

Reconstruction en tomographie dynamique par approche inverse sans compensation de mouvement

Fabien Momey^{1,2}

¹Centre de Recherche Astrophysique de Lyon - Observatoire de Lyon - Université
Claude Bernard Lyon 1

²Laboratoire Hubert Curien - Université Jean Monnet Saint-Étienne

le 20 Juin 2013

Contexte

Tomographie
dynamique

Principe statique

Problématique
dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à
faible nombre de
projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Methodologie

Reconstructions

Modèle
numérique de
projection
optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

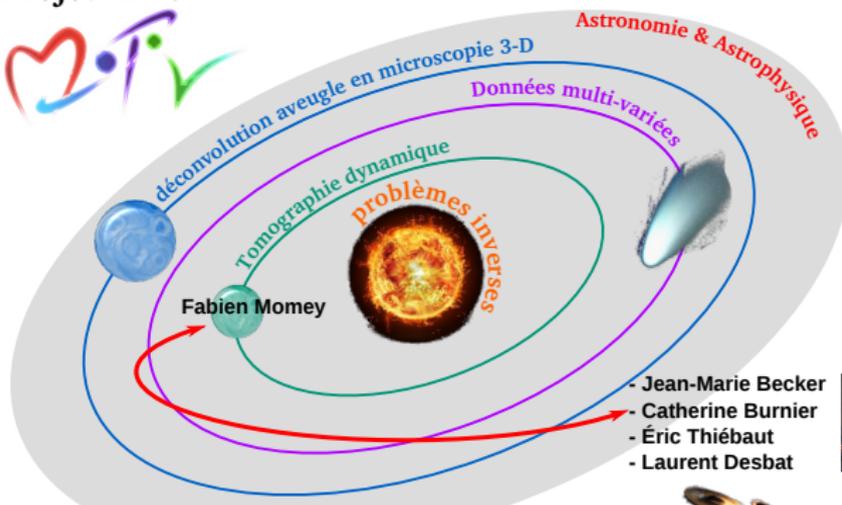
Approche inverse
dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion
générale

Projet ANR



- Jean-Marie Becker
- Catherine Burnier
- Éric Thiébaud
- Laurent Desbat



- Transférer les savoir-faire astro. / bio-méd.
- Étudier les problèmes inverses.
- Explorer des applications concrètes.
- Traiter de données multi-variées, multi-dimensionnelles.



- Contexte médical : reconstruction d'objets en mouvement pour l'amélioration des plans de traitement en radiothérapie.

Contexte

Tomographie dynamique

Principe statique

Problématique dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à faible nombre de projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Methodologie

Reconstructions

Modèle numérique de projection optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

Approche inverse dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion générale

La tomographie dynamique

Contexte

Tomographie dynamique

Principe statique

Problématique
dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à faible nombre de projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Methodologie

Reconstructions

Modèle numérique de projection optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

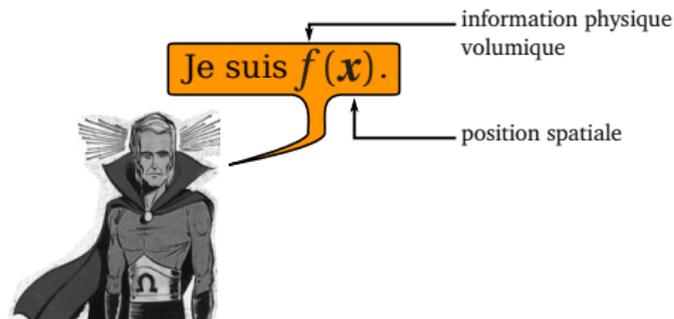
Approche inverse dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion générale

Principe de la tomographie statique



Soutenance de
thèse - 20 juin
2013

Fabien Momey

Contexte

Tomographie
dynamique

Principe statique

Problématique
dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à
faible nombre de
projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle
numérique de
projection
optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

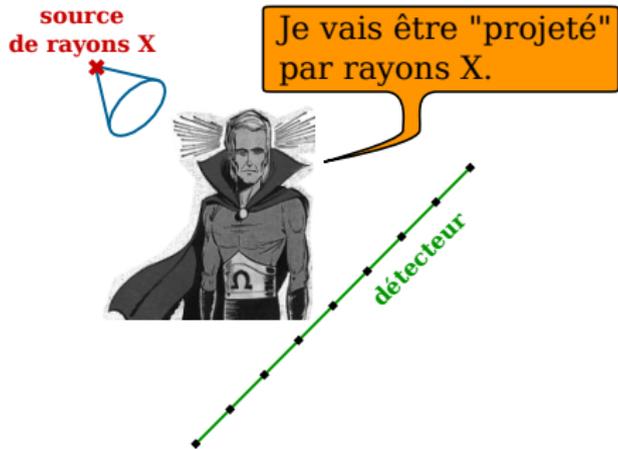
Approche inverse
dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion
générale

Principe de la tomographie statique



Contexte

Tomographie dynamique

Principe statique

Problématique
dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à faible nombre de projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle numérique de projection optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

Approche inverse dynamique

Méthode

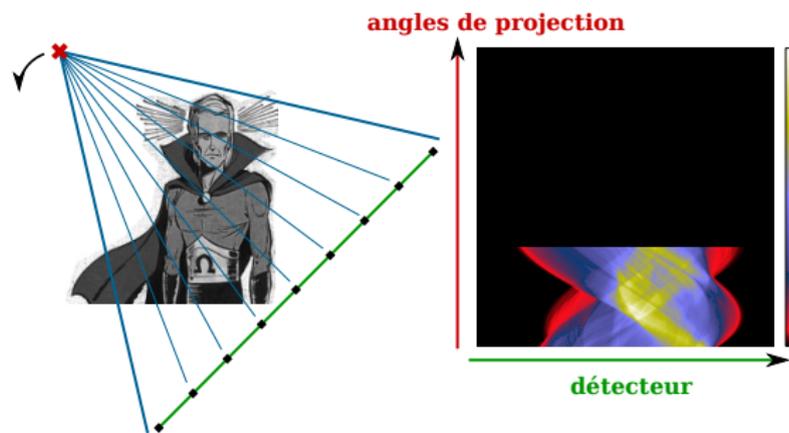
Reconstructions

Conclusion générale

Principe de la tomographie statique

Soutenance de
thèse - 20 juin
2013

Fabien Momey



Contexte

Tomographie
dynamique

Principe statique

Problématique
dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à
faible nombre de
projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle
numérique de
projection
optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

Approche inverse
dynamique

Méthode

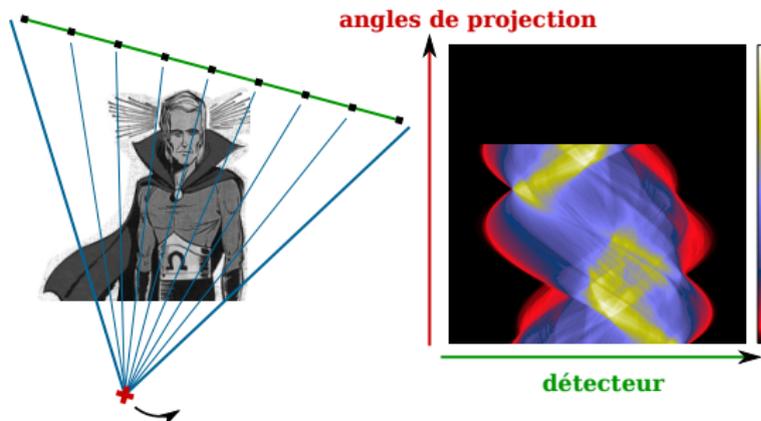
Reconstructions

Conclusion
générale

Principe de la tomographie statique

Soutenance de
thèse - 20 juin
2013

Fabien Momey



Contexte

Tomographie
dynamique

Principe statique

Problématique
dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à
faible nombre de
projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle
numérique de
projection
optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

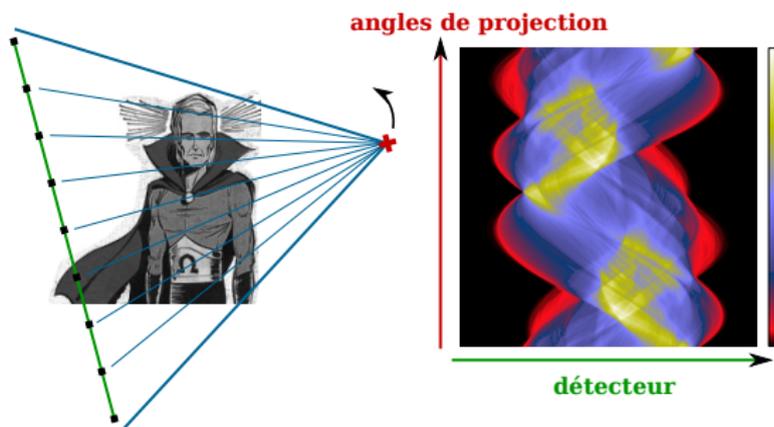
Bilan

Approche inverse
dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion
générale



Contexte

Tomographie
dynamique

Principe statique

Problématique
dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à
faible nombre de
projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle
numérique de
projection
optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

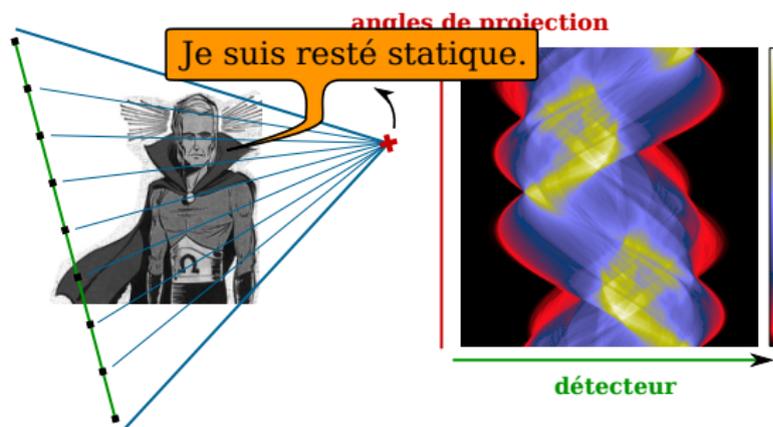
Bilan

Approche inverse
dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion
générale



Contexte

Tomographie
dynamique

Principe statique

Problématique
dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à
faible nombre de
projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle
numérique de
projection
optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

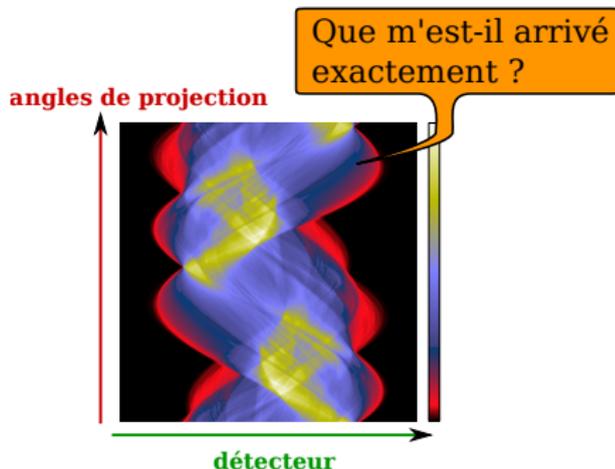
Bilan

Approche inverse
dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion
générale



Contexte

Tomographie
dynamique

Principe statique

Problématique
dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à
faible nombre de
projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle
numérique de
projection
optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

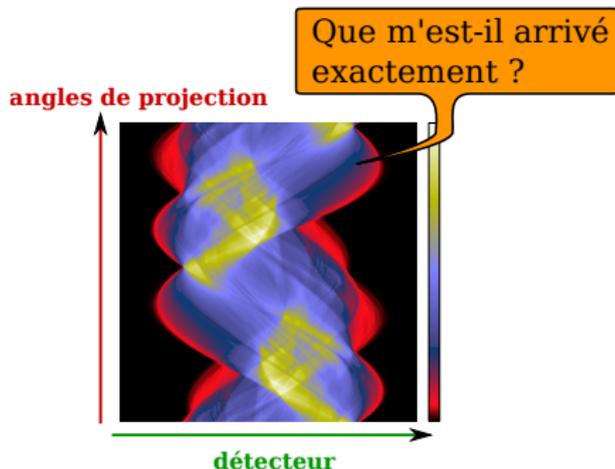
Bilan

Approche inverse
dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion
générale



- Loi d'absorption de Beer-Lambert : $I^\theta(\mathbf{u}) = I_0 e^{-R^\theta(\mathbf{u})}$.
 - ▶ θ : orientation du détecteur.

Contexte

Tomographie
dynamique

Principe statique

Problématique
dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à
faible nombre de
projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle
numérique de
projection
optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

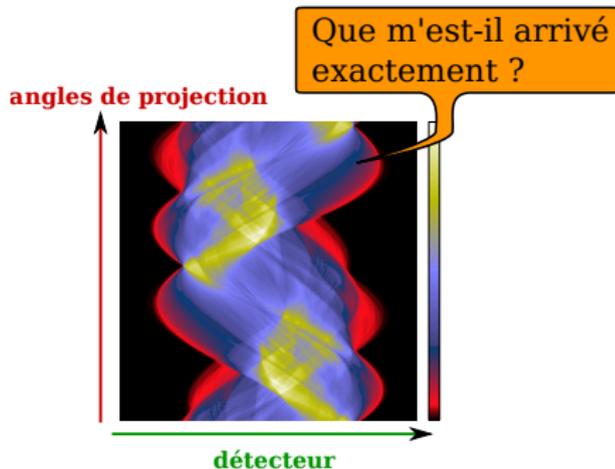
Bilan

Approche inverse
dynamique

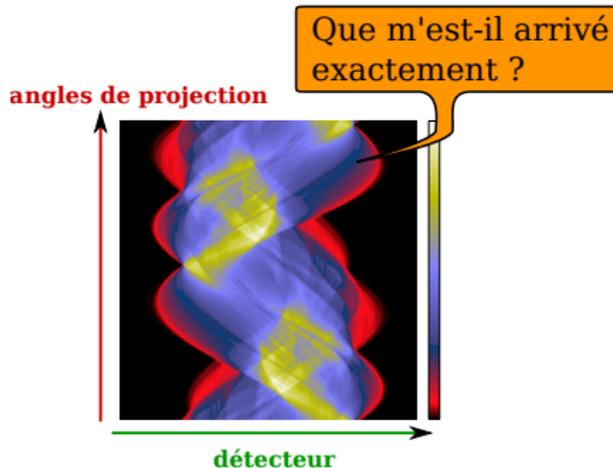
Méthode

Reconstructions

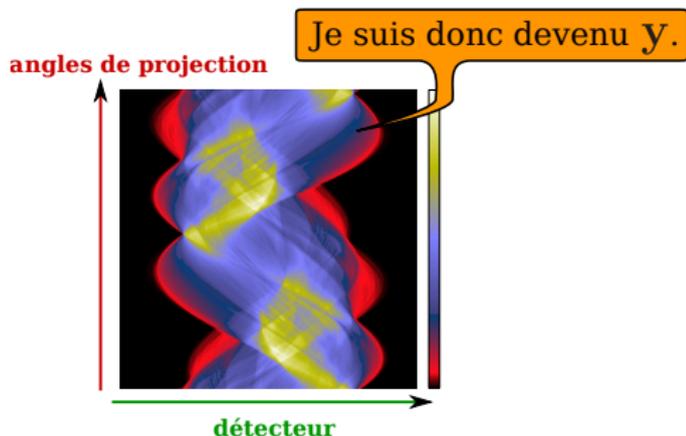
Conclusion
générale



- Loi d'absorption de Beer-Lambert : $I^\theta(\mathbf{u}) = I_0 e^{-R^\theta(\mathbf{u})}$.
 - ▶ θ : orientation du détecteur.
- Transformée de Radon de $f(\mathbf{x})$: $R^\theta(\mathbf{u}) = \int_{\mathbf{x} \in \{S, \theta, \mathbf{u}\}} f(\mathbf{x}) d\mathbf{x} = -\log \left(\frac{I^\theta(\mathbf{u})}{I_0} \right)$.



- Loi d'absorption de Beer-Lambert : $I^\theta(\mathbf{u}) = I_0 e^{-R^\theta(\mathbf{u})}$.
 - ▶ θ : orientation du détecteur.
- Transformée de Radon de $f(\mathbf{x})$: $R^\theta(\mathbf{u}) = \int_{\mathbf{x} \in \{S, \theta, \mathbf{u}\}} f(\mathbf{x}) d\mathbf{x} = -\log \left(\frac{I^\theta(\mathbf{u})}{I_0} \right)$.
- Une mesure : $y_q^\theta \approx \int P_q(\mathbf{u}) R^\theta(\mathbf{u}) d\mathbf{u}$.



- Loi d'absorption de Beer-Lambert : $I^\theta(\mathbf{u}) = I_0 e^{-R^\theta(\mathbf{u})}$.
 - ▶ θ : orientation du détecteur.
- Transformée de Radon de $f(\mathbf{x})$: $R^\theta(\mathbf{u}) = \int_{\mathbf{x} \in \{S, \theta, \mathbf{u}\}} f(\mathbf{x}) d\mathbf{x} = -\log \left(\frac{I^\theta(\mathbf{u})}{I_0} \right)$.
- Une mesure : $y_q^\theta \approx \int P_q(\mathbf{u}) R^\theta(\mathbf{u}) d\mathbf{u}$.
- **Le modèle direct** : $\mathbf{y} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{f} + \mathbf{n}$

Illustration de Gotlib (Dargaud).

Contexte

Tomographie
dynamique

Principe statique

Problématique
dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à
faible nombre de
projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle
numérique de
projection
optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

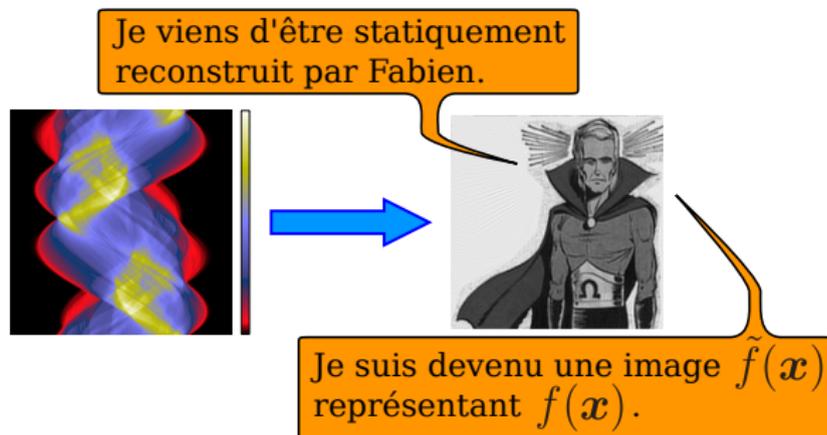
Bilan

Approche inverse
dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion
générale



- Loi d'absorption de Beer-Lambert : $I^\theta(\mathbf{u}) = I_0 e^{-R^\theta(\mathbf{u})}$.
 - ▶ θ : orientation du détecteur.
- Transformée de Radon de $f(\mathbf{x})$: $R^\theta(\mathbf{u}) = \int_{\mathbf{x} \in \{S, \theta, \mathbf{u}\}} f(\mathbf{x}) d\mathbf{x} = -\log\left(\frac{I^\theta(\mathbf{u})}{I_0}\right)$.
- Une mesure : $y_q^\theta \approx \int P_q(\mathbf{u}) R^\theta(\mathbf{u}) d\mathbf{u}$.
- Le modèle direct : $\mathbf{y} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{f} + \mathbf{n} \Rightarrow \tilde{\mathbf{f}} \approx \mathbf{R}^{-1} \cdot \mathbf{y}$: inversion directe.



