 Mécanismes d'endommagement par fatigue cyclique

On distingue trois stades pour l'endommagement des matériaux par fatigue, la phase d'amorçage des fissures, la phase de propagation des fissures de fatigue et enfin la phase propagation brutale conduisant à la rupture.

#### 3.4.1 Amorçage des fissures

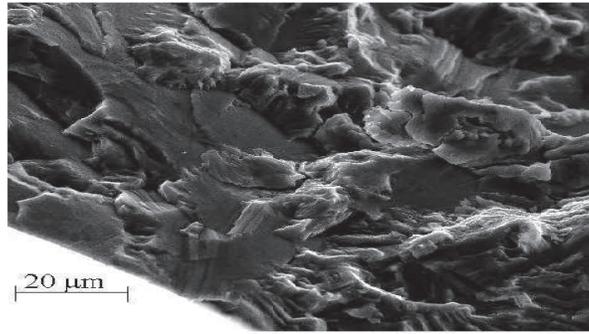
L'observation d'une éprouvette soumise à la fatigue indique que l'endommagement apparaît essentiellement à la surface. Même si l'amplitude de sollicitation est inférieure à la limite

d'élasticité conventionnelle, des sources de dislocations peuvent être activées dans les grains les plus favorablement orientés pour le glissement. La déformation est concentrée dans des bandes ; la surface ne reste pas plane. Des marches irréversibles se forment dans les bandes de glissement persistantes et surtout à leur périphérie. Ces dernières conduisent à l'apparition de microfissures par un mécanisme d'intrusion – extrusion. Ces microfissures pénètrent ensuite petit à petit dans les grains en suivant les bandes de glissement. Les bandes de glissement ne sont pas les seuls sites possibles d'amorçage des fissures. Dans certains alliages à précipitation structurale, des bandes de glissement étroites et intenses apparaissent en même temps que l'on observe une destruction ou un regroupement des précipités. Par ailleurs, lorsqu'il y a formation de bandes de déformation, il arrive que des fissures s'amorcent concurremment dans des joints de grains. Les inclusions sont également des sites d'amorçage des fissures, du fait des concentrations de contraintes qu'elles entraînent, des clivages qui s'y développent, ou de la cohésion de l'interface matrice - inclusion. L'amorçage des fissures dépend de la quantité, de la taille, de la nature et de la répartition des inclusions, ainsi que de leur forme par rapport à la direction des efforts [SAB08].

### 3.4.2 Propagation des fissures

Les mécanismes permettant la propagation des fissures par fatigue se décompose en deux stades : stade cristallographique et stade à stries [FOR63].

**Stade cristallographique** : Dans les premiers stades de la fissuration, il est généralement observé que la fissure se développe le long des plans de glissement des dislocations. On parle alors de stade cristallographique. Dans ce cas l'aspect de la surface de rupture peut faire penser au clivage (rupture fragile), même si nous pouvons également voir les marques laissées par la propagation cyclique de la fissure (Figure 3.3).



**Figure 3.3 : Facettes de pseudo-clivage de fatigue près du site d'amorçage d'une fissure de fatigue dans l'alliage de Titane TA6V (20°C) [SAM00].**

Le stade cristallographique est limité à la région proche de la surface. Il est suivi du stade à stries dans lequel la fissure se propage en première approximation de façon perpendiculaire à l'effort principal et la fissure prend l'appellation de fissure longue. La transition entre le stade cristallographique et stade à stries est attribuée à la diminution de la contrainte de cisaillement avec la croissance de la fissure et à l'augmentation de la contrainte normale [BAT97].

#### **Stade à stries**

Lorsque la longueur de la fissure augmente, la fissure se propage plus régulièrement avec une sensibilité moindre à la cristallographie du matériau. On peut alors observer des stries de fatigue sur la surface de rupture qui sont typiques d'une propagation par fatigue. Ces stries correspondent aux émoussements successifs à l'extrémité de la fissure qui se produisent lors des phases d'ouverture de la fissure. Les sites d'amorçage que nous pouvons rencontrer dans le cas d'un composite à matrice métallique après fatigue en traction sont l'adoucissement cyclique de la matrice de titane induisant une perte de rigidité, la décohésion de l'interface TiC/ matrice de Titane et la rupture de la matrice. Les effets de ces différents mécanismes d'endommagement sur le comportement dynamique linéaire et non linéaire du TA6V sera suivi dans ce qui suit.

### **3.5 Dispositif expérimental et résonances**

Le dispositif expérimental servant à caractériser le TA6V est décrit par la figure 3.4. Avec un taux d'amplification égal à 46 dB, les différents modes de résonance en flexion ont été excités

pour des fréquences allant de 1 kHz à 20 kHz et ce dans le domaine de fonctionnement linéaire tel que décrit dans le chapitre 2.

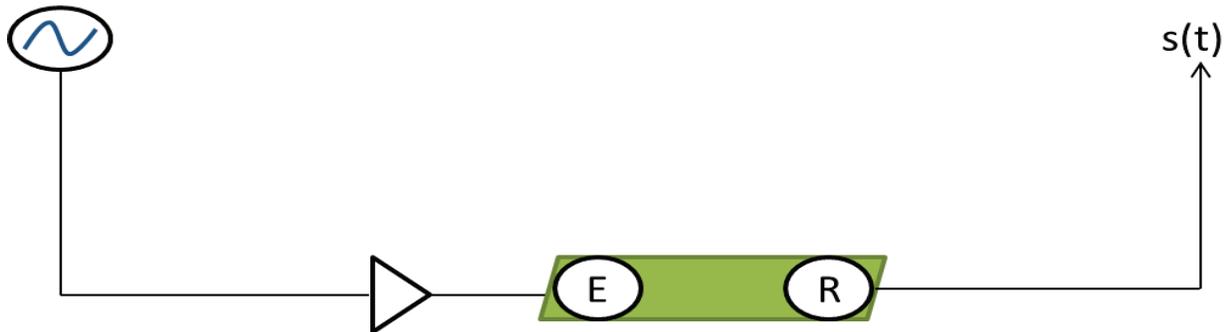


Figure 3.4 : Dispositif expérimental utilisé pour la caractérisation du composite TA6V.

Toutefois il est important de signaler que les transducteurs utilisés ainsi que les couplant sont identiques à ceux qui ont servi à la caractérisation du composite base polymère.

Le spectre de résonance du TA6V instrumenté a révélé l'existence de six modes (Figure 3.5).

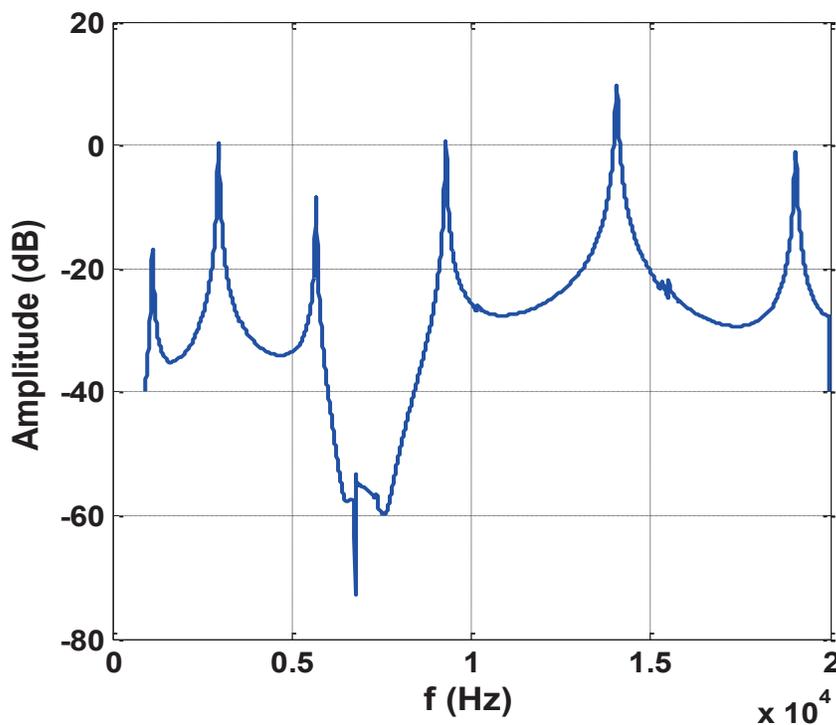
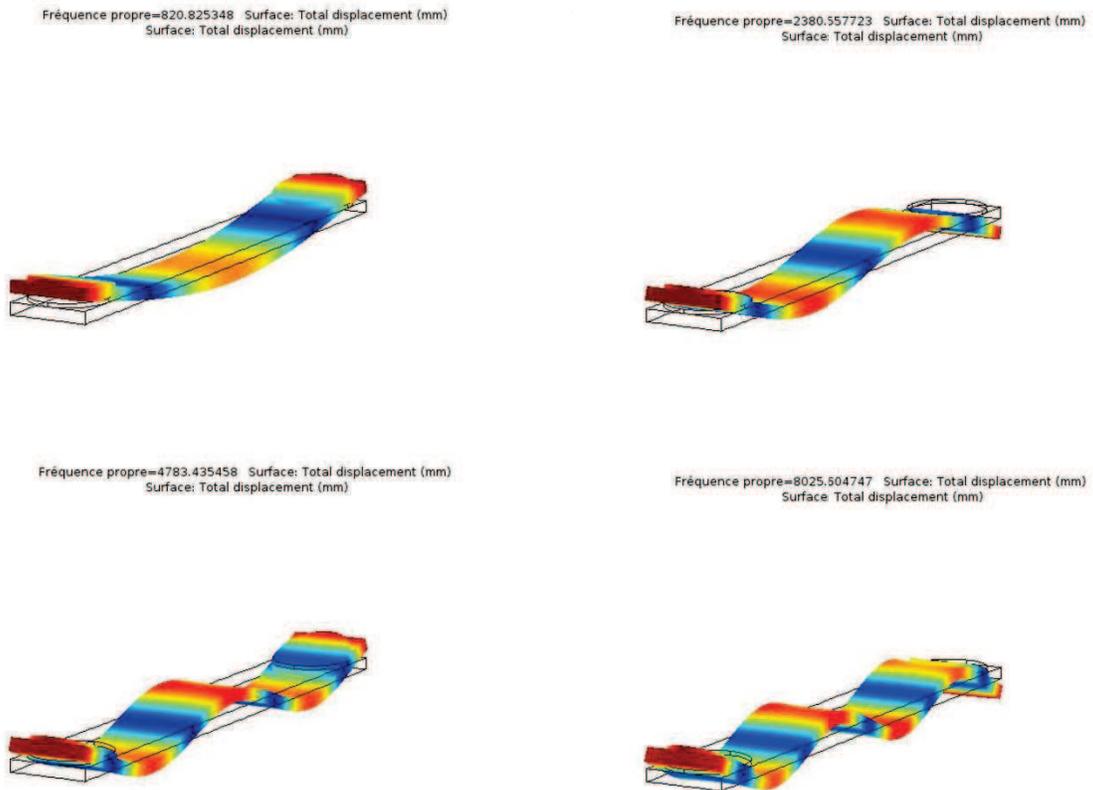
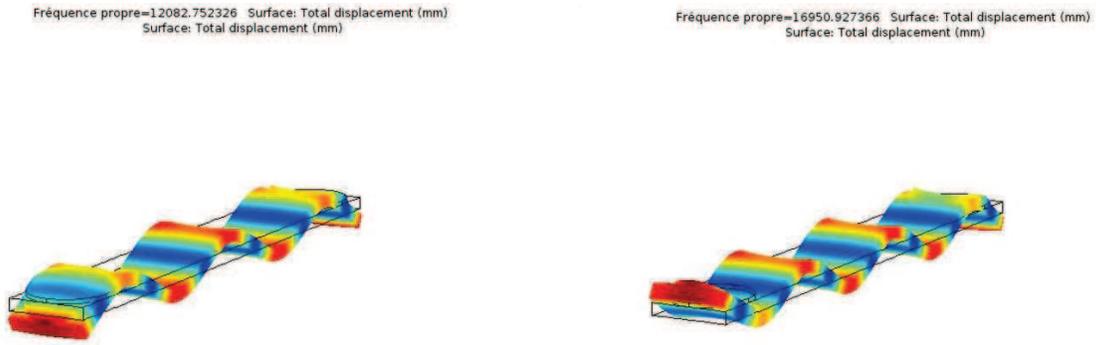


Figure 3.5 : Spectre de vibration en flexion du composite TA6V instrumenté de longueur 135 mm.

L'identification des modes ainsi excités par éléments fini à l'aide du logiciel COMSOL Multiphysics<sup>®</sup> a montré que les modes excités correspondent bien aux six premiers modes de résonances en flexion tel que présenté dans la figure 3.6. Le modèle numérique utilisé est décrit dans l'annexe B.





**Figure 3.6 : Résultats de la simulation effectuée à l'aide du COMSOL Multiphysics® : vibrations des six premiers modes de flexion.**

La comparaison entre les résultats expérimentaux et simulés est présentée dans le tableau 3.3 où les rapports des fréquences de résonance sont calculés en fonction du mode fondamental en flexion.

**Table 3.3 : Comparaison entre les résultats de la simulation effectuée par COMSOL Multiphysics® et les résultats expérimentaux dans le cas du composite TA6V de longueur 135 mm.**

Ordre $i$	$f_{\text{comsol}}$ (Hz)	$f_{\text{exp}}$ (Hz)	$\frac{(f_1/f_i)_{\text{comsol}}}{(f_1/f_i)_{\text{exp}}}$
1	820	1110	1
2	2380	2963	1.08
3	4783	5675	1.14
4	8025	9285	1.16
5	12082	14040	1.16
6	16950	19040	1.20

Nous constatons ainsi une bonne concordance entre les deux entités  $(f_1/f_i)_{\text{comsol}}$  et  $(f_1/f_i)_{\text{exp}}$ . Les différents modes étant bien identifiés, nous pouvons passer à la caractérisation non linéaire de l'endommagement.

### 3.6 Caractérisation non linéaire en résonance

Le comportement vibratoire du TA6V a été suivi pour les différents modes de résonances à l'état sain et aux états endommagés. Ainsi nous avons suivi l'évolution de la variation relative de la fréquence de résonance en fonction de l'excitation et ce à 0 cycles, 1000 cycles et 5000 cycles. A titre d'exemple la figure 3.7 montre que le résultat obtenu pour le 2<sup>ème</sup> mode de résonance en flexion. Il est à noter que les différentes mesures sont effectuées pour des tensions allant de 10 à 640 mV générés par l'analyseur gain/phase et amplifiées à 46 dB.

*Cette partie a fait l'objet d'une publication : Baccouche, Y., Bentahar, M., EL Guerjouma, R., Mechri, C., Ben Ghazlen, M. H., "Caractérisation non-linéaire par onde de flexion de l'endommagement des composites à matrice métallique," Revue des Composites et Matériaux Avancés, article accepté. [BAC13b]*

---

**Figure 3.7 : Variation relative de la fréquence de résonance en fonction de l'amplitude de déformation pour le 2ème mode de flexion dans le cas du composite métallique (TA6V) aux états intact et endommagé par un essai de fatigue cyclique en traction.**

Il est ainsi possible de voir l'évolution linéaire de la fréquence en fonction de l'amplitude de déformation. Dans les deux cas endommagé et non endommagé, le matériau s'adoucit lorsque l'amplitude augmente. Les effets non linéaires deviennent de plus en plus importants en fonction de l'endommagement diffus ce qui peut être évalué à travers les valeurs de pentes de variation de figure 3.7. Il est important de noter que les variations des pentes des deux évolutions relatives en fréquence par rapport à l'état intact sont  $\cong 303$  pour 1000 cycles de fatigue et  $\cong 580$  pour 5000 cycles de fatigue.

#### 3.6.1 Dispersion des paramètres NLH

La dispersion des paramètres  $\alpha_f$  et  $\alpha_Q$  a été suivi après chaque cycles de fatigue. La figure 3.8 montre qu'à l'état initial  $\alpha_f$  demeure nul et ce pour les six premiers modes excités. Cependant  $\alpha_f$  change de façon non monotone lorsque TA6V est fatigué de 1000 cycles. Selon le mode

concerné  $\alpha_f$  varie entre  $\sim 45$  et  $\sim 500$  prouvant ainsi une grande dynamique sur un domaine fréquentiel aussi faible que 20 kHz. Au bout de 5000 cycles,  $\alpha_f$  évolue toujours de façon non monotone mais avec une dynamique plus importante pouvant aussi évoluer de  $\sim 65$  jusqu'à  $\sim 810$ . De son côté  $\alpha_Q$  évolue de façon non monotone mais dispersive tout comme  $\alpha_f$ . En effet après 1000 cycles  $\alpha_Q$  peut aller de 0 jusqu'à  $\sim 104$  selon la fréquence considérée (Figure 3.9). Ces valeurs limites évoluent considérablement au bout de 5000 cycles où il est possible de voir que  $31 \leq \alpha_Q \leq 465$  prouvant ainsi une très grande dispersion sur un domaine fréquentiel assez réduit.

