HAL
open science

Optomécanique en cavité cryogénique avec un micro-pilier pour l'observation du régime quantique d'un résonateur mécanique macroscopique

Aurélien G. Kuhn

▶ **To cite this version:**

Aurélien G. Kuhn. Optomécanique en cavité cryogénique avec un micro-pilier pour l'observation du régime quantique d'un résonateur mécanique macroscopique. Physique Quantique [quant-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2013. Français. NNT : . tel-00842915

HAL Id: tel-00842915

https://theses.hal.science/tel-00842915

Submitted on 9 Jul 2013

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Thèse de doctorat de l'Université Paris VI

Spécialité : Physique Quantique

présentée par

Aurélien KUHN

pour obtenir le grade de docteur de l'Université Paris VI

Sujet de la thèse :

Optomécanique en cavité cryogénique avec un micro-pilier pour l'observation du régime quantique d'un résonateur mécanique macroscopique

Soutenue le 21 juin 2013 devant le jury composé de :

M.	Olivier ARCIZET	Examinateur
M.	Sébastien BALIBAR	Président
M.	Joël CHEVRIER	Rapporteur
M.	Pierre-François COHADON	Membre invité
M.	Antoine HEIDMANN	Directeur de thèse
M.	Tobias KIPPENBERG	Examinateur
M.	Francesco MARIN	Rapporteur

21 mai 2013

Table des matières

1 Couplage optomécanique avec un micro-miroir **5**

1.1 Description mécanique d'un micro-miroir 7

1.1.1 L'oscillateur harmonique mécanique 7

1.1.1.1 Description classique 8

1.1.1.2 Description quantique 8

1.1.2 Couplage de l'oscillateur avec l'environnement 10

1.1.2.1 Effet sur l'énergie moyenne 11

1.1.2.2 Fluctuations de position du miroir 12

Dérivation des équations de Langevin 12

Description du système par ses équations de Langevin 14

Force de Langevin et spectre de bruit 14

1.1.3 Description semi-classique des fluctuations de position 15

1.1.3.1 Méthode semi classique 16

Susceptibilité 16

1.1.3.2 Le spectre de bruit de position de l'oscillateur 17

Bruit de position quantique 18

1.2 Un capteur de position ultra-sensible : la mesure optique de déplacements 20

1.2.1 Différentes méthodes de mesure des fluctuations de position 20

1.2.1.1 Détection capacitive de mouvement 20

1.2.1.2 Détection interférométrique de la position 20

Principe de la mesure optique de déplacements 21

Une technique largement répandue 21

Limite de sensibilité 21

1.2.2 Description quantique du champ électro-magnétique 22

1.2.2.1 Quantification du champ 22

1.2.2.2 La méthode semi-classique appliquée au champ optique 24

Fluctuations du champ électro-magnétique. 25

1.2.2.3 Limite quantique de la sensibilité de la mesure 26

1.2.3 Mesure de position ultra-sensible avec une cavité Fabry-Perot 26

1.2.3.1 Augmenter la sensibilité avec une cavité Fabry-Perot 27

Principe 27

Sensibilité de la mesure de déplacement 28

Limite de sensibilité de cette mesure 28

1.2.3.2 Les champs électromagnétiques dans une cavité Fabry-Perot . . 29
Evolution du champ dans la cavité 29
État stationnaire des champs 30
1.2.3.3 Limite de sensibilité de la mesure 31
Évolution des quadratures dans la cavité 32
Limite quantique de sensibilité de la mesure 33
1.3 Le couplage optomécanique 35
1.3.1 Effet du couplage sur le comportement du système 36
1.3.1.1 Effets statiques de la pression de radiation 36
1.3.1.2 Effets de la pression de radiation sur la mesure interférométrique 37
1.3.1.3 Effets de la pression de radiation sur le résonateur 39
Effet de ressort optique dû à la pression de radiation 39
Le couplage optomécanique dans une cavité désaccordée 40
1.3.2 Refroidissement par pression de radiation 42
1.3.2.1 Refroidissement optique à 2 modes 43
Terme conservatif 44
Terme dissipatif 44
Refroidissement effectif 45
Puissance de refroidissement 47
1.3.2.2 Limite quantique du refroidissement 47
1.3.2.3 Analogie avec le refroidissement laser 49
1.3.2.4 Sensibilité de la mesure dans le régime des bandes latérales résolues 50
Sensibilité dans une cavité désaccordée 50
Interprétation en terme de bandes latérales 51
Application à la mesure de l'état fondamental 52
Mesure de la dissymétrie spectrale de l'état fondamental 53
Annulation de l'action en retour 55
Mesure QND du mouvement du miroir 57
1.4 Des micro-résonateurs pour étudier le couplage optomécanique 59
1.4.1 Contraintes sur le résonateur optomécanique 59
Des résonateurs pour voir l'état quantique d'un objet macroscopique 59
Des résonateurs pour voir le bruit quantique de pression de radiation 61
1.4.2 Contraintes liées à l'utilisation de cavités Fabry-Perot en espace libre . . . 61
Description géométrique des modes optiques dans une cavité Fabry-Perot 61
Effet d'une déformation du résonateur sur le champ 63
1.4.3 Effets des imperfections optiques du résonateur 64
Pertes par diffusion sur le miroir 65
Pertes par coupure 66
Pertes par absorption 67

2 Un pilier pour atteindre le régime fondamental 69
État de l'art 69
Le résonateur « historique » 71

Une nouvelle génération de résonateurs 71
2.1 Conception du résonateur 72
2.1.1 Cahier des charges 72
2.1.1.1 Notion de masse effective 72
2.1.1.2 Caractéristiques mécaniques 74
2.1.1.3 Caractéristiques géométriques 74
2.1.1.4 Plages accessibles pour les différents paramètres 75
2.1.2 Solution choisie pour le résonateur 75
2.1.2.1 Choix du matériau 76
2.1.2.2 Principe de fonctionnement du micro-pilier 76
2.1.2.3 Calcul de la masse et de la fréquence de résonance 77
Description simple « masse-ressort » 77
Description continue 78
2.1.2.4 Simulations numériques 80
Effet d'un désalignement 80
Prise en compte des contraintes liées à la gravure chimique 81
Cadre de découplage 81
2.1.2.5 Différents essais 82
Résonateur sans cadre de découplage 83
Résonateur avec cadre de découplage maintenu avec des ponts . . . 83
Résonateur avec cadre de découplage maintenu avec une membrane 83
Version définitive retenue 84
2.2 Micro-fabrication 85
2.2.1 Principe de gravure 85
2.2.1.1 Différentes étapes du procédé 85
Contraintes liées à la gravure 85
Etapes de gravure 86
Obtention de très haut facteurs de qualité 87
2.2.1.2 Caractérisation 88
2.2.1.3 Masques et résultats 89
2.2.2 *Wafers* 89
2.2.2.1 Préparation des substrats 89
2.2.2.2 Défauts des substrats 90
2.2.3 Dépôt de miroir 91
2.2.3.1 Principe et test de faisabilité 91
Principe de l'enrésinement 91
Tests de faisabilité 92
2.2.3.2 Réalisation et problèmes 94
Réalisation pratique 94
Problèmes rencontrés 94
2.2.3.3 Technologies alternatives de masquage 96
Utilisation d'une résine en film 96
Masquage métallique 96
Masquage par masque physique 97

Micro-manipulation de micro-miroirs 98
2.3 Caractérisation mécanique du micro-pilier 99
2.3.1 Principe de caractérisation : l'interféromètre de Michelson 99
2.3.2 Asservissement de l'interféromètre 102
2.3.2.1 Principe de fonctionnement 102
2.3.2.2 Paramètres de l'asservissement 103
2.3.3 Calibration de l'interféromètre 104
2.3.3.1 Calibration du déplacement 104
2.3.3.2 Mesure du facteur de qualité 105
2.3.4 Résultats 106
2.3.4.1 Exciter un mode symétrique de façon antisymétrique 106
Modélisation du système 106
Réponse à un forçage 107
Interprétation en terme de couplage variable 108
Mesure de la masse du mode mécanique 109
2.3.4.2 Effets de battement 110
2.3.4.3 Effets d'interférence 111

3 Un cryostat à dilution adapté à l'optomécanique 115
3.1 Refroidir un résonateur jusqu'à son état fondamental : le pré-refroidissement cryogénique 116
3.1.1 Contraintes générales et différents types de cryogénie 116
Contraintes générales 116
Cryogénie à circulation 116
Cryogénie à dilution 116
Contraintes particulières sur le système cryogénique et solution choisie 117
3.1.2 Principe de fonctionnement et contraintes optomécaniques 118
Principe de fonctionnement d'un cryostat à dilution 118
Contraintes liées aux expériences d'optomécanique 119
3.1.2.1 Cahier des charges 121
3.2 *Design* et réalisation 122
3.2.1 Écrans 122
Dispositif de maintien 122
Caractérisation des vibrations 123
3.2.2 Échangeurs thermiques 127
Échangeurs continus 127
Échangeurs discrets 127
3.2.3 Zone froide 128
Impédances 128
Boîte à mélange 128
Un cryostat à dilution à double bouilleur 128
Thermométrie cryogénique 129
Résistances chauffantes 129
3.2.4 Banc de pompage 130

3.2.5 Fenêtres . . . 131
Puissance transmise par les fenêtres . . . 131
Montage des fenêtres . . . 134
3.2.6 Le système d'imagerie . . . 135
3.2.7 Câblage électrique . . . 136
Fils basse tension . . . 136
Alimentation haute tension : comment utiliser une câle piezo-électrique dans un cryostat à dilution . . . 137
3.3 Tests et résultats . . . 138
3.3.1 Principe d'utilisation . . . 138
Turbopompage de l'enceinte . . . 138
Nettoyage du mélange . . . 138
Manipulation du circuit à ^{4}He(l) . . . 139
Fonctionnement de la dilution . . . 141
3.3.2 Mesures de température . . . 142
Diagramme Puissance/Température . . . 142
Effet de la puissance laser . . . 142

4 Construction de l'expérience 147
4.1 Sources Laser . . . 149
4.1.1 Le laser Nd :YAG . . . 149
Description du laser . . . 149
Bruit d'intensité du laser . . . 150
Contrôle de la fréquence . . . 150
4.1.1.1 Laser fibré à semi-conducteur . . . 153
Cahier des charges . . . 153
Principe de fonctionnement . . . 153
Description technique . . . 154
Caractérisations du laser . . . 154
4.2 Mise en forme du faisceau . . . 157
4.2.1 Cavité d'analyse : FPA . . . 157
4.2.2 Cavité de filtrage : FPF . . . 158
4.2.3 Asservissement du laser à résonance . . . 160
Principe de la méthode Pound-Drever-Hall : PDH . . . 160
Principe de fonctionnement du boîtier d'asservissement . . . 162
Mise en oeuvre . . . 163
4.2.4 Détection de la phase du faisceau réfléchi . . . 164
Principe de fonctionnement de la détection homodyne . . . 164
Détection équilibrée . . . 166
Photodiodes . . . 166
Boîtier soustracteur . . . 166
Limitations techniques et mise en oeuvre . . . 167
4.3 Conception de la cavité millimétrique à petit *waist* . . . 170
4.3.1 Caractéristiques de la cavité . . . 170

4.3.1.1 Contraintes géométriques 170
Taille de la cavité et du coupleur d'entrée 170
Adaptation spatiale du faisceau incident 170
Recouvrement spatial (*Mode matching*) 171
4.3.1.2 Contraintes techniques 172
Compatibilité avec la cryogénie à dilution 172
Robustesse de l'alignement 173
Accordabilité de la cavité 173
4.3.2 Conception de la cavité 173
4.3.2.1 Conception de la cavité assistée par ordinateur : CAO 173
Partie A : le bâti. 173
Partie B : la bague espaceur. 173
Partie C : le fond de cavité. 174
Partie D : Le porte-échantillon. 174
Partie E : Le support du coupleur. 174
Partie F : Le support de lentille. 174
Partie G, H et I : Dispositif de centrage. 174
4.3.2.2 Pré-alignements 174
Collage des échantillons 175
Pré-alignement échantillon/porte-échantillon 175
4.4 Fabrication et réalisation de la cavité 177
4.4.1 Utilisation de miroirs à faible rayon de courbure 177
4.4.1.1 Fabrication des substrats 177
Réalisation sous vide 178
4.4.1.2 Caractérisation 179
Profil géométrique 179
Rugosité 180
4.4.1.3 Dépôt du miroir 181
Mesure directe de la transmission 181
4.4.2 Réalisation de la cavité 182
4.4.2.1 Étude de faisabilité 182
Banc de caractérisation optique 182
4.4.2.2 Réalisation 183
Assemblage 183
Alignement des miroirs 183
Alignement des lentilles de couplage 184
Finesse et *mode matching* 185
Effets thermiques 185
Biréfringence 186

5 Résultats **189**
5.1 Étude générale des cavités à petit *waist* 190
5.1.1 Effets de taille finie du coupleur 190
Effet d'un angle entre les deux miroirs 194

5.1.2 Couplage modal dans une cavité dégénérée 195
5.1.3 Adaptation modale dans une cavité avec pertes 198
5.2 Mesure du spectre de déplacement du micropilier à température ambiante 199
5.2.1 Caractérisation de la cavité à micropilier 199
Longueur et finesse de la cavité 199
Adaptation spatiale 199
5.2.2 Les différentes méthodes de détection du spectre de bruit de position du pilier 200
A mi-pente 200
Par la technique PDH 201
Par la détection homodyne 201
5.2.3 Calibration des spectres de déplacement 202
Méthodes de calibration 202
Principe de calibration du spectre 203
Qualité de l'asservissement 203
Ajustement des spectre de déplacement du résonateur 204
5.2.4 Effets dynamiques sur le pilier 205
Effet dynamique en cavité désaccordée 205
Effets thermiques 205
Observation du 3ème mode de compression-extension du pilier . . . 206
5.3 Mesure du spectre de déplacement en conditions cryogéniques 207
5.3.1 Spectre de bruit en régime cryogénique 207
Une détection limitée quantiquement 207
5.3.1.1 Effet de la puissance laser sur le mode mécanique 208
Effets dynamiques 208
5.4 Thermalisation du micropiler en régime cryogénique 210
5.4.1 Canaux de thermalisation 210
Refroidissement par rayonnement 210
Refroidissement par conduction 210
Refroidissement par convection 211
5.4.2 Étude de faisabilité 212
5.4.2.1 Effets sur le facteur de qualité 212
Effet de la pression d'hélium 212
Effet de la puissance laser absorbée 213
5.4.2.2 Puissance du refroidissement convectif 214
Effet de chauffage aux temps courts 214
Effet de thermalisation aux temps longs 215
5.4.3 Conception de la sous-enceinte à hélium 216

6 Observer le régime quantique avec d'autres types de résonateurs 219
6.1 Des micro-ponts comme système optomécanique 220
6.1.1 Première génération de micro-résonateur optomécanique 220
Principe de fonctionnement, caractéristiques 220
Résultats déjà obtenus 221

6.1.2 Améliorations apportées 222
Optique 222
Mécanique 222
6.1.3 Spectre thermique en régime cryogénique 224
6.1.3.1 Cryogénie à circulation d'hélium 224
Contraintes sur le système cryogénique 224
Caractéristiques du cryostat choisi 224
6.1.3.2 Spectre thermique à 4 K 226
6.2 Refroidissement par couplage à trois modes 228
6.2.1 Hamiltonien du système 228
6.2.2 Évolution du système et dynamique du résonateur 229
6.2.3 Refroidissement à 3 modes 232
6.3 Des nano-membranes comme système optomécanique 235
6.3.1 Principe de fonctionnement 235
6.3.1.1 Principe de fonctionnement du cristal photonique : le *slow mode* 235
6.3.1.2 *Design* des membranes 235
6.3.2 Caractérisation 236
6.3.2.1 Mécanique 236
6.3.2.2 Optique 237
6.3.3 Cavité Fabry-Perot à nanomembrane 237
6.3.3.1 Pré-alignement en cavité symétrique 237
6.3.3.2 Alignement en réflexion 238
6.3.3.3 Spectre de bruit thermique de la nanomembrane 238
6.4 Comparaison des différentes méthodes de refroidissement 240

Introduction

Cette thèse s'inscrit dans une dynamique, lancée il y a de cela près de dix ans, qui vise à repousser les frontières du monde quantique. On a déjà observé des comportements quantiques pour des objets élémentaires (atomes, nuages d'atomes, photons, etc...) et on se pose maintenant la question de l'observation de ces mêmes effets quantiques pour des objets macroscopiques. On entend ici, par macroscopique, un objet dont la masse est supérieure à la masse de Planck m_P :

$$m_P = \sqrt{\frac{\hbar c}{G}} = 2.17651(13)\ 10^{-8}\ \text{kg} \simeq 22\ \mu\text{g} \tag{1}$$

Certaines théories, initiées en particulier par Richard Feynman [1] dans les années 70, prédisent une frontière entre les mondes quantique et classique aux environs de la masse de Planck justement. Les fluctuations de notre environnement gravitationnel pourraient alors être responsables d'un mécanisme universel de transition entre ces deux mondes. C'est précisément pour comprendre cet effet de la décohérence que la communauté scientifique cherche à placer des objets de plus en plus macroscopique dans un état quantique [2, 3].

Cet objectif scientifique présente par contre d'immenses difficultés expérimentales car, pour placer un objet macroscopique dans son état quantique, on doit parfaitement contrôler son environnement (macroscopique lui aussi). Concrètement, dans une telle expérience, les seuls bruits de mesure qui subsistent sont spécifiquement ces fameux bruits quantiques.

L'étude des propriétés quantiques d'objets macroscopiques permet aussi de mieux comprendre les limites de ces objets utilisés comme senseurs et détecteurs. En particulier, dans les interféromètres à ondes gravitationnelles [4, 5, 6], la limite quantique ultime sur la précision de la mesure est une donnée extrêmement importante pour définir les chances de succès de l'appareil [7].

Deux approches sont possibles pour observer des effets quantiques sur un système macroscopique. La première est l'approche *bottom-up*, très utilisée au cours des deux dernières décennies, où l'on considère des objets faits d'assemblage d'atomes (molécules, nuages d'atomes dilués etc...). On peut citer par exemple les travaux du groupe de Markus Arndt et Anton Zeilinger, qui réalisent une expérience d'interférence de type « fentes d'Young » avec de macromolécules telles que des fullerènes [8, 9]. Une application possible serait alors la réalisation d'un spectromètre de masse résolu à la limite quantique [10]. David Wineland, dans son équipe, a réussi en 2008 à intriquer des ions spatialement séparés de 8 microns [11] et le groupe de Jeff Kimble a réussi la même année à transférer de l'intrication entre deux vapeurs atomiques séparées de plusieurs mètres. On parle alors d'« internet quantique » [12]. Cette approche, bien que très

efficace comme le montrent ces exemples, reste cependant limitée à l'étude d'objets comportant quelques milliards d'atomes au maximum.

Une approche voisine, consiste à utiliser un objet quantique unique, le photon, mais à pousser l'étude de ses propriétés quantiques sur de grandes distances. On peut citer en particulier les travaux du groupe de Nicolas Gisin sur la cryptographie quantique [13] et ceux du groupe d'Anton Zeilinger qui détient depuis 2012 le record en longueur d'intrication avec une distance de 143 kilomètres entre deux télescopes situés sur les îles Canaries de La Palma et Tenerife [14]. On peut aussi citer le projet SpaceQUEST (QUantum Entanglement for Space experimenTs) de l'agence spatiale européenne (ESA) où l'objectif sera d'intriquer 2 stations au sol séparées de 1500 km grâce à des faisceaux laser transitant par un satellite.

La seconde approche, appelée *top-down*, est en plein essor grâce au rapide développement des techniques de micro- et nano-fabrication durant ces vingt dernières années. Cette approche consiste à graver, dans un matériau le mieux contrôlé possible, la structure désirée. Les effets quantiques sur des structures micro-fabriquées ont été observés dès les années 60 avec l'invention des jonctions Josephson qui ont donné naissance aux SQUIDs, magnétomètres limités quantiquement, actuellement les plus sensibles au monde.

Plus récemment, le groupe d'Andrew Cleland a réussi à placer dans son état quantique fondamental un résonateur mécanique micro-fabriqué [15] de quelques centaine de pico-grammes (10^{-13} kg). Cette équipe a de plus réussi à contrôler l'état quantique de l'objet en le couplant à une jonction Josephson. Ces dernières années de nombreux groupes ont ainsi cherché à augmenter la masse de ces objets.

L'objectif général de cette thèse consiste donc en l'observation d'effets quantiques sur un objet mécanique macroscopique. Nous étudions les propriétés quantiques des résonateurs mécaniques car ce sont des candidats sérieux pour de nombreuses applications permettant d'utiliser des effets quantiques dans « la vie de tous les jours ». En effet, un résonateur mécanique macroscopique placé dans un état quantique est un excellent transducteur quantique. Il permet de déplacer spatialement de l'information quantique, par exemple en couplant de la lumière à un Qbit de spin, ou bien un état supra-conducteur à de la lumière, ou encore un état supra-conducteur à un Qbit de spin *via* un résonateur mécanique quantique.

Actuellement, le seul autre moyen de déplacer de l'information quantique étant d'utiliser des photons, l'équipe a choisi de focaliser ses recherches sur l'interaction optomécanique alliant la bonne maîtrise de l'optique quantique à la versatilité d'un résonateur mécanique quantique, fondamental pour les possibles applications. Parmi elles on compte, outre l'utilisation comme senseur et détecteur ultrasensible, la réalisation de « bus quantique » pour un futur ordinateur quantique ou encore de mémoire quantique utilisant les temps de cohérence de près d'une seconde des meilleurs résonateurs.

Concrètement, l'objectif de cette thèse était la réalisation d'une expérience optomécanique permettant de contrôler, à un niveau quantique, l'état mécanique d'un résonateur macroscopique pesant plusieurs centaines de micro-grammes. Afin de limiter les effets dues à la température, l'expérience devant être réalisée dans un cryostat à dilution.

Dans le premier chapitre nous verrons quels sont les concepts théoriques nécessaires à la compréhension d'une telle expérience. Dans une première partie je présente la description que nous faisons du résonateur mécanique, description tout d'abord classique pour fixer les idées puis quantique afin de développer les outils nécessaires à la compréhension des effets non-classiques.

Nous verrons ensuite quelle description nous faisons de la mesure optique de position, encore une fois avec une approche quantique. La troisième partie sera alors naturellement la description du couplage optomécanique qui existe lorsque la position d'un objet est mesurée optiquement, description encore une fois placée à un niveau quantique. Je finirai alors ce premier chapitre en présentant les avantages et les contraintes liés à l'utilisation de petits objets (de taille millimétrique) pour étudier ce couplage.

Le second chapitre est consacré au résonateur mécanique en lui-même. Après une rapide introduction sur les différentes structures utilisées dans le monde, je présenterai le travail de conception d'un nouveau résonateur optimisé que j'ai réalisé au début de mon travail de thèse. Viendra ensuite la partie sur la fabrication proprement dite de ce résonateur, puis celle concernant sa caractérisation. La réalisation d'une structure innovante nécessite en général le développement de nouvelles techniques de fabrication que je décrirai dans la deuxième partie. La dernière partie est consacrée à la description du banc de caractérisation que j'ai développé pour pour ces structures spécifiques ainsi qu'aux principaux résultats concernant ce nouveau résonateur.

Dans le troisième chapitre, je présenterai le cryostat à dilution dans lequel est placée l'expérience. Ici encore, il s'agit d'un dispositif innovant, optimisé pour l'expérience de couplage optomécanique. Il a été conçu, développé et fabriqué durant le début de ma thèse, j'ai ensuite pu le caractériser et l'utiliser pour l'expérience. Dans une première partie, je décrirai le principe de fonctionnement du cryostat ainsi que les différentes contraintes auxquelles nous avons été soumis pour sa conception. La seconde partie traite du design et de la réalisation de l'appareil, auxquels nous avons participé. La dernière partie présente les tests que j'ai pu réaliser pour caractériser le cryostat et les principaux résultats que j'ai pu obtenir.

Le quatrième chapitre traite de l'expérience proprement dite. Ici encore, tout a été réalisé pendant mon travail de thèse, même si la plupart des éléments sont fortement inspirés de l'expérience accumulée par l'équipe au cours de ces quinze dernières années. La première partie traite de l'expérience dans sa globalité. Les différents éléments y sont présentés, et notamment les sources laser utilisées. La seconde partie traite de la cavité Fabry-Perot où est réalisé le couplage optomécanique, de sa conception à sa caractérisation en passant par sa réalisation. Cette cavité particulière, à très petite taille de faisceau laser, est une des pierres angulaires de cette expérience.

Enfin le cinquième chapitre présente les résultats obtenus sur le couplage optomécanique en conditions cryogénique. Y sont présentés les effets observés à différentes températures et pressions de la cavité et différentes puissances du faisceau laser. Les détails de la mesure limitée quantiquement y sont aussi donnés. Pour terminer, le dernier chapitre contient les résultats des autres expériences sur lesquelles j'ai eu l'occasion de travailler pendant cette thèse et qui utilisent d'autres types de structures, allant de micro-ponts en silicium à des nano-membranes en phosphure d'indium. Différents types de couplage optomécanique y sont présentés ainsi qu'une rapide étude comparative.

Chapitre 1

Couplage optomécanique avec un micro-miroir

Ce premier chapitre présente les motivations générales de mon travail de thèse et les principes de base des expériences que j'ai conduites. Au laboratoire, l'objet macroscopique dont nous étudions les propriétés mécaniques est un micro-miroir de taille sub-millimétrique. Cet objet, qui sera décrit au chapitre 2, est qualifié dans ce manuscrit de résonateur (mécanique) lorsqu'on s'intéresse à ses propriétés mécaniques, micro-miroir lorsqu'on s'intéresse à ses propriétés optiques et micro-miroir mobile en général.

Le couplage optomécanique entre un faisceau laser et un micro-miroir mobile est le cœur de la nouvelle expérience que j'ai mise en place. En effet, c'est ce couplage qui permettra de contrôler optiquement la dynamique du miroir et de le refroidir jusqu'à son état fondamental, il y sera décrit en détail, ainsi que toutes les contraintes expérimentales qu'une telle entreprise comporte.

Le comportement quantique d'un objet macroscopique tel qu'un micro-résonateur mécanique peut se comprendre en assimilant ce dernier à un oscillateur harmonique quantique. Un tel système mécanique étant couplé à son environnement, il se trouve à l'équilibre thermique dans un mélange d'états qui dépend de sa température et qui est à l'origine de ses fluctuations. Cependant, même à température nulle, il subsiste des fluctuations d'origine quantique, fluctuations que nous allons chercher à mesurer.

La première section présente ainsi une description quantique de l'oscillateur harmonique, caractérisée en particulier par la présence de fluctuations quantiques de position et d'impulsion, non nulles même dans l'état fondamental du résonateur. J'introduirai également, en utilisant une méthode semi-classique, le théorème fluctuations-dissipation qui permet de relier les fluctuations du résonateur au couplage qu'il présente avec son environnement.

L'observation du régime quantique de ce micro-résonateur mécanique nécessite aussi un dispositif de mesure capable de détecter ses très petites fluctuations de position résiduelles. Je montrerai dans la section 1.2 quelles techniques ont été successivement mises en œuvre depuis une vingtaine d'années, allant de la détection capacitive à l'aide de transistor à électron unique jusqu'à l'interférométrie optique, notamment en utilisant le micro-résonateur comme miroir.

C'est cette dernière méthode qui est utilisée au laboratoire. Nous verrons alors comment la sensibilité à la mesure de déplacement peut être augmentée en utilisant une cavité Fabry-Perot de grande finesse. Une description quantique de la lumière délivrée par le laser nous permettra ensuite de déterminer les limites de sensibilité de la mesure optique de déplacement, imposées par les fluctuations quantique de l'intensité et de la phase du faisceau laser.

Je décrirai ensuite dans la section 1.3 les conséquences aux niveaux classique et quantique du couplage optomécanique qui peut exister entre un faisceau laser et le miroir sur lequel il se réfléchit. Je présenterai tout d'abord l'influence du champ sur le résonateur et sur la mesure de sa position, notamment lorsque la cavité est désaccordée. Nous verrons alors comment l'influence du champ optique peut être utilisée pour refroidir efficacement un mode de vibration mécanique et comment les fluctuations quantiques du faisceau laser limitent ce refroidissement. Nous étudierons aussi les différents régimes de couplage qui peuvent exister, selon les caractéristiques respectives de l'oscillateur et de la cavité. Ce chapitre se termine par une présentation des contraintes inhérentes à l'utilisation d'un tel dispositif de mesure pour observer les fluctuations quantiques de position d'un objet de taille sub-millimétrique.

1.1 Description mécanique d'un micro-miroir

Dans cette première partie, je présente le miroir mobile. Je commencerai par modéliser le résonateur par un oscillateur harmonique, décrit successivement classiquement puis quantiquement. Nous verrons ensuite comment est décrit le couplage de cet oscillateur à un environnement de température non nulle et quels en sont les effets sur le comportement du résonateur. Je finirai cette partie en présentant une méthode semi-classique permettant de décrire simplement les fluctuations du système, quelles soient d'origine classique (générés par le couplage à l'environnement) ou quantique (fluctuations intrinsèques). Nous verrons enfin comment décrire ces fluctuations par une grandeur expérimentalement accessible : le spectre des fluctuations de position.

1.1.1 L'oscillateur harmonique mécanique

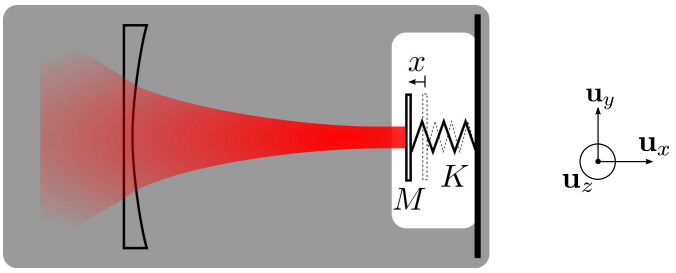


FIGURE 1.1: Modélisation du miroir étudié : une masse M reliée à un support rigide par un ressort de raideur K. On note x l'écart à la position d'équilibre. Dans cette première partie nous nous limiterons à l'étude de la partie mécanique du dispositif. Le repère d'axes est donné sur la droite du dessin.

On considère dans ce premier chapitre la description la plus simple d'un miroir mobile. Le système est modélisé par un ressort de masse nulle et de raideur K à l'extrémité duquel est fixé un miroir de masse M comme représenté sur la figure 1.1. On notera $x(t)$ l'écart entre la position du miroir à l'instant t et sa position d'équilibre. L'autre extrémité du ressort est quant à elle fixée à un support supposé de masse infinie et fixe. L'équation du mouvement est alors la suivante :

$$M\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} = -Kx. \tag{1.1}$$

Ce système de masse-ressort est le modèle le plus simple pour un oscillateur mécanique : une particule massive dans un puits de potentiel harmonique à une dimension, et peut être appliqué à bon nombre de cas. Cette description est en effet valable pour un potentiel quelconque au voisinage d'un minimum. En le développant autour d'une position d'équilibre stable, il est assimilable au premier ordre non nul à un potentiel quadratique. Cette description est justifiée tant que les déplacements restent « petits » [1]. Cette approximation sera toujours vérifiée pour les systèmes décrits dans cette thèse. Le miroir sera donc considéré, dans toute la suite de ce document, comme un résonateur oscillant dans un potentiel harmonique.

1. Petits devant la grandeur caractéristique de l'état non linéaire du système[16, 17]. A l'ordre suivant, l'équation du mouvement n'est plus celle d'un oscillateur harmonique, on y rajoute un terme quadratique en x dans la force de rappel (oscillateur anharmonique) ou cubique en x (modèle de Duffing).

1.1.1.1 Description classique

En mécanique classique, la résolution de cette équation fait apparaître le mode propre $x(t)$ solution libre du problème (*id est* lorsque aucune force extérieure n'est appliquée au miroir) :

$$x(t) = x_0 \cos(\Omega_m t + \phi) \quad \text{avec} \quad \Omega_m = \sqrt{\frac{K}{M}}, \tag{1.2}$$

où Ω_m est la pulsation propre du système masse-ressort. Le mouvement du miroir correspond alors à une oscillation autour de sa position d'équilibre $x = 0$ avec une amplitude x_0 et une phase ϕ dépendant des conditions initiales du système.

A partir de l'équation du mouvement (1.1), nous pouvons calculer l'énergie mécanique totale E_m du résonateur comme la somme de l'énergie potentielle stockée dans le ressort et de l'énergie cinétique du miroir :

$$E_m = \frac{1}{2} M \left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2 + \frac{1}{2} K x^2. \tag{1.3}$$

On peut remarquer que cette énergie est toujours positive, mais peut s'annuler pour $x = 0$ et $\frac{dx}{dt} = 0$, c'est-à-dire lorsque le miroir est immobile.

1.1.1.2 Description quantique

Nous allons dans cette partie décrire le résonateur quantiquement. Dans le formalisme quantique[18], les grandeurs classiques de position x et d'impulsion p sont remplacées par les observables $\hat{X}$ et $\hat{P}$, qui vérifient la relation de commutation $[\hat{X}, \hat{P}] = i\hbar$. Grâce au principe d'équivalence dans la représentation de Heisenberg, l'opérateur hamiltonien du système est obtenu simplement en substituant ces observables dans l'expression classique de l'énergie totale du système :

$$\hat{H}_m = \frac{\hat{P}^2}{2\,M} + \frac{1}{2} K \hat{X}^2. \tag{1.4}$$

Il est alors commode d'introduire les opérateurs (sans dimension) d'annihilation $\hat{m}$ et de création $\hat{m}^\dagger$, définis à partir de combinaisons linéaires de $\hat{X}$ et $\hat{P}$:

$$\hat{m} = \sqrt{\frac{M\,\Omega_m}{2\,\hbar}} \left(\hat{X} + i\,\frac{\hat{P}}{M\,\Omega_m}\right), \tag{1.5}$$

$$\hat{m}^\dagger = \sqrt{\frac{M\,\Omega_m}{2\,\hbar}} \left(\hat{X} - i\,\frac{\hat{P}}{M\,\Omega_m}\right). \tag{1.6}$$

Ces opérateurs vérifient la relation de commutation $[\hat{m}\,,\,\hat{m}^\dagger] = 1$ et permettent d'écrire le hamiltonien sous la forme canonique :

$$\hat{H}_m = \hbar\,\Omega_m \left(\hat{m}^\dagger \hat{m} + \frac{1}{2}\right). \tag{1.7}$$

L'opérateur nombre $\hat{N}_m = \hat{m}^\dagger \hat{m}$ ayant les mêmes vecteurs propres que $\hat{H}_m$, l'étude du spectre de $\hat{H}_m$ se limite à celui de $\hat{N}_m$. Il est possible de montrer que les valeurs propres de $\hat{N}_m$ sont les entiers naturels [18] représentant le nombre de *quanta* d'énergie présents dans le mode considéré.

Le spectre de l'oscillateur harmonique est donc lui aussi discret et prend les valeurs :

$$E_n = \hbar\,\Omega_m \left(n + \frac{1}{2}\right), \qquad \text{avec} \quad n = 0,\, 1,\, 2,\, \ldots \tag{1.8}$$

Les niveaux d'énergie, représentés sur la figure 1.2, sont séparés d'un écart constant, égal à $\hbar\,\Omega_m$, et sont non-dégénérés.

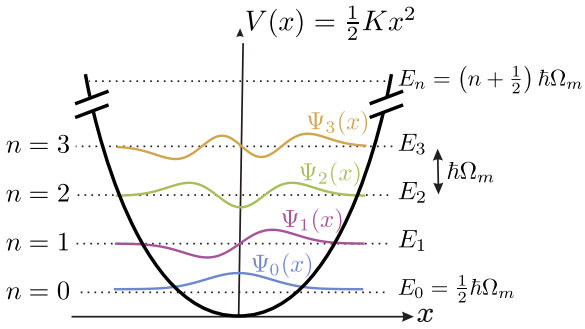


FIGURE 1.2: Energie potentielle, niveaux d'énergie et profil des premières fonctions d'onde d'un oscillateur harmonique quantique.

On note $\Psi_n(x)$ la fonction d'onde du miroir dans l'état propre d'énergie E_n. La densité de probabilité de présence $d_n(x)$ du miroir dans l'état n entre les positions x et $x + dx$ est alors donnée par $d_n(x) = |\Psi_n(x)|^2 dx$. La position moyenne $\left\langle \hat{X} \right\rangle_n$ de l'oscillateur dans l'état n est alors nulle (la fonction d'onde possédant la symétrie du puits) : $\left\langle \hat{X} \right\rangle_n = \int x d_n(x) dx = 0$. L'impulsion moyenne $\left\langle \hat{P} \right\rangle_n$ est également nulle : $\left\langle \hat{P} \right\rangle_n = \hbar/i \int \Psi_n d\Psi_n = 0$.

On peut également calculer la valeur moyenne quadratique des fluctuations de position $\Delta\hat{X}_n$ et d'impulsion $\Delta\hat{P}_n$ de l'oscillateur harmonique dans un état n :

$$\Delta\hat{X}_n = \sqrt{\left\langle \hat{X}^2 \right\rangle_n - \left\langle \hat{X} \right\rangle_n^2} = \Delta x_Q \sqrt{n + \frac{1}{2}}, \tag{1.9}$$

$$\Delta\hat{P}_n = \sqrt{\left\langle \hat{X}^P \right\rangle_n - \left\langle \hat{P} \right\rangle_n^2} = \frac{\hbar}{\Delta x_Q} \sqrt{n + \frac{1}{2}}, \tag{1.10}$$

où $\Delta x_Q^2 = \hbar/2M\Omega_m$. Les variances de $\hat{X}$ et $\hat{P}$ vérifient alors l'inégalité de Heisenberg :

$$\Delta\hat{X}\Delta\hat{P} \geq \frac{\hbar}{2}, \tag{1.11}$$

conséquence de la relation de commutation $[\hat{X}, \hat{P}] = i\hbar$.

Dans son état fondamental, d'énergie minimale E_0, l'oscillateur harmonique possède donc des fluctuations de position et d'impulsion non nulles, également appelés fluctuations de point zéro, données par :

$$\Delta\hat{X}^2 = \Delta x_Q^2 = \frac{\hbar}{2\,M\,\Omega_m} \qquad \text{et} \qquad \Delta\hat{P}^2 = \frac{\hbar}{\Delta x_Q^2} = \frac{M\,\hbar\,\Omega_m}{2}. \tag{1.12}$$

La densité de probabilité de présence est une gaussienne, la position et l'impulsion moyennes sont nulles, $\langle \hat{X} \rangle = \langle \hat{P} \rangle = 0$ (le miroir est en moyenne toujours bien centré en $x = 0$, avec une vitesse moyenne nulle), mais avec des écarts quadratiques moyens (des fluctuations quantiques)

non nuls. C'est de plus un état minimal pour la relation (1.11).

Cette propriété est caractéristique du caractère quantique de la description, *a contrario* de la description classique dans laquelle l'oscillateur est dans son état de moindre énergie lorsque les énergies potentielle et cinétique sont simultanément rigoureusement nulles et l'oscillateur est rigoureusement immobile. Cela indique que, dans une description quantique, la position et l'impulsion de l'oscillateur ne peuvent pas être dans un état propre simultanément, et l'état fondamental correspond alors à l'état où la somme des énergies cinétique et potentielle est la plus faible possible. Ce phénomène trouve son origine dans la symétrie entre $\hat{X}$ et $\hat{P}$ dans le hamiltonien, combiné au fait que leur commutateur est non nul. Les fluctuations non simultanément nulles impliquent alors une énergie minimale E_0 non nulle.

Pour conclure, il est intéressant de donner un ordre de grandeur typique de l'extension spatiale de la fonction d'onde dans l'état fondamental : pour un oscillateur de masse 1 kg oscillant à une fréquence de 1 Hz, on trouve que $\Delta\hat{X}$ est de l'ordre de 10^{-18} m seulement. Etant donné que $\Delta\hat{X}$ ne dépend que du produit $M\Omega_m$, on arrive à la même valeur pour un microrésonateur de masse 1 mg oscillant à 1 MHz.

1.1.2 Couplage de l'oscillateur avec l'environnement

Tout système physique réel n'est jamais vraiment isolé mais couplé à un environnement ; dans les deux parties suivantes, nous prendrons en considération ce couplage et étudierons les propriétés d'un oscillateur harmonique réel, en équilibre thermodynamique avec un bain thermique à la température T, ainsi que l'évolution temporelle du système couplé à cet environnement. Le choix de la représentation à utiliser devient alors moins évident. En effet, pour décrire le couplage entre un système quantique et un environnement à température non nulle, il est pratique d'utiliser la représentation de Schrödinger et la description du système en terme de matrice densité. Cependant, lorsqu'on cherche à décrire la dissipation dans le système quantique à l'aide des équations de Langevin, les calculs en représentation de Heisenberg sont souvent plus simples qu'en utilisant l'équation pilote décrivant l'évolution de la matrice densité en représentation de Schrödinger. Nous utiliserons donc chacune des deux représentations suivant le contexte.

Le couplage de l'oscillateur harmonique quantique à un environnement à la température T a deux conséquences majeures sur son comportement :

- l'état quantique dans lequel se trouve l'oscillateur harmonique n'est plus un état pur régi par $\hat{H}_m$ avec une énergie bien définie, mais un état statistique qui peut être décrit par une matrice densité $\hat{\rho}$,
- les échanges d'énergie avec l'environnement ont pour effet une diffusion des cohérences de la matrice densité [19](ayant pour conséquence un amortissement de l'oscillateur) associée à une force fluctuante agissant sur l'oscillateur, ces deux effets étant liés par le théorème fluctuations-dissipation.

Pour décrire l'effet direct de la température brouillant l'état de l'oscillateur nous utiliserons la représentation de Schrödinger qui présente l'avantage de très bien se combiner avec la physique statistique. Pour décrire les fluctuations du système quantique, nous utiliserons la représentation de Heisenberg. Cette représentation permet de travailler avec des états représentant le nombre de *quanta* (indépendant du temps) sur lesquels agissent des opérateurs dépendant du temps. Elle est donc particulièrement adaptée à la description des oscillateurs harmoniques, pour lesquels les équations de Langevin s'écrivent simplement.

1.1.2.1 Effet sur l'énergie moyenne

On utilise dans cette partie la représentation de Schrödinger. Le hamiltonien total du système est la somme du hamiltonien de l'oscillateur libre $\hat{H}_m$, du hamiltonien du bain thermique environnant $\hat{H}_e$ et d'un hamiltonien $\hat{H}_{coupl}$, qui traduit le couplage entre les deux : $\hat{H}_{tot} = \hat{H}_m + \hat{H}_e + \hat{H}_{coupl}$ comme présenté sur la figure 1.3.

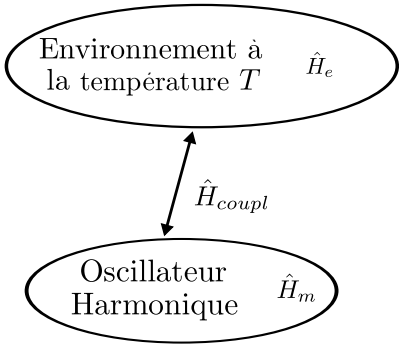


FIGURE 1.3: Représentation schématique du couplage entre l'oscillateur harmonique (gouverné par le hamiltonien $\hat{H}_m$) et l'environnement (gouverné par le hamiltonien $\hat{H}_e$) via le hamiltonien de couplage $\hat{H}_{coupl}$.

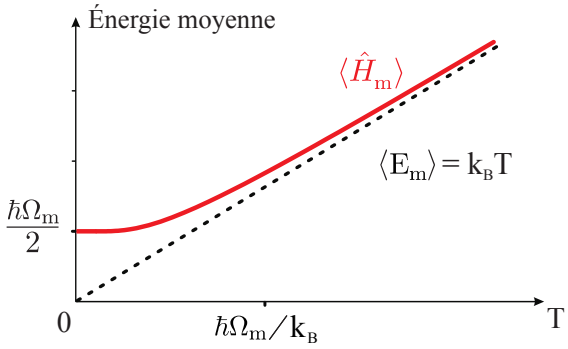


FIGURE 1.4: Énergie moyenne de l'oscillateur harmonique en fonction de la température T de son environnement. En pointillés la prédiction classique, en trait plein les résultats du calcul quantique.

L'état propre de ce système ne correspond plus à l'état propre d'un oscillateur libre, puisque le couplage empêche de factoriser l'état entre oscillateur et environnement. Le principal obstacle à la description complète du système est le manque d'information sur l'état de l'environnement, qui est alors décrit de manière statistique en le supposant à l'équilibre thermodynamique. L'état stationnaire du système sera donc lui aussi un mélange statistique des états de l'oscillateur libre, mélange caractérisé par l'opérateur densité[20] :

$$\hat{\rho} = \frac{1}{Z} \mathrm{e}^{-\hat{H}_m/k_B T}, \tag{1.13}$$

où k_B est la constante de Boltzmann et Z la fonction de partition :

$$Z = \mathrm{Tr}\left(\mathrm{e}^{-\hat{H}_m/k_B T}\right) = \sum_{n=0}^{\infty} e^{-(n+1/2)\hbar\Omega_m/k_B T} = \frac{e^{-\hbar\Omega_m/2k_B T}}{1 - e^{-\hbar\Omega_m/k_B T}}. \tag{1.14}$$

Nous pouvons calculer l'énergie moyenne de l'oscillateur dans l'état à la température T, qui s'écrit [20] :

$$\langle \hat{H}_m \rangle_T = \mathrm{Tr}\left(\hat{H}_m \hat{\rho}\right) = \hbar\Omega_m \left(n_T + 1/2\right), \tag{1.15}$$

où n_T est le nombre moyen de phonons [2] thermiques de l'oscillateur et vaut :

$$n_T = \frac{1}{e^{\hbar\Omega_m/k_B T} - 1} = \frac{1}{2} \coth\left(\frac{\hbar\Omega_m}{2k_B T}\right) - \frac{1}{2}. \tag{1.16}$$

Sur la figure 1.4 est représenté en trait plein l'énergie moyenne $\langle \hat{H}_m \rangle$ de l'oscillateur quantique et en pointillés celle de l'oscillateur classique. Pour ce dernier, d'après le théorème d'équipartition

2. On appelle phonon le quantum d'excitation mécanique, analogue du photon pour le champ électromagnétique.

de l'énergie, chaque degré de liberté contribue pour $k_B T/2$ à l'énergie moyenne totale ; dans le cas de l'oscillateur harmonique à une dimension, les contributions des énergies potentielle et cinétique s'ajoutent et on obtient :

$$\langle E_m \rangle = k_B T. \tag{1.17}$$

Nous observons d'abord que pour $T = 0$, $\langle \hat{H}_m \rangle = \hbar\Omega_m/2$ tandis que $\langle E_m \rangle = 0$. Cela correspond au fait qu'au zéro absolu l'oscillateur n'est pas parfaitement immobile, mais dans son état fondamental, avec une énergie non nulle $\hbar\Omega_m/2$. Classiquement, l'oscillateur est par contre immobile à sa position d'équilibre stable et son énergie est nulle comme vu précédemment.

Pour des basses températures, telles que $k_B T \ll \hbar\Omega_m$, on a $\langle \hat{H}_m \rangle \simeq \hbar\Omega_m/2$ et seule la population de l'état fondamental est appréciable. Par contre, dans la situation inverse où $k_B T \gg \hbar\Omega_m$, $\langle \hat{H}_m \rangle$ admet comme asymptote l'énergie de l'oscillateur classique $\langle E_m \rangle \simeq k_B T$. On peut ainsi définir une **température quantique** T_Q par l'expression :

$$k_B T_\mathrm{Q} = \hbar \Omega_m. \tag{1.18}$$

Pour une température $T \gg T_\mathrm{Q}$, les oscillateurs quantique et classique ont la même énergie moyenne, tandis que pour $T \ll T_\mathrm{Q}$ le comportement de l'oscillateur est dominé par ses propriétés quantiques. C'est ce deuxième régime que nous souhaitons observer expérimentalement avec un résonateur mécanique macroscopique.

Pour un oscillateur de fréquence de résonance $\Omega_m/2\pi$ de l'ordre du hertz, la température quantique donnée par l'équation (1.18) est de l'ordre de 10^{-11} K. Atteindre le régime quantique impose donc d'utiliser un oscillateur de fréquence de résonance Ω_m suffisamment élevée, comme nous le verrons plus en détail dans la suite. Notons ici que même pour une fréquence de résonance de 1 MHz, la température quantique correspond à quelques dizaines de microkelvins et reste inaccessible par des moyens cryogéniques traditionnels. Il est alors nécessaire d'utiliser des mécanismes de refroidissement actifs, tels que la friction froide [21] ou le refroidissement laser dans une cavité désaccordée, présenté au paragraphe 1.3.2.1.

1.1.2.2 Fluctuations de position du miroir

Lorsqu'un système quantique est couplé à un environnement, l'équation pilote qui définit l'évolution de la matrice densité, permet de calculer toutes les valeurs moyennes d'observables de ce système [22]. Cette équation, bien qu'exacte, se révèle souvent compliquée à résoudre. Pour étudier les fluctuations du système, on va donc utiliser la représentation de Heisenberg pour obtenir les équations de Langevin décrivant l'évolution des observables.

Dérivation des équations de Langevin

L'ensembles des états nombre n, dits états de Fock, formant une base de l'espace des états du système, et les opérateurs $\hat{m}$ et $\hat{m}^\dagger$ reliant entre eux n'importe lesquels de ces vecteurs, on peut alors décomposer tout opérateur agissant sur l'espace de ces états comme combinaison de ces opérateurs création et annihilation [18] [3]. L'étude de ces deux opérateurs est ainsi suffisante à la description complète du système.

3. On décompose tout opérateur $\hat{A}$ en éléments de matrice $\hat{A}_{m,n}$ sur la base des états de Fock. On a alors $\hat{A}_{m,n} \propto \hat{m}^{m-n}$ en prenant pour convention $m^{a<0} = m^{\dagger -a}$.

Considérons l'oscillateur harmonique couplé à un environnement thermique, composé principalement des autres modes de la structure du miroir. On note $\hat{e}_j^\dagger$ et $\hat{e}_j$ les opérateurs champ du mode j de l'environnement, oscillant à la pulsation Ω_j. Le couplage est choisi de la forme de Jaynes-Cummings (d'amplitude c_j) où l'on échange un quantum d'excitation entre l'oscillateur et son environnement. L'oscillateur est supposé couplé à un continuum d'énergie, avec un couplage équi-réparti sur l'ensembles des modes de l'environnement. les coefficients de couplage ne dépendent donc pas de l'énergie du mode de l'environnement concernés et n'ont donc pas de dépendance en fréquence, en conséquence de quoi on obtient $c_j(t) = c_j\delta(t)$, signe du caractère Markovien du modèle. Ainsi le couplage du système à l'environnement ne dépend bien que de l'état de ce dernier et pas de son passé. L'hamiltonien $\hat{H}_{tot}$ décrivant le système complet s'écrit ainsi :

$$\hat{H}_{tot} = \hbar\Omega_m \hat{m}^\dagger \hat{m} + \hbar \sum_j \Omega_j \hat{e}_j^\dagger \hat{e}_j + \hat{H}_{coupl}, \tag{1.19}$$

$$\hat{H}_{coupl} = \hbar \sum_j c_j (\hat{e}_j^\dagger \hat{m} + \hat{e}_j \hat{m}^\dagger), \tag{1.20}$$

et les équations de Heisenberg donnant l'évolution des opérateurs $\hat{m}$ et $\hat{e}_j$ sont :

$$\frac{\mathrm{d}\hat{m}}{\mathrm{d}t} = -i\Omega_m \hat{m} - i\sum_j c_j \hat{e}_j, \tag{1.21}$$

$$\frac{\mathrm{d}\hat{e}_j}{\mathrm{d}t} = -i\Omega_j \hat{e}_j - ic_j \hat{m}. \tag{1.22}$$

En intégrant formellement l'équation (1.22) et en se plaçant dans le référentiel de l'onde tournante [4] , on écrit[23] l'équation (1.21) sous la forme :

$$\frac{\mathrm{d}\hat{m}}{\mathrm{d}t} = -i\Omega_m \hat{m} - \Gamma_m \hat{m} + \hat{F}_m(t). \tag{1.23}$$

La théorie quantique de la relaxation [19] généralise alors cette équation d'évolution des opérateurs de création et d'annihilation de l'oscillateur (1.5) et (1.6), dite de Langevin, à tout système hamiltonien (écrite ici pour des processus Markoviens [5]). Repartant des équations (1.21) et (1.22), on peut expliciter le lien qui existe entre les opérateurs « forces de Langevin quantique » $\hat{F}_m$ et $\hat{F}_{m^\dagger}$ et les coefficients de diffusion Γ_m et $\Gamma_{m^\dagger}$ des opérateurs $\hat{m}$ et $\hat{m}^\dagger$. Les opérateurs $\hat{F}_m$ et $\hat{F}_{m^\dagger}$ sont de valeur moyenne nulle et ont pour fonctions de corrélation temporelle :

$$\langle \hat{F}_m(t+\tau)\hat{F}_{m^\dagger}(t)\rangle = 2D_{m,m^\dagger}\delta(\tau), \tag{1.24}$$

$$\langle \hat{F}_m(t+\tau)\hat{F}_m(t)\rangle = \langle \hat{F}_{m^\dagger}(t+\tau)\hat{F}_{m^\dagger}(t)\rangle = 0. \tag{1.25}$$

4. On se place dans le référentiel tournant à la pulsation Ω_m. On allège ainsi les calculs en s'affranchissant de la partie oscillante du résonateur pour ne s'intéresser qu'aux variations de l'enveloppe de $\hat{m}$.

5. Les processus Markoviens sont des processus pour lesquels la dynamique du système(qui va prédire l'état du système à l'instant $t + dt$) ne dépende que de l'état de l'environnement à l'instant t et pas de son histoire antérieure : il n'y a aucun effet de mémoire dans l'environnement et ce dernier répond beaucoup plus vite que le système. Ces notions sont à prendre ici de manière relative, on comparera en fait le temps de cohérence de l'environnement (supposé très court) au temps de réponse de l'oscillateur harmonique (supposé très long à cause de son grand facteur de qualité).

où $\langle \ldots \rangle$ représente la moyenne quantique sur le bain thermique de l'environnement. Dans le cas d'un réservoir à la température T à l'équilibre thermodynamique, ces coefficients s'écrivent[23] :

$$D_{m,m^\dagger} = \Gamma_m n_T, \tag{1.26}$$

$$D_{m^\dagger,m} = \Gamma_{m^\dagger}(n_T + 1). \tag{1.27}$$

Les équations de Langevin font ainsi apparaître les coefficients de diffusion des cohérences entre $\hat{m}$ et $\hat{m}^\dagger$ vers le réservoir [19].

Description du système par ses équations de Langevin

Dans la description du système par les équations de Langevin, afin d'assurer le caractère hermitique du hamiltonien de couplage H_{coupl} on se doit de prendre Γ_m réel. De plus, le système étant stationnaire, on l'a choisi de plus indépendant du temps. On peut alors écrire l'équation (1.23) pour $\hat{m}^\dagger$; en utilisant $\frac{\mathrm{d}\hat{m}^\dagger}{\mathrm{d}t} = \left(\frac{\mathrm{d}\hat{m}}{\mathrm{d}t}\right)^\dagger$, on obtient $\Gamma_{m^\dagger} = (\Gamma_m)^* = \Gamma$. Cette constante d'amortissement peut avoir différentes origines, comme l'amortissement intrinsèque du matériau (qui caractérise le couplage du mode avec les autres modes de la structure *via* l'interaction phonon-phonon), les pertes thermo-élastiques, les pertes par ancrage de la structure sur son support etc...On décrira dans la suite la somme de toutes les pertes du mode mécanique sous la forme d'un paramètre unique Γ, réel. Cela a pour conséquence de nous ramener à l'étude d'un problème bien connu, à savoir celui de la dissipation par friction fluide (aussi appelé frottement de type visqueux) dans un système harmonique.

On déduit des expressions (1.23) et $(1.23)^\dagger$ l'équation de Langevin pour l'opérateur impulsion $\hat{P} = -i\sqrt{\hbar M\Omega_m/2}(m - m^\dagger)$ caractérisé par le même coefficient d'amortissement Γ et par une force de Langevin $\hat{F}_T = -i\sqrt{\hbar M\Omega_m/2}(\hat{F}_m - \hat{F}_{m^\dagger})$ associée à un coefficient de diffusion $D_{P,P}$, avec :

$$\frac{\mathrm{d}\hat{P}}{\mathrm{d}t} = -i\Omega_m\hat{P} - \Gamma\hat{P} + \hat{F}_T(t), \tag{1.28}$$

$$\langle \hat{F}_T \rangle = 0, \tag{1.29}$$

$$2D_{P,P}\delta(\tau) = \langle \hat{F}_T(t+\tau)\hat{F}_T(t) \rangle, \tag{1.30}$$

$$D_{P,P} = \frac{1}{2}\hbar M\Omega_m \left(D_{m^\dagger,m} + D_{m,m^\dagger}\right) = M\Gamma\hbar\Omega_m \left(n_T + \frac{1}{2}\right), \tag{1.31}$$

où n_T est le nombre moyen de phonons thermiques de l'oscillateur (1.16).

Ces équations [6] montrent que le couplage avec l'environnement se traduit par deux effets complémentaires. L'oscillateur est amorti avec une constante Γ, caractéristique du couplage, qui a pour conséquence de ramener l'oscillateur à l'équilibre thermodynamique s'il s'en écarte. Il subit par ailleurs une force de Langevin fluctuante qui va induire un bruit de l'oscillateur. On retrouve ici le fait que l'oscillateur ne reste pas dans un état pur mais évolue vers un mélange statistique d'états.

Force de Langevin et spectre de bruit

Les processus mis en jeu dans les équations de Langevin étant Markoviens, la force associée sera un bruit blanc dont l'étude du moment d'ordre 2 $\langle \hat{F}_T(t)\,\hat{F}_T(t+\tau) \rangle$ suffit pour la caractériser

6. La force de Langevin étant une force aléatoire stationnaire de valeur moyenne nulle, son étude ne peut se faire que par ses différents moments de corrélation.

complètement. Cette fonction étant expérimentalement difficilement accessible, on lui préférera son spectre de bruit, directement mesurable avec un analyseur de spectres. En effet, le théorème de Wiener-Khintchine relie le spectre d'une grandeur stationnaire à la transformée de Fourier [7] de sa fonction d'autocorrélation. Le spectre $S_T[\Omega]$ de la force de Langevin $\hat{F}_T(t)$ est ainsi défini par :

$$S_T[\Omega] \;=\; \int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{d}\tau \, \langle \hat{F}_T(t) \, \hat{F}_T(t+\tau) \rangle \, \mathrm{e}^{i\Omega\tau}. \tag{1.33}$$

A partir des équations (1.30) et (1.31) on obtient, en utilisant l'équation 1.31 :

$$S_T[\Omega] = 2M\Gamma\hbar\Omega_m \left(n_T + \frac{1}{2} \right). \tag{1.34}$$

On retrouve ici le résultat du théorème fluctuations-dissipation [24] pour un oscillateur harmonique amorti qui relie le spectre des fluctuations apportées au système à l'amortissement qu'il subit :

$$S_T[\Omega] \;=\; \hbar M\Gamma\Omega \coth\left(\frac{\hbar\Omega}{2k_B T} \right). \tag{1.35}$$

A haute température, ($k_B T \gg \hbar\Omega_m$), ces expressions redonnent la relation d'Einstein entre le coefficient de diffusion de la force de Langevin et l'amortissement de l'oscillateur (1.31) :

$$D_{P,P} = M\Gamma k_B T \tag{1.36}$$

Ces deux équations (1.34) et (1.35) peuvent sembler être différentes. Il n'en est en fait rien. Lorsqu'on considère un oscillateur de faible amortissement, la réponse mécanique est concentrée autour de la fréquence de résonance (sur une largeur typique de Γ) et le spectre (1.34) de la force de Langevin S_T peut être approximé par sa valeur prise en $\Omega = \Omega_m$. Cette approximation tire son origine du caractère Markovien de l'interaction ; dire que l'environnement est de mémoire courte n'a en fait que peu de sens. Cependant dire que le facteur de qualité du résonateur est très grand devant celui de l'environnement (et donc que le temps de cohérence de l'environnement est très court devant celui du résonateur) confirme le caractère Markovien de l'interaction et autorise à ne considérer que des fréquences autour de la résonance mécanique. On a donc une parfaite équivalence entre les deux approches présentées.

Le spectre des fluctuations de la force de Langevin est bien blanc, comme on s'y attendait, de par son origine Markovienne. Cependant, pour les températures $T \gg T_Q$, son amplitude est proportionnelle à T alors qu'il sature à une valeur minimale $M\Gamma\hbar\Omega_m$ pour $T \ll T_Q$. Ce spectre minimum est le spectre des fluctuations quantiques de la force de Langevin, responsables de l'énergie minimale non-nulle de l'oscillateur discutée dans la section précédente.

1.1.3 Description semi-classique des fluctuations de position

Après avoir posé les bases de la modélisation purement quantique du système mécanique, je présente une méthode semi-classique[25, 26] qui permet de manière assez élégante de retranscrire

7. Les conventions pour relier les grandeurs dans les domaine fréquentiel et temporel sont :

$$x[\Omega] \;=\; \int \mathrm{d}t \, x(t) \, e^{i\Omega t} \qquad \text{et} \qquad x(t) \;=\; \frac{1}{2\pi} \int \mathrm{d}\Omega \, x[\Omega] \, e^{-i\Omega t} \tag{1.32}$$

les effets quantiques dans un formalisme classique. Nous exprimerons à l'aide de cette méthode le spectre des fluctuations de position de miroir de manière très simple.

1.1.3.1 Méthode semi classique

Cette méthode consiste à associer à un couple quelconque d'opérateurs $\hat{A}$ et $\hat{A}^\dagger$ des variables pseudo-aléatoires classiques, A et A^*, complexes conjuguées l'une de l'autre présentant une distribution de quasi-probabilité qui correspond à la distribution de Wigner[27, 28]. De cette manière, les valeurs moyennes semi-classique et quantique sont égales à partir du moment où les opérateurs sont rangés dans l'ordre symétrique. Plus précisément, pour toute fonction symétrique $f_S(\hat{A}, \hat{A}^\dagger)$ des opérateurs $\hat{A}$ et $\hat{A}^\dagger$, la valeur moyenne quantique $\left\langle f_S(\hat{A}, \hat{A}^\dagger)\right\rangle = \mathrm{Tr}[f_S(\hat{A}, \hat{A}^\dagger)\hat{\rho}]$ est égale à la valeur moyenne $\overline{f_S(\hat{A}, \hat{A}^\dagger)}$ définie à partir des variables semi-classiques A et A^*, pondérées par la distribution de Wigner W :

$$\overline{f_S(\hat{A}, \hat{A}^\dagger)} = \int dA dA^* f_S(A, A^*) W(A, A^*) \tag{1.37}$$

La variable aléatoire A caractérise alors complètement l'opérateur quantique $\hat{A}$ et on peut en particulier la décomposer comme la somme de sa valeur moyenne $\overline{A} = \left\langle \hat{A} \right\rangle$, qui correspond à la valeur moyenne de l'observable quantique [8] (aussi égale à la valeur classique d'après le principe d'équivalence [18]), et de ses fluctuations $\delta A = A - \overline{A}$ qui représentent ses fluctuations quantiques.

Susceptibilité

Classiquement, d'après la théorie de la réponse linéaire, la réponse en position d'un objet est linéaire avec la somme des forces F qui lui sont appliquées. Cela s'écrit, dans l'espace de Fourier :

$$x[\Omega] \;=\; \chi[\Omega]\, F[\Omega], \tag{1.38}$$

où $\chi[\Omega]$ est la susceptibilité mécanique de l'objet. Nous allons maintenant faire la correspondance entre cette théorie et l'approche du type « Langevin » que nous avons faite en utilisant la méthode semi-classique.

D'après l'équation (1.28) on peut écrire l'équation du mouvement pour la variable semi-classique $x(t)$ associée à l'opérateur position $\hat{X}$, lorsque le système est soumis à une force quelconque $F(t)$ [9] :

$$M\frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2} = -M\Omega_m^2 x - M\Gamma\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + F_T(t) + F(t), \tag{1.39}$$

En passant dans l'espace de Fourier, on peut identifier la susceptibilité mécanique du résonateur $\chi[\Omega]$ qui prend la forme :

8. Le caractère d'observabilité présent dans le formalisme quantique sous la forme $\hat{O} = \hat{O}^\dagger$ subsiste dans la description semi-classique sous la forme : $O = O^*$

9. En effet, dans la représentation de Heisenberg[18], $d\hat{X}/dt = \hat{P}/M$. Cette relation peut paraître en contradiction avec l'équation (1.21) et est le résultat d'une approximation sur la valeur de l'impulsion. En effet, l'impulsion du système couplé n'est plus rigoureusement égale à l'impulsion de l'oscillateur harmonique seul. L'égalité est cependant correcte à l'ordre zéro lorsque le système est peu perturbé par l'environnement *i.e.* lorsque le facteur de qualité du résonateur est grand devant 1 (ce qui est toujours notre cas).

$$\chi[\Omega] \;=\; \frac{1}{M\,(\Omega_m^2 - \Omega^2 - i\,\Omega\,\Gamma)}. \tag{1.40}$$

1.1.3.2 Le spectre de bruit de position de l'oscillateur

Finalement, je présente le spectre de bruit thermique de position de l'oscillateur à l'équilibre thermodynamique, qui d'après l'équation (1.33) s'écrit :

$$S_x^T[\Omega] = |\chi[\Omega]|^2\; S_{\mathrm{T}}[\Omega], \tag{1.41}$$

où $x_T[\Omega] = \chi[\Omega]\,F_T[\Omega]$ d'après l'équation (1.38). On a utilisé ici la propriété de stationnarité de la fonction d'autocorrélation de $\hat{F}_T$ et donc de celle de $\hat{x}$ qui permet de relier sa transformée de Fourier double $\overline{x[\Omega]x[\Omega']}$ à son spectre [10] par :

$$\overline{x[\Omega]x[\Omega']} = 2\pi\delta(\Omega+\Omega')S_x[\Omega]. \tag{1.42}$$

On obtient ainsi en utilisant les équations (1.16), (1.34) et (1.40) :

$$S_x^T[\Omega] \;=\; \frac{2\,\Gamma}{M\,\left[(\Omega_m^2-\Omega^2)^2+\Gamma^2\Omega^2\right]}\,\hbar\Omega_m\left(n_T+\frac{1}{2}\right), \tag{1.43}$$

où n_T est le nombre moyen de phonons thermiques à la température T. Pour des températures petites devant la température quantique T_Q (1.18), ce nombre tend vers zéro et seul le terme 1/2 correspondant aux fluctuations de point zéro reste dans l'équation (1.43). Pour $T \gg T_{\mathrm{Q}}$, le nombre de phonons thermiques vaut $n_T \simeq k_B T/\hbar\Omega_m$ et le spectre de bruit de position, représenté sur la figure 1.5, devient :

$$S_x^T[\Omega] \;=\; \frac{2\,\Gamma}{M\,\left[(\Omega_m^2-\Omega^2)^2+\Gamma^2\Omega^2\right]}\,k_B T. \tag{1.44}$$

Le spectre de bruit de position correspond à une réponse lorentzienne au bruit blanc de la force de Langevin thermique ; il est donc très piqué au voisinage de la fréquence de résonance Ω_m, avec une largeur à mi-hauteur égale à Γ. La largeur de la réponse mécanique peut aussi être caractérisée par le facteur de qualité mécanique Q, égal au rapport entre la pulsation mécanique et la largeur de la lorentzienne :

$$Q = \Omega_m/\Gamma. \tag{1.45}$$

Aux basses fréquences, le spectre est indépendant de la fréquence tandis qu'à plus haute fréquence, il présente une décroissance en $1/\Omega^4$. La puissance spectrale de déplacement à la fréquence de résonance et pour $T \gg T_Q$ vaut :

$$S_x^T[\Omega_m] \;=\; \frac{2}{M\,\Omega_m^2\,\Gamma}\,k_B T \;=\; \frac{2Q}{M\,\Omega_m^3}\,k_B T. \tag{1.46}$$

Remarquons que l'amplitude de ce bruit est inversement proportionnelle à la masse de l'oscillateur : un oscillateur ayant une masse faible est donc plus sensible aux fluctuations thermiques,

10. De manière plus générale, le spectre d'une variable α est relié à sa fonction de d'autocorrélation par : $\overline{\alpha[\Omega]\alpha^*[\Omega']} = 2\pi\delta(\Omega+\Omega')S_\alpha[\Omega]$.

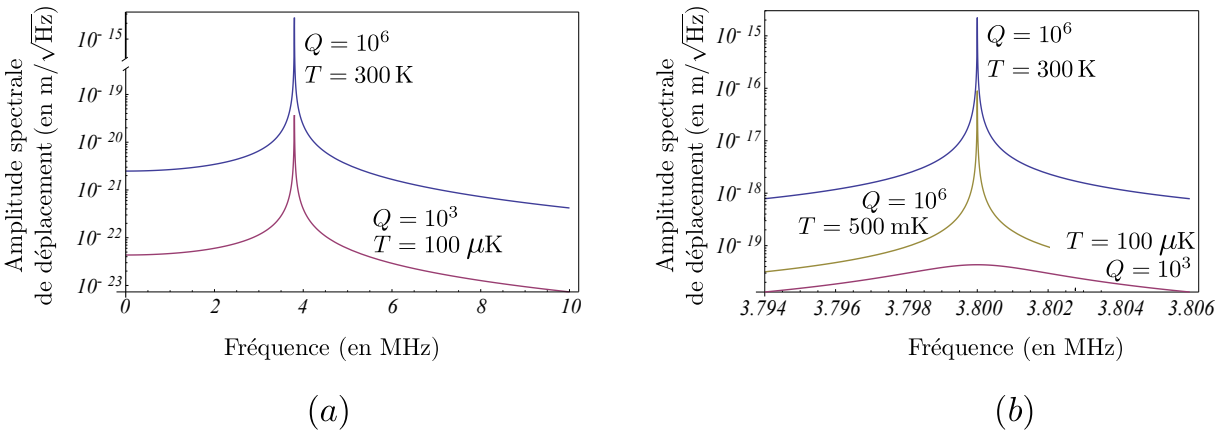


FIGURE 1.5: Spectres de bruit thermique de position d'un oscillateur harmonique de pulsation $\Omega_m = 2\pi \times 3.8$ MHz, de masse 100 μg et de facteur de qualité $Q = 10^6$, couplé à un bain thermique à température T. La figure (a) présente le spectre à large bande à température ambiante et le spectre attendu des fluctuations quantiques de position (obtenu pour un facteur de qualité réduit d'un facteur 1 000 par refroidissement actif comme on le verra dans la section 2). La figure (b) présente un agrandissement de 12 kHz de large. Y est représenté, en plus des spectres de la figure (a), le spectre à 500 mK (le plus froid que l'on puisse observer en pratique comme nous le verrons dans le chapitre 5).

ses fluctuations de position sont d'autant plus importantes.

Bruit de position quantique

Il est facile d'écrire à partir de l'équation (1.43) l'expression du bruit de position à résonance valable pour toute température :

$$S_x^T[\Omega_m] \;=\; \frac{\hbar}{M\Omega_m\Gamma}\,(2n_T+1)\,. \tag{1.47}$$

La puissance de bruit diminue donc linéairement avec la température tant que $T \gg T_Q$, jusqu'à une borne inférieure lorsque l'on s'approche de la température quantique T_Q. La valeur limite atteinte correspond aux fluctuations quantiques de position et s'écrit :

$$S_x^Q[\Omega_m] \;=\; \frac{\hbar}{M\,\Omega_m\,\Gamma} = \frac{\hbar Q}{M\Omega_m^2}. \tag{1.48}$$

Ce comportement du bruit de position constitue une signature du comportement non-classique de l'oscillateur qui peut être testée expérimentalement : pour une température petite devant $T_{\rm Q}$, la puissance de bruit à la résonance mécanique ne tend pas vers 0 en diminuant la température du système, comme ce serait le cas pour un oscillateur classique.

Une deuxième façon d'observer ce comportement quantique est donnée par l'écart quadratique moyen Δx_T^2 des fluctuations de position relié au spectre de bruit de position par :

$$\Delta x_T^2 = \overline{x_T^2(t)} = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\mathrm{d}\Omega}{2\pi}\, S_x^T[\Omega]. \tag{1.49}$$

Cette variance est égale à l'aire du spectre $S_x^T[\Omega]$, obtenue en intégrant l'expression (1.43) :

$$\frac{1}{2}\,M\,\Omega_m^2\,\Delta x_T^2 \;=\; \frac{\hbar\Omega_m}{2}\,\left(n_T+\frac{1}{2}\right). \tag{1.50}$$

A température élevée $T \gg T_{\mathrm{Q}}$, cette expression se réduit à $\frac{1}{2}k_B T$, qui traduit le théorème d'équipartition de l'énergie. A température plus basse $T \ll T_{\mathrm{Q}}$, la valeur de l'écart quadratique Δx_T^2 ne dépend plus de la température et est égal à la variance quantique de position donnée par l'expression (1.12) : $\Delta x_{\mathrm{Q}}^2 = \hbar/2M\Omega_m$. Cette saturation à une valeur minimale des fluctuations de position est une autre manière d'observer la signature expérimentale du comportement quantique d'un oscillateur mécanique dans son état fondamental.

1.2 Un capteur de position ultra-sensible : la mesure optique de déplacements

Je vais, dans cette partie, tout d'abord décrire et comparer les principaux dispositifs utilisables pour mesurer les fluctuations de position du résonateur. Je détaillerai ensuite, en utilisant une description quantique du champ optique, la méthode que nous utilisons au laboratoire, basée sur une mesure interférométrique optique de grande sensibilité. Nous verrons alors en détail quelles sont les limites de sensibilité d'une mesure utilisant une cavité Fabry-Perot.

1.2.1 Différentes méthodes de mesure des fluctuations de position

Dans cette partie nous allons voir quels sont les différentes méthodes utilisées dans le monde pour observer les fluctuations quantiques d'un résonateur mécanique. Nous dresserons une sorte de comparatif des différents résultats obtenus à l'heure actuelle ainsi que des possibilités qu'offre notre expérience.

1.2.1.1 Détection capacitive de mouvement

Une méthode utilisée[29, 30] (figure 1.6b) dans les années 1990 à 2000 a consisté à utiliser un transistor à électron unique (SET pour *Single Electron Transistor*) pour sonder les fluctuations de position. Le principe consiste à utiliser deux jonctions Josephson [11] afin de créer un îlot isolé du reste du circuit et sur lequel ne peuvent se trouver qu'un nombre entier d'électrons.

Les électrons ne peuvent arriver ou s'échapper de l'îlot qu'en passant la barrière tunnel de la jonction Josephson sous l'effet d'une différence de potentiel appliquée entre les bornes de l'îlot[32]. C'est ce phénomène qui est utilisé pour venir sonder la position d'un résonateur. Ce dernier forme, avec l'îlot central, un condensateur de capacité C variable [12](figure 1.6b). Le nombre d'électrons sur l'îlot étant quantifié, le courant qui le traverse est lui aussi quantifié ; il effectue un saut quantique à chaque fois que la différence de potentiel entre les bornes de l'îlot est augmenté d'un quantum de tension $e/2C$ (figure 1.6a). En se plaçant alors au niveau d'un de ces sauts quantiques, on peut mesurer avec une grande sensibilité les variations de capacité du condensateur et ainsi remonter aux variations de position de son armature vibrante.

Cette méthode était très prometteuse car elle permet d'utiliser des structures extrêmement légères (jusqu'à 300 fg) oscillant à très haute fréquence (plusieurs centaines de MHz). Cependant, la sensibilité de ce type de dispositif, principalement limitée par le bruit *shot* des électrons ne permet pas d'observer l'état quantique fondamental de ces structures.

1.2.1.2 Détection interférométrique de la position

L'autre méthode de mesure de fluctuations de positions est une technique interférométrique. Une grande variété de longueurs d'ondes sont utilisées, allant de la lumière visible aux fréquences micro-onde.

11. Une jonction Josephson est constituée d'une mince couche isolante entre deux métaux supra-conducteurs [31].
12. La capacité d'un condensateur dépend en effet de la distance entre ses armatures.

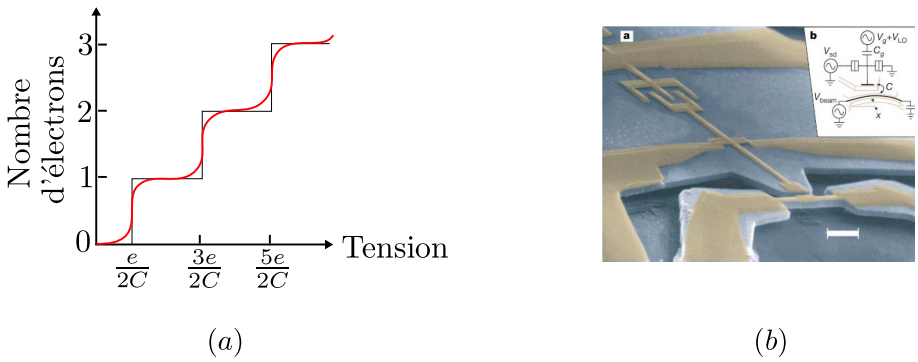


FIGURE 1.6: (a) : Nombre moyen d'électrons dans l'îlot d'un transistor à électron unique en fonction de la différence de potentiel entre ses bornes. (b) : Nano-résonateur et dispositif de détections à SET utilisé par le groupe d'Andrew Cleland [30].

Principe de la mesure optique de déplacements

Considérons tout d'abord le système le plus simple pour mesurer, avec de la lumière, le déplacement d'un oscillateur mécanique : un faisceau laser en incidence normale se réfléchit sur un miroir mobile, comme représenté sur la figure 1.7. Un déplacement longitudinal δx du miroir entraîne une variation $2\,\delta x$ du chemin optique suivi par le laser et, par conséquent, une variation de sa phase $\delta\varphi$ égale à :

$$\delta\varphi = 4\pi\,\frac{\delta x}{\lambda}, \tag{1.51}$$

où λ est la longueur d'onde de la lumière. La phase du faisceau réfléchi est donc affectée par le mouvement du miroir et cet effet peut être utilisé pour mesurer ses déplacements.

Une technique largement répandue

A l'heure actuelle, la quasi-totalité des groupes qui cherchent à étudier les propriétés quantiques d'un résonateur mécanique macroscopique utilisent une technique interférométrique, que ce soit optique [33, 34] ou micro-onde [15, 35]. Cette technique est aujourd'hui largement répandue pour plusieurs raisons. L'utilisation d'un faisceau optique pour le couplage avec le résonateur mécanique permet une intégration facile dans des expériences d'optique quantique. De plus, l'essor des moyens de communication optique a permis un développement massif des techniques de micro-fabrication dans les domaines photonique et opto-électronique permettant aujourd'hui de réaliser des structures très légères et de grande qualité optique [33].

Limite de sensibilité

Pour définir plus précisément la sensibilité de la mesure, il faut comparer le signal produit par un déplacement du miroir aux bruits qui peuvent perturber cette mesure. Certains bruits sont d'origine classique (bruit sismique, fluctuations d'indice optique, vibrations mécaniques, ...), d'autres sont liés à la nature quantique de la lumière. Dans nos expériences, le fait d'analyser les déplacements à une fréquence élevée, supérieure au mégahertz, permet d'éliminer la plupart des bruits classiques et la sensibilité est en pratique limitée par le bruit quantique de la lumière.

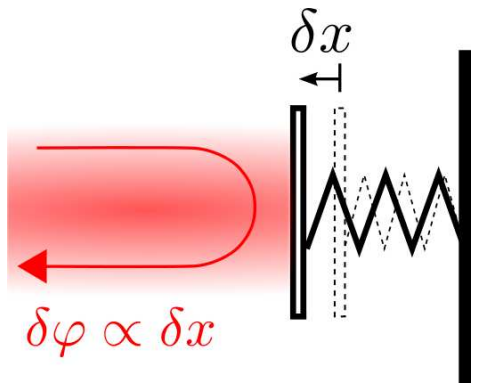


FIGURE 1.7: Principe de mesure optique du déplacement δx du miroir en détectant son effet sur la phase $\delta\varphi$ du champ réfléchi.

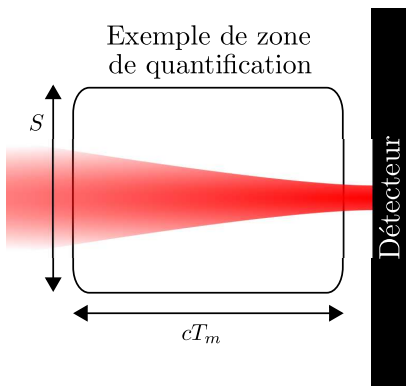


FIGURE 1.8: Exemple de quantification du champ optique dans une boîte virtuelle de volume ScT_m.

1.2.2 Description quantique du champ électro-magnétique

Dans cette partie, nous allons quantifier le champ électromagnétique afin de faire apparaître clairement ses propriétés quantiques. Nous étudierons alors les fluctuations quantiques de ce champ en utilisant à nouveau la méthode semi-classique. Nous nous intéresserons enfin aux limites que ces fluctuations posent à la sensibilité de la mesure décrite ci-dessus.

1.2.2.1 Quantification du champ

On s'intéresse ici au problème de la mesure d'un champ optique par un photo-récepteur. Nous considérons un champ monochromatique décrivant un faisceau laser monomode, de pulsation ω_0 et de section petite devant la taille des détecteurs utilisés. On note T_m le temps que dure une mesure élémentaire, à savoir le temps d'échantillonnage de la mesure (ce temps est bien sur très petit devant tous les autres temps du problème). Le nombre de photons collectés à chaque mesure élémentaire par le photodétecteur est alors $I \times T_m$ où I est le flux instantané de photon par seconde. La quantification du champ dans une « boîte virtuelle » de volume ScT_m, où S est une section petite devant la taille du photodétecteur mais grande devant la taille transverse du faisceau laser et c la vitesse de la lumière, mène à la définition[28] des opérateurs annihilation $\hat{\hat{a}}$ et création $\hat{\hat{a}}^\dagger$ de photons dans cette boîte [13] . On peut alors définir l'opérateur observable « nombre de photons » détectés pendant le temps T_m :

$$\hat{N} = \hat{\hat{a}}^\dagger \hat{\hat{a}}. \tag{1.52}$$

La dépendance en temps de $\hat{N}$ peut s'expliquer par le caractère discret de la mesure (dû à l'échantillonnage temporel). A chaque nouvel échantillonnage, on redéfinit $\hat{N}$ dans la boîte de volume cST_m appuyée contre le détecteur. T_m étant petit devant tous les autres temps du système, on peut adopter une vision continue de cet échantillonnage, et écrire $\hat{N}(t)$.

Néanmoins, lors d'expériences d'optique on ne mesure que très rarement un nombre de photons, mais bien plus souvent un flux instantané de photons. On introduit ainsi l'opérateur « flux de photons » $\hat{I}(t)$ défini par $\hat{I}(t) = \hat{N}(t)/T_m$ et en utilisant (1.52) on pose $\hat{a} = \hat{\hat{a}}/\sqrt{T_m}$.

L'expression du champ en termes des opérateurs de création $\hat{a}^\dagger$ et annihilation $\hat{a}$ de photons dans un champ propagatif peut s'écrire en fonction de l'opérateur champ électrique $\hat{E}(t)$[28].

13. Ces opérateurs sont définis de manière analogue à m et $m^\dagger$ (1.5) dans la partie 1.1.1.2.

Ce dernier étant réel, sa décomposition sur les fréquences positives est suffisante à le décrire complètement. On introduit ainsi l'opérateur création de champ propagatif $\hat{E}^{(+)}(t)$:

$$\hat{E}(t) = \hat{E}^{(+)}(t) + \hat{E}^{(-)}(t), \tag{1.53}$$

avec $\hat{E}^{(-)}(t) = \left(\hat{E}^{(+)}(t)\right)^{\dagger}$. La relation entre $\hat{N}$ et $\hat{E}$ s'écrivant simplement $\left\langle \hat{N} \right\rangle \hbar\omega_0 = \epsilon_0 \left\langle \hat{E}^2 \right\rangle$, on en extrait la relation suivante :

$$\hat{E}^{(+)}(t) = \sqrt{\frac{\hbar\omega_0}{2\epsilon_0 c S}} e^{-i\omega_0 t} \hat{a}(t). \tag{1.54}$$

A partir de la relation de commutation des opérateurs en cavité $[\hat{\hat{a}}, \hat{\hat{a}}^{\dagger}] = 1$ on tire, dans la limite où T_m tend vers zéro, la relation de commutation pour $\hat{a}(t)$ et $\hat{a}^{\dagger}(t')$ [14] [26] :

$$\left[\hat{a}(t), \hat{a}^{\dagger}(t')\right] \; = \; \delta(t - t'). \tag{1.55}$$

De manière générale, l'ensemble des quadratures du champ peut être défini par la relation :

$$\hat{a}_{\theta} \; = \; e^{-i\theta}\, \hat{a} + e^{i\theta}\, \hat{a}^{\dagger}, \tag{1.56}$$

$\hat{a}_{\theta}$ et $\hat{a}_{\theta+\pi/2}$ représentant, à une phase globale $e^{i\theta}$ près, les analogues pour le champ des opérateurs de position $\hat{X}$ et impulsion $\hat{P}$ pour un oscillateur harmonique mécanique [15]. A l'instar de $\hat{a}$ et $\hat{a}^{\dagger}$, leur commutateur étant non nul, il existe une limite inférieure au produit de leurs incertitudes $\Delta\hat{a}_{\theta}$ et $\Delta\hat{a}_{\theta+\pi/2}$, qui vérifie une inégalité de Heisenberg :

$$\Delta\hat{a}_{\theta}\, \Delta\hat{a}_{\theta+\pi/2} \; \geq \; 1. \tag{1.57}$$

La quantification du champ conduit à la définition d'états du champ : on introduit **le vide**, défini comme l'état quantique du champ correspondant à l'état d'énergie minimale du mode. Le champ vide est un cas particulier d'une base d'états qui possèdent une incertitude minimale (égalité dans l'équation 1.57), mais dont le flux moyen de photons $\langle \hat{a}^{\dagger}\hat{a} \rangle$ est (à l'exception de l'état vide) supérieur à zéro ; ce sont les **états cohérents**. Introduits par Glauber en 1963 [36], ces états décrivent bien les champs associés aux faisceaux lasers et peuvent être obtenus en appliquant au champ vide l'opérateur déplacement $\hat{D}(\alpha)$, défini comme :

$$\hat{D}(\alpha) \; = \; \exp\left(\alpha\, \hat{a}^{\dagger} - \alpha^{*}\, \hat{a}\right). \tag{1.58}$$

La fonction d'onde des états cohérents est alors celle du vide $|0\rangle$ translatée dans l'espace des phases jusqu'au point α :

$$|\alpha\rangle \; = \; \hat{D}(\alpha)|0\rangle. \tag{1.59}$$

En particulier, pour ces états on a $\forall\theta,\ \Delta\hat{a}_{\theta} = 1$. Ces états présentent donc des fluctuations non nulles, de nature purement quantique que nous allons décrire dans la suite en utilisant à nouveau

14. Il convient ici d'insister sur le fait que les opérateurs $\hat{a}$ et $\hat{\hat{a}}$ sont différents. En effet, leur similitude de comportement n'est assuré que par le fait que les temps caractéristiques des événements auxquels nous nous intéressons sont très grands devant la période d'oscillation du champ.

15. Il convient ici de noter que, comme dans la description de l'oscillateur harmonique vu dans la section précédente, les opérateurs champ $\hat{a}$ et $\hat{a}^{\dagger}$ ne constituent pas des observables, alors que les opérateurs quadrature $\hat{a}_{\theta}$ le sont.

la méthode semi-classique [26, 37, 38].

1.2.2.2 La méthode semi-classique appliquée au champ optique

Dans les expériences d'optique quantique en variables continues telles que la nôtre, on utilise des faisceaux laser bien décrits par des états cohérents. La méthode semi-classique est très adaptée et couramment utilisée pour décrire les fluctuations quantiques de tels états.

La distribution de Wigner des états cohérents est une gaussienne de variance égale à 1 et minimale pour toutes les quadratures $\hat{a}_\theta$ ($\forall\theta,\ \Delta\hat{a}_\theta = 1$). La distribution est ainsi positive et peut être considérée comme une véritable distribution de probabilité pour la variable α. Elle est représentée sur la figure 1.9 : le plan représente l'espace des phases, aussi appelé espace de Fresnel, et les axes sont définis par les quadratures réelles et imaginaires :

$$\alpha_1 = \alpha + \alpha^* = 2\mathrm{Re}(\alpha), \qquad \alpha_2 = i\,(\alpha^* - \alpha) = 2\mathrm{Im}(\alpha). \tag{1.60}$$

La fonction de Wigner est centrée sur la valeur moyenne $\overline{\alpha}$, correspondant à l'amplitude classique du champ, et la variance est la même dans toutes les directions.

L'ensemble des quadratures du champ peut être défini semi-classiquement de la même façon par la relation :

$$\alpha_\theta = e^{-i\theta}\,\alpha + e^{i\theta}\,\alpha^*, \tag{1.61}$$

analogues de l'opérateur $\hat{a}_\theta$. La description du champ en fonction des variables semi-classiques α_θ et $\alpha_{\theta+\pi/2}$ peut être interprétée comme une rotation du système d'axe de l'espace des phases d'un angle θ.

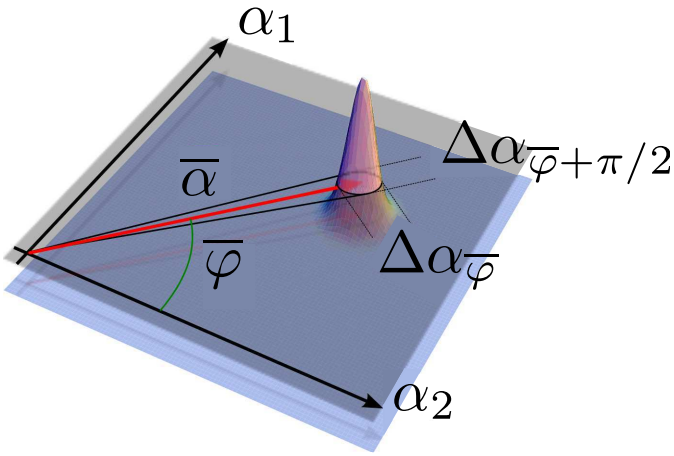


FIGURE 1.9: Fonction de Wigner d'un état cohérent représentée dans l'espace de Fresnel $\{\alpha_1\,,\,\alpha_2\}$, centrée en $|\overline{\alpha}|\,\mathrm{e}^{i\,\overline{\varphi}}$. Les dispersions $\Delta\alpha_{\overline{\varphi}}$ et $\Delta\alpha_{\overline{\varphi}+\pi/2}$ des quadratures d'amplitude et de phase sont reliées aux dispersions ΔN et $\Delta\varphi$ du nombre de photons et de la phase du champ.

La figure 1.9 présente aussi une coupe de la distribution de Wigner dans l'espace des phases : le cercle centré au point $\overline{\alpha}$ correspond à la courbe d'iso-probabilité à $1/e$ de la distribution de Wigner. Tout point α à l'intérieur de ce cercle (disque grisé sur la figure 1.9b) représente une réalisation probable du champ quantique et peut s'écrire

$$\alpha = \sqrt{I}\,\mathrm{e}^{i\varphi}, \tag{1.62}$$

où $I = |\alpha|^2$ est le flux instantané de photons dans le mode et φ est la phase du champ.

Fluctuations du champ électro-magnétique.
Les fluctuations quantiques δI du nombre de photons ($I = \alpha^*\alpha$) et de la phase $\delta\varphi$ peuvent être estimées en linéarisant l'expression (1.62) autour de sa valeur moyenne $\overline{\alpha} = \sqrt{\overline{I}}e^{i\overline{\varphi}}$. On les relie ainsi aux fluctuations de deux quadratures qui joueront un rôle particulier par la suite, la quadrature d'amplitude $\alpha_{\overline{\varphi}}$ et celle de phase $\alpha_{\overline{\varphi}+\pi/2}$. On obtient :

$$\delta I = |\overline{\alpha}|\,\delta\alpha_{\overline{\varphi}}, \tag{1.63}$$

$$\delta\varphi = \frac{1}{2|\overline{\alpha}|}\,\delta\alpha_{\overline{\varphi}+\pi/2}. \tag{1.64}$$

Les fluctuations de la quadrature d'amplitude $\delta\alpha_{\overline{\varphi}}$, parallèle au champ moyen (voir la figure 1.9), sont donc associées au bruit d'intensité, tandis que la quadrature orthogonale $\delta\alpha_{\overline{\varphi}+\pi/2}$ caractérise le bruit de phase.

Comme $\Delta\alpha_\theta = 1$ pour une quadrature quelconque d'un état cohérent, nous pouvons utiliser l'équation (1.63) pour calculer la variance de l'intensité de l'état cohérent :

$$\Delta I^2 \;=\; \overline{I}. \tag{1.65}$$

Elle est ainsi égale au nombre moyen de photons dans l'état, ce qui est typique d'une distribution Poissonienne. Les fluctuations relatives de l'intensité $\Delta I/\overline{I}$ diminuent comme $1/\sqrt{\overline{I}}$ lorsqu'on augmente l'intensité $\overline{I}$ de l'état. La variance de la phase est par contre inversement proportionnelle au nombre de photons et vaut d'après l'équation (1.64) :

$$\Delta\varphi^2 \;=\; \frac{1}{4\,\overline{I}}. \tag{1.66}$$

Ce résultat peut être interprété qualitativement en remarquant que la dispersion de la phase $\Delta\varphi$ correspond, sur la figure 1.9, à l'angle selon lequel la distribution du champ est vue depuis l'origine. Puisque la dispersion de n'importe quelle quadrature du champ est égale à 1, indépendamment de la phase et de l'amplitude du champ, $\Delta\varphi$ diminue quand l'intensité augmente et que la distribution s'éloigne de l'origine.

Enfin, les variables $\hat{I}$ et $\hat{\varphi}$ étant deux grandeurs quantiques qui ne commutent pas, leurs dispersions vérifient une inégalité de Heisenberg :

$$\Delta\hat{I}\,\Delta\hat{\varphi} \;\geq\; \frac{1}{2}. \tag{1.67}$$

Un état cohérent du champ est donc un état minimal pour cette inégalité : les fluctuations d'intensité et de phase atteignent, indépendamment, le minimum accessible pour des états non comprimés et définissent le bruit quantique standard (*shot noise*). Comme nous allons le montrer dans la section suivante, ce bruit de la lumière conduit à l'existence d'une limite fondamentale de sensibilité à la mesure de petits déplacements.

1.2.2.3 Limite quantique de la sensibilité de la mesure

Nous déterminons ici la sensibilité d'une telle mesure, en prenant en compte les fluctuations quantiques du faisceau lumineux. De manière similaire aux résultats du paragraphe 1.1.3.1 on peut relier le spectre de I à la transformée de Fourier de δI. En effet, dans une vision corpusculaire du flux, les temps d'arrivée des photons sont décorrélés. La fonction de corrélation de I est donc stationnaire et on peut calculer $S_I[\Omega]$ par :

$$\overline{\delta I[\Omega]\delta I[\Omega']} = 2\pi\delta(\Omega + \Omega')S_I[\Omega]. \tag{1.68}$$

Si on considère le cas particulier d'un champ cohérent, l'équation (1.55) et la relation (1.68) nous permettent de montrer que le spectre $S_I[\Omega]$ des fluctuations d'intensité est indépendant de la pulsation Ω et égal au flux moyen de photons $\overline{I}$:

$$S_{\mathrm{I}}[\Omega] \;=\; \overline{I}, \tag{1.69}$$

tandis que, en combinant les équations (1.66) et (1.68), le spectre des fluctuations de phase est donné par :

$$S_\varphi[\Omega] \;=\; \frac{1}{4\,\overline{I}}. \tag{1.70}$$

Si on applique ces résultats au schéma de mesure présenté au début de cette partie sur la figure 1.7 on obtient une limite au déplacement mesurable :

$$\delta x_{lim} = \sqrt{S_x^{lim}} = \frac{\lambda}{8\pi\sqrt{\overline{I}}}, \tag{1.71}$$

de l'ordre de 5 10^{-16} m/$\sqrt{\mathrm{Hz}}$ pour un faisceau de 1 mW [16] à une longueur d'onde de 1 064 nm. On constate alors que cette limite est loin d'être suffisante pour l'observation des fluctuations quantiques de position, situées dans la gamme de 10^{-19} m/$\sqrt{\mathrm{Hz}}$ sur la figure 1.5. Deux façons d'augmenter cette sensibilité s'offrent à nous :

- soit augmenter la puissance du laser, ce qui n'est pas sans poser de nombreux problèmes techniques,
- soit d'utiliser l'effet Fabry-Perot qui permet d'augmenter la sensibilité de la mesure en venant sonder « $\mathcal{F}$ fois » la position du miroir, $\mathcal{F}$ étant de nombre moyen d'aller-retours réalisés par les photons dans la cavité, améliorant ainsi la sensibilité d'un facteur $\mathcal{F}$.

C'est cette dernière méthode que nous avons utilisée, et je vais maintenant en présenter les tenants et les aboutissants.

1.2.3 Mesure de position ultra-sensible avec une cavité Fabry-Perot

Dans cette partie, nous allons voir comment on peut fortement augmenter la sensibilité de la mesure en utilisant une cavité Fabry-Perot. Je décrirai ensuite, en utilisant le méthode semi-classique, le champ optique dans la cavité ainsi que ses fluctuations. Nous quantifierons alors l'efficacité de ce dispositif de mesure pour sonder les fluctuations de position d'un résonateur mécanique, en donnant la limite de sensibilité imposée par les fluctuations quantiques du faisceau laser utilisé.

16. Un laser de 1 mW à une longueur d'onde de 1064 nm présente un flux de photons d'environ 5 10^{15} photons par seconde.

1.2.3.1 Augmenter la sensibilité avec une cavité Fabry-Perot

Principe

Il est possible d'augmenter la sensibilité de la mesure du déplacement d'un miroir mobile parfaitement réfléchissant, en plaçant en face de lui un deuxième miroir partiellement réfléchissant, appelé coupleur d'entrée, de façon à former une cavité Fabry-Perot comme présenté sur la figure 1.10.

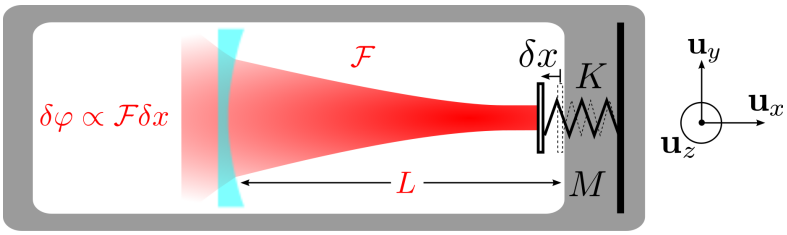


FIGURE 1.10: Principe d'une mesure optique de déplacements d'un miroir mobile, à l'aide d'une cavité Fabry-Perot de grande finesse. Le résonateur à étudier y est utilisé comme miroir de fond.

Si on néglige les pertes de la cavité, celle-ci réfléchit complètement la lumière incidente et les intensités moyennes incidente et réfléchie sont conservées : $\overline{I}_{out} = \overline{I}_{in}$. Par contre, l'interférence des réflexions multiples du champ à l'intérieur de la cavité induit des résonances lorsque la longueur de la cavité est un multiple entier de la demi-longueur d'onde $\lambda/2$ de la lumière, comme on peut le voir sur la figure 1.11. L'intensité intracavité moyenne $\overline{I}$ varie alors en fonction de la longueur et décrit autour d'une résonance un pic d'Airy de forme lorentzienne, dont la largeur et l'amplitude dépendent des caractéristiques optiques des miroirs. On peut les exprimer en fonction de la finesse $\mathcal{F}$, définie comme le rapport entre l'intervalle spectrale libre [17] , c'est-à-dire la distance entre deux résonances successives ($\lambda/2$), et la largeur du pic d'Airy. Cette largeur vaut ainsi par définition $\lambda/2\mathcal{F}$, tandis que la hauteur du pic d'Airy vaut $2\mathcal{F}/\pi$, ainsi :

$$\overline{I} = \frac{2}{\pi}\mathcal{F}\overline{I}_{in}. \tag{1.72}$$

L'intensité intracavité moyenne est donc amplifiée par un facteur proportionnel à la finesse : cela permet d'interpréter la finesse comme le nombre moyen d'aller-retours que les photons effectuent avant de ressortir de la cavité.

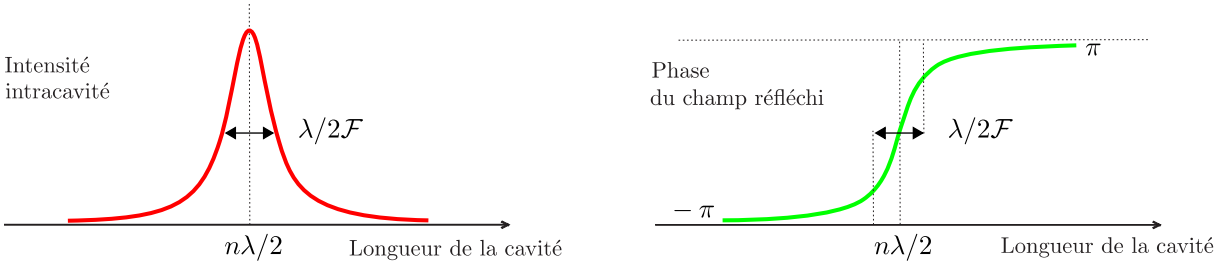


FIGURE 1.11: En haut : Evolutions de l'intensité intracavité (à gauche) et de la phase du faisceau réfléchi (à droite) en fonction de la longueur de la cavité au voisinage d'une résonance.

17. Il convient d'être prudent sur la définition de l'intervalle spectral libre. En effet, en longueur d'onde ce dernier s'écrit simplement $\lambda/2$ et ne dépend d'aucun paramètre, mais en fréquence, il vaut $c/2L$ et dépend maintenant de la longueur de la cavité. Cette subtilité est à prendre en compte notamment dans les techniques d'asservissement des lasers car ceux-ci sont accordables en fréquence et donc ne présentent pas la même accordabilité en fonction de la longueur de la cavité.

Sensibilité de la mesure de déplacement

La phase du faisceau réfléchi, représentée sur la figure 1.11, dépend elle aussi fortement du désaccord de la cavité par rapport à la résonance : lorsque le miroir se déplace d'une quantité de l'ordre de $\lambda/2\mathcal{F}$, elle subit une variation proche de 2π, et la pente de la courbe est maximale à résonance où elle vaut $8\mathcal{F}/\lambda$. Le déphasage $\delta\varphi_{out}$ produit à résonance par une variation δx de position du miroir s'écrit ainsi :

$$\delta\varphi_{out} = 8\,\mathcal{F}\,\frac{\delta x}{\lambda}. \tag{1.73}$$

En comparant cette expression avec le déphasage produit par un simple miroir, donnée par l'équation (1.51), l'intérêt d'utiliser une cavité pour des mesures de petits déplacements est évident : l'interférence entre les multiples aller-retours de la lumière amplifie l'effet d'un mouvement δx sur la phase du faisceau réfléchi par un facteur $\mathcal{F}$. La sensibilité d'une telle mesure peut être ainsi très élevée, suivant la valeur de la finesse : dans une cavité de finesse $\mathcal{F} \simeq 100\,000$, avec un laser de longueur d'onde $\lambda = 1\,\mu$m, la largeur $\lambda/2\mathcal{F}$ du pic d'Airy est de 10^{-11} m (10 picomètres). On peut ainsi mesurer des déplacements bien inférieurs au picomètre et les mesures de position les plus sensibles ont aujourd'hui une sensibilité proche de $10^{-20}\,\mathrm{m}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$ [39]. Mesurer les fluctuations de point zéro d'un résonateur mécanique macroscopique devient ainsi envisageable.

Limite de sensibilité de cette mesure

Les variations, produites par les déplacements du miroir mobile, de la phase du champ réfléchi par la cavité, données par l'équation (1.73), sont à comparer au bruit quantique. Ce dernier, pour une cavité à résonance et en négligeant les effets de filtrage, retranscrit les fluctuations de phase $\delta\varphi_{in}$ du faisceau incident :

$$\delta\varphi_{out} = 8\,\mathcal{F}\,\frac{\delta x}{\lambda} + \delta\varphi_{in}. \tag{1.74}$$

Le spectre des fluctuations de phase du faisceau incident $S_\varphi^{in}[\Omega]$ étant donné par l'équation (1.70) pour un faisceau laser cohérent, le plus petit déplacement mesurable $\delta x_{min} = \sqrt{S_x^{min}}$ est obtenu en égalisant l'effet du signal $S_x[\Omega]$ au bruit $S_\varphi^{in}[\Omega]$ et vaut :

$$\sqrt{S_x^{min}} = \frac{\lambda}{16\mathcal{F}}\frac{1}{\sqrt{\bar{I}_{in}}}. \tag{1.75}$$

Cette équation montre que la sensibilité de la mesure est d'autant plus grande que la finesse de la cavité et l'intensité incidente sont élevées. Il est intéressant de donner quelques ordres de grandeur : dans notre expérience, nous utilisons une source laser Nd:Yag de longueur d'onde $\lambda = 1064$ nm. Pour un faisceau de puissance incidente $P_{in} = 1$ mW, le flux moyen de photons vaut $\bar{I}_{in} = P_{in} \times \lambda/hc \simeq 5\ 10^{15}$ photons/s. Pour une cavité de finesse $\mathcal{F} \simeq 100\,000$, l'équation (1.75) montre que le plus petit déplacement mesurable correspond à environ $10^{-20}\,\mathrm{m}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$, ce qui donne une idée de la très grande sensibilité des mesures interférométriques de petits déplacements.

Nous avons cependant considéré ici, dans l'équation (1.74), uniquement le bruit quantique de phase du faisceau incident qui se traduit par un bruit de mesure sur la grandeur détectée. Comme nous allons le voir dans le paragraphe 1.3.1.2, le bruit d'intensité, conjugué du bruit de phase, intervient aussi sous la forme d'un bruit de pression de radiation qui perturbe le

mouvement des miroirs. La combinaison de ces deux bruits conduit à l'existence d'une limite quantique de sensibilité de la mesure.

1.2.3.2 Les champs électromagnétiques dans une cavité Fabry-Perot

Dans cette partie nous étudions plus en détails le champ dans la cavité et la façon dont il est sensible au mouvement du résonateur. Nous analyserons ensuite l'évolution et les états stationnaires du champ intracavité, d'abord d'un point de vue classique, puis quantique en utilisant l'approche semi-classique. Nous relierons ainsi les fluctuations des quadratures du champ au mouvement du résonateur, ce qui nous permettra de déterminer la sensibilité de la mesure de ses déplacements.

Evolution du champ dans la cavité

La cavité est composée du résonateur sur lequel est déposé un miroir, et d'un miroir d'entrée dont la transmission est non nulle comme on peut le voir sur la figure 1.12. A la différence des résultats donnés dans la partie précédente, nous prendrons en compte les éventuelles pertes dans la cavité, qui peuvent être dues à l'absorption ou à la diffusion de la lumière sur les miroirs, ou encore à une transmission non nulle du miroir mobile. Comme nous nous intéressons principalement au champ réfléchi par la cavité, ces pertes peuvent être prises en compte en donnant une transmission en intensité P non nulle au miroir mobile.

Dans ces conditions, on note R et T les coefficients de réflexion et de transmission en intensité du miroir d'entrée ($r = \sqrt{R}$ et $t = \sqrt{T}$ étant les coefficients en amplitude), T étant, tout comme P, petit devant 1 pour une cavité de grande finesse. On note L_0 la longueur de la cavité lorsque le miroir mobile est au repos.

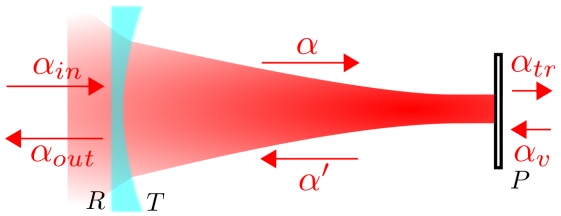


FIGURE 1.12: Définition des conventions pour les champs incident, intracavité, réfléchi et transmis par la cavité. α_v représente les fluctuations du vide associées aux pertes de la cavité.

Suivant les notations données sur la figure 1.12, les relations linéaires d'entrée-sortie des champs permettent d'exprimer le champ se propageant dans la cavité $\alpha(t)$ à un instant t comme la somme de la partie du champ incident transmise par le miroir d'entrée et du champ α' ayant déjà effectué un aller-retour dans la cavité ; de même, le champ réfléchi $\alpha_{out}(t)$ est formé par la partie immédiatement réfléchie de α_{in} et la partie transmise de α'. On a ainsi les relations linéaires suivantes :

$$\begin{cases} \alpha(t) & = & t\,\alpha_{in}(t) & + & r\,\alpha'(t), \\ \alpha_{out}(t) & = & t\,\alpha'(t) & - & r\,\alpha_{in}(t). \end{cases} \tag{1.76}$$

L'unitarité de ces relations impose l'égalité $r^2+t^2 = 1$ et, comme $T \ll 1$, on peut approximer le coefficient de réflexion par $r \simeq 1 - T/2$. Le même type de relations d'entrée-sortie est valable pour le miroir mobile, entre les champs α, α', α_{tr} (champ transmis représentant les pertes) et

α_v (fluctuations du vide entrant par le miroir arrière) :

$$\left\{ \begin{array}{rcl} \alpha'(t+\tau/2)\, e^{-i\Psi(t)/2} & = & \sqrt{P}\, \alpha_v(t) + (1-P/2)\, \alpha(t-\tau/2)\, e^{i\Psi(t)/2}, \\ \alpha_{tr}(t) & = & \sqrt{P}\, \alpha(t-\tau/2)\, e^{i\Psi(t)/2} - (1-P/2)\, \alpha_v(t). \end{array} \right. \tag{1.77}$$

Dans ces équations, on a pris en compte le temps de propagation de la lumière sur un aller-retour dans la cavité, égal à $\tau = 2L(t)/c$, et le déphasage $\Psi(t)$ subi par le champ sur un tour, défini par :

$$\Psi(t) \equiv 2\, k\, L(t)\ [2\pi], \tag{1.78}$$

où k est le vecteur d'onde du champ et $L(t)$ la longueur instantanée de la cavité, définie à partir de la longueur au repos L_0 et des déplacements $x(t)$ du résonateur :

$$L(t) = L_0 + x(t). \tag{1.79}$$

Nous avons utilisé dans cette équation un déplacement unidimensionnel $x(t)$ pour décrire les déplacements du résonateur. Nous verrons au paragraphe 1.4.2 que cette description est pleinement justifiée. Pour des déplacements petits par rapport à la longueur de la cavité, les variations du temps de propagation τ, qui a priori dépend de $x(t)$, sont du second ordre et peuvent être négligées. On a alors $\tau = 2L_0/c$.