Contexte

Tomographie dynamique

Principe statique

**Problématique
dynamique**

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à faible nombre de projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Methodologie

Reconstructions

Modèle numérique de projection optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

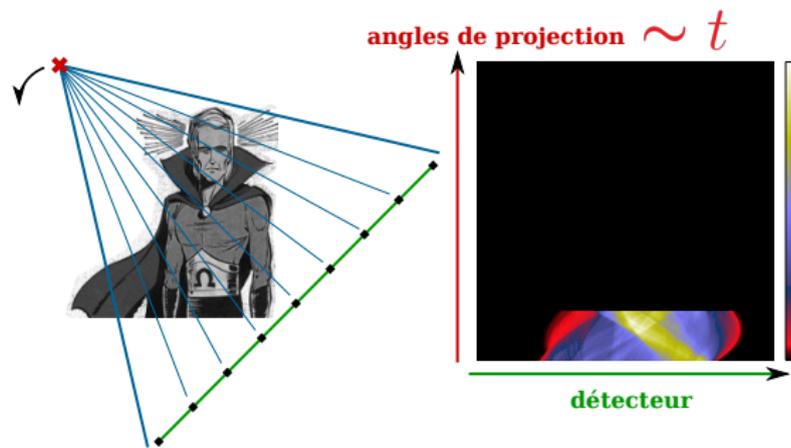
Bilan

Approche inverse dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion générale



Contexte

Tomographie
dynamique

Principe statique

**Problématique
dynamique**

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à
faible nombre de
projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Methodologie

Reconstructions

Modèle
numérique de
projection
optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

Approche inverse
dynamique

Méthode

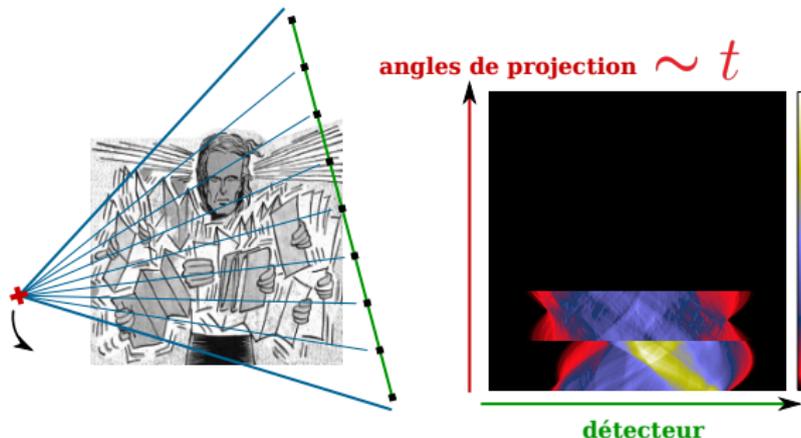
Reconstructions

Conclusion
générale

Cas dynamique : problématique et enjeux

Soutenance de
thèse - 20 juin
2013

Fabien Momey



Contexte

Tomographie
dynamique

Principe statique

**Problématique
dynamique**

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à
faible nombre de
projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Methodologie

Reconstructions

Modèle
numérique de
projection
optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

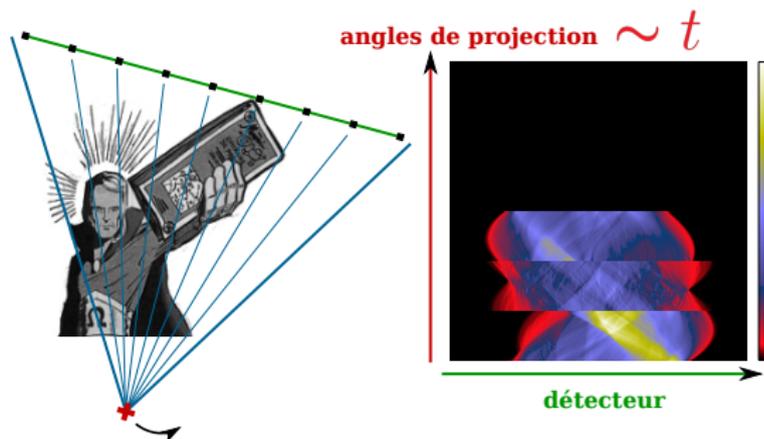
Bilan

Approche inverse
dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion
générale



Contexte

Tomographie
dynamique

Principe statique

**Problématique
dynamique**

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à
faible nombre de
projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle
numérique de
projection
optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

Approche inverse
dynamique

Méthode

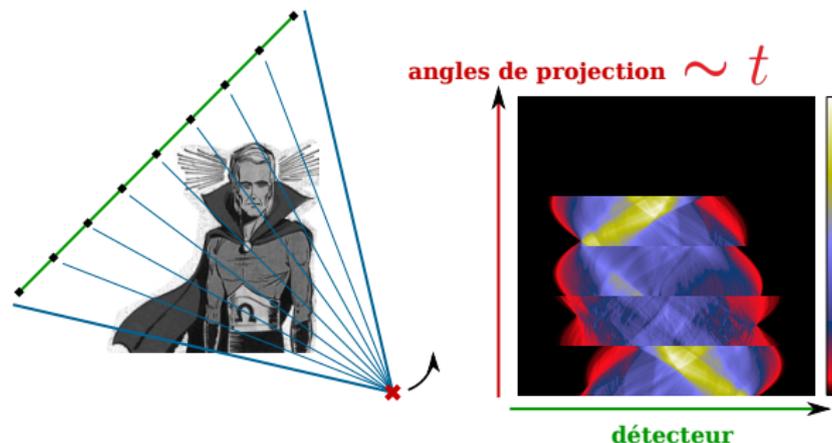
Reconstructions

Conclusion
générale

Cas dynamique : problématique et enjeux

Soutenance de
thèse - 20 juin
2013

Fabien Momey



Contexte

Tomographie
dynamique

Principe statique

**Problématique
dynamique**

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à
faible nombre de
projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Methodologie

Reconstructions

Modèle
numérique de
projection
optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

Approche inverse
dynamique

Méthode

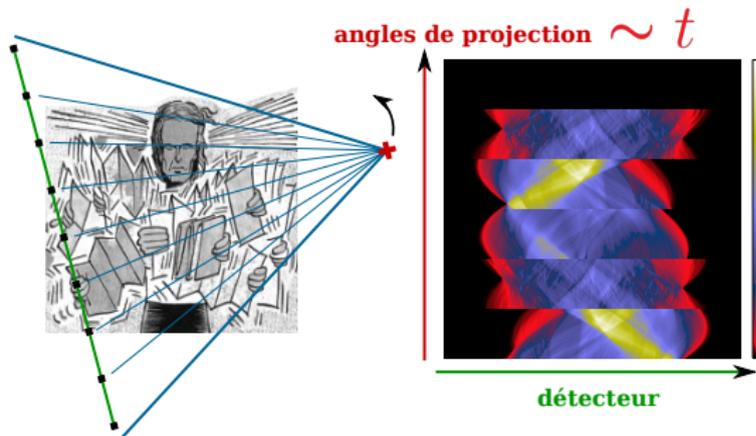
Reconstructions

Conclusion
générale

Cas dynamique : problématique et enjeux

Soutenance de
thèse - 20 juin
2013

Fabien Momey



Contexte

Tomographie
dynamique

Principe statique

**Problématique
dynamique**

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à
faible nombre de
projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle
numérique de
projection
optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

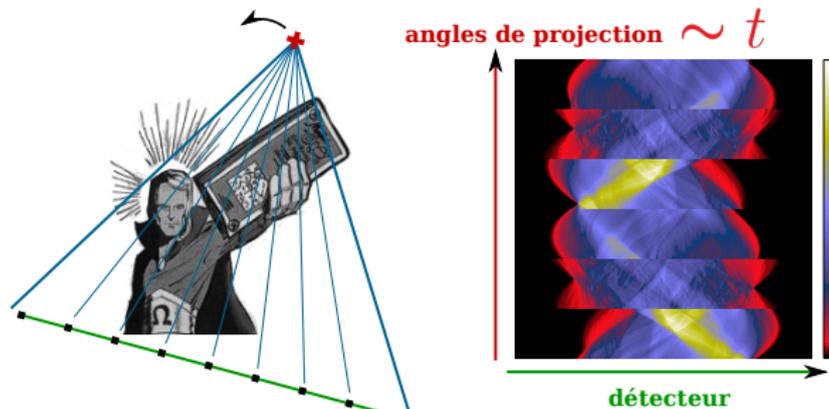
Bilan

Approche inverse
dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion
générale



Contexte

Tomographie
dynamique

Principe statique

**Problématique
dynamique**

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à
faible nombre de
projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle
numérique de
projection
optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

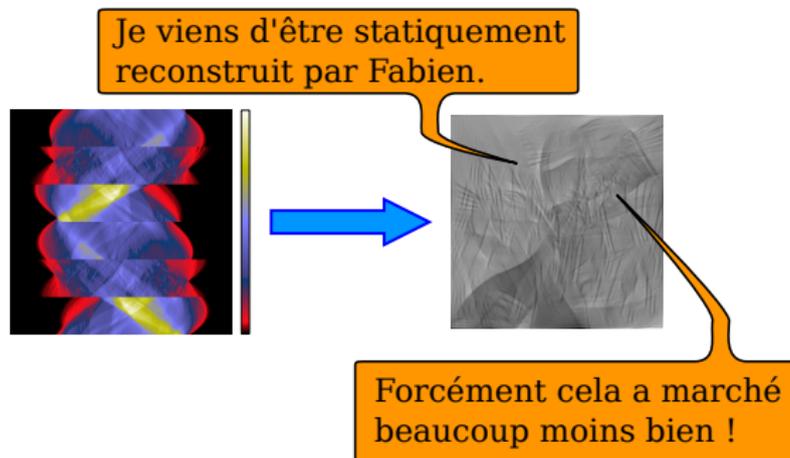
Bilan

Approche inverse
dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion
générale



- **Imagerie médicale / Radiothérapie : localisation précise des cellules cancéreuses à irradier avec préservation des tissus sains.**
 - ▶ Mouvements respiratoires et cardiaques du patient.

Contexte

Tomographie
dynamique

Principe statique

**Problématique
dynamique**

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à
faible nombre de
projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle
numérique de
projection
optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

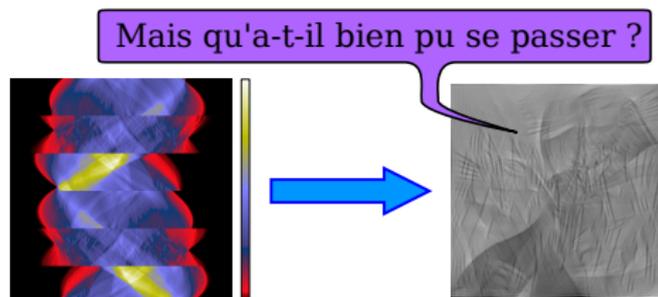
Bilan

Approche inverse
dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion
générale



Contexte

Tomographie dynamique

Principe statique

Problématique dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à faible nombre de projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle numérique de projection optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

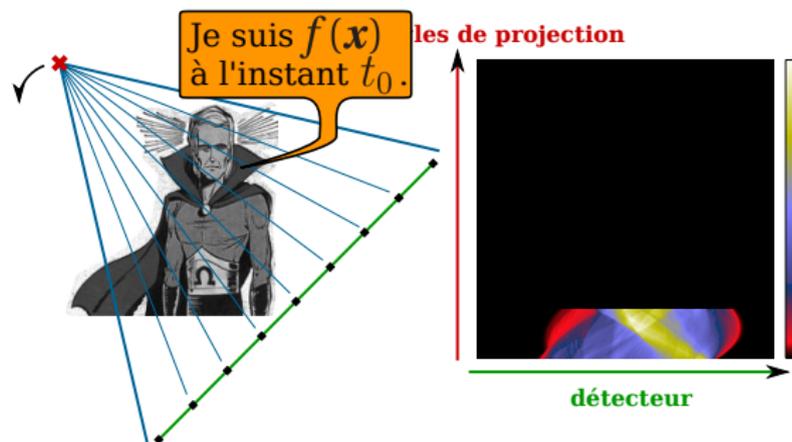
Bilan

Approche inverse dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion générale



- Approche par compensation de mouvement :

- ▶ Hypothèse : objet animé = objet statique déformé

$$f(\mathbf{x}, t) = f(\Gamma_t(\mathbf{x}), t_0)$$

- ▶ Les intégrales de ligne ne sont plus des droites à travers $f(\mathbf{x}, t_0) \Rightarrow$ inversion difficile voire impossible.

Contexte

Tomographie
dynamique

Principe statique

**Problématique
dynamique**

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à
faible nombre de
projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle
numérique de
projection
optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

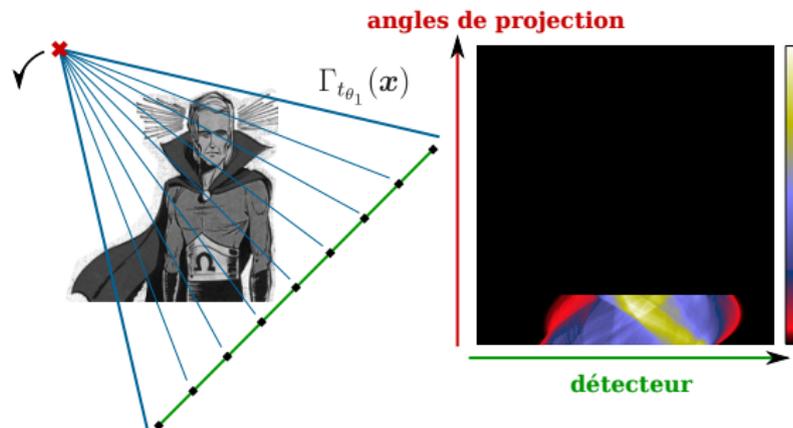
Bilan

Approche inverse
dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion
générale



- Approche par compensation de mouvement :

- ▶ Hypothèse : objet animé = objet statique déformé

$$f(\mathbf{x}, t) = f(\Gamma_t(\mathbf{x}), t_0)$$

- ▶ Les intégrales de ligne ne sont plus des droites à travers $f(\mathbf{x}, t_0) \Rightarrow$ inversion difficile voire impossible.

Contexte

Tomographie
dynamique

Principe statique

**Problématique
dynamique**

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à
faible nombre de
projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle
numérique de
projection
optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

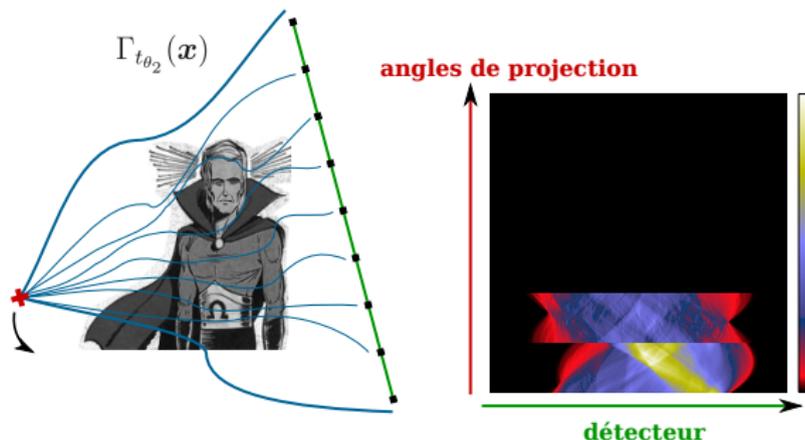
Bilan

Approche inverse
dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion
générale



- Approche par compensation de mouvement :

- ▶ Hypothèse : objet animé = objet statique déformé

$$f(\mathbf{x}, t) = f(\Gamma_t(\mathbf{x}), t_0)$$

- ▶ Les intégrales de ligne ne sont plus des droites à travers $f(\mathbf{x}, t_0) \Rightarrow$ inversion difficile voire impossible.

Contexte

Tomographie
dynamique

Principe statique

**Problématique
dynamique**

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à
faible nombre de
projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle
numérique de
projection
optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

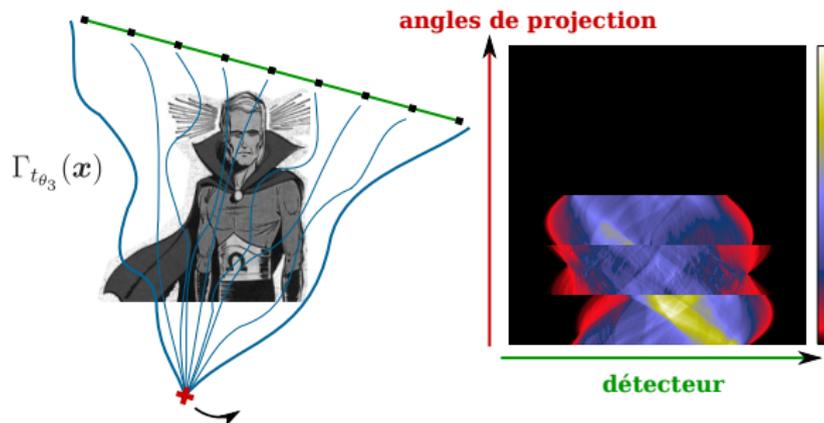
Bilan

Approche inverse
dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion
générale



- Approche par compensation de mouvement :

- ▶ Hypothèse : objet animé = objet statique déformé

$$f(\mathbf{x}, t) = f(\Gamma_t(\mathbf{x}), t_0)$$

- ▶ Les intégrales de ligne ne sont plus des droites à travers $f(\mathbf{x}, t_0) \Rightarrow$ inversion difficile voire impossible.

Contexte

Tomographie
dynamique

Principe statique

**Problématique
dynamique**

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à
faible nombre de
projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle
numérique de
projection
optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

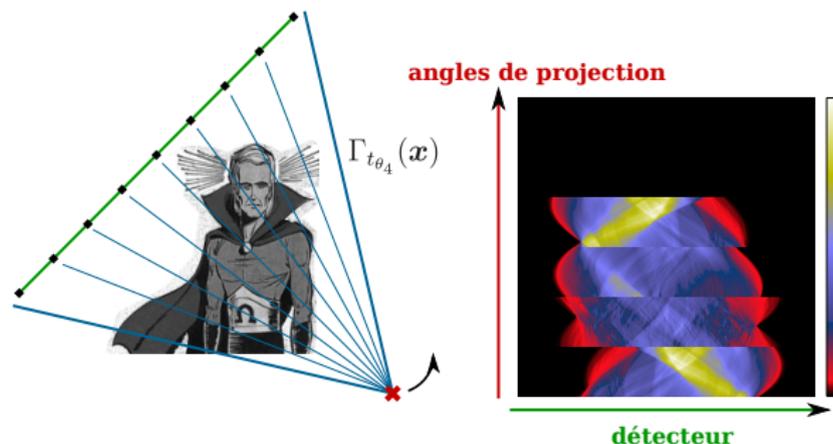
Bilan

Approche inverse
dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion
générale



- Approche par compensation de mouvement :

- ▶ Hypothèse : objet animé = objet statique déformé

$$f(\mathbf{x}, t) = f(\Gamma_t(\mathbf{x}), t_0)$$

- ▶ Les intégrales de ligne ne sont plus des droites à travers $f(\mathbf{x}, t_0) \Rightarrow$ inversion difficile voire impossible.

Contexte

Tomographie
dynamique

Principe statique

**Problématique
dynamique**

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à
faible nombre de
projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle
numérique de
projection
optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

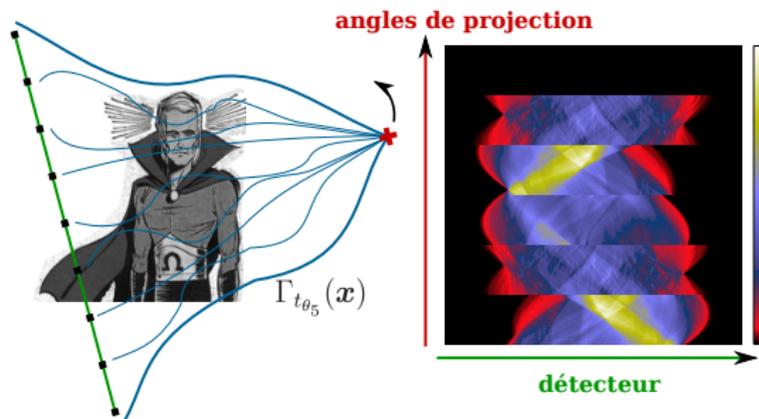
Bilan

Approche inverse
dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion
générale



- Approche par compensation de mouvement :

- ▶ Hypothèse : objet animé = objet statique déformé

$$f(\mathbf{x}, t) = f(\Gamma_t(\mathbf{x}), t_0)$$

- ▶ Les intégrales de ligne ne sont plus des droites à travers $f(\mathbf{x}, t_0) \Rightarrow$ inversion difficile voire impossible.