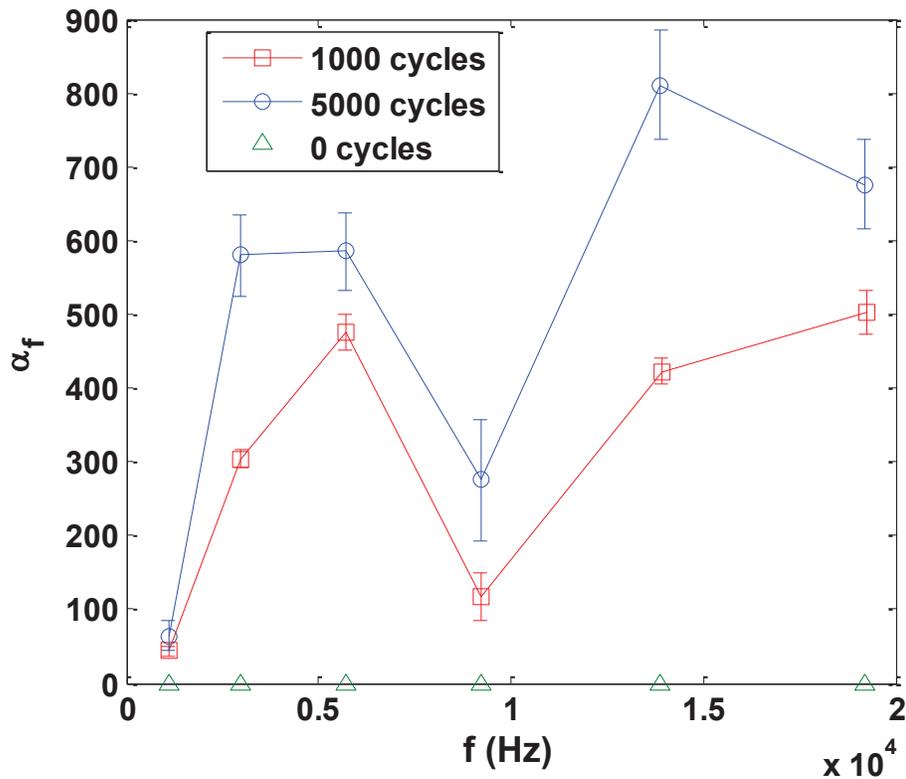


Figure 3.8 : Evolution du paramètre non linéaire hystérétique  $\alpha_f$  en fonction de la fréquence dans le cas d'un composite à matrice métallique.

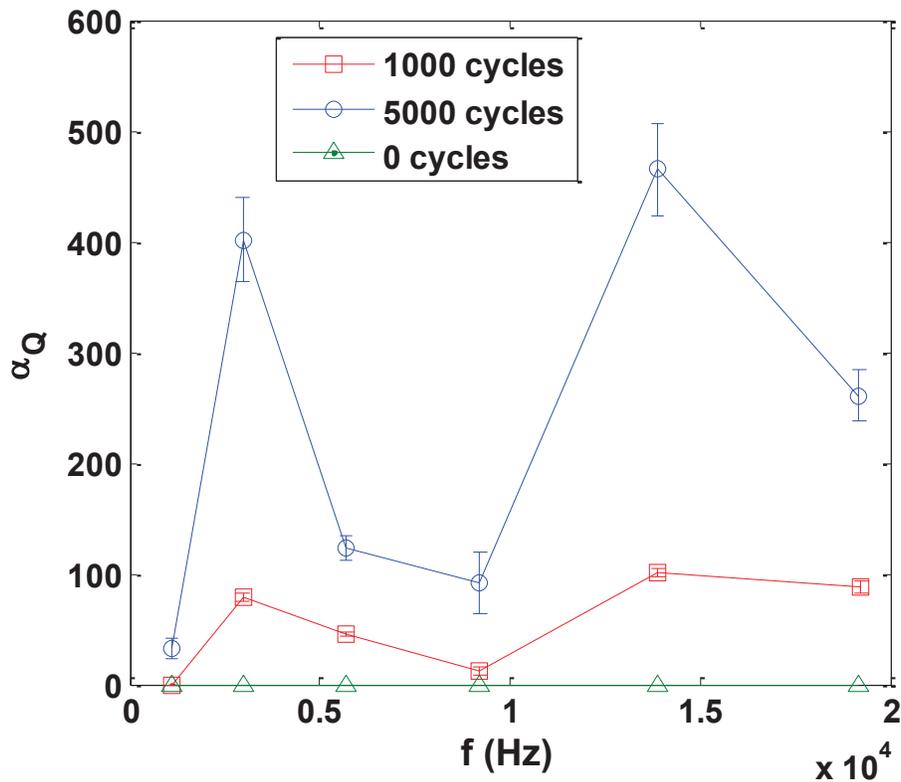


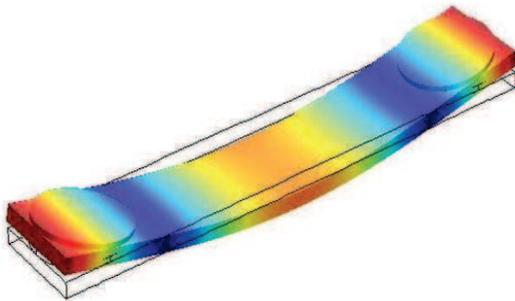
Figure 3.9 : Evolution du paramètre non linéaire hystérétique  $\alpha_Q$  en fonction de la fréquence dans le cas d'un composite à matrice métallique.

Par ailleurs, il est également intéressant de remarquer que dans le cas d'un endommagement diffus le déplacement des nœuds et des ventres en fonction de la résonance choisie peut paraître dénué de sens à premier abord. Cependant la sensibilité de la résonance non linéaire à l'endommagement souvent liée à la coïncidence d'un ventre de vibration avec l'endommagement, peut être utilisée dans ce cas pour suivre l'évolution des microfissures dont la coalescence mène à la ruine du composite. En effet lorsque nous avons essayé d'induire un endommagement supplémentaire au TA6V par un essai de fatigue il a subi une rupture plutôt fragile à 18% de sa longueur initiale. Il est à remarquer qu'en ce point particulier, les paramètres NLH  $\alpha_f$  et  $\alpha_Q$  correspondant aux modes ayant un ventre de vibration au point de rupture ont les valeurs les plus élevées conjointement. En effet déjà à 5000 cycles  $\alpha_f \cong 810$  et  $\alpha_Q \cong 465$  pour le mode 5. La même remarque reste valable pour le mode 2 où  $\alpha_f \cong 580$  et  $\alpha_Q \cong 402$ . Les autres modes se sont distingués par l'existence d'un nœud de vibration au voisinage de la zone de rupture. Le comportement non linéaire dans son nouvel état est décrit ci-dessous.

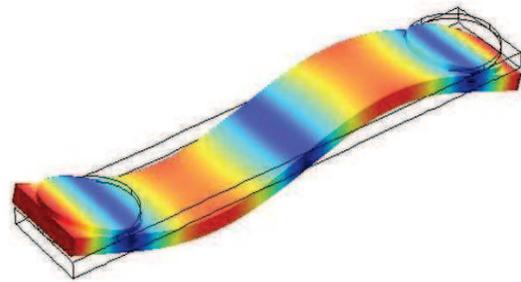
### 3.6.2 Caractérisation NLH à 6000 cycles de fatigue

Suite à la rupture du TA6V au bout de 6000 cycles de fatigue, il a été nécessaire de le redimensionner avant de suivre la dispersion de ses nouveaux paramètres NLH  $\alpha_f$  et  $\alpha_Q$ . Nous avons commencé à ré-identifier les modes propres en flexion de notre échantillon. Les résultats de la modélisation numérique de la poutre composite étudiée par Comsol sont donnés par la figure 3.10. La description du modèle est donnée par l'annexe B. Le spectre de vibration de la structure montre l'existence de 5 modes de flexion dans la gamme fréquentielle choisie au cours de l'expérience (Figure 3.11).

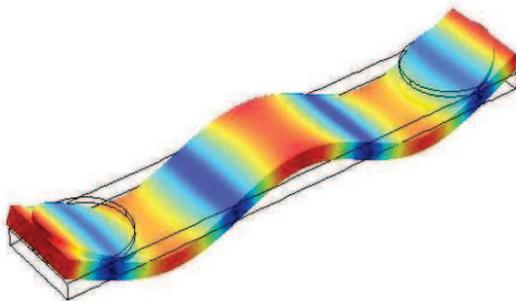
Eigenfrequency=1238.631344 Surface: Total displacement (mm) Surface: Total displacement (mm)



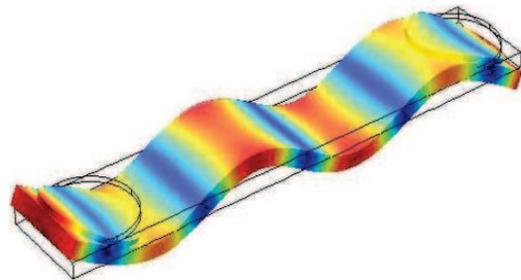
Eigenfrequency=3622.144602 Surface: Total displacement (mm) Surface: Total displacement (mm)



Eigenfrequency=7296.362388 Surface: Total displacement (mm) Surface: Total displacement (mm)



Eigenfrequency=12261.497817 Surface: Total displacement (mm)  
Surface: Total displacement (mm)



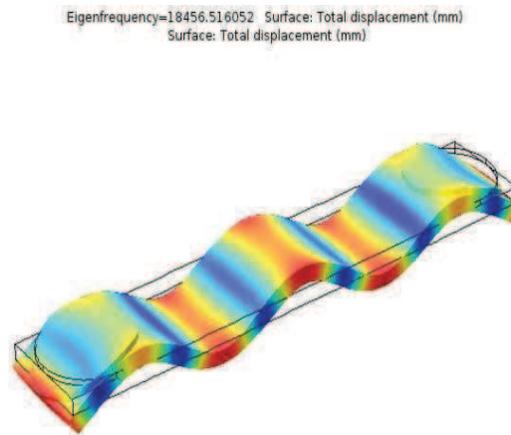


Figure 3.10 : Résultats de la simulation effectuée à l'aide du COMSOL Multiphysics® : vibrations des cinq premiers modes de flexion.

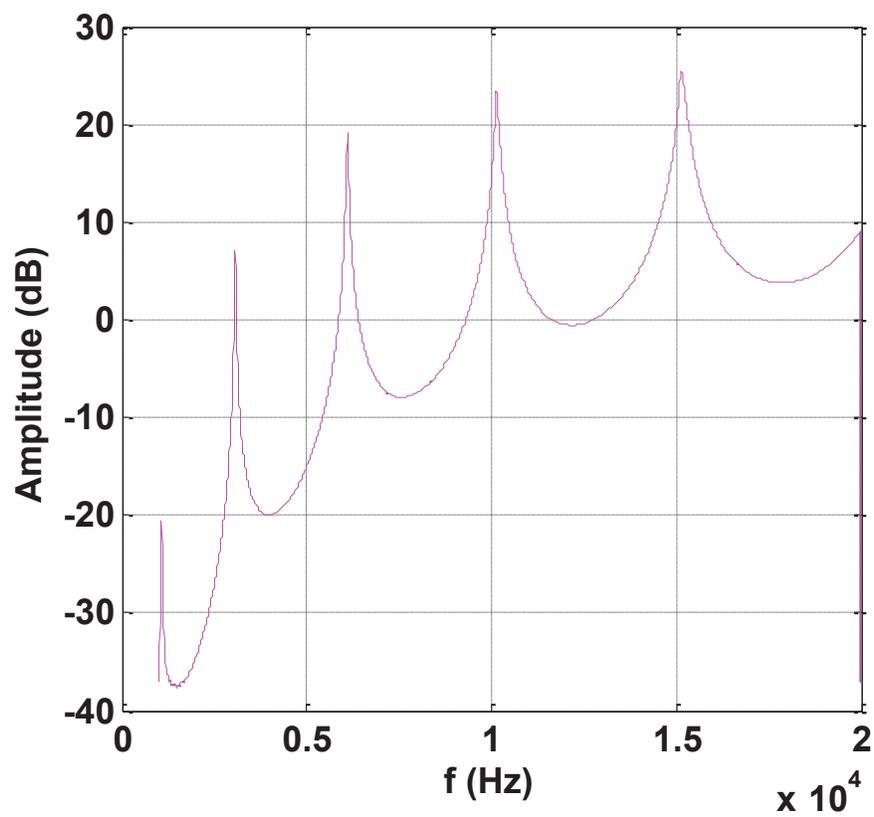


Figure 3.11 : Spectre de vibration en flexion du composite instrumenté TA6Vde longueur 110 mm.

En comparant les valeurs des fréquences expérimentales et théoriques, nous constatons un décalage dû vraisemblablement aux mêmes raisons décrites dans le chapitre 2. Ce pendant le premier mode déterminé  $f_{1\text{exp}}$  ou  $f_{1\text{comsol}}$  correspond bien au premier mode de flexion vu que les rapports de fréquence expérimental entre le rapport de fréquence expérimental  $(f_i / f_i)_{\text{exp}}$  et simulé  $(f_i / f_i)_{\text{comsol}}$  montre une très bonne adéquation (Tableau 3.4).

**Table 3.4 : Comparaison entre les résultats de la simulation effectuée par COMSOL Multiphysics® et les résultats expérimentaux dans le cas du composite TA6V de longueur 110 mm.**

Ordre i	$f_{\text{comsol}}$ (Hz)	$(f_i / f_i)_{\text{comsol}}$ (Hz)	$f_{\text{exp}}$ (Hz)	$(f_i / f_i)_{\text{exp}}$ (Hz)
1	1238	1	1069	1
2	3622	0.34	3071	0.34
3	7296	0.17	6133	0.17
4	12261	0.10	10228	0.10
5	18456	0.06	15311	0.06

### 3.6.2.1 Dispersion du paramètre non linéaire hystérétique $\alpha_f$

Les résultats relatifs à la dispersion de  $\alpha_f$  et  $\alpha_Q$  sont montrés dans la figure 3.12. Pour ces deux paramètres il est aisé de voir que l'évolution est monotone. Il est également important de signaler les valeurs très importantes de  $\alpha_f \cong 5270$  et  $\alpha_Q \cong 1152$  témoignant ainsi d'une grande dispersion de la non linéarité hystérétique. Par ailleurs, ces deux valeurs correspondent au cas où un ventre de vibration est créé au voisinage de la zone d'endommagement maximum (zone de rupture atteinte à 6000 cycles). Notons également les valeurs extrêmement faible de  $\alpha_f \cong 28$  et  $\alpha_Q = 0$  correspondant au mode 2 pour lequel un nœud de vibration se situe au voisinage de la zone d'endommagement.

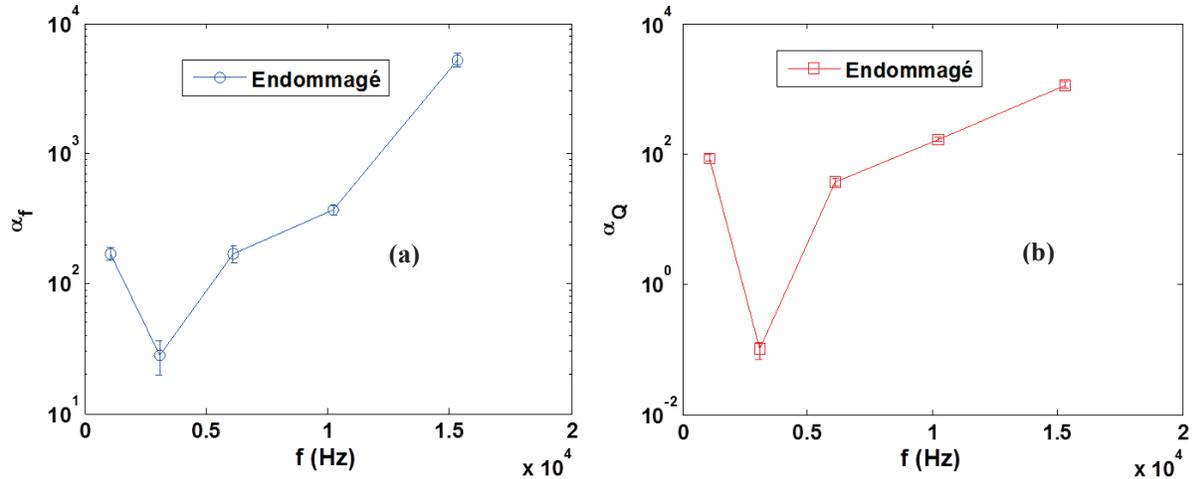


Figure 3.12 : Evolution des paramètres NLH (a)  $\alpha_f$  en fonction de la fréquence (b)  $\alpha_Q$  en fonction de la fréquence dans le cas d'un composite TA6V endommagé à 6000 cycles de fatigue.

### 3.6.2.2 Dispersion du facteur Read R

Les paramètres  $\alpha_f$  et  $\alpha_Q$  mesurent l'importance des effets hystérétiques élastique et dissipatif dans le contexte de la méthode de résonance. Le rapport entre ces deux paramètres est appelé facteur de Read, dont la valeur nous aide à définir la nature des effets NLH. Ce paramètre compare les effets hystérétique dissipative et élastique. Dans ce cas le paramètre Read est défini comme [REA40]:

$$R = \frac{\alpha_Q}{\alpha_f} \quad (3.1)$$

L'évolution fréquentielle de R est décrite dans la figure 3.13.

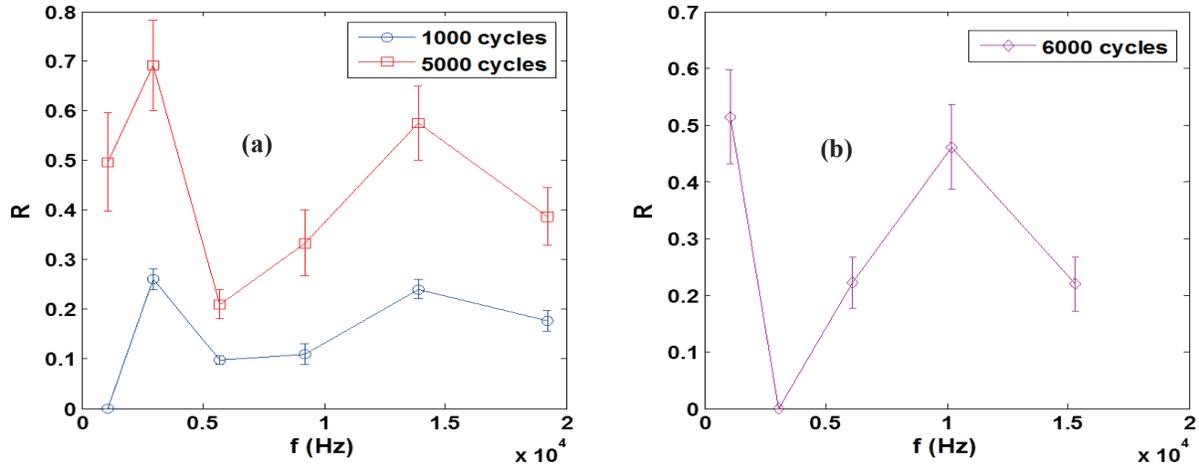


Figure 3.13 : Dispersion du facteur Read dans le cas du composite TA6V endommagé (a) à 1000 et 5000 cycles (b) à 6000 cycles de fatigue.