Si on suppose de plus la cavité proche de résonance ($\Psi(t) \ll 1$) et possédant de faibles pertes, l'enveloppe $\alpha(t)$ du champ varie peu sur un seul aller-retour, ce qui permet de transformer les équations (1.76) et (1.77) en une équation différentielle pour l'évolution du champ dans la cavité :

$$\tau \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\, \alpha(t) = [-\gamma + i\Psi(t)]\, \alpha(t) + \sqrt{T}\, \alpha_{in}(t) + \sqrt{P}\, \alpha_v(t), \tag{1.80}$$

$$\alpha_{out}(t) = \sqrt{T}\, \alpha(t) - \alpha_{in}(t), \tag{1.81}$$

$$\alpha_{tr}(t) = \sqrt{P}\, \alpha(t) - \alpha_v(t), \tag{1.82}$$

$$\Psi(t) = \Psi_0 + 2\, k\, x(t), \tag{1.83}$$

où $\Psi_0 \equiv 2\, k\, L_0[2\pi]$ est le déphasage de la cavité lorsque le miroir mobile est au repos, et $2\gamma = T + P$ représente les pertes totales de la cavité (y compris la transmission du coupleur d'entrée).

État stationnaire des champs

Ces équations permettent de déterminer les champs moyens stationnaires pour les champs réfléchi, transmis et intracavité, en annulant la dérivée dans l'équation (1.80). En la substituant dans les équations (1.81) et (1.82) on obtient :

$$\overline{\alpha} = \frac{\sqrt{T}}{\gamma - i\overline{\Psi}}\, \overline{\alpha}_{in} \quad , \qquad \overline{\alpha}_{out} = \frac{\gamma - P + i\overline{\Psi}}{\gamma - i\overline{\Psi}}\, \overline{\alpha}_{in} \quad , \qquad \overline{\alpha}_{tr} = \frac{\sqrt{TP}}{\gamma - i\overline{\Psi}}\, \overline{\alpha}_{in}, \tag{1.84}$$

où on a introduit le déphasage moyen du champ $\overline{\Psi} = \Psi_0 + 2\, k\, \overline{x}$, qui dépend du déplacement moyen $\overline{x}$ du miroir, notamment sous l'effet de la pression de radiation moyenne.

Le profil des intensités transmise $|\overline{\alpha}_{tr}|^2$ et réfléchie $|\overline{\alpha}_{out}|^2$ en fonction du désaccord $\overline{\Psi}$ de la cavité est un pic d'Airy de largeur 2γ autour de la résonance optique, comme représenté sur la

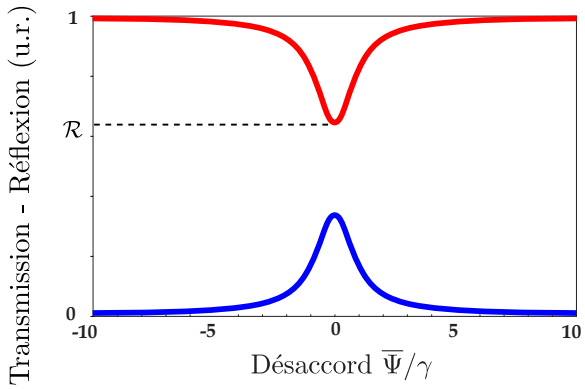


FIGURE 1.13: Intensité réfléchie (a) et transmise (b) par une cavité optique présentant des pertes, en fonction du désaccord $\overline{\Psi}/\gamma$. Les courbes sont tracées pour des pertes P de 10 ppm et une transmission T de 100 ppm.

figure 1.13. On remarque que l'intensité réfléchie décrit un pic en absorption, car une partie de la lumière qui entre dans la cavité à résonance n'est pas réfléchie à cause des pertes. L'amplitude du pic en réflexion est donnée par le coefficient de réflexion à résonance $\mathcal{R}$, défini comme le rapport entre l'intensité à résonance et hors résonance :

$$\mathcal{R} = \frac{\overline{I}_{out}^{\overline{\Psi}=0}}{\overline{I}_{in}} = \left[\frac{T-P}{T+P}\right]^2. \tag{1.85}$$

Remarquons que si la transmission est égale aux pertes ($T = P$), par exemple pour une cavité symétrique (rappelons que les pertes de la cavité sont représentées ici par une transmission non nulle du miroir arrière), alors le champ moyen réfléchi s'annule complètement à résonance et toute l'intensité est transmise.

Autour de la résonance, le pic d'Airy décrivant l'intensité intracavité $\overline{I}$ peut être approximé par une lorentzienne, de largeur 2γ en fonction du déphasage ψ. La finesse, définie comme le rapport entre l'intervalle spectral libre et la largeur du pic d'Airy, s'écrit ainsi :

$$\mathcal{F} = \frac{2\pi}{2\gamma} = \frac{2\pi}{T+P}, \tag{1.86}$$

et l'intensité $\overline{I}$:

$$\overline{I} = \frac{T}{\gamma^2 + \overline{\Psi}^2}\overline{I}_{in}. \tag{1.87}$$

Cette équation montre qu'à résonance l'intensité intracavité est amplifiée par un facteur $4T/(T+P)^2$ par rapport à l'intensité incidente. Pour une cavité sans perte, ce facteur vaut précisément $2\mathcal{F}/\pi$, et on retrouve l'effet d'amplification par la finesse décrit au début de cette partie par l'équation (1.72).

1.2.3.3 Limite de sensibilité de la mesure

Dans cette section nous nous intéressons à deux facteurs pouvant limiter la sensibilité de la mesure :

- les fluctuations quantiques des champs,
- et les pertes d'une cavité réelle.

Nous utilisons pour cela la méthode semi-classique, que nous avons déjà présentée au paragraphe 1.1.3.1. Puisque le champ injecté dans la cavité est un champ cohérent dont la valeur moyenne $\overline{\alpha}$ est grande devant les fluctuations semi-classiques $\delta\alpha = \alpha - \overline{\alpha}$, nous pouvons linéariser les équations d'évolution, ce qui permet de décrire l'évolution des fluctuations quantiques du système par les équations classiques linéarisées au premier ordre des fluctuations $\delta\alpha$ [37, 40].

Nous nous plaçons par ailleurs à résonance avec la cavité ($\overline{\Psi} = 0$) puisque nous avons montré au paragraphe précédent que la sensibilité de la phase du champ réfléchi aux déplacements du miroir est maximale à résonance, comme sur la figure 1.11. Dans ces conditions, les équations (1.84) donnant les champs moyens se simplifient et tous les champs ont la même phase, que nous pouvons arbitrairement choisir réelle.

Évolution des quadratures dans la cavité

Nous écrivons les relations d'entrée-sortie des fluctuations dans l'espace de Fourier en linéarisant les équations (1.80) à (1.83) autour de la valeur moyenne des champs. En prenant $\overline{\Psi} = 0$, on obtient :

$$(\gamma - i\,\Omega\,\tau)\,\delta\alpha[\Omega] = \sqrt{T}\,\delta\alpha_{in}[\Omega] + \sqrt{P}\,\delta\alpha_v[\Omega] + 2i\,k\,\overline{\alpha}\,\delta x[\Omega], \tag{1.88}$$

$$\delta\alpha_{out}[\Omega] = \sqrt{T}\,\delta\alpha[\Omega] - \delta\alpha_{in}[\Omega], \tag{1.89}$$

$$\delta\alpha_{tr}[\Omega] = \sqrt{P}\,\delta\alpha[\Omega] - \delta\alpha_v[\Omega]. \tag{1.90}$$

Nous allons désormais écrire les quadratures d'intensité et de phase, qui sont liées aux fluctuations d'intensité et de phase du champ selon les équations (1.63) et (1.64). Pour un champ de valeur moyenne réelle, les quadratures d'intensité p et de phase q s'identifient aux quadratures réelles et imaginaires données par les équations (1.60) :

$$\delta p[\Omega] = \delta\alpha[\Omega] + \delta\alpha^*[\Omega], \tag{1.91}$$

$$\delta q[\Omega] = i\,\left(\delta\alpha^*[\Omega] - \delta\alpha[\Omega]\right), \tag{1.92}$$

En substituant les équations (1.88) et (1.89) dans les expressions (1.91) et (1.92), nous pouvons écrire les fluctuations d'intensité et de phase des champs intracavité et réfléchi sous la forme :

$$(\gamma - i\Omega\tau)\;\delta p[\Omega] = \sqrt{T}\,\delta p_{in}[\Omega] + \sqrt{P}\,\delta p_v[\Omega], \tag{1.93}$$

$$(\gamma - i\Omega\tau)\;\delta q[\Omega] = \sqrt{T}\,\delta q_{in}[\Omega] + \sqrt{P}\,\delta q_v[\Omega] + 4k\overline{\alpha}\delta x[\Omega], \tag{1.94}$$

$$(\gamma - i\Omega\tau)\;\delta p_{out}[\Omega] = (\gamma - P + i\Omega\tau)\;\delta p_{in}[\Omega] + \sqrt{TP}\,\delta p_v[\Omega], \tag{1.95}$$

$$(\gamma - i\Omega\tau)\;\delta q_{out}[\Omega] = (\gamma - P + i\Omega\tau)\;\delta q_{in}[\Omega] + \sqrt{TP}\,\delta q_v[\Omega] + 4\sqrt{T}k\overline{\alpha}\delta x[\Omega], \tag{1.96}$$

où nous avons utilisé l'égalité $\delta\alpha^*[\Omega] = (\delta\alpha[-\Omega])^*$ pour la transformé de Fourier de $\delta\alpha^*(t)$.

Ces équations montrent qu'à résonance les fluctuations de phase et d'intensité du champ sont découplées et que seules les fluctuations de phase dépendent de la position du résonateur. Cela peut être interprété en remarquant que le point de fonctionnement d'une cavité à résonance se trouve au sommet du pic d'Airy, là où la pente de variation de l'intensité en fonction du déphasage est nulle. L'intensité est donc indépendante au premier ordre du mouvement du

miroir (figure 1.14).

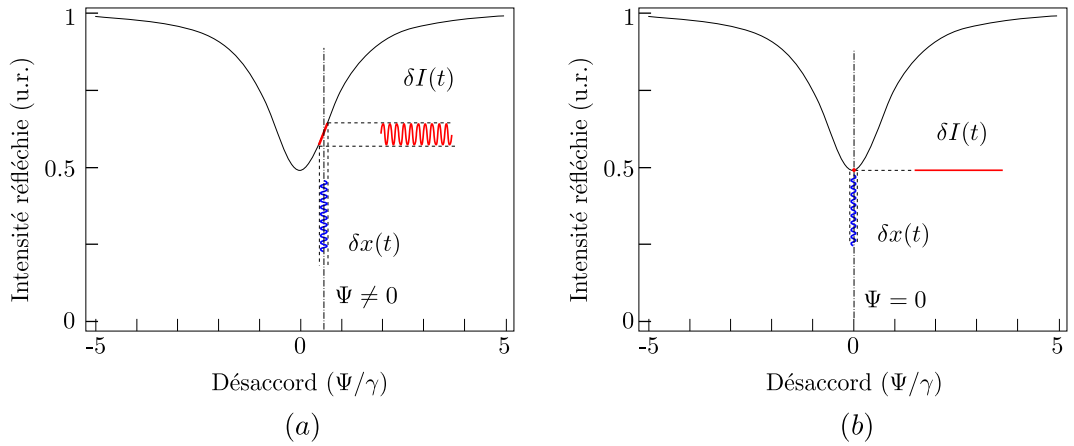


FIGURE 1.14: Variation de l'intensité réfléchie par une cavité présentant des pertes suite à un déplacement du miroir pour différents désaccords. (a) à désaccord non nul, l'intensité réfléchie est très sensible au mouvement du miroir, alors que pour une cavité accordée (b) le mouvement du miroir ne se répercute quasiment pas sur l'intensité réfléchie.

Les équations (1.93) à (1.96) montrent que toutes les fluctuations intracavités sont divisées par la quantité $(\gamma - i\Omega\tau)$ qui représente le filtrage par la cavité. Cela peut être interprété intuitivement en considérant que la cavité moyenne les fluctuations de position du miroir, ainsi que les fluctuations quantiques de la lumière, sur le temps de stockage de la lumière dans la cavité. Elle se comporte donc comme un filtre passe-bas dont la fréquence de coupure correspond à la bande passante de la cavité, égale à :

$$\Omega_{cav} = \gamma/\tau = \frac{\pi}{\mathcal{F}}\frac{c}{2L_0}. \tag{1.97}$$

Ce filtrage a pour conséquence de limiter la sensibilité à haute fréquence de la mesure des déplacements du résonateur, comme nous allons le voir dans la section suivante. Notons enfin que l'expression (1.96) des fluctuations de phase du faisceau réfléchi est équivalente à l'équation simplifiée (1.74) donnée précédemment, à condition de considérer une cavité sans perte ($P = 0$) et des déplacements à basse fréquence ($\Omega \ll \Omega_{cav}$).

Limite quantique de sensibilité de la mesure

La mesure du spectre $S_q^{out}[\Omega]$ des fluctuations de la quadrature de phase du faisceau réfléchi fournit des informations sur le spectre $S_x[\Omega]$ des fluctuations de position du miroir mobile. A partir de l'équation (1.96), les bruits incidents étant décorrélés pour un état cohérent, cela donne :

$$\begin{aligned}\left(\gamma^2 + \Omega^2\tau^2\right) S_q^{out}[\Omega] = &\left((\gamma - P)^2 + \Omega^2\tau^2\right) S_q^{in}[\Omega] + TP\, S_q^{v}[\Omega] \\ &+ \left(\frac{16\pi}{\lambda}\frac{T}{T+P}\right)^2 \bar{I}_{in} S_x[\Omega]\end{aligned} \tag{1.98}$$

Les deux premiers termes sont des termes de bruit associés aux fluctuations quantiques de la phase du faisceau incident et du vide associé aux pertes. Comme nous l'avons fait en début de partie (1.71), nous pouvons estimer le plus petit déplacement mesurable en considérant un

rapport signal à bruit égal à 1. Pour un faisceau cohérent injecté dans la cavité, le bruit de phase incident est un bruit blanc, qui possède un spectre indépendant de la fréquence : $S_q^{in}[\Omega] = S_q^v[\Omega] = 1$. Le déplacement minimal observable $\sqrt{S_x^{shot}}[\Omega]$ lors d'une mesure, à une fréquence d'analyse Ω, limitée par le bruit quantique standard (*shot noise*) vaut alors :

$$\delta x_{shot} = \sqrt{S_x^{shot}}[\Omega] = \frac{\lambda}{16\mathcal{F}} \frac{1}{\sqrt{\bar{I}^{in}}} \frac{T+P}{T} \sqrt{1 + \left(\frac{\Omega}{\Omega_{cav}}\right)^2}. \tag{1.99}$$

La dépendance de cette expression avec la fréquence montre que la sensibilité diminue pour des fréquences supérieures à la bande passante Ω_{cav} à cause de l'effet de filtrage de la cavité. Remarquons aussi que la présence des pertes réduit la sensibilité d'un facteur $T/(T+P)$.

1.3 Le couplage optomécanique

Le couplage entre la lumière et un miroir mobile permet de réaliser des mesures ultra-sensibles du mouvement du miroir, comme nous l'avons vu dans la section précédente. Il se traduit aussi par une modification du mouvement du miroir sous l'effet de la pression de radiation exercée par la lumière. Cette pression peut se calculer a partir du vecteur de Poynting du champ optique, mais nous allons ici la dériver de l'Hamiltonien du système couplé, ce qui nous permettra de montrer qu'elle est une conséquence inévitable du couplage optomécanique. Ainsi, l'action en retour induite par la pression de radiation dans une mesure du mouvement d'un résonateur mécanique est indissociable de la mesure elle même.

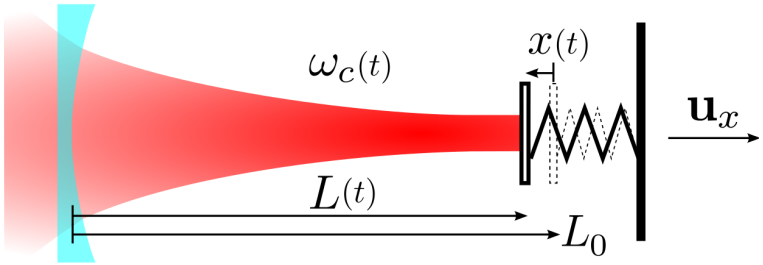


FIGURE 1.15: Couplage optomécanique entre un laser et une cavité à miroir mobile. Le couplage est lié au changement de la fréquence de résonance de la cavité ω_c lorsque le miroir se déplace, faisant passer sa longueur de L_0 à L.

Lorsqu'un miroir d'une cavité Fabry-Perot se déplace, comme sur la figure 1.15, la pulsation de résonance $\omega_c(t)$ de la cavité évolue au cours du temps. Comme on l'a vu dans la section précédente, la longueur de la cavité peut être écrite comme la somme d'une partie constante L_0 et du déplacement du miroir mobile $x(t)$ par rapport à sa position d'équilibre, x étant compté positivement lorsque la longueur de la cavité augmente, cet effet rendant le champ réfléchi par la cavité sensible au déplacement du miroir. On a alors, pour la pulsation de résonance :

$$\omega_c(t) = \omega_c + G\ x(t) \quad \text{avec} \quad G = \frac{\partial \omega_c}{\partial x}, \tag{1.100}$$

Ici $G = -\frac{\omega_c}{L_0}$ mais l'expression (1.100) est valable pour de nombreux dispositifs optomécaniques, la complexité de la géométrie du système (cavité Fabry-Perot [41], tore [42], cavité à cristal photonique [43], ...) étant cachée dans la constante G. L'Hamiltonien du système est la somme des Hamiltoniens du miroir et du champ dans la cavité.

$$\hat{H} = \hat{H}_m + \hat{H}_{opt}, \tag{1.101}$$

$$\hat{H}_m = \hbar\Omega_m \left(\hat{m}^\dagger \hat{m} + \frac{1}{2}\right), \tag{1.102}$$

$$\hat{H}_{opt} = \hbar\omega_c(t) \left(\hat{N} + \frac{1}{2}\right), \tag{1.103}$$

où $\hat{m}, \hat{m}^\dagger$ sont les opérateurs d'annihilation et de création de phonon donnés par les expressions (1.5) et (1.6), et $\hat{N}$ est l'opérateur nombre de photons dans la cavité. Du fait de la dépendance de ω_c avec la position du miroir, $\hat{H}$ s'écrit comme la somme des Hamiltoniens libres (où $\omega_c(t)$

est remplacé par la pulsation constante ω_c correspondant à la longueur L_0) et du Hamiltonien d'interaction :

$$\hat{H}_{int} = \hbar G \hat{X} \left(\hat{N} + \frac{1}{2} \right) \tag{1.104}$$

où $\hat{X}$ est l'opérateur position du miroir, déjà défini dans la section 1.1. L'utilisation de la représentation de Heisenberg permet de dériver simplement la force qui s'exerce sur le miroir, à savoir la force de pression de radiation $\hat{F}_{rad}$:

$$\hat{F}_{rad} = -\frac{\partial \hat{H}_{int}}{\partial \hat{X}} = -\hbar G(\hat{N} + 1/2). \tag{1.105}$$

Comme dans la partie précédente, les opérateurs champ vérifient la relation $\hat{a}^\dagger \hat{a} = \hat{I}$ et il convient de décrire le lien entre $\hat{I}$ et $\hat{N}$ dans ce nouveau système. La cavité Fabry Perot étant de longueur L, le temps τ d'aller-retour pour les photons intracavité est donné par $\tau = 2L/c$ et on a $\hat{I} = \hat{N}/\tau$.

Pour une cavité de grande finesse avec un faisceau incident intense, le nombre de photons dans la cavité est très grand et égal au flux de photon intracavité multiplié par le temps d'un aller-retour $\tau = 2L/c$. On obtient dans ces conditions l'expression usuelle

$$\hat{F}_{rad} \simeq 2\hbar k \hat{I}, \tag{1.106}$$

qui indique que la pression de radiation est égale au flux d'impulsion fourni au miroir lors de la réflexion des photons, à savoir $2\hbar k$ par photon, multiplié par le nombre de photons par seconde. Notons que l'expression (1.105) fait apparaître l'énergie du vide (terme 1/2) qui rend la pression de radiation non nulle même en l'absence de photons dans la cavité. Il s'agit là d'une signature de la force de Casimir [44], toutefois incomplète car elle ne tient ni compte de la pression de radiation exercée par le champ du vide à l'extérieur de la cavité ni de celle des autres modes intracavité.

1.3.1 Effet du couplage sur le comportement du système

Nous abordons dans cette partie les effets de la pression de radiation sur le système optomécanique en étudiant d'abord les conséquences statiques de la pression de radiation. Nous verrons ensuite comment les fluctuations quantiques de la pression de radiation affectent la sensibilité d'une mesure de petits déplacements. Enfin nous nous intéresserons aux effets dynamiques de la pression de radiation sur le résonateur dans une cavité désaccordée.

1.3.1.1 Effets statiques de la pression de radiation

Dans la définition (1.84) des champs moyens, nous avons introduit le déphasage moyen $\overline{\Psi} = \Psi_0 + 2\,k\,\overline{x}$, lié au déplacement statique $\overline{x}$ du miroir induit par la force de pression de radiation. Ce déplacement, déduit des équations (1.38) et (1.106), vaut

$$\overline{x} = 2\hbar k \chi[0]\, \overline{I}. \tag{1.107}$$

Le déphasage moyen du champ s'écrit alors sous la forme

$$\overline{\Psi} \;=\; \Psi_0 + 4\hbar k^2\,\chi[0]\,\overline{I} \;=\; \Psi_0 + \Psi_{\rm NL}, \tag{1.108}$$

où nous avons défini le déphasage non-linéaire $\Psi_{\rm NL}$ dû au déplacement du miroir sous l'effet de la pression de radiation moyenne du champ intracavité. Ce terme, proportionnel à l'intensité $\overline{I}$, introduit une non-linéarité similaire à l'effet Kerr [45]. Dans une cavité à miroir mobile, c'est la longueur physique L de la cavité qui est directement modifiée par le mouvement du miroir et dépend ainsi de l'intensité $\overline{I}$ du faisceau. Dans les deux cas, la variation du chemin optique provoque un déphasage du faisceau sur un aller-retour qui est proportionnel à l'intensité intracavité moyenne.

Dans le cas où le déphasage non linéaire $\Psi_{\rm NL}$ n'est pas négligeable par rapport à γ, le système devient bistable et l'intensité intracavité peut prendre jusqu'à trois valeurs en fonction du déphasage Ψ_0, dont deux sont stables. Cette bistabilité optomécanique a été observée pour la première fois dans les années 80 [45, 46]. La grande similitude entre le couplage optomécanique et un effet Kerr a suggéré d'utiliser la pression de radiation pour créer des états comprimés de la lumière [37, 47, 48, 49], ou encore pour effectuer une mesure quantique non-destructive (QND) des fluctuations d'intensité d'un faisceau intense en mesurant les fluctuations de phase d'un second faisceau envoyé dans la cavité [38, 50, 51, 52].

1.3.1.2 Effets de la pression de radiation sur la mesure interférométrique

Dans cette partie, nous allons voir quel est l'effet des fluctuations quantiques de la pression de radiation dans une mesure interférométrique de déplacements. Nous en déduirons une limite pour la sensibilité, appelée « limite quantique standard ». D'après l'équation (1.106), les fluctuations semi-classiques de la force de pression de radiation sont proportionnelles aux fluctuations de l'intensité intracavité, elles-mêmes reliées à la quadrature d'intensité par la relation (1.63) $\delta I = \overline{\alpha}\delta p$. En utilisant l'expression (1.93) de δp pour une cavité à résonance et sans perte, on constate que le miroir acquiert un bruit de position lié à la pression de radiation qui s'écrit sous la forme :

$$\delta x_{rad}[\Omega] \;=\; \chi[\Omega]\,\delta F_{rad}[\Omega] \;=\; 4\hbar k\,\chi[\Omega]\,\frac{\sqrt{\overline{I}_{in}}}{\gamma - i\Omega\tau}\,\delta p_{in}[\Omega]. \tag{1.109}$$

Ce bruit de pression de radiation contamine le mouvement du miroir et limite en fin de compte la mesure, au même titre que le bruit de phase donné par l'équation (1.99). Notons ici que les deux limitations sont fondamentalement différentes. Le bruit de phase du faisceau incident vient masquer, par un bruit aléatoire du faisceau laser, la mesure de position du résonateur alors que le bruit d'intensité vient exciter directement le résonateur. C'est ce second effet que l'équipe cherche à mesurer au laboratoire [53]. A partir de l'expression de ces deux bruits, nous pouvons calculer le plus petit déplacement mesurable. Pour un faisceau incident cohérent, ces deux bruits sont décorrélés et le bruit total de la mesure est donné par leur somme quadratique $S_x^{min} = S_x^{shot} + S_x^{rad}$, qui s'écrit à basse fréquence ($\Omega \ll \Omega_{cav}$) et pour une cavité sans pertes :

$$\sqrt{S_x^{min}[\Omega]} \;=\; \sqrt{\frac{\lambda^2}{256\,\mathcal{F}^2\,\overline{I}_{in}} \;+\; \frac{64\,\hbar^2\,\mathcal{F}^2\,\chi^2[\Omega]\,\overline{I}_{in}}{\lambda^2}}. \tag{1.110}$$

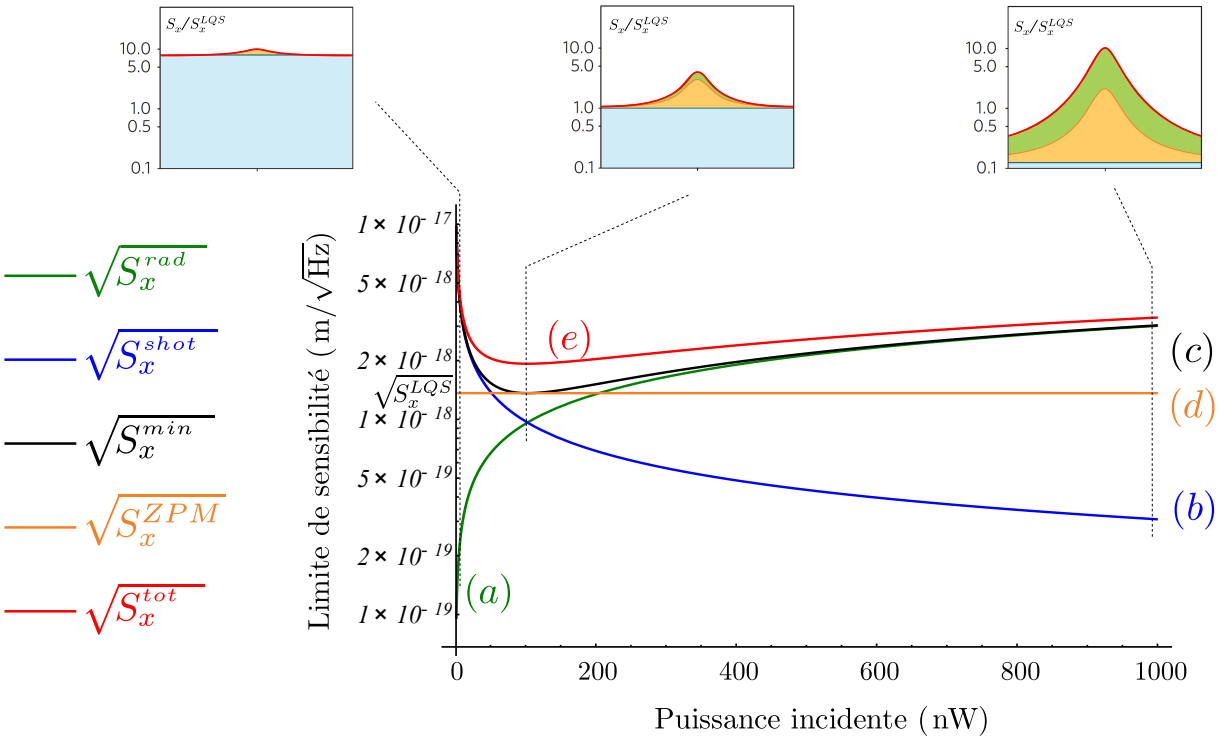


FIGURE 1.16: Sensibilité d'une mesure de déplacement en fonction de la puissance incidente. La courbe (a) représente le bruit quantique de pression de radiation $\sqrt{S_x^{rad}}$, la courbe (b) le bruit de phase du faisceau incident $\sqrt{S_x^{shot}}$, et la courbe (c) la somme des deux contributions $\sqrt{S_x^{min}}$. La courbe (d) représente la contribution du bruit de position $\sqrt{S_x^{ZPM}}$ du résonateur dans son état fondamental. On remarque que cette contribution est de même amplitude que la limite quantique standard $\sqrt{S_x^{LQS}}$. La courbe (e) représente enfin la somme de toutes les contributions $\sqrt{S_x^{tot}}$. Ces courbes sont tracées à résonance optique où les différentes composantes de δx s'ajoutent indépendamment (voir les équations 1.98 et 1.109). Les inserts à droite présentent les spectres de bruit en fonction de la fréquence autour de Ω_m, pour trois configurations de mesures, à gauche à $P_{in}/P_{in}^{LQS} = 0,1$, au milieu à $P_{in} = P_{in}^{LQS}$ et à droite à $P_{in}/P_{in}^{LQS} = 10$. Ces courbes sont tracées à la fréquence de résonance mécanique, où $\chi[\Omega_m] \simeq Q/M\Omega_m^2$, avec $M = 100\,\mu$g, $\Omega_m/2\pi = 3,8\,$MHz et $Q = 10^6$. La limite quantique standard est atteinte pour une puissance $P_{in} = 100$ nW avec une cavité de finesse 100 000.

J'ai représenté sur la figure 1.16 les deux composantes $\sqrt{S_x^{shot}}$ et $\sqrt{S_x^{rad}}$ (courbes a et b) ainsi que $\sqrt{S_x^{min}}$ (courbe c) : le bruit de phase évolue comme $1/\sqrt{\overline{I}_{in}}$, alors que le bruit de pression de radiation est proportionnel à $\sqrt{\overline{I}_{in}}$. Par conséquent, à une fréquence donnée, le compromis entre ces deux contributions, appelé **Limite Quantique Standard** (LQS), est atteint lorsque les deux bruits sont égaux, ce qui est vérifié pour une intensité incidente égale à :

$$\overline{I}_{in}^{LQS} = \frac{\lambda^2}{128\mathcal{F}^2\hbar|\chi[\Omega]|} \tag{1.111}$$

qui correspond à une puissance incidente de 100 nW pour les paramètres utilisés dans la figure ($\Omega_m/2\pi = 3,8\,\text{MHz}$, $\Omega \simeq \Omega_m$, $M = 120\,\mu\text{g}$, $Q = 10^6$, $\lambda = 1\ 064\,\text{nm}$, $\mathcal{F} = 100\,000$ et $\Omega_{cav} = 1\,\text{MHz}$). La sensibilité maximale atteinte pour cette puissance ne dépend que des caractéristiques mécaniques du résonateur et s'écrit, à partir des équations (1.110) et (1.111) :

$$\sqrt{S_x^{LQS}[\Omega]} = \sqrt{\hbar\,|\chi[\Omega]|}. \tag{1.112}$$

Cette limite est donc d'autant plus basse que la susceptibilité mécanique du miroir est faible, ce qui s'explique par une dépendance réduite avec la pression de radiation et autorise donc l'utilisation d'une plus grande puissance optique (ce qui donne une meilleur sensibilité de mesure). Notons que cette limite est égale à la densité spectrale de bruit à résonance $S_x^{ZPM}[\Omega_m]$ du résonateur dans son état fondamental (1.48). On remarque donc que l'on ne peut pas, *a priori*, mesurer les fluctuations quantiques de positon mieux qu'avec un rapport signal à bruit de 1. Si on parle en terme de quantum d'excitation on a alors, à la puissance LQS et pour un résonateur placé dans son état fondamental, la décomposition suivante dans les composantes du signal mesuré, à savoir 1 phonon mesuré provenant de :

- 1/2 phonon pour l'état fondamental du résonateur
- 1/4 de phonon d'excitation du résonateur dû à la pression de radiation
- et 1/4 de phonon équivalent dû au bruit de phase du faisceau de mesure.

Il a néanmoins été montré que cette limite quantique standard n'est pas la limite absolue pour la sensibilité d'une mesure de petits déplacements : elle peut être dépassée en utilisant par exemple des états non-classiques pour le champ incident [54, 55, 56] menant à la définition d'une « limite quantique ultime » [7], ou en désaccordant la cavité [57, 58, 59], ou bien encore en mesurant une quadrature particulière du champ réfléchi [57, 60, 61].

1.3.1.3 Effets de la pression de radiation sur le résonateur

Dans cette section, je vais décrire brièvement les deux conséquences principales induites par la pression de radiation sur le résonateur, une description plus détaillée étant donnée dans la partie 1.3.2.1. Ces effets apparaissent lorsque la cavité est désaccordée, la pression de radiation dépendant alors de la position du miroir mobile. On obtient ainsi un effet de ressort additionnel sur le résonateur, les effets de retard dans la cavité induisant en plus un comportement dynamique qui va avoir pour conséquence de modifier l'amortissement du résonateur. C'est ce dernier effet qui rend possible le refroidissement laser du résonateur, qui sera également décrit dans la partie 1.3.2.1.

Effet de ressort optique dû à la pression de radiation

Avant de passer à une étude détaillée des effets dynamiques de la pression de radiation, il est possible de comparer qualitativement l'effet du mouvement du miroir sur l'intensité intracavité pour une cavité à résonance ou désaccordée. A résonance ($\overline{\Psi} = 0$), d'après les équations d'entrée-sortie (1.93) à (1.96), seule la phase du champ réfléchi dépend des fluctuations δx de la position du miroir, alors que l'intensité en est indépendante. Les fluctuations de position n'induisent à résonance aucune dépendance de l'intensité intracavité car on se trouve au sommet du pic d'Airy, où la pente est nulle comme le montre la figure 1.17.

La situation change quand on désaccorde la cavité : la fréquence du laser ne correspond plus au sommet mais à un point sur le flanc du pic d'Airy où la pente est non nulle. Dans ce cas, un déplacement δx du micro-résonateur induit une variation non nulle δI de l'intensité intracavité, proportionnelle à la dérivée de la fonction d'Airy $\mathrm{d}\overline{I}/\mathrm{d}L$, où L est la longueur de la cavité (voir la figure 1.17). Puisque la force de pression de radiation est proportionnelle à l'intensité intracavité, il en résulte $\delta F_{rad} \propto (\mathrm{d}\overline{I}/\mathrm{d}L)\,\delta x \neq 0$. Une telle force change la dynamique du résonateur puisqu'elle agit comme une force de rappel qui modifie la raideur du résonateur et donc sa fréquence de résonance. Cet effet de **force pondéromotrice** [62] ou de ressort optique (*optical spring* en anglais) [63] a été observé récemment par de nombreux groupes, dont le nôtre [64], avec différents types de systèmes optomécaniques (micro-miroir [64], miroir monté sur une lame flexible [65], mode pendulaire d'un miroir suspendu [66], micro-tores en silice [67, 68]).

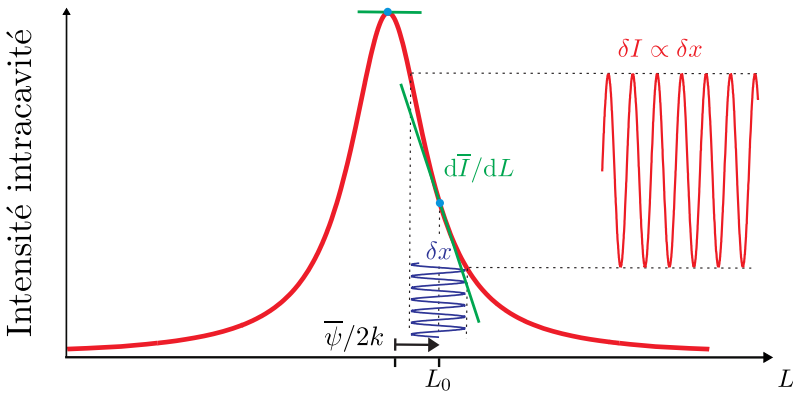


FIGURE 1.17: Effet de la pression de radiation dans une cavité désaccordée ($\overline{\Psi} \neq 0$) : toute variation δx de position induit une modification de l'intensité intracavité et de la pression de radiation proportionnelles à la pente du pic d'Airy évaluée au point de fonctionnement de la cavité. Cet effet n'existe pas à résonance, où la pente $\mathrm{d}\overline{I}/\mathrm{d}L$ est nulle.

Nous avons considéré jusqu'à présent que les fréquences d'évolution du mouvement δx sont petites devant la bande passante Ω_{cav} de la cavité. Dans le cas contraire, les effets dynamiques dus au temps de stockage de la lumière dans la cavité deviennent importants, ce qui retarde la réponse de la pression de radiation aux déplacements. La force subit alors un déphasage, qui la rend en partie visqueuse ; cela conduit à une modification de l'amortissement et de la température du micro-miroir, dont le sens dépend de la pente sur le pic d'Airy, et donc du signe du désaccord. Au cours des dernières années, plusieurs équipes ont montré la possibilité de refroidir de manière très efficace avec cette technique différents types de résonateurs (voir par exemple [64, 69, 70, 29, 71]).

Le couplage optomécanique dans une cavité désaccordée

Nous pouvons expliciter l'expression de la pression de radiation dans une cavité désaccordée. Dans la section 1.2 nous avons introduit les équations d'entrée-sortie linéarisées et écrit les fluctuations des quadratures d'intensité et de phase en supposant la cavité à résonance. Ceci permettait de considérer tous les champs moyens - incident, réfléchi, transmis et intracavité - réels et d'écrire les quadratures de phase et d'intensité sous une forme simple (équations (1.91) et (1.92)). Ces relations doivent être modifiées lorsque la cavité est désaccordée, puisque les champs moyens ne sont plus en phase entre eux d'après les équations (1.84). On supposera dans la suite la cavité sans perte ($P = 0$). En choisissant le champ intracavité $\overline{\alpha}$ réel, on trouve que les phases des champs incident et réfléchi valent :

$$\mathrm{e}^{-i\theta_{in}} = \frac{\gamma - i\overline{\Psi}}{\sqrt{\gamma^2 + \overline{\Psi}^2}} \qquad \text{et} \qquad \mathrm{e}^{-i\theta_{out}} = \frac{\gamma + i\overline{\Psi}}{\sqrt{\gamma^2 + \overline{\Psi}^2}}. \tag{1.113}$$

Ces phases doivent maintenant être prises en compte quand on écrit les quadratures des champs, en utilisant la relation générale (1.61), notamment pour les quadratures d'intensité et de phase des champs incident et réfléchi.

L'équation d'évolution (1.88) des fluctuations du champ intracavité devient, en présence de désaccord :

$$(\gamma - i\,\overline{\Psi} - i\,\Omega\tau)\,\delta\alpha[\Omega] = \sqrt{2\gamma}\,\delta\alpha_{in}[\Omega] + 2i\,k\,\overline{\alpha}\,\delta x[\Omega], \tag{1.114}$$

où δx représente toujours le déplacement du micro-miroir. Les fluctuations δF_{rad} de la force de pression de radiation sont toujours reliées aux fluctuations de la quadrature d'intensité intracavité δp qui s'écrit toujours $\delta\alpha + \delta\alpha^*$ puisque $\overline{\alpha}$ a été choisi réel, selon la relation :

$$\delta F_{rad}[\Omega] = 2\hbar k\,\delta I[\Omega] = 2\hbar k\,\overline{\alpha}\,\delta p[\Omega]. \tag{1.115}$$

En utilisant l'équation (1.114), on trouve que la force de pression de radiation δF_{rad} est la somme de deux contributions, la première, δF^{in}_{rad}, liée aux fluctuations du champ incident et la deuxième, δF^{x}_{rad}, proportionnelle au déplacement du miroir. Ces deux contributions s'écrivent sous la forme :

$$\delta F^{in}_{rad}[\Omega] = 2\hbar k\,\overline{\alpha}\sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma^2 + \overline{\Psi}^2}}\left\{\frac{\gamma^2 + \overline{\Psi}^2 - i\gamma\Omega\tau}{\Delta}\,\delta p_{in}[\Omega] - \frac{i\,\overline{\Psi}\,\Omega\tau}{\Delta}\,\delta q_{in}[\Omega]\right\}, \tag{1.116}$$

$$\delta F^{x}_{rad}[\Omega] = -\,8\hbar k^2\,\overline{\alpha}^2\,\frac{\overline{\Psi}}{\Delta}\,\delta x[\Omega], \tag{1.117}$$

avec $\Delta = (\gamma - i\Omega\tau)^2 + \overline{\Psi}^2$. On peut remarquer que la force δF^{x}_{rad} est proportionnelle à $\overline{\Psi}/\Delta$; elle est donc nulle à résonance, et tend vers zéro pour $\overline{\Psi} \gg \gamma$, soit pour des grands désaccords. Cette force est en fait maximale pour $\overline{\Psi} \simeq \gamma$, c'est à dire pour un désaccord correspondant à la demi-largeur du pic d'Airy. Aux basses fréquences ($\Omega \ll \Omega_{cav}$), on trouve que cette force vaut :

$$\delta F^{x}_{rad}[\Omega \ll \Omega_c] \simeq 4\hbar k^2\,\frac{\mathrm{d}\overline{I}}{\mathrm{d}\overline{\Psi}}\,\delta x[\Omega] \tag{1.118}$$

où nous avons introduit la pente $\mathrm{d}\overline{I}/\mathrm{d}\overline{\Psi}$ du pic d'Airy, qui d'après l'expression (1.84) du champ

moyen est donnée par :

$$\frac{\mathrm{d}\overline{I}}{\mathrm{d}\overline{\Psi}} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\overline{\Psi}}\left(\frac{2\gamma}{\gamma^2+\overline{\psi}^2}\overline{I}_{in}\right) = -\frac{4\gamma\Psi}{\left(\gamma^2+\overline{\Psi}^2\right)^2}\overline{I}_{in}. \tag{1.119}$$

Nous retrouvons donc ici le fait que la force de pression de radiation en régime quasi-statique ($\Omega \ll \Omega_{cav}$) est proportionnelle à la pente du pic d'Airy au point de fonctionnement de la cavité désaccordée. Pour un désaccord positif, où la pente du pic d'Airy est négative, elle se comporte alors comme une force de rappel supplémentaire qui augmente la raideur de l'oscillateur.

A plus haute fréquence, on peut également relier la force δF^x_{rad} à la pente du pic d'Airy :

$$\delta F^x_{rad}[\Omega] = 4\hbar k^2\,\frac{\gamma^2+\overline{\Psi}^2}{\Delta}\,\frac{\mathrm{d}\overline{I}}{\mathrm{d}\overline{\Psi}}\,\delta x[\Omega]. \tag{1.120}$$

Le terme supplémentaire $(\gamma^2+\overline{\Psi}^2)/\Delta$ par rapport à l'équation (1.118) induit un effet de filtrage à haute fréquence. Il a aussi pour conséquence de déphaser la force puisque Δ est complexe, ce qui la rend en partie visqueuse. En effet, la vision de cette force comme celle d'un ressort retardé explique bien ce caractère visqueux, le retard étant causé par le temps de réponse de la cavité d'autant plus grand que sa finesse est grande. Dans l'espace temporel, on a donc une force de rappel qui n'est plus proportionnelle à $\delta x(t)$ mais à $\delta x(t-\tau) \simeq \delta x(t) - \tau\delta v(t)$. On voit alors clairement apparaître une force de frottement visqueux proportionnelle à la vitesse du résonateur. Comme nous le verrons plus en détail dans la partie suivante, cette composante de la pression de radiation est responsable d'une modification de l'amortissement du résonateur, et permet en particulier de le refroidir.

1.3.2 Refroidissement par pression de radiation

Nous avons vu au début de ce chapitre que, pour observer le régime quantique d'un résonateur mécanique, sa température doit être inférieure à la température quantique définie par la relation (1.18). Les fréquences de résonance typiques des structures que nous utilisons étant de l'ordre du MHz, leur température quantique vaut donc environ 50 μK et n'est pas accessible par les moyens cryogéniques traditionnels ; il est alors nécessaire d'utiliser des mécanismes de refroidissement différents.

Plusieurs techniques de refroidissement existent, dont la plupart ont été démontrées expérimentalement pour la première fois par notre équipe. On peut citer notamment la technique de refroidissement par friction froide [21] ou par couplage à trois modes [72], techniques qui sont particulièrement adaptées au refroidissement de résonateurs particuliers, comme je le décrirai en détail à la fin de cette thèse. Ces techniques ont pour avantage de réduire le nombre de phonons d'un facteur indépendant de l'état initial du système. Elles se combinent ainsi très bien avec l'utilisation de techniques cryogéniques classiques permettant de réduire la température initiale autant que possible.

Cependant, la technique de refroidissement la plus efficace et la plus employée à travers le monde, démontrée pour la première fois par notre équipe en 2006 [64], reste le refroidissement optique par couplage à deux modes, c'est-à-dire entre le mode mécanique et un seul mode optique de la cavité. Elle consiste à coupler le résonateur à un bain thermique (le champ optique) dans

lequel les fluctuations sont minimales (puisque le champ est dans un état cohérent). Ce bain thermique peut alors être assimilé à un bain à température nulle, dans lequel ne subsistent que les fluctuations quantiques, responsables en particulier de l'action en retour comme on l'a vu au paragraphe 1.3.1.2. Ce couplage permet de réduire la température du résonateur jusqu'à atteindre la température d'équilibre entre les bains thermiques de l'environnement et du champ optique, pondérés par leurs amortissements respectifs. Ce processus, que nous allons examiner dans cette section, permet de refroidir le résonateur jusqu'à son état quantique fondamental [43, 35].

1.3.2.1 Refroidissement optique à 2 modes

Nous considérons ici un mode mécanique décrit par une susceptibilité mécanique χ de forme lorentzienne (1.40). Le résonateur est soumis à la force de Langevin F_T et à la force de pression de radiation, qui se décompose en sa partie quantique δF^{in}_{rad} liée aux fluctuations du faisceau incident et la partie δF^{x}_{rad} liée au mouvement ((1.116), (1.117) et (1.117)). Cette dernière est responsable d'une modification de la dynamique du résonateur, qui conduit à l'équation suivante :

$$\delta x[\Omega] \;=\; \chi_{eff}[\Omega]\,\Big(\delta F^{in}_{rad}[\Omega] + F_T[\Omega]\Big) \tag{1.121}$$

où la susceptibilité effective χ_{eff} est définie par :

$$\chi^{-1}_{eff}[\Omega] \;=\; \chi^{-1}[\Omega] + 8\hbar k^2\,\overline{I}\,\frac{\overline{\Psi}}{\Delta}\,. \tag{1.122}$$

Un désaccord de la cavité modifie donc la dynamique du résonateur. Pour mieux comprendre cet effet, nous allons mettre la force δF^{x}_{rad} sous une forme qui permet de séparer clairement les parties réelle et imaginaire de la susceptibilité χ_{eff}. L'expression (1.120) trouvée à la section précédente peut s'écrire de manière générale :

$$\delta F^{x}_{rad}[\Omega] \;=\; \left\{\frac{\dot{\mathcal{A}}_+(\Omega)}{\mathcal{A}_+(\Omega)} \;+\; \frac{\dot{\mathcal{A}}_-(\Omega)}{\mathcal{A}_-(\Omega)} \;+\; i\frac{2}{\gamma}\left[\mathcal{A}_+(\Omega) - \mathcal{A}_-(\Omega)\right]\right\} 2\hbar k^2\,\overline{I}\;\delta x[\Omega]. \tag{1.123}$$

où $\mathcal{A}(\bar{\Psi})$ est la réponse normalisée à 1 de la cavité Fabry-Perot à un déphasage $\bar{\Psi}$ avec le faisceau incident. Dans l'approximation des cavités de grande finesse, la réponse autour de la résonance optique peut être approximée par une Lorentzienne :

$$\mathcal{A}(\bar{\Psi}) \simeq \frac{\gamma^2}{\gamma^2 + \overline{\Psi}^2}. \tag{1.124}$$

et où on a défini $\mathcal{A}_+(\Omega) = \mathcal{A}(\bar{\Psi} + \Omega\tau)$, $\mathcal{A}_-(\Omega) = \mathcal{A}(\bar{\Psi} - \Omega\tau)$, $\dot{\mathcal{A}} = \mathrm{d}\mathcal{A}/\mathrm{d}\overline{\Psi}$. On s'aperçoit que la force δF^{x}_{rad} résulte de la contribution de deux termes déphasés de $\pm\Omega\tau$ par rapport à $\overline{\Psi}$. Comme $\overline{\Psi}$ représente le déphasage entre la pulsation ω_0 du laser incident et la résonance de la cavité, ces contributions correspondent à deux bandes latérales à $\pm\Omega$ de la pulsation de la porteuse ω_0 du laser. Le couplage optomécanique dans une cavité désaccordée faisant intervenir la réponse de la cavité à un déphasage, il est alors possible de le considérer sous un angle différent : c'est le point de vue des bandes latérales sur lequel nous reviendrons dans la suite de ce chapitre.

La force δF^{x}_{rad} possède une partie réelle, égale aux deux premiers termes dans l'équation (1.123) et responsable de l'effet de ressort optique, et une partie imaginaire responsable de

l'amortissement optique et du refroidissement du résonateur. Grâce aux équations (1.121) et (1.122), on peut alors décomposer la susceptibilité effective en parties conservative et dissipative.

Terme conservatif

Comme nous l'avons déjà indiqué, la partie réelle de la force de pression de radiation (1.123) est responsable de l'effet de ressort optique. Cette expression fait apparaître explicitement que la force pondéromotrice est la somme des contributions des deux bandes latérales : chaque bande produit un effet de ressort optique similaire à celui obtenu à basse fréquence dans l'équation (1.118), avec un coefficient multiplicateur $\dot{\mathcal{A}}/\mathcal{A}$ qui dépend à la fois de la pente et de l'amplitude de la fonction d'Airy.

L'addition d'un terme réel à la force qui s'exerce sur l'oscillateur modifie ainsi sa fréquence de résonance Ω_m ; dans le cas où cette modification reste petite devant Ω_m, l'identification de la partie réelle de χ_{eff}^{-1} donnée par l'équation (1.122) avec $M(\Omega_{eff}^2 - \Omega^2)$ donne la nouvelle fréquence de résonance Ω_{eff} sous la forme :

$$\Omega_{eff} = \Omega_m - \Gamma\,\frac{\zeta}{8}\left(\frac{\dot{\mathcal{A}}_+}{\mathcal{A}_+} + \frac{\dot{\mathcal{A}}_-}{\mathcal{A}_-}\right). \tag{1.125}$$

où on a utilisé le paramètre optomécanique ζ défini par :

$$\zeta = \frac{64\pi\hbar\mathcal{F}}{\lambda^2 M\Gamma\Omega_m}\overline{I} = \frac{\overline{I}}{\overline{I}^{LQS}}, \tag{1.126}$$

et où on a écrit pour simplifier $\mathcal{A}_\pm = \mathcal{A}_\pm(\Omega_m)$. Lorsque le déphasage $|\overline{\Psi}|$ est inférieur à $\Omega_m\tau$, les deux bandes latérales sont de part et d'autre de la résonance et les pentes $\dot{\mathcal{A}}_\pm$ sont de signes opposés, induisant une compensation partielle des deux termes de l'équation (1.125). C'est le cas en particulier à résonance comme sur la figure 1.18 (a), où la combinaison des deux bandes latérales conduit à un effet nul. Pour des grands déphasages ($|\overline{\Psi}| > \Omega_m\tau$), les deux termes s'ajoutent et le ressort optique provoque un décalage de la fréquence de résonance ayant le même signe que $\overline{\Psi}$.

Terme dissipatif

On s'intéresse maintenant à la partie dissipative de la susceptibilité qui peut s'écrire sous la forme :

$$\mathrm{Im}\left\{\chi_{eff}^{-1}[\Omega]\right\} \;=\; -M\,\Gamma\,\Omega - \frac{4\hbar k^2}{\gamma}\,\overline{I}\,\left(\mathcal{A}_+ - \mathcal{A}_-\right). \tag{1.127}$$

La présence dans la partie dissipative du second terme dû à la force δF_{rad}^x modifie l'amortissement mécanique de l'oscillateur Γ, qui devient pour des fréquences Ω proches de Ω_m :

$$\Gamma_{eff} \;=\; (1+g)\,\Gamma \quad \text{avec} \quad g \;=\; \frac{\zeta}{4}\left(\mathcal{A}_+ - \mathcal{A}_-\right) \tag{1.128}$$

L'amortissement mécanique Γ est modifié par la présence d'un amortissement supplémentaire $g\,\Gamma$ qui représente le couplage de l'oscillateur au mode optique. Le paramètre optomécanique ζ quantifie ce couplage et indique que l'amortissement effectif est d'autant plus important que ce paramètre est grand (régime dit **de couplage fort** lorsque $g \gg 1$ *i.e.* $\Gamma \ll \Gamma_{eff}$), soit pour une finesse de la cavité importante et pour une grande puissance incidente.

La modification de l'amortissement Γ est aussi liée à la dissymétrie entre les hauteurs $\mathcal{A}_\pm$

du pic d'Airy au niveau des deux bandes latérales situées de part et d'autre du faisceau laser incident, aux pulsations $\omega_0 \pm \Omega_m$ (voir la figure 1.18). A désaccord nul, ces deux contributions sont parfaitement égales et s'annulent réciproquement : l'amortissement n'est pas modifié. Un désaccord de la cavité permet de déséquilibrer les deux bandes latérales $\mathcal{A}_\pm$ et d'obtenir une variation de l'amortissement du résonateur comme on peut le voir sur la figure 1.18 (b).

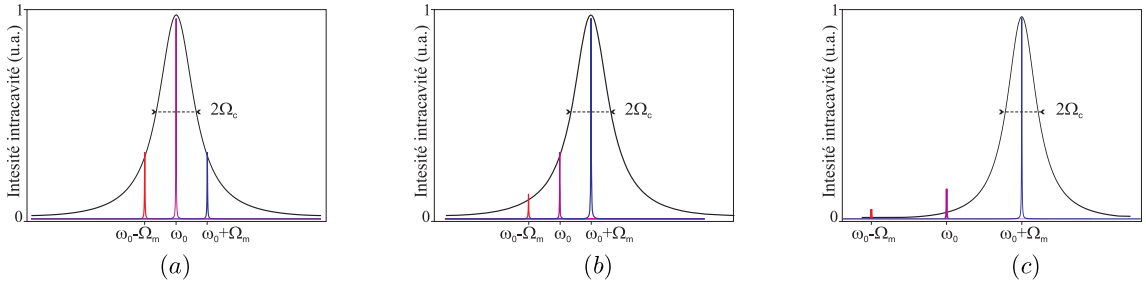


FIGURE 1.18: Contribution des bandes latérales $\mathcal{A}_\pm = \mathcal{A}(\overline{\Psi} \pm \Omega_m \tau)$ au processus dissipatif. Lorsque la cavité est à résonance avec la fréquence du laser incident ω_0 (a) les deux bandes s'équilibrent. En désaccordant la cavité on peut favoriser l'une des deux bandes (b), ici la bande à $\omega_0 + \Omega_m$. Lorsque les bandes latérales sont résolues (c), la contribution de la bande hors résonance devient négligeable.

L'effet dépend également du rapport entre la fréquence mécanique Ω_m et la bande passante Ω_{cav} de la cavité. En régime quasi-statique ($\Omega_m \ll \Omega_c$), la dissymétrie entre les deux termes s'atténue, comme on peut s'en rendre compte sur la figure 1.18 (b) lorsque les 3 pics sont très proches les uns des autres. On retrouve ainsi le résultat déduit de l'équation (1.118), la force δF^x_{rad} n'ayant pas de composante visqueuse dans le régime quasi-statique. Pour avoir un effet d'amortissement optique appréciable, il est nécessaire que la fréquence mécanique soit au moins comparable à la bande passante ($\Omega_m \simeq \Omega_c$) ; un désaccord de la porteuse du laser égal à la demi-largeur du pic d'Airy ($\overline{\Psi} \simeq \gamma$) comme sur la figure 1.18 (b), rendra une des bandes latérales résonnante avec la cavité et produira un déséquilibre d'environ 80% entre elles.

Le déséquilibre entre les bandes latérales est maximal lorsque l'une des bandes est résonnante avec la cavité tandis que l'autre est complètement hors résonance. Cela correspond au cas où la fréquence de résonance mécanique est grande devant la bande passante ($\Omega_{cav} \ll \Omega_m$), ce qui augmente l'efficacité du processus et permet en principe de passer sous la température quantique de l'oscillateur [73, 74, 75, 76], comme nous le verrons dans le prochain paragraphe. Cependant dans ces conditions la porteuse du laser est aussi très désaccordée, ce qui réduit l'intensité intracavité $\overline{I}$ et l'efficacité du processus (via le paramètre optomécanique ζ dans l'équation 1.128). On peut néanmoins augmenter l'intensité incidente pour garder l'intensité intracavité inchangée, dans la limite des capacités de la source laser.

Refroidissement effectif

La force de Langevin F_T est liée au couplage du résonateur à son environnement mécanique. Ce couplage n'étant pas modifié par la présence de la force F^x_{rad}, le spectre de la force de Langevin reste donc celui donné par l'équation (1.34), dans la limite des hautes températures :

$$S_T[\Omega] \;=\; 2M\Gamma\, k_B T, \tag{1.129}$$

avec le spectre de bruit de position associé, en l'absence de force de pression de radiation, valant $S^T_x[\Omega] = |\chi[\Omega]|^2\; S_T[\Omega]$.

Dans la cavité désaccordée, le spectre du bruit de position $S_x^{eff}[\Omega]$ est donné par les équations (1.121). En négligeant la force δF_{rad}^{in} liée aux fluctuations quantiques du faisceau (1.116), on obtient :

$$S_x^{eff}[\Omega] \;=\; |\chi_{eff}[\Omega]|^2 \; S_T[\Omega] \;=\; \frac{2\,\Gamma}{M\left[\left(\Omega_m^2-\Omega^2\right)^2+\Gamma_{eff}^2\,\Omega^2\right]}\,k_B T \tag{1.130}$$

Le spectre de bruit de position est donc modifié comme le montre la figure 1.19. Pour un gain positif, la largeur du spectre est augmentée par un facteur $(1+g)$, tandis que sa hauteur à résonance est réduite par un facteur $(1+g)^2$. La variance de position Δx^2 étant égale à l'aire du spectre d'après l'équation (1.49), elle est réduite par un facteur $(1+g)$, ce qui correspond à un refroidissement effectif du mode mécanique du miroir. Plus précisément, l'expression (1.121) des fluctuations de position montre que le résonateur est dans un équilibre thermodynamique toujours caractérisé par la force de Langevin F_T mais avec la nouvelle susceptibilité χ_{eff} (on néglige toujours les termes quantiques δF_{rad}^{in}). Le résonateur obéit donc au théorème fluctuations-dissipation avec l'amortissement Γ modifié en Γ_{eff} mais sans modification de la force de Langevin F_T. Ceci conduit à définir la nouvelle température T_{eff} du résonateur :

$$S_T[\Omega] \;=\; 2M\Gamma_{eff}\,k_B\,T_{eff}. \tag{1.131}$$

La comparaison avec la formulation (1.129) du théorème fluctuations-dissipation sans refroidissement permet d'écrire :

$$T_{eff} \;=\; \frac{\Gamma}{\Gamma_{eff}}\,T \;=\; \frac{T}{1+g}\,. \tag{1.132}$$

La température du résonateur est donc réduite par un facteur $(1+g)$ comme on peut le voir sur la figure 1.19.

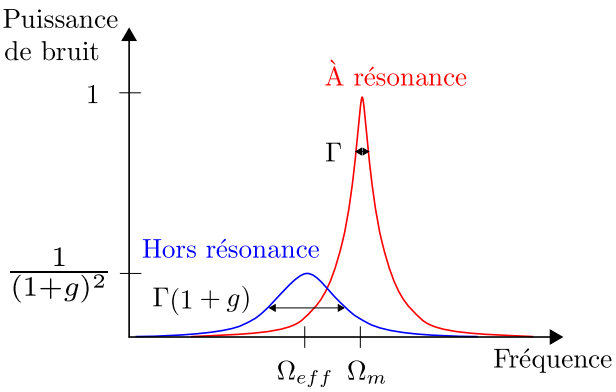


FIGURE 1.19: Effet du refroidissement par pression de radiation sur le spectre de position du résonateur. La fréquence de résonance est modifiée par l'effet de ressort optique et l'aire sous la courbe est diminuée d'un facteur $(1+g)$, égal à la modification de l'amortissement par l'effet d'amortissement optique.

Soulignons que cet effet de refroidissement n'est pas équivalent à une simple augmentation mécanique de l'amortissement, qui conduit à la fois à une plus grande dissipation et à une augmentation des fluctuations ; dans ce cas, selon le théorème fluctuations-dissipation, la variance du mouvement serait inchangée. Le refroidissement par pression de radiation, par contre, couple le système initial au bain thermique non peuplé du mode optique (*i.e.* à température nulle). On peut donc amortir les fluctuations sans ajouter de bruits autres que les bruits quantiques.

On peut également montrer [77] que le facteur d'occupation résultant est la valeur moyenne des facteurs d'occupation des deux bains (thermique et optique), pondérés par leurs amortissements respectifs. En négligeant les fluctuations quantiques δF_{in}^{rad}, nous avons supposé ici que la force F_{rad} ne présentait pas de fluctuations propres, nous étudierons le cas et les limites quantiques qui en découlent dans la section suivante.

Il convient aussi de noter que le refroidissement n'est à entendre qu'au sens du nombre d'occupation du mode considéré. La température de la structure ne change pratiquement pas et les différents paramètres (tels que le module d'Young du résonateur ou encore le volume de la cavité) restent bien dépendants de la température de l'environnement thermique. C'est seulement l'amplitude du mouvement dû à l'agitation thermique qui est diminuée, ce qui correspond à une baisse du nombre d'occupation de ce mode de vibration particulier du résonateur mécanique.

Puissance de refroidissement

On peut s'interroger sur la valeur de la puissance de refroidissement de ce processus. A l'équilibre thermodynamique, le taux de transfert de phonons entre l'environnement et le mode de vibration, refroidi par pression de radiation, du résonateur est proportionnel à $\Gamma_{eff}\Delta n$ où Δn est la différence d'occupation entre les deux systèmes à températures différentes. Or à l'équilibre, ce taux est exactement compensé par la puissance de refroidissement optique. On en déduit donc la valeur de la puissance de refroidissement $\mathcal{P}_{cool}$:

$$\mathcal{P}_{cool} = \Gamma_{eff}\Delta n\hbar\Omega_m \simeq \Gamma_{eff}k_B T, \tag{1.133}$$

dans la limite où l'état final est l'état fondamental et la température de l'environnement T est grande devant la température quantique (ce qui est en pratique toujours le cas). Pour notre expérience (avec T=500 mK la température de l'environnement et Γ_{eff}=3 800 Hz), cette puissance vaut environ 2 10^{-20}W et extrait environ 8 millions de phonons par seconde. Chaque phonon étant extrait via l'interaction avec un photon du champ optique, on a donc une déplétion du champ laser de 10^7 photons par seconde environ, ce qui est bien négligeable devant le flux incident de 10^{15} photons par seconde.

1.3.2.2 Limite quantique du refroidissement

Il est intéressant de se demander quelle est la température minimale que l'on peut atteindre avec ce type de refroidissement. En effet, l'expression de la température effective semble monter que pour un gain infini, il est possible de refroidir le résonateur jusqu'à une température nulle, qui correspondrait à une variance $\Delta x^2 = 0$. Ceci s'explique par le fait que l'expression (1.132) est obtenue dans la limite classique $T \gg T_Q$, sans prendre en compte le comportement quantique de l'oscillateur. Nous n'avons également pas considéré les limitations induites par les fluctuations quantiques de la lumière sur la mesure. Nous présentons maintenant un modèle où ces bruits quantiques sont pris en compte [77].

Les bruits quantiques ont deux conséquences majeures. Tout d'abord, le théorème fluctuations-dissipation doit être pris dans sa forme plus générale, donnée par les équations (1.34) et (1.16). Ceci fait intervenir les fluctuations de point zéro de la force de Langevin, dont le spectre s'écrit sous la forme $S_T[\Omega] = 2M\Gamma\,\hbar\Omega_m\left(n_T + \frac{1}{2}\right)$ en fonction du nombre moyen de phonons n_T.

Nous analysons maintenant le spectre des fluctuations de position $\delta x[\Omega]$ afin de déterminer la température limite que l'on peut atteindre avec le refroidissement par pression de radiation. A partir de l'équation du mouvement (1.121), ce spectre s'écrit :

$$S_x^{eff}[\Omega] \;=\; |\chi_{eff}[\Omega]|^2 \left(S_T[\Omega] + S_{rad}^{in}[\Omega]\right), \tag{1.134}$$

où $S_T[\Omega]$ est le spectre de la force de Langevin donné par l'équation (1.34), et le spectre de la force de pression de radiation δF_{rad}^{in} se calcule a partir de l'équation (1.116) et peut se mettre sous la forme :

$$S_{rad}^{in}[\Omega] \;=\; M\Gamma\,\hbar\Omega_m\,\frac{\zeta}{4}\left(\mathcal{A}_+ + \mathcal{A}_-\right). \tag{1.135}$$

Le spectre de bruit de position a finalement une forme lorentzienne caractérisée par la susceptibilité χ_{eff} :

$$S_x^{eff}[\Omega] \;=\; |\chi_{eff}[\Omega]|^2\; 2M\Gamma\,\hbar\Omega_m \left(n_T + \frac{1}{2} + \frac{\zeta}{8}\left(\mathcal{A}_+ + \mathcal{A}_-\right)\right). \tag{1.136}$$

La réponse spectrale de l'oscillateur soumis à la friction par pression de radiation est équivalente à celle d'un oscillateur libre à la fréquence Ω_m et avec un amortissement Γ_{eff}. En comparant le spectre de bruit obtenu avec (1.136) à celui d'un oscillateur libre (1.43), on constate que le résonateur est à l'équilibre thermodynamique à une température effective caractérisée par un nombre moyen de phonons n_T^{eff} donné par :

$$\Gamma_{eff}\,\hbar\Omega_m \left(n_T^{eff} + \frac{1}{2}\right) = \Gamma\,\hbar\Omega_m \left(n_T + \frac{1}{2} + \frac{\zeta}{8}\left(\mathcal{A}_+ + \mathcal{A}_-\right)\right). \tag{1.137}$$

avec $\Gamma_{eff} = (1+g)\Gamma$. On retrouve dans la parenthèse le nombre de phonons thermiques n_T, le terme constant 1/2 dû au bruit quantique de l'oscillateur, et le bruit de pression de radiation, proportionnel à ζ.

En utilisant la définition (1.128) de g, on trouve finalement :

$$n_T^{eff} + \frac{1}{2} = \frac{n_T}{1+g} + \frac{1}{2}\left(\frac{1+\frac{\zeta}{4}\left(\mathcal{A}_+ + \mathcal{A}_-\right)}{1+\frac{\zeta}{4}\left(\mathcal{A}_+ - \mathcal{A}_-\right)}\right). \tag{1.138}$$

L'état thermodynamique final dépend uniquement du paramètre ζ qui décrit le couplage optomécanique et dépend entre autres de la puissance laser incidente par l'équation (1.126), et des hauteurs $\mathcal{A}_+$ et $\mathcal{A}_-$ du pic d'Airy sur les bandes latérales décalées de $\pm\Omega_m$ par rapport au faisceau laser. Le nombre de phonons résiduels n_T^{eff} dans le régime refroidi est donné par l'équation (1.138) et peut s'écrire sous la forme :

$$n_T^{eff} = \frac{n_T}{1+g} + n_Q, \tag{1.139}$$

où le gain g est proportionnel à la dissymétrie entre les bandes latérales (1.128) et où n_Q est le nombre de phonons associés au bruit quantique de pression de radiation, donné par :

$$n_Q = \frac{\frac{\zeta}{4}\mathcal{A}_-}{1+\frac{\zeta}{4}\left(\mathcal{A}_+ - \mathcal{A}_-\right)}. \tag{1.140}$$

n_Q correspond aussi au nombre de phonons produits par les processus Stokes résiduels, puisqu'il

est proportionnel à l'amplitude $\mathcal{A}_-$ de la bande latérale décalée vers le rouge.

Il est clair d'après ces expressions que l'on peut atteindre l'état quantique fondamental du résonateur ($n_T^{eff} \simeq 0$) en prenant un gain g grand devant le nombre initial de phonons n_T, et les bandes latérales telles que $\mathcal{A}_- \ll \mathcal{A}_+$. Ces expressions précisent que les contraintes auxquelles il faut satisfaire pour atteindre le régime quantique du résonateur ($n_T^{eff} \ll 1$) sont les suivantes :

- Le nombre de phonons initial $n_T = k_B T/\hbar\Omega_m$ doit être aussi faible que possible, ce qui implique une température T basse et une fréquence de résonance Ω_m élevée.
- Le gain g du refroidissement doit être suffisant pour éliminer les phonons thermiques (premier terme dans l'expression 1.139). D'après l'expression (1.128) du gain, il faut à la fois un couplage optomécanique important ($\zeta \gg 1$) et une dissymétrie entre les bandes latérales Stokes et anti-Stokes, cette dernière étant à résonance avec la cavité ($\mathcal{A}_+ \simeq 1$, $\mathcal{A}_- \simeq 0$). Cela consiste à choisir un désaccord $\overline{\Psi}$ négatif (laser de fréquence ω_0 décalée vers le rouge), avec la bande latérale à $\omega_0 + \Omega_m$ située proche de résonance ($\mathcal{A}_+$ maximal), et celle à $\omega_0 - \Omega_m$ très loin de résonance ($\mathcal{A}_-$ quasi-nul). Notons que le refroidissement a aussi pour conséquence d'augmenter l'amortissement du résonateur (équation 1.128). Le facteur de qualité mécanique initial doit donc être suffisant grand : $Q \gg g$.
- L'expression (1.140) du nombre n_Q de phonons résiduels associés au bruit quantique impose alors d'être dans le régime des bandes latérales résolues ($\Omega_m \gg \Omega_c$), qui permet de rendre la bande Stokes négligeable par rapport à la bande anti-Stokes ($\mathcal{A}_- \ll \mathcal{A}_+$). Dans ces conditions, le nombre résiduel de phonons s'écrit : $n_Q \simeq \mathcal{A}_-/\mathcal{A}_+ \simeq \Omega_{cav}^2/4\Omega_m^2$.

Notons pour finir qu'il est également possible d'amplifier le mouvement du résonateur plutôt que de le refroidir, en choisissant un désaccord $\overline{\Psi}$ positif (laser décalé vers le bleu). Ceci conduit à une diminution de l'amortissement effectif qui amplifie les oscillations et peut rendre le système instable [62], comme cela a été observé par notre équipe sur des micro-résonateurs en silicium [64].

1.3.2.3 Analogie avec le refroidissement laser

Le couplage par pression de radiation entre une onde électromagnétique de pulsation ω_0 et une onde acoustique à la pulsation Ω_m produit un phénomène de diffusion inélastique Brillouin-Mandelstam de la lumière par les modes acoustiques du micro-miroir. Dans les références [78, 79], il est supposé que la lumière est modulée par une variation de la constante diélectrique induite par les vibrations acoustiques, tandis que dans notre cas l'excitation des modes mécaniques provoque une variation de la longueur de la cavité. Étant donnée l'équivalence entre les variations des longueurs physique et optique de la cavité, on comprend que leur analyse reste valable pour des cavités à miroir mobile [62, 80].

Le couplage par pression de radiation peut ainsi être interprété, de la même façon que pour le refroidissement Doppler dans le domaine atomique pour les atomes ou les ions piégés [81] [18], comme la conversion d'un photon d'énergie $\hbar\omega_0$ du laser incident en un photon d'énergie $\hbar\omega_s$ et un phonon du miroir à la fréquence Ω_m ; ce processus, appelé processus **Stokes**, doit satisfaire la conservation de l'énergie, soit la relation $\omega_s = \omega_0 - \Omega_m$. Il est également possible d'absorber

18. Les atomes piégés ont un mouvement oscillant et donc une vitesse oscillante. L'effet Doppler vu par ces derniers est donc modulé à leur fréquence d'oscillation, ce qui va avoir pour effet de créer (dans leur référentiel) des bandes latérales effectives sur le laser qu'ils voient.

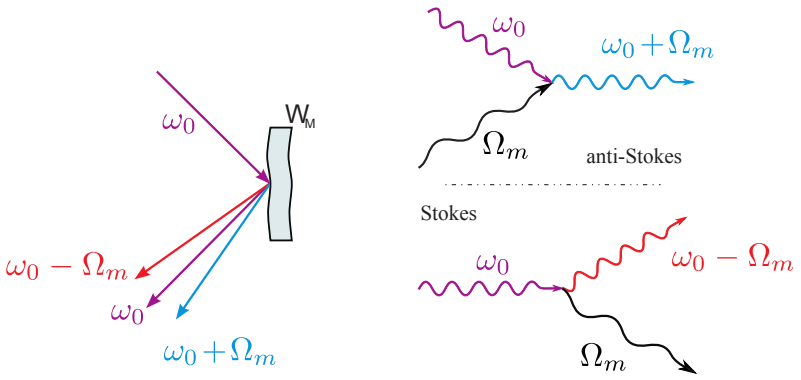


FIGURE 1.20: Représentation de la diffusion inélastique d'un mode optique de fréquence ω_0 par un mode acoustique du miroir de fréquence Ω_m. Le champ incident sur le miroir est modulé et présente deux bandes latérales en réflexion. Deux processus sont alors possibles : le processus anti-Stokes (en haut) qui conduit à l'absorption d'un phonon et le processus Stokes (en bas) où un phonon est créé.

un phonon par le processus inverse, dit **anti-Stokes**, de conversion d'un photon incident en un photon de fréquence plus élevée $\omega_{as} = \omega_0 + \Omega_m$, ces deux processus étant représentés sur la figure 1.20. Ce deuxième cas représente effectivement un processus d'extraction d'énergie d'un mode du résonateur mécanique.

Dans le cas où le champ incident est à résonance avec la cavité, les probabilités des processus Stokes et anti-Stokes sont égales. Les deux processus se compensent et l'énergie du miroir ne subit pas de variation. Lorsque la cavité est désaccordée, une des deux bandes est amenée plus près de la résonance que l'autre et le processus correspondant est favorisé : ainsi, un désaccord de la cavité vers les basses fréquences favorise le processus anti-Stokes qui diminue le nombre de phonons, alors qu'un désaccord opposé va l'augmenter.

1.3.2.4 Sensibilité de la mesure dans le régime des bandes latérales résolues

Nous avons pu voir au cours des sections précédentes que pour atteindre l'état quantique fondamental, il est nécessaire de se placer dans la configuration des bandes latérales résolues, où $\Omega_m > \Omega_{cav}$. On a cependant pu constater, dans la partie 1.2.3, que dans cette configuration les effets de bande passante limitent grandement la sensibilité de la mesure. Dans cette section, nous allons voir comment mesurer les fluctuations de position du résonateur dans son état fondamental avec une cavité dans le régime des bandes latérales résolues. Plusieurs méthodes existent : nous verrons tout d'abord comment compenser les effets de bande passante en désaccordant la cavité, puis comment on peut, avec des méthodes indirectes, mesurer une signature quantique du comportement du résonateur.

Sensibilité dans une cavité désaccordée

Dans le cas d'une cavité sans pertes et désaccordée de $\overline{\Psi}$ par rapport à sa résonance, l'équation (1.89) s'écrit [58] :

$$\delta\alpha_{out}[\Omega] = \frac{\gamma + i\overline{\Psi} + i\Omega\tau}{\gamma - i\overline{\Psi} - i\Omega\tau}\delta\alpha_{in}[\Omega] + \frac{i\sqrt{8\gamma}\,|\bar{\alpha}|}{\gamma - i\overline{\Psi} - i\Omega\tau}k\delta x[\Omega]. \tag{1.141}$$

Dans le cas où le nombre de phonons reste grand, on peut négliger l'effet de l'action en retour. En effet, on a vu dans le paragraphe 1.3.1.2 qu'à résonance l'action en retour ajoute seulement 1/4 de phonon pour une puissance incidente $\bar{I}_{in}^{LQS}$. Dans ce cas, δx et $\delta\alpha_{in}$ sont décorrélés et on

obtient, pour un champ incident cohérent :

$$S_{\alpha}^{out}[\Omega] = \frac{1}{2} + 64\ \mathcal{F}^2 \bar{I}_{in}\ \mathcal{A}_+(\Omega)\ \frac{S_x[\Omega]}{\lambda^2} \quad \text{et} \quad S_{\alpha^*}^{out}[\Omega] = \frac{1}{2} + 64\ \mathcal{F}^2 \bar{I}_{in}\ \mathcal{A}_-(\Omega)\ \frac{S_x[\Omega]}{\lambda^2}. \tag{1.142}$$

où les spectres des champs α et α^* sont définis par des équations similaires à (1.42) :

$$2\pi\delta(\Omega + \Omega')S_{\alpha}[\Omega] = \overline{\alpha[\Omega]\alpha^*[\Omega']} \tag{1.143}$$

On retrouve bien ici une propriété de la méthode semi-classique où les variables semi-classiques telles α ou E sont définies sur les fréquences positives et leur complexe conjugué sur les fréquences négatives.

On peut donc interpréter la réponse de la cavité à un mouvement S_x du miroir comme étant la réponse à résonance ($\bar{\Psi} = 0$) corrigée d'un facteur de « bande latérale » $\mathcal{A}(\bar{\Psi} + \Omega\tau)$ donnant la réponse de la cavité au déphasage effectif $\bar{\Psi} + \Omega\tau$.

Il convient tout de même de rester prudent sur ces interprétations. En effet S_{α} représente le spectre de bruit du champ qui n'est pas une grandeur observable. Si on considère un régime où la fréquence de résonance mécanique est grande devant la bande passante de la cavité (ce qui est en pratique la situation que nous cherchons à atteindre), alors le spectre de bruit de la quadrature de phase réfléchie s'écrit, toujours pour un faisceau incident cohérent et en négligeant les effets quantiques de l'action en retour :

$$S_q^{out}[\Omega] = 1 + 64\ \mathcal{F}^2 \bar{I}_{in}\ \left(\mathcal{A}_+(\Omega) + \mathcal{A}_-(\Omega)\right)\ \frac{S_x[\Omega]}{\lambda^2} \tag{1.144}$$

$$= 1 + 32\pi\ \mathcal{F}\bar{I}\ \frac{\mathcal{A}_+(\Omega) + \mathcal{A}_-(\Omega)}{\mathcal{A}(\overline{\Psi})}\ \frac{S_x[\Omega]}{\lambda^2}, \tag{1.145}$$

en ne gardant que les deux termes potentiellement résonnants. On obtient ainsi une sensibilité de :

$$\frac{S_x^{min}[\Omega]}{\lambda^2} = \frac{1}{32\pi\ \mathcal{F}\bar{I}} \frac{\mathcal{A}(\overline{\Psi})}{\mathcal{A}_+(\Omega) + \mathcal{A}_-(\Omega)}. \tag{1.146}$$

Cette sensibilité est représentée sur la figure 1.21. Elle y est normalisée à 1 pour $\bar{\Psi} = 0$ et $\Omega_m/\Omega_{cav} \ll 1$ où elle est maximale. Les courbes sont tracées à $\bar{I}_{in}$ constante (a) mais aussi à $\bar{I}$ constante (grandeur pertinente car c'est elle qui limite la puissance par les effets thermiques). On constate donc que pour rendre maximale la sensibilité (*i.e.* minimiser S_x^{min}) à intensité intracavité $\bar{I}$ constante, il faut minimiser $\mathcal{A}(\overline{\Psi})$ tout en maximisant $\mathcal{A}_{\pm}(\Omega)$. On a donc tout intérêt à respecter la condition $\bar{\Psi} = \pm\Omega_m\tau$, qui revient à rendre résonnante une des deux bandes latérales générées par les processus *Stokes* et anti-*Stokes*, comme on peut le voir sur la figure 1.21. En respectant cette condition on rend résonnant un de ces deux processus et on obtient une sensibilité relative quasi-optimale (40% pour un facteur de bande latérale résolue Ω_m/Ω_{cav} de 3)

Interprétation en terme de bandes latérales

Il se trouve que la sensibilité de la mesure est en fait directement donnée par les taux de diffusion de ces processus. En effet, ce que l'on mesure sur le signal réfléchi est le battement entre la fréquence du laser et les fréquences décalées des bandes latérales : c'est le point de vue des bandes

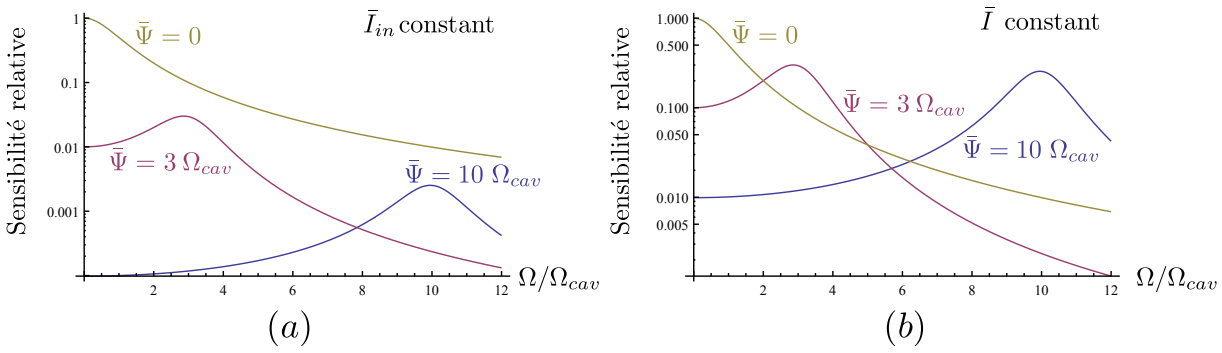


FIGURE 1.21: Sensibilité relative lors de la mesure de position en fonction de la fréquence d'analyse Ω, normalisées à 1 par rapport à la mesure à basse fréquence et à résonance ($\Omega \ll \Omega_{cav}$ et $\bar{\Psi} = 0$). Les courbes sont données pour différents déphasages, à intensité incidente constante (a) et à intensité intracavité constante (b).

latérales. Le champ incident est partiellement modulé aux fréquences $\pm\Omega_m$ après réflexion dans la cavité, cela correspond à la création de deux bandes latérales aux fréquences $\omega_0 \pm \Omega_m$ (figure 1.22). Comme ces deux champs peuvent se propager dans la cavité, les fluctuations peuvent être amplifiées ou atténuées selon que les bandes latérales sont à résonance ou pas. On peut aussi interpréter l'équation (1.142) de ce point de vue : à la pulsation d'analyse Ω, la cavité reporte le bruit du mouvement $S_x[\Omega]$ du miroir sur le champ de manière analogue à la création, par le mouvement du miroir, d'une bande latérale du faisceau incident décalée de Ω avec une efficacité de $\mathcal{A}_\pm(\Omega)$ (figure 1.22). Tout se passe donc comme si les effets de déphasage et de bande passante étaient identiques. En particulier, on peut compenser les effets de bande passante par un déphasage et rendre ainsi la fonction d'Airy résonnante même pour des fréquences d'analyse grandes devant la bande passante de la cavité.

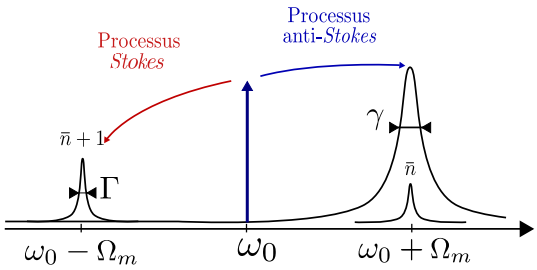


FIGURE 1.22: Processus *Stokes* et anti-*Stokes* dans la description en terme de bandes latérales. Le laser pompe est diffusé par le miroir mobile en deux bandes latérales, une proportionnelle à $\bar{n}+1$ (bande *Stokes*) et une proportionnelle à $\bar{n}$ (bande anti-*Stokes*). Ce processus de diffusion peut être rendu résonnant par la cavité.

Application à la mesure de l'état fondamental

On a déjà pu voir au paragraphe 1.3.1.2 que la meilleur mesure que l'on puisse faire à résonance en utilisant un faisceau cohérent est obtenue pour une intensité incidente bien précise $\bar{I}_{in}^{LQS}$. Pour cette mesure, le rapport signal à bruit n'est que de 1 et l'action en retour de la mesure a pour effet d'ajouter un quart de phonon au système mécanique. En considérant le point de vue des bandes latérales, on constate que l'on peut compenser les effets de bande passante en désaccordant le faisceau incident. La sensibilité hors résonance atteint alors des valeurs proches

de la valeur à résonance en régime adiabatique (*i.e.* non résolu), comme on peut le voir sur la figure 1.21. En particulier, à intensité intracavité constante on constate que la sensibilité sur la bande latérale est bien meilleure qu'à résonance, et a même des valeurs comparables à celle obtenue dans le meilleur des cas ($\Omega \ll \Omega_{cav}$, $\bar{\Psi} = 0$).

De plus, on a vu dans la section précédente la nécessité de se placer dans le régime des bandes latérales résolues ($\Omega_m/\Omega_{cav} > 1$). En comparant la sensibilité à intensité intracavité constante, on augmente grandement la sensibilité avec une cavité judicieusement désaccordée par rapport à une cavité à résonance.

Cependant, lorsque le nombre de phonons approche zéro, les formules (1.142) à (1.145) ne sont plus valables. En effet, dans l'équation (1.141), δx et $\delta\alpha_{in}$ ne sont plus indépendants en raison de l'action en retour qui n'est plus négligeable devant le faible nombre d'occupation. Dans ce cas, la mesure du spectre de bruit d'une quadrature du champ réfléchi par la cavité ne dépend plus directement du spectre de bruit de position du résonateur. Modes mécaniques et optiques sont alors intimement liés et les fluctuations du champ induites par la cavité à miroir mobile ne sont plus proportionnelles aux fluctuations de position du résonateur mais plutôt au nombre de phonons occupant le mode mécanique.

Mesure de la dissymétrie spectrale de l'état fondamental

Lorsque le nombre de phonons approche zéro, une théorie purement quantique développée dans les références [74, 43] permet d'écrire le spectre de position du résonateur sous la forme :

$$\frac{S_x^T[\Omega]}{\Delta x_Q^2} = \int \left\langle \left(\hat{m} + \hat{m}^\dagger\right)\left(\hat{m} + \hat{m}^\dagger\right)\right\rangle e^{i\Omega\tau} d\tau = \frac{\Gamma\bar{n}}{(\Omega_m+\Omega)^2 + (\Gamma/2)^2} + \frac{\Gamma(\bar{n}+1)}{(\Omega_m-\Omega)^2 + (\Gamma/2)^2} \tag{1.147}$$

où $\Delta x_Q^2 = \hbar/2M\Omega_m$ est la variance des fluctuations quantiques de position du résonateur et $\bar{n}$ le nombre d'occupation moyen du mode. Dans cette description quantique, le spectre mécanique n'est plus symétrique en fréquence mais présente deux bandes à $\pm\Omega_m$ d'amplitudes différant de 1 quantum d'excitation. Dans une vision semi-classique des choses, on considère le spectre moyen en repliant la partie négative sur la partie positive. On retrouve bien alors le classique facteur de proportionnalité $\bar{n} + 1/2$. Dans le régime quantique, le spectre de bruit du faisceau réfléchi s'écrit alors :

$$S_q^{out}[\Omega] = 1 + 64\,\mathcal{F}^2\bar{I}_{in}\frac{\Delta x_Q^2}{\lambda^2}\left(\mathcal{A}_+(\Omega)\frac{\Gamma\bar{n}}{(\Omega_m+\Omega)^2+(\Gamma/2)^2} + \mathcal{A}_-(\Omega)\frac{\Gamma(\bar{n}+1)}{(\Omega_m-\Omega)^2+(\Gamma/2)^2}\right). \tag{1.148}$$

On retrouve bien la contribution du bruit quantique de phase du faisceau incident (terme 1). Le terme dépendant du résonateur comporte deux parties, représentant les deux processus possibles dans la cavité : le processus anti-*Stokes*, où un phonon est absorbé par le champ optique, proportionnel à $\bar{n}$ et résonnant lorsque la cavité est désaccordée de $\bar{\Psi}/\tau = -\Omega_m$ et le processus *Stokes*, où un phonon est émis par le champ, résonnant pour $\bar{\Psi}/\tau = +\Omega_m$.

On retrouve bien ici l'interprétation en terme de bandes latérales vue au paragraphe précédent où la sensibilité de la mesure est en fait donnée par le taux de processus *Stokes* et anti-*Stokes*. En particulier, lorsque le résonateur est parfaitement dans son état fondamental, le spectre de bruit du faisceau réfléchi lorsqu'il est désaccordé de $-\Omega_m$ pour réaliser le refroidisse-

ment, est complètement plat : il ne peut se produire aucun processus anti-*Stokes* car le nombre d'occupation est nul et le processus *Stokes* est non-résonnant. On ne peut donc pas mesurer les fluctuations quantiques de position du résonateur dans son état fondamental, en utilisant uniquement le faisceau de refroidissement.

Cet effet est aussi décrit par la méthode semi-classique[82]. Il provient du fait que lorsque l'on tient compte de l'action en retour, les modes optiques et mécaniques ne sont plus indépendants. La dépendance reste cependant simple puisqu'elle est linéaire $S_x^{eff} = S_x^T + S_x^{rad}$ comme on l'a vu avec l'équation (1.134), le couplage se traduisant par le terme S_x^{rad}. Le spectre de phase du faisceau réfléchi ne dépendant que de S_x^T et de S_q^{in} (et S_p^{in} de manière indépendante), comme $S_x^T \propto \bar{n}$ sur la bande latérale anti-*Stokes* on a bien une perte totale de sensibilité dans l'état fondamental.

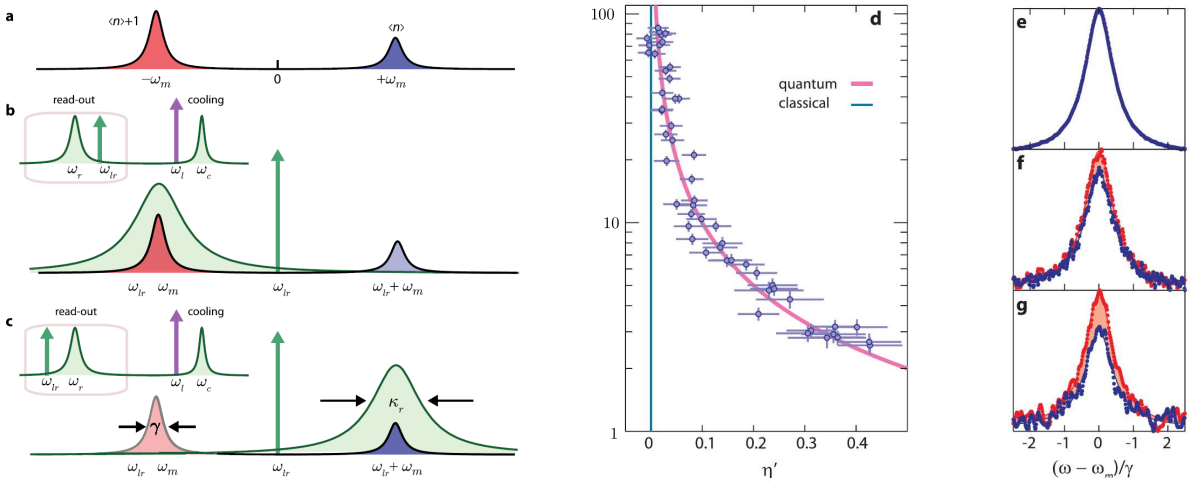


FIGURE 1.23: Mesure de l'asymétrie quantique du spectre de bruit de position d'un résonateur mécanique. Le spectre asymétrique est tracé en (a) (en fonction de $-\Omega$). Le résonateur est maintenu à un très faible nombre d'occupation grâce à un laser intense de refroidissement ω_l sur la bande anti-*Stokes* du mode optique ω_c et est mesuré avec un laser de lecture ω_{lr} sur les bandes *Stokes* et anti-*Stokes* du mode optique ω_r (schémas b et c). L'asymétrie η' des mesures réalisées sur les deux bandes (schémas e à g) est reportée en fonction du nombre moyen d'occupation sur la figure d. Figures extraites de [43].

Une méthode consiste à mesurer l'état du système avec un laser de mesure à résonance, mais on a déjà pu voir que cette méthode ajoute 1/4 de phonon à $\bar{I}_{in}^{SQL}$ et ne permet donc pas de se rapprocher de l'état fondamental autant que souhaité. Une méthode alternative, inventée par Braginsky en 1980 [83], développée par Clerk [60] et mise en évidence dans la groupe d'Oskar Painter [43] consiste à mesurer directement la dissymétrie du spectre. Cet effet est une signature du comportement quantique du résonateur, le taux de dissymétrie η' dans la relation (1.147) évoluant en $1/\bar{n}$:

$$\eta' \simeq \frac{S_x^T[\Omega_m] - S_x^T[-\Omega_m]}{S_x^T[\Omega_m]} = \frac{1}{\bar{n}} \tag{1.149}$$

Cette dissymétrie a été observée en 2011 : les résultats en sont reportés sur la figure 1.23. L'expérience consiste à mesurer le report du bruit de position du résonateur sur le champ optique de lecture (ω_{lr} avec les notations de [43]). Le résonateur est maintenu dans un état thermique à faible nombre de phonons (entre 2 et 100) grâce à un laser intense de refroidissement désaccordé

sur la bande anti-*Stokes*, noté ω_l. Pour éviter tout problème de contamination entre les lasers de refroidissement et de lecture, les deux lasers sont accordés chacun autour d'un mode optique propre ω_r pour la lecture et ω_c pour le refroidissement, très bien séparés en fréquence par la grande finesse de la cavité.

La mesure est alors réalisée de deux manières différentes, en désaccordant le laser de lecture sur la bande *Stokes* (schéma b), ou sur la bande anti-*Stokes* (schéma c). Le report du bruit de position sur le spectre de bruit de phase du laser de lecture étant proportionnel respectivement à $\bar{n}+1$ et à $\bar{n}$, il est alors possible de mesurer cette différence pour les très petits nombres d'occupation (figure 1.23 e,f et g). Il est alors possible de vérifier l'asymétrie quantique du spectre de bruit de position du résonateur, ce qui est présenté sur la courbe (d).

Cette méthode reste limitée par les effets de chauffage induits par la lecture de $S_x^T[-\Omega_m]$ sur la bande *Stokes*. Pour cela le laser de lecture doit rester peu intense, ce qui a pour effet de limiter la sensibilité de la mesure. Il existe cependant un moyen de vérifier que le résonateur est dans son état quantique fondamental en s'affranchissant complètement de l'action en retour : il s'agit d'utiliser des techniques d'« annulation de l'action en retour » ou BAE (*back action evasion*).

Annulation de l'action en retour

Cette méthode, développée Braginsky en 1980 [83] puis reprise par Clerk, Marquardt et Jacobs [60], consiste en quelque sorte à mesurer en temps réel la dissymétrie quantique du spectre des fluctuations de position du résonateur. Le principe en est relativement simple : mesurer simultanément et avec des faisceaux cohérents le spectre de bruit de position sur les deux bandes latérales.

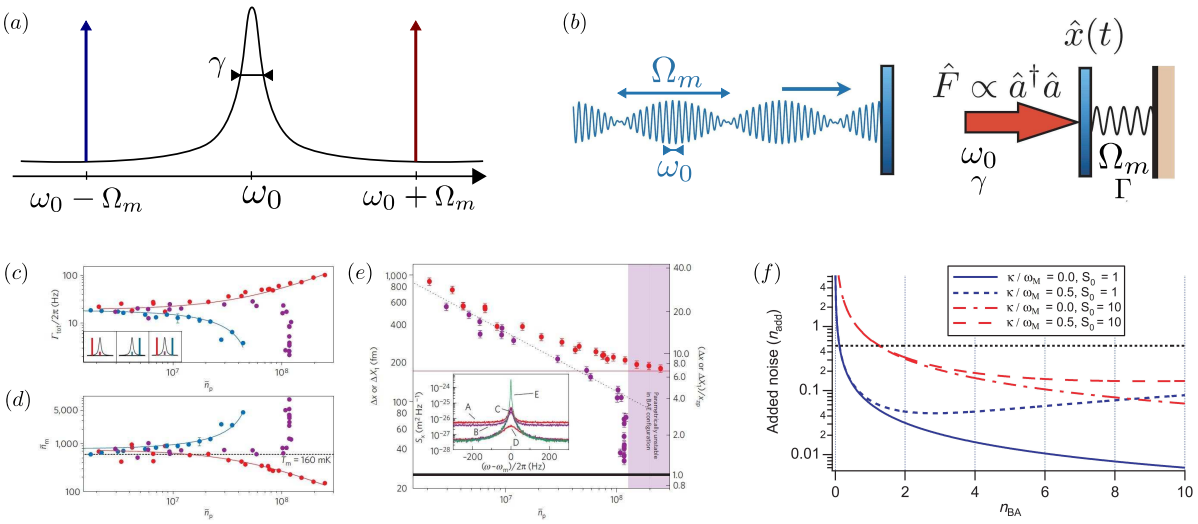


FIGURE 1.24: Principe de la mesure en configuration *back action evasion* (a). Deux lasers cohérents (issus d'un même laser père) et corrélés en phase sont accordés sur les bandes *Stokes* et anti-*Stokes* de la cavité. Cela est équivalent à moduler le laser incident en intensité avec un contraste unité (b). L'expérience (c à e) a été menée en 2009 dans le groupe de Schwab dans le régime thermique (1 000 phonons) : (c) à (e). On y constate que l'amortissement et le nombre de phonons sont en effet inchangés en configuration BAE (points violets) alors qu'ils le sont conformément à la théorie de l'action en retour dynamique en présence d'un seul faisceau (points bleus : chauffage ; points rouges : refroidissement). La sensibilité de la mesure est aussi augmentée (e) car en configuration BAE le facteur de qualité mécanique n'est pas altéré. Les courbes (f) présentent l'excès de bruit d'une telle mesure en fonction du nombre de phonons résiduels pour différentes valeurs de facteur de bandes latérales résolues et de l'efficacité quantique des détecteurs. Figures extraites de [84].

L'expérience consiste à séparer un laser en deux faisceaux d'égales intensités mais chacun accordé sur une bande latérale, comme on peut le voir sur la figure 1.24 (a). Les pulsations de ces deux lasers, corrélés en phase et de même intensité, étant séparées de $2\Omega_m$, l'intensité incidente sera modulée à la pulsation Ω_m avec un contraste unité (b). En notant φ la phase relative entre les deux lasers, on définit les quadratures du mode mécanique de la façon suivante :

$$x(t) = X_\varphi \cos(\Omega_m t - \varphi) + X_{\varphi+\pi/2} \sin(\Omega_m t - \varphi) \tag{1.150}$$

et en passant dans l'espace de *Fourier*, on obtient [85] :

$$\delta X_\varphi[\tilde{\Omega}] = e^{i\varphi/2} x[\tilde{\Omega} - \Omega_m] + e^{-i\varphi/2} x[\tilde{\Omega} + \Omega_m] \tag{1.151}$$

où $\tilde{\Omega}$ est la différence entre la pulsation d'analyse et la pulsation de résonance mécanique :

$$\tilde{\Omega} = \Omega - \Omega_m \tag{1.152}$$

Il est alors possible de montrer que, dans cette configuration, le bruit de pression de radiation sur la quadrature X_φ est nul [60]. En effet l'intensité du champ optique étant modulée à la pulsation Ω_m, le bruit de pression de radiation ne se reporte que sur la quadrature en phase avec la modulation du champ et non sur celle orthogonale. Dans leur article de 2008, Clerk, Marquardt et Jacobs ont montré que le bruit d'action en retour sur la quadrature X_φ peut être amené bien en dessous d'un demi phonon (comme on peut le voir sur la figure 1.24 (f) qui représente le nombre de phonons ajouté par la mesure sur la quadrature X_φ en fonction de nombre de phonon ajouté sur la quadrature orthogonale). Ces courbes sont tracées dans différents régimes de bande latérale résolue où, avec les notations de l'article, κ est la largeur optique de la résonance et ω_m la fréquence de résonance mécanique. L'efficacité quantique S_0 de la détection utilisée est aussi pris en compte dans ce calcul (figure 1.24d). On constate comme attendu que diminuer le bruit d'action en retour sur une quadrature a pour effet de fortement augmenter le bruit sur la quadrature orthogonale. On est bien ici en présence d'un état mécanique (thermique) comprimé. La figure (f) montre également que la méthode de mesure est très sensible : avec une efficacité quantique de détection de 10% ($S_0 = 10$), on peut mesurer le bruit de position de la quadrature X_φ du résonateur en ajoutant seulement 0,1 phonon tout en ajoutant 10 phonons sur l'autre quadrature.

On s'affranchit aussi des effets dynamiques en égalant les taux de chauffage par processus *Stokes* et de refroidissement par processus anti-*Stokes*. Il est donc possible de mesurer directement les fluctuations de position de cette quadrature sans la moindre action en retour. Notons ici que l'on ne mesure pas le spectre de déplacement S_x du résonateur mais bien celui d'une seule quadrature du mouvement, il n'y a pas de contradiction avec les techniques présentées dans les paragraphes précédents.

Cette mesure est en outre compatible avec l'utilisation d'un troisième laser désaccordé sur la bande latérale anti-*Stokes* d'un autre mode optique et suffisamment intense pour porter le résonateur dans son état fondamental.

L'information sur la quadrature X_φ du résonateur est portée par la quadrature de phase du

faisceau réfléchi dont le spectre s'écrit :

$$S_q^{out}[\tilde{\Omega}] = 1 + 32\frac{k^2\bar{I}\gamma}{\gamma^2 + (\Omega_m\tau)^2}\left(\frac{\gamma^2 - \tilde{\Omega}\Omega_m\tau^2}{\gamma^2 + (\tilde{\Omega}\tau)^2}\right)S_{X_\varphi}[\tilde{\Omega}] \tag{1.153}$$

Cette mesure n'est limitée que par le bruit de phase du faisceau incident (terme 1 dans l'équation).

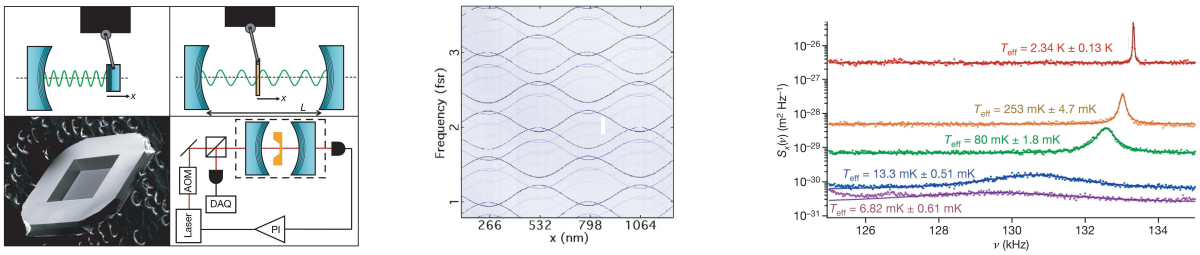
Cette technique de mesure a été démontrée expérimentalement, dans le régime thermique (10^3 phonons), par le groupe de Schwab [84] en 2009. Dans sa démonstration, ce groupe a montré que les effets dynamiques pouvaient être complètement annulés, comme on peut le voir sur la figure 1.24. L'expérience consiste à comparer les résultats obtenus en n'ayant qu'un seul des deux lasers de mesure avec la mesure en configuration BAE. Les résultats sont présentés sur les courbes (c) à (e) : les points bleus et rouges présentant les résultats classiques de chauffage et de refroidissement par effet dynamique. On constate bien que les points violets, pris en configuration BAE n'affectent ni la largeur mécanique ni le nombre de phonons. De plus, sur la figure (e) on constate que la sensibilité est accrue par rapport à une mesure sur la bande latérale anti-*Stokes* car le facteur de qualité mécanique n'est pas réduit par l'effet dynamique. L'expérience est ici limitée par l'instabilité paramétrique apparaissant sur la quadrature où le bruit est fortement amplifié, la modulation d'intensité du laser de pompe à la fréquence mécanique ayant pour effet d'exciter très efficacement cette quadrature. Aucune démonstration de cette technique à un niveau quantique n'a encore été publiée.

Mesure QND du mouvement du miroir

Une dernière méthode, proposée très tôt par Braginsky [83], consiste non plus à mesurer la position mais l'énergie mécanique du résonateur. L'opérateur énergie commutant avec l'Hamiltonien (dans la limite des grands facteurs de qualité), il est alors possible de réaliser une mesure non destructive de ce dernier et de voir ses sauts quantiques.

Il a été montré en 2008 par deux groupes indépendants [86, 61] qu'une telle mesure est possible lorsque la phase du faisceau réfléchi n'est plus sensible à la position du résonateur mais à son carré. Un tel couplage a été réalisé en 2008 dans le groupe de Harris où il a été possible de refroidir une membrane placée au sein d'une cavité Fabry-Perot de grande finesse comme décrit sur la figure 1.25 (a). Dans cette configuration, la sensibilité de la mesure de position s'annule lorsque la membrane est placée sur un noeud du champ intracavité, il en résulte une dépendance quadratique vis-à-vis des fluctuations de position de la membrane (b). Le groupe de Harris a pu réaliser en 2008 le refroidissement d'une telle membrane [87]. Les résultats sont donnés dans la figure (c). Un facteur de refroidissement de 300 en régime cryogénique a été mesuré, ce qui est comparable aux facteurs de refroidissement présentés dans cette section [64].

Nous avons formalisé, au cours de cette section, les interactions qui peuvent exister aux niveaux classique et quantique entre un faisceau lumineux et le miroir sur lequel il se réfléchit. Ayant dégagé les ordres de grandeur principaux, nous allons maintenant voir que les micromiroirs sont particulièrement adaptés à l'étude de cette interaction.



(a) (b) (c)

FIGURE 1.25: En plaçant une fine membrane de très grand facteur de qualité dans une cavité Fabry-Perot de grande finesse (a), il est possible de réaliser un couplage entre les fluctuations de position de la membrane et la phase du champ réfléchi. Sur la figure (b) est représenté le spectre des résonances otiques de la cavité. Lorsque la membrane est située à un noeud du champ, le couplage devient dispersif (extremum sur la courbe). Il est alors possible de réaliser un refroidissement dispersif de la membrane (c). Figures extraites de [61, 87].

1.4 Des micro-résonateurs pour étudier le couplage optomécanique

Nous avons vu dans les trois sections précédentes qu'il est possible de placer dans son état fondamental un résonateur mécanique macroscopique et d'utiliser l'extrême sensibilité de l'interférométrie optique pour mesurer ses fluctuations quantiques de position. Dans cette partie nous allons voir quels systèmes sont particulièrement adaptés à cette étude. S'il est nécessaire, en règle générale, d'avoir un résonateur optomécanique présentant à la fois un très bon comportement mécanique et une très bonne réflectivité optique, les contraintes réelles sur le dispositif vont dépendre de l'objectif à atteindre. Je présente dans la suite deux objectifs qui sont actuellement à l'étude au laboratoire, en précisant les contraintes qu'ils imposent sur le résonateur. Nous examinerons ensuite les contraintes liées à l'utilisation de cavités optiques de grande finesse pour observer les déplacements du résonateur. Ces contraintes se traduisent non seulement par la prise en compte de la nature complexe des résonateurs et des cavités qui ne sont pas monomais multi-modes, mais aussi sous la forme d'imperfections expérimentales qui vont venir altérer la sensibilité de la mesure et donc la capacité à observer ces déplacements.

1.4.1 Contraintes sur le résonateur optomécanique

Nous allons voir ici que les résonateurs que nous utilisons sont particulièrement adaptés à l'étude du couplage optomécanique à un niveau quantique, tant sur les plans optique que mécanique. Je présente ici deux utilisations que nous comptons faire de ces résonateurs : la première, qui constitue l'objet de cette thèse, est l'études des fluctuations quantiques de position d'un objet macroscopique, tandis que la seconde est l'étude du bruit quantique de pression de radiation.

Des résonateurs pour voir l'état quantique d'un objet macroscopique

Comme nous l'avons vu dans les sections précédentes, le choix du dispositif pour mettre en évidence le régime quantique d'un résonateur mécanique résulte d'un compromis de façon à satisfaire au mieux deux contraintes essentielles :

- Tout d'abord, la température du résonateur doit être suffisamment basse pour que sa dynamique soit dominée par ses propriétés quantiques. Ainsi la température d'un résonateur oscillant à une fréquence $\Omega_m/2\pi = 4\,\mathrm{MHz}$ doit être inférieure à sa température quantique $T_Q = \hbar\Omega_m/k_B$ correspondant environ à $200\,\mu\mathrm{K}$. Atteindre une telle température nécessite de combiner l'utilisation d'un cryostat avec des méthodes de refroidissement actif. Ce refroidissement ayant pour conséquence de dégrader le facteur de qualité mécanique de la structure, il faut partir d'une température cryogénique aussi basse que possible en utilisant un résonateur de grand facteur de qualité, afin de conserver de bonnes propriétés mécaniques une fois l'état fondamental atteint.
- Par ailleurs, comme on a pu le voir dans l'équation (1.48), l'amplitude maximale des fluctuations quantiques de position s'écrit $S_x^{ZPM}[\Omega_m] = \hbar Q/M\Omega_m^2$. On a donc intérêt à maximiser le rapport $Q/M\Omega_m^2$, tout en conservant une fréquence de résonance suffisamment élevée pour que la température quantique soit accessible expérimentalement. Pour fixer les ordres de grandeur, le niveau des fluctuations quantiques est extrêmement faible puisqu'il peut s'écrire

$$\sqrt{S_x^{ZPM}[\Omega_m]} \simeq \left(\frac{Q}{10^3}\right)^{1/2} \left(\frac{100\ \mu\text{g}}{M}\right)^{1/2} \left(\frac{4\ \text{MHz}}{\Omega_m/2\pi}\right) \times 3\ 10^{-20}\text{m}/\sqrt{\text{Hz}}. \tag{1.154}$$

Cela conduit en pratique à une miniaturisation du résonateur, limitée toutefois si l'on veut conserver une sensibilité suffisante sur la mesure du déplacement du résonateur : pour une mesure optique, la taille du miroir déposé sur le résonateur doit être suffisante pour l'utiliser dans une cavité optique de grande finesse.