Contexte

Tomographie
dynamique

Principe statique

**Problématique
dynamique**

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à
faible nombre de
projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle
numérique de
projection
optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

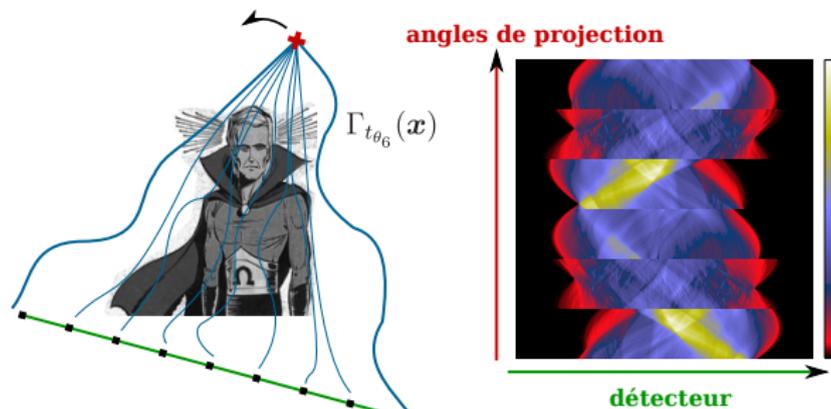
Bilan

Approche inverse
dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion
générale



- Approche par compensation de mouvement :

- ▶ Hypothèse : objet animé = objet statique déformé

$$f(\mathbf{x}, t) = f(\Gamma_t(\mathbf{x}), t_0)$$

- ▶ Les intégrales de ligne ne sont plus des droites à travers $f(\mathbf{x}, t_0) \Rightarrow$ inversion difficile voire impossible.

Contexte

Tomographie
dynamique

Principe statique

**Problématique
dynamique**

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à
faible nombre de
projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle
numérique de
projection
optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

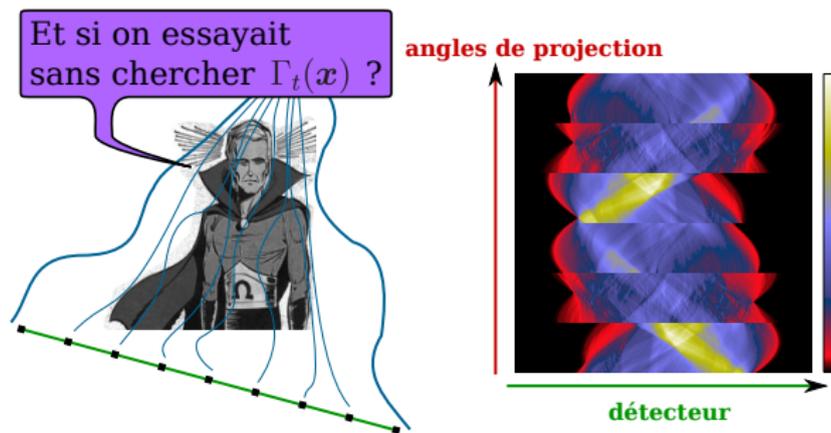
Bilan

Approche inverse
dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion
générale



- Approche par compensation de mouvement :

- ▶ Hypothèse : objet animé = objet statique déformé

$$f(\mathbf{x}, t) = f(\Gamma_t(\mathbf{x}), t_0)$$

- ▶ Les intégrales de ligne ne sont plus des droites à travers $f(\mathbf{x}, t_0) \Rightarrow$ inversion difficile voire impossible.

Contexte

Tomographie
dynamique

Principe statique

**Problématique
dynamique**

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à
faible nombre de
projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle
numérique de
projection
optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

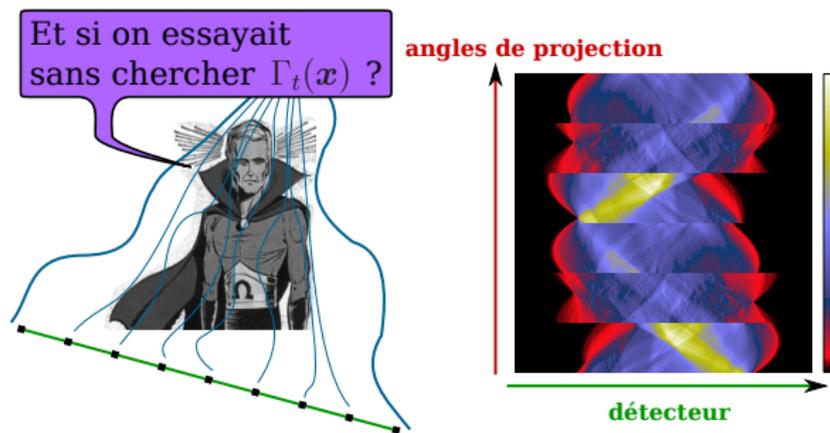
Bilan

Approche inverse
dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion
générale



- Approche par compensation de mouvement :

- ▶ Hypothèse : objet animé = objet statique déformé

$$f(\mathbf{x}, t) = f(\Gamma_t(\mathbf{x}), t_0)$$

- ▶ Les intégrales de ligne ne sont plus des droites à travers $f(\mathbf{x}, t_0) \Rightarrow$ inversion difficile voire impossible.
- ▶ estimation de Γ_t .
- ▶ pas assez général.

Contexte

Tomographie
dynamique

Principe statique

**Problématique
dynamique**

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à
faible nombre de
projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle
numérique de
projection
optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

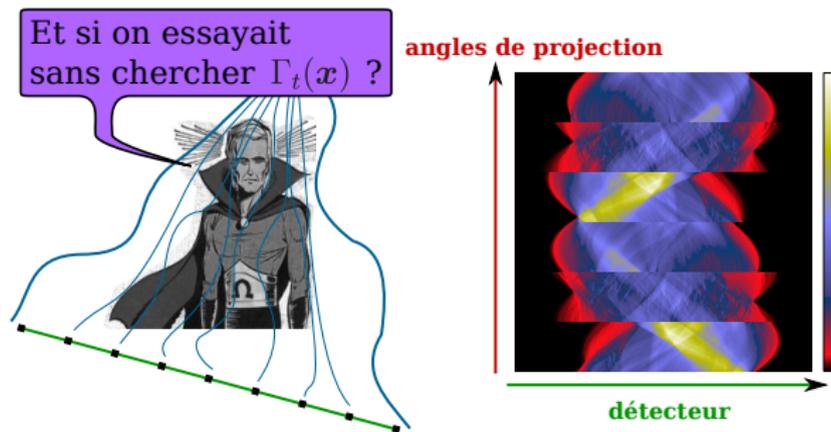
Bilan

Approche inverse
dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion
générale



- Approche par compensation de mouvement :

- ▶ Hypothèse : objet animé = objet statique déformé

$$f(\mathbf{x}, t) = f(\Gamma_t(\mathbf{x}), t_0)$$

- ▶ Les intégrales de ligne ne sont plus des droites à travers $f(\mathbf{x}, t_0) \Rightarrow$ inversion difficile voire impossible.
 - ▶ estimation de Γ_t .
 - ▶ pas assez général.
- Mon approche : reconstruire $f(\mathbf{x}, t)$ en toute généralité comme un objet 3-D+ t = 4-D.

Contexte

Tomographie
dynamique

Principe statique

**Problématique
dynamique**

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à
faible nombre de
projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Methodologie

Reconstructions

Modèle
numérique de
projection
optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

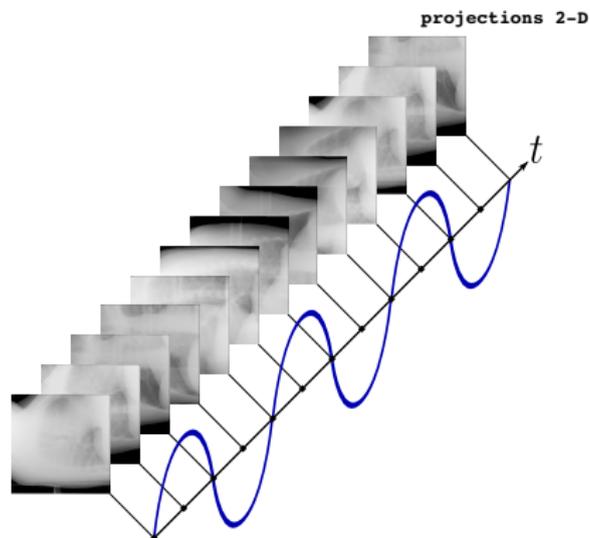
Bilan

Approche inverse
dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion
générale



Contexte

Tomographie dynamique

Principe statique

Problématique
dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à faible nombre de projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle numérique de projection optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

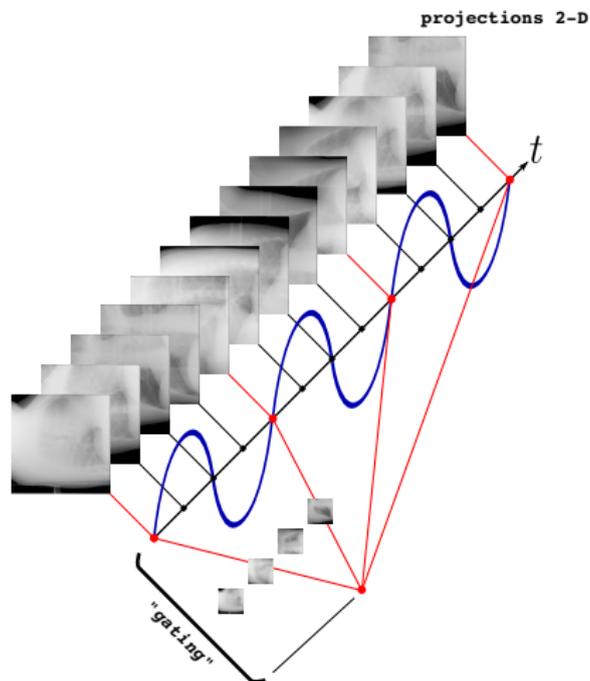
Bilan

Approche inverse dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion générale



Contexte

Tomographie dynamique

Principe statique

Problématique
dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à faible nombre de projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle numérique de projection optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

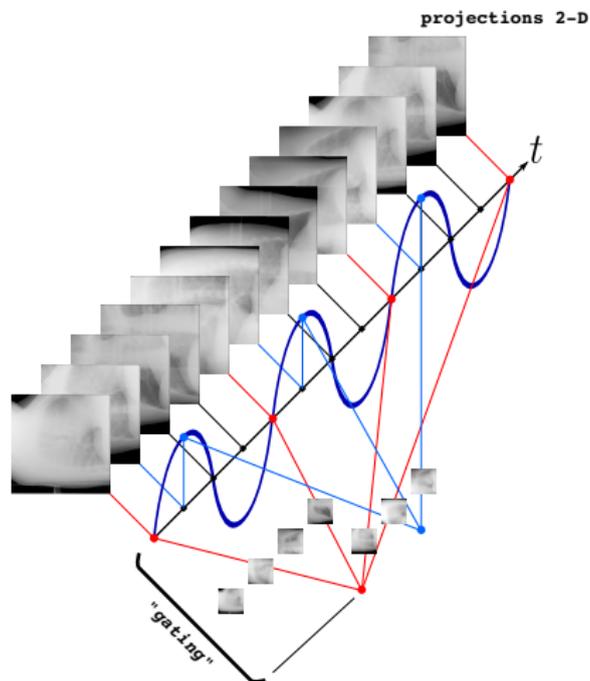
Bilan

Approche inverse dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion générale



Contexte

Tomographie dynamique

Principe statique

Problématique
dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à faible nombre de projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle numérique de projection optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

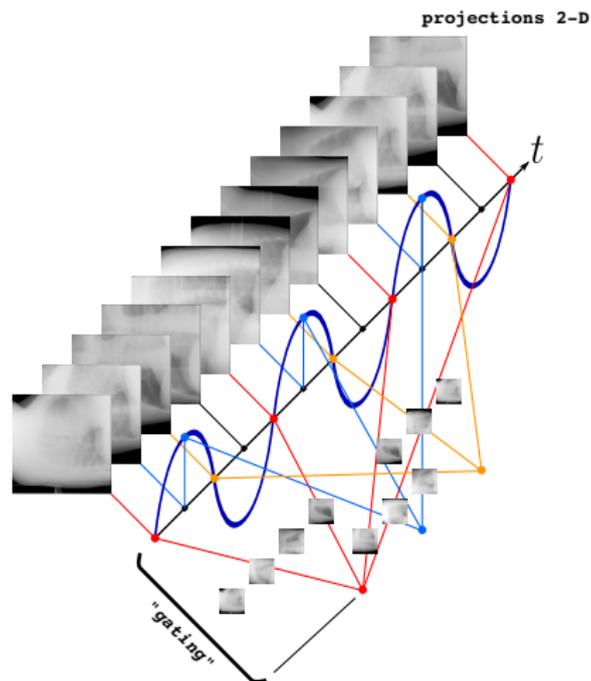
Bilan

Approche inverse dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion générale



Contexte

Tomographie dynamique

Principe statique

Problématique
dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à faible nombre de projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle numérique de projection optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

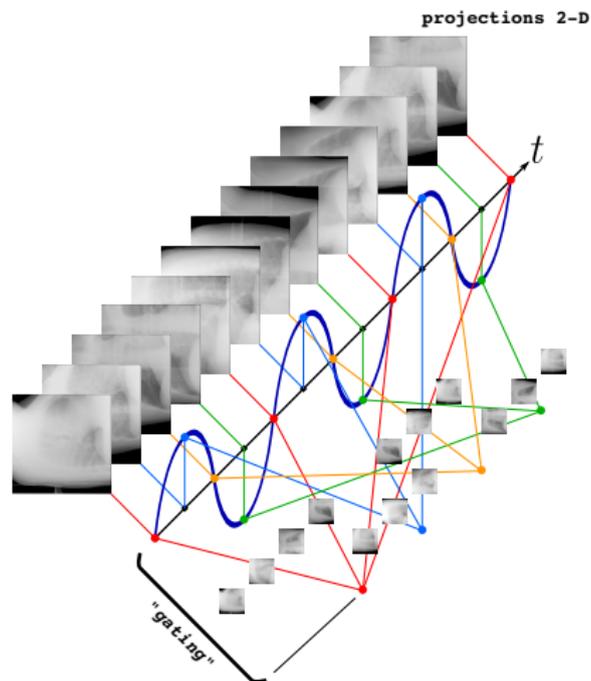
Bilan

Approche inverse dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion générale



Contexte

Tomographie dynamique

Principe statique

Problématique dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à faible nombre de projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle numérique de projection optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

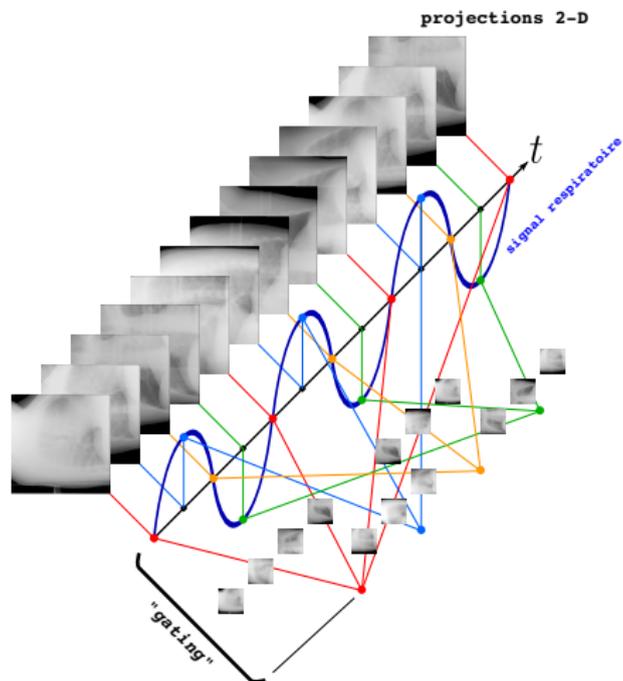
Bilan

Approche inverse dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion générale



Contexte

Tomographie
dynamique

Principe statique

Problématique
dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à
faible nombre de
projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle
numérique de
projection
optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

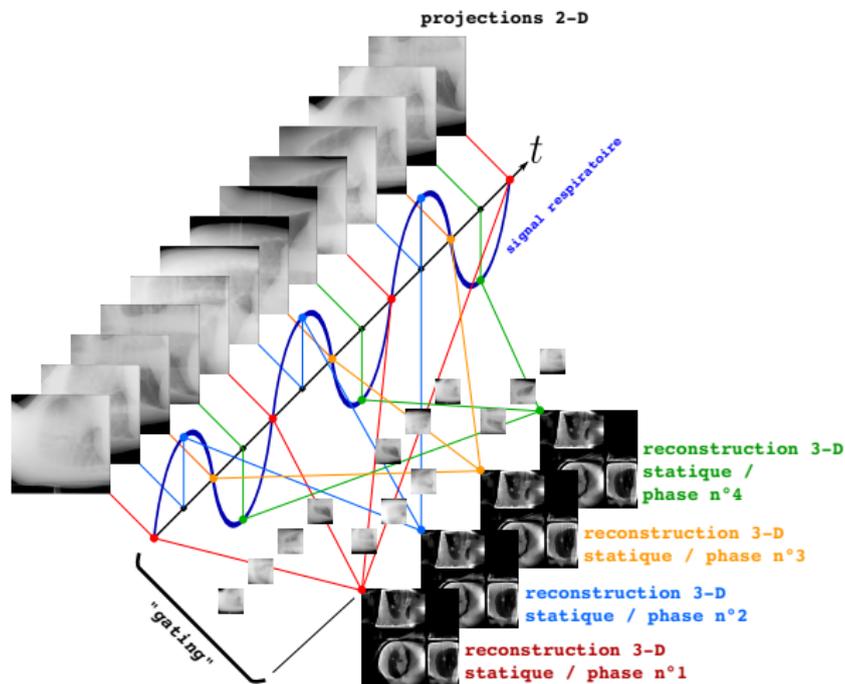
Bilan

Approche inverse
dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion
générale



Contexte

Tomographie dynamique

Principe statique

Problématique
dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à faible nombre de projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Methodologie

Reconstructions

Modèle numérique de projection optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

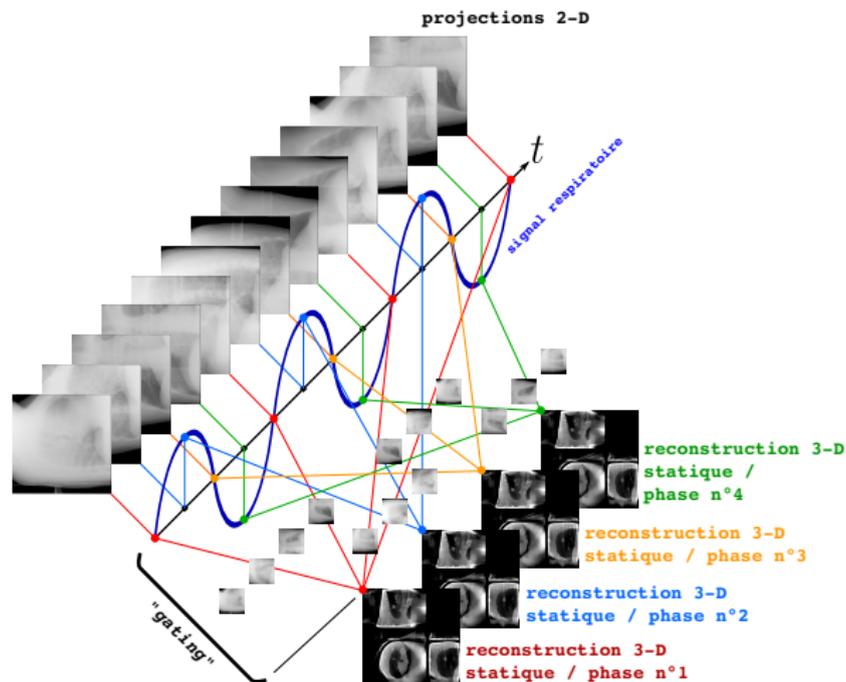
Bilan

Approche inverse dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion générale



- ▶ Indépendance des phases reconstruites : **perte de l'information de continuité temporelle.**

Contexte

Tomographie
dynamique

Principe statique

Problématique
dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à
faible nombre de
projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Methodologie

Reconstructions

Modèle
numérique de
projection
optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

Approche inverse
dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion
générale



- ▶ Indépendance des phases reconstruites : **perte de l'information de continuité temporelle.**
- ▶ Grand nombre de projections par phase \Rightarrow **de la dose délivrée au patient.**

Contexte

Tomographie
dynamique

Principe statique

Problématique
dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à
faible nombre de
projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle
numérique de
projection
optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

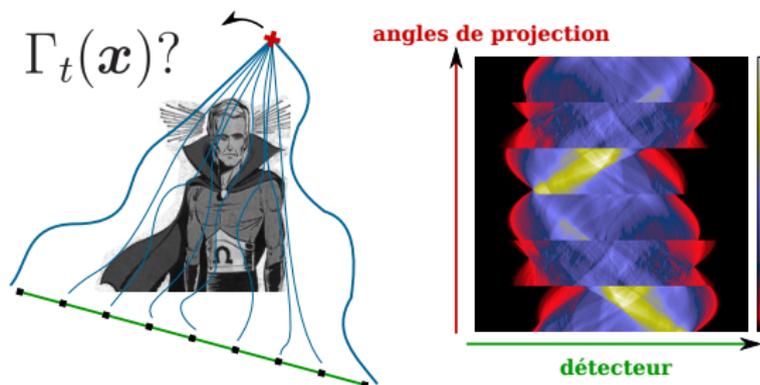
Bilan

Approche inverse
dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion
générale



1. Rechercher le mouvement [Crawford et al., 1996, Ritchie et al., 1996].

- ▶ $\Gamma_t \approx$ Champ vectoriel des déformations de l'objet.
- ▶ Dédution d'un modèle de projection déformable.