Exemple pour le 2<sup>ème</sup> mode de flexion, le paramètre de Read garde une valeur relativement constante  $R \cong 0.2$  montrant ainsi la domination de la NLH élastique et ce à 1000 cycles de fatigue. Ce quasi monotonie disparaît dès l'application de 5000 cycles supplémentaires. En effet la valeur de R augmente pour tous les modes de résonance générés prouvant ainsi l'augmentation de la NLH dissipative. De ce fait ces résultats prouvent qu'il n'est plus possible de parler d'un facteur de Read ayant une valeur constante en dehors d'une considération fréquentielle. Enfin notons que R correspondant à la fatigue de 6000 cycles montrent également une tendance NLH plutôt élastique.

### 3.7 Analyse en vitesse de phase

Selon le paragraphe 2.10 du chapitre 2 la vitesse du mode de Lamb A0 dépendant de la déformation s'écrit sous cette forme :

$$V^{(i)}(\varepsilon) = VA0(\varepsilon) = \left( \frac{E(\varepsilon)\pi^2}{3\rho} \right)^{\frac{1}{4}} \sqrt{f_i(\varepsilon)h} \quad (3.2)$$

Il est important de rappeler que dans cette équation le module élastique intervient explicitement à travers  $E(\varepsilon)$  et implicitement à travers  $f_i(\varepsilon)$ . La fréquence de résonance  $f_i(\varepsilon)$  peut être extraite facilement à partir des données expérimentales. Ceci n'est le cas de  $E(\varepsilon)$  où il semble difficile de

suivre de façon détecté son évolution en fonction de la déformation dynamique  $\varepsilon$ . De ce fait, nous avons analysé l'influence de la baisse du module de Young, lorsque les fréquences de résonance sont maintenues constantes  $\Delta V_{A0}^{(f)}$  et avons comparé ces variations de vitesse à celles obtenues en considérant le décalage de la fréquence expérimental lorsque le module E est considéré constant  $\Delta V_{A0}^{(E)}$ . La chute du module et le décalage de la fréquence de résonance sont données par le tableau 3.5.

**Table 3.5 : Décroissance du module de Young et de la fréquence de résonance.**

$\Delta f$ (Hz)	2.5	6	58.8	184	385
$\Delta E$ (GPa)	0.29	0.25	1.21	2.28	3.18

$\Delta E$  est calculé en prenant en considération que la chute du module E suit le décalage de la fréquence par conséquent  $\frac{\Delta E}{E_0} \cong \frac{\Delta f}{f_0}$ ,  $E_0$  et  $f_0$  étant le module et la fréquence de résonance à faible niveau d'excitation. La figure 3.14 montre que pour une fréquence donnée, une décroissance dans le module de Young a un effet limité sur la vitesse de phase. En effet,  $\Delta V_{A0}^{(f)}$  ne dépasse pas  $\cong 4.2$  m/s lorsque  $\Delta E \cong 3.2$  GPa. Sur ce même graphe on remarque que les différents valeurs de  $\Delta V_{A0}^{(f)}$  sont du même ordre de grandeur que  $\Delta V_{A0}^{(E)}$  où  $\Delta V_{A0}^{(f)} \cong \frac{1}{2} \Delta V_{A0}^{(E)}$ .

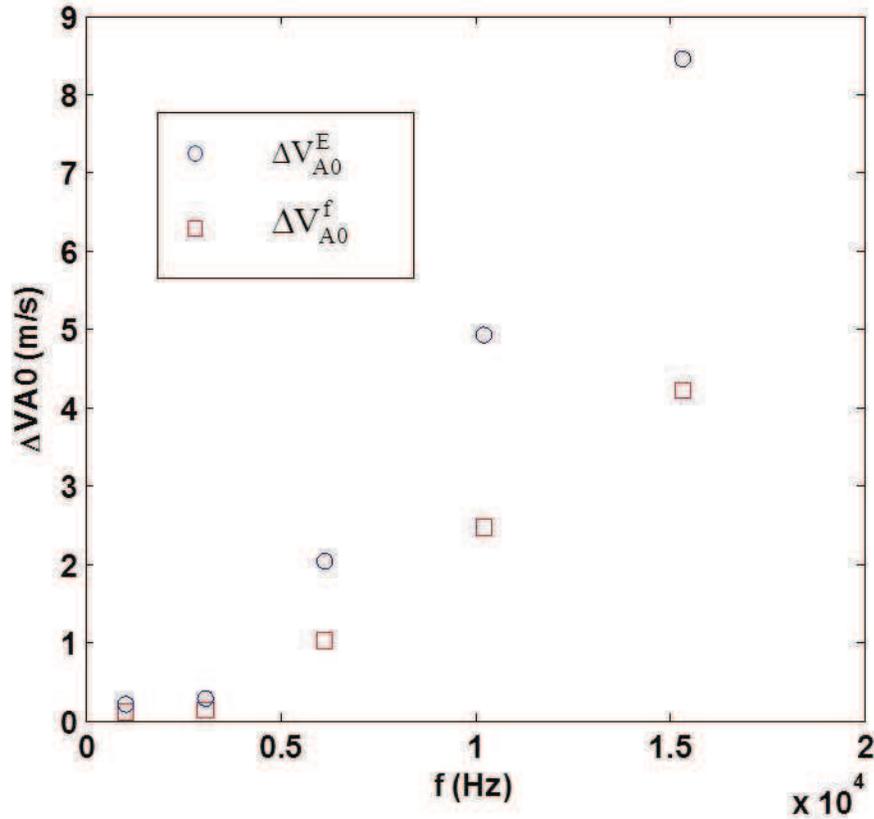


Figure 3.14 :L'impact du module de Young et de la fréquence de résonance sur la variation de vitesse dans le cas du composite TA6V endommagé à 6000 cycles de fatigue.

### 3.7.1 Analyse de la dispersion par ondes guidées

Pour le TA6V nous avons suivi l'évolution de la vitesse de phase VA0 en fonction du niveau d'excitation aux états sain et endommagé moyennant les 5 résonances en flexion détectées. (voir figure 3.15). Lorsque chaque résonance  $f_i$  est considérée à part, la vitesse correspondant  $V_i$  ou  $V_{A0}$  décroît linéairement en fonction de la déformation (voir insertion dans la figure 3.16).

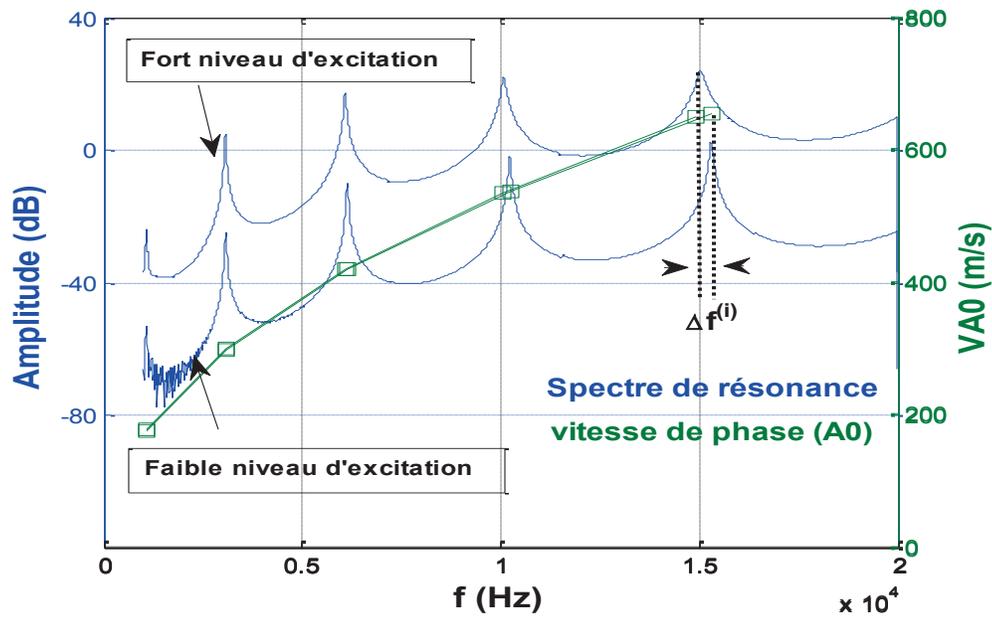


Figure 3.15 : Courbe de dispersion du mode de Lamb fondamental antisymétrique A0 obtenu à partir du spectre de la résonance des ondes de flexion dans le cas d'un composite à matrice métallique TA6V.

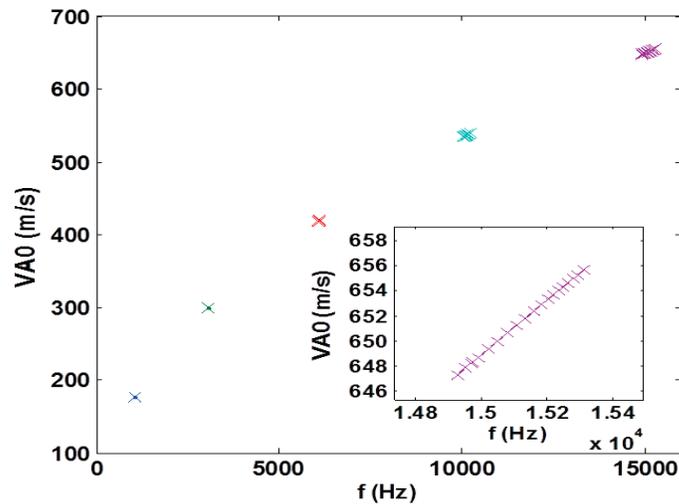


Figure 3.16 : Variation de la vitesse en fonction de la déformation pour chaque mode de résonance.

Il devient alors possible de définir un nouveau paramètre non linéaire hystérétique dispersif  $\alpha_v$  qui relie la décroissance de la vitesse de phase du mode A0 à la déformation. Ce paramètre est sans unité, il est défini de la même façon que le paramètre non linéaire hystérétique élastique  $\alpha_f$  par l'équation (3.3) :

$$\frac{\Delta V}{V_0} = -\alpha_v \varepsilon \quad (3.3)$$

Où  $h$  est l'épaisseur de la poutre,  $\Delta V = V_{A0}(\varepsilon_{\max}) - V_{A0}(\varepsilon_{\min})$  est la chute de la vitesse du à l'augmentation du niveau d'excitation.

L'évolution du paramètre  $\alpha_v$  en fonction de la fréquence a été suivi pour les différents cas endommagés. A 1000 cycles de fatigue  $\alpha_v$  s'est révélé dispersif où il varie entre  $\cong 22$  et  $\cong 250$  selon le mode considérée (Figure 3.17 (a)). Après avoir subit 5000 cycles supplémentaires,  $\alpha_v$  semble bien garder sa nature dispersif mais avec des valeurs de plus en plus importantes pouvant atteindre jusqu'à  $\cong 405$  (Figure 3.17 (b)). Par ailleurs, le rapport  $\alpha_v / \alpha_f$  garde une valeur constante est ce quelle que soit la fréquence considérée. Dans ces deux états endommagés, nous retrouvons bien évidemment le caractère non monotone lié à  $\alpha_f$ . Par ailleurs, à 6000 cycles  $\alpha_v$  croît d'une façon très importante où il évolue de  $\cong 85$  (mode 1) jusqu'à  $\cong 2635$  pour le mode 5 (Figure 3.18). La dispersion de  $\alpha_v$  apparaît intéressante dans le sens où elle manifeste une croissance de plus en plus élevée jusqu'à atteindre  $\cong 31$  fois sa valeur liée au mode 1. Cependant, dans le cas du TA6V la superposition des courbes de dispersion des ondes de flexion et des ondes de Lamb montre une coïncidence entre ces deux types d'ondes et ce jusqu'à une fréquence de coupure  $f_C \cong 34$  kHz (Voir figure 3.19 (a)). Cependant, cette valeur est supérieure à la fréquence de coupure  $f_{CM}$  où les trois modèles décrits dans le chapitre 1, à savoir ceux de Timoshenko, Rayleigh et Bernoulli se superposent (Figure 3.19 (b)). C'est pourquoi nous n'avons pas analysé les fréquences supérieures à 17kHz.

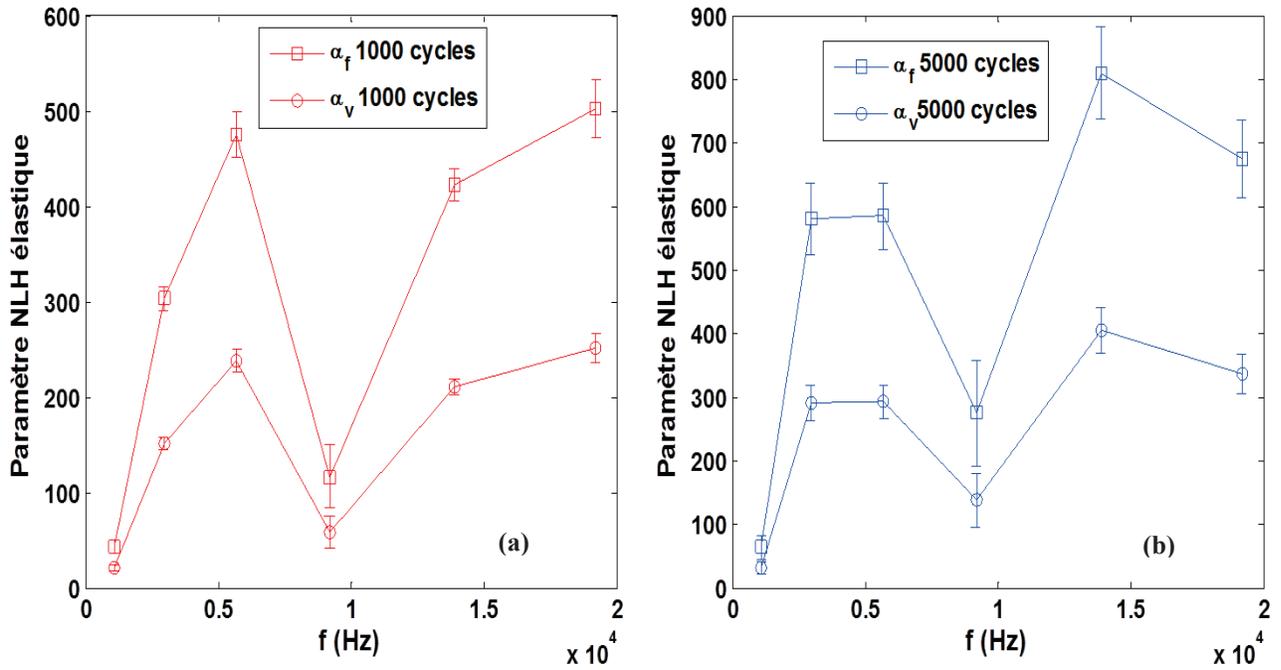


Figure 3.17 : Evolution des paramètres non linéaires hystérétiques  $\alpha_v$  et  $\alpha_f$  en fonction de la fréquence dans le cas d'un composite à matrice métallique TA6V endommagé par (a) 1000 cycles et (b) 5000 cycles de fatigue.

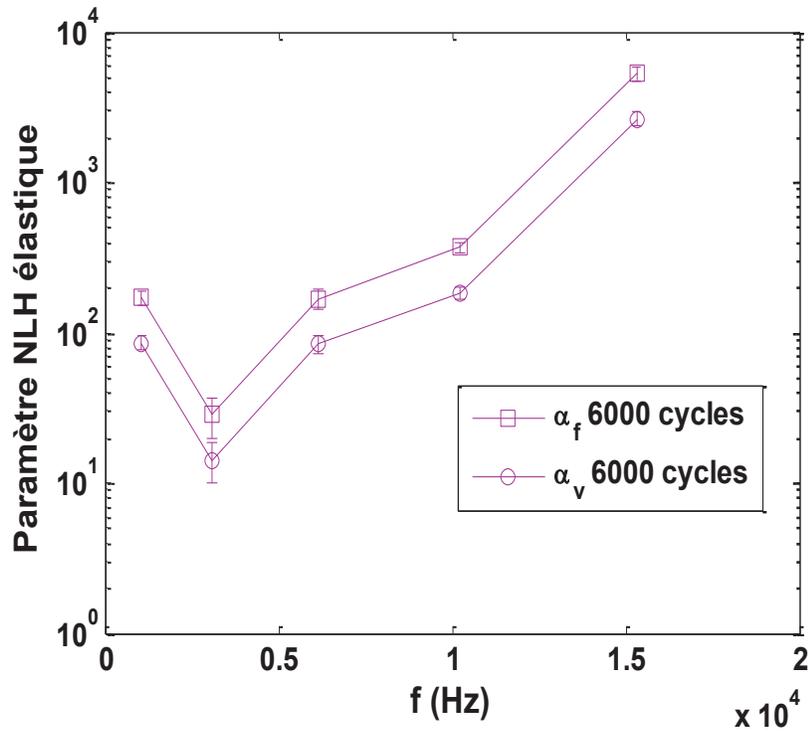


Figure 3.18 : Evolution des paramètres non linéaires hystérétiques  $\alpha_v$  et  $\alpha_f$  en fonction de la fréquence dans le cas d'un composite à matrice métallique TA6V à 6000 cycles de fatigue.