Il existe d'autres contraintes, notamment sur la cavité. Ainsi on a vu dans la section précédente que pour atteindre l'état quantique fondamental du résonateur, la mesure devait être réalisée dans le régime des bandes latérales résolues. On doit donc travailler avec des petites bandes passantes en alliant grande finesse et cavité la plus longue possible. Mais le facteur G caractérisant le couplage optomécanique et défini par l'équation (1.100) est inversement proportionnel à la longueur de la cavité. On a donc intérêt à travailler avec les cavités les plus courtes possibles : encore une fois un compromis s'impose, l'utilisation d'une cavité courte augmentant d'autant cette constante de couplage.

L'objectif de ce travail de thèse a donc été de fabriquer un résonateur capable d'être placé dans son état quantique fondamental et pour lequel les fluctuations quantiques de position sont observables. Sa conception résulte d'un compromis entre les deux contraintes précédentes :

- les températures minimales accessibles expérimentalement (dans des expériences d'optique en espace libre et sans technologie lourde dédiée) étant de l'ordre de 100 mK et les refroidissements optiques (refroidissement laser par exemple) ayant une efficacité limitée à quelques milliers (voir quelques dizaines de milliers dans le meilleur des cas [88]), la température quantique du résonateur ne doit pas descendre en dessous de 100 μK. La fréquence de résonance doit donc être supérieure à 2 MHz.
- L'amplitude des fluctuations quantiques de position étant inversement proportionnelle à la fréquence de résonance du mode mécanique considéré, on a intérêt à choisir cette dernière la plus basse possible.

C'est pour ces deux raisons que nous avons choisi une fréquence de travail autour de 4 MHz. De même, pour maximiser les fluctuations quantiques de position, il convient de minimiser la masse du résonateur autant que possible (tout en gardant fixe la fréquence de résonance !). Pour répondre à ces critères, les résonateurs que nous avons développés pendant ma thèse allient une faible masse pour une surface utile suffisamment grande (100 μg pour (100 μm)^2), une fréquence de résonance de 4 MHz et un très grand facteur de qualité (10^6). Ils sont compatible avec leur implémentation dans une cavité Fabry-Perot de finesse élevée (100 000), tout en étant facilement intégrables dans un cryostat à dilution. Pour un tel jeu de paramètres, la longueur de la cavité doit être au moins d'un millimètre ce qui contraindra la réalisation comme on le verra au chapitre 4.

Observer les fluctuations quantiques de position d'un objet est l'ambition de nombreux groupes. Cependant, pour l'instant, seuls de très petits objets ont permis d'observer des effets quantiques. Cela a commencé avec des atomes dans les années 90 [89] puis, grâce au rapide essor des techniques de nano-fabricaton durant les deux dernières décennies, des démonstrations expérimentales ont pu être réalisées avec des nano-objets [33, 35] ou avec des résonateurs oscillant dans la gamme du GHz, permettant d'atteindre le régime quantique pour une température de 10 mK [15]. Nous plaçons nos recherches dans l'étude de manifestations quantiques

avec des macro-objets (masse supérieure à 20 μg). Le passage du microscopique (aux dimensions nanométriques) au domaine macroscopique (aux dimensions supérieures au micron) et donc l'observation d'effets quantiques avec des macro-objets est encore une fois rendu possible par l'essor technologique qui permet de compenser les masses relativement importantes par un couple ($\mathcal{F}$, Q) très élevé.

Des résonateurs pour voir le bruit quantique de pression de radiation

Une autre thématique de l'équipe est l'observation du bruit quantique de pression de radiation. La présence du bruit thermique va cependant entraîner un certain nombre de contraintes sur le système utilisé pour mettre en évidence ce bruit quantique. En effet, les équations (1.41) et (1.109) montrent que ces deux bruits présentent la même dépendance en fréquence, tous deux proportionnels à $|\chi[\Omega]|^2$. Néanmoins, leur rapport S_x^{rad}/S_x^T dépend des caractéristiques optique et mécanique du résonateur :

$$\frac{S_x^{rad}}{S_x^T} = \frac{32\hbar^2\mathcal{F}^2\overline{I}_{in}}{\lambda^2}\frac{Q}{k_BTM\Omega_m}. \tag{1.155}$$

Cette équation regroupe les paramètres clés du problème :

- Du point de vue optique, il faut maximiser l'amplitude des fluctuations de pression de radiation exercées sur le miroir mobile, c'est-à-dire optimiser l'intensité présente dans la cavité (le produit $\mathcal{F}\overline{I}_{in}$). Les résonateurs que nous utilisons permettent, comme je l'ai déjà mentionné, d'obtenir des cavités de très grande finesse tolérant un flux élevé de photons.
- Du point de vue mécanique, il faut minimiser les effets de dissipation en réduisant le plus possible l'amortissement Ω_m/Q du résonateur, la masse, et bien entendu la température du système. Les résonateurs à très grand facteur de qualité, compatibles avec la cryogénie à dilution, répondent encore un fois particulièrement bien à ces trois contraintes.

Ces résonateurs sont ainsi bien adaptés à l'observation du bruit quantique de pression de radiation. A une température de 300 mK, en prenant comme caractéristiques les valeurs typiques des résonateurs que nous utilisons, le rapport S_x^{rad}/S_x^T attendu est en effet de l'ordre de l'unité. Il est d'ailleurs prévu dans l'équipe d'utiliser ce type de résonateur, une fois ceux-ci optimisés pour ces expériences (augmentation de leur taille pour atteindre des finesses encore plus élevées et des fréquences légèrement plus basses).

L'utilisation de tels résonateurs comme miroir mobile dans une cavité Fabry-Perot de grande finesse n'est cependant pas sans contraintes, contraintes que je vais maintenant détailler.

1.4.2 Contraintes liées à l'utilisation de cavités Fabry-Perot en espace libre

L'utilisation d'une cavité Fabry-Perot en espace libre avec un miroir de fond mobile est soumise à de nombreuses contraintes expérimentales. Nous allons dans un premier temps décrire de façon plus complète la géométrie du champ optique en cavité. Nous allons voir comment cette géométrie est déterminée par la forme des miroirs utilisés et quelles conséquences l'utilisation d'un miroir mobile peut avoir. Nous vérifierons alors que le mouvement du résonateur, aussi complexe puisse-t-il être, peut effectivement être assimilé à un déplacement longitudinal et monodimentionnel.

Description géométrique des modes optiques dans une cavité Fabry-Perot
L'utilisation d'ondes planes pour décrire les champs lumineux est très bien adaptée tant que l'on ne s'intéresse pas aux phénomènes de diffraction et à l'extension transverse du champ. Dans les expériences que nous menons, le miroir déposé sur le résonateur a un diamètre typique de 100 μm et constitue le miroir de fond d'une cavité plan-concave comme on a pu le voir sur la figure 1.15. Il convient alors de prendre en compte la géométrie réelle de la cavité et les effets de taille finie dans la résolution de l'équation de propagation du champ électromagnétique. Une base de modes particulièrement adaptée à la géométrie de nos cavités où le miroir concave est sphérique est donné par les modes **gaussiens** $\mathrm{TEM}_{n,m}$ dont le col optique (*waist* en anglais) est positionné au niveau du miroir mobile plan. Le profil spatial du champ au point de coordonnées x selon l'axe de propagation et (y, z) dans le plan transverse s'écrit [90] :

$$v_{n,m}(x,y,z) = H_n\left(\sqrt{2}\frac{y}{w}\right) H_m\left(\sqrt{2}\frac{z}{w}\right) \frac{w_0}{w} e^{\left(-i(kx-\Phi)-(y^2+z^2)\left(\frac{1}{w^2}+\frac{ik}{2R}\right)\right)}, \tag{1.156}$$

où w_0 est le *waist* du faisceau, à savoir le plus petit rayon de ce dernier (pris ici en $x = 0$) et λ la longueur d'onde. La taille du faisceau à une abscisse x est $w = w_0\sqrt{1+(x/x_R)^2}$ où $x_R = \pi w_0^2/\lambda$ est la longueur de Rayleigh.

$R = x\left(1+(x_R/x)^2\right)$ est le rayon de courbure du plan de phase ; pour $x \lesssim x_R$, l'onde est assimilable à une onde plane (de courbure nulle) de taille transverse proche de w_0, alors qu'elle est assimilable à une onde sphérique centrée en $x = 0$ pour $x \gg x_R$. Un terme de phase additionnel $\Phi = (m+n+1)\arctan(x/x_R)$ assure la levée de dégénérescence des modes (m, n) en cavité. Les fonctions H_n sont les polynômes de Hermite d'ordre n, en particulier $H_0(y) = 1$. Une représentation de l'intensité transverse de tels modes est donnée sur la figure 1.26. On appelle mode fondamental le mode $\mathrm{TEM}_{0,0}$, modes transverses les autres. Notons que les lasers que nous utilisons, bien que n'étant pas générés dans des cavités à miroirs sphériques, sont également très bien décrits par ces modes gaussiens.

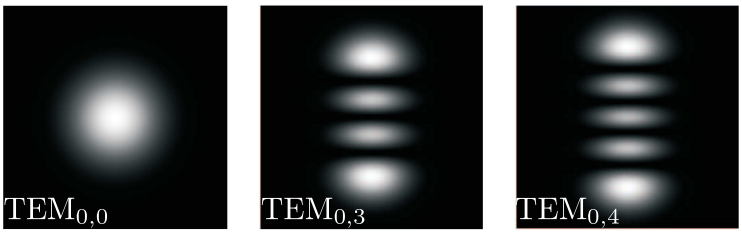


FIGURE 1.26: Représentation du profil d'intensité transverse pour trois modes gaussiens : le mode fondamental et les modes $TEM_{0,3}$ et $TEM_{0,4}$.

Les formules suivantes sont utiles pour adapter le faisceau incident sur l'un des modes de la cavité :

- Lors de la traversée d'un miroir plan-concave tel que le coupleur d'entrée de la cavité, l'effet de lentille divergente conduit à ajouter une lentille effective de focale $f = -R/(n-1) \simeq -2R$ sur le chemin optique, R étant le rayon de courbure du miroir et $n \simeq 1,5$ l'indice optique du verre.
- Lors de la description des modes de la cavité, ces derniers doivent vérifier des conditions aux limites de façon à ce que la courbure de leur front d'onde corresponde à la courbure du miroir. Ainsi, les résonateurs employés étant toujours plans, il y aura toujours un *waist*

situé à cet endroit. On en déduit donc la formule très utile suivante [90] :

$$\frac{\pi w_0^2}{\lambda} = x_R = \sqrt{L\,(R-L)} \tag{1.157}$$

où L est la longueur de la cavité et R le rayon de courbure du coupleur.

– Du fait que la phase des modes comporte une phase additionnelle Φ, ces derniers ne seront en général pas dégénérés mais résonneront dans la cavité pour des fréquences différentes. En notant $\nu_0 = \nu_{ISL}$ la fréquence de résonance du premier mode fondamental de la cavité, le mode transverse $\mathrm{TEM}_{n,m}$ d'ordre longitudinal q (*i.e.* $2L = (q+1)\lambda$) entrera en résonance à la fréquence $\nu_{n,m}$ donnée par :

$$\frac{\nu_{n,m}}{\nu_0} = (q+1) + \frac{m+n}{\pi} \arccos\sqrt{(1-L/R)}. \tag{1.158}$$

Effet d'une déformation du résonateur sur le champ

Si la cavité est non dégénérée et que le faisceau incident est proche de la résonance de son mode fondamental $\mathrm{TEM}_{0,0}$, seul ce mode est en pratique couplé au faisceau. Cela reste vrai lorsque l'un des miroirs de la cavité est mobile, comme nous allons le voir dans ce paragraphe, tant que la fréquence d'oscillation du miroir mobile reste petite devant l'écart entre modes optiques [19].

Nous allons pour cela déterminer la façon dont le champ se réfléchit sur le miroir mobile lorsque celui-ci se déforme selon un champ de déformation $\mathbf{u}(\mathbf{s},t)$ défini en tout point $\mathbf{s} = (y,z)$ de sa surface. Dans notre cavité plan-concave, le faisceau a son *waist* situé au niveau du résonateur et d'après l'équation (1.156) il possède dans ce plan un profil spatial gaussien de la forme [90] :

$$v_0(\mathbf{s}) \;=\; \sqrt{\frac{2}{\pi w_0^2}}\, e^{-\mathbf{s}^2/w_0^2}. \tag{1.159}$$

Le champ de fréquence optique ω_0 s'écrit sous la forme :

$$\alpha(\mathbf{s},t) \;=\; v_0(\mathbf{s})\,\alpha(t)\,e^{-i\omega_0 t}, \tag{1.160}$$

où $\alpha(t)$ est l'amplitude lentement variable du champ dans le mode $\mathrm{TEM}_{0,0}$.

Quand le champ est réfléchi par le miroir mobile, il subit un déphasage qui dépend du point $\mathbf{s}$, et s'écrit :

$$\alpha'(\mathbf{s},t) \;=\; v_0(\mathbf{s})\,\alpha(t)\,e^{-i\omega_0 t}\,e^{2i\mathbf{k}\cdot\mathbf{u}(\mathbf{s},t)}. \tag{1.161}$$

où k est le vecteur d'onde du mode.

Pour une déformation quelconque $\mathbf{u}(\mathbf{s},t)$, le dernier terme ne se résume pas en général à un simple déphasage de la forme $\exp(2ikx(t))$ comme ce serait le cas pour un déplacement global $x(t)$ du miroir. Ainsi la présence de l'exponentielle en $\mathbf{k}\cdot\mathbf{u}(\mathbf{s},t)$ implique que le champ réfléchi possède des composantes non nulles sur des modes de la cavité d'ordre plus élevé. Le champ n'est donc plus purement un mode $\mathrm{TEM}_{0,0}$. Cependant, les composantes transverses du champ réfléchi ne sont pas résonnantes et la cavité non dégénérée sélectionne le mode fondamental. Le champ réfléchi par le miroir mobile est de ce fait formé par la seule projection du champ sur le

19. L'intervalle entre les fréquences optiques de la cavité est typiquement de l'ordre de la dizaine de GHz, donc beaucoup plus grand que les fréquences typiques du mouvement du miroir qui sont de l'ordre du MHz.

mode fondamental de la cavité avec une amplitude donnée par :

$$\alpha'(t) \;=\; \langle v_0(\mathbf{s})\, e^{2i\mathbf{k}\cdot\mathbf{u}(\mathbf{s},t)}, v_0(\mathbf{s})\rangle\, \alpha(t). \tag{1.162}$$

où les crochets $\langle \ldots \rangle$ représentent l'intégrale spatiale dans tout le plan du résonateur :

$$\langle f, g\rangle = \int d\mathbf{s} f(\mathbf{s}) g(\mathbf{s}). \tag{1.163}$$

Pour des déplacements petits par rapport à la longueur d'onde du faisceau laser, on peut développer au premier ordre cette expression, qui devient :

$$\alpha'(t) \;=\; \left(1 + 2i\mathbf{k}\cdot\langle \mathbf{u}, v_0^2\rangle\right)\, \alpha(t). \tag{1.164}$$

Lors de sa réflexion sur le résonateur, le champ subit donc uniquement un déphasage proportionnel au déplacement pondéré par le profil spatial de l'intensité du champ (terme $\langle \mathbf{u}, v_0^2\rangle$). Cette expression permet de justifier le modèle unidimensionnel présenté dans ce chapitre (voir par exemple l'équation 1.51), puisque le déphasage du champ réfléchi par le résonateur peut s'écrire $2ikx(t)$ où le déplacement effectif unidimensionnel $x(t)$ est défini par le recouvrement spatial entre le mode optique et le mouvement du résonateur :

$$x(t) \;=\; \langle u(t), v_0^2\rangle, \tag{1.165}$$

où $u(t) = \mathbf{u}(t)\cdot\mathbf{k}/k$ est le déplacement longitudinal du résonateur. On a donc intérêt à maximiser ce recouvrement. Comme il est en fait égal au déplacement $\mathbf{u}(\mathbf{s}, t)$ moyenné sur le profil en intensité $v_0^2(\mathbf{s})$ du faisceau laser, une méthode efficace consiste à concevoir un résonateur pour lequel le déplacement du miroir est uniforme à l'échelle du faisceau laser.

1.4.3 Effets des imperfections optiques du résonateur

Les principales contraintes sur le résonateur pour son utilisation dans une cavité Fabry-Perot de grande finesse sont liées aux pertes optiques qu'il peut engendrer. Ces dernières peuvent se ranger dans 3 catégories :

- Les pertes par diffusion où le champ incident dans le mode fondamental est partiellement réfléchi par le miroir dans un autre mode. Ces pertes sont principalement dues à la rugosité du résonateur sur lequel est déposé le miroir.
- Les pertes par coupure où l'on prend en compte la taille finie du miroir sur lequel le champ se réfléchit, principalement limitée par la petite taille des résonateurs utilisés.
- Les pertes par absorption dans les couches diélectriques du miroir.

Ces pertes sont pour la plupart assimilables aux pertes P que nous avons prises en compte dans les équations du champ dans la section 1.2. Elles se traduisent par une réduction des effets quantiques du couplage optomécanique, ainsi que par une réduction de la sensibilité de la mesure des déplacements du résonateur. La prise en compte de ces pertes peut être assimilée au mélange du signal avec un champ vide sur une lame séparatrice [28]. C'est pour cela qu'elles sont parfaitement prises en compte en les traitant comme une transmission effective non nulle du miroir de fond de la cavité, comme nous l'avons fait au paragraphe 1.2.3.2. Ces pertes ont d'autres conséquences négatives, par exemple l'absorption peut conduire à un effet de bistabilité

Rugosité RMS	Pertes par diffusion	$\mathcal{F}_{max}$
1 Å	1,5 ppm	4 10^6
3 Å	15 ppm	400 000
5 Å	40 ppm	150 000
1 nm	150 ppm	40 000
10 nm = $\lambda/10$	1,5 %	400

TABLE 1.1: Tableau récapitulatif des pertes et de la finesse maximale atteignable en fonction de la rugosité d'un miroir.

thermique de la cavité [91]. Je vais ici détailler l'origine de ces pertes, ce qui mettra en évidence les contraintes auxquelles le résonateur est soumis pour garantir son implémentation dans une cavité de grande finesse.

Pertes par diffusion sur le miroir

La surface des miroirs n'est jamais parfaitement lisse, il existe toujours des petits défauts qui vont perturber la réflexion du faisceau laser en diffusant la lumière. On s'intéresse dans ce paragraphe aux limitations sur la finesse qu'entraîne la rugosité du miroir plan déposé sur le résonateur. On définit la rugosité $\zeta(\mathbf{s})$ comme l'écart entre la surface réelle et le plan ($x = 0$) dont on peut voir une représentation sur la figure 1.28. Son effet se calcule de façon similaire à celui du déplacement du résonateur $\mathbf{u}(\mathbf{s}, t)$ dans la section 1.4.2 et fait apparaître une intégrale de recouvrement comme dans l'équation (1.162) :

$$\alpha'(t) \;=\; \overline{v_0(\mathbf{s})\, e^{2ik\zeta(\mathbf{s})}, v_0(\mathbf{s})}\alpha(t). \tag{1.166}$$

Dès que l'extension spatiale des défauts de rugosité est petite devant la taille du faisceau laser, l'intégrale de recouvrement devient indépendante du profil du faisceau et on a :

$$\alpha'(t) \;=\; \overline{e^{2ik\zeta(\mathbf{s})}}\alpha(t). \tag{1.167}$$

En supposant que la rugosité du miroir est petite devant la longueur d'onde, on peut développer le déphasage $e^{2ik\zeta}$. Comme la rugosité est définie par l'écart au plan moyen, le premier terme non nul correspond au deuxième ordre et on obtient pour les pertes par diffusion associées à la rugosité $D = 1 - |\langle\alpha', \alpha\rangle|^2$ l'expression suivante :

$$D = 4k^2 \int_S d\mathbf{s}\, \zeta^2(\mathbf{s}) \equiv 4k^2\overline{\zeta^2}, \tag{1.168}$$

où $\overline{\zeta^2}$ est la rugosité quadratique. La finesse que l'on peut atteindre, calculée dans la table 1.1 pour différentes valeurs des pertes sur un des miroirs (l'autre étant supposé parfait), est alors au mieux :

$$\mathcal{F}_{max} = \frac{\lambda^2}{8\pi\overline{\zeta^2}}. \tag{1.169}$$

Pour obtenir une finesse de l'ordre de $\mathcal{F} = 100\,000$, il est donc nécessaire d'avoir une rugosité quadratique inférieure à $\sqrt{\overline{\zeta^2}} = \lambda/\sqrt{8\pi\mathcal{F}} \approx 6\,\text{Å}$, ce qui nécessite d'utiliser des substrats superpolis et peut se révéler expérimentalement très contraignant.

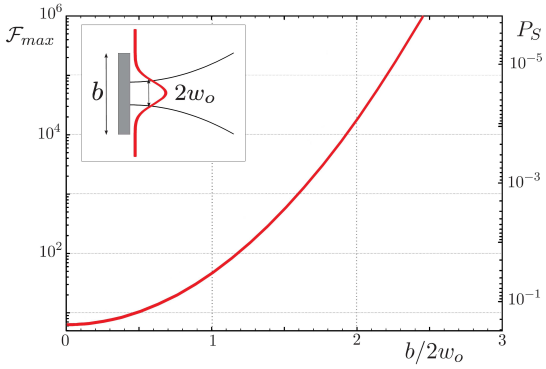


FIGURE 1.27: Influence de la dimension transverse du résonateur sur la finesse maximale accessible pour un miroir circulaire.

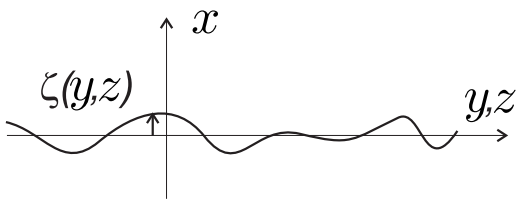


FIGURE 1.28: La rugosité d'un miroir est définie comme l'écart entre la surface réelle et la surface idéale, ici un plan.

Pertes par coupure

Le choix de la mesure interférométrique optique engendre une limitation importante sur les dimensions des résonateurs. En effet, l'extrême sensibilité de ce type de mesure repose sur la finesse élevée de la cavité utilisée, ce qui impose une condition drastique sur la taille de la structure. Avec un résonateur trop petit par rapport à la taille transverse du faisceau, on perd une partie de la lumière à la réflexion, ce qui se traduit par des pertes optiques qui limitent la finesse. Les *waists* les plus petits obtenus à l'heure actuelle sont de l'ordre du micromètre, le plus souvent réalisés au moyen d'objectifs de microscopes. A titre d'exemple, en biophysique les pinces optiques servant à la manipulation d'objets biologiques reliés à des billes micrométriques utilisent aussi des *waists* de quelques microns [92]. Dans une cavité Fabry-Perot, ce sont la géométrie des miroirs et leur écartement qui déterminent la taille du *waist*, comme on a pu le voir avec l'équation (1.157). Les contraintes de fabrication imposent que le résonateur mécanique soit plan et de fait le *waist* y est localisé. Par exemple, dans notre configuration expérimentale, avec un rayon de courbure du miroir d'entrée de la cavité de 800 μm et une longueur de cavité de 400 μm, on obtient un *waist* de 10 μm au niveau du résonateur.

La nécessité d'utiliser des cavités de grande finesse contraint donc sérieusement la taille du résonateur. Pour quantifier ce point, on peut calculer la puissance lumineuse perdue par effet de taille. La puissance surfacique $p(\mathbf{s})$ du champ électromagnétique en un point $\mathbf{s}$ de la surface du miroir s'écrit d'après l'équation (1.159) :

$$p(s) = \frac{2P}{\pi w_0^2} e^{-2s^2/w_0^2}, \tag{1.170}$$

où P est la puissance totale incidente.

Supposons maintenant que le miroir déposé sur le résonateur soit parfaitement réfléchissant et de forme circulaire, de surface S avec un diamètre b. Le coefficient de réflexion du miroir, égal au rapport entre l'intensité réfléchie par le miroir et l'intensité incidente, vaut :

$$R = \int_S d^2s \frac{2}{\pi w_0^2} e^{-2s^2/w_0^2} = 1 - e^{-b^2/2w_0^2}. \tag{1.171}$$

Ainsi la taille finie du résonateur induit des pertes supplémentaires dans la cavité qui s'élèvent

à $P_c = e^{-b^2/2w_0^2}$, ce qui conduit à une finesse maximale atteignable de :

$$\mathcal{F}_{max} = \frac{2\pi}{P_c} = 2\pi e^{b^2/2w_0^2}. \tag{1.172}$$

On trouve que la finesse plafonne à 10 000 pour un rapport voisin de 2 entre le diamètre du résonateur et le diamètre $2w_0$ du faisceau laser. Pour une finesse de 100 000, ce rapport vaut environ 2,5. Cette condition est encore une fois très contraignante : pour un waist de 10 μm par exemple, cela restreint les structures à une extension transverse de 60 μm au minimum.

La figure 1.27 montre la dépendance de la finesse en fonction du diamètre du miroir. L'objectif de l'expérience a été de travailler avec des structures de taille transverse de l'ordre de 100 μm, avec un *waist* d'une dizaine de microns et une finesse de 100 000. La taille transverse minimale étant de 60 μm, cela ne nous a laissé que très peu de marge de manoeuvre et a rendu la réalisation des résonateurs très complexe comme nous le verrons dans le paragraphe 2.2.3.

Pertes par absorption

Ces pertes sont en général assez faibles (typiquement quelques ppm) pour les meilleurs miroirs déposés actuellement. A titre d'exemple, le laboratoire qui réalise les miroirs des interféromètres gravitationnels *VIRGO* et *LIGO*, et aussi nos miroirs, est capable d'abaisser ces pertes à une valeur meilleure que 1 ppm [93].

Chapitre 2

Un pilier pour atteindre le régime fondamental

Au cours du chapitre précédent, nous avons pu voir que d'une part les paramètres pertinents pour observer les fluctuations quantiques de position d'un résonateur mécanique macroscopique étaient la masse, la fréquence de résonance et le facteur de qualité du résonateur et d'autre part que les paramètres pertinents pour mesurer ces infimes déplacements dans une mesure interférometrique sont la finesse et la longueur (qui fixe la bande passante) de la cavité Fabry-Perot.

Le couplage optomécanique a été mis en évidence avec une grande variété de dispositifs, allant de miroirs d'interféromètres gravitationnels pesant plusieurs kilogrammes et oscillant à une fréquence de l'ordre du hertz [94], jusqu'à des résonateurs de taille nanométrique et pesant quelques picogrammes et oscillant dans la gamme du GHz [33]. Dans le but d'observer ces fluctuations quantiques, deux stratégies se sont dessinées au cours des dix dernières années pour adapter les systèmes optomécaniques aux contraintes précitées.

La première stratégie consiste à réaliser les structures les plus légères possibles. Cette stratégie a naturellement conduit les groupes qui l'ont choisie à utiliser des résonateurs nanostructurés ayant des masses dans la gamme du picogramme. Du fait de la taille nanométrique de ces résonateurs, les fréquences de résonance sont généralement élevées (entre 10 MHz et 10 GHz) ce qui a pour avantage d'étudier des modes de vibration avec des températures quantiques dans la gamme du mK au μK, accessibles par des techniques de cryogénie classiques pour les plus élevées.

Néanmoins, la miniaturisation de ces résonateurs est souvent faite au détriment du facteur de qualité mécanique, de la finesse optique et de la longueur de la cavité, ces compromis étant compensés par les importantes fluctuations de position associées aux très faibles masses. Parmi les nombreux groupes qui utilisent de tels nano-résonateurs, quatre ont pu observer des effets quantiques liés à la structure mécanique et dont les dispositifs sont représentés en figure 2.1.

État de l'art

A. Cleland et son équipe [15] ont reporté pour la première fois l'observation des fluctuations de

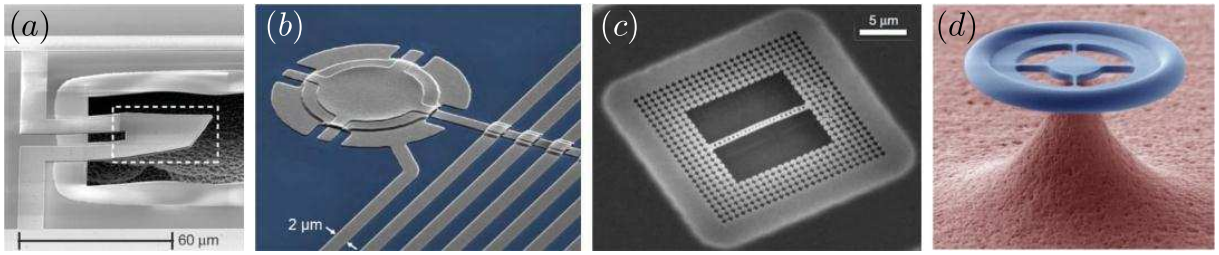


FIGURE 2.1: Les quatre structures ayant permis l'observation d'effets mécaniques quantiques, sur des structures macroscopiques, à ce jour : (a) le résonateur piezo-électrique du groupe d'A. Cleland [15], (b) le nano-tambour du groupe de K. Lehnert [35], (c) le cristal photonique et phononique du groupe d'O. Painter [33] et (d) le micro-tore du groupe de T. Kippenberg [34].

point zéro d'un mode de compression d'un micro-résonateur piézoélectrique, de dimension 50 μm et d'épaisseur 600 nm visible sur la figure 2.1 (a). Avec une fréquence de résonance de 6 GHz, l'utilisation d'un cryostat à dilution à une température de 25 mK a été suffisante pour passer sous la température quantique du résonateur par un facteur 10. Le couplage électromagnétique avec un Qubit supraconducteur a alors permis d'observer ses fluctuations et même de contrôler son excitation élémentaire au niveau du phonon unique.

L'équipe de K. Lehnert [35] a atteint l'état quantique fondamental d'un micro-résonateur en forme de tambour vibrant à 10 MHz environ et couplé à un circuit supraconducteur à micro-ondes, visible sur la figure 2.1 (b). Une technique de refroidissement actif dans le régime des bandes latérales résolues (voir la section 1.3.2.1), le résonateur étant préalablement thermalisé à 20 mK dans un cryostat à dilution, a permis d'atteindre un nombre de phonons thermiques inférieur à 1 et de mesurer les fluctuations quantiques de position correspondantes.

Ces fluctuations quantiques ont aussi été observées sur un autre dispositif de très faible masse, réalisé par l'équipe d'O. Painter [33], en confinant fortement les modes mécanique et optique à l'aide d'un système intégré constitué d'une cavité à cristaux photoniques. On peut en voir une image en microscopie électronique sur la figure 2.1 (c).

Enfin, le groupe de T. Kippenberg [34] a refroidi selon le même principe un mode mécanique radial d'un micro-tore en silice (figure d), caractérisé par une fréquence de résonance de l'ordre de 50 MHz et une masse de 15 ng, et ce jusqu'à 1,7 phonons environ.

La seconde stratégie consiste à utiliser des structures relativement lourdes (de masse supérieure à 10 μg) et oscillant à basse fréquence (inférieure au MHz) afin d'étudier les propriétés de décohérence quantique sur des structures massives [95] au voisinage de la masse de Planck [2, 3]. Ces structures ayant des temps de cohérence de plusieurs centaines de millisecondes, elles constituent une réelle opportunité pour leur utilisation comme mémoire quantique [96].

Pour de tels dispositifs optomécanique, la finesse optique et le facteur de qualité mécanique doivent atteindre l'état de l'art pour être compétitifs. Une limite inférieure s'impose alors à la taille transverse du résonateur : si l'on veut y déposer un miroir de grande réflectivité, il faut que ce dernier soit suffisamment grand par rapport à la taille du mode optique de la cavité. Ce mode étant défini en partie par la longueur de la cavité, comme on a pu le voir dans l'équation (1.157) la taille transverse du résonateur résulte donc d'un compromis entre la surface minimale nécessaire pour l'utiliser comme micro-miroir dans une mesure optique ultra-sensible, et la réduction de ses dimensions afin d'augmenter le couplage à la pression de radiation et sa température quantique. C'est cette seconde stratégie qui est suivie par l'équipe au laboratoire.

Le résonateur « historique »

La géométrie qui était utilisée jusqu'alors par l'équipe est celle d'une poutre de longueur typique 1 mm, d'épaisseur 50 μm et de quelques centaines de microns de largeur, doublement encastrée comme celle représentée sur la figure 2.2.

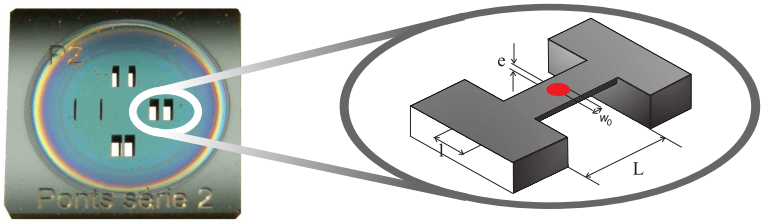


FIGURE 2.2: Photographie du type de puce utilisé par l'équipe au début de ma thèse. On y voit 4 résonateurs « historiques » en forme de poutre doublement encastrée sur lesquels est déposé un miroir diélectrique à haute réflectivité.

Ces résonateurs ont été réalisés en collaboration avec plusieurs laboratoires : l'ESIEE Paris puis l'Institut d'Électronique, de Microélectronique et de Nanotechnologie à Lille (IEMN) pour la gravure, et le Laboratoire des Matériaux Avancés à Lyon (LMA) pour le dépôt de couches diélectriques de haute réflectivité sur la surface du résonateur.

Cette structure a permis une des premières démonstrations du refroidissement d'un résonateur par pression de radiation dans une cavité désaccordée, obtenue en 2006 par notre équipe [64], avec une cavité de finesse 10 000 où le miroir mobile a une taille micrométrique, une masse de 200 μg, et une fréquence de résonance de 1 MHz avec un facteur de qualité mécanique de 10 000.

Une nouvelle génération de résonateurs

Ce résonateur en forme de micro-pont présentait tout de même quelques limitations. Sa surface, de près d'un mm^2 pouvait être réduite sans altérer la finesse de la cavité et ce dans l'objectif de réduire sa masse. De plus, son facteur de qualité mécanique, principalement limité par la dissipation induite dans les couches diélectrique déformées par la vibration, pouvait être augmenté en optimisant le *design* de la structure.

Au cours de ce chapitre, nous allons voir comment nous avons conçu le nouveau résonateur à partir d'un cahier des charges strict, et quelle solution nous avons adoptée. Je présenterai d'abord le principe de fonctionnement de cette structure optimisée, puis quelles en ont été les principales étapes de fabrication et enfin les moyens que j'ai pu mettre au point pour la caractériser. Une étude complète du banc de caractérisation sera alors donnée.

2.1 Conception du résonateur

L'approche que nous avons faite de cette expérience a été légèrement différente de la version historique. En effet, nous cherchions à obtenir le résonateur le mieux adapté à l'observation de ses fluctuations quantiques de position. Dans cette optique, le résonateur précédent a été optimisé sur tous ses aspects, et je vais en détailler la conception dans cette partie.

Je commencerai par dégager les contraintes auxquelles le système est soumis, tant mécaniques que géométriques, afin d'en tirer un cahier des charges clair. Après avoir défini les paramètres mécaniques pertinents pour notre expérience d'optomécanique, je détaillerai la solution que nous avons choisie pour cette structure.

La conception de ce résonateur fut l'objet d'une collaboration et la définition de spécifications précises a été une des clés du succès. Une fois la géométrie choisie, il a fallu développer un résonateur qui réponde parfaitement aux critères que nous nous étions fixé. Cela fut tout d'abord le cas sous forme de simulations, puis de tests expérimentaux afin d'optimiser la structure où nous avons pu profiter de l'immense expertise de l'ONERA. Il n'aura fallu pas moins de deux ans pour arriver à la version définitive, version qui répond parfaitement à nos attentes.

2.1.1 Cahier des charges

La définition du cahier des charges à été une étape importante de mon travail de thèse. J'ai eu la chance de débuter mes travaux en même temps que l'ANR ARQOMM et ai ainsi pu suivre de bout en bout ce projet. Une étude approfondie des phénomènes mis en jeu avait au préalable été réalisée au sein de l'équipe, notamment par Olivier Arcizet entre 2004 et 2006, ce qui nous a permis de définir très précisément nos besoins. Nous avons ainsi pu soumettre à nos deux partenaires, le LMA et l'ONERA, nos souhaits en terme de taille, masse, fréquence de résonance et facteur de qualité, et étudier avec eux la faisabilité de nos demandes.

2.1.1.1 Notion de masse effective

Dans le chapitre précédent, nous avions considéré le miroir comme étant animé d'une vibration plane. Nous allons voir ici que cette description peut être généralisée dans le cas de déformation non planes à condition de considérer une masse effective à la place de la masse réelle. Cette notion est très importante car la masse du résonateur est un des paramètres clés de l'étude de son couplage à la lumière.

On note $\mathbf{F}(\mathbf{s},t)$ la force de pression de radiation par unité de surface et $\mathbf{u}(\mathbf{s},t)$ la déformée de la surface, définies en tout point $\mathbf{s}$ de la surface du résonateur, qu'exerce le faisceau lumineux sur le miroir déposé à sa surface. Le travail W de cette force s'écrit sous la forme :

$$W \;=\; \int_{\mathcal{S}} \mathrm{d}^2 r\, \mathbf{F}(\mathbf{s},t)\, \mathbf{u}(\mathbf{s},t) \;=\; -\langle \mathbf{F}(\mathbf{s},t), \mathbf{u}(\mathbf{s},t)\rangle \tag{2.1}$$

où $\langle \mathbf{F}, \mathbf{u}\rangle$ représente le recouvrement transverse des deux fonctions, intégré sur la surface $\mathcal{S}$ du résonateur.

Le profil de la force de pression de radiation exercée par le faisceau intracavité[1] sur le

1. L'intensité du faisceau intracavité étant définie par : $I(t) = |\alpha(t)|^2$

résonateur s'écrit alors comme :

$$F_{\mathrm{rad}}(\mathbf{s},t) \;=\; 2\hbar\, k\, v_0^2(\mathbf{s})\, I(t). \tag{2.2}$$

Si on utilise cette expression pour la force $F[\Omega]$ dans l'équation (1.38), on peut écrire le déplacement effectif (1.165) vu par la lumière à la pulsation Ω sous la forme [97] :

$$\begin{aligned} x[\Omega] &= \langle u, v_0^2\rangle\, \chi[\Omega]\, \left(\langle F_{\mathrm{rad}}[\Omega], u\rangle + F_{\mathrm{T}}[\Omega]\right), \\ &= \langle u, v_0^2\rangle^2\, \chi[\Omega]\, \left(2\hbar\, k\, I[\Omega] + \frac{1}{\langle u, v_0^2\rangle} F_{\mathrm{T}}[\Omega]\right). \end{aligned} \tag{2.3}$$

Nous allons montrer que le mouvement du résonateur sous l'effet de la pression de radiation et de l'agitation thermique peut s'écrire sous une forme équivalente au traitement monodimensionnel du chapitre 1 (équations (1.38) et (1.106)), à condition de redéfinir convenablement la masse, la susceptibilité et la force de Langevin. Tout d'abord, l'expression (2.3) peut être écrite sous la forme :

$$x[\Omega] \;=\; \chi_{eff}[\Omega]\, \left(2\hbar\, k\, I[\Omega] + F_{\mathrm{T}}^{eff}[\Omega]\right), \tag{2.4}$$

où on a défini une force de Langevin et une susceptibilité effectives χ_{eff} et F_T^{eff} qui dépendent du recouvrement $\langle u, v_0^2\rangle$ entre le profil spatial du mode mécanique et le faisceau dans le mode fondamental, à travers une masse effective M_{eff} définie par :

$$\chi_{eff}[\Omega] = \frac{1}{M_{eff}\, (\Omega^2 - \Omega^2 - i\Gamma\Omega)}, \tag{2.5}$$

$$M_{eff} = \frac{M}{\langle u, v_0^2\rangle^2}, \tag{2.6}$$

$$F_T^{eff} = \frac{1}{\langle u, v_0^2\rangle} F_T. \tag{2.7}$$

Le mode acoustique correspond donc à un oscillateur harmonique dont la masse dépend de son adaptation spatiale avec le faisceau lumineux. Si les modes acoustique et optique sont bien adaptés entre eux ($\langle u, v_0^2\rangle$ proche de 1, ce qui est le cas pour la structure développée durant ma thèse.), la masse effective est réduite, signifiant que la lumière sera très sensible aux déplacements provoqués par ce mode. La masse peut par contre devenir infinie si le recouvrement entre le faisceau et le mode acoustique est nul, par exemple si le laser est exactement centré sur un nœud du mode mécanique. Dans ce cas particulier, le champ ne sera pas sensible au mouvement du miroir lié à ce mode propre.

On vérifie aisément que la force de Langevin effective ainsi définie satisfait le théorème fluctuations-dissipation (1.34) associé à la susceptibilité χ_{eff}.

Ce résultat rend explicite l'équivalence formelle du mouvement du résonateur tel qu'il est vu par le faisceau, avec le déplacement unidimensionnel utilisé dans le chapitre 1. La force de pression de radiation s'écrit simplement $2\hbar k I$ où I est l'intensité totale du faisceau intracavité (1.106).

2.1.1.2 Caractéristiques mécaniques

On a pu voir dans le chapitre précédent que les caractéristiques techniques du résonateur employé pour atteindre le régime fondamental conditionnent grandement la réussite de l'entreprise. En effet, d'après l'équation (1.48), l'intensité spectrale des fluctuations de position à résonance valent $S_x^Q = \frac{\hbar Q}{M\Omega_m^2}$ (pour un résonateur de masse M, de fréquence de résonance $\Omega_m/2\pi$ et de facteur de qualité Q). Ces dernières sont ainsi d'autant plus importantes que :

- la masse est faible,
- le facteur de qualité est grand,
- et la fréquence de résonance est basse.

De plus, pour pouvoir observer le résonateur dans son état quantique fondamental, il faut évidemment qu'il s'y trouve. Pour cela la température du mode mécanique étudié doit être inférieure à sa température quantique (1.18) :

$$T_Q = 24 \left(\frac{\Omega_m}{2\pi \times 1\text{MHz}} \right) \mu\text{K}. \tag{2.8}$$

On voit alors qu'un compromis sur la fréquence de résonance s'impose. Les techniques cryogéniques avec accès optique, permettant d'utiliser des puissances de l'ordre du mW, étant limitées à la centaine de mK on voit finalement qu'on a besoin d'un refroidissement laser d'un facteur 10 000 pour placer un mode du résonateur oscillant à 1 MHz dans son état fondamental [2]. Dans ces conditions, les limites de sensibilité calculées dans l'équation (1.110)[98], qui sont dues aux fluctuations quantiques du faisceau laser employé, nous fixent une fréquence maximum de l'ordre de la dizaine de MHz pour une puissance laser incidente de 1 mW. Or dans le régime des bandes latérales résolues, le coefficient de refroidissement s'écrit, d'après l'équation (1.128) :

$$g \simeq 100\ 000 \left(\frac{\mathcal{F}}{10^5} \right) \left(\frac{Q}{10^6} \right) \left(\frac{P}{100\text{W}} \right) \left(\frac{10\mu\text{g}}{M} \right) \left(\frac{2\pi \times 4\text{MHz}}{\Omega_m} \right)^2, \tag{2.9}$$

avec P la puissance intracavité limitée par l'absorption des couches diélectriques du miroir [3], à 100 W sur un surface de 100 μm^2 environ.

On a donc intérêt à prendre un résonateur le plus léger possible. Pour une structure de masse 10 μg oscillant à 4 MHz avec un facteur de qualité de 10^6, il semble possible d'atteindre l'état quantique et d'observer les fluctuations de position associées . La surface de cette dernière devra être supérieure à 200 μm $\times$ 200 μm, afin que le miroir soit suffisamment grand pour assurer une bonne finesse avec des effets thermiques négligeables aux puissances de travail habituelles, et superpolie afin de pouvoir y réaliser un traitement diélectrique présentant moins de 10 ppm de pertes (Table 1.1).

2.1.1.3 Caractéristiques géométriques

En plus des caractéristiques intrinsèques du résonateur, des contraintes purement géométriques viennent se greffer au problème. Le facteur de qualité mécanique du traitement diélectrique utilisé étant relativement faible (de l'ordre de 10 000 [99]), il faut utiliser un résonateur

2. En effet, nous avons choisi de garder un masse de l'ordre de la dizaine de μg, proche de la masse de Planck m_p, l'équipe travaillant aussi sur deux autres expériences où les résonateurs ont des masses respectivement de 100 pg et quelques mg.

3. et les effets de bistabilité thermique associées [91]

pour lequel la masse effective, donnée par l'équation (2.6), est la plus petite possible tout en évitant au maximum toute déformation du miroir lors du mouvement. De plus, la cavité Fabry-Perot formée pour moitié du miroir du résonateur doit avoir une grande finesse ; la taille du miroir doit donc être grande devant la taille du *waist* optique, ce dernier ne pouvant être amené en dessous de 10 μm sans augmenter grandement les contraintes de réalisation [4].

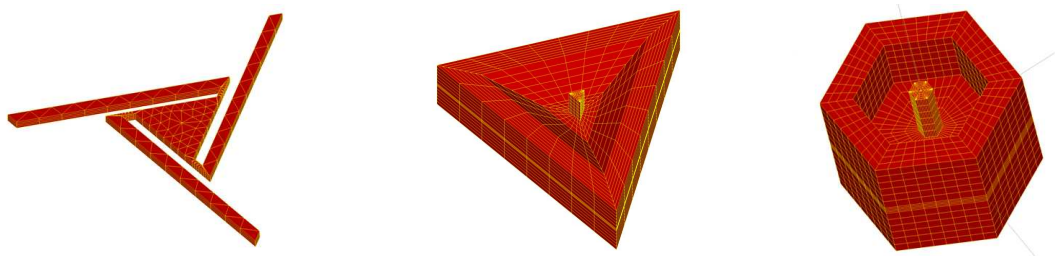
On a donc été amené à considérer des modes de compression-extension où la surface de l'échantillon se déplace sans se déformer. Cette surface doit avoir une taille caractéristique d'au moins 100 μm. Pour garder une masse dans la gamme des 10 μg, il faut considérer des épaisseurs de l'ordre du millimètre. Pour des modes de compression-extension, les fréquences de résonance sur une telle épaisseur ont alors le bon ton d'être dans la gamme du MHz pour un matériau comme le quartz.

2.1.1.4 Plages accessibles pour les différents paramètres

Nous avons alors interagi avec l'ONERA et le LMA pour étudier la faisabilité d'un résonateur, dont le mouvement d'une surface suffisamment grande est plan et sur laquelle on dépose un miroir de grande qualité. Les paramètres de la structure étant les suivants :

- masse de l'ordre de 10 μg,
- fréquence de l'ordre de 1 MHz,
- surface du miroir de l'ordre de (100 μm)^2,

plusieurs solutions ont été proposées comme on peut le voir sur la figure 2.3.



(a) (b) (c)

FIGURE 2.3: Trois versions de résonateurs imaginées. Les structures (b) et (c) vibrent sur un mode de compression-extension. Pour la structure (a), c'est le mode de vibration des ponts qui est étudié.

Ces structures sont de génératrices triangulaires car elles sont toutes trois proposées pour être réalisées en quartz, et gravées chimiquement. Nous verrons par la suite que cette méthode de réalisation impose cette géométrie. Sur la première structure, c'est un mode de pont qui est visé, le triangle au centre ne se déformant pas pour ce mode. Pour les structures (b) et (c), c'est un mode de compression-extension d'un pilier maintenu en son centre par une membrane. Ici encore la surface du pilier ne se déforme pas pendant le vibration.

2.1.2 Solution choisie pour le résonateur

Pour satisfaire ces conditions nous avons décidé d'utiliser un micropilier, oscillant selon un mode de compression-extension comme on peut le voir sur la figure 2.4. En effet les structures

4. pour des raisons technologiques dues à la fois au problème de focalisation efficace sur de très petites surfaces mais aussi de tenue au flux des miroirs.

du type de la figure 2.3(a) présentent souvent des modes multiplets à cause de défauts lors de la réalisation du dispositif, brisant la symétrie de la structure. La structure (c) n'est quant à elle qu'une version plus affinée de la structure (b). Nous avons commencé les expériences avec la structure (b), plus simple à réaliser.

Nous allons dans cette partie présenter le principe de fonctionnement du pilier. Bien que celui-ci soit relativement complexe, il est possible de le décrire avec un modèle simple qui retranscrit la plupart des effets majeurs attendus. Une description continue plus détaillée sera donnée ensuite ainsi que les résultats de simulations qui seules peuvent raisonnablement décrire complètement le système : on verra alors l'utilité des différents éléments qui composent le résonateur. Nous finirons cette partie par la présentation de l'optimisation expérimentale qui a finalement mené au choix des paramètres définitifs.

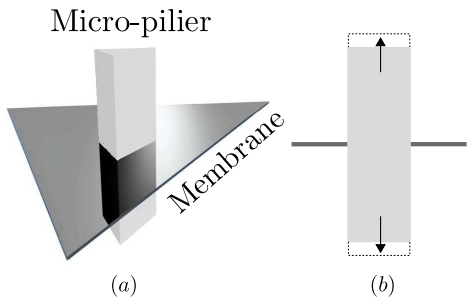


FIGURE 2.4: Description schématique du micro-pilier utilisé. (a) vue d'artiste en 3D, (b) vue en coupe transversale. Les flèches indiquent les déplacements de matière.

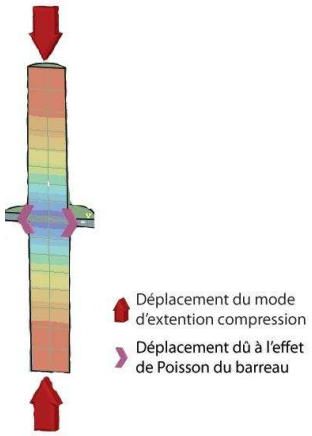


FIGURE 2.5: Les deux demi-piliers sont couplés par effet Poisson.

2.1.2.1 Choix du matériau

Nous avons choisi d'utiliser comme matériau le quartz pour différentes raisons ; tout d'abord c'est le matériau qui possède un des meilleurs facteurs de qualité intrinsèques tant à température ambiante qu'à froid [100] et l'ONERA possède une expertise de renommée mondiale dans le *design* et la gravure de résonateurs à haut facteur de qualité dans ce matériau.

2.1.2.2 Principe de fonctionnement du micro-pilier

Le principe de fonctionnement du résonateur est un micropilier oscillant sur un mode de compression-extension. Il est maintenu en son centre sur un nœud de vibration par une fine membrane. Il s'agit en fait de deux demi-piliers couplés entre eux par effet Poisson [5] comme on peut le voir sur la figure 2.5. Lorsqu'un demi-pilier se contracte (resp. dilate), la toile est elle-aussi comprimée (resp. dilatée) menant à la contraction (resp. dilatation) de l'autre demi-pilier. Ce design permet de complètement vérifier le cahier des charges. En effet, le déplacement du miroir est parallèle à son plan et l'intégrale de recouvrement avec la lumière est maximale.

5. L'effet Poisson caractérise la propension qu'un solide a à se déformer perpendiculairement à la contrainte qui lui est appliquée. lorsque le demi-pilier supérieur se contracte, sa base se dilate dans le plan de la membrane.

2.1.2.3 Calcul de la masse et de la fréquence de résonance

Le calcul de la fréquence de résonance du pilier fait intervenir des notions de physique des milieux continus et sera présenté dans ce paragraphe. Néanmoins, un modèle très simple à base de masses et de ressorts permet de comprendre les mécanismes en jeu.

Description simple « masse-ressort »

La description la plus simple des deux demi-piliers est une modélisation masse-ressort suivant le schéma présenté sur la figure2.6. On note $K/2$ la constante de raideur effective d'un demi-pilier et M_{tot} la masse totale du pilier. La masse M du mode ne représente qu'une fraction α de la masse totale du pilier ($M = \alpha M_{tot}$), définie comme la masse du volume mis en mouvement lors de la vibration.

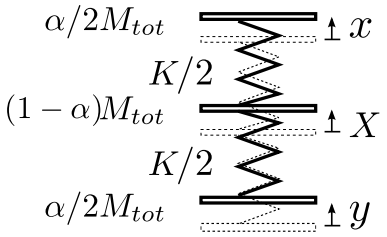


FIGURE 2.6: Description schématique du couplage entre les deux demi-piliers dans le résonateur utilisé.

On est donc amené à résoudre le système d'équations suivant :

$$\frac{1}{2}M\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}\ t^2} = -\frac{1}{2}K(x-X), \tag{2.10}$$

$$\frac{1}{2}M\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}\ t^2} = -\frac{1}{2}K(y-X), \tag{2.11}$$

$$(M_{tot}-M)\frac{\mathrm{d}^2X}{\mathrm{d}\ t^2} = \frac{1}{2}K(y-X)+\frac{1}{2}K(x-X). \tag{2.12}$$

La résolution de ce système d'équations couplées mène alors à la description du mouvement sous forme de deux modes non triviaux [6], un mode symétrique oscillant à la fréquence $\Omega_m = \sqrt{K/M}$ noté S, et un mode antisymétrique oscillant à la fréquence $\Omega = \sqrt{K/(1-\alpha)M}$ noté A, ayant pour vecteur propre écrit en coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \\ X \end{pmatrix}$:

$$S = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad A = \frac{1}{\sqrt{3\alpha^2-4\alpha+2}}\begin{pmatrix} \alpha-1 \\ \alpha-1 \\ \alpha \end{pmatrix} \tag{2.13}$$

On constate que le mode symétrique n'induit aucun mouvement de la membrane située au point de raccordement entre les deux demi-piliers. Ce mode est très intéressant ; en effet le fait que la membrane reste immobile lors de la vibration assure le confinement de l'énergie mécanique au sein du pilier en limitant les fuites vers l'extérieur par les points d'ancrage. On peut donc s'attendre à des facteurs de qualité extrêmement élevés pour ce type de mode.

Ce mode symétrique permet aussi une analogie directe avec le système-modèle présenté au

6. Le mode trivial étant le mode de déplacement d'ensemble à fréquence nulle.

chapitre 1. Comme on peut le voir sur le schéma figure 2.7, une simple réflexion spéculaire par rapport au plan de la membrane permet de considérer la vibration du mode S comme celle en parallèle de deux systèmes masse-ressort attachés à un support rigide et vibrant de concert. On retrouve alors bien ici la répartition des masses et des constantes de raideur du système à deux demi-piliers.

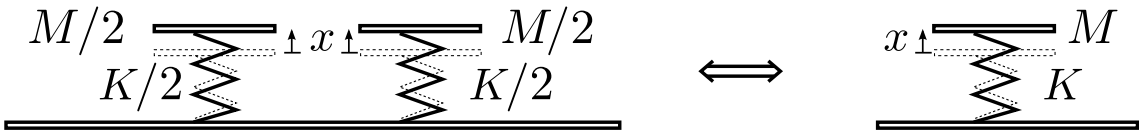


FIGURE 2.7: Équivalence, pour le mode symétrique, entre la description en deux demi-piliers et celle d'un système modèle masse-ressort.

Description continue

Pour adopter une description plus réaliste du mouvement du pilier, nous passons à une description continue. On utilise la théorie de l'élasticité dans les matériaux continus [101]. On introduit pour cela la déformée $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$ au point $\mathbf{r}$ qui caractérise l'écart à l'équilibre d'un élément de volume $dV(\mathbf{r})$ et $\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{r})$ le tenseur des contraintes à deux dimensions.

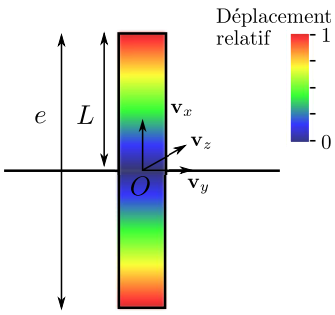


FIGURE 2.8: Description mécanique continue du micro-pilier.

Le système d'axe est représenté sur la figure 2.8. Le plan formé par les vecteurs unitaires $(\mathbf{v}_y, \mathbf{v}_z)$ de la membrane est pris pour origine de l'axe du pilier porté par le vecteur unitaire $\mathbf{v}_x$. La longueur $L = e/2$ est la longueur des demi-piliers, formant ensemble une structure d'épaisseur e.

L'équation de propagation s'écrit alors, pour un demi-pilier :

$$\rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial\, t^2} = \frac{E}{2(1+\sigma)} \boldsymbol{\Delta}(\mathbf{u}) + \frac{E}{2(1+\sigma)(1-2\sigma)}\, \mathbf{grad}(\mathrm{div}(\mathbf{u})) \tag{2.14}$$

où σ est le coefficient Poisson du quartz et E son module d'Young selon l'axe Z. Cette équation

devient [7] :

$$\rho \frac{\partial^2 u_x}{\partial\, t^2} = \frac{(1-\sigma)}{(1+\sigma)(1-2\sigma)} E \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} \tag{2.15}$$

$$u_y = u_z = 0. \tag{2.16}$$

Ainsi, en passant dans l'espace de Fourier, avec les conditions aux limites fortes suivantes :

- $\mathbf{u}(0,t) = \mathbf{0}$ car on veut que la zone de fixation (en $x = 0$) soit située sur un nœud de vibration
- et $\boldsymbol{\sigma}(\pm L, t) = \mathbf{0}$ car les deux extrémités du pilier sont libres, ce qui se traduit en particulier par $\frac{\partial u_x}{\partial x}(L,t) = 0$

on est amené à chercher une solution sous la forme d'une onde stationnaire :

$$u_x = u_0 \cos(\Omega_m t + \phi) \sin(kx). \tag{2.17}$$

où l'on définit le mode propre spatial [8] $\tilde{u}_x = \sin(kx)$. En reportant cette forme dans (2.15) on obtient le relation de dispersion suivante :

$$\rho \Omega_m^2 = \frac{(1-\sigma)}{(1+\sigma)(1-2\sigma)} E k^2. \tag{2.18}$$

Les conditions aux limites donnent $kL = \pi/2\ [\pi]$ et donc $\lambda = 4L$ pour le mode fondamental. Ainsi on obtient :

$$\Omega_m = \frac{2\pi}{4L} \sqrt{\frac{(1-\sigma)}{(1+\sigma)(1-2\sigma)}} \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \tag{2.19}$$

les paramètres mécaniques du quartz étant les suivants [102] :

- $\rho = 2680$ kg.m^{-3},
- $\sigma = 0.3$,
- $e = 2L$=1 mm,
- $E = 105{,}9$ GPa à 20°C,

on attend une fréquence de résonance de 3,66 MHz à 20°C. Il convient de noter que pour minimiser les pertes intrinsèques du matériau, le résonateur est gravé dans un mono-cristal de quartz ultra-pur (paragraphe 2.2.2).

La déformation de la surface du pilier $\mathbf{u}(L,y,z)$ peut être ainsi être décomposée sur le mode propre $\tilde{u}_x$ avec l'amplitude $x(t)$ selon la relation :

$$\mathbf{u}(L,y,z,t) = x(t)\tilde{u}_x(L)\mathbf{v}_x \tag{2.20}$$

où $x(t)$ est l'amplitude du mode acoustique qui dépend des forces appliquées sur le résonateur [97, 103] :

7. Nous nous intéressons à un mode de compression-élongation donc $\mathbf{u} = u_x \mathbf{v}_x$ et $\mathbf{rot}(\mathbf{v}_x) = \mathbf{0}$. En utilisant :

$$\mathbf{rot}(\mathbf{rot}(\ )) = \mathbf{grad}(\mathrm{div}(\ )) - \boldsymbol{\Delta}(\ )$$

on trouve (2.15).

8. On normalise donc $\tilde{u}_x$ par la relation :

$$\mathrm{Max}\,|\tilde{u}_x| = 1.$$

En effet, la masse du mode doit être inférieure à la masse totale et égale à cette dernière lorsque le déplacement est uniforme.

$$x(t) = u_0 \cos(\Omega_m t + \Phi). \tag{2.21}$$

En intégrant les densités d'énergie sur le volume du résonateur à partir de l'équation du mouvement (2.15), nous pouvons écrire l'énergie mécanique totale du résonateur :

$$E = \frac{1}{2} M \left(\frac{\mathrm{d}^2 x(t)}{\mathrm{d}t^2} + \Omega_m^2 x^2(t) \right) \tag{2.22}$$

où la masse M représente la masse de la partie du résonateur mise en mouvement par le mode [97], définie par [9] :

$$M = \rho \mathcal{S} \int_{-L/2}^{L/2} \mathrm{d}x \, |u_x(x)|^2 = \frac{1}{2} M_{tot} \tag{2.23}$$

où $\mathcal{S}$ est la surface de la section du pilier. Cela revient à prendre $\alpha = 1/2$ dans la description discrète présentée au paragraphe précédent. Pour les paramètres utilisés dans la suite (à savoir une longueur du pilier de 1 mm et une taille transverse de 240 μm), on calcule une masse de 35 μg environ.

2.1.2.4 Simulations numériques

Pour bien comprendre le fonctionnement du résonateur, cette description élémentaire a été validée à l'ONERA par une étude numérique, simulant les vibrations de la structure par éléments finis avec le code commercial SAMCEF. Afin que cette simulation soit la plus réaliste possible, nous y avons ajouté toutes les contraintes de fabrication. En effet, on a vu que les deux demi-piliers vibraient selon un mode symétrique à très haut facteur de qualité. Nous avons donc simulé l'effet sur le facteur de qualité d'un désalignement entre les deux faces de la structure ou entre la taille des deux piliers. Pour assurer la symétrie du mode (garant du facteur de qualité), nous avons choisi de graver simultanément les deux faces du résonateur ; la seule méthode qui s'offrit à nous fut alors une gravure chimique. L'ONERA ayant une grande expérience dans ce type de gravure, nous avons pu simuler la vibration de la structure en prenant en compte ses angles d'attaque. Nous avons aussi testé différentes structures tant numériquement qu'expérimentalement. Il est alors apparu que l'utilisation d'un cadre de découplage (utilisant l'effet diapason) améliorait grandement le facteur de qualité.

Effet d'un désalignement

Sur la figure 2.9 on peut voir le résultat de la simulation du facteur de qualité lors d'un désalignement des deux faces de la structure (a), ou d'un déséquilibrage des deux demi-piliers (b). On constate que la structure est assez robuste vis-à-vis d'un désalignement : la dégradation du facteur de qualité est minime pour un désalignement de l'ordre de la précision des spécifications que l'on peut atteindre (2 μm), conduisant à une diminution de quelques % du facteur de qualité à l'échelle de 300 000. Concernant la dépendance au déséquilibrage, la condition est bien plus drastique. En effet, le désalignement était à comparer à la taille transverse typique du pilier, à savoir 200 μm alors que le déséquilibrage est à comparer à l'épaisseur de la structure (à savoir 1 mm). On se rend alors compte que pour un déséquilibrage de seulement 10 μm (soit l'épaisseur

9. Une description encore plus complète consiste à considérer tous les modes mécaniques possibles. Cette description n'est pas nécessaire ici, la structure ayant été conçue pour ne présenter aucun mode de vibration au voisinage du mode fondamental.

totale de la membranne) le facteur de qualité est réduit de plus de 30 % à l'échelle de 100 000. Cette contrainte drastique, combinée à la forte épaisseur à graver (de l'ordre de 500 μm) nous a obligés à utiliser une méthode chimique.

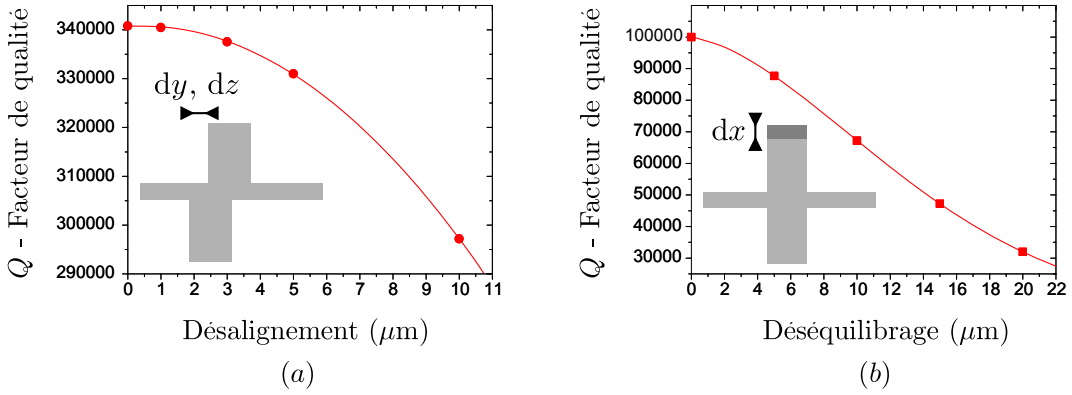


FIGURE 2.9: Effet d'un désalignement sur le facteur de qualité. Sont présentés les résultats de simulation numérique (réalisées à l'ONERA) de facteur de qualité relativement à un désalignement transverse dy ou dz (a) et longitudinal dz (b).

Prise en compte des contraintes liées à la gravure chimique

La gravure chimique présente de nombreux avantages. Étant sélective, elle permet de graver selon des plans cristallins et ainsi d'obtenir des flancs de gravure très lisses (comme on le voit sur la figure 2.10(a)), le mode pouvant ainsi être parfaitement aligné avec l'axe du pilier. Cela a de plus pour effet d'augmenter encore le facteur de qualité en limitant les pertes liées à la diffusion de phonons par les défauts de surface [104].

Par contre, quelques contraintes sont intrinsèquement liées à l'utilisation d'une telle gravure. Ayant lieu selon des plans cristallins, on ne peut pas choisir la forme que l'on souhaite graver mais on doit respecter la géométrie trigonale du quartz. C'est pour cette raison que les piliers sont cylindriques à base triangulaire et non à base circulaire (ce qui aurait permis d'optimiser la taille du miroir et de minimiser les pertes par coupure décrites au paragraphe 1.4.3). Un autre aspect à prendre en compte sont les angles que font les plans d'attaque avec la normale au substrat ; ils sont respectivement de 53° (jusqu'à environ mi-hauteur de la gravure totale) puis 24° (sur le fond de la gravure) par rapport à l'axe du pilier. On peut voir ces figures d'attaque sur la figure 2.10. Des simulations de gravure ont alors été réalisées par l'ONERA afin de pouvoir intégrer au mieux ces figures d'attaque dans la modélisation du facteur de qualité.

Cadre de découplage

Parmi les structures simulées, certaines furent dotées d'un module de découplage mécanique. Ce dernier est composé d'un cadre, de même épaisseur que le substrat, entourant le pilier et maintenu en son milieu par la membrane. Son rôle est basé sur le principe du diapason où deux lames vibrent en opposition de phase compensant mutuellement leurs contraintes au niveau du point d'attache. Ainsi le pied du diapason est très peu sollicité et l'énergie mécanique reste confinée au sein du dispositif vibrant.

Nous avons ici opté pour une solution similaire qui a été brevetée [105] où les effets Poisson présents au niveau du point d'accroche du pilier avec la membrane sont exactement compensés

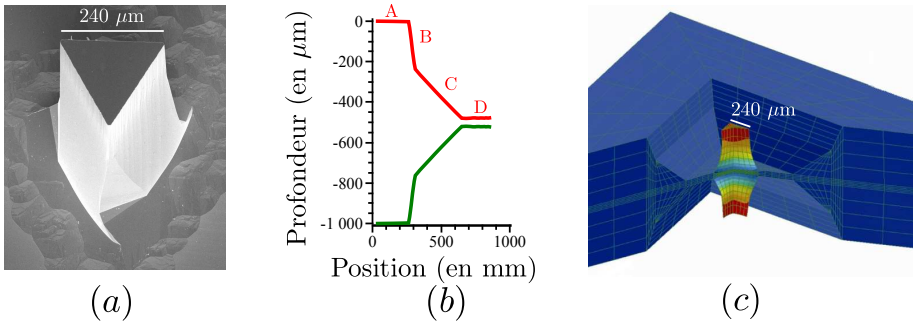


FIGURE 2.10: Angles d'attaque lors d'une gravure de quartz par HF. (a) image MEB du pilier, les angles d'attaque sont visibles à la base du pilier. (b) Mesure profilométrique du flanc du cadre de découplage (en rouge). La courbe verte est le symétrique de la courbe rouge par rapport à 500 μm et permet de visualiser une coupe profilométrique du résonateur. On y voit clairement les deux pentes (B et C) reliant la surface du cadre (A) à la membrane (D). (c) Ces angles d'attaque sont pris en compte dans la simulation numérique.

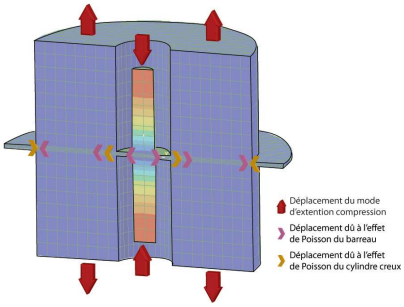


FIGURE 2.11: Description des effets Poisson et de l'efficacité du cadre de découplage.

par les effets Poisson du cadre de découplage. En effet, le cadre vibre aussi sur un mode de compression-extension, mais en opposition de phase par rapport au mouvement du pilier. Les diamètres interne et externe du cadre ont été soigneusement choisis grâce à la simulation numérique afin que les moments d'inertie du cadre et du pilier se compensent exactement tout au cours de la vibration. Les masses du pilier et du cadre étant très différentes, ce dernier oscille avec une amplitude extrêmement faible, mais suffisante pour jouer son rôle de compensateur. Les effets Poisson résiduels à l'extérieur du cadre de découplage sont alors minimisés, ce qui nous a permis d'obtenir, à température ambiante, des structures dont le facteur de qualité est limité par les pertes intrinsèques du quartz.

Le rôle du cadre ne se limite pas à la limitation de l'amortissement. En effet, il faut maintenant considérer la structure dans son ensemble Pilier-Cadre car c'est cet ensemble qui possède un grand facteur de qualité. Même si la fréquence de résonance ne change pas, il convient notamment de récalculer la masse du mode en prenant en compte la quantité de matière mise en mouvement dans le cadre. Cela n'est pas possible analytiquement, mais la nouvelle masse peut être extraite des simulations numériques. Les résultats pour trois structures seront présentés dans le paragraphe suivant dans la table 2.1.

2.1.2.5 Différents essais

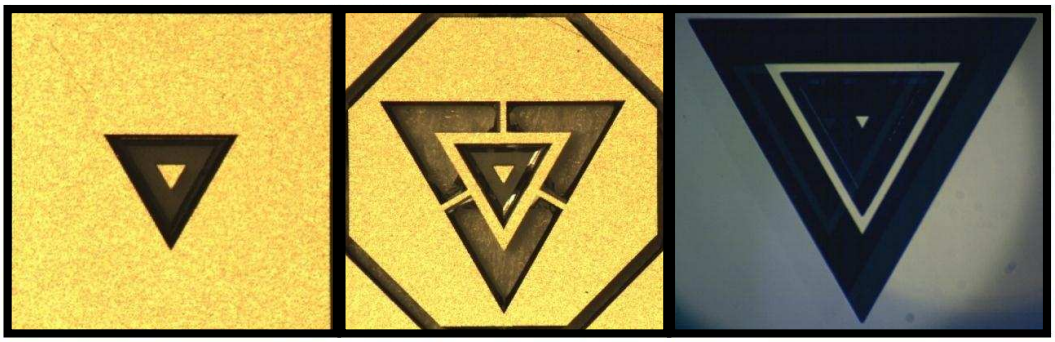
Plusieurs essais ont été réalisés afin de confirmer expérimentalement les prédictions théoriques. Des versions avec et sans cadre ont été testées, ainsi que différents moyens de tenue du

cadre de découplage.

Résonateur sans cadre de découplage
Les résonateurs sans cadre (figure 2.12 (a)) ont été les premiers à être testés. Ils ont permis de mettre au point les procédures de gravure ainsi que le banc de test utilisé pour caractériser les réponses mécaniques des micro-piliers (paragraphe 2.3.1). Les facteurs de qualité mesurés n'ont pas dépassé 10 000.

Résonateur avec cadre de découplage maintenu avec des ponts
La seconde génération de résonateurs fut munie d'un cadre de découplage, mais ce dernier était maintenu au substrat par des ponts ((figure 2.12 (b)). Les meilleurs facteurs de qualité que nous avons pu observer étaient de l'ordre de 50 000.

Résonateur avec cadre de découplage maintenu avec une membrane
La troisième génération s'est vue dotée d'un module de découplage dynamique isolé du substrat par une membrane (figure 2.12 (c)) du même type que celle utilisée pour maintenir le pilier. Cette méthode fut la bonne car nous réussîmes à obtenir des facteurs de qualité pouvant atteindre jusqu'à 2 millions. Dans cette situation, nous ne sommes alors plus très loin des pertes intrinsèques du quartz (estimées à quelques 10^{-7} [106, 107]) pour ce genre de structures.



(a) (b) (c)

FIGURE 2.12: Les trois versions testées expérimentalement : (a) sans cadre de découplage, (b) avec un cadre maintenu par des ponts et (c) avec un cadre maintenu par une membrane.

Nous avons aussi testé différentes tailles de structures en faisant varier l'épaisseur du substrat ainsi que la taille et la largeur du pilier. Le tableau suivant donne les fréquences ainsi que les masses obtenues par simulation numérique. Les résultats sur les fréquences sont assez éloignés des mesures expérimentales alors que ces dernières étaient relativement bien prévues par le modèle continu de compression-extension (2.19). On remarque aussi que les facteurs de qualité sont d'autant plus grands que la structure est petite. En ce qui concerne les masses simulées, elles sont relativement éloignées des masses calculables par la formule (2.23) (33 μg pour la masse du mode fondamental pour un pilier de 240 μm de côté) signe de la quantité importante de matière mise en mouvement dans le cadre de découplage. Cette masse supplémentaire est nécessaire à l'obtention de structure à faibles pertes mécaniques et alourdit suffisamment peu le mode de vibration pour que les arguments donnés précédemment, notamment au sujet de la masse du résonateur, restent valables. Nous verrons d'ailleurs au chapitre 5 que la masse réelle de la structure étudiée se situe plutôt autour de 70 μg.

Diamètre	Fréquence	Facteur de qualité	Masse effective
130 μm	2,8 MHz	8 10^6	30 μg
260 μm	2,7 MHz	1 10^6	140 μg
400 μm	2,4 MHz	3,5 10^5	330 μg

TABLE 2.1: Masse et fréquence de résonance du micro-pilier en fonction de sa taille transverse pour une épaisseur totale de 1 mm.

Les structures ayant donné les meilleurs facteurs de qualité se révèlent être des structures de 240 μm de côté et d'un millimètre d'épaisseur, pour lesquelles les paramètres du cadre de découplage sont donnés figure 2.13. En effet, pour les structures de plus faible épaisseur (2 $\times$ 250 μm), l'épaisseur relative de la membrane reste trop importante pour pouvoir atteindre des hauts facteurs de qualité. Nos mesures ont montré que les facteurs de qualité ne dépassaient pas quelques milliers. Pour les structures de petit diamètre, la prise en compte des figures d'attaque est trop incertaine (ces dernières sont d'amplitude relative trop importante) pour pouvoir prédire correctement les dimensions du cadre. Nous avons pu néanmoins mesurer des facteurs de qualité allant jusqu'à 100 000 mais de manière très peu reproductible. De plus, la surface utile est trop petite pour pouvoir espérer réaliser une cavité Fabry-Perot avec ces structures. Les piliers de grande largeur présentent des facteurs de qualité allant jusqu'à 100 000 également et ce de manière semble-t-il assez reproductible (seuls quelques échantillons ont cependant été réalisés et testés). Leur masse élevée a fait que nous ne les avons pas retenus. Ils semblent néanmoins être de bons candidats pour l'observation des corrélations optomécaniques où une forte puissance intracavité est nécessaire, donc avec un *waist* optique de la cavité le plus grand possible (tout en restant petit devant la taille transverse du pilier).

Version définitive retenue

En prenant en compte les résultats de ce travail préparatoire, nous avons obtenu la version définitive du résonateur. Il s'agit d'un pilier triangulaire de 240 μm de côté et de 1 mm de hauteur, entouré par un cadre de découplage, le tout étant maintenu par une membrane de 5μm d'épaisseur au maximum.

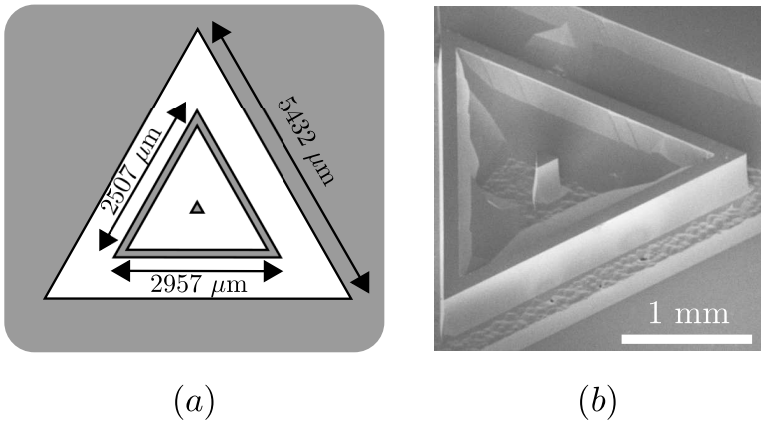


FIGURE 2.13: Version définitive du résonateur : (a) schéma des dimensions définitives et (b) image MEB de la structure.

Nous allons maintenant voir comment nous avons effectivement fabriqué ces résonateurs et comment nous avons testé leurs propriétés optomécaniques.

2.2 Micro-fabrication

Les caractéristiques techniques du résonateur étant maintenant définies, je vais dans cette partie détailler les processus de microfabrication du résonateur. Je présenterai dans un premier temps le principe de gravure de la structure en montrant les différentes étapes du procédé, ainsi que les méthodes de caractérisation et les résultats obtenus. Nous avons vu dans les parties précédentes que l'état de surface et la qualité intrinsèque du substrat sont primordiaux pour la réussite de l'entreprise. Nous verrons ici comment nous préparons les substrats (*wafers*) dans cette optique. Je finirai cette partie en développant les techniques mises au point pendant ma thèse pour déposer un miroir au sommet du micropilier.

2.2.1 Principe de gravure

Au cours de la première partie de ce chapitre, nous avons pu constater la nécessité d'utiliser une gravure chimique pour fabriquer le micropilier de manière optimale. Cette gravure est réalisée à l'ONERA, notre partenaire ANR spécialiste de la gravure du quartz.

2.2.1.1 Différentes étapes du procédé

Je vais ici détailler les différentes étapes nécessaires à l'obtention d'un micropilier à très haut facteur de qualité. Nous utilisons une gravure chimique à l'acide fluorohydrique HF [108].

Contraintes liées à la gravure

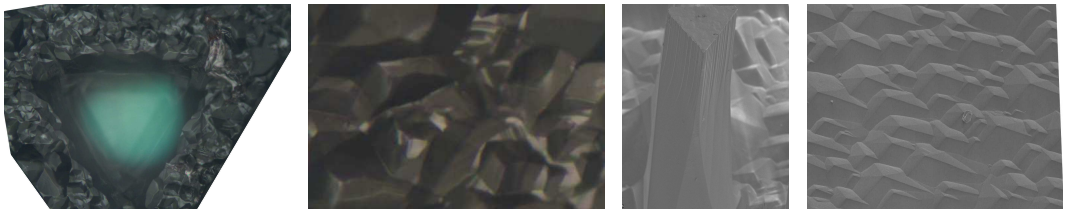
Ce type de gravure, comme toute technique expérimentale, présente des avantages et des contraintes qu'il faut bien maîtriser avant de commencer toute manipulation [10] :

- Avantages de la gravure chimique HF :
  - la gravure chimique simultanée des deux faces permet de réaliser le meilleur équilibrage possible de la structure.
  - L'alignement double face à 1 μm d'incertitude moyenne [11] est facilité car il se fait en même temps pour les deux faces. On peut donc utiliser la transparence du matériau dans le visible pour réaliser cet alignement au mieux.
  - Ce type de gravure s'effectue selon des plans cristallins, le pilier est ainsi très lisse comme on peut le voir sur la figure 2.10 (ce qui est un avantage non négligeable pour obtenir de très haut facteurs de qualité).
- Ce type de gravure présente aussi les inconvénients suivants :
  - elle est très lourde expérimentalement. En effet, HF étant extrêmement dangereux [108], les conditions de gravure sont drastiques. Seules très peu de personnes sont habilitées, au sein même de l'ONERA, à manipuler ce produit. Les structures sont réalisées par Claude Chartier, membre permanent de l'ONERA.
  - Étant donné la forte épaisseur à graver (500 μm environ), le masque de gravure doit présenter une longue résistance (20h environ sont nécessaires à la gravure). Cela empêche notamment de déposer simplement le miroir avant de commencer la gravure.

10. les *wafers* sont en effet très chers (environ 600 euros pièce pour 9 échantillons) et HF est extrêmement toxique

11. réalisé avec un aligneur double face EVG AL-6.

- Du fait de la lourdeur expérimentale, nous n'avons pas non plus de contrôle en temps réel de l'épaisseur de la toile. Cette dernière devant être la plus fine possible, il faut faire plusieurs cycles de gravure et de caractérisation de l'échantillon (jusqu'à 10) pour obtenir un résultat optimal. Cela implique de le rincer efficacement à chaque fois afin de pouvoir le manipuler sans risque.
- Nous avons aussi déjà parlé de la présence d'angles d'attaque qu'il faut intégrer aux simulations. Cette contrainte limite seulement la taille des structures accessibles mais ne présente pas de réelle limitation technologique.
- Le dernier inconvénient, et non des moindres, est la rugosité importante (>10 μm rms) de la toile. En effet cette dernière n'étant pas parallèle à un plan cristallin, elle se retrouve de fait composée de pyramides à faces orientées selon les axes du quartz comme on peut le voir sur la figure 2.14. L'ONERA a initié des recherches sur la diminution de cette rugosité, mais sans amélioration notoire jusqu'à présent.



200μm (*a*) 20μm (*b*) 100μm (*c*) 100μm (*d*)

FIGURE 2.14: Exemples de rugosité de fond de gravure : (a, b) images optiques, (c, d) images en microscopie électronique à balayage. La rugosité de fond de toile est de plusieurs microns rms.

Etapes de gravure

Ces étapes, présentées sur la figure 2.15, sont les suivantes :

- (*a*) : On part d'un *wafer* d'épaisseur 1 mm superpoli par la société SESO de quartz pur monocristallin. Le *wafer* est un carré de 1,5 pouce de côté, orienté selon l'axe Z. Il présente une marque sur un coin permettant de repérer l'axe X. En effet, à cause de la géométrie trigonale du cristal de quartz, le *wafer* n'est pas invariant par rotation de $\pi/2$ dans son plan.
- (*b*) : Pour réaliser le masque de gravure, on dépose 15 nm de chrome et 200 nm d'or. Ce dépôt qui résiste à HF pendant plus de 20 heures ainsi que la préparation préalable du *wafer* sont réalisés de manière très contrôlée par l'ONERA. Les détails en sont tenus secrets.
- (*c*) : Le *wafer* est enrésiné sur ses deux faces à la résine S1813[109]. L'enrésinement épais de $1,4$ μm, est réalisé à la tournette.
- (*d*) : Vient ensuite l'insolation de la résine sur l'aligneur double face EVG AL-6 et de la lithographie (*lift-off*) des zones insolées au développeur.
- (*e*) : Le masque chrome-or est alors développé avec deux solutions de démétallisation attaquant respectivement l'or et le chrome : le *Gold Etch TFA* pour graver l'or, de la marque TRANSENE, est une solution à base d'iodure de potassium KI mélangé à un

surfactant afin de mouiller tous les motifs sans faire de bulles ; et le *Cr Etch 18* pour graver le chrome, de la marque ROHM, qui est une solution à base de cérium Ce. Il convient à cette étape d'être très méticuleux lors du rinçage du *wafer*. En effet, les deux solutions de démétallisation précipitent si elles sont mélangées et le précipité est impossible à enlever par les méthode conventionnelles inoffensives pour le résonateur et le miroir. L'avantage de la gravure chimique est que l'on peut, à cette étape, contrôler par transparence un désalignement éventuel entre les deux faces. Si ce dernier est supérieur à 2 μm, le *wafer* est entièrement nettoyé et le procédé reprend à l'étape (a).

– (f) : On peut alors réaliser la gravure à acide fluoro-hydrique pendant 20 heures environ.
– (g) : Un rinçage et un nettoyage complets sont alors nécessaires. Le nettoyage est composé des quatre étapes suivantes suivant : une minute dans l'acétone, une minute dans l'isopropanol, puis un rinçage à l'eau désionisée et un séchage à la soufflette après passage dans une bain dédié d'isopropanol. En effet, la structuration tridimentionelle est trop importante et l'eau n'est pas assez volatile pour pouvoir être séchée efficacement à la soufflette [12].

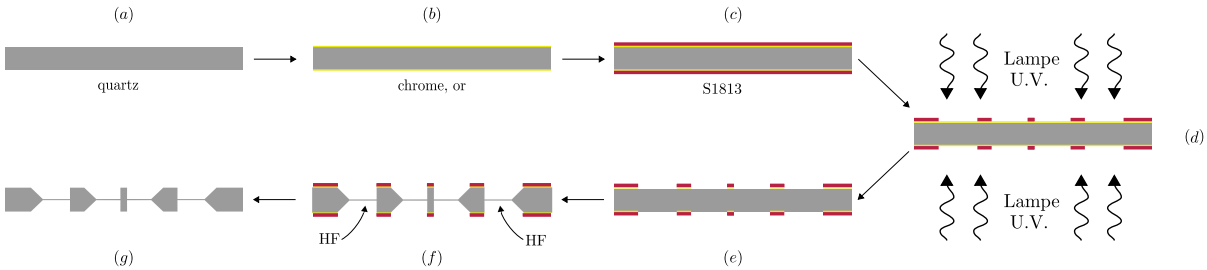


FIGURE 2.15: Différentes étapes de la gravure du résonateur : (b) métallisation du *wafer* de quartz superpoli, (c) dépôt de $1,4$ μm de résine S1813, (d-e) ouverture du masque résine-métal par photolithographie, (f) gravure de la structure.

Une fois la structure gravée, il convient de caractériser l'épaisseur de la toile. C'est à ce moment que prennent place les cycles de gravure/caractérisation. Pour déposer le miroir, il faudra retirer le masque chrome-or, plus aucune regravure ne sera alors possible.

Obtention de très haut facteurs de qualité

Pour obtenir un résonateur avec un facteur de qualité de plus de 1 million, sa toile doit être affinée au maximum. Cela a pour conséquence de fragiliser la structure. Afin de séparer les échantillons sans les casser, l'étape de clivage est réalisée sur des échantillons à toile encore suffisamment épaisse (environ 20 μm) à l'aide d'une boîte spécialement conçue, visible sur la figure 2.16. Le principe consiste à pouvoir scier le quartz avec un scalpel (le quartz ne se clive que sur ses axés cristallographiques, incompatibles avec la forme extérieure de la puce) sans polluer ni les toiles de découpage ni le pilier avec de la poussière de découpe. Pour cela, un morceau de scotch est déposé sur le fond de la boîte (schéma sur la figure 2.16) afin de capturer les poussières.

Une fois les échantillons clivés, ils sont regravés individuellement en contrôlant régulièrement l'épaisseur de la toile afin d'affiner le plus possible cette dernière sans la casser.

12. Cette étape de nettoyage est cruciale. Expérimentalement le facteur de qualité peut passer de presque 1 million à 100 000 après exposition à une atmosphère non contrôlée. Un nettoyage efficace permet alors de retrouver le facteur de qualité initial.

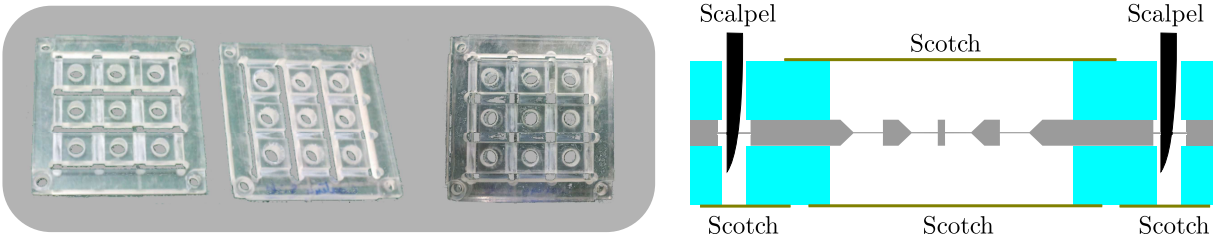


FIGURE 2.16: Photos des deux parties de la boîte de clivage (gauche) et une fois assemblées (milieu). Schéma de fonctionnement de la boîte (droite) ; les morceaux de scotchs permettent de protéger les surfaces sensibles et de capturer les résidus de découpe au scalpel.

2.2.1.2 Caractérisation

La caractérisation en cours de procédé étant impossible, cette dernière est faite régulièrement (toutes les 10 minutes) lors de la dernière heure de gravure. Trois techniques sont employées, chacune présentant des spécificités différentes :

- La technique la plus courante est la mesure de profondeur par déflectométrie laser (figure 2.17(a)). On l'utilise souvent car cette technique de mesure de profondeur est couplée au microscope que nous utilisons pour contrôler visuellement la qualité des échantillons au cours de la gravure. Cette méthode mesure le déplacement de la platine porte-échantillon du microscope en mesurant, sur une barrette CCD, la position du signal réfléchi par un support métallique. Après calibration, on peut relier la position du signal réfléchi à la hauteur de la platine. On a ainsi accès, en faisant la mise au point sur les différentes parties de la structure, à leur hauteur relative. Cette méthode est très rapide à exécuter mais est limitée en précision par la profondeur de champ du microscope utilisé, qui vaut 10 μm environ.
- Une autre technique, plus précise et à peine plus contraignante, consiste à faire l'image de la tranche d'un échantillon. En effet les échantillons sont pré-découpés lors de la gravure chimique, ils sont donc séparés par une membrane similaire à celle reliant le pilier à son cadre de découplage. C'est l'épaisseur de cette membrane que l'on mesure. Cette technique nécessite cependant que l'échantillon ait été isolé par clivage. En général, on réalise cette étape lorsque la toile mesure environ 50 μm d'épaisseur. L'échantillon est alors facilement clivable et est suffisamment solide pour que le pilier ne soit pas détruit lors de l'opération. Une calibration de l'image du microscope donne alors directement l'épaisseur de la toile. On peut en voir une image sur la figure 2.17(b).
- La méthode la plus précise, mais aussi la plus lourde technologiquement, est l'utilisation d'un profilomètre mécanique de type DekTak. On a alors, avec une résolution de quelques dizaines de nanomètres, la mesure de la profondeur de gravure (figure 2.17(c)). Cette méthode n'est employée que pour confirmer les deux précédentes en cas de problème. Le profil est mesuré sur le bord de la puce afin de ne pas endommager le pilier.

La gravure est ainsi arrêtée lorsque la toile est la plus fine, en général percée par endroits. En effet, la taille des pyramides de la membrane (typiquement 5 μm de haut) limite l'épaisseur minimale atteignable.

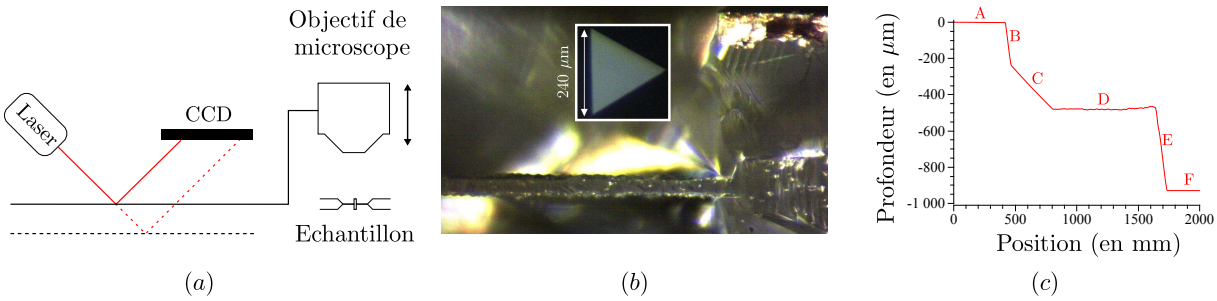


FIGURE 2.17: Trois techniques de mesure de l'épaisseur de toile en cours de procédé : (a) par réflectométrie laser où la réflexion sur un miroir à différentes hauteurs se fait sur différents pixels de la barrette CCD, (b) par imagerie directe (ici la toile est très épaisse, presque 100 μm) ou (c) par profilométrie mécanique (les épaisseurs ici mesurées sont 481 μm pour la gravure d'une face -entre la surface A et la membrane D -, soit une membrane de 18 μm). La mesure totale de 929 μm est faussée par le fait que le profilomètre se décalibre lors de sa chute (E) du bout de la toile (D) vers le porte échantillon (F). On peut aussi voir les différents angles d'attaque de la gravure chimique sur les zones (B) et (C).

2.2.1.3 Masques et résultats

Des résultats typiques de gravure sont présentés sur les figures 2.18 et 2.19(b). On peut remarquer la grande robustesse de la membrane qui, même partiellement percée, supporte encore le pilier.

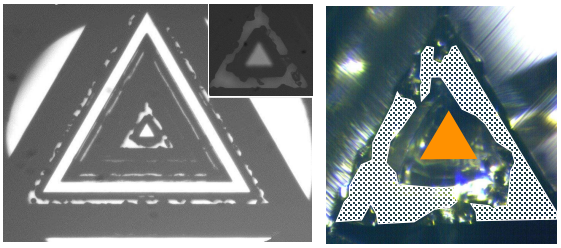


FIGURE 2.18: Photo au microscope optique de la toile pratiquement entièrement percée d'un résonateur surgravé. Le facteur de qualité de cette structure est de 1,8 millions.

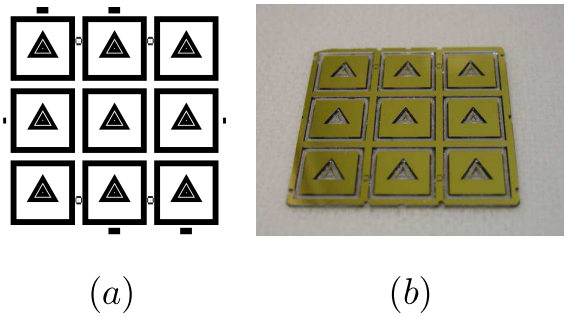


FIGURE 2.19: Masque utilisé pour la gravure (a) et photo d'un *wafer* en fin de procédé (b).

2.2.2 *Wafers*

Le choix et la préparation des substrats sont primordiaux à ce niveau. En effet, le moindre défaut dans la structure cristalline du quartz aura pour effet de réduire le facteur de qualité du résonateur. De plus pour espérer obtenir de bonnes finesses optiques (typiquement 50 000), la surface de ce dernier doit être superpolie et ne doit pas être dégradée durant la gravure.

2.2.2.1 Préparation des substrats

La surface des *wafers* est superpolie par la société SESO. Le polissage est réalisé sur les deux faces pour maximiser les chances de réussite pour l'étape de dépôt. La société SESO garantit une rugosité inférieure à 2 Å rms sur les deux faces (voir la figure 2.20). On a pu vérifier que la

qualité de ce super-poli n'était pas affectée par l'étape de gravure. En effet on peut constater sur la figure 2.21 que la rugosité n'excédait pas 5 Å au centre du pilier, ce qui reste compatible avec le dépôt d'un miroir à très faibles pertes.

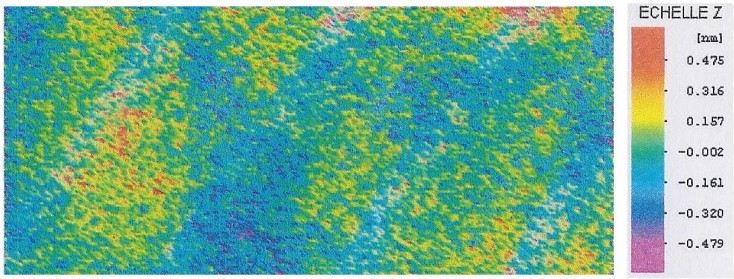


FIGURE 2.20: Carte en deux dimensions de la rugosité d'un substrat fourni par la société SESO. La vérification du superpoli est effectuée systématiquement afin de garantir que tous les *wafers* ont bien une rugosité inférieure à 2 Å rms sur chaque face.

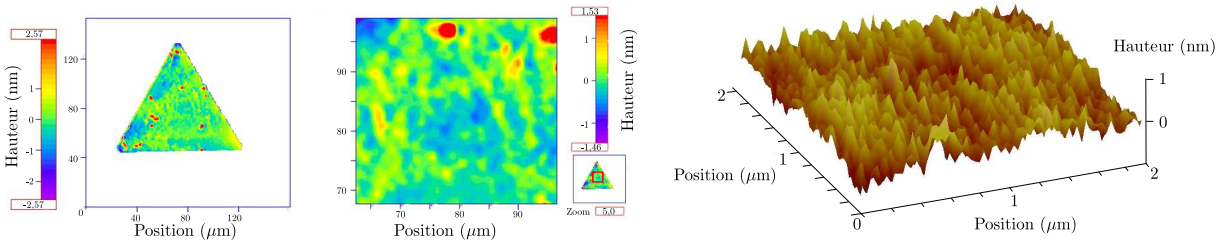


FIGURE 2.21: Gauche : images MicroMap d'un échantillon superpoli et gravé juste avant dépôt au LMA. La rugosité est de 8.6 Å rms sur tout le sommet du pilier, 5 Å rms au centre. Droite : image AFM d'un microplier après gravure. La rugosité rms sur une zone de 2×2 μm^2 est de 2Å environ.

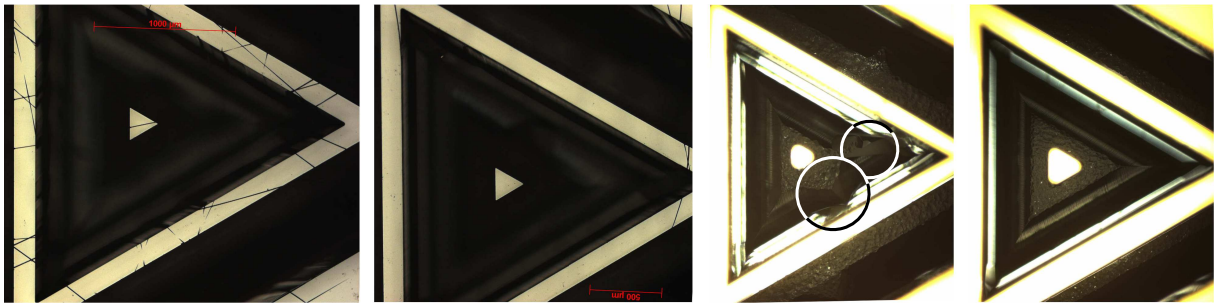
Un problème souvent rencontré est la forte dégradation en certains endroits très localisés de la surface du pilier. Nous allons maintenant étudier ce point.

2.2.2.2 Défauts des substrats

Les premiers tests avec des substrats superpolis se sont révélés être assez décevants. En effet on a vu apparaître, après démétallisation du masque chrome-or, de nombreuses rayures (voir la figure 2.22(a)). Ces rayures sont en fait probablement dues à des défauts créés lors du superpolissage des *wafers*. Lors de la gravure HF, cette dernière est tellement sélective qu'elle s'engouffre dans la brèche créée par le défaut et grave une rayure parfaitement rectiligne [13] sur plusieurs dizaines de microns de profondeur, avec un rapport d'aspect transverse de l'ordre de l'unité. Un travail en commun avec la société SESO a alors permis de palier à ce problème (figure 2.22(b)). Le superpoli est réalisé en trois étapes. Une première étape de polissage rend les deux faces bien parallèles. Ensuite, une étape d'acidage est réalisée pour révéler les différents défauts de la surface qui auraient pu être bouchés par la première étape. Enfin, l'étape de superpoli est réalisée. L'amélioration des résultats a été notable, augmentant grandement le taux de réussite de réalisation des échantillons. Une contrainte reliée à cette méthode de polissage est la quantité de matière retirée : le *wafer* de départ doit mesurer au moins 1,5 mm d'épaisseur pour finir avec un substrat superpoli de 1 mm.

13. Le fait que cette rayure ne soit pas alignée avec un plan cristallin reste cependant incompris.

Un autre défaut important du cristal de quartz est la présence de dislocations, visible sur la figure 2.22(c). Cela est dû à une qualité bonne mais non-optimale du cristal de quartz utilisé. Pour pallier à ce problème, nous sommes passés à un quartz de qualité optimale, dit THQ (très haute qualité) présentant moins de 10 dislocations au cm^3. Encore une fois, les résultats ont suivi et le nombre de dislocations a fortement diminué (figure 2.22(d)). Ce quartz THQ a été fourni par la société Gemma-Quartz. Elle fournit un barreau de quartz orienté de qualité THQ de section carrée standardisée de 1,5 pouce de côté et de 17 mm de longueur. Ce barreau a été scié par la société IEV qui nous a fourni des *wafers* d'épaisseur 1,8 mm. Ces *wafers* ont ensuite été superpolis par SESO avec le procédé à acidage.



(a) (b) (c) (d)

FIGURE 2.22: Exemple de défauts apparus sur certains substrats : (a) rayures en surface après démétallisation et (c) dislocations du cristal (zones cerclées). La technique d'acidage a permis de réduire les rayures (b) et l'utilisation de quartz THQ de réduire le nombre de dislocations (d).

Les structures étant réalisées, on peut alors passer à l'étape de dépôt de miroir.

2.2.3 Dépôt de miroir

La méthode pour déposer efficacement un miroir à très faibles pertes sur une si petite surface s'est révélée être extrêmement subtile et a nécessité plus de 4 années de travail. Nous allons ici en voir le principe, puis les différents problèmes auxquels nous avons été confrontés lors de la mise en œuvre. Nous verrons pour terminer une nouvelle technologie récemment mise en place et qui semble très prometteuse.

2.2.3.1 Principe et test de faisabilité

Après avoir détaillé le principe du dépôt de miroir, je présenterai les différents tests que nous avons réalisés pour nous assurer de la faisabilité de la méthode.

Principe de l'enrésinement

Le principe, relativement simple, est présenté sur la figure 2.23 :

- (a) une fois la structure gravée et démétallisée,
- (b) on protège l'ensemble de la structure avec de la résine S1813. En effet, le traitement diélectrique ayant un faible facteur de qualité mécanique, il faut absolument éviter qu'il ne se dépose sur des parties déformées lors de la vibration du résonateur. De plus, la structure étant très tridimentionelle, un enrésinement par trempette est nécessaire.

- (c) On réalise alors la photolithographie de la résine à l'endroit désiré pour l'emplacement du miroir (au sommet du pilier).
- (d) On dépose le traitement sur toute la surface de l'échantillon.
- (e) On réalise le *lift-off* de la résine et du miroir : il ne reste alors que le miroir au bon endroit.

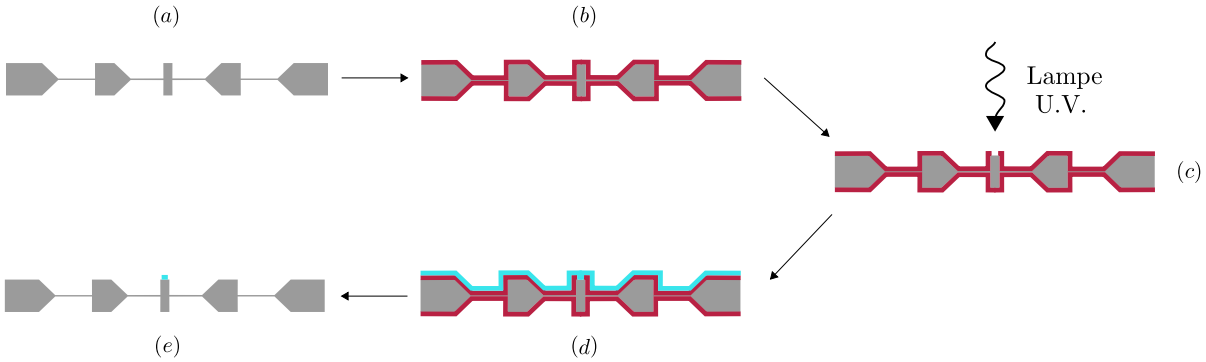


FIGURE 2.23: Étapes de dépôt du miroir. On part d'une structure gravée et démétallisée (a) que l'on enrésine par trempette (b). Une étape de photolithographie (c) permet de retirer la résine à l'endroit désiré pour le dépôt, qui est ensuite réalisé sur toute la surface de l'échantillon (d). Un nettoyage de la résine permet de retrouver le pilier dont le sommet est maintenant couvert d'un miroir à très faibles pertes (e).

Tests de faisabilité

Étant donnée la taille du pilier, une contrainte forte sur la taille du miroir est à respecter (schéma 2.24). Le diamètre maximal du miroir étant de 140 μm, en prenant en compte les effets de centrage et d'ombrage pendant le dépôt, il reste une zone maximale de 80 à 100 μm utile. Nous avons réalisé deux tests pour connaître les contraintes auxquelles nous allions être confronté :

- le premier a consisté en la vérification qu'un dépôt était possible sur de si petites surfaces [14] et que l'étape de *lift-off* était réalisable. En effet, comme on peut le voir sur le schéma de la figure 2.24, le miroir le plus grand que l'on puisse déposer, compte tenu des marges d'alignement à respecter, a un diamètre de 100 μm environ. Pour cela, nous avons enrésiné une plaque entière de quartz poli avec le masque présenté sur la figure 2.24. Ce masque présente une grande variété de motifs présents sous différentes tailles (de 1 mm à 30 μm de diamètre pour les disques). La procédure présentée ci-dessus a alors été réalisée et le résultat est présenté sur la figure 2.24(b) à (d). On constate que le test est concluant : seuls les miroirs circulaires de 30 μm de diamètre et les carrés de 30 et 50 μm de côté n'ont pas tenu. Il est donc possible de réaliser l'expérience sur un pilier.
- Le second test a été de vérifier les effets sur la surface super polie du pilier des différentes étapes du procédé :
  - tout d'abord les techniques de nettoyage utilisées tant sur les miroirs que sur les piliers, notamment pour retirer les résidus de résine,
  - mais aussi le dépôt et la gravure du masque chrome-or. En effet cette étape de procédé peut être utilisée pour différentes actions. Le masque métallique peut être utilisé sous de la résine pour faciliter l'enlèvement de cette dernière, il peut aussi permettre de protéger

14. Cela n'avait jamais été fait par le LMA.

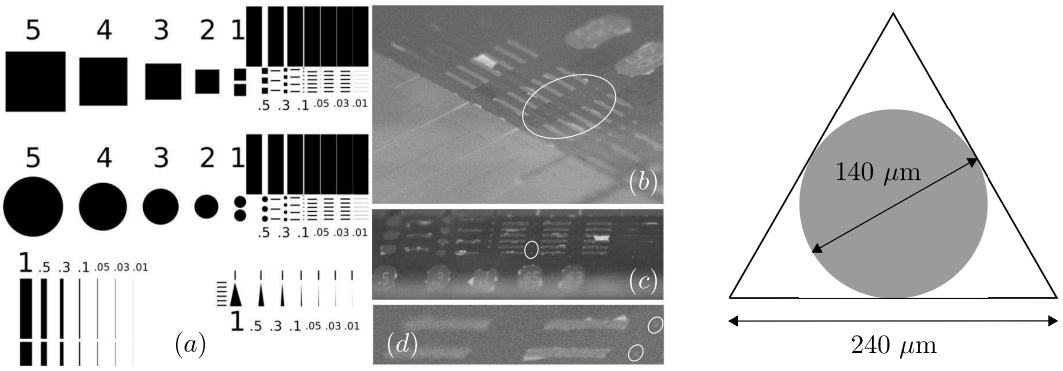


FIGURE 2.24: Masque (a) et photographie (b) à (d) des miroirs déposés lors du test de masquage par de la résine S1813. A droite, schéma de la taille du plus grand miroir inscriptible sur le sommet du pilier.

un miroir déposé avant la gravure de la structure.

Pour vérifier cela, nous avons réalisé une cavité de référence avec deux miroirs standard. Nous avons alors métallisé puis démétallisé le miroir de fond de qualité connue.

La finesse initiale de cette cavité a été mesurée à 51 000, ce qui correspond à des pertes initiales de 120 ppm, comprenant la transmission du coupleur d'entrée (100 ppm). Les pertes sont supposées être initialement équiréparties entre les deux miroirs (10 ppm chacun) et uniquement dues à la diffusion. Ensuite, le miroir de fond a été métallisé puis démétallisé à l'ONERA avec la technologie de masquage utilisée pour la réalisation du masque de gravure des piliers. La cavité a été remontée et la finesse mesurée à 43 000, correspondant à un excès de pertes maximum de 20 ppm sur le miroir de fond. Le miroir de fond a ensuite été nettoyé suivant une procédure semblable à celle réalisée lors du *lift-off* : le quadriptyque acétone-isopropanol-eau desionisée-séchage à l'isopropanol. Le miroir a alors subi deux sessions de nettoyage au plasma à oxygène (très efficace pour éliminer les résidus carbonés) : 2 fois 6 min à puissance maximale (300W) afin de tester l'effet du nettoyage des restes de résine. L'excès de pertes mesuré en cavité est alors de 10 ppm. Les résultats sont regroupés dans le tableau 2.2. On peut donc tirer les conclusions suivantes :

- l'effet de la procédure de métallisation-démétallisation est d'ajouter 20 ppm de pertes au maximum.
- L'effet maximum du nettoyage au plasma est de 10 ppm.

En conclusion, ces méthodes de protection et de nettoyage restent compatibles avec la réalisation d'une cavité Fabry-Perot de finesse 100 000.

Étape	Finesse	Pertes	Rugosité
initiale	$\mathcal{F} = 51\ 000$	$P = 10ppm$	9,4 Å rms
après test de démétallisation	$\mathcal{F} = 43\ 000$	$P = 35ppm$	10,2 Å rms
après test de nettoyage	$\mathcal{F} = 40\ 000$	$P = 45ppm$	10,6 Å rms

TABLE 2.2: Tableau récapitulatif des résultats du test de métallisation-démétallisation sur la qualité de la surface du miroir, mesurée via ses pertes optiques.

2.2.3.2 Réalisation et problèmes

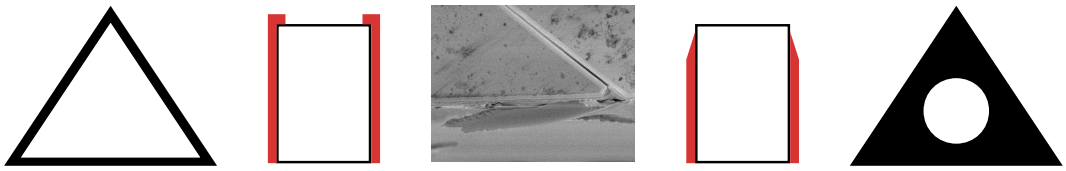
Réalisation pratique

L'enrésinement est réalisé par trempette dans un bain de S1813. La vitesse de remontée est de 7s/cm ou 0.14 cm/s : environ 5 μm de résine sont ainsi déposés (figure 2.26(b)). La dose d'insolation est de 38 W/cm^2 pendant 15 s. Ensuite, 1 h de séchage à 90°C est nécessaire [15] avant de réaliser l'ouverture de la résine, qui dure 25 s dans un bain de révélateur MF-319 de la marque SHIPLEY. Nous avons alors rencontré quelques problèmes de réalisation.