Contexte

Tomographie
dynamique

Principe statique

Problématique
dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à
faible nombre de
projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Methodologie

Reconstructions

Modèle
numérique de
projection
optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

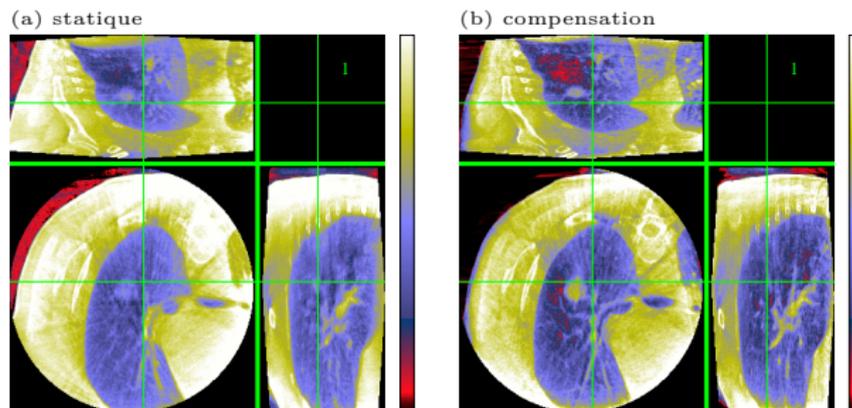
Bilan

Approche inverse
dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion
générale



[Rit et al., 2009]

1. Rechercher le mouvement [Crawford et al., 1996, Ritchie et al., 1996].
 - ▶ $\Gamma_t \approx$ Champ vectoriel des déformations de l'objet.
 - ▶ Déduction d'un modèle de projection déformable.
2. Reconstruction de f à un instant de référence t_0 .

Contexte

Tomographie
dynamique

Principe statique

Problématique
dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à
faible nombre de
projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle
numérique de
projection
optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

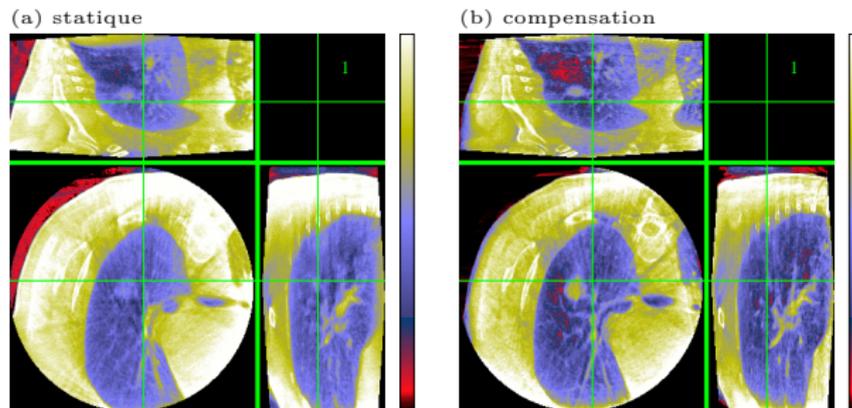
Bilan

Approche inverse
dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion
générale



[Rit et al., 2009]

1. Rechercher le mouvement [Crawford et al., 1996, Ritchie et al., 1996].
 - ▶ $\Gamma_t \approx$ Champ vectoriel des déformations de l'objet.
 - ▶ Dédution d'un modèle de projection déformable.
 2. Reconstruction de f à un instant de référence t_0 .
- ▶ **Complexité** de l'estimation de mouvement + **manque de généralité.**



Contexte

Tomographie
dynamique

Principe statique

Problématique
dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à
faible nombre de
projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle
numérique de
projection
optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

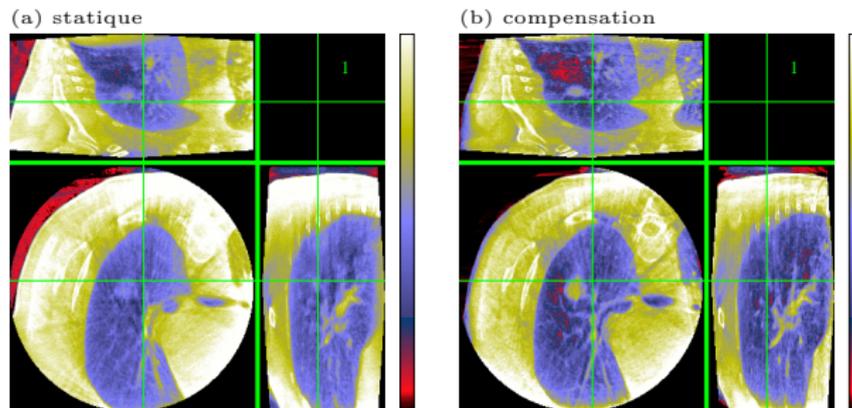
Bilan

Approche inverse
dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion
générale



[Rit et al., 2009]

1. Rechercher le mouvement [Crawford et al., 1996, Ritchie et al., 1996].
 - ▶ $\Gamma_t \approx$ Champ vectoriel des déformations de l'objet.
 - ▶ Dédution d'un modèle de projection déformable.
2. Reconstruction de f à un instant de référence t_0 .
 - ▶ **Complexité** de l'estimation de mouvement + **manque de généralité**.
 - ▶ Nécessité d'un jeu de données supplémentaire \Rightarrow **1 scanner avant (estimation) + 1 scanner courant (reconstruction)**.



Contexte

Tomographie
dynamique

Principe statique

Problématique
dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à
faible nombre de
projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Methodologie

Reconstructions

Modèle
numérique de
projection
optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

Approche inverse
dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion
générale

- Appliquer **l'approche inverse** de façon plus générale et moins restrictive pour extraire au mieux l'information des seules projections dynamiques courantes.
 - ▶ traitement des données **plus souple** et **plus cohérent**.
 - ▶ qualité de reconstruction **au moins identique**.
 - ▶ avec moins de données \Rightarrow **réduction de la dose d'irradiation**.



Contexte

Tomographie
dynamique

Principe statique

Problématique
dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à
faible nombre de
projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle
numérique de
projection
optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

Approche inverse
dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion
générale

- Appliquer **l'approche inverse** de façon plus générale et moins restrictive pour extraire au mieux l'information des seules projections dynamiques courantes.
 - ▶ traitement des données **plus souple** et **plus cohérent**.
 - ▶ qualité de reconstruction **au moins identique**.
 - ▶ avec moins de données \Rightarrow **réduction de la dose d'irradiation**.



- Tomographie dynamique \Rightarrow peu de projections par phase.
 - ▶ **Mon premier jalon : reconstruire un objet statique avec un faible nombre de projections.**



Contexte

Tomographie
dynamique

Principe statique

Problématique
dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à
faible nombre de
projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Methodologie

Reconstructions

Modèle
numérique de
projection
optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

Approche inverse
dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion
générale

Reconstruction à faible nombre de projections

Contexte

Tomographie
dynamique

Principe statique

Problématique
dynamique

État de l'art

Objectifs

**Reconstruction à
faible nombre de
projections**

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Methodologie

Reconstructions

Modèle
numérique de
projection
optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

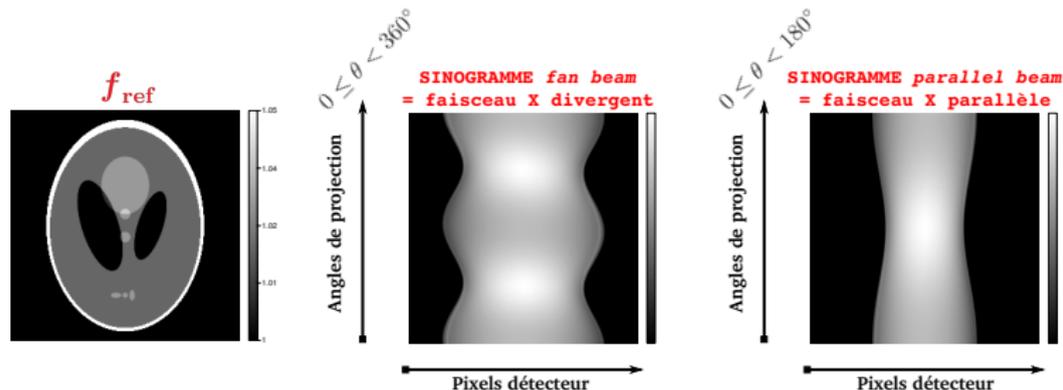
Bilan

Approche inverse
dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion
générale



Contexte

Tomographie dynamique

Principe statique

Problématique dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à faible nombre de projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle numérique de projection optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

Approche inverse dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion générale

Deux méthodes de reconstruction usuelles

- *Rétroprojection Filtrée* (FBP) : discrétisation de la formule d'inversion analytique de la transformée de Radon [Kak and Slaney, 1988] :
 - ▶ reconstruction rapide.
 - ▶ mais grand nombre de projections nécessaire.

Contexte

Tomographie dynamique

Principe statique

Problématique
dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à faible nombre de projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Methodologie

Reconstructions

Modèle numérique de projection optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

Approche inverse dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion générale

Deux méthodes de reconstruction usuelles

- *Rétroprojection Filtrée* (FBP) : discrétisation de la formule d'inversion analytique de la transformée de Radon [Kak and Slaney, 1988] :
 - ▶ reconstruction rapide.
 - ▶ mais grand nombre de projections nécessaire.

(a) vérité



(b) 767 projections



Contexte

Tomographie dynamique

Principe statique

Problématique
dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à faible nombre de projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Methodologie

Reconstructions

Modèle numérique de projection optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

Approche inverse dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion générale

Deux méthodes de reconstruction usuelles

- *Rétroprojection Filtrée* (FBP) : discrétisation de la formule d'inversion analytique de la transformée de Radon [Kak and Slaney, 1988] :
 - ▶ reconstruction rapide.
 - ▶ mais grand nombre de projections nécessaire.

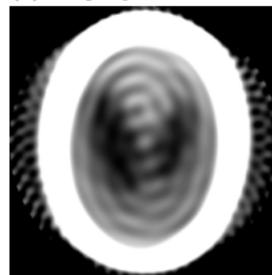
(a) vérité



(b) 767 projections



(c) 60 projections



Contexte

Tomographie dynamique

Principe statique

Problématique
dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à faible nombre de projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Methodologie

Reconstructions

Modèle numérique de projection optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

Approche inverse dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion générale

Deux méthodes de reconstruction usuelles

- *Rétroprojection Filtrée* (FBP) : discrétisation de la formule d'inversion analytique de la transformée de Radon [Kak and Slaney, 1988] :
 - ▶ reconstruction rapide.
 - ▶ mais grand nombre de projections nécessaire.

(a) vérité



(b) 767 projections



(c) 60 projections



- SART (*Simultaneous Algebraic Reconstruction Technique*) : méthode itérative = approche inverse non régularisée.
 - ▶ méthode de Kaczmarz [Kaczmarz, 1937] de résolution d'un système linéaire $\mathbf{R} \cdot \mathbf{f} = \mathbf{y}$.

Contexte

Tomographie dynamique

Principe statique

Problématique
dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à faible nombre de projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Methodologie

Reconstructions

Modèle numérique de projection optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

Approche inverse dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion générale

Deux méthodes de reconstruction usuelles

- *Rétroprojection Filtrée* (FBP) : discrétisation de la formule d'inversion analytique de la transformée de Radon [Kak and Slaney, 1988] :
 - ▶ reconstruction rapide.
 - ▶ mais grand nombre de projections nécessaire.

(a) vérité



(b) 767 projections



(c) 60 projections



- SART (*Simultaneous Algebraic Reconstruction Technique*) : méthode itérative = approche inverse non régularisée.
 - ▶ méthode de Kaczmarz [Kaczmarz, 1937] de résolution d'un système linéaire $\mathbf{R} \cdot \mathbf{f} = \mathbf{y}$.

(d) 300 projections



Contexte

Tomographie dynamique

Principe statique

Problématique
dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à faible nombre de projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Methodologie

Reconstructions

Modèle numérique de projection optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

Approche inverse dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion générale

Deux méthodes de reconstruction usuelles

- *Rétroprojection Filtrée* (FBP) : discrétisation de la formule d'inversion analytique de la transformée de Radon [Kak and Slaney, 1988] :
 - ▶ reconstruction rapide.
 - ▶ mais grand nombre de projections nécessaire.

(a) vérité



(b) 767 projections



(c) 60 projections



- SART (*Simultaneous Algebraic Reconstruction Technique*) : méthode itérative = approche inverse non régularisée.
 - ▶ méthode de Kaczmarz [Kaczmarz, 1937] de résolution d'un système linéaire $\mathbf{R} \cdot \mathbf{f} = \mathbf{y}$.

(d) 300 projections



(e) 60 projections



Contexte

Tomographie dynamique

Principe statique

Problématique
dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à faible nombre de projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Methodologie

Reconstructions

Modèle numérique de projection optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

Approche inverse dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion générale

Deux méthodes de reconstruction usuelles

- *Rétroprojection Filtrée* (FBP) : discrétisation de la formule d'inversion analytique de la transformée de Radon [Kak and Slaney, 1988] :
 - ▶ reconstruction rapide.
 - ▶ mais grand nombre de projections nécessaire.

(a) vérité



(b) 767 projections



(c) 60 projections



- SART (*Simultaneous Algebraic Reconstruction Technique*) : méthode itérative = approche inverse non régularisée.
 - ▶ méthode de Kaczmarz [Kaczmarz, 1937] de résolution d'un système linéaire $\mathbf{R} \cdot \mathbf{f} = \mathbf{y}$.

(d) 300 projections



200 itérations

(f) 300 projections



1000 itérations

(e) 60 projections



Contexte

Tomographie dynamique

Principe statique

Problématique
dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à faible nombre de projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Methodologie

Reconstructions

Modèle numérique de projection optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

Approche inverse dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion générale

- L'approche inverse que je vais appliquer :

$$\mathbf{f}^+ = \arg \min_f \mathcal{J}_{\text{data}}(\mathbf{f}) + \mu \mathcal{J}_{\text{prior}}(\mathbf{f})$$

Contexte

Tomographie
dynamique

Principe statique

Problématique
dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à
faible nombre de
projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle
numérique de
projection
optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

Approche inverse
dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion
générale

- L'approche inverse que je vais appliquer :

$$\mathbf{f}^+ = \arg \min_f \mathcal{J}_{\text{data}}(\mathbf{f}) + \mu \mathcal{J}_{\text{prior}}(\mathbf{f})$$

- ▶ Terme d'attache aux données :

$$\mathcal{J}_{\text{data}}(\mathbf{f}) = (\mathbf{y} - \mathbf{R} \cdot \mathbf{f})^\top \cdot \mathbf{W} \cdot (\mathbf{y} - \mathbf{R} \cdot \mathbf{f})$$

Contexte

Tomographie
dynamique

Principe statique

Problématique
dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à
faible nombre de
projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle
numérique de
projection
optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

Approche inverse
dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion
générale

- L'approche inverse que je vais appliquer :

$$\mathbf{f}^+ = \arg \min_f \mathcal{J}_{\text{data}}(\mathbf{f}) + \mu \mathcal{J}_{\text{prior}}(\mathbf{f})$$

- ▶ Terme d'attache aux données :

$$\mathcal{J}_{\text{data}}(\mathbf{f}) = (\mathbf{y} - \mathbf{R} \cdot \mathbf{f})^\top \cdot \mathbf{W} \cdot (\mathbf{y} - \mathbf{R} \cdot \mathbf{f})$$

- ▶ Maximum de vraisemblance $\Leftrightarrow \mathbf{f} = (\mathbf{R}^\top \mathbf{W} \mathbf{R})^{-1} \cdot \mathbf{R}^\top \mathbf{W} \cdot \mathbf{y}$.

- Inverse de la covariance du bruit \mathbf{n} :

$$\mathbf{W} = \mathbf{C}_n^{-1} \quad \neq \mathbf{W}_{\text{SART}} \quad [\text{Jiang and Wang, 2003}]$$

- L'approche inverse que je vais appliquer :

$$\mathbf{f}^+ = \arg \min_f \mathcal{J}_{\text{data}}(\mathbf{f}) + \mu \mathcal{J}_{\text{prior}}(\mathbf{f})$$

- ▶ Terme d'attache aux données :

$$\mathcal{J}_{\text{data}}(\mathbf{f}) = (\mathbf{y} - \mathbf{R} \cdot \mathbf{f})^\top \cdot \mathbf{W} \cdot (\mathbf{y} - \mathbf{R} \cdot \mathbf{f})$$

- ▶ Maximum de vraisemblance $\Leftrightarrow \mathbf{f} = (\mathbf{R}^\top \mathbf{W} \mathbf{R})^{-1} \cdot \mathbf{R}^\top \mathbf{W} \cdot \mathbf{y}$.

- Inverse de la covariance du bruit \mathbf{n} :

$$\mathbf{W} = \mathbf{C}_n^{-1} \quad \neq \mathbf{W}_{\text{SART}} \quad [\text{Jiang and Wang, 2003}]$$

- ▶ Maximum a posteriori (Bayes) : terme de régularisation $\mathcal{J}_{\text{prior}}(\mathbf{f})$ réglé par un poids $\mu \Rightarrow$ **évite l'amplification des artéfacts.**

Régularisation quadratique

- Qu'est-ce que je connais de l'objet que je reconstruis ?
 - ▶ Image 3-D anatomique (muscles, graisse, os *etc.*) ⇒ **Image continue par morceaux.**

Soutenance de
thèse - 20 juin
2013

Fabien Momey

Contexte

Tomographie
dynamique

Principe statique

Problématique
dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à
faible nombre de
projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle
numérique de
projection
optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

Approche inverse
dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion
générale

Régularisation quadratique

- Qu'est-ce que je connais de l'objet que je reconstruis ?
 - ▶ Image 3-D anatomique (muscles, graisse, os *etc.*) \Rightarrow **Image continue par morceaux.**
- **Première proposition** : régularisation quadratique (lissage).

$$\mathcal{J}_{\text{prior}}(f) = \sum_k \|\nabla_k \cdot f\|_2^2$$

- ▶ ∇_k : gradient de l'image f au voxel k .