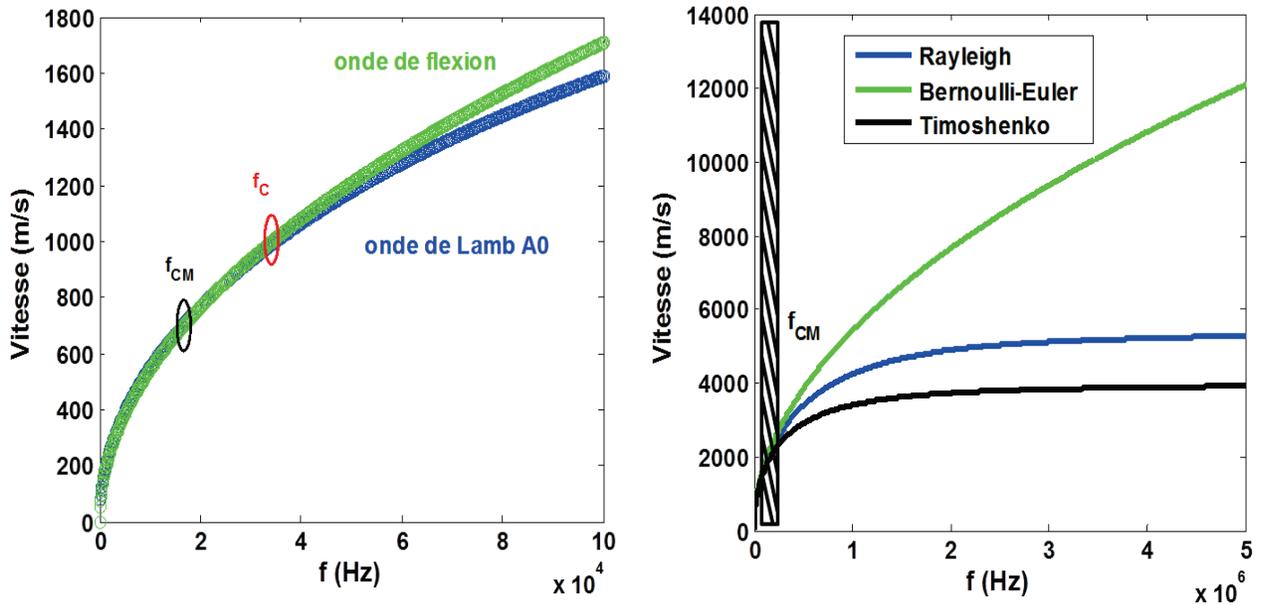


Figure 3.19 : (a) Courbes de dispersion des ondes de Lamb et des ondes de flexion du composite TA6V (b) Dispersion des ondes de flexion selon les théories de Timoshenko, Rayleigh et Bernoulli-Euler dans le cas du composite TA6V d'épaisseur 3mm.

### 3.7.2 Caractérisation globale de l'endommagement

Le paramètre  $\alpha_V$  représente une façon monomode pour analyser la sensibilité de chaque résonance à l'endommagement (diffus dans notre cas). Cependant, il est possible d'observer l'effet de l'endommagement sur tous les modes pris au même temps via le paramètre global  $\Delta S$  qui représente l'effet d'hystérésis moyenné sur le domaine fréquentielle d'excitation. Ce paramètre est défini déjà dans le chapitre précédent sous cette forme :

$$\Delta S = S(\varepsilon) - S(\varepsilon_0) \quad (3.4)$$

Où

$$S(\varepsilon) = \int_{f_l(\varepsilon)}^{f_h(\varepsilon)} \left( \frac{E(\varepsilon) \pi^2 h^2}{3\rho} \right)^{\frac{1}{4}} f(\varepsilon)^{\frac{1}{2}} df \quad (3.5)$$

$\varepsilon_0$  est la déformation dynamique à faible niveau.

La figure 3.20 montre que le paramètre  $\Delta S$  évolue de façon croissante et monotone en fonction de l'excitation. Nous remarquons également que cette évolution est quasiment la même pour les états endommagés obtenus à 1000 et 5000 cycles de fatigue. De plus  $\Delta S$  semble évoluer de façon quasi linéaire en fonction de l'excitation où les pentes trouvées sont égales à  $\beta_{1000} \cong \beta_{5000} \cong 0.017$  (Figure 3.20).

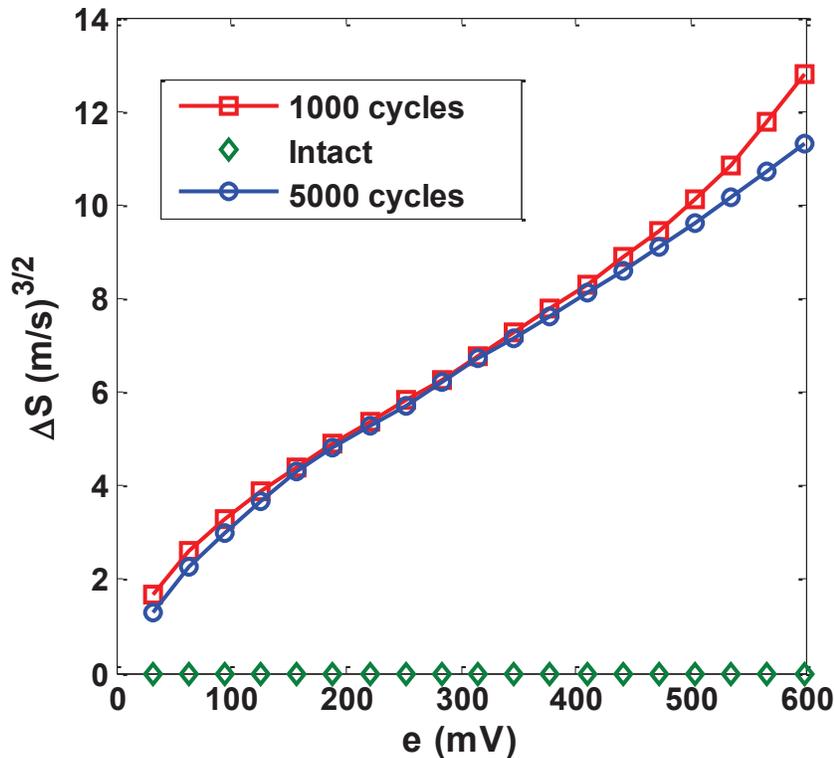


Figure 3.20 : Evolution du paramètre non linéaire hystérique  $\Delta S$  en fonction du pas d'excitation dans le cas du composite métallique TA6V aux états sain et endommagé. Le composite est endommagé à 1000 cycles et à 5000 cycles de fatigue.

Lorsque le TA6V est endommagé à 6000 cycles. Nous remarquons que le comportement n'est plus le même au-delà d'un certain niveau d'excitation. En effet,  $\Delta S$  croît de façon linéaire jusqu'à une excitation avoisinant les 300 mV et avec une pente  $\beta_{6000} \cong 0.019$ . Cependant la croissance linéaire est déviée à partir 300 mV d'excitation témoignant ainsi d'un changement de régime NLH dans le domaine fréquentiel considéré. En effet, la pente dynamique équivalente dans ce cas  $\beta'$  est supérieure aux pentes trouvées précédemment ce qui prouve que la sensibilité au comportement NLH a bien augmenté à partir du niveau susmentionné (Figure 3.21).

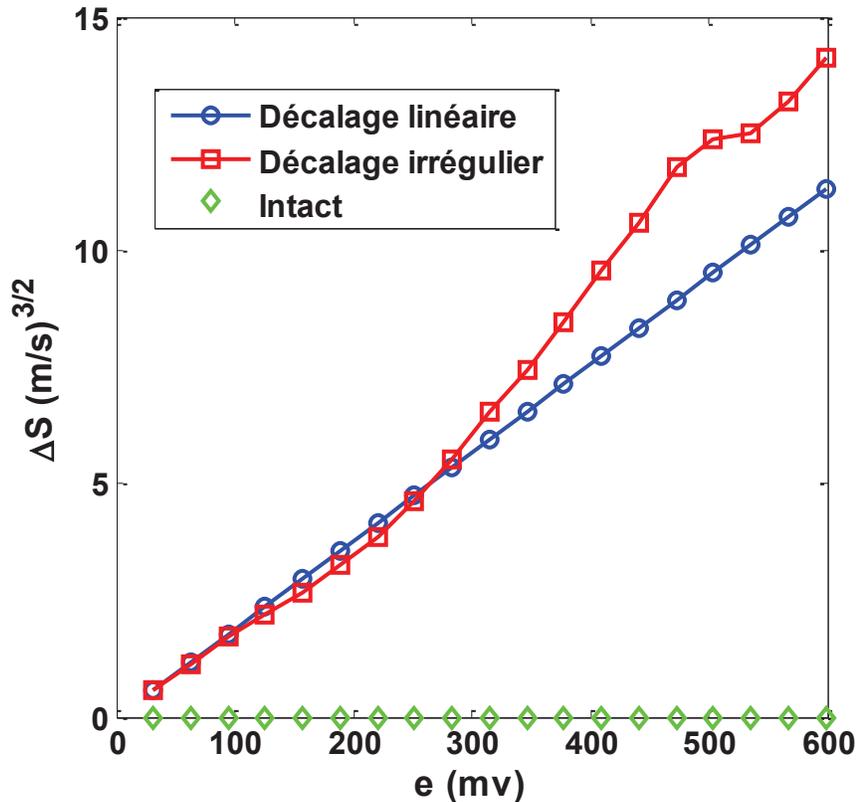


Figure 3.21 : Evolution du paramètre non linéaire hystérétique  $\Delta S$  en fonction du pas d'excitation aux états sain et endommagé à 6000 cycles de fatigue.

### 3.8 Analyse harmonique en résonance

La caractérisation non linéaire en résonance a été effectuée en s'appuyant sur les signaux générés par un analyseur de réseaux. Ce dernier applique un sinus glissant pour exciter les différents modes de résonance. Cependant la réponse du matériau étant analysée à chaque fréquence d'excitation nous prive d'avoir toute information supplémentaire liée à la création d'harmoniques supérieures et ce pour chaque niveau d'excitation. Une façon d'atteindre ce niveau d'analyse serait d'utiliser un analyseur de spectres pour déterminer les fréquences harmoniques liées à chaque excitation mono fréquence. Seulement ce type d'expérience est lourd à réaliser pour toutes les fréquences associées aux pour toutes les fréquences associées aux différents modes de résonance qui doivent être excités à différents niveaux.

### 3.8.1 Caractérisation des systèmes non linéaires

Dans le cas des systèmes non linéaires la réponse fréquentielle dépend de l'amplitude. Elle change lors de la modification de l'amplitude du signal d'excitation. C'est le cas du décalage de la fréquence de résonance non linéaire par exemple [BEN09, JOH05b]. Un autre effet non linéaire est la génération d'harmoniques supérieures. Pour des applications pratiques de CND, le système non linéaire est généralement mesuré de la même manière que le système linéaire. Dans ce cas, seulement le transfert de l'énergie de la première harmonique (fondamental) dans le domaine fréquentiel peut être analysé. De nombreuses méthodes permettant l'identification des systèmes non linéaires, la méthode de convolution non linéaire (MCNL) est l'une de ces méthodes. Elle a été décrite dans [ARM01] et développée dans [NOV10] en raison de la non-synchronisation en phase des réponses non linéaires en fréquence d'ordre supérieur. [NOV10] a choisi son signal d'excitation de façon à bien synchroniser les réponses non linéaires en fréquence d'ordre supérieur. La méthode utilise un signal chirp exponentiel  $s(t)$  comme signal d'excitation qui prend en compte toutes les harmoniques présentes dans le signal de sortie. La méthode nous permet d'estimer le transfert d'énergie, non seulement à la première harmonique, mais aussi aux harmoniques supérieures. Par ailleurs, la méthode permet également d'estimer le spectre de phase des harmoniques. Ainsi, avec une seule mesure d'une durée  $T$ , la méthode permet de caractériser le système non linéaire en amplitude et en phase, non seulement pour la fréquence fondamentale mais aussi pour les harmoniques supérieures non linéaire ainsi générés [NOV08, NOV10, NOV12].

Le signal d'entrée  $s(t)$  comporte une fréquence  $f_i(t)$  qui augmente exponentiellement avec le temps. Il est défini par l'équation 3.1

$$s(t) = \sin \left\{ 2\pi f_1 L \left[ \exp \left( \frac{t}{L} \right) - 1 \right] \right\} \quad (3.6)$$

Où  $f_1$  est la fréquence à l'instant  $t=0$  et  $L$  est le taux de croissance exponentielle dans la fréquence. Le paramètre  $L$  dépend de la durée  $T$  et de la fréquence de butée  $f_2$  du signal chirp (Figure 3.22). Les détails de calcul peuvent être consulté en annexe A.

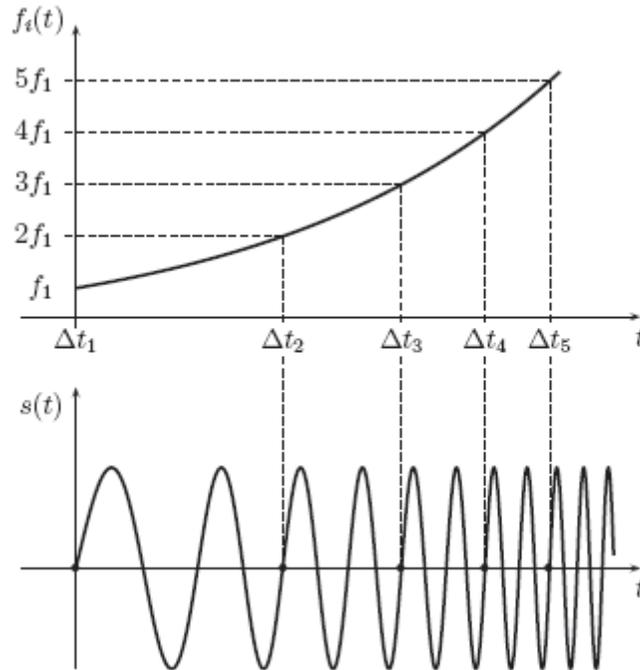


Figure 3.22 : Signal chirp  $s(t)$  synchronisé dans le domaine temporel et sa fréquence instantané associé  $f_i(t)$  [NOV08].

### 3.8.2 Convolution non linéaire

Le schéma bloc de la méthode est illustré dans la figure 3.23. La procédure d'analyse est divisée en deux parties. Un signal chirp exponentiel  $s(t)$  est généré pour exciter le système non linéaire dont la réponse  $y(t)$  est enregistrée de manière synchrone. Ensuite, le produit de convolution du signal de sortie  $y(t)$  par un filtre inverse  $\tilde{s}(t)$  est calculée. Le résultat de de cette convolution peut être exprimé sous cette forme :

$$y(t) * \tilde{s}(t) = \sum_{m=1}^{\infty} h_n(t + \Delta t_n) \quad (3.7)$$

Où  $h_n(t)$  représentent les réponses impulsionnelles d'ordre supérieur et  $\Delta t_n$  représente l'écart temporel entre la première (linéaire) et la nième réponse impulsionnelle. La réponse non linéaire impulsionnelle consiste en un ensemble de réponses impulsionnelles d'ordre supérieur qui sont décalés dans le temps. Ces réponses peuvent être facilement séparées par fenêtrage (Voir

figure 3.24) et leurs transformées de Fourier donnent les fonctions de réponse fréquentielle d'ordre supérieur notés FRFs pour des différents amplitudes d'excitation.

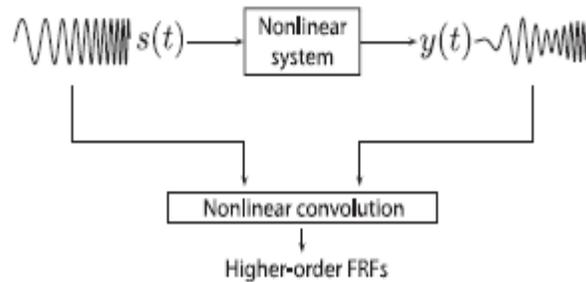


Figure 3.23 : Diagramme bloc de la méthode de convolution non linéaire [NOV12].

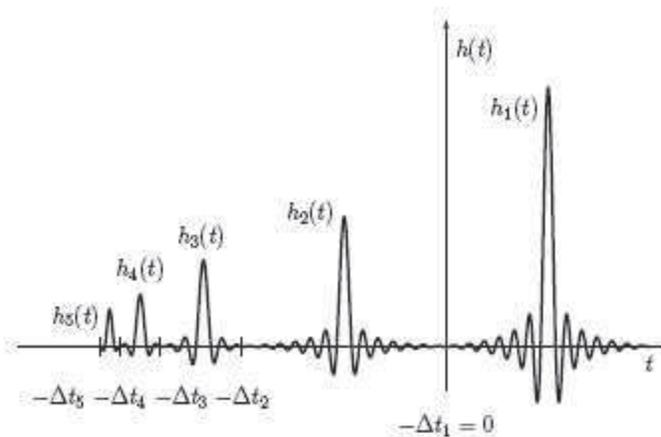


Figure 3.24: Résultat de la convolution non linéaire du signal de sortie par le filtre inverse sous forme d'harmoniques d'ordre supérieur [NOV10].

Nous avons appliqué la méthode de convolution non linéaire sur le TA6V endommagé à 6000 cycles de fatigue. Le résultat de la méthode est donné par la figure 3.25 sous forme spectrale (fondamentale + harmoniques). L'information classique obtenue par les expériences de résonance non linéaire à une amplitude d'excitation correspond à la courbe de réponse fondamentale. Des informations complémentaires sont contenues dans la réponse harmonique.