Problèmes rencontrés

Les problèmes rencontrés résultent de la combinaison malheureuse de deux paramètres : la structure est très fine et microstructurée et le dépôt optique a pour conséquence de chauffer excessivement le résonateur (à plus de 100 °C).

Il a tout d'abord fallu prendre garde à ce que la température du dépôt ne dépasse pas 470°C, température de la transition de phase cristalline quartz α/quartz β. Ensuite, l'étape d'enrésinnement s'est révélée plus complexe que prévu. En effet, la surface étant super-polie, on est confronté à un problème de mouillage [16] de la résine sur le pilier. Le masque initial étant celui présenté sur la figure 2.25(a), on s'attendait à un profil de résine du type de (b). Une analyse au microscope électronique à balayage (c) nous a appris que le profil était plutôt du type de (d). Nous avons résolu ce problème en changeant de masque (e), c'est alors la rugosité créé par l'angle au bord du pilier qui permet à la résine de mouiller le sommet de la structure, comme on peut le voir sur la figure 2.26(a). Le problème de mouillage aux bords persiste, comme en atteste la présence de franges d'irisation sur le contour du pilier, signe d'une plus faible épaisseur aux bords.



(a) (b) (c) (d) (e)

FIGURE 2.25: Différentes étapes de la fabrication du masquage en vue du dépôt de miroir : (a) masque de première génération, le résultat escompté sur le flanc du pilier était un profil du type de (b) mais une image MEB montre un dépôt de miroir sur les flancs du pilier (c), attestant de la présence d'un profil du type de (d). La solution a été de remplacer le masque (a) par le masque (e).

Un autre problème a été dû au chauffage de la membrane lors du dépôt. En effet, la membrane jouant à merveille son rôle d'isolateur mécanique, elle présente aussi une grande isolation thermique et évacue très mal la chaleur reçue par le pilier. Cela a pour effet de l'échauffer et de bruler la résine qui s'y trouve. Cette membrane étant microstructurée, il est alors quasiment impossible d'en retirer les résidus carbonés logés au creux des pyramides (images (d) et (e) de

15. A cause de la forte épaisseur de résine et de l'enrésinement double face, un simple séchage sur plaque est impossible.

16. Ce problème d'accroche des résines sur super poli est relativement complexe et même les promoteurs d'adhérence du type HMDS [110] n'ont aucun effet. La résine S1813 mouille à peine, les autres résines (type LOR [111]) ne mouillent quant à elles pas du tout. Il nous a par exemple été impossible de réaliser le test de dépôt de miroir sur plaque entière à partir d'un super-poli.

la figure 2.26). Une amélioration a pu être apportée en effectuant un nettoyage au *Remover PG*[112]. Cette méthode vient à bout de la résine brûlée, mais seulement au bout de plusieurs heures. Ce procédé a été testé et semble fonctionner, il n'y a pas d'effet visible sur le miroir mais la qualité optique n'a pas pu être testée en cavité.

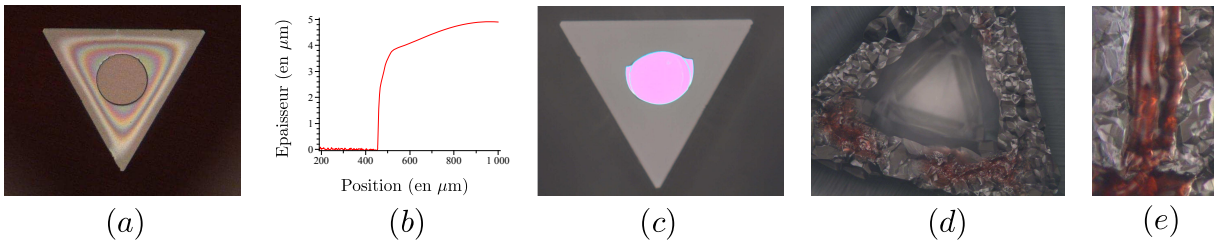


FIGURE 2.26: Les différentes étapes de masquage avec le masque rond : (a) vue de dessus en microscopie optique, la résine a été retirée au centre comme prévu. (b) mesure de l'épaisseur de la résine au profilomètre mécanique, on obtient 5 μm comme prévu. (c) image au microscope optique du miroir obtenu. (d, e) images optiques de résidus de résine sur la toile.

Le dépôt ayant lieu sous ultravide (10^{-8} mBar), les fortes épaisseurs de résine nous imposent d'être très vigilant sur le séchage de ces dernières. En effet, on a pu constater que, après 45 minutes passées à l'étuve, la résine dégaze encore sous ultravide et une bulle se forme (figure 2.27). Cela a pour effet, combiné à la forte température lors du dépôt, de faire littéralement bouillir la résine, rendant le miroir inutilisable. Il convient donc de tester individuellement tous les échantillons sous ultravide avant de déposer le traitement diélectrique.

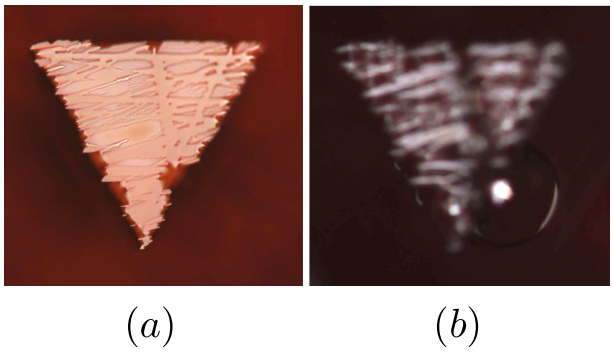


FIGURE 2.27: Photographies optiques d'un pilier : (a) juste à la sortie de l'étape de trempette, (b) et après 45 min à 110 °C d'étuvage puis 5 min sous ultravide à 5 10^{-6} mBar. Une bulle est alors clairement visible sur la photo (b) en bas de l'image.

Comme nous pouvons le voir sur la figure 2.26(c), nous avons réussi le dépôt de miroir au sommet du pilier par cette méthode, de manière cependant très peu reproductible. Ce procédé de masquage n'étant pas complètement au point, nous avons exploré de nouvelles pistes. Parmi elles, on compte notamment une résine en film sec que l'on vient tendre au dessus de la membrane, mais aussi un masquage métallique (aluminium), un masquage physique avec une membrane de SiN suspendue sur un *wafer* de silicium et enfin la micro-fabrication de miroirs indépendants que l'on vient micro-manipuler puis coller sur le pilier.

2.2.3.3 Technologies alternatives de masquage

Le principe consiste toujours à utiliser différents types de masques couvrant l'intégralité de l'échantillon et ouverts au niveau du pilier. Le principal problème lors de l'utilisation d'un masque est l'ombrage que les bords ce dernier vont réaliser lors du dépôt. En effet, les couches successives du traitement diélectrique sont déposées par pulvérisation ionique dans un cône de demi-angle au sommet de 45° environ. On retrouve donc cette contrainte sur les bords du miroir : une zone aussi large que l'épaisseur du masque est alors inutilisable comme on peut le voir sur la figure 2.2. Cela ne pose habituellement pas de problème, mais lorsque la taille du miroir à déposer est de 60 μm de diamètre, l'épaisseur du masque ne doit alors pas dépasser quelques microns. En effet, un rapport d'aspect de 1/10 est nécessaire à la réalisation d'un miroir à faibles pertes ($<$ 10 ppm).

De plus, la technologie mise en œuvre pour le masquage et le dé-masquage doit préserver la qualité de la surface. On doit en particulier pouvoir nettoyer la surface du pilier avant le dépôt et pouvoir retirer le masque facilement sans dégrader le miroir.

Enfin, les étapes de masquage et de dé-masquage doivent se faire sans altérer les structures, ces dernières étant très fragiles car les membranes sont très fines pour les grands facteurs de qualité. En particulier l'utilisation d'ultra-sons, que ce soit pour le nettoyage avant dépôt ou pour retirer efficacement le masque, est à proscrire.

Nous allons maintenant voir les différentes solutions que nous sommes en train de tester.

Utilisation d'une résine en film

Une solution proche de la méthode d'enrésinement par trempette est l'utilisation de résine en film sec, d'épaisseur 15 μm environ. C'est une résine négative facile à déposer et à retirer après dépôt du miroir. Le film est lithographié puis déposé sur la structure, il est donc suspendu environ 500 μm au dessus de la membrane et en contact sur le bord de la puce, le cadre de découplage et le sommet du pilier comme on peut le voir sur la figure 2.28. A partir de cette étape il n'est plus possible de tremper l'échantillon dans une solution car celle-ci s'infiltrerait sous le film sec. Ce film résiste cependant à la mise sous vide et au dépôt du traitement diélectrique.

Les principaux problèmes que nous rencontrons actuellement sont d'une part une mauvaise adhérence sur le pilier (adhérence sur une très petite zone) et d'autre part un ombrage relativement important du fait de l'épaisseur du film.

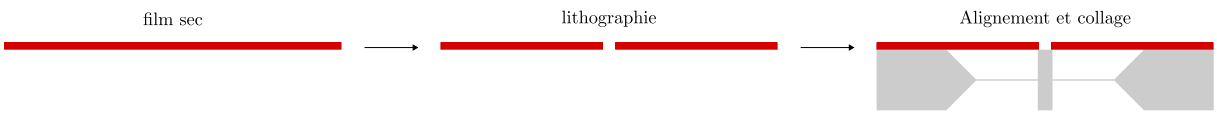


FIGURE 2.28: Étapes de masquage avec le film sec.

Masquage métallique

Nous avons aussi essayé d'utiliser des masques métalliques, qui présentent l'avantage de ne pas être altérés par la chaleur du dépôt, *a contrario* de la résine S1813. Nous avons testé deux épaisseurs de masque : le premier, fin (d'épaisseur inférieure à 1 μm), ne permet pas le *lift-off* du miroir à cause de la continuité de ce dernier autour de la zone de dépôt (figure 2.29 gauche). Le second type, épais (épaisseur supérieure à 5 μm) évite ce problème de *lift-off* du miroir (figure 2.29 droite). Cependant nous ne sommes pas capable pour l'instant d'ouvrir l'aluminium sans

laisser de traces sur la future zone de dépôt. Une solution alternative consiste à déposer un plot de film sec de 15 μm d'épaisseur à l'endroit du futur miroir, puis de déposer 5 μm d'aluminium et de réaliser son *lift-off*. Cette méthode est pour l'instant mise en défaut par la technique de dépôt épais (pulvérisation cathodique), très isotrope ce qui assure la continuité des 5 μm d'aluminium sur le plot de résine et empêche son *lift-off*.

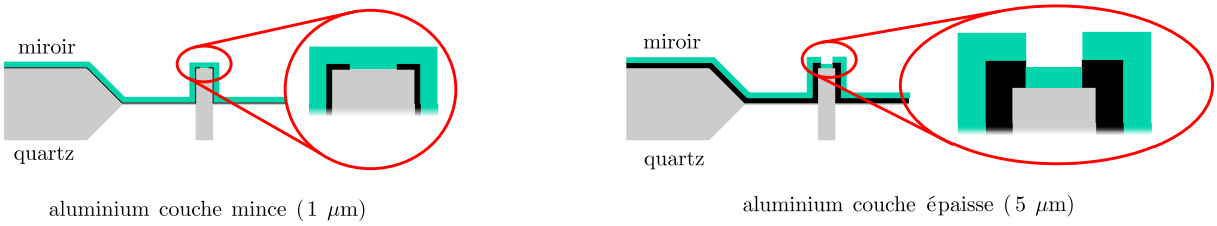


FIGURE 2.29: Masquage aluminium fin (gauche) et épais (droite). La continuité du miroir dans le cas d'un masque fin empêche son *lift-off*.

Masquage par masque physique

Une solution alternative est l'utilisation d'un masque physique directement gravé dans une membrane de SiN supportée par un *wafer* de silicium orienté [100]. La libération de la membrane est réalisée avec une gravure chimique au KOH. L'attaque se faisant sélectivement sur les plans [100] on va créer des pyramides tronquées inversées (figure 2.30). Afin d'éviter le fort effet d'ombrage dû à l'épaisseur du *wafer* de silicium, la taille de la membrane est fixée à 3 mm ce qui assure un rapport d'aspect de 1/10 environ.

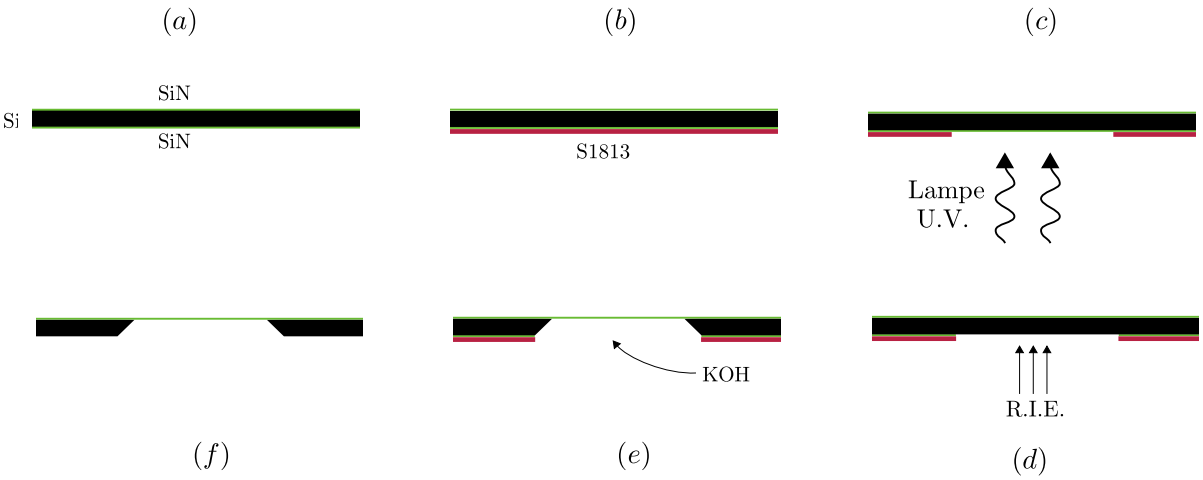


FIGURE 2.30: Étapes de la réalisation des membranes du masque physique.

La procédure de fabrication des membranes est la suivante :

- (a) : On part d'un *wafer* d'épaisseur 300 μm de silicium pur orienté [100] recouvert sur ses deux faces de 427 nm de SiN.
- (b, c) : On lithographie la face arrière,
- (d) : puis on grave la couche de SiN par RIE (*Reactive Ion Etching*).
- (e) : Une gravure chimique dans un bain de KOH à 45 % et 80°C permet de libérer les membranes (f).

Pour structurer la membrane, c'est à dire réaliser un trou de 80 μm de diamètre au centre, on

effectue les étapes *a* à *d* sur la face avant du *wafer*. Pour l'instant les membranes sont trop fines et ne résistent pas à la mise sous vide et au dépôt de miroir, ce denier créant de fortes contraintes sur la membrane. Une étude avec des membranes plus épaisses est en cours.

Nous nous sommes aussi rendu compte que le contact entre la membrane et le sommet du pilier n'était pas suffisamment bon pour éviter un dépôt de miroir sur les flancs du pilier.

Micro-manipulation de micro-miroirs

Enfin, la dernière solution sur laquelle nous travaillons est le collage de miroirs de 80 μm de diamètre directement sur le somme du pilier. Les miroirs sont protégés par une couche d'aluminium puis libérés de leur *wafer* de silicium par une gravure RIE suivie d'une gravure SF6 en phase gaz (figure 2.31). Ils sont alors micromanipulés et collés directement sur le sommet du pilier. Cette technique, très prometteuse, est également en cours de développement, le choix de la colle étant à présent le facteur limitant.

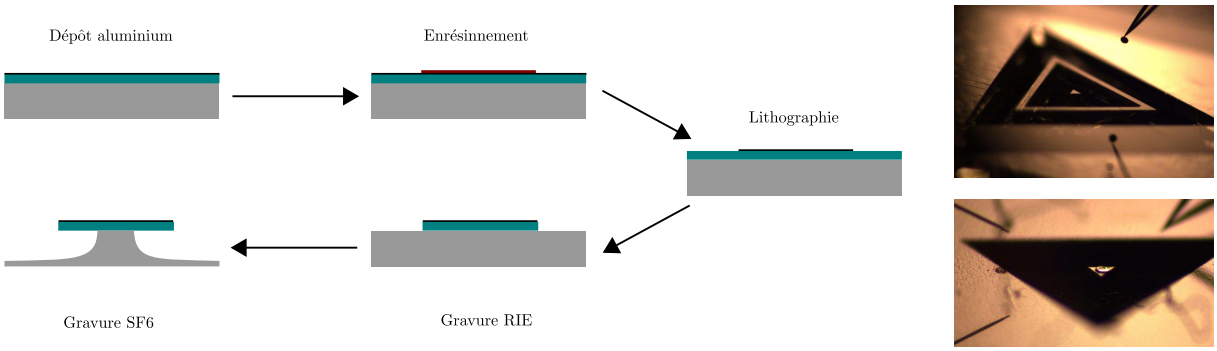


FIGURE 2.31: Principe de libération des miroirs et micro-collage de ces derniers sur le pilier.

2.3 Caractérisation mécanique du micro-pilier

La mise au point d'un dispositif de caractérisation efficace fut primordial pour pouvoir extraire un maximum d'information des différents tests de structure réalisés. En effet, il a fallu mesurer précisément les facteurs de qualité pour comprendre l'influence de la membrane et du cadre de découplage. Nous allons donc voir dans cette partie comment j'ai construit l'interféromètre, puis comment j'ai calibré la mesure de déplacement et enfin quels en sont les principales caractéristiques.

2.3.1 Principe de caractérisation : l'interféromètre de Michelson

Le développement et la construction de l'interféromètre a été un travail important du tout début de ma thèse. Le principe est simplement celui d'un interféromètre de Michelson tel que présenté sur la figure 2.32 : L'échantillon est placé sur une cale piézo-électrique haute fréquence

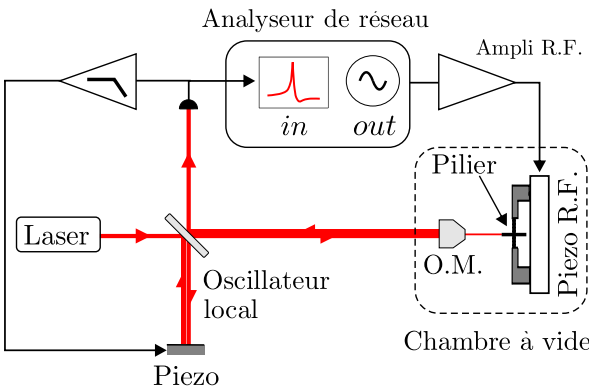


FIGURE 2.32: Schéma optique du banc de caractérisation interferométrique en montage de mesure de réponse mécanique. Le micropilier est placé en un bout d'un bras du Michelson, l'autre bras étant asservi à basse fréquence via une boucle de rétroaction. On réalise le diagramme de Bode de la réponse mécanique du résonateur grâce à un analyseur de réseau[113].

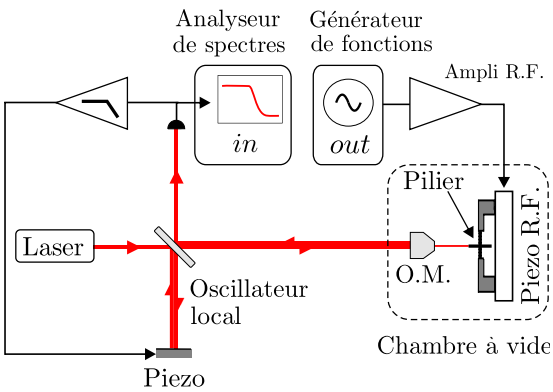


FIGURE 2.33: Schéma du même banc en montage de mesure du facteur de qualité. On effectue ici une mesure de réponse libre : le résonateur est excité à sa fréquence de résonance et l'excitation est brusquement coupée. On enregistre alors à l'analyseur de spectres[114] la décroissance des oscillations libres afin de déterminer le facteur de qualité.

(modèle PolytechPI PTTY 0470 et 0480 CEP 15466) au bout d'un des bras du Michelson, l'autre bras étant asservi à basse fréquence via une boucle de rétroaction. Le laser y est focalisé à l'aide d'un objectif de microscope, variant de $\times 10$ à $\times 40$ suivant la taille de l'échantillon à observer [17]. Il est placé sur une platine de translation motorisée sur 3 axes de manière à pouvoir le déplacer une fois qu'il aura été mis sous vide, comme on peut le voir sur la figure 2.34. L'intensité du laser est répartie dans les deux bras de l'interféromètre à l'aide d'une lame semi-réfléchissante. Le taux de transmission est choisi de façon à ce que 50% de la puissance incidente arrive sur l'échantillon. En fonction de la reflectivité de l'échantillon, on rajoute des densités sur l'oscillateur local de manière à maximiser le contraste. La mesure de la puissance est en général (sauf mention contraire) donnée en entrée de l'interféromètre (là où elle est mesurée), il y a donc 50% de cette puissance sur l'échantillon en cours d'analyse. On réalise alors deux types de mesures :

17. Cet interféromètre aura été très utile pour caractériser d'autres types de résonateurs tels que les membranes ou les micro-ponts (Chapitre 6).

– la mesure de la réponse spectrale mécanique du résonateur : on excite la cale piézo-électrique HF en balayant sa fréquence autour de la fréquence de résonance et on mesure la réponse mécanique via l'interféromètre à cette même fréquence. Cette mesure est réalisée *via* un analyseur de réseau (figure 2.32). On extrait de cette mesure la fréquence de résonance du pilier ainsi qu'une information sur la présence éventuelle d'autres modes ou de levée de dégénérescence des modes symétrique et anti-symétrique (figure 2.35).
– La mesure du facteur de qualité est réalisée par la méthode de *ring-down* (figure 2.33). On excite le résonateur à sa fréquence de résonance et on stoppe brutalement cette excitation. On mesure alors le spectre de bruit de la position du résonateur sur un analyseur de réseau en mode « zéro span ». Cela signifie que l'on enregistre en temps réel la puissance de bruit qui traverse un filtre centré sur la fréquence de résonance mécanique (de largeur 100 kHz, grande devant la largeur mécanique de la résonance -quelques Hz-). Ce bruit est principalement dû aux oscillations libres amorties du résonateur précédemment excité. On extrait ainsi le facteur de qualité de ce taux d'amortissement. Ici encore, on peut trouver un indice de la monomodalité. En effet comme on peut le voir sur la figure 2.36, dans le cas d'une levée de dégénérescence, les différents modes n'ayant pas exactement le même facteur de qualité on observe autant de ruptures de pente dans la décroissance qu'il y a de modes non dégénérés.

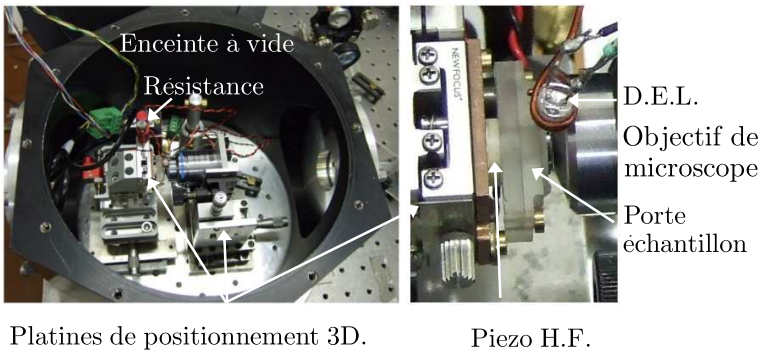


FIGURE 2.34: Photo de l'enceinte à vide du banc de caractérisation interferométrique (a) et zoom sur la zone porte échantillon (b).

Le dispositif de maintien de l'échantillon a été réalisé très soigneusement. En effet, le résonateur doit être fixé de manière très rigide à son support afin que le facteur de qualité mesuré soit bien celui du résonateur. Pour cela, l'échantillon est collé à la laque d'argent sur un support lui-même vissé sur le dispositif piézo-électrique haute fréquence. Les collages d'échantillons sont toujours réalisés à la laque d'argent, cette dernière étant inoffensive pour les structures et les dépôts. Cependant, pour la partie piézoélectrique haute fréquence, le collage a été plus subtil. En effet, la cale vibrant à son amplitude linéaire maximale (d'environ 10 pm) à 4 MHz, elle s'échauffe grandement et le collage est soumis à rude épreuve (forte température sous vide plus ultrasons). Nous avons donc choisi d'utiliser une colle bicomposants de type H20E, nécessitant une cuisson au four (à 150 °C environ) pour devenir solide [115] et ayant la propriété d'être bonne conductrice thermique et électrique [18]. Nous avons donc collé la cale directement sur un support de cuivre pour assurer une bonne thermalisation, et vissé sur la platine motorisée et sur cette cale un réceptacle qui viendra accueillir l'ensemble collé échantillon/porte-échantillon

18. Cette colle est en général utilisée dans des applications spatiales.

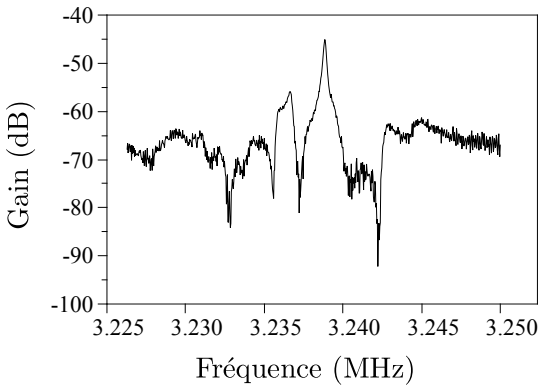


FIGURE 2.35: Exemple de spectre de vibration d'une structure désalignée latéralement. On distingue une sous-structure dans le mode fondamental induite par la levée de dégénérescence des fréquences de vibration des deux demi-piliers, réduisant drastiquement le facteur de qualité.

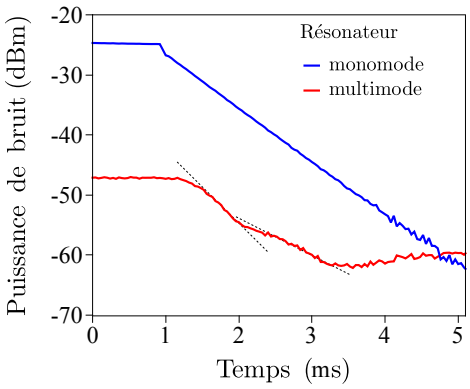
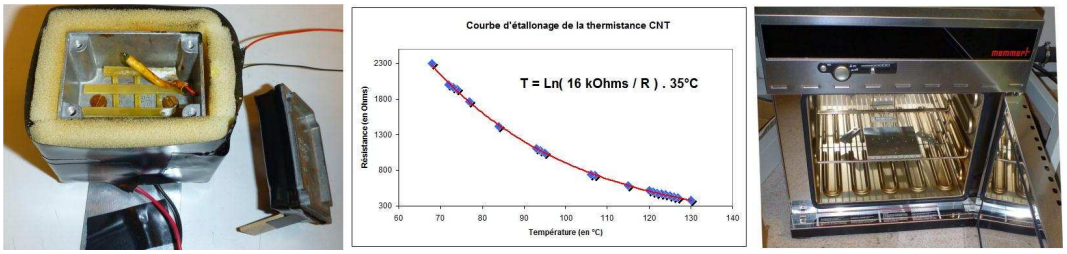


FIGURE 2.36: Courbes de *ring-down* pour 2 résonateurs, un monomode et un multimode. On distingue clairement les ruptures de pentes caractéristiques de la bimodalité dans la décroissance des oscillations libres.

(réalisé en plexiglas pour limiter l'échauffement du résonateur). J'ai pour cela conçu un petit four qui permet de réaliser ce collage très rapidement (figure 2.37). La température est contrôlée par une thermistance dont la courbe d'étalonnage est également donnée sur la figure 2.37. Pour les pièces de plus grosse taille (supérieure à 2 cm), une étuve est également disponible.



(a) (b) (c)

FIGURE 2.37: Photographies du petit four (a) ainsi que de l'étuve (c) utilisés pour les collages à la H20E. La courbe d'étalonnage du petit four est donnée en (b).

Le dispositif utilisé pour l'excitation piézo-électrique haute-fréquence comporte les caractéristiques suivantes :

- la capacité vaut C=0,5 pF. Cette dernière est montée en parallèle d'une résistance de puissance de 50 Ω (200 W) [19] à l'intérieur de l'enceinte à vide pour limiter le rayonnement électrique. Cette dernière est vissée sur un radiateur en cuivre, lui-même en contact avec le fond de l'enceinte à vide, la résistance s'échauffant sous vide à forte tension (jusqu'à 100 V).
- On a pu remarquer une forte dépendance du facteur de qualité avec le nettoyage des échantillons. Afin de ne pas salir ces derniers lors de la remise à l'air, le vide est cassé à l'azote ultrapur. L'enceinte à vide est aussi conservée sous 1 bar d'azote propre lorsque l'interféromètre ne fonctionne pas afin de limiter le dépôt de poussières à l'intérieur [20].

19. Ce qui nous donne une fréquence de coupure de 6 GHz, grande devant les fréquences d'étude de l'ordre du MHz.
20. Ces poussières se déposent partout lors de la mise sous vide (régime très turbulent).

Pour visualiser l'échantillon et l'endroit de la réflexion du laser sur ce dernier, nous avons utilisé l'astuce suivante : l'objectif de microscope utilisé pour focaliser le laser amène le *waist* de ce dernier dans son plan focal image. En plaçant l'échantillon dans ce plan, non seulement on réalise une réflexion optimale, mais on envoie aussi à l'infini l'image du pilier au travers de l'objectif de microscope. Une simple caméra CCD munie d'un objectif réglé à l'infini suffit alors pour observer le pilier et le spot du laser qui s'y réfléchit. Par souci de commodité, la caméra est placée derrière un miroir à 45°, réfléchissant 90% de la lumière laser mais très peu dans le visible.

On a ainsi, par cette méthode, caractérisé la taille du faisceau au niveau du pilier (figure 2.38). Avec un objectif ×20 en calibrant l'image avec un structure connue, on a pu mesurer un *waist* de 6.7 μm (2.5 μm avec l'objectif ×40).

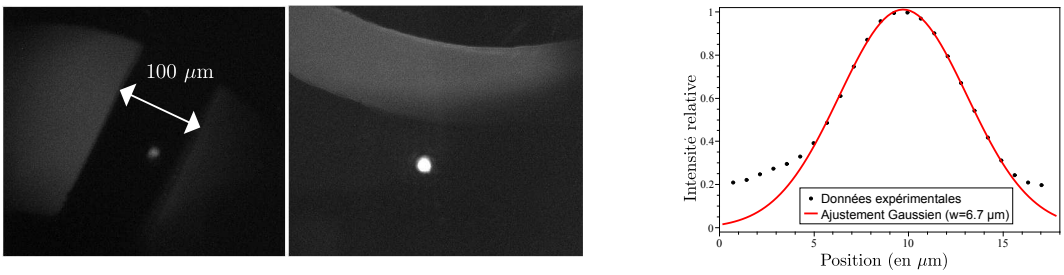


FIGURE 2.38: Mesure de la taille du *waist* après passage par l'objectif ×20 : un détail de taille connue (100 μm sur la photographie de gauche) permet de calibrer simplement le grossissement du système de visualisation. Une photographie du spot réfléchi (photographie de droite) permet de mesurer sa taille. Un ajustement gaussien du profil d'intensité donne $w_0 = 6.7$ μm (la faible dynamique de la caméra CCD utilisée impose la présence d'un plancher de bruit lorsque l'intensité maximale n'est pas saturée).

2.3.2 Asservissement de l'interféromètre

Afin de travailler à sensibilité constante au niveau de la détection, le bras de l'oscillateur local de l'interféromètre est asservi en longueur. Nous allons voir rapidement dans ce paragraphe de quoi se compose l'asservissement et quelles en sont les principales caractéristiques.

2.3.2.1 Principe de fonctionnement

Le signal d'erreur utilisé pour l'asservissement est le signal de sortie de l'interféromètre directement, compensé d'un décalage fixe afin de fixer le point de fonctionnement au maximum de sensibilité, *i.e.* à mi-pente de la sinusoïde. La boucle d'asservissement, visible sur la figure 2.39(a), se compose de :

- la photodiode de mesure,
- le boîtier d'asservissement à proprement parler,
- un amplificateur haute tension (1 000 V),
- une cale piezo-électrique à grand débattement, sur laquelle est fixé le miroir de renvoi de l'oscillateur local.

Le diagramme de Bode théorique du boîtier d'asservissement et du couple amplificateur haute tension / cale piezo-électrique est donné sur la figure 2.39(b). Le principe de fonctionnement du boîtier d'asservissement (en rouge sur la figure) est relativement standard. Il s'agit globalement

d'un intégrateur afin de compenser efficacement les fluctuations basses fréquences avec un fort gain tout en s'assurant que la correction s'annule à la fréquence de travail. Pour des raisons de sécurité, un forte résistance de charge est placée en sortie de l'amplificateur 1 000 V afin d'éviter tout risque d'électrocution. Cela a pour effet de créer aux bornes de la cale piezo-électrique un filtre passe-bas (en bleu sur la figure) de fréquence de coupure 16 Hz (la cale est modélisée principalement comme une capacité).

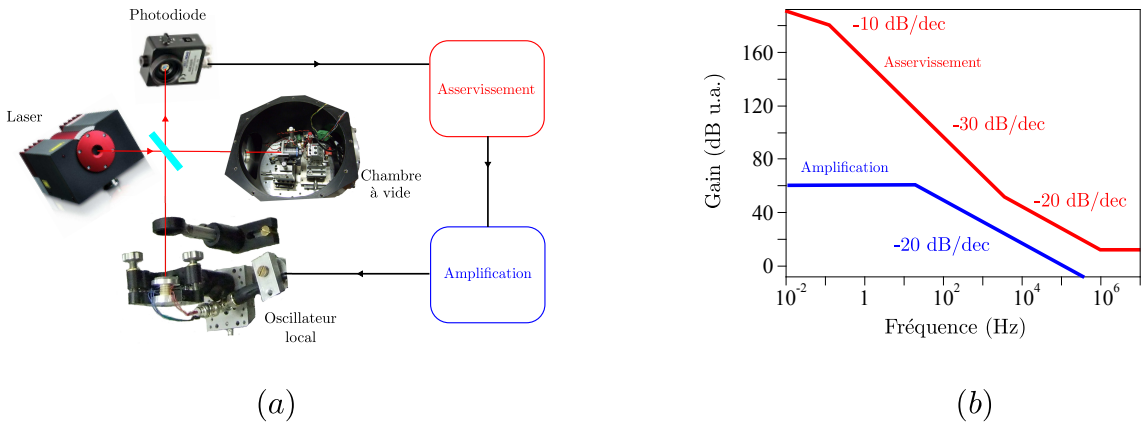


FIGURE 2.39: Principe de fonctionnement de la boucle d'asservissement. (a) Schémas de la boucle et (b) des diagrammes de Bode en boucle ouverte correspondant aux circuits électriques.

2.3.2.2 Paramètres de l'asservissement

Afin de m'assurer que l'asservissement n'a pas d'effet sur la mesure du spectre mécanique, je l'ai caractérisé en traçant son diagramme de Bode en boucle fermée (figure 2.40a). L'expérience consiste à injecter avec un analyseur de réseau une perturbation dans l'amplificateur et regarder comment cette perturbation est compensée par l'asservissement. On constate que l'asservissement fonctionne très bien à basse fréquence, en compensant exactement les perturbations. Il possède de plus une fréquence de coupure de 16 Hz due à la capacité de la cale piezo-électrique. On retrouve bien dans cette phase de coupure une pente de -50 dB/décade comprenant les effets de coupure du boîtier d'asservissement et de l'amplificateur. On constate aussi une réduction de plus de 100 dB à la fréquence de travail (4 MHz) sur la correction optimisée à basse fréquence. On peut donc dire que l'asservissement ne modifie pas le spectre mesuré par l'interféromètre.

On peut aussi juger de l'efficacité de la boucle d'asservissement en regardant le signal de sortie de l'interféromètre lorsque la pression est progressivement réduite dans l'enceinte à vide du bras de mesure (figure 2.40b). Ce dernier compense exactement la différence de chemin optique due au changement d'indice dans la chambre lors du pompage. Avec ce processus d'auto-asservissement, seul l'asservissement sur un quart de période environ est accessible. En effet, l'asservissement n'est stable que sur la demi-période où la pente a le bon signe et il décroche au moment où la pente est la plus forte, la variation du signal d'erreur étant alors trop rapide.

En forçant le gain de l'asservissement, on observe une résonance du système, probablement une résonance mécanique de la cale piézo-électrique basse fréquence utilisée pour l'asservissement de la longueur du bras de l'oscillateur local. Cette auto-oscillation à 43 Hz permet d'optimiser le gain en se plaçant juste sous le seuil (figures (c) et (d) de 2.40).

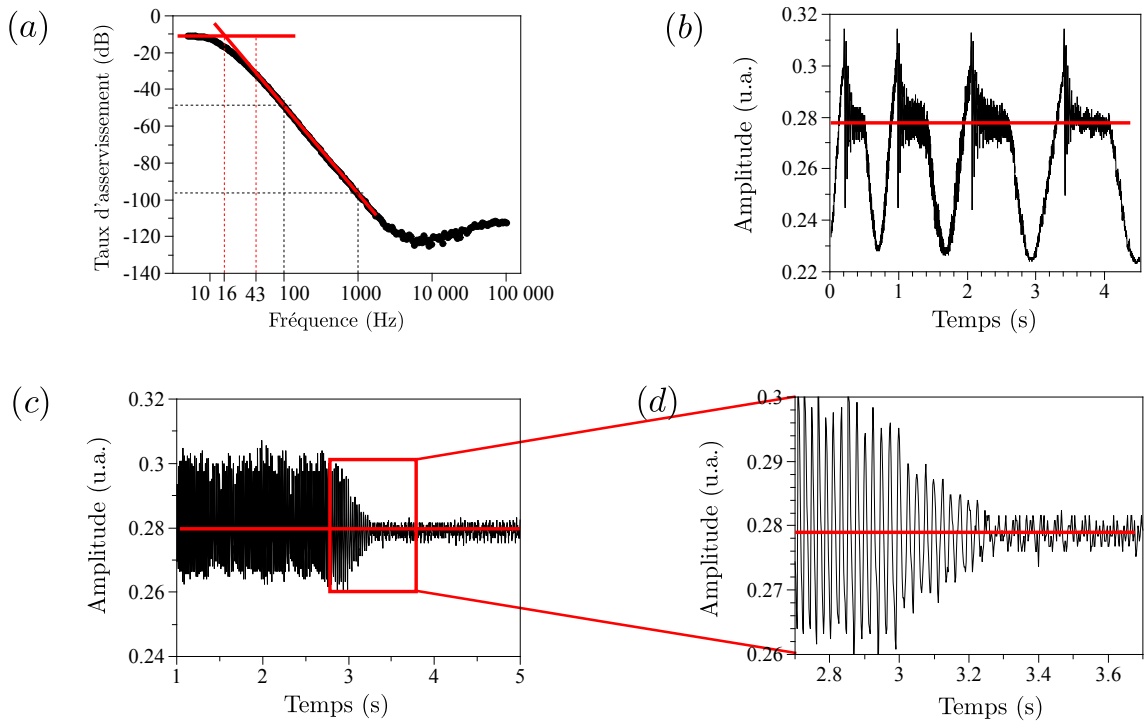


FIGURE 2.40: Caractérisation de la boucle d'asservissement : (a) diagramme de Bode en boucle fermée, (b) auto-asservissement lors du pompage de l'enceinte de mesure, (c) et (d) optimisation du gain juste au dessous du seuil d'auto-oscillation.

2.3.3 Calibration de l'interféromètre

J'ai également calibré les déplacements du résonateur sous l'effet d'une excitation piézoélectrique. Je finirai ce chapitre en présentant une analyse détaillée des différents effets visibles lors de l'utilisation de l'interféromètre. Une compréhension de ces effets est primordiale pour séparer les artefacts de mesure des réels effets physiques.

2.3.3.1 Calibration du déplacement

La calibration des déplacements à été réalisée en supposant que la réponse de la photodiode était plate entre 0 et 4 MHz. Elle a été réalisée sous une pression résiduelle de 0,2 mBar et avec une puissance incidente de 1,5 mW à l'entrée de l'interféromètre. Les photodiodes utilisées sont du type « Thorlabs PDA36A » avec détecteur au silicium. On réalise tout d'abord la mesure du contraste afin de déterminer le taux de conversion en nm/V au point de fonctionnement (à mi-pente de la sinusoïde) sur la figure 2.41(a). On excite ensuite la cale piézoélectrique HF à fréquence et puissance connues (ici 100 kHz et -8 dBm) et on en déduit le déplacement correspondant puis le déplacement calibré : 0,75 nm d'amplitude pic-à-pic pour -10 dBm de puissance d'excitation (figure 2.41).

On réalise alors le diagramme de Bode de la réponse mécanique entre 100 kHz et 4 MHz et on en tire le déplacement à résonance, toujours sous -10 dBm d'excitation : 3.4 nm pic-à-pic. Le substrat quant à lui bouge 250 fois moins (48 dB d'atténuation sur la réponse en méthode de *ring down*) soit 13 pm pic-à-pic. On peut ainsi tirer de ce calcul une calibration des mesures faites à l'analyseur de réseau : un déplacement de 1 nm sous -10 dBm d'excitation est situé à -24 dB et des mesures de *ring down* : un déplacement de 1 nm se situe à - 37 dBm (figure 2.42).

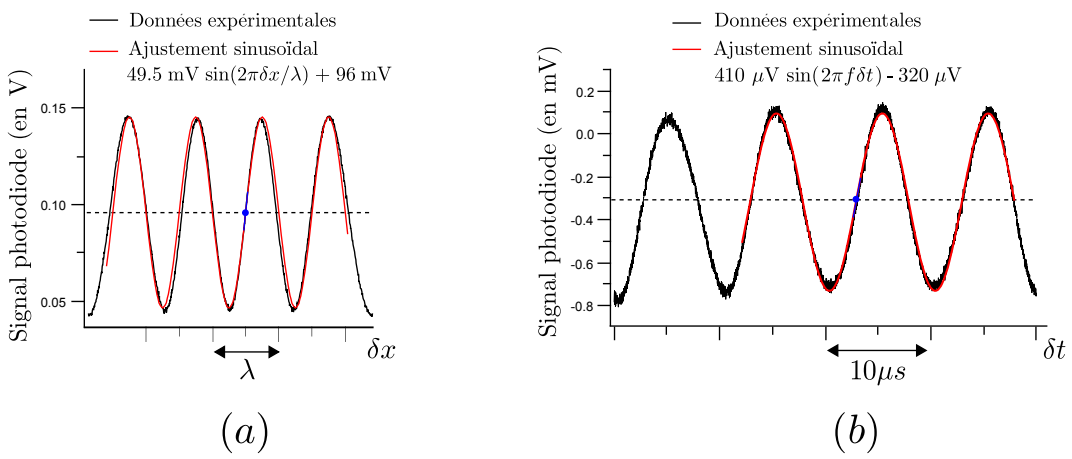


FIGURE 2.41: Mesure du contraste de l'interféromètre à basse fréquence (a) et à 100 kHz (b). La pente DC au point de fonctionnement (point bleu) donne le taux de conversion de l'interféromètre (440 μV/nm) et l'amplitude à 100 kHz permet de calibrer les analyseurs de spectre et de réseau.

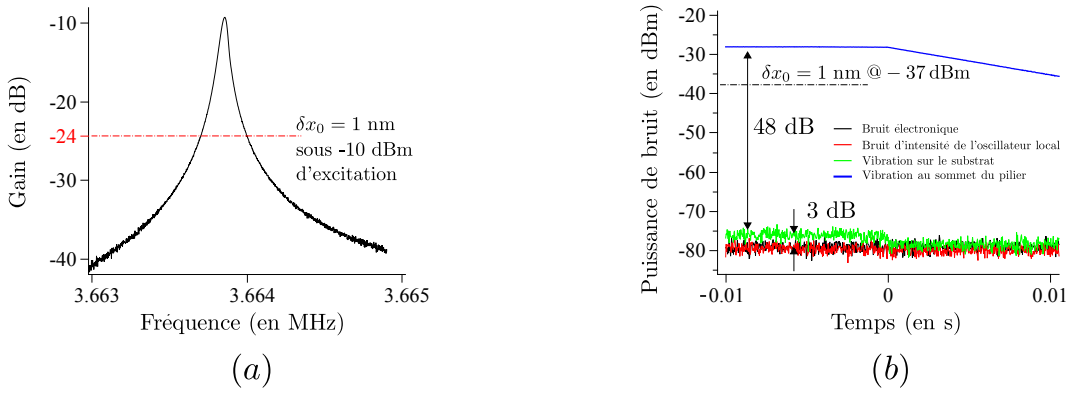


FIGURE 2.42: Mesure du spectre de réponse mécanique du résonateur (a) ainsi que son amortissement libre après une excitation à résonance (b). Les spectres sont calibrés avec la méthode décrite dans le texte.

J'ai aussi réalisé la calibration en puissance de l'excitation piezo-électrique. Les résultats montrent une excellente linéarité sur plus de 5 ordres de grandeur. Sur la figure 2.43, on peut voir à gauche les courbes de *ring-down* réalisées à différentes puissances et à droite l'intensité des oscillations forcées en fonction de la puissance d'excitation..

2.3.3.2 Mesure du facteur de qualité

Pour obtenir une mesure du facteur de qualité mécanique, on mesure en temps réel le spectre de puissance de bruit du signal de la photodiode, filtré autour de la fréquence de résonance. On a alors la relation suivante :

$$\delta U_{ph}(t) \propto \delta I_{out}(t) \propto \delta x(t) \tag{2.24}$$

avec U_{ph} la tension aux bornes de la photodiode, I_{out} l'intensité lumineuse en sortie du Michelson et x la position du sommet du résonateur. Le point de fonctionnement de ce dernier est choisi dans la plage linéaire (figure 2.41).

L'amortissement des oscillations libres du résonateur s'effectuant avec une constante de temps

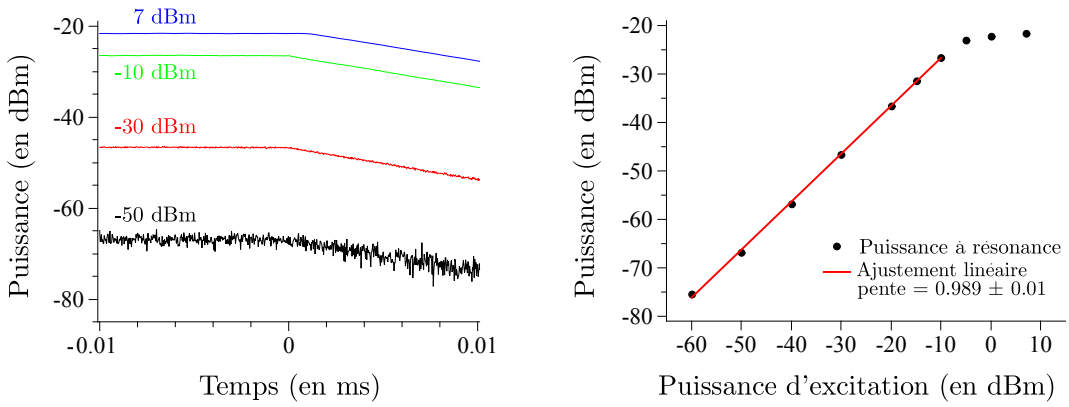


FIGURE 2.43: Vérification de la linéarité de l'excitation piezo-électrique. La puissance d'excitation indiquée ici est en entrée d'un amplificateur Mini-Circuits®ZHL 32 A de gain +25 dB. La saturation est due à une saturation de l'amplificateur.

$\Gamma/2$, l'enveloppe est donc de la forme $e^{-\Gamma t/2}$. En notant P la puissance mesurée par l'analyseur de spectre, G le gain mesuré à l'analyseur de réseau et U_{ref} la tension de référence délivrée par l'analyseur de réseau, on obtient :

$$P(dB_m) = 10 \log \left(\frac{U_{ph}^2}{50\Omega} \frac{1}{1\text{mW}} \right) \propto 20 \log U_{ph} \tag{2.25}$$

$$G(dB) = 20 \log \left(\frac{U_{ph}}{U_{ref}} \right). \tag{2.26}$$

De ces données, on peut extraire le facteur de qualité, défini par $Q = \Omega_m/\Gamma$:

$$Q = \frac{-20\ \pi\ \nu_m}{p\ \ln(10)} = \frac{-10\ \Omega_m}{p\ \ln(10)} \tag{2.27}$$

où p est la pente d'amortissement de l'amplitude des oscillations libres (en dB/s).

2.3.4 Résultats

Je vais dans cette partie présenter les résultats que nous avons pu obtenir avec cet interféromètre. Tout d'abord, il peut sembler surprenant qu'en excitant le substrat, *i.e.* la membrane, on puisse exciter le mode de vibration symétrique alors que dans le mouvement de celui-ci la membrane reste immobile. Nous verrons qu'avec un modèle simple on peut tout à fait décrire ce phénomène. Une analyse complète de l'excitation dans la méthode de *ring-down* sera alors donnée, expliquant notamment l'effet de battement qui apparaît au début de l'excitation. Je terminerai ce chapitre en présentant l'effet que peut avoir le rayonnement électromagnétique parasite inhérent à l'utilisation d'une cale piézoélectrique.

2.3.4.1 Exciter un mode symétrique de façon antisymétrique

Modélisation du système

On reprend la description simplifiée en terme de masses et de ressorts du paragraphe 2.1.2.3, mais modifiée comme présenté sur la figure 2.44. On considère ici que la membrane est reliée au *wafer* par un ressort de raideur κ. Le *wafer* est supposé de masse infinie devant la masse du

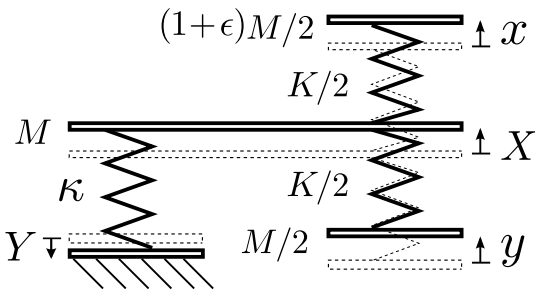


FIGURE 2.44: Représentation schématique du modèle simple utilisé pour décrire le système d'excitation. Le substrat dont le déplacement est quantifié par Y est mis en mouvement par l'opérateur. Il est couplé à la membrane avec la constante κ. On retrouve par ailleurs la masse M du mode du pilier. Un défaut d'équilibrage ϵ est aussi pris en compte.

résonateur mais libre de vibrer par forçage externe. On suppose cependant que les masses des deux modes couplés sont légèrement différentes d'un facteur ϵ (déséquilibrage du pilier), ce qui conduit aux équations couplées suivantes :

$$\frac{1+\epsilon}{2} M \frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}\ t^2} = -\frac{1}{2} K(x - X) \tag{2.28}$$

$$\frac{1}{2} M \frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}\ t^2} = -\frac{1}{2} K(y - X) \tag{2.29}$$

$$M \frac{\mathrm{d}^2 X}{\mathrm{d}\ t^2} = -\kappa(X - Y) - \frac{1}{2} K(2X - x - y) \tag{2.30}$$

avec $\epsilon \ll 1$ et $\Omega_m^2 = K/M$. Ce système est alors soumis au forçage $Y = Y_0 \cos(\Omega t + \phi)$ généré par l'excitation inertielle piézoélectrique. On résout alors l'équation aux modes propres (sans forçage) sur la base $\begin{pmatrix} x \\ y \\ X \end{pmatrix}$. En posant $\beta = \kappa/K$, et en supposant $\beta \ll 1$, les nouveaux modes propres sont les suivants :

- le mode d'ensemble E où l'ensemble de la structure suit les déplacements du substrat, résonnant à fréquence $\sqrt{\beta/2}\ \Omega_m$: $E = \begin{pmatrix} 1+\beta/2 \\ 1+\beta/2 \\ 1 \end{pmatrix}$,
- le modes symétrique $S = \begin{pmatrix} -1+\epsilon/2 \\ 1-\epsilon/2 \\ \epsilon/2 \end{pmatrix}$ oscillant à la fréquence $(1-\epsilon/4)\ \Omega_m$,
- et le mode anti-symétrique $A = \begin{pmatrix} -1+\beta/2+3\epsilon/2 \\ -1+\beta/2-\epsilon/2 \\ 1 \end{pmatrix}$ oscillant à la fréquence $(1+\beta/8-\epsilon/8)\ \sqrt{2}\ \Omega_m$.

On retrouve bien les modes habituels, mais ils sont légèrement déformés par la présence du déséquilibrage ϵ. On constate en particulier que le mode symétrique est maintenant couplé au mouvement de la membrane dans un rapport $1/\epsilon$. On remarque aussi que cette amplitude de vibration est indépendante du paramètre β.

Réponse à un forçage

Il convient maintenant de décrire comment le forçage est transposé dans la nouvelle base. En

écrivant la matrice de passage perturbée par ϵ, on montre[116] que le forçage présente une composante non nulle sur le mode symétrique. Il est donc bien possible d'exciter le mode symétrique avec un forçage inertiel du substrat généré par une cale piézo-électrique. C'est le léger déséquilibrage de la structure qui est à l'origine de cet effet. Il est cependant impossible de mesurer ici expérimentalement ce déséquilibre. En effet, il faudrait aussi prendre en considération l'amortissement Γ du mode, proportionnel à ϵ^2 au moins dans la gamme $\epsilon \ll 1$ comme on a pu le constater sur la figure 2.9.

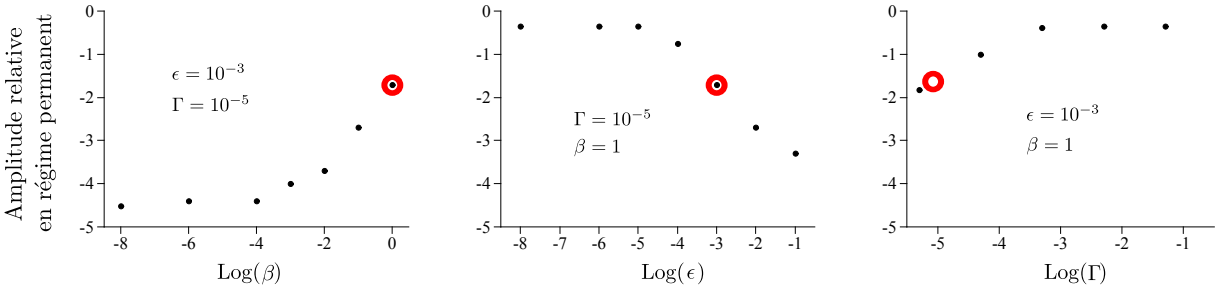


FIGURE 2.45: Résultats de la simulation numérique de la réponse du système à un forçage inertiel sur le wafer. Est représentée l'amplitude des oscillations de x en régime permanent. La simulation porte sur 20 millions de points pour une pulsation normalisée à 1 et un temps d'attente du régime permanent de 1 million. L'excitation du système consiste en un forçage en position du *wafer* (coordonnée Y) d'amplitude 1 et de pulsation 1 (*i.e.* à résonance). Cerclé de rouge sont représentées les conditions de l'expérience à savoir $\epsilon = 10^{-3}$, $\Gamma = 10^{-5}$ et $\beta = 1$.

Un autre paramètre-clé du problème apparaît lorsqu'on regarde la dépendance de l'amplitude de vibration avec le forçage : le paramètre β. Ce paramètre étant très difficile à estimer, il est dangereux d'avancer des hypothèses sur le lien entre l'amplitude de vibration à résonance et le facteur de qualité, d'autant plus que le déséquilibrage longitudinal n'est pas la seule source d'amortissement. On se rend alors bien compte que l'extraction de ϵ est ici impossible. Sur la figure 2.45, j'ai représenté le résultat de simulations numériques permettant d'extraire l'amplitude de vibration de x en réponse à un déplacement du *wafer* forcé par la cale piézo-électrique. Afin d'introduire de l'amortissement dans le modèle sans modifier les modes propres, le même amortissement Γ a été ajouté aux 3 équations (2.28 à 2.30).

Les points correspondant aux conditions de l'expérience sont cerclés en rouge sur la figure. On constate bien que l'excitation est d'autant plus efficace que le couplage β avec l'extérieur est grand (figure de gauche). Une autre information importante est le rapport qui existe entre ϵ et Γ. On constate que le désalignement n'a d'effet néfaste sur le facteur de qualité que lorsqu'il est plus important que l'amortissement relatif $\epsilon Q \gg 1$ (figures du centre et de droite).

L'amplitude relative des résonances mécaniques observées lors des expériences de réponse spectrale où de *ring-down* ne permet donc pas de mesurer ce facteur de désalignement. Celui-ci étant très petit, il n'est pas estimable non plus en mesurant directement les profondeurs de gravure. En effet, nous mesurons $Q > 10^6$ soit $dz < 1$ μm d'après les simulations numériques présentées sur la figure 2.9, ce qui correspond à $\epsilon < 10^{-3}$. Ce différentiel d'épaisseur de 1 micron est inférieur à l'épaisseur de la membrane et surtout petit devant sa rugosité.

Interprétation en terme de couplage variable

Considérons le système présenté sur la figure 2.46 et n'étudions que deux cas limites, représentatifs des effets induits par le couplage du pilier à l'environnement via son cadre d'isolation : Sur

ce schéma, le pilier est représenté par le système (m, Γ, k) et le cadre de découplage dynamique, qui constitue le premier niveau d'amortissement, par (m_{add}, Γ_{add}, k_{var}).

- Si $k_{var} = 0$ alors on est en présence d'un résonateur ayant pour masse m et pour amortissement Γ,
- et si $k_{var} = \infty$ alors on est en présence d'un résonateur ayant pour masse $m + m_{add}$ et pour amortissement $\Gamma + \Gamma_{add}$. On est bien en présence d'un système dont la masse et le facteur de qualité dépendent de son couplage à l'environnement (ici représenté par les grandeurs additionnelles).

Cet exemple simple permet de saisir la nécessité de décrire complètement le système, y compris les effets de couplage à l'extérieur au travers des deux membranes, pour extraire les paramètres mécanique des mesures spectrales. En particulier, ce modèle peut expliquer les grandes différences de masse entre les simulations numériques présentées au paragraphe 2.1.2.5 et les résultats des calculs théoriques du paragraphe 2.1.2.3.

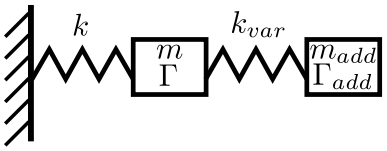


FIGURE 2.46: Schéma de principe du couplage variable. Un résonateur de masse m et d'amortissement Γ est attaché à un support rigide par un ressort de constante k. Une masse additionnelle m_{add} d'amortissement Γ_{add} lui est fixée au bout d'un ressort de raideur variable k_{var}.

Mesure de la masse du mode mécanique

Une autre limitation de ces mesures interférométriques est l'impossibilité de mesurer la masse du mode (l'excitation étant inertielle). Pour mesurer une masse, il faut mesurer le déplacement résultant d'une force connue appliquée sur le résonateur, la seule accessible ici étant la force de pression de radiation. Or pour exciter le pilier à résonance avec une amplitude x_0 détectable ($\simeq 10^{-11}$ m au minimum d'après les mesures de calibration présentées ci-dessus), il faut d'après la relation :

$$x[\Omega_m] = \frac{Q}{M\Omega_m^2} F[\Omega_m] \tag{2.31}$$

une force oscillante à la fréquence de résonance mécanique avec une amplitude :

$$F = 2.5 \text{ nN} \left(\frac{M}{50\ \mu\text{g}}\right) \left(\frac{\nu_m}{3.6 \text{ MHz}}\right)^2 \left(\frac{10^5}{Q}\right) \left(\frac{x_0}{10 \text{ pm}}\right), \tag{2.32}$$

d'environ 2,5 nN pour les résonateurs que j'utilise. La force de pression de radiation étant d'environ 7 nN/W, on constate qu'une modulation en intensité avec un contraste unité d'un faisceau de 400 mW est nécessaire. Une telle puissance dans l'interféromètre (800 mW en entrée) induit des effets de chauffage qui réduisent drastiquement le facteur de qualité mécanique en disymétrisant le pilier comme nous le verrons au chapitre 5. De plus, les effets de dérive thermique empêcheraient d'exciter le pilier à résonance, condition drastique imposée par la limite de sensibilité.

2.3.4.2 Effets de battement

Un effet intéressant dans la mesure de *ring-down* est l'apparition (figure 2.47 a et b) d'un phénomène de battements sur la réponse mécanique du résonateur, résultant de la différence entre la fréquence propre d'oscillation et la fréquence d'excitation.

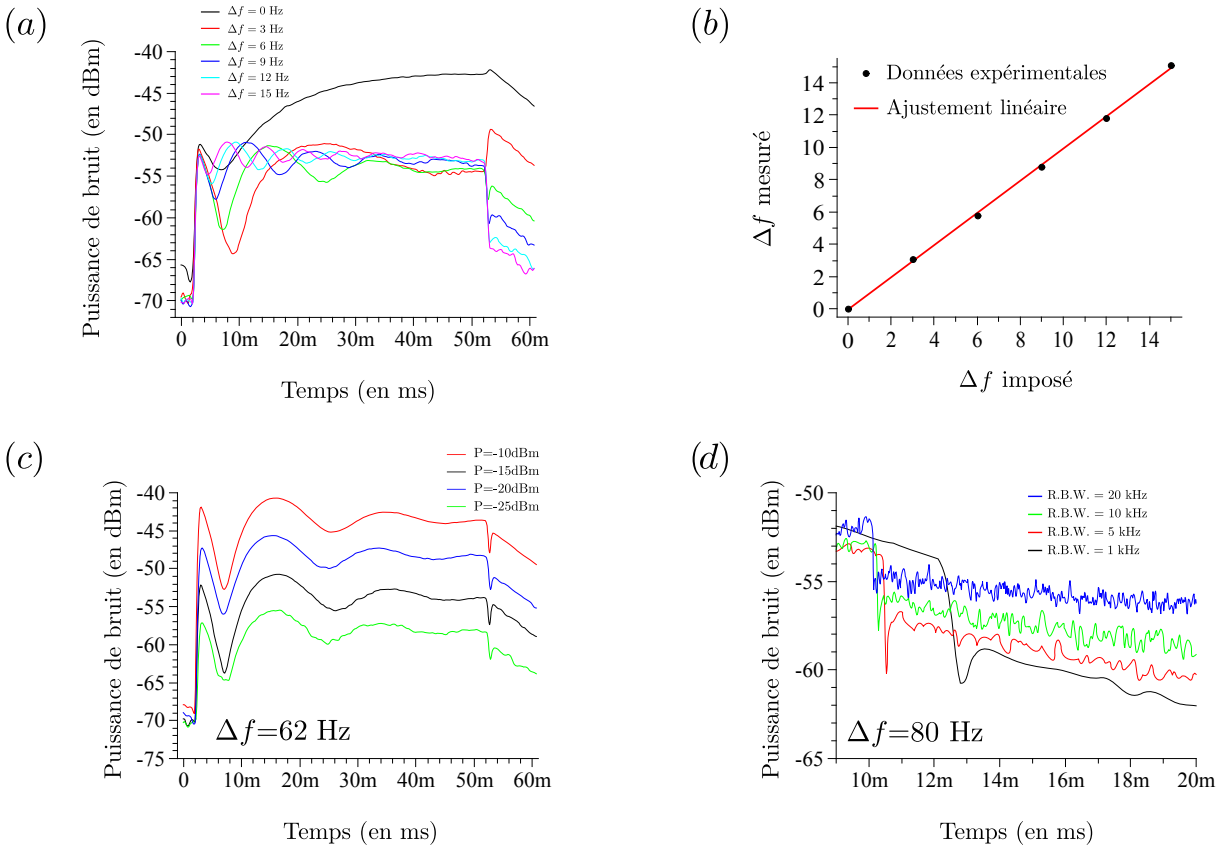


FIGURE 2.47: Effet de battements lors de l'excitation soudaine dans la mesure de *ring-down* : variation (a) de l'écart à la fréquence de résonance et vérification de l'origine du battement (b) ; vérification d(c) e la linéarité en puissance de l'effet et effet (d) de délai et de rebond dû au filtre à grand facteur de qualité de l'analyseur de spectres.

Lorsque le résonateur est soudainement excité, au temps $t = 0$, il répond de manière percussionelle à sa fréquence propre. La fréquence d'excitation pouvant être différente de la fréquence propre, il s'en suit un phénomène de battement permettant de pointer précisément l'écart à la résonance. Je présente maintenant les résultats de simulations numériques de la réponse, aux temps courts, du résonateur à l'excitation inertielle. Ces simulations (figure 2.48) expliquent tout à fait les résultats présentés sur la figure 2.47.

La forme de la force d'inertie d'entrainement générée par l'excitation piezoélectrique est donnée sur la figure 2.48(a). Le résultat simulé pour un oscillateur harmonique excité avec ce type de force désaccordée de 2 fois la largeur mécanique est donné sur le graphe 2.48(b). La courbe (c) présente l'enveloppe de la réponse, grandeur mesurée par l'analyseur de spectres en mode zéro span.

Pour alléger le nombre de pas du calcul numérique, le facteur de qualité a été limité à 100. Cela n'a pas d'influence, on reste bien dans le régime des hauts facteurs de qualité tout en atteignant un régime permanent en quelques centaines d'oscillations. Le paramètre important

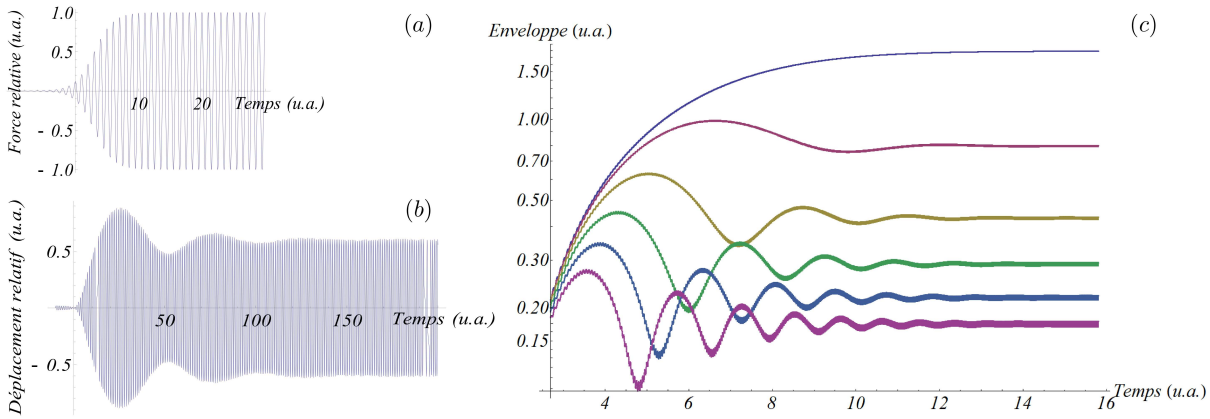


FIGURE 2.48: Simulations de la réponse (b) d'un résonateur mécanique (ici de facteur de qualité 100 pour ne pas alourdir le calcul numérique) à une excitation brusque (a) désaccordée de deux fois la largeur de la résonance Γ. On y voit l'effet de battement entre les fréquences propres et d'excitation forcée. (c) enveloppes des réponses pour un désaccord allant de $-\Gamma$ à 5Γ. Les réponses à un désaccord de $\pm\Gamma$ sont exactement superposées.

du problème est ici le désaccord relativement à la bande passante mécanique. Ce rapport d'aspect de 1 environ est respecté (on a Q=200 000 dans l'expérience décrite en 2.47 et donc $\Gamma = 2\pi \times 18$ Hz pour des désaccords allant de 0 à 60 Hz).

On retrouve bien l'effet escompté de battements entre les deux fréquences (propre et forcée) du résonateur mécanique. On peut aussi vérifier que sur les enveloppes de la réponse mécanique du résonateur (figure 2.48c), l'effet percussionel s'amortit sur une durée équivalente au temps de vie mécanique. La variation d'amplitude est donnée par la susceptibilité mécanique qui décroît sur une largeur Γ lorsque l'excitation est désaccordée. La fréquence de ce battement est bien donnée par l'écart entre les fréquences d'excitation et de résonance mécanique. Ces effets sont visibles dans l'expérience (figure 2.47). On y retrouve bien le battement (figure a) ainsi que la fréquence du battement en fonction du désaccord de l'excitation (b). La linéarité est parfaite et l'ajustement donne :

$$\Delta f_{mesuré} = (0,996 \pm 0,013)\Delta f_{imposé} - 3,8\ 10^{-2} \pm 1,2\ 10^{-1}\ \text{Hz}. \tag{2.33}$$

Cet effet est complètement linéaire en puissance sur la plage usuelle d'étude, comme on peut le constater sur la courbe (c). L'effet d'interférence destructives à la reprise des oscillation libres, visible sur les courbes (c) et (d), est quant à lui dû au filtre de l'analyseur de réseau. Ce dernier présente deux effets :

- un effet de retard correspondant à la bande passante du filtre
- un effet de rebond correspondant à son grand facteur de qualité. En effet, l'oscillation propre du filtre donne un phénomène de battement (de rebond) et crée une interférence destructive au début de la mesure. Cet effet a été vérifié en faisant varier la bande passante de l'analyseur de spectre de 1 kHz à 20 kHz (courbe (d) de la figure 2.47)

2.3.4.3 Effets d'interférence

Nous allons voir dans ce paragraphe que les effets d'interférence entre le rayonnement électromagnétique généré par l'excitation piezo-électrique et la réponse mécanique du résonateur

limitent la mesure de spectre à l'analyseur de réseau. En effet, comme on peut le voir sur la figure 2.49(a), le spectre mesuré est très disymétrique. Cela est dû à un effet d'interférence avec un fond cohérent lors du balayage de la résonance : les deux électrodes planes en regard de la cale piezo-électrique émettent en effet un rayonnement électromagnétique lorsqu'elles sont soumises à une excitation sinusoïdale d'une dizaine de volts à environ 4 MHz. Ce rayonnement crée par l'« antenne » que constitue le piézo est ensuite capté par la photodiode, elle-même très sensible au rayonnement de par sa géométrie intrinsèque.

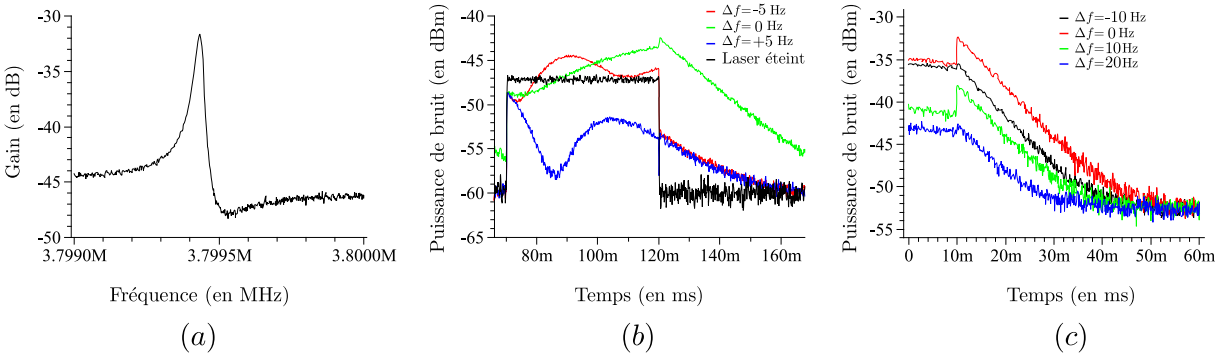


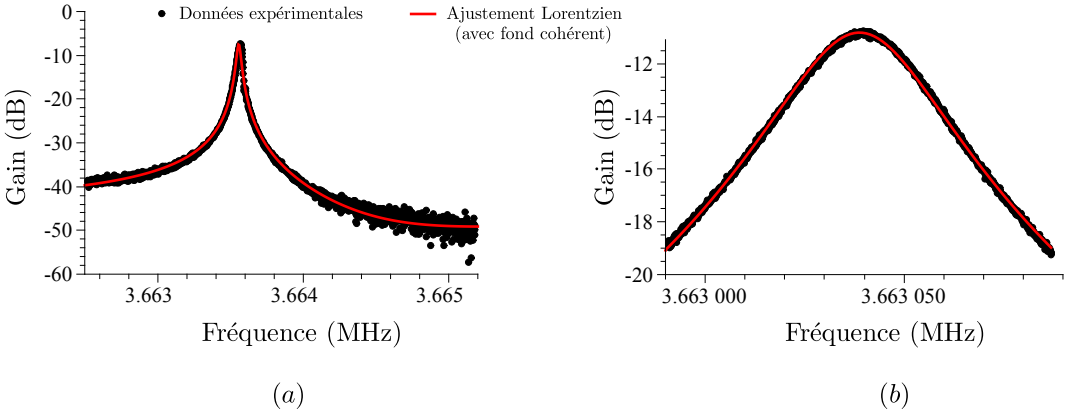
FIGURE 2.49: Effet d'interférence avec un fond électromagnétique cohérent dans la mesure de spectre à l'analyseur de réseau : (a) spectre disymétrisé par l'interférence, (b) effet direct de l'interférence (zone d'excitation) par comparaison à la plage d'oscillation libre et (c) effet de surtension dû à l'arrêt de l'interférence destructive.

Les effets de ces interférences sont aussi visibles sur les courbes de *ring-down* comme on peut le voir sur les figures (b) et (c). Par exemple sur la figure (b), lorsque le laser est éteint, on ne capte plus que le rayonnement électromagnétique (courbe noire). Pour la courbe bleue (correspondant à un désaccord de +5 Hz), en dessous du fond électromagnétique, il y a interférence destructive alors que pour la courbe rouge (correspondant à un désaccord de -5 Hz) il y a interférence constructive. Dans la zone d'excitation (ici entre 70 et 120 ms), les phases du battement sont inversées pour des désaccords opposés, signe que la phase du fond évolue peu par rapport à la rapide évolution de la phase de la réponse mécanique autour de la résonance. En effet, comme le confirme la simulation sur la figure 2.48(b), les enveloppes (pour un même désaccord positif et négatif) sont les mêmes, et il n'y a pas d'effet de phase dû à l'effet de battement. Il ne subsiste donc que la phase globale mécanique qui tourne de π en passant la résonance et les effets d'interférence électromagnétique sont donc bien inversés pour des désaccords opposés. En balayant la fréquence d'excitation autour de la résonance, la phase de la réponse optique change rapidement, comme la phase de la réponse mécanique, alors qu'on peut raisonnablement imaginer que la phase du rayonnement électromagnétique ne varie pas à cette échelle. Cet effet est visible sur la courbe (b) où l'on voit bien l'écart à la résonance grâce aux effets de battement vus au paragraphe précédent.

Il peut paraître surprenant que les amplitudes de vibration atteintes lorsqu'on éteint l'excitation pour un décalage de ± 5 Hz soient plus de 12 dB sous le niveau à résonance (ce qui correspondrait à un facteur de qualité de plusieurs millions). Cet artefact est dû au fait que l'état stationnaire n'est pas atteint et les effets d'interférence décrits au paragraphe précédent se font ici sentir.

Une fois la modulation coupée, seule persiste la réponse mécanique qui est bien la même de part et d'autre de la résonance (les courbes rouge et bleue sont alors superposées). L'effet est

bien visible sur la figure (c) où l'on constate la difficulté de pointer précisément la résonance. Ici, les amplitudes à ± 10 Hz ne sont plus égales, signe que la résonance se situe probablement pour un Δf de moins quelques hertz. On constate la même chose sur la courbe (b) où il reste un effet de battement à la prétendue résonance, signe que le décalage est d'un hertz environ.



(a) (b)

FIGURE 2.50: Ajustement de spectres en bande large (2,5 kHz) et étroite (100 Hz) en prenant en compte le fond cohérent. Les deux ajustements donnent une largeur de 27 Hz (courbe a) et 40 Hz (courbe b). De plus, entre les deux mesures la fréquence de résonance a dérivé de 350 Hz.

C'est encore ce même effet qui semble présenter une surtension à la coupure de l'excitation. cette surtension n'est qu'un artéfact dû à l'arrêt de l'interférence destructive. Pour quantifier ce phénomène, j'ai ajusté le spectre expérimental avec une fonction prenant en compte un fond cohérent χ_{fond} complexe. Le gain mesuré par l'analyseur de réseau vaut alors :

$$G_{dB} = 20\log(|\chi_m + \chi_{fond}| + C) \tag{2.34}$$

où C représente un bruit de fond incohérent. Cet ajustement met bien en exergue les limites de la détermination des facteurs de qualité par la mesure de la réponse spectrale de la structure. En effet, pour les deux spectres pris en large bande (a) et en bande étroite (b) présentés sur la figure 2.50, les ajustements donnent une largeur de 27 Hz en large bande et 40 Hz en bande étroite. De plus, entre ces deux mesures, la fréquence de résonance a quelque peu dérivé, comme nous le verrons plus en détail au chapitre 5.

On constate donc bien qu'il est délicat de mesurer précisément des facteurs de qualité par un ajustement du spectre. Les effets de dérive et d'interférence limitent le mesure du facteur de qualité à quelques 10 000. En pratique, pour mesurer précisément l'amortissement mécanique des piliers seule la méthode de $ring - down$ a été utilisée.

Chapitre 3

Un cryostat à dilution adapté à l'optomécanique

Nous avons pu voir dans le premier chapitre l'importance de l'étude des propriétés quantiques d'objets macroscopiques. J'y ai également décrit comment une telle étude à été rendue possible par le développement du refroidissement laser dans une cavité Fabry-Perot désaccordée. Dans ce chapitre, nous allons voir qu'il est utile d'utiliser le refroidissement laser en partant d'une température aussi basse que possible, en utilisant des techniques de cryogénie poussées.

En effet, nous avons vu dans le premier chapitre que le refroidissement par pression de radiation est un refroidissement de type proportionnel, la température du mode mécanique étant réduite d'un facteur indépendant de la température initiale (celle de l'environnement en général). On a donc intérêt à démarrer ce type de refroidissement à partir d'une température aussi basse que possible, le *challenge* étant alors d'intégrer une expérience de mesure de position ultra-sensible dans un dispositif cryogénique. Nous avons pour cela choisi de placer l'intégralité de la cavité Fabry-Perot dans un cryostat à dilution.

Dans ce chapitre, je vais décrire le principe de fonctionnement d'un tel cryostat, qui peut atteindre une température de 30 mK pour le modèle dont nous disposons (les meilleurs cryostats à dilution descendant en dessous de 10 mK). Les nombreuses contraintes associées à l'utilisation d'une telle machine pour des expériences d'optomécanique ultra-sensible nous ont conduit à développer un prototype spécifiquement adapté à nos besoins.

Dans une première partie je présenterai en détail le *design* particulier de ce cryostat ainsi que le rôle de ses différentes parties. Je finirai ce chapitre en décrivant les procédures d'utilisation que j'ai pu mettre au point lors des différentes étapes de fonctionnement ainsi que les résultats typiques obtenus.

3.1 Refroidir un résonateur jusqu'à son état fondamental : le pré-refroidissement cryogénique

3.1.1 Contraintes générales et différents types de cryogénie

Contraintes générales

La définition des caractéristiques du cryostat nécessaires à notre expérience a été une étape essentielle pour guider le choix du modèle :

- L'utilisation d'une cavité optique requiert que le cryostat possède des accès optiques et un espace interne d'au moins quelques cm^3 pour y placer une cavité. D'autres solutions d'accès optiques seraient possibles, comme l'injection par fibre optique de la lumière dans le cryostat, mais cela conduirait à des modifications importantes du montage optique dont les excellentes caractéristiques en terme de sensibilité ont déjà démontrées [1].
- La bonne thermalisation du micro-miroir est fondamentale pour le succès de l'expérience en cryogénie : la puissance frigorifique du cryostat doit pouvoir compenser l'absorption d'une fraction de la lumière incidente par la cavité, principalement dans les couches diélectriques des miroirs et par diffusion. La puissance du faisceau incident étant typiquement de l'ordre de quelques milliwatts, cela ne représente pas un réel problème pour un cryostat à circulation d'^{4}He, dont la puissance de refroidissement est de quelques centaines de milliwatts, mais sera néanmoins un point plus délicat dans le cas de l'utilisation du cryostat à dilution dont la puissance frigorifique est de quelques centaines de microwatts seulement [2].
- Il est finalement nécessaire que le système frigorifique induise très peu de vibrations, qui pourraient provoquer des fluctuations de longueur de la cavité et ainsi diminuer la sensibilité de la mesure. La cavité et son système de fixation doivent également être extrêmement stables et rigides. Il est enfin nécessaire de pouvoir découpler le cryostat de la pompe à vide, qui représente une source supplémentaire de vibrations mécaniques.

Cryogénie à circulation

Au début de ma thèse, j'ai utilisé un cryostat à circulation d'hélium liquide permettant d'amener un échantillon à une température limite une dizaine de kelvins. Ce cryostat, simple d'utilisation, a permis de valider l'utilisation de notre dispositif en environnement cryogénique (maintien de la finesse et du facteur de qualité mécanique à basse température, gestion des vibrations et des temps de mesure accessibles). Les résultats obtenus ainsi que le cryostat seront présentés dans le chapitre 6.

Cryogénie à dilution

Les tests à 10 K ayant été concluants, nous avons commencé à développer un cryostat à dilution adapté à l'optomécanique. Un tel dispositif est absolument nécessaire pour pouvoir espérer

1. Il est cependant possible de construire des cavités de grande finesse avec des fibres optiques pourvues d'un miroir sphérique à leur extrémité [117] ; il serait alors envisageable de coupler l'une de ces fibres à un micro-résonateur.

2. En général, un cryostat à circulation n'est que très rarement limité par sa puissance frigorifique. En effet, celle-ci est directement proportionnelle au débit d'hélium circulant et c'est la résistance thermique du porte-échantillon et la mauvaise thermalisation des différents écrans qui sont responsables d'une élévation de température. Ce n'est par contre pas le cas pour les cryostats à dilution où la température finale de la zone froide est directement reliée à la puissance thermique incidente.

observer des effets quantiques sur notre résonateur mécanique oscillant à 4 MHz. J'ai participé au développement de ce cryostat tout au long de ma thèse, en étroite collaboration avec la société Cryoconcept-Cryomagnetics. Celui-ci ne présente pas du tout les mêmes contraintes qu'un cryostat à circulation. Nous allons voir rapidement quelles ont été les contraintes et les solutions que nous avons apportées pour y remédier, une étude plus détaillée étant donnée dans la suite de ce chapitre.

Contraintes particulières sur le système cryogénique et solution choisie

Le système dont nous avions besoin devait atteindre une température limite de 30 mK au minimum, ce qui est très raisonnable pour un cryostat à dilution [3]. Ce type de cryostat utilise la chaleur latente de changement de phase de l'^{3}He dans un mélange partiellement démixé d'^{3}He et d'^{4}He pour refroidir la zone froide.

Nous avions néanmoins besoin, tout en gardant cette contrainte de température, d'avoir des accès optiques en réflexion et en transmission, ce qui a grandement compliqué la tâche des ingénieurs de Cryoconcept. En effet, nous souhaitions conserver le savoir-faire acquis par l'équipe sur les mesures ultra-sensibles [118], qui font de nos expériences certains des dispositifs les plus sensibles au monde [119, 120] ; la principale contrainte étant de se placer en espace libre (à savoir sans utilisation de fibres optiques). Nous avons choisi de ne pas nous fixer de contrainte d'encombrement afin de nous faciliter la tache lors de l'alignement des cavités. La zone utile est du coup très grande (300 mm de diamètre pour 150 mm de hauteur) comparativement aux 30 mm de diamètre pour 20 mm de hauteur de celle du cryostat à circulation.

Pour satisfaire toutes ces contraintes, nous avons été obligés de passer par une solution personnalisée, aucun fabriquant ne proposant un tel dispositif en standard. La société qui nous a convaincus, déjà implantée depuis plusieurs années dans le domaine de la cryogénie adaptée à l'optomécanique [4] et experte en systèmes sur-mesure, Cryoconcept-Cryomagnetics, a accepté de réaliser pour nous un prototype de cryostat à dilution horizontal avec accès optique en espace libre, le tout présentant un encombrement réduit (pour un cryostat à dilution). Ce prototype à nécessité plus de deux ans de mise au point et s'est révélé être une machine extrêmement puissante et facile à manipuler. Elle est entièrement automatisée, ce qui rend son utilisation très sûre et confortable. Il s'agit du tout premier HDR-JT-S200-30 sorti de l'atelier d'assemblage.

Nous avons souhaité que la température atteinte pour une puissance injectée de 200 μW soit de 100 mK. En effet, le coefficient de réflexion à résonance est de l'ordre de 50 % pour les cavités typiques que nous utilisons habituellement. 250 μW sont ainsi absorbés par le cryostat pour 500 μW incidents, puissance à laquelle nous avons l'habitude de travailler, dont quelques microwatts directement absorbés par le résonateur (à cause du coefficient d'absorption non nul des couches diélectriques, comme on a pu le voir au paragraphe 1.4.2). Pour limiter l'échauffement du résonateur par absorption, nous avons décidé de placer ce dernier dans une chambre de thermalisation à hélium (qui sera décrite en détails dans la partie 5.4).

Une attention toute particulière a aussi été portée aux problèmes de vibration induits par un système cryogénique. En effet, les fluides bouillants tels que l'azote ou l'hélium liquides génèrent des vibrations auxquelles la cavité est extrêmement sensible (à cause de sa grande finesse), ren-

3. Les systèmes les plus performants sont aujourd'hui limités à 2 mK environ. Pour atteindre des températures plus basses, il convient de combiner la cryogénie à dilution avec des techniques de désaimantation nucléaire.

4. Notamment dans le groupe de K. Lehnert, groupe qui a déjà pu observer le comportement quantique d'un résonateur mécanique [35].

dant les asservissements difficiles voire impossibles [5]. Pour cela le cryostat est dépourvu d'azote et fonctionne uniquement à l'hélium (un fonctionnement sans hélium de courte durée, 30 min environ, est également possible). Ce liquide étant très peu dense, les vibrations créées par son ébullition et qui se propagent dans la zone froide restent limitées. Afin de limiter la consommation d'hélium et d'obtenir une température aussi basse que possible, le cryostat est muni de cinq écrans. La configuration horizontale a aussi été choisie pour limiter les vibrations sur l'axe optique. En effet, les différentes platines sont maintenues entre elles par des poteaux triangulés (section 3.2.1) qui assurent une très grande rigidité le long de l'axe optique, axe selon lequel la cavité est la plus sensible aux déplacements.

Une autre contrainte est le temps de mise en œuvre qui y est beaucoup plus long que pour un système à circulation. En effet, s'il suffit d'une heure pour insérer une cavité et la refroidir à 4 K, il faudra presque une demi-journée pour ouvrir puis refermer le cryostat, puis une nuit entière pour pomper l'enceinte à vide. La descente à froid (jusqu'à 100 mK) prend environ 10 heures de plus, soit un total de deux jours de mise à froid. Après utilisation, il faut attendre en plus 3 jours que le cryostat se réchauffe afin de pouvoir être ouvert. De plus, le système, bien que compact pour sa catégorie, reste très encombrant. Le cryostat lui-même avoisine les 2 m^3, la pompe turbo-moléculaire et son bloc béton le mètre cube et le banc de pompage les 2 m^3. Ajoutez à cela un rack complet de contrôle informatique et vous obtenez un système autour duquel toute l'expérience doit s'organiser.

3.1.2 Principe de fonctionnement et contraintes optomécaniques

Dans ces paragraphes, nous allons nous intéresser en détails au principe de fonctionnement du cryostat, ainsi qu'aux contraintes liées à une utilisation dans une expérience d'optomécanique auxquelles nous avons du faire face. Je finirai en présentant le cahier des charges que nous avons soumis à la société Cryoconcept.

Principe de fonctionnement d'un cryostat à dilution

Un cryostat à dilution tire sa puissance de refroidissement de la différence d'enthalpie entre un mélange monophasé et un mélange diphasé d'^{3}He et d'^{4}He. Le principe de fonctionnement en est alors le suivant :

- Lorsqu'on refroidit un mélange d'^{3}He et d'^{4}He en dessous de 1 K, il démixe et forme deux phases dont les compositions sont données par le diagramme présenté sur la figure 3.1. La différence de densité de ces deux phases fait que la phase concentrée en ^{3}He (quasiment pure, de concentration molaire en ^{3}He C) se trouve au dessus de la phase diluée (présentant une concentration en ^{3}He D, avec D<C).
- En pompant sur la phase diluée, on extrait majoritairement de l'^{3}He, comme on peut le voir sur la figure 3.2, la pression de vapeur saturante de l'^{4}He étant très faible en dessous de 1K. On appauvrit donc la phase diluée ce qui a pour effet d'abaisser sa température (toujours d'après le diagramme de phases). En régime permanent, la fraction évaporée est exactement compensée par un passage de la même quantité d'^{3}He de la phase concentrée vers la phase diluée : il n'y a donc pas de changement de température mais un flux

5. Si la cavité vibre de plus de sa largeur intrinsèque $\lambda/2\mathcal{F}$ en un temps inférieur à son temps de vie $\tau_{cav} = 2\pi/\Omega_{cav}$, il devient extrêmement complexe de l'asservir (la réponse du système n'étant plus linéaire).

de chaleur latente associé à ce processus. C'est cette puissance frigorifique qui assure le fonctionnement du cryostat à 30 mK.

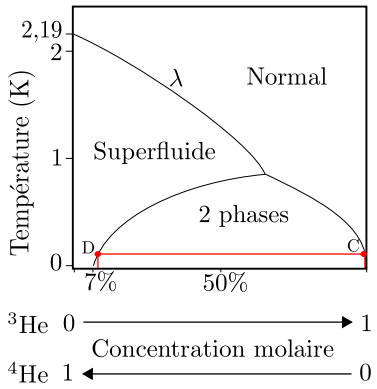


FIGURE 3.1: Diagramme de phases du mélange binaire ^{3}He/^{4}He en fonction de la température.

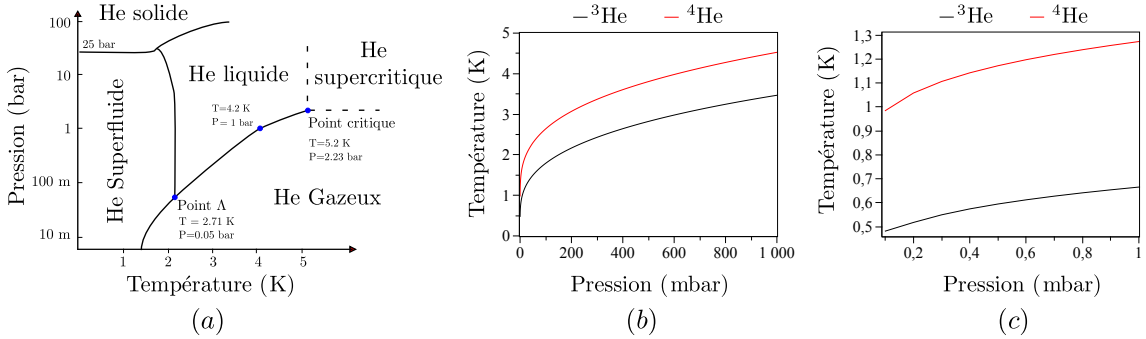


FIGURE 3.2: Diagrammes pression/température pour l'hélium 3 et l'hélium 4. (a) : diagramme général présentant les différents états de l'hélium 4 jusqu'à 5 K et 100 bars. (b) et (c) : courbes de rosée donnant la pression de vapeur saturante pour les héliums 3 et 4 entre 0 et 5 K.

De façon plus détaillée, la partie dilution du cryostat fonctionne comme suit (voir la figure 3.3) :

- On appelle boîte à mélange la zone ou les deux phases sont présentes. Il s'agit de la zone la plus froide du cryostat puisque c'est ici que la chaleur est « consommée » par le passage d'^{3}He de la phase concentrée à la phase diluée.
- L'^{3}He est pompé à une température supérieure à celle de la boîte à mélange. En effet, à 30 mK, la pression de vapeur saturante de l'^{3}He est extrêmement faible et le débit de pompage[6], qui donne la puissance frigorifique, serait ridiculement petit. La zone de pompage, appelée bouilleur, se situe ainsi à une température de 1 K environ et la pression de pompage est maintenue à 0,1 mBar grâce à une pompe turbo-moléculaire.
- L'^{3}He évaporé est pompé en sortie de la pompe turbo par une pompe primaire puis comprimé par un compresseur et liquéfié dans un détendeur. Une série d'échangeurs thermiques et d'impédance assurant des détentes de Joule-Kelvin permettent d'approvisionner la phase concentrée en liquide d'^{3}He pur à 30 mK. Le cycle est ainsi bouclé.

6. La pression de pompage doit être inférieure à la pression de vapeur saturante pour assurer une évaporation de la phase diluée.

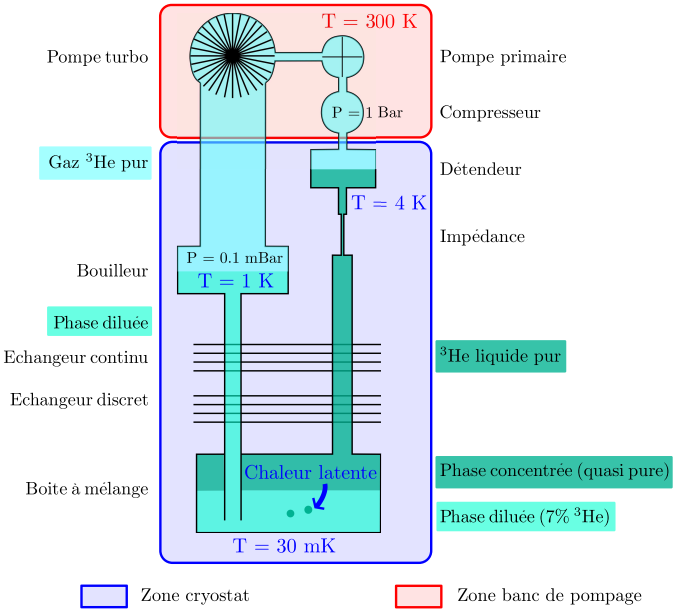


FIGURE 3.3: Schéma du principe de fonctionnement d'un cryostat à dilution. Les principaux organes de la machine y sont représentés, ainsi que les différentes phases et températures du mélange ^{3}He/^{4}He suivant sa localisation.

FIGURE 3.4: Photographie d'un cryostat à dilution vertical typique. On voit bien le grand bras de balancier au bout duquel est placée la zone froide.

Contraintes liées aux expériences d'optomécanique

De nombreuses contraintes sont associées à l'utilisation d'un tel cryostat, allant du prix de l'^{3}He (plusieurs milliers d'euros le litre de gaz en conditions normales de température et de pression (0°C et 1013 hPa) à la compatibilité avec des mesures ultrasensibles de déplacement :

- En effet, un souci majeur de ce type d'expérience est de limiter au maximum les éventuelles sources de vibration pouvant affecter la mesure. La configuration type d'un cryostat à dilution est présenté sur la figure 3.4. La longue tige verticale est très efficace pour isoler thermiquement la zone froide mais présente l'inconvénient majeur de vibrer naturellement tel un pendule pesant. De plus, pour retirer cette tige du cryostat afin d'intervenir sur la zone froide, il faut disposer d'un grande hauteur sous plafond.
- Une autre contrainte liée à l'optomécanique est de disposer d'une zone froide utile relativement grande (comparativement aux cryostats à dilution classiques). En effet, nous devons pouvoir y disposer la cavité et tout le système de couplage optique, le tout occupant au moins 10 cm de hauteur pour 10 cm de diamètre.
- Le temps de mise en œuvre est aussi une donnée importante du problème. En effet dans ce genre d'expérience, la plupart des réglages s'effectuent à chaud et ce n'est qu'une fois l'expérience optimisée que l'on passe à froid. Il fallait pour cela que le temps de mise en œuvre soit le plus court possible (typiquement 48 h) tout en gardant une consommation d'^{4}He(l) raisonnable (typiquement 100 l).
- Bien que la température limite ne soit pas un paramètre trop important, le cryostat devait être compatible avec l'utilisation d'un laser en espace libre et donc comporter des fenêtres, aussi bien en réflexion qu'en transmission. De plus, la puissance de refroidissement devait être suffisante pour absorber la puissance laser dissipée par la cavité. Le paramètre important de température a alors été la température atteinte pour 200 μW de puissance

absorbée.

3.1.2.1 Cahier des charges

Nous avons donc défini le cahier des charges suivant, en collaboration avec la société Cryoconcept :

- Il s'agira d'un prototype de cryostat à dilution horizontal ayant ses écrans ainsi que la platine froide verticaux afin que les vibrations soient pour l'essentiel perpendiculaires à l'axe optique et affectent au minimum la longueur de la cavité.
- Sa taille sera compatible avec une intégration sur une table optique standard de 1,20 m par 2,40 m. La zone utile sera de 30 cm de diamètre pour 15 cm de hauteur environ.
- La température limite sera de 30 mK, avec une puissance de refroidissement de 200 μW à 100 mK, ce qui correspond à une circulation typique 300 μmoles/s pour l'^{3}He. La puissance prévue est de 26 W à 100 K, 300 mW à 4K, 1 mW à 1 K et 200 μW à 100 mK.
- La zone froide possèdera une arrivée de 24 fils basse tension et un fil haute tension.
- Le cryostat sera entièrement automatisé (sauf le remplissage du réservoir et l'installation de la canne de transfert) avec un réservoir de 20 l assurant une autonomie de 12h.

Le délai initialement prévu était de 12 mois, mais étant donné que le cryostat est un prototype, sa construction s'est étalée sur plus de deux ans. Cela n'a pas posé de contrainte majeure, le projet ayant été lancé au début de ma thèse, et les différents éléments de l'expérience étant réalisés en parallèle.

3.2 *Design* et réalisation

Le cryostat fourni par la société Cryoconcept est un modèle HDR-JT-S200-30 répondant au cahier des charges et dont le plan est donné sur la figure 3.5.

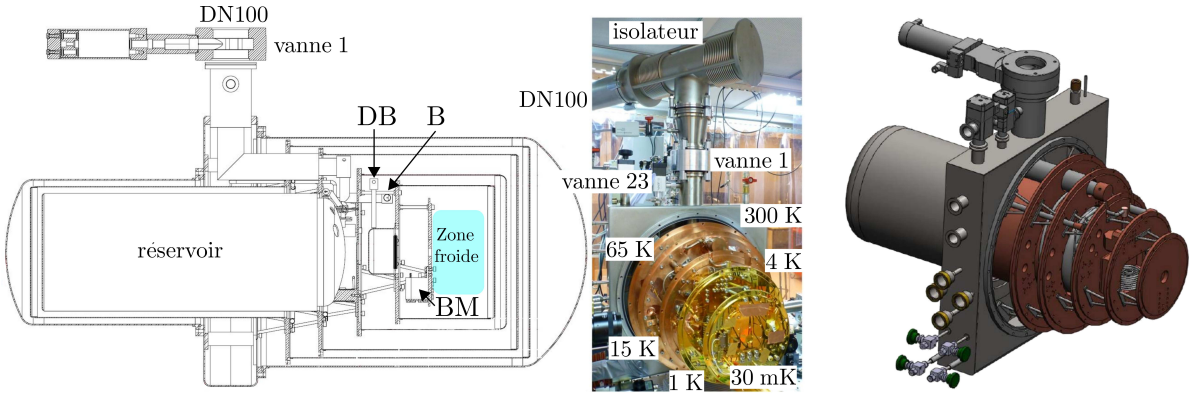


FIGURE 3.5: Gauche : plan du cryostat, on peut y voir une coupe des différents écrans, ainsi que la zone utile (zone froide), la boîte à mélange (BM), le bouilleur (B) et le double bouilleur (DB). Milieu : photo de la partie froide du cryostat, on peut y voir les différentes platines. Droite : vue 3D de l'intérieur du cryostat (image CAO Cryoconcept).

Dans cette section, je vais en donner une description générale :

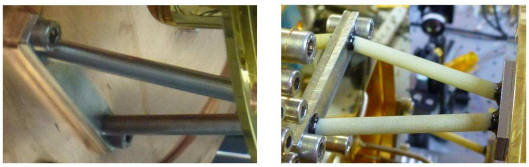
- Nous verrons les rôles, tant thermique que mécanique, des différents écrans et platines ainsi que celui des échangeurs continus et discrets.
- Je présenterai ensuite le fonctionnement de la zone froide, composée des impédances, de la boîte à mélange et, particularité de ce cryostat, des deux bouilleurs.
- Nous verrons aussi quels types de thermomètres sont utilisés, ainsi que le rôle des différentes résistances chauffantes.
- Une description des différents éléments du banc de pompage sera alors donnée.
- Une attention particulière sera portée au calcul de la puissance thermique transmise par les fenêtres.
- Nous verrons pour terminer cette section quel système de visualisation a été utilisé pour observer le pilier ainsi que le mode optique de cavité en transmission et quelles subtilités impose le câblage d'un cryostat à dilution.

3.2.1 Écrans

Dispositif de maintien

La zone froide du cryostat est protégée du rayonnement thermique par 4 écrans à des températures de 65 K, 15 K, 4 K et 1 K en fonctionnement normal (figure 3.5). Le vide d'isolation est assuré par une enceinte étanche à 300 K et atteint une valeur inférieure à 10^{-6} mBar en régime de cryopompage. Il n'y a qu'un seul vide d'isolation, il convient donc d'être extrêmement prudent lors de la manipulation de ce dernier pour éviter tout choc thermique sur les parties fragiles telles que les impédances.

Pour limiter les vibrations, les différentes platines froides sont reliées entre elles par un système de poteaux triangulés (figure 3.6) très courts assurant une grande rigidité à l'ensemble et limitant l'effet de balancier. Les platines sont séparées de plusieurs centimètres mais l'écart



(a) (b)

FIGURE 3.6: Photographie des poteaux triangulés soutenant les différentes platines : (a) en acier et (b) en fibre de verre pour la dernière platine.

entre les écrans mesure moins de 2 cm à chaque fois.

Il a fallu trouver un compromis entre rigidité de la structure (assurée par des poteaux en inox) et isolation thermique (poteaux en fibre de verre). Le choix s'est porté sur des poteaux en inox pour toutes les platines, sauf la dernière où la puissance thermique injectée affecte directement la température de la zone froide. En effet, la puissance injectée sur les autres platines (65, 15 et 4 K) n'affecte que la consommation d'^{4}He(l), et celle injectée au niveau du bouilleur (platine à 1 K) a pour effet de réchauffer ce dernier, augmentant ainsi la pression de vapeur saturante d'^{3}He et donc la puissance de refroidissement dans la boîte à mélange.

Caractérisation des vibrations

Afin de quantifier le niveau des vibrations résiduelles sur la platine froide, dans les différents régimes de fonctionnement du cryostat, j'ai utilisé différents moyens de caractérisation.

Tout d'abord, une fois la cavité de mesure asservie à résonance, l'analyse des fluctuations de phase du faisceau réfléchi permet de connaître directement ses fluctuations de longueur. Cette mesure n'est valide qu'à des fréquences supérieures à quelques kHz, l'asservissement de longueur les compensant à plus basse fréquence. Les résultats sont présentés sur la figure 3.7 où les spectres de vibration ont été mesurés avec et sans ^{4}He(l) dans le réservoir et avec et sans circulation du mélange dans le circuit de dilution. Le compresseur de circulation du mélange est arrêté, l'asservissement n'étant pas possible sinon, et seule la pompe primaire fonctionne.

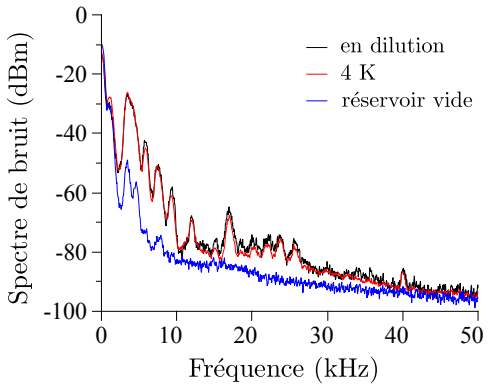


FIGURE 3.7: Spectres de vibration de la cavité Fabry-Perot dans différents régimes d'utilisation du cryostat : à vide de tout gaz et liquides, à 4 K avec du liquide dans le réservoir et en dilution.

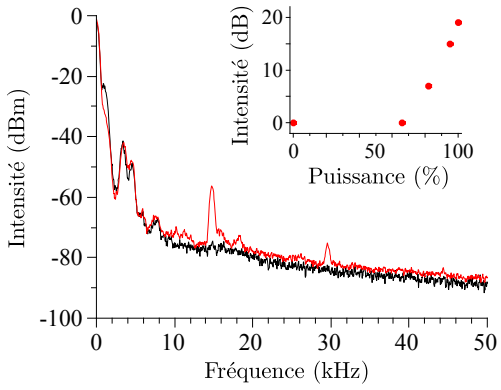


FIGURE 3.8: Spectres (avec circulation du mélange mais réservoir vide) de vibrations de la cavité en fonction de la puissance de la pompe turbo moléculaire (0 et 100% de la puissance maximale). En insert est donné l'intensité relative du pic de vibration attribué à la pompe turbo en fonction de sa puissance relative.

On constate que l'ébullition de l'^{4}He(l) dans le réservoir induit des vibrations importantes,

mais que la circulation du mélange ne semble pas en rajouter.

L'effet de la pompe turbo-moléculaire sur le spectre de vibration a aussi été caractérisé, uniquement avec la circulation du mélange. Les résultats sont donnés sur la figure 3.8 où la puissance de la pompe varie de 0 à 100% de sa puissance maximale. On observe clairement un pic de vibrations supplémentaire, pour une puissance au delà de 60% environ, mais pas d'effet de la circulation par rapport à un cryostat vide de mélange dans le circuit de dilution. Cela nous a conduit à envisager un mode de fonctionnement temporaire où le réservoir est vidé et où le cryostat utilise l'inertie thermique de sa masse à 4 K pour fonctionner.

La fréquence de rotation de la pompe turbo étant de 49 200 tours par minutes, cela correspond à la présence de 18 palettes dans l'hélice (la fréquence de résonance étant de 14,8 kHz). Aucun effet dû à la pompe primaire n'a pu être observé.

Les difficultés d'asservissement de la cavité de mesure nous ont aussi conduits à caractériser plus précisément les vibrations basse fréquence, qui ne sont pas mesurable en cavité précisément à cause de l'asservissement. Pour les caractériser, nous avons mesuré les vibrations naturelles, visibles sur l'intensité réfléchie par la cavité, lorsque la fréquence du laser est balayée autour de la résonance.

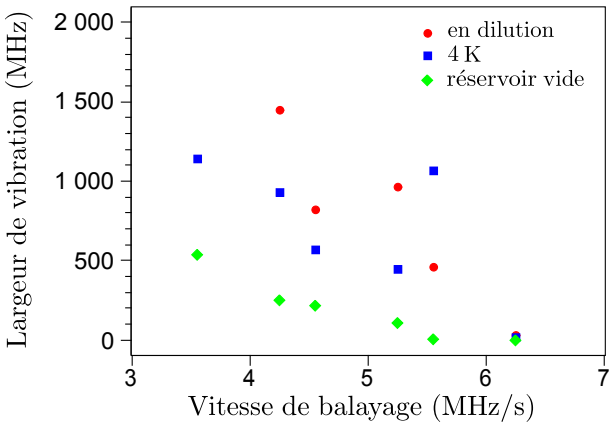


FIGURE 3.9: Distribution de la largeur naturelle de vibration en fonction de la vitesse de balayage de la cavité.

Sur la figure 3.9 sont représentés quantitativement les amplitudes des vibrations naturelles (en MHz) en fonction de la vitesse de balayage de la fréquence du laser (en MHz/s) et dans différents régimes de fonctionnement. On retrouve bien les conclusions précédentes. De plus, aucun effet n'est visible lorsque l'on fait circuler 20 l/min d'^{4}He(g) froid dans le réservoir. On peut donc en déduire que l'effet Taconis [7] est négligeable. Ce débit assure 30 min de travail à 100 mK avec le réservoir vide, limitant ainsi au maximum les vibrations.

On peut de plus constater que l'amplitude des vibrations peut être approximé par une loi en 1/f, relativement bien vérifiée si on regarde la dépendance de l'amplitude des vibrations en fonction de la vitesse de balayage et confirmée par l'étude du nombre d'occurrences de la résonance en fonction de la fréquence d'apparition de la résonance.

7. Effet induisant une onde de pression lorsqu'un volume d'^{4}He(g) est piégé au dessus d'une surface d'^{4}He(l), comme dans la canne de transfert par exemple. Cet effet augmente la consommation d'hélium en dissipant de l'énergie via cette onde de pression. Ces vibrations risquaient aussi de se transférer à la zone froide.