Contexte

Tomographie dynamique

Principe statique

Problématique
dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à faible nombre de projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle numérique de projection optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

Approche inverse dynamique

Méthode

Reconstructions

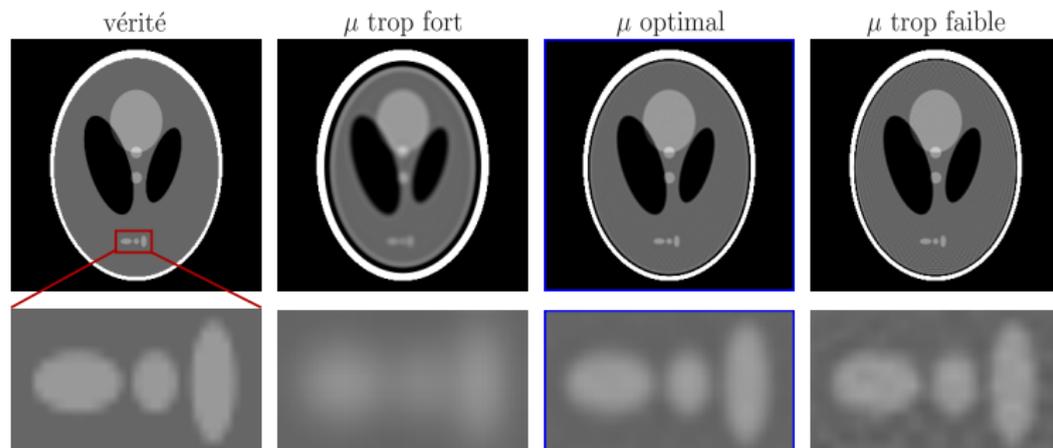
Conclusion générale

Régularisation quadratique

- Qu'est-ce que je connais de l'objet que je reconstruis ?
 - ▶ Image 3-D anatomique (muscles, graisse, os *etc.*) \Rightarrow **Image continue par morceaux.**
- **Première proposition** : régularisation quadratique (lissage).

$$\mathcal{J}_{\text{prior}}(f) = \sum_k \|\nabla_k \cdot f\|_2^2$$

- ▶ ∇_k : gradient de l'image f au voxel k .
- Reconstructions : **300 projections fan beam.**



Régularisation quadratique

- Qu'est-ce que je connais de l'objet que je reconstruis ?
 - ▶ Image 3-D anatomique (muscles, graisse, os *etc.*) \Rightarrow **Image continue par morceaux.**
- **Première proposition** : régularisation quadratique (lissage).

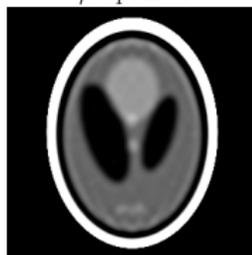
$$\mathcal{J}_{\text{prior}}(f) = \sum_k \|\nabla_k \cdot f\|_2^2$$

- ▶ ∇_k : gradient de l'image f au voxel k .
- Reconstructions : **100 projections fan beam.**

vérité



μ optimal



μ trop faible



Contexte

Tomographie dynamique

Principe statique

Problématique
dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à faible nombre de projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle numérique de projection optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

Approche inverse dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion générale

Mon choix de régularisation

- Je veux préserver les bords francs.

Soutenance de
thèse - 20 juin
2013

Fabien Momey

Contexte

Tomographie
dynamique

Principe statique

Problématique
dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à
faible nombre de
projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle
numérique de
projection
optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

Approche inverse
dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion
générale

Mon choix de régularisation

- Je veux préserver les bords francs.
- **Mon choix** : variation totale (TV) [Rudin et al., 1992].

$$\mathcal{J}_{\text{prior}}(\mathbf{f}) = \sum_k \|\nabla_k \cdot \mathbf{f}\|_2$$

Contexte

Tomographie dynamique

Principe statique

Problématique
dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à faible nombre de projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle numérique de projection optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

Approche inverse dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion générale

Mon choix de régularisation

- Je veux préserver les bords francs.
- **Mon choix** : variation totale (TV) [Rudin et al., 1992].

$$\mathcal{J}_{\text{prior}}(\mathbf{f}) = \sum_k \sqrt{\|\nabla_k \cdot \mathbf{f}\|_2^2 + \epsilon^2}$$

- ▶ Pour rendre le critère dérivable en tout point \Rightarrow hyperparamètre ϵ de relaxation.
- ▶ \sim régularisation type L_2L_1 [Charbonnier et al., 1997].

Contexte

Tomographie dynamique

Principe statique

Problématique
dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à faible nombre de projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle numérique de projection optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

Approche inverse dynamique

Méthode

Reconstructions

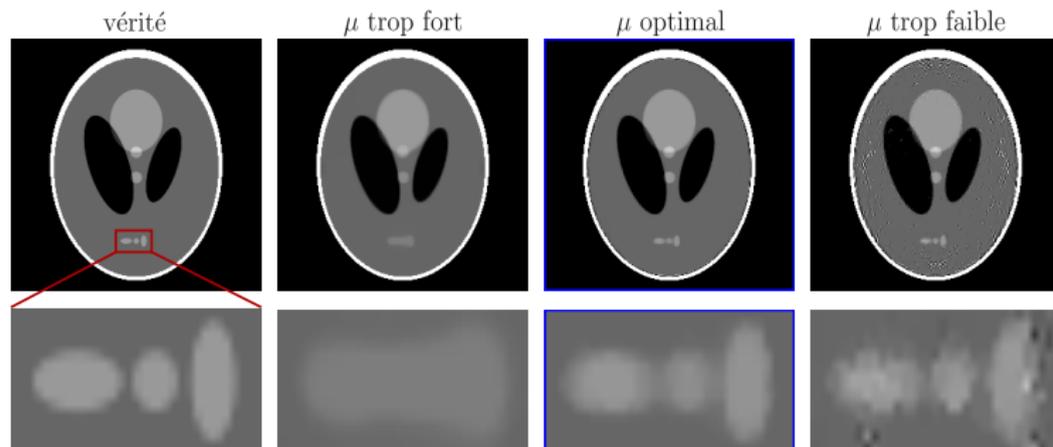
Conclusion générale

Mon choix de régularisation

- Je veux préserver les bords francs.
- **Mon choix** : variation totale (TV) [Rudin et al., 1992].

$$\mathcal{J}_{\text{prior}}(\mathbf{f}) = \sum_k \sqrt{\|\nabla_k \cdot \mathbf{f}\|_2^2 + \epsilon^2}$$

- ▶ Pour rendre le critère dérivable en tout point \Rightarrow hyperparamètre ϵ de relaxation.
- ▶ \sim régularisation type L_2L_1 [Charbonnier et al., 1997].
- Reconstructions : **100 projections fan beam**.



- Reconstructions à nombre de projections décroissant.

Contexte

Tomographie dynamique

Principe statique

Problématique
dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à faible nombre de projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Methodologie

Reconstructions

Modèle numérique de projection optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

Approche inverse dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion générale

- Reconstructions à nombre de projections décroissant.
 - ▶ **Reconstruction à modèle approché** \Rightarrow cas réaliste.

$T = 100$



Contexte

Tomographie dynamique

Principe statique

Problématique dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à faible nombre de projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle numérique de projection optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

Approche inverse dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion générale

- Reconstructions à nombre de projections décroissant.
 - ▶ **Reconstruction à modèle approché** \Rightarrow cas réaliste.

$T = 90$



Contexte

Tomographie dynamique

Principe statique

Problématique dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à faible nombre de projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle numérique de projection optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

Approche inverse dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion générale

- Reconstructions à nombre de projections décroissant.
 - ▶ **Reconstruction à modèle approché** \Rightarrow cas réaliste.

$T = 80$



Contexte

Tomographie dynamique

Principe statique

Problématique dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à faible nombre de projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle numérique de projection optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

Approche inverse dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion générale

- Reconstructions à nombre de projections décroissant.
 - ▶ **Reconstruction à modèle approché** \Rightarrow cas réaliste.

$T = 70$



Contexte

Tomographie dynamique

Principe statique

Problématique dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à faible nombre de projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle numérique de projection optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

Approche inverse dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion générale

- Reconstructions à nombre de projections décroissant.
 - ▶ **Reconstruction à modèle approché** \Rightarrow cas réaliste.

$T = 60$



Contexte

Tomographie dynamique

Principe statique

Problématique dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à faible nombre de projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle numérique de projection optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

Approche inverse dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion générale

- Reconstructions à nombre de projections décroissant.
 - ▶ **Reconstruction à modèle approché** \Rightarrow **cas réaliste.**

$T = 50$



Contexte

Tomographie dynamique

Principe statique

Problématique dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à faible nombre de projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle numérique de projection optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

Approche inverse dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion générale

- Reconstructions à nombre de projections décroissant.
 - ▶ **Reconstruction à modèle approché** \Rightarrow cas réaliste.

$T = 40$



Contexte

Tomographie dynamique

Principe statique

Problématique dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à faible nombre de projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle numérique de projection optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

Approche inverse dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion générale

- Reconstructions à nombre de projections décroissant.
 - ▶ **Reconstruction à modèle approché** \Rightarrow **cas réaliste.**

$T = 30$



Contexte

Tomographie dynamique

Principe statique

Problématique dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à faible nombre de projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle numérique de projection optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

Approche inverse dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion générale

- Reconstructions à nombre de projections décroissant.
 - ▶ **Reconstruction à modèle approché** \Rightarrow cas réaliste.

$T = 20$



Contexte

Tomographie dynamique

Principe statique

Problématique dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à faible nombre de projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle numérique de projection optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

Approche inverse dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion générale

- Reconstructions à nombre de projections décroissant.
 - ▶ **Reconstruction à modèle approché** \Rightarrow cas réaliste.

$T = 10$



Contexte

Tomographie dynamique

Principe statique

Problématique dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à faible nombre de projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle numérique de projection optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

Approche inverse dynamique

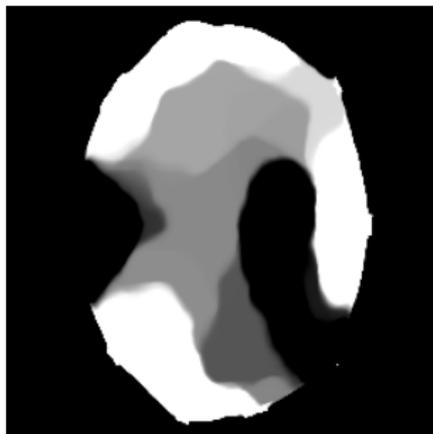
Méthode

Reconstructions

Conclusion générale

- Reconstructions à nombre de projections décroissant.
 - ▶ **Reconstruction à modèle approché** \Rightarrow cas réaliste.

$T = 5$



Contexte

Tomographie dynamique

Principe statique

Problématique dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à faible nombre de projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Methodologie

Reconstructions

Modèle numérique de projection optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

Approche inverse dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion générale

- Reconstructions à nombre de projections décroissant.
 - ▶ **Reconstruction à modèle approché** \Rightarrow cas réaliste.
 - ▶ “*Crime inverse*” : reconstruction à modèle exact \Rightarrow cas irréaliste.

$T = 100$ cas réaliste



$T = 100$ “*crime inverse*”



\sim *Compressed Sensing*

Contexte

Tomographie
dynamique

Principe statique

Problématique
dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à
faible nombre de
projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle
numérique de
projection
optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

Approche inverse
dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion
générale

- Reconstructions à nombre de projections décroissant.
 - ▶ **Reconstruction à modèle approché** \Rightarrow cas réaliste.
 - ▶ “*Crime inverse*” : reconstruction à modèle exact \Rightarrow cas irréaliste.

$T = 90$ cas réaliste



$T = 90$ “*crime inverse*”



\sim *Compressed Sensing*

Contexte

Tomographie dynamique

Principe statique

Problématique dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à faible nombre de projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle numérique de projection optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

Approche inverse dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion générale

- Reconstructions à nombre de projections décroissant.
 - ▶ **Reconstruction à modèle approché** \Rightarrow cas réaliste.
 - ▶ “*Crime inverse*” : reconstruction à modèle exact \Rightarrow cas irréaliste.

$T = 80$ cas réaliste



$T = 80$ “*crime inverse*”



\sim *Compressed Sensing*

Contexte

Tomographie dynamique

Principe statique

Problématique dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à faible nombre de projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle numérique de projection optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

Approche inverse dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion générale

- Reconstructions à nombre de projections décroissant.
 - ▶ **Reconstruction à modèle approché** \Rightarrow cas réaliste.
 - ▶ “*Crime inverse*” : reconstruction à modèle exact \Rightarrow cas irréaliste.

$T = 70$ cas réaliste



$T = 70$ “*crime inverse*”



\sim *Compressed Sensing*

Contexte

Tomographie dynamique

Principe statique

Problématique dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à faible nombre de projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle numérique de projection optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

Approche inverse dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion générale

- Reconstructions à nombre de projections décroissant.
 - ▶ **Reconstruction à modèle approché** \Rightarrow cas réaliste.
 - ▶ “*Crime inverse*” : reconstruction à modèle exact \Rightarrow cas irréaliste.

$T = 60$ cas réaliste



$T = 60$ “*crime inverse*”



\sim *Compressed Sensing*

Contexte

Tomographie dynamique

Principe statique

Problématique dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à faible nombre de projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle numérique de projection optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

Approche inverse dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion générale

- Reconstructions à nombre de projections décroissant.
 - ▶ **Reconstruction à modèle approché** \Rightarrow cas réaliste.
 - ▶ “*Crime inverse*” : reconstruction à modèle exact \Rightarrow cas irréaliste.

$T = 50$ cas réaliste



$T = 50$ “*crime inverse*”



\sim *Compressed Sensing*

Contexte

Tomographie dynamique

Principe statique

Problématique dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à faible nombre de projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle numérique de projection optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

Approche inverse dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion générale

- Reconstructions à nombre de projections décroissant.
 - ▶ **Reconstruction à modèle approché** \Rightarrow cas réaliste.
 - ▶ “*Crime inverse*” : reconstruction à modèle exact \Rightarrow cas irréaliste.

$T = 40$ cas réaliste



$T = 40$ “*crime inverse*”



\sim *Compressed Sensing*

Contexte

Tomographie dynamique

Principe statique
Problématique dynamique
État de l’art
Objectifs

Reconstruction à faible nombre de projections

Shepp-Logan
Méthodes usuelles
Méthodologie

Reconstructions

Modèle numérique de projection optimisé

Modélisation
Projecteur
Reconstructions
Bilan

Approche inverse dynamique

Méthode
Reconstructions

Conclusion générale

- Reconstructions à nombre de projections décroissant.
 - ▶ **Reconstruction à modèle approché** \Rightarrow cas réaliste.
 - ▶ “*Crime inverse*” : reconstruction à modèle exact \Rightarrow cas irréaliste.

$T = 30$ cas réaliste



$T = 30$ “*crime inverse*”



\sim *Compressed Sensing*

Contexte

Tomographie dynamique

Principe statique

Problématique dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à faible nombre de projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle numérique de projection optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

Approche inverse dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion générale

- Reconstructions à nombre de projections décroissant.
 - ▶ **Reconstruction à modèle approché** \Rightarrow cas réaliste.
 - ▶ “*Crime inverse*” : reconstruction à modèle exact \Rightarrow cas irréaliste.

$T = 20$ cas réaliste



$T = 20$ “*crime inverse*”



\sim *Compressed Sensing*

Contexte

Tomographie dynamique

Principe statique
Problématique dynamique
État de l'art
Objectifs

Reconstruction à faible nombre de projections

Shepp-Logan
Méthodes usuelles
Méthodologie

Reconstructions

Modèle numérique de projection optimisé

Modélisation
Projecteur
Reconstructions
Bilan

Approche inverse dynamique

Méthode
Reconstructions

Conclusion générale

- Reconstructions à nombre de projections décroissant.
 - ▶ **Reconstruction à modèle approché** \Rightarrow cas réaliste.
 - ▶ “*Crime inverse*” : reconstruction à modèle exact \Rightarrow cas irréaliste.

$T = 10$ cas réaliste



$T = 10$ “*crime inverse*”



\sim *Compressed Sensing*

Contexte

Tomographie dynamique

Principe statique

Problématique dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à faible nombre de projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle numérique de projection optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

Approche inverse dynamique

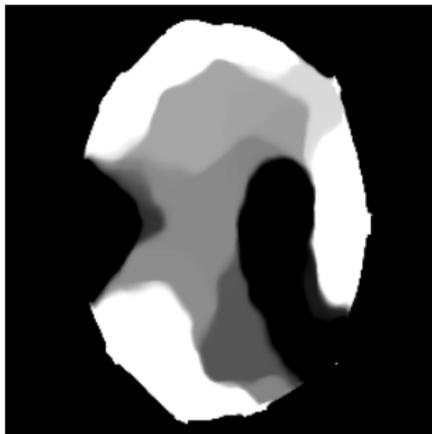
Méthode

Reconstructions

Conclusion générale

- Reconstructions à nombre de projections décroissant.
 - ▶ **Reconstruction à modèle approché** \Rightarrow cas réaliste.
 - ▶ “*Crime inverse*” : reconstruction à modèle exact \Rightarrow cas irréaliste.

$T = 5$ cas réaliste



$T = 5$ “*crime inverse*”



\sim *Compressed Sensing*

Contexte

Tomographie dynamique

Principe statique
Problématique dynamique
État de l'art
Objectifs

Reconstruction à faible nombre de projections

Shepp-Logan
Méthodes usuelles
Methodologie

Reconstructions

Modèle numérique de projection optimisé

Modélisation
Projecteur
Reconstructions
Bilan

Approche inverse dynamique

Méthode
Reconstructions

Conclusion générale

- Reconstructions à nombre de projections décroissant.
 - ▶ **Reconstruction à modèle approché** \Rightarrow cas réaliste.
 - ▶ “*Crime inverse*” : reconstruction à modèle exact \Rightarrow cas irréaliste.

$T = 40$ cas réaliste



$T = 40$ “*crime inverse*”



\sim *Compressed Sensing*

- ▶ Reconstruction avec seulement **40 projections** !
- ▶ Amélioration possible avec un modèle de projection très fin.
 - C'est le second jalon de mes travaux.

Contexte

Tomographie dynamique

Principe statique

Problématique dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à faible nombre de projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle numérique de projection optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

Approche inverse dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion générale

spline driven : mon nouveau projecteur précis

Contexte

Tomographie
dynamique

Principe statique

Problématique
dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à
faible nombre de
projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Methodologie

Reconstructions

**Modèle
numérique de
projection
optimisé**

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

Approche inverse
dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion
générale

$$f(\mathbf{x}) \approx \tilde{f}(\mathbf{x}) = \sum_k c_k \varphi_k(\mathbf{x}) = \sum_k c_k \varphi(\mathbf{x} - \mathbf{x}_k)$$

Diagram illustrating the approximation of a function $f(\mathbf{x})$ by a sum of basis functions $\varphi_k(\mathbf{x})$ (left) and a sum of shifted atoms $\varphi(\mathbf{x} - \mathbf{x}_k)$ (right).

Annotations:

- Approximation du signal (points to $\tilde{f}(\mathbf{x})$)
- Coefficients (points to c_k)
- base (points to $\varphi_k(\mathbf{x})$)
- fonction atomique (points to $\varphi(\mathbf{x} - \mathbf{x}_k)$)
- grille d'échantillonnage (points to \mathbf{x}_k)

Contexte

Tomographie dynamique

Principe statique

Problématique
dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à faible nombre de projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle numérique de projection optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

Approche inverse dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion générale

$$f(\mathbf{x}) \approx \tilde{f}(\mathbf{x}) = \sum_k c_k \varphi_k(\mathbf{x}) = \sum_k c_k \varphi(\mathbf{x} - \mathbf{x}_k)$$

Diagram illustrating the decomposition of the approximation equation:

- $f(\mathbf{x}) \approx \tilde{f}(\mathbf{x})$ is labeled "approximation du signal".
- $\sum_k c_k$ is labeled "coefficients".
- $\varphi_k(\mathbf{x})$ is labeled "base".
- $\varphi(\mathbf{x} - \mathbf{x}_k)$ is labeled "fonction atomique" (highlighted in red).
- \mathbf{x}_k is labeled "grille d'échantillonnage".