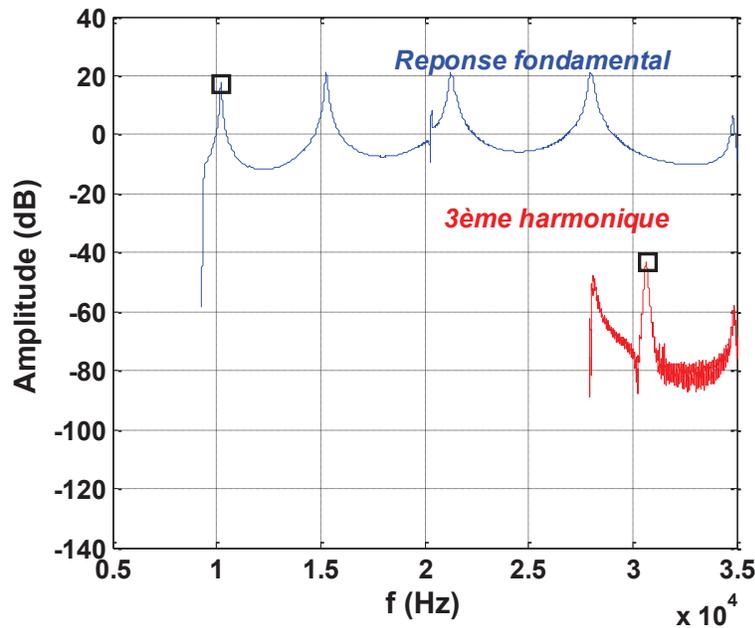


Figure 3.25 : Résultats de la méthode de convolution non linéaire donnant le spectre fondamental et de la troisième harmonique du 1<sup>er</sup> mode de résonance en flexion d'un composite à matrice métallique d'épaisseur 3mm. L'analyse classique par la méthode de résonance à travers un analyseur de spectre donne seulement le spectre fondamental.

### 3.8.3 Dispositif expérimental et linéarité

Le dispositif expérimental est donné par la figure 3.26. Un signal chirp exponentiel est généré par une carte audio (RME Fireface 400 Fire Wire). Ce signal allant de 1 kHz à 20 kHz est amplifié à gain constant à l'aide du même amplificateur utilisé lors des essais de résonance pour exciter un transducteur piézoélectrique (PZ27) de diamètre 20mm et d'épaisseur 1mm collé à l'extrémité de la poutre composite à matrice métallique. Les signaux de vibration détectés par le PZT récepteur sont numérisés à 24 bit avec une fréquence d'échantillonnage de 96 kHz par la carte audio. La configuration expérimentale favorise la génération de modes de résonances en flexion. La plaque composite est excitée à l'état endommagé autour de ses modes de résonance dont la tension d'excitation est comprise entre 10mV et 640mV. Nous avons pris le cas de 6000 cycles d'endommagement.

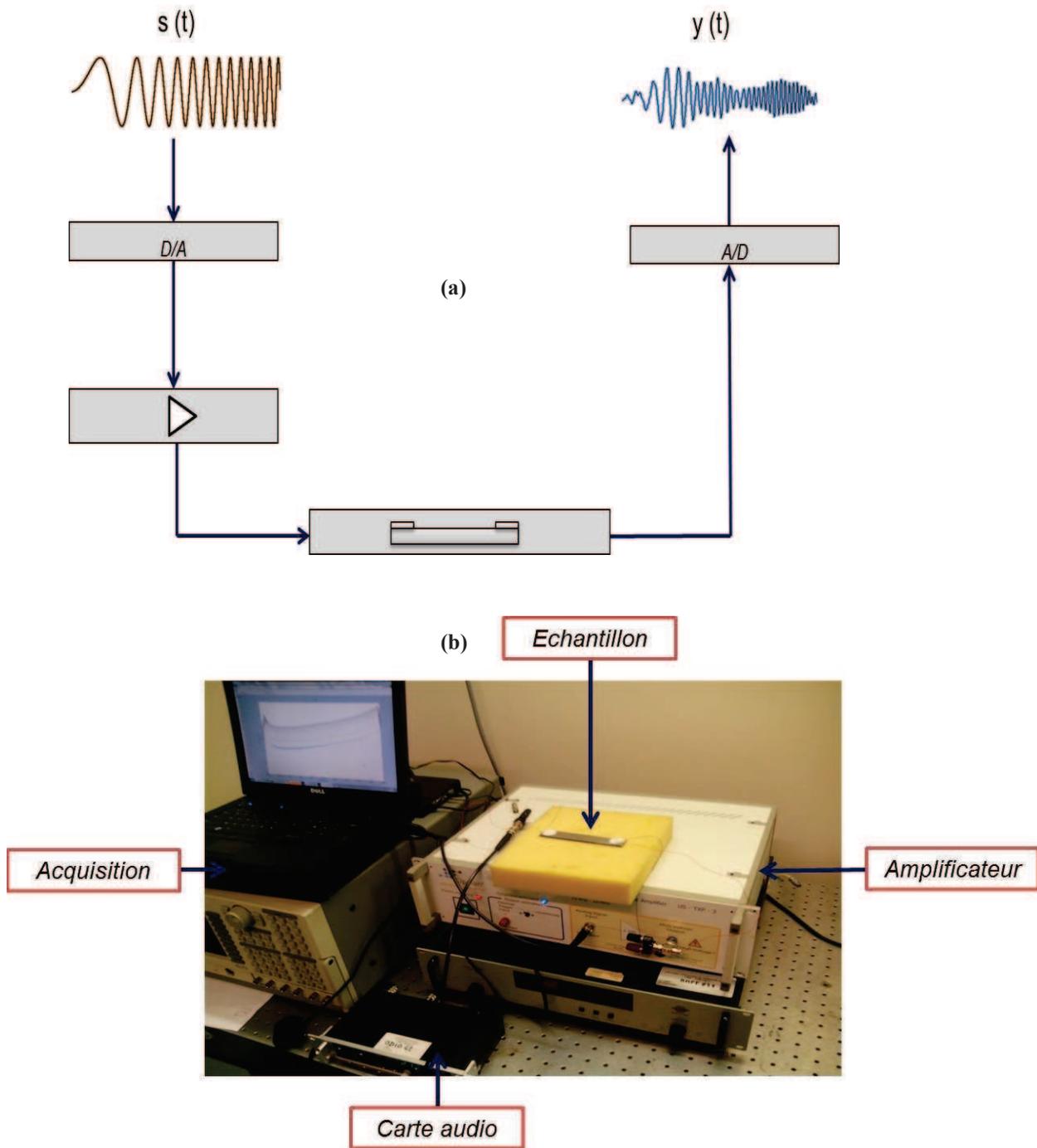
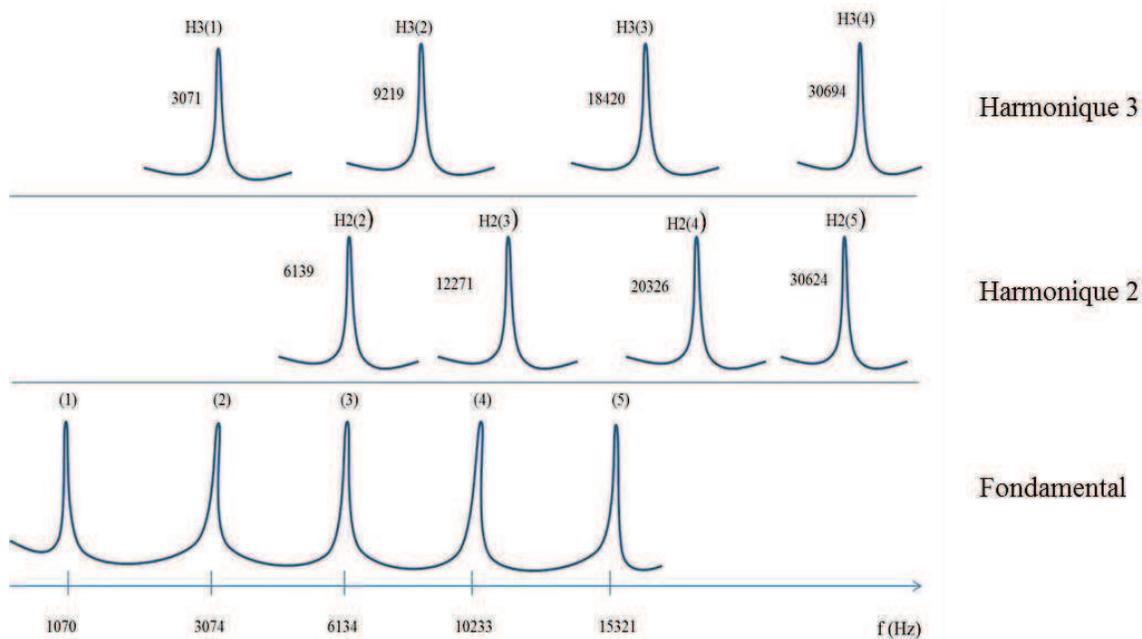


Figure 3.26 : (a) schéma bloc de la MCNL (b) Dispositif expérimental utilisé pour la caractérisation non linéaire.

Le dispositif expérimental associé à la méthode de convolution non linéaire fournit une information supplémentaire par rapport à la méthode de résonance classique. Il permet de déterminer le spectre fondamental des différents modes de résonances en flexion générés ainsi

que les harmoniques des modes associées. La figure 3.27 montre le résultat de la MCNL dont le spectre fondamental est formé de 5 modes de résonances en flexion. Chaque mode possède une harmonique paire et/ou impaire. Le mode (3) détecté à 6134Hz possède une deuxième harmonique à 12271Hz et une troisième harmonique à 18420 Hz. La deuxième harmonique du mode (2) générée à 6139 Hz est presque confondue avec le mode (3) excité à 6134Hz. Le mode (1) observé à 1070 Hz possède une troisième harmonique à 3071Hz confondu avec le mode (2). L'harmonique 2 du mode (4) se trouvant à 20326 Hz est loin du 6<sup>ème</sup> mode de flexion détecté à 21kHz par contre son harmonique 3 détecté à 30694Hz peut être confondu avec l'harmonique 2 du mode (5).



**Figure 3.27 : Résultats de la MCNL : Spectre fondamental, 2<sup>ème</sup> harmonique et 3<sup>ème</sup> harmonique.**

Les exemples donnés par la figure 3.27 montrent que malgré la dispersion des modes de flexion, nous pouvons toujours avoir une superposition avec une harmonique.

Le paramètre de non linéarité hystérétique  $\alpha_{nf}$  du mode possédant une nième harmonique est défini par analogie avec le paramètre de non linéarité hystérétique du mode de résonance fondamental  $\alpha_f$ . Il est donné par l'équation 3.16.

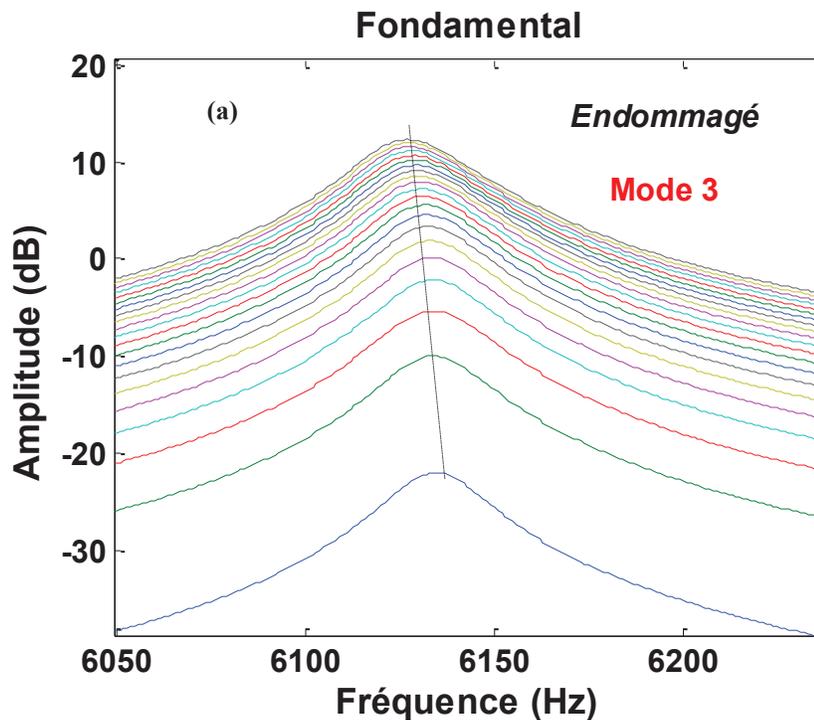
$$\frac{\Delta f_n}{f_n} = \frac{f_n(\varepsilon) - f_{n0}}{f_{n0}} = \alpha_{nf} \varepsilon \quad (3.8)$$

Où  $f_n$  et  $f_{n0}$  sont respectivement les fréquences de résonance de la nième harmonique du mode à fort et à faible amplitude de déformation. De la même façon est défini le changement du facteur de qualité (Voir équation (3.9)).

$$\Delta\left(\frac{1}{Q_n}\right) = \left(\frac{1}{Q_n(\varepsilon)} - \frac{1}{Q_{n0}}\right) = \alpha_{nQ} \varepsilon \quad (3.9)$$

Où  $\frac{1}{Q_n(\varepsilon)}$  est l'absorption non linéaire de la nième harmonique du mode de résonance à l'amplitude de déformation  $\varepsilon$ .  $\frac{1}{Q_{n0}}$  est l'absorption linéaire de la nième harmonique à faible amplitude de déformation.

La figure 3.28 montre un exemple de génération de l'harmonique 2 de la résonance en flexion du mode 3.



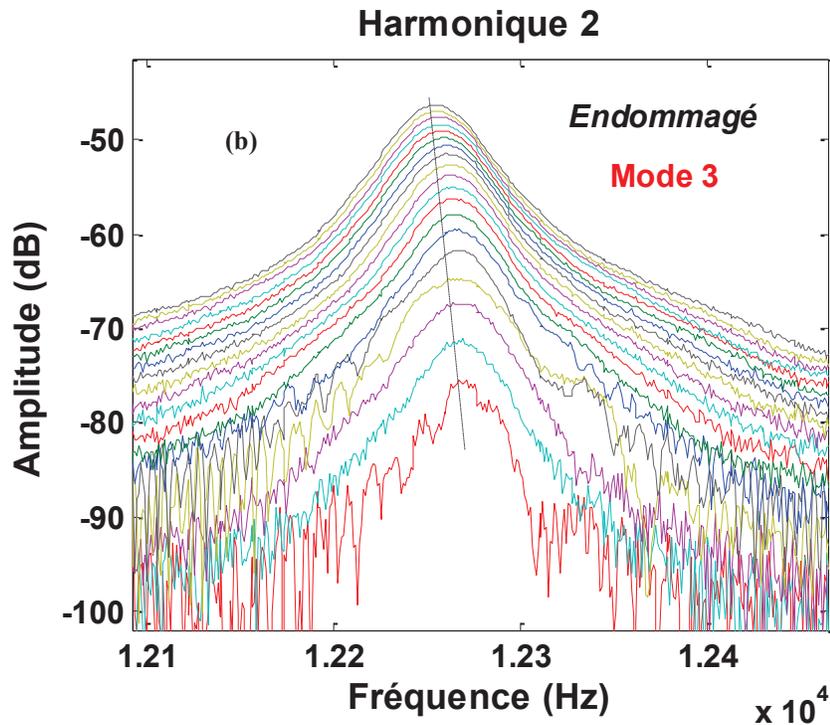


Figure 3.28 : Spectre obtenu par la méthode de convolution non linéaire au tour du troisième mode de flexion du TA6V (a) réponse fondamentale de l'échantillon à l'état endommagé (b) réponse de la deuxième harmonique à l'état endommagé.

La deuxième harmonique du mode 3 apparaît à très faible niveau. En augmentant le niveau d'excitation un comportement non linéaire hystérétique apparaît. Une analyse de cette harmonique dont la détection est impossible en utilisant un analyseur de spectre permet d'extraire les paramètres de non linéarité hystérétique et dissipative qui sont respectivement  $\alpha_{2f}$  et  $\alpha_{2Q}$ . Le paramètre de non linéarité hystérétique élastique de la deuxième harmonique du mode 3 est  $\alpha_{2f} \cong 4810^3$ . Sa valeur est largement supérieur à  $\alpha_f \cong 168$ . Le paramètre non linéaire dissipatif  $\alpha_{2Q}$  du mode 3 est de l'ordre de  $17 \cdot 10^3$ . Cette valeur est très important comparée au paramètre dissipative du mode 3 d'une valeur ( $\alpha_Q \cong 37$ ).

### 3.8.4 Dispersion du paramètre non linéaire hystérétique $\alpha_f$

La figure 3.29 montre les résultats liés à la dispersion de  $\alpha_f$ . Nous pouvons ainsi remarquer que nous retrouvons bien les valeurs déjà trouvées à l'aide de l'analyseur de spectre. La nouvelle

configuration expérimentale permet également de trouver les valeurs des nouveaux paramètres NLH  $\alpha_{2f}$  et  $\alpha_{3f}$  générés par le matériau endommagé. A cet effet il est important de noter que les harmoniques signalant un comportement NLH correspondent bien aux harmoniques 2 et 3 du mode 3 notées H2(3) et H3(3), à l'harmonique 3 du mode 4 H3(4) et à l'harmonique 2 H2(5) (Figure 3.29).