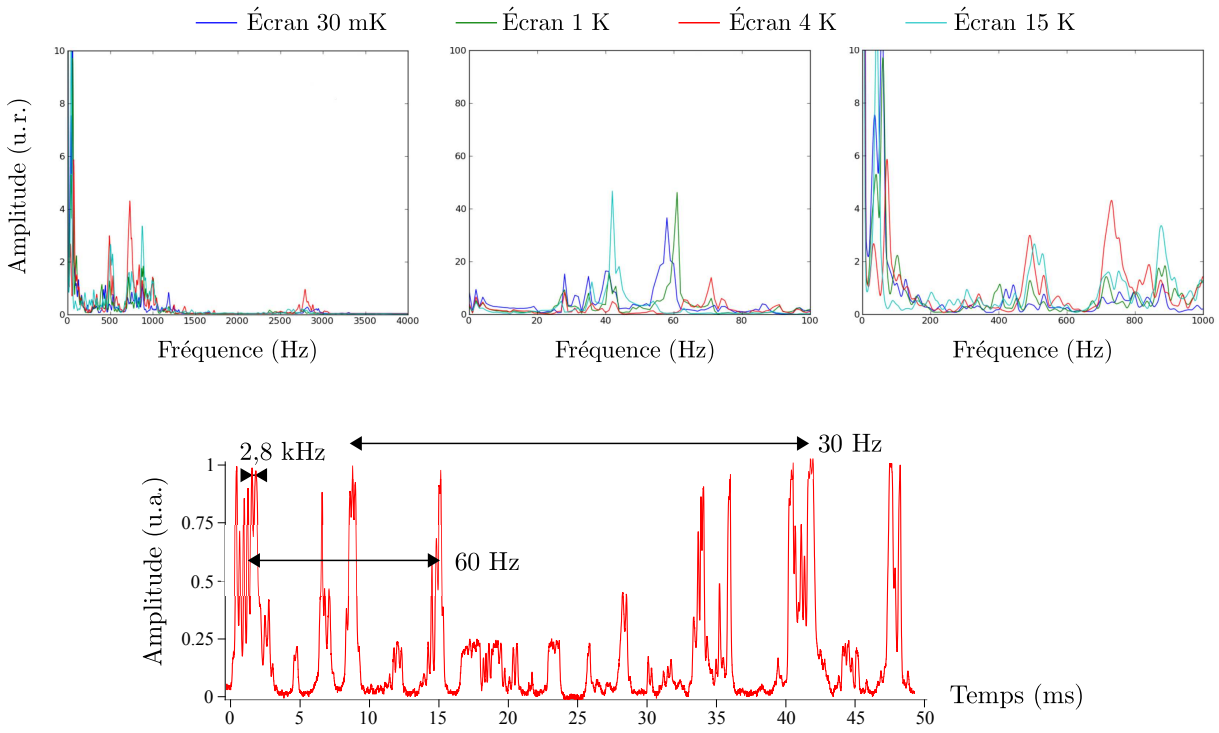


FIGURE 3.10: Haut : spectres relatifs de vibration des différentes platines relativement à la platine à 65 K (réalisés à l'aide d'un accéléromètre). Bas : vibrations naturelles de la cavité Fabry-Perot. Les mesures sont réalisées avec un réservoir vide et sans circulation du mélange.

Ces mesures basse fréquence ont été confirmées par l'utilisation d'un accéléromètre. Sur la figure 3.10 en haut sont présentés les spectres de vibrations, relatives à l'écran à 65 K, mesurées sur les écrans à 15, 4, 1 et 30 mK. Les expériences sont menées avec un cryostat vide de gaz et de liquide et ouvert afin d'avoir accès aux différentes platines. Toutes les pompes et le compresseur sont éteints. En dehors du bruit à très basse fréquence (quelques Hz), on retrouve des fréquences de résonance à 40 Hz et 2,8 kHz environ. Ces fréquences sont probablement les fréquences propres du mode de pendule (40 Hz) et des poteaux (2,8 kHz), elles sont en effet les mêmes pour les différentes platines.

Sur la figure 3.10 en bas est représenté un exemple typique de vibrations naturelles de la cavité lorsque le cryostat est vide de tout gaz et liquide. On y retrouve bien les fréquences de résonance des platines, que l'on peut maintenant quantifier. L'effet sur la cavité est alors d'environ $\lambda/2\mathcal{F}$ à 2,8 kHz soit 10 pm. Si l'on considère une dépendance en 1/f, on mesure environ 0,5 nm de vibrations relatives (entre les deux miroirs de la cavité) à 60 Hz.

Enfin, afin de séparer les effets du cryostat des effets de vibration de la table optique, les résultats des mesures de vibrations réalisées avec un accéléromètre sont présentés sur la figure 3.11. Les mesures sont faites sur la platine froide et sur la table optique dans les mêmes conditions que précédemment. La fonction de transfert du cryostat est aussi donnée. On constate que typiquement le cryostat amplifie de 10 dB environ les vibrations déjà présentes sur la table optique.

Toutes les mesures présentées précédemment étaient quantifiables grâce à la cavité, mais présentaient l'inconvénient de n'être que relatives (en effet, seul le mouvement relatif des deux miroirs de la cavité est appréciable, mais pas le mouvement d'ensemble). Afin de quantifier

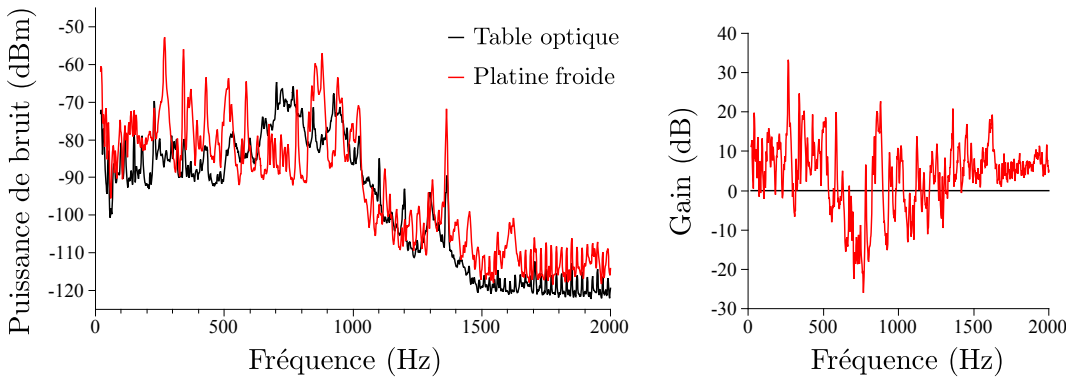


FIGURE 3.11: Gauche : spectres de vibration sur la platine froide et sur la table optique, mesurés à l'aide d'un accéléromètre. Droite : fonction de transfert mécanique du cryostat. Les mesures sont réalisées avec le réservoir vide et sans circulation du mélange.

ce mouvement d'ensemble, je présente maintenant le résultat des mesures réalisées en utilisant uniquement le miroir d'entrée de la cavité (la cavité est hors de résonance) et en comparant son mouvement à celui d'un miroir fixé rigidement à la table optique grâce à un interféromètre de Michelson. L'oscillateur local de l'interféromètre est asservi en longueur à basse fréquence (jusqu'à 500 Hz environ, figure 3.12 à droite) et est calibré relativement avec un pic de calibration sur la fréquence du laser à 1 kHz. La calibration absolue est réalisée en continu, comme présenté sur la figure 3.12 du milieu. La position du miroir de l'oscillateur local est balayée, ce qui permet de calibrer son déplacement. Les spectres typiques de vibration en dilution et à vide sont présentés sur la figure de gauche.

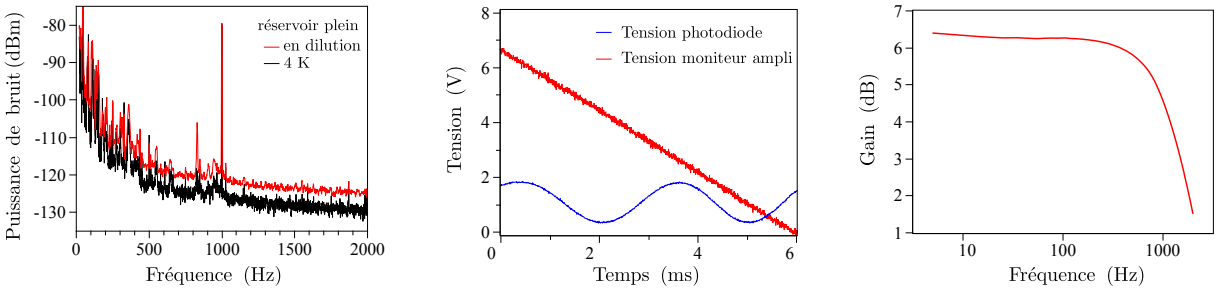


FIGURE 3.12: Gauche : spectres de vibration du coupleur d'entrée de la cavité dans le cryostat en fonctionnement en dilution et une fois le mélange rapatrié, avec du liquide présent dans le réservoir. Les spectres sont calibrés à l'aide d'une modulation de phase à 1 kHz. Milieu : principe de calibration de l'interféromètre de Michelson. Droite : diagramme de Bode de la boucle d'asservissement du Michelson.

Typiquement, on a pu mesurer à 150 nm environ l'amplitude des vibrations de la platine à 30 mK selon l'axe optique en fonctionnement en dilution avec 8 cm d'^{4}He(l) dans le réservoir, et à 100 nm une fois le mélange rapatrié (toujours avec l'hélium dans le réservoir). Pour mémoire, nous n'avions pas été capable de distinguer ces deux niveaux de vibration sur la figure 3.7. A vide de tout gaz et liquide, on a pu mesurer une amplitude de vibration de 10 nm environ à des fréquences supérieures à 1 Hz (indiscernable des vibrations de l'oscillateur local) et de 50 nm à environ 0,1 Hz, probablement dues aux fluctuations thermiques de l'interféromètre. Pour mémoire, les vibrations naturelles de la cavité Fabry-Perot sont du même ordre de grandeur en fonctionnement en dilution et en fonctionnement avec le réservoir vide. On s'attend donc à des

vibrations de la platine froide de moins de 10 nm rms avec la technique précitée qui consiste à vider le réservoir. Lorsque le compresseur de circulation est en marche, des vibrations de plusieurs microns ne permettent pas d'asservir l'oscillateur local du michelson.

3.2.2 Échangeurs thermiques

Les échangeurs thermiques sont présents partout dans le cryostat. Les plus nombreux sont les échangeurs continus où deux tubes sont insérés l'un dans l'autre mais le cryostat dispose aussi de deux échangeurs dits « discrets » dont nous allons voir le fonctionnement.

Échangeurs continus

Les échangeurs continus, visibles sur la figure 3.14, sont constitués de deux capillaires concentriques. Ils assurent la thermalisation entre le gaz d'^{4}He issu du réservoir et l'^{4}He(l) injecté de la bouteille [8], entre les gaz d'^{3}He issus du bouilleur et l'^{3}He(l) injecté dans la boîte à mélange, mais aussi entre ^{4}He et ^{3}He. Le principe de fonctionnement est le suivant : on fait toujours circuler, en contre flux, le fluide froid à l'intérieur du fluide chaud et, le cas échéant, le mélange d'^{3}He à l'intérieur du circuit d'^{4}He.

Échangeurs discrets

Les échangeurs discrets utilisent un fritté d'argent comme visible sur la figure 3.13. La composition ainsi que le procédé de fabrication sont brevetés et constituent un secret de fabrication (ils sont fabriqués directement à l'atelier d'assemblage de Cryoconcept). Ils présentent l'avantage, par rapport à un échangeur discret, de permettre des échanges de température à très basse température, notamment entre des superfluides. En effet, même si la conductivité thermique au sein d'un superfluide augmente drastiquement en deçà de sa température critique, les effets de résistance thermique de Kapitza [9] [121] imposent d'utiliser des surfaces d'échange de plus en plus grandes à mesure que la température décroît. On utilise pour cela les frittés d'argent qui ont la particularité de présenter un très grand rapport surface/volume.

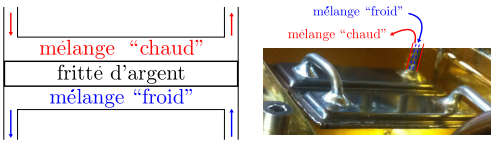


FIGURE 3.13: Schéma et photographie d'un échangeur à fritté d'argent. Les fluides froids circulent à l'intérieur et les fluides chauds à l'extérieur dans les tubes d'alimentation.

8. Ces gaz servant à refroidir les écrans, ils doivent rester froids le plus longtemps possible.
9. La résistance de Kapitza est la résistance thermique qui apparaît entre un superfluide et un métal par exemple. Il s'agit d'un effet de type réflexion totale interne pour les phonons du métal, causé par la très grande célérité des phonons dans le superfluide.

3.2.3 Zone froide

La zone froide se compose, dans l'ordre de circulation de l'^{3}He, des impédances, de la boîte à mélange et des bouilleurs. Des thermomètres sont disposés en différents endroits de la zone froide ainsi que des résistances chauffantes.

Impédances

Les impédances, visibles sur la figure 3.14, constituent une réduction de section (diamètre interne de seulement quelques centaines de microns) dans le capillaire d'injection d'^{3}He(l). Elles permettent, par détente de Joule-Kelvin, d'abaisser la température du fluide.

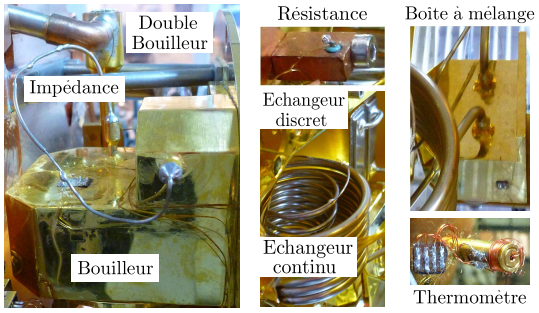


FIGURE 3.14: Photos des différents éléments constituant la zone froide.

Boîte à mélange

La boîte à mélange (BM) est la zone la plus froide du cryostat en fonctionnement en dilution. Il s'agit d'une chambre de quelques cm^3 directement vissée sur l'arrière de la platine à 30 mK. C'est dans cette chambre que les deux phases (diluée et concentrée) coexistent lors du fonctionnement à dilution.

Un cryostat à dilution à double bouilleur

La présence des impédances sur l'injection crée une forte résistance de charge pour l'écoulement de l'^{3}He et limite sa circulation, et donc la thermalisation de la boîte à mélange et du bouilleur (B) par l'^{3}He comme gaz d'échange lors du pré-refroidissement de 300 K à 4 K. Cela a pour effet d'allonger le temps de mise en oeuvre, toute la thermalisation devant se faire par conduction thermique à travers l'ossature du cryostat, qui est précisément limitée au maximum pour obtenir une température la plus basse possible.

Pour pallier à ce problème, le cryostat a été conçu avec deux bouilleurs comme sur le schéma présenté figure 3.15. Une seconde voie d'injection à très faible résistance de charge, en parallèle de celle de la boîte à mélange (dite normale), est ajoutée au sommet du second bouilleur. Les deux bouilleurs sont reliés en évaporation par une vanne (V 23) et une ligne de pompage rapide est ajoutée en parallèle de la ligne de pompage classique.

Le second bouilleur (appelé double bouilleur, DB) joue alors le rôle suivant :

– Lors de l'étape de refroidissement, la circulation dans le DB est inversée. Cela permet de faire circuler un fort flux d'^{3}He dans les DB, BM et B afin d'assurer une thermalisation rapide.

– Une fois la température de ces trois éléments passée en dessous de 5 K, on réalise l'étape d'inversion qui consiste à inverser le sens de circulation de l'^{3}He entre le DB et la BM. Les lignes de pompage et d'injection rapide sont alors purgées.
– En fonctionnement en dilution, on injecte alors l'^{3}He avec une forte résistance de charge par l'injection normale et on pompe en même temps sur les deux bouilleurs (V 23 est ouverte) comme sur la figure 3.15.

Cette méthode permet de réduire le temps de mise en oeuvre tout en assurant une bonne isolation thermique entre la platine froide et le reste du cryostat.

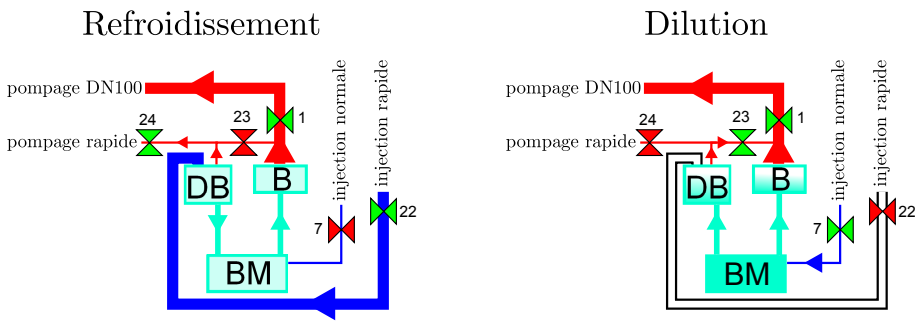


FIGURE 3.15: Schéma de principe des deux utilisations du second bouilleur. Dans la phase de refroidissement, on fait circuler du mélange par l'injection rapide afin d'assurer une bonne thermalisation de la structure. Dans la phase de dilution, la ligne d'injection rapide est fermée au profit de la ligne normale de forte résistance de charge afin d'assurer une détente de Joule-Kelvin efficace. On utilise alors le second bouilleur pour augmenter la surface de pompage.

Thermométrie cryogénique

La thermométrie dans la gamme du millikelvin est une affaire assez délicate. Pour des températures allant de 15 mK à 4 K, les sondes en dioxyde de ruthénium (RuO_2) sont cependant relativement simples d'utilisation. Ce sont des sondes de ce genre qui sont utilisées pour mesurer la température sur la boîte à mélange. Elles sont calibrées de 15 mK à 40 mK par comparaison avec un thermomètre à orientation nucléaire, et de 40 mK à 4,2 K par comparaison avec un thermomètre Germanium (GR200A). Ce type de thermomètre sature à une température de 12 K environ.

Les cinq autres sondes placées respectivement sur le bouilleur, le double bouilleur et les écrans à 4, 15 et 65 K sont des résistances calibrées entre 300 K et 1 K (470 ohms de résistance nominale, de type SPEER).

Les valeurs des résistances sont mesurées avec un pont à bas bruit (modèle TRMC2) spécialement développé pour des applications cryogéniques. Il faut en effet injecter un minimum de courant pour éviter de chauffer le thermomètre et de fausser la mesure.

Résistances chauffantes

Plusieurs résistances chauffantes sont placées dans le circuit de dilution :

– sur le bouilleur (voie 1 sur le boîtier de contrôle), de résistance $R = 986\ \Omega$ et $R_{\text{avec fils}} = 1005\ \Omega$. La puissance, injectée via une source de tension à piles U pour limiter au maximum tout bruit qui pourrait affecter le pont de mesure thermométrique, vaut alors $P = U^2\left(R/R^2_{\text{avec fils}}\right)$. Cette voie de chauffage permet d'augmenter la température du bouilleur et ainsi la puissance de refroidissement *via* le flux d'^{3}He. La température limite est de

900 mK. Au delà de cette température, le risque de ne plus liquéfier l'^{3}He dans l'injection devient trop grand et le cryostat s'arrête automatiquement.
- sur la boîte à mélange (voie 2), avec $R = 992\ \Omega$ et $R_{\text{avec fils}} = 1049\ \Omega$. Cette résistance sert à réaliser un asservissement de température sur la platine à 30 mK. Cet asservissement n'a pas été encore mis en place.
- sur la platine à 4 K (voie 3). Cette résistance (chaufferette) permet d'accélérer le réchauffement du cryostat.

3.2.4 Banc de pompage

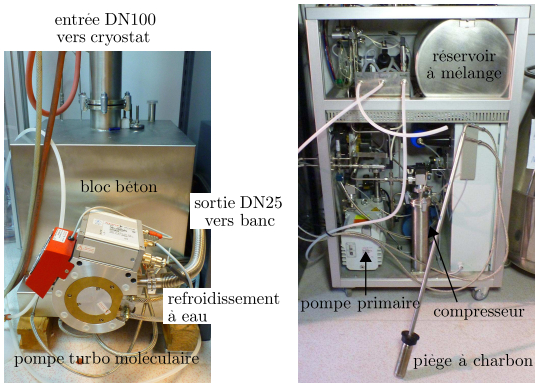


FIGURE 3.16: Photographies du bloc de turbo pompage avec son isolateur en béton de plusieurs centaines de kilos et du banc de gestion des pressions, comprenant les éléments de compression, de stockage et de purification du mélange d'hélium 3.

Le banc de pompage assure la circulation du mélange en fonctionnement en dilution, mais aussi la compression suffisante pour la liquéfaction de l'^{3}He lors de la phase de condensation et sa circulation de l'^{3}He lors de la phase de refroidissement. Le schéma de fonctionnement sera présenté sur la figure 3.33 (tout ce qui n'est pas dans la zone cryostat est dans le banc de pompage) et est photographié figure 3.16. Il est composé, dans le sens de circulation de l'^{3}He :
- d'une pompe turbo-moléculaire à palettes ayant un débit nominal de 470 l/s suivi d'une pompe primaire (type *roots*) de débit nominal 20 m^3/h. Le tubage d'arrivée de la pompe turbo est relativement imposant (en DN 100). La pompe turbo est découplée du cryostat par un bloc de béton de 100 kg environ et un isolateur mécanique à coupelles soudées.
- d'un compresseur de débit nominal 1,2 m^3/h pour comprimer le mélange. En phase de condensation, la pression du mélange en sortie du compresseur monte à 3 Bars.
- d'un piège à charbon actif[10] maintenu à 77 K dans un réservoir d'azote liquide afin de nettoyer le mélange avant injection.
- d'un réservoir (*dump*) protégé par une vanne manuelle (V 11). En dehors des phases d'utilisation, le mélange est stocké principalement dans ce réservoir mais aussi en petites quantités dans la pompe primaire (entre V 3, V 26, V 10 et V 2) et dans le compresseur (entre V 5, V 16, V 27, V 9, V 3, et V 24).
- Le banc de pompage possède également un circuit de circulation d'^{4}He(l) permettant de comprimer la bouteille externe d'hélium liquide afin d'assurer le remplissage du réservoir.

10. Le charbon actif est le composé ayant le meilleur pouvoir d'adsorption et donc de cryopompage. La surface utile atteint environ 1 000 m^2/g.

3.2.5 Fenêtres

Puissance transmise par les fenêtres

Le calcul de la puissance transmise par les fenêtres est une étape importante dans la conception d'un cryostat avec accès optiques. Nous avons choisi d'utiliser des fenêtres de diamètre utile 10 mm en silice SF 57 traitée anti-reflets à 1 064 nm. Cette silice à la propriété d'être très peu biréfringente dans des conditions cryogéniques. Les fenêtres sont disposées au centre des écrans, séparées d'une distance de 20 mm.

J'ai calculé la puissance de rayonnement thermique traversant les fenêtres à partir des différents écrans. Les écrans à 65 K, 15 K et 4 K étant refroidis par le réservoir à ^{4}He, la puissance radiative arrivant sur chacun de ces étages n'est pas une donnée pertinente du problème. En effet, toute cette puissance sera compensée par l'ébullition d'^{4}He dans le réservoir. De plus, la puissance arrivant sur l'écran à 1 K aura pour effet de chauffer le bouilleur, ce qui améliore l'efficacité de la dilution. On n'a donc pas besoin de connaître précisément ces puissances de chauffage par rayonnement. La seule puissance qui reste à calculer est la puissance qui vient directement chauffer l'écran à 30 mK, la température finale de cet étage étant directement reliée à la puissance incidente. A titre de comparaison, on peut calculer la puissance totale rayonnée par l'écran à 1 K vers la chambre à 30 mK. Le diamètre intérieur de la chambre à 1 K vaut 25 cm pour une hauteur de 20 cm. On définit l'émittance énergétique surfacique spectrale sur le demi-espace positif :

$$M(\lambda, T) = \frac{2\pi\hbar c^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{(\frac{hc}{\lambda k_B T})} - 1}, \tag{3.1}$$

en W.m^{-3} qui, une fois intégrée sur toutes les longueurs d'ondes λ, vaut : $M(T) = \sigma T^4$ (loi de Stefan-Boltzmann) avec la constante de Stefan-Boltzmann $\sigma \simeq 5,67\ 10^{-8}$ W/m^{2}K^4. On a donc une surface intérieure totale de $S_{1K} = 0,04$ m^2. En appliquant la loi de Stefan-Boltzmann, on trouve :

$$P_{1K-30mK} = \sigma S_{1K} T_{1K}^4 = 0,6 \text{ nW}. \tag{3.2}$$

Dans ce calcul, on suppose que l'intégralité du rayonnement émis par l'écran à 1 K est captée par l'écran à 30 mK. Cette hypothèse est en fait relativement bien vérifiée, les deux écrans étant emboîtés tels des « poupées russes » avec seulement 2 cm les séparant pour un volume total de plusieurs litres. Cette puissance incidente est par contre à comparer aux 21 μW (comme on pourra le voir sur la figure 3.35) de la puissance totale arrivant sur la platine froide une fois toutes les sources de chauffage externe éteintes. Ce chauffage est alors principalement dû à la conduction de la chaleur par le câblage et les poteaux reliant la platine froide au reste du cryostat.

Il faut donc maintenant calculer la puissance issue des écrans qui traverse directement les fenêtres. Le spectre de transmission des fenêtres est donné sur la figure 3.17. On remarque que la transmission s'annule pour les longueurs d'onde supérieures à 3.5 μm [122]. Ces fenêtres vont donc avoir naturellement un effet de filtre pour le rayonnement thermique.

En comparant les spectres d'émission du rayonnement thermique au spectre de transmisison du verre SF 57, on constate donc que seul le rayonnement à 300 K importe (figure 3.18), le rayonnement des autres écrans (à T <65 K) étant intégralement coupés par l'absorption des

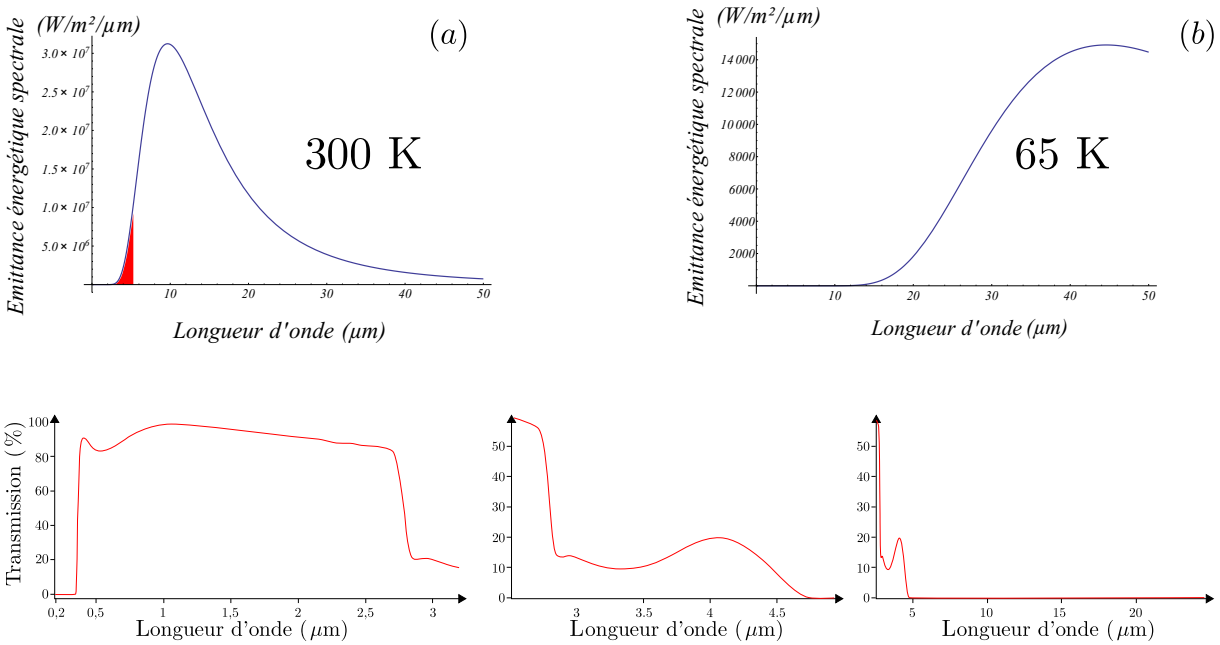


FIGURE 3.17: Haut : spectre d'émittance énergétique d'un corps noir à 300 K (a) et à 65 K (b). En rouge est représenté la plage de transparence des fenêtres. On prendra garde aux échelles très différentes entre les deux spectres. Bas : spectres d'absorption (entre 200 nm et 30 μm) pour une fenêtre de silice SF 57 de 5 mm d'épaisseur (mesuré par le LMA sur une fenêtre du lot utilisé). On prendra garde aux différentes échelles utilisées.

fenêtres. Nous avons donc décidé de placer des fenêtres sur les écrans à 15, 4 et 1 K comme présenté sur la figure 3.18. On peut y voir la puissance émise vers la platine froide depuis chacun des écrans chauds. Grâce au théorème de superposition, il suffira de sommer ces puissances pour connaître la puissance totale reçue.

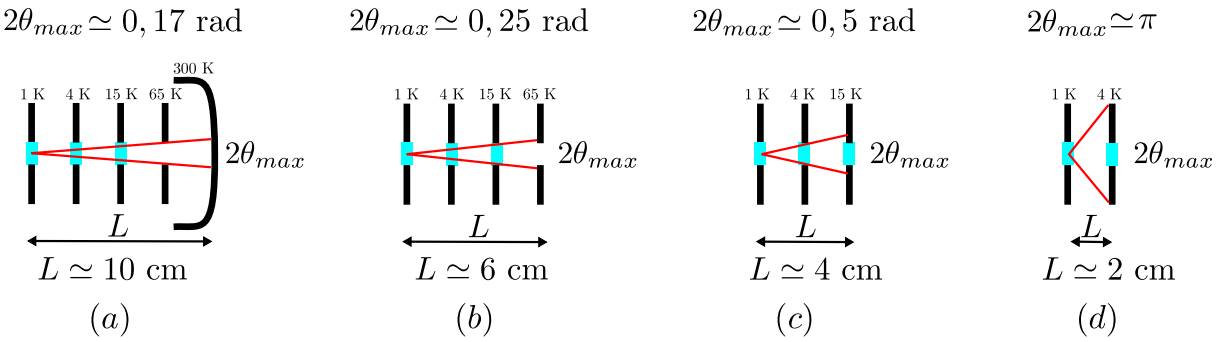


FIGURE 3.18: Les schémas (a) à (d) montrent sous quel angle solide la puissance du rayonnement thermique est à intégrer et combien de fenêtres il doit traverser pour les différents corps noirs du problème, aux températures des différents écrans.

On calcule la puissance reçue par la fenêtre présente sur l'écran à 1 K, car cette dernière est intégralement redistribuée à la platine froide (en prenant en compte le facteur de transmission de la fenêtre). La fenêtre étant située à 1 cm de l'écran à 30 mK et ce dernier faisant 30 cm de diamètre, on peut raisonnablement estimer l'angle solide comme valant 2π stéradian. En notant s la surface de la fenêtre de l'écran à 1 K (de l'ordre du cm^2), et θ_{max} l'angle du cône sous lequel est vue la source de chaleur T_2 (c'est à dire les écrans à 300, 65, 15 et 4 K) depuis

la fenêtre à 1 K, on peut calculer la puissance $P^{recue}_{T_2-1K}$ reçue par la fenêtre. On considère un anneau émetteur, sur l'écran chaud, de surface $ds_c = 2\pi r dr$ émettant sur tout le demi-espace une puissance $dP = ds_c \sigma T^4$. Le rayonnement thermique étant supposé isotrope, la fraction d'angle solide perçue par la fenêtre, inclinée d'un angle θ par rapport à la zone émettrice vaut $\Omega/2\pi$ où $\Omega = s\cos\theta/R^2$ est l'angle solide sous lequel est vue la fenêtre (figure 3.19).

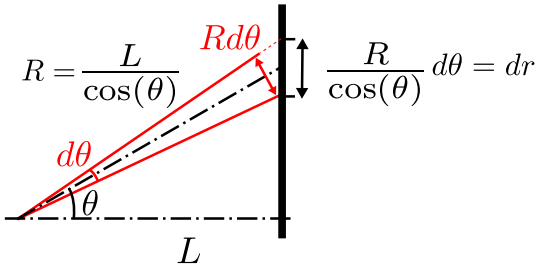


FIGURE 3.19: Schéma explicatif des notations utilisées : r est la position sur la zone chaude de l'élément de surface $2\pi r dr$, L la distance normale entre les zones chaude et froide et R la distance réelle entre l'élément de surface chaude émettrice et la fenêtre à 1 K.

On obtient alors :

$$P^{recue}_{T_2-1K} = \int_0^{\theta_{max}} 2\pi r dr \frac{\cos\theta s}{2\pi\left(\frac{L}{\cos\theta}\right)^2} \sigma T_2^4, \tag{3.3}$$

avec les notations suivantes, expliquées par la figure 3.19 :

$$r = L\tan\theta, \tag{3.4}$$

$$R = L/\cos\theta, \tag{3.5}$$

$$dr = Rd\theta/\cos\theta = L/\cos^2\theta. \tag{3.6}$$

où r est la position sur la zone chaude de l'élément de surface $2\pi r dr$, L la distance normale entre les zones chaude et froide et R la distance réelle entre l'élément de surface chaude émettrice et la fenêtre à 1 K. on obtient [11] :

$$P^{recue}_{T_2-1K} = (1-\cos\theta_{max}) s\sigma T_2^4, \tag{3.7}$$

Ce résultat est indépendant de L, la distance séparant les deux écrans. En fait, la dépendance en L existe *via* l'angle θ_{max}. De plus, de part la géométrie du système, l'angle solide Ω sous lequel la fenêtre à 1 K est vue par l'écran chaud est à peu près le même que celui sous lequel l'écran est vu par la fenêtre (la relation $\Omega = 2\pi(1-\cos\theta_{max})$ reliant l'angle solide Ω d'un cône à son ouverture θ_{max}). Enfin, la variation d'angle solide sous lequel la source chaude est vue par les différentes zones de la fenêtre à 1 K est du second ordre, négligée ici. On supposera donc que $\theta_{max} = \theta'_{max}$ (figure 3.20).

On considère maintenant les rayonnements émis par les différents écrans. Sur la figure 3.18 sont donnés les spectres d'émittance énergétique calculés pour des corps noirs parfaits à 300 et 65 K. Y est représentée en rouge la convolution de ces spectres avec la transmission des fenêtres en silice SF 57. Pour calculer la puissance intégrée effectivement reçue par la fenêtre à 1 K, et

11. On peut remarquer que par raisonnement sur le retour inverse de la lumière ce résultat est évident. Si on inverse les rôles des zones chaudes et froides et que l'on considère que c'est la fenêtre qui émet un rayonnement vers l'écran à travers une ouverture, on obtient immédiatement le résultat (3.7).

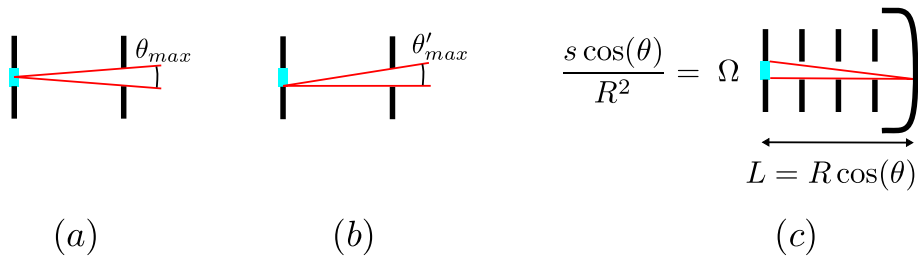


FIGURE 3.20: (a) et (b) : variation entre les angles θ_{max} et θ'_{max} sous lesquels la source chaude est vue par les différentes zones de la fenêtre à 1 K. (c) : angle solide Ω sous lequel la fenêtre à 1 K est vue par l'écran chaud.

ré-émise vers la zone froide, j'approxime le spectre de transmission de la fenêtre comme suit :

- de 0 à 3 μm, une transmission de 100% ;
- de 3 à 5 μm, une transmission de 10% ;
- et une transmission nulle au delà [12] de 5 μm.

L'intégration donne alors $\epsilon_{300K} \simeq 10^{-3}$ et $\epsilon_{65K} \simeq 10^{-16}$, en notant ϵ_T la fraction d'énergie qui traverse la fenêtre pour un rayonnement à la température T. On obtient alors :

- La puissance provenant de l'écran à 300 K est à calculer avec les paramètres suivants : $\tan(\theta_{max}^{300K}) = 5/60$ et le coefficient de transmission est ϵ_{300K}^3 car il y a trois fenêtres à traverser (écrans 15, 4 et 1 K).
- La puissance provenant de l'écran à 65 K est nulle, il n'y a pas de fenêtre sur cet écran et le trou est de diamètre suffisant pour que cet écran ne soit pas vu par la fenêtre à 1 K.
- La puissance provenant de l'écran à 15 K est à calculer avec les paramètres suivants : $\tan(\theta_{max}^{15K}) = 5/20$ et le coefficient de transmission est ϵ_{15K}^2 car il y a deux fenêtres à traverser (écrans 4 et 1 K). Cette puissance est négligeable de par la transmission quasi-nulle de la fenêtre à ces longueurs d'onde.
- La puissance provenant de l'écran à 4 K est à calculer avec les paramètres suivants : $\theta_{max}^{4K} = \pi/2$ et le coefficient de transmission est ϵ_{4K}. Cette puissance est aussi négligée pour les mêmes raisons que pour l'écran précédent.

Il reste donc une puissance totale rayonnée par l'écran à 300 K valant 0,3 pW, bien négligeable devant les autres puissances mises en jeu.

Montage des fenêtres

Les fenêtres sont montées comme présenté sur la figure3.21. Elles sont plaquées entre un adaptateur de cuivre qui sera vissé sur l'écran et une bague de dural. Des joints en indium des deux côtés sont utilisés pour assurer une bonne thermalisation de la fenêtre elle-même. Le système de boulons est en inox (vis et écrous) afin de se serrer naturellement lors du refroidissement et d'assurer ainsi un bon contact thermique [13].

12. En toute rigueur, c'est la transmission au maximum d'émission qui compte. Étant donné les ordres de grandeur en jeu, les transmissions pour les rayonnements à $T < 300$ K peuvent bien être négligés. Au pire, la transmission de la fenêtre ne sera que de quelques ppm au maximum de rayonnement.

13. En effet la dilatation relative est de 0,5% entre 300 K et 100 mK pour le cuivre et legèrement inférieur pour l'inox.

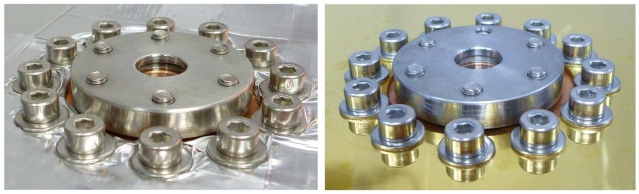
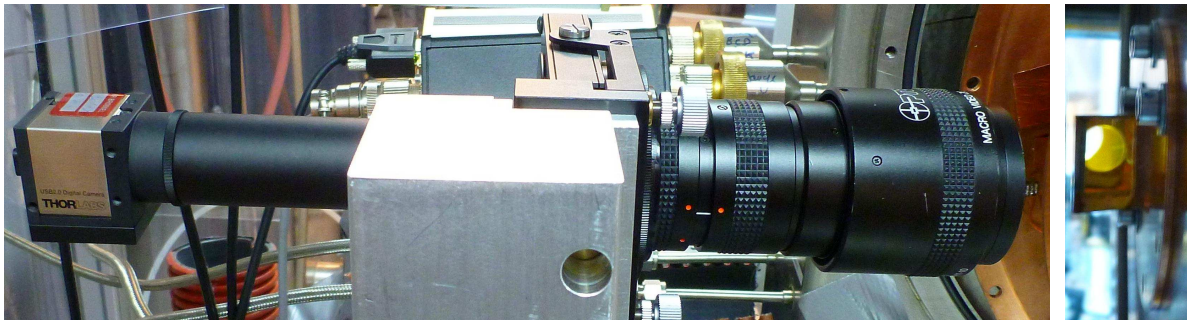


FIGURE 3.21: Photographie du dispositif de montage des fenêtres. On notera la grande densité de boulons afin d'assurer au mieux le contact thermique cuivre/verre.

3.2.6 Le système d'imagerie

Pour pouvoir aligner le faisceau incident sur le mode optique de la cavité Fabry-Perot, un système de visualisation en transmission est nécessaire [14]. Il s'agit de la combinaison d'un objectif macro (faisant une image du pilier située à plus de 50 cm) et d'un zoom confocal ×4 comme présenté sur le schéma optique de la figure 3.22 et appelé macroscope dans la suite.

Les platines à 30 mK, 1K et 4 K sont percées d'un trou sans fenêtre. A l'arrière de la platine 4K est placé un miroir aluminisé à 45°, le dispositif étant placé sur le côté du cryostat en face du miroir, comme présenté sur la photo de la figure 3.22.



(a) (b)

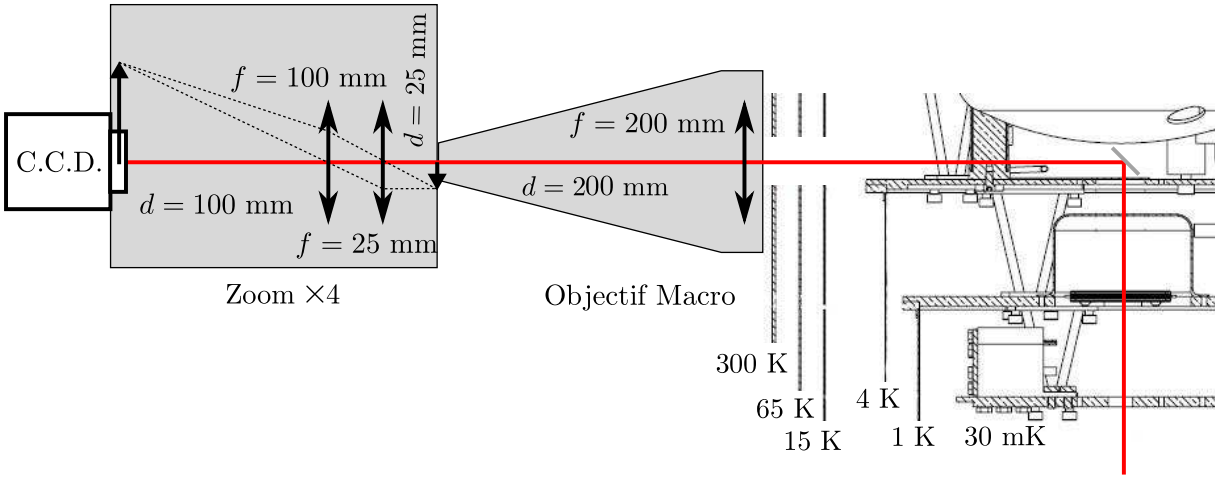


FIGURE 3.22: Haut : photographies du dispositif d'imagerie (a) et du miroir de renvoi à 45° (b). Bas : schéma de principe du dispositif de visualisation utilisé à la sortie du cryostat.

14. Un alignement en réflexion comme présenté avec la cavité à membrane au paragraphe 6.3.3.2 est ici inenvisageable à cause de la présence des deux lentilles de focalisation.

Le montage ne permet malheureusement pas de faire une image avec le même point de focalisation du mode de cavité et du micropilier. En effet, l'optique gaussienne et l'optique géométrique possèdent des lois de propagation au travers des lentilles qui peuvent être très différentes, notamment lorsque la lentille est placée dans la zone de Rayleigh du mode gaussien. Pour cette raison, les logiciels de simulation de propagation gaussienne, du type Gaussian Beam, sont inutilisables pour prédire la taille du *waist* en sortie de l'objectif macro. Le système macro est en effet assimilable à une lentille mince pour l'optique géométrique mais pas pour l'optique gaussienne [15].

Le faisceau renvoyé par le miroir à 45° est très divergent (il a un *waist* de 10 μm) et donc relativement large (de l'ordre du cm) à son arrivée sur le « macroscope ». Pour respecter cette divergence, les ouvertures des différents écrans ont été réalisées en conséquence. Cependant, la présence de capillaires et de câbles réduit le champ observable.

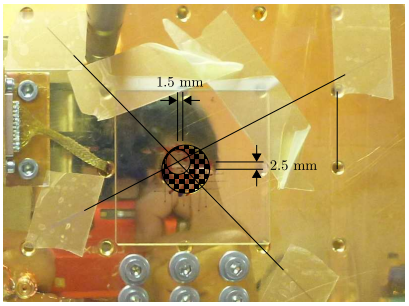


FIGURE 3.23: Carte de la zone utile sur la platine à 30 mK où un faisceau peut arriver en incidence normale et être transmis sans rencontrer d'obstacle.

J'ai ainsi réalisé une cartographie de la partie de la platine à 30 mK utilisable, à savoir l'ensemble des lieux où un faisceau peut arriver en incidence normale, après avoir traversé 6 écrans et être transmis jusqu'au macroscope sans rencontrer d'obstacle. La carte est présentée en figure 3.23 où l'on peut voir la zone utile circulaire et la zone inutile matérialisée par un damier. Le centre de la zone utile est décalé de 2,5 mm en hauteur et de 1,5 mm à gauche du centre de la platine.

3.2.7 Câblage électrique

Deux types de câblage sont présents dans le cryostat : un ensemble de fils basse tension, utilisé pour la thermométrie, les résistances de chauffage et le contrôle éventuel de nanopositioneurs sur la zone froide et une alimentation haute tension pour le contrôle de la cale piezo-électrique de la cavité Fabry-Perot.

Fils basse tension

Les 36 fils basse tension sont vernis et connectés à trois prises Jaeger. 24 de ces fils sont thermalisés jusqu'à la platine à 30 mK (100 μm jauge WG 38). Ces fils sont en manganin, alliage présentant le meilleur rapport conduction électrique/conduction thermique, vernis de 4 μm de Kapton. La thermalisation est assurée par plaquage contre les zones froides, la tension de cla-

15. Il comporte de nombreuses lentilles avec pour certaines une focale comparable à z_R la longueur de la zone de Rayleigh. C'est pour cette raison qu'un préalignement est réalisé, en dehors du cryostat (paragraphe 4.4.2).

quage du Kapton est alors de 60 V. La carte de câblage de ce réseau (figure 3.24) présente la correspondance entre les fiches sur la platine froide et les prises Jaeger externes.

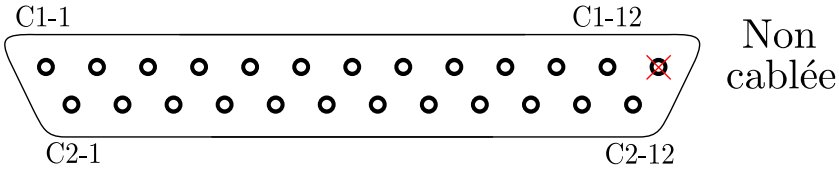


FIGURE 3.24: Carte de correspondance du câblage du réseau basse tension du cryostat.

Alimentation haute tension : comment utiliser une câle piezo-électrique dans un cryostat à dilution

Un fil de 1 kV a été ajouté par nos soins, thermalisé entre deux couches de Kapton pour assurer l'isolation électrique. Il s'agit d'un fil en manganin WG 48 de 30 μm de diamètre avec 4 μm de vernis Kapton. Le fil plaqué directement sur le cuivre claque à 360 V alors qu'avec une couche de scotch Kapton de chaque côté le claquage n'intervient pas en dessous de 1500 V. Cette méthode de thermalisation rajoute 100 à 200 pF de capacité à cause de l'effet condensateur fil-plan entre le fil et la zone froide (la zone de contact est très grande car le fil est scotché, contrairement au réseau basse tension où le fil est plaqué), pour une longueur de contact de 10 cm environ. L'ajout de ce fil a fait passer la température limite de 28 mK à 300 mK environ sans thermalisation puis à 50 mK avec la technique de thermalisation présentée. Le passage de la température limite de 28 à 50 mK peut paraitre rédhibitoire, mais comme nous le verrons par la suite, nous allons surtout travailler à « forte » puissance dissipée dans le cryostat (principalement la puissance laser) autour de la centaine de microwatts. La température de la zone froide sera alors de plusieurs centaines de millikelvins et la chaleur apportée par ce fil haute tension sera négligeable.

3.3 Tests et résultats

Pour finir ce chapitre de présentation générale de l'aspect cryogénique de l'expérience, je donne les procédures d'utilisation du cryostat et présente les résultats obtenus. Le fonctionnement étant en grande partie automatisé, je ne détaillerai ici que les procédures manuelles.

3.3.1 Principe d'utilisation

Le principe général d'utilisation est présenté sur le diagramme de la figure 3.25. Nous allons voir en détails les différentes étapes, le schéma du principe de fonctionnement de la partie dilution étant donné sur la figure 3.26.

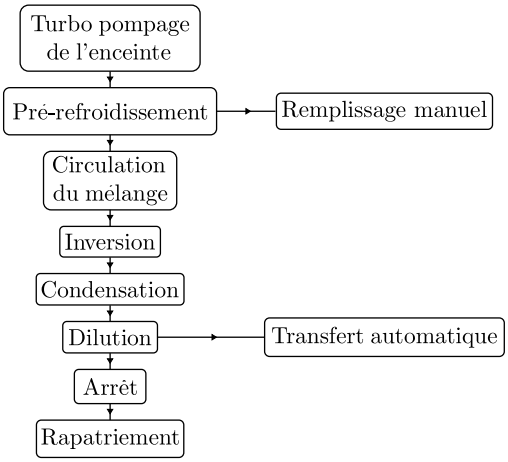


FIGURE 3.25: Organigramme de fonctionnement du cryostat à dilution.

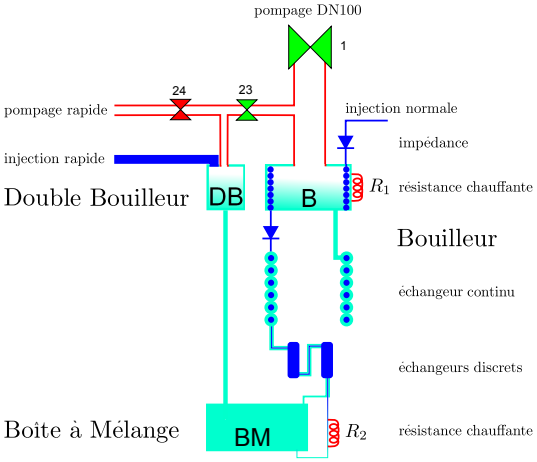


FIGURE 3.26: Schéma de principe de fonctionnement du cryostat à dilution.

Turbopompage de l'enceinte

Le grand volume de l'enceinte doit être pompé à l'aide d'un bloc turbo-primaire pendant 12 h environ. Une fois la pression descendue au dessous de 10^{-3} mbar, le pré-refroidissement peut être commencé. On passe alors en pompage cryogénique, la vanne manuelle peut être refermée et le bloc pompe retiré pour limiter au maximum les vibrations. On bouche alors la vanne manuelle avec une bride pleine pour éviter tout accident. Si le vide d'isolation venait à casser, le cryostat serait détruit suite au choc thermique et à l'évaporation massive de l'^{4}He(l) contenu dans le réservoir.

Nettoyage du mélange

Avant de commencer toute opération faisant intervenir le mélange ^{3}He/^{4}He, il est important de vérifier sa pureté. En effet, le mélange circule dans des capillaires très fins (de diamètre pouvant descendre sous le mm) et dans les impédances (diamètre de quelques centaines de microns) et s'il n'est pas pur, mais contaminé avec de l'air, ce dernier va se solidifier si le mélange circule dans des zones où la température est en dessous de 63,2 K (température de solidification de l'azote). Les capillaires vont alors se boucher et la pression du mélange peut dangereusement augmenter.

Pour palier à ce problème le circuit du mélange est équipé d'un piège à charbons actifs (il s'agit de graphite en poudre), situé entre les vannes 5, 6 et 25 juste avant l'injection du

mélange dans le cryostat. Le piège doit constamment être plongé dans un réservoir d'azote liquide maintenu à pression ambiante à 77 K lorsque le mélange circule dans le cryostat.

Une fois le cryostat arrêté, le piège peut être remonté en température, les vannes 5,6 et 25 étant fermées (comme toutes les autres vannes lorsque le cryostat est à l'arrêt). La pression (lue en K5) à l'intérieur du piège peut alors remonter jusqu'à plusieurs bars [16], ce dernier dégazant tous les polluants qui s'y étaient solidifiés. Lorsque cette pression dépasse 2 bars, il convient de nettoyer le piège de la manière suivante :

- On installe un bloc turbo pompe - pompe primaire sur la sortie manuelle en vanne 18, cette dernière étant toujours fermée.
- On ouvre manuellement la vanne 17 afin de connecter la zone piège au grand volume contenu dans le tuyau en DN 100 du pompage du bouilleur.
- On ouvre manuellement la vanne 6 afin de vider le piège dans ce grand volume. La pression lue en P1 est alors de l'ordre de la centaine de mbar normalement.
- On vérifie que la vanne manuelle 11 ainsi que toutes les autres vannes automatiques sont bien fermées, garantissant l'intégrité du mélange (figure 3.27).
- On peut alors ouvrir la vanne manuelle 18 et pomper les impuretés piégées.
- Une fois la pression P1 redescendue en dessous de 0,1 mbar, on ferme la vanne manuelle 18 (que l'on rebouche avec un bouchon de sécurité) puis les vannes 6 et 17. La pression en K5 doit alors afficher 0 mbar.
- Le cryostat est prêt à être relancé.

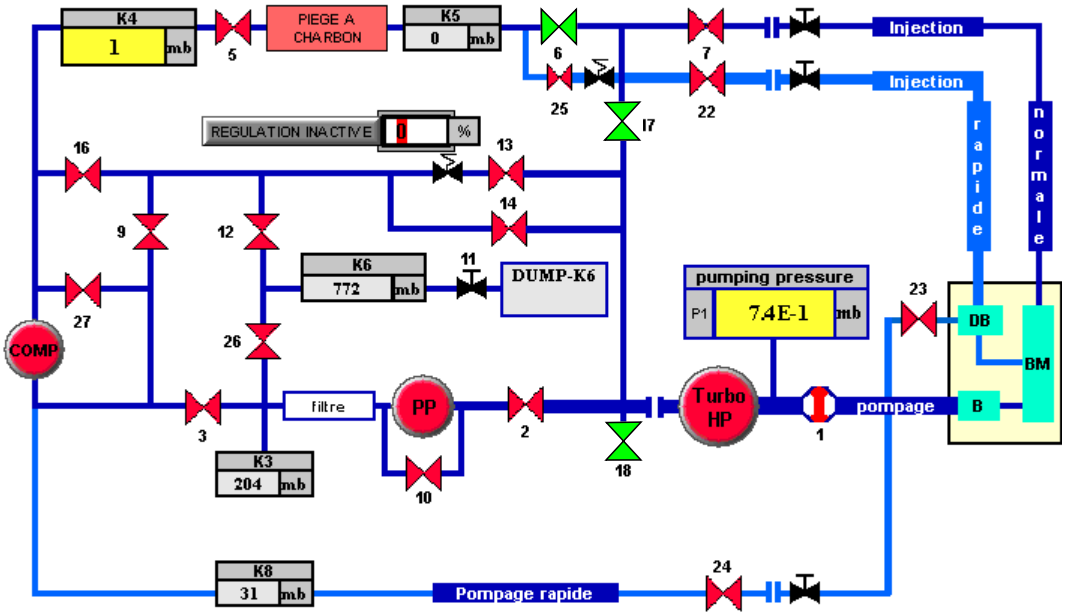


FIGURE 3.27: Schéma de principe du pompage du piège.

Pour démarrer un cycle de cryogénie à dilution, il suffit alors de démarrer le cryostat en mode automatique avec le piège à 77 K et la vanne 11 ouverte. L'automate commence alors par nettoyer le mélange en le faisant circuler dans le piège avant de l'envoyer circuler dans le cryostat pour assurer la thermalisation lors du pré-refroidissement.

16. la pression dépendant de la durée d'utilisation du cryostat depuis le précédent nettoyage du piège.

Manipulation du circuit à ^{4}He(l)

Le circuit d'^{4}He(l) peut se trouver dans deux états : en mode pré-refroidissement ou en mode remplissage du réservoir comme présenté sur le schéma de la figure 3.28.

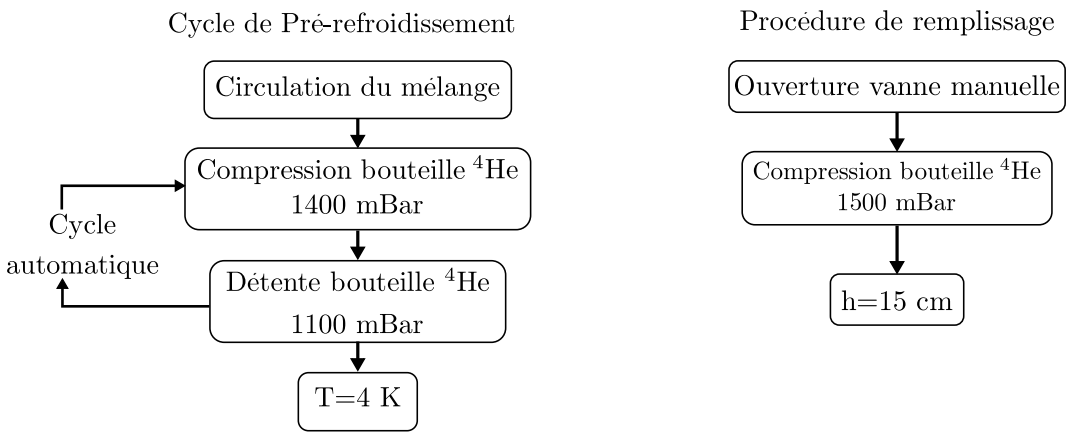


FIGURE 3.28: Organigrammes de gestion du réservoir externe d'hélium liquide dans les phases de pré-refroidissement et de remplissage.

Le mode pré-refroidissement est automatisé : on peut voir une copie du panneau de commande sur la figure 3.31. Le cycle consiste en une compression de la bouteille (typiquement jusqu'à 1400 mbar) avec les gaz issus du réservoir (figure 3.32) puis à une détente au travers du réservoir avec un débit contrôlé. On maîtrise ainsi la consommation d'^{4}He(l) [17].

La pression de circulation de 1400 mbar est nécessaire pour compenser les pertes de charges dans la canne de transfert et dans les nombreux capillaires autorisant l'extraction du gaz froid du réservoir et refroidissant les écrans. L'^{4}He gazeux est alors envoyé vers le système de récupération du Service Inter-universitaire des Basses Températures (SIBT) de Jussieu. On peut voir sur la figure 3.29 le débit reçu par le service en fonction du temps :

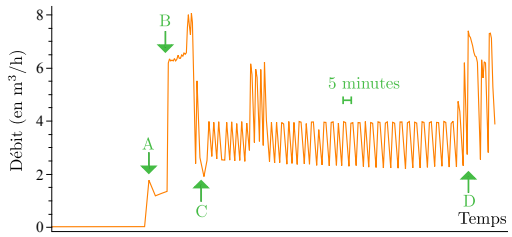


FIGURE 3.29: Débit reçu par le service de récupération de l'hélium de Jussieu en fonction du temps lors d'une mise en route du cryostat.

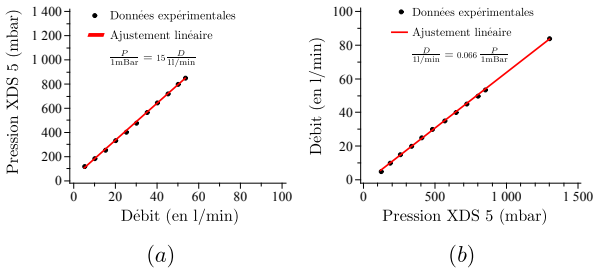


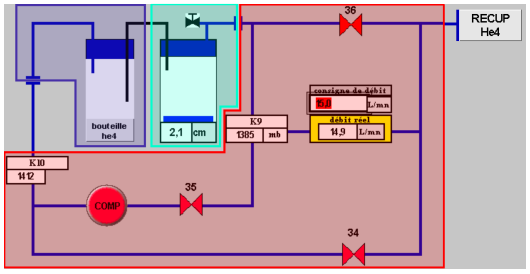
FIGURE 3.30: Caractérisation de la pompe de circulation d'hélium 4.

- En A, la bouteille est branchée sur le système de récupération afin de la décomprimer et de pouvoir y insérer la canne de transfert.
- En B, la canne de transfert est insérée : cela provoque une forte ébullition de l'hélium, le débit est ouvert manuellement au maximum, comme présenté sur la figure 3.31.

17. La masse volumique [123] de l'hélium liquide à 4 K sous un bar valant 0,125 Kg/l et celle de l'hélium gazeux à 15°C et 1 bar 0,138 Kg/m^3 on peut trouver le taux de conversion utile : 600 l de gaz à 1400 mbar pour 1 l de liquide. Ainsi, on consomme 1 l de liquide par heure avec un débit de 10 l/min de gaz à 1400 mbar et 300 K, conditions de mesure du débit-mètre.

– On commence alors le cycle de pré-refroidissement, entre C et D.

– en D, on ouvre à nouveau la vanne manuelle pour décomprimer la bouteille et la changer. Au besoin une pompe de 5 m^3/h permet de faciliter la circulation vers la récupération, notamment lors des phases de changement de bouteille où cette dernière doit être décomprimée avant manipulation. La caractérisation de cette pompe est donnée sur la figure 3.30.



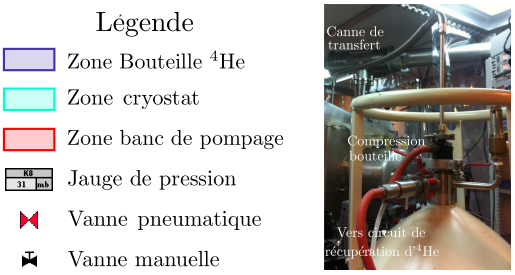


FIGURE 3.31: Copie de l'écran de contrôle du transfert de l'hélium liquide de la bouteille externe vers le réservoir.

FIGURE 3.32: Photographie de la bouteille externe pendant un transfert.

Typiquement, il faut 100 l d'^{4}He(l) et 12 h pour lancer l'étape de dilution en partant de 300 K avec une circulation de 60 l de gaz par minute. Sans circulation du mélange, il faut compter plus de 24h. La consommation en fonctionnement en dilution est de 5 l/min de gaz environ soit une consommation totale de 60 litres par jour.

L'étape de remplissage du réservoir est manuelle, comme décrit sur l'organigramme de la figure 3.28. Il faut ouvrir la vanne manuelle et contrôler la pression dans la bouteille (1450 à 1500 mbar sont nécessaires pour avoir assez de débit et remplir le réservoir). Une jauge supraconductrice indique la hauteur d'^{4}He(l) présent dans le réservoir.

Lors de la circulation d'^{4}He(l) à faible débit et forte pression (typiquement 5 l/min à 1400 mbar) il faut prendre en compte les fuites éventuelles de la bouteille (pouvant atteindre 10 l/min à 1400 mbar) dans le calcul de la quantité consommée et ansi éviter de rendre une bouteille chaude au SIBT.

Lors de l'étape de changement de bouteille, le contrôle des pressions aux différents endroits du circuit d'^{4}He(l) est primordial. Il faut bien veiller à purger les lignes contaminées à l'air pour éviter toute formation de bouchon lors de la mise en place de la nouvelle bouteille.

Fonctionnement de la dilution

Le fonctionnement du cryostat est automatisé, l'opérateur ayant seulement accès au panneau de commande (figure 3.33). En cas de besoin, un basculement de l'automate en mode manuel est possible.

Pour décrire son fonctionnement, je vais me baser sur les courbes de température des différents étages présentées sur la figure 3.34 :

– l'étape de pré-refroidissement avec circulation a lieu entre A et B. La circulation est stoppée pendant la nuit (entre B et C) et reprise au matin. Au point D, la zone froide est intégralement en dessous de 5 K et la dilution peut être lancée.

– L'automate attend alors une autorisation manuelle pour lancer l'étape d'inversion.

– Une fois l'inversion réalisée, il commence l'étape de condensation (entre D et G). Pour cela le mélange est comprimé entre 2700 et 2500 mbar et détendu dans la zone froide pour le liquéfier. On peut apercevoir en E le mouillage de la boîte à mélange, suivi en

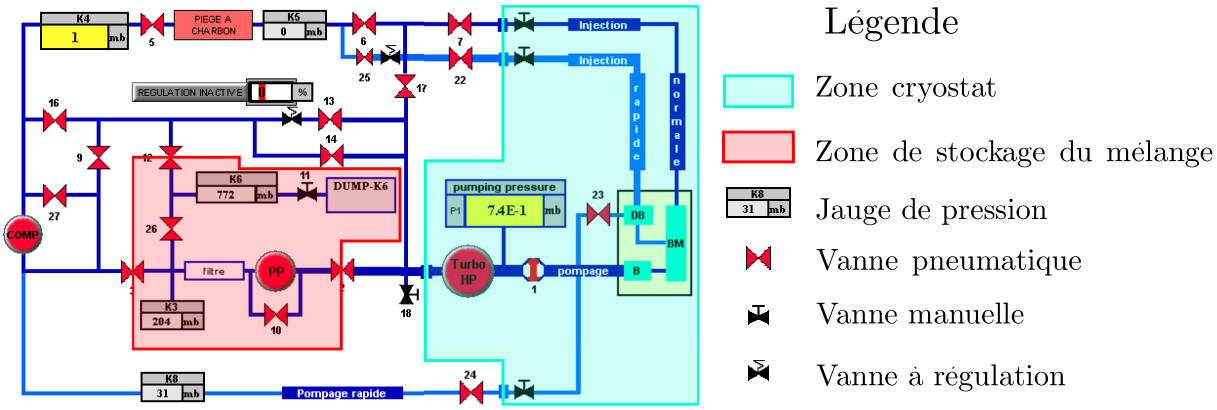


FIGURE 3.33: Copie de l'écran de contrôle du circuit à dilution du cryostat.

F du mouillage des deux bouilleurs. Le mouillage est bien visible car la température de l'^{3}He(l) vaut 1,5 K environ (sous 100 mbar) alors que les éléments sont à la température du réservoir.

– Une fois la quantité optimale de mélange condensée, la pompe turbomoléculaire est démarrée (en G) et le refroidissement à dilution commence. Pour optimiser le refroidissement, on peut débrancher tous les thermomètres SPEER (point H). Cela a pour effet de baisser le bruit dans le pont de mesure de la sonde RuO_2 et donc d'utiliser un courant plus faible qui va moins chauffer la zone froide.
– Une fois l'expérience terminée, le mélange est rapatrié (point I) selon une procédure automatique qui permet de le stocker dans les zones déjà vues.
– On laisse alors le cryostat se réchauffer naturellement. Au point J, le réservoir est vide.

Pour abaisser la température au maximum et limiter les vibrations, il est possible d'éteindre le compresseur. Par contre, la pression en sortie de pompe primaire K3 doit rester inférieure à 900 mbar sans quoi le mélange est rapatrié automatiquement. On peut alors vidanger le réservoir et utiliser l'inertie thermique du cryostat pour assurer environ 30 minutes de fonctionnement en dilution. Il convient pour cela de fixer une température de sécurité (typiquement 5,5 K) pour l'écran à 4 K, température au delà de laquelle le mélange sera automatiquement rapatrié.

3.3.2 Mesures de température

Diagramme Puissance/Température

Le cryostat a été testé à vide comme on peut le voir sur la figure 3.36. En contrôlant la puissance injectée par la résistance chauffante de la boîte à mélange, j'ai pu mesurer la puissance frigorifique du cryostat en fonction de la température. Le résultat est présenté sur la figure 3.35. On retrouve la loi caractéristique des cryostats à dilution, où la puissance frigorifique est proportionnelle au flux d'^{3}He et au carré de la température. On en déduit que les pertes calorifiques à vide sont de 21 μW. La température-limite mesurée est de 26 mK.

On constate aussi l'effet d'un mW de chauffage du bouilleur (entre les points A et B sur la figure 3.36). Cette puissance supplémentaire (obtenue en augmentant le flux d'^{3}He) ne permet malheureusement que de gagner quelques mK. Une fois le câblage haute tension installé, la température limite est de 50 mK environ.

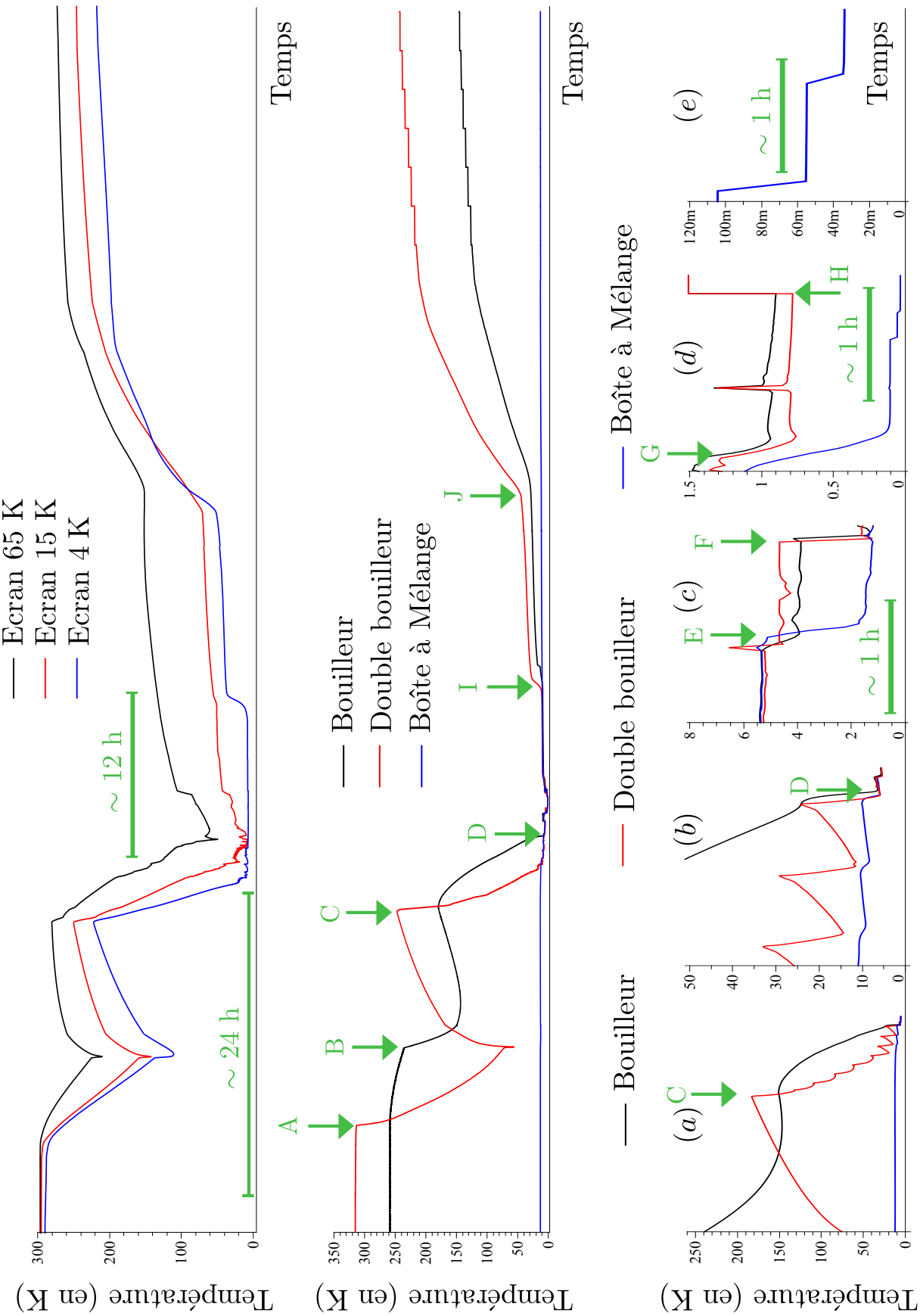


FIGURE 3.34: Températures des différentes parties du cryostat lors d'un cycle complet.

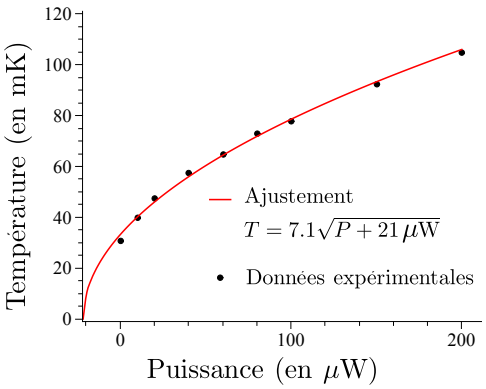


FIGURE 3.35: Température de la platine froide en fonction de la puissance qui y est injectée (données prises au laboratoire sur le système en marche).

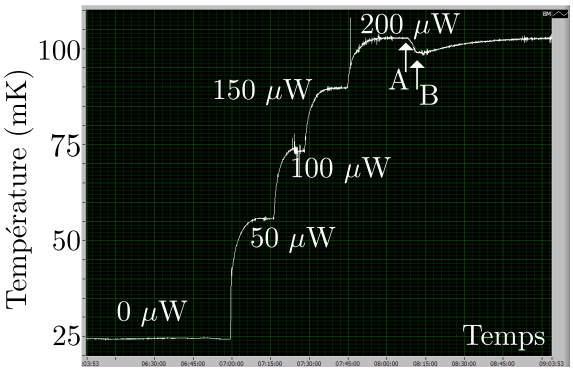


FIGURE 3.36: Température de la platine froide en fonction de la puissance qui y est injectée (données prises à l'usine de montage de la société Cryoconcept). Entre les points A et B, 1 mW de puissance est injecté au niveau du bouilleur.

Effet de la puissance laser

Les tests avec laser sont présentés sur les figures 3.37 et 3.38. On constate que la température atteinte pour 1 mW de puissance lumineuse incidente vaut 200 mK et retombe dès que le laser est éteint (du point A au point B). On constate aussi une légère différence entre un laser hors de résonance (point C) et maintenu à résonance (point D). La température-limite est alors de 50 mK, soit 28 μW de puissance à vide (dont 7 μW apportés par le fil haute tension).

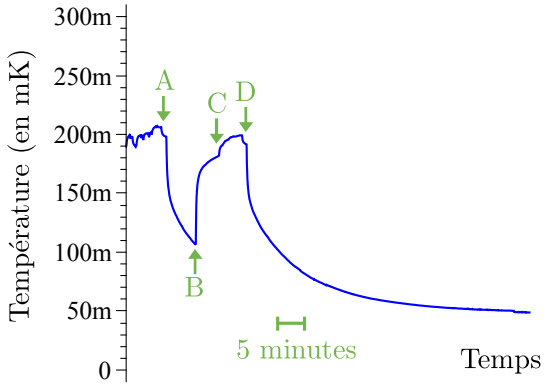


FIGURE 3.37: Température de la platine froide en fonction du temps lors d'une utilisation avec une cavité de finesse $\mathcal{F} = 50000$, de coefficient de réflexion à résonance $R_0 = 50\%$. Il y a donc 50 % de la puissance optique incidente qui est perdue dans le cryostat (le clapet 4 K est fermé), principalement sur la zone froide, soit 500 μW de chauffage pour 1mW de puissance laser incidente.

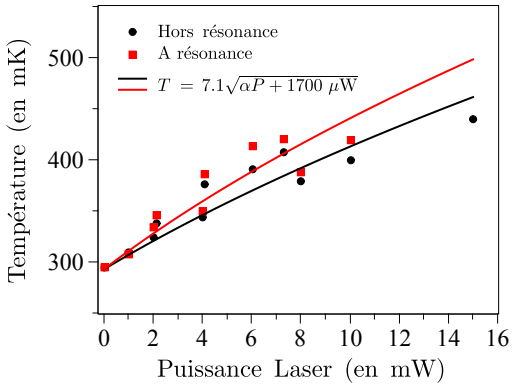


FIGURE 3.38: Température de la zone froide en fonction de la puissance laser injectée, à résonance et hors de résonance. L'ajustement numérique donne un coefficient d'absorption de la puissance laser sur la zone froide de 23 % hors de résonance et de 30 % à résonance.

Afin de quantifier cet effet, nous avons mesuré la température de la platine froide en fonction de la puissance injectée par le laser dans une cavité à et hors de résonance. Les résultats sont présentés sur la figure 3.38. Au moment de cette mesure, les 4 fenêtres n'étaient pas traitées anti-reflet (soit une transmission de 70 % environ pour les 8 faces en jeu) et le fil haute tension n'était pas thermalisé (d'où la présence de pertes calorifiques à vide de 1700 μW). Un ajustement

numérique des courbes donne un coefficient d'absorption de la puissance laser sur la zone froide de 23 % hors de résonance et de 30 % à résonance.

Typiquement, les puissances lumineuses avec lesquelles nous travaillons allant jusqu'au milliwatt, on aura bien quelques centaines de microwatts dissipés sur la zone froide, amenant la température de cette dernière à quelques centaines de millikelvins. Nous allons voir dans les chapitres suivants que cette température est suffisante pour travailler, la thermalisation entre la platine froide et le micro-pilier limitant la température de ce dernier à 1 K environ

Chapitre 4

Construction de l'expérience

Ce chapitre décrit le fonctionnement global de l'expérience : j'y présente en détails les différents outils nécessaires à l'observation du régime quantique du micropilier. Dans une première partie, je présenterai les sources laser avec lesquelles j'ai travaillé, à savoir un laser Nd :YAG et deux laser fibrés. Ces sources ont été caractérisées avec soin afin de les utiliser de façon optimale.

Dans une seconde partie, je présenterai les différents éléments qui constituent l'expérience à proprement parler. Il s'agit pour une grande partie d'étapes de préparation du faisceau laser, mais aussi de l'asservissement de ce dernier afin de le maintenir à résonance avec la cavité à micropilier. Nous verrons pour finir cette partie comment l'information sur la position du micropilier, contenue dans le faisceau réfléchi par la cavité, est extraite de ce dernier, grâce à une détection homodyne. Les deux parties suivantes sont consacrées respectivement à la conception et à la réalisation de la cavité de mesure proprement dite. En effet, la taille transverse du pilier étant limitée à une centaine de microns, il a fallu construire une cavité Fabry-Perot dont la taille du *waist* ne dépasse pas les 10 μm afin de garantir une bonne finesse. Nous allons voir dans la troisième partie de ce chapitre quelles auront été les contraintes liées à une telle réalisation et comment j'ai pu m'en accommoder en développant de nouveaux micromiroirs ainsi qu'une cavité originale, dédiée à l'observation des fluctuations quantiques de position de notre résonateur macroscopique. Une caractérisation détaillée de cette cavité sera donnée à la fin de ce chapitre.

Cette expérience, que j'ai construite tout au long de ma thèse, est basée sur celle réalisée par Olivier Arcizet entre 2002 et 2006, dont j'ai cherché à optimiser les différents aspects critiques. On a déjà pu voir que le résonateur a été grandement amélioré tant sur le plan mécanique que sur le plan optique. Le système de cryogénie a lui aussi été poussé à l'extrême, comme nous avons pu le voir en détail dans le précédent chapitre. L'avantage de construire une expérience *ex-nihilo* en se basant sur une expérience existante est que l'on peut choisir chaque paramètre en connaissance de cause. Ce sont ces choix que je vais maintenant présenter :

- pour commencer nous avons décidé d'utiliser le même laser, à savoir un laser Nd :YAG ultrastable. En effet, le travail de caractérisation déjà réalisé m'a été fort utile et j'ai pu réutiliser ces résultats directement. Ce n'est que pour les futures applications que nous serons obligé de changer de technologie et d'utiliser des lasers fibrés.
- Le laser est analysé par une cavité Fabry-Perot d'analyse (FPA) qui a été simplifiée au maximum : j'en donnerai les principales caractéristiques.

- En parallèle de cette cavité, le laser est filtré par une cavité de filtrage (FPF) maintenue à résonance. Ici aussi, j'ai pu tirer avantage de l'expérience acquise sur l'expérience historique et ai choisi de réaliser une cavité linéaire symétrique, utilisée en transmission.
- Le laser est ensuite envoyé dans la cavité à micropilier (FPM pour Fabry-Perot de mesure). Pour assurer en permanence l'accord entre la fréquence du laser et celle du mode de la cavité, la fréquence de ce premier est asservie via une boucle de rétroaction. J'ai réalisé ce boîtier d'asservissement encore une fois en m'inspirant des techniques développées par l'équipe mais en y apportant les améliorations nécessaires. Une partie du faisceau réfléchi est alors utilisée pour générer le signal d'erreur de l'asservissement grâce à la méthode Pound-Drever-Hall, dont je décrirai le principe de fonctionnement en détails.
- Le faisceau réfléchi est ensuite analysé par une détection homodyne, combinaison d'une détection équilibrée et d'un oscillateur local, que je décrirai en détails à la fin de la seconde partie.

Les différents éléments que je viens de citer sont présentés sur le schéma de la figure 4.1 et sur la photographie de la figure 4.2, où on peut voir la relative complexité de l'expérience.

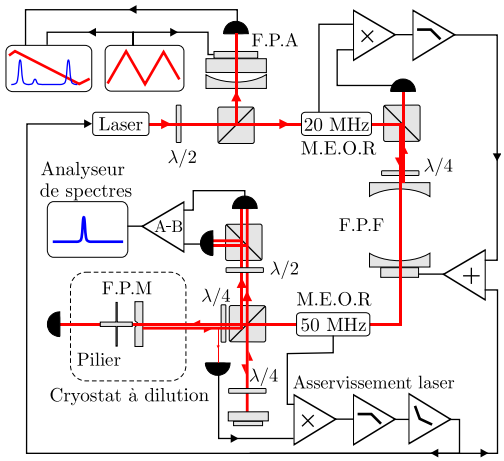


FIGURE 4.1: Schéma de principe de l'expérience : on peut y voir les cavités d'analyse (FPA), de filtrage (FPF) et de mesure (FPM). Les modulateurs de phase résonnants à 20 et 50 MHz (MEOR) sont utilisés pour asservir les cavités avec la méthode PDH.

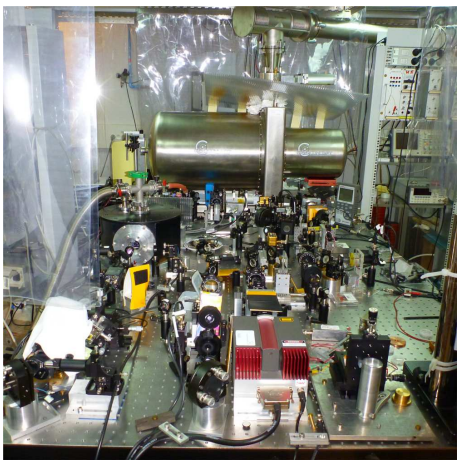


FIGURE 4.2: Photographie de l'expérience sous le flux classe 10 000. On peut y voir la table optique et au fond le cryostat à dilution.

L'ensemble de l'expérience est placé sous un plafond soufflant (ADS Laminaire) assurant une propreté de classe 10 000 [1] sur toute l'expérience, tout en engendrant suffisamment peu de vibration pour pouvoir y réaliser les mesures ultrasensibles de position.

Pour la réalisation des cavités d'analyse et de filtrage, ainsi que pour le boîtier d'asservissement, j'ai eu la chance de pouvoir compter sur l'aide précieuse et efficace d'Emmanuel Van Brackel, alors en stages de L3 puis de M2 sous ma direction.

1. selon la norme standard ISO 14644-1, qui garantit que l'air présente moins de 10 000 particules de moins de 100 nm de diamètre par m^3.

4.1 Sources Laser

La source laser principale de cette expérience utilise un cristal Nd :YAG ultrastable. Notre choix s'est porté sur ce laser par souci de commodité : en effet l'équipe possède une grande expertise sur les lasers Titane-Saphire mais leur coût élevé et leur complexité d'utilisation nous ont fait opter pour une solution plus facile d'utilisation. Ce laser, peu accordable mais présentant très peu de bruit est assez puissant pour réaliser le refroidissement du résonateur par pression de radiation.

Pour des applications futures telles que la mesure par *quantum back-action evasion*, une seconde source laser est nécessaire, accordable sur une plus large bande de fréquence. Pour cela, nous avons choisi d'utiliser un couple de laser fibrés, accordable en tout sur près de 2 nm mais avec une puissance limitée, autorisant uniquement des opérations de mesure. La caractérisation de ces lasers sera également donnée à la fin de cette partie.

4.1.1 Le laser Nd :YAG

Nous utilisons un laser commercial Nd :YAG continu (modèle Mephisto fabriqué par la société Innolight [124]), identique aux lasers maîtres utilisés dans les interféromètres gravitationnels [125]. Il fournit une puissance de $1,2\,\mathrm{W}$ monomode longitudinal à $1064\,\mathrm{nm}$, le profil transverse du faisceau étant limité par la diffraction avec un coefficient M^2 de 1,02. Je vais décrire dans cette partie les principales caractéristiques de cette source laser, et les différents tests déjà effectués et que j'ai complétés pour vérifier et calibrer ces propriétés.

Description du laser

Le milieu amplificateur est constitué d'un cristal YAG solide. L'ion Néodyme Nd^{3+} est inséré dans une matrice de YAG, l'acronyme pour grenat d'yttrium et d'aluminium. La transition exploitée est celle entre les niveaux $F_{3/2}$ et $I_{11/2}$. Le pompage est assuré par une diode à 808 nm qui fournit une puissance totale de 2 W. La figure 4.3 montre la structure de la cavité laser. La face d'entrée (A) est traitée antireflet pour la pompe et est hautement réfléchissante (97%) à 1064 nm. Elle joue le rôle de coupleur pour la cavité laser. Le faisceau subit trois réflexions internes totales dans le cristal qui forme une cavité en anneau non planaire (*Non Planar Ring Oscillator*, NPRO). Le faisceau produit par la diode de pompage est injecté dans le cristal.

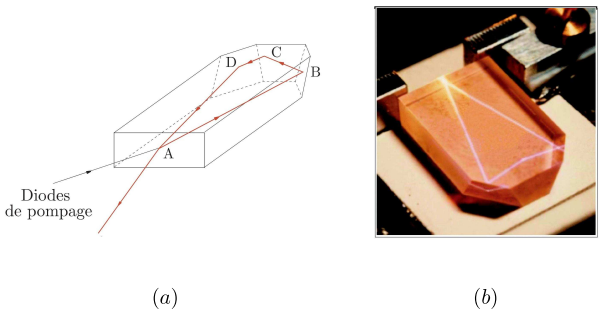


FIGURE 4.3: Schéma du cristal de Nd :YAG formant la cavité non planaire (a) et photo de la cavité utilisée (b) (figure extraite de [126]).

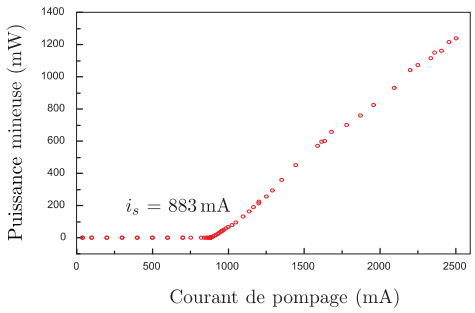


FIGURE 4.4: Puissance optique délivrée par le laser en fonction du courant traversant la diode de pompage (figure extraite de [126]).

L'effet de lentille thermique créé par le faisceau pompe et la courbure de la face d'entrée assurent la stabilité géométrique de la cavité. La sélection en polarisation et direction de propagation s'effectue grâce aux réflexions sur les différentes faces et grâce à un effet Faraday imposé par un champ externe. Le faisceau produit est polarisé horizontalement. L'élargissement spectral étant majoritairement dû aux phonons, il est homogène, ce qui conduit à un fonctionnement monomode axial. Le caractère monolithique de la cavité assure une bonne stabilité de la fréquence optique, dont les dérives lentes sont spécifiées comme étant inférieures à 1 MHz/min. Le concept de cette cavité a été développé par Kane au milieu des années 80 [127]. L'intensité fournie est liée à la puissance de pompage et elle est contrôlée par le courant électrique fourni à la diode. La caractéristique courant de pompage - puissance optique délivrée, mesurée sur ce laser, est reproduite sur la figure 4.4. Le courant de seuil est de 850 mA et la puissance maximale de sortie de 1,2 W.

Bruit d'intensité du laser

Le faisceau présente un excès de bruit classique d'intensité dû à une oscillation de relaxation au voisinage du MHz. Ce bruit peut être réduit en rétroagissant directement sur le courant de pompe grâce à un module interne de réduction du bruit d'intensité, appelé *noise eater*. La figure 4.5 montre l'effet de cet asservissement sur le bruit d'intensité du faisceau laser, mesuré à l'aide de la détection équilibrée, placée directement à la sortie du laser. Le faisceau est atténué à l'aide de densités optiques. Sur ces courbes, on peut voir le spectre de bruit d'intensité ainsi que le bruit de photons standard. Le pic de bruit à 1 MHz associé aux oscillations de relaxation est très fortement atténué par cet asservissement. Le laser présente un bruit d'intensité au niveau du bruit de photons au delà de 5 MHz environ pour une puissance de 1 mW. On constate donc que ce *noise eater* permet de supprimer le pic de relaxation, mais n'est pas suffisamment efficace pour totalement éliminer le bruit classique d'intensité. Il convient de noter que le *Noise Eater* ne fonctionne qu'au dessus de 1,9 A pour le courant d'injection.

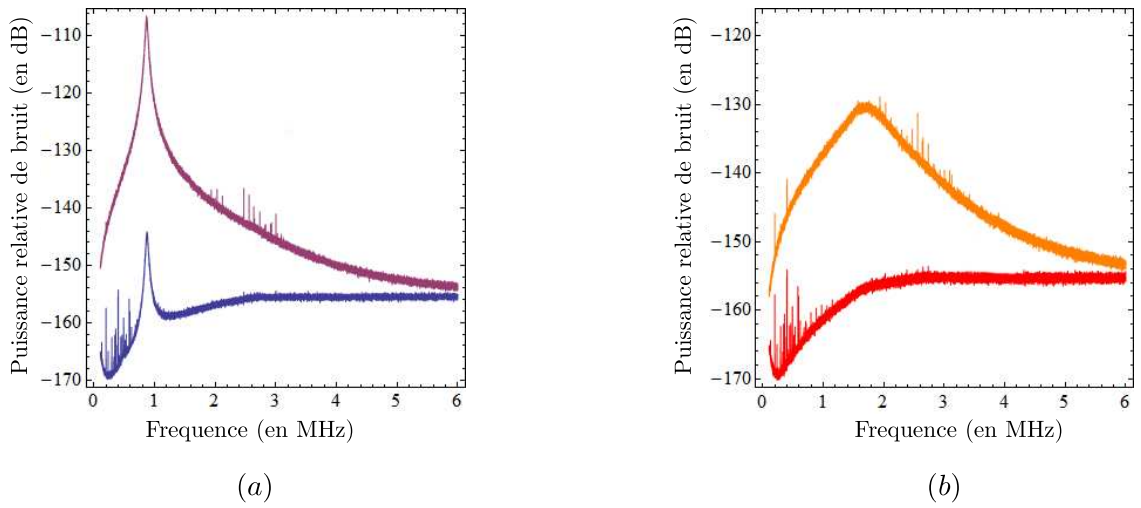


FIGURE 4.5: Mesures effectuées à l'aide d'une détection équilibrée de l'influence du *noise eater* sur le bruit d'intensité d'un faisceau de 6 mW. Courbe (a) : bruit d'intensité sans *noise eater* et bruit de photon standard ; (b) : avec *noise eater* et bruit de photon standard.

Contrôle de la fréquence

Deux éléments permettent de contrôler la fréquence du laser, ce qui est primordial dans nos expériences pour le placer à résonance avec la cavité de mesure. Le premier élément est une cale piézo-électrique placée sur la partie supérieure du cristal. Lorsqu'une tension est appliquée, la cale induit une contrainte mécanique sur le cristal, qui modifie ses propriétés de biréfringence et ainsi le chemin optique dans la cavité laser. La cale répond avec une bande passante de 150 kHz environ avec une forte résonance mécanique autour de 170 kHz environ et de largeur 30 kHz, ce qui permet de l'utiliser pour des boucles d'asservissement rapides.

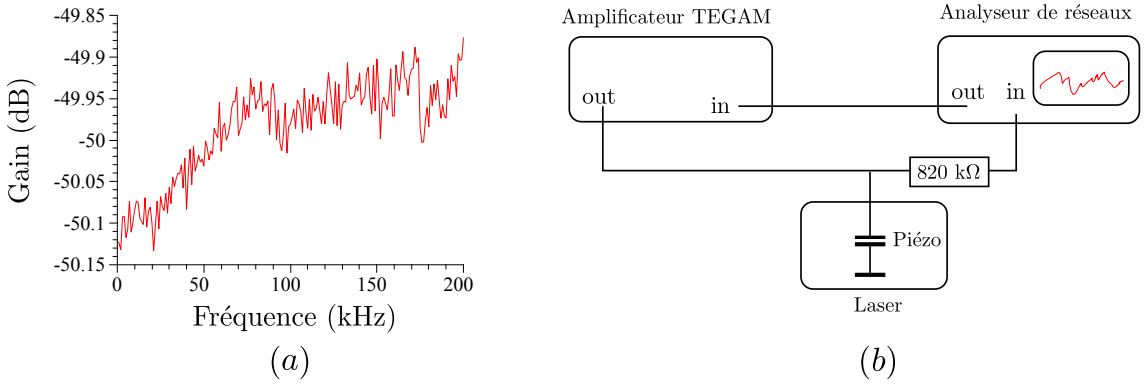


FIGURE 4.6: Réponse électrique de la cale piézo-électrique du laser (a) et schéma électrique de la méthode de mesure (b).

Il ne s'agit pas d'une résonance électrique, la réponse électrique de la cale étant plate jusqu'à 200 kHz comme on peut le voir sur la figure 4.6. Nous avons en effet vérifié que la réponse électrique de la cale piézo-électrique du laser, mesurée dans les conditions normales d'utilisation, est bien constante entre 0 et 200 kHz. L'amplificateur, attaqué sous 50 Ω, est branché directement sur la cale. La réponse est obtenue à l'analyseur de réseau (d'impédance d'entrée 50 Ω, d'où la présence de la résistance de 820 kΩ afin que sa présence ne modifie pas le circuit en deçà de la fréquence de coupure). La capacité de la cale piézo-électrique du laser est de 2,2 nF, ce qui correspond à une fréquence basse de coupure dans la méthode d'analyse de 80 Hz environ.

La calibration tension-fréquence est d'environ 3 MHz/V, avec une tension maximale admissible de ±150 V sur la cale. L'amplitude accessible est donc de ± 450 MHz ce qui correspond aux plages de vibration de la cavité en conditions cryogéniques (fonctionnement en dilution), comme nous avons pu le voir dans le chapitre précédent. Afin de réaliser efficacement une boucle d'asservissement, j'ai caractérisé l'efficacité de modulation de la cale piézo-électrique en fonction de sa fréquence d'excitation, de sa vitesse de modulation et de son $slew-rate$. Les résultats sont présentés sur la figure 4.7. On peut y voir les fonctions de réponse mécanique de la cale piézo-électrique du laser. En haut à gauche est représentée l'efficacité de modulation en fonction de la vitesse de modulation, réalisée sur un signal triangulaire symétrique de faible amplitude mais à différentes fréquences. En haut à droite, la même efficacité avec le même signal mais à fréquence d'excitation fixe (40 kHz) en faisant varier la tension d'excitation jusqu'au maximum accessible. En bas, les réponses fréquentielles en amplitude et en phase de la cale piézo-électrique, réalisées à l'aide d'une cavité Fabry-Perot de finesse 300 maintenue à résonance ou hors de résonance. On constate en particulier que la vitesse de réponse de la cale est suffisamment grande pour compenser les vibrations de la cavité en conditions cryogéniques. Par contre, la phase de la réponse

électro-mécanique tourne brusquement autour de 200 kHz, ce qui est très problématique pour les asservissements. Cela limite la fréquence de coupure de ces derniers à 20 kHz environ.

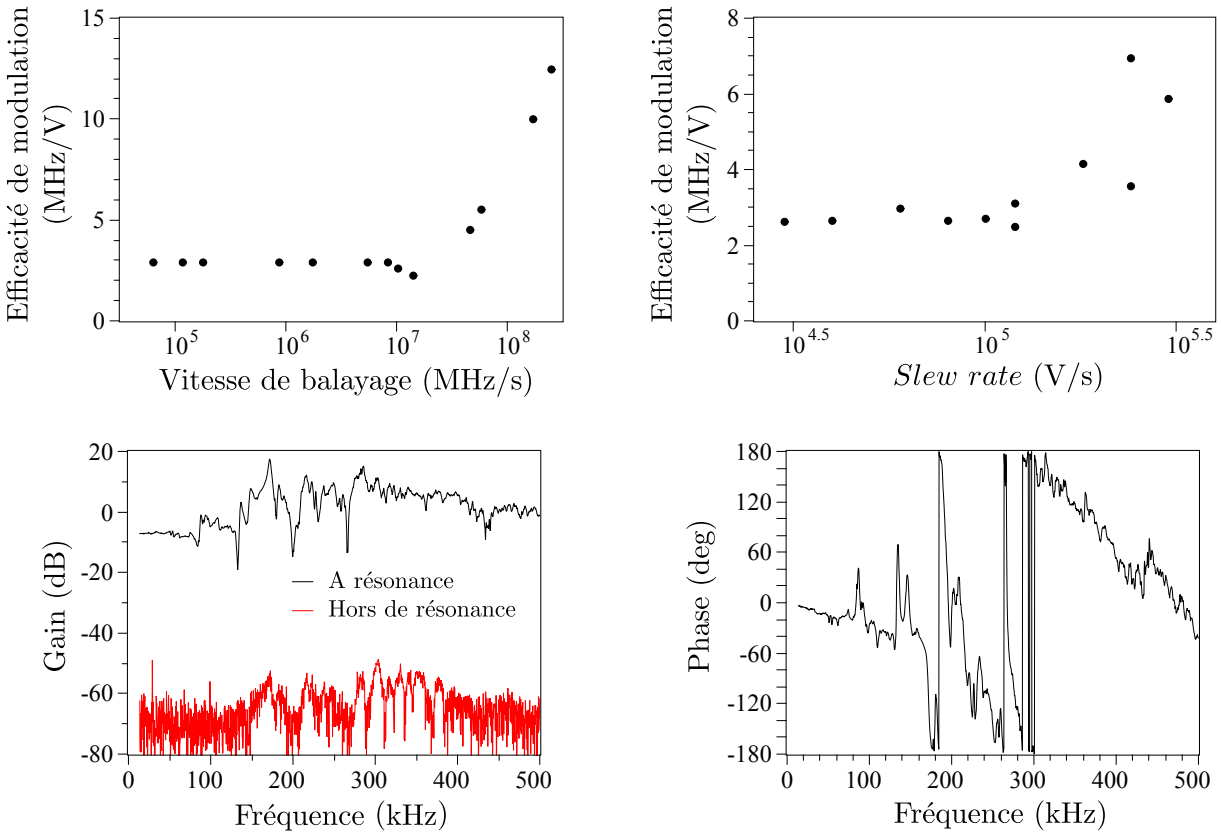


FIGURE 4.7: Fonctions de réponse mécanique de la cale piézo-électrique du laser. En haut à gauche est représentée l'efficacité de modulation en fonction de la vitesse de modulation, réalisée sur un signal triangulaire symétrique de faible amplitude mais à différentes fréquences. En haut à droite la même efficacité avec le même signal mais à fréquence d'excitation fixe (40 kHz) en faisant varier la tension d'excitation jusqu'au maximum accessible. En bas, les réponses fréquentielles en amplitude et en phase de la cale piézo-électrique, réalisées à l'aide d'une cavité Fabry-Perot de finesse 300 maintenue à résonance ou hors de résonance.

Le second moyen de contrôle utilise la variation de la température du cristal YAG grâce à un élément Peltier qui permet de l'asservir en température avec une précision de 10 mK. On peut modifier la température de consigne en appliquant une tension sur une entrée externe, avec une sensibilité de 3 GHz/V. La bande passante de cette entrée est d'environ 1 Hz, ce qui permet un contrôle des dérives lentes de fréquence. La figure 4.8 représente les variations relatives de la fréquence du laser en fonction de la température. Le laser présente des plages de température d'environ 2°C sur lesquelles il reste monomode. Sa fréquence peut ainsi être balayée continûment sur une plage d'environ 10 GHz. En faisant varier la température du cristal de 16 à 45 °C, on obtient au total une plage d'accordabilité de 45 GHz. On peut donc accorder le laser sur des cavités rigides de plus de 3,5 mm de longueur, pour lesquelles l'intervalle spectral libre est inférieur à 45 GHz. Pour les cavités plus courtes, il est nécessaire de pouvoir ajuster la longueur de la cavité à l'aide d'une cale piézo-électrique afin d'accorder la fréquence de résonance optique sur celle du laser qui est fixe à ces échelles de variation de fréquence (> 50 GHz).

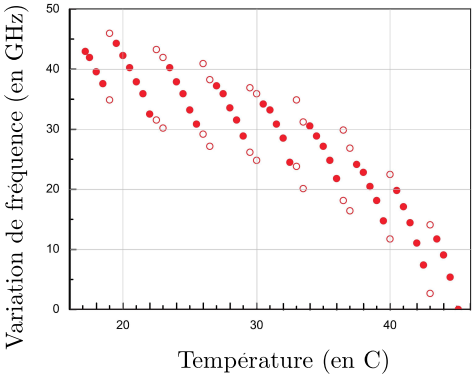


FIGURE 4.8: Variation de la fréquence du laser en fonction de la température du cristal. Les cercles évidés mettent en évidence les plages où le comportement est bimode.

4.1.1.1 Laser fibré à semi-conducteur

Pour pouvoir réaliser des expériences du type *back-action evasion*, nous avons besoin d'utiliser deux lasers, un désaccordé sur la bande *Stokes* et l'autre sur la bande *anti-Stokes*. Il faut pour cela contrôler la fréquence relative des deux lasers et de la cavité. Le laser Nd :YAG n'étant pas accordable, la cavité et le second laser doivent donc absolument l'être, et ce sur un ISL complet. Nous avons donc choisi de changer de technologie et d'opter pour un couple de lasers à diode, accordable sur près de deux nanomètres (soit 3 ISL pour une cavité de longueur 750 μm).

Dans une première partie, nous verrons quelles sont les caractéristiques techniques de ces lasers, puis dans un second temps les résultats des caractérisations géométriques et du bruit d'intensité que j'ai réalisées.

Cahier des charges

On a pu voir au cours du premier chapitre que le nombre de phonons résiduels n_Q est donné, dans la limite des bandes latérales résolues, par (1.140) et (1.124) :

$$n_Q \simeq \mathcal{A}(\Omega_m) \simeq \left(\frac{\nu_{cav}}{2\nu_m}\right)^2 . \tag{4.1}$$

Pour un nombre de phonons résiduels de 0,1 avec une fréquence de résonance de 4 MHz environ, il faut avoir une bande passante maximale de 1 MHz soit, pour une finesse de 100 000, une longueur de cavité de 750 μm et donc un ISL de 200 GHz (soit 740 pm sur la longueur d'onde) [2]. Le laser YAG n'étant pas accordable sur une telle plage, nous avons du envisager une solution alternative. Afin de garantir une bonne accordabilité, nous avons choisi d'utiliser des lasers fibrés très stables, accordables [3] sur 1 nm.

Principe de fonctionnement

La solution que nous avons choisie est composée de deux lasers DFB (à semi-conducteur fibrés) Koheras BasiK Module Y10 fournis par la société NKT Photonics. Le principe de fonctionnement de ces lasers DFB (pour *Distributed Feed Back*) à fibre est le suivant :

2. Une variation de fréquence de 1 GHz correspondant à une variation de longueur d'onde de 3,7 pm à 1064 nm.

3. *A priori* un laser aurait suffit pour garantir cette accordabilité. Cependant, afin de s'autoriser l'utilisation de cavités plus courtes (jusqu'à 250 μm), il faut 2 nm d'accordabilité afin de s'assurer de pouvoir balayer un ISL.

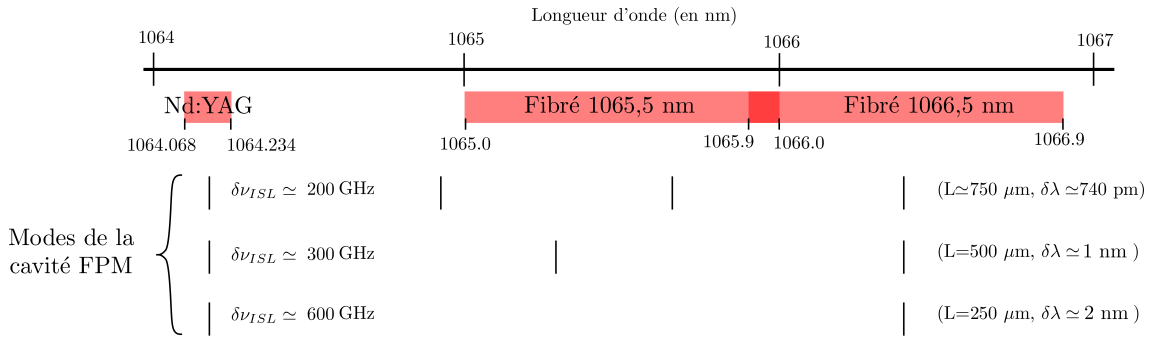


FIGURE 4.9: Schéma des plages d'accordabilité des différents lasers disponibles sur l'expérience et compatibilité avec 3 longueurs de cavité différentes (750, 500 et 250 μm).

- Il s'agit de lasers à semi-conducteur où une zone active est pompée électriquement et ré-émet un rayonnement optique à la longueur d'onde souhaitée.
- Contrairement aux lasers à diode classique, il n'y a pas de miroirs formant une cavité Fabry-Perot externe pour contrôler la longueur d'onde émise mais un réseau de Bragg uniformément distribué tout au long de la zone active.
- La densité du réseau de Bragg est accordée par la dilatation thermique de la zone active (pour un ajustement grossier) et par la contraction sous l'effet d'une force générée par une céramique piézo-électrique (pour un ajustement fin).

Cette génération de laser permet d'obtenir des raies très fines (moins de 100 kHz ici), monomodes, accordables sur plusieurs nanomètres avec un coût relativement modeste. Ces lasers sont de plus très stables car la « cavité » (uniformément distribuée) qui sert de filtrage fréquentiel est monolithique (fibre optique structurée).

Description technique

Les spécificités du laser [128] précisent une puissance maximale en sortie de 10 mW pour chacun des lasers. Le premier laser est accordable entre 1065 et 1066 nm et le second entre 1065,9 et 1066,9 nm, assurant un recouvrement de 100 pm avec le premier (4.9). Ce type de laser était prévu pour être utilisé dans l'interféromètre spatial LISA [129]. L'accordabilité sur une si grande plage est assurée en changeant la température (avec une précision de 10 mK soit 0,2 pm sur la longueur d'onde ou 55 MHz sur la fréquence) de la diode laser. Le second moyen d'accordabilité est assuré par une cale piézo-électrique. L'amplitude garantie est de 15 pm (soit 4 GHz, c'est-à dire dix fois plus que le YAG) pour 200 Volts en continu [4]. La bande passante de la cale piézo-électrique est de 20 kHz (figure 4.10), fréquence au-delà de laquelle des résonances commencent à apparaître (alors qu'elles n'apparaissent qu'à 170 kHz pour le YAG). Le *slew-rate* annoncé est de 200 V/ms : une modulation de fréquence d'amplitude 4 GHz à 1kHz (soit encore 10 fois plus que le laser solide YAG) est donc possible.

Caractérisations du laser

En sortie de fibre, j'ai mesuré un *waist* de 6 μm situé juste à la sortie de la fibre. On dispose d'un coupleur de focale 10 mm qui projette le *waist* à 300 mm avec une taille de 200 μm. La

4. Il convient de se limiter à la gamme [0-200] Volts pour l'excitation de la cale du laser, les tensions négatives pouvant dépolariser la cale.

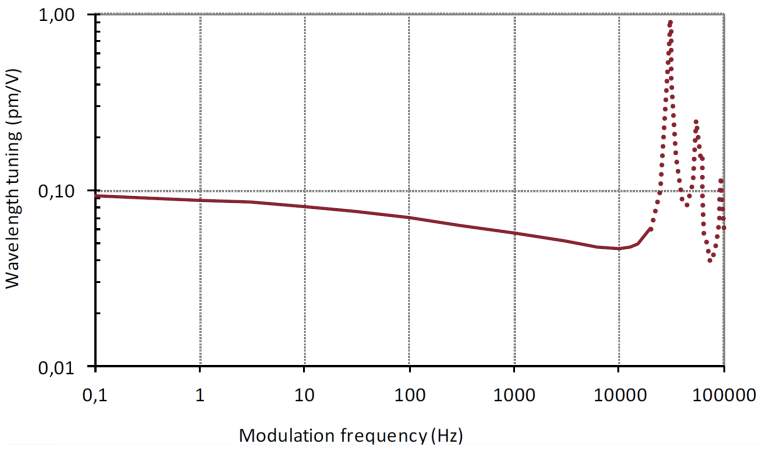


FIGURE 4.10: Réponse de la cale piézo-électrique des lasers fibrés (figure issue de [128]).

puissance maximum mesurée en sortie de fibre est de 6 mW (comparable aux 10 mW des données constructeur).

J'ai mesuré la longueur d'onde des deux lasers en fonction de la température (figure 4.12). Aucune influence de la puissance n'a été observée entre 1 et 10 mW. J'ai également mesuré le temps de réponse de l'accordabilité en température comme on peut la voir sur la figure 4.11. Les valeurs typiques du *slew-rate* sont de 10 pm/s (soit 3 GHz/s, comparable au YAG) et aucune évolution n'a été observée en fonction de la puissance du laser.

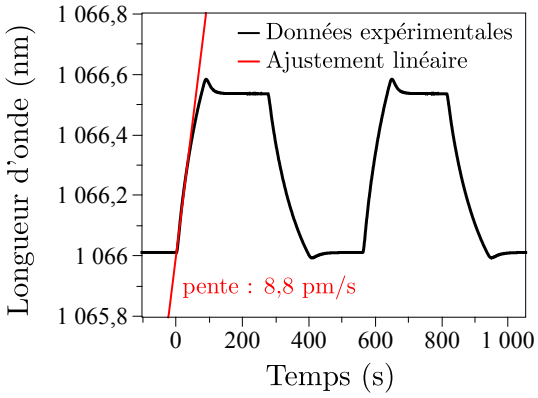


FIGURE 4.11: Évolution de la longueur d'onde du laser en fonction du temps lors d'un brusque changement de consigne ($slew - rate$) et ajustement linéaire aux temps courts.

J'ai aussi mesuré le bruit d'intensité de ces lasers avec la détection équilibrée [5]. Les résultats de ces mesures de bruit sont présentés sur la figure 4.13 et montrent que les lasers fibrés ont un bruit d'intensité au niveau quantique à quelques MHz pour 1 mW de puissance.

5. J'ai pu bénéficier de l'aide efficace et motivée de Gérard Vuibert alors en stage sous ma direction.

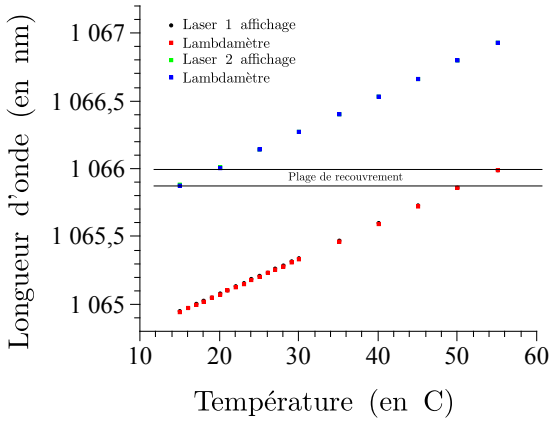


FIGURE 4.12: Calibration de la longueur d'onde des lasers en fonction de la température de fonctionnement. Les mesures sont réalisées avec un lambdamètre (Bristol Instrument - 821 pulsed wavelength meter) et réalisées pour une puissance de 1 mW. Les données constructeurs sont exactement superposées aux données mesurées.