- $\varphi^+ = \arg \min_{\varphi} \left\{ \min_c \|f - \tilde{f}\|_2 \right\}$
- Quelle base choisir pour un projecteur ?

Contexte

Tomographie dynamique

Principe statique

Problématique dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à faible nombre de projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle numérique de projection optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

Approche inverse dynamique

Méthode

Reconstructions

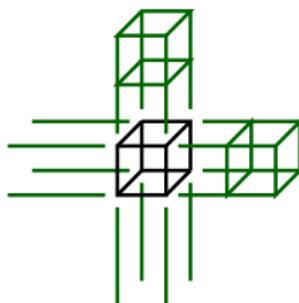
Conclusion générale

$$f(\mathbf{x}) \approx \tilde{f}(\mathbf{x}) = \sum_k c_k \varphi_k(\mathbf{x}) = \sum_k c_k \varphi(\mathbf{x} - \mathbf{x}_k)$$

Diagram illustrating the approximation of a function $f(\mathbf{x})$ by $\tilde{f}(\mathbf{x})$ using a sum of basis functions $\varphi_k(\mathbf{x})$ (coefficients c_k) and a sampling grid \mathbf{x}_k . The function φ is highlighted as the **fonction atomique** (atomic function).

Labels and arrows:
- $f(\mathbf{x})$ points to "approximation du signal"
- $\tilde{f}(\mathbf{x})$ points to "approximation du signal"
- c_k points to "coefficients"
- $\varphi_k(\mathbf{x})$ points to "base"
- $\varphi(\mathbf{x} - \mathbf{x}_k)$ points to "fonction atomique"
- \mathbf{x}_k points to "grille d'échantillonnage"

- $\varphi^+ = \arg \min_{\varphi} \left\{ \min_c \|f - \tilde{f}\|_2 \right\}$
- Quelle base choisir pour un projecteur ?
- Indicatrices de voxels ?
 - ▶ compactes \Rightarrow calcul rapide.
 - ▶ *approximation très peu précise.*
 - ▶ *anisotropes.*



Contexte

Tomographie dynamique

Principe statique

Problématique dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à faible nombre de projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle numérique de projection optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

Approche inverse dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion générale

$$f(\mathbf{x}) \approx \tilde{f}(\mathbf{x}) = \sum_k c_k \varphi_k(\mathbf{x}) = \sum_k c_k \varphi(\mathbf{x} - \mathbf{x}_k)$$

Diagram illustrating the approximation of a function $f(\mathbf{x})$ by $\tilde{f}(\mathbf{x})$ using a sum of basis functions $\varphi_k(\mathbf{x})$ (coefficients c_k) and a sampling grid \mathbf{x}_k . The function φ is highlighted as the **fonction atomique** (atomic function).

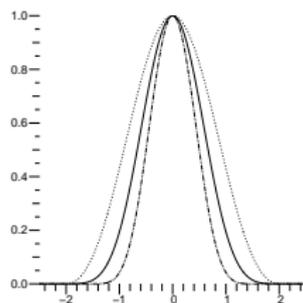
- $\varphi^+ = \arg \min_{\varphi} \left\{ \min_c \|f - \tilde{f}\|_2 \right\}$
- Quelle base choisir pour un projecteur ?

• ~~Indicatrices de voxels ?~~

- ▶ compactes \Rightarrow calcul rapide.
- ▶ *approximation très peu précise.*
- ▶ *anisotropes.*

• Blobs ?

- ▶ symétrie sphérique \Rightarrow isotropie.
- ▶ compactes, *non séparables.*
- ▶ *calcul complexe.*



Contexte

Tomographie dynamique

- Principe statique
- Problématique dynamique
- État de l'art
- Objectifs

Reconstruction à faible nombre de projections

- Shepp-Logan
- Méthodes usuelles
- Méthodologie
- Reconstructions

Modèle numérique de projection optimisé

Modélisation

- Projecteur
- Reconstructions
- Bilan

Approche inverse dynamique

- Méthode
- Reconstructions

Conclusion générale

$$f(\mathbf{x}) \approx \tilde{f}(\mathbf{x}) = \sum_k c_k \varphi_k(\mathbf{x}) = \sum_k c_k \varphi(\mathbf{x} - \mathbf{x}_k)$$

\downarrow approximation du signal \swarrow coefficients \downarrow base \searrow fonction atomique \downarrow grille d'échantillonnage

- $\varphi^+ = \arg \min_{\varphi} \left\{ \min_c \|f - \tilde{f}\|_2 \right\}$
- Quelle base choisir pour un projecteur ?

• ~~Indicatrices de voxels ?~~

- ▶ compactes \Rightarrow calcul rapide.
- ▶ *approximation très peu précise.*
- ▶ *anisotropes.*

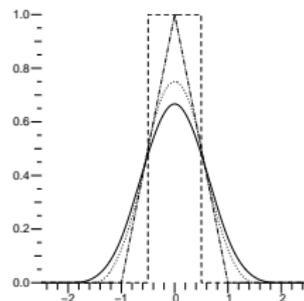
• ~~Blobs ?~~

- ▶ symétrie sphérique \Rightarrow isotropie.
- ▶ compactes, *non séparables.*
- ▶ *calcul complexe.*

• B-splines ?

- ▶ compactes, séparables.

$$\beta^d(x) = \underbrace{\beta^0 * \dots * \beta^0}_{d+1 \text{ termes}}(x)$$



Contexte

Tomographie dynamique

Principe statique
Problématique dynamique
État de l'art
Objectifs

Reconstruction à faible nombre de projections

Shepp-Logan
Méthodes usuelles
Methodologie
Reconstructions

Modèle numérique de projection optimisé

Modélisation
Projecteur
Reconstructions
Bilan

Approche inverse dynamique

Méthode
Reconstructions

Conclusion générale

$$f(\mathbf{x}) \approx \tilde{f}(\mathbf{x}) = \sum_k c_k \varphi_k(\mathbf{x}) = \sum_k c_k \varphi(\mathbf{x} - \mathbf{x}_k)$$

Diagram illustrating the approximation of a function $f(\mathbf{x})$ by $\tilde{f}(\mathbf{x})$. The equation is shown as $f(\mathbf{x}) \approx \tilde{f}(\mathbf{x}) = \sum_k c_k \varphi_k(\mathbf{x}) = \sum_k c_k \varphi(\mathbf{x} - \mathbf{x}_k)$. Arrows point from the terms to their respective labels: $f(\mathbf{x})$ to "approximation du signal", $\tilde{f}(\mathbf{x})$ to "approximation du signal", c_k to "coefficients", $\varphi_k(\mathbf{x})$ to "base", $\varphi(\mathbf{x} - \mathbf{x}_k)$ to "fonction atomique" (highlighted in red), and \mathbf{x}_k to "grille d'échantillonnage".

- $\varphi^+ = \arg \min_{\varphi} \left\{ \min_c \|f - \tilde{f}\|_2 \right\}$
- Quelle base choisir pour un projecteur ?

• ~~Indicatrices de voxels ?~~

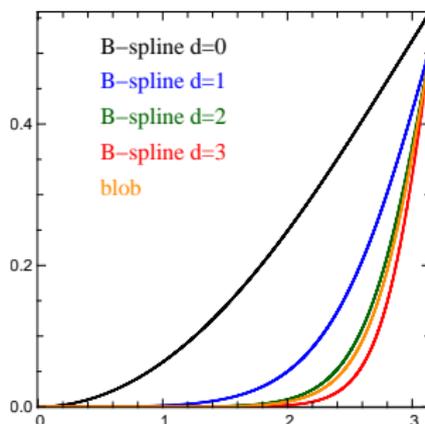
- ▶ compactes \Rightarrow calcul rapide.
- ▶ *approximation très peu précise.*
- ▶ *anisotropes.*

• ~~Blobs ?~~

- ▶ symétrie sphérique \Rightarrow isotropie.
- ▶ compactes, *non séparables.*
- ▶ *calcul complexe.*

• B-splines ?

- ▶ compactes, séparables.
- ▶ approximation très précise.



Contexte

Tomographie dynamique

- Principe statique
- Problématique dynamique
- État de l'art
- Objectifs

Reconstruction à faible nombre de projections

- Shepp-Logan
- Méthodes usuelles
- Methodologie
- Reconstructions

Modèle numérique de projection optimisé

- Modélisation
- Projecteur
- Reconstructions
- Bilan

Approche inverse dynamique

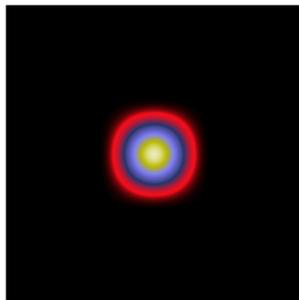
- Méthode
- Reconstructions

Conclusion générale

$$f(\mathbf{x}) \approx \tilde{f}(\mathbf{x}) = \sum_k c_k \varphi_k(\mathbf{x}) = \sum_k c_k \varphi(\mathbf{x} - \mathbf{x}_k)$$

Diagram illustrating the approximation of a signal $f(\mathbf{x})$ by $\tilde{f}(\mathbf{x})$ using a sum of basis functions $\varphi_k(\mathbf{x})$ (coefficients c_k) and a sampling grid \mathbf{x}_k . The function φ is highlighted as the **fonction atomique** (atomic function).

- $\varphi^+ = \arg \min_{\varphi} \left\{ \min_c \|f - \tilde{f}\|_2 \right\}$
- Quelle base choisir pour un projecteur ?
- ~~Indicatrices de voxels ?~~
 - ▶ compactes \Rightarrow calcul rapide.
 - ▶ *approximation très peu précise.*
 - ▶ *anisotropes.*
- ~~Blobs ?~~
 - ▶ symétrie sphérique \Rightarrow isotropie.
 - ▶ compactes, *non séparables.*
 - ▶ *calcul complexe.*
- B-splines ?
 - ▶ compactes, séparables.
 - ▶ approximation très précise.
 - ▶ quasi-symétrie sphérique quand $d \nearrow$.



Contexte

Tomographie dynamique

Principe statique

Problématique dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à faible nombre de projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle numérique de projection optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

Approche inverse dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion générale

$$f(\mathbf{x}) \approx \tilde{f}(\mathbf{x}) = \sum_k c_k \varphi_k(\mathbf{x}) = \sum_k c_k \varphi(\mathbf{x} - \mathbf{x}_k)$$

Diagram illustrating the approximation of a function $f(\mathbf{x})$ by $\tilde{f}(\mathbf{x})$. The equation is shown as $f(\mathbf{x}) \approx \tilde{f}(\mathbf{x}) = \sum_k c_k \varphi_k(\mathbf{x}) = \sum_k c_k \varphi(\mathbf{x} - \mathbf{x}_k)$. Arrows point from the terms to their respective labels: $f(\mathbf{x})$ to "approximation du signal", $\tilde{f}(\mathbf{x})$ to "approximation du signal", c_k to "coefficients", $\varphi_k(\mathbf{x})$ to "base", $\varphi(\mathbf{x} - \mathbf{x}_k)$ to "fonction atomique" (highlighted in red), and \mathbf{x}_k to "grille d'échantillonnage".

- $\varphi^+ = \arg \min_{\varphi} \left\{ \min_c \|f - \tilde{f}\|_2 \right\}$
- Quelle base choisir pour un projecteur ?
- ~~Indicatrices de voxels ?~~
 - ▶ compactes \Rightarrow calcul rapide.
 - ▶ *approximation très peu précise.*
 - ▶ *anisotropes.*
- ~~Blobs ?~~
 - ▶ symétrie sphérique \Rightarrow isotropie.
 - ▶ compactes, *non séparables.*
 - ▶ *calcul complexe.*
- **B-splines**
 - ▶ compactes, séparables.
 - ▶ approximation très précise.
 - ▶ quasi-symétrie sphérique quand $d \nearrow$.



Contexte

Tomographie dynamique

Principe statique
Problématique dynamique
État de l'art
Objectifs

Reconstruction à faible nombre de projections

Shepp-Logan
Méthodes usuelles
Methodologie
Reconstructions

Modèle numérique de projection optimisé

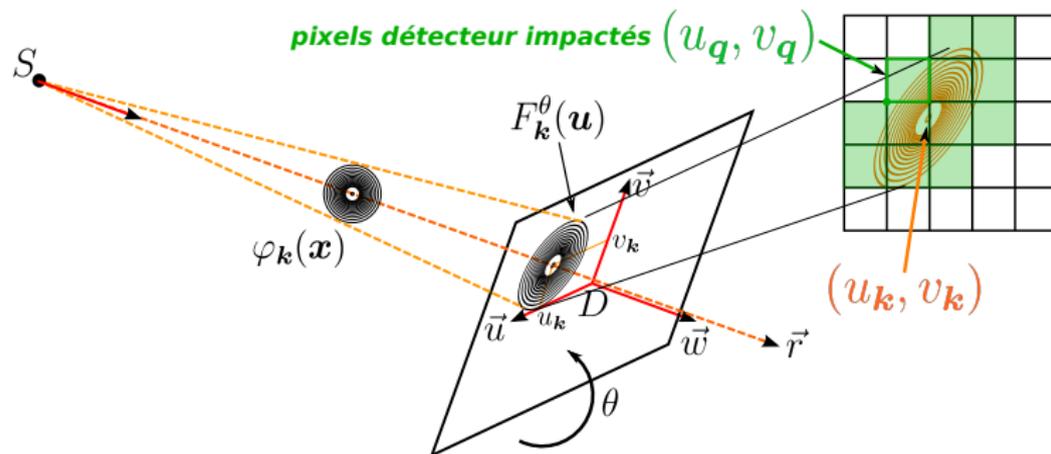
Modélisation
Projecteur
Reconstructions
Bilan

Approche inverse dynamique

Méthode
Reconstructions

Conclusion générale

$$y_q^\theta = \sum_k c_k \cdot \left(\int P_q(u) F_k^\theta(u) du \right) = \sum_k c_k \cdot \mathbf{R}_{qk}^\theta \Leftrightarrow \mathbf{y} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{c}$$



$$F_k^\theta(u) \approx \int_{x \in \{S, r\}} \varphi_k(x) dx$$

Contexte

Tomographie dynamique

- Principe statique
- Problématique dynamique
- État de l'art
- Objectifs

Reconstruction à faible nombre de projections

- Shepp-Logan
- Méthodes usuelles
- Méthodologie
- Reconstructions

Modèle numérique de projection optimisé

- Modélisation

Projecteur

- Reconstructions
- Bilan

Approche inverse dynamique

- Méthode
- Reconstructions

Conclusion générale

- Modèles à base d'indicatrices :

Contexte

Tomographie
dynamique

Principe statique

Problématique
dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à
faible nombre de
projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle
numérique de
projection
optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

Approche inverse
dynamique

Méthode

Reconstructions

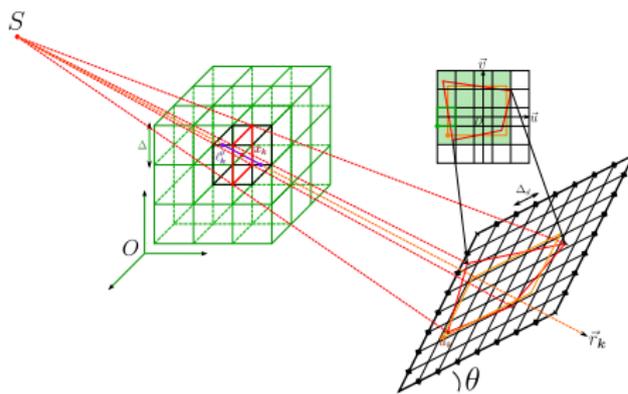
Conclusion
générale

Mon projecteur (*spline driven*) vs. état de l'art

Soutenance de
thèse - 20 juin
2013

Fabien Momey

- Modèles à base d'indicatrices :
 - ▶ Distance Driven
[DeMan and Basu, 2004].



Contexte

Tomographie
dynamique

Principe statique

Problématique
dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à
faible nombre de
projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle
numérique de
projection
optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

Approche inverse
dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion
générale

Mon projecteur (*spline driven*) vs. état de l'art

Soutenance de
thèse - 20 juin
2013

Fabien Momey

- Modèles à base d'indicatrices :
 - ▶ Distance Driven
[DeMan and Basu, 2004].
 - ▶ Long & Fessler
[Long et al., 2010].
- **Mon modèle *spline driven*.**

Contexte

Tomographie
dynamique

Principe statique

Problématique
dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à
faible nombre de
projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle
numérique de
projection
optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

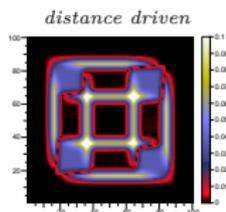
Approche inverse
dynamique

Méthode

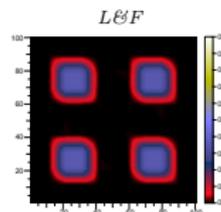
Reconstructions

Conclusion
générale

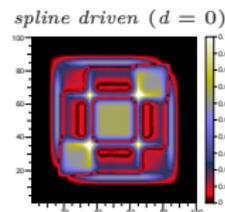
- Erreurs d'approximations des empreintes en projection *cone beam*.



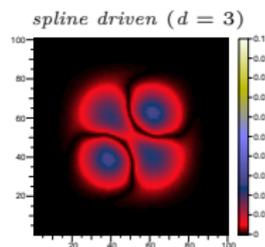
EMAX $\approx 14,5\%$
EQM $\approx 2,7\%$



EMAX $\approx 3,5\%$
EQM $\approx 1,1\%$



EMAX $\approx 13,5\%$
EQM $\approx 2,7\%$



EMAX $\approx 2,8\%$
EQM $\approx 0,6\%$

Contexte

Tomographie
dynamique

Principe statique

Problématique
dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à
faible nombre de
projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle
numérique de
projection
optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

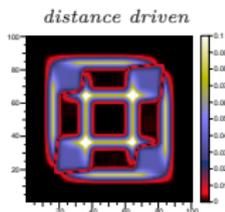
Approche inverse
dynamique

Méthode

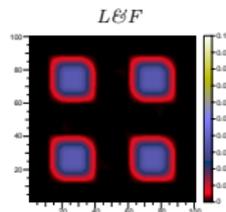
Reconstructions

Conclusion
générale

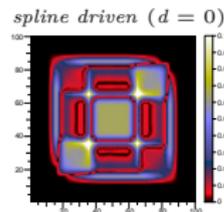
- Erreurs d'approximations des empreintes en projection *cone beam*.



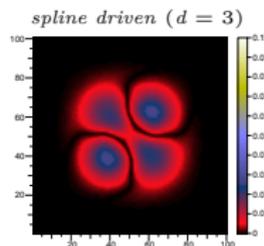
EMAX $\approx 14,5\%$
EQM $\approx 2,7\%$



EMAX $\approx 3,5\%$
EQM $\approx 1,1\%$



EMAX $\approx 13,5\%$
EQM $\approx 2,7\%$



EMAX $\approx 2,8\%$
EQM $\approx 0,6\%$

- 2 fois plus précis.

Contexte

Tomographie
dynamique

Principe statique

Problématique
dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à
faible nombre de
projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle
numérique de
projection
optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

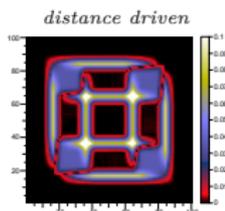
Approche inverse
dynamique

Méthode

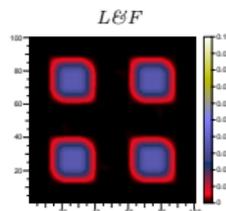
Reconstructions

Conclusion
générale

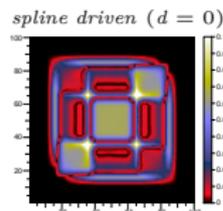
- Erreurs d'approximations des empreintes en projection *cone beam*.