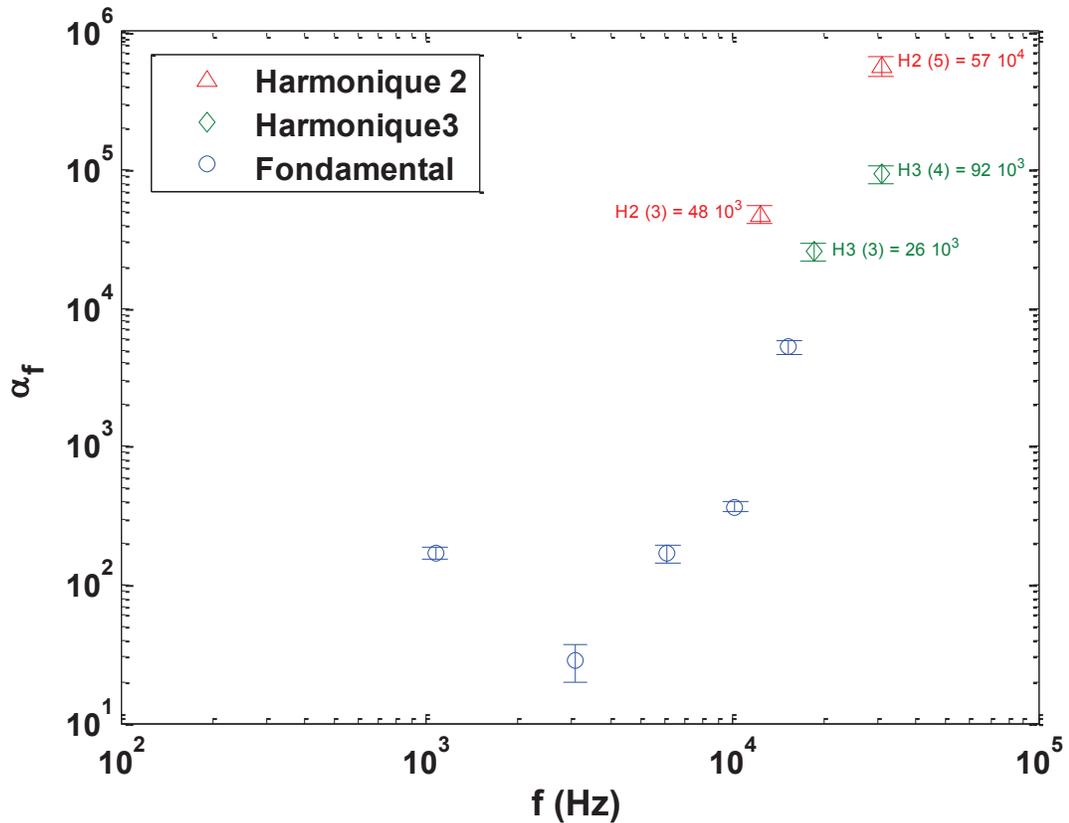


Figure 3.29 : Evolution du paramètre non linéaire hystérétique  $\alpha_f$  en fonction de la fréquence dans le cas du composite TA6V endommagé à 6000 cycles de fatigue.

Tout d'abord il est à rappeler que  $\alpha_f$  du TA6V est très dispersif vu qu'il varie entre 28 et 5270 selon le mode considéré. Pour les modes 1 et 2 nous n'avons détecté aucune harmonique. Cela n'a pas été le cas pour le mode 3 où nous avons enregistré l'apparition d'harmonique 2 et 3. Cela nous a permis d'évaluer les paramètres  $\alpha_{2f}$  (3) et  $\alpha_{3f}$  (3) dont les valeurs  $\cong 48 \cdot 10^3$  et  $\cong 26 \cdot 10^3$ , respectivement. Ainsi  $\alpha_{2f}$  (3) et  $\alpha_{3f}$  (3) sont nettement plus élevées que  $\alpha_f$  (3) dont la valeur est  $\cong 168$ . La seule harmonique détectée pour le mode 4 est l'harmonique 3 où

$\alpha_{3f}(4) \cong 92 \cdot 10^3$  alors que  $\alpha_f(4) \cong 368$ . Le paramètre NLH relatif à l'harmonique 2 du mode 5 a été évalué à  $\alpha_{2f}(5) \cong 57 \cdot 10^4$  et dont la valeur est supérieure à celle de  $\alpha_f(5) \cong 5270$ . Enfin, notons que les résultats présentés ne tiennent compte que des harmoniques dont la fréquence évolue en fonction du niveau d'excitation. En effet d'autres harmoniques ont bien été détectées (H2(2), H2(4), H3(1), etc.) mais leurs caractéristiques (fréquence centrale et facteur de qualité) n'ont pas changé en fonction de l'excitation.

### 3.8.5 Dispersion du paramètre non linéaire hystérétique $\alpha_Q$

#### 3.8.5.1 Détermination du facteur de qualité

Le facteur de qualité peut être déterminé de deux façons soit en calculant le rapport de la fréquence propre à la largeur de la bande passante à -3dB de la résonance du système soit en mesurant la pente de la courbe de phase en fonction de la fréquence de la fonction de transfert  $H(p)$  défini pour un système résonant. Dans ce cas, la phase  $\phi$  du système s'écrit alors:

$$\phi = \frac{\pi}{2} - \arctg\left(\frac{1}{Q} \left(\frac{w}{(w_0 - w)}\right)\right) \quad (3.10)$$

Lorsqu'il s'agit des résonances dont le rapport signal/bruit est faible comme le montre la figure 3.30 (a), l'extraction de la bande passante à -3dB paraît difficile et par conséquent on obtient un facteur de qualité avec moins de précision. La méthode de phase nous permet de résoudre ce problème observé pour les harmoniques et d'avoir un signal très net à travers une étude de la phase du système en fonction de la fréquence dont la pente représente le facteur de qualité (Voir figure 3.30 (b)).



La figure 3.31 montre que la dispersion de  $\alpha_Q$  reste identique à celle trouvée à l'aide de l'analyseur de spectre. Par ailleurs, les valeurs de  $\alpha_{2Q}$  et  $\alpha_{3Q}$  de façon générale restent plus importantes que celles trouvées pour  $\alpha_Q$  et ce quel que soit le mode excité. Les harmoniques manifestant un comportement NLH sont identiques à celles trouvées pour  $\alpha_f$ . Ainsi,  $\alpha_Q$  reste confiné entre 0 et 1152 selon la résonance générée. Pour les premiers harmoniques détectés  $\alpha_{2Q}(3)$  et  $\alpha_{3Q}(3)$  ont des valeurs élevées et valent  $\cong 1710^3$  et  $\cong 710^3$  respectivement. Par ailleurs les paramètres  $\alpha_{2Q}(5)$  et  $\alpha_{3Q}(4)$  évoluent également de façon très importante et ont pour valeurs  $\alpha_{3Q}(4) \cong 4910^3$  et  $\alpha_{2Q}(5) \cong 15710^3$ .

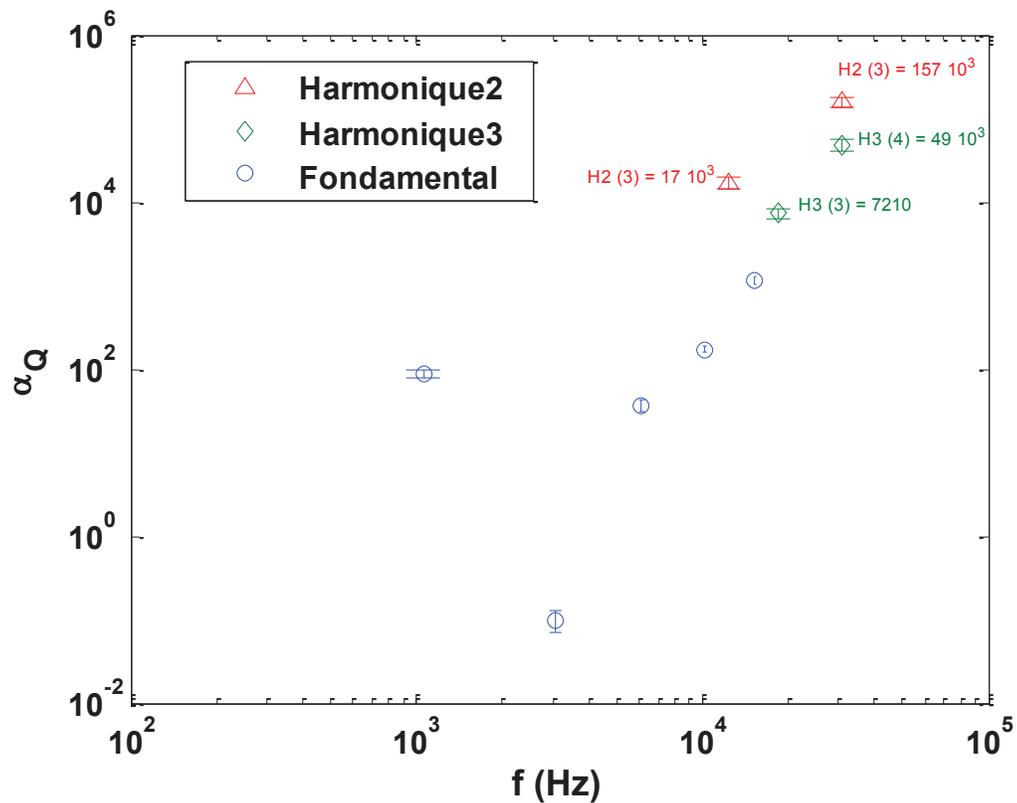


Figure 3.31 : Evolution du paramètre non linéaire hystérétique  $\alpha_Q$  en fonction de la fréquence dans le cas du composite TA6V endommagé à 6000 cycles de fatigue.

### 3.8.6 Dispersion du paramètre non linéaire hystérétique $\alpha_v$

La dispersion du paramètre  $\alpha_v$  est montrée en figure 3.32. Ainsi il est possible de voir que  $\alpha_v$  peut prendre des valeurs non nulles entre deux modes de résonance. En particulier, pour les harmoniques 2 et 3 du mode 3 nous avons trouvé  $\alpha_v [H_2(3)] \cong 24 \cdot 10^3$  et  $\alpha_v [H_3(3)] \cong 13 \cdot 10^3$ . Par ailleurs  $\alpha_v [H_3(4)]$  correspondant à l'harmonique 3 du mode 4 vaut  $\sim 46 \cdot 10^3$  et  $\alpha_v [H_2(5)]$  lié à l'harmonique 2 du mode 5 est égal à  $\sim 2.85 \cdot 10^5$ . En dehors des valeurs trouvées pour les différents modes de résonance, celles liées aux harmoniques respectent toujours le rapport  $\frac{\alpha_f}{\alpha_v} \cong 2$ .

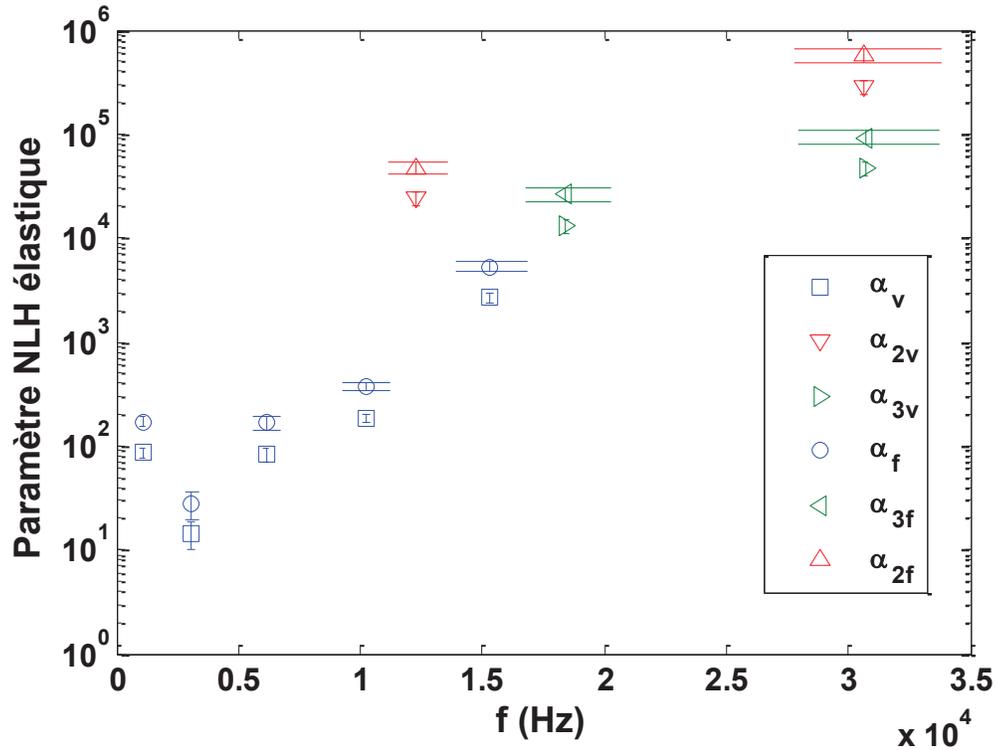


Figure 3.32 : Evolution du paramètre non linéaire hystérétique  $\alpha_v$  et  $\alpha_f$  en fonction de la fréquence dans le cas du composite TA6V endommagé à 6000 cycles de fatigue.

## Conclusion

Ce travail a permis de suivre l'évolution du comportement NLH du composite à matrice métallique TA6V aux états sain et endommagé. Les paramètres NLH  $\alpha_f$ ,  $\alpha_Q$  et  $\alpha_v$  ont été suivis aux fréquences de résonance et leur caractère dispersif a bien été identifié à la suite de chaque cycle de fatigue. Le paramètre  $\Delta S$  manifeste un comportement linéaire à 1000 et 5000 cycles de fatigue. A bout de 6000 cycles  $\Delta S$  a changé de comportement et n'évolue plus de façon linéaire à partir d'un certain niveau d'excitation. Par ailleurs, l'utilisation de la convolution non linéaire a rendu possible la détermination des paramètres NLH en dehors des fréquences de résonance. En particulier, nous avons trouvé que les valeurs  $\alpha_f$ ,  $\alpha_Q$  et  $\alpha_v$  sont très élevées aux fréquences harmoniques et permettent ainsi d'augmenter la sensibilité de l'approche en ondes guidées à l'endommagement.



## Conclusion et perspectives

L'objectif de ce travail de thèse était de caractériser le comportement non-linéaire des matériaux endommagés par ondes guidées. L'approche a été appliquée sur deux matériaux de structure à savoir un composite base polymère et un composite base métal. Le premier a été endommagé localement grâce à un essai de flexion trois points alors que le second a subi un essai de fatigue en traction. Nous avons ainsi été confronté à deux types d'endommagements localisé et diffus.

Le premier résultat probant de cette thèse est que les paramètres non-linéaires hystérétiques  $\alpha_f$  et  $\alpha_Q$  se sont révélés dispersifs. Dans un premier temps, cela nous a paru normal à cause du déplacement des nœuds et des ventres de vibration par rapport à l'endommagement localisé. Cependant, nous avons été surpris de voir que la dispersion existe également dans le cas d'un endommagement diffus. Toutefois, la validité de ces résultats est renforcée par la dispersion même des modes de flexion ainsi générés qui, rappelons-le, ne permet pas une superposition entre les harmoniques éventuellement générées par l'endommagement et les modes de flexion d'ordre supérieur. De cette façon, nous avons également suivi l'évolution du paramètre de Read ( $R = \alpha_Q / \alpha_f$ ) qui s'est également révélé dispersif. De façon générale, la non-linéarité hystérétique a été plus liée au ramollissement du matériau (décroissance du module élastique) qu'à une croissance de l'amortissement ( $R < 1$ ). Par ailleurs, pour les deux matériaux, l'approche en onde guidée a été effectuée dans les conditions où l'onde de flexion coïncide avec l'onde de Lamb antisymétrique A0. Après avoir trouvé les fréquences de coupure des deux matériaux nous avons déterminé les vitesses de propagation du mode A0 ainsi généré dans les plaques en composites aux états sain et endommagé. Cela nous a permis de définir un nouveau paramètre non-linéaire hystérétique  $\alpha_V$  dont la valeur est très dépendante de la fréquence considérée. De plus, le rapport ( $\alpha_f / \alpha_V$ ) s'est révélé constant  $\sim 2$  quelle que soit la fréquence considérée et ce pour les deux matériaux malgré les différences pouvant exister entre leurs compositions chimiques et constituants. Cependant, même si les paramètres  $\alpha_V$  et  $\alpha_f$  n'évoluent pas de façon monotone, la relation trouvée permet de les évaluer l'un en fonction de l'autre en dehors des fréquences de résonance.

Ayant pris conscience du caractère locale de  $\alpha_V$  (dépendant de la fréquence considéré) nous avons défini un nouveau paramètre appelé  $\Delta S$  dont la valeur dépend de tous les modes de résonance considérés. Ainsi, la variation de  $\Delta S$  en fonction du niveau d'excitation peut s'effectuer de façon linéaire, non-linéaire ou mixte en fonction de l'état d'endommagement et du matériau. Ce que nous avons constaté c'est que la prise en compte d'un domaine fréquentiel étendu pouvait augmenter la sensibilité à l'endommagement et ce dès les premiers niveaux d'excitation, comme dans le cas du composite base polymère par exemple.

Telle que développée, la méthode de résonance non-linéaire ne s'intéresse qu'à la réponse du matériau à la fréquence d'excitation. Dans ce travail, nous nous sommes également intéressés aux éventuelles harmoniques pouvant être générés à chaque résonance. Cela a été appliqué dans le cas d'un composite base polymère. Ainsi, la nouvelle configuration expérimentale a permis non seulement de retrouver les résultats liées aux fréquences de résonance mais également de remonter aux modes harmoniques des résonances ainsi générées. Les paramètres non-linéaires hystérétiques liés aux harmoniques  $\alpha_{nf}$ ,  $\alpha_{nQ}$  et  $\alpha_{nV}$  ( $n \geq 2$ ) se sont révélés très sensibles à l'endommagement et peuvent même être supérieurs d'un ou de plusieurs ordres de grandeur aux paramètres  $\alpha_f$ ,  $\alpha_Q$  et  $\alpha_V$ . Cette sensibilité montre qu'il est possible d'améliorer la sensibilité à l'endommagement à partir du moment où une analyse des signaux recueillis est effectuée de manière plus aboutie.