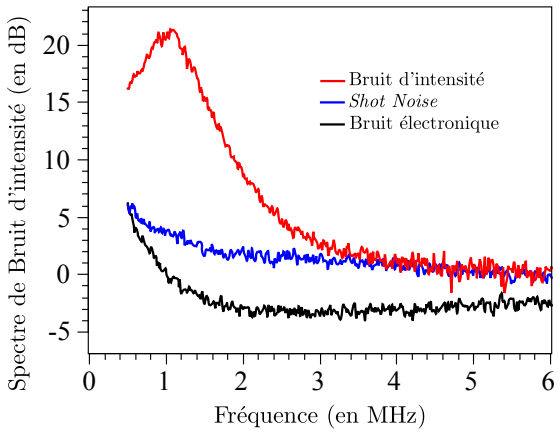


FIGURE 4.13: Mesure homodyne du spectre de bruit d'intensité des lasers fibrés. Les mesures présentées ici sont réalisées pour une puissance de 6 mW mesurée (pour 10 mW annoncés).

4.2 Mise en forme du faisceau

4.2.1 Cavité d'analyse : FPA

La cavité d'analyse (FPA) permet de vérifier simplement si le laser est monomode ou non. En effet, le laser peut être bi-mode et émettre deux modes successifs de la cavité Nd :YAG en anneau. La longueur de cette cavité laser étant de l'ordre de 3 cm, les deux modes longitudinaux émis par laser sont séparés en fréquence de près de 10 GHz. Pour pouvoir simplement constater la bimodalité, j'ai choisi de construire une cavité Fabry-Perot linéaire symétrique de longueur 5 mm afin que l'intervalle spectral libre (ISL) soit de 30 GHz environ. Il s'agit d'une cavité de finesse 160 et de longueur très courte devant le rayon de courbure des miroirs. De ce fait, on peut facilement vérifier la présence de deux modes au lieu d'un comme présenté sur la figure 4.14, sans risque de confusion avec un intervalle transverse ISL_t (très petit car la cavité est courte) ou un intervalle libre (3 fois plus grand).

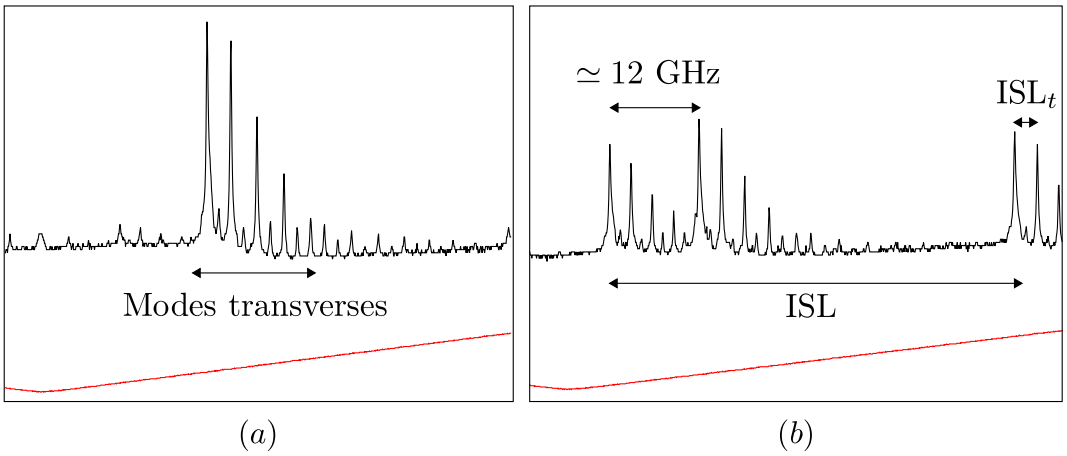


FIGURE 4.14: Transmission de la cavité d'analyse (FPA) lors d'un balayage de sa longueur :(a) lorsque le laser est monomode et (b) lorsqu'il est bimode. Les deux pics désignés par la séparation de 12 GHz correspondent aux fréquences longitudinales des deux modes émis. En rouge est représenté la rampe de tension qui contrôle la longueur de la cavité FPA.

Pour réaliser cette cavité, j'ai utilisé les paramètres suivants :

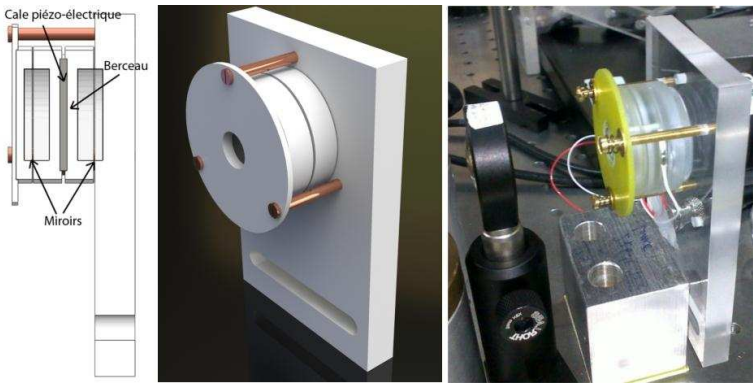
- Rayon de courbure du coupleur : 1 m, avec le miroir de fond plan.
- Transmission de chacun des miroirs : 2 %.
- Longueur de la cavité : 5 mm.

La longueur de la cavité est balayable grâce à une cale piézo-électrique insérée entre les deux miroirs (figure 4.15 a). Cette cale joue le rôle d'entretoise d'épaisseur variable permetant d'ajuster la longueur de la cavité. Ce type de cavité présente de nombreux avantages :

- La cavité étant courte devant le diamètre des miroirs (25 mm), elle est très facile à aligner sur le laser (l'angle d'incidence de ce dernier n'ayant que très peu d'effet sur son pointé sur le miroir de fond).
- L'intervalle transverse étant très petit (environ 2 GHz), on ne risque pas de le confondre avec un des modes du laser.
- L'intervalle spectral libre est suffisamment grand (30 GHz) pour que les deux modes du laser soient compris en son sein. On évite ainsi tout problème de repliement, il suffit de visualiser la transmission à l'oscilloscope sur une plage de longueur correspondant à un

balayage de $\lambda/2$ pour être sûr de visualiser le mode fondamental et éventuellement le second mode du laser.

Le montage de la cavité est aussi extrêmement simple, comme on peut le voir sur la figure 4.15. Le miroir de fond, plan, est plaqué contre un support en plexyglass. Il est maintenu par un berceau de plexyglass et séparé du coupleur d'entrée par la cale piézo-électrique percée en son centre. Le coupleur est lui aussi maintenu par un berceau et le tout est tenu en compression par trois ressorts. On peut ainsi aisément régler le parallélisme des deux miroirs grâce à ces ressorts.



(a) (b) (c)

FIGURE 4.15: Principe de montage de la cavité FPA. (a) Schéma de principe du montage, (b) vue d'artiste en 3D et (c) photo de la cavité montée et alignée

4.2.2 Cavité de filtrage : FPF

La cavité de filtrage (FPF) sert non seulement de filtre spatial, assurant que le mode qui en est issu est bien un mode $TEM_{0,0}$ qui sera couplé de manière optimale au mode de la cavité à micro-pilier, mais aussi de filtre temporel assurant un filtrage des fluctuations d'intensité du laser. Son montage est un peu plus complexe. En effet, ces fluctuations ayant lieu typiquement sur une plage allant jusqu'au MHz (section 4.1.1), il faut une cavité ayant une bande passante inférieure au MHz. De plus, pour pouvoir asservir cette cavité avec des actuateurs piézo-électriques sur lesquels des miroirs d'un pouce sont montés, les finesses ne doivent pas être supérieures à quelques milliers [6]. On utilise alors des cavités relativement longues, de 30 cm au moins (ces dernières étant de plus en plus difficiles à aligner lorsque leur longueur augmente). L'utilisation d'une telle cavité permet aussi de fixer la taille et la position du *waist*. Ce dernier est en principe connu tout le long du faisceau étant donné les caractéristiques techniques du laser, mais de nombreux éléments optiques (rotateur de Faraday, modulateurs de phase, etc...) déforment le faisceau et modifient la taille et la position du *waist* de manière non contrôlée.

J'ai donc monté une cavité sur un tube d'Invar de 30 cm de longueur, percé en son centre d'un trou de 1 cm de diamètre. A chaque extrémité, on vient fixer un flasque sur lequel sont collés une cale piézo-électrique et un berceau accueillant le miroir. Le montage est visible sur la figure 4.16. J'ai utilisé deux types de cales, une rapide (identique à celle utilisée sur l'interféromètre

6. En effet, pour $\mathcal{F}$=1000, il suffit d'une variation de longueur de $\lambda/1\ 000$ pour sortir de résonance. Ces amplitudes de vibrations sont présentes jusqu'à quelques kHz, et les actuateurs piézo-électrique standards n'agissent que jusqu'à quelques centaines de hertz environ avec des miroirs d'un pouce de diamètre.

fonctionnant jusqu'à plusieurs MHz) de faible débattement (environ 1 nm à 100 kHz pour 200 V, comme mesurés à la section 2.3.3.1) et une lente (modèle PolytechPI P-010.00H) ayant un débattement de plusieurs microns pour 1 kV en continu. Les flasques sont alors montés sur le tube.

(a) (b) (c)

FIGURE 4.16: Principe de montage de la cavité FPF. (a) Schéma du principe du maintien des miroirs, et (b) photo d'un flasque. La cavité montée et alignée est visible en (c).

Les paramètres que j'ai utilisés pour la cavité sont les suivants :

- Rayon de courbure des deux miroirs : 1 m.
- Transmission de chacun des deux miroirs : 600 ppm.

La finesse vaut environ 2 000 (soit une bande passante de 125 kHz environ), le *waist* mesure 350 μm et est situé au centre de la cavité. Le mode transmis par la cavité est bien gaussien (figure 4.17).

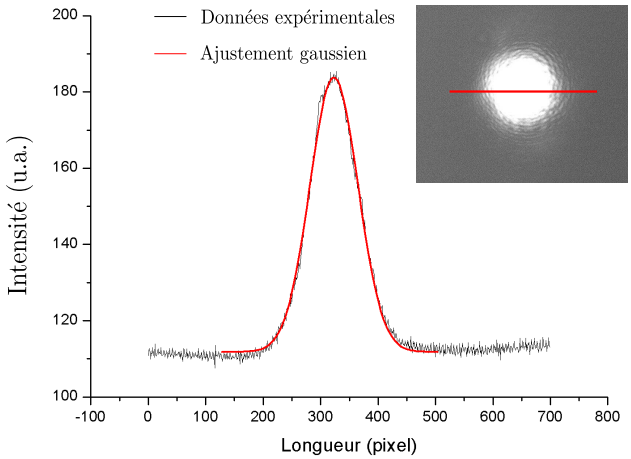


FIGURE 4.17: Profil du mode transmis par la cavité FPF. L'analyse est réalisée sur une coupe de l'image du faisceau (ligne rouge en insert) sur une caméra CCD. Le profil est ajusté par une gaussienne.

Cette cavité a pu être asservie sur le laser laissé libre. Cependant, en conditions normales d'utilisation, elle doit être asservie sur le laser lui-même asservi sur la cavité de mesure. Étant placée dans le cryostat à dilution, cette dernière vibre sur plusieurs centaines de MHz (à cause de sa très courte longueur $\simeq 400$ μm) et la masse élevée des miroirs utilisés sur le FPF (miroirs de 25 mm de diamètre) a empêché les cales piézo-électrique de répondre suffisamment rapidement.

Une modification de cette cavité, en réduisant la finesse à 100 environ (bande passante de 2,5 MHz environ), en utilisant des miroirs de diamètre 7 mm et en réalisant directement sur le signal d'erreur du FPF une compensation du signal de contrôle de la fréquence du laser est en cours.

4.2.3 Asservissement du laser à résonance

Pour observer le mouvement du micro-miroir avec la plus grande sensibilité possible, le faisceau laser doit être maintenu à résonance avec la cavité *via* un système d'asservissement. Pour générer un signal d'erreur sur une cavité Fabry Perot, la technique de Pound, Drever et Hall (PDH) est couramment utilisée [130, 131]. Technique d'asservissement très robuste et fiable, elle implique la mise en place d'un système de modulation-démodulation de la phase du laser. Cette technique a trouvé une large utilisation dans les interféromètres gravitationnels. Elle consiste à moduler la phase du faisceau incident à une fréquence grande devant la bande passante de la cavité ; le faisceau réfléchi par la cavité subit alors une modulation d'intensité qui est détectée par une photodiode. Ce signal, une fois démodulé, est proportionnel à l'écart entre la résonance de la cavité et le faisceau laser.

Nous allons voir dans la suite le principe de cette technique et la mise en œuvre expérimentale de l'asservissement.

Principe de la méthode Pound-Drever-Hall : PDH

La technique d'extraction du signal PDH est illustrée sur la figure 4.18 : le champ $\alpha_0(t)$ issu de la source laser traverse un modulateur électro-optique résonnant (MEOR) qui module la phase du champ à une pulsation Δ. L'intensité du champ $\alpha_{\text{out}}(t)$ réfléchi par la cavité et renvoyé grâce à un circulateur optique vers une photodiode, est ensuite démodulée à la même pulsation Δ puis filtrée par un filtre passe-bas ayant une pulsation de coupure inférieure à Δ.

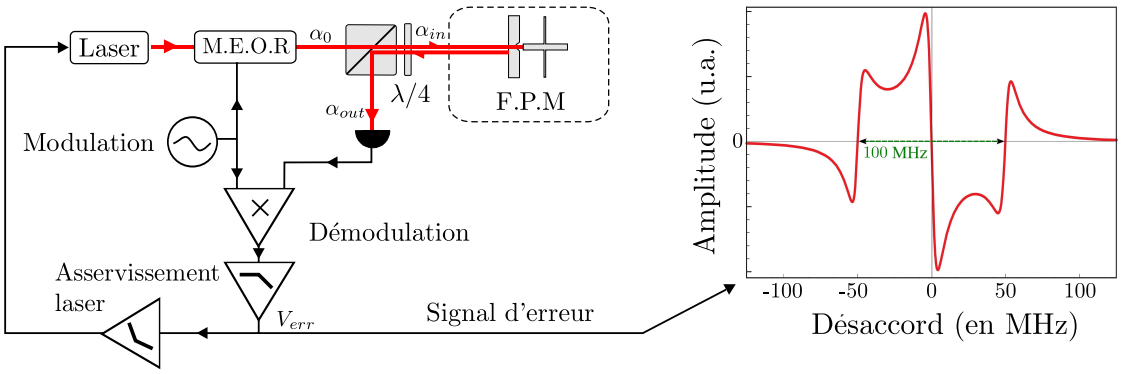


FIGURE 4.18: Gauche : Schéma de principe de l'extraction du signal d'erreur PDH. La phase du champ incident est modulée à la pulsation Δ ; l'intensité réfléchie démodulée fournit le signal d'erreur V_{err}. Le schéma du boîtier d'asservissement est représenté sur la figure 4.19. Droite : Signal d'erreur Pound-Drever-Hall pour une cavité de bande passante égale à 4 MHz, avec un laser modulé en phase à une fréquence de 50 MHz.

Le champ incident sur la cavité de mesure, modulé à la pulsation Δ avec une profondeur β, s'écrit :

$$\alpha_{\text{in}}(t) = \alpha_0(t)\, e^{i\beta\cos(\Delta t)} \simeq \alpha_0(t)\left\{J_0 + iJ_1\left(e^{i\Delta t} + e^{-i\Delta t}\right)\right\} \tag{4.2}$$

où J_0 et J_1 sont les premières fonctions de Bessel sur lesquelles se développe le champ pour une

profondeur de modulation faible. L'équation (4.2) montre que la modulation de phase ajoute au champ $\alpha_0(t)$ deux bandes latérales à des fréquences séparées de $\pm\Delta/2\pi$, et en quadrature par rapport à la porteuse. Pour une fréquence de modulation grande devant la bande passante de la cavité, les bandes latérales sont directement réfléchies par la cavité alors que la porteuse subit un déphasage qui dépend de son désaccord Ψ avec la résonance de la cavité.

Les bandes latérales apparaissent ainsi comme une référence de phase pour la mesure des variations du déphasage de la porteuse, la mesure de l'intensité du faisceau réfléchi donnant accès aux battements entre la porteuse et les bandes latérales. Le champ réfléchi est obtenu en multipliant chaque terme de la relation (4.2) par son coefficient de réflexion à la fréquence adéquate. Le coefficient de réflexion $r_\Psi[\Omega]$ à désaccord Ψ quelconque et à une fréquence Ω peut être obtenu en utilisant les relations (1.80) à (1.83) et vaut :

$$r_\Psi[\Omega] \;=\; \frac{\gamma - P + i\Psi + i\Omega\tau}{\gamma - i\Psi - i\Omega\tau}, \tag{4.3}$$

où γ est le taux d'amortissement de la cavité et P les pertes. Le champ réfléchi s'écrit alors :

$$\alpha_{\text{out}}(t) \;=\; \alpha_0(t)\left\{J_0\, r_\Psi[0] + iJ_1\left(r_\Psi[-\Delta]\, e^{i\Delta t} + r_\Psi[\Delta]\, e^{-i\Delta t}\right)\right\}. \tag{4.4}$$

L'intensité $I_{\text{out}}(t) = |\alpha_{\text{out}}(t)|^2$ mesurée par la photodiode comporte donc un terme oscillant à la pulsation Δ et d'autres termes à fréquence nulle ou double. Comme le signal est ensuite démodulé à la pulsation Δ, on ne s'intéresse ici qu'à la partie évoluant à la pulsation Δ, qui s'écrit :

$$I_{\text{out}}^{(\Delta)}(t) = -\,2\,J_0\,J_1\,\overline{I}_{\text{in}}\;\{\text{Im}\,\{r_\Psi^*[0]\,(r_\Psi[-\Delta] + r_\Psi[\Delta])\}\,\cos(\Delta t) \tag{4.5}$$

$$+\,\text{Re}\,\{r_\Psi^*[0]\,(r_\Psi[-\Delta] - r_\Psi[\Delta])\}\,\sin(\Delta t)\}\,. \tag{4.6}$$

La démodulation consiste à multiplier ce terme par une tension sinusoïdale de la forme $\cos(\Delta t+\phi)$ où ϕ est une phase ajustable. Il est ainsi possible d'extraire l'amplitude de l'un des deux termes de l'équation (4.6), ou une combinaison linéaire des deux. Le second terme ayant une dérivée nulle par rapport au désaccord Ψ autour de $\Psi = 0$, le choix optimal correspond à $\phi = 0$, qui donne un signal d'erreur de la forme :

$$V_{\text{err}}(\Psi) \;\propto\; < I_{\text{out}}(t)\,\cos(\Delta t) > \tag{4.7}$$

$$\propto\; -\,\overline{I}_{\text{in}}\,\text{Im}\,\{r_\Psi^*[0]\,(r_\Psi[-\Delta] + r_\Psi[\Delta])\}\,, \tag{4.8}$$

où la moyenne temporelle $< \ldots >$ porte sur un temps long devant la période de modulation $2\pi/\Delta$. Lorsque la fréquence des bandes latérales est grande devant la bande passante ($\Delta \gg \Omega_{\text{c}}$), l'expression du signal d'erreur se simplifie au voisinage de la résonance ($\Psi \ll \Delta\tau$) :

$$V_{\text{err}}(\Psi) \;\propto\; -\overline{I}_{\text{in}}\,\frac{2T\,\Psi}{\gamma^2 + \Psi^2}. \tag{4.9}$$

Cette expression montre que le signal d'erreur varie très rapidement et change de signe autour de $\Psi = 0$, ce qui permet de réaliser un asservissement efficace. La dépendance du signal d'erreur avec le désaccord Ψ pour une cavité de bande passante $\Omega_{\text{c}} = \gamma/\tau = 2\pi \times 4\,\text{MHz}$ et une fréquence de modulation $\Delta/2\pi = 50\,\text{MHz}$ est représentée sur la figure 4.18.

On peut remarquer que le signal reste positif pour tout désaccord Ψ à l'intérieur de la plage $[-\Delta, 0]$, tandis qu'il est négatif sur $[0, \Delta]$; cela montre que ce type d'asservissement peut localiser la résonance du laser sur une plage de capture bien plus grande que la bande passante de la cavité, ce qui facilite l'accrochage de la fréquence du laser.

Principe de fonctionnement du boîtier d'asservissement

Une fois le signal d'erreur obtenu, il doit être mis en forme pour contrôler la rétroaction sur le laser. En effet, on est en présence d'un système bouclé et quelques précautions doivent être prises pour éviter l'auto-oscillation. Pour cela, on filtre le signal d'erreur afin de vérifier le critère de Nyquist [7]. L'équipe possède une grande expertise de ces boîtiers de filtrage qui sont améliorés de thèse en thèse. Le schéma électronique simplifié du boîtier que j'ai conçu est visible sur la figure 4.19. Une photographie en est donnée sur la figure 4.20.

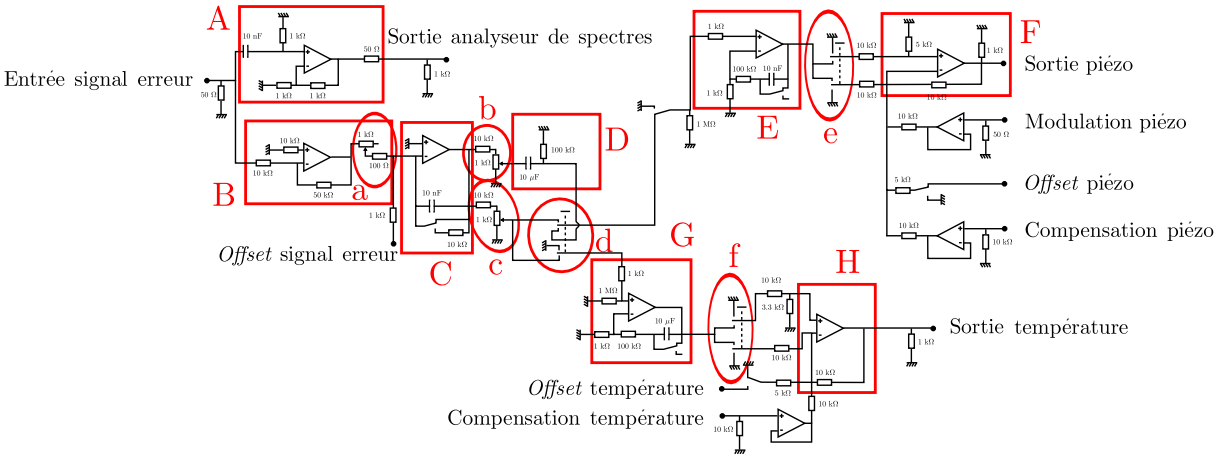


FIGURE 4.19: Schéma électrique du boîtier d'asservissement à deux voies.

On peut y voir les différents blocs qui permettent de vérifier le critère de Nyquist tout en ayant un gain maximal à basse fréquence :

- A : cet étage permet de visualiser sur un analyseur de spectre le signal d'erreur [8] en respectant l'adaptation à 50 Ω sans rajouter aucun gain. En effet, le signal d'erreur étant proportionnel à la longueur de la cavité, il peut être utilisé pour mesurer la position du micropilier. Le filtre passe-bas en entrée évite de saturer l'analyseur avec une éventuelle partie DC dans le signal d'erreur.
- B : cet étage permet d'amplifier le niveau du signal d'erreur continûment grâce au potentiomètre (a).
- C : ce premier étage d'intégration assure un fort gain à basse fréquence tout en respectant le critère de Nyquist. Les voies rapide (en haut) et lente (en bas) y sont alors séparées, et possèdent chacune leur propre gain (potentiomètres b et c).
- D : cet étage passe-haut permet à la voie lente de prendre la main sur la voie rapide lorsqu'elle est enclenchée (interrupteur d)
- E : second étage d'intégration sur la voie rapide. L'intégrateur est coupé à 10 kHz afin que le gain dans la plage de résonance de la cale piézo-électrique reste à -10 dB/décade (gage

7. Le gain de la boucle doit être inférieur à 1 lorsque le déphasage créé par la boucle vaut π.
8. Ce signal est proportionnel au déplacement du miroir mobile lorsque la cavité est maintenue à résonance.

de stabilité [9]).

– F : un étage final de sommation permet de choisir la phase du boîtier (interrupteur e) et éventuellement de rajouter une modulation, un *offset* ou une compensation directement sur la cale du laser.
– G, H et f : étages et interrupteur, pendants pour la voie lente des étages E, F et e.

Les amplificateurs opérationnels sont des OP27 possédant une fréquence de coupure suffisamment élevée (8 MHz en gain 1) tout en étant bas bruit. Les *offsets* ont été intégrés à la boîte pour plus de confort et sont générés a partir de références ultrastables de 10 V(Ref 01).

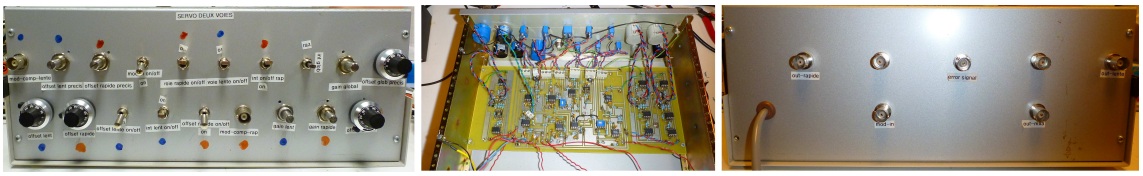


FIGURE 4.20: Photographies du boîtier d'asservissement 2 voies.

Le boîtier a été testé en boucle ouverte puis en boucle fermée. Les résultats en boucle ouverte sont peu significatifs à cause de la dérive rapide des étages intégrateurs. Je ne présenterai donc que les résultats en boucle fermée. Les fonctions de transfert des voies respectivement lente et rapide sont visibles sur la figure 4.21 (resp. a et b). La boucle est réalisée en fermant directement le boîtier sur lui-même. En effet un test *in situ* n'est pas envisageable, le bruit naturel que l'on cherche à compenser étant bien plus grand que la modulation utilisée pour la caractérisation. De plus, le phénomène d'auto-oscillation empêche de travailler à gain trop élevé. Les fonctions de transfert ne sont pas présentées sous forme de diagramme de Nyquist. En effet, la composante la plus importante de la boucle manquant ici (la cale piézo-électrique) le diagramme de Nyquist n'apporterait que peu d'informations pour une utilisation pratique.

On peut voir sur la figure 4.21 que l'asservissement possède un taux de réjection du bruit de plus de 40 dB sur la voie lente. De plus, on peut obtenir un taux de réjection de plus de 35 dB jusqu'à 1 kHz sur la voie rapide avant toute auto-oscillation du boîtier lui-même (résonance à 35 kHz pour une réjection de 40 dB au moins en DC). On sera donc, dans la pratique, bien limité par les performances de la cale piézo-électrique utilisée pour contrôler la fréquence du laser et non par le boîtier lui-même.

Mise en oeuvre

Ce type de boîtier a été utilisé pour asservir la cavité FPF et la cavité FPM. Dans le cadre de la cavité FPF, les voies lentes et rapides contrôlent respectivement les cales lentes et rapide de la cavité. Dans le cas de la cavité FPM, la voie rapide contrôle la cale piézo-électrique du laser et la voie lente celle de la cavité FPM. En effet, la cale de la cavité FPM n'est utilisée qu'à basse fréquence pour limiter au maximum son échauffement dans le cryostat.

9. Les cales piézo-électrique présentent en général une fréquence de résonance autour de 10 à 100 kHz, pour laquelle non seulement le gain de la boucle est fortement amplifié mais également la phase varie de π. C'est surtout cette variation de phase qui pose problème, associant une phase globale de π à un gain amplifié

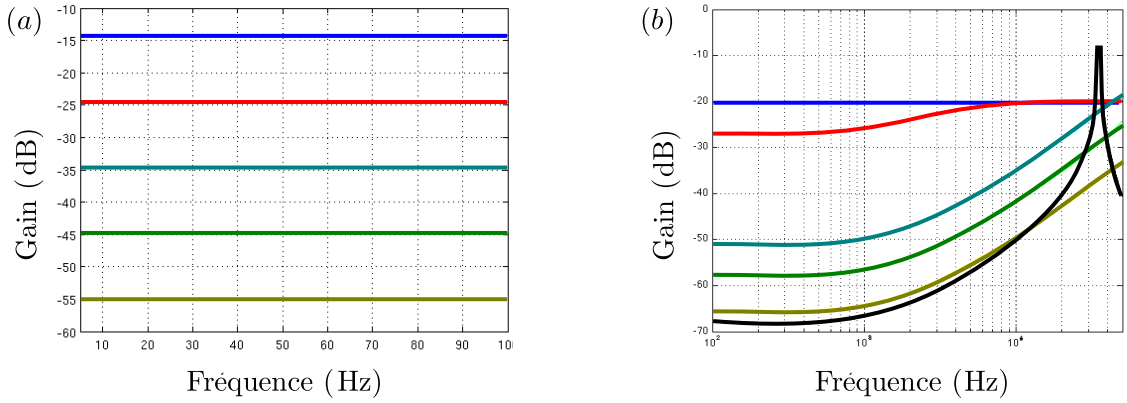


FIGURE 4.21: Diagrammes de Bode des deux voies (lente a et rapide b) du boîtier d'asservissement en boucle fermée. Les diagrammes sont réalisés pour différents gains de la boucle (croissants de la courbe rouge à la courbe jaune). On note l'auto-oscillation du boîtier à 33 kHz pour un gain supérieur au gain-limite fixé par le critère de Nyquist.

4.2.4 Détection de la phase du faisceau réfléchi

Les fluctuations de phase du faisceau réfléchi sont mesurées en utilisant une technique d'homodynage avec un faisceau définissant une référence de phase, appelé oscillateur local, issu de la même source laser que le faisceau de mesure. Les interférences résultant du mélange de ces deux faisceaux permettent de remonter aux fluctuations de phase du faisceau de mesure, c'est-à-dire aux fluctuations de position du miroir mobile.

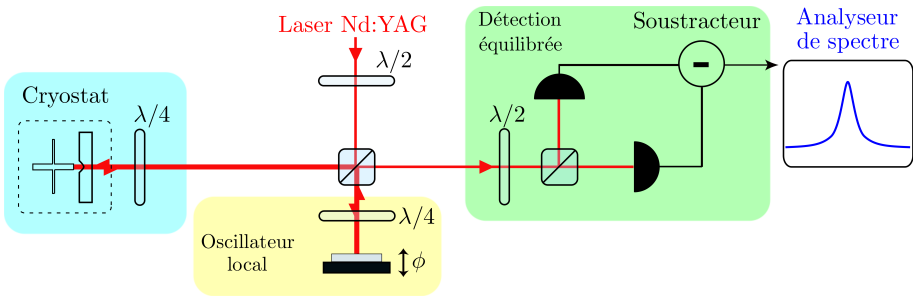


FIGURE 4.22: Schéma optique de la détection homodyne, composée d'une détection équilibrée et d'un oscillateur local.

Principe de fonctionnement de la détection homodyne

Le schéma de la détection utilisée est représenté sur la figure 4.22. Elle est composée d'une détection équilibrée, comprenant deux photodiodes et un boîtier soustracteur, et d'un oscillateur local. Son principe de fonctionnement est le suivant :

- Le faisceau incident, polarisé linéairement, est séparé en deux parties d'intensités réglables grâce au cube séparateur de polarisations précédé d'une lame demi-onde ($\lambda/2$), de manière à créer l'oscillateur local et le faisceau de mesure.
- Chaque faisceau traverse alors deux fois une lame quart d'onde ($\lambda/4$) tournée à 45°, les deux faisceaux voient ainsi leurs polarisations tournées de π, et se recombinent spatialement sur le quatrième port du cube. Les deux faisceaux ne peuvent cependant pas interférer à ce stade car leurs polarisations sont orthogonales.

- Pour les mélanger, on place sur leur trajet commun une lame $\lambda/2$ dont les axes sont tournés à $22,5^\circ$. Les polarisations de chaque faisceau sont ainsi tournées de $\pi/2$ lors de leur passage au travers de cette lame.
- Le cube de la détection équilibrée se comporte alors pour chaque faisceau incident comme une lame semi-réfléchissante en les séparant en deux parties d'égales intensités. Les deux moitiés de faisceaux transmises dans chacune des voies de sortie du cube ayant la même polarisation, elles peuvent maintenant interférer.

En notant α_{out} le champ réfléchi par la cavité, et $\alpha_{OL}e^{i\varphi}$ le champ de l'oscillateur local, où les amplitudes moyennes $\overline{\alpha}_{OL}$ et $\overline{\alpha}_{out}$ sont choisies réelles (cela revient à fixer l'origine des temps pour α_{out} et à définir φ comme le déphasage entre les deux champs moyens), les amplitudes $\alpha_1(t)$ et $\alpha_2(t)$ détectées par les deux photodiodes s'écrivent :

$$\alpha_1(t) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[\alpha_{out} + \alpha_{OL}e^{i\varphi}\right], \tag{4.10}$$

$$\alpha_2(t) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[\alpha_{out} - \alpha_{OL}e^{i\varphi}\right]. \tag{4.11}$$

Les deux photocourants sont ensuite amplifiés puis soustraits l'un à l'autre. Le courant I_- qui résulte de cette soustraction s'écrit alors :

$$I_-(t) \propto 2Re\left(\alpha_{out}(t){\alpha_{OL}}^*(t)e^{-i\varphi}\right), \tag{4.12}$$

et ses fluctuations δI_- s'obtiennent en linéarisant l'équation (4.12) autour de la valeur moyenne des champs :

$$\begin{aligned}\delta I_-(t) = \overline{\alpha}_{OL}[\delta\alpha_{out}(t)e^{-i\varphi} + \delta{\alpha_{out}}^*(t)e^{i\varphi}]\\ + \overline{\alpha}_{out}[\delta\alpha_{OL}(t)e^{i\varphi} + \delta{\alpha_{OL}}^*(t)e^{-i\varphi}].\end{aligned} \tag{4.13}$$

Ces fluctuations sont donc la somme des fluctuations de la quadrature $\alpha_{out,\varphi}$ du champ réfléchi par la cavité et de la quadrature $\alpha_{OL,-\varphi}$ de l'oscillateur local, pondérées respectivement par les champs moyens $\overline{\alpha}_{OL}$ et $\overline{\alpha}_{out}$. En fixant l'intensité de l'oscillateur local grande devant celle du faisceau de mesure, le second terme de l'équation (4.13) peut être négligé : la différence des photocourants retranscrit ainsi les fluctuations de phase du faisceau réfléchi, et son spectre de bruit $S_-[\Omega]$, mesuré à l'aide d'un analyseur de spectre, est proportionnel au spectre $S_\varphi^{out}[\Omega]$ de bruit de la quadrature d'angle φ du champ α_{out} :

$$S_-[\Omega] = \overline{I}_{OL}\, S_\varphi^{out}[\Omega]. \tag{4.14}$$

La composante continue de I_- est quant à elle utilisée pour choisir la quadrature φ mesurée. Elle est en effet directement reliée au déphasage relatif moyen entre les champs :

$$\overline{I}_- = 2\sqrt{\overline{I}_{out}\overline{I}_{OL}}\cos\varphi. \tag{4.15}$$

En pratique, cette partie basse fréquence de la différence des photocourants sert comme signal d'erreur afin de contrôler la longueur du bras de l'oscillateur local, en pilotant une cale piézo-électrique sur laquelle est monté le miroir de l'oscillateur local.

Détection équilibrée

La détection équilibrée est un élément essentiel de la détection homodyne mais peut aussi être utilisée sans oscillateur local. On mesure ainsi le spectre de bruit d'intensité d'un faisceau sur la somme des signaux des deux photodiodes et le bruit de photon standard (*shot noise*) sur la différence. En effet, l'équation (4.13) s'écrit, en prenant comme oscillateur local l'état cohérent vide α_v :

$$\delta I_-(t) = \overline{\alpha}_{out}(\delta\alpha_v + \delta\alpha_v^*), \tag{4.16}$$

alors que les fluctuations d'intensité sur la voie somme s'écrivent :

$$\delta I_+(t) = \overline{\alpha}_{out}(\delta\alpha_{out} + \delta\alpha_{out}^*). \tag{4.17}$$

On mesure donc le bruit d'intensité du faisceau avec la même sensibilité que le bruit de photon standard. On peut ainsi comparer directement ces deux grandeurs et obtenir rapidement une mesure absolue du bruit d'intensité (figures 4.5 et 4.13).

Photodiodes

Le montage des photodiodes utilisées pour la détection a été réalisé par Olivier Arcizet en 2005 [126]. Il s'agit d'un montage simple en trans-impédance dont le schéma électrique simplifié est donné sur la figure 4.23. Elles possèdent un *Noise Equivalent Power*[10] de 100 μW environ et saturent à 10 mW. Ces paramètres sont réglés par la résistance de contre-réaction et sont optimisés pour notre utilisation (500 μW incidents sur la cavité et 10 mW dans l'oscillateur local). Les photodiodes ont été équilibrées optiquement à basse fréquence, mais présentent un défaut d'équilibrage en gain et en phase à haute fréquence (50 MHz). C'est ce défaut [11] qui nous a empêchés d'utiliser la somme des signaux de la détection équilibrée pour réaliser le signal PDH et nous a conduits à prélever une partie du signal réfléchi grâce à une lame de verre, comme nous allons le voir à la fin de cette partie.

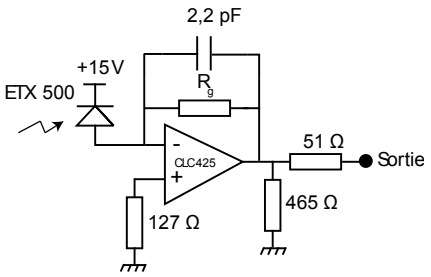


FIGURE 4.23: Schéma électrique des boîtiers amplificateurs utilisés pour les photodiodes.

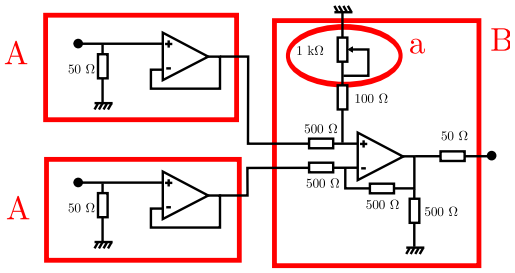


FIGURE 4.24: Schéma électrique simplifié du boîtier soustracteur.

Boîtier soustracteur

La réalisation d'un boîtier soustracteur à bas bruit et bien équilibré est nécessaire pour pouvoir

10. Puissance optique en deçà de laquelle le bruit électronique de l'étage d'amplification du photocourant est supérieur au bruit de photon standard *shot noise*.

11. *A priori* rattrapable en ajoutant un déphaseur à 50 MHz et un potentiomètre d'équilibrage sur l'étage sommateur.

réaliser des mesures limitées quantiquement. Encore une fois, je suis parti d'un boîtier soustracteur utilisé par l'équipe. Ce dernier a été optimisé par Gérard Vuibert, en stage de L3 sous ma direction. Il dispose d'un étage d'adaptation d'impédance sur chacune des entrées (A sur la figure 4.24) et d'un potentiomètre d'équilibrage a. Le taux de réjection à 1 MHz a été mesuré à -34 dB avec un déphasage par rapport aux entrées de 70° environ. Les amplificateurs opérationnels utilisés (modèle LM7171) présentent une grande bande passante (200 MHz) et un fort courant de saturation. Utilisés ici en gain unitaire, ils sont parfaitement adaptés pour être chargés à 50 Ω par un analyseur de spectre.

Limitations techniques et mise en oeuvre

Nous avons pu voir dans les paragraphes précédents que la longueur de l'oscillateur local doit être asservie afin de mesurer toujours la même quadrature du faisceau réfléchi par la cavité. Un problème se pose alors car il faut accorder trois grandeurs (la longueur de la cavité, la longueur de l'oscillateur local et la longueur d'onde du laser) ensemble en évitant les bouclages d'asservissement. Il faut pour cela deux signaux d'erreurs indépendants : le signal PDH (normalement récupéré sur la voie somme de la détection équilibrée) pour la cavité et le signal basse fréquence de la détection équilibrée pour l'oscillateur local.

Le problème est que le signal somme est contaminé par la modulation de phase à 50 MHz utilisée pour générer le signal d'erreur PDH. Cette contamination rend alors la technique PDH inutilisable, dans la mesure où cette modulation supplémentaire vient complètement déformer le signal d'erreur, rendant tout asservissement impossible. Je présente ici un calcul, réalisé par Emmanuel Van Brackel alors en stage de M2 sous ma direction, qui tient compte des différents déséquilibres liés aux photodiodes ainsi qu'à la longueur de l'oscillateur local.

On note α_0 le champ incident arrivant avant le modulateur électro-optique, α_{out} et α_{OL} le champ réfléchi par la cavité et l'oscillateur local, dont les longueurs des bras sont respectivement L_1 et L_2. On note $\delta L = L_1 - L_2$ la différence de longueur entre ces deux bras.

En sortie du modulateur électro-optique résonant (MEOR), le champ subit une modulation de phase à la pulsation Δ qui s'écrit (4.2) $\alpha_{in}(t) = \alpha_0 e^{i\beta\cos(\Delta t)}$. Ce dernier est séparé en une partie r allant dans la cavité, et une partie $(1-r)$ dans l'oscillateur local. Ainsi, les champs retournant dans la détection homodyne s'écrivent, à une phase globale près, :

$$\alpha_{out}(t) = \sqrt{r}\ \alpha_0\ e^{i\psi}, \tag{4.18}$$

$$\alpha_{OL}(t) = \sqrt{1-r}\ \alpha_0\ e^{-i\psi}. \tag{4.19}$$

La phase [12] $\psi = 2\pi\delta L/\lambda + \beta\sin(\Delta t)\sin(\Delta\delta L/c)$ de chaque champ contient le terme de propagation lors de l'aller-retour dans chaque bras (en $\delta L/\lambda$), ainsi que le déphasage lié à la modulation de phase pour lequel on tient compte des temps différents de propagation (en $\delta L/c$). Après le passage par l'association de la lame demi-onde et du cube séparateur de polarisation, le champ arrivant sur chaque photodiode s'écrit (4.10, 4.11), à une phase globale près, :

$$\alpha_1(t) \quad = \sqrt{\eta}\left(\sqrt{r}\ e^{i\psi} + \sqrt{1-r}\ e^{-i\psi}\right)\alpha_0, \tag{4.20}$$

$$\alpha_2(t) = \sqrt{1-\eta}\left(\sqrt{r}\ e^{i\psi} - \sqrt{1-r}\ e^{-i\psi}\right)\alpha_0, \tag{4.21}$$

12. Chaque champ α_i acquiert une phase $4\pi L_i/\lambda + \beta\cos\left(\Delta(t - 2L_i/c)\right)$ durant l'aller-retour qu'il effectue dans le bras i. La phase relative est obtenue en développant canoniquement ($e^a = e^{(a+b)/2}e^{(a-b)/2}$ et $e^b = e^{(a+b)/2}e^{-(a-b)/2}$) les exponentielles afin de faire apparaitre leur phase commune ($\beta\cos(\Delta t)\cos(\Delta\delta L/c)$).

où η représente le déséquilibre optique au niveau de la détection homodyne. On peut alors calculer les intensités détectées par chaque photodiode :

$$I_1(t) = \eta\ I_0\ \left[1 + 2\sqrt{r(1-r)}\cos(2\psi)\right], \tag{4.22}$$

$$I_2(t) = (1-\eta)\ I_0\ \left[1 - 2\sqrt{r(1-r)}\cos(2\psi)\right]. \tag{4.23}$$

Comme la profondeur de modulation vérifie $\beta \ll 1$, on peut développer les fonctions trigonométriques autour de 0, puis réécrire $I_1(t)$ et $I_2(t)$:

$$I_1(t) = \eta\ I_0\ \left[1 + 2\sqrt{r(1-r)}\left(\cos\left(4\pi\frac{\delta L}{\lambda}\right) - \tilde{\beta}\sin\left(4\pi\frac{\delta L}{\lambda}\right)\sin(\Delta t)\right)\right], \tag{4.24}$$

$$I_2(t) = (1-\eta)\ I_0\ \left[1 - 2\sqrt{r(1-r)}\left(\cos\left(4\pi\frac{\delta L}{\lambda}\right) - \tilde{\beta}\sin\left(4\pi\frac{\delta L}{\lambda}\right)\sin(\Delta t)\right)\right]. \tag{4.25}$$

avec $\tilde{\beta}$ la profondeur de modulation effective $\tilde{\beta} = 2\beta\sin(\Delta\delta L/c)$. Pour connaître le signal à la sortie de chaque photodiode, il convient de prendre en compte leur gain. On note $g_i[\Omega]$, avec $i \in \{1,2\}$ le gain de chaque photodiode. On a dans l'espace des fréquences $V_i[\Omega] = g_i[\Omega]I_i[\Omega]$, soit un produit de convolution dans l'espace temporel, le calcul aboutissant à :

$$\begin{aligned} V_1(t) = \eta I_0 \Big[& g_1[0]\left(1 + 2\sqrt{r(1-r)}\cos(4\pi\delta L/\lambda)\right) \\ & -2\tilde{\beta}\sqrt{r(1-r)}\sin(4\pi\delta L/\lambda)\mathrm{Im}\left(g_1[\Delta]e^{i\Delta t}\right)\Big], \end{aligned} \tag{4.26}$$

$$\begin{aligned} V_2(t) = (1-\eta) I_0 \Big[& g_2[0]\left(1 - 2\sqrt{r(1-r)}\cos(4\pi\delta L/\lambda)\right) \\ & +2\tilde{\beta}\sqrt{r(1-r)}\sin(4\pi\delta L/\lambda)\mathrm{Im}\left(g_2[\Delta]e^{i\Delta t}\right)\Big], \end{aligned} \tag{4.27}$$

où on a supposé $g_1[0]$ réel, mais $g_1[\Delta]$ est *a priori* complexe. On obtient une expression similaire pour $V_2(t)$ et la différence des deux signaux vaut alors :

$$\begin{aligned} V_-(t) &= V_1(t) - V_2(t) \\ &= \left(\eta g_1[0] - (1-\eta)g_2[0]\right) I_0 + 2I_0\sqrt{r(1-r)}\left(\eta g_1[0] + (1-\eta)g_2[0]\right)\cos(4\pi\frac{\delta L}{\lambda}) \\ &\quad - 2\tilde{\beta}I_0\sqrt{r(1-r)}\sin(4\pi\frac{\delta L}{\lambda})\mathrm{Im}((\eta g_1[\Delta] + (1-\eta)g_2[\Delta])\, e^{i\Delta t}). \end{aligned} \tag{4.28}$$

On souhaite que V_- ne possède pas de composante continue (première ligne dans cette équation), ce qui donne bien la condition habituelle sur les gains à basse fréquence et sur la longueur des bras :

$$\eta g_1[0] = (1-\eta)g_2[0] \quad \text{et} \quad \frac{L_2 - L_1}{\lambda/2} \equiv \frac{\pi}{2}\,[\pi]. \tag{4.29}$$

La première condition signifiant que le déséquilibre optique η doit être compensé par un déséquilibre entre les gains électroniques des deux photodiodes. La seconde signifie que les champs moyens de l'oscillateur local et du faisceau réfléchi par la cavité sont en quadrature. Notons que cela ne signifie pas nécessairement que les deux bras sont de longueurs approximativement égales, puisque la condition est modulo $\lambda/2$.

La somme des signaux des deux photodiodes vaut quant à elle $V_+(t) = V_1(t) + GV_2(t)$, où G

est un gain réglable utilisé pour ajuster les gains électroniques à haute fréquence. En utilisant les conditions précédemment trouvées sur V_-, on obtient :

$$V_+(t) = \eta g_1[0](1+G)I_0 - 2\tilde{\beta} I_0 \sqrt{r(1-r)} \mathrm{Im}\left((\eta g_1[\Delta] - G(1-\eta) g_2[\Delta])\, e^{i\Delta t} \right). \tag{4.30}$$

On constate que V_+ est modulé à la pulsation Δ (deuxième terme dans cette équation), à moins d'arriver à parfaire l'équilibrage des gains à haute fréquence :

$$\eta g_1[\omega] = G(1-\eta) g_2[\omega], \tag{4.31}$$

ou encore à annuler la profondeur de modulation effective $\tilde{\beta}$ en réduisant δL (tout en respectant la condition 4.29). Nous avons cherché à vérifier la condition sur les gains, qui est difficile à obtenir car il faut ajuster à la fois l'amplitude et la phase de G, et nous avons réglé δL avec une précision de l'ordre du cm (soit $\tilde{\beta} < \beta/10$) où la modulation à 50 MHz a pu être partiellement supprimée.

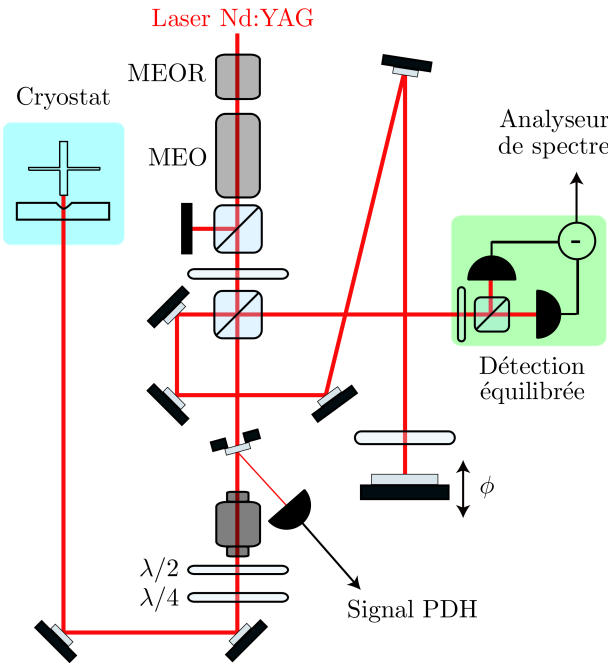


FIGURE 4.25: Schéma optique de la détection de la phase du signal réfléchi par la cavité de mesure. Les longueurs des deux bras sont quasi égales. Un rotateur de Faraday suivi d'un couple de lames demi- et quart-d'onde permet de choisir la polarisation incidente sur la cavité tout en maximisant l'efficacité de la détection.

Afin d'éviter tout problème de contamination, le schéma optique utilisé est celui présenté sur la figure 4.25. Le signal PDH est prélevé en amont de la détection équilibrée à l'aide d'une lame de verre inclinée (on prélève ainsi 4 % de l'intensité lumineuse). Le signal est de faible intensité, mais une photodiode à avalanche de bande passante 50 MHz permet d'extraire un signal d'erreur suffisant pour asservir la fréquence du laser sur le mode optique de la cavité. L'asservissement de l'oscillateur local est quant à lui réalisé grâce à un boîtier d'asservissement commercial (modèle Newfocus LB1005 High-Speed Servo Controller), en utilisant la partie basse fréquence de la sortie soustracteur de la détection équilibrée.

4.3 Conception de la cavité millimétrique à petit *waist*

Nous allons, dans cette partie, commencer par voir quelles sont les caractéristiques géométriques que doit posséder la cavité pour espérer observer des effets quantiques sur notre résonateur mécanique. Nous verrons alors que les miroirs disponibles commercialement ne permettent pas une telle réalisation. Je présenterai donc dans un second temps les micro-miroirs que j'ai développés durant ma thèse afin de réaliser une cavité aux caractéristiques optimales.

4.3.1 Caractéristiques de la cavité

Dans cette partie, je vais présenter les contraintes géométriques et technologiques auxquelles j'ai dû m'adapter. Nous verrons alors quelles conséquences cela a sur les miroirs de couplage à utiliser (le miroir de fond de la cavité étant celui déposé sur le résonateur).

4.3.1.1 Contraintes géométriques

Les contraintes géométriques sont présentes sous deux formes :
- la longueur de la cavité et la courbure du miroir d'entrée doivent vérifier des critères bien précis afin d'assurer une grande finesse,
- tout en assurant un bon recouvrement spatial entre le mode de la cavité et le mode laser incident.

Taille de la cavité et du coupleur d'entrée

On a vu au chapitre 1 que pour réaliser un refroidissement laser en se plaçant dans le régime des bandes latérales résolues, la bande passante de la cavité doit être de l'ordre de 1 MHz pour un résonateur oscillant à 4 MHz. Avec une finesse allant de 50 000 à 100 000 (la meilleure possible tout en restant technologiquement facilement accessible), cela donne longueur de cavité de 1,5 à 3 mm. De plus, on a vu au chapitre 2 que la taille maximum du *waist* (localisé sur le miroir plan déposé au sommet du micro-pilier) est de 10 μm. Ces deux paramètres vont complètement caractériser la géométrie optique (courbure et taille du miroir d'entrée) de la cavité. En effet, d'après les lois de l'optique gaussienne en cavité [90], pour obtenir un si petit *waist* avec une telle longueur, le rayon de courbure du miroir d'entrée doit être de quelques millimètres tout en gardant une rugosité à l'échelle de l'angström. De tels miroirs n'étant pas disponibles commercialement, il a fallu que je les fabrique moi-même. Le procédé de fabrication sera exposé dans ce chapitre au paragraphe 4.4.1.

Adaptation spatiale du faisceau incident

Les pertes dans la cavité ne sont pas la seule cause possible de dégradation de la sensibilité de la mesure. Parmi les autres possibilités, on peut citer le rendement quantique de la détection et l'adaptation spatiale du faisceau laser sur la cavité, que nous examinons ici.

Nous avons jusqu'à présent considéré le faisceau incident parfaitement adapté au mode fondamental TEM_{00} de la cavité. Dans le cas contraire, la projection du faisceau sur les modes transverses de la cavité possède des composantes non nulles ; ces modes ayant en général des fréquences de résonance différentes de celle du mode fondamental, ils sont simplement réfléchis par la cavité. Ainsi, une partie de la lumière incidente ne pénètre pas dans la cavité, ce qui diminue le rapport signal-à-bruit.

Nous pouvons décomposer le champ incident α_{in} sur le mode fondamental α_{in}^0 plus une partie β qui prend en compte tous les modes transverses :

$$\alpha_{in}(\mathbf{s},t) \;=\; \alpha_{in}^0(t)\, v_0(\mathbf{s})\, \mathrm{e}^{-i\omega_0 t} + \beta(\mathbf{s},t). \tag{4.32}$$

Le paramètre d'adaptation spatiale η_{cav} est défini comme le rapport entre l'intensité incidente réellement couplé à la cavité et l'intensité incidente totale, ce qui permet d'écrire :

$$\alpha_{in}^0(t) \;=\; \sqrt{\eta_{cav}}\, \alpha_{in}(t). \tag{4.33}$$

η_{cav} peut s'écrire comme le recouvrement spatial entre le faisceau laser et le mode $\mathrm{TEM}_{0,0}$ de la cavité. Si on les considère suffisamment proches, on peut développer à l'ordre le plus bas cette intégrale sous la forme :

$$\eta_{cav} = |\langle \alpha_{in}(\mathbf{s}), \alpha(\mathbf{s})\rangle|^2 \approx 1 - \left(\frac{\Delta w}{w_0}\right)^2 - \frac{1}{4}\left(\frac{\Delta L}{x_R}\right)^2, \tag{4.34}$$

où ΔL est la distance entre la position longitudinale des deux *waists*, Δw la différence de taille entre les deux *waists*, x_R la longueur de Rayleigh moyenne et w_0 le *waist* moyen.

Notons que le pic d'Airy observé en absorption sur le faisceau réfléchi (voir par exemple la figure 1.13) dépend à la fois des pertes de la cavité et de l'adaptation spatiale. Cela peut se comprendre en considérant qu'à résonance la totalité du faisceau ne pénètre pas dans la cavité et donc une partie seulement subit des pertes. En utilisant les équations (1.84), on peut écrire l'intensité réfléchie en tenant compte du facteur η_{cav} :

$$\overline{I}_{out}^{\overline{\Psi}=0} \;=\; \overline{I}_{in}^0 \left(\frac{T-P}{T+P}\right)^2 + |\overline{\beta}|^2\;, \quad \overline{I}_{out}^{\overline{\Psi}=\pm\infty} = \overline{I}_{in}. \tag{4.35}$$

Le coefficient de réflexion à résonance, défini par l'équation (1.85), devient alors :

$$\mathcal{R} \;=\; 1 - \eta_{cav}\left[1 - \left(\frac{T-P}{T+P}\right)^2\right]. \tag{4.36}$$

Dans le cas d'une adaptation spatiale imparfaite ($\eta_{cav} < 1$), seul le champ α_{in}^0 est couplée au résonateur, le champ β étant directement réfléchi par la cavité. D'après la relation (1.99), le déplacement minimum observable devient $\sqrt{S_x^{shot}[\Omega]}/\sqrt{\eta_{cav}}$: la sensibilité est ainsi réduite d'un facteur $\sqrt{\eta_{cav}}$.

Recouvrement spatial (*Mode matching*)

Lors de la conception de cette cavité, j'ai apporté un soin tout particulier au recouvrement spatial entre le mode de la cavité et le laser utilisé. Travailler avec de si petits *waists* nécessite de prendre en compte des effets habituellement négligés. Par exemple, le miroir d'entrée étant un substrat plan-concave dont la face concave est traitée avec un dépôt diélectrique de haute réflectivité, on ne peut pas négliger l'effet de lentille divergente sur le faisceau laser incident lors de sa traversée. Cet effet est d'autant plus important que les courbures mises en jeu sont très faibles (de l'ordre du mm). Par exemple, pour le coupleur S6-8c dont il sera principalement question dans la suite et dont le rayon de courbure avoisine les 800 μm, la formule des opticiens nous permet de calculer l'effet de lentille divergente associé (f=-2R=-1 600 μm en prenant l'indice du substrat égal à

1.5). Cet effet divergent est très important et est à prendre en compte impérativement.

Le calcul de la position des différentes lentilles qui optimise le recouvrement spatial est réalisé à l'aide du logiciel **Gaussian Beam**. L'utilisation du cryostat à dilution a compliqué encore un peu plus la tâche : après la zone froide utile qui mesure 150 mm de longueur le long de l'axe optique (figure 3.23), les 6 écrans sont répartis sur plus de 500 mm, entre lesquels il est impossible de disposer la moindre lentille. Il a donc fallu trouver une configuration où un faisceau relativement large (donc peu divergent) traverse les écrans pour ensuite être fortement focalisé par deux lentilles successives. Ces lentilles sont alors situées à l'intérieur de la zone froide, au plus près de la cavité.

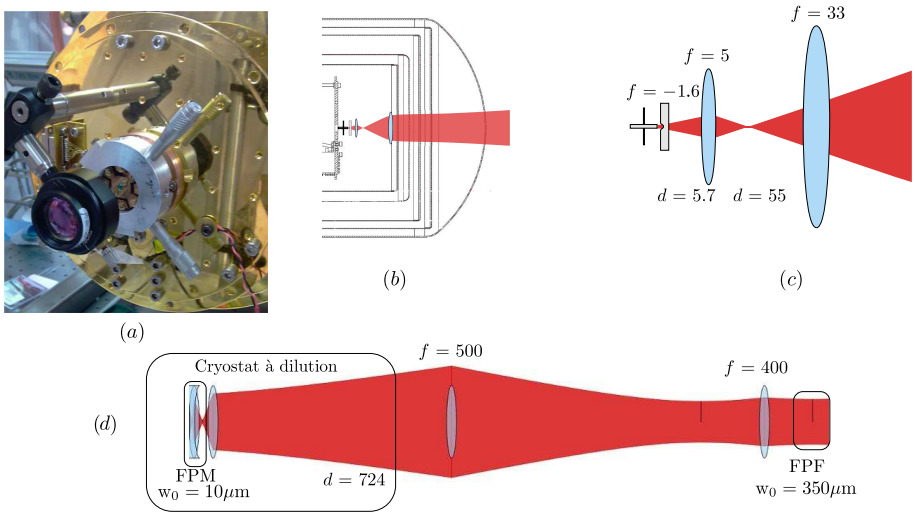


FIGURE 4.26: (a) : Photographie du système à deux lentilles à l'intérieur de la zone froide du cryostat à dilution. (b, c et d) : Schémas optique du système d'injection du laser de l'extérieur du cryostat à la cavité située sur la platine froide. Les distances physiques ainsi que les distances focales sont données en mm. Les profils d'intensité sont calculés à l'aide du logiciel Gaussian Beam.

4.3.1.2 Contraintes techniques

L'utilisation d'une cavité courte et de haute finesse en environnement cryogénique et soumise à des contraintes supplémentaires :

- l'encombrement stérique est le problème le plus évident,
- mais il faut également compter avec les problèmes de thermalisation
- ainsi qu'avec les problèmes d'accordabilité entre la cavité et le laser.

Compatibilité avec la cryogénie à dilution

Le cryostat à dilution ayant été conçu pour offrir une grande zone de travail, la taille de la cavité n'a pas vraiment été un problème. Le *mode matchnig* fut cependant plus problématique comme nous venons de le voir. Néanmoins, pour garder une grande modularité dans l'expérience, j'ai choisi de réaliser une cavité qui puisse être utilisée dans le cryostat à circulation (à zone utile fortement réduite). La cavité a donc dû tenir dans un cylindre de 30 mm de diamètre et de 30 mm de hauteur. Cette contrainte de taille n'a pas été un sacrifice à la modularité. En effet, comme nous allons le voir dans la suite, la compacité de la cavité a permis sa bonne thermalisation et sa robustesse face aux désalignements lors des descentes en température.

La cavité devant être placée dans un cryostat à dilution, il a fallu respecter des contraintes supplémentaires lors de sa conception. Pour assurer une bonne thermalisation, elle a été réalisée intégralement en cuivre, avec une taille la plus réduite possible. J'ai également porté un grand soin au respect des symétries afin que cette dernière ne se désaligne pas lors du refroidissement.

Robustesse de l'alignement
L'alignement est en effet un paramètre critique, étant donné la taille des *waists* mise en jeu. En effet, un décalage latéral du mode de la cavité de quelques microns seulement va faire chuter drastiquement le facteur de recouvrement avec le laser incident. Une fois le cryostat fermé, nous n'avons plus accès aux réglages se trouvant à l'intérieur, il a donc fallu concevoir un système qui soit suffisamment robuste pour résister aux contraintes mécaniques ayant lieu lors du passage de 300 K à moins de 1 K sans se déformer.

Accordabilité de la cavité
Enfin, la source de lumière utilisée étant un laser Nd :YAG présentant extrêmement peu d'accordabilité, il a fallu insérer une cale piézo-électrique à l'intérieur de la cavité pour pouvoir l'accorder sur le laser. Cela n'a pas été sans rajouter des contraintes supplémentaires pour assurer la thermalisation de l'ensemble de la cavité. Pour assurer un débattement suffisant (au moins $\lambda/2 = 500$ nm) afin que le mode fondamental de la cavité soit accessible, j'ai dû utiliser une cale épaisse (5 mm) fonctionnant sous 1 kV maximum. L'utilisation de tensions aussi élevées en environnement cryogénique n'a, encore une fois, pas été sans poser de nombreux problèmes.

4.3.2 Conception de la cavité

Dans la partie précédente, nous avons pu apercevoir quelles caractéristiques la cavité devait vérifier pour être utilisable dans les conditions que nous souhaitions. Je vais présenter, dans cette partie, la manière dont j'ai conçu cette cavité en détaillant le rôle des différentes pièces. Je finirai en montrant la première étape d'alignement (étape dite de pré-alignement), cruciale pour l'alignement final de la cavité.

4.3.2.1 Conception de la cavité assistée par ordinateur : CAO

La cavité se composant de 6 pièces principales, toutes relativement compliquées à usiner, j'ai choisi d'utiliser les logiciels de conception assistée par ordinateur (QCAD pro et SolidWorks) afin de limiter l'usinage de prototypes, tout en respectant les distances trouvées lors de la simulation de *mode matching*. Cette méthode fut efficace puisque la cavité encore utilisée maintenant est la première version sortie des ateliers de mécanique du laboratoire. Une vue éclatée de la cavité est visible sur la figure 4.27 à gauche. Je vais maintenant détailler le rôle de chacune de ces parties :

Partie A : le bâti. C'est la pièce d'adaptation entre la cavité et la zone froide à 30 mK. Elle supporte la cale piézo-électrique (modèle PolytechPI P-010.00H) qui y est collée. Un grand soin a été apporté au respect de la symétrie de rotation lors de sa conception. Cela permet de conserver l'alignement pendant une descente à froid.

Partie B : la bague espaceur. Elle fixe la longueur de la cavité.

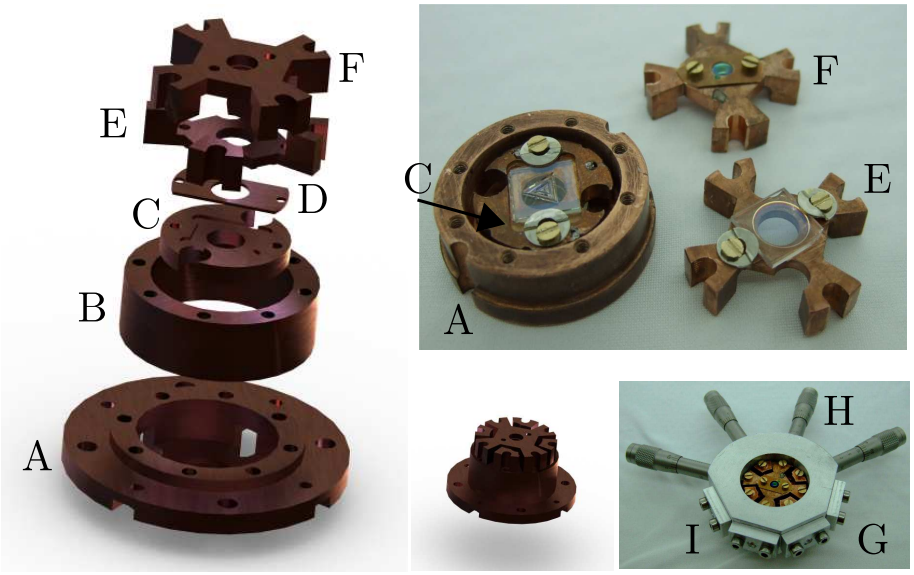


FIGURE 4.27: Vues extraites du logiciel de CAO Solid-Works et photographie de la cavité fabriquée et utilisée durant ma thèse.

Partie C : le fond de cavité. Réalisé en cuivre, comme toutes les autres pièces de cette cavité, le porte-échantillon est vissé dessus. 4 tresses de cuivres le relient au bâti A afin d'assurer une bonne conduction thermique avec la zone froide.

Partie D : Le porte-échantillon. Réalisé en chrysocale de 500 μm d'épaisseur, l'échantillon y est collé à la laque d'argent (paragraphe 4.3.2.2). Ce support universel permet l'analyse de l'échantillon aussi bien au Michelson (section 2.3.1) que dans la cavité de mesure.

Partie E : Le support du coupleur. Cette pièce permet l'alignement du coupleur d'entrée sur le résonateur avec une latitude de $\pm$ 500 μm. Cette partie sera détaillée dans la section 4.4.2, notamment sur la figure 4.39. Le parallélisme entre les couples de pièce BE et C est primordial car il fixe le parallélisme entre les deux miroirs de la cavité.

Partie F : Le support de lentille. Pièce identique à la pièce E qui permet le centrage de la première lentille de couplage (focale 5 mm)

Partie G, H et I : Dispositif de centrage. Ces pièces réalisées en aluminium permettent le centrage manuel (sous microscope) des pièces E et F avec une précision de 10 μm environ. La bi-directionalité du dispositif d'alignement H est assurée par un système de ressort I.

4.3.2.2 Pré-alignements

L'étape de pré-alignement consiste à coller l'échantillon le plus au centre possible du porte-échantillon. En effet, la procédure de centrage n'ayant que $\pm$500 μm de latitude, le pré-centrage doit être réalisé avec une précision meilleure que cela. On utilise pour cela un système de porte-échantillon formé d'une feuille de chrysocale sur laquelle est collé l'échantillon. Le porte-échantillon est vissé sur le fond de la cavité avec un jeu de 100 μm maximum. Le collage de l'échantillon sur son support doit ainsi être réalisé à mieux que 500 μm.

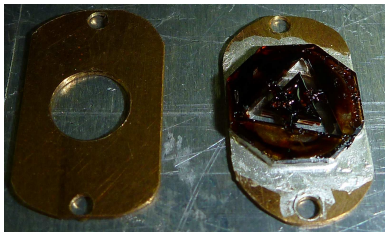


FIGURE 4.28: Photographies du porte-échantillon nu et de l'ensemble échantillon-support collé à la laque d'argent.

Collage des échantillons

J'ai pu tester différentes techniques de collage et mon choix s'est porté sur une colle bonne conductrice thermique. Les colles les plus efficaces (qui ont le meilleur comportement en cryogénie - peu de dégazage, bonne tenue aux fortes contraintes thermiques) sont les colles époxy à argent (du type H20E - utilisée dans l'interféromètre de Michelson section 2.3.1) et la laque d'argent. J'ai préféré utiliser la laque d'argent car la H20E nécessite un séchage au four, ce qui pourrait dégrader le miroir se situant sur l'échantillon (les fours ne sont pas propres et des composants risquent de dégazer à haute température). J'ai ainsi pu vérifier que le collage des échantillons sur leur support ne dégrade pas le Q à l'échelle de 3 10^5, aucun test n'ayant été réalisé pour l'instant avec des échantillons à plus haut facteur de qualité. On peut voir sur la figure 4.28 en (a) un porte échantillon nu et en (b) un ensemble collé à la laque d'argent. L'échantillon présenté ici est protégé avec de la résine et a servi aux premiers tests d'alignement. Les bons échantillons étant conditionnés en salle blanche, il n'est pas aisé de les photographier.

Pré-alignement échantillon/porte-échantillon

L'étape de pré-alignement consiste en le collage de l'échantillon bien au centre (à quelques 100 μm près) de son support. Pour réaliser cette étape, j'ai réalisé un dispositif de centrage qui assure un collage au centre à mieux que 100 μm. Le dispositif est présenté sur la figure 4.29 :

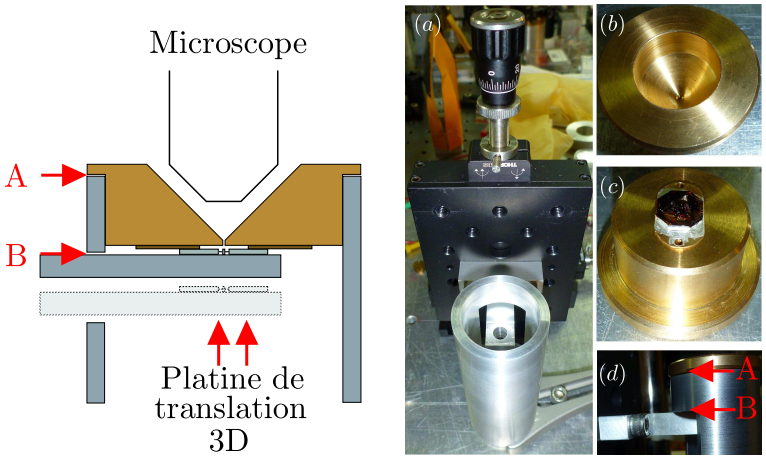


FIGURE 4.29: Schéma et photographies du dispositif de pré-centrage et de collage des échantillons sur les porte-échantillons.

– il se compose d'un cylindre creux d'aluminium (photo *a*) percé d'une fenêtre et muni d'un couvercle ajusté (à 50 μm) en laiton (*b*), percé en son centre d'un trou de 1 mm de

diamètre.

- On commence par visser le support sur le couvercle (c). Le jeu lors du vissage, entre le centre du porte-échantillon et le centre du couvercle, est estimé à moins de 100 μm grâce à l'utilisation de vis à têtes fraisées. Le couvercle est ensuite disposé sur le cylindre d'aluminium comme présenté sur le schéma de gauche. Le couvercle repose alors sur le cylindre en (A).
- On dispose alors l'échantillon face miroir en bas [13] sur un doigt qui vient s'insérer dans la fenêtre du cylindre. Le doigt est fixé sur une platine de translation micrométrique permettant des déplacements contrôlés à 10 μm près (photo a).
- A l'aide d'un microscope à grande profondeur de champ, on visualise en même temps l'ouverture du couvercle et le résonateur. On peut alors aligner le résonateur au centre de son support.
- Une fois cette étape réalisée, on retire le couvercle et on enduit le support de laque d'argent.
- Le couvercle est remis en position et on soulève le doigt jusqu'au contact entre l'échantillon et le couvercle. On se place dans les conditions où il n'y a pas de contact ni en A, ni en B (sur le schéma et sur la photo d). La pression lors du collage est ainsi assurée par le poids du couvercle.
- Une fois la colle séchée, après 30 min environ, on peut redescendre le doigt. L'échantillon est alors collé à son support qui peut être dévissé et placé en fond de cavité.

13. Le doigt est percé à l'endroit du miroir pour éviter toute détérioration de ce dernier

4.4 Fabrication et réalisation de la cavité

4.4.1 Utilisation de miroirs à faible rayon de courbure

On a vu dans la partie précédente que le miroir d'entrée (aussi appelé coupleur) doit présenter des caractéristiques bien particulières :

- un rayon de courbure de l'ordre du mm,
- un diamètre de l'ordre de la centaine de microns,
- une rugosité inférieure à 1 nm RMS.

De tels miroirs n'étant malheureusement pas commercialement accessibles, j'ai dû les fabriquer au laboratoire. Je présenterai dans une première partie le procédé de fabrication puis, dans un second temps la caractérisation de ces coupleurs afin de s'assurer qu'ils sont bien conformes au cahier des charges.

4.4.1.1 Fabrication des substrats

J'ai pu adapter une technologie que j'avais déjà expérimentée lors d'un stage long au laboratoire d'optique quantique du Max Planck Gesellshaft à Munich. J'y avais fabriqué des micro-tores de silice à partir de micro-disques fondus en leur périphérie par absorption d'une lumière intense à 10,6 μm émise par un laser à CO_2 de 30 W focalisé sur le disque [42]. L'utilisation de laser intenses à 10,6 μm pour améliorer les états de surface par photoablation est en effet connu depuis les années 80[132, 133]. J'ai donc adapté cette technologie afin de réaliser par photoablation les miroirs désirés. Ces expériences ont eu lieu dans le laboratoire de Jean Hare.

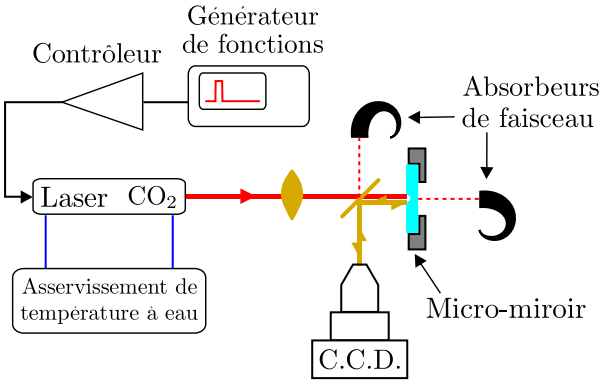


FIGURE 4.30: Schéma de l'expérience utilisée pour réaliser la photoablation.

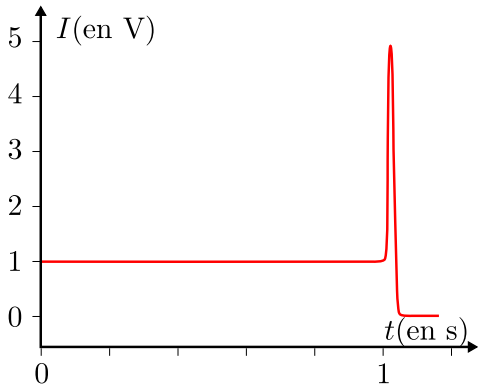


FIGURE 4.31: Profil temporel de l'intensité utilisée pour réaliser la photoablation : 1 s de préchauffage en dessous du seul de fusion puis un tir d'une durée de 100 ms avec un profil temporel gaussien.

On peut voir sur la figure 4.30 le schéma de l'expérience de photoablation :

- J'ai utilisé des lames en Suprasil [14] 311, Herasil et Homosil de la société HTM. Les lames sont protégées sur leurs deux faces par de la résine et découpées en carrés de 1 cm × 1 cm × 1 mm [15] . Ces substrats sont nettoyés de la même manière que les résonateurs (section

14. Verre de très haute qualité optique mais aussi mécanique utilisé pour les substrats des miroirs de l'interféromètre LIGO.

15. La standardisation de la taille des échantillons, que ce soit des piliers ou des coupleurs, m'a grandement facilité la tâche en rendant l'expérience très modulable.

2.2.1.1), avec en plus l'ajout d'ultrasons à chaque étape afin d'améliorer le procédé [16]. Les substrats propres sont ensuite fixés sur un support en cuivre (figure 4.32 c) pour assurer une bonne conduction thermique et éviter leur échauffement lors de la photoablation.

- Le laser est alors focalisé sur le substrat de silice, avec un *waist* variant de 100 à 500 μm suivant les caractéristiques souhaitées pour le miroir.
- Une lame dichroïque placée à 45° est utilisée pour visualiser le substrat *via* un microscope à grande distance de travail et assurer le centrage du miroir sur ce dernier à 100 μm près [17]. J'ai réalisé en général une matrice de 3 par 3 concavités par plaque, chacune séparées de ses voisines de 500 μm. Les 9 concavités sont ensuite caractérisées et celle qui est choisie est utilisée comme centre lors du collage du substrat sur le porte échantillon. Le substrat est alors au pire décalé de 500 μm dans les deux directions par rapport à son support, mais cela ne pose pas de problème d'implantation du support dans la cavité.
- Le laser à CO_2 (Synrad 48-1-30) utilisé délivre une puissance maximale de 30 W. Sa température est maintenue à 18°C *via* un système asservi de refroidissement à eau. La puissance émise est contrôlée par une entrée analogique commandée en tension par un générateur de fonctions arbitraires. Pour des raisons de sécurité, des absorbeurs de faisceau sont disposés à chaque endroit où la laser est susceptible d'être transmis.
- Un effet de chauffage du substrat a été clairement visible sur les premières séries de miroirs [18]. Pour pallier à ce problème, j'ai procédé à un préchauffage du substrat afin de rendre reproductible le procédé de fabrication. Le laser est allumé pendant une seconde juste au dessous du seuil de fusion du substrat (soit 20% du maximum environ) puis un pulse gaussien de 100 ms environ est envoyé à la puissance maximale. Le profil du tir est représenté sur la figure 4.31.
- Une fois les tirs effectués, le substrat est à nouveau nettoyé selon la même procédure. Les concavités réalisées par photoablation sont alors caractérisées. Une fois le miroir déposé sur les substrats par le LMA, les miroirs sont protégés avec un gel (Photonlines fine contact). Ce gel est déposé sur la surface du miroir et évite le dépôt de poussières ou l'altération mécanique du traitement diélectrique. Son utilisation est compatible avec des miroir présentant 20 ppm de pertes.

Réalisation sous vide

Une amélioration possible consistait à réaliser la photoablation sous vide. En effet, j'ai pu remarquer qu'après les 9 tirs un dépôt de silice était présent sur le substrat. Il s'agit probablement de Christobaldite, une forme cristalline de silice déjà observée notamment par l'équipe de Jean Hare lors de la fusion de sphères de silice. Ce dépôt est facilement nettoyable mais doit pouvoir être évité en réalisant la photoablation dans un régime balistique, *i.e.* à une pression inférieure à 1 mbar, le substrat se trouvant à moins de 500 μm de la fenêtre de l'enceinte à vide (figure 4.32). Après plusieurs essais réalisés sous vide, ni la rugosité ni la puissance effective de photoablation n'ont été significativement améliorées. Les réalisations à l'air sont donc optimales vis-à-vis de

16. L'utilisation d'ultrasons était impossible pour les résonateurs, ces derniers étant trop fragiles.
17. Nous sommes en effet confrontés aux mêmes problèmes d'alignement pour les coupleurs que pour les résonateurs.
18. Les miroirs réalisés, sur un même substrat, en fin de série semblaient avoir reçu une plus grosse dose que ceux réalisés en début de série. J'ai expliqué cet effet par le fait que les premières doses servent à réchauffer en partie le substrat alors que ce dernier est déjà chaud pour les derniers tirs de la série ; la dose est alors complètement utilisée pour la photoablation.

ces deux paramètres. Par contre, la complexité de l'expérience sous vide a conduit à l'abandon de cette technique.

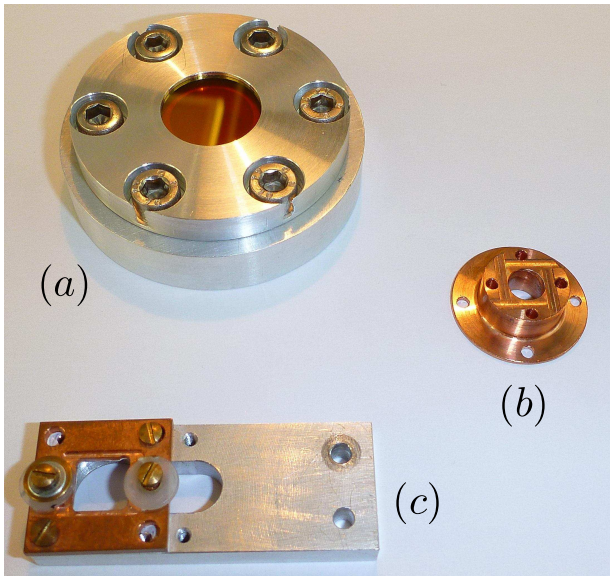


FIGURE 4.32: Photographie de la cavité permettant la photoablation sous vide (a et b). (c) : photographie du porte-échantillon pour l'expérience à pression ambiante.

4.4.1.2 Caractérisation

Une fois les concavités réalisées, je les ai caractérisées afin de connaître diamètre, rayon de courbure et rugosité. La connaissance de ces paramètres permet de choisir, à terme, quel miroir sera utilisé.

Profil géométrique

Le profil géométrique est très important, comme nous le verrons plus en détails au chapitre 5. Il peut être mesuré de deux manières différentes :

- avec un profilomètre mécanique, de type DekTak [19] (modèle Veeco), j'ai pu reconstruire en trois dimensions le profil de profondeur de la concavité (figure 4.33). Cette mesure est réalisable sur tout le champ du miroir avec une résolution verticale de l'ordre du nm. Ce type de mesure m'a été utile pour vérifier l'homogénéité de la courbure à l'échelle du *waist*.
- J'ai aussi pu utiliser un microscope à force atomique (modèle Veeco) pour caractériser plus en détails le fond de la concavité, partie qui sera « vue » en particulier par le mode optique en cavité. Le champ de mesure est alors limité à un carré de 100 μm de côté et la résolution est de l'ordre de 100 pm. Cette mesure m'a permis de mesurer précisément le rayon de courbure au centre du miroir, son ellipticité, ainsi que sa rugosité (figure 4.34).

La mesure du rayon de courbure est effectuée en réalisant un ajustement gaussien du profil de profondeur (causé par le profil d'intensité gaussien du laser à CO_2 employé pour la photoablation). Une dérivation numérique donne alors le rayon de courbure au centre de la concavité.

19. il convient ici de préciser que le profilomètre mécanique ne dégrade ni le substrat ni le miroir éventuellement déposé à l'échelle de 20 ppm pour une force appliquée sur le stylet de 0.10 mg.

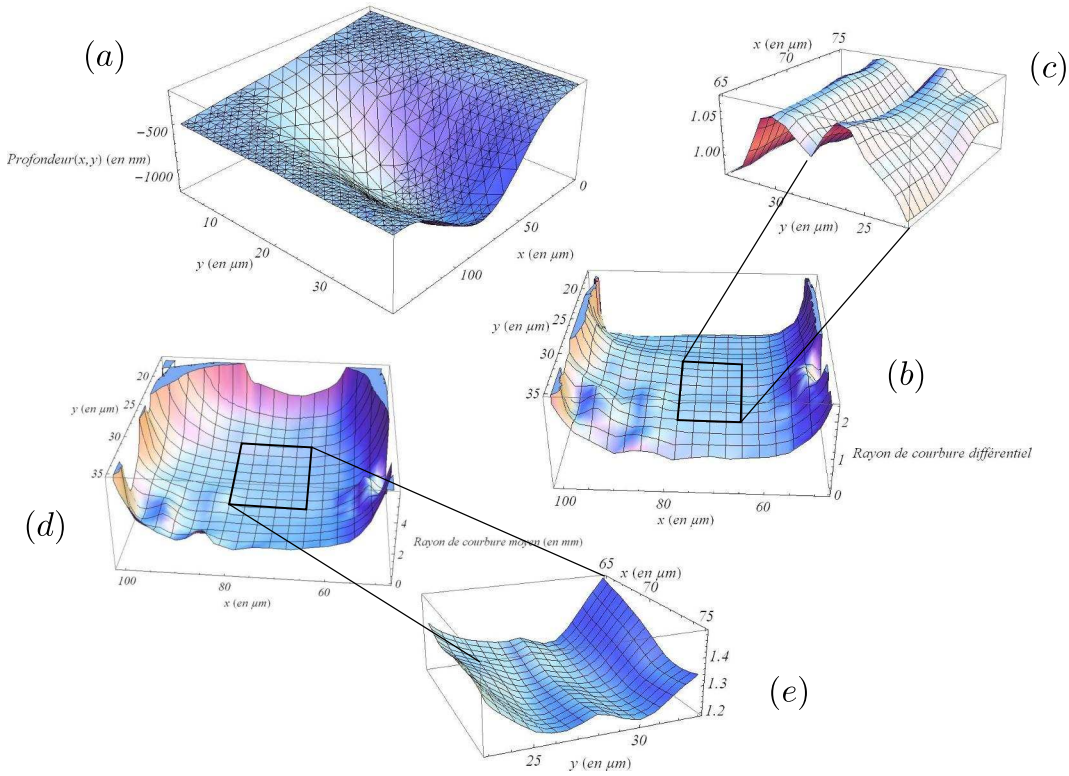


FIGURE 4.33: a : profil tridimensionnel d'une concavité, réalisé au profilomètre mécanique DekTak. b : rayon de courbure différentiel $\sqrt{R_x/R_y}$ calculé à partir des données expérimentales en a. d : rayon de courbure moyen $\sqrt{R_x R_y}$. c et e représentent les zooms respectifs, sur l'échelle du *waist* soit 10 μm, du centre des rayons différentiel et moyen.

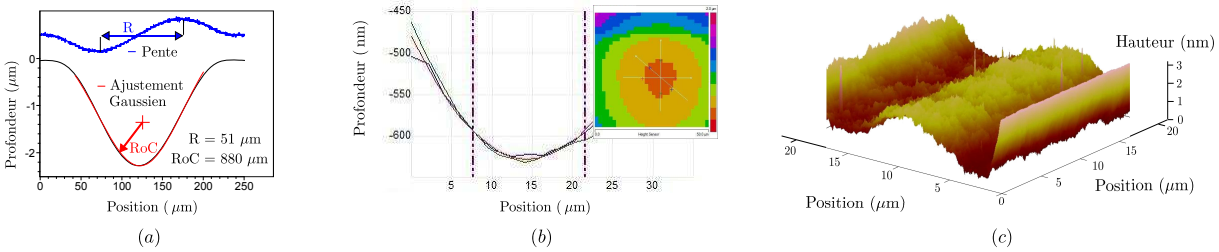


FIGURE 4.34: Profil de profondeur du miroir S6-8c réalisé (a) au profilomètre (DekTak avec une force de stylet de 0,10 mg) et (b et c) à l'AFM. La figure b présente un champ de 50 μm de coté et la figure c un champ de 20 μm de coté où la courbure a été retirée par un ajustement quadratique afin de pouvoir observer la rugosité du fond. Les « vagues » de profondeur sont probablement dues à un effet d'interférence entre la lumière incidente et la lumière rétro-diffusée lors de la photoablation [134].

Rugosité

Les mesures de rugosité que j'ai pu réaliser au microscope à force atomique donnent une valeur typique entre 200 et 300 pm RMS tant au fond de la concavité qu'à l'extérieur. Afin de mesurer cette rugosité, on retire la courbure grâce à un ajustement quadratique sur un champ de 20 μm de coté. Les résultats sont présentés sur la figure c. Les « vagues » de profondeur que l'on peut y observer sont probablement dues à un effet d'interférence entre la lumière incidente et la lumière rétro-diffusée lors de la photoablation [134].

Ces mesures sont conformes à celles réalisées sur des substrats vierges, et ont été confirmées

par le LMA qui, grâce à un interféromètre laser à comparaison (Micromap 550), a pu mesurer la rugosité de la concavité (figure 4.35).

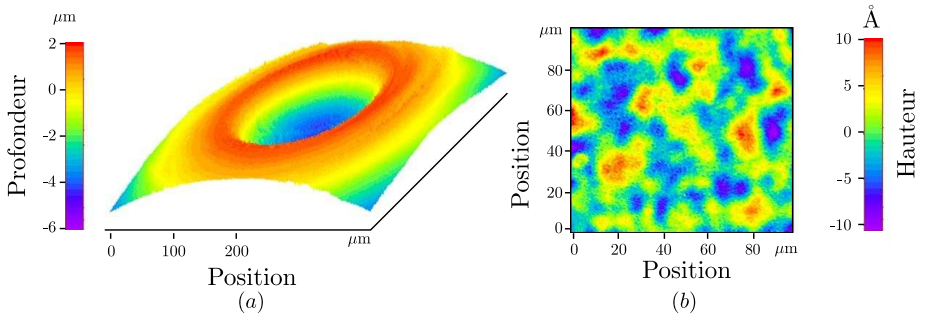


FIGURE 4.35: Mesures au Micromap de la rugosité du miroir S6-8c. La rugosité moyenne est ici de 350 pm rms sur une zone de 10×10 μm^2 au centre du miroir.

En outre, des mesures de diffusion réalisées par le LMA (diffusomètre CASI qui mesure la quantité de lumière diffusée par une surface grâce à un capteur se déplaçant sur une sphère) donnent 100 à 500 ppm de diffusion sur la concavité. Les pertes sont cependant bien plus petites que cela, la machine étant mise en défaut par le très faible rayon de courbure du miroir, équivalent à grande échelle à un objet diffusant. Des mesures de diffusion sur la partie plane donnent quant à elles 10 ppm, valeur à laquelle on peut donc s'attendre pour la partie concave (la rugosité y étant identique).

Ces mesures ont été enfin validées par une mesure de finesse de cavité réalisée avec un coupleur en face duquel on place une partie plane d'un autre coupleur. Les mesures de rugosité et de finesse (reliées par la loi de Rayleigh 1.168) sont cohérentes (tableau 4.1).

Rugosité rms	Pertes par diffusion
100 pm	1 ppm
200 pm	6 ppm
300 pm	13 ppm

TABLE 4.1: Pertes par diffusion associées à la rugosité de la surface selon la loi de Rayleigh (1.168).

4.4.1.3 Dépôt du miroir

Le dépôt d'un miroir diélectrique à transmission non nulle (de 40 ppm environ) à très faibles pertes est réalisé par le LMA. Les mesures de profil avant et après dépôt montrent que ce dernier ne change pas le profil de la concavité. De plus, la mesure directe de la transmission des coupleurs à différents endroits de la concavité et en dehors de celle-ci restent toutes compatibles avec les 40 ppm donnés par les simulations avant dépôt du LMA. Il n'y a donc aucun effet visible de la forte courbure sur les propriétés optiques du miroir.

Mesure directe de la transmission

La transmission des miroirs a été mesurée directement de manière absolue et de manière relative par comparaison avec un miroir commercial de 600 ppm de transmission. La taille du *waist* utilisé est de quelques microns seulement (réalisé à l'aide d'un objectif 20×) et permet d'avoir

accès à la transmission au centre du coupleur d'entrée. La transmission a été mesurée à 40 ppm environ, aussi bien au centre du miroir que sur le substrat en silice plan. Les mesures absolues et relatives donnent les mêmes valeurs à 20% près.

4.4.2 Réalisation de la cavité

Avant de fabriquer la cavité, j'ai voulu m'assurer que le projet était viable. J'ai pour cela réalisé un cavité totalement réglable dont je vais détailler ici le principe de fonctionnement. Une fois la faisabilité validée, j'ai pu faire fabriquer les différentes parties de la cavité et les assembler. Enfin la cavité a été testée pour vérifier qu'elle répondait bien à nos attentes.

4.4.2.1 Étude de faisabilité

Pour étudier la faisabilité d'une cavité à si petit *waist* j'ai construit un dispositif de test. A l'instar de l'interféromètre de Michelson (section 2.3.1) qui permet de caractériser rapidement les propriétés mécaniques des résonateurs, ce banc de caractérisation permet de mesurer très rapidement toutes les propriétés optiques des miroirs que l'on projette d'utiliser, tant ceux déposés à la surface des résonateurs que les coupleurs.

Banc de caractérisation optique

Le schéma de ce banc de caractérisation est présenté sur la figure 4.36. Il s'agit simplement d'une cavité de type Fabry-Perot mais sur laquelle tous les éléments (lentille de couplage, coupleur, miroir de fond) sont montés sur des platines de translation micrométriques ultra-stables. La standardisation des dimensions des résonateurs et des coupleurs permet de tester toutes les configurations possibles. Un modulateur électro-optique de phase résonant (MEOR) à 50 MHz permet de calibrer le désaccord entre le laser et la cavité lors des mesures de transmission et de réflexion de cette dernière. Le faisceau transmis est caractérisé par son intensité à l'aide d'une photodiode, ou par sa forme à l'aide d'un capteur CCD. Le miroir de fond de la cavité est monté sur un support piézo-électrique qui permet de balayer la longueur de la cavité sur plus d'un intervalle spectral libre.

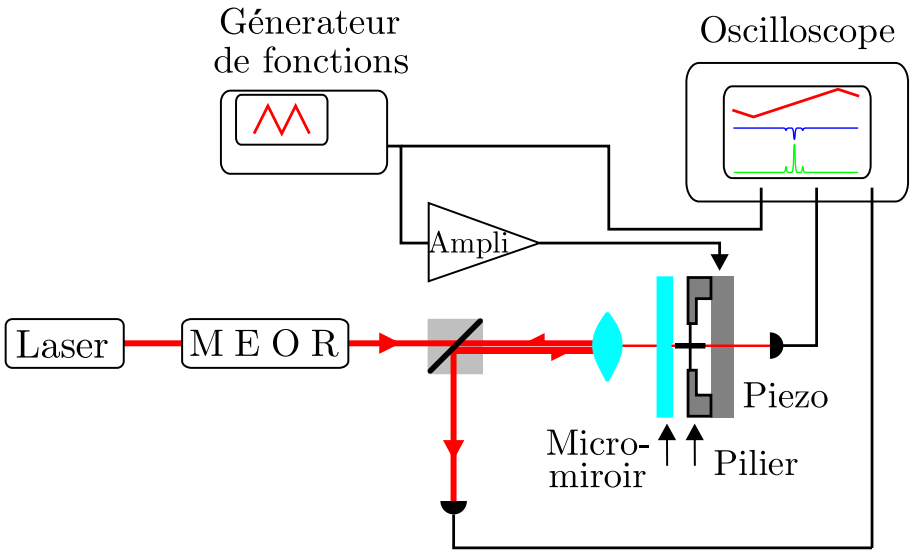


FIGURE 4.36: Schéma optique du banc de caractérisation optique.

J'ai ainsi pu vérifier que la finesse était bien celle attendue (typiquement 50 000) et que la position de la lentille de couplage fortement convergente prédite par la simulation était bien adaptée à un bon recouvrement spatial (> 90 %). C'est notamment grâce à ce banc de caractérisation que j'ai pu réaliser la caractérisation complète de la cavité.

4.4.2.2 Réalisation

Assemblage Toutes les pièces de mécanique ont été réalisées par l'atelier du laboratoire, avec une précision à 50 μm. J'ai commencé par assembler le bâti, le fond de la cavité et la cale piézo-électrique. Différentes solutions ont été testées, notamment l'utilisation de colle époxy type H2OE. Cette solution n'a pas été retenue, car ce type de colle casse suite aux nombreuses montées et descentes en température réalisées dans le cryostat et aux contraintes mécaniques associées. J'ai alors choisi d'emmancher la cale piézoélectrique dans les deux supports de cuivre. Ces derniers ont été ajustés en atelier puis l'emmanchement a été réalisé à l'aide d'un étau comme présenté sur la figure 4.37. Cette étape est renforcée avec un collage Stycast (Emerson & Cuming, 2850 FT et Catalyst 9) dont l'utilisation est recommandée en cryogénie.

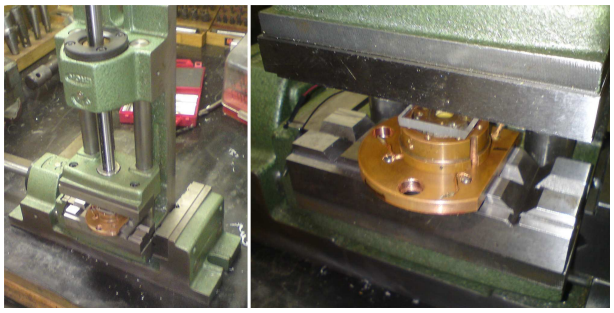


FIGURE 4.37: Photographies de la procédure d'emmanchement de la cale piezo-électrique.

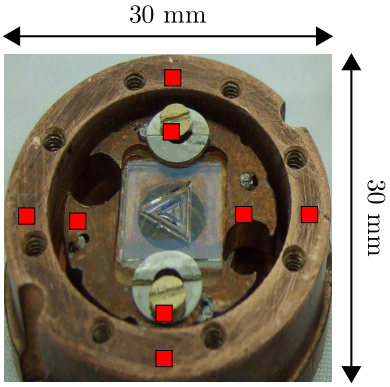


FIGURE 4.38: Vérification de la planéité entre les pièces "AB" et "C". Typiquement la procédure d'emmanchement laisse un défaut de planéité de 50 μm sur 30 mm soit 1,6 mrad (0,1°). La mesure est effectuée au Palmer sur marbre.

Une fois l'emmanchement réalisé, le parallélisme est contrôlé *via* un palmer (couples de points rouges sur la figure 4.38) sur les quatre points cardinaux. Le défaut de parallélisme est évalué à typiquement 50 μm sur 30 mm, soit 1,6 mrad (*i.e.* 0.1°). Cet angle est parfaitement compatible avec la réalisation d'une cavité de grande finesse d'après les mesures présentées ci-dessus.

Alignement des miroirs

Le résonateur est vissé via son support sur le fond de la cavité. Il est fait de même avec le coupleur sur le chapeau coupleur. Le chapeau est ensuite disposé sur le bâti de la cavité, parallèle à la surface supérieure de ce dernier. Pour réaliser l'alignement entre le coupleur et le résonateur, on monte la bague de centrage. Cette dernière permet, par un système de vis micrométriques, de centrer à 10 μm près le coupleur sur le résonateur. L'alignement est réalisé sous microscope à fort grossissement. On utilise l'effet de lentille divergente pour centrer le coupleur, ce dernier étant invisible en éclairage normal à cause du très faible contraste qu'il présente avec la partie plane alentour. Des cales en chrysocale et des rondelles en acier assurent le glissement sans frottement

des différentes pièces de cuivre les unes sur les autres (figure 4.39). Ces pièces sont essentielles, le cuivre étant relativement « collant », pour éviter les effets d'à-coup et assurer la réversibilité des actions lors de l'alignement.

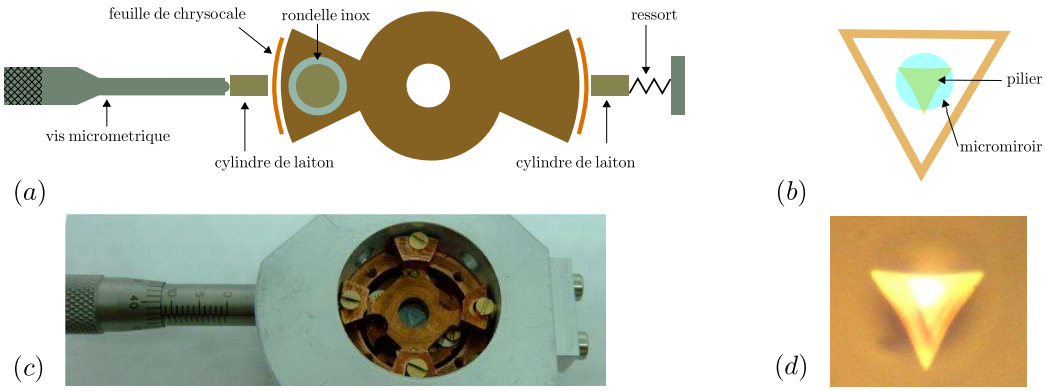


FIGURE 4.39: Schéma (a) et photographie (c) du dispositif d'alignement. L'effet de lentille expliqué sur le schéma b est visible sur la photographie d du sommet du pilier lors de la phase de pré-alignement.

Alignement des lentilles de couplage

La cavité n'est pas alignable directement dans le cryostat. En effet, le dispositif de visualisation n'est pas assez performant pour permettre de faire la mise au point en même temps sur le faisceau laser et sur le pilier avec un grossissement suffisant. La cavité est donc montée sur un support externe au cryostat, avec un microscope à fort grossissement placé en transmission. La procédure d'alignement est alors la suivante :

- Le laser est centré sur le résonateur, en incidence normale, le centrage étant assuré par l'observation au microscope. A cette étape, la taille du faisceau est bien plus grande que le résonateur, mais le centrage reste quand même possible. On utilise la transmission des 2 miroirs de 40 ppm chacun et la très grande sensibilité de la caméra CCD pour visualiser cet alignement. Une forte puissance optique est cependant nécessaire (quelques dizaines de milliwatts).
- On place alors la lentille de couplage à forte vergence (f=+5 mm) sur son chapeau. On réalise son alignement grâce à la bague de centrage en assurant le centrage du laser en transmission sur le pilier [20]. Cet alignement est confirmé en vérifiant que l'incidence normale n'a pas été perdue. Ici, le faisceau réfléchi est très divergent mais encore une fois, cela n'empêche pas de réaliser le centrage.
- On dispose alors, avec le même procédé, la lentille de focale 33 mm nécessaire à la pré-focalisation du faisceau à l'intérieur du cryostat.
- En balayant la cale piézo électrique, on change la longueur de la cavité et on voit apparaître les modes optiques de cette dernière.
- L'étape suivante est alors cruciale : pour pouvoir déplacer la cavité et les lentilles en bloc, on place sur une longue tige (de près de 50 cm) attachée à la cavité deux diaphragmes fermés au maximum, un à chaque extrémité de la tige.
- La cavité et les diaphragmes sont alors déplacés en bloc. En effet, une fois la cavité montée

20. La toile étant transparente, et le coupleur ayant entre 40 et 100 ppm de transmission, ce centrage est parfaitement réalisable.

dans le cryostat, il n'est plus possible d'y placer un microscope en transmission. Le système de visualisation utilisé ne permet alors pas de focaliser en même temps sur le pilier et sur le laser (paragraphe 3.2.6). Il est cependant aisé de réaligner le laser sur le mode de la cavité grâce aux deux diaphragmes. Un réajustement de l'incidence du faisceau est parfois utile pour observer les modes.

– L'optimisation du couplage est alors réalisée de manière classique, les faisceaux transmis et réfléchi étant disponibles. Une fois cette optimisation réalisée, les vis des chapeaux sont serrées et la tige de diaphragmes retirée. La cavité est ainsi alignée et disposée dans le cryostat à dilution.

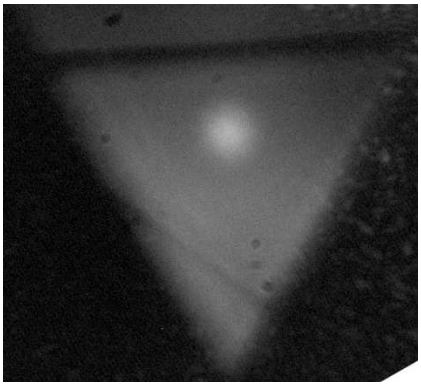


FIGURE 4.40: Mode $TEM_{0,0}$ observé au microscope en transmission par le dispositif d'alignement des lentilles. On y distingue une rayure sur la face arrière du pilier.

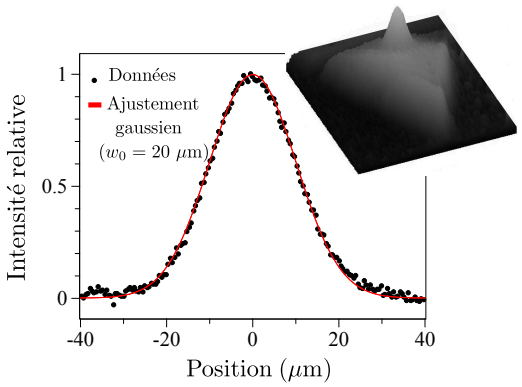


FIGURE 4.41: Ajustement gaussien du profil d'intensité du mode de la cavité.

Sur les figures 4.40 et 4.41 on peut voir une image optique du mode de la cavité et du pilier ainsi que l'ajustement du profil d'intensité par une gaussienne. Une tele photo n'est possible que lors de la phase de pré-alignement en dehors du cryostat, la mise au point sur le mode optique et sur le pilier étant impossible une fois la cavité placée dans le cryostat. La taille du *waist* estimée est alors de 20 μm. Une fois la cavité installée, ses différentes caractéristiques sont mesurées.

Finesse et *mode matching*

La finesse est mesurée, en balayant le désaccord entre la cavité et le laser et en calibrant le désaccord entre cavité et laser grâce à un modulateur électro-optique de phase résonnant à 50 MHz. Parmi les différentes cavités que j'ai pu tester, la plus petite bande passante mesurée (figure 4.42) est de 7,1 MHz pour une longueur, extrapolée à partir de la connaissance du rayon de courbure mesuré au microscope à force atomique et de l'écart relatif entre modes transverses et intervalle spectral libre, estimée à 340 μm. On en déduit une valeur de la finesse de 47 000 et donc des pertes totales de 30 ppm environ par miroir, la transmission des deux miroirs ayant été mesurée indépendamment à 40 ppm environ par miroir. Pour cette cavité, la mesure du coefficient de réflexion à résonance $\mathcal{R}$ (4.36) (figure 4.43) nous renseigne sur le taux d'adaptation spatiale entre la cavité en le laser incident. Ce taux est mesuré à 57 % ici (figure 4.43) soit une adaptation spatiale de 50 % seulement.

Effets thermiques

J'ai aussi mesurer le seuil de bistabilité thermique de la cavité (figure 4.44). Ce dernier est estimé

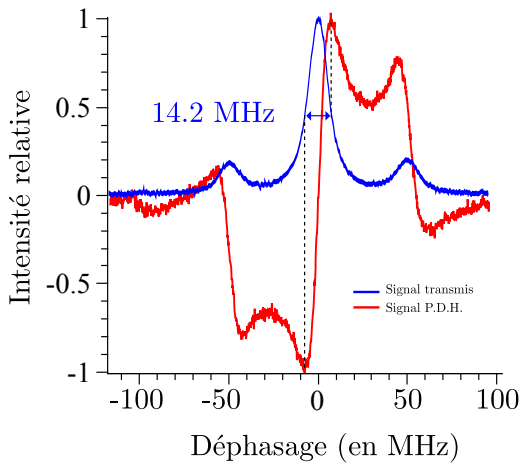


FIGURE 4.42: Intensité relative du signal optique transmis et du signal d'erreur obtenu par la méthode PDH lors d'un balayage de la longueur de la cavité. On mesure $\Omega_{cav} = 7,1$ MHz, soit une finesse de 47 000.

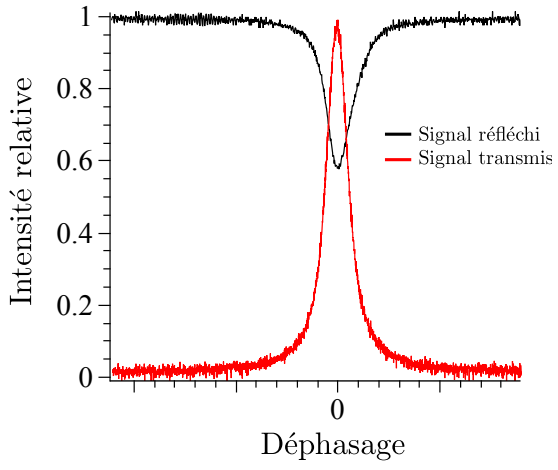


FIGURE 4.43: Mesure du taux de réflexion à résonance : 57 %. Au vu des mesures de finesse, cela correspond à une adaptation spatiale de 50 % seulement.

ici à 10 mW environ. Une estimation précise est rendue difficile par les vibrations internes de la cavité. En effet, pour mesurer des effets de bistabilité thermique il faut balayer le déphasage entre cavité et laser, or un balayage à une vitesse de moins de 100 MHz/s (soit 100 ms pour balayer la résonance typiquement) n'est expérimentalement pas réalisable, les mesures étant noyées dans les effets dus aux vibrations (passages multiple sur la résonance). A ces vitesses, le temps caractéristique de balayage de la résonance est grand (0,1 s) et les effets transitoires thermiques sont amortis : on peut estimer se trouver en régime permanent. Ce point sera détaillé dans la section 5.1.1. On a donc une estimation du seuil de bistabilité thermique à 10 mW.

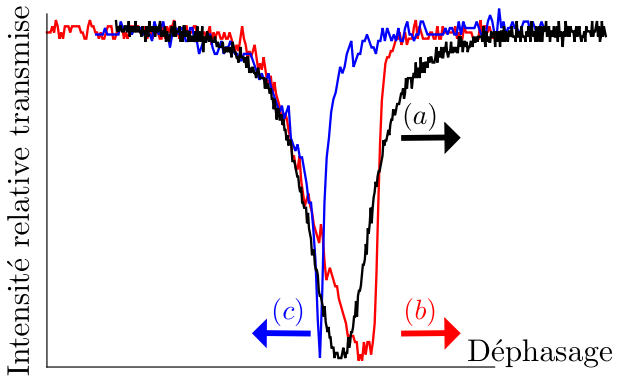


FIGURE 4.44: Intensité relative réfléchie par la cavité lors d'un balayage de sa longueur autour de la résonance. Les courbes sont enregistrés pour une puissance de 10 mW avec un temps de balayage de la largeur de la résonance de 100 μs (courbe a) et de 1 ms (courbes b) et c). Les courbes b et c sont prises pour des sens de balayage opposés.

Biréfringence

La biréfringence de la cavité a également été mesurée. Le laser incident est polarisé linéairement avec une polarisation présentant un angle θ avec la verticale. On observe la transmission de la cavité lorsqu'on fait varier θ. Les résultats sont présentés sur la figure 4.45. On constate que les

polarisations propres sont elliptiques (30 % circulaire et 70 % rectiligne).