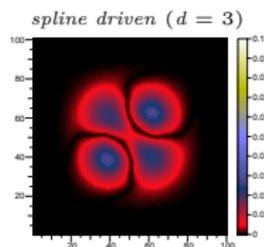
EMAX \approx 14,5%
EQM \approx 2,7%



EMAX \approx 3,5%
EQM \approx 1,1%



EMAX \approx 13,5%
EQM \approx 2,7%



EMAX \approx 2,8%
EQM \approx 0,6%

- **2 fois plus précis.**
- Coût calculatoire : **seulement 2 fois moins rapide** qu'un modèle à base d'indicatrices en 2-D et en 3-D.

Contexte

Tomographie
dynamique

Principe statique

Problématique
dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à
faible nombre de
projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle
numérique de
projection
optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

Approche inverse
dynamique

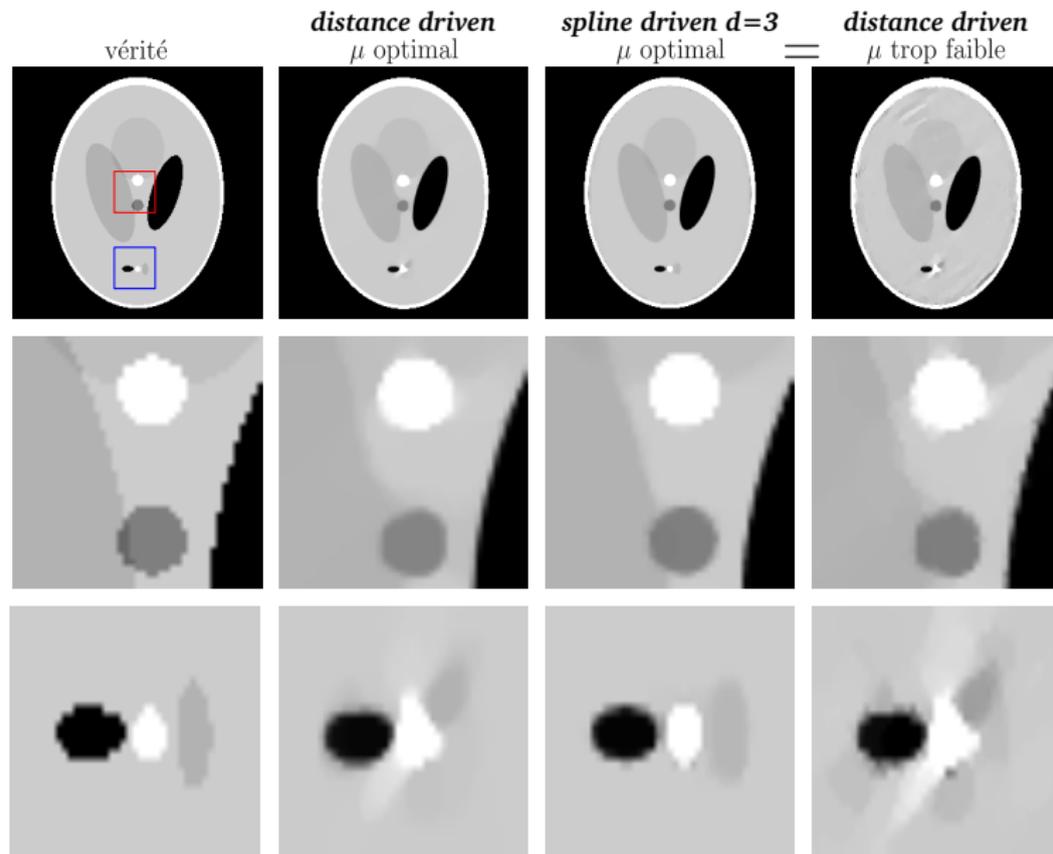
Méthode

Reconstructions

Conclusion
générale

Reconstructions

- Reconstructions : **60 projections** fan beam.



Contexte

Tomographie dynamique

Principe statique

Problématique
dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à faible nombre de projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle numérique de projection optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

Approche inverse dynamique

Méthode

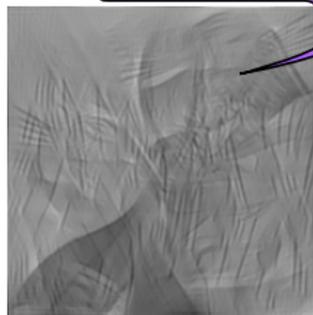
Reconstructions

Conclusion générale

- Bilan des performances de mon projecteur *spline driven* :
 - ▶ Meilleure qualité de reconstruction à peu de projections.
 - ▶ Moins besoin de régulariser \Rightarrow gain en niveau de détails.
 - ▶ Charge de calcul plus importante mais compétitive (facteur 2 seulement).
- Perspectives :
 - ▶ Validation en reconstruction 3-D.
 - ▶ Validation sur données physiques “réelles”.
 - ▶ Perfectionner le modèle : inclure des effets physiques ...
 - ▶ Parallélisation.

- Bilan des performances de mon projecteur *spline driven* :
 - ▶ Meilleure qualité de reconstruction à peu de projections.
 - ▶ Moins besoin de régulariser \Rightarrow gain en niveau de détails.
 - ▶ Charge de calcul plus importante mais compétitive (facteur 2 seulement).
- Perspectives :
 - ▶ Validation en reconstruction 3-D.
 - ▶ Validation sur données physiques “réelles”.
 - ▶ Perfectionner le modèle : inclure des effets physiques ...
 - ▶ Parallélisation.
- **Ultime jalon : implanter les ingrédients de mon approche inverse dans le cas dynamique.**

Et si on se ré-occupait
de mon petit problème ?



Contexte

Tomographie
dynamique

Principe statique

Problématique
dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à
faible nombre de
projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Methodologie

Reconstructions

Modèle
numérique de
projection
optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

Approche inverse
dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion
générale

Approche inverse dynamique sans compensation de mouvement

Contexte

Tomographie
dynamique

Principe statique

Problématique
dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à
faible nombre de
projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Methodologie

Reconstructions

Modèle
numérique de
projection
optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

**Approche inverse
dynamique**

Méthode

Reconstructions

Conclusion
générale

Simulation de données spatio-temporelles

- Création d'un fantôme de Shepp-Logan dynamique :

fantôme

projections *fan beam*

Soutenance de
thèse - 20 juin
2013

Fabien Momey

Contexte

Tomographie
dynamique

Principe statique

Problématique
dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à
faible nombre de
projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle
numérique de
projection
optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

Approche inverse
dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion
générale

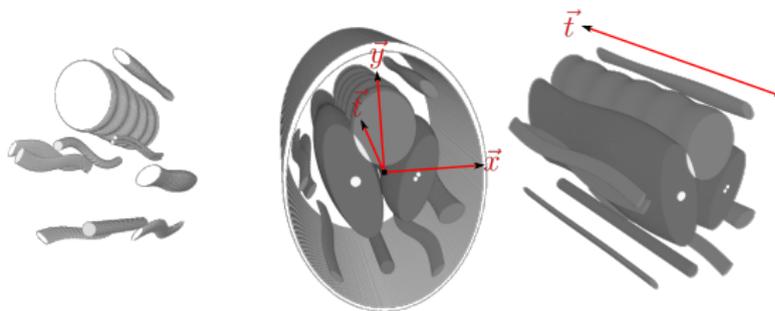
Simulation de données spatio-temporelles

- Création d'un fantôme de Shepp-Logan dynamique :

fantôme

projections *fan beam*

- Vue 3-D segmentée :



Contexte

Tomographie
dynamique

Principe statique

Problématique
dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à
faible nombre de
projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle
numérique de
projection
optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

Approche inverse
dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion
générale

- Signal spatio-temporel :

$$f(\mathbf{x}, t) \approx \tilde{f}(\mathbf{x}, t) = \sum_{\mathbf{k}} \sum_{\ell} c_{\mathbf{k}, \ell} \varphi(\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\mathbf{k}}) \vartheta(t - t_{\ell})$$

Contexte

Tomographie
dynamique

Principe statique

Problématique
dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à
faible nombre de
projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle
numérique de
projection
optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

Approche inverse
dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion
générale

- Signal spatio-temporel :

$$f(\mathbf{x}, t) \approx \tilde{f}(\mathbf{x}, t) = \sum_{\mathbf{k}} \sum_{\ell} c_{\mathbf{k}, \ell} \varphi(\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\mathbf{k}}) \vartheta(t - t_{\ell})$$

- Hypothèse : projection instantanée.

Contexte

Tomographie
dynamique

Principe statique

Problématique
dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à
faible nombre de
projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle
numérique de
projection
optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

Approche inverse
dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion
générale

- Signal spatio-temporel :

$$f(\mathbf{x}, t) \approx \tilde{f}(\mathbf{x}, t) = \sum_{\mathbf{k}} \sum_{\ell} c_{\mathbf{k}, \ell} \varphi(\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\mathbf{k}}) \vartheta(t - t_{\ell})$$

- Hypothèse : projection instantanée.
- Projecteur spatio-temporel :

$$\begin{aligned} y_q^{\theta} &= \sum_{\mathbf{k}} \left(\sum_{\ell} c_{\mathbf{k}, \ell} \vartheta_{\ell}(t) \right) \cdot \left(\int P_q(\mathbf{u}) F_{\mathbf{k}}^{\theta}(\mathbf{u}) d\mathbf{u} \right) \\ &= \sum_{\mathbf{k}} \left(\sum_{\ell} c_{\mathbf{k}, \ell} \cdot \mathbf{S}_{\ell}^t \right) \cdot \mathbf{R}_{q\mathbf{k}}^{\theta} \Leftrightarrow \mathbf{y} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{S}^t \cdot \mathbf{c} \end{aligned}$$

- ▶ Signal temporel 1-D nécessaire pour étalonner l'opérateur \mathbf{S}^t .

Contexte

Tomographie dynamique

Principe statique

Problématique dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à faible nombre de projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle numérique de projection optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

Approche inverse dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion générale

- Nouveau critère pour le “dynamique” :

$$\begin{aligned} \mathbf{c}^+ &= \arg \min_{\mathbf{c}} \mathcal{J}_{\text{data}}(\mathbf{c}) + \mu \mathcal{J}_{\text{prior}}(\Phi \cdot \mathbf{c}) \\ &= \arg \min_{\mathbf{c}} (\mathbf{y} - \mathbf{R} \cdot \mathbf{S}^t \cdot \mathbf{c})^\top \cdot \mathbf{W} \cdot (\mathbf{y} - \mathbf{R} \cdot \mathbf{S}^t \cdot \mathbf{c}) + \mu \mathcal{J}_{\text{prior}}(\Phi \cdot \mathbf{c}) \end{aligned}$$

Contexte

Tomographie
dynamique

Principe statique

Problématique
dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à
faible nombre de
projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle
numérique de
projection
optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

Approche inverse
dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion
générale

- Nouveau critère pour le “dynamique” :

$$\begin{aligned} \mathbf{c}^+ &= \arg \min_{\mathbf{c}} \mathcal{J}_{\text{data}}(\mathbf{c}) + \mu \mathcal{J}_{\text{prior}}(\Phi \cdot \mathbf{c}) \\ &= \arg \min_{\mathbf{c}} (\mathbf{y} - \mathbf{R} \cdot \mathbf{S}^t \cdot \mathbf{c})^\top \cdot \mathbf{W} \cdot (\mathbf{y} - \mathbf{R} \cdot \mathbf{S}^t \cdot \mathbf{c}) + \mu \mathcal{J}_{\text{prior}}(\Phi \cdot \mathbf{c}) \end{aligned}$$

- ▶ **Aucune connaissance du mouvement (Γ_t) n'est requise.**

Contexte

Tomographie
dynamique

Principe statique

Problématique
dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à
faible nombre de
projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle
numérique de
projection
optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

Approche inverse
dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion
générale

- Nouveau critère pour le “dynamique” :

$$\begin{aligned} \mathbf{c}^+ &= \arg \min_{\mathbf{c}} \mathcal{J}_{\text{data}}(\mathbf{c}) + \mu \mathcal{J}_{\text{prior}}(\Phi \cdot \mathbf{c}) \\ &= \arg \min_{\mathbf{c}} (\mathbf{y} - \mathbf{R} \cdot \mathbf{S}^t \cdot \mathbf{c})^\top \cdot \mathbf{W} \cdot (\mathbf{y} - \mathbf{R} \cdot \mathbf{S}^t \cdot \mathbf{c}) + \mu \mathcal{J}_{\text{prior}}(\Phi \cdot \mathbf{c}) \end{aligned}$$

- ▶ **Aucune connaissance du mouvement (Γ_t) n'est requise.**
- ▶ Minimisation d'un critère similaire au cas statique.

Contexte

Tomographie dynamique

Principe statique

Problématique dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à faible nombre de projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle numérique de projection optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

Approche inverse dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion générale

- Nouveau critère pour le “dynamique” :

$$\begin{aligned} \mathbf{c}^+ &= \arg \min_{\mathbf{c}} \mathcal{J}_{\text{data}}(\mathbf{c}) + \mu \mathcal{J}_{\text{prior}}(\Phi \cdot \mathbf{c}) \\ &= \arg \min_{\mathbf{c}} \left(\mathbf{y} - \mathbf{R} \cdot \mathbf{S}^t \cdot \mathbf{c} \right)^\top \cdot \mathbf{W} \cdot \left(\mathbf{y} - \mathbf{R} \cdot \mathbf{S}^t \cdot \mathbf{c} \right) + \mu \mathcal{J}_{\text{prior}}(\Phi \cdot \mathbf{c}) \end{aligned}$$

- ▶ **Aucune connaissance du mouvement (Γ_t) n'est requise.**
- ▶ Minimisation d'un critère similaire au cas statique.
- Régularisation spatio-temporelle :

Contexte

Tomographie dynamique

Principe statique

Problématique dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à faible nombre de projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle numérique de projection optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

Approche inverse dynamique

Méthode

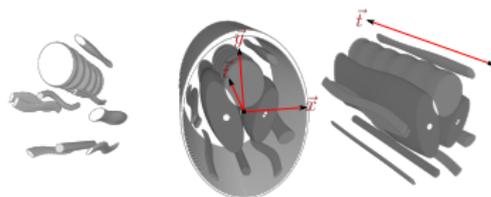
Reconstructions

Conclusion générale

- Nouveau critère pour le “dynamique” :

$$\begin{aligned} \mathbf{c}^+ &= \arg \min_{\mathbf{c}} \mathcal{J}_{\text{data}}(\mathbf{c}) + \mu \mathcal{J}_{\text{prior}}(\Phi \cdot \mathbf{c}) \\ &= \arg \min_{\mathbf{c}} (\mathbf{y} - \mathbf{R} \cdot \mathbf{S}^t \cdot \mathbf{c})^\top \cdot \mathbf{W} \cdot (\mathbf{y} - \mathbf{R} \cdot \mathbf{S}^t \cdot \mathbf{c}) + \mu \mathcal{J}_{\text{prior}}(\Phi \cdot \mathbf{c}) \end{aligned}$$

- ▶ **Aucune connaissance du mouvement (Γ_t) n'est requise.**
 - ▶ Minimisation d'un critère similaire au cas statique.
- Régularisation spatio-temporelle :



Contexte

Tomographie dynamique

Principe statique

Problématique dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à faible nombre de projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle numérique de projection optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

Approche inverse dynamique

Méthode

Reconstructions

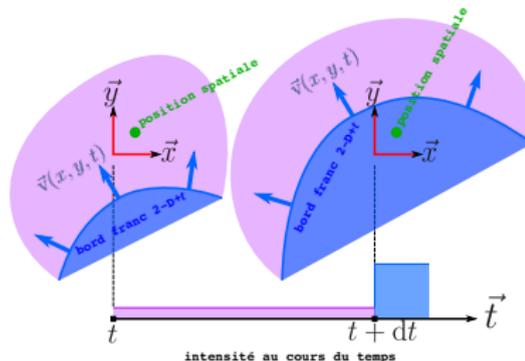
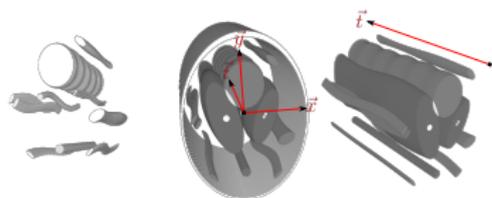
Conclusion générale

- Nouveau critère pour le “dynamique” :

$$\mathbf{c}^+ = \arg \min_{\mathbf{c}} \mathcal{J}_{\text{data}}(\mathbf{c}) + \mu \mathcal{J}_{\text{prior}}(\Phi \cdot \mathbf{c})$$

$$= \arg \min_{\mathbf{c}} \left(\mathbf{y} - \mathbf{R} \cdot \mathbf{S}^t \cdot \mathbf{c} \right)^{\top} \cdot \mathbf{W} \cdot \left(\mathbf{y} - \mathbf{R} \cdot \mathbf{S}^t \cdot \mathbf{c} \right) + \mu \mathcal{J}_{\text{prior}}(\Phi \cdot \mathbf{c})$$

- ▶ **Aucune connaissance du mouvement (Γ_t) n'est requise.**
 - ▶ Minimisation d'un critère similaire au cas statique.
- Régularisation spatio-temporelle :



Contexte

Tomographie
dynamique

Principe statique

Problématique
dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à
faible nombre de
projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle
numérique de
projection
optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

Approche inverse
dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion
générale

- Nouveau critère pour le “dynamique” :

$$\begin{aligned} \mathbf{c}^+ &= \arg \min_{\mathbf{c}} \mathcal{J}_{\text{data}}(\mathbf{c}) + \mu \mathcal{J}_{\text{prior}}(\Phi \cdot \mathbf{c}) \\ &= \arg \min_{\mathbf{c}} \left(\mathbf{y} - \mathbf{R} \cdot \mathbf{S}^t \cdot \mathbf{c} \right)^\top \cdot \mathbf{W} \cdot \left(\mathbf{y} - \mathbf{R} \cdot \mathbf{S}^t \cdot \mathbf{c} \right) + \mu \mathcal{J}_{\text{prior}}(\Phi \cdot \mathbf{c}) \end{aligned}$$

- ▶ **Aucune connaissance du mouvement (Γ_t) n'est requise.**
- ▶ Minimisation d'un critère similaire au cas statique.
- Régularisation spatio-temporelle :
- ▶ Continuité par morceaux spatio-temporelle \Rightarrow TV spatio-temporel relaxé :

$$\mathcal{J}_{\text{prior}}(f) = \sum_k \sum_\ell \sqrt{\|\nabla_{k,\ell}^x \cdot f\|_2^2 + \|\nabla_{k,\ell}^t \cdot f\|_2^2} + \epsilon^2$$

Contexte

Tomographie
dynamique

Principe statique

Problématique
dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à
faible nombre de
projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle
numérique de
projection
optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

Approche inverse
dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion
générale

- Nouveau critère pour le “dynamique” :

$$\begin{aligned} \mathbf{c}^+ &= \arg \min_{\mathbf{c}} \mathcal{J}_{\text{data}}(\mathbf{c}) + \mu \mathcal{J}_{\text{prior}}(\Phi \cdot \mathbf{c}) \\ &= \arg \min_{\mathbf{c}} \left(\mathbf{y} - \mathbf{R} \cdot \mathbf{S}^t \cdot \mathbf{c} \right)^\top \cdot \mathbf{W} \cdot \left(\mathbf{y} - \mathbf{R} \cdot \mathbf{S}^t \cdot \mathbf{c} \right) + \mu \mathcal{J}_{\text{prior}}(\Phi \cdot \mathbf{c}) \end{aligned}$$

- ▶ **Aucune connaissance du mouvement (Γ_t) n'est requise.**
- ▶ Minimisation d'un critère similaire au cas statique.
- Régularisation spatio-temporelle :
- ▶ Continuité par morceaux spatio-temporelle \Rightarrow TV spatio-temporel relaxé :

$$\mathcal{J}_{\text{prior}}(f) = \sum_k \sum_\ell \sqrt{\left\| \nabla_{k,\ell}^x \cdot f \right\|_2^2 + \left\| \nabla_{k,\ell}^t \cdot f \right\|_2^2 + \epsilon^2}$$

- ▶ Gestion de l'hétérogénéité des dimensions \Rightarrow 2 hyperparamètres de réglage :

$$\mathcal{J}_{\text{prior}}(f) = \sum_k \sum_\ell \sqrt{\mu_{\text{space}}^2 \cdot \left\| \nabla_k^x \cdot f \right\|_2^2 + \mu_{\text{time}}^2 \cdot \left\| \nabla_k^t \cdot f \right\|_2^2 + \epsilon^2}$$

Contexte

Tomographie
dynamique

Principe statique

Problématique
dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à
faible nombre de
projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Methodologie

Reconstructions

Modèle
numérique de
projection
optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

Approche inverse
dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion
générale

Reconstructions 2-D+t (1)

- Reconstructions du fantôme dynamique de Shepp-Logan (cycle 5s) / 25 tranches temporelles / 600 projections *fan beam* (acquisition 120s) / **24 projections par tranche.**

	$\sim gated$	ma méthode
vérité	$\mu_{time} = 0$	$\mu_{time} \neq 0$

- Reconstructions du fantôme dynamique de Shepp-Logan (cycle 7s) / 32 tranches temporelles / 600 projections *fan beam* (acquisition 127s) / **$\sim 18 \times 2$ projections par tranche.**

vérité	reconstruction
--------	----------------

Contexte

Tomographie dynamique

Principe statique

Problématique
dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à faible nombre de projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Methodologie

Reconstructions

Modèle numérique de projection optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

Approche inverse dynamique

Méthode

Reconstructions

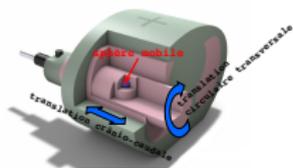
Conclusion générale

Reconstructions 2-D+t (2)

Soutenance de
thèse - 20 juin
2013

Fabien Momey

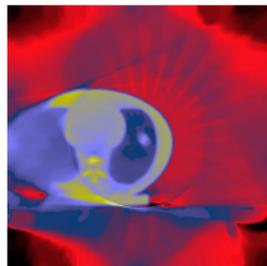
- Fantôme mécanique dynamique / acquisitions au Centre Léon Bérard sur *Elekta Synergy cone-beam CT*TM :



Photographies en salle d'acquisition de Synergy Cone-Beam CT au Centre Léon Bérard, Lyon, France.