De ce qui précède, la perspective directe de ce travail serait d'envisager une série de mesures impliquant des ondes de Lamb se propageant dans des plaques ayant des dimensions plus importantes. A travers une telle démarche il nous sera possible de tester la sensibilité des différents modes (A0, S0, etc.) à un endommagement localisé (ex. impact) ou diffus (ex. corrosion) en régime non-linéaire. A ce propos, il faudra accorder une attention particulière à l'identification des vitesses liées aux harmoniques qui peuvent aisément être confondues aux vitesses des modes d'ordre supérieur (A1, S1, A2, S2, etc.). Par ailleurs, il est également possible d'évaluer la décroissance du module élastique moyenné sur le domaine fréquentiel  $\langle \Delta E \rangle_f$  considéré et ce à travers l'évolution de  $\Delta S$  en fonction de l'excitation. Enfin, nous pensons que les évaluations des différents paramètres non-linéaires hystérétiques  $\alpha_{nf}$ ,  $\alpha_{nQ}$  et  $\alpha_{nV}$  ( $n \geq 1$ ) permettront de définir une expression plus générale du paramètre  $\alpha$  figurant dans l'équation :

$$K = K_0(1 + \beta\varepsilon + \delta\varepsilon^2 + \dots) + \alpha(\varepsilon, \dot{\varepsilon})$$

## Bibliographie

- [ABE96] Van Den Abeele, K.E.-A., “Elastic pulsed wave propagation in media with second- or higher-order nonlinearity. Part I: theoretical framework,” the Journal of the Acoustical Society of American, 1996, vol. 99, pp. 3334-3345.
- [ABE97] Van Den Abeele, K.E.-A., Johnson, P.A., Guyer, R.A. and McCall, K.R., “On the quasi-analytic treatment of hysteretic nonlinear response in elastic wave propagation,” Journal of the Acoustical Society of America, 1997, vol. 101, pp. 1885–1898.
- [ABE00a] Van Den Abeele, K.E.-A., Johnson, P.A., Sutin, A., “Nonlinear elastic wave spectroscopy NEWS techniques to discern material damage. Part I: Nonlinear wave modulation spectroscopy NWMS Resonance,” Nondestructive Evaluation, 2000, vol. 12, pp. 17-30.
- [ABE00b] Van Den Abeele, K. E.-A., Carmeliet J., Ten Cate, J. A., Johnson, P. A., “Nonlinear ElasticWave Spectroscopy (NEWS) Techniques to Discern Material Damage, Part II: Single-Mode Nonlinear Resonance Acoustic Spectroscopy,” Nondestructive Evaluation, 2000, vol.12 pp. 31-42.
- [ABE00c] Van Den Abeele, K.E.-A. and De Visscher, J. “Damage assessment in reinforced concrete using spectral and temporal nonlinear vibration techniques ,”Cement and Concrete Research, 2000, vol. 30, pp. 1453-1464.
- [ACH98] Achenbach, J.D., “Lamb waves as thickness vibrations superimposed on a membrane carrier wave,” J.Acoust. Soc. Am., 1998, vol. 103, pp. 2283-2286.
- [ALE07] Aleshin, V., and Van Den Abeele, K.E.-A., “Microcontact-based theory for acoustics in microdamaged materials,” Journal of the Mechanics and Physics of Solids , 2007, vol. 55(2), pp.366–390.
- [AND53] Anderson, R. A., “Flexural Vibrations in Uniform Beams according to the Timoshenko Theory,” J. of Appl. Mech, 1953, vol. 75, pp. 504-510.

- [ARM01] Armelloni, E., Farina, A. and Bellini, A., “Non-linear convolution: A new approach for the auralization of distorting systems,” in Proc. AES 110th Conv., Amsterdam, The Netherlands, May 2001.
- [AUL73] Auld, B.A., “Acoustic fields and waves in solids,” A Wiley-Interscience publication, 1973, vol. II, 414p.
- [AUR96] Aurelle, N., Guyomar, D., Richard, C., Gonnard, P., Eyraud, L., “Nonlinear behaviour of an ultrasonic transducer,” *Ultrasonics*, 1996, vol. 34, n° 1, pp. 187-191.
- [BAC13a] Baccouche, Y., Bentahar, M., EL Guerjouna, R., Mechri, C., Ben Ghazlen, M. H., “Hysteretic non linearity analysis in damaged composite plates using guided waves,” *Journal of The Acoustical Society of America*, 2013, vol. 133 (4), EL256-EL261.
- [BAC13b] Baccouche, Y., Bentahar, M., EL Guerjouna, R., Mechri, C., Ben Ghazlen, M. H., “Caractérisation non-linéaire par onde de flexion de l’endommagement des composites à matrice métallique,” *Revue des Composites et Matériaux Avancés*, article accepté.
- [BAT90] Batoz, J.L. et Dhatt, G., “Modélisation des structures par éléments finis,” volume 2, *Poutres et plaques*, Hermès, 1990.
- [BAT97] Bathias, C., et Bailon, J.P., “La fatigue des matériaux et des structures,” Paris Hermès, 1997.
- [BAZ99] Bazergui, A., Bui-Quoc, T., McIntyre, G., Laberge, C., *Résistance des matériaux*, édition corrigée, Éditions de l’École Polytechnique de Montréal, 1999.
- [BEN06] Bentahar, M., El Agra, H., El Guerjouna, R., Griffa M., and Scalerandi, M., “Hysteretic elasticity in damaged concrete: Quantitative analysis of slow and fast dynamics,” *Physical Review*, 2006, vol. 73, 014116 p.
- [BEN09] Bentahar, M., El Guerjouna, R., “Monitoring progressive damage in polymer based composite using nonlinear dynamics and acoustic emission.,” *Journal of The Acoustical Society of America*, 2009, vol. 125(1), pp. 39–44.

- [BEN08a] Benmeddour, F., Grondel, S., Assaad, J., Moulin, E., “Study of the fundamental Lamb mode interaction with asymmetrical discontinuities,” *NDT & E International*, 2008, vol. 41, issue 5 pp. 330- 340.
- [BEN08b] Benmeddour, F., Grondel, S., Assaad, J., Moulin, E., “Study of the fundamental Lamb mode interaction with symmetrical discontinuities,” *NDT & E International*, 2008, vol. 41, issue1, pp. 1- 9.
- [BER92] Berthelot, J. M., “Matériaux composites comportement mécanique et analyse des structures,” Paris, Masson, 1992, 615 p.
- [BRU64] Brugger, K., “Thermodynamic definition of higher order elastic coefficients. *Physical Review*,” vol. 133(6A), 1964, pp. 1611–1612.
- [CAL94] McCall, K.R. and Guyer, R.A., “Equation of state and wave propagation in hysteretic non linear elastic materials, *Journal of geophysical research*, 1994, vol. 99(B12), pp. 23887-23897.
- [CAN94] Cantrell, J., Yost, W., “Acoustic harmonic generation from fatigue induces dislocation dipoles,” *Philos. Mag*, 1996, vol. 69, pp. 315–26.
- [CHA10] Chapuis, B. “Contrôle Santé Intégré par méthode ultrasonore des réparations composites collées sur des structures métalliques Thèse de doctorat, 2010, Université de Paris 7.
- [CHR86] Chrétien, G., “Matériaux composites,” Edition Technique et Documentation (Lavoisier), ISBN 285206 325 5, 1986.
- [CLE01] Le Clézio, E., “ Diffraction des ondes de Lamb par des fissures verticales, ” Thèse de doctorat, 2001, Université de Bordeaux I, N° d’ordre : 2472.
- [DES00] Destefani, J. D., “ Introduction to Titanium and Titanium Alloys, ” *Metals Handbook*, 2000, pp.586-591

- [DEL03] Delsanto, P. and Scalerandi, M. "modeling non classical non linearity, conditioning, and slow dynamics", Phys. Rev., 2003, B 68, pp. 064107–064116.
- [DUC03] Duquenne, L., "Développement d'une méthode d'estimation de la génération transitoire d'ondes de Lamb : Application à la modélisation d'un système de contrôle santé intégré," Thèse doctorat, 2003, Université de Valenciennes et du Hainaut Cambrésis. N° d'ordre : 03 32.
- [FOR63] Forsyth, P.J.E., "Fatigue damage and crack growth in aluminium alloys , "Acta Metallurgica, 1963, vol.11, pp. 703-715
- [GAZ60] Gazis, D.C., Mindlin, R.D., "Extensional vibrations and waves in a plate circular disk and a semi- infinite plate," Journal of applied mechanics, 1960, pp. 541-547.
- [GAY91] Gay, D. Matériaux composites. Paris, Hermes, 1991, 569 p.
- [GIU01] Giurgiutiu, V., Bao, J., and Zhao, W., "Active Sensor Wave Propagation Health Monitoring of Beam and Plate Structures," Proceedings of the SPIE's 8th International Symposium on Smart Structures and Materials, 4-8 March, 2001, Newport Beach, CA.
- [GOR75] Gorman, Daniel J. *Free Vibration Analysis of Beams and Shafts*, John Wiley&Sons, 1975.
- [GOU07] GOURSOLLE, T., "Propriétés acoustiques non linéaires classiques et non classiques : Applications au contrôle de santé des matériaux de l'industrie aéronautique," Thèse doctorat, 2007, Université François Rabelais - Tours.
- [GUS02] Gusev, V. and Aleshin, V., "Strain wave evolution equation for nonlinear propagation in materials with mesoscopic mechanical elements," Journal of The Acoustical Society of America, 2002, vol. 112 (6), pp. 2666–2679.
- [GUY95] Guyer, R.A., and McCall, R., Hysteresis, "Discrete Memory and nonlinear wave propagation in rock:A new paradigm," Physical review letters, 1995, vol. 74, pp. 3491-3494.

- [GUY99a] Guyer, R. A., and Johnson, P. A., "The astonishing case of mesoscopic elastic nonlinearity," *Physics Today*, 1999, vol. 52, pp. 30-36.
- [GUY99b] Guyer, R. A., TenCate, J., A, Johnson, P. A. "Hysteresis and the dynamic elasticity of consolidated granular materials," *Phys. Rev. Lett.*, 1999, vol. 82, n° 16, pp.3280-3283.
- [GRA75] Graff, F., Karl, "Wave Motion in Elastic Solids"; Oxford University Press, 1975.
- [GRU99] Gruttman, F., Sauer R. and Wagner, W., "Shear stresses in prismatic beams with arbitrary cross-sections," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1999, vol. 45, pp.865-889.
- [HAY00] Hayashi, T., Endoh, S., "Calculation and visualization of Lamb wave motion," *Ultrasonics* , 2000, pp. 770-773.
- [JOH96] Johnson, P. A., Zinszner, B. and Rasolofosaon, P. N. J. "Resonance and elastic nonlinear phenomena in rock," *J. Geophys. Res.*, 1996, vol.101, pp.11553–11564.
- [JOH04] Johnson, P.A., Zinszner, B., Rasolofosaon, P., Cohen-Tenoudji, F. and Van Den Abeele, K.E.- A., "Dynamic measurements of the nonlinear elastic parameter in rock under varying conditions," *Journal of Geophysical Research*, ,2004, Vol. 109, pp.1-12.
- [JOH05] Johnson, P.A., Zinszner, B., Rasolofosaon, P., Cohen-Tenoudji, F. and Van Den Abeele, K.E.-A., "Dynamic measurements of the nonlinear elastic parameter  $\alpha$  in rock under varying conditions," *Journal of Geophysical Research*, ,2005, Vol. 117, pp.124-130.
- [JOH05b] Johnson, P. A., Sutin, A., "Slow dynamics and anomalous nonlinear fast dynamics in diverse solids," *J. Acoust. Soc. Am.*, 2005, vol. 117, pp. 124–130.
- [Kan75] Kaneko T., "On Timoshenko's correction for shear in vibrating beams," *J. Phys. D : Appl.Phys.*, 1975, vol.8, pp.1927-1936.

- [KOS84] Koshiha, M., Karakida, S., Suzuki, M. "Finite-element analysis of Lamb wave scattering in an elastic plate waveguide," IEEE Transactions on sonics and ultrasonics, 1984, Vol SU-31, pp. 18-24.
- [LAR91] Laroze, S., Barrau, J., Mécanique des Structures, Tome 2 *Poutres*, 'Ed. Masson, 1991.
- [LAM89] Lamb, H., "On the flexure of an elastic plate," Proceedings of the London Mathematical Society 1889 vol. 21, pp. 70-90.
- [LAM90] Lampman, S., "Wrought titanium and Titanium Alloys," Metals Handbook 2, 1990, pp. 592-633.
- [LAM17] Lamb, H., "On waves in an elastic plate," Proceeding of the Royal Society of London Series, 1917, vol. 93, pp. 114 – 128.
- [LAN67] Landau, L., and Lifschitz, E. Physique théorique ,Tome VII :Edition MIR, Moscou, 1967, 206 p.
- [LEE03a] Lee, B.C. and Staszewski, W.J. "Modelling of Lamb waves for damage detection in metallic structures: Part II. Wave interactions with damage," Smart Materials and Structures, 2003, vol. 12, pp. 815-824.
- [LEE03b] Lee, B.C. and Staszewski, W.J., "Modelling of Lamb waves for damage detection in metallic structures: Part I," Wave propagation Smart Materials and Structures, 2003 vol. 12, pp. 804-814.
- [LEE04] Lee, B.C., Palacz, M., Krawczuk, M., Ostachowicz, W et Staszewski, W.J. "Wave Propagation in a Sensor/Actuator Diffusion Bond Model," Journal of Sound and Vibration, 2004, vol. 276, pp. 671-687.
- [LIA90] Liand, Y. Thompson, R.B. Influence of anisotropy on the dispersion characteristics of guided ultrasonic plate modes. J. Acoust. Soc. Am., 1990, vol. 87, pp. 1911-1931.

- [LIM08] Limido, J. "Etude de l'effet de l'usinage grande vitesse sur la tenue en fatigue de pièces aéronautiques," Thèse doctorat, 2008, Université de Toulouse.
- [LOR45] Lord Rayleigh. Theory of Sound. Dover Publications, Second edition, New York, 1945.
- [LOU06] Loudini, M., Boukhetala, D., Tadjine, M., Boumehti, M.A., "Application of Timoshenko Beam Theory for Deriving Motion Equations of a Lightweight Elastic Link Robot Manipulator," ICGST- ARAS Journal, 2006, vol. 5, Issue (II).
- [MAS68] Mason, W. and Hermann, L., "Elastic shear analysis of general prismatic beams," Journal of the Engineering Mechanics Division, 1968, vol. 91, pp. 965-982.
- [MAY85] Mayergoyz, J.D., "Hysteresis models from the mathematical and control theory points of view," Journal Of Applied Physics, 1985, vol. 57, 3803 p.
- [MOR03] Moreno, E., Acevedo, P., Castillo, M., "Pulse propagation in plate elements," European Journal of Mechanics A/Solids 22, 2003, pp. 283-294.
- [MOU01] Moulin, E., Bourasseau, N., Assaad, J., Delebarre, C., "Directivity of integrated piezoelectric Lamb wave sources," IEEE Ultrasonics Symposium, 2001, p. 1081-1084.
- [MOU02] Moussatov, A., Castagniede, B., Gusev, V., "Frequency up-conversion and frequency down-conversion of acoustic waves in damaged materials," Phys. Lett. A, 2002, vol. 301, pp. 281-290.
- [MUR51] Murnaghan, F. D., "Finite Deformations of Elastic Solids," Chapman and Hall, New York, 1951.
- [NAS05] Nazarov, V. E., Kolpakov, A. B. and Radostin, A. V., "Experimental Study of Nonlinear Acoustical Effects in Limestone," ACOUSTICAL PHYSICS, vol.53, pp. 217-225.
- [NAY89] Nayfeh, A.N., Chimenti, D.E., "Free wave propagation in plates of general anisotropic media" Journal of applied Mechanics, 1989, vol. 56, pp. 881-886.

- [NOV08] Novak, A., “ Identification of Nonlinear Systems in Acoustics,” Doctoral thesis, 2008, Czech Prague University and Maine University.
- [NOV10] Novak, A., Simon, L., Kadlec, F., Lotton, P., “Nonlinear system identification using exponential swept-sine signal,” *IEEE Trans Instrum Meas* 2010, vol. 59(8), pp. 2220–2229.
- [NOV12] Novak, A., Bentahar, M., Tournat, V., El Guerjouma, R., Simon, L., “Nonlinear acoustic characterization of micro-damaged materials through higher harmonic resonance analysis,” *NDT&E International*, vol. 45, pp. 1-8.
- [OST78] Ostrovsky, L. A., Soustova, I. A., and Sutin, A. M. “Nonlinear and parametric phenomena in dispersive acoustic systems ,” *Acustica*, 1978, vol. 39, pp. 298-306.
- [OST01] Ostrovsky, L. A. and Johnson, P. “Dynamic nonlinear elasticity in geomaterials,” *Riv. Nuovo Cimento*, 2001, vol. 24, pp. 1–46.
- [PAG01] Paget, C., “ Contribution au contrôle actif de santé de structures composites aéronautiques par transducteurs piézoélectriques insérés,” Thèse de doctorat, 2001, Université de Valenciennes et du Hainaut Cambrésis. N° d’ordre : 01-17.
- [PAS07] Pasqualini, D., Heitmann, K., TenCate, J. A., Habib, S., Higdon, D. and Johnson, P. A. “Nonequilibrium and nonlinear dynamics in berea and fontainebleau sandstones: Low-strain regime ,” *J. Geophys. Res.*, 2007, vol.112.
- [PAY07] Payan, C., “ Caractérisation non destructive du béton: Etude du potentiel de l’acoustique non linéaire,” Thèse doctorat, 2007, Université de la Méditerranée.
- [PIL02] Pilkey, W. D., “Analysis and Design of Elastic Beams,” *Computational Methods*, Wiley, 2002.
- [PRE35] Preisach, F., *Über die magnetische Nachwirkung*, *Z. Phys.*, 1935, vol.94, 277 p.
- [REA40] Thomas A. Read. “The internal friction of single metal crystals,” *Phys. Rev.*, 1940, vol. 58 pp.371-380.