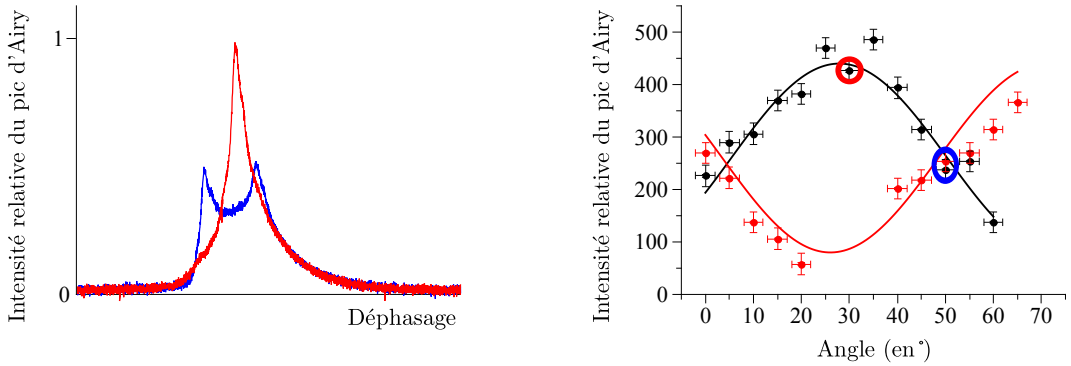


FIGURE 4.45: Mesure de la biréfringence de la cavité (courbe de droite). On extrait un contraste de 70 % et un déphasage de 27° avec la verticale, les mesures étant réalisées à 200 mK sur la platine froide. A gauche sont représentées deux configurations typiques, les conditions correspondantes étant cerclées sur la courbe de droite.

La caractérisation de la biréfringence de la cavité est très importante car ces effets sont très importants, notamment dans le cas d'action en retour dynamique [135]. En effet, lorsque la cavité est désaccordée, si des effets de biréfringence sont présents, alors les deux polarisations propres ne seront pas désaccordées de la même manière, les deux polarisations pouvant même avoir des effets opposés (chauffage pour l'une et refroidissement pour l'autre).

La levée de dégénérescence due aux effets de biréfringence n'est visibles que sur des cavités courtes, soit à grande bande passante. Cela peut paraître contre-intuitif qu'une augmentation de la bande passante permette de mieux résoudre un doublet, mais s'explique par le fait que le dédoublement n'est pas en fréquence mais en longueur de cavité. En effet, les traitements diélectriques des miroirs étant légèrement biréfringents, la vitesse de phase, à l'intérieur de ceux-ci, de l'onde optique n'est pas la même pour les deux polarisations propres. Il en résulte une différence de longueur optique de la cavité pour les deux polarisations et donc une longueur d'onde à résonance différente. En supposant que le dédoublement est suffisamment faible et que les différents ordres principaux de résonance ne se mélangent pas (pas de repliement de spectre), on peut utiliser la relation :

$$\delta\lambda/\lambda = \delta L/L, \tag{4.37}$$

où $\delta\lambda$ est l'écart entre les deux longueurs d'onde de résonance des deux polarisations, λ la longueur d'onde moyenne (1064 nm), δL la différence de longueur optique pour les deux polarisations et L la longueur moyenne. Le doublet n'est alors résolu que si $\delta\lambda > \lambda/2\mathcal{F}$ *i.e.* $L < \mathcal{F}\delta L$. Dans notre cas les effets de biréfringence n'étant résolus que pour des longueurs de cavité inférieurs à 400 μm environ, on en déduit une variation de longueur effective de $\delta L = 10$ nm intégrée sur les deux fois 5 μm d'épaisseur des couches diélectriques, soit une variation d'indice optique entre les deux polarisations de 0,1 % soit près d'un ordre de grandeur en dessous des valeurs typiques pour les matériaux biréfringents classiques comme le quartz. La biréfringence est ici induite dans les couches amorphes de silice et oxyde de tantale par les contraintes induites lors du dépôt (photoélasticité). Pour la silice, la constantes photoélasticiques absolues sont de l'ordre du TPa^{-1}, ce qui nous donne une estimation des contraintes des couches de l'ordre du GPa relativement faible en comparaison du module d'Young de la silice, qui est de l'ordre de 100 GPa.

Chapitre 5

Résultats

Ce chapitre est consacré aux principaux résultats que j'ai obtenus avec le système optomécanique décrit dans les chapitres précédents. Dans une première partie, je présenterai une étude approfondie portant sur les cavités à petit *waist*. Cette étude préalable m'a semblé nécessaire pour maitriser les tenants et les aboutissants de ce genre de cavités. Les seconde et troisième parties seront consacrées à la mesure du spectre de bruit de position du micropilier à température ambiante et à basse température. Enfin, une quatrième partie comporte les résultats obtenus pour améliorer la thermalisation du pilier à basse température, en utilisant de l'hélium comme gaz d'échange : une étude des effets de la pression de gaz y est notamment présentée.

Dans la première partie de ce chapitre, j'ai utilisé une cavité légèrement différente de celle décrite dans la chapitre précédent. Il s'agit d'une cavité de longueur variable (sur environ 1 mm), à température et pression ambiantes. L'objectif était de comprendre en détails les subtilités d'utilisation de cavités à petit *waist*. En effet, nous nous sommes rendu compte que la finesse dépendait sensiblement de la longueur pour les cavités les plus longues que nous avons réalisées. Dans cette partie, je présente pour commencer les résultats obtenus en ce qui concerne les effets de taille finie du coupleur d'entrée, puis une étude du couplage qui peut exister entre le mode fondamental et les modes transverses de la cavité, et qui a pour effet de réduire encore une fois sa finesse. Enfin, je discuterai brièvement des effets d'adaptation modale qui ont pour conséquence de conserver une finesse optimale dans un régime ou celle-ci devrait être dégradée.

Les parties suivantes utilisent la cavité de longueur fixe, déjà décrite au chapitre précédent. La seconde partie porte sur l'observation des fluctuations thermiques de déplacement du micropilier à température ambiante. La finesse et la longueur de la cavité sont mesurées et différentes méthodes de mesure sont présentées (à mi-pente, en détection PDH et avec une détection homodyne). Nous verrons alors quelles sont les techniques de calibration de ces spectres de position. Une étude rapide des effets dynamiques dans cette cavité sera donnée en fin de partie.

La troisième partie présente les résultats en régime cryogénique et les effets de chauffage causés par le laser. Nous verrons alors, dans la dernière partie de ce chapitre, qu'après étude des différents canaux possibles de thermalisation, l'utilisation d'un gaz d'échange s'avère nécessaire. Je présenterai les résultats de l'étude de faisabilité que j'ai menée et qui nous a conduits à concevoir une enceinte étanche pour le cryostat à dilution.

5.1 Étude générale des cavités à petit *waist*

Dans cette partie je présente une étude générale portant sur les cavités à petit *waist* du type de celle utilisée et présentée au chapitre précédent, pour mesurer le spectre de bruit thermique du résonateur. Une telle étude est relativement importante étant donné le nombre grandissant d'utilisations de ce type de cavité [136, 137] que ce soit dans des domaines comme l'électrodynamique en cavité [138], le couplage optique à une molécule unique [139] et bien sûr la mesure optique de déplacement de microstructures. Ces résultats ont permis de choisir la longueur de la cavité qui sera utilisée dans les deux parties suivantes.

L'étude a été réalisée en utilisant une cavité à petit *waist* de longueur variable, spécialement construite pour l'occasion. Tous les degrés de libertés y sont accessibles, les miroirs d'entrée et de fond étant réglables selon 3 directions et deux angles. L'étude porte sur les trois points suivants :

- le coupleur d'entrée est fabriqué au laboratoire selon la méthode donnée au paragraphe 4.4.1. Cette méthode présente l'avantage de pouvoir réaliser des miroirs de très faible rayon de courbure avec une rugosité sub-nanométrique. Cependant ces miroirs présentent un profil gaussien de taille finie, non sphérique aux bords à l'inverse des coupleurs commerciaux standards. Ce diamètre fini du coupleur d'entrée est un paramètre important de la cavité qui limite ses conditions d'utilisation, notamment en terme de longueur.
- Un autre effet de la courbure gaussienne et non sphérique du coupleur est le couplage modal important qui existe entre les différents modes transverses. Les modes transverses d'ordre élevé ayant des finesses plus faibles que le mode fondamental à cause des effets de taille finie du coupleur d'entrée, ce couplage s'avère dramatique lorsqu'il est résonnant.
- Enfin, nous verrons comment le mode optique s'adapte à ces conditions drastiques, conservant ainsi une bonne finesse au-delà des prévisions simples.

5.1.1 Effets de taille finie du coupleur

Nous avons pu voir au chapitre 4 que le profil de courbure du coupleur est gaussien, à l'instar de la forme en intensité du laser à CO_2 qui lui donne naissance (figure 4.34). Or, dans une cavité plan-concave, les tailles de faisceau (w_0 sur le plan et $w(L)$ sur le coupleur) peuvent être très différentes, en particulier lorsque la longueur L de la cavité avoisine la valeur du rayon de courbure R du coupleur d'entrée :

$$w_0 = \sqrt{\frac{\lambda}{\pi}}(L(R-L))^{1/4} \quad \text{et} \quad w(L) = \sqrt{\frac{\lambda}{\pi}}\sqrt{LR}(L(R-L))^{-1/4}. \tag{5.1}$$

Ces tailles sont données sur la figure 5.1 pour un rayon de courbure de 800 μm. On constate en particulier que la taille du faisceau sur le coupleur diverge lorsque la longueur de la cavité approche la valeur du rayon de courbure. On comprend alors aisément que le diamètre fini de ce dernier va poser problème.

On définit le diamètre du coupleur comme étant de diamètre de la zone où le miroir est concave (centre de courbure à l'intérieur du miroir) comme on peut le voir sur la figure 4.34 (a). En effet, un raisonnement simple montre qu'il ne peut exister de modes optiques dans les zones où le miroir est convexe, la cavité ainsi formée étant du type plan-convexe. On modélise alors le coupleur par un miroir sphérique ayant pour rayon de courbure la valeur au centre du rayon de

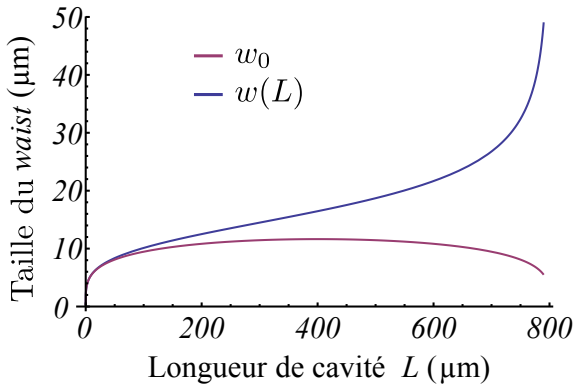


FIGURE 5.1: Taille caractéristique du faisceau sur le miroir plan (w_0) et sur le coupleur d'entrée ($w(L)$) en fonction de la longueur L de la cavité, pour un rayon de courbure R du coupleur de 800 μm.

courbure réel et comme diamètre la valeur telle que définie ci-dessus. J'ai alors calculé les pertes par coupure dues à cette taille finie et réalisé l'expérience suivante, présentée sur la figure 5.2, pour confirmer ce modèle :

- Le coupleur à étudier est placé en face d'un miroir plan de transmission connue (40 ppm) et est monté sur une platine de translation micrométrique à trois dimensions.
- Le signal transmis est mesuré à la fois par une caméra CCD et par une photodiode. La finesse de la cavité est obtenue en mesurant la bande passante, calibrée par deux bandes latérales générées par un modulateur de phase résonnant à 50 MHz. On a ainsi accès à la la finesse de la cavité pour différentes longueurs.

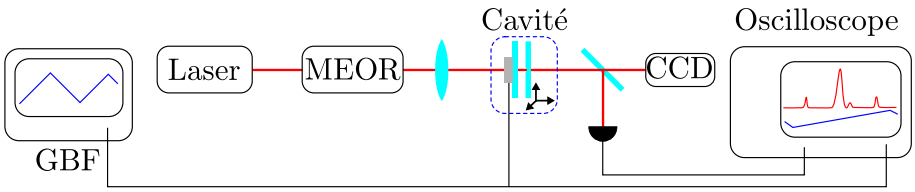


FIGURE 5.2: Schéma de principe de la cavité à petit *waist* et de longueur variable utilisée pour cette étude. La longueur est de plus balayée avec une cale piézo-électrique dont le déplacement est calibré en phase grâce à un modulateur de phase résonnant (MEOR).

La cavité n'étant pas rigide et de finesse relativement élevée, typiquement 50 000, elle est assez instable. Pour pouvoir mesurer précisément la finesse, il convient alors de balayer la longueur de cette dernière rapidement en utilisant la cale piézo-électrique sur laquelle un des miroirs est monté. Les temps de balayage nécessaires à l'annulation des effets de vibration sont alors malheureusement du même ordre de grandeur que l'inverse de la bande passante de la cavité $\tau_{cav} = 2\pi/\Omega_{cav}$. Une description quasi-statique n'est alors plus suffisante pour décrire le système, notamment pour la mesure de la finesse par comparaison de la largeur du pic d'Airy à une référence de fréquence.

En effet, sur la figure 5.3 , on peut voir que le pic d'Airy est plus déformé lors d'un balayage rapide (courbe bleue) que pour un balayage lent (courbe noire). Cet effet a déjà été observé en 1997 par l'équipe d'Albert Le Floch [140]. Nous allons maintenant en voir une démonstration complètement analytique, développée par Antoine Heidmann. Les notations sont les mêmes que

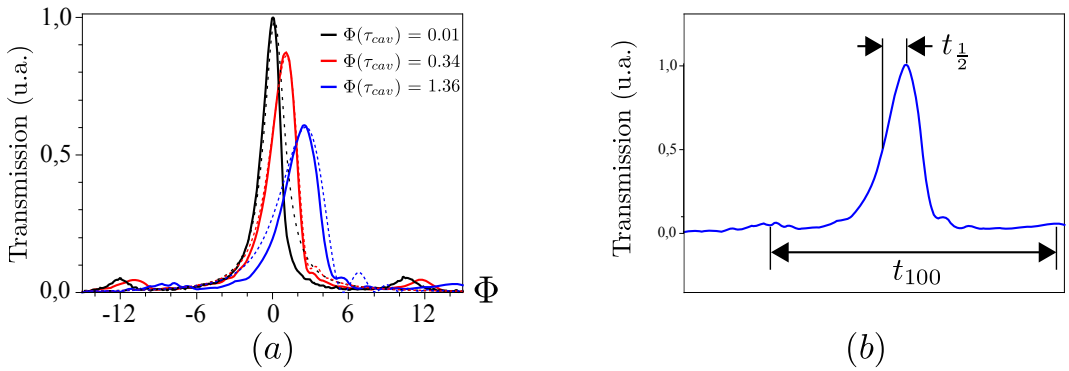


FIGURE 5.3: Courbes de transmission de la la cavité lors du balayage de sa longueur à différentes vitesses (a). Les données expérimentales sont représentées en trait plein, et un ajustement par notre modèle en pointillés. La figure b montre les définitions des temps de montée $t_{1/2}$ et t_{100} nécessaires respectivement pour passer de la moitié au maximum de l'intensité transmise et pour balayer 100 MHz.

celles utilisées au chapitre 1.

On considère une cavité symétrique ($T_1 = T_2$) sans pertes ($\gamma = T_1 + T_2$) dont on suppose que la longueur $L = L_0 + v(t - t_0)$ varie avec une vitesse v constante. Les équations semi-classiques décrivant les champs intracavité a et transmis a_t en fonction du champ incident a_{in} sont alors :

$$a(t) = \sqrt{\gamma} a_{in}(t) + (1 - \gamma) a(t - \tau), \tag{5.2}$$

$$a_t(t) = \sqrt{\gamma} a(t), \tag{5.3}$$

où $\tau = 2L(t)/c = \tau_0 + 2vt/c$ est le temps d'aller-retour des photons dans la cavité. On suppose cette dernière de grande finesse ($2\gamma \ll 1$ *i.e.* $\Omega_{cav}\tau \ll 1$) et on sépare le champ en une partie oscillant à la fréquence optique et une enveloppe lentement variable :

$$a(t) = \alpha(t) e^{-i\omega_0 t}, \tag{5.4}$$

où $\alpha(t)$ représente l'enveloppe lentement variable du champ. On réécrit alors (5.2) en :

$$\alpha(t) = \sqrt{\gamma} \alpha_{in} + (1 - \gamma) e^{i\phi(t)} \alpha(t - \tau), \tag{5.5}$$

avec $\phi(t) = \omega_0 \tau_0 + 2\Omega_v (t - t_0)$, $\Phi(t) = \phi(t)/\gamma$ étant alors le déphasage normalisé et $\Omega_v = \omega_0 v/c$ la vitesse de déplacement normalisée. En supposant $\phi_0 = 0$, ce qui revient à changer l'origine des temps t_0, on a, en notant t_{max} le temps typique de balayage de la résonance, $\phi(t_{max}) \sim 1/\mathcal{F} \ll 1$. On en déduit donc l'équation différentielle suivante, par passage à la limite continue :

$$\tau \frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}t} = \sqrt{\gamma} \alpha_i + (-\gamma + i\phi(t))\, \alpha, \tag{5.6}$$

où on suppose $\tau \simeq \tau_0$ indépendant du temps (développement limité au premier ordre en v/c). Pour le champ transmis, l'équation (5.3) s'écrit simplement :

$$\tau \frac{\mathrm{d}\alpha_t}{\mathrm{d}t} = \gamma \alpha_i + (-\gamma + i\phi(t))\, \alpha_t, \tag{5.7}$$

et s'intègre formellement en :

$$\alpha_t(t) = \frac{\gamma}{\tau_0}\alpha_i \int_0^\infty du\ e^{(-\gamma+i\phi(t-u/2))u/\tau_0}. \tag{5.8}$$

On peut alors écrire la transmission instantanée de la cavité comme :

$$T = \frac{1}{\Phi(\tau_{cav})}\left|\int_0^\infty dx\ e^{-ix^2} e^{\frac{-1+i\Phi(t)}{\sqrt{\Phi(\tau_{cav})}}x}\right|^2 \tag{5.9}$$

où $1/\tau_{cav} = 2\gamma\nu_{ISL}$. Cette équation (5.9) est celle utilisée pour ajuster les données de la figure 5.3. On constate alors que la transmission présente des rebonds, résultant d'interférences entre le champ incident et le champ intracavité dont la phase tourne de manière non quasistatique. Sur la figure 5.3(a) on peut voir pour trois vitesses de balayage différentes la valeur de la transmission en fonction du déphasage normalisé, les courbes calculées pour la même vitesse de balayage étant données en traits pointillés.

C'est cette approche que j'ai choisi d'utiliser pour mesurer la finesse de la cavité. On constate que le modèle semble mieux adapté à gauche de la résonance qu'à droite : j'ai donc choisi de mesurer le temps de montée $t_{1/2}$, défini comme le temps mis par le champ pour passer de la moitié de sa valeur maximale à sa valeur maximale (figure 5.3 b), et t_{100} le temps mis pour balayer 100 MHz. Pour pouvoir ajuster simplement les données expérimentales, j'ai calculé le déphasage associé à $t_{1/2}$ en fonction de $\Phi(\tau_{cav})$. Le résultat est présenté sur la figure 5.4(a). La courbe a été modélisée simplement par une fonction exponentielle sur la plage de $\Phi(\tau_{cav})$ expérimentalement accessible, typiquement [0,1].

La mesure expérimentale de $\Phi(t)$ est relativement simple compte tenu de la calibration en fréquence du balayage. On note V_f la vitesse de balayage en fréquence (en Hz/s) donnée par $V_f = 100\ \text{MHz}/t_{100}$. La variation de ϕ sur un intervalle spectral libre étant de 2π, on obtient directement :

$$\Phi(t) = \frac{2\pi V_f t}{\gamma\nu_{ISL}} \quad \text{et} \quad \Phi(\tau_{cav}) = \frac{\pi V_f}{(\gamma\nu_{ISL})^2}. \tag{5.10}$$

A partir de l'étude analytique de la dynamique du système (5.9) on peut calculer la formule suivante :

$$2\pi V_f t_{1/2} = \gamma\nu_{ISL}\left(1.75\left(1 - e^{\left(-\frac{\pi V_f}{0.92(\gamma\nu_{ISL})^2}\right)}\right) + 1\right). \tag{5.11}$$

En traçant $2\pi V_f t_{1/2}$ en fonction de πV_f, comme présenté sur la figure 5.4(b), on peut extraire le produit $\gamma\nu_{ISL} = \gamma c/2L$ par un ajustement [1] avec la fonction donnée en (5.11). On trace alors ce produit en fonction de L (figure 5.5). Un ajustement affine aux courtes longueurs (où les effets de coupure sont négligeables) donne alors un éventuel décalage dans la mesure de la longueur (ici de 13 μm) par son abscisse à l'origine, et γ (et donc la finesse $\mathcal{F} = \pi/\gamma$) par sa pente.

A partir de cette courbe, on peut tracer la valeur de la finesse de la cavité en fonction de sa longueur [2]. Les résultats sont présentés sur la figure 5.5.

On peut alors calculer la finesse maximum atteignable dans ces conditions, en fonction de la

1. Une erreur systématique de courbure entre les données et l'ajustement à un seul paramètre ajustable, de l'ordre d'une dizaine de % au maximum, a été observé. Aucune explication de cette erreur n'a pu être trouvée. La mesure réalisée en prenant $t_{1/2}$ à droite a donné les mêmes résultats et les mêmes erreurs systématiques.

2. Il convient de noter qu'une étude similaire, mais sans approche théorique, avait déjà été réalisée par l'équipe de Jackob Reichel à l'ENS en 2010 [136].

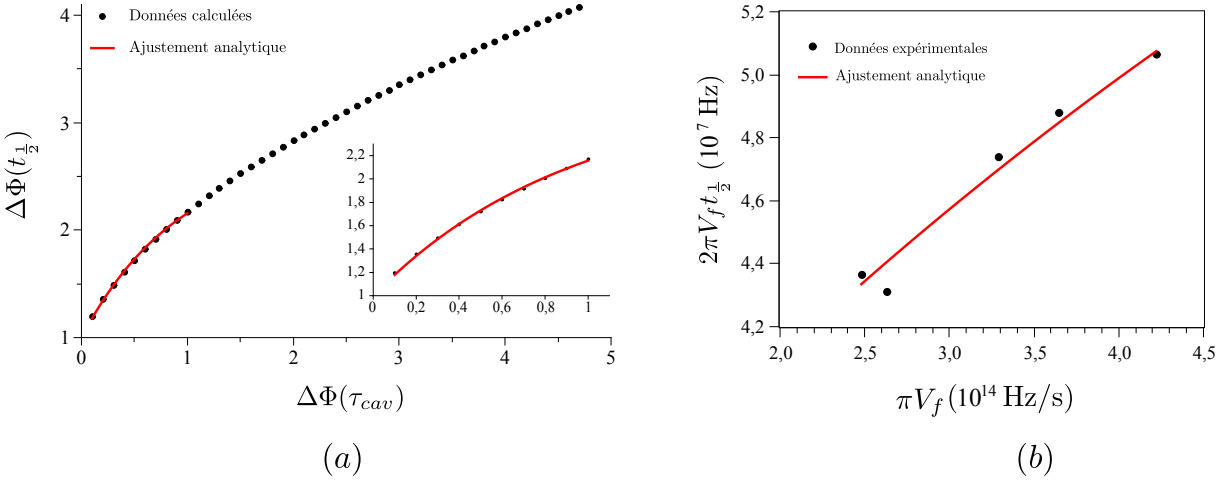


FIGURE 5.4: Figure a : phase nécessaire calculée (et ajustement à l'aide de notre modèle) pour passer de la moitié à la totalité de l'intensité transmise $\Delta\Phi(t_{1/2})$ en fonction de la vitesse de balayage, exprimée en fonction de la phase normalisée accumulée pendant le temps de vie de la cavité $\Delta\Phi(\tau_{cav})$. Figure b : données expérimentales et ajustement selon notre modèle.

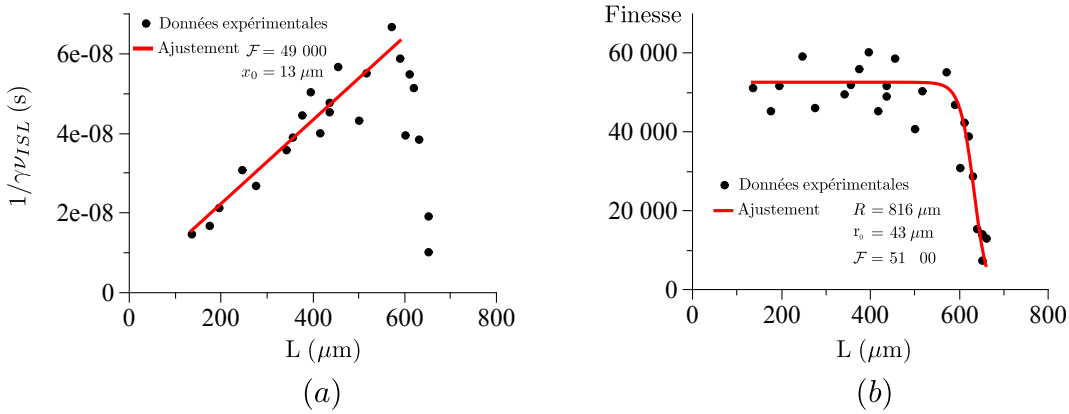


FIGURE 5.5: Pertes normalisées à la bande passante (courbe a) et finesse en fonction de la longueur de la cavité. L'ajustement linéaire de la courbe (a) permet de mesurer le décalage dans la mesure de longueur. Les données de la courbe (b) sont ajustées avec notre modèle.

longueur de la cavité :

$$\mathcal{F}(L) = \frac{2\pi}{2\gamma + e^{-2r_0^2/w(L)^2}}. \tag{5.12}$$

Un ajustement avec le modèle précédent nous donne alors la valeur de 2γ (123±10 ppm), du rayon de courbure R (816 ± 75 μm) et du diamètre $2r_0$ ($2\times43 \pm 0,8$ μm). La valeur de la transmission des miroirs est mesurée par comparaison à un miroir commercial de la société REO de transmission spécifiée 600±100 ppm. Le miroir de 600 ppm est mesuré à 520 ppm, le coupleur à étudier à 40 ppm. On estime donc les pertes sur les miroirs à 20 ppm environ.

Effet d'un angle entre les deux miroirs

Nous avons aussi pris en considération l'effet d'un angle entre les deux miroirs. Au premier ordre, cet effet ne change pas la taille du *waist* mais modifie la longueur à laquelle la coupure intervient, comme on peut le voir sur la figure 5.6. Les courbes représentées sont calculées et ont été confirmées par des mesures expérimentales. La longueur minimale au contact entre les

miroirs (1° donne 90 μm d'écartement sur 5 mm) a été pris en compte.

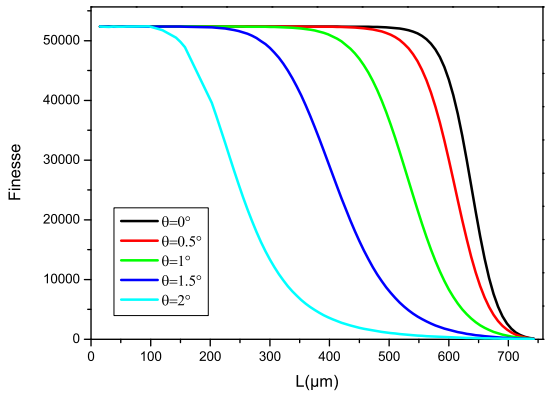


FIGURE 5.6: Évolution de la finesse de la cavité, calculée pour différents angles entre les deux miroirs (tous les autres paramètres étant égaux par ailleurs.

5.1.2 Couplage modal dans une cavité dégénérée

Lors de mesures mieux résolues en longueur de la finesse de la cavité en fonction de sa longueur, nous avons observé la présence de nombreux « trous » dans la courbe, comme on peut le voir sur la figure 5.7, et ce particulièrement lorsque le mode fondamental est dégénéré avec un mode d'ordre supérieur.

Une étude résolue en longueur de la perte de finesse lors de la coïncidence entre le mode fondamental et les modes de la famille $n + m = 5$ est présenté sur la figure 5.7(a). On y voit la courbe $\mathcal{F}(L)$ pour les modes TEM_{00} et TEM_{05}, ainsi que les longueurs pour lesquelles il y a coïncidence entre un mode transverse et le mode fondamental. Le facteur de calibration entre l'allongement de la cavité et la modification spectrale est de 88 kHz/μm.

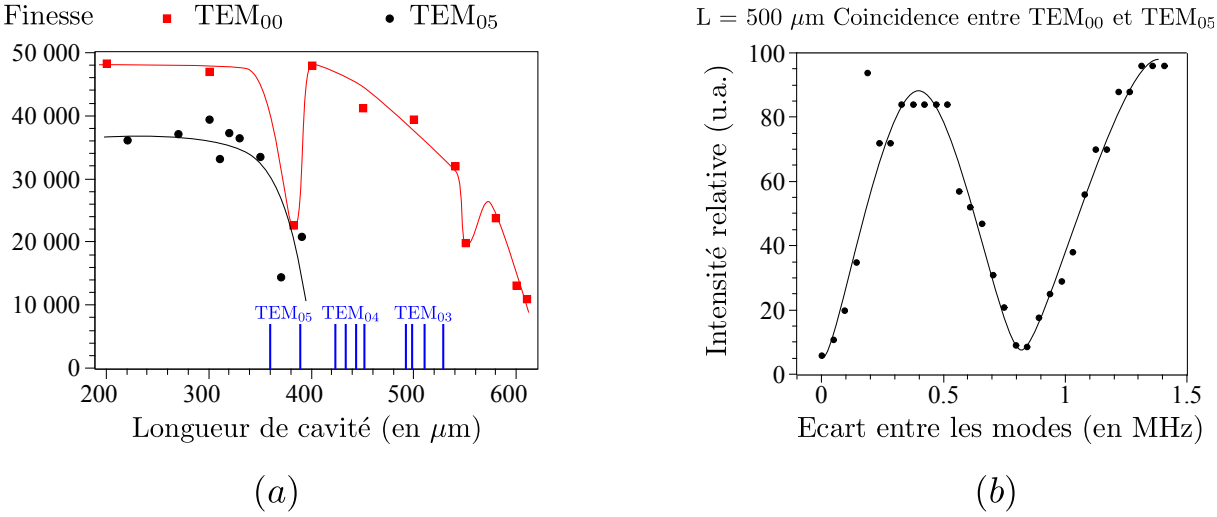


FIGURE 5.7: Courbe (a) : finesse du mode fondamental et du mode TEM_{05} en fonction de la longueur de la cavité et endroits des coïncidences entre mode fondamental et modes transverses. Les courbes ne sont pas un ajustement mais un guide pour les yeux. Courbe (b) : étude résolue de la première coïncidence visible entre les modes TEM_{00} et TEM_{05}.

On constate alors que, lors de la coïncidence entre les deux modes, la finesse du mode TEM_{00} égale celle du mode TEM_{05}, déjà réduite par les effets de coupure apparaissant à plus courte longueur pour ce mode plus large. Tout se passe alors comme si les deux modes étaient couplés par une constante dont la valeur dépend du déphasage entre les modes. Une étude fine de deux de ces « trous », présentée sur la figure 5.7(b), montre que le couplage prend des valeurs notables sur quelques MHz, soit beaucoup moins que la bande passante de ces modes.

Pour étudier en détail ce phénomène, j'ai construit une cavité témoin dont le schéma de principe est donné sur la figure 5.8, en plaçant un coupleur d'entrée standard de rayon de courbure 50 mm, monté sur un moteur pas-à-pas de pas 100 nm, en face d'un miroir plan. La finesse de cette cavité vaut environ 20 000 en dehors de toute dégénérescence. La longueur de la cavité est alors ajustée à 25 mm afin de faire coïncider les modes TEM_{00} et TEM_{04} et une lame de rasoir est insérée au sein de la cavité pour simuler la coupure du mode TEM_{04} sans affecter le mode TEM_{00}. La lame est taillée en forme d'angle droit afin de garantir la même valeur de pertes pour les modes TEM_{04} et TEM_{40} et d'éviter tout levée de dégénérescence mal maîtrisée.

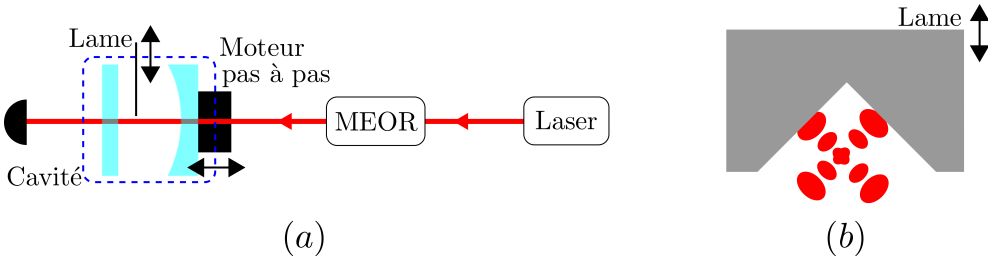


FIGURE 5.8: Schémas de l'expérience de principe visant à mettre en évidence le couplage modal, et de la génération de pertes contrôlées sur le mode TEM_{04}.

Afin de quantifier ce phénomène, j'ai développé un modèle inspiré des références [141, 142] où le couplage inter-modal est utilisé pour décrire les effets de diffusion arrière dans les résonateurs à mode de galerie. La cavité est composée d'un coupleur d'entrée de transmission 100 ppm et d'un miroir de fond plan de transmission 40 ppm. On note η le couplage entre le mode fondamental a et le mode transverse b, couplage causé par les imperfections de la courbure du coupleur d'entrée. Ces deux modes ayant un *waist* de taille différente (92μm pour le fondamental et 180 μm pour le mode TEM_{04} dans la cavité décrite ci-dessus) ils seront affectés différemment par la coupure de la lame. En notant α (resp. β) les pertes additionnelles du mode a (resp. b) et γ les pertes intrinsèques, on obtient les équations standard :

$$\frac{2L}{c}\frac{da}{dt} = (-\gamma - \alpha + i\Psi_a)\ a + i\sqrt{\eta}\ b + \sqrt{2\gamma}\ a_{in} \tag{5.13}$$

$$\frac{2L}{c}\frac{db}{dt} = (-\gamma - \beta + i\Psi_b)\ b + i\sqrt{\eta}\ a \tag{5.14}$$

où Ψ_i dénote le déphasage du mode i. En négligeant les pertes additionnelles pour le mode fondamental ($\alpha = 0$) et en se limitant au cas où le mode fondamental est résonnant ($\Psi_a = 0$) on obtient l'équation suivante pour l'état stationnaire :

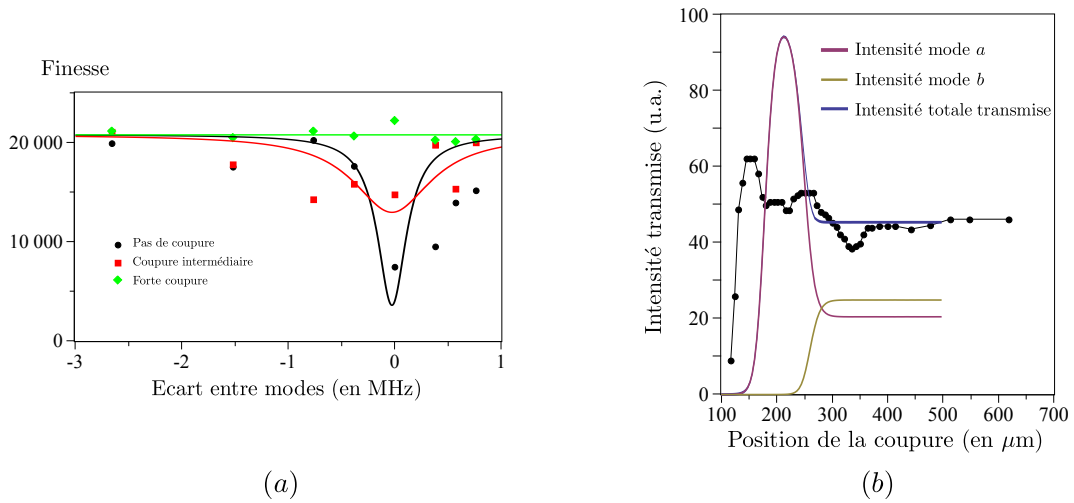
$$a = \frac{1}{\gamma + \frac{\eta}{-\eta+\beta+\gamma-2i\Psi_b}}\sqrt{2\gamma}\ a^{in}. \tag{5.15}$$

Le paramètre β est contrôlé par la position de la lame dans la cavité. Nous avons alors réalisé

deux expériences, la première en mesurant la valeur de la finesse en fonction du désaccord entre les modes et la seconde en modifiant les pertes dans une cavité dégénérée. Les données sont ajustées avec l'équation (5.15).

Les résultats de ces expériences sont présentés sur la figure 5.9. Dans la première expérience (a), la longueur de la cavité est balayée pour trois positions de la lame, une sans affecter aucun des modes, une en affectant partiellement le mode TEM_{04} (pertes de l'ordre de 1200 ppm) et la dernière en affectant violemment le mode TEM_{04} (pertes de l'ordre de 1) sans pour autant affecter le mode fondamental. Nous observons alors 3 régimes :

- à faible pertes, on constate un fort effet de couplage inter-modal,
- à pertes intermédiaires, on constate que ce couplage affecte toujours la finesse du mode fondamental, mais de façon moins prononcée,
- et à fortes pertes le couplage disparaît.



(a) (b)

FIGURE 5.9: Courbes (a) : finesse du mode fondamental en fonction de l'espacement entre le mode fondamental et le mode TEM_{04} pour différentes pertes de ce dernier (0, 1200 ppm et 1). Les données expérimentales sont ajustées avec notre modèle. Courbes (b) : Intensités, totale (données expérimentales et ajustement) et des modes a et b (simulations), transmises par la cavité en fonction des pertes du mode TEM_{04}, pour une cavité dégénérée.

Nous avons pu aussi vérifier que la variation de l'écartement des modes en fonction de la longueur de la cavité est de 152 kHz/μm au lieu des 153 kHz/μm théoriques.

Dans la seconde expérience (b), la cavité est dégénérée et les pertes du mode transverse sont modifiées. Encore une fois, le modèle permet d'ajuster les données expérimentales. On obtient une valeur η de 0,12 ppm. Le décalage observé entre le maximum de la courbe d'ajustement et le maximum des données expérimentales est probablement dû à un effet d'adaptation modal, comme je le décrirai dans le paragraphe suivant. La coupure pour les positions courtes de la lame correspond quant à elle aux pertes additionnelles, non négligeables pour le mode fondamental. Ces pertes sont prises en compte dans la fonction d'ajustement.

Un effet intéressant mérite d'être mentionné. On constate que l'on est capable, avec cette technique, de récupérer la finesse du mode fondamental, lors d'un couplage inter-modal non souhaité, simplement en augmentant les pertes sur le mode transverse.

5.1.3 Adaptation modale dans une cavité avec pertes

Lors de la mesure de $\mathcal{F}(L)$ pour différents coupleurs à faible rayon de courbure, j'ai pu constater que la finesse restait anormalement élevée sur quelques dizaines de microns de longueur. J'ai alors mesuré la taille du faisceau et extrapolé la taille du *waist*, à l'aide d'une camera CCD. Le capteur [3] est éloigné de 49,5mm du miroir plan. Ces résultats sont donnés sur la figure 5.10.

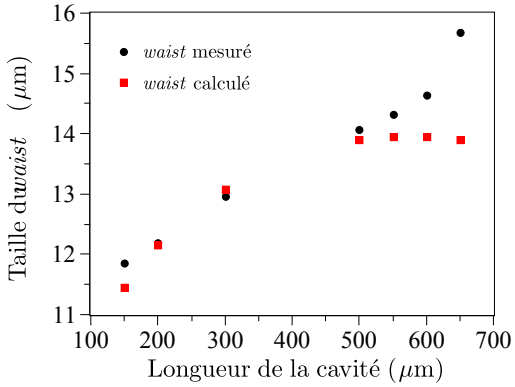


FIGURE 5.10: Tailles (calculées et mesurées) du *waist* de la cavité en fonction de sa longueur.

On y voit clairement une adaptation modale aux grandes longueurs. Une augmentation du *waist* sur le miroir plan a pour effet de réduire la divergence du faisceau et donc sa taille sur le coupleur, limitant ainsi les pertes par coupure. Cet effet est classique dans les cavités Fabry-Perot présentant des pertes [143], la décomposition en modes gaussiens n'étant valable rigoureusement que pour des miroirs de taille infinie et des faisceaux peu divergents (approximation paraxiale).

Cet effet ne peut pas être expliqué par la prise en compte de la courbure non homogène du coupleur en fonction de la distance au centre. En effet, pour un rayon de courbure de 1200 μm (présenté ici), la taille du faisceau à 600 μm vaut 2×20 μm. A cette distance du centre, le rayon de courbure du miroir vaut 1670 μm ce qui correspondrait à un *waist* de 15,7 μm pour une cavité de 600 μm de longueur, alors qu'ici il est mesuré à près de 14,5 μm.

3. Le capteur CCD utilisé (modèle Thorlabs DCU) possède des pixels de taille $4{,}65 \times 4{,}65$ μm^2.

5.2 Mesure du spectre de déplacement du micropilier à température ambiante

Dans cette seconde partie, nous allons voir comment la mesure du spectre de déplacement du micropilier est réalisée. La cavité utilisée dans cette partie et la suivante est celle présentée dans la section 4.4. Elle est de longueur fixe (seulement ajustable sur 500 nm par la cale piézoélectrique). Une mesure précise de sa finesse et de sa longueur, indispensable pour relier le spectre de phase du faisceau réfléchi au spectre de position du micropilier comme on a pu le voir au paragraphe 1.2.3, sera tout d'abord donnée. Je présenterai ensuite les différentes méthodes de mesure de ce spectre en précisant leur sensibilité et leurs contraintes d'application, ainsi que les méthodes de calibration employées. Pour finir, nous verrons quels sont les effets dynamiques associés à un désaccord entre le laser et la cavité. Il est en effet important de maîtriser ces effets pour réaliser une mesure fiable de la température du mode mécanique.

5.2.1 Caractérisation de la cavité à micropilier

La caractérisation de la cavité FPM est une étape importante de l'expérience. Comme on a pu le voir au chapitre 1, les deux paramètres importants permettant de relier le spectre de phase du faisceau réfléchi et le spectre de position du micropilier sont la finesse $\mathcal{F}$ et la bande passante Ω_{cav} de la cavité.

Longueur et finesse de la cavité

La mesure de la longueur de la cavité est relativement difficile. En effet, le laser Nd :YAG n'étant pas accordable, il est impossible de mesurer la longueur d'onde de deux résonances successives et d'en tirer la longueur de la cavité. Pour mesurer la longueur, on utilise une méthode indirecte reliant l'intervalle spectral transverse ν_{tr} de la cavité à son intervalle spectral libre ν_{ISL} ainsi qu'au rayon de courbure R du coupleur d'entrée et qu'à la longueur L de la cavité par la formule [90] :

$$\frac{\nu_{tr}}{\nu_{ISL}} = \frac{1}{\pi} \arccos\left(\sqrt{1 - \frac{L}{R}}\right). \tag{5.16}$$

De la valeur mesurée pour R de 816 ± 75 μm et du rapport des intervalles de $0,22 \pm 0,01$, on tire la valeur de la longueur de la cavité $L = 330 \pm 30$ μm et de l'intervalle spectral libre $\nu_{ISL} = 450 \pm 40$ GHz. La valeur de la bande passante est mesurée quant à elle en ajustant le pic d'Airy mesuré, dont le balayage est calibré en fréquence grâce aux bandes latérales. On obtient ainsi $\Omega_{cav} = 2\pi \times 11 \pm 1$ MHz ce qui donne, pour cette cavité, une finesse de $\mathcal{F} = 40\,000 \pm 4\,000$.

Adaptation spatiale

De la mesure de la finesse on déduit, connaissant la valeur de la transmission des miroirs (40 ppm chacun), un ordre de grandeur des pertes de la cavité (80 ppm). On constate au passage que la réalisation d'une cavité de finesse 100 000 est envisageable, en limitant la transmission du miroir d'entrée à 20 ppm, abaissant celle du pilier à 1 ppm et les pertes à 40 ppm (ces valeurs étant réalisables par le LMA et déjà observées, notamment avec la cavité de longueur variable vue dans la partie précédente). On peut alors calculer le coefficient de réflexion théorique (1.85) $\mathcal{R}_0 = ((T_1 - T_2 - P)/(T_1 + T_2 + P))^2 = 0.2$ et le coefficient réel (4.36)

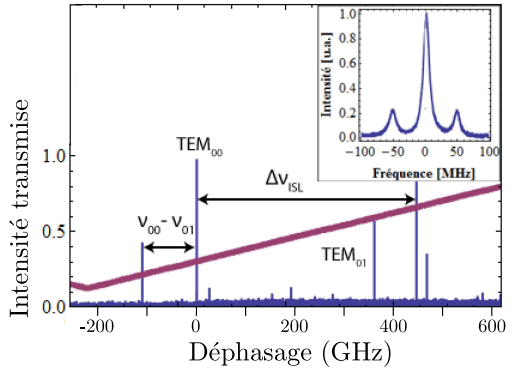


FIGURE 5.11: Courbe de transmission à large bande (2 ISL) de la cavité. On y voit le mode fondamental et les premiers modes transverses. En insert est donné la courbe de transmission pour le mode fondamental, ainsi que ses deux bandes latérales servant à calibrer le balayage de la cavité.

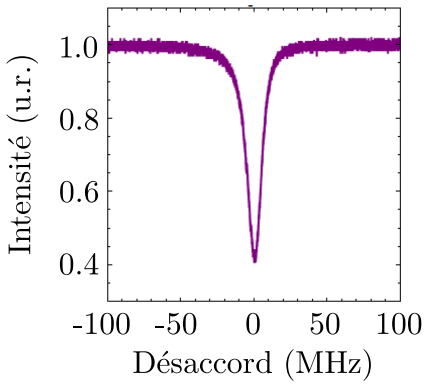


FIGURE 5.12: Coefficient de réflexion de la cavité en fonction du désaccord entre la cavité et le laser.

$\mathcal{R} = 1 - \eta_{cav}\left(1 - ((T_1 - T_2 - P)/(T_1 + T_2 + P))^2\right) = 0,38$ donne alors la valeur expérimentale de l'adaptation spatiale $\eta_{cav} = 78$ %.

5.2.2 Les différentes méthodes de détection du spectre de bruit de position du pilier

Dans cette section, nous allons voir les différentes méthodes de mesure du spectre de déplacement du micro-pilier, en asservissant la cavité à mi-pente, puis en l'asservissant à résonance par la méthode PDH et en observant le signal d'erreur directement et enfin toujours en asservissant la cavité par la méthode PDH mais en observant le signal obtenu par la détection homodyne.

A mi-pente

La mesure du spectre de position en asservissant la cavité à mi-pente est la plus simple à réaliser. A température ambiante, les vibrations de la cavité sont suffisamment faibles pour pouvoir réaliser un tel asservissement (dont la plage d'accroche est alors limitée à la bande passante de la cavité). Les fluctuations de longueur de la cavité dues à l'excitation thermique du mode mécanique induisent ainsi des fluctuations de l'intensité réfléchie que l'on peut mesurer directement. Le résultat, obtenu pour une puissance incidente de 200 μW à température ambiante, est donné sur la figure 5.13. Un ajustement des données expérimentales donne les valeurs suivantes :

- fréquence de résonance : 3,684 MHz,
- amortissement : 774 Hz soit un facteur de qualité de 4760,
- masse : 85 μg,
- niveau de fond : 1,2 10^{-35} m^2/Hz.

En ce qui concerne le facteur de qualité mécanique, ce dernier est limité à 5 000 environ. En effet, la technique de dépôt de miroir sur le pilier étant toujours en cours de développement, les résonateurs avec miroir à haute réflectivité dont j'ai disposé présentent du dépôt diélectrique sur les flancs du pilier et sur la membrane, ce qui réduit fortement leur facteur de qualité mécanique.

Cette méthode est extrêmement sensible car limitée par le bruit d'intensité du laser (proche du niveau *shot* autour de 4 MHz). Cette méthode présente néanmoins un inconvénient majeur à savoir que, la cavité étant tenue hors de résonance, d'importants effets dynamiques peuvent avoir lieu et modifier la température du mode mécanique. Néanmoins, l'amortissement mécanique étant grand (faible facteur de qualité), l'amortissement ajouté par ces effets aura un rôle minime.

Par la technique PDH

Pour asservir la cavité à résonance, nous utilisons la méthode PDH décrite au chapitre précédent. Cette méthode produit un signal d'erreur proportionnel à la longueur de la cavité, utilisé par l'asservissement pour maintenir le laser à résonance avec cette dernière. L'asservissement ne fonctionnant pas au-delà de la centaine de kHz, l'information sur les vibrations de la longueur de la cavité (et donc du micropilier) est intégralement contenue dans ce signal d'erreur qu'il suffit d'observer directement, comme présenté sur la figure 5.13. Un inconvénient majeur réside dans le fait que cette méthode n'est pas expérimentalement limitée par le bruit du laser mais par le bruit basse fréquence du générateur de fonction utilisé pour générer la modulation de phase du faisceau incident. Cet excès de bruit de près de 10 dB nous empêche de réaliser des mesures précises à basse température. Le résultat, obtenu pour une puissance incidente de 200 μW à température ambiante, est donné sur la figure 5.13. Un ajustement des données expérimentales donne les valeurs suivantes :

- fréquence de résonance : 3,684 MHz,
- niveau de fond : environ 1 10^{-34} m^2/Hz.

Malgré la présence d'un fond électronique qui induit une perte d'environ 10 dB sur le rapport signal-à-bruit, cette méthode reste très utile de par sa facilité de mise en œuvre.

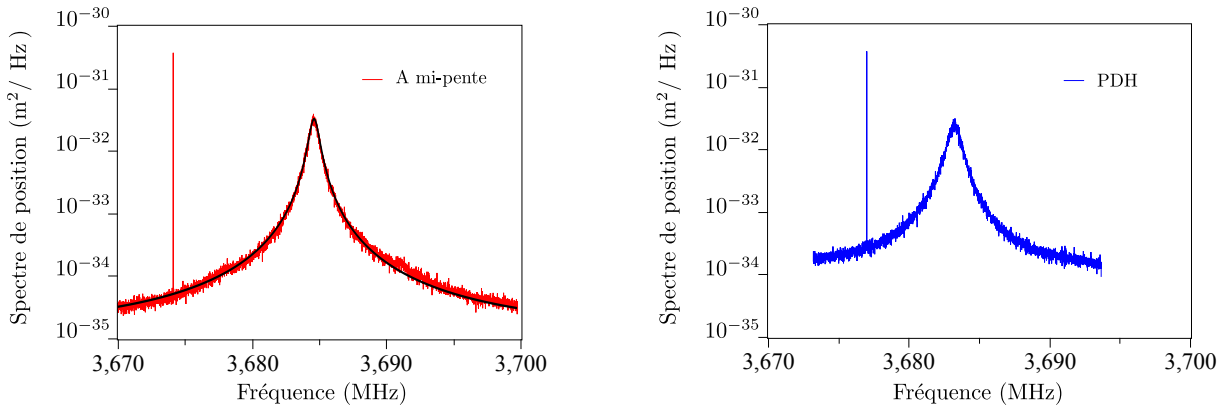


FIGURE 5.13: Spectres de bruit thermique du micropillier observé en mesurant le bruit d'intensité de la cavité asservie à mi-pente (gauche) et en mesurant directement le signal PDH de la cavité asservie à résonance (droite). Les spectres sont calibrés par une modulation de phase (pic fin sur les courbes).

Par la détection homodyne

La méthode la plus efficace consiste alors à asservir la cavité avec la technique PDH et à mesurer non pas le signal d'erreur mais directement la phase du faisceau réfléchi avec une détection homodyne. Le résultat, en principe limité quantiquement par le bruit *shot* du laser, est présenté sur la figure 5.14. Le taux de recouvrement entre les deux faisceaux entrant dans la détection équilibrée est mesuré grâce au contraste de l'interférence lors du balayage de l'oscillateur local et

est ici de 85%. La sensibilité y est la même qu'en étant asservi à mi-pente mais avec un désaccord entre la cavité et le laser complètement maîtrisable. Le schéma de l'expérience permettant de réaliser cette mesure est donné au chapitre précédent sur la figure 4.25. Le résultat, obtenu pour une puissance incidente de 200 μW à température ambiante, est donné sur la figure 5.13. Un ajustement des données expérimentales donne les valeurs suivantes :

- fréquence de résonance : 3,683 MHz,
- amortissement : 830 Hz soit un facteur de qualité de 4440,
- masse : 62 μg
- niveau de fond : 6 10^{-36} m^2/Hz.

Cette mesure (la plus précise avec près de 40 dB de rapport signal-à-bruit) permet de confirmer la valeur de la masse du mode mécanique à 70±10 μg, ce qui correspond aux valeurs attendues en prenant en compte l'effet du cadre de découplage dans la masse du mode (paragraphe 2.3.4.1).

Il convient de noter que la valeur équivalente du *shot noise* serait de 10^{-38} m^2/Hz avec 50 μW de puissance réfléchie. En effet, 50 % de la puissance est perdue à chaque traversée des fenêtres qui ne possédaient pas, à l'époque des mesures, de couches anti-reflet. Cette valeur est cependant plus basse que la valeur du fond observé de plus de deux ordres de grandeur, la différence provenant probablement d'un parasite électrique.

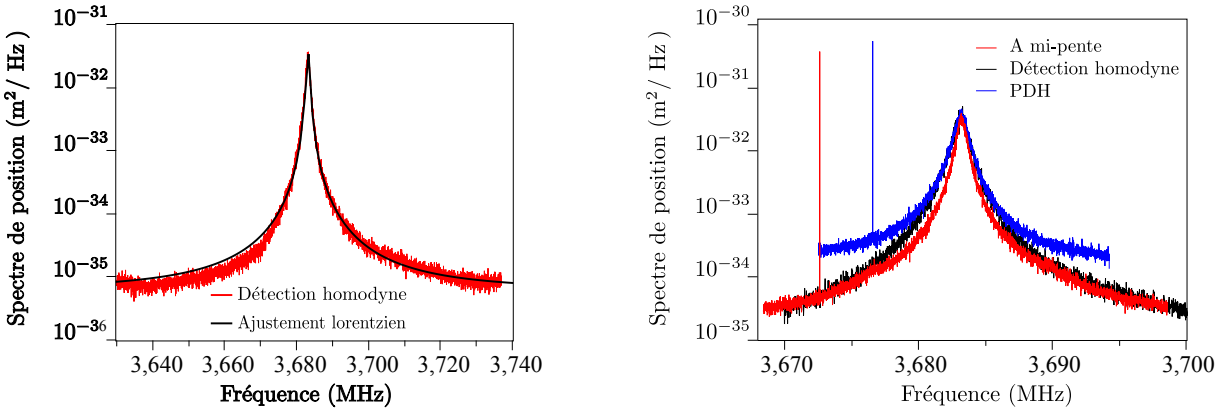


FIGURE 5.14: Spectre de bruit thermique du micropillier observé en mesurant le bruit de phase du faisceau réfléchi par la cavité, asservie à résonance, grâce à la détection homodyne (gauche) et superposition des spectres mesurés avec les trois méthodes (après re-centrage de la fréquence de résonance).

On remarque sur les spectres présentés sur la figure 5.14 que l'effet dynamique d'action en retour dans la cavité désaccordée (mesure à mi-pente) n'est que de 10 % environ. Cela correspond bien à la valeur calculée par l'équation (1.128) pour le déphasage $\Psi \simeq \gamma$ (cavité asservie à mi-pente du coté chauffage) qui donne une valeur de 784 Hz pour l'amortissement effectif pour une puissance incidente de 100 μW (à cause des 50 % perdus à la traversée des fenêtres), à comparer aux 774 Hz mesurés.

5.2.3 Calibration des spectres de déplacement

Méthodes de calibration

Plusieurs méthodes de calibration du spectre sont utilisables :

- la plus simple consiste à mesurer la pente du signal d'erreur et à calibrer directement le déplacement. Cette méthode est particulièrement imprécise car elle présuppose la connaissance des fonctions de transfert de tous les étages de la chaîne d'acquisition, la pente du signal d'erreur étant mesurée en DC et le spectre autour de 4 MHz.
- Une autre méthode consiste à utiliser le fond optique de la mesure. Cette méthode est en principe extrêmement précise mais difficilement applicable si le laser n'est pas rigoureusement au *shot* à la fréquence de mesure, ce qui est notre cas. Une mesure précise du bruit du laser, et ce en parallèle avec la mesure, serait en outre relativement complexe à mettre en oeuvre.
- Une méthode facilement implémentable et relativement sûre consiste à réaliser une modulation de phase connue à l'aide d'un modulateur électro-optique (MEO). Les modulateurs électro-optiques utilisent l'effet Pockels pour contrôler la biréfringence d'un cristal linéairement en appliquant un champ électrique externe. Les temps typiques de réarrangement du cortège électronique suite à une variation du champ extérieur étant de l'ordre de la ns, ces modulateurs ont une réponse plate en fréquence jusqu'à 100 MHz environ. Une calibration en DC et une utilisation autour de la fréquence de résonance mécanique est alors possible pour calibrer les spectres de déplacement.

Principe de calibration du spectre

Pour calibrer le modulateur électro-optique utilisé (modèle Linos LM 0202), on place ce dernier en configuration modulateur d'amplitude (le modulateur est ainsi attaqué en polarisation linéaire à 45° de ses axes propres) et on ajuste la réponse en DC avec une fonction sinusoïdale. On extrait alors de cette mesure la valeur de V_π (ici 354 V) *i.e.* la tension nécessaire pour réaliser un déphasage de π sur l'axe actif. Une fois cette calibration réalisée, le modulateur est configuré en modulation de phase et excité à une fréquence $\Omega_{cal}/2\pi$ proche de la fréquence de résonance du micro-pilier $\Omega_m/2\pi$.

Le principe de calibration utilise alors la relation générale liant modulation de fréquence $\delta\nu$ et variation de longueur équivalente δx_{eq} dans une cavité Fabry-Perot :

$$\frac{\delta x_{eq}[\Omega_{cal}]}{L} = \frac{\delta\nu[\Omega_{cal}]}{\nu} \tag{5.17}$$

où $\delta\nu[\Omega_{cal}] = \Omega_{cal}\delta\phi[\Omega_{cal}]$. Cette variation de phase valant par définition $\delta\phi[\Omega_{cal}] = \pi\delta V[\Omega_{cal}]/V_\pi$, on connaît le déplacement équivalent du sommet du pic de calibration. Il convient ici de prendre garde au fort effet capacitif du modulateur électro-optique et de mesurer la tension réellement appliquée au modulateur à la pulsation Ω_{cal} et non pas la tension de commande du GBF (notre modulateur causant une baisse de tension de 40 % environ à 4 MHz).

Qualité de l'asservissement

Les fluctuations résiduelles de longueur de la cavité à basse fréquence sont typiquement de 1 MHz (pour une bande passante de 11 MHz) soit une qualité d'asservissement de 10 % environ. Pour limiter ces fluctuations résiduelles, un filtre passe-bas est ajouté sur la voie d'attaque de la cale piézo-électrique de la cavité afin de limiter le transfert du bruit électronique de l'amplificateur haute tension en bruit de position de la cale. Pour cela, une résistance de 100 kΩ a été placée en série avec la cale. Avec les 16 nF de la cale, ce montage réalise un filtre passe-bas de fréquence

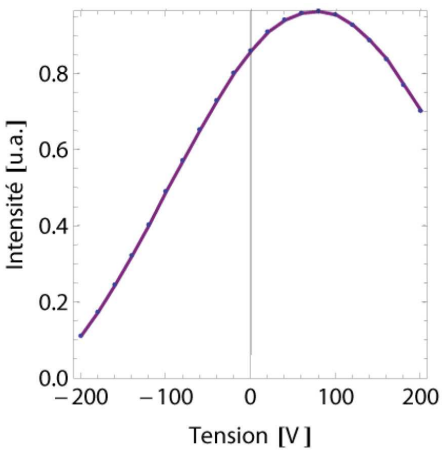


FIGURE 5.15: Courbe de calibration du modulateur électro-optique non résonnant en configuration modulation d'amplitude.

de coupure 100 Hz environ.

Ajustement des spectre de déplacement du résonateur

Nous allons maintenant voir le lien entre la définition du spectre de déplacement en pulsation donnée au chapitre 1 et la mesure expérimentale du spectre de déplacement en fréquence.

On note le spectre $S_x^{\Omega}[\Omega]$ le spectre défini par l'équation (1.44) en représentation « pulsation ». On définit alors $S_x^{\nu}[\nu]$ le même spectre en représentation « fréquence » :

$$S_x^{\nu}[\nu] = (2\pi)^3 \; S_x^{\Omega}[\Omega] \quad \text{avec} \quad \Omega = 2\pi\nu \tag{5.18}$$

Dans la représentation « fréquence » les données du problème (fréquence de résonance et amortissement) sont alors exprimées en Hz, tout comme le spectre mesuré à l'analyseur de spectre. En effet, ce dernier mesure le module carré de la valeur moyenne de la transformée de Fourier du signal d'entée V sur l'intervalle $[\nu - \frac{\nu_{rbw}}{2}; \nu + \frac{\nu_{rbw}}{2}]$, ν_{rbw} étant la largeur spectrale de la bande passante de l'analyseur de spectre et ν la fréquence à laquelle le spectre est étudié :

$$S_V[\nu] = \frac{1}{\nu_{rbw}} \int_{\nu - \frac{\nu_{rbw}}{2}}^{\nu - \frac{\nu_{rbw}}{2}} \left| \langle V[\nu'] \rangle \right|^2 d\nu' \tag{5.19}$$

C'est donc la représentation « fréquence » qu'il faut utiliser pour ajuster les données expérimentales.

De plus, en vertu du principe ergodique, la moyenne statistique d'ensemble est égale à la moyenne temporelle d'une réalisation. Expérimentalement, la moyenne qui apparaît dans l'équation (1.42) correspond bien à la moyenne temporelle sur la durée du signal acquis, si le temps de mesure (donné par l'inverse de la bande passante de l'analyseur de spectre) est suffisamment long devant le temps de corrélation de l'environnement thermique. Concrètement cette hypothèse est toujours vérifiée, la bande passante typique de l'analyseur de spectre étant de quelques Hz et le temps de corrélation de l'environnement thermique étant très petit devant le temps de vie du mode mécanique, qui est déjà de l'ordre de de 100 ms.

En ce qui concerne le calcul de l'écart quadratique moyen Δx^2 correspondant à la variance

du mouvement, on aura (1.49) :

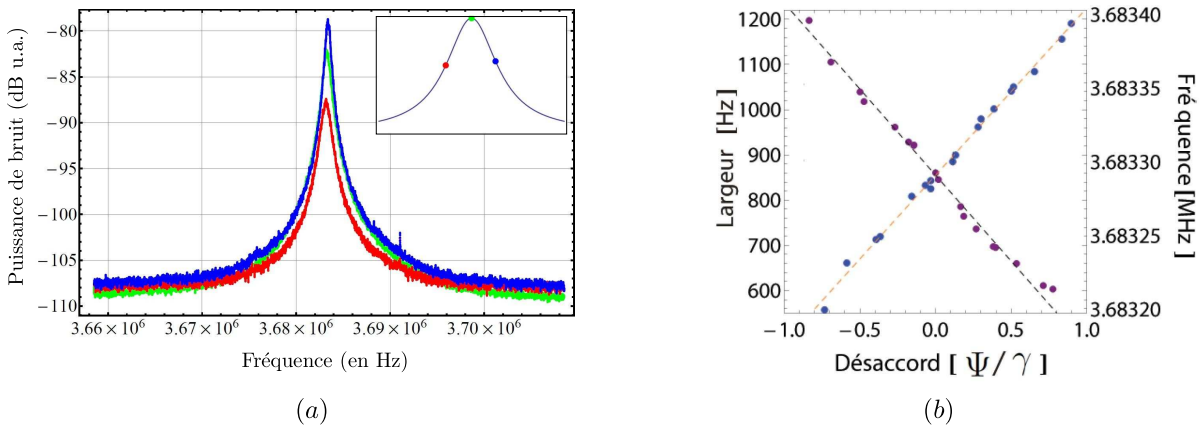
$$\Delta x^2 = \lim_{t\to\infty} \frac{1}{t}\int_0^t x^2(\tau)\mathrm{d}\tau = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\nu}{(2\pi)^3} S_x^\nu[\nu]. \tag{5.20}$$

5.2.4 Effets dynamiques sur le pilier

Dans cette section, je présente les deux expériences réalisées pour vérifier notre maitrise de l'expérience. La première a consisté à forcer l'action en retour dynamique afin de s'assurer que dans les mesures précédentes ces effets étaient bien maitrisés. La seconde a été d'observer la troisième harmonique du mode de compression extension du micropilier afin de s'assurer que la bande passante de la cavité n'était pas limitée par un effet non maitrisé.

Effet dynamique en cavité désaccordée

Afin de réaliser une mesure de la température du résonateur en régime cryogénique exempte de tout effet dynamique, il convient de vérifier la maitrise que l'on a de ces effets. Pour cela une étude de la température et de la fréquence du mode en fonction du désaccord a été réalisée. Les résultats sont visibles sur la figure 5.16. On y retrouve bien les dépendances linéaires classiques du décalage en fréquence (*optical spring*) et de la modification de l'amortissement effectif pour des faibles désaccords, vues au paragraphe 1.3.2.1. Les ajustements correspondent à une puissance laser incidente de 1.6 mW puissance laser pour 1,5 mW réellement injectés.



(*a*) (*b*)

FIGURE 5.16: Spectres thermiques (a) et effets dynamiques (b) observés sur la variation de la fréquence de résonance et sur l'amortissement lorsque la cavité est désaccordée.

Effets thermiques

Des effets thermiques sont néanmoins observables à forte puissance (10 mW), signes d'une absorption de la puissance laser par la cavité. Les facteurs de qualité sont trop faibles pour pouvoir réaliser une mesure de dérive de la fréquence en fonction du temps, l'asservissement ne tenant pas assez longtemps pour que la fréquence dérive de plus d'une largeur mécanique. La variation de température est aussi trop faible pour être observable sur le spectre thermique

Un estimation de la variation de la fréquence de résonance, principalement due à l'évolution du module d'Young en fonction de la température, comme nous le verrons dans la partie suivante, est de 278 Hz/K. Nous mesurons (figure 5.17) ici une variation de fréquence de 12,1 Hz/mW soit une résistance thermique de 43 K/W. Malheureusement, cette valeur n'est pas extrapolable

à froid où la résistance est bien plus grande. Afin de s'assurer que nous ne mesurions pas une dérive de la fréquence causée par un autre paramètre, les mesures ont été faites dans un ordre aléatoire, les lignes joignant deux points de mesure successifs sur la figure 5.17.

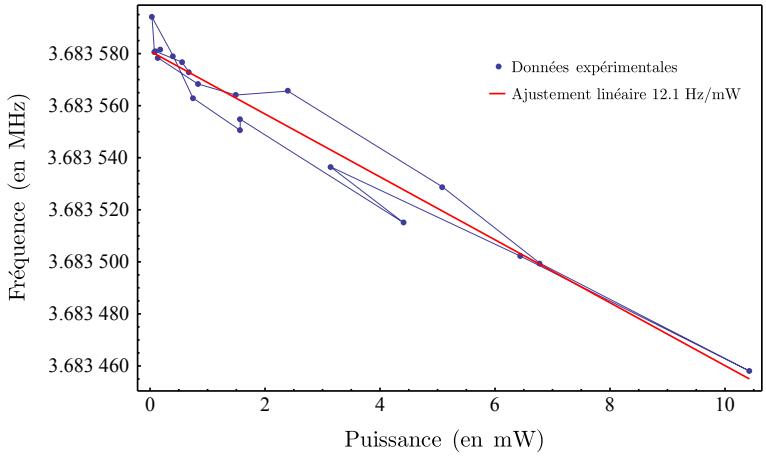


FIGURE 5.17: Fréquence de résonance mécanique en fonction de la puissance laser injectée.

Observation du 3ème mode de compression-extension du pilier

Pour confirmer la valeur de la bande passante de la cavité à 11 MHz, la réponse mécanique autour de 11,1 MHz a été mesurée. Le spectre de vibrations thermiques ne montre aucune résonance dans cette plage mais une réponse forcée a montré l'existence d'une réponse pour la seconde harmonique du mode de compression-extension. La mesure en *ring down* est donnée sur la figure 5.19(a). Pour réaliser cette mesure, on utilise encore une fois une excitation piézoélectrique de la cale du FPM. Pour à la fois maintenir la cavité à résonance et exciter le pilier, un coupleur HF-DC réalisé au laboratoire a été utilisé. Le schéma électrique est donné sur la figure 5.18. La faible valeur du facteur de qualité mécanique, environ 700, est probablement due à la valeur relative de l'épaisseur de la membrane. Cette dernière est en effet plus importante pour le second harmonique que pour le mode fondamental, la longueur d'onde du mode mécanique étant 3 fois plus faible pour la même épaisseur de membrane. Cela a empêché l'observation directe de son spectre thermique, mais ce résultat confirme l'efficacité de la détection jusqu'à 10 MHz environ.

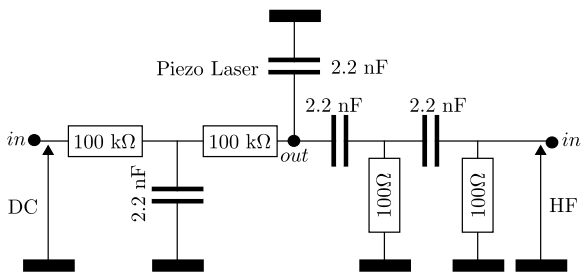


FIGURE 5.18: Schéma électrique du coupleur HF-DC.

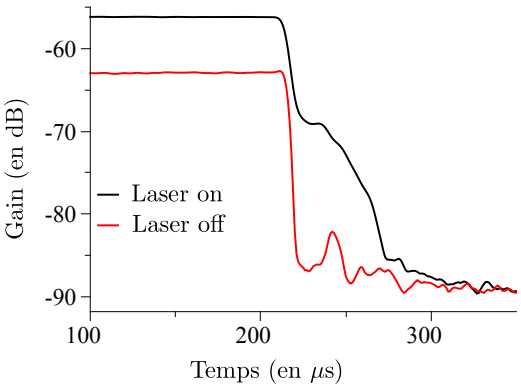


FIGURE 5.19: Courbes de *ring-down* de la seconde harmonique.

5.3 Mesure du spectre de déplacement en conditions cryogéniques

Dans cette section, je vais présenter les résultats obtenus en régime cryogénique. Nous verrons alors l'importance d'utiliser une détection homodyne pour réaliser une mesure précise de la température du micro-pilier. Je terminerai cette partie en présentant les problèmes de thermalisation que nous avons pu rencontrer.

5.3.1 Spectre de bruit en régime cryogénique

Sur la figure 5.20 est présentée une mesure de spectre de bruit de position à température ambiante et en régime cryogénique. La température de la zone froide est alors de 200 mK environ, celle du mode mécanique de 1K environ. On remarque que ce spectre mesuré par la méthode PDH présente un excès de bruit de plus de 10 dB, dû à la difficulté d'asservir proprement la cavité à résonance en régime cryogénique. Il convient aussi de noter ici qu'en régime cryogénique, les effets de biréfringence sont plus importants qu'à température ambiante, obligeant à utiliser un isolateur optique pour extraire le faisceau réfléchi tout en conservant une polarisation incidente alignée selon un des axes propres de la cavité.

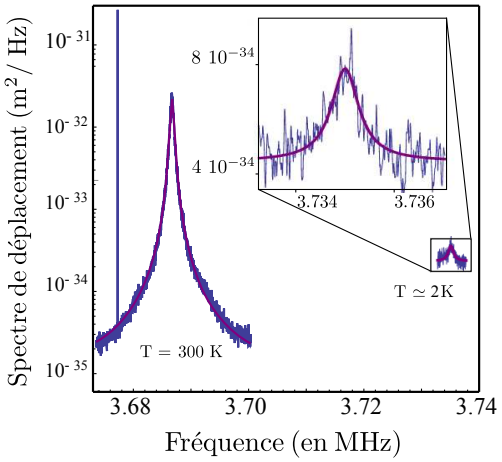


FIGURE 5.20: Spectres de bruit thermique à 300 K et à 2 K environ. Le spectre à basse température est réalisé à très faible puissance optique (40 μW) ce qui explique la moins bonne sensibilité pour la mesure à froid.

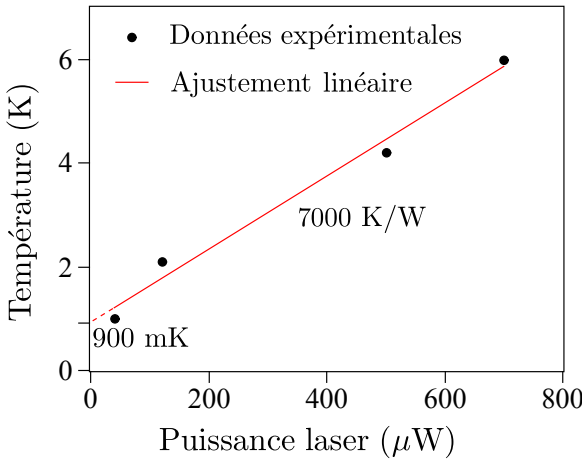


FIGURE 5.21: Température du mode mécanique en fonction de la puissance laser injectée. Un ajustement linéaire des données donne la pente (7,0 ± 0,6 K/mW) et l'ordonnée à l'origine (900 ± 30 mK).

De la mesure de la température du mode mécanique en fonction de la puissance laser injectée, on tire par un ajustement linéaire la résistance thermique de la structure (environ 7000 K/W) et la température minimale accessible par cette technique de thermalisation (900 ±30 mK).

Une détection limitée quantiquement

L'utilisation de la détection homodyne a permis d'abaisser le fond de mesure de 5 10^{-34} à 10^{-36} m^2/Hz comme on peut le voir sur la figure 5.22. La mesure de la température donne alors des valeurs de quelques kelvins.

Les résultats sont présentés sur la figure 5.22. Sur les courbes (a) on y voit deux spectres thermiques à froid (200 mK sur la platine froide) obtenus avec la méthode PDH pour 500 et

120 μW de puissance incidente. L'ajustement des spectres donne des valeurs de 4,2 et 2,1 K. Sur les courbes (b) on peut voir deux spectres thermiques à froid (200 mK sur la platine froide) obtenus avec la méthode PDH et par détection homodyne pour une puissance incidente de 700 μW. Les ajustements donnent tous deux une température de 6 K environ. Les températures les plus basses que nous ayons pu mesurer sont de l'ordre de 1 K avec 40 μW de puissance incidente. On remarque ici que, bien que moins sensible, la méthode PDH reste très utile de par sa facilité de mise en oeuvre.

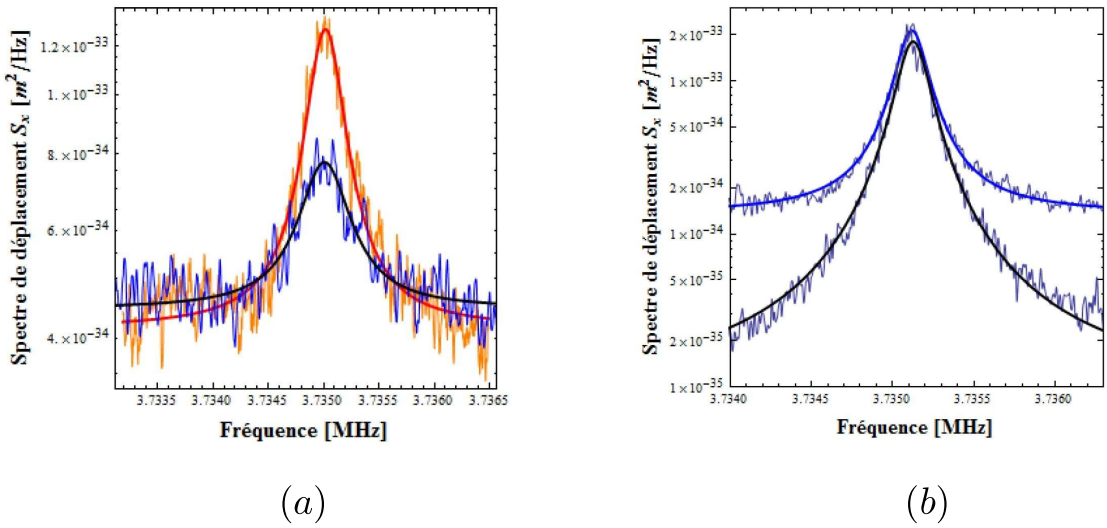


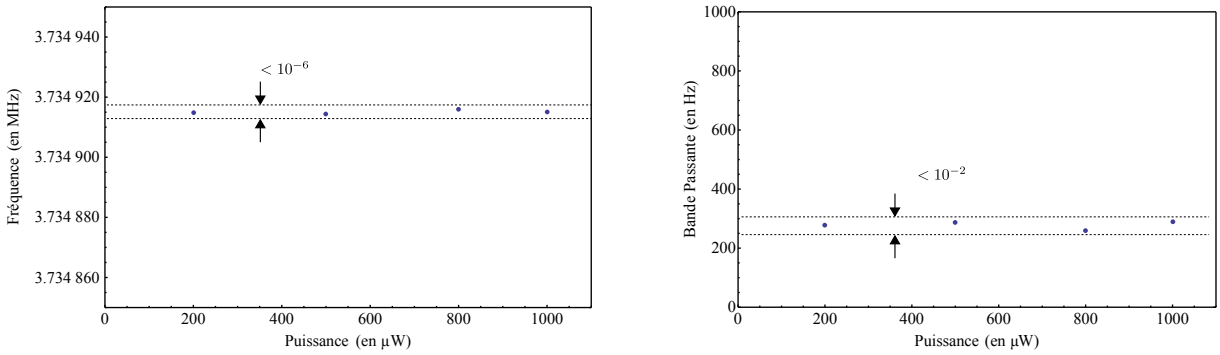
FIGURE 5.22: Courbes (a) : spectres thermiques à froid (200 mK sur la platine froide) obtenus avec la méthode PDH pour 500 et 120 μW de puissance incidente. L'ajustement des spectres donne des valeurs de 4,2 et 2,1 K. Courbes (b) : spectres thermiques à froid (200 mK sur la platine froide) obtenus avec la méthode PDH et par détection homodyne pour une puissance incidente de 700 μW. Les ajustements donnent tous deux une température de 6 K environ.

5.3.1.1 Effet de la puissance laser sur le mode mécanique

Comme à température ambiante, nous nous sommes assuré à froid qu'aucun effet dynamique ne venait entacher la mesure de température.

Effets dynamiques

Une mesure de la fréquence de résonance et de l'amortissement montre que la cavité est bien maintenue à résonance et que la température effective du mode du pilier est bien la température réelle du résonateur. En effet, comme on peut le voir sur la figure 5.23, il n'y a pas de dépendance visible de l'amortissement mécanique et de la fréquence de résonance avec la puissance incidente contrairement à ce qui est attendu avec les effets d'action en retour de la pression radiation.



(a) (b)

FIGURE 5.23: Évolution de l'amortissement et de la fréquence de résonance avec la puissance laser incidente en conditions cryogéniques.

5.4 Thermalisation du micropiler en régime cryogénique

Comme nous avons pu le voir dans la partie précédente, la température du résonateur atteint un plancher autour du kelvin alors que la température de la zone froide atteint 200 mK. Dans cette partie, je présente les différents canaux de thermalisation accessibles au micro-pilier et quelle solution nous envisageons pour l'améliorer. Je présenterai alors l'étude de faisabilité que nous avons réalisée et la conception d'une sous-enceinte permettant d'assurer un mécanisme de refroidissement convectif efficace.

5.4.1 Canaux de thermalisation

Les pertes P de la cavité sont en partie dues à la diffusion d'une fraction du champ causée par la rugosité des miroirs (et responsable de l'échauffement de la zone froide) mais aussi à l'absorption d'une fraction du champ directement par les couches diélectriques. Ces pertes (typiquement de 1 à 10 ppm [93]) peuvent jouer un rôle important lorsque la cavité est placée à résonance. En effet, la cavité étant symétrique, la puissance absorbée P_{abs} par les couches diélectriques vaut :

$$P_{abs} = \eta_{cav} \frac{4TA}{(2T+P)^2} P_{in}, \tag{5.21}$$

soit $P_{abs}/P_{in} = 5\ 10^{-3}$ (resp. 5 %) pour un taux d'absorbtion A de 1 ppm (resp. 10 ppm) [4], une transmission de 40 ppm, des pertes de 80 ppm et une adaptation modale de 80 %. Cette puissance typique de chauffage de 1 μW par mW optique incident (l'absorption ayant lieu pour moitié dans chacun des deux miroirs) suffit à faire passer la température du pilier de 200 mK à quelques kelvins.

Pour une telle puissance absorbée, la vitesse d'échauffement de la structure est trop grande pour espérer réaliser une mesure au vol. En prenant $C \simeq 10^{-4}(T/1\text{K})^3$ J.Kg^{-1}.K^{-1} la capacité calorifique du quartz à basse température (4 K)[144], un rapide calcul donne une variation de température de l'ordre de $dT/dt \simeq (1\text{K}/T)^3$ K/s pour une puissance incidente de l'ordre du mW. Cet effet de thermalisation est donc a prendre en compte obligatoirement. Les canaux de thermalisation sont alors les trois classiques suivants :

Refroidissement par rayonnement

L'application directe de la loi de Stefan-Boltzmann donne, pour une surface du pilier valant typiquement $S = 4\ 10^{-7}$ m^2, une puissance rayonnée P_{ray} qui vaut :

$$P_{ray} = S\sigma T^4 \simeq 2\ 10^{-14} \left(\frac{T^4}{1\text{K}}\right) \text{W}. \tag{5.22}$$

On constate alors que cette méthode de thermalisation est complètement inefficace à 200 mK devant l'apport des 10 μW par mW optique injecté.

Refroidissement par conduction

Les pertes thermiques par conduction sont elles-aussi relativement faibles. En effet, le résonateur

4. La procédure de recuit à 250°C environ est essentielle pour abaisser les pertes par absorption au niveau du ppm. Cependant, cette étape n'est pas réalisée dans notre cas car les coupleurs sont traités en même temps que les résonateurs et le recuit est impossible à cause de la résine de masquage qui risquerait de brûler à l'air.

est conçu pour être isolé le mieux possible de son environnement. Par conséquent, il y est aussi très mal couplé thermiquement. En pratique, le seul canal d'évacuation de la chaleur est par la membrane dont l'épaisseur est très fine (quelques microns). Cette dernière étant étendue sur plusieurs millimètres, on peut évaluer l'ordre de grandeur du gradient de température qu'elle supporte à l'aide d'un modèle simple. Le pilier est supposé cylindrique et la membrane d'épaisseur $e = 5$ μm. On effectue alors un bilan de puissance sur l'anneau de volume 2 $\pi e R dR$ compris entre les rayons R et $R + dR$. On note P_{cond} la puissance conduite entre la surface interne $2\pi Re$ située au rayon R et à la température T et la surface externe $2\pi(R+dR)e$ située au rayon $R+dR$ et à la température $T + dT$ de la couronne. En régime stationnaire, on a l'égalité suivante :

$$P_{abs} = P_{cond} = -2\pi Re\lambda \frac{dT}{dR}, \tag{5.23}$$

où λ la conductivité thermique du quartz est de la forme $\lambda \simeq \alpha\ T^2$ W.K^{-1}.m^{-1} avec $\alpha \simeq 1,6\ 10^{-3}$[144]. Par intégration, on obtient :

$$T_{pilier}^3 = T^3 + \frac{3P_{abs}}{2\pi\alpha e} \ln\left(\frac{R_{mem}}{R_{pilier}}\right), \tag{5.24}$$

où T_{pilier} et R_{pilier} sont la température du pilier et son rayon typique (100 μm), T et R_{mem} la température du substrat (typiquement 200 mK, celui-ci étant directement en contact avec la zone froide) et le rayon externe de la membrane (typiquement 3 mm). On obtient ainsi une valeur typique de 10 K pour une puissance injectée de 1 mW, ce qui est bien en accord avec les résultats expérimentaux présentés dans la partie précédente.

Refroidissement par convection

Le seul moyen de thermalisation qui reste à notre disposition est la convection. Hors, dans les conditions classiques d'utilisation, la qualité du vide dans l'enceinte du cryostat ne dépasse pas les 10^{-6} mbar. Il n'y a donc aucun effet convectif capable d'évacuer la chaleur absorbée. Nous avons donc choisi d'utiliser un gaz d'échange pour thermaliser le résonateur. A de telles températures, les seuls composés encore présents à l'état gazeux sont l'hélium 3 et 4, et ce avec des pressions de vapeur saturante très faibles (figure 5.24), typiquement de l'ordre du mbar. Afin de valider le concept, nous nous sommes assuré que le facteur de qualité mécanique n'est pas dégradé par la présence de cette pression résiduelle de gaz et que la puissance de refroidissement convectif est suffisante à cette faible pression pour améliorer la thermalisation.

Le coefficient de refroidissement par convection avec de l'hélium gazeux à pression atmosphérique est de l'ordre de 100 W.m^{-2}.K^{-1}[145, 146] à 4 K et est compris entre 10 et 100 W.m^{-2}.K^{-1} à 300 K [146, 147]. Pour la surface du pilier et pour une pression de 1 mbar cela donne une puissance de refroidissement comprise entre 5 et 50 nW/K à froid et entre 0,1 et 1 μW pour la surface de près de 10 mm^2 de la membrane. Cette puissance de refroidissement est compatible avec nos applications à condition d'avoir une source de superfluide très près du pilier, ou éventuellement même sur le pilier. Idéalement, nous prévoyons de combiner le refroidissement de la membrane directement par le superfluide et le refroidissement du pilier par convection dans le gaz d'hélium, tout en limitant la puissance incidente à la centaine de μW, compatible avec la puissance SQL définie par (1.111) dans le premier chapitre au paragraphe 1.3.1.2.

Comme on peut le constater sur la figure 5.24(a), en dessous de 1 K, l'hélium gazeux est en

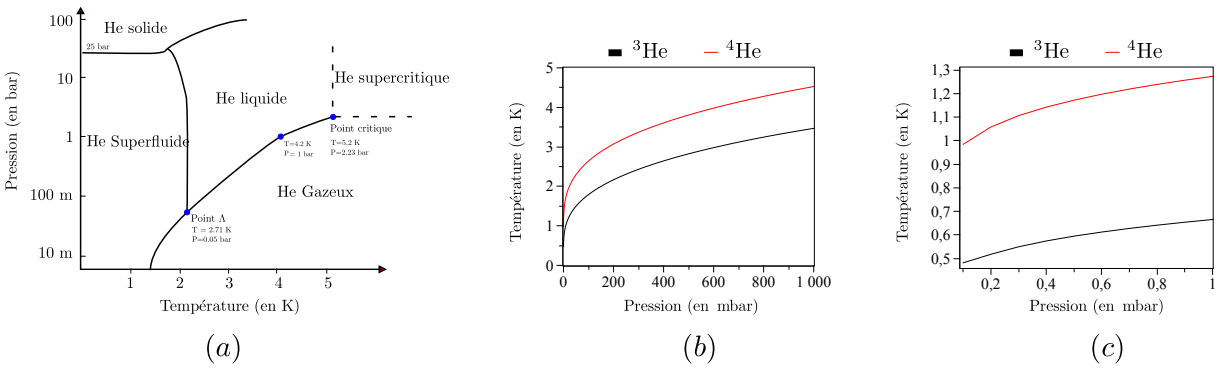


FIGURE 5.24: Diagramme pression-température des héliums 3 et 4 entre 0 et 5 K.

équilibre avec une phase superfluide. Un autre effet qui peut alors dégrader la qualité mécanique du résonateur est l'apparition de turbulence [148, 149] dans cette phase superfluide. Il faudra donc tenir compte de ce paramètre et contrôler précisément la pression d'hélium afin de maitriser la création d'un film superfluide. Des expériences ont néanmoins montré que des facteurs de qualité de 10^4 à 10^5 étaient observables dans de l'hélium superfluide [150, 151].

Enfin, de récentes expériences réalisées dans le groupe de Tobias Kippenberg ont permis de montrer [152] qu'une thermalisation avec 10 mbar d'hélium permet d'atteindre une température de 1,6 K sans dégrader les propriétés mécaniques du résonateur.

5.4.2 Étude de faisabilité

Afin de s'assurer que l'utilisation de gaz d'échange est compatible avec l'utilisation de nos structures à très haut facteur de qualité, nous avons mesuré l'effet de la pression à l'intérieur de l'enceinte et de la puissance du laser incident sur le facteur de qualité. En effet, les facteurs de qualité mesurés sont tellement élevés ($> 10^6$) que des effets très légers suffisent à le dégrader. Ces expériences sont réalisées dans l'interféromètre présenté dans la partie 2.3.1. La puissance laser qui arrive réellement sur l'échantillon vaut alors 52 % de la puissance en entrée de l'interféromètre. Afin de reproduire les effets d'absorption à forte puissance intracavité, les résonateurs sont utilisés sans traitement diélectrique mais en conservant la couche de 200 nm d'or qui avait servi de masque de gravure (figure 2.15). Les puissances absorbées sont ainsi comparables : 10 μW absorbés en cavité (pour 10 mW incidents environ) correspondent à 400 μW incidents sur l'interféromètre. Cette source de chauffage nous a aussi permis de vérifier l'efficacité du refroidissement convectif avec un millibar d'hélium.

5.4.2.1 Effets sur le facteur de qualité

Deux paramètres peuvent altérer le facteur de qualité : la pression du gaz via l'amortissement fluide ajouté et la puissance de chauffage unilatérale causant une disymétrie de la structure.

Effet de la pression d'hélium

Afin de s'assurer que l'ajout du gaz de thermalisation ne réduisait pas la qualité mécanique de nos structures, nous avons réalisé une étude du comportement du facteur de qualité en fonction de la pression d'hélium dans l'enceinte.

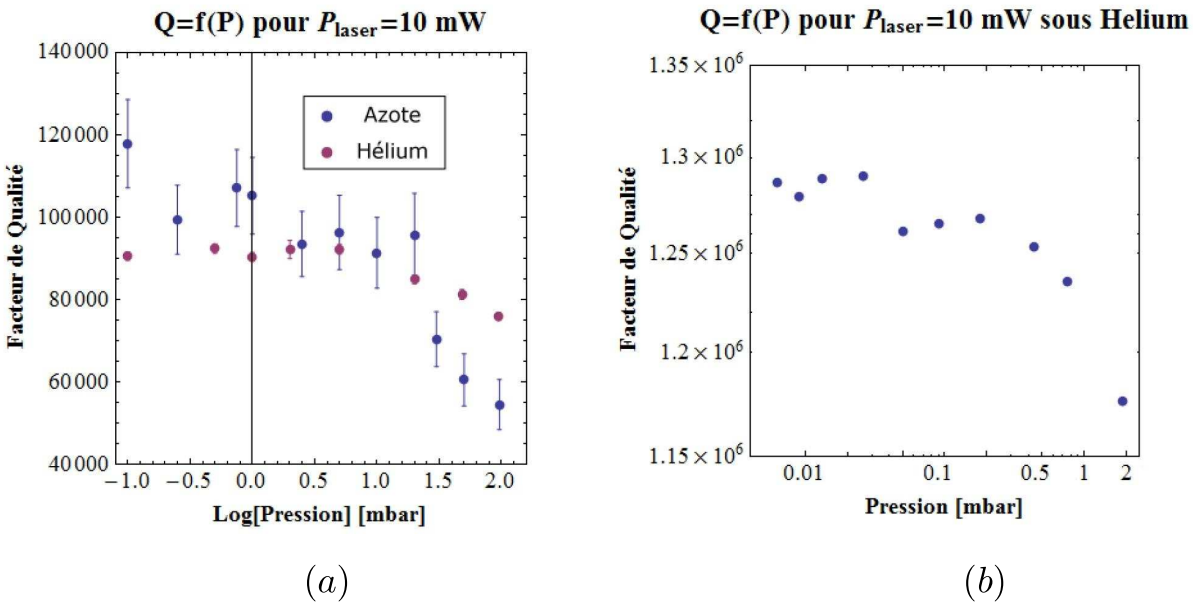


FIGURE 5.25: Évolution du facteur de qualité mécanique en fonction de la pression du gaz environnant (hélium ou azote) pour deux résonateurs : (a) avec $Q \simeq 10^5$ et (b) avec $Q \simeq 10^6$.

On peut voir sur la figure 5.25 que le facteur de qualité reste très élevé ($> 10^6$) jusqu'à des pressions d'hélium supérieures à 1 mbar. Les modèles simples de pertes mécaniques par rayonnement acoustique [153] ou par frottement visqueux [154] prévoyaient tout deux une pression critique, nécessaire pour augmenter l'amortissement de 1 Hz, de l'ordre de la dizaine de pascals alors que l'ajustement des données de la figure 5.26(a) par le modèle visqueux donne une pression critique de 44 mbar soit près de trois ordres de grandeur plus grande. Le processus de thermalisation par convection à ces pressions est donc compatible avec nos contraintes mécaniques.

Effet de la puissance laser absorbée

Nous nous sommes aussi intéressés à l'évolution du facteur de qualité et de la fréquence de résonance du résonateur en fonction de la pression d'air et de la puissance laser injectée dans l'interféromètre. La figure 5.26 présente les résultats obtenus. On peut y voir l'effet (courbe b) de la puissance incidente sur le facteur de qualité. On constate une dégradation du facteur de qualité à forte puissance (> 1 mW). Cet effet s'explique en considérant le processus de thermalisation du pilier. A température ambiante, il est dominé par la conduction à travers la membrane. Il y a donc une disymétrie qui apparait entre le chauffage (par la face supérieure du pilier) et le refroidissement (par le centre du pilier). Cela crée un gradient de température le long du pilier et brise sa symétrie par rapport au plan de la membrane, ce qui a pour effet de dégrader le facteur de qualité en modifiant la positon du noeud de vibration. Ce gradient de température au sein du pilier est confirmé par les simulations numériques réalisées à l'ONERA et présentées dans le prochain paragraphe.

La mesure de la fréquence de résonance en fonction de la puissance injectée (courbe c) nous renseigne sur la température relative du pilier. En effet, la variation de la fréquence de résonance de la structure en fonction de la température peut être calculée à -265 Hz/K, les résultats obtenus sont alors cohérents avec une absorption de 5 % dans la couche d'or qui recouvre le pilier. En

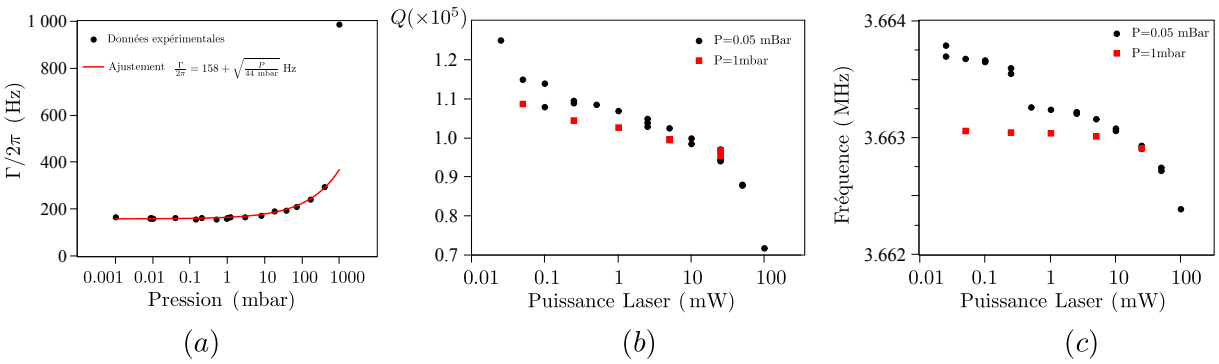


FIGURE 5.26: Évolution du facteur de qualité et de la fréquence de résonance du résonateur en fonction de la pression d'air et de la puissance laser injectée dans l'interféromètre.

particulier, on note une élévation de la température de la structure de 8 K environ pour une puissance incidente de 100 mW à 0,05 mbar.

Le décrochement observé sur la courbe à 0,05 mbar pour une puissance incidente de 0,5 mW est dû à une dérive thermique, comme nous allons le voir dans la section suivante.

En outre, on constate qu'à plus forte pression (1 mbar) il n'y a pas d'évolution de la température avec la puissance injectée. Cela est dû à la présence d'air qui thermalise la structure et évacue la puissance absorbée par convection. Ce premier résultat encourageant nous a alors amené à considérer la puissance récupérable par ce processus de thermalisation convective.

5.4.2.2 Puissance du refroidissement convectif

Afin de mieux comprendre ces effets thermiques au sein du pilier lors de l'absorption d'une partie du faisceau laser, nous en avons réalisé une simulation numérique. La modélisation de la diffusion thermique aux temps courts (sur la première seconde de chauffe) réalisée par l'ONERA est effectuée sur la structure complète en injectant 10 mW sur la face supérieur d'un pilier. Elle donne les résultats suivant :

- Durant les premiers dixièmes de seconde, on constate une élévation importante de la température de la face supérieure, qui passe de 20 à 45 ˚C en 0,2 s.
- Pendant le même temps, la face inférieure du pilier passe de 20 ˚C à 25˚C, soit un gradient de 20 K/mm entre les deux faces du pilier.
- Ensuite, le gradient de 20 K/mm se conserve et la température s'élève de 0,3 K/s.

Ces résultats sont linéaires en la puissance de chauffage. Ainsi, pour une puissance absorbée de l'ordre de 10 μW réaliste en cavité, le gradient de température ne devrait pas excéder 20 mK et la dérive thermique 20 mK/min.

Nous avons alors cherché à vérifier expérimentalement ces prédictions numériques. On a ainsi pu observer ces deux constantes de temps très différentes. La première, extrêmement rapide (quelques dixièmes de seconde), correspond à la diffusion de la chaleur dans le pilier et la seconde, plus lente (de l'ordre de l'heure) semble correspondre au refroidissement convectif par la membrane.

Effet de chauffage aux temps courts

En observant sur l'analyseur de spectre la valeur de la fréquence de résonance avec un taux de rafraîchissement très rapide, et en changeant la puissance, on observe une réponse instantanée

de la fréquence de résonance. On peut d'ailleurs estimer le temps caractéristique de diffusion thermique dans le pilier en quartz de longueur $L = 1$ mm, de capacité calorifique et de coefficient de conduction thermique à température ambiante $C = 800$ J.Kg^{-1}.K^{-1} et $\lambda = 8$ W.m^{-1}.K^{-1} :

$$\tau \sim \frac{\rho C L^2}{\lambda} \sim 200\,\text{ms}. \tag{5.25}$$

A noter qu'à basse température, ce temps est encore plus faible (de l'ordre de 1 μs). Ce temps de thermalisation rapide du pilier était bien prévu par la simulation numérique et est observé expérimentalement comme on peut le voir sur la figure 5.26(c).

Effet de thermalisation aux temps longs

Aux temps longs, les résultats de la simulation sont également confirmés par les expériences. Les résultats présentés sur les figures 5.27 et 5.28 sont obtenus en mesurant la fréquence de résonance du pilier pendant plusieurs heures. Sur la figure 5.27 on peut voir la dérive de la température en fonction du temps pour une puissance injectée dans l'interféromètre de 5 mW (soit 125 μW de puissance de chauffage) à une pression de 10^{-3} mbar. La vitesse initiale de la dérive est de 4 mK/min environ. Sur la figure 5.28 sont reportées ces constantes de dérive pour une pression de 10^{-3}, 10^{-2} et 10^{-1} mbar. Ces valeurs sont bien en accord avec les prévisions de dérive thermique de l'ONERA, présentées ci-dessus.

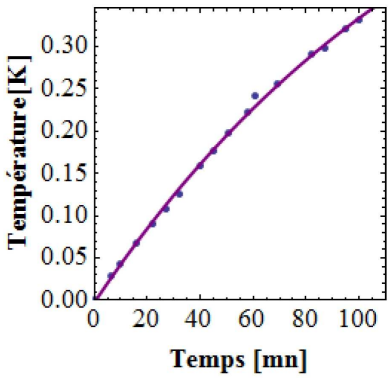


FIGURE 5.27: Dérive de la température du résonateur en fonction du temps pour 10 mW de puissance laser incidente et 10^{-3} mbar d'hélium environnant.

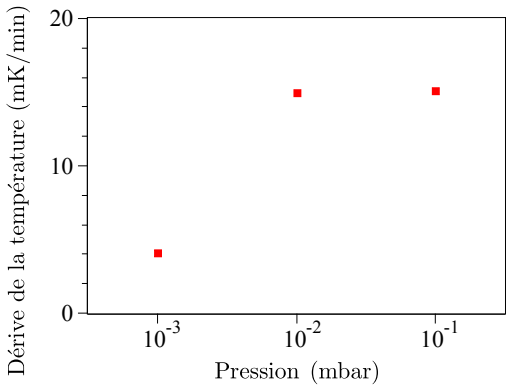


FIGURE 5.28: Dérive de la température du résonateur en fonction du temps pour 10 mW de puissance laser incidente en fonction de la pression d'hélium.

Le processus en question semble être le refroidissement de la membrane par convection dans l'hélium. En effet, au début de l'expérience, le résonateur chauffe et transmet rapidement sa chaleur à la membrane comme on a pu le voir au paragraphe précédent. Ensuite, pendant toute la durée de l'expérience, la membrane, de grande surface et de petite masse, va s'échauffer lentement tout en transférant par convection une partie de sa chaleur à l'hélium environnant. Elle joue le rôle de « radiateur » pour le pilier dont la température va suivre celle de la membrane lentement, ce qui va causer la dérive de sa fréquence de résonance (figure 5.27).

Afin de quantifier ce phénomène, on peut effectuer un bilan de chaleur au niveau de la membrane de surface S :

$$\frac{d}{dt}(eS\rho CT) = -hS(T - T_{\text{gaz}}) + P_{\text{abs}} - P_{\text{ray}}. \tag{5.26}$$

Pression (mbar)	$3\,10^{-3}$	10^{-2}	10^{-1}
Échauffement (K)	1,54	0,95	0,74
Temps caractéristique τ (s)	8400	2000	2000

TABLE 5.1: Valeurs de l'échauffement du pilier et de la constante de temps de thermalisation en fonction de la pression dans l'enceinte, pour une puissance laser incidente de 5 mW correspondant à une absorption de 100 μW environ soit l'équivalent de 100 mW incidents sur la cavité.

La solution du problème est une exponentielle tendant vers une température stationnaire, ce que l'on observe en pratique comme le montre la figure 5.27. La constante de temps vaut $\tau = \rho eC/h$. Plusieurs mesures de ce temps caractéristique et de l'échauffement maximum ont été effectuées avec de l'hélium, à différentes pressions, pour une puissance laser incidente de 5 mW, ce qui correspond à une absorption de 100 μW environ soit l'équivalent de 100 mW incidents sur la cavité. Les résultats sont présentés dans la table 5.1 et permettent de conclure à une valeur de l'ordre de $h \sim 400\,\mathrm{W.m^{-2}.K^{-1}}$ pour une épaisseur de membrane de 5 μm, en accord avec la valeur tabulée à température ambiante [146, 147].

On constate que le pilier chauffe moins s'il y a plus de gaz pour le thermaliser, comme on s'y attendait. Il convient de noter aussi que le temps de thermalisation est plus court lorsque la pression est plus élevée, le processus étant plus efficace. Si l'on extrapole ces valeurs à froid, on devrait tomber sur un temps typique de thermalisation de l'ordre de la dizaine de micro-secondes (la capacité calorifique du quartz étant réduite de six ordres de grandeur entre 300 et 1 K, et le coefficient de convection de l'hélium ne variant quasiment pas) et un échauffement de quelques mK seulement pour 1 mW incident.

Encore une fois, ces valeurs de dérive autorisent l'utilisation d'hélium comme gaz de thermalisation à froid. Néanmoins, cela semble dépendre fortement de l'échantillon considéré et de la qualité de son découplage mécanique à l'environnement extérieur (cadre, membrane) : pour une même puissance, certains échantillons de plus faible facteur de qualité mécanique semblent chauffer beaucoup moins. Cela peut s'expliquer par une épaisseur plus importante de la membrane et donc un meilleur contact thermique avec le porte-échantillon en cuivre.

5.4.3 Conception de la sous-enceinte à hélium

L'étude de faisabilité ayant été concluante, nous sommes passé à la conception et à la réalisation d'une enceinte étanche à l'hélium superfluide. Une vue en 3D est donnée sur la figure 5.29. Les pièces principales (hors bride de maintien des fenêtres) sont réalisées en cuivre. L'étanchéité est assurée par un joint en indium à usage unique et le taux de fuites a été mesuré à moins de 2 10^{-5} mbar/s lorsque l'enceinte est pompée à 10^{-5} mbar contre 1 bar à l'extérieur. Lors de son utilisation dans le cryostat, la pression dans l'enceinte sera de 1 mbar contre 10^{-6} mbar à l'extérieur. On s'attend donc à un taux de fuites de 10^{-8} mbar/s. Si l'on travaille à quantité de matière fixe (ce qui est notre cas) cela nous laisse 10^8 s (soit plus de trois ans...) de travail avant que la pression n'ait baissé d'un facteur 2.

Pour l'instant, la quantité de gaz est fixée à chaud puis le capillaire d'injection (CuNi de diamètre interne 1 mm) est écrasé et soudé à l'étain. Une version avec un capillaire de diamètre interne 0,2 mm relié à l'extérieur du cryostat est en cours d'installation. En effet, la réalisation d'une vanne à froid étanche à l'hélium superfluide est extrêmement complexe. Il est alors plus

simple de fixer la quantité de matière ou de contrôler la pression depuis une zone chaude.

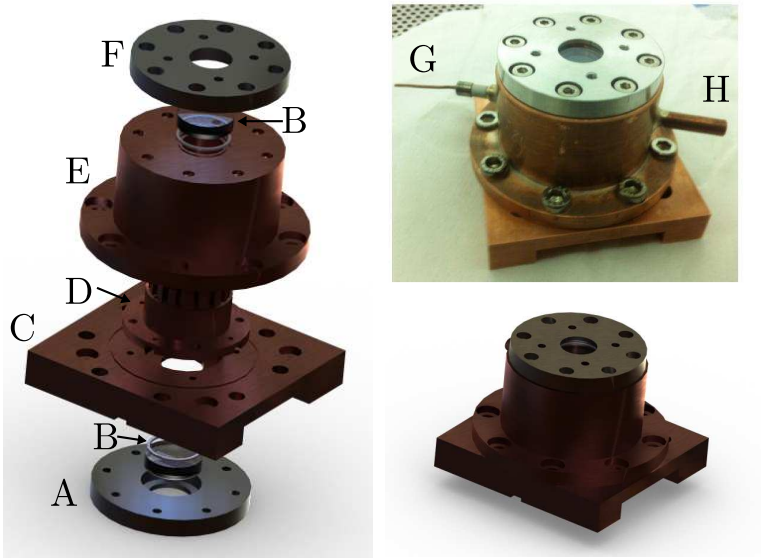


FIGURE 5.29: Vues schématiques éclatée et compacte et photographie de l'enceinte étanche. (A et B) et (F et B) : fenêtres et leur brides assurant la transmission et la réflexion du faisceau laser. (C et E) : fond et enceinte de la boite étanche, alimentée en gaz par (H) et électriquement par (G). (D) : cavité FPM à thermaliser.

Chapitre 6

Observer le régime quantique avec d'autres types de résonateurs

Au cours de cette thèse, j'ai eu l'occasion de travailler sur d'autres types de résonateurs, allant des micro-ponts historiquement utilisés par l'équipe à une nouvelle activité visant à réduire la masse des résonateurs en utilisant des nanomembranes comme micro-miroirs.

J'ai en effet démarré ce travail par un travail en collaboration avec Chiara Molinelli, alors elle aussi en thèse dans l'équipe, portant d'une part sur les premières mesures à froid (4 K) de spectre des fluctuations thermiques de position des résonateurs utilisés à l'époque et d'autre part sur les premières mesure de refroidissement par interaction à trois modes. Dans les deux premières parties de ce chapitre, je présenterai synthétiquement ces résultats auxquels j'ai participé. Après un bref descriptif des micro-résonateurs historiques, je présenterai les spectres thermiques mesurés à 10 K environ. La seconde partie sera consacrée à la théorie du refroidissement à trois modes et à la première mise en évidence expérimentale de cet effet.

Le second type de résonateur en cours de développement par Thomas Antoni et Kevin Makles consiste en de fines membranes réfléchissantes, utilisées comme résonateurs optomécaniques. Ces résonateurs, d'une masse de la centaine de picogrammes seulement, sont structurés afin d'en faire un cristal photonique travaillant en incidence normale. On peut alors se passer du traitement diélectrique habituel et réduire drastiquement la masse de l'objet. Les micro-coupleurs que j'ai pu développer (paragraphe 4) pour former des cavités à très faible *waist* se révèlent être particulièrement adaptés à ce genre de structures dont la taille transverse avoisine les 10 μm. Après une rapide présentation de ces membranes à cristal photonique, je présenterai dans la troisième partie les résultats obtenus en cavité avec ces structures.

Au cours de cette thèse, nous aurons vu deux méthodes de refroidissement d'un micro-résonateur placé dans une cavité Fabry-Perot. La dernière partie sera donc consacrée à une rapide comparaison des différentes méthodes utilisables pour refroidir un micro-résonateur.

6.1 Des micro-ponts comme système optomécanique

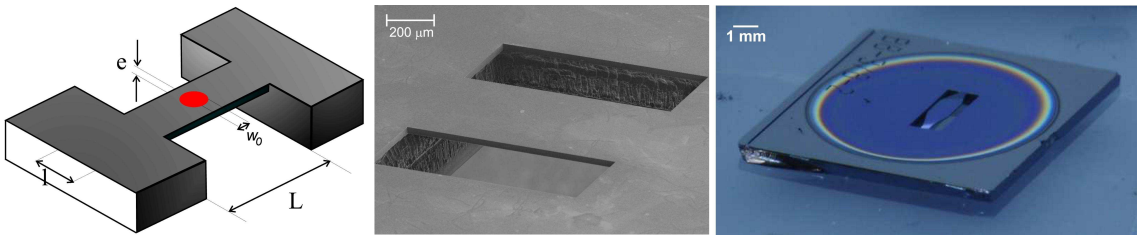
Dans cette partie, je présente les principaux résultats obtenus avec les premiers micro-résonateurs utilisés par l'équipe à partir de 2002. Dans un premier temps, nous allons voir quel était le statut de cette expérience lors de mon arrivée en thèse. Nous verrons alors quelles améliorations ont été apportées sur cette expérience ainsi que les premiers résultats obtenus à froid.