- Reconstructions du fantôme mécanique dynamique (cycle 4s) / 22 tranches temporelles / 630 projections *fan beam* (acquisition 116s) / $\sim 29 \times 2$ **projections par tranche**.
 - Bonne convergence obtenue au bout de 1000 itérations.
 - 5 heures de calcul pour 1000 itérations.

statique



\sim gated
 $\mu_{\text{time}} = 0$

ma méthode
 $\mu_{\text{time}} \neq 0$



Contexte

Tomographie
dynamique

Principe statique

Problématique
dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à
faible nombre de
projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle
numérique de
projection
optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

Approche inverse
dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion
générale

- Reconstructions du fantôme mécanique dynamique (cycle 4s) / 22 tranches temporelles / 630 projections *cone beam* (acquisition 116s) / **~ 29 × 2 projections par tranche.**
 - ▶ Bonne convergence obtenue au bout de 1000 itérations.
 - ▶ 5 heures de calcul pour 10 itérations!

Contexte

Tomographie dynamique

Principe statique

Problématique dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à faible nombre de projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle numérique de projection optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

Approche inverse dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion générale

- Reconstructions d'un patient en respiration (cycle 2,4s) / Données [Rit et al., 2009] / 13 tranches temporelles / 630 projections *cone beam* (acquisition 116s) / **$\sim 48 \times 2$ projections par tranche.**
 - ▶ Bonne convergence obtenue au bout de 1000 itérations.
 - ▶ 5 heures de calcul pour 10 itérations!

Contexte

Tomographie dynamique

Principe statique

Problématique
dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à faible nombre de projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle numérique de projection optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

Approche inverse dynamique

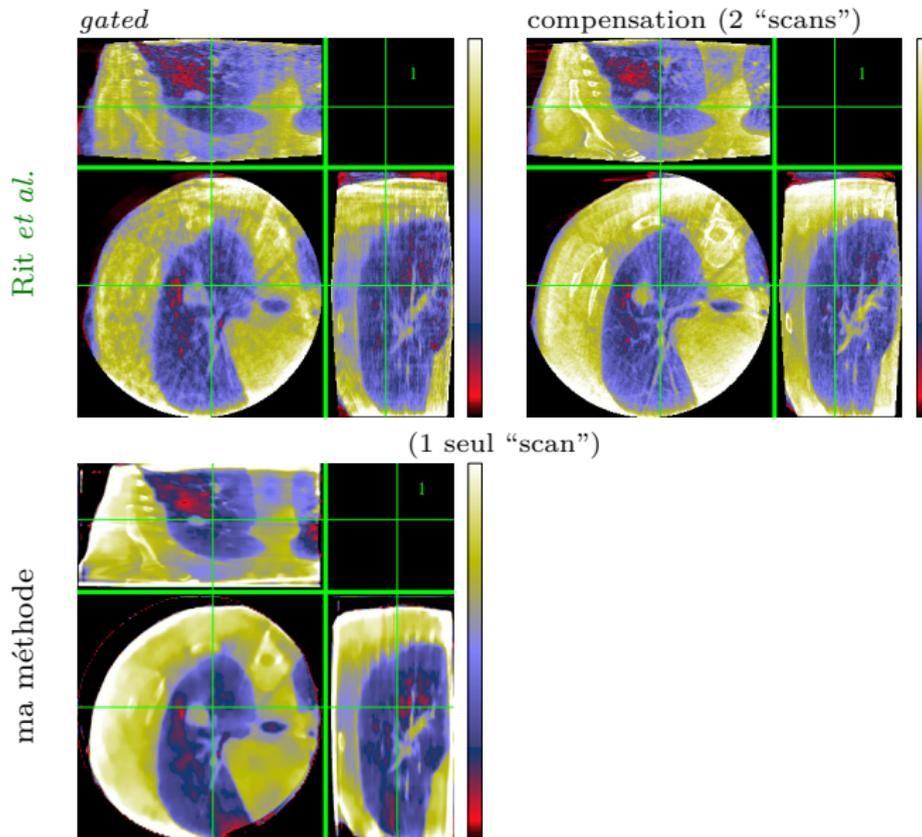
Méthode

Reconstructions

Conclusion générale

Reconstructions 3-D+t (3)

- Comparaison avec [Rit et al., 2009] :



Contexte

Tomographie
dynamique

Principe statique

Problématique
dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à
faible nombre de
projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle
numérique de
projection
optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

Approche inverse
dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion
générale

- Le contrat est rempli!



- ▶ Reconstruction dynamique avec un **unique** jeu de données : **<< 100 projections par tranche temporelle.**
- ▶ Problème dynamique traité avec plus de **souplesse** et de **généralité.**
- ▶ Démonstration sur **données physiques “réelles”.**
- ▶ Moins de données \Rightarrow **division par 20 de la dose d’irradiation nécessaire !**

Contexte

Tomographie dynamique

Principe statique

Problématique dynamique

État de l’art

Objectifs

Reconstruction à faible nombre de projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle numérique de projection optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

Approche inverse dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion générale

- D'autres données, d'autres reconstructions ...
- Interactions possibles avec les méthodes existantes.
- Améliorations de ma méthode :
 - ▶ Adaptation aux variations d'amplitude du mouvement pour gagner en généralité \Rightarrow recalage des projections.
 - ▶ Réglage automatique des hyperparamètres.
 - ▶ Perfectionner cette approche inverse : statistique du bruit ...
 - ▶ Temps de calcul : algorithmes, parallélisation ...
- Dans le cadre du projet MiTiV :
 - ▶ Traitement de données multi-variées : spatio-temporelles.
 - ▶ Retombées et transferts de savoir-faire en reconstruction d'images pour l'astronomie : données spatio-spectrales (travaux de Ferréol Soulez et Éric Thiébaud).

Contexte

Tomographie dynamique

Principe statique

Problématique dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à faible nombre de projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle numérique de projection optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

Approche inverse dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion générale

Merci de votre attention.

Contexte

Tomographie
dynamique

Principe statique

Problématique
dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à
faible nombre de
projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Methodologie

Reconstructions

Modèle
numérique de
projection
optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

Approche inverse
dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion
générale



Charbonnier, P., Blanc-Féraud, L., Aubert, G., and Barlaud, M. (1997).

Deterministic edge-preserving regularization in computed imaging.

IEEE Transactions on Image Processing, 6(2) :298–311.



Crawford, C., King, K., Ritchie, C., and Godwin, J. (1996).

Respiratory compensation in projection imaging using a magnification and displacement model.

IEEE Transactions on Medical Imaging, 15(3) :327–332.



DeMan, B. and Basu, S. (2004).

Distance driven projection and backprojection in three dimensions.

Physics in Medicine & Biology, 49(11) :2463–2475.



Jiang, M. and Wang, G. (2003).

Convergence of simultaneous algebraic reconstruction technique.

IEEE Transactions on Image Processing, 12(8) :957–961.



Kaczmarz, S. (1937).

Angenäherte auflösung von systemen linearer gleichungen.

Bulletin International de l'Academie Polonaise des Sciences et des Lettres, 35 :355–357.



Kak, A. and Slaney, M. (1988).

Principles of Computerized Tomographic Imaging.

IEEE Press.



Long, Y., Fessler, J., and Balter, J. (2010).

3d forward and back-projection for x-ray ct using separable footprints.

IEEE Transactions on Medical Imaging, 29(11) :1839–1850.



Nocedal, J. (1980).

Updating quasi-newton matrices with limited storage.

Mathematics of Computation, 35(151) :773–782.



Rit, S., Sarrut, D., and Desbat, L. (2009).

Comparison of analytic and algebraic methods for motion-compensated cone-beam ct reconstruction of the thorax.

IEEE Transactions on Medical Imaging, 28(10) :1513–1525.



Ritchie, C., Crawford, C., Godwin, J., King, K., and Kim, Y. (1996).

Correction of computed tomography motion artifacts using pixel-specific back-projection.

IEEE Transactions on Medical Imaging, 15(3) :333–342.



Rudin, L., Osher, S., and Fatemi, E. (1992).

Nonlinear total variation based noise removal algorithms.

Physica D : Nonlinear Phenomena, 60(1-4) :259–268.

Contexte

Tomographie
dynamique

Principe statique

Problématique
dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à
faible nombre de
projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle
numérique de
projection
optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

Approche inverse
dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion
générale

Quelques résultats supplémentaires

Contexte

Tomographie
dynamique

Principe statique

Problématique
dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à
faible nombre de
projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Methodologie

Reconstructions

Modèle
numérique de
projection
optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

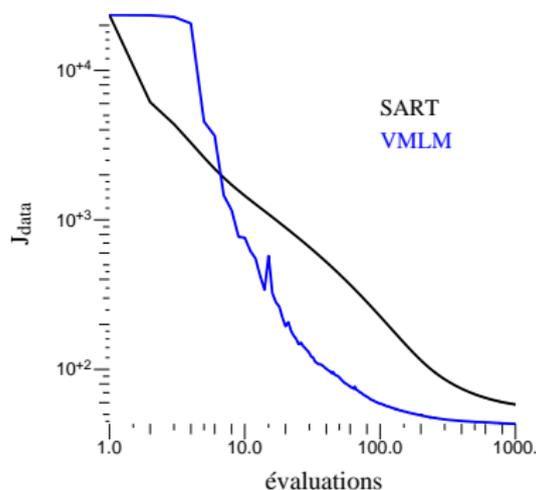
Approche inverse
dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion
générale

- Minimisation du critère par l'algorithme VMLM (*Variable Metric Limited Memory*) [Nocedal, 1980] : méthode de type Quasi-Newton (\sim L-BFGS).



Contexte

Tomographie
dynamique

Principe statique

Problématique
dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à
faible nombre de
projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle
numérique de
projection
optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

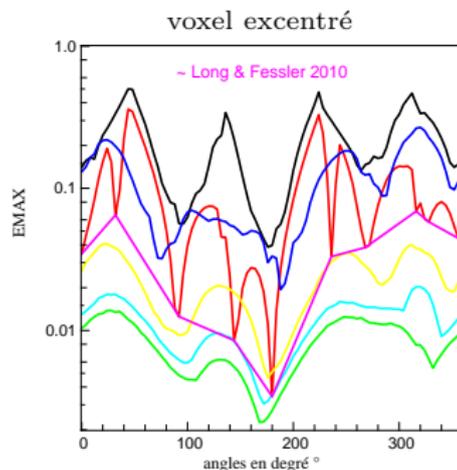
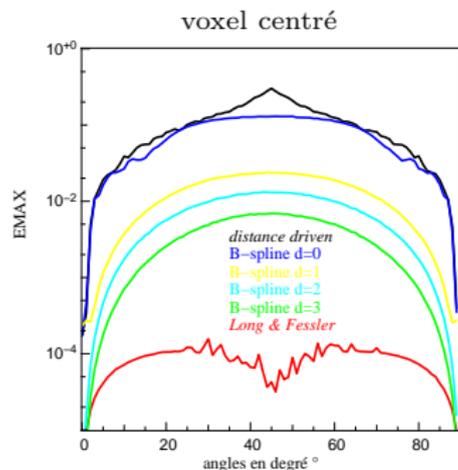
Approche inverse
dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion
générale

- Erreurs d'approximations en fonction de l'angle de projection.



Contexte

Tomographie
dynamique

Principe statique

Problématique
dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à
faible nombre de
projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle
numérique de
projection
optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

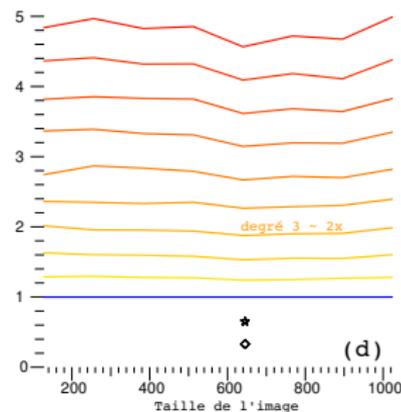
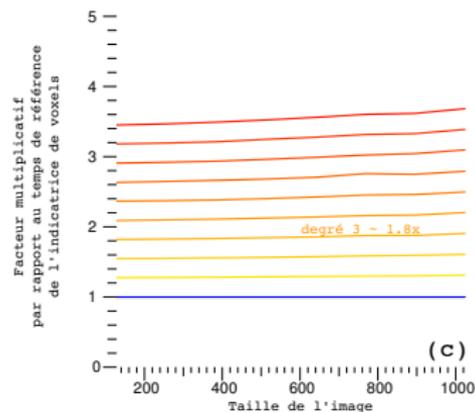
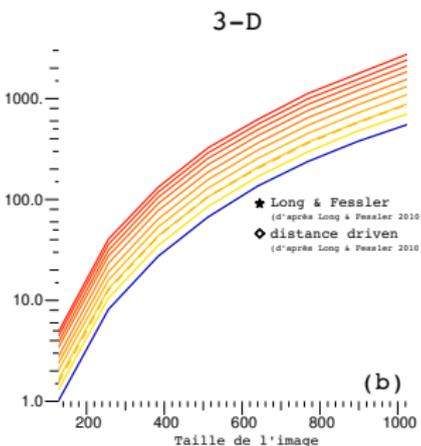
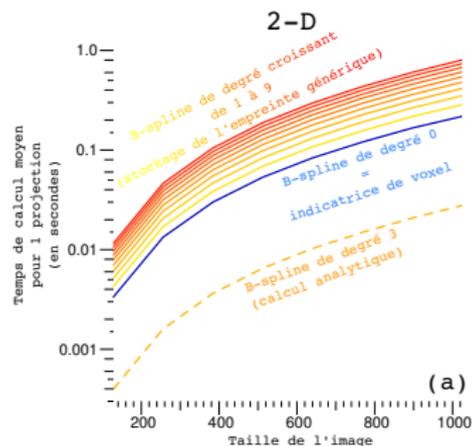
Bilan

Approche inverse
dynamique

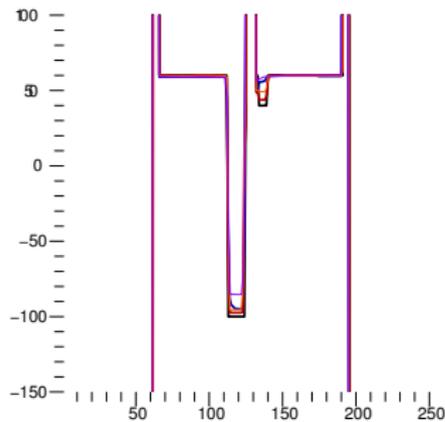
Méthode

Reconstructions

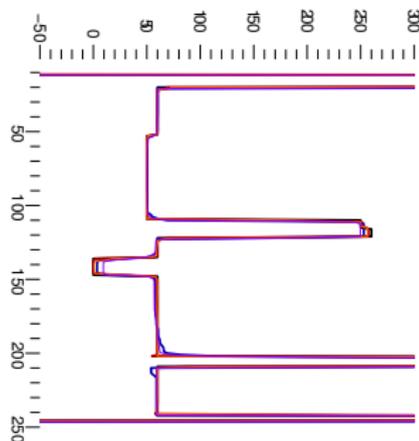
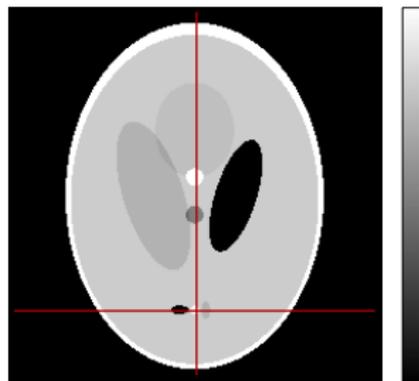
Conclusion
générale



Reconstructions (2)



- vérité
- *spline driven* (sans bruit)
- *distance driven* (sans bruit)
- *spline driven* (avec bruit)
- *distance driven* (avec bruit)



Contexte

Tomographie dynamique

- Principe statique
- Problématique dynamique
- État de l'art
- Objectifs

Reconstruction à faible nombre de projections

- Shepp-Logan
- Méthodes usuelles
- Méthodologie
- Reconstructions

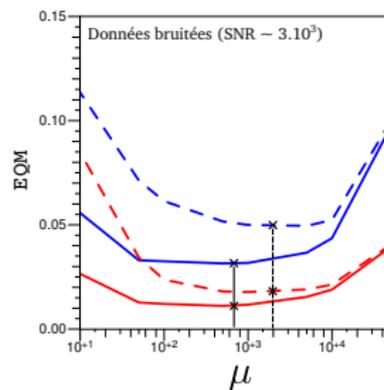
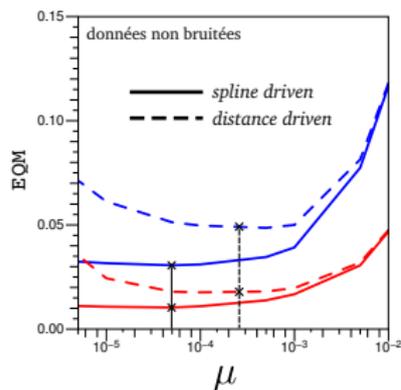
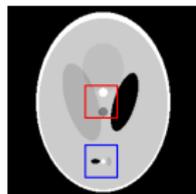
Modèle numérique de projection optimisé

- Modélisation
- Projecteur
- Reconstructions
- Bilan

Approche inverse dynamique

- Méthode
- Reconstructions

Conclusion générale



Contexte

Tomographie
dynamique

Principe statique

Problématique
dynamique

État de l'art

Objectifs

Reconstruction à
faible nombre de
projections

Shepp-Logan

Méthodes usuelles

Méthodologie

Reconstructions

Modèle
numérique de
projection
optimisé

Modélisation

Projecteur

Reconstructions

Bilan

Approche inverse
dynamique

Méthode

Reconstructions

Conclusion
générale

- Signal temporel 1-D de “calage” :