- [SAM00] Sampablo, M., "Characterization of Macrozones in Ti 6Al- 4V," 2000.
- [SCA03] Scalerandi, M., Agostini, V., Delsanto, P.P., Van Den Abeele, K.E.-A., and Johnson, P.A., "Local interaction simulation approach to modelling nonclassical, nonlinear elastic behavior in solids," *Journal of the Acoustical Society of America*, 2003, vol. 113(6), pp.3049–3059.
- [SCA06] Scalerandi, M., Nobili, M., Griffa, M., Gliozzi, A.S. and Bosia, F., "Preisach-mayergoyz approach to fatigue-inducedirreversibility," *Physical Review B*, 2006, vol. 73(1).
- [SCH94] Schramm, U., Kitis, L., Kang, W., et Pilkey, W., "On the shear deformation coefficient in beam theory," *Finite Elements in Analysis and Design*, 1994, vol. 16, pp. 141-162.
- [SHE58] Sherwood, J.W.C., "Propagation in an infinite elastic plate," *J. Acoust. Soc. Am*, 1958, vol. 30, pp. 979-984.
- [STE06] Stephen, N. G., "The Second Spectrum of Timoshenko Beam Theory. *Journal of Sound and Vibration*," 2006, vol. 292, pp. 372-389.
- [SUN06] Sun, L., Kulkarni, S., Achenbach, J. and Krishnaswamy, S., "Technique to minimize couplant-effect in acoustic nonlinearity measurement," *J. Acoust. Soc. Am.*, 2006, vol. 120(5), pp.2500-2505
- [SUR79] Surana, K., "Isoparametric elements for cross-sectional properties and stress analysis of beams," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1979, vol.14, pp. 475-497.
- [TEN 96] TenCate, J. and Shankland, T. "Slow dynamics in the nonlinear elastic response of Berea Sandstone," *Geophys. Res. Lett.*, 1996, vol.23, pp.3019–3022.
- [TEN04] Tencate, J.A., Pasqualini, D., Habib, S., Heitmann, K., Higdon, D. and Johnson, P.A., "Non linear and nonequilibrium dynamics in geometrical," *Physical Review Letters*, 2004, vol. 93, p. 065501.

- [THO98] Thomson, William T., Dahleh, Marie D. Theory of Vibration with Applications, 5e edition, Prentice-Hall, 1998
- [TIM21] Timoshenko, S., "On the correction of transverse shear deformation of the differential equations for transverse vibrations of prismatic bars," Philosophical Magazine, 1921, vol.41, n°6, pp. 744–746.
- [TIM22] Timoshenko, S., "On on the transverse vibrations of bars of uniform cross-section," Philosophical Magazine, 1922, vol. 43, n°6, pp. 125–131.
- [TIM74] Timoshenko, S., Young, D. H and Weaver, W. Jr., "Vibration Problems in Engineering," Wiley, New York, 1974.
- [TRA00] Tran-Huu-Hue, L.P., Levassort, F., Felix, N., Damjanovic, D., Wolny, W., Lethiecq, M., "Comparison of several methods to characterise the high frequency behaviour of piezoelectric ceramics for transducer applications," Ultrasonics, 2000, vol. 38, n° 5, pp. 219–223.
- [VAN06] Vander Meulen, F., Fortineau, J., Goursolle, T. and Haumesser, L., "Experimental study of the non linearity from ultrasonic transducers," In Proceedings of IEEE International Ultrasonics Symposium, 2006, pp. 1786–1789.
- [VAN07] Vanaverbeke, S. and Van Den Abeele, K., "Two-dimensional modeling of wave propagation in materials with hysteretic nonlinearity," J. Acoust. Soc. Am., 2007, vol. 122, pp. 58–72, 2007.
- [VIK67] Viktorov, I.A., "Rayleigh and Lamb waves," Plenum press New York, 1967, 121p.
- [WEB1] [http://www.emse.fr/~drapier/index\\_fichiers/CoursPDF/Meca-Structu2A/Meca-structnum.pdf](http://www.emse.fr/~drapier/index_fichiers/CoursPDF/Meca-Structu2A/Meca-structnum.pdf)
- [WEB2] [http://www.compomechasia.com/IMG/pdf/Chapitre\\_12-2010.pdf](http://www.compomechasia.com/IMG/pdf/Chapitre_12-2010.pdf)
- [WOR57] Worlton, D.C., "Ultrasonic testing with Lamb waves," Non destructive testing 15, 1957, pp. 218–222.

- [Xu98] Xu, C. N., Akiyama, M., Nonaka, K., “Electrical power generation characteristics of PZT piezoelectric ceramics,” IEEE . Trans. Ultrason. Ferroelect. Freq. Contr., 1998, vol. 45, pp. 1065-1070.
- [YOU01] Young H, K., Sung-Jin, S., Sung-Sik, L., Jeong-Ki, L., Soon-Shin, H., “A study on the couplant effects in contact ultrasonic testing ,” 10th APCNDT Brisbane, 2001.
- [ZAR71] Zarembo, L. K. and Krasil'nikov, V. A., “Nonlinear phenomena in propagation of elastic waves in solids,”Sov. Phys. Usp., 1971, vol.13, pp.778-&.
- [ZAI03] Zaitsev, V., Gusev,V., Castagnede, B., “Thermoelastic Mechanism for Logarithmic Slow Dynamics and Memory in ElasticWave Interactions with Individual Cracks,” Physical Review Letters,2003, vol.90, pp. 075501-075504.
- [ZAI05] Zaitsev, V., Nazarov, V., Tournat, V., Gusev, V., Castagniede, B., “Luxembourg–Gorky effect in a granular medium : probing perturbations of the material state via cross-modulation of elastic waves”, Europhy.Lett, 2005, vol. 70(5), pp. 607–13b.



## Annexe A

### Traitement du signal d'entrée de la MCNL

Le signal  $s(t)$  peut être exprimé aussi sous cette forme :

$$s(t) = a(t) \sin(\varphi(t)) \quad (\text{A.1})$$

Avec une amplitude  $a$  constant tels que  $a(t)=1$ , et une phase instantané  $\varphi(t)$  donnée par l'équation A.2

$$\varphi(t) = 2\pi f_1 L \left[ \exp\left(\frac{t}{L}\right) - 1 \right] \quad (\text{A.2})$$

La fréquence instantanée est définie par l'équation A.3

$$f_i(t) = f_1 \exp\left(\frac{t}{L}\right) \quad (\text{A.3})$$

La durée du signal  $T$  est le temps mis entre deux fréquences instantanées particulières  $f_1$  et  $f_2$ . Elle s'exprime sous cette forme :

$$T = L \log\left(\frac{f_2}{f_1}\right) \quad (\text{A.4})$$

La définition des paramètres de signal chirp peut conduire à des problèmes en raison de la non-synchronisation de phase des réponses impulsionnelles d'ordre supérieur non linéaires. Pour cette raison, [NOV08, NOV10, NOV12] a proposé une nouvelle procédure pour reconstituer le signal  $s(t)$ . Soit  $\Delta t_n$  l'écart temporel, la fréquence instantanée est donnée par l'équation A.5

$$f_i(\Delta t_n) = n f_1 \quad (\text{A.5})$$

Avec  $\Delta t_n = L \log(n)$ ,  $n \in \mathbb{N} - \{0\}$  (A.6)

La phase instantanée  $\varphi(\Delta t_n)$  est donnée par :

$$\varphi(\Delta t_n) = 2\pi f_1 L(n-1) \quad (\text{A.7})$$

Ensuite comme indiqué dans la figure 3.22 le signal  $s(t)$  est conçu pour être égal à zéro au décalage temporel  $\Delta t_n$ ,  $s(\Delta t_n) = 0$  avec  $s'(\Delta t_n) > 0$ . Par conséquent ces conditions donnent

$$\varphi(\Delta t_n) = 2k\pi \quad (\text{A.8})$$

A partir des équations (A.7) et (A.8), nous obtenons :

$$k = f_1 L(n-1), \quad k \in \mathbb{Z} \quad (\text{A.9})$$

Pour résoudre l'équation (A.9) on considère que  $f_1 L \in \mathbb{Z}$ .

En se basant sur cette condition et sur l'équation (A.6) on obtient :

$$L = \frac{1}{f_1} \text{Round} \left( \frac{\tilde{T} f_1}{\log \frac{f_2}{f_1}} \right) \quad (\text{A.10})$$

Où Round représente l'arrondissement à l'entier le plus proche et  $\tilde{T}$  est la longueur temporelle approximative du signal  $s(t)$ . La longueur réelle du signal  $s(t)$  est donnée par l'équation (A.11)

$$T = \frac{1}{f_1} \text{Round} \left( \frac{\tilde{T} f_1}{\log \left( \frac{f_2}{f_1} \right)} \right) \log \left( \frac{f_2}{f_1} \right) \quad (\text{A.11})$$

Le signal chirp exponentiel peut être exprimé sous cette forme en se basant sur les équations (A.1) et (A.10)

$$s(t) = \sin \left\{ 2\pi \text{Round} \left( \frac{\tilde{T} f_1}{\log \left( \frac{f_2}{f_1} \right)} \right) \left[ \exp \left( \frac{f_1 t}{\text{Round} \left( \frac{\tilde{T} f_1}{\log \left( \frac{f_2}{f_1} \right)} \right)} \right) - 1 \right] \right\} \quad (\text{A.13})$$

Les paramètres qui définissent le signal chirp sont les fréquences  $f_1$  et  $f_2$ , et la longueur temporelle approximative  $\tilde{T}$ .

## **Annexe B**

### **Modélisation par éléments des matériaux étudiés par Comsol Multiphysics**

#### a) Composite base polymère

Afin de déterminer les modes propres de vibration de la poutre composite, nous avons utilisé une modélisation éléments finis sous le logiciel COMSOL.

Dans notre modèle nous avons choisi:

- Une dimension de 3D (x, y, z)
- La mécanique des structures comme module physique
- Une analyse des fréquences propres comme type d'étude
- Une géométrie parallélépipédique pour la poutre composite
- Une géométrie cylindrique pour les deux pastilles piézoélectrique
- Un maillage tétraédrique généré automatiquement par Comsol pour toute la géométrie (composite+pzt)

Composite base polymère (180\*20\*2.52): le nombre de tétraèdre égale à 43914 et le nombre de degrés de liberté égale à 216534.

Composite à matrice métallique (135\*20\*3): le nombre de tétraèdre égale à 45167 et le nombre de degrés de liberté égale à 212763.

Composite à matrice métallique (110\*20\*3): le nombre de tétraèdre égale à 36959 et le nombre de degrés de liberté égale à 173655.

La taille maximale des éléments de maillage est 1.5mm.

Dans le modèle toutes les faces de la poutre sont libres (contrainte nulle). Les deux pastilles piézoélectriques sont considérées comme étant des masses ajoutées sur la poutre.

Les fréquences propres du modèle sont obtenues en résolvant l'équation aux valeurs propres donnée par :

$$\nabla \cdot (-c \nabla u - \alpha u + \gamma) + a u + \beta \cdot \nabla u = d_a \lambda u - e_a \lambda^2 u \quad (\text{B.2})$$

$c$ : coefficient de diffusion

$\alpha$  : coefficient de convection de flux conservatif

$\gamma$  : terme de source de flux conservatif

$a$  : coefficient d'absorption

$\beta$  : coefficient de convection

$d_a$  : coefficient de masse dissipative

$e_a$  : coefficient de masse

Dans notre cas les coefficients  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\alpha$ ,  $e_a$ ,  $d_a$  sont nuls. La poutre composite et les pastilles sont considérées comme des matériaux isotropes.

L'équation aux valeurs propres s'écrit :

$$\nabla \cdot (-c \nabla u) = -e_a \lambda^2 u \quad (\text{B.1})$$

Avec  $e_a = \begin{bmatrix} 4\pi^2 \rho & 0 & 0 \\ 0 & 4\pi^2 \rho & 0 \\ 0 & 0 & 4\pi^2 \rho \end{bmatrix}$  tenseur de masse.

Le tenseur d'élasticité des matériaux isotropes est donnée par :

$$c = \begin{bmatrix} C11 & 0 & 0 & 0 & C12 & 0 & 0 & 0 & C12 \\ 0 & C66 & 0 & C66 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C66 & 0 & 0 & 0 & C66 & 0 & 0 \\ 0 & C66 & 0 & C66 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ C12 & 0 & 0 & 0 & C11 & 0 & 0 & 0 & C12 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C66 & 0 & C66 & 0 \\ 0 & 0 & C66 & 0 & 0 & 0 & C66 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C66 & 0 & C66 & 0 \\ C12 & 0 & 0 & 0 & C12 & 0 & 0 & 0 & C11 \end{bmatrix}$$

Avec  $C11 = \rho V_L^2$ ,  $C66 = \rho V_T^2$ ,  $C12 = C11 - 2C66$ .

Les caractéristiques mécaniques des différents matériaux isotropes sont données par le tableau ci-après :

Matériaux	Composite base polymère	Composite base métallique	PZT
Densité(kg/ m <sup>3</sup> )	1492.52	4410	7700
Module de Young (GPa)	6.39	126.7	58.8
Coefficient de poisson	0.22	0.305	0.39

## RÉSUMÉ

La sensibilité des méthodes acoustiques non-linéaires à la présence ainsi qu'à l'évolution des micro-endommagements a été prouvée dans différents travaux sur une large gamme de matériaux. Parmi les méthodes appliquées figure la résonance non-linéaire dont la sensibilité à l'endommagement est prouvée pour un seul mode de vibration à travers la décroissance de la fréquence de résonance  $\alpha_f$  et celle facteur de qualité  $\alpha_Q$  en fonction de la déformation dynamique. Ainsi, les paramètres non-linéaires hystérétiques (NLH)  $\alpha_f$  et  $\alpha_Q$  ne sont connus que dans une gamme fréquentielle réduite. Le présent travail de thèse propose l'utilisation d'une approche originale permettant de suivre la dispersion des paramètres  $\alpha_f$  et  $\alpha_Q$  à travers la génération d'ondes guidées dans des plaques en composites à matrices polymère et métallique. De plus, l'approche en ondes guidées a également permis de définir un nouveau paramètre NLH  $\alpha_V$  liée au mode de Lamb A0. L'un des résultats originaux de ce travail est que le rapport  $\alpha_V/\alpha_f$  s'avère constant ( $\sim 2$ ) quelle que soit la fréquence considérée et ce pour les deux types de composites. Ce résultat prometteur montre pour la première fois qu'il est possible de généraliser le comportement NLH dans les structures en plaques moyennant le formalisme de Lamb. Finalement, le travail de thèse s'est également intéressé à la définition d'un nouveau paramètre NLH large bande, noté  $\Delta S$ , afin de suivre la sensibilité du spectre de vibration à l'endommagement. Les mesures ont montré que  $\Delta S$  pouvait se distinguer de par une réponse pouvant être non-linéaire dès les premiers niveaux d'excitation ou à partir d'un niveau seuil. Ce résultat très prometteur montre à quel point il est important d'élargir le domaine fréquentiel pour une détection précoce de l'endommagement et ce même à des niveaux d'excitation où l'on croyait le matériau se comporter de façon linéaire.

**Mots clés :** Ondes de flexion, Ondes guidées, Mode de Lamb A0, Résonance non-linéaire, Paramètres non-linéaires hystérétiques, Dispersion de la non-linéarité, Vitesse de phase, Composite base polymère, Composite métallique, Endommagement des composites.

---

## ABSTRACT

Sensitivity of non-linear acoustics techniques to the presence and evolution of micro-damage has been proven on a large scale of materials. In particular, different works showed the use of the nonlinear resonance as a reliable method to characterise damage in heterogeneous materials through the drop of the resonance frequency  $\alpha_f$  and the quality factor  $\alpha_Q$  as a function of the dynamic strain. Therefore, nonlinear hysteretic parameters (NLH)  $\alpha_f$  and  $\alpha_Q$  have only been determined in a narrow frequency band. The present work develops an original approach, which allows to follow the frequency dispersion of  $\alpha_f$  and  $\alpha_Q$  by using guided waves propagating in polymer and metal based composite plates. Furthermore, the guided wave approach made possible the definition of a new NLH parameter  $\alpha_V$  through the A0 Lamb mode. One of the original results is that the ratio  $\alpha_V/\alpha_f$  remains constant for both materials ( $\sim 2$ ) despite the considered frequency. This encouraging result allows for the first time to show that it is possible to generalise the NLH behaviour in the case of a plate-like structures using the Lamb formalism. Finally, this present PhD thesis defines a new large frequency band NLH parameter  $\Delta S$  in order to follow the sensitivity of the vibration spectrum to the present damage. The performed experiments have shown that  $\Delta S$  can be nonlinear either at the very first excitation levels or at a given threshold. This encouraging experimental result shows that there is a real interest in broadening the frequency domain in order to better understand the changes that occur in heterogeneous materials when the dynamic strain is increased.

**Keywords:** Flexural waves, guided waves, A0 Lamb mode, Nonlinear resonance, Nonlinear hysteretic parameters, nonlinearity dispersion, phase velocity, polymer-based composites, metal-based composites, Damage in composites.