6.1.1 Première génération de micro-résonateur optomécanique

Dans cette section nous allons voir quel a été le premier micro-résonateur développé par l'équipe, à partir de 2002 et quels sont les principaux résultats qui ont été obtenus avec.

Principe de fonctionnement, caractéristiques

Le résonateur est un pont doublement encastré gravé dans un *wafer* de silicium non dopé et orienté [100]. Un schéma représentant la structure est donné sur la figure 6.1(a). L'épaisseur e est de 60 μm pour une longueur L de 1 mm et une largeur l allant de 200 à 1000 μm. D'autres géométries (plongeoir, disque suspendu) ont également été réalisées. Un traitement diélectrique de grande réflectivité et de faible pertes est appliqué sur l'intégralité de la surface (comme on peut le voir sur la figure 6.1c). Les masses optiques de ce type de structures varie de 0,1 à 10 mg [1].



(*a*) (*b*) (*c*)

FIGURE 6.1: Schéma (*a*) et images électronique (*b*) et optique (*c*) de structures à micro-pont. La longueur typique est de 1 mm, la largeur typique de quelques centaines de microns et l'épaisseur de 60 μm. Figure (*b*) extraite de [126].

La rugosité résiduelle des *wafer* (de l'ordre du nanomètre) limitait également la finesse à quelques 10^4. Néanmoins, les grandes dimensions transverses permettaient de travailler avec un miroir d'entrée traditionnel de 7 mm de diamètre et 50 mm de rayon de courbure. Les cavités alors formées pouvaient être suffisamment longues (plusieurs millimètres) pour que le laser Nd :YAG soit balayé sur plus d'un intervalle spectral libre. Les cavités étaient donc rigides, de longueur fixée par une entretoise. Pour de telles longueurs la taille du *waist* est de 60 μm typiquement, compatible avec les centaines de microns de largeur de la structure.

Les modes de vibration de ce type de résonateur sont représentés sur la figure 6.2. Les fréquences de résonance sont situées dans la gamme du MHz et les facteurs de qualité n'excèdent pas 10 000, principalement limités par les pertes par encastrement. Pour de telles structures, un

1. Il convient ici de noter que la masse effective est grandement affectée par le recouvrement spatial entre le mode optique est le mode mécanique, ce dernier présentant une déformation non uniforme.

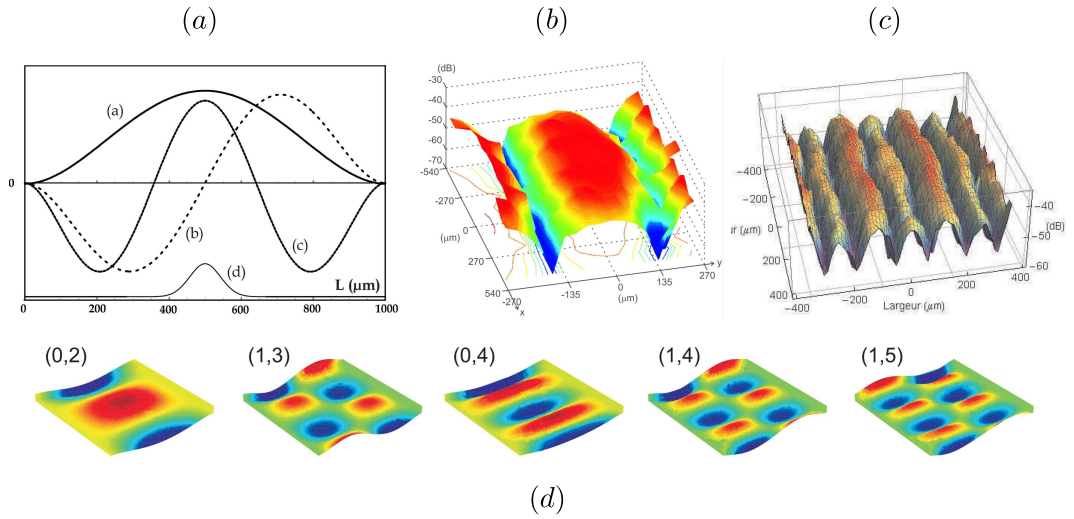


FIGURE 6.2: Structure calculée (a et d) et mesurée (b et c) des modes transverses mécaniques d'une structure de micro-pont. Figure extraite de [135].

traitement réfléchissant sur toute la surface n'est pas gênant, le facteur de qualité intrinsèque des couches diélectriques étant lui aussi de l'ordre de 10^4. Sur la figure 6.3 on peut voir un spectre thermique d'une telle structure placée dans une cavité Fabry-Perot de finesse 10 000 environ.

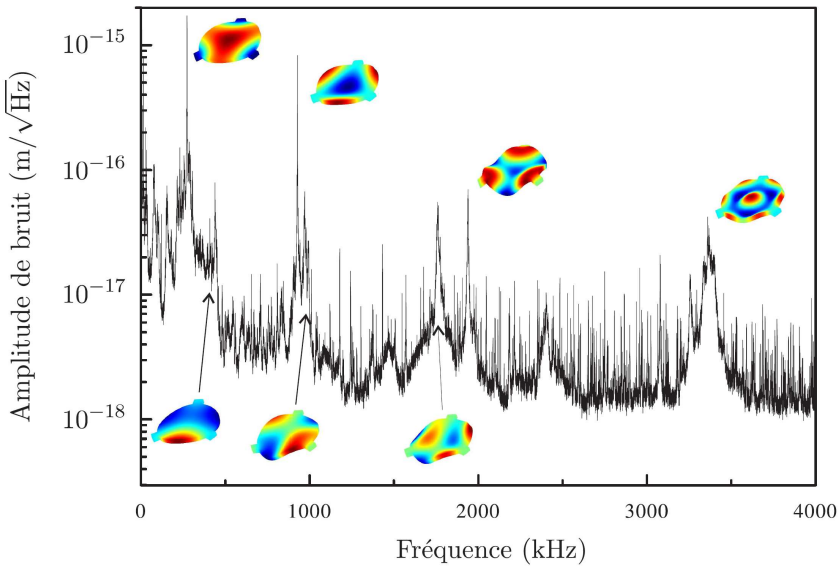


FIGURE 6.3: Spectre de bruit thermique à température ambiante d'une structure de type micro-pont circulaire. Figure extraite de [126].

Résultats déjà obtenus

Des expériences de refroidissement par friction froide ont été réalisées sur ces structures [98], et une des premières démonstrations expérimentales du refroidissement par pression de radiation dans une cavité désaccordée a également été réalisée avec ce type d'échantillon [64].

6.1.2 Améliorations apportées

J'ai pu apporter plusieurs améliorations à ce système au début de ma thèse, en parallèle avec le lancement de la deuxième génération de résonateur (les micro-piliers), tant sur les plans optique que mécanique.

Optique

Nous avons choisi d'utiliser des *wafers*, dits « SOI »(*Silicon On Insulator*) de 50 μm d'épaisseur [2]. Ces *wafer* sont alors superpolis par la société SESO jusqu'à une valeur rms de 0,1 nm (figure 6.4). L'étape de superpoli réduit l'épaisseur de la couche de SOI de plus de 10 μm et ce de manière non prédictive. Les structures utilisées ont des épaisseurs variant entre 30 et 40 μm, ce qui ne sera pas sans poser problème comme nous le verrons par la suite.

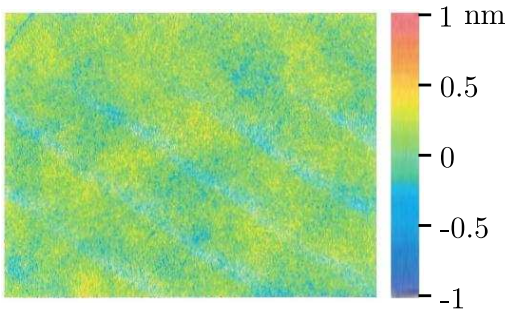


FIGURE 6.4: Carte de rugosité typique fournie par la société SESO de la surface du *wafer* de silicium après superpolissage.

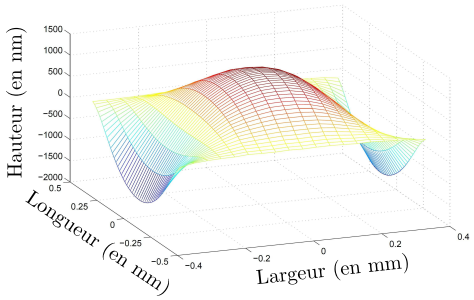


FIGURE 6.5: Profil de la surface d'un micro-pont de 30 μm d'épaisseur mesurée au profilomètre mécanique (Dektak).

Mécanique

Le *design* mécanique des structures et du masque de gravure (visible sur la figure 6.6) a aussi été amélioré. En particulier, nous sommes passés à des puces ne comportant plus qu'une seule structure et non quatre comme auparavant. Cela a permis de limiter les effets de couplage entre les structures d'une même puce et de faciliter le centrage des résonateurs en cavité et donc l'alignement de ces dernières. De plus, un nouveau design des ponts avec biseau, comme on peut le voir sur la figure 6.1(c) devait permettre d'augmenter le facteur de qualité mécanique en confinant d'avantage l'énergie du mode au sein du pont. Ces structures n'ont malheureusement pas pu être testées, faute de temps.

Afin de réduire la masse des différents modes de vibration des ponts, l'épaisseur a été réduite de 60 à 30 μm. Cela a néanmoins posé un problème de courbure statique du pont causé par les contraintes accumulées dans les couches lors du dépôt diélectrique, comme on peut le voir sur la figure 6.5. Une caractérisation interférometrique identique à celle présentée en 2.3.1 a permis de vérifier que cette courbure n'altérait pas le facteur de qualité mécanique.

2. En effet, pour réaliser ces structures on part d'un *wafer* composé d'un substrat de silicium sur lequel est déposé une fine couche (typiquement quelques microns) d'oxyde de silicium puis une couche calibrée de silicium non dopé (couche SOI). La couche d'oxyde sert de couche d'arrêt lors de la gravure de substrat et permet d'obtenir la structure visible sur la figure 6.1(b). C'est donc l'épaisseur de la dernière couche qui fixe l'épaisseur finale de la structure.

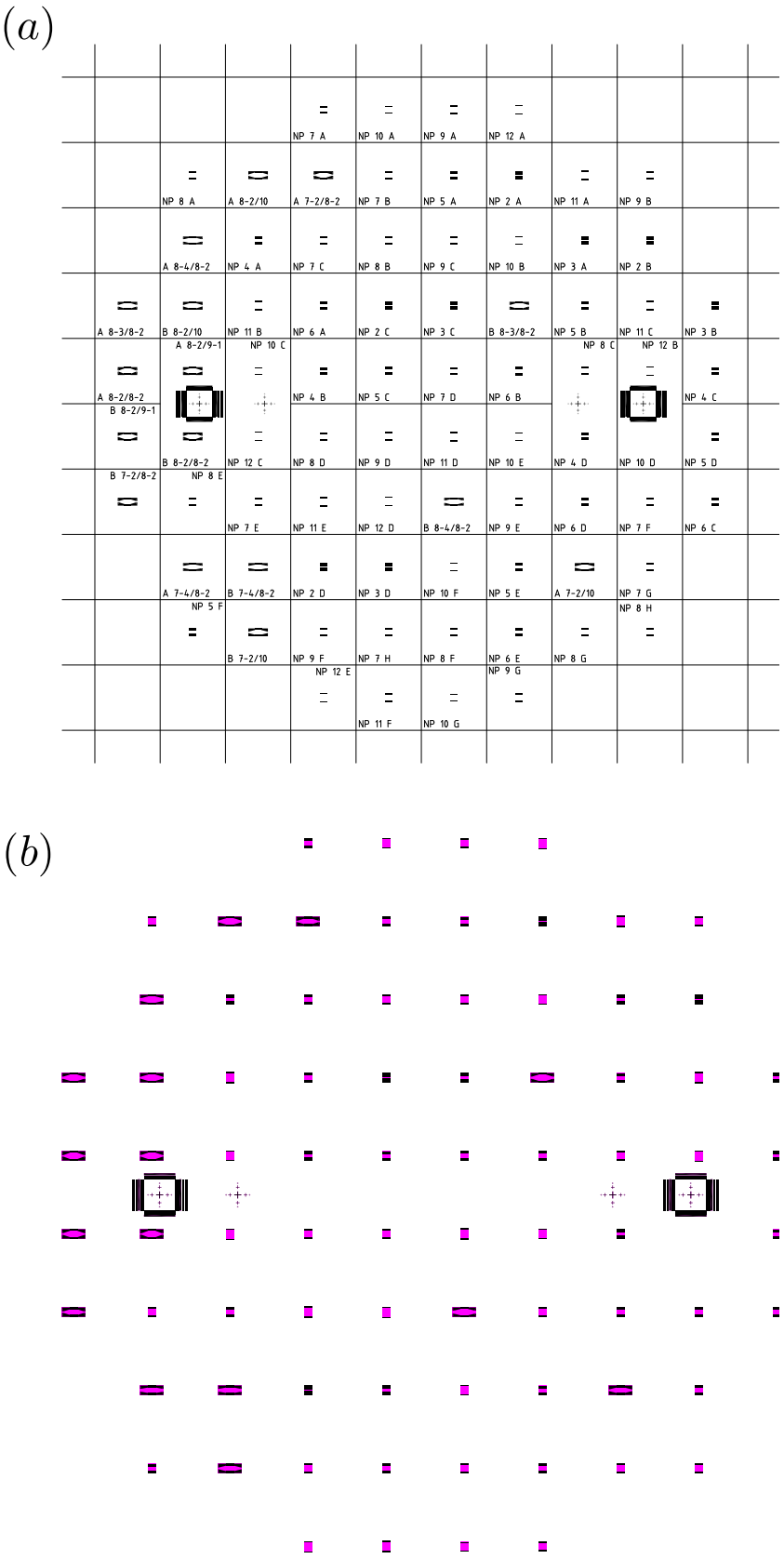


FIGURE 6.6: Schéma des masques utilisés pour la gravure des structures. Face avant (a) et superposition avec la face arrière (b).

6.1.3 Spectre thermique en régime cryogénique

6.1.3.1 Cryogénie à circulation d'hélium

Je décris dans cette section le cryostat qui à été utilisé pour refroidir le micro-pont à température cryogénique (4 K), les contraintes qui ont guidé le choix de ses caractéristiques, et son fonctionnement.

Contraintes sur le système cryogénique

Même si un cryostat à dilution est nécessaire pour atteindre le régime quantique du résonateur, nous avons voulu utiliser un système plus simple pour mener les premiers essais et pour nous assurer de la possibilité de combiner dispositif optomécanique et cryogénie. Nous nous sommes ainsi tournés vers un cryostat à He_4 liquide, dont la température limite est de l'ordre de 11 K.

Caractéristiques du cryostat choisi

Le système qui semblait le mieux répondre à nos contraintes (modèle Janis ST500), dont la figure 6.7 représente une vue en coupe, a la forme d'un camembert très compact, avec un diamètre externe de 18 cm seulement (figure 6.8). Il dispose de deux fenêtres d'un pouce de diamètre sur les faces supérieure et inférieure, permettant d'accéder optiquement directement à la zone froide centrale.

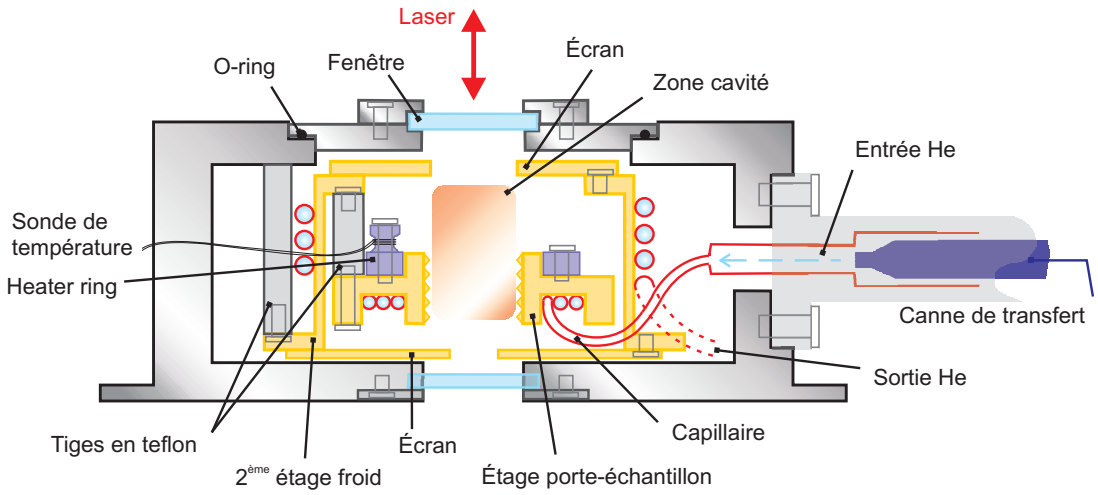


FIGURE 6.7: Dessin de la section du cryostat à He_4 Janis ST-500. L'hélium liquide s'écoule de la canne de transfert dans le capillaire, qui refroidit par contact thermique la zone porte-échantillon. L'isolation thermique est assurée par des tiges en teflon qui maintiennent les deux étages froids en cuivre doré (zone centrale et écran). Deux fenêtres traitées anti-reflet permettent d'injecter le laser dans la cavité et de récupérer le faisceau transmis. L'ensemble du cryostat est placé sous vide. Figure extraite de [135].

Il s'agit d'un cryostat à circulation d'hélium 4 liquide : un capillaire en cuivre où s'écoule continuellement l'hélium est enroulé autour de la zone porte-échantillon de forme cylindrique et la refroidit par conduction thermique. Cette zone froide centrale, visible sur la photo de la figure 6.9, est fixée par trois tiges en téflon à un deuxième étage plus large, autour duquel circule la vapeur d'hélium issue de la zone centrale ; ce deuxième étage sert ainsi d'écran thermique. Il est lui-même attaché à la structure externe du cryostat par trois autres tiges en téflon. Ces tiges assurent à la fois une très bonne isolation thermique et une grande stabilité mécanique de la zone porte-échantillon. L'écran thermique est également constitué de plaques sur les faces supérieure

et inférieure, percées en leur milieu pour permettre le passage du faisceau laser, le trou ayant un diamètre typique de l'ordre du centimètre. Toutes les parties décrites, à l'exception de la structure externe, sont en cuivre doré, matériau alliant très haute conductivité thermique à 4 K [155] et grande émissivité pour le rayonnement thermique.

La zone porte-cavité est entourée par un anneau en métal contenant une résistance chauffante (*heater ring*) et contre lequel est plaquée une sonde de température ; ce système permet de contrôler la température et de l'asservir en pilotant la tension fournie à la résistance. Toute la zone où sera placée la cavité est sous vide. Du fait de sa conception avec un seul vide interne, il n'est pas possible d'utiliser ce cryostat en plaçant l'échantillon sous une vapeur d'hélium permettant d'améliorer sa thermalisation. Il n'y a donc aucun moyen de surpasser la résistance thermique du porte-échantillon et donc d'abaisser sa température en dessous de 11 K [3].

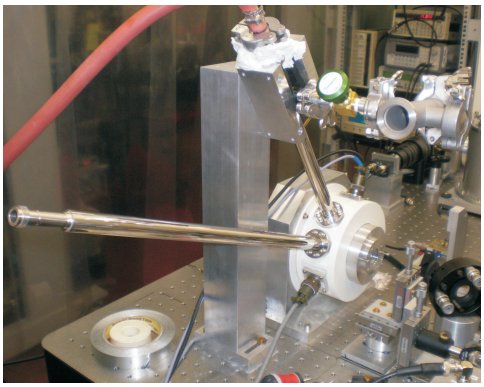


FIGURE 6.8: Vue d'ensemble du cryostat à He_4 fixé sur la table optique par l'intermédiaire d'un bloc massif.

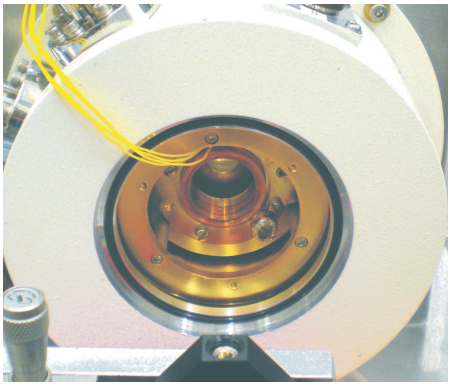


FIGURE 6.9: Vue en détail de l'intérieur du cryostat, avec au centre la zone porte-échantillon.

Le cryostat possède une ouverture sur sa face supérieure, qui permet d'accéder à l'intérieur pour le montage de la cavité. La proximité des fenêtres de la zone porte-cavité permet de rapprocher la lentille assurant l'adaptation spatiale du faisceau laser à moins de 5 cm de la cavité. Cela permet aussi de visualiser convenablement le micro-résonateur à l'aide d'une caméra CCD pourvue d'un objectif de type « macro », ainsi que le faisceau transmis, ce qui facilite les opérations d'alignement et d'asservissement de la cavité.

Nous utilisons un banc de pompage composé d'une pompe turbomoléculaire et d'une pompe pour le vide primaire, ce qui permet d'atteindre une pression de 10^{-5} mbar à l'intérieur du cryostat. La bonne tenue au vide de l'enceinte du cryostat permet de travailler avec les pompes éteintes pendant 8 heures à une pression inférieure à 10^{-3} mbar. Le cryostat est également pourvu de deux connecteurs électriques, permettant de relier la sonde de température, la tension pour le chauffage, et aussi jusqu'à deux sondes supplémentaires pour mieux contrôler les gradients de température à l'intérieur du cryostat. La mesure et l'asservissement de la température sont effectués à l'aide d'un contrôleur commercial (Lakeshore 331) pouvant fournir jusqu'à 50 W de puissance et un courant de 1 A. Il possède deux entrées pour les capteurs de température et peut supporter différents types de capteurs, ce qui a permis de relier une deuxième sonde placée près de la cavité. L'asservissement est basé sur un contrôle PID (proportionnel-intégrateur-dérivateur)

3. Ces mesures de température, qui ont été effectuées avec un thermomètre mesurant la résistivité d'une diode au silicium (DT 470 SD 13) plaquée sur la zone porte-échantillon de la cavité et sur l'écran, donnent 11 K pour 4 K sur le doigt froid. Ces mesures confirment les spectres thermiques observés à froid dans ce cryostat.

du point de consigne, à partir de la sonde placée à côté de l'anneau chauffant.

Vue sa taille réduite, le cryostat représente peu d'encombrement sur la table optique. Après avoir constaté la présence de vibrations provenant de la tige d'évacuation de l'hélium, celle-ci a été rendue solidaire de la table grâce à une colonne massive en dural et du caoutchouc « Sorbothane » pour amortir les vibrations. Ces vibrations, caractérisées par le fabricant [156], sont visibles sur la figure 6.11. L'amplitude typique de vibrations de la platine froide est de 30 nm en dessous de 1 Hz et quelques nm au dessus, soit des valeurs comparables à celles du cryostat à dilution vide de tout gaz et liquides.

6.1.3.2 Spectre thermique à 4 K

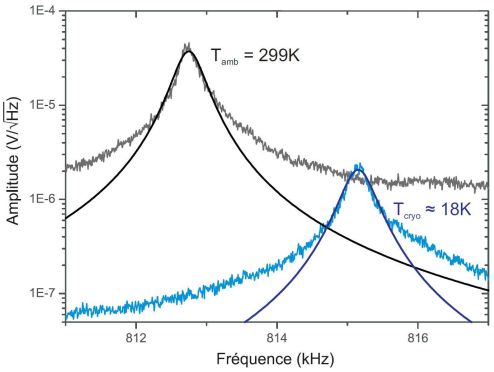


FIGURE 6.10: Spectres thermiques obtenus à température ambiante et en environnement cryogénique.

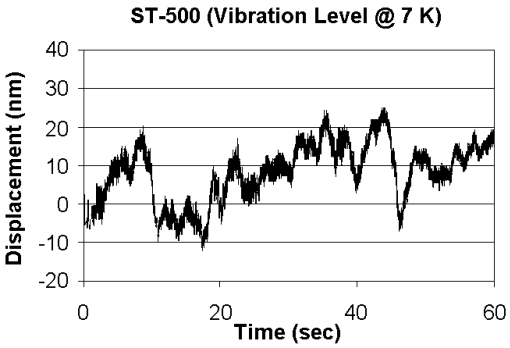
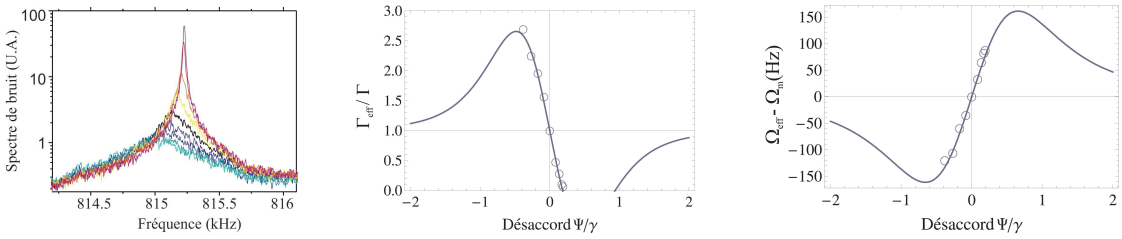


FIGURE 6.11: Fluctuations de position de la platine froide du cryostat à circulation ST-500 (Figure extraite de [156]).

Ce travail a fait suite à celui commencé lors de mon stage de Master, où j'avais pu participer à la réalisation des premières mesures de spectre thermique à 4 K (figure 6.10). La forte résistance thermique du porte-cavité dans le cryostat, combiné au faible écrantage nous a empêchés de descendre en dessous de 11 K, température par ailleurs mesurée directement sur la platine froide, alors que la température du capillaire d'hélium est de 4 K environ.

Des mesures de refroidissement par pression de radiation ont pu ainsi être réalisées à froid, permettant de réduire encore la température d'un facteur 2,5, comme on peut le voir sur la figure 6.12.



(a) (b) (c)

FIGURE 6.12: Refroidissement par pression de radiation en environnement cryogénique. On peut voir les différents spectres thermiques (a) ainsi que la variation de l'amortissement (b) et de la fréquence (c) en fonction du désaccord. Figures extraites de [135].

Il convient de préciser que I. Tittonen avait réussi, en 1999 à l'université de Constance en Allemagne, à réaliser un dispositif optomécanique en silicium recouvert d'un miroir diélectrique dont le facteur de qualité mécanique valait plus de 4 millions à 4 K pour une finesse de 15 000 (masse 10 mg, fréquence de résonance 25 kHz). Plus récemment, le groupe de Francesco Marin, à l'université de Firenze en Italie, a réussi à réaliser un dispositif optomécanique avec la technologie silicium SOI. Le facteur de qualité mécanique dépasse le million à 4 K tout en gardant une finesse de près de 65 000 [157] (masse 1 mg, fréquence de résonance 70 kHz). Ce dispositif leur a entre autre permis d'étudier en détails le comportement mécanique des couches diélectriques utilisées dans la fabrication du miroir [99].

6.2 Refroidissement par couplage à trois modes

Au début de cette thèse, j'ai aussi eu l'occasion de travailler avec Chaira Molinelli sur la démonstration du refroidissement par pression de radiation à deux modes optiques résonnants. Je présente dans cette partie le refroidissement par couplage à trois modes (2 modes optiques et un mode mécanique) en suivant une approche hamiltonienne [158, 159, 160] pour justifier la forme du terme d'interaction caractérisant le couplage. Je présenterai ensuite cette partie en présentant la limite quantique de cette méthode de refroidissement ainsi que les valeurs attendues du facteur de refroidissement. Je finirai cette partie en présentant les premiers résultats obtenus avec cette méthode.

On s'intéresse ici à deux modes optiques particuliers de la cavité, le mode α de pulsation propre ω_0, et le mode β de pulsation ω_1 (avec $\omega_1 - \omega_0 \simeq \pm\Omega_m$), comme on peut le voir sur la figure 6.13. En pratique, le premier mode est le mode fondamental de la cavité auquel le faisceau laser incident est couplé, et le second mode est un mode transverse initialement vide. Le déplacement du résonateur est représenté par sa déformation $x(t,s)$ en tout point s de sa surface. On supposera dans toute la suite la cavité sans perte ($P = 0$).

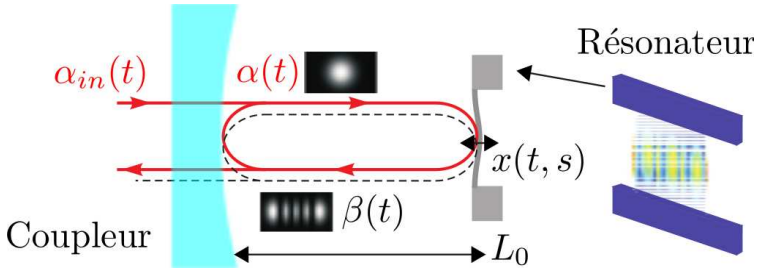


FIGURE 6.13: Schéma d'une cavité Fabry-Perot à miroir mobile, de longueur au repos L_0, avec deux modes $\alpha(t)$ et $\beta(t)$ résonnants aux fréquences ω_0 et ω_1. La déformation du résonateur est notée $x(t,s)$ en un point s de sa surface.

6.2.1 Hamiltonien du système

Nous reprenons ici le même type de raisonnement que celui développé dans la partie 1.3. L'hamiltonien total s'écrivant $\hat{H}_{tot} = \hat{H}_m + H_{opt}$, l'hamiltonien du champ peut alors s'écrire, dans le référentiel de l'onde tournante à la pulsation ω_0 :

$$\hat{H}_{opt} = \left(\sqrt{\frac{\hbar\omega_0}{2}}\hat{a} + \sqrt{\frac{\hbar\omega_1}{2}}\hat{b}e^{i(\omega_0-\omega_1)t}\right) \times \left(\sqrt{\frac{\hbar\omega_0}{2}}\hat{a}^\dagger + \sqrt{\frac{\hbar\omega_1}{2}}\hat{b}^\dagger e^{-i(\omega_0-\omega_1)t}\right) + h.c. \tag{6.1}$$

où $h.c.$ représente la conjugaison hermitique. On décompose en effet l'opérateur champ électrique $\hat{E}(s,z,t)$ sur l'ensemble des modes de la cavité. En se limitant aux deux seuls modes optiques α et β, caractérisés respectivement par les profils spatiaux $v_0(s,z)$ et $v_1(s,z)$, et par les pulsations ω_0 et ω_1, on obtient, comme dans le premier chapitre :

$$\hat{E}(s,z,t) = \sqrt{\frac{\hbar\omega_0}{2\epsilon_0 Sc}}\,\hat{a}(t)\,v_0(s,z)\,e^{-i\omega_0 t} + \sqrt{\frac{\hbar\omega_1}{2\epsilon_0 Sc}}\,\hat{b}(t)\,v_1(s,z)\,e^{-i\omega_1 t}, \tag{6.2}$$

avec les opérateurs $\hat{a}(t)$ et $\hat{b}(t)$ d'annihilation dans les deux modes considérés qui vérifient les relations de commutation habituelles :

$$\left[\hat{a}(t), \hat{b}^\dagger(t')\right] = \left[\hat{a}(t), \hat{b}(t')\right] = 0, \tag{6.3}$$

$$\left[\hat{b}(t), \hat{b}(t')\right] = \left[\hat{a}(t), \hat{a}(t')\right] = 0, \tag{6.4}$$

$$\left[\hat{a}(t), \hat{a}^\dagger(t')\right] = \left[\hat{b}(t), \hat{b}^\dagger(t')\right] = \delta(t-t'). \tag{6.5}$$

L'hamiltonien H_0 du champ libre a alors la forme habituelle, en ne gardant que les termes résonnants :

$$\hat{H}_0 = \hbar\omega_0 \left(\hat{a}^\dagger(t)\hat{a}(t) + \frac{1}{2}\right) + \hbar\omega_1 \left(\hat{b}^\dagger(t)\hat{b}(t) + \frac{1}{2}\right). \tag{6.6}$$

En ne considérant qu'un mode seul mécanique du résonateur, caractérisé par le profil spatial $u(s)$, on décompose le mouvement en un déplacement $u(s)$ et une amplitude $x(t)$: $x(t,s) = x(t)\,u(s)$. L'hamiltonien d'interaction est alors obtenu de la même manière qu'au paragraphe 1.3. En combinant les équations (6.1), (6.2) et en négligeant tous les termes non résonnants, on ne garde en fait que les termes croisés faisant intervenir les deux champs optiques $\hat{a}$ et $\hat{b}$, et le déplacement[4] $\hat{X}$ du résonateur, évoluant à la fréquence $\pm\Delta\omega + \Omega_m$ avec $\Delta\omega = \omega_1 - \omega_0$. On obtient ainsi :

$$\hat{H}_{int} = -\hbar\, G_0\, \hat{X}(t) \left[\hat{a}^\dagger(t)\,\hat{b}(t)\,e^{i(\omega_0-\omega_1)t} + \hat{a}(t)\,\hat{b}^\dagger(t)\,e^{i(\omega_1-\omega_0)t}\right], \tag{6.7}$$

où nous avons défini la constante G_0 du couplage :

$$G_0 = \frac{\sqrt{\omega_0\omega_1\Lambda}}{L_0}, \tag{6.8}$$

qui dépend d'une intégrale de recouvrement spatial entre les trois modes :

$$\Lambda = \left(\int \mathrm{d}s\; u(s)\, v_0(s,0)\, v_1(s,0)\right)^2. \tag{6.9}$$

$\Delta\omega$ étant de l'ordre de Ω_m, on peut légitimement supposer $|\Delta\omega| \ll \omega_0$, et on déduit de l'équation (6.8) une expression approchée du coefficient G_0 :

$$G_0 \simeq \frac{\sqrt{\omega_0^2\Lambda}}{L_0} = \frac{2k}{\tau}\sqrt{\Lambda}, \tag{6.10}$$

qui rappelle l'équation (1.100), l'intégrale de recouvrement Λ traduisant le fait que le déplacement $u(\mathbf{r})$ du résonateur n'est pas forcément plan, comme on a pu le voir au paragraphe 1.4.2.

6.2.2 Évolution du système et dynamique du résonateur

A partir de l'expression du hamiltonien d'interaction (6.7), nous pouvons écrire les équations d'évolution pour les opérateurs $\hat{a}(t)$, $\hat{b}(t)$, $\hat{X}(t)$. Comme aucun champ n'entre dans le mode β

4. Remarquons qu'à la différence des opérateurs $\hat{a}$ et $\hat{b}$ dans lesquels la dépendance temporelle rapide aux fréquences optiques ω_0 et ω_1 a été retirée dans le référentiel de l'onde tournante, l'opérateur $\hat{X}(t)$ contient à la fois l'évolution sinusoïdale à la fréquence mécanique Ω_m et une enveloppe lentement variable.

($\overline{\beta}_{in} = 0$), le champ moyen $\overline{\beta}$ est nul et on a directement $\beta(t) = \delta\beta(t)$. En utilisant l'équation d'évolution en représentation de Heisenberg ($i\hbar\,\dot{a} = [a, H]$), on constate que l'hamiltonien d'interaction H_{int} ne couple pas le champ α aux autres variables du système à l'ordre 1, puisque les valeurs moyennes $\overline{\beta}$ et $\overline{x}$ sont nulles. Le champ α vérifie donc les équations habituelles d'une cavité Fabry-Perot.

Pour la variable dynamique $\delta\beta$ du système, on obtient en utilisant l'équation de Heisenberg pour $\hat{b}$, l'équation d'évolution semi-classique suivante :

$$(\gamma_1 + i\Delta\omega\,\tau - i\Omega\tau)\;\delta\beta[\Omega - \Delta\omega] = \sqrt{2\gamma_1}\,\delta\beta_{in}[\Omega - \Delta\omega] - i\,G_0\tau\,\overline{\alpha}\,\delta x[\Omega] \tag{6.11}$$

Pour la variable dynamique δx, en utilisant la définition de la force $\hat{F} = -\partial\hat{H}_{int}/\partial\hat{x}$ on obtient l'équation (6.7) :

$$\chi[\Omega]^{-1}\,\delta x[\Omega] = \hbar\,G_0\tau\,\overline{\alpha}\,\Big(\delta\beta[\Omega - \Delta\omega] + \delta\beta^{\dagger}[\Omega + \Delta\omega]\Big) + F_T \tag{6.12}$$

La relation (6.12), combinée à l'équation (6.11), permet d'exprimer la force de pression de radiation (premier terme dans l'expression à droite de l'égalité) sous une forme équivalente aux expressions (1.116) et (1.117) :

$$\delta F_{rad}[\Omega] \;=\; \hbar\,G_0\tau\,\overline{\alpha}\,\Big(\delta\beta[\Omega - \Delta\omega] + \delta\beta^{\dagger}[\Omega + \Delta\omega]\Big) = \delta F^{(x)}_{rad}[\Omega] + \delta F^{in}_{rad}[\Omega], \tag{6.13}$$

$$\text{avec}\quad \delta F^{(x)}_{rad}[\Omega] = 2\,\hbar\,G_0^2\tau^2\,\overline{\alpha}^2\,\frac{\Delta\omega\,\tau}{\Delta'}\,\delta x[\Omega], \tag{6.14}$$

$$\text{et}\quad \delta F^{in}_{rad}[\Omega] = -\,\hbar\,G_0\tau\,\overline{\alpha}\,\sqrt{2\gamma_1}\left(\frac{\delta\beta_{in}[\Omega - \Delta\omega]}{\gamma_1 - i\Omega\tau + i\Delta\omega\,\tau} + \frac{\delta\beta^{\dagger}_{in}[\Omega + \Delta\omega]}{\gamma_1 - i\Omega\tau - i\Delta\omega\,\tau}\right), \tag{6.15}$$

où Δ' est défini de façon similaire à Δ dans (1.117) par $\Delta' = (\gamma_1 - i\Omega\tau)^2 + \Delta\omega^2\tau^2$. La force de pression de radiation est donc la somme de deux composantes : δF^{in}_{rad} est liée aux fluctuations quantiques du champ vide $\delta\beta_{in}$ couplé au mode transverse de la cavité, tandis que $\delta F^{(x)}_{rad}$ est proportionnelle au déplacement x du résonateur. Elle modifie donc sa dynamique, selon les équations (1.121) et (1.122), la susceptibilité effective étant donnée par :

$$\chi^{-1}_{eff}[\Omega] \;=\; \chi^{-1}[\Omega] \;-\; 2\,\hbar\,G_0^2\tau^2\,\overline{I}_0\,\frac{\Delta\omega\,\tau}{\Delta'} \tag{6.16}$$

où $\overline{I}_0 = \overline{\alpha}^2$ est l'intensité intracavité moyenne dans le mode fondamental.

Nous pouvons alors séparer les parties imaginaire et réelle et calculer une expression pour l'amortissement effectif Γ_{eff} et pour la fréquence de résonance effective Ω_{eff}. On définit la fonction d'Airy $\mathcal{A}'$ du mode transverse (β) de manière analogue à 1.124 par :

$$\mathcal{A}'_{\pm} = \mathcal{A}\,(-\Delta\omega\,\tau \pm \Omega_m\tau) = \frac{\Omega_1^2}{\Omega_1^2 + (\Omega_m \mp \Delta\omega)^2} \tag{6.17}$$

où $\Omega_1 = \gamma_1/\tau$ est la bande passante de la cavité pour le mode transverse. On définit également un paramètre de couplage optomécanique à 3 modes par :

$$\zeta_{3m} = \frac{64\pi\hbar\mathcal{F}_1}{\lambda^2 M\Gamma\Omega_m}\overline{I}_0\,\Lambda \tag{6.18}$$

où $\mathcal{F}_1 = \pi/\gamma_1$ est la finesse de la cavité pour le mode transverse. Cette expression est formel-

lement identique à l'équation (1.126) définissant le paramètre optomécanique ζ, avec en plus la présence de l'intégrale de recouvrement Λ.

L'amortissement effectif Γ_{eff} peut s'exprimer comme dans le premier chapitre en fonction d'un coefficient $\mathcal{G}$ définissant le gain paramétrique du couplage à trois modes [160, 161], donné par :

$$\Gamma_{eff} = (1 - \mathcal{G})\,\Gamma \tag{6.19}$$

$$\text{avec} \quad \mathcal{G} = -\frac{\zeta_{3m}}{4}\left(\mathcal{A}'_+ - \mathcal{A}'_-\right) \tag{6.20}$$

L'effet d'amplification paramétrique, ou de dé-amplification paramétrique, dépend de la façon dont le mode transverse est accordé avec la bande latérale Stokes ou anti-Stokes, situées à $\pm\Omega_m$ du mode fondamental. Une fois l'une des résonances atteinte $\Delta\omega \simeq \pm\Omega_m$, l'amplitude du gain dépend alors du paramètre de couplage ζ_{3m}, proportionnel à l'intensité intracavité $\overline{I}_0$ qui peut atteindre des valeurs importantes car le mode fondamental est à résonance.

Dans le régime des bandes latérales résolues ($\Omega_m \gg \Omega_1$), si le mode transverse est accordé avec la bande anti-Stokes ($\Delta\omega \simeq \Omega_m$), on a $\mathcal{A}'_+ \simeq 1$, $\mathcal{A}'_- \simeq 0$, et $\mathcal{G} \simeq -\zeta_{3m}/4 < 0$. Ceci conduit à une augmentation de l'amortissement effectif, et au refroidissement du résonateur. Dans le cas contraire, pour un mode transverse accordé avec la bande Stokes ($\Delta\omega \simeq -\Omega_m$), le gain paramétrique $\mathcal{G} \simeq \zeta_{3m}/4$ admet des valeurs positives et peut même conduire à une instabilité paramétrique du système pour $\mathcal{G} > 1$, lorsque l'amortissement du résonateur s'annule.

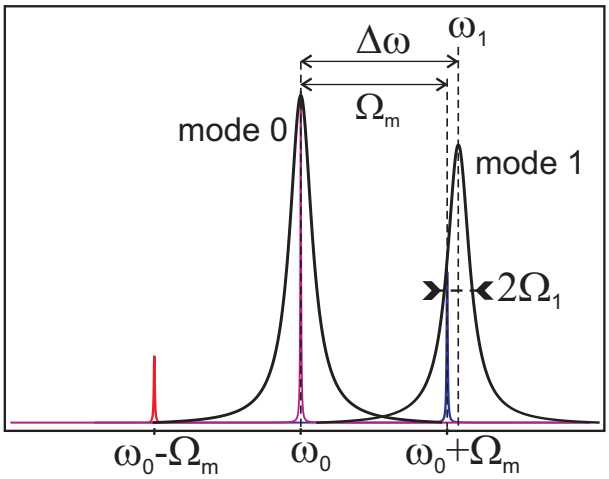


FIGURE 6.14: Condition de résonance pour le processus à trois modes, dans la situation correspondant au refroidissement. L'efficacité est maximale lorsque le mode transverse coincide avec la bande anti-Stokes, sur une plage égale à la bande passante Ω_1 du mode transverse.

A partir de l'équation (6.16), on peut aussi calculer le décalage de la fréquence de résonance induit par effet de ressort optique à 3 modes :

$$\Omega_{eff} = \Omega_m - \Gamma\,\frac{\zeta_{3m}}{8}\left(\frac{\dot{\mathcal{A}}'_+}{\mathcal{A}'_+} + \frac{\dot{\mathcal{A}}'_-}{\mathcal{A}'_-}\right). \tag{6.21}$$

De même, on peut déterminer à partir de l'équation (6.15) le spectre des fluctuations quantiques de la force de pression de radiation δF^{in}_{rad}, reliées aux fluctuations du vide du champ

entrant dans le mode transverse. On obtient :

$$S_{rad}^{(in)}[\Omega] \;=\; M\Gamma\,\hbar\Omega_m\,\frac{\zeta_{3m}}{4}\left(\mathcal{A}'_+ + \mathcal{A}'_-\right), \tag{6.22}$$

qui montre que le résonateur est à l'équilibre thermodynamique à une température effective différente de la température ambiante. De manière analogue, on trouve alors que le nombre de phonons thermiques effectif caractérisant cet équilibre est donné par :

$$n_T^{eff} \;=\; \frac{n_T}{1-\mathcal{G}} + n_Q, \tag{6.23}$$

où $n_Q = \frac{\zeta_{3m}}{4}\mathcal{A}'_-/(1-\mathcal{G})$ est le nombre de phonons associés au bruit quantique de pression de radiation.

On atteint l'état fondamental du résonateur dans le cas d'un accord $\Delta\omega = \Omega_m$ sur la bande anti-Stokes, et pour un gain paramétrique $\mathcal{G}$ négatif et de valeur absolue grande devant le nombre initial n_T de phonons thermiques. Dans le régime des bandes latérales résolues, le nombre de phonons résiduels est alors, tout comme dans le premier chapitre, $n_Q \simeq \mathcal{A}'_-/\mathcal{A}'_+ \simeq \Omega_1^2/4\Omega_m^2$.

Pour une cavité sans perte de finesse $\mathcal{F}_0 \simeq \mathcal{F}_1 \simeq 30\,000$ avec une puissance incidente $P_{in} = 10\,\mathrm{mW}$ et pour un résonateur de 100 μg oscillant à sa fréquence de résonance $\Omega_m/2\pi = 4\,\mathrm{MHz}$ avec un facteur de qualité de 10 000, le gain paramétrique vaut ± 10 pour un recouvrement Λ de 0,5, ce qui permet en principe d'atteindre l'instabilité paramétrique pour un gain positif, et de refroidir le résonateur par un facteur 10 pour un gain négatif.

6.2.3 Refroidissement à 3 modes

Sur les tables 6.1 et 6.2 on peut voir la valeur [5] de l'intégrale de recouvrement entre le mode optique transverse et le mode mécanique. On remarque que le pont de 800 μm de large est celui qui présente le plus grand recouvrement (plus de 30 %). Cette structure a de ce fait été sur-représentée lors de la conception du masque de gravure.

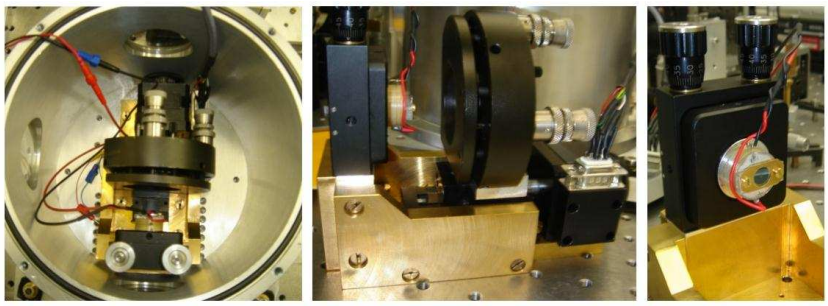


FIGURE 6.15: Photographies de la cavité de longueur variable.

La cavité réalisée est visible sur la figure 6.15. Le coupleur d'entrée est monté sur un moteur pas-à-pas afin de pouvoir accorder la longueur de la cavité et d'égaliser l'écart entre les deux fréquences des modes optiques et celle du mode mécanique, comme on peut le voir sur la figure 6.16. Une cale piézo-électrique permet un ajustement fin de la longueur de la cavité. Sur la figure 6.17, on peut voir l'effet de refroidissement observé lorsque la longueur de la cavité est ajustée

5. Le calcul a été réalisé seulement pour les rayons de courbure des coupleurs d'entrée commercialement accessibles, à savoir 100, 50 et 25 mm.

Taille du pont (mm^2)	Mode mécanique	Courbure du coupleur		
		R=100	R=50	R=25
1 x 1.4	(0,3)	0	2	0
	(0,5)	0	24	5
1 x 1	(0,3)	0	0	0
	(0,5)	12	2	0
1 x 0.9	(0,3)	1	0	0
	(0,5)	19	4	0
1 x 0.8	(0,3)	2	0	0
	(0,5)	30	7	1
1 x 0.7	(0,3)	0	0	0
	(0,5)	0	12	3
1 x 0.6	(0,3)	0	2	0
	(0,5)	0	25	5

TABLE 6.1: Valeur (en %) de l'intégrale de recouvrement Λ pour le couplage entre un mode mécanique et le mode optique (0,3) (*i.e.* $L = 3R/4$). La valeur 0 est mise si la finesse du mode transverse est inférieure à 10000. Les valeurs supérieures à 10 % sont écrites e rouge.

Taille du pont (mm^2)	Mode mécanique	Courbure du coupleur		
		R=100	R=50	R=25
1 x 1.4	(0,4)	0	2	0
	(0,6)	0	27	4
1 x 1	(0,4)	0	0	0
	(0,6)	12	1	0
1 x 0.9	(0,4)	1	0	0
	(0,6)	20	3	0
1 x 0.8	(0,4)	3	0	0
	(0,6)	33	6	0
1 x 0.7	(0,4)	0	0	0
	(0,6)	0	12	2
1 x 0.6	(0,4)	0	2	0
	(0,6)	0	28	4

TABLE 6.2: Valeur (en %) de l'intégrale de recouvrement Λ pour le couplage entre un mode mécanique et le mode optique (0,4) (*i.e.* $L = R/2$). La valeur 0 est mise si la finesse du mode transverse est inférieure à 10000. Les valeurs supérieures à 10 % sont écrites e rouge.

afin de réaliser la condition de résonance à trois modes. Sur les courbes (a), on peut voir l'effet de refroidissement sur le spectre de vibrations thermiques et sur les courbes (b et c) la variation de l'amortissement mécanique en fonction du désaccord en fréquences.

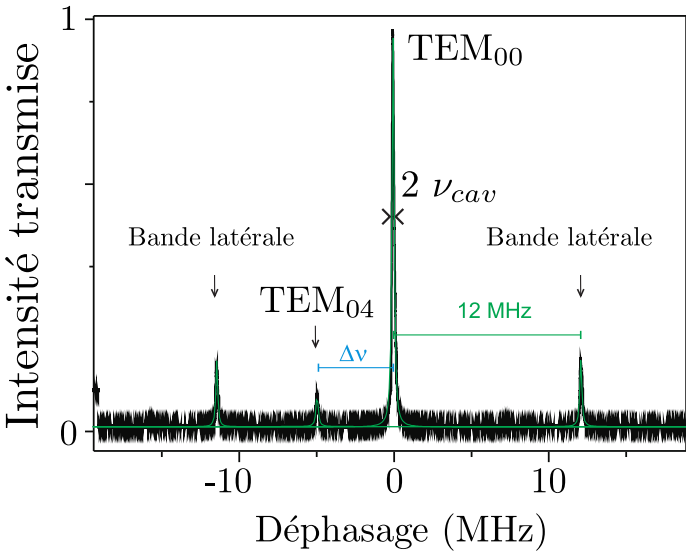
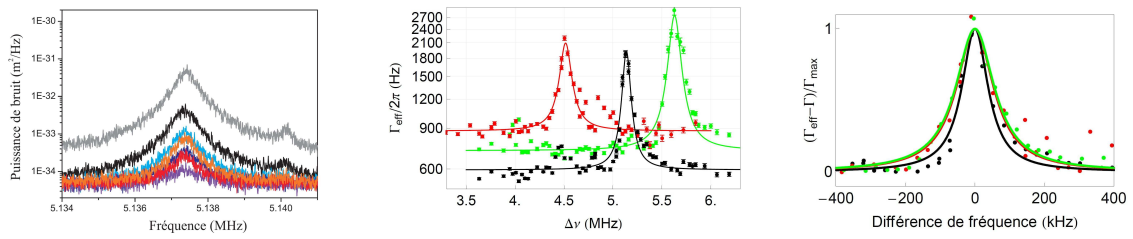


FIGURE 6.16: Intensité transmise par la cavité en balayant sa longueur sur une plage de près de 40 MHz autour de la résonance du mode fondamental, à l'aide de la cale piézo-électrique du micro-miroir. Les ajustements lorentziens des pics d'Airy correspondant aux modes TEM_{00}, TEM_{04} et aux bandes latérales sont tracés en vert. On obtient ainsi la bande passante ν_{cav} de la cavité et la différence $\Delta\nu$ entre les deux modes. Figure extraite de [135].



(a) (b) (c)

FIGURE 6.17: Courbes (a) : effet de refroidissement sur le spectre de vibrations thermiques. Courbes (b et c) : variation de l'amortissement mécanique en fonction du désaccord en fréquences. Résultats préliminaires issus de [135].

6.3 Des nano-membranes comme système optomécanique

Durant cette thèse, j'ai aussi eu l'occasion de travailler avec Kevin Makles et Thomas Antoni sur l'étude des propriétés optomécaniques de nano-membranes à cristal photonique. Dans cette troisième partie, nous allons voir cet autre type de résonateurs étudié par l'équipe. Afin de réduire la masse de nos structures, nous avons développé, en étroite collaboration avec la Laboratoire de Photonique et de Nanostructures (LPN), des membranes suspendues d'une épaisseur de l'ordre de la centaine de nanomètres seulement. L'utilisation d'un traitement diélectrique étant hors de question à ces échelles de masse, nous avons structuré la membrane afin d'en faire un cristal photonique fonctionnant en incidence normale. La réflectivité de la membrane est ainsi fortement augmentée.

Les micro-miroirs de couplage, permettant de réaliser des cavités à très petit *waist* présentées au chapitre 4, sont particulièrement adaptés à ces objets dont les dimensions transverses ne dépassent pas 20 μm. Après avoir brièvement décrit le principe de fonctionnement de ces membranes à cristal photonique, nous en verrons une caractérisation optique et mécanique. Je finirai ce dernier chapitre en présentant les tous derniers résultats obtenus en plaçant ces membranes en cavité.

6.3.1 Principe de fonctionnement

Afin de réduire la masse de nos résonateurs au maximum, nous avons été amenés à ne considérer plus que la partie réfléchissante de ce dernier. L'épaisseur typique d'un traitement diélectrique étant de plusieurs microns, nous avons dû considérer une solution alternative : le cristal photonique. D'épaisseur de quelques centaines de nanomètres seulement, il permet de réaliser des structures très légères. Après avoir montré le principe de fonctionnement du cristal photonique, je détaillerai les différents *designs* qui ont été testés. Je finirai cette section en présentant les caractérisations optique et mécanique de ces nanomembranes optomécaniques.

6.3.1.1 Principe de fonctionnement du cristal photonique : le *slow mode*

Le *design* du cristal photonique est optimisé pour garantir une grande réflectivité en incidence normale. On s'arrange pour que le mode optique incident soit fortement couplé à un mode dit « lent » (*slow mode*) du cristal photonique (ici de maille carrée comme sur l'image (a) de la figure), c'est à dire un mode pour lequel la vitesse de groupe dans le plan du cristal est nulle, comme schématisé sur la figure 6.18 (b et c). Il n'y a donc pas de propagation selon la normale à l'intérieur du cristal. Dans le plan du cristal, la propagation est interdite de par la structure de bande. Il n'y a donc pas de transmission possible pour l'onde qui est alors intégralement réfléchie.

6.3.1.2 *Design* des membranes

Les nano-membranes sont constituées de phosphure d'indium (InP) de 260 nm d'épaisseur pour une surface de 10×20 μm^2. Elles sont suspendues 1 μm au dessus d'un substrat d'InP et sont percées d'un réseau carré de trous afin d'en faire un cristal photonique. Plusieurs géométries de maintien des membranes ont été testées, les structures ayant les facteurs de qualité les plus hauts étant les structures à pont visibles sur la figure 6.19(c).

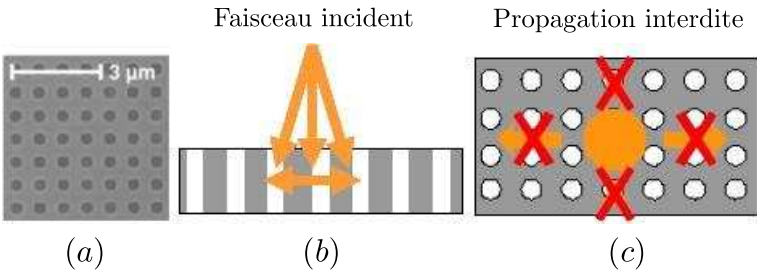


FIGURE 6.18: Photographie électronique du cristal photonique (a) et schéma du principe de fonctionnement des *slow-modes* (b et c).

La réflectivité de la membrane varie très rapidement avec les paramètres géométriques du cristal (taille de la maille, forme et diamètre des trous). Afin de garantir une bonne réflectivité à 1064 nm, et comme les contraintes de fabrication ne permettent pas de contrôler précisément ces paramètres, nous avons choisi de dégénérer deux modes optiques afin de créer un plateau de réflectivité de 50 nm de largeur environ. Cela permet de relâcher la contrainte technologique et de travailler à longueur d'onde fixe (1064 nm comme sur les autres expériences).

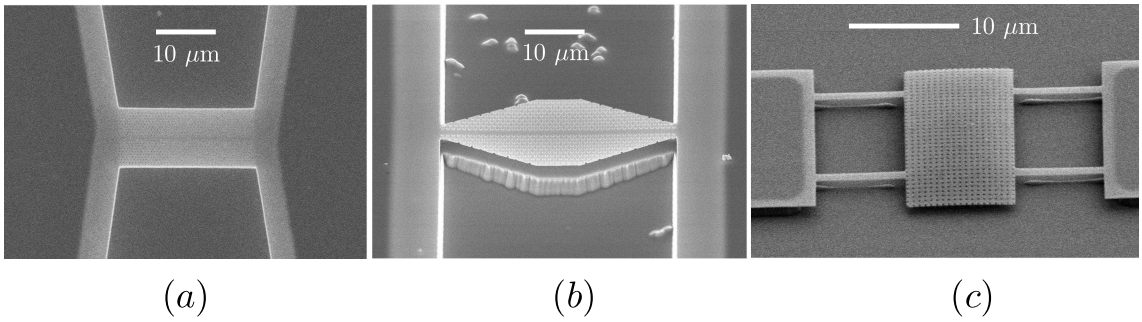


FIGURE 6.19: Images au microscope électronique des différents *designs* testés pour les nano-membranes.

6.3.2 Caractérisation

Tout comme les micro-piliers, les nano-membranes sont caractérisées mécaniquement puis optiquement avant d'être placées en cavité.

6.3.2.1 Mécanique

La caractérisation mécanique est réalisée sur le même banc interférometrique que les micro-piliers et micro-ponts, décrit au paragraphe 2.3.1. Un spectre typique est présenté sur la figure 6.20. Un objectif 40× permet de focaliser le faisceau laser sur une zone de quelques μm seulement, permettant de venir sonder les vibrations d'une membrane unique. La caractérisation n'a lieu que sous vide où la pression est inférieur à 1 mbar, la couche d'air de 1 μm d'épaisseur présente sous la membrane [162] « scotchant » littéralement la membrane pour des pressions supérieures (effet de *squeezing layer*).

Les facteurs de qualité varient alors en fonction du *design* mécanique, allant de 1000 à 10 000 pour des fréquences dans la gamme du MHz.

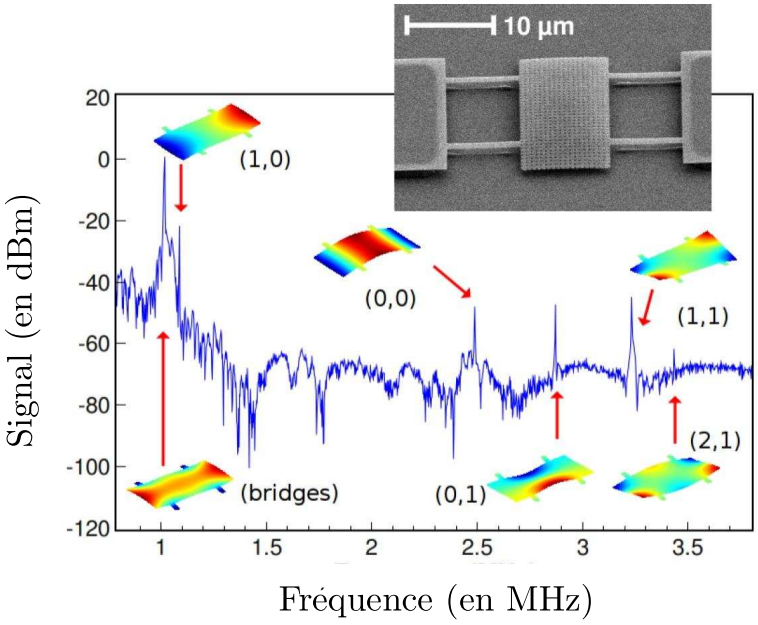


FIGURE 6.20: Réponse mécanique d'une membrane suspendue à pont réalisé avec l'interféromètre présenté en 2.3.1. Figure extraite de [163].

6.3.2.2 Optique

La réflectivité du cristal photonique est mesurée directement, par comparaison à la réflectivité du substrat voisin, toujours sous objectif 40×. On obtient jusqu'à 95±5 % de réflectivité pour les paramètres optimaux du cristal photonique [163].

6.3.3 Cavité Fabry-Perot à nanomembrane

Afin de placer les membranes en cavité Fabry-Perot, et pour réaliser des *waists* suffisamment petits pour que la finesse soit limitée par les propriétés intrinsèques du cristal photonique, on utilise des micro-coupleurs de rayon de courbure de 200 μm environ, avec une transmission de 1.4 % adaptée aux pertes de la membrane. La longueur de la cavité est alors poussée à son maximum afin que la taille du *waist* soit la plus petite possible afin de limiter les pertes par coupure. On utilise pour cela une série de nanopositionneurs (modèle Attocube ANPxyz51) qui permettent de positionner la membrane à 50 nm près.

6.3.3.1 Pré-alignement en cavité symétrique

A cause de l'opacité du substrat portant les membranes, un alignement direct en transmission est impossible. La cavité est donc pré-alignée en transmission en remplaçant la membrane par un miroir de fond plan et de transmission 1,4 %. On réalise ainsi une cavité symétrique facilement alignable. On observe alors les modes de cette cavité (figure 6.21). La taille du *waist* est ici de quelques microns seulement. Comme on a déjà pu le voir dans les chapitres précédents, une mesure précise de la taille des petits *waists* est relativement compliquée. Une mesure directe avec une camera CCD est impossible à cause de la forte divergence du faisceau transmis et les mesures indirectes, réalisées en utilisant un microscope au point sur la membrane et dont l'image est calibrée par la taille des structures, sont entachées d'une grande incertitude causée

par le manque d'information sur la fonction de transfert, pour l'optique gaussienne, du dispositif optique.

Une fois tous les paramètres réglés, on remplace le miroir de fond par une nano-membrane. Il ne reste plus qu'à finaliser l'alignement en réflexion.

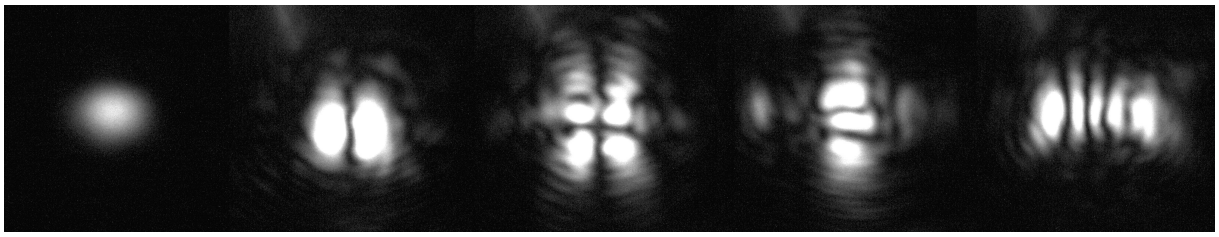


FIGURE 6.21: Photographies optiques des premiers modes transverses de la cavité à membrane. La taille du *waist* du mode fondamental est de 2 μm environ.

6.3.3.2 Alignement en réflexion

Comme le substrat sur lequel sont gravées les membranes n'est pas transparent à 1064 nm, nous sommes contraints de finaliser l'alignement en réflexion. Le schéma expérimental est présenté sur la figure 6.22. La technologie d'alignement utilisée est très proche de celle développée pour l'alignement de l'interféromètre décrit dans la partie 2.3.1. On utilise un objectif de microscope à la fois pour focaliser le faisceau incident sur le très petit mode de la cavité, mais aussi pour visualiser la membrane et le mode de la cavité à l'aide d'une caméra CCD observant le faisceau réfléchi à l'infini. Le modulateur électro-optique (MEO) est placé sur le chemin optique afin de calibrer le spectre de déplacement de la membrane.

On s'assure alors que le mode observé est bien le mode fondamental en regardant le profil du faisceau réfléchi (figure 6.23). On constate alors la présence d'un « trou » d'allure gaussienne dans le profil du faisceau réfléchi, signe que la cavité est bien accordée et alignée sur son mode fondamental.

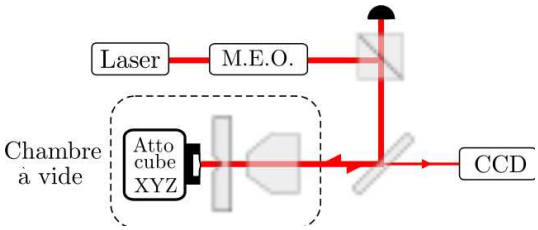


FIGURE 6.22: Schéma expérimental de la cavité Fabry-Perot à nano-membrane. L'alignement est réalisé en réflexion grâce à une caméra CCD. Un modulateur électro-optique (modèle Linos LM202) permet de calibrer les spectres de déplacement.

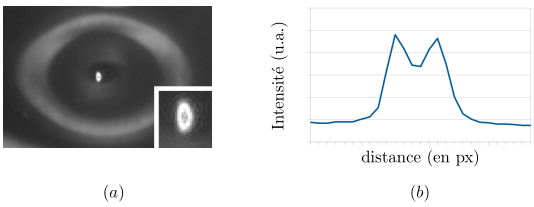


FIGURE 6.23: Observation sur la caméra CCD du faisceau réfléchi par la cavité (a) et profil transverse de ce faisceau (b). On peut y voir le trou causé par les pertes de la cavité pour son mode fondamental.

6.3.3.3 Spectre de bruit thermique de la nanomembrane

La finesse de la cavité ainsi formée est mesurée en balayant sa longueur sur un intervalle spectral libre grâce aux nanopositioneurs. On enregistre alors la courbe de transmission de la

cavité. Pour les finesses typiques de l'ordre de 100 que nous mesurons ici, cette méthode est suffisamment précise.

La cavité est asservie à mi-pente, sa bande passante extrêmement élevée (de plus de 3 GHz) autorisent ce type d'asservissement. Aucun effet dynamique d'action en retour n'a d'ailleurs été observé. On mesure ainsi directement le spectre des fluctuations thermiques de déplacement de la membrane (figure 6.24).

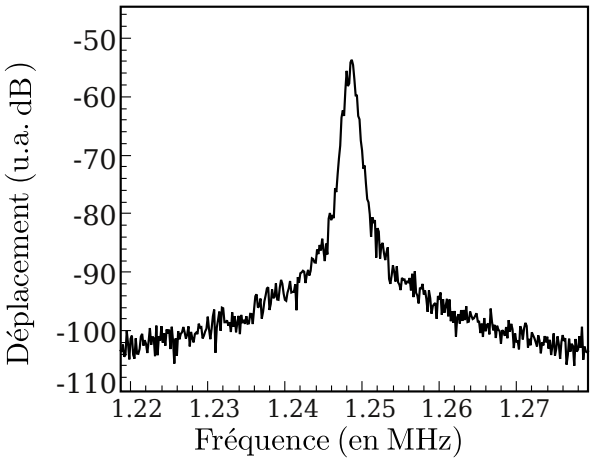


FIGURE 6.24: Spectre de bruit thermique d'une nanomembrane.

6.4 Comparaison des différentes méthodes de refroidissement

Je termine cette thèse par un comparatif des différentes méthodes de refroidissement d'un système optomécanique dans une cavité Fabry-Perot que nous avons pu rencontrer.

La figure 6.25 montre différents mécanismes de refroidissement laser. Le schéma (a) représente comment les fréquences ω_0 du laser incident et $\omega_0 \pm \Omega_m$ des bandes Stokes et anti-Stokes sont réparties par rapport au pic d'Airy de la cavité, dans le cas qui correspond aux expériences qui ont déjà été réalisées dans l'équipe [64], c'est-à-dire $\Omega_m \lesssim \Omega_c$. La bande latérale anti-Stokes étant placée à résonance avec la cavité, le processus associé devient dominant et produit le refroidissement du résonateur par absorption d'un phonon à chaque transfert d'un photon du laser incident vers la bande anti-Stokes. La limite de température atteinte est reliée aux processus Stokes résiduels, qui peuvent être rendus négligeables en se plaçant dans le régime des bandes latérales résolues $\Omega_m \gg \Omega_c$ (b). Cela se produit toutefois au détriment de la puissance laser à l'intérieur de la cavité, puisque le laser se trouve également hors résonance.

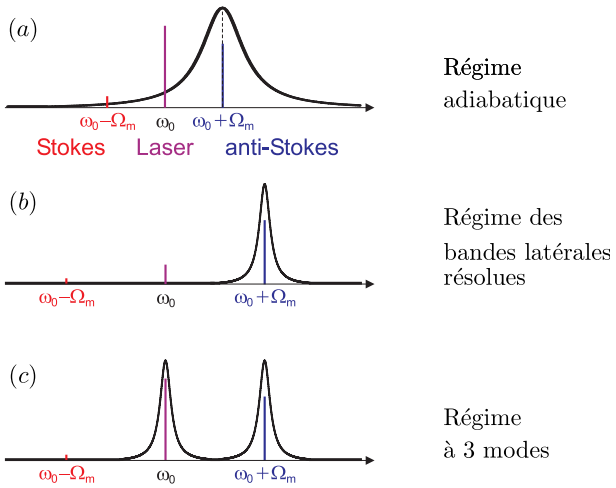


FIGURE 6.25: Schémas du refroidissement laser, dans les régimes des bandes latérales non résolues (a) et résolues (b), et avec le couplage à trois modes (c) où à la fois le laser et la bande anti-Stokes sont résonnants avec deux modes optiques de la cavité.

Le couplage optomécanique à trois modes (c) pallie à cet inconvénient grâce à la présence de deux modes optiques permettant au laser incident et à la bande anti-Stokes d'être à résonance simultanément, tout en conservant la bande Stokes loin de résonance. Le refroidissement correspond alors à l'absorption de phonons par transfert d'un photon du mode optique de basse énergie (où se trouve le laser incident) vers celui de plus haute énergie.

Par rapport au refroidissement par couplage à deux modes, cela comporte un avantage, en éliminant la contrainte sur la puissance incidente disponible (le laser étant à résonance, l'intensité intracavité est augmentée du facteur $\mathcal{F}$) qui empêche en fin de compte de se placer trop loin de résonance. En permettant de rendre résonnant le processus de refroidissement anti-Stokes tout en gardant le laser accordé avec le mode fondamental de la cavité, le couplage à trois modes permet ainsi, en principe, d'atteindre l'état quantique fondamental pour des puissances incidentes plus faibles.

Il est important de remarquer que le mode mécanique diffuse le mode optique fondamental incident dans un autre mode propre optique de la cavité, qui a une distribution spatiale différente, ce qui conduit non seulement à une modulation de la pulsation ω_0 du mode optique, mais aussi

à une modulation de son profil spatial. Ainsi, la conversion sera d'autant plus efficace que le profil du mode acoustique correspond bien à celui du mode optique transverse d'ordre supérieur impliqué dans le processus ; cet accord spatial entre les trois modes, et la condition de résonance entre la fréquence mécanique Ω_m et l'écart en fréquence entre les deux modes optiques, sont deux conditions essentielles à la réalisation du couplage à trois modes.

Cette méthode de refroidissement, présente néanmoins de nombreuses contraintes. En effet, la présence de l'intégrale de recouvrement Δ impose d'utiliser des modes bien particuliers, qui ne présentent pas forcément les bonnes caractéristiques en termes de fréquence et de facteur de qualité. De plus, la contrainte sur la longueur de la cavité, qui doit être ajustée à quelques microns près pour dégénérer efficacement les deux modes optiques est extrêmement contraignante.

Conclusion

Nous avons présenté la réalisation d'un montage expérimental ayant pour objectif de mesurer optiquement les fluctuations quantiques de position d'un résonateur mécanique macroscopique. Le résonateur est placé dans un environnement cryogénique et son mouvement est observé grâce à une cavité Fabry-Perot de grande finesse. Nous avons conçu et réalisé un résonateur optimisé pour cette expérience. Il s'agit d'un micro-pilier en quartz vibrant selon un mode de compression et maintenu en son milieu par une fine membrane. Nous avons fait la démonstration d'un mode fondamental de vibration oscillant à 4 MHz avec un facteur de qualité mécanique de près de deux millions. Nous avons conçu une cavité Fabry-Perot de grande finesse avec ce résonateur. Un miroir de haute réflectivité est déposé uniquement au sommet du pilier afin d'éviter de dégrader son facteur de qualité mécanique. Nous avons développé une technique d'ablation par laser pour réaliser des coupleurs d'entrée de la cavité ayant à la fois un très faible rayon de courbure et une grande réflectivité. Ceci nous a permis de construire une cavité de finesse 50 000 dont la taille du col optique, inférieure à 10 μm, est bien adaptée aux dimensions du résonateur. Nous avons enfin fait développer un cryostat à dilution optimisé pour une mesure de position ultrasensible, dans lequel nous avons placé le dispositif optomécanique. L'ensemble du montage optique, constitué d'une source laser ultra-stable et d'une détection des mouvements du résonateur à travers les écarts à résonance de la cavité, nous a permis d'observer les fluctuations thermiques de position du résonateur jusqu'à une température de l'ordre de 1 K.

Nous avons pu voir que le couplage optomécanique entre un laser et le miroir-mobile sur lequel il se réfléchit permet non seulement de mesurer les infimes mouvements de ce dernier, causés par exemple par les fluctuations thermiques de son environnement, mais aussi d'agir sur ce mouvement, et ce même au niveau quantique. En effet, nous avons pu voir qu'un miroir mobile peut, en première approximation, être décrit par un oscillateur harmonique en contact avec un thermostat à l'équilibre thermodynamique. Cet équilibre va induire des fluctuations dans le résonateur qui se matérialisent par un mouvement aléatoire de ce dernier. Nous avons également vu que la nature quantique du résonateur était aussi responsable de fluctuations de position. Cette nature quantique n'est cependant appréciable qu'à très basse température, quand les effets thermiques deviennent négligeables.

Afin d'observer ces infimes déplacements, l'utilisation d'un capteur extrêmement sensible est nécessaire. Nous avons vu que la mesure interférométrique avec une cavité Fabry-Perot présente une sensibilité suffisante pour pouvoir mesurer non seulement les fluctuations thermiques mais aussi celles quantiques, la sensibilité de la mesure n'étant limitée en pratique que par la nature quantique de la lumière.

Nous avons aussi vu que, comme dans toute mesure où des aspects quantiques sont à prendre en compte, l'action en retour de la mesure sur le système n'est pas négligeable. Cette action en retour se traduit ici par la force de pression de radiation de la lumière sur le miroir mobile. Cette force peut alors être utilisée pour contrôler le mouvement du résonateur et refroidir ce dernier par exemple. Cette technique de refroidisssement, combinée à un environnement cryogénique, permet alors de placer le résonateur dans son état quantique fondamental, objectif de cette thèse.

Pour mener à bien cette étude, nous avons vu que les micro-résonateurs sur lesquels est déposé un miroir de grande réflectivité sont particulièrement adaptés. Alliant grand facteur de qualité, faible masse et grande fréquence de résonance, ils répondent efficacement à la pression de radiation, tout en étant intégrable dans une cavité Fabry-Perot de grande finesse.

Nous avons donc conçu un résonateur original, adapté pour l'étude du couplage optomécanique à un niveau quantique. Il est constitué d'un micro-pilier oscillant selon un mode de compression-extension avec un très haut facteur de qualité. Issu d'un mono-cristal de quartz afin de profiter des excellents propriétés de ce matériau, il est gravé chimiquement pour obtenir un cylindre à base triangulaire de 1 mm de longueur et 240 μm de côté, maintenu en son milieu par une fine membrane. Un cadre de découplage permet, par couplage par effet Poisson, de compenser les fuites d'énergie vers l'extérieur et assure un facteur de qualité de plusieurs millions pour une masse de l'ordre de 100 μg.

Un traitement diélectrique est alors déposé uniquement sur le sommet du pilier. Cela permet d'ajouter un miroir à très faibles pertes à la structure, indispensable à la réalisation d'une cavité de grande finesse, sans pour autant détériorer la qualité de la résonance mécanique. En effet, le sommet du pilier se déplace sans déformation et il n'y a ainsi pas de contraintes liées au mouvement au sein des couches diélectriques, et donc pas de pertes mécaniques associées à la qualité mécanique limitée de celles-ci.

Afin de caractériser mécaniquement les structures, un banc de test à été construit. Cet interféromètre de Michelson, dont la longueur relative des bras est asservie à basse fréquence, permet de mesurer la réponse mécanique du pilier en l'excitant à l'aide d'une cale piézo-électrique. Nous avons ainsi vu que, contrairement à ce que l'on pourrait penser au premier abord, il est bien possible d'exciter le mode symétrique du pilier en faisant vibrer la structure dans son ensemble.

Ensuite, forts des résultats des premiers essais que nous avions menés avec un simple cryostat à circulation d'hélium, nous avons fait développer un cryostat à dilution adapté à nos expériences. Il s'agit d'un modèle horizontal, dont les vibrations selon l'axe optique, sont limitées au maximum. Nous avons mesuré sa puissance de refroidissement à différentes températures. Avec une puissance de 100 μW à 200 mK et une température de base de 30 mK, cette machine qui a deux accès optiques permet de refroidir notre dispositif optomécanique tout en conservant son alignement.

Les vibrations du cryostat ont été mesurées dans différentes configurations, et nous avons remarqué que le point de fonctionnement optimal à froid consistait à vider le réservoir d'hélium afin de limiter les vibrations dues à son ébullition et d'éteindre la pompe turbo-moléculaire. Nous avons également développé un dispositif d'imagerie permettant d'observer notre structure depuis l'extérieur.

L'expérience proprement dite est éclairée par une source laser ultrastable émettant un rayonnement à 1064 nm. Nous avons caractérisé les différents lasers, un Nd :YAG à faible bruit ainsi

que deux lasers à diode fibrés légèrement accordables.

Le faisceau est ensuite mis en forme par une cavité d'analyse et une cavité de filtrage que nous avons construites et la cavité de mesure est maintenue à résonance par un asservissement que nous avons développé et construit. La détection de la phase du faisceau réfléchi, proportionnelle à la variation de position du miroir mobile lorsque la cavité est maintenue à résonance, est réalisée grâce à une détection homodyne.

La cavité, qui a été conçue au laboratoire, est réalisée de manière à ce qu'elle ne se désaligne pas durant la descente à froid. Elle est formée par le miroir-mobile et un coupleur d'entrée, réalisé au laboratoire par ablation laser dans une plaque de silice. Un miroir diélectrique à très faibles pertes est ensuite déposé sur cette dernière pour former un miroir concave dont le rayon de courbure est sub-millimétrique. Ces coupleurs d'entrée ont ensuite été caractérisés avec un microscope à force atomique et un profilomètre mécanique, afin de connaître leur rugosité et leur courbure. La transmission des coupleurs a également été mesurée. Un banc de caractérisation optique a été réalisé afin de mesurer les caractéristiques des miroirs (pertes, rayon de courbure, diamètre).

Cette étude nous a permis de montrer que la finesse de la cavité était limitée à grande longueur par les pertes par coupure sur les bords du miroir à faible rayon de courbure. Nous avons également pu mettre en évidence, dans notre cavité à petit *waist* puis dans une expérience de principe dédiée, un fort couplage modal ayant pour effet lui aussi de dégrader la finesse lorsque un mode optique transverse est dégénéré avec le mode fondamental. Nous avons finalement proposé une solution pour pallier à ce phénomène en ajoutant, volontairement et de manière contrôlée, des pertes pour le mode transverse.

La cavité a ensuite été montée dans le cryostat et l'adaptation spatiale optimisée afin d'assurer un couplage efficace entre le laser et le mode optique. La cavité a ensuite été intégralement re-caractérisée à froid afin de connaître sa biréfringence, sa non-linéarité thermique ainsi que sa finesse.

Nous avons alors pu mesurer le spectre de vibration thermique du micro-pilier à température ambiante et à basse température jusqu'à 1 K. Plusieurs méthodes de détection ont été testées et les spectres ont été calibrés à l'aide d'une modulation de phase du faisceau incident. Nous avons également pu mettre en évidence des effets de refroidissement et de chauffage par la pression de radiation, ainsi que d'importants effets thermique à forte puissance à chaud, mais aussi à faible puissance à froid. Ces effets limitent la thermalisation du pilier avec la platine froide du cryostat et limitent la température à 1 K environ pour les plus faibles puissances que nous pouvons utiliser.

Nous avons alors mené une étude afin de vérifier la possibilité d'utiliser de l'hélium comme gaz d'échange pour améliorer la thermalisation de la structure. Nous avons donc étudié, à chaud, l'impact de ce gaz sur la température de la structure et sur son facteur de qualité. Nous avons pu montrer que l'utilisation d'un mbar d'hélium, ce qui correspond à une température de 0,5 K environ, apporte une puissance de refroidissement suffisante pour thermaliser la structure sans altérer ses propriétés mécaniques. Nous avons alors conçu une sous-enceinte afin de contenir ce gaz d'échange à l'intérieur du cryostat.

En parallèle de ce travail, nous avons également continué à développer les micro-résonateurs en silicium déjà utilisés au laboratoire. Ils nous ont notamment permis de valider la faisabilité

de l'expérience dans un cryostat à dilution en réalisant les premiers tests à 4 K. Nous avons également pu mettre en évidence le refroidissement optomécanique à trois modes avec ces structures.

Nous avons aussi développé un nouveau type de système optomécanique, plus léger de près de 6 ordres de grandeur. Il s'agit de nano-membranes structurées afin de former un cristal photonique fonctionnant en incidence normale. Ces résonateurs, après avoir été caractérisés optiquement et mécaniquement, sont alors montés en cavité avec les miroirs à très faible rayon de courbure et nous avons pu observer leur spectre de vibration thermique à température ambiante.

En définitive, le travail réalisé au cours de cette thèse est un pas supplémentaire vers la possibilité d'observer les fluctuations quantiques de position d'un objet macroscopique. Une amélioration de la thermalisation du système optomécanique à basse température, ainsi qu'une amélioration de notre technique de dépôt de miroir devrait nous permettre d'atteindre cet objectif. Une fois le résonateur placé dans son état fondamental, nous pourrons réaliser une étude de la décohérence pour des structures macroscopiques.

Les principaux aspects en cours d'amélioration sont bien évidemment l'amélioration de la technique de dépôt de miroir au sommet du micro-pilier, pris en charge notamment par Daniel Garcia-Sanchez (Post-Doc) et Salim Zerkani (qui a débuté sa thèse en Septembre 2012), mais aussi l'amélioration de la partie optique de l'expérience avec notamment l'intégration des lasers accordables dans la chaine de détection et l'amélioration du système d'asservissement. Il faut aussi compter sur l'amélioration de la partie cryogénique avec la mise en place du système de thermalisation. Ces deux dernier points (optique et cryogénie) étant pris en charge par Leonhard Neuhaus (qui a également débuté sa thèse en Septembre 2012).

Ces améliorations nous permettrons, nous l'espérons, d'atteindre et d'observer le régime quantique de notre résonateur.

Bibliographie

[1] R. Feynman. *"Lectures on Gravitation"*. Brian Hatfield (1995).

[2] I. Pikovski *et al.* *"Probing Planck-scale physics with quantum optics"*. Nature Physics **8**, 393 (2012).

[3] F. Marin *et al.* *"Gravitational bar detectors set limits to Planck-scale physics on macroscopic variables"*. Nature Physics **9**, 71–73 (2013).

[4] B. Willke *et al.* *"The GEO 600 gravitational wave detector"*. Classical and Quantum Gravity **19**, 1377 (2002).

[5] T. Accadia *et al.* *"Virgo : a laser interferometer to detect gravitational waves"*. Journal of Instrumentation **7**, P03012 (2012).

[6] A. Abramovici *et al.* *"LIGO : The laser interferometer gravitational-wave observatory"*. Science **256**, 325–333 (1992).

[7] M. T. Jaekel *et al.* *"Quantum Limits in Interferometric Measurements"*. Europhysics Letters **13**, 301 (1990).

[8] B. Brezger *et al.* *"Matter-Wave Interferometer for Large Molecules"*. Physical Review Letters **88**, 100404 (2002).

[9] O. Nairz *et al.* *"Diffraction of Complex Molecules by Structures Made of Light"*. Physical Review Letters **87**, 160401 (2001).

[10] S. Gerlich *et al.* *"Matter-Wave Metrology as a Complementary Tool for Mass Spectrometry"*. Angewandte Chemie **47**, 6195–6198 (2008).

[11] R. Blatt *et al.* *"Entangled states of trapped atomic ions"*. Nature **453**, 1008–1015 (2008).

[12] H. J. Kimble *et al.* *"The quantum internet"*. Nature **453**, 1023–1030 (2008).

[13] N. Gisin *et al.* *"Quantum cryptography"*. Review of Modern Physics **74**, 145–195 (2002).

[14] M. Xiao-Song *et al.* *"Quantum teleportation over 143 kilometres using active feed-forward"*. Nature **489**, 269–273 (2012).

[15] A. D. O'Connell *et al.* *"Quantum ground state and single-phonon control of a mechanical resonator"*. Nature **464**, 08967 (2010).

[16] T. Antoni *et al.* *"Nonlinear mechanics with suspended nanomembranes"*. Europhysics Letters **100**, 68005 (2012).

[17] Ali H. Nayfeh. *"Nonlinear Oscillations"*. Wiley Classics Library (1979).

[18] Claude Cohen-Tannoudji. *"Mécanique Quantique"*. Hermann (1998).

[19] Claude Cohen-Tannoudji. *"Mouvement Brownien, réponses linéaires, équations de Mori et fonctions de corrélation"*. Cours du Collège de France (1978).

[20] Bernard Diu. *"Éléments de physique statistique"*. Hermann (1996).

[21] P.-F. Cohadon *et al.* *"Cooling of a Mirror by Radiation Pressure"*. Physical Review Letters **83**, 3174–3177 (1999).

[22] Claude Cohen-Tannoudji. *"Processus d'interaction entre photons et atomes"*. CNRS Edition (2001).

[23] Claude Fabre. *"Atomes et Lumière. Interaction Matière Rayonnement"*. (2007).

[24] L. D. Landau and E. M. Lifshitz. *"Physique statistique, Course of Theoretical Physics vol 5"*. MIR Moscou (1976).

[25] S. Reynaud *et al.* *"Introduction à la réduction du bruit quantique"*. Annales de Physique (Paris) **15**, 63–162 (1990).

[26] S. Reynaud *et al.* *"Quantum fluctuation in optical systems"*. Progress in Optics **30**, 1 (1992).

[27] E. Wigner *et al.* *"On the Quantum Correction For Thermodynamic Equilibrium"*. Physical Review **40**, 749–759 (1932).

[28] M. O. Scully and M. S. Zubairy. *"Quantum Optics"*. Cambridge University Press (1997).

[29] A. Naik *et al.* *"Cooling a nanomechanical resonator with quantum back-action"*. Nature **443**, 193–196 (2006).

[30] R. Knobel *et al.* *"Nanometre-scale displacement sensing using a single electron transistor"*. Nature **424**, 291–293 (2003).

[31] B. D. Josephson *et al.* *"Possible new effects in superconductive tunnelling"*. Physics Letters **1**, 251 (1962).

[32] M. H. Devoret *et al.* *"Single-electron transistors"*. Physics World **September**, 29–33 (1998).

[33] J. Chan *et al.* *"Laser cooling of a nanomechanical oscillator into its quantum ground state"*. Nature **478**, 89–92 (2011).

[34] E. Verhagen *et al.* *"Quantum-coherent coupling of a mechanical oscillator to an optical cavity mode"*. Nature **482**, 63–67 (2012).

[35] J. D. Teufel *et al.* *"Sideband Cooling Micromechanical Motion to the Quantum Ground State"*. Nature **475**, 359–363 (2011).

[36] R. J. Glauber *et al.* *"Coherent and Incoherent States of the Radiation Field"*. Physical Review **131**, 2766 (1963).

[37] S. Reynaud *et al.* *"A semi-classical linear input output transformation for quantum fluctuation"*. Optics Communications **71**, 209–214 (1989).

[38] C. Fabre *et al.* *"Quantum-noise reduction using a cavity with a movable mirror"*. Physical Review A **49**, 1337–1343 (1994).

[39] P. Verlot *et al.* *"Scheme to Probe Optomechanical Correlations between Two Optical Beams Down to the Quantum Level"*. Physical Review Letters **102**, 103601 (2009).

[40] Claude Fabre. *"Les Houches Session 53, Quantum Noise in optical systems : a semi-classical approach"*. Elsevier, New York (1990).

[41] A. G. Kuhn *et al.* *"Finesse limitations and recovery solution in small waist Fabry-Perot cavities"*. En préparation.

[42] D. K. Armani *et al.* *"Ultra-high-Q toroid microcavity on a chip"*. Nature **421**, 925–928 (2003).

[43] A. H. Safavi-Naeini *et al.* *"Observation of Quantum Motion of a Nanomechanical Resonator"*. Physical Review Letters **108**, 033602 (2012).

[44] G. L. Klimchitskaya *et al.* *"The Casimir force between real materials : Experiment and theory"*. Review of Modern Physics **81**, 1827–1885 (2009).

[45] A. Dorsel *et al.* *"Optical Bistability and Mirror Confinement Induced by Radiation Pressure"*. Physical Review Letters **51**, 1550–1553 (1983).

[46] A. Gozzini *et al.* *"Light-pressure bistability at microwave frequencies"*. Journal of Optical Society of America B **2**, 1841–1845 (1985).

[47] S. Bose *et al.* *"Preparation of nonclassical states in cavities with a moving mirror"*. Physical Review A **56**, 4175–4186 (1997).

[48] S. Bose *et al.* *"Scheme to probe the decoherence of a macroscopic object"*. Physical Review A **59**, 3204–3210 (1999).

[49] S. Mancini *et al.* *"Entangling Macroscopic Oscillators Exploiting Radiation Pressure"*. Physical Review Letters **88**, 120401 (2002).

[50] M. Pinard *et al.* *"Quantum-nondemolition measurement of light by a piezoelectric crystal"*. Physical Review A **51**, 2443–2449 (1995).

[51] A. Heidmann *et al.* *"Quantum nondemolition measurement by optomechanical coupling"*. Applied Physics B : Lasers and Optics **64**, 173–180 (1997).

[52] Pierre Verlot. *"Etude des effets de pression de radiation et des limites quantiques du couplage optomécanique"*. Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie, Paris (2010).

[53] P. Verlot *et al.* *"Towards the experimental demonstration of quantum radiation pressure noise"*. Comptes Rendus de Physique de l'Académie des Sciences **12**, 826–836 (2011).

[54] M. Xiao *et al.* *"Precision measurement beyond the shot-noise limit"*. Physical Review Letters **59**, 278–281 (1987).

[55] P. Grangier *et al.* *"Squeezed-light–enhanced polarization interferometer"*. Physical Review Letters **59**, 2153–2156 (1987).

[56] K. McKenzie *et al.* *"Experimental Demonstration of a Squeezing-Enhanced Power-Recycled Michelson Interferometer for Gravitational Wave Detection"*. Physical Review Letters **88**, 231102 (2002).

[57] H. J. Kimble *et al.* *"Conversion of conventional gravitational-wave interferometers into quantum nondemolition interferometers by modifying their input and/or output optics"*. Physical Review D **65**, 022002 (2001).

[58] O. Arcizet *et al.* *"Beating quantum limits in an optomechanical sensor by cavity detuning"*. Physical Review A **73**, 033819 (2006).

[59] P. Verlot *et al.* *"Backaction Amplification and Quantum Limits in Optomechanical Measurements"*. Physical Review Letters **104**, 133602 (2010).

[60] A. A. Clerk *et al.* *"Back-action evasion and squeezing of a mechanical resonator using a cavity detector"*. New Journal of Physics **10**, 095010 (2008).

[61] A. M. Jayich *et al.* *"Dispersive optomechanics : a membrane inside a cavity"*. New Journal of Physics **10**, 095008 (2008).

[62] V. B. Braginsky *et al.* *"Parametric oscillatory instability in Fabry-Perot interferometer"*. Physical Letters A **287**, 331–338 (2001).

[63] A. Buonanno *et al.* *"Signal recycled laser-interferometer gravitational-wave detectors as optical springs"*. Physical Review D **65**, 042001 (2002).

[64] O. Arcizet *et al.* *"Radiation-pressure cooling and optomechanical instability of a micromirror"*. Nature **444**, 71–74 (2006).

[65] B. Sheard *et al.* *"Observation and characterization of an optical spring"*. Physical Review A **69**, 051801 (2004).

[66] T. Corbitt *et al.* *"Measurement of radiation-pressure-induced optomechanical dynamics in a suspended Fabry-Perot cavity"*. Physical Review A **74**, 021802 (2006).

[67] T. J. Kippenberg *et al.* *"Analysis of Radiation-Pressure Induced Mechanical Oscillation of an Optical Microcavity"*. Physical Review Letters **95**, 033901 (2005).

[68] M. Hossein-Zadeh *et al.* *"Observation of optical spring effect in a microtoroidal optomechanical resonator"*. Optics Letters **32**, 1611–1613 (2007).

[69] S. Gigan *et al.* *"Self-cooling of a micromirror by radiation pressure"*. Nature **444**, 67–70 (2006).

[70] D. Kleckner *et al.* *"Sub-kelvin optical cooling of a micromechanical resonator"*. Nature **444**, 75–78 (2006).

[71] A. Schliesser *et al.* *"Radiation Pressure Cooling of a Micromechanical Oscillator Using Dynamical Backaction"*. Physical Review Letters **97**, 243905 (2006).

[72] C. Molinelli *et al.* *"3-mode cooling of a micro-resonator"*. En préparation.

[73] F. Marquardt *et al.* *"Quantum Theory of Cavity-Assisted Sideband Cooling of Mechanical Motion"*. Physical Review Letters **99**, 093902 (2007).

[74] I. Wilson-Rae *et al.* *"Theory of Ground State Cooling of a Mechanical Oscillator Using Dynamical Backaction"*. Physical Review Letters **99**, 093901 (2007).

[75] C. Genes *et al.* *"Ground-state cooling of a micromechanical oscillator : Comparing cold damping and cavity-assisted cooling schemes"*. Physical Review A **77**, 033804 (2008).

[76] A. Dantan *et al.* *"Self-cooling of a movable mirror to the ground state using radiation pressure"*. Physical Review A **77**, 011804 (2008).

[77] J.-M. Courty *et al.* *"Quantum limits of cold damping with optomechanical coupling"*. EPJD **17**, 399 (2001).

[78] W. H. Louisell *et al.* *"Quantum Fluctuations and Noise in Parametric Processes. 1."*. Physical Review **124**, 1646–1654 (1961).

[79] A. Yariv *et al.* *"Quantum theory for parametric interactions of light and hypersound"*. IEEE Journal of Quantum Electronics **1**, 28–36 (1965).

[80] W. Kells *et al.* *"Considerations on parametric instability in Fabry-Perot interferometer"*. Physics Letters A **299**, 326–330 (2002).

[81] V. Vuletic *et al.* *"Laser Cooling of Atoms, Ions, or Molecules by Coherent Scattering"*. Physical Review Letters **84**, 3787–3790 (2000).

[82] F. Y. Khalili *et al.* *"Quantum back-action in measurements of zero-point mechanical oscillations"*. Physical Review A **86**, 033840 (2012).

[83] V. B. Braginsky *et al.* *"Quantum Nondemolition Measurements"*. Science **209**, 4456 (1980).

[84] J. B. Hertzberg *et al.* *"Back-action-evading measurements of nanomechanical motion"*. Nature Physics **6**, 213–217 (2010).

[85] Tristan Briant. *"Caractérisation du couplage optomécanique entre la lumière et un miroir : bruit thermique et effets quantiques"*. Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie, Paris (2004).

[86] I. Favero *et al.* *"Cavity cooling of a nanomechanical resonator by light scattering"*. New Journal of Physics **10**, 095006 (2008).

[87] J. D. Thompson *et al.* *"Strong dispersive coupling of a high-finesse cavity to a micromechanical membrane"*. Nature **452**, 72 (2008).

[88] T. P. Purdy *et al.* *"Observation of Radiation Pressure Shot Noise on a Macroscopic Object"*. Science **15**, 801–804 (2013).

[89] M. H. Anderson *et al.* *"Observation of Bose-Einstein Condensation in a Dilute Atomic Vapor"*. Science **269**, 198 (1995).

[90] H. Kogelnik *et al.* *"Laser Beams and Resonators"*. Applied Optics **5**, 1550–1567 (1966).

[91] T. Carmon *et al.* *"Dynamical thermal behavior and thermal selfstability of microcavities"*. Optics Express **12**, 4742–4750 (2004).

[92] A. Ashkin *et al.* *"Acceleration and Trapping of Particles by Radiation Pressure"*. Physical Review Letters **24**, 156 (1970).

[93] L. Pinard *et al.* *"Toward a new generation of low-loss mirrors for the advanced gravitational wave interferometers"*. Optics Letters **36**, 1407–1409 (2011).

[94] B. Abbott *et al.* *"Observation of a kilogram-scale oscillator near its quantum ground state"*. New Journal of Physics **11**, 073032 (2009).

[95] W. Marshall *et al.* *"Towards Quantum Superpositions of a Mirror"*. Physical Review Letters **91**, 130401 (2003).

[96] J. Zhang *et al.* *"Quantum-state transfer from light to macroscopic oscillators"*. Physical Review A **68**, 013808 (2003).

[97] M. Pinard *et al.* *"Effective mass in quantum effects of radiation pressure"*. The European Physical Journal D **7**, 107–116 (1999).

[98] O. Arcizet *et al.* *"High-Sensitivity Optical Monitoring of a Micromechanical Resonator with a Quantum-Limited Optomechanical Sensor"*. Physical Review Letters **97**, 133601 (2006).

[99] E. Serra *et al.* *"Inhomogeneous mechanical losses in micro-oscillators with high reflectivity coating"*. Journal of Applied Physics **111**, 113109 (2012).

[100] S. Galliou *et al.* *"Losses in high quality quartz crystal resonators at cryogenic temperatures"*. Applied Physics Letters **98**, 091911 (2011).

[101] L. D. Landau and E. M. Lifshitz. *"Theory of Elasticity, Course of Theoretical Physics vol 7"*. Pergamon Press Moscou (1995).

[102] B. J. James *et al.* *"A new measurement of the basic elastic and dielectric constants of quartz"*. Frequency Control Symposium **42**, 146–154 (1988).

[103] T. Briant *et al.* *"Optomechanical characterization of acoustic modes in a mirror"*. Physical Review A **68**, 033823 (2003).

[104] G. Palasantzas *et al.* *"Quality factor due to roughness scattering of shear horizontal surface acoustic waves in nanoresonators"*. Journal of Applied Physics **104**, 053524 (2008).

[105] M. Bahriz et O. Le Traon. Brevet Français 1002829 (2010).

[106] J. Detaint *et al.* *"Study of the factors limiting the Q factors of high performance quartz resonators"*. IEEE International Frequency Control Symposium **1**, 352–357 (2009).

[107] A. W. Warner *et al.* *"Design and Performance of Ultraprecise 2,5 mc Quartz Crystal Units"*. Bell System Technical Journal **39**, 1193–1217 (1960).

[108] `No CAS 7664-39-3 , No EINECS 231-634-8`

[109] `http://www.nanophys.kth.se/nanophys/facilities/nfl/resists/S1813/s1800 seriesDataSheet.pdf`

[110] `No CAS 999-97-3 , No EINECS 213-668-5`

[111] `http://www.microchem.com/pdf/PMGI-Resists-data-sheetV-rhcedit-102206.pdf`

[112] `http://microchem.com/pdf/removerpg.pdf`

[113] `http://www.home.agilent.com/en/pd-1668980-pn-E5061B/ena-series-network-analyzer?&cc=FR&lc=fre`

[114] `http://www.home.agilent.com/en/pd-784671-pn-N9020A/mxa-signal-analyzer?&cc=FR&lc=fre`

[115] `http://www.epotek.com/SSCDocs/datasheets/h20e.pdf`

[116] Salim Zerkani. *"A micropillar for cavity optomechnics"*. Rapport, Université Paris Diderot, Paris (2012).

[117] T. Steinmetz *et al.* *"A stable fiber based Fabry-Perot cavity"*. Applied Physics Letters **89**, 111110 (2006).

[118] Y. Hadjar *et al.* *"High-sensitivity optical measurement of mechanical Brownian motion"*. Europhysics Letters **47**, 545–551 (1999).

[119] Thomas Caniard. *"Couplage optomécanique, action en retour et limites quantiques dans les mesures optiques ultrasensibles."*. Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie, Paris (2007).

[120] T. Caniard *et al.* *"Ultrasensitive Optical Measurement of Thermal and Quantum Noises"*. Optics and Spectroscopy **103**, 225–230 (2007).

[121] P. L. Kapitza *et al.* *"The Study of Heat Transfer on Helium 2"*. Journal of Physics (USSR) **4**, 181 (1941).

[122] A. D. McLachlan *et al.* *"Temperature dependence of the extinction coefficient of fused silica for CO2 laser wavelengths"*. Applied Optics **26**, 1728–1731 (1987).

[123] `http://www.messer.fr/_globalDownloads/_Downloads_brochures/Brochure_helium.pdf`

[124] `http://www.innolight.de/fileadmin/user_upload/produktblatt_pdf/Produktblatt_Mephisto.pdf`

[125] F. Cleva *et al.* *"VIRGO laser source"*. 2nd Edoardo Amaldi Conference -, 321–327 (1997).

[126] Olivier Arcizet. *"Mesure optique ultrasensible et refroidissement par pression de radiation d'un micro-resonateur mecanique."*. Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie, Paris (2006).

[127] T. J. Kane *et al.* *"Monolithic, unidirectional single-mode Nd :YAG ring laser"*. Optics Letters **10**, 65 (1985).

[128] `http://www.nktphotonics.com/files/files/Koheras_BasiK-Y10.pdf`

[129] M. Tröbs. *"Laser development and stabilization for the spaceborn interferometric gravitational wave detector LISA"*. Thèse de doctorat, Fachbereich Physik der Universität Hannover, Hannover (2005).

[130] E. D. Black *et al.* *"An introduction to Pound-Drever-Hall laser frequency stabilization"*. American Journal of Physics **69**, 79–87 (2000).

[131] R. W. P. Drever *et al.* *"Laser phase and frequency stabilization using an optical resonator"*. Applied Physics B : Lasers and Optics **31**, 97–105 (1983).

[132] M. Delfino *et al.* *"Laser activated flow of phosphosilicate glas in integrated circuit devices"*. IEEE **5**, 116–118 (1982).

[133] M. Delfino *et al.* *"cw laser activated flow applied to the planarization of metal-oxide-semiconductor field effect transistor structures"*. Applied Physics Letters **42**, 715–717 (1983).

[134] Yves Candela. *"Microcavités de silice : Excitation par fibre des modes de galerie et fonctionnalisation par des nanocristaux de silicium"*. Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie, Paris (2011).

[135] Chiara Molinelli. *"Interaction optomécanique à trois modes et refroidissement d'un micro-resonateur mécanique"*. Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie, Paris (2011).

[136] D. Hunger *et al.* *"A fiber Fabry-Perot cavity with high finesse"*. New Journal of Physics **12**, 065038 (2010).

[137] A. Muller *et al.* *"Ultrahigh-finesse, low-mode-volume Fabry-Perot microcavity"*. Optics Letters **35**, 2293–2295 (2010).

[138] Y. Colombe *et al.* *"Strong atom-field coupling for Bose-Einstein condensates in an optical cavity on a chip"*. Nature **450**, 272–276 (2007).

[139] C. Toninelli *et al.* *"A scanning microcavity for in situ control of single-molecule emission"*. Applied Physics Letters **97**, 021107 (2010).

[140] J. Poirson *et al.* *"Analytical and experimental study of ringing effects in a Fabry-Perot cavity. Application to the measurement of high finesses"*. Journal of Optical Society of America B **14**, 2811–2817 (1997).

[141] M. L. Gorodetsky *et al.* *"Rayleigh scattering in high-Q microspheres"*. Journal of Optical Society of America B **17**, 1051–1057 (2000).

[142] T. J. Kippenberg *et al.* *"Modal coupling in traveling-wave resonators"*. Optics Letters **27**, 1669–1671 (2002).

[143] D. Kleckner *et al.* *"Diffraction-limited high-finesse optical cavities"*. Physical Review A **81**, 043814 (2010).

[144] Charles Kittel. *"Introduction à la physique de l'état solide"*. Oldenbourg (1989).

[145] Myriam Mahe. *"Etude des propriétés d'échange thermique de l'hélium diphasique en convection forcée"*. Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie, Paris (1991).

[146] G. Vandoni. *"Heat transfert"*. Rapport, CERN, European Organization for Nuclear Research, Genève (inconnue).

[147] Q. S. Liu *et al.* *"Transient Heat Transfer for Forced Convection Flow of Helium Gas"*. JSME International Journal Series B **45**, 559–564 (2002).

[148] J. Luzuriaga *et al.* *"Measurements in the laminar and turbulent regime of superfluid helium 4 by means of an oscillating sphere"*. Journal of Low Temperature Physics **108**, 227–277 (1997).

[149] E. Zemma *et al.* *"Measurements of turbulence onset and dissipation in superfluid helium with a silicon double paddle oscillator"*. Journal of Low Temperature Physics **166**, 171181 (2012).

[150] V. B. Efimov *et al.* *"Experiments on a high quality grid oscillating in superfluid helium 4 at very low temperatures"*. Journal of Low Temperature Physics **158**, 462467 (2010).

[151] E. N. Martinez *et al.* *"Measurements of the superfluid transition in helium by means of a vibrating reed"*. American Journal of Physics **58**, 1163–1168 (1990).

[152] Rémi Rivière. *"Cavity Optomechanics with Silica Toroidal Micro-Resonator down to Low Phonon Occupancy"*. Thèse de doctorat, Ludwig-Maximilians-Universität, Munich (2011).

[153] Y. Rocard. *"Dynamique générale des vibrations"*. Masson (1960).

[154] L. D. Landau and E. M. Lifshitz. *"Fluid mechanics, Course of Theoretical Physics vol 6"*. Butterworth-Heinemann, London Moscou (1987).

[155] L. Ventura, G. et Risegari. *"The art of cryogenics : low-temperature experimental techniques"*. Elsevier Science (2008).

[156] `http://www.janis.com/Micro-Raman_Applications_KeySupplier.aspx`

[157] E. Serra *et al.* *"Ultralow-dissipation micro-oscillator for quantum optomechanics"*. Physical Review A **86**, 051801 (2012).

[158] C. Zhao *et al.* *"Observation of three-mode parametric interactions in long optical cavities"*. Physical Review A **78**, 023807 (2008).

[159] H. Miao *et al.* *"Three-mode optoacoustic parametric interactions with a coupled cavity"*. Physical Review A **78**, 63809 (2008).

[160] H. Miao *et al.* *"Quantum ground-state cooling and tripartite entanglement with three-mode optoacoustic interactions"*. Physical Review A **79**, 063801 (2009).

[161] C. Zhao *et al.* *"Three-Mode Optoacoustic Parametric Amplifier : A Tool for Macroscopic Quantum Experiments"*. Physical Review Letters **102**, 243902 (2009).

[162] C. Zhang *et al.* *"Characterization of the squeeze film damping effect on the quality factor of a microbeam resonator"*. Journal of Micromechanics and Microengineering **14**, 1302 (2004).

[163] T. Antoni *et al.* *"Deformable two-dimensional photonic crystal slab for cavity optomechanics"*. Optics Letters **36**, 3434–3436 (2011).

Résumé

Nous présentons la réalisation d'un montage expérimental visant à mesurer optiquement les fluctuations quantiques de position d'un résonateur mécanique macroscopique. Le résonateur est placé dans un environnement cryogénique et son mouvement est observé grâce à une cavité Fabry-Perot de grande finesse.

Nous avons conçu et réalisé un résonateur optimisé pour l'observation de ses fluctuations quantiques de position. Il s'agit d'un micro-pilier en quartz vibrant selon un mode de compression et maintenu en son milieu par une fine membrane. Nous avons obtenu un mode fondamental de vibration oscillant à 4 MHz avec un facteur de qualité mécanique de près de deux millions.

Nous avons conçu une cavité Fabry-Perot de grande finesse avec ce résonateur. Un miroir de haute réflectivité est déposé uniquement au sommet du pilier afin d'éviter de dégrader son facteur de qualité mécanique. Nous avons développé une technique d'ablation par laser pour réaliser des coupleurs d'entrée de la cavité ayant à la fois un très faible rayon de courbure et une grande réflectivité. Ceci nous a permis de construire une cavité de finesse 50 000 dont la taille du col optique, inférieure à 10 μm, est bien adaptée aux dimensions du résonateur.

Nous avons fait développer un cryostat à dilution optimisé pour une mesure de position ultrasensible, dans lequel nous avons placé le dispositif optomécanique. L'ensemble du montage optique, constitué d'une source laser ultra-stable et d'un dispositif de détection des mouvements du résonateur, nous a permis d'observer les fluctuations thermiques de position du résonateur jusqu'à une température de l'ordre de 1 K.

Mots-clés : État quantique fondamental, Pression de radiation, Refroidissement par pression de radiation, Micro-miroir, Oscillateur mécanique, Facteur de qualité mécanique, Cryogénie à dilution, Thermalisation, Cavité de grande finesse, Cavité à petit *waist*, Optique en cryogénie, Bruit thermique.

Abstract

We present the operation of an experimental setup designed to optically measure the quantum position fluctuations of a macroscopic mechanical resonator. The resonator is kept in a cryogenic environment and its movement is monitored with a high-finesse Fabry-Perot cavity.

We have designed and realized an optimized resonator for the observation of its quantum position fluctuations. It consists in a quartz micropillar vibrating on a compression mode and clamped at its center by a thin membrane. We have demonstrated a fundamental vibration mode oscillating at 4 MHz with a mechanical quality factor close to two millions.

We have implemented this resonator in a high-finesse Fabry-Perot cavity. A high-reflectivity mirror is coated only on top of the pillar in order to avoid any altering of its mechanical quality factor. We have developed a laser photoablation technique in order to realize the coupling mirror of the cavity with a very small radius of curvature as well as a high reflectivity. This allows us to build a cavity with a finesse of 50 000 and an optical beam waist, smaller than 10 μm, fitting the transverse size of the resonator.

We had make a dilution refrigerator especially designed and optimized for ultrasensitive position measurement, in which we have operated the optomechanical device. The whole optical setup, made of an ultra-stable laser source and a resonator motion detection device, allows us to observe thermal position fluctuations of the resonator down to about 1 K.

Key words : Quantum ground state, Radiation pressure, Radiation-pressure cooling, Micro-mirror, Mechanical oscillator, Mechanical quality factor, Dilution refrigeration, Thermalization, High-finesse optical cavity, Small waist cavity, Cryogenic optics, Thermal noise